UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

JÉSSICA SALOMÃO LOURENÇÃO

DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE PILARES MISTOS PREENCHIDOS DE AÇO E CONCRETO

VITÓRIA
2019

JÉSSICA SALOMÃO LOURENÇÃO

DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE PILARES MISTOS PREENCHIDOS DE AÇO E CONCRETO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, na área de concentração Estruturas.
Orientador: Élcio Cassimiro Alves.

VITÓRIA
2019

Ficha catalográfica disponibilizada pelo Sistema Integrado de Bibliotecas - SIBI/UFES e elaborada pelo autor

---

Salomão Lourenção, Jéssica, 1993-
S173d Dimensionamento ótimo de pilares mistos preenchidos de aço e concreto / Jéssica Salomão Lourenção. - 2019.
185 f. : il.

Orientador: Élcio Cassimiro Alves.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

1. Otimização estrutural. 2. Colunas. 3. MATLAB (programa de computador). I. Cassimiro Alves, Élcio. II. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Tecnológico. III. Título.

CDU: 624

JÉSSICA SALOMÃO LOURENÇÃO

DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE PILARES MISTOS PREENCHIDOS DE AÇO E CONCRETO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, na área de concentração Estruturas.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Élcio Cassimiro Alves
Universidade Federal do Espírito Santo
Orientador

Prof. Dr. Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani
Universidade Federal do Espírito Santo
Examinador interno

Prof. Dr. Antonio Macário Cartaxo de Melo
Universidade Federal do Ceará
Examinador externo

RESUMO

A utilização de perfis de aço de seções tubulares para pilares mistos preenchidos é uma solução interessante para a construção civil. Este tipo de perfil, devido a sua forma geométrica, apresenta grande resistência aos esforços solicitantes de maneira geral, possuindo três tipos de seções transversais, retangular, quadrada e circular, com ou sem armaduras longitudinais. No Brasil, o dimensionamento de pilares mistos preenchidos é coberto pela NBR 8800:2008, no entanto, tendo em vista que os perfis tubulares apresentam certas particularidades, a Associação Brasileira de Normas Técnicas publicou a NBR 16239:2013 com o intuito de apresentar cálculos mais precisos para estes tipos de perfis. Já na Europa, o dimensionamento é coberto somente pelo EN 1994-1-1:2004. Assim, visto que pilares mistos são elementos essencialmente comprimidos e podem estar sujeitos a flexo-compressão, deve-se verificar a viabilidade de utilização dessas resistências no dimensionamento dos mesmos. Dessa forma, com o intuito de reduzir custos, no geral, em virtude do carregamento existente, deseja-se definir uma geometria ótima. Deste modo, este trabalho visa reunir os critérios para a elaboração de um software com interface gráfica que realizará o dimensionamento ótimo de pilares mistos preenchidos de aço e concreto utilizando o *software Matlab* sob as prescrições da NBR 8800:2008, NBR 16239:2013 e o EN-1994-1-1:2004. Os métodos de otimização utilizados foram algoritmos determinísticos, por meio do Método dos Pontos Interiores e Método da Programação Quadrática Sequencial, e algoritmo probabilístico, por meio do Método do Algoritmo Genético. Os resultados encontrados pelo software elaborado demonstraram que o Método dos Pontos Interiores e o Método da Programação Quadrática Sequencial obtiveram os menores custos enquanto os resultados encontrados para o Método do Algoritmo Genético foram relativamente superiores devido a utilização de catálogos de perfis tubulares.

Palavras Chave: Dimensionamento, Pilares Mistos Preenchidos, Otimização

ABSTRACT

The use of steel profiles of tubular sections for filled composite columns is an interesting solution for civil construction. This type of profile, due to its geometric shape, presents great resistance to the soliciting forces in general, having three types of cross-sections, rectangular, square and circular, with or without longitudinal reinforcement. In Brazil, the design of concrete filled steel tube is covered by NBR 8800:2008, however, considering that the tubular profiles have certain peculiarities, the Brazilian Association of Technical Standards published the NBR 16239:2013 in order to present more accurate calculations for these types of profiles. In Europe, the design is covered only by EN 1994-1-1:2004. Thus, in order to reduce costs, in general, due to the existing load, it is desired to define an optimum geometry. In this way, this work aims to gather the criteria for the elaboration of a software with graphical interface that will realize the optimal dimensioning of concrete filled steel tube using Matlab software under the prescriptions of NBR 8800:2008, NBR 16239:2013 and EN-1994-1-1:2004. The optimization methods used were deterministic algorithms, using the Inner Method and Sequential Quadratic Programming Method, and probabilistic algorithm, using the Genetic Algorithm Method. The results found in the software developed demonstrated that the Inner Method and the Sequential Quadratic Programming Method obtained the lowest costs while the results found for the Genetic Algorithm Method were relatively higher due to the use of tubular profile catalogs.

Keywords: Design, Concrete Filled Steel Tube, Optimization

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – PERFIS TUBULARES DE AÇO 10
FIGURA 2 – PILARES MISTOS DE AÇO PREENCHIDOS COM CONCRETO 10
FIGURA 3 – PRIMEIRAS EDIFICAÇÕES CONSTRUÍDAS NO BRASIL 16
FIGURA 4 – TIPOS DE PILARES MISTOS 18
FIGURA 5 – TIPOS DE PILARES MISTOS 18
FIGURA 6 – TIPOS DE SEÇÃO TUBULAR 20
FIGURA 7 – PARCELAS DA ADERÊNCIA 20
FIGURA 8 – ESTADO DE CONFINAMENTO DO CONCRETO 22
FIGURA 9 – FLAMBAGEM LOCAL NO PERFIL TUBULAR 23
FIGURA 10 – DISPOSITIVO TIPO 1 35
FIGURA 11 – DISPOSITIVO TIPO 2 36
FIGURA 12 – SEÇÃO TUBULAR RETANGULAR PREENCHIDA COM CONCRETO 42
FIGURA 13 – SEÇÃO TUBULAR CIRCULAR PREENCHIDA COM CONCRETO 43
FIGURA 14 – DIAGRAMA DE INTERAÇÃO MOMENTO FLETOR – FORÇA NORMAL – MODELO DE CÁLCULO I 44
FIGURA 15 – DIAGRAMA DE INTERAÇÃO MOMENTO FLETOR – FORÇA NORMAL – MODELO DE CÁLCULO II 45
FIGURA 16 – DIAGRAMA DE INTERAÇÃO MOMENTO FLETOR – FORÇA NORMAL – MODELO DE CÁLCULO 47
FIGURA 17 – SEÇÃO TUBULAR RETANGULAR PREENCHIDA COM CONCRETO 56
FIGURA 18 – SEÇÃO TUBULAR CIRCULAR PREENCHIDA COM CONCRETO 57
FIGURA 19 – DIAGRAMA DO MOMENTO FLETOR 60
FIGURA 20 – DIAGRAMA DE INTERAÇÃO MOMENTO FLETOR – FORÇA NORMAL – MODELO DE CÁLCULO 61
FIGURA 21 – PARÂMETROS *DEFAULT* DA FUNÇÃO $fmincon$ 71
FIGURA 22 – PARÂMETROS *DEFAULT* DA FUNÇÃO ga 72
FIGURA 23 – VARIÁVEIS DE PROJETO DA SEÇÃO TUBULAR RETANGULAR 76
FIGURA 24 – VARIÁVEIS DE PROJETO DA SEÇÃO TUBULAR QUADRADA 77
FIGURA 25 – VARIÁVEIS DE PROJETO DA SEÇÃO TUBULAR CIRCULAR 77
FIGURA 26 – CONJUNTO DE PARÂMETROS QUE COMPÕEM A VARIÁVEL DE PROJETO DA SEÇÃO TUBULAR RETANGULAR 86
FIGURA 27 – – CONJUNTO DE PARÂMETROS QUE COMPÕEM A VARIÁVEL DE PROJETO DA SEÇÃO TUBULAR QUADRADA 87
FIGURA 28 – – CONJUNTO DE PARÂMETROS QUE COMPÕEM A VARIÁVEL DE PROJETO DA SEÇÃO TUBULAR CIRCULAR 87
FIGURA 29 – INTERFACE GRÁFICA INICIAL DO PROGRAMA 91
FIGURA 30 – OPÇÕES DE OTIMIZAÇÃO PARA SEÇÃO TRANSVERSAL DE PERFIL TUBULAR CIRCULAR 92
FIGURA 31 – RESULTADOS PARA PERFIL TUBULAR CIRCULAR 94
FIGURA 32 – FLUXOGRAMA DOS EXEMPLOS 96

FIGURA 33 – REPRESENTAÇÃO DO PILAR MISTO PREENCHIDO DE SEÇÃO TUBULAR CIRCULAR 97
FIGURA 34 – REPRESENTAÇÃO DO PILAR MISTO PREENCHIDO DE SEÇÃO TUBULAR RETANGULAR 103
FIGURA 35 – REPRESENTAÇÃO DO PILAR MISTO PREENCHIDO DE SEÇÃO TUBULAR QUADRADA 110

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – PRINCIPAIS ESTUDOS SOBRE PILARES MISTOS.....29
TABELA 2 – LIMITAÇÃO DO ÍNDICE DE ESBELTEZ LOCAL DOS PILARES MISTOS PREENCHIDOS 32
TABELA 3 – VALORES DA TENSÃO DE CISALHAMENTO RESISTENTE DE CÁLCULO τRd.....33
TABELA 4 – LIMITAÇÃO DO ÍNDICE DE ESBELTEZ LOCAL DOS PILARES MISTOS PREENCHIDOS 51
TABELA 5 – CURVAS DE FLAMBAGEM E IMPERFEIÇÕES INICIAIS DOS PILARES MISTOS PREENCHIDOS 54
TABELA 6 – FATOR DE IMPERFEIÇÃO.....54
TABELA 7 – RESULTADOS DOS SOFTWARES PARA O EXEMPLO 1 PARA NBR 8800:2008 98
TABELA 8 – RESULTADOS DO DIMENSIONAMENTO OTIMIZADO PELOS MÉTODOS IP E SQP PARA NBR 8800:2008 98
TABELA 9 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO DO PILAR MISTO PREENCHIDO DE PERFIL TUBULAR CIRCULAR 100
TABELA 10 – COMPARATIVO DO CUSTO DO PILAR MISTO PREENCHIDO DE PERFIL CIRCULAR 102
TABELA 11 – RESULTADOS DOS SOFTWARES PARA O EXEMPLO 2 PARA NBR 8800:2008 104
TABELA 12 – RESULTADOS DO DIMENSIONAMENTO OTIMIZADO PELOS MÉTODOS IP E SQP PARA NBR 8800:2008 104
TABELA 13 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO DO PILAR MISTO PREENCHIDO DE PERFIL TUBULAR RETANGULAR 107
TABELA 14 – COMPARATIVO DO CUSTO DO PILAR MISTO PREENCHIDO DE PERFIL RETANGULAR 109
TABELA 15 – RESULTADOS DOS SOFTWARES PARA O EXEMPLO 3 PARA NBR 8800:2008 111
TABELA 16 – RESULTADOS DO DIMENSIONAMENTO OTIMIZADO PELOS MÉTODOS IP E SQP PARA NBR 8800:2008 111
TABELA 17 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO DO PILAR MISTO PREENCHIDO DE PERFIL TUBULAR QUADRADA.....113
TABELA 18 – COMPARATIVO DO CUSTO DO PILAR MISTO PREENCHIDO DE PERFIL QUADRADA 115

LISTA DE SÍMBOLOS

A_a	Área do aço;
A_c	Área do concreto;
A_s	Área da armadura;
A_{sn}	Soma das áreas das barras da armadura na região de altura $2h_n$;
A_{si}	Área da barra da armadura;
A_{sin}	Área de cada barra da armadura na região de altura $2h_n$;
A	Matriz do sistema de inequações lineares;
A_{eq}	Matriz do sistema de equações lineares;
b_i	Maior dimensão paralela a um eixo de simetria da seção tubular retangular;
b	Vetor resposta do sistema de inequações lineares;
b_{eq}	Vetor resposta do sistema de equações lineares;
$c(x)$	Vetor que contém as inequações não lineares do problema;
$c_{eq}(x)$	Vetor que contém as equações não lineares do problema;
D	Diâmetro externo do perfil tubular circular;
E_a	Módulo de elasticidade do aço;
E_c	Módulo de elasticidade do concreto;
$E_{c,red}$	Módulo de elasticidade reduzido do concreto;
E_s	Módulo de elasticidade da armadura;
$(EI)_e$	Rigidez efetiva à flexão;
$(EA)_e$	Rigidez axial efetiva à compressão;
e_i	Distância do eixo da barra da armadura ao eixo de simetria relevante;
e_{yi}	Distância do eixo da barra da armadura ao eixo x.
$f(x)$	Função objetivo do problema;
f_y	Resistência ao escoamento do aço.
f_{yd}	Resistência de cálculo ao escoamento do aço dividido pelo coeficiente de ponderação resistência do aço (γ_a);

f_{ck}	Resistência característica à compressão;
f_{cd}	Resistência característica à compressão dividido pelo coeficiente de ponderação resistência do concreto (γ_c);
f_{ys}	Resistência ao escoamento das armaduras;
f_{sd}	Resistência de cálculo ao escoamento da armadura dividido pelo coeficiente de ponderação resistência das armaduras (γ_s);;
I_a	Momento de inércia do aço, concreto e armadura;
I_c	Momento de inércia do concreto;
I_s	Momento de inércia da armadura;
KL	Comprimento de flambagem do pilar;
k_{glob}	Fator de amplificação devido a analise global;
k_{imp}	Fator de amplificação devido as imperfeições iniciais;
l_b	Vetor de limite inferior do valor das variáveis;
L_x	Comprimento do pilar entre contenções laterais em relação ao eixo x;
L_y	Comprimento do pilar entre contenções laterais em relação ao eixo y;
N_{Sd}	Força axial solicitante de cálculo;
N_{Rd}	Força axial resistente de cálculo;
N_{cr}	Força axial de flambagem elástica;
$N_{pl.R}$	Valor de $N_{pl,Rd}$ tomando-se os coeficientes de resistência γ_a, γ_c e γ_s iguais a 1,0.
$N_{pl,Rd}$	Força axial resistente de cálculo à plastificação total;
$N_{pl,a,Rd}$	Força axial resistente de cálculo do perfil de aço à plastificação total;
$N_{pl,c,Rd}$	Força axial resistente de cálculo do concreto à plastificação total;
N_e	Força axial de flambagem elástica;
$N_{e2,x}$	Força axial de flambagem elástica em relação ao eixo x;
$N_{e2,y}$	Força axial de flambagem elástica em relação ao eixo y;
$N_{G,Sd}$	Parcela da força axial solicitante de cálculo devida a ação permanente e ação decorrente do uso de atuação quase permanente;
M_{Sd}	Momento fletor solicitante de cálculo na ligação;

$M_{x,Sd}$ Momento fletor solicitante de cálculo em relação ao eixo x;

$M_{y,Sd}$ Momento fletor solicitante de cálculo em relação ao eixo y;

$M_{pl,Rd}$ Momento fletor resistente de plastificação;

$M_{pl,a,Rd}$ Contribuição do perfil de aço no momento fletor resistente de plastificação;

$M_{max,pl,Rd}$ Momento fletor máximo resistente de plastificação;

$M_{x,tot,Sd}$ Momento fletor solicitante de cálculo total em relação ao eixo x;

$M_{y,tot,Sd}$ Momento fletor solicitante de cálculo total em relação ao eixo y;

$M_{x,i,Sd}$ Momento devido às imperfeições ao longo do pilar em relação ao eixo x;

$M_{y,i,Sd}$ Momento devido às imperfeições ao longo do pilar em relação ao eixo y;

$M_{x,Sd}$ Momento fletor solicitante em relação ao eixo x da seção mista;

$M_{x,Rd}$ Momento fletor resistente de cálculo em relação ao eixo x da seção mista;

$M_{y,Sd}$ Momento fletor solicitante em relação ao eixo y da seção mista;

$M_{y,Rd}$ Momento fletor resistente de cálculo em relação ao eixo y da seção mista;

t Espessura da parede do perfil tubular retangular ou circular;

u_b Vetor de limite superior do valor das variáveis;

V_{Sd} Força cortante solicitante de cálculo na ligação;

x Vetor das variáveis do problema;

Z_a Módulo de resistência do aço;

Z_{an} Módulos de resistência plástico do aço;

Z_c Módulo de resistência do concreto;

Z_{cn} Módulos de resistência plástico do concreto;

Z_s Módulo de resistência da armadura;

Z_{sn} Módulos de resistência plástico da armadura;

α Coeficiente igual a 0,95 para seções tubulares circulares preenchidas com concreto e 0,85 para as demais seções.

φ Coeficiente de fluência do concreto, onde simplificadamente admite-se que seja tomado igual a 2,5 nas seções total ou parcialmente

	revestidas com concreto e igual a 0 nas seções tubulares preenchidas com concreto.
δ	Fator de contribuição do aço;
χ	Fator de redução de resistência;
$\lambda_{0,m}$	Índice de esbeltez reduzido;

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 10

1.1 OBJETIVOS 12

1.1.1 Objetivo Geral 12

1.1.2 Objetivos Específicos 12

1.2 JUSTIFICATIVA 12

1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO 13

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 15

2.1 ELEMENTOS ESTRUTURAIS MISTOS DE AÇO E CONCRETO 15

2.2 PILARES MISTOS DE AÇO E CONCRETO 17

2.3 PILARES MISTOS PREENCHIDOS 19

2.3.1 Principais características dos pilares mistos preenchidos 20

2.3.1.1 Aderência 20

2.3.1.2 Confinamento do concreto 21

2.3.1.3 Flambagem local do perfil 23

2.3.2 Vantagens e desvantagens no uso de pilares mistos preenchidos 24

2.4 ESTADO DA ARTE 24

2.5 DIMENSIONAMENTO DE PILARES MISTOS PREENCHIDOS 30

2.5.1 Dimensionamento segundo a NBR 8800:2008 e a NBR 16239:2013 30

2.5.1.1 Hipóteses básicas e limites de aplicabilidade do dimensionamento 31

2.5.1.2 Flambagem local dos elementos de aço 32

2.5.1.3 Cisalhamento nas superfícies de contato aço e concreto 33

2.5.1.4 Dimensionamento à força axial de compressão 37

2.5.1.5 Dimensionamento à flexo-compressão 41

2.5.1.6 Projeto das armaduras de aço segundo a NBR 6118:2014 48

2.5.2 Dimensionamento segundo o EN 1994-1-1:2004 50

2.5.2.1 Flambagem local dos elementos de aço 51

2.5.2.2 Dimensionamento à força axial de compressão 51

2.5.2.3 Dimensionamento à flexo-compressão 55

2.5.4.4 Projeto das armaduras de aço segundo o EN 1992-1-1:2004 62

2.5 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO 63

2.6.1 Algoritmos determinísticos 66

2.6.2 Algoritmos probabilísticos 67
2.6.2.1 Codificação das variáveis genéticas 69
2.6.3 Formulação matemática de problemas de otimização 70
3 METODOLOGIA 74
3.1 O PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO 74
3.1.1 Método dos Pontos Interiores e Método da Programação Quadrática Sequencial 75
3.1.1.1 Variáveis de projeto 75
3.1.1.2 Funções de restrição 77
3.1.1.3 Espaço de busca 83
3.1.2 Método do Algoritmo Genético 85
3.1.2.1 Variáveis de projeto 85
3.1.2.2 Funções de restrição 88
3.1.2.3 Espaço de busca 88
3.2 O PROGRAMA 89
4 APLICAÇÕES E RESULTADOS 95
4.1 EXEMPLO 1 – PILAR MISTO PREENCHIDO DE PERFIL TUBULAR CIRCULAR 97
4.2 EXEMPLO 2 – PILAR MISTO PREENCHIDO DE PERFIL TUBULAR RETANGULAR 103
4.3 EXEMPLO 3 – PILAR MISTO PREENCHIDO DE PERFIL TUBULAR QUADRADA 110
5 CONCLUSÃO 117
5.1 CONCLUSÕES 117
5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS 119
6 REFERÊNCIAS 120
ANEXO A 126
ANEXO B 135
ANEXO C 140
ANEXO D 144
ANEXO E 152
ANEXO F 157
APÊNDICE 161

1 INTRODUÇÃO

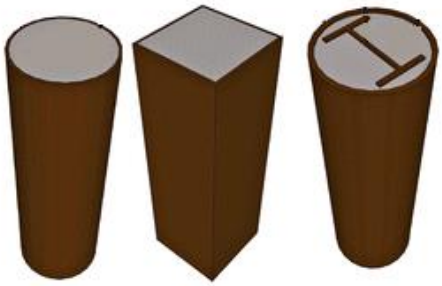
Os perfis tubulares de aço, Figura 1, são muito utilizados na construção civil por apresentarem grande resistência aos esforços solicitantes de maneira geral como tração, compressão, torção, flexo-torção e flexo-compressão. Quando os pilares são preenchidos com concreto, os mesmos passam a ser chamados de pilares mistos constituídos por perfis tubulares preenchidos com concreto.

Figura 1 – Perfis tubulares de aço

Fonte: PERFICON (2019).

Eles são compostos por um perfil de aço que trabalha em conjunto com o concreto, Figura 2, unindo a capacidade de resistência do aço com a do concreto, apresentando três tipos de geometrias de seções transversais disponíveis, retangular, quadrada e circular, possibilitando assim, vários tipos geometrias de seções transversais as quais podem possuir ou não armaduras longitudinais, além de um perfil de aço incorporado no seu interior, que satisfazem cada situação de esforço solicitante.

Figura 2 – Pilares mistos de aço preenchidos com concreto



Fonte: KARIMI, EL-DAKHAKHNI e TAIT (2010).

Tendo em vista que o sistema estrutural com perfis tubulares de aço apresenta vantagens para a construção civil, como proteção contra o fogo e a corrosão, e dispensa do uso de formas, a Associação Brasileira de Normas Técnicas publicou uma norma com o enfoque em perfis tubulares, a NBR 16239:2013 - Projeto de estruturas de aço e estruturas mistas de aço e concreto de edificações com perfis tubulares, com o intuito de apresentar cálculos mais precisos para o dimensionamento, visto que a NBR 8800:2008 apresenta uma curva única para o fator de redução da resistência à compressão em função do índice de esbeltez para todos os tipos de pilares mistos, sem distinção. Portanto, a norma que regulamenta e descreve como deve ser feito o dimensionamento de pilares mistos no Brasil é a NBR 8800:2008 – Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Já na Europa, a norma que rege o dimensionamento de pilares mistos é o EN 1994-1-1:2004 – Projeto de estruturas mistas aço-betão – Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios.

Dessa forma, com a vasta gama de geometrias de seções transversais disponíveis, a dificuldade passa a ser definir qual é a melhor geometria, a mais econômica, em virtude do carregamento existente, ou seja, a geometria ótima. As variáveis que interferem diretamente no custo final dos pilares mistos preenchidos são o preço do concreto, em função da resistência característica à compressão adotada, o custo do perfil de aço e o custo do aço das armaduras longitudinais.

Para tal, a obtenção da seção ótima pode ser feita por meio de técnicas de otimização inseridas em programas computacionais que realizam cálculos iterativos, que atualizam os valores das variáveis de projeto até encontrar o custo mínimo para o pilar misto preenchido. Neste cálculo, não podem ser excluídos os critérios e exigências definidos pelas normas de dimensionamento a fim de que seja definida uma estrutura segura.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho é apresentar a formulação do problema de otimização e aplicá-la em para pilares mistos de aço preenchidos com concreto segundo as prescrições da NBR 8800:2008, da NBR 16239:2013 e do EN 1994-1-1:2004.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Desenvolver um programa na plataforma do *software Matlab* 2016a com uso da ferramenta GUIDE para dimensionamento e otimização de pilares mistos preenchidos;
- Analisar a viabilidade do uso dos pilares mistos levando em consideração a utilização de catálogo de tubos estruturais;
- Fazer uma análise do custo final dos pilares levando em consideração a resistência característica do concreto à compressão que pode variar de 20 a 90 MPa;
- Fazer uma análise comparativa entre os algoritmos de otimização baseado no método dos pontos interiores, método da programação quadrática sequencial e método do algoritmo genético para verificar a eficiência da solução.

1.2 JUSTIFICATIVA

A utilização de perfis tubulares de aço é uma solução interessante em diversos tipos de obras, pois tais perfis apresentam boa resistência frente às solicitações devido a sua forma geométrica. Apesar de os pilares mistos preenchidos serem pouco utilizados no Brasil, e largamente utilizados em outros países, como em países da

Europa, os mesmos possuem vantagens quando aplicados na construção civil, uma das mais significativas é a proteção contra o fogo e corrosão, no entanto, há outras como: proteção contra o impacto de veículos, economia de materiais, dispensa do uso de formas, etc.

A despeito de todas essas vantagens, o dimensionamento de pilares mistos não é vastamente estudado no Brasil, sendo, portanto, difícil de encontrar estudos que abordem pilares mistos de aço preenchidos com concreto. Contudo, existem alguns estudos que abordam a utilização dos mesmos utilizando o EN 1994-1-1:2004 como norma de dimensionamento. No mais, com a publicação da NBR 16239:2013, pela Associação Brasileira de Normas Técnicas, que alterou alguns parâmetros para o cálculo específico de pilares mistos preenchidos, visando as particularidades do comportamento das estruturas com perfis tubulares, poucos são os estudos encontrados que seguem as prescrições de ambas as normas, NBR 8800:2008 e a NBR 16239:2013, para o dimensionamento de pilares mistos preenchidos.

Assim, em busca de suprir as lacunas existentes neste tema, será realizado o dimensionamento otimizado de pilares mistos de aço preenchidos com concreto. Ressalta-se que estudos envolvendo o dimensionamento otimizado deste tipo de estrutura, pilares mistos preenchidos, são ainda escassos.

1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação está estruturada em 5 capítulos. No capítulo 1 são apresentados o tema, os objetivos e as justificativas utilizadas no desenvolvimento deste trabalho e do programa computacional.

O capítulo 2 contém a revisão bibliográfica que aborda referencial teórico e o estado da arte, o qual contempla os estudos recentes sobre o tema no Brasil, em especial, os desenvolvidos a partir de 2008, uma vez que nesse ano foi realizada uma revisão na NBR 8800, a qual atualmente engloba todos os procedimentos para o projeto de estruturas mistas de aço e concreto. Além disso contempla os estudos encontrados sobre o tema utilizando o EN 1994-1-1:2004. Discute também as definições

necessárias para o dimensionamento dos pilares mistos de aço e concreto, e a explicação sobre os métodos de otimização existentes, sobretudo, os adotados, Método dos Pontos Interiores, Método da Programação Sequencial Quadrática e Método dos Algoritmo Genético.

No capítulo 3 é descrita a formulação do problema. Nele, define-se o problema de otimização, as suas variáveis de projeto, as restrições do problema e o espaço de busca. Além disso, este capítulo contém a descrição do programa e algumas explicações de como utilizá-lo.

No capítulo 4 são apresentados os exemplos analisados no programa e os resultados obtidos, comparando-os com a literatura existente.

O capítulo 5, por fim, traz as conclusões do trabalho, assim como as validações do programa elaborado, ocasionando ganhos na redução de custos. Compreende, ainda, sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O referencial teórico e o estado da arte compõem este capítulo. É necessário enfatizar que este trabalho se baseia no dimensionamento de pilares mistos preenchidos de aço e concreto seguindo as prescrições das seguintes normas: NBR 8800:2008, NBR 16239:2013 e EN 1994-1-1:2004. No mais, foram consultadas referências consolidadas nos assuntos específicos, como De Nardin (1999) para o dimensionamento dos pilares mistos e Bastos (2004) e Sias (2014) em termos de otimização.

2.1 ELEMENTOS ESTRUTURAIS MISTOS DE AÇO E CONCRETO

Elementos estruturais mistos de aço e concreto são constituídos pela combinação de componentes de aço estrutural, perfis de aço laminados, soldados ou formados a frio, com elementos de concreto simples ou armado. Os mesmos devem trabalhar em conjunto, visando aproveitar as vantagens de cada material no aumento da resistência quando submetido a ações externas.

A escolha desse tipo de sistema estrutural está diretamente atrelada às vantagens por ele oferecidas quando comparado com os sistemas convencionais que utilizam somente o aço estrutural ou o concreto armado (BIANCHI, 2002). Assim, tem-se como objetivo aproveitar ao máximo as vantagens que cada um dos dois materiais pode proporcionar, como: redução das dimensões do elemento estrutural e do peso global da estrutura, proteção contra o fogo e a corrosão, eliminação ou redução de formas e escoramentos, entre outros.

Canales (2014) ressalva que em 1894 nos Estados Unidos, duas construções marcaram o início da utilização do sistema estrutural misto: uma ponte em Iowa e O Edifício Methodist Building em Pittsburgh, os quais utilizavam vigas metálicas de seção I revestidas com concreto. No entanto, o sistema estrutural misto só começou

a ser estudado mais especificadamente, em 1914, na Inglaterra. Somente a partir da década de 50, o sistema estrutural misto começou a ser introduzido no Brasil, limitando-se em alguns edifícios e pequenas pontes (DOS SANTOS, 2009). Assim, as primeiras edificações construídas no Brasil, de acordo com Figueiredo (1998), constituídas por elementos mistos foram:

- Edifício Garagem América, construído em 1957, localizado na cidade de São Paulo, possui 16 pavimentos, e não foi aplicada proteção contra o fogo (Figura 3.(a)).
- Edifício Palácio do Comércio, finalizado em 1959, localizado em São Paulo, possui 24 pavimentos (Figura 3.(b));
- Edifício Avenida Central, finalizado em 1961, localizado no Rio de Janeiro, possui 36 pavimentos, no qual foram aplicados revestimento de concreto nas vigas de aço para proteção contra o fogo (Figura 3.(c)).
- Escritório Central da CSN, construído em 1963, localizado em Volta Redonda, possui 18 pavimentos (Figura 3.(d)).

Figura 3 – Primeiras edificações construídas no Brasil

(a) Edifício Garagem América
Fonte: BRANDÃO (2018).

(b) Edifício Palácio do Comércio
Fonte: FARIA (2008).

(c) Edifício Avenida Central
Fonte: FARIA (2008).

(d) Escritório Central da CSN
Fonte: FARIA (2008).

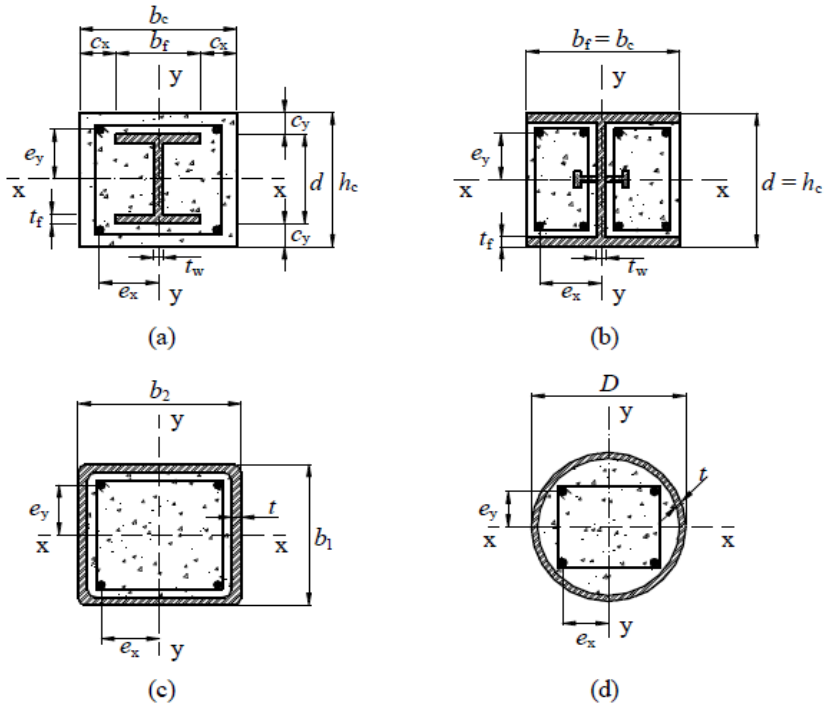
No Brasil, o primeiro registro de normatização de estruturas mistas se deu em meados de 1986, com a publicação da NBR 8800, na qual se tratava do projeto e execução de estruturas de aço de edifícios, como também dos elementos mistos fletidos (vigas mistas) (CAMPOS, 2006). Em 1999, com a publicação da NBR 14323 – Dimensionamento de estruturas de aço e edifícios em situação de incêndio, que normatizava os elementos mistos em situação de incêndio, aproveitou-se para incorporar a regulamentação de cálculo em temperatura ambiente para pilares mistos e lajes mistas, complementando por fim a NBR 8800:1986.

De Nardin (1999) ressaltou que devido ao surgimento dos primeiros elementos mistos, vigas mistas de seção I revestidas com concreto com o objetivo de conferir-lhes proteção contra a ação do fogo, ocorreu o impulsionamento para a utilização também em pilares metálicos. No entanto, como o concreto possuía apenas função de proteção, o mesmo era de baixa qualidade e sua contribuição para a capacidade resistente da seção mista era pequena, assim a mesma era desprezada. Através dessa ideia, diversos tipos de pilares mistos foram surgindo e evoluindo e atualmente apresentam variações no arranjo destes dois materiais e são classificados em função destes. Assim, o foco deste trabalho são os pilares mistos, particularmente os pilares mistos preenchidos, nos quais suas propriedades serão apresentadas nos próximos tópicos.

2.2 PILARES MISTOS DE AÇO E CONCRETO

Pilar misto é um elemento estrutural misto de aço e concreto sujeito a forças predominantes de compressão axial ou de flexo-compressão, no qual a parcela de aço pode ser formada por um ou mais perfis de aço estrutural. São projetados para maximizar a eficiência de cada um dos dois materiais. A NBR 8800:2008 apresenta quatro tipos básicos de pilares mistos, sendo que os mesmos são classificados devido à posição em que o concreto pode ocupar na seção mista. Assim, os pilares podem ser classificados como revestidos (Figura 4. (a)), parcialmente revestidos (Figura 4. (b)) ou tubulares preenchidos (Figura 4. (c) e (d)).

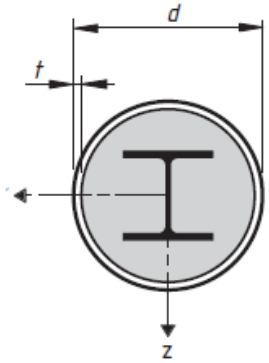
Figura 4 – Tipos de pilares mistos



Fonte: ABNT NBR 8800 (2008)

Já o EN 1994-1-1:2004 apresenta um tipo adicional de pilar misto preenchido de aço e concreto, além dos já apresentados pela NBR 8800:2008, como pode ser visto na Figura 5.

Figura 5 – Tipos de pilares mistos



Fonte: EN 1994-1-1 (2004)

Os pilares mistos revestidos caracterizam-se por um ou mais perfis de aço totalmente envolvidos por concreto. A presença do concreto como revestimento do perfil promove

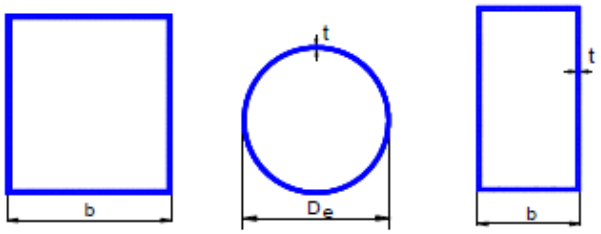
um aumento na capacidade resistente, minimizando os fenômenos de flambagem local e global, ajudando também na proteção contra o fogo e a corrosão (OLIVEIRA, 2008) e proteção contra impactos de veículos. No entanto, a execução deste tipo de pilar é trabalhosa, pois exige a utilização de formas durante a concretagem e cuidado com o posicionamento dos perfis e das barras de armadura.

Já os pilares mistos parcialmente revestidos são caracterizados pelo não envolvimento completo da seção de aço pelo concreto, ou seja, são constituídos por perfis de aço com seção transversal do tipo “I” ou “H”, sendo o espaço entre as mesas preenchidas com concreto. Este tipo de pilar não proporciona proteção suficiente contra o fogo, por isso, deve possuir armadura longitudinal adicional, composta por barras de aço para propiciar tal proteção, pois a mesma ajudará a combater a expansão lateral do concreto bem como prevenir a desagregação do revestimento de concreto (BIANCHI e COELHO, 2004).

2.3 PILARES MISTOS PREENCHIDOS

Pilares mistos preenchidos são compostos pela associação de um perfil tubular, quadrada, circular e retangular, Figura 6, preenchido com concreto. Pode-se ressaltar ainda, o uso de armadura longitudinal, no interior do pilar misto, a fim de aumentar a resistência contra o fogo, entretanto, sua utilização não é obrigatória. Além disso, existem ainda aqueles pilares mistos preenchidos que possuem um perfil metálico, I ou H, incorporado no interior do perfil tubular. Os pilares preenchidos têm vantagens construtivas em relação aos demais, pois são mais leves e nem sempre necessitam de equipamentos especiais para montagem. Ademais, contribuem para a redução do desperdício de materiais, visto que o perfil funciona como forma permanente, e de maneira direta para a racionalização da construção (DA SILVA, 2006). No mais, os pilares preenchidos têm seu destaque na utilização em obras de arte como viadutos e pontes, e em sobretudo, edifícios altos.

Figura 6 – Tipos de seção tubular



Fonte: DE NARDIN (1999)

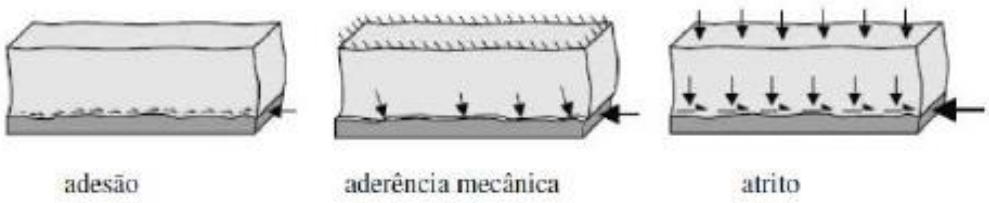
2.3.1 Principais características dos pilares mistos preenchidos

Pilares mistos preenchidos possuem características que garantem que a estrutura mista apresente um adequado desempenho frente às solicitações impostas, as quais são aderência, confinamento do concreto e flambagem.

2.3.1.1 Aderência

Define-se por aderência um conjunto de ações químicas e mecânicas que tendem a resistir à separação entre dois materiais (CASTALDELLO, 2016), entre o aço e o concreto, ou melhor, a aderência é responsável pela transferência dos esforços entre esses dois materiais. A mesma pode ser dividida em três partes: adesão ou aderência química, aderência mecânica e atrito como pode ser observado na Figura 7. No entanto, segundo Fernandes (2000) na prática é difícil de mensurá-las separadamente devido à complexidade dos fenômenos atuante.

Figura 7 – Parcelas da aderência



Fonte: JOHANSSON (2002) apud CASTALDELLO (2016)

A adesão ou aderência química tem seu início durante as reações de pega do cimento, ocorrendo devido às ligações físico-químicas na interface. No entanto, Campos (2006) relata que a parcela da aderência química é desprezada quando há deslocamentos relativos excessivos. Já a aderência mecânica está associada à rugosidade da superfície do perfil metálico, diminuindo à medida que existe um deslocamento relativo entre os materiais. A parcela correspondente ao atrito é proporcional à área de interface entre os dois materiais e à força axial aplicada (CAMPOS, 2006), isto é, a influência de força normal à superfície devido ao coeficiente de atrito.

Visto que a tensão limite de aderência é determinada como sendo a máxima tensão até ocorrer o deslocamento do concreto, basta que a tensão de cisalhamento atuante entre os dois materiais seja menor que esta resistência (FIGUEIREDO, 1998). No entanto, De Nardin (1999) descreve que apesar de as normas considerarem a ação conjunta dos dois materiais, supondo interação completa entre eles, a fim de garantir essa condição, sugere-se a utilização de conectores de cisalhamento que garantam a ação conjunta dos dois materiais. Além disso, a superfície do perfil tubular não deve ser pintada e deve estar livre de vestígios de óleos, graxas e de camadas superficiais soltas, decorrentes da corrosão, pois a rugosidade da superfície e a imperfeição propriamente dita da seção favorecem a aderência dos materiais.

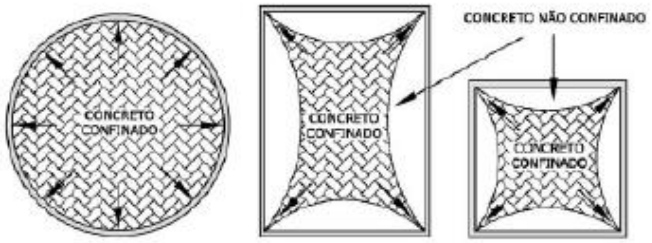
2.3.1.2 Confinamento do concreto

O efeito do confinamento do concreto em pilares mistos preenchidos ocorre devido à deformação transversal do concreto quando submetido a um determinado carregamento, nesse caso o concreto tende a se deformar mais que o aço, no entanto, o perfil tubular restringe essa deformação, levando a uma criação de um estado triaxial de tensões no concreto, enquanto o perfil está em um estado biaxial de tensões. Por causa dessa incompatibilidade de estados de tensões, o perfil tubular não consegue manter sua resistência transferindo então esforços para o núcleo do concreto, aumentando assim a sua resistência.

Um dos fatores mais relevantes que influencia o efeito do confinamento é a forma da seção transversal. Pesquisas realizadas identificaram que as seções tubulares

circulares propiciam um maior confinamento ao concreto, seguido pelas seções tubulares quadradas e pelas retangulares, Figura 8. De acordo com De Nardin (1999) isso se deve porque todo o concreto de preenchimento da seção tubular circular está sujeito a um mesmo grau de confinamento, enquanto nas seções tubulares quadradas e retangulares o concreto do centro e dos cantos estão submetidos a um grau de confinamento relativamente maior que o concreto situado nos lados.

Figura 8 – Estado de confinamento do concreto



Fonte: KATAOKA (2011) apud CASTALDELLO (2016)

Em contrapartida, existem fatores, que quando agem em conjunto, influenciam e podem diminuir ou aumentar esse efeito de confinamento, os quais são: espessura do perfil tubular, índice de esbeltez do pilar misto, excentricidade da força, resistência dos materiais e a forma da seção transversal (DE NARDIN, 1999). Além disso, a magnitude do confinamento e seus efeitos positivos são maiores em pilares curtos do que em pilares esbeltos (ALVA, 2000), assim a partir de determinado limite de esbeltez do pilar, a contribuição do confinamento deve ser desprezada, mesmo para pilares mistos preenchidos. Apesar de vários estudos comprovarem que o efeito do confinamento provoca um aumento na capacidade resistente do pilar misto preenchido, as normas brasileiras NBR 8800:2008 e NBR 16239:2013, no entanto, não mencionam a possibilidade de se considerar esse efeito. Já o EN 1994-1-1:2004 considera o efeito do confinamento do concreto para pilares mistos preenchidos de seção tubular circular.

2.3.1.3 Flambagem local do perfil

A flambagem local do perfil de aço em pilares mistos preenchidos também pode afetar o comportamento da seção mista. No entanto, a NBR 8800:2008 e o EN 1994-1-1:2004 apresentam valores máximos de relação largura/espessura que podem ser adotados para os perfis tubulares de aço, sem que seja necessária a verificação da flambagem local. Quando um perfil tubular preenchido com concreto é solicitado a compressão axial, o núcleo de concreto impede que a parede do tubo se desloque para dentro do perfil, neste caso, o deslocamento da parede do tubo somente se dá para fora do pilar, Figura 9 (b), (ALVA, 2000), o que não acontece somente com o perfil de aço, no qual a parede do tubo se desloca para dentro do perfil de aço, Figura 9 (a).

Figura 9 – Flambagem local no perfil tubular

(a) Perfil tubular (b) Seção Mista

Fonte: DE NARDIN (1999)

De Nardin (1999) afirma que como consequência do preenchimento do perfil tubular com concreto, há um aumento da resistência do perfil à flambagem local, fazendo assim com que alguns trechos da seção do perfil não sofram deformações relevantes. Estes trechos são considerados como áreas efetivas no cálculo da capacidade resistente da seção mista. Contudo, para que esta área efetiva não seja reduzida e assim reduza consequentemente a capacidade resistente do pilar misto, é importante respeitar os limites mínimos impostos à espessura do perfil tubular estabelecidos pela norma de dimensionamento a ser utilizada.

2.3.2 Vantagens e desvantagens no uso de pilares mistos preenchidos

Os pilares mistos de aço preenchidos com concreto possuem algumas vantagens quando comparados com os outros tipos de pilares mistos existentes. Algumas dessas vantagens são: o perfil de aço serve como forma para a concretagem; a concretagem pode ser realizada após a montagem da estrutura de aço, o que reduz o tempo e o porte dos equipamentos de montagem (BIANCHI, 2002); economia de material, tirando proveito estrutural dos elementos de proteção contra o fogo e a corrosão; enrijecimento da estrutura de aço pelo concreto, eliminando ou reduzindo problemas de instabilidades locais e globais (FIGUEIREDO, 1998); proteção contra impactos de veículos; os perfis tubulares possuem alta resistência, alta ductilidade e excelente capacidade de absorção de energia (DA COSTA, 2005).

No entanto, têm-se algumas desvantagens relacionadas com este tipo de pilar misto, as quais são: a dificuldade de colocação de conectores de cisalhamento, quando os mesmos são necessários; o concreto não propicia proteção total contra o fogo suficiente, sendo necessário o uso de uma forma alternativa de proteção em certos casos (BIANCHI, 2002). Além disso, segundo De Nardin (1999), o conservadorismo dos profissionais da construção civil, identificado pela escolha preferencial por estruturas de concreto armado, e o desconhecimento quanto à existência e comportamento desses elementos mistos, são grandes obstáculos ao desenvolvimento e utilização dos pilares mistos preenchidos.

2.4 ESTADO DA ARTE

O estado da arte reúne estudos sobre o tema central deste trabalho, o dimensionamento de pilares mistos, em especial os que abordam os objetivos específicos definidos no item 1.1.

Fernandes (1997) elaborou um estudo comparativo entre pilares com concreto de alta resistência armados usualmente e pilares mistos tubulares, de seção transversal quadrada e retangular, preenchidos com concreto de alta resistência e submetidos à

compressão simples. Os resultados obtidos através dos experimentos constataram um aumento na eficiência de confinamento imposto pelo tubo de seção quadrada, em relação à armadura transversal dos pilares de concreto de mesma seção, além disso, a carga crítica dos pilares mistos de seção quadrada foi praticamente o dobro dos pilares de concreto armado. Já nos pilares mistos de seção retangular houve ocorrência de flambagem local devido à grande área de seção transversal do concreto.

De Nardin (1999) realizou experimentos sobre o comportamento de pilares mistos axialmente comprimidos que visavam avaliar parâmetros como influência da forma da seção transversal e da espessura do perfil tubular. Foram analisadas seções quadradas, circulares e retangulares, preenchidas com concreto. A capacidade resistente resultou em valores muito próximos dos experimentais, mesmo não sendo considerado o efeito de confinamento. Por fim, observou-se que o efeito do confinamento contribuiu de forma decisiva na melhoria do comportamento dos materiais, entretanto seus efeitos não foram significativos no aumento da capacidade resistente da seção mista.

O trabalho apresentado por De Nardin (2003) abordou o estudo de pilares preenchidos flexo-comprimidos, no qual foram realizados experimentos com 13 pilares preenchidos, modelos físicos e numéricos, cujos os resultados foram comparados com aqueles provenientes de uma simulação numérica via programa CFT. No programa, foram analisados a influência de parâmetros como a resistência dos materiais, excentricidade da força axial, eixo da flexão e relação lado/espessura na capacidade resistente do pilar preenchido. O programa apresentou excelentes correlações com os resultados experimentais obtidos por outros pesquisadores e com aqueles obtidos em seu trabalho.

O estudo do comportamento dos pilares mistos quando sujeitos à flexo-compressão foi discutido por Nogueira e Guimarães (2003). Nele, foram ensaiados 15 pilares mistos onde foram analisados a flambagem do pilar, a excentricidade da carga e a taxa de armadura. Os resultados obtidos foram comparados com as resistências calculadas pela NBR 14323 – Projeto de estruturas de aço e estruturas mistas de aço e concreto de edifícios em situação de incêndio e pelo EN 1994-1-1. Os autores

concluíram que de forma geral, todos os métodos de cálculo forneceram bons resultados.

Caldas (2004) elaborou um modelo para análise do comportamento de seções arbitrárias de pilares mistos. Após, foi realizado um modelo numérico de elementos finitos voltado para a simulação do comportamento de pilares esbeltos com seções genéricas, sujeitos a carregamentos estáticos. Os resultados obtidos com o modelo numérico foram coerentes com outros trabalhos numéricos e experimentais, tendo sido analisados pilares mistos envolvidos e preenchidos.

Para realizar o dimensionamento otimizado de um pilar misto de material compósito, fibra de vidro com epóxi e outras matrizes, Pekbey, Ozdamar e Sayman (2007) buscaram determinar qual seria o melhor formato do pilar que suportaria a máxima carga sem que ocorresse a flambagem do mesmo, levando em consideração que a altura e o volume do pilar seriam constantes. Assim, o problema de otimização foi formulado para maximizar a carga crítica de flambagem. O modelo otimizado foi verificado por meio de análise numérica usando o software Ansys e exemplos experimentais. Os resultados obtidos pelo modelo otimizado proposto mostraram que os exemplos experimentais apresentavam dados errôneos em relação à melhor seção transversal dos pilares.

Oliveira (2008) estudou o comportamento de pilares mistos preenchidos de seção circular por meio de uma análise teórica-experimental, com o propósito de avaliar a influência da resistência à compressão do concreto, a esbeltez do pilar, espessura do tubo de aço e a forma de introdução do carregamento. Para tal, realizaram-se ensaios experimentais em 64 pilares mistos preenchidos, submetidos somente à força de compressão centrada, para posterior comparação com os resultados normativos. Os resultados encontrados mostraram que o modelo numérico criado representou adequadamente o comportamento dos pilares preenchidos, porém os valores de força última foram inferiores aos experimentais.

O desenvolvimento de um toolkit em *Excel* para do dimensionamento de pilares mistos segundo o EN 1994-1-1:2004 foi realizado por Rodrigues (2008). Em seu trabalho, o autor elaborou uma ferramenta de cálculo automática que permite ao projetista a elaboração de um pré-dimensionamento e a realização de verificações de um modo

rápido e sistemático. A validação dos resultados encontrados pelo autor foi realizada pela comparação com exemplos resolvidos analiticamente.

As diferenças do dimensionamento entre as principais normas internacionais e as normas brasileiras foram estudadas por Silva (2012). O mesmo apresentou, então, uma comparação gráfica e tabular da capacidade resistente entre os dois modelos de cálculo, Modelo I e o Modelo II, da norma brasileira e as normas internacionais. Além disso, propôs dois roteiros de dimensionamento em aplicações de pilares mistos com seções transversais não simétricas. Para a realização deste estudo, Silva (2012) desenvolveu um código, CalcPM v1.0, com o intuito de correlacionar graficamente a capacidade resistente de diversas seções transversais conforme a NBR 8800:2008.

