UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPIRITO SANTO
UFES

CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
PROFMAT

RENATO EUGENIO DA MOTA

E-BOOK INTERATIVO COMO UMA FERRAMENTA / ESTRATÉGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

VITÓRIA
2019

RENATO EUGENIO DA MOTA

E-BOOK INTERATIVO COMO UMA FERRAMENTA / ESTRATÉGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Dissertação de Mestrado Profissional submetida ao Programa de pós-graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Espírito Santo como registro parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Professor Dr. Moacir Rosado Filho
UFES

VITÓRIA

2019

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela vida, saúde e por seu infinito amor, que nos momentos mais difíceis me fortaleceu não me deixando desistir e auxiliando nas escolhas corretas que me guiaram até aqui.

A minha família pela força, incentivo e por acreditar em mim.

A minha mãe, que mesmo sem entender muito bem porque eu ainda estava estudando se eu continuaria sendo professor, nunca deixou de perguntar se eu já tinha terminado esse tal curso. Também pelas lições de vida, força e coragem de uma mulher guerreira que sempre foi, me ensinando como me manter de pé em meio a tantas porradas recebidas pela vida.

A minha esposa Rayane, que nos momentos que não pude estar presente fez a minha vez de pai para com nossos filhos e pelo apoio e incentivo durante o curso e em diversos outros momentos de nossas vidas.

Aos meus filhos Miguel e Joana que, forçadamente, ficaram tantas horas na ausência do pai e mesmo assim no final do dia me recebiam com um aconchegante abraço e um enorme sorriso no rosto.

Aos professores do PROFMAT da turma 2016, em especial ao professor Florêncio que inúmeras vezes se dispôs a estar conosco fora do seu horário nos auxiliando em diversas duvidas tanto de sua disciplina quanto de outras, esse professor que foi, é, e sempre será um exemplo, pra mim, do que é ter amor ao trabalho de lecionar.

E principalmente aos colegas do PROFMAT turma 2016 pelas diversas horas de estudos durante a semana e aos sábados, com muita alegria, **tody, mentos,** dedicação e união. A vocês fica meu eterno agradecimento, pois tenho ciência de que, dentre tantas horas de estudo que tivemos juntos, vocês contribuíram muito mais comigo do que eu tive a contribuir com vocês.

RESUMO

Sabemos que ensinar não é uma tarefa fácil, assim como aprender também não é. Todos os anos recebemos em nossas salas de aula do Ensino Médio centenas de alunos com diferentes níveis de aprendizagem matemática, desde aquele indivíduo que só reproduz procedimentos automaticamente àquele que emprega procedimentos, reflete sobre o consequente aprendizado e sobre sua forma de aprender, de diferentes classes sociais, credos, raças, etc. Chegam de diversos colégios públicos e particulares e se veem juntos em uma sala tendo que aprender o mesmo conteúdo para serem submetidos no final a mesma avaliação que não levará em conta suas diferenças. Em uma ponta tem o professor com a missão de extrair o máximo possível da capacidade desses alunos e na outra ponta estão os alunos com mil informações que lhes são passadas diariamente e muitos sem entender pra que aprender matemática.

Ensinar matemática para 40 ou mais alunos em uma sala de aula não é uma tarefa fácil, temos diversas ferramentas, metodologias e estratégias de aprendizagem para nos auxiliar nessa árdua tarefa, mas competir com o uso dos celulares e das tecnologias que conseguem chamar mais atenção que o professor não tem sido fácil.

Nessa pesquisa serão apresentadas uma estratégia e uma ferramenta tecnológica com o intuito de ser uma alternativa aos professores na tarefa de ensinar matemática de uma maneira, digamos mais amigável aos alunos. Sabemos que nossos alunos apresentam certa facilidade com o uso de novas tecnologias e a ideia aqui é justamente explorar essa facilidade.

Mostraremos nessa pesquisa, como utilizar o E-book, que já é uma ferramenta muito utilizada por nosso alunos em seu dia a dia, e a plataforma de YouTube, como ferramentas no ensino e aprendizagem de matemática.

Ao terminar essa pesquisa fica, como produto final, dois **E-books interativos** (Teoria dos Conjuntos e Conjuntos Numéricos), e outros em desenvolvimento, várias vídeo aulas no canal do youtube **beaba da matemática** além de um site (www.beabadamatematica.com) com diversos materiais, desde vídeo aulas até E-books e listas de exercícios.

Palavras-chave: E-book. Vídeo aula. Teoria dos Conjuntos. Conjuntos Numéricos. Resolução de Problemas.

ABSTRACT

We know that teaching math is not an easy task, as well as learn. Every year we received in our classrooms of high school hundreds of students with different levels of math skills, different social classes, creeds, races , etc. Arriving from several public and private colleges and see each other together in a room having to learn the same content to be submitted at the end the same assessment that does not take into account their differences. At one end you have the teacher with a mission to extract as much as possible, the ability of these students and at the other end are students with many information are passed each day, and many don't understand what learning math.

Teaching math for 40 or more students in a classroom is not an easy task, we have several tools, methodologies and learning strategies to assist us in this difficult task, but competing with the use of mobile phones and technologies that can call more attention that the teacher has not been easy.

In this research will be presented a strategy and a technological tool in order to be an alternative to teachers to teach math in a way, say more friendly to students. We know that our students present a certain ease with the use of new technologies and the idea here is to just explore this facility.

In this research, we will show you how to use the E-book, which is a tool widely used by our students in your day to day, and the YouTube platform, as tools in the teaching and learning of math.

At the end of this research is, as final product, two **interactive E-books** (theory and Numerical Sets), and others in development, several video lessons on youtube channel **beaba da matemática** as well as a Web site (www.beabadamatematica.com) with a variety of materials, from video lesson to **E-books** and lists of exercises.

Keywords: E-book. Video lesson. Set theory. Numeric Arrays. Problem Solving.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Esta pesquisa tem como objetivo abordar a aprendizagem em Matemática utilizando a Resolução de Problemas, trabalhada com o auxílio de Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA), em especial com um E-book interativo com conteúdo e vídeoaulas postadas na plataforma de vídeos YouTube.

Os smartphones hoje fazem parte do dia-a-dia de todos, por esse motivo é importante a introdução de uma prática pedagógica que faz uso dessa tecnologia em benefício do aprendizado. Nesse ambiente interativo, a tendência é de que o aluno tenha um maior envolvimento com a aprendizagem, fazendo assim com que surjam novos desafios, e novos caminhos na construção do saber.

O Ambiente Virtual de Aprendizagem, como ferramenta sendo bem usada, auxilia o aluno a trabalhar de modo concreto alguns conceitos que são apresentados de forma abstrata.

A Resolução de Problemas trabalhado em Ambientes Virtuais de Aprendizagem visa a proporcionar aos alunos o trabalho de alguns conteúdos de forma concreta e lúdica motivando a capacidade criadora e o raciocínio lógico-matemático. Nos ambientes virtuais de aprendizagem, o aluno interage com seu smartphone, o que traz uma nova alternativa pedagógica para sala de aula.

A luz da teoria do desenvolvimento cognitivo de Piaget e Seymor Papert, esses recursos dão suporte ao sujeito, e favorece a construção do seu conhecimento. Mas para que isso aconteça, é de grande importância que a formação do professor seja levada em consideração nesse processo, pois, com as mudanças de hoje, não se pode ter uma prática pedagógica que contenha como ferramenta apenas quadro, giz e livro didático.

Após um levantamento feito através de uma avaliação diagnóstica, com duas turmas de 1° ano de ensino médio em uma escola pública situada na cidade de Vitória-ES, verificou-se que muitos desses alunos apresenta grandes dificuldades em questões relacionadas a resolução de problemas. Foi observado que, nos casos em que as questões eram de simples cálculos, boa parte dos alunos tiveram desempenho aceitável, mas se tratando de questões que dependiam da leitura e resolução de alguma situação-problema, a maioria dos alunos não obtiveram bom desempenho. Assim sendo foi apresentado aos alunos alguns Ambientes Virtuais de Aprendizagem, em especial a plataforma do YouTube, o Google Formulário, e um E-book, que os direcionaram para essas plataformas. Todas as atividades desenvolvidas foram trabalhados através da Resolução de Problemas, de modo a tornar o estudo dessa disciplina mais estimulante e interessante ao ponto de vista dos alunos.

O segundo capítulo traz a justificativa bem como a problematização, os objetivos gerais e específicos dessa pesquisa, além de trazer também a metodologia aqui utilizada.

O terceiro capítulo fala sobre a Resolução de Problemas e sua importância no ensino-aprendizagem da Matemática. Hoje temos, de um lado, diversos pesquisadores apontando vários procedimentos e recursos de ensino como: debates, seminários, jogos, resolução de problemas que podem nos ajudar com o ensino-aprendizagem de Matemática, do outro lado, temos a realidade vivida nas escolas brasileiras, que tem um número elevado de alunos em sala de aula, recursos de materiais e tempo limitados, fatores esses que podem estar contribuindo para que a aula expositiva continue sendo um recurso amplamente utilizado.

Ainda hoje, praticamente em todos os níveis de ensino, o professor apresenta no quadro aquelas partes do conteúdo que ele juga mais necessárias. Aos alunos cabem copiar em seus cadernos o que foi passado pelo professor e, em seguida, resolvem os exercícios que, por muitas vezes, são repetições de alguns exemplos apresentados pelo professor. Essa prática serve para a seguinte compreensão da matemática descrita por **Keith Devlin (2005):**

> [...] ao longo dos anos a matemática tornou-se cada vez mais e mais complicada, as pessoas concentraram-se cada vez mais nos números, fórmulas, equações e métodos e perderam de vista o que aqueles números fórmulas e equações eram realmente e porque é que se desenvolveram aqueles métodos. Não conseguem entender que a matemática não é apenas manipulação de símbolos de acordo com regras arcaicas, mas sim a compreensão de padrões – padrões da natureza, padrões da vida, padrões da beleza. (DEVLIN, 2005, p.14).

O quarto capítulo descreve os Ambiente Virtuais de aprendizagem (AVA) que foram utilizados, para que serve o Google Formulário, a plataforma de vídeo YouTube e suas contribuições, além das plataformas da OBMEP, Portal da Matemática e do canal e site *beabadamatematica.com* sendo que esse foi criado para essa pesquisa e que servirá como fontes de pesquisas para trabalhos futuros. A educação tradicional já não consegue mais nutrir as necessidades dos nossos alunos. Alguns alunos sentem a necessidade de ser protagonista no processo de ensino, pois é de uma geração que produz conteúdos digitais diariamente, cabe ao professor focar e potencializar essas produções para o processo de ensino-aprendizagem dos conteúdos escolares. Para **(Castells, 2007**), a avalanche de informações disponíveis torna necessário encontrar novas formas de encantar e motivar os alunos da nova geração para atividades educacionais, deixando de lado de uma vez por todas, a maneira tradicional de ensino, aqui entendemos como tradicional a exposição de conteúdo apenas utilizando pincel e quadro não utilizando outros tipos de recursos.

O quinto capítulo traz a análise dos dados coletados em duas turmas de 1° ano do Ensino Médio da EEEM Prof. Renato Jose da Costa Pacheco. Os Dados são coletados através de uma avaliação diagnóstica envolvendo diversos conteúdos do ensino fundamental II. Essa avaliação é composta de questões de múltipla escolha que contemplam diversos descritores. Essa análise foi utilizada como base para as próximas atividades, e para comparação com o resultado final.

O sexto capítulo mostra as atividades desenvolvidas, as ferramentas e metodologias e como foram utilizadas.

No capítulo sete é feita uma discussão sobre os resultados após a aplicação das atividades, um breve relato sobre a experiência vivida pelo autor dessa e uma tabela com o desempenho dos alunos nas avaliações após a aplicação das ferramentas metodológicas desenvolvidas. Para efeito de comparação, é mostrado o desempenho das duas turmas em que foram aplicadas as atividades, uma em que se utilizou as ferramentas aqui mencionadas e outra em que não foram utilizados os mesmos recursos.

Por fim, nas considerações finais, são apresentadas as conclusões do autor, seu *feedback* sobre as atividades propostas e os resultados alcançados pelo alunos e por ele próprio.

2. METODOLOGIA DA PESQUISA

A proposta dessa pesquisa é buscar respostas no sentido de saber se o uso de conteúdos digitais, em especial a criação de um E-book interativo e vídeo aulas na plataforma YouTube, funcionam como uma boa estratégia no ensino de matemática para alunos que cursam o ensino médio em uma escola pública.

2.1 Justificatica

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (2008) destacam a arquicompetência de compreender e utilizar a tecnologia como conhecimento sistemático de sentido prático, a qual se abre em diversas competências de contextualização sociocultural para serem desenvolvidas na área de **Ciências da Natureza e Matemática e suas Tecnologias:**

- Utilizar elementos e conhecimentos científicos e tecnológicos para diagnosticar e equacionar questões sociais e ambientais;

- Associar conhecimentos e métodos científicos com a tecnologia do sistema produtivo e dos serviços;

- Reconhecer o sentido histórico da ciência e da tecnologia, percebendo seu papel na vida humana em diferentes épocas e na capacidade humana de transformar o meio;

- Compreender as ciências como construções humanas, entendendo como elas se desenvolveram por acumulação, continuidade ou ruptura de paradigmas, relacionando o desenvolvimento científico com a transformação da sociedade;

- Entender a relação entre o desenvolvimento de Ciências Naturais e o desenvolvimento tecnológico e associar as diferentes tecnologias aos problemas que se propuser e se propõe solucionar;

- Entender o impacto das tecnologias associadas às Ciências Naturais, na sua vida pessoal, nos processos de produção, no desenvolvimento do conhecimento e na vida social.

Nesse sentido, a intenção de um E-book interativo para auxiliar no processo de aprendizagem dos conteúdos de Teoria dos Conjuntos e Conjuntos Numéricos, e utilizar a plataforma do YouTube com vídeoaulas com desafios matemáticos para desenvolver o raciocínio, é uma tentativa de tornar o ensino da matemática mais significativa e atraente na visão dos alunos e em busca de melhores resultados nas avaliações escolares.

Para Papert (1985), a aquisição de um conhecimento não se dá em função do desenvolvimento, mas principalmente na maneira pela qual as pessoas se relacionam com o meio.

2.2 Objetivo Geral

O objetivo geral dessa pesquisa é verificar qual a contribuição do uso de AVA quanto ao interesse dos alunos nas aulas de matemática e também verificar se para duas turmas, uma submetida ao uso dessas tecnologias e outra não, haveria diferença quanto à motivação durante as aulas e o desempenho durante as avaliações trimestrais.

2.3 Objetivos Específicos

Quanto aos objetivos específicos dessa pesquisa podemos ressaltar dois como alvos máximos a serem aqui desenvolvidos.

O primeiro é observar como os alunos lidam com o uso de E-books interativos durante as aulas de matemática, se eles criam uma maior autonomia em seus estudos, como fica a participação durante as aulas e os resultados desse trabalho com relação ao aproveitamento nos resultados trimestrais.

O segundo objetivo é desafiar os alunos semanalmente com problemas a fim de aumentar seus desejos em resolver desafios e como eles lidam com desafios e problemas que não fazem parte do seu conteúdo escolar.

O terceiro objetivo é observar os impactos desse trabalho nos resultados trimestrais.

2.4 Métodos da pesquisa

Essa pesquisa é de cunho qualitativo, quantitativo e comparativo usaremos o AVA, em particular E-books e um canal no YouTube como ferramentas no ensino de Teoria dos Conjuntos e Conjuntos Numéricos, além de aprimorar o trabalho com Resolução de Problemas.

Esta pesquisa foi desenvolvida na escola “EEEM Prof. Renato José da Costa Pacheco”, escola essa de ensino médio da rede estadual do município de Vitória-ES, com duas turmas da 1ª Série do Ensino Médio do turno vespertino, a partir de fevereiro de 2019, sendo que a turma 1V1 teve a intervenção quanto ao uso dos AVA enquanto em outra turma, 1V2, as aulas foram trabalhas sem intervenção do uso de AVA para efeito de comparação.

Essa escola está situada em uma comunidade de classe média, sendo frequentada, em sua maioria, por alunos que não pertencem à comunidade. Há nessa escola alunos de diferentes padrões sociais. Há alunos que estudaram toda sua educação infantil e ensino fundamental em escolas públicas e alunos que tiveram toda sua educação infantil e fundamental feita nas melhores escolas privadas da cidade de Vitória-ES. Temos, portanto, um grupo bem heterogêneo com diferentes níveis culturais, financeiros e sociais. O que é regra nessa escola é que a maior parte dos alunos, fazem uso de smartphones em seu dia a dia, inclusive em sala de aula.

Quanto à estrutura física da escola, ela é composta por quatorze salas de aula que contam com data show para uso dos professores e alunos, uma biblioteca, um laboratório de informática, uma quadra poliesportiva, uma sala de artes, um laboratório de física e química, uma sala de atendimento para alunos com necessidades especiais, além de uma rampa para acesso dos alunos cadeirantes. A escola funciona em dois horários, matutino e vespertino, e, em ambos os horários, atende alunos da 1ª, 2ª e 3ª série do ensino médio.

Essa pesquisa é composta de três fases: a diagnóstica (pré-teste), a intervenção (utilização do AVA) e o resultado obtido (avaliação dos conteúdos trabalhados).

O recurso do pré-teste foi utilizado para ter uma base para compreender o nível de aprendizagem matemática dos alunos, a partir dessas informações elaborar uma revisão sobre os principais conteúdos do ensino fundamental em uma tentativa de nivelar o conhecimento das duas turmas para darmos início à parte da intervenção.

Com a primeira fase foi possível perceber em quais pontos os alunos apresentavam mais dificuldades e deveriam ser trabalhados nas duas turmas em que se realizava a pesquisa. Nesse momento foi percebido o primeiro ponto em comum entre as duas turmas; ambas tinham uma grande dificuldade com relação a resolver situações-problema e esse foi o ponto inicial para elaborar as atividades que viriam a seguir.

Levantados os dados e verificados os pontos com maior dificuldade das turmas, deu-se início a parte de intervenção com uma revisão sobre os conteúdos abordados no pré-teste. Enquanto em uma turma (turma 1V2) foi trabalhado a revisão dos conteúdos em sala de aula, na outra turma (turma 1V1), deu-se início as intervenções por meio dos AVA. Após esse início de revisão de conteúdos, entramos na parte em que, de fato, trabalharíamos os conteúdos do currículo, da rede estadual, da 1ª série do ensino médio: primeiro, Teoria dos Conjuntos e, posteriormente, Conjuntos Numéricos, conteúdos esses que seriam cobrados posteriormente nas avaliações trimestrais.

E por fim, após um trimestre de pesquisa e comparando o rendimento das duas turmas pesquisadas, levantou-se o resultado do trabalho, que é apresentado no capitulo 7.

3. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Um dos objetivos do ensino de matemática é justamente auxiliar na resolução de problemas, sejam problemas do cotidiano, problemas científicos ou problemas relacionados a própria matemática.

Sobre a importância do ensino através da resolução de problemas os PCN destacam:

> Em seu papel formativo, a matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e cientifica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais. (BRAZIL,1999, p.251).

