

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

MATEUS ZIMMER DIETRICH

**ESTUDO DA RIGIDEZ ROTACIONAL DE VIGAS MISTAS DE AÇO E
CONCRETO COM LAJES MACIÇAS DE CONCRETO ARMADO**

VITÓRIA
2017

MATEUS ZIMMER DIETRICH

**ESTUDO DA RIGIDEZ ROTACIONAL DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO
COM LAJES MACIÇAS DE CONCRETO ARMADO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, na área de concentração Estruturas.

Orientador: Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani.

Coorientador: Ricardo Hallal Fakury

VITÓRIA
2017

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
(Biblioteca Setorial Tecnológica,
Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

D566e Dietrich, Mateus Zimmer, 1987-
Estudo da rigidez rotacional de vigas mistas de aço e
concreto com lajes maciças de concreto armado / Mateus
Zimmer Dietrich. – 2017.
148 f. : il.

Orientador: Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani.
Coorientador: Ricardo Hallal Fakury.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade
Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

1. Vigas. 2. Construção mista. 3. Flambagem (Mecânica).
4. Lajes de concreto. 5. Flambagem lateral com distorção. 6.
Rigidez rotacional. I. Calenzani, Adenilcia Fernanda Grobério. II.
Fakury, Ricardo Hallal. III. Universidade Federal do Espírito
Santo. Centro Tecnológico. IV. Título.

CDU: 624

ESTUDO DA RIGIDEZ ROTACIONAL DE VIGAS MISTAS DE AÇO E
CONCRETO COM LAJES MACIÇAS DE CONCRETO ARMADO

Mateus Zimmer Dietrich

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Civil do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de Estruturas.

Aprovada no dia 31 de março de 2017 por:



Profa. Dra. Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani
Doutora em Engenharia de Estruturas
Orientadora - UFES



Prof. Dr. Ricardo Hallal Fakury
Doutor em Engenharia de Estruturas
Coorientador - UFMG
Por meio de vídeo conferência



Prof. Dr. Walnório Graça Ferreira
Doutor em Engenharia Civil
Membro Interno - UFES



Profa. Dra. Ana Lydia Reis de Castro e Silva
Doutora em Engenharia de Estruturas
Membro Externo - UFMG

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela essência da vida e fonte de toda a sabedoria.

À professora Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani, pela orientação e dedicação, pelo incentivo e confiança, pelos conhecimentos compartilhados, pela compreensão e amizade.

Ao professor Ricardo Hallal Fakury, por acreditar neste trabalho, pelo tempo dispensado e pelo conhecimento e contribuições inestimáveis.

Aos meus familiares, pelo amor e força concedidos nos momentos difíceis e pela compreensão dos diversos momentos ausentes.

Aos amigos, pelo apoio e conhecimentos compartilhados para aprendizagem do programa computacional.

Aos professores e funcionários do programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito Santo, pelo suporte e boa convivência em todo este período.

À CAPES, pela bolsa de estudos e pelo apoio ao desenvolvimento da pesquisa.

RESUMO

Em vigas mistas contínuas e semicontínuas, na região de momento negativo, a mesa inferior do perfil de aço fica comprimida, e caso a alma não tenha rigidez suficiente para evitar a flexão lateral, ela distorcerá, implicando em um deslocamento lateral e um giro da mesa comprimida, caracterizando um modo de instabilidade denominado flambagem lateral com distorção (FLD). O procedimento da ABNT NBR 8800:2008 para verificação desse estado-limite último utiliza a equação do momento crítico elástico de Roik et al. (1990) que tem como base um mecanismo “U” invertido, formado por duas ou mais vigas de aço adjacentes e a laje de concreto na qual elas são fixadas. A propriedade fundamental para determinação do momento crítico elástico à FLD é a rigidez rotacional da viga mista. De forma simplificada, a rigidez rotacional da viga mista é definida como uma associação em série de molas que representam a rigidez rotacional da laje de concreto, da alma do perfil de aço e da conexão de cisalhamento. Nesta pesquisa, são implementados modelos numéricos, via método dos elementos finitos, para avaliar o procedimento da ABNT NBR 8800:2008 de determinação da rigidez rotacional de vigas mistas de aço e concreto. Os modelos numéricos retratam vigas mistas de borda e internas ao piso com lajes maciças de concreto armado, conexão de cisalhamento com um ou dois conectores de cisalhamento soldados na seção transversal e perfis de aço com alma não enrijecida. São avaliadas as contribuições das rigidezes isoladas da laje, da conexão de cisalhamento e da alma no valor da rigidez rotacional da viga mista. A curva momento *versus* rotação da laje de concreto e sua influência na rigidez rotacional da viga mista também é investigada. Como conclusões principais, podem ser citadas: a formulação da ABNT NBR 8800:2008 prevê de forma adequada a rigidez rotacional da alma; a rigidez rotacional da conexão de cisalhamento pode ser desprezada no cálculo da rigidez rotacional da viga mista, conforme preconiza a ABNT NBR 8800:2008; a formulação da ABNT NBR 8800:2008 para o cálculo da rigidez rotacional da laje pode ser usada para vigas mistas de borda e internas, porém recomenda-se a adoção de um coeficiente α igual a 1,71 para viga mista de borda e 3 para viga mista interna, independente do número de vigas que compõem o piso, e; em determinadas situações, a rigidez rotacional da viga mista pode ser simplificada tomada como uma parcela da rigidez rotacional da alma.

Palavras-chave: Vigas Mistas de Aço e Concreto, Flambagem Lateral com Distorção, Rigidez Rotacional.

ABSTRACT

In continuous and semi-continuous composite beams, in hogging moment region, the bottom flange of the steel profile is compressed, if the web is not rigid enough to avoid lateral flexion, it will distort, implying a lateral displacement and a rotation of the compressed flange, characterizing a mode of instability called lateral-distortional buckling. The procedure of ABNT NBR 8800:2008 to verify this ultimate limit state uses the elastic critical moment equation, by Roik et al. (1990), which is based on an inverted "U" mechanism, formed by two or more adjacent steel beams and the concrete slab on which they are attached. The composite beam rotational stiffness is the fundamental property for determining the elastic critical moment to lateral-distortional buckling. In simplified form, the rotational stiffness of the composite beam is defined as a series association of springs representing the rotational stiffness of the concrete slab, the steel profile web and the shear connection. In this research, numerical models are implemented, using the finite element method, to evaluate the procedure of ABNT NBR 8800:2008 to determine the rotational stiffness of steel-concrete composite beams. The numerical models portray edge and internal composite beams to the floor with reinforced concrete slabs, shear connection with one or two welded shear connectors in the cross section and non-stiffened steel profile web. The contributions of the insulated rigidities of the slab, the shear connection and the steel profile web to the composite beam rotational stiffness value are evaluated. The moment rotation curve of the concrete slab and its influence on the composite beam rotational stiffness is also investigated. As main conclusions, they can be cited: the ABNT NBR 8800:2008 formulation adequately predicts the web rotational stiffness; the rotational stiffness of the shear connection can be neglected in the calculation of the composite beam rotational stiffness, as recommended by ABNT NBR 8800:2008; the ABNT NBR 8800:2008 formulation for the calculation of slab rotational stiffness can be used for edge and internal composite beams, but it is recommended to adopt a coefficient α equal to 1.71 for edge composite beam and 3 for internal composite beam, independent of the number of beams that make up the floor, and; in certain situations, the rotational stiffness of the composite beam can be simplified as a portion of the web rotational stiffness.

Keywords: Steel-concrete Composite Beams, Lateral-distortional Buckling, Rotational Stiffness.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Grau de interação aço e concreto de uma viga mista	21
Figura 1.2 - Flambagem lateral com torção.....	23
Figura 1.3 - Deformação típica da mesa inferior na FLD.....	24
Figura 1.4 - Flambagem local da mesa	25
Figura 1.5 - Mecanismo "U" invertido	25
Figura 1.6 - Mecanismos "U" contínuo e discreto.....	26
Figura 1.7 - Rigidez rotacional de uma viga mista.....	27
Figura 1.8 - Rigidez à flexão da laje fissurada.....	28
Figura 1.9 - Rigidez à flexão da alma do perfil de aço	29
Figura 1.10 - Rigidez à flexão da conexão de cisalhamento	30
Figura 2.1 - Distribuição de tensões para momento fletor negativo	37
Figura 2.2 - Valor de χ_{dist} em função do índice de esbeltez λ_{dist}	38
Figura 2.3 - Modelo de uma barra comprimida em fundação elástica.....	41
Figura 2.4 - Modelo numérico de Weston et al. (1991)	42
Figura 2.5 - Vigas mistas com restrição contínua. Adaptada da BS 5400-3:2000.....	44
Figura 2.6 - Viga mista do modelo U1	46
Figura 2.7 - Elevação e seção transversal do modelo U1	47
Figura 2.8 - Geometria do modelo U2.....	48
Figura 2.9 - Seção transversal do modelo U2	49
Figura 2.10 - Geometria do modelo U3.....	50
Figura 2.11 - Seção transversal do modelo U3	50
Figura 2.12 - Geometria e seção do modelo U4.....	52
Figura 2.13 - Geometria e seção do modelo U5.....	52
Figura 2.14 - Modos de flambagem com distorção	53
Figura 2.15 - Ensaio nas estruturas "U" isoladas	54
Figura 2.16 - Modelo U1-P	57
Figura 2.17 - Seção transversal do modelo U2-P.....	57
Figura 2.18 - Modelo U1-M.....	58
Figura 2.19 - Seção transversal do modelo U2-M.....	58
Figura 3.1 - Elemento <i>SOLID65</i>	66
Figura 3.2 - Elemento <i>SOLID185</i>	67
Figura 3.3 - Elemento <i>SHELL181</i>	68

Figura 3.4 - Elemento <i>CONTA173</i>	68
Figura 3.5 - Elemento <i>TARGE170</i>	69
Figura 3.6 - Elementos utilizados nos modelos numéricos	69
Figura 3.7 - Curva tensão <i>versus</i> deformação dos aços	70
Figura 3.8 - Curva tensão <i>versus</i> deformação do concreto.....	71
Figura 3.9 - Arranjo geral dos ensaios	72
Figura 3.10 - Imagem dos apoios dos ensaios.....	73
Figura 3.11 - Modelos numéricos com condições de apoio ISO	74
Figura 3.12 - Modelos numéricos com condições de apoio HIPER.....	74
Figura 3.13 - Malha do modelo U2-P	76
Figura 3.14 - Conector de cisalhamento	77
Figura 3.15 - Superfícies de contato	78
Figura 3.16 - Pontos de medição dos modelos numéricos.....	82
Figura 3.17 - Seções para medição dos deslocamentos.....	83
Figura 3.18 - Curvas momento <i>versus</i> rotação total do modelo U1-P(A)	84
Figura 3.19 - Curvas momento <i>versus</i> rotação isolada do modelo U1-P(A)	86
Figura 3.20 - Tensões normais na laje do modelo numérico U1-P(A).....	87
Figura 3.21 - Curvas momento <i>versus</i> rotação total do modelo U1-P(F)	88
Figura 3.22 - Curvas momento <i>versus</i> rotação isolada do modelo U1-P(F).....	89
Figura 3.23 - Fissuras na laje de concreto para momento igual a 3,04 kN.m	90
Figura 3.24 - Curvas momento <i>versus</i> rotação total do modelo U2-P(A)	91
Figura 3.25 - Curvas momento <i>versus</i> rotação isolada do modelo U2-P(A)	92
Figura 3.26 - Curvas momento <i>versus</i> rotação total do modelo U2-P(F)	94
Figura 3.27 - Curvas momento <i>versus</i> rotação isolada do modelo U2-P(F).....	95
Figura 4.1 - Curva tensão <i>versus</i> deformação do concreto para os modelos paramétricos.....	99
Figura 4.2 - Condições de contorno dos modelos paramétricos	100
Figura 4.3 - Variáveis para estudo da malha.....	101
Figura 4.4 - Curva momento <i>versus</i> rotação da laje do modelo U7-P	110
Figura 4.5 - Curvas momento <i>versus</i> rotação dos modelos U11-P e U12-P	111
Figura 4.6 - Gráfico do ajuste perfeito da rigidez rotacional k_1 com a força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido	112
Figura 4.7 - Gráficos da rigidez rotacional total <i>versus</i> razão $k_{1,a}/k_{2,a}$ para $N=1$ com a força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido	113

Figura 4.8 - Gráfico do ajuste perfeito da rigidez rotacional k_1 com a força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido.....	116
Figura 4.9 - Gráficos da rigidez rotacional total versus razão $k_{1,a}/k_{2,a}$ para $N=1$ com a força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido	117
Figura 4.10 - Nível de fissuração na laje de concreto	120
Figura 4.11 - Frequência acumulada das diferenças relativas	121
Figura 4.12 - Gráfico do ajuste perfeito da rigidez rotacional k_1 com a força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido e α igual 1,71	123
Figura 4.13 - Gráfico do ajuste perfeito da rigidez rotacional k_1 com a força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido e α igual 1,71	123
Figura 4.14 - Curvas momento <i>versus</i> rotação da laje para força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido.....	129
Figura 4.15 - Curvas momento <i>versus</i> rotação da laje para força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido.....	131
Figura 5.1 - Condição de contorno para o caso α igual 3.....	134
Figura 5.2 - Condição de contorno para o caso α igual 4.....	134
Figura 5.3 - Curva momento <i>versus</i> rotação da laje dos modelos U17-P e U18-P .	137
Figura 5.4 - Nível de fissuração da laje de concreto do modelo U17-P com 95% do carregamento aplicado.....	138
Figura 5.5 - Nível de fissuração da laje de concreto do modelo U18-P com 75% do carregamento aplicado.....	138

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Valores propostos para a rigidez da conexão de cisalhamento de vigas mistas com perfis de alma senoidal e lajes planas.....	60
Tabela 2.2 - Valores propostos para a rigidez da conexão de cisalhamento de vigas mistas com perfis de alma senoidal e lajes mistas.....	61
Tabela 3.1 - Propriedades do materiais dos modelos numéricos.....	71
Tabela 3.2 - Número de elementos dos modelos numéricos	75
Tabela 4.1 - Propriedades do material aço dos modelos paramétricos.....	98
Tabela 4.2 - Estudo da malha do modelo U3-P.....	102
Tabela 4.3 - Discretização do corpo do conector de cisalhamento	104
Tabela 4.4 - Rigidez rotacional do modelo U3-P.....	104
Tabela 4.5 - Modelos de parametrização	107
Tabela 4.6 - Resultados dos modelos paramétricos com a força no sentido de abrir o mecanismo "U" invertido.....	109
Tabela 4.7 - Resultados dos modelos paramétricos com a força no sentido de fechar o mecanismo "U" invertido.....	114
Tabela 4.8 - Comparação da rigidez rotacional da laje de concreto.....	119
Tabela 4.9 - Resultados para α igual a 1,71	124
Tabela 4.10 - Modelos para análise da relação $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$	127
Tabela 4.11 - Valores de $M_{fis,laje}$, $M_{pl,alma}$ e razão $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$	127
Tabela 4.12 - Resultados para força no sentido de abrir o mecanismo "U" invertido	128
Tabela 4.13 - Resultados para força no sentido de fechar o mecanismo "U" invertido	130
Tabela 5.1 - Modelos paramétricos selecionados para avaliação da rigidez rotacional de uma viga mista interna	135
Tabela 5.2 - Resultados para viga mista interna com α igual a 3.....	136
Tabela 5.3 - Resultados para viga mista interna com α igual a 4.....	139
Tabela 5.4 - Rigidezes rotacionais numéricas e analíticas da laje de concreto	139

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras romanas minúsculas

a – distância entre vigas

b – largura

b_f – largura da mesa do perfil de aço

b_s – largura do enrijecedor da alma

d – altura do perfil de aço

d_1 – distância entre o centro geométrico da mesa comprimida e a face inferior da laje de concreto

d_2 – distância entre o centro geométrico da mesa comprimida e o centro geométrico da laje

d_3 – distância do centro geométrico da armadura longitudinal à LNP

d_4 – distância da força de tração, situada no centro geométrico da área tracionada da seção do perfil de aço, à LNP

d_5 – distância da força de compressão, situada no centro geométrico da área comprimida da seção do perfil de aço, à LNP

f_{ck} – resistência característica à compressão do concreto

f_{ct} – resistência do concreto à tração direta

$f_{ct,m}$ – resistência média à tração do concreto

f_y – resistência ao escoamento do aço

f_{yd} – resistência de cálculo ao escoamento do aço

h, h_w – altura da alma do perfil de aço

h_0 – distância entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço

h_d – altura total do conector de cisalhamento

k_r – rigidez rotacional

k_1 – rigidez rotacional da laje

k_2 – rigidez rotacional da alma do perfil de aço

k_3 – rigidez rotacional da conexão de cisalhamento

l_R – espaçamento entre conectores

r – raio de giração

t_f – espessura da mesa do perfil de aço

t_w – espessura da alma do perfil de aço

Letras romanas maiúsculas

A_{at} – área tracionada da seção do perfil de aço

A_{ac} – área comprimida da seção do perfil de aço

C_{dist} – coeficiente que depende da distribuição de momentos fletores no comprimento L

D – rigidez à flexão de uma placa por unidade de comprimento

E, E_a – módulo de elasticidade do aço

E_c – módulo de elasticidade do concreto

F – força

G – módulo de elasticidade transversal do aço

I – momento de inércia

$I_{af,y}$ – momento de inércia da mesa inferior do perfil de aço em relação ao eixo y

J – constante de torção do perfil de aço

L – vão

M_{cr} – momento crítico elástico

$M_{dist,Rd}^-$ – momento fletor resistente de cálculo na região de momentos negativos

$M_{fis,laje}$ – momento de fissuração da laje de concreto

$M_{pl,R}$ – momento resistente plástico

$M_{pl,alma}$ – momento de plastificação da alma do perfil de aço

M_{Rd}^- – momento fletor resistente de cálculo da seção transversal

M_{Rk}^- – momento fletor resistente característico na região de momentos negativos

$M_{R,dist}$ – momento resistente à flambagem lateral com distorção

M_{Sd}^- – momento fletor solicitante de cálculo na região de momentos negativos

N – número de conectores

T_{ds} – força resistente de tração de cálculo nas barras da armadura longitudinal

W_{xc} – módulo elástico da seção do perfil de aço em relação à fibra externa comprimida em relação ao eixo x

W_{xt} – módulo elástico da seção do perfil de aço em relação à fibra externa tracionada em relação ao eixo x

Z_x – módulo plástico da seção do perfil de aço em relação ao eixo x

Letras gregas minúsculas

α_g – fator relacionado à geometria da seção transversal da viga mista

δ – deslocamento lateral

λ_{dist} – parâmetro de esbeltez para flambagem lateral com distorção

χ_{dist} – fator de redução para flambagem lateral com distorção

ν_a – coeficiente de Poisson do aço

σ_{cr} – tensão crítica de flambagem

σ_{li} – tensão de compressão resistente da mesa inferior

σ_{yc} – resistência ao escoamento da mesa comprimida

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	20
1.1	Vigas mistas de aço e concreto	20
1.2	Flambagem lateral com distorção	22
1.2.1	Definição do fenômeno	22
1.2.2	Mecanismo “U” invertido	25
1.2.3	Rigidez rotacional da viga mista.....	27
1.3	Objetivos	31
1.3.1	Objetivo geral	31
1.3.2	Objetivos específicos	31
1.4	Justificativa	32
1.5	Estrutura da Dissertação	33
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	35
2.1	Introdução	35
2.2	Momento fletor resistente à flambagem lateral com distorção	35
2.2.1	Método de cálculo da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008.....	36
2.2.2	Demais métodos de cálculo	40
2.3	Trabalhos experimentais sobre flambagem lateral com distorção	45
2.3.1	Tese de doutorado de Fan (1990).....	46
2.3.2	Tese de doutorado de Chen (1992)	51
2.3.3	Tese de doutorado de Calenzani (2008)	56
2.4	Outras pesquisas sobre instabilidade de vigas mistas de aço e concreto contínuas	61
3	DEFINIÇÃO E AFERIÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS	65
3.1	Introdução	65
3.2	Modelos numéricos	66
3.2.1	Elementos utilizados	66

3.2.2	Relações constitutivas e propriedades dos materiais	70
3.2.3	Condições de contorno	72
3.2.4	Definição da malha dos elementos finitos	75
3.2.5	Técnicas de solução e tempo computacional.....	78
3.3	Validação dos modelos numéricos	81
3.3.1	Seções transversais e nós utilizados para medição.....	82
3.3.2	Curvas para o modelo U1-P(A)	84
3.3.3	Curvas para o modelo U1-P(F)	88
3.3.4	Curvas para o modelo U2-P(A)	91
3.3.5	Curvas para o modelo U2-P(F)	93
3.3.6	Conclusão da validação dos modelos numéricos	96
4	AVALIAÇÃO DA FORMULAÇÃO DA ABNT NBR 8800:2008 PARA VIGAS DE BORDA	97
4.1	Introdução.....	97
4.2	Relações constitutivas e propriedades dos materiais.....	97
4.3	Condições de contorno	99
4.4	Definição da malha dos elementos finitos.....	100
4.5	Modelos paramétricos	104
4.6	Resultados e discussões dos modelos paramétricos.....	108
4.6.1	Força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido.....	108
4.6.2	Força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido	113
4.6.3	Desfecho das discussões.....	117
4.7	Estudo do gráfico momento <i>versus</i> rotação da laje	125
5	AVALIAÇÃO DA FORMULAÇÃO DA ABNT NBR 8800:2008 PARA VIGAS INTERNAS	133
5.1	Introdução.....	133
5.2	Condições de contorno	133
5.3	Modelos paramétricos selecionados para análise	135

5.4	Resultados e discussões	136
5.4.1	Coeficiente α igual a 3	136
5.4.2	Coeficiente α igual a 4	138
6	CONCLUSÕES.....	141
6.1	Sobre o trabalho realizado	141
6.2	Sugestões para trabalhos futuros	145
7	REFERÊNCIAS	147

1 INTRODUÇÃO

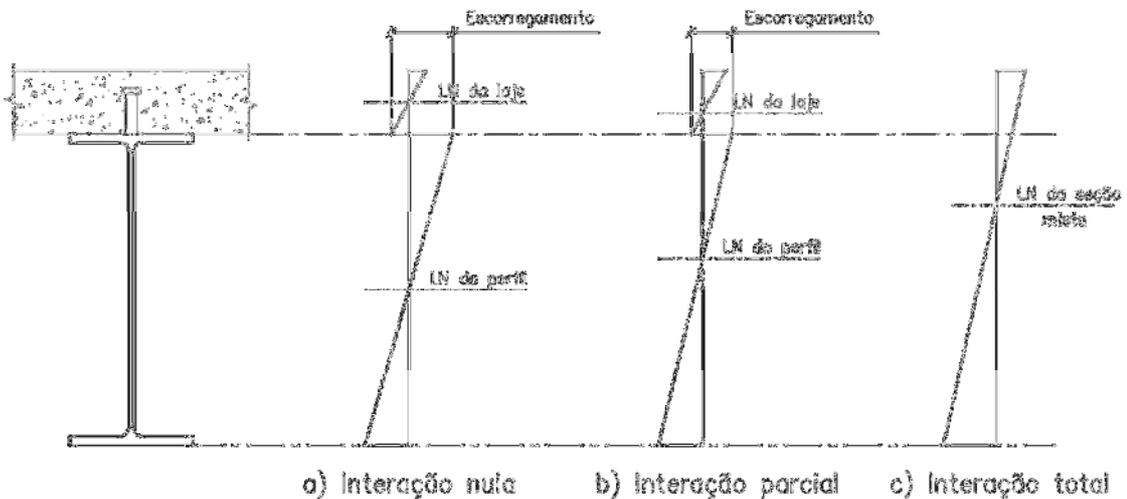
1.1 Vigas mistas de aço e concreto

Nas estruturas de aço, as vigas eram projetadas para receber todo o peso da laje de concreto e das sobrecargas de serviço. No entanto, próximo de 1950, foram desenvolvidos os conectores de cisalhamento que permitiram uma conexão prática entre a viga de aço e a laje de concreto, possibilitando que ambos os elementos funcionem como um conjunto resistente à flexão. Esse elemento estrutural ficou conhecido como viga mista e, desde então, tem sido usado nas edificações (JOHNSON, 2004).

A norma brasileira que regulamenta os projetos de estruturas mistas de aço e concreto é a ABNT NBR 8800:2008, que, em seu Anexo O, define viga mista de aço e concreto como um componente de aço simétrico em relação ao plano de flexão e uma laje de concreto acima de sua face superior, ligados mecanicamente por meio de conectores de cisalhamento, de tal forma que ambos funcionem como um conjunto para resistir à flexão. O componente de aço pode ser um perfil I, um perfil caixão ou um perfil tubular retangular, ou ainda uma treliça (neste último caso, tem-se a treliça mista).

Os conectores de cisalhamento reduzem, ou até mesmo eliminam em termos práticos, o escorregamento entre o perfil de aço e a laje de concreto, em um efeito conhecido como grau de interação. Logo, as vigas mistas podem ser dimensionadas com grau de interação parcial ou total. Não havendo ligação mecânica, o escorregamento é máximo e há formação de duas linhas neutras na seção, uma na laje de concreto e outra no perfil de aço. Na interação parcial ainda ocorre o escorregamento, porém com uma intensidade menor, conforme é mostrado na Figura 1.1. No caso da interação total não há escorregamento entre os elementos de aço e concreto e a linha neutra passa a ser única.

Figura 1.1 - Grau de interação aço e concreto de uma viga mista



Fonte: Fabrizio (2007)

Nota: Figura adaptada pelo autor

As vigas mistas de aço e concreto podem ser biapoiadas, contínuas e semicontínuas. As biapoiadas são aquelas em que as ligações nos apoios podem ser consideradas como rótulas; as contínuas, aquelas em que o perfil de aço e a armadura da laje têm continuidade total nos apoios internos; e as semicontínuas, aquelas em que o perfil de aço não tem continuidade total nos apoios internos, ou seja, possuem ligação de resistência parcial (ABNT NBR 8800, 2008).

Segundo Johnson (2004), as vigas mistas contínuas apresentam as seguintes vantagens em relação às biapoiadas: (a) para uma dada flecha limite podem ser utilizadas maiores razões vão/altura; (b) a estrutura é menos susceptível a vibrações causadas pela movimentação de pessoas já que possui uma frequência fundamental maior; (c) a estrutura é mais robusta, resistindo mais aos efeitos de incêndio e explosão. A tendência de fissuração na superfície da laje próxima aos apoios internos não chega a ser um problema, pois pode ser controlada com o uso adequado de barras de armadura.

Embora as vigas mistas biapoiadas apresentem um momento fletor solicitante maior quando comparadas com as contínuas e semicontínuas, elas possuem critérios de dimensionamento menos complexos uma vez que a mesa superior comprimida do perfil de aço fica travada quanto ao deslocamento lateral pela laje de concreto em

todo o comprimento da viga. Nas regiões próximas aos apoios internos, em vigas mistas contínuas e semicontínuas, há momento fletor negativo e a mesa inferior do perfil de aço não possui travamento lateral, logo fica livre para flambar num modo formado por flexão lateral e torção. Tendo em vista que a mesa superior do perfil de aço está fixa à laje, essa flambagem só ocorre se a alma do perfil fletir lateralmente provocando uma mudança de forma na seção transversal do perfil, sendo assim denominada flambagem lateral com distorção (FLD).

Esta pesquisa contribui para o estudo da flambagem lateral com distorção (FLD) de vigas mistas contínuas e semicontínuas compostas por lajes maciças de concreto armado e perfis de aço I de alma não enrijecida.

A fim de contribuir para a melhor compreensão do tema, o item 1.2 deste capítulo traz conceitos básicos que caracterizam a flambagem lateral com distorção das vigas mistas de aço e concreto. Os itens 1.3 e 1.4 abordam os objetivos e as justificativas deste estudo, respectivamente. Finalizando, o item 1.5 apresenta a formatação completa do trabalho.

1.2 Flambagem lateral com distorção

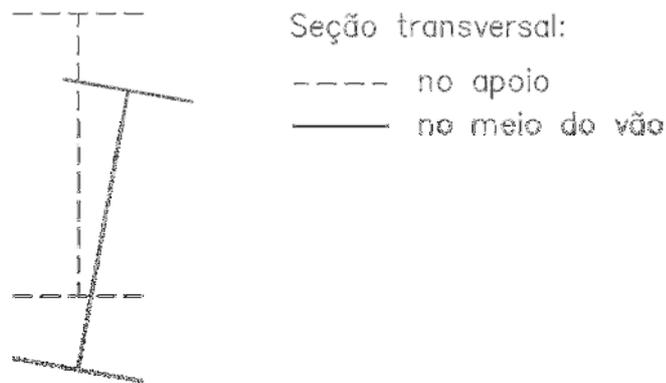
1.2.1 Definição do fenômeno

A flambagem é definida como a perda de estabilidade de um corpo solicitado por tensões de compressão, caracterizada pelo aparecimento de deformações, a princípio, incompatíveis com o estado de tensão (COELHO, 2008). As vigas de aço são suscetíveis a um modo de flambagem global denominado flambagem lateral com torção e as vigas mistas contínuas e semicontínuas, a um outro modo chamado de flambagem lateral com distorção. Os elementos componentes das vigas de aço e dos perfis de aço das vigas mistas podem também sofrer flambagem local.

A flambagem lateral com torção ocorre em vigas de aço nas quais a mesa submetida à tensão de compressão em um determinado comprimento não tem

restrição lateral suficiente. Um caso típico é o das vigas simplesmente apoiadas submetidas a ações gravitacionais, quando a mesa superior, que fica comprimida ao longo de todo o vão, encontra-se sem travamento lateral. Nessas vigas, as ligações dos apoios oferecem restrição lateral para ambas as mesas e, ao longo do vão, a mesa superior comprimida é impedida de flambar verticalmente pela alma, mas pode flambar lateralmente se a razão entre a largura da mesa comprimida (b_f) e comprimento do vão (L) for muito pequena. A seção transversal gira sobre seu centro de torção, porém mantém sua forma (JOHNSON, 2004). A Figura 1.2 mostra esse tipo de flambagem.

Figura 1.2 - Flambagem lateral com torção

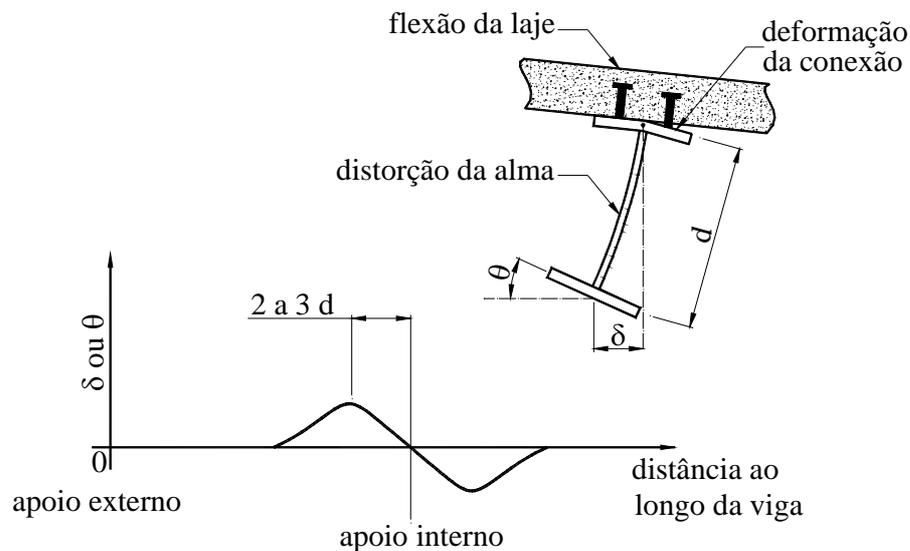


Fonte: Johnson (2004)

Nota: Figura adaptada pelo autor

As vigas mistas simplesmente apoiadas não estão sujeitas à flambagem lateral com torção porque têm a mesa superior comprimida fixada à laje de concreto pelos conectores de cisalhamento ao longo de todo o vão. No entanto, as vigas mistas contínuas e semicontínuas ficam com a mesa inferior comprimida nas proximidades dos apoios internos, o que faz com que essa mesa tenha a tendência de flambar em relação ao seu eixo de maior inércia, uma vez que a alma impede a flambagem em relação ao seu eixo de menor inércia. Se a alma não tiver rigidez suficiente à flexão lateral, ela flete (distorce) e a mesa comprimida sofre um deslocamento lateral acompanhado de uma torção, num estado-limite último denominado flambagem lateral com distorção (FLD), conforme explicado no item 1.1. A laje de concreto e a conexão de cisalhamento impedem que a seção de aço torça como um corpo rígido. A Figura 1.3 mostra esse fenômeno.

Figura 1.3 - Deformação típica da mesa inferior na FLD



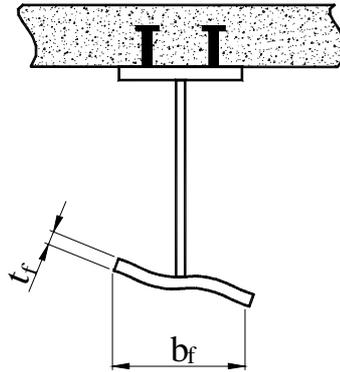
Fonte: Johnson (2004)

Nota: Figura adaptada por Calenzani (2008)

Na região de apoio interno, o deslocamento lateral e o giro da mesa se comportam como uma semionda de cada lado do apoio, conforme Figura 1.3, ocupando a maior parte da região de momento negativo. O deslocamento lateral e o giro máximos se situam a uma distância de duas a três vezes a altura do perfil de aço a partir do apoio interno. É importante que o projeto garanta, obrigatoriamente, o travamento lateral no apoio interno (JOHNSON, 2004).

A flambagem local da mesa ocorre com deslocamento vertical, essencialmente (Figura 1.4). Segundo Johnson (2004), a seção transversal de deslocamento máximo está situada a uma distância igual à largura da mesa a partir do apoio. A relação entre a largura e a espessura da mesa inferior (b/t_f) é que governa esses fenômenos: quando a relação é grande ocorre a flambagem local e, quando é pequena, a flambagem lateral com distorção.

Figura 1.4 - Flambagem local da mesa



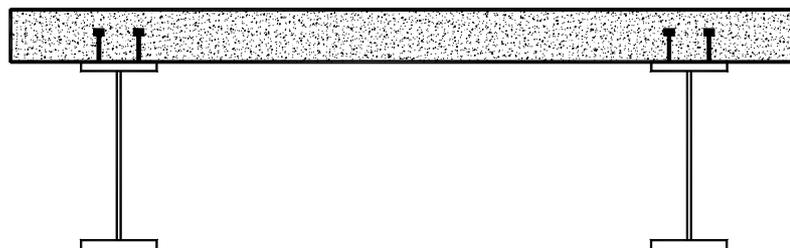
Fonte: Calenzani (2008)

1.2.2 Mecanismo “U” invertido

A ABNT NBR 8800:2008, com base na norma europeia EN 1994-1-1:2004, fornece um método para a determinação do momento fletor resistente de cálculo nas regiões de momento negativo aplicável apenas para viga mistas de aço e concreto com perfil I de alma plana não enrijecida ao longo do vão (enrijecedores devem ser usados apenas nos apoios internos - ver Figura 1.6(a)). Para calcular esse momento resistente, é necessário determinar o momento crítico elástico, M_{cr} .

O M_{cr} é calculado segundo o comportamento do mecanismo “U” invertido, que é formado por duas ou mais vigas adjacentes de aço fixadas por meio de conectores de cisalhamento a uma laje de concreto, conforme mostra a Figura 1.5.

Figura 1.5 - Mecanismo "U" invertido



Fonte: Calenzani (2008)

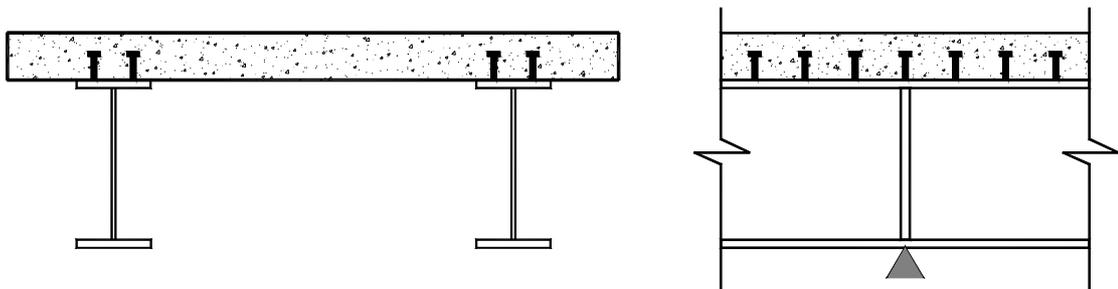
O mecanismo “U” invertido é adequado para representar o comportamento de uma viga mista à FLD porque consegue retratar de uma maneira bastante real as

restrições ao deslocamento lateral e à torção impostas à mesa inferior do perfil de aço por meio da alma, conexão de cisalhamento e laje de concreto. Além disso, esse mecanismo tem grande similaridade com os sistemas de pisos construídos nas edificações: vigas de aço paralelas e laje de concreto sobreposta.

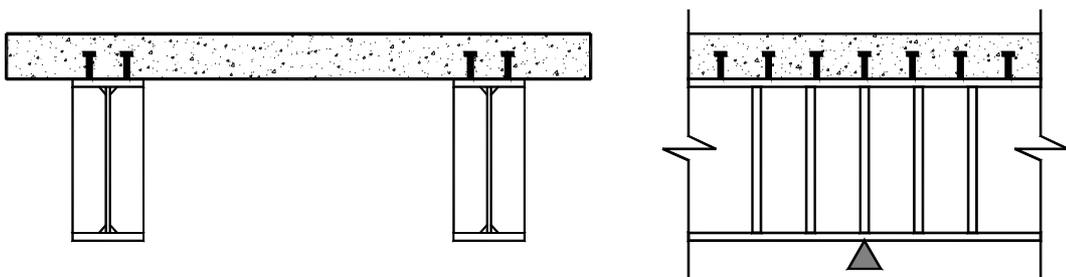
Faz-se necessário informar que na literatura científica existem dois tipos de mecanismos "U" invertido: o contínuo e o discreto. O primeiro (Figura 1.6(a)) é caracterizado pelo uso de enrijecedores verticais e contraventamentos laterais somente nos apoios internos da viga mista, o que implica restrição contínua da mesa inferior (mesa comprimida) apenas devido à laje de concreto e à alma não enrijecida de aço. Por sua vez, o segundo tipo de mecanismo (Figura 1.6(b)) compõe-se de vigas mistas com vários enrijecedores transversais soldados à alma na região de momento negativo próximo ao apoio interno, proporcionando uma restrição local da mesa comprimida pelos enrijecedores transversais.

Figura 1.6 - Mecanismos "U" contínuo e discreto

(a) Mecanismo "U" contínuo com duas vigas



(b) Mecanismo "U" discreto com duas vigas

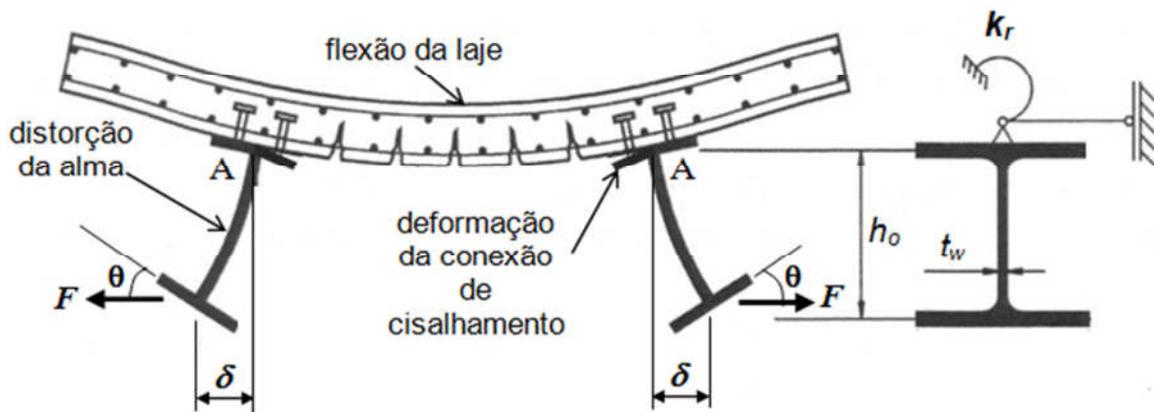


Fonte: Calenzani (2008)

1.2.3 Rigidez rotacional da viga mista

No cálculo do momento crítico elástico, M_{cr} , uma grandeza de fundamental importância é a rigidez rotacional da viga mista, k_r , também designada como rigidez rotacional do mecanismo “U” invertido. A influência do mecanismo “U” na resistência à FLD de uma viga pode ser simulada aplicando um apoio e uma mola de rotação na mesa superior do perfil de aço, sendo a rigidez da mola igual a k_r (Figura 1.7).

Figura 1.7 - Rigidez rotacional de uma viga mista



Fonte: EN 1994-1-1 (2004)

Nota: Figura adaptada por Calenzani (2008)

A rigidez rotacional k_r , por unidade de comprimento da viga, é determinada em relação ao ponto A, centro geométrico da seção da mesa superior. A rotação no ponto A pode ser aproximada por δ/h_0 , sendo δ o deslocamento lateral da mesa inferior, e o momento em A, pelo produto Fh_0 . Assim, a expressão geral para o cálculo da rigidez rotacional da viga fica definida pela equação:

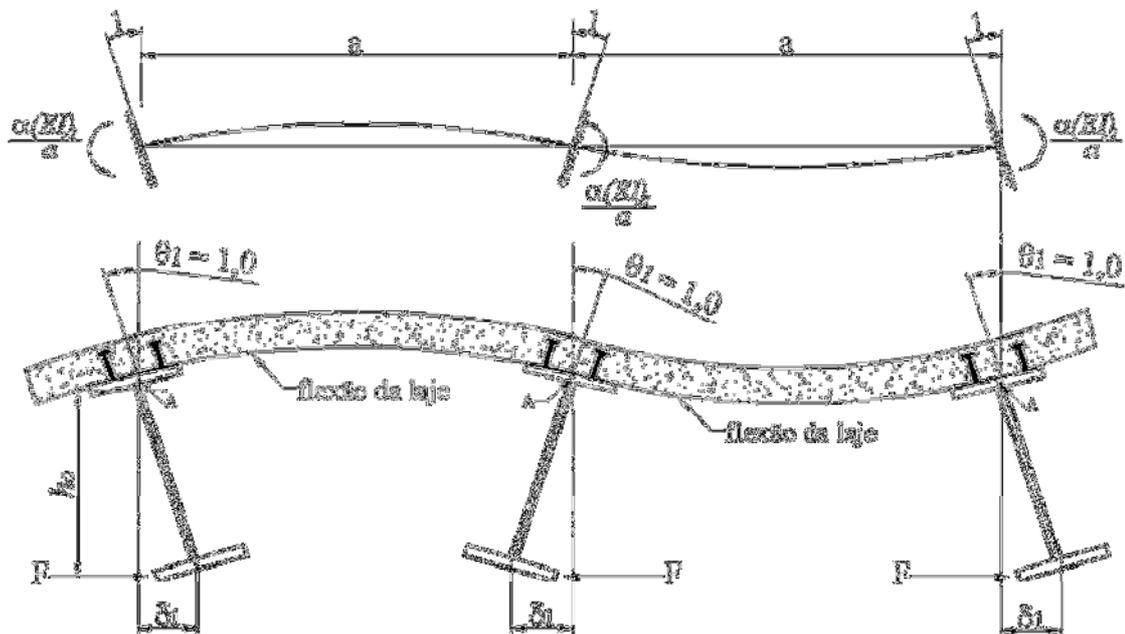
$$k_r = \frac{Fh_0}{\delta/h_0} \quad (1.1)$$

Contudo, obter a rigidez rotacional pela equação (1.1) é um processo complicado já que demanda análises experimentais ou numéricas. Para simplificar esse processo, a ABNT NBR 8800:2008 sugere que sejam calculadas as rigidezes isoladas à flexão da laje fissurada (k_1), da alma do perfil de aço (k_2) e da conexão de cisalhamento (k_3), para depois associá-las em série, consoante a seguinte equação:

$$\frac{1}{k_r} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \quad (1.2)$$

No cálculo da rigidez à flexão da laje fissurada, k_1 , considera-se a laje como uma viga engastada nos perfis de aço, conforme Figura 1.8. A rigidez desejada são os momentos que surgem quando se aplicam rotações unitárias nos engastes.