Chaves (2013) desenvolveu um procedimento computacional para a determinação da carga última em pilares de concreto, aço e pilares mistos totalmente revestidos para posterior comparação com exemplos existentes na literatura. O procedimento computacional apresentou bons resultados para a determinação da força normal resistente de pilares de concreto e aço e pilares mistos com seção transversal genérica e qualquer proporção entre aço e concreto.

Papavasileiou, Nicolaou e Charmpis (2013) investigaram o custo benefício de pilares mistos revestidos e pilares mistos preenchidos como alternativa para o uso de pilares de aço de seção transversal I. Desse modo, uma comparação entre os três tipos de pilares foi feita por meio de uma otimização estrutural, tendo como objetivo a minimização do custo dos pilares em função das restrições de segurança impostas pelo Eurocódigo 3 e 4. A otimização apresentou que substituir pilares de aço por pilares mistos é mais vantajoso quando a demanda de pilares estruturais na edificação é alta. Além disso, os autores destacaram que a resistência contra o fogo é amplificada com o uso de pilares mistos de concreto e aço.

Os avanços introduzidos pela NBR 16239:2013 nos procedimentos de cálculo em relação à NBR 8800:2008 foram detalhados por Canales (2014), uma vez que a recente norma visa um melhor aproveitamento das particularidades dos perfis tubulares. Planilhas eletrônicas foram estruturadas para a realização do dimensionamento de pilares de aço tubulares e pilares mistos de perfis tubulares preenchidos. Em seus resultados, foi constatado que as alterações previstas pela nova norma impactaram diretamente nos resultados das forças normais resistentes

de cálculos quando comparados com os resultados das forças normais resistentes de cálculo da NBR 8800:2008.

Através de uma aplicação informática, Neves (2014) realizou o dimensionamento de pilares mistos de aço e concreto segundo o EN 1994-1-1:2004. Para validação da ferramenta elaborada o mesmo propôs um caso de estudo, com o objetivo de obter soluções de pilares mistos com dimensões otimizadas realizando as verificações previstas no EN 1994-1-1. Os resultados então obtidos foram comparados com resultados de cálculos analíticos.

Gomes (2015) realizou uma análise numérica, no programa comercial Ansys 14.0, de pilares mistos preenchidos com concreto de resistência normal e concreto de alta resistência, com o objetivo de avaliar a influência de parâmetros geométricos e mecânicos. Foram analisados pilares sujeitos à compressão pura e a flexo-compressão, e os seus resultados de resistências foram confrontados com os prescritos pela norma NBR 8800:2008. Após a análise dos resultados, concluiu-se que os valores das resistências normativas são bem próximos dos resultados numéricos encontrados.

Planilhas eletrônicas de dimensionamento baseadas na NBR 8800:2008 foram desenvolvidas por Castaldello (2016) para posterior realização de uma análise comparativa entre a utilização de pilares de aço e pilares mistos parcialmente revestidos e totalmente revestidos de modo que quantificasse a economia de aço obtida na fase de projeto. Em seu trabalho, foi observado que a economia de aço obtida através da utilização de pilares mistos é significativa, alcançando valores próximos a 50% nos casos analisados.

Pereira (2017) estudou o comportamento estrutural de pilares mistos parcialmente revestidos submetidos a compressão simples e flexo-compressão e avaliou a possibilidade de substituir a armadura convencional por alternativas que possibilitam uma execução mais simples. Para tal, desenvolveu um programa experimental envolvendo 23 exemplares de pilares mistos e três configurações de armadura: armadura convencional, telas de aço soldadas entre as mesas do perfil e concreto com adição de fibras. Por fim, concluiu que a substituição da armadura convencional por telas de aço ou concreto com fibras de aço não alterava significativamente os valores da força máxima.

O dimensionamento otimizado de pilares mistos de aço preenchidos com concreto começou a ser estudado por Lourenção e Alves (2018). Em seu trabalho, os autores desenvolveram uma formulação, com o objetivo de minimizar o custo total do pilar misto, dentro da plataforma do *Matlab* seguindo as prescrições da NBR 8800:2008 e a NBR 16239:2013. A solução da formulação foi obtida por meio do Método dos Pontos Interiores e Método da Programação Quadrática Sequencial, os quais apresentaram resultados com uma redução significativa no custo total do pilar misto preenchido quando comparado com os problemas propostos na literatura.

Como apresentado anteriormente, existem alguns estudos a respeito de dimensionamento de pilares mistos, porém não foram encontrados estudos que retratassem o dimensionamento otimizado de pilares mistos preenchidos, segundo as prescrições da NBR 8800:2008, da NBR 16239:2013 e do EN 1994-1-1:2004. Na Tabela 1 são apresentados os principais estudos encontrados sobre dimensionamento de pilares mistos. Na última linha da tabela são apresentadas as principais características do dimensionamento otimizado proposto neste trabalho, podendo evidenciar suas diferenças para os demais estudos.

Tabela 1 – Principais estudos sobre pilares mistos

(continua)

Autor (ano)	Pilares mistos preenchidos	NBR 16239:2013	Concreto de alta resistência	Análise Numérica	Análise teórico-experimental	Dimensionamento	Otimização	EN 1994-1-1	Ano da norma NBR 8800
FERNANDES (1997)	x		x		x				1986
DE NARDIN (1999)	x		x		x				1986
DE NARDIN (2003)	x				x				1986
NOGUEIRA e GUIMARÃES (2003)						x		x	
CALDAS (2004)				x					1986
PEKBEY, OZDAMAR e SAYMAN (2007)				x			x		
OLIVEIRA (2008)	x				x				2008
RODRIGUES (2008)						x		x	
SILVA (2012)						x			2008

Tabela 1 – Principais estudos sobre pilares mistos

(conclusão)

Autor (ano)	Pilares mistos preenchidos	NBR 16239:2013	Concreto de alta resistência	Análise Numérica	Análise teórico-experimental	Dimensionamento	Otimização	EN 1994-1-1 (2004)	Ano da norma NBR 8800
CHAVES (2013)						x			2008
PAPAVASILEIOU, NICOLAOU e CHARMPIS (2013)	x						x	x	
CANALES (2014)	x	x				x			2008
NEVES (2014)						x		x	
GOMES (2015)	x	x	x	x				x	2008
CASTALDELLO (2016)						x			2008
PEREIRA (2017)					x	x			2008
LOURENÇÃO e ALVES (2018)	x	x	x			x	x		2008
LOURENÇÃO (2019)	x	x	x			x	x	x	2008

Fonte: do Autor

2.5 DIMENSIONAMENTO DE PILARES MISTOS PREENCHIDOS

2.5.1 Dimensionamento segundo a NBR 8800:2008 e a NBR 16239:2013

O dimensionamento de pilares mistos constituídos de perfis tubulares preenchidos com concreto, no Brasil, deve ser feito com base nas prescrições da NBR 8800:2008, podendo-se, alternativamente, utilizar as modificações sugeridas pelas NBR 16239:2013.

2.5.1.1 Hipóteses básicas e limites de aplicabilidade do dimensionamento

O anexo P da NBR 8800:2008 aborda as diretrizes para o dimensionamento de pilares mistos pelo método simplificado, os quais podem ser com seções transversais total ou parcialmente revestidas com concreto e com seções preenchidas com concreto. O foco deste trabalho é o dimensionamento de pilares mistos com seções preenchidas com concreto. As hipóteses básicas adotadas pelo método simplificado são: total interação entre aço e concreto; a flambagem local não pode ser um estado-limite último predominante; e as imperfeições iniciais são consistentes com aquelas adotadas na determinação da resistência de barras de aço.

Além disso, o método ainda possui alguns limites de aplicabilidade, tais quais:

- Os pilares mistos devem ter dupla simetria e seções transversais constante ao longo do comprimento;
- O concreto deve possuir densidade normal;
- A contribuição do perfil metálico para a capacidade resistente da seção mista é avaliada pelo fator de contribuição do aço, Equação (1), o qual deve estar entre 0,2 e 0,9.

$$\delta = \frac{A_a f_{yd}}{N_{pl,Rd}} \tag{1}$$

onde:

A_a	área do aço;
f_{yd}	resistência ao escoamento do aço dividido pelo coeficiente de ponderação resistência do aço (γ_a);
$N_{pl,Rd}$	força axial resistente de cálculo da seção transversal à plastificação total, definido conforme Equação (6).

- A esbeltez relativa do pilar (índice de esbeltez reduzido $\lambda_{0,m}$, definido conforme Equação (13)) não pode ser superior a 2,0;

- As seções transversais preenchidas com concreto podem ser fabricadas sem qualquer armadura, exceto para algumas condições em situação de incêndio.
- A relação entre a altura e a largura das seções transversais mistas retangulares deve estar entre 0,2 e 5;
- O projeto das armaduras deve atender aos requisitos da NBR 6118:2014, onde a área das armaduras longitudinais não pode exceder 4% da área de concreto do pilar misto;

2.5.1.2 Flambagem local dos elementos de aço

Para garantir a hipótese de que as resistências de todos os materiais devem ser atingidas sem que ocorra flambagem local dos elementos componentes do perfil de aço da seção transversal, não podem ser ultrapassadas as relações mostradas na Tabela 2.

Tabela 2 – Limitação do índice de esbeltez local dos pilares mistos preenchidos

Morfologia da seção	Limite de esbeltez
Seção tubular retangular preenchida	$\frac{b_i}{t} \leq 2{,}26\sqrt{\frac{E_a}{f_y}}$
Seção tubular circular preenchida	$\frac{D}{t} \leq 0{,}15\frac{E_a}{f_y}$

Fonte: ABNT NBR 8800 (2008)

onde:

b_i	maior dimensão paralela a um eixo de simetria da seção tubular retangular;
D	diâmetro externo do perfil tubular circular;
t	espessura da parede do perfil tubular retangular ou circular;
E_a	módulo de elasticidade do aço;
f_y	resistência ao escoamento do aço.

2.5.1.3 Cisalhamento nas superfícies de contato aço e concreto

2.5.1.3.1 Regiões de introdução de cargas

Regiões de introdução de cargas são aquelas onde ocorrem variações localizadas dos esforços solicitantes devidas às ligações do pilar com as vigas, ou aquelas onde ocorre interrupção da armadura longitudinal como em emendas do pilar ou em bases. Nessas regiões deve-se evitar que ocorra escorregamento significativo na interface entre o concreto e o perfil de aço. Para isso, assume-se um comprimento de introdução de carga igual a duas vezes a menor dimensão da seção do pilar ou um terço da distância entre os pontos de introdução de carga, o que for menor.

Nas regiões da ligação das vigas com o pilar, as tensões de cisalhamento devido ao esforço cortante solicitante $V_{l,Sd}$ e ao momento fletor solicitante de cálculo $M_{l,Sd}$ nas regiões de introdução de cargas, não podem ultrapassar os valores de τ_{Rd}, conforme Tabela 3.

Tabela 3 – Valores da tensão de cisalhamento resistente de cálculo τ_{Rd}

Morfologia da seção	$\tau_{Rd}\ (MPa)$
Seção tubular retangular preenchida	0,40
Seção tubular circular preenchida	0,55

Fonte: ABNT NBR 8800 (2008)

Os valores dos esforços solicitantes são calculados conforme Equação (2) e Equação (3) para quando a viga estiver ligada ao perfil de aço e Equação (4) e Equação (5) para quando a viga estiver ligada apenas ao concreto do pilar.

i. quando a viga estiver ligada ao perfil de aço do pilar:

$$V_{l,Sd} = V_{Sd}\left(1 - \frac{N_{pl,a,Rd}}{N_{pl,Rd}}\right) \quad (2)$$

$$M_{l,Sd} = M_{Sd}\left(1 - \frac{M_{pl,a,Rd}}{M_{pl,Rd}}\right) \quad (3)$$

ii. quando a viga estiver ligada apenas ao concreto do pilar:

$$V_{l,Sd} = V_{Sd}\left(\frac{N_{pl,a,Rd}}{N_{pl,Rd}}\right) \quad (4)$$

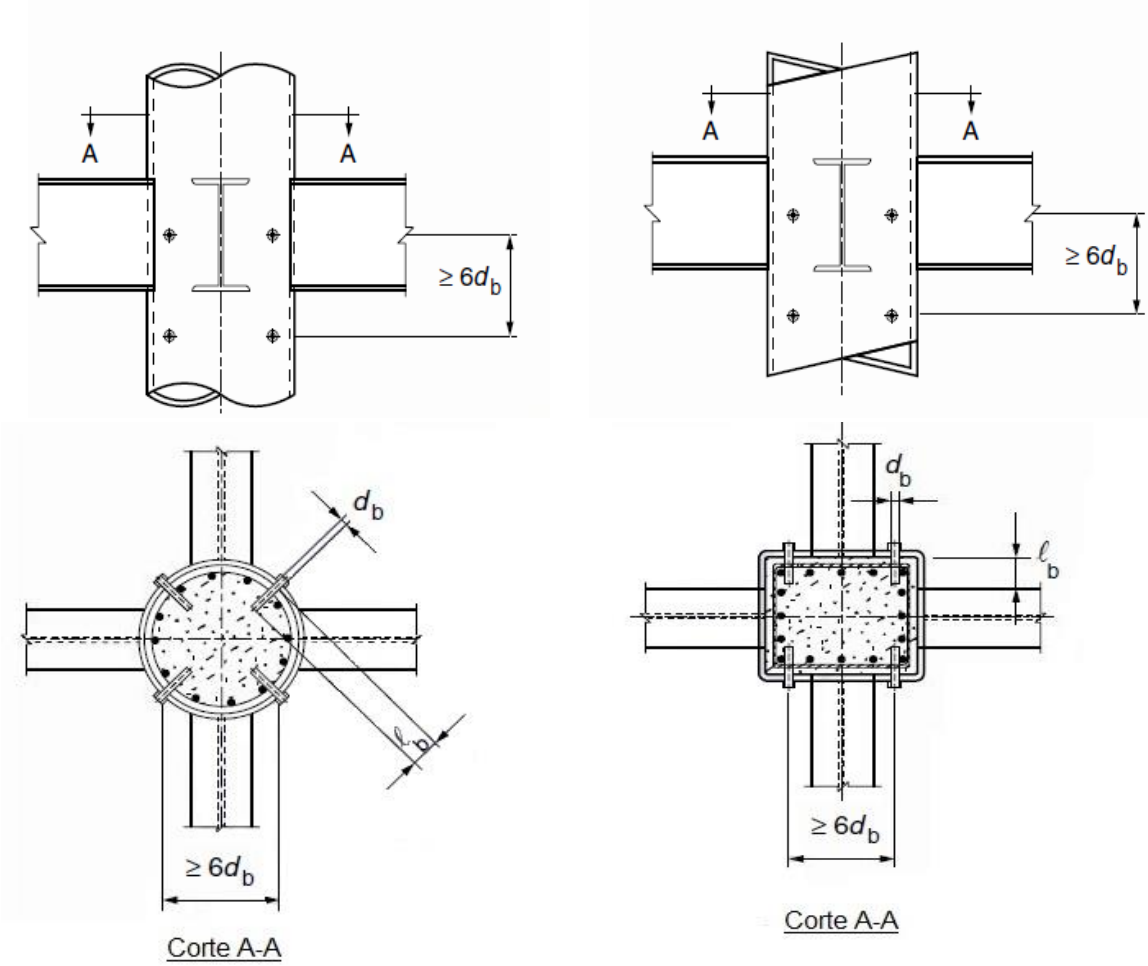
$$M_{l,Sd} = M_{Sd}\left(\frac{M_{pl,a,Rd}}{M_{pl,Rd}}\right) \quad (5)$$

onde:

V_{Sd}	força cortante solicitante de cálculo na ligação;
$N_{pl,a,Rd}$	força axial resistente de cálculo do perfil de aço à plastificação total, produto de $A_a f_{yd}$;
$N_{pl,Rd}$	força axial resistente de cálculo à plastificação total do pilar misto, conforme Equação (6);
M_{Sd}	momento fletor solicitante de cálculo na ligação;
$M_{pl,a,Rd}$	contribuição do perfil de aço para $M_{pl,Rd}$ igual ao produto de $f_{yd}(Z_a - Z_{an})$, com Z_a e Z_{an} definidos no item 2.5.1.5;
$M_{pl,Rd}$	momento fletor resistente de cálculo de plastificação do pilar misto, conforme Equação (19).

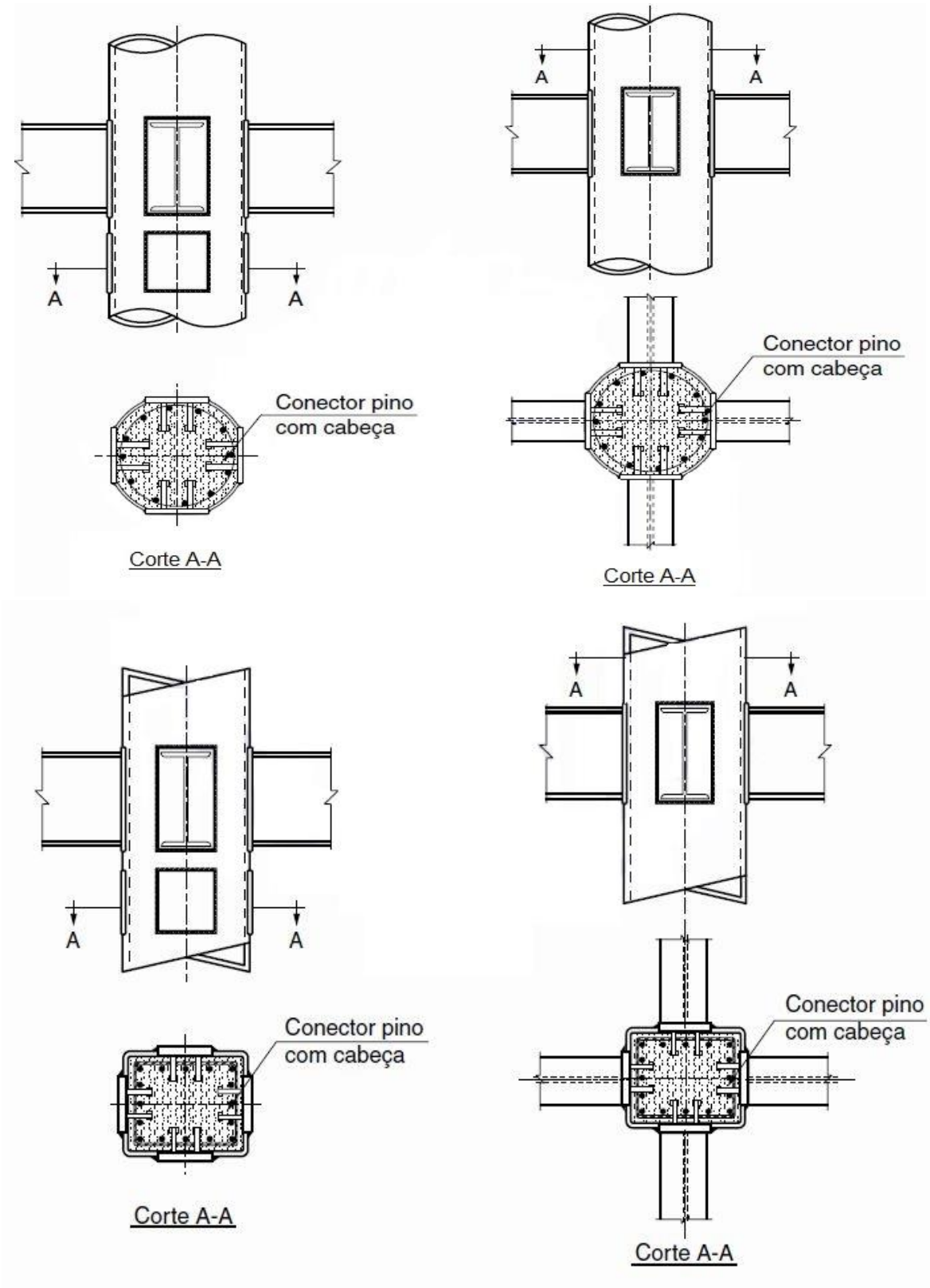
Caso estes valores sejam ultrapassados, faz-se necessária a utilização de dispositivos especiais para resistir à totalidade dos efeitos de $V_{l,Sd}$ e $M_{l,Sd}$. Na NBR 16239:2013 sugere-se utilizar dispositivos similares aos tipos 1 e 2, Figura 10 e Figura 11. Ressaltando que esses dispositivos devem estar situados dentro do comprimento de introdução de cargas.

Figura 10 – Dispositivo tipo 1



Fonte: ABNT NBR 16239 (2013)

Figura 11 – Dispositivo tipo 2



Fonte: ABNT NBR 16239 (2013)

2.5.1.3.2 Trechos entre regiões de introdução de cargas

A NBR 8800:2008 define como trechos entre regiões de introdução de cargas aqueles situados fora das regiões afetadas pela base, por emendas ou por ligações com vigas. Portanto, nestes trechos devem ser utilizados conectores de cisalhamento para garantir o fluxo de cisalhamento longitudinal entre o perfil de aço e o concreto, nas ocasiões em que as tensões na interface entre aço e concreto ultrapassarem os valores da tensão de cisalhamento resistente de cálculo τ_{Rd}, conforme Tabela 3.

Ressalta-se que em pilares mistos não é necessário adotar conectores de cisalhamento no caso em que a relação entre a força axial de compressão solicitante de cálculo e a força axial resistente de cálculo da seção transversal à plastificação total for superior a 0,3.

2.5.1.4 Dimensionamento à força axial de compressão

O dimensionamento por método simplificado proposto pela NBR 8800:2008 é aplicado, como explicado anteriormente, a pilares mistos duplamente simétricos e com seção transversal constante ao longo do seu comprimento. Para tal, a força axial resistente de cálculo da seção transversal à plastificação total é dada pela Equação (6).

$$N_{pl,Rd} = A_a f_{yd} + \alpha A_c f_{cd} + A_s f_{sd} \quad (6)$$

onde:

A_a, A_c, A_s respectivas áreas da seção transversal do perfil de aço, concreto e armadura;

f_{yd} resistência ao escoamento do aço dividida pelo coeficiente de ponderação de resistência (γ_a), de valor 1,1;

f_{cd} resistência característica à compressão dividida pelo coeficiente de ponderação de resistência (γ_c), de valor 1,4;

f_{sd} resistência ao escoamento do aço da armadura dividida pelo coeficiente de ponderação de resistência (γ_s), de valor 1,15;

α coeficiente igual a:
0,95 para seções tubulares circulares preenchidas com concreto
0,85 para as demais seções.

O módulo de elasticidade do concreto é calculado conforme a NBR 6118:2014, o qual pode ser calculado conforme a Equação (7).

$$E_c = \begin{cases} \alpha_E 5600\sqrt{f_{ck}} & para\ 20MPa \leq f_{ck} \leq 50MPa \\ 21500\alpha_E \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1{,}25\right)^{\frac{1}{3}} & para\ 20MPa \leq f_{ck} \leq 50MPa \end{cases} \quad (7)$$

onde:

α_E possui valor de:
1,2 para basalto e diabásio;
1,0 para granito e gnaisse;
0,9 para calcário;
0,7 para arenito;

f_{ck} resistência característica à compressão do concreto.

Devido aos efeitos de retração e fluência do concreto, uma redução no módulo de elasticidade do concreto é aplicada, tomando-se no lugar de E_c, o valor de $E_{c,red}$ descrito na Equação (8).

$$E_{c,red} = E_c \frac{1}{1 + \left(\frac{N_{G,Sd}}{N_{sd}}\right)\varphi} \quad (8)$$

onde:

E_c conforme calculado na Equação (7);

$N_{G,Sd}$ parcela da força axial solicitante de cálculo devida a ação permanente e ação decorrente do uso de atuação quase permanente;

N_{sd} força axial solicitante de cálculo;

φ coeficiente de fluência do concreto, onde simplificadamente admite-se que seja tomado igual a 2,5 nas seções total ou parcialmente revestidas com concreto e igual a 0 nas seções tubulares preenchidas com concreto.

A rigidez efetiva à flexão e a rigidez axial efetiva à compressão são calculadas respectivamente pela Equação (9) e Equação (10), conforme a NBR 8800:2008. No entanto, a NBR 16239:2013 recomenda utilizar a Equação (11) no cálculo da rigidez efetiva à flexão.

$$(EI)_e = E_a I_a + 0{,}6E_{c,red} I_c + E_s I_s \quad (9)$$

$$(EA)_e = E_a A_a + E_{c,red} A_c + E_s A_s \quad (10)$$

$$(EI)_e = E_a I_a + 0{,}7E_c I_c + E_s I_s \quad (11)$$

onde:

I_a, I_c, I_s momentos de inércia da seção transversal do perfil de aço, concreto e armadura;

$E_a, E_{c,red}, E_s$ módulos de elasticidade do aço do perfil, reduzido do concreto e do aço da armadura. O módulo de elasticidade dos aços e do perfil da armadura de acordo com as normas brasileiras é de 200GPa e 210GPa, respectivamente.

A_a, A_c, A_s áreas da seção transversal do perfil de aço, concreto e armadura.

A força axial de flambagem elástica e o índice de esbeltez reduzido para o plano de flexão considerado são dados nas Equação (12) e Equação (13), respectivamente.

$$N_e = \frac{\pi^2 (EI)_e}{(KL)^2} \quad (12)$$

$$\lambda_{0,m} = \sqrt{\frac{N_{pl.R}}{N_e}} \quad (13)$$

onde:

KL comprimento de flambagem do pilar;

$N_{pl.R}$ valor de $N_{pl,Rd}$ tomando-se os coeficientes de ponderação de resistência γ_a, γ_c e γ_s iguais a 1,0.

O fator de redução de resistência é calculado mediante Equação (14) e Equação (15) descrita a seguir, conforme NBR 8800:2008. No entanto, a NBR 16239:2013 recomenda utilizar a Equação (16) para o cálculo do fator de redução de resistência.

$\lambda_{0,m} \leq 1{,}5$ $$\chi = 0{,}658^{\lambda_{0,m}{}^2} \quad (14)$$

$\lambda_{0,m} > 1{,}5$ $$\chi = \frac{0{,}877}{\lambda_{0,m}{}^2} \quad (15)$$

$$\chi = \frac{1}{\left(1 + \lambda_{0,m}{}^{4{,}48}\right)^{\frac{1}{2{,}24}}} \quad (16)$$

Portanto, o cálculo da força axial resistente de cálculo é dado na Equação (17).

$$N_{Rd} = \chi N_{pl,Rd} \quad (17)$$

Assim, a capacidade resistente do pilar à compressão é verificada garantindo-se que a força axial resistente de cálculo seja maior ou igual a força axial solicitante de cálculo, Equação (18).

$$N_{Rd} \geq N_{Sd} \quad (18)$$

2.5.1.5 Dimensionamento à flexo-compressão

Para o dimensionamento de pilares mistos sujeitos aos efeitos combinados de força axial de compressão e momento fletor em relação a um ou aos dois eixos de simetria da seção transversal podem ser utilizados um modelo de cálculo mais simplificado, modelo de cálculo I, ou um modelo mais rigoroso, modelo de cálculo II.

Para tal, o momento fletor resistente de plastificação de cálculo ($M_{pl,Rd}$) de seções mistas duplamente simétricas em relação ao eixo x ou ao eixo y, $M_{pl,x,Rd}$ e $M_{pl,y,Rd}$, e o momento fletor máximo resistente de plastificação ($M_{max,pl,Rd}$) em relação ao eixo x ou ao eixo y, $M_{max,pl,x,Rd}$ e $M_{max,pl,y,Rd}$, podem ser calculados de acordo com as Equação (19) e Equação (20).

$$M_{pl,Rd} = f_{yd}(Z_a - Z_{an}) + 0{,}5f_{cd1}(Z_c - Z_{cn}) + f_{sd}(Z_s - Z_{sn}) \quad (19)$$

$$M_{max,pl,Rd} = f_{yd}Z_a + 0{,}5f_{cd1}Z_c + f_{sd}Z_s \quad (20)$$

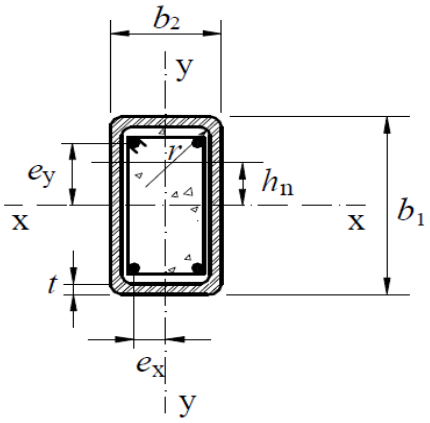
onde:

Z_a, Z_c, Z_s	módulos de resistência do perfil de aço, do concreto e armadura;
f_{yd}, f_{sd}	resistências de cálculo ao escoamento dos aços do perfil e da armadura;
f_{cd1}	produto de αf_{cd};
Z_{an}, Z_{cn}, Z_{sn}	módulos de resistência plástico de acordo com o tipo de seção transversal, definidos a seguir.

Como o presente trabalho trata sobre pilares mistos preenchidos, as Equações (21) a (32), descrevem o cálculo do módulo de resistência plástico para seções tubulares retangulares, Figura 12, e seções circulares preenchidas, Figura 13.

a. seção tubular retangular

Figura 12 – Seção tubular retangular preenchida com concreto



Fonte: ABNT NBR 8800 (2008)

i. eixo x

$$Z_{c,x} = \frac{(b_2 - 2t)(b_1 - 2t)^2}{4} - \frac{2}{3}r^3 - r^2(4 - \pi)\left(\frac{b_1}{2} - t - r\right) - Z_{s,x} \quad (21)$$

$$Z_{s,x} = \sum_{i=1}^{n} |A_{si} e_i| \quad (22)$$

$$h_{n,x} = \frac{A_c f_{cd1} - A_{sn}(2f_{sd} - f_{cd1})}{2b_2 f_{cd1} + 4t(2f_{yd} - f_{cd1})} \quad (23)$$

$$Z_{sn,x} = \sum_{i=1}^{n} |A_{sin} e_{yi}| \quad (24)$$

$$Z_{cn,x} = (b_2 - 2t){h_n}^2 - Z_{sn,x} \quad (25)$$

$$Z_{an,x} = b_2 {h_n}^2 - Z_{cn,x} - Z_{sn,x} \quad (26)$$

onde:

A_{sn} soma das áreas das barras da armadura na região de altura $2h_n$;

A_{si} área da barra da armadura;

A_{sin} área de cada barra da armadura na região de altura $2h_n$;

e_i distância do eixo da barra da armadura ao eixo de simetria relevante;

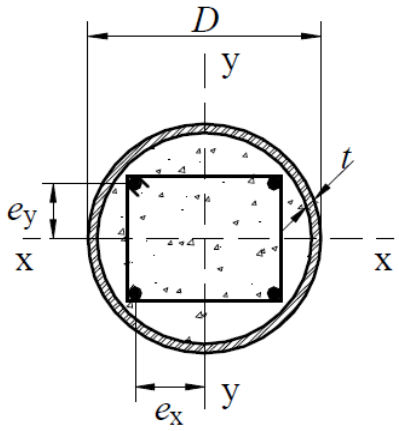
e_{yi} distância do eixo da barra da armadura ao eixo x.

ii. eixo y

Para o cálculo com relação ao eixo y, devem ser utilizadas as equações relativas ao eixo x, porém substituindo entre si as dimensões b_1 e b_2, bem como os índices subscritos x e y.

b. seção tubular circular

Figura 13 – Seção tubular circular preenchida com concreto



Fonte: ABNT NBR 8800 (2008)

$$Z_c = \frac{(D-2t)^3}{4} - \frac{2}{3}\left(\frac{D}{2}-t\right)^3 - \left(\frac{D}{2}-t\right)^2 (4-\pi)\left(\frac{D}{2}-t-\left(\frac{D}{2}-t\right)\right) - Z_s \quad (27)$$

$$Z_s = \sum_{i=1}^{n} |A_{si} e_i| \quad (28)$$

$$h_n = \frac{A_c f_{cd1} - A_{sn}(2f_{sd} - f_{cd1})}{2Df_{cd1} + 4t(2f_{yd} - f_{cd1})} \quad (29)$$

$$Z_{sn} = \sum_{i=1}^{n} |A_{sin} e_i| \quad (30)$$

$$Z_{cn} = (D-2t){h_n}^2 - Z_{sn} \quad (31)$$

$$Z_{an} = D{h_n}^2 - Z_{cn} - Z_{sn} \quad (32)$$

onde:

A_{sn} soma das áreas das barras da armadura na região de altura $2h_n$;

A_{si} área da barra da armadura;

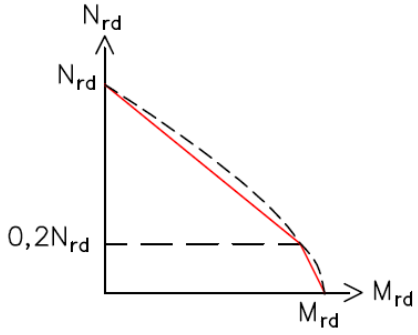
A_{sin} área de cada barra da armadura na região de altura $2h_n$;

e_i distância do eixo da barra da armadura ao eixo de simetria relevante.

2.5.1.5.1 Modelo de Cálculo I de acordo com a NBR 8800:2008

No Modelo de Cálculo I, o diagrama de interação é composto por duas retas, como indica a Figura 14 e a verificação dos efeitos da força axial de compressão e dos momentos fletores deve satisfazer as Equações (33) e (34).

Figura 14 – Diagrama de interação momento fletor – força normal – Modelo de Cálculo I



Fonte: do Autor

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \geq 0{,}2 \qquad \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9}\left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}}\right) \leq 1{,}0 \qquad (33)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} < 0{,}2 \qquad \frac{N_{Sd}}{2N_{Rd}} + \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}}\right) \leq 1{,}0 \qquad (34)$$

onde:

N_{Sd} força axial solicitante de cálculo;

N_{Rd} força axial resistente de cálculo;

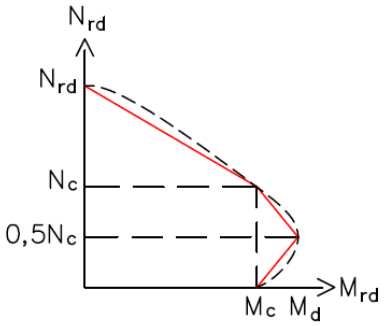
$M_{x,Sd}, M_{y,Sd}$ momentos fletores solicitantes em relação ao eixo x e ao eixo y da seção mista, respectivamente;

$M_{x,Rd}, M_{y,Rd}$ momentos fletores resistentes de cálculo em relação ao eixo x e ao eixo y da seção mista, respectivamente, dado por $M_{pl,x,Rd}$ e $M_{pl,y,Rd}$.

2.5.1.5.2 Modelo de Cálculo II de acordo com a NBR 8800:2008

Já no Modelo de Cálculo II, a curva de interação é formada por três segmentos de retas, como indica a Figura 15, o que pode aproximar melhor os segmentos de reta à curva tracejada que representa a relação do pilar flexo-comprimido. A interação entre o momento fletor e a força normal atuante devem satisfazer as Equações (35) a (37), sendo o cálculo de μ_y idêntico ao cálculo de μ_x, apenas substituindo as grandezas referentes a x por y.

Figura 15 – Diagrama de interação momento fletor – força normal – Modelo de Cálculo II



Fonte: do Autor

$N_{Sd} \geq N_c$

$$\mu_x = 1 - \frac{N_{Sd} - N_{pl,c,Rd}}{N_{pl,Rd} - N_{pl,c,Rd}} \quad (35)$$

$\frac{N_c}{2} \leq N_{Sd} \leq N_c$

$$\mu_x = \left(1 - \frac{M_{d,x}}{M_{c,x}}\right)\left(\frac{2N_{Sd}}{N_{pl,c,Rd}} - 1\right) + \frac{M_{d,x}}{M_{c,x}} \quad (36)$$

$0 \leq N_{Sd} \leq \frac{N_c}{2}$

$$\mu_x = 1 + \frac{2N_{Sd}}{N_{pl,c,Rd}}\left(\frac{M_{d,x}}{M_{c,x}} - 1\right) \quad (37)$$

onde:

N_{Sd} força axial solicitante de cálculo;

$N_{pl,c,Rd}$ ou N_c produto de $f_{cd1}A_c$;

$N_{pl,Rd}$	conforme definido na Equação (6);
$M_{c,x}$, $M_{c,y}$	dados, respectivamente por $0{,}9M_{pl,x,Rd}$ e $0{,}9M_{pl,y,Rd}$ obtidos conforme Equação (19);
$M_{d,x}$, $M_{d,y}$	dados, respectivamente por $0{,}8M_{max,pl,x,Rd}$ e $0{,}8M_{max,pl,y,Rd}$ obtidos conforme Equação (20). Caso $M_{d,x} < M_{c,x}$, então $M_{d,x}$ deve ser tomado igual a $M_{c,x}$. O mesmo deve ser feito em relação ao eixo y.

Os momentos devidos às imperfeições ao longo do pilar, respectivamente em relação aos eixos x e y são obtidos conforme as Equação (38) e Equação (39).

$$M_{x,i,Sd} = \frac{N_{Sd} L_x}{200\left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_{e2,x}}\right)} \tag{38}$$

$$M_{y,i,Sd} = \frac{N_{Sd} L_y}{150\left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_{e2,y}}\right)} \tag{39}$$

onde:

N_{Sd}	força axial solicitante de cálculo;
L_x, L_y	comprimento do pilar entre contenções laterais;
$N_{e2,x}$, $N_{e2,y}$	força axial de flambagem elástica em relação aos eixos x e y, obtidos conforme Equação (9).

Assim, os momentos fletores solicitantes de cálculo totais, caso não seja feita análise mais rigorosa, são dados nas Equação (40) e Equação (41).

$$M_{x,tot,Sd} = M_{x,Sd} + M_{x,i,Sd} \tag{40}$$

$$M_{y,tot,Sd} = M_{y,Sd} + M_{y,i,Sd} \tag{41}$$

onde:

$M_{x,Sd}$, $M_{y,Sd}$	momentos fletores solicitantes de cálculo.

Portanto, a verificação dos efeitos da força axial de compressão e dos momentos fletores pode ser feita por meio da Equação (42) e Equação (43).

$$N_{Rd} \geq N_{Sd} \tag{42}$$

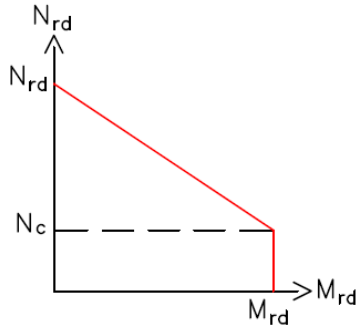
$$\frac{M_{x,tot,Sd}}{\mu_x M_{c,x}} + \frac{M_{y,tot,Sd}}{\mu_y M_{c,y}} \leq 1{,}0 \tag{43}$$

É importante ressaltar que ao se entrar com os valores de $M_{x,tot,Sd}$ e $M_{y,tot,Sd}$ na Equação (43), deve-se considerar o momento devido às imperfeições ao longo do pilar em relação apenas a um dos eixos, o que levar o resultado mais desfavorável. Isso implica que se $M_{x,i,Sd}$ for considerado com seu valor diferente de zero, $M_{y,i,Sd}$ deve ser tomado igual a zero, e vice-versa.

2.5.1.5.3 Modelo de Cálculo de acordo com a NBR 16238:2013

No Modelo de Cálculo da NBR 16239:2013, o diagrama de interação é composto por duas retas, como indica a Figura 16. A verificação dos efeitos da força axial de compressão e dos momentos fletores é feita por meio da Equação (44) e Equação (45).

Figura 16 – Diagrama de interação momento fletor – força normal – Modelo de Cálculo



Fonte: do Autor

$N_{Sd} \leq N_c$ $$\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \leq 1{,}0 \quad (44)$$

$N_{Sd} > N_c$ $$\frac{N_{Sd} - N_c}{N_{Rd} - N_c} + \frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \leq 1{,}0 \quad (45)$$

onde:

N_{Sd}	força axial solicitante de cálculo;
N_c	força axial de compressão resistente de cálculo referente apenas à parcela de concreto, dada pelo produto $\chi N_{pl,c,Rd}$;
$M_{x,Sd}$, $M_{y,Sd}$	momentos fletores solicitantes de cálculo;
$M_{x,Rd}$, $M_{y,Rd}$	dados, respectivamente por $0{,}9M_{pl,x,Rd}$ e $0{,}9M_{pl,y,Rd}$ obtidos conforme Equação (19).

2.5.1.6 Projeto das armaduras de aço segundo a NBR 6118:2014

O projeto das armaduras de aço para pilares mistos preenchidos segundo a NBR 8800:2008 deve atender aos requisitos estabelecidos pela NBR 6118:2014. Assim, os requisitos que devem ser atendidos são os exemplificados a seguir.

A quantidade mínima de armaduras de aço para um pilar misto preenchido de seção transversal tubular:

- Retangular e quadrada deve possuir:

$$n_B \geq 4 \quad (46)$$

- Circular deve possuir:

$$n_B \geq 6 \quad (47)$$

As taxas geométricas máxima e mínima das armaduras de aço no interior do pilar misto preenchido deve ser:

$$máx\left(0{,}004A_c; 0{,}15\frac{N_{Sd}}{f_{yd}}\right) \leq A_s \leq 0{,}04A_c \tag{48}$$

O espaçamento mínimo e máximo entre as armaduras de aço em cada direção deve possuir para a:

- Seção tubular retangular

$$s_x = \frac{b - 2t - 2d' - n_{Bx}\emptyset_b}{n_{Bx} - 1} \tag{49}$$

$$máx(2\ cm; \emptyset_b) \leq s_x \leq mín[40\ cm; 2mín(b - 2t; h - 2t)] \tag{50}$$

$$s_y = \frac{h - 2t - 2d' - n_{By}\emptyset_b}{n_{By} - 1} \tag{51}$$

$$máx(2\ cm; \emptyset_b) \leq s_y \leq mín[40\ cm; 2mín(b - 2t; h - 2t)] \tag{52}$$

- Seção tubular quadrada

$$s_x = \frac{b - 2t - 2d' - n_{Bx}\emptyset_b}{n_{Bx} - 1} \tag{53}$$

$$máx(2\ cm; \emptyset_b) \leq s_x \leq mín[40\ cm; 2mín(b - 2t; b - 2t)] \tag{54}$$

$$s_y = \frac{b - 2t - 2d' - n_{By}\emptyset_b}{n_{By} - 1} \tag{55}$$

$$máx(2\ cm; \emptyset_b) \leq s_y \leq mín[40\ cm; 2mín(b - 2t; b - 2t)] \tag{56}$$

- Seção tubular circular

$$s = \frac{2\pi\left(\frac{D}{2} - t - d' - \frac{\emptyset_b}{2}\right) - n_B\emptyset_b}{n_B} \tag{57}$$

$$máx(2\ cm; \emptyset_b) \leq s \leq 40cm \tag{58}$$

2.5.2 Dimensionamento segundo o EN 1994-1-1:2004

O dimensionamento simplificado de pilares mistos de aço preenchidos com concreto simétricos e seção transversal constante ao longo do comprimento deve ser feito com base no EN 1994-1-1:2004. Para tal, necessita-se que:

- Os pilares mistos possuam dupla simetria e seções transversais uniformes;
- A contribuição do perfil metálico para a capacidade resistente da seção mista seja avaliada pelo fator de contribuição do aço, Equação (59), o qual deve estar entre 0,2 e 0,9.

$$\delta = \frac{A_a f_{yd}}{N_{pl,Rd}} \tag{59}$$

onde:

A_a	área do aço;
f_{yd}	resistência ao escoamento do aço dividido pelo coeficiente de ponderação da resistência do aço (γ_a);
$N_{pl,Rd}$	definido conforme Equação (67) ou Equação (72).

- A esbeltez relativa do pilar (índice de esbeltez reduzido λ, definido conforme Equação (127)) não pode ser superior a 2,0;
- A área das armaduras longitudinais não pode exceder 6% da área de concreto do pilar misto;
- A relação entre a altura e a largura das seções transversais mistas retangulares deve estar entre 0,2 e 5;

2.5.2.1 Flambagem local dos elementos de aço

De acordo com o EN 1994-1-1:2004, os efeitos da flambagem local podem ser desconsiderados em pilares mistos totalmente revestidos, no entanto, para os pilares mistos preenchidos, os valores máximos da Tabela 4 não podem ser ultrapassados.

Tabela 4 – Limitação do índice de esbeltez local dos pilares mistos preenchidos

Morfologia da seção	Limite de esbeltez
Seção tubular retangular preenchida	$\frac{b_i}{t} \leq 52\sqrt{\frac{235}{f_y}}$
Seção tubular circular preenchida	$\frac{D}{t} \leq 90\frac{235}{f_y}$

Fonte: EN 1994-1-1 (2004)

onde:

b_i maior dimensão paralela a um eixo de simetria da seção tubular retangular;

D diâmetro externo do perfil tubular circular;

t espessura da parede do perfil tubular retangular ou circular;

f_y resistência ao escoamento do aço.

2.5.2.2 Dimensionamento à força axial de compressão

Para concretos de alta resistência, EN 1992-1-1:2004 – Projeto de estruturas de betão – Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios, a resistência característica à compressão do concreto, Equação (61), é determinada multiplicando a resistência característica por um fator de redução, η, Equação (60). Para concretos com resistência característica à compressão abaixo de 50MPa, o valor de η deve ser tomado igual a 1,0.

$$\eta = \begin{cases} 1{,}0 - \dfrac{(fck - 50)}{200} & para\ 50MPa < f_{ck} \leq 90MPa \\ 0{,}8 & para\ f_{ck} > 90MPa \end{cases} \quad (60)$$

$$f_{ck} = \eta f_{ck} \tag{61}$$

O modulo de elasticidade do concreto deve ser calculado pela Equação (62), utilizando o valor do f_{ck} multiplicado pelo fator de redução η. Portanto, para o dimensionamento dos pilares mistos, o módulo de elasticidade do concreto deve ser reduzido de acordo com a Equação (63).

$$E_{cm} = 22\left[\frac{(f_{ck} + 8)}{10}\right]^{0,3} \tag{62}$$

$$E_{c,eff} = E_{cm}\frac{1}{1 + \left(\frac{N_{G,Sd}}{N_{Sd}}\right)\varphi_t} \tag{63}$$

onde:

$N_{G,Sd}$	parcela da força axial solicitante de cálculo devida à ação permanente e ação decorrente do uso de atuação quase permanente;
N_{sd}	força axial solicitante de cálculo;
φ_t	coeficiente de fluência do concreto

A rigidez efetiva à flexão é calculada pela Equação (64).

$$(EI)_{eff} = E_a I_a + E_s I_s + 0{,}6E_{c,eff} I_c \tag{64}$$

onde:

I_a, I_c, I_s	momentos de inércia do aço, concreto e armadura;
$E_a, E_{c,eff}, E_s$	módulos de elasticidade do aço, reduzido do concreto e armadura;
A_a, A_c, A_s	áreas do aço, concreto e armadura.

A força axial de flambagem elástica crítica e o índice de esbeltez reduzido para o plano de flexão considerado são dados nas Equação (65) e Equação (66), respectivamente.

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{L_{eff}^2} \tag{65}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} \tag{66}$$

onde:

L_{eff} comprimento de flambagem do pilar;

$N_{pl.Rk}$ valor de $N_{pl,Rd}$ tomando-se os coeficientes de resistência γ_a, γ_c e γ_s iguais a 1,0.

Assim, a força axial resistente de cálculo da seção transversal à plastificação total, para as seções tubulares retangulares e quadradas, deve ser calculada conforme Equação (67). O EN 1994-1-1:2004 leva em consideração o aumento da resistência do concreto devido ao efeito do confinamento para seções tubulares circulares, desde que $\lambda < 0{,}5$ e a relação $^{e}/_{D} < 0{,}1$, onde e é dado pela relação entre $^{M_{Sd}}/_{N_{Sd}}$ e D é o diâmetro do perfil de aço. Portanto, a força axial resistente de cálculo considerando o efeito do confinamento, para seções tubulares circulares, deve ser calculado pela Equação (72).

$$N_{pl,Rd} = A_a f_{yd} + \alpha A_c f_{cd} + A_s f_{sd} \tag{67}$$

$$\eta_{a0} = 0{,}25(3 + 2\lambda) \tag{68}$$

$$\eta_a = \begin{cases} \eta_{a0} + (1 - \eta_{a0})\left(10\dfrac{e}{D}\right) & para\ {}^{e}/_{D} \leq 0{,}1 \\ 1{,}0 & para\ {}^{e}/_{D} > 0{,}1 \end{cases} \tag{69}$$

$$\eta_{c0} = 4{,}9 - 18{,}5\lambda + 17\lambda^2 \tag{70}$$

$$\eta_c = \begin{cases} \eta_{c0}\left(1 - 10\dfrac{e}{D}\right) & para\ {}^{e}/_{D} \leq 0{,}1 \\ 0 & para\ {}^{e}/_{D} > 0{,}1 \end{cases} \tag{71}$$

$$N_{pl,Rd} = \eta_a A_a f_{yd} + A_c f_{cd}\left(1 + \eta_c \frac{t}{d}\frac{f_{yk}}{f_{ck}}\right) + A_s f_{sd} \tag{72}$$

onde:

A_a, A_c, A_s respectivas áreas do aço, concreto e armadura;

f_{yd} resistência ao escoamento do aço dividida pelo coeficiente de ponderação de resistência (γ_a), de valor 1,0;

f_{cd} resistência característica à compressão dividida pelo coeficiente de ponderação de resistência (γ_c), de valor 1,5;

f_{sd} resistência ao escoamento do aço da armadura dividida pelo coeficiente de ponderação de resistência (γ_s), de valor 1,15;

α coeficiente igual a 1,0 para seções tubulares preenchidas com concreto e 0,85 para as demais seções.

O fator de redução de resistência é calculado mediante Equação (73).

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \lambda^2}} \tag{73}$$

onde:

α fator de imperfeição, consultar Tabela 5 e Tabela 6;

Φ $\Phi = 0{,}5[1 + \alpha(\lambda - 0{,}2) + \lambda^2]$

λ índice de esbeltez reduzido, calculado conforme Equação (66).

