

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM AGRICULTURA TROPICAL**

VINICIUS DE SOUZA OLIVEIRA

**MODELAGEM ESTATÍSTICA DE CARACTERÍSTICAS
BIOMÉTRICAS PARA CULTIVARES DE MACIEIRA
POUCO EXIGENTES AO FRIO CULTIVADAS NO
NORTE DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO**

São Mateus – ES

Fevereiro de 2020

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM AGRICULTURA TROPICAL**

**MODELAGEM ESTATÍSTICA DE CARACTERÍSTICAS
BIOMÉTRICAS PARA CULTIVARES DE MACIEIRA
POUCO EXIGENTES AO FRIO CULTIVADAS NO
NORTE DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO**

VINICIUS DE SOUZA OLIVEIRA

Dissertação apresentada à Universidade Federal do Espírito Santo, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Agricultura Tropical, para a obtenção do título de mestre em Agricultura Tropical.

Orientador: Prof. Dr. Edilson Romais Schmildt

**São Mateus – ES
Fevereiro de 2020**

Ficha catalográfica disponibilizada pelo Sistema Integrado de Bibliotecas - SIBI/UFES e elaborada pelo autor

O48m Oliveira, Vinicius de Souza, 1993-
Modelagem estatística de características biométricas para cultivares de macieira pouco exigentes ao frio cultivadas no norte do estado do Espírito Santo / Vinicius de Souza Oliveira. - 2020.
52 f. : il.

Orientador: Edilson Romais Schmildt.

Coorientador: Omar Schmildt.

Dissertação (Mestrado em Agricultura Tropical) -
Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Universitário Norte do Espírito Santo.

I. Schmildt, Edilson Romais. II. Schmildt, Omar. III.
Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Universitário Norte do Espírito Santo. IV. Título.

CDU: 63

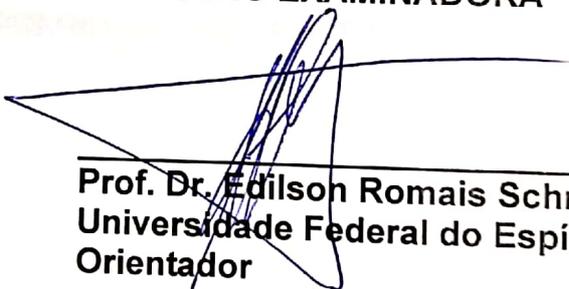
VINICIUS DE SOUZA OLIVEIRA

**MODELAGEM ESTATÍSTICA DE CARACTERÍSTICAS
BIOMÉTRICAS PARA CULTIVARES DE MACIEIRA
POUCO EXIGENTES AO FRIO CULTIVADAS NO
NORTE DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Agricultura Tropical da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Agricultura Tropical.

Aprovada em 28 de fevereiro de 2020.

COMISSÃO EXAMINADORA



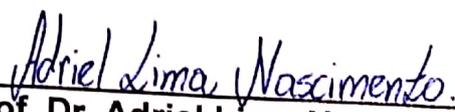
Prof. Dr. Edilson Romais Schmildt
Universidade Federal do Espírito Santo
Orientador



Prof. Dr. Omar Schmildt
Universidade Federal do Espírito Santo



Prof. Dr. Edney Leandro da Vitória
Universidade Federal do Espírito Santo



Prof. Dr. Adriel Lima Nascimento

“O homem científico não pretende alcançar um resultado imediato. Ele não espera que suas ideias avançadas sejam imediatamente aceitas. Seus trabalhos são como sementes para o futuro. Seu dever é lançar as bases para aqueles que estão por vir e apontar o caminho”.

Nikola Tesla

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela dádiva de vida, por sempre ter me indicado o melhor caminho, por me permitir errar, aprender e crescer. Obrigado por Sua presença em minha vida.

Aos meus pais, Rosarina e Vitalino, por todo apoio, carinho, dedicação, educação e amor que me proporcionaram. Agradeço por terem embarcado nessa jornada junto a mim, estando sempre ao meu lado, sem medir esforços para que pudesse realizar esse sonho.

As minhas irmãs Fátima e Penha, meus cunhados José e Victor e meu sobrinho Alisson, pelo incentivo, afeto e companheirismo.

A Jasmyn Tognere, pelo companheirismo, paciência, apoio nos momentos difíceis, por toda a dedicação e pelos momentos descontraídos. Você é especial.

Ao meu orientador e amigo Dr. Edilson Romais Schmidt, pela paciência, dedicação, ensinamentos e companheirismo, que com toda sua sabedoria e competência confiou em minha capacidade e pode me guiar com conselhos não só na vida acadêmica como na vida pessoal.

Ao meu Coorientador Dr. Omar Schmidt, pelos ensinamentos, lições de vida e pelas ótimas conversas.

Aos meus companheiros de laboratório, Adriel Lima Nascimento, Gleyce Pereira Santo, Karina Tiemi Hassuda Santo, Renan Garcia, pela ajuda nas análises experimentais e pelo incentivo.

Aos docentes do Programa de Pós-Graduação em Agricultura Tropical, por contribuírem com o meu conhecimento científico.

Aos meus amigos, Ana Paula, André Lucas, Andrea Lopes, Bruno Eustaquio, Carlos Magno, Cleidson Alves, Felipe de Moraes, Jhonny Kelvin, Marcelo Soares, Stanley Buffon e Renata Ahnert, pelas conversas, pelo companheirismo e pelos momentos alegres.

Aos irmãos Anacleto, proprietários do Sítio Boa Vista, por permitirem a execução do experimento, pelo aporte na condução do mesmo e pela atenção com que sempre nos receberam.

À Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), ao Centro Universitário Norte do Espírito Santo (CEUNES) e ao Programa de Pós-Graduação em Agricultura Tropical (PPGAT), por me dar a oportunidade de realizar o mestrado, bem como de suas instalações para o desenvolvimento das atividades acadêmicas e de pesquisa.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro com a concessão da bolsa de estudo.

A todos que contribuíram direta ou indiretamente para esta conquista.

Muito obrigado!

