UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
PROFMAT

VIVIANA CARLA LUCAS

RESGATE DA GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL

(UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O RESGATE DE PARTE DO CONTEÚDO GEOMÉTRICO NO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL)

VITÓRIA
2016

VIVIANA CARLA LUCAS

RESGATE DA GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL

(UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O RESGATE DE PARTE DO CONTEÚDO GEOMÉTRICO NO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL)

Dissertação apresentada ao programa de pós-graduação da Universidade Federal do Espírito Santo – Mestrado Profissional em Matemática, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre.

Orientador: Dr. Florêncio Ferreira Guimarães Filho

VITÓRIA

2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Centro de Ciências Exatas

Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT

Resgate da Geometria no Ensino Fundamental

(Uma Proposta de Sequência Didática para o resgate de parte do conteúdo Geométrico no 8ºano do Ensino Fundamental).

Viviana Carla Lucas

Defesa de Trabalho de Conclusão de Curso de Mestrado Profissional submetida ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade federal do Espírito Santo como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em ___/___/____ por:

Florêncio Ferreira Guimarães Filho - UFES

Valmecir Antonio dos Santos Bayer – UFES

Silas Fantin - UNIRIO

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar a Deus que iluminou meu caminho, dando-me saúde e paz para a realização desse sonho.

Ao meu esposo por ter me acompanhado, dando força e incentivando-me a vencer mais essa etapa na minha vida.

Às minhas filhas e meus pais pela compreensão de alguns momentos não ter dado a atenção que mereciam.

Ao meu Orientador, Professor Florêncio Ferreira Guimarães Filho, que sempre se mostrou disposto a contribuir e a apoiar-me no desenvolvimento deste trabalho.

Aos demais professores da UFES, participantes do Corpo Docente do PROFMAT: Valmecir Antonio dos Santos Bayer, Moacir Rosado Filho, Etereldes Gonçalves Júnior e Fábio Júlio da Silva Valentim, que compartilharam seus conhecimentos nesses dois anos de curso.

"Tu te tornas eternamente responsável por aquilo que cativas".

(Saint'Antoine Exupéry)

RESUMO

A presente dissertação trata de uma sequência didática que têm como objetivo contribuir para o resgate de conceitos geométricos básicos que não foram vistos e/ou aprendidos por alunos do 4º ao 7º anos do Ensino Fundamental.

A motivação para a sua elaboração se deu devido à percepção da defasagem de conteúdos relativos a essa área da Matemática com alunos do 6º ao 9º anos do Ensino Fundamental.

Por meio desta sequência didática, pretende-se promover o resgate de alguns conceitos geométricos básicos tais como: conceitos primitivos (ponto, reta e plano), segmento de reta, ponto médio, ângulos, retas paralelas e retas perpendiculares, polígonos, triângulos, quadriláteros, soma dos ângulos internos de um triângulo, perímetro e áreas ajudando dessa forma os educandos a cobrir algumas lacunas conceituais da geometria e ao mesmo tempo colaborar com os educadores da área de matemática para tentar resolver esse problema.

Palavras-chave: Defasagem. Conteúdos geométricos básicos. Ensino Fundamental. Resgate. Geometria. Sequência didática.

ABSTRACT

This dissertation deal with a didactic sequence that aims to contribute to the rescue of basic geometric concepts that have not been seen and / or learned by students from 4 to 7 years of elementary school.

The motivation for this approach is due to the perception of lag content relating to this topic of mathematics with students from 6th to 9th grades of elementary school.

Through this didactic sequence it is intended to promote the rescue of some basic geometric concepts such as primitive concepts (point, line and plane), line segment, midpoint, angles, parallel lines and perpendicular lines, polygons, triangles, quadrangles, sum of the internal angles of a triangle, perimeter and areas thereby helping the students to cover some conceptual gaps geometry and also tu help mathematics educators to face this problem.

Keywords: Discrepancy. basic geometric content. Elementary School. Rescue. Geometry. Following teaching.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Trabalhando como professora de Matemática na Rede Estadual de Ensino no Município de Cariacica desde 2008, começamos a observar que tanto os alunos das séries finais do Ensino Fundamental II (8º e 9º anos), quanto os alunos do Ensino Médio, demonstravam pouco conhecimento dos Conceitos Geométricos Elementares. Muitos não tinham noção de certos conteúdos relacionados a: retas, segmentos de retas, ângulos, paralelismo, perpendicularismo, polígonos, áreas e perímetros.

A partir de 2011, quando passei a trabalhar apenas com o Ensino Fundamental II (6º ao 9º anos), tive a oportunidade de observar mais de perto quais fatores poderiam contribuir para essa defasagem de conteúdos geométricos. Foi quando constatei que essa situação tinh

a início no Ensino Fundamental I (1º ao 5º anos), pois de maneira geral os alunos que ingressavam no 6º ano pareciam desconhecer e/ou ter pouco domínio dessa área da Matemática. Mas além do problema com a Geometria, muitos deles apresentavam dificuldade na aritmética, na Linguagem escrita e falada, interpretação e consequentemente na resolução de situações problemas. Com toda essa defasagem de conteúdos geralmente o professor acaba se preocupando em resgatar primeiramente os conteúdos aritméticos, a escrita, a interpretação e por último a Geometria, por julgá-la menos relevante.

No período de junho/2014 a julho/2016 atuamos dentro da Secretaria Regional de Educação de Cariacica – Espírito Santo, como técnica pedagógica do Ensino Fundamental II onde pude analisar instrumentos diagnósticos que demonstram de forma quantitativa essa defasagem de conteúdos relacionados à Geometria nas Escolas da rede Estadual de Ensino dos municípios de: Cariacica, Viana, Marechal Floriano e Santa Leopoldina. Foi, então, que percebi que a situação que eu vivenciava com meus alunos, é o mesmo que acontece na maioria das escolas estaduais desses municípios, talvez até do Estado.

Tive contato com muitos professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, através de Oficinas e Encontros de Formação, ambos relacionados com os conteúdos Geométricos a serem trabalhados com alunos dos anos iniciais. Através, desses encontros, percebemos que um dos fatores que contribui para essa defasagem é a falta de conhecimento por parte de muitos desses professores. Devido a esse fato é fácil perceber que o conteúdo geométrico não está sendo trabalhado ou está sendo trabalhado de forma precária com esses alunos. A formação dos professores é em pedagogia e os mesmos foram alunos em uma época que pouco se trabalhava com a geometria em sala de aula, fase essa onde sofríamos ainda as consequências da Matemática Moderna, em que se dava mais importância aos conteúdos Aritméticos e Algébricos.

Outro fator que contribui muito para essa problemática é a organização dos conteúdos nos livros didáticos, que são fonte de apoio para as práticas pedagógicas, em muitos deles o conteúdo de Geometria está no final e com isso a mesma acaba ficando em segundo plano.

2 POR QUE APRENDER A GEOMETRIA?

Podemos perceber a presença da Geometria em nosso dia a dia de forma estática e dinâmica, através das paisagens naturais e as criadas pelo homem. Segundo Lorenzato (1995, p. 5):

> “A Geometria está presente por toda parte”, desde antes de Cristo, mas é preciso conseguir enxergá-la... mesmo não querendo, lidamos em nosso cotidiano com ideias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área e volume), simetria: seja pelo visual (formas), seja pelo uso no lazer, na profissão, na comunicação oral, cotidianamente estamos envolvidos com a Geometria.

Porém de certa forma, ela parece não ser vista pelos nossos alunos, é como se ela não tivesse significado nenhum para eles, como aponta Filho (2002, p. 16).

> A linguagem geométrica está de tal modo inserida no cotidiano, que a consciência desse fato não é explicitamente percebida. É dever da

> escola explicitar tal fato a fim de mostrar que a Geometria faz parte da vida, pois vivemos num mundo de formas e imagens.

Se os conteúdos Geométricos não forem trabalhados de forma significativa iremos formar indivíduos com dificuldade de compreender, descrever e representar o mundo em que vive. Segundo os Parâmetros Curriculares:

> [...] a respeito do desenvolvimento das habilidades de percepção espacial, a leitura e a utilização efetiva de mapas e de plantas, nas situações cotidianas, são fonte de numerosas dificuldades para muitas pessoas. Por exemplo, localizar um escritório num grande edifício, deslocar-se numa cidade, encontrar um caminho numa montanha são procedimentos que muitas vezes solicitam uma certa sistematização dos conhecimentos espaciais.

Em situações do dia a dia e em diversas profissões como: engenharia, arquitetura, mecânica, carpintaria, marcenaria, entre outras, o indivíduo precisa ter a capacidade de pensar geometricamente.

3 APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Na fase inicial dos estudos de Geometria, o aluno deve ser levado a compreender o espaço onde vive, bem como suas dimensões e as formas que o constitui. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais:

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.

Até o 5º ano do Ensino Fundamental o estudante deverá adquirir algumas habilidades, tais como: saber que o espaço é constituído por três dimensões (comprimento, largura e altura), que uma figura geométrica é constituída por uma, duas ou três dimensões, identificar algumas propriedades e estabelecer classificações, perceber relações entre objetos no espaço, identificar localizações ou deslocamentos e saber utilizar o vocabulário correto. Ainda de acordo com os Parâmetros Curriculares, são conteúdos e atitudes a serem trabalhados até o 8º ano do Ensino Fundamental:

Espaço e Forma

- Interpretação, a partir de situações-problema (leitura de plantas, croquis, mapas), da posição de pontos e de seus deslocamentos no plano, pelo estudo das representações em um sistema de coordenadas cartesianas;
- Distinção, em contextos variados, de figuras bidimensionais e tridimensionais, descrevendo algumas de suas características, estabelecendo relações entre elas e utilizando nomenclatura própria;
- Classificação de figuras tridimensionais e bidimensionais, segundo critérios diversos, como: corpos redondos e poliedros; poliedros regulares e não-regulares; prismas, pirâmides e outros poliedros; círculos, polígonos e outras figuras; número de lados dos polígonos; eixos de simetria de um polígono; paralelismo de lados, medidas de ângulos e de lados;
- Composição e decomposição de figuras planas;
- Identificação de diferentes planificações de alguns poliedros;
- Transformação de uma figura no plano por meio de reflexões;
-Translações e rotações e identificação de medidas que permanecem invariantes nessas transformações (medidas dos lados, dos ângulos, da superfície);
- Ampliação e redução de figuras planas segundo uma razão e identificação dos elementos que não se alteram (medidas de ângulos) e dos que se modificam (medidas dos lados, do perímetro e da área);
- Quantificação e estabelecimento de relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e de pirâmides, da relação desse número com o polígono da base e identificação de algumas propriedades, que caracterizam cada um desses sólidos, em função desses números;
- Construção da noção de ângulo associada à idéia de mudança de direção e pelo seu reconhecimento em figuras planas;
- Verificação de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º;

Grandezas e Medidas

- Reconhecimento de grandezas como comprimento, massa, capacidade, superfície, volume, ângulo, tempo, temperatura, velocidade e identificação de unidades adequadas (padronizadas ou não) para medi-las, fazendo uso de terminologia própria;

- Reconhecimento e compreensão das unidades de memória da informática, como bytes, quilobytes, megabytes e gigabytes em contextos apropriados, pela utilização da potenciação;
- Obtenção de medidas por meio de estimativas e aproximações e decisão quanto a resultados razoáveis dependendo da situação-problema;
- Utilização de instrumentos de medida, como régua, escalímetro, transferidor, esquadro, trena, relógios, cronômetros, balanças para fazer medições, selecionando os instrumentos e unidades de medida adequadas à precisão que se requerem, em função da situação-problema;
- Compreensão da noção de medida de superfície e de equivalência de figuras planas por meio da composição e decomposição de figuras;
- Cálculo da área de figuras planas pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas, ou por meio de estimativas;
- Indicar o volume de um recipiente em forma de paralelepípedo retângulo pela contagem de cubos utilizados para preencher seu interior;
- Estabelecimento de conversões entre algumas unidades de medida mais usuais (para comprimento, massa, capacidade, tempo) em resolução de situações-problema.

4 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA:

A sequência didática foi aplicada em uma turma de 15 alunos do 8º ano do Ensino Fundamental da Escola EEEFM Nossa Senhora Aparecida, localizada no Município de Cariacica – Espírito Santo. Podemos dividir essa aplicação em quatro momentos:

4.1 DIAGNÓSTICO INICIAL

No primeiro momento realizei um diagnóstico com esses alunos em relação a algumas habilidades que, segundo o Programa de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo (PAEBES), deveriam ser adquiridas até aquela fase de escolaridade.

Os itens foram objetivos, de múltipla escolha e exploravam:

- Algumas propriedades dos quadriláteros e dos triângulos;

- Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas e sua relação com perímetros e áreas;

- Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.

Esses itens foram selecionados de Exames anteriores do PAEBES.

Este Diagnóstico Inicial encontra-se no Anexo B.

A prova do PAEBES é uma avaliação externa que a Secretaria de Estado da Educação (SEDU), em parceria com o Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação da Universidade Federal de Juiz de Fora (CAEd/UFJF), criaram com o objetivo de aferir o nível de desempenho estudantil de cada estudante do Ensino Fundamental e Médio das escolas da rede estadual, redes municipais associadas e escolares particulares participantes do estado do Espírito Santo. No ANEXO A, podemos observar quais habilidades são contempladas nessa avaliação externa.

O resultado desse diagnóstico conforme eu já esperava foi ruim, como podemos observar na tabela abaixo:

Diagnóstico Inicial	
Habilidades avaliadas	**Percentual de acertos**
D3 - Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos.	43,3%
D4 - Identificar relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades.	34,4%
D5 - Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e /ou redução de Figuras poligonais usando malhas quadriculadas.	22,2%

D6 - Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.	40%

No momento de sua aplicação os alunos demonstravam ter muitas dúvidas, às vezes diziam que nunca tinham visto aqueles conteúdos.

No dia seguinte fizemos a correção de cada questão em sala e conversamos sobre as dificuldades encontradas por eles.

4.2 DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Após a socialização do resultado do diagnóstico, iniciamos a aplicação da sequência didática, em que primeiramente conversamos sobre a matemática no dia a dia, sua importância e utilização. Logo após passei um vídeo sobre a Matemática na construção civil e então começamos com os conceitos primitivos (ponto, reta e plano), depois fomos desenvolvendo conteúdos básicos da geometria: semirreta, segmento de reta, ponto médio, ângulos, retas paralelas, retas perpendiculares, polígonos, soma dos ângulos internos de um polígono, triângulos, quadriláteros, perímetro e áreas de alguns polígonos.

Utilizamos alguns instrumentos geométricos: régua e transferidor.

Procuramos desenvolver o conteúdo de forma significativa, buscando aplicações no cotidiano.

4.3 DIAGNÓSTICO FINAL

Logo após o desenvolvimento da sequência didática, aplicamos outra avaliação diagnóstica para analisar o nível de conhecimento dos alunos. Os itens foram também objetivos e de múltipla escolha. As habilidades avaliadas foram as mesmas do diagnóstico inicial.

Como podemos observar na tabela a seguir, houve uma melhora no resultado da avaliação diagnóstica:

Diagnóstico Final		
Habilidades	**Percentual de acertos do Diagnóstico Final**	**Percentual de acertos do Diagnóstico Inicial**
D3 - Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos.	60%	43,3%
D4 - Identificar relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades.	73,3%	34,4%
D5 - Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e /ou redução de Figuras poligonais usando malhas quadriculadas.	70%	22,2%
D6 - Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.	50%	40%

Alguns alunos relataram que foi interessante e importante para eles fazerem esse resgate dos conceitos básicos geométricos.

4.4 REFLEXÃO E APERFEIÇOAMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Após os três momentos citados, meu orientador e eu verificamos a necessidade de alguns ajustes e mudanças na forma de desenvolver certos conteúdos.

Segue abaixo uma sugestão de sequência didática para o resgate de parte do conteúdo de geometria.

5 PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA:

5.1 OBJETIVOS DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA:

Considerando a defasagem de conteúdos Geométricos básicos: conceitos primitivos (ponto, reta e plano), segmento de reta, ponto médio, ângulos, retas paralelas e retas perpendiculares, polígonos, triângulos, quadriláteros, soma dos ângulos internos de um triângulo, perímetro e áreas resolvemos propor uma sequência didática que possa contribuir para o resgate da geometria básica no 8º ano e dessa forma ajudar os educandos a cobrir algumas lacunas conceituais da geometria e ao mesmo tempo colaborar com os educadores da área de matemática para tentar resolver esse problema.

5.2 DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA:

Nesta seção iremos sugerir uma sequência didática que tem como objetivos principais:

- Contribuir para o resgate dos Conteúdos Geométricos básicos: conceitos primitivos (ponto, reta e plano), segmento de reta, ponto médio, ângulos, retas paralelas e retas perpendiculares, polígonos, triângulos, quadriláteros, soma dos ângulos internos de um triângulo, perímetro e áreas;
- Adaptar a linguagem original desses conteúdos geométricos básicos à situações do cotidiano do aluno facilitando o processo de ensino/aprendizagem.

5.2.1 SONDAGEM DO CONHECIMENTO QUE O ALUNO TEM DA UTILIZAÇÃO DA MATEMÁTICA NO DIA A DIA

Sugerimos começar a aula fazendo uma sondagem do conhecimento que o aluno tem sobre a Matemática, sua importância e utilização no dia a dia. Podemos fazer alguns questionamentos:

- **A Matemática está presente em seu dia a dia?**

Possíveis respostas:

Aluno 1: em algumas situações sim, por exemplo, ao comprar pão na padaria pela manhã eu uso o dinheiro que está relacionado com números, faço contas de quanto devo pagar e se irá sobrar troco.

Aluno 2: as horas no relógio, quando vou comprar roupas.

- **E na sala de aula, podemos perceber a presença da Matemática?**

Possíveis respostas:

Aluno 3: nas janelas, temos retângulos, quadrados. As mesas são no formato de retângulo.

Aluno 4: a porta, o quadro, as paredes, são todos retangulares.

Nesse momento podemos direcionar a aula para a geometria, falar sobre prédios, casas, os trilhos da linha de trem. Sugimos passar o vídeo sobre A Matemática na Construção, esse vídeo mostra as várias aplicações da geometria. Profissionais da construção civil dos diferentes setores usando a matemática no desenvolvimento de suas funções: o arquiteto na elaboração dos projetos (plantas, maquetes), o engenheiro no cálculo de estruturas e materiais que serão empregados na obra, o pedreiro no cálculo da quantidade de material que será utilizado e o carpinteiro e o marceneiro no cálculo de medidas, ângulos e nos encaixes.

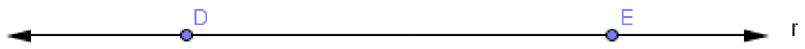
5.2.2 CONCEITOS PRIMITIVOS

Nesta subseção abordaremos os conceitos primitivos (e, portanto, aceitos sem definição) na Geometria espacial os conceitos de ponto, reta e plano. Habitualmente, usamos a seguinte notação:

- **PONTO**: não possui dimensões. É indicado por letras maiúsculas do nosso alfabeto.

Ponto A

- **RETA:** uma reta é formada por infinitos pontos. Não tem começo nem fim, ou seja, é ilimitada nos dois sentidos. É impossível desenhar uma reta no papel ou na lousa. Por esse motivo desenhamos apenas “uma parte” dela. A quina de uma mesa é parte de uma reta.



reta r ou reta $\overleftrightarrow{DE}$

- **PLANO:** é imaginado sem fronteiras, ilimitado em todas as direções. Assim como no caso da reta, seria impossível desenhar um plano no papel ou na lousa. Por esse motivo, representamos apenas “uma parte” do plano e indicamos com letras minúsculas do alfabeto grego: α (alfa), β (beta), γ (gama), entre outras. O piso de uma sala, a tampa de uma mesa são exemplos de partes do plano.

