

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**JOSÉ RONALDO SOARES RAMOS**

**DIMENSIONAMENTO OTIMIZADO DE VIGAS MISTAS ALVEOLARES**  
**POR MEIO DE ALGORITMOS GENÉTICOS**

VITÓRIA  
2019

JOSÉ RONALDO SOARES RAMOS

**DIMENSIONAMENTO OTIMIZADO DE VIGAS MISTAS ALVEOLARES  
POR MEIO DE ALGORITMOS GENÉTICOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, na área de concentração Estruturas.

Orientador: Élcio Cassimiro Alves.

VITÓRIA  
2019

JOSÉ RONALDO SOARES RAMOS

## **DIMENSIONAMENTO OTIMIZADO DE VIGAS MISTAS ALVEOLARES POR MEIO DE ALGORITMOS GENÉTICOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, na área de concentração Estruturas.

### **COMISSÃO EXAMINADORA:**

---

Prof. Dr. Élcio Cassimiro Alves  
Universidade Federal do Espírito Santo  
Orientador

---

Prof. Dr. Rodrigo de Alvarenga Rosa  
Universidade Federal do Espírito Santo  
Examinador interno

---

Prof. Dr. Paulo César Mappa  
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais  
Examinar externo

## RESUMO

O objetivo deste trabalho é apresentar a formulação do problema de otimização e suas aplicações para vigas mistas alveolares de aço e concreto. A implementação do programa foi feita dentro da plataforma do Matlab com o uso da ferramenta *guide*. A formulação do problema baseou-se nos estudos de Lawson e Hicks (2011), descritos no guia de projeto europeu SCI Publication P355 com as devidas adaptações para a norma NBR 8800:2008. A solução do problema de otimização foi realizada com a utilização de Algoritmo Genético, por se tratar de um problema discreto. Exemplos de validação são apresentados e um estudo dos modos de colapso preponderante foi feito de modo a mostrar a aplicação e as vantagens da formulação proposta. Uma análise numérica pelo Método dos Elementos Finitos foi feita, de modo a demonstrar o modo de colapso preponderante. Os resultados encontrados apontaram que a aplicação do Algoritmo Genético para este tipo de problema leva a soluções mais econômicas quando comparado com os exemplos encontrados na literatura especializada.

**Palavras Chave:** Otimização; Mistas; Alveolares; Algoritmo Genético.

## **Agradecimentos**

A Deus, pela oportunidade e força para entrar e concluir este curso.

A meu pai, Zequinha, pelo exemplo de vida e ética que sempre me passou; o melhor homem que conheci.

A minha mãe, Nilza, pela educação que me proporcionou mesmo nas dificuldades.

A minha esposa, Bella, pelo amor, compreensão e por sempre acreditar em mim.

Às minhas princesas, Luisa e Laura, razão de tudo isto.

A meu orientador, Élcio, pela infinita paciência e compreensão.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Esquema de fabricação de uma viga castelada .....	17
Figura 2: Esquema de fabricação de uma viga celular.....	18
Figura 3: Parâmetros geométricos da seção transversal de uma viga castelada .....	19
Figura 4: Parâmetros de uma viga castelada .....	19
Figura 5: Padrão Litzka .....	21
Figura 6: Padrão Peiner .....	22
Figura 7: Padrão Anglo-Saxão .....	22
Figura 8: Parâmetros geométricos da seção transversal de uma viga castelada .....	23
Figura 9: Parâmetros de uma viga celular.....	23
Figura 10: Parâmetros geométricos em vigas celulares.....	25
Figura 11: Viga mista – década de 1920.....	27
Figura 12: Viga mista com perfil metálico exposto .....	28
Figura 13: Viga mista .....	29
Figura 14: Conector stud-bolt.....	29
Figura 15: Conector perfil “U” .....	30
Figura 16: Conector metálicos.....	30
Figura 17: Formação do mecanismo Vierendeel.....	31
Figura 18: Formação do mecanismo Vierendeel.....	31
Figura 19: Formação de rótula plástica .....	32
Figura 20: Ruptura da solda .....	32
Figura 21: Flambagem lateral com torção .....	33
Figura 22: Flambagem por cisalhamento da alma .....	34
Figura 23: Flambagem por cisalhamento da alma .....	35
Figura 24: Flambagem por compressão da alma .....	35
Figura 25: Diagrama de funcionamento de um algoritmo genético .....	37
Figura 26: Método de seleção por Roleta .....	39
Figura 27: Algoritmo Método de seleção por Rolet .....	39

Figura 28: Algoritmo Método de seleção por Torneio.....	40
Figura 29: Cruzamento em um ponto.....	40
Figura 30: Cruzamento em dois pontos .....	41
Figura 31: Mutação .....	42
Figura 32: Largura efetiva .....	44
Figura 33: Posição da linha neutra plástica.....	47
Figura 34: Posição de $e_{mh}$ .....	50
Figura 35: Classificação da alma do tê .....	51
Figura 36: Esforços atuantes na alma da viga .....	55
Figura 37: Parâmetros geométricos na viga castelada .....	61
Figura 38: Deformações causadas pelo esforço cortante .....	62
Figura 39: Parâmetros geométricos para determinação da deformação devida à flexão da alma.....	63
Figura 40: Parâmetros geométricos para determinação da deformação devida à flexão dos cordões .....	64
Figura 41: Parâmetros geométricos para determinação da deformação devida ao cisalhamento dos cordões.....	65
Figura 42: Parâmetros geométricos nas aberturas senoidais .....	67
Figura 43: Tensões locais .....	68
Figura 44: Conexão viga coluna.....	69
Figura 45: Viga com abertura celulares.....	70
Figura 46: Modo de falha da viga .....	70
Figura 47: Localização das ligações em edifício .....	72
Figura 48: Variáveis para vigas celulares.....	76
Figura 49: Variáveis para vigas casteladas.....	77
Figura 50: Menu .....	82
Figura 51: Resultados .....	83
Figura 52: Modos de colapso – análise gráfica – vigas celulares.....	94
Figura 53: Modos de colapso – análise gráfica – vigas casteladas.....	94
Figura 54: Modelo de análise – viga celular .....	96
Figura 55: Modelo de análise – viga castelada .....	96
Figura 56: Máxima tensão – viga celular .....	97
Figura 57: Máxima tensão – viga castelada .....	97

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Relações geométricas para vigas celulares .....	26
Tabela 2: Histórico de pesquisas .....	43
Tabela 3: Histórico de pesquisas .....	74
Tabela 4: Dados de entrada .....	84
Tabela 5: Comparação dos resultados – dados geométricos .....	84
Tabela 6: Comparação dos resultados – esforços e deformações.....	85
Tabela 7: Dados de entrada .....	86
Tabela 8: Comparação dos resultados.....	86
Tabela 9: Dados de entrada .....	87
Tabela 10: Comparação dos resultados.....	87
Tabela 11: Dados de entrada .....	88
Tabela 12: Perfis otimizados .....	89
Tabela 13: Comparação dos resultados – sistema de piso .....	90
Tabela 14: Comparação dos resultados – sistema de cobertura .....	90
Tabela 15: Modos de colapso preponderantes – vigas celulares.....	91
Tabela 16: Modos de colapso preponderantes – vigas casteladas .....	92
Tabela 17: Propriedades geométricas – viga mista celular .....	98
Tabela 18: Propriedades geométricas – viga mista castelada .....	98
Tabela 19: Máximas tensões analíticas .....	99
Tabela 20: Comparação dos resultados - tensões .....	100
Tabela 21: Dados de entrada .....	102
Tabela 22: Comparação dos resultados – vigas celulares .....	102
Tabela 23: Comparação dos resultados – vigas casteladas .....	104



## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$  - altura do lado inclinado em aberturas hexagonais ou octogonais

$a_0$  - maior largura do alvéolo

$A_a$  é a área do perfil de aço

$A_{cs}$  - área do conector

$A_f$  - área da mesa do tê

$A_t$  - área da seção transversal de um tê

$b$  - largura efetiva da laje de concreto

$b_f$  - largura da mesa do perfil original

$b_w$  - menor largura do montante de alma

$d$  - altura total do perfil original

$d_g$  - altura total da seção expandida

$D_0$  - diâmetro do alvéolo (em vigas celulares)

$E_c$  - módulo de elasticidade do concreto

$f_{ck}$  - resistência característica do concreto

$F_{hd}$  - força de cisalhamento de cálculo do sistema misto

$f_{ucs}$  - resistência à ruptura do aço do conector

$f_y$  - tensão de escoamento do aço

$h_0$  - altura do alvéolo

$h_{eff}$  - altura efetiva da viga entre os centros de gravidade dos tês

$h_s$  - altura total da laje de concreto

$h_t$  - altura do tê

$I_t$  - momento de inércia de um tê em relação ao seu eixo baricêntrico

$L_e$  - comprimento do trecho de momento positivo

$l_e$  - comprimento equivalente da abertura para o mecanismo Vierendeel

$M_{b,NV,Rd}$  - momento fletor resistente reduzido do tê inferior para a presença de esforço cortante e axial

$M_{pl0}$  - momento de plastificação da viga alveolar na seção do alvéolo

$M_{t,NV,Rd}$  - momento fletor resistente reduzido do tê superior para a presença de esforço cortante e axial

$M_{vc,Rd}$  - momento fletor resistente local devido à interação do tê superior com a laje de concreto

$M_{wp,Sd}$  - momento fletor solicitante a meia altura do montante da alma

$N_{a,b,Rd}$  - valor do esforço de tração resistente no tê inferior

$N_{a,b,Sd}$  - valor do esforço de tração solicitante no tê inferior

$N_{c,Rd}$  - valor do esforço resistente da laje de concreto à compressão

$Q_{Rd}$  - valor resistente dos conectores

$R_g$  - coeficiente para consideração do efeito de atuação de grupos de conectores

$R_p$  - coeficiente para consideração da posição do conector

$s$  - distância entre alvéolos adjacentes

$t_c$  - altura da laje de concreto

$t_f$  - espessura da mesa do perfil original

$t_w$  - espessura da alma do perfil original

$t_{w,eff}$  - espessura reduzida da alma

$V_{a,b,Sd}$  - esforço cortante resistente solicitante no tê inferior

$W_{x0}$  - módulo resistente elástico na seção vazada da viga alveolar

$W_t$  - módulo resistente elástico do tê em relação à borda do alvéolo

$y_o$  - distância do centro de gravidade do tê ao eixo da viga

$y_a$  - distância do centro de gravidade do tê à borda superior do alvéolo

$y_b$  - distância do centro de gravidade do tê à face externa da mesa superior

$z_c$  - altura de concreto em compressão

$z_{pl}$  - distância entre a linha neutra plástica e a extremidade da mesa de aço

$z_t$  - distância entre a extremidade do banzo e o centro de gravidade do tê

$Z_{x0}$  - módulo resistente plástico na seção vazada da viga alveolar

$\eta_i$  - grau de interação

$\tau_y$  - tensão correspondente ao escoamento por cisalhamento

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>13</b>
1.1	Objetivos .....	14
1.1.1	Objetivo geral.....	14
1.1.2	Objetivos específicos.....	14
1.2	Justificativa.....	15
1.3	Estrutura da dissertação .....	15
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>17</b>
2.1	Métodos de fabricação de vigas alveolares .....	17
2.1.1	Vigas casteladas.....	17
2.1.2	Vigas celulares .....	18
2.2	Geometria das vigas alveolares .....	18
2.2.1	Vigas casteladas.....	18
2.2.2	Vigas celulares .....	23
2.3	Vantagens no uso de vigas alveolares.....	26
2.4	Desvantagens no uso de vigas alveolares .....	26
2.5	Vigas mistas de aço e concreto com perfis alveolares.....	27
2.5.1	Histórico sobre vigas mistas .....	27
2.5.2	Aspectos construtivos.....	28
2.6	Modos de colapso de vigas alveolares.....	31
2.6.1	Formação de mecanismo Vierendeel .....	31
2.6.2	Formação de rótulas plásticas .....	32
2.6.3	Ruptura da solda entre as aberturas .....	32
2.6.4	Flambagem lateral com torção .....	33

2.6.5	Colapsos do montante da alma .....	33
2.7	Algoritmo genético.....	36
2.7.1	População.....	38
2.7.2	Função aptidão .....	38
2.7.3	Seleção.....	38
2.7.4	Cruzamento (Crossover) .....	40
2.7.5	Mutação.....	41
2.8	DIMENSIONAMENTO DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM PERFIS ALVEOLARES SEGUNDO LAWSON E HICKS (2011). .....	42
2.8.1	Aspectos geométricos e definições .....	43
2.8.2	Esforço cortante resistente na seção de abertura .....	45
2.8.3	Momento fletor resistente na abertura .....	46
2.8.4	Verificação do mecanismo Vierendeel.....	50
2.8.5	Colapsos do montante da alma .....	55
2.8.6	Restrições ao esforço cortante em aberturas adjacentes.....	58
2.8.7	Estados limites de serviço de deslocamento excessivo .....	59
2.9	Estado da arte.....	65
2.9.1	Vigas mistas alveolares .....	65
2.9.2	Otimização computacional.....	72
2.9.3	Histórico de estudos realizados .....	73
<b>3</b>	<b>FORMULAÇÃO DO PROBLEMA .....</b>	<b>75</b>
3.1	Função objetivo.....	75
3.1.1	Função objetivo para vigas celulares.....	75
3.1.2	Função objetivo para vigas casteladas – Padrão Peiner .....	76
3.2	Funções de restrição e limites inferiores e superiores .....	77
<b>4</b>	<b>ANÁLISE NUMÉRICA E DE RESULTADOS .....</b>	<b>80</b>
4.1	Visão geral do programa desenvolvido .....	80

4.1.1	Ferramenta computacional utilizada .....	80
4.1.2	Abrangência e limitações do programa .....	81
4.2	Apresentação do programa.....	81
4.3	Validação do programa .....	83
4.3.1	Exemplo 1 – Oliveira (2012) .....	83
4.3.2	Exemplo 2 – Vigas mistas casteladas .....	85
4.4	Estudo comparativo.....	88
<b>4.5</b>	<b>Avaliação dos modos de colapso.....</b>	<b>91</b>
4.6	Análise numérica.....	95
4.6.1	Modelo de análise.....	95
4.6.1	Máximas tensões atuantes – elementos finitos .....	96
4.6.1	Máximas tensões atuantes – método analítico .....	97
4.7	Estudo comparativo.....	101
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>106</b>
<b>5.1</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>106</b>
<b>5.2</b>	<b>Sugestões para trabalhos futuros .....</b>	<b>107</b>
<b>6</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>108</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Denomina-se viga alveolar a geometria resultante do processo de recorte da alma de um perfil I, ao longo do comprimento da viga, recorte este representado por uma função não contínua ou circular. Após aplicação deste recorte, as partes são soldadas de forma defasada promovendo um aumento na altura do perfil original.

O resultado deste processo de fabricação é uma viga com furos hexagonais, circulares ou outros em sua alma. À viga com furos hexagonais dá-se o nome de viga castelar e a com furos circulares denomina-se de viga celular.

As vigas alveolares possuem diversas vantagens construtivas, sendo a principal: o peso menor em comparação com uma viga de alma cheia com mesma altura. Aliás, o aumento da altura é um dos principais ganhos que se tem com a transformação de uma viga comum em alveolar, estima-se um aumento entorno de 50% da altura.

Além disso, pode-se também usar as vigas alveolares em conjunto com o concreto, promovendo uma seção transversal mista. Esta é bastante eficiente pois é possível aproveitar as melhores características de cada material: no caso do aço, a resistência à flexão, e no caso do concreto, a resistência à compressão. Por exemplo, no caso de uma flexão da viga, o que promoveria esforços compressivos no banzo superior da mesma.

O processo de dimensionamento de uma viga alveolar mista de aço e concreto, na prática do dia a dia de projeto, é um processo iterativo onde se escolhe uma geometria inicial para os alvéolos e faz-se a verificação para esta condição, na verdade este processo se aproxima mais de uma verificação do que de um dimensionamento. Caso a previsão inicial esteja errada, repete-se o processo até que a solução seja encontrada.

Por se tratar de um processo demorado e impreciso, faz-se necessário implementar uma rotina computacional juntamente com um processo de otimização de variáveis a

fim de escolher a melhor geometria para solução do problema, usando a menor quantidade de tempo possível para tal.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo geral

Este trabalho tem como objetivo geral estudar e implementar o problema de otimização de dimensionamento de vigas mistas alveolares de aço e concreto por meio de algoritmo genético.

### 1.1.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Elaborar um estudo sobre o dimensionamento de vigas mistas alveolares verificando os possíveis estados limites aplicáveis;
- Desenvolver um programa computacional de otimização de vigas mistas alveolares de aço e concreto na plataforma Matlab utilizando algoritmo genético.
- Apresentar exemplos de aplicação da formulação proposta de otimização de vigas mistas alveolares.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

As vigas alveolares passaram a ser mais usadas em construções no Brasil, graças ao desenvolvimento computacional dos sistemas de soldagem robotizados, dentre outros.

Mesmo com todo este desenvolvimento, os perfis alveolares ainda necessitam serem escolhidos por processos de tentativa, por meio de catálogos e softwares fornecidos por fabricantes destes perfis. O presente trabalho vem de certa forma ajudar o projetista deste tipo de estrutura a encontrar a solução mais vantajosa dentre as existentes de maneira automática.

## 1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O capítulo 1 já descrito apresenta uma introdução sobre vigas alveolares mistas de aço e concreto, otimização computacional com uso de algoritmos genéticos, além da justificativa e dos objetivos gerais e específicos.

No Capítulo 2 será apresentada a revisão bibliográfica sobre o tema título desta dissertação, bem como um estado da arte das pesquisas relacionadas ao tema. Também serão mostrados aspectos do comportamento das vigas mistas alveolares, bem como métodos para verificação e dimensionamento das mesmas com base nos estudos de Lawson e Hicks (2011), descritos no guia de projeto europeu SCI Publication P355.

No Capítulo 3 será apresentada a formulação do problema de otimização envolvendo as vigas mistas alveolares, apontando a função objetivo e restrições técnicas que irão delimitar o problema.

No capítulo 4 será realizada a validação do programa computacional, com base em exemplos encontrados na literatura especializada e com outros *softwares*. Uma análise comparativa dos resultados obtidos por meio do programa de



dimensionamento e otimização desenvolvido será realizada, verificando a eficácia do processo de otimização bem como um estudo numérico baseado no método dos elementos finitos.

O Capítulo 5 apresentará as conclusões finais sobre o estudo de dimensionamento e otimização desenvolvido e sugestões para trabalhos futuros.

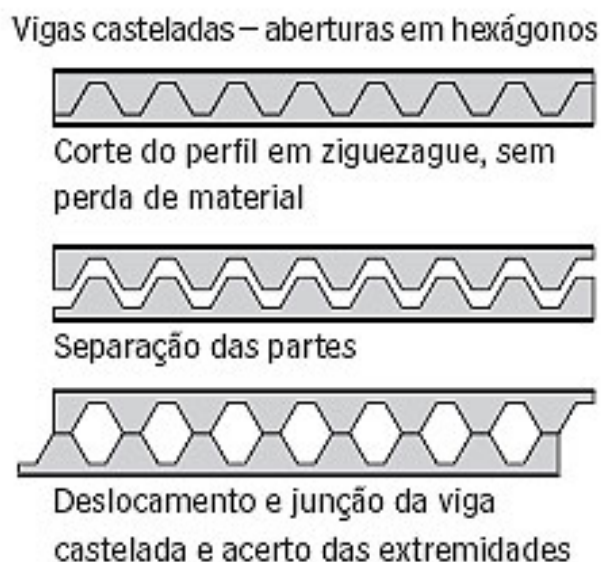
## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 MÉTODOS DE FABRICAÇÃO DE VIGAS ALVEOLARES

#### 2.1.1 Vigas casteladas

Para fabricação de uma viga castelada, um perfil de seção transversal tipo “I” é cortado, em sua alma, por uma linha em ziguezague no formato de trapézios. Depois, as partes resultantes são soldadas formando um perfil com maior altura que o original e com aberturas hexagonais ao longo de sua alma, conforme mostra a Figura 1.

Figura 1: Esquema de fabricação de uma viga castelada

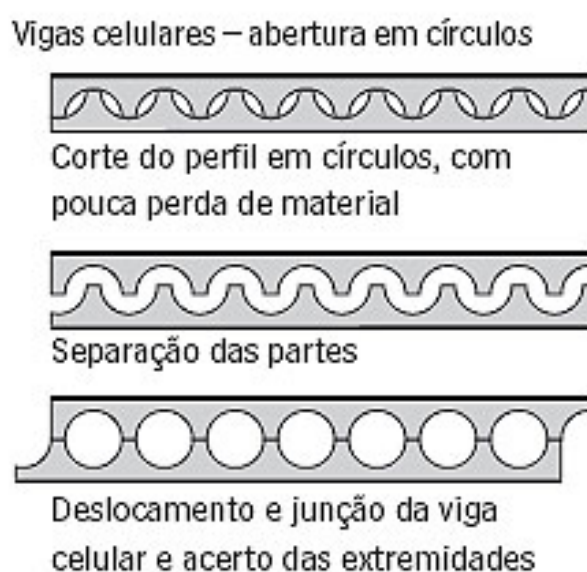


Fonte: Disponível em: <[www.techne17.pini.com.br](http://www.techne17.pini.com.br)>. Acesso em: 04 nov. 2017

### 2.1.2 Vigas celulares

Na confecção de vigas celulares são realizadas duas linhas de corte em formato de semicírculo, excêntricos dois a dois. O perfil resultante possui maior altura e aberturas circulares em sua alma, como mostra a Figura 2.