SUMÁRIO

RESUMO.....	vi
ABSTRACT.....	viii
1. CAPÍTULOS.....	1
1.1 ESTIMAÇÃO NÃO DESTRUTIVA DA ÁREA FOLIAR EM VARIEDADES DE MACIEIRA POUCO EXIGENTES EM FRIO	2
Resumo	2
Abstract.....	4
1.1.1 Introdução	5
1.1.2 Material e Métodos	6
1.1.3 Resultados e Discussão	11
1.1.4 Conclusões	20
Referências	21
1.2 MODELOS DE REGRESSÃO PARA ESTIMATIVA DO CRESCIMENTO DE FRUTOS DE MACIEIRA POUCO EXIGENTES EM FRIO	25
Resumo	25
Abstract.....	27
1.2.1 Introdução	28
1.2.2 Material e Métodos	29
1.2.3 Resultados e Discussão	32
1.2.4 Conclusões	39
Referências	40

RESUMO

OLIVEIRA, Vinicius de Souza; M.Sc.; Universidade Federal do Espírito Santo; Fevereiro de 2020; **Modelagem estatística de características biométricas para cultivares de macieira pouco exigentes ao frio cultivadas no Norte do Estado do Espírito Santo**; Orientador: Edilson Romais Schmildt, Coorientador: Omar Schmildt.

A exploração de cultivares de macieira (*Malus domestica* Borkh) com pouca exigência ao frio tem mostrado ótimo potencial para a diversificação de culturas agrícolas nas regiões tropicais. Dentre as cultivares que ganham destaque, podemos citar, a Eva, Julieta e Princesa que apresentam boa produtividade e qualidade de frutos. Porém, estas cultivares necessitam de mais estudos que permitam um melhor conhecimento de seus padrões morfológicos para compreensão de seu comportamento ao longo dos anos sendo essas características fundamentais para o manejo da cultura. Nesse contexto, o uso de modelos matemáticos permite relacionar características de difícil medição com características de fácil aferição, obtendo equações simples e precisas que estimem estas características de forma não destrutiva. Tendo em vista a necessidade do entendimento dos padrões de crescimento da cultura da macieira em regiões de clima tropical foram desenvolvidos dois experimentos. No primeiro experimento, objetivou-se fazer estudo de modelagem da área foliar de três cultivares de macieira sendo elas Eva, Julieta e Princesa buscando uma única equação de regressão que pudesse representar as três cultivares. Para esse experimento foram utilizadas um total de 900 folhas divididas entre o ajuste da modelagem e a validação de onde foram obtidas 36 equações para estimar da área da cultivares de forma individual e duas equações para estimar a área das três cultivares de forma conjunta em que combinava as médias da área foliar real das folhas com as medidas de seu comprimento, largura e suas respectivas combinações. Assim foi possível concluir que a equação de modelo potência que estima a área foliar em função do produto da multiplicação do comprimento com a largura (CL) representada por $AFE = 0,8119(CL)^{0,9738}$ apresentou maior precisão em relação ao outros modelo obtidos sendo a mais adequada para estimar a área foliar das cultivares de macieira Eva, Julieta e Princesa de forma conjunta, de maneira rápida, segura, fácil e não destrutiva. No segundo experimento, o objetivo foi gerar equações de modelos matemáticos com o intuito de estimar de forma não destrutiva a massa de frutos de macieira das

cultivares Eva, Julieta e Princesa a partir das dimensões do comprimento e do diâmetro. Para isso, foram medidos 390 frutos (130 de cada cultivar) obtendo as medidas do comprimento (C), diâmetro (D) e massa observada (MO); essas características foram relacionadas dando origem a equações de modelo linear de primeiro grau e potência. Após a validação, constatou-se que não foi possível o ajuste de um único modelo que atendesse as três cultivares. Assim, a massa dos frutos de macieira pode ser prevista, de maneira não destrutiva, pelo modelo potência através do maior diâmetro dos frutos pela equação $ME = 0,0064(D)^{2,3780}$ para a cultivar Eva, $ME = 0,0054(D)^{2,4015}$ para a cultivar Julieta e $ME = 0,0041(D)^{2,4716}$ para a cultivar Princesa. Em caso de necessidade, a equação de modelo potência $ME = 0,0051(D)^{2,4150}$ pode ser usada para estimar de forma conjunta a massa das cultivares Julieta e Princesa a partir do maior diâmetro.

Palavras-chave: *Malus domestica* Borkh, análise de regressão, equações matemáticas, método não destrutivo, ambiente tropical.

ABSTRACT

OLIVEIRA, Vinicius de Souza; M.Sc; Federal University of Espirito Santo; July 2019; **Statistical modeling of biometric characteristics for low-strain apple cultivars grown in the north state of Espirito Santo**; Advisor: Edilson Romais Schmildt, Co-advisor: Omar SchmiltD.

The exploitation of apple cultivars (*Malus domestica* Borkh) with little cold demand has shown great potential for the diversification of agricultural crops in tropical regions. Among the cultivars that stand out, we can mention Eva, Julieta and Princesa, who have good productivity and fruit quality. However, these cultivars need more studies that allow a better knowledge of their physiological patterns to understand their behavior over the years, which are fundamental characteristics for the management of culture. In this context, the use of mathematical models allows to relate characteristics that are difficult to measure with characteristics that are easy to measure, obtaining simple and precise equations that estimate these characteristics in a non-destructive way. In view of the need to understand the growth patterns of apple culture in tropical regions, two experiments were developed. In the first experiment, the objective was to study the modeling of the leaf area of three apple cultivars, Eva, Julieta and Princesa, looking for a single regression equation that could represent the three cultivars. For this experiment, a total of 900 leaves were used, divided between the adjustment of the modeling and the validation from which 36 equations were obtained to estimate the cultivar area individually and two equations to estimate the area of the three cultivars together in which they combined the averages of the actual leaf area of the leaves with the measures of their length, width and their respective combinations. Thus, it was possible to conclude that the model equation power the leaf area as a function of the product of the multiplication of the length with the width (LW) represented by $ELA = 0.8119(LW)^{0.9738}$ it presented greater precision in relation to the other models obtained, being the most adequate to estimate the leaf area of the cultivars of apple tree Eva, Julieta and Princesa together, quickly, safely, easily and non-destructively. In the second experiment, the objective was to generate mathematical model equations in order to estimate non-destructively the mass of apple fruits of the cultivars Eva, Julieta and Princesa from the dimensions of length and width. For this, 390 fruits (130 of each cultivar) were measured, obtaining the measures of

length (L), diameter (D) and observed mass (OM), these characteristics were related giving rise to first degree and power linear model equations. After validation, it was found that it was not possible to adjust a single model to meet the three cultivars. Thus, the mass of the apple fruits can be predicted, in a non-destructive way, by the power model through the greater width of the fruits by the equation $EM = 0.0064(D)^{2.3780}$ for cultivating Eva, $EM = 0.0054(D)^{2.4015}$ for cultivating Julieta and $EM = 0.0041(D)^{2.4716}$ for cultivating Princesa. If necessary, the power model equation $EM = 0.0051(D)^{2.4150}$ can be used to estimate together the mass of cultivars Julieta and Princesa from the largest diameter.