Plano α

5.2.3 OUTROS CONCEITOS:

- **SEMIRRETA:** um ponto divide a reta em duas partes, chamadas de semirretas.

Semirreta $\overrightarrow{AB}$

(Semirreta que começa em A e que contém B.)

- **SEGMENTO DE RETA:**

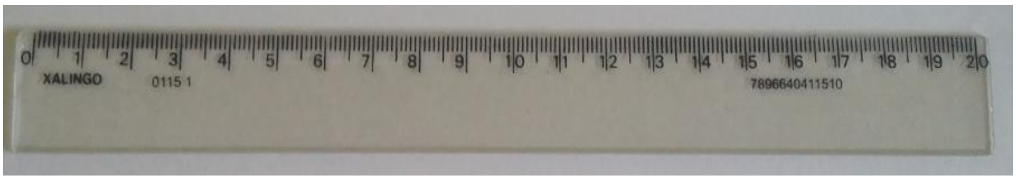
Um segmento de reta é qualquer parte da reta compreendida entre dois pontos. Esses dois pontos são chamados de extremidades do segmento de reta.

Na figura abaixo, temos o segmento de reta $\overline{AB}$ ou segmento de reta $\overline{BA}$, em que os pontos A e B são os extremos.

- **MEDIDA DO COMPRIMENTO DE UM SEGMENTO DE RETA:**

É o número obtido quando comparamos um segmento considerado com outro segmento tomado como unidade de medida.

Uma régua está dividida, através de marcas, com espaços iguais. Cada espaço é chamado de uma unidade de medida.



Foi combinado que:

- a distância entre dois traços pequenos em uma régua é chamado de 1 milímetro;

 $1mm$

- dez tamanhos de um milímetro é um centímetro (por exemplo a distância da marcação zero à marcação um da régua);

$1cm$

- cem vezes o tamanho de um centímetro é um metro;
- mil vezes o tamanho de um metro é um quilômetro.

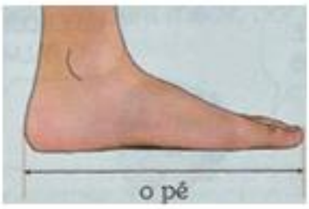
Podemos observar outros instrumentos que contém marcas que servem para medir: esquadro, trena, Escala Métrica Articulada, fita métrica.

Em rodovias federais e estaduais, observamos placas que marcam distâncias:

Antigamente, o homem usava o próprio corpo para obter unidades de medida de comprimento: a polegada, o pé, o passo, o palmo e o cúbico foram algumas dessas unidades.

Por volta de 1790, essas unidades foram padronizadas. Surgiu então o metro como unidade fundamental para medir comprimentos.

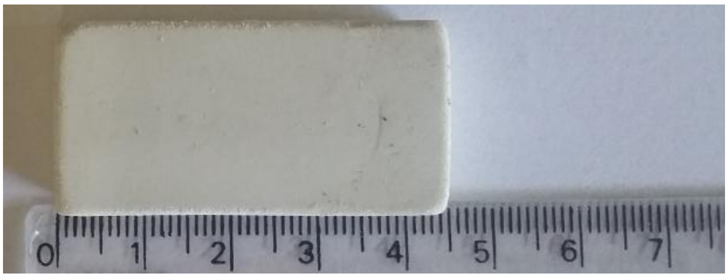
Veja algumas dessas unidades:



VAMOS MEDIR ALGUNS SEGMENTOS

EXEMPLOS:

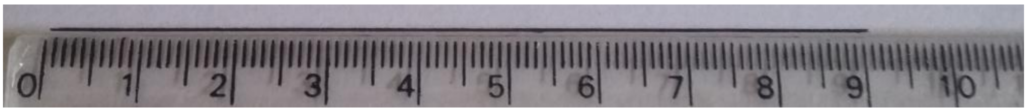
Exemplo 5.1: Observando a ilustração abaixo, podemos afirmar que a borracha da figura tem quantos centímetros?



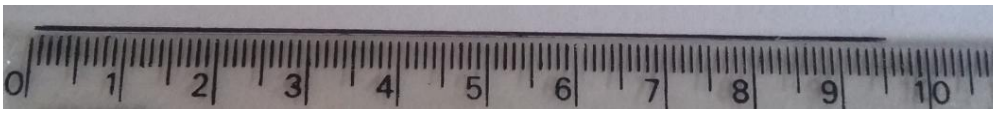
Observando a figura, podemos perceber que a unidade de medida $1cm$ cabe quatro vezes dentro do comprimento da borracha mais cinco vezes a unidade $1mm$, totalizando $4cm$ e $5mm = 4{,}5cm$.

Resposta: a borracha da figura tem $4cm$ e $5mm$ ou $4{,}5cm$ de comprimento.

Exemplo 5.2: Nas figuras abaixo temos segmentos de reta destacados. Determine o comprimento de cada um.

a) 

Resposta: o comprimento desse segmento é de $9cm$.

b) 

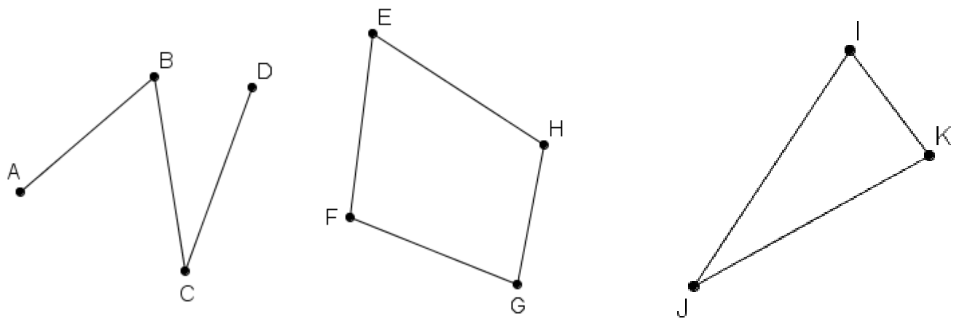
Resposta: o comprimento desse segmento é de $9cm$ e $5mm = 9{,}5cm$.

c) 

Professor, nesse caso peça atenção aos alunos para observarem que o segmento começa na marcação um e a unidade de medida $1cm$ cabe cinco vezes dentro do segmento e mais três vezes a unidade $1mm$, totalizando $5cm$ e $3mm = 5{,}3cm$

Resposta: o comprimento desse segmento é de $5cm$ e $3mm$ ou $5{,}3cm$.

Exemplo 5.3: utilizando a régua, dê a medida de cada segmento de reta nas figuras abaixo.

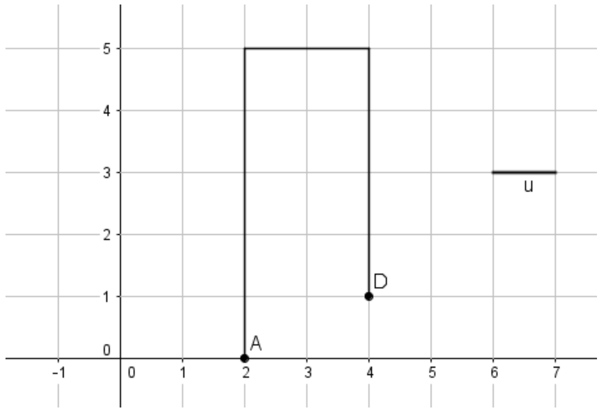


Professor, sugerimos atenção especial no momento de utilização da régua por parte dos alunos, pois os mesmos estão acostumados a começar medir pelo número 1 da régua e não pelo número 0.

Exemplo 5.4: Utilizando a régua, construa os segmentos de reta abaixo:

- $\overline{AB} = 10cm$
- $\overline{CD} = 6cm$
- $\overline{XY} = 2{,}5cm$
- $\overline{DE} = 1{,}4cm$

Exemplo 5.5: A figura a seguir foi construída sobre uma malha quadriculada, nela temos uma linha poligonal que começa em A e termina em D. Qual é o comprimento da linha poligonal $\overline{AD}$? Considere o lado de cada quadrado da malha como unidade de medida.



Obs.: Linha poligonal é a figura formada por uma sequência de segmentos de reta, onde o ponto final de um segmento é o ponto inicial do próximo.

Resposta:

$\overline{AD} = 5u + 2u + 4u = 11u$

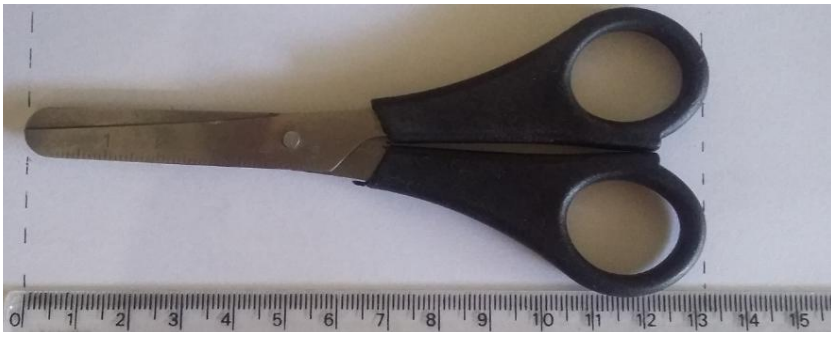
Resposta: o comprimento dessa linha poligonal é de $11u$.

ATIVIDADES:

Atividade 5.6: Observe as figuras abaixo e escreva a medida do comprimento de cada uma.

a)

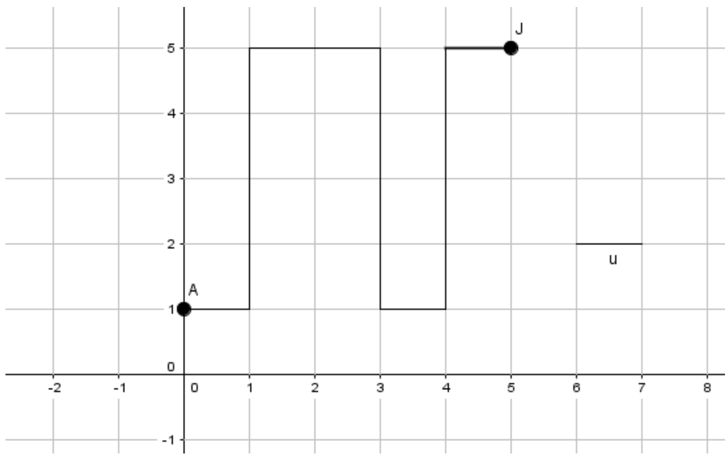
b)



Atividade 5.7: Utilizando a régua, construa os segmentos de reta abaixo:

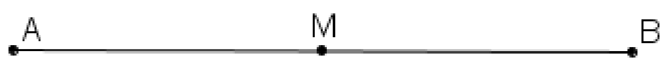
- $\overline{AB} = 12cm$
- $\overline{CD} = 6{,}8cm$
- $\overline{XY} = 0{,}5cm$
- $\overline{DE} = 1{,}9cm$

Atividade 5.8: A figura a seguir foi construída sobre uma malha quadriculada. Temos uma linha poligonal que começa em A e termina em J. Qual é o comprimento dessa linha poligonal $\overline{AJ}$?



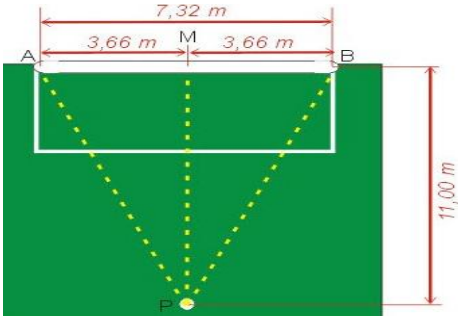
Obs.: Considere o lado de cada quadrado da malha como unidade de medida.

- **PONTO MÉDIO:** é o ponto que divide um segmento de reta em dois segmentos iguais, isto é, de mesmo comprimento.



Temos que o ponto M divide o segmento AB em duas partes iguais.

OBS.: Para tornarmos significativo esse conteúdo, podemos citar como exemplo a posição do goleiro no gol. No momento da cobrança do pênalti o goleiro se posiciona inicialmente no ponto médio da linha do gol e depois tenta enganar o jogador chegando um pouco para o lado, sem que ele perceba, para que o cérebro entenda que do outro lado o espaço é maior e, portanto a chance de fazer o gol também, daí o goleiro se lança para esse lado.



5.2.4 GIROS E ÂNGULOS

Podemos começar a aula conversando sobre giros. Alguns comandos podem ser realizados:

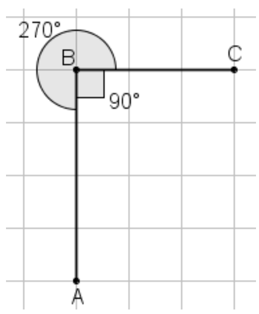
- Dê um giro em torno do próprio corpo de uma volta completa;

- Depois um giro de meia volta;

- Depois um giro de $\frac{1}{4}$ de uma volta.

Solicitar a um aluno que realize os seguintes comandos:

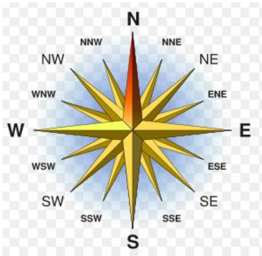
- Dê quatro passos para frente, gire $\frac{1}{4}$ de uma volta para a direita e dê mais três passos (fazer o esboço do caminho no quadro);



OBS.: Nesse momento podemos revisar a ideia de fração. Considerar que uma volta completa tem 360º e calcular o valor de $\frac{1}{4}$ de uma volta.

EXEMPLOS

Exemplo 5.9: No pátio de manobras de um aeroporto, um avião estava direcionado para o sul, como mostra a imagem a seguir.



Escreva para onde o avião ficará direcionado se ele realizar um giro de:

a) um quarto de volta para a direita;

Resposta: O avião ficará de frente para o oeste.

b) meia volta para a esquerda;

Resposta: O avião ficará de frente para o norte.

c) três quartos de volta para a direita;

Resposta: O avião ficará de frente para o leste.

d) três voltas para a esquerda.

Resposta: O avião voltará para a mesma posição, ficando de frente para o sul.

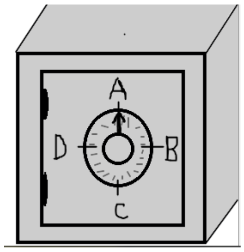
Exemplo 5.10: Para abrir o cofre apresentado a seguir é necessário realizar a seguinte sequência de giros na roleta:

1º) três quartos de volta no sentido horário;

2º) meia-volta no sentido anti-horário;

3º) um quarto de volta no sentido horário;

4º) uma volta e meia no sentido anti-horário.



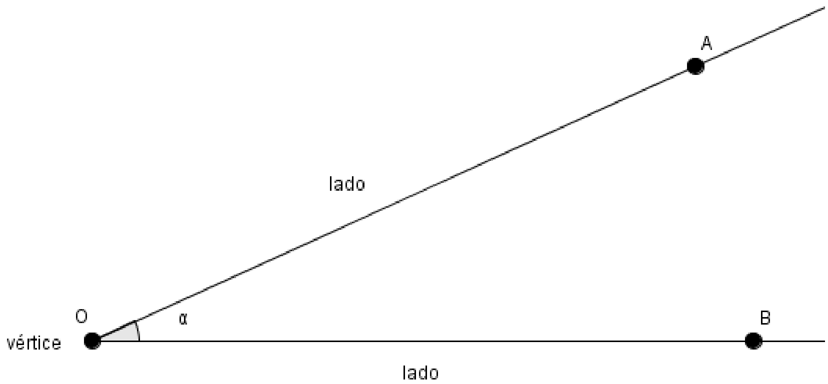
Observação: Considere como sentido horário, o sentido em que os ponteiros de um relógio giram e anti-horário o sentido contrário que os ponteiros de um relógio giram.

Após realizar a sequência de giros, para qual letra a seta estará apontando na roleta do cofre?

Resposta: a seta estará apontando para a letra A.

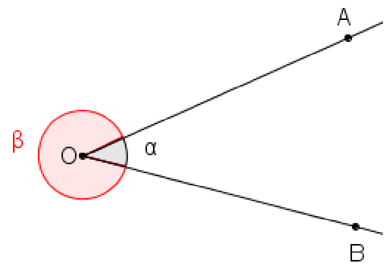
ÂNGULO: é a figura formada por duas semirretas de mesma origem.

Considere a figura abaixo:



Indicamos o ângulo da figura por $A\hat{O}B$ ou $B\hat{O}A$ ou simplesmente $\hat{O}$. As semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ são chamados os lados do ângulo. O ponto O é o vértice.

Observando a figura a seguir, podemos perceber que temos duas regiões.

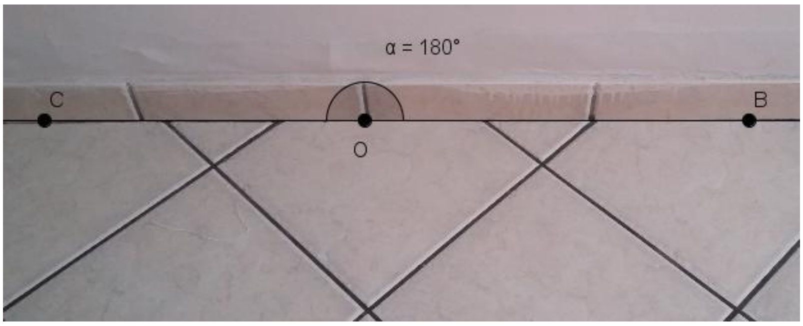


Logo após a definição de ângulos, é importante conversar sobre a utilização de ângulos no dia a dia. Por exemplo na própria sala de aula: nas janelas, portas, mesas, paredes, cadernos e estantes.

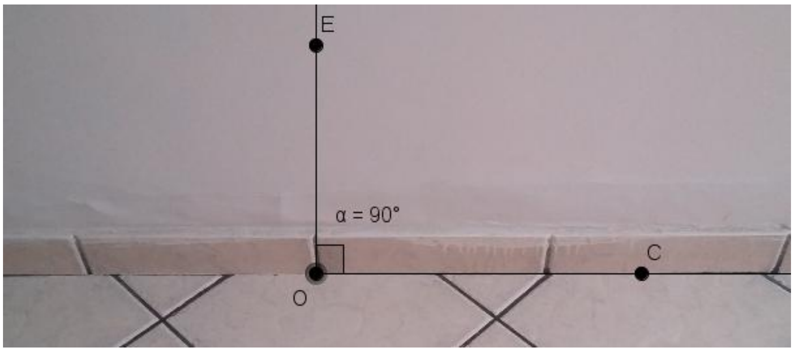
Exemplo 5.11: Situações do dia a dia onde utilizamos ângulos:

1) Em construções os ângulos de 90° e 180° são os mais utilizados.

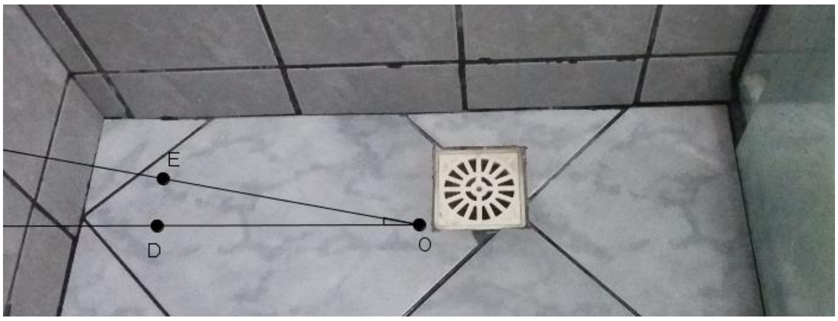
- O ângulo de 180° (ângulo raso) é usado para construir o chão de uma casa ou de um prédio.