Tabela 5 – Curvas de flambagem e imperfeições iniciais dos pilares mistos preenchidos

Morfologia da seção	Limite	Curva de flambagem	Imperfeição inicial (e_0)
Seção tubular preenchida	$\rho_s \leq 3\%$	a	$\frac{L}{300}$
	$3\% < \rho_s \leq 6\%$	b	$\frac{L}{200}$

Fonte: Adaptado do EN 1994-1-1 (2004)

Tabela 6 – Fator de imperfeição

Curva de flambagem	a_0	a	b	c	d
Fator de imperfeição	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Fonte: Adaptado do EN 1993-1-1 (2005)

Portanto, o cálculo da força axial resistente de cálculo é dado na Equação (74).

$$N_{Rd} = \chi N_{pl,Rd} \tag{74}$$

Assim, a capacidade resistente do pilar à compressão é verificada garantindo-se que a força axial resistente de cálculo seja maior ou igual a força axial solicitante de cálculo, Equação (75).

$$N_{Rd} \geq N_{Sd} \tag{75}$$

2.5.2.3 Dimensionamento à flexo-compressão

Para pilares mistos submetidos a esforços combinados de compressão axial e momento fletor em relação a um ou aos dois eixos de simetria da seção transversal o EN 1994-1-1:2004 recomenda utilizar o modelo de cálculo descrito na mesma. Para tal, o momento fletor resistente de plastificação de cálculo ($M_{pl,Rd}$) de seções mistas duplamente simétricas em relação ao eixo x ou ao eixo y, $M_{pl,x,Rd}$ e $M_{pl,y,Rd}$, e o momento fletor máximo resistente de plastificação ($M_{max,pl,Rd}$) em relação ao eixo x ou ao eixo y, $M_{max,pl,x,Rd}$ e $M_{max,pl,y,Rd}$, podem ser calculados de acordo com a Equação (76) e Equação (77).

$$M_{pl,Rd} = f_{yd}(Z_a - Z_{an}) + 0{,}5 f_{cd}(Z_c - Z_{cn}) + f_{sd}(Z_s - Z_{sn}) \tag{76}$$

$$M_{max,pl,Rd} = f_{yd} Z_a + 0{,}5 f_{cd} Z_c + f_{sd} Z_s \tag{77}$$

onde:

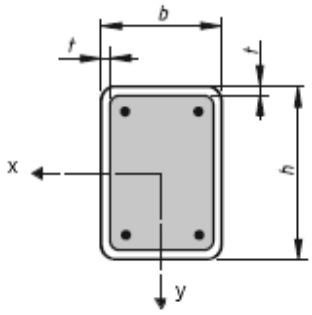
Z_a, Z_c, Z_s	módulos de resistência do aço, do concreto e armadura;
Z_{an}, Z_{cn}, Z_{sn}	módulos de resistência plástico de acordo com o tipo de seção transversal, definidos a seguir.

Como o presente trabalho trata sobre pilares mistos preenchidos, as Equações (78) a (91), descrevem o cálculo do módulo de resistência plástico para seções tubulares.

a. seção tubular retangular

i. eixo x

Figura 17 – Seção tubular retangular preenchida com concreto



Fonte: EN 1994-1-1 (2004)

$$Z_{c,x} = \frac{(b-2t)(h-2t)^2}{4} - \frac{2}{3}r^3 - r^2(4-\pi)\left(\frac{h}{2} - t - r\right) - Z_{s,x} \quad (78)$$

$$Z_{s,x} = \sum_{i=1}^{n} |A_{si} e_i| \quad (79)$$

$$Z_{a,x} = \frac{bh^2}{4} - \frac{2}{3}(r+t)^3 - (r+t)^2(4-\pi)\left(\frac{h}{2} - t - r\right) - Z_{c,x} - Z_{s,x} \quad (80)$$

$$h_{n,x} = \frac{A_c f_{cd} - A_{sn}(2f_{sd} - f_{cd})}{2bf_{cd} + 4t(2f_{yd} - f_{cd})} \quad (81)$$

$$Z_{sn,x} = \sum_{i=1}^{n} \left|A_{sin} e_{yi}\right| \quad (82)$$

$$Z_{cn,x} = (b-2t){h_{n,x}}^2 - Z_{sn,x} \quad (83)$$

$$Z_{an,x} = b{h_{n,x}}^2 - Z_{cn,x} - Z_{sn,x} \quad (84)$$

onde:

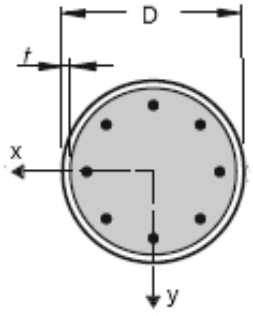
A_{sn}	soma das áreas das barras da armadura na região de altura $2h_n$;
A_{si}	área da barra da armadura;
A_{sin}	área de cada barra da armadura na região de altura $2h_n$;
e_i	distância do eixo da barra da armadura ao eixo de simetria relevante;
e_{yi}	distância do eixo da barra da armadura ao eixo x.

i. eixo y

Para o cálculo com relação ao eixo y, devem ser utilizadas as equações relativas ao eixo x, porém substituindo entre si as dimensões b e h, bem como os índices subscritos x e y.

b. seção tubular circular

Figura 18 – Seção tubular circular preenchida com concreto



Fonte: EN 1994-1-1 (2004)

$$Z_c = \frac{(D-2t)^3}{6} \tag{85}$$

$$Z_s = \sum_{i=1}^{n} |A_{si} e_i| \tag{86}$$

$$Z_a = \frac{D^3}{6} - Z_c - Z_s \tag{87}$$

$$h_n = \frac{A_c f_{cd} - A_{sn}(2f_{sd} - f_{cd})}{2Df_{cd} + 4t(2f_{yd} - f_{cd})} \tag{88}$$

$$Z_{sn} = \sum_{i=1}^{n} \left| A_{sin} e_{yi} \right| \tag{89}$$

$$Z_{cn} = (D-2t){h_n}^2 - Z_{sn} \tag{90}$$

$$Z_{an,x} = D{h_n}^2 - Z_{cn} - Z_{sn} \tag{91}$$

onde:

A_{sn} soma das áreas das barras da armadura na região de altura $2h_n$;

A_{si} área da barra da armadura;

A_{sin} área de cada barra da armadura na região de altura $2h_n$;

e_i distância do eixo da barra da armadura ao eixo de simetria relevante.

2.5.4.3.1 Método de análise de segunda ordem

Para a verificação da análise de segunda ordem, CALADO e SANTOS (2015) elaboraram um roteiro de acordo com a EN 1994-1-1:2004, para isso é necessário antes calcular-se a rigidez de flexão efetiva de segunda ordem e o valor crítico do esforço normal. Os mesmos podem ser calculados pelas Equações (92) e (93).

$$(EI)_{eff,II} = 0{,}9\left(E_a I_a + E_s I_s + 0{,}5E_{c,eff} I_c\right) \quad (92)$$

$$N_{cr,eff} = \frac{\pi^2 (EI)_{eff,II}}{{L_{eff}}^2} \quad (93)$$

onde:

I_a, I_c, I_s momentos de inércia do aço, concreto e armadura;

$E_a, E_{c,eff}, E_s$ módulos de elasticidade do aço, reduzido do concreto e armadura;

A_a, A_c, A_s áreas do aço, concreto e armadura;

L_{eff} comprimento de flambagem do pilar.

A influência da não-linearidade geométrica deve ser considerada na análise estrutural. Entretanto, ela pode ser desprezada para pilares contidos lateralmente ou para sistemas estruturais indeslocáveis, desde que a Equação (94) seja satisfeita.

$$\alpha_{cr} = \frac{N_{cr,eff}}{N_{Sd}} \geq 10 \quad (94)$$

onde:

N_{sd} força axial solicitante de cálculo.

Se a Equação (94) for satisfeita, a análise de primeira ordem pode ser utilizada e o momento de dimensionamento é obtido a partir da Equação (95).

$$M_{Ed} = M_{1,Sd} + N_{Sd} e_0 \tag{95}$$

onde:

$M_{1,Sd}$ maior momento fletor em valor absoluto obtido pela análise global;

N_{sd} força axial solicitante de cálculo;

e_0 imperfeição inicial dos pilares mistos, Tabela 5.

No entanto, caso a Equação (94) não seja atendida, a análise a realizar-se é a de segunda ordem, com a utilização de fatores de amplificação k. São dois os fatores de amplificação, devido à análise global e o devido à imperfeição inicial. A Equação (96) determina como deve ser obtido o fator de amplificação devido à análise global e a Equação (98) como deve ser obtido o fator de amplificação devido à imperfeição inicial.

$$k_{glob} = \frac{\beta_{glob}}{1 - \frac{N_{Sd}}{N_{cr,eff}}} \geq 1{,}0 \tag{96}$$

onde:

N_{sd} força axial solicitante de cálculo;

$N_{cr,eff}$ valor crítico do esforço normal;

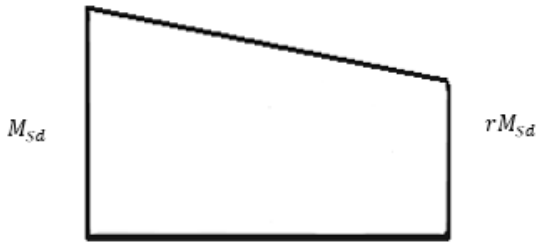
β_{glob} obtido pela Equação (97).

$$\beta_{glob} = 0{,}66 + 0{,}44r \geq 0{,}44 \tag{97}$$

onde:

r razão entre os momentos de extremidades resultantes da análise global de primeira ordem, Figura 19.

Figura 19 – Diagrama do momento fletor



Fonte: Adaptado de CALADO e SANTOS (2015)

$$k_{imp} = \frac{\beta_{imp}}{1 - \frac{N_{Sd}}{N_{cr,eff}}} \geq 1{,}0 \tag{98}$$

onde:

N_{sd}	força axial solicitante de cálculo;
$N_{cr,eff}$	valor crítico do esforço normal;
β_{imp}	valor constante de 1,0.

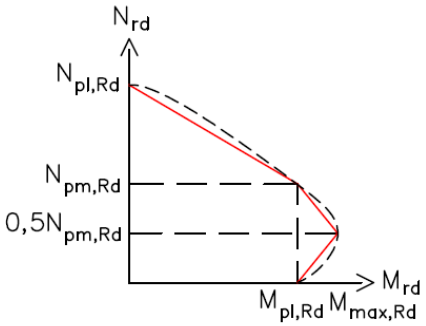
Assim, o momento fletor solicitante para o dimensionamento do pilar misto preenchido pode ser obtido pela Equação (99). Ressalta-se que deve ser analisada a análise de segunda ordem para os dois eixos, o eixo x e eixo y.

$$M_{Ed} = k_{glob} M_{Sd} + k_{imp} N_{Sd} e_0 \tag{99}$$

2.5.4.3.2 Modelo de Cálculo

O Modelo de Cálculo proposto pelo EN 1994-1-1:2004, apresenta uma curva de interação formada por três segmentos de retas, como indica a Figura 20. O cálculo de μ_y é idêntico ao cálculo de μ_x, apenas substituindo as grandezas referentes a x por y, conforme Equações (100) a (102).

Figura 20 – Diagrama de interação momento fletor – força normal – Modelo de Cálculo



Fonte: do Autor

$$N_{Sd} \geq N_{pm,Rd} \qquad \mu_x = \frac{N_{pl,Rd} - N_{Sd}}{N_{pl,Rd} - N_{pm,Rd}} \tag{100}$$

$$\frac{N_{pm,Rd}}{2} \leq N_{Sd} \leq N_{pm,Rd} \qquad \mu_x = 1 + \left(\frac{2(N_{pm,Rd} - N_{Sd})}{N_{pm,Rd}}\right)\left(\frac{M_{max,pl,x,Rd}}{M_{pl,x,Rd}} - 1\right) \tag{101}$$

$$0 \leq N_{Sd} \leq \frac{N_{pm,Rd}}{2} \qquad \mu_x = 1 + \frac{2N_{Sd}}{N_{pm,Rd}}\left(\frac{M_{max,pl,x,Rd}}{M_{pl,x,Rd}} - 1\right) \tag{102}$$

onde:

N_{Sd}	força axial solicitante de cálculo;
$N_{pm,Rd}$	produto de $f_{cd}A_c$;
$N_{pl,Rd}$	conforme definido na Equação (67) ou (72);
$M_{pl,x,Rd}$	conforme definido na Equação (76);
$M_{max,pl,x,Rd}$	conforme definido na Equação (77).

A interação entre o momento fletor e a força normal atuante deve satisfazer as Equações (103) a (105). No entanto, as imperfeições iniciais (e_0) só deverão ser consideradas no plano para o qual se prevê que ocorra a rotura. Se não for evidente qual dos planos é o crítico, deve-se verificar para os dois planos.

$$\frac{M_{x,Ed}}{\mu_x M_{pl,x,Rd}} \leq \alpha_M \tag{103}$$

$$\frac{M_{y,Ed}}{\mu_y M_{pl,y,Rd}} \leq \alpha_M \tag{104}$$

$$\frac{M_{x,Ed}}{\mu_x M_{pl,x,Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{\mu_y M_{pl,y,Rd}} \leq 1{,}0 \quad (105)$$

onde:

α_M	possui valor de: 0,9 para aços entre $235MPa \leq f_y \leq 355MPa$; 0,8 para aços entre $420MPa \leq f_y \leq 460MPa$.
M_{Ed}	conforme definido na Equação (95) ou (99).

2.5.4.4 Projeto das armaduras de aço segundo o EN 1992-1-1:2004

O projeto das armaduras de aço para pilares mistos preenchidos segundo a EN 1994-1-1-:2004 deve atender aos requisitos estabelecidos pela EN 1992-1-1:2004. Assim, os requisitos que devem ser atendidos são os exemplificados a seguir.

A quantidade mínima de armaduras de aço para um pilar misto preenchido de seção transversal tubular:

- Retangular e quadrada deve possuir:

$$n_B \geq 4 \quad (106)$$

- Circular deve possuir:

$$n_B \geq 4 \quad (107)$$

As taxas geométricas máxima e mínima das armaduras de aço no interior do pilar misto preenchido deve ser:

$$máx\left(0{,}003A_c; 0{,}10\frac{N_{Sd}}{f_{sd}}\right) \leq A_s \leq 0{,}06A_c \quad (108)$$

O espaçamento mínimo e máximo entre as armaduras de aço em cada direção deve possuir para a:

- Seção tubular retangular

$$s_x = \frac{b - 2t - 2d' - n_{Bx}\emptyset_b}{n_{Bx} - 1} \quad (109)$$

$$máx(2\ cm; \emptyset_b) \leq s_x \leq 40cm \quad (110)$$

$$s_y = \frac{h - 2t - 2d' - n_{By}\emptyset_b}{n_{By} - 1} \quad (111)$$

$$máx(2\ cm; \emptyset_b) \leq s_y \leq 40cm \quad (112)$$

- Seção tubular quadrada

$$s_x = \frac{b - 2t - 2d' - n_{Bx}\emptyset_b}{n_{Bx} - 1} \quad (113)$$

$$máx(2\ cm; \emptyset_b) \leq s_x \leq 40cm \quad (114)$$

$$s_y = \frac{b - 2t - 2d' - n_{By}\emptyset_b}{n_{By} - 1} \quad (115)$$

$$máx(2\ cm; \emptyset_b) \leq s_y \leq 40cm \quad (116)$$

- Seção tubular circular

$$s = \frac{2\pi\left(\frac{D}{2} - t - d' - \frac{\emptyset_b}{2}\right) - n_B\emptyset_b}{n_B} \quad (117)$$

$$máx(2\ cm; \emptyset_b) \leq s \leq 40cm \quad (118)$$

2.5 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

A otimização é um importante instrumento na resolução de decisões como também na análise de sistemas físicos. Para que seja utilizada, é necessário primeiro identificar um objetivo que pode ser uma quantidade ou a combinação de quantidades representadas por um número (CHAVES, 2004) e que devem satisfazer certas condições. Este objetivo irá depender das características do sistema a ser otimizado, as quais possuem variáveis de projeto ou incógnitas. A intenção é encontrar soluções

para as variáveis que otimizem o problema, onde as mesmas estão sujeitas a restrições.

No estudo das estruturas, sejam estas de concreto, aço e estruturas mistas de aço e concreto, a otimização pode ser aplicada para achar o custo ou o peso ótimo de vigas, pilares, lajes, pórticos, sendo estes os modelos mais comumente estudados, obtendo-se uma seção cujo os esforços resistentes resistam aos esforços solicitantes com a devida segurança. No entanto, é necessário que as restrições do problema atendam aos requisitos e prescrições das normas de dimensionamento, tais como limitações das dimensões das peças, equilíbrio de esforços, limites de deslocamentos e outros.

No dimensionamento de pilares mistos preenchidos, enfoque deste trabalho, busca-se um detalhamento mais enxuto das seções onde o consumo dos materiais seja o menor possível sem comprometer a segurança da estrutura. Para que tal solução seja encontrada, as técnicas de otimização são empregadas cujo propósito é obter a melhor solução entre as inúmeras possíveis, tendo por base um ou mais critérios.

Em geral, os algoritmos de otimização possuem a mesma estrutura. Segundo Bastos (2004) os problemas de otimização possuem os seguintes conceitos e definições:

- Função objetivo: função de uma ou mais variáveis que se quer otimizar, maximizando-a ou minimizando-a;
- Variáveis de projeto: as quais podem compor ou não a função objetivo e que se alteram durante o processo de otimização podendo ser contínuas, inteiras ou discretas;
- Funções de restrições: funções de igualdade ou desigualdade que devem ser atendidas para que o projeto seja viável;
- Espaço de busca: o conjunto ou região que compreende as soluções possíveis ou viáveis do problema a ser otimizado;
- Ponto ótimo: ponto formado pelas variáveis de projeto que extremizam a função objetivo e simultaneamente satisfazem as funções de restrições;
- Valor ótimo: o valor da função objetivo no ponto ótimo.

Os algoritmos de otimização podem ainda se tratar de problemas restritos e não-restritos. No caso de algoritmos para problemas restritos, as variáveis de projeto estarão submetidas a algum tipo de restrição à qual um conjunto de valores destas variáveis não pode ser assumido. No entanto, os para problemas não-restritos, as variáveis podem assumir quaisquer valores em um conjunto indeterminado, não possuindo qualquer tipo de restrição (SIAS, 2014). Por fim, se o espaço de busca for um número definido de soluções possíveis, tem-se uma otimização discreta, contrariamente, quando o mesmo for um número indefinido, trata-se de otimização contínua.

Ao mesmo tempo, os algoritmos usados para a solução de um problema de otimização podem ser determinísticos ou probabilísticos. Os métodos baseados nos algoritmos determinísticos geram uma sequência de possíveis soluções, utilizando na maioria das vezes, o uso de pelo menos a primeira derivada da função objetivo em relação às variáveis de projeto que são dadas como funções matemáticas e relações funcionais (HOLTZ, 2005). Além disso, os algoritmos determinísticos podem ser classificados em duas classes de acordo com as características da função objetivo e das restrições, portanto conforme Bastos (2004), tem-se:

- Programação linear: quando a função objetivo e as restrições são funções lineares das variáveis de projeto;

- Programação não-linear: quando a função objetivo ou pelo menos uma das restrições não for uma função linear.

Pode-se destacar como algoritmos determinísticos o Método de Newton, o Método Quase-Newton, o Método da Programação Quadrática Sequencial e o Método dos Pontos Interiores.

Já os métodos baseados nos algoritmos probabilísticos se baseiam em probabilidades de evento e usam somente a avaliação da função aptidão, introduzindo no processo de otimização dados e parâmetros estocásticos. Quando comparados com os algoritmos determinísticos os mesmos possuem algumas vantagens, como as citadas por Holtz (2005):

- Trabalham adequadamente, tanto com parâmetros contínuos quanto com discretos, ou ainda uma combinação deles, ou seja, não trabalham com informações de gradientes, resolvendo problemas com funções não diferenciáveis e não contínuas;

- Não há restrição alguma quanto ao ponto de partida dentro do espaço de busca da solução, visto que as mesmas trabalham com um conjunto de soluções ou uma população que evoluem ao longo das iterações;

- Otimizam um grande número de variáveis desde que a avaliação da função objetivo não tenha um custo computacional demasiadamente elevado.

A única desvantagem é o tempo de processamento do problema. Alguns algoritmos probabilísticos são o Método do Algoritmo Genético, Colônia de Formigas e Colônia de Abelhas.

Neste trabalho, o problema a ser otimizado é o dimensionamento de pilares mistos preenchidos de aço e concreto que visa minimizar o custo total do pilar. Para tal, serão utilizados dois algoritmos determinísticos, o Método dos Pontos Interiores e o Método da Programação Quadrática Sequencial, e um algoritmo probabilístico, Método do Algoritmo Genético, os quais serão detalhados nos tópicos 2.6.1 e 2.6.2.

2.6.1 Algoritmos determinísticos

Como já mencionado, os algoritmos determinísticos que serão enfoques deste trabalho são: o Método dos Pontos Interiores e o Método da Programação Quadrática Sequencial.

O Método dos Pontos Interiores trabalha especificamente com a região viável do problema, ou seja, aquela na qual está delimitada pelas funções de restrição, podendo estas ser de igualdade ou de desigualdade (SIAS, 2014). O método parte de um ponto inicial e busca determinar alguns pontos no interior desta região, e a partir destes pontos continuar a procurar pelo ponto ótimo. Todos os pontos obtidos em sequência

possuirão sempre valores decrescentes a cada passo, mesmo que a convergência para o ponto ótimo global não seja garantida.

É considerado um algoritmo rápido e eficiente. Porém, a solução encontrada é extremamente dependente do ponto inicial de partida, podendo conduzir à obtenção de uma melhor solução nas vizinhanças da solução inicial, não necessariamente obtendo a solução ótima global (ALVES, 2013). A estratégia usual para melhorar a solução obtida consiste na análise do problema a partir de diversas soluções iniciais. Além disso, estes métodos têm dificuldade em analisar problemas quando estes envolvem variáveis discretas.

O Método da Programação Quadrática Sequencial é um método de programação não-linear baseado em gradientes, onde é necessário calcular as derivadas tanto da função objetivo como dos vínculos ou restrições para a determinação da direção de busca. Estas derivadas podem também ser estimadas numericamente, no entanto, a convergência pode não ser boa. Portanto, dado um problema que contenha a função objetivo e restrições, constrói-se uma sequência de subproblemas nos quais a função objetivo é substituída por uma aproximação quadrática e as restrições são substituídas por aproximações lineares, daí o nome de Programação Quadrática Sequencial.

Possui ainda algumas propriedades relevantes, tais como: é um método que possui capacidade de caminhar por pontos infactíveis, ou seja, não sendo necessário que a aproximação inicial pertença ao conjunto de restrições; os subproblemas quadráticos são fáceis de resolver e possuem boa velocidade de convergência.

2.6.2 Algoritmos probabilísticos

O Método do Algoritmo Genético trabalha inspirado nos mecanismos de evolução das populações de seres vivos, seguindo o princípio da seleção natural e sobrevivência do mais apto. Bastos (2004) descreve que se tem inicialmente uma população de indivíduos, onde cada indivíduo representa uma possível solução do problema, sendo avaliados por uma função de aptidão que reflete a qualidade da solução que cada

indivíduo representa. Por conseguinte, esses indivíduos podem sofrer diversos processos de modo a gerarem indivíduos cada vez mais aptos, repetindo esses processos “n” vezes a fim de se obter indivíduos cada vez mais aptos e obter o ponto ótimo global.

São considerados como métodos de ordem zero, por não empregarem o cálculo de derivadas de qualquer ordem, mas por atuarem diretamente na busca de soluções no espaço viável e inviável. Além disso, estes métodos podem trabalhar tanto com variáveis discretas como com variáveis contínuas, ou ainda uma combinação delas. Alves (2013) em seu trabalho ressalta que os algoritmos probabilísticos são algoritmos globais, uma vez que a busca da solução é realizada dentro de toda a região viável disponível. No entanto, estes métodos exigem um grande número de avaliações do valor da função objetivo como também das restrições, devido a isso são considerados métodos computacionais caros e que demandam um tempo computacional considerável.

Os algoritmos genéticos se baseiam na teoria da evolução de Darwin e são correlacionados aos seguintes termos. Bastos (2004) os define da seguinte forma:

- Cromossomo: cadeia de caracteres ou genes que codifica alguma informação relativa às variáveis do problema. Cada cromossomo representa uma possível solução no espaço de busca do problema.
- Indivíduo: é um membro da população, sendo representado pelo cromossomo e sua função aptidão.
- Gene: é um parâmetro codificado no cromossomo, sendo um elemento do vetor que representa o cromossomo.
- Genótipo: é a informação contida no cromossomo ou genoma.
- Fenótipo: expressa um conjunto de parâmetros ou a solução alternativa do problema, sendo assim, um cromossomo codificado.
- População: conjunto de indivíduos ou soluções do problema.
- Geração: o número da iteração que o algoritmo genético executa.

- Operações genéticas: conjunto de operações que o algoritmo realiza sobre cada um dos cromossomos ou em grupo de indivíduos.

2.6.2.1 Codificação das variáveis genéticas

Ressalta-se que no Método do Algoritmo Genético, as variáveis do problema, ou um conjunto de genes, são descritos por meio de uma codificação e não com os seus valores reais. Devido a isso, os mesmos permitem a conversão de uma informação real em uma forma possível de ser trabalhada pelo computador. Desta forma, não importa se esta variável seja contínua ou discreta, entre outras características (SIAS, 2014), no entanto, na representação de um grande número de variáveis contínuas, os cromossomos tornam-se muito grandes, o que dificulta a execução do algoritmo.

Existem várias maneiras de se codificar um parâmetro para que o algoritmo genético manipule as codificações criadas, tais como, o modelo binário, o modelo real, alfabeto de caracteres entre outros. O modelo mais usual é o modelo binário pertencente ao conjunto [0,1]. De acordo com Bastos (2004), a representação das variáveis do problema é realizada através de uma “substring” de um tamanho de forma a se conseguir a codificação com a precisão necessária. A forma concatenada de todas as variáveis de projeto fornece um cromossomo e o seu comprimento é a soma de todas as “substrings” que representam as variáveis de projeto. Após realizar a codificação das variáveis nos números 0 e 1, é preciso decodificá-las para saber seu real valor, utilizando para tanto um processo de decodificação.

As principais vantagens de se utilizar a codificação binária estão no fato de serem extremamente fáceis para criar e manipular os cromossomos, e pela alta indicação no trabalho com variáveis discretas. A maior desvantagem deste método é que quanto maior a precisão desejada para a solução, maiores precisarão ser os cromossomos e com isto, maior também será o esforço computacional para executar o algoritmo. Outra desvantagem é a necessidade constante de conversão entre os valores reais e os binários nas diversas interações do processo.

2.6.3 Formulação matemática de problemas de otimização

Os problemas de otimização matemática geralmente seguem a seguinte estrutura:

$$maximar\ ou\ minimizar \rightarrow f(x)$$

$$sujeito\ \text{à} \begin{cases} c(x) \leq 0 \\ c_{eq}(x) = 0 \\ A(x) \leq (b) \\ A_{eq}(x) = (b_{eq}) \\ (l_b) \leq (x) \leq (u_b) \end{cases}$$

onde:

(x)	vetor das variáveis do problema;
(b)	vetor resposta do sistema de inequações lineares;
(b_{eq})	vetor resposta do sistema de equações lineares;
$(l_b)\ e\ (u_b)$	vetores de limite superiores e inferiores do valor das variáveis;
A	matriz do sistema de inequações lineares;
A_{eq}	matriz do sistema de equações lineares;
$c(x)$	vetor que contém as inequações não lineares do problema;
$c_{eq}(x)$	vetor que contém as equações não lineares do problema;
$f(x)$	função objetivo do problema.

O *software Matlab* 2016a foi utilizado para encontrar a solução do problema de otimização. Para a utilização dos Método dos Pontos Interiores e o Método da Programação Quadrática Sequencial, o mesmo possui uma biblioteca na qual encontra-se implementada a função $fmincon$, que realiza a otimização a partir do ponto inicial, (x_0), o software calcula a solução do problema utilizando o método definido nas opções. A sintaxe completa desta função, a ser implementada no programa, está mostrada a seguir:

$$[x, fval, exitflag] = fmincon(fun, x_0, A, b, A_{eq}, b_{eq}, l_b, u_b, nonlcon, options)$$

Dessa forma, a função objetivo a ser otimizada (fun) recebe como valores de entrada o ponto inicial (x_0), os coeficientes que definem as equações de restrições lineares (A, b, A_{eq}, b_{eq}) e não lineares $(nonlcon)$, o espaço de busca (limites inferior e superior, respectivamente) para as variáveis (l_b, u_b), e ainda os parâmetros para a otimização $(options)$, os quais podem ser melhor detalhados, na Figura 21, tendo como opção serem redefinidos pelo usuário. Por outro lado, a função $fmincon$ fornece como dados de saída as variáveis (x), referentes ao ponto ótimo encontrado; o valor da função objetivo $(fval)$ de acordo com as variáveis; e a condição de parada $(exitflag)$.

Figura 21 – Parâmetros *default* da função $fmincon$

```
fmincon options:

Options used by current Algorithm ('interior-point'):
(Other available algorithms: 'active-set', 'sqp', 'trust-region-reflective')

Set by user:
 Algorithm: 'interior-point'

Default:
 AlwaysHonorConstraints: 'bounds'
        DerivativeCheck: 'off'
            Diagnostics: 'off'
          DiffMaxChange: Inf
          DiffMinChange: 0
                Display: 'final'
         FinDiffRelStep: 1.4901e-08
            FinDiffType: 'forward'
            FunValCheck: 'off'
             GradConstr: 'off'
                GradObj: 'off'
                HessFcn: []
               HessMult: []
                Hessian: 'bfgs'
      InitBarrierParam: 0.1000
  InitTrustRegionRadius: 'sqrt(numberOfVariables)'
           MaxFunEvals: 3000
               MaxIter: 1000
         MaxProjCGIter: '2*(numberOfVariables-numberOfEqualities)'
        ObjectiveLimit: -1.0000e+20
             OutputFcn: []
              PlotFcns: []
          ScaleProblem: 'none'
    SubproblemAlgorithm: 'ldl-factorization'
                TolCon: 1.0000e-06
                TolFun: 1.0000e-06
             TolProjCG: 0.0100
          TolProjCGAbs: 1.0000e-10
                  TolX: 1.0000e-10
              TypicalX: 'ones(numberOfVariables,1)'
           UseParallel: 'never'
```

Fonte: help do software Matlab 2016a

Para a utilização do Algoritmo Genético, o *software Matlab* 2016a possui implementado dentro do *Optimization Toolbox* a função ga, sendo possível determinar o mínimo de uma função aptidão, respeitando as restrições do problema, por meio de uma técnica probabilística. A sintaxe completa desta função, a ser implementada no programa é:

$$[x, fval, exitflag] = ga(@fitnessfcn, nvars)$$

Dessa forma deve ser definido, a função aptidão $(fitnessfcn)$ e o número de variáveis $(nvars)$ a serem otimizadas, obtendo como saída, as variáveis de projeto otimizadas (x), o valor da função aptidão $(fval)$ e a condição de parada $(exitflag)$. Os parâmetros para a otimização pelo Algoritmo Genético estão detalhados na Figura 22 – Parâmetros *default* da função ga.

Figura 22 – Parâmetros *default* da função ga

```
options =

  ga options:

   Set properties:
     No options set.

   Default properties:
              ConstraintTolerance: 1.0000e-03
                      CreationFcn: @gacreationuniform
                     CrossoverFcn: @crossoverscattered
                CrossoverFraction: 0.8000
                          Display: 'final'
                       EliteCount: '0.05*PopulationSize'
                    FitnessLimit: -Inf
                  FitnessScalingFcn: @fitscalingrank
                  FunctionTolerance: 1.0000e-06
                          HybridFcn: []
           InitialPopulationMatrix: []
            InitialPopulationRange: []
               InitialScoresMatrix: []
                    MaxGenerations: '100*numberOfVariables'
               MaxStallGenerations: 50
                      MaxStallTime: Inf
                           MaxTime: Inf
                       MutationFcn: {@mutationgaussian  [1]  [1]}
    NonlinearConstraintAlgorithm: 'auglag'
                         OutputFcn: []
                           PlotFcn: []
                    PopulationSize: '50 when numberOfVariables <= 5, else 200'
                    PopulationType: 'doubleVector'
                      SelectionFcn: @selectionstochunif
                       UseParallel: 0
                     UseVectorized: 0
```

Fonte: help do software Matlab 2016a

Para atender a função ga do *software* Matlab 2016a, houve a necessidade de uma codificação de variável, como explicado no tópico 2.6.2.1. O método de codificação a ser utilizado é o método binário. Para tal, é necessário que essa troca seja realizada dentro da função aptidão, onde a variável X' será um vetor com *n* variáveis, todas sendo de valores 0 ou 1, exclusivamente para cada célula do vetor, como demonstrado abaixo.

$$X' \rightarrow X \rightarrow f_{aptidão}$$

3 METODOLOGIA

O programa computacional desenvolvido utiliza o Método dos Pontos Interiores, o Método da Programação Quadrática Sequencial e o Método do Algoritmo Genético como ferramenta para obtenção da solução ótima para o dimensionamento de pilares mistos de aço preenchidos com concreto, conforme exposto no item 2.5. Dessa forma, neste capítulo é definido, inicialmente, o problema de otimização, que engloba a função objetivo, as variáveis de projeto, as funções de restrição e o espaço de busca. Apresenta-se por fim, o programa, suas interfaces com o usuário e detalhes do funcionamento.

3.1 O PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

O dimensionamento de um pilar misto preenchido de aço e concreto se baseia na determinação dos esforços resistentes afim de compará-los com os esforços solicitantes aos quais a seção está submetida. Assim, conforme explicado no item 2.6.3, o problema de otimização se baseia em encontrar a solução ótima que maximize ou minimize a função objetivo. No caso do dimensionamento de pilares mistos de aço preenchidos com concreto, a função objetivo é o custo total do pilar, que engloba o custo do concreto, do perfil de aço e das barras de aço da armadura, a qual deseja-se minimizar. Assim, a função objetivo pode ser definida pela Equação (119) que fornece o custo do pilar a ser estudado:

$$f_{(min)} = C_c A_c L + C_a A_a L \rho_a + C_s A_s L \rho_s \tag{119}$$

Em que:

C_c custo do concreto (R$/m³);

A_c área da seção transversal do concreto (m²);

C_a custo do perfil de aço (R$/kg);

A_a área do perfil de aço (m²);

ρ_a massa específica do perfil de aço (kg/m³);

C_s custo das armaduras de aço (R$/kg);

A_s área das armaduras de aço (m²);

ρ_s massa específica das armaduras de aço (kg/m³);

L comprimento do pilar estudado (m).

3.1.1 Método dos Pontos Interiores e Método da Programação Quadrática Sequencial

Para obtenção da solução ótima para a função objetivo definida na Equação (119), tanto no Método dos Pontos Interiores quanto no Método da Programação Quadrática Sequencial, utilizou-se o *Optimization Toolbox*™ do Matlab 2016a. Nele, cálculos iterativos são realizados, os quais alteram os valores das variáveis sucessivamente, até encontrar o ponto de mínimo. As variáveis de projeto estão descritas no tópico 3.1.1.1. Além disso, para que se atinja a solução ótima, a mesma deve atender funções de restrições de inequações ou equações lineares, as quais, em geral, são recomendações e exigências das normas de dimensionamento, neste caso a NBR 8800:2008, a NBR 16239:2013 e o EN 1994-1-1:2004 e que serão demonstradas no tópico 3.1.1.2. No entanto, a solução ótima deve ser encontrada dentro do espaço de busca ou região viável estabelecido no tópico 3.1.1.3.

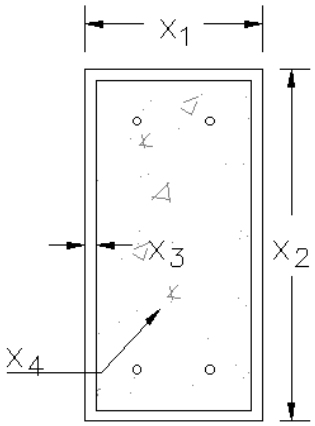
3.1.1.1 Variáveis de projeto

No programa computacional desenvolvido, para seções tubulares retangulares, as seguintes variáveis de projeto são definidas, conforme mostrado a seguir.

- Base do perfil de aço ($x_1 = b$);
- Altura do perfil de aço ($x_2 = h$);
- Espessura do perfil de aço ($x_3 = t$);
- Resistência característica do concreto à compressão ($x_4 = f_{ck}$).

Nesse caso, as opções de otimização selecionadas no programa definem se x_1 a x_4 devem ser fixas ou ter seus valores alterados iterativamente. A Figura 23 mostra as variáveis adotadas para as seções tubulares retangulares.

Figura 23 – Variáveis de projeto da seção tubular retangular



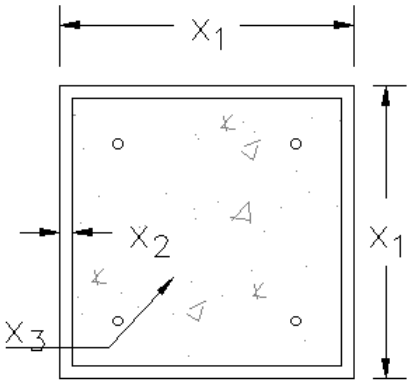
Fonte: do Autor

As seções tubulares quadradas possuem as seguintes variáveis, conforme mostrado a seguir.

- Base e altura do perfil de aço ($x_1 = b = h$);
- Espessura do perfil de aço ($x_2 = t$);
- Resistência característica do concreto à compressão ($x_3 = f_{ck}$).

Assim, como no caso das seções tubulares retangulares, as variáveis das seções tubulares quadradas, x_1 a x_3, podem ser fixas ou ter seus valores alterados iterativamente. A Figura 24 mostra as variáveis adotadas para as seções tubulares quadradas.

Figura 24 – Variáveis de projeto da seção tubular quadrada

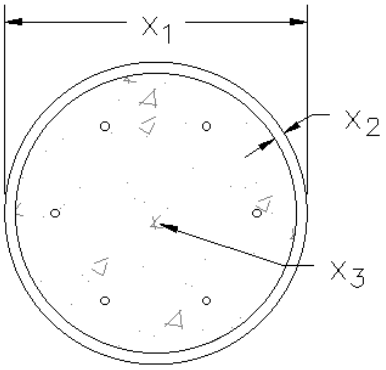


Fonte: do Autor

Já as seções tubulares circulares possuem basicamente as mesmas variáveis, no entanto, ao invés das dimensões dos lados de um retângulo, tem-se o diâmetro da seção tubular circular, conforme mostrado na Figura 25. Ressalta-se novamente que as variáveis, x_1 a x_3, podem ser fixas ou ter seus valores alterados iterativamente.

- Diâmetro do perfil de aço ($x_1 = D$);
- Espessura do perfil de aço ($x_2 = t$);
- Resistência característica do concreto à compressão ($x_3 = f_{ck}$).

Figura 25 – Variáveis de projeto da seção tubular circular



Fonte: do Autor

3.1.1.2 Funções de restrição

3.1.1.2.1 NBR 8800:2008 e NBR 16239:2013

- Resistências devem ser superiores as solicitações

$$N_{Rd} \geq N_{Sd} \tag{120}$$

$$M_{x,Rd} \geq M_{x,Sd} \tag{121}$$

$$M_{y,Rd} \geq M_{y,Sd} \tag{122}$$

- Resistência aos esforços combinados deve ser superior às solicitações combinadas

  - Para o Modelo de Cálculo I (NBR 8800:2008):

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \geq 0{,}2 \qquad \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9}\left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}}\right) \leq 1{,}0 \tag{123}$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} < 0{,}2 \qquad \frac{N_{Sd}}{2N_{Rd}} + \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}}\right) \leq 1{,}0 \tag{124}$$

  - Para o Modelo de Cálculo II (NBR 8800:2008):

$$\frac{M_{x,tot,Sd}}{\mu_x M_{c,x}} + \frac{M_{y,tot,Sd}}{\mu_y M_{c,y}} \leq 1{,}0 \tag{125}$$

  - Para o Modelo de Cálculo (NBR 16239:2013):

$$N_{Sd} \leq N_c \qquad \frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \leq 1{,}0 \tag{126}$$

$$N_{Sd} > N_c \qquad \frac{N_{Sd} - N_c}{N_{Rd} - N_c} + \frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \leq 1{,}0 \tag{127}$$

- Limite de aplicabilidade para:

  - Seção tubular retangular

$$\frac{x_1}{x_3} \leq 2{,}26\sqrt{\frac{E_a}{f_y}} \tag{128}$$

$$\frac{x_2}{x_3} \leq 2{,}26\sqrt{\frac{E_a}{f_y}} \tag{129}$$

- Seção tubular quadrada

$$\frac{x_1}{x_2} \leq 2{,}26\sqrt{\frac{E_a}{f_y}} \tag{130}$$

- Seção tubular circular

$$\frac{x_1}{x_2} \leq 0{,}15\frac{E_a}{f_y} \tag{131}$$

- Fator de contribuição do aço na capacidade resistente da seção mista

$$0{,}2 < \delta = \frac{A_a f_{yd}}{N_{pl,Rd}} < 0{,}9 \tag{132}$$

- Número de barras (n_B) na:

  - Seção tubular retangular e quadrada

$$n_B \geq 4 \tag{133}$$

  - Seção tubular circular

$$n_B \geq 6 \tag{134}$$

- Taxas de armadura mínima e máxima

$$máx\left(0{,}004A_c; 0{,}15\frac{N_{Sd}}{f_{sd}}\right) \leq A_s \leq 0{,}04A_c \tag{135}$$

- Espaçamento mínimo e máximo em cada direção para:

  - Seção tubular retangular

$$s_x = \frac{x_1 - 2x_3 - 2d' - n_{Bx}\emptyset_b}{n_{Bx} - 1} \quad (136)$$

$$máx(2\ cm; \emptyset_b) \leq s_x \leq mín[40\ cm; 2mín(x_1 - 2x_3; x_2 - 2x_3)] \quad (137)$$

$$s_y = \frac{x_2 - 2x_3 - 2d' - n_{By}\emptyset_b}{n_{By} - 1} \quad (138)$$

$$máx(2\ cm; \emptyset_b) \leq s_y \leq mín[40\ cm; 2mín(x_1 - 2x_3; x_2 - 2x_3)] \quad (139)$$

  - Seção tubular quadrada

$$s_x = \frac{x_1 - 2x_2 - 2d' - n_{Bx}\emptyset_b}{n_{Bx} - 1} \quad (140)$$

$$máx(2\ cm; \emptyset_b) \leq s_x \leq mín[40\ cm; 2mín(x_1 - 2x_2; x_1 - 2x_2)] \quad (141)$$

$$s_y = \frac{x_1 - 2x_2 - 2d' - n_{By}\emptyset_b}{n_{By} - 1} \quad (142)$$

$$máx(2\ cm; \emptyset_b) \leq s_y \leq mín[40\ cm; 2mín(x_1 - 2x_2; x_1 - 2x_2)] \quad (143)$$

  - Seção tubular circular

$$s = \frac{2\pi\left(\frac{x_1}{2} - x_2 - d' - \frac{\emptyset_b}{2}\right) - n_B\emptyset_b}{n_B} \quad (144)$$

$$máx(2\ cm; \emptyset_b) \leq s \leq 40cm \quad (145)$$

3.1.1.2.2 EN 1994-1-1:2004

- Resistências devem ser superiores as solicitações

$$N_{Rd} \geq N_{Sd} \quad (146)$$

$$M_{x,Rd} \geq M_{x,Sd} \quad (147)$$

$$M_{y,Rd} \geq M_{y,Sd} \quad (148)$$

- Resistência aos esforços combinados deve ser superior às solicitações combinadas

    - Para o Modelo de Cálculo

$$\frac{M_{x,Ed}}{\mu_x M_{pl,x,Rd}} \leq \alpha_M \tag{149}$$

$$\frac{M_{y,Ed}}{\mu_y M_{pl,y,Rd}} \leq \alpha_M \tag{150}$$

$$\frac{M_{x,Ed}}{\mu_x M_{pl,x,Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{\mu_y M_{pl,y,Rd}} \leq 1{,}0 \tag{151}$$

- Limite de aplicabilidade para:

    - Seção tubular retangular

$$\frac{x_1}{x_3} \leq 52\sqrt{\frac{235}{f_y}} \tag{152}$$

$$\frac{x_2}{x_3} \leq 52\sqrt{\frac{235}{f_y}} \tag{153}$$

    - Seção tubular quadrada

$$\frac{x_1}{x_2} \leq 52\sqrt{\frac{235}{f_y}} \tag{154}$$

    - Seção tubular circular

$$\frac{x_1}{x_2} \leq 90\frac{235}{f_y} \tag{155}$$

- Fator de contribuição do aço na capacidade resistente da seção mista

$$0{,}2 < \delta = \frac{A_a f_{yd}}{N_{pl,Rd}} < 0{,}9 \tag{156}$$

- Número de barras (n_B) na:
    - Seção tubular retangular e quadrada

$$n_B \geq 4 \tag{157}$$

    - Seção tubular circular

$$n_B \geq 4 \tag{158}$$

- Taxas de armadura mínima e máxima

$$máx\left(0{,}003A_c; 0{,}10\frac{N_{Sd}}{f_{sd}}\right) \leq A_s \leq 0{,}06A_c \tag{159}$$

- Espaçamento mínimo e máximo em cada direção para:
    - Seção tubular retangular

$$s_x = \frac{x_1 - 2x_3 - 2d' - n_{Bx}\emptyset_b}{n_{Bx} - 1} \tag{160}$$

$$máx(2\ cm; \emptyset_b) \leq s_x \leq 40cm \tag{161}$$

$$s_y = \frac{x_2 - 2x_3 - 2d' - n_{By}\emptyset_b}{n_{By} - 1} \tag{162}$$

$$máx(2\ cm; \emptyset_b) \leq s_y \leq 40cm \tag{163}$$

    - Seção tubular quadrada

$$s_x = \frac{x_1 - 2x_2 - 2d' - n_{Bx}\emptyset_b}{n_{Bx} - 1} \tag{164}$$

$$máx(2\ cm; \emptyset_b) \leq s_x \leq 40cm \tag{165}$$

$$s_y = \frac{x_1 - 2x_2 - 2d' - n_{By}\emptyset_b}{n_{By} - 1} \tag{166}$$

$$máx(2\ cm; \emptyset_b) \leq s_y \leq 40cm \tag{167}$$

- Seção tubular circular

$$s = \frac{2\pi\left(\frac{x_1}{2} - x_2 - d' - \frac{\emptyset_b}{2}\right) - n_B\emptyset_b}{n_B} \quad (168)$$

$$máx(2\ cm; \emptyset_b) \leq s \leq 40cm \quad (169)$$

3.1.1.3 Espaço de busca

3.1.1.3.1 NBR 8800:2008 e NBR 16239:2013

O espaço de busca foi definido como os valores mínimos e máximos das dimensões dos perfis tubulares baseado nas informações dos catálogos de tubos estruturais, conforme pode ser visto no ANEXO A, ANEXO B e ANEXO C.

- seções tubulares retangulares

$$40mm \leq x_1 \leq 200mm \quad (170)$$

$$60mm \leq x_2 \leq 400mm \quad (171)$$

$$3{,}6mm \leq x_3 \leq 16mm \quad (172)$$

$$máximo(20MPa; f_{ck,mín}) \leq x_4 \leq 90MPa \quad (173)$$

em que:

$f_{ck,mín}$ valor mínimo exigido pela NBR 6118:2014 em função da classe de agressividade do local da edificação.

- seções tubulares quadradas

$$50mm \leq x_1 \leq 300mm \quad (174)$$

$$3{,}6mm \leq x_2 \leq 20mm \quad (175)$$

$$máximo(20MPa; f_{ck,mín}) \leq x_3 \leq 90MPa \quad (176)$$

- seções tubulares circulares

$$33{,}4mm \leq x_1 \leq 355{,}6mm \quad (177)$$

$$3{,}2mm \leq x_2 \leq 25mm \quad (178)$$

$$máximo(20MPa; f_{ck,mín}) \leq x_3 \leq 90MPa \quad (179)$$

3.1.1.3.2 EN 1994-1-1:2004

O espaço de busca foi definido como os valores mínimos e máximos das dimensões dos perfis tubulares baseado nas informações dos catálogos de tubos estruturais, conforme pode ser visto no ANEXO D, ANEXO E e ANEXO F.

- seções tubulares retangulares

$$30mm \leq x_1 \leq 300mm \quad (180)$$

$$50mm \leq x_2 \leq 500mm \quad (181)$$

$$2{,}9mm \leq x_3 \leq 16mm \quad (182)$$

$$máximo(20MPa; f_{ck,mín}) \leq x_4 \leq 90MPa \quad (183)$$

em que:

$f_{ck,mín}$ valor mínimo exigido pela EN 1994-1-1:2004 em função da classe de agressividade do local da edificação.

- seções tubulares quadradas

$$25mm \leq x_1 \leq 400mm \quad (184)$$

$$2mm \leq x_2 \leq 12{,}5mm \quad (185)$$

$$máximo(20MPa; f_{ck,mín}) \leq x_3 \leq 90MPa \quad (186)$$

- seções tubulares circulares

$$21{,}3mm \leq x_1 \leq 508mm \quad (187)$$

$$2{,}6mm \leq x_2 \leq 16mm \quad (188)$$

$$máximo(20MPa; f_{ck,mín}) \leq x_3 \leq 90MPa \quad (189)$$

3.1.2 Método do Algoritmo Genético

Para determinar o mínimo de uma função aptidão, Equação (119), empregando o Método do Algoritmo Genético, utilizou-se o *Optimization Toolbox*™ do Matlab 2016a por meio da função ga. As variáveis de projeto são as demonstradas no tópico 3.1.2.1. Para que se atinja o mínimo, as funções de restrições devem ser atendidas, as quais são recomendações e exigências das normas de dimensionamento, neste caso a NBR 8800:2008, a NBR 16239:2013 e o EN 1994-1-1:2004 e que serão demonstradas no tópico 3.1.2.2. No entanto, a solução ótima deve ser encontrada dentro do espaço de busca ou região viável estabelecido no tópico 3.1.2.3.

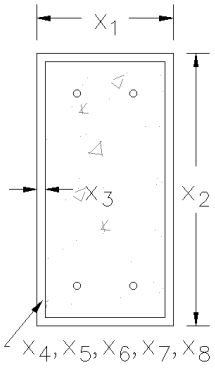
3.1.2.1 Variáveis de projeto

No programa computacional desenvolvido, existe somente uma variável de projeto, a qual está associada a um conjunto de parâmetros que caracterizam as dimensões e propriedades do perfil tubular e que são variáveis dependentes. Assim, para seções

tubulares retangulares, os conjuntos de parâmetros que correspondem a variável de projeto ou perfil do catálogo, são realçados na Figura 26.

- Base do perfil de aço ($x_1 = b$);
- Altura do perfil de aço ($x_2 = h$);
- Espessura do perfil de aço ($x_3 = t$);
- Área de aço do perfil ($x_4 = A_a$);
- Momento de inércia do perfil em relação ao eixo x ($x_5 = I_{ax}$);
- Momento de inércia do perfil em relação ao eixo y ($x_6 = I_{ay}$);
- Momento plástico do perfil em relação ao eixo x ($x_7 = Z_{ax}$);
- Momento plástico do perfil em relação ao eixo y ($x_8 = Z_{ay}$).

Figura 26 – Conjunto de parâmetros que compõem a variável de projeto da seção tubular retangular

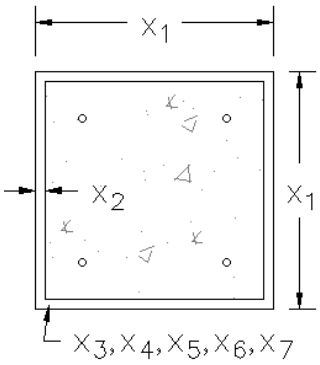


Fonte: do Autor

As seções tubulares quadradas possuem os seguintes parâmetros, conforme mostrado abaixo e na Figura 27.