Keywords: *Malus domestica* Borkh, regression analysis, mathematical equations, non-destructive method.

1. CAPÍTULOS

1.1 ESTIMAÇÃO NÃO DESTRUTIVA DA ÁREA FOLIAR EM VARIEDADES DE MACIEIRA POUCO EXIGENTES EM FRIO

Resumo

O objetivo deste estudo foi estimar a área foliar de três cultivares de macieira (*Malus domestica* Borkh) através das dimensões lineares das folhas. Dois experimentos foram conduzidos com as cultivares Eva, Julieta e Princesa pertencentes ao sítio Boa Vista, Córrego do Limoeiro, Montanha, Norte do Estado do Espírito Santo, Brasil. O primeiro experimento, de calibração dos modelos foi feita usando 750 folhas coletadas aleatoriamente em várias plantas em janeiro de 2018. Para o segundo experimento, o de validação das equações utilizou-se 150 folhas retiradas da mesma lavoura em março de 2018. De todas as folhas foi medido de comprimento (C) e a largura (L) com régua graduada, além da área foliar observada (AFO) obtida por meio de imagens digitalizadas e processamento no Software ImageJ[®]. Os modelos linear de primeiro grau, potência e exponencial foram estimados para cada variedade em que AFO foi a variável dependente em função de C, L e CL; para o modelo linear de primeiro grau também utilizou-se as variáveis $(C+L)^2$, C^2 e L^2 . O modelo potência que estima a área foliar em função do produto da multiplicação do comprimento com a largura (CL)

apresentou maior precisão em relação aos outros modelos obtidos, assim a equação representada por $AFE = 0,8119(CL)^{0,9738}$ é a mais adequada para estimar a área foliar das cultivares de macieira Eva, Julieta e Princesa de forma conjunta.

Palavras-chave: *Malus domestica* Borkh, modelagem da área foliar, equações ajustadas; dimensões lineares.

Abstract

The objective of this study was to estimate the leaf area of three apple cultivars (*Malus domestica* Borkh) through the linear dimensions of the leaves. Two experiments were carried out with the cultivars Eva, Julieta and Princesa belonging to the Boa Vista site, Limoeiro stream, Montanha, Northern Espírito Santo State, Brazil. The first experiment, calibrating the models, was done using 750 leaves collected at random from various plants in January 2018. For the second experiment, the equation validation experiment used 150 leaves taken from the same plantation in March 2018. Of all the leaves, length (L) and width (W) were measured with a graduated ruler, in addition to the observed leaf area (OLA) obtained through digitized images and processing in the ImageJ[®] Software. The linear models of first degree, power and exponential were estimated for each variety in which the observed leaf area (OLA) was the dependent variable according to L, W and LW, for the linear model of first degree the variables were also used $(L + W)^2$, L^2 and W^2 . The model that estimates the leaf area as a function of the product of the multiplication of the length with the width (LW) showed greater precision in relation to the other models obtained, thus the equation represented by $ELA = 0.8119(LW)^{0.9738}$ is the most adequate to estimate the leaf area of apple tree cultivars. Eva, Julieta and Princesa together.

Keywords: *Malus domestica* Borkh, leaf area modeling, adjusted equations; linear dimensions.

1.1.1 Introdução

O conhecimento da área foliar é fundamental na avaliação do crescimento e desenvolvimento das plantas, pois permite avaliar parâmetros fisiológicos, tais como interceptação luminosa, eficiência fotossintética, evapotranspiração, além do comportamento em relação ao uso da irrigação e de fertilizantes (BLANCO; FOLEGATTI, 2005; AMARAL *et al.*, 2009).

A medição da área foliar pode ser feita de forma direta destrutiva ou não destrutiva, e de forma indireta, não destrutiva (OLFATI *et al.*, 2010). Para determinar a área foliar diretamente, geralmente todas as folhas da planta são coletadas, caracterizando o método como destrutivo e requerendo operador habilitado (FASCELLA *et al.*, 2015). A medição da área foliar de forma direta não destrutiva, apesar de ser fácil, depende de equipamentos geralmente caros (LITSCHMANN *et al.*, 2013; FASCELLA *et al.*, 2015), além de encontrar algumas vezes o inconveniente das folhas maiores não poderem ser avaliadas pela limitação da área de leitura do equipamento portátil (SCHMILDT *et al.*, 2014). Os métodos indiretos e não destrutivos permitem avaliações sucessivas em uma mesma planta e rapidez nessas avaliações (ZANETTI *et al.*, 2017), sendo, mais convenientes. Assim, preservam-se as folhas para estudos posteriores, além de não causar danos às plantas (OLFATI *et al.*, 2010).

Os métodos indiretos, geralmente, envolvem o uso de equações de regressão obtidas por estudos de modelagem a partir da relação entre área foliar observada e medidas de comprimento e/ou largura das folhas (ZHANG; LIU, 2010; SCHMILDT *et al.*, 2014; CIRILLO *et al.*, 2017; ZANETTI *et al.*, 2017). Estudos desta natureza tem sido realizados para várias espécies frutíferas, tais como cherimoya (SCHMILDT *et al.*, 2017), cajueiro (AKOSSOU *et al.*, 2017), damasco (CIRILLO *et al.*, 2017), lichieira (OLIVEIRA *et al.*, 2017b), pereira (OLIVEIRA *et al.*, 2019a) e jaqueira (OLIVEIRA *et al.*, 2019b).

Especificamente para a cultura da macieira, tem sido relatado vários trabalhos de modelagem de área foliar com diferentes cultivares (NAUTIYAL *et al.*, 1990; BOSCO *et al.*, 2012; LITSCHMANN *et al.*, 2013; MOGHADDAM, 2014; SALA *et al.*, 2015). Nautiyal *et al.* (1990) aos estudarem a modelagem estatística para 10 cultivares, concluíram que o modelo se diferencia entre as cultivares, mesma conclusão de Bosco *et al.* (2012) no estudo de duas cultivares e Moghaddam (2014) no estudo de outras duas cultivares. No entanto, Litschmann *et al.* (2013) trabalhando

com a modelagem da área foliar de quatro cultivares e Sala *et al.* (2015) com outras cinco cultivares concluíram que todas poderiam ser representadas por um único modelo.