- O ângulo de 90° (ângulo reto) é usado entre a parede e o chão por exemplo.



2) Ângulo de inclinação do piso do banheiro. O piso do banheiro tem que ser levemente inclinado para que a água possa escorrer em direção ao ralo.

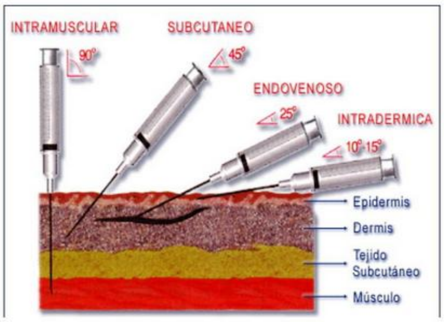


3) Ângulo de inclinação de curvas nas estradas. Esse ângulo serve para não deixar os carros escaparem da estrada, contribuindo para a estabilidade durante a realização das curvas.

4) O ângulo formado entre a pista e o avião no momento do pouso. Esse ângulo tem que ser bem calculado para se ter um pouso tranquilo.

5) Ângulo entre a vela e o vento para velejar. A melhor situação se dá quando o vento incide com um ângulo de 90^o nas velas e o vento está a favor do barco. Quando o vento está no sentido contrário do barco o ideal é fazer com que o ângulo entre o vento e a vela seja de cerca de 45^o. Na verdade para ser um bom velejador a pessoa precisa saber bem de geometria e encontrar o ângulo ideal de acordo com a direção do vento.

6) Utilização da seringa. De acordo com a posição (intramuscular, subcutânea, endovenoso ou intradérmica) e o tipo de agulha teremos um valor para o ângulo entre a seringa e a pele.



7) Chute no ângulo é aquele que passa pertinho do ângulo de 90^{o} na parte de cima entre as traves. Esse tipo de chute é muito comentado por ser difícil de chutar nesse ponto e difícil do goleiro defender.

Após a apresentação desses exemplos que mostram a importância dos ângulos no dia a dia, podemos utilizar um vídeo relacionado ao assunto, no caso sugerimos o vídeo do PENALTY PERFEITO, vídeo esse exibido pelo programa Globo Esporte da emissora da Rede Globo, onde um professor da USP apresenta o resultado de uma Tese Científica que estudou o momento mais tenso do futebol, o Penalty, e mostra o local ideal para a colocação da bola e a velocidade ideal.

MEDINDO ÂNGULOS

O SURGIMENTO DO GRAU

A divisão do círculo em 360 partes iguais é atribuída aos babilônios, civilização que viveu por volta de 1700 a. c. na Mesopotâmia, onde atualmente é o Iraque.

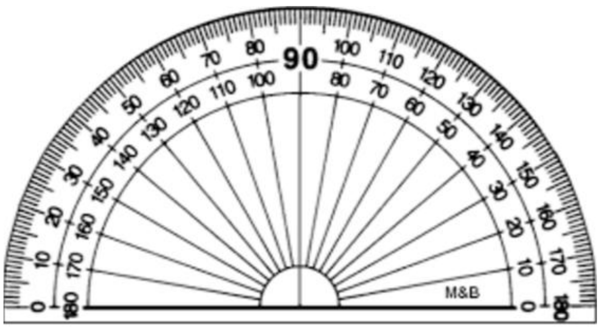
Baseados em um sistema de numeração cujos agrupamentos eram feitos de 60 em 60 e no fato de que eles acreditavam que o sol girava em torno da Terra, o que para eles demorava 360 dias, surgiu a medida que atualmente conhecemos por grau.

Uma das unidades utilizadas para medir ângulos é o grau. Para obter a medida de um grau, podemos imaginar um círculo dividido em 360 partes iguais. Um grau corresponde a cada uma dessas partes e indicamos por 1°.

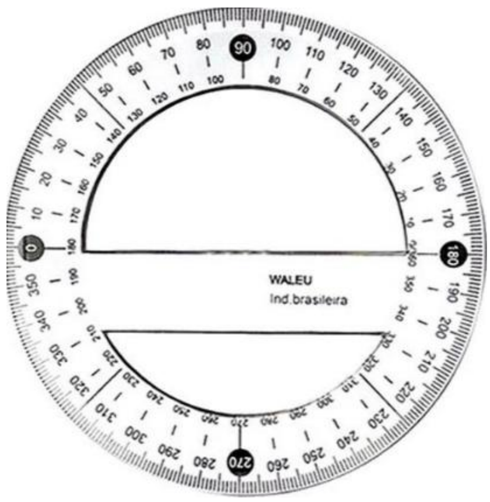
Se considerarmos uma volta completa, temos um ângulo de 360°.

Podemos medir ângulo utilizando um instrumento de medida chamado transferidor.

Vejamos alguns modelos de transferidores abaixo:



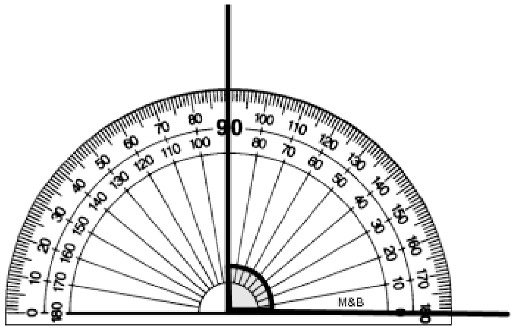
O primeiro modelo de transferidor é de meia volta, ou seja, 180º. As marcações vão de 0º a 180º, tanto no sentido horário (linha de cima), quanto no sentido anti-horário (linha de baixo).



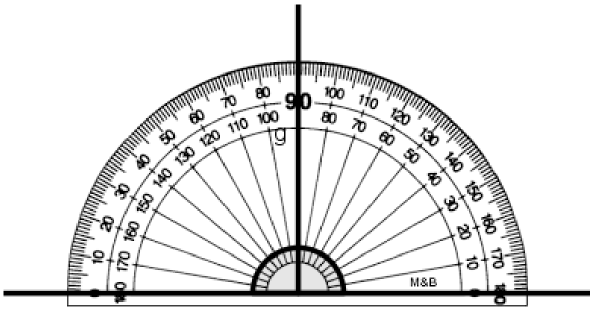
O segundo transferidor é de uma volta completa, ou seja, 360º. As marcações vão de 0º a 360º, tanto no sentido horário (parte de cima), quanto no sentido anti-horário (parte de baixo).

Vejamos alguns ângulos importantes:

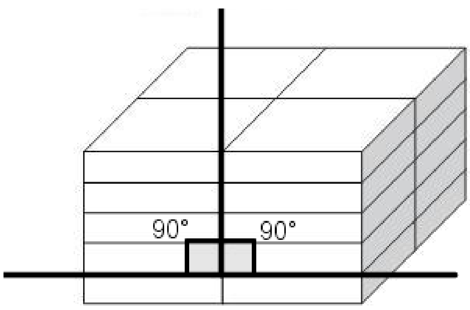
- Ângulo de medida 90^{o} :



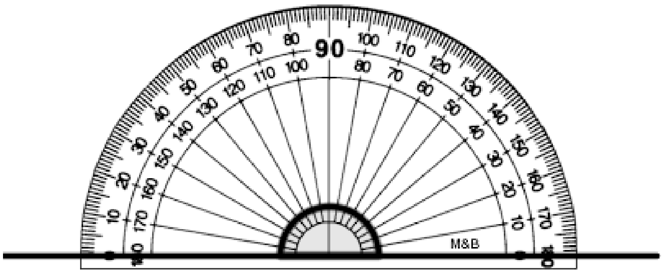
O ângulo de 90^{o} é importante porque dois ângulos de 90^{o} juntos, formam um ângulo de 180º.



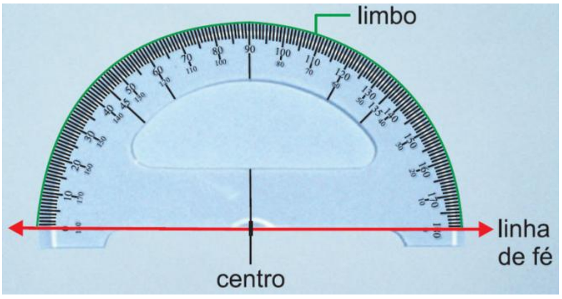
Dois ângulos retos juntos formam uma linha reta, por isso são muito utilizados para encaixes.



- Ângulo de medida 180°:



Observe o transferidor abaixo:



Nele podemos observar os seus elementos:

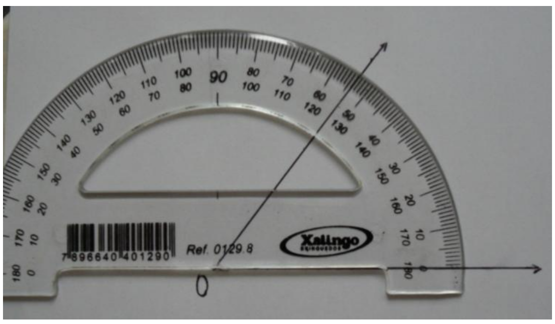
- **Limbo:** parte do contorno do transferidor, onde se localiza a graduação;

- **Linha de fé:** reta que passa por 0° e 180°, é o diâmetro da circunferência definida pelo transferidor;

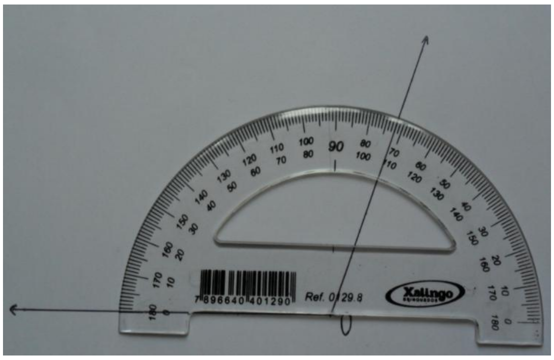
- **Centro:** ponto médio da linha de fé.

Para medir ângulos, posicionamos o centro do transferidor no vértice do ângulo. A linha marcada com o zero, ou seja, a linha de fé deve coincidir com um dos lados do ângulo.

Observe os ângulos a seguir:



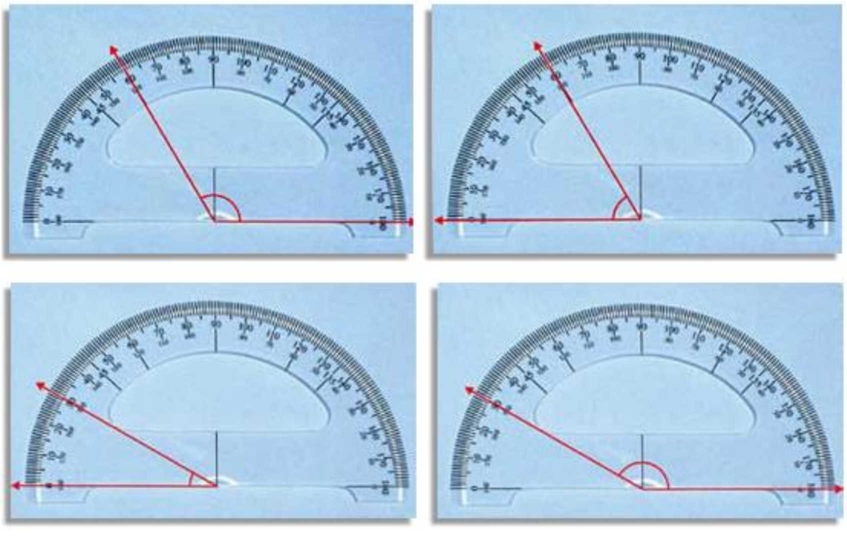
Nesse caso podemos perceber que a linha a ser utilizada é a de cima e a medida desse ângulo é de 54°.



Já nesse exemplo a linha a ser utilizada é a de baixo e a medida do ângulo é de 108°.

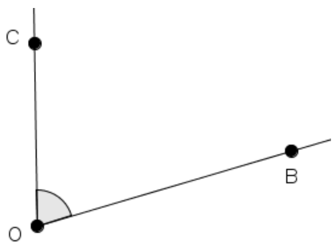
EXEMPLOS:

Exemplo 5.12: Escreva a medida do ângulo destacado em cada figura abaixo:

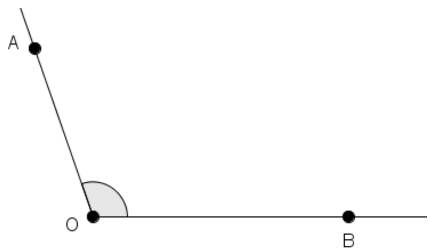


Exemplo 5.13: Utilizando o transferidor, meça cada ângulo destacado abaixo:

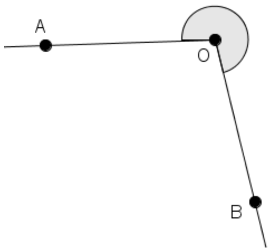
a)



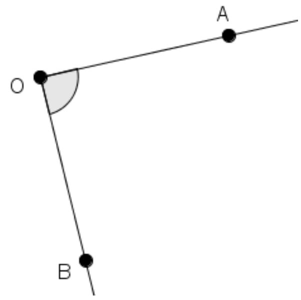
b)



c)



d)



Exemplo 5.14: Utilizando régua e transferidor, construa ângulos de medida:

a) 63°

b) 160°

c) 90°

d) 109°

e) 200°

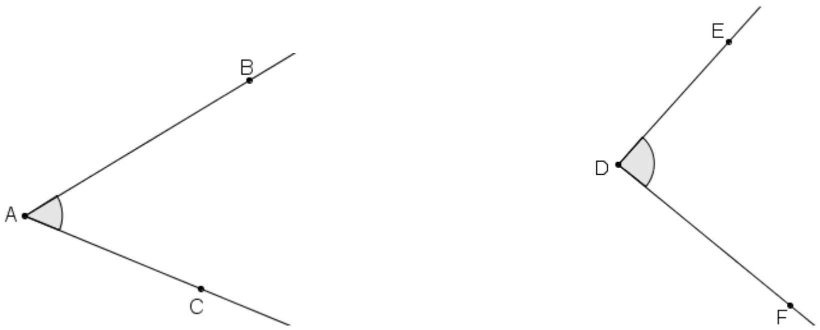
f) 270°

Exemplo 5.15: Sandro Dias, também conhecido como Mineirinho, é um dos principais esqueitistas brasileiros. Mineirinho é famoso por uma manobra que realiza no ar: um giro de duas voltas e meia. Essa manobra corresponde a quantos graus?

Resolução:

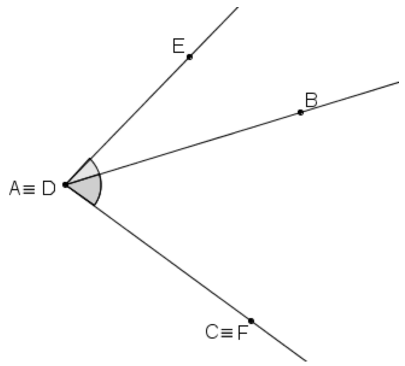
Temos que uma volta completa mede 360°, portanto duas voltas e meia medem: $2.360^\circ + 180^\circ = 900^\circ$.

Exemplo 5.16: Dos ângulos abaixo, qual tem a menor medida (considere o ângulo destacado). Por quê?



Resolução:

Podemos arrastar o ângulo $B\hat{A}C$ para dentro do ângulo $E\hat{D}F$.



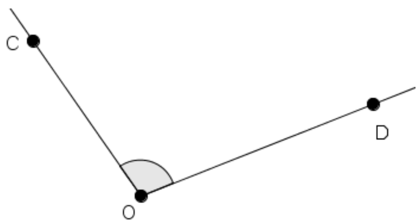
O ângulo de menor medida é o ângulo $B\hat{A}C$, pois ele cabe dentro do ângulo $E\hat{D}F$.

ATIVIDADES:

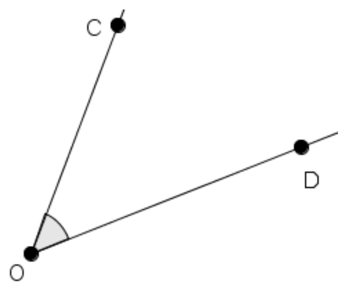
Nesta seção, propomos atividades para o uso do transferidor.

Atividade 5.17: Utilizando o transferidor, meça cada ângulo abaixo (considere o ângulo destacado):

a)



b)



Atividade 5.18: Utilizando a régua e o transferidor, construa ângulos de medida:

a) 58º

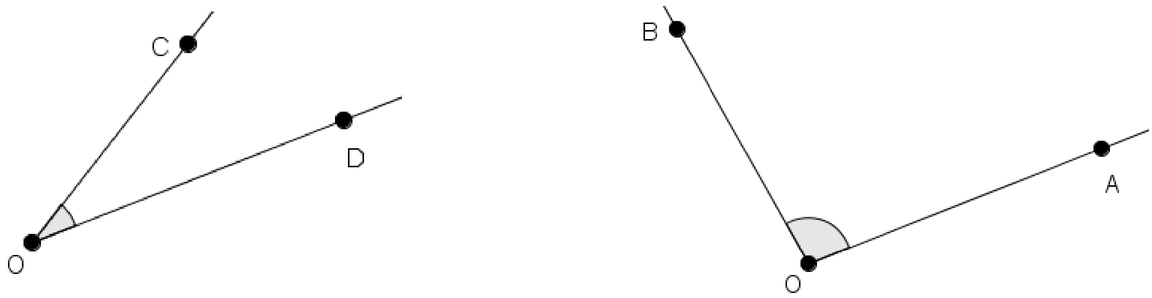
b) 150º

c) 100º

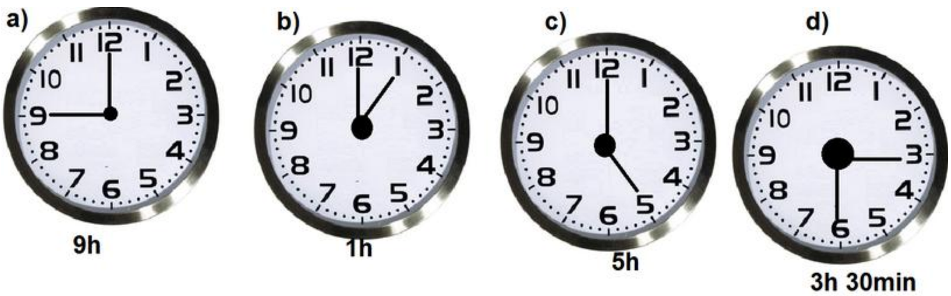
d) 230º

e) 180º

Atividade 5.19: Dos ângulos abaixo, qual tem a maior medida (considere o ângulo destacado). Por quê?



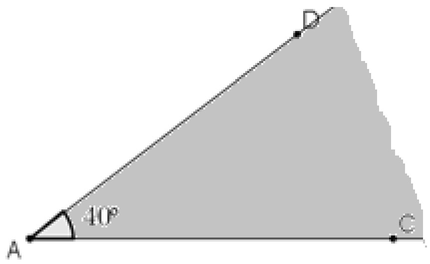
Atividade 5.20: Escreva a medida do menor ângulo formado entre os ponteiros de cada relógio abaixo:

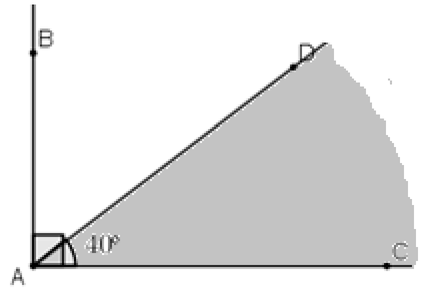


OBSERVAÇÃO:

- **ÂNGULOS AGUDOS:** são ângulos que têm medida menor que 90º.