Figura 1.8 - Rigidez à flexão da laje fissurada



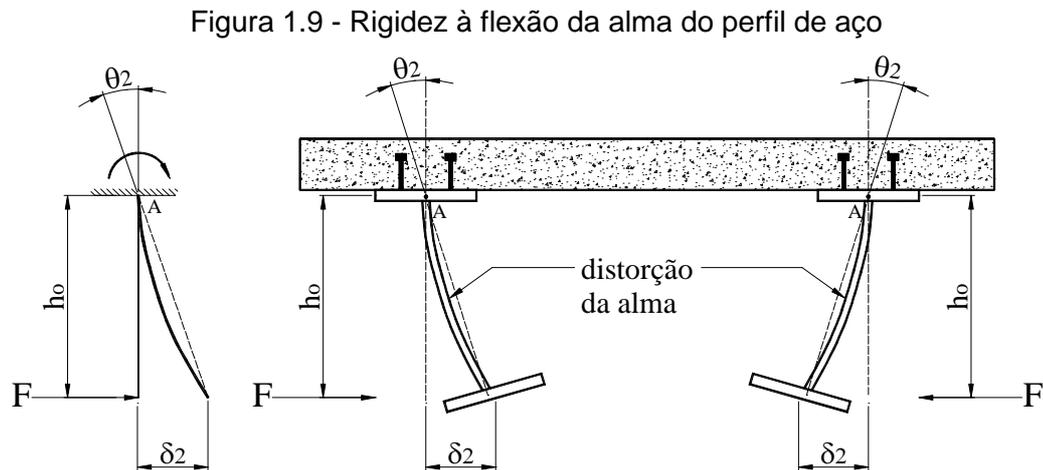
Fonte: Calenzani (2008)

De maneira geral, a rigidez k_1 pode ser determinada por:

$$k_1 = \frac{\alpha(EI)_2}{a} \quad (1.3)$$

com α igual a 2 para vigas de borda, com ou sem balanço, e 3 para vigas internas (para vigas internas com quatro ou mais vigas similares, pode-se adotar α igual a 4). O termo $(EI)_2$ é a rigidez à flexão da seção mista homogeneizada da laje por unidade de comprimento da viga, desprezando o concreto tracionado, tomada como o menor valor, considerando o meio do vão da laje, para momento positivo, e um apoio interno da laje, para momento negativo.

A rigidez à flexão da alma plana do perfil de aço, k_2 , pode ser calculada considerando a alma como uma placa livre no centro geométrico da mesa inferior e engastada no centro geométrico da mesa superior, submetida a uma força F , como se vê na Figura 1.9.



Fonte: Calenzani (2008)

A força F se relaciona com o deslocamento δ_2 pela expressão:

$$\frac{F}{\delta_2} = \frac{3D}{h_0^3} \quad (1.4)$$

onde D é a rigidez à flexão da placa por unidade de comprimento.

Reorganizando a equação (1.4) segundo a equação (1.1), obtém-se a equação que permite determinar a rigidez à flexão da alma do perfil de aço, dada por:

$$k_2 = \frac{3D}{h_0} \quad (1.5)$$

Segundo Timoshenko e Gere (1961), a rigidez à flexão da placa da alma por unidade de comprimento é dada por:

$$D = \frac{E_a t_w^3}{12(1 - \nu_a^2)} \quad (1.6)$$

onde E_a é o módulo de elasticidade do aço, t_w a espessura da alma e ν_a o coeficiente de Poisson do aço.

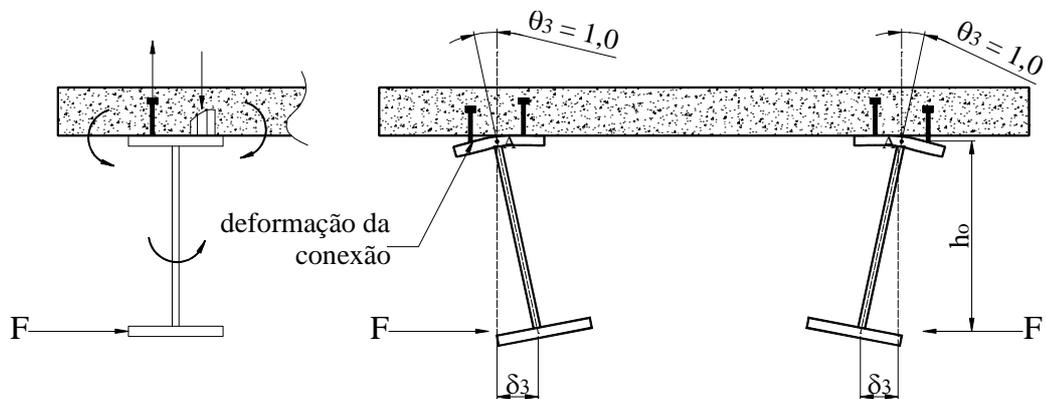
Substituindo a equação (1.6) na equação (1.5), chega-se a:

$$k_2 = \frac{E_a t_w^3}{4h_0(1-\nu_a^2)} \quad (1.7)$$

A terceira parcela que contribui para a rigidez rotacional da viga é a rigidez à flexão da conexão de cisalhamento, k_3 . Essa parcela é desprezada pelo método proposto pela ABNT NBR 8800:2008 por apresentar valores muito elevados em relação às rigidezes k_1 e k_2 .

A rigidez à flexão da conexão de cisalhamento corresponde ao momento atuante no centro geométrico da mesa superior quando se impõe uma rotação unitária para a ligação entre o perfil de aço e a laje (Figura 1.10).

Figura 1.10 - Rigidez à flexão da conexão de cisalhamento



Fonte: Calenzani (2008)

Logo, a rigidez rotacional, segundo ABNT NBR 8800:2008, para perfil I de alma plana não enrijecida, pode ser determinada substituindo as equações (1.3) e (1.7) na equação (1.2), obtendo-se:

$$k_r = \left(\frac{a}{\alpha(EI)_2} + \frac{4h_0(1-\nu_a^2)}{E_a t_w^3} \right)^{-1} \quad (1.8)$$

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo geral

Este trabalho tem como objetivo geral determinar por meio de análise numérica a rigidez rotacional de vigas mistas com lajes maciças de concreto armado e perfis “I” de aço de alma plana não enrijecida (mecanismo “U” invertido contínuo) visando contribuir para o estudo da flambagem lateral com distorção de vigas mistas contínuas e semicontínuas. Busca-se verificar o procedimento da ABNT NBR 8800:2008 para obtenção da rigidez rotacional de vigas mistas.

1.3.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos são:

- avaliar a contribuição da rigidez da laje no valor da rigidez rotacional da viga mista e analisar os resultados da formulação analítica da ABNT NBR 8800:2008 para a rigidez da laje considerando os casos de vigas mistas de borda e vigas mistas internas;
- avaliar a contribuição da rigidez da alma no valor da rigidez rotacional da viga mista e analisar os resultados da formulação analítica da ABNT NBR 8800:2008 para a rigidez da alma;
- avaliar a contribuição da rigidez da conexão de cisalhamento no valor da rigidez rotacional da viga mista e verificar se essa rigidez pode ser desprezada no cálculo da rigidez rotacional da viga mista, como admite a ABNT NBR 8800:2008;
- analisar a precisão do procedimento adotado pela ABNT NBR 8800:2008 para obtenção da rigidez rotacional de uma viga mista.

1.4 Justificativa

As estruturas mistas de aço e concreto estão, cada vez mais, ganhando espaço nas edificações de múltiplos pavimentos residenciais e comerciais e em pontes. Sabe-se que, ao se combinar esses dois materiais, obtêm-se estruturas mais econômicas e leves, porquanto se trabalha com as melhores características de cada material. O concreto comporta-se melhor quando comprimido, além de funcionar como proteção contra fogo e corrosão do aço, também impede a flambagem global do perfil, bem como a flambagem local da mesa. O aço resiste muito bem à tração e concede ductilidade ao concreto.

Comparando as vigas mistas contínuas e semicontínuas com as biapoiadas, sujeitas ao mesmo carregamento e vão, percebe-se que os diagramas de momentos fletores daquelas são menores que os destas. Devido a essa característica de melhor distribuição dos momentos fletores, é viável a utilização de perfis mais leves nas vigas mistas contínuas e semicontínuas. No entanto, essas vigas apresentam momento fletor negativo nos seus apoios internos, o que pode levar à ocorrência do fenômeno da FLD, tornando necessária a sua verificação. Ainda que a ABNT NBR 8800:2008 apresente um procedimento para a verificação desse estado-limite último (com base nos critérios adotados pela norma europeia EN 1994-1-1:2004), há poucos estudos sobre esse assunto no Brasil, e também no exterior, o que fomenta ainda mais a realização de trabalhos que visem ao conhecimento mais detalhado do comportamento estrutural desse sistema.

Tendo como base as informações supracitadas, conclui-se que esta pesquisa poderá contribuir para o melhor conhecimento do comportamento estrutural de vigas mistas de aço e concreto contínuas e semicontínuas na região de momento negativo.

1.5 Estrutura da Dissertação

O Capítulo 1 apresenta uma breve definição de vigas mistas de aço e concreto (biapoiadas, contínuas e semicontínuas) com perfis I de alma plana não enrijecida, bem como explana o fenômeno da flambagem lateral com distorção (FLD), característico das vigas mistas contínuas e semicontínuas. Além disso, inclui os objetivos gerais e específicos e também a justificativa do trabalho.

O Capítulo 2 contempla a revisão bibliográfica, com base em teses de doutorado, dissertações de mestrado e artigos científicos, para melhor compreensão do comportamento de vigas mistas de aço e concreto contínuas e semicontínuas na região de momento negativo. Também serão apresentados alguns métodos para o cálculo do momento resistente à FLD, sobretudo o da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008, por se tratar do objeto de estudo deste trabalho.

O Capítulo 3 aborda a definição e a aferição dos modelos numéricos de vigas mistas de aço e concreto com perfis de alma plana não enrijecida na região de momento negativo. São detalhados os tipos de elementos utilizados para modelagem, as condições de contorno, as forças a serem aplicadas, as propriedades dos materiais empregados e outras características inerentes aos modelos.

O Capítulo 4 aborda a avaliação da formulação proposta pela ABNT NBR 8800:2008 para vigas mistas de borda. Para isso, é feito um estudo paramétrico a partir dos modelos validados no Capítulo 3. O objetivo é confrontar os resultados numéricos com aqueles fornecidos pelo procedimento da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 para poder avaliar a precisão desse procedimento normativo.

O Capítulo 5 avalia a formulação proposta pela ABNT NBR 8800:2008 para vigas mistas internas. O estudo é feito por meio da análise de modelos numéricos selecionados entre os modelos paramétricos do Capítulo 4. O objetivo é confrontar os resultados numéricos com aqueles fornecidos pelo procedimento da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 para poder avaliar a precisão deste último.

O Capítulo 6 traz as conclusões do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Introdução

Neste capítulo, no item 2.2, são comentados alguns métodos de cálculo do momento fletor resistente à flambagem lateral com distorção. O único método de cálculo apresentado minuciosamente será o da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 por se constituir na base de comparação dos resultados e conclusões deste trabalho.

No item 2.3 são abordadas três teses de doutorado sobre a flambagem lateral com distorção em vigas mistas de aço e concreto: Fan (1990), Chen (1992) e Calenzani (2008). A primeira contribuiu de maneira significativa para o estudo do fenômeno da flambagem lateral com distorção, ao constatar que a melhor maneira de se avaliar essa instabilidade seria por meio do mecanismo “U” invertido. A segunda se destacou por estudar o mecanismo “U” discreto e propor uma formulação para determinação da rigidez rotacional do conjunto, incluindo, sobretudo, a parcela da rigidez rotacional da conexão de cisalhamento. A terceira também se destacou no estudo da rigidez rotacional de vigas mistas com perfis de aço de alma senoidal, até então não estudados, propondo uma metodologia para a determinação dessa rigidez.

No item 2.4 são acrescentadas outras pesquisas sobre instabilidade de vigas mistas de aço e concreto contínuas.

2.2 Momento fletor resistente à flambagem lateral com distorção

A determinação do momento fletor resistente à FLD das vigas mistas contínuas e semicontínuas na região de momentos negativos, para a maioria dos métodos conhecidos, pressupõe o cálculo do momento crítico elástico (M_{cr}). Este, por sua vez, necessita da determinação da rigidez rotacional da viga mista, calculada conforme o mecanismo “U” invertido, tal como mencionado no subitem 1.2.3 do Capítulo 1.

O momento fletor resistente à FLD pode ser determinado por vários métodos, dentre os quais: da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008, da norma europeia EN 1994-1-1:2004, da norma britânica para pontes BS 5400-3:2000, de Goltermann e Svensson (1988), de Weston et al. (1991), de Galambos (1998), de Park et al. (2004). Contudo, neste trabalho, apenas será descrito em detalhes o método da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 (subitem 2.2.1), por se tratar do método escolhido para avaliação dos resultados numéricos de vigas mistas de alma não enrijecida. Os demais métodos supracitados serão abordados de forma menos detalhada no subitem 2.2.2.

2.2.1 Método de cálculo da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008

Para assegurar que a flambagem lateral com distorção da seção transversal da viga mista não ocorrerá, é necessário que a inequação seguinte seja satisfeita:

$$M_{Sd}^- \leq M_{dist,Rd}^- \quad (2.1)$$

onde M_{Sd}^- é o momento fletor solicitante de cálculo na região de momentos negativos e $M_{dist,Rd}^-$ o momento fletor resistente de cálculo na região de momentos negativos.

O momento fletor resistente de cálculo na região de momentos negativos é determinado por meio do momento fletor resistente de cálculo da seção transversal (momento de plastificação), M_{Rd}^- , e pelo fator de redução para flambagem lateral com distorção, χ_{dist} , segundo a equação:

$$M_{dist,Rd}^- = \chi_{dist} M_{Rd}^- \quad (2.2)$$

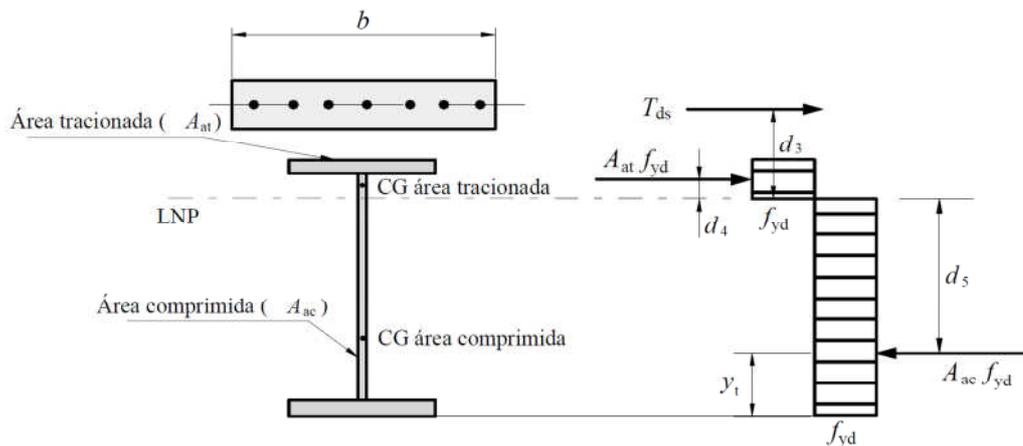
O momento fletor resistente de cálculo da seção transversal, M_{Rd}^- , para vigas mistas com perfis compactos, é dado por:

$$M_{Rd}^- = T_{ds} d_3 + A_{at} f_{yd} d_4 + A_{ac} f_{yd} d_5 \quad (2.3)$$

onde T_{ds} é a força resistente de tração de cálculo nas barras da armadura longitudinal, A_{at} é a área tracionada da seção do perfil de aço, A_{ac} a área comprimida da seção do perfil de aço, f_{yd} a resistência de cálculo ao escoamento do aço, d_3 a distância do centro geométrico da armadura longitudinal à LNP, d_4 a distância da força de tração, situada no centro geométrico da área tracionada da seção do perfil de aço, à LNP e d_5 a distância da força de compressão, situada no centro geométrico da área comprimida da seção do perfil de aço, à LNP.

A Figura 2.1 mostra os parâmetros da equação (2.3).

Figura 2.1 - Distribuição de tensões para momento fletor negativo



Fonte: ABNT NBR 8800 (2008)

A ABNT NBR 8800:2008 não prevê o cálculo de M_{Rd}^- quando o perfil de aço não é compacto, ao contrário da EN 1994-1-1:2004, que contempla essa situação.

Por sua vez, o fator de redução para flambagem lateral com distorção (χ_{dist}) é obtido simplificada da curva de resistência à compressão (Figura 2.2) em função do parâmetro de esbeltez λ_{dist} , uma vez que não há estudos específicos para a flambagem lateral com distorção.

Figura 2.2 - Valor de χ_{dist} em função do índice de esbeltez λ_{dist} 

Fonte: ABNT NBR 8800 (2008)
 Nota: Figura adaptada pelo autor

O parâmetro de esbeltez, λ_{dist} , é obtido por:

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{M_{Rk}^-}{M_{cr}}} \quad (2.4)$$

onde M_{Rk}^- é o momento fletor resistente característico na região de momentos negativos, obtido conforme equação (2.3), mas tomando todos os coeficientes de ponderação iguais a 1,00, e M_{cr} o momento crítico elástico na região de momentos negativos.

Se λ_{dist} não superar 0,40, pode-se tomar χ_{dist} igual a 1,00, o que implica dizer que o momento fletor resistente da seção mista não sofre redução devido à flambagem lateral com distorção.

O momento crítico elástico (M_{cr}), caso existam duas ou mais vigas paralelas unidas à mesma laje de concreto, é determinado pela equação (2.5) que foi obtida por Roik et

al. (1990), ao calcular a resposta do mecanismo “U” invertido contínuo à FLD com base no método da energia:

$$M_{cr} = \alpha_g \frac{C_{dist}}{L} \sqrt{\left(GJ + \frac{k_r L^2}{\pi^2} \right) EI_{af,y}} \quad (2.5)$$

onde G é o módulo de elasticidade transversal do aço, J a constante de torção do perfil do aço, L o comprimento da viga entre apoios verticais (exige-se que ambas as mesas do perfil de aço possuam contenção lateral nesses apoios), $I_{af,y}$ o momento de inércia da mesa inferior do perfil de aço em relação ao eixo y (eixo de menor inércia), C_{dist} um coeficiente que depende da distribuição de momentos fletores no comprimento L , cujos valores se encontram em tabelas do Anexo O da norma brasileira para alguns carregamentos (tabelas O.1 e O.2 para vigas contínuas e tabelas O.3 e O.4 para vigas semicontínuas), k_r a rigidez rotacional da viga mista, por unidade de comprimento da viga e α_g um fator relacionado à geometria da seção transversal da viga mista. A norma brasileira trata deste último parâmetro no item O.2.5.5 do Anexo O.

Tendo em vista que a norma brasileira despreza a rigidez devido à conexão de cisalhamento, a rigidez rotacional da viga mista é dada por:

$$k_r = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \quad (2.6)$$

As rigidezes k_1 (rigidez à flexão da laje) e k_2 (rigidez à flexão da alma) são fornecidas, respectivamente, pelas equações (1.3) e (1.7), subitem 1.2.3, do Capítulo 1.

Outra maneira de se determinar o parâmetro de esbeltez é fornecida pela equação a seguir, proposta por Johnson e Anderson (2004):

$$\lambda_{dist} = 5,0 \left(1 + \frac{t_w h_0}{4b_f t_f} \right) \left[\left(\frac{f_y}{E_a C_{dist}} \right)^2 \left(\frac{h_0}{t_w} \right)^3 \left(\frac{t_f}{b_f} \right) \right]^{0,25} \quad (2.7)$$

No entanto, os resultados dessa equação são mais conservadores e só se aplicam às seções duplamente simétricas. Segundo Johnson (2004), não há perda significativa de economia, ao se fazer uso desta forma simplificada de cálculo do parâmetro de esbeltez.

Ainda é oportuno destacar que, embora a norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 tenha como base a norma europeia EN 1994-1-1:2004, esta não fornece uma expressão para o cálculo do momento crítico, M_{cr} , todavia, há a recomendação do uso do mecanismo “U” invertido para cálculo do mesmo quando houver laje apoiada em uma ou mais vigas paralelas à viga mista em consideração.

2.2.2 Demais métodos de cálculo

O método de Goltermann e Svensson (1988) propõe uma aproximação analítica para examinar a flambagem lateral com distorção em vigas mistas e em vigas de aço que apoiam lajes ou chapas de piso. Nesse método, a mesa inferior e 15% da área da alma do perfil de aço são idealizadas como uma barra comprimida apoiada numa fundação elástica de rigidez equivalente k_{eq} sujeita a uma força axial de compressão variável, decorrente da distribuição do momento fletor ao longo da barra (Figura 2.3).

A rigidez equivalente é expressa por:

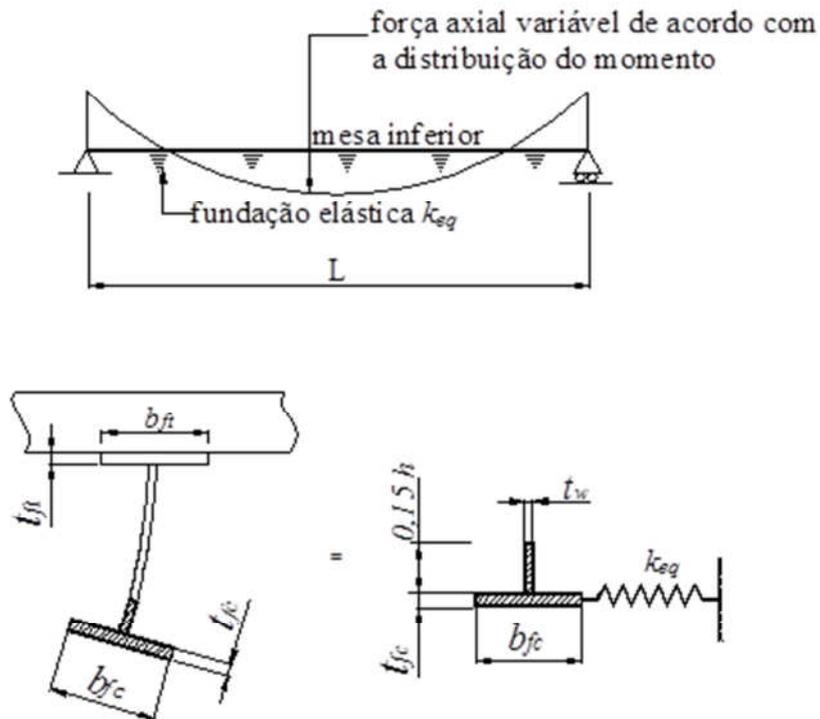
$$k_{eq} = h_0^2 \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right) \quad (2.8)$$

onde k_1 é a rigidez da laje ou da chapa de piso por unidade de comprimento da viga. Para viga mista, k_1 é definido conforme a equação (1.3) do subitem 1.2.3. Nos demais casos, k_1 deve ser avaliado pelo projetista. Já k_2 é a rigidez à flexão da alma por unidade de comprimento, dada pela equação (1.7) do subitem 1.2.3.

A partir daí, determina-se uma tensão crítica σ_{cr} de flambagem na mesa inferior e, então, calcula-se o valor do parâmetro de esbeltez ($\lambda_{LT} = \sqrt{f_y / \sigma_{cr}}$). A tensão de

compressão da mesa inferior, que depende de λ_{LT} , é determinada a partir de alguma norma de projeto de estruturas de aço, literatura científica ou análise numérica.

Figura 2.3 - Modelo de uma barra comprimida em fundação elástica

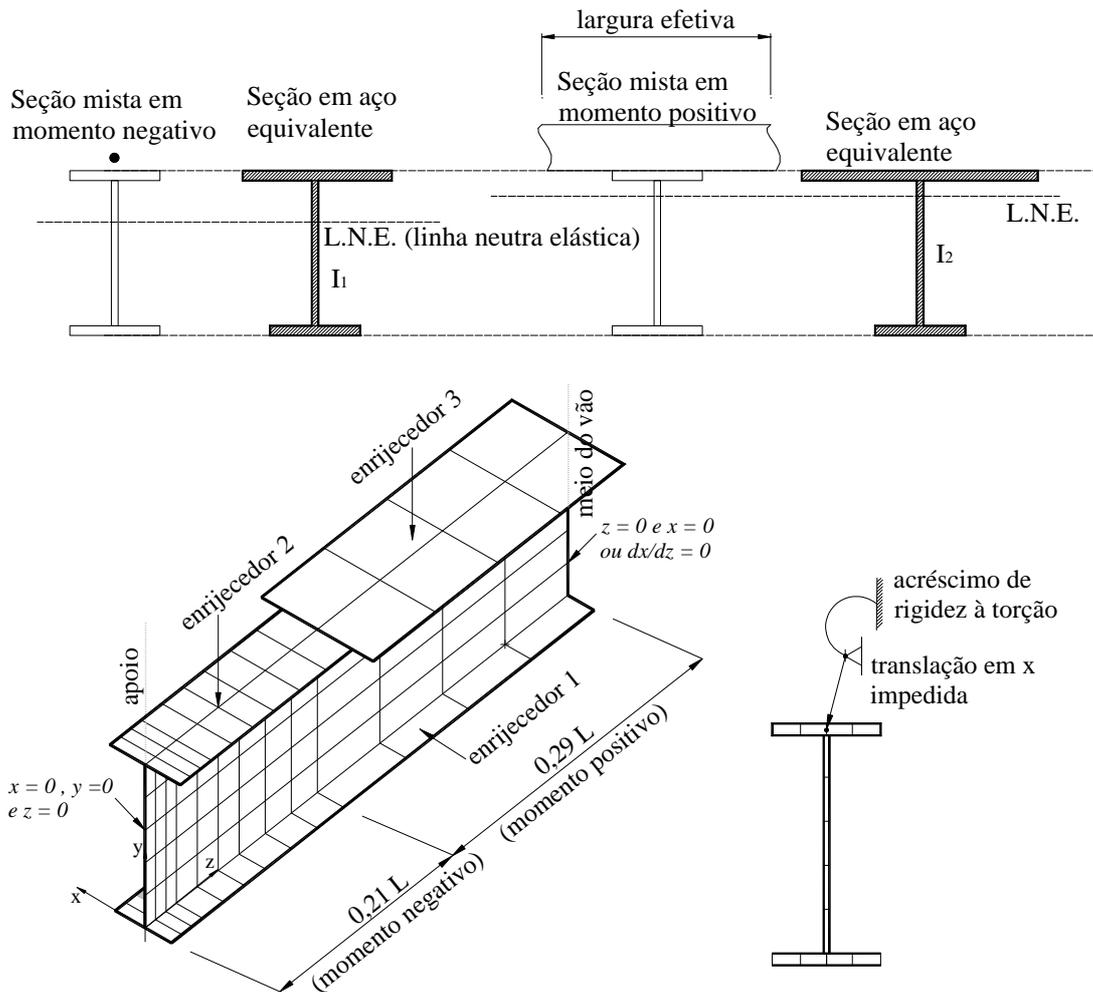


Fonte: Calenzani (2008)

No método de Weston et al. (1991), houve uma forma mais elaborada de investigar a flambagem lateral com distorção de vigas mistas contínuas e sua interação com a flambagem local da alma. Os autores utilizaram um programa de elementos finitos, com análise elastoplástica e grandes deslocamentos, para obtenção da resposta carga *versus* deformação. O critério de escoamento de von Mises foi substituído pelo de Ivanov. Apenas vigas mistas de extremidades engastadas sujeitas a cargas distribuídas foram estudadas.

As seções transversais mistas nas regiões de momento positivo e negativo foram transformadas em seções transversais equivalentes em aço. Apenas metade da viga foi modelada e a restrição à torção fornecida pela laje à mesa superior foi modelada de forma conservadora por um aumento adequado na rigidez à torção da mesa superior equivalente (Figura 2.4).

Figura 2.4 - Modelo numérico de Weston et al. (1991)



Fonte: Calenzani (2008)

A proposta de cálculo de Weston et al. (1991) tem como base a norma BS 5400-3:1982 e constitui-se dos seguintes passos:

- cálculo do parâmetro de esbeltez β ($\beta = 1,28 \left[\left(L/r_{afy} \right)^{1/2} \left(h_w/t_w \right)^{1/3} \right] - 29$, onde L é o comprimento da viga entre os apoios, $r_{afy} = \sqrt{I_{afy}/A_{afy}}$ o raio de giração da mesa inferior em relação ao eixo de menor inércia da seção, h_w altura da alma e t_w a espessura da alma);
- determinação da tensão de compressão na mesa inferior σ_{li} - usando a curva de projeto reproduzida da norma BS 5400-3:1982 - em função da tensão de escoamento dessa mesa σ_{yc} e do parâmetro de esbeltez λ_{LT} , considerando a mesa como uma barra comprimida;

- cálculo do momento fletor resistente à FLD ($M_{Rk,dist}^-$), para seções compactas, $M_{Rk,dist}^- = Z_x \sigma_{li}$, sendo Z_x o módulo plástico da seção do perfil de aço, e para seções não compactas, $M_{Rk,dist}^- \leq (Z_x \sigma_{li}; W_{xc} \sigma_{yc}; W_{xt} \sigma_{yt})$, sendo Z_x e Z_x , respectivamente, as resistências ao escoamento da mesa comprimida e da mesa tracionada, W_{xc} e W_{xt} os módulos elásticos da seção em relação às fibras extremas comprimida e tracionada, respectivamente, calculados para a seção efetiva homogeneizada, desprezando-se o concreto tracionado.

Galambos (1998) propôs um método simples para a verificação de flambagem global de vigas de aço com uma mesa com contenção lateral contínua tracionada em pelo menos uma extremidade do comprimento destravado. A pesquisa não trata, especificamente, do fenômeno da flambagem lateral com distorção, mas pode ser usada para esse fim, no entanto, produz resultados conservadores. Pelo método dos elementos finitos, várias análises elásticas foram feitas em vigas com carregamentos atuantes na mesa superior, extremidades engastadas e restrição contínua ao deslocamento lateral dessa mesa, porém nenhuma restrição ao giro da seção transversal foi considerada.

Park et al. (2004) também conduziram análises numéricas elásticas pelo método dos elementos finitos em vigas de seção I biapoiadas com restrição contínua ao deslocamento lateral na mesa superior, com carga uniformemente distribuída ao longo do vão ou com carga concentrada no meio do vão, acrescida de momentos nas extremidades. Vários foram os diagramas de momento fletor tratados nas análises, cada um deles obtido por uma combinação diferente da carga distribuída ou da carga concentrada com os momentos de extremidade.

Todavia, esses métodos de avaliação do momento fletor resistente, embora muito práticos, não levam em conta a influência de fatores importantes para o caso da FLD, como, por exemplo, a esbeltez da alma, a esbeltez da mesa inferior, a rigidez rotacional do mecanismo "U" e a restrição à torção da mesa superior da viga fornecida pela laje de concreto.

O método da norma BS 5400-3:2000 trata a mesa inferior como uma barra comprimida em fundação elástica de rigidez $1/\delta$, sendo δ a flexibilidade lateral do mecanismo “U” contínuo, excluindo a parcela da conexão de cisalhamento, assim como os métodos da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 e da norma europeia EN 1994-1-1:2004.

Seguindo as equações (1.3) e (1.7) para as rigidezes da alma e da laje de concreto, obter-se-ia a seguinte equação para a flexibilidade lateral δ :

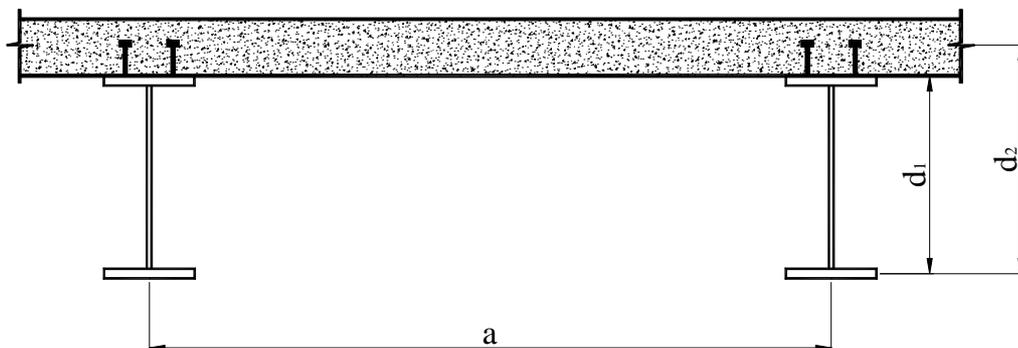
$$\delta = \frac{h_0^2 a}{\alpha(EI)_2} + \frac{h_0^3}{3D} \quad (2.9)$$

Contudo, a norma BS 5400-3:2000 propõe uma equação um pouco diferente, dada a seguir:

$$\delta = \frac{u d_2^2 a}{(EI)_2} + \frac{d_1^3}{3E_a I_w} \quad (2.10)$$

onde u é o inverso de α , ou seja, igual a 0,5 para vigas extremas e 0,33 para vigas internas. A flexibilidade da alma é calculada considerando a rigidez de uma barra, $E_a I_w$, em vez da rigidez de uma placa, D , e a distância d_1 do centro geométrico da mesa comprimida à face inferior da laje. A distância d_2 corresponde ao centro geométrico da mesa comprimida ao centro geométrico da laje, consoante a Figura 2.5.

Figura 2.5 - Vigas mistas com restrição contínua. Adaptada da BS 5400-3:2000



Fonte: Calenzani (2008)

A partir daí, tem-se os seguintes passos para cálculo do momento fletor resistente à FLD:

- cálculo do comprimento de flambagem efetivo l_e , calculado por $l_e = 2,22k_2k_3(E_a I_{afc} \delta)^{0,25}$, na qual I_{afc} é o momento de inércia da mesa comprimida em relação ao eixo paralelo à alma, k_2 é igual a 1,0 ou 1,2 se a carga é aplicada na mesa superior e ambas, carga e mesa, estão livres para se mover lateralmente, k_3 é igual a 1,0, mas quando a mesa está impedida de girar no plano dos apoios um valor menor de k_3 pode ser usado;
- determinação do parâmetro de esbeltez λ_{LT} da barra comprimida, calculado por $\lambda_{LT} = (l_e/r_y)k_4\eta\nu$, sendo r_y o raio de giração da seção de aço em relação ao seu eixo de menor inércia, k_4 um parâmetro de flambagem que leva em consideração o efeito da torção em diferentes tipos de seção transversal – igual a 1,0 para as vigas mistas –, η um fator que considera a forma do diagrama de momento fletor e ν um fator de esbeltez da seção transversal dependente da forma da viga;
- determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com distorção, d_2 , obtido em função de gráficos cujas ordenadas têm os valores de χ_{dist} , ou seja, $M_{Rk,dist}^-/M_{Rk}^-$, e as abscissas os valores de $\lambda_{LT} \sqrt{(\sigma_{yc}/355)(M_{Rk}^-/M_{pe}^-)}$, sendo M_{Rk}^- o momento resistente da seção mista na região de momento negativo e M_{pe}^- o momento resistente de plastificação da seção efetiva.

2.3 Trabalhos experimentais sobre flambagem lateral com distorção

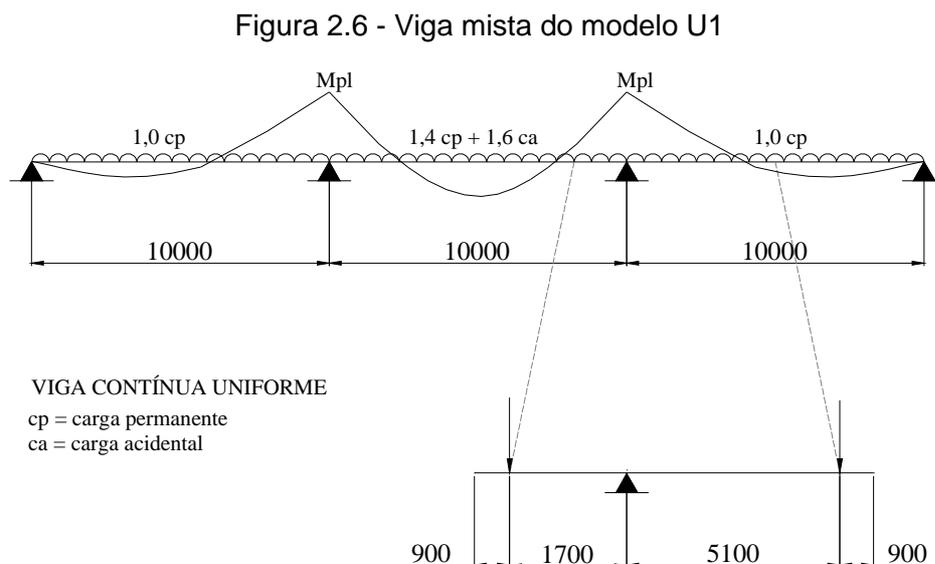
Neste item, serão comentadas três teses de doutorado sobre a FLD: a de Fan (1990), a de Chen (1992) e a de Calenzani (2008). A primeira trata do fenômeno em vigas mistas de alma plana não enrijecida; a segunda, em vigas mistas de alma

plana com enrijecedores transversais soldados à alma; e a última, em vigas mistas de alma senoidal.

2.3.1 Tese de doutorado de Fan (1990)

Fan (1990), no seu estudo, executou ensaios em quatro modelos em escala real: S2 e U1, para vigas mistas de seção transversal “T”, e U2 e U3, para vigas mistas com mecanismo “U” contínuo. Em todos os modelos, as vigas foram construídas com dois vãos e um apoio central, sendo o comprimento dos vãos o comprimento de uma viga mista contínua, sujeita a momento negativo, entre um apoio intermediário e um ponto de inflexão.

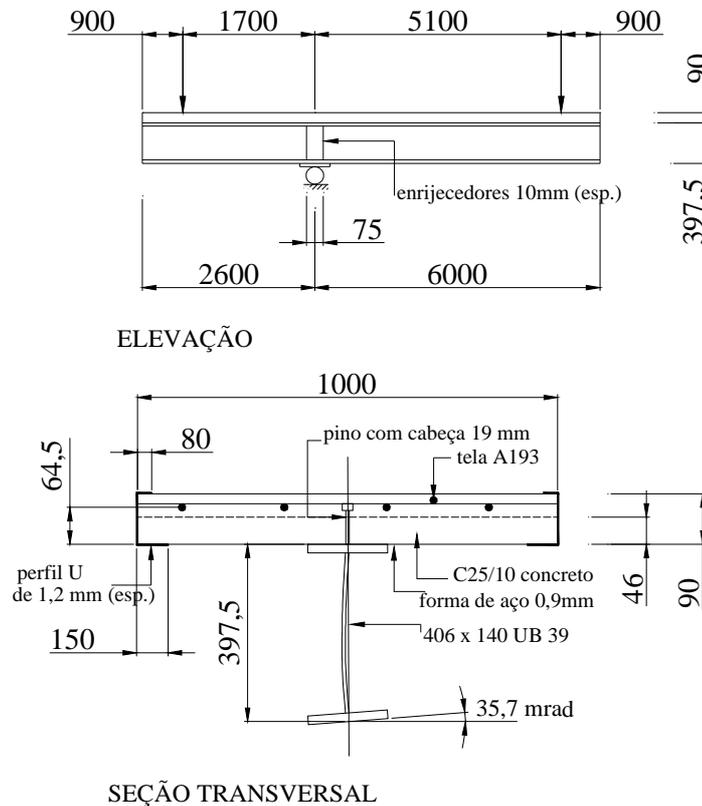
O experimento do modelo S2 foi um teste piloto, com a intenção de verificar a instrumentação, o sistema de apoio e os procedimentos de ensaios. O modelo U1 foi construído para representar uma viga mista contínua secundária típica de um piso de edifício comercial, para uma malha de pilares de 6 m x 10 m. A viga possuía três vãos de 10 m: os extremos, submetidos apenas à carga permanente; e o interno às cargas permanente e acidental. Houve a formação de rótula plástica nos apoios internos (Figura 2.6).



Fonte: Calenzani (2008)

O modelo U1 continha laje de mista de concreto com forma de aço incorporada, uma única linha de conectores de cisalhamento e perfil de aço UB 39 (Figura 2.7).

Figura 2.7 - Elevação e seção transversal do modelo U1



Fonte: Calenzani (2008)

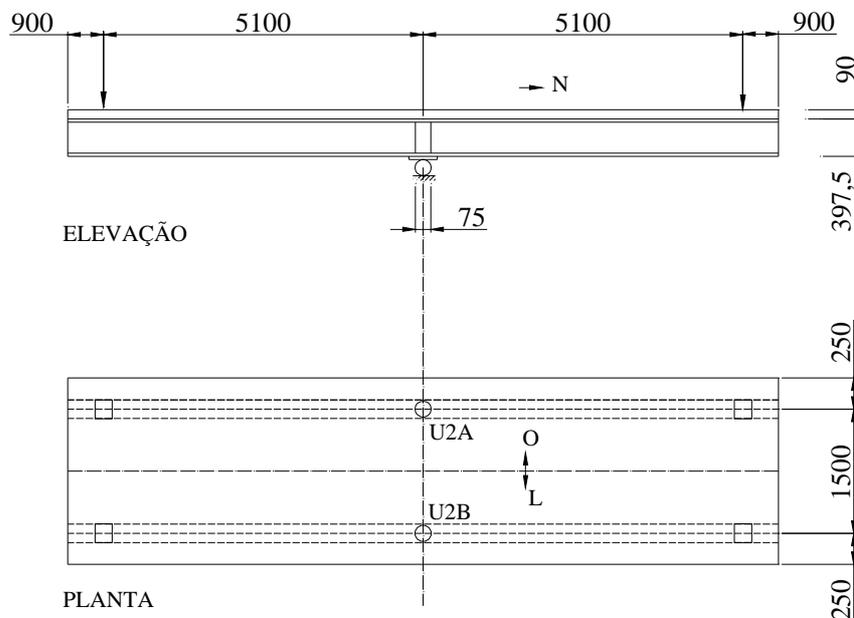
As medições de deformações dos modelos S2 e U1 mostraram que a distorção da alma para ambos os modelos foi grande, sobretudo após o início do escoamento das seções de apoio interno. Antes disso, a taxa de aumento das deformações era pequena, ao passo que quando a viga aproximou-se do colapso (após o escoamento), essa taxa apresentou um crescimento rápido. Assim, a rigidez rotacional da viga mista em “T” não foi suficiente para conter o giro da laje de concreto e a mesa inferior contra o deslocamento lateral, como ocorre numa estrutura real, portanto os resultados produzidos por S2 e U1 foram conservadores.

Para avaliar o efeito de restrição da laje contra a flambagem da mesa inferior de aço, foram realizados mais dois ensaios, modelos U2 e U3, de vigas mistas com mecanismo “U” invertido.

As vigas dos modelos U2 e U3 representaram vigas de extremidade em um sistema de piso de múltiplas vigas, por serem mais vulneráveis à flambagem lateral com distorção que as internas. Foram usados perfis de aço laminados e, para o modelo U2, adotou-se laje mista, ao passo que o modelo U3, laje convencional. Para o modelo U3, foi considerada uma linha de carregamento em um de seus vãos, a fim de simular a sobrecarga do piso. Tal arranjo foi proposital, uma vez que se desejava investigar se a estabilidade da viga seria afetada pela flexão transversal da laje devido à presença do carregamento accidental.