Os PCN's enfatizam que a resolução de problemas é uma importante ferramenta e estratégia de ensino:

> Os alunos confrontados com situações-problemas novas, mas compatíveis com os instrumentos que já possuem ou que possam adquirir no processo, aprendem desenvolver estratégias de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espirito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem autoconfiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação. (BRASIL, 1999, P. 266).

3.1 Problemas x Exercícios

Em sala de aula estamos o tempo todo solicitando que os alunos resolvam os exercícios e problemas de determinado conteúdo sem nos preocupar se realmente o que eles estão resolvendo é um exercício ou um problema. Aqui faremos uma diferenciação entre problemas matemáticos e exercícios segundo alguns autores pois diferenciar esses termos é muito importante para o ensino aprendizagem da matemática.

O exercício serve para praticar determinado algoritmo ou procedimento, o aluno precisa de lê e extrair informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas**.** (DANTE, 2009).

Assim não percebemos nos exercícios características como: busca por um procedimento desconhecido e a investigação, que são próprias da resolução de problemas.

O que para uma pessoa representa um problema, para outra pode não representar, basta que essa segunda já saiba resolver de imediato a situação proposta, para Pozo (1998) a diferença entre problema e exercício está no fato de que neste último, o sujeito dispõe de e se utiliza de mecanismos que o conduzem de forma imediata à solução.

Podemos afirmar, então, que se um problema é resolvido repetidas vezes acaba por se tornar um exercício.

Para D'Amore (2007), em se tratando de uma situação escolar, o problema serve como instrumento para adquirir novos conhecimentos enquanto os exercícios servem para verificar e consolidar tais conhecimentos e habilidades.

Portanto como professor devemos procurar, nos problemas, acompanhar e valorizar todo o processo, já nos exercícios podemos avaliar apenas o resultado final o que no caso dos problemas, se for feito perde-se uma grande oportunidade de fazer com que os alunos alcancem todo o potencial de aprendizado proporcionado pela resolução de problemas.

Diversos pesquisadores afirmam que os exercícios são excelentes ferramentas para consolidar conhecimentos desde que sejam empregados de maneira satisfatória, não devem ser aplicados de maneira isolada e sim em listas repetitivas e hierarquizada e com finalidade de mecanizar/ automatizar procedimentos apresentados em aula para ajudar na compreensão de determinados conceitos. Já os problemas devem ser colocados para que os alunos construam conhecimentos, modelos e processos matemáticos para resolve-lo.

Para Vila e Callejo (2006) o problema serve como instrumento para um novo campo do conhecimento ou para aprofundar um certo conhecimento.

Durante esse trabalho foi utilizado por diversas vezes problemas de estratégia, Vila e Callejo (2006) falam que nesse tipo de problema o foco é o trabalho de elaboração da estratégia e os processos que possam ser uteis em varias situações, para os autores suas características são: os alunos tem acesso aos conteúdos matemáticos para resolve-los; a riqueza da solução está na argumentação do procedimento de resolução e não costumam fazer parte de listas e apresentam uma proposta de desafio para os alunos.

3.2 Etapas da Resolução de Problemas por Polya.

George Polya foi um dos primeiros, se não o primeiro, a considerar a resolução de problemas como uma ferramenta de alta importância no ensino e aprendizagem de matemática em seu livro "A arte de resolver problemas", traduzido para o português em 1978.

Para os professores Milton Rosa e Daniel Clark Orey (2010), os trabalhos de Polya resgataram a ideia da heurística, eles falam que:

> Na contemporaneidade, Polya (1945) resgatou a importância histórica, a eficiência, o alcance, e a legitimidade dos resultados da heurística, pois de acordo com ele, a heurística é o "estudo dos métodos e regras da descoberta e da invenção". (ROSA & OREY, 2010, P.10).

Para Polya o objetivo principal da matemática era a resolução de problemas, embora ele tenha pesquisado em diferentes ramos da matemática, sua maior contribuição está relacionado a heurística de resolução de problemas matemáticos, em seu livro mais conhecido, “A arte de resolver problemas”, escrito em 1945 ele dividiu o processo de resolução de problemas em quatro fases.

1° fase: Compreender o problema:

Nesta primeira fase da resolução de problema é muito importante que o aluno consiga compreender a proposta do problema, logo é importante que o professor consiga deixar bem claro qual é o objetivo do problema, ajudar o aluno entender quais os dados fornecidos pelo problema que ele poderá utilizar para resolver, enfim qual pergunta o problema está querendo responder.

Nesta primeira fase o professor deve fazer com que o aluno queira resolve o problema proposto, que ele sinta vontade de resolver, que tenha curiosidade, que ele se sinta capaz de resolver por isso é importante que nessa fase seja escolhido problemas que não sejam nem muito difícil nem muito fácil, natural e interessante, e um certo tempo deve ser dedicado a uma boa apresentação.

O professor pode ajudar na compreensão do problema levantando uma discursão sobre ele com algumas perguntas do tipo: *Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante?*

2° fase: Estabelecimento de um plano:

Após a compreensão do problema vem a parte de estabelecer um plano, esse plano estará estabelecido quando conhecemos, de maneira geral, quais as operações matemáticas serão necessárias para resolver determinado problema. Nessa fase o aluno pode se valer de lembranças de problemas anteriores semelhantes a dos processos feitos para resolve-lo, caso não tenha tido contato com problemas anteriores similares ao problema proposto então o aluno pode fazer variações do problema, generalizações, particularizações, etc. O professor pode propiciar discretamente uma ideia luminosa para seus alunos, aquilo que Polya chama de ideia brilhante, por meio dos questionamentos sugeridos na primeira fase.

3° fase: Execução do plano:

Se a segunda fase é a mais complicada durante a resolução de problemas a terceira fase é a mais simples sendo necessário apenas paciência. Se as duas primeiras fases forem bem desenvolvidas essa terceira fase será a mais simples de todo o processo. O plano proporciona apenas um roteiro geral. Precisamos ficar convictos que os pormenores se inserem nesse roteiro e, para isto, temos de examiná-los, um após outro, pacientemente, até que tudo fique perfeitamente claro e não reste nenhum recanto obscuro no qual possa ocultar-se um erro.

Se o aluno elaborou um bom plano o professor terá agora um pouco de tranquilidade pois essa é a fase em que o aluno coloca a mão na massa e vai de fato resolver o problema colocando em prática o plano estabelecido na fase dois, prestando atenção para que não se esqueça de nenhuma parte do plano estabelecido na fase anterior.

4° fase: Reflexão:

Esse momento é muito importante pois é nele que o aluno irá depurar e abstrair a solução do problema criando uma base de dados para resolução de problemas futuros. Nessa etapa o aluno deve verificar os passos anteriores, tentar simplificar, buscar novas maneiras de resolver o problema de modo mais simples além de refletir sobre os passos seguidos durante a resolução, refletir sobre os métodos empregados e verificar possíveis erros durante o processo.

Gazire (1988) diz que se durante o trabalho com resolução de problemas os professores fossem capazes de observar essas quatro fazes esse trabalho iria favorecer nos alunos o desenvolvimento de uma atitude mental mais clara e produtiva.

3.3 A resolução de problema para outros autores.

3.3.1 Frank Lester e Charles Randall

Para esses autores só existe problema se um determinado individuo o quiser resolver, eles consideram que uma situação problema pode ser caracterizada quando um aluno não dispõe de recursos com que faça que ele tenha a resposta imediata da resolução e é fundamental que o aluno tenha empenho em resolver o problema, seja por desejo ou necessidade.

Charles e Lester (1982) apresentam seis variações de situação problema:

a) exercício treino: permitem aos alunos praticarem o uso de um algoritmo;
b) problema de tradução simples: a solução envolve transformar as palavras em expressão matemática, e tem como objetivo reforçar a compreensão de conceitos matemáticos e ajudar a manter a eficiência dos alunos nas operações.
c) problema de tradução complexa: embora similar ao segundo, este problema é de um tipo mais complexo, pois envolve pelo menos dois passos e, geralmente, mais de uma equação;
d) problema processo: problema cuja solução necessita do uso de processos de pensamento como, por exemplo, planejamento, estimativa, conjecturas, buscas de padrões;
e) problema de aplicação: permite que o aluno utilize uma variedade de técnicas, situação realística e, assim, o torna consciente do valor e da utilidade da Matemática em situações do dia-a-dia;
f) problema de quebra-cabeça: permite que o aluno se envolva com a Matemática de recreação, potencialmente enriquecedora e mostra a importância da flexibilidade no enfrentamento de problemas e o valor de se olhar os problemas de diversas maneiras. (CHARLES e LESTER, 1982).

3.3.2 Juan Ignácio Pozo

Ao lermos a obra de Pozo (1998) percebemos nitidamente a evolução dos conceitos apresentados por Polya no que se trata da resolução de problemas. Para Pozo seguir os passos apresentados por Polya já não é suficiente para que se consiga resolver um determinado problema, ele afirma que uma mesma situação pode representar um problema para uma pessoa enquanto para outra não representa problema algum.

O autor apresenta a resolução como uma forma de aprender a aprender.

> “Ensinar a resolver problemas não consiste somente em dotar os alunos de habilidades estratégias eficazes, mas também em criar neles o hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta. Não é uma questão de somente ensina a resolver problemas, mas também de ensinar a propor problemas para si mesmo, a transformar a realidade em um problema que mereça ser questionado e estudado. (...) a aprendizagem da solução de problemas somente se transformará em autônoma e espontânea se transportado para o âmbito do cotidiano, se for gerada no aluno a atitude de procurar respostas para suas próprias perguntas/problemas se ele se habituar a questionar ao invés de receber respostas já elaboradas por outros”
> (Pozo, 1998, p. 14).

3.4 Resolução de problemas e a OBMEP

O Instituto de Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), juntamente com o Ministério da Educação e Cultura (MEC) e o Ministério da Ciência e Tecnologia (MCT), apoiados pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), criaram a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) que vem sendo aplicadas anualmente desde 2005 sendo que a partir de 2017 a prova foi aberta para a participação da rede privada. Desde seu início a OBMEP vem sendo um sucesso com maior participação a cada ano e revelando grandes talentos da área de exatas por todo o Brasil. A grande pretensão da OBMEP é promover e intensificar o estudo da Matemática além de mostrar que essa disciplina, que ainda hoje, causa tanto temor nas escolas e apresenta um alto índice de reprovação, não é meramente uma disciplina escolar mas faz-se presente para resolver diversos problemas encontrados em nosso cotidiano.

A OBMEP conta com uma plataforma em que tanto os professores quanto os alunos terão acesso as provas anteriores e suas resoluções além de banco de questões que não foram utilizadas nas provas. O site da OBMEP também apresenta links para outras plataformas como o Portal do Saber, Clubes de Matemática, onde podemos encontrar um enorme banco de dados com milhares de problemas propostos, corrigidos e comentados por diversos professores e alunos de todo o Brasil. Vale ressaltar que as questões tanto dos cadernos de prova, quanto dos bancos de questões são, em grande parte, problemas contextualizados com situações em que os alunos se deparam em seu cotidiano tornando assim um ótima ferramenta quando se trata de trabalhar com resoluções de problemas, por exemplo no site dos clubes de matemática podemos encontrar salas com diversos problemas separados por nível de dificuldade ou por assunto, como podemos observar na figura 1.

Fig. 1 – Banco de questões
Fonte: Portal Clubes de Matemática

3.5 O ensino da Matemática através da resolução de problemas.

A sociedade atual necessita de cidadãos criativos, reflexivos, hábeis em tomar decisões e que saibam trabalhar em equipe e é primordial que esses cidadãos sejam capazes de resolver diversos problemas que venham a enfrentar. Com isso devemos refletir sobre como nossos jovens estão sendo preparados nas escolas para lidarem com situações em que não percebem de imediato uma solução. Na disciplina de Matemática uma alternativa é trabalhar com a resolução de problemas. Mas trabalhar com resolução de problemas não pode ser confundido com a resolução de exercícios e essa diferenciação já foi feita nesse trabalho. Quando se propõe a trabalhar com a resolução de problema o professor deve estar preparado para lidar com as diversas situações que podem ocorrer durante a aula.

George Polya (1945) escreveu os dez mandamentos para o professor de matemática. São eles:

1- Tenha interesse por sua matéria.
2- Conheça sua matéria.
3- Procure ler o semblante de seus alunos; procure enxergar suas expectativas e suas dificuldades; ponha-se no lugar deles.
4- Compreenda que a melhor maneira de aprender alguma coisa é

descobri-la você mesmo.

5- Dê aos seus alunos não apenas informações, mas Know-how, atitudes mentais, o hábito do trabalho metódico.
6- Faça-os a aprender a dar palpites.
7- Faça-os a aprender a demonstrar.
8- Busque, no problema que está abordando, aspectos que possam ser úteis nos próximos problemas que virão – procure descobrir o modelo geral que está por trás da presente situação concreta.
9- Não desvende o segredo de uma vez – deixe os alunos darem palpites antes – deixe-os descobrir por si próprios, na medida do possível.
10- Sugira, não os faça engolir a força.

A ideia da resolução de problemas é tornar a aprendizagem mais prazerosa, mais significativa, despertar o interesse dos alunos em resolver desafios. As situações problemas apresentadas em sala devem fazer com que o trabalho em equipe seja fortificado onde os alunos dão sua opinião e respeitem as opiniões dos colegas e seus pontos de vista.

A professora Dra. Lourdes de La Rosa Onuchic em sua pesquisa feita em 1999 apresenta um roteiro de atividades que pode servir para orientar os interessados em trabalhar com a metodologia da resolução de problemas. Esse roteiro foi utilizado durante essa pesquisa, com algumas alterações, e consiste das seguintes etapas:

<u>1° etapa:</u> formar grupos – entregar uma atividade (um problema).

Nessa primeira etapa o professor separa a turma em pequenos grupos, e seleciona um problema que será chamado de problema gerador. Trabalhar com pequenos grupos é mais fácil que trabalhar com toda a turma, nesses grupos os alunos conseguirão expressar melhor seus pontos de vista e colocar suas opiniões e experiências anteriores.

<u>2° etapa:</u> o papel do professor.

Nessa etapa o professor se coloca como mediador e incentivador do grupo a finalidade do professor aqui é fazer com que os alunos se apoiem uns nos outros em busca da resolução do problema. O professor irá trabalhar lançando novos desafio e as vezes resolvendo problemas secundários que possam auxiliar na resolução do problema principal.

<u>3° etapa:</u> resultados no quadro.

Após o termino do trabalho nos grupos o professor irá colocar os resultados apresentados pelos grupos no quadro, e posteriormente agrupar esses resultados de acordo com algo em comum que venham apresentar.

<u>4° etapa:</u> plenária.

Nesse ponto o professor arruma a turma de modo a formar uma assembleia geral como um único grupo como todos os alunos participaram em seus grupos com suas opiniões na resolução do problema proposto então estão aptos a participar na discussão dos resultados.

5° etapa: análise dos resultados.

Nessa fase será apresentado pelos alunos suas dificuldades durante a resolução do problema proposto, novos problemas secundários podem ser resolvidos. E será feito uma análise das respostas apresentados pelos grupos.

6° etapa: consenso.

Após o debate e a análise feita sobre as resoluções apresentadas pelos grupos, após a retirada das devidas dúvidas, é hora de buscar o consenso sobre o resultado alcançado.

7°etapa: formalização.

Após a conclusão do consenso tanto o professor, quanto os alunos fazem uma síntese do que se buscava aprender a partir do problema e nesse ponto faz-se as devidas definições e demonstrações necessárias.

Para Onuchic (2007), ao adotar essa metodologia, o professor deve:

> Compreender os dados de um problema, tomar decisões para resolve-lo, estabelecer relações, saber comunicar resultados e ser capaz de usar técnicas conhecidas são aspectos que devem ser estimulados em um processo de aprendizagem através da resolução de problemas. No decorrer desse processo, a formalização, o simbolismo e as técnicas precisas são introduzidas depois da resolução trabalhada, dando-se liberdade aos alunos, evitando-se direciona-los somente em casos de maiores dificuldades, ou seja, quando eles não sabem como agir**.** (ZUFFI & ONUCHIC, 2007, p. 83).

4. TECNOLOGIAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Hoje, falar em tecnologias para o ensino da Matemática não é uma coisa que possamos chamar de novidade, e com certeza é uma grande aliada em se tratando do ensino dessa disciplina que até hoje é mal vista por diversos alunos e familiares. O uso da tecnologia faz com que o aluno possa ser protagonista durante o processo de ensino. Em (Bona; Fagundes; Basso., 2011), os autores dão destaque a necessidade dos professores despertarem a curiosidade dos alunos quanto ao aprender a aprender e o uso de recursos tecnológicos podem auxiliar nesse processo. Vale ressaltar aqui, o que também foi feito pelos autores, a importância do planejamento do professor, pois a ferramenta tecnológica por si só não é capaz de estimular o aluno.

A internet está cada vez mais acessível, e se utilizada com objetivo pode ser de grande utilidade na educação. Para (Castells, 1999) a internet ultrapassa a ideia de ser mais uma tecnologia, é também um meio de comunicação, interação e organização social. Passou a ser o cerne da comunicação global.

4.1 Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA)

Ambientes Virtuais de Aprendizagem são plataformas, ou softwares educacionais via internet, hoje muito utilizados para apoiar atividades educacionais principalmente a distância. Essas plataformas e softwares oferecem um conjunto de tecnologias, de informação e comunicação, e com isso os participantes podem desenvolver suas atividades cada um no seu tempo, ritmo e espaço, conforme (MENDONÇA; RIBEIRO, 2017).

Os ambientes virtuais de aprendizagem também podem ser utilizados em aulas presenciais de modo a possibilitar o aumento da interação entre professor aluno para além das salas de aula, é muito importante também aumentar a interação entre os próprios alunos. Para (MORAIS, 2002), em qualquer tipo de situação de aprendizagem é de extrema importância a comunicação entre os participantes, pois é nesse momento que se dá a troca de experiências, o estabelecimento de parcerias e a cooperação. Abaixo encontramos algumas vantagens do uso de um AVA.

- a interação entre computados/ smartphone aluno;
- atenção individual ao aluno;
- o controle do tempo e do ritmo do aprendizado pelo próprio aluno;
- a apresentação de materiais de estudo de modo criativo, atrativo e lúdico, estimulando e motivando a aprendizagem.
- avaliação do aluno no próprio AVA, caso o professor tenha interesse.

Os ambientes virtuais de aprendizagem reúnem diversas tecnologias encontradas na internet para prover a comunicação, disponibilização de materiais e para administrar as atividades.

Atualmente podemos citar centenas de ferramentas online que podem ser utilizadas como complemento as atividades presenciais de sala de aula, entre elas:

- Khan Academy: é uma plataforma que oferece exercícios, vídeos de instrução além de um painel de aprendizagem personalizado que habilita os estudantes aprenderem no seu próprio ritmo, dentro e fora da sala de aula. São abordados assuntos dos mais variados como matemática, programação de computadores, história, ciências, geografia, entre diversos outros assuntos. As atividades de matemática chamadas de missões guiam os alunos do jardim de infância até o cálculo, para isso usam diversas tecnologias que identificam tanto os pontos fortes dos alunos quanto as lacunas em seu aprendizado. Para que possa oferecer conteúdos especializados a Khan academy possui diversas parcerias com a NASA, o Museu de Arte Moderna, a Academia de Ciências da Califórnia e o MIT.