- Base e altura da do perfil de aço ($x_1 = b = h$);
- Espessura do perfil de aço ($x_2 = t$);
- Área de aço do perfil ($x_3 = A_a$);
- Momento de inércia do perfil em relação ao eixo x ($x_4 = I_{ax}$);
- Momento de inércia do perfil em relação ao eixo y ($x_5 = I_{ay}$);
- Momento plástico do perfil em relação ao eixo x ($x_6 = Z_{ax}$);
- Momento plástico do perfil em relação ao eixo y ($x_7 = Z_{ay}$).

Figura 27 – Conjunto de parâmetros que compõem a variável de projeto da seção tubular quadrada

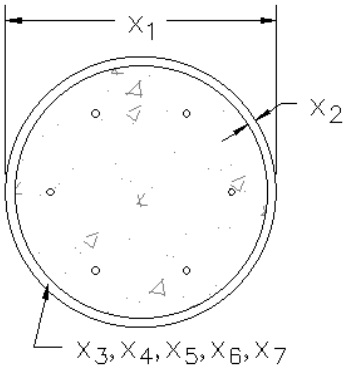


Fonte: do Autor

Já as seções tubulares circulares possuem os seguintes parâmetros, que compõem a variável de projeto, exemplificados abaixo e na Figura 28.

- Diâmetro do perfil de aço ($x_1 = b = h$);
- Espessura do perfil de aço ($x_2 = t$);
- Área de aço do perfil de aço ($x_3 = A_a$);
- Momento de inércia do perfil em relação ao eixo x ($x_4 = I_{ax}$);
- Momento de inércia do perfil em relação ao eixo y ($x_5 = I_{ay}$);
- Momento plástico do perfil em relação ao eixo x ($x_6 = Z_{ax}$);
- Momento plástico do perfil em relação ao eixo y ($x_7 = Z_{ay}$).

Figura 28 – Conjunto de parâmetros que compõem a variável de projeto da seção tubular circular



Fonte: do Autor

3.1.2.2 Funções de restrição

As funções de restrição utilizadas para o método do algoritmo genético são as mesmas citadas no decorrer do tópico 3.1.1.2 para o método dos pontos interiores e o método da programação quadrática sequencial.

3.1.2.3 Espaço de busca

Para este problema de variável discreta, foi necessário realizar a codificação das variáveis, como também da população total. Neste caso, cada posição de um perfil de seção tubular é transformada em um binário com n células, ou seja, transforma-se o vetor X' no X para que possa ser determinado o custo total do pilar misto de aço preenchido com concreto em estudo.

3.1.2.3.1 NBR 8800:2008 e NBR 16239:2013

O espaço de busca para o Método do Algoritmo Genético é determinado por meio de catálogos de perfis estruturais. Assim, o espaço de busca para os perfis de seção tubular retangular é apresentado no ANEXO A, onde o perfil otimizado é encontrado dentro de um binário de 8 células. Para os perfis de seção tubular quadrada o espaço de busca é apresentado no ANEXO B , binário de 7 células, e para os perfis de seção circular no ANEXO C , binário de 7 células. Ressalta-se que dentre os vários perfis padronizados, somente um será a solução otimizada para cada problema.

3.1.2.3.2 EN 1994-1-1:2004

Ressalta-se que o Método do Algoritmo Genético busca a solução otimizada dentro de um catálogo de perfis padronizados, o espaço de busca para cada tipo de seção é apresentado nos ANEXO D, ANEXO E e ANEXO F, para os perfis de seção tubular retangular, quadrada e circular, respectivamente, contendo um binário de 7 células, 6 células e 7 células, simultaneamente.

3.2 O PROGRAMA

O programa computacional de dimensionamento otimizado de pilares mistos de aço preenchidos com concreto foi desenvolvido na plataforma do *Matlab 2016a*. Para a otimização utilizou-se o Método dos Pontos Interiores, Método da Programação Quadrática Sequencial, existente na biblioteca de recursos do *software*, por meio da função *fmincon*, e o Método do Algoritmo Génetico, também presente na biblioteca de recursos do *software*, por meio da função *ga.* O dimensionamento é realizado com base nas definições da NBR 8800:2008, da NBR 16239:2013 e do EN 1994-1-1:2004 citadas no item 2.5.1 e 2.5.2 e conforme fluxogramas do APÊNDICE.

Uma interface gráfica foi elaborada para o programa com o auxílio do GUIDE (*Graphical User Interface Development Environment*) do *software Matlab 2016a,* a qual está apresentada na Figura 29*.* Nela, o primeiro tópico a ser definido pelo usuário é a geometria da seção transversal do pilar misto preenchido, que pode ser perfil tubular retangular, quadrada ou circular. De acordo com a geometria selecionada pelo usuário, algumas opções de preenchimento são bloqueadas, ficando somente possível para preenchimento as opções referentes às dimensões do tipo de seção transversal escolhido.

Em seguida, a escolha do tipo de seção transversal, o usuário precisa selecionar sob qual prescrição de norma, NBR 8800:2008, NBR 16239:2913 ou EN 1994-1-1:2004, ele deseja realizar o dimensionamento e posterior otimização. Feito isso, o mesmo

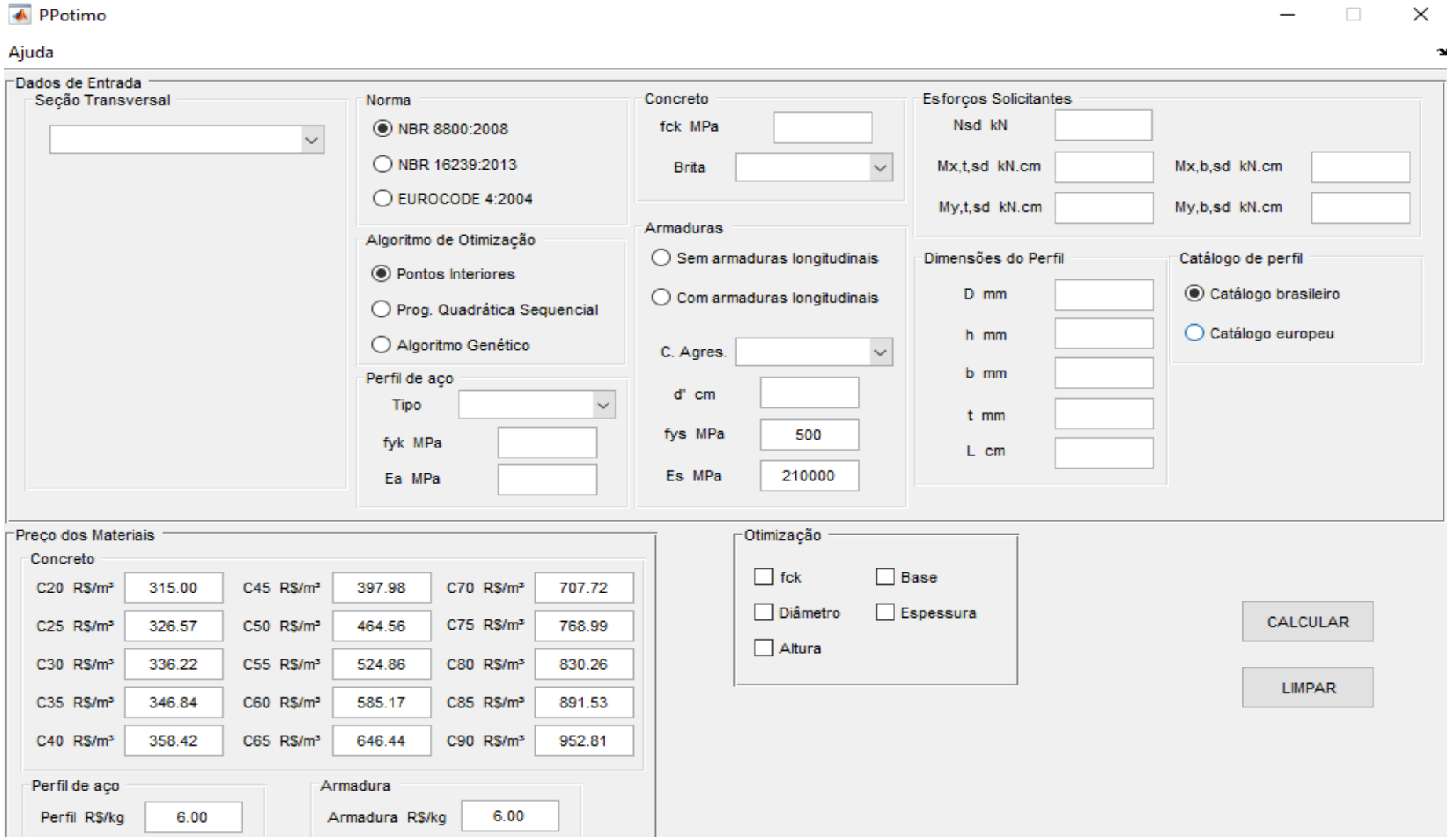
deve selecionar, o tipo de otimização: determinístico – Método dos Pontos Interiores ou Método da Programação Quadrática Sequencial – ou o probabilístico – Método do Algoritmo Genético. Após isso, deve-se entrar com o valor da resistência à compressão do concreto (f_{ck}).

A seguir, deve-se escolher se o pilar misto preenchido de aço e concreto irá ou não possuir armaduras longitudinais. Caso o usuário selecione a opção de inserção de armaduras longitudinais, o mesmo deve preencher informações referentes ao cobrimento, resistência ao escoamento do aço e módulo de elasticidade das armaduras.

Seguindo, o usuário deve preencher os esforços solicitantes de cálculo, obtidos previamente pela multiplicação dos esforços característicos – 1,4 (γ_f – coeficiente de ponderação das ações) quando o dimensionamento é realizado pela NBR 8800:2008 e NBR 16239:2013 e 1,35 (γ_f – coeficiente de ponderação das ações) quando o dimensionamento for realizado pelo EN 1994-1-1:2004 – e as dimensões da seção transversal devem ser preenchidas se os algoritmos de otimização escolhidos forem determinísticos.

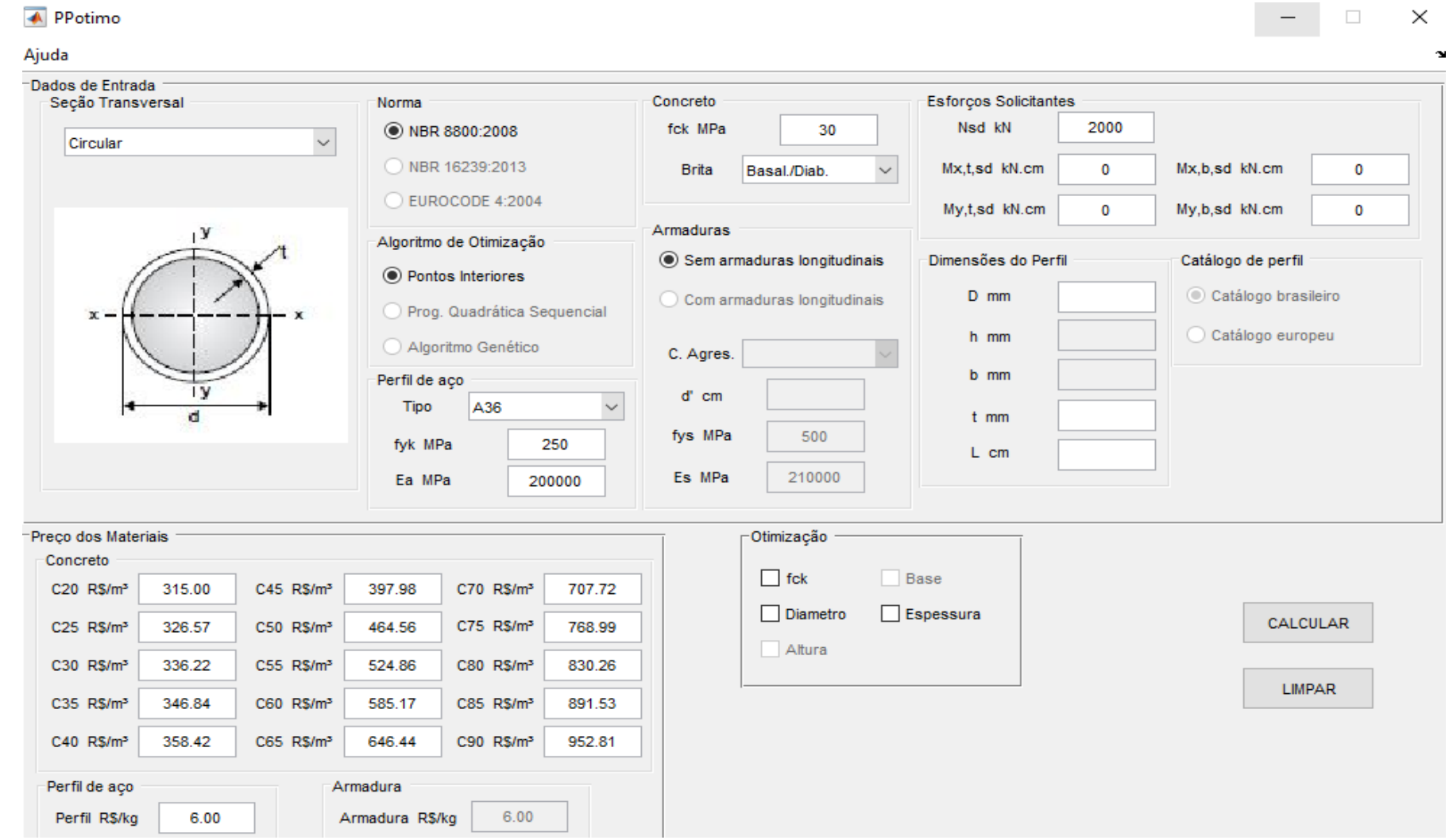
Após toda a inserção dos dados, o usuário determinará quais as variáveis o mesmo deseja otimizar. Ressalta-se que assim como as opções de preenchimento de dados são atualizadas, as opções de otimização também o são de acordo com o tipo de seção transversal selecionado pelo usuário, como exemplo, na Figura 30 são mostradas as opções de otimização quando o tipo de seção transversal escolhido é o perfil tubular circular.

Figura 29 – Interface gráfica inicial do programa



Fonte: do Autor

Figura 30 – Opções de otimização para seção transversal de perfil tubular circular



Fonte: do Autor

A definição dos custos dos materiais foi obtida da tabela SINAPI, da Caixa Econômica Federal, em julho de 2017. Evidencia-se que alguns valores de f_{ck} não possuíam preço na tabela SINAPI, portanto, os mesmos foram obtidos por interpolação linear entre os custos existentes. Ressalta-se que no mercado, o custo do aço das armaduras varia de acordo com o diâmetro das barras, entretanto, esse fato foi desprezado nesse estudo, no qual foi adotado um valor único por quilo. É importante salientar que é permitido ao usuário modificar esses dados, preço do concreto de acordo com o f_{ck} e custo do aço. A definição precisa dos preços dos materiais influi direta e fortemente nos resultados fornecidos pelo programa. Dessa forma, para a utilização do mesmo, os custos devem ser levantados de maneira adequada para não se obter resultados distorcidos.

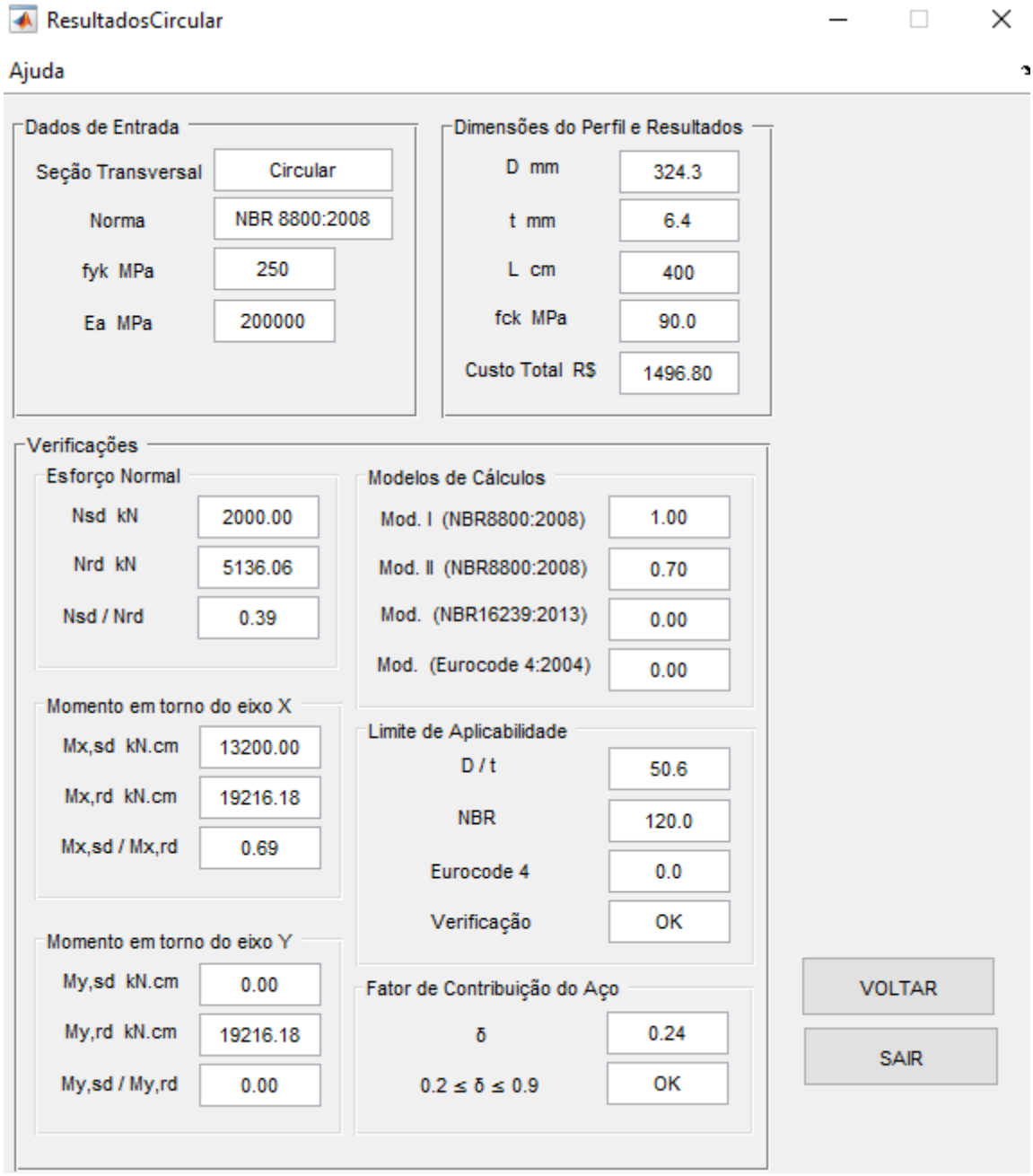
Realça-se ainda que é permitido ao usuário limpar, a qualquer momento, todos os dados, obtendo novamente a página inicial mostrada na Figura 29. Existe também uma aba lateral “Ajuda” que descreve algumas informações importantes para o correto funcionamento do programa. Prosseguindo a inserção de todos os dados, ao se clicar no botão “Calcular”, o programa verifica inicialmente se há adequação às restrições definidas pela NBR 8800:2008, NBR 16239:2013 e EN 1994-1-1:2004 e como também pelo programa. Em caso de inadequação, surgem avisos na tela que informam ao usuário o motivo do erro. Por outro lado, se tudo estiver correto, o programa realiza o dimensionamento otimizado da seção e mostra, então, uma nova página, “Resultados”, com os dados iniciais e os resultados obtidos.

Na página de “Resultados” são fornecidas as dimensões da seção transversal otimizada, o valor da resistência característica do concreto à compressão, o custo total do pilar misto preenchido. Nesta tela, pode-se observar, ainda, as restrições ativas, ou seja, as determinantes para o resultado, Figura 31, encontradas na aba “Verificações”. A restrição ativa é determinada por uma das verificações que mais se aproxima do valor 1,0. Tomando como exemplo a Figura 31, a restrição ativa da mesma é o índice de aproveitamento do modelo de cálculo I da NBR 8800:2008.

Além disso, quando a opção “com armaduras longitudinais” for selecionada, a página “Resultados” apresentará também o número de barras em cada direção, a área de aço e o diâmetro das barras. Ainda na página de “Resultados”, o usuário tem a opção de retornar à página inicial, clicando em “Voltar”, ou sair e fechar todo o software

Matlab, ao clicar no botão “Sair”. A aba “Ajuda“ da página “Resultados” apresenta como são consideradas as restrições ativas para as verificações realizadas pelo programa.

Figura 31 – Resultados para perfil tubular circular

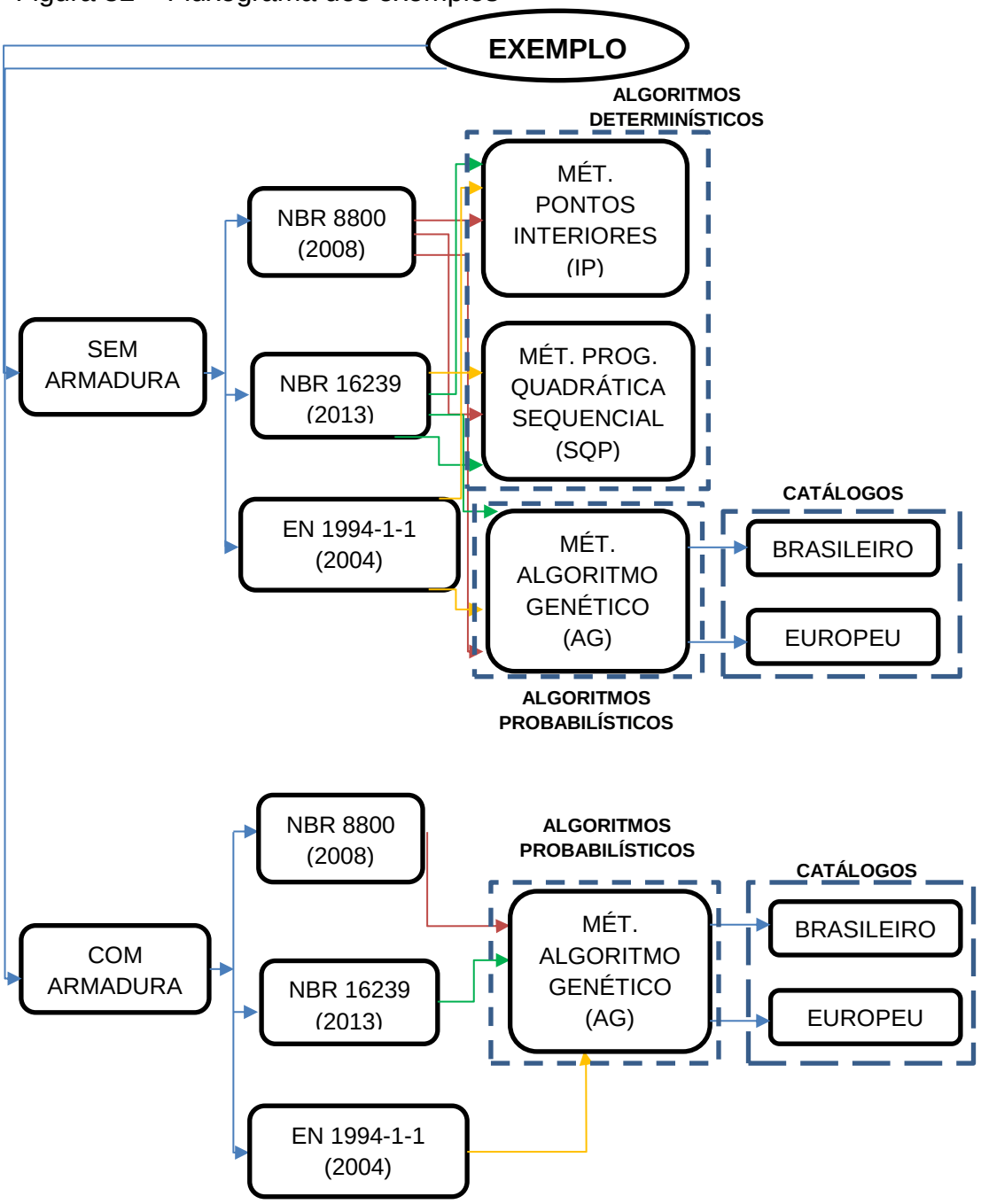


Fonte: do Autor

4 APLICAÇÕES E RESULTADOS

De modo a validar o programa desenvolvido e bem como verificar a sua eficácia, foram rodados três vezes todos os exemplos com resultados encontrados na literatura especializada para a verificação dos resultados. Todos os exemplos foram calculados no programa por três vezes, ou seja, para os três tipos de normas de dimensionamento. Também foram calculadas para os três tipos de algoritmos de otimização com dois tipos diferentes de catálogos de tubos estruturais e ainda com e sem armaduras longitudinais, para posterior verificação e comparação dos resultados. Resumindo, cada exemplo foi calculado 18 vezes como mostra o fluxograma da Figura 32.

Figura 32 – Fluxograma dos exemplos

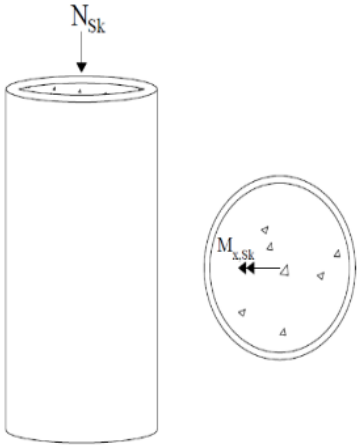


Fonte: do Autor

4.1 EXEMPLO 1 – PILAR MISTO PREENCHIDO DE PERFIL TUBULAR CIRCULAR

O primeiro exemplo analisado é de um pilar misto preenchido composto por perfil tubular circular submetido a uma compressão axial de valor N_{Sd} = 2000 kN e a flexão no eixo x de valor $M_{x,Sd}$ = 13200 kN·cm, de solução dada pelo *software* PilarMisto 3.04.11 (CALDAS, FAKURY e SOUZA JR, 2018) utilizando a NBR 8800:2008. Trata-se inicialmente de um perfil circular com diâmetro de 323,80 mm e espessura de 12,5mm. A resistência característica do concreto à compressão (f_{ck}) foi de 30 MPa e a resistência ao escoamento do aço (f_{yk}) de 250 MPa. O comprimento total deste pilar misto preenchido é de 400 cm. Uma representação deste pilar misto preenchido pode ser vista na Figura 33.

Figura 33 – Representação do pilar misto preenchido de seção tubular circular



Fonte: do Autor

Para validação do *software* elaborado, Lourenção e Alves (2018) realizaram o dimensionamento do pilar misto preenchido em questão e compararam os resultados com os do dimensionamento realizado pelo *software* PilarMisto 3.04.11 (CALDAS, FAKURY e SOUZA JR, 2018), obtendo o diâmetro e espessura do perfil tubular, resistência do concreto à compressão, força axial resistente, momento resistente nos eixo x e y, índices de aproveitamento da curva de interação do modelo de cálculo I e II e custo total como resultados e que podem ser analisados na Tabela 7.

Tabela 7 – Resultados dos softwares para o exemplo 1 para NBR 8800:2008

Método	D mm	t mm	f_{ck} MPa	N_{Rd} kN	$M_{x,Rd}$ kN·cm	$M_{y,Rd}$ kN·cm	IA-I	IA-II	CT (R$)
PilarMisto 3.04.11	323,80	12,5	30	3821	30611	30611	0,91	0,80	
Lourenção e Alves (2018)	323,80	12,5	30	3836	30611	30611	0,90	0,87	2397

Fonte: Lourenção e Alves (2018)

Após a análise dos resultados, Lourenção e Alves (2018) observaram um aumento de 0,4% no resultado da força resistente de compressão axial realizado pelo *software* elaborado quando comparado com o dimensionamento realizado pelo *software* PilarMisto 3.04.11, podendo ser ocasionado devido a questões de arredondamentos como também por alguma inconsistência na formulação das áreas de aço e de concreto. Os índices de aproveitamento das curvas de iteração dos modelos de cálculo também possuíram um acréscimo devido a força resistente de compressão. No entanto, esse acréscimo não possui um valor significante.

Lourenção e Alves (2018) apresentaram ainda em seu trabalho o dimensionamento otimizado pelo Método dos Pontos Interiores (IP) e o Método da Programação Quadrática Sequencial (SQP) alternando a otimização das variáveis de projeto. A Tabela 8 apresenta os resultados encontrados pelos autores.

Tabela 8 – Resultados do dimensionamento otimizado pelos métodos IP e SQP para NBR 8800:2008

(continua)

Mét.	Variáveis			D mm	t mm	f_{ck} MPa	N_{Rd} kN	$M_{x,Rd}$ kN·cm	$M_{y,Rd}$ kN·cm	IA-I	IA-II	CT R$
	D	t	f_{ck}									
IP	x			312,8	12,5	30	3629	28400	28400	0,96	1,00	2309
		x		323,8	10,9	30	3545	27284	27284	0,99	1,00	2115
			x	323,8	12,5	29,9	3832	30604	30604	0,91	0,87	2397
	x	x	x	324,3	6,4	90	5136	19216	19216	1,00	0,70	1497
	x	x										
	x		x	269,3	12,5	90	4231	22251	22251	1,00	0,91	2078
		x	x	323,8	6,4	90	5125	19243	19243	1,00	0,77	1501

Tabela 8 – Resultados do dimensionamento otimizado pelos métodos IP e SQP para NBR 8800:2008

(conclusão)

Mét.	Variáveis			D	t	f_{ck}	N_{Rd}	$M_{x,Rd}$	$M_{y,Rd}$	IA-I	IA-II	CT
	D	t	f_{ck}	mm	mm	MPa	kN	kN·cm	kN·cm			R$
SQP	x			312,8	12,5	30	3629	28400	28400	0,96	1,00	2309
		x		323,8	10,9	30	3545	27284	27284	0,99	1,00	2115
			x									
	x	x	x	324,3	6,4	90	5136	19216	19216	1,00	0,70	1497
	x	x		355,6	8,3	30	3591	26485	26485	1,00	0,87	1830
	x		x	269,3	12,5	90	4231	22251	22251	1,00	0,91	2078
		x	x									

Fonte: Adaptado de Lourenção e Alves (2018)

Os autores destacaram, em seu trabalho, que as linhas que não possuem resultados, indicam que o *software* não conseguiu encontrar uma solução ótima devido a tolerância entre um passo e outro ser muito pequeno, ocorrendo assim a parada do *software* sem uma possível solução.

O *software* ainda possibilita realizar a otimização de acordo com outras normas de dimensionamento, NBR 16239:2013 e o EN 1994-1-1 (2004), como também a inclusão de armaduras longitudinais ou não. Além disso, quando selecionado o Método do Algoritmo Genético pode-se optar por buscar a solução ótima dentro de um catálogo brasileiro ou de um catálogo europeu. Assim, para efeito de comparação foi realizado uma otimização completa, a qual inclui todas as normas de dimensionamento e todas as variáveis de projeto, como também o uso de armaduras longitudinais, do pilar misto preenchido de perfil tubular circular. A Tabela 9 apresenta um resumo dos resultados encontrados de acordo com o algoritmo de otimização, das normas de dimensionamento e da utilização de armaduras longitudinais. Ressalta-se que a otimização com armaduras longitudinais foi realizada utilizando somente o Método do Algoritmo Genético pois o mesmo apresentará uma solução que pode ser facilmente encontrada no mercado.

Tabela 9 – Resultados da otimização do pilar misto preenchido de perfil tubular circular

	NOR.	MÉT.		RESULTADOS															
				D mm	t mm	f_{ck} MPa	N_{Rd} kN	$M_{x,Rd}$ kN·cm	$M_{y,Rd}$ kN·cm	IA-I	IA-II	IA-III	IA-IV	n	∅ mm	A_s cm²	s cm	δ	CT R$	R
SEM ARMADURA	NBR 8800	IP		324,3	6,4	90	5136	19216	19216	1,00	0,70							0,24	1497	IA-I
		SQP		324,3	6,4	90	5136	19216	19216	1,00	0,70							0,24	1497	IA-I
		AG	B	323,8	7,1	80	4865	20632	20632	0,98	0,74							0,28	1580	IA-I
			E	355,6	6,3	55	4486	22005	22005	0,98	0,71							0,31	1496	IA-I
	NBR 161239	IP		286,2	5,7	90	4377	13200	13200			1,00						0,24	1165	IA-III
		SQP		286,2	5,7	90	4377	13200	13200			1,00						0,24	1165	IA-III
		AG	B	273,0	6,4	90	4070	13234	13234			1,00						0,27	1213	IA-III
			E	323,9	5,0	40	3167	14343	14343			0,92						0,35	1055	IA-III
	EN 1994-1-1	IP		301,9	4,7	90	3417	13360	13360				0,90					0,25	1077	IA-IV
		SQP		301,9	4,7	90	3417	13360	13360				0,90					0,25	1077	IA-IV
		AG	B	323,8	6,4	40	3226	19319	19319				0,85					0,44	1311	IA-IV
			E	323,9	5,0	55	3436	16041	16041				0,86					0,31	1106	IA-IV
COM ARMADURA	NBR 8800	AG	B	323,8	6,4	65	4410	22141	22141	0,98	0,73			6	12,5	7,36	10,0	0,28	1537	IA-I
			E	323,9	5,0	80	4831	20226	20226	0,99	0,73			8	12,5	9,82	7,34	0,20	1386	IA-I
	NBR 161239	AG	B	273,0	6,4	55	3306	15458	15458			0,96		6	12,5	7,36	7,39	0,35	1260	IA-III
			E	273,0	5,0	65	3388	13261	13261			1,00		6	12,5	7,36	7,54	0,26	1072	IA-III
	EN 1994-1-1	AG	B	273,0	6,4	85	3346	17349	17349				0,89	7	12,5	8,59	6,16	0,32	1361	IA-IV
			E	323,9	5,0	45	3285	18129	18129				0,85	6	10,0	4,71	10,6	0,33	1156	IA-IV

Fonte: do Autor

Legenda para melhor compreensão da Tabela 9:

IP	Método dos Pontos Interiores
SQP	Método da Programação Quadrática Sequencial
AG	Método do Algoritmo Genético
B	Catálogo brasileiro de perfis tubulares
E	Catálogo europeu de perfis tubulares
D	Diâmetro do perfil tubular
t	Espessura do perfil tubular
f_{ck}	Resistência à compressão do concreto
N_{rd}	Força axial resistente
$M_{x,Rd}$	Momento resistente em torno do eixo x
$M_{y,Rd}$	Momento resistente em torno do eixo y
IA-I	Índice de aproveitamento da curva de iteração do modelo de cálculo I – NBR 8800:2008
IA-II	Índice de aproveitamento da curva de iteração do modelo de cálculo II – NBR 8800:2008
IA-III	Índice de aproveitamento da curva de iteração do modelo de cálculo – NBR 16239:2013
IA-IV	Índice de aproveitamento da curva de iteração do modelo de cálculo – EN 1994-1-1:2004
n	Número de armaduras longitudinais
ø	Diâmetro das armaduras longitudinais
A_s	Área das armaduras longitudinais
s	Espaçamento entre as armaduras longitudinais
δ	Fator de contribuição do aço
CT	Custo total do pilar misto preenchido
R	Restrição ativa

Os resultados encontrados pelos Métodos IP e SQP, indicados na Tabela 9, não apresentaram diferença nas soluções indicando que estes devem ser a solução ótima do problema. Já os resultados apresentados pelo Método AG apresentaram diferentes soluções devido a utilização de catálogos de países diferentes. Analisando o custo total do pilar misto preenchido, os menores custos foram obtidos pelos Métodos IP e

SQP. No entanto, o Método AG apresentou custos menores quando selecionado o uso do catálogo estrutural europeu tanto com a colocação de armaduras longitudinais como sem o uso das mesmas, como pode ser melhor compreendido na Tabela 10.

No mais, a restrição ativa que governou a otimização do pilar misto preenchido circular foi o índice de aproveitamento da curva de iteração do modelo de cálculo I (IA-I) quando a norma selecionada era a NBR 8800:2008; já quando a norma selecionada era a NBR 16239:2013, o índice de aproveitamento da curva de iteração do modelo de cálculo (IA-III); e quando o EN 1994-1-1:2004 era a norma selecionada para a otimização, o índice de aproveitamento da curva de iteração do modelo de cálculo (IA-IV) era a restrição ativa.

Ressalta-se ainda que, 83,33% dos resultados, indicados na Tabela 9, apresentaram valores da resistência à compressão do concreto, f_{ck}, acima de 50 MPa. Assim, mesmo esses valores da resistência à compressão do concreto possuindo um alto custo eles indicaram ser a melhor solução.

Tabela 10 – Comparativo do custo do pilar misto preenchido de perfil circular

	NORMA	MÉTODO		CT R$	Redução (%)
SEM ARMADURA	NBR 8800:2008	Dimensionamento		2397	
	NBR 8800:2008	IP e SQP		1497	37,55
		AG	B	1580	34,08
			E	1496	37,58
	NBR 16239:2013	IP e SQP		1165	51,40
		AG	B	1213	49,40
			E	1055	55,99
	EN 1994-1-1:2004	IP e SQP		1077	55,09
		AG	B	1311	45,31
			E	1106	53,86
COM ARMADURA	NBR 8800:2008	AG	B	1537	35,88
			E	1386	42,18
	NBR 16239:2013	AG	B	1260	47,43
			E	1072	55,28
	EN 1994-1-1:2004	AG	B	1361	43,22
			E	1156	51,77

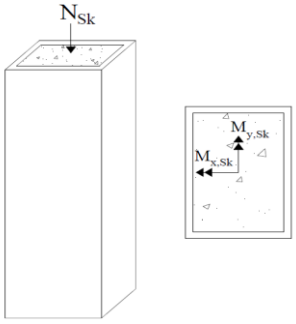
Fonte: do Autor

Por meio da Tabela 10, observou-se que a norma que apresentou os menores custos, sem adição de armaduras longitudinais, foi o EN 1994-1-1:2004, seguido pela NBR 16239:2013 e conseguinte pela NBR 8800:2008. Já quando o pilar misto preenchido possui armaduras longitudinais, a norma que apresentou uma melhor redução foi novamente o EN 1994-1-1:2004. Portanto, pode-se verificar que a norma mais conservadora é a NBR 8800:2008. Além disso, observa-se que as modificações sugeridas pela NBR 16239:2013 para a utilização de perfis tubulares beneficiou o dimensionamento de pilares mistos preenchidos, ocasionando melhores resultados que a NBR 8800:2008 e consequentemente, melhores reduções no custo.

4.2 EXEMPLO 2 – PILAR MISTO PREENCHIDO DE PERFIL TUBULAR RETANGULAR

Neste exemplo foi analisado um pilar misto preenchido composto por perfil tubular retangular submetido a uma compressão axial de valor N_{Sd} = 1500 kN e a flexão no eixo x de valor $M_{x,Sd}$ = 13200 kN·cm e no eixo y de valor $M_{y,Sd}$ = 7600 kN·cm, de solução dada pelo *software* PilarMisto 3.04.11 (CALDAS, FAKURY e SOUZA JR, 2018) utilizando a NBR 8800:2008. Trata-se primeiramente de um perfil retangular com base igual a 180,0 mm, altura de 380,0 mm e espessura de 12,5 mm. A resistência característica do concreto à compressão (f_{ck}) foi de 40 MPa e o resistência ao escoamento do aço (f_{yk}) de 250 MPa. O comprimento total deste pilar misto preenchido é de 300 cm. Uma representação deste pilar misto preenchido pode ser vista na Figura 34.

Figura 34 – Representação do pilar misto preenchido de seção tubular retangular



Fonte: do Autor

Lourenção e Alves (2018) realizaram o dimensionamento do pilar misto preenchido em questão, para posterior validação do software. Os mesmos compararam os resultados com os do dimensionamento realizado pelo *software* PilarMisto 3.04.11 (CALDAS, FAKURY e SOUZA JR, 2018), obtendo resultados como: a base, altura e espessura do perfil tubular, resistência do concreto à compressão, força axial resistente, momento resistente nos eixo x e y, índices de aproveitamento da curva de interação do modelo de cálculo I e II e custo total, que podem ser analisados na Tabela 11.

Tabela 11 – Resultados dos softwares para o exemplo 2 para NBR 8800:2008

Método	b mm	h mm	t mm	f_{ck} MPa	N_{Rd} kN	$M_{x,Rd}$ kN·cm	$M_{y,Rd}$ kN·cm	IA-I	IA-II	CT R$
PilarMisto 3.04.11	180	380	12,5	40	3890	40578	22701	0,97	0,94	
Lourenção e Alves (2018)	180	380	12,5	40	3812	39410	22160	1,00	0,97	1892

Fonte: Lourenção e Alves (2018)

Após a análise dos resultados, Lourenção e Alves (2018) observaram uma redução de 2,0% e 3,0% no resultado da força resistente de compressão axial e no resultado dos momentos resistentes, respectivamente. Essa redução pode ter sido ocasionada devido a questões de arredondamentos como também pela consideração do raio externo e interno na formulação das áreas de aço e concreto. No entanto, os autores destacaram que esse decréscimo não possui um valor significante.

O dimensionamento otimizado pelo Método dos Pontos Interiores (IP) e o Método da Programação Quadrática Sequencial (SQP) alternando a otimização das variáveis de projeto pode ser visto na Tabela 12.

Tabela 12 – Resultados do dimensionamento otimizado pelos métodos IP e SQP para NBR 8800:2008

(continua)

Mét	Variáveis				b mm	h mm	t mm	f_{ck} MPa	N_{Rd} kN	$M_{x,Rd}$ kN·cm	$M_{y,Rd}$ kN·cm	IA-I	IA-II	CT R$
	b	h	t	f_{ck}										
IP	x				175,6	380,0	12,5	40	3786	39311	22030	1,00	0,98	1889
		x			180,0	372,2	12,5	40	3796	39174	22092	1,00	0,98	1887
			x		180,0	380,0	12,1	40	3793	39240	22060	1,00	0,98	1993

Tabela 12 – Resultados do dimensionamento otimizado pelos métodos IP e SQP para NBR 8800:2008

(conclusão)

Mét	Variáveis				b	h	t	f_{ck}	N_{Rd}	$M_{x,Rd}$	$M_{y,Rd}$	IA-I	IA-II	CT
	b	h	t	f_{ck}	mm	mm	mm	MPa	kN	kN·cm	kN·cm			R$
IP				x										
	x	x	x	x	250,0	341,8	7,3	90	5510	28352	21520	1,00	0,81	1390
	x	x	x		250,0	377,9	8,1	40	3998	33850	24286	1,00	0,92	1461
	x	x		x	231,2	263,4	12,5	90	4793	28035	25160	1,00	0,98	1742
	x		x	x										
		x	x	x	180,0	400,0	9,0	90	4774	36717	18447	1,00	0,94	1579
	x	x			249,1	281,5	12,5	40	3958	30841	28082	1,00	0,94	1791
	x		x		247,3	380,0	8,1	40	3990	34089	24140	1,00	0,92	1466
	x			x										
		x	x		180,0	400,0	11,2	40	3789	40321	21578	1,00	0,94	1785
		x		x	180,0	329,4	12,5	90	4516	34313	20744	1,00	1,00	1789
			x	x	180,0	380,0	9,8	90	4691	36050	19044	1,00	0,96	1629
SQP	x				175,6	380,0	12,5	40	3786	39311	22030	1,00	0,98	1889
		x			180,0	372,2	12,5	40	3796	39174	22092	1,00	0,98	1887
			x		180,0	380,0	12,1	40	3793	39240	22060	1,00	0,98	1993
				x										
	x	x	x	x	250,0	341,8	7,3	90	5510	28352	21520	1,00	0,81	1390
	x	x	x		250,0	377,9	8,1	40	3998	33850	24286	1,00	0,92	1461
	x	x		x	231,2	263,4	12,5	90	4793	28035	25160	1,00	0,98	1742
	x		x	x	205,3	380,0	8,1	90	5074	33056	19334	1,00	0,88	1477
		x	x	x	180,0	400,0	9,0	90	4774	36717	18447	1,00	0,94	1579
	x	x			249,1	281,5	12,5	40	3958	30841	28082	1,00	0,94	1791
	x		x		247,3	380,0	8,1	40	3990	34089	24140	1,00	0,92	1466
	x			x	155,0	380,0	12,5	90	4387	40190	18979	0,99	1,00	1876
		x	x		180,0	400,0	11,2	40	3789	40321	21578	1,00	0,94	1785
		x		x	180,0	329,4	12,5	90	4516	34313	20744	1,00	1,00	1789
			x	x	180,0	380,0	9,8	90	4691	36050	19044	1,00	0,96	1629

Fonte: do Autor

Destaca-se que as linhas que não possuem resultados, indicam que o *software* não conseguiu encontrar uma solução ótima devido à tolerância entre um passo e outro ser muito pequena, ocorrendo assim a parada do *software* sem uma possível solução.

O *software* ainda possibilita realizar a otimização de acordo com outras normas de dimensionamento, NBR 16239:2013 e o EN 1994-1-1:2004, como também a inclusão de armaduras longitudinais ou não. Além disso, quando selecionado o Método do Algoritmo Genético pode-se optar por buscar a solução ótima dentro de um catálogo

brasileiro ou de um catálogo europeu. Assim, para efeito de comparação foi realizado uma otimização completa, a qual inclui todas as normas de dimensionamento como também o uso de armaduras longitudinais, do pilar misto preenchido de perfil tubular retangular. A Tabela 13 apresenta um resumo dos resultados encontrados de acordo com os algoritmos de otimização, das normas de dimensionamento e da utilização de armaduras longitudinais. Ressalta-se que a otimização com armaduras longitudinais foi realizada utilizando somente o Método do Algoritmo Genético.

Tabela 13 – Resultados da otimização do pilar misto preenchido de perfil tubular retangular

	NOR	MÉT.		RESULTADOS b mm	h mm	t mm	f_{ck} MPa	N_{Rd} kN	$M_{x,Rd}$ kN·cm	$M_{y,Rd}$ kN·cm	IA-I	IA-II	IA-III	IA-IV	n	∅ mm	A_s cm²	s_x cm	s_y cm	δ	CT R$	R
SEM ARMADURA	NBR 8800	IP		250	341,8	7,3	90	5510	28352	21352	1,00	0,81								0,31	1390	IA-I
		SQP		250	341,8	7,3	90	5510	28352	21352	1,00	0,81								0,31	1390	IA-I
		AG	B	250	320	8,8	75	4917	28948	23501	1,00	0,91								0,41	1519	IA-I
			E	250	350	7,1	90	5591	28760	21361	0,99	0,79								0,30	1393	IA-I
	NBR 161239	IP		248,7	310,9	6,6	90	5370	22459	18435			1,00							0,30	1208	IA-III
		SQP		248,7	310,9	6,6	90	5370	22459	18435			1,00							0,30	1208	IA-III
		AG	B	200	350	8,0	40	3329	25558	16416			1,00							0,56	1245	IA-III
			E	250	350	6,3	35	3352	24086	18355			0,96							0,50	1123	IA-III
	EN 1994-1-1	IP		229,5	289,3	5,7	90	3851	18137	14836				1,00						0,33	984	IA-IV
		SQP		229,5	289,3	5,7	90	3851	18137	14836				1,00						0,33	984	IA-IV
		AG	B	240	280	6,4	75	3820	19196	16841				0,99						0,38	1042	IA-IV
			E	250	300	6,3	50	3636	21518	18500				0,96						0,43	1046	IA-IV
COM ARMADURA	NBR 8800	AG	B	250	320	8,0	75	5034	28780	23084	1,00	0,91			4	16,0	8,04	11,9	18,9	0,36	1513	IA-I
			E	250	350	6,3	85	5627	28272	21333	1,00	0,81			6	16,0	12,1	12,3	10,3	0,27	1425	IA-I
	NBR 161239	AG	B	240	280	8,0	45	3706	21992	19298			0,99		4	16,0	8,04	10,9	14,9	0,48	1306	IA-III
			E	200	400	6,3	35	3412	27289	15716			0,97		8	10,0	6,28	8,5	8,8	0,48	1204	IA-III
	EN 1994-1-1	AG	B	240	280	6,4	80	3096	23723	21077				0,99	6	10,0	4,71	12,5	7,7	0,48	1119	IA-IV
			E	250	300	6,3	55	3134	25526	22212				0,95	6	10,0	4,71	13,8	8,7	0,50	1125	IA-IV

Fonte: do Autor

Legenda para melhor compreensão da Tabela 13:

IP	Método dos Pontos Interiores
SQP	Método da Programação Quadrática Sequencial
AG	Método do Algoritmo Genético
B	Catálogo brasileiro de perfis tubulares
E	Catálogo europeu de perfis tubulares
b	Base do perfil tubular
h	Altura do perfil tubular
t	Espessura do perfil tubular
f_{ck}	Resistência à compressão do concreto
N_{rd}	Força axial resistente
$M_{x,Rd}$	Momento resistente em torno do eixo x
$M_{y,Rd}$	Momento resistente em torno do eixo y
IA-I	Índice de aproveitamento da curva de iteração do modelo de cálculo I – NBR 8800:2008
IA-II	Índice de aproveitamento da curva de iteração do modelo de cálculo II – NBR 8800:2008
IA-III	Índice de aproveitamento da curva de iteração do modelo de cálculo – NBR 16239:2013
IA-IV	Índice de aproveitamento da curva de iteração do modelo de cálculo – EN 1994-1-1:2004
n	Número de armaduras longitudinais
ø	Diâmetro das armaduras longitudinais
A_s	Área das armaduras longitudinais
s	Espaçamento entre as armaduras longitudinais
δ	Fator de contribuição do aço
CT	Custo total do pilar misto preenchido
R	Restrição ativa

Os resultados encontrados pelos Métodos IP e SQP, indicados na Tabela 13, não apresentaram diferença nas soluções. Já os resultados apresentados pelo Método AG apresentaram diferentes soluções devido a utilização de catálogos de países diferentes. Analisando o custo total do pilar misto preenchido, os menores custos

foram obtidos pelos Métodos IP e SQP. No entanto, o Método AG apresentou custos menores com o uso do catálogo estrutural europeu em quatro das seis situações para o qual foi analisado como algoritmo de otimização, como pode ser melhor compreendido na Tabela 14.

Além disso, a restrição ativa que governou a otimização do pilar misto preenchido retangular foi o índice de aproveitamento da curva de iteração do modelo de cálculo I (IA-I) quando a norma selecionada era a NBR 8800:2008; quando a norma selecionada era a NBR 16239:2013, o índice de aproveitamento da curva de iteração do modelo de cálculo (IA-III); e quando era o EN 1994-1-1:2004, o índice de aproveitamento da curva de iteração do modelo de cálculo (IA-IV) era a restrição ativa.

No mais, 72,22% dos resultados, indicados na Tabela 13, apresentaram valores da resistência à compressão do concreto, f_{ck}, maiores do que 50 MPa, ou seja, mesmo com um alto custo, este valor de resistência à compressão do concreto indicou ser a melhor solução.

