UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE BLOCO SOBRE ESTACAS

ACLEY GABRIEL DA SILVA TOMAZ

VITÓRIA – ES
2016

ACLEY GABRIEL DA SILVA TOMAZ

DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE BLOCO SOBRE ESTACAS

Dissertação apresentada ao corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito Santo, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, na área de concentração Estruturas.

Orientador: Prof. Dr. Élcio Cassimiro Alves

VITÓRIA – ES
2016

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
(Biblioteca Setorial Tecnológica,
Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

Tomaz, Acley Gabriel da Silva, 1984-
T655d Dimensionamento ótimo de bloco sobre estacas / Acley Gabriel da Silva Tomaz. – 2016.
129 f. : il.

Orientador: Élcio Cassimiro Alves.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

1. Concreto armado. 2. Otimização estrutural. 3. Estacas de concreto. I. Alves, Élcio Cassimiro. II. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Tecnológico. III. Título.

CDU: 624

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE BLOCO SOBRE ESTACAS

Acley Gabriel da Silva Tomaz

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Civil do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de Estruturas.

Aprovada no dia **18 de outubro de 2016** por:

Prof. Dr. Elcio Cassimiro Alves
Doutor em Engenharia Civil
Orientador - UFES

Prof. Dr. Macksuel Soares de Azevedo
Doutor em Engenharia de Estruturas
Membro Interno - UFES

Prof. Dr. Paulo César Mappa
Doutor em Engenharia Mecânica
Membro Externo - CEFET-MG Campus VIII
Por meio de Vídeo Conferência

Profa. Dra. Flávia Ruschi Mendes de Oliveira
Doutora em Engenharia Civil
Membro Interno - UFES

Vitória – ES, outubro de 2016

RESUMO

O projeto dos elementos de fundação tem um papel fundamental no projeto estrutural completo de uma edificação. A partir de uma sondagem determina-se, em função da capacidade de carga do terreno, o tipo ideal para aquele empreendimento podendo ser uma fundação direta ou uma fundação indireta. O projeto de fundação indireta pode ser feito em tubulão ou blocos sobre estacas. A escolha do tipo é feita em função da carga do projeto estrutural e das características do terreno. O presente trabalho apresenta a formulação para o problema de otimização de blocos sobre estacas com exemplos de aplicação. Como restrições foram impostos os parâmetros definidos pela ABNT NBR 6118:2014 e pelo CEB FIP (1970), espaçamento entre as estacas e resistência à compressão do concreto (f_{ck}). Uma plataforma foi desenvolvida no Matlab para a formulação do problema de otimização e sua resolução será obtida pelo Método dos Pontos Interiores. Exemplos numéricos comparativos mostram que quando não existe limitação de geometria, uma solução ótima pode ser obtida reduzindo ou aumentando a quantidade de estacas e mudando a geometria do bloco.

Palavras-chave: Dimensionamento. Concreto armado. Otimização. Bloco sobre estacas.

ABSTRACT

The foundation project is of paramount importance in a structural design. The land carrying capacity and the ideal type of foundation for a building can be determined from surveys. Indirect foundation design can be made in caisson or pile caps and the choice also depends on the columns loads from structural design. This dissertation presents the design for the optimization problem of pile caps with application examples. The restrictions, will be those imposed by the parameters set by the ABNT NBR 6118: 2014 and the CEB FIP (1970), the spacing between the piles and the compression concrete strength (f_{ck}). A platform was developed in Matlab for the formulation of the problem, and its optimization will be obtained by the Interior Point Method. Comparative numerical examples show that when there is no geometry constraint, an optimal solution can be obtained by reducing the amount of piles and changing the geometry of the pile cap.

Keywords: Design. Reinforced concrete. Optimization. Pile caps.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

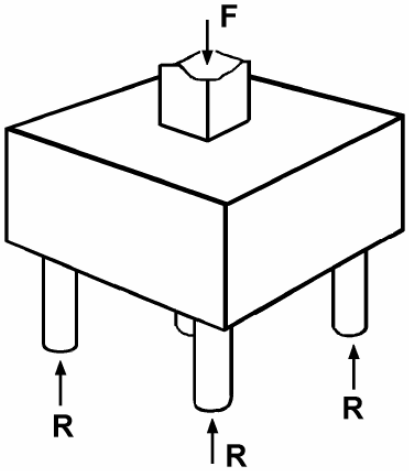
1. INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O projeto dos elementos de fundação tem um papel fundamental no projeto estrutural completo de uma edificação. A partir de uma sondagem determina-se, em função da capacidade de carga do terreno, o tipo ideal para aquele empreendimento podendo ser uma fundação direta ou uma fundação indireta. O projeto de fundação indireta pode ser feito em tubulão ou blocos sobre estacas. A escolha do tipo é feita em função da carga do projeto estrutural e das características do terreno.

Blocos sobre estacas são elementos de volume que têm a finalidade de transmitir o esforço proveniente do pilar para as estacas (figura 1). Sua integridade é de extrema importância para a segurança da estrutura como um todo, porém, por serem elementos que ficam abaixo do nível do terreno, geralmente não permitem uma inspeção visual regular. Suas dimensões em planta dependem, quase sempre, apenas da disposição das estacas, adotando-se o menor espaçamento possível entre elas, a altura, entretanto, é definida de acordo com as solicitações. De acordo com Munhoz (2004), blocos sobre estacas possuem um comportamento complexo por serem elementos tridimensionais. O comportamento mecânico do conjunto aço/concreto, a determinação de vinculações e a existência da interação solo/estrutura são problemas que agravam o grau de complexidade.

Figura 1 – Bloco sobre estacas



Fonte: Delalibera (2006).

No Brasil, o cálculo de bloco rígido sobre estacas é realizado pela maior parte do meio técnico por meio da analogia de bielas e tirantes (BLÉVOT; FRÉMY, 1967) e do método do CEB-FIP (1970). Estes métodos são aproximações para o cálculo dos esforços e do dimensionamento, nos quais se adotam algumas simplificações do modelo, não levando em consideração o comportamento mecânico do conjunto aço/concreto e a interação solo/estrutura.

A ABNT NBR 6118:2014 define blocos sobre estaca como elementos de volume usados para transmitir as cargas às estacas, podendo ser considerados rígidos ou flexíveis. Para blocos flexíveis o dimensionamento deve ser realizado por meio de uma análise mais completa, desde a distribuição dos esforços nas estacas, dos tirantes de tração, até a necessidade da verificação de punção. O método das bielas só pode ser utilizado em blocos rígidos para os quais a norma brasileira admite modelos tridimensionais lineares ou não lineares e modelos de biela-tirante tridimensionais. A ABNT NBR 6118:2014, entretanto, não apresenta um roteiro para verificação e dimensionamento dos blocos.

O dimensionamento de estruturas de concreto armado busca encontrar uma solução que atenda aos requisitos de resistência, utilização e durabilidade. Dentre as possíveis soluções, existe uma solução ótima para cada necessidade, como um menor custo, menor peso, menor prazo de execução entre outros. Usualmente o dimensionamento é realizado a partir de uma predefinição da geometria do elemento, com a obtenção dos esforços faz-se a verificação se a geometria adotada atende a todas as condições estabelecidas. Caso não atenda a alguma das condições, adota-se uma nova geometria até que todas as condições sejam atendidas. A experiência do projetista definirá se a solução encontrada será mantida ou se serão feitas ações em busca de uma melhor solução. Este processo não garante que a solução encontrada seja a ótima dentre as possíveis. O dimensionamento de bloco sobre estacas está entre os elementos de estrutura de concreto armado que normalmente são dimensionados como descrito acima.

Técnicas de otimização em estruturas estão sendo cada vez mais utilizadas visando a encontrar soluções mais econômicas mantendo-se a segurança do elemento. No Brasil, encontram-se vários estudos em otimização de pilares, vigas e lajes, porém são poucos os trabalhos na área de blocos sobre estacas.

Pode-se destacar duas linhas dos processos de otimização, os heurísticos e a programação matemática. Os processos heurísticos consistem em técnicas probabilísticas de procura da solução ótima trabalhando apenas com os valores da função e com os parâmetros característicos de cada método; a programação matemática estuda minimização de funções em problemas com ou sem restrições. Seja qual for o método a ser utilizado, um problema de otimização possui:

a) Um conjunto de variáveis, que são alteradas em busca da solução ótima;

b) Uma função objetivo;

c) Um conjunto de restrições a serem respeitadas.

De acordo com as equações das restrições e da função objetivo é determinado o possível método a ser utilizado. Problemas de otimização com equações lineares podem ser resolvidos com métodos mais simples, como o "*Simplex*" (ALVES, 1998). Já em problemas onde as equações não são lineares, são exigidas técnicas mais complexas como o Método dos Pontos Interiores (SIAS, 2014). No dimensionamento de blocos sobre estacas existem restrições não-lineares, o que exige um método mais complexo para resolução do problema de minimização.

1.2 JUSTIFICATIVA

A engenharia vem se aprofundando no tema de otimização de estruturas de concreto armado. Apesar dos blocos sobre estacas serem elementos com muitos trabalhos publicados, tanto na parte teórica como na experimental, existem poucos estudos sobre sua otimização.

Desta forma, este trabalho poderá contribuir com o dimensionamento de blocos de concreto armado, utilizando técnicas de otimização estrutural para encontrar a solução com o menor custo.

1.3 OBJETIVOS

- Apresentar a formulação do problema de otimização de blocos sobre estacas para diferentes tipos de geometria, bem como para diferentes quantidades de estacas;

- Estudar os processos de otimização estrutural e aplicá-los em blocos de fundação. O estudo do dimensionamento de blocos de fundação será feito seguindo orientações da ABNT NBR 6118:2014, utilizando o método das bielas e tirantes (BLÉVOT; FRÉMY, 1967) e método sugerido pelo CEB-FIP (1970).
- Desenvolver um *software* para o dimensionamento ótimo de blocos de fundação na plataforma Matlab.
- Fazer uma análise comparativa entre os modelos de cálculo convencional e otimizado, bem como verificar a eficiência do modelo de otimização proposto neste trabalho.

1.4 ESCOPO DO TRABALHO

Além da introdução, este trabalho está dividido em mais cinco partes.

No capítulo dois serão apresentados estudos já realizados para blocos sobre estacas, bem como os princípios básicos do dimensionamento de blocos de fundação. Além disso, serão apresentados os principais métodos de otimização que poderão ser aplicados ao problema proposto.

O capítulo três apresentará a formulação para otimização de blocos sobre estacas para diferentes tipos de geometria, bem como para diferentes números de estacas por meio do método de pontos interiores.

No capítulo quatro será apresentada a metodologia para a implementação e a interface do *software* que foi desenvolvido para otimização de blocos sobre estacas.

No capítulo cinco serão apresentados os resultados de exemplos e comparações com blocos existentes.

No capítulo seis serão apresentadas as conclusões finais e sugestões para trabalhos futuros.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 BLOCOS SOBRE ESTACAS

Existem diversos trabalhos científicos na área de blocos sobre estacas, tanto na área experimental quanto na área teórica e numérica. Os principais estudos sobre o comportamento estrutural de blocos sobre estacas iniciaram na década de 40.

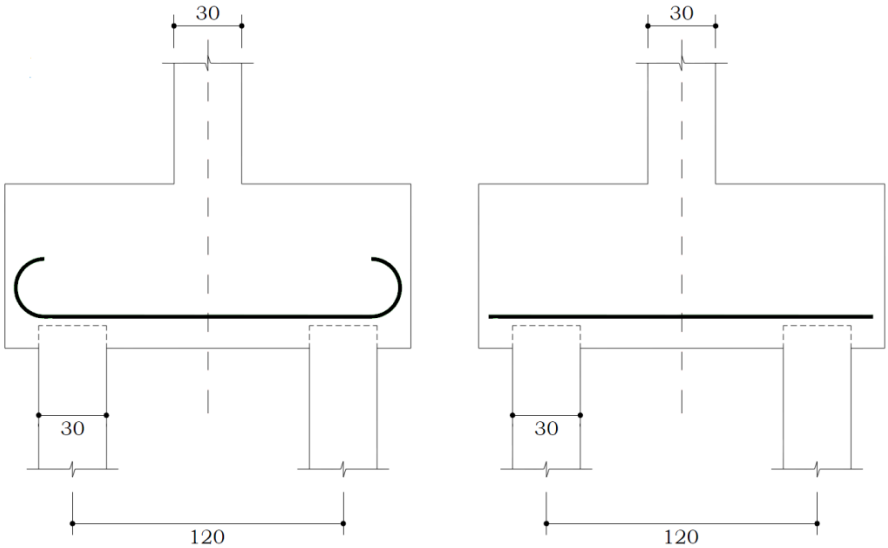
Em 1944 Gustavo Magnel, um pesquisador belga, apresentou um modelo de análise para blocos sobre dois apoios considerando uma treliça (Munhoz, 2014).

Hobbs e Stein (1957) estudaram o comportamento de blocos sobre duas estacas através de análises experimentais, onde desenvolveram um modo de solução pela teoria da elasticidade bidimensional. Os modelos ensaiados possuíam armaduras com barras retas e curvas nas extremidades; os modelos com barras curvas apresentaram maior eficiência e economia. Até aquela época as formulações para cálculo e dimensionamento de blocos eram as mesmas que para as vigas. Na década de 60, no entanto, o estudo do comportamento de blocos considerando a analogia de treliça ganhou importância (Munhoz, 2014).

Blévot e Frémy (1967) realizaram cento e dezesseis ensaios com blocos de duas, três e quatro estacas submetidos à ação de força centrada, analisaram seus comportamentos, verificando a teoria dos métodos das bielas. Os pesquisadores verificaram a relação entre a capacidade resistente e fissuração dos modelos com diversas distribuições de barras de armaduras com áreas equivalentes.

Para blocos de duas estacas foram realizados ensaios com duas disposições de armaduras conforme figura 2:

Figura 2 – Disposição das armaduras dos blocos de duas estacas

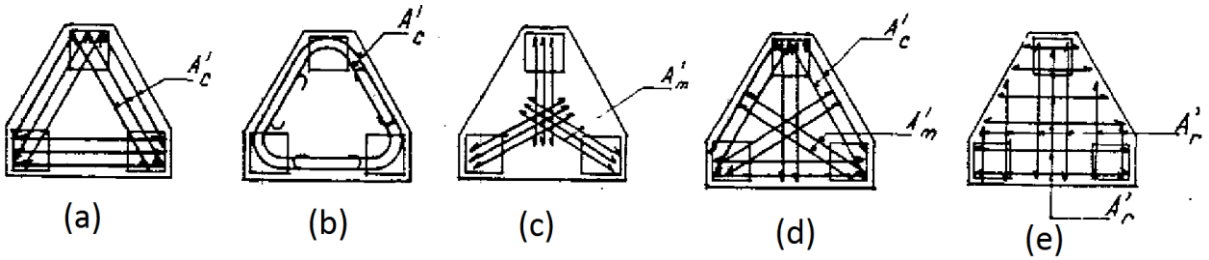


Fonte: adaptado de Blévot e Frémy (1967).

Os pesquisadores observaram que a ruína ocorreu com o rompimento da biela do pilar, da estaca ou de ambos. Nos blocos com barras nervuradas sem ganchos, ocorreu escorregamento das barras. Por meio dos ensaios para blocos de duas estacas, concluíram que as bielas comprimidas devem ser dimensionadas com o ângulo de inclinação entre 45° e 55°, intervalo que os resultados foram compatíveis com o método das bielas e tirantes.

Ensaios com blocos de três estacas foram realizados com cinco disposições diferentes de armaduras de acordo com a figura 3:

Figura 3 – Disposição das armaduras dos blocos de três estacas



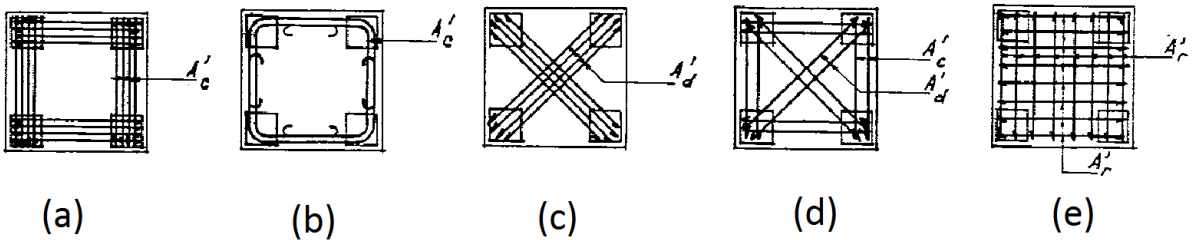
Fonte: Blévot e Frémy (1967).

As armaduras dos blocos de “a” até “d” foram dimensionadas pelo método das bielas e tirantes, já para o bloco “e” foi adotada a mesma área de aço utilizada para os outros blocos. Os quatros primeiros modelos demonstraram um bom desempenho, porém o último apresentou uma força última 50% menor que a

prevista. Para os modelos de “a” até “d”, com os blocos com ângulo das bielas de compressão entre 40° e 55°, as forças últimas nos experimentos foram maiores que as previstas pelo método das bielas e tirantes e aconteceram após o escoamento da armadura. Em nenhum ensaio nestes intervalos ocorreu ruptura por punção.

Blévot e Frémy (1967) ensaiaram blocos de quatro estacas com as cinco configurações da figura 4, similares aos de três estacas.

Figura 4 – Disposição das armaduras dos blocos de quatro estacas

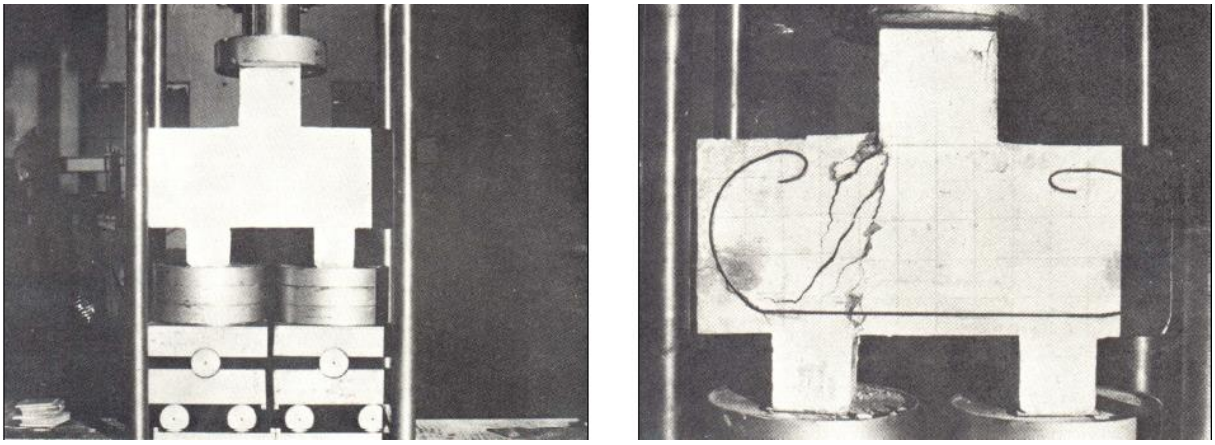


Fonte: Blévot e Frémy (1967).

Os blocos de “a” até “d” mostraram as mesmas eficiências, enquanto o “e” apresentou uma eficiência 20% menor que os demais. O bloco “c” apresentou fissuras laterais excessivas para forças reduzidas. O modelo “b” apresentou fissuras na parte inferior e o bloco “d” apresentou o melhor comportamento quanto à fissuração. Não houve ruína por punção em nenhum dos modelos. Os pesquisadores verificaram que o modelo de bielas e tirantes estava coerente com os valores obtidos nos ensaios.

Mautoni (1972) realizou ensaios experimentais com 20 blocos com dois apoios para análise, conforme ilustrado na figura 5. Nos experimentos, o pesquisador variou as dimensões dos blocos, as taxas de armadura e a resistência do concreto. Foram realizados ensaios com a armadura laçada contínua na horizontal e armadura bigode (ver figura 5-B). Os blocos ensaiados tinham 15cm de largura, estacas com 10cm por 15cm, espaçamento entre os eixo variando entre 30cm e 45cm, e a altura de 25cm.

Figura 5 - Bloco ensaiado por Mautoni (1972) – A) Configuração do ensaio; B) Detalhe da armadura em bigode



A **B**

Fonte: Delalibera (2006).

O início das fissuras ocorreu com forças próximas a 40% da força de ruína, a primeira fissura surgiu na parte inferior do meio do vão. Para cargas próximas a 70% não se formaram novas fissuras, porém aumentaram as aberturas das já existentes. As fissuras se desenvolveram paralelamente às bielas.

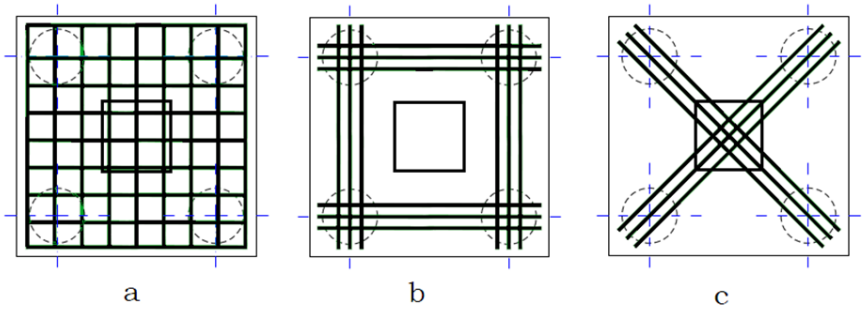
As ruínas dos modelos ocorreram por fendilhamento das bielas de compressão, apresentando plano de ruptura entre a face interna da estaca e a face do pilar. Este tipo de ruína não é ideal por se tratar de ruptura frágil, o resultado melhor seria uma ruptura dúctil onde as armaduras entrassem em escoamento.

O pesquisador relatou que a armadura em “bigode” demonstrou desvantagem em relação ao consumo de aço e à dificuldade de execução, enquanto a armadura laçada contínua necessita de um raio mínimo dificultando a armação em blocos estreitos e reduzindo a altura útil quando for distribuída em muitas camadas.

Mautoni (1972) propôs um procedimento para determinar o mecanismo de ruína e também a força última baseado nos resultados de seus experimentos.

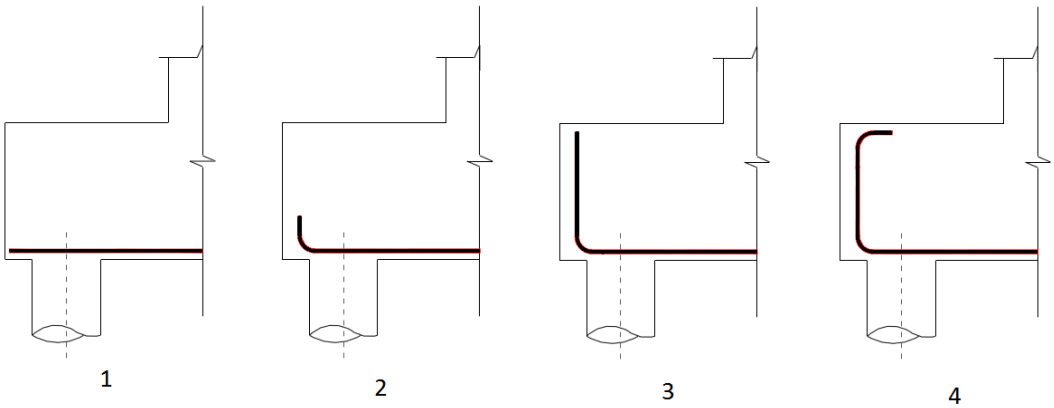
Taylor e Clarke (1976) realizaram ensaios com blocos de quatros estacas para verificar a influência do arranjo da armadura no comportamento estrutural do bloco. Foram ensaiados 15 blocos sobre quatro estacas de 20cm de diâmetro, espaçamento entre os eixos das estacas de 40cm e de 60cm e a altura dos blocos foi de 45cm. As três disposições das armaduras e o tipo de ancoragem estão indicadas nas figuras 6 e 7:

Figura 6 – Disposição das armaduras



Fonte: Taylor e Clarke (1976).

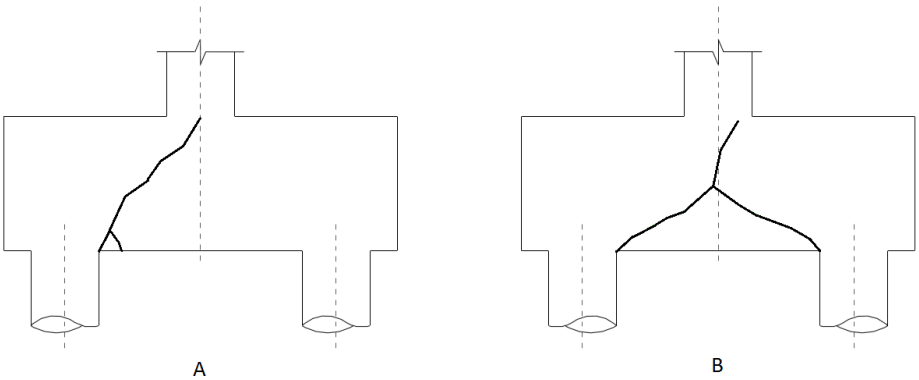
Figura 7 – Ancoragens adotadas



Fonte: Taylor e Clarke (1976).

O comportamento de todos os blocos durante o ensaio foi similar, surgiram fissuras verticais nas linhas entre estacas nas faces do bloco e a ruína ocorreu por fendilhamento devido às fissuras inclinadas que apareceram paralelas à biela de compressão. Foram observadas duas formas de ruína conforme figura 8:

Figura 8 – Tipos de ruínas



Fonte: Taylor e Clarke (1976).

Para os modelos 1 e 2 (figura 7) e distribuição da armadura “b” as forças últimas foram 15% superiores aos dos blocos armados em malha “a”. Os blocos com armadura segundo diagonais apresentaram praticamente a mesma força última dos armados em malha.

Nos blocos com armaduras distribuídas em malha o tipo de ancoragem influenciou de forma mais acentuada nas forças de ruínas. As ancoragens 3 e 4 aumentaram em aproximadamente 30% a força de ruína.

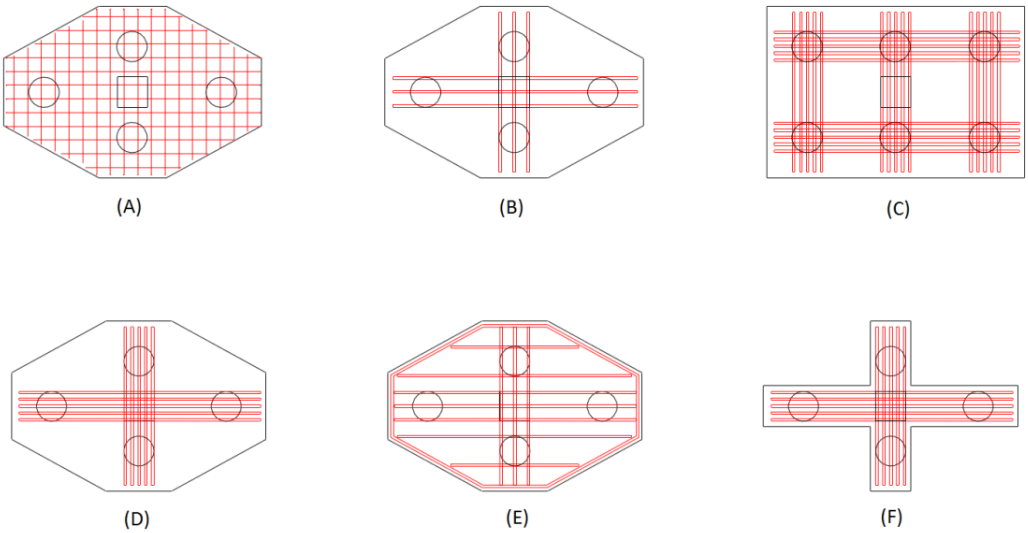
Os resultados dos ensaios realizados demonstraram que a força última pode ser alterada em até 30% dependendo do tipo de arranjo de armadura.

Sabins e Gogate (1984) ensaiaram blocos sobre quatro estacas variando a taxa geométrica das armaduras principais. Os pesquisadores concluíram que valores superiores a 0,2% para essa taxa não provocaram aumento no valor da força de ruína dos blocos. Esse resultado demonstra que a ruína dos blocos está relacionada com as tensões de compressão na direção longitudinal das bielas e de tração na direção perpendicular às bielas, o que provoca fendilhamento do concreto.

Adebar, Kuchma e Collins (1990) realizaram ensaios com bloco de quatro e seis estacas para verificar a validade do modelo tridimensional de bielas e tirantes no dimensionamento de blocos sobre estacas.

Foram realizados ensaios com seis modelos de bloco de acordo com a figura 9. O bloco A foi dimensionado pelos critérios do ACI (1983), os blocos B, C e D pelo método das bielas e o bloco E tinha a mesma armadura do bloco D, porém com reentrâncias. O bloco D possuía o dobro de armadura do bloco B. De acordo com o ACI (1983), o bloco F teria uma força de ruína menor que o bloco E, enquanto o método das bielas sugere que a força de ruína seria a mesma para os dois. Todos os blocos possuíam altura de 60cm, pilar de 30cmx30cm e estacas de 20cm de diâmetro.

Figura 9 – Modelos de blocos



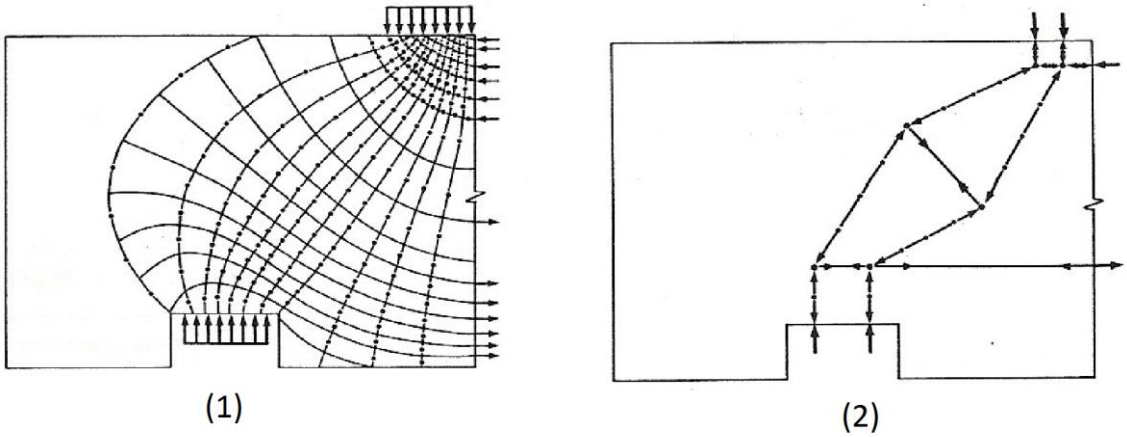
Fonte: Adebar et al. (1990).

O bloco A apresentou ruína com 83% da força prevista, que aconteceu com a armadura de flexão sofrendo escoamento antes da ruína do concreto. O bloco B teve a força que provocou a ruína 10% maior do que a prevista com o tirante da maior direção sem apresentar escoamento das barras. Nos blocos B e C as estacas mais próximas ao pilar suportaram a maior parcela das forças. Os blocos D e E atingiram a ruína antes do escoamento das armaduras. O modelo F se comportou como sendo duas vigas com ruína por cisalhamento da viga mais curta.

Os pesquisadores concluíram que o procedimento indicado pelo ACI (1983) não foi compatível com os resultados experimentais. O modelo de bielas e tirantes representou melhor o comportamento estrutural dos blocos.

Através das observações experimentais e resultados numéricos, foi sugerido um modelo refinado de bielas e tirantes, obtido por meio do Método dos Elementos Finitos (figura 10).

Figura 10 – (1) Fluxo de tensão no bloco; (2) Modelo proposto



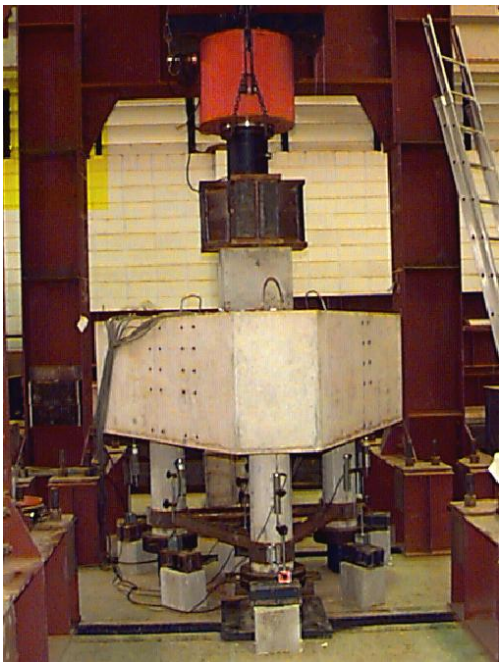
Fonte: Adebar et al. (1990).

Sam e Iyer (1995) realizaram análise numérica e experimental em blocos sobre quatro estacas. Os modelos tinham as mesmas dimensões, porém variou-se a disposição das armaduras sendo distribuída em malha, concentrada nas estacas e armadura nas diagonais passando pela projeção do pilar. A análise numérica foi realizada com análise não linear e chegou a resultados próximos aos encontrados experimentalmente. Os resultados experimentais apresentaram uma maior capacidade de resistência para o modelo com a armadura distribuída em malha e a menor resistência para o modelo com armadura entre as estacas. Este resultado foi contrário ao dos pesquisadores Blévot e Frémy (1967).

Alves (1998) desenvolveu uma formulação e um sistema para auxiliar na definição de modelos de bielas e tirantes de estruturas bidimensionais visando a encontrar o modelo mais econômico. O método “Simplex” foi utilizado para obtenção da solução ótima nos modelos de bielas e tirantes no trabalho. Aplicou-se a ferramenta em exemplos de vigas usuais, vigas paredes, vigas paredes com furos, apoio em dente, ligações viga pilar e consolos. A partir de modelos iniciais foi encontrada a solução ótima com o menor custo e apresentada graficamente.

Miguel (2000) estudou o comportamento de blocos rígidos sobre três estacas submetidos à ação de carga centrada através de ensaios experimentais (figura 11) e análise numérica. A análise numérica tridimensional e não linear foi realizada por meio do método dos elementos finitos, sem considerar as armaduras no modelo. Na análise experimental, os blocos mantiveram a mesma armadura principal, porém, variando as armaduras secundárias e estacas de 20cm e 30cm de diâmetro.

Figura 11 – Modelo ensaiado



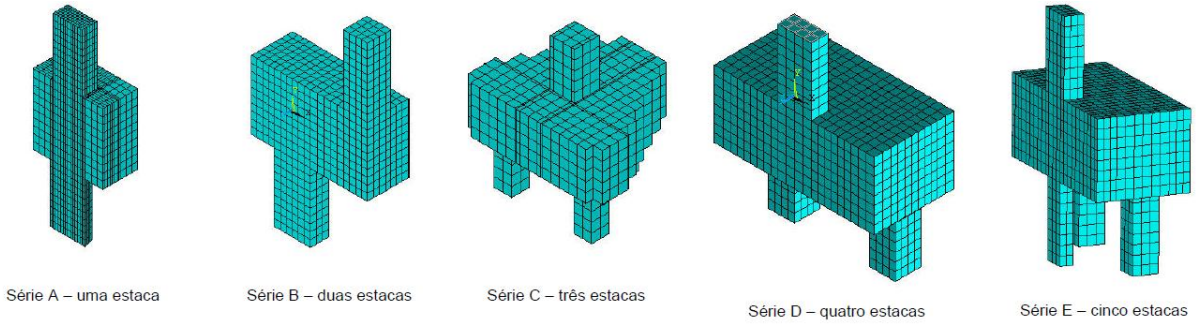
Fonte: Miguel (2000).

Na análise numérica, os fluxos de tensões principais, das deformações totais e plásticas e dos deslocamentos obtidos auxiliaram no projeto de instrumentação dos modelos ensaiados. Observou-se na região entre duas estacas em uma mesma face o aparecimento de fissuras prematuras como previsto na análise numérica.

Miguel (2000) concluiu que o método das bielas desenvolvido por Blévot e Frémy é conservador, indicando uma margem de segurança mínima de 12%. Todos os modelos romperam por fendilhamento das bielas de compressão, acompanhado do escoamento das barras das armaduras principal e/ou secundária.

Munhoz (2004) realizou uma análise numérica de blocos rígidos de uma, duas, três, quatro e cinco estacas utilizando o programa ANSYS®, baseado no método dos elementos finitos. Para a análise, adotou-se comportamento do material como elástico linear e os resultados de interesse foram os fluxos de tensões em suas direções principais. A figura 12 demonstra a malha de elementos finitos utilizada pela autora.

Figura 12 – Malha de elementos finitos utilizada por Munhoz



Fonte: Munhoz (2004).

A pesquisadora apresentou divergências entre os métodos utilizados para o dimensionamento de blocos sobre estacas. Constatou-se que a treliça adotada pelo Método das Bielas (BLÉVOT; FRÉMY, 1967) é um modelo coerente e o mais simples.

Para blocos de uma estaca, observou-se que a adaptação da teoria de blocos parcialmente carregados pode nem sempre fornecer bons resultados, principalmente quando se tem variações de seções de pilares e estacas. Para blocos de duas, três e quatros estacas a autora confirma os estudos anteriores sugerindo a utilização do modelo de Biela e Tirantes, porém indica que a geometria da treliça deve ser diferente conforme a seção do pilar. Em blocos de cinco estacas o comportamento não é exatamente como considerado na prática, pois a estaca central estava submetida a uma carga maior que as demais estacas para carga centrada e o método das bielas e tirantes considera todas as estacas com a mesma carga.

Delalibera (2006) desenvolveu uma análise numérica tridimensional não-linear de blocos de concreto armado sobre duas estacas utilizando o programa ANSYS®. A análise foi feita considerando a fissuração do concreto e a influência das armaduras no comportamento estrutural dos blocos.

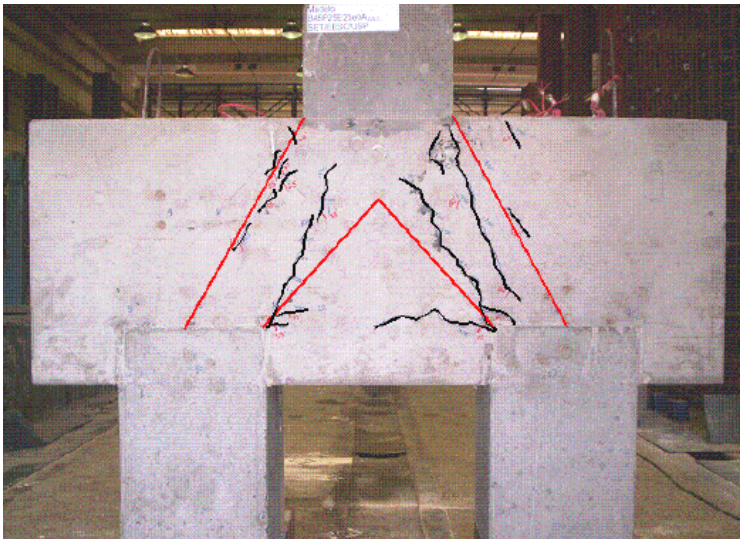
Delalibera (2006) realizou também uma análise experimental de quatorze blocos sobre duas estacas com o objetivo de observar a geometria das bielas de compressão. Os ensaios foram realizados com ação de força centrada e excêntrica e o comportamento das bielas e tirantes foi diferente.

O pesquisador analisou a eficiência dos ganchos das barras de aço e concluiu que podem ser omitidos sem prejuízo da segurança estrutural dos blocos.

Em função do fluxo das tensões principais de compressão nos ensaios experimentais (figura 13) e simulações numéricas, pode-se observar que apenas

parte da estaca é solicitada de maneira mais intensa. Por este motivo, o autor sugere considerar metade da seção transversal da estaca para verificação da tensão na biela junto à zona nodal inferior.

Figura 13 – Fluxo de tensões de compressão



Fonte: Delalibera (2006).

Ramos (2007) realizou análise numérica de blocos sobre dez estacas considerando a interação solo-estrutura. Considerou dois tipos de solos, o solo deformável e o indeformável. Os modelos analisados foram submetidos à ação de força centrada e momentos variando as suas intensidades.

O pesquisador observou que o tipo de vinculação das estacas e a variação da altura do bloco modificaram o comportamento estrutural do mesmo. Em modelos que consideraram as estacas apoiadas em solo indeformável as reações nas estacas chegaram a ter diferenças acima de 200%. Esta diferença foi observada com menor intensidade em solo deformável no qual as estacas da região mais próxima ao pilar foram mais solicitadas.

Oliveira (2009) apresentou critérios usados em projeto de blocos sobre estacas e constatou divergências entre eles. O pesquisador afirma que até então não se encontrava na literatura uma definição da área a ser usada para verificação de tensão de compressão no nó superior, próximo ao pilar. Através de resultados de modelos analíticos, foi realizado um estudo que permitiu desenvolver um método para definição da área a ser verificada.

Sakai (2010) realizou uma análise numérica baseada no método dos elementos finitos, com características tridimensionais e não-lineares, para demonstrar a relação de métodos de cálculos de reações nas estacas e tensões nos blocos de estacas envolvidas pelo solo. Utilizou para a análise o programa DIANA em conjunto com o MIDAS/FX+.

O pesquisador concluiu que a interação solo-estrutura tem grande importância no estudo de bloco, pois influencia nas reações das estacas. Por exemplo, se o solo é levado em consideração nas análises de blocos rígidos, as maiores reações se concentram nas estacas laterais do bloco, independente do tipo de aplicação de carga estudada e não nas estacas centrais como alguns métodos simplificados propõem.