Figura 2: Esquema de fabricação de uma viga celular



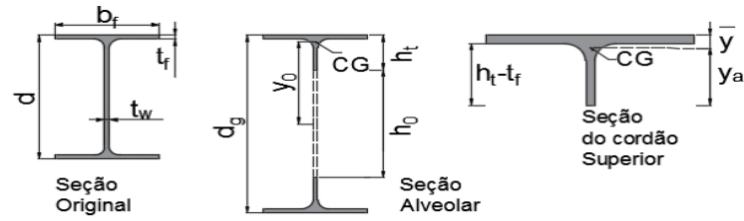
Fonte: Disponível em: <[www.techne17.pini.com.br](http://www.techne17.pini.com.br)>. Acesso em: 04 nov. 2017.

## 2.2 GEOMETRIA DAS VIGAS ALVEOLARES

### 2.2.1 Vigas casteladas

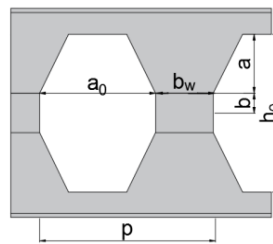
Para as vigas casteladas a linha de corte se dá na forma de zigue-zague. A Figura 3 e Figura 4 mostram os principais parâmetros geométricos presentes em uma viga castelada.

Figura 3: Parâmetros geométricos da seção transversal de uma viga castelada



Fonte: Veríssimo et al., 2012

Figura 4: Parâmetros de uma viga castelada



Fonte: Lubke et al., 2017

Os parâmetros mostrados na Figura 3 e Figura 4 são obtidos de acordo com as equações (1) a (11).

$$d_g = k \cdot d + 2b \quad (1)$$

$$h_0 = 2[d(k - 1) + b] = D_0 \quad (2)$$

$$h_t = \frac{d_g - h_0}{2} \quad (3)$$

$$a = d(k - 1) \quad (4)$$

$$A_t = t_w(h_t - t_f) + b_f t_f \quad (5)$$

$$y_0 = \frac{h_0}{2} + h_t - \bar{y} \quad (6)$$

$$\bar{y} = \frac{b_f t_f^2 + h_t^2 t_w - t_f^2 t_w}{2(b_f t_f + h_t t_w - t_f t_w)} \quad (7)$$

$$W_{x0} = \frac{4 y_0^2 A_t}{d_g} \quad (8)$$

$$Z_{x0} = 2 A_t y_0 \quad (9)$$

$$I_{x0} = 2(I_t + A_t y_0^2) \quad (10)$$

$$I_t = \frac{b_f t_f^3}{12} + b_f t_f \left( \bar{y} - \frac{t_f}{2} \right)^2 + \frac{t_w (h_t - t_f)^3}{12} + t_w (h_t - t_f) \left( \bar{y} - \frac{h_t + t_f}{2} \right)^2 \quad (11)$$

Onde:

a = altura do lado inclinado em aberturas hexagonais ou octogonais;

a<sub>0</sub> = a maior largura do alvéolo;

A<sub>t</sub> = a área da seção transversal de um cordão;

b = metade da altura da chapa de expansão;

b<sub>f</sub> = largura da mesa;

b<sub>w</sub> = menor largura do montante de alma;

d = altura do perfil original;

D<sub>0</sub> = diâmetro do alvéolo (no caso de alvéolo circular);

d<sub>g</sub> = altura total do perfil alveolar;

h<sub>0</sub> = altura do alvéolo;

h<sub>t</sub> = altura do cordão;

I<sub>t</sub> = momento de inércia de um cordão em relação ao seu eixo baricêntrico;

I<sub>x0</sub> = maior momento de inércia da seção vazada;

k = razão de expansão do perfil alveolar;

$M_{pl}$  = momento de plastificação da viga na seção do alvéolo;

$p$  = passo (distância entre os centros de alvéolos adjacentes);

$t_f$  = espessura da mesa;

$t_w$  = espessura da alma;

$y_0$  = distância do centro de gravidade do cordão ao eixo da viga;

$y_a$  = distância do centro de gravidade do cordão à borda superior do alvéolo;

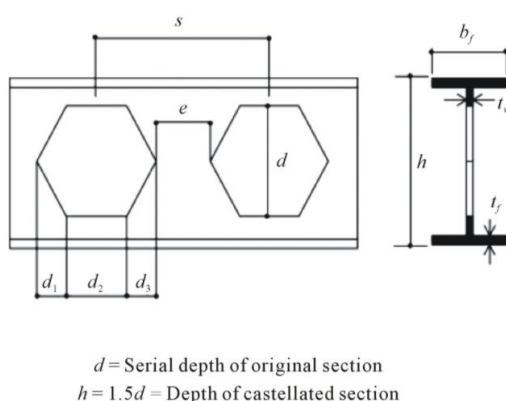
No decorrer dos anos, alguns padrões de corte de vigas casteladas foram mais difundidos no mercado consumidor, dentre outros motivos, pelos perfis disponíveis até então, os tipos de equipamentos e tecnologias de corte, etc. Os itens seguintes mostram os padrões mais comercialmente usados.

#### a) Padrão Litzka

Este padrão foi desenvolvido por Hubert Litzka (1960) e apresenta as seguintes características:

- Aberturas hexagonais regulares proporcionais ao passo;
- Ângulo interno igual a 60°;
- Razão de expansão igual 1,5.

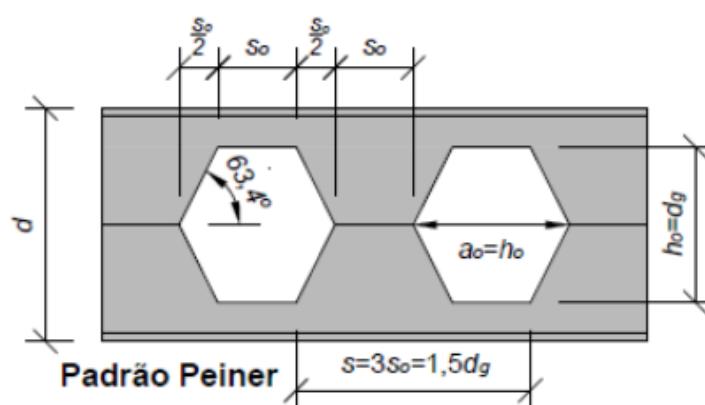
Figura 5: Padrão Litzka



### b) Padrão Peiner

O padrão Peiner (Figura 6) é semelhante ao padrão Litzka, no entanto, o alvéolo do hexágono não é regular. Este padrão possui um ângulo interno do hexágono igual a  $63,4^\circ$ , suas demais dimensões também estão relacionadas ao passo.

Figura 6: Padrão Peiner

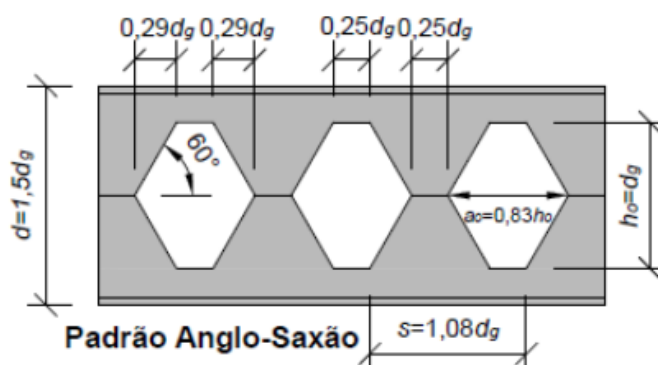


Fonte: Silveira (2011)

### c) Padrão Anglo-Saxão

Este padrão foi bastante difundido no Reino Unido e está representado na BS 5950:2000. Suas principais características são apresentar um ângulo interno de  $60^\circ$  e passo ótimo igual a  $1,8d$ , conforme mostra a Figura 7.

Figura 7: Padrão Anglo-Saxão

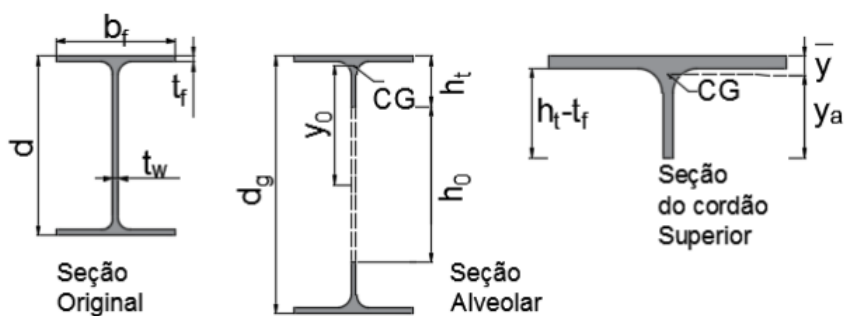


Fonte: Silveira (2011)

### 2.2.2 Vigas celulares

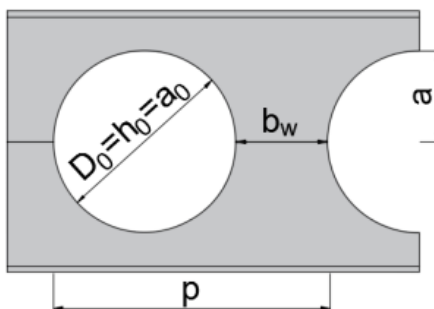
A Figura 8 e Figura 9 mostram os principais parâmetros geométricos construtivos de uma viga celular.

Figura 8: Parâmetros geométricos da seção transversal de uma viga celular



Fonte: Veríssimo et al., 2012

Figura 9: Parâmetros de uma viga celular



Fonte: Lubke et al., 2017

Os parâmetros mostrados nas Figura 8 e Figura 9 são obtidos de acordo com as equações (12) a (22).

$$d_g = k \cdot d + 2b \quad (12)$$



$$h_0 = 2[d(k - 1) + b] = D_0 \quad (13)$$

$$h_t = \frac{d - a}{2} \quad (14)$$

$$a = \frac{D_0}{\gamma} \quad (15)$$

$$A_t = t_w(h_t - t_f) + b_f t_f \quad (16)$$

$$y_0 = \frac{h_0}{2} + h_t - \bar{y} \quad (17)$$

$$\bar{y} = \frac{b_f t_f^2 + h_t^2 t_w - t_f^2 t_w}{2(b_f t_f + h_t t_w - t_f t_w)} \quad (18)$$

$$W_{x0} = \frac{4 y_0^2 A_t}{d_g} \quad (19)$$

$$Z_{x0} = 2A_t y_0 \quad (20)$$

$$I_{x0} = 2(I_t + A_t y_0^2) \quad (21)$$

$$I_t = \frac{b_f t_f^3}{12} + b_f t_f \left( \bar{y} - \frac{t_f}{2} \right)^2 + \frac{t_w (h_t - t_f)^3}{12} + t_w (h_t - t_f) \left( \bar{y} - \frac{h_t + t_f}{2} \right)^2 \quad (22)$$

Onde:

a = altura do lado inclinado em aberturas hexagonais ou octogonais;

a<sub>0</sub> = a maior largura do alvéolo;

A<sub>t</sub> = a área da seção transversal de um cordão;

b = metade da altura da chapa de expansão;

b<sub>f</sub> = largura da mesa;

b<sub>w</sub> = menor largura do montante de alma;

d = altura do perfil original;

D<sub>0</sub> = diâmetro do alvéolo (no caso de alvéolo circular);

d<sub>g</sub> = altura total do perfil alveolar;

h<sub>0</sub> = altura do alvéolo;

$h_t$  = altura do cordão;

$I_t$  = momento de inércia de um cordão em relação ao seu eixo baricêntrico;

$I_{x0}$  = maior momento de inércia da seção vazada;

$k$  = razão de expansão do perfil alveolar;

$M_{pl}$  = momento de plastificação da viga na seção do alvéolo;

$p$  = passo (distância entre os centros de alvéolos adjacentes);

$t_f$  = espessura da mesa;

$t_w$  = espessura da alma;

$y_0$  = distância do centro de gravidade do cordão ao eixo da viga;

$y_a$  = distância do centro de gravidade do cordão à borda superior do alvéolo;

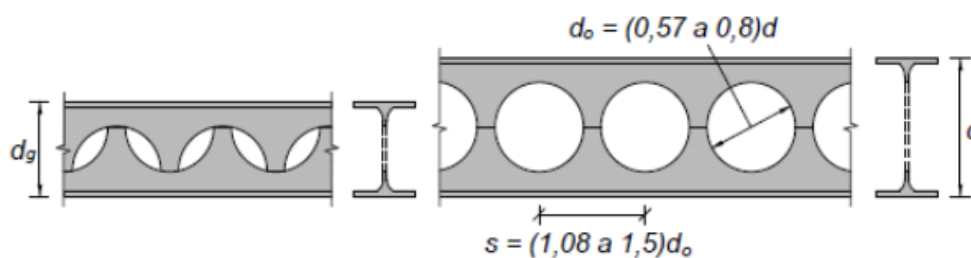
$\bar{y}$  = distância do centro de gravidade do cordão à face externa da mesa superior;

$W_{x0}$  = módulo resistente elástico da seção vazada;

$Z_{x0}$  = módulo resistente plástico da seção vazada

As vigas celulares por não possuírem relação de dependência entre o diâmetro dos alvéolos e os montantes, possuem maior independência para variar o espaçamento entre os furos, quando comparadas com as vigas casteladas. A Figura 10 mostra os parâmetros em uma viga celular.

Figura 10: Parâmetros geométricos em vigas celulares



Fonte: Abreu et al., 2010

Oliveira (2012) propôs valores para o coeficiente de expansão  $k$ , bem como valores para as relações  $D_0/d$  e  $p/D_0$ , os quais são mostrados na Tabela 1.

Tabela 1: Relações geométricas para vigas celulares

	Sistemas de Piso	Sistemas de Cobertura
$K$	1,3 a 1,4	1,4 a 1,6
$D_0/d$	0,8 a 1,1	1,0 a 1,3
$p/D_0$	1,2 a 1,7	1,1 a 1,3

Fonte: Oliveira et al., 2012

### 2.3 VANTAGENS NO USO DE VIGAS ALVEOLARES

Segundo Paiva (2009), as vigas alveolares possuem as seguintes vantagens:

- Possuem cerca de 50% a mais de altura que a viga que a originou, logo possui uma maior inércia, o que produz uma resistência maior à flexão no plano da alma;
- Uma viga alveolar é mais leve que um perfil de alma cheia de mesma altura, como consequência disto, uma estrutura feita com elas é mais leve que uma composta de perfis de alma cheia;
- As aberturas em sua alma possibilitam a passagem de elementos construtivos, tais como: tubos, bandejas, cabos, etc.;
- Como possuem maior inércia, as vigas alveolares possibilitam o projeto de vãos livres maiores que os projetos feitos com vigas de alma cheia.

### 2.4 DESVANTAGENS NO USO DE VIGAS ALVEOLARES

Grünbauer (2016) elenca as seguintes desvantagens com relação às vigas alveolares:

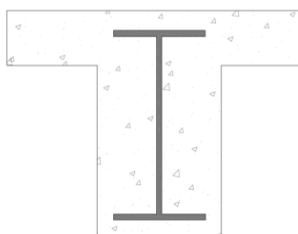
- As vigas alveolares quando usadas como vigas em balanço, estão mais aptas ao modo de falha decorrente da combinação entre o esforço cortante e o cisalhamento na região do apoio. Quando este modelo construtivo é adotado se faz necessário tapar o furo do alvéolo nesta região;
- Elas também são cerca de 20% menos resistentes às altas temperaturas que as vigas de alma cheia.

## 2.5 VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM PERFIS ALVEOLARES

### 2.5.1 Histórico sobre vigas mistas

Os primeiros estudos sobre vigas mistas datam da década de 1920. O modelo era bastante rudimentar, consistia em um perfil metálico revestido completamente por concreto, como mostra a Figura 11.

Figura 11: Viga mista – década de 1920



Fonte: Eller, 1998

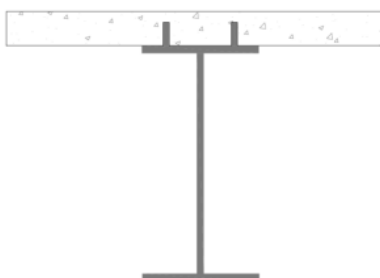
Nesta época países como Canadá, Alemanha e Inglaterra não usavam os conectores metálicos para solidarização do perfil metálico ao concreto, a

solidarização era garantida apenas devido à aderência do concreto nas superfícies metálicas do perfil.

Os Estados Unidos, também em 1920, foram um dos precursores dos chamados conectores mecânicos para aderência entre o perfil metálico e o concreto (MACHADO, 1998). Porém, nas verificações de cálculo, a participação do concreto não era considerada.

No decorrer dos anos estes modelos se mostraram ineficazes quando submetidos a cargas móveis, então, a partir da década de 1930 várias pesquisas foram desenvolvidas a fim de adequar o modelo de forma que o mesmo se comportasse melhor sob a ação de cargas móveis. Então, chegou-se à geometria de um perfil metálico exposto ligado à uma laje de concreto através de conectores, Figura 12

Figura 12: Viga mista com perfil metálico exposto



Fonte: Eller, 1998

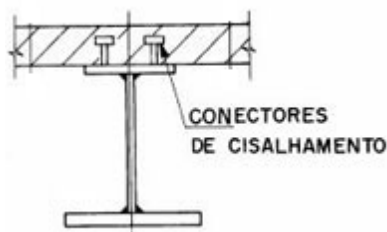
A partir da Segunda Guerra Mundial este sistema foi bastante difundido, dentre outros motivos, pela escassez de aço depois do fim da guerra (PFEIL, 2009).

### 2.5.2 Aspectos construtivos

Quando um elemento estrutural de aço se liga a outro elemento estrutural de concreto a fim de formar um novo modelo construtivo que se comporta de forma conjunta, tal modelo é chamado de estrutura mista. Quanto maior a interação entre

os dois elementos estruturais, melhor será o comportamento do conjunto. Esta interação se dá com uso de conectores metálicos, Figura 13.

Figura 13: Viga mista



Fonte: Disponível em: <[www.metalica.com.br](http://www.metalica.com.br)>. Acesso em: 04 fev. 2018

De acordo com Pfeil (2009), conectores são dispositivos mecânicos destinados a garantir o trabalho conjunto da seção transversal de aço com a laje de concreto.

A função do conector é, além de impedir o deslocamento relativo entre o aço e o concreto, resistir aos esforços de cisalhamento que se desenvolvem entre a superfície inferior da laje de concreto e mesa superior do perfil metálico.

Alguns tipos de conectores são mostrados a seguir.

- a) stud-bolts: consiste em um pino com cabeça soldado na mesa superior do perfil metálico, conforme pode ser visto na Figura 14.

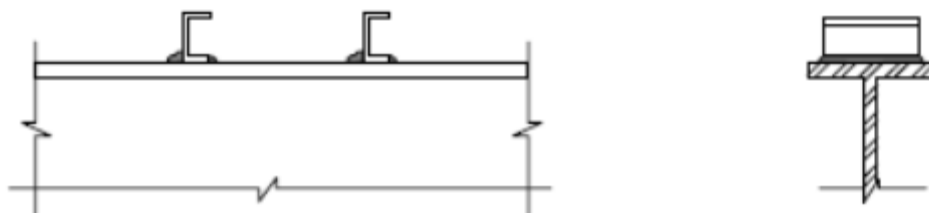
Figura 14: Conector stud-bolt



Fonte: Queiroz, 2012

- b) perfil “U”: um pequeno comprimento de perfil “U” é cortado e soldado na mesa superior do perfil metálico, Figura 15.

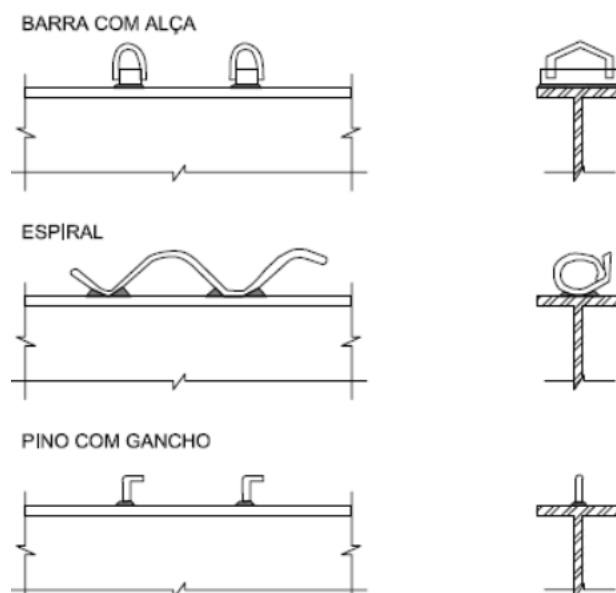
Figura 15: Conector perfil “U”



Fonte: Fernandes, 2008

A Figura 16 mostra outros tipos de conectores metálicos que também são usados nas vigas mistas.

Figura 16: Conector metálicos



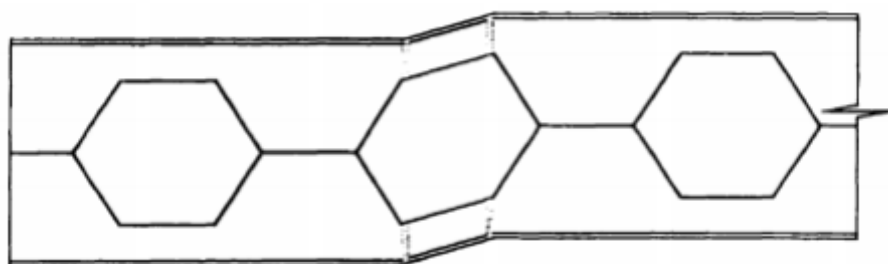
Fonte: Fernandes, 2008

## 2.6 MODOS DE COLAPSO DE VIGAS ALVEOLARES

### 2.6.1 Formação de mecanismo Vierendeel

O mecanismo Vierendeel surge em vigas alveolares como consequência da transmissão do cisalhamento lateral ao longo da alma da viga perfurada. Ele consiste na formação de quatro rótulas plásticas na região do furo, conforme mostram a Figura 17 e Figura 18.