  Exemplo:

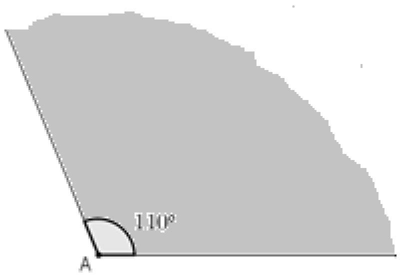


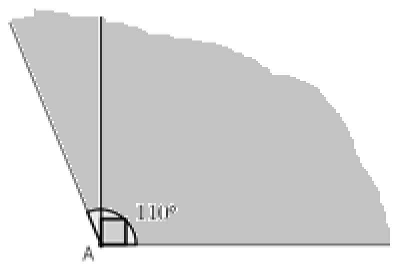


Podemos perceber que a região do ângulo $A\hat{D}C$ cabe dentro da região do ângulo de 90°. Portanto o ângulo $A\hat{D}C$ é agudo.

- **ÂNGULOS OBTUSOS:** são ângulos cuja medida é maior que 90º e menor que 180º.

  Exemplo:





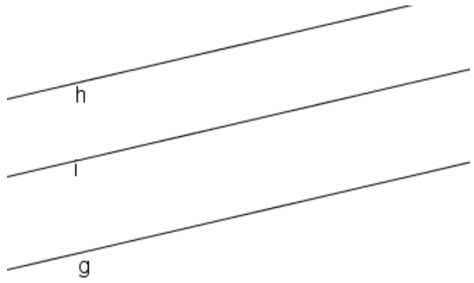
Podemos perceber que a região do ângulo $A\hat{D}C$ cabe dentro da região do ângulo de 90°. Portanto o ângulo $A\hat{D}C$ é agudo.

ATIVIDADE:

Construir no caderno três ângulos agudos e três ângulos obtusos.

5.2.5 RETAS PARALELAS: são retas que não têm ponto em comum.

Veja o exemplo:



Nesse caso dizemos que $h // i // g$ (a reta h é paralela à reta i que é paralela à reta g).

Perguntar se existem situações do dia a dia em que podemos perceber a existência de retas paralelas.

EXEMPLOS:

Exemplo 5.21: Em trilhos de linhas férreas podemos perceber a existência de segmentos paralelos.

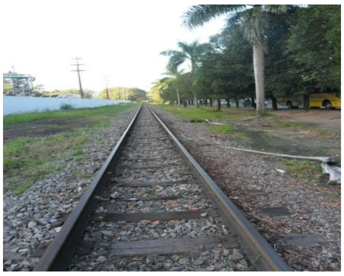


Foto: linha férrea em frente a Arcelor Mital – Cariacica

Exemplo 5.22: Na imagem abaixo podemos perceber as pistas com segmentos de reta paralelos.

Foto da Avenida Vitória, Vitória -- ES.

Exemplo 5.23: Grades de Muros:

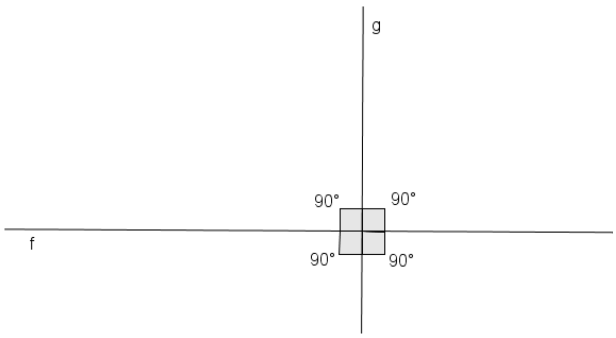
Foto do Muro do Parque Moscoso – Centro de Vitória – ES

Exemplo 5.24: Faixas de pedestres:

Faixa de pedestre em frente ao Parque Moscoso – Centro de Vitória – ES

5.2.6 RETAS PERPENDICULARES: são retas que se cortam formando entre si um ângulo de 90°.

Veja o exemplo:



Na figura a reta **f** é perpendicular à reta **g** e a reta **g** é perpendicular à reta **f**.

Perguntar para eles se existem situações do dia a dia onde podemos perceber a existência de retas perpendiculares.

EXEMPLOS:

Nas figuras a seguir podemos observar segmentos de reta perpendiculares.

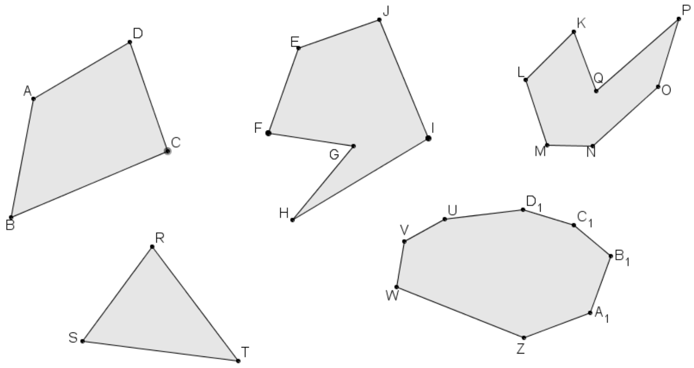
Foto do canto de um quarto

Foto do Muro do Parque Moscoso – Centro de Vitória – ES

5.2.7 POLÍGONOS

Definição: são figuras fechadas formadas por segmentos de reta que não se cruzam e segmentos que têm ponto em comum e não estão na mesma reta.

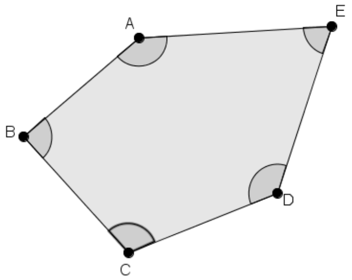
Vejamos alguns exemplos:



Em um polígono podemos destacar os seguintes elementos:

- Vértices
- Lados
- Ângulos internos

Exemplo: Observe o polígono abaixo:



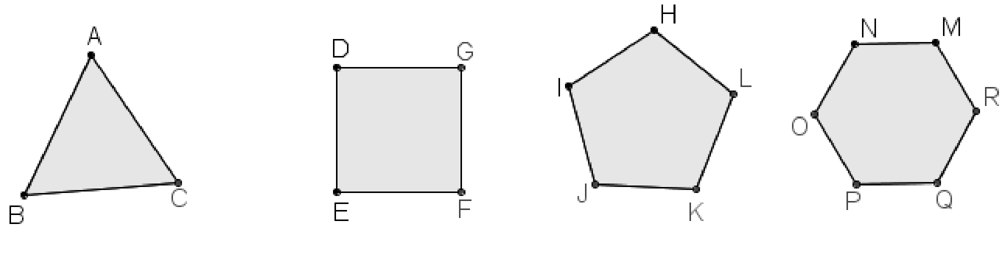
Neste polígono, temos:

- 5 lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ e $\overline{EA}$.
- 5 vértices: A, B, C, D e E.
- 5 ângulos internos: $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$ e $\hat{E}$.

POLÍGONOS REGULARES

Definição: são polígonos em que todos os lados têm comprimentos iguais e todos os ângulos internos possuem mesma medida.

Observe os polígonos:

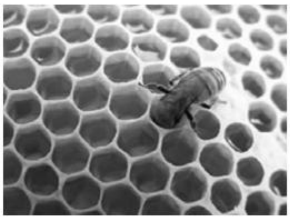


Triângulo Equilátero Quadrado Pentágono Regular Hexágono Regular

Esses polígonos são muito usados no dia a dia.

Vejamos algumas situações:

1) As abelhas usam o hexágono regular em sua colméia.



2) Nas bolas de futebol também aparecem polígonos regulares (pentágonos e hexágonos regulares).

3) Pavimentação de pisos (triângulos equiláteros, quadrados, hexágonos regulares).

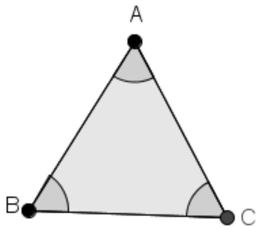
4) Até mesmo no abacaxi podemos observar hexágonos regulares.

5) No artesanato.

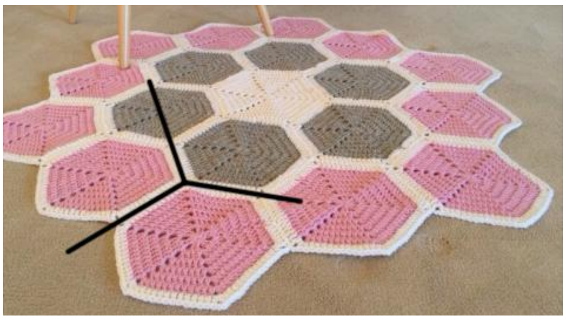
EXEMPLOS:

Exemplo 5.25: O piso abaixo está pavimentado com triângulos regulares, ou seja, triângulos equiláteros. Determine o valor de x na figura:

Perceba que ao determinar o valor de x, estamos determinando o valor do ângulo interno de um triângulo equilátero.

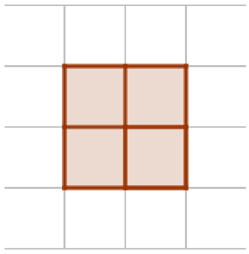


Exemplo 5.26: Na imagem abaixo podemos observar hexágonos regulares. Determine o ângulo interno do hexágono regular.



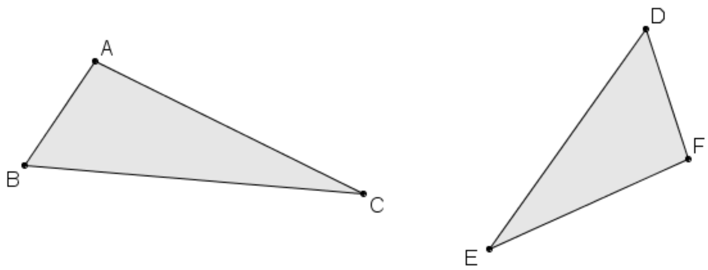
ATIVIDADE:

Sabendo que a figura abaixo é formada por quadrados, determine o ângulo interno de um quadrado.



5.2.8 TRIÂNGULOS

Definição: triângulos são polígonos de três lados.



EXEMPLOS:

Exemplo 5.27: Podemos observar a estrutura da cobertura da Rodoviária de Vitória – ES. Nela visualizamos a utilização de diversos triângulos, onde os mesmos garantem uma maior segurança nas vigas, podendo suportar grandes tensões e isso é devido à propriedade de rigidez dos triângulos.

Exemplo 5.28: Torres de transmissão de sinais necessitam também de rigidez na estrutura. Os triângulos também estão presentes.

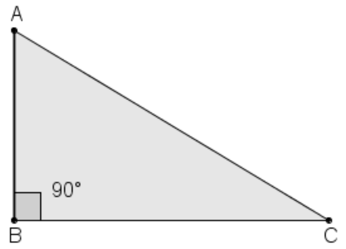
Exemplo 5.29: Podemos observar em pontes.

Foto: Ponte Florentino Avidos – Vitória --ES

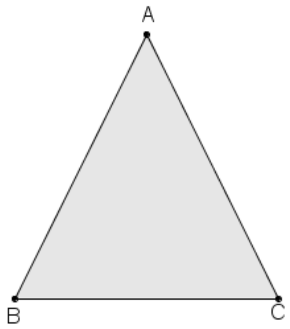
Podemos perceber uma grande utilização de triângulos na construção de diversas estruturas, e esse fato na maioria das vezes está relacionado a essa propriedade de rigidez, que torna impossível alterar os ângulos internos de um triângulo mantendo as medidas de seus lados fixas. O mesmo não ocorre com os demais polígonos.

Em diversas obras relacionadas à construção, podemos observar uma grande utilização de triângulos retângulos, isósceles e equiláteros.

- **TRIÂNGULO RETÂNGULO:** é aquele triângulo que possui um ângulo com medida 90º.

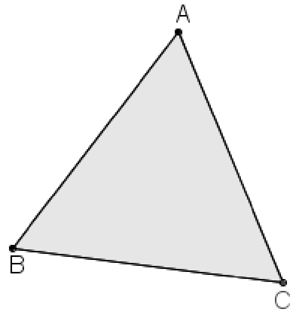


- **TRIÂNGULO ISÓSCELES:** é aquele triângulo que possui dois lados com a mesma medida.



Temos que $\overline{AB} = \overline{AC}$

- **TRIÂNGULO EQUILÁTERO:** é aquele triângulo que possui os três lados com a mesma medida.



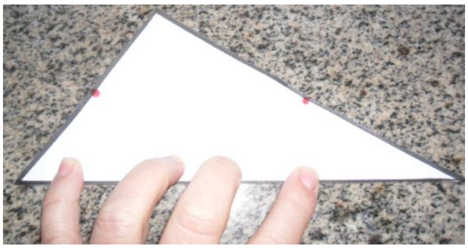
Temos que $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$

SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO

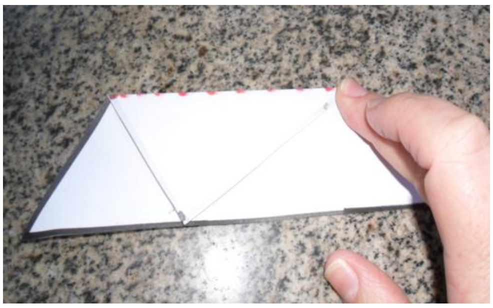
Observe a sequência de passos abaixo:

1º passo: construa um triângulo qualquer em uma folha de papel e recorte-o.

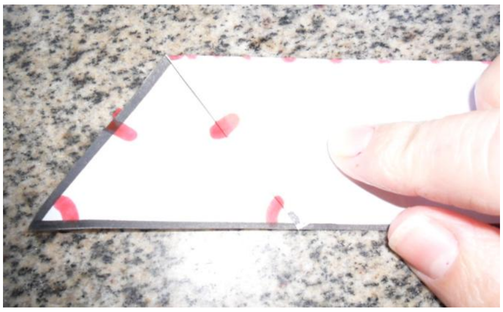
2º passo: encontre o ponto médio de dois lados desse triângulo:



3º passo: faça uma dobra unindo esse dois pontos médios.



Com isso teremos dois triângulos isósceles.



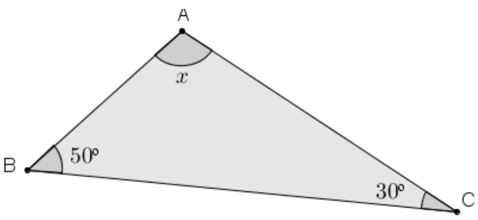
4º passo: agora basta dobrar os dois outros ângulos e iremos verificar que a soma dos ângulos internos do triângulo é 180º.

Conclusão: a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180º.

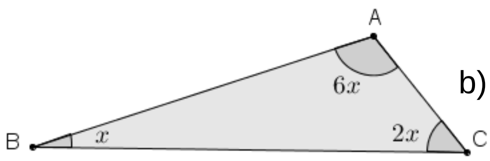
EXEMPLOS:

Exemplo 5.30: determine o valor de x em cada um dos triângulos abaixo:

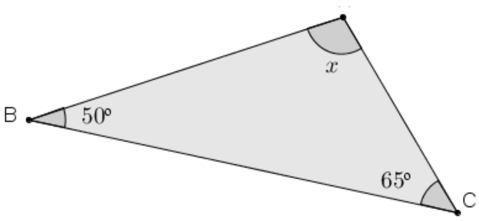
a)



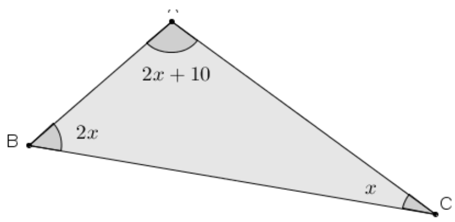
b)



c)



d)



Resolução:

Sabemos que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180º. Então, temos:

a)

$$x + 50º + 30º = 180º \Rightarrow x = 180º - 50º - 30º \Rightarrow x = 100º$$

b)

$$6x + 2x + x = 180º \Rightarrow 9x = 180º \Rightarrow x = \frac{180º}{9} = 20º$$

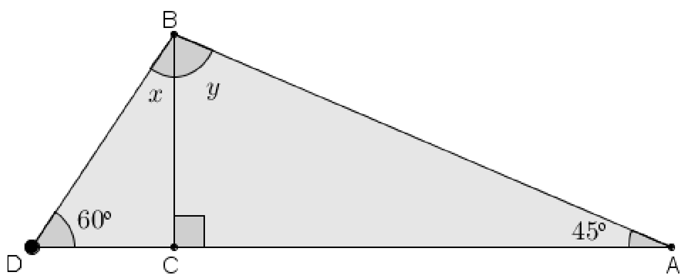
c)

$$50º + 65º + x = 180º \Rightarrow x = 180º - 50º - 65º \Rightarrow x = 65º$$

d)

$$2x + 10º + 2x + x = 180º \Rightarrow 2x + 2x + x = 180º - 10º \Rightarrow 5x = 170º \Rightarrow x = \frac{170º}{5} = 34º$$

Exemplo 5.31: Determine o valor de x e y na figura abaixo:



Resolução:

No triângulo ABC, temos que:

$$y + 45º + 90º = 180º \Rightarrow y = 180º - 45º - 90º \Rightarrow y = 45º$$

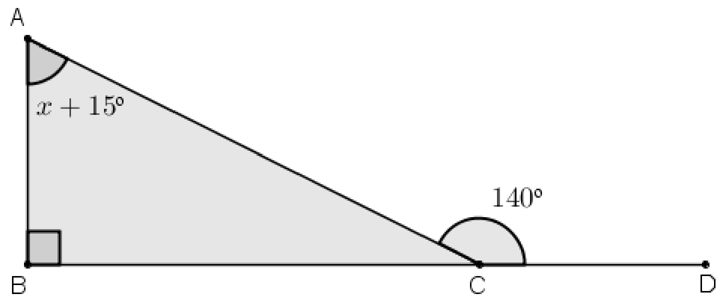
Observando o triângulo ABD, temos que:

$$A\hat{C}B + B\hat{C}D = 180^{\circ} \Rightarrow 90^{\circ} + B\hat{C}D = 180^{\circ} \Rightarrow B\hat{C}D = 180^{\circ} - 90^{\circ} \Rightarrow B\hat{C}D = 90^{\circ}$$

Logo,

$$x + 60^{\circ} + 90^{\circ} = 180^{\circ} \Rightarrow x = 180^{\circ} - 60^{\circ} - 90^{\circ} \Rightarrow x = 30^{\circ}$$

Exemplo 5.32: Considerando o triângulo retângulo da figura seguinte, vamos calcular as medidas de seus três ângulos internos.