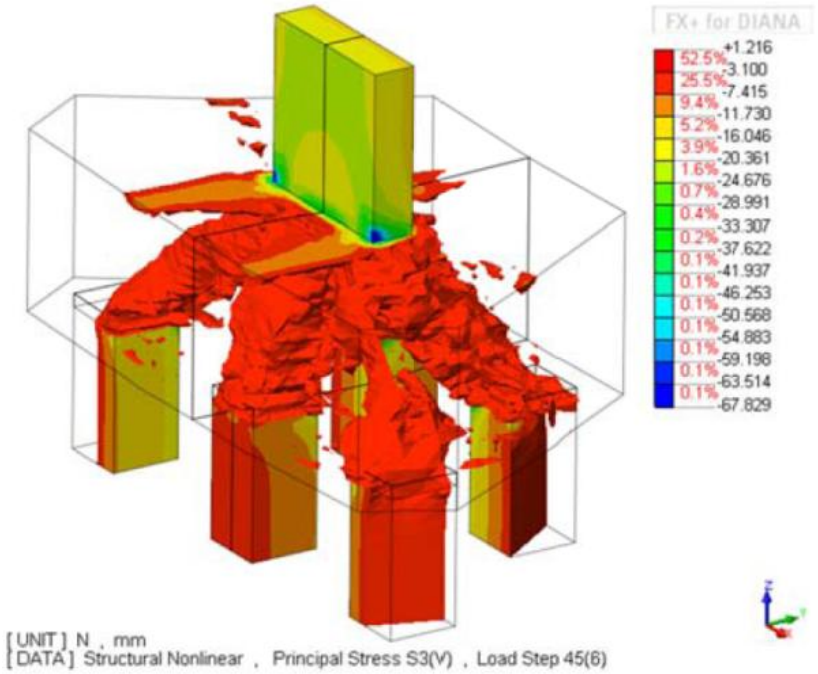
Oliveira (2013) fez um estudo com diversos métodos analíticos para o dimensionamento de blocos de cinco e seis estacas. Os blocos analisados foram de cinco estacas dispostas nos vértices de um trapézio e de seis estacas com arranjo retangular, ambos com a ação de força centrada.

O pesquisador realizou uma análise numérica tridimensional utilizando o programa computacional FX+ *for* DIANA que é baseado no método dos elementos finitos. Nos modelos analisados variaram-se a seção transversal do pilar, a deformabilidade do solo de apoio das estacas, a altura do bloco e a resistência do concreto. A figura 14 demonstra um exemplo analisado por Oliveira (2013) com as superfícies em que atua a mesma tensão principal de compressão.

Pode-se observar que quanto mais deformável for o solo, mais uniformes são as distribuições das reações entre as estacas e das tensões de tração nas barras das armaduras principais. A mudança da seção transversal do pilar alterou as configurações das bielas. A altura influenciou de forma significativa na rigidez e na resistência do bloco. Entretanto, blocos com grandes alturas não apresentaram um bom comportamento estrutural e blocos com pequenas alturas não indicaram boa distribuição nas reações das estacas. A resistência do concreto influencia na resistência do bloco, mas não alterou de forma significativa a rigidez do bloco.

Dentre as conclusões, o autor verificou que o método de bielas e tirantes se demonstrou compatível com o fluxo de tensões obtido de forma numérica, enquanto os métodos analíticos que se baseiam nas verificações da resistência à momento fletor e à força cortante não foram compatíveis.

Figura 14 – Superfícies em que atua a mesma tensão principal de compressão



Fonte: Oliveira (2013).

Munhoz (2014) realizou uma análise numérica e experimental com blocos de duas estacas, submetidos à ação de força vertical centrada variando a seção e a taxa de armadura do pilar.

Foram realizados ensaios com doze modelos de blocos sobre duas estacas, os modelos foram divididos em quatro grupos, cada grupo com a mesma seção do pilar. Os pilares adotados foram de 12,5cm x 12,5cm, 12,5cm x 25,0cm, 12,5cm x 37,5cm e 12,5cm x 50,0cm. Em cada grupo foram adotadas três taxas de armadura dos pilares: 1%, 2,5% e 4%. Para não haver grande variedade de modelos foi adotada a mesma altura para todos os blocos e o mesmo ângulo de inclinação das bielas comprimidas.

Em todos os ensaios a força de ruína foi maior do que a prevista teoricamente, o mesmo fato já havia sido observado por Miguel (2000) e Delalibera (2006). Em praticamente todos os ensaios a ruína ocorreu por ruptura do concreto do bloco, com exceção de um, onde ocorreu ruptura do concreto do pilar. A figura 15 demonstra a configuração das fissuras em dois blocos analisados.

Figura 15 – Configuração das fissuras

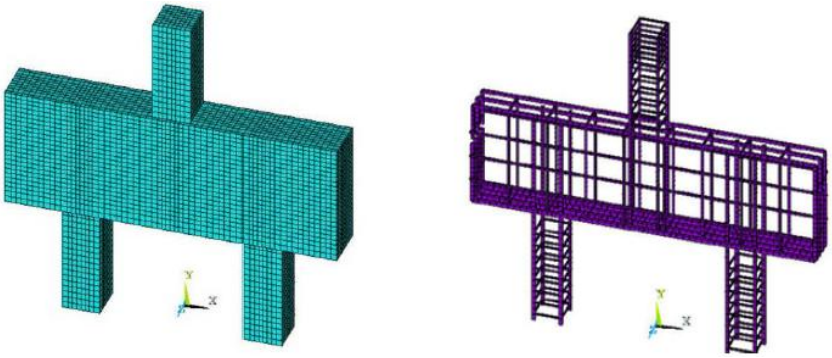
Fonte: Munhoz (2014).

Os valores das forças de tração nas armaduras principais foram medidos nos ensaios. Os valores experimentais se alteraram de acordo com a taxa de armadura do pilar enquanto o teórico não se altera. Os ângulos da biela também foram calculados através das forças de tração medidas nos ensaios e os valores encontrados foram próximos aos teóricos.

Uma das conclusões do pesquisador, por meio dos ensaios, foi que as diferentes taxas de armaduras influenciaram na formação das regiões nodais, superiores e inferiores, além de verificar que a forma geométrica do pilar também influencia a formação destas bielas. Com relação à inclinação da biela de compressão, a taxa de armadura não influenciou significativamente.

A análise numérica foi feita com a utilização de um programa computacional baseado no método dos elementos finitos, ANSYS®. Foram realizadas análises numéricas com todos os blocos ensaiados. Nos modelos foram simulados o concreto e a armadura dos elementos considerando a não linearidade física dos materiais (figura 16).

Figura 16 – Malha utilizada nos modelos e os elementos de barras



Fonte: Munhoz (2014).

De maneira geral, os modelos numéricos apresentaram comportamento semelhante ao modelo experimental, principalmente com relação à formação de campos e fluxos de tensões.

Munhoz (2014) também propôs um modelo teórico para cálculo de blocos de duas estacas. A proposta é aplicar um modelo simplificado e analisar as verificações de tensões e ancoragens das barras da armadura com base no que foi observado no trabalho.

Tomaz e Alves (2015) aplicaram o método dos pontos interiores no dimensionamento de blocos sobre estacas. Elaboraram um programa para o dimensionamento ótimo de blocos sobre estacas utilizando o Matlab e expuseram exemplos de blocos de duas, três e quatro estacas.

2.2 DIMENSIONAMENTO DE BLOCOS SEGUNDO A ABNT NBR 6118:2014

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, blocos são estruturas de volume usadas para transmitir às estacas e aos tubulões as cargas de fundação, podendo ser considerados rígidos ou flexíveis.

Quando se verifica a expressão a seguir, nas duas direções, o bloco é considerado rígido. Caso contrário, o bloco é considerado flexível:

$$h \geq \left(\frac{a - a_p}{\mathbf{3}}\right) \qquad \textbf{(2.1)}$$

Onde:

h - é a altura do bloco;

a - é a dimensão do bloco em uma determinada direção;

a_p - é a dimensão do pilar na mesma direção.

O comportamento estrutural do bloco rígido se caracteriza por trabalhar à flexão nas duas direções com trações essencialmente concentradas nas linhas das estacas (reticulado definido pelo eixo das estacas, com faixas de largura igual a 1,2 vezes seu diâmetro); as forças são transmitidas do pilar para as estacas essencialmente por bielas de compressão de forma e dimensões complexas; trabalho ao cisalhamento também em duas direções, não apresentando ruínas por tração diagonal, e sim por compressão das bielas. Para o bloco flexível deve ser realizada uma análise mais completa, desde a distribuição dos esforços nas estacas, dos tirantes de tração, até a necessidade da verificação da punção.

Para o cálculo e dimensionamento dos blocos, são aceitos modelos tridimensionais lineares ou não lineares e modelos biela-tirante tridimensionais. A ABNT NBR 6118:2014 apresenta algumas diretrizes para os modelos e verificações a serem feitas, mas não apresenta uma formulação a ser adotada no dimensionamento e verificação dos blocos sobre estacas.

A norma brasileira solicita que o modelo contemple a interação solo-estrutura sempre que houver forças horizontais significativas ou forte assimetria.

Com relação ao detalhamento das armaduras de flexão de blocos rígidos, a ABNT NBR 6118:2014 requer que sejam dispostas essencialmente (mais de 85%) nas faixas definidas pelas estacas e devem se estender de face a face do bloco com gancho nas duas extremidades. Deve ser garantida a ancoragem da armadura destas faixas medida a partir das faces internas das estacas podendo ser considerado o efeito favorável da compressão transversal às barras.

A norma brasileira solicita uma armadura positiva adicional de distribuição para controlar a fissuração em malha uniformemente distribuída em duas direções para 20% dos esforços totais. A norma brasileira também indica a armadura de suspensão quando for prevista uma armadura de distribuição para mais de 25% dos esforços totais ou se o espaçamento entre estacas for maior que três vezes seu diâmetro.

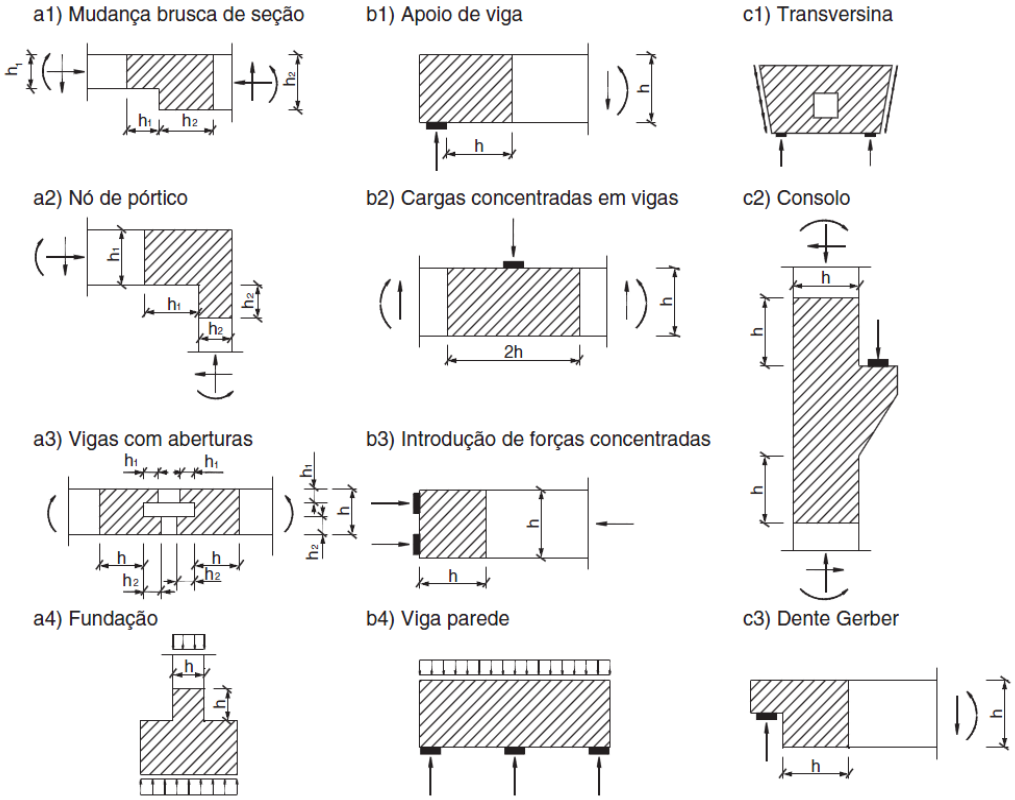
De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, o bloco deve ter altura suficiente para permitir a ancoragem da armadura de arranque dos pilares podendo ser considerado o efeito favorável da compressão transversal às barras decorrente da flexão do bloco.

A norma brasileira solicita uma armadura lateral e superior em blocos com duas ou mais estacas em uma única linha, mas não apresenta os valores destas armaduras.

Para blocos flexíveis a norma brasileira exige que sejam atendidos os requisitos relativos às lajes e punção.

O item 22 da ABNT NBR 6118:2014 aborda superficialmente o modelo de bielas e tirantes. Neste item são apresentados critérios para o “projeto de elementos com descontinuidade generalizada e de elementos em que as descontinuidades geométricas ou de cargas que afetem o comportamento do elemento estrutural como um todo”, que se enquadra o bloco de fundação. A figura 17 apresenta alguns exemplos destes elementos e também a divisão entre as regiões “B” e “D”. Segundo a norma, as regiões B (não hachuradas) são aquelas em que se consideram as seções permanecendo planas após as deformações com uma distribuição linear, já para as regiões D (hachuradas) não se aplica esta consideração.

Figura 17 – Situações típicas da região D (hachurada)



Fonte: ABNT NBR 6118:2014.

Tendo em vista a responsabilidade dos elementos especiais na estrutura, deve-se majorar as solicitações de cálculo por um coeficiente adicional γ_n, conforme ABNT NBR 8681, nas regiões D.

A ABNT NBR 8681:2003 define o coeficiente adicional γ_n pela expressão 2.2:

$$\gamma_n = \gamma_{n1} \cdot \gamma_{n2} \qquad \textbf{(2.2)}$$

Onde:

$\gamma_{n1} \leq 1{,}2$ em função da ductilidade de uma eventual ruína;

$\gamma_{n2} \leq 1{,}2$ em função da gravidade das consequências de uma eventual ruína;

Foi adotado para o presente trabalho o valor de 1,2 para o coeficiente adicional para os blocos sobre estacas, este também é o valor utilizado pelo software TQS (versão 17.12).

A ABNT NBR 6118:2014 permite a análise da região D por meio de uma treliça idealizada, composta por bielas, tirantes e nós. As bielas resistem aos esforços de compressão, os tirantes são compostos pelas armaduras resistindo aos esforços de

tração e os nós fazem as ligações entre bielas e tirantes. Em cada nó é verificada a resistência necessária para a transmissão das forças entre bielas e tirantes.

A treliça é isostática onde os nós recebem as forças externas e as reações de apoio em um sistema auto equilibrado. As bielas inclinadas devem ter ângulo de inclinação cuja tangente esteja entre 0,57 e 2 em relação ao eixo da armadura longitudinal.

A ABNT NBR 6118:2014 define os parâmetros para verificação das tensões máximas de compressão nas bielas e regiões nodais:

$$f_{cd1} = 0{,}85 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \quad \textbf{(2.3)}$$

$$f_{cd2} = 0{,}60 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \quad \textbf{(2.4)}$$

$$f_{cd3} = 0{,}72 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \quad \textbf{(2.5)}$$

Onde:

$$\alpha_{V2} = \left(1 - {}^{f_{ck}}/_{250}\right) \text{ com } f_{ck} \text{ expresso em MPa} \quad \textbf{(2.6)}$$

f_{cd1}- tensão resistente no concreto, em verificações pelo método de bielas e tirantes, em regiões com tensões de compressão transversal ou sem tensões de tração transversal e em nós onde confluem somente bielas de compressão;

f_{cd2} - tensão resistente no concreto, em verificações pelo método de bielas e tirantes, em regiões com tensões de tração transversal e em nós onde confluem dois ou mais tirantes tracionados;

f_{cd3}- tensão resistente no concreto, em verificações pelo método de bielas e tirantes, em nós onde conflui um tirante tracionado;

f_{ck}- resistência característica à compressão do concreto;

f_{cd} - resistência de cálculo à compressão do concreto.

A ABNT NBR 6118:2014 impõe valores limites para bielas comprimidas independente do elemento estrutural, já Machado (1985) indica valores específicos para blocos sobre estacas que variam de acordo com o número de estacas. Outras normas como ACI (2011), EHE (2008) e o Eurocode (2010) propõe valores diferentes conforme tabela 1.

Tabela 1– Tensões limites nos nós

Modelo	Duas Estacas		Três Estacas		Quatro Estacas		5 ou mais Estacas	
	Pilar	Estaca	Pilar	Estaca	Pilar	Estaca	Pilar	Estaca
Machado (1985)	$1,4.f_{cd}$	$0,85.f_{cd}$	$1,75.f_{cd}$	$0,85.f_{cd}$	$2,1.f_{cd}$	$0,85.f_{cd}$	$2,1.f_{cd}$	$0,85.f_{cd}$
ACI (2011)	$0,85.f_{cd}$	$0,68.f_{cd}$	$0,85.f_{cd}$	$0,51.f_{cd}$	$0,85.f_{cd}$	$0,51.f_{cd}$	$0,85.f_{cd}$	$0,51.f_{cd}$
EHE(2008)	f_{cd}	$0,70.f_{cd}$	$3,30.f_{cd}$	$0,70.f_{cd}$	$3,30.f_{cd}$	$0,70.f_{cd}$	$3,30.f_{cd}$	$0,70.f_{cd}$
EUROCODE 2 (2010)	f_{cd}	$0,60.\gamma.f_{cd}$	f_{cd}	$0,60.\gamma.f_{cd}$	f_{cd}	$0,60.\gamma.f_{cd}$	f_{cd}	$0,60.\gamma.f_{cd}$
	$\gamma=(1-f_{ck}/250)$							
ABNT NBR6118:2014	$0,85.\gamma.f_{cd}$	$0,72.\gamma.f_{cd}$	$0,85.\gamma.f_{cd}$	$0,60.\gamma.f_{cd}$	$0,85.\gamma.f_{cd}$	$0,60.\gamma.f_{cd}$	$0,85.\gamma.f_{cd}$	$0,60.\gamma.f_{cd}$
	$\gamma=(1-f_{ck}/250)$							

Para o método proposto por Blévot e Frémy, usualmente os valores propostos por Machado (1985) são utilizados como limites de tensões nas bielas. Os valores foram obtidos experimentalmente e são específicos para blocos sobre estacas.

2.3 DIMENSIONAMENTO DE BLOCOS SOBRE ESTACAS

Existem dois principais métodos para o dimensionamento de blocos sobre estacas no Brasil, o método das bielas proposto por Blévot e Frémy (1967) e o método do CEB-FIB (1970). A seguir serão apresentadas as formulações para cada um deles.

2.3.1 Método das bielas e tirantes

O método das bielas e tirantes é baseado nos ensaios de Blévot e Frémy (1967) e consiste em admitir uma treliça espacial no interior do bloco composta por barras tracionadas e comprimidas, unidas por meio de nós.

Com um modelo de treliça isostática, as forças das bielas e tirantes são calculadas por meio do equilíbrio entre forças internas e externas. As forças de compressão nas bielas são resistidas pelo concreto e as de tração que atuam nas barras horizontais da treliça pela armadura.

O método consiste no cálculo da força de tração, que define a área necessária de armadura, e na verificação das tensões de compressão nas bielas, calculadas nas seções situadas junto ao pilar e à estaca. As tensões limites foram determinadas experimentalmente por Blévot e Frémy (1967) em ensaios.

Este método considera pilares com força normal centrada e todas as estacas devem estar igualmente afastadas do centro do pilar. Caso haja força excêntrica, deve-se considerar que todas as estacas estão submetidas à maior reação. O método considera apenas pilares com seção quadrada, sendo que para os pilares com seção retangular, pouco alongada, pode-se considerar uma seção quadrada de área equivalente (OLIVEIRA, 2013).

2.3.1.1 Bloco sobre 2 estacas

O ângulo da biela de compressão (θ) deve estar no intervalo $45^{\circ} \leq \theta \leq 55^{\circ}$ e pode ser obtido geometricamente através das dimensões do bloco (figura 18):

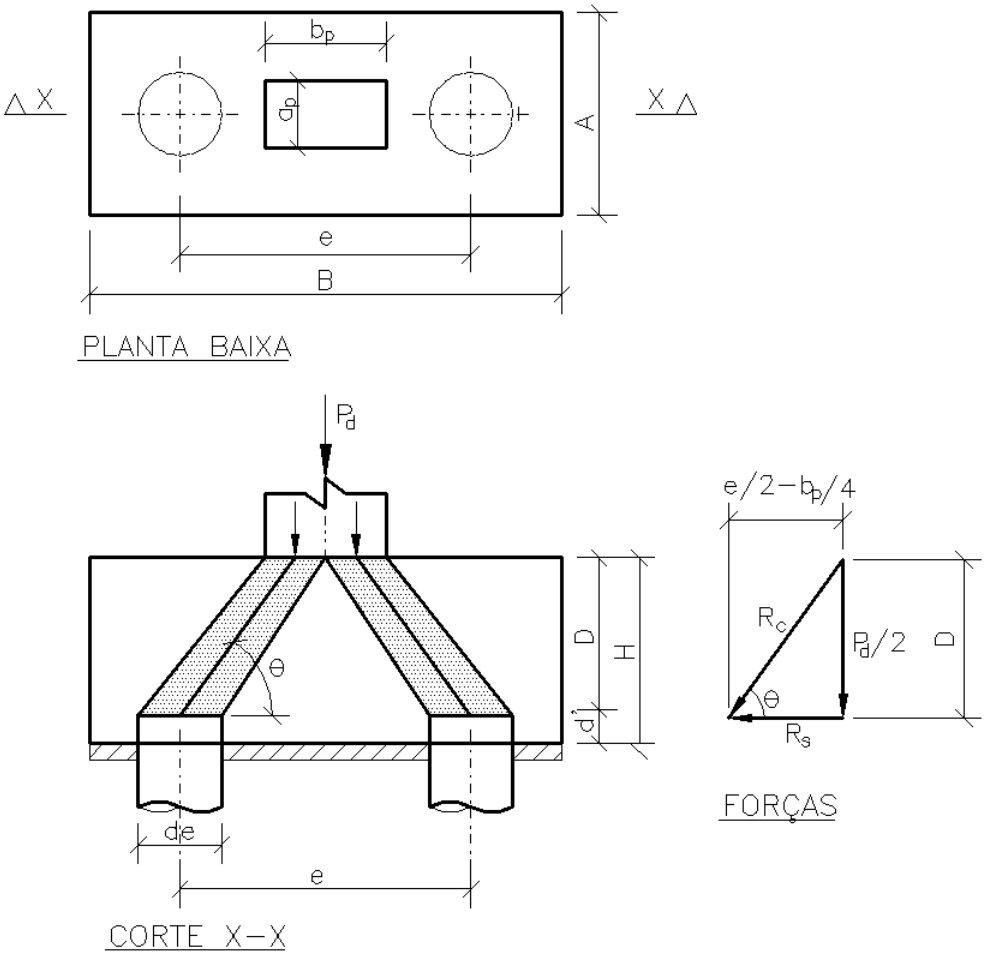
$$\theta = arctg\left(\frac{D}{e/_2 - b_p/_4}\right) \quad \textbf{(2.7)}$$

As forças de compressão das bielas e a força de tração da armadura dependem da carga aplicada e do ângulo da biela de compressão como indicado na figura 18.

$$R_{sd} = \frac{(P_d/2)}{tg\theta} \quad \textbf{(2.8)}$$

$$R_{cd} = \frac{(P_d/2)}{sen\theta} \quad \textbf{(2.9)}$$

Figura 18 – Bloco sobre 2 estacas: esquema de forças



Fonte: Autor

Substituindo o valor de θ da equação 2.7 na equação 2.8 obtém-se:

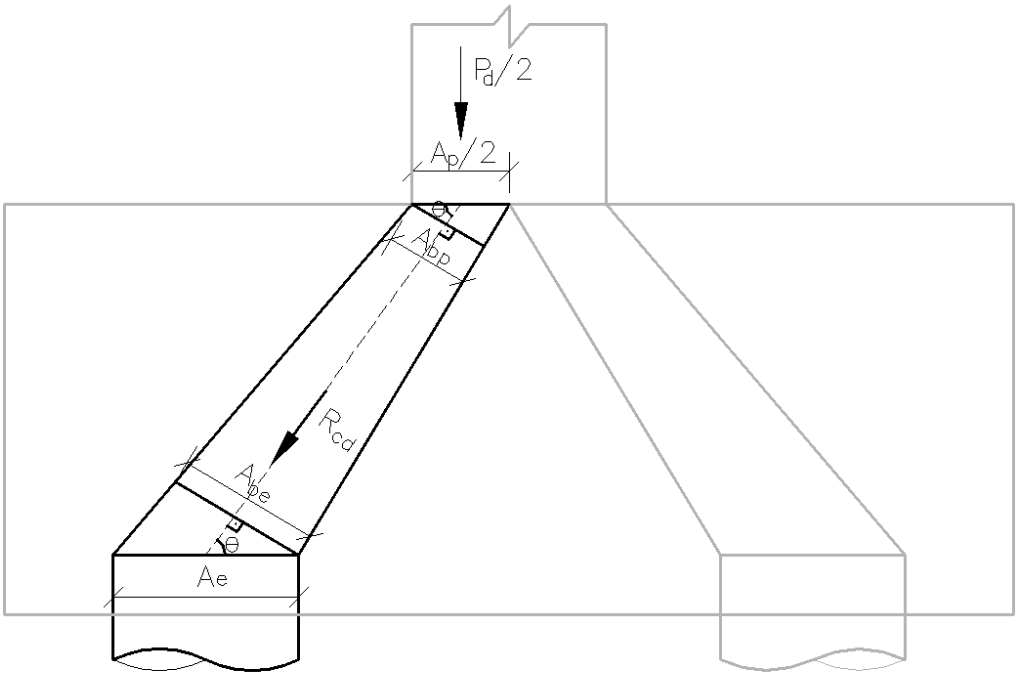
$$R_{sd} = \frac{P_d}{8} \cdot \frac{(2e - a_p)}{D} \qquad \textbf{(2.10)}$$

Segundo Blévot e Frémy (1967), o valor da área de aço obtida através da força de tração (2.10) deve ser majorado em 15% conforme observado em seus experimentos.

$$A_s = \frac{1{,}15 \cdot R_{sd}}{f_{yd}} \qquad \textbf{(2.11)}$$

Para a verificação da biela de compressão é calculada a tensão em duas seções do bloco, uma junto ao pilar $(\sigma_{cd,p})$ e outra junto à estaca $(\sigma_{cd,e})$ (ver figura 19).

Figura 19 – Área da biela de concreto junto ao pilar (A_{bp}) e junto à estaca (A_{be})



Fonte: Autor

A área da biela junto ao pilar (A_{bp}) e a área da biela junto à estaca (A_{be}) podem ser obtidas através das expressões 2.12 e 2.13 respectivamente.

$$A_{bp} = \frac{A_p}{2} \cdot sen\theta \qquad \textbf{(2.12)}$$

$$A_{be} = A_e \cdot sen\theta \qquad \textbf{(2.13)}$$

Com o valor da força de compressão na biela (2.10) e o valor da área da biela (2.12 e 2.13) encontram-se as tensões na biela junto ao pilar e junto à estaca respectivamente:

$$\sigma_{cd,p} = \frac{P_d}{A_p \cdot sen^2\theta} \qquad \textbf{(2.14)}$$

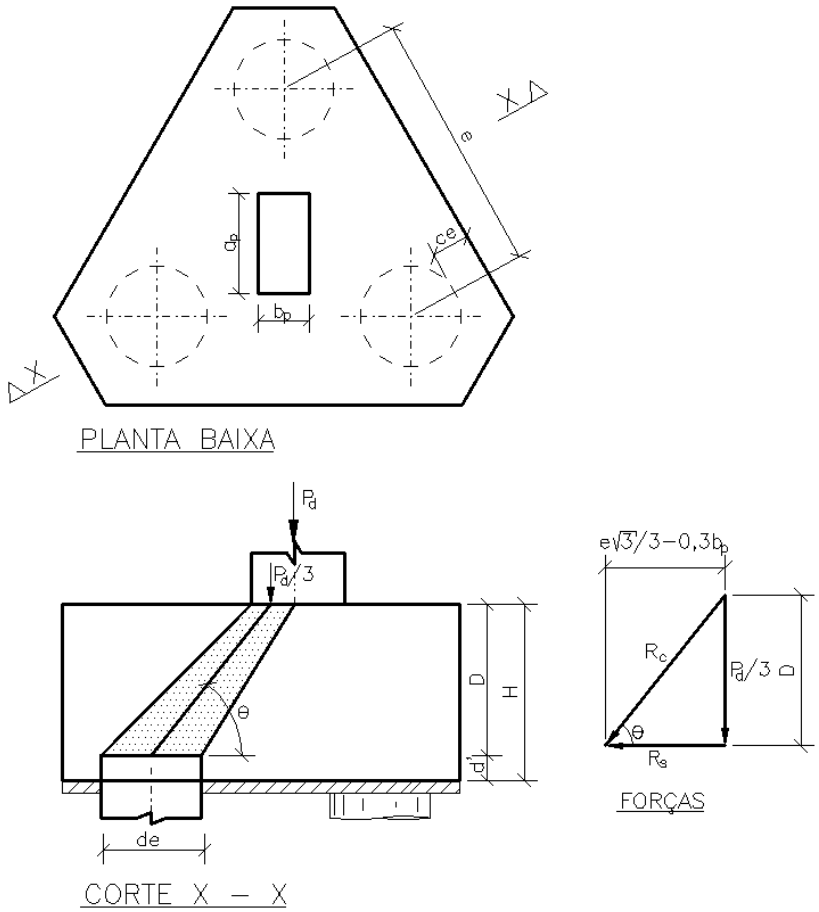
$$\sigma_{cd,e} = \frac{P_d}{2 \cdot A_e \cdot sen^2\theta} \quad \textbf{(2.15)}$$

As tensões obtidas por meio das equações 2.14 e 2.15 devem ser inferiores às tensões limites indicadas pela referência adotada.

2.3.1.2 Bloco sobre 3 estacas

Para blocos com três estacas o centro de gravidade das estacas coincide com o centro de gravidade do pilar. Por geometria para bloco de três estacas (figura 20) com a armadura na direção estaca-pilar encontra-se:

Figura 20 – Bloco sobre 3 estacas: esquema de forças



Fonte: Autor

$$\theta = arctg\left(\frac{D}{e\sqrt{3}/_3 - 0{,}3 \cdot b_p}\right) \quad \textbf{(2.16)}$$

O ângulo da biela deve estar dentro do intervalo $45^{\circ} \leq \theta \leq 55^{\circ}$.

Análogo ao bloco de duas estacas, a força de compressão das bielas e a força de tração da armadura dependem da carga aplicada e do ângulo da biela de compressão como indicado na figura 20, que é dado por:

$$R_{sd} = \frac{(P_d/3)}{tg\theta} \tag{2.17}$$

$$R_{cd} = \frac{(P_d/3)}{sen\theta} \tag{2.18}$$

Substituindo o valor de θ da equação 2.16 na equação 2.17 obtém-se:

$$R_{sd} = \frac{P_d}{9} \cdot \frac{\left(e\sqrt{3} - 0{,}9 \cdot b_p\right)}{D} \tag{2.19}$$

Com o valor da força de tração na armadura, a área de aço é obtida pela equação 2.11.

As tensões junto ao pilar $\left(\sigma_{cd,p}\right)$ e junto à estaca $\left(\sigma_{cd,e}\right)$ podem ser expressas pelas equações 2.14 e 2.20 respectivamente.

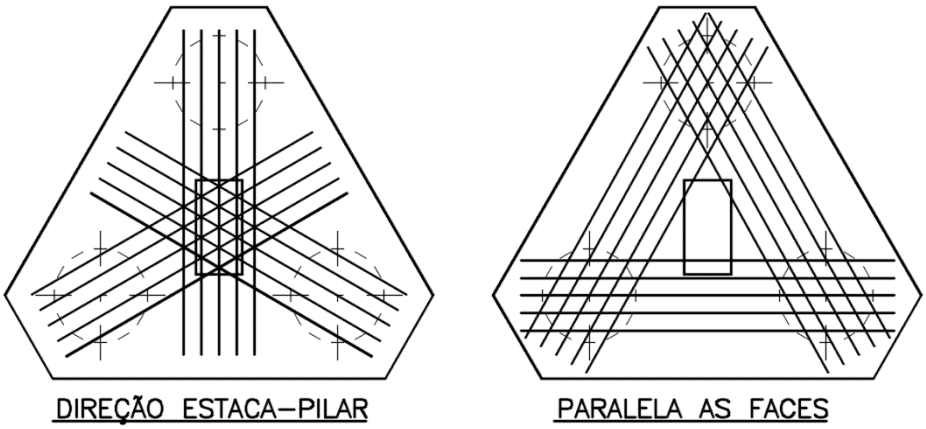
$$\sigma_{cd,e} = \frac{P_d}{3 \cdot A_e \cdot sen^2\theta} \tag{2.20}$$

Para bloco de três estacas com a armadura paralela à face do bloco (mais usual), a única alteração é na força de tração na armadura, dada pela equação 2.21.

$$R'_{sd} = \frac{P_d}{9} \cdot \frac{\left(e\sqrt{3} - 0{,}9 \cdot b_p\right)}{D} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \tag{2.21}$$

A figura 21 demonstra as armaduras dispostas nas direções estaca-pilar e paralelas às faces do bloco ligando as estacas.

Figura 21 – Bloco sobre 3 estacas: disposição das armaduras

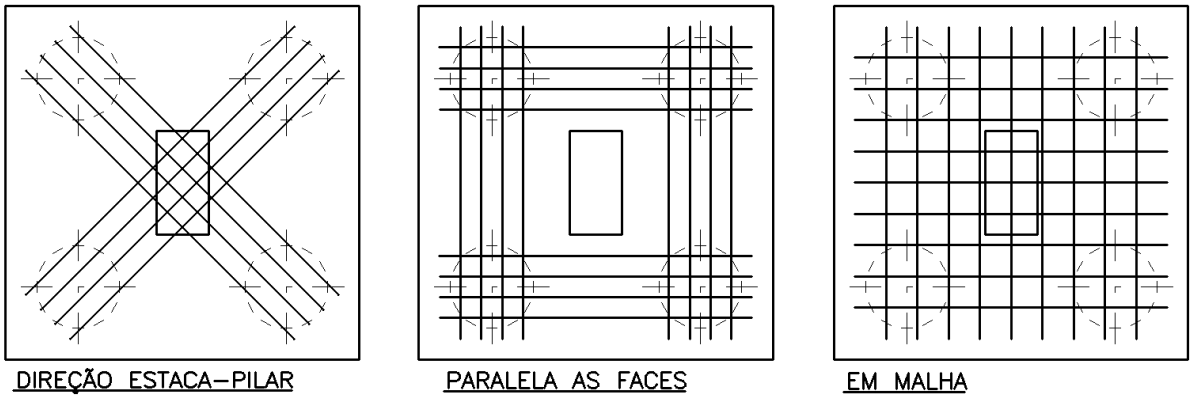


Fonte: Autor

2.3.1.3 Bloco sobre 4 estacas

Bloco de quatro estacas pode ter as armaduras dispostas de três formas conforme mostrado na figura 22.

Figura 22 – Bloco sobre 4 estacas: disposição das armaduras

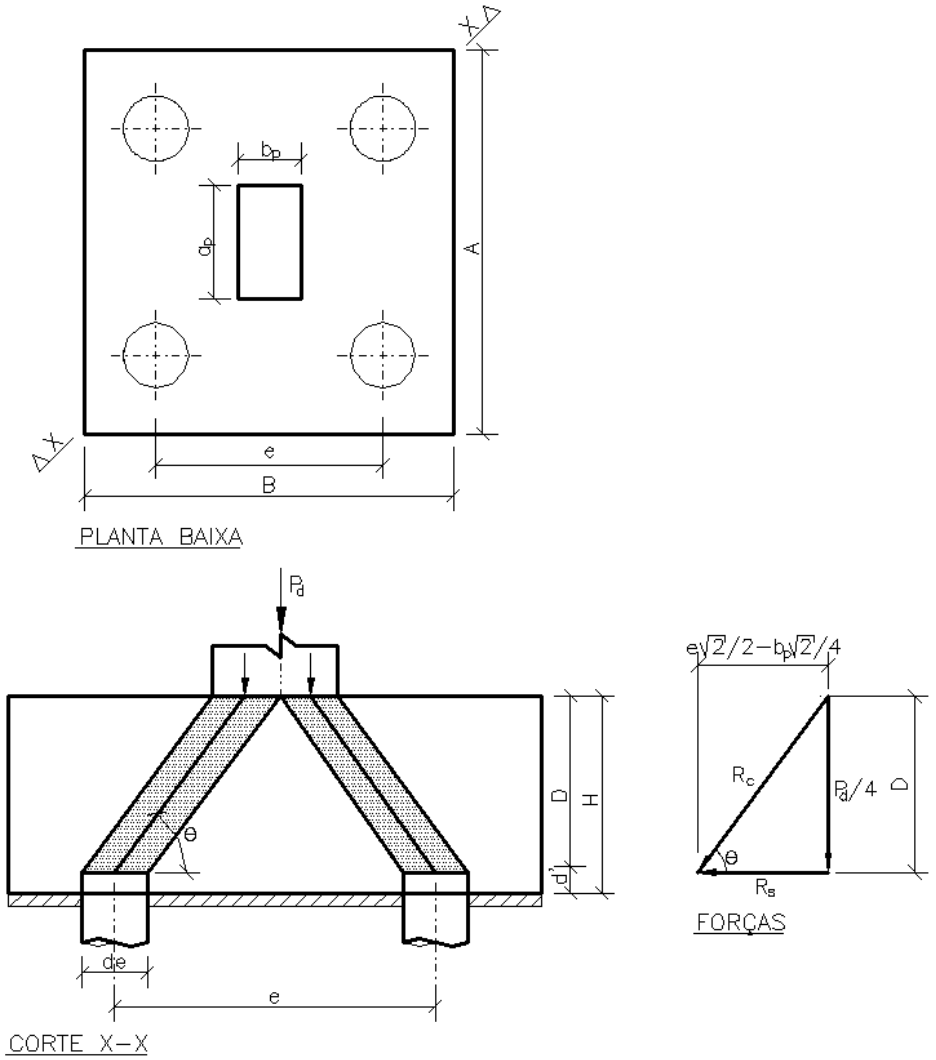


Fonte: Autor

De maneira análoga aos blocos de duas e três estacas, pode-se obter as equações necessárias para o dimensionamento do bloco (ver figura 23). O ângulo da biela deve estar dentro do intervalo $45^{\circ} \leq \theta \leq 55^{\circ}$ e pode ser obtido por:

$$\theta = arctg\left(\frac{D}{e\sqrt{2}/_{2} - b_p\,\sqrt{2}/_{4}}\right) \qquad \textbf{(2.22)}$$

Figura 23 – Bloco sobre 4 estacas: esquema de forças



Fonte: Autor

De forma similar, a parcela da força no tirante é dada por:

$$R_{sd} = \frac{(P_d/4)}{tg\theta} \qquad \textbf{(2.23)}$$

Igualando as equações 2.22 e 2.23, a força de tração fica definida pela equação 2.24, que é válida para disposição da armadura estaca-pilar.

$$R_{sd} = \frac{P_d}{16} \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot (2 \cdot e - b_p)}{D} \quad \textbf{(2.24)}$$

Para pilar retangular pode-se substituir b_p por $b_{p,eq} = \sqrt{a_p \cdot b_p}$.