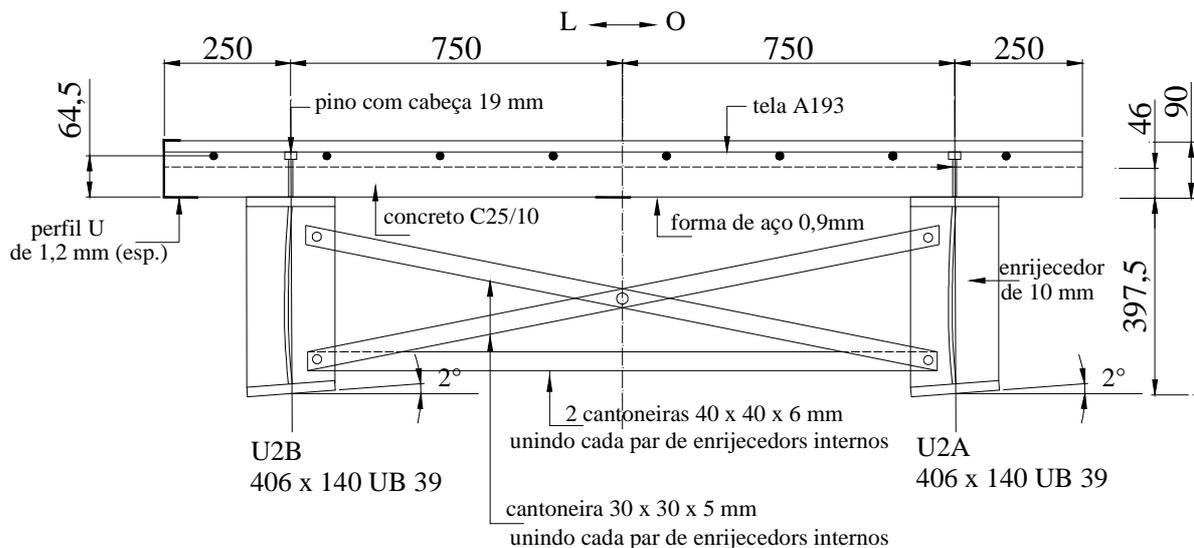
O modelo U2 tinha as mesmas características geométricas e de materiais que o modelo U1, exceto pela posição do perfil de aço em relação à laje. Naquele havia duas vigas (U2A e U2B) próximas às extremidades da laje (Figura 2.8), ao contrário deste, que apresentava uma viga centralizada em relação à laje. Também havia no modelo U2 contraventamento interno horizontal e diagonais nos planos dos apoios centrais, para impedir o movimento lateral e a elevação de cada viga, contudo não restringia a rotação em relação ao eixo vertical (Figura 2.9).

Figura 2.8 - Geometria do modelo U2



Fonte: Calenzani (2008)

Figura 2.9 - Seção transversal do modelo U2



Fonte: Calenzani (2008)

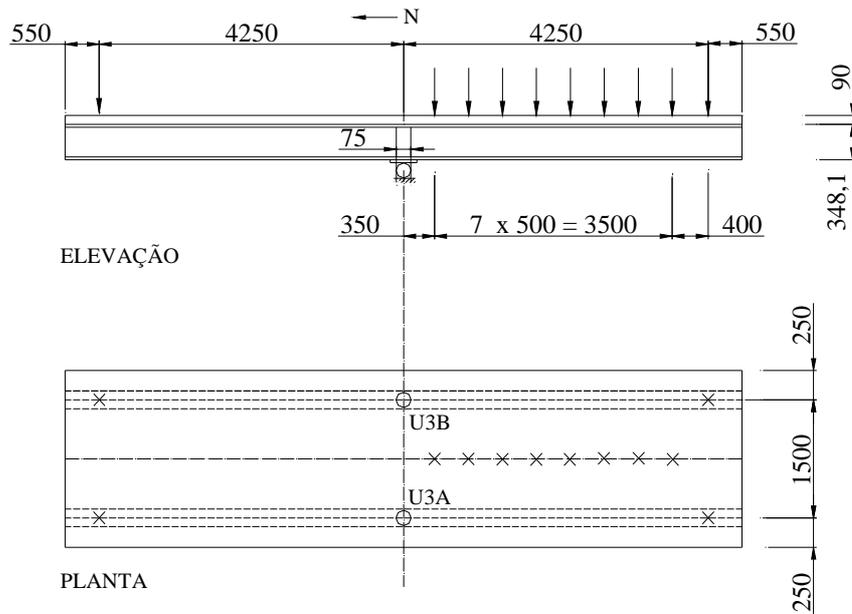
O modelo U3 foi construído para representar uma viga mista de ponte ou viaduto em vez de uma viga mista de edifício. Assim como o modelo U2, esse modelo também apresentava duas vigas de extremidades (Figura 2.10), contudo sua laje maciça apresentava duas camadas de armaduras, com a intenção de aumentar a resistência à flexão da laje, e seu perfil de aço era diferente (Figura 2.11). Como em pontes os pontos de inflexão dos momentos estão localizados a uma distância de aproximadamente 0,21 vezes o comprimento do vão, cuja medida raramente está acima de 20 m, optou-se por construir as vigas do modelo U3 um pouco menor, com a finalidade de representar melhor as situações práticas.

Ao analisar os deslocamentos, puderam-se notar três estágios: (I) elásticos com pequenas deformações – os deslocamentos seguiram aproximadamente a forma das imperfeições iniciais das mesas inferiores –; (II) pré-flambagem local com escoamento em seções de apoio e uma aumento gradual da taxa de deformação; e (III) pós-flambagem local com um aumento rápido das deformações.

O declínio da resistência à flexão do conjunto, após ser alcançado o momento máximo, foi devido à combinação da flambagem local e da flambagem lateral com distorção da mesa inferior. O carregamento na laje do modelo U3 causou maiores deslocamentos laterais e rotações transversais à mesa inferior no lado carregado do

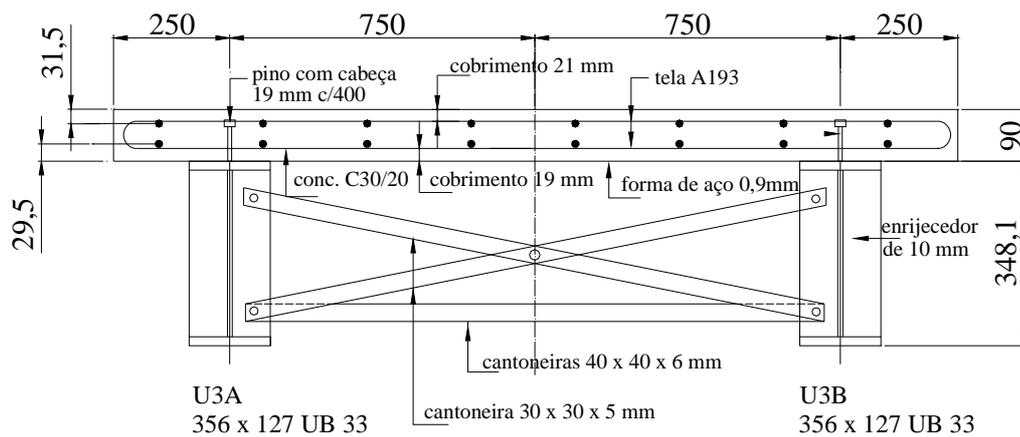
que no outro, isso possivelmente fez com que a flambagem local se iniciasse num nível de carga menor. Os momentos resistentes últimos para ambos os modelos foram levemente superiores aos seus momentos plásticos.

Figura 2.10 - Geometria do modelo U3



Fonte: Calenzani (2008)

Figura 2.11 - Seção transversal do modelo U3



Fonte: Calenzani (2008)

Para ambos os modelos, os deslocamentos laterais e as rotações transversais da laje de concreto foram pequenos e o efeito da restrição da laje à mesa inferior por meio da alma foi grande o suficiente para reduzir os deslocamentos laterais excessivos antes da flambagem local da mesa inferior. Também pôde se considerar

que a laje de concreto forneceu restrição total ao deslocamento da mesa superior e também restrição parcial ao giro em relação ao eixo longitudinal.

Portanto, quando comparadas as vigas mistas de seção “T” com as viga mistas de mecanismo “U” invertido, estas tiveram sua estabilidade lateral aumentada de maneira significativa. Desta forma, é recomendado o uso da previsão teórica da resistência do mecanismo “U” invertido, desde que nos apoios internos haja restrição lateral para eliminar o deslocamento lateral da mesa inferior, de maneira que um modo de flambagem na forma de “S” seja obrigatório.

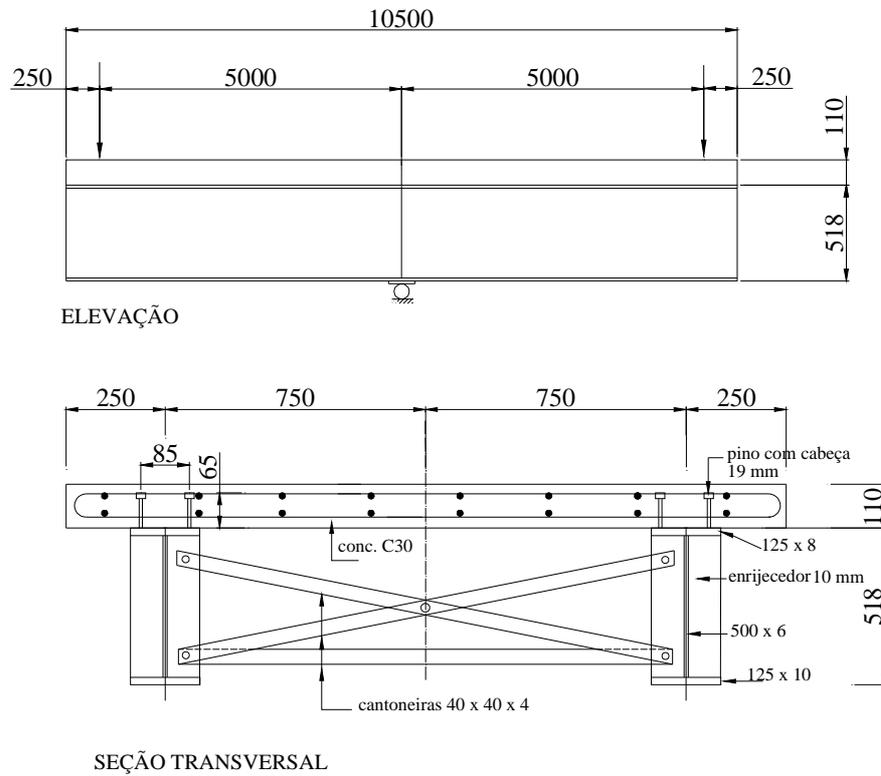
2.3.2 Tese de doutorado de Chen (1992)

Uma vez que a norma EN 1994-1-1:1991 não contemplava as vigas mistas com mecanismo “U” discreto, Chen (1992) propôs uma extensão do método e ensaiou quatro modelos em escala real, sendo dois modelos em vigas mistas com mecanismos “U” contínuo e discreto (U4 e U5, respectivamente) e dois modelos em estruturas isoladas com mecanismo “U” discreto (I-US e I-UD).

O modelo U4 foi composto de duas vigas, U4A e U4B, com enrijecedores duplos de 10 mm de espessura soldados na alma e contraventamentos internos, na região do apoio, para impedir movimentos lateral e vertical diferenciais entre as vigas, mas não para restringir a rotação em relação ao eixo vertical (Figura 2.12). A classificação da seção transversal segundo o EN 1994-1-1:1991 foi de classe 4, portanto poderia haver flambagem local em regime elástico.

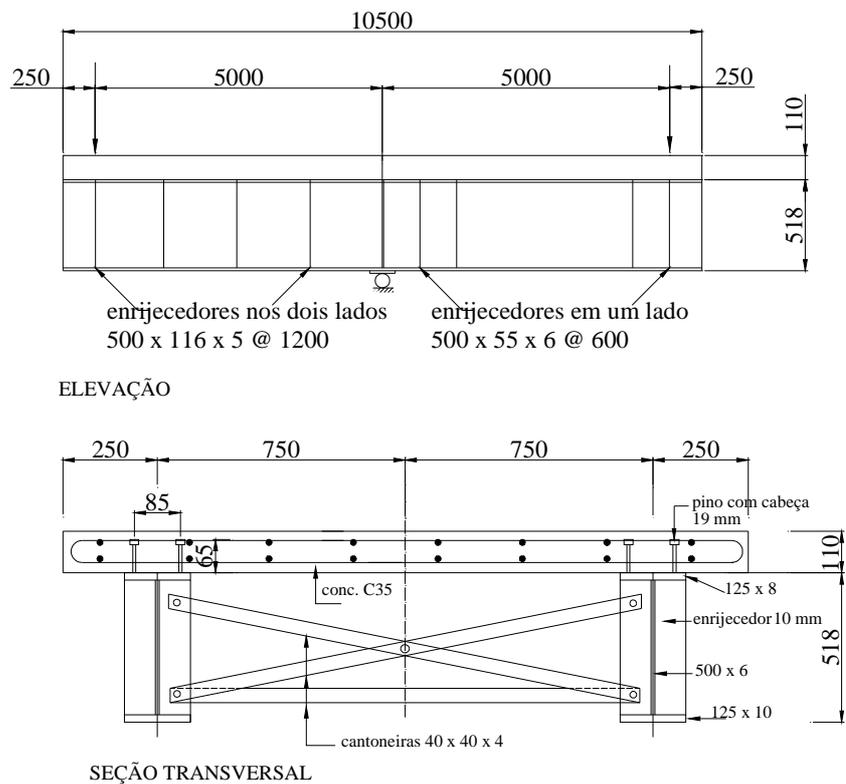
De maneira semelhante, o modelo U5 também consistia de duas vigas, U5A e U5B, de mesma seção que o modelo U4. Dois tipos de enrijecedores foram utilizados: duplos espaçados a cada 1200 mm e simples espaçados a cada 600 mm (Figura 2.13).

Figura 2.12 - Geometria e seção do modelo U4



Fonte: Calenzani (2008)

Figura 2.13 - Geometria e seção do modelo U5



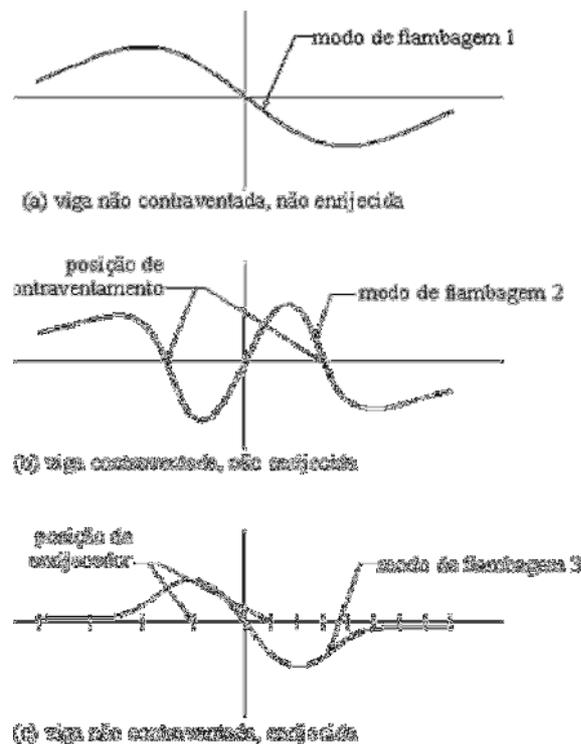
Fonte: Calenzani (2008)

Os ensaios foram realizados em duas etapas: no modelo U4, a segunda etapa foi caracterizada pelo acréscimo de contraventamento idêntico ao do apoio central, exceto pela barra horizontal, distantes de 1,2 e 1,6 metros de cada lado do apoio central; para o modelo U5, os painéis da alma perto do apoio central foram enrijecidos com cantoneiras para evitar a flambagem local da alma na segunda etapa.

Os modos de flambagem lateral observados foram os seguintes:

- forma senoidal sobre o comprimento da região de momento negativo para as vigas sem contraventamento e sem enrijecedores do modelo U4 (primeiro ensaio), Figura 2.14(a);
- quatro regiões de deformação lateral separadas por três seções contraventadas, para as vigas com contraventamento e sem enrijecedores do modelo U4 (segundo ensaio), Figura 2.14(b);
- deformações laterais concentradas próximas às regiões do apoio central nas vigas sem contraventamento e com enrijecedores do modelo U5 (primeiro e segundo ensaio), Figura 2.14(c).

Figura 2.14 - Modos de flambagem com distorção

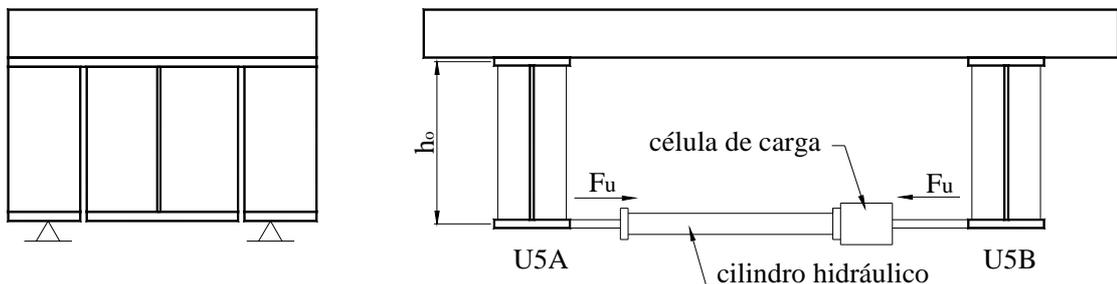


Fonte: Calenzani (2008)

Com os resultados obtidos do modelo U5, foi possível constatar que os enrijecedores contribuíram para a redução das distorções da alma quando comparadas com o modelo U4, sobretudo nas regiões afastadas do apoio central, o que, conseqüentemente, fez aumentar a resistência à flambagem lateral com distorção. Também houve a formação de fissuras longitudinais, além de fissuras transversais, no modelo U5, localizadas acima dos duplos enrijecedores mais próximos dos apoios. Logo, a conclusão é que ocorreu concentração de momentos nas posições dos enrijecedores.

Sendo assim, para avaliar a ação do mecanismo “U” discreto na FLD, foram realizados ensaios em estruturas “U” isoladas. Esses modelos foram obtidos dos modelos U5, cortando a mesa inferior e alma das vigas, consoante Figura 2.15. A partir daí, foram investigadas a rigidez e a resistência do mecanismo “U” discreto.

Figura 2.15 - Ensaio nas estruturas "U" isoladas



Fonte: Calenzani (2008)

O modelo I-UD derivou do lado composto por enrijecedores duplos. O primeiro ensaio, com carga pequena, deu-se com um modelo de comprimento longitudinal de 1 m. Num segundo estágio, esse modelo foi reduzido para o comprimento de 0,4 m. Já o modelo I-US é derivado do lado com enrijecedores simples, com um comprimento de 0,4 m.

Os resultados desses ensaios mostraram que a flexibilidade da conexão de cisalhamento contribui em 46% para a flexibilidade rotacional da estrutura I-UD e em 61% para a estrutura I-US. Assim, não há como desprezar essa parcela da conexão de cisalhamento no cálculo da rigidez rotacional k_r de vigas mistas contínuas com mecanismo “U” discreto.

Dessa forma, a equação da rigidez rotacional da seção transversal, para o mecanismo “U” discreto, é determinada pela seguinte equação:

$$\frac{1}{k_r} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \quad (2.11)$$

onde k_1 é a rigidez à flexão da laje, k_2 a rigidez da alma e k_3 a rigidez da conexão de cisalhamento. Essas rigidezes são dadas, respectivamente, por:

$$k_1 = \frac{\alpha(EI)_2'}{a} \quad (2.12)$$

$$k_2 = \frac{3E_a I_w'}{h_0 l_R} \quad (2.13)$$

$$k_3 = \frac{b_s b_f h_d E_c N}{300 l_R} \quad (2.14)$$

onde o produto $(EI)_2'$ é a rigidez à flexão da seção mista homogeneizada da laje fissurada em relação ao eixo longitudinal da viga enrijecida, calculada para um comprimento igual ao menor valor entre a metade do espaçamento entre enrijecedores ($0,5l_R$) e um oitavo da distância entre as vigas paralelas ($0,125a$), E_a e E_c são os módulos de elasticidade do aço e do concreto, respectivamente, I_w' é o momento de inércia da alma enrijecida em relação ao eixo longitudinal da viga, incluindo uma largura da alma de até dezesseis vezes a espessura da alma para cada lado do enrijecedor, h_0 a distância entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço, b_s a largura do enrijecedor da alma, b_f a largura da mesa superior, h_d a altura do conector de cisalhamento e N o número de conectores dentro de uma distância efetiva, denominada $2l_n$. Essa distância efetiva é dada por:

$$2l_n = 56b_f \left(\frac{t_f}{b_f} \right)^{1,4} \quad (2.15)$$

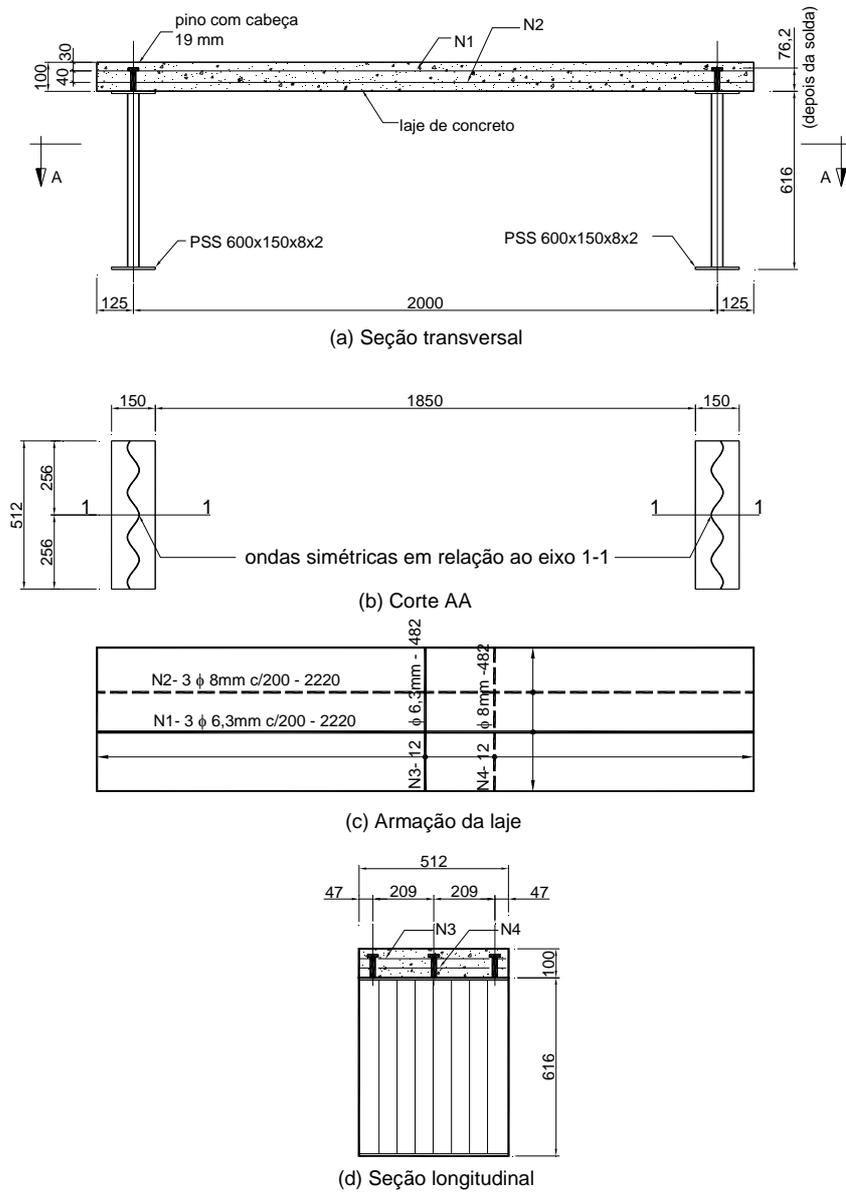
onde t_f é a espessura da mesa superior.

2.3.3 Tese de doutorado de Calenzani (2008)

Calenzani (2008) propôs uma metodologia para avaliar a rigidez rotacional de vigas mistas de aço e concreto contínuas compostas com perfis de alma senoidal. Foram realizados quatro experimentos em escala real e análises numéricas em elementos finitos com o auxílio do programa *ANSYS*. Os ensaios experimentais serviram para calibrar os modelos numéricos que, por sua vez, foram usados para propor uma metodologia para a determinação da rigidez rotacional do conjunto.

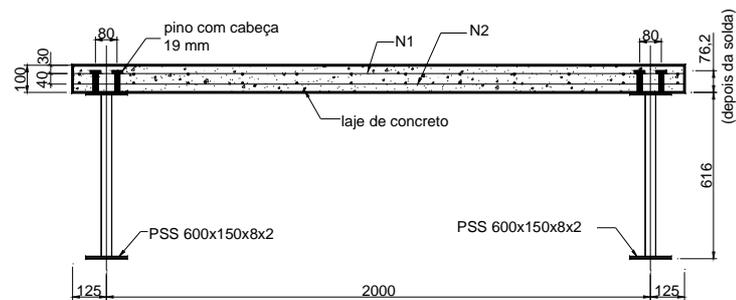
Os quatro protótipos ensaiados por Calenzani (2008) representam vigas mistas com mecanismo “U” contínuo. Dois protótipos se destinaram a laje maciça de concreto armado: modelo U1-P, com um conector de cisalhamento soldado na linha de centro da mesa superior, Figura 2.16, e modelo U2-P, com duas linhas de conectores soldados a uma distância equidistante da linha de centro da mesa superior, Figura 2.17. Dois protótipos eram de laje mista de aço e concreto: modelo U1-M, com um conector de cisalhamento soldado na linha de centro da mesa superior, Figura 2.18, e modelo U2-M, com duas linhas de conectores soldados a uma distância equidistante da linha de centro da mesa superior, Figura 2.19.

Figura 2.16 - Modelo U1-P



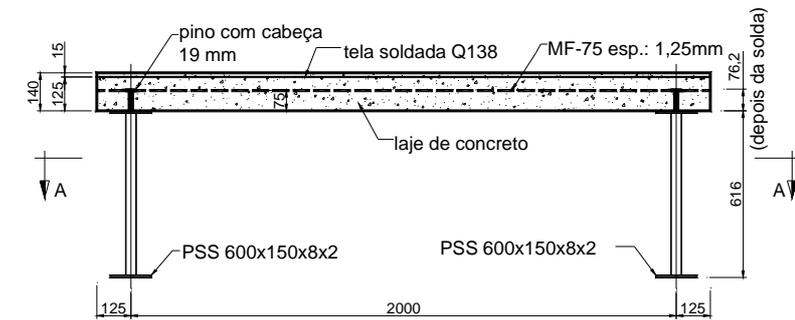
Fonte: Calenzani (2008)

Figura 2.17 - Seção transversal do modelo U2-P

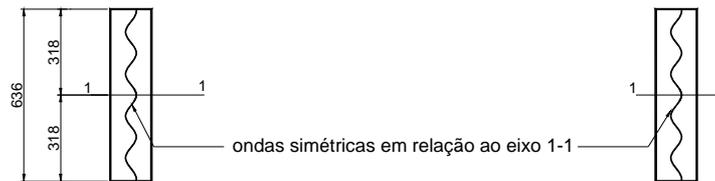


Fonte: Calenzani (2008)

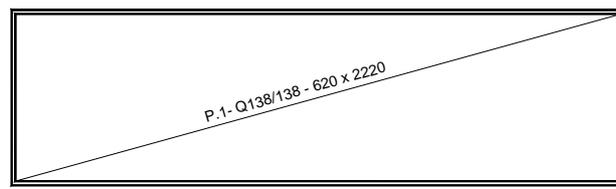
Figura 2.18 - Modelo U1-M



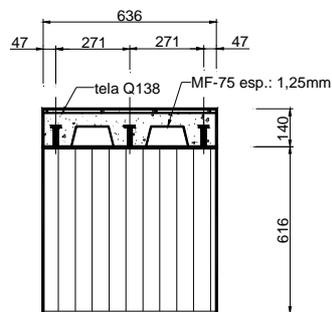
(a) Seção transversal



(b) Corte AA



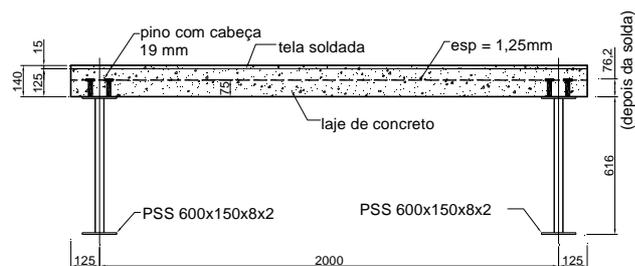
(c) Armação da laje



(d) Seção longitudinal

Fonte: Calenzani (2008)

Figura 2.19 - Seção transversal do modelo U2-M



Fonte: Calenzani (2008)

Com a modelagem aferida adequadamente, foram processados 68 modelos numéricos para que pudesse ser feita uma análise numérica parametrizada. A partir dessa análise, foram propostas formulações para cada uma das rigidezes isoladas e, conseqüentemente, da rigidez rotacional k_r pela expressão da rigidez de molas ligadas em série.

Os parâmetros analisados foram:

- a altura da alma, variando de 400 a 1200 mm, e com espessura igual 2 ou 3 mm;
- o comprimento da onda da alma senoidal, igual a 155 mm, e altura total (duas vezes a amplitude) igual a 40 e 43 mm para as espessuras da alma iguais a 2 e 3 mm, respectivamente;
- a largura da mesa, variando de 125 a 300 mm, e com espessura dentro do intervalo de 6,3 a 19 mm.

Como resultados dos modelos numéricos, Calenzani (2008) constatou que, diferentemente dos perfis de alma plana não enrijecida, a rigidez da conexão de cisalhamento não poderia ser desprezada para os perfis de alma senoidal.

Para obtenção da rigidez da laje, Calenzani (2008) propôs o uso da expressão do PR-NBR 8800:2007, que é a mesma expressão da norma atual ABNT NBR 8800:2008, dada pela equação (1.3), subitem 1.2.3.

A expressão analítica proposta por Calenzani (2008) para a rigidez da alma senoidal foi:

$$k_2 = \alpha_{red} \frac{0,4E_a b_w^2 t_w}{h} \quad (2.16)$$

onde α_{red} é o coeficiente de redução adimensional, dado pela equação (2.17), E_a o módulo de elasticidade do aço, b_w a altura da corrugação senoidal (duas vezes a amplitude da onda), t_w a espessura da alma e h a altura da alma.

O coeficiente de redução leva em consideração o nível de engastamento existente na ligação da alma senoidal com a mesa superior do perfil de aço, ajustando o valor da rigidez da alma, e é dado por:

$$\alpha_{red} = 552746.10^{-6} - 128064.10^{-6} \frac{(t_{fmax} - t_f)}{t_w} - 212.10^{-6} \frac{(h_{max} - h)}{t_w} + 9255.10^{-6} \frac{(t_{fmax}^2 - t_f^2)}{t_w^2} \quad (2.17)$$

onde t_f é a espessura da mesa superior e t_{fmax} e h_{max} valores constantes iguais a 19 mm e 1200 mm, respectivamente.

Com relação à rigidez da conexão de cisalhamento, houve certa dificuldade de obtê-la analiticamente devido ao grande número de fatores que envolvem sua determinação. Calenzani (2008) propôs o uso da Tabela 2.1 e Tabela 2.2 a seguir, para vigas mistas com laje plana e mista, respectivamente. Ambas foram elaboradas de forma que seus valores nunca ultrapassassem os resultados numéricos. Os valores da rigidez da conexão de cisalhamento, k_3 , estão em função da largura e espessura da mesa superior conectada à laje, do número de conectores de cisalhamento e do espaçamento entre eles.

Tabela 2.1 - Valores propostos para a rigidez da conexão de cisalhamento de vigas mistas com perfis de alma senoidal e lajes planas

		k_3 (kN/rad)			
Espessura da mesa em contato com a laje, t_f [mm]	Largura da mesa em contato com a laje, b_f [mm]	Espaçamento longitudinal entre os conectores $s \leq 201,5$ mm		Espaçamento longitudinal entre os conectores $201,5 \leq s \leq 403$ mm	
		1 conector por seção transversal	2 ou mais conectores por seção transversal	1 conector por seção transversal	2 ou mais conectores por seção transversal
≥ 16 e ≤ 19	≥ 250	6000	15600	4000	6300
≥ 16 e ≤ 19	≥ 125 e < 250	5500	10800	3400	4500
≥ 8 e < 16	≥ 250	1750	2700	1100	1250
≥ 8 e < 16	≥ 125 e < 250	1700	2100	1100	1050
$\geq 6,3$ e < 8	≥ 125 e < 250	1300	1350	850	650

Fonte: Calenzani (2008)

Tabela 2.2 - Valores propostos para a rigidez da conexão de cisalhamento de vigas mistas com perfis de alma senoidal e lajes mistas

		k_3 (kN/rad)			
Espessura da mesa em contato com a laje mista, t_f [mm]	Largura da mesa em contato com a laje mista, b_f [mm]	Conectores em todas as nervuras		Conectores em nervuras intercaladas	
		1 conector por seção transversal	2 ou mais conectores por seção transversal	1 conector por seção transversal	2 ou mais conectores por seção transversal
≥ 16 e ≤ 19	≥ 250	4000	8000	2800	3500
≥ 16 e ≤ 19	≥ 125 e < 250	3200	5200	2100	2800
≥ 8 e < 16	≥ 250	1200	1800	900	950
≥ 8 e < 16	≥ 125 e < 250	1050	1300	950	900
$\geq 6,3$ e < 8	≥ 125 e < 250	800	850	750	600

Fonte: Calenzani (2008)

Tendo como base a rigidez de molas ligadas em série, Calenzani (2008) pôde determinar a rigidez rotacional do conjunto pela equação (2.11).

2.4 Outras pesquisas sobre instabilidade de vigas mistas de aço e concreto contínuas

Ng e Ronagh (2004) propuseram um programa computacional, com base no método dos elementos finitos, para a determinação da flambagem lateral com distorção de vigas mistas com seção I usando séries de Fourier para as funções dos deslocamentos. Com esse método é possível determinar a carga de flambagem e as formas modais de vigas mistas com seção I sujeitas a qualquer tipo de carregamento e diversas condições de apoio.

Nos trabalhos de Chen (2005), Chen et al. (2009) e Chen e Jia (2010) foram feitas pesquisas sobre a FLD de vigas mistas de aço e concreto contínuas protendidas externamente por cabos localizados próximos à mesa superior do perfil de aço por meio da fixação em enrijecedores soldados à alma. Com o intuito de estudar os efeitos desses cabos nas vigas, Chen (2005) analisou experimentalmente quatro grupos de vigas mistas contínuas protendidas por cabos externos na região de momento negativo. Com as análises, foi possível constatar que a protensão na viga

mista aumenta a resistência à fissuração do concreto, entretanto aumenta a força axial de compressão na viga, o que pode conduzir a uma elevada compressão na alma do perfil, tornando a viga mais vulnerável à flambagem e reduzindo a resistência a momento fletor na região de momento negativo.

Chen et al. (2009) compararam, experimentalmente, o comportamento de vigas mistas contínuas de aço e concreto protendidas e não protendidas. Foram testadas quatro vigas mistas contínuas com seções transversais idênticas, sendo duas com dois vãos e duas com três vãos. Das vigas com dois vãos, uma era convencional (não protendida) e a outra era protendida por cabos externos na região de momentos positivo e negativo. Já nas vigas com três vãos, uma era convencional e a outra protendida por cabos externos apenas na região de momento negativo. Observando o gráfico da carga *versus* deformação, Chen et al. (2009) perceberam que a viga mista protendida comporta-se de maneira mais rígida. Isso ocorreu porque existe uma curvatura inicial negativa (para cima) nas vigas protendidas devido à aplicação da protensão dos cabos. Entretanto, após o escoamento da mesa inferior do perfil de aço próxima ao apoio interno, ambas as vigas comportaram-se de maneira semelhante.

As imperfeições geométricas, as tensões residuais, o valor da força de protensão, assim como a esbeltez da alma, da mesa e da viga influenciam no momento resistente à FLD de vigas mistas protendidas por cabos externos. Para analisar esses fatores, Chen e Jia (2010) fizeram uma análise não linear por meio de modelagem numérica em elementos finitos desse tipo de viga. Com base nos resultados experimentais de Chen (2005), um modelo numérico desenvolvido no programa ABAQUS foi aferido. Após a aferição, 200 modelos numéricos, contemplando os fatores que influenciam a resistência desse tipo de viga, foram processados. Pelos resultados, Chen e Jia (2010) concluíram que quanto maior a imperfeição geométrica e a esbeltez da alma do perfil, menor é o momento resistente à FLD. A esbeltez da mesa comprimida dos perfis também influencia a resistência à FLD. Pelas análises, o momento último de FLD se reduz quando a esbeltez da mesa comprimida aumenta. Quando se aumenta a força de protensão

na viga, a relação $M_{R,dist}/M_{pl,R}$ reduz, sendo $M_{R,dist}$ o momento resistente à FLD e o $M_{pl,R}$ o momento resistente plástico.

Chen e Xindi (2012) analisaram numericamente o comportamento estrutural de vigas mistas contínuas com enrijecedores transversais soldados à alma do perfil de aço. Com auxílio do programa ANSYS, modelos em elementos finitos foram implementados para estudar o comportamento da região de momento negativo dessas vigas. Os seguintes parâmetros que podem afetar a capacidade resistente da viga foram analisados: rigidez à flexão da laje de concreto, rigidez da alma enrijecida, esbelteza da alma do perfil de aço e razão entre a distância dos enrijecedores e o vão da viga. Chen e Xindi (2012) realizaram análises de flambagem (*buckling analysis*) e análises não lineares. Para a análise de flambagem foi adotado um modelo constituído por uma viga de aço soldada simplesmente apoiada, submetida a momento negativo, com restrição rotacional e lateral aplicada à mesa superior. A restrição rotacional no modelo foi imposta por molas. O perfil e os enrijecedores transversais foram modelados pelo elemento *Shell 163*. Para as molas, utilizou-se o elemento *Spring Combin 14* distribuído uniformemente na mesa superior ao longo do vão da viga. O valor da rigidez rotacional (k_r) das molas foi obtido através da formulação proposta pela EN 1994-1-1:2004. Nos estudos paramétricos de Chen e Xindi (2012) foram comparadas as vigas de mesma seção transversal com e sem enrijecedor. Eles constataram que os enrijecedores na alma do perfil de aço aumentam o momento crítico elástico das vigas mistas e reduzem o deslocamento lateral da mesa comprimida.

Oliveira et al. (2016) propuseram um procedimento para obtenção do momento crítico elástico à FLD de vigas mistas de aço e concreto com perfis de alma senoidal, considerando os resultados da análise numérica de modelos que representavam o mecanismo U invertido. O procedimento proposto utiliza a equação de Roik et al. (1990) para vigas mistas com perfis de alma plana não enrijecida com alteração no coeficiente C_4 (representado por $C_{4,sw}$), usando a rigidez rotacional de acordo com Calenzani et al. (2012) e determinando as propriedades geométricas do perfil de aço considerando a corrugação da alma. Os valores $C_{4,sw}$ foram propostos para vigas mistas contínuas em vãos extremos e internos sujeitos a cargas transversais

distribuídas e vigas sem carregamento transversal. Os resultados para o momento crítico de vigas mistas de aço e concreto com perfis de alma senoidal usando o procedimento proposto, $M_{cr,prop}$, mostrou boa concordância com os numéricos, $M_{cr,FEA}$, com a razão entre $M_{cr,prop}$ e $M_{cr,FEA}$ dentro do intervalo de 0,81 a 1,12.

3 DEFINIÇÃO E AFERIÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS

3.1 Introdução

Este capítulo descreve a modelagem numérica, via método de elementos finitos, utilizada nesta pesquisa. Inicialmente, modelos numéricos que representam os protótipos ensaiados por Calenzani (2008) são implementados para permitir a aferição da modelagem numérica. Embora o foco do trabalho esteja na determinação da rigidez de vigas mistas com perfis de aço de alma plana não enrijecida, protótipos com perfis de alma senoidal são utilizados porque não existem experimentos na literatura de determinação da rigidez rotacional de vigas mistas com perfis de alma não enrijecida.

Os resultados numéricos de rigidez rotacional são comparados com os resultados experimentais obtidos por Calenzani (2008) a fim de que os modelos numéricos possam ser aferidos e, posteriormente, utilizados no estudo paramétrico, descrito no capítulo 4.

Os modelos numéricos são construídos com elementos bidimensionais e tridimensionais com o intuito de retratar de forma mais real possível o comportamento estrutural dos protótipos ensaiados por Calenzani (2008). A confecção dos modelos numéricos é feita no programa *ANSYS Mechanical v.17.0* (2015), que, além de possuir uma biblioteca de elementos vasta e recursos numéricos abundantes, permite que o usuário implemente seus modelos por meio da linguagem de programação disponível no programa (APDL - *Ansys Parametric Design Language*), tornando a modelagem e a extração de resultados mais eficiente.

O item 3.2 descreve os modelos numéricos em detalhes, incluindo os elementos utilizados (subitem 3.2.1), as relações constitutivas e propriedades dos materiais (subitem 3.2.2), as condições de contorno (subitem 3.2.3), a malha de elementos finitos (subitem 3.2.4) e as técnicas de solução e tempo computacional (subitem 3.2.5). O item 3.3 traz a comparação dos resultados numéricos com os

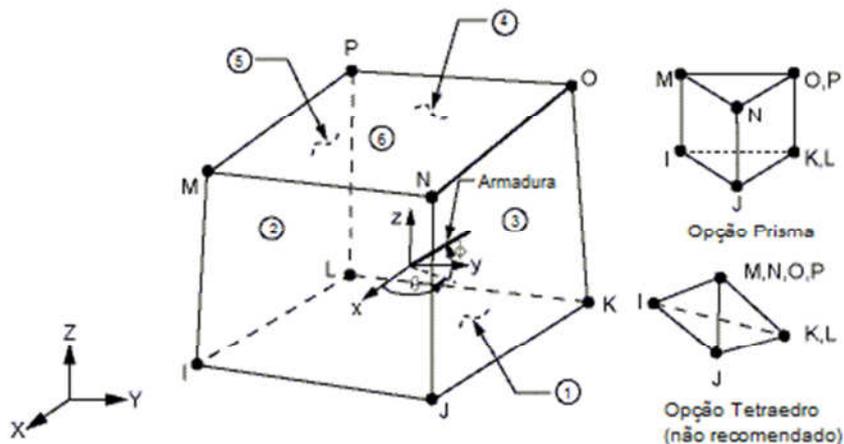
experimentais obtidos por Calenzani (2008) para as curvas momento *versus* rotação, para que a validação dos modelos numéricos seja confirmada.

3.2 Modelos numéricos

3.2.1 Elementos utilizados

O *SOLID65* é utilizado para representação do material concreto. É um elemento sólido tridimensional de oito nós contendo três graus de liberdade por nó: translações nas direções x, y e z. O elemento permite o uso, ou não, de armaduras de reforço (*rebar*), as quais são consideradas de forma dispersa, sendo seus valores dados em função da taxa de armadura, isto é, a razão entre o volume de armadura e o volume total do elemento. A armadura de reforço é capaz de transmitir esforços de tração e compressão, e também possui capacidade de deformação plástica e fluência. Esse elemento prevê deformação plástica e fluência e é capaz de fissurar nas três direções, quando submetido a tensões de tração, e de esmagar, quando submetido a tensões de compressão (Figura 3.1).