Tabela 14 – Comparativo do custo do pilar misto preenchido de perfil retangular

	NORMA	MÉTODO		CT R$	Redução (%)
SEM ARMADURA	NBR 8800:2008	Dimensionamento		1892	
	NBR 8800:2008	IP e SQP		1390	26,53
		AG	B	1519	19,71
			E	1393	26,37
	NBR 16239:2013	IP e SQP		1208	36,15
		AG	B	1245	34,20
			E	1123	40,64
	EN 1994-1-1:2004	IP e SQP		984	47,99
		AG	B	1042	44,93
			E	1046	44,71
COM ARMADURA	NBR 8800:2008	AG	B	1513	20,03
			E	1425	24,68
	NBR 16239:2013	AG	B	1306	30,97
			E	1204	36,36
	EN 1994-1-1:2004	AG	B	1119	40,86
			E	1125	40,54

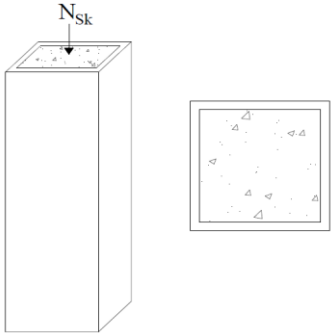
Fonte: do Autor

Da Tabela 14, observou-se que a norma que apresentou os menores custos em relação ao dimensionamento, sem adição de armaduras longitudinais, foi o EN 1994-1-1:2004, seguido pela NBR 16239:2013 e conseguinte pela NBR 8800:2008. Novamente, o EN 1994-1-1:2004 apresentou melhores custos quando o pilar misto preenchido possui armaduras longitudinais. Portanto, pode-se verificar que a norma mais conservadora é a NBR 8800:2008. Ressalta-se que as modificações propostas pela NBR 16239:2013 para a utilização de perfis tubulares beneficiou o dimensionamento de pilares mistos preenchidos, ocasionando melhores resultados de resistências e custos que a NBR 8800:2008.

4.3 EXEMPLO 3 – PILAR MISTO PREENCHIDO DE PERFIL TUBULAR QUADRADA

O terceiro exemplo analisado é de um pilar misto preenchido composto por perfil tubular quadrada submetido a uma compressão axial de valor N_{Sd} = 1000 kN, de solução dada pelo *software* PilarMisto 3.04.11 (CALDAS, FAKURY e SOUZA JR, 2018) utilizando a NBR 8800:2008. Trata-se de um perfil quadrado com lados iguais a 150,0 mm e espessura de 12,5 mm. A resistência característica do concreto à compressão (f_{ck}) foi de 30 MPa e o resistência ao escoamento do aço (f_{yk}) de 250 MPa. O comprimento total deste pilar misto preenchido é de 300 cm. Uma representação deste pilar misto preenchido pode ser vista na Figura 35.

Figura 35 – Representação do pilar misto preenchido de seção tubular quadrada



Fonte: do Autor

Lourenção e Alves (2018) realizaram o dimensionamento do pilar misto preenchido em questão, para validação do *software* elaborado e compararam os resultados com os do dimensionamento do *software* PilarMisto 3.04.11 (CALDAS, FAKURY e SOUZA JR, 2018), obtendo como resultados: as dimensões dos lados e espessura do perfil tubular, resistência do concreto à compressão, força axial resistente, momento resistente nos eixo x e y, índices de aproveitamento da curva de interação do modelo de cálculo I e II e custo total, que podem ser analisados na Tabela 15.

Tabela 15 – Resultados dos softwares para o exemplo 3 para NBR 8800:2008

Método	b/h mm	t mm	f_{ck} MPa	N_{Rd} kN	$M_{x,Rd}$ kN·cm	$M_{y,Rd}$ kN·cm	IA-I	IA-II	CT R$
PilarMisto 3.04.11	150,0	12,5	30	1555	8229	8229			-
Lourenção e Alves (2018)	150,0	12,5	30	1468	8229	8229			930

Fonte: Lourenção e Alves (2018)

Lourenção e Alves (2018) observaram uma redução de 5,6% no resultado da força resistente de compressão axial realizado pelo *software* quando comparado com o dimensionamento realizado pelo *software* PilarMisto 3.04.11, podendo ser ocasionado devido a questões de arredondamentos como pela consideração do raio externo e interno do perfil tubular. Apesar dessa redução, considera-se este valor insignificante.

Lourenção e Alves (2018) apresentaram ainda em seu trabalho o dimensionamento otimizado pelo Método dos Pontos Interiores (IP) e o Método da Programação Quadrática Sequencial (SQP) alternando a otimização das variáveis de projeto. A Tabela 16 apresenta os resultados encontrados pelos autores.

Tabela 16 – Resultados do dimensionamento otimizado pelos métodos IP e SQP Para NBR 8800:2008

(continua)

Mét.	Variáveis b/h	Variáveis t	Variáveis f_{ck}	b/h mm	t mm	f_{ck} MPa	N_{Rd} kN	$M_{x,Rd}$ kN·cm	$M_{y,Rd}$ kN·cm	IA-I	IA-II	CT R$
IP	x			121,8	12,5	30	1000	4755	4755			725
		x		150,0	6,8	30	1000	4940	4940			549
			x	150,0	12,5	29,9	1468	7780	7780			930

Tabela 16 – Resultados do dimensionamento otimizado pelos métodos IP e SQP Para NBR 8800:2008

(conclusão)

Mét.	Variáveis			b/h mm	t mm	f_{ck} MPa	N_{Rd} kN	$M_{x,Rd}$ kN·cm	$M_{y,Rd}$ kN·cm	IA-I	IA-II	CT R$
	b/h	t	f_{ck}									
IP	x	x	x	140,1	3,6	90	1000	2733	2733			324
	x	x		173,9	4,3	30	1000	4688	4688			431
	x		x	113,9	12,5	90	1000	4237	4237			682
		x	x	150,0	3,7	74,3	1071	3196	3196			347
SQP	x			121,8	12,5	30	1000	4755	4755			725
		x		150,0	6,8	30	1000	4940	4940			549
			x	150,0	12,5	20	1401	7673	7673			929
	x	x	x	140,1	3,6	90	1000	2733	2733			324
	x	x		173,9	4,3	30	1000	4688	4688			431
	x		x	113,9	12,5	90	1000	4237	4237			682
		x	x									

Fonte: Adaptado de Lourenção e Alves (2018)

Os autores destacaram que as linhas que não possuem resultados, indicam que o *software* não conseguiu encontrar uma solução ótima devido a tolerância entre um passo e outro ser muito pequeno, ocorrendo assim a parada do *software* sem uma possível solução.

Novamente, ressalta-se a possibilidade de o *software* realizar a otimização de acordo com outras normas de dimensionamento, NBR 16239:2013 e o EN 1994-1-1:2004, como também a inclusão de armaduras longitudinais ou não. Além disso, quando selecionado o Método do Algoritmo Genético pode-se optar por buscar a solução ótima dentro de um catálogo brasileiro ou de um catálogo europeu. Portanto, para efeito de comparação foi realizado uma otimização completa, a qual inclui todas as normas de dimensionamento como também o uso de armaduras longitudinais, do pilar misto preenchido de perfil tubular quadrada. A Tabela 17 apresenta um resumo dos resultados encontrados de acordo com o algoritmo de otimização, das normas de dimensionamento e da utilização de armaduras longitudinais. Ressalta-se que a otimização com armaduras longitudinais foi realizada utilizando somente o Método do Algoritmo Genético.

Tabela 17 – Resultados da otimização do pilar misto preenchido de perfil tubular quadrada

	NORMA	MÉT.		RESULTADOS b/h mm	t mm	f_{ck} MPa	N_{Rd} kN	$M_{x,Rd}$ kN·cm	$M_{y,Rd}$ kN·cm	IA-I	IA-II	IA-III	IA-IV	n	∅ mm	A_s cm²	s cm	δ	CT R$	R
SEM ARMADURA	NBR 8800	IP		140,1	3,6	90	1000	2733	2733									0,31	324	N_{Rd}
		SQP		140,1	3,6	90	1000	2733	2733									0,31	324	N_{Rd}
		AG	B	140,0	5,0	75	1021	3542	3542									0,43	402	N_{Rd}
			E	140,0	4,0	85	1005	2970	2970									0,35	348	N_{Rd}
	NBR 161239	IP		131,9	3,6	90	1000	2401	2401									0,33	301	N_{Rd}
		SQP		131,9	3,6	90	1000	2401	2401									0,33	301	N_{Rd}
		AG	B	130,0	5,0	80	1024	3027	3027									0,44	371	N_{Rd}
			E	140,0	4,0	65	1024	2920	2920									0,41	335	N_{Rd}
	EN 1994-1-1	IP		153,4	3,0	90	1000	3109	3109									0,30	317	N_{Rd}
		SQP		153,4	3,0	90	1000	3109	3109									0,30	317	N_{Rd}
		AG	B	140,0	5,0	75	1000	3861	3861									0,47	402	N_{Rd}
			E	150,0	4,0	65	1017	3716	3716									0,41	363	N_{Rd}
COM ARMADURA	NBR 8800	AG	B	140,0	5,0	55	1017	3737	3737					4	12,5	4,91	2,24	0,43	459	N_{Rd}
			E	140,0	4,0	70	1024	3226	3226					4	12,5	4,91	2,44	0,34	407	N_{Rd}
	NBR 161239	AG	B	140,0	5,0	35	1024	3621	3621					4	12,5	4,91	2,24	0,51	450	N_{Rd}
			E	140,0	4,0	45	1012	3125	3125					4	12,5	4,91	2,44	0,42	391	N_{Rd}
	EN 1994-1-1	AG	B	140,0	5,0	55	1004	3980	3980					4	10,0	3,14	2,74	0,47	434	N_{Rd}
			E	150,0	4,0	50	1020	3886	3886					4	10,0	3,14	3,94	0,42	396	N_{Rd}

Fonte: do Autor

Legenda para melhor compreensão da Tabela 17:

IP	Método dos Pontos Interiores
SQP	Método da Programação Quadrática Sequencial
AG	Método do Algoritmo Genético
B	Catálogo brasileiro de perfis tubulares
E	Catálogo europeu de perfis tubulares
b/h	Base e altura do perfil tubular
t	Espessura do perfil tubular
f_{ck}	Resistência à compressão do concreto
N_{rd}	Força axial resistente
$M_{x,Rd}$	Momento resistente em torno do eixo x
$M_{y,Rd}$	Momento resistente em torno do eixo y
IA-I	Índice de aproveitamento da curva de iteração do modelo de cálculo I – NBR 8800:2008
IA-II	Índice de aproveitamento da curva de iteração do modelo de cálculo II – NBR 8800:2008
IA-III	Índice de aproveitamento da curva de iteração do modelo de cálculo – NBR 16239:2013
IA-IV	Índice de aproveitamento da curva de iteração do modelo de cálculo – EN 1994-1-1:2004
n	Número de armaduras longitudinais
ø	Diâmetro das armaduras longitudinais
A_s	Área das armaduras longitudinais
s	Espaçamento entre as armaduras longitudinais
δ	Fator de contribuição do aço
CT	Custo total do pilar misto preenchido
R	Restrição ativa

Os resultados encontrados pelos Métodos IP e SQP, Tabela 17, não apresentaram diferença nas soluções indicando que estes devem ser a solução ótima do problema. Já os resultados apresentados pelo Método AG apresentaram diferentes soluções devido a utilização de catálogos de países diferentes. Analisando o custo total do pilar misto preenchido, os menores custos foram obtidos pelos Métodos IP e SQP.

Novamente, o Método AG apresentou custos menores com o uso do catálogo estrutural europeu tanto com a colocação de armaduras longitudinais como sem o uso das mesmas, como pode ser melhor compreendido na Tabela 18. Além disso, a restrição ativa que governou a otimização do pilar misto preenchido quadrada foi a força axial resistente de cálculo para todas as situações rodadas.

No mais, 83,33% dos resultados da resistência à compressão do concreto, f_{ck}, encontrados em todos os exemplos gerados, indicados na Tabela 17, apresentaram valores maiores do que 50 MPa, ou seja, mesmo com um alto custo, este valor de resistência à compressão do concreto indicou ser a melhor solução.

Tabela 18 – Comparativo do custo do pilar misto preenchido de perfil quadrada

	NORMA	MÉTODO		CT R$	Redução (%)
SEM ARMADURA	NBR 8800:2008	Dimensionamento		930	-
	NBR 8800:2008	IP e SQP		324	65,16
		AG	B	402	56,77
			E	348	62,58
	NBR 16239:2013	IP e SQP		301	67,63
		AG	B	371	60,10
			E	335	63,98
	EN 1994-1-1:2004	IP e SQP		317	65,91
		AG	B	402	56,77
			E	363	60,97
COM ARMADURA	NBR 8800:2008	AG	B	459	50,65
			E	407	56,24
	NBR 16239:2013	AG	B	450	51,61
			E	391	57,96
	EN 1994-1-1:2004	AG	B	434	53,33
			E	396	57,42

Fonte: do Autor

Pela Tabela 18, notou-se que a norma que apresentou os menores custos, sem adição de armaduras longitudinais, foi a NBR 16239:2013, seguido pelo EN 1994-1-1:2004 e conseguinte pela NBR 8800:2008. Com a adição de armaduras longitudinais, o EN 1994-1-1:2004 e a NBR 16239:2013 apresentaram uma redução nos custos

semelhantes. Concluiu-se que a norma mais conservadora é a NBR 8800:2008. Ressalta-se que as modificações propostas pela NBR 16239:2013 para a utilização de perfis tubulares beneficiou o dimensionamento de pilares mistos preenchidos, ocasionando melhores resultados de resistências e custos que a NBR 8800:2008.

5 CONCLUSÃO

5.1 CONCLUSÕES

Este trabalho se dedicou a aprofundar o estudo em torno do dimensionamento ótimo de pilares mistos preenchidos de aço e concreto. Com isso, foi possível a elaboração de um programa computacional com interface gráfica baseado utilizando métodos de otimização como o método dos pontos interiores e o método da programação quadrática, para otimização contínua e o método do algoritmo genético para otimização discreta.

O espaço de busca definido no programa permitiu a utilização de catálogos estruturais de países diferentes, para que fosse possível a obtenção de valores próximos aos utilizados no mercado, os quais foram modificados de acordo com a norma de dimensionamento escolhida pelo usuário. Essa alternativa de mudança de catálogos possibilitou que uma mesma solicitação num pilar misto preenchido possuísse diferentes soluções.

A utilização de valores de resistência à compressão do concreto, f_{ck}, acima de 50 MPa mostrou-se interessante. Mais de 79% das soluções, dos três exemplos, apresentaram resultados com f_{ck} acima de 50 MPa, sendo que com as todas as opções de otimização selecionadas para os exemplos analisados, esses valores de resistência fizeram parte da solução otimizada, mesmo possuindo um alto custo. No entanto, as concreteiras da região sudeste, em geral, não possuem valor predefinido para os concretos de alta resistência devido à ainda pequena utilização dos mesmos.

Conforme os exemplos apresentados, os resultados encontrados pela otimização contínua, Método dos Pontos Interiores e Método da Programação Quadrática Sequencial, convergiram para uma mesma solução em todos os exemplos, apontando que a solução encontrada em torno dessas dimensões é a solução otimizada do problema. A otimização discreta, Método do Algoritmo Genético, obteve soluções com

diferentes custos devido a utilização de dois catálogos diferentes, um brasileiro e outro europeu. Em relação ao custo total do pilar misto preenchido, os resultados encontrados por meio da otimização contínua apresentaram custos relativamente menores em relação aos resultados encontrados pela otimização discreta. Isso é explicado devido a otimização contínua buscar a solução ótima dentro de um espaço de busca pré-definido, onde somente o valor mínimo e o valor máximo das variáveis de projeto são estabelecidos. Assim, a solução ótima pode assumir quaisquer valores dentro desse espaço de busca, ocasionando assim um resultado que pode não ser exequível na prática. Apesar de os resultados encontrados pela otimização discreta possuírem um valor superior, os mesmos são esperados e podem ser explicados por utilizarem catálogos estruturais de perfis tubulares adotados no mercado.

No mais, pode-se verificar que de forma geral a implementação da NBR 16239:2013 juntamente com as prescrições da NBR 8800:2008 para o dimensionamento de pilares mistos preenchidos apresentou melhores resultados. A explicação desses resultados se deve ao fato de que a NBR 8800:2008 apresenta procedimentos para o cálculo para todos os tipos de pilares mistos de aço e concreto, não levando em consideração as particularidades que os perfis tubulares de aço quando associados ao concreto apresentam. Sendo assim, a NBR 16239:2013, apresenta alterações que visam aproveitar melhor essas particularidades e consequentemente obtém-se resultados menos conservadores. O EN 1994-1-1:2004 apresentou excelentes resultados quando comparado com os resultados apresentados pela NBR 8800:2008 devido a certas considerações que a norma brasileira não leva em consideração como o confinamento do concreto para pilares mistos preenchidos de perfil tubular circular.

Ainda, pode-se comparar também a utilização de armaduras longitudinais, sendo que as mesmas contribuíram para aumentar ainda mais as resistências de cálculo dos pilares mistos preenchidos quando comparados com os mesmos exemplos, porém sem a utilização da armadura. No entanto, devido a utilização das armaduras o custo do pilar misto preenchido apresentou resultados superiores.

No programa desenvolvido, a criação de uma página específica para os resultados possibilitou uma melhor análise dos mesmos, por meio da identificação das restrições ativas, sendo aquelas que mais se aproximam do valor de 1,0. Na maioria dos exemplos rodados, as restrições ativas foram as determinadas pelos índices de

aproveitamento dos modelos de cálculos sugeridos pelas normas utilizadas. No entanto, no terceiro exemplo, o qual se tratava de um pilar misto preenchido submetido à compressão axial, os resultados encontrados determinados pela restrição ativa da relação entre a força axial solicitante de cálculo e a força axial resistente de cálculo.

Por outro lado, não houve preocupação com o tempo de processamento gasto pelo programa para a otimização contínua, Método dos Pontos Interiores e Método da Programação Quadrática Sequencial, que é pequeno para os casos de dimensionamento. Contudo, demandou-se um tempo de processamento relativamente superior para a otimização discreta devido à complexidade da análise desejada e da população de indivíduos.

5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

As limitações e simplificações adotadas por este trabalho indicam caminhos para o prosseguimento dos estudos no assunto.

Referente ao custo total do pilar misto preenchido, um possível prosseguimento poderia incluir o custo referente à mão-de-obra e montagem do pilar misto preenchido, visto que o custo fornecido pelo software desenvolvido considera somente o preço do concreto, o preço do perfil tubular e o preço das armaduras longitudinais.

Além das geometrias consideradas neste trabalho, uma possível continuação poderia incluir o dimensionamento de outras geometrias, como os pilares mistos preenchidos com um perfil de aço incorporado, como o apresentado pelo EN 1994-1-1:2004. Modificações podem ser realizadas, também, com a inclusão de mais catálogos estruturais e até mesmo o dimensionamento de perfis tubulares formados a frio.

Por fim, sugere-se adicionar uma verificação para as situações de incêndio de pilares mistos preenchidos de acordo com as normas de dimensionamento como também a implementação do dimensionamento por outras normas vigentes, tais como a norma americana ANSI/AISC 360-05.

6 REFERÊNCIAS

ALVES, Laura Rebel Moreira. **Dimensionamento ótimo de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal utilizando programação matemática e algoritmos genéticos.** 2013. 106 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) – Engenharia Civil, Universidade Estadual do Norte Fluminense, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT, **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento, (2014).

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT, **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios, (2008).

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT, **NBR 16239**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edificações com perfis tubulares, (2013).

BASTOS, Erich Araújo. **Otimização de seções retangulares de concreto armado submetidas à flexo-compressão oblíqua utilizando algoritmos genéticos.** 2004. 168 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) – Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2004.

BIANCHI, Flavia Regina. **Análise do comportamento dos pilares mistos considerando a utilização de conectores de cisalhamento.** 2002. 163 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) – Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, 2002.

BIANCHI, F. R.; COELHO, L. H. In: I CONFERÊNCIA LATINO- AMERICANA DE CONSTRUÇÃO SUSTENTÁVEL. X ENCONTRO NACIONAL DE TECNOLOGIA DO AMBIENTE CONSTRUÍDO, 2004. **Análise do comportamento dos pilares mistos considerando a utilização de conectores de cisalhamento.** São Paulo: CLA e ENTAC, 2004.

BRANDÃO, T. **Edifício Garagem América, o primeiro estacionamento vertical da cidade.** Disponível em: https://spcity.com.br/edificio-garagem-america-o-primeiro-estacionamento-vertical-da-cidade/. Acesso em: 13 jun 2018.

CALADO, L., SANTOS, J. **Estruturas mistas de aço e betão.** 3ª edição. Lisboa: Ist Press, 2015.

CALDAS, Rodrigo Barreto. **Análise numérica de pilares mistos aço-concreto.** 2004. 200 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) – Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, 2004.

CALDAS, R. B; FAKURY, R. H.; SOUZA JR; J. B. M. **PilarMisto 3.04.11**: verificação de pilares mistos de aço e concreto segundo a ABNT NBR 8800:2008 e a NBR 14323:2010. Belo Horizonte: UFMG, Departamento de Engenharia de Estruturas. Acesso em: 30 maio 2018.

CAMPOS, Alessandro de Souza. **A influência das ações repetidas na aderência aço-concreto.** 2006. 180 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, 2006.

CANALES, Ana Flávia. **Estudo do dimensionamento de pilares de aço tubulares e pilares mistos de perfis tubulares preenchidos com concreto de acordo com a ABNT NBR 16239:2013**. 2014. 72 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Engenharia Civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campo Mourão, 2014.

CASTALDELLO, Alexandre Xavier. **Análise comparativa de edifícios com pilares de aço e pilares mistos de aço-concreto.** 2016. 69 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Engenharia Civil, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2016.

CHAVES, Isabella Andreczevski. **Otimização de pilares de concreto armado mediante uniformização do índice de confiabilidade.** 2004. 193f. Dissertação (Mestre em Engenharia de Estruturas) – Engenharia Civil, Universidade de São Paulo, 2004.

CHAVES, Leonardo Eustáquio Antunes. **Estudo de pilares de concreto armado e pilares mistos de aço e concreto totalmente revestidos.** 2013. 98 f. Dissertação (Mestre em Engenharia de Estruturas) – Engenharia Civil, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2013.

DA SILVA, Romulo Dinalli. **Estudo da aderência aço-concreto em pilares mistos preenchidos.** 2006. 154 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2006.

DE NARDIN, Silvana. **Estudo téorico-experimental de pilares mistos compostos por tubos de aço preenchidos com concreto de alta resistência.** 1999. 148 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1999.

DE NARDIN, Silvana. **Pilares mistos preenchidos: estudo da flexo-compressão e de ligações viga-pilar.** 2003. 323 f. Tese (Doutor em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2003.

EUROPEAN COMMITEE FOR STANDARDIZATION – **EN 1992-1-1**: Eurocode 4 – Design of concrete structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels. 2004.

EUROPEAN COMMITEE FOR STANDARDIZATION – **EN 1994-1-1**: Eurocode 4 – Design of composite steel and concrete structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels. 2004.

FAKURY, R. H., CASTRO e SILVA, A. L. R., CALDAS, R. B., **Dimensionamento de elementos estruturais de aço e mistos de aço e concreto.** São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2016.

FARIA, R. **Desenvolvimento metálico:** construção em aço no Brasil foi impulsionada pela criação da Fábrica de Estruturas Metálicas da Companhia Siderúrgica Nacional na década de 1950. Ed. 138. 2008. Disponível em: http://techne17.pini.com.br/engenharia-civil/138/artigo287578-2.aspx. Acesso em: 13 jun 2018.

FERNANDES, Juliana Ferreira. **Pilares mistos: tubos de aço com seções quadradas e retangulares e núcleo de concreto de alta resistência.** 1997. 149 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) – Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas, 1997.

GOMES, Harlley Davidson. **Análise numérica de pilares mistos de aço e concreto tubulares circulares com concreto de alto desempenho.** 2015. 158 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) – Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2015.

HOLTZ, Gisele Cristina da Cunha. **Traçado automático de envoltórias de esforços em estruturas planas utilizando um algoritmo evolucionário.** 2005. 123 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) – Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2005.

LOURENÇÃO, J.; ALVES, E. C. Dimensionamento otimizado de pilares mistos preenchidos de aço e concreto. **Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas**. Portugal, Ed. LNEC. Série III, n. 8, nov. 2018, p. 33-48.

LIEW, J. Y. R; XIONG, M. X., **Design guide for concrete filled tubular members with high strength materials:** An extension of Eurocode 4 Method to C90/105 concrete and S550 steel. Singapore: Research Publishing, 2015.

KARIMI, K.; EL-DAKHAKHNI, W. W.; TAIT, M. J. Performance enhancement of steel columns using concrete-filled composite jackets. **Journal of Performance of Constructed Facilities,** 25, n. 3, p. 189-201, 2010.

NEVES, Pedro Miguel Monteiro Lopes. **Dimensionamento de pilares mistos de aço-betão segundo a EN1994-1-1 através de uma aplicação informática.** 2014. 236 f. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2003.

NOGUEIRA, F. F.; GUIMARÃES, G. B. **Estudo Experimental do Comportamento de Pilares Mistos Sujeitos a Flexocompressão.** 2003. 159 f. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2003.

OLIVEIRA, Walter Luiz Andrade de. **Análise teórico-experimental de pilares mistos preenchidos de seção circular.** 2008. 251 f. Tese (Doutor em Engenharia de Estruturas) – Engenharia Civil, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

PAPAVASILEIOU, G. S.; NICOLAOU, N.; CHARMPIS, D. C. In: ECCOMAS THEMATIC CONFERENCE ON COMPUTATIONAL METHODS IN STRUCTURAL DYNAMICS AND EARTHQUAKE ENGINEERING. 4. 2013. Greece. **Comparative assessment of buildings with pure steel or steel-concrete composite columns using structural design optimization**. Greece: 4th Eccomas Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, 2013.

PEKBEY, Y.; OZDAMAR, A.; SAYMAN, O. Buckling optimization of composite columns with variable thickness. **Journal of Reinforced Plastics and Composites**, v.26, n.13, p.1337-1356, 2007.

PEREIRA, Margot Fabiana. **Comportamento estrutural de pilares mistos parcialmente revestidos submetidos a flexo-compressão.** 2017. 239 f. Tese (Doutor em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2017.

PERFICON. **Perfis tubulares.** Disponível em: http://www.perficon.com.br/produto/perfis-tubulares. Acesso em: 27 mai 2019.

RODRIGUES, Luís Filipe Pires. **Desenvolvimento de um toolkit em Excel para o dimensionamento de pilares mistos segundo o Eurocódigo 4.** 2008. 140 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) – Instituto Superior de Engenharia do Porto, Portugal, 2014.

SILVA, Paulo Henrique Lubas. **Dimensionamento de pilares mistos de aço e concreto.** 2012. 314 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

SIAS, Francesco Mayer. **Dimensionamento ótimo de pilares de concreto armado.** 2014. 153 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) – Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2014.

SOUZA, Paula Mayer dos Santos. **Dimensionamento otimizado de pilares de concreto armado de acordo com a NBR 6118:2014.** 2017. 187 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) – Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, 2017.

VALLOUREC TUBOS DO BRASIL: Tubos estruturais seção circular, quadrada e retangular. Minas Gerais: Belo Horizonte, 2017. 56 p. Catálogo estrutural.

ANEXO A

PERFIL DE AÇO DE SEÇÃO TUBULAR RETANGULAR

Base	Altura	Espessura	Área da seção	Momento de Inércia		Módulo de Resistência Plástico	
b (mm)	h (mm)	t mm	A (cm^2)	I_x (cm^4)	I_y (cm^4)	Z_x (cm^3)	Z_y (cm^3)
40	60	3,6	6,41	28,90	15,20	12,20	9,15
40	60	4,0	7,07	31,00	16,30	13,20	9,89
40	60	4,5	7,89	33,30	17,40	14,30	10,70
40	60	5,0	8,69	35,30	18,40	15,40	11,50
50	70	3,6	7,85	50,70	29,90	17,90	14,20
50	70	4,0	8,67	54,70	32,20	19,50	15,40
50	70	4,5	9,68	59,30	34,80	21,30	16,90
50	70	5,0	10,70	63,50	37,20	23,10	18,20
50	70	5,6	11,90	67,90	39,70	25,00	19,70
50	80	3,6	8,20	70,60	33,80	22,00	15,80
50	80	4,0	9,06	76,40	36,50	24,00	17,20
50	80	4,5	10,10	83,10	39,50	26,30	18,90
50	80	5,0	11,20	89,20	42,30	28,50	20,50
50	80	5,6	12,40	95,80	45,20	30,90	22,20
50	90	3,6	9,65	94,70	37,70	26,40	17,50
50	90	4,0	10,70	103,00	40,70	28,80	19,10
50	90	4,5	11,90	112,00	44,20	31,70	21,00
50	90	5,0	13,20	121,00	47,20	34,40	22,70
50	90	5,6	14,70	130,00	50,80	37,50	24,70
60	100	4,0	11,60	153,00	68,70	37,90	26,60
60	100	4,5	13,00	167,00	75,00	41,90	29,30
60	100	5,0	14,40	181,00	80,80	45,60	31,90
60	100	5,6	16,00	196,00	87,30	49,80	34,80
60	100	6,4	18,10	205,00	91,70	53,40	37,30
60	100	7,1	19,90	217,00	96,80	57,20	40,00
80	100	4,0	13,10	189,00	134,00	45,60	39,20
80	100	4,5	14,60	208,00	147,00	50,40	43,30
80	100	5,0	16,20	226,00	160,00	55,10	47,20
80	100	5,6	18,00	246,00	173,00	60,40	51,80
80	100	6,4	20,40	261,00	185,00	65,30	56,00
80	100	7,1	22,50	279,00	197,00	70,40	60,40
80	100	8,0	25,10	298,00	210,00	76,30	65,40

80	100	8,8	27,40	313,00	220,00	81,10	69,40
80	100	10,0	30,80	330,00	232,00	87,20	74,70
52	102	3,6	10,50	133,00	46,30	32,90	20,50
52	102	4,0	11,60	145,00	50,20	36,00	22,40
52	102	4,5	13,00	159,00	54,60	39,70	24,70
52	102	5,0	14,40	171,00	58,70	43,20	26,80
52	102	5,6	16,00	185,00	63,10	47,10	29,10
60	110	4,0	12,30	194,00	75,00	44,00	28,80
60	110	4,5	13,70	212,00	81,90	48,60	31,80
60	110	5,0	15,20	230,00	88,40	53,00	34,60
60	110	5,6	16,90	250,00	95,60	58,10	37,80
60	110	6,4	19,10	263,00	101,00	62,40	40,80
60	110	7,1	21,10	279,00	107,00	67,00	43,70
80	110	4,0	13,90	238,00	146,00	52,50	42,20
80	110	4,5	15,50	262,00	160,00	58,10	46,70
80	110	5,0	17,20	285,00	174,00	63,50	51,00
80	110	5,6	19,10	311,00	189,00	69,70	55,90
80	110	6,4	21,70	332,00	202,00	75,70	60,70
80	110	7,1	23,90	355,00	216,00	81,70	65,50
80	110	8,0	26,70	381,00	231,00	88,80	71,20
80	110	8,8	29,20	400,00	242,00	94,50	75,70
80	110	10,0	32,80	424,00	256,00	102,00	81,70
60	120	4,0	13,10	241,00	81,20	50,50	31,10
60	120	4,5	14,60	265,00	88,90	55,80	34,30
60	120	5,0	16,20	287,00	96,00	60,90	37,40
60	120	5,6	18,00	312,00	104,00	66,80	40,90
60	120	6,4	20,40	330,00	110,00	72,10	44,20
60	120	7,1	22,50	352,00	117,00	77,60	47,50
60	120	8,0	25,10	375,00	124,00	84,10	51,30
80	120	4,5	16,50	325,00	173,00	66,20	50,10
80	120	5,0	18,20	353,00	188,00	72,40	54,70
80	120	5,6	20,30	386,00	205,00	79,60	60,10
80	120	6,4	23,00	413,00	219,00	86,60	65,50
80	120	7,1	25,40	442,00	235,00	93,60	70,70
80	120	8,0	28,40	476,00	252,00	102,00	76,90
80	120	8,8	31,00	502,00	265,00	109,00	82,00
80	120	10,0	34,90	534,00	281,00	118,00	88,70
100	120	4,5	18,20	385,00	290,00	76,60	67,60
100	120	5,0	20,10	419,00	316,00	83,90	74,10
100	120	5,6	22,40	459,00	346,00	92,40	81,60
100	120	6,4	25,50	496,00	374,00	101,00	89,30
100	120	7,1	28,10	533,00	402,00	110,00	96,80
100	120	8,0	31,40	576,00	434,00	120,00	106,00
100	120	8,8	34,30	611,00	459,00	128,00	113,00
100	120	10,0	38,60	655,00	492,00	140,00	123,00
100	120	11,0	42,20	647,00	488,00	142,00	125,00

100	120	12,5	47,30	672,00	507,00	151,00	133,00
80	130	5,0	19,20	430,00	202,00	81,90	58,50
80	130	5,6	21,40	470,00	220,00	90,10	64,30
80	130	6,4	24,20	505,00	237,00	98,20	70,20
80	130	7,1	26,70	542,00	253,00	106,00	75,90
80	130	8,0	29,90	585,00	272,00	115,00	82,70
80	130	8,8	32,70	618,00	287,00	124,00	88,20
80	130	10,0	36,80	660,00	306,00	135,00	95,70
80	140	5,0	20,10	517,00	216,00	91,80	62,20
80	140	5,6	22,40	566,00	236,00	101,00	68,40
80	140	6,4	25,50	610,00	254,00	110,00	74,90
80	140	7,1	28,10	655,00	272,00	120,00	81,10
80	140	8,0	31,40	708,00	293,00	131,00	88,40
80	140	8,8	34,30	750,00	310,00	140,00	94,50
80	140	10,0	38,60	804,00	330,00	152,00	103,00
80,0	150	5,0	21,20	614,00	230,00	102,00	66,00
80,0	150	5,6	23,60	673,00	251,00	113,00	72,60
80,0	150	6,4	26,80	726,00	272,00	123,00	79,60
80,0	150	7,1	29,60	782,00	291,00	134,00	86,20
80,0	150	8,0	33,10	847,00	314,00	146,00	94,20
80,0	150	8,8	36,20	898,00	332,00	157,00	101,00
80,0	150	10,0	40,70	965,00	355,00	171,00	110,00
100,0	150	5,0	23,20	719,00	384,00	117,00	88,30
100,0	150	5,6	25,90	790,00	421,00	129,00	97,40
100,0	150	6,4	29,50	858,00	458,00	142,00	107,00
100,0	150	7,1	32,50	927,00	494,00	154,00	117,00
100,0	150	8,0	36,40	1008,00	536,00	169,00	128,00
100,0	150	8,8	39,90	1074,00	570,00	182,00	137,00
100,0	150	10,0	44,90	1162,00	614,00	199,00	150,00
100,0	150	11,0	49,10	1164,00	619,00	204,00	155,00
100,0	150	12,5	55,20	1225,00	651,00	220,00	166,00
120,0	150	5,0	25,70	824,00	585,00	131,00	113,00
120,0	150	5,6	28,60	906,00	642,00	145,00	124,00
120,0	150	6,4	32,60	991,00	702,00	160,00	138,00
120,0	150	7,1	36,00	1072,00	759,00	174,00	150,00
120,0	150	8,0	40,30	1170,00	828,00	192,00	165,00
120,0	150	8,8	44,10	1250,00	883,00	207,00	177,00
120,0	150	10,0	49,70	1358,00	959,00	227,00	195,00
120,0	150	11,0	54,40	1377,00	975,00	235,00	202,00
120,0	150	12,5	61,20	1462,00	1035,00	254,00	218,00
120,0	150	14,2	68,70	1532,00	1084,00	272,00	234,00
120,0	150	16,0	76,60	1576,00	1116,00	287,00	246,00
90,0	160	5,0	23,20	782,00	320,00	121,00	81,20
90,0	160	5,6	25,90	858,00	350,00	133,00	89,50
90,0	160	6,4	29,50	932,00	380,00	147,00	98,50
90,0	160	7,1	32,50	1006,00	409,00	159,00	107,00

90,0	160	8,0	36,40	1094,00	443,00	175,00	117,00
120,0	160	5,0	25,70	962,00	618,00	144,00	118,00
120,0	160	5,6	28,60	1059,00	679,00	159,00	131,00
120,0	160	6,4	32,60	1159,00	744,00	176,00	145,00
120,0	160	7,1	36,00	1255,00	805,00	192,00	158,00
120,0	160	8,0	40,30	1371,00	878,00	211,00	174,00
120,0	160	8,8	44,10	1467,00	938,00	228,00	187,00
120,0	160	10,0	49,70	1597,00	1019,00	251,00	206,00
120,0	170	5,6	30,30	1225,00	716,00	174,00	137,00
120,0	170	6,4	34,50	1343,00	785,00	193,00	152,00
120,0	170	7,1	38,10	1546,00	850,00	210,00	166,00
120,0	170	8,0	41,70	1593,00	928,00	232,00	183,00
120,0	170	8,8	46,70	1706,00	992,00	250,00	197,00
120,0	170	10,0	52,70	1860,00	1080,00	276,00	217,00
120,0	170	11,0	57,60	1898,00	1106,00	286,00	226,00
120,0	170	12,5	64,90	2026,00	1180,00	311,00	245,00
100,0	180	6,4	34,50	1352,00	542,00	188,00	125,00
100,0	180	7,1	38,10	1464,00	586,00	205,00	136,00
100,0	180	8,0	42,70	1598,00	637,00	226,00	150,00
100,0	180	8,8	46,70	1709,00	680,00	243,00	161,00
100,0	180	10,0	52,70	1859,00	736,00	268,00	177,00
130,0	180	6,4	36,40	1641,00	995,00	221,00	177,00
130,0	180	7,1	40,20	1782,00	1079,00	242,00	194,00
130,0	180	8,0	45,10	1954,00	1181,00	267,00	214,00
130,0	180	8,8	49,40	2096,00	1266,00	288,00	231,00
130,0	180	10,0	55,80	2293,00	1382,00	319,00	255,00
130,0	180	11,0	61,00	2355,00	1424,00	333,00	266,00
130,0	180	12,5	68,70	2528,00	1526,00	362,00	290,00
100,0	200	6,4	36,40	1761,00	598,00	222,00	137,00
100,0	200	7,1	40,20	1911,00	647,00	242,00	150,00
100,0	200	8,0	45,10	2091,00	705,00	267,00	165,00
100,0	200	8,8	49,40	2240,00	753,00	288,00	177,00
100,0	200	10,0	55,80	2444,00	818,00	318,00	195,00
100,0	200	11,0	61,00	2490,00	838,00	331,00	204,00
100,0	200	12,5	68,70	2659,00	892,00	359,00	221,00
120,0	200	6,4	37,70	2001,00	909,00	247,00	174,00
120,0	200	7,1	41,60	2175,00	986,00	270,00	190,00
120,0	200	8,0	46,70	2386,00	1079,00	298,00	209,00
120,0	200	8,8	51,10	2562,00	1156,00	322,00	226,00
120,0	200	10,0	57,70	2806,00	1262,00	356,00	250,00
120,0	200	11,0	63,10	2883,00	1303,00	372,00	262,00
120,0	200	12,5	71,20	3099,00	1397,00	406,00	285,00
150,0	200	6,4	42,80	2361,00	1519,00	284,00	234,00
150,0	200	7,1	47,30	2571,00	1652,00	311,00	256,00
150,0	200	8,0	53,10	2829,00	1816,00	344,00	283,00
150,0	200	8,8	58,10	3045,00	1952,00	372,00	306,00

150,0	200	10,0	65,70	3348,00	2143,00	413,00	339,00
150,0	200	11,0	71,90	3473,00	2229,00	434,00	357,00
150,0	200	12,5	81,10	3759,00	2410,00	476,00	392,00
150,0	200	14,2	91,40	4033,00	2583,00	519,00	426,00
150,0	200	16,0	102,00	4267,00	2731,00	558,00	459,00
120,0	220	8,0	49,30	3029,00	1179,00	346,00	227,00
120,0	220	8,8	54,00	3258,00	1265,00	374,00	246,00
120,0	220	10,0	60,90	3576,00	1383,00	415,00	272,00
120,0	220	11,0	66,70	3689,00	1434,00	435,00	286,00
180,0	220	6,4	47,90	3410,00	2509,00	368,00	321,00
180,0	220	7,1	53,00	3723,00	2738,00	404,00	352,00
180,0	220	8,0	59,40	4109,00	3020,00	448,00	391,00
180,0	220	8,8	65,20	4436,00	3258,00	486,00	424,00
180,0	220	10,0	73,70	4900,00	3595,00	541,00	472,00
180,0	220	11,0	80,70	5132,00	3771,00	573,00	500,00
180,0	220	12,5	91,10	5596,00	4109,00	631,00	551,00
180,0	220	14,2	103,00	6059,00	4446,00	692,00	604,00
180,0	220	16,0	115,00	6478,00	4750,00	750,00	654,00
200,0	240	6,4	53,60	4545,00	3441,00	447,00	396,00
200,0	240	7,1	59,30	4969,00	3761,00	491,00	434,00
200,0	240	8,0	66,60	5495,00	4156,00	546,00	482,00
200,0	240	8,8	73,10	5944,00	4493,00	593,00	524,00
200,0	240	10,0	82,70	6584,00	4974,00	661,00	584,00
200,0	240	11,0	90,60	6934,00	5243,00	703,00	622,00
200,0	240	12,5	102,00	7595,00	5740,00	778,00	687,00
200,0	240	14,2	115,00	8267,00	6244,00	856,00	756,00
200,0	240	16,0	129,00	8891,00	6711,00	932,00	823,00
100,0	250	6,4	42,10	3106,00	739,00	318,00	167,00
100,0	250	7,1	46,60	3380,00	801,00	348,00	183,00
100,0	250	8,0	52,30	3714,00	875,00	385,00	201,00
100,0	250	8,8	57,30	3994,00	937,00	417,00	218,00
100,0	250	10,0	64,70	4384,00	1021,00	462,00	240,00
100,0	250	11,0	70,80	4515,00	1057,00	484,00	253,00
100,0	250	12,5	79,90	4868,00	1133,00	530,00	275,00
150,0	250	6,4	47,90	4056,00	1849,00	396,00	280,00
150,0	250	7,1	53,00	4428,00	2015,00	435,00	306,00
150,0	250	8,0	59,40	4886,00	2219,00	482,00	340,00
150,0	250	8,8	65,20	5274,00	2392,00	523,00	368,00
150,0	250	10,0	73,70	5825,00	2634,00	582,00	409,00
150,0	250	11,0	80,70	6087,00	2761,00	616,00	434,00
150,0	250	12,5	91,10	6633,00	3002,00	678,00	477,00
150,0	250	14,2	103,00	7174,00	3240,00	743,00	523,00
150,0	250	16,0	115,00	7660,00	3453,00	805,00	566,00
190,0	250	6,4	53,60	4815,00	3167,00	459,00	381,00
190,0	250	7,1	59,30	5266,00	3460,00	504,00	418,00
190,0	250	8,0	66,60	5823,00	3823,00	560,00	464,00

190,0	250	8,8	73,10	6299,00	4132,00	608,00	504,00
190,0	250	10,0	82,70	6978,00	4572,00	678,00	562,00
190,0	250	11,0	90,60	7344,00	4820,00	721,00	598,00
190,0	250	12,5	102,00	8044,00	5274,00	797,00	662,00
190,0	250	14,2	115,00	8755,00	5734,00	877,00	728,00
190,0	250	16,0	129,00	9415,00	6160,00	955,00	792,00
180,0	260	6,4	53,60	5082,00	2895,00	470,00	366,00
180,0	260	7,1	59,30	5557,00	3163,00	515,00	401,00
180,0	260	8,0	66,60	6145,00	3493,00	573,00	446,00
180,0	260	8,8	73,10	6647,00	3774,00	622,00	484,00
180,0	260	10,0	82,70	7363,00	4174,00	694,00	540,00
180,0	260	11,0	90,60	7746,00	4400,00	737,00	574,00
180,0	260	12,5	102,00	8482,00	4812,00	815,00	635,00
180,0	260	14,2	115,00	9230,00	5229,00	897,00	698,00
180,0	260	16,0	129,00	9923,00	5614,00	977,00	759,00
220,0	260	6,4	58,70	5905,00	4578,00	534,00	477,00
220,0	260	7,1	65,00	6465,00	5011,00	587,00	524,00
220,0	260	8,0	73,00	7162,00	5547,00	653,00	583,00
220,0	260	8,8	80,10	7758,00	6007,00	711,00	635,00
220,0	260	10,0	90,60	8614,00	6665,00	794,00	709,00
220,0	260	11,0	99,40	9111,00	7056,00	847,00	757,00
220,0	260	12,5	112,00	10020,00	7752,00	939,00	839,00
220,0	260	14,2	127,00	10950,00	8469,00	1037,00	926,00
220,0	260	16,0	142,00	11830,00	9147,00	1133,00	1011,00
160,0	280	6,4	53,60	5596,00	2367,00	489,00	333,00
160,0	280	7,1	59,30	6118,00	2584,00	537,00	366,00
160,0	280	8,0	66,60	6765,00	2851,00	596,00	406,00
160,0	280	8,8	73,10	7317,00	3078,00	648,00	441,00
160,0	280	10,0	82,70	8103,00	3400,00	722,00	491,00
160,0	280	11,0	90,60	8512,00	3582,00	767,00	522,00
160,0	280	12,5	102,00	9317,00	3911,00	848,00	577,00
160,0	280	14,2	115,00	10130,00	4242,00	933,00	634,00
160,0	280	16,0	129,00	10880,00	4545,00	1015,00	689,00
200,0	280	6,4	58,70	6554,00	3921,00	559,00	445,00
200,0	280	7,1	65,00	7176,00	4289,00	614,00	489,00
200,0	280	8,0	73,00	7949,00	4747,00	683,00	544,00
200,0	280	8,8	80,10	8612,00	5137,00	743,00	591,00
200,0	280	10,0	90,60	9562,00	5696,00	830,00	660,00
200,0	280	11,0	99,40	10110,00	6030,00	885,00	705,00
200,0	280	12,5	112,00	11110,00	6620,00	982,00	781,00
200,0	280	14,2	127,00	12140,00	7226,00	1084,00	862,00
200,0	280	16,0	142,00	13110,00	7797,00	1184,00	941,00
240,0	280	6,4	63,80	7512,00	5942,00	629,00	567,00
240,0	280	7,1	70,60	8234,00	6510,00	692,00	623,00
240,0	280	8,0	79,40	9133,00	7218,00	770,00	694,00
240,0	280	8,8	87,10	9907,00	7826,00	839,00	756,00
240,0	280	10,0	98,60	11020,00	8702,00	938,00	845,00

240,0	280	11,0	108,00	11700,00	9243,00	1004,00	905,00
240,0	280	12,5	122,00	12900,00	10190,00	1115,00	1005,00
240,0	280	14,2	138,00	14150,00	11170,00	1235,00	1112,00
240,0	280	16,0	155,00	15350,00	12110,00	1353,00	1219,00
150,0	290	6,4	53,60	5841,00	2113,00	498,00	316,00
150,0	290	7,1	59,30	6386,00	2305,00	546,00	347,00
150,0	290	8,0	66,60	7060,00	2542,00	607,00	385,00
150,0	290	8,8	73,10	7635,00	2743,00	659,00	418,00
150,0	290	10,0	82,70	8454,00	3027,00	735,00	465,00
150,0	290	11,0	90,60	8873,00	3187,00	780,00	495,00
150,0	290	12,5	102,00	9707,00	3476,00	862,00	546,00
150,0	290	14,2	115,00	10550,00	3766,00	948,00	600,00
150,0	290	16,0	129,00	11330,00	4030,00	1032,00	652,00
190,0	290	6,4	58,70	6871,00	3598,00	570,00	428,00
190,0	290	7,1	65,00	7522,00	3935,00	627,00	470,00
190,0	290	8,0	73,00	8333,00	4353,00	697,00	523,00
190,0	290	8,8	80,10	9027,00	4710,00	758,00	568,00
190,0	290	10,0	90,60	10020,00	5220,00	847,00	634,00
190,0	290	11,0	99,40	10590,00	5525,00	903,00	677,00
190,0	290	12,5	112,00	11630,00	6063,00	1001,00	750,00
190,0	290	14,2	127,00	12710,00	6614,00	1105,00	828,00
190,0	290	16,0	142,00	13730,00	7132,00	1207,00	904,00
150,0	300	6,4	53,60	6352,00	2179,00	525,00	326,00
150,0	300	7,1	59,30	6947,00	2378,00	576,00	357,00
150,0	300	8,0	66,60	7684,00	2623,00	640,00	396,00
150,0	300	8,8	73,10	8312,00	2831,00	696,00	430,00
150,0	300	10,0	82,70	9209,00	3125,00	776,00	479,00
150,0	300	11,0	90,60	9675,00	3294,00	824,00	510,00
150,0	300	12,5	102,00	10590,00	3595,00	912,00	563,00
150,0	300	14,2	115,00	11530,00	3897,00	1003,00	619,00
150,0	300	16,0	129,00	12390,00	4174,00	1092,00	673,00
180,0	300	6,4	58,70	7180,00	3281,00	581,00	410,00
180,0	300	7,1	65,00	7861,00	3588,00	638,00	450,00
180,0	300	8,0	73,00	8707,00	3967,00	710,00	501,00
180,0	300	8,8	80,10	9432,00	4291,00	773,00	544,00
180,0	300	10,0	90,60	10470,00	4753,00	863,00	608,00
180,0	300	11,0	99,40	11050,00	5029,00	920,00	649,00
180,0	300	12,5	112,00	12150,00	5515,00	1019,00	718,00
180,0	300	14,2	127,00	13270,00	6011,00	1125,00	792,00
180,0	300	16,0	142,00	14320,00	6477,00	1229,00	864,00
200,0	300	6,4	58,70	7732,00	4161,00	619,00	470,00
200,0	300	7,1	65,00	8470,00	4554,00	680,00	516,00
200,0	300	8,0	73,00	9389,00	5042,00	757,00	574,00
200,0	300	8,8	80,10	10180,00	5459,00	824,00	625,00
200,0	300	10,0	90,60	11310,00	6058,00	921,00	698,00
200,0	300	11,0	99,40	11970,00	6423,00	983,00	746,00