A tensão na biela junto ao pilar é definida pela equação 2.14 e junto à estaca pela equação 2.25.

$$\sigma_{cd,e} = \frac{P_d}{4 \cdot A_e \cdot sen^2\theta} \quad \textbf{(2.25)}$$

Para a disposição de armadura nas faces dos blocos ligando as estacas, a força de tração na armadura fica alterada para equação 2.26 (por face).

$$R_{sd} = \frac{P_d}{16} \cdot \frac{(2 \cdot e - b_p)}{D} \quad \textbf{(2.26)}$$

Para a disposição de armadura em malha, a força de tração na armadura fica definida pela equação 2.27 (por direção).

$$R_{sd} = \frac{P_d}{8} \cdot \frac{(2 \cdot e - b_p)}{D} \quad \textbf{(2.27)}$$

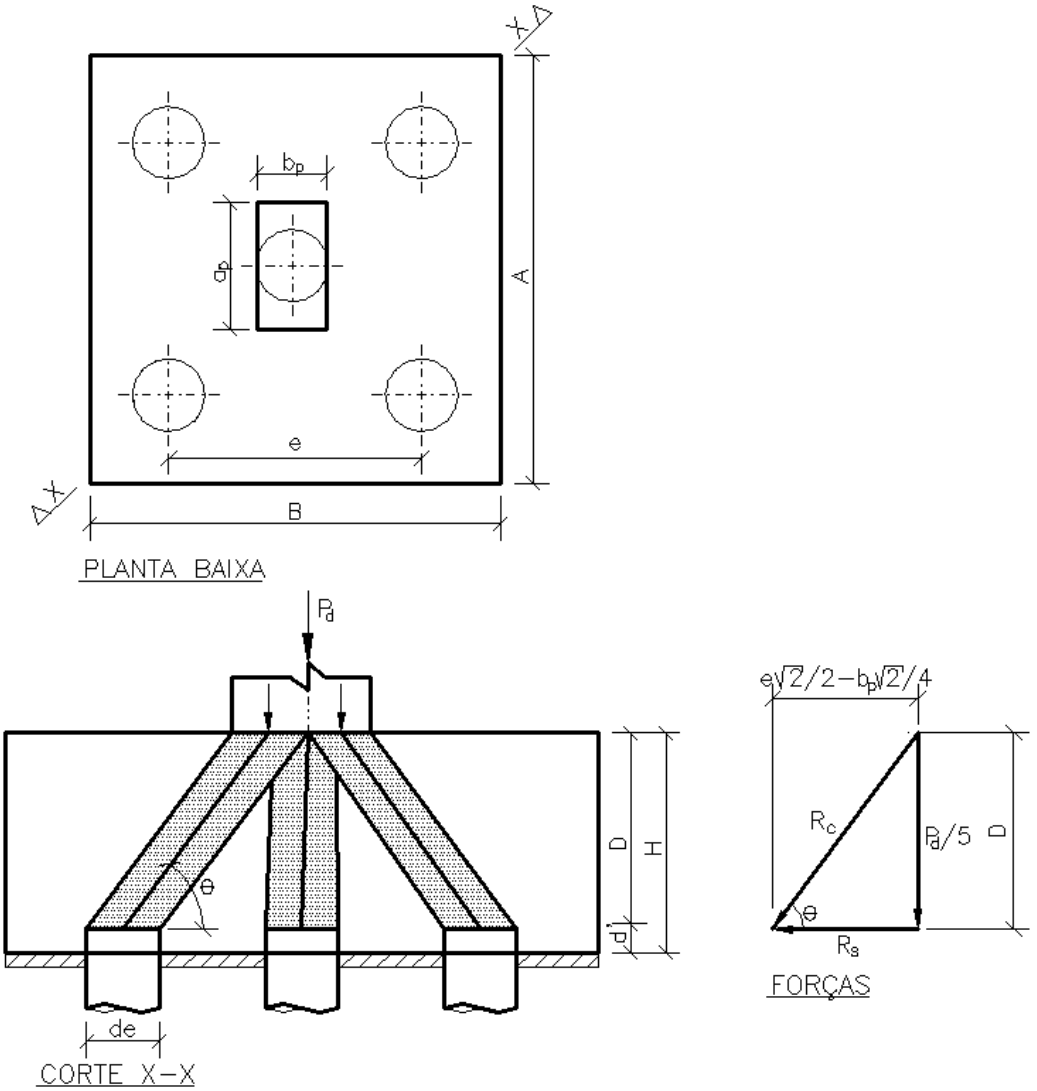
Para armadura disposta em malha o cálculo é feito considerando apenas uma direção da mesma forma do bloco de duas estacas, porém no cálculo da armadura o valor é majorado em 25%, pois foi comprovado experimentalmente que nesta disposição a eficiência fica em cerca de 80%.

2.3.1.4 Bloco sobre 5 estacas

A forma mais econômica e usual de blocos sobre cinco estacas é dispor quatro estacas na periferia, formando um quadrado, e mais uma estaca no centro do bloco (figura 24). Dessa maneira, o dimensionamento do bloco sobre cinco estacas é similar ao de quatro estacas, apenas a reação das estacas fica reduzida para 1/5 da força aplicada ao pilar, obtendo-se expressões análogas. Porém, como

demonstrado no trabalho de Munhoz (2004), esta disposição de estacas não apresenta reações iguais nas estacas como previsto.

Figura 24 – Bloco sobre 5 estacas: esquema de forças (retangular)



Fonte: Autor

Para disposição da armadura na diagonal (estaca-pilar), a força de tração da armadura fica definida pela equação 2.28; para armadura paralela aos lados ligando as estacas, pela equação 2.29; e pela equação 2.30, para armadura em malha.

$$R_{sd} = \frac{P_d}{20} \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot (2 \cdot e - b_p)}{D} \quad \textbf{(2.28)}$$

$$R_{sd} = \frac{P_d}{20} \cdot \frac{(2 \cdot e - b_p)}{D} \quad \textbf{(2.29)}$$

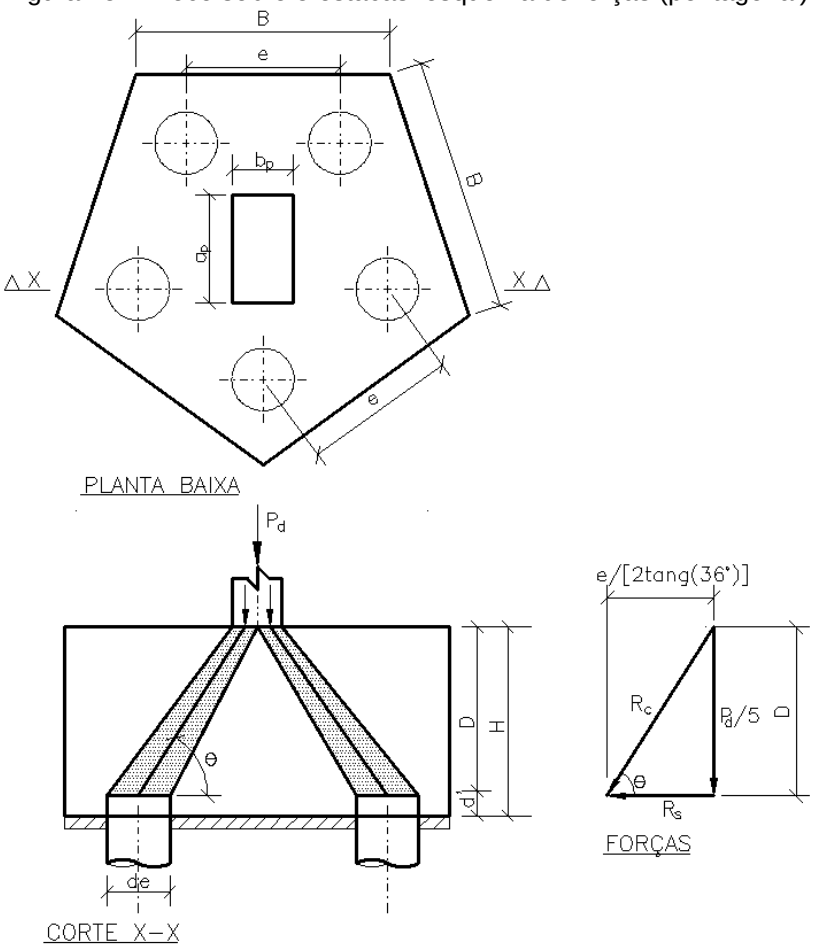
$$R_{sd} = \frac{P_d}{10} \cdot \frac{(2 \cdot e - b_p)}{D} \quad \textbf{(2.30)}$$

A tensão da biela junto ao pilar é definida pela equação 2.14 e a tensão da biela junto à estaca pela equação 2.31.

$$\sigma_{cd,e} = \frac{P_d}{5 \cdot A_e \cdot sen^2\theta} \quad \textbf{(2.31)}$$

A disposição que garante que as reações das estacas serão iguais está indicada na figura 25 com as estacas distantes igualmente do centro do bloco.

Figura 25 – Bloco sobre 5 estacas: esquema de forças (pentagonal)



Fonte: Autor

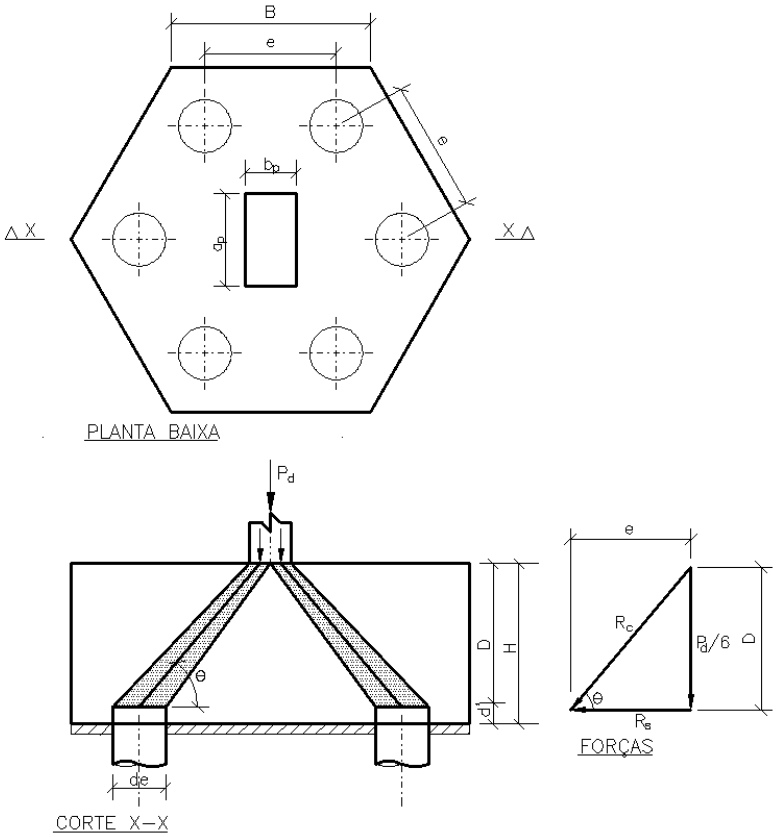
Nessa configuração de estacas, o valor da força no tirante é definida pela equação 2.32, considerando a armadura segundo os lados. O valor da tensão na biela do pilar permanece definido pela equação 2.14 e a tensão junto à estaca pela equação 2.31.

$$R_{st,l} = \frac{0{,}725.P_d\left(e - \frac{a_p}{3{,}4}\right)}{5d} \qquad \textbf{(2.32)}$$

2.3.1.5 Bloco sobre 6 estacas

Para bloco de seis estacas na disposição da figura 26 (hexagonal), de maneira análoga aos exemplos anteriores, obtêm-se o valor da força pela equação 2.33 para armaduras segundo os lados, a tensão da biela no pilar pela equação 2.14 e na estaca pela equação 2.34.

Figura 26 – Bloco sobre 6 estacas: esquema de forças (hexagonal)



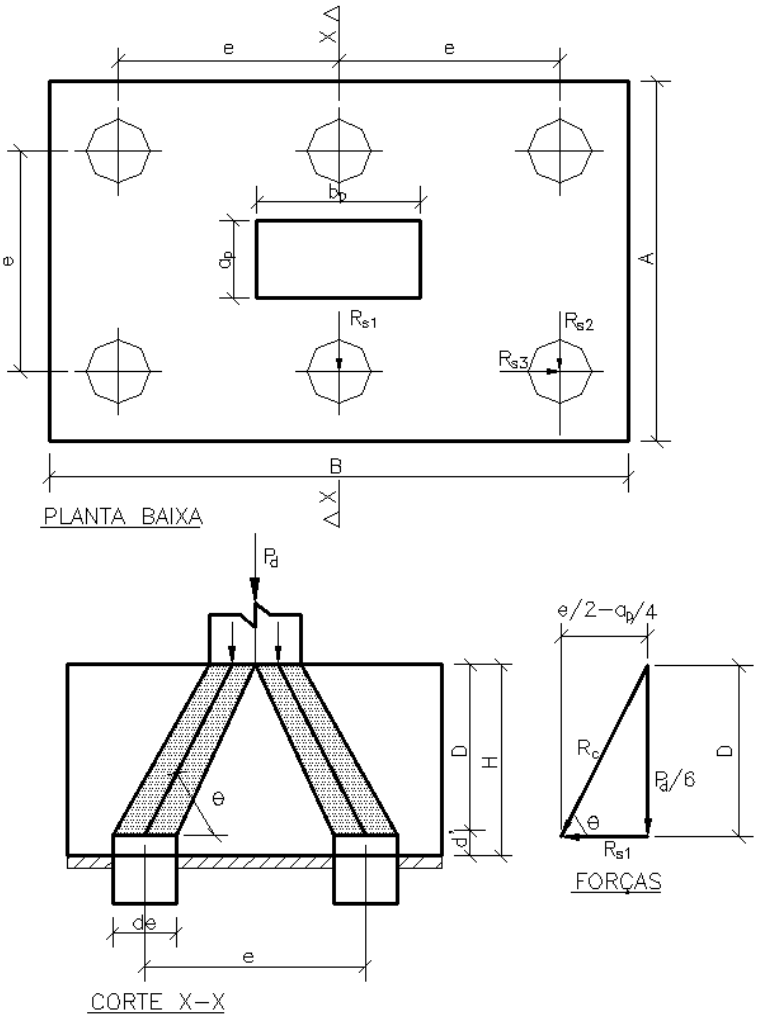
Fonte: Autor

$$R_{st,l} = \frac{P_d\left(e - \frac{a_p}{4}\right)}{6d} \quad \textbf{(2.33)}$$

$$\sigma_{cb,e} = \frac{P_d}{6A_e sen^2\theta} \quad \textbf{(2.34)}$$

O bloco de seis estacas pode ter as estacas dispostas de outra forma de acordo com a figura 27, onde as resultantes de tração são obtidas pelas equações 2.35 a 2.37. As outras equações permanecem inalteradas com relação do bloco hexagonal.

Figura 27 – Bloco sobre 6 estacas: esquema de forças (retangular)



Fonte: Autor

$$R_{st,l1} = \frac{P_d\left(\frac{e}{2} - \frac{a_p}{4}\right)}{6d} \quad \textbf{(2.35)}$$

$$R_{st,l2} = \frac{P_d \cdot \sqrt{5}\left(e \cdot {}^{\sqrt{5}}/_{2} - 0{,}3 \cdot b_p\right)}{30d} \quad \textbf{(2.36)}$$

$$R_{st,l3} = 2 \cdot R_{st,l3} \quad \textbf{(2.37)}$$

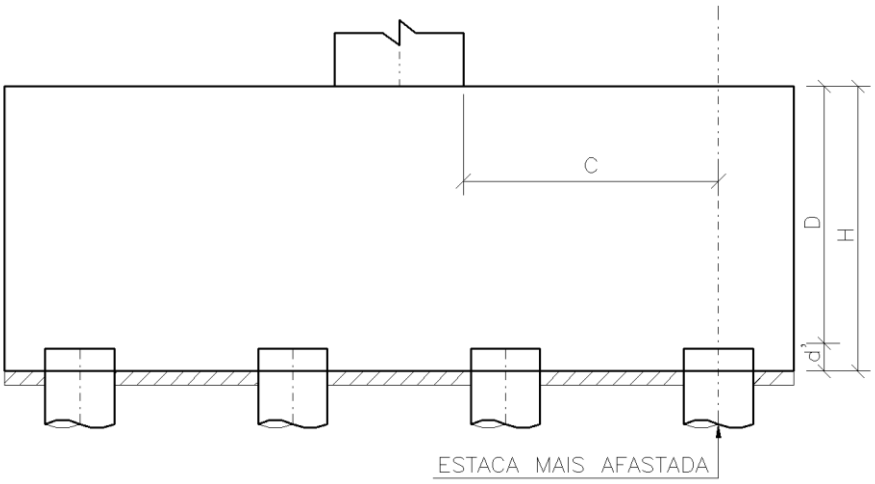
2.3.1.6 Bloco sobre n estacas

Os procedimentos para dimensionamento dos blocos sobre 7 a n estacas são semelhantes aos apresentados nos itens anteriores. O modelo de biela e tirantes possui uma biela de compressão partindo do pilar até cada estaca, tirantes no plano horizontal das estacas até o eixo do pilar ou entre as estacas. Verificam-se as tensões da biela de compressão no pilar e nas estacas e adota-se uma área de aço para resistir ao esforço de tração dos tirantes. O ângulo da biela de compressão deve estar entre 45° e 55°.

2.3.2 Método do CEB-FIP (1970)

O projeto de blocos sobre estacas considerando o Processo do CEB-FIP (1970) indica verificações de segurança para tensões normais e tangenciais com os esforços solicitantes determinados em seções transversais particulares. A rotina é aplicada a blocos considerados rígidos, com distância entre a face do pilar até o eixo da estaca mais afastada, variando entre um terço e a metade da altura do bloco (figura 28).

Figura 28 – Altura para aplicação do método do CEB (1970)



Fonte: Autor

$$\frac{2}{3}C \leq H \leq 2 \cdot C \qquad \textbf{(2.38)}$$

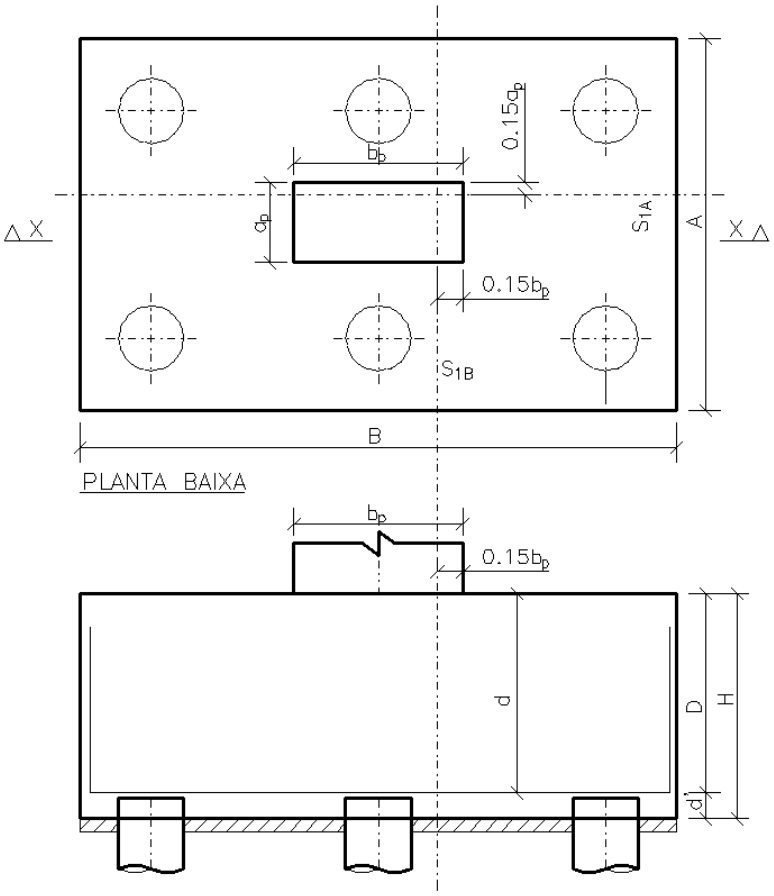
Para o dimensionamento da armadura principal do bloco o método sugere uma verificação à flexão considerando uma seção de referência interna plana, normal à superfície do bloco. Esta seção está situada entre as faces do pilar, a uma distância de $0{,}15a_p$, onde a_p designa a medida do lado do pilar no sentido perpendicular à seção considerada.

Para verificação da resistência à força cortante, define-se uma seção de referência distante da face do pilar de um comprimento igual à metade da altura do bloco. No caso de blocos sobre estacas vizinhas ao pilar, em que algumas estacas ficam situadas a uma distância da face do pilar inferior à metade da altura útil do bloco, a seção é considerada na própria face. A força de referência é igual à componente normal à superfície de apoio da resultante das forças aplicadas sobre uma ou outra das partes do bloco limitadas pela seção de referência (MUNHOZ, 2004).

2.3.2.1 Momentos Fletores

A armadura principal é calculada para o momento fletor em relação a uma seção de referência S_{1B} e S_{1A} (figura 29), em cada direção, posicionada internamente ao pilar e distante $0{,}15b_p$ (ou $0{,}15a_p$) da face do pilar.

Figura 29 – Seção de referência para o cálculo do momento fletor



Fonte: Autor

Onde:

d - altura útil medida na face do pilar

O momento fletor é calculado multiplicando as reações das estacas pela distância à seção S_{1B}, considerando-se as estacas entre a seção S_{1B} e a face lateral do bloco, paralela à seção S_{1A}. O mesmo procedimento é realizado para a seção S_{1A}.

2.3.2.2 Armadura Principal

A armadura principal é encontrada através do momento fletor $(M_{B,d})$ usando a mesma teoria de vigas. A armadura perpendicular à seção S_{1B} de referência é:

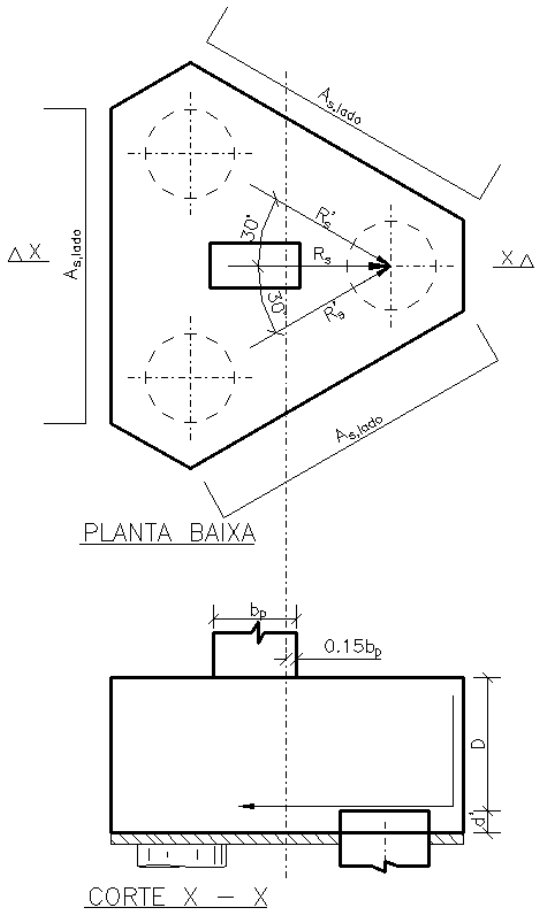
$$A_{s1} = \frac{M_{B,d}}{0{,}85 \cdot d \cdot f_{yd}} \qquad \textbf{(2.39)}$$

O cálculo é realizado para as duas direções onde a menor armadura deve ser no mínimo um quinto da maior.

2.3.2.3 Armadura Principal em Blocos Sobre Três Estacas

Em blocos sobre três estacas a armadura deverá ser disposta entre estacas (paralela aos lados). Para o cálculo da armadura, deverá ser adotada uma seção de referência S_1 entre o pilar e uma das estacas. O momento fletor na seção de referência fornece a força de tração R_s na direção da mediana e desta encontra-se a força de tração R_s' na direção das duas estacas (figura 30).

Figura 30 – Seção de referência para o cálculo do bloco de três estacas



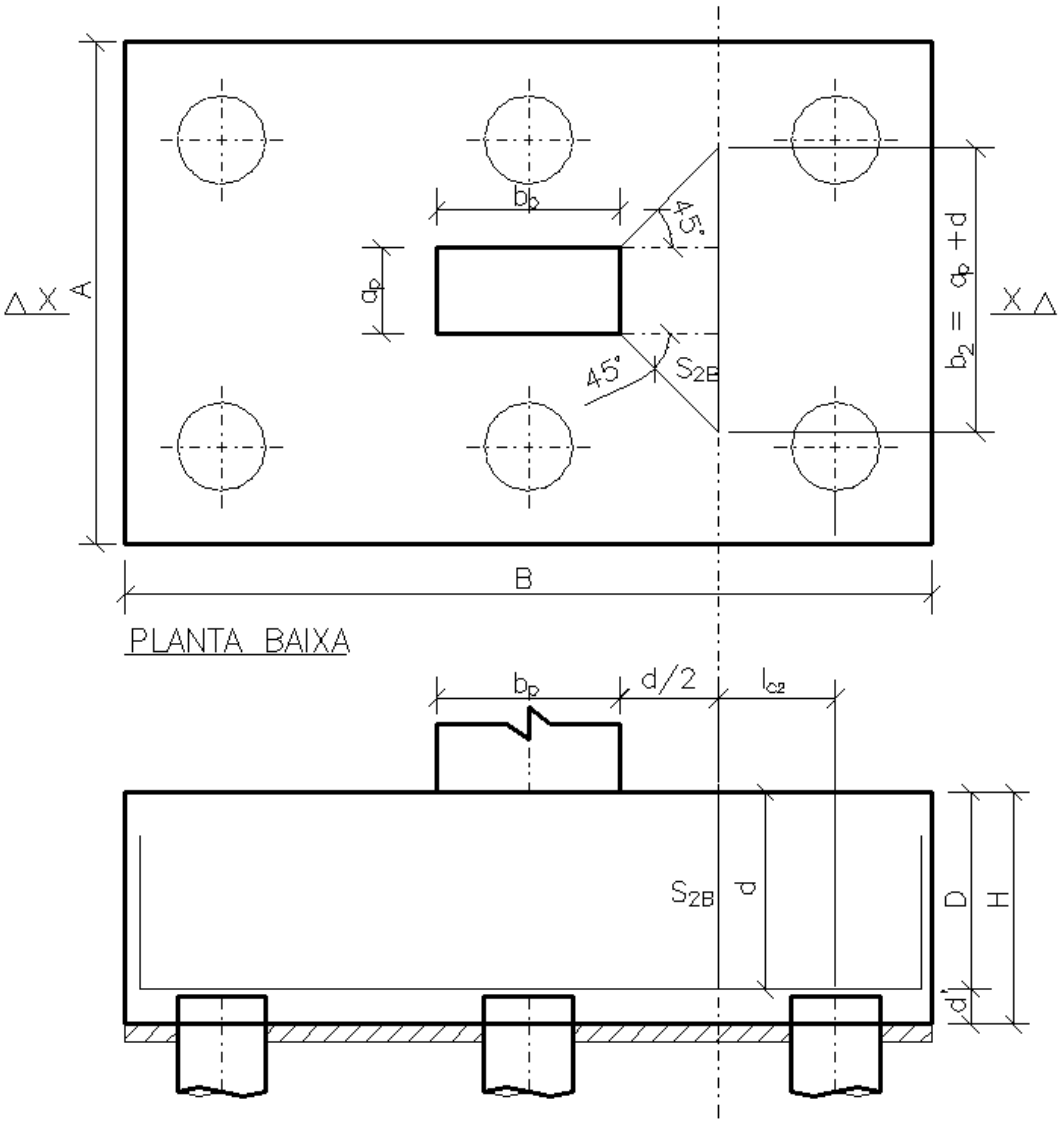
Fonte: Autor

2.3.2.4 Força Cortante

A verificação à força cortante é realizada nas seções de referência S_2 (ver figura 31), distantes $d/2$ da face do pilar, na direção considerada.

Caso exista alguma estaca entre a face do pilar até a distância $d/2$, a seção de referência deve ser alterada para a face do pilar. A altura útil da seção S_2 é igual à altura útil do bloco medida na própria seção, caso essa altura exceda uma vez e meia a medida de l_{c2} a altura útil a ser utilizada será $d_2 = 1{,}5 \cdot l_{c2}$.

Figura 31 – Seção de referência para o cálculo do esforço cortante



Fonte: Autor

O valor da força cortante encontrada na seção de referência S_2 deve ser inferior ao cortante limite fornecido pela equação 2.40.

$$V_{d,lim} = \frac{0,25}{\gamma_c} \cdot \left(1 - \frac{C}{5d}\right) \cdot b_2 \cdot d_2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \qquad \textbf{(2.40)}$$

com: f_{ck} em kN/cm^2

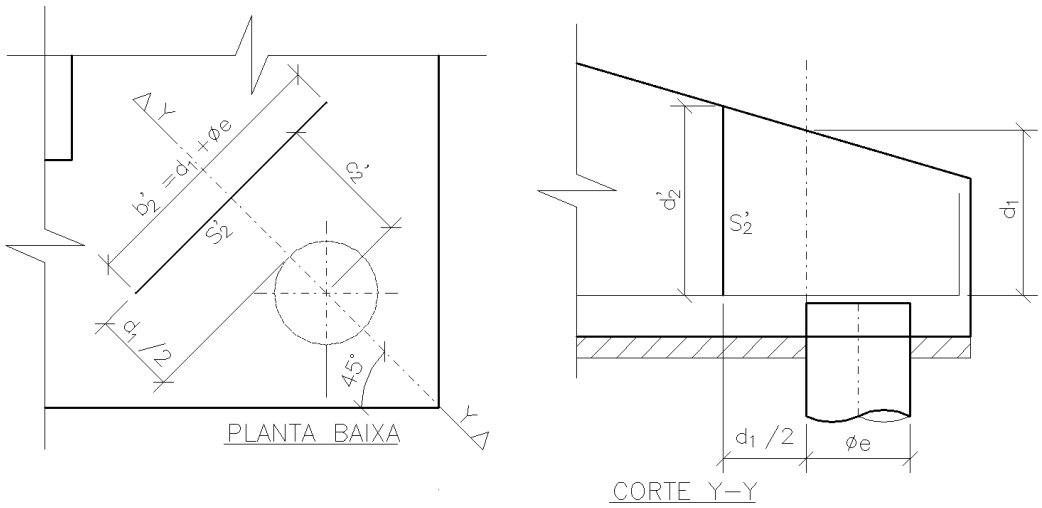
$V_{d,lim}$ em kN

b_2 e d_2 em cm

Sendo que C é a distância entre a face do pilar até o eixo da estaca mais afastada (figura 28), d é a altura útil da seção, b_2 é a largura da seção S_2 e d_2 a altura útil da seção de referência S_2.

Outra verificação a ser feita é com relação à força cortante nas estacas posicionadas nos cantos do bloco. O valor da força cortante é a reação da estaca. A seção a ser analisada fica a uma distância de $d_1/2$ da face da estaca. A largura b_2' é igual à altura útil d_1 acrescida do diâmetro da estaca, enquanto a altura útil d_2 é a altura efetiva da seção S_2' (figura 32). Os valores das alturas nas seções de referência só terão valores diferentes se o bloco tiver uma altura variável, caso contrário, as alturas serão iguais, o que é mais usual.

Figura 32 – Seção de referência para o cálculo do esforço cortante local



Fonte: Autor

A reação da estaca deve ser igual ou menor à reação limite dada por:

$$R_{d,lim} = \frac{0{,}12}{\gamma_c} \cdot b_2' \cdot d_2' \cdot \sqrt{f_{ck}} \qquad \textbf{(2.41)}$$

com: f_{ck} em kN/cm^2

$R_{d,lim}$ em kN

b_2' e d_2' em cm

$d_2' \leq 1{,}5 \cdot c_2'$

2.3.3 Blocos submetidos a carga vertical e momentos fletores

O método de cálculo é baseado na superposição dos efeitos, soma-se a reação em cada estaca causada pela carga vertical à reação provocada pelo momento fletor. A seguir, são descritas as hipóteses básicas para o desenvolvimento do método:

- Rigidez infinita do bloco;
- Lei de Hooke é válida para o material;
- Eixos x e y são os eixos principais de inércia;
- Ligação entre bloco e estaca como rótula;
- Força em cada estaca proporcional à projeção do deslocamento do topo da estaca sobre o eixo da mesma.

A reação em cada estaca é obtida pela expressão 2.42 (ver figura 33).

$$R_{est,i} = \frac{P_d}{n_e} \pm \frac{M_x \cdot y_i}{\sum y_i^2} \pm \frac{M_y \cdot x_i}{\sum x_i^2} \qquad \textbf{(2.42)}$$

Onde:

$R_{est,i}$ - é a reação na estaca “i”;

P_d - é a força vertical atuante;

n_e - é a quantidade de estacas no bloco;

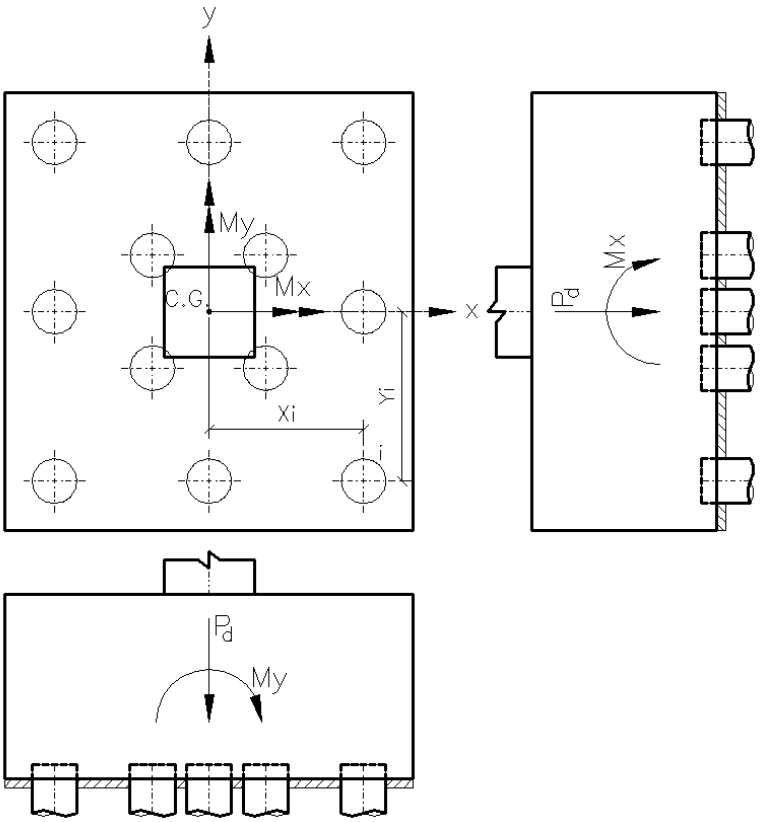
M_x - é o momento atuante em torno do eixo x;

M_y - é o momento atuante em torno do eixo y;

x_i - é a coordenada x da estaca “i”;

y_i - é a coordenada y da estaca “i”.

Figura 33 – Determinação das reações nas estacas



Fonte: adaptado de MUNHOZ (2004).

2.4 OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

Entende-se como problema de otimização aquele em que se procura maximizar ou minimizar uma função numérica com certo número de variáveis, sujeitas a certo conjunto de condições que restringem o espaço das soluções do problema (Lima, 2007).

Em problemas de engenharia, o processo convencional consiste em, a partir de uma predefinição da geometria do elemento, obter os esforços e verificar se a geometria adotada atende a todas as condições estabelecidas. Caso não atenda a alguma das condições, adota-se uma nova geometria até que todas as condições sejam atendidas. A seguir, o projetista, através de sua experiência, define se irá manter a solução ou se irá alterá-la em busca de uma solução melhor. Este processo não garante que a solução ótima foi encontrada.

O projeto ótimo consiste na determinação sucessiva de configurações do elemento em que a nova solução é obtida a partir da anterior com o uso de técnicas

matemáticas. Assim, cada configuração é resultado de alterações no conjunto das variáveis de projeto e a solução ótima é a finalização ideal deste processo. Na figura 34 tem-se uma representação sistemática do projeto ótimo.

Existem diversos métodos para encontrar a solução ótima de um determinado problema de otimização dependendo das variáveis que estão sendo consideradas, do tipo de restrições e das características do problema em si. Pode-se destacar duas linhas dos processos de otimização, os heurísticos (ou probabilísticos) e a programação matemática (ou determinísticos).

Os processos heurísticos consistem em técnicas probabilísticas de procura da solução ótima, trabalhando apenas com os valores da função e com os parâmetros característicos de cada método, o que permite lidar com variáveis discretas. A programação matemática estuda minimização de funções em problemas com ou sem restrições.

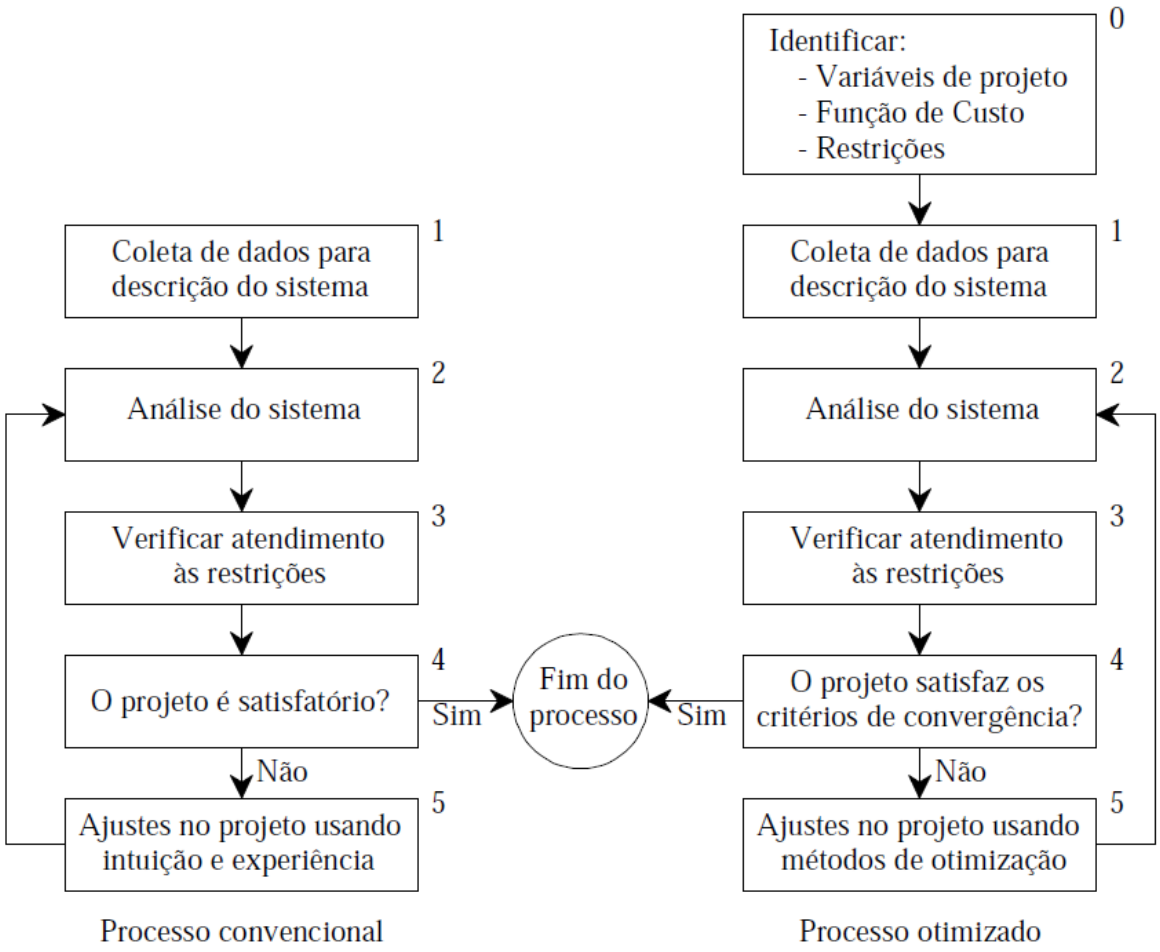
Alguns dos principais métodos heurísticos são Recozimento Simulado, Colônia de Formigas, Algoritmos Genéticos e Busca Harmônica. A maior parte destes métodos é baseada em fenômenos da natureza e probabilidade.

Dentre os principais métodos determinísticos destacam-se o Método do Gradiente Conjugado, Método das Penalidades, Método dos Pontos Interiores, Método de Newton, Método de Quase-Newton, Método da Máxima Descida e Método do Lagrangiano Aumentado.

Seja qual for o método a ser utilizado, um problema de otimização possui:

- Um conjunto de variáveis, que são alteradas em busca da solução ótima;
- Uma função objetivo;
- Um conjunto de restrições a serem respeitadas.

Figura 34 – Comparação esquemática entre o procedimento convencional de projeto (a) e projeto ótimo (b)



Fonte: Vianna (2003).

Neste trabalho será dado enfoque aos métodos de programação matemática (ou determinísticos).

2.4.1 Programação Matemática (PM)

Os métodos de programação matemática, que são as bases da otimização clássica, se baseiam em fundamentos matemáticos tais como, análise funcional, cálculo integral, problema de autovalor, álgebra linear, dentre outros, que permitem o desenvolvimento de algoritmos capazes de buscar um ponto extremo da função, ponto este que deve satisfazer as condições de otimidade, chamadas de condições de Kuhn-Tucker (ARGOLO, 2000).

Problemas de otimização podem ser representados da seguinte forma (LIMA, 2007):

$$\begin{array}{lll} \textit{Determinar} & x^* \in \Re^* & \\ \textit{que minimiza ou maximiza} & f(x); & \\ \textit{sujeita} & c_i(x) = 0 & i \in I = [1 \dots n] \\ & c_i(x) \leq 0 & i \in D = [n+1 \dots m] \end{array} \quad \textbf{(2.43)}$$

onde:

$f(x)$ - a função objetivo do problema;

x - o conjunto de variáveis do problema;

x^*- o conjunto de valores para o qual se obtém o valor mínimo (ou máximo) da função $f(x)$ limitada pelas condições $c_i(x)$;

$c_i(x)$ - condições do problema que devem ser atendidas para que a solução seja considerada válida;

Para que a solução x^* seja um mínimo local do problema de otimização enunciado na equação 2.43, é necessário que esta atenda às condições de primeira ordem, também chamadas de condições de Kuhn-Tucker, enunciadas por:

$$\begin{array}{ll} \nabla_x L(x^*, \boldsymbol{\lambda}^*) = 0 & \\ c_i(x^*) = 0 & i = 1 \dots l \\ c_i(x^*) \leq 0 & i = l+1 \dots m \\ \lambda_i^* \geq 0 & i = l+1 \dots m \\ \lambda_i^* c_i(x^*) = 0 & \forall i \end{array} \quad \textbf{(2.44)}$$

onde $L(x^*, \boldsymbol{\lambda}^*)$ é a função Lagrangiana dada pela equação 2.45.

$$L(x^*, \boldsymbol{\lambda}^*) = f(x^*) + \sum_{i=1}^{l} \lambda_i^* \, c_i(x^*) \quad \textbf{(2.45)}$$

e λ_i^* são os multiplicadores de Lagrange associados às restrições no ponto x^* solução.

Para determinadas classes de problemas de programação matemática, as condições de Kuhn-Tucker são suficientes para a determinação de uma solução ótima local, como problemas de programação convexas. Porém nos casos mais

comuns, as condições de primeira ordem não são suficientes para a determinação da solução ótima local, de modo que, além das condições expressas em (2.44), deve ser verificada a condição de segunda ordem expressa na equação (2.46).

$$d^t W^* d \geq 0, \ \forall d \neq 0 \text{ tal que } d^t a_i^* = 0 \qquad \textbf{(2.46)}$$

onde $a_i^* = \nabla c_i(x^*)$ para todas as restrições ativas e $W^* = \nabla^2 L(x^*)$ é a Hessiana da função Lagrangiana. O que significa que W^* em x^* é positiva definida no ponto ótimo para qualquer direção estacionária d (JUNIOR, 2005).