Figura 3.1 - Elemento *SOLID65*

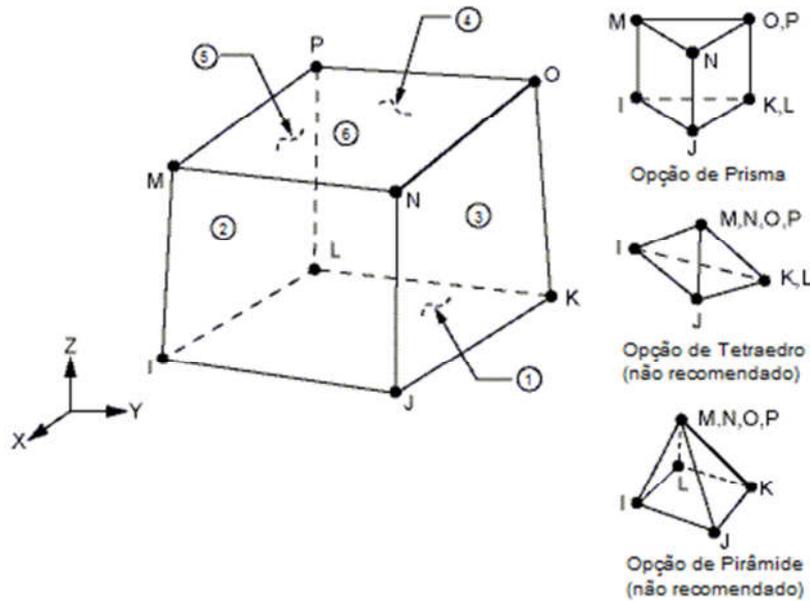


Fonte: ANSYS Mechanical v.17.0 (2015)

O *SOLID185* é um elemento sólido tridimensional de oito nós com translações nodais nas direções x, y e z. Neste trabalho, ele é usado para modelar os conectores de cisalhamento tipo pino com cabeça. Esse elemento tem as seguintes

propriedades: plasticidade, hiperelasticidade, fluência, encruamento, grandes deslocamentos e grandes deformações (Figura 3.2).

Figura 3.2 - Elemento *SOLID185*



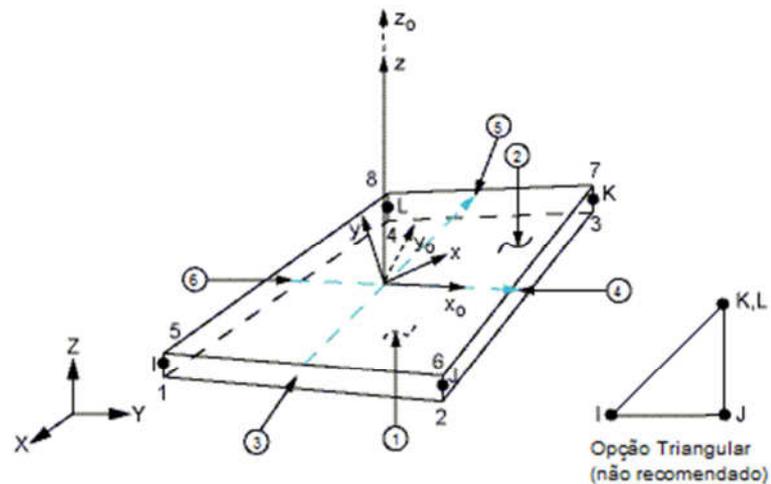
Fonte: *ANSYS Mechanical v.17.0* (2015)

O elemento de casca *SHELL181* é usado para representar o perfil de aço. Esse elemento é viável para análise de placas de espessuras finas a moderadamente grossas e pode ser aplicado em análises lineares e não lineares com grandes deslocamentos e grandes deformações. Também permite a consideração de propriedades de material como, por exemplo, a plasticidade e a fluência. O *SHELL181* é um elemento de quatro nós e seis graus de liberdade por nó: três translações nas direções x, y e z, e três rotações em relação aos eixos x, y e z (Figura 3.3).

Os elementos *CONTA173* e *TARGE170* trabalham em par e são utilizados para representar o contato entre a laje de concreto e a mesa superior do perfil de aço. O *CONTA173* (Figura 3.4) representa o contato e o deslizamento entre a superfície deformável definida por este elemento e a superfície-alvo definida pelo elemento *TARGE170* (Figura 3.5). O contato se dá quando há penetração de um elemento *CONTA173* em um elemento alvo *TARGE170*. O elemento *CONTA173* é um elemento de quatro nós definido nas superfícies de elementos sólidos e nas cascas lineares sem nós intermediários.

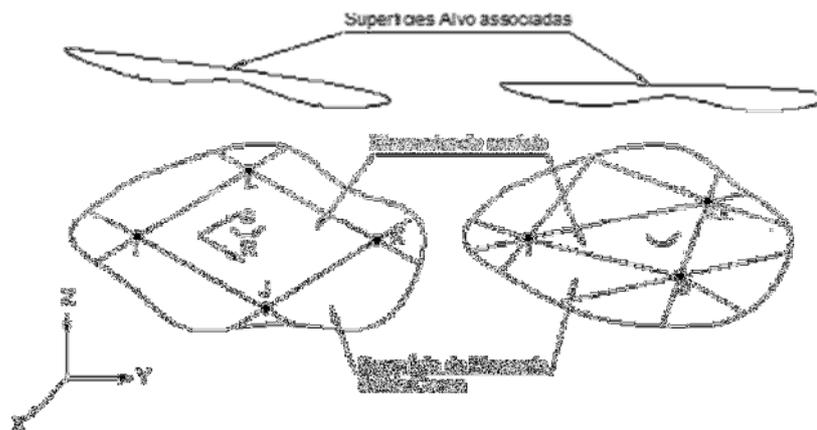
Dois protótipos de Calenzani (2008) com lajes maciças de concreto armado são modelados, U1-P e U2-P: o primeiro possui uma única linha de conectores de cisalhamento soldada no centro da mesa superior e o segundo possui duas linhas de conectores de cisalhamento soldados de forma espelhada a uma distância equidistante do centro da mesa superior. Parte do modelo numérico U1-P é mostrado na Figura 3.6 e seus respectivos elementos.

Figura 3.3 - Elemento *SHELL181*

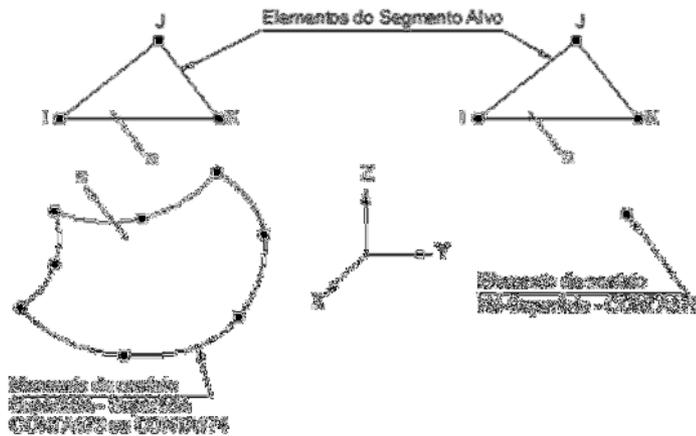


Fonte: *ANSYS Mechanical v.17.0* (2015)

Figura 3.4 - Elemento *CONTA173*

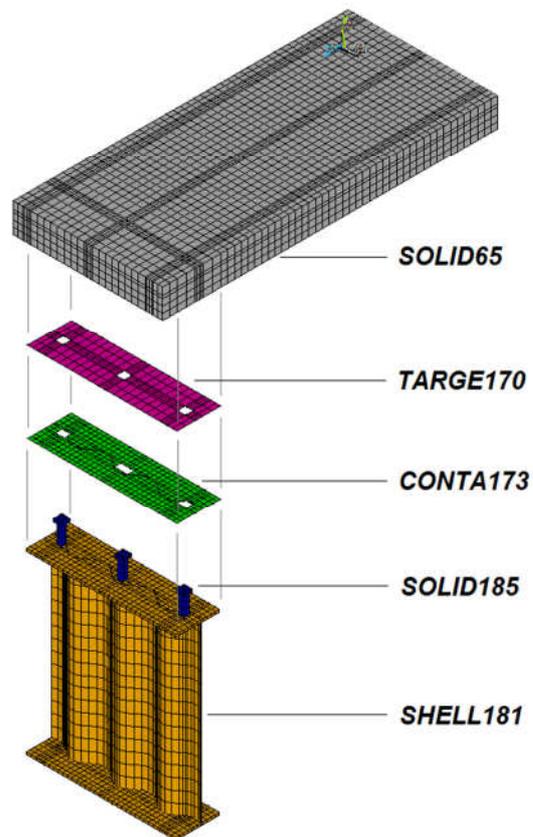


Fonte: *ANSYS Mechanical v.17.0* (2015)

Figura 3.5 - Elemento *TARGE170*

Fonte: ANSYS Mechanical v.17.0 (2015)

Figura 3.6 - Elementos utilizados nos modelos numéricos

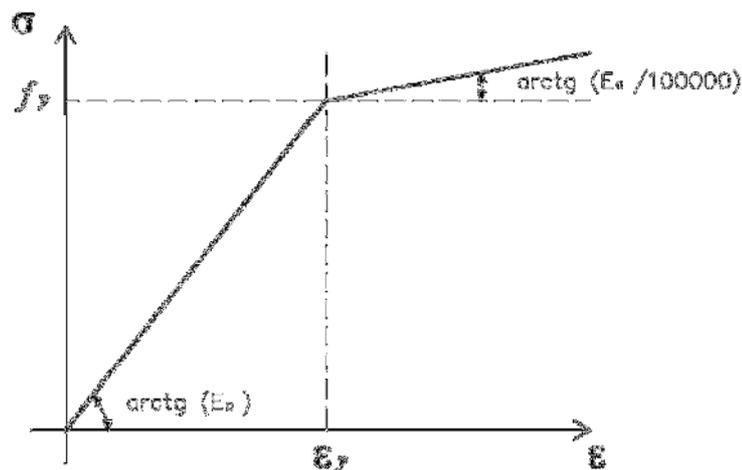


Fonte: Elaborado pelo autor

3.2.2 Relações constitutivas e propriedades dos materiais

Para representar o comportamento uniaxial dos aços das armaduras, dos conectores de cisalhamento e do perfil, é estabelecido um diagrama tensão *versus* deformação elastoplástico bilinear (Figura 3.7), no qual a primeira reta possui coeficiente angular igual ao módulo de elasticidade do aço e a segunda reta um coeficiente angular igual a cem mil avos do módulo de elasticidade do aço, $E_s/100000$, a fim de se evitar possíveis problemas de convergência numérica. O módulo de elasticidade do aço é igual a 205 GPa e o coeficiente de Poisson igual a 0,30, em conformidade com a modelagem numérica de Calenzani (2008).

Figura 3.7 - Curva tensão *versus* deformação dos aços

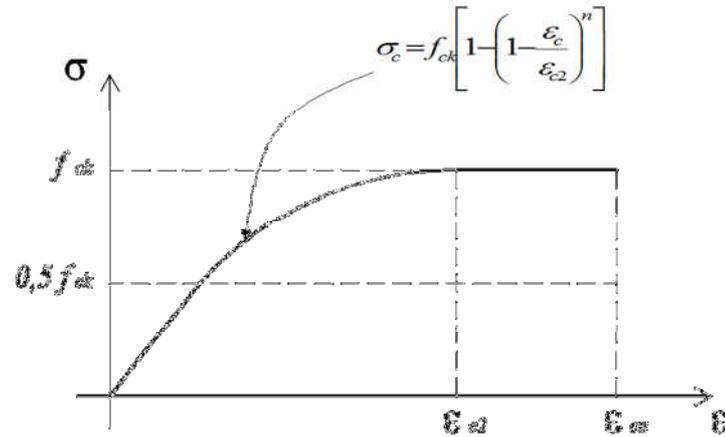


Fonte: Elaborado pelo autor

Para o concreto, o comportamento uniaxial é expresso pelo diagrama tensão *versus* deformação da Figura 3.8. Essa curva obedece à norma ABNT NBR 6118:2003, conforme a modelagem numérica de Calenzani (2008), assumindo um comportamento linear elástico até a metade da resistência característica à compressão do concreto ($0,5 f_{ck}$), uma relação parabólica até que a resistência característica à compressão do concreto seja alcançada (f_{ck}) para uma deformação específica ϵ_{c2} (deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico) e, por último, um trecho plástico. O coeficiente de Poisson adotado para o concreto é de 0,20. Têm-se os seguintes valores: $\epsilon_{c2} = 2\%$, $\epsilon_{cu} = 3,5\%$ (deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura) e $n = 2$.

A Tabela 3.1 exibe os valores das propriedades dos materiais dos modelos numéricos.

Figura 3.8 - Curva tensão *versus* deformação do concreto



Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 3.1 - Propriedades do materiais dos modelos numéricos

Propriedades (MPa)		Protótipo	
		U1-P	U2-P
Concreto	Compressão média	25,963	25,293
	Tração média indireta	3,076	
	Tração média direta	2,769	
	Módulo de elasticidade médio	21601,7	
Aço	Escoamento da alma	349,8	
	Escoamento das mesas	350	
	Escoamento do conector de cisalhamento	345	
	Escoamento das armaduras	500	
	Módulo de elasticidade	205000	

Fonte: Elaborado pelo autor

O critério de von Mises com encruamento isotrópico é estabelecido para a plasticidade dos aços do perfil, dos conectores de cisalhamento e da armadura. O critério de falha escolhido para o concreto é o de William e Warnke (1975). Além das tensões uniaxiais de tração e de compressão (Tabela 3.1), adotam-se para os coeficientes de transferência de cisalhamento para fissuras abertas e fechadas os valores de 0,30 e 0,80, respectivamente. Esses coeficientes podem variar de 0 a 1,

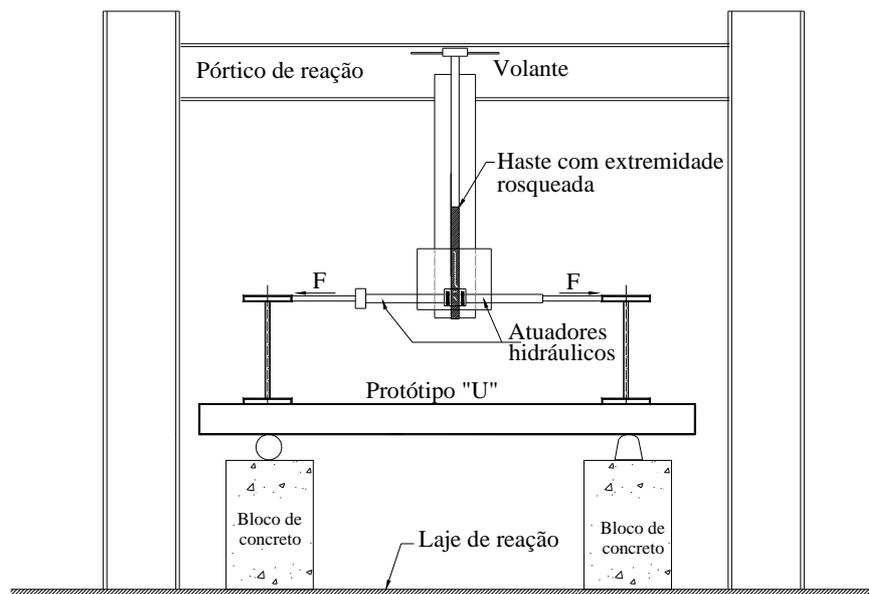
sendo 0 a representação de uma fissura lisa (perda completa de transferência de cisalhamento) e 1 a de uma fissura rugosa (nenhuma perda de transferência de cisalhamento).

Neste trabalho, adota-se um coeficiente de atrito nulo entre as superfícies do par de elementos de contato. A rigidez normal do contato é definida por meio das constantes reais FKN e $FTOLN$ do elemento $CONTA173$. A constante FKN é um fator de rigidez normal do contato e possui um intervalo de 0,01 a 1, sendo 1 o valor preestabelecido pelo *ANSYS*. Contudo, o valor adotado é o de 0,1, pois o *ANSYS* recomenda esse valor quando a deformação predominante é a de flexão. Para a constante $FTOLN$, fator de tolerância que verifica a compatibilidade da penetração, o valor é 0,1, sendo preestabelecido pelo *ANSYS*.

3.2.3 Condições de contorno

A Figura 3.9 mostra o arranjo geral dos ensaios feitos por Calenzani (2008). É possível perceber que os apoios idealizados para os ensaios se constituem de um apoio de 1º gênero (à esquerda) e de um apoio de 2º gênero (à direita). Esses apoios foram estabelecidos com barras de aço, conforme exibe a Figura 3.10.

Figura 3.9 - Arranjo geral dos ensaios



Fonte: Calenzani (2008)

Figura 3.10 - Imagem dos apoios dos ensaios



(a) Apoio de 1º gênero



(b) Apoio de 2º gênero

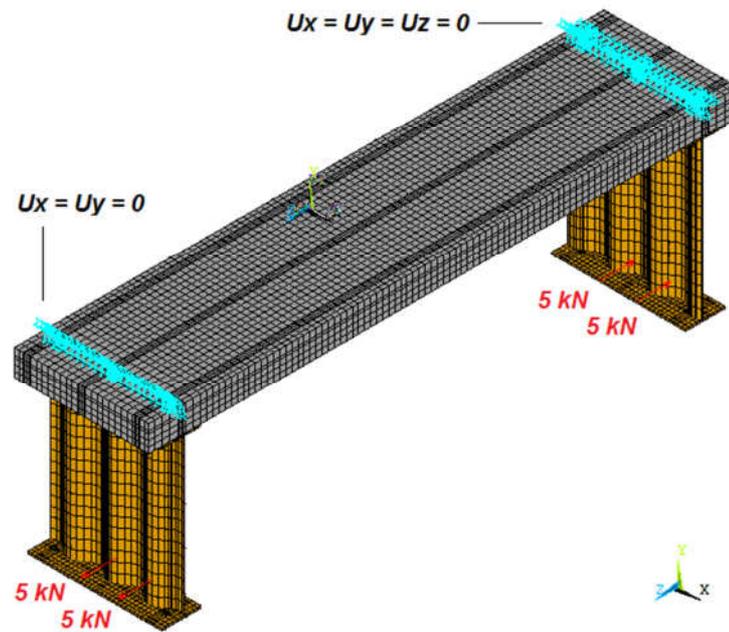
Fonte: Acervo pessoal de Calenzani

Assim, as restrições aos deslocamentos são simuladas selecionando os nós da superfície superior da laje pertencentes ao plano de simetria do perfil de aço e impedindo os deslocamentos nas direções globais x , y e z em um lado do modelo numérico (apoio de 2º gênero) e os deslocamentos nas direções globais x e y no outro lado (apoio de 1º gênero), denominada condição de apoio ISO, conforme Figura 3.11.

Apesar dos protótipos terem as lajes com apoios de 1º e 2º gênero, Calenzani (2008), em sua modelagem numérica, implementou modelos com duas linhas de apoio de 2º gênero. Isso ocorreu porque apenas a metade do protótipo foi modelada e esta possuía uma linha de apoio de 2º gênero. As condições de simetria fizeram com que essa condição de apoio fosse replicada. A modelagem de Calenzani (2008), com duas linhas de apoio de 2º gênero, denominada condição de apoio HIPER, foi validada com os experimentos. Por isso, resolveu-se investigar nesta pesquisa, além da condição de apoio ISO da Figura 3.11, com apoios de 1º e 2º gêneros, a condição de apoio HIPER, com as duas linhas de apoio de 2º gênero, Figura 3.12.

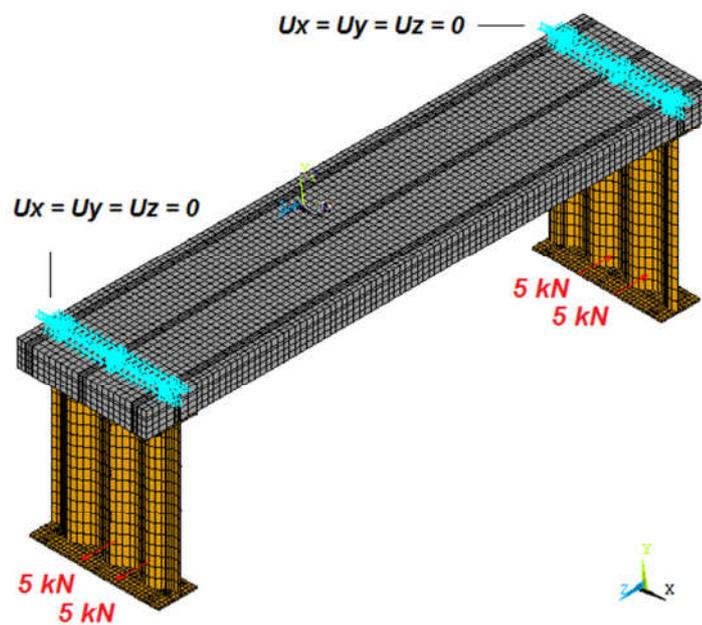
As forças solicitantes são aplicadas nas mesas inferiores do perfil de aço em posições idênticas àquelas do ensaio experimental. A Figura 3.11 mostra o local de aplicação dessas forças concentradas cujo valor é de 5 kN. A análise não linear é feita considerando 100 intervalos de força, portanto, a cada intervalo, há um acréscimo de 0,20 kN na força aplicada na estrutura.

Figura 3.11 - Modelos numéricos com condições de apoio ISO



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 3.12 - Modelos numéricos com condições de apoio HIPER



Fonte: Elaborado pelo autor

3.2.4 Definição da malha dos elementos finitos

A elaboração da malha de elementos finitos pode ou não ser controlada pelo usuário no programa *ANSYS Mechanical v.17.0* (2015). No presente trabalho, a malha foi controlada, permitindo a determinação da forma e do tamanho dos elementos. A Tabela 3.2 mostra a quantidade e o tipo dos elementos necessários à construção dos modelos numéricos de validação.

Tabela 3.2 - Número de elementos dos modelos numéricos

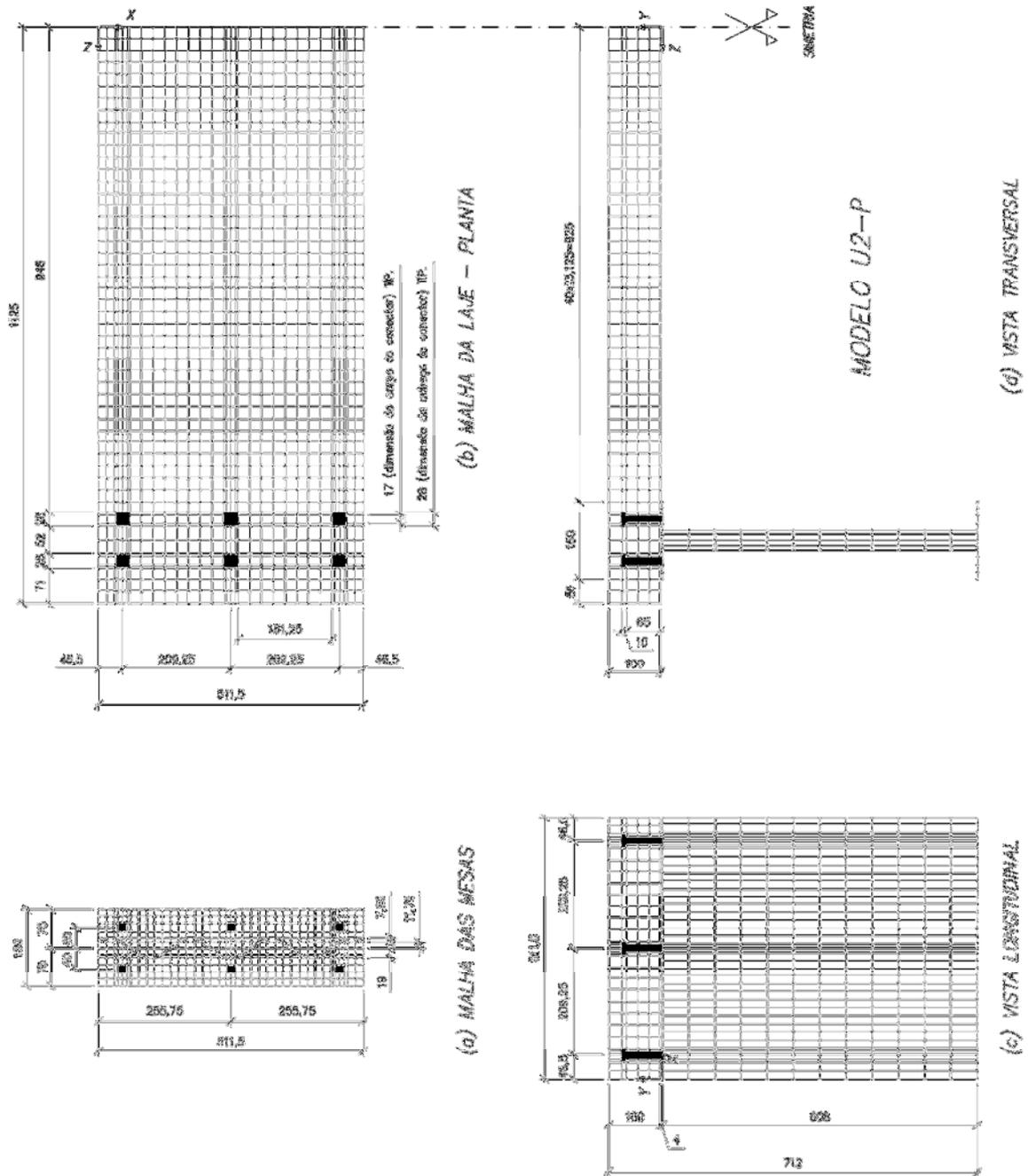
Modelo	Tipo de elemento					TOTAL
	SOLID65	SOLID185	CONTA173	TARGE170	SHELL181	
U1-P	15832	192	918	416	3353	20711
U2-P	17064	240	828	496	3184	21812

Fonte: Elaborado pelo autor

A título de ilustração, a Figura 3.13 mostra a malha do modelo U2-P. Nela estão definidas as formas e as dimensões dos elementos da laje, dos conectores de cisalhamento e do perfil de aço. A geometria dos modelos numéricos obedece fielmente às dimensões reais dos protótipos experimentais de Calenzani (2008), descritos no capítulo 2, exceto por uma simplificação na modelação dos conectores de cisalhamento. Estes são implementados como prismas de base quadrada, sendo a área dessa base equivalente à área da seção circular do conector. Desta forma, um conector de cisalhamento tipo pino com cabeça possui áreas equivalentes quadradas de 17 x 17 mm para diâmetro de 19,05 mm do corpo do conector e 28 x 28 mm para diâmetro de 31,75 mm da cabeça do conector.

Nos modelos numéricos, na região de interseção das mesas e da alma, a forma triangular do elemento *SHELL181* tem que ser utilizada. Exceto por essa parte, a forma preponderante é a retangular com quatro nós. A malha das mesas tem que ser muito refinada devido à amplitude da onda senoidal e dos conectores de cisalhamento, conforme se vê na Figura 3.13(a).

Figura 3.13 - Malha do modelo U2-P



Fonte: Elaborado pelo autor

Os conectores de cisalhamento também limitam a espessura dos elementos da laje de concreto. Ao observar a Figura 3.14 (cotas em milímetros), pode-se ver como é feita a divisão dos elementos entre o corpo do conector e a cabeça do conector. Sendo assim, a dimensão mínima presente no conector de cisalhamento é de 5,5 mm. Há uma sugestão no ANSYS que limita a relação entre os lados do elemento *SOLID65* a um número não maior que cinco, o que implica que o maior

elemento da laje de concreto não pode exceder a dimensão de 27,5 mm. Por isso, o estudo das dimensões da malha não se fez necessário, uma vez que essa já possui dimensões reduzidas, conferindo aos modelos numéricos um grau de precisão adequado.

Figura 3.14 - Conector de cisalhamento



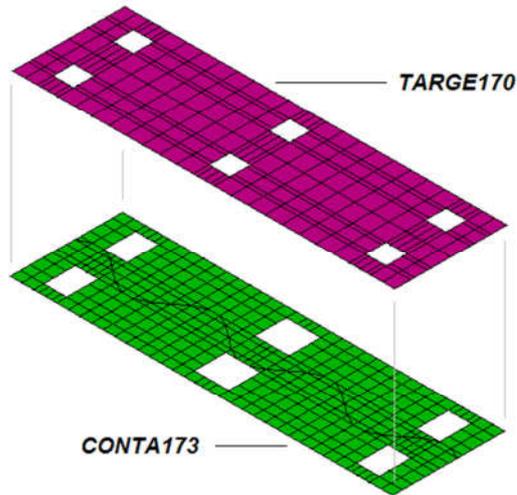
Fonte: Elaborado pelo autor

Ao analisar a Figura 3.13 é possível observar que os nós da mesa superior do perfil de aço não coincidem com os nós da laje, o que é factível uma vez que há a presença dos elementos de contato entre as superfícies. Também há uma distância vertical (*gap*) entre a mesa superior do perfil de aço e a laje que corresponde à metade da espessura da mesa superior do perfil de aço. Este *gap* é inicialmente fechado na análise não linear do modelo, o que é feito por meio da utilização do parâmetro *CNOF* do elemento *CONTA173*. Assim, as condições iniciais do contato são estabelecidas.

A superfície de contato é gerada a partir dos nós da mesa superior do perfil de aço e cobre toda a área livre dessa mesa, portanto a região que contém os conectores de cisalhamento é excluída. A superfície alvo é gerada a partir dos nós da superfície inferior da laje que se sobrepõem à mesa superior do perfil de aço, excluindo os nós que pertencem aos conectores de cisalhamento (ver Figura 3.15). Os vazios referentes aos conectores de cisalhamento não formam um quadrado, a princípio. Tal fato pode ser observado na superfície de contato da mesa superior do perfil de aço: o que se vê são retângulos. Isto ocorre porque os nós pertencentes aos conectores de cisalhamento são excluídos da superfície de contato, implicando

numa não formação de elementos de contato tanto na região do conector de cisalhamento quanto na região circundante ao conector.

Figura 3.15 - Superfícies de contato



Fonte: Elaborado pelo autor

Os elementos da laje e dos conectores, *SOLID65* e *SOLID185*, respectivamente, são formados por prismas retangulares de oito nós. Os conectores de cisalhamento têm seus nós coincidentes com os nós da laje e com os nós da mesa superior do perfil de aço. Na região da laje de concreto, essa coincidência produz uma malha mais refinada com o menor elemento apresentando dimensões de 5,5 x 5,5 x 10,0 mm. O fato de os nós compartilharem todos os deslocamentos não desmerece as respostas numéricas, isto porque, para o tipo de solicitação dos ensaios, o deslizamento entre os materiais é relativamente pequeno.

3.2.5 Técnicas de solução e tempo computacional

Análises numéricas não lineares são feitas para analisar o fenômeno da flambagem lateral com distorção. Nos modelos numéricos, as não linearidades consideradas são: não linearidade de material, devido à presença do concreto suportando fissuração e esmagamento e da consideração da plasticidade dos aços e não

linearidade de “status” referente às superfícies de contato existentes entre a laje e a mesa superior do perfil de aço.

Neste ponto, faz-se necessário dissertar um pouco sobre a não linearidade geométrica. O programa *ANSYS*, no seu guia de ajuda, ao descrever o elemento *SOLID65*, adverte ao usuário algumas restrições desse elemento, sendo uma delas a de que quando há a presença de não linearidade devido à fissuração e ao esmagamento, não é recomendado o uso de grandes deformações e rotações, pois os resultados podem não convergir ou podem estar incorretos, especialmente na presença de grandes rotações. Sendo assim, esse recurso não foi utilizado nos modelos numéricos.

A seguinte equação (3.1) mostra o sistema de equações a ser resolvido numa análise estrutural:

$$[k]\{u\} = \{F^a\} \quad (3.1)$$

onde $[k]$ é a matriz de rigidez, $\{u\}$ o vetor dos deslocamentos desconhecidos e $\{F^a\}$ o vetor das forças aplicadas.

Quando a matriz de rigidez é função dos deslocamentos, a equação (3.1) se constitui num sistema de equações não lineares. Para resolver esse sistema, um dos métodos aplicados é o Método de Newton-Raphson, que é um procedimento iterativo segundo o qual as equações não lineares podem ser escritas da seguinte forma:

$$[k_i^T]\{\Delta u_i\} = \{F^a\} - \{F_i^{nr}\} \quad (3.2)$$

$$\{u_{i+1}\} = \{u_i\} + \{\Delta u_i\} \quad (3.3)$$

onde i é o índice que representa a iteração atual, $[k_i^T]$ a matriz tangente ou matriz Jacobiana e $\{F_i^{nr}\}$ o vetor das forças internas.

Ambos os valores de $[k_i^T]$ e $\{F_i^{nr}\}$ são mensurados conforme os valores de $\{u_i\}$. O lado direito da equação (3.2) representa o vetor de forças residuais ou vetor de forças desbalanceadas. Sendo assim, o algoritmo trabalha da seguinte maneira:

- I) assume $\{u_0\}$. Normalmente $\{u_0\}$ é a solução convergida da iteração anterior. Para a primeira iteração, $\{u_0\} = \{0\}$;
- II) determina as matrizes $[k_i^T]$ e $\{F_i^{nr}\}$ para a configuração $\{u_i\}$;
- III) calcula $\{\Delta u_i\}$ por meio da equação (3.2);
- IV) adiciona os deslocamentos incrementais $\{\Delta u_i\}$ aos deslocamentos $\{u_i\}$ para obter os deslocamentos da próxima iteração $\{u_{i+1}\}$, conforme equação (3.3);
- V) repete os passos II a IV até obter a convergência.

O critério de convergência é satisfeito quando a norma do vetor de forças residuais é menor que a tolerância vezes um valor de referência e/ou quando o valor do incremento do grau de liberdade é menor que a tolerância vezes um valor de referência. O critério de convergência escolhido para este trabalho é o da força, com uma tolerância de 0,10 (10%).

Neste trabalho, utiliza-se o Método de Newton-Raphson Completo (*Full Newton-Raphson Procedure*), no qual a matriz tangente é atualizada em cada iteração. Na opção Completa é possível ativar a técnica *Adaptive Descent*, que substitui a matriz tangente por uma matriz mais rígida (formada por uma parcela da matriz secante mais uma parcela da matriz tangente) quando problemas de convergência são encontrados e retorna com a matriz tangente quando a solução converge. Esta pesquisa também faz uso da técnica *Adaptive Descent*.

A opção *Line Search* também é utilizada para melhorar a convergência dos modelos: o valor dos deslocamentos $\{\Delta u_i\}$ é multiplicado por um parâmetro s , que varia de 0,05 a 1,0, para obter os deslocamentos da iteração seguinte $\{u_{i+1}\}$. Isso é feito porque, em alguns casos, quando se adiciona os deslocamentos $\{\Delta u_i\}$ em sua totalidade, pode-se chegar a soluções instáveis.

O tempo computacional requerido para os modelos numéricos foi de aproximadamente 3 horas por modelo, considerando um computador com processador de 3,4 GHz e memória RAM de 8 GBytes.

3.3 Validação dos modelos numéricos

Nesta pesquisa, os modelos numéricos são analisados tanto com a força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido quanto no sentido de fechar, por isso, é necessário estabelecer uma nomenclatura para facilitar a identificação do sentido da força aplicada. As designações U1-P(A) e U2-P(A) são dos modelos U1-P e U2-P, respectivamente, com força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido e U1-P(F) e U2-P(F) são denominações dos modelos U1-P e U2-P, respectivamente, com força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido.

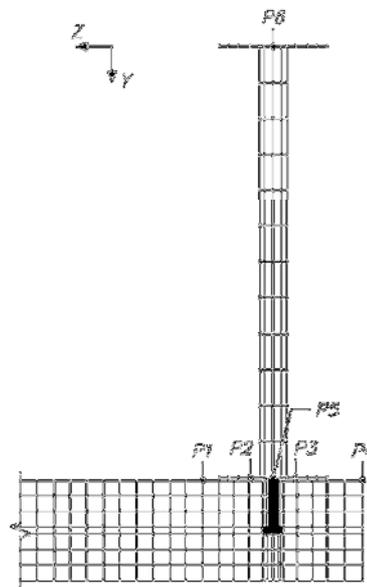
Na sua tese de doutorado, Calenzani (2008) apresenta resultados experimentais para protótipos com a força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido. Entretanto, também são feitos experimentos com a força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido. Para estes últimos casos, os resultados dos experimentos são obtidos do acervo pessoal de Calenzani (2008).

Para validar os modelos numéricos, as curvas momento *versus* rotação da laje, da alma, da conexão de cisalhamento e total da viga mista são comparadas com as respectivas curvas experimentais de Calenzani (2008). O momento é determinado pelo produto da força aplicada na mesa inferior do perfil de aço e da distância entre os centros geométricos das mesas inferior e superior do perfil de aço. As rotações são obtidas conforme a medição de deslocamentos nodais em determinadas seções transversais dos modelos.

3.3.1 Seções transversais e nós utilizados para medição

A Figura 3.16 apresenta um corte transversal do modelo numérico, onde a localização dos nós utilizados nas medições de deslocamentos, designados por $P1$ a $P6$, é mostrada. Procurou-se coincidir essa localização com os pontos de medição dos ensaios de Calenzani (2008).

Figura 3.16 - Pontos de medição dos modelos numéricos



Fonte: Elaborado pelo autor

Os pontos $P1$ e $P4$ são utilizados para medir a rotação da laje, que é determinada por:

$$\theta_L = \frac{|\delta_{y,P1}| + |\delta_{y,P4}|}{D_{1,4}} \quad (3.4)$$

onde δ_y é o deslocamento na direção do eixo y e D a distância entre pontos de medição.

Em seguida, os pontos $P2$ e $P3$ são utilizados para medir a rotação da conexão, conforme a seguinte expressão:

$$\theta_C = \frac{|\delta_{y,P2}| + |\delta_{y,P3}|}{D_{2,3}} - \theta_L \quad (3.5)$$

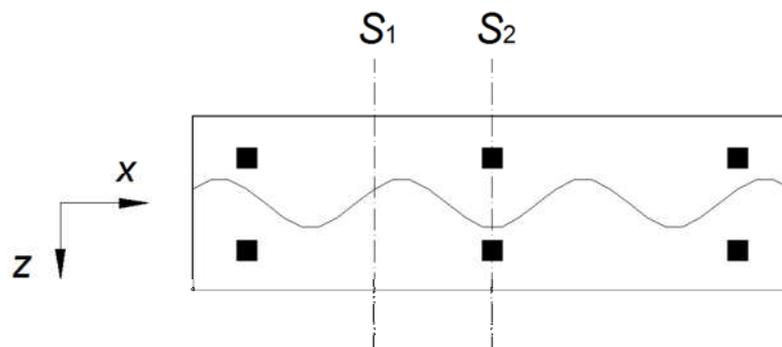
Por último, mede-se a rotação da alma do perfil de aço por meio dos pontos $P5$ e $P6$, conforme segue:

$$\theta_A = \frac{|\delta_{z,P6} - \delta_{z,P5}|}{D_{5,6}} - \theta_C - \theta_L \quad (3.6)$$

onde δ_z é o deslocamento na direção do eixo z .

As seções transversais dos modelos numéricos utilizadas na comparação com os resultados experimentais são S_1 , entre filas de conectores de cisalhamento, e S_2 , no meio do modelo (ver Figura 3.17).

Figura 3.17 - Seções para medição dos deslocamentos



Fonte: Elaborado pelo autor

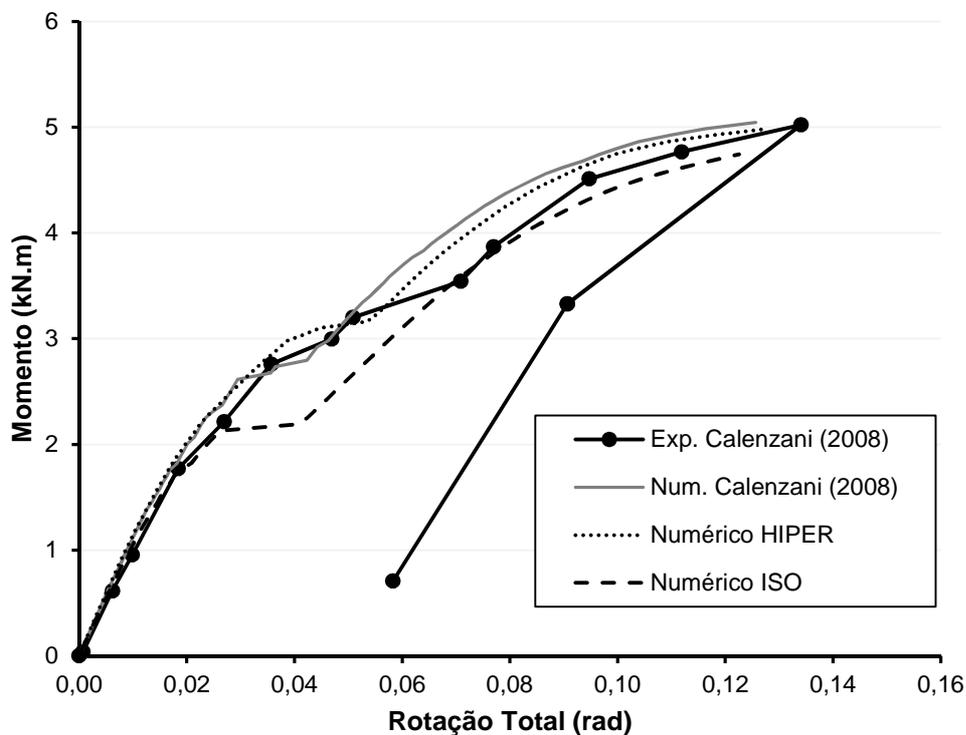
As medições sempre são feitas nas seções supracitadas para cada viga, portanto quatro são as seções cujos deslocamentos são medidos. As rotações finais obtidas são uma média aritmética das rotações medidas em cada seção.

Os subitens seguintes exibem a comparação das curvas momento *versus* rotação experimental e numérica obtidas por Calenzani (2008) com as curvas momento *versus* rotação da presente pesquisa. As curvas são formadas interligando os dados ponto a ponto.

3.3.2 Curvas para o modelo U1-P(A)

A Figura 3.18 mostra as curvas momento *versus* rotação total do modelo U1-P(A) (laje plana e uma linha de conectores de cisalhamento) com a força aplicada na mesa inferior do perfil de aço no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido, gerando um momento positivo na laje de concreto. Pela análise das curvas é possível perceber uma boa concordância entre os modelos numéricos e o experimental.

Figura 3.18 - Curvas momento *versus* rotação total do modelo U1-P(A)



Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 3.19 mostra as curvas momento *versus* rotação da laje, da alma e da conexão de cisalhamento, nessa ordem, para o modelo U1-P(A).

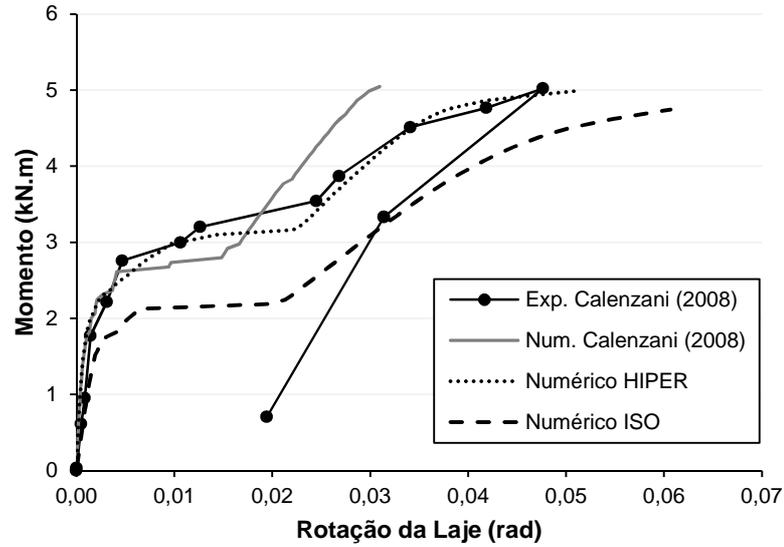
É possível perceber pela Figura 3.19(a) que os modelos numéricos apresentam um trecho de momento praticamente constante, no qual toda a laje de concreto se encontra fissurada. A esse trecho constante, denomina-se momento de fissuração. O momento de fissuração dos modelos numéricos é menor que o experimental, sobretudo no modelo ISO, no qual a diferença é mais acentuada. Pode-se perceber

que o modelo HIPER é o que melhor se aproxima do ensaio experimental, ainda que as condições de contorno do experimento remetam a um modelo isostático.