  Fonte: htt://pt.khanacademy.org

- Portal da Matemática – OBMEP: o portal oferece de maneira gratuita centenas atividades relacionadas a todas as séries do ensino fundamental e médio, além de diversos tópicos adicionais como desafios resolução de problemas que costumam ser abordados em diversos livros didáticos do 6° ano do fundamental ao 3° ano do ensino médio. No Portal da Matemática podemos encontrar vídeoaulas, exercícios resolvidos, listas de exercícios e diversos aplicativos interativos.
  Todo material do portal está organizado em módulos que tratam de conteúdos específicos. Os módulos estão associados sempre a algum ano escolar podendo haver diferença com a grade curricular da escola. Podemos encontrar também uma enorme quantidade de testes com perguntas tanto objetivas quanto dissertativas, para que os alunos exercitem seus conhecimentos quantas vezes achar necessário, uma grande sacada é fazer uma avaliação geral do módulo e obter um certificado online.
  Aos professores é ofertado a possibilidade de criar uma turma e administra-la dentro do próprio portal, bastando para isso que ele gere um código e divulgue para seus alunos.

  Fonte: http://portaldosaber.obmep.org.br

Cabe ao professor entender que mesmo utilizando as diferentes tecnologias disponíveis nos AVA, isso não implica em abolir completamente os métodos tradicionais de ensino. As escolas devem integrar essas ferramentas tecnológicas ao currículo escolar. O professor pode se apoderar dessas tecnologias para tornar suas aulas mais atrativas, tornando o ambiente de ensino aprendizagem um ambiente propício a construção do conhecimento. Mesmo sabendo da importância do uso de novos recursos e metodologias no ensino atual, acredito que muitos professores ainda não utilizam tais recursos porque não se sentem capacitados. A esperança é de que este trabalho possa despertar o interesse dos professores para o uso de novas tecnologias no ensino.

4.2 Vídeos em Sala de Aula

Fazer uso de vídeos em sala de aula já não é uma novidade a muito tempo, essa ferramenta já vem sendo utilizada desde a época dos vídeos cassetes. Moran (1995) já apontava para o uso inadequado dessa ferramenta, um apontamento que é válido nos dias de hoje, bastando que se troque os vídeos cassetes por vídeo online, DVD, blue-ray e tantos outros formatos de vídeos. Os vídeos em sala de aula, segundo Moran(1995), são utilizados como:

- **Vídeo-tapa buraco:** colocar vídeo quando há um problema inesperado, como ausência do professor. Usar este expediente eventualmente pode ser útil, mas se for feito com frequência, desvaloriza o uso do vídeo e o associa - na cabeça do aluno - a não ter aula.

- **Vídeo-enrolação:** exibir um vídeo sem muita ligação com a matéria. O aluno percebe que o vídeo é usado como forma de camuflar a aula. Pode concordar na hora, mas discorda do seu mau uso.

- **Vídeo-deslumbramento:** O professor que acaba de descobrir o uso do vídeo costuma empolgar-se e passa vídeo em todas as aulas, esquecendo outras dinâmicas mais pertinentes. O uso exagerado do vídeo diminui a sua eficácia e empobrece as aulas.

- **Vídeo-perfeição:** Existem professores que questionam todos os vídeos possíveis porque possuem defeitos de informação ou estéticos. Os vídeos que apresentam conceitos problemáticos podem ser usados para descobri-los, junto com os alunos, e questioná-los.

- **Só vídeo:** não é satisfatório didaticamente exibir o vídeo sem discuti-lo, sem integrá-lo com o assunto de aula, sem voltar e mostrar alguns momentos mais importantes.

Outra referência sobre o uso de vídeos vem de Ferrés (1996). Neste livro Ferrés:

- **propõe uma sistematização para o uso de vídeos para fins didáticos:** vídeo lição, vídeo apoio, vídeo processo, programa motivador, programa monoconceitual, vídeo interativo;

- **estabelece critérios:** mudança de estruturas pedagógicas, o papel do professor, a formação do professor frente a esse tipo de mídia, a relação didática do vídeo com outras mídias, etc.;

- **categoriza as diversas funções do vídeo no ensino:** função formativa/vídeo documento, função motivadora/vídeo animação, função investigativa, função lúdica/o vídeo com brinquedo, função metalinguística, combinação e interação das funções previamente citadas;

- **dá sugestões práticas e técnicas para exibição dos vídeos:**

preparação antecipada do local, disposição dos alunos de acordo com o tamanho da tela , problemas técnicos frequentes;

- **sugere abordagens pedagógicas após a exibição do vídeo:** comunicação espontânea dos alunos, reflexão crítica, pesquisa final e recapitulação, nuvem de palavras, entrevista com um especialista, gravação de pesquisa de opinião pública, manipulação de objetos, palavras-chaves, resumo objetivo, recontar a história em grupo, desenho livre, desenho em quadrinhos, escrever uma carta, comunicação em duplas, interpelação em duplas, expressão corporal, cartazes e trabalhos em grupo, fotografia do ambiente, elaboração de um dossiê, tribunal e julgamento, criação de um mural, realização de uma colagem;

- **sugere várias pautas para avaliação do vídeo sob o ponto de vista didático:** tema, objetivos, formulação didática, estrutura, roteiro didático, formulação audiovisual, imagem como valor técnico, faixa sonora como valor técnico, interação dos elementos.

A partir da chegada dos vídeo cassetes nas escolas, diversos vídeos com conteúdos escolares vem sendo produzidos em diversos formatos e sendo disponíveis em diversas plataformas, sejam essas plataformas gratuitas ou pagas.

4.3 O Uso do YouTube nas Aulas de Matemática

A Matemática é uma disciplina que comporta um conjunto de conteúdos temáticos importantes para a compreensão da realidade e do espaço do mundo em que vivemos. Permite que os alunos possam ter diversas estratégias de ensino aprendizagem que motivam, instigam e se tornam desafiadoras e cativantes. A Matemática visa contribuir para o entendimento e a intervenção na realidade vivida pelos alunos e professores.

O trabalho pedagógico em sala de aula no que se refere a Matemática deve sempre se atualizar afim de acompanhar as mudanças do mundo, do homem e das tecnologias, que hoje ocorrem de maneira absurdamente rápida.

As mídias, principalmente as de audiovisuais, entram com um papel importante no auxílio a essas atualizações que precisamos fazer, para LEVY (1999) “[...] as tecnologias digitais surgiram como “a infraestrutura” do ciberespaço, novo espaço de comunicação, de sociabilidade, de organização e de transação, mas também novo mercado da informação e do conhecimento”. Os PCNs também destacam que:

> Cada vez mais os meios de comunicação penetram na vida dos alunos. A televisão, os computadores permitem que eles interajam ao vivo com diferentes lugares do mundo. Os programas de televisão interativos, ao colocar públicos de diferentes lugares em transmissão simultânea e instantânea dos fatos, permite que os alunos entrem e saiam dos lugares pelo imaginário de forma muito rápida. A internet cada vez mais facilita que uma parte significativa dos alunos navegue pelas infovias do computador. Para realmente trabalhar e valorizar o imaginário do aluno, não

> se pode encarcera-lo a ideia de que seu espaço esteja limitado apenas a sua paisagem imediata. Pela mídia, o aluno acaba incorporando ao seu cotidiano paisagens e vivencias de outras localidades. (BRASIL, 1998, P.31)

Nesse sentido, é muito importante utilizar o computador, a internet, os aplicativos e as demais tecnologias para aprimorar o aprendizado durante as aulas de Matemática. Por experiência própria o uso dessas tecnologias melhora muito a qualidade das aulas e por consequência o processo de ensinar e aprender Matemática.

Podemos encontrar diversos autores falando sobre tecnologias e o meio educacional e estes nos trazem importantes contribuições como as afirmações de Perrenoud (2000):

> O mundo do ensino, ao invés de estar sempre atrasado em relação a uma revolução tecnológica, poderia tomar a frente de uma demanda social orientada para a formação. Equipar e diversificar as escolas é bom, mas isso não dispensa uma política mais ambiciosa quanto as finalidades didáticas. (PERRENOUD, 2000, P.138)

Nessa perspectiva considera-se o YouTube um recurso didático importante para a motivação dos nosso discentes. Esse é um meio de contato constante para a maioria dos nossos alunos. Como se faz necessário que os professores busquem alternativas para desenvolver um processo de ensino aprendizado atrativo e interessante a plataforma mencionada se revela uma ótima alternativa para que o aluno sintam-se mais interessado no ambiente escolar em que está inserido, em outras palavras o professor pode utilizar esse recurso como uma ferramenta didática para facilitar a apropriação do conhecimento pelos alunos. É importante ressaltar que os vídeos, documentários e tutoriais exibidos no YouTube não podem jamais substituir o professor e sim auxilia-lo na prática pedagógica em busca de uma melhora no desenvolvimento e planejamento de suas aulas.

Nos últimos anos encontramos diversos teóricos da educação criticando as bases tradicionais do ensino da Matemática e de diversas outras disciplinas. Nesse sentido, acredita-se que usar a internet, como é o caso do site YouTube, favorece a inovação do ensino da Matemática através da mediação do professor.

Se bem selecionados os diversos conteúdos audiovisuais transmitidos nas aulas de matemática podem mostrar diferentes maneiras de resolver determinada situação problema além de mostrar diversos modos de aprender determinado conteúdo, demonstrações de fórmula, aplicações de conteúdos em situações do cotidiano dos alunos além de fomentar debates e discussões em sala de aula.Com isso os alunos tem a oportunidade de se expressar e de juntos construírem o conhecimento.

Há uma vasta possibilidade para utilizar os vídeos para o ensino, pois para Moran (1995) as imagens e músicas podem despertar sentimentos e melhorar o ensino aprendizagem:

> O vídeo é sensorial visual, linguagem falada, linguagem musical e escrita. Linguagens que interagem superpostas, interligadas somadas, não separadas. Daí sua força. Somos atingidos por todos os sentidos e de todas as maneiras. O vídeo nos seduz, informa, entretém, projeta em outras realidades (no imaginário), em outros tempos e espaços (MORAN, 1995, p.27)

Porém é importante oferecer aos professores efetivas condições materiais, estruturais e financeiras para que possam: planejar, incorporar e avaliar o uso dessas novas ferramentas as suas aulas. Para daí cobrar melhores resultados durante o processo de ensino aprendizagem.

Freitas (2012) diz que o YouTube possui uma interface simples e bem organizada, consegue ser uma comunidade online que oferece conteúdo, interatividade, popularidade, audiência, participação e dinamismo de maneira simples e muito útil pois basta acessar e assistir aos vídeos disponibilizados ou se preferir realizar um cadastro num canal específico para editar e publicar suas próprias mídias.

Nesse sentido o YouTube fez-se uma ferramenta ideal para essa pesquisa, com a criação de um canal por parte do professor para disponibilizar vídeos para os alunos além de deixar material para os próximos que venham necessitar de tais conteúdos.

4.4 Formação Continuada do Professor

Um grande número de professores, ainda hoje, apresentam dificuldades quando se trata do uso de tecnologias em sala de aula. A formação continuada é uma poderosa ferramenta para atualizar esses profissionais, porém é comum encontrar uma certa resistência por parte desses docentes. Em Fugiomo (2009) diz:

> [...] percebe-se que muitas professoras persistem em adotar o método tradicional no desenvolvimento de suas práticas pedagógicas. Com isso, a introdução de novos recursos tecnológicos na escola sempre vem acompanhada da resistência de algumas professoras para a ideia de experimentar o novo, por isso, às vezes negam a sua existência e em outras as afirmam. (FUGIOMO, 2009, pg. 57)

Podemos citar outros fatores que prejudicam a formação dos professores, por exemplo a falta de tempo para planejar devido a carga horaria sobrecarregada, hoje encontramos inúmeros professores que trabalham em duas, três ou até mesmo quatro escolas diferente para que possam ter um salário melhor, o problema é que trabalhando em diversos locais diferente, cada um com suas próprias especificações e cobranças, o professor fica carregado e acaba sem tempo para fazer um bom planejamento. Uma solução para esse problema seria o regime de dedicação exclusiva, regime esse que quase inexiste na educação básica brasileira. Para Conzi (2014), o professor precisando procurar um segundo emprego ele precisará se desdobrar nos horários de trabalho, o que compromete o tempo que ele deveria desprender para planejar aulas, corrigir temas, analisar as especificidades de cada aluno e cuidar de atividades fundamentais.

Segundo a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), n° 9394/96, em seu Art. 67, Título VI, que trata sobre a formação de profissionais da educação terá como fundamentos: I) a associação entre teorias e práticas, inclusive mediante a capacitação em serviço (BRASIL, 1996). Porém quando falamos sobre os professores que estão em sala de aula hoje, essa formação didática não condiz com a prática de muitos deles. Em muitas situações não conseguem sugerir e relacionar metodologias de ensino e temáticas nas atividades que desenvolvem em sala de aula.

Tanto os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (BRASIL, 2006), quanto os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN'S) para o Ensino médio apontam para que os temas do cotidiano constituam a estrutura curricular e que o educando seja o sujeito do processo de aprendizagem. Logo, é importante inserir o aluno na realidade em que ele vive usando pra isso as diversas tecnologias disponíveis.

Assim é importante não motivar só o aluno, más também os professores na busca por novas ferramentas de ensino, o processor é árduo e cansativo, daí a importância deste trabalho que busca trazer ao professor uma alternativa para auxilia-lo no uso de tecnologias como recurso didático em suas aulas.

5 ANÁLISE DOS DADOS

Os resultados foram analisados com base nas aulas lecionadas nas duas turmas 1V1 e 1V2 durante o primeiro trimestre de 2019, vale aqui ressaltar que a grande diferença entre as aulas lecionadas nas duas turmas em questão é que na turma 1V1 os alunos eram estimulados o tempo todo a participarem de atividades postadas no canal beabadamatemática e tinham acesso aos E-books de Teoria dos Conjuntos e Conjuntos Numéricos e as atividades contidas nestes, enquanto os alunos da turma 1V2 sabiam que existia tais ferramentas más não eram incentivados e nem cobrados a participar de tais atividades, sendo que, por interesse próprio, alguns alunos dessa segunda turma começaram a participar frequentemente de tais atividades.

Todo o material da pesquisa foi organizado e encontra-se à disposição para consulta, análise e uso, no anexo desse trabalho e também nas plataformas elaboradas pelo autor desse trabalho.

- Site: http://www.beabadamatematica.com ;

- Canal do YouTube: https://www.youtube.com/beabadamatematica;

Tanto no site como no canal encontram-se os E-books e as atividades para download gratuito.

5.1 Análise do pré-teste

Foi feito uma análise do pré-teste, que teve como objetivo verificar o nível de conhecimento dos alunos participantes dessa pesquisa e observando os dados obtidos através desse pré-teste foi possível verificar o nível de dificuldade dos alunos que chegaram a 1° série do ensino médio com relação aos descritores referente a leitura interpretação de texto e resolução de problemas.

Será feita agora a análise dos dados coletados com a aplicação do pré-teste e de algumas questões onde um grande número de alunos apresentaram maior dificuldade. A avaliação diagnóstica utilizada como pré-teste e a tabela de descritores que nortearam as atividades aqui elaborada encontram-se em anexo.

A avaliação diagnóstica, utilizada com pré-teste dessa pesquisa foi elaborada com parceria e sugestões de outros professores de matemática dessa mesma instituição e baseada nos descritores, do PAEBES, detectados com maior déficit nos anos anteriores. Foi aplicada no dia 12/02/2019 com duração de 2h30min tendo participação acima de 90% dos alunos matriculados e não teve caráter avaliativo com relação a nota.

O pré-teste foi composto de 25 questões, envolvendo boa parte dos conteúdos da grade curricular do ensino fundamental 1 e 2 como por exemplo:

- razão e proporção;
- operações com números decimais;
- classificação de triângulos;
- leitura e análise de gráficos e tabelas;
- equação e sistema de equação do 1° e 2° grau;
- expressão numérica;

- transformações de medidas;
- área de figuras planas;
- radiciação e potenciação;
- plano cartesiano;
- teorema de Pitágoras e;
- teorema de Tales;
- função do 1° e 2° grau.

5.1.1 Análise das tabelas de erros e acertos das turmas 1V1 e 1V2

A turma 1V1 obteve, em média, um bom desempenho, acima de 60% do total de questões nos descritores D1, D2, D5, D12, D15, D19, D21, D32 e D45. Obteve desempenho satisfatório acima de 36% no total das questões da prova nos descritores D4, D8 e D37. E obteve desempenho muito ruim nos descritores D9, D13, D14, D17, D23 e D36.

A média da turma nesse pré-teste foi de 5,40.

EEEMPROFESSOR RENATO JOSÉ DA COSTA PACHECO
TABELA DE ERROS E ACERTOS 1V1

Nº	Q01D5	Q02D5	Q03D4	Q04D2	Q05D32	Q06D1	Q07D13	Q08D12	Q09D4	Q10D4	Q11D5	Q12D5	Q13D8D17	Q14D8	Q15D21	Q16D4	Q17D37	Q18D4	Q19D4	Q20D1D36	Q21D45	Q22D17	Q23D9	Q24D14	Q25D23	Acertos / aluno
1						1			1		1	1		1				1				1				7
2	1	1	1	1		1		1	1	1		1			1	1	1	1			1	1	1			16
3		1	1	1		1					1	1		1			1				1	1	1	1		12
4		1	1	1	1	1					1	1		1							1					9
5	1	1	1	1		1		1	1		1	1		1			1	1								12
6		1	1	1		1	1	1		1	1	1		1		1		1	1		1	1				15
7					1	1		1	1		1		1	1			1	1			1					10
8		1	1	1				1	1		1	1		1			1				1	1				11
9		1	1			1	1	1			1	1			1		1							1		10
10	1	1	1			1			1		1					1	1		1		1			1		11
11	1	1	1	1		1		1	1		1	1	1					1	1		1	1		1		15
12		1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1			1	1	1	1		1	1				17
13	1	1	1		1	1		1			1	1		1		1	1				1					12
14	1	1			1	1		1	1		1	1		1	1						1					11
15		1	1	1		1			1	1	1	1	1		1	1					1					12
16		1	1		1	1		1			1	1								1						8
17	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			21
18																										0
19		1	1	1	1	1					1	1		1							1					9
20	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1	1	1		1		20
21		1	1	1	1					1											1		1			7
22		1	1	1	1	1		1			1	1			1			1	1	1	1			1		14
23		1	1	1		1					1	1						1	1	1		1		1		11
24																										0
25	1	1	1	1	1	1		1	1		1	1		1	1	1		1			1		1			16
26	1	1	1		1			1	1	1	1	1			1	1		1			1					13
27		1	1		1	1		1			1	1						1	1	1	1		1			12
28			1			1					1								1							4
29		1	1			1		1	1	1	1	1			1			1	1		1	1				13
30						1			1																	2
31		1	1	1	1	1		1	1		1	1			1	1	1	1	1			1			1	16
32	1	1		1		1		1		1	1				1			1			1	1				11
33		1	1	1	1	1		1			1	1			1	1	1	1								12
34			1		1		1	1			1				1						1		1			8
35			1	1		1					1	1			1						1					7
36	1				1	1					1	1				1					1					7
37	1		1		1	1			1		1							1	1							8
38	1	1	1		1	1		1	1	1	1				1		1				1	1				13
39			1	1	1	1			1		1		1	1		1					1				1	11
40	1		1			1					1	1			1		1		1		1					9
Acertos / questão	15	28	32	21	21	34	3	23	20	11	35	28	5	13	17	14	15	19	14	6	28	14	7	7	2	

Média da Turma 5,40

Tabela 1: Erros e acertos 1V1
Fonte: Elaboração Própria.