Os problemas de otimização são divididos em três tipos de acordo com as características da função objetivo e as restrições de acordo com tabela 2.

Tabela 2–Tipos de Otimização (Fonte: Júnior, 2005)

Tipos de problemas de Otimização	$f(x)$	$c_i(x)$
Programação Linear	Linear	Linear
Programação Quadrática	Quadrática	Linear
Programação Não-Linear	Não-linear Não-linear Linear	Não-linear Linear Não-linear

2.4.1.1 Programação Linear

Tem como principal método de resolução o método Simplex, desenvolvido por Dantzig, em 1947, de extrema eficiência e adaptável ao cálculo computacional (Lima, 2007).

O método Simplex trabalha com funções do 1º grau (programação linear). Inicialmente, atribui-se valor zero às variáveis. Em seguida, incrementa-se pouco a pouco a variável que possui o maior coeficiente. Esta é chamada de "variável ativa" e tem grande importância inicial, pois é a que mais “interfere” no resultado, ou seja, a que mais se aproxima da otimização.

Conforme este valor aumenta, o algoritmo testa todas as restrições, até que uma delas não seja satisfeita. Neste momento, conhece-se o valor máximo da variável ativa. O procedimento, então, passa para a próxima variável que se aproxima da boa solução, sempre levando em consideração o máximo valor que a primeira pode atingir. A cada mudança destas, o Simplex converte todos os

coeficientes (inclusive os da função objetivo) de acordo com os limites encontrados nas sucessivas restrições ativas.

O procedimento é repetido até que o incremento das variáveis apresente-se como um decréscimo do total atingido. Isto é identificado com o sinal negativo à frente dos coeficientes da função objetivo. Ao fim, os valores buscados serão conhecidos por meio de um sistema de equações oriundas do problema inicial.

2.4.1.2 Programação Quadrática

A programação quadrática engloba problemas com restrições. O objetivo é procurar o vetor solução, chamado de x^*, dentro de um problema com a seguinte estrutura:

$$\begin{aligned} &\textit{Minimizar} && q^t x + \frac{1}{2} x^t Q x \\ &\textit{sujeito a} && a_i^t x = b_i \quad i = 1 \dots l \\ & && a_i^t x \leq b_i \quad i = l+1 \dots m \end{aligned} \tag{2.47}$$

onde $\boldsymbol{a}$ é a matriz com os coeficientes das derivadas das funções de restrição e $\boldsymbol{b}$ é o vetor dos termos independentes das restrições. Sendo $\boldsymbol{Q}$ uma matriz positiva definida, poderá ser garantida a existência de somente um ponto mínimo local, já que o problema se tratará de uma função convexa.

Segundo Parente (2000), a solução deste problema pode ser obtida em três etapas bem definidas:

1. As l restrições de igualdade são eliminadas diminuindo-se o número de variáveis independentes para $n - l$. Obtém-se, então, um problema de programação quadrática só com restrições de desigualdade.
2. O problema quadrático reduzido é transformado em um Problema Linear Complementar, que pode ser resolvido por meio de métodos de pivoteamento, como o de Lemke.
3. Recupera-se a solução para o espaço original com o cálculo das variáveis eliminadas na primeira etapa, obtendo-se os valores de x e λ.

2.4.1.3 Método Newton

Este método pode ser utilizado para funções sem restrições. De acordo com Pereira (2002), o método de Newton utiliza a informação de segunda ordem da função a otimizar. A função $f(x)$ é expandida até a segunda ordem através da série de Taylor, dessa forma a sua convergência é quadrática. A expansão de Taylor em torno do ponto x_0 fica definida como:

$$f(x) = f(x_0) + \nabla f(x_0)(x - x_0) + \frac{1}{2}(x - x_0)^t \nabla^2 f(x_0)(x - x_0) \quad \textbf{(2.48)}$$

Se

$$\boldsymbol{d} = \Delta x = (x - x_0) \rightarrow x = \boldsymbol{d} + x_0 \quad \textbf{(2.49)}$$

e

$$\boldsymbol{g} = \nabla f(x_0) \quad \text{e} \quad \boldsymbol{H} = \nabla^2 f(x_0) \quad \textbf{(2.50)}$$

Substituindo-se (2.49) e (2.50) em (2.48) tem-se

$$f(\boldsymbol{d} + x_0) = f(x_0) + \boldsymbol{d}^t \boldsymbol{g} + \frac{1}{2}\boldsymbol{d}^t \boldsymbol{H} \boldsymbol{d} \quad \textbf{(2.51)}$$

onde $\boldsymbol{d}$ é o incremento de x_0, $\boldsymbol{g}$ é o valor gradiente de f e $\boldsymbol{H}$, uma matriz simétrica positiva definida, é a hessiana da função f no ponto x_0. A equação (2.51) é uma equação quadrática cuja variável é $\boldsymbol{d}$. Portanto, o algoritmo de otimização procura determinar um $\boldsymbol{d}$ tal que $f(\boldsymbol{d} + x_0) < f(x_0)$ em cada passo, ou seja, uma direção de decréscimo em f, assim:

$$min\, f(\boldsymbol{d} + x_0) = min(\boldsymbol{d}^t \boldsymbol{g} + \frac{1}{2}\boldsymbol{d}^t H \boldsymbol{d}) \quad \textbf{(2.52)}$$

Escrevendo a condição de otimidade de (2.52) ($\nabla_d f(d + x_0) = 0$), obtém-se:

$$\boldsymbol{d} = -\boldsymbol{H}^{-1}\boldsymbol{g} \quad \textbf{(2.53)}$$

Assim, a equação (2.53) fornece um mínimo global único para a função aproximada de f. A única desvantagem deste método é que os cálculos para a montagem da matriz $\boldsymbol{H}$ solicitam um grande esforço computacional, sobretudo em problemas com grande número de variáveis.

2.4.1.4 Programação Não-Linear

Os algoritmos de solução de um problema da programação não-linear possuem uma forma geral de solução iterativa sobre a equação (2.54), onde partem de um ponto inicial x_0 e convergem para um ponto ótimo x^*.

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k \overline{d_k} \tag{2.54}$$

onde x é o vetor das variáveis de projeto; o escalar da equação α é o tamanho do passo, partindo de x_k até x_{k+1} na direção do vetor de busca $\overline{d}$, que geralmente, é uma direção de decréscimo de $f(x)$; e o índice k representa a atual iteração.

A diferença básica entre os diversos algoritmos de solução de problemas de otimização, dentro da programação não-linear, consiste na estratégia de se determinar o vetor $\overline{d_k}$, correspondente às sucessivas direções de busca (ARGOLO, 2000).

Os algoritmos de Programação Quadrática Sequencial são, no momento, os mais utilizados para a solução de problemas de programação não-linear. O algoritmo inicial foi proposto por Wilson e posteriormente melhorado por diversos pesquisadores. Garcia Palomares e Mangasarian propuseram uma forma Quase-Newton, Han obteve um algoritmo globalmente convergente e Powell provou a convergência superlinear (HERSKOVITS, 1995).

2.4.1.5 Programação Quadrática Sequencial

O método de programação quadrática sequencial está entre os mais utilizados em problemas de programação não-linear, que pode ser usado em problemas com restrições. De acordo com Pereira (2002) este método pode ser considerado como resultado da aplicação do método de Newton à minimização de

uma aproximação quadrática da função Lagrangiana do problema. A programação quadrática sequencial fornece a cada iteração, os vetores d (correção de x) e $\Delta\lambda$ (correção dos multiplicadores de Lagrange λ), os quais atualizados são aproximadores da solução x^* e λ^*.

Junior (2005) demonstra este fato considerando o seguinte problema:

$$\begin{array}{ll} \textit{minimizar} & f(x) \\ \textit{sujeito a} & c_i(x) = 0 \end{array} \qquad \textbf{(2.55)}$$

cuja função Lagrangiana é dada por:

$$L(x, \boldsymbol{\lambda}) = f(x) + \sum_i \lambda_i c_i\,(x) \qquad \textbf{(2.56)}$$

Desenvolvendo $\nabla L(x, \boldsymbol{\lambda})$ em séries de Taylor em torno de $(x^k, \boldsymbol{\lambda}^k)$ até a primeira ordem tem-se:

$$\nabla L(x^k + d^{k+1}, \lambda^k + \Delta\lambda^{k+1}) = \nabla L(x^k, \lambda^k) + [\nabla^2 \mathrm{L}(x^k, \lambda^k)] \begin{Bmatrix} d^{k+1} \\ \Delta\lambda^{k+1} \end{Bmatrix} \qquad \textbf{(2.57)}$$

considerando $\mathrm{d}^{k+1} = \mathrm{x}^{k+1} - \mathrm{x}^k$ e $\Delta\lambda^{k+1} = \lambda^{k+1} - \lambda^k$ e aplicando a condição de estacionariedade a (2.57) no ponto $(\mathrm{x}^k + \mathrm{d}^{k+1}, \lambda^k + \Delta\lambda^{k+1})$ resulta em:

$$[\nabla^2 \mathrm{L}(x^k, \lambda^k)] \begin{Bmatrix} d^{k+1} \\ \Delta\lambda^{k+1} \end{Bmatrix} = -\nabla L(x^k, \lambda^k) \qquad \textbf{(2.58)}$$

ou expresso na forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} W^k & A^{k^t} \\ A^k & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d^{k+1} \\ \Delta\lambda^{k+1} \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} g^k + A^k\lambda^k \\ c^k \end{Bmatrix} \qquad \textbf{(2.59)}$$

substituindo $\lambda^{k+1} = \lambda^k + \Delta\lambda^{k+1}$ tem-se:

$$\begin{bmatrix} W^k & A^{k^t} \\ A^k & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d^{k+1} \\ \lambda^{k+1} \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} g^k \\ c^k \end{Bmatrix} \qquad \textbf{(2.60)}$$

onde, A^k é a matriz dos gradientes das restrições. W^k é a Hessiana da Lagrangiana, e g^k é o gradiente de $f(x)$ sendo todos avaliados no ponto x^k. A solução (2.60) equivale à solução do subproblema de Programação Quadrática (PQ):

$$\begin{aligned} &\textit{Minimizar} && g^{k^t} d + \frac{1}{2} d^t W^k d \\ &\textit{sujeito a} && c^k + A^{k^t} d = 0 \end{aligned} \qquad \textbf{(2.61)}$$

onde cada iteração de k da solução do problema original é idêntica à solução do PQ obtido pela linearização das restrições e pela expansão quadrática de f em torno de x_0.

Em problemas em que todas as restrições são de igualdade, a direção de busca e os multiplicadores de Lagrange podem ser obtidos pela solução do sistema de equações lineares gerado pelo método de Newton, como mostrado em (2.60).

Caso haja também restrições de desigualdade, é possível resolver o problema conforme a equação (2.43) definindo uma direção de busca d, e uma estimativa dos multiplicadores de Lagrange λ, por meio da solução do PQ:

$$\begin{aligned} &\textit{Minimizar} && g^{k^t} d + \frac{1}{2} d^t W^k d && \\ &\textit{sujeito a} && c_i^k + a_i^{k^{t0}} d = 0 && i = 1 \dots l \\ & && c_i^k + a_i^{k^t} d \leq 0 && i = l + 1 \dots m \end{aligned} \qquad \textbf{(2.62)}$$

em que o método de solução foi demonstrado anteriormente na programação quadrática.

2.4.1.6 Método dos Pontos Interiores

O método dos Pontos Interiores tem como característica gerar uma sequência de pontos no interior da região viável que converge para a solução do problema. Uma vantagem deste método é que cada um dos pontos intermediários possui valores decrescentes da função objetivo, ou seja, se por algum motivo a convergência não for alcançada o ponto final é sempre viável.

A partir de um projeto inicial (x^0), define-se um ponto no espaço vetorial R^m. A partir deste ponto, o algoritmo gera uma sequência de configurações. No limite, o ponto de acumulação satisfaz às condições de Kuhn Tucker.

A configuração x^{k+1} é obtida calculando-se uma direção de busca d^k, na qual o ponto x^k pode se mover. Faz-se, então, uma busca linear nesta direção (d^k) e encontra-se um passo α, que define o quanto o ponto x^k vai se deslocar na direção d^k até o ponto x^{k+1}. Desta forma, o processo iterativo prosseguirá, até que sejam satisfeitos os critérios de convergência (AMARAL, 2004).

O algoritmo baseia-se na aplicação do método de Newton para a solução do sistema de equações não-lineares obtidas a partir da aplicação das condições de Kuhn-Tucker do problema de otimização (HERSKOVITZ,1995).

Pereira (2002) demonstrou os passos que permitem chegar às expressões gerais do desenvolvimento deste método. Os passos são descritos a seguir:

Considere o problema de otimização:

$$\begin{array}{lll} \textit{Minimizar} & f(x) & \\ \textit{sujeito a} & c_i(x) \leq 0 & i = 1 \dots m \end{array} \qquad \textbf{(2.63)}$$

cujas condições de Kuhn-Tucker são:

$$\begin{gathered} \boldsymbol{g} + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \boldsymbol{a}_i = 0 \\ \lambda_i^* c_i(x^*) = 0 \\ c_i(x^*) \leq 0 \\ \lambda_i^* \geq 0 \end{gathered} \qquad \textbf{(2.64)}$$

Sendo $\boldsymbol{A}$ a matriz dos gradientes das restrições e $\boldsymbol{C}$ uma matriz diagonal contendo os valores das restrições, as duas primeiras equações podem ser escritas como:

$$\begin{gathered} \boldsymbol{g} + \boldsymbol{A}^t \boldsymbol{\lambda} = 0 \\ \boldsymbol{C}\boldsymbol{\lambda} = 0 \end{gathered} \qquad \textbf{(2.65)}$$

Aplicando o método de Newton para resolver o problema da equação número 2.65, obtém-se o sistema:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{W} & \boldsymbol{A^t} \\ \boldsymbol{\Lambda A} & \boldsymbol{C} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{d}_0 \\ \boldsymbol{\lambda}_0 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \boldsymbol{g} \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{2.66}$$

Na equação 2.66, $\boldsymbol{\Lambda}$ é uma matriz diagonal para a qual $\boldsymbol{\Lambda}_{ii} = \lambda_i$, $\boldsymbol{d}_0$ é a direção de busca e $\boldsymbol{\lambda}_0$ é a estimativa dos multiplicadores de Lagrange. Pode-se demonstrar que $\boldsymbol{d}_0$ é uma direção de decréscimo de f e que $\boldsymbol{d}_0 = 0$ se x for um ponto estacionário.

A direção na busca fornecida por (2.66) nem sempre é uma direção viável. Expandindo-se uma equação da parte inferior do sistema (2.66), chega-se a:

$$\boldsymbol{\lambda_i a_i^t d}_0 + c_i \lambda_{0_i} = 0 \tag{2.67}$$

Esta equação implica que $\boldsymbol{a}_i^t \boldsymbol{d}_0 = 0$ para todo i tal que $c_i = 0$. Geometricamente, isto significa que $\boldsymbol{d}_0$ é tangente às restrições ativas, indicando que a direção aponta para fora da região viável.

Uma solução para evitar este efeito é adicionar uma constante negativa do lado direito da equação acima:

$$\lambda_i \boldsymbol{a}_i^t \boldsymbol{d} + c_i \overline{\lambda_i} = -\rho \lambda_i \tag{2.68}$$

onde $\overline{\lambda_i}$ é a nova estimativa de λ_i.

Este procedimento faz com que a direção original seja defletida, de um valor proporcional a ρ, para o interior da região viável. Como a deflexão é proporcional a ρ e $\boldsymbol{d}_0$ é uma direção de decréscimo de f, é possível encontrar limites em ρ para que d também seja uma direção de decréscimo. Este objetivo pode ser atingido impondo-se que:

$$\boldsymbol{g}^t \boldsymbol{d} \leq k_a \boldsymbol{g}^t \boldsymbol{d}_0 \tag{2.69}$$

Para $k_a \in (0;1)$. Em geral, a taxa de decréscimo de f ao longo de $\boldsymbol{d}$ é menor que ao longo de $\boldsymbol{d}_0$. No entanto, este é o preço a ser pago para se obter uma direção de decréscimo viável.

Considerando o sistema auxiliar:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{W} & \boldsymbol{A}^t \\ \boldsymbol{\Lambda A} & \boldsymbol{C} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{d}_1 \\ \boldsymbol{\lambda}_1 \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} \boldsymbol{g} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{Bmatrix} \tag{2.70}$$

é fácil mostrar que:

$$\boldsymbol{d} = \boldsymbol{d_0} + \rho \boldsymbol{d_1} \tag{2.71}$$

e

$$\overline{\boldsymbol{\lambda}} = \boldsymbol{\lambda_0} + \rho \boldsymbol{\lambda_1} \tag{2.72}$$

substituindo (2.71) em (2.69) chega-se a:

$$\rho \leq (k_a - 1)(g^t d_0 / g^t d_1) \tag{2.73}$$

Definida a direção de busca $\boldsymbol{d}$, é necessário realizar uma busca linear restrita ao longo dessa direção, de forma a garantir que o ponto gerado esteja no interior da região viável. Além disso, é necessário atualizar os valores dos multiplicadores de Lagrange de maneira a assegurar a convergência para a solução correta.

3. FORMULAÇÃO PARA O PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DE BLOCOS SOBRE ESTACAS

Para otimizar o dimensionamento de blocos de fundações, tendo como base o custo, tem-se a função objetivo e restrições contínuas e não lineares. A partir destas características, foi escolhido um método de programação matemática não-linear para este trabalho. Dentro dos pacotes do Matlab existem alguns destes métodos implementados, sendo o método dos pontos interiores escolhido para o presente estudo devido à sua eficiência na obtenção dos resultados para este tipo de problema.

O Método dos Pontos Interiores está implementado no pacote de funções do Matlab com a seguinte formulação:

$$\text{minimizar } f(x) \text{ tal que } \begin{cases} c(x) \leq 0 \\ ceq(x) = 0 \\ A.x \leq b \\ Aeq \cdot x = beq \\ lb \leq x \leq ub, \end{cases} \tag{3.1}$$

onde:

x - é o vetor das variáveis;

b - o vetor resposta do sistema de inequações lineares;

beq - o vetor resposta do sistema de equações lineares;

lb e ub - vetores de limite inferiores e superiores (respectivamente) do valor das variáveis;

A - a matriz do sistema de inequações lineares;

$c(x)$ - o vetor que contém as inequações não lineares;

$ceq(x)$ - o vetor que contém as equações não lineares;

$f(x)$ - a função objetivo;

x_o - o vetor com uma solução inicial viável.

3.1 FORMULAÇÃO PELO MÉTODO DAS BIELAS

Utilizando o método das bielas para o dimensionamento de blocos sobre estacas e adequando para a formulação de problema de otimização, obtêm-se:

Variáveis do problema:

x_1- Altura útil do bloco (D);

x_2- Área de aço principal (A_s);

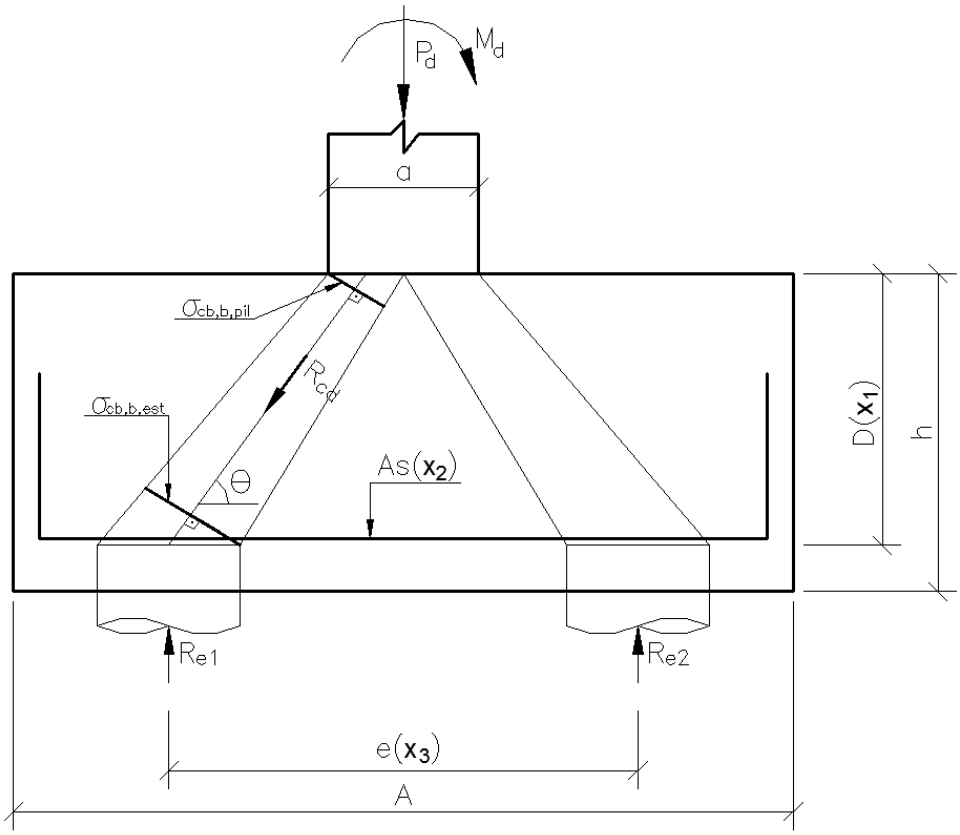
x_3- Espaçamento entre estacas na direção x (e_x);

x_4- Espaçamento entre estacas na direção y (e_y).

x_5- Resistência característica à compressão do concreto (f_{ck});

As variáveis do problema para o bloco de 2 estacas estão indicadas na figura 35.

Figura 35 – Bloco de 2 estacas, variáveis do problema pelo método das bielas



Fonte: Autor

Função objetivo (minimizar):

$$f(x) = V_b \cdot pc + Af \cdot pf + As \cdot \gamma a \cdot pa \text{ (custo do bloco)} \quad \textbf{(3.2)}$$

Onde:

Vb - volume do bloco;

pc - preço por metro cúbico do concreto;

Af - área de fôrma do bloco;

pf - preço por metro quadrado da fôrma;

γa - peso específico do aço;

pa - preço por kg do aço;

As - área de aço principal.

Restrições:

$$\begin{cases} c1: & h - \frac{A-a}{3} \leq 0 \\ c2: & 45° - \theta \leq 0 \\ c3: & \theta - 55° \leq 0 \\ c4: & \sigma_{cb,pil} - \sigma_{cb,lim,pil} \leq 0 \\ c5: & \sigma_{cb,est} - \sigma_{cb,lim,est} \leq 0 \\ c6: & R_{e,máx} - R_{e,lim} \leq 0 \\ c7: & e_{x,mín} - e_x \leq 0 \\ c8: & e_{y,mín} - e_y \leq 0 \\ ceq1: & A_s - \frac{R_{sd}}{f_{yd}} = 0 \end{cases} \quad \textbf{(3.3)}$$

Onde:

h - altura do bloco;

A - largura do bloco;

a - largura do pilar;

θ - ângulo da biela de compressão;

$\sigma_{cb,pil}$- tensão da biela comprimida (pilar);

$\sigma_{cb,est}$- tensão da biela comprimida (estaca);

$\sigma_{cb,lim,pil}$ - tensão limite da biela comprimida (pilar);

$\sigma_{cb,lim,est}$ - tensão limite da biela comprimida (estaca);

$R_{e,máx}$ - reação máxima das estacas;

$R_{e,lim}$ - carga limite na estaca;

$e_{x,mín}$ - espaçamento mínimo entre estacas na direção x;

$e_{y,mín}$ - espaçamento mínimo entre estacas na direção y (para blocos com mais de duas estacas);

A_s - área de aço principal;

R_{sd} - força de tração de cálculo no tirante.

Os valores das variáveis são definidos de acordo com o número e disposições das estacas conforme item 2.3.1. Para o cálculo das reações nas estacas foi utilizado o método de superposição dos efeitos descrito no item 2.3.3. O resumo das equações para o cálculo das restrições está na tabela 3.

Tabela 3– Equações para o método das bielas

(continua)

Bloco 2 estacas			
$\boldsymbol{\theta}$	$\boldsymbol{R_{sd}}$	$\boldsymbol{\sigma_{cd,p}}$	$\boldsymbol{\sigma_{cd,e}}$
$arctg\left(\frac{D}{e/2 - a_p/4}\right)$	$\frac{P_d}{8} \cdot \frac{(2e - a_p)}{D}$	$\frac{P_d}{A_p \cdot sen^2\theta}$	$\frac{P_d}{2 \cdot A_e \cdot sen^2\theta}$
Bloco 3 estacas			
$\boldsymbol{\theta}$	$\boldsymbol{R_{sd}}$	$\boldsymbol{\sigma_{cd,p}}$	$\boldsymbol{\sigma_{cd,e}}$
$arctg\left(\frac{D}{e\sqrt{3}/3 - 0{,}3 \cdot b_p}\right)$	$\frac{P_d}{9} \cdot \frac{(e\sqrt{3} - 0{,}9 \cdot b_p)}{D} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{P_d}{A_p \cdot sen^2\theta}$	$\frac{P_d}{3 \cdot A_e \cdot sen^2\theta}$
Bloco 4 estacas			
$\boldsymbol{\theta}$	$\boldsymbol{R_{sd}}$	$\boldsymbol{\sigma_{cd,p}}$	$\boldsymbol{\sigma_{cd,e}}$
$arctg\left(\frac{D}{e\sqrt{2}/2 - b_p\sqrt{2}/4}\right)$	$\frac{P_d}{20} \cdot \frac{(2 \cdot e - b_p)}{D}$	$\frac{P_d}{A_p \cdot sen^2\theta}$	$\frac{P_d}{4 \cdot A_e \cdot sen^2\theta}$
Bloco 5 estacas (retangular)			
$\boldsymbol{\theta}$	$\boldsymbol{R_{sd}}$	$\boldsymbol{\sigma_{cd,p}}$	$\boldsymbol{\sigma_{cd,e}}$
$arctg\left(\frac{D}{e\sqrt{2}/2 - b_p\sqrt{2}/4}\right)$	$\frac{P_d}{20} \cdot \frac{(2 \cdot e - b_p)}{D}$	$\frac{P_d}{A_p \cdot sen^2\theta}$	$\frac{P_d}{5 \cdot A_e \cdot sen^2\theta}$
Bloco 5 estacas (pentagonal)			
$\boldsymbol{\theta}$	$\boldsymbol{R_{sd}}$	$\boldsymbol{\sigma_{cd,p}}$	$\boldsymbol{\sigma_{cd,e}}$
$arctg\left(\frac{D}{e/2.sen(36°) - b_p/4}\right)$	$\frac{0{,}725.P_d\left(e - \frac{a_p}{3{,}4}\right)}{5d}$	$\frac{P_d}{A_p \cdot sen^2\theta}$	$\frac{P_d}{5 \cdot A_e \cdot sen^2\theta}$
Bloco 6 estacas (hexagonal)			
$\boldsymbol{\theta}$	$\boldsymbol{R_{sd}}$	$\boldsymbol{\sigma_{cd,p}}$	$\boldsymbol{\sigma_{cd,e}}$
$arctg\left(\frac{D}{e - b_p/4}\right)$	$\frac{P_d\left(e - \frac{a_p}{4}\right)}{6d}$	$\frac{P_d}{A_p \cdot sen^2\theta}$	$\frac{P_d}{6 \cdot A_e \cdot sen^2\theta}$

Tabela 3– Equações para o método das bielas

(conclusão)

Bloco 6 estacas (retangular)			
$\boldsymbol{\theta 1}$	$\boldsymbol{R_{sd1}}$	$\boldsymbol{\sigma_{cd,p}}$	$\boldsymbol{\sigma_{cd,e}}$
$arctg\left(\frac{D}{e-{b_p}/{2}}\right)$	$\frac{P_d\left(\frac{e}{2}-\frac{a_p}{4}\right)}{6d}$	$\frac{P_d}{A_p \cdot sen^2\theta}$	$\frac{P_d}{6 \cdot A_e \cdot sen^2\theta}$
$\boldsymbol{\theta 2}$	$\boldsymbol{R_{sd2}}$		
$arctg\left(\frac{D}{e\sqrt{5}/{2}-b_p\sqrt{2}/{4}}\right)$	$\frac{P_d \cdot \sqrt{5}\left(e \cdot \sqrt{5}/{2}-0{,}3 \cdot b_p\right)}{30d}$		
	$\boldsymbol{R_{sd3}}$		
	$2 \cdot R_{st,l3}$		

A primeira restrição (c_1) é imposta pela ABNT NBR 6118:2014, conforme visto no item 2.2, que define a altura mínima para que o bloco seja considerado rígido e possa ser utilizada a teoria de bielas e tirantes para o dimensionamento.

O intervalo do ângulo da biela válido para a aplicação do método das bielas e tirantes indicado por Blévot e Frémy é entre 45º e 55º (c_2 e c_3). A tensão da biela comprimida no pilar e na estaca deve ser menor ou igual à tensão limite definida por norma (c_4 e c_5).

A sexta restrição (c_6) se refere à carga máxima suportada pela estaca, a reação da estaca não deve ultrapassá-la. O valor da carga máxima é informado pelo engenheiro geotécnico, que varia de acordo com o tipo de estaca e do solo que será cravada a estaca.

A sétima e oitava restrições (c_7 e c_8) determinam o espaçamento mínimo entre estacas. A necessidade de ter um valor mínimo para o espaçamento se deve principalmente pelo efeito de grupo das estacas. De acordo com Oliveira (2009), alguns autores adotam o espaçamento mínimo entre eixos das estacas da ordem de 2,5 vezes o diâmetro de estacas pré-moldadas e 3,0 vezes para estacas moldadas "*in loco*", para ambos os casos este valor não deve ser inferior a 60cm. O valor do espaçamento mínimo adotado para este trabalho foi de duas vezes e meia o diâmetro da estaca, que é o valor adotado pela maior parte do meio técnico.

A última restrição é uma igualdade (c_{eq1}) para o cálculo da área de aço que será igual a força de tração no tirante dividido pela resistência de cálculo do aço.

3.2 FORMULAÇÃO PELO CEB-FIP (1970)

Utilizando o método do CEB-FIP (1970) para o dimensionamento de blocos sobre estacas e o adequando para a formulação de problema de otimização, obtêm-se:

Variáveis do problema:

x_1- Altura do útil do bloco (D);

x_2- Área de aço principal (A_s);

x_3- Espaçamento entre estacas (e);

x_4- Espaçamento entre estacas na direção y (e_y);

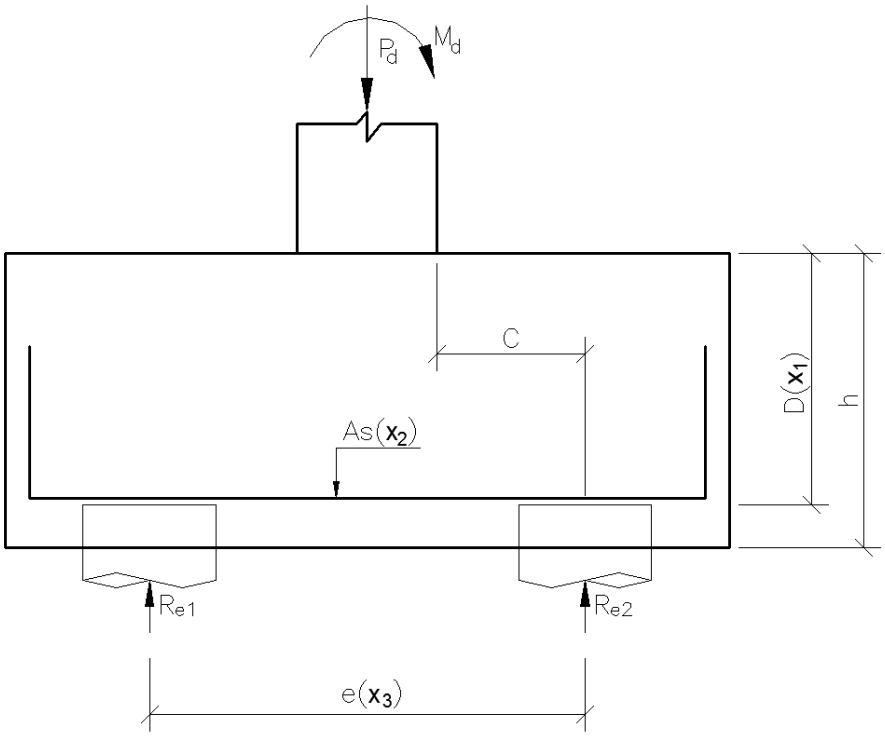
x_5- Resistência característica à compressão do concreto (f_{ck});

A figura 36 demostra as variáveis do problema para o método do CEB-FIP (1970).

A função objetivo (minimizar) é idêntica à função objetivo para o Método das Bielas e Tirantes (equação 3.2).

$$f(x) = Vb \cdot pc + Af \cdot pf + As \cdot \gamma a \cdot pa \quad \text{(custo do bloco)}$$

Figura 36 – Bloco de 2 estacas, variáveis do problema pelo método do CEB-FIP



Fonte: Autor

Restrições:

$$\begin{cases} c1: & \frac{2}{3}C - h \leq 0 \\ c2: & h - 2C \leq 0 \\ c3: & V_d - V_{d,lim} \leq 0 \\ c4: & R_d - R_{d,lim} \leq 0 \\ c5: & R_{e,máx} - R_{e,lim} \leq 0 \\ c6: & e_{x,mín} - e_x \leq 0 \\ c7: & e_{y,mín} - e_y \leq 0 \\ ceq1: & A_s - \frac{M_{dx}}{0,85 \cdot d \cdot f_{yd}} = 0 \\ ceq2: & A_s - \frac{M_{yd}}{0,85 \cdot d \cdot f_{yd}} = 0 \end{cases} \quad \textbf{(3.4)}$$

Onde:

h - altura do bloco;

C- distância entre a face do pilar e a estaca mais afastada;

V_d- força cortante atuante para a seção de referência;

R_d- força cortante na estaca de borda;

$V_{d,lim}$ - força cortante limite para a seção de referência;

$R_{d,lim}$ - força cortante local limite;

$R_{e,máx}$ - reação máxima das estacas;

$R_{e,lim}$ - carga limite na estaca;

$e_{x,mín}$ - espaçamento mínimo entre estacas na direção x;

$e_{y,mín}$ - espaçamento mínimo entre estacas na direção y (para blocos com mais de duas estacas);

A_s - área de aço principal;

M_{dx}/M_{dy} – momento fletor na seção perpendicular situada a 0,15 da largura do pilar.

Da mesma forma que o método das bielas os valores das variáveis são definidos de acordo com o número e disposições das estacas, conforme item 2.3.2. Para o cálculo das reações nas estacas também foi utilizado o método de superposição dos efeitos descrito no item 2.3.3. O resumo das equações para o cálculo das restrições pelo método do CEB-FIP (1970) está na tabela 4.

Tabela 4– Equações para o método do CEB-FIP (1970)

(continua)

Bloco 2 estacas		
$\boldsymbol{C}$	$\boldsymbol{Mx}$	$\boldsymbol{My}$
$(e-b_p)/2$	$R_{e,máx}\cdot\left(e/2-0{,}35\cdot b_p\right)$	–
Bloco 3 estacas		
$\boldsymbol{C}$	$\boldsymbol{Mx}$	$\boldsymbol{My}$
$mín\begin{cases}2/3\cdot e-a_p/2\\ e\sqrt{13}/6-b_p/2\end{cases}$	$R_{e,máx}\cdot\left(2\cdot e/3-b_p/2\right)$	–
Bloco 4 estacas		
$\boldsymbol{C}$	$\boldsymbol{Mx}$	$\boldsymbol{My}$
$\left(e-b_p\right)\cdot\sqrt{2}/2$	$máx\begin{cases}(R_1+R_2)\cdot\left(e/2-0{,}35\cdot a_p\right)\\(R_3+R_4)\cdot\left(e/2-0{,}35\cdot a_p\right)\end{cases}$	$máx\begin{cases}(R_1+R_3)\cdot\left(e/2-0{,}35\cdot b_p\right)\\(R_2+R_4)\cdot\left(e/2-0{,}35\cdot b_p\right)\end{cases}$
Bloco 5 estacas (retangular)		
$\boldsymbol{C}$	$\boldsymbol{Mx}$	$\boldsymbol{My}$
$\left(e-b_p\right)\cdot\sqrt{2}/2$	$máx\begin{cases}(R_1+R_2)\cdot\left(e/2-0{,}35\cdot a_p\right)\\(R_3+R_4)\cdot\left(e/2-0{,}35\cdot a_p\right)\end{cases}$	$máx\begin{cases}(R_1+R_3)\cdot\left(e/2-0{,}35\cdot b_p\right)\\(R_2+R_4)\cdot\left(e/2-0{,}35\cdot b_p\right)\end{cases}$
Bloco 5 estacas (pentagonal)		
$\boldsymbol{C}$	$\boldsymbol{Mx}$	$\boldsymbol{My}$
$e/2.sen(36°)-b_p/4$	$máx\begin{cases}R_1\cdot\left(\frac{e}{2\cdot sen(36°)}-0{,}35\cdot a_p\right)+\\(R_2+R_3)\cdot\left(\frac{e\cdot sen(18°)}{2\cdot sen(36°)}-0{,}35\cdot a_p\right)\\(R_4+R_5)\cdot\left(\frac{e}{2\cdot tan(36°)}-0{,}35\cdot a_p\right)\end{cases}$	$máx\begin{cases}R_2\cdot\left(\frac{e\cdot\cos(18°)}{2\cdot sen(36°)}-0{,}35\cdot b_p\right)+\\R_4\cdot\left(e/2-0{,}35\cdot b_p\right)\\R_3\cdot\left(\frac{e\cdot\cos(18°)}{2\cdot sen(36°)}-0{,}35\cdot b_p\right)+\\R_5\cdot\left(e/2-0{,}35\cdot b_p\right)\end{cases}$
Bloco 6 estacas (hexagonal)		
$\boldsymbol{C}$	$\boldsymbol{Mx}$	$\boldsymbol{My}$
$máx\begin{cases}e-b_p/2\\(e-b_p)/4\\\frac{e\cdot\sqrt{3}/2-a_p/2}{sen(60°)}\end{cases}$	$máx\begin{cases}(R_1+R_2)\cdot\left(e\cdot\sqrt{3}/2-0{,}35\cdot a_p\right)\\(R_5+R_6)\cdot\left(e\cdot\sqrt{3}/2-0{,}35\cdot a_p\right)\end{cases}$	$máx\begin{cases}R_3\cdot\left(e-0{,}35\cdot b_p\right)+\\(R_1+R_5)\cdot\left(e/2-0{,}35\cdot b_p\right)\\R_4\cdot\left(e-0{,}35\cdot b_p\right)+\\(R_2+R_6)\cdot\left(e/2-0{,}35\cdot b_p\right)\end{cases}$
Bloco 6 estacas (retangular)		
$\boldsymbol{C}$	$\boldsymbol{Mx}$	$\boldsymbol{My}$
$\frac{e-b/2}{\cos(\theta)}$ $\theta=atan(1/2)$	$máx\begin{cases}(R_1+R_2+R_3)\cdot\left(e/2-0{,}35\cdot a_p\right)\\(R_4+R_5+R_6)\cdot\left(e/2-0{,}35\cdot a_p\right)\end{cases}$	$máx\begin{cases}(R_1+R_4)\cdot\left(e-0{,}35\cdot b_p\right)\\(R_3+R_6)\cdot\left(e-0{,}35\cdot b_p\right)\end{cases}$

Tabela 4– Equações para o método do CEB-FIP (1970)

(conclusão)

Bloco de 2 à 6 estacas	
$\boldsymbol{V_{d,lim}}$	$\boldsymbol{R_{d,lim}}$
$\frac{0{,}25}{\gamma_c} \cdot \left(1 - \frac{C}{5d}\right) \cdot b_2 \cdot d_2 \cdot \sqrt{f_{ck}}$	$\frac{0{,}12}{\gamma_c} \cdot b_2' \cdot d_2' \cdot \sqrt{f_{ck}}$

A primeira e segunda restrição (c_1 e c_2) definem os limites de altura do bloco de fundação para a utilização do método proposto pelo CEB-FIP (1970). A terceira e quarta (c_3 e c_4) limitam o valor do esforço cortante para as seções de referência (ver item 2.3.2).

A quinta restrição refere-se à reação máxima que poderá atuar na estaca (c_5) a sexta e sétima restrições limitam o espaçamento mínimo entre eixos das estacas (ver item 3.1).

As duas últimas restrições, que são de igualdade, definem a área de aço a partir do momento fletor de cálculo (c_{eq1} e c_{eq2}).

Para implementar o *software* de otimização foi utilizada a formulação descrita neste capítulo para blocos de 2 a 6 estacas com duas opções de disposição de estacas para blocos de 5 e 6 estacas conforme indicado no capítulo 4.

4. METODOLOGIA

Neste capítulo, serão abordadas as considerações e metodologias de cálculo utilizadas para o desenvolvimento do *software* de dimensionamento ótimo para blocos sobre estacas.

O *software* foi desenvolvido na plataforma Matlab (R2013a). Inicialmente foram implementadas as equações de dimensionamento e verificações demonstradas na seção 2.3, tanto para o método das bielas e tirantes e como para o método do CEB-FIP (1970). A equação do item 2.3.3 foi utilizada para o cálculo das reações nas estacas para blocos submetidos a carga vertical e momento fletor. A validação do *software* para o cálculo de bloco sobre estacas foi realizada por meio de comparações com exemplos encontrados na literatura (ver capítulo 5).

Após a validação do *software* de dimensionamento, foi acrescentada a opção de otimização pelo método dos pontos interiores. O Matlab possui em sua biblioteca um algoritmo com o método dos pontos interiores que foi utilizado no *software*. A formulação foi apresentada no capítulo 4 deste trabalho.