Observando a figura, temos que:

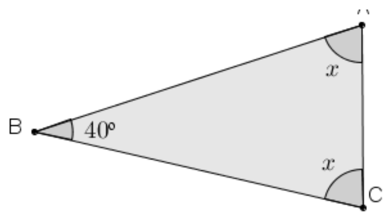
$$D\hat{C}A + B\hat{C}A = 180^{\circ} \Rightarrow 140^{\circ} + B\hat{C}A = 180^{\circ} \Rightarrow B\hat{C}A = 180^{\circ} - 140^{\circ} \Rightarrow B\hat{C}A = 40^{\circ}$$

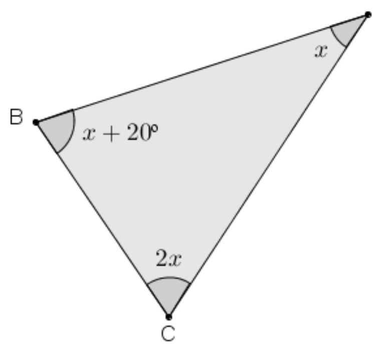
Logo,

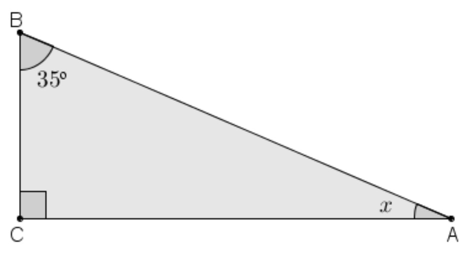
$$x + 15^{\circ} + 90^{\circ} + 40^{\circ} = 180^{\circ} \Rightarrow x = 180^{\circ} - 15^{\circ} - 90^{\circ} - 40^{\circ} \Rightarrow x = 35^{\circ}$$

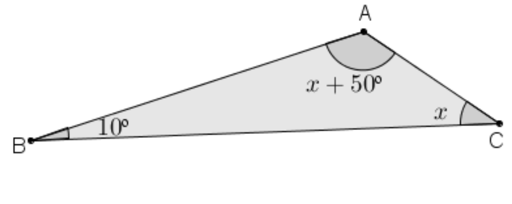
ATIVIDADES:

Atividade 5.33: Determine o valor de x em cada um dos triângulos abaixo:

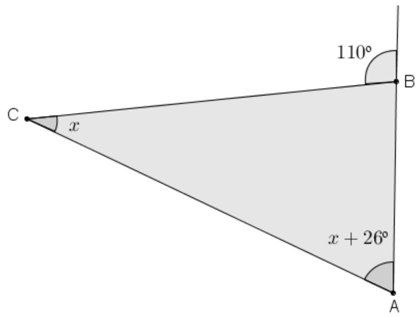








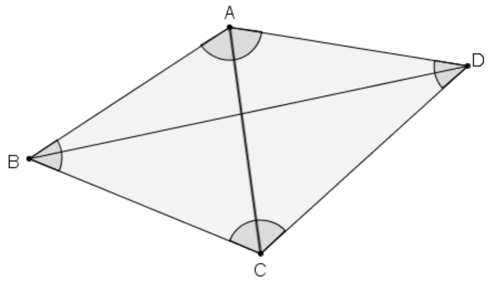
Atividade 5.34: Qual é o valor de x no triângulo da figura?



5.2.9 QUADRILÁTEROS

Definição: são polígonos com quatro lados.

No quadrilátero ABCD abaixo, podemos destacar:



- Os pontos A, B. C e D são os vértices do quadrilátero.
- Os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$ são os lados.
- Os ângulos $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$ assinalados na figura são os ângulos internos do quadrilátero.
- Os segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ são as diagonais.

Vejamos exemplos de alguns quadriláteros no dia a dia:

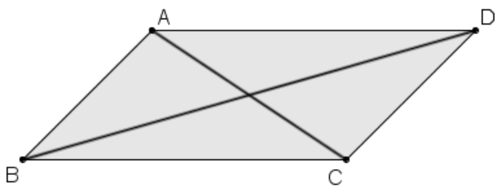
Imagens do centro de Vitória – ES

Alguns quadriláteros são especiais, vamos conhecer alguns deles:

- **PARALELOGRAMOS**

O Paralelogramo é o quadrilátero que têm lados opostos paralelos, dois a dois.

Considere o paralelogramo ABCD abaixo.

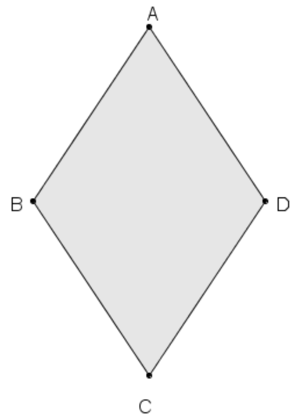


Os lados $\overline{AB}//\overline{DC}$ e $\overline{AD}//\overline{BC}$; $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ são as diagonais.

Dentre os paralelogramos, destacamos: o retângulo, o losango e o quadrado.

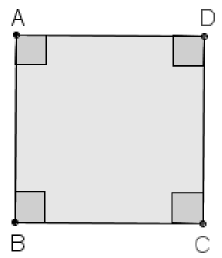
I) **RETÂNGULO:** é o paralelogramo que tem os quatro ângulos retos (os quatros ângulos são congruentes).

II) **LOSANGO:** é o paralelogramo que tem os quatro lados congruentes.



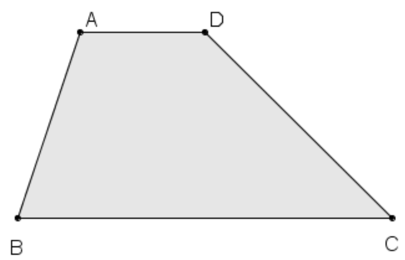
$$\overline{AC} = \overline{CB} = \overline{BC'} = \overline{AC'}$$

III) **QUADRADO:** é o paralelogramo que tem os quatro lados congruentes e os quatro ângulos retos.



$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$$

- **TRAPÉZIO:** são quadriláteros que possuem apenas dois lados paralelos.



Temos que os lados $\overline{AB} // \overline{CD}$.

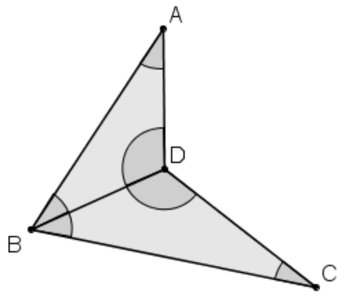
5.2.10 SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM POLÍGONO QUALQUER

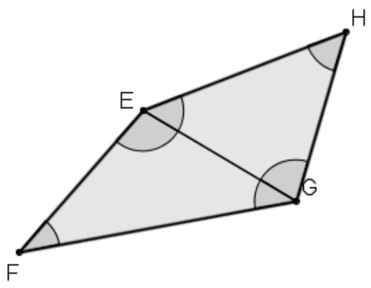
Vejamos, agora, como podemos fazer para calcular a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono partindo do conhecimento de que a **soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer é igual a 180º.**

Quando queremos determinar a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono, podemos decompor o polígono em triângulos, uma vez que a soma das medidas dos ângulos internos já é conhecida e igual a 180º.

Fazemos isso decompondo o polígono em triângulos sem acrescentar novos vértices.

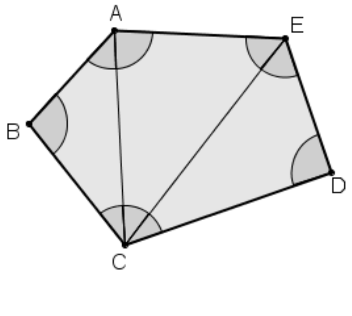
Observe: Nos quadriláteros teremos dois triângulos.

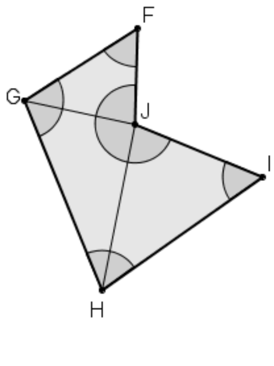




Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180º, o valor da soma dos ângulos internos de um quadrilátero é 2 . 180º= 360º.

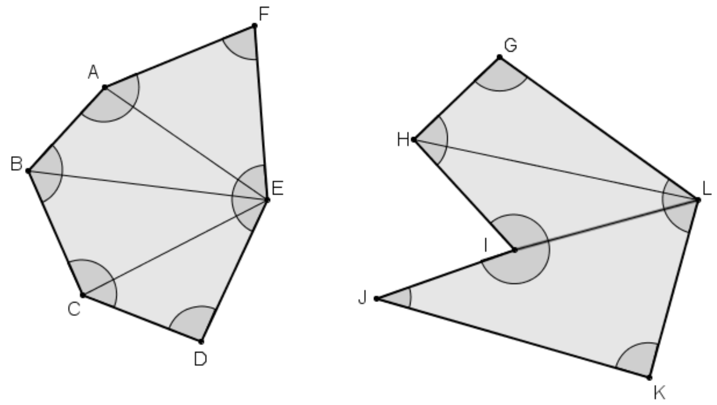
Nos pentágonos teremos três triângulos.





Podemos observar que a soma dos ângulos internos de um pentágono é $3.180^o = 540^o$, pois podemos construir três triângulos.

Nos hexágonos teremos quatro triângulos.



Podemos observar que a soma dos ângulos internos de um hexágono é $4.180^o = 720^o$, pois podemos construir quatro triângulos (número de triângulos = 6 - 2).

Desse modo, verificamos que é possível dividir o polígono em um número de triângulos que coincide sempre com o número de lados do polígono menos dois.

Um heptágono (polígono de 7 lados), por exemplo, pode ser dividido em 5 ou seja, $(7-2)$ triângulos. Então, a soma das medidas dos ângulos internos do heptágono é $5.180^o = 900^o$.

Podemos generalizar esse resultado para um polígono de *n* lados:

Onde:

Número de lados $\rightarrow$ n

Número de triângulo $\rightarrow n-2$ (dois a menos que o número de lados do polígono)

Soma das medidas dos ângulos internos de cada triângulo $\rightarrow 180^o$

Soma da medida dos ângulos internos do polígono $\rightarrow (n-2).180^{\circ}$

Então, seja S_i a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono de *n* lados, temos:

$$S_i = (n-2).180^{\circ}$$

EXEMPLOS:

Exemplo 5.35: Qual é o valor da soma dos ângulos internos de um polígono de 13 lados?

Resolução:

$$S_i = (n-2).180^{\circ} \Rightarrow S_i = (13-2).180^{\circ} = 11.180^{\circ} = 1980^{\circ}$$

A soma das medidas dos ângulos internos de um polígono de 13 lados é 1980º.

Exemplo 5.36: Sabendo que a soma dos ângulos internos de um polígono é 1800º, qual é esse polígono?

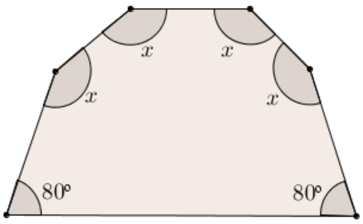
Resolução: Neste caso, temos $S_i = 1800^{\circ}$.

Como $S_i = (n-2).180^{\circ} \Rightarrow (n-2).180^{\circ} = 1800^{\circ} \Rightarrow n.180^{\circ} - 360^{\circ} = 1800^{\circ}$

$$n.180^{\circ} = 1800^{\circ} + 360^{\circ} \Rightarrow n.180^{\circ} = 2160^{\circ} \Rightarrow n = \frac{2160^{\circ}}{180^{\circ}} = 12$$

O polígono é o dodecágono, ou seja, o polígono de 12 lados.

Exemplo 5.37: Considerando o hexágono da figura abaixo, determine a medida x.

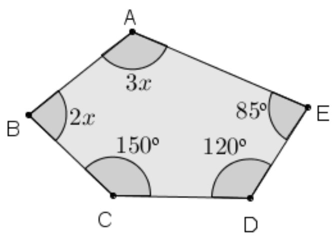


Resolução:

Neste caso, temos que por um lado $S_i = x + x + x + x + 80º + 80º$ e por outro lado $S_i = (6-2).180º$, então:

$$x + x + x + x + 80º + 80º = (6-2).180º \Rightarrow 4x + 160º = 4.180º \Rightarrow 4x = 720º - 160º$$
$$4x = 560º \Rightarrow x = \frac{560º}{4} \Rightarrow x = 140º$$

Exemplo 5.38: A figura abaixo é um pentágono. Calcule as medidas dos ângulos $E\hat{A}B$ e $A\hat{B}C$.



Resolução:

Neste caso, temos que por um lado $S_i = 2x + 3x + 85º + 120º + 150º$ e por outro lado $S_i = (5-2).180º$, então:

$$2x + 3x + 85º + 120º + 150º = (5-2).180º \Rightarrow 5x + 355º = 3.180º \Rightarrow 5x = 540º - 355º$$
$$5x = 185º \Rightarrow x = \frac{185º}{5} \Rightarrow x = 37º$$

Como:

$E\hat{A}B = 3x \Rightarrow E\hat{A}B = 3.37^{\circ} = 111^{\circ}$

e

$A\hat{B}C = 2x \Rightarrow A\hat{B}C = 2.37^{\circ} = 74^{\circ}$

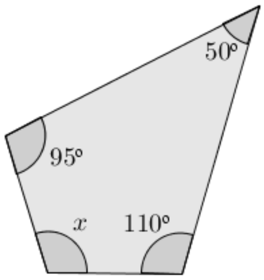
Atividade 5.39:

1) Determine a medida da soma dos ângulos internos de um polígono de 15 lados.

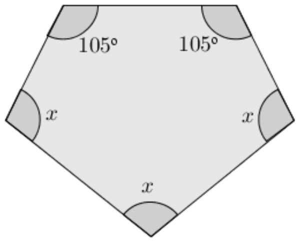
2) Quantos lados têm o polígono cuja a medida da soma de seus ângulos internos é 3240º?

3) 0bservando uma moeda de 25 centavos, podemos observar o desenho de um polígono. Quanto vale a soma dos ângulos internos desse polígono?

4) Determine o valor de x no quadrilátero abaixo:



5**)** Determine o valor de x:



5.2.11 PERÍMETRO DE UM POLÍGONO

Suponha a seguinte situação: Carlos comprou um terreno no formato retangular com lados medindo $25m$ e $8m$. Pretendendo cercá-lo com 4 voltas de arame farpado. Quantos metros de arame farpado ele irá precisar comprar para cercar todo o seu terreno.

arame farpado

Resolução:

Primeiramente devemos desenhar um retângulo para representar o terreno a ser cercado.

Para sabermos quantos metros de arame iremos gastar, precisamos medir o contorno desse terreno:

Contorno do terreno é igual a:

$$25m + 8m + 25m + 8m = 66m$$

Como são quatro voltas de arame, basta multiplicarmos a medida do contorno do terreno por quatro:

$$4.66m = 264m$$

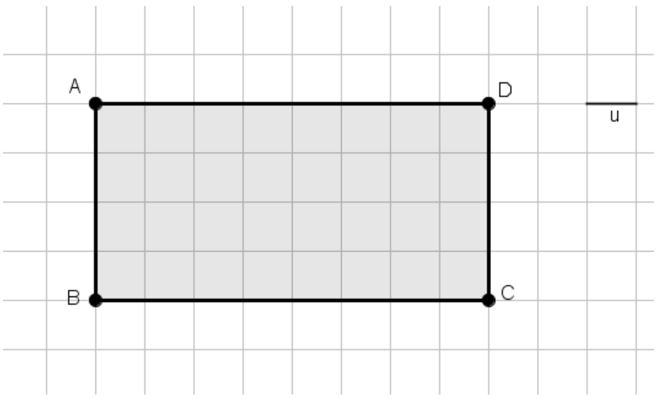
Resposta: portanto Carlos precisará comprar $264m$ de arame farpado para cercar o seu terreno.

Nessa situação problema foi necessário calcular o contorno de um terreno retangular, que é o que chamamos de perímetro do retângulo.

Definição de Perímetro de um Polígono: é a soma das medidas de todos os lados do polígono.

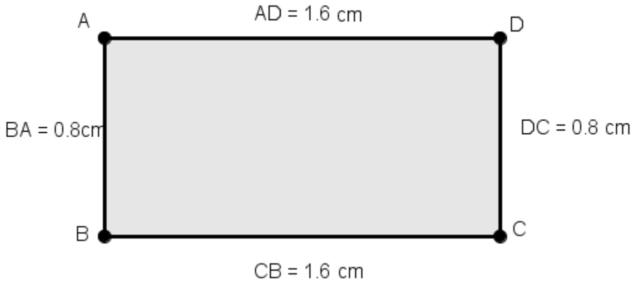
EXEMPLOS:

Exemplo 5.40: Na malha quadriculada abaixo está desenhado um retângulo. Se considerarmos como unidade de medida o lado do quadrado, teremos que:



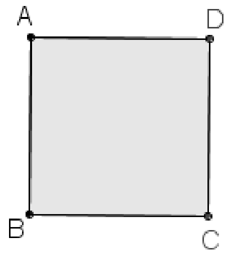
$$\text{Perímetro} = 4u + 8u + 4u + 8u = 24u$$

Exemplo 5.41: Determine o perímetro do retângulo abaixo:



$$\text{Perímetro} = 1{,}6cm + 0{,}8cm + 1{,}6cm + 0{,}8cm = 4{,}8cm$$

Exemplo 5.42: Meça o lado do quadrado abaixo e depois calcule o seu perímetro:



Exemplo 5.43: Desenhe um quadrado com perímetro igual a $8cm$.

Resolução:

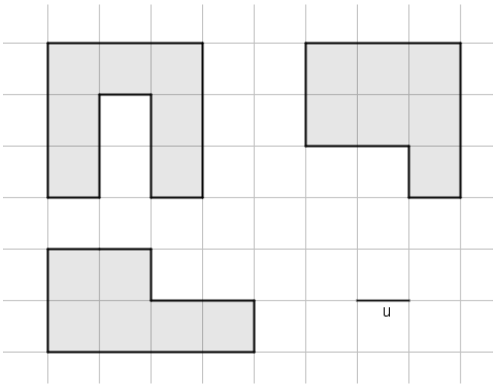
Primeiro temos que calcular o valor do lado do quadrado. Como em um quadrado os quatro lados têm a mesma medida, basta dividirmos $8cm$ por 4:

$$lado = 8cm : 4$$
$$lado = 2cm$$

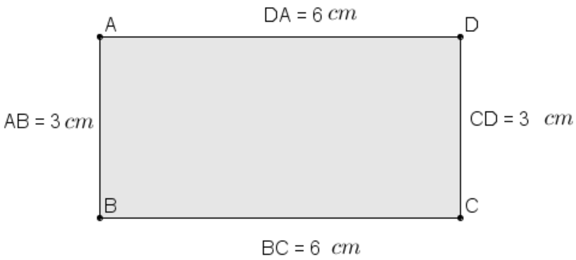
Agora, basta construir um quadrado de $2cm$ de lado.

Atividade 5.44:

1) Determine o perímetro das figuras a seguir, adotando como unidade de medida o segmento u dado:

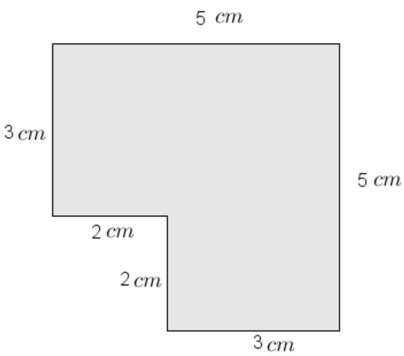


2) Determine o perímetro do retângulo abaixo:

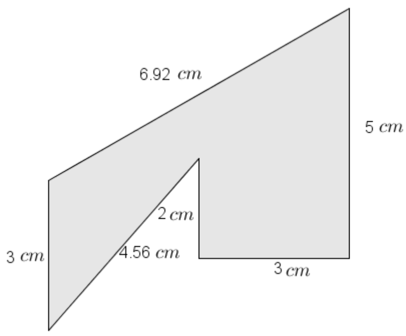


3) Calcule o perímetro dos polígonos abaixo:

a)



b)



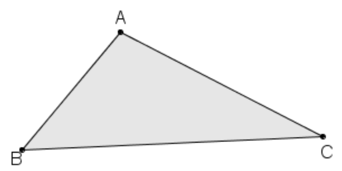
4) Calcule o perímetro de:

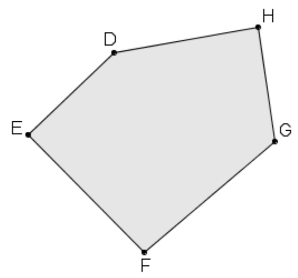
a) Um quadrado com $3cm$ de medida de lado;

b) Um triângulo equilátero de lado com medida de $5cm$;

c) um losango de lados medindo $7cm$.