Plantio de cultivares de macieira pouco exigentes em frio tem sido uma boa opção para diversificação de culturas agrícolas, nos trópicos, como verificado nos últimos anos no Brasil (FANTE *et al.*, 2013; MIRANDA *et al.*, 2015; OLIVEIRA *et al.*, 2017a). Dentre as cultivares que mais se destacaram, no Brasil, pela produtividade e qualidade de frutos, se destacam ‘Eva’, ‘Princesa’ e ‘Julieta’ (LOPES; OLIVEIRA, 2011). No entanto, estas cultivares carecem de estudos para melhor se entender o comportamento produtivo ao longo dos anos (LOPES *et al.*, 2013), e, neste sentido, estudos fisiológicos são fundamentais, principalmente referente à área foliar, dado que, nas condições tropicais, estas cultivares necessitam de desfolhas e após o florescimento, necessitam da área foliar como órgão importante na maquinaria fotossintética das plantas como fonte, para dar suporte ao crescimento e maturação dos frutos.

Apesar da importância dos estudos das cultivares de macieira Eva, Julieta e Princesa em zonas tropicais, não se encontrou na literatura artigos que versem sobre a área foliar destas cultivares. Desta forma, por este trabalho objetivou-se fazer estudo de modelagem da área foliar destas três cultivares que pudesse ser representada por uma única equação de regressão.

1.1.2 Material e Métodos

A modelagem da área foliar de macieira (*Malus domestica* Borkh) foi feita a partir de folhas das cultivares Eva, Julieta e Princesa, indicadas para condições tropicais devido sua baixa exigência em frio (MIRANDA *et al.*, 2015; OLIVEIRA *et al.*, 2017a), em dois experimentos, o de calibração e o de validação. Para o experimento de calibração dos modelos, as folhas foram retiradas de plantas adultas, em janeiro de 2018, numa lavoura comercial, com quatro anos de idade, no Sítio Boa Vista, Córrego do Limoeiro, Montanha, Norte do Estado do Espírito Santo, Brasil, com latitude de 18° 07' 48" Sul, longitude 40° 13' 08" Leste e altitude média de 23 m. O clima da região conforme classificação de Köppen é Aw, tropical com estação seca no inverno e verão chuvoso (ALVARES *et al.*, 2014). A lavoura foi implantada num

espaçamento de 1,5 x 4,0 m, densidade média de 1667 plantas ha⁻¹, conforme recomendações técnicas para a cultura (LOPES *et al.*, 2013). As folhas usadas para validação das equações foram retiradas da mesma lavoura em março de 2018.

A calibração do modelo foi feita usando 750 folhas (250 de cada cultivar) coletadas em várias plantas e nos quatro pontos cardeais, além disso, as folhas apresentavam todos os estádios de desenvolvimento e que não tinham danos ou ataque de doenças ou pragas, conforme recomendação de Oliveira *et al.* (2017a). As folhas foram colhidas, devidamente acondicionadas em sacos plásticos, e rapidamente transferidas para o Laboratório de Melhoramento de Plantas do Centro Universitário Norte do Espírito Santo (CEUNES) da Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), localizada no município de São Mateus – ES, onde foram realizadas as medidas de comprimento (C, em cm), largura (L, em cm) (Figura 1) e área foliar observada (AFO, em cm²). O comprimento foi definido como a distância entre o ponto de inserção do pecíolo no limbo foliar e a extremidade oposta da folha e a largura como a maior dimensão perpendicular ao eixo do comprimento. Essas medidas foram obtidas com régua graduada em centímetros com gradação em 0,1 cm. As 750 folhas foram digitalizadas com a utilização de scanner de mesa multifuncional HP[®] modelo C4280 e as imagens salvas em formato Tag Image File Format (TIFF) com definidas como 75 dpi. A AFO foi obtida por meio da análise das imagens utilizando o Software ImageJ[®] (SCHINDELIN *et al.*, 2015) de domínio público. Todos os dados foram submetidos a análise descritiva obtendo-se os valores mínimos, máximos e médios.

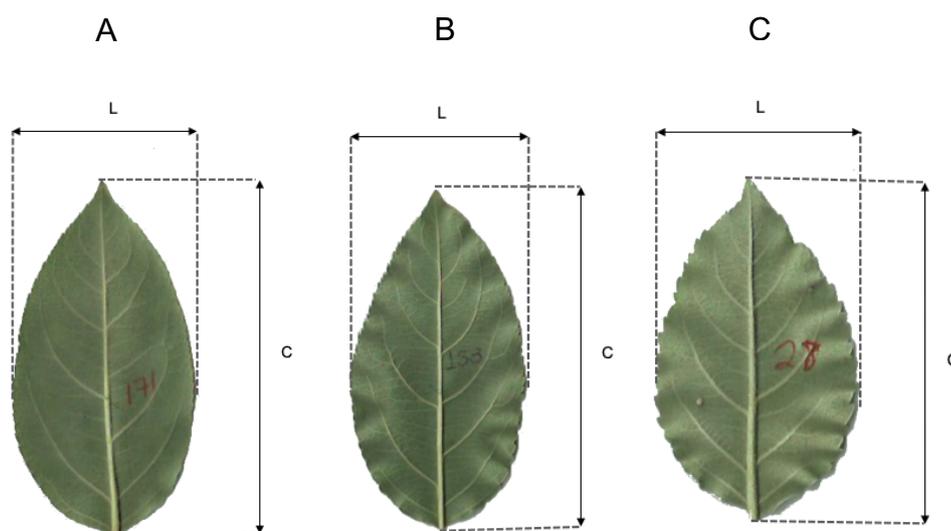


Figura 1. Representação da medida do comprimento (C) e da largura (L) do limbo foliar de macieira (*Malus domestica* Borkh) das cultivares Eva (A), Julieta (B) e Princesa (C) utilizadas para a modelagem da área foliar.

Considerando que o uso concomitante de duas medições (ou seja, C e L) pode introduzir problemas potenciais de colinearidade, resultando em baixa precisão nas estimativas dos coeficientes de regressão correspondentes, a viabilidade do uso de CL e $(C + L)^2$ como variáveis independentes, foi verificada a detecção de colinearidade, pelo uso do fator de inflação da variância (VIF) (MARQUARDT, 1970) e dos valores de tolerância (T) (GILL, 1986).

$$VIF = \frac{1}{1-r^2} \quad (1)$$

$$T = \frac{1}{VIF} \quad (2)$$

Onde r é o coeficiente de correlação de Pearson entre C e L. Se o valor VIF foi maior que 10 ou se o valor T foi menor que 0,10, então a colinearidade pode ter mais do que um impacto trivial às estimativas dos parâmetros e consequentemente uma das medidas (C ou L) devem ser excluídos do modelo.