Figura 17: Formação do mecanismo Vierendeel



Fonte: Demirdijian, 1999

Figura 18: Formação do mecanismo Vierendeel



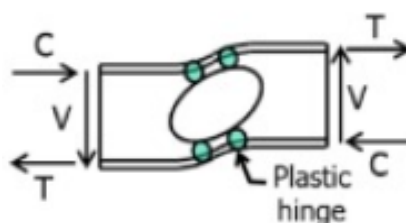


Fonte: Tsavdaridis e D'mello, 2011

### 2.6.2 Formação de rótulas plásticas

Este modo ocorre devido à ação do momento fletor nas metades inferior e superior da viga, fazendo a mesma falhar por compressão e tração. Neste modo, o momento resistente é igual ao momento de plastificação no centro da abertura. A Figura 19 ilustra o modo de colapso.

Figura 19: Formação de rótula plástica



Fonte: Disponível em: <[www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)>. Acesso em: 04 fev. 2018

### 2.6.3 Ruptura da solda entre as aberturas

Este modo de falha, Figura 20, ocorrerá sempre que a força horizontal de cisalhamento exceder a resistência da solda àquele esforço.

Figura 20: Ruptura da solda



Fonte: Tsavdaridis e D'mello, 2011

#### **2.6.4 Flambagem lateral com torção**

Este estado ocorre devido ao deslocamento lateral da viga combinado com a rotação da seção transversal da mesma. Para Kerdal e Nethercot (1984), o comportamento das vigas alveolares é similar ao das vigas de alma cheia na flambagem lateral com torção. O estado é ilustrado na Figura 21.

Figura 21: Flambagem lateral com torção



Fonte: Kerdal e Nethercot, 2017

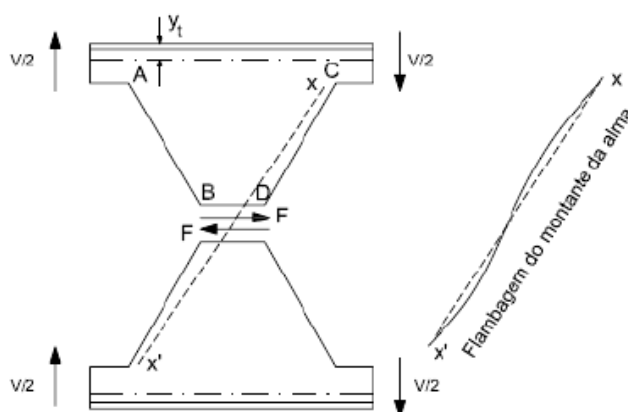
#### **2.6.5 Colapsos do montante da alma**

Os modos de colapso aos quais a alma da viga alveolar está sujeita se localizam no montante, ou seja, na região entre aberturas. Estes são ocasionados devido à ação do esforço de cisalhamento longitudinal e do esforço de compressão proveniente, por transferência, da força cortante. Ambos os esforços causam a flambagem do montante da alma, em sentidos ortogonalmente opostos.

#### 2.6.5.1 Flambagem por cisalhamento

A força de cisalhamento que atua na solda de junção da alma gera um momento no montante da alma, o mesmo é equilibrado por uma força cortante  $V/2$ , conforme mostrado na Figura 22 e Figura 23. Devido a isto, o trecho AB sofrerá tração e o trecho CD compressão.

Figura 22: Flambagem por cisalhamento da alma



Fonte: Kerdal e Nethercot, 1984

Figura 23: Flambagem por cisalhamento da alma



Fonte: Silveira, 2011

#### 2.6.5.2 Flambagem por compressão

Este modo de colapso, Figura 24, surge quando é aplicada uma carga concentrada no montante da alma da viga, provocando assim um deslocamento lateral da mesma para fora do plano da alma.

Figura 24: Flambagem por compressão da alma



Fonte: Erdal et al., 2011

## 2.7 ALGORITMO GENÉTICO

A computação evolucionária é um ramo de pesquisa da Inteligência Artificial que propõe soluções de problemas baseados na seleção natural de Darwin. Ela é um conjunto de técnicas inspiradas na evolução natural das espécies. Espécies melhores passam suas características para gerações futuras. As técnicas atuais são: programação evolucionária, estratégias evolucionárias, algoritmos genéticos e programação genética.

Os algoritmos genéticos tiveram sua origem em 1960 por John Holland, com o objetivo inicial de estudar a seleção natural que ocorre na natureza, a fim de desenvolver estes conceitos para o uso em computadores (Mitchell, 1997).

O cerne do conceito de algoritmos genéticos é tratar cada possível solução de um problema como indivíduos de uma população, população está que irá evoluir a cada iteração ou geração. Para que um problema possa ser submetido ao crivo dos algoritmos genéticos, o mesmo deve atender a alguns requisitos (Angeline, 1994):

- As possíveis soluções de um problema podem assumir a forma de um código genético;
- A população inicial deve possuir diversidade suficiente para permitir a combinação de características;
- Existência de um critério para dimensionar a qualidade da solução potencial;
- Deve haver um critério para realizar as combinações entre os indivíduos;
- Existência de um procedimento para introduzir periodicamente alterações em algumas soluções, a fim de manter a diversidade.

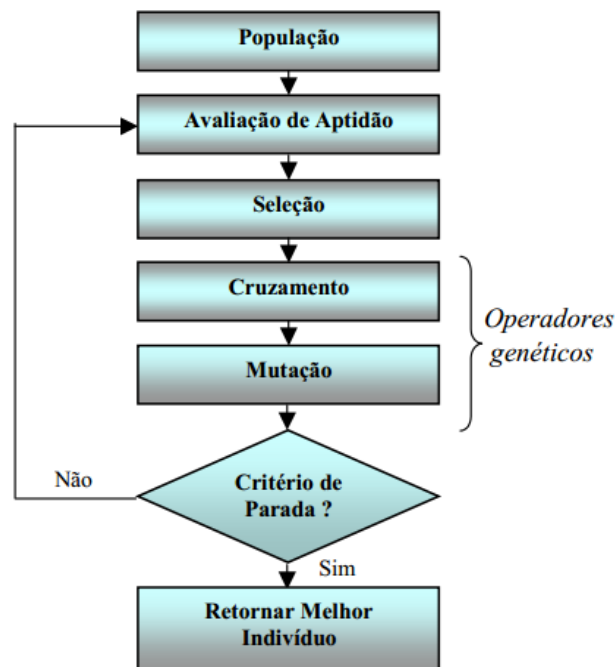
Pode-se resumir o funcionamento de um algoritmo genético com os seguintes passos:

- Escolha da população inicial formada por indivíduos selecionados de forma aleatória;

- Por meio de uma função, função aptidão, avalia-se a qualidade de cada indivíduo da população;
- Os indivíduos com as melhores características são escolhidos para darem origem a uma nova geração, esta é obtida aplicando-se aos indivíduos operadores de “crossover” e mutação;
- Estes passos repetem-se até que um dos seguintes critérios seja atingido:
  - Uma solução aceitável seja encontrada;
  - Até que o número limite de iterações seja alcançado;
  - Até que o algoritmo não consiga refinar a solução encontrada.

A Figura 25 mostra um diagrama com o esquema de funcionamento de um algoritmo genético.

Figura 25: Diagrama de funcionamento de um algoritmo genético



### **2.7.1 População**

Em algoritmos genéticos entende-se por população os indivíduos que formam o potencial conjunto solução do problema. O tamanho da população está diretamente relacionado com a eficiência do algoritmo genético. Populações pequenas fornecem pouca diversidade para os cruzamentos que darão origem a uma nova população. Já as populações muito grandes exigem do algoritmo muitas iterações o que consome muito tempo de processamento, causando uma baixa eficiência. Como exemplo de uma população pode-se citar o conjunto de vigas I laminadas disponíveis para escolha num dimensionamento de uma laje.

### **2.7.2 Função aptidão**

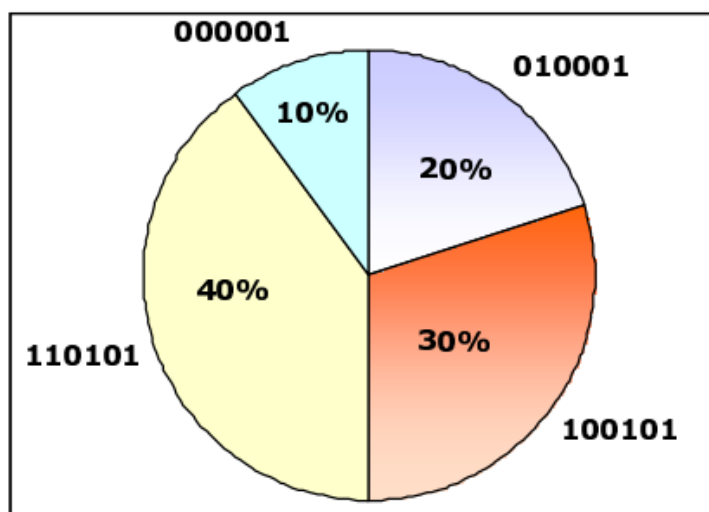
A função aptidão é o parâmetro principal que o algoritmo leva em consideração para avaliar a validade de uma possível solução. A mesma representa o critério com o qual o algoritmo irá trabalhar para comparar cada indivíduo da população com a solução do problema. De forma resumida e analógica, um exemplo de função aptidão é a equação que representa o momento resistente de uma viga fletida no plano da alma.

### **2.7.3 Seleção**

Existem vários métodos de seleção, entre eles estão o método de seleção por roleta e o método de seleção por torneio.

No método de seleção por roleta, cada indivíduo é representado pela porcentagem de aproximação com a função aptidão. Quanto maior a aptidão, maior a parcela de participação na roleta, logo maior a chance de seleção. A Figura 26 mostra uma ilustração deste método.

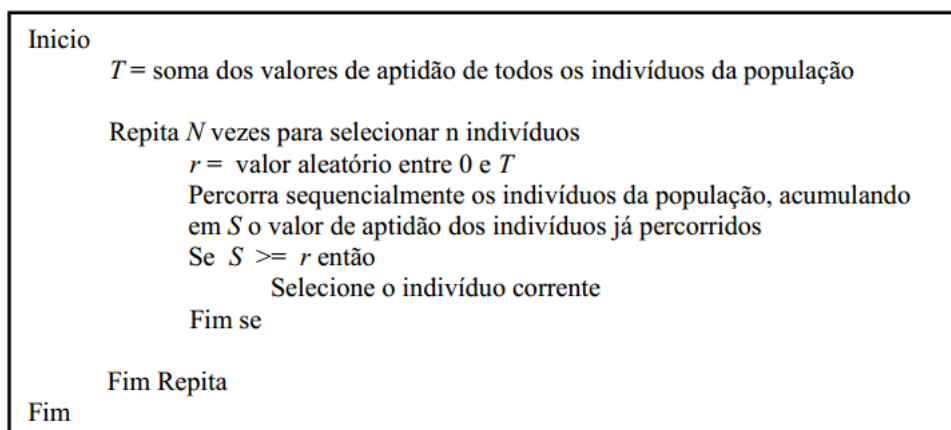
Figura 26: Método de seleção por Roleta



Fonte: Departamento de Informática Universidade Federal do Paraná, 2016

Um algoritmo que representa o método de seleção por roleta segundo Mitchell (1997), é mostrado na Figura 27.

Figura 27: Algoritmo Método de seleção por roleta



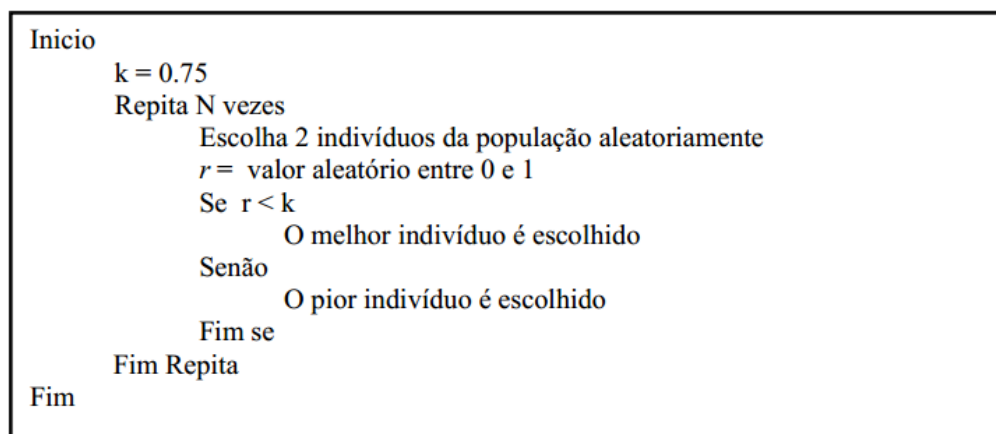
Fonte: Departamento de Informática Universidade Federal do Paraná, 2016

Já, no método de seleção por torneio, um número  $n$  de indivíduos é escolhido de forma aleatória para formar uma subpopulação temporária. A seleção posterior de um indivíduo desta subpopulação dependerá de uma probabilidade previamente



estabelecida. Um exemplo de algoritmo de seleção por torneio é mostrado na Figura 28.

Figura 28: Algoritmo Método de seleção por torneio



Fonte: Departamento de Informática Universidade Federal do Paraná, 2016

#### 2.7.4 Cruzamento (Crossover)

Nesta etapa, as características de dois indivíduos são combinadas para dar a origem a um novo indivíduo. As características escolhidas para serem usadas na combinação são as melhores de cada indivíduo, com isto, o indivíduo gerado possui a soma de duas das melhores características da população anterior.

Dentre os vários tipos de cruzamentos, destacam-se dois: o cruzamento em um ponto, mostrado na Figura 29, e o cruzamento em dois pontos, mostrado na Figura 30.

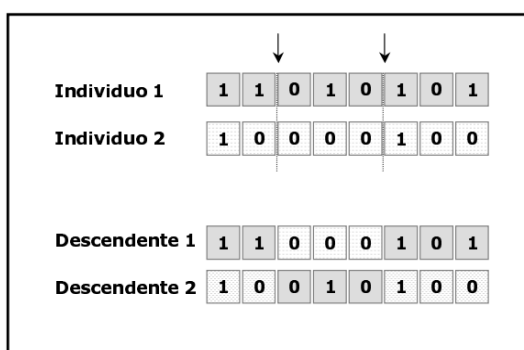
Figura 29: Cruzamento em um ponto



Fonte: Departamento de Informática Universidade Federal do Paraná, 2016

Com um ponto de cruzamento, seleciona-se um ponto de corte do “cromossomo”.

Figura 30: Cruzamento em dois pontos



Fonte: Departamento de Informática Universidade Federal do Paraná, 2016

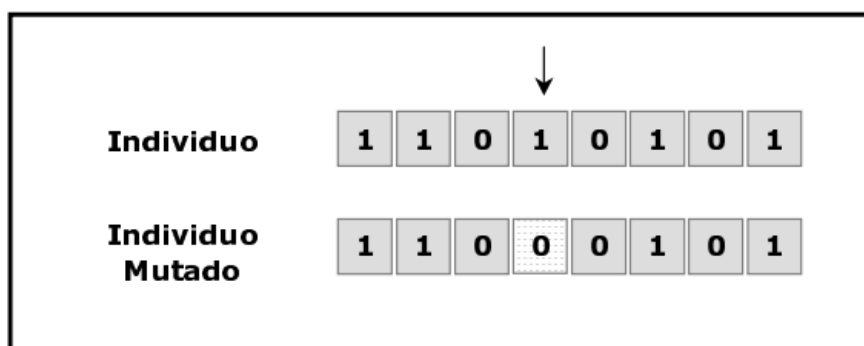
Com dois pontos de cruzamento, um dos descendentes fica com a parte central de um dos pais e as partes extremas do outro pai.

### 2.7.5 Mutação

Na mutação, Figura 31, as características dos indivíduos gerados são modificadas de forma aleatória. Os principais objetivos da mutação são:

- Criar novos valores de características que não existiam;
- Criar novos valores de características que existiam em pequenas quantidades;
- Manutenção da diversidade genética da população.

Figura 31: Mutação



Fonte: Departamento de Informática Universidade Federal do Paraná, 2016

## 2.8 DIMENSIONAMENTO DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM PERFIS ALVEOLARES SEGUNDO LAWSON E HICKS (2011).

Neste capítulo é apresentada toda a metodologia para dimensionamento de vigas mistas alveolares de aço e concreto descritas no guia de projeto europeu SCI:P355 formulado por Lawson e Hicks (2011). Como o guia é baseado nas normas europeias, adaptações foram feitas para atendimento do que prescreve a NBR 8800:2008. Estas adaptações serão apresentadas e explicadas ao longo deste capítulo.

## 2.8.1 Aspectos geométricos e definições

### 2.8.1.1 Limites geométricos

A Tabela 2 mostra os limites geométricos aos quais as vigas alveolares devem obedecer, para efeito de sua conformação.

Tabela 2: Limites geométricos

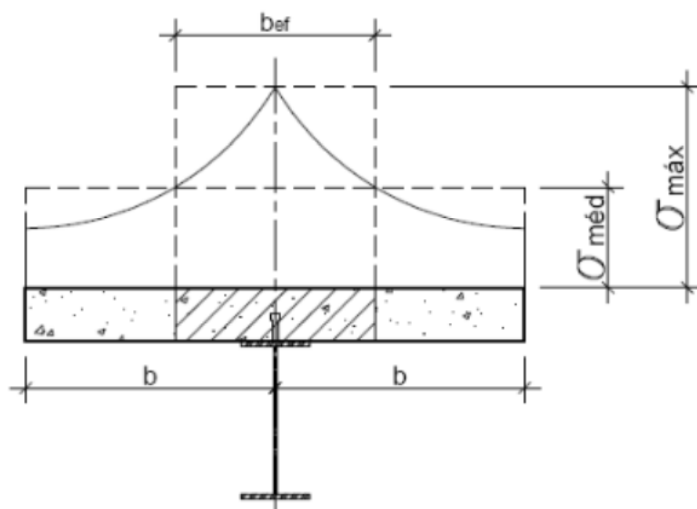
Parâmetro	Limite
Altura máxima da abertura	$\leq 0,8 d$
Altura mínima dos tês	$\geq t_f + 30 \text{ mm}$
Largura mínima do montante da alma	$\geq 0,3 d_0$
Largura mínima da extremidade apoiada	$\geq 0,5 d_0$
Onde:	
$d$ é a altura do perfil original	
$d_0$ é a altura da abertura	

Fonte: Autor

### 2.8.1.2 Largura efetiva da laje de concreto

As vigas mistas de aço e concreto alveolares consistem basicamente de um perfil de aço com uma laje de concreto apoiada sobre o mesmo. Para avaliar a viga composta, faz-se necessário, determinar a largura da laje que trabalha junto com o perfil de aço, ou seja, é necessário determinar a largura efetiva contribuinte da laje. A Figura 32 ilustra a largura efetiva de uma laje em uma viga mista.

Figura 32: Largura efetiva



Fonte: Badke et. al., 2015

A determinação da largura efetiva de forma precisa, pode ser efetuada de acordo com a Equação (23).

$$b_{ef} = \frac{\sigma_{med}}{\sigma_{max}} b \quad (23)$$

Entretanto, a determinação da distribuição de tensões, mostrada na Figura 32, é bastante complexa e trabalhosa, sendo assim, as normas estabelecem métodos e critérios aproximados para determinação da largura efetiva.

De acordo com a NBR 8800:2008, a largura efetiva da laje de concreto deve ser igual ao menor dos seguintes valores:

- 1/8 do vão da viga, tomado de centro a centro de apoios;
- metade da distância entre a linha de centro da viga em análise e a linha de centro da viga adjacente;
- distância da linha de centro da viga à borda de uma laje em balanço

## 2.8.2 Esforço cortante resistente na seção de abertura

O esforço cortante resistente na região de abertura é dado pela soma da resistência plástica da alma de aço da viga e da resistência da laje de concreto. A determinação destes esforços resistentes é feita de acordo com os itens seguintes.

### 2.8.2.1 Esforço cortante resistente plástico do perfil de aço

O esforço cortante resistente plástico do perfil de aço é determinado de acordo com a Equação (24).

$$V_{pl,Rd} = \frac{0,6A_w f_y}{\gamma_{a1}} \quad (24)$$

Onde:

$A_w$ : soma das áreas das almas dos tês superior e inferior;

$f_y$ : limite de escoamento do aço do perfil de aço;

$\gamma_{a1}$ : coeficiente de ponderação da resistência igual a 1,1.

### 2.8.2.2 Esforço cortante resistente da laje de concreto

O esforço cortante resistente da laje de concreto é determinado de acordo com a NBR 8800:2008, conforme Equação (25).

$$V_{c,Rd} = \frac{1000\tau_{Rd}k_v(1,2 + 40\rho)A_v}{b_n} \quad (25)$$

Onde:

$$\rho = \frac{A_s}{A_v} \leq 0,02$$

$$\tau_{Rd} = 0,25f_{ctd}$$

$$f_{ctd} = \eta f_{ctk,inf} / \gamma_c$$

$$\eta = 0,3 + 0,7 \left( \frac{\rho_c}{2400} \right)$$

Onde:

$k_v$  possui os valores descritos abaixo:

- $(1,6 - d/1000) \geq 1,0$ , caso haja armadura longitudinal de tração que se estenda a não menos que  $d + l_{b,nec}$  além da seção considerada;
- 1,0, para os demais casos;

$A_s$  é a área da armadura de tração

$A_v$  é a área resistente de concreto

$l_{b,nec}$  é o comprimento de ancoragem necessário, dado na NBR 6118

$f_{ctk,inf}$  é a resistência à tração direta característica inferior do concreto igual a  $0,21f_{ck}^{2/3}$ , com  $f_{ctk,inf}$  e  $f_{ck}$  expressos em MPa

$\rho_c$  é a massa específica do concreto

Logo, o esforço cortante resistente na região de abertura é dado pela Equação (26).