5) Meça os lados dos polígonos e calcule o perímetro de cada um deles:





6) Resolva o problema.

Jonas tem um terreno de formato retangular com lados medindo $10m$ e $15m$. Ele pretende cercar seu terreno com 5 voltas completas de arame farpado.

a) Quantos metros de arame Jonas precisa para cercar todo o terreno?

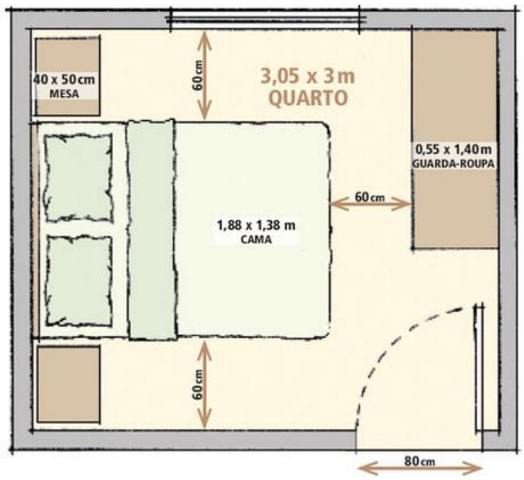
b) Se cada metro de arame custa R$3,50, quanto Jonas gastará para comprar a quantidade necessária?

7) Desenhe no seu caderno.

a) Um quadrado com $10cm$ de perímetro.

b) Um retângulo com $10cm$ de perímetro.

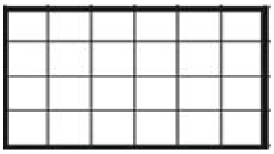
8) A figura abaixo representa a planta do quarto de Fernanda. Podemos observar que o seu formato é retangular e com medidas 3,05m x 3m.



Ela mandou trocar o rodapé de seu quarto. Sabendo que o metro do rodapé custou R$15,50, quanto ela gastou? (Não se esqueça de desconsiderar o espaço para a porta).

9) Um terreno de formato retangular tem perímetro de $48m$. Se a medida do comprimento do terreno é o triplo da largura, qual é o comprimento e a largura do terreno?

10) Observe a figura e responda.



a) Reposicione os quadradinhos da figura acima para formar um novo retângulo, de tal maneira que ele tenha o maior perímetro possível.

b) E como ficaria para ter o menor perímetro?

5.2.12 ÁREAS DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS

Definição: Medir uma região significa obter um número que represente a porção do plano ocupada por ela comparada com outra fixada. Essa medida é chamada de área. Assim para medir uma região é necessária uma outra região como unidade de medida e verificar quantas vezes ela cabe dentro da outra a ser medida.

De maneira geral utilizamos um quadrado como unidade de medida de área e contamos quantas vezes esse quadrado cabe dentro da região a ser medida.

Nesse momento, se existir alguma figura ou objeto que possa ser calculada a sua área, seria interessante.

Por exemplo, um quadro quadriculado de sala de aula.

25 quadradinhos

80 quadradinhos

Tomamos, primeiramente, como unidade de medida de área um quadradinho, e contamos quantos quadradinhos cabem no quadro. Nesse caso, temos:

25 quadradinhos na altura do quadro

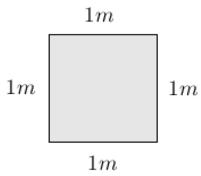
80 quadradinhos na base do quadro

$Área = 25 \times 80 = 2000$ quadradinhos.

Dessa maneira conseguimos calcular a medida dessa área utilizando como unidade de medida o quadradinho.

Podemos mostrar outras unidades de medidas, por exemplo, o m^2.

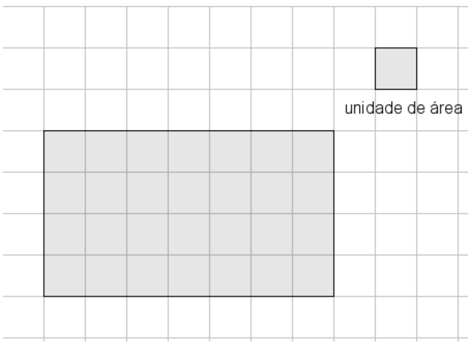
Considero importante desenhar junto com os alunos a representação de $1m^2$, para isso, basta desenharmos um quadrado de lado $1m$ e então a área ocupada por esse quadrado será de $1m^2$.



Nesse momento o professor poderá calcular a área da sala de aula usando como unidade o m^2.

EXEMPLOS:

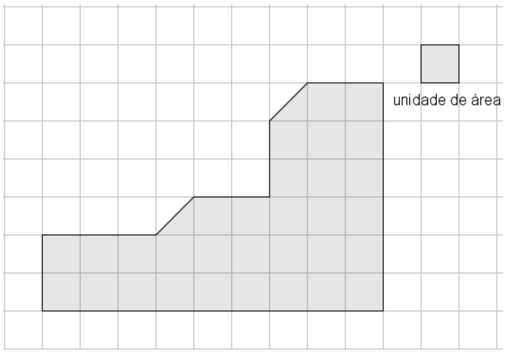
Exemplo 5.45: Determine a área da região colorida na figura abaixo. Considere cada quadradinho como unidade de medida de área.



Resolução: Observe que a figura colorida é um retângulo. Para determinarmos a sua área, basta contarmos quantas unidades de área cabem dentro dele:

$Área = 7.4 = 28$ unidades de área

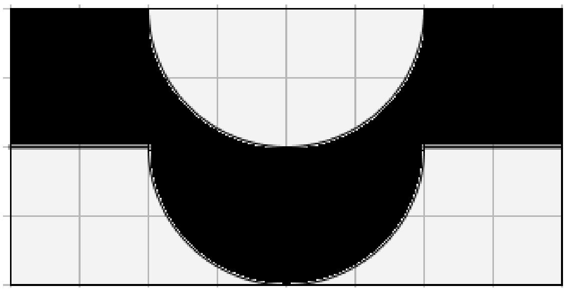
Exemplo 5.46: Observe a figura na malha quadriculada. Considere cada quadradinho como unidade de medida.



Resolução: Para determinarmos a sua área, basta contarmos quantas unidades de área cabem dentro dele:

$$\acute{A}rea = 31 + 0{,}5 + 0{,}5 = 32 \text{ unidades de área}$$

Exemplo 5.47: Calcule a área da figura. Considere como unidade de medida a área de um quadradinho.

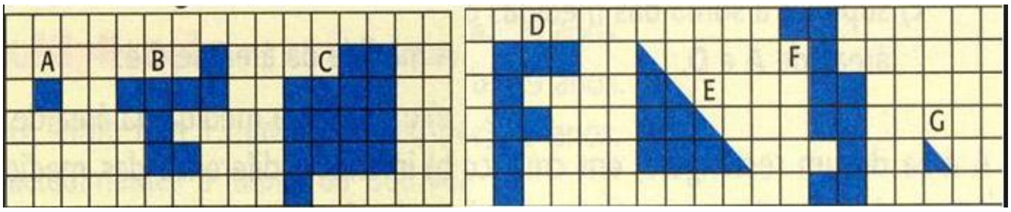


Resolução: Para determinarmos a sua área, basta contarmos quantas unidades de área cabem dentro dele. Para isso, devemos observar que o semicírculo colorido se encaixa perfeitamente no semicírculo branco. Teremos, então, um retângulo.

$$\acute{A}rea = 4 \text{ x } 8 = 32 \text{ unidades de área}$$

Atividade 5.48:

1) Observe as figuras na malha quadriculada:



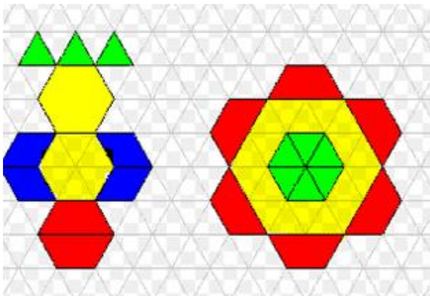
Considerando cada  como unidade de medida de área, responda.

a) Qual é a área de cada figura?

b) Quais figuras têm a mesma área?

c) Dentre as figuras, qual possui a maior área? E qual possui a menor área?

2) Observe as figuras na malha triangular.

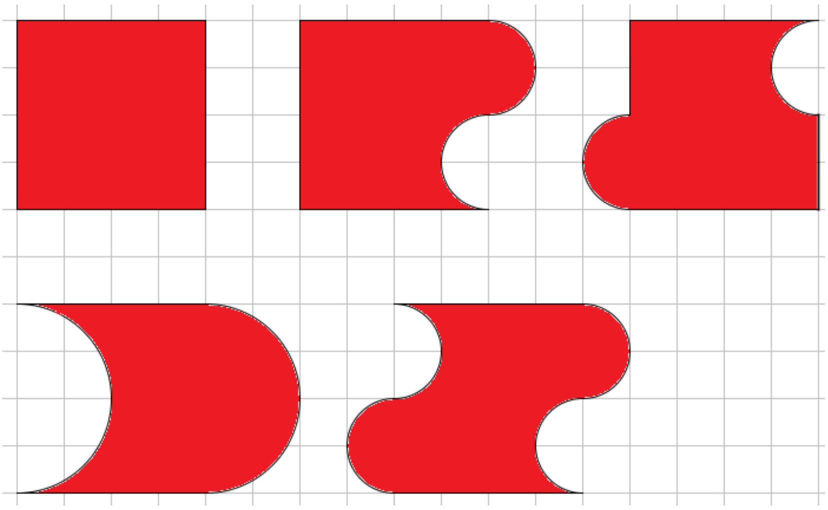


Considerando cada  como unidade de medida de área, resolva os itens.

a) Qual a área de cada figura?

b) Entre as figuras, qual tem a maior área? E qual tem a menor área?

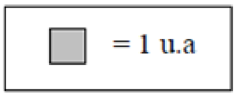
3) As figuras abaixo têm áreas diferentes? Qual é a maior? Ou será que têm mesma área? Justifique a sua resposta.



ÁREA DE ALGUNS POLÍGONOS

Vamos calcular a área de alguns polígonos.

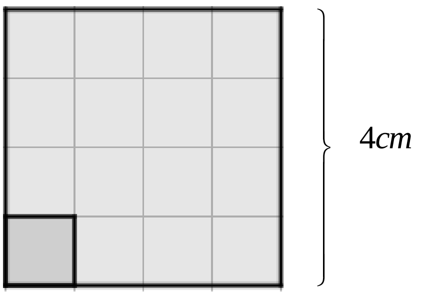
Considere que a área de um quadrado de lado 1 é igual a 1 unidade de área (quadrado de lado $1cm$ tem área igual a $1cm^2$, quadrado de lado $1m$ tem área igual a $1m^2$, etc.).

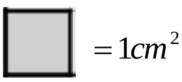


- ÁREA DO QUADRADO

I) Quadrado cuja medida do lado é um número Natural.

Exemplo: Considere um quadrado de lado $4cm$.





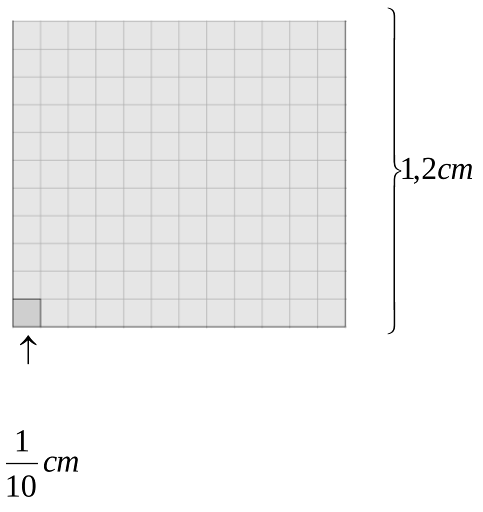
Se dividirmos os seus lados em segmentos de comprimento $1cm$, teremos $4 \text{ x } 4 = 4^2 = 16$ quadradinhos. E como a área de cada quadradinho é de $1cm^2$, a área desse quadrado é de $16cm^2$.

Podemos concluir que:

Quando o lado do quadrado é um número Natural n, basta dividirmos os seus lados em segmentos de comprimento unitário que obteremos n^2 quadradinhos. Como cada quadradinho tem área igual a $1u.a.$, temos que a área do quadrado é igual a n^2.

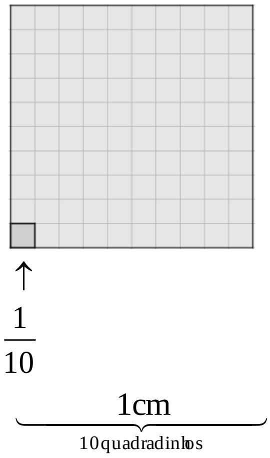
II) Quadrado cuja medida do lado é um número Racional.

Exemplo: Considere um quadrado de lado $1,2cm$.



Temos que cabem $12 \text{ x } 12 = 12^2$ quadradinhos de lado $\frac{1}{10}cm$ nele. Precisamos calcular agora a área desse quadradinho.

Considere o quadrado de lado $1cm$ e área $1cm^2$.



Temos que cabem $10.10 = 10^2$ quadradinhos de lado $\frac{1}{10}cm$ no quadrado de área $1cm^2$.

Considere:

$$A_{quadradinho} = \text{área do quadrado de lado } \frac{1}{10}cm$$

Então:

$$10^2.A_{quadradinho} = 1cm^2$$

$$A_{quadradinho} = \frac{1}{10^2}cm^2$$

$$A_{quadradinho} = \left(\frac{1}{10}\right)^2 cm^2$$

Portanto a área de cada quadradinho de lado $\frac{1}{10}cm$ é de $\left(\frac{1}{10}\right)^2 cm^2$.

Portanto a área desse quadrado de lado $1{,}2cm$ será de: $12^2.A_{quadradinho} = 12^2.\left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{12^2}{10^2} = \left(\frac{12}{10}\right)^2 = (1{,}2)^2 cm^2$

Podemos então concluir que para calcularmos a área do quadrado com lado $\frac{m}{n}$, temos que :

Como o lado do quadrado é $\frac{m}{n} = m.\frac{1}{n}$, temos que cabem m quadradinhos de lado $\frac{1}{n}$ na base e m quadradinhos de lado $\frac{1}{n}$ na altura, portanto cabem m^2 quadradinhos de lado $\frac{1}{n}$, mas como a área de cada quadradinho é de $\frac{1}{n^2}$, logo a área do quadrado será $m^2.\frac{1}{n^2} = \frac{m^2}{n^2} = (\frac{m}{n})^2$.

Exemplo: se o lado do quadrado for 2,415, consideramos quadradinhos de lado $\frac{1}{1000}$, assim cabem 2415.2415 quadradinhos de lado $\frac{1}{1000}$, e portando a área do quadrado será $2415^2.\left(\frac{1}{1000}\right)^2 = \left(\frac{2415}{1000}\right)^2$.

Observação: resta mostrar que o resultado é válido para quadrados de lado com medida irracional, mas não considero viável apresentar esta demonstração para alunos do Ensino Fundamental.

Conclui-se, então, que,

$$\acute{A}rea \text{ do quadrado} = (\text{lado})^2$$

Exemplo 5.49: Agora vamos calcular a área de uma praça quadrada de 20 metros de lado.

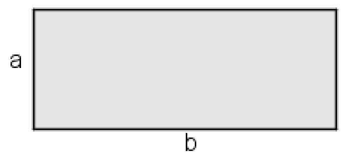
Para isso basta:

$$\acute{A}rea = 20m.20m = 400m^2$$

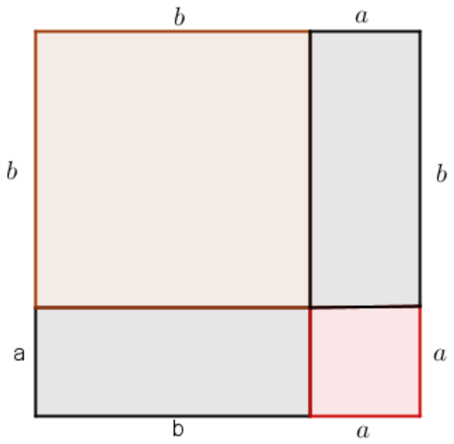
Portanto a área dessa praça é de $400m^2$.

- ÁREA DE UM RETÂNGULO

Considere um retângulo de lados a e b:



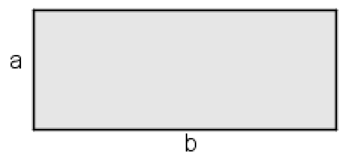
Construa um quadrado utilizando os lados desse retângulo:



Chame a área do retângulo de lados a e b de R. Vamos calcular a área desse quadrado:

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2R \Rightarrow a^2 + 2ab + b^2 = a^2 + b^2 + 2R \Rightarrow 2ab = 2R \Rightarrow R = ab$$

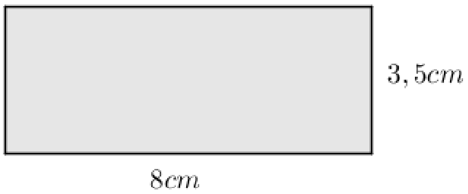
.



$$Área \text{ do retângulo} = \text{medida da base} \times \text{medida da altura}$$

EXEMPLOS:

Exemplo 5.50: vamos determinar a área de um retângulo cuja medida da base é de $8cm$ e a medida de sua altura é de $3{,}5cm$.



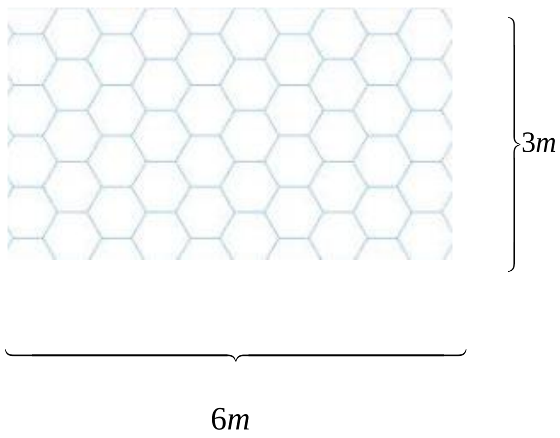
Para calcular a área fazemos:

$$Área = 8cm.3{,}5cm = 28cm^2$$

Então, a área desse retângulo é de $28cm^2$.

Exemplo 5.51: O chão do quintal da casa de praia de Mário será coberto por ladrilhos de formato hexagonal. Cada ladrilho tem $300cm^2$, e o quintal é retangular, com $6m$ de comprimento e $3m$ de largura. Quantos ladrilhos serão necessários, aproximadamente, para cobrir o chão do quintal?

Resolução: Para determinarmos quantos ladrilhos serão necessários para cobrir o chão do quintal, temos que calcular quantas vezes o ladrilho cabe no chão do quintal. Devemos, primeiramente, observar que a área de cada ladrilho está em cm^2 e, portanto a área do quintal, também, poderá ser em cm^2.