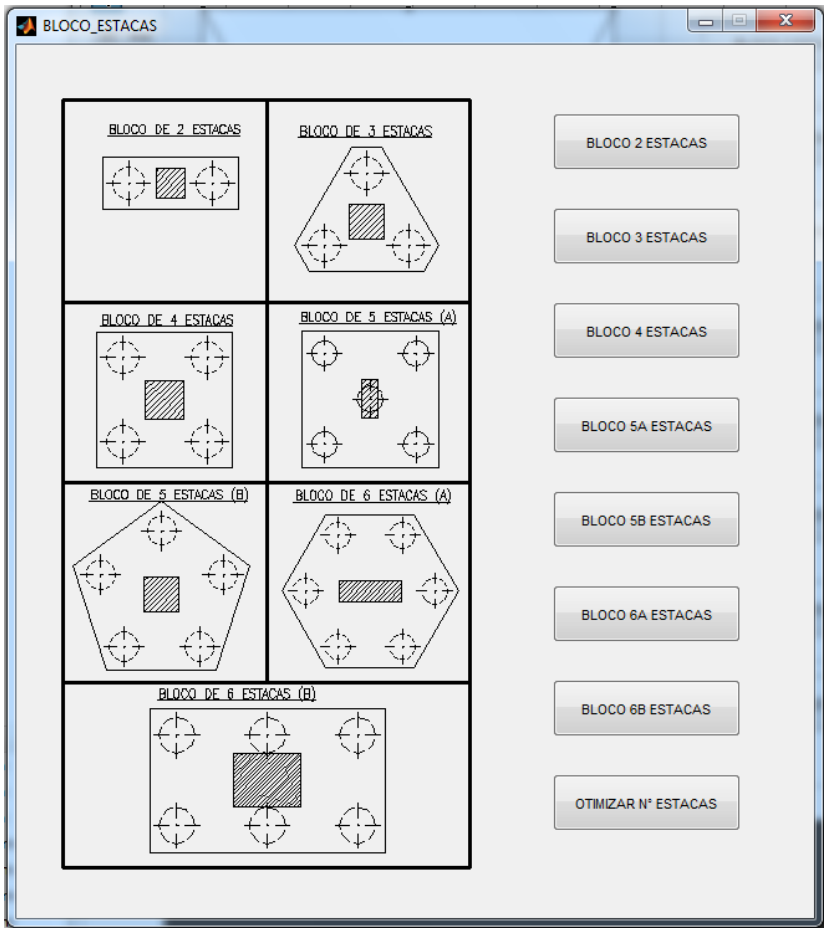
A função objetivo definida no processo de otimização foi o custo do bloco, sendo que as variáveis são a altura do bloco, o espaçamento entre estacas, a resistência do concreto e a área de aço. As restrições são definidas de acordo com o método de dimensionamento, bielas e tirantes (Blévot e Frémy) ou CEB-FIP (1970). Pode-se limitar também as tensões nos nós conforme apresentado na Tabela 1.

Foi realizada a comparação entre projetos de blocos sobre estacas dimensionados por empresas de cálculo estrutural de Vitória e as soluções apresentadas pelo *software*. Os projetos são de blocos sobre estacas de edifícios residenciais e comerciais da Grande Vitória e da fundação de pilares de uma indústria de celulose.

A interface inicial do *software* implementado é apresentada na figura 37. Conforme pode-se observar, o usuário define a opção desejada, sendo possível o dimensionamento do bloco sobre 2 a 6 estacas.

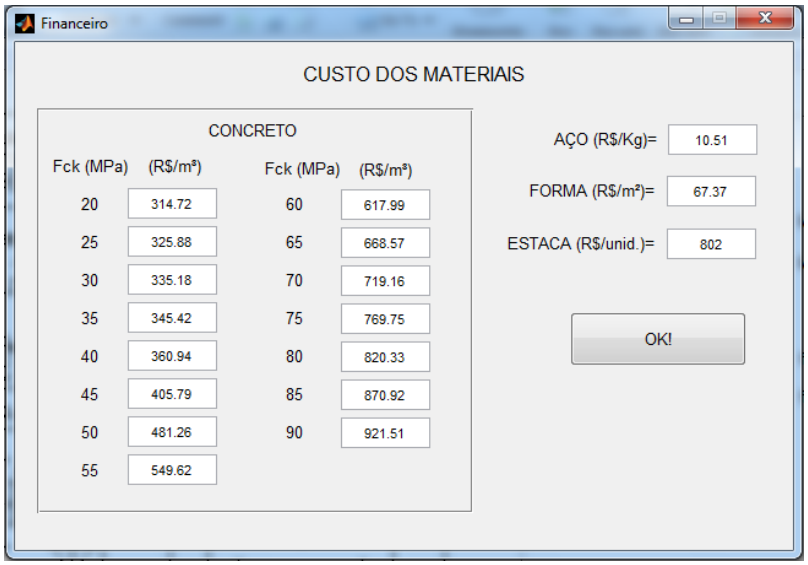
Definido o tipo de bloco, o usuário deverá entrar com os custos dos materiais utilizados na fabricação do bloco (figura 38). A figura 39 demostra a interface para um bloco sobre 4 estacas.

Figura 37 – Interface inicial do *software* para o dimensionamento de bloco sobre estacas



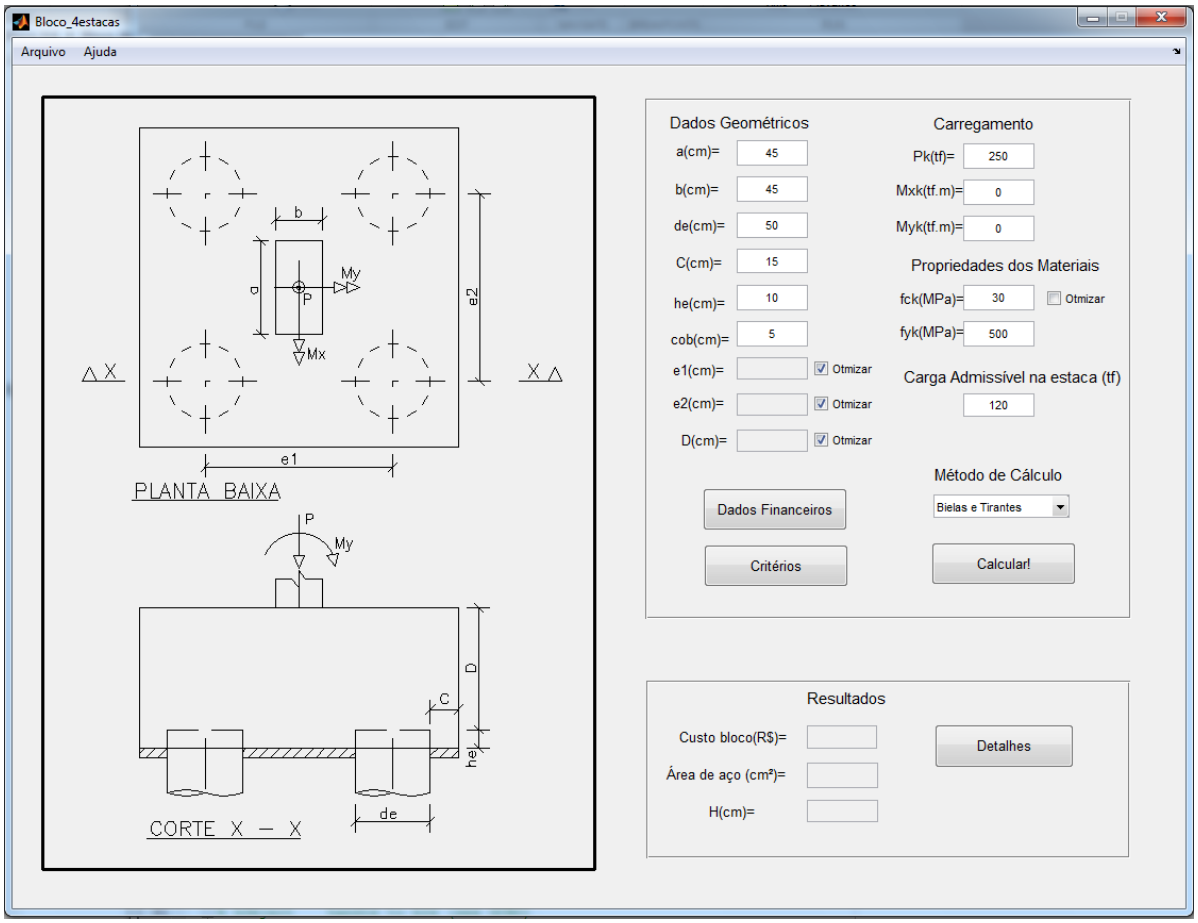
Fonte: Autor

Figura 38 – Interface de definição do custo dos materiais no *software* de otimização



Fonte: Autor

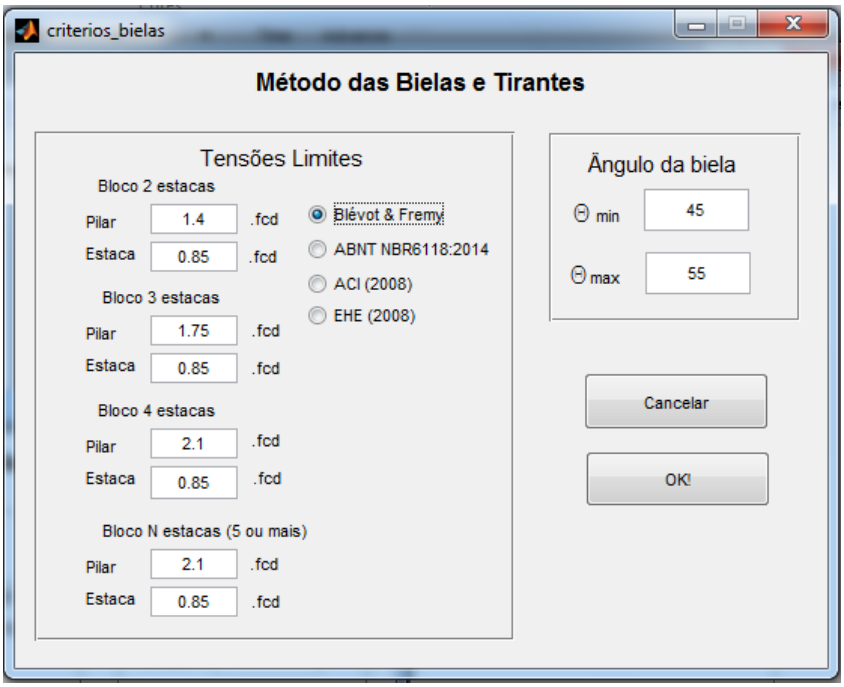
Figura 39 – Interface do *software* correspondente ao bloco sobre 4 estacas



Fonte: Autor

Para o método das bielas, foram inseridas as tensões limites como critério de projeto, devido a algumas diferenças em suas considerações, assim como o ângulo máximo e mínimo da biela comprimida permitido. Alguns autores propõem adaptações para estes limites, como pode ser verificado no trabalho de Oliveira (2009). Para o método das bielas existe a opção de o usuário alterar os valores das tensões limite, conforme demostrado na figura 40.

Figura 40 – Critérios para o método das bielas e tirantes



Fonte: Autor

O usuário pode optar pelo cálculo do bloco sem o processo de otimização. O usuário deverá definir os dados de entrada, sendo eles os valores correspondentes à geometria do bloco, os carregamentos atuantes e o custo de cada material utilizado na fabricação do bloco.

Caso o usuário opte pela otimização do bloco de fundação, o *software* por meio do método dos pontos interiores encontrará a altura, espaçamento entre estacas, resistência do concreto e área de aço que resultará em um menor custo do bloco. Pode-se optar por fixar o valor de uma ou mais das seguintes propriedades do bloco: altura do bloco; distância entre estacas e resistência do concreto.

Para a otimização do conjunto bloco mais estaca, o usuário deverá definir além dos dados acima, a carga máxima suportada pela estaca. Assim, o *software* irá buscar dentre os blocos implementados (2 a 6 estacas) aquele que atende a todas as restrições e possui o menor custo total (bloco mais estacas). Os exemplos do capítulo 5 irão demonstrar a utilidade de cada opção descrita.

Para blocos sobre estacas submetidos a carga centrada, o número de estacas que irá resultar em um menor custo é facilmente encontrado quando se tem a capacidade da estaca. Neste caso basta dividir o valor da carga pela capacidade resistente da estaca, se o valor não for um número inteiro, arredonda-se para o

próximo número inteiro superior. A disposição das estacas adotada para blocos de 2 a 6 estacas é definida pelo engenheiro geotécnico e segue os modelos do item 2.3.1.

Quando o carregamento aplicado à fundação é uma carga excêntrica, composta pela carga axial e momentos fletores, a quantidade de estacas que irá resultar em um menor custo, do conjunto bloco mais estacas, não é tão simples de encontrar. Para um carregamento excêntrico, pode-se encontrar como solução do problema um bloco de quatro estacas que terá um custo menor do que um bloco de três estacas.

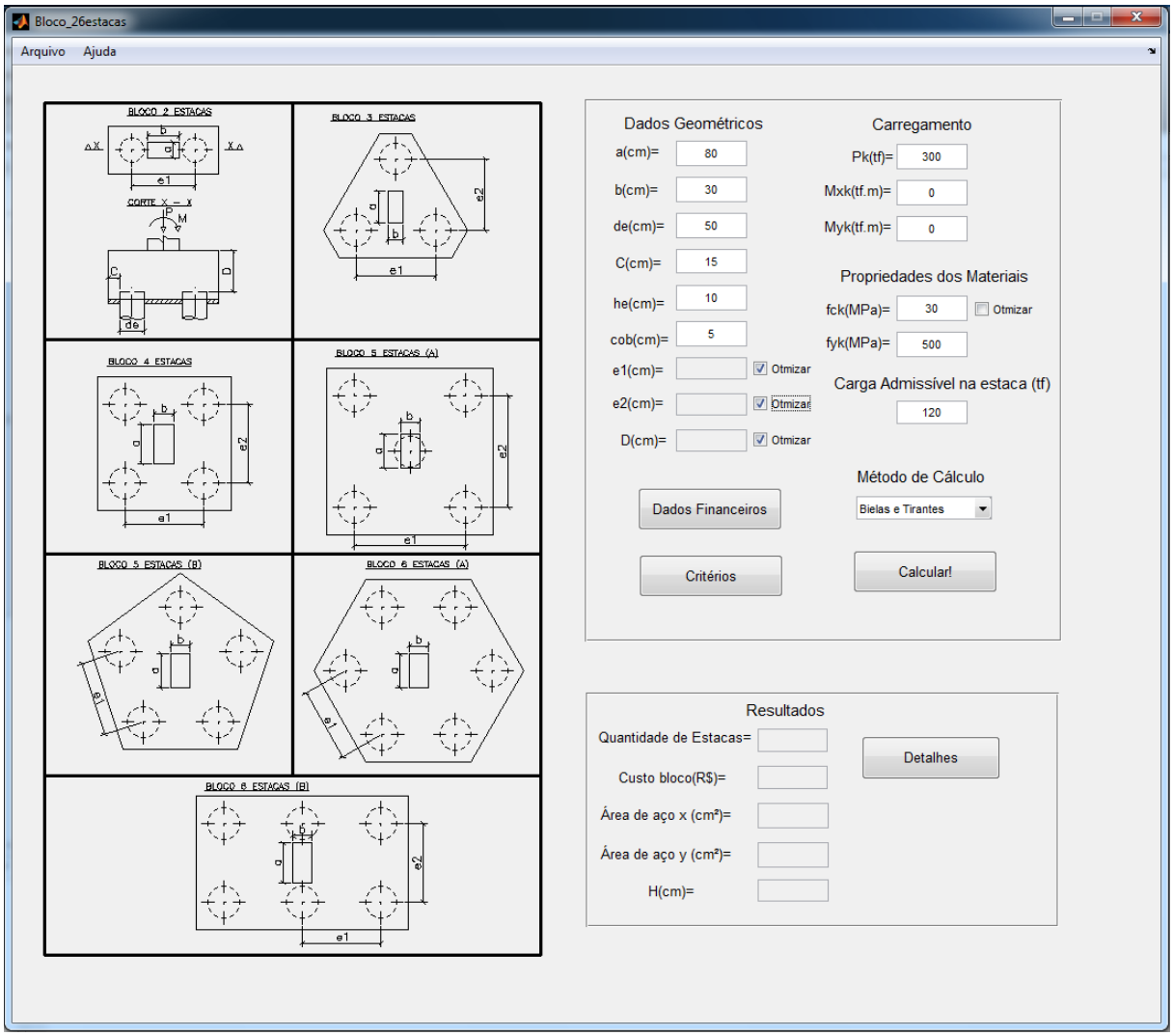
O espaçamento entre estacas pode variar em função dos momentos fletores atuantes, de forma a diminuir o acréscimo de carga axial aplicada às mesmas. Desta forma, pode-se ter para um mesmo caso de carregamento soluções com quantidades diferentes de estacas.

Foi implementada uma rotina para encontrar a solução que tenha o menor custo do conjunto, bloco mais estaca, entre blocos de duas a seis estacas. Para blocos de cinco e seis estacas existem duas opções da disposição das estacas, uma sendo um polígono regular e outra um bloco retangular conforme item 2.3.1. Nesta solução, busca-se os valores dos espaçamentos entre as estacas que são inicialmente adotados com um valor mínimo de duas vezes e meia o valor do diâmetro da estaca ($2{,}5.d_e$), podendo ser aumentado de acordo com o carregamento. O valor do espaçamento é alterado pelo método dos pontos interiores até que a reação da estaca seja igual ou menor do que a carga resistente informada pelo usuário.

Através do método dos pontos interiores implementado no Matlab, o *software* busca uma solução viável dos valores de altura útil do bloco, área de aço, resistência do concreto e espaçamento entre estacas que irá resultar no menor custo.

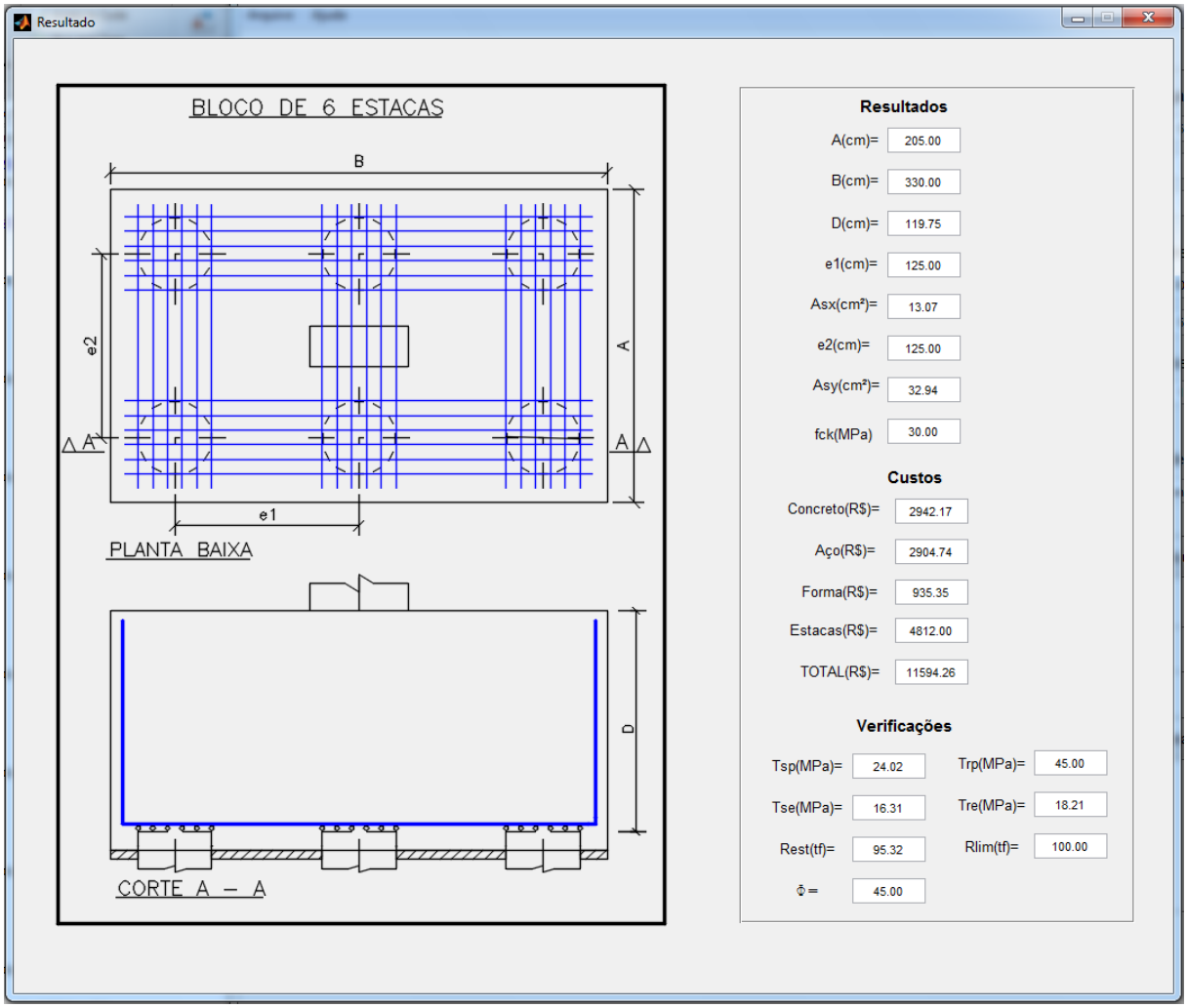
A interface do *software* descrito encontra-se na figura 41, com os dados a serem fornecidos pelo usuário. Após o cálculo, o *software* apresenta o resumo dos resultados, e se o usuário desejar ver os valores encontrados detalhadamente, deverá clicar no botão “Detalhes”. A figura 42 contém um exemplo da tela de detalhamento.

Figura 41 – Interface do *software* de otimização de blocos sobre estacas



Fonte: Autor

Figura 42 – Interface do *software* de otimização do detalhamento do bloco retangular sobre 6 estacas



Fonte: Autor

Normalmente o engenheiro de estruturas fornece os valores das cargas na fundação de cada pilar para o engenheiro geotécnico. O engenheiro geotécnico analisa as sondagens e as cargas para determinar o tipo de solução a adotar. Caso opte por fundação profunda (com estacas), o mesmo irá determinar a quantidade e disposição das estacas. O engenheiro de estruturas recebe a solução do projeto geotécnico e dimensiona o bloco sobre as estacas. Neste processo tanto o engenheiro geotécnico quanto o engenheiro de estruturas buscam por meio de sua experiência determinar a solução mais econômica.

O *software* desenvolvido leva em consideração as informações fornecidas do geotécnico e da estrutura para obter a solução ótima do conjunto bloco mais estacas. Em alguns casos é interessante aumentar o espaçamento entre estacas para reduzir o número, mesmo que o bloco tenha um aumento de custo, pois o custo

total poderá reduzir por ter uma quantidade menor de estacas. Existem, porém, casos em que a solução ótima é aumentar o número de estacas para reduzir o custo do bloco. Para encontrar a solução ótima do conjunto, o *software* busca, dentre as soluções que atendem às restrições, a que apresenta o menor custo total (bloco mais estacas).

Como descrito neste capítulo, neste trabalho foram desenvolvidas rotinas para dimensionamento do bloco sobre estacas para três situações distintas:

1ª Opção – O usuário escolhe o método de cálculo, define os dados geotécnicos (quantidade, diâmetro e disposição das estacas), as cargas e todos os dados geométricos do bloco. O *software* calcula a área de aço e informa se todas as restrições impostas pelo método foram satisfeitas.

2ª Opção – O usuário escolhe o método de cálculo, informa as cargas atuantes, a capacidade de carga da estaca, o custo dos materiais e os dados que serão fixos. O *software* encontra os valores das variáveis do bloco que correspondem ao menor custo atendendo todas as restrições impostas.

3ª Opção – O usuário faz a escolha do método, informa o diâmetro e capacidade da estaca, as solicitações e o custo dos materiais e da estaca. O *software* encontrará a quantidade de estacas, a área de aço e as dimensões do bloco sobre estacas com menor custo.

A validação da formulação será dada a partir de exemplos numéricos encontrados na literatura.

5 EXEMPLOS NUMÉRICOS E ANÁLISE DE RESULTADOS

No capitulo 5 serão apresentados exemplos de aplicação para validar a formulação do problema. Conforme explicitado na metodologia do trabalho, alguns projetos fornecidos por empresas da Grande Vitória foram utilizados para comparar e validar os resultados. Para todos os exemplos foram utilizados os valores do custo do concreto indicados na tabela 5, o custo do aço de R$ 10,51/kg e o de fôrma de R$ 67,37/m². O custo dos materiais são valores obtidos da tabela SINAPI da Caixa Econômica Federal, para o mês de Dezembro/2015, referente à cidade de Vitória – ES.

O método dos pontos interiores não é aplicável para variáveis discretas, porém os valores de f_{ck} existentes no mercado são discretos, variam de 5 em 5MPa. Desta forma, para aplicar a técnica de otimização, e obter o custo para os valores intermediários de f_{ck}, foi utilizada interpolação linear.

Após encontrar o resultado por meio do método dos pontos interiores, verificou-se o valor do f_{ck} da solução, caso não se tratasse de uma valor inteiro, múltiplo de 5MPa, buscou-se o valor do custo do bloco para o f_{ck} (múltiplo de 5MPa) imediatamente acima e abaixo do valor encontrado e, então, apresentou-se o que proporcionou o menor custo.

Tabela 5– Custo do concreto por metro cúbico

f_{ck} (MPa)	20	25	30	35	40	45	50	55
R$	314,72	325,88	335,18	345,42	360,94	405,79	481,26	549,62
f_{ck} (MPa)	60	65	70	75	80	85	90	
R$	617,99	668,57	719,16	769,75	820,33	870,92	921,51	

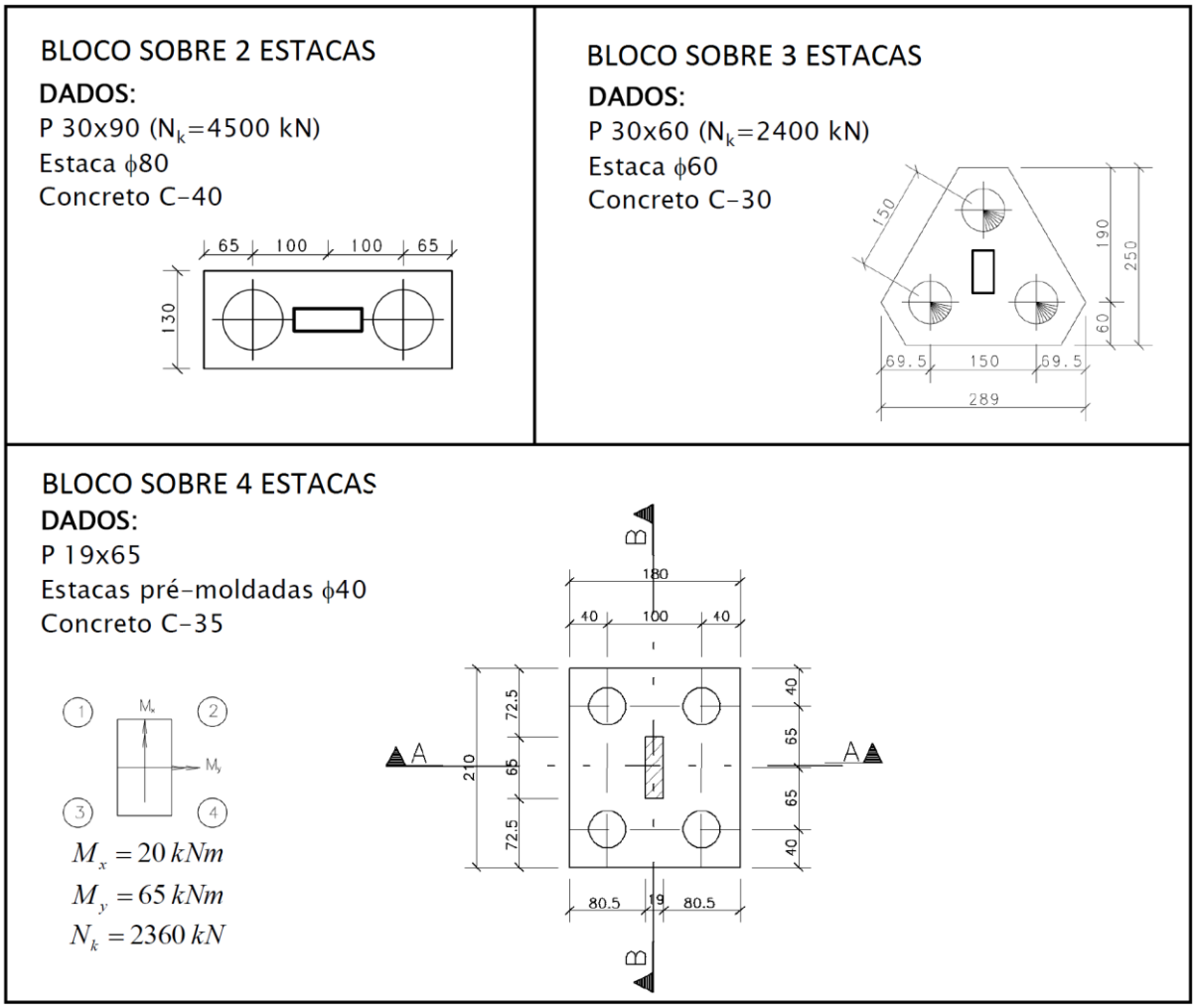
5.1 EXEMPLOS DE VALIDAÇÃO

5.1.1 Exemplos de blocos sobre 2, 3 e 4 estacas

Para validação do *software* foram utilizados alguns dos exemplos das notas de aula de Luchi (2015) e feita a comparação dos resultados. Nestes exemplos foram mantidas as dimensões dos blocos e resistência do concreto definida nos dados do problema. O *software* implementado realizou o cálculo das tensões e área

de aço necessária. A figura 43 contêm as geometrias e cargas para cada bloco verificado.

Figura 43 – Geometrias dos Exemplos de Validação



Fonte: Luchi (2015).

A tabela 6 apresenta os valores encontrados pelo *software* e os valores de Luchi (2015). As tensões de compressão das bielas foram similares, assim como a área de aço pelo método das bielas. O método do CEB-FIP obteve uma área de aço diferente do método das bielas, sendo a maior diferença de 14%.

Tabela 6–Comparação Luchi (2015) e Tomaz (2016)

Autor		Luchi (2015)			Tomaz (2016)			
Nº estacas	**Altura do bloco (cm)**	**Blévot e Frémy**			**Blévot e Frémy**			**CEB-FIP**
		As (cm²)	$\sigma_{cb,e}$ **(MPa)**	$\sigma_{cb,p}$ **(MPa)**	**As (cm²)**	$\sigma_{cb,e}$ **(MPa)**	$\sigma_{cb,p}$ **(MPa)**	**As (cm²)**
2 estacas	110	64,5	10,0	37,0	64,5	10,0	37,3	-
3 estacas	110	11,6	6,3	29,9	11,5	6,4	29,9	13,5
4 estacas	80	10,4	13,6	52,4	10,4	13,6	52,5	11,8

Os exemplos foram reanalisados pelo *software* utilizando a técnica de otimização, os valores estão descritos na tabela 7. Para o bloco de 2 estacas, o método do CEB-FIP (1970) não encontrou uma solução viável, para o bloco de 3 e 4 estacas foram obtidas soluções com o custo reduzido. Para o método das bielas e tirantes, a solução ótima (menor custo) foi encontrada para os três exemplos, no último a solução ótima foi a mesma que a solução inicial, pois a tensão da biela no pilar estava com o valor máximo permitido.

Tabela 7–Comparação Solução Ótima

Método	**Solução inicial (Blévot e Frémy)**			**Solução otimizada (Blévot e Frémy)**			**Solução ótima (CEB-FIP)**		
Nº estacas	**H (cm)**	**As (cm²)**	**Custo (R$)**	**H (cm)**	**As (cm²)**	**Custo (R$)**	**H (cm)**	**As (cm²)**	**Custo (R$)**
2 estacas	110,0	64,5	5066,71	101,7	70,4	5030,04	-	-	-
3 estacas	110,0	11,6	3555,78	87,6	14,8	3225,83	71,9	21,5	3292,68
4 estacas	80,0	10,4	2594,50	80,0	10,4	2594,50	78,5	10,9	2435,44

5.1.2 Exemplo de blocos sobre 4 estacas

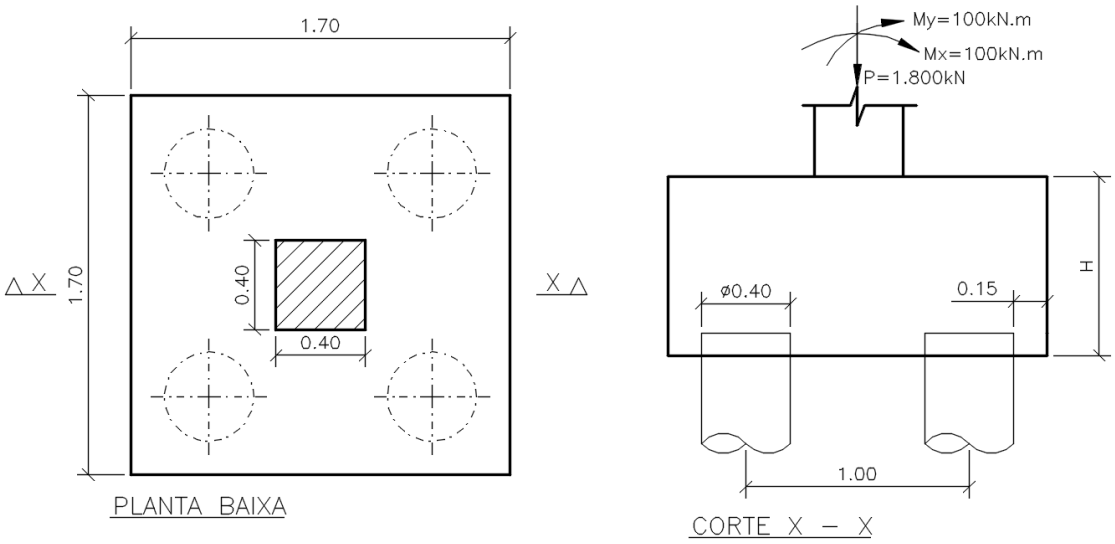
A formulação demonstrada no capítulo 3, com pacote do Matlab do método dos pontos interiores, foi implementada acrescentando a opção de otimização da altura do bloco.

Para a verificação do *software,* foi calculado o custo total do bloco sobre estacas, variando a altura a cada cinco centímetros. Em seguida, foi encontrado o valor da altura e do custo “ótimo” (mínimo) por intermédio da rotina implementada. O resultado encontrado através de ambas as formas foram os mesmos, o que demostrou a eficiência do método adotado.

A figura 44 mostra a geometria e cargas de um bloco sobre 4 estacas analisado e a tabela 8 os resultados encontrados. A resistência do concreto adotada foi de 30MPa. O resultado do *software* de otimização foi próximo ao encontrado na

tabela elaborada, como era esperado. O mesmo teste foi executado para todos os modelos implementados (blocos de 2 a 6 estacas).

Figura 44 – Geometria e cargas do bloco sobre 4 estacas



Fonte: Autor

Tabela 8– Resultados do dimensionamento para o bloco sobre 4 estacas.

BLOCO SOBRE 4 ESTACAS										
Blévot e Fremy						CEB-FIP (1970)				
D (m)	Θ	$\sigma_{cb,e}$ (MPa)	$\sigma_{cb,p}$ (MPa)	As (cm²)	Custo (R$)	D (m)	Re,lim (kN)	Vd,lim (kN)	As (cm²)	Custo (R$)
0,25	23,8°	45,5	143,0	34,4	3223,50	0,25	241	198	33,15	3124,51
0,30	27,9°	33,9	106,6	28,7	2844,50	0,30	311	278	27,70	2762,23
0,35	31,7°	26,9	84,7	24,7	2594,19	0,35	389	366	23,80	2523,84
0,40	35,2°	22,4	70,4	21,6	2424,26	0,40	475	464	20,80	2362,88
0,45	38,5°	19,3	60,7	19,2	2307,96	0,45	568	572	18,60	2253,54
0,50	41,5°	17,1	53,7	17,3	2229,19	0,50	668	688	16,72	2180,34
0,55	44,2°	15,5	48,6	15,8	2177,71	0,55	776	814	15,22	2133,42
0,60	46,7°	14,2	44,7	14,5	2146,70	0,60	891	949	13,98	2106,21
0,65	48,9°	13,2	41,6	13,4	2131,44	0,65	1013	1093	12,93	2094,16
0,70	**51,1°**	**12,5**	**39,2**	**12,5**	**2128,54**	**0,70**	**1143**	**1246**	**12,02**	**2094,03**
0,75	52,9°	11,9	37,3	11,7	2135,55	0,75	1281	1408	11,24	2103,42
0,80	54,7°	11,4	35,7	10,9	2150,60	0,80	1425	1579	10,56	2120,56
0,85	56,4°	10,9	34,4	10,3	2172,27	0,85	1578	1761	9,95	2144,07
0,90	57,8°	10,6	33,3	9,8	2199,46	0,90	1737	1951	9,42	2172,90
0,95	59,2°	10,3	32,4	9,3	2231,30	0,95	1904	2150	8,94	2206,20
1,00	60,5°	10,1	31,6	8,9	2267,08	1,00	2078	2359	8,51	2243,31
1,05	61,7°	9,9	30,9	8,4	2306,25	1,05	2260	2576	8,11	2283,67
1,10	62,8°	9,6	30,4	8,1	2348,35	1,10	2450	2803	7,76	2326,86
	Θ_{min}	Θ_{max}	$\sigma_{p,lim}$ (MPa)	$\sigma_{e,lim}$ (MPa)			Re (kN)	Vd (kN)	Hmax (m)	Hmín (m)
	45°	55°	45	18,2			553	1024	0,85	0,29

Legenda:

	Intervalo viável (atende todas as restrições)
Vemelho	Valor não atende as restrições
Negrito	**Valores do bloco sobre estaca com menor custo**

Sendo:

D- altura útil;

θ- ângulo da biela de compressão;

$\sigma_{cb,e}$- tensão na biela comprimida (estaca);

$\sigma_{cb,p}$- tensão na biela comprimida (pilar);

$\sigma_{e,lim}$- tensão limite na biela comprimida (estaca);

$\sigma_{p,lim}$- tensão limite na biela comprimida (pilar);

A_s - área de aço principal;

$R_{e,lim}$ - força cortante limite local;

$V_{d,lim}$ - força cortante limite para seção de referência;

R_e - reação máxima das estacas;

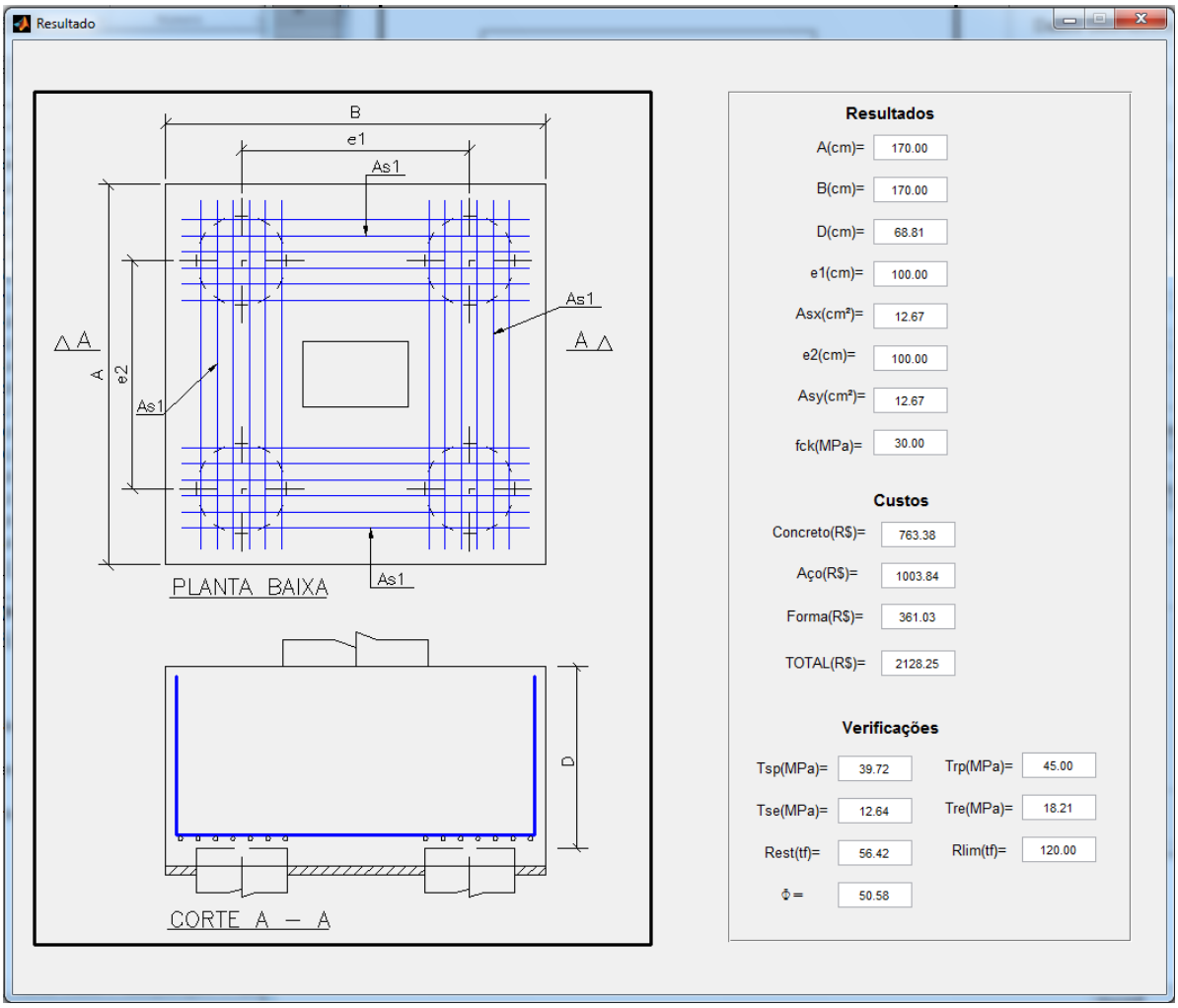
V_d - força cortante atuante para seção de referência.