Um fator de forma foi obtido pela relação entre C e L (C:L) a partir da amostra de 250 folhas para cada cultivar a fim de verificar a possível influência desta relação na obtenção de uma única equação de estimativa da área foliar que possa ser usada conjuntamente para as três cultivares. Segundo Cirillo *et al.* (2017), quando as

cultivares possuem fator de forma com valores próximos entre si, há maior possibilidade de bom ajuste de uma equação a partir de uma única media (C ou L).

No experimento de calibração, a estimação das equações foi feita inicialmente em separado para cada cultivar, sendo usados modelos de regressão linear, potência e exponencial. Para o modelo de regressão linear simples, representados por $AFE = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$ usou-se AFO como variável dependente, em função de C, L, CL, $(C + L)^2$, C^2 e L^2 como variáveis independentes (\mathbf{x}) conforme recomendado por Cristofori *et al.* (2008). Para os modelos potência representado por $AFE = \hat{\beta}_0 x^{\hat{\beta}_1}$ e exponencial representado por $AFE = \hat{\beta}_0 e^{\hat{\beta}_1 x}$, usou-se AFO como variável dependente, em função de C, L, CL, como variáveis independentes (\mathbf{x}), sendo estes modelos prévia linearização por transformação logarítmica. Para todos os modelos, os parâmetros β_0 e β_1 foram estimados pelo método dos mínimos quadrados. Posteriormente, verificou-se a possibilidade de uso de uma única equação de cada modelo para folhas das três cultivares por meio da análise de covariância, em que se verificou se a cultivar tem efeito na constante ($\hat{\beta}_0$) e na inclinação ($\hat{\beta}_1$) através do teste *t* de student a 5% de probabilidade (ZHANG; LIU, 2010; CIRILLO *et al.*, 2017).

A seleção da equação para estimar a área foliar em função de C, L, CL, $(C + L)^2$, C^2 e L^2 baseou-se nos seguintes critérios, com base na análise de covariância entre as três cultivares: 1º) caso a cultivar tenha efeito sobre $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ para todos os modelos, será indicada a melhor equação para cada cultivar isoladamente; 2º) caso a cultivar não tenha efeito sobre $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ para pelo menos um modelo, será feita uma nova calibração, para os referidos modelos, com todas as 750 folhas juntas (250 de cada cultivar) a fim de determinar a melhor equação que sirva para folhas das três cultivares. Seja para indicação individual, como no 1º caso, ou indicação para o grupo de cultivares, 2º caso, a preferência é para equação de maior facilidade de uso conforme Rouphael *et al.* (2007).

As equações selecionadas, seja para cada cultivar isolada ou para o conjunto das três cultivares, foram testadas quanto à sua adequação por teste de validação. Para validação do modelo, que é o segundo experimento, foram usadas 150 folhas (50 de cada cultivar) para mensurar C, L e AFO como anteriormente descrito para o experimento de calibração. A partir dos valores de C e L, obteve-se as AFE, segundo as equações selecionadas. Para cada equação, de cada modelo, inicialmente, foi ajustada uma regressão linear simples ($\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 AFO$) da AFE em função de AFO,

e obtido o coeficiente de determinação (R^2). Para ajustar a regressão linear simples, usou-se o método dos mínimos quadrados. Foram testadas as hipóteses $H_0: \beta_0 = 0$ versus $H_0: \beta_0 \neq 0$ e, $H_0: \beta_1 = 1$ versus $H_0: \beta_1 \neq 1$, por meio do teste t de Student a 1% de probabilidade de erro. Como critérios complementares de validação, determinou-se a raiz quadrada média do erro (RQME) e o índice d de Willmott (WILLMOTT, 1981), por meio, respectivamente, das expressões:

$$RQME = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (AFE_i - AFO_i)^2}{n}} \quad (3)$$

$$d = 1 - \left[\frac{\sum_{i=1}^n (AFE_i - AFO_i)^2}{\sum_{i=1}^n (|AFE_i - \overline{AFO}| + |AFO_i - \overline{AFO}|)^2} \right] \quad (4)$$

Em que: AFE_i são os valores estimados da área do limbo foliar de cada uma das i folhas; AFO_i são os valores observados da área do limbo foliar de cada uma das i folhas; \overline{AFO} é a média dos valores observados; n é o tamanho da amostra para validação interna, $n = 50$, para cada cultivar, no presente trabalho.

As melhores equações para estimar a área foliar em função de C , L , CL , $(C + C)^2$, C^2 e L^2 foram as que apresentaram coeficiente linear (β_0) não diferente de zero, coeficiente angular (β_1) não diferente de um, maiores valores de R^2 , valores de RQME mais próximos de zero, valores do índice d de Willmott (WILLMOTT, 1981) mais próximos da unidade e distribuição normal dos erros, conforme Cirillo *et al.* (2017).

Determinou-se também se o tamanho da amostra usada no primeiro experimento, o de calibração, foi adequado para a obtenção das diferentes equações de AFE. Para tal, determinou-se a seguinte estatística, segundo Schmildt *et al.* (2014):

$$n_{eq} = \frac{t_{\alpha/2}^2 RQME^2}{e^2 \overline{AFO}^2} \quad (5)$$

Em que: n_{eq} é o tamanho mínimo da amostra requerido para se estimar a equação; $t_{\alpha/2}^2$ é o valor crítico da distribuição t de Student, cuja área à esquerda é igual a $\alpha/2$ com $(n-1)$ graus de liberdade e, com 5% de probabilidade de erro; e é o erro na estimativa da média, assumido como 3% no presente trabalho; RQME e \overline{AFO} como demonstrado anteriormente.

Representou-se graficamente a equação de melhor ajuste, juntamente com a linha 1:1 e o gráfico de resíduos. As análises estatísticas foram realizadas com auxílio do software R (R CORE TEAM, 2019) e os gráficos com uso do Microsoft Office Excel (LEVINE *et al.*, 2017).