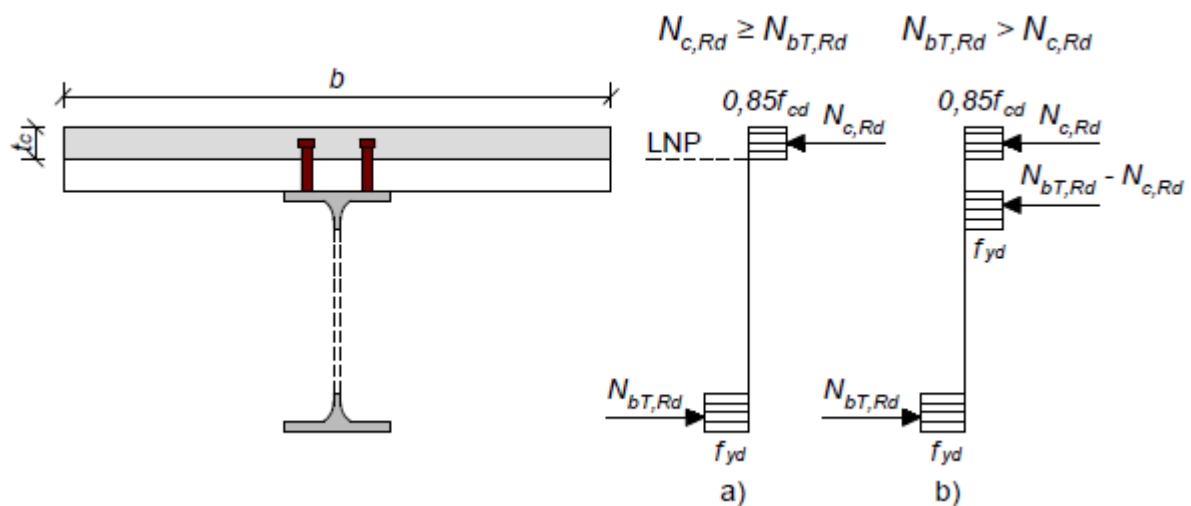
$$V_{Rd} = V_{pl,Rd} + V_{c,Rd} \quad (26)$$

### 2.8.3 Momento fletor resistente na abertura

A flexão da viga provocada pelo momento fletor produz na seção transversal da viga mista esforços de tração no tê de aço inferior e de compressão no tê de aço superior mais a laje de concreto.

Para determinação do momento resistente na abertura é necessário conhecer a posição da linha neutra plástica na seção transversal. Posição esta que depende da intensidade dos esforços resistentes à compressão e tração dos tês superior e inferior, respectivamente. A Figura 33 ilustra a situação descrita anteriormente.

Figura 33: Posição da linha neutra plástica



Fonte: Badke et. al., 2015

Na Figura 33 a seção a) indica a linha neutra posicionada sobre na laje de concreto, já a b) a linha neutra posicionada no tê superior.

### 2.8.3.1 Linha neutra plástica na laje de concreto $N_{c,Rd} \geq N_{bT,Rd}$

O esforço resistente à compressão da laje de concreto pode ser determinado conforme Equação (27).

$$N_{c,Rd} = \min (0,85f_{cd}bt_c; n_{sc}Q_{Rd}) \quad (27)$$



E o esforço resistente à tração do tê inferior é determinado conforme Equação (28).

$$N_{bT,Rd} = \frac{A_{bT}f_y}{\gamma_{a1}} \quad (28)$$

Para estas condições atendidas, o momento fletor resistente na região de abertura é determinado conforme Equação (29).

$$M_{0,Rd} = N_{bT,Rd}(h_{ef} + z_t + h_t - 0,5z_c) \quad (29)$$

Onde:

$h_{ef}$  é a altura efetiva da viga entre os centros de gravidade dos tês;

$h_t$  é a altura total da laje de concreto;

$z_t$  é a distância entre a extremidade da mesa e o centro de gravidade do tê superior;

$z_c$  é a altura de concreto em compressão, Eq. (30):

$$z_c = \frac{N_{c,Rd}}{0,85f_{cd}b} \leq t_c \quad (30)$$

$t_c$  é a altura da laje de concreto;

$n_{sc}$  é o número de conectores posicionados à cima da abertura;

$A_{bT}$  é a área do tê inferior;

$Q_{Rd}$  é a força resistente de cálculo dos conectores, tomada como o menor entre os dois valores descritos abaixo:

$$Q_{Rd} = \frac{1}{2} \frac{A_{cs}\sqrt{f_{ck}E_c}}{\gamma_{cs}} \quad (31)$$

$$Q_{Rd} = \frac{R_g R_p A_{cs} f_{ucs}}{\gamma_{cs}} \quad (32)$$

Onde:

$A_{cs}$  é a área do conector;

$E_c$  é o módulo de elasticidade do concreto;

$f_{ck}$  é a resistência característica do concreto à compressão;

$f_{ucs}$  é resistência à ruptura do aço do conector;

$R_g$  é o coeficiente para consideração do efeito de atuação de grupos de conectores, tomado de acordo com o exposto a seguir:

1,00, para um conector soldado em uma nervura de fôrma de aço perpendicular ao perfil de aço; para qualquer número de conectores em uma linha soldados diretamente no perfil de aço; para qualquer número de conectores em uma linha soldados através de uma fôrma de aço em uma nervura paralela ao perfil de aço e com relação  $b_f/h_f$  igual ou superior a 1,5;

0,85, para dois conectores soldados em uma nervura de fôrma de aço perpendicular ao perfil de aço; para qualquer número de conectores soldados através de uma fôrma de aço em uma nervura paralela ao perfil de aço e com relação  $b_f/h_f$  inferior a 1,5;

0,7, para três ou mais conectores soldados em uma nervura de fôrma de aço perpendicular ao perfil de aço.

$R_p$  é o coeficiente para consideração da posição do conector, tomado de acordo com o exposto à baixo:

1,00 para conectores soldados diretamente no perfil de aço; havendo nervuras paralelas ao perfil, pelo menos 50% da mesa deve ter contato com concreto;

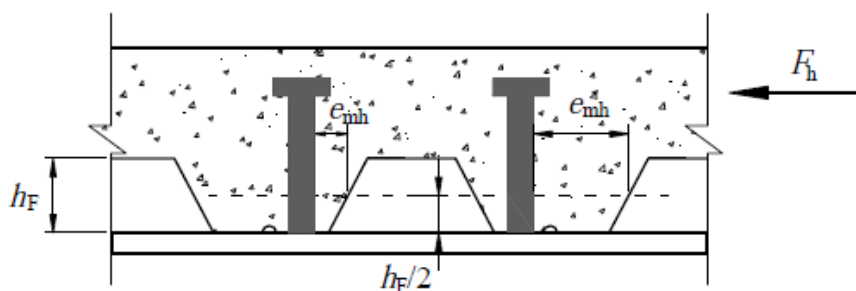
0,75 para conectores soldados em laje mista com nervuras perpendiculares ao perfil e  $e_{mh} \geq 50mm$ . Para conectores soldados em uma forma com nervuras paralelas ao perfil;

0,60 para conectores soldados em laje mista com nervuras perpendiculares ao perfil e  $e_{mh} < 50mm$ .

Onde:

$e_{mh}$  é a distância da borda do fuste do conector à alma da nervura da fôrma de aço, medida à meia altura da nervura e no sentido da força cortante que atua no conector, conforme Figura 34.

Figura 34: Posição de  $e_{mh}$



Fonte: NBR 8800, 2008.

Quando a linha neutra se encontra no tê superior do perfil, o momento resistente é dado pela Equação (33).

#### 2.8.3.2 Linha neutra plástica no tê superior $N_{c,Rd} < N_{bT,Rd}$

Nesta situação o momento resistente na região de abertura é dado conforme Equação (33).

$$M_{0,Rd} = N_{bT,Rd} h_{ef} + N_{c,Rd} \left( z_T + h_t - \frac{1}{2} z_c \right) \quad (33)$$

#### 2.8.4 Verificação do mecanismo Vierendeel

A resistência à flexão de Vierendeel é dada pela soma dos momentos fletores locais resistentes dos quatro cantos da abertura com o momento fletor resistente local devido à interação do tê superior com a laje de concreto. O momento fletor resistente de Vierendeel deve ser maior que os momentos fletores de cálculo, provocados pelo esforço cortante, à esquerda e à direita da abertura equivalente. Esta condição é expressa na Equação (34).

$$M_{V,Rd} = 2M_{b,NV,Rd} + 2M_{t,NV,Rd} + M_{vc,Rd} \geq V_{Sd}l_e \quad (34)$$

Onde:

$M_{b,NV,Rd}$  momento resistente reduzido do tê inferior para a presença de esforço cortante e axial

$M_{t,NV,Rd}$  momento resistente reduzido do tê superior para a presença de esforço cortante e axial

$M_{vc,Rd}$  momento resistente local devido à interação do tê superior com a laje de concreto

$V_{Sd}$  esforço cortante que atua na extremidade da abertura em que o momento fletor é solicitante é menor

$l_e$  comprimento equivalente da abertura.

#### 2.8.4.1 Classificação da alma do tê

A classificação da alma do tê deve ser tomada de acordo com o item 6 da Tabela F.1 da NBR 8800:2008. Este trecho da referida tabela é mostrado na Figura 35.

Figura 35: Classificação da alma do tê

6	— Almas de seções T		$0,75 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$
---	---------------------	---	-----------------------------

Fonte: NBR 8800, 2008

#### 2.8.4.2 Momento fletor resistente plástico

O momento fletor resistente plástico, considerando a linha neutra plástica da seção tê posicionada na mesa superior, é dado conforme Equação (35), de acordo com o item 3.4.4 do SCI:P355.

$$M_{pl,Rd} = \frac{A_{w,T} f_y (0,5 h_{w,T} + t_f - z_{pl})}{\gamma_{a1}} + \frac{A_f f_y \left( 0,5 t_f - z_{pl} + \frac{z_{pl}^2}{t_f} \right)}{\gamma_{a1}} \quad (35)$$

Onde:

$A_f$  é a área da mesa do tê;

$A_{w,T}$  é a área da alma do tê;

$h_{w,T}$  é a altura da alma do tê;

$z_{pl}$  é a distância entre a linha neutra plástica e a extremidade da mesa de aço, determinado de acordo com a Equação (36).

$$z_{pl} = \frac{A_f + A_{w,T}}{2b_f} \quad (36)$$

##### 2.8.4.2.1 Redução do momento fletor resistente plástico devido à presença de esforço axial

A presença de esforços axiais nos tês da seção da viga mista provoca uma redução do valor do momento resistente plástico, o qual é dado conforme Equação (37), de acordo com o item 3.4.4 do SCI:P355.

$$M_{pl,N,Rd} = M_{pl,Rd} \left( 1 - \left( \frac{N_{Sd}}{N_{pl,Rd}} \right)^2 \right) \quad (37)$$

Onde:

$N_{Sd}$  é o esforço axial solicitante no tê;

$N_{pl,Rd}$  é o esforço axial resistente plástico da seção tê.

#### 2.8.4.2.2 Redução do momento fletor resistente plástico devido à presença de esforço cortante

Para levar em conta a contribuição do esforço cortante na redução do momento fletor resistente plástico, reduz-se a espessura da alma do tê conforme Equação (38).

$$t_{w,ef} = t_w (1 - (2\rho - 1)^2) \quad (38)$$

Após obtenção da espessura reduzida, seu valor deve ser lançado no cálculo da área do tê ( $A_{wT}$ ) e calculado novamente o valor de  $M_{pl,Rd}$ .

#### 2.8.4.3 Momento fletor resistente elástico

O momento fletor resistente elástico é determinado de acordo com a Equação (39).

$$M_{el,Rd} = \frac{\frac{A_{wT} f_y (0,5 h_{wT} + t_f - z_T)^2}{\gamma_{a1}} + \frac{A_f f_y \left( z_T - \frac{t_f}{2} \right)^2}{\gamma_{a1}}}{h_{wT} + t_f - z_T} \quad (39)$$

Onde:

$z_T$  é a distância entre o centro de gravidade do tê e a extremidade da mesa de aço, determinado de acordo com a Equação (40).

$$z_T = \frac{A_{wT}(0,5h_{wT} + t_f) + 0,5t_f A_f}{A_f + A_{wT}} \quad (40)$$

#### 2.8.4.3.1 Redução do momento fletor resistente elástico devido à presença de esforço axial

A presença de esforços axiais nos tês da seção da viga mista provoca uma redução do valor do momento resistente elástico, o qual é dado conforme Equação (41).

$$M_{el,N,Rd} = M_{el,Rd} \left( 1 - \frac{N_{Sd}}{N_{pl,Rd}} \right) \quad (41)$$

#### 2.8.4.4 Momento fletor resistente devido à interação do tê superior com a laje de concreto

O momento fletor resistente devido à interação do tê superior com a laje de concreto é determinado conforme Equação (42).

$$M_{vc,Rd} = \Delta N_c (z_T + h_t - 0,5t_c) k_0 \quad (42)$$

Onde:

$$\Delta N_c = n_{sc} Q_{Rd}$$

$k_0$  é o fator de redução dado conforme abaixo:

$$k_0 = 1 - \frac{l_0}{25d_T} \quad (43)$$





### 2.8.5.1 Esforço cortante longitudinal resistente do montante da alma

O valor do esforço cortante resistente ao corte longitudinal na região do montante da alma é determinado conforme Equação (44).

$$V_{wp,Rd} = \frac{0,6s_0t_wf_y}{\gamma_{a1}} \quad (44)$$

Onde:

$s_0$  largura do montante da alma

$t_w$  espessura da alma

Todavia, nas verificações de cálculo quando são comparados os esforços resistentes com os atuantes, o esforço cortante que se compara com  $V_{wp,Rd}$  não é o esforço cortante nos apoios,  $V_{sd}$ , e sim seu valor reduzido, dado na Equação (45).

$$V_{wp,sd} = \frac{V_{sd}s}{h_{ef} + z_T + h_t - 0,5t_c} \quad (45)$$

A condição de aplicação da Equação (45) é que a interação entre a laje de concreto e o perfil de aço seja total. Neste trabalho, todos os cálculos desenvolvidos adotaram tal interação.

### 2.8.5.2 Momento fletor resistente do montante da alma

O momento fletor resistente do montante da alma é tomado de acordo com a Equação (46).

$$M_{wp,Rd} = \frac{s_0^2 t_w f_y}{6\gamma_{a1}} \quad (46)$$

O valor do momento atuante, para efeitos de comparação com o valor da Equação (46), é obtido conforme Equação (47).

$$M_{wp,Sd} = \frac{(V_{Sd} - V_{bT,Sd})}{2} - \frac{\Delta N_c}{2} (z_T + h_t - 0,5t_c) \quad (47)$$

#### 2.8.5.3 Resistência à flambagem do montante da alma

Para determinar a resistência do montante da alma à flambagem, é necessário determinar o coeficiente de redução estabelecido na curva de resistência à compressão da NBR 8800:2008, o qual depende da esbeltez do elemento. De acordo com Lawson e Hicks (2011) tal coeficiente é dado pela Equação (48).

$$\lambda_0 = \frac{\sqrt{12} l_w t_w}{\lambda_1} \quad (48)$$

Adaptando a Equação (48) ao estabelecido na NBR 8800:2008, chega-se na esbeltez reduzida, conforme Equação (49).

$$\lambda_0 = \frac{1,75 \sqrt{s_0^2 + d_0^2}}{t_w \lambda_1} \quad (49)$$

Onde:

$d_0$  largura da abertura

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{E/f_y}$$

$E$  módulo de elasticidade do aço do perfil

A resistência à flambagem para aberturas adjacentes é dada pela Equação (50).

$$N_{wp,Rd} = \chi \frac{s_0 t_w f_y}{\gamma_{a1}} \quad (50)$$

Onde:

$\chi$  é o fator de redução da resistência à compressão, determinado conforme abaixo:

Para  $\lambda_0 \leq 1,5$ :

$$\chi = 0,658^{\lambda_0^2} \quad (51)$$

Para  $\lambda_0 > 1,5$ :

$$\chi = \frac{0,877}{\lambda_0^2} \quad (52)$$

O esforço normal compressivo para comparação com o valor obtido com a Equação (52) deve ser tomado de acordo com a Equação (53).

$$N_{wpSd} = V_{wpSd} + \frac{|M_{wpSd}|}{\frac{d_0}{2}} \quad (53)$$

### 2.8.6 Restrições ao esforço cortante em aberturas adjacentes

O esforço cortante também pode provocar a ocorrência de flexão e flambagem no montante da alma. Por isso, faz-se necessário, determinar os esforços resistentes para estes dois modos de colapso.

#### 2.8.6.1 Esforço cortante resistente de flexão do montante da alma

Para o caso de interação total entre a laje de concreto e a mesa do perfil de aço, o esforço cortante resistente do montante da alma à flexão é determinado conforme Equação (54).

$$V_{Rd} = \left( \frac{2M_{wpRd}}{s} + \frac{4M_{bNVRd}}{l_0} \right) \frac{h_{ef} + h_t - 0,5t_c}{h_{ef}} \quad (54)$$

#### 2.8.6.2 Esforço cortante resistente à flambagem do montante da alma

Para o caso de interação total entre a laje de concreto e a mesa do perfil de aço, o esforço cortante resistente à flambagem do montante da alma é determinado de acordo com a Equação (55).

$$V_{Rd} = \left( N_{wpRd} \left( \frac{d_0}{s} \right) + 4 \frac{M_{bNVRd}}{l_0} \right) \frac{h_{ef} + h_t - 0,5t_c}{h_{ef} + d_0} \quad (55)$$

### 2.8.7 Estados limites de serviço de deslocamento excessivo

No cálculo de flechas em vigas de alma cheia a influência do esforço cortante pode ser desprezada, porém, para o caso de vigas alveolares, a flecha devida ao esforço cortante pode apresentar valores significativos, logo deve ser considerada.

Sendo assim, a flecha total é dada pela soma da flecha provocada pelo momento fletor e a provocada pelo esforço cortante, conforme mostra a Equação (56).

$$f_T = f_M + f_V \quad (56)$$

#### 2.8.7.1 Flecha provocada pelo momento fletor

A flecha provocada pelo momento fletor é determinada de acordo com a Equação (57).

$$f_M = \frac{5ql^4}{384EI_e} \quad (57)$$

Onde:

$l$  é o vão da viga biapoiada

$I_e$  é o momento de inércia equivalente

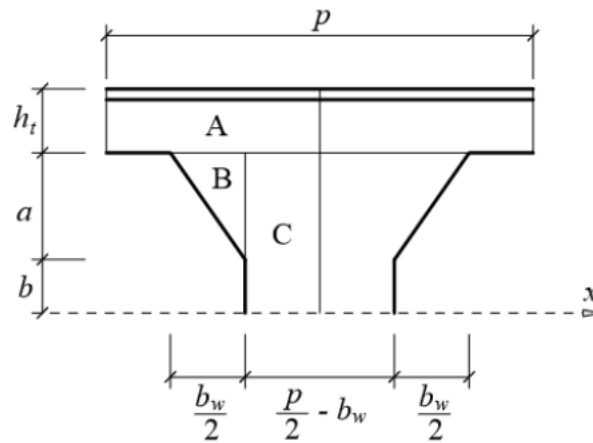
##### 2.8.7.1.1 Inércia equivalente para vigas casteladas

No caso de vigas casteladas padrão Peiner, a inércia equivalente é obtida conforme Equação (58).

$$I_e = 2(A_T y_0^2 + I_T) + \frac{t_w}{6} (1,73a^3 + 4,9a^2b + 4,38ab^2 + 0,9b^3) \quad (58)$$

Os parâmetros mostrados na Equação (58) são os ilustrados na Figura 37.

Figura 37: Parâmetros geométricos na viga castelada



Fonte: Silveira, 2011

#### 2.8.7.1.2 Inércia equivalente para vigas celulares

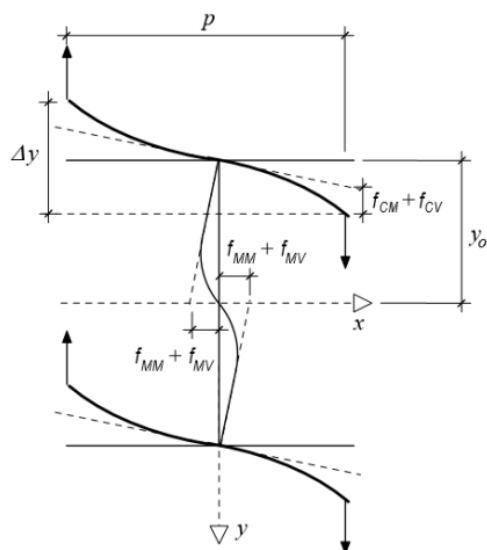
Este trabalho adota como inércia equivalente para o caso de perfis celulares a equação proposta por Veríssimo (2012), a mesma é mostrada na Equação (59).

$$I_e = 2(A_T y_0^2 + I_T) + \frac{t_w D_0^3}{48} \left( 2,5 - \frac{1}{\eta} \right) \quad (59)$$

#### 2.8.7.2 Flecha provocada pelo esforço cortante

De acordo com Delesques (1969), o cisalhamento produz diversas deformações na região das aberturas de vigas alveolares, conforme mostra a Figura 38.