A turma 1V2 obteve desempenho acima de 65% do total de questões nos descritores D1, D4, D5, D12, D15, D19, D21 e D45. Obteve desempenho satisfatório acima de 36% no total de questões da prova nos descritores D2 e D32. E obteve desempenho muito ruim nos descritores D8, D9, D13, D14, D17, D23, D36 e D37.

A média da turma nesse pré-teste foi de 6,06.

	EEEMPROFESSOR RENATO JOSÉ DA COSTA PACHECO TABELA DE ERROS E ACERTOS 1V2																									
Nº	Q01D5	Q02D5	Q03D4	Q04D2	Q05D32	Q06D1	Q07D13	Q08D12	Q09D4	Q10D4	Q11D5	Q12D5	Q13D8D17	Q14D8	Q15D21	Q16D4	Q17D37	Q18D4	Q19D4	Q20D1D36	Q21D45	Q22D17	Q23D9	Q24D14	Q25D23	ACERTOS/ALUNO
1			1			1					1					1				1	1					6
2		1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			1	1		1	1	1	20
3	1		1			1		1			1	1			1	1			1		1			1		11
4		1	1	1		1		1	1	1	1	1			1	1		1	1		1	1		1		16
5		1	1	1	1	1		1	1	1	1				1	1	1		1	1	1	1	1		1	18
6	1	1	1	1		1			1		1	1			1	1		1	1		1	1				14
7		1			1	1		1			1			1		1	1		1							9
8	1	1	1			1		1	1		1	1		1	1	1		1			1		1			14
9	1	1	1	1	1	1			1			1		1	1	1	1				1	1			1	15
10	1				1	1				1	1							1		1	1	1				9
11			1		1	1					1	1						1								6
12			1		1	1		1			1				1											6
13			1			1		1			1	1		1	1		1				1					9
14						1		1		1	1				1				1							6
15				1	1	1			1		1						1									6
16			1	1		1			1		1	1			1	1		1	1		1				1	12
17		1	1			1	1	1	1	1									1	1	1	1				11
18		1	1	1	1	1		1	1	1	1	1				1	1	1	1	1		1	1		1	18
19	1	1	1	1	1	1					1	1			1						1	1				11
20		1	1	1		1		1	1		1	1							1	1	1					11
21	1			1	1	1		1			1	1			1	1	1	1				1			1	13
22	1	1			1	1		1	1		1	1														8
23		1	1	1		1		1			1	1				1		1		1		1		1		12
24	1		1			1					1	1			1				1							7
25			1			1		1			1				1			1	1							7
26		1	1			1		1	1			1				1		1	1		1					10
27																										0
28			1	1		1			1	1	1					1		1			1				1	10
29	1	1	1	1		1	1	1			1		1			1					1					11
30	1	1	1	1	1	1		1	1		1	1			1	1	1	1	1		1					16
31	1	1	1								1	1	1		1	1								1	1	10
Acertos / Questão	12	17	24	16	13	29	2	19	15	8	27	19	3	5	17	18	9	13	14	8	18	10	4	5	8	

Media da turma	6,36

Tabela 2: Erros e acertos 1V2
Fonte: Elaboração Própria.

Com a análise do pré-teste foram elaboradas as tabelas acima que mostram os erros e acertos de cada aluno e de cada questão. Na última coluna temos o número de acertos de cada aluno enquanto que na última linha temos o número de acerto de cada questão. A tabela foi elaborada afim de que possamos identificar rapidamente em quais questões os alunos tiveram mais erros e a quais descritores essas questões se referem, assim podemos identificar que as questões 3, 6 e 11 foram as que os alunos obtivem mais acertos enquanto as questões 7, 13, 23 e 25 foram as que eles menos acertaram.

Portanto, o primeiro passo seria analisar as questões que obtiveram menos acertos, identificar os descritores dessas questões para traçar um plano de trabalho afim de privilegiar tais descritores.

5.1.2 Questão 7

A questão 7 é norteada por três descritores, sendo esses:

- D01- Corresponder, no contexto social, diferentes representações dos números e operações.
- D04- Utilizar conhecimentos aritméticos na resolução de problemas.
- D05- Utilizar proporcionalidade entre grandezas interdependentes na resolução de problemas.

07) (D01, D4 e D5) Observem no quadro a seguir os preços de alguns produtos em um supermercado.

Produtos	Preços
Sabonete	R$ 2,50
Creme dental	R$ 4,75
Café	R$ 9,25
Arroz	R$ 10,90
Desodorante	R$ 7,20

Esse supermercado está oferecendo desconto de R$1,00 nos produtos alimentícios e R$ 0,50 de desconto para produtos de higiene pessoal. Paulo comprou neste supermercado 2 sabonetes, 1 creme dental, 2 desodorantes, 1 pacote de arroz e 2 de café e pagou sua compra com uma nota de R$ 50,00. O troco recebido por Paulo foi um valor:

a) maior que R$ 2,00.
b) entre R$ 1,50 e R$ 2,00.
c) entre R$ 1,00 e R$ 1,50.
d) menor que R$ 1,00.

Figura 2: Questão 7
Fonte: Editora UNOI.

Notamos que das duas turmas apenas 5 alunos acertaram a questão 7 sendo que essa questão foi a que obteve o menor número de acertos.

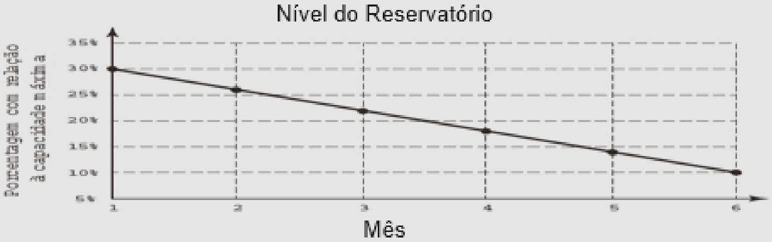
5.1.3 Questão 13

A questão 13 foi norteada pelos descritores a seguir:

- D04- Utilizar conhecimentos aritméticos na resolução de problemas.
- D08- Reconhecer a representação algébrica de uma função a partir de uma situação descrita textualmente.
- D17- Corresponder pontos no plano do plano cartesiano a pares ordenados.
- D18- Identificar gráficos que podem representar funções.

13) (D04, D08, D17 e D18) Um dos grandes desafios do Brasil é o gerenciamento dos seus recursos naturais, sobretudo os recursos hídricos. Existe uma demanda crescente por água e o risco de racionamento não pode ser descartado. O nível de água de um reservatório foi monitorado por um período, sendo o resultado mostrado no gráfico. Suponha que essa tendência linear observada no monitoramento se prolongue pelos próximos meses.

Nível do Reservatório



Nas condições dadas, qual o tempo mínimo, após o sexto mês para que o reservatório atinja o nível zero de sua capacidade? A) 2 meses e meio B) 3 meses e meio C) 1 mês e meio D) 4 meses E) 1 mês

Figura 3- Questão 13
Fonte: ENEM(2016).

Percebemos que apenas 8 alunos obtiveram êxito da resolução da questão 13.

5.1.4 Questão 23

A questão 23 foi elaborada para atender a apenas um descritor.

- D09- Utilizar propriedades de progressão aritmética na resolução de problemas.

23) (D09) Uma professora realizou uma atividade com seus alunos utilizando canudos de refrigerante para montar figuras, onde cada lado foi representado por um canudo. A quantidade de canudos (C) de cada figura depende da quantidade de quadrados (Q) que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir:

1ª questão com progressão aritmética – Enem 2010

Que expressão fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados de cada figura?

a) C = 4Q. **b)** C = 3Q + 1. **c)** C = 4Q – 1 **d)** C = Q + 3. **e)** C = 4Q – 2.

Figura 4 – Questão 23
Fonte: ENEM(2010).

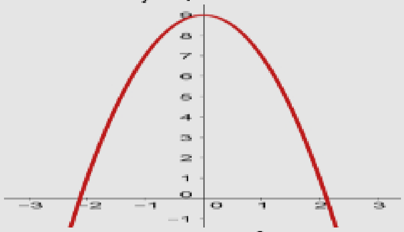
A questão 23 obteve uma quantidade de 11 acertos.

5.1.5 Questão 25

A questão 25 também foi norteada por apenas um descritor sendo esse:

- D23- Corresponder uma função polinomial de 2° grau na resolução de problemas.

25) (D 23) O gráfico a seguir pertence a uma função f(x) do segundo grau, com domínio e contradomínio no conjunto dos números reais. A respeito dessas funções, assinale a alternativa correta:



a) Toda função do segundo grau pode ser escrita na forma $ax^2 + bx + c = 0$.
b) O coeficiente "a" dessa função é positivo.
c) O valor do coeficiente "c", nessa função, é igual a 9.
d) Não é possível determinar as raízes dessa função unicamente a partir de seu gráfico. Para isso, a lei de formação sempre será necessária.
e) f(2) = 0 e f(-2) = 0

Figura 5 – Questão 25
Fonte: Site Brasilescola.com.

O número de acertos da questão 25 foi de apenas 10 acertos.

5.1.6 Conclusões sobre a análise do pré-teste

O pré-teste, chamada aqui de avaliação diagnóstica, não teve caráter avaliativo no sentido de atribuir alguma nota a cada aluno referente a seus acertos ou erros.

Após a análise de todas as questões e tabulados os resultados observou-se que a maior dificuldade por parte dos alunos foi referente as questões que apresentavam algum tipo de problema sendo que as duas onde se obteve os menores números de acertos eram diretamente ligadas a resolução de problemas, essa observação serviu de ponto inicial para as intervenções aqui realizadas. A partir de tais observação as aulas e atividades para exposição dos novos conteúdos, (Teoria dos Conjuntos e Conjuntos Numéricos), nas duas turmas, foram preparadas, orientadas e ministradas a luz da resolução de problemas trazendo de volta sempre que possível os descritores onde os alunos apresentaram maiores dificuldades.

6 INTERVENÇÃO NAS AULAS COM APOIO DOS E-BOOKS.

Neste capitulo será apresentado as atividades desenvolvidas com a turma do 1V1 durante o primeiro trimestre do ano letivo de 2019 com relação a exposição dos conteúdos de Teoria dos Conjuntos e Conjuntos numéricos.

6.1 Teoria dos conjuntos

As aulas foram ministradas tendo como base o livro MATEMÁTICA PAIVA que era o livro texto utilizado pelos alunos, o grande diferencial aqui é que além do livro texto os alunos da turma 1V1 tiveram como apoio o e-book de Teoria dos Conjuntos criado pelo autor dessa pesquisa, onde eles tiveram além de conteúdo, apresentado de forma simplificada, vídeo aulas, essas também criadas pelo próprio autor, com a explicação de todos os tópicos do conteúdo. Com o e-book em mãos os alunos tinham em casa um acesso rápido a explicação do conteúdo caso tivessem alguma dúvida quando estivessem fazendo as atividades.

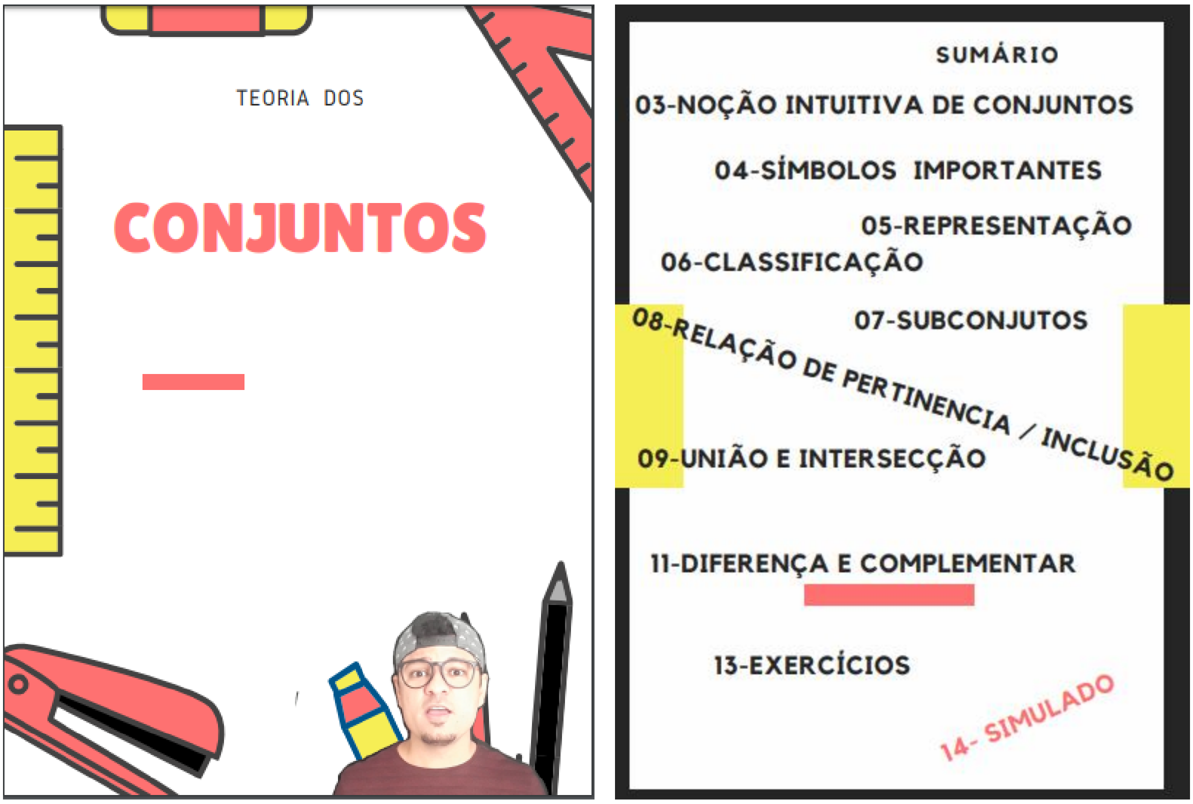


Figura 4 – Capa e sumário do E-book Teoria dos Conjuntos.
Fonte: Elaboração própria.

6.1.1 Aula 01 – Noção Intuitiva de Conjunto

A noção de conjunto é a mais simples e fundamental da matemática, pois a partir dela podem ser expressos todos os conceitos matemáticos. Sabemos que a ideia de conjunto é um conceito primitivo; não necessita, portanto, de definição. Mas para fins didáticos podemos considerar um conjunto como sendo uma coleção.

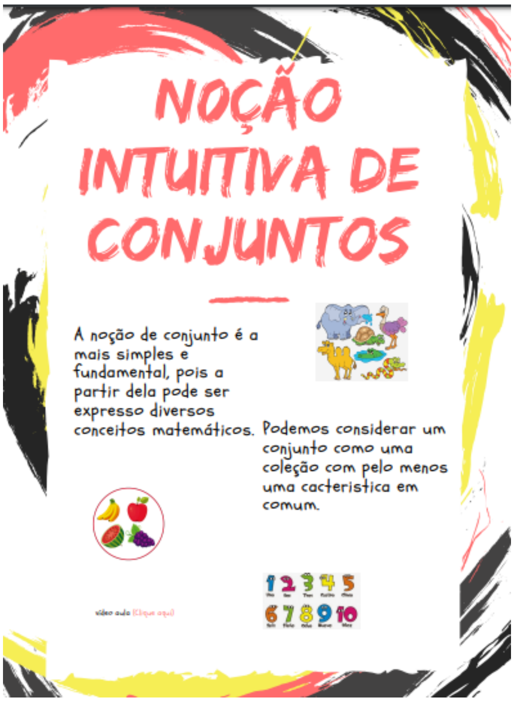


Figura 5 – Pagina 3 do E-book Teoria dos conjuntos e Vídeo aula – Noção intuitiva de conjunto.
Fonte: Elaboração própria.

6.1.2 Aula 02 – Símbolos Importantes

Os símbolos a seguir são muito utilizados no estudo da Teoria dos conjuntos, como também em outros tópicos da matemática. Espera-se que o estudante conheça a seguinte simbologia.

Figura 6 – Pagina 4 do E-book Teoria dos conjuntos e Vídeo aula – Símbolos Importantes.
Fonte: Elaboração própria.

6.1.3 Aula 03 – Representação

A representação de um conjuntos pode ser feita três maneiras diferentes:

- $Por\ extensão\ \rightarrow Indicando - se, entre\ chaves\ todos\ os\ seus\ elementos.$

  $Por\ exemplo: P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}.$

- $Por\ Compressão\ \rightarrow Indicando - se,\ entre\ chaves\ uma\ propriedade\ comum\ a\ todos\ os\ seus\ elementos.$

  $Por\ exemplo: P = \{x/x\ \text{é}\ par\ e\ positivo\}$

- $Por\ diagrama\ \rightarrow Inidicando - se\ os\ elementos\ dentro\ de\ uma\ linha\ fechada\ de\ Diagrama\ de\ Venn.$

Por exemplo::

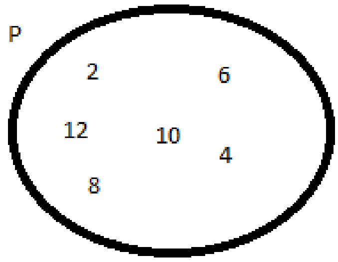
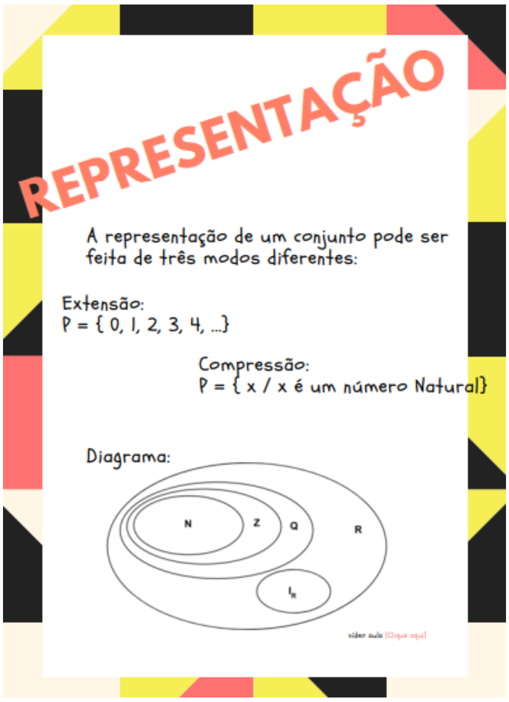


Figura 7 – Diagrama de Venn.
Fonte: Elaboração própria.