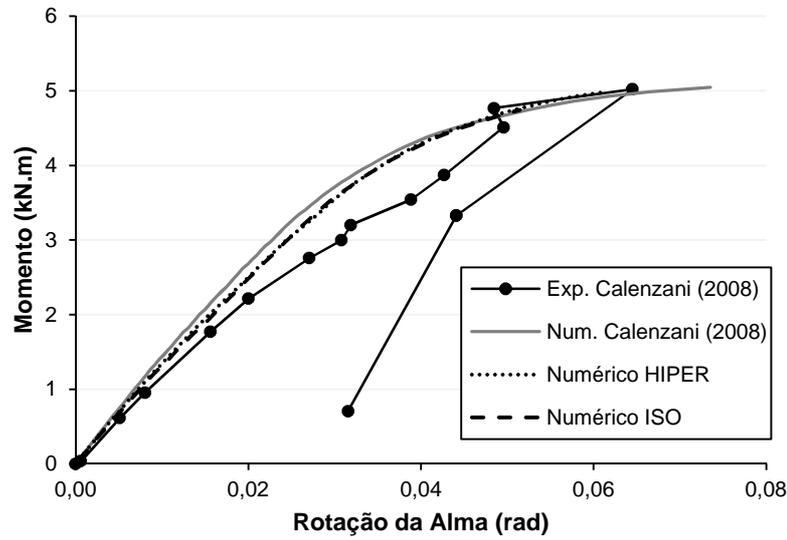
Num primeiro momento, tende-se a descartar o modelo ISO e adotar o modelo HIPER como representativo do experimento. No entanto, ao analisar a distribuição de tensão normal na laje (tensão no sentido do eixo z, ver Figura 3.20), é possível perceber que o modelo HIPER não simula muito bem a realidade de uma laje de um piso de um edifício. Na estrutura de um edifício, a laje de concreto funciona como um diafragma rígido e recebe ações horizontais distribuindo-as para as subestruturas de contraventamento. Logo, ao simular o ensaio do mecanismo “U” invertido, espera-se que as ações horizontais sejam absorvidas pela laje de concreto, o que ocorre no modelo numérico ISO, ver Figura 3.20(b). O modelo numérico HIPER concentra as ações horizontais nos apoios, aumentando as tensões nestes pontos e simulando uma restrição ao deslocamento horizontal da laje que não existe na realidade, ver Figura 3.20(a).

Tendo como base os motivos supracitados, adota-se como condição de contorno ideal para o mecanismo “U” invertido a condição ISO, segundo o subitem 3.2.3. Independentemente de o modelo numérico ser HIPER ou ISO, as curvas numéricas de rotação da alma, Figura 3.19(b), e da conexão, Figura 3.19(c), concordam com a rigidez inicial do modelo experimental. Entretanto, conforme o momento aplicado aumenta, os modelos numéricos se mostram mais rígidos.

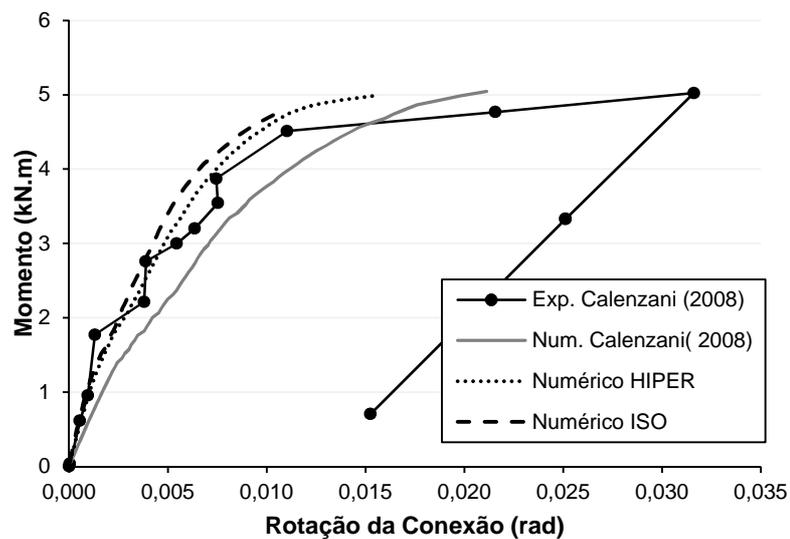
Figura 3.19 - Curvas momento versus rotação isolada do modelo U1-P(A)



(a) Laje



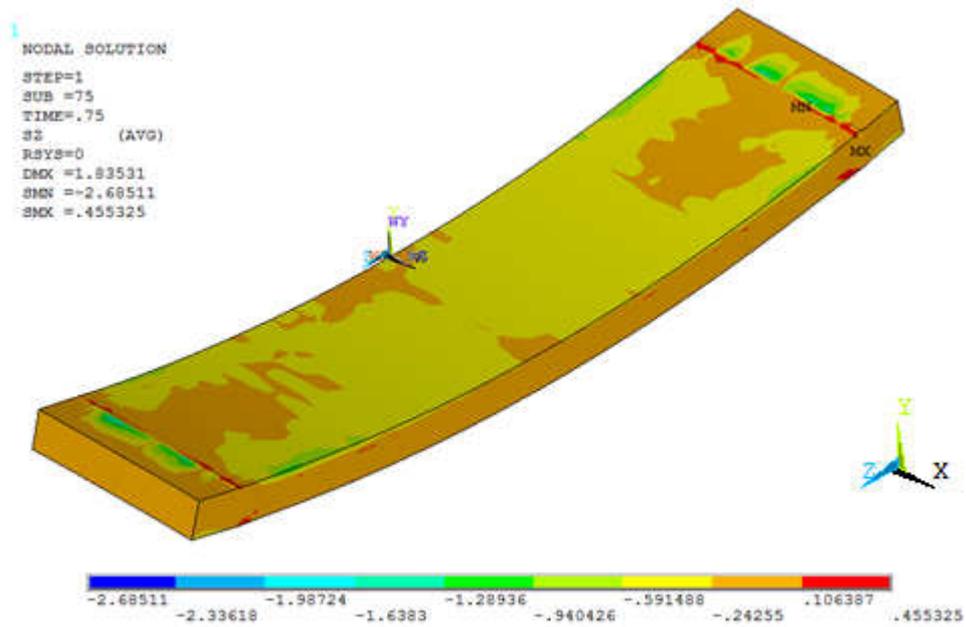
(b) Alma



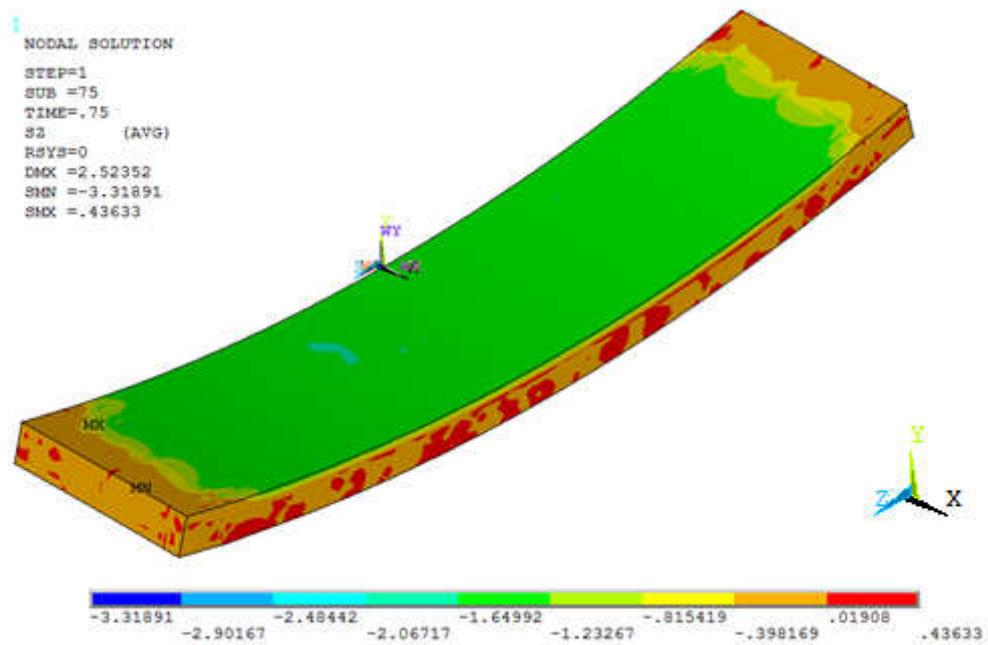
(c) Conexão

Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 3.20 - Tensões normais na laje do modelo numérico U1-P(A)



(a) Modelo U1-P(A) HIPER



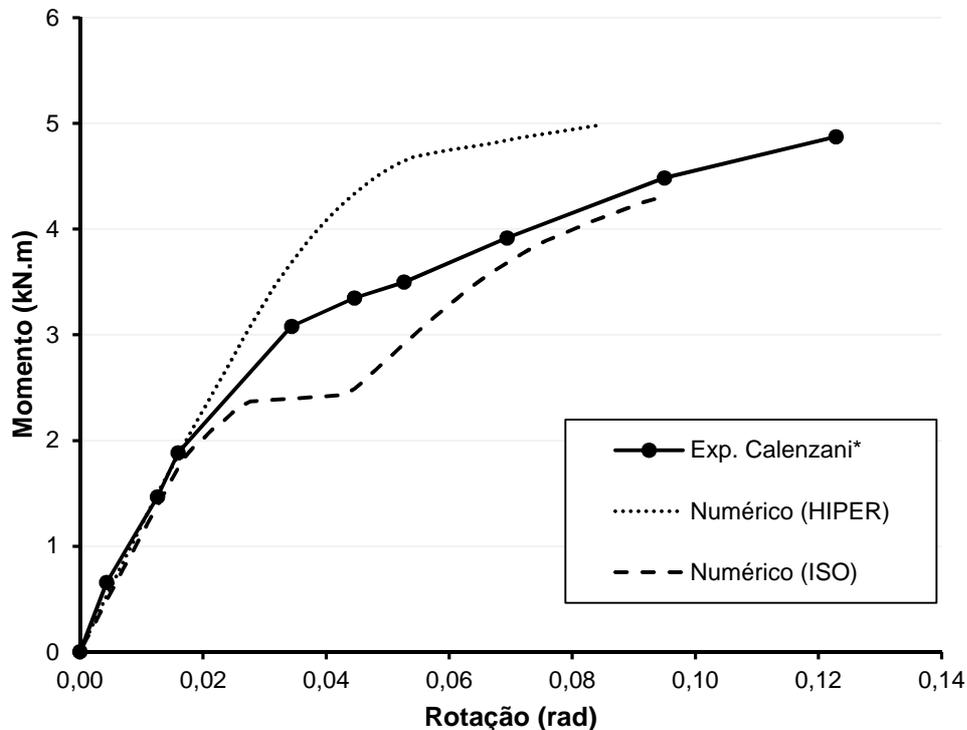
(b) Modelo U1-P(A) ISO

Fonte: Elaborado pelo autor

3.3.3 Curvas para o modelo U1-P(F)

A Figura 3.21 mostra as curvas momento *versus* rotação total do modelo numérico U1-P(F) quando a força aplicada na mesa inferior do perfil de aço está no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido, gerando um momento negativo na laje de concreto. Ao analisar as curvas é possível perceber uma boa concordância entre os modelos numéricos e o experimental no trecho inicial da curva, com uma discordância no trecho central e a curva do modelo ISO se aproximando mais da experimental no trecho final.

Figura 3.21 - Curvas momento *versus* rotação total do modelo U1-P(F)

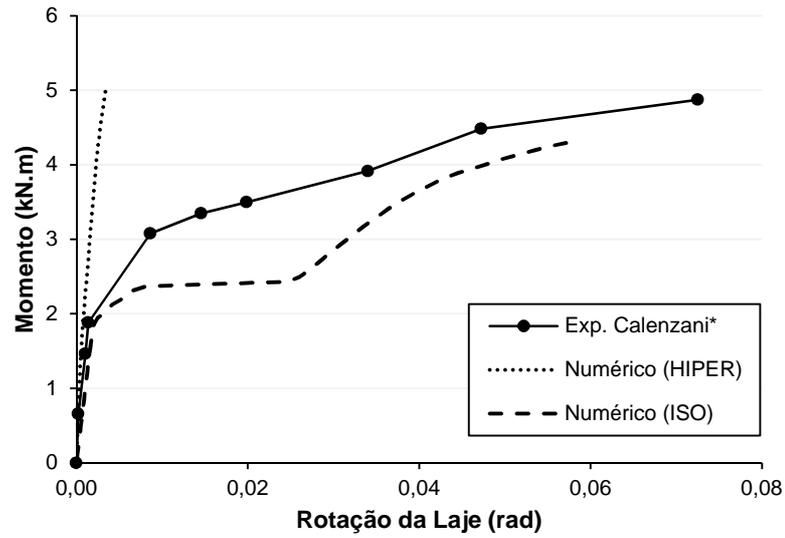


Nota: * Resultados obtidos do acervo pessoal de Calenzani

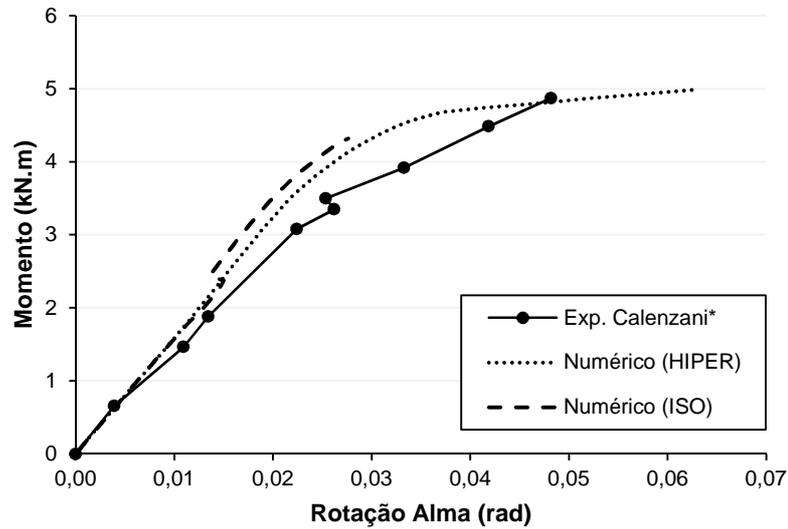
Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 3.22 mostra as curvas momento *versus* rotação da laje, da alma e da conexão de cisalhamento, nessa ordem, para o modelo U1-P(F).

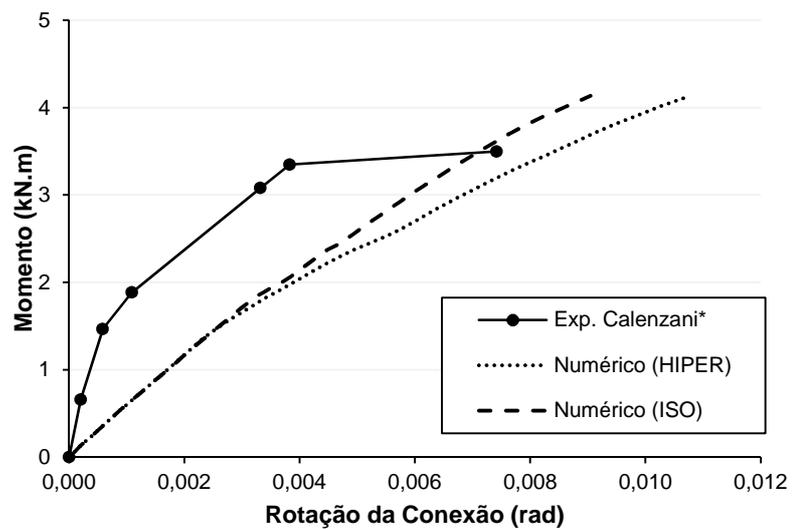
Figura 3.22 - Curvas momento versus rotação isolada do modelo U1-P(F)



(a) Laje



(b) Alma



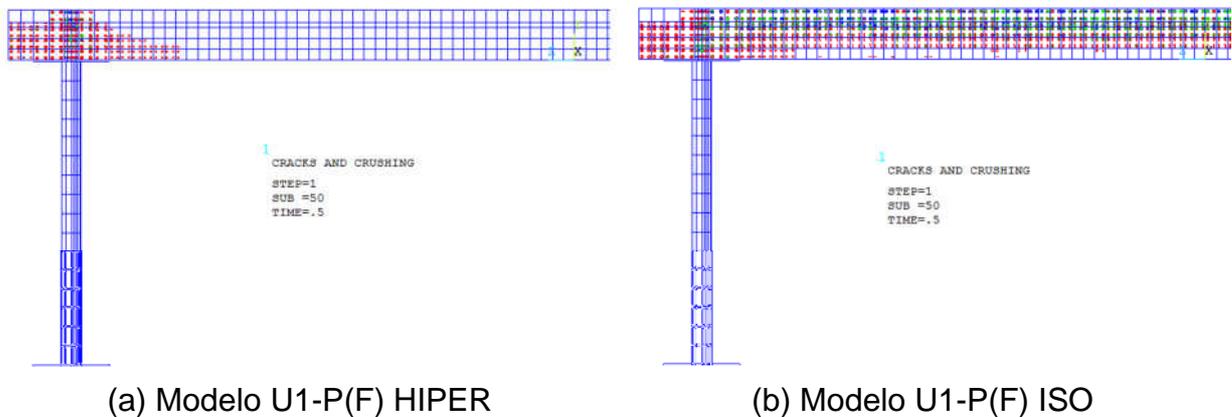
(c) Conexão

Nota: * Resultados obtidos do acervo pessoal de Calenzani

Fonte: Elaborado pelo autor

Por meio da observação do gráfico da rotação da laje, Figura 3.22(a), constata-se que tanto o modelo HIPER quanto o ISO representam bem o comportamento inicial da rotação da laje. A partir do momento de valor 2,0 kN.m, a propagação da fissuração torna-se intensa no experimento, e esse apresenta um comportamento mais próximo do modelo ISO do que do modelo HIPER. É interessante notar que o modelo HIPER, para o caso de momento negativo, apresenta-se muito mais rígido, com um nível de fissuração muito menor, para o mesmo nível de carregamento, que o modelo ISO, e, conseqüentemente, que o ensaio experimental (ver Figura 3.23).

Figura 3.23 - Fissuras na laje de concreto para momento igual a 3,04 kN.m



Fonte: Elaborado pelo autor

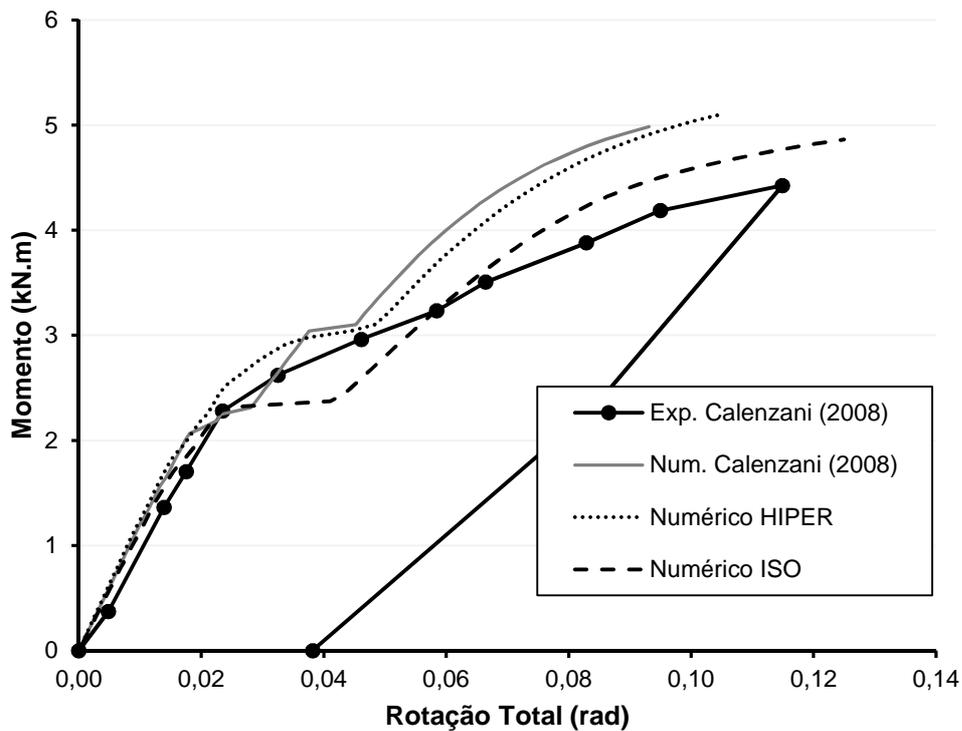
Os modelos numéricos apresentam uma boa concordância no trecho inicial com o experimental com relação à rotação da alma (Figura 3.22(b)). Do trecho central em diante, momento maior que 2,4 kN.m, as curvas numéricas passam a apresentar tangentes maiores que a experimental, tendo o modelo HIPER um melhor comportamento em relação ao experimento.

Com relação à rotação da conexão de cisalhamento (Figura 3.22(c)), os modelos numéricos têm comportamentos muitos semelhantes, contudo, em relação ao experimento, apresentam uma rigidez menor. Para esse experimento, o modelo numérico ISO é o que melhor concorda com as respostas experimentais, sobretudo para a rotação da laje e a rotação total.

3.3.4 Curvas para o modelo U2-P(A)

As curvas momento *versus* rotação total do modelo numérico U2-P(A) (laje plana e duas linhas de conectores de cisalhamento) com a força aplicada no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido estão exibidas na Figura 3.24. Pela análise das curvas é possível perceber uma melhor concordância entre o modelo numérico ISO e o experimental. Todos os modelos numéricos têm uma boa convergência no trecho inicial (momentos menores que 2,3 kN.m), ainda que um pouco mais rígidos que o experimento, contudo, após o patamar de fissuração da laje, o modelo numérico ISO é o que apresenta menores divergências.

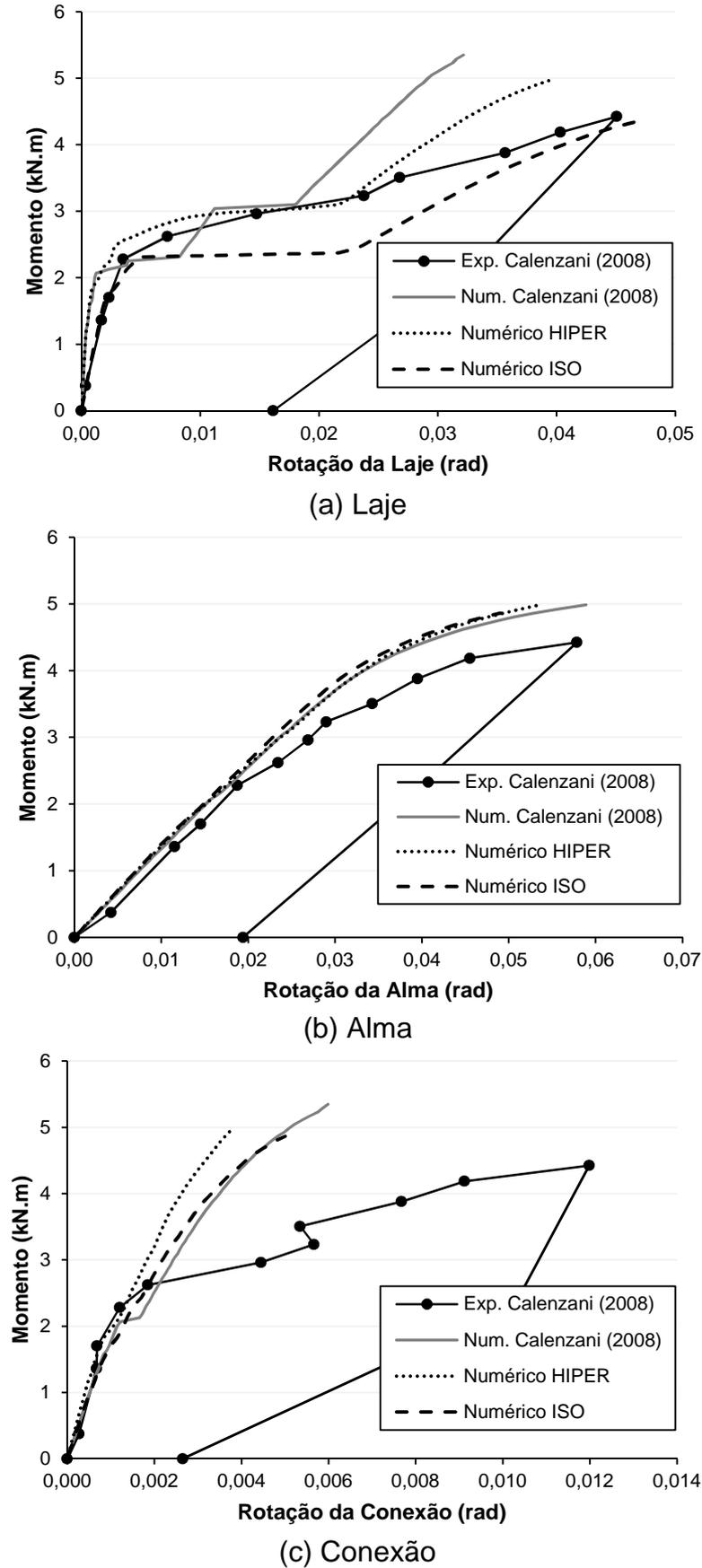
Figura 3.24 - Curvas momento *versus* rotação total do modelo U2-P(A)



Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 3.25 mostra as curvas momento *versus* rotação da laje, da alma e da conexão de cisalhamento, nessa ordem, para o modelo U2-P(A).

Figura 3.25 - Curvas momento versus rotação isolada do modelo U2-P(A)



Fonte: Elaborado pelo autor

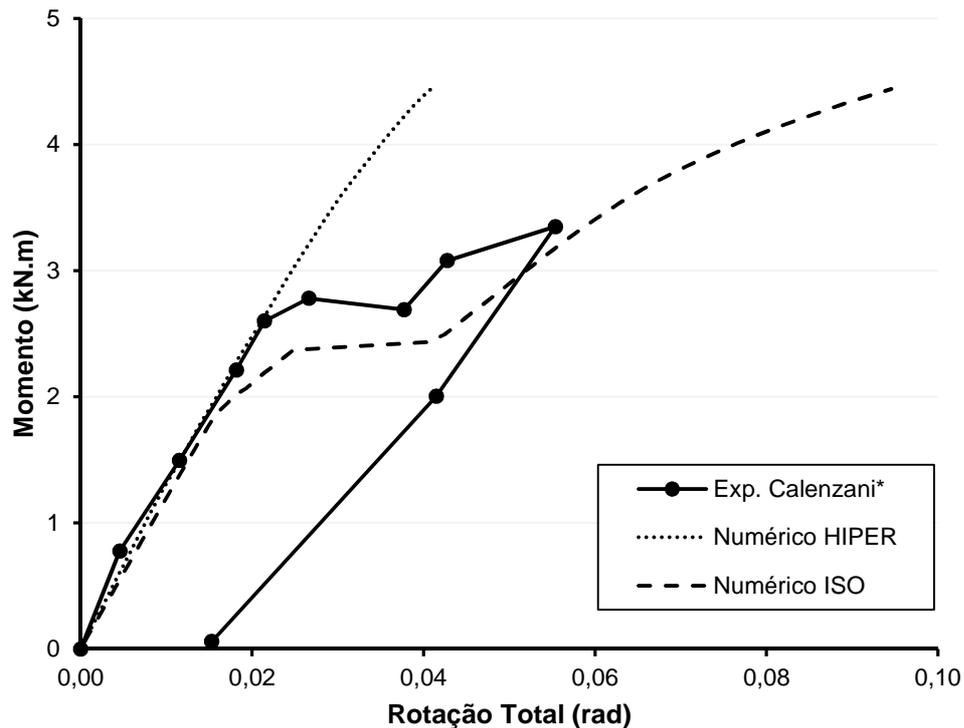
Para a rotação da laje, a Figura 3.25(a) mostra que o modelo numérico HIPER se comporta em geral mais rígido que o experimental, mas, no patamar de fissuração da laje, há uma melhor convergência. O modelo numérico ISO se comporta em relação ao experimental de maneira oposta ao HIPER, nos trechos inicial e final da curva apresenta uma boa concordância com o experimento, mas, no patamar de fissuração da laje, há uma maior divergência.

Independentemente de o modelo numérico ser HIPER ou ISO, as rotações da alma e da conexão, Figura 3.25(b) e Figura 3.25(c), respectivamente, apresentam uma boa concordância com o experimento até aproximadamente 2,5 kN.m, a partir daí os modelos numéricos se tornam mais rígidos, sobretudo com relação à conexão de cisalhamento.

3.3.5 Curvas para o modelo U2-P(F)

A Figura 3.26 mostra as curvas momento *versus* rotação total do modelo numérico U2-P(F) quando a força aplicada na mesa inferior do perfil de aço está no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido, gerando um momento negativo na laje de concreto. Ao analisar as curvas, é possível perceber uma boa concordância entre os modelos numéricos e o experimental na parte inicial da curva, com a curva do modelo numérico ISO se aproximando mais da experimental após o patamar de fissuração da laje.

A Figura 3.27 mostra as curvas momento *versus* rotação da laje, da alma e da conexão de cisalhamento, nessa ordem, para o modelo U2-P(F).

Figura 3.26 - Curvas momento *versus* rotação total do modelo U2-P(F)

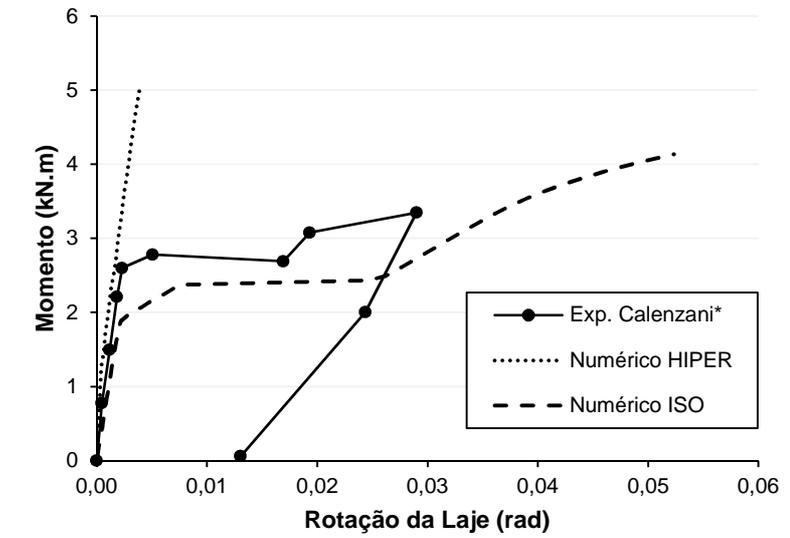
Nota: * Resultados obtidos do acervo pessoal de Calenzani

Fonte: Elaborado pelo autor

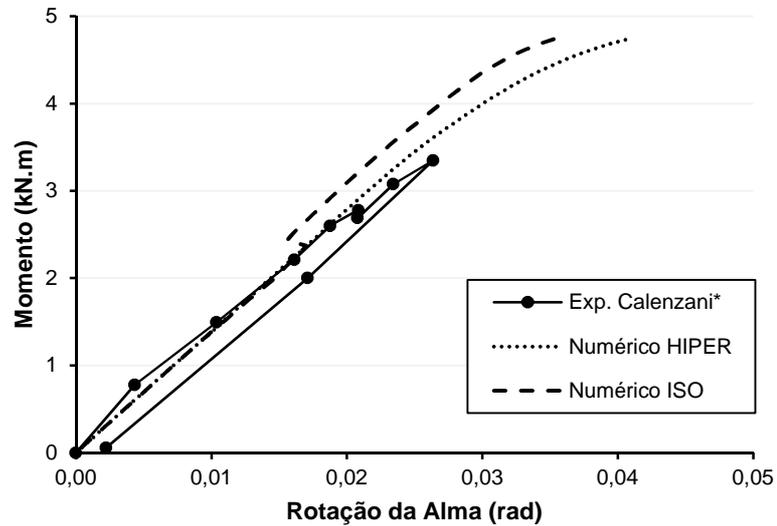
Ao analisar as curvas da rotação da laje, Figura 3.27(a), percebe-se que o experimento possui uma rigidez mais bem representada pelo modelo numérico HIPER até o momento de 2,5 kN.m, daí em diante, a laje começa a se fissurar e tende a se aproximar do modelo numérico ISO. Ainda que o modelo numérico ISO seja menos rígido que o experimento, de maneira geral, é o que mais bem representa o comportamento da rotação da laje no ensaio experimental.

Quanto à rotação da alma, Figura 3.27(b), os modelos numéricos apresentam uma boa convergência com o experimento. No que concerne à conexão de cisalhamento, Figura 3.27(c), o experimento tem um comportamento atípico para o trecho inicial, com valores negativos divergindo dos modelos numéricos, porém, para momentos maiores que 1,5 kN.m, percebe-se que o comportamento da rotação da conexão passa a apresentar valores positivos e concordantes com o modelo numérico ISO.

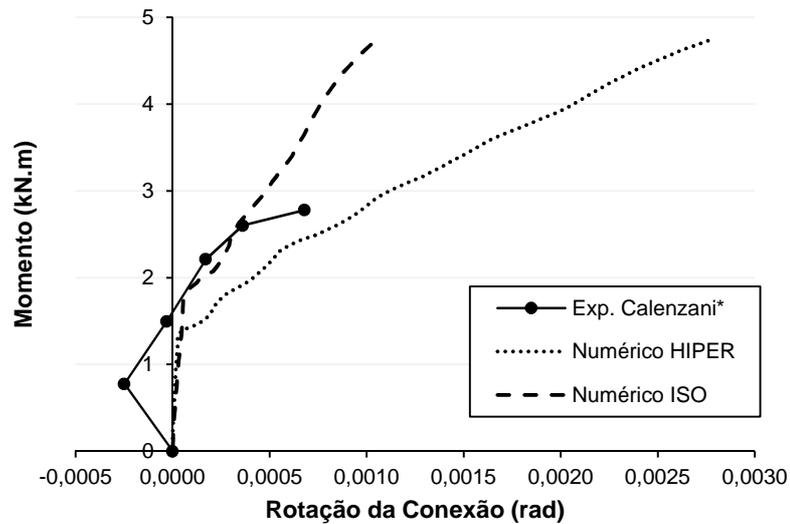
Figura 3.27 - Curvas momento versus rotação isolada do modelo U2-P(F)



(a) Laje



(b) Alma



(c) Conexão

Nota: * Resultados obtidos do acervo pessoal de Calenzani

Fonte: Elaborado pelo autor

3.3.6 Conclusão da validação dos modelos numéricos

Com base nos resultados dos modelos numéricos para o mecanismo “U” invertido, que representa uma viga mista de borda, é possível constatar que o modelo que melhor representa os ensaios experimentais é o do tipo ISO, pois apresentou valores, para maioria dos experimentos, mais concordantes tanto para o caso de momento positivo na laje (força no sentido de abrir o mecanismo) quanto para o caso de momento negativo (força no sentido de fechar o mecanismo).

Uma conclusão que deve ser destacada é a questão da influência do tipo de apoio da laje na resposta da rotação da laje. As outras rotações, a da alma e da conexão de cisalhamento, praticamente não são influenciadas pelos tipos de apoio.

Mesmo que a rotação da laje do modelo U1-P(A), para o tipo HIPER, tenha apresentado uma boa concordância com o resultado experimental, tal situação não pode prevalecer sobre as demais, pois é um comportamento atípico, tendo em vista que o modelo experimental foi simulado como do tipo ISO, e porque não representa o real comportamento de um sistema de piso de uma edificação, conforme explicado no subitem 3.3.2.

Sendo assim, o modelo numérico escolhido para analisar a rigidez rotacional de uma viga mista contínua ou semicontínua com laje maciça e alma não enrijecida é o modelo com apoios do tipo ISO.

4 AVALIAÇÃO DA FORMULAÇÃO DA ABNT NBR 8800:2008 PARA VIGAS DE BORDA

4.1 Introdução

Este capítulo se propõe a avaliar a formulação proposta pela ABNT NBR 8800:2008 para o cálculo da rigidez rotacional de uma viga mista de aço e concreto com laje maciça de concreto armado, subitem 1.2.3, projetada para servir de apoio à borda de laje. O estudo é feito por meio de uma análise paramétrica tendo como base os modelos numéricos aferidos no Capítulo 3. Entretanto, o perfil de aço de alma senoidal é substituído por um perfil de aço de alma plana não enrijecida.

O item 4.2 trata das relações constitutivas e propriedades dos materiais que são utilizados nos modelos da análise paramétrica, enquanto o item 4.3 aborda as condições de contorno dos modelos paramétricos, sendo apresentada uma pequena alteração no modo de aplicação da força em relação aos modelos numéricos aferidos. A definição da malha está descrita no item 4.4 e a definição dos parâmetros e elaboração dos modelos paramétricos estão contidos no item 4.5. O item 4.6 trata dos resultados dos modelos paramétricos e a adequação com os valores analíticos propostos pela ABNT NBR 8800:2008. Por fim, o item 4.7 traz um estudo do gráfico momento *versus* rotação da laje de concreto.

4.2 Relações constitutivas e propriedades dos materiais

As propriedades do material aço dos modelos paramétricos estão mostradas na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Propriedades do material aço dos modelos paramétricos

Propriedades	Valor (MPa)
Resistência ao escoamento do perfil	345
Resistência ao escoamento do conector de cisalhamento	350
Resistência ao escoamento das armaduras	500
Módulo de elasticidade do aço	200000
Módulo de elasticidade do aço das armaduras	200000

Fonte: Elaborado pelo autor

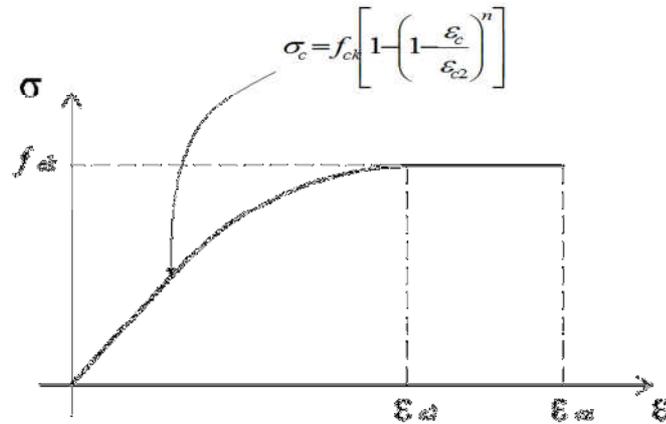
Da mesma forma que Calenzani (2008), neste trabalho, opta-se por trabalhar com concreto cuja resistência à compressão característica, f_{ck} , é de até 50 MPa (até classe C50 segundo a ABNT NBR 6118:2014). A resistência à tração direta é tomada como um décimo da resistência à compressão característica, ou seja, $f_{ct} = 0,10f_{ck}$, já que caracteriza bem os valores calculados para a resistência média à tração direta ($f_{ct,m}$), segundo a norma ABNT NBR 6118:2014, para os valores de f_{ck} estabelecidos neste trabalho. O módulo de elasticidade adotado é o secante, sendo calculado, conforme a ABNT NBR 8522:2003, para concreto de classe até C50 como:

$$E_{cs} = \alpha_i E_{ci} \quad (4.1)$$

onde α_i é um coeficiente determinado segundo a expressão $0,8 + 0,2(f_{ck}/80) \leq 1,0$ e E_{ci} o módulo de elasticidade inicial calculado como $\alpha_E 5600 \sqrt{f_{ck}}$, sendo α_E um coeficiente que leva em consideração o tipo de agregado empregado no concreto. Neste trabalho, adota-se α_E igual a 1,0, representando os agregados granito e gnaíse.

Quanto à relação constitutiva do material aço, não há mudança na descrição de seu comportamento uniaxial, permanecendo, portanto, elastoplástico bilinear, segundo a Figura 3.7 do subitem 3.2.2. No que tange ao concreto, há uma modificação no primeiro trecho da curva tensão *versus* deformação para tensões menores que $0,5f_{ck}$: antes linear, agora com comportamento parabólico até que a resistência à compressão característica seja alcançada (ABNT NBR 6118:2014), ver Figura 4.1.

Figura 4.1 - Curva tensão *versus* deformação do concreto para os modelos paramétricos



Fonte: Elaborado pelo autor

4.3 Condições de contorno

Os modelos paramétricos apresentam as mesmas condições de contorno dos modelos de aferição tipo ISO, descritas no subitem 3.2.3, excetuando o tipo de carregamento aplicado na mesa inferior do perfil de aço. Nos modelos de aferição, forças concentradas são aplicadas de acordo com os experimentos (Figura 3.11), enquanto nos modelos de parametrização uma força uniformemente distribuída é utilizada, conforme Figura 4.2.

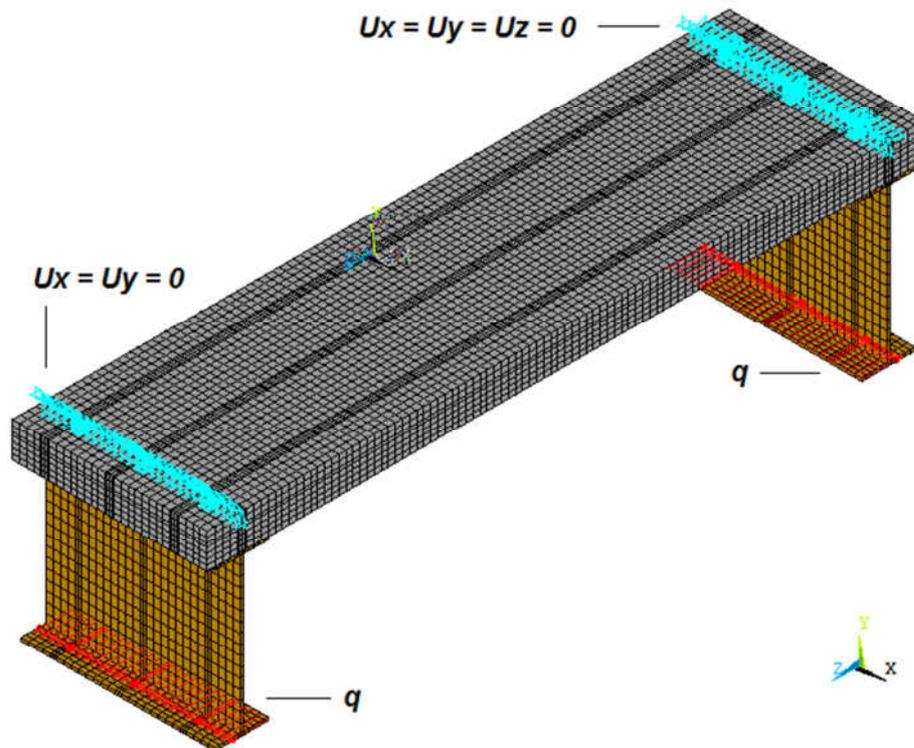
Uma estimativa para a força uniformemente distribuída, q (em kN por unidade de comprimento), na mesa inferior do perfil de aço, é feita tendo como base o estado-limite último de plastificação da alma do perfil de aço, sendo calculada por:

$$q = \frac{1}{4} \frac{t_w^2 f_y}{h_0} \quad (4.2)$$

onde h_0 é a distância entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço.

Esse critério para a estimativa da força é conveniente porque uma vez que a alma se plastifica, independentemente de haver ou não patamar de fissuração na laje de concreto, a capacidade de absorção de força do modelo se esgota.