200,0	300	12,5	112,00	13180,00	7060,00	1091,00	828,00
200,0	300	14,2	127,00	14430,00	7717,00	1206,00	915,00
200,0	300	16,0	142,00	15620,00	8340,00	1319,00	1000,00
250,0	300	8,0	83,40	11090,00	8401,00	874,00	773,00
250,0	300	8,8	91,50	12040,00	9116,00	952,00	841,00
250,0	300	10,0	104,00	13420,00	10150,00	1066,00	942,00
250,0	300	11,0	114,00	14270,00	10800,00	1142,00	1010,00
250,0	300	12,5	128,00	15760,00	11930,00	1271,00	1124,00
250,0	300	14,2	145,00	17330,00	13100,00	1409,00	1246,00
250,0	300	16,0	163,00	18850,00	14240,00	1547,00	1367,00
200,0	320	6,4	63,80	9031,00	4401,00	681,00	495,00
200,0	320	7,1	70,60	9898,00	4818,00	749,00	544,00
200,0	320	8,0	79,40	10980,00	5337,00	834,00	605,00
200,0	320	8,8	87,10	11910,00	5781,00	908,00	659,00
200,0	320	10,0	98,60	13250,00	6419,00	1015,00	736,00
200,0	320	11,0	108,00	14040,00	6817,00	1085,00	788,00
200,0	320	12,5	122,00	15480,00	7500,00	1206,00	875,00
200,0	320	14,2	138,00	16970,00	8208,00	1334,00	967,00
200,0	320	16,0	155,00	18400,00	8883,00	1461,00	1059,00
220,0	320	8,0	83,40	11760,00	6627,00	884,00	685,00
220,0	320	8,8	92,00	12760,00	7185,00	963,00	746,00
220,0	320	10,0	104,00	14210,00	7989,00	1077,00	835,00
220,0	320	11,0	114,00	15090,00	8498,00	1153,00	894,00
220,0	320	12,5	128,00	16660,00	9368,00	1283,00	994,00
220,0	320	14,2	145,00	18300,00	10280,00	1421,00	1101,00
220,0	320	16,0	163,00	19880,00	11150,00	1559,00	1207,00
250,0	320	8,0	87,40	12930,00	8870,00	959,00	811,00
250,0	320	8,8	96,00	14040,00	9628,00	1045,00	884,00
250,0	320	10,0	109,00	15650,00	10720,00	1170,00	990,00
250,0	320	11,0	119,00	16670,00	11430,00	1255,00	1063,00
250,0	320	12,5	135,00	18430,00	12630,00	1398,00	1183,00
250,0	320	14,2	152,00	20290,00	13890,00	1551,00	1313,00
250,0	320	16,0	171,00	22100,00	15120,00	1705,00	1442,00
200,0	350	8,0	83,40	13660,00	5779,00	955,00	651,00
200,0	350	8,8	92,00	14830,00	6264,00	1040,00	709,00
200,0	350	10,0	104,00	16520,00	6961,00	1165,00	793,00
200,0	350	11,0	114,00	17540,00	7407,00	1247,00	850,00
200,0	350	12,5	128,00	19360,00	8160,00	1387,00	945,00
200,0	350	14,2	145,00	21270,00	8945,00	1537,00	1047,00
200,0	350	16,0	163,00	23110,00	9698,00	1686,00	1147,00
210,0	360	8,0	87,40	15130,00	6615,00	1025,00	709,00
210,0	360	8,8	96,00	16440,00	7174,00	1117,00	773,00
210,0	360	10,0	109,00	18320,00	7980,00	1252,00	865,00
210,0	360	11,0	119,00	19480,00	8503,00	1341,00	928,00
210,0	360	12,5	135,00	21530,00	9381,00	1493,00	1033,00
210,0	360	14,2	152,00	23690,00	10300,00	1657,00	1145,00

210,0	360	16,0	171,00	25790,00	11190,00	1820,00	1256,00
200,0	400	12,5	140,00	27100,00	9260,00	1714,00	1062,00
200,0	400	14,2	158,00	29860,00	10170,00	1904,00	1178,00
200,0	400	16,0	177,00	32550,00	11060,00	2093,00	1294,00

ANEXO B

PERFIL DE AÇO DE SEÇÃO TUBULAR QUADRADA

Base	Espessura	Área da seção	Momento de Inércia		Módulo de Resistência Plástico	
b (mm)	t (mm)	A (cm^2)	I_x (cm^4)	I_y (cm^4)	Z_x (cm^3)	Z_y (cm^3)
50	3,6	6,41	22,10	22,10	10,80	10,80
50	4,0	7,07	23,70	23,70	11,70	11,70
50	4,5	7,89	25,50	25,50	12,80	12,80
50	5,0	8,69	27,00	27,00	13,70	13,70
50	5,6	9,62	28,60	28,60	14,70	14,70
60	3,6	7,85	40,40	40,40	16,20	16,20
60	4,0	8,67	43,60	43,60	17,60	17,60
60	4,5	9,68	47,20	47,20	19,30	19,30
60	5,0	10,70	50,50	50,50	20,90	20,90
60	5,6	11,90	54,00	54,00	22,60	22,60
60	6,4	13,40	54,80	54,80	23,60	23,60
60	7,1	14,70	56,80	56,80	24,90	24,90
70	3,6	9,65	66,50	66,50	22,70	22,70
70	4,0	10,70	72,10	72,10	24,80	24,80
70	4,5	11,90	78,60	78,60	27,20	27,20
70	5,0	13,20	84,60	84,60	29,60	29,60
70	5,6	14,70	91,20	91,20	32,20	32,20
70	6,4	16,60	94,50	94,50	34,10	34,10
70	7,1	18,20	99,30	99,30	36,40	36,40
70	8,0	20,30	104,00	104,00	38,90	38,90
70	8,8	22,10	107,00	107,00	40,80	40,80
80	3,6	10,50	102,00	102,00	30,20	30,20
80	4,0	11,60	111,00	111,00	33,10	33,10
80	4,5	13,00	122,00	122,00	36,50	36,50
80	5,0	14,40	131,00	131,00	39,70	39,70
80	5,6	16,00	142,00	142,00	43,40	43,40
80	6,4	18,10	150,00	150,00	46,60	46,60
80	7,1	19,90	159,00	159,00	50,00	50,00
80	8,0	22,20	168,00	168,00	53,90	53,90
80	8,8	24,20	175,00	175,00	56,90	56,90
80	10,0	27,20	182,00	182,00	60,70	60,70
90	4,0	13,10	162,00	162,00	42,60	42,60
90	4,5	14,60	178,00	178,00	47,10	47,10
90	5,0	16,20	193,00	193,00	51,40	51,40
90	5,6	18,00	210,00	210,00	56,40	56,40

90	6,4	20,40	223,00	223,00	61,00	61,00
90	7,1	22,50	238,00	238,00	65,70	65,70
90	8,0	25,10	255,00	255,00	71,30	71,30
90	8,8	27,40	267,00	267,00	75,70	75,70
90	10,0	30,80	282,00	282,00	81,50	81,50
90	11,0	33,50	268,00	268,00	80,60	80,60
100	4,5	16,50	249,00	249,00	59,00	59,00
100	5,0	18,20	271,00	271,00	64,60	64,60
100	5,6	20,30	296,00	296,00	71,00	71,00
100	6,4	23,00	318,00	318,00	77,30	77,30
100	7,1	25,40	340,00	340,00	83,60	83,60
100	8,0	28,40	366,00	366,00	91,10	91,10
100	8,8	31,00	386,00	386,00	97,10	97,10
100	10,0	34,90	411,00	411,00	105,00	105,00
100	11,0	38,00	400,00	400,00	106,00	106,00
100	12,5	42,60	410,00	410,00	111,00	111,00
110	5,0	20,10	368,00	368,00	79,30	79,30
110	5,6	22,40	403,00	403,00	87,30	87,30
110	6,4	25,50	435,00	435,00	95,50	95,50
110	7,1	28,10	468,00	468,00	104,00	104,00
110	8,0	31,40	506,00	506,00	113,00	113,00
110	8,8	34,30	536,00	536,00	121,00	121,00
110	10,0	38,60	575,00	575,00	132,00	132,00
110	11,0	42,20	569,00	569,00	134,00	134,00
110	12,5	47,30	591,00	591,00	143,00	143,00
120	5,0	22,10	485,00	485,00	95,40	95,40
120	5,6	24,70	532,00	532,00	105,00	105,00
120	6,4	28,10	578,00	578,00	116,00	116,00
120	7,1	31,00	624,00	624,00	126,00	126,00
120	8,0	34,70	677,00	677,00	138,00	138,00
120	8,8	37,90	720,00	720,00	148,00	148,00
120	10,0	42,70	777,00	777,00	162,00	162,00
120	11,0	46,70	778,00	778,00	166,00	166,00
120	12,5	52,40	817,00	817,00	178,00	178,00
120	14,2	58,80	844,00	844,00	189,00	189,00
120	16,0	65,30	855,00	855,00	197,00	197,00
130	5,0	23,70	626,00	626,00	113,00	113,00
130	5,6	26,50	687,00	687,00	125,00	125,00
130	6,4	30,10	750,00	750,00	138,00	138,00
130	7,1	33,20	811,00	811,00	150,00	150,00
130	8,0	37,20	883,00	883,00	165,00	165,00
130	8,8	40,70	942,00	942,00	177,00	177,00
130	10,0	45,90	1021,00	1021,00	195,00	195,00
130	11,0	50,10	1033,00	1033,00	201,00	201,00
130	12,5	56,40	1093,00	1093,00	217,00	217,00
130	14,2	63,30	1141,00	1141,00	231,00	231,00

130	16,0	70,40	1170,00	1170,00	243,00	243,00
140	5,0	25,70	791,00	791,00	132,00	132,00
140	5,6	28,60	870,00	870,00	146,00	146,00
140	6,4	32,60	953,00	953,00	162,00	162,00
140	7,1	36,00	1032,00	1032,00	176,00	176,00
140	8,0	40,30	1127,00	1127,00	194,00	194,00
140	8,8	44,10	1205,00	1205,00	209,00	209,00
140	10,0	49,70	1312,00	1312,00	230,00	230,00
140	11,0	54,40	1338,00	1338,00	239,00	239,00
140	12,5	61,20	1425,00	1425,00	259,00	259,00
140	14,2	68,70	1500,00	1500,00	279,00	279,00
140	16,0	76,60	1553,00	1553,00	295,00	295,00
150	6,4	36,40	1189,00	1189,00	188,00	188,00
150	7,1	40,20	1290,00	1290,00	205,00	205,00
150	8,0	45,10	1421,00	1421,00	226,00	226,00
150	8,8	49,40	1513,00	1513,00	244,00	244,00
150	10,0	55,80	1653,00	1653,00	269,00	269,00
150	11,0	61,00	1696,00	1696,00	281,00	281,00
150	12,5	68,70	1817,00	1817,00	306,00	306,00
150	14,2	77,30	1926,00	1926,00	330,00	330,00
150	16,0	86,20	2009,00	2009,00	351,00	351,00
160	6,4	37,70	1461,00	1461,00	215,00	215,00
160	7,1	41,60	1587,00	1587,00	235,00	235,00
160	8,0	46,70	1741,00	1741,00	260,00	260,00
160	8,8	51,10	1871,00	1871,00	281,00	281,00
160	10,0	57,70	2048,00	2048,00	311,00	311,00
160	11,0	63,10	2114,00	2114,00	326,00	326,00
160	12,5	71,20	2275,00	2275,00	356,00	356,00
160	14,2	80,10	2425,00	2425,00	386,00	386,00
160	16,0	89,30	2546,00	2546,00	413,00	413,00
175	6,4	42,80	1942,00	1942,00	261,00	261,00
175	7,1	47,30	2115,00	2115,00	285,00	285,00
175	8,0	53,10	2325,00	2325,00	316,00	316,00
175	8,8	58,10	2503,00	2503,00	342,00	342,00
175	10,0	65,70	2751,00	2751,00	379,00	379,00
175	11,0	71,90	2859,00	2859,00	399,00	399,00
175	12,5	81,10	3095,00	3095,00	438,00	438,00
175	14,2	91,40	3322,00	3322,00	477,00	477,00
175	16,0	102,00	3516,00	3516,00	514,00	514,00
180	6,4	72,80	2123,00	2123,00	277,00	277,00
180	7,1	47,30	2313,00	2313,00	303,00	303,00
180	8,0	53,10	2546,00	2546,00	336,00	336,00
180	8,8	58,10	2742,00	2742,00	364,00	364,00
180	10,0	65,70	3017,00	3017,00	404,00	404,00
180	11,0	71,90	3142,00	3142,00	425,00	425,00
180	12,5	81,10	3406,00	3406,00	467,00	467,00

180	14,2	91,40	3663,00	3663,00	510,00	510,00
180	16,0	102,00	3887,00	3887,00	550,00	550,00
200	6,4	47,90	2961,00	2961,00	346,00	346,00
200	7,1	53,00	3232,00	3232,00	379,00	379,00
200	8,0	59,40	3566,00	3566,00	421,00	421,00
200	8,8	65,20	3850,00	3850,00	457,00	457,00
200	10,0	73,70	4251,00	4251,00	508,00	508,00
200	11,0	80,70	4457,00	4457,00	538,00	538,00
200	12,5	91,10	4859,00	4859,00	594,00	594,00
200	14,2	103,00	5261,00	5261,00	651,00	651,00
200	16,0	115,00	5625,00	5625,00	706,00	706,00
220	6,4	53,60	3994,00	3994,00	423,00	423,00
220	7,1	59,30	4367,00	4367,00	464,00	464,00
220	8,0	66,60	4828,00	4828,00	516,00	516,00
220	8,8	73,10	5221,00	5221,00	560,00	560,00
220	10,0	82,70	5782,00	5782,00	625,00	625,00
220	11,0	90,60	6094,00	6094,00	665,00	665,00
220	12,5	102,00	6674,00	6674,00	735,00	735,00
220	14,2	115,00	7264,00	7264,00	809,00	809,00
220	16,0	129,00	7812,00	7812,00	881,00	881,00
240	6,4	58,70	5243,00	5243,00	507,00	507,00
240	7,1	65,00	5740,00	5740,00	557,00	557,00
240	8,0	73,00	6357,00	6357,00	620,00	620,00
240	8,8	80,10	6885,00	6885,00	674,00	674,00
240	10,0	90,60	7643,00	7643,00	753,00	753,00
240	11,0	99,40	8088,00	8088,00	804,00	804,00
240	12,5	112,00	8890,00	8890,00	891,00	891,00
240	14,2	127,00	9717,00	9717,00	984,00	984,00
240	16,0	142,00	10500,00	10500,00	1075,00	1075,00
250	6,4	60,20	5955,00	5955,00	552,00	552,00
250	7,1	66,70	6533,00	6533,00	607,00	607,00
250	8,0	74,90	7229,00	7229,00	676,00	676,00
250	8,8	82,20	7835,00	7835,00	735,00	735,00
250	10,0	93,00	8707,00	8707,00	822,00	822,00
250	11,0	102,00	9231,00	9231,00	879,00	879,00
250	12,5	115,00	10160,00	10160,00	975,00	975,00
250	14,2	130,00	11130,00	11130,00	1078,00	1078,00
250	16,0	146,00	12050,00	12050,00	1180,00	1180,00
260	6,4	63,80	6729,00	6729,00	599,00	599,00
260	7,1	70,60	7374,00	7374,00	659,00	659,00
260	8,0	79,40	8178,00	8178,00	734,00	734,00
260	8,8	87,10	8869,00	8869,00	799,00	799,00
260	10,0	98,60	9865,00	9865,00	894,00	894,00
260	11,0	108,00	10480,00	10480,00	956,00	956,00
260	12,5	122,00	11550,00	11550,00	1063,00	1063,00
260	14,2	138,00	12670,00	12670,00	1176,00	1176,00

260	16,0	155,00	13740,00	13740,00	1289,00	1289,00
270	8,0	83,40	9751,00	9751,00	826,00	826,00
270	8,8	91,50	10580,00	10580,00	899,00	899,00
270	10,0	104,00	11790,00	11790,00	1007,00	1007,00
270	11,0	114,00	12540,00	12540,00	1080,00	1080,00
270	12,5	128,00	13860,00	13860,00	1201,00	1201,00
270	14,2	145,00	15230,00	15230,00	1332,00	1332,00
270	16,0	163,00	16560,00	16560,00	1462,00	1462,00
290	8,0	87,40	11510,00	11510,00	923,00	923,00
290	8,8	95,90	12510,00	12510,00	1006,00	1006,00
290	10,0	109,00	13940,00	13940,00	1127,00	1127,00
290	11,0	119,00	14870,00	14870,00	1210,00	1210,00
290	12,5	135,00	16450,00	16450,00	1348,00	1348,00
290	14,2	152,00	18120,00	18120,00	1497,00	1497,00
290	16,0	171,00	19740,00	19740,00	1645,00	1645,00
290	20,0	211,00	22860,00	22860,00	1944,00	1944,00
300	12,5	140,00	18350,00	18350,00	1451,00	1451,00
300	14,2	158,00	20230,00	20230,00	1612,00	1612,00
300	16,0	177,00	22080,00	22080,00	1774,00	1774,00
300	20,0	219,00	25630,00	25630,00	2100,00	2100,00

ANEXO C

PERFIL DE AÇO DE SEÇÃO TUBULAR CIRCULAR

Diâmetro Externo	Espessura	Área da seção	Momento de Inércia		Módulo de Resistência Plástico	
D (mm)	t (mm)	A (cm^2)	I_x (cm^4)	I_y (cm^4)	Z_x (cm^3)	Z_y (cm^3)
33,4	3,2	3,04	3,50	3,50	2,93	2,93
33,4	3,6	3,37	3,80	3,80	3,21	3,21
38,1	3,2	3,51	5,39	5,39	3,91	3,91
38,1	3,6	3,90	5,87	5,87	4,30	4,30
38,1	4,0	4,29	6,31	6,31	4,67	4,67
42,2	3,6	4,37	8,20	8,20	5,38	5,38
42,2	4,0	4,80	8,85	8,85	5,86	5,86
42,2	4,5	5,33	9,60	9,60	6,43	6,43
42,2	5,0	5,84	10,30	10,30	6,96	6,96
48,3	3,6	5,06	12,70	12,70	7,21	7,21
48,3	4,0	5,57	13,80	13,80	7,87	7,87
48,3	4,5	6,19	15,00	15,00	8,66	8,66
48,3	5,0	6,80	16,20	16,20	9,42	9,42
48,3	5,6	7,51	17,40	17,40	10,30	10,30
48,3	6,4	8,42	18,90	18,90	11,30	11,30
60,3	3,6	6,41	25,90	25,90	11,60	11,60
60,3	4,0	7,07	28,20	28,20	12,70	12,70
60,3	4,5	7,89	30,90	30,90	14,00	14,00
60,3	5,0	8,69	33,50	33,50	15,30	15,30
60,3	5,6	9,62	36,40	36,40	16,80	16,80
60,3	6,4	10,80	39,90	39,90	18,70	18,70
60,3	7,1	11,90	42,70	42,70	20,20	20,20
60,3	8,0	13,10	46,00	46,00	22,10	22,10
60,3	8,8	14,20	48,60	48,60	23,60	23,60
73,0	3,6	7,85	47,40	47,40	17,40	17,40
73,0	4,0	8,67	51,80	51,80	19,10	19,10
73,0	4,5	9,68	57,00	57,00	21,10	21,10
73,0	5,0	10,70	62,10	62,10	23,20	23,20
73,0	5,6	11,90	67,80	67,80	25,50	25,50
73,0	6,4	13,40	74,90	74,90	28,50	28,50
73,0	7,1	14,70	80,70	80,70	31,00	31,00
73,0	8,0	16,30	87,60	87,60	34,00	34,00
73,0	8,8	17,70	93,20	93,20	36,50	36,50
73,0	10,0	19,80	101,00	101,00	40,00	40,00
73,0	11,0	21,40	106,00	106,00	42,70	42,70

88,9	3,6	9,65	87,90	87,90	26,20	26,20
88,9	4,0	10,70	96,30	96,30	28,90	28,90
88,9	4,5	11,90	107,00	107,00	32,10	32,10
88,9	5,0	13,20	116,00	116,00	35,20	35,20
88,9	5,6	14,70	128,00	128,00	38,90	38,90
88,9	6,4	16,60	142,00	142,00	43,60	43,60
88,9	7,1	18,20	154,00	154,00	47,60	47,60
88,9	8,0	20,30	168,00	168,00	52,50	52,50
88,9	8,8	22,10	180,00	180,00	56,70	56,70
88,9	10,0	24,80	196,00	196,00	62,60	62,60
88,9	11,0	26,90	208,00	208,00	67,20	67,20
88,9	12,5	30,00	225,00	225,00	73,60	73,60
101,6	4,0	12,30	146,00	146,00	38,10	38,10
101,6	4,5	13,70	162,00	162,00	42,50	42,50
101,6	5,0	15,20	177,00	177,00	46,70	46,70
101,6	5,6	16,90	195,00	195,00	51,70	51,70
101,6	6,4	19,10	218,00	218,00	58,10	58,10
101,6	7,1	21,10	237,00	237,00	63,50	63,50
101,6	8,0	23,50	260,00	260,00	70,30	70,30
101,6	8,8	25,70	279,00	279,00	76,00	76,00
101,6	10,0	28,80	305,00	305,00	84,20	84,20
101,6	11,0	31,30	326,00	326,00	90,70	90,70
101,6	12,5	35,00	354,00	354,00	99,90	99,90
114,3	4,0	13,90	211,00	211,00	48,70	48,70
114,3	4,5	15,50	234,00	234,00	54,30	54,30
114,3	5,0	17,20	257,00	257,00	59,80	59,80
114,3	5,6	19,10	283,00	283,00	66,20	66,20
114,3	6,4	21,70	317,00	317,00	74,60	74,60
114,3	7,1	23,90	345,00	345,00	81,70	81,70
114,3	8,0	26,70	379,00	379,00	90,60	90,60
114,3	8,8	29,20	409,00	409,00	98,20	98,20
114,3	10,0	32,80	450,00	450,00	109,00	109,00
114,3	11,0	35,70	482,00	482,00	118,00	118,00
114,3	12,5	40,00	526,00	526,00	130,00	130,00
114,3	14,2	44,70	571,00	571,00	143,00	143,00
141,3	5,0	21,40	498,00	498,00	92,90	92,90
141,3	5,6	23,90	550,00	550,00	103,00	103,00
141,3	6,4	27,10	618,00	618,00	117,00	117,00
141,3	7,1	29,90	676,00	676,00	128,00	128,00
141,3	8,0	33,50	747,00	747,00	142,00	142,00
141,3	8,8	36,60	807,00	807,00	155,00	155,00
141,3	10,0	41,20	894,00	894,00	173,00	173,00
141,3	11,0	45,00	962,00	962,00	187,00	187,00
141,3	12,5	50,60	1059,00	1059,00	208,00	208,00
141,3	14,2	56,70	1159,00	1159,00	230,00	230,00
141,3	16,0	63,00	1256,00	1256,00	253,00	253,00

141,3	17,5	68,10	1330,00	1330,00	270,00	270,00
168,3	5,0	25,70	856,00	856,00	133,00	133,00
168,3	5,6	28,60	948,00	948,00	148,00	148,00
168,3	6,4	32,60	1068,00	1068,00	168,00	168,00
168,3	7,1	36,00	1170,00	1170,00	185,00	185,00
168,3	8,0	40,30	1297,00	1297,00	206,00	206,00
168,3	8,8	44,10	1407,00	1407,00	224,00	224,00
168,3	10,0	49,70	1564,00	1564,00	251,00	251,00
168,3	11,0	54,40	1689,00	1689,00	273,00	273,00
168,3	12,5	61,20	1868,00	1868,00	304,00	304,00
168,3	14,2	68,70	2058,00	2058,00	338,00	338,00
168,3	16,0	76,60	2244,00	2244,00	372,00	372,00
168,3	17,5	82,90	2388,00	2388,00	400,00	400,00
168,3	20	93,20	2608,00	2608,00	443,00	443,00
219,1	6,4	42,80	2421,00	2421,00	290,00	290,00
219,1	7,1	47,30	2660,00	2660,00	319,00	319,00
219,1	8,0	53,10	2960,00	2960,00	357,00	357,00
219,1	8,8	58,10	3220,00	3220,00	389,00	389,00
219,1	10,0	65,70	3598,00	3598,00	438,00	438,00
219,1	11,0	71,90	3904,00	3904,00	477,00	477,00
219,1	12,5	81,10	4345,00	4345,00	534,00	534,00
219,1	14,2	91,40	4820,00	4820,00	597,00	597,00
219,1	16,0	102,00	5297,00	5297,00	661,00	661,00
219,1	17,5	11,00	5673,00	5673,00	713,00	713,00
219,1	20	125,00	6261,00	6261,00	795,00	795,00
219,1	25	152,00	7298,00	7298,00	947,00	947,00
273,0	6,4	53,60	4765,00	4765,00	455,00	455,00
273,0	7,1	59,30	5245,00	5245,00	502,00	502,00
273,0	8,0	66,60	5852,00	5852,00	562,00	562,00
273,0	8,8	73,00	6380,00	6380,00	614,00	614,00
273,0	10,0	82,60	7154,00	7154,00	692,00	692,00
273,0	11,0	90,50	7783,00	7783,00	756,00	756,00
273,0	12,5	102,00	8697,00	8697,00	849,00	849,00
273,0	14,2	115,00	9695,00	9695,00	952,00	952,00
273,0	16,0	129,00	10707,00	10707,00	1058,00	1058,00
273,0	17,5	140,00	11516,00	11516,00	1144,00	1144,00
273,0	20	159,00	12798,00	12798,00	1283,00	1283,00
273,0	25	195,00	15127,00	15127,00	1543,00	1543,00
273,0	30	229,00	17162,00	17162,00	1780,00	1780,00
323,8	6,4	63,80	8040,00	8040,00	645,00	645,00
323,8	7,1	70,60	8861,00	8861,00	712,00	712,00
323,8	8,0	79,40	9901,00	9901,00	798,00	798,00
323,8	8,8	87,10	10810,00	10810,00	873,00	873,00
323,8	10,0	98,60	12147,00	12147,00	985,00	985,00
323,8	11,0	108,00	13237,00	13237,00	1077,00	1077,00
323,8	12,5	122,00	14832,00	14832,00	1212,00	1212,00

323,8	14,2	138,00	16583,00	16583,00	1362,00	1362,00
323,8	16,0	155,00	18372,00	18372,00	1517,00	1517,00
323,8	17,5	168,00	19813,00	19813,00	1644,00	1644,00
323,8	20	191,00	22117,00	22117,00	1849,00	1849,00
323,8	25	235,00	26374,00	26374,00	2237,00	2237,00
355,6	8,0	87,40	13201,00	13201,00	967,00	967,00
355,6	8,8	95,90	14423,00	14423,00	1059,00	1059,00
355,6	10,0	109,00	16223,00	16223,00	1195,00	1195,00
355,6	11,0	119,00	17695,00	17695,00	1307,00	1307,00
355,6	12,5	135,00	19852,00	19852,00	1472,00	1472,00
355,6	14,2	152,00	22227,00	22227,00	1656,00	1656,00
355,6	16,0	171,00	24663,00	24663,00	1847,00	1847,00
355,6	17,5	186,00	26631,00	26631,00	2002,00	2002,00
355,6	20	211,00	29792,00	29792,00	2255,00	2255,00
355,6	25	260,00	35667,00	35667,00	2738,00	2738,00

ANEXO D

PERFIL DE AÇO DE SEÇÃO TUBULAR RETANGULAR

Base	Altura	Espessura	Área da seção	Momento de Inércia		Módulo de Resistência Plástico	
b (mm)	h (mm)	t mm	A (cm^2)	I_x (cm^4)	I_y (cm^4)	Z_x (cm^3)	Z_y (cm^3)
30	50	2,9	4,21	13,2	5,80	6,70	4,63
30	50	3,0	4,34	13,6	5,94	6,88	4,76
30	50	3,2	4,60	14,2	6,20	7,25	5,00
30	50	3,6	5,10	15,4	6,67	7,94	5,46
30	50	4,0	5,59	16,5	7,08	8,59	5,88
30	50	5,0	6,73	18,7	7,89	10,0	6,80
30	50	5,6	7,37	19,7	8,23	10,8	7,25
30	50	6,3	8,07	20,6	8,50	11,5	7,68
40	60	2,9	5,37	25,8	13,5	10,6	7,96
40	60	3,0	5,54	26,5	13,9	10,9	8,19
40	60	3,2	5,88	27,8	14,6	11,5	8,64
40	60	3,6	6,54	30,4	15,9	12,7	9,50
40	60	4,0	7,19	32,8	17,0	13,8	10,3
40	60	5,0	8,73	38,1	19,5	16,4	12,2
40	60	5,6	9,61	40,7	20,7	17,8	13,1
40	60	6,3	10,6	43,4	21,9	19,2	14,2
40	60	7,1	11,6	45,9	22,9	20,7	15,2
40	60	8,0	12,8	47,9	23,7	22,1	16,1
40	80	2,9	6,53	52,7	17,5	16,6	10,1
40	80	3,0	6,74	54,2	18,0	17,1	10,4
40	80	3,2	7,16	57,2	18,9	18,0	11,0
40	80	3,6	7,98	62,8	20,6	20,0	12,1
40	80	4,0	8,79	68,2	22,2	21,8	13,2
40	80	5,0	10,7	80,3	25,7	26,1	15,7
40	80	5,6	11,8	86,7	27,4	28,5	17,0
40	80	6,3	13,1	93,3	29,2	31,1	18,4
40	80	7,1	14,5	99,8	30,7	33,8	19,8
40	80	8,0	16,0	106	32,1	36,5	21,2
50	90	3,0	7,94	84,4	33,5	23,2	15,3
50	90	3,2	8,44	89,1	35,3	24,6	16,2
50	90	3,6	9,42	98,3	38,7	27,2	18,0
50	90	4,0	10,4	107	41,9	29,8	19,6

50	90	5,0	12,7	127	49,2	36,0	23,5
50	90	5,6	14,1	138	53,0	39,4	25,7
50	90	6,3	15,6	150	57,0	43,2	28,0
50	90	7,1	17,3	162	60,9	47,2	30,5
50	90	8,0	19,2	174	64,6	51,4	32,9
50	90	8,8	20,7	183	67,2	54,8	34,9
50	100	3,2	9,08	116	38,8	28,9	17,7
50	100	3,6	10,1	128	42,6	32,1	19,6
50	100	4,0	11,2	140	46,2	35,2	21,5
50	100	5,0	13,7	167	54,3	42,6	25,8
50	100	5,6	15,2	181	58,6	46,8	28,2
50	100	6,3	16,9	197	63,0	51,3	30,8
50	100	7,1	18,7	214	67,5	56,3	33,5
50	100	8,0	20,8	230	71,7	61,4	36,3
50	100	8,8	22,5	243	74,8	65,6	38,5
50	100	10,0	24,9	259	78,4	71,2	41,4
60	100	3,2	9,72	131	58,8	32,0	22,4
60	100	3,6	10,9	145	64,8	35,6	24,9
60	100	4,0	12,0	158	70,5	39,1	27,3
60	100	5,0	14,7	189	83,6	47,4	32,9
60	100	5,6	16,3	206	90,6	52,0	36,1
60	100	6,3	18,1	225	98,1	57,3	39,5
60	100	7,1	20,2	244	106	62,9	43,2
60	100	8,0	22,4	264	113	68,7	47,1
60	100	8,8	24,2	279	119	73,6	50,2
60	100	10,0	26,9	299	126	80,2	54,4
60	120	3,6	12,3	227	76,3	47,2	28,9
60	120	4,0	13,6	249	83,1	51,9	31,7
60	120	5,0	16,7	299	98,8	63,1	38,4
60	120	5,6	18,6	327	107	69,5	42,1
60	120	6,3	20,7	358	116	76,7	46,3
60	120	7,1	23,0	391	126	84,4	50,8
60	120	8,0	25,6	425	135	92,7	55,4
60	120	8,8	27,8	452	142	99,6	59,2
60	120	10,0	30,9	488	152	109	64,4
80	120	3,6	13,7	276	147	55,6	42,0
80	120	4,0	15,2	303	161	61,2	46,1
80	120	5,0	18,7	365	193	74,6	56,1
80	120	5,6	20,8	401	211	82,3	61,8
80	120	6,3	23,2	440	230	91,0	68,2
80	120	7,1	25,8	482	251	100	75,2
80	120	8,0	28,8	525	273	111	82,6
80	120	8,8	31,3	561	290	119	88,7
80	120	10,0	34,9	609	313	131	97,3

100	150	4,0	19,2	607	324	97,4	73,6
100	150	5,0	23,7	739	392	119	90,1
100	150	5,6	26,4	814	431	132	99,6
100	150	6,3	29,5	898	474	147	110
100	150	7,1	32,9	990	520	163	122
100	150	8,0	36,8	1090	569	180	135
100	150	8,8	40,1	1170	610	195	146
100	150	10,0	44,9	1280	665	216	161
100	150	11,0	48,9	1370	707	233	173
100	150	12,5	54,6	1490	763	256	190
80	160	4,0	18,4	612	207	94,7	58,3
80	160	5,0	22,7	744	249	116	71,1
80	160	5,6	25,3	819	273	128	78,5
80	160	6,3	28,2	903	299	142	86,8
80	160	7,1	31,5	994	327	158	95,9
80	160	8,0	35,2	1090	356	175	106
80	160	8,8	38,3	1170	379	189	114
80	160	10,0	42,9	1280	411	209	125
80	160	11,0	46,7	1370	435	225	134
80	160	12,5	52,1	1480	465	247	146
60	180	4,0	18,4	697	121	99,8	45,2
60	180	5,0	22,7	846	144	122	54,9
60	180	5,6	25,3	932	157	135	60,4
60	180	6,3	28,2	1030	171	150	66,6
60	180	7,1	31,5	1130	186	166	73,3
60	180	8,0	35,2	1240	201	184	80,4
60	180	8,8	38,3	1330	212	199	86,2
60	180	10,0	42,9	1460	228	220	94,4
60	180	11,0	46,7	1550	238	237	101
60	180	12,5	52,1	1680	251	260	109
100	180	4,0	21,6	945	379	128	85,2
100	180	5,0	26,7	1150	460	157	104
100	180	5,6	29,8	1270	506	174	115
100	180	6,3	33,3	1410	557	194	128
100	180	7,1	37,2	1560	613	215	142
100	180	8,0	41,6	1710	671	239	157
100	180	8,8	45,4	1850	720	259	170
100	180	10,0	50,9	2040	787	288	188
100	180	11,0	55,5	2180	839	311	203
100	180	12,5	62,1	2380	908	344	223
100	180	14,2	69,3	2590	974	378	244
100	200	4,0	21,6	945	379	128	85,2
100	200	4,0	23,2	1220	416	150	92,8
100	200	5,0	28,7	1500	505	185	114

100	200	5,6	32,0	1650	556	205	126
100	200	6,3	35,8	1830	613	228	140
100	200	7,1	40,0	2020	674	254	155
100	200	8,0	44,8	2230	739	282	172
100	200	8,8	48,9	2410	793	306	186
100	200	10,0	54,9	2660	869	341	206
100	200	11,0	59,9	2860	926	369	222
100	200	12,5	67,1	3140	1000	408	245
100	200	14,2	75,0	3420	1080	450	268
100	200	16,0	83,0	3680	1150	491	290
120	200	5,0	30,7	1680	762	205	144
120	200	5,6	34,2	1860	841	227	159
120	200	6,3	38,3	2060	929	253	177
120	200	7,1	42,9	2290	1020	281	197
120	200	8,0	48,0	2530	1130	313	218
120	200	8,8	52,4	2730	1220	340	237
120	200	10,0	58,9	3030	1340	379	263
120	200	11,0	64,3	3260	1430	410	284
120	200	12,5	72,1	3580	1560	455	314
120	200	14,2	80,7	3910	1690	503	346
120	200	16,0	89,4	4220	1810	550	377
150	200	5,0	33,7	1970	1260	234	192
150	200	5,6	37,6	2180	1400	260	213
150	200	6,3	42,1	2420	1550	289	237
150	200	7,1	47,1	2680	1720	322	264
150	200	8,0	52,8	2970	1890	359	294
150	200	8,8	57,7	3220	2050	390	319
150	200	10,0	64,9	3570	2260	436	356
150	200	11,0	70,9	3840	2440	473	386
150	200	12,5	79,6	4240	2670	525	428
150	200	14,2	89,2	4640	2920	582	473
150	200	16,0	99,0	5040	3150	638	518
120	220	7,1	45,7	2900	1120	326	213
120	220	8,0	51,2	3200	1230	362	236
120	220	8,8	55,9	3470	1320	394	256
120	220	10,0	62,9	3840	1460	440	285
120	220	11,0	68,7	4140	1560	477	308
120	220	12,5	77,1	4560	1710	530	341
120	220	14,2	86,3	5000	1850	586	376
120	220	16,0	95,8	5410	1990	643	410
100	250	5,0	33,7	2610	618	263	138
100	250	5,6	37,6	2890	681	292	152
100	250	6,3	42,1	3210	751	326	169
100	250	7,1	47,1	3560	827	363	188

100	250	8,0	52,8	3940	909	404	209
100	250	8,8	57,7	4270	977	439	226
100	250	10,0	64,9	4730	1070	491	251
100	250	11,0	70,9	5100	1140	532	271
100	250	12,5	79,6	5620	1240	592	299
100	250	14,2	89,2	6160	1340	655	329
100	250	16,0	99,0	6690	1430	719	358
150	250	5,0	38,7	3360	1530	324	228
150	250	5,6	43,2	3730	1690	361	254
150	250	6,3	48,4	4140	1870	402	283
150	250	7,1	54,2	4610	2080	449	315
150	250	8,0	60,8	5110	2300	501	350
150	250	8,8	66,5	5550	2490	545	381
150	250	10,0	74,9	6170	2760	611	426
150	250	11,0	81,9	6670	2970	663	462
150	250	12,5	92,1	7390	3260	740	514
150	250	14,2	103	8140	3580	823	570
150	250	16,0	115	8880	3870	906	625
140	260	5,0	38,7	3530	1350	331	216
140	260	5,6	43,2	3920	1500	368	240
140	260	6,3	48,4	4360	1660	411	267
140	260	7,1	54,2	4840	1840	459	298
140	260	8,0	60,8	5370	2030	511	331
140	260	8,8	66,5	5830	2200	557	360
140	260	10,0	74,9	6490	2430	624	402
140	260	11,0	81,9	7020	2620	678	436
140	260	12,5	92,1	7770	2880	756	485
140	260	14,2	103	8560	3140	840	537
140	260	16,0	115	9340	3400	925	588
180	260	8,0	67,2	6390	3610	592	459
180	260	8,8	73,5	6940	3910	645	500
180	260	10,0	82,9	7740	4350	724	560
180	260	11,0	90,7	8380	4700	787	608
180	260	12,5	102	9300	5200	879	679
180	260	14,2	115	10300	5720	980	755
180	260	16,0	128	11200	6230	1080	831
100	300	5,0	38,7	4150	731	354	161
100	300	5,6	43,2	4600	806	393	179
100	300	6,3	48,4	5110	890	439	199
100	300	7,1	54,2	5680	981	490	221
100	300	8,0	60,8	6300	1080	546	245
100	300	8,8	66,5	6840	1160	594	266
100	300	10,0	74,9	7610	1280	666	296
100	300	11,0	81,9	8230	1360	723	320

100	300	12,5	92,1	9100	1490	806	354
100	300	14,2	103	10000	1610	896	390
100	300	16,0	115	10900	1720	986	425
200	300	5,0	48,7	6320	3400	501	380
200	300	5,6	54,4	7020	3770	558	423
200	300	6,3	61,0	7830	4190	624	472
200	300	7,1	68,4	8730	4670	698	528
200	300	8,0	76,8	9720	5180	779	589
200	300	8,8	84,1	10600	5630	851	643
200	300	10,0	94,9	11800	6280	956	721
200	300	11,0	104	12800	6800	1040	784
200	300	12,5	117	14300	7540	1160	877
200	300	14,2	132	15800	8330	1300	978
200	300	16,0	147	17400	9110	1440	1080
250	300	6,3	67,3	9190	6950	716	633
250	300	7,1	75,5	10300	7750	802	708
250	300	8,0	84,8	11400	8630	896	791
250	300	8,8	92,9	12400	9390	979	864
250	300	10,0	105	13900	10500	1100	971
250	300	11,0	115	15100	11400	1200	1060
250	300	12,5	130	16900	12700	1340	1180
250	300	14,2	146	18700	14100	1500	1320
250	300	16,0	163	20600	15500	1670	1470
150	350	5,0	48,7	7660	2050	543	301
150	350	5,6	54,4	8510	2270	605	334
150	350	6,3	61,0	9480	2520	676	373
150	350	7,1	68,4	10600	2800	756	416
150	350	8,0	76,8	11800	3100	844	464
150	350	8,8	84,1	12800	3360	922	506
150	350	10,0	94,9	14300	3740	1040	566
150	350	11,0	104	15500	4030	1130	615
150	350	12,5	117	17300	4450	1260	686
150	350	14,2	132	19200	4890	1410	763
150	350	16,0	147	21100	5320	1560	840
200	350	6,3	67,3	11300	4780	784	533
200	350	7,1	75,5	12700	5330	878	596
200	350	8,0	84,8	14100	5920	981	666
200	350	8,8	92,9	15400	6440	1070	727
200	350	10,0	105	17200	7180	1200	816
200	350	11,0	115	18700	7780	1310	888
200	350	12,5	130	20900	8640	1470	994
200	350	14,2	146	23200	9560	1650	1110
200	350	16,0	163	25500	10500	1830	1230
250	350	6,3	73,6	13200	7880	892	709

250	350	7,1	82,6	14700	8800	999	794
250	350	8,0	92,8	16400	9800	1120	888
250	350	8,8	102	17900	10700	1220	970
250	350	10,0	115	20100	11900	1380	1090
250	350	11,0	126	21900	13000	1500	1190
250	350	12,5	142	24400	14400	1680	1330
250	350	14,2	160	27200	16000	1890	1490
250	350	16,0	179	30000	17700	2100	1660
150	400	6,3	67,3	13300	2850	836	418
150	400	7,1	75,5	14800	3170	936	467
150	400	8,0	84,8	16500	3510	1050	521
150	400	8,8	92,9	18000	3800	1140	568
150	400	10,0	105	20100	4230	1280	636
150	400	11,0	115	21800	4560	1400	691
150	400	12,5	130	24400	5040	1570	772
150	400	14,2	146	27100	5550	1760	859
150	400	16,0	163	29800	6040	1950	947
200	400	6,3	73,6	15700	5380	960	594
200	400	7,1	82,6	17500	5990	1080	665
200	400	8,0	92,8	19600	6660	1200	743
200	400	8,8	102	21300	7240	1320	811
200	400	10,0	115	23900	8080	1480	911
200	400	11,0	126	26000	8760	1620	992
200	400	12,5	142	29100	9740	1810	1110
200	400	14,2	160	32400	10800	2030	1240
200	400	16,0	179	35700	11800	2260	1370
300	400	8,0	109	25700	16500	1520	1250
300	400	8,8	119	28100	18000	1660	1360
300	400	10,0	135	31500	20200	1870	1540
300	400	11,0	148	34300	22000	2040	1680
300	400	12,5	167	38500	24600	2300	1880
300	400	14,2	189	43000	27400	2580	2110
300	400	16,0	211	47500	30300	2870	2350
150	450	8,0	92,8	22300	3910	1270	578
150	450	8,8	102	24300	4240	1390	630
150	450	10,0	115	27200	4720	1560	706
150	450	11,0	126	29600	5100	1700	768
150	450	12,5	142	33100	5640	1910	858
150	450	14,2	160	36800	6200	2140	955
150	450	16,0	179	40600	6760	2380	1050
250	450	8,0	109	30100	12100	1620	1080
250	450	8,8	119	32800	13200	1770	1180
250	450	10,0	135	36900	14800	2000	1330
250	450	11,0	148	40200	16100	2180	1450

250	450	12,5	167	45000	18000	2460	1630
250	450	14,2	189	50300	20000	2760	1830
250	450	16,0	211	55700	22000	3070	2030
200	500	8,0	109	34000	8140	1710	896
200	500	8,8	119	37200	8850	1870	979
200	500	10,0	135	41800	9890	2100	1100
200	500	11,0	148	45500	10700	2300	1200
200	500	12,5	167	51000	11900	2590	1350
200	500	14,2	189	56900	13200	2900	1500
200	500	16,0	211	63000	14500	3230	1670
300	500	8,0	125	43700	20000	2100	1480
300	500	8,8	137	47800	21800	2300	1620
300	500	10,0	155	53800	24400	2600	1830
300	500	11,0	170	58600	26600	2840	2000
300	500	12,5	192	65800	29800	3200	2240
300	500	14,2	217	73700	33200	3590	2520
300	500	16,0	243	81800	36800	4000	2800

ANEXO E

PERFIL DE AÇO DE SEÇÃO TUBULAR QUADRADA

Base	Espessura	Área da seção	Momento de Inércia		Módulo de Resistência Plástico	
b (mm)	t (mm)	A (cm^2)	I_x (cm^4)	I_y (cm^4)	Z_x (cm^3)	Z_y (cm^3)
40	2,9	4,21	9,54	9,54	5,81	5,81
40	3,0	4,34	9,78	9,78	5,97	5,97
40	3,2	4,60	10,2	10,2	6,28	6,28
40	3,6	5,10	11,1	11,1	6,88	6,88
40	4,0	5,59	11,8	11,8	7,44	7,44
40	5,0	6,73	13,4	13,4	8,66	8,66
40	5,6	7,37	14,1	14,1	9,28	9,28
40	6,3	8,07	14,7	14,7	9,90	9,90
50	2,9	5,37	19,7	19,7	9,43	9,43
50	3,0	5,54	20,2	20,2	9,70	9,70
50	3,2	5,88	21,2	21,2	10,2	10,2
50	3,6	6,54	23,2	23,2	11,3	11,3
50	4,0	7,19	25,0	25,0	12,3	12,3
50	5,0	8,73	28,9	28,9	14,5	14,5
50	5,6	9,61	30,8	30,8	15,7	15,7
50	6,3	10,6	32,8	32,8	17,0	17,0
50	7,1	11,6	34,5	34,5	18,3	18,3
50	8,0	12,8	36,0	36,0	19,5	19,5
60	2,9	6,53	35,2	35,2	13,9	13,9
60	3,0	6,74	36,2	36,2	14,3	14,3
60	3,2	7,16	38,2	38,2	15,2	15,2
60	3,6	7,98	41,9	41,9	16,8	16,8
60	4,0	8,79	45,4	45,4	18,3	18,3
60	5,0	10,7	53,3	53,3	21,9	21,9
60	5,6	11,8	57,4	57,4	23,9	23,9
60	6,3	13,1	61,6	61,6	26,0	26,0
60	7,1	14,5	65,8	65,8	28,2	28,2
60	8,0	16,0	69,7	69,7	30,4	30,4
70	3,0	7,94	59,0	59,0	19,9	19,9

70	3,2	8,44	62,3	62,3	21,0	21,0
70	3,6	9,42	68,6	68,6	23,3	23,3
70	4,0	10,4	74,7	74,7	25,5	25,5
70	5,0	12,7	88,5	88,5	30,8	30,8
70	5,6	14,1	95,9	95,9	33,7	33,7
70	6,3	15,6	104	104	36,9	36,9
70	7,1	17,3	112	112	40,3	40,3
70	8,0	19,2	120	120	43,8	43,8
70	8,8	20,7	126	126	46,6	46,6
80	3,2	9,72	95,0	95,0	27,9	27,9
80	3,6	10,9	105	105	31,0	31,0
80	4,0	12,0	114	114	34,0	34,0
80	5,0	14,7	137	137	41,1	41,1
80	5,6	16,3	149	149	45,2	45,2
80	6,3	18,1	162	162	49,7	49,7
80	7,1	20,2	176	176	54,5	54,5
80	8,0	22,4	189	189	59,5	59,5
80	8,8	24,2	200	200	63,7	63,7
80	10,0	26,9	214	214	69,3	69,3
90	3,6	12,3	152	152	39,7	39,7
90	4,0	13,6	166	166	43,6	43,6
90	5,0	16,7	200	200	53,0	53,0
90	5,6	18,6	218	218	58,3	58,3
90	6,3	20,7	238	238	64,3	64,3
90	7,1	23,0	260	260	70,8	70,8
90	8,0	25,6	281	281	77,6	77,6
90	8,8	27,8	299	299	83,4	83,4
90	10,0	30,9	322	322	91,3	91,3
100	3,6	13,7	212	212	49,5	49,5
100	4,0	15,2	232	232	54,4	54,4
100	5,0	18,7	279	279	66,4	66,4
100	5,6	20,8	306	306	73,2	73,2
100	6,3	23,2	336	336	80,9	80,9
100	7,1	25,8	367	367	89,2	89,2
100	8,0	28,8	400	400	98,2	98,2
100	8,8	31,3	426	426	106	106
100	10,0	34,9	462	462	116	116
120	4,0	18,4	410	410	79,7	79,7

120	5,0	22,7	498	498	97,6	97,6
120	5,6	25,3	547	547	108	108
120	6,3	28,2	603	603	120	120
120	7,1	31,5	663	663	133	133
120	8,0	35,2	726	726	146	146
120	8,8	38,3	779	779	158	158
120	10,0	42,9	852	852	175	175
120	11,0	46,7	908	908	188	188
120	12,5	52,1	982	982	207	207
140	5,0	26,7	807	807	135	135
140	5,6	29,8	891	891	149	149
140	6,3	33,3	984	984	166	166
140	7,1	37,2	1090	1090	184	184
140	8,0	41,6	1200	1200	204	204
140	8,8	45,4	1290	1290	221	221
140	10,0	50,9	1420	1420	246	246
140	11,0	55,5	1520	1520	266	266
140	12,5	62,1	1650	1650	293	293
140	14,2	69,3	1790	1790	322	322
140	16,0	76,6	1920	1920	350	350
150	5,0	28,7	1000	1000	156	156
150	5,6	32,0	1110	1110	173	173
150	6,3	35,8	1220	1220	192	192
150	7,1	40,0	1350	1350	213	213
150	8,0	44,8	1490	1490	237	237
150	8,8	48,9	1610	1610	257	257
150	10,0	54,9	1770	1770	286	286
150	11,0	59,9	1900	1900	309	309
150	12,5	67,1	2080	2080	342	342
150	14,2	75,0	2260	2260	377	377
150	16,0	83,0	2430	2430	411	411
160	5,0	30,7	1220	1220	178	178
160	5,6	34,2	1350	1350	198	198
160	6,3	38,3	1500	1500	220	220
160	7,1	42,9	1660	1660	245	245
160	8,0	48,0	1830	1830	272	272
160	8,8	52,4	1980	1980	295	295
160	10,0	58,9	2190	2190	329	329

160	11,0	64,3	2350	2350	356	356
160	12,5	72,1	2580	2580	395	395
160	14,2	80,7	2810	2810	436	436
160	16,0	89,4	3030	3030	476	476
180	6,3	43,3	2170	2170	281	281
180	7,1	48,6	2400	2400	314	314
180	8,0	54,4	2660	2660	349	349
180	8,8	59,4	2880	2880	379	379
180	10,0	66,9	3190	3190	424	424
180	11,0	73,1	3440	3440	460	460
180	12,5	82,1	3790	3790	511	511
180	14,2	92,0	4150	4150	566	566
180	16,0	102	4500	4500	621	621
200	5,0	38,7	2440	2440	283	283
200	5,6	43,2	2710	2710	314	314
200	6,3	48,4	3010	3010	350	350
200	7,1	54,2	3340	3340	391	391
200	8,0	60,8	3710	3710	436	436
200	8,8	66,5	4020	4020	474	474
200	10,0	74,9	4470	4470	531	531
200	11,0	81,9	4830	4830	577	577
200	12,5	92,1	5340	5340	643	643
200	14,2	103	5870	5870	714	714
200	16,0	115	6390	6390	785	785
220	8,0	67,2	5000	5000	532	532
220	8,8	73,5	5430	5430	580	580
220	10,0	82,9	6050	6050	650	650
220	11,0	90,7	6550	6550	707	707
220	12,5	102	7250	7250	789	789
220	14,2	115	8010	8010	879	879
220	16,0	128	8750	8750	969	969
250	5,0	48,7	4860	4860	447	447
250	5,6	54,4	5400	5400	498	498
250	6,3	61,0	6010	6010	556	556
250	7,1	68,4	6700	6700	622	622
250	8,0	76,8	7460	7460	694	694
250	8,8	84,1	8110	8110	758	758
250	10,0	94,9	9060	9060	851	851