REPRESENTAÇÃO DE CONJUNTO

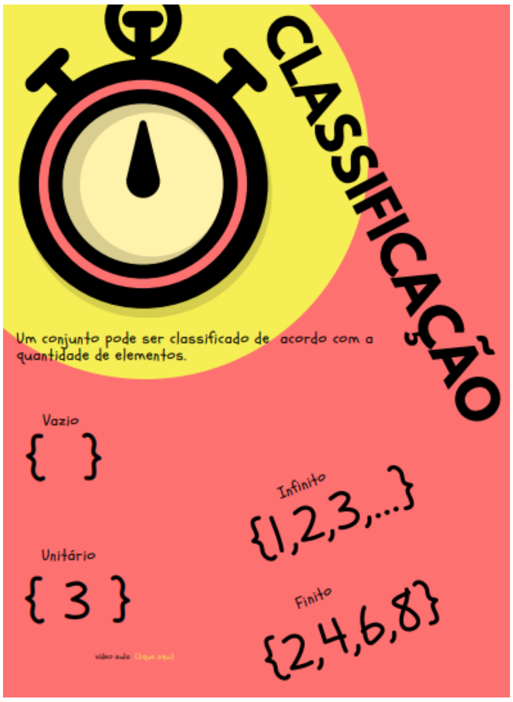
Figura 8 – Pagina 5 do E-book Teoria dos conjuntos e Vídeo aula – Representação de um Conjunto.
Fonte: Elaboração própria.

6.1.4 Aula 04 – Classificação

Os conjuntos podem ser classificados de acordo com o número de elementos em:

- $Vazio \rightarrow não\ possui\ elementos\ e\ é\ representado\ por\ \{\ \}\ ou\ \emptyset.$
- $Unitário \rightarrow possui\ apenas\ um\ elemento.$
- $Finito \rightarrow possui\ um\ numero\ finito\ de\ elementos\ (que\ se\ pode\ contar\ seus\ elementos\ e\ a\ contagem\ termina).$

- $Infinito \rightarrow Aquele\ que\ não\ é\ finito.$



CLASSIFICAÇÃO DE CONJUNTO

Figura 9 – Pagina 6 do e-book Teoria dos conjuntos e Vídeo aula – Classificação de um Conjunto.
Fonte: Elaboração própria.

6.1.5 Aula 05 – Subconjuntos

Se todo elemento de um conjunto A também pertence a um conjunto B, então dizemos que ***A é subconjunto de B*** e indicamos isto por $A \subset B$ (Relação de inclusão).

Observações:

(i) $Todo\ conjunto\ é\ subconjunto\ de\ si\ próprio\ (A \subset A).$
(ii) $O\ conjunto\ vazio\ sempre\ está\ contido\ em\ qualquer\ outro\ conjunto\ \emptyset \subset A).$
(iii) $Se\ um\ conjunto\ A\ tem$ n$elementos\ então\ o\ conjunto\ das\ partes\ de\ A\ tem\ 2^n\ elementos.$

Em síntese podemos escrever que;

- $Se\ n(A) = então\ n(P(A)) = 2n(A)$

Demonstração:

$Vamos\ utilizar\ o\ principio\ fundamental\ da\ contagem\ para\ contar\ quantos\ subconjuntos\ um\ conjunto\ \boldsymbol{A}\ com\ \boldsymbol{n}\ elementos\ possui.$

$Vamos\ criar\ um\ \ subconjunto\ qualquer\ \boldsymbol{B}.\ Para\ cada\ um\ dos\ \boldsymbol{n}\ elementos\ de$

$\boldsymbol{A}$, *só existem duas possibilidades*:

- *Ou o elemento está no conjunto B*
- *Ou o elemento não está no conjunto B*

Assim pelo $\boldsymbol{PFC}$, *nós podemos montar o conjunto B de*

$$\underbrace{2.2.2.2.2.(\ldots).2}_{n\ vezes} = 2^n\ maneiras$$

E portanto, há todos os $\mathbf{2^n}$ *subconjuntos de A em* $P(A)$.

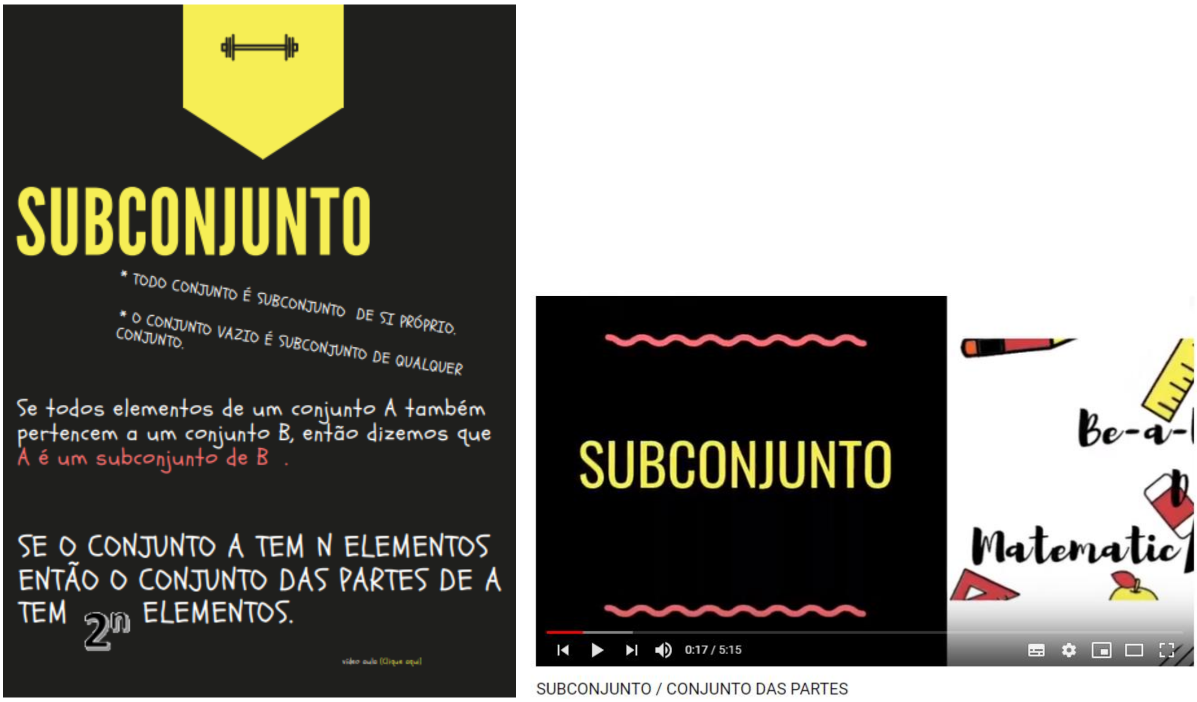


Figura 10 – Pagina 7 do E-book Teoria dos conjuntos e Vídeo aula – Subconjuntos.
Fonte: Elaboração própria.

6.1.6 Aula 06 – Relação de Pertinência / Inclusão.

Sendo x um elemento do conjunto A, escrevemos $x \in A$, *onde o símbolo* $\in$ *significa "pertence a"*.

Sendo y um elemento que não pertence ao conjunto A, indicamos esse fato com a notação $y \notin A$, *onde o símbolo* $\notin$ *significa "não pertence a"*.

Figura 11 – Pagina 8 do E-book Teoria dos conjuntos e Vídeo aula – Relação de Pertinência/Inclusão.
Fonte: Elaboração própria.

6.1.7 Aula 07 – União / Intersecção.

União ($\cup$)

Dados os conjuntos A e B, define-se o **conjunto união** $A \cup B = \{x; x \in A \text{ } ou$ $x \in B\}$.

Por exemplo: $\{0,1,3\} \cup \{3,4,5\} = \{0,1,3,4,5\}$.

Percebe-se facilmente que o conjunto união contempla todos os elementos do conjunto A ou do conjunto B.

Observações:
$(i)\ A \cup A = A$
$(ii)\ A \cup \emptyset = A$
$(iii)\ A \cup B = B \cup A\ (comutatividade)$

Por diagrama:

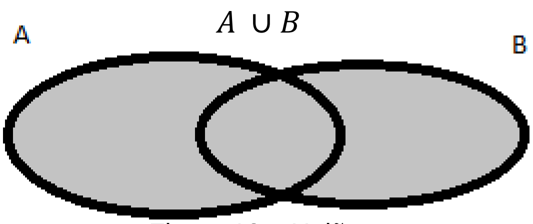


Figura 12 – União.
Fonte: Elaboração própria.

Interseção $(\cap)$

Dados os conjuntos A e B, define-se o **conjunto intersecção** $A \cap B = \{x; x \in A \; e \; x \in B\}$.

Por exemplo: $\{0,2,4,5\} \cap \{4,6,7\} = \{4\}$.

Percebe-se facilmente que o conjunto intersecção contempla os elementos que são comuns aos conjuntos A e B.

Observações:

$(i)\ A \cap A = A$
$(ii)\ A \cap \emptyset = \emptyset$
$(iii)\ A \cap B = B \cap A\ (a\ interseção\ é\ uma\ operação\ comutativa)$
$(iv)\ Se\ A \cap B = \emptyset, então\ dizemos\ que\ os\ conjuntos\ são\ \boldsymbol{disjuntos}$.

Por diagrama:

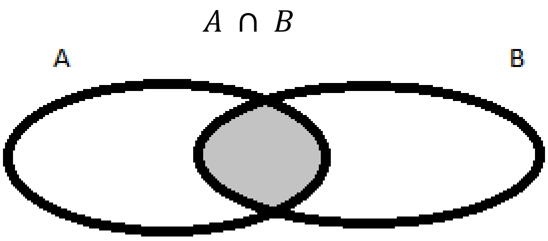
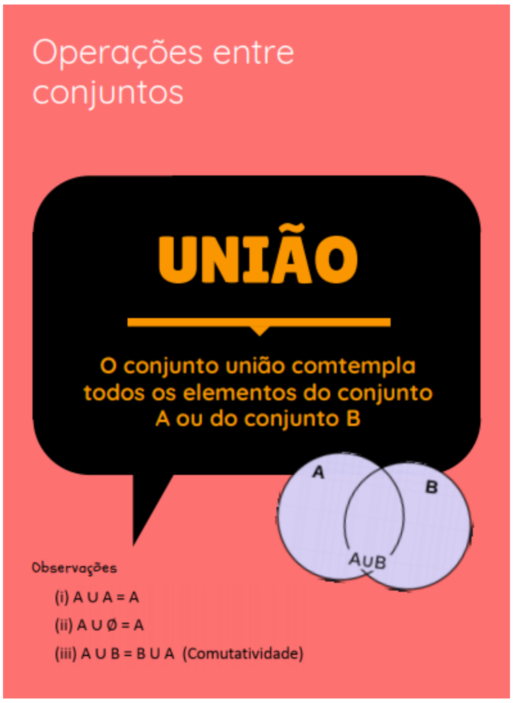


Figura 13 – Intersecção.
Fonte: Elaboração própria.



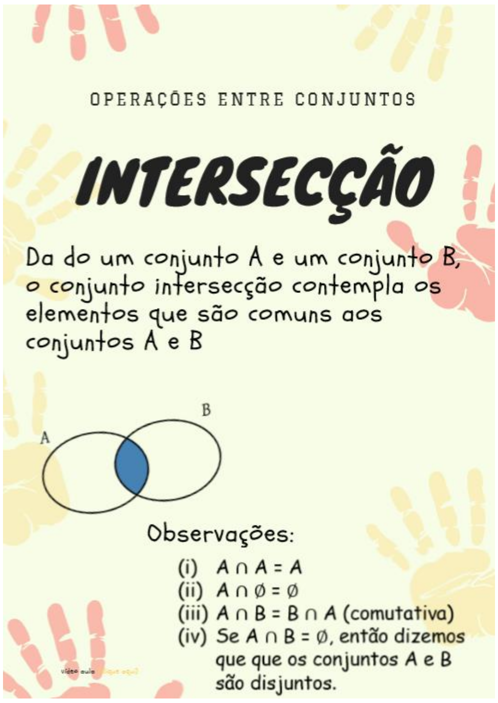


Figura 14 – Pagina 9 e 10 do E-book Teoria dos conjuntos e Vídeo aula – União e interseção.
Fonte: Elaboração própria.

6.1.8 Aula 08 – Diferença / Complemento.

$\boldsymbol{Diferença}\ (-)$

Dados dois conjuntos A e B, define-se o conjunto diferença $A - B = \{x; x \in A \; e \; x \notin B\}$.

Por exemplo: $\{0, 5, 7\} - \{0, 7, 3\} = \{5\}$.

$$\{1, 2, 3, 4, 5\} - \{1, 2, 3\} = \{4, 5\}$$.

Observe que os elementos da diferença são aqueles que pertencem ao primeiro, mas não pertencem ao segundo conjunto.

Observações:

$(i)\ A - \emptyset = A$
$(ii)\ \emptyset - A = \emptyset$
$(iii)\ A - A = \emptyset$
$(iv)\ A - B \neq B - A\ (a\ diferença\ de\ conjuntos\ não\ é\ uma\ relação\ comutativa)$.

Por diagrama:

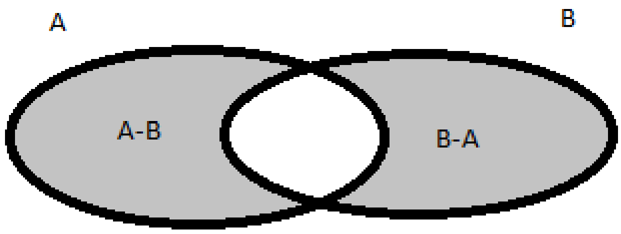


Figura 15 – Diferença.
Fonte: Elaboração própria.

Complementar

Trata-se de um caso particular da diferença entre dois conjuntos. Assim é, que dados dois conjuntos A e B com a condição de que $B \subset A$, a diferença $A - B$ chama-se, neste caso, complementar de B em relação a A.

Dados dois conjuntos A e B, define-se o **complementar de B em relação a A** $C_A B = A - B$.

Por diagrama:

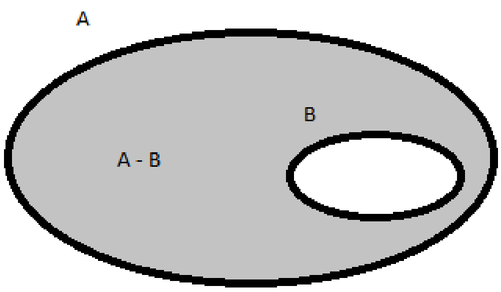


Figura 16 – Complementar.
Fonte: Elaboração própria.

Figura 17 – Pagina 11 e 12 do E-book Teoria dos conjuntos e Vídeo aula – Diferença e Complementar.
Fonte: Elaboração própria.

6.1.9 Exercícios de Fixação

Além do conteúdo e os vídeos, o e-book traz também uma relação com 10 atividades com resolução além de um simulado online com correção automática para que os alunos possam fixar os conteúdos apresentados nos vídeos.

Figura 18 – Pagina 13, 14 e 15 do E-book Teoria dos conjuntos e Vídeo aula – Exercícios e Simulado.
Fonte: Elaboração própria.

6.2 Conjuntos Numéricos

Seguindo o mesmo modelo de aula ministrado no conteúdo de Teoria dos conjuntos utilizamos MATEMÁTICA PAIVA como livro texto e como material de apoio o e-book de conjuntos numéricos com apoio da plataforma do YouTube e o site beabadamatematica.com. Os alunos então tinham o livro texto para trabalharem em sala de aula e e-book para ajuda-los com as lições de casa. Também aqui foi utilizado a metodologia da resolução de problemas no que se refere a exposição presencial do conteúdo, pois como visto na avaliação diagnóstica a principal dificuldade dos alunos era com relação a aplicar seus conhecimentos dos conteúdos para resolver problemas propostos.

Figura 19 – Capa e sumário do E-book Conjuntos Numéricos.
Fonte: Elaboração própria.

6.2.1 Números Naturais

O conjunto dos números naturais é representado pelo símbolo $\mathbb{N}$. Um número natural é um número inteiro não negativo. Em alguns contextos, um número natural é considerado como um inteiro positivo, sendo o zero não considerado como número natural.

Podemos considerar o conjunto dos números naturais ordenados sobre uma reta, como mostra o gráfico.

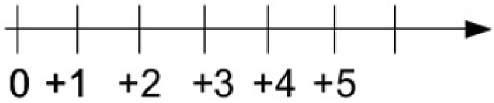


Figura 20 – Reta Numérica - Naturais.
Fonte: Elaboração própria.

Figura 21 – Pagina 03 e 04 do E-book Conjuntos Numéricos e Vídeo aula – Números Naturais.
Fonte: Elaboração própria.

6.2.2 Números Inteiros

Representado pelo símbolo $\mathbb{Z}$, o conjuntos dos inteiros é formado pelos números naturais e seus simétricos, é um conjunto infinito e pode ser representado do seguinte modo.

- $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

E pela reta numérica;

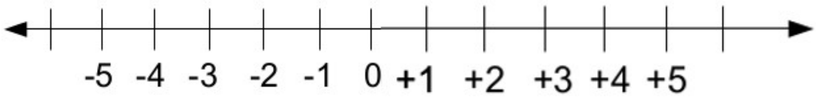


Figura 22 – Reta Numérica - Inteiros.
Fonte: Elaboração própria.

$O\ conjunto\ \mathbb{N}$ é $subconjunto\ de\ \mathbb{Z}.$

Temos também outros subconjuntos de $\mathbb{Z}$:

- $\mathbb{Z}_* = \mathbb{Z} - \{0\};$
- $\mathbb{Z}_+ = conjunto\ dos\ inteiros\ não\ negativos;$
- $\mathbb{Z}_- = conjuntos\ dos\ inteiros\ não\ positivos.$

Observe que $\mathbb{Z}_+ = \mathbb{N}$.

Figura 23 – Pagina 05 do E-book Conjuntos Numéricos e Vídeo aula – Números Inteiros.
Fonte: Elaboração própria.