Figura 4.2 - Condições de contorno dos modelos paramétricos



Fonte: Elaborado pelo autor

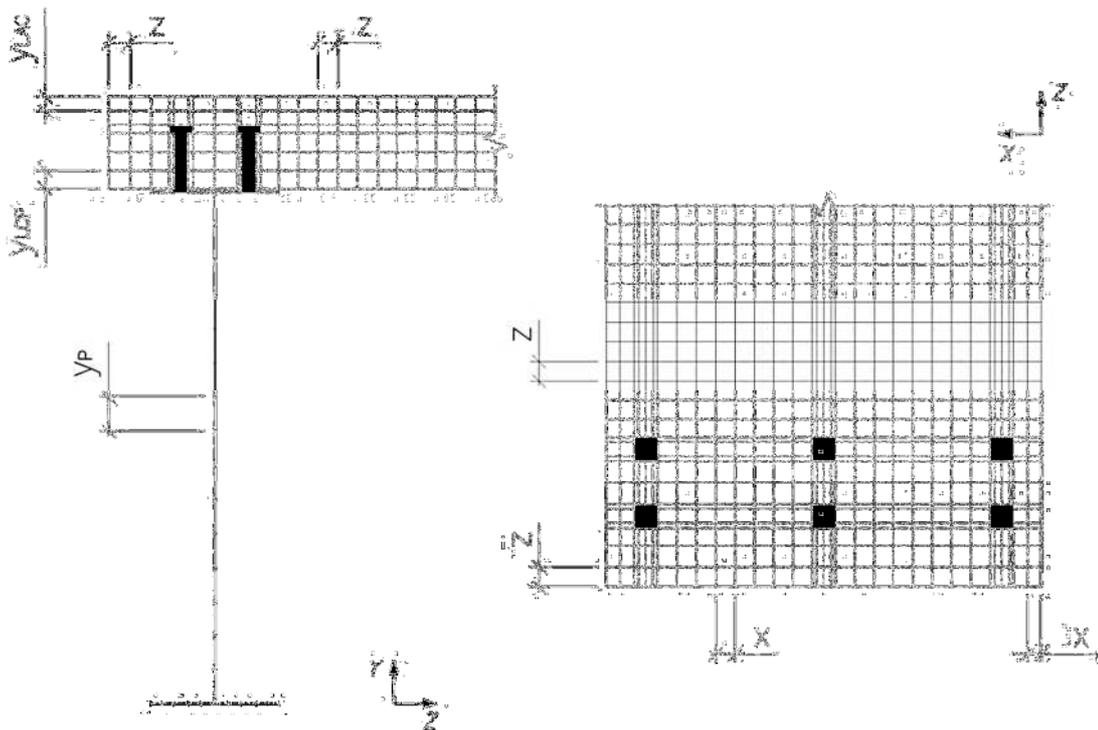
4.4 Definição da malha dos elementos finitos

Da mesma forma que os modelos de aferição, os modelos paramétricos também apresentam uma limitação em relação às dimensões dos elementos da laje devido ao modo de construção do conector de cisalhamento (ver Figura 3.14 do subitem 3.2.4). A dimensão 5,5 mm imposta à cabeça do conector de cisalhamento faz com que a dimensão máxima dos elementos sólidos fique restrita ao limite de 27,5 mm (igual a $5 \times 5,5$ mm). Tal característica impõe à laje de concreto uma boa discretização.

Contudo, um estudo da malha é efetuado para ratificar essa boa discretização da laje e determinar as dimensões da malha do perfil de aço. A Figura 4.3 mostra quais são as variáveis definidas para o estudo em questão, sendo: x a variável que controla o número de divisões entre as linhas de conectores e entre conectores e extremidades do modelo; y_P a que controla o número de divisões da alma do perfil; y_{LCP} a que controla o número de divisões da laje situada no corpo do conector; y_{LAC} a

que controla o número de divisões da laje localizada acima da cabeça do conector de cisalhamento; e z a variável responsável pelo controle do número de divisões da laje, na direção transversal às vigas, entre os perfis de aço do mecanismo “U” e entre os perfis de aço e as extremidades do modelo.

Figura 4.3 - Variáveis para estudo da malha



Fonte: Elaborado pelo autor

A Tabela 4.2 apresenta os valores atribuídos às variáveis de controle da malha de elementos finitos e os resultados obtidos para avaliar a precisão dessa malha. Neste estudo, o deslocamento lateral do nó central da mesa inferior do perfil de aço (com a força aplicada “abrindo” o mecanismo “U”, Figura 4.2) é selecionado para a análise. O modelo utilizado é o U3-P, Tabela 4.5, sendo aplicada uma força uniformemente distribuída na mesa inferior igual a 7,0 kN (esse valor é um pouco maior que o obtido pela equação (4.2), a saber, 6,75 kN), suficiente para garantir que o estado-limite último de plastificação da alma ocorra. Para o modelo U3-P, devido às características da laje de concreto, há a fissuração da laje de concreto antes que a alma se plastifique.

Conforme a Tabela 4.5, o modelo U3-P possui distância entre conectores de cisalhamento igual a 200 mm, distância entre conectores de cisalhamento e as bordas igual a 100 mm, altura da laje de 110 mm, altura do corpo do conector de 65 mm, altura da cabeça do conector de 10 mm e distância entre vigas do mecanismo “U” invertido igual a 2000 mm. Tendo como base essas medidas, atribuem-se às variáveis os seguintes valores: x igual a 6, 8, 10 e 12 divisões ou, respectivamente, 28,67, 21,50, 17,2 e 14,33 mm; y_P igual a 4, 8, 12, 16 e 20 divisões ou, respectivamente, 122,63, 61,31, 40,88, 30,56 e 24,53 mm; y_{LCP} igual a 3, 4 e 5 divisões ou, respectivamente, 21,67, 16,25 e 10,83 mm; y_{LAC} igual a 2 e 3 divisões ou, respectivamente, 17,5 e 11,67 mm; e z igual a 80, 100, 120 e 140 divisões ou, respectivamente, 22,94, 18,35, 15,29 e 13,11 mm.

Tabela 4.2 - Estudo da malha do modelo U3-P

Variável					Deslocamento lateral (mm)	Desvio Relativo (%)
y_{LCP}	y_{LAC}	y_P	x	z		
				140	70,3072	-
5	3	20	12	120	70,4708	0,2327
				100	70,4685	0,2294
				80	70,4170	0,1562
				80	70,4170	-
5	3	20	12	80	70,3799	-0,0527
			10	80	70,4062	-0,0153
			8	80	70,4581	0,0584
			6	80	70,4062	-
5	3	20	8	80	69,9463	-0,6532
		16	8	80	69,4792	-1,3166
		12	8	80	68,6227	-2,5331
		8	8	80	70,3507	-
5	3	16	8	80	70,3507	-
	2				70,3047	-0,0654
5					70,3047	-
4	2	16	8	80	67,2257	-4,3795
3					68,0364	-3,2264

Fonte: Elaborado pelo autor

Ao analisar os valores obtidos para o estudo da malha do modelo U3-P, conclui-se que a variável z influencia pouco os resultados. Dessa forma, estabelecendo um desvio máximo de 0,5%, pode-se escolher qualquer valor analisado para essa variável. No entanto, por questão de menor densidade de malha, escolhe-se o que acarreta menor tempo computacional de análise numérica, logo se fixa z igual a 80 divisões. Isto impõe aos demais modelos da análise paramétrica uma dimensão máxima nessa direção igual a 22,94 mm.

O mesmo argumento descrito no parágrafo anterior também se aplica à variável x . Todavia, nesse caso, não será escolhido o número de divisões igual a 6 porque corresponde a uma dimensão um pouco maior que o limite sugerido pelo ANSYS ($5 \times 5,5 = 27,5$ mm). Desse modo, o número de divisões estabelecido para a variável x é de 8 divisões, correspondendo a uma dimensão máxima de 21,50 mm.

A variável y_P , conforme se observa na Tabela 4.2, influencia consideravelmente a resposta numérica. Assim, obedecendo ao desvio máximo de 0,5% estabelecido, o número de divisões apropriado é de 16, o que equivale a uma dimensão máxima dos demais modelos paramétricos igual a 30,56 mm.

Similarmente às variáveis x e z , a variável y_{LAC} também não exerce uma grande influência nas respostas numéricas, por isso é escolhida sua menor divisão, 2, que corresponde a uma dimensão máxima de 17,5 mm.

Por último, nota-se que a variável y_{LCP} interfere bastante nas respostas, já que determina a posição da camada do elemento *SOLID65* que representa a armadura do concreto. Embora os desvios no valor do deslocamento lateral para a variável y_{LCP} igual a 3, 4 e 5 superem o limite máximo de 0,5% estabelecido, descarta-se trabalhar com um número de divisões maior, pois as dimensões da malha se tornariam muito pequenas.

A variável cobertura da armadura pode ser controlada pelo usuário, porém não se consegue um valor constante para o cobertura quando se varia o número de divisões no corpo do conector. A Tabela 4.3 mostra o número de divisões no corpo do conector, o cobertura de cálculo da armadura e o cobertura real da armadura.

Tabela 4.3 - Discretização do corpo do conector de cisalhamento

y_{LCP}	h_c (cm)	Esp. (cm)	* $c_{cálculo}$ (cm)	* c_{real} (cm)
5		1,300		3,25
4	6,5	1,625	3,0	2,4375
3		2,167		3,25

* este cobrimento não é aquele definido pela NBR 6118:2014 no seu subitem 7.4.7.5, mas sim a distância do eixo de simetria da armadura até à borda da laje de concreto.

Fonte: Elaborado pelo autor

Pela Tabela 4.3, verifica-se que o número de divisões igual a quatro para a variável y_{LCP} não pode ser tomado pois fornece um cobrimento menor que o de cálculo. A Tabela 4.4 mostra que tanto cinco quanto três divisões no corpo do conector de cisalhamento conduzem a rigidezes rotacionais da viga mista muito próximas entre si, com uma diferença relativa de 0,67%. A fim de reduzir o número de elementos, opta-se por definir o número de divisões do corpo do conector, y_{LCP} , igual a três, portanto uma dimensão máxima de 21,67 mm.

Tabela 4.4 - Rigidez rotacional do modelo U3-P

Modelo	y_{LCP}	$k_{1,n}$	$k_{2,n}$	$k_{3,n}$	$K_{r,n}$
U3-P	5	289,2	55,4	1505,3	45,1
	3	282,6	55,2	1523,8	44,8

Fonte: Elaborado pelo autor

4.5 Modelos paramétricos

Como já foi dito, os modelos paramétricos implementados têm as mesmas características dos modelos numéricos de aferição, exceto pela alma senoidal, que é substituída por uma alma plana não enrijecida e pela força concentrada, substituída por uma força uniformemente distribuída na mesa inferior do perfil de aço (Figura 4.2, item 4.3).

Os parâmetros estudados são definidos segundo as equações (1.3) e (1.7), subitem 1.2.3. Logo, os parâmetros que afetam a rigidez rotacional da laje de concreto são a altura da laje, a distância entre as vigas paralelas (a) e as taxas de armaduras de

reforço. Para a rigidez rotacional da alma do perfil, os parâmetros são a distância entre os centros geométricos da mesa superior e inferior do perfil (h_0) e a espessura da alma (t_w).

Os parâmetros que influenciam a rigidez rotacional da conexão de cisalhamento, definidos segundo os trabalhos de Calenzani (2008) e Chen (1992), são o número de conectores na seção transversal (N), o espaçamento longitudinal entre linhas de conectores (s), a altura do conector (h_c) e a largura (b_f) e a espessura (t_f) da mesa superior do perfil de aço.

A designação de cada modelo segue aquela definida por Calenzani (2008), segundo a qual a letra “U” representa o tipo de mecanismo da estrutura ensaiada (mecanismo “U” invertido contínuo) e a letra “P”, o tipo de laje da viga mista, a saber, laje plana, ou maciça. A numeração dos modelos paramétricos é feita dando continuidade aos modelos numéricos de aferição elaborados. Deste modo, o primeiro modelo paramétrico fica designado como U3-P, e assim sucessivamente.

Os perfis de aço utilizados no estudo paramétrico são o perfil soldado PS 500 x 54,8 com altura de 500 mm, espessura da alma igual a 8 mm e largura e espessura das mesas iguais a 165 e 9,5 mm, respectivamente, e o perfil soldado CVS 850 x 296,7 com altura de 850 mm, espessura da alma igual a 16 mm e largura e espessura das mesas iguais a 500 e 16 mm, respectivamente. Ambos os perfis estão listados na ABNT NBR 5884:2005.

Para o perfil PS 500 x 54,8, modelos U3-P ao U17-P e U33-P ao U37-P (Tabela 4.5), é utilizado conector de cisalhamento do tipo pino com cabeça com diâmetro de 19 mm e comprimento total, já descontada a redução devido ao processo de soldagem, de 75 mm, concreto da laje com f_{ck} de 25 MPa, cobrimento da armadura positiva igual a 2,43 cm e cobrimento da armadura negativa igual a 2,81 cm para os modelos U5-P e U6-P e 2,63 cm para os demais. Para o perfil CVS 850 x 296,7, modelos U18-P ao U32-P e U38-P ao U42-P (Tabela 4.5), é utilizado conector com diâmetro de 22 mm e comprimento total de 128 mm, concreto da laje com f_{ck} igual a 30 MPa e cobrimentos das armaduras positiva e negativa iguais a 3,0 cm. O cobrimento da

armadura é definido como a distância da borda externa da laje de concreto até o eixo central da barra de aço.

A Tabela 4.5 apresenta os modelos paramétricos estudados e os valores dos seus respectivos parâmetros. Acrescentam-se os modelos U33-P ao U42-P para que seja estudada a influência da relação k_1/k_2 no cálculo da rigidez rotacional da viga mista. Esses modelos possuem apenas uma linha de conectores soldados no centro da mesa superior do perfil de aço, ou seja, N igual a 1. Não são analisados modelos com duas linhas de conectores, N igual a 2, devido a pequena influência da rigidez da conexão de cisalhamento na rigidez rotacional total da viga, conforme será mostrado item 4.6.

As linhas destacadas representam os modelos padrões em cada tabela. A partir deles são feitas variações nos parâmetros, cujas células também são destacadas quando da mudança de seus valores.

Os modelos paramétricos têm seus comprimentos totais iguais a três vezes a distância entre linhas de conectores: dois espaçamentos longitudinais entre as linhas de conectores de cisalhamento e borda do perfil de aço ($s/2$) mais dois espaçamentos longitudinais entre linhas de conectores (s).

Tabela 4.5 - Modelos de parametrização

Modelo	Parâmetros da laje			Parâmetros da alma		Parâmetros da conexão de cisalhamento					d (mm)
	Altura (mm)	a (mm)	Taxa das Armaduras	h ₀ (mm)	t _w (mm)	N	s (mm)	h _c (mm)	b _f (mm)	t _f (mm)	
U3-P	110	2000	A _s =A _s =φ8c/200	490,5	8	1	200	75	165	9,5	500
U4-P	110	2000	A _s =A _s =φ8c/200	490,5	8	2	200	75	165	9,5	500
U5-P	150	2000	A _s =A _s =φ8c/200	490,5	8	1	200	75	165	9,5	500
U6-P	150	2000	A _s =A _s =φ8c/200	490,5	8	2	200	75	165	9,5	500
U7-P	110	3200	A _s =A _s =φ8c/200	490,5	8	1	200	75	165	9,5	500
U8-P	110	3200	A _s =A _s =φ8c/200	490,5	8	2	200	75	165	9,5	500
U9-P	110	2000	A _s =A _s =φ8c/120	490,5	8	1	200	75	165	9,5	500
U10-P	110	2000	A _s =A _s =φ8c/120	490,5	8	2	200	75	165	9,5	500
U11-P	110	2000	A _s =A _s =φ8c/200	490,5	4,8	1	200	75	165	9,5	500
U12-P	110	2000	A _s =A _s =φ8c/200	490,5	4,8	2	200	75	165	9,5	500
U13-P	110	2000	A _s =A _s =φ8c/200	490,5	8	1	300	75	165	9,5	500
U14-P	110	2000	A _s =A _s =φ8c/200	490,5	8	1	200	100	165	9,5	500
U15-P	110	2000	A _s =A _s =φ8c/200	490,5	8	1	200	75	250	9,5	500
U16-P	110	2000	A _s =A _s =φ8c/200	487,5	8	1	200	75	165	12,5	500
U17-P	110	2000	A _s =A _s =φ8c/200	290,5	8	1	200	75	165	9,5	300
U18-P	150	2400	A _s =A _s =φ10c/120	825	16	1	160	90	500	25	850
U19-P	150	2400	A _s =A _s =φ10c/120	825	16	2	160	90	500	25	850
U20-P	190	2400	A _s =A _s =φ10c/120	825	16	1	160	90	500	25	850
U21-P	190	2400	A _s =A _s =φ10c/120	825	16	2	160	90	500	25	850
U22-P	150	3000	A _s =A _s =φ10c/120	825	16	1	160	90	500	25	850
U23-P	150	3000	A _s =A _s =φ10c/120	825	16	2	160	90	500	25	850
U24-P	150	2400	A _s =A _s =φ12,5c/120	825	16	1	160	90	500	25	850
U25-P	150	2400	A _s =A _s =φ12,5c/120	825	16	2	160	90	500	25	850
U26-P	150	2400	A _s =A _s =φ10c/120	825	12,5	1	160	90	500	25	850
U27-P	150	2400	A _s =A _s =φ10c/120	825	12,5	2	160	90	500	25	850
U28-P	150	2400	A _s =A _s =φ10c/120	825	16	1	240	90	500	25	850
U29-P	150	2400	A _s =A _s =φ10c/120	825	16	1	160	128	500	25	850
U30-P	150	2400	A _s =A _s =φ10c/120	825	16	1	160	90	350	25	850
U31-P	150	2400	A _s =A _s =φ10c/120	818,5	16	1	160	90	500	31,5	850
U32-P	150	2400	A _s =A _s =φ10c/120	975	16	1	160	90	500	25	1000
U33-P	90	2500	A _s =A _s =φ6,3c/120	490,5	8	1	200	75	165	9,5	500
U34-P	110	2000	A _s =A _s =φ10c/150	490,5	8	1	200	75	165	9,5	500
U35-P	110	2000	A _s =A _s =φ10c/100	490,5	8	1	200	75	165	9,5	500
U36-P	120	1900	A _s =A _s =φ10c/120	490,5	8	1	200	75	165	9,5	500
U37-P	130	2000	A _s =A _s =φ10c/120	490,5	8	1	200	75	165	9,5	500
U38-P	150	1800	A _s =A _s =φ12,5c/100	825	16	1	160	90	500	25	850
U39-P	170	2200	A _s =A _s =φ12,5c/100	825	16	1	160	90	500	25	850
U40-P	170	1800	A _s =A _s =φ12,5c/100	825	16	1	160	90	500	25	850
U41-P	190	2100	A _s =A _s =φ12,5c/100	825	16	1	160	90	500	25	850
U42-P	210	2400	A _s =A _s =φ12,5c/100	825	16	1	160	90	500	25	850

Fonte: Elaborado pelo autor

4.6 Resultados e discussões dos modelos paramétricos

Neste item estão contidos os resultados e discussões da análise paramétrica desenvolvida para a força aplicada tanto no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido quanto no sentido de fechá-lo. Os resultados obtidos para a rigidez rotacional são confrontados com aqueles propostos pela norma ABNT NBR 8800:2008 para averiguar a precisão do método adotado pela referida norma.

Os resultados obtidos serão mostrados e discutidos nos subitens 4.6.1 a 4.6.3 por meio de tabelas contendo as rigidezes rotacionais numéricas da laje de concreto ($k_{1,n}$), da alma do perfil de aço ($k_{2,n}$), da conexão de cisalhamento ($k_{3,n}$) e a total ($k_{r,n}$), bem como as rigidezes rotacionais analíticas da laje de concreto ($k_{1,a}$), da alma do perfil de aço ($k_{2,a}$) e a total ($k_{r,a}$), segundo a ABNT NBR 8800:2008. A tabela também mostra: (i) as relações entre as rigidezes rotacionais analíticas e numéricas para a laje de concreto, a alma do perfil de aço e para a total; (ii) as contribuições parciais das rigidezes numéricas isoladas em relação à rigidez rotacional da viga mista; e (iii) a razão $k_{1,a}/k_{2,a}$.

Os valores da rigidez rotacional da alma do perfil de aço ($k_{2,n}$) e da conexão de cisalhamento ($k_{3,n}$) são determinados na fase elástica das respectivas curvas momento *versus* rotação, limitado a um momento máximo igual a 1,0 kN.m. A rigidez rotacional da laje de concreto ($k_{1,n}$) é determinada na curva momento *versus* rotação: (i) após o patamar de fissuração da laje, no trecho anterior ao colapso por fissuração excessiva da laje; ou (ii) após o patamar de fissuração da laje, no trecho anterior ao colapso por plastificação da alma; ou (iii) antes do patamar de fissuração da laje, no trecho anterior ao colapso por plastificação da alma.

4.6.1 Força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido

Os resultados obtidos quando a força está no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido podem ser visualizados na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 - Resultados dos modelos paramétricos com a força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido

Modelo	Rigidez rotacional numérica (kN.m/rad.m)				Rigidez rotacional analítica (kN.m/rad.m)			Razão Analítico/Numérico			Rigidezes Parciais Numérica			Razão $k_{1,a}/k_{2,a}$
	$k_{1,n}$	$k_{2,n}$	$k_{3,n}$	$k_{r,n}$	$k_{1,a}$	$k_{2,a}$	$k_{r,a}$	$k_{1,a}/k_{1,n}$	$k_{2,a}/k_{2,n}$	$k_{r,a}/k_{r,n}$	$k_{1,n}$	$k_{2,n}$	$k_{3,n}$	
U3-P	256,1	55,2	1459,5	44,0				1,08	1,04	1,08	17,2%	79,8%	3,0%	
U4-P	254,5	54,8	6031,2	44,7	276,3	57,4	47,5	1,09	1,05	1,06	17,6%	81,7%	0,7%	4,8
U5-P	335,0	55,2	1514,9	46,0				-	-	-	13,7%	83,2%	3,0%	
U6-P	196,5	54,7	5703,2	42,5	432,4	57,4	50,6	-	-	-	21,6%	77,6%	0,7%	7,5
U7-P	159,4	55,2	1454,0	39,9				1,08	1,04	1,08	25,0%	72,2%	2,7%	
U8-P	161,2	54,8	5320,0	40,6	172,7	57,4	43,1	1,07	1,05	1,06	25,2%	74,1%	0,8%	3,0
U9-P	512,8	55,2	1505,2	48,2				1,18	1,04	1,09	9,4%	87,4%	3,2%	
U10-P	522,2	54,7	5588,2	49,1	606,7	57,4	52,4	1,16	1,05	1,07	9,4%	89,7%	0,9%	10,6
U11-P	1178,1	27,2	1427,5	26,1				-	-	-	2,2%	96,0%	1,8%	
U12-P	394,5	27,1	5204,5	25,2	276,3	28,0	25,4	-	-	-	6,4%	93,1%	0,5%	9,9
U13-P	250,8	55,5	1222,4	43,8	276,3	57,4	47,5	1,10	1,03	1,08	17,5%	78,9%	3,6%	4,8
U14-P	248,0	55,2	1461,8	43,8	251,0	57,4	46,7	1,01	1,04	1,07	17,7%	79,3%	3,0%	4,4
U15-P	260,0	55,2	1461,4	44,1	276,3	57,4	47,5	1,06	1,04	1,08	17,0%	80,0%	3,0%	4,8
U16-P	251,0	56,0	2158,5	44,8	276,3	57,4	47,5	1,10	1,02	1,06	17,9%	80,1%	2,1%	4,8
U17-P	220,5	93,0	1473,0	62,6	276,3	96,8	71,7	1,25	1,04	1,14	28,4%	67,3%	4,3%	2,9
U18-P	937,2	258,8	8247,7	197,9	1084,8	272,8	218,0	1,16	1,05	1,10	21,1%	76,5%	2,4%	4,0
U19-P	1045,6	254,8	209822,9	204,7				1,04	1,07	1,06	19,6%	80,3%	0,1%	
U20-P	1738,1	258,8	8656,9	219,5	2024,1	272,8	240,4	1,16	1,05	1,09	12,6%	84,8%	2,5%	7,4
U21-P	1913,4	255,0	273672,9	224,8				1,06	1,07	1,07	11,7%	88,2%	0,1%	
U22-P	773,9	258,8	8246,3	189,5	867,8	272,8	207,6	1,12	1,05	1,10	24,5%	73,2%	2,3%	3,2
U23-P	809,5	254,8	209454,2	193,6				1,07	1,07	1,07	23,9%	76,0%	0,1%	
U24-P	1353,2	258,8	8257,9	211,7	1550,4	272,8	232,0	1,15	1,05	1,10	15,6%	81,8%	2,6%	5,7
U25-P	1502,6	254,9	211362,5	217,7				1,03	1,07	1,07	14,5%	85,4%	0,1%	
U26-P	978,2	123,9	8219,0	108,5	1084,8	130,1	116,2	1,11	1,05	1,07	11,1%	87,6%	1,3%	8,3
U27-P	1004,5	123,0	209102,1	109,5				1,08	1,06	1,06	10,9%	89,0%	0,1%	
U28-P	964,8	262,4	7183,1	200,6	1084,8	272,8	218,0	1,12	1,04	1,09	20,8%	76,4%	2,8%	4,0
U29-P	975,8	258,8	8265,4	199,6	1094,7	272,8	218,4	1,12	1,05	1,09	20,5%	77,1%	2,4%	4,0
U30-P	948,4	258,9	8349,4	198,5	1084,8	272,8	218,0	1,14	1,05	1,10	20,9%	76,7%	2,4%	4,0
U31-P	955,5	261,6	11697,5	201,9	1084,8	272,8	218,0	1,14	1,04	1,08	21,1%	77,1%	1,7%	4,0
U32-P	971,0	218,1	7887,7	174,2	1084,8	230,8	190,3	1,12	1,06	1,09	17,9%	79,9%	2,2%	4,7
U33-P	82,3	55,2	1352,8	32,3	96,5	57,4	36,0	1,17	1,04	1,12	39,2%	58,4%	2,4%	1,7
U34-P	431,7	55,2	1471,6	47,4	508,6	57,4	51,5	1,18	1,04	1,09	11,0%	85,8%	3,2%	8,9
U35-P	555,1	55,2	1479,5	48,6	698,1	57,4	53,0	1,26	1,04	1,09	8,7%	88,0%	3,3%	12,2
U36-P	644,3	55,2	1487,7	49,2	815,6	57,4	53,6	-	-	-	7,6%	89,1%	3,3%	14,2
U37-P	730,5	55,2	1506,0	49,6	964,9	57,4	54,1	-	-	-	6,8%	89,9%	3,3%	16,8
U38-P	2048,7	258,8	8264,0	223,6	2378,6	272,8	244,7		1,05	1,09	10,9%	86,4%	2,7%	8,7
U39-P	2345,2	258,8	8503,3	226,9	2745,3	272,8	248,1	1,17	1,05	1,09	9,7%	87,7%	2,7%	10,1
U40-P	2886,9	258,8	8498,1	231,0	3355,4	272,8	252,3	1,16	1,05	1,09	8,0%	89,3%	2,7%	12,3
U41-P	3041,3	258,9	8295,4	231,9	3867,0	272,8	254,8	1,27	1,05	1,10	7,6%	89,6%	2,8%	14,2
U42-P	3648,1	258,9	8370,2	235,0	4387,0	272,8	256,8	1,20	1,05	1,09	6,4%	90,8%	2,8%	16,1

Fonte: Elaborado pelo autor

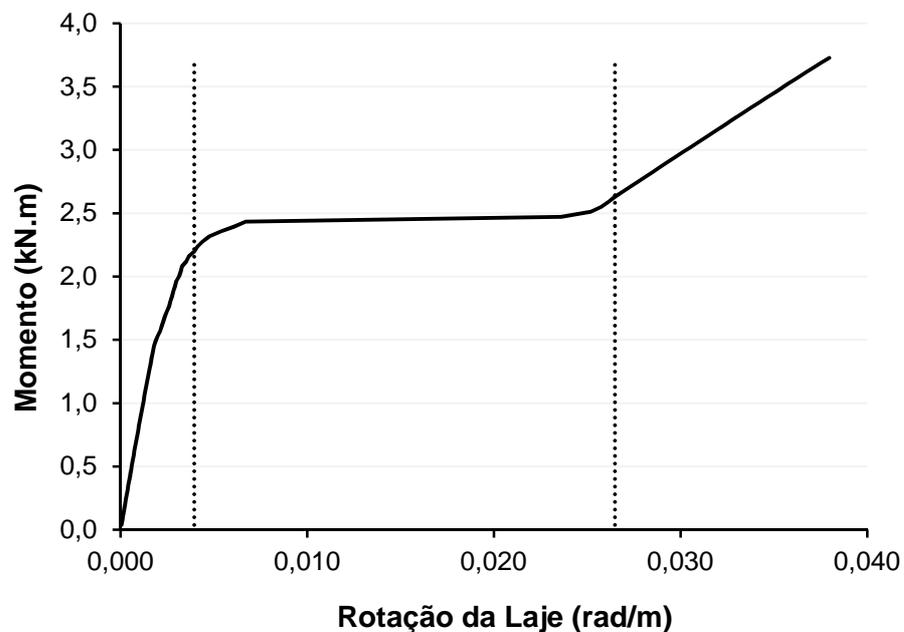
Pela Tabela 4.6, é possível concluir que a rigidez rotacional da conexão de cisalhamento praticamente não influencia a rigidez rotacional total, sendo sua contribuição máxima igual a 4,3% (modelo U17-P) para um conector de cisalhamento na seção transversal (N igual a 1) e 0,9% (modelo U10-P) para dois conectores de cisalhamento (N igual a 2). Tal constatação vai ao encontro do

procedimento adotado pela ABNT NBR 8800:2008 que despreza a rigidez da conexão de cisalhamento no cálculo da rigidez rotacional da viga mista.

Os valores numéricos da rigidez rotacional da alma do perfil são próximos dos valores analíticos, segundo a equação (1.7) do subitem 1.2.3, com um desvio máximo de 7% para os modelos U19-P, U21-P, U23-P e U25-P.

Com relação à rigidez rotacional da laje de concreto, a Tabela 4.6 apresenta algumas linhas sombreadas, pois, para esses casos (modelos U5-P, U6-P, U11-P, U12-P, U36-P e U37-P), há a plastificação da alma do perfil de aço antes que a laje se fissure por completo. Conforme ilustra a Figura 4.4, a curva momento *versus* rotação da laje é dividida em três trechos (separados por linhas verticais pontilhadas): (I) fase elástica; (II) fase de elevada rotação a pequeno acréscimo de momento; e (III) fase após a fissuração total da laje. Uma vez que a rigidez rotacional da laje de concreto é calculada desprezando o concreto tracionado, portanto, com base no terceiro trecho da curva, torna-se discordante a comparação dos resultados numéricos com os analíticos para os casos supracitados.

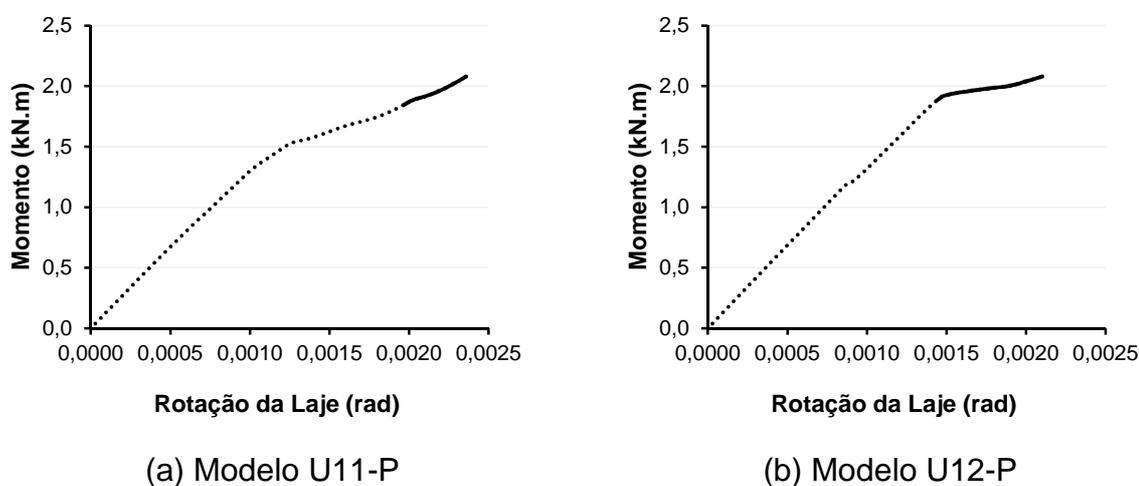
Figura 4.4 - Curva momento *versus* rotação da laje do modelo U7-P



Fonte: Elaborado pelo autor

Para as linhas sombreadas, a rigidez rotacional da laje de concreto coincide ora com o primeiro trecho, gerando um valor consideravelmente maior de rigidez rotacional que o do terceiro trecho, ora com o segundo trecho, gerando valor de rigidez rotacional diferente – para mais ou para menos – daquele determinado no terceiro trecho. A Figura 4.5 mostra as curvas momento *versus* rotação da laje dos modelos U11-P e U12-P, exemplificando o caso do segundo trecho da curva. As linhas cheias indicam os pontos utilizados para medição da rigidez rotacional.

Figura 4.5 - Curvas momento *versus* rotação dos modelos U11-P e U12-P



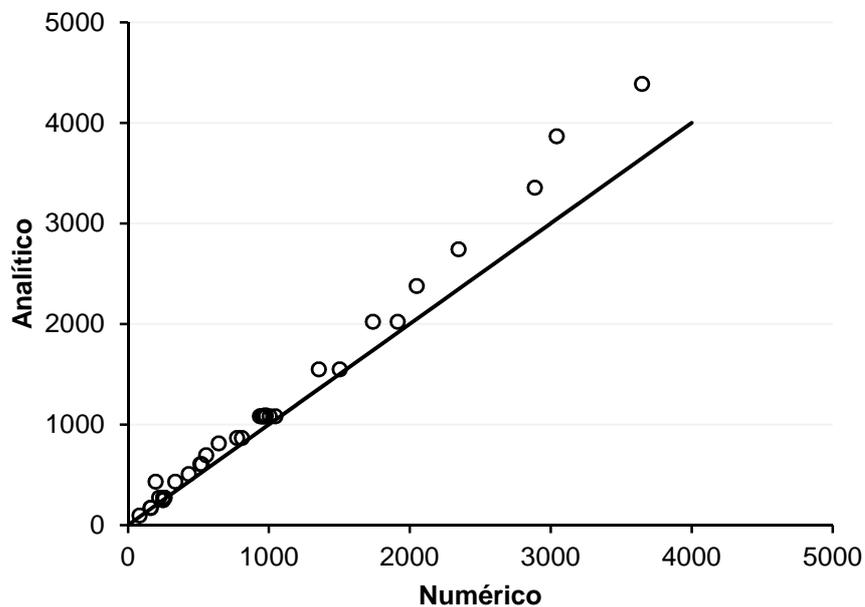
Fonte: Elaborado pelo autor

Para os modelos em que as curvas momento *versus* rotação da laje possuem os três trechos, os valores analíticos da rigidez rotacional da laje são superiores aos numéricos e a razão $k_{1,a}/k_{1,n}$ varia deste 1,01 a 1,27. Isto indica que, quando a força é aplicada no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido, a rigidez rotacional da laje tende a ser superestimada pelo método analítico prescrito pela norma ABNT NBR 8800:2008.

Quando N é igual a 2, a rigidez rotacional da laje de concreto é, em sua maioria, um pouco maior que quando N é igual a 1, sendo a variação máxima igual a 12% para os modelos paramétricos estudados. Ainda é interessante notar que, para N igual a 2, a rigidez rotacional da viga mista, k_r , tende a se aproximar mais do método analítico, pois a parcela de contribuição da rigidez rotacional da conexão de cisalhamento passa a ser ínfima (menor que 1%).

A Figura 4.6 mostra a comparação dos valores numéricos e analíticos da rigidez rotacional da laje de concreto, k_1 . É possível concluir que os valores analíticos da rigidez rotacional da laje de concreto são maiores que os valores numéricos, conforme mencionado, e que quanto maior a rigidez rotacional da laje de concreto mais se destaca o desvio relativo, portanto mais se afastam os pontos da linha de ajuste perfeito.

Figura 4.6 - Gráfico do ajuste perfeito da rigidez rotacional k_1 com a força no sentido de abrir o mecanismo "U" invertido

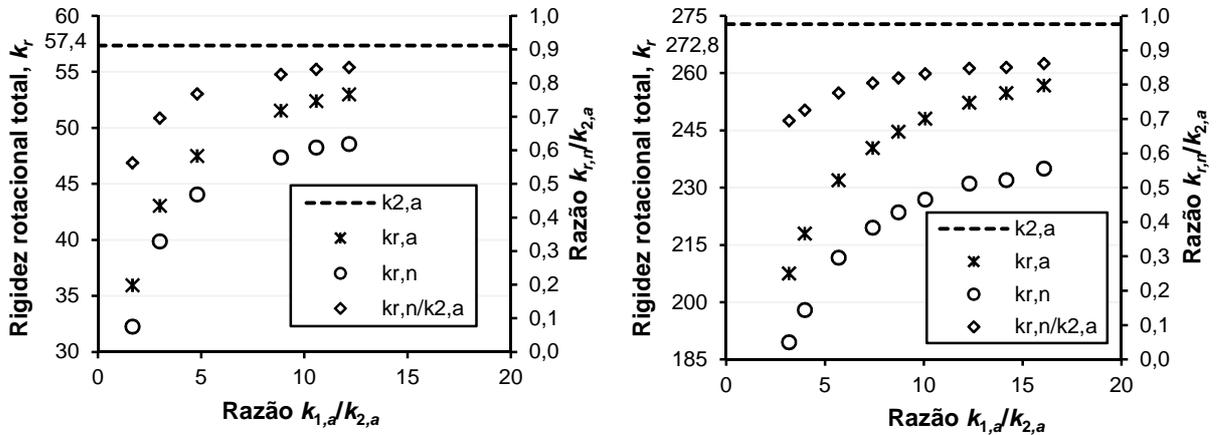


Fonte: Elaborado pelo autor

Outra conclusão é a de que quanto maior a relação $k_{1,a}/k_{2,a}$, menor é a parcela de participação da laje de concreto na rigidez rotacional da viga mista, logo a rigidez rotacional da viga mista tende a se aproximar de um percentual da rigidez rotacional da alma do perfil. A Figura 4.7 ajuda a elucidar a conclusão supracitada.

Ao comparar os valores numéricos da rigidez rotacional total da viga mista com os analíticos, constata-se que há uma variação entre eles de 1,06 a 1,14. Assim, o método prescrito pela norma ABNT NBR 8800:2008 apresenta uma concordância razoável com os valores numéricos.

Figura 4.7 - Gráficos da rigidez rotacional total *versus* razão $k_{1,d}/k_{2,a}$ para $N=1$ com a força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido



(a) Perfil com $d=500$ mm

(b) Perfil com $d=850$ mm

Fonte: Elaborado pelo autor

4.6.2 Força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido

A Tabela 4.7 mostra os resultados obtidos para o caso em que a força está no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido.

Analogamente, percebe-se que a contribuição da rigidez rotacional da conexão de cisalhamento na rigidez rotacional total da viga mista é muito pequena, correspondendo a uma porcentagem máxima igual a 4,3% (modelo U17-P) para um conector de cisalhamento na seção transversal da viga (N igual a 1) e igual 0,8% (modelo U6-P) para dois conectores (N igual a 2). Por conseguinte, a rigidez da conexão de cisalhamento pode ser desprezada como prescreve a norma ABNT NBR 8800:2008.

Os valores numéricos da rigidez rotacional da alma do perfil têm boa concordância com valores analíticos, equação (1.7) do subitem 1.2.3, com um desvio máximo de 7% para os modelos U19-P, U21-P, U23-P e U25-P.

Tabela 4.7 - Resultados dos modelos paramétricos com a força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido

Modelo	Rigidez rotacional numérica (kN.m/rad.m)				Rigidez rotacional analítica (kN.m/rad.m)			Razão Analítico/Numérico			Rigidezes Parciais Numérica			Razão $k_{1,a}/k_{2,a}$
	$k_{1,n}$	$k_{2,n}$	$k_{3,n}$	$k_{r,n}$	$k_{1,a}$	$k_{2,a}$	$k_{r,a}$	$k_{1,a}/k_{1,n}$	$k_{2,a}/k_{2,n}$	$k_{r,a}/k_{r,n}$	$k_{1,n}$	$k_{2,n}$	$k_{3,n}$	
U3-P	296,0	55,2	1546,5	45,2	263,5	57,4	47,1	0,89	1,04	1,04	15,3%	81,8%	2,9%	4,6
U4-P	274,8	54,7	6403,3	45,3	263,5	57,4	47,1	0,96	1,05	1,04	16,5%	82,8%	0,7%	
U5-P	665,4	55,2	1549,6	49,3	416,2	57,4	50,4	-	-	-	7,4%	89,4%	3,2%	7,3
U6-P	3434,3	54,7	6462,0	53,4	416,2	57,4	50,4	-	-	-	1,6%	97,6%	0,8%	
U7-P	183,5	55,2	1546,7	41,3	164,7	57,4	42,5	0,90	1,04	1,03	22,5%	74,8%	2,7%	2,9
U8-P	174,2	54,7	6412,7	41,3	164,7	57,4	42,5	0,95	1,05	1,03	23,7%	75,6%	0,6%	
U9-P	579,8	55,2	1548,4	48,8	577,6	57,4	52,2	1,00	1,04	1,07	8,4%	88,4%	3,2%	10,1
U10-P	498,9	54,7	6397,5	48,9	577,6	57,4	52,2	1,16	1,05	1,07	9,8%	89,4%	0,8%	
U11-P	2328,7	27,2	1526,4	26,4	263,5	28,0	25,3	-	-	-	1,1%	97,1%	1,7%	9,4
U12-P	2295,3	27,1	6323,3	26,6	263,5	28,0	25,3	-	-	-	1,2%	98,4%	0,4%	
U13-P	285,5	55,5	1274,7	44,8	263,5	57,4	47,1	0,92	1,03	1,05	15,7%	80,8%	3,5%	4,6
U14-P	275,1	55,2	1552,1	44,6	263,5	57,4	47,1	0,96	1,04	1,05	16,2%	80,9%	2,9%	4,6
U15-P	292,7	55,2	1516,8	45,1	263,5	57,4	47,1	0,90	1,04	1,05	15,4%	81,6%	3,0%	4,6
U16-P	286,1	56,0	2347,3	45,9	263,5	57,4	47,1	0,92	1,02	1,03	16,1%	82,0%	2,0%	4,6
U17-P	282,7	92,9	1572,3	67,0	263,5	96,8	70,8	0,93	1,04	1,06	23,7%	72,1%	4,3%	2,7
U18-P	1166,0	258,8	8842,1	206,8	1084,8	272,8	218,0	0,93	1,05	1,05	17,7%	79,9%	2,3%	4,0
U19-P	1144,5	255,1	109335,4	208,2	1084,8	272,8	218,0	0,95	1,07	1,05	18,2%	81,6%	0,2%	
U20-P	2066,1	258,8	9015,6	224,2	2024,1	272,8	240,4	0,98	1,05	1,07	10,9%	86,7%	2,5%	7,4
U21-P	1952,6	255,3	123227,1	225,4	2024,1	272,8	240,4	1,04	1,07	1,07	11,5%	88,3%	0,2%	
U22-P	907,0	258,8	8843,1	196,8	867,8	272,8	207,6	0,96	1,05	1,05	21,7%	76,1%	2,2%	3,2
U23-P	874,7	255,1	109606,3	197,2	867,8	272,8	207,6	0,99	1,07	1,05	22,5%	77,3%	0,2%	
U24-P	1623,6	258,8	8835,2	217,7	1550,4	272,8	232,0	0,95	1,05	1,07	13,4%	84,1%	2,5%	5,7
U25-P	1526,1	255,1	109700,0	218,2	1550,4	272,8	232,0	1,02	1,07	1,06	14,3%	85,5%	0,2%	
U26-P	1092,4	123,9	8867,5	109,9	1084,8	130,1	116,2	0,99	1,05	1,06	10,1%	88,7%	1,2%	8,3
U27-P	1236,3	123,0	109152,1	111,8	1084,8	130,1	116,2	0,88	1,06	1,04	9,0%	90,9%	0,1%	
U28-P	1155,7	262,3	7710,7	208,0	1084,8	272,8	218,0	0,94	1,04	1,05	18,0%	79,3%	2,7%	4,0
U29-P	1200,6	258,8	8837,5	207,9	1144,7	272,8	220,3	0,95	1,05	1,06	17,3%	80,3%	2,4%	4,2
U30-P	1092,9	258,8	8964,0	204,5	1084,8	272,8	218,0	0,99	1,05	1,07	18,7%	79,0%	2,3%	4,0
U31-P	1160,4	261,6	13255,8	210,1	1084,8	272,8	218,0	0,93	1,04	1,04	18,1%	80,3%	1,6%	4,0
U32-P	1161,4	218,1	8765,6	179,8	1084,8	230,8	190,3	0,93	1,06	1,06	15,5%	82,5%	2,1%	4,7
U33-P	88,1	55,2	1516,9	33,2	95,0	57,4	35,8	1,08	1,04	1,08	37,7%	60,1%	2,2%	1,7
U34-P	493,7	55,2	1547,8	48,1	484,4	57,4	51,3	0,98	1,04	1,07	9,7%	87,1%	3,1%	8,4
U35-P	610,2	55,2	1548,3	49,0	664,3	57,4	52,8	1,09	1,04	1,08	8,0%	88,8%	3,2%	11,6
U36-P	1724,7	55,2	1551,5	51,7	851,4	57,4	53,7	-	-	-	3,0%	93,7%	3,3%	14,8
U37-P	3684,7	55,2	1553,6	52,5	903,1	57,4	53,9	-	-	-	1,4%	95,2%	3,4%	15,7
U38-P	2610,8	258,8	8823,5	229,3	2378,6	272,8	244,7	0,91	1,05	1,07	8,8%	88,6%	2,6%	8,7
U39-P	2789,2	258,8	8941,9	230,7	2745,3	272,8	248,1	0,98	1,05	1,08	8,3%	89,1%	2,6%	10,1
U40-P	3633,3	258,8	8937,5	235,2	3355,4	272,8	252,3	0,92	1,05	1,07	6,5%	90,9%	2,6%	12,3
U41-P	4008,5	258,9	8753,8	236,6	3867,0	272,8	254,8	0,96	1,05	1,08	5,9%	91,4%	2,7%	14,2
U42-P	18986,9	258,9	8685,8	248,1	4387,0	272,8	256,8	-	-	-	1,3%	95,8%	2,9%	16,1

Fonte: Elaborado pelo autor

Os modelos paramétricos com a força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido também apresentam situações nas quais a curva momento *versus* rotação da laje não possui o terceiro trecho, sendo esses modelos destacados, conforme se vê na Tabela 4.7, por meio de linhas sombreadas. Nesses casos, não há a

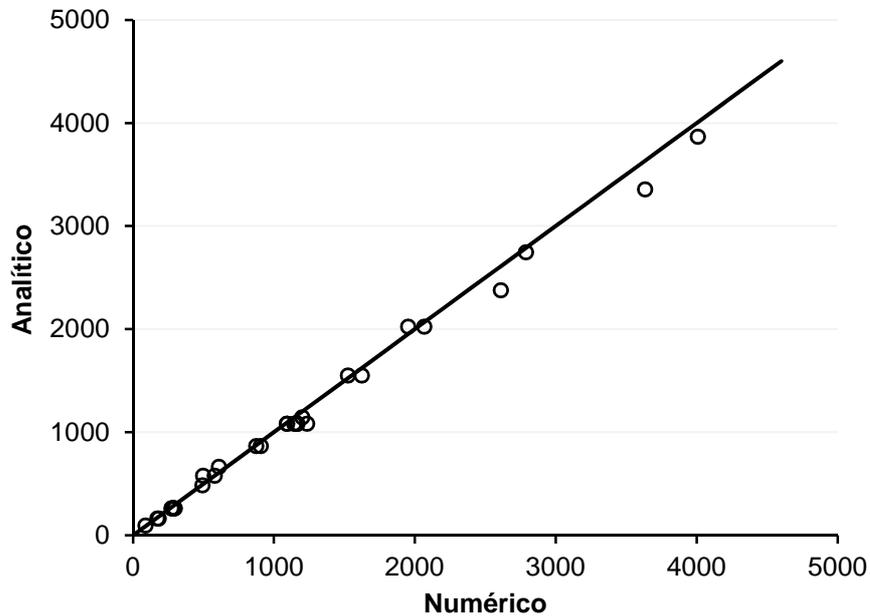
comparação dos valores numéricos com os analíticos já que a norma considera que a rigidez rotacional da laje deve ser calculada desprezando o concreto tracionado.