Observe que alguns ladrilhos ficarão cortados, mas a quantidade necessária não mudará.

Temos que:

$$6m = 6.100cm = 600cm$$
$$3m = 3.100cm = 300cm$$

Área do quintal = $600.300 = 180000cm^2$

Número de ladrilhos que cabem no chão do quintal = $180000 : 300 = 600$

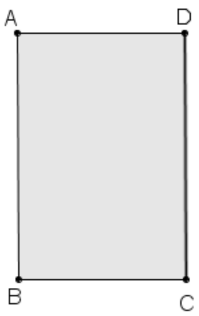
Serão necessários 600 ladrilhos para cobrir o chão do quintal.

ATIVIDADES 5.52:

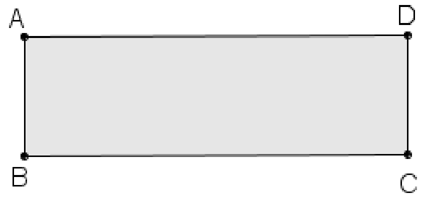
1) Com a régua, meça os lados dos retângulos e calcule o perímetro e a área de cada um.

I)

II)



II)



a) Qual retângulo tem maior área? E o retângulo que têm maior perímetro?

b) Qual retângulo tem menor área? E o retângulo que tem menor perímetro?

2) Resolva o problema.

Guilherme comprou um terreno de formato retangular de lados com medidas iguais a $15m$ e $20m$. Qual é a área do terreno de Guilherme?

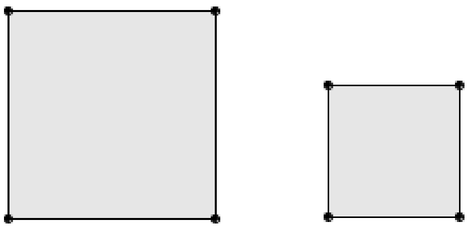
3) Desenhe os quadriláteros em seu caderno.

a) Um quadrado de área igual a $9m^2$.

b) Um retângulo cuja área seja $18cm^2$ e que tenha um dos lados medindo $6cm$.

c) Um retângulo de área igual a $3cm^2$.

4) Sabendo que a medida do lado do quadrado maior é o dobro da medida do lado do quadrado menor, responda:



a) O perímetro do quadrado maior também é o dobro do perímetro do quadrado menor?

b) A área do quadrado maior também é o dobro da área do quadrado menor?

5) Resolva as seguintes situações problema:

a) O telhado de uma casa será coberto com telhas. Esse telhado tem duas caídas de formato retangular, como mostra a figura.

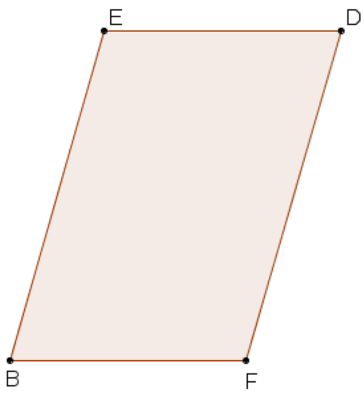
Sabendo que o comprimento desse telhado é de $20m$ e que a sua largura é de $4m$, quantas telhas serão necessárias se, em cada metro quadrado, cabem 20 telhas?

6) Luana irá cobrir o chão de sua sala com uma lajota que tem $400cm^2$ de área. A sala tem formato retangular, com $2m$ de comprimento e $4m$ de largura. Quantas lajotas serão necessárias, aproximadamente, para cobrir todo o chão da sala?

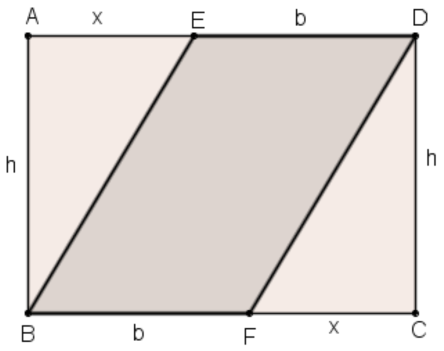
- ÁREA DO PARALELOGRAMO

Vamos calcular a área de um paralelogramo.

Considere o paralelogramo BEDF abaixo:



Para calcularmos a sua área vamos construir um retângulo utilizando esse paralelogramo, conforme a figura abaixo:



Considere:

$A_P \rightarrow \acute{A}rea$ do paralelogramo

Como BEDF é um paralelogramo, o triângulo FDC pode ser levado e encaixado ao lado do triângulo ABE e formarem um retângulo.

$$\acute{A}rea(ABE) + \acute{A}rea(CDF) = \acute{A}rea(ret\hat{a}ngulo) = x.h$$

No retângulo $ABCD$ temos que por um lado:

$$\acute{A}rea(ABCD) = (b + x).h$$

E por outro lado:

$$\acute{A}rea(ABCD) = \acute{A}rea(ABE) + \acute{A}rea(CDF) + A_P$$

Logo:

$$\acute{A}rea(ABE) + \acute{A}rea(CDF) + A_P = (b + x).h$$
$$x.h + A_p = (b + x).h$$
$$A_p = (b + x).h - x.h$$
$$A_p = b.h + x.h - x.h$$
$$A_p = b.h$$

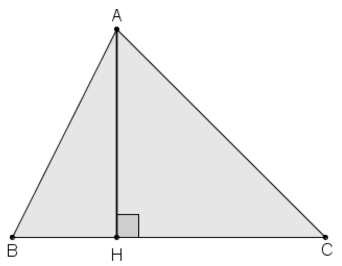
Concluímos, portanto que:

$$\acute{A}rea \text{ do paralelogramo} = \text{medida da base} \times \text{medida da altura}$$

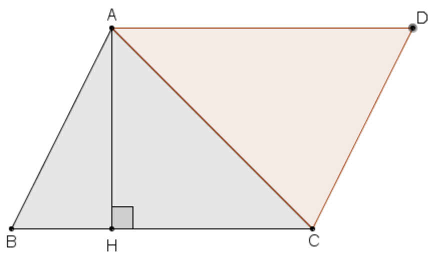
- ÁREA DO TRÂNGULO

Considere o triângulo ABC, cujo segmento $\overline{BC}$ é a base, e o segmento $\overline{AH}$ é a altura relativa a essa base. Qual é a área desse triângulo?

Vamos a partir do triângulo ABC construir um paralelogramo $ABCD$, cuja área já se sabe calcular.



$\rightarrow$



Temos que:

$$\acute{A}rea(ABCD) = \acute{A}rea(ABC) + \acute{A}rea(ACD)$$

Mas,

Mas o triângulo ABC é igual ao triângulo ACD, logo $\acute{A}rea(ABC) = \acute{A}rea(ACD)$

Então:

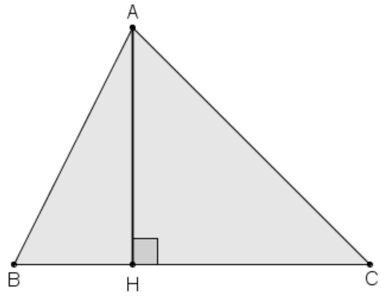
$$\acute{A}rea(ABCD) = \acute{A}rea(ABC) + \acute{A}rea(ACD) = 2.\acute{A}rea(ABC)$$

$$2.\acute{A}rea(ABC) = \acute{A}rea(ABCD)$$

$$\acute{A}rea(ABC) = \frac{\acute{A}rea(ABCD)}{2}$$

$$\acute{A}rea(ABC) = \frac{\overline{BC} \text{ x } \overline{\text{AH}}}{2}$$

Ou seja:

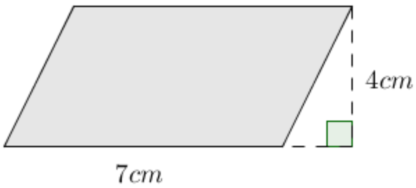


$$\acute{A}rea \text{ do Triângulo } = \frac{\text{medida da base x medida da altura}}{2}$$

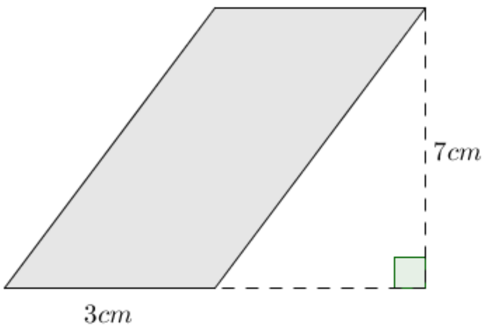
EXEMPLOS:

Exemplo 5.53 : Determine a área dos paralelogramos abaixo:

a)



b)



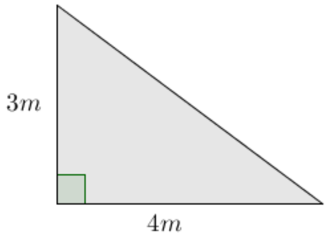
Resolução: Para calcular a área de um paralelogramo basta multiplicarmos a base pela altura relativa a essa base. Portanto:

a) $\acute{A}rea = 7.4 = 28cm^2$

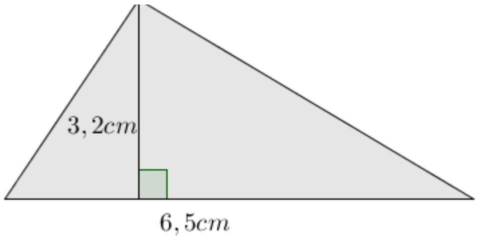
b) $\acute{A}rea = 3.7 = 21cm^2$

Exemplo 5.54: Determine a área dos triângulos abaixo:

a)



b)



Resolução: Para calcular a área de um triângulo basta multiplicarmos a base pela altura relativa a essa base e dividirmos o resultado por dois. Portanto:

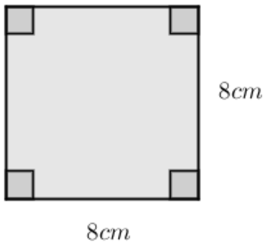
a) $\acute{A}rea = \dfrac{4.3}{2} = \dfrac{12}{2} = 6m^2$

b) $\acute{A}rea = \dfrac{6{,}5.3{,}2}{2} = \dfrac{20{,}8}{2} = 10{,}4cm^2$

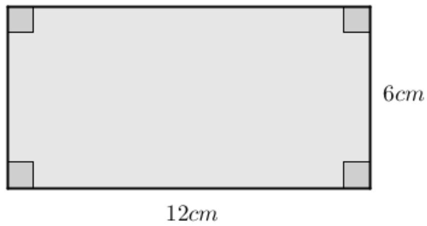
Atividades 5.55:

1) Determine a área de cada polígono abaixo:

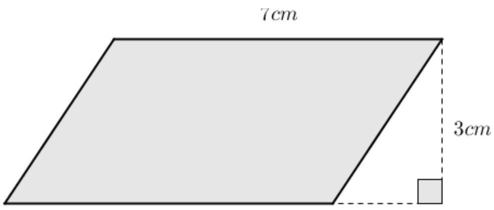
a)



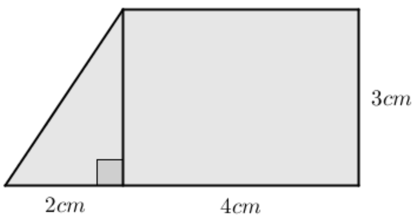
b)



c)



d)



2) Determine a área de um triângulo cuja base mede $8cm$ e a altura relativa a essa mesma base mede $5{,}2cm$.

3) Em um paralelogramo, a base mede $15cm$. Sabendo que a medida da altura é a metade da medida da base, determine a área desse paralelogramo.

4) A base de um triângulo mede $18cm$. A medida da altura é igual a $\frac{2}{3}$ da medida da base. Qual é a área desse triângulo?

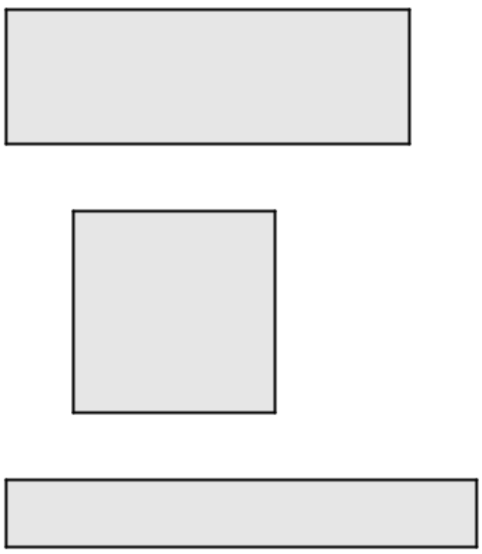
5) Um piso quadrado de cerâmica tem $15cm$ de lado.

a) Qual é a área desse piso?

b) Quantos pisos são necessários para assoalhar uma sala de $45m^2$ de área?

6) Uma parede tem $8m$ de comprimento por $2{,}75m$ por altura. Com uma lata de tinta é possível pintar $10m^2$ de parede. Quantas latas de tinta serão necessárias para pintar toda a parede?

7) Com uma régua, meça os lados dos retângulos e calcule o perímetro e a área de cada um.



a) Qual retângulo tem maior área? Esse retângulo tem maior perímetro?

b) Qual retângulo tem menor área? Esse retângulo tem menor perímetro?

8) Guilherme comprou um terreno de formato retangular com lados medindo $15m$ e $20m$. Determine:

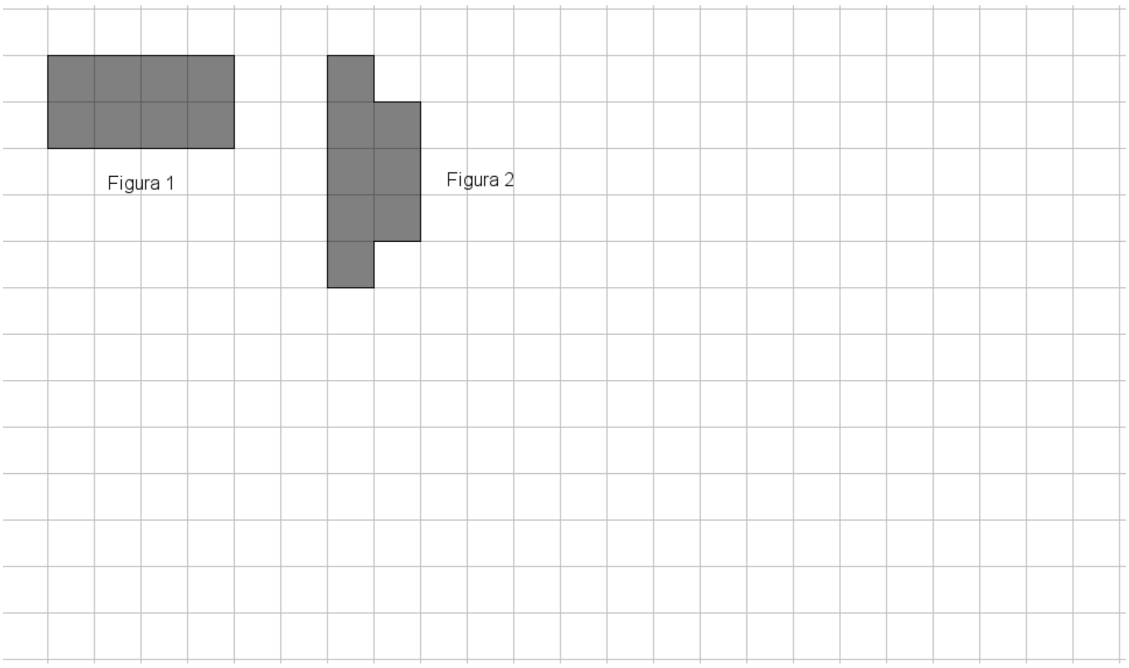
a) A área desse terreno.

b) Sabendo que ele pretende cercá-lo com 4 voltas de arame farpado, calcule quantos metros de arame ele irá precisar comprar para cercar todo o seu terreno.

9) Utilizando a malha quadriculada abaixo, responda as seguintes perguntas:

a) Desenhe polígonos diferentes, de modo que cada um tenha área igual à $8cm^2$. (Considere o lado de cada quadradinho com medida $1cm$ e, portanto a área de cada quadradinho igual a $1cm^2$).

Observe os exemplos: figura 1 e figura 2.



b) Encontre o perímetro de cada polígono desenhado.

c) Com os dados obtidos, complete a tabela a seguir:

Figura	Perímetro	Área
1	$12cm$	$8cm^2$
2	$14cm$	$8cm^2$
3		
4		
5		

d) O que você pode afirmar sobre o perímetro desses polígonos?

e) Polígonos com mesma área têm mesmo perímetro?

f) Agora, utilizando esta nova malha, construa polígonos diferentes com perímetro $22cm$.

g) Determine a área de cada um deles.

h) Complete a tabela abaixo.

Figura	Perímetro	Área
1		
2		
3		
4		
5		

i) O que você pode afirmar sobre a área desses polígonos?

j) Polígonos com mesmo perímetro têm mesma área?

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática (3º e 4º ciclo do ensino fundamental). Brasília: MEC/SEF.,1998.

[2] FILHO, Durval Martins Teixeira. O aprendizado da geometria no ensino médio - origens de dificuldades e propostas alternativas. Florianópolis: [s.n] 2002.

[3] GIOVANNI JR., J. R.; CASTRUCCI, B. A Conquista da Matemática. 9º ano, nova edição, São Paulo: Editora FTD, 2012.

[4] https://www.youtube.com/watch?v=kZ1-c0IUrjs – Matemática na construção. Acesso em 06 de outubro de 2016, 16:02 horas.

[5] http://www.paebes.caedufjf.net/wp-content/uploads/2016/04/ES-PAEBES-2015-RP-MT-9EF-WEB.pdf. Acesso em 04 de outubro de 2016, 14:35 horas.

[6] https://www.youtube.com/watch?v=mz0yIx0KegY . Pênalti perfeito. Acesso em 06 de outubro de 2016, 16:00 horas.

[7] https://www.youtube.com/watch?v=oxIxSB0DAvI. PAPMEM – julho de 2015 – Áreas I. Acesso em 06 de outubro de 2016, 16:30 horas.

[8] LORENZATO, S. Porque não ensinar Geometria? A Educação Matemática em Revista. Blumenau: SBEM, Ano III, n. 4, 1995.

[9] PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria**: uma visão histórica. v1989. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

[10] SOUZA J.; Pataro P. M. Vontade de saber Matemática. 6º ano, 2ª edição, São Paulo: Editora FTD, 2012.

ANEXOS

ANEXO A

DESCRITORES DO PAEBES

A Secretaria de Estado da Educação (SEDU), em parceria com o Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação da Universidade Federal de Juiz de Fora (CAEd/UFJF), desde 2009 atuam em parceria para avaliar os estudantes do Ensino Fundamental e Médio das escolas da rede estadual, redes municipais associadas e escolares particulares participantes, com o objetivo de aferir o nível de desempenho estudantil de cada estudante.

Abaixo irei citar os descritores do PAEBES que avaliam o estudante em relação ás habilidades adquiridas sobre a geometria até o 9ºano do Ensino Fundamental, são eles:

MATRIZ DE REFERÊNCIA MATEMÁTICA 9º ANO EF I. ESPAÇO E FORMA	
D01	Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.
D02	Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com suas planificações.
D03	Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos.
D04	Identificar relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades.
D05	Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.
D06	Reconhecer ângulo como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não- retos.
D07	Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram.
D08	Resolver problema utilizando propriedades dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares).
D09	Interpretar informações apresentadas por meio de coordenadas cartesianas.
D10	Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos.
D11	Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.
II. GRANDEZAS E MEDIDAS	
D12	Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.
D13	Resolver problemas envolvendo o cálculo de área de figuras planas.
D14	Resolver problema envolvendo noções de volume.
D15	Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida.