1.1.3 Resultados e Discussão

As folhas da três cultivas apresentaram tamanho variados do comprimento (C) e largura (L), sendo os maiores valores para ambas as características observados na cv. Julieta, seguido pela cv. Eva e cv. Princesa (Tabela 1). Essa variação do tamanho das folhas comprovada pelos altos valores do coeficiente de variação (CV) das três cultivares é desejável em estudos que busque o melhor ajuste de modelos matemáticos, indicando a presença de folhas de diferentes estádios de desenvolvimento fenológico o que implica em equações mais precisas, que podem ser utilizadas na estimativa da área foliar durante todo o ciclo da cultura.

Tabela 1. Valores médios (Med) mínimos (Min), máximos (Max) e coeficiente de variação (CV) das variáveis comprimento (C), largura (L), e área foliar observada (AFO) de folhas de macieira das cultivares Eva, Julieta e Princesa usadas para a modelagem

Variável	Unidade	Min	Max	Med	CV
Cultivar Eva					
C	cm	3,4	12,3	8,7	18,80
L	cm	2,5	7,7	5,1	15,90
AFO	cm ²	9,1	67,5	33,6	30,36
Cultivar Julieta					
C	cm	3,9	15,9	10,1	26,61
L	cm	2,7	8,5	5,6	21,73
CL	cm ²	9,6	93,3	41,0	44,57
Cultivar Princesa					
C	cm	2,9	11,4	7,8	19,99
L	cm	2,4	7,6	4,6	18,93
CL	cm ²	5,3	61,0	26,9	35,83

Verificou-se também, na Tabela 2, que para as três cultivares o uso de dois parâmetros (C e L), apresentou baixa colinearidade, comprovados pelos valores do fator de inflação da variância (VIF) (MARQUARDT, 1970) menores de 10 e valores de tolerância (T) (GILL, 1986) maiores de 0,10. Assim, segundo Cirillo *et al.* (2017) ambas as medidas foliares podem ser relacionadas para a geração dos modelos. Além disso, os valores do fator de forma da relação entre C e L (C:L) foram semelhantes entre as

cultivares o que possibilita bom ajuste das equações para as características avaliadas (CIRILLO *et al.*, 2017).

Tabela 2. Valores do fator de forma da relação entre C e L (C:L), fator de inflação da variância (VIF) e tolerância (T) de folhas de macieira das cultivares Eva, Julieta e Princesa usadas para a modelagem

Cultivar	C:L	VIF	T
Eva	1,7	2,26	0,44
Julieta	1,9	3,41	0,29
Princesa	1,7	2,71	0,37

Para cada uma das três cultivares, doze equações foram geradas, totalizando 36 equações na estimativa da área foliar de *Malus domestica* Borkh (Tabela 3). De modo geral, todas as equações apresentam alto grau de relação entre as variáveis tendo o coeficiente de determinação (R^2) valores variando de 0,8271 a 0,9864, o que segundo Pompelli *et al.* (2019) poderia indicar equações muito precisas se o critério de seleção fosse unicamente baseado nestes valores. Entretanto, elevados valores de R^2 não devem ser usados individualmente para a escolha do melhor modelo, pois pode levar a estimativas errôneas da área foliar (ANTUNES *et al.*, 2008), fazendo necessário então o uso da validação dos modelos por critérios adicionais apropriados (FASCELLA *et al.*, 2013), como realizado neste estudo.

Tabela 3. Equações estimadas de modelo linear de primeiro grau ajustadas com a área foliar observada (AFO) em função do comprimento (C), largura (L), produto do comprimento com a largura (CL), produto da soma da largura com o comprimento ao quadrado $(C + L)^2$, produto do comprimento ao quadrado $(C)^2$ e produto da largura ao quadrado $(L)^2$ e modelos potência e exponencial ajustados com a AFO em função de C, L e CL obtidas individualmente para a estimativa da área foliar da cultivares de macieira Eva, Julieta e Princesa, além de seu respectivo, coeficiente de determinação (R^2) e tamanho amostra (n_{eq}) requerido

Número	Cultivar	Equação estimada	R^2	n_{eq}
1	Eva	$AFE = -16,9004 + 5,8262(C)$	0,8656	53
2	Julieta	$AFE = -23,9200 + 6,4457(C)$	0,8923	92
3	Princesa	$AFE = -17,2036 + 5,6620(C)$	0,8378	89
4	Eva	$AFE = -24,7465 + 11,5125(L)$	0,8271	68
5	Julieta	$AFE = -38,0507 + 14,7570(L)$	0,8845	98
6	Princesa	$AFE = -21,2426 + 10,4693(L)$	0,8946	58
7	Eva	$AFE = 0,7395 + 0,7316(CL)$	0,9825	07
8	Julieta	$AFE = 0,7651 + 0,7112(CL)$	0,9864	12
9	Princesa	$AFE = 0,6451 + 0,7118(CL)$	0,9818	10
10	Eva	$AFE = 0,1223 + 0,9998(C + L)^2$	0,9799	10
11	Julieta	$AFE = 0,2886 + 0,9846(C + L)^2$	0,9847	18
12	Princesa	$AFE = 0,4491 + 0,9950(C + L)^2$	0,9690	17
13	Eva	$AFE = 3,1364 + 0,9107(C)^2$	0,8957	52
14	Julieta	$AFE = 1,5648 + 0,9435(C)^2$	0,9276	66
15	Princesa	$AFE = 4,3224 + 0,8634(C)^2$	0,8533	73
16	Eva	$AFE = 6,6608 + 0,8036(L)^2$	0,8634	72
17	Julieta	$AFE = 5,5817 + 0,8754(L)^2$	0,9236	87
18	Princesa	$AFE = 0,3182 + 0,9753(L)^2$	0,9071	54
19	Eva	$AFE = 1,1103(C)^{1,5687}$	0,8715	51
20	Julieta	$AFE = 0,9988(C)^{1,5888}$	0,9154	76
21	Princesa	$AFE = 0,9315(C)^{1,6231}$	0,8603	79
22	Eva	$AFE = 1,4961(L)^{1,8999}$	0,8204	73
23	Julieta	$AFE = 1,3136(L)^{2,0156}$	0,8982	87
24	Princesa	$AFE = 1,5596(L)^{1,8446}$	0,9027	54
25	Eva	$AFE = 0,8296(CL)^{0,9729}$	0,9825	07
26	Julieta	$AFE = 0,8085(CL)^{0,9731}$	0,9863	12
27	Princesa	$AFE = 0,8211(CL)^{0,9672}$	0,9817	10
28	Eva	$AFE = 5,6508e^{0,1995(C)}$	0,8788	60
29	Julieta	$AFE = 6,4810e^{0,1725(C)}$	0,9194	73
30	Princesa	$AFE = 4,3030e^{0,2266(C)}$	0,8751	69
31	Eva	$AFE = 4,4967e^{0,3862(L)}$	0,7873	92
32	Julieta	$AFE = 4,6150e^{0,3877(L)}$	0,8680	132
33	Princesa	$AFE = 3,9130e^{0,4033(L)}$	0,8723	82
34	Eva	$AFE = 10,7774e^{0,0241(CL)}$	0,9264	42
35	Julieta	$AFE = 13,2023e^{0,0181(CL)}$	0,9092	139
36	Princesa	$AFE = 9,2892e^{0,0270(CL)}$	0,9109	78