Para os modelos não destacados, os valores analíticos da rigidez rotacional da laje, na maioria das vezes, são inferiores aos numéricos e a razão $k_{1,a}/k_{1,n}$ varia de 0,88 a 1,16. Os valores superiores a 1,0 somam apenas seis casos, o que indica que, quando a força é aplicada no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido, a rigidez rotacional da laje tende a ser subestimada pelo método analítico prescrito pela norma ABNT NBR 8800:2008.

Comparando os modelos com um conector na seção transversal (N igual a 1) com os modelos com dois conectores na seção (N igual a 2), é possível observar que a rigidez rotacional da laje de concreto é um pouco maior quando N é igual a 1, para a maioria dos casos. Aqui há uma inversão do comportamento, pois quando a força é aplicada no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido os maiores valores são para o caso de N igual a 2. A variação máxima da rigidez rotacional da laje entre os dois casos é de 16% para os modelos paramétricos estudados. Analogamente aos modelos com força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido, as respostas numéricas da rigidez rotacional da viga mista dos modelos com N igual a 2 tendem a ser mais próximas das analíticas, devido à pequena parcela de contribuição da rigidez rotacional da conexão de cisalhamento.

A Figura 4.8 mostra a comparação dos valores numéricos e analíticos da rigidez rotacional da laje de concreto, k_1 . Conclui-se que os valores analíticos da rigidez rotacional da laje de concreto são ligeiramente menores que os valores numéricos na maioria dos casos, assim há um bom ajuste entre os valores numéricos e analíticos. Devido a isso, os pontos não se afastam tanto da linha de ajuste perfeito quando a rigidez rotacional da laje de concreto aumenta, conforme ocorre com os modelos em que a força é aplicada no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido.

Figura 4.8 - Gráfico do ajuste perfeito da rigidez rotacional k_1 com a força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido

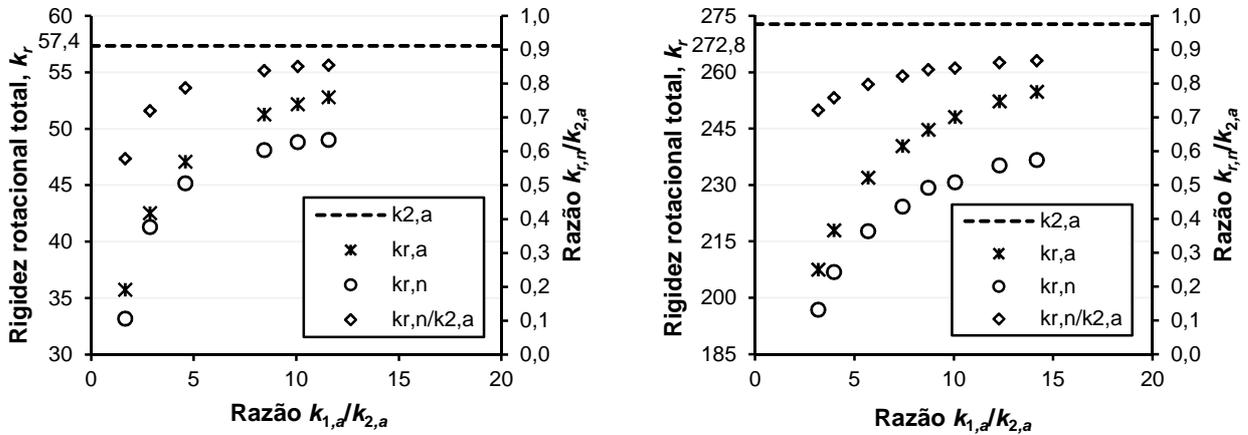


Fonte: Elaborado pelo autor

Dessa maneira, ao plotar o gráfico entre a rigidez rotacional total da viga mista e a relação $k_{1,a}/k_{2,a}$, ver Figura 4.9, percebe-se que o desvio entre os valores numéricos e analíticos de k_r são um pouco menores que aqueles apresentados na Figura 4.7 do subitem 4.6.1 (caso da força aplicada no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido). Conforme a relação $k_{1,a}/k_{2,a}$ aumenta, a rigidez rotacional da viga mista tende a se aproximar de um percentual da rigidez rotacional da alma do perfil.

Com relação à rigidez rotacional total da laje mista, os desvios entre os valores numéricos e os analíticos estão entre 1,03 a 1,08. Tal fato mostra que o procedimento de cálculo adotado pela norma ABNT NBR 8800:2008 se mostra mais eficiente para determinação da rigidez rotacional da viga mista quando a força está no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido.

Figura 4.9 - Gráficos da rigidez rotacional total versus razão $k_{1,d}/k_{2,a}$ para $N=1$ com a força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido



(a) Perfil com $d=500$ mm

(b) Perfil com $d=850$ mm

Fonte: Elaborado pelo autor

4.6.3 Desfecho das discussões

Segundo os resultados obtidos, o valor da rigidez rotacional da conexão de cisalhamento é bem maior quando se usam dois conectores de cisalhamento na seção transversal do perfil do que quando se usa apenas um conector de cisalhamento. No entanto, para ambos os casos, a rigidez rotacional da conexão de cisalhamento tem pouca influência na rigidez rotacional da viga mista, k_r , podendo, portanto, ser desconsiderada como prescreve a norma ABNT NBR 8800:2008.

Em relação à rigidez rotacional da alma não enrijecida do perfil de aço, há uma boa concordância entre os valores numéricos e analíticos, com um desvio máximo de 7%. Assim, conclui-se que a formulação analítica utilizada, equação (1.7) do subitem 1.2.3, prevê de forma adequada essa rigidez rotacional.

Em relação à rigidez rotacional da laje de concreto, há uma divergência entre os valores numéricos determinados quando a força está no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido e aqueles determinados quando a força está no sentido de fechá-lo.

Os modelos paramétricos com o perfil CVS 850 x 296,7 têm a laje de concreto elaborada de maneira que o cobrimento das armaduras inferior e superior da laje de concreto tenha o mesmo valor, o que não é possível nos modelos paramétricos com o perfil PS 500 x 54,8, uma vez que a altura do corpo do conector de cisalhamento e o seu cobrimento (altura do concreto acima da cabeça do conector) não são números múltiplos.

Assim, para os modelos paramétricos com o perfil CVS 850 x 296,7, espera-se que os valores da rigidez rotacional da laje quando a força está no sentido de abrir sejam iguais aos valores da rigidez rotacional da laje quando a força está no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido. Contudo, não é o que ocorre quando se comparam os resultados obtidos na Tabela 4.6 (força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido) com os da Tabela 4.7 (força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido). Sendo assim, a Tabela 4.8 mostra os desvios relativos entre os modelos de mesmo cobrimento das armaduras.

Da Tabela 4.8, nota-se que os modelos paramétricos com força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido têm rigidez rotacional da laje de concreto maior que aqueles com força no sentido de abrir, com a relação A/F variando de 0,759 a 0,985. A Figura 4.10 mostra as fissuras na laje de concreto dos modelos U24-P(A) e U24-P(F) para o mesmo nível de carregamento, após a fissuração completa da laje.

Tabela 4.8 - Comparação da rigidez rotacional da laje de concreto

Modelo	Rigidez rotacional numérica da laje de concreto		Razão A/F	
	N=1	N=2	N=1	N=2
U18-P(A)	937,2	-	0,804	-
U18-P(F)	1166,0	-	-	-
U19-P(A)	-	1045,6	-	0,914
U19-P(F)	-	1144,5	-	-
U20-P(A)	1738,1	-	0,841	-
U20-P(F)	2066,1	-	-	-
U21-P(A)	-	1913,4	-	0,980
U21-P(F)	-	1952,6	-	-
U22-P(A)	773,9	-	0,853	-
U22-P(F)	907,0	-	-	-
U23-P(A)	-	809,5	-	0,925
U23-P(F)	-	874,7	-	-
U24-P(A)	1353,2	-	0,833	-
U24-P(F)	1623,6	-	-	-
U25-P(A)	-	1502,6	-	0,985
U25-P(F)	-	1526,1	-	-
U26-P(A)	978,2	-	0,895	-
U26-P(F)	1092,4	-	-	-
U27-P(A)	-	1004,5	-	0,813
U27-P(F)	-	1236,3	-	-
U38-P(A)	2048,7	-	0,785	-
U38-P(F)	2610,8	-	-	-
U39-P(A)	2345,2	-	0,841	-
U39-P(F)	2789,2	-	-	-
U40-P(A)	2886,9	-	0,795	-
U40-P(F)	3633,3	-	-	-
U41-P(A)	3041,3	-	0,759	-
U41-P(F)	4008,5	-	-	-

Notas:

(A) Modelos paramétricos com força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido;

(F) Modelos paramétricos com força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido.

Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 4.10 revela que, como esperado, a laje do modelo U24-P(A) está mais fissurada que a do modelo U24-P(F). No entanto, o fato mais interessante é a porção de concreto acima da mesa superior do perfil de aço que não está fissurada, pois interfere diretamente na rigidez rotacional da laje. Para o modelo U24-P(A) há uma menor quantidade de concreto não fissurado acima da mesa superior do perfil de aço, enquanto que o modelo U24-P(F) possui uma parcela maior de concreto não fissurado, o que favorece o aumento da rigidez rotacional da laje de concreto.

Figura 4.10 - Nível de fissuração na laje de concreto



(a) Modelo U24-P(A)



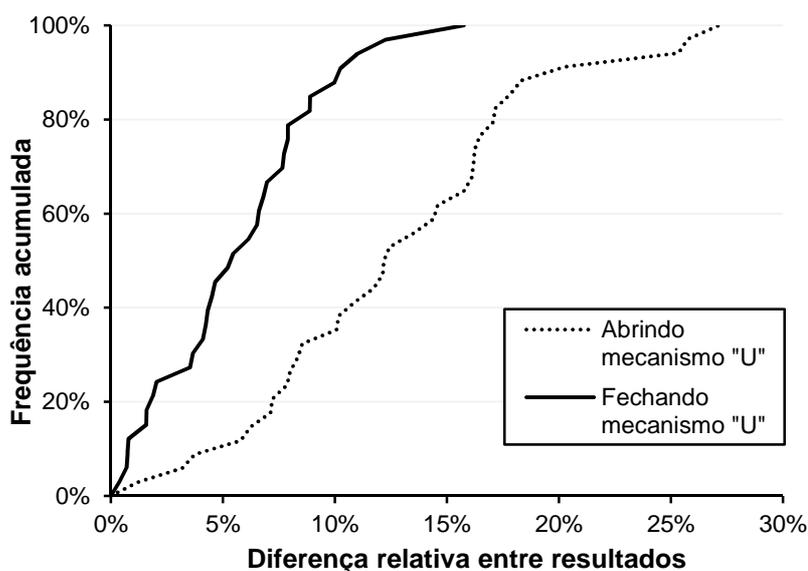
(b) Modelo U24-P(F)

Fonte: Elaborado pelo autor

Por análise da Figura 4.6 e da Figura 4.8, conclui-se que os valores analíticos da rigidez rotacional da laje de concreto apresentam uma boa concordância com os resultados numéricos quando a força está no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido, com desvios relativos menores do que aqueles observados quando a força está no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido. Nos modelos paramétricos com força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido, a rigidez rotacional tende a ser superestimada pela formulação analítica adotada pela norma ABNT NBR 8800:2008.

As conclusões anteriores são ratificadas, de maneira mais direta, por meio da avaliação do gráfico das frequências acumuladas das diferenças relativas entre os resultados numéricos e analíticos (Figura 4.11). Quanto mais à esquerda estiver a curva, mais próximos são os resultados analíticos dos numéricos.

Figura 4.11 - Frequência acumulada das diferenças relativas



Fonte: Elaborado pelo autor

Uma alternativa viável para adequação dos resultados analíticos de rigidez rotacional da laje é a alteração do coeficiente α , equação (1.3) do subitem 1.2.3. Esse coeficiente pode ser estimado por uma análise de regressão linear com base no Método dos Mínimos Quadrados (MMQ). O modelo estatístico, conforme Peternelli (acesso em 21 abr. 2017), é:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + e_i \quad (4.3)$$

onde Y_i é o valor observado para a variável dependente Y no i -ésimo nível da variável independente X , β_0 é o coeficiente de regressão que representa o intercepto da reta com o eixo dos Y , β_1 é o coeficiente de regressão que representa a variação de Y em função da variação da variável X e e_i é o erro que está associado à distância entre o valor observado Y_i e o correspondente ponto na curva, do modelo proposto, para o mesmo nível i de X . Pela formulação da norma ABNT NBR 8800:2008 para a rigidez rotacional da laje, k_1 , percebe-se que o coeficiente β_0 é igual a zero.

A partir daí, o erro estimado é obtido, elevado ao quadrado e aplicado a toda a série amostral, conforme equação:

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_1 X_i)^2 \quad (4.4)$$

Para minimizarem os erros, basta derivar a equação (4.4) em relação ao coeficiente β_1 e igualar a zero. Fazendo assim, obtém-se a seguinte equação:

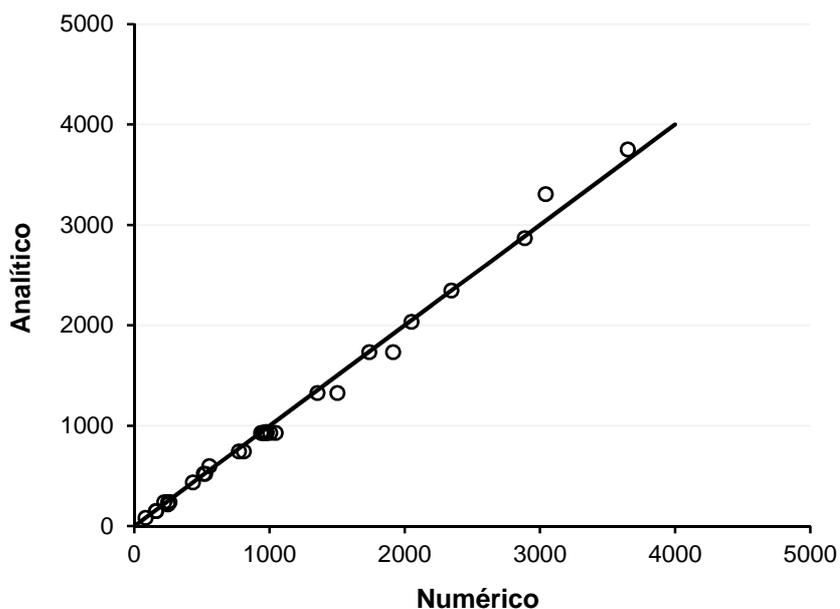
$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum X_i Y_i}{\sum X_i^2} \quad (4.5)$$

Uma vez obtido o coeficiente de regressão, tem-se a equação estimada $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_1 X_i$. Portanto, aplicando a equação (4.5) aos resultados obtidos para a força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido (Tabela 4.6), sendo a variável Y igual aos valores numéricos da rigidez rotacional da laje de concreto ($k_{1,n}$) e X igual aos valores analíticos da razão $(EI)_{2/a}$, obtém-se $\hat{\beta}_1$ igual a 1,7069.

Logo, no sentido da força abrir o mecanismo “U” invertido, ou seja, para momento positivo, um coeficiente α igual a 1,71 no lugar de 2 resultaria em uma melhor concordância entre os resultados analíticos e numéricos, conforme Figura 4.12. A razão $k_{1,a}/k_{1,n}$ que fica no intervalo de 1,01 a 1,27 quando a rigidez analítica da laje é

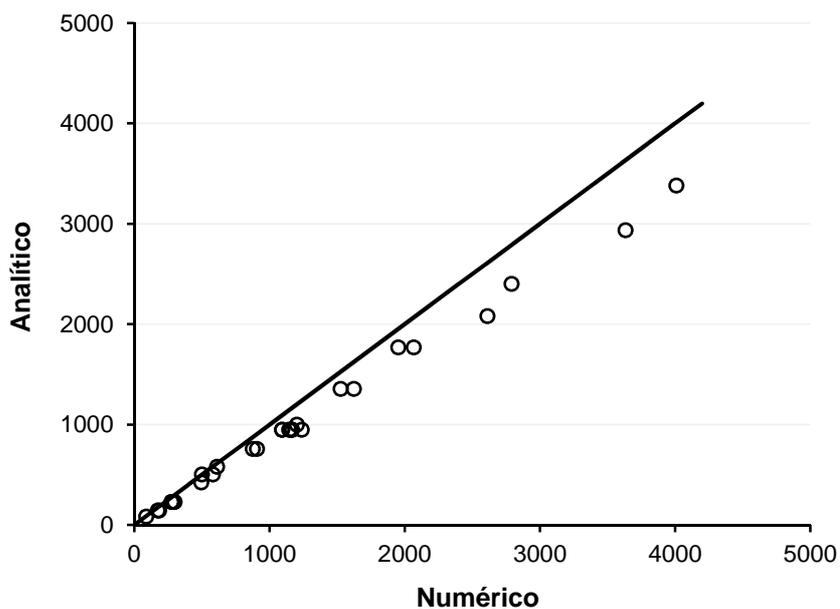
calculada com α igual a 2, passa a estar compreendida no intervalo de 0,87 a 1,09 para α igual a 1,71, conforme Tabela 4.9 e o desvio padrão da razão $k_{1,d}/k_{1,n}$ diminui de 0,064 para 0,054.

Figura 4.12 - Gráfico do ajuste perfeito da rigidez rotacional k_1 com a força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido e α igual 1,71



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 4.13 - Gráfico do ajuste perfeito da rigidez rotacional k_1 com a força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido e α igual 1,71



Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 4.9 - Resultados para α igual a 1,71

Modelo	Força no sentido de abrir o mecanismo "U" invertido (momento positivo)						Força no sentido de fechar o mecanismo "U" invertido (momento negativo)					
	$k_{1,a}$	$k_{r,a}$	$k_{1,n}$	$k_{r,n}$	$k_{1,a}/k_{1,n}$	$k_{r,a}/k_{r,n}$	$k_{1,a}$	$k_{r,a}$	$k_{1,n}$	$k_{r,n}$	$k_{1,a}/k_{1,n}$	$k_{r,a}/k_{r,n}$
U3-P	236,2	46,1	256,1	44,0	0,92	1,05	230,5	45,9	296,0	45,2	0,78	1,02
U4-P	236,2	46,1	254,5	44,7	0,93	1,03	230,5	45,9	274,8	45,3	0,84	1,01
U5-P	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
U6-P	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
U7-P	147,6	41,3	159,4	39,9	0,93	1,04	144,1	41,0	183,5	41,3	0,79	0,99
U8-P	147,6	41,3	161,2	40,6	0,92	1,02	144,1	41,0	174,2	41,3	0,83	0,99
U9-P	518,7	51,6	512,8	48,2	1,01	1,07	505,4	51,5	579,8	48,8	0,87	1,06
U10-P	518,7	51,6	522,2	49,1	0,99	1,05	505,4	51,5	498,9	48,9	1,01	1,05
U11-P	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
U12-P	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
U13-P	236,2	46,1	250,8	43,8	0,94	1,05	230,5	45,9	285,5	44,8	0,81	1,02
U14-P	214,6	45,3	248,0	43,8	0,87	1,03	230,5	45,9	275,1	44,6	0,84	1,03
U15-P	236,2	46,1	260,0	44,1	0,91	1,05	230,5	45,9	292,7	45,1	0,79	1,02
U16-P	236,2	46,1	251,0	44,8	0,94	1,03	230,5	45,9	286,1	45,9	0,81	1,00
U17-P	236,2	68,7	220,5	62,6	1,07	1,10	230,5	68,2	282,7	67,0	0,82	1,02
U18-P	927,5	210,8	937,2	197,9	0,99	1,07	949,2	211,9	1166,0	206,8	0,81	1,02
U19-P	927,5	210,8	1045,6	204,7	0,89	1,03	949,2	211,9	1144,5	208,2	0,83	1,02
U20-P	1730,6	235,6	1738,1	219,5	1,00	1,07	1771,0	236,4	2066,1	224,2	0,86	1,05
U21-P	1730,6	235,6	1913,4	224,8	0,90	1,05	1771,0	236,4	1952,6	225,4	0,91	1,05
U22-P	742,0	199,5	773,9	189,5	0,96	1,05	759,3	200,7	907,0	196,8	0,84	1,02
U23-P	742,0	199,5	809,5	193,6	0,92	1,03	759,3	200,7	874,7	197,2	0,87	1,02
U24-P	1325,6	226,2	1353,2	211,7	0,98	1,07	1356,6	227,1	1623,6	217,7	0,84	1,04
U25-P	1325,6	226,2	1502,6	217,7	0,88	1,04	1356,6	227,1	1526,1	218,2	0,89	1,04
U26-P	927,5	114,1	978,2	108,5	0,95	1,05	949,2	114,4	1092,4	109,9	0,87	1,04
U27-P	927,5	114,1	1004,5	109,5	0,92	1,04	949,2	114,4	1236,3	111,8	0,77	1,02
U28-P	927,5	210,8	964,8	200,6	0,96	1,05	949,2	211,9	1155,7	208,0	0,82	1,02
U29-P	935,9	211,2	975,8	199,6	0,96	1,06	1001,6	214,4	1200,6	207,9	0,83	1,03
U30-P	927,5	210,8	948,4	198,5	0,98	1,06	949,2	211,9	1092,9	204,5	0,87	1,04
U31-P	927,5	210,8	955,5	201,9	0,97	1,04	949,2	211,9	1160,4	210,1	0,82	1,01
U32-P	927,5	184,8	971,0	174,2	0,96	1,06	949,2	185,7	1161,4	179,8	0,82	1,03
U33-P	82,5	33,8	82,3	32,3	1,00	1,05	83,1	33,9	88,1	33,2	0,94	1,02
U34-P	434,9	50,7	431,7	47,4	1,01	1,07	423,9	50,5	493,7	48,1	0,86	1,05
U35-P	596,9	52,3	555,1	48,6	1,08	1,08	581,3	52,2	610,2	49,0	0,95	1,07
U36-P	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
U37-P	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
U38-P	2033,7	240,5	2048,7	223,6	0,99	1,08	2081,3	241,2	2610,8	229,3	0,80	1,05
U39-P	2347,3	244,4	2345,2	226,9	1,00	1,08	2402,2	245,0	2789,2	230,7	0,86	1,06
U40-P	2868,9	249,1	2886,9	231,0	0,99	1,08	2936,0	249,6	3633,3	235,2	0,81	1,06
U41-P	3306,3	252,0	3041,3	231,9	1,09	1,09	3383,6	252,4	4008,5	236,6	0,84	1,07
U42-P	3750,9	254,3	3648,1	235,0	1,03	1,08	-	-	-	-	-	-

Fonte: Elaborado pelo auto

Ainda que os modelos com a força no sentido de fechar o mecanismo "U" invertido tenham mostrado uma boa convergência para α igual 2, valor sugerido pela norma ABNT NBR 8800:2008, sua redução para o valor de 1,71 (ver Figura 4.13) não implicaria em grandes variações no cálculo da rigidez rotacional da viga mista, tendo em vista que a razão $k_{1,a}/k_{1,n}$ que fica no intervalo de 0,88 a 1,16 quando a rigidez

analítica da laje é calculada com α igual a 2, passa a estar compreendida no intervalo de 0,77 a 1,01 para α igual a 1,71, conforme Tabela 4.9 e o desvio padrão da razão $k_{1,a}/k_{1,n}$ diminui de 0,060 para 0,052. A isso, acrescenta-se o fato de que α igual a 1,71 provoca uma redução do valor da rigidez rotacional da viga mista, o que é favorável à segurança.

Sendo assim, tendo como base os modelos desenvolvidos nesta pesquisa, o coeficiente α da equação (1.3), equação que determina a rigidez rotacional da laje de concreto, pode ser estabelecido como 1,71 para viga mista de borda para ambas as situações de momento positivo e momento negativo.

4.7 Estudo do gráfico momento *versus* rotação da laje

A curva momento *versus* rotação da laje de concreto, conforme mostrado na Figura 4.4 do subitem 4.6.1, possui três trechos, sendo que, a depender da característica geométrica e de material de cada modelo, a rigidez rotacional da laje de concreto pode vir a ser determinada em qualquer um dos trechos, conforme já esclarecido anteriormente.

Ao analisar os resultados dos modelos paramétricos, percebe-se que alguns modelos não alcançam o terceiro trecho da curva: modelos U5-P(A), U6-P(A), U11-P(A), U12-P(A), U36-P(A) e U37-P(A); e modelos U5-P(F), U6-P(F), U11-P(F), U12-P(F), U36-P(F), U37-P(F) e U42-P(F).

Definindo o momento de fissuração da laje de concreto como o momento resistido pela seção da laje quando a tensão da borda externa atinge a resistência à tração do concreto, f_{ct} , tomada, neste trabalho, como 10% da resistência característica à compressão do concreto, f_{ck} . Então, tem-se:

$$M_{fis.laje} = \frac{h^2}{6} (0,10 f_{ct}) \quad (4.6)$$

onde h é a altura da laje de concreto.

O momento de plastificação da alma do perfil de aço é definido pela equação:

$$M_{pl,alma} = \frac{1}{4} t_w^2 f_y \quad (4.7)$$

Para os modelos com a força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido é possível verificar que o terceiro trecho da curva momento *versus* rotação da laje não existe nos modelos que possuem o momento $M_{fis,laje}$ maior que $1,09M_{pl,alma}$; para os modelos com a força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido, quando o momento $M_{fis,laje}$ for maior que $1,00M_{pl,alma}$.

Portanto, parece haver uma influência da razão $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$ sobre a curva momento *versus* rotação da laje. Com base nisso, são elaborados modelos adicionais, conforme mostra a Tabela 4.10, para uma melhor investigação dessa hipótese. Nesses modelos, fixa-se o perfil de aço e alteram-se as propriedades da laje de concreto, principalmente a resistência característica à compressão do concreto, f_{ck} , e, com menor expressividade, a altura da laje de concreto. O perfil de aço utilizado é o perfil laminado W 410 x 67,0 que possui altura igual a 410 mm, espessura da alma igual a 8,8 mm e largura e espessura das mesas iguais a 179 e 14,4 mm, respectivamente.

Os modelos são avaliados tanto para força no sentido de abrir como de fechar o mecanismo “U” invertido, sendo o cobrimento da armadura inferior igual a 2,44 cm e o cobrimento da armadura superior igual a 2,63 cm, para modelos com laje cuja altura é de 11 cm, e igual a 2,25 cm, para modelos com laje cuja altura é de 12 cm (os cobrimentos são definidos como sendo a distância da borda externa da laje até o eixo central da barra de aço).

Tabela 4.10 - Modelos para análise da relação $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$

Modelo	Parâmetros da laje			Parâmetros da alma			Parâmetros da conexão de cisalhamento			d (mm)	
	Altura (mm)	a (mm)	Taxa de Armaduras $A_s=A_s=\phi 8c/150$	f_{ck} (MPa)	h_0 (mm)	t_w (mm)	s (mm)	h_c (mm)	b_f (mm)		t_f (mm)
U43-P	110	1800	$A_s=A_s=\phi 8c/150$	20	395,6	8,8	150	75	179	14,4	410
U44-P	110	1800	$A_s=A_s=\phi 8c/150$	25	395,6	8,8	150	75	179	14,4	410
U45-P	110	1800	$A_s=A_s=\phi 8c/150$	30	395,6	8,8	150	75	179	14,4	410
U46-P	110	1800	$A_s=A_s=\phi 8c/150$	35	395,6	8,8	150	75	179	14,4	410
U47-P	110	1800	$A_s=A_s=\phi 8c/150$	40	395,6	8,8	150	75	179	14,4	410
U48-P	110	1800	$A_s=A_s=\phi 8c/150$	45	395,6	8,8	150	75	179	14,4	410
U49-P	120	1800	$A_s=A_s=\phi 8c/150$	20	395,6	8,8	150	75	179	14,4	410
U50-P	120	1800	$A_s=A_s=\phi 8c/150$	25	395,6	8,8	150	75	179	14,4	410
U51-P	120	1800	$A_s=A_s=\phi 8c/150$	30	395,6	8,8	150	75	179	14,4	410
U52-P	120	1800	$A_s=A_s=\phi 8c/150$	35	395,6	8,8	150	75	179	14,4	410
U53-P	120	1800	$A_s=A_s=\phi 8c/150$	40	395,6	8,8	150	75	179	14,4	410
U54-P	120	1800	$A_s=A_s=\phi 8c/150$	45	395,6	8,8	150	75	179	14,4	410

Fonte: Elaborado pelo autor

A Tabela 4.11 exibe os valores calculados para os momentos $M_{fis,laje}$ e $M_{pl,alma}$ e a razão $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$, onde $M_{fis,laje}$ e $M_{pl,alma}$ estão em kN.m/m.

Tabela 4.11 - Valores de $M_{fis,laje}$, $M_{pl,alma}$ e razão $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$

Modelo	U43-P	U44-P	U45-P	U46-P	U47-P	U48-P
$M_{fis,laje}$	4,03	5,04	6,05	7,06	8,07	9,08
$M_{pl,alma}$	6,68	6,68	6,68	6,68	6,68	6,68
$M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$	0,604	0,755	0,906	1,057	1,208	1,359
Modelo	U49-P	U50-P	U51-P	U52-P	U53-P	U54-P
$M_{fis,laje}$	4,80	6,00	7,20	8,40	9,60	10,80
$M_{pl,alma}$	6,68	6,68	6,68	6,68	6,68	6,68
$M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$	0,719	0,898	1,078	1,258	1,437	1,617

Fonte: Elaborado pelo autor

A Tabela 4.12 mostra as respostas numéricas obtidas para as rigidezes rotacionais com a força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido. Ao analisá-la, percebe-se que há um modelo que não possui resultados numéricos (U50-P), pois não houve convergência na análise numérica, e cinco outros modelos (U47-P, U48-P, U52-P, U53-P e U54-P), destacados por meio de linhas sombreadas, cujas lajes não apresentam o terceiro trecho da curva.

Tabela 4.12 - Resultados para força no sentido de abrir o mecanismo "U" invertido

Modelo	Rigidez rotacional numérica (kN.m/rad.m)				Rigidez rotacional analítica (kN.m/rad.m)			Razão Analítico/Numérico			Rigidezes Parciais Numérica			Razão
	$k_{1,n}$	$k_{2,n}$	$k_{3,n}$	$k_{r,n}$	$k_{1,a}$	$k_{2,a}$	$k_{r,a}$	$k_{1,a}/k_{1,n}$	$k_{2,a}/k_{2,n}$	$k_{r,a}/k_{r,n}$	$k_{1,n}$	$k_{2,n}$	$k_{3,n}$	$k_{1,a}/k_{2,a}$
U43-P	309,0	91,6	3012,9	69,0	383,7	94,6	75,9	1,24	1,03	1,10	22,3%	75,4%	2,3%	4,1
U44-P	331,1	91,6	3191,6	70,2	391,9	94,6	76,2	1,18	1,03	1,09	21,2%	76,6%	2,2%	4,1
U45-P	354,4	91,7	3253,8	71,2	398,5	94,6	76,5	1,12	1,03	1,07	20,1%	77,7%	2,2%	4,2
U46-P	358,8	91,7	3344,4	71,5	404,0	94,6	76,7	1,13	1,03	1,07	19,9%	78,0%	2,1%	4,3
U47-P	1276,0	91,7	3402,2	83,4	408,7	94,6	76,9	-	-	-	6,5%	91,0%	2,5%	4,3
U48-P	1903,1	91,7	3469,6	85,3	412,9	94,6	77,0	-	-	-	4,5%	93,1%	2,5%	4,4
U49-P	381,5	91,7	2971,6	72,1	487,5	94,6	79,3	1,28	1,03	1,10	18,9%	78,7%	2,4%	5,2
U50-P	-	-	-	-	497,3	94,6	79,5	-	-	-	-	-	-	5,3
U51-P	430,1	91,7	3302,9	73,9	505,2	94,6	79,7	1,17	1,03	1,08	17,2%	80,6%	2,2%	5,3
U52-P	253,8	91,7	3378,2	66,0	511,9	94,6	79,9	-	-	-	26,0%	72,0%	2,0%	5,4
U53-P	445,7	91,7	3449,6	74,4	517,6	94,6	80,0	-	-	-	16,7%	81,2%	2,2%	5,5
U54-P	953,7	91,7	3502,7	81,7	522,6	94,6	80,1	-	-	-	8,6%	89,1%	2,3%	5,5

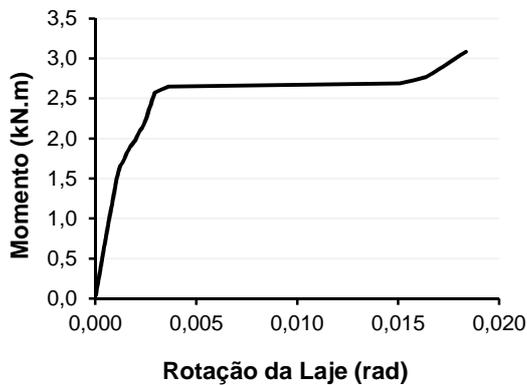
Fonte: Elaborado pelo autor

Segundo a Tabela 4.11, constata-se que os modelos cujas linhas estão sombreadas na Tabela 4.12 apresentam a condição $M_{fis,laje}$ maior que $1,21M_{pl,alma}$, portanto concordam com a condição pré-estabelecida: $M_{fis,laje}$ maior que $1,09M_{pl,alma}$. A Figura 4.14 mostra a curva momento *versus* rotação da laje para alguns modelos com a força no sentido de abrir o mecanismo "U" invertido (modelos U46-P, U52-P, U48-P e U54-P cujas razões $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$ são 1,06, 1,26, 1,36 e 1,62, respectivamente).

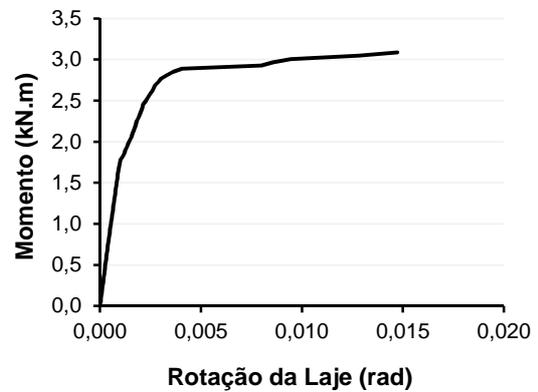
Ao analisar as curvas da Figura 4.14, fica claro que o segundo trecho da curva não apresenta um comportamento padrão, ora tem comportamento mais sinuoso – caso (b), ora tem comportamento abrupto – caso (a), o que dificulta a medição da rigidez rotacional da laje quando o esgotamento da alma se dá no início desse trecho. Isso explica o porquê de os modelos U11-P (A) e U12-P(A) da Tabela 4.6 apresentarem valores tão opostos de rigidez rotacional da laje de concreto.

É possível concluir que, para os modelos desta pesquisa com força no sentido de abrir o mecanismo "U" invertido, o segundo trecho da curva momento *versus* rotação da laje de concreto ocorre quando a razão $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$ estiver dentro do intervalo de 1,09 a 1,62. Dessa forma, a rigidez rotacional da laje numérica, tomada como a tangente ao gráfico momento *versus* rotação da laje, pode possuir um valor menor que a rigidez rotacional da laje segundo a ABNT 8800:2008, uma vez que a tangente no segundo trecho (patamar de fissuração) possui valor inferior a tangente do terceiro trecho (após a fissuração).

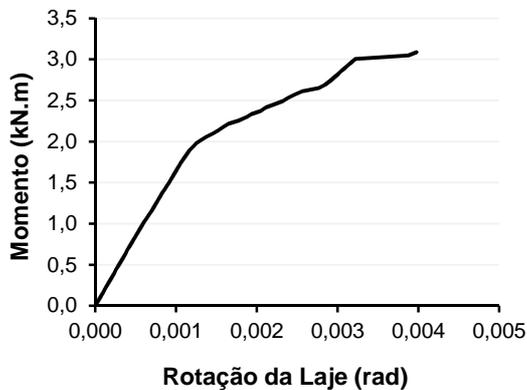
Figura 4.14 - Curvas momento *versus* rotação da laje para força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido



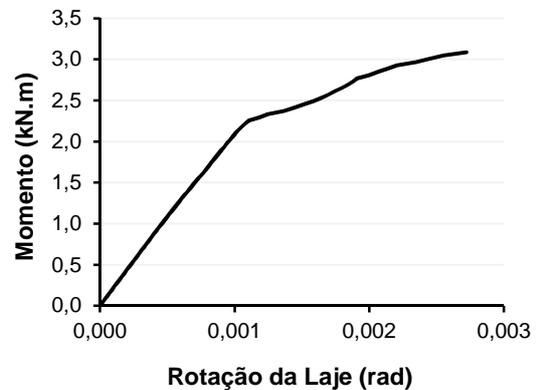
(a) Modelo U46-P(A)



(b) Modelo U52-P(A)



(c) Modelo U48-P(A)



(d) Modelo U54-P(A)

Nota:

(A) Modelo com força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido.

Fonte: Elaborado pelo autor

Quando a razão $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$ é maior ou igual a 1,62, o esgotamento da alma ocorre antes do patamar de fissuração da laje, assim o gráfico momento *versus* rotação da laje apresenta apenas o primeiro trecho, como ocorre no modelo U54-P (A), Figura 4.14(d). A rigidez rotacional da laje de concreto possui valor consideravelmente maior que aquele determinado pela formulação analítica, de maneira a reduzir sua contribuição na rigidez rotacional da viga mista, de forma que esta pode ser determinada como sendo uma parcela da rigidez rotacional da alma do perfil de aço. Ao observar a Tabela 4.12, vê-se que a contribuição da rigidez rotacional da alma do perfil de aço na rigidez rotacional da viga mista do modelo U54-P é igual a 89,1%. Assim, estabelecer-se-á que, quando a razão $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$ for maior ou igual a 1,62, a rigidez rotacional da viga mista pode ser calculada como

0,9 vezes a rigidez rotacional da alma do perfil de aço, segundo a equação (1.7) do subitem 1.2.3.

A Tabela 4.13 mostra as respostas numéricas obtidas para as rigidezes rotacionais com a força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido. Há sete modelos (U46-P, U47-P, U48-P, U51-P, U52-P, U53-P e U54-P), destacados por meio de linhas sombreadas, cujas lajes não apresentam o terceiro trecho da curva.