Na tabela 8, a linha em negrito é referente ao custo mínimo encontrado e as linhas em cinza referem-se à região viável do problema. Os valores em vermelho não atendem a alguma restrição imposta pelo método de dimensionamento.

As figuras 45 e 46 apresentam as telas do *software* com o resultado “ótimo” pelo método das bielas e tirantes e o método do CEB-FIP (1970), respectivamente.

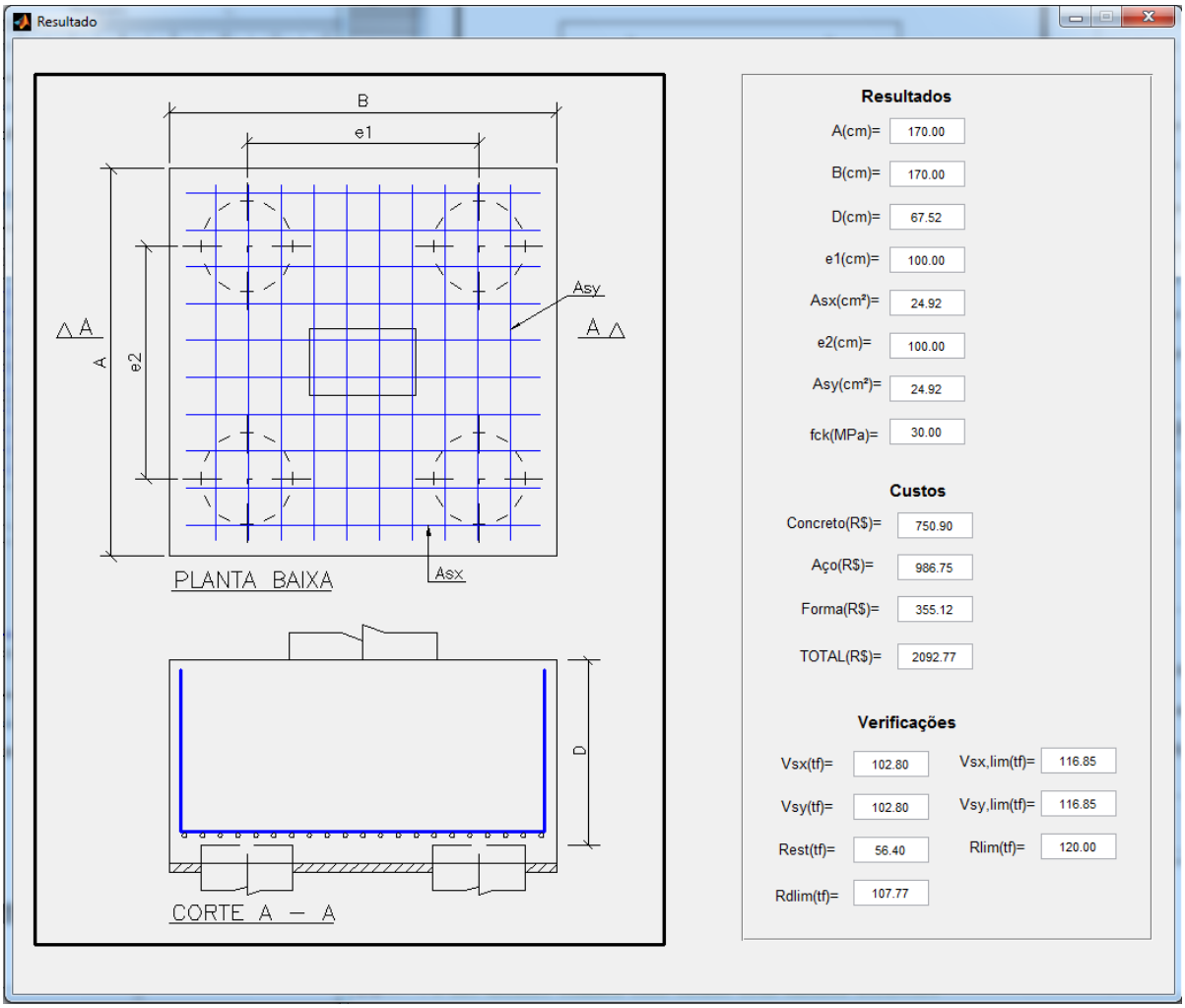
O intervalo da altura útil correspondente ao custo mínimo, encontrado por meio da tabela 8 para o método das bielas e tirantes, estava entre 0,65m e 0,75m, e por meio do *software* foi encontrado o valor de 0,68m (figura 45). Para o método do CEB-FIP, o intervalo também ficou entre 0,65m e 0,75m e o *software* encontrou o valor de 0,67m (figura 46). Os resultados demostraram que o *software* encontrou valores dentro da faixa esperada para as alturas correspondentes ao custo mínimo do bloco.

Figura 45 – Resultado do software de otimização pelo método de Blévot e Frémy



Fonte: Autor

Figura 46 – Resultado do software de otimização pelo método do CEB-FIP (1970).



Fonte: Autor

Nos próximos itens, será utilizada a 2ª opção do *software* (otimização do bloco), para o cálculo de blocos sobre estacas sob ação de carga centrada, e a 3ª opção (otimização do bloco mais estacas), para blocos sob ação de carga excêntrica.

5.2 EXEMPLOS COM CARGA CENTRADA

Para os exemplos que serão apresentados, a solução inicial foi obtida com o *software* de cálculo CAD/TQS (versão 17.12), por meio do método das bielas e tirantes proposto por Blévot e Frémy. Os exemplos são soluções dadas por um escritório de cálculo estrutural da Grande Vitória – ES, sendo os quatros primeiros e o sétimo de uma obra industrial, enquanto os demais, de edifícios residenciais. O

método “convencional” apresentado nas tabelas são as soluções adotadas em projeto, que foram obtidas pela experiência do engenheiro, sem a utilização de técnicas de otimização.

As soluções otimizadas apresentadas nos exemplos foram obtidas por meio do *software* desenvolvido, que utiliza o método dos pontos interiores. O dimensionamento otimizado foi realizado quatro vezes para cada exemplo.

A primeira solução foi obtida através do método das bielas e tirantes com a resistência do concreto de 30MPa, conforme adotado no projeto de referência. A segunda solução foi obtida considerando a resistência do concreto como variável, de forma a obter o valor da resistência do concreto e as demais variáveis referentes ao menor custo do bloco.

A terceira solução foi obtida pelo método do CEB-FIP (1970) com a resistência do concreto de 30MPa e a quarta solução difere da terceira considerando o f_{ck} como variável do problema.

Para os exemplos do item 5.2, os custos dos materiais adotados são os que foram apresentados no início deste capítulo, e a quantidade e o espaçamento entre estacas foram mantidos fixos de acordo com o adotado no projeto de referência.

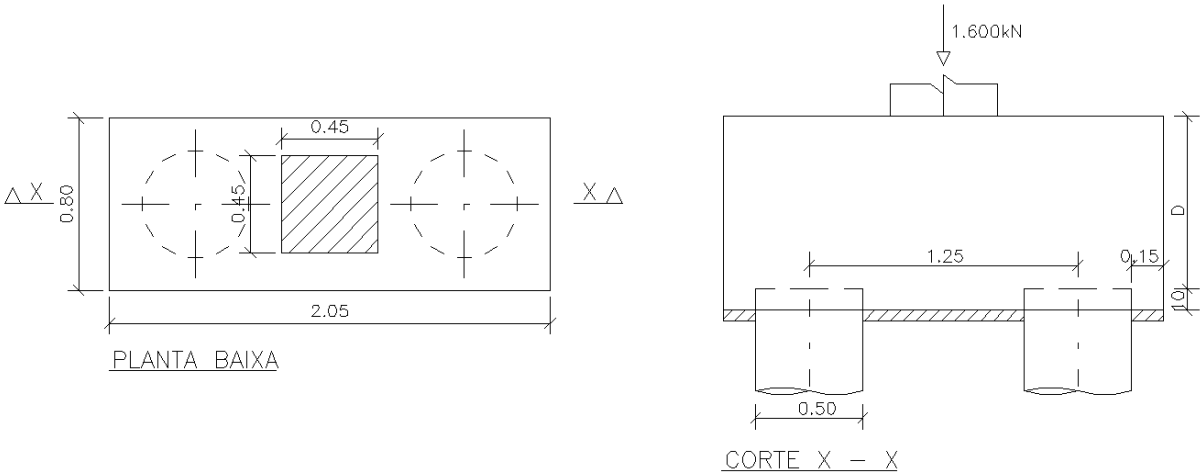
5.2.1 Exemplo 1: Bloco sobre 2 estacas

Para apresentar a eficiência da formulação do método, apresenta-se inicialmente o dimensionamento de um bloco sobre 2 estacas conforme mostrado na figura 47. Para este exemplo, os dados são apresentados a seguir:

Dados do problema:

- Diâmetro da estaca (de) = 0,50m
- Distância entre estacas (e) = 1,25m
- Largura do bloco em x (A) = 2,05m
- Largura do bloco em y (B) = 0,80m
- Largura do pilar em x (a) = 0,45m
- Largura do pilar em y (b) = 0,45m
- Carregamento Vertical (P) = 1.600kN

Figura 47 – Bloco de 2 estacas geometria e cargas



Fonte: Autor

Solução pelo procedimento convencional:

Foi adotada uma altura inicial de h=0,90m (0,80+0,10) de acordo com experiência do calculista e após as verificações do dimensionamento foi mantida a altura inicial.

Solução pelo método dos pontos interiores utilizando o software Matlab:

Foi informada uma solução inicial de partida, a função objetivo (custo) e as restrições. Após o processamento do programa, obteve-se o resultado para o dimensionamento otimizado do bloco apresentados na tabela 9.

Tabela 9– Resultados do Dimensionamento Ótimo do exemplo 1

Blévot & Fremy (1967)											
Solução	**f_{ck} (MPa)**	**H (m)**	**Θ**	**$\sigma_{cb,e}$ (MPa)**	**$\sigma_{e,lim}$ (MPa)**	**$\sigma_{cb,p}$ (MPa)**	**$\sigma_{p,lim}$ (MPa)**	**As (cm²)**	**Q. est.**	**$R_{emáx}$ (kN)**	**CUSTO (R$)**
Convencional (TQS)	30	0,90	57,3°	9,9	18,2	19,2	30,0	23,3			1.253,61
Otimização Blévot	30	0,69	48,9°	12,2	18,2	23,7	30,0	31,4	2	819	1.201,68
Otimização Blévot/f_{ck}	25	0,69	48,9°	12,2	15,2	23,7	25,0	31,4			1.191,14
CEB-FIP (1970)											
Solução	**f_{ck} (MPa)**	**H (m)**	**$H_{mín}$ (m)**	**$H_{máx}$ (m)**	**$R_{e,lim}$ (kN)**	**Vd (kN)**	**Vd,lim (kN)**	**As (cm²)**	**Q. est.**	**$R_{emáx}$ (kN)**	**CUSTO (R$)**
Convencional	30	0,90	0,26	0,80	566,0	-	-	-	2	819	-
Otimização CEB-FIP	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Otimização CEB-FIP/f_{ck}	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

VARIAÇÃO DOS CUSTOS

Métodos	**Δ Custo**	**Métodos**	**Δ Custo**	**Métodos**	**Δ Custo**
Convencional/Blévot	4,3%	Convencional/Blévot(f_{ck})	5,2%	Blévot/Blévot(f_{ck})	0,9%
Convencional/CEB-FIP	-	Convencional/CEB-FIP(f_{ck})	-	CEB-FIP/CEB-FIP(f_{ck})	-
Blévot/CEB-FIP	-	Blévot(fck)/CEB-FIP(f_{ck})	-		

Sendo:

H- altura do bloco;

θ - ângulo da biela de compressão;

$\sigma_{cb,e}$- tensão na biela comprimida (estaca);

$\sigma_{cb,p}$- tensão na biela comprimida (pilar);

$\sigma_{e,lim}$- tensão limite na biela comprimida (estaca);

$\sigma_{p,lim}$- tensão limite na biela comprimida (pilar);

A_s - área de aço principal;

$Q.est.$ - quantidade de estacas;

$R_{e,máx}$ - reação máxima das estacas;

H_{min} - altura mínima do bloco permitida pelo método do CEB-FIP (1970);

$H_{máx}$ - altura máxima do bloco permitida pelo método do CEB-FIP (1970);

$R_{e,lim}$ - força cortante limite local;

V_d - força cortante atuante para seção de referência.

$V_{d,lim}$ - força cortante limite para seção de referência.

A solução convencional foi definida pelo engenheiro utilizando como ferramenta o software de cálculo CAD/TQS (versão 17.12) sem a utilização de técnicas de otimização.

A solução “Otimização Blévot” foi obtida pelo *software* implementado no Matlab, utilizando-se do método dos pontos interiores no processo de otimização. Neste processo, definiu-se como variáveis a altura e a área de aço do bloco e as restrições foram impostas pelo método das bielas e tirantes proposto por Blévot e Frémy. A solução “Otimização Blévot/f_{ck}” foi encontrada de forma similar a anterior, tendo a resistência do concreto como variável do problema, além das descritas anteriormente.

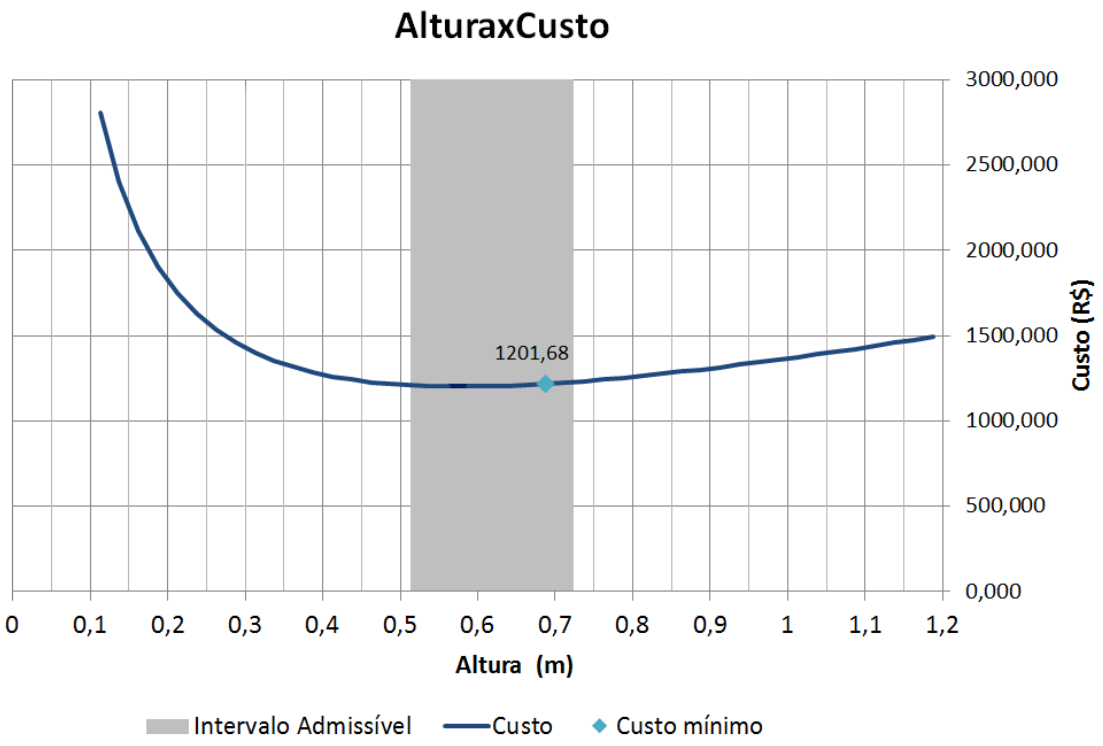
Para a solução convencional pelo método do CEB-FIP foi utilizado o *software* implementado sem o processo de otimização. Na solução “Otimização CEB-FIP” utilizou-se o software implementado com o método dos pontos interiores tendo como restrições as impostas pelo método do CEB-FIP (1970). A altura do bloco e a área de aço foram as variáveis para este processo. A “Otimização CEB-FIP/f_{ck}” foi obtida acrescentando a resistência do concreto como variável do problema.

A solução com o menor custo encontrada para f_{ck}=30MPa foi para uma altura de 0,69m (método das bielas), com um custo 4,3% menor que o projetado. O custo pode ser reduzido em mais 0,9% com o f_{ck} de 25MPa.

O método do CEB-FIP não forneceu resultados viáveis. O valor do cortante local é maior do que o limite para alturas entre a máxima e a mínima impostas pelo método.

A figura 48 apresenta uma curva do custo do bloco, sendo o ponto azul a solução do problema (custo mínimo), a região em cinza limita o intervalo viável para o método das bielas e tirantes com f_{ck} de 30MPa.

Figura 48 – Gráfico Custo X Altura / Intervalo Admissível pelo método das bielas



Fonte: Autor

O custo total do bloco é alto para alturas muito pequenas, isso devido ao alto valor da área de aço. Com o aumento da altura, o valor do bloco diminui até um valor mínimo que, neste caso, se encontra entre os limites do intervalo admissível.

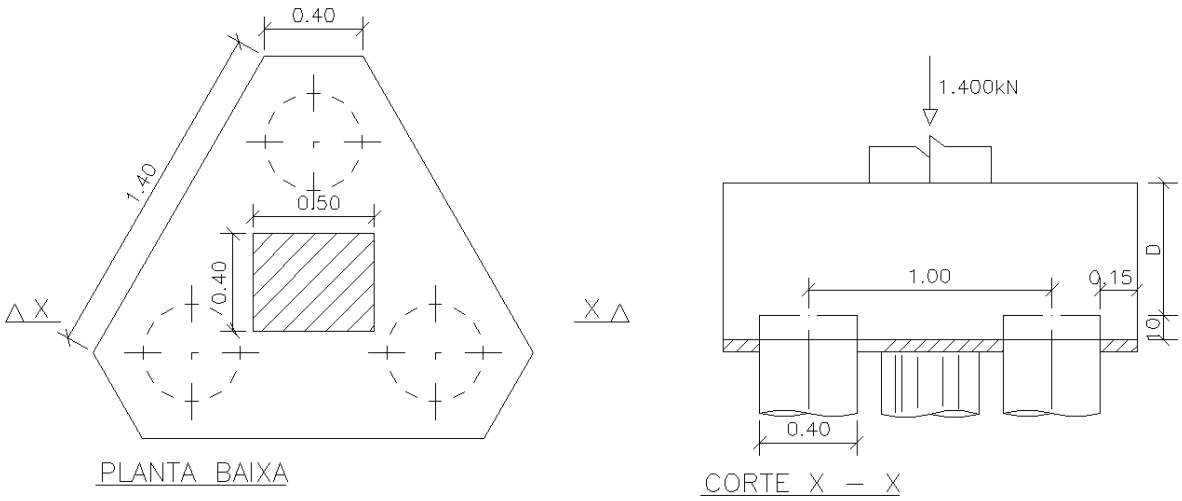
5.2.2 Exemplo 2: Bloco sobre 3 estacas

O segundo exemplo apresentado é de um bloco sobre 3 estacas, conforme apresentado na figura 49. Para o dimensionamento deste bloco foram utilizados os dados que seguem apresentados:

Dados do problema:

- Diâmetro da estaca (d_e) = 0,40m
- Distância entre estacas (e) = 1,00m
- Distância face estaca até face do bloco (c) = 0,15m
- Largura do pilar em x (a) = 0,50m
- Largura do pilar em y (b) = 0,40m
- Carregamento Vertical (P) = 1.400kN

Figura 49 – Bloco de 3 estacas geometria e cargas



Fonte: Autor

A Tabela 10 apresenta os resultados para a solução projetada e para o dimensionamento obtido a partir da formulação do problema de otimização. Ressalta-se que no dimensionamento convencional a solução foi obtida a partir da experiência do projetista.

Tabela 10– Resultados do exemplo 2

Blévot & Fremy (1967)											
Solução	**f_{ck} (MPa)**	**H (m)**	**Θ**	**$\sigma_{cb,e}$ (MPa)**	**$\sigma_{e,lim}$ (MPa)**	**$\sigma_{cb,p}$ (MPa)**	**$\sigma_{p,lim}$ (MPa)**	**As (cm²)**	**Q. est.**	**$R_{emáx}$ (kN)**	**CUSTO (R$)**
Convencional (TQS)	30	0,80	57,7°	9,0	18,2	16,9	37,5	6,8			1.139,37
Otimização Blévot	30	0,58	47,2°	11,9	18,2	22,3	37,5	9,9	3	480	1.068,34
Otimização Blévot/f_{ck}	20	0,59	47,7°	11,7	12,1	21,9	25,0	9,7			1.045,62
CEB-FIP (1970)											
Solução	**f_{ck} (MPa)**	**H (m)**	**$H_{mín}$ (m)**	**$H_{máx}$ (m)**	**$R_{e,lim}$ (kN)**	**Vd (kN)**	**Vd,lim (kN)**	**As (cm²)**	**Q. est.**	**$R_{emáx}$ (kN)**	**CUSTO (R$)**
Convencional	30	0,80			681	-	-	8,7			1.247,84
Otimização CEB-FIP	30	0,66	0,25	0,75	480	-	-	10,2	3	480	1.170,09
Otimização CEB-FIP/f_{ck}	20	0,74			480	-	-	9,0			1.158,92

VARIAÇÃO DOS CUSTOS					
Métodos	**Δ Custo**	**Métodos**	**Δ Custo**	**Métodos**	**Δ Custo**
Convencional/Blévot	6,6%	Convencional/Blévot(f_{ck})	9,0%	Blévot/Blévot(f_{ck})	2,2%
Convencional/CEB-FIP	6,6%	Convencional/CEB-FIP(f_{ck})	7,7%	CEB-FIP/CEB-FIP(f_{ck})	1,0%
Blévot/CEB-FIP	-8,7%	Blévot(fck)/CEB-FIP(f_{ck})	-9,8%		

A solução convencional obtida pelo TQS sem técnicas de otimização teve um custo de R$ 1.139,37. A redução do custo foi de 6,6% com a técnica de otimização, atendendo aos requisitos do método das bielas, e a redução aumentou em 2,2% com o f_{ck} de 20MPa.

A solução convencional pelo método do CEB-FIP (1970) foi obtido pelo *software* implementado mantendo as dimensões adotadas em projeto. O custo do bloco projetado foi de R$ 1.247,84, o custo reduziu em 6,6% com as dimensões obtidas pela técnica de otimização e com o f_{ck} 20MPa a redução aumentou em 1,0%.

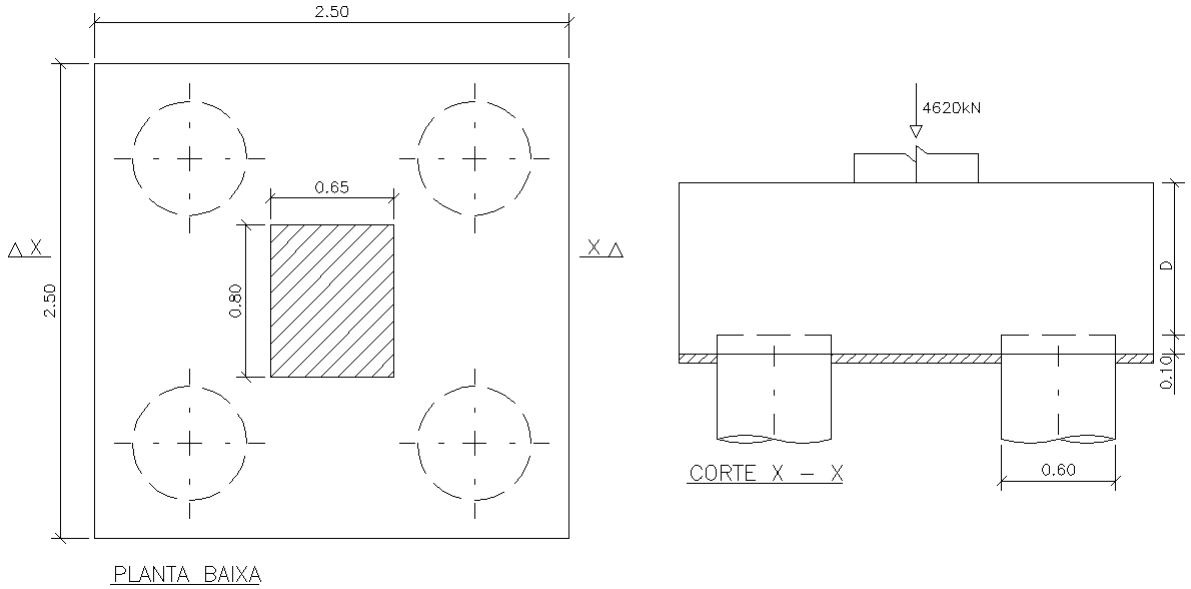
5.2.3 Exemplo 3: Bloco sobre 4 estacas

O terceiro exemplo é de um bloco sobre 4 estacas apresentado na figura 50. Os dados utilizados para o dimensionamento deste bloco são apresentados a seguir.

Dados do problema:

- Diâmetro da estaca (de) = 0,60m
- Distância entre estacas (e) = 1,50m
- Largura do bloco em x (A) = 2,50m
- Largura do bloco em y (B) = 2,50m
- Largura do pilar em x (a) = 0,65m
- Largura do pilar em y (b) = 0,80m
- Carregamento Vertical (P) = 4620kN

Figura 50 – Bloco de 4 estacas geometria e cargas



Fonte: Autor

A Tabela 11 apresenta os resultados para o dimensionamento convencional e para o dimensionamento obtido a partir da formulação do problema de otimização.

Tabela 11– Resultados do exemplo 3

Blévot & Fremy (1967)											
Solução	**f_{ck} (MPa)**	**H (m)**	**Θ**	**$\sigma_{cb,e}$ (MPa)**	**$\sigma_{e,lim}$ (MPa)**	**$\sigma_{cb,p}$ (MPa)**	**$\sigma_{p,lim}$ (MPa)**	**As (cm²)**	**Q. est.**	**$R_{emáx}$ (kN)**	**CUSTO (R$)**
Convencional (TQS)	30	1,20	53,8°	11,0	18,2	23,9	45,0	24,0			5.541,08
Otimização Blévot	30	1,02	48,8°	12,5	18,2	27,2	45,0	28,5	4	1195	5.461,31
Otimização Blévot/f_{ck}	20	1,05	49,9°	12,1	12,1	26,4	30,0	27,5			5.329,64
CEB-FIP (1970)											
Solução	**f_{ck} (MPa)**	**H (m)**	**$H_{mín}$ (m)**	**$H_{máx}$ (m)**	**$R_{e,lim}$ (kN)**	**Vd (kN)**	**Vd,lim (kN)**	**As (cm²)**	**Q. est.**	**$R_{emáx}$ (kN)**	**CUSTO (R$)**
Convencional	30	1,20			1653	4047	5304	26,5			6.008,98
Otimização CEB-FIP	30	1,03	0,40	1,20	1264	4017	4017	28,9	4	1195	5.530,62
Otimização CEB-FIP/f_{ck}	30	1,08			1255	4023	4023	27,5			5.747,35

VARIAÇÃO DOS CUSTOS

Métodos	**Δ Custo**	**Métodos**	**Δ Custo**	**Métodos**	**Δ Custo**
Convencional/Blévot	1,5%	Convencional/Blévot(f_{ck})	4,0%	Blévot/Blévot(f_{ck})	2,5%
Convencional/CEB-FIP	8,6%	Convencional/CEB-FIP(f_{ck})	4,6%	CEB-FIP/CEB-FIP(f_{ck})	-3,8%
Blévot/CEB-FIP	-1,3%	Blévot(fck)/CEB-FIP(f_{ck})	-7,3%		

Os valores do custo pelos três métodos foram próximos, a maior diferença foi de 8,6% entre o processo convencional e o método do CEB-FIP (1970) para o f_{ck} de 30MPa. A altura adotada em projeto foi de 1,20m e a altura obtida pelo método dos pontos interiores foi de 1,02m, o que aumenta a área de aço necessária, mas reduz o custo total do bloco.

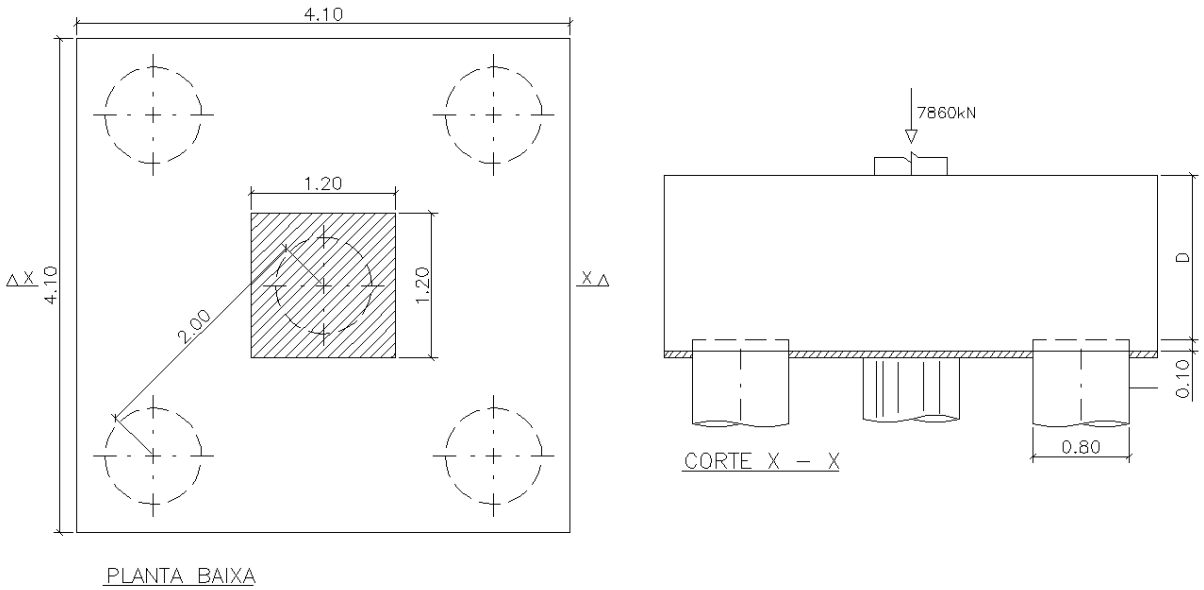
5.2.4 Exemplo 4: Bloco sobre 5 estacas (retangular)

O quarto exemplo é de um bloco sobre 5 estacas, apresentado na figura 51. A estaca adotada foi hélice contínua de 0,80m de diâmetro. Para este exemplo a estaca central possui o ângulo da biela de 90°, o que é acima do proposto pelo método de Blévot e Frémy, conforme descrito no trabalho de Munhoz (2004). Para apoios rígidos esta estaca terá uma reação maior do que as demais, mesmo para carga centrada. Os valores dos dados do problema são informados a seguir.

Dados do problema:

- Diâmetro da estaca (de) = 0,80m
- Distância entre estacas (e) = 2,00m
- Largura do bloco em x (A) = 4,10m
- Largura do bloco em y (B) = 4,10m
- Largura do pilar em x (a) = 1,20m
- Largura do pilar em y (b) = 1,20m
- Carregamento Vertical (P) = 7860kN

Figura 51 – Bloco de 5 estacas (retangular) geometria e cargas



Fonte: Autor

A Tabela 12 apresenta os resultados conforme exemplos anteriores.

Tabela 12– Resultados do exemplo 4

Blévot & Fremy (1967)											
Solução	**f_{ck} (MPa)**	**H (m)**	**Θ**	**$\sigma_{cb,e}$ (MPa)**	**$\sigma_{e,lim}$ (MPa)**	**$\sigma_{cb,p}$ (MPa)**	**$\sigma_{p,lim}$ (MPa)**	**As (cm²)**	**Q. est.**	**$R_{emáx}$ (kN)**	**CUSTO (R$)**
Convencional (TQS)	30	2,00	50,1°	9,9	18,2	17,3	45,0	39,7			19.404,50
Otimização Blévot	30	1,67	45,0°	11,4	18,2	20,0	45,0	46,8	5	1736	18.469,30
Otimização Blévot/f_{ck}	20	1,67	45,0°	11,4	12,2	20,0	30,0	46,8			17.901,61
CEB-FIP (1970)											
Solução	**f_{ck} (MPa)**	**H (m)**	**$H_{mín}$ (m)**	**$H_{máx}$ (m)**	**$R_{e,lim}$ (kN)**	**Vd (kN)**	**Vd,lim (kN)**	**As (cm²)**	**Q. est.**	**$R_{emáx}$ (kN)**	**CUSTO (R$)**
Convencional	30	2,00			4533	5833	15980	41,8			19.721,91
Otimização CEB-FIP	30	1,41	0,77	2,30	2444	5680	8364	58,8	5	1736	18.516,85
Otimização CEB-FIP/f_{ck}	20	1,44			2082	5680	7147	57,4			18.037,73

VARIAÇÃO DOS CUSTOS

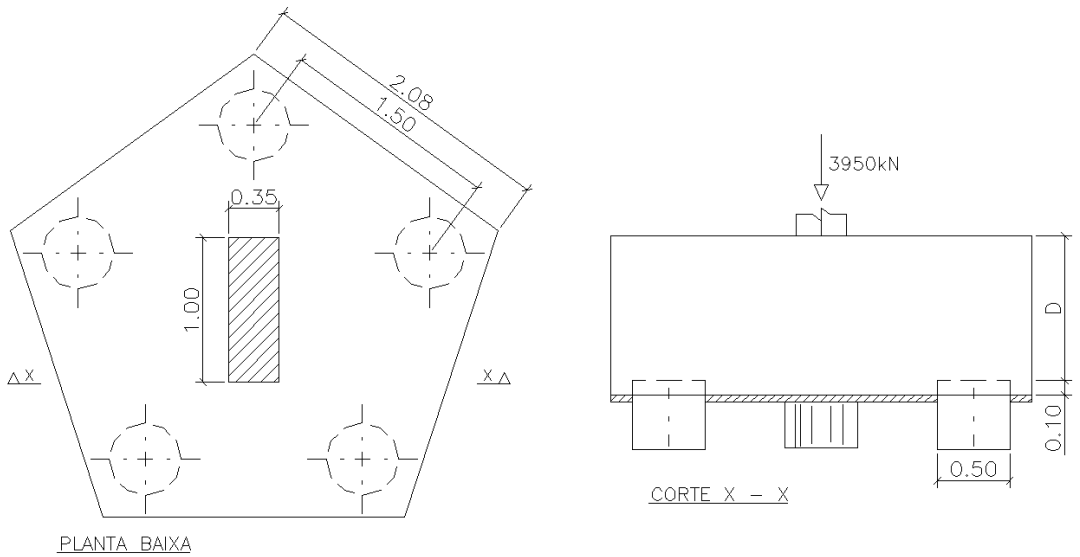
Métodos	**Δ Custo**	**Métodos**	**Δ Custo**	**Métodos**	**Δ Custo**
Convencional/Blévot	5,1%	Convencional/Blévot(f_{ck})	8,4%	Blévot/Blévot(f_{ck})	3,2%
Convencional/CEB-FIP	6,5%	Convencional/CEB-FIP(f_{ck})	9,3%	CEB-FIP/CEB-FIP(f_{ck})	2,7%
Blévot/CEB-FIP	-0,3%	Blévot(fck)/CEB-FIP(f_{ck})	-0,8%		

O custo obtido pelo método de Blévot e Frémy com a técnica de otimização foi de R$ 18.469,30, que é 5,1% menor do que o valor do bloco de referência. Para o dimensionamento foram consideradas todas as estacas suportando a mesma carga.

5.2.5 Exemplo 5: Bloco sobre 5 estacas (pentagonal)

O quinto exemplo é de um bloco sobre 5 estacas, apresentado na figura 52. As estacas foram dispostas equidistantes do centro de carga do pilar. As disposições das estacas deste exemplo garantem que as reações das estacas serão iguais para cargas centradas.

Figura 52 – Bloco de 5 estacas (pentagonal) geometria e cargas



Fonte: Autor

Dados do problema:

- Diâmetro da estaca (de) = 0,50m
- Distância entre estacas (e) = 1,50m
- Lado do bloco = 2,08m
- Largura do pilar em x (a) = 0,35m
- Largura do pilar em y (b) = 1,00m
- Carregamento Vertical (P)=3950kN

A Tabela 13 apresenta os resultados comparativos entre os métodos. O método de Blévot e Frémy apresentou um custo 2,5% menor do que o inicial. O método do CEB-FIP reduziu o custo em 2,2%, atendendo a todas as restrições impostas pelo método para f_{ck} de 30MPa. A redução do custo foi maior para o f_{ck} de 25MPa no método das bielas e tirantes e para o f_{ck} de 20MPa no método do CEB-FIP (1970).

Tabela 13– Resultados do exemplo 5

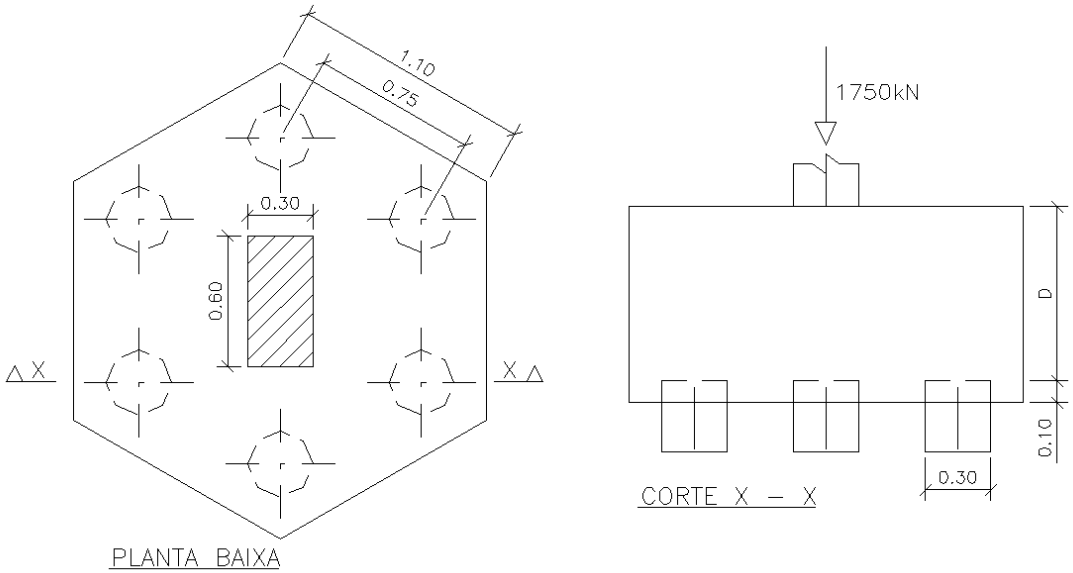
Blévot & Fremy (1967)											
Solução	**f_{ck} (MPa)**	**H (m)**	**Θ**	**$\sigma_{cb,e}$ (MPa)**	**$\sigma_{e,lim}$ (MPa)**	**$\sigma_{cb,p}$ (MPa)**	**$\sigma_{p,lim}$ (MPa)**	**As (cm²)**	**Q. est.**	**$R_{emáx}$ (kN)**	**CUSTO (R$)**
Convencional (TQS)	30	1,50	49,7°	12,5	18,2	34,9	45,0	23,7			7.724,84
Otimização Blévot	30	1,29	45,0°	14,4	18,2	40,2	45,0	27,6	5	845	7.536,91
Otimização Blévot/f_{ck}	25	1,38	47,2°	13,4	18,2	37,5	37,5	25,7			7.505,98
CEB-FIP (1970)											
Solução	**f_{ck} (MPa)**	**H (m)**	**$H_{mín}$ (m)**	**$H_{máx}$ (m)**	**$R_{e,lim}$ (kN)**	**Vd (kN)**	**Vd,lim (kN)**	**As (cm²)**	**Q. est.**	**$R_{emáx}$ (kN)**	**CUSTO (R$)**
Convencional	30	1,50			2351	4263	6395	42,3			7.884,27
Otimização CEB-FIP	30	1,23	0,73	2,18	1641	4214	4214	51,5	5	845	7.712,64
Otimização CEB-FIP/f_{ck}	20	1,36			1601	4237	4237	46,7			7.550,94

VARIAÇÃO DOS CUSTOS					
Métodos	**Δ Custo**	**Métodos**	**Δ Custo**	**Métodos**	**Δ Custo**
Convencional/Blévot	2,5%	Convencional/Blévot(f_{ck})	2,9%	Blévot/Blévot(f_{ck})	0,4%
Convencional/CEB-FIP	2,2%	Convencional/CEB-FIP(f_{ck})	4,4%	CEB-FIP/CEB-FIP(f_{ck})	2,1%
Blévot/CEB-FIP	-2,3%	Blévot(fck)/CEB-FIP(f_{ck})	-0,6%		

5.2.6 Exemplo 6: Bloco sobre 6 estacas (hexagonal)

O exemplo é de um bloco sobre 6 estacas, apresentado na figura 53. As estacas são equidistantes ao centro do pilar, o que garante a distribuição uniforme das cargas para as estacas.