Observou-se que o tamanho amostral (n_{eq}) (SCHMILDT *et al.*, 2014) do número de folhas requerida para o ajuste de todos os modelos a partir das dimensões do comprimento, largura e a combinação de ambas diferiu entre as cultivares. Para a cultivar Eva o tamanho amostra foi de 92 folhas, para a cultivar Julieta o tamanho foi de 139 folhas e para a cultivar Princesa o tamanho amostral requerido foi de 89 folhas. Assim, levando em consideração que no presente estudo buscamos uma única equação que estime a área foliar das três cultivares, recomendamos o levantamento amostral de 139 folhas. Esse tamanho amostral é inferior ao utilizado por Oliveira et al. (2019a) ($n = 250$ folhas) na estimativa da área foliar de Pereira (*Pyrus communis* L.) cultivada em região tropical, porém, em ambos os casos o número amostral pode ser considerado adequado pois os valores do erro estimados da média da área foliar observada é menor de 3%. Essa constatação é importante pois a macieira e a pereira são pertencentes a família das Rosaceae e apresentam morfologia foliar semelhantes, além de estarem em condições de cultivo semelhantes, assim determinar o exato número de folhas a ser amostrada implicaria em redução do número de coletas, tornando esse trabalho menos oneroso na prática. Deve-se ressaltar, que as folhas selecionadas devem compreender todos os estádios fisiológicos da planta, serem saudáveis e não apresentando danos ao limbo foliar, além de serem coletadas de todos os quadrantes da planta, tornando assim a amostra bem representativa.

Ao se fazer a análise de covariância das 36 equações propostas separadamente para a estimação da área foliar de cada cultivar, apenas dois conjuntos de três equações se mostraram adequadas, com coeficiente linear ($\hat{\beta}_0$) e coeficiente angular ($\hat{\beta}_1$) não diferindo estatisticamente pelo teste t de Student ($p < 0,05$) (Tabela 4). Destas seis equações, três foram geradas baseada no comprimento (C) e três foram geradas com base no produto da multiplicação do comprimento com a largura (CL), ambas as equações ajustadas foram de modelo potência. Assim, as equações geradas para as três cultivares por esses modelos foram agrupadas dando origem a duas equações de modelo potência, uma que leva em consideração as medidas C e uma baseado em CL. Todas as outras equações foram descartadas, já que não atenderam a este critério de seleção.

Tabela 4. Apresentação do p valor na análise de covariância dos coeficientes linear ($\hat{\beta}_0$) e coeficiente angular ($\hat{\beta}_1$) das equações de modelo linear de primeiro grau ajustadas com a área foliar observada (AFO) em função do comprimento (C), largura (L), produto do comprimento com a largura (CL), produto da soma da largura com o comprimento ao quadrado $(C + L)^2$, produto do comprimento ao quadrado $(C)^2$ e produto da largura ao quadrado $(L)^2$ e modelos potência e exponencial ajustados com a AFO em função de C, L e CL de folha de macieira das cultivares Eva, Julieta e Princesa

Modelo	Cultivar	Covariante	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$
$AFE = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 C$	Eva	Julieta	< 0,05	< 0,05
	Eva	Princesa	0,84	0,57
	Julieta	Princesa	< 0,05	< 0,05
$AFE = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 L$	Eva	Julieta	< 0,05	< 0,05
	Eva	Princesa	0,15	0,03
	Julieta	Princesa	< 0,05	< 0,05
$AFE = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 CL$	Eva	Julieta	0,91	0,02
	Eva	Princesa	0,88	0,07
	Julieta	Princesa	0,86	0,94
$AFE = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 (C + L)^2$	Eva	Julieta	0,65	< 0,05
	Eva	Princesa	0,18	0,83
	Julieta	Princesa	0,53	0,51
$AFE = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 (C)^2$	Eva	Julieta	0,47	0,03
	Eva	Princesa	< 0,05	0,07
	Julieta	Princesa	0,09	< 0,05
$AFE = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 (L)^2$	Eva	Julieta	< 0,05	< 0,05
	Eva	Princesa	0,51	0,45
	Julieta	Princesa	0,71	0,60
$AFE = \hat{\beta}_0 (C)^{\hat{\beta}_1}$	Eva	Julieta	0,31	0,65
	Eva	Princesa	0,12	0,31
	Julieta	Princesa	0,37	0,36
$AFE = \hat{\beta}_0 (L)^{\hat{\beta}_1}$	Eva	Julieta	0,27	0,11
	Eva	Princesa	0,67	0,41
	Julieta	Princesa	0,02	< 0,05
$AFE = \hat{\beta}_0 (CL)^{\hat{\beta}_1}$	Eva	Julieta	0,59	0,96
	Eva	Princesa	0,84	0,62
	Julieta	Princesa	0,69	0,56
$AFE = \hat{\beta}_0 e^{\hat{\beta}_1 x}$	Eva	Julieta	< 0,05	< 0,05
	Eva	Princesa	< 0,05	< 0,05
	Julieta	Princesa	< 0,05	< 0,05
$AFE = \hat{\beta}_0 e^{\hat{\beta}_1 x}$	Eva	Julieta	0,66	0,97
	Eva	Princesa	0,12	0,33
	Julieta	Princesa	0,02	0,24
$AFE = \hat{\beta}_0 e^{\hat{\beta}_1 x}$	Eva	Julieta	< 0,05	< 0,05
	Eva	Princesa	< 0,05	< 0,05
	Julieta	Princesa	< 0,05	< 0,05

Valores de p maior de 0,05 indicam que o coeficientes linear ($\hat{\beta}_0$) e o coeficiente angular ($\hat{\beta}_1$) não diferem pelo teste t de Student.