ANEXO B:

DIAGNÓSTICO INICIAL

DIAGNÓSTICO DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS BÁSICOS

Nome:

Série:

Identificar relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades

1) Uma fábrica de móveis lançou um modelo de cadeira cujo encosto tem a forma de um quadrilátero com dois lados paralelos e dois não paralelos e de mesmo comprimento. O modelo de cadeira que foi lançado pela fábrica tem o encosto das cadeiras na forma de um:

(A) losango.

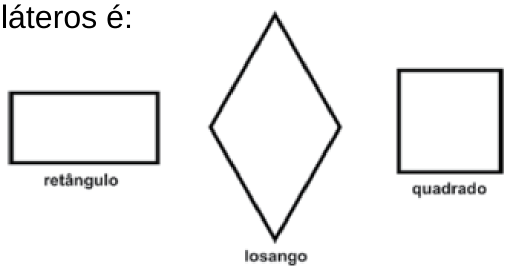
(B) paralelogramo.

(C) trapézio isóscele.

(D) trapézio retângulo.

2) A professora Lúcia desenhou no quadro os quadriláteros abaixo.

Uma das propriedades comuns desses quadriláteros é:



(A) Os quatro ângulos são retos.

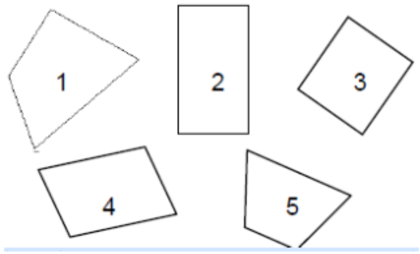
(B) Os quatro lados têm mesma medida.

(C) As diagonais são perpendiculares.

(D) Os lados opostos são paralelos.

3) Observe as figuras ao lado:

Quais figuras têm dois pares de lados paralelos?



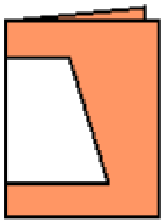
(A) 1, 3 e 4

(B) 1, 2 e 5

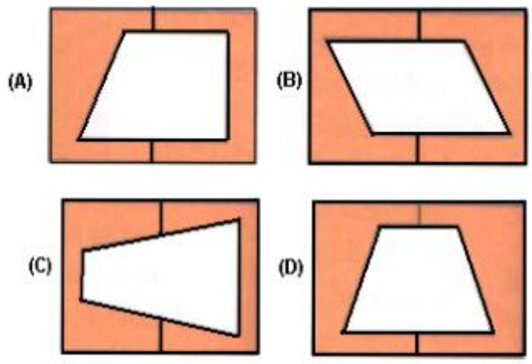
(C) 2, 3 e 4

(D) 4, 2 e 5

4) Dobramos uma folha como na figura abaixo, depois recortamos e retiramos a parte branca.

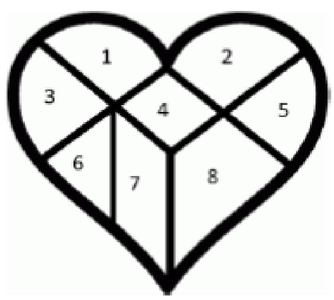


Em seguida, desdobrando a folha, obtemos:



5) Uma professora de matemática optou por trabalhar geometria utilizando o tangram Coração Partido.

Em relação à figura, pode-se afirmar que:



(A) Somente as peças 1, 2, 3 e 5 não são polígonos.

(B) O trapézio não possui ângulo agudo.

(C) O quadrado tem apenas dois ângulos retos.

(D) Há somente um paralelogramo no tangram.

6)Na fábrica de carros do meu tio,tem um robô muito engraçado. Ele é formado por figuras geométricas.

As partes do robô que têm o formato de losango são:

(A) mãos e pés;

(B) olhos e pés;

(C) braços e chapéu;

(D) pescoço e pernas.

<u>Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos</u>

7) O telhado de algumas casas tem o formato de um triângulo isósceles.

Madeiramento do telhado ou "tesoura"

Com relação aos ângulos e lados, podemos afirmar:

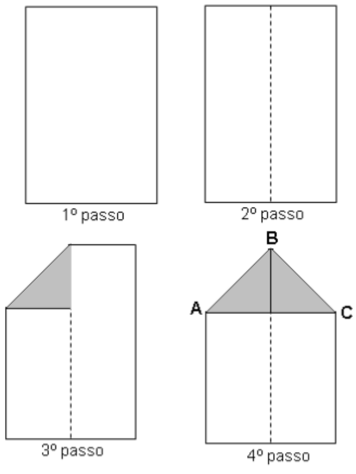
(A) possui todos os ângulos congruentes.

(B) possui todos os lados congruentes.

(C) possui dois ângulos e dois lados congruentes.

(D) possui todos os ângulos diferentes entre si.

8) Ao fazer um aviãozinho, Felipe tomou uma folha retangular de papel e observou os passos indicados nas figuras a seguir:



O triângulo ABC é:

(A) retângulo e escaleno;

(B) retângulo e isósceles;

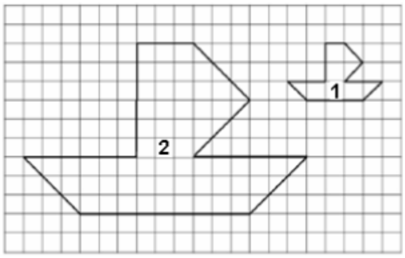
(C) acutângulo e escaleno;

(D) acutângulo e isósceles.

Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e /ou redução de Figuras poligonais usando malhas quadriculadas.

9) Observe o painel de Carol. A figura 2 é uma ampliação da figura 1.

Quantas vezes o perímetro da figura 2 é maior que o perímetro da figura 1?



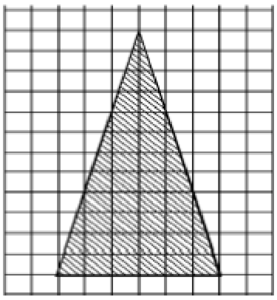
(A) Duas

(B) Três

(C) Quatro

(D) Nove

10) O professor Bruno desenhou o triângulo hachurado numa malha quadriculada como mostra a figura abaixo:



Então ele fez a seguinte pergunta à turma: “Se eu ampliar esse triângulo 5 vezes, como ficarão as medidas de seus lados e de seus ângulos? “Alguns alunos responderam:

O aluno que acertou a resposta foi:

(A) Paulinho

(B) Aninha

(C) Marquinho

(D) Betina

11) Os lados da Figura 1 foram duplicados, obtendo-se a Figura 2, como mostra a representação abaixo.

Nessa situação, a medida da área da Figura 2 é igual a:

Figura 1 Figura 2

(A) à metade da medida da área da Figura 1.

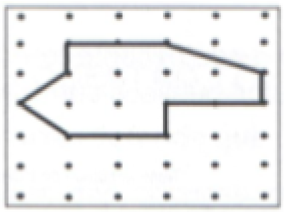
(B) à metade da área da Figura I.

(C**)** ao dobro da medida da área da Figura 1.

(D) ao quádruplo da medida da área da Figura 1.

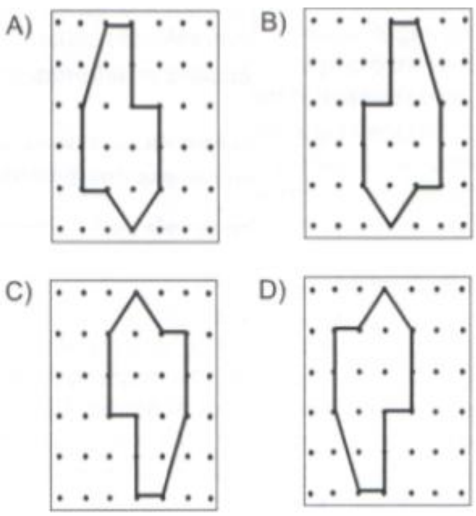
<u>Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos</u>

12) Observe a figura ao lado:

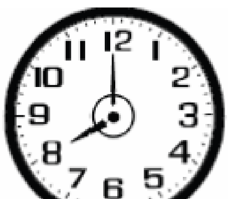


Se realizarmos um giro de 90º nessa figura, no

sentido horário, a figura que encontraremos será:



13) Os 2 ângulos formados pelos ponteiros de um relógio às 8 horas medem:



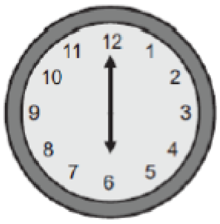
(A) 60º e 120º

(B) 120º e 160º

(C) 120º e 240º

(D) 140º e 220º

14) Ana toma um remédio de três em três horas. Ela tomou o remédio pela 1ª vez na hora indicada pelo relógio abaixo. Na próxima vez em que ela tomar o remédio, qual será o menor ângulo formado pelos ponteiros das horas:



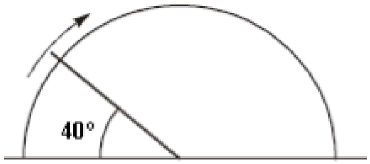
A) 15º

B) 90º

C) 120º

D) 180º

15) O movimento completo do limpador do para-brisa de um carro corresponde a um ângulo raso. Na situação descrita pela figura, admita que o limpador esteja girando em sentido horário. Calcule a medida do ângulo que falta para que ele faça o movimento completo.



(A) 50º

(B) 120º

(C) 140º

(D) 160º

ANEXO B:

DIAGNÓSTICO FINAL

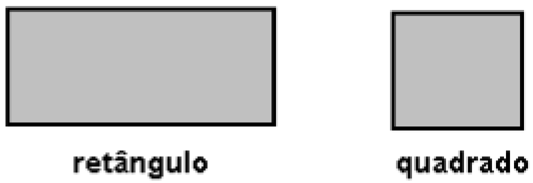
DIAGNÓSTICO DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS

Nome:

Série:

<u>Identificar relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades</u>

1) Considerando essas figuras:



(A) os ângulos do retângulo e do quadrado são diferentes.

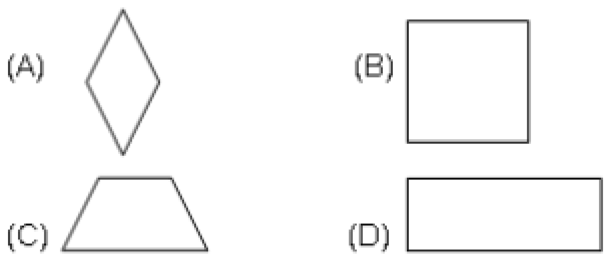
(B) somente o quadrado é um quadrilátero.

(C) o retângulo e o quadrado são quadriláteros.

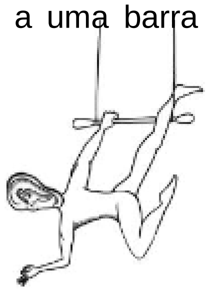
(D) o retângulo tem todos os lados com a mesma medida.

2) Alguns quadriláteros estão representados nas figuras abaixo:

Qual dos quadriláteros possui apenas um par de lados paralelos?



3) O trapézio é um aparelho de ginástica usado para acrobacias aéreas nos espetáculos de circos. É composto por duas cordas presas a uma barra de ferro, que ficam presas a uma determinada altura.



Com base nestas informações, podemos dizer que o trapézio:

(A) todos os lados iguais.

(B) todos os ângulos iguais.

(C) não é um quadrilátero.

(D) é um quadrilátero que tem somente dois lados paralelos.

4) Na figura abaixo, tem-se representado um canteiro de flores que foi construído com a forma de quadrilátero de lados iguais e dois a dois paralelos. Sua forma é de um:

(A) trapézio;

(B) retângulo;

(C) losango;

(D) quadrado.

<u>Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos</u>

5) A figura abaixo é um triângulo utilizado para sinalização de trânsito. É denominado de triângulo equilátero.

Com relação aos ângulos e lados, podemos afirmar:

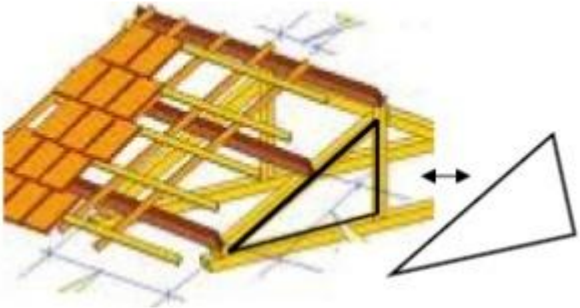
(A) todos os ângulos e lados diferentes;

(B) todos os ângulos congruentes e lados diferentes entre si.

(C) todos os ângulos e lados congruentes.

(D) dois ângulos congruentes e todos os lados, diferentes.

6) A figura a seguir mostra a construção de um telhado.



O polígono destacado na figura é um:

(A) losango.

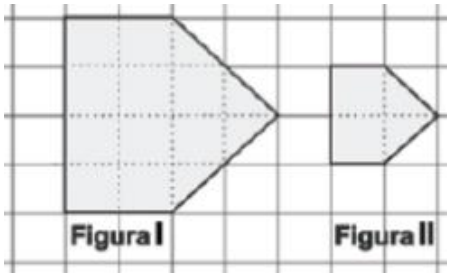
(B) retângulo.

(C) triângulo retângulo.

(D) triângulo equilátero.

<u>Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e /ou redução de Figuras poligonais usando malhas quadriculadas.</u>

7) Observe os desenhos ao lado:



A área da Figura I é:

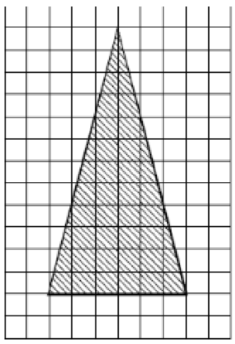
(A) duas vezes a área da figura II.

(B) quatro vezes a área da figura II.

(C) seis vezes a área da figura II.

(D) oito vezes a área da figura II.

8) A figura abaixo mostra o projeto original da árvore de natal da cidade em que Roberto mora. Como consideraram a árvore muito grande, fizeram um novo projeto, de modo que suas dimensões se tornaram 2 vezes menores que as do projeto original.



Para o novo projeto, as dimensões foram:

(A) multiplicadas por 2.

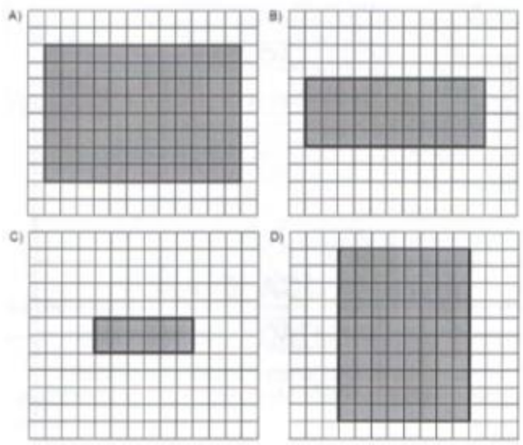
(B) divididas por 2.

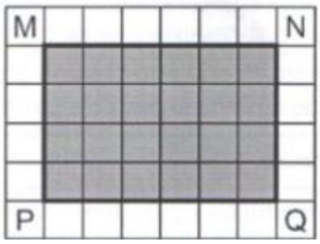
(C) subtraídas em duas unidades.

(D) divididas por 4.

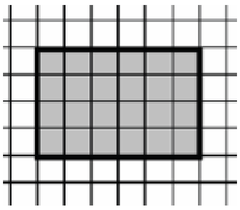
9) Veja o quadrilátero MNPQ desenhado na malha quadriculada ao lado:

O quadrilátero semelhante ao quadrilátero MNPQ é:





10) Observe a figura abaixo.



Considere o lado de cada quadradinho como unidade de medida de comprimento. Para que o perímetro do retângulo seja reduzido à metade, a medida de cada lado deverá ser:

(A) dividida por 2.

(B) multiplicada por 2.

(C) aumentada em 2 unidades.

(D) dividida por 3.

<u>Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas</u>

11) A quadra de futebol de salão de uma escola possui 22 m de largura e 42 m de comprimento. Um aluno que dá uma volta completa nessa quadra percorre:

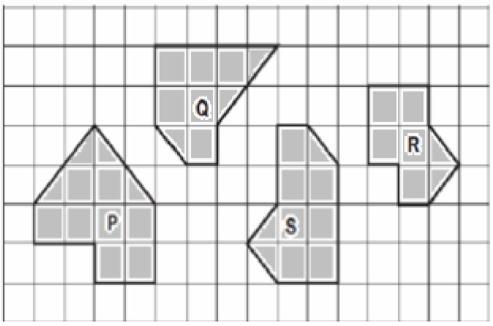
(A) 64 m.

(B) 84 m.

(C) 106 m.

(D) 128 m.

12) Daniel construí quatro figuras em uma malha quadriculada. As figuras de mesmo perímetro são:



(A) P e Q

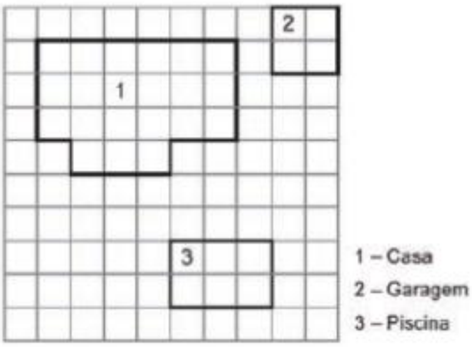
(B) Q e S

(C) R e S

(D) P e S

Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas

13) Veja o desenho abaixo, que representa a planta baixa da construção que Francisco vai fazer. Nesse desenho, cada quadradinho corresponde a 10 metros quadrados. Qual é a área total a ser ocupada pela construção: casa, piscina e garagem?



(A) 210 metros quadrados.

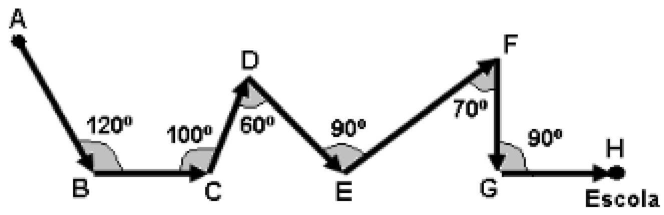
(B) 250 metros quadrados.

(C) 310 metros quadrados.

(D) 380 metros quadrados.

<u>Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos</u>

14) Observe a figura abaixo:



As mudanças de direção que formam ângulos retos estão representadas nos vértices:

(A) B e G.

(B) D e F.

(C) B e E.

(D) E e G.

15) Observe a rosa dos ventos ao lado. O ponto de referência da rosa dos ventos que está a 90° do norte (N) é:

(A) S.

(B) NO.

(C) O.

(D) SO.

16) Luciana chegou à escola às 4 horas, conforme indica o desenho do relógio ao lado.

Nesse momento, qual é a medida do menor ângulo entre esses dois ponteiros?

(Resolva essa questão sem utilizar o transferidor).

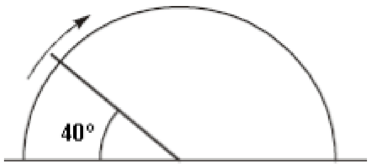
(A) 30º

(B) 60º

(C) 120º

(D) 240º

17) O movimento completo do limpador do para-brisa de um carro corresponde a um ângulo raso. Na situação descrita pela figura, admita que o limpador esteja girando em sentido horário. Calcule a medida do ângulo que falta para que ele faça o movimento completo.



(A) 50º

(B) 120º

(C) 140º

(D) 160º