6.2.3 Números Racionais

O conjunto dos números racionais é representado pelo símbolo $\mathbb{Q}$. É composto por todo número que possa ser escrito por uma razão $^{a}/_{b}$ de dois números inteiros onde b é não nulo. O conjuntos dos Racionais é definido por:

$$\mathbb{Q} = \{x/x = \frac{p}{q}, \text{com “p” e “q”} \in \mathbb{Z}\; e\; q \neq 0\}$$

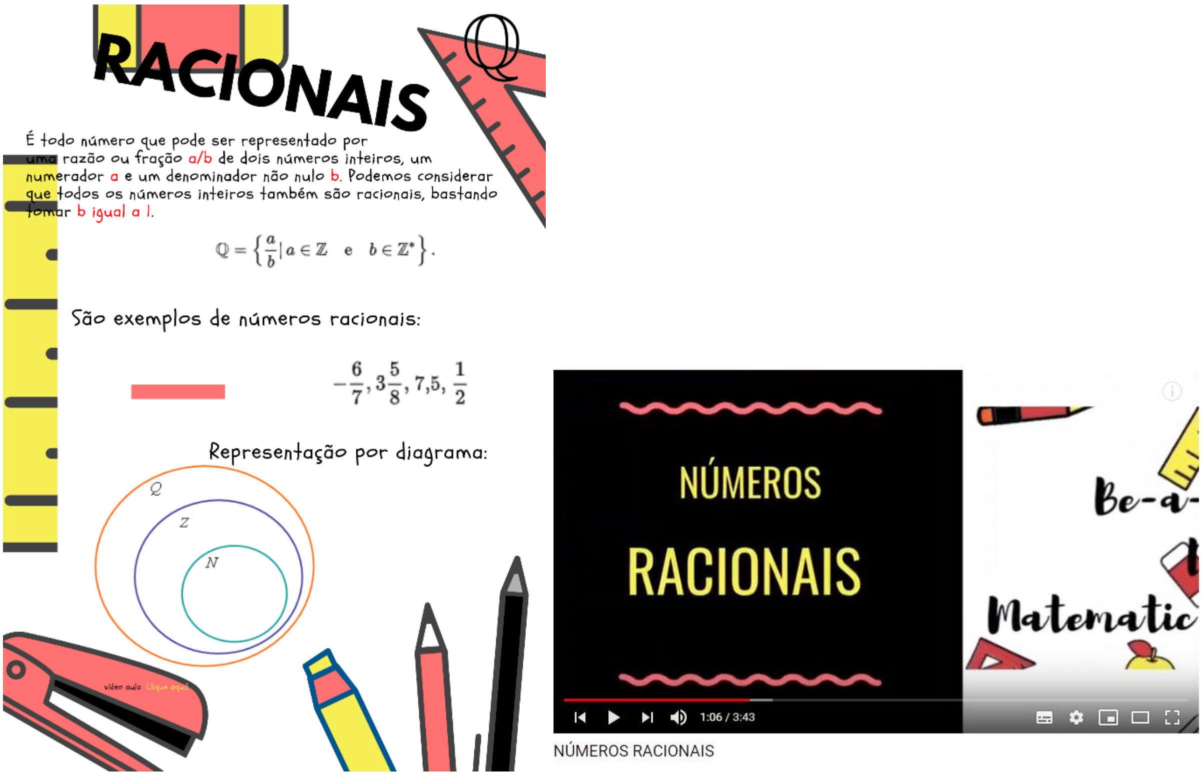


Figura 24 – Pagina 06 do E-book Conjuntos Numéricos e Vídeo aula – Números Racionais.
Fonte: Elaboração própria.

6.2.4 Dízimas Periódicas

Uma **dízima periódica** é um número que quando escrito no sistema decimal apresenta uma série infinita de algarismos decimais que, a partir de certo algarismo, se repetem em grupos de um ou mais algarismos, ordenados sempre na mesma disposição e chamados de período.

Por exemplo:

- 1/3 = 0,333...
- 5/6 = 0,8333...

Numa dízima periódica, o algarismo ou algarismos que se repetem infinitamente, constituem o período dessa dízima.

As dízimas classificam-se em dízimas periódicas **simples** e dízimas periódicas **compostas.**

Dízimas periódicas são consideradas **simples**, quando seu período se apresenta logo após a vírgula.

- 5/9 = 0,5555... (período: 5)
- 7/3 = 2,3333... (período: 3)

Dízimas periódicas são consideradas **compostas**, quando entre o período e a vírgula existe uma parte não periódica.

- 1/45 = 0,0222... (período: 2; parte não periódica: 0)
- 1039/900 = 1,15444... (período: 4; parte não periódica: 15)

Podemos representar uma dízima periódica das seguintes maneiras:

- $0{,}555\ldots\ \ ou\ 0{,}\overline{5}$
- $0{,}12323\ldots\ \ ou\ 0{,}1\overline{23}$

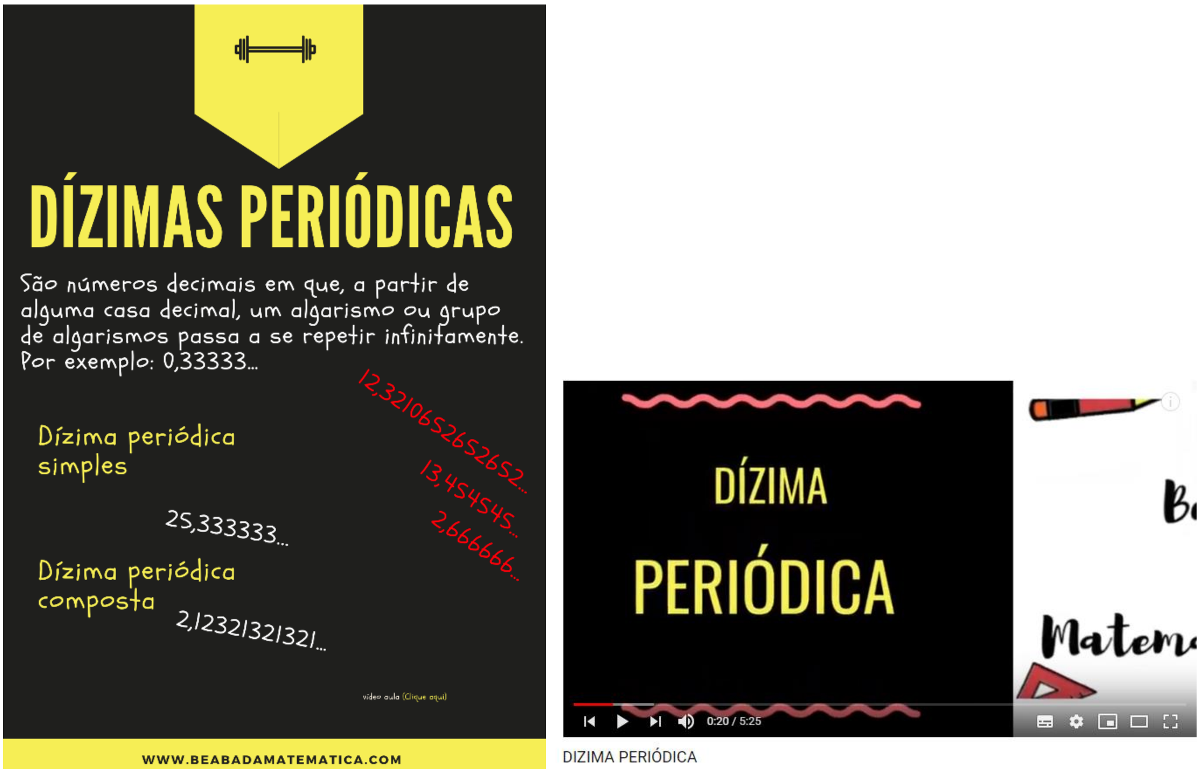


Figura 25 – Pagina 07 do E-book Conjuntos Numéricos e Vídeo aula – Dízimas Periódicas.
Fonte: Elaboração própria.

6.2.5 Fração Geratriz

É possível determinar a fração (número racional) que deu origem a uma dízima periódica. Denominamos esta fração de **geratriz da dízima periódica.**

A geratriz de uma dízima simples é uma fração que tem para numerador o período e para o denominador tantos noves quantos forem os algarismos do período.

- 0,777... = 7/9
- 0,2323... = 23/99

A geratriz de uma dízima composta é a fração da forma n/d, onde:

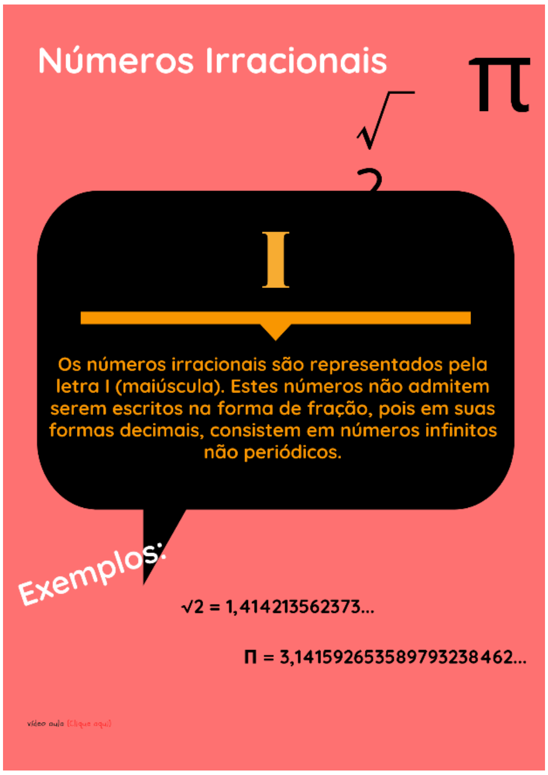
- *n* é a parte não periódica seguida do período, menos a parte não periódica.
- *d* tantos noves quantos forem os algarismos do período seguidos de tantos zeros quantos forem os algarismos da parte não periódica.

- $1{,}12525\ldots = \frac{125-1}{990} = \frac{124}{990}$;
- $0{,}0477777\ldots = \frac{047-04}{900} = \frac{43}{900}$.

Figura 26 – Pagina 08 do E-book Conjuntos Numéricos e Vídeo aula – Fração Geratriz.
Fonte: Elaboração própria

6.2.6 Números Irracionais

Representado pelo símbolo$\mathbb{I}$, o conjunto dos irracionais são números decimais que não são dízimas periódicas. O mais famoso dos números irracionais é o tão conhecido número pi (π). Seu valor é π = 3,1415926535897932… é igual a razão da medida da circunferência pelo seu diâmetro.



NÚMEROS IRRACIONAIS

Figura 27 – Pagina 09 do E-book Conjuntos Numéricos e Vídeo aula – Números Irracionais.
Fonte: Elaboração própria.

6.2.7 Números Reais.

O conjunto dos números reais é representado pelo símbolo $\mathbb{R}$. É a união do conjunto dos números racionais com os números irracionais. Um número real é o valor que representa uma ideia de quantidade ao longo de uma reta contínua incluindo desde os números racionais até os irracionais.

O conjunto dos números reais é definido por:

- $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup I = \{ x \,/\, x \in \mathbb{Q} \; ou \; x \in I \}$

Podemos representar o conjunto dos números reais pelo seguinte diagrama:

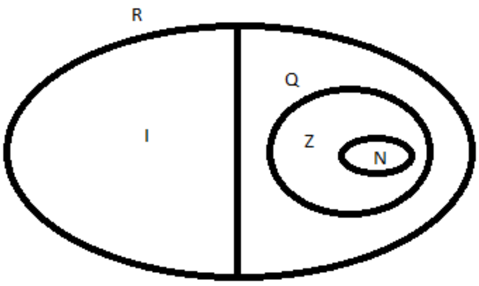


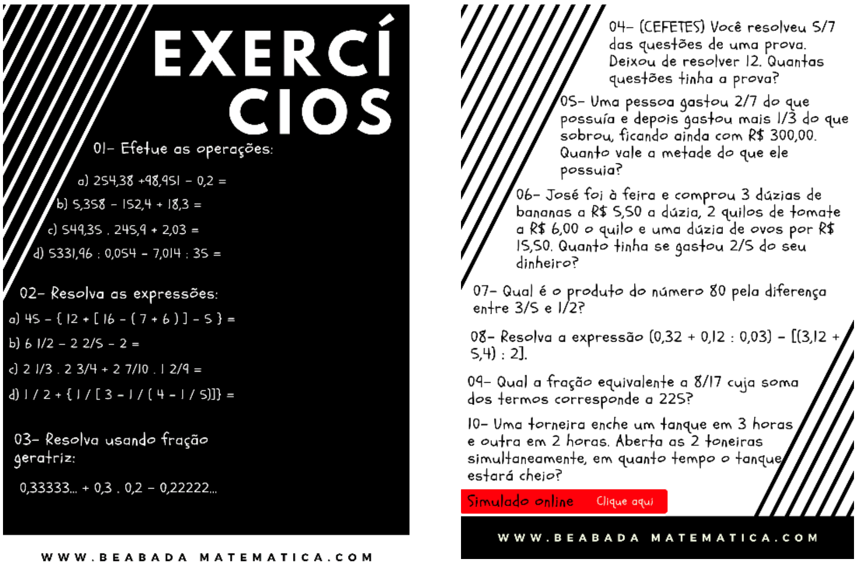
Figura 28 – Diagrama – Números Reais.
Fonte: Elaboração própria.

NÚMEROS REAIS

Figura 29 – Pagina 10 do E-book Conjuntos Numéricos e Vídeo aula – Números Reais.
Fonte: Elaboração própria.

6.2.8 Exercícios de fixação.

Assim como no e-book de Teoria dos conjuntos, o e-book de Conjuntos Numéricos também traz uma bateria de exercícios e problemas para que os alunos possam fixar a ideia sobre os conteúdos estudados, traz também ao final dos exercícios um simulado online para que os alunos possam desenvolver ainda mais seus conhecimentos.



EXERCÍCIOS

01- Efetue as operações:

a) 254,38 +98,951 – 0,2 =
b) 5,358 – 152,4 + 18,3 =
c) 549,35 . 245,9 + 2,03 =
d) 5331,96 : 0,054 – 7,014 : 35 =

02- Resolva as expressões:

a) 45 – { 12 + [16 – (7 + 6)] – 5 } =
b) 6 1/2 – 2 2/5 – 2 =
c) 2 1/3 . 2 3/4 + 2 7/10 . 1 2/9 =
d) 1 / 2 + { 1 / [3 – 1 / (4 – 1 / 5)]} =

03- Resolva usando fração geratriz:

0,33333... + 0,3 . 0,2 – 0,22222...

WWW.BEABADAMATEMATICA.COM

04- (CEFETES) Você resolveu 5/7 das questões de uma prova. Deixou de resolver 12. Quantas questões tinha a prova?

05- Uma pessoa gastou 2/7 do que possuía e depois gastou mais 1/3 do que sobrou, ficando ainda com R$ 300,00. Quanto vale a metade do que ele possuía?

06- José foi à feira e comprou 3 dúzias de bananas a R$ 5,50 a dúzia, 2 quilos de tomate a R$ 6,00 o quilo e uma dúzia de ovos por R$ 15,50. Quanto tinha se gastou 2/5 do seu dinheiro?

07- Qual é o produto do número 80 pela diferença entre 3/5 e 1/2?

08- Resolva a expressão (0,32 + 0,12 : 0,03) – [(3,12 + 5,4) : 2].

09- Qual a fração equivalente a 8/17 cuja soma dos termos corresponde a 225?

10- Uma torneira enche um tanque em 3 horas e outra em 2 horas. Aberta as 2 toneiras simultaneamente, em quanto tempo o tanque estará cheio?

Simulado online Clique aqui

WWW.BEABADAMATEMATICA.COM

Figura 30 – Pagina 11 e 12 do E-book Conjuntos Numéricos.
Fonte: Elaboração própria.

6.3 Resolução de Problemas na Sala de Aula

Enquanto os alunos resolviam as atividades do e-book e acessavam os vídeos da plataforma do YouTube para sanarem suas dúvidas em casa, em sala de aula a metodologia aplicada foi a da resolução de problemas, trabalhando tanto em grupo quanto individualmente.

Figura 31 – Resolução de problemas em grupo.
Fonte: Elaboração própria.

O trabalho em grupo foi importante para que os alunos desenvolvessem características como responsabilidade, cooperação e interação. Além disso serviu também para os alunos que apresentavam maiores dificuldades em entender o que o professor explicava tivessem agora uma nova explicação vinda dos próprios colegas. A resolução de problemas trabalhada em grupo é uma importante ferramenta para que os alunos aprendam a aceitar opiniões diferentes e ao mesmo tempo delegar tarefas e recebe-las, nesse tipo de trabalho sai a figura do professor e entrar a figura do colega ensinando e aprendendo o que caracteriza o ensino horizontal e os estudantes respondem muito bem a esse tipo de ensino.

Figura 32 – Resolução de problemas individual.
Fonte: Elaboração própria.

Outro momento importante desse estudo foi o de colocar os alunos para trabalhar também individualmente, onde não teriam nenhum tipo de ajuda para solucionar os problemas portanto todo o trabalho de pensar na resolução do problema seria do próprio aluno, assim o professor pode avaliar o comportamento dos alunos em trabalhos em grupos e individuais.

Aqui foi observado que uma grande parcela dos alunos apresentam dificuldades com relação ao pensar sozinho e principalmente em compreender os comandos apresentados pelos problemas, sendo esse um dos motivos para errarem muitas questões relacionadas a resolução de problemas.

Um técnica utilizada durante todo o trimestre foi de colocar os alunos para responder individualmente os problemas e posteriormente coloca-los em grupo para resolverem os mesmos problemas, assim eles deveriam ou defender seus pontos de vista com referência a sua resolução ou aceitar que a resolução dos colegas estava correta e não a sua, ou que a resolução do colega estava tão certa quanto a sua porem resolvida por um caminho diferente do seu. Depois de resolvidos, tanto individual quanto em grupo, os problemas eram discutidos em sala e alguns grupos apresentavam suas resoluções para a turma.

6.4 Desafios semanais no canal beabadamatemática

O primeiro trabalho foi apresentar o canal beabadamatemática para os alunos, e de início foi apresentado através de desafios semanais em que o professor postava no canal e solicitava que os alunos participassem respondendo tanto nos comentários dos vídeos quanto em sala de aula nos dias posteriores aos lançamentos dos vídeos no canal. O objetivo desses desafios eram fazer com que os alunos tivessem interesse em participar do canal, conhecessem as ferramentas disponíveis nas plataformas da OBMEP, tomassem gosto em resolver problemas e desafios em que não necessariamente precisaria do conteúdo ministrado em sala de aula. A princípio tudo começou como uma brincadeira sem muita cobrança, apenas com muito incentivo por parte do professor.

Todos os desafios lançados na plataforma foram retirados do Portal Clubes de Matemática, OBMEP.

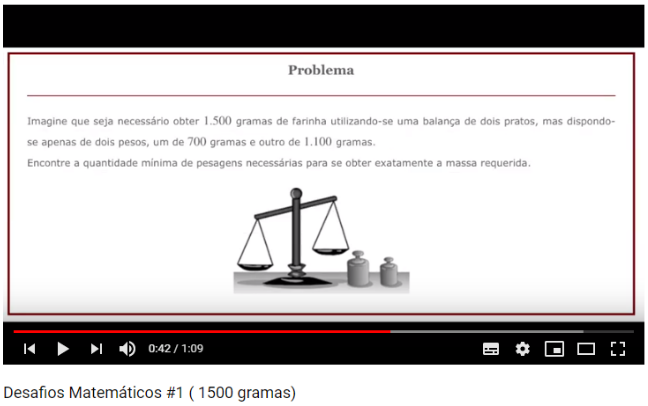


Figura 33 – Problema das 1500 gramas.
Fonte: Portal Clubes de Matemática.

Durante a pesquisa foram trabalhados 9 desafios, e os desafios foram um sucesso pois tivemos dezenas de participações por parte dos alunos, tanto as participações em conversas sobre os desafios em sala de aula quanto participações respondendo os desafios no próprio canal.

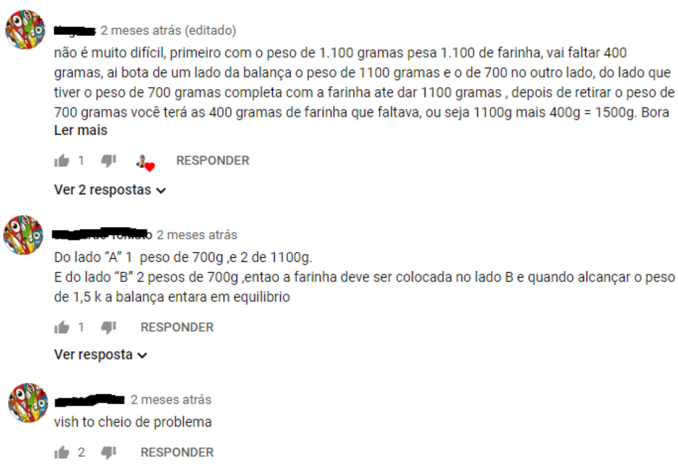


Figura 34 – Resposta de alguns alunos ao desafio 1500 gramas.
Fonte: Elaboração própria.