Figura 38: Deformações causadas pelo esforço cortante



Fonte: Silveira, 2011

A flecha total provocada pelo cisalhamento é dada pela soma de quatro parcelas, conforme Equação (60).

$$f_V = (f_{MM} + f_{MV}) \frac{p}{y_0} + 2(f_{CM} + f_{CV}) \quad (60)$$

Onde:

$f_{MM}$  é a deformação devida à flexão do montante;

$f_{MV}$  é a deformação devida ao cisalhamento do montante;

$f_{CM}$  é deformação devida à flexão dos cordões;

$f_{CV}$  é a deformação devida ao cisalhamento dos cordões.

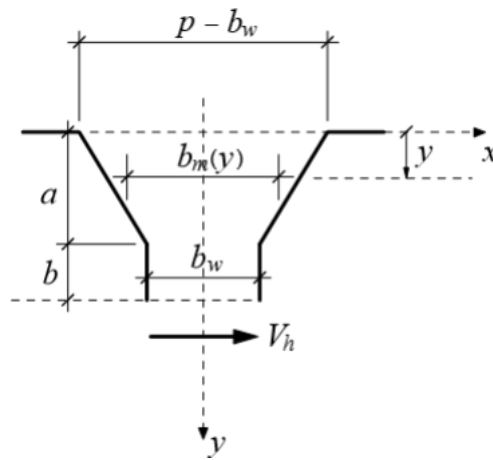
#### 2.8.7.2.1 Deformação devida à flexão do montante

Esta deformação pode ser determinada de acordo com a Equação (61).

$$f_{MM} = \frac{V_{sd}p}{Ey_0b_w t_w} \left[ 3a^2k + \frac{3ab(ab_w + bp)}{b_w(-b_w + p)^2} + \frac{2b^3}{b_w^2} \right] \quad (61)$$

Os parâmetros geométricos expressos na Equação (61) são ilustrados na Figura 39.

Figura 39: Parâmetros geométricos para determinação da deformação devida à flexão da alma



Fonte: Silveira, 2011

#### 2.8.7.2.2 Deformação devida ao cisalhamento do montante

A deformação provocada pelo cisalhamento do montante da alma é dada de acordo com a Equação (62).

$$f_{MV} = \frac{1,8V_{sd}}{Gy_0} (0,7a + b) \quad (62)$$

Onde:

$G$  é o módulo de elasticidade transversal do aço



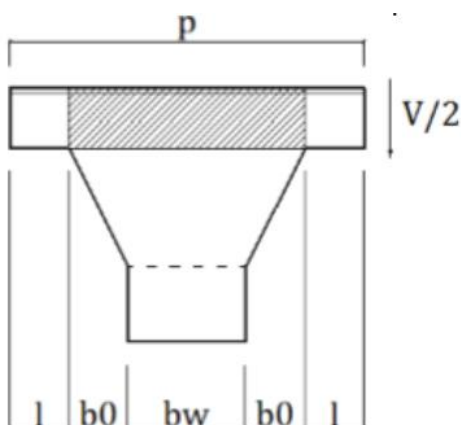
### 2.8.7.2.3 Deformação devida à flexão dos cordões

A deformação provocada pela flexão dos cordões é mostrada na Equação (63).

$$f_{CM} = \frac{V_{sd} l^3}{6EI_t} \quad (63)$$

Os parâmetros geométricos expressos na Equação (63) são ilustrados na Figura 40.

Figura 40: Parâmetros geométricos para determinação da deformação devida à flexão dos cordões



Fonte: Mendonça, 2014

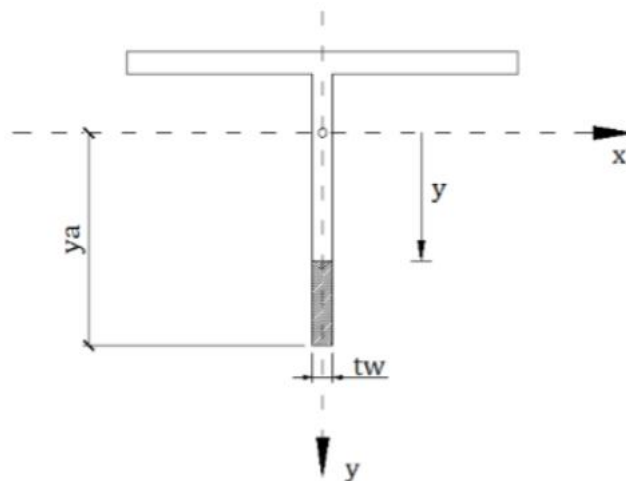
### 2.8.7.2.4 Deformação devida ao cisalhamento dos cordões

A deformação provocada pelo cisalhamento dos cordões é mostrada na Equação (64).

$$f_{cv} = \frac{2}{15} \frac{V_{sd} l t_w y_a^5}{GI_t} \quad (64)$$

Os parâmetros geométricos expressos na Equação (64) são ilustrados na Figura 41.

Figura 41: Parâmetros geométricos para determinação da deformação devida ao cisalhamento dos cordões



Fonte: Mendonça, 2014

## 2.9 ESTADO DA ARTE

Neste item será apresentado o estado da arte, com os trabalhos dos pesquisadores encontrados até o presente momento.

### 2.9.1 Vigas mistas alveolares

Cimadevilla (2000) estabelece aspectos teóricos para a determinação de esforços resistentes e deformações dos perfis alveolares, bem como propõe equações consistentes para o cálculo dos mesmos.

Erdal et. al. (2011) realizaram estudo das vigas celulares utilizando a norma britânica BS 5920 (2000) juntamente com procedimentos computacionais, tais como: otimização, procura harmônica e o método dos elementos finitos.

Bezerra (2011) propôs um procedimento para a determinação do momento fletor resistente de vigas casteladas de padrão Peiner e anglo saxônico, para o estado-limite último de flambagem lateral com torção. Este procedimento, no entanto, depende de algumas condições para ser usado, tais como:

- Os apoios da viga não permitem a torção;
- O momento atuante deve ser uniforme;
- A carga distribuída deve ser uniforme;
- A carga concentrada, se existir, deve ser aplicada no meio do vão.

Abreu (2011) com o uso do método dos elementos finitos no software ABACUS/CAE versão 6.7, analisa as vigas celulares duplamente simétricas e biapoiadas. Os resultados obtidos são comparados com as recomendações da British Standard BS 5950-1:2000.

Silveira (2011) obteve modelos numéricos para a avaliação de vigas alveolares nos modos de colapso por plastificação. Estes modelos proporcionaram mudanças em algumas expressões de cálculo bem como o surgimento de novas expressões.

Badke Neto, Calenzani e Ferreira (2015), apresentaram um programa que permite o dimensionamento de vigas celulares mistas de aço e concreto biapoiadas. A metodologia do programa é baseada no guia de projeto de Lawson e Hicks e de Ward (2011), com algumas adaptações para adequação à NBR 8800:2008. O programa foi validado por meio de solução correta de dois exemplos numéricos disponíveis na literatura.

Sweedan (2010) propõe um estudo sobre a estabilidade das vigas celulares. Neste estudo é considerada uma viga simplesmente apoiada submetida aos seguintes casos de carregamento: carga concentrada e carga uniformemente distribuída. Sweedan utilizou o método dos elementos finitos a fim de determinar o coeficiente de gradiente do momento fletor,  $C_b$ . Uma das principais conclusões do estudo é que o coeficiente de gradiente é fortemente influenciado pelos furos na viga celular. Outra conclusão importante é a obtenção de uma equação empírica para obtenção do fator  $k_{LB}$ , onde a mesma é mostrada na Equação (65).

$$k_{LB} = \left( \frac{-0,03}{\lambda \psi} \right) \left( \frac{h_w}{t_w} \right) + [\beta - 0,002(\lambda - 10)] \sqrt{\psi}, \quad (65)$$

Onde:

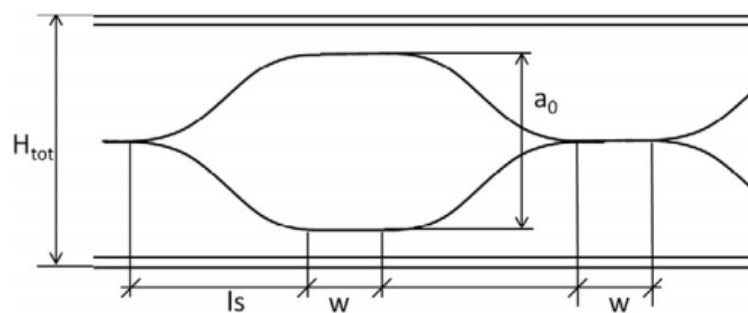
$$\lambda = \frac{b_f}{t_f}$$

$$\beta = \begin{cases} 1,1 & \text{para momentos de extremidade} \\ 1,45 & \text{para cargas concentradas} \\ 1,21 & \text{para cargas uniforme distribuidas} \end{cases}$$

$$\psi = 0,89 + 0,15 \left( \frac{s}{t_w} \right) - 0,028 \left( \frac{s}{t_w} \right)^2 \quad (66)$$

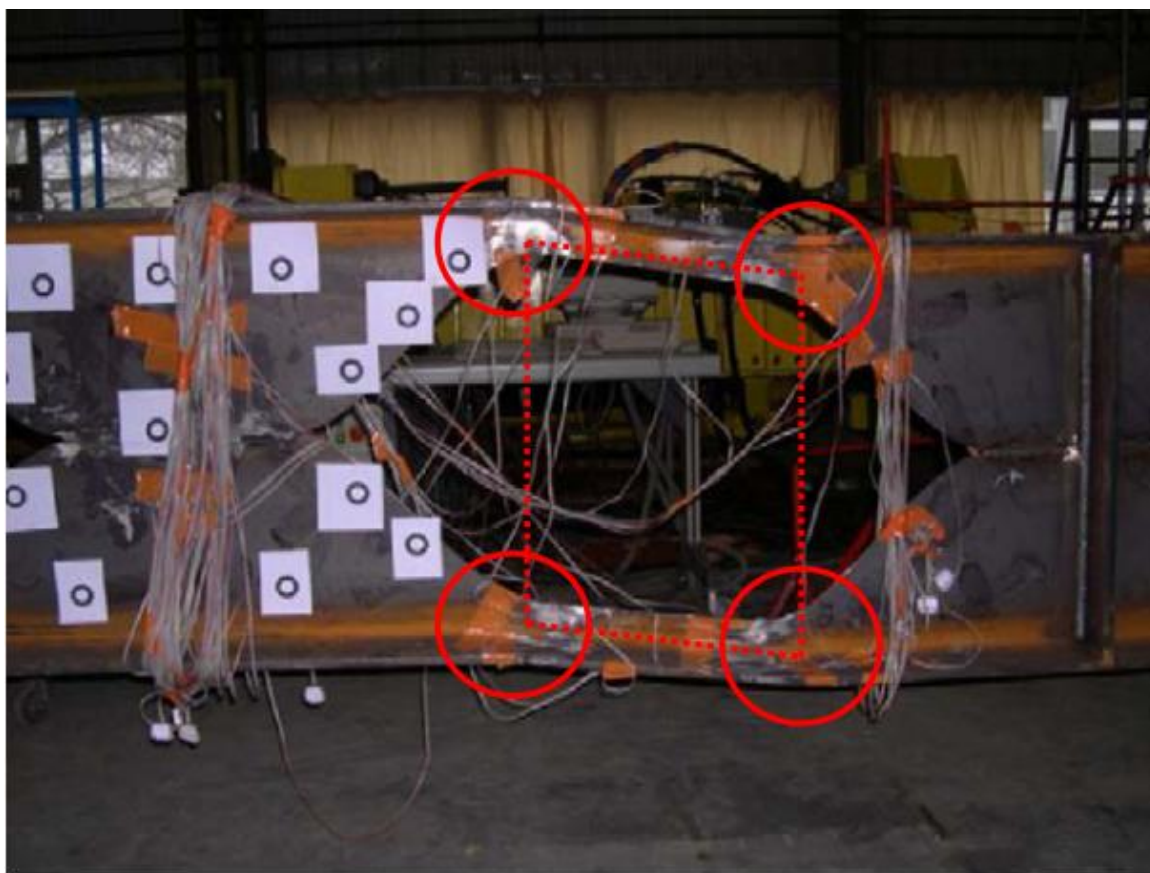
Durif, Bouchair e Vassart (2013), propõem um estudo de vigas celulares com aberturas senoidais. Foram realizados testes empíricos e numéricos com o uso do método dos elementos finitos no software SAFIR, a fim de comparar os resultados. O estudo concluiu que para aberturas com razão  $a_0/H_{total} = 0,78$ , Figura 42, ocorre o aparecimento de tensões locais nos quatro cantos da abertura, conforme mostra a Figura 43.

Figura 42: Parâmetros geométricos nas aberturas senoidais



Fonte: Journal of Construction Steel Research, 2013

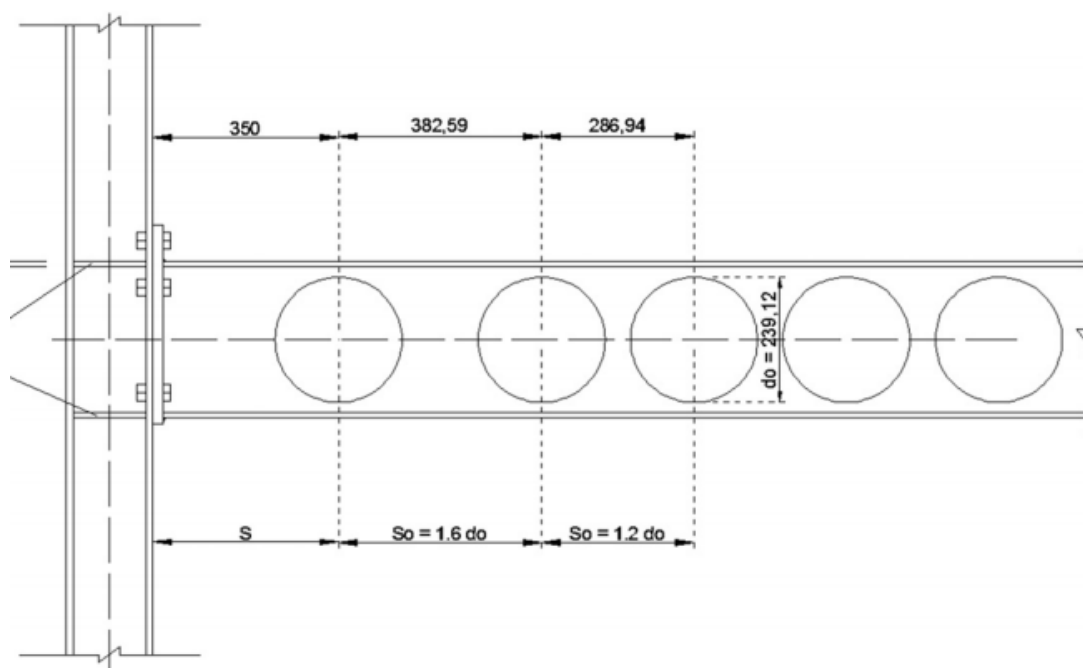
Figura 43: Tensões locais



Fonte: Journal of Construction Steel Research, 2013

Konstantinos e Papadopoulos (2015) fizeram um estudo, em elementos finitos, sobre o comportamento de vigas celulares sujeitas a carregamentos cíclicos. No estudo em questão, foi considerado uma carga sísmica, em ligações rígidas com colunas. O estudo concluiu que este tipo de conexão tem um bom comportamento no que diz respeito à distribuição de tensões devidas a um carregamento cíclico. Várias vigas foram modeladas a fim de determinar a distância ideal entre a face da coluna da ligação e o centro do primeiro furo da viga celular. O valor ideal obtido foi de 350mm, conforme mostra a Figura 44.

Figura 44: Conexão viga coluna



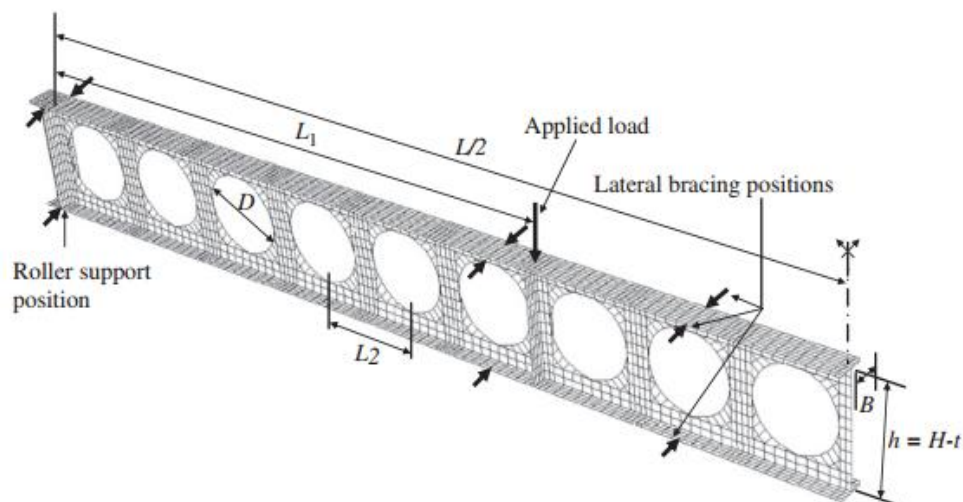
Fonte: Journal of Construction Steel Research, 2015

Banerjee e Bhaskar (2009) realizaram um estudo sobre os efeitos de cargas dinâmicas em vigas alveolares com aberturas triangulares e hexagonais. Eles usaram um modelo de elementos finitos para analisarem várias vigas com estas aberturas. Dentre outras, as principais conclusões obtidas no estudo foram com relação às frequências naturais das vigas. No caso das vigas com aberturas triangulares, as frequências naturais encontradas foram independentes da área da abertura triangular. Isto porque, em regimes de baixa frequência, as deformações ocorrem ao longo da parede da viga. Já no caso de vigas com aberturas hexagonais, as frequências naturais encontradas foram proporcionais a área da abertura. Outra conclusão importante foi em relação à frequência fundamental. Conclui-se que esta é mais alta no caso de aberturas triangulares, em comparação com as aberturas hexagonais.

Ellobody (2011) realizou estudo de análise não linear em vigas celulares com o uso do método dos elementos finitos. Foram estudadas 120 vigas com aberturas de

raios diferentes a fim de determinar os modos de falha das mesmas, de acordo com a Figura 45.

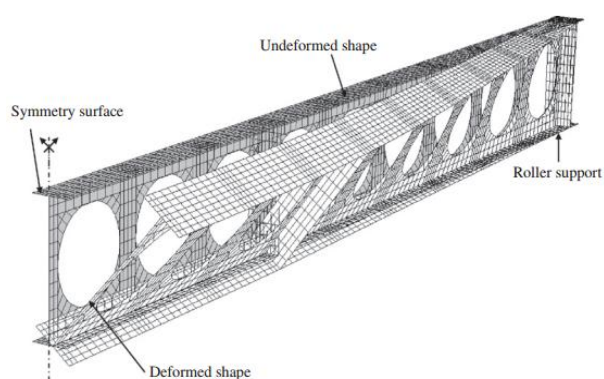
Figura 45: Viga com aberturas celulares



Fonte: Thin-Walled Structures, 2011

O estudo concluiu que as vigas falharam para a combinação da distorção da mesa com a flexão da alma.

Figura 46: Modo de falha da viga



Fonte: Thin-Walled Structures, 2011

Panedpojaman, Thepchatri e Limkatanyu (2013), pesquisadores tailandeses, estudaram 390 modelos paramétricos de vigas celulares. O objetivo do estudo foi desenvolver equações para determinar o esforço de cisalhamento resistente nestas vigas. Os pesquisadores usaram modelos em elementos finitos e estudaram os modos de falha nas regiões dos furos da viga celular. Após a realização dos estudos foram obtidas as Equações (67) e (68).

$$V' = V'_{t,U} \left( 1 + \frac{S_{t,L} t_{w,L}}{S_{t,U} t_{w,U}} \right) \quad (67)$$

$$V' = V'_{t,L} \left( 1 + \frac{S_{t,U} t_{w,U}}{S_{t,L} t_{w,L}} \right) \quad (68)$$

Onde:

$V'_t$  é a força de cisalhamento na flambagem, dada por

$$V'_t = p_c (b_e t_w)$$

$S_t$  é um parâmetro geométrico, dado por

$$S_t = (H - d_0)/2$$

Brinkhus (2015) desenvolveu planilhas com o uso do Microsoft Excel para a verificação de vigas casteladas e vigas mistas casteladas. Também foram realizadas análises numéricas através do método dos elementos finitos para verificação das vigas casteladas.

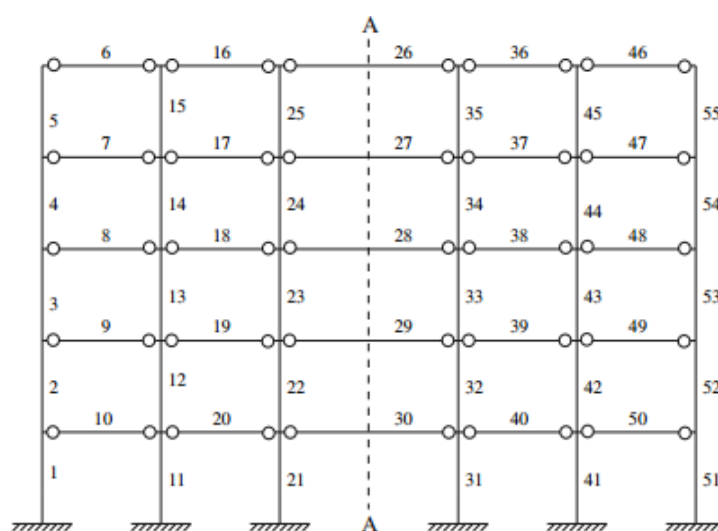
Ramos e Alves (2018), implementaram programa de dimensionamento otimizado de vigas mistas celulares utilizando algoritmos genéticos. O programa foi implementado no software Matlab. Toda a implementação foi baseada na formulação proposta por Lawson e Hicks (2011).