250	11,0	104	9820	9820	926	926
250	12,5	117	10900	10900	1040	1040
250	14,2	132	12100	12100	1160	1160
250	16,0	147	13300	13300	1280	1280
260	7,1	71,3	7570	7570	674	674
260	8,0	80,0	8420	8420	753	753
260	8,8	87,6	9160	9160	822	822
260	10,0	98,9	10200	10200	924	924
260	11,0	108	11100	11100	1010	1010
260	12,5	122	12400	12400	1130	1130
260	14,2	137	13700	13700	1260	1260
260	16,0	153	15100	15100	1390	1390
300	6,3	73,6	10500	10500	809	809
300	7,1	82,6	11800	11800	906	906
300	8,0	92,8	13100	13100	1010	1010
300	8,8	102	14300	14300	1110	1110
300	10,0	115	16000	16000	1250	1250
300	11,0	126	17400	17400	1360	1360
300	12,5	142	19400	19400	1520	1520
300	14,2	160	21600	21600	1710	1710
300	16,0	179	23800	23800	1900	1900
350	8,0	109	21100	21100	1390	1390
350	8,8	119	23100	23100	1520	1520
350	10,0	135	25900	25900	1720	1720
350	11,0	148	28200	28200	1870	1870
350	12,5	167	31500	31500	2110	2110
350	14,2	189	35200	35200	2360	2360
350	16,0	211	38900	38900	2630	2630
400	8,0	125	31900	31900	1830	1830
400	8,8	137	34800	34800	2000	2000
400	10,0	155	39100	39100	2260	2260
400	11,0	170	42700	42700	2470	2470
400	12,5	192	47800	47800	2780	2780
400	14,2	217	53500	53500	3130	3130
400	16,0	243	59300	59300	3480	3480

ANEXO F

PERFIL DE AÇO DE SEÇÃO TUBULAR CIRCULAR

Diâmetro Externo	Espessura	Área da seção	Momento de Inércia		Módulo de Resistência Plástico	
D (mm)	t (mm)	A (cm^2)	I_x (cm^4)	I_y (cm^4)	Z_x (cm^3)	Z_y (cm^3)
21,3	2,6	1,53	0,681	0,681	0,915	0,915
21,3	2,9	1,68	0,727	0,727	0,990	0,990
21,3	3,2	1,82	0,768	0,768	1,06	1,06
26,9	2,6	1,98	1,48	1,48	1,54	1,54
26,9	2,9	2,19	1,60	1,60	1,68	1,68
26,9	3,2	2,38	1,70	1,70	1,81	1,81
26,9	3,6	2,64	1,83	1,83	1,97	1,97
33,7	2,6	2,54	3,09	3,09	2,52	2,52
33,7	2,9	2,81	3,36	3,36	2,76	2,76
33,7	3,2	3,07	3,60	3,60	2,99	2,99
33,7	3,6	3,40	3,91	3,91	3,28	3,28
33,7	4,0	3,73	4,19	4,19	3,55	3,55
33,7	4,5	4,13	4,50	4,50	3,87	3,87
42,4	2,6	3,25	6,46	6,46	4,12	4,12
42,4	2,9	3,60	7,06	7,06	4,53	4,53
42,4	3,2	3,94	7,62	7,62	4,93	4,93
42,4	3,6	4,39	8,33	8,33	5,44	5,44
42,4	4,0	4,83	8,99	8,99	5,92	5,92
42,4	4,5	5,36	9,76	9,76	6,49	6,49
48,3	2,6	3,73	9,78	9,78	5,44	5,44
48,3	2,9	4,14	10,7	10,7	5,99	5,99
48,3	3,2	4,53	11,6	11,6	6,52	6,52
48,3	3,6	5,06	12,7	12,7	7,21	7,21
48,3	4,0	5,57	13,8	13,8	7,87	7,87
48,3	4,5	6,19	15,0	15,0	8,66	8,66
48,3	5,0	6,80	16,2	16,2	9,42	9,42
48,3	5,6	7,51	17,4	17,4	10,3	10,3
48,3	6,3	8,31	18,7	18,7	11,2	11,2
60,3	2,6	4,71	19,7	19,7	8,66	8,66
60,3	2,9	5,23	21,6	21,6	9,56	9,56
60,3	3,2	5,74	23,5	23,5	10,4	10,4
60,3	3,6	6,41	25,9	25,9	11,6	11,6
60,3	4,0	7,07	28,2	28,2	12,7	12,7
60,3	4,5	7,89	30,9	30,9	14,0	14,0
60,3	5,0	8,69	33,5	33,5	15,3	15,3

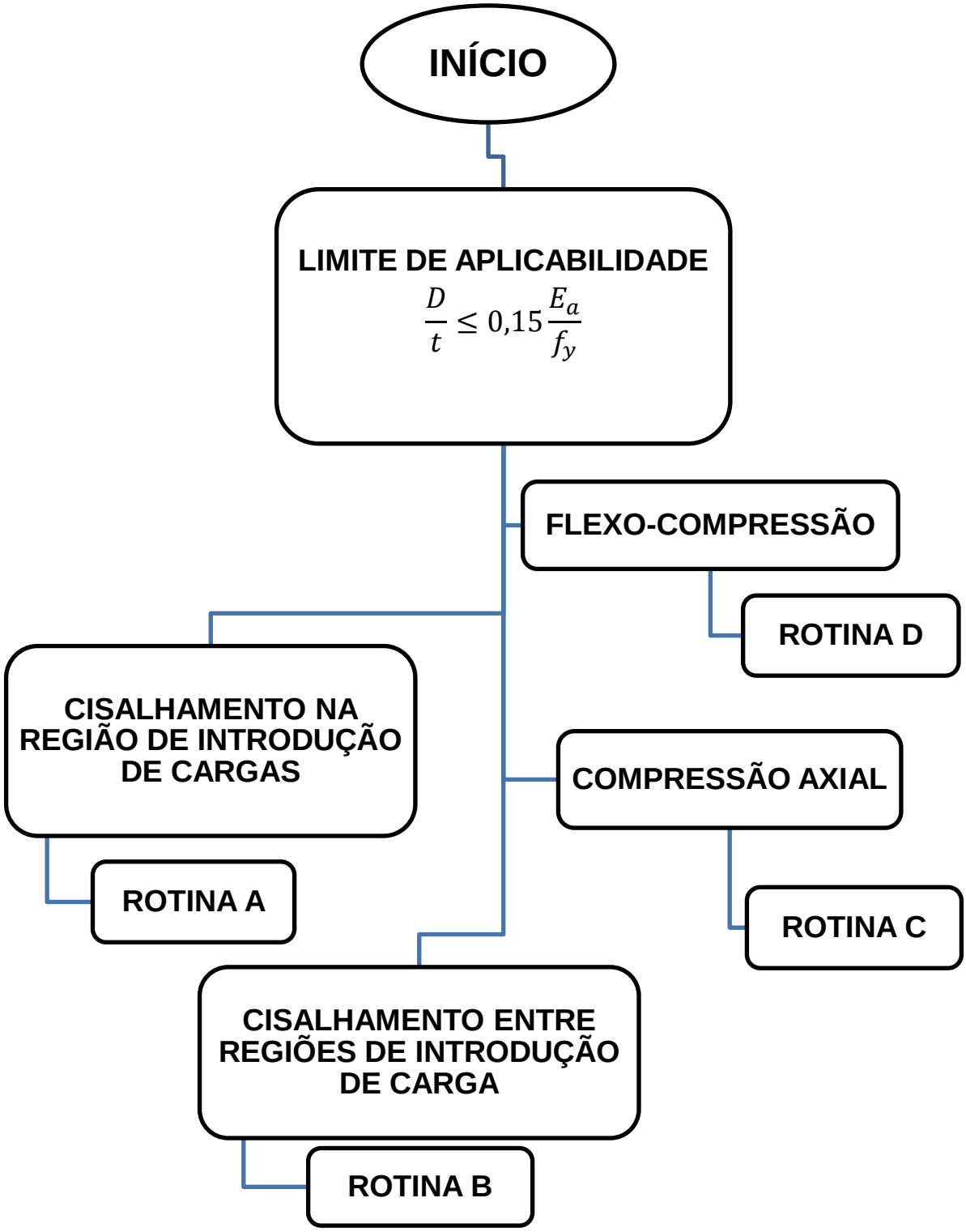
60,3	5,6	9,62	36,4	36,4	16,8	16,8
60,3	6,3	10,7	39,5	39,5	18,5	18,5
60,3	7,1	11,9	42,7	42,7	20,2	20,2
60,3	8,0	13,1	46,0	46,0	22,1	22,1
76,1	2,9	6,67	44,7	44,7	15,5	15,5
76,1	3,2	7,33	48,8	48,8	17,0	17,0
76,1	3,6	8,20	54,0	54,0	18,9	18,9
76,1	4,0	9,06	59,1	59,1	20,8	20,8
76,1	4,5	10,1	65,1	65,1	23,1	23,1
76,1	5,0	11,2	70,9	70,9	25,3	25,3
76,1	5,6	12,4	77,5	77,5	27,9	27,9
76,1	6,3	13,8	84,8	84,8	30,8	30,8
76,1	7,1	15,4	92,6	92,6	33,9	33,9
76,1	8,0	17,1	101	101	37,3	37,3
88,9	3,2	8,62	79,2	79,2	23,5	23,5
88,9	3,6	9,65	87,9	87,9	26,2	26,2
88,9	4,0	10,7	96,3	96,3	28,9	28,9
88,9	4,5	11,9	107	107	32,1	32,1
88,9	5,0	13,2	116	116	35,2	35,2
88,9	5,6	14,7	128	128	38,9	38,9
88,9	6,3	16,3	140	140	43,1	43,1
88,9	7,1	18,2	154	154	47,6	47,6
88,9	8,0	20,3	168	168	52,5	52,5
88,9	10,0	24,8	196	196	62,6	62,6
101,6	3,6	11,1	133	133	34,6	34,6
101,6	4,0	12,3	146	146	38,1	38,1
101,6	4,5	13,7	162	162	42,5	42,5
101,6	5,0	15,2	177	177	46,7	46,7
101,6	5,6	16,9	195	195	51,7	51,7
101,6	6,3	18,9	215	215	57,3	57,3
101,6	7,1	21,1	237	237	63,5	63,5
101,6	8,0	23,5	260	260	70,3	70,3
101,6	10,0	28,8	305	305	84,2	84,2
114,3	3,6	12,5	192	192	44,1	44,1
114,3	4,0	13,9	211	211	48,7	48,7
114,3	4,5	15,5	234	234	54,3	54,3
114,3	5,0	17,2	257	257	59,8	59,8
114,3	5,6	19,1	283	283	66,2	66,2
114,3	6,3	21,4	313	313	73,6	73,6
114,3	7,1	23,9	345	345	81,7	81,7
114,3	8,0	26,7	379	379	90,6	90,6
114,3	10,0	32,8	450	450	109	109
139,7	3,6	15,4	357	357	66,7	66,7
139,7	4,0	17,1	393	393	73,7	73,7
139,7	4,5	19,1	437	437	82,3	82,3
139,7	5,0	21,2	481	481	90,8	90,8

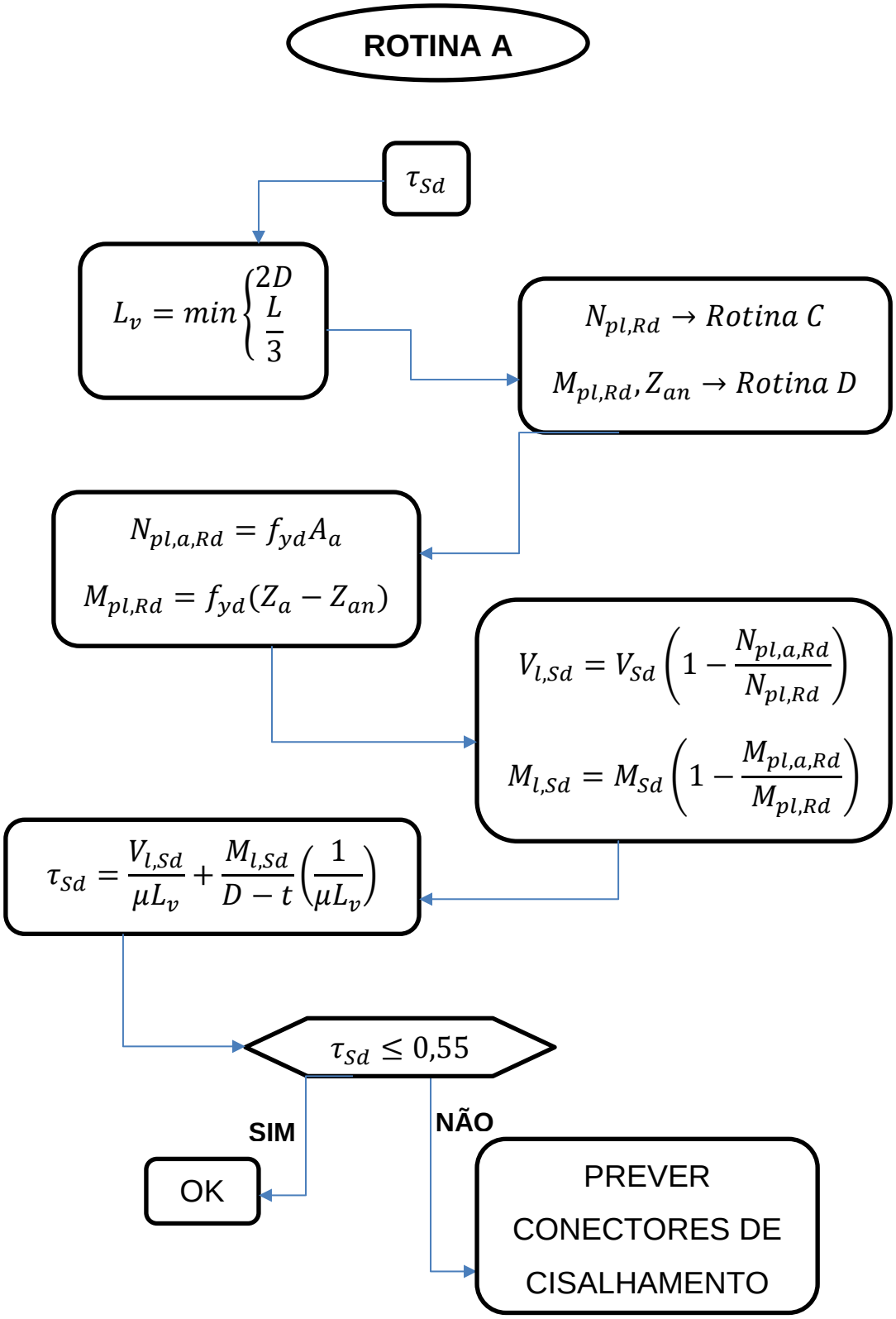
139,7	5,6	23,6	531	531	101	101
139,7	6,3	26,4	589	589	112	112
139,7	7,1	29,6	652	652	125	125
139,7	8,0	33,1	720	720	139	139
139,7	10,0	40,7	862	862	169	169
168,3	5,0	25,7	856	856	133	133
168,3	5,6	28,6	948	948	148	148
168,3	6,3	32,1	1050	1050	165	165
168,3	7,1	36,0	1170	1170	185	185
168,3	8,0	40,3	1300	1300	206	206
168,3	10,0	49,7	1560	1560	251	251
168,3	11,0	54,4	1690	1690	273	273
168,3	12,5	61,2	1870	1870	304	304
193,7	5,0	29,6	1320	1320	178	178
193,7	5,6	33,1	1460	1460	198	198
193,7	6,3	37,1	1630	1630	221	221
193,7	7,1	41,6	1810	1810	247	247
193,7	8,0	46,7	2020	2020	276	276
193,7	10,0	57,7	2440	2440	338	338
193,7	11,0	63,1	2640	2640	368	368
193,7	12,5	71,2	2930	2930	411	411
193,7	14,2	80,1	3240	3240	458	458
193,7	16,0	89,3	3550	3550	507	507
219,1	4,5	30,3	1750	1750	207	207
219,1	5,0	33,6	1930	1930	229	229
219,1	5,6	37,6	2140	2140	255	255
219,1	6,3	42,1	2390	2390	285	285
219,1	7,1	47,3	2660	2660	319	319
219,1	8,0	53,1	2960	2960	357	357
219,1	10,0	65,7	3600	3600	438	438
219,1	11,0	71,9	3900	3900	477	477
219,1	12,5	81,1	4340	4340	534	534
219,1	14,2	91,4	4820	4820	597	597
219,1	16,0	102	5300	5300	661	661
244,5	5,0	37,6	2700	2700	287	287
244,5	5,6	42,0	3000	3000	320	320
244,5	6,3	47,1	3350	3350	358	358
244,5	7,1	53,0	3730	3730	400	400
244,5	8,0	59,4	4160	4160	448	448
244,5	10,0	73,7	5070	5070	550	550
244,5	11,0	80,7	5510	5510	600	600
244,5	12,5	91,1	6150	6150	673	673
244,5	14,2	103	6840	6840	754	754
244,5	16,0	115	7530	7530	837	837
273,0	5,0	42,1	3780	3780	359	359
273,0	5,6	47,0	4210	4210	400	400

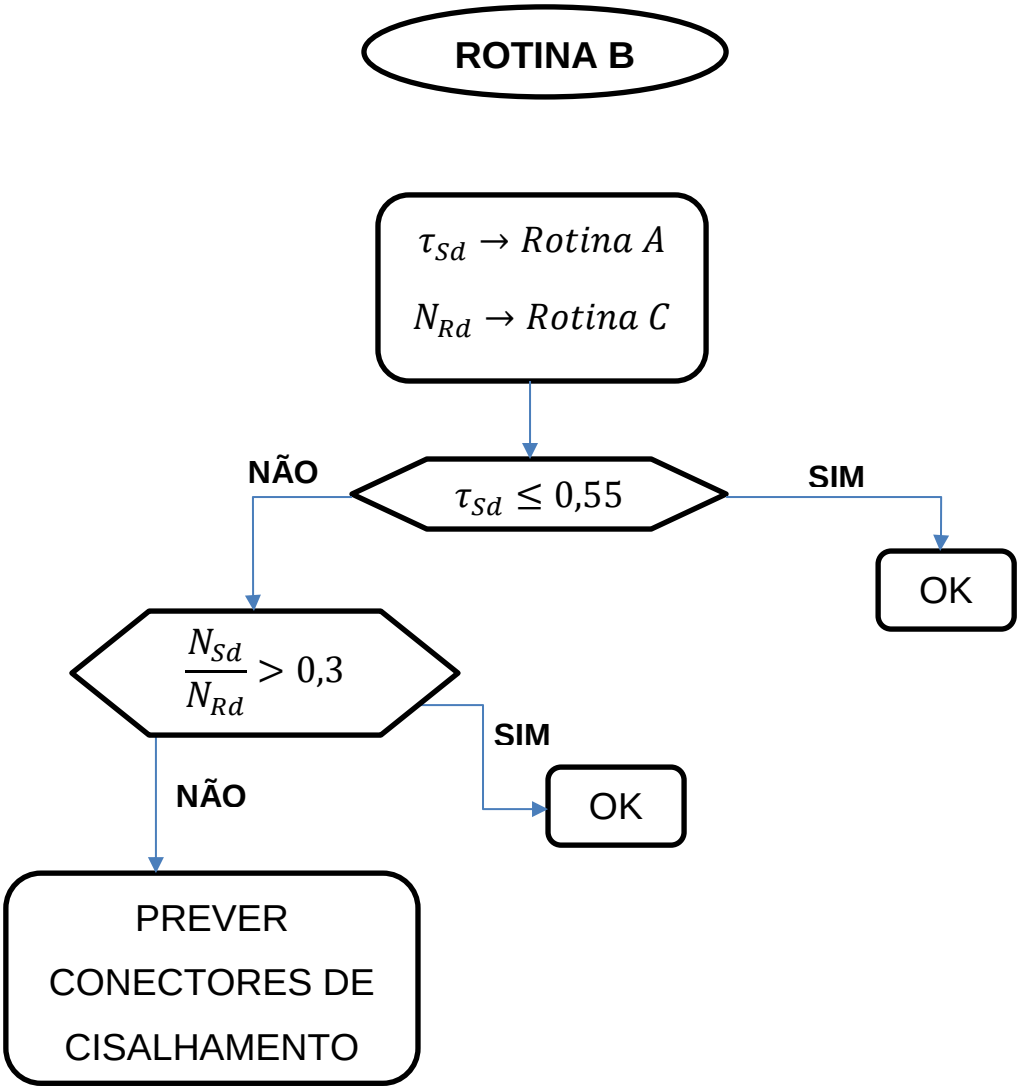
273,0	6,3	52,8	4700	4700	448	448
273,0	7,1	59,3	5240	5240	502	502
273,0	8,0	66,6	5850	5850	562	562
273,0	10,0	82,6	7150	7150	692	692
273,0	11,0	90,5	7780	7780	756	756
273,0	12,5	102	8700	8700	849	849
273,0	14,2	115	9700	9700	952	952
273,0	16,0	129	10700	10700	1060	1060
323,9	5,0	50,1	6370	6370	509	509
323,9	5,6	56,0	7090	7090	567	567
323,9	6,3	62,9	7930	7930	636	636
323,9	7,1	70,7	8870	8870	713	713
323,9	8,0	79,4	9910	9910	799	799
323,9	10,0	98,6	12200	12200	986	986
323,9	11,0	108	13200	13200	1080	1080
323,9	12,5	122	14800	14800	1210	1210
323,9	14,2	138	16600	16600	1360	1360
323,9	16,0	155	18400	18400	1520	1520
355,6	6,3	69,1	10500	10500	769	769
355,6	7,1	77,7	11800	11800	862	862
355,6	8,0	87,4	13200	13200	967	967
355,6	10,0	109	16200	16200	1200	1200
355,6	11,0	119	17700	17700	1310	1310
355,6	12,5	135	19900	19900	1470	1470
355,6	14,2	152	22200	22200	1660	1660
355,6	16,0	171	24700	24700	1850	1850
406,4	10,0	125	24500	24500	1570	1570
406,4	11,0	137	26700	26700	1720	1720
406,4	12,5	155	30000	30000	1940	1940
406,4	14,2	175	33700	33700	2180	2180
406,4	16,0	196	37400	37400	2440	2440
457,0	10,0	140	35100	35100	2000	2000
457,0	11,0	154	38300	38300	2190	2190
457,0	12,5	175	43100	43100	2470	2470
457,0	14,2	198	48500	48500	2780	2780
457,0	16,0	222	54000	54000	3110	3110
508,0	10,0	156	48500	48500	2480	2480
508,0	11,0	172	53100	53100	2720	2720
508,0	12,5	195	59800	59800	3070	3070
508,0	14,2	220	67200	67200	3460	3460
508,0	16,0	247	74900	74900	3870	3870

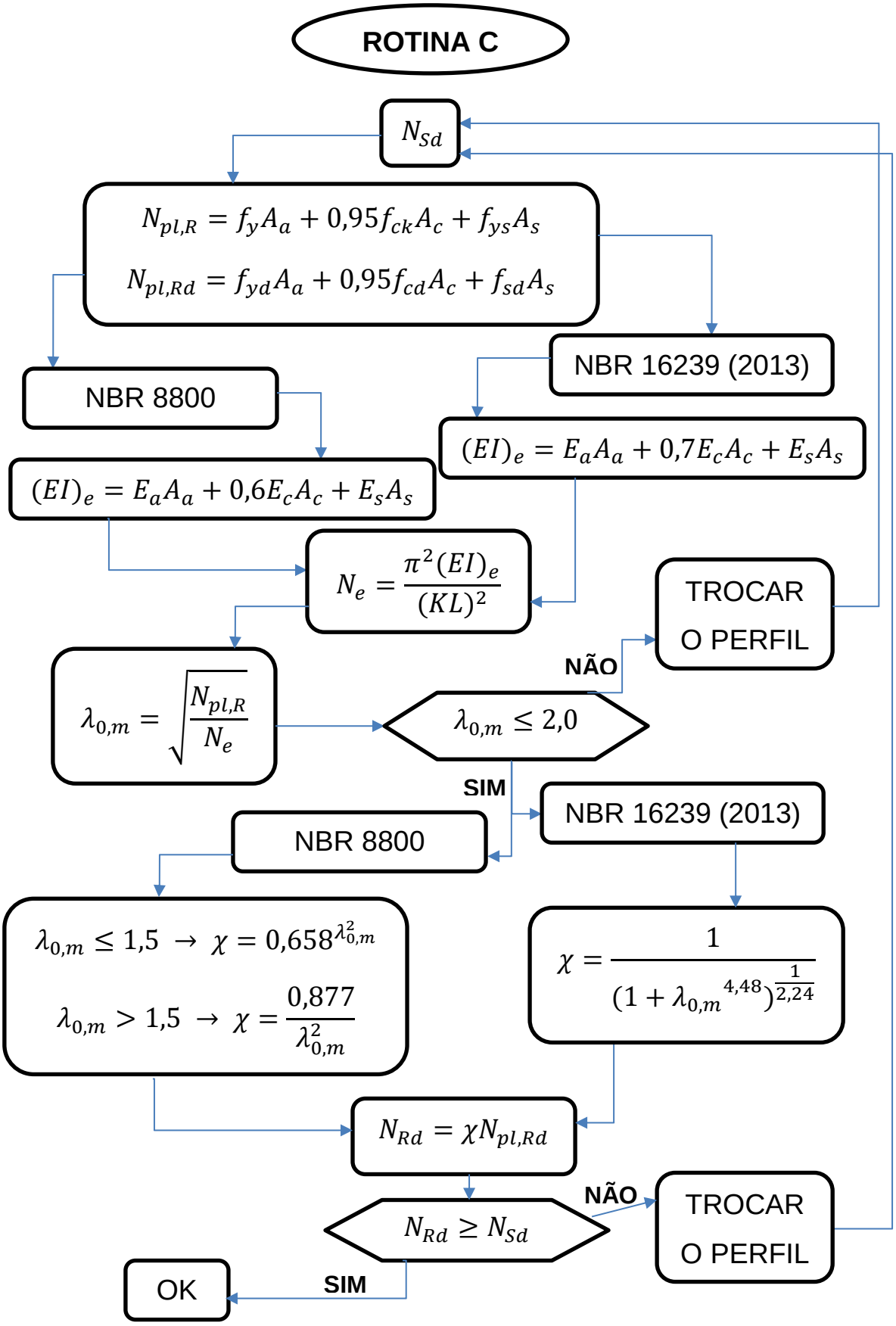
APÊNDICE

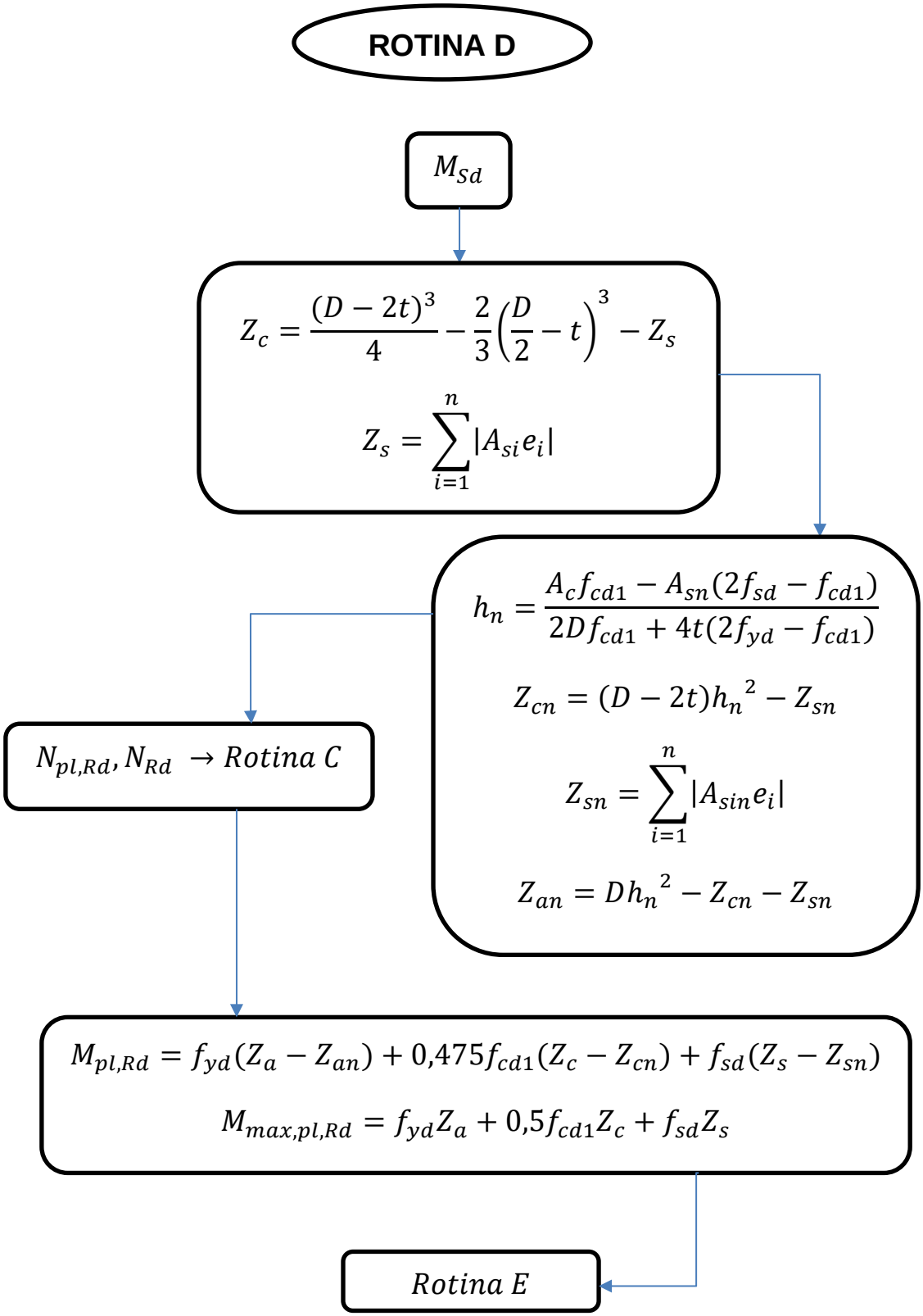
FLUXOGRAMA PARA O CÁLCULO DE PILAR MISTO PREENCHIDO CIRCULAR - NBR 8800:2008 E NBR 16239:2013

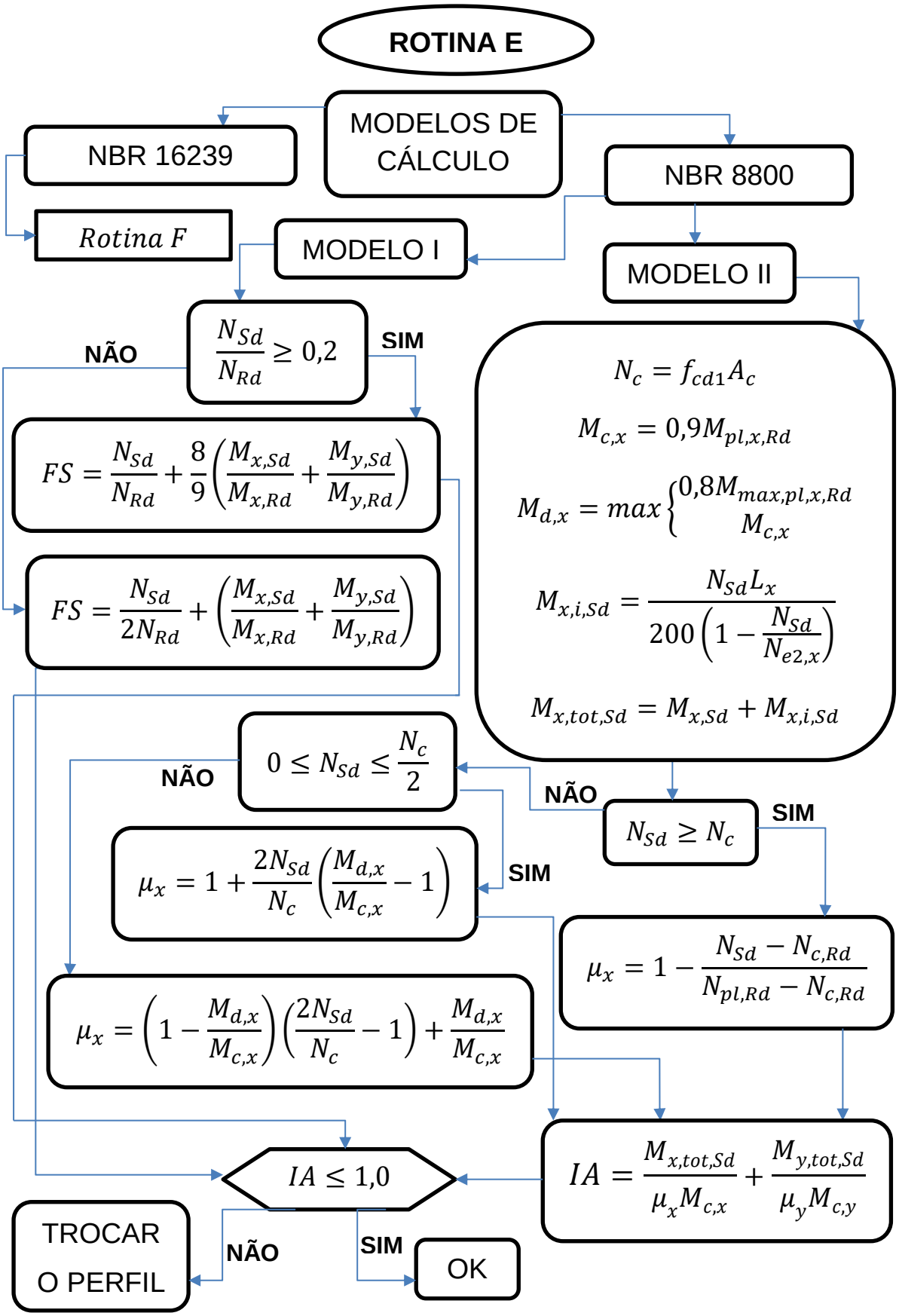


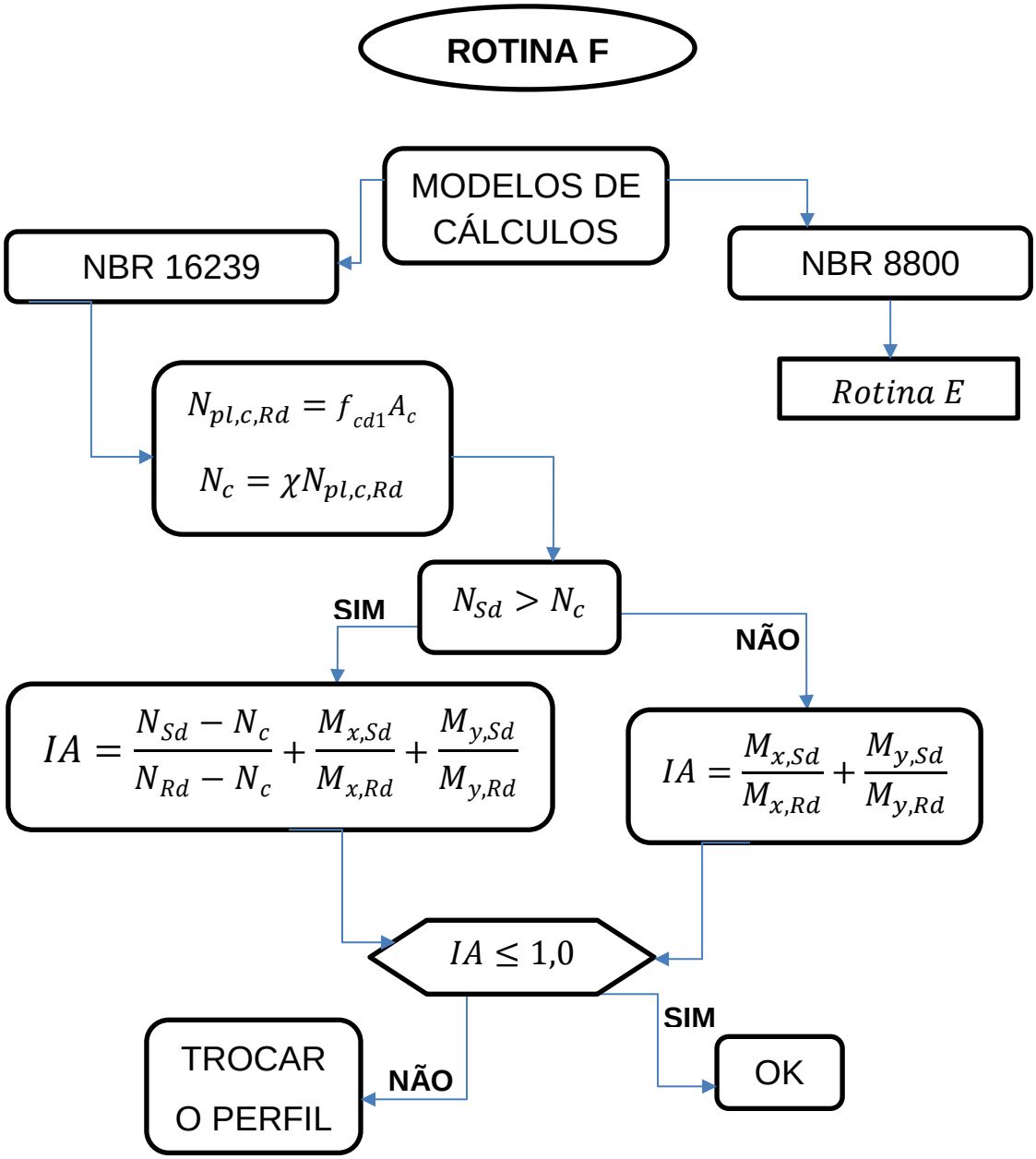

ROTINA A
τ_{Sd}
$L_v = min\begin{cases}2D \\ \frac{L}{3}\end{cases}$
$N_{pl,Rd} \rightarrow Rotina\ C$
$M_{pl,Rd}, Z_{an} \rightarrow Rotina\ D$
$N_{pl,a,Rd} = f_{yd}A_a$
$M_{pl,Rd} = f_{yd}(Z_a - Z_{an})$
$V_{l,Sd} = V_{Sd}\left(1 - \frac{N_{pl,a,Rd}}{N_{pl,Rd}}\right)$
$M_{l,Sd} = M_{Sd}\left(1 - \frac{M_{pl,a,Rd}}{M_{pl,Rd}}\right)$
$\tau_{Sd} = \frac{V_{l,Sd}}{\mu L_v} + \frac{M_{l,Sd}}{D-t}\left(\frac{1}{\mu L_v}\right)$
$\tau_{Sd} \leq 0{,}55$
SIM
NÃO
OK
PREVER CONECTORES DE CISALHAMENTO


ROTINA B
$\tau_{Sd} \rightarrow Rotina\ A$
$N_{Rd} \rightarrow Rotina\ C$
NÃO
$\tau_{Sd} \leq 0{,}55$
SIM
OK
$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} > 0{,}3$
SIM
NÃO
OK
PREVER CONECTORES DE CISALHAMENTO

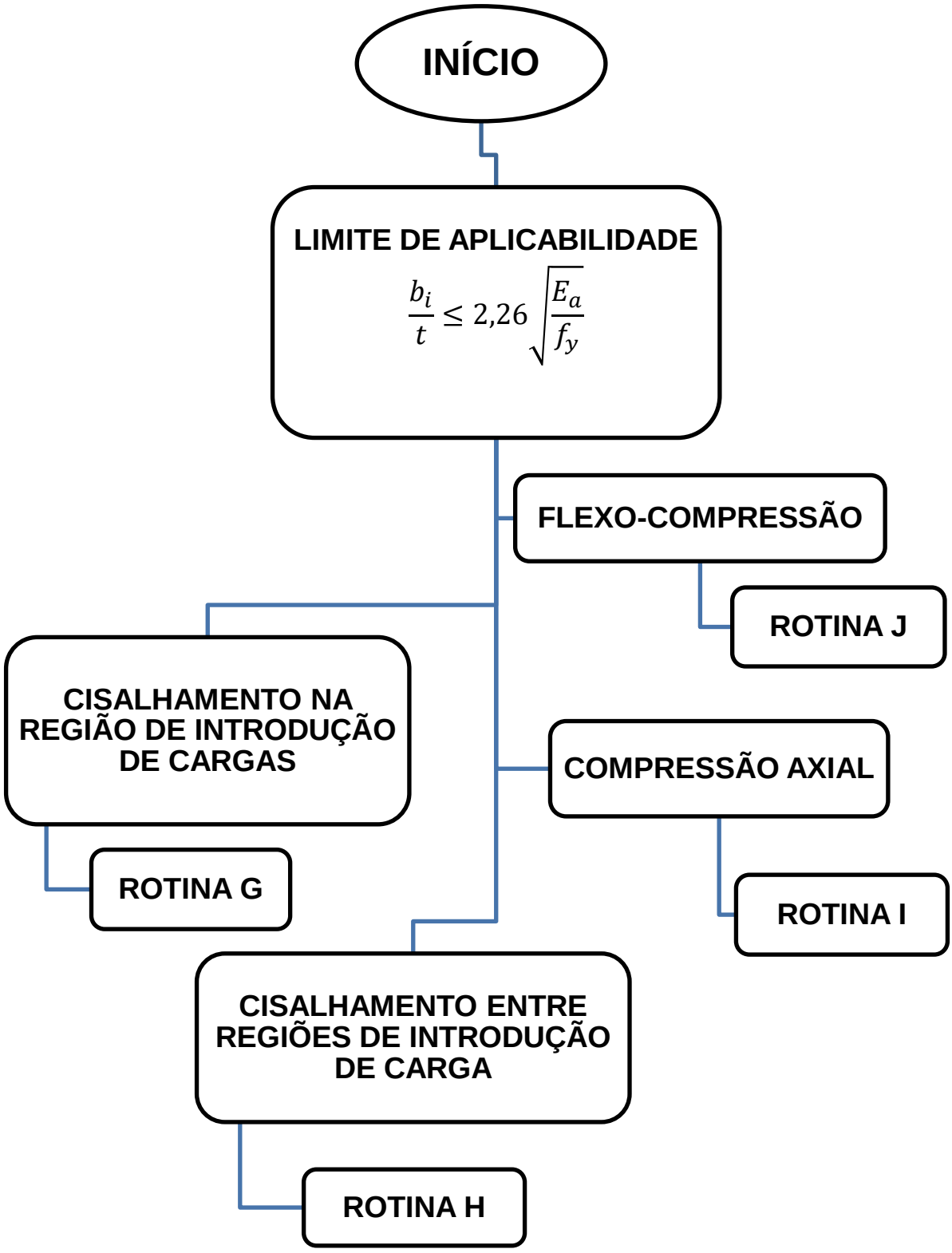

ROTINA C
N_{Sd}
$N_{pl,R} = f_y A_a + 0{,}95 f_{ck} A_c + f_{ys} A_s$
$N_{pl,Rd} = f_{yd} A_a + 0{,}95 f_{cd} A_c + f_{sd} A_s$
NBR 8800
NBR 16239 (2013)
$(EI)_e = E_a A_a + 0{,}6 E_c A_c + E_s A_s$
$(EI)_e = E_a A_a + 0{,}7 E_c A_c + E_s A_s$
$N_e = \frac{\pi^2 (EI)_e}{(KL)^2}$
$\lambda_{0,m} = \sqrt{\frac{N_{pl,R}}{N_e}}$
$\lambda_{0,m} \leq 2{,}0$
NÃO
TROCAR O PERFIL
SIM
NBR 16239 (2013)
NBR 8800
$\lambda_{0,m} \leq 1{,}5 \rightarrow \chi = 0{,}658^{\lambda_{0,m}^2}$
$\lambda_{0,m} > 1{,}5 \rightarrow \chi = \frac{0{,}877}{\lambda_{0,m}^2}$
$\chi = \frac{1}{(1 + \lambda_{0,m}{}^{4{,}48})^{\frac{1}{2{,}24}}}$
$N_{Rd} = \chi N_{pl,Rd}$
$N_{Rd} \geq N_{Sd}$
NÃO
TROCAR O PERFIL
SIM
OK

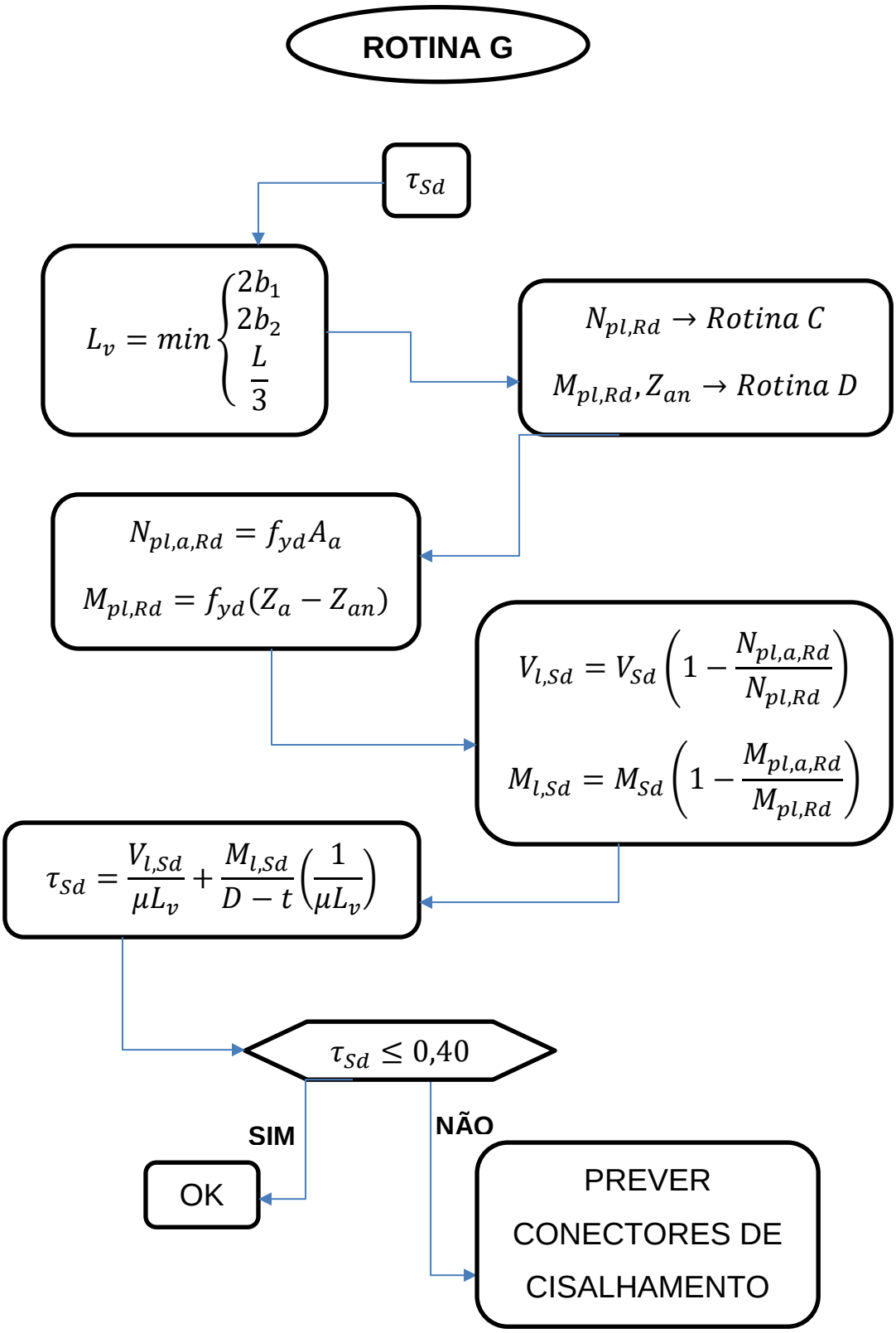

ROTINA D
M_{Sd}
$Z_c = \frac{(D-2t)^3}{4} - \frac{2}{3}\left(\frac{D}{2} - t\right)^3 - Z_s$
$Z_s = \sum_{i=1}^{n} |A_{si} e_i|$
$h_n = \frac{A_c f_{cd1} - A_{sn}(2f_{sd} - f_{cd1})}{2D f_{cd1} + 4t(2f_{yd} - f_{cd1})}$
$Z_{cn} = (D-2t) h_n{}^2 - Z_{sn}$
$Z_{sn} = \sum_{i=1}^{n} |A_{sin} e_i|$
$Z_{an} = D h_n{}^2 - Z_{cn} - Z_{sn}$
$N_{pl,Rd}, N_{Rd} \rightarrow Rotina\ C$
$M_{pl,Rd} = f_{yd}(Z_a - Z_{an}) + 0{,}475 f_{cd1}(Z_c - Z_{cn}) + f_{sd}(Z_s - Z_{sn})$
$M_{max,pl,Rd} = f_{yd} Z_a + 0{,}5 f_{cd1} Z_c + f_{sd} Z_s$
Rotina E