7. DISCUSSÃO SOBRE OS RESULTADOS

Neste capítulo será discutido os resultados obtidos durante e depois das aulas utilizando os e-books interativos e os desafios lançados no canal. Também será apresentado o comparativo entre o desempenho nas avaliações trimestrais das turmas 1V1 (onde trabalhamos com AVAs) e 1V2.

7.1 Relato sobre as aulas

Durante as atividades desenvolvidas em ambas as turmas apresentamos os mesmos conteúdos aplicando em sala de aula a mesma metodologia da resolução de problemas e propondo as mesmas atividades aos alunos, o único diferencial era que para a turma 1V1 foi apresentado os AVAs (e-book, canal e site beabadamatematica), sendo solicitado e instigado que os alunos participassem respondendo os desafios lançados no canal semanalmente. Como muitos alunos tem amigos em outras turmas era de se esperar que em algum momento os alunos da turma onde não estava sendo feito a pesquisa ficassem sabendo e comentassem sobre o assunto com isso tivemos alguns alunos da turma 1V2 que procuraram o e-book e também fizeram uso do material.

As atividades do livro texto eram as mesmas para ambas as turmas porem aos alunos do 1V1 também eram cobradas as atividades apresentadas no e-book, no início os aluno acharam muito bacana pois nunca tinham estudados com material daquele tipo, com o passar do tempo eles começaram a já não sentir mais interesse, e nesse momento que foi apresentado os desafios semanais no canal, toda segunda feira era lançado um desafio, os alunos eram convocados a responder no canal, onde alguns respondiam porém outros alunos diziam ter vergonha de responder errado no canal, foi ai que começamos a discutir em sala de aula os desafios lançados no canal, uma grande parcela dos alunos gostaram de resolver esses desafios em sala e passaram também a reponde-los no canal. Os desafios lançados no canal foram retirados do portal da OBMEP, porém para evitar qualquer tipo de pré-conceito ou ansiedade só foi avisado que eram da OBMEP bem depois de já termos resolvidos diversos desafios.

Com a prática em resolver os desafios, com o e-book, tendo a explicação do professor sobre o conteúdo o tempo todo disponível, os alunos da turma 1V1 ganharam uma maior autonomia, principalmente em relação as atividades de casa, pouquíssimos alunos deixavam de fazer as atividades de casa, que em sua maioria eram atividades envolvendo problemas, os alunos iam aprimorando cada vez mais os seus métodos de resolução.

> A resolução de problemas não é uma atividade isolada para ser desenvolvida separadamente das aulas regulares, mas deve ser parte integrante do currículo e cuidadosamente preparada para ser realizada de modo contínuo e ativo ao longo do ano letivo, usando as habilidades e os conceitos matemáticos que estão sendo desenvolvidos. Não se aprende a resolver problemas de repente. É um processo vagaroso e contínuo, que exige planejamento. (DANTE, 1991, p59)

Foi apresentado aos alunos as quatro fases da resolução de problemas proposta por Polya:

1° Leitura e compreensão do enunciado;
2° Estabelecimento de um plano;
3° Execução do plano;
4° Reflexão.

Para que eles pudessem ter a disposição durante as atividades de casa e durante as resoluções dos desafios, foi criado um vídeo explicando e mostrando na prática as quatro fases da resolução de problemas proposta por Polya.

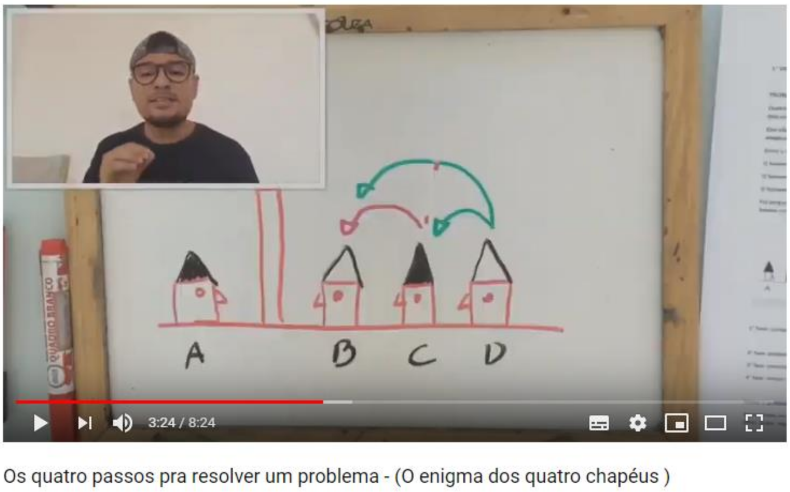


Figura 34 – Os quatro passos para resolver um problema.
Fonte: Elaboração própria.

7.2 Desempenho dos alunos após a aplicação da pesquisa

Aqui faremos um comparativo entre os desempenhos dos alunos de duas turmas de 1° ano nas avaliações trimestrais, avaliações essas que contemplaram os conteúdos de Teoria dos Conjuntos e Conjuntos Numéricos, sendo essesos conteúdos que foram trabalhados os nos e-books interativos com a turma do 1V1.

Na sessão 5.1.1 apresentamos a avaliação diagnóstica aplicada as duas turmas no início do ano, que foi utilizada nessa pesquisa como uma espécie de pré-teste, a turma 1V1 foi escolhida justamente por ter apresentado um desempenho um pouco menor nessa avaliação, com média da turma de 5,35 enquanto a turma 1V2 apresentou a média de 5,40.

Durante o trimestre tivemos alguns alunos que saíram das turmas e outros alunos que entraram vindo de outras escolas e apenas uma aluna que trocou da turma 1V2 para a turma 1V1, sendo que em sua maioria os alunos permaneceram nas mesmas turmas onde tinham iniciado o ano.

Abaixo temos duas tabelas com as notas das duas avaliações trimestrais feitas pelas turmas.

EEEMPROFESSOR RENATO JOSÉ DA COSTA PACHECO
TABELA DE ERROS E ACERTOS 1V1

Nº	1°avaliação	2°avaliação	Total
	8	10	18
1	3,2	2,5	5,7
2	2,4	2,5	4,9
3	4,0	8	12,0
4	3,2	2,5	5,7
5	4,4	0	4,4
6	6,0	7,5	13,5
7	5,2	8	13,2
8	4,0	2,5	6,5
9	1,6	5	6,6
10	6,0	5	11,0
11	2,4	5	7,4
12	2,0	0	2,0
13	2,0	2,5	4,5
14	4,8	5	9,8
15	2,8	2,5	5,3
16	2,8	2,5	5,3
17	1,2	2,5	3,7
18	2,8	5	7,8
19	1,6	0	1,6
20	1,6	2,5	4,1
21	3,6	5	8,6
22	4,8	2,5	7,3
23	5,6	7,5	13,1
24	2,0	2,5	4,5
25	3,2	0	3,2
26	3,2	5	8,2
27	4,0	2,5	6,5
28	2,0	5	7,0
29	4,0	2,5	6,5
30	5,6	5	10,6
31	2,4	8	10,4
32	0,0	4,5	4,5
33	4,8	7,5	12,3
34	4,0	5	9,0
35	3,6	7,5	11,1
36	3,6	2,5	6,1
37	4,0	5	9,0
38	4,8	2,5	7,3
39	4,0	2,5	6,5
40	4,0	7,5	11,5

Média da Turma	7,5

EEEMPROFESSOR RENATO JOSÉ DA COSTA PACHECO
TABELA DE ERROS E ACERTOS 1V2

Nº	1°avaliação	2°avaliação	Total
	8	10	18
1	3,6	7,5	11,1
2	4,0	0	4,0
3	3,6	2,5	6,1
4	4,0	0	4,0
5	2,8	2,5	5,3
6	2,4	0	2,4
7	3,6	0	3,6
8	2,4	2,5	4,9
9	4,4	7,5	11,9
10	3,2	2,5	5,7
11	4,0	2,5	6,5
12	4,0	2,5	6,5
13	2,8	0	2,8
14	3,6	5	8,6
15	3,2	2,5	5,7
16	3,2	2,5	5,7
17	3,6	5	8,6
18	4,8	5	9,8
19	6,8	10	16,8
20	3,6	2,5	6,1
21	6,0	5	11,0
22	4,4		4,4
23	5,2	0	5,2
24	5,2	9	14,2
25	4,0	2,5	6,5
26	2,8	0	2,8
27	4,8	10	14,8
28	3,6	2,5	6,1
29	2,0	0	2,0
30	2,4	0	2,4
31	2,0	2,5	4,5
32	4,8	7,5	12,3
33	5,6	5	10,6
34	2,0	0	2,0
35	2,4	0	2,4
36	5,2	8	13,2
37	2,8	0	2,8
38	2,8	2,5	5,3
39	5,6	5	10,6
40	3,6	2,5	6,1
41	2,0	0	2,0

Media da Turma	6,8

Tabela 3 – Pós-teste.
Fonte: Elaboração própria.

As avaliações trimestrais foram compostas de um simulado da área de Ciências da Natureza e Matemática e suas Tecnologias, contendo 20 questões sendo 8 dessas de matemática, e uma avaliação discursiva, contendo 4 questões de matemática abrangendo os conteúdos trabalhados em sala.

Nota-se que a média da turma onde foi aplicada a pesquisa (1V1) ficou um pouco maior do que a turma onde não aplicamos a pesquisa (1V2). Apesar de as maiores notas nas avaliações serem de alunos da turma 1V2, quando falamos em desempenho da turma, tanto durante as aulas quanto nas atividades de casa e nas avaliações a turma onde foi aplicada a pesquisa teve um desempenho melhor.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo foi proposta o uso de um e-book interativo com vídeo aulas e atividades online como complemento as aulas presencias abordando os conteúdos de Teoria dos Conjuntos e Conjuntos Numéricos. Durante o trabalho observou-se uma melhora significativa quanto ao desempenho dos alunos que tiveram acesso ao e-book quando comparado aos alunos que não utilizaram.

Vamos ressaltar aqui que para obter sucesso nesse trabalho não basta somente ter o recurso tecnológico a disposição dos alunos é necessário e muito importante a presença do professor como facilitador e direcionador para o uso da mesma. É importante que o professor saiba direcionar muito bem as atividades desenvolvidas pelos alunos que não fique preso apenas ao recurso tecnológico e saiba identificar os momentos em que o recurso já não está mais tendo o efeito desejado buscando novas alternativas para que não se perca o foco no que é mais importante, o aprendizado e a autonomia dos alunos com relação ao aprender.

Como as ferramentas utilizadas durante o trabalho já eram familiares aos alunos, não houve dificuldade quando ao desenvolvimento do trabalho tendo uma boa aceitação por parte dos alunos trazendo bastante interesse e curiosidade quanto a produção dos vídeos, ficando aqui uma idéia que nesse momento já está em execução que é a produção de vídeo aulas pelos próprios alunos.

Com uma ferramenta nova e um tanto quanto diferente foi perceptível a diferença quanto ao interesse e dedicação quando comparado os alunos das duas turmas, os alunos da turma onde o trabalho foi desenvolvido mostrou-se muito mais envolvidos com a aula e com maior interesse nas atividades, como consequência houve um melhor desempenho da turma nas avaliações.

O uso de tecnologias no ensino da matemática tem muito a somar no processo de ensino aprendizagem, hoje nossos alunos já chegam nas escolas muito familiarizados com diversas tecnologias o que facilita quando vamos trabalhar com essas ferramentas. Muitas vezes eles possuem maior conhecimento nesse assunto do que os próprios professores, e aí se dá um dos problemas quando trabalhamos com a tecnologia voltada para educação, pois para trabalhar com essas ferramentas os professores precisam sair de suas zonas de conforto e buscar novos conhecimentos visto que em suas graduações não foram preparados para trabalhar com essas ferramentas e mesmo se fossem aparecem novas ferramentas a cada dia, portanto sempre que nós professores decidimos trabalhar com tecnologias temos que dedicar um grande tempo ao estudo da mesma, uma dica que deixo aqui é utilizar os próprios alunos para nos ajudar pois muitos deles dominam tais tecnologias.

A proposta desse trabalho não é terminar aqui pois os e-books e os vídeos continuam disponíveis, tanto o site quando o canal continuarão sendo atualizados, alimentos e readaptados para as novas demandas que irão surgir. Aos professores que irão usar esse tipo de tecnologia fica a dica de criarem os próprios vídeos, pois os alunos se interessam muito mais quando veem o próprio professor nos vídeos visto que já existem milhares de vídeos disponíveis dos mais diversos assuntos e feitos por diversos professores. É importante sempre se atualizarem quanto as tecnologias atuais e não ter medo de abandonar as antigas que ficam ultrapassadas, sempre buscar novidades pois em se tratando de tecnologia a cada dia temos uma novidade, o que era sucesso ontem com os alunos amanhã já não causa mais interesse.

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Orientações curriculares do Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/Semtec, 2006.

BONA, A. S. D.; FAGUNDES, L. da C.; BASSO., M. V. de A. Reflexões sobre a educação a distância na educação matemática. 2011. Disponível em: <http://www.pucrs.br/ciencias/viali/tic_literatura/ artigos/ead/12714.pdf>. Acesso em: fevereiro.2019.

CASTELLS, M. A sociedade em rede. 1. ed. SÃO Paulo: Paz e Terra, 2007. Citado na página 15.

CASTELLS, Manuel. A sociedade em rede. São Paulo: Paz e Terra, 1999.

CONZI, D. Pesquisa internacional mostra sobrecarga do professor brasileiro. 2014. Disponível em: <https://gauchazh.clicrbs.com.br/geral/noticia/2014/06/Pesquisa-internacional-mostra-sobrecarga-do-professor-brasileiro-4536184.html>. Acesso em: fevereiro.2019.

DANTE, L. R. Didática da resolução de problemas de Matemática. 1a a 5a séries. São Paulo: Ática, 1989.

D'AMBRÓSIO, U. Algumas reflexões sobre a resolução de problemas. Disponível em<http://issonaoeproblemaseu.blogspot.com/2010/09/algumas-reflexoes-sobre-resolucao-de.html>. Acesso em: janeiro 2019.

D'AMORE, B. Elementos de didática da matemática. Tradução Maria Cristina Bonami. São Paulo: Editora e Livraria da Física, 2007.

DANTE, Luiz Roberto. Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática. 1. ed. São Paulo: Ática, 2009.

FERRÉS, Johan. Vídeo e Educação. Segunda Edição. Artes Médicas, 1996.

FREITAS, J. L. M de. BITTAR, M. Fundamentos e metodologia de Matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental. 2. ed. Campo Grande: UFMS, 2004.

FUGIOMO, S. M. A.; ALTOÉ, A. A resistência das professoras da educação básica em relação ao uso do computador em sala de aula. Programa de Pós-Graduação em Educação — Educação, Maringá, n. 1, p. 11, 2009. Disponível em: <http://www.ppe.uem.br/publicacoes/seminario_ppe_2008/pdf/c020.pdf>.

GAZIRE, Eliane Scheid. Perspectivas da resolução de problemas em educação matemática. 1988. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 1988.

_________. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB Lei no 9394/96.
Brasília: MEC/SEF, 1996.

LEVY, Pierre. Cibercultura. São Paulo: Ed. 34, 1999.

LESTER, F. O que aconteceu à investigação em resolução de problemas de Matemática? A situação nos Estados Unidos. In: D. Fernandes, A. Borralho, & G. Amaro (Eds.). Resolução de problemas: processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular. Lisboa: IIE, 1992.

LESTER, F; CHARLES, R. Teaching problem solving: what, whyand how. New York: Dale Seymur Publications, 1982.

MENDONÇA, A. F. de; RIBEIRO, G. A. de A. M. E. N. A importância dos Ambientes
Virtuais de Aprendizagem na busca de novos domínios da EaD. 2007. Disponível em: <http://www.abed.org.br/congresso2007/tc/4162007104526AM.pdf>. Acesso em: janeiro.2019.

_________. Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais (Ensino Médio). Brasília: MEC/SEF, 1999.

_________. Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais (Ensino Médio). Brasília: MEC/SEF, 2008.

MORAN, José Manuel. Atividades & Experiências: As múltiplas formas do aprender, p.11-13. São Paulo: 2005.

MORAIS, M. C. Educação a distância: fundamentos e práticas. 1. ed. Campinas: Unicamp/Nied, 2002.

ONUCHIC, L. de La R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria A. V. (org.). Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p.199-218.

ONUCHIC, L.L.R. & ZUFFI, E. M. O ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas e os processos cognitivos superiores. Revista Iberoamericana de Matemática, San Cristobal de La Laguna, ano 2007, v. 11, n. 11, p. 79- 97, 2007.

PAPERT, Seymor. A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática. Porto Alegre, Artes Médicas, 1994. 210p.

PAIVA, Manoel. Matemática Paiva. 2° ed. São Paulo: Moderna. 2013.

PERRENOUD, Phillippe. 10 novas competências para ensinar. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

POLYA, G. A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

POZO, J. I. A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998. 173p.

RAPPAPORT, C.R. Modelo piagetiano. In RAPPAPORT; FIORI; DAVIS. Teoria do desenvolvimento: conceitos fundamentais – Vol. 1. EPU: 1981. P.51-75

ROSA, M.; OREY, D. C. De Pappus a Polya: da heurística à resolução de problemas. Disponível em: <http://csus.academia.edu/DanielOrey/Papers/299440>. Acesso em: fevereiro. 2019.

VALE, I.; PIMENTEL,T. Padrões: um tema transversal no currículo. Revista Educação e Matemática, Lisboa, Portugal, n. 85, p. 14-20. Lisboa: APM, nov./dez., 2005.

VILA, Antoni; CALLEJO María Luz. Matemática para aprender a pensar: o papel das crenças na resolução de problemas. Tradução Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006. 212p.

10- ANEXOS

10.1 Questões utilizadas no Pré-teste.

PROVA DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICA 1º ANO 2019

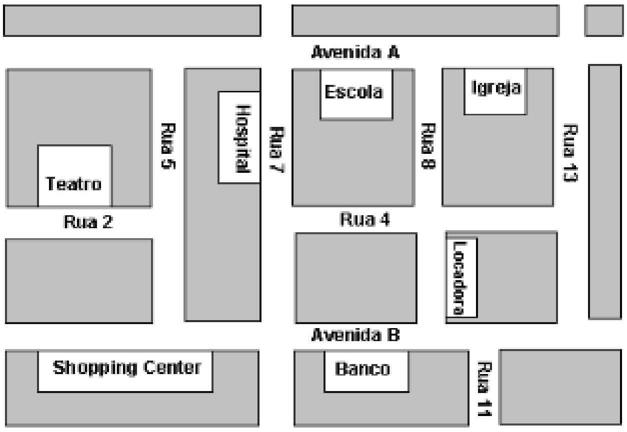
01) (D05) Dois pedreiros constroem um muro em 15 dias. Três pedreiros constroem o mesmo muro em quantos dias?
a) 5 dias. b) 10 dias. c) 15 dias. d) 22,5 dias.