### 2.9.2 Otimização computacional

Kripakaran, Hall e Gupta (2009) elaboraram estudo de otimização com o uso de algoritmos genéticos, a fim de determinar a melhor localização das ligações rígidas e de forma a minimizar o custo do projeto com base nos pesos das vigas selecionadas de acordo com o diagrama de momento fletor de cada barra. Podendo ser visto na Figura 47.

Figura 47: Localização das ligações em edifício



Fonte: Kripakaran, Hall e Gupta, 2009

Erdal, Dorgan e Saka (2010) fizeram dois estudos de projeto ótimo de vigas celulares utilizando metodologia evolutiva; o primeiro baseado em pesquisa harmônica, já o segundo em otimizadores de enxame. Os pesquisadores fizeram uma análise comparativa dos dois métodos verificando qual se adapta melhor ao problema.

Kripka, Medeiros e Lemonge (2015) realizaram um estudo de otimização computacional a fim de determinar a distribuição ótima das armaduras em uma viga de concreto armado, tendo como objetivo minimizar o custo final do projeto.

Shon, Jin e Lee (2016) usaram os algoritmos genéticos para desenvolver um estudo de otimização de vigas com almas corrugadas senoidais. O algoritmo tinha como função objetivo minimizar o peso da viga estudada. Uma viga com alma corrugada apresenta vantagens em termos de resistência quando comparada com uma viga comum, principalmente no que diz respeito à flambagem da alma devido ao cisalhamento.

Lubke, Alves e Azevedo (2017) apresentaram um trabalho de otimização de vigas celulares. Foram usadas três técnicas de otimização computacional, todas tendo como objetivo minimizar o peso da viga, a saber: Método dos pontos interiores, Programação quadrática sequencial e Algoritmos genéticos.

Alves, Lubke (2018) apresentaram um estudo comparativo para a otimização de vigas alveolares de aço com e sem chapas expansoras. Neste estudo é mostrado, para diferentes vãos, qual modelo de viga alveolar melhor se aplica ao problema.

Ramos e Alves (2018) apresentaram um estudo sobre o dimensionamento otimizado de vigas celulares mistas de aço e concreto. Neste estudo é destacado as vantagens quando se aplica métodos de otimização na solução deste tipo de problema.

### **2.9.3 Histórico de estudos realizados**

A Tabela 3 mostra um histórico de pesquisas realizadas até o momento sobre o tema deste trabalho, e também a localização deste trabalho no tempo.

Tabela 3: Histórico de pesquisas

	Viga alveolar	Viga celular	Viga castelada	Viga mista celular	Viga mista castelada	Otimização	Algoritmos genéticos	Método dos elementos finitos
Cimadevilla, 2000		x	x					
Kripakaran, Hall e Gupta, 2009						x	x	
Banerjee e Bhaskar, 2009	x							x
Sweedan, 2010		x						x
Erdal, Dorgan e Saka, 2010		x					x	
Abreu, 2011		x						x
Erdal, 2011		x				x		x
Bezerra, 2011			x					
Silveira, 2011	x							
Ellobody, 2011		x						x
Durif, Bouchair e Vassart, 2013		x						x
Panedpojaman, 2013		x						x
Konstantinos, 2015		x						x
Kripka, 2015						x		
Badke, 2015		x		x				
Brinkhus, 2015			x		x		x	
Shon, Jin e Lee, 2016						x	x	
Lubke, Alves e Azevedo, 2017		x				x	x	
Ramos e Alves, 2018				x		x	x	
Lubke e Alves, 2019		x	x			x		
Ramos, 2019		x	x	x	x	x	x	x

Fonte: Autor

### 3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O problema estudado neste trabalho consiste em determinar o dimensionamento ótimo de uma viga mista alveolar com base em dados de entrada alimentados pelo usuário, a saber:

- Cargas aplicadas;
- Condições de contorno = condições de apoio da viga;
- Dimensões da viga.

O processo de dimensionamento da viga seguirá o critério de otimização computacional usando a ferramenta de algoritmo genético do software Matlab.

Este modelo de otimização consiste em escolher uma viga, de uma família de vigas, com base em uma função objetivo que será minimizada, no caso deste trabalho a função peso da viga.

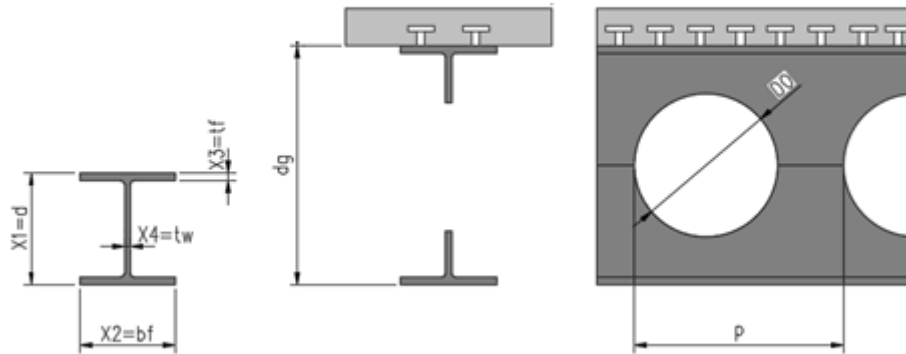
#### 3.1 FUNÇÃO OBJETIVO

Em otimização computacional, denomina-se função objetivo aquela que se pretende minimizar, no caso deste trabalho, a função peso por metro do perfil escolhido.

##### 3.1.1 Função objetivo para vigas celulares

A Figura 48 mostra as variáveis do problema para a função objetivo mostrada na Equação (69).

Figura 48: Variáveis para vigas celulares



Fonte: Autor

$$f_{objetivo} = \begin{cases} x' \rightarrow x \\ f(x) = \left( 2x_2x_3 + \left( x_1 + \sqrt{\left( \frac{x_1x_5}{2} \right)^2 - \left( \frac{x_1x_5(x_6 - 1)}{2} \right)^2} - 2x_3 \right) \cdot x_4 - \frac{1}{x_6x_5x_1} \cdot \frac{\pi(x_5 \cdot x_1)^2}{4} \right) \cdot \rho_a \end{cases} \quad (69)$$

Onde:

$x_1$  = Altura (d) do perfil de aço;

$x_2$  = Largura da mesa ( $b_f$ ) do perfil de aço;

$x_3$  = Espessura da mesa ( $t_f$ ) do perfil de aço;

$x_4$  = Espessura da alma ( $t_w$ ) do perfil de aço;

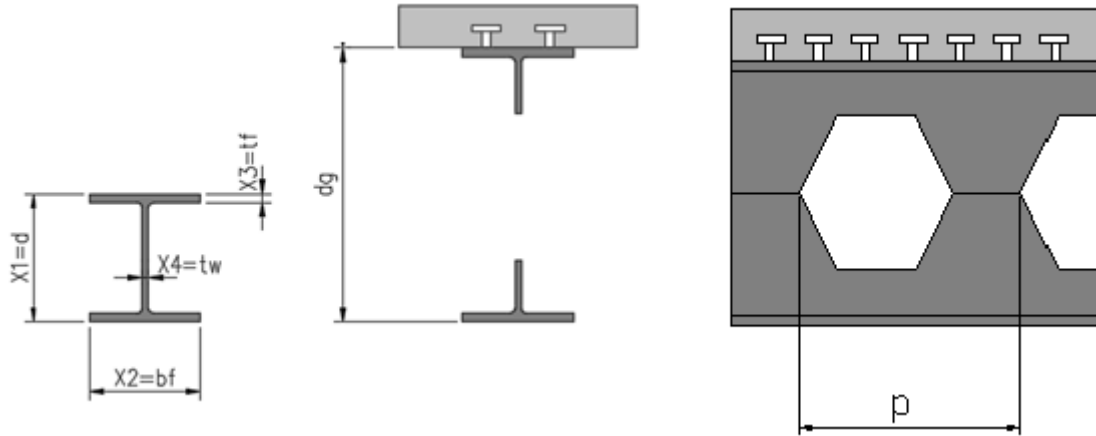
$x_5$  = Razão entre o diâmetro dos alvéolos e a altura do perfil ( $\mu = D_0/d$ );

$x_6$  = Razão entre o passo e o diâmetro dos alvéolos ( $\eta = p/D_0$ ).

### 3.1.2 Função objetivo para vigas casteladas – Padrão Peiner

A Figura 49 mostra as variáveis do problema para a função objetivo mostrada na Equação (70).

Figura 49: Variáveis para vigas casteladas



Fonte: Autor

$$f_{objetivo} = \begin{cases} x' \rightarrow x \\ f(x) = (2x_2x_3 + (x_1 - 2x_3) \cdot x_4 + x_5^2x_4) \cdot \rho_a \end{cases} \quad (70)$$

Onde:

$x_1$  = Altura (d) do perfil de aço;

$x_2$  = Largura da mesa ( $b_f$ ) do perfil de aço;

$x_3$  = Espessura da mesa ( $t_f$ ) do perfil de aço;

$x_4$  = Espessura da alma ( $t_w$ ) do perfil de aço;

$x_5$  = Razão de expansão ( $k$ );

### 3.2 FUNÇÕES DE RESTRIÇÃO E LIMITES INFERIORES E SUPERIORES

As Equações (71) a (80), representam as funções não lineares de restrições. A Equação (81) representa os limites inferiores e superiores.

$$1 - \frac{P_{Rd}}{P_{Sd}} \leq 0 \quad (71)$$

$$1 - \frac{V_{Rd}}{V_{Sd}} \leq 0 \quad (72)$$

$$1 - \frac{M_{0,Rd}}{M_{Sd}} \leq 0 \quad (73)$$

$$1 - \frac{M_{VRd}}{V_{Sd}l_e} \leq 0 \quad (74)$$

$$1 - \frac{V_{wpSd}}{V_{wpRd}} \leq 0 \quad (75)$$

$$1 - \frac{M_{wp,Rd}}{M_{wp,Sd}} \leq 0 \quad (76)$$

$$1 - \frac{N_{wp,Rd}}{N_{wp,Sd}} \leq 0 \quad (77)$$

$$1 - \frac{V_{Rd1}}{V_{Sd}} \leq 0 \quad (78)$$

$$1 - \frac{V_{Rd2}}{V_{Sd}} \leq 0 \quad (79)$$

$$1 - \frac{f_{LIM}}{f_T} \leq 0 \quad (80)$$

$$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \leq X \leq [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1] \quad (81)$$

Para este problema de variável discreta, houve a necessidade de uma troca de variável para atender a função de algoritmo genético do Matlab. Esta troca é representada dentro das funções objetivo, Equações (69) e (70). A variável  $x'$  é um vetor com 7 variáveis, e todas sendo valores de 0 ou 1, exclusivamente, para cada célula do vetor, fazendo com que a variável  $x'$  obtenha valores que sejam somente interiores, em todas as células, e restringindo os limites inferiores e superiores, é

possível controlar o vetor  $x'$  como sendo um vetor binário. Assim, cada binário com 7 células representa um valor inteiro quando convertido. Este valor representará a posição do perfil no catálogo; fazendo a transformação do vetor  $x'$  em  $x$ , é possível determinar as características geométricas de cada perfil do catálogo. Desta forma o problema torna-se um problema de variável discreta, sendo a escolha dos perfis limitada ao catálogo de perfis da GERDAU.

Os limites superiores e inferiores, Equação (81), são os binários que representam o inteiro convertido mínimo e máximo com 7 células. O valor inteiro para o binário do limite inferior é 0 e para o superior é 127; a tabela de perfis da GERDAU possui 88 perfis, assim, no desenvolvimento do programa, adotou-se a condição de que quando o vetor binário  $x'$  for transformado em uma variável  $x$  não existente, por exemplo um perfil do catálogo entre as posições 89 e 128, ele irá retornar sempre o perfil de maior peso da tabela.



## **4 ANÁLISE NUMÉRICA E DE RESULTADOS**

### **4.1 VISÃO GERAL DO PROGRAMA DESENVOLVIDO**

O programa computacional desenvolvido utilizou como base de dados o manual de Lawson e Hicks (2011) com adaptações para atendimento dos critérios da NBR 8800:2008. O principal objetivo do programa é dimensionar uma viga mista alveolar de aço e concreto, sendo esta a mais leve possível dentro de um conjunto de vigas laminadas pré-estabelecido. Este dimensionamento (escolha) é realizado através do método dos algoritmos genéticos.

Para que o programa possa realizar o dimensionamento o usuário só precisa entrar com a carga aplicada na viga e o tamanho do vão da mesma.

#### **4.1.1 Ferramenta computacional utilizada**

Para desenvolvimento do programa computacional foi utilizado como plataforma o software MATLAB 2016.a. Este software possui funções internas já implementadas que facilitam bastante a atividade de programação. Como exemplos de funções internas destaca-se a ferramenta “Guide”, nesta é possível desenvolver interfaces gráficas que auxiliam o usuário na operação de um programa. Outra importante função que já está implementada no MATLAB é função “Optimization”, nesta, com poucos dados de entrada é possível otimizar uma função de acordo com diferentes métodos, como por exemplo o método dos algoritmos genéticos, sendo este exatamente o utilizado neste trabalho.

#### 4.1.2 Abrangência e limitações do programa

O programa dimensiona vigas mistas de aço e concreto compostas por perfis celulares e castelados mais uma laje de concreto. Os perfis originais de aço são retirados do catálogo da Gerdau Açominas, estes são laminados e duplamente simétricos. As vigas que o programa dimensiona possuem as seguintes características:

- Não possuem enrijecedores na alma;
- São simplesmente apoiadas, apoios rotulados;
- Não possuem preenchimentos nas aberturas;
- São planas em relação à horizontal;
- A interação entre a mesa da viga de aço e concreto é considerada total;
- Os carregamentos considerados são do tipo concentrado no centro do vão, ou distribuído de forma linear ao longo do comprimento da viga;
- Os conectores utilizados pelo programa são do tipo stud bolt.

#### 4.2 APRESENTAÇÃO DO PROGRAMA

O programa dispõe de um menu principal, que se subdivide em dois, um para o dimensionamento de vigas celulares e outro para o de vigas casteladas. No menu, o usuário pode entrar com vários dados de entrada, como: vão da viga, tipo e natureza do carregamento, altura da laje, distância entre vigas paralelas,  $f_{ck}$  do concreto, dentre outros. A Figura 50 mostra o menu principal.

Figura 50: Menu

menu\_geral

Ajuda

**DADOS DE ENTRADA**

☐ Viga celular

Carregamento  
Q  kN/m

Diâmetro do Conector  
 mm

Vão entre apoios  
 mm

Altura da laje  
 mm

fck  
 MPa

Razão de expansão (k)

Distância entre vigas  
 mm

**DADOS DE ENTRADA**

☐ Viga castelada

Carregamento  
Q  kN/m

Diâmetro do Conector  
 mm

Vão entre apoios  
 mm

Altura da laje  
 mm

fck  
 MPa

Razão de expansão (k)  
 mm

Distância entre vigas  
 mm

**CALCULAR** **LIMPAR**

Fonte: Autor

Após execução do processamento do programa, uma outra janela de resultados será aberta, com os resultados das verificações bem como com o perfil escolhido através do processo de otimização de algoritmos genéticos. Esta janela é mostrada na Figura 51.

Figura 51: Resultados

The image shows a software window titled "resultados" with a standard Windows interface (minimize, maximize, close buttons). It contains two main panels: "Viga Celular" on the left and "Viga Castelada" on the right. Each panel has two sub-sections: "Verificações ELU" and "Verificações ELS".

**Verificações ELU (Left Column):**

- Esforço Normal:** NSd (input), kN; NRd (input), kN; NSd/NRd (input).
- Esforço Cortante:** VSd (input), kN; VRd (input), kN; VwpRd (input), kN; VSd/VRd (input); VSd/VwpRd (input).
- Momento Fletor:** MSd (input), kNm; M0Rd (input), kNm; MSd/M0Rd (input).

**Verificações ELS (Right Column):**

- Flecha:** fs (input), mm; fd (input), mm; fs/fd (input).
- Mecanismo de Vierendeel:** VSdv (input), kNm; Mvie (input), kNm; VSdv/Mvie (input).
- Perfil Escolhido:** (input field).

The "Viga Castelada" panel also includes "VOLTAR" and "SAIR" buttons at the bottom right.

Fonte: Autor

### 4.3 VALIDAÇÃO DO PROGRAMA

A validação do programa é feita com a solução de três exemplos de vigas mistas alveolares. O primeiro exemplo consiste no exemplo numérico de Oliveira (2012) disponível na literatura. O segundo e o terceiro exemplos consistem em fazer uma análise comparativa dos problemas de vigas mistas casteladas apresentados por Brinkhus (2015).

#### 4.3.1 Exemplo 1 – Oliveira (2012)

Este exemplo consiste em verificar um perfil celular, obtido de um perfil "I" de abas paralelas padrão europeu comercializado pela ArcelorMittal, de nome "IPE 550".

Para validar o programa, serão introduzidos os mesmos parâmetros de entrada, a fim de obter um perfil de forma otimizada. Este será comparado com o perfil do exemplo. Os parâmetros de entrada são mostrados na Tabela 4.

Tabela 4: Dados de entrada

Item	Parâmetros	Valores
Viga	comprimento do vão	10 m
Laje	altura da laje	120 mm
Conector	diâmetro	19 mm
	comprimento do conector	100 mm
Materiais	limite escoamento aço	345 MPa
	$f_{ck}$ do concreto	30 MPa
Ações permanentes	Peso da forma de aço	0,2 kN/m
	Peso da armadura	0,1 kN/m
	Acabamentos	3 kN/m
Ações variáveis	Sobrecarga na construção	1,5 kN/m <sup>2</sup>
	Sobrecarga	15 kN/m <sup>2</sup>

Fonte: Autor

Após realização da otimização apresentada por Ramos e Alves (2018), os resultados são comparados com os resultados do exemplo numérico de Oliveira (2012), conforme Tabela 5 e Tabela 6.

Tabela 5: Comparação dos resultados – dados geométricos

	Altura viga original	Diâmetro do alvéolo	Espaçamento do alvéolo	Perfil
Oliveira (2012)	550 mm	400 mm	550 mm	IPE 550
Ramos e Alves (2018)	525 mm	364,8 mm	394 mm	W 530 x 66

Fonte: Autor

Tabela 6: Comparação dos resultados – esforços e deformações

	$N_{Rd}$	$M_{Sd}$	$M_{Rd}$	$V_{Sd}$	$V_{Rd}$	Flecha
Oliveira (2012)	1104,97 kN	451,8 kNm	691,5 kNm	131,8 kN	390,74 kN	22,3 mm
Ramos e Alves (2018)	1164 kN	451,8 kNm	735,6 kNm	131,8 kN	394 kN	19,4 mm

Fonte: Autor

Conforme pode ser observado na Tabela 5, o perfil escolhido pelo método de otimização foi o “W 530x66”, o mesmo pesa 66 kg/m e o perfil proposto por Oliveira (2012) é o perfil IPE 550 que pesa 92,1 kg/m. Logo, o programa de otimização escolheu um perfil 28,3 % mais leve que o apresentado pelo exemplo, sendo o perfil escolhido aprovado em todas as verificações de cálculo. Devido as diferentes características do perfil, os esforços resistentes do perfil obtido foram maiores e a flecha apresentada pelo programa desenvolvido foi menor que a apresentada por Oliveira (2012).

#### 4.3.2 Exemplo 2 – Vigas mistas casteladas

Para validação do problema envolvendo a viga mista castelada, serão resolvidos os dois exemplos apresentados por Brinkhus (2015) e após escolhidos os perfis pelo programa, os resultados serão comparados.

##### 4.3.2.1 Exemplo A1

De acordo com Brinkhus (2015), os dados do primeiro exemplo são os mostrados na Tabela 7.

Tabela 7: Dados de entrada

Item	Parâmetros	Valores
Viga	comprimento do vão	4,2 m
	perfil	W 150 x 18
	largura efetiva mesa de concreto	1 m
Materiais	limite escoamento aço	345 MPa
	$f_{ck}$ do concreto	30 MPa
Ações	Peso próprio da viga	18kg/m
	Sobrecarga	7 kN/m

Fonte: Autor

Após realização da otimização pelo programa, os resultados foram comparados com os obtidos por Brinkhus (2015), conforme Tabela 8.

Tabela 8: Comparação dos resultados

	$M_{Sd}$	$V_{Sd}$	$V_{Rd}$	$N_{wpRd}$	$M_{0Rd}$
Brinkhus (2015)	29,33 kNcm	22,57 kN	86,82 kN	95,5 kN	63,8 kNcm
Ramos e Alves (2018)	29,33 kNcm	22,57 kN	63,4 kN	71,6 kN	59,3 kNcm

Fonte: Autor

Neste exemplo foi verificado um perfil W 150x18 kg/m da Gerdau Açominas, para os carregamentos descritos na Tabela 7. O programa de otimização escolheu para estes mesmos carregamentos e vão, o perfil W 150x13 kg/m, também da Gerdau Açominas. Os esforços resistentes obtidos no trabalho de Brinkhus (2015) são maiores que os obtidos pelo programa de otimização, uma vez que o perfil verificado por aquela é maior que o perfil escolhido pelo programa. No entanto, todos os esforços resistentes obtidos com o programa são maiores que os esforços solicitantes, logo o perfil escolhido passa em todas as verificações e ainda é 28% mais leve que o perfil do trabalho de Brinkhus (2015).