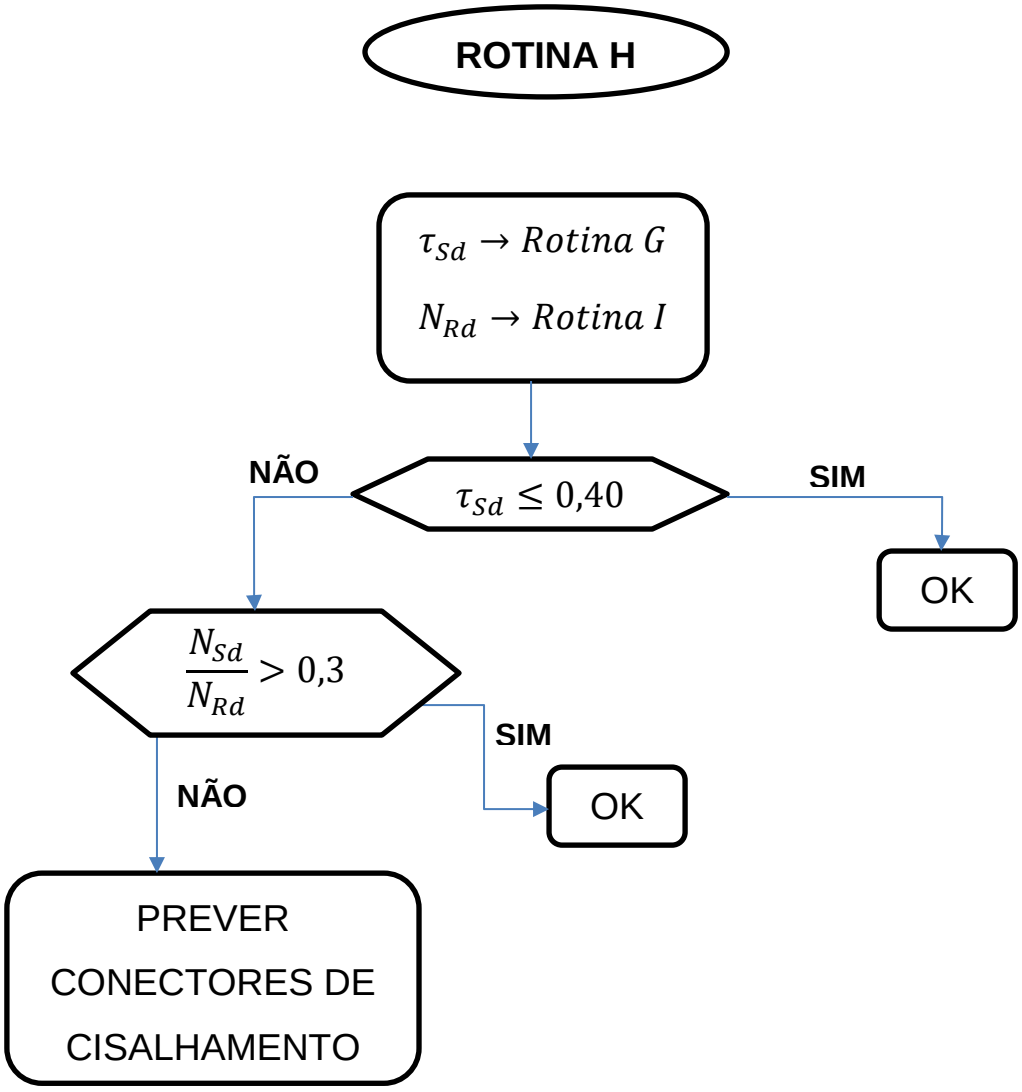

ROTINA E
MODELOS DE CÁLCULO
NBR 16239
NBR 8800
Rotina F
MODELO I
MODELO II
$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \geq 0{,}2$
NÃO
SIM
$FS = \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9}\left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}}\right)$
$FS = \frac{N_{Sd}}{2N_{Rd}} + \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}}\right)$
$N_c = f_{cd1}A_c$
$M_{c,x} = 0{,}9M_{pl,x,Rd}$
$M_{d,x} = max\begin{cases}0{,}8M_{max,pl,x,Rd}\\ M_{c,x}\end{cases}$
$M_{x,i,Sd} = \frac{N_{Sd}L_x}{200\left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_{e2,x}}\right)}$
$M_{x,tot,Sd} = M_{x,Sd} + M_{x,i,Sd}$
$0 \leq N_{Sd} \leq \frac{N_c}{2}$
NÃO
$N_{Sd} \geq N_c$
NÃO
SIM
SIM
$\mu_x = 1 + \frac{2N_{Sd}}{N_c}\left(\frac{M_{d,x}}{M_{c,x}} - 1\right)$
$\mu_x = 1 - \frac{N_{Sd} - N_{c,Rd}}{N_{pl,Rd} - N_{c,Rd}}$
$\mu_x = \left(1 - \frac{M_{d,x}}{M_{c,x}}\right)\left(\frac{2N_{Sd}}{N_c} - 1\right) + \frac{M_{d,x}}{M_{c,x}}$
$IA = \frac{M_{x,tot,Sd}}{\mu_x M_{c,x}} + \frac{M_{y,tot,Sd}}{\mu_y M_{c,y}}$
$IA \leq 1{,}0$
TROCAR O PERFIL
NÃO
SIM
OK

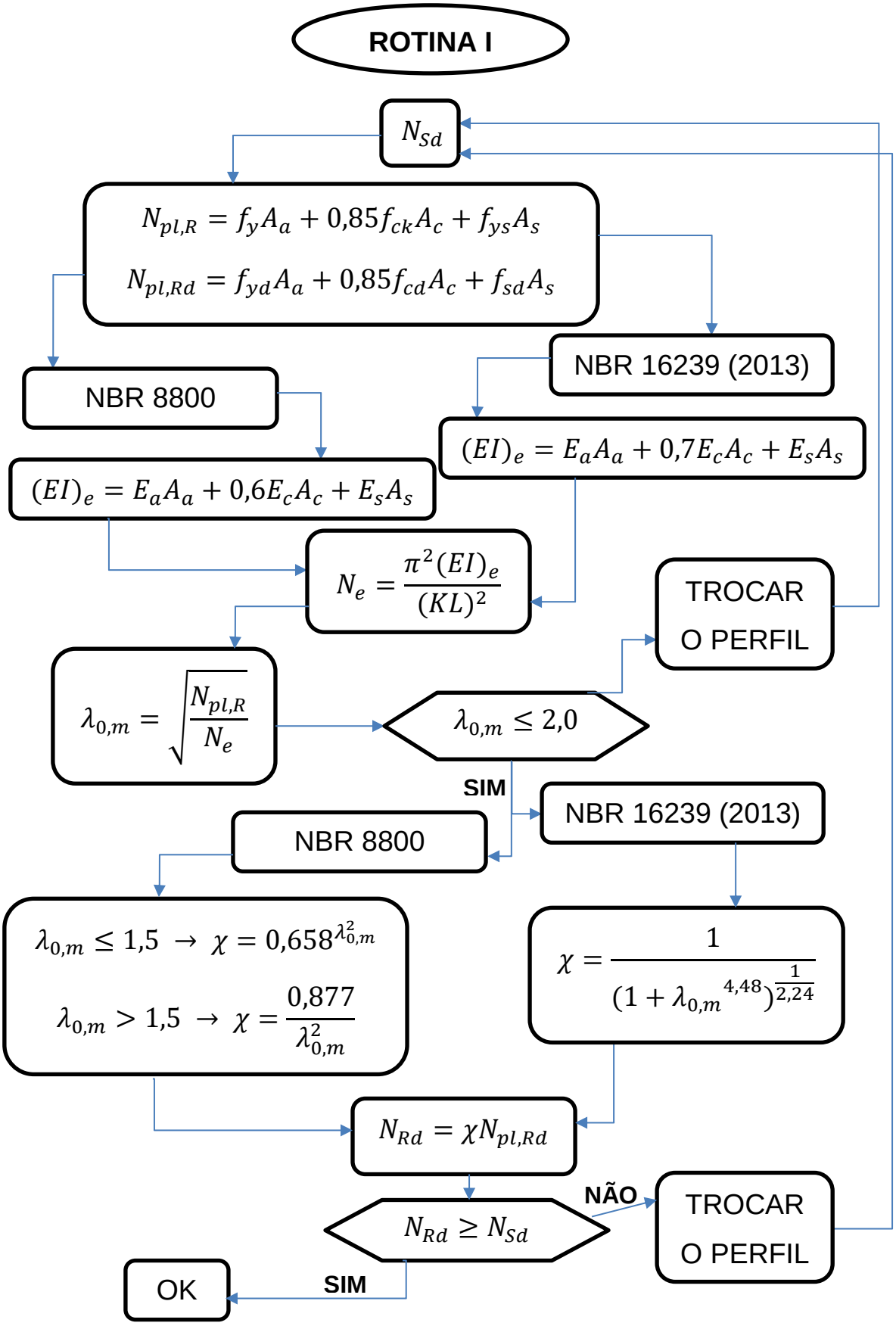

ROTINA F
MODELOS DE CÁLCULOS
NBR 16239
NBR 8800
Rotina E
$N_{pl,c,Rd} = f_{cd1} A_c$
$N_c = \chi N_{pl,c,Rd}$
$N_{Sd} > N_c$
SIM
NÃO
$IA = \frac{N_{Sd} - N_c}{N_{Rd} - N_c} + \frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}}$
$IA = \frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}}$
$IA \leq 1{,}0$
SIM
NÃO
TROCAR O PERFIL
OK

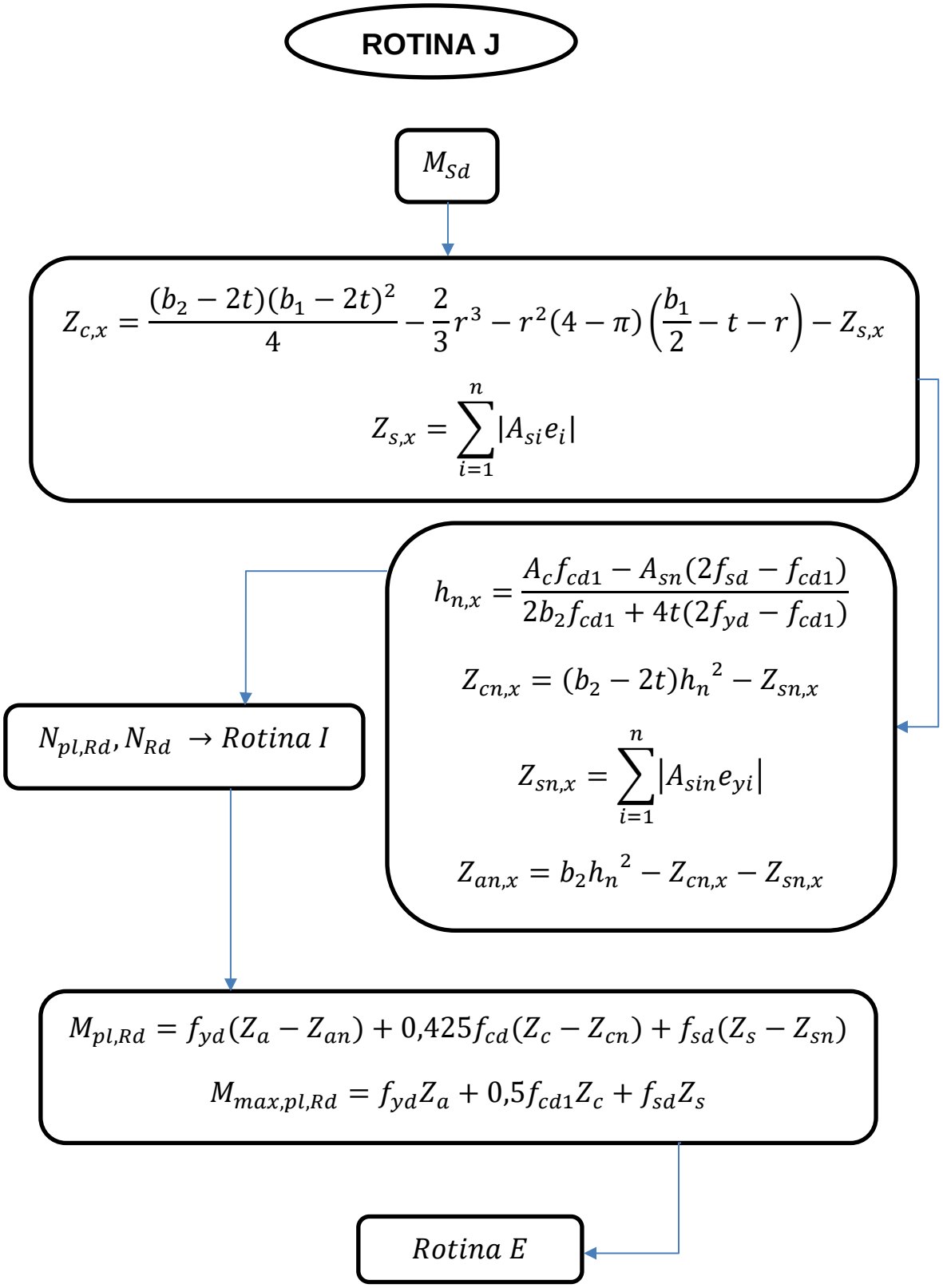
FLUXOGRAMA PARA O CÁLCULO DE PILAR MISTO PREENCHIDO RETANGULAR E QUADRADA - NBR 8800:2008 E NBR 16239:2013



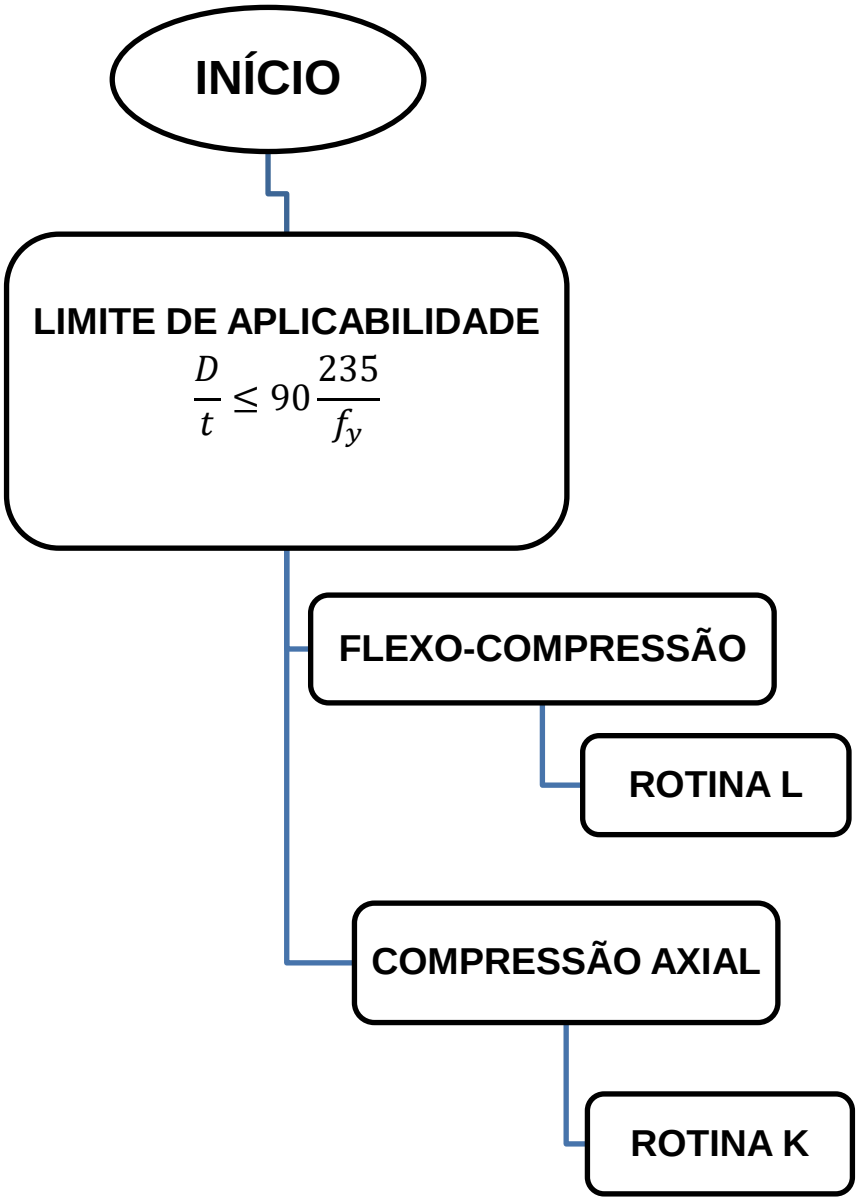

ROTINA G
τ_{Sd}
$L_v = min \begin{cases} 2b_1 \\ 2b_2 \\ \frac{L}{3} \end{cases}$
$N_{pl,Rd} \rightarrow Rotina\ C$
$M_{pl,Rd}, Z_{an} \rightarrow Rotina\ D$
$N_{pl,a,Rd} = f_{yd} A_a$
$M_{pl,Rd} = f_{yd}(Z_a - Z_{an})$
$V_{l,Sd} = V_{Sd}\left(1 - \frac{N_{pl,a,Rd}}{N_{pl,Rd}}\right)$
$M_{l,Sd} = M_{Sd}\left(1 - \frac{M_{pl,a,Rd}}{M_{pl,Rd}}\right)$
$\tau_{Sd} = \frac{V_{l,Sd}}{\mu L_v} + \frac{M_{l,Sd}}{D - t}\left(\frac{1}{\mu L_v}\right)$
$\tau_{Sd} \leq 0{,}40$
SIM
NÃO
OK
PREVER CONECTORES DE CISALHAMENTO

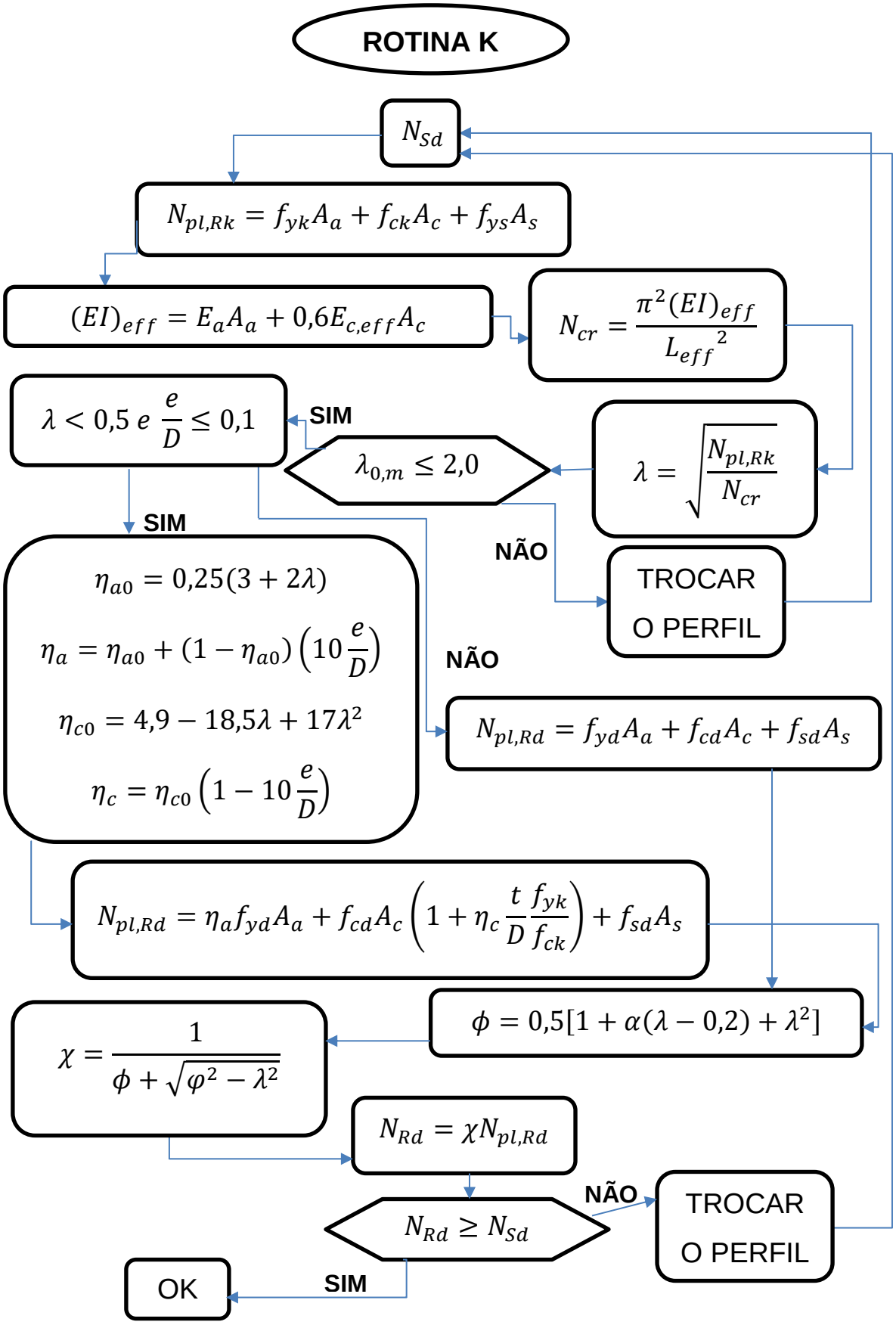

ROTINA H
$\tau_{Sd} \rightarrow Rotina\ G$
$N_{Rd} \rightarrow Rotina\ I$
NÃO
$\tau_{Sd} \leq 0{,}40$
SIM
OK
$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} > 0{,}3$
SIM
OK
NÃO
PREVER CONECTORES DE CISALHAMENTO

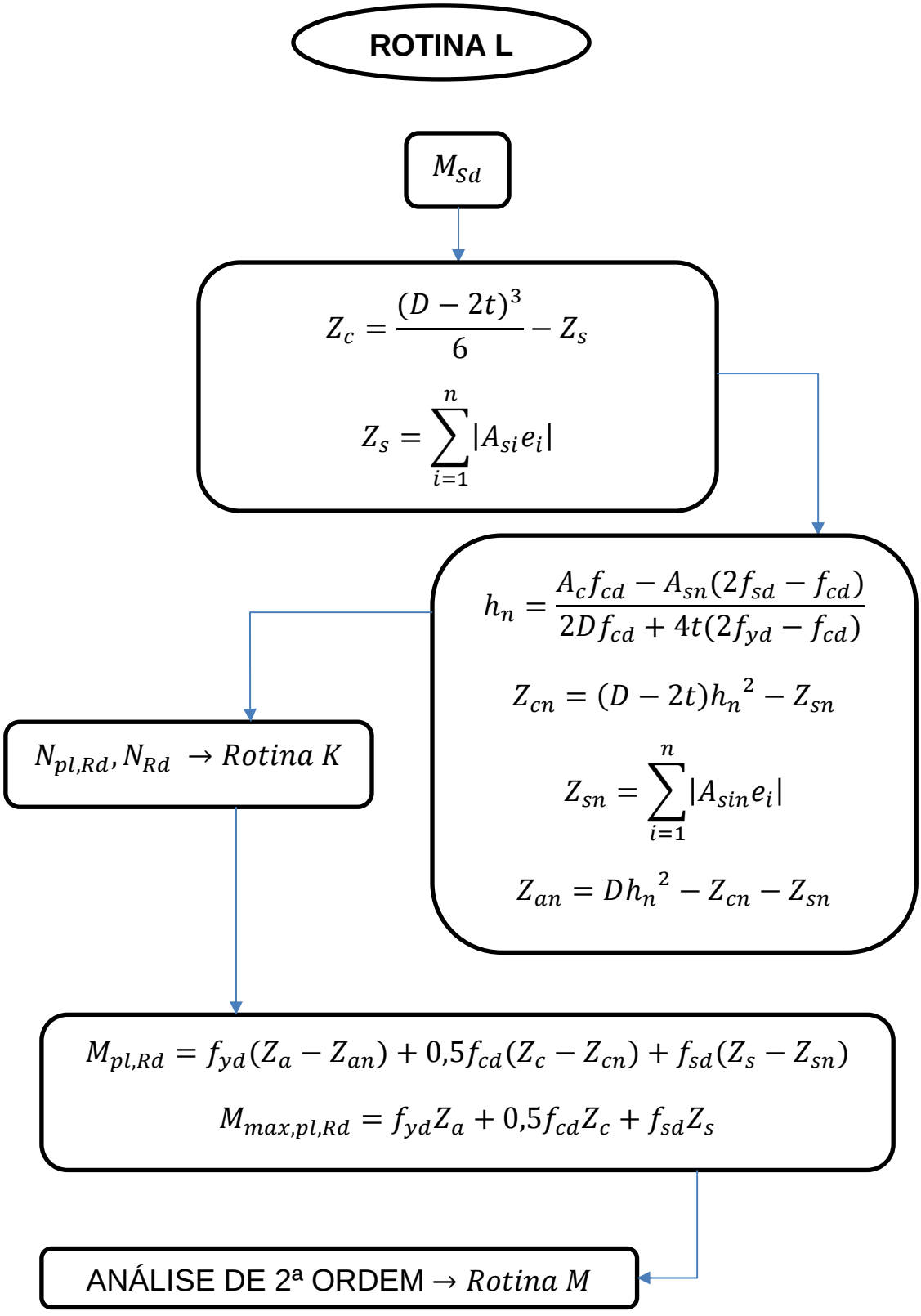

ROTINA I
N_{Sd}
$N_{pl,R} = f_y A_a + 0{,}85 f_{ck} A_c + f_{ys} A_s$
$N_{pl,Rd} = f_{yd} A_a + 0{,}85 f_{cd} A_c + f_{sd} A_s$
NBR 8800
NBR 16239 (2013)
$(EI)_e = E_a A_a + 0{,}6 E_c A_c + E_s A_s$
$(EI)_e = E_a A_a + 0{,}7 E_c A_c + E_s A_s$
$N_e = \frac{\pi^2 (EI)_e}{(KL)^2}$
TROCAR O PERFIL
$\lambda_{0,m} = \sqrt{\frac{N_{pl,R}}{N_e}}$
$\lambda_{0,m} \leq 2{,}0$
SIM
NBR 16239 (2013)
NBR 8800
$\lambda_{0,m} \leq 1{,}5 \rightarrow \chi = 0{,}658^{\lambda_{0,m}^2}$
$\lambda_{0,m} > 1{,}5 \rightarrow \chi = \frac{0{,}877}{\lambda_{0,m}^2}$
$\chi = \frac{1}{(1 + \lambda_{0,m}{}^{4{,}48})^{\frac{1}{2{,}24}}}$
$N_{Rd} = \chi N_{pl,Rd}$
NÃO
$N_{Rd} \geq N_{Sd}$
TROCAR O PERFIL
SIM
OK

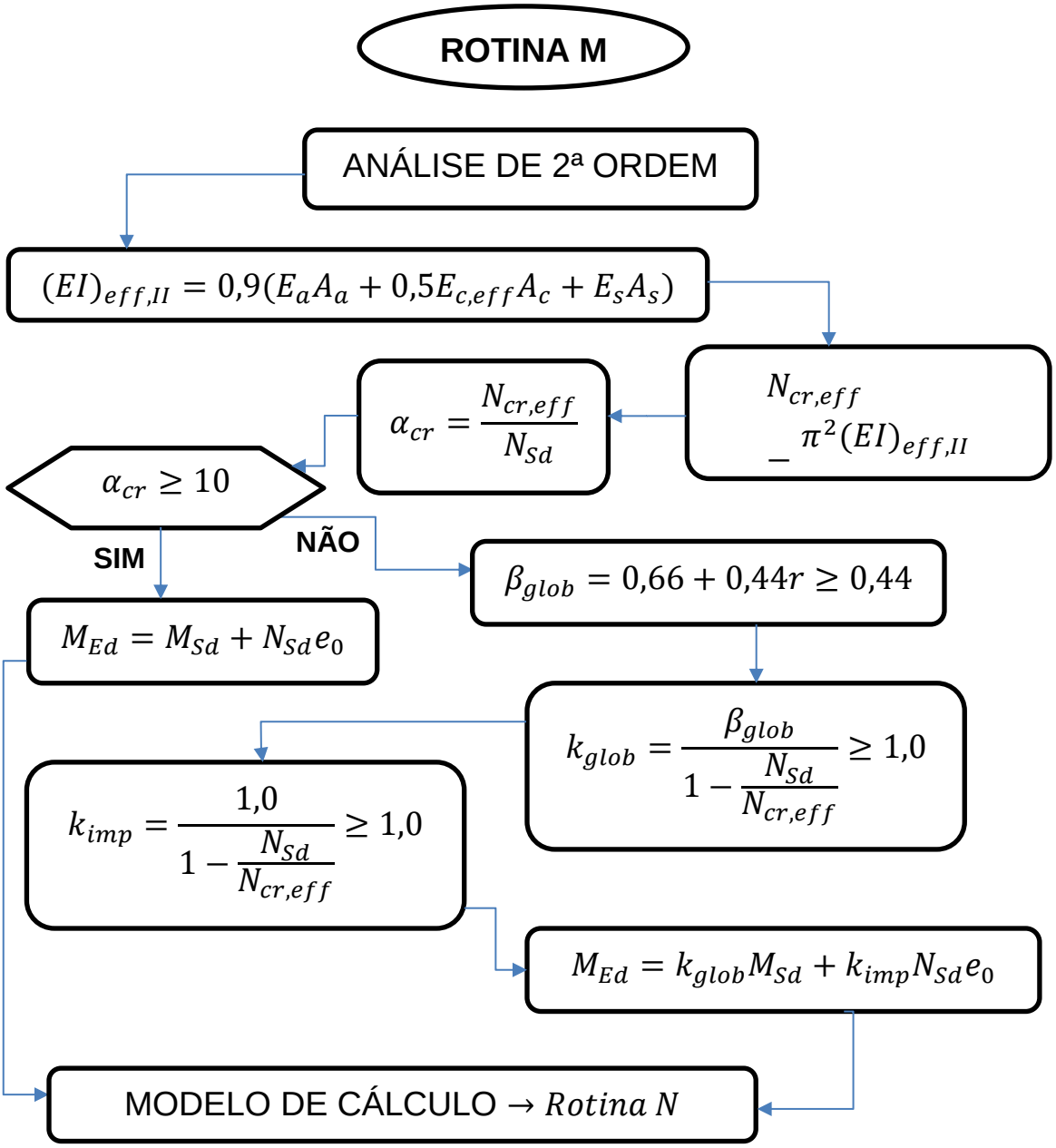

ROTINA J
M_{Sd}
$Z_{c,x} = \frac{(b_2 - 2t)(b_1 - 2t)^2}{4} - \frac{2}{3}r^3 - r^2(4 - \pi)\left(\frac{b_1}{2} - t - r\right) - Z_{s,x}$
$Z_{s,x} = \sum_{i=1}^{n} |A_{si} e_i|$
$h_{n,x} = \frac{A_c f_{cd1} - A_{sn}(2f_{sd} - f_{cd1})}{2b_2 f_{cd1} + 4t(2f_{yd} - f_{cd1})}$
$Z_{cn,x} = (b_2 - 2t)h_n{}^2 - Z_{sn,x}$
$Z_{sn,x} = \sum_{i=1}^{n} |A_{sin} e_{yi}|$
$Z_{an,x} = b_2 h_n{}^2 - Z_{cn,x} - Z_{sn,x}$
$N_{pl,Rd}, N_{Rd} \rightarrow Rotina\ I$
$M_{pl,Rd} = f_{yd}(Z_a - Z_{an}) + 0{,}425 f_{cd}(Z_c - Z_{cn}) + f_{sd}(Z_s - Z_{sn})$
$M_{max,pl,Rd} = f_{yd} Z_a + 0{,}5 f_{cd1} Z_c + f_{sd} Z_s$
Rotina E

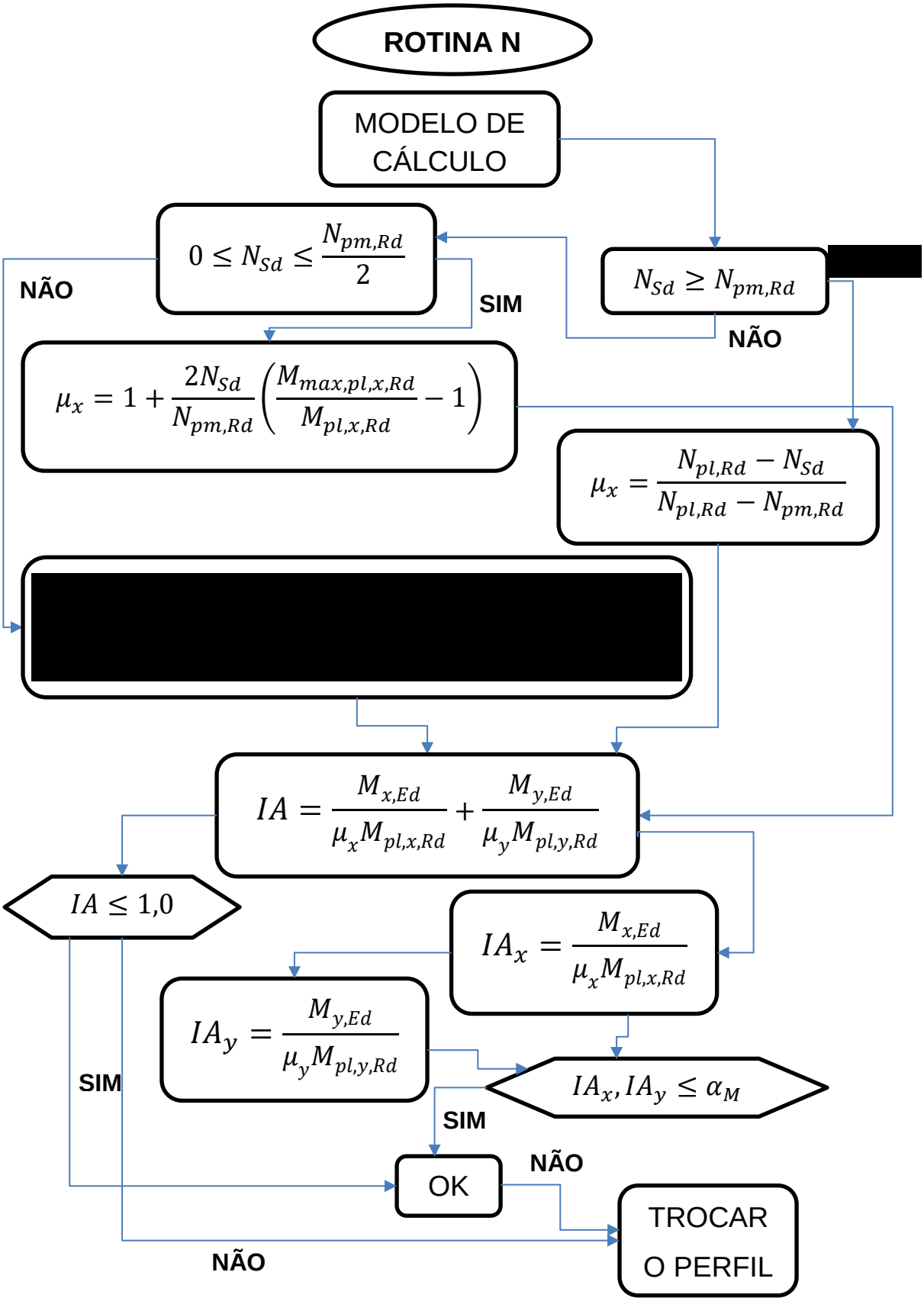
FLUXOGRAMA PARA O CÁLCULO DE PILAR MISTO PREENCHIDO CIRCULAR – EN 1994-1-1 (2004)



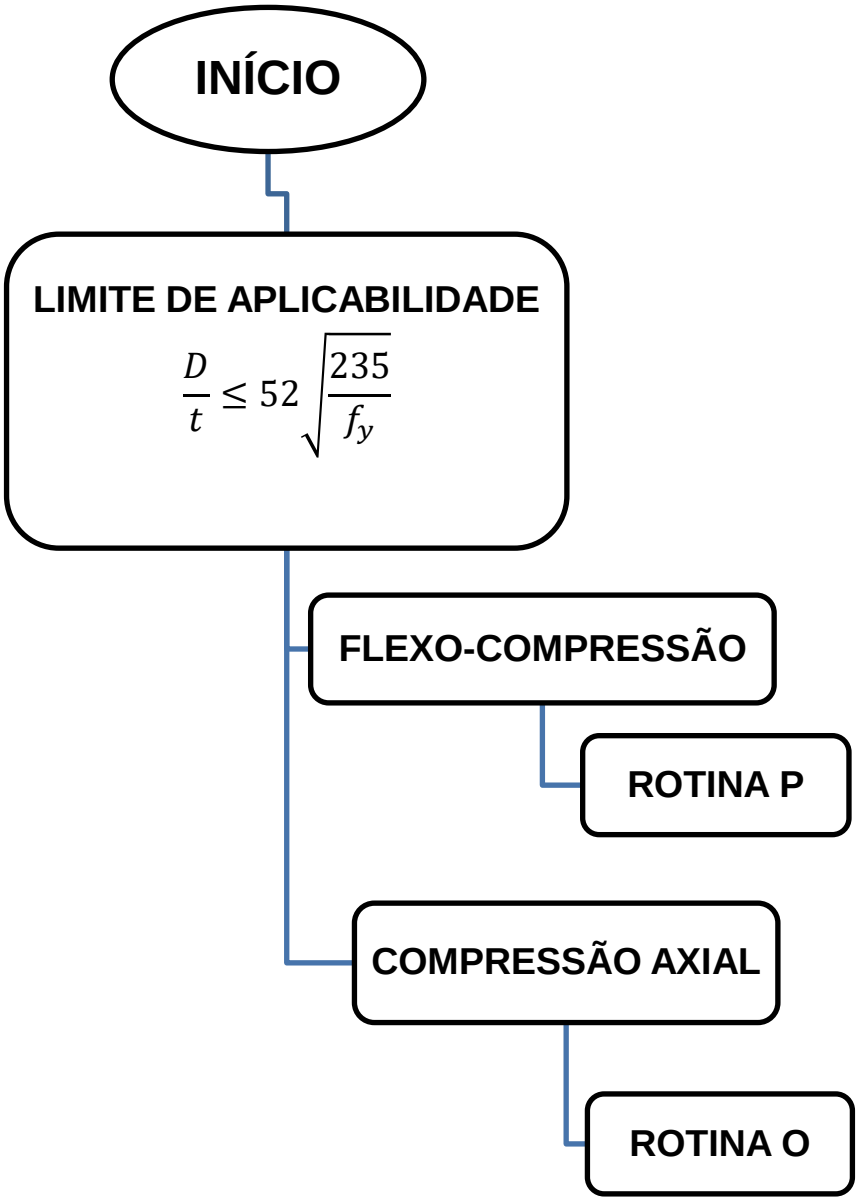

ROTINA K
N_{Sd}
$N_{pl,Rk} = f_{yk}A_a + f_{ck}A_c + f_{ys}A_s$
$(EI)_{eff} = E_aA_a + 0{,}6E_{c,eff}A_c$
$N_{cr} = \frac{\pi^2(EI)_{eff}}{L_{eff}^2}$
$\lambda < 0{,}5\ e\ \frac{e}{D} \leq 0{,}1$
SIM
$\lambda_{0,m} \leq 2{,}0$
$\lambda = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}}$
SIM
NÃO
TROCAR O PERFIL
$\eta_{a0} = 0{,}25(3 + 2\lambda)$
$\eta_a = \eta_{a0} + (1 - \eta_{a0})\left(10\frac{e}{D}\right)$
$\eta_{c0} = 4{,}9 - 18{,}5\lambda + 17\lambda^2$
$\eta_c = \eta_{c0}\left(1 - 10\frac{e}{D}\right)$
NÃO
$N_{pl,Rd} = f_{yd}A_a + f_{cd}A_c + f_{sd}A_s$
$N_{pl,Rd} = \eta_a f_{yd}A_a + f_{cd}A_c\left(1 + \eta_c\frac{t}{D}\frac{f_{yk}}{f_{ck}}\right) + f_{sd}A_s$
$\phi = 0{,}5[1 + \alpha(\lambda - 0{,}2) + \lambda^2]$
$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\varphi^2 - \lambda^2}}$
$N_{Rd} = \chi N_{pl,Rd}$
NÃO
$N_{Rd} \geq N_{Sd}$
TROCAR O PERFIL
SIM
OK

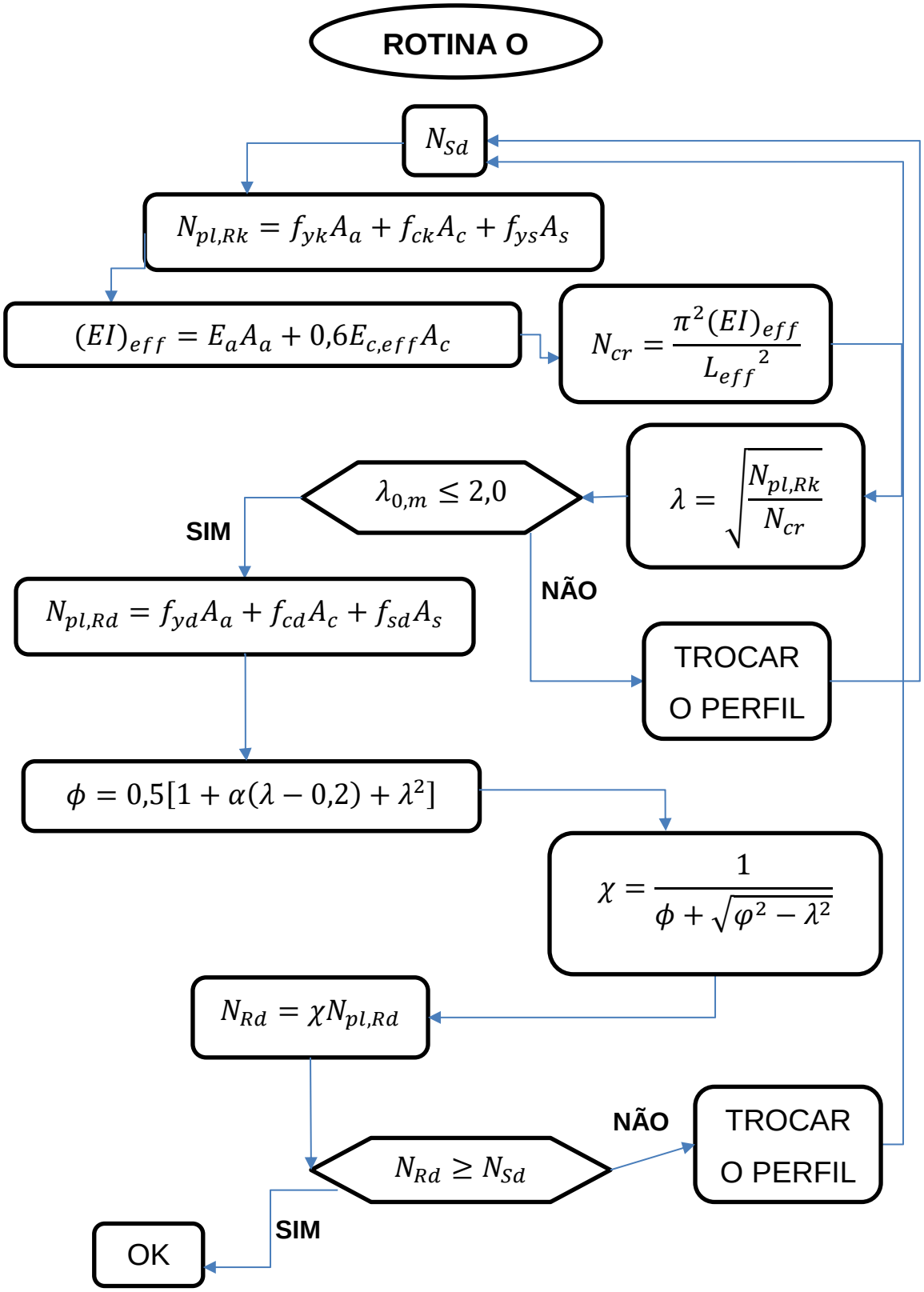

ROTINA L
M_{Sd}
$Z_c = \frac{(D-2t)^3}{6} - Z_s$
$Z_s = \sum_{i=1}^{n} |A_{si} e_i|$
$h_n = \frac{A_c f_{cd} - A_{sn}(2f_{sd} - f_{cd})}{2Df_{cd} + 4t(2f_{yd} - f_{cd})}$
$Z_{cn} = (D-2t){h_n}^2 - Z_{sn}$
$Z_{sn} = \sum_{i=1}^{n} |A_{sin} e_i|$
$Z_{an} = D{h_n}^2 - Z_{cn} - Z_{sn}$
$N_{pl,Rd}, N_{Rd} \rightarrow Rotina\ K$
$M_{pl,Rd} = f_{yd}(Z_a - Z_{an}) + 0{,}5 f_{cd}(Z_c - Z_{cn}) + f_{sd}(Z_s - Z_{sn})$
$M_{max,pl,Rd} = f_{yd} Z_a + 0{,}5 f_{cd} Z_c + f_{sd} Z_s$
ANÁLISE DE 2ª ORDEM → $Rotina\ M$

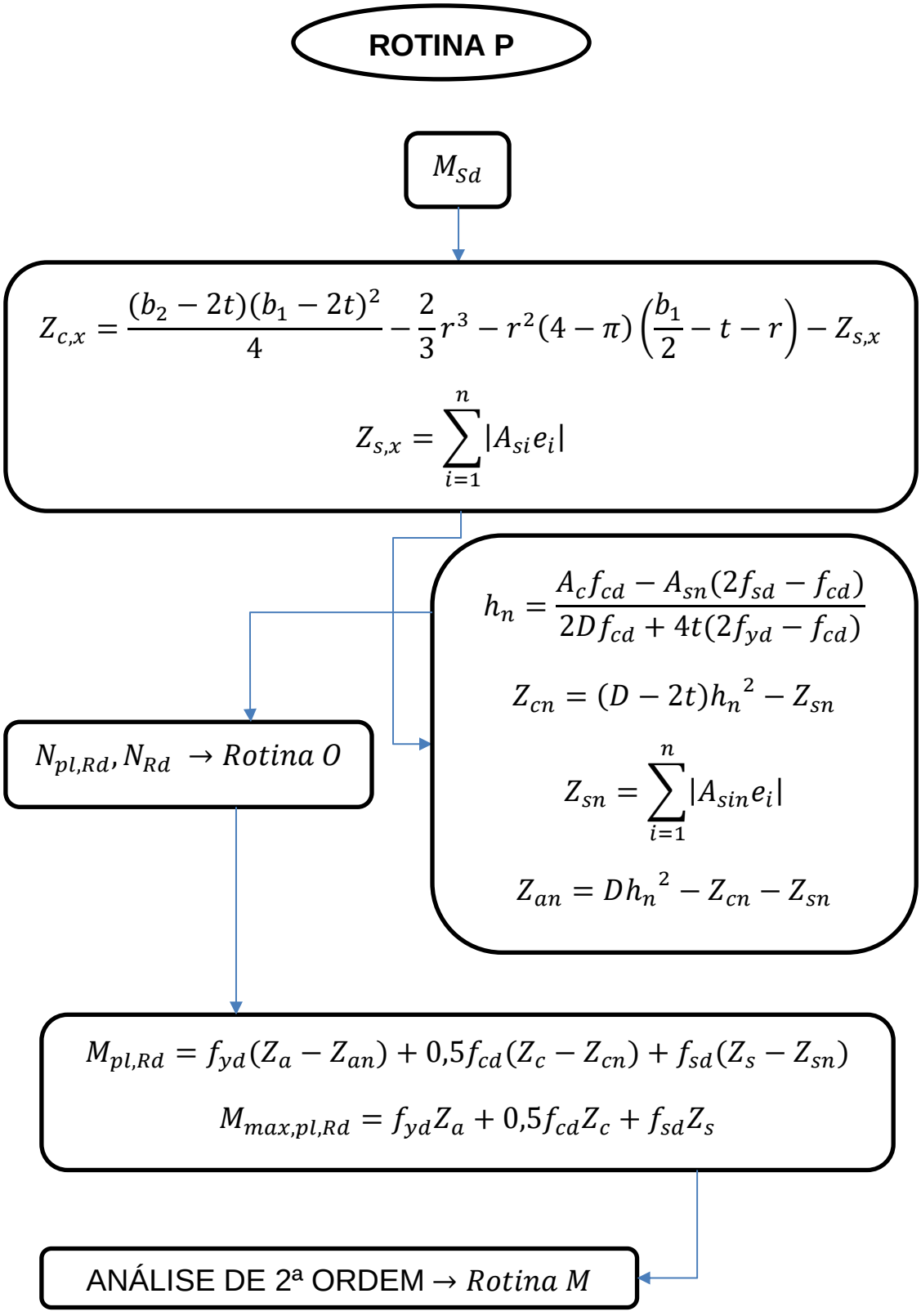

ROTINA M
ANÁLISE DE 2ª ORDEM
$(EI)_{eff,II} = 0{,}9(E_a A_a + 0{,}5E_{c,eff}A_c + E_s A_s)$
$N_{cr,eff} = \frac{\pi^2 (EI)_{eff,II}}{}$
$\alpha_{cr} = \frac{N_{cr,eff}}{N_{Sd}}$
$\alpha_{cr} \geq 10$
SIM
NÃO
$M_{Ed} = M_{Sd} + N_{Sd} e_0$
$\beta_{glob} = 0{,}66 + 0{,}44r \geq 0{,}44$
$k_{glob} = \frac{\beta_{glob}}{1 - \frac{N_{Sd}}{N_{cr,eff}}} \geq 1{,}0$
$k_{imp} = \frac{1{,}0}{1 - \frac{N_{Sd}}{N_{cr,eff}}} \geq 1{,}0$
$M_{Ed} = k_{glob} M_{Sd} + k_{imp} N_{Sd} e_0$
MODELO DE CÁLCULO → $Rotina\ N$


ROTINA N
MODELO DE CÁLCULO
$0 \leq N_{Sd} \leq \frac{N_{pm,Rd}}{2}$
NÃO
SIM
$N_{Sd} \geq N_{pm,Rd}$
NÃO
$\mu_x = 1 + \frac{2N_{Sd}}{N_{pm,Rd}}\left(\frac{M_{max,pl,x,Rd}}{M_{pl,x,Rd}} - 1\right)$
$\mu_x = \frac{N_{pl,Rd} - N_{Sd}}{N_{pl,Rd} - N_{pm,Rd}}$
$IA = \frac{M_{x,Ed}}{\mu_x M_{pl,x,Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{\mu_y M_{pl,y,Rd}}$
$IA \leq 1{,}0$
$IA_x = \frac{M_{x,Ed}}{\mu_x M_{pl,x,Rd}}$
$IA_y = \frac{M_{y,Ed}}{\mu_y M_{pl,y,Rd}}$
SIM
$IA_x, IA_y \leq \alpha_M$
SIM
NÃO
OK
TROCAR O PERFIL
NÃO

FLUXOGRAMA PARA O CÁLCULO DE PILAR MISTO PREENCHIDO RETANGULAR E QUADRADA – EN 1994-1-1 (2004)




ROTINA O
N_{Sd}
$N_{pl,Rk} = f_{yk}A_a + f_{ck}A_c + f_{ys}A_s$
$(EI)_{eff} = E_aA_a + 0{,}6E_{c,eff}A_c$
$N_{cr} = \frac{\pi^2(EI)_{eff}}{L_{eff}^{\ 2}}$
$\lambda = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}}$
$\lambda_{0,m} \leq 2{,}0$
SIM
NÃO
$N_{pl,Rd} = f_{yd}A_a + f_{cd}A_c + f_{sd}A_s$
TROCAR O PERFIL
$\phi = 0{,}5[1 + \alpha(\lambda - 0{,}2) + \lambda^2]$
$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\varphi^2 - \lambda^2}}$
$N_{Rd} = \chi N_{pl,Rd}$
NÃO
TROCAR O PERFIL
$N_{Rd} \geq N_{Sd}$
SIM
OK


ROTINA P
M_{Sd}
$Z_{c,x} = \frac{(b_2 - 2t)(b_1 - 2t)^2}{4} - \frac{2}{3}r^3 - r^2(4 - \pi)\left(\frac{b_1}{2} - t - r\right) - Z_{s,x}$
$Z_{s,x} = \sum_{i=1}^{n} |A_{si} e_i|$
$h_n = \frac{A_c f_{cd} - A_{sn}(2f_{sd} - f_{cd})}{2Df_{cd} + 4t(2f_{yd} - f_{cd})}$
$Z_{cn} = (D - 2t){h_n}^2 - Z_{sn}$
$Z_{sn} = \sum_{i=1}^{n} |A_{sin} e_i|$
$Z_{an} = D{h_n}^2 - Z_{cn} - Z_{sn}$
$N_{pl,Rd}, N_{Rd} \rightarrow Rotina\ O$
$M_{pl,Rd} = f_{yd}(Z_a - Z_{an}) + 0{,}5f_{cd}(Z_c - Z_{cn}) + f_{sd}(Z_s - Z_{sn})$
$M_{max,pl,Rd} = f_{yd}Z_a + 0{,}5f_{cd}Z_c + f_{sd}Z_s$
ANÁLISE DE 2ª ORDEM → Rotina M