02) (D05) Para preparar um refresco de uva para 8 pessoas, é necessário misturar 3 copos de suco concentrado com 5 copos de água. Se quisermos preparar esse refresco para 40 pessoas, serão necessários:
a) 6 copos de suco concentrado com 10 copos de água.
b) 9 copos de suco concentrado com 15 copos de água.
c) 12 copos de suco concentrado com 20 copos de água.
d) 15 copos de suco concentrado com 25 copos de água.
e) 18 copos de suco concentrado com 30 copos de água.

03) (D02 e D04) Assinale a alternativa **incorreta**:
a) Os números 3,01 e 3,010 são iguais.
b) $\frac{5}{4} = \frac{125}{100} = 0,125$
c) 43,29 > 43,209
d) O número 1,04 é maior que 1.

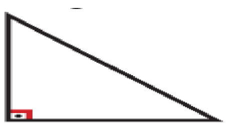
04) (D02 e D04) Qual dos números a seguir é maior que 0,23 e menor que 0,5?
a) 0,024 b) 0,8 c) 0,49 d) 0,229

05) (D 01) No mapa abaixo, encontram-se representadas as ruas do bairro onde Mariana mora.



Mariana informou que mora numa rua entre as avenidas A e B e entre as ruas do hospital e da locadora. Mariana mora na: a) Rua 4. b) Rua 5. c) Rua 7. d) Rua 9.

06) (D 32) Observe o triângulo a seguir:



Assinale a opção correspondente à classificação desse triângulo quanto à medida de seus ângulos.
a) Obtusângulo b) Escaleno c) Retângulo d) Acutângulo

07) (D01, D11 e D13) Observem no quadro a seguir os preços de alguns produtos em um supermercado.

Produtos	Preços
Sabonete	R$ 2,50
Creme dental	R$ 4,75
Café	R$ 9,25
Arroz	R$ 10,90
Desodorante	R$ 7,20

Esse supermercado está oferecendo desconto de R$1,00 nos produtos alimentícios e R$ 0,50 de desconto para produtos de higiene pessoal. Paulo comprou neste supermercado 2 sabonetes, 1 creme dental, 2 desodorantes, 1 pacote de arroz e 2 de café e pagou sua compra com uma nota de R$ 50,00. O troco recebido por Paulo foi um valor:

a) maior que R$ 2,00.
b) entre R$ 1,50 e R$ 2,00.
c) entre R$ 1,00 e R$ 1,50.
d) menor que R$ 1,00.

08) (D12 e D13) A adição de dois números reais é menos dez. Sabe-se que a diferença do triplo do primeiro com o dobro do segundo é zero.
Considerando x o primeiro número e y o segundo, assinale a opção que indica o sistema associado a essa situação.

a) $\begin{cases} x + y = 10 \\ 3x = 2 - y \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ x + y = 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y = -10 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$

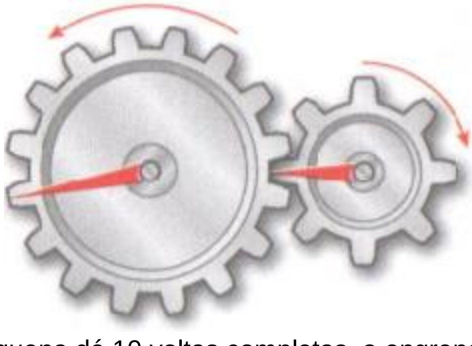
09) (D04) Pedro fez os cálculos da seguinte expressão:

$$-1 + (-2 + 5) + [-4 + (-6 + 5 - 8)]$$

O resultado correto encontrado por Pedro da expressão dada é
a) – 9 b) + 9 c) – 11 d) + 11

10) (D04 e D05) Ao converter 3,2 metros em decímetros, a resposta obtida será
a)0,32 dm. b) 3,2 dm. c) 32 dm. d) 320 dm.

11) (D05) Observe, cuidadosamente, o movimento das engrenagens. Note que, enquanto a menor dá uma volta completa, a maior gira só meia-volta.



Enquanto a engrenagem pequena dá 10 voltas completas, a engrenagem grande dá.
a) 20 voltas. b) 5 voltas. c) 10 voltas. d) 15 voltas.

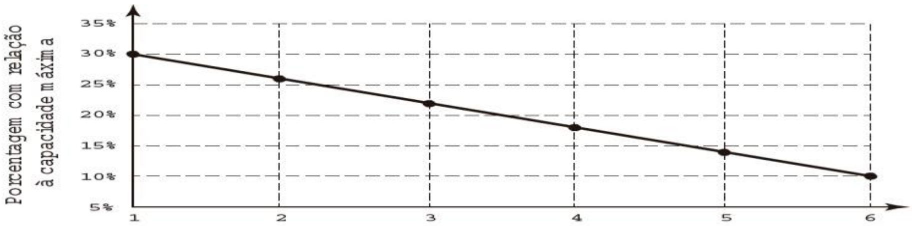
12) (D05) Um pintor demorou 2 horas e gastou 1 litro de tinta para pintar uma superfície de 10 m². Nessa mesma proporção, ele projetou os gastos para pintar outras superfícies e organizou como mostra o quadro abaixo.

Área (m²)	Tempo (h)	Tinta (l)
40	8	4
80	16	8

Para pintar 200 m² ele gastará
a) 8 horas e gastará 4 litros.   b) 24 horas e gastará 12 litros.
c) 16 horas e gastará 8 litros.   d) 40 horas e gastará 20 litros.

13) (D08, D17 e D18) Um dos grandes desafios do Brasil é o gerenciamento dos seus recursos naturais, sobretudo os recursos hídricos. Existe uma demanda crescente por água e o risco de racionamento não pode ser descartado. O nível de água de um reservatório foi monitorado por um período, sendo o resultado mostrado no gráfico. Suponha que essa tendência linear observada no monitoramento se prolongue pelos próximos meses.

Nível do Reservatório



Mês

Nas condições dadas, qual o tempo mínimo, após o sexto mês para que o reservatório atinja o nível zero de sua capacidade? A) 2 meses e meio B) 3 meses e meio C) 1 mês e meio D) 4 meses E) 1 mês

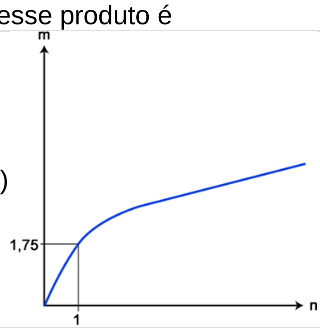
14) (D08) O saldo de contratações no mercado formal no setor varejista da região metropolitana de São Paulo registrou alta. Comparando as contratações deste setor no mês de fevereiro com as de janeiro deste ano, houve incremento de 4 300 vagas no setor, totalizando 880 605 trabalhadores com carteira assinada.

Disponível em: http://www.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

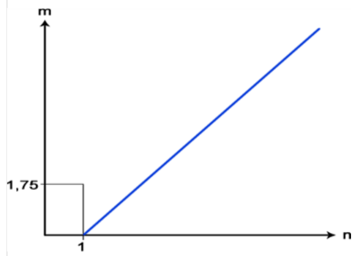
Suponha que o incremento de trabalhadores no setor varejista seja sempre o mesmo nos seis primeiros meses do ano. Considerando-se que y e x representam, respectivamente, as quantidades de trabalhadores no setor varejista e os meses, janeiro sendo o primeiro, fevereiro, o segundo, e assim por diante, a expressão algébrica que relaciona essas quantidades nesses meses é:
A) y=4300x   B) y=884905x   C) y=872005+4300x   D) y=876305+4300x   E) y=880605+4300x

15) (D 21) As frutas que antes se compravam por dúzias, hoje em dia, podem ser compradas por quilogramas, existindo também a variação dos preços de acordo com a época de produção. Considere que, independente da época ou variação de preço, certa fruta custa R$ 1,75 o quilograma.
Dos gráficos a seguir, o que representa o preço **m** pago em reais pela compra de **n** quilogramas desse produto é

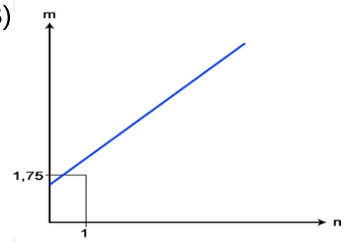
A)



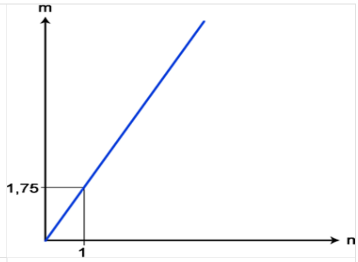
D)



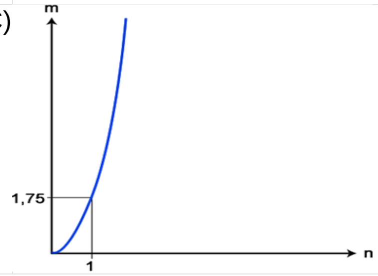
B)



E)

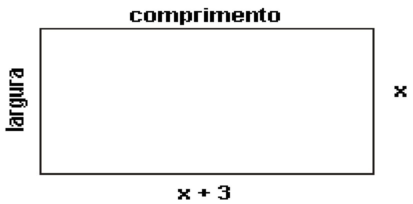


C)



16) (D 04) Rose multiplicou a idade atual de seu filho pela idade que ele terá daqui a 5 anos e obteve como resultado 14 anos. Qual é a idade atual do filho de Rose?
a) 2 anos. b) 5 anos. c) 7 anos. d) 9 anos.

17) (D13 e D37) A área de um tapete retangular cujo comprimento tem 3 m a mais que a largura é 10m².

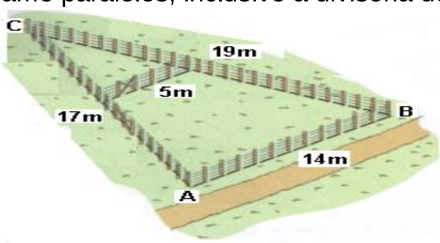


Sua largura mede, em metros,
a) 4 b) 3 c) 2 d) 1

18) (D 04) O valor da expressão $-\sqrt{49} + \sqrt{100}$ é de
a) 51 b) 149 c) 17 d) 3

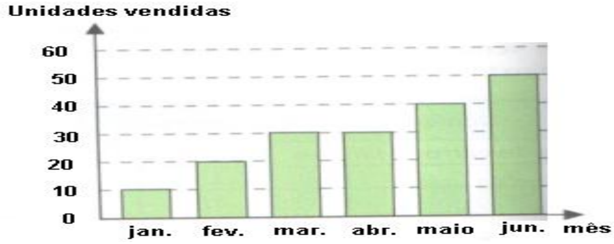
19) (D 04) O valor da $\sqrt{2}$ está localizado entre:
a) 0 e 1 b) 1 e 2 c) 2 e 3 d) 3 e 4

20) (D01 e D36) Dirceu vai cercar um pasto de arame, como representado na figura abaixo. A cerca terá 4 cordas de arame paralelos, inclusive a divisória do pasto.



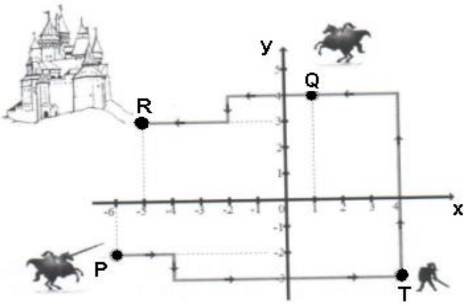
A quantidade de metros de cordas de arame é:
a) 200m. b) 50m. c) 220m d) 55m.

21) (D 45) O gráfico mostra as vendas de televisores em uma loja:



Pode-se afirmar que:
a) as vendas aumentaram mês a mês.
b) Foram vendidos 100 televisores até junho.
c) As vendas do mês de maio foram inferiores á soma das vendas de janeiro e fevereiro.
d) Foram vendidos 90 televisores até abril.

22) (D 17) Em um jogo o cavaleiro localizado no ponto P do sistema cartesiano a seguir deve reunir-se com seus dois outros amigos localizados nos pontos T e Q, respectivamente, para juntos chegarem ao castelo no ponto R.



As coordenadas dos pontos P, T, Q e R, nessa mesma ordem são expressas por
A) P(–2, –6), T(–3, 4), Q(4, 1) e R(3, –5).
B) P(–2, –6), T(–3, 4), Q(4, 1) e R(–5, 3).
C) P(–6, –2), T(4, –3), Q(1, 4) e R(3, –5).
D) P(–6, –2), T(4, –3), Q(1, 4) e R(–5, 3).
E) P(–6, –2), T(4, –3), Q(4, 4) e R(–5, 3).

23) (D 09) Uma professora realizou uma atividade com seus alunos utilizando canudos de refrigerante para montar figuras, onde cada lado foi representado por um canudo. A quantidade de canudos (C) de cada figura depende da quantidade de quadrados (Q) que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir:

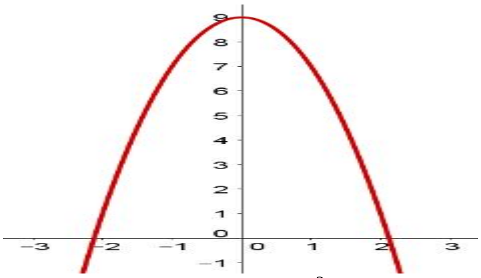
1ª questão com progressão aritmética – Enem 2010

Que expressão fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados de cada figura?
a) C = 4Q. **b)** C = 3Q + 1. **c)** C = 4Q – 1 **d)** C = Q + 3. **e)** C = 4Q – 2.

24) (D 14) Visando atingir metas econômicas previamente estabelecidas, é comum no final do mês algumas lojas colocarem certos produtos em promoção. Uma determinada loja de departamentos colocou em oferta os seguintes produtos: televisão, sofá e estante. Na compra da televisão mais o sofá, o cliente pagaria R$ 3 800,00. Se ele levasse o sofá mais a estante, pagaria R$ 3 400,00. A televisão mais a estante sairiam por R$ 4 200,00. Um cliente resolveu levar duas televisões e um sofá que estavam na promoção, conseguindo ainda mais 5% de desconto pelo pagamento à vista.

O valor total, em real, pago pelo cliente foi de: a) 3610,00 b) 5035,00 c) 5415,00 d)5795,00 e) 6100,00

25) (D 23) O gráfico a seguir pertence a uma função f(x) do segundo grau, com domínio e contradomínio no conjunto dos números reais. A respeito dessas funções, assinale a alternativa correta:



a) Toda função do segundo grau pode ser escrita na forma $ax^2 + bx + c = 0$.
b) O coeficiente "a" dessa função é positivo.
c) O valor do coeficiente "c", nessa função, é igual a 9.
d) Não é possível determinar as raízes dessa função unicamente a partir de seu gráfico. Para isso, a lei de formação sempre será necessária.
e) f(2) = 0 e f(-2) = 0

10.2 Questões Utilizadas no Pós-Teste

QUESTÃO 01– Encontre a forma irredutível da fração igual à soma 0,6666...+1,242424...+ 0,11111... .

QUESTÃO 02– O conjunto A tem 20 elemento, A∩B tem 12 elementos e AUB tem 70 elementos. O número de elementos do conjunto B é?

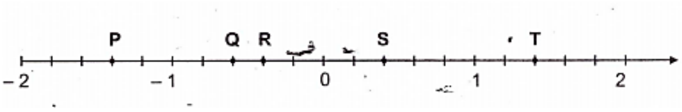
QUESTÃO 03- Em uma fábrica, os parafusos produzidos são embalados em caixas contendo 55 unidades. A meta de produção dessa fábrica é de 2475 parafusos. Em um determinado dia, houve uma interrupção do fornecimento de energia no momento em que 110 parafusos haviam sido produzidos. Nesse momento, quantas caixas faltavam ser preenchidas com parafusos para que a meta diária fosse alcançada?

QUESTÃO 04 – Em uma turma, 9 estudantes se inscreveram para participar das modalidades de vôlei ou futsal nos jogos interclasses da escola. O time de vôlei foi composto por 6 desses estudantes, o de futsal por 5 e ambos os times não possuíam reservas. Quantos desses estudantes se inscreveram nas duas modalidades, vôlei e futsal, nesses jogos?

QUESTÃO 05 – O distribuidor de uma marca de leite fez uma pesquisa com 500 clientes em um supermercado sobre o tipo de leite que eles compram. A pesquisa revelou que 375 clientes compram leite integral e 240 clientes compram leite desnatado. Quantos desses clientes compram somente desnatado?

A) 115
B) 125
C) 135
D) 240
E) 260

QUESTÃO 06 – Observe a reta numérica abaixo. Ela está dividida em segmentos de mesma medida.



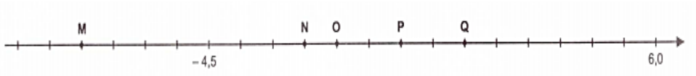
Qual ponto representa a localização do número -0,4?

A) P
B) Q
C) R
D) S
E) T

QUESTÃO 07 – Segundo a Agência Nacional de Telecomunicações (ANATEL), em fevereiro de 2017 houve na telefonia móvel uma redução 15,14 milhões no quantitativo de linhas, em relação ao mesmo período do ano anterior. Essa redução de linhas na telefonia móvel pode ser representada pelo número.

A) 15140
B) 151 400
C) 1 514 000
D) 15 140 000
E) 151 400 000

QUESTÃO 08 – Observe os pontos M, N, O, P e Q marcados na reta numérica abaixo, que está dividida em segmentos de mesma medida.



O número real -1,5 está representado pelo ponto.

A) M
B) N
C) O
D) P
E) Q

QUESTÃO 09 – Sônia produz salgados recheados comente com queijo, somente com presunto ou com queijo e presunto. Para uma encomenda de 102 salgados, ela colocou queijo no recheio de 78 deles e presunto no recheio de 65. Quantos salgados recheados com queijo e presunto Sônia produziu para essa encomenda?

A) 13
B) 37
C) 41
D) 61
E) 78

QUESTÃO 10 – As marcas de refrigerante mais consumidas em um bar, num certo dia, foram A, B e C. Os garçons constataram que o consumo se deu de acordo com a tabela a seguir:

Marcas consumidas	N° de consumidores
A	150
B	120
C	80
A e B	60
A e C	20

B e C	**40**
A, B e C	**15**
Outras	**70**

Quantos consumidores beberam refrigerante no bar, nesse dia?

A) 120
B) 315
C) 350
D) 455
E) 555

QUESTÃO 11 – A soma 1,3333... + 0,1666666... é igual a:

A) 1/2
B) 5/2
C) 4/3
D) 5/3
E) 3/2

QUESTÃO 12 – Raul Sérgio e Tiago foram almoçar em um restaurante e, como eles estavam juntos, foi emitido um único cupom fiscal com o registro do que os três haviam consumido, para pagar sua parte, Raul entregou no caixa uma nota de R$50,00 e recebeu R$5,50 de troco. O valor total da parte de Sérgio, nesse cupom, era R$ 65,00 e Tiago, ao pagar sua parte, utilizou 3 notas de R$20,00 e recebeu R$3,50 de troco.
Qual foi o valor total, em reais, desses almoços emitido no cupom fiscal?

A) R$126,00
B) R$129,50
C) R$166,00
D) R$169,50
E) R$175,00