Tabela 4.13 - Resultados para força no sentido de fechar o mecanismo "U" invertido

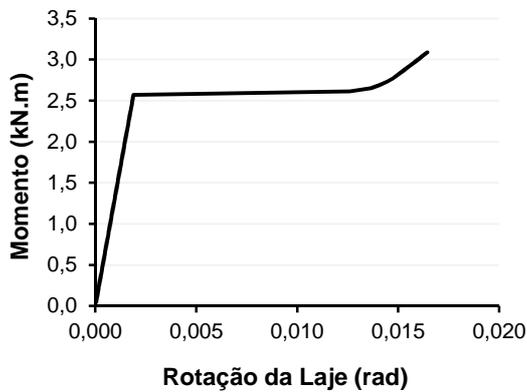
Modelo	Rigidez rotacional numérica (kN.m/rad.m)				Rigidez rotacional analítica (kN.m/rad.m)			Razão Analítico/Numérico			Rigidezes Parciais Numérica			Razão $k_{1,a}/k_{2,a}$
	$k_{1,n}$	$k_{2,n}$	$k_{3,n}$	$k_{r,n}$	$k_{1,a}$	$k_{2,a}$	$k_{r,a}$	$k_{1,a}/k_{1,n}$	$k_{2,a}/k_{2,n}$	$k_{r,a}/k_{r,n}$	$k_{1,n}$	$k_{2,n}$	$k_{3,n}$	
U43-P	347,4	91,6	3336,7	70,9	365,7	94,6	75,2	1,05	1,03	1,06	20,4%	77,5%	2,1%	3,9
U44-P	389,0	91,6	3466,0	72,6	373,6	94,6	75,5	0,96	1,03	1,04	18,7%	79,3%	2,1%	3,9
U45-P	410,8	91,6	3465,6	73,3	379,9	94,6	75,8	0,92	1,03	1,03	17,9%	80,0%	2,1%	4,0
U46-P	3372,9	91,6	3547,6	87,0	385,2	94,6	76,0	-	-	-	2,6%	95,0%	2,5%	4,1
U47-P	3536,7	91,6	3593,6	87,2	389,8	94,6	76,2	-	-	-	2,5%	95,1%	2,4%	4,1
U48-P	3949,6	91,6	3631,8	87,4	393,8	94,6	76,3	-	-	-	2,2%	95,4%	2,4%	4,2
U49-P	461,8	91,6	3230,7	74,7	508,4	94,6	79,8	1,10	1,03	1,07	16,2%	81,5%	2,3%	5,4
U50-P	536,6	91,6	3357,3	76,5	518,6	94,6	80,0	0,97	1,03	1,05	14,3%	83,5%	2,3%	5,5
U51-P	854,4	91,6	3471,3	80,8	526,7	94,6	80,2	-	-	-	9,5%	88,2%	2,3%	5,6
U52-P	4381,3	91,6	3554,9	87,6	533,6	94,6	80,4	-	-	-	2,0%	95,5%	2,5%	5,6
U53-P	4690,7	91,6	3598,4	87,7	539,5	94,6	80,5	-	-	-	1,9%	95,7%	2,4%	5,7
U54-P	5056,7	91,6	3636,2	87,8	544,6	94,6	80,6	-	-	-	1,7%	95,8%	2,4%	5,8

Fonte: Elaborado pelo autor

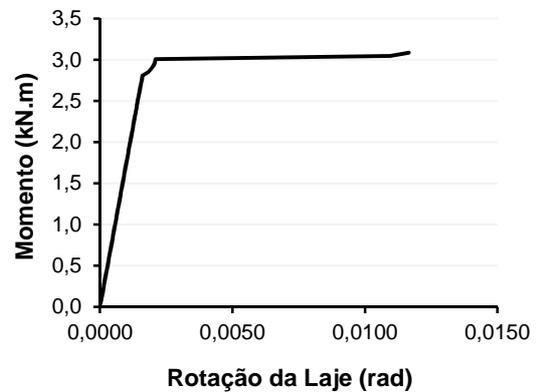
Conforme suposto, observa-se que a condição $M_{fis,laje}$ maior que $1,00M_{pl,alma}$ se mantém para os modelos cujas linhas estão sombreadas, dado que o modelo U46-P apresenta relação $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$ igual a 1,06. A Figura 4.15 mostra a curva momento *versus* rotação da laje para alguns modelos com a força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido (modelos U45-P, U51-P, U5-P e U48-P cujas razões $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$ são 0,91, 1,08, 1,28 e 1,36, respectivamente).

A mesma linha de raciocínio desenvolvida para o segundo trecho da curva momento *versus* rotação da laje para a força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido também se aplica à força no sentido de fechar o mecanismo. Sendo assim, conclui-se que, para os modelos desta pesquisa com a força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido, o segundo trecho da curva momento *versus* rotação da laje de concreto ocorre quando a razão $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$ estiver dentro do intervalo de 1,00 a 1,36.

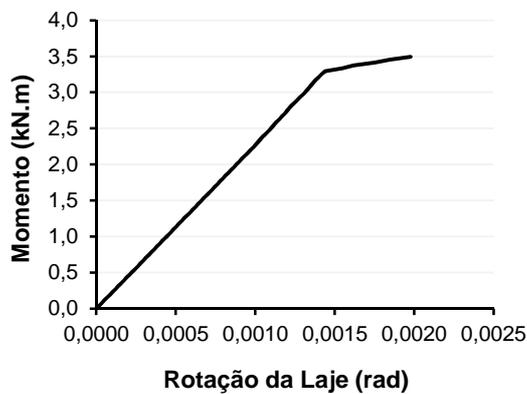
Figura 4.15 - Curvas momento *versus* rotação da laje para força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido



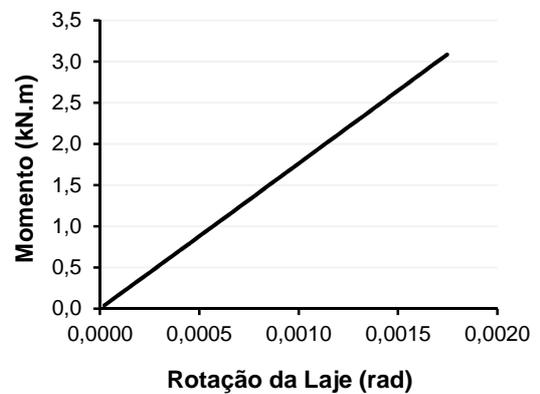
(a) Modelo U45-P(F)



(b) Modelo U51-P(F)



(c) Modelo U5-P(F)



(d) Modelo U48-P(F)

Nota:

(F) Modelo com força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido.

Fonte: Elaborado pelo autor

A diferença dos intervalos para o segundo trecho da curva momento *versus* rotação da laje entre os modelos com força no sentido de abrir e fechar o mecanismo “U” invertido é devido à maior rigidez rotacional da laje de concreto quando a força está no sentido de fechar o mecanismo.

Quando a razão $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$ for maior ou igual a 1,36, a rigidez rotacional da laje de concreto é tão elevada que reduz de maneira significativa a sua contribuição na rigidez rotacional da viga mista, de forma que esta pode ser determinada como sendo uma parcela da rigidez rotacional da alma do perfil de aço. Assim, estabelecer-se-á que, quando a razão $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$ for maior ou igual a 1,36, a

rigidez rotacional da viga mista poderá ser calculada como 0,9 vezes a rigidez rotacional da alma do perfil de aço, segundo a equação (1.7) do subitem 1.2.3.

5 AVALIAÇÃO DA FORMULAÇÃO DA ABNT NBR 8800:2008 PARA VIGAS INTERNAS

5.1 Introdução

Este capítulo se propõe a avaliar a formulação proposta pela ABNT NBR 8800:2008 para o cálculo da rigidez rotacional, subitem 1.2.3, de uma viga mista de aço e concreto com laje maciça de concreto armado, projetada para servir de apoio à região interna de uma laje.

O estudo é feito por meio da análise de modelos numéricos selecionados entre os modelos paramétricos da Tabela 4.5, item 4.5 do Capítulo 4. Sendo assim, as relações constitutivas e propriedades dos materiais permanecem as mesmas, segundo item 4.2. As condições de contorno aplicadas aos modelos para análise de vigas mistas internas são detalhadas no item 5.2. O item 5.3 apresenta os modelos numéricos selecionados e o item 5.4 aborda os resultados e discussões.

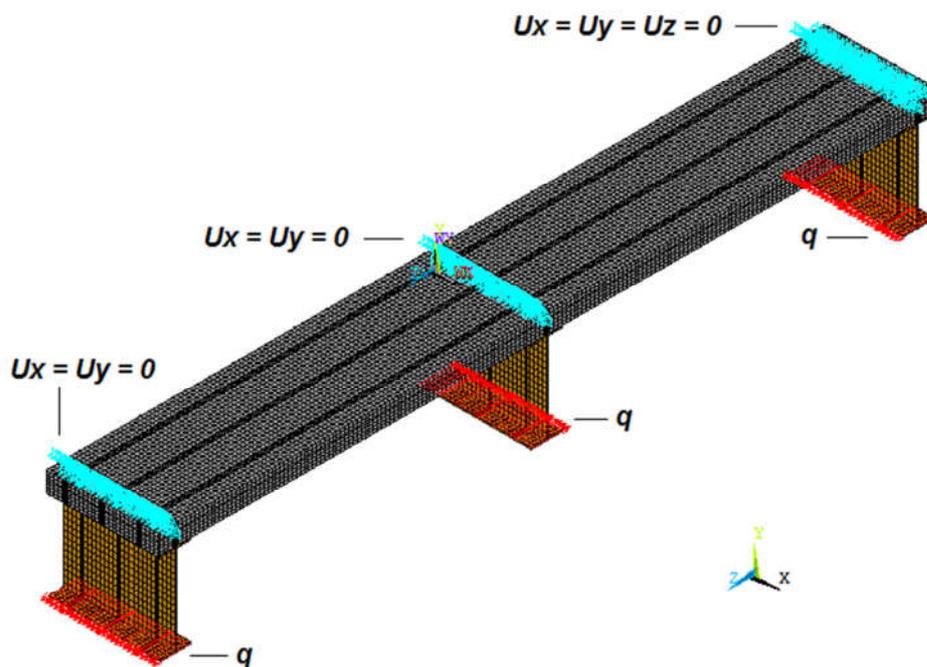
Deve-se ressaltar que, para este estudo, não houve nova aferição dos modelos numéricos, uma vez que os ensaios desenvolvidos por Calenzani (2008) simularam exclusivamente vigas mistas de borda. Considerou-se plausível utilizar as mesmas bases dos modelos aferidos para as vigas de borda nas vigas internas.

5.2 Condições de contorno

A força aplicada aos modelos de viga interna segue o mesmo padrão dos modelos de viga de borda, isto é, força uniformemente distribuída na mesa inferior do perfil de aço, sendo determinada segundo a equação (4.2) do item 4.3.

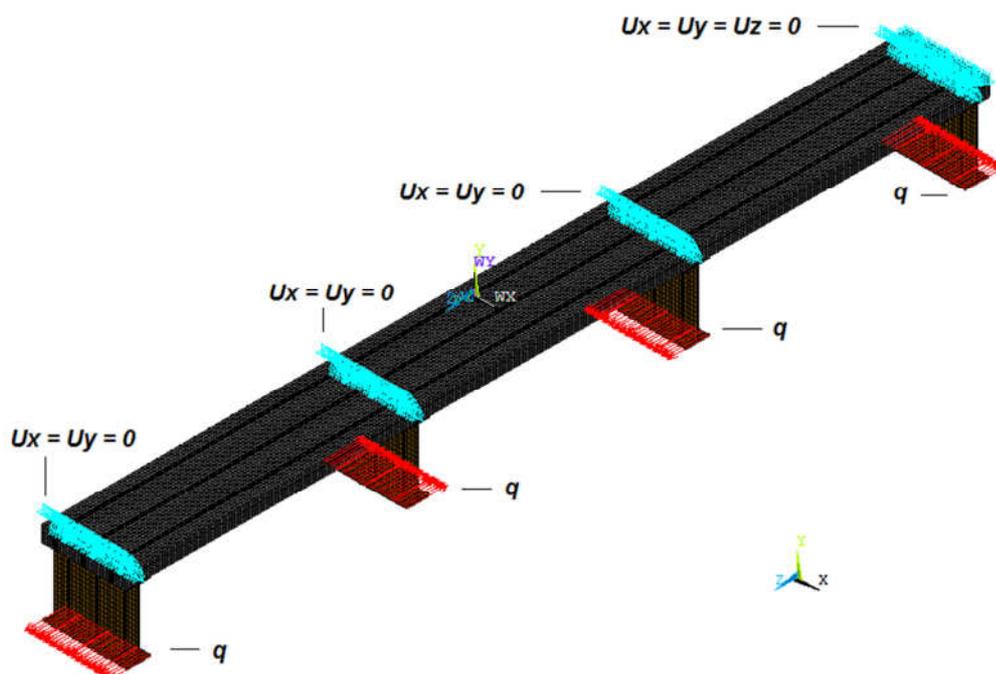
Quanto às restrições aos deslocamentos, o modelo de viga interna para α igual a 3, ou seja, mecanismo “U” invertido com três vigas adjacentes, possui duas vigas com restrições aos deslocamentos nas direções globais x e y e a terceira com restrições aos deslocamentos nas três direções globais: x, y e z (ver Figura 5.1).

Figura 5.1 - Condição de contorno para o caso α igual 3



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 5.2 - Condição de contorno para o caso α igual 4



Fonte: Elaborado pelo autor

O modelo de viga interna com α igual a 4 (mecanismo “U” invertido com quatro vigas adjacentes) segue a mesma linha adotada para os modelos com α igual a 2 e 3:

uma viga da extremidade com restrições aos deslocamentos nas direções globais x , y e z , e as demais com restrições aos deslocamentos nas direções globais x e y , conforme Figura 5.2.

5.3 Modelos paramétricos selecionados para análise

Os modelos numéricos analisados para vigas internas com α igual a 3 e 4 provêm dos modelos paramétricos elaborados no Capítulo 4. São escolhidos seis modelos da Tabela 4.5 para avaliação da rigidez rotacional da viga mista interna e das rigidezes rotacionais parciais da laje de concreto, da conexão de cisalhamento e da alma do perfil de aço. A Tabela 5.1 mostra os modelos selecionados.

Tabela 5.1 - Modelos paramétricos selecionados para avaliação da rigidez rotacional de uma viga mista interna

Modelo	Parâmetros da laje			Parâmetros da alma			Parâmetros da conexão de cisalhamento				d (mm)
	Altura (mm)	a (mm)	Taxa das Armaduras	h_0 (mm)	t_w (mm)	N	s (mm)	h_c (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	
U3-P	110	2000	$A_s=A_s'=\phi 8c/200$	490,5	8	1	200	75	165	9,5	500
U7-P	110	3200	$A_s=A_s'=\phi 8c/200$	490,5	8	1	200	75	165	9,5	500
U17-P	110	2000	$A_s=A_s'=\phi 8c/200$	290,5	8	1	200	75	165	9,5	300
U18-P	150	2400	$A_s=A_s'=\phi 10c/120$	825	16	1	160	90	500	25	850
U22-P	150	3000	$A_s=A_s'=\phi 10c/120$	825	16	1	160	90	500	25	850
U32-P	150	2400	$A_s=A_s'=\phi 10c/120$	975	16	1	160	90	500	25	1000

Fonte: Elaborado pelo autor

Para o caso de mais de duas vigas adjacentes no mecanismo “U” invertido, α igual a 3 e 4, existem forças aplicadas nos dois sentidos, abrindo ou fechando o mecanismo “U”, ou seja, a viga interna sofre tanto a influência de uma viga adjacente com força aplicada no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido quanto a influência de outra viga adjacente com a força aplicada no sentido de fechar mecanismo “U” invertido. Assim, caso se queira inverter o sentido das forças aplicadas, o que se inverterá será a deformada do conjunto, mas os valores absolutos dos deslocamentos permanecerão os mesmos. Portanto, diferentemente dos modelos numéricos de vigas mistas de borda, os modelos numéricos de vigas mistas internas são

processados uma única vez para a condição de carregamento dada na Figura 5.1 e na Figura 5.2.

5.4 Resultados e discussões

5.4.1 Coeficiente α igual a 3

Os resultados numéricos e analíticos auferidos estão exibidos na Tabela 5.2 para viga interna com α igual a 3.

Tabela 5.2 - Resultados para viga mista interna com α igual a 3

Modelo	Rigidez rotacional numérica (kN.m/rad.m)				Rigidez rotacional analítica (kN.m/rad.m)			Razão Analítico/Numérico			Rigidezes Parciais Numérica			Razão $k_{1,a}/k_{2,a}$
	$k_{1,n}$	$k_{2,n}$	$k_{3,n}$	$k_{r,n}$	$k_{1,a}$	$k_{2,a}$	$k_{r,a}$	$k_{1,a}/k_{1,n}$	$k_{2,a}/k_{2,n}$	$k_{r,a}/k_{r,n}$	$k_{1,n}$	$k_{2,n}$	$k_{3,n}$	
U3-P	500,5	54,9	1510,6	47,9	414,4	57,4	50,4	-	-	-	9,6%	87,3%	3,2%	7,2
U7-P	738,2	54,7	1511,8	49,3	259,0	57,4	47,0	-	-	-	6,7%	90,1%	3,3%	4,5
U17-P	247,2	92,0	1524,7	64,2	414,4	96,8	78,5	-	-	-	26,0%	69,8%	4,2%	4,3
U18-P	1514,9	256,1	8359,2	213,5	1627,2	272,8	233,6	1,07	1,07	1,09	14,1%	83,4%	2,6%	6,0
U22-P	1201,5	255,6	8357,5	205,6	1301,7	272,8	225,5	1,08	1,07	1,10	17,1%	80,4%	2,5%	4,8
U32-P	1427,7	216,0	8412,3	183,6	1627,2	230,8	202,1	1,14	1,07	1,10	12,9%	85,0%	2,2%	7,0

Fonte: Elaborado pelo autor

Ao analisar os resultados para α igual a 3, percebe-se que nem todos os modelos têm uma curva momento *versus* rotação da laje completa. Contudo, aqueles que apresentam o terceiro trecho da curva (modelos U18-P, U22-P e U32-P) possuem valores numéricos das rigidezes rotacionais parciais e total convergentes com o método analítico proposto pela ABNT NBR 8800:2008.

Para a rigidez rotacional da laje de concreto, observa-se que os valores numéricos muito se aproximam dos valores analíticos, possuindo uma diferença máxima de 14% (os valores analíticos são um pouco maiores que os numéricos), o que indica que a formulação analítica prevê de forma eficiente a rigidez rotacional da laje de concreto de uma viga mista interna.

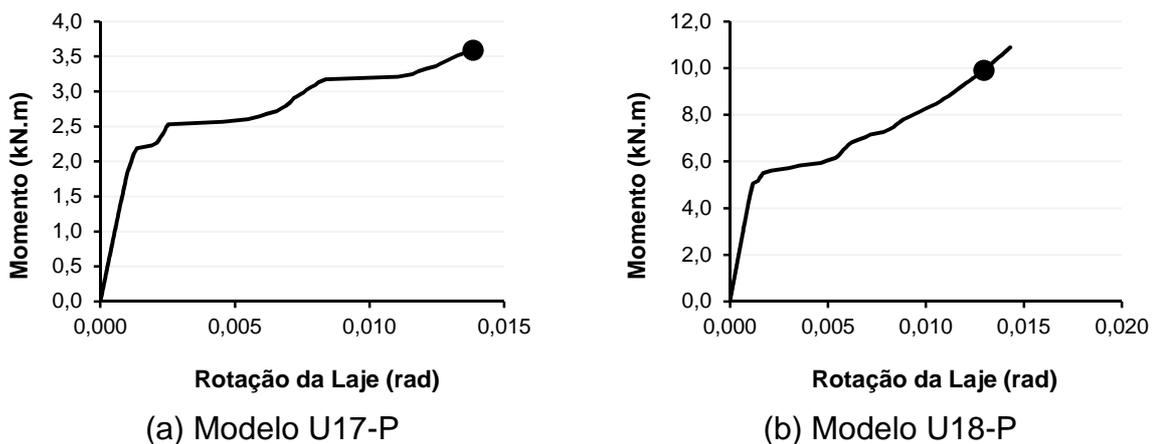
Ainda que o método analítico despreze a rigidez da conexão de cisalhamento, os resultados obtidos para a rigidez rotacional total da viga mista vão ao encontro dos resultados numéricos, com um desvio igual a 10%. Portanto, a formulação proposta

pela norma ABNT NBR 8800:2008 é, para os casos estudados, precisa ao determinar a rigidez rotacional total e as rigidezes rotacionais parciais da laje de concreto e da alma do perfil de aço.

Outro fator que pode ser levado em conta é a relação entre o momento de fissuração da laje de concreto e o momento de plastificação da alma do perfil de aço ($M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$). Para α igual a 2, as lajes deixam de apresentar uma curva momento *versus* rotação da laje completa, para uma relação $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$ maior que 1,00 (força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido) ou 1,09 (força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido). Contudo, para α igual a 3, é possível perceber que o valor limite dessa relação reduz um pouco mais.

A Figura 5.3 mostra as curvas momento *versus* rotação da laje para os modelos U17-P e U18-P até o esgotamento da alma do perfil de aço. Constata-se que o segundo trecho da curva se modifica quando comparado aos modelos com α igual a 2. Para α igual a 3, esse trecho pode conter mais de um intervalo no qual há grandes rotações a pequeno acréscimo de momento, o que dificulta visualmente a localização da transição do segundo para o terceiro trecho.

Figura 5.3 - Curva momento *versus* rotação da laje dos modelos U17-P e U18-P

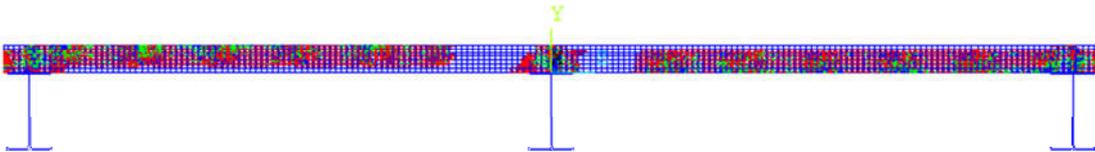


Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 5.3(a) contém um par de coordenadas (3,59; 0,0138) em destaque na curva. Esse ponto é inserido para que se possa mostrar o nível de fissuração da laje (ver Figura 5.4) e esclarecer que o segundo trecho ainda não se completou.

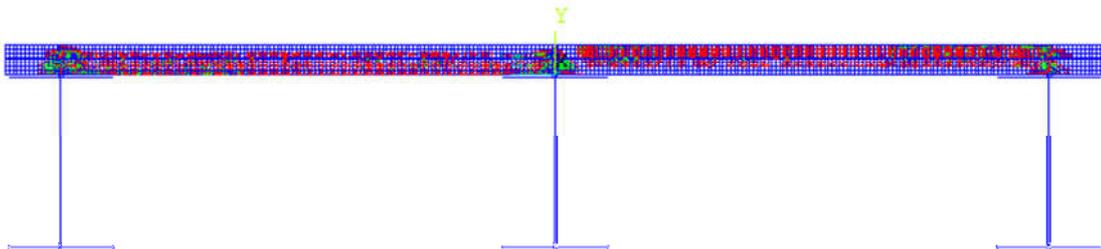
Portanto, a razão $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$ igual 0,91 do modelo U17-P se relaciona, graficamente, com o fim do segundo trecho da curva. Referente ao modelo U18-P, Figura 5.3(b), a relação $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$ igual a 0,51 já garante a existência do terceiro trecho da curva, que é estabelecido a partir do par de coordenadas (9,90; 0,0130) em destaque (a Figura 5.5 mostra o nível de fissuração da laje neste ponto).

Figura 5.4 - Nível de fissuração da laje de concreto do modelo U17-P com 95% do carregamento aplicado



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 5.5 - Nível de fissuração da laje de concreto do modelo U18-P com 75% do carregamento aplicado



Fonte: Elaborado pelo autor

Assim, uma pesquisa mais detalhada deve ser elaborada para relação $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$ com valores maiores que 0,91 para poder definir o valor do intervalo que caracteriza o segundo trecho da curva e, desta maneira, determinar a rigidez rotacional da viga mista como uma porcentagem da rigidez rotacional da alma do perfil de aço caso a curva apresente apenas o primeiro trecho.

5.4.2 Coeficiente α igual a 4

Os resultados numéricos e analíticos auferidos estão exibidos na Tabela 5.3 para viga interna com α igual a 4.

Tabela 5.3 - Resultados para viga mista interna com α igual a 4

Modelo	Rigidez rotacional numérica (kN.m/rad.m)				Rigidez rotacional analítica (kN.m/rad.m)			Razão Analítico/Numérico			Rigidezes Parciais Numérica			Razão $k_{1,a}/k_{2,a}$
	$k_{1,n}$	$k_{2,n}$	$k_{3,n}$	$k_{r,n}$	$k_{1,a}$	$k_{2,a}$	$k_{r,a}$	$k_{1,a}/k_{1,n}$	$k_{2,a}/k_{2,n}$	$k_{r,a}/k_{r,n}$	$k_{1,n}$	$k_{2,n}$	$k_{3,n}$	
U3-P	736,0	54,8	1508,7	49,3	552,5	57,4	52,0	-	-	-	6,7%	90,0%	3,3%	9,6
U7-P	339,4	54,6	1550,3	45,7	345,3	57,4	49,2	-	-	-	13,5%	83,6%	2,9%	6,0
U17-P	784,8	91,9	1522,0	78,0	552,5	96,8	82,4	-	-	-	9,9%	84,9%	5,1%	5,7
U18-P	1484,8	255,1	8168,3	212,1	2169,6	272,8	242,3	1,46	1,07	1,14	14,3%	83,1%	2,6%	8,0
U22-P	1221,1	254,6	8124,4	205,3	1735,7	272,8	235,7	1,42	1,07	1,15	16,8%	80,7%	2,5%	6,4
U32-P	1411,5	215,7	8597,7	183,1	2169,6	230,8	208,6	1,54	1,07	1,14	13,0%	84,9%	2,1%	9,4

Fonte: Elaborado pelo autor

Pela análise dos resultados da Tabela 5.3, para vigas mistas internas com α igual a 4, percebe-se que os modelos que não apresentam a curva momento *versus* rotação da laje completa são os mesmos modelos que possuem esse comportamento nas vigas mistas internas com α igual a 3.

Com relação à rigidez rotacional da laje, constata-se que os valores numéricos são menores que os analíticos propostos pela formulação da ABNT NBR 8800:2008 para os modelos que apresentam curva momento *versus* rotação da laje completa, ou seja, modelos U18-P, U22-P e U32-P. Na realidade, esses valores numéricos são muito similares àqueles auferidos para o coeficiente α igual a 3 (ver Tabela 5.4).

Tabela 5.4 - Rigidezes rotacionais numéricas e analíticas da laje de concreto

Modelo	$k_{1,n} (\alpha=4)$	$k_{1,a} (\alpha=4)$	$k_{1,a} (\alpha=3)$
U18-P	1484,8	2169,6	1627,2
U22-P	1221,1	1735,7	1301,7
U32-P	1411,5	2169,6	1627,2

Fonte: Elaborado pelo autor

Assim, para α igual a 4, há uma divergência entre os valores numéricos e analíticos da rigidez rotacional da laje de concreto, indicando que esse coeficiente proposto pela norma ABNT NBR 8800:2008, para os casos estudados, não é adequado.

Para a rigidez rotacional da alma do perfil, como nos demais modelos numéricos, o desvio máximo observado é pequeno, da ordem de 7%. A rigidez rotacional da conexão de cisalhamento possui uma baixa contribuição na rigidez rotacional da viga mista, 2,6% para os modelos com curva momento *versus* rotação da laje

completa, indo ao encontro da formulação proposta pela ABNT NBR 8800:2008 que despreza essa parcela no cálculo da rigidez rotacional da viga mista.

Por fim, a rigidez rotacional da viga mista apresenta valores numéricos com desvio máximo de 15% em relação aos analíticos, desvio este relativamente pequeno considerando que os valores numéricos da rigidez rotacional da laje não apresentam boa concordância com os valores analíticos.

Um estudo mais detalhado deve ser conduzido para avaliar a relação da razão $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$ com a rotação da laje de concreto, já que os modelos com razão $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$ igual a 0,51 apresentam curva rotação da laje *versus* momento completa e aqueles com razão igual a $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$ 0,91, não.

6 CONCLUSÕES

6.1 Sobre o trabalho realizado

Neste trabalho, busca-se avaliar a precisão do método adotado pela ABNT NBR 8800:2008 para determinação da rigidez rotacional de vigas mistas de aço e concreto com laje de concreto maciça, ou plana, e perfil de aço com alma não enrijecida, tendo como base o mecanismo “U” invertido contínuo. A avaliação correta dessa rigidez é condição necessária à verificação do estado-limite último de flambagem lateral com distorção (FLD) que pode governar o dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto contínuas e semicontínuas.

Para se alcançar esse propósito, desenvolvem-se modelos numéricos que são aferidos com os protótipos ensaiados por Calenzani (2008) para viga mista de borda, tendo o perfil de aço alma senoidal. A partir daí, essa alma senoidal é substituída por uma alma plana não enrijecida e elaboram-se modelos paramétricos para o estudo das rigidezes rotacionais parciais da laje de concreto, da conexão de cisalhamento e da alma do perfil de aço, e da rigidez rotacional da viga mista. Além da viga mista de borda, este trabalho busca avaliar o procedimento adotado pela ABNT NBR 8800:2008 para vigas mistas internas, com três ou quatro vigas adjacentes.

A rigidez rotacional da viga mista k_r é determinada por meio de gráficos momento *versus* rotação. Para isso, uma força horizontal é aplicada no centro geométrico da mesa inferior dos perfis de aço que compõem o mecanismo “U”, originando um momento em relação ao centro geométrico da mesa superior.

As principais conclusões obtidas a respeito da rigidez rotacional de vigas mistas de borda são:

- nas vigas mistas de borda, pode-se concluir que há uma divergência entre os valores numéricos da rigidez rotacional da laje de concreto determinados quando a força está no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido e aqueles determinados quando a força está no sentido de fechá-lo, o que não é

esperado nos modelos nos quais a taxa de armadura e o cobrimento são iguais tanto para a armadura superior quanto para a inferior. A rigidez rotacional da laje de concreto determinada com a força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido foi superior em até 24% à rigidez determinada com a força no sentido de abrir o mecanismo “U”;

- quando a força está aplicada no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido, percebe-se que não há uma boa concordância entre os valores numéricos e os analíticos da rigidez rotacional da laje de concreto. O método prescrito pela ABNT NBR 8800:2008, ao adotar o coeficiente α igual a 2 para viga de borda, fornece, na maioria dos casos, valores superiores aos numéricos. Tal fato não ocorre quando a força está no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido, havendo uma boa concordância entre os resultados numéricos e analíticos;
- recomenda-se adotar para o coeficiente α , equação (1.3) do subitem 1.2.3, em ambas as situações de momento positivo e momento negativo, o valor de 1,71. Isso implica, para momento positivo (força abrindo o mecanismo “U”), em um melhor ajuste entre os valores numéricos e analíticos, haja vista a razão $k_{1,a}/k_{1,n}$ (rigidez rotacional analítica e numérica da laje de concreto) que fica no intervalo de 1,01 a 1,27, quando a rigidez analítica da laje é calculada com α igual a 2, passa a estar compreendida no intervalo de 0,87 a 1,09, quando α é igual a 1,71. Para momento negativo (força fechando o mecanismo “U”), a razão $k_{1,a}/k_{1,n}$ que fica no intervalo de 0,88 a 1,16, quando a rigidez analítica da laje é calculada com α igual a 2, passa a estar compreendida no intervalo de 0,77 a 1,01, quando α é igual a 1,71. A redução da relação $k_{1,a}/k_{1,n}$, para o momento negativo, para valores abaixo da unidade acarreta numa maior segurança de cálculo;
- para a rigidez rotacional da alma do perfil de aço, o maior desvio observado nos modelos paramétricos em relação à formulação da ABNT NBR 8800:2008, tanto para o caso da força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido como de fechá-lo, limita-se a 7%. Concluindo-se, desta maneira, que

a formulação analítica utilizada, equação (1.7) do subitem 1.2.3, prevê de forma adequada a rigidez rotacional da alma;

- quanto à rigidez rotacional da conexão de cisalhamento, sua contribuição máxima na rigidez rotacional da viga mista é de 4,3% para o caso de conexão de cisalhamento com um conector de cisalhamento soldado na seção transversal e igual a 0,9% para o caso de conexão de cisalhamento com dois conectores de cisalhamento soldados na seção transversal. Assim, constata-se que os resultados numéricos vão ao encontro do procedimento adotado pela ABNT NBR 8800:2008 que despreza a rigidez rotacional da conexão de cisalhamento no cálculo da rigidez rotacional da viga mista;
- por fim, o valor da rigidez rotacional de uma viga mista de borda, segundo procedimento analítico da norma ABNT NBR 8800:2008, mostra-se compatível com os resultados numéricos auferidos, sobretudo para o valor corrigido do coeficiente α no caso de a força está no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido (para momento positivo). Com efeito, para momento positivo, a razão $k_{r,a}/k_{r,n}$ (rigidez rotacional analítica e numérica da viga mista) apresenta desvio máximo de 14% (para α igual 2) e de 10% (para α igual 1,71), e, para momento negativo, desvio máximo de 8% (para α igual 2) e de 7% (para α igual 1,71). Por tudo, conclui-se que a norma ABNT NBR 8800:2008 prevê de maneira confiável a rigidez rotacional da viga mista de borda.

As principais conclusões obtidas a respeito do estudo da curva momento *versus* rotação da laje de concreto para vigas mistas de borda são:

- para força no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido, o segundo trecho da curva momento *versus* rotação da laje de concreto ocorre quando a razão entre o momento de fissuração da laje e o momento de plastificação da alma, $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$, estiver dentro do intervalo de 1,09 a 1,62. Para esse intervalo, a rigidez rotacional da viga mista não deve ser obtida por meio do procedimento descrito pela norma ABNT NBR 8800:2008, uma vez que a

rigidez rotacional numérica da laje pode possuir um valor menor que sua rigidez rotacional analítica. Quando a razão $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$ é maior ou igual a 1,62, a rigidez rotacional da viga mista pode ser calculada como 0,9 vezes a rigidez rotacional da alma do perfil de aço, segundo a equação (1.7) do subitem 1.2.3;

- para força no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido, o segundo trecho da curva momento *versus* rotação da laje de concreto ocorre quando a razão $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$ (momento de fissuração da laje e momento de plastificação da alma) estiver dentro do intervalo de 1,00 a 1,36. Para esse intervalo, a rigidez rotacional da viga mista não deve ser obtida por meio do procedimento descrito pela norma ABNT NBR 8800:2008, uma vez que a rigidez rotacional numérica da laje pode possuir um valor menor que sua rigidez rotacional analítica. Quando a razão $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$ é maior ou igual a 1,36, a rigidez rotacional da viga mista pode ser calculada como 0,9 vezes a rigidez rotacional da alma do perfil de aço, segundo a equação (1.7) do subitem 1.2.3.

As principais conclusões obtidas a respeito da rigidez rotacional de vigas mistas internas são:

- para coeficiente α igual 3 (situação em que há três vigas adjacentes), os resultados analíticos se mostram convergentes com os resultados numéricos, tendo em vista que a rigidez rotacional da laje de concreto possui desvio máximo de 14%, a rigidez rotacional da alma, 7%, e a rigidez rotacional da viga mista, 10%. Com base nisso, infere-se que o procedimento da norma ABNT NBR 8800:2008 prevê de forma adequada a rigidez rotacional de uma viga mista interna para α igual a 3;
- para coeficiente α igual a 4 (situação em que há quatro ou mais vigas adjacentes), a rigidez rotacional da laje de concreto apresenta valores numéricos muito distintos dos analíticos, resultando em razões $k_{1,a}/k_{1,n}$ com valores de até 1,54. Portanto, esse coeficiente α igual a 4 proposto pela

norma ABNT NBR 8800:2008, para os casos estudados, não se mostra adequado. Mantendo-se o mesmo coeficiente α , igual a 3, para o caso de quatro ou mais vigas adjacentes, a relação $k_{1,a}/k_{1,n}$ fica com valor máximo de 1,15, o que sugere que a ABNT NBR 8800:2008 deveria manter o mesmo valor de α para qualquer número de vigas internas compondo as vigas adjacentes do piso;

- devido ao pequeno número de modelos avaliados para as condições de α igual a 3 e 4, salienta-se que um estudo mais aprofundado deve ser realizado para ratificação dos desvios encontrados.

6.2 Sugestões para trabalhos futuros

Com o desenvolvimento desta pesquisa sobre a determinação da rigidez rotacional de vigas mistas com lajes maciças de concreto, percebe-se que alguns assuntos merecem ser abordados em pesquisas posteriores. Desta maneira, sugere-se:

- realizar ensaios laboratoriais, em escala real, em protótipos de vigas mistas com três vigas adjacentes para medição das rigidezes rotacionais da laje de concreto, da conexão de cisalhamento e da alma do perfil de aço, com vistas à obtenção da rigidez rotacional da viga mista interna;
- realizar ensaios laboratoriais, em escala real, em protótipos de vigas mistas com quatro vigas adjacentes para medição das rigidezes rotacionais da laje de concreto, da conexão de cisalhamento e da alma do perfil de aço, com vistas à obtenção da rigidez rotacional das vigas mistas internas;
- desenvolver modelos numéricos de vigas mistas com lajes maciças de concreto com três e quatro vigas adjacentes, adicionais aos desta pesquisa, para ratificar o valor do coeficiente α e ampliar o estudo sobre a curva momento *versus* rotação da laje visando estabelecer uma relação entre a

razão $M_{fis,laje}/M_{pl,alma}$ e a obtenção do segundo e terceiro trechos da curva momento *versus* rotação da laje;

- expandir o escopo deste trabalho avaliando, por meio de modelos numéricos representativos do mecanismo “U” contínuo, o procedimento de cálculo descrito pela ABNT NBR 8800:2008 para determinação da rigidez rotacional de vigas mistas de aço e concreto com lajes mistas e perfis de alma não enrijecida;
- desenvolver uma formulação analítica mais simplificada que a da ABNT NBR 8800:2008 para a determinação da rigidez rotacional de lajes de concreto armado maciça ou mista;
- expandir o escopo deste trabalho determinando, por meio de modelos numéricos representativos do mecanismo “U” discreto, a rigidez rotacional de vigas mistas de aço e concreto com perfis de alma enrijecida;
- avaliar a formulação semiempírica proposta por Chen (1992) para determinação da rigidez rotacional de uma viga mista com perfis de alma enrijecida, por meio de modelos numéricos representativos do mecanismo “U” invertido discreto;
- desenvolver uma formulação analítica compatível com a ABNT NBR 8800:2008 para determinação da rigidez rotacional de vigas mistas com perfis de alma enrijecida.

7 REFERÊNCIAS

- ANSYS, INC. **Release 17.0 Documentation for ANSYS**. Canonsburg: [s.n.], 2015.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **ABNT NBR 8522:2003**: Concreto – Determinação dos módulos estáticos de elasticidade e de deformação e da curva tensão-deformação. Rio de Janeiro, 2003.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **ABNT NBR 5884:2005**: Perfil I estrutural de aço soldado por arco elétrico - Especificação. Rio de Janeiro, 2005.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **ABNT NBR 8800:2008**: Projeto de estrutura de aço e de estrutura mista de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **ABNT NBR 6118:2003**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **ABNT NBR 6118:2014**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- BRITISH STANDARDS INSTITUTION – BSI. **BS 5400-3:1982**: “Steel, concrete and composite bridge - Part 3: Code of practice for design of steel bridges”. London, 1982.
- BRITISH STANDARDS INSTITUTION – BSI. **BS 5400-3:2000**: “Steel, concrete and composite bridge - Part 3: Code of practice for design of steel bridges”. London, 2000.
- CALENZANI, A.F.G. **Proposição de procedimento para a determinação da rigidez rotacional de vigas mistas contínuas e semicontínuas com perfis de alma senoidal**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.
- CALENZANI, A.F.G.; FAKURY, R.H.; PAULA, F.A.; RODRIGUES, F.C.; QUEIROZ, G.; PIMENTA, R.J. Rotational stiffness of continuous composite beams with sinusoidal-web profiles for torsional buckling. **Journal of Constructional Steel Research**, n.79, p. 22-33, 2012.
- CHEN, S. **Instability of composite beams in hogging bending**. Thesis (Doctor of Philosophy) – Department of Engineering, University of Warwick, U.K, 1992.
- CHEN, S. Experimental study of prestressed steel–concrete composite beams with external tendons for negative moments. **Journal of Constructional Steel Research**, v.61, p. 1613-1630, 2005.

CHEN, S.; JIA, Y. Numerical investigation of inelastic buckling of steel–concrete composite beams prestressed with external tendons. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 48, p. 233-242, 2010.

CHEN, S.; XINDI, W.; JIA, Y. A comparative study of continuous steel–concrete composite beams prestressed with external tendons: Experimental investigation. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 65, p. 1480-1489, 2009.

CHEN, S.; XINDI, W. Finite Element Analysis of Distortional Lateral Buckling of Continuous Composite Beams with Transverse Web Stiffeners. **Advances in Structural Engineering**, v.15, p.1607-1616, 2012.

COELHO, L, H. **Mecânica dos Sólidos IV. 4-Flambagem**: documento de trabalho. Vitória, 2008. Disponível em: <<https://ecivilufes.wordpress.com/arquivos/5%C2%BA-periodo/mecanica-dos-solidos-iv/>>. Acesso em: 18 fev. 2016.

COMITÉ EUROPEU DE NORMALIZAÇÃO – CEN, **EN 1994-1-1:1991**. EUROCODE 4: Design of composite steel and concrete structures - Part 1-1: general rules and rules for buildings. Bruxelas, Bélgica, 1991.

COMITÉ EUROPEU DE NORMALIZAÇÃO – CEN, **EN 1994-1-1:2004**. EUROCODE 4: Design of composite steel and concrete structures - Part 1-1: general rules and rules for buildings. Bruxelas, Bélgica, 2004.

FABRIZZI, M.A. **Contribuição para o projeto e dimensionamento de edifícios de múltiplos andares com elementos estruturais mistos aço – concreto**. 2007. Dissertação (Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

FAN, C.K.R. **Buckling in continuous composite beams**. Thesis (Doctor of Philosophy) – Department of Engineering, University of Warwick, U.K., 1990.

GALAMBOS, T.V. **Guide to stability design criteria for metal structures**. 4 ed. New York: John Wiley & Sons, 1998.

GOLTERMANN, P.; SVENSSON, S.E. Lateral distortional buckling: predicting elastic critical stress. **Journal of Construction Steel Research**, n.114, p. 1606-1625, 1988.

HANSWILLE, G. LINDER, J. MÜNICH, D. Zum Biegedrillknicken von Stahlverbundträgern. **Stahlbau**, heft 7, 1998.

HASWILLE, G. Lateral torsional buckling of composite beams: Comparison of more accurate method with EUROCODE 4. **Composite Construction in Steel and Concrete IV**. New York, p. 105-116, 2002.

JOHNSON, R.P. **Composite Structures of Steel and Concrete**: beams, slabs, columns and frames for buildings. 3 ed. Warwick, U.K: Blackwell, 2004.

JOHNSON, R.P., ANDERSON, D. **Designer's Guide to EN 1994-1-1 Eurocode 4: Design of Composite Steel and Concrete Structures**. Londres, 2004.

NG, M.L.H.; RONAGH, H.R. An analytical solution for the elastic lateral-distortional buckling of I-section beams. **Advances in Structural Engineering**. v.7, p. 189-200, 2004.

OLIVEIRA, J. P. S.; CALENZANI, A. F. G.; FAKURY, R. H.; FERREIRA, W. G. Elastic critical moment of continuous composite beams with a sinusoidal-web steel profile for lateral-torsional buckling. **Engineering Structures**, v. 113, p. 121-132, 2016.

PARK, J.S.; STALLINGS, J.M.; KANG, Y.J. Lateral torsional buckling of prismatic beams with continuous top-flange bracing, **Journal of Constructional Steel Research**, 147-160, 2004.

PETERNELLI, L. A. **CAPÍTULO 9 – Regressão Linear e correlação**. [s.d.]. Disponível em: <<http://www.dpi.ufv.br/~peternelli/inf162.www.16032004/materiais/CAPITULO9.pdf>>. Acesso em: 21 abril 2017.

ROIK, K.; HANSWILLE, G.; KINA, J. Solution for the lateral torsional buckling problem of composite beams (em alemão). **Stahlbau**, 59, 327 – 332, 1990.

SVENSSON, S.E. Lateral buckling of beams analysed as elastically supported columns subject to a varying axial force. **Journal of Construction Steel Research**, n 5, p.179-193, 1985.

TIMOSHENKO, S.P.; GERE, J.M. **Theory of elastic stability**. New York, 1961.

VASDRAVELLIS, G.; UY, B.; TAN, E.L.; KIRKLAND, B. Behaviour and design of composite beams subjected to negative bending and compression. **Journal of Constructional Steel Research**, n.79, p.34-47, 2012.

WESTON, G.; NETHERCOT, D.A.; CRISFIELD, M.A. Lateral buckling in continuous composite bridge girders. **The Structural Engineer**, Vol. 69, Nº 5/5, Mar 1991.

WILLIAM, K.J.; WARNKE, E.D. Constitutive model for the triaxial behavior of concrete. **Proceedings, International Association for Bridge and Structural Mechanics**, Vol 19, p. 174, 1975.