Figura 53 – Bloco de 6 estacas (hexagonal) geometria e cargas



Fonte: Autor

Dados do problema:

- Diâmetro da estaca (de) = 0,30m
- Distância entre estacas (e) = 0,75m
- Lado do bloco = 1,10m
- Largura do pilar em x (a) = 0,30m
- Largura do pilar em y (b) = 0,60m
- Carregamento Vertical (P) = 1750kN

A tabela 14 apresenta os resultados conforme exemplos anteriores. A solução ótima pelo método do CEB-FIP apresentou uma redução de 6,0% do custo do bloco projetado com f_{ck} de 30MPa, o menor custo foi obtido para o f_{ck} de 20MPa.

No método das bielas e tirantes a redução de custo com a utilização do método dos pontos interiores foi de 4,2% (f_{ck}=30MPa) e, com o f_{ck} de 25MPa, a redução aumentou em 1,1%.

Tabela 14– Resultados do exemplo 6

Blévot & Fremy (1967)											
Solução	**f_{ck} (MPa)**	**H (m)**	**Θ**	**$\sigma_{cb,e}$ (MPa)**	**$\sigma_{e,lim}$ (MPa)**	**$\sigma_{cb,p}$ (MPa)**	**$\sigma_{p,lim}$ (MPa)**	**As (cm²)**	**Q. est.**	**$R_{emáx}$ (kN)**	**CUSTO (R$)**
Convencional (TQS)	30	1,00	53,1°	11,3	18,2	26,6	45,0	8,9			2.254,92
Otimização Blévot	30	0,77	45,0°	14,3	18,2	33,8	45,0	11,7	6	305	2.164,83
Otimização Blévot/f_{ck}	25	0,77	45,0°	14,3	15,2	33,8	37,5	11,7			2.142,32
CEB-FIP (1970)											
Solução	**f_{ck} (MPa)**	**H (m)**	**$H_{mín}$ (m)**	**$H_{máx}$ (m)**	**$R_{e,lim}$ (kN)**	**Vd (kN)**	**Vd,lim (kN)**	**As (cm²)**	**Q. est.**	**$R_{emáx}$ (kN)**	**CUSTO (R$)**
Convencional	30	1,00			954	1528	2484	15,1			2.118,59
Otimização CEB-FIP	30	0,81	0,40	1,20	642	1528	1528	18,8	6	305	1.999,61
Otimização CEB-FIP/f_{ck}	20	0,88			617	1528	1528	17,2			1.980,47

VARIAÇÃO DOS CUSTOS					
Métodos	**Δ Custo**	**Métodos**	**Δ Custo**	**Métodos**	**Δ Custo**
Convencional/Blévot	4,2%	Convencional/Blévot(f_{ck})	5,3%	Blévot/Blévot(f_{ck})	1,1%
Convencional/CEB-FIP	6,0%	Convencional/CEB-FIP(f_{ck})	7,0%	CEB-FIP/CEB-FIP(f_{ck})	1,0%
Blévot/CEB-FIP	8,3%	Blévot(fck)/CEB-FIP(f_{ck})	8,2%		

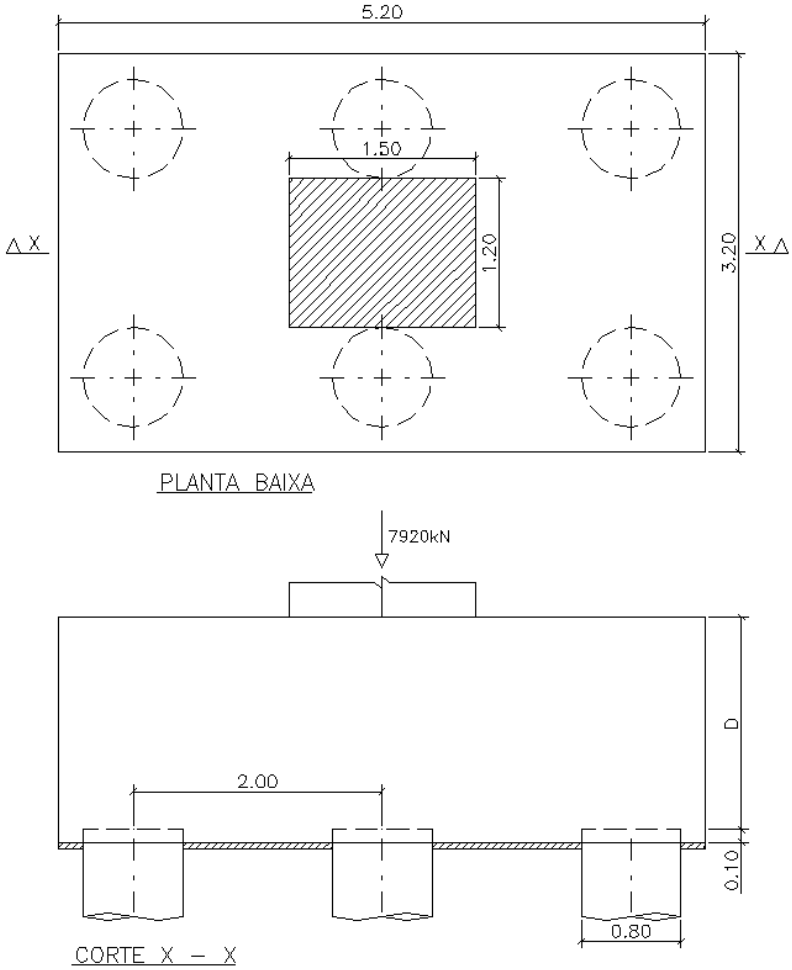
5.2.7 Exemplo 7: Bloco sobre 6 estacas (retangular)

Neste exemplo as estacas foram dispostas conforme figura 54, as duas estacas centrais estão mais próximas do centro de carga do que as demais. Esta distribuição não garante que reações nas estacas sejam as mesmas para carga centrada. Para o problema, foi usada hélice contínua com diâmetro de 0,80m e espaçamento entre estacas de 2,00m.

Dados do problema:

- Diâmetro da estaca (de) = 0,80m
- Distância entre estacas (e) = 2,00m
- Largura do bloco em x (A) = 5,20m
- Largura do bloco em y (B) = 3,20m
- Largura do pilar em x (a) = 1,50m
- Largura do pilar em y (b) = 1,20m
- Carregamento Vertical (P) = 7920kN

Figura 54 – Bloco de 6 estacas (retangular) geometria e cargas



Fonte: Autor

Os resultados estão apresentados na tabela 15, os valores projetados são próximos à solução ótima encontrada pelo método das bielas e tirantes. O método do CEB-FIP foi o que proporcionou dimensionamento com um menor custo, com o valor 11,4% menor que o projetado para o f_{ck} de 30MPa e de mais 2,6% com f_{ck} de 20MPa. Para o método das bielas e tirante a redução foi de 5,3% com f_{ck} de 30MPa e de mais 9,2% com f_{ck} de 20MPa.

Tabela 15– Resultados do exemplo 7

Blévot & Fremy (1967)											
Solução	**f_{ck} (MPa)**	**H (m)**	**Θ**	**$\sigma_{cb,e}$ (MPa)**	**$\sigma_{e,lim}$ (MPa)**	**$\sigma_{cb,p}$ (MPa)**	**$\sigma_{p,lim}$ (MPa)**	**As (cm²)**	**Q. est.**	**$R_{emáx}$ (kN)**	**CUSTO (R$)**
Convencional (TQS)	30	2,20	47,3°	9,1	18,2	15,3	45,0	46,9			19.080,38
Otimização Blévot	30	2,03	45,0°	9,8	18,2	16,4	45,0	50,5	6	1461	18.111,86
Otimização Blévot/f_{ck}	20	2,03	45,0°	9,8	12,2	16,4	30,0	50,5			16.588,20
CEB-FIP (1970)											
Solução	**f_{ck} (MPa)**	**H (m)**	**$H_{mín}$ (m)**	**$H_{máx}$ (m)**	**$R_{e,lim}$ (kN)**	**Vd (kN)**	**Vd,lim (kN)**	**As (cm²)**	**Q. est.**	**$R_{emáx}$ (kN)**	**CUSTO (R$)**
Convencional	30	2,20			5382	7421	20271	45,4			20.642,66
Otimização CEB-FIP	30	1,38	0,93	2,79	2377	7149	8697	71,2	6	1461	18.536,56
Otimização CEB-FIP/f_{ck}	20	1,42			2024	7149	7430	69,5			18.058,27

VARIAÇÃO DOS CUSTOS					
Métodos	**Δ Custo**	**Métodos**	**Δ Custo**	**Métodos**	**Δ Custo**
Convencional/Blévot	5,3%	Convencional/Blévot(f_{ck})	15,0%	Blévot/Blévot(f_{ck})	9,2%
Convencional/CEB-FIP	11,4%	Convencional/CEB-FIP(f_{ck})	14,3%	CEB-FIP/CEB-FIP(f_{ck})	2,6%
Blévot/CEB-FIP	-2,3%	Blévot(fck)/CEB-FIP(f_{ck})	-8,1%		

5.3 EXEMPLOS COM CARGA EXCÊNTRICA

Os exemplos 8, 9 e 10 serão de pilares com cargas excêntricas. O *software* realizou a busca da quantidade, disposição das estacas e fez o dimensionamento do bloco correspondente ao menor custo do conjunto bloco mais estacas. A carga máxima resistida pela estaca e o custo unitário da estaca foram informados pela empresa de construção que executou os blocos sobre estacas do edifício. Os outros dados referentes aos materiais dos blocos são os mesmos dos exemplos anteriores.

- Estaca escavada com trado mecânico com 0,70m de diâmetro: R$ 1.986,00
- Carga máxima resistente da estaca: 1850kN / estaca.

Para a otimização do conjunto (bloco mais estacas) a função objetivo, apresentada no item 3.1, foi alterada para equação 5.1 com o acréscimo do custo das estacas.

$$f(x) = V_b \cdot pc + Af \cdot pf + As \cdot \gamma a \cdot pa + n \cdot pe \quad \text{(custo do bloco mais estacas)} \qquad \textbf{(5.1)}$$

Onde:

Vb - volume do bloco;

pc - preço por metro cúbico do concreto;

Af - área de forma do bloco;

pf - preço por metro quadrado da forma;

γa - peso específico do aço;

pa - preço por kg do aço;

As - área de aço principal;

n - quantidade de estacas;

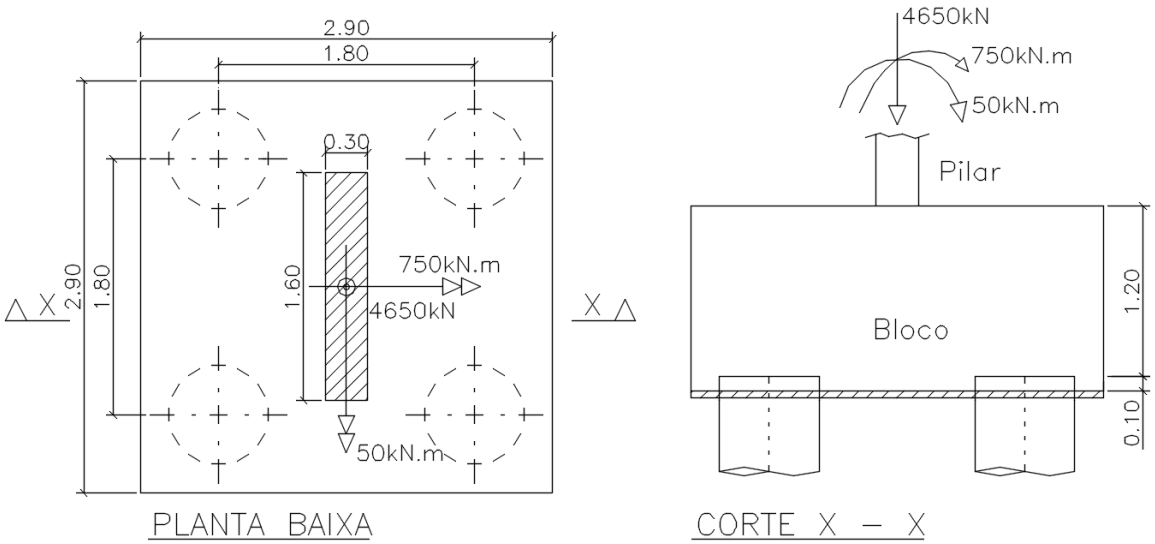
pe - preço por estaca.

5.3.1 Exemplo 8 - Bloco sobre estacas

A fundação deste exemplo é de um pilar de um edifício residencial localizado na Serra, Espírito Santo. O engenheiro estrutural entregou uma planta com as dimensões e cargas dos pilares. O pilar deste exemplo possui dimensões de 0,30m x 1,60m (em planta), carga vertical de 4650kN, momento fletor de 750kN.m (direção x-x) e 50kN.m (direção y-y) conforme mostrado na figura 55.

A solução projetada para o problema foi de 4 estacas de 0,70m de diâmetro com um bloco de 2,90m x 2,90m em planta e 1,30m de altura.

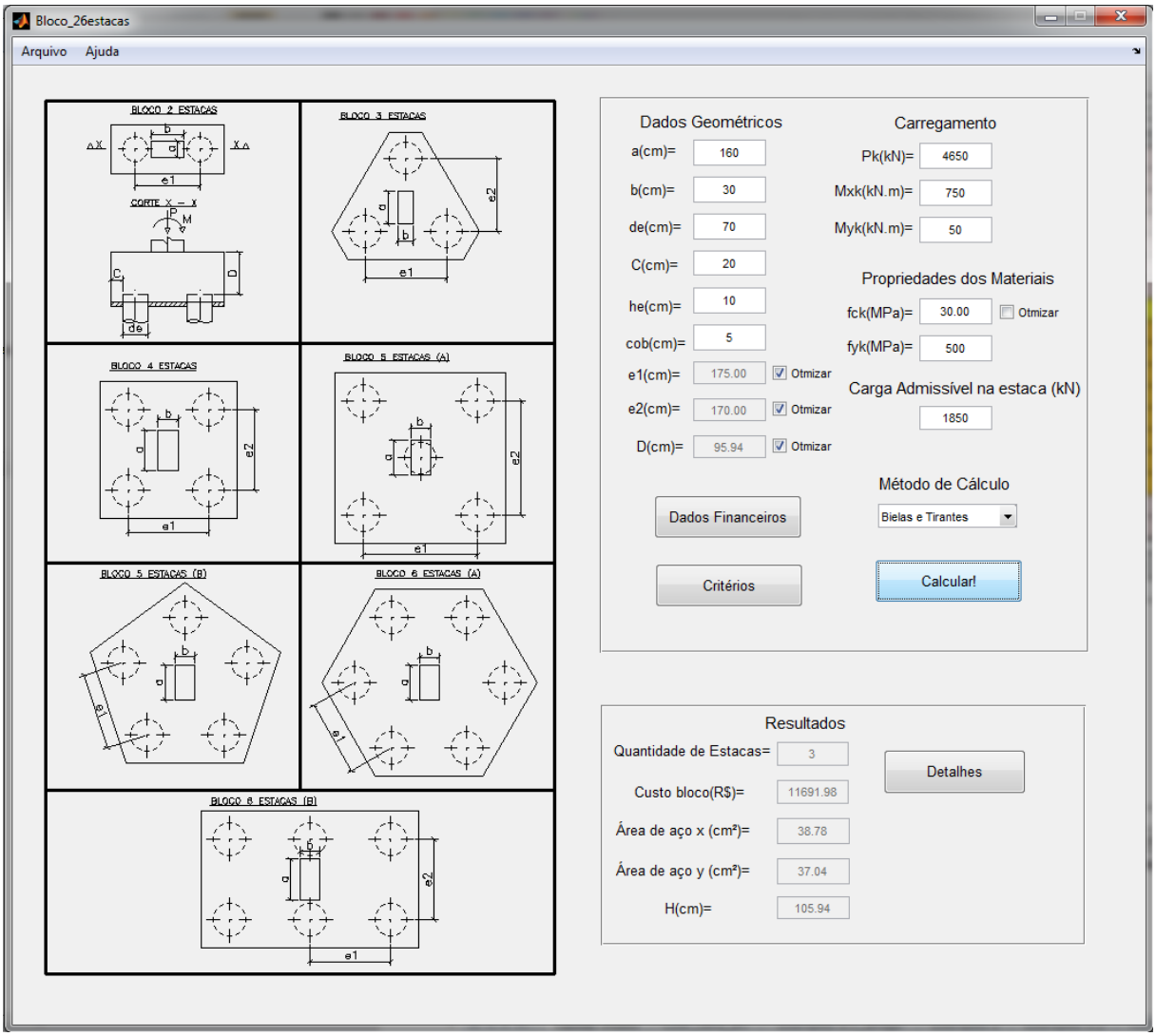
Figura 55 – Exemplo 8, bloco projetado de 4 estacas, geometria e cargas



Fonte: Autor

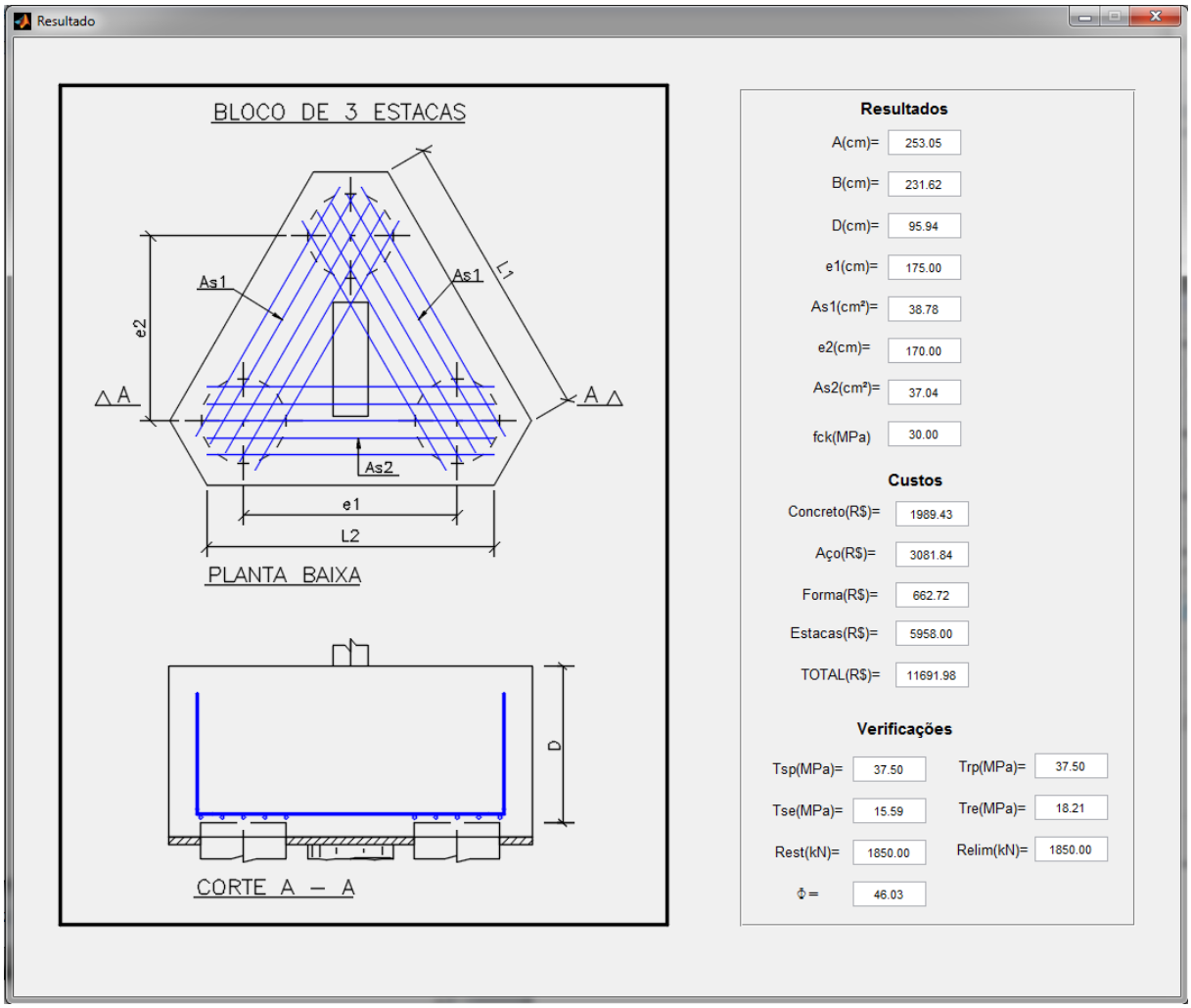
Considerando os dados informados, tanto estruturais (dimensões e cargas do pilar) como geotécnicos (diâmetro e capacidade de carga da estaca), e também os dados comerciais (custos dos materiais), através do *software* de otimização foi obtida a solução indicada nas figuras 56 e 57 pelo método das bielas e tirantes com apenas 3 estacas e um custo 36,2% menor que a solução executada.

Figura 56 – Solução do exemplo 8 pelo método das bielas e tirantes



Fonte: Autor

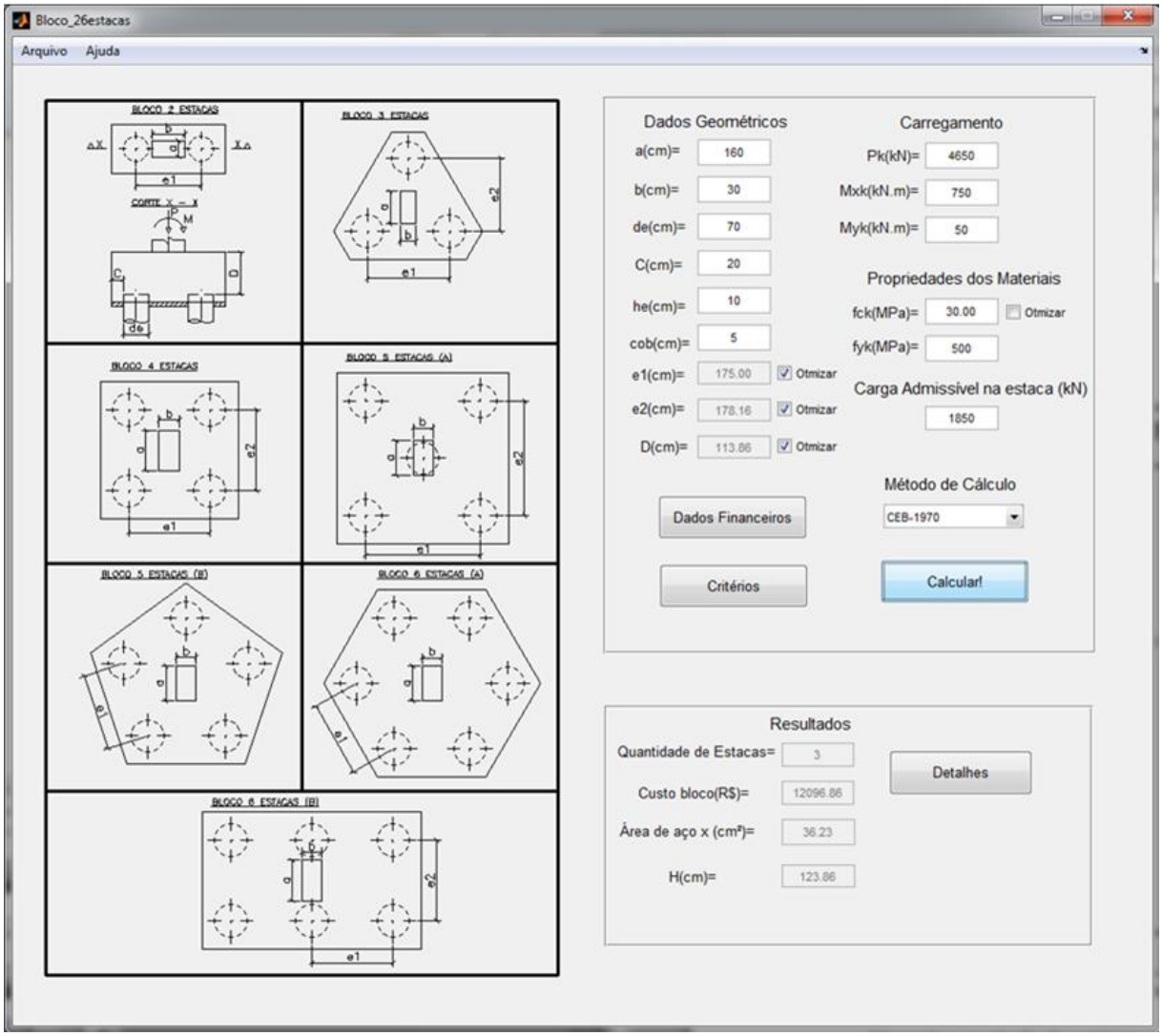
Figura 57 – Solução detalhada do exemplo 8 pelo método das bielas e tirantes



Fonte: Autor

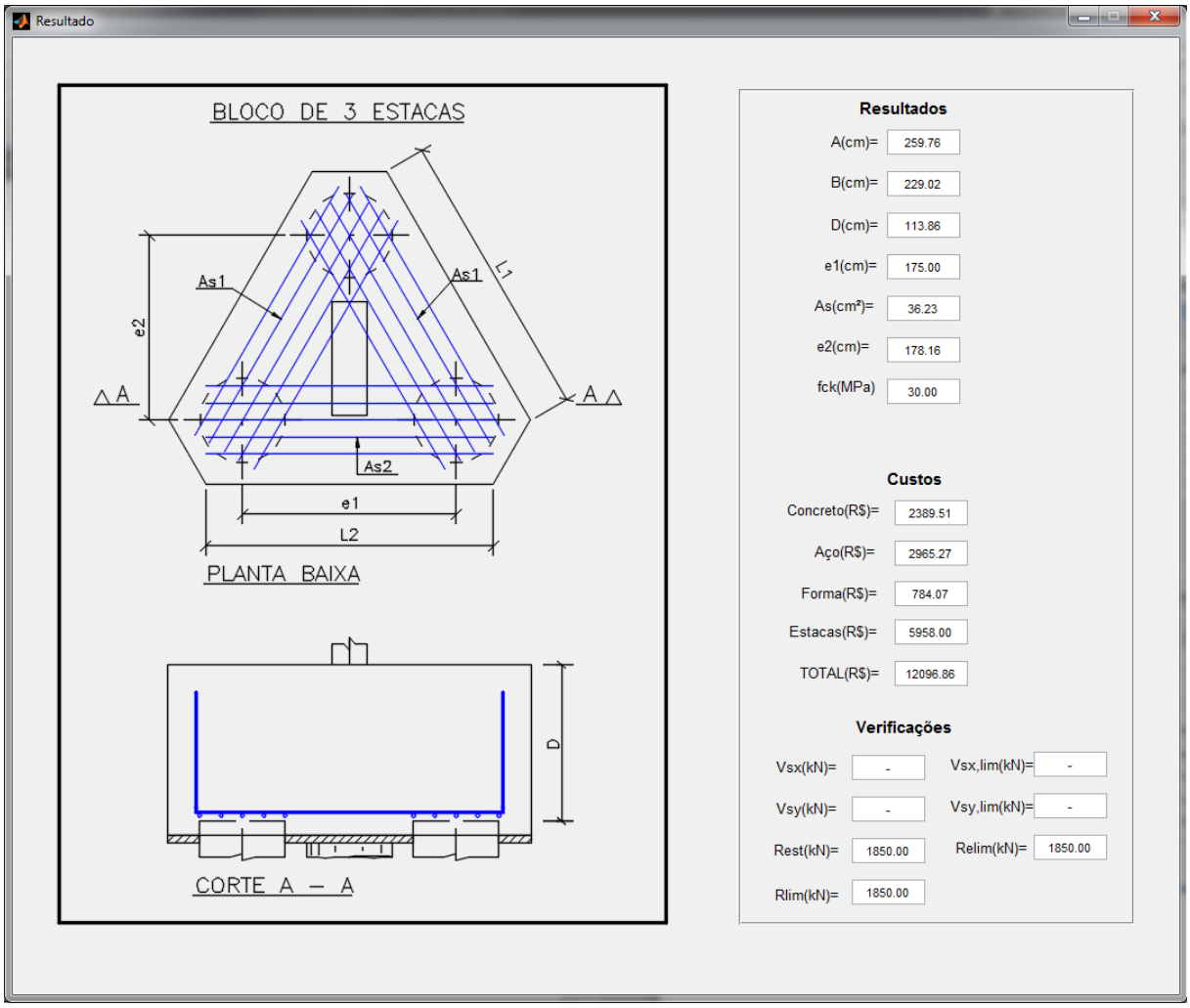
Alterando a resolução do problema pelo o método do CEB-FIP (1970), o custo mínimo obtido foi de R$ 11.691,98, sendo 29,7% menor do que o custo do bloco projetado. A redução de uma estaca proporcionou uma redução no custo total, quando comparado com a solução projetada, mesmo com o aumento da distância entre estacas. O resultado está indicado nas figuras 58 com a interface inicial e 59 com o detalhamento do bloco em questão.

Figura 58 – Solução do exemplo 8 pelo método do CEB-FIP



Fonte: Autor

Figura 59– Solução detalhada do exemplo 8 pelo método do CEB-FIP



Fonte: Autor

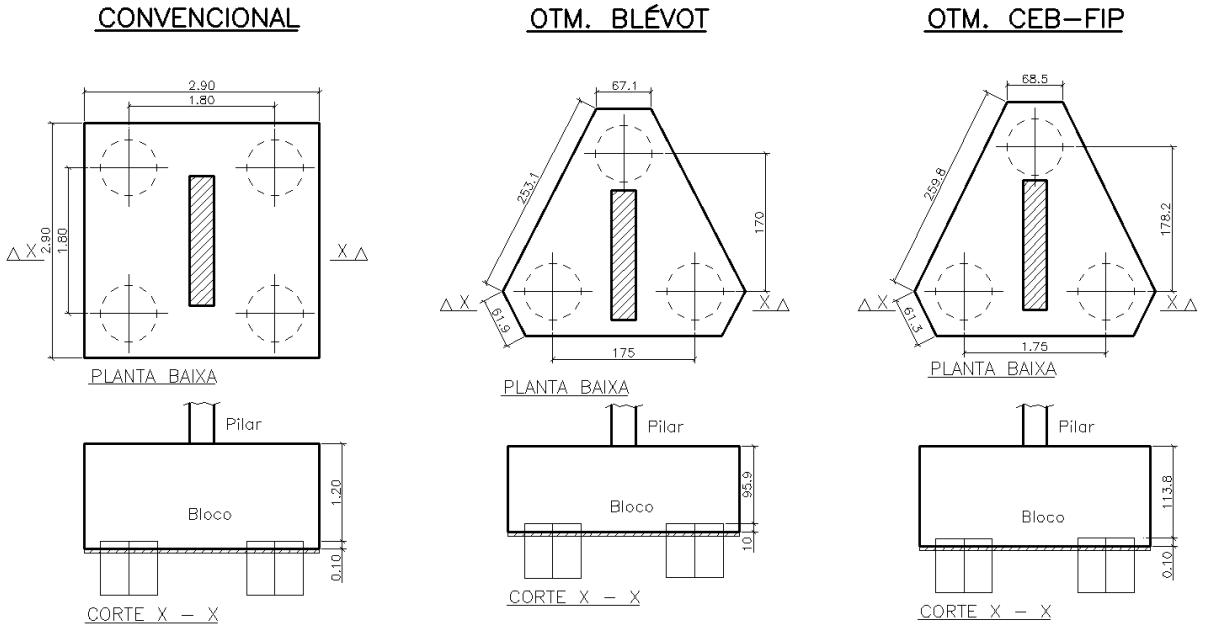
A síntese dos resultados está na tabela 16, sendo a comparação entre o projetado e o obtido pelo processo de otimização utilizando o método das bielas e tirantes e do CEB-FIP (1970), tanto para fck de 30MPa quanto para o fck como variável. A figura 60 ilustra as diferenças das soluções encontradas pelo processo convencional e os blocos dimensionados por técnicas de otimização.

Tabela 16– Resultados do exemplo 8

Blévot & Fremy (1967)											
Solução	**f_{ck} (MPa)**	**H (m)**	**Θ**	**$\sigma_{cb,e}$ (MPa)**	**$\sigma_{e,lim}$ (MPa)**	**$\sigma_{cb,p}$ (MPa)**	**$\sigma_{p,lim}$ (MPa)**	**As (cm²)**	**Q. est.**	**$R_{emáx}$ (kN)**	**CUSTO (R$)**
Convencional (TQS)	30	1,30	52,2°	10,0	18,2	32,0	45,0	34,8	4	1430	15.920,50
Otimização Blévot	30	1,06	46,0°	15,6	18,2	37,5	37,5	38,8	3	1850	11.691,98
Otimização Blévot/f_{ck}	30	1,06	46,0°	15,6	18,2	37,5	37,5	38,8	3	1850	11.691,98
CEB-FIP (1970)											
Solução	**f_{ck} (MPa)**	**H (m)**	**$H_{mín}$ (m)**	**$H_{máx}$ (m)**	**$R_{e,lim}$ (kN)**	**Vd (kN)**	**Vd,lim (kN)**	**As (cm²)**	**Q. est.**	**$R_{emáx}$ (kN)**	**CUSTO (R$)**
Convencional	30	1,30	0,48	1,46	5382	2814	2912	27,4	4	1430	15.688,80
Otimização CEB-FIP	30	1,23	0,88	2,66	1850	-	-	36,3	3	1850	12.096,86
Otimização CEB-FIP/f_{ck}	30	1,23	0,88	2,66	1850	-	-	36,3	3	1850	12.096,86

VARIAÇÃO DOS CUSTOS					
Métodos	**Δ Custo**	**Métodos**	**Δ Custo**	**Métodos**	**Δ Custo**
Convencional/Blévot	36,2%	Convencional/Blévot(f_{ck})	36,2%	Blévot/Blévot(f_{ck})	0,0%
Convencional/CEB-FIP	29,7%	Convencional/CEB-FIP(f_{ck})	29,7%	CEB-FIP/CEB-FIP(f_{ck})	0,0%
Blévot/CEB-FIP	-3,3%	Blévot(fck)/CEB-FIP(f_{ck})	-3,3%		

Figura 60– Solução convencional, otimizada pelo método de Blévot e pelo método do CEB-FIP (1970)

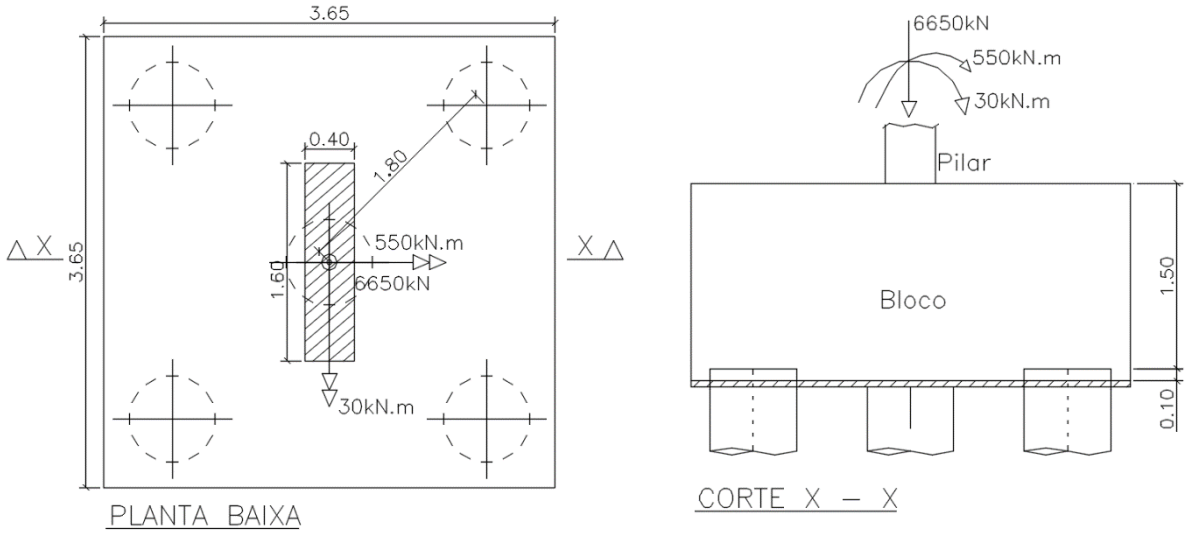


Fonte: Autor

5.3.2 Exemplo 9 - Bloco sobre estacas

No exemplo 9 o pilar possui dimensões em planta de 0,40m x 1,60m, carga de 6650kN vertical e momento de 550kN.m na direção x-x e 30kN.m na direção y-y. A solução adotada em projeto foi de 5 estacas com um bloco de 3,65m x 3,65m em planta e altura de 1,60m conforme figura 61.

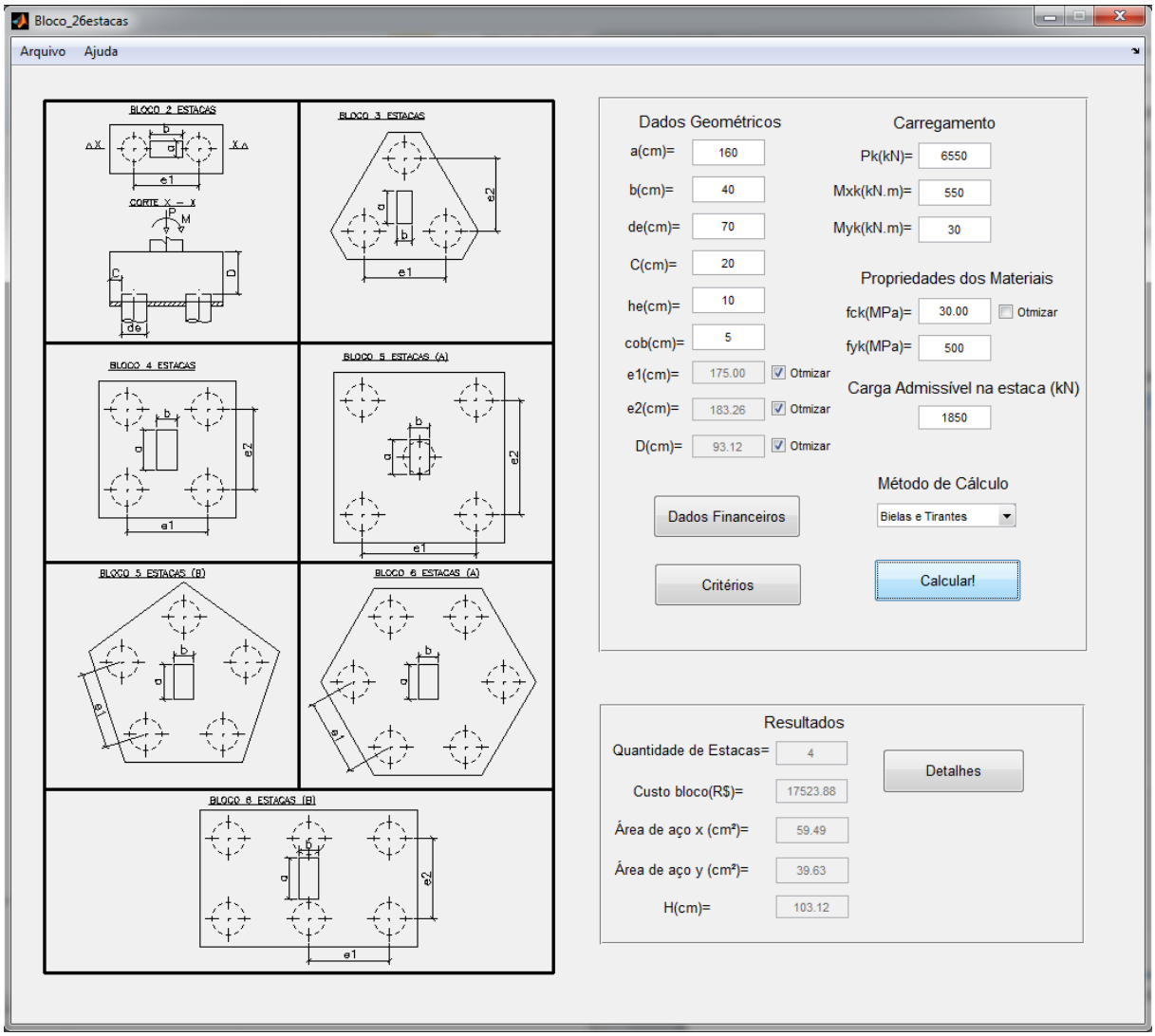
Figura 61 – Exemplo 9, bloco projetado sobre 5 estacas, geometria e cargas



Fonte: Autor

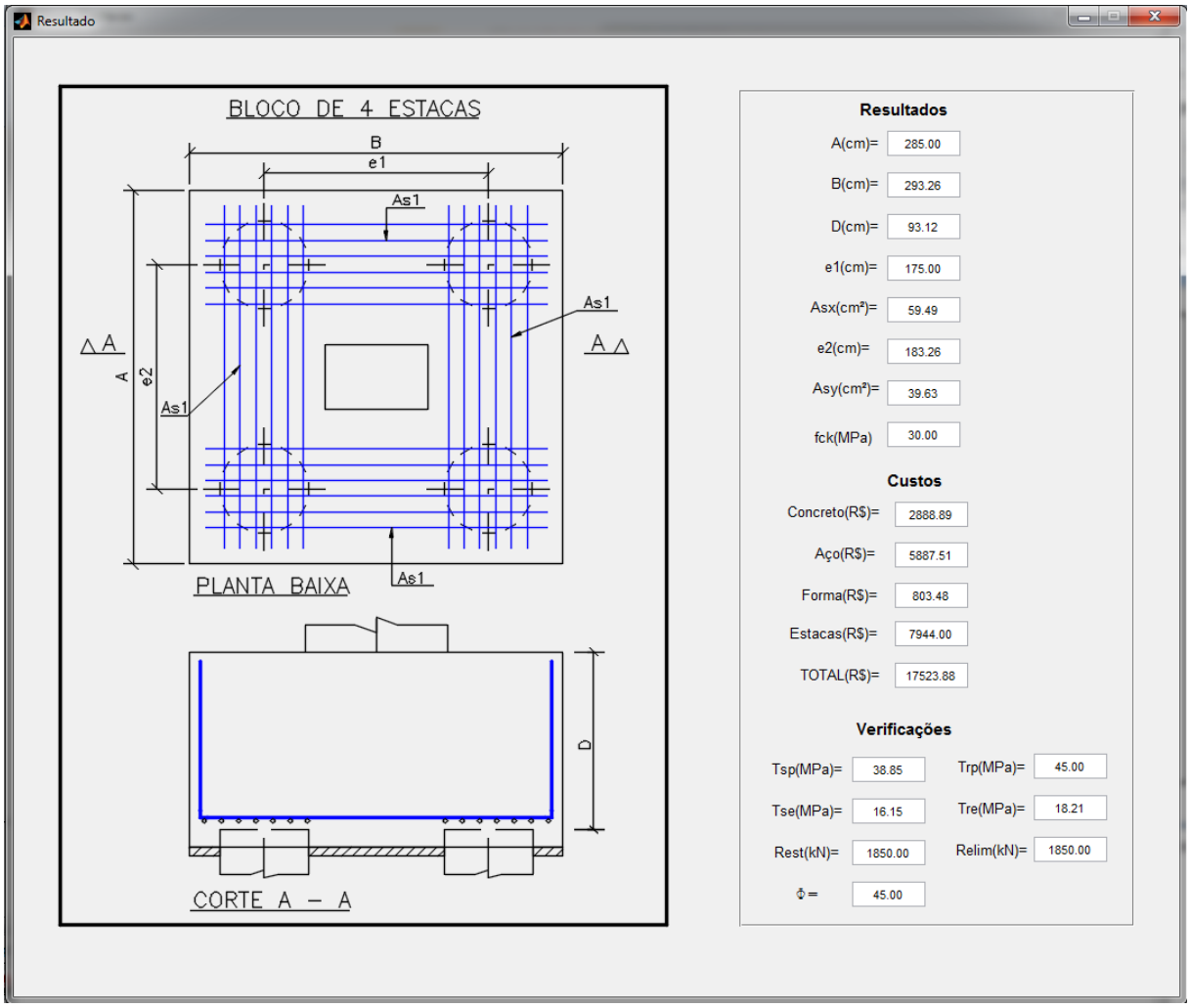
Através do *software* de otimização, foi obtida a solução indicada nas figuras 62 e 63 pelo método das bielas e nas figuras 64 e 65 pelo método do CEB-FIP (1970). A diferença de custos foi de 46,5% entre o projetado e a solução obtida pelo *software* de otimização pelo método das bielas e tirantes. A diferença foi menor utilizando o método do CEB-FIP (1970), que foi de 30,5%. Em ambos os métodos (Blévot e CEB-FIP) a distância entre estacas aumentou, reduzindo a reação na estaca, o que possibilitou a redução de uma estaca da solução projetada.