## 4.3.2.2 Exemplo A2

O segundo exemplo para viga mista castelada segue o mesmo padrão do primeiro exemplo. Os dados de entrada, retirados do trabalho de Brinkhus (2015), são mostrados na Tabela 9.

Tabela 9: Dados de entrada

Item	Parâmetros	Valores
Viga	comprimento do vão	10 m
	perfil	W 250 x 22,3
	largura efetiva mesa de concreto	1 m
Materiais	limite escoamento aço	345 MPa
	$f_{ck}$ do concreto	30 MPa
Ações	Peso próprio da viga	-
	Sobrecarga	3,6 kN/m

Fonte: Autor

Após realização da otimização pelo programa, os resultados são comparados com os obtidos por Brinkhus (2015), conforme Tabela 10.

Tabela 10: Comparação dos resultados

	$M_{Sd}$	$V_{Sd}$	$V_{Rd}$	$N_{wpRd}$	$M_{0Rd}$
Brinkhus (2015)	74,4 kNcm	29,75 kN	115,2 kN	120,7 kN	119,5 kNcm
Ramos e Alves (2018)	74,4 kNcm	29,75 kN	153,9 kN	89,9 kN	152,8 kNcm

Fonte: Autor

No exemplo A2 do trabalho de Brinkhus (2015) foi verificado um perfil W 250x22,3 kg/m da Gerdau Açominas, para os carregamentos descritos na Tabela 12. O programa de otimização escolheu para estes mesmos carregamentos e vão, o perfil



W 310x21 kg/m, também da Gerdau Açominas. O esforço cortante resistente,  $V_{Rd}$ , e o momento fletor resistente na região da abertura,  $M_{ORd}$ , são maiores no programa de otimização do que no trabalho de Brinkhus (2015); já o esforço normal resistente no montante da alma,  $N_{wpRd}$ , é maior no trabalho de Brinkhus (2015). O perfil escolhido pelo programa de otimização é em altura maior que o perfil do exemplo A2 (49 mm maior), no entanto, o perfil otimizado é 5,83 % mais leve que o perfil do exemplo.

#### 4.4 ESTUDO COMPARATIVO

Neste item foram dimensionados 2 grupos de 12 vigas cada, sendo o primeiro grupo composto por vigas celulares e o segundo por vigas casteladas. Cada grupo foi dividido em 2 subgrupos de 6 vigas de piso e 6 de cobertura. Os dados de entrada para as vigas são mostrados na Tabela 11. A laje utilizada no exemplo possui altura igual a 65 mm, com um  $f_{ck}$  igual a 30 MPa. Uma análise comparativa com o software ACB+ 3.15, que é baseado na norma ENV 1993-1-1: Eurocode 3: Design of steel structures - Annex N : Openings in webs, foi realizada a fim de comparar os valores dos esforços para o problema de otimização.

Tabela 11: Dados de entrada

Sistema de piso				Sistema de cobertura			
	Lb (m)	Qcp (kN/m)	Qsc (kN/m)		Lb (m)	Qcp (kN/m)	Qsc (kN/m)
Viga 1	5,00	1,00	1,50	Viga 7	11,00	1,00	1,50
Viga 2	6,00	2,00	2,50	Viga 9	12,00	2,00	2,50
Viga 3	7,00	3,00	3,50	Viga 10	13,00	3,00	3,50
Viga 4	8,00	4,00	4,50	Viga 11	14,00	4,00	4,50
Viga 5	9,00	5,00	5,50	Viga 12	15,00	5,00	5,50
Viga 6	10,00	6,00	6,50	Viga 13	16,00	6,00	6,50

Fonte: Autor

Onde:

Lb	Vão entre apoios
Qcp	Carga permanente
Qsc	Carga variável

Os dados de entrada foram levados ao programa, os perfis escolhidos com o processo de otimização de algoritmos genéticos são mostrados na Tabela 12.

Tabela 12: Perfis otimizados

	Viga	Perfil escolhido - Celular	Perfil escolhido - Castelado
Vigas de piso	1	W 150x13	W 150x13
	2	W 200x15	W 250x17,9
	3	W 250x17,9	W 250x17,9
	4	W 310x28,3	W 310x28,3
	5	W 410x38,8	W 410x38,8
	6	W 410x46,1	W 410x46,1
	7	W 310 x 21	W 310 x 21
	8	W 410 x 38,8	W 410 x 38,8
Vigas de cobertura	9	W 460 x 52	W 460 x 52
	10	W 530 x 66	W 530 x 66
	11	W 530 x 82	W 530 x 85
	12	W 610 x 101	W 610 x 101

Fonte: Autor

Os perfis celulares escolhidos pelo programa foram levados à verificação através do software ACB+ 3.15. Os resultados das comparações são mostrados na Tabela 13 para sistema de piso e na Tabela 14 para sistema de cobertura.

Tabela 13: Comparação dos resultados – sistema de piso

Sistema de piso	M <sub>0Rd</sub> (kNm)		V <sub>Rd</sub> (kN)		V <sub>wpRd</sub> (kN)		Esforços solicitantes	
	Ramos e Alves	ACB+ 3.15	Ramos e Alves	ACB+ 3.15	Ramos e Alves	ACB+ 3.15	MSd (kNm)	VSd (kN)
Viga 1	32,90	47,10	57,10	52,00	71,86	80,20	10,90	6,80
Viga 2	47,60	64,11	78,50	80,78	97,10	112,70	28,10	15,30
Viga 3	60,00	71,10	111,20	105,90	136,00	147,20	55,10	26,87
Viga 4	184,60	200,90	164,20	150,90	209,30	212,20	94,00	40,90
Viga 5	228,20	253,30	233,40	231,80	288,30	307,20	146,80	58,10
Viga 6	297,00	322,30	251,20	247,20	318,50	381,50	215,60	77,80

Fonte: Autor

Tabela 14: Comparação dos resultados – sistema de cobertura

Sistema de cobertura	M <sub>0Rd</sub> (kNm)		V <sub>Rd</sub> (kN)		V <sub>wpRd</sub> (kN)		Esforços solicitantes	
	Ramos e Alves	ACB+ 3.15	Ramos e Alves	ACB+ 3.15	Ramos e Alves	ACB+ 3.15	MSd (kNm)	VSd (kN)
Viga 7	76,60	88,30	143,10	121,00	174,50	178,40	52,90	17,40
Viga 8	228,2	235,50	233,4	212,10	288,3	277,20	112,50	34,40
Viga 9	341,6	410,10	309,1	272,90	386,1	417,50	190,10	54,10
Viga 10	445,50	582,20	425,10	476,10	527,60	574,60	287,90	76,80
Viga 11	696	744,5	452,3	582,4	566,4	616,85	407,8	102,1
Viga 12	972,9	1351	571,2	682,1	714,9	777,8	552	130,5

Fonte: Autor

De acordo com as Tabela 13 e Tabela 14, os perfis escolhidos pelo programa de otimização através dos algoritmos genéticos atendem ao problema, quando comparado os esforços resistentes com os esforços solicitantes e os mesmos atendem a norma ENV 1993-1-1, quando verificado com o programa ACB+ 3.15. A

diferença de resultados entre os dois programas para os esforços resistentes se dá devido a diferença de formulação utilizada pelos mesmos. O programa de otimização tem como base o manual de Lawson e Hicks (2011) e o programa ACB+ 3.15 utiliza como base de dados a norma EN 1993-1-1.

#### 4.5 AVALIAÇÃO DOS MODOS DE COLAPSO

Os modos de colapso das vigas celulares foram utilizados como restrições para implementação do programa. No dimensionamento é comum que algumas restrições governem todo o processo de verificações de cálculo. Este item busca ilustrar os modos de colapso que governaram o dimensionamento das 24 vigas estudadas no exemplo 4.3.3. Os modos de colapso preponderantes nas verificações são mostrados nas Tabela 15 e Tabela 16.

Tabela 15: Modos de colapso preponderantes – vigas celulares

(continua)

Modos de colapso preponderantes							
Vigas	Esforço cortante na abertura	Momento fletor na abertura	Mecanismo Vierendeel	Colapsos do montante da alma		Esforço cortante em aberturas adjacentes	
				Esforço cortante longitudinal	Flambagem	Flexão do montante da alma	Flambagem do montante da alma
1	-	-	-	x	x	-	-
2	-	x	x	-	-	-	-
3	-	x	x	-	-	-	-
4	-	-	-	-	-	x	x
5	-	-	-	-	-	x	x
6	-	-	-	-	-	x	x
7	-	x	-	-	x	-	-
8	-	x	-	-	-	-	x

Tabela 15: Modos de colapso preponderantes – vigas celulares

(conclusão)

Modos de colapso preponderantes							
Vigas	Esforço cortante na abertura	Momento fletor na abertura	Mecanismo Vierendeel	Colapsos do montante da alma		Esforço cortante em aberturas adjacentes	
				Esforço cortante longitudinal	Flambagem	Flexão do montante da alma	Flambagem do montante da alma
9	-	x	-	-	-	-	x
10	-	-	x	-	-	-	x
11	-	-	-	-	x	-	x
12	-	-	-	-	x	-	x

Legenda: “-” representa não ocorrência do modo de colapso; “x” representa ocorrência do modo.

Fonte: Autor

Tabela 16: Modos de colapso preponderantes – vigas casteladas

(continua)

Modos de colapso preponderantes							
Vigas	Esforço cortante na abertura	Momento fletor na abertura	Mecanismo Vierendeel	Colapsos do montante da alma		Esforço cortante em aberturas adjacentes	
				Esforço cortante longitudinal	Flambagem	Flexão do montante da alma	Flambagem do montante da alma
1	-	-	-	x	x	-	-
2	-	x	x	-	-	-	-
3	-	x	x	-	-	-	-
4	-	-	-	-	-	x	x
5	-	-	-	-	-	x	x

6	-	-	-	-	-	x	x
---	---	---	---	---	---	---	---

Tabela 16: Modos de colapso preponderantes – vigas casteladas

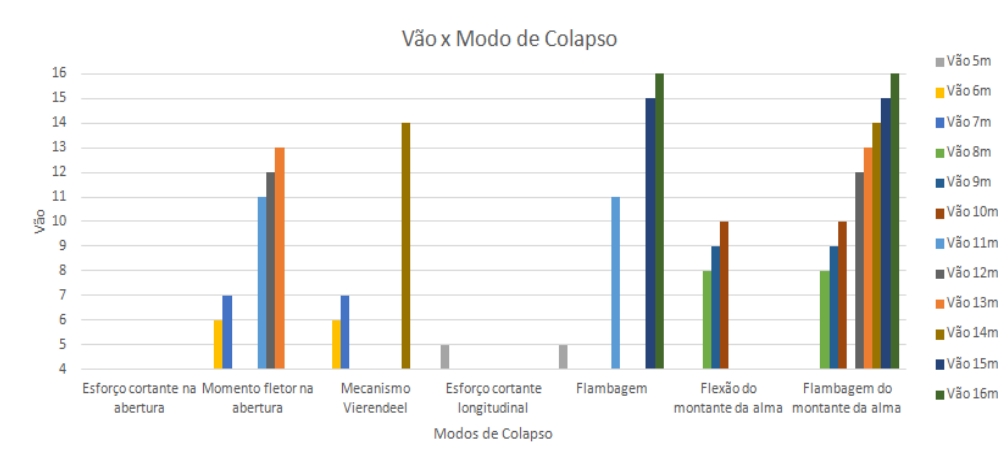
(conclusão)							
Modos de colapso preponderantes							
Vigas	Esforço cortante na abertura	Momento fletor na abertura	Mecanismo Vierendeel	Colapsos do montante da alma		Esforço cortante em aberturas adjacentes	
				Esforço cortante longitudinal	Flambagem	Flexão do montante da alma	Flambagem do montante da alma
7	-	x	-	-	x	-	-
8	-	x	-	-	x	-	-
9	-	-	x	-	-	-	x
10	-	-	x	-	-	-	x
11	-	-	-	-	x	-	x
12	-	-	-	-	x	-	x

Legenda: “-” representa não ocorrência do modo de colapso; “x” representa ocorrência do modo.

Fonte: Autor

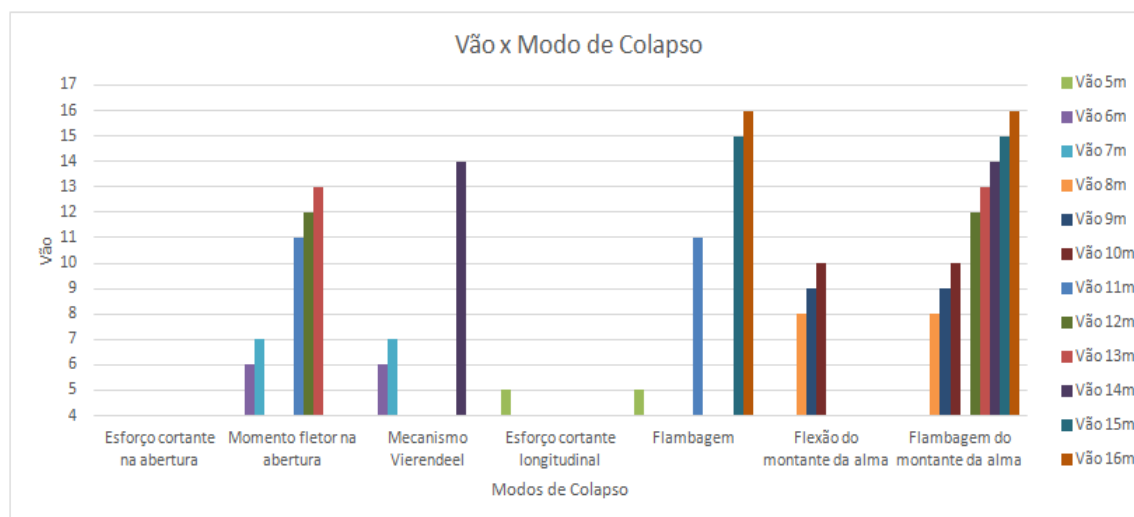
Os resultados detalhados nas Tabela 15 e Tabela 16 também podem ser lidos graficamente conforme mostram as Figura 52 e Figura 53.

Figura 52: Modos de colapso – análise gráfica – vigas celulares



Fonte: Autor

Figura 53: Modos de colapso – análise gráfica – vigas casteladas



Fonte: Autor

Para obtenção dos gráficos das Figura 52 e Figura 53 foram tomados, para cada viga, os dois modos de colapso mais preponderantes em cada análise. Nos gráficos, cada cor representa um comprimento de viga (vão) que vai de 5 m a 16 m. No eixo “x” estão representados os modos de colapso verificados em cada processo de otimização. Já no eixo “y” estão dispostos os tamanhos dos vãos.

Analisando os gráficos pode-se obter as seguintes conclusões:

- a) O modo de colapso mais preponderante no grupo de vigas analisadas foi o de flambagem do montante da alma; oito vigas, tanto celulares quanto casteladas, apresentaram a ocorrência deste modo;
- b) Vigas que apresentaram o modo colapso de flexão do montante da alma, também apresentaram o modo de flambagem do montante da alma, são elas as vigas de 8, 9 a 10 m. Esta ocorrência se deve ao fato de que estes modos de colapso são os dois associados ao esforço cortante em aberturas adjacentes;
- c) As vigas de 6 e 7 m apresentaram como modos de colapso o momento fletor na região de abertura e a formação de mecanismo Vierendeel. Ambos estes modos estão associados a presença de momentos fletores na abertura, sendo o momento fletor potencializado pela formação do mecanismo Vierendeel;
- d) A viga de 16 m sofre a ocorrência dos dois modos associados à flambagem do montante da alma: o primeiro devido à força normal compressiva,  $N_{wpSd}$ , e o segundo devido ao esforço cortante longitudinal  $V_{wpSd}$ . A ocorrência destes modos é mostrada na Figura 36 do item 2.8.5.

## 4.6 ANÁLISE NUMÉRICA

Com o objetivo de comparar os resultados obtidos, as vigas do item 4.4 serão submetidas a uma análise de elementos finitos. A tensão máxima atuante na análise de elementos finitos será comparada com a tensão obtida de forma analítica.

### 4.6.1 Modelo de análise

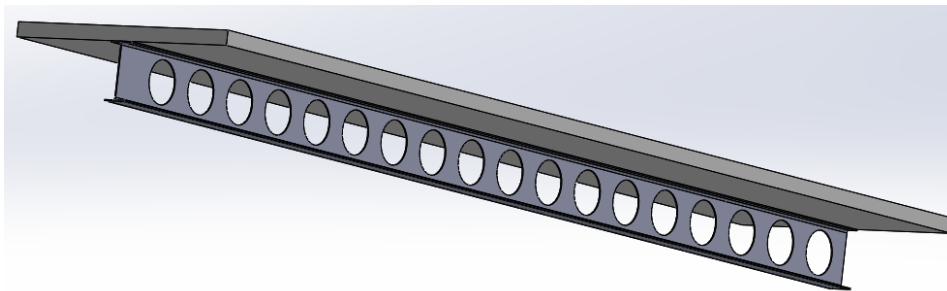
Para modelagem das vigas e análise em elementos finitos, foi utilizado o software Simulation. Para discretização dos modelos foi adotada uma malha, tanto para a viga de aço quanto para a laje de concreto, de elementos sólidos tetraédricos com lado igual a 25 mm e tolerância igual a 1,25 mm. Cada elemento possui 4 nós, cada



um com 3 graus de liberdade que representam as translações nas três direções ortogonais.

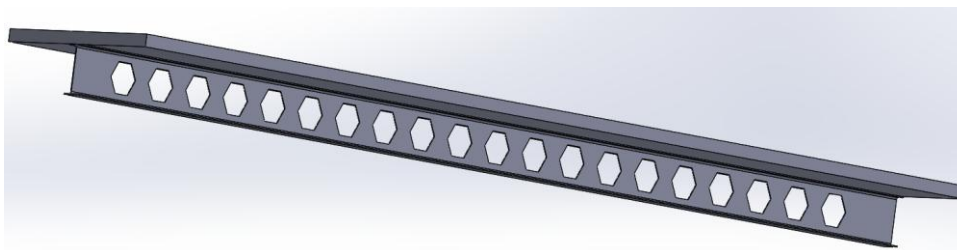
As Figura 54 e Figura 55 mostram, de forma ilustrativa, como cada viga celular e castelada, respectivamente, foram modeladas no software.

Figura 54: Modelo de análise – viga celular



Fonte: Autor

Figura 55: Modelo de análise – viga castelada

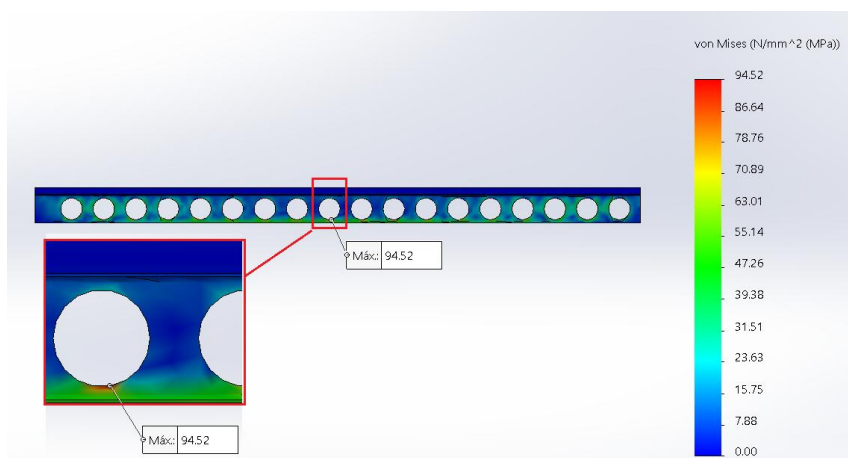


Fonte: Autor

#### 4.6.1 Máximas tensões atuantes – elementos finitos

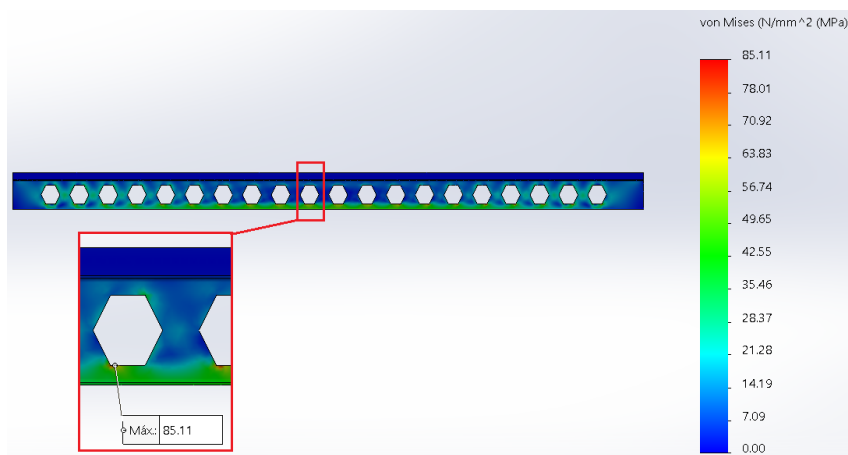
Os modelos para as 24 vigas, celulares e casteladas, foram analisados com base no método dos elementos finitos a fim de obter as máximas tensões atuantes nas vigas. Foi adotado o critério da energia de deformação de Von Mises (Hibbeler, R.C) para obtenção das máximas tensões. A fim de resumir e ilustrar os resultados, a Figura 56 e Figura 57 mostram duas das vigas analisadas, celular e castelada respectivamente, indicando a localização e a intensidade da máxima tensão atuante.