Figura 62 – Solução do exemplo 9 pelo método das bielas e tirantes



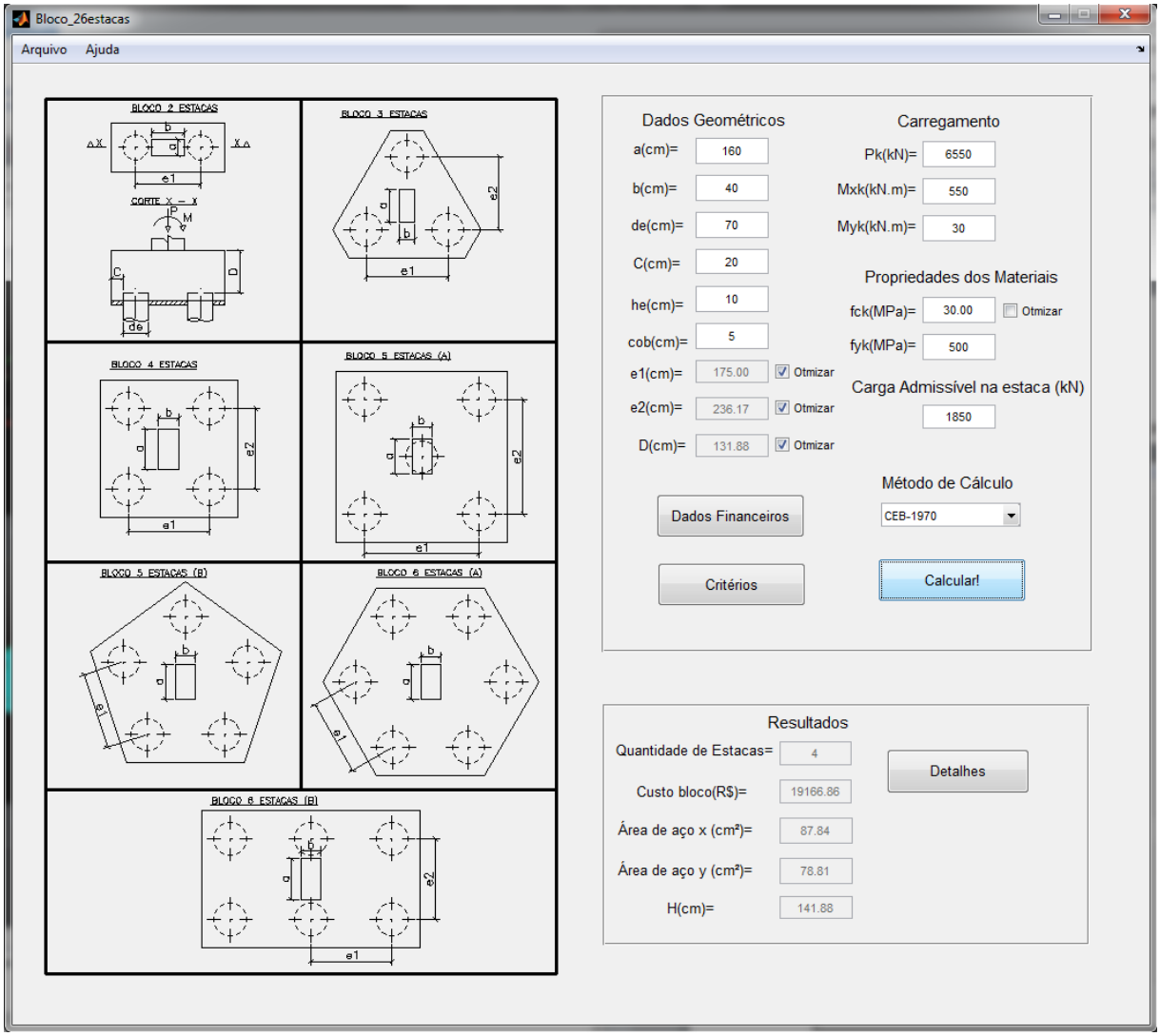
Fonte: Autor

Figura 63 – Solução detalhada do exemplo 9 pelo método das bielas e tirantes



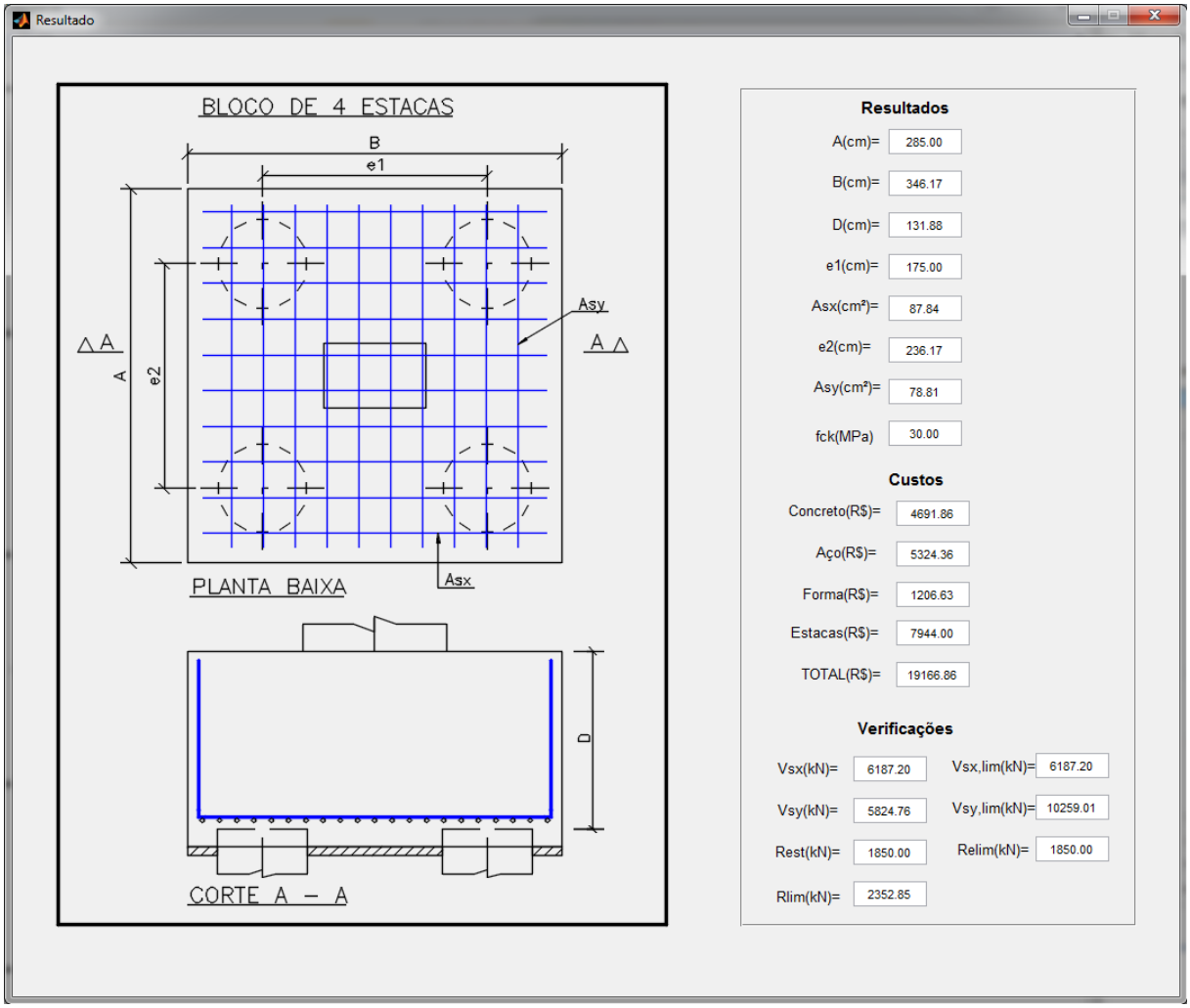
Fonte: Autor

Figura 64 – Solução do exemplo 9 pelo método do CEB-FIP



Fonte: Autor

Figura 65 – Solução detalhada do exemplo 9 pelo método do CEB-FIP



Fonte: Autor

O resumo dos resultados está indicado na tabela 17, com as diferenças de custos dos blocos dimensionados pelo processo convencional, com técnicas de otimização, com o f_{ck} fixo de 30MPa e com o f_{ck} como variável.

Tabela 17– Resultados do exemplo 9

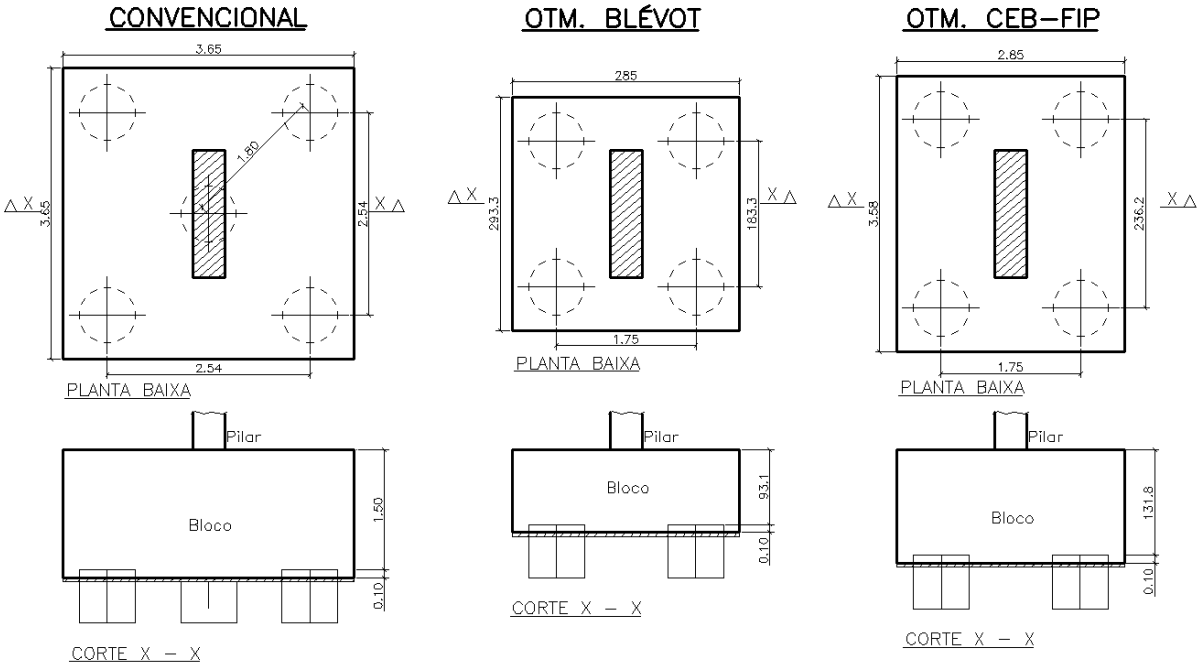
Blévot & Fremy (1967)											
Solução	**f_{ck} (MPa)**	**H (m)**	**Θ**	**$\sigma_{cb,e}$ (MPa)**	**$\sigma_{e,lim}$ (MPa)**	**$\sigma_{cb,p}$ (MPa)**	**$\sigma_{p,lim}$ (MPa)**	**As (cm²)**	**Q. est.**	**$R_{emáx}$ (kN)**	**CUSTO (R$)**
Convencional (TQS)	30	1,80	45,6°	13,3	18,2	39,8	45,0	48,6	5	1550	25.679,78
Otimização Blévot	30	1,04	45,0°	16,2	18,2	38,8	45,0	59,5	4	1850	17.523,88
Otimização Blévot/f_{ck}	30	1,04	45,0°	16,2	18,2	38,8	45,0	59,5	4	1850	17.523,88
CEB-FIP (1970)											
Solução	**f_{ck} (MPa)**	**H (m)**	**$H_{mín}$ (m)**	**$H_{máx}$ (m)**	**$R_{e,lim}$ (kN)**	**Vd (kN)**	**Vd,lim (kN)**	**As (cm²)**	**Q. est.**	**$R_{emáx}$ (kN)**	**CUSTO (R$)**
Convencional	30	1,80	0,78	2,35	3605	5187	9515	36,6	5	1550	25.006,58
Otimização CEB-FIP	30	1,42	0,85	2,54	2352	6187	6187	43,9	4	1850	19.166,86
Otimização CEB-FIP/f_{ck}	40	1,32	0,85	2,54	2381	6187	6187	47,3	4	1850	18.614,99

VARIAÇÃO DOS CUSTOS

Métodos	**Δ Custo**	**Métodos**	**Δ Custo**	**Métodos**	**Δ Custo**
Convencional/Blévot	46,5%	Convencional/Blévot(f_{ck})	46,5%	Blévot/Blévot(f_{ck})	0,0%
Convencional/CEB-FIP	30,5%	Convencional/CEB-FIP(f_{ck})	34,3%	CEB-FIP/CEB-FIP(f_{ck})	3,0%
Blévot/CEB-FIP	-8,6%	Blévot(fck)/CEB-FIP(f_{ck})	-5,9%		

Os valores demostram que o estudo da disposição das estacas feito integrado entre o geotécnico e o estrutural pode gerar reduções consideráveis no custo da fundação. A figura 66 contém o bloco projetado pelo processo convencional e os blocos dimensionados por técnica de otimização atendendo ao método das bielas e tirantes e ao CEB-FIP.

Figura 66 – Solução convencional, otimizada pelo método de Blévot e pelo método do CEB-FIP(1970)



Fonte: Autor

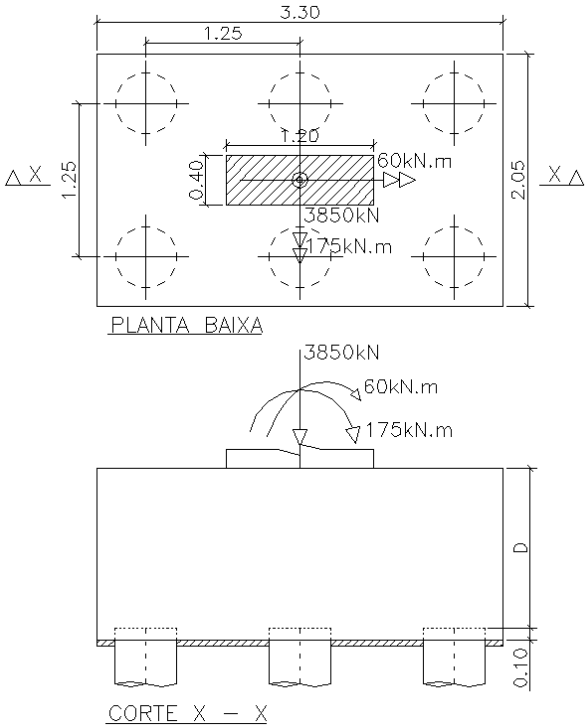
5.3.3 Exemplo 10 - Bloco sobre estacas

No último exemplo, verificou-se o dimensionamento otimizado do bloco pelo método das bielas e tirantes variando a tensão limite na biela. Os dados do exemplo estão demonstrados na figura 67 e são descritos a seguir.

Dados do problema:

- Diâmetro da estaca (de) = 0,50m
- Distância entre estacas (e) = 1,25m
- Largura do bloco em x (A) = 3,30m
- Largura do bloco em y (B) = 2,05m
- Largura do pilar em x (a) = 1,20m
- Largura do pilar em y (b) = 0,40m
- Carregamento Vertical (P) = 3850 kN
- Momento fletor em torno de eixo x (Mx) = 60kN.m
- Momento fletor em torno de eixo y (My) = 175kN.m

Figura 67 – Bloco sobre 6 estacas, geometria e cargas do exemplo 10



Fonte: Autor

Para este exemplo, foram realizadas quatro análises com os valores da tensão limite na biela de acordo com os valores propostos por Blévot e Frémy (1967), ACI (2008), EHE (2008) e ABNT NBR 6118:2014 (tabela 1). O resumo dos resultados está descrito na tabela 18.

Tabela 18– Resultados do exemplo 10 pelo método de Blévot e Frémy

Tensão Limite	f_{ck} (MPa)	H (m)	Θ	$\sigma_{cb,e}$ (MPa)	$\sigma_{e,lim}$ (MPa)	$\sigma_{cb,p}$ (MPa)	$\sigma_{p,lim}$ (MPa)	As (cm²)	Q. est.	$R_{emáx}$ (kN)	CUSTO (R$)
Blévot & Fremy (1967)	20	1,44	46,0°	12,2	12,2	29,8	30,0	24,5	6	750	5.899,09
ACI (2008)	40	1,84	53,3°	9,9	14,6	24,3	24,3	19,2			8.651,33
EHE (2008)	25	1,40	45,1°	12,5	12,5	30,7	53,6	25,3			6.197,23
ABNT NBR6118:2014	40	1,84	53,3°	9,9	17,2	24,3	24,3	19,2			8.651,33

Os valores das tensões limites tiveram grande influência nos resultados para o exemplo analisado. O menor custo foi referente às tensões limites propostas por Blévot e Frémy e o maior custo foi utilizando as tensões limites do ACI (2008) e da ABNT NBR 6118:2014. A diferença entre o maior e menor custo dos blocos foi de 31,8%. Os valores propostos pelo ACI (2008) e a ABNT NBR 6118:2014 são referentes aos nós de qualquer elemento dimensionado pelo método das bielas e tirantes, não sendo específico para blocos sobre estacas.

6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

6.1 CONCLUSÕES

Blocos sobre estacas são elementos fundamentais em uma edificação com fundação profunda, pois garantem a transferência das cargas dos pilares para as estacas. Apesar de serem de grande importância, sua inspeção é rara devido à dificuldade de visualização, o que ressalta a importância de um bom dimensionamento do elemento.

Apesar do grande volume de trabalhos sobre blocos de fundação, não se tem um consenso sobre seu real comportamento, principalmente em blocos sobre mais de 4 estacas. O principal motivo dessa dificuldade é o fato de ser um elemento de volume com as 3 dimensões com a mesma ordem de grandeza.

O método dos elementos finitos vem sendo utilizado em pesquisas sobre os blocos de fundação e apresenta de forma mais precisa o comportamento do elemento, porém exige um tempo considerável para modelagem e processamento, além de não dimensionar a armadura necessária. Estes fatos dificultam sua utilização comercial, pelo grande volume de blocos que são dimensionados em um curto período de tempo pelos escritórios de cálculo estrutural.

A maior parte do meio técnico utiliza métodos simplificados para o dimensionamento dos blocos sobre estacas, sendo os principais o método das bielas e tirantes proposto por Blévot e Frémy e o método do CEB-FIP (1970).

O método convencional de cálculo do bloco sobre estacas é feito baseado na experiência do projetista e não garante que a solução encontrada seja a solução ótima, como pode ser observado nos exemplos do capítulo 5. Os exemplos apresentados apontam que as técnicas de otimização podem ser utilizadas para resolver este tipo de problema com todas as suas nuances. Em todos os exemplos uma solução melhor foi obtida quando se compara com a solução inicialmente obtida pelo *software* comercial utilizado pelo escritório de cálculo.

O método dos pontos interiores foi eficiente na busca do bloco com um custo mínimo dentre as soluções possíveis para os exemplos analisados, tendo em vista que se obteve um resultado melhorado em relação à geometria do bloco inicialmente lançada e em relação ao custo final.

A otimização da resistência do concreto não apresentou diferenças de custos significativas na maioria dos exemplos apresentados. Vale a pena verificar se os preços executados para o volume de concreto na Grande Vitória estão dentro do padrão na região Sudeste. Este valor pode impactar diretamente na solução. Ressalta-se que não foi levada em consideração a redução do custo de manutenção durante a vida útil do bloco para concretos com maior resistência característica.

O número e disposição das estacas para uma determinada carga pode não conduzir à solução ótima quando não é levado em consideração o custo total do bloco mais as estacas. A interação dos dados geotécnicos com os estruturais para a busca da solução ótima é importante, principalmente quando a carga é excêntrica. Os exemplos 8 e 9 demostraram a alteração da solução ótima quando é feito o estudo em conjunto. A redução do custo no exemplo 9 foi de 46,4%, o que demonstra que a otimização de blocos sobre fundação pode gerar uma economia considerável no custo da estrutura, principalmente se for feita a análise da disposição das estacas em conjunto (geotécnico e estrutural).

Por fim, observa-se que a tensão limite na biela também pode influenciar no problema, conforme apresentado no exemplo 10. Neste exemplo, variou-se a tensão conforme é apresentado por diferentes normas. Em algumas situações observa-se o cálculo menos conservativo e sendo a melhor solução para o exemplo proposto a limitação indicada por Blévot e Frémy (1967).

6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Tendo em vista o exposto sugerem-se os seguintes tópicos para estudos futuros nesta linha de pesquisa:

- Implementar o dimensionamento ótimo para os demais tipos de blocos, utilizando a formulação proposta pelo método das bielas e tirantes obedecendo às prescrições da ABNT NBR 6118:2014 e pela formulação proposta pelo CEB FIP (1970).
- Implementar por meio da teoria de bielas e tirantes, um modelo genérico para otimização da quantidade e disposição de estacas de acordo com os esforços solicitantes.

- Desenvolver um modelo matemático para a determinação de um modelo ótimo de bielas e tirantes tridimensional.
- Realizar ensaios experimentais em blocos com mais de quatro estacas para verificar o modelo das bielas e tirantes e do método do CEB-FIP (1970) para valores fora do intervalo válido para os métodos.
- Aplicar métodos de otimização no dimensionamento de sapatas pelo método das bielas e tirantes, na busca de otimizar o custo deste elemento.

7 REFERÊNCIAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Building code requirements for structural concrete and commentary. Committee 318**, ACI 318-11, Farmington Hills, 2011.

ADEBAR, P.; KUCHMA, D.; COLLINS, M. P. (1990). **Strut-and-tie models for design of pile caps: an experimental study**. ACI Journal, v. 87, p. 81-91.

ALVES, E.C. (1998). **Um sistema para determinação de modelos de bielas e tirantes.** Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

AMARAL, E. C. (2004). **Otimização de forma para problemas de estado plano utilizando o método dos elementos de contorno.** Dissertação (Mestrado). UENF, Campos dos Goytacazes, RJ.

ARAÚJO, J.M. (2003).**Curso de concreto armado**. Rio Grande: Dunas, v.4, 2.ed.

ARGOLO W.P. (2000) **Otimização de seções de concreto armado submetidas a flexo-compressão reta utilizando algoritmos genéticos**. Dissertação (Mestrado). UFRJ, Rio de Janeiro, RJ.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6122:2010** – Projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:2014** – Projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro.

BASTOS, E. A. (2004). **Otimização de seções retangulares de concreto armado submetidas à flexo-compressão oblíqua utilizando algoritmos genéticos.** Dissertação (Mestrado). COOPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, RJ.

BLÉVOT, J.; FRÉMY, R. (1967). Semelles sur piex. **Analles d'Institut Techique du Bâtiment et des Travaux Publics.** Paris, v.20, n.230, p.223-295.

COMISIÓN PERMANENTE DEL HORMIGÓN. EHE: **Instucción Española de Hormigón Armado**. Ministerio de Fomento, Centro de Publicaciones, Madri, 2008.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Recommandations particulières au calcul et à l'exécution dês semelles de foundation**. Bulletin D'Information, Paris, 1970.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 1990.** London, Thomas Telford, 1993.

DELALIBERA, R.G. (2006). **Análise numérica e experimental de blocos de concreto armado sobre duas estacas submetidos à ação de força centrada e excêntrica.** Tese (Doutorado)- Escola de Engenharia de São Carlos.

NORMA PORTUGUESA (2010). Eurocódigo 2 – Projecto de estruturas de betão. NP EM 1992-1-1 2010. Caparica, Portugal.

JÚNIOR, S. J. R. (2005). **Otimização de pilares de edifícios altos de concreto armado.** Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, RJ.

LIMA, B.S. (2007). **Otimização de fundações estaqueadas**. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Brasília Faculdade de Tecnologia.

HAFTKA R.T. e GURDAL Z. (1993), **Elements of Structural Optimization**, Kluwer Academics Publishers.

HERSKOVITS, J., (1995), **A View on Nonlinear Optimization**, Advances in Structural Optimization.

LUCHI, L. A. R. (2015). **Fundações Profundas**, Espírito Santo, UFES. (Notas de aula).

MACHADO, C. P. (1985). **Edifícios de concreto armado**. São Paulo, EPUSP. (Notas de aula).

MAUTONI, M. (1972). **Blocos sobre dois apoios**. São Paulo, Grêmio Politécnico.

MATLAB, **Optimization toolbox user's guide**. Natick: Mathworks, 2007.

MEDEIROS, G.F.; KRIPKA, M. **Algumas aplicações de métodos heurísticos na otimização de estruturas.** Rev. CIATEC, Universidade de Passo Fundo, v.4, n.1, p.p.19-32, 2012.

MIGUEL, M. G. (2000). **Análise experimental e numérica de blocos sobre três estacas.** Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

MONTOYA, P.J.(2000). **Hormigón Armado.** 14ª Edición basada em la EHE ajustada al código modelo y al Eurocódigo. Editorial Gustavo Gili, SA, Barcelona.

MUNHOZ, F.S. (2004). **Análise do comportamento de blocos de concreto armado sobre estacas submetidos à ação de força centrada**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos/USP, Universidade de São Paulo.

MUNHOZ, F.S. (2014). **Análise experimental de blocos rígidos sobre duas estacas com pilares de seções quadradas e retangulares e diferentes taxas de armadura**. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos/USP, Universidade de São Paulo.

OLIVEIRA, L.M. (2009). **Diretrizes para projetos de blocos de concreto armado sobre estacas.** Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

OLIVEIRA, D. S. (2013). **Análise do comportamento estrutural de blocos de concreto armado sobre cinco e seis estacas.** Dissertação (Mestrado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP.

PARENTE JR, E.C.(2000).**Análise de sensibilidade e otimização de forma de estruturas geometricamente não-lineares.** Tese (Doutorado), Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

PEREIRA, A. (2002). **Projeto ótimo de pórticos planos com restrição à flambagem.** Dissertação (Mestrado). PUC, Rio de Janeiro.

PEREIRA, F.L.G. (2010). **Utilização de algoritmos genéticos para otimização de blocos de fundações profundas.** Revista Rico n°5. Pontifica Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC- Rio de Janeiro, RJ.

RAMOS, F.A.C. (2007). **Análise numérica de blocos sobre dez estacas: Cálculo das reações de apoio.** Tese (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos/USP, São Carlos, SP.

RIGO, B. (1999). **Métodos de otimização aplicados à análise de estruturas**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos.

SAKAI, E. (2010). **Análise de blocos de concreto armado sobre estacas**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia.

SABNIS, G. M.; GOGATE, A.B. (1984). **Investigation of thick slab (Pile Cap) behavior**. ACI Journal. Title n. 81-5, p. 35-39.

SAM, C.; IYER, P.K. (1995). **Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concret Four-Pile Caps**. Computers & Structures, .v.57,n. 4, p. 605-622.

SIAS, F.M. (2014). **Dimensionamento Ótimo de Pilares de concreto armado.** Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória, ES.

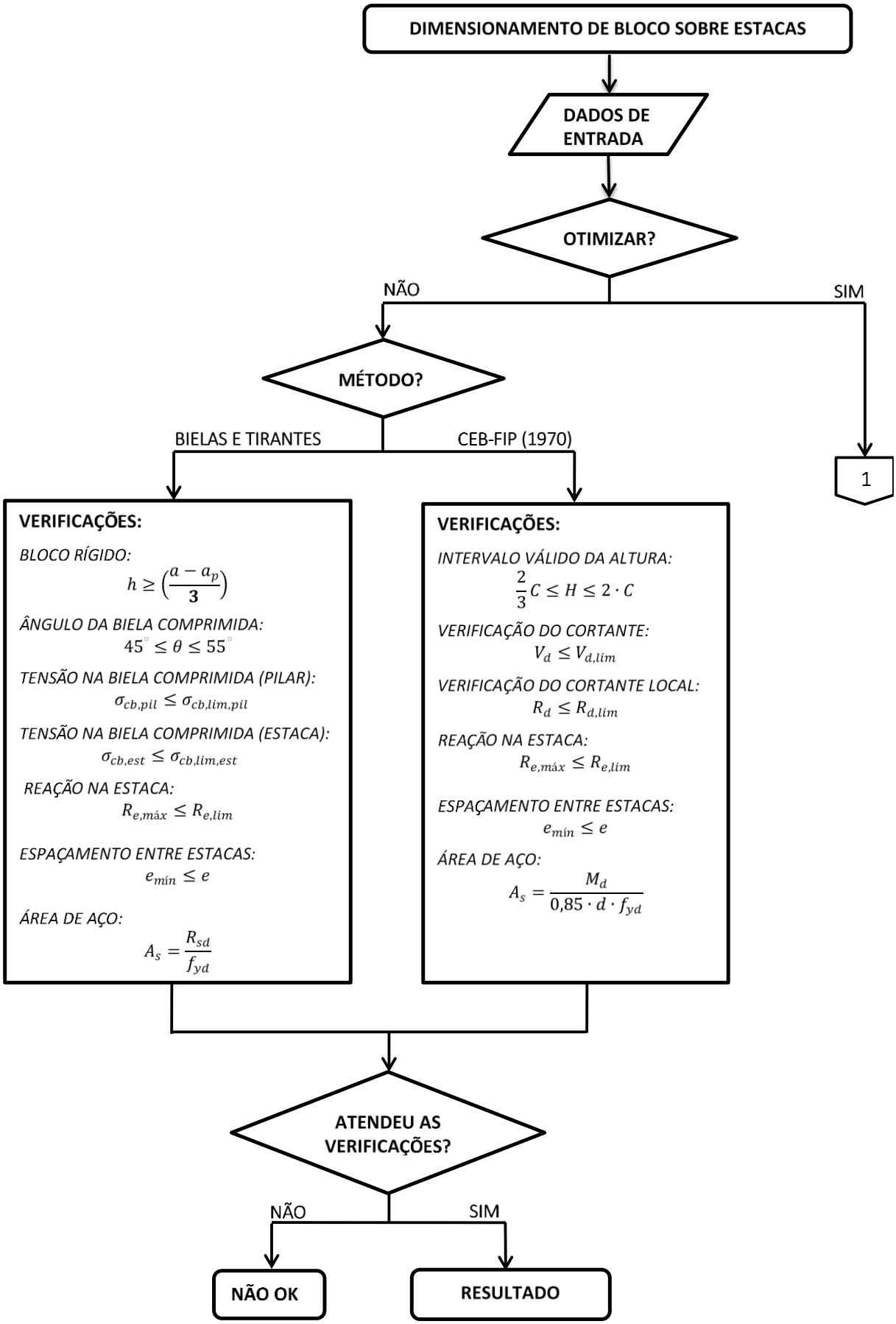
TELES, M.L. (2010). **Comparação de algoritmos genéticos e programação quadrática sequencial para otimização de problemas em engenharia**. Teoria e Prática na Engenharia Civil, n.15, p.29-39, Abril, 2010.

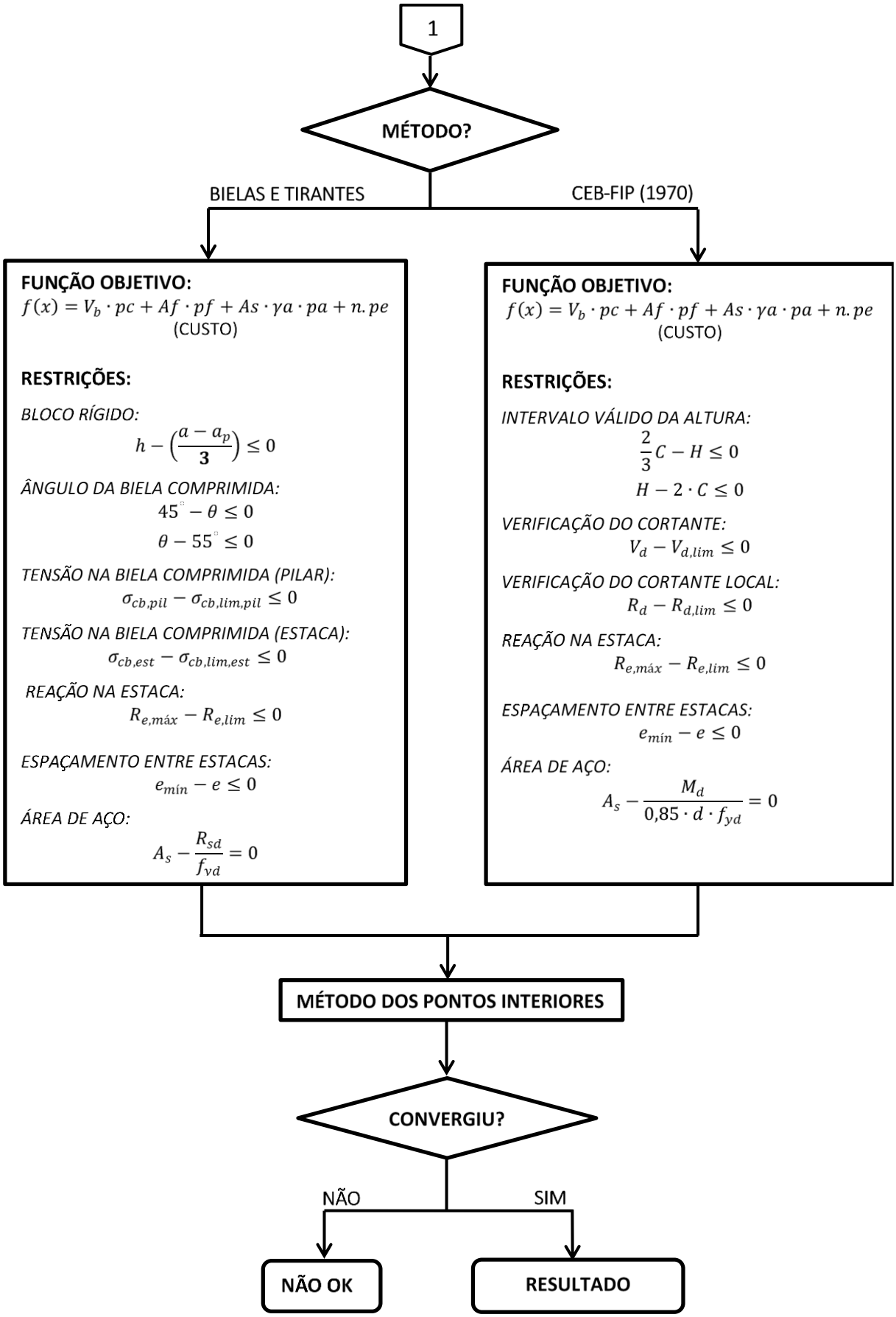
TAYLOR, H. P. J.; CLARKE, J. L. (1976). **Some detailing problems in concrete frame structures**. The Structural Engineer, January.

TOMAZ, A. G. S.; ALVES, E.C. (2015). **Dimensionamento ótimo de bloco sobre estacas.** Engenharia Estudo e Pesquisa. ABPE, v. 15 – n. 1 – p. 56-65 – jan./jun. 2015.

VIANNA, L. C. C. (2003). **Otimização de seções transversais de concreto armado: aplicação a pórticos.** Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP.

APÊNDICE A - FLUXOGRAMA DO SOFTWARE


DIMENSIONAMENTO DE BLOCO SOBRE ESTACAS
DADOS DE ENTRADA
OTIMIZAR?
NÃO
SIM
MÉTODO?
BIELAS E TIRANTES
CEB-FIP (1970)
1
VERIFICAÇÕES:
BLOCO RÍGIDO:
$h \geq \left(\frac{a - a_p}{3}\right)$
ÂNGULO DA BIELA COMPRIMIDA:
$45^{\circ} \leq \theta \leq 55^{\circ}$
TENSÃO NA BIELA COMPRIMIDA (PILAR):
$\sigma_{cb,pil} \leq \sigma_{cb,lim,pil}$
TENSÃO NA BIELA COMPRIMIDA (ESTACA):
$\sigma_{cb,est} \leq \sigma_{cb,lim,est}$
REAÇÃO NA ESTACA:
$R_{e,máx} \leq R_{e,lim}$
ESPAÇAMENTO ENTRE ESTACAS:
$e_{mín} \leq e$
ÁREA DE AÇO:
$A_s = \frac{R_{sd}}{f_{yd}}$
VERIFICAÇÕES:
INTERVALO VÁLIDO DA ALTURA:
$\frac{2}{3}C \leq H \leq 2 \cdot C$
VERIFICAÇÃO DO CORTANTE:
$V_d \leq V_{d,lim}$
VERIFICAÇÃO DO CORTANTE LOCAL:
$R_d \leq R_{d,lim}$
REAÇÃO NA ESTACA:
$R_{e,máx} \leq R_{e,lim}$
ESPAÇAMENTO ENTRE ESTACAS:
$e_{mín} \leq e$
ÁREA DE AÇO:
$A_s = \frac{M_d}{0{,}85 \cdot d \cdot f_{yd}}$
ATENDEU AS VERIFICAÇÕES?
NÃO
SIM
NÃO OK
RESULTADO


1
MÉTODO?
BIELAS E TIRANTES
CEB-FIP (1970)
FUNÇÃO OBJETIVO:
$f(x) = V_b \cdot pc + Af \cdot pf + As \cdot \gamma a \cdot pa + n.pe$
(CUSTO)
RESTRIÇÕES:
BLOCO RÍGIDO:
$h - \left(\frac{a - a_p}{3}\right) \leq 0$
ÂNGULO DA BIELA COMPRIMIDA:
$45^\circ - \theta \leq 0$
$\theta - 55^\circ \leq 0$
TENSÃO NA BIELA COMPRIMIDA (PILAR):
$\sigma_{cb,pil} - \sigma_{cb,lim,pil} \leq 0$
TENSÃO NA BIELA COMPRIMIDA (ESTACA):
$\sigma_{cb,est} - \sigma_{cb,lim,est} \leq 0$
REAÇÃO NA ESTACA:
$R_{e,máx} - R_{e,lim} \leq 0$
ESPAÇAMENTO ENTRE ESTACAS:
$e_{mín} - e \leq 0$
ÁREA DE AÇO:
$A_s - \frac{R_{sd}}{f_{yd}} = 0$
FUNÇÃO OBJETIVO:
$f(x) = V_b \cdot pc + Af \cdot pf + As \cdot \gamma a \cdot pa + n.pe$
(CUSTO)
RESTRIÇÕES:
INTERVALO VÁLIDO DA ALTURA:
$\frac{2}{3}C - H \leq 0$
$H - 2 \cdot C \leq 0$
VERIFICAÇÃO DO CORTANTE:
$V_d - V_{d,lim} \leq 0$
VERIFICAÇÃO DO CORTANTE LOCAL:
$R_d - R_{d,lim} \leq 0$
REAÇÃO NA ESTACA:
$R_{e,máx} - R_{e,lim} \leq 0$
ESPAÇAMENTO ENTRE ESTACAS:
$e_{mín} - e \leq 0$
ÁREA DE AÇO:
$A_s - \frac{M_d}{0{,}85 \cdot d \cdot f_{yd}} = 0$
MÉTODO DOS PONTOS INTERIORES
CONVERGIU?
NÃO
SIM
NÃO OK
RESULTADO