Figura 56: Máxima tensão – viga celular



Fonte: Autor

Figura 57: Máxima tensão – viga castelada



Fonte: Autor

#### 4.6.1 Máximas tensões atuantes – método analítico

Este item determinará as máximas tensões, de forma analítica, atuantes nas vigas, com base no momento fletor de cálculo,  $M_{Sd}$ , e de acordo com as propriedades

geométricas do perfil celular misto, a fim de comparar estes valores com os obtidos da análise de elementos finitos. A Tabela 17 e Tabela 18 mostram as propriedades geométricas de cada perfil misto otimizado.

Tabela 17: Propriedades geométricas – viga mista celular

Viga	Momento de inércia ( $I_x$ ) ( $\text{mm}^4$ )	Distância entre a linha neutra plástica e a borda da abertura ( $y$ ) (mm)	Módulo resistente ( $W_x$ ) ( $\text{mm}^3$ )
1	$2,47 \times 10^7$	211,7	116674,7
2	$4,49 \times 10^7$	283,6	158321,6
3	$7,5 \times 10^7$	385,7	194451,7
4	$1,6 \times 10^8$	439,9	363719,0
5	$3,4 \times 10^8$	573,9	592437,7
6	$4,9 \times 10^8$	577,7	848191,1
7	$1,2 \times 10^8$	434,3	276306,7
8	$3,5 \times 10^8$	578,5	605012,9
9	$5,6 \times 10^8$	646,1	866738,9
10	$8,9 \times 10^8$	763,0	1166448,2
11	$1,1 \times 10^9$	750,0	1466666,7
12	$1,7 \times 10^9$	860,2	1976284,6

Fonte: Autor

Tabela 18: Propriedades geométricas – viga mista castelada

(continua)			
Viga	Momento de inércia ( $I_x$ ) ( $\text{mm}^4$ )	Distância entre a linha neutra plástica e a borda da abertura ( $y$ ) (mm)	Módulo resistente ( $W_x$ ) ( $\text{mm}^3$ )
1	$2,5 \times 10^7$	196,1	126466,1
2	$7,3 \times 10^7$	316,5	230647,7

Tabela 18: Propriedades geométricas – viga mista castelada

Viga	Momento de inércia ( $I_x$ ) ( $\text{mm}^4$ )	Distância entre a linha neutra plástica e a borda da abertura ( $y$ ) (mm)	(conclusão)
			Módulo resistente ( $W_x$ ) ( $\text{mm}^3$ )
3	$7,5 \times 10^7$	316,5	236966,8
4	$1,6 \times 10^8$	408,7	391485,2
5	$3,4 \times 10^8$	518,4	655864,2
6	$4,1 \times 10^8$	519,7	788916,7
7	$1,2 \times 10^8$	394,0	304568,5
8	$3,5 \times 10^8$	518,4	675154,3
9	$5,6 \times 10^8$	594,2	942443,6
10	$8,9 \times 10^8$	671,4	1325588,3
11	$1,2 \times 10^9$	674,6	1778831,9
12	$1,7 \times 10^9$	773,2	2198654,9

Fonte: Autor

As tensões  $\sigma_d$  devido à flexão das vigas, provocadas pelo momento MSd atuante, são mostradas na Tabela 19.

Tabela 19: Máximas tensões analíticas

MSd (Nmm)	(continua)	
	$\sigma_d = \frac{M_{Sd}}{W_x}$	
	Viga celular	Viga castelada
10900000	93,4 MPa	86,2 MPa
28100000	177,5 MPa	121,8 MPa
55100000	283,4 MPa	232,5 MPa
94000000	258,4 MPa	240,1 MPa
146800000	247,8 MPa	223,8 MPa

Tabela 19: Máximas tensões analíticas

$M_{Sd}$ (Nmm)	(conclusão)	
	$\sigma_d = \frac{M_{Sd}}{W_x}$	
	Viga celular	Viga castelada
215600000	254,2 MPa	273,3 MPa
529000000	191,5 MPa	173,7 MPa
1125000000	185,9 MPa	166,6 MPa
1901000000	219,3 MPa	201,7 MPa
2879000000	246,8 MPa	217,2 MPa
4078000000	278,1 MPa	229,3 MPa
5520000000	279,3 MPa	251,1 MPa

Fonte: Autor

Os resultados mostrados na Tabela 19 são comparados com os resultados da análise de elemento finitos conforme Tabela 20.

Tabela 20: Comparação dos resultados - tensões

Viga	Viga celular			Viga castelada		
	Análise de elementos finitos	Cálculo analítico	% diferença	Análise de elementos finitos	Cálculo analítico	% diferença
V1	94,52 MPa	93,4 MPa	1,16	85,11 MPa	86,2 MPa	1,26
V2	165,32 MPa	177,5 MPa	6,86	137,2 MPa	121,8 MPa	11,22
V3	292,90 MPa	283,4 MPa	3,26	216,2 MPa	232,5 MPa	7,01
V4	249,04 MPa	258,4 MPa	3,64	218,8 MPa	240,1 MPa	8,87
V5	224,31 MPa	247,8 MPa	9,48	246,1 MPa	223,8 MPa	9,06
V6	230,42 MPa	254,2 MPa	9,35	255,7 MPa	273,3 MPa	6,44
V7	186,60 MPa	191,5 MPa	2,53	167,5 MPa	173,7 MPa	3,57

Tabela 20: Comparação dos resultados - tensões

(conclusão)						
Viga	Viga celular			Viga castelada		
	Análise de elementos finitos	Cálculo analítico	% diferença	Análise de elementos finitos	Cálculo analítico	% diferença
V8	176,14 MPa	185,9 MPa	5,28	140,0 MPa	166,6 MPa	15,97
V9	202,91 MPa	219,3 MPa	7,49	173,5 MPa	201,7 MPa	13,98
V10	223,25 MPa	246,8 MPa	9,55	192,2 MPa	217,2 MPa	11,51
V11	284,39 MPa	278,1 MPa	2,23	205,7 MPa	229,3 MPa	10,29
V12	258,91 MPa	279,3 MPa	7,30	241,7 MPa	251,1 MPa	3,74

Fonte: Autor

Os resultados da análise de elementos finitos comprovaram o modo de colapso das vigas devido à flexão do perfil misto. Em termos de intensidade, os resultados analíticos e numéricos ficaram bem próximos, o que valida o resultado obtido com o programa.

#### 4.7 ESTUDO COMPARATIVO

A fim de comparar a eficácia do programa, foram dimensionadas seis vigas de sistema de piso retiradas do item 3.1 de Alves e Lubke (2019), com o intuito de comparar os resultados obtidos. No trabalho de Alves e Lubke (2019) foi utilizado o método da programação quadrática sequencial na obtenção da solução do problema de otimização. Neste método, as variáveis do problema são consideradas como contínuas, podendo levar a solução do problema a perfis não comerciais. Os dados de entrada do problema são mostrados na Tabela 21.

Tabela 21: Dados de entrada

	Lb (m)	Qcp (kN/m)	Qsc (kN/m)
Viga 1	3,00	4,50	3,94
Viga 2	4,80	7,20	6,30
Viga 3	6,60	9,90	8,66
Viga 4	8,40	12,60	11,03
Viga 5	10,20	15,30	13,39
Viga 6	12,00	18,00	15,75

Onde:

Lb      Vão entre apoios  
 Qcp     Carga permanente  
 Qsc     Carga variável

Fonte: Autor

Dos valores de carregamento permanente, Qcp, foram descontados o peso próprio da laje da viga mista, uma vez que Alves e Lubke (2019) tratou de vigas alveolares de aço apenas.

A Tabela 22 mostra a comparação entre os resultados, em termos de peso por metro, dos perfis celulares encontrados pelo programa de otimização e os perfis verificados por Alves e Lubke (2019).

Tabela 22: Comparação dos resultados – vigas celulares

(continua)			
	Lubke (2019)	Ramos e Alves (2019)	Diferença Percentual
	Peso perfil (kg/m)	Peso perfil (kg/m)	(%)
			Programa com perfil mais leve
Viga 1	12,36	13,00	4,92
			Lubke

Tabela 22: Comparação dos resultados – vigas celulares

				(conclusão)
	Lubke (2019)	Ramos e Alves (2019)	Diferença Percentual	Programa com perfil mais leve
	Peso perfil (kg/m)	Peso perfil (kg/m)	(%)	
Viga 2	22,30	17,90	19,73	Programa de otimização
Viga 3	41,11	32,90	19,97	Programa de otimização
Viga 4	66,80	52,00	22,16	Programa de otimização
Viga 5	98,77	74,00	25,08	Programa de otimização
Viga 6	160,33	113,00	29,52	Programa de otimização

Fonte: Autor

Os pesos mostrados na Tabela 21 se referem ao peso do perfil original, antes da expansão. Em Lubke (2019) não foram informados a que tabela de perfis os pesos se referem. O programa de otimização utilizou perfis do catálogo Gerdau – Açominas.

De acordo com o mostrado na Tabela 21, todos os perfis selecionados pelo programa de otimização são mais leves do que os selecionados por Lubke (2019). Exceção se faz à primeira viga, mas isso pode se justificar pelo fato de que o perfil mais leve do catálogo Açominas possui 13,00 kg/m, que é o W 150x13.

A Tabela 23 mostra a comparação entre os resultados, em termos de peso por metro, dos perfis castelados encontrados pelo programa de otimização e os perfis verificados por Lubke (2019).



Tabela 23: Comparação dos resultados – vigas casteladas

	Lubke (2019)	Ramos e Alves (2019)	Diferença Percentual (%)	Programa com perfil mais leve
	Peso perfil (kg/m)	Peso perfil (kg/m)		
Viga 1	12,36	13,00	4,92	Lubke
Viga 2	22,12	21,00	5,06	Programa de otimização
Viga 3	41,41	32,90	20,55	Programa de otimização
Viga 4	67,31	66,00	1,95	Programa de otimização
Viga 5	99,55	74,00	25,67	Programa de otimização
Viga 6	154,79	113,00	27,00	Programa de otimização

Fonte: Autor

Os pesos mostrados na Tabela 23 se referem ao peso do perfil original, antes da expansão. Em Alves e Lubke (2019) não foram informados a que tabela de perfis os pesos se referem. O programa de otimização utilizou perfis do catálogo Gerdau – Açominas.

De acordo com o mostrado na Tabela 23 todos os perfis selecionados pelo programa de otimização são mais leves do que os selecionados por Alves e Lubke (2019). Exceção se faz à primeira viga, mas isso pode se justificar pelo fato de que o perfil mais leve do catálogo Açominas possui 13,00 kg/m, que é o W 150x13. A inclusão da mesa de concreto colaborante no perfil misto permite uma redução no peso final do perfil.

Ainda para efeito de comparação com os resultados encontrados por Alves e Lubke (2019), os modos de colapso das vigas analisadas no item 4.5, foram comparados com os modos encontrados por Alves e Lubke (2019). Ressalta-se que as vigas analisadas por Alves e Lubke (2019) possuem comprimento e cargas diferentes das analisadas no item 4.5 deste trabalho, além do fato destas serem vigas alveolares mistas de aço e concreto e aquelas serem apenas de aço.

Comparando os modos encontrados nos dois trabalhos obtêm-se as seguintes observações;

- a) A formação de mecanismo Vierendeel ocorreu em um grande número de vigas analisadas por Alves e Lubke (2019), cerca de 80%. Já no caso deste trabalho a porcentagem das vigas que tiveram a ocorrência da formação do mecanismo foi de 25%. Isto pode ser explicado pela contribuição da laje de concreto na formação da viga mista.

Conforme explicitado no item 2.8.4 o momento fletor resistente ao mecanismo Vierendeel é dado conforme Equação (82).

$$M_{V,Rd} = 2M_{b,NV,Rd} + 2M_{t,NV,Rd} + M_{vc,Rd} \quad (82)$$

Onde  $M_{vc,Rd}$ , é a parcela resistente da laje de concreto.

- b) O modo de colapso de flambagem lateral com torção ocorreu em diversas vigas analisadas por Lubke (2019). Já neste trabalho, este modo de colapso não preponderou nas análises.

Uma explicação para este fato é que a flambagem lateral com torção ocorre devido aos esforços compressivos, provenientes da flexão da viga, atuarem na mesa superior e parte da alma da seção transversal da viga, causando o comportamento da mesma semelhante ao de uma coluna comprimida capaz de flambar. Este fenômeno ocorre em vigas sem contenção lateral contínua. Este efeito fica bastante minimizado quando se insere a laje de concreto sobre o banzo superior da viga, fazendo o travamento (contenção) lateral contínuo da mesma.

## **5 CONCLUSÕES**

### **5.1 CONCLUSÕES**

O objetivo do trabalho era apresentar a formulação do problema de otimização para vigas mistas, celulares e casteladas, de aço e concreto, bem como sua aplicação no desenvolvimento de uma ferramenta computacional capaz de realizar o dimensionamento otimizado, por meio de algoritmo genético, destas vigas. Todos os perfis selecionados no processo de otimização foram retirados do catálogo de perfis laminados da Gerdau – Açominas.

Para implementação do programa de otimização foi utilizada a formulação proposta por Lawson e Hicks (2011) com adaptações para atendimento dos critérios da NBR 8800:2008, formulação esta que está baseada nas normas europeias.

O programa de otimização foi desenvolvido na plataforma MATLAB 2016.a, utilizando como método de otimização os algoritmos genéticos, sendo este já presente na plataforma. A ferramenta computacional desenvolvida é capaz de dimensionar vigas mistas celulares e vigas mistas casteladas padrão Peiner, ambas com consideração de interação total entre a laje de concreto e o perfil de aço.

Para validação do programa dois exemplos presentes na literatura foram resolvidos e comparados seus resultados, conforme mostra o item 4.3. Ainda para aferição do programa foram realizadas análises numéricas através do método dos elementos finitos, com auxílio do software Simulation, com o objetivo de comparar os valores das tensões obtidas por este método, com as obtidas de forma analítica, com base nas propriedades geométricas das seções dos perfis. Os resultados apresentados mostram que o programa desenvolvido obteve resultados coerentes com os apresentados na literatura, demonstrando a eficiência do programa quando aplicadas as técnicas de otimização baseado nos algoritmos genéticos.

No item 4.5 foram analisados modos de colapsos em dois grupos de vigas, celulares e casteladas via método dos elementos finitos. A análise dos modos incidentes nestas vigas, otimizadas pelo programa, comprovou a ocorrência dos modos de colapso e seus esforços resistentes apresentados no item 2.8

O programa desenvolvido neste trabalho mostra-se uma boa ferramenta para o dimensionamento de vigas mistas, celulares e casteladas, de aço e concreto, uma vez que na prática de projeto usual o processo de escolha de uma viga alveolar mista consiste basicamente em uma escolha inicial do projetista, através de catálogos e softwares fornecidos por fabricantes destes perfis; este processo é lento e a solução encontrada pelo mesmo nem sempre é a mais econômica e eficiente.

## **5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

De acordo com o mostrado em todo o trabalho, algumas sugestões de desenvolvimentos futuros, para complementação do programa desenvolvido, são abaixo apresentadas:

- Acrescentar formulação para dimensionamento de vigas com interação parcial entre o perfil de aço e a laje de concreto, uma vez que o programa adotou a interação total entre estes;
- Inserir novas tabelas de perfis, como por exemplo os soldados;
- Apresentar módulo comparativo entre vigas alveolares e vigas alveolares mistas;
- Implementar módulo que determine o custo de fabricação da viga alveolar e que este seja a função objetivo, uma vez que o programa deste trabalho teve como função objetivo o peso da viga;
- Implementar o dimensionamento ótimo de outros padrões de viga castelada.

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABREU, L. M. P. **Determinação do Momento Fletor Resistente à Flambagem Lateral com Torção de Vigas de Aço Celulares**. 2011. 90 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Belo Horizonte.

ALVES, E. C., LUBKE, G. P.; AZEVEDO, M. S. **Otimização de Vigas Casteladas de Aço**. In: Iberain Latin American on Computational Methods in Engeneering, Santa Catarina. CILAMCE, 2017.

ALVES, E. C; LUBKE, G. P. **Dimensionamento Ótimo e Análise dos Modos de Colapso de Vigas Alveolares e Aço**. – Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural, p. 38-64, 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800**: Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e de Concreto de Edifícios. Rio de Janeiro, 2008.

BADKE, A. NETO; CALENZANI A. F. G.; FERREIRA, W. G. **Estudo de metodologia para dimensionamento de vigas de aço e concreto com perfil celular**. Revista Ibracon de Estruturas e Materiais, v. 8, p. 827-859, 2015.

BANERJEE, S.; BHASKAR, A.; **The applicability of the effective médium theory to the dynamics of cellular beams**. International Journal of Mechanical Sciences, v. 51, p. 598-608, 2009.

BEZERRA, E. M. **Determinação do Momento Fletor Resistente à Flambagem Lateral com Torção de Vigas de Aço Casteladas**. 2011. 120 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Belo Horizonte

BRINKHUS, N. R. **Análise de Vigas Casteladas e Vigas Casteladas Mistas**. 2015. 168 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRS), Porto Alegre.

CIMADEVILA, F. J. E.; GUTIÉRREZ, E. M.; RODRÍGUEZ, J. A. V.. **Vigas alveoladas**. Vol 3. Madri: A Coruña: Biblioteca Técnica Universitária; 2000.

DEMIRDJIAN, S.; **Stability of castellated beam webs**, Master Thesis, Department of Civil Engineering and Applied Mechanics, McGill University, Montreal, Canada (1999).

DURIF, S.; BOUCHAÏR, A.; VASSART, O. **Experimental tests and numerical modeling of cellular beams with sinusoidal openings**. Journal of Constructional Steel Research, v. 82, p. 72-97, 2013.

ERDAL, F.; DOGAN, E.; SAKA, M. P. **Optimum design of cellular beams using harmony search and particle swarm optimizers**. Journal of Constructional Steel Research, v. 67, p. 237-247, 2011.

ELLOBODY, E.; **Nonlinear Analysis of cellular steel beams under combined buckling modes**. Thin-Walled Structures, v. 52, p. 66-79, 2012.

ESQUEMA de fabricação de uma viga castelada. Disponível em: <<http://www.techne17.pini.com.br>>. Acesso em: 04 nov. 2017.

ESQUEMA de fabricação de uma viga celular. Disponível em: <<http://www.techne17.pini.com.br>>. Acesso em: 04 nov. 2017.

FORMAÇÃO de rótula plástica. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com>>. Acesso em: 04 fev. 2018.

GRÜNBAUER, J.. Disponível em: <[www.grunbauer.nl](http://www.grunbauer.nl)> Acesso em: 3mar. 2016.

KERDAL D., NETHERCOT D. **Failure modes for castellated beams**. Journal of Constructional Steel Research 1984; 4:295-315.

KRIPKA, M.; MEDEIROS, G. F.; LEMONGE, A. C.C.; **Use of optimization for automatic grouping of beam cross-section dimensions in reinforced concrete building structures**. Engineering Structures, p. 311-318, 2015.

LUBKE, G. P.; ALVES, E. C., AZEVEDO, M. S. **Dimensionamento Otimizado de Vigas Celulares de Aço**. Revista da Estrutura de Aço – REA - CBCA, p. 01-20, 2016.

LAWSON, R. M.; HICKS S. J. **Design of composite beams wtih large web openings**. SCI PUBLICATION P355, 2011.

PAIVA, C. Vigas casteladas e celulares. **Finestra**, São Paulo, ano 14, ed. 59, dez. 2009. Disponível em: <<http://arcoweb.com.br/finestra/tecnologia/vigas-casteladas-e-celulares-01-12-2009>>. Acesso em: 10 jun. 2014.

PANEDPOJAMAN, P.; THEPCHATRI, T.; LIMKATANYU, S.; **Novel design equations for shear strength of local web-post buckling in cellular beams**. Thin-Walled Structures, v. 76, p. 92-104, 2013.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de Aço – Dimensionamento Prático**. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

KRIPAKARAN, P.; HALL, B.; GUPTA, A.; **A genetic algorithm for design of moment-resisting steel frames**. Inndustrial Application, p. 559-574, 2011.

RAMOS, J. R. S; ALVES, E. C; **Dimensionamento Otimizado de Vigas Mistas Celulares Utilizando Algoritmos Genéticos**. XIII SIMMEC, Simpósio de Mecânica Computacional, 2018.

SILVEIRA, E. G. **Avaliação do Comportamento de Vigas Alveolares de Aço com Ênfase nos Modos de Colapso por Plastificação**. 2011. 165 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa (UFV), Viçosa, MG.

SHON, S.; JIN, S.; LEE, S.; **Minimum weight design of sinusoidal corrugated web beam using real-coded genetic algorithms**. Hindawi Mathematical Problems in Engineering, p. 1-13, 2017.

SONCK, D.; BELIS, J.; **Lateral-torsional buckling resistance of cellular beams.** Journal of Construction Steel Research, p. 119-128, 2015.

SWEEDAN, A. M. I.; **Elastic lateral stability of I-shaped cellular steel beams.** Journal of Construction Steel Research, v. 67, p. 151-163, 2011.

TSAVDARIDIS, K., D.; PAPADOPOULOS, T.; **A FE parametric study of RWS beam-to-column bolted connections with cellular beams.** Journal of Construction Steel Research, v. 116, p. 92-113, 2016.

VERÍSSIMO, G. de S. et al. Dimensionamento de Vigas Alveolares de Aço. In: CONGRESSO LATINOAMERICANO DA CONSTRUÇÃO METÁLICA, 5., 2012, São Paulo. **Anais eletrônicos**...Disponível em: <<http://www.abcem.org.br/construmetal>>. Acesso em: 6 set. 2013.

VIGA mista. Disponível em: <<http://www.metalica.com.br>>. Acesso em: 04 fev. 2018.

WANG, P.; WANG, X.; LIU, M.; **Practical method for calculating the buckling temperature of the web-post in a cellular steel beam in fire.** Thin-Walled Structures, v. 85, p. 441-455, 2014.