As equações de modelo potência para estimativa da área foliar das três cultivares de macieira, bem como as equações de validação ajustadas para estes modelos estão representadas na Tabela 5. Note que das duas equações, apenas a gerada com o produto da multiplicação do comprimento com a largura (CL) está em concordância com o critério de coeficiente linear ($\hat{\beta}_0$) estatisticamente igual a zero e coeficiente angular ($\hat{\beta}_1$) estatisticamente igual a um. Isto implica que quando o valor da área foliar observada for zero, o valor estimado da área foliar pela equação também terá proximidade ao zero e ao passo que a área foliar observado aumente 1 cm², a área foliar estimada também aumentará em 1 cm² resultando em estimativas confiáveis (CARVALHO *et al.*, 2017; TOEBE *et al.*, 2019)

Tabela 5. Equações ajustadas de modelo potência para a determinação da área foliar de forma conjunta de macieira das variedades Eva, Julieta e Princesa utilizando o comprimento (C) e o produto do comprimento com a largura (CL) como variável independente (x), equações de validação de modelo linear simples ajustada para a área foliar estimada (AFE) em função da área foliar observada (AFO), coeficiente de determinação (R²), raiz do quadrado médio do erro (RQME) e índice de Willmott (d)

Variável	Equação	R ²	RQME	d
Estimação				
C	AFE = 1,0170(C) ^{1,5901}	0,9055	4,3818	0,9747
CL	AFE = 0,8119(CL) ^{0,9738}	0,9862	1,6974	0,9965
Validação				
C	$\hat{Y} = 2,9355^{(1)**} + 0,9001^{(2)**}(AFO)$	0,9345	3,9850	0,9814
CL	$\hat{Y} = 0,3731^{(1)ns} + 0,9906^{(2)ns}(AFO)$	0,9927	1,2881	0,9982

(¹)Coeficientes linear ($\hat{\beta}_0$); (²)Coeficiente angular ($\hat{\beta}_1$); **Significativo pelo teste t de Student a 1% de probabilidade de erro; ^{ns}Não significativo pelo teste t de Student a 5% de probabilidade de erro

A equação de modelo potência gerada por CL também atendeu melhor aos critérios estatísticos pré-estabelecidos para a validação, como valores da raiz quadrada média do erro (RQME) mais próximos ao zero, o que de acordo com Schwab *et al.* (2014) torna o modelo mais satisfatório, valores do índice d de Willmott (WILLMOTT, 1981) mais próximo ao unitário, além de apresentam maior relação das variáveis dependente e independente com maior valor do coeficiente de determinação (R²), mostrando assim que esse modelo de equação melhor previu a área foliar das três cultivares de macieira de forma conjunta.

O uso de modelos baseados em uma única dimensão na estimativa da área foliar na prática é mais fácil de ser executada, tornando o trabalho menos oneroso em campo (OLIVEIRA *et al.* 2019a), por diminuir pela metade o número de medidas quando comparados a modelos que combinam duas medições (SANTOS *et al.*, 2016). Entretanto, segundo Espindula *et al.* (2018), esses modelos só devem ser usados em casos específicos, por acarretar em estimativas errôneas da área foliar na maioria das espécies. Assim, a combinação do comprimento com a largura da superfície da folha gera estimativas mais confiáveis da área foliar, reduzindo o erro, pois levar em consideração duas variáveis, indicando que o uso de duas dimensões foliares é mais indicada do que apenas uma dimensão (LAVANHOLE *et al.*, 2018). De fato, a literatura nos mostra que os modelos de equações obtidos com base na combinação de mais de uma medida linear é a mais adequada na estimativa da área foliar de diversas espécies.

Carvalho *et al.* (2017), Cirillo *et al.* (2017), Oliveira *et al.* (2017b), Oliveira *et al.* (2019a) e Oliveira *et al.* (2019b), estudando métodos não destrutivos na estimativa da área foliar das respectivas espécies *Crotalaria juncea*, *Prunus armeniaca* L., *Litchi chinensis* Sonn., *Pyrus communis* L. e *Artocarpus heterophyllus* obtiveram a equação de modelo linear de primeiro grau como mais precisa. Para as espécies *Aechmea blanchetiana* (Baker) L. (LAVANHOLE *et al.*, 2018), *Garcinia brasiliensis* Mart. (OLIVEIRA *et al.*, 2019c), o modelo potência foi o que apresentou melhores resultados. Todos estes autores obtiveram melhores ajustes com a combinação de medidas das folhas, demonstrando efetividade na estimativa da área foliar por modelos de equação que relacionam as variáveis comprimento e largura, corroborando com os resultados encontrados no presente estudo.

Com base nos dados analisados, a equação de modelo potência representada por $AFE = 0,8119(CL)^{0,9738}$ (Figura 2a), utilizando o produto da multiplicação do comprimento com a largura (CL) da superfície da folha se mostrou mais precisa na estimativa da área foliar de *Malus domestica* Borkh., cujo o comportamento da linha de adequação 1:1 pode ser visto na Figura 2b. Essa equação estimada é o mais adequado, podendo ser usado de forma confiável para estimar a área das folhas das cultivares Eva, Julieta e Princesa de maneira conjunta. Verificou-se também, com base no diagrama da distribuição residual demonstrada pela Figura 2c, que a equação ajustada seguiu a tendência da homogeneidade com distribuição normal (ALMEIDA *et al.*, 2019), o que segundo Carvalho *et al.* (2017) gera estimativa adequada da área de

folhas de diferentes tamanhos. Além disso, para Santos *et al.* (2018), esse comportamento indica satisfatoriedade dos critérios estatísticos adotados na seleção do modelo, considerando a característica biológica em estudo.

Deve-se ressaltar, que para o ajuste das equações utilizou-se de métodos destrutivos, com a remoção das folhas e análise a partir de imagens digitalizadas. Entretanto, após a obtenção das equações essa prática não é mais necessária sendo possível a determinação da área foliar com ferramentas simples, como por exemplo uma régua. Por essa razão, essa metodologia é fundamental para o pesquisador, pois envolve a modelagem de uma variável difícil de mensurar como a área foliar com características de fácil mensuração como as dimensões lineares das folhas. Porém, as condições que as equações foram obtidas devem ser levadas em consideração, assim seu uso é recomendado para mudas da mesma espécie, além de plantas da mesma idade e com características de cultivo semelhantes, caso contrário, as equações podem gerar estimativa tendenciosas e de baixa precisão (Santos *et al.*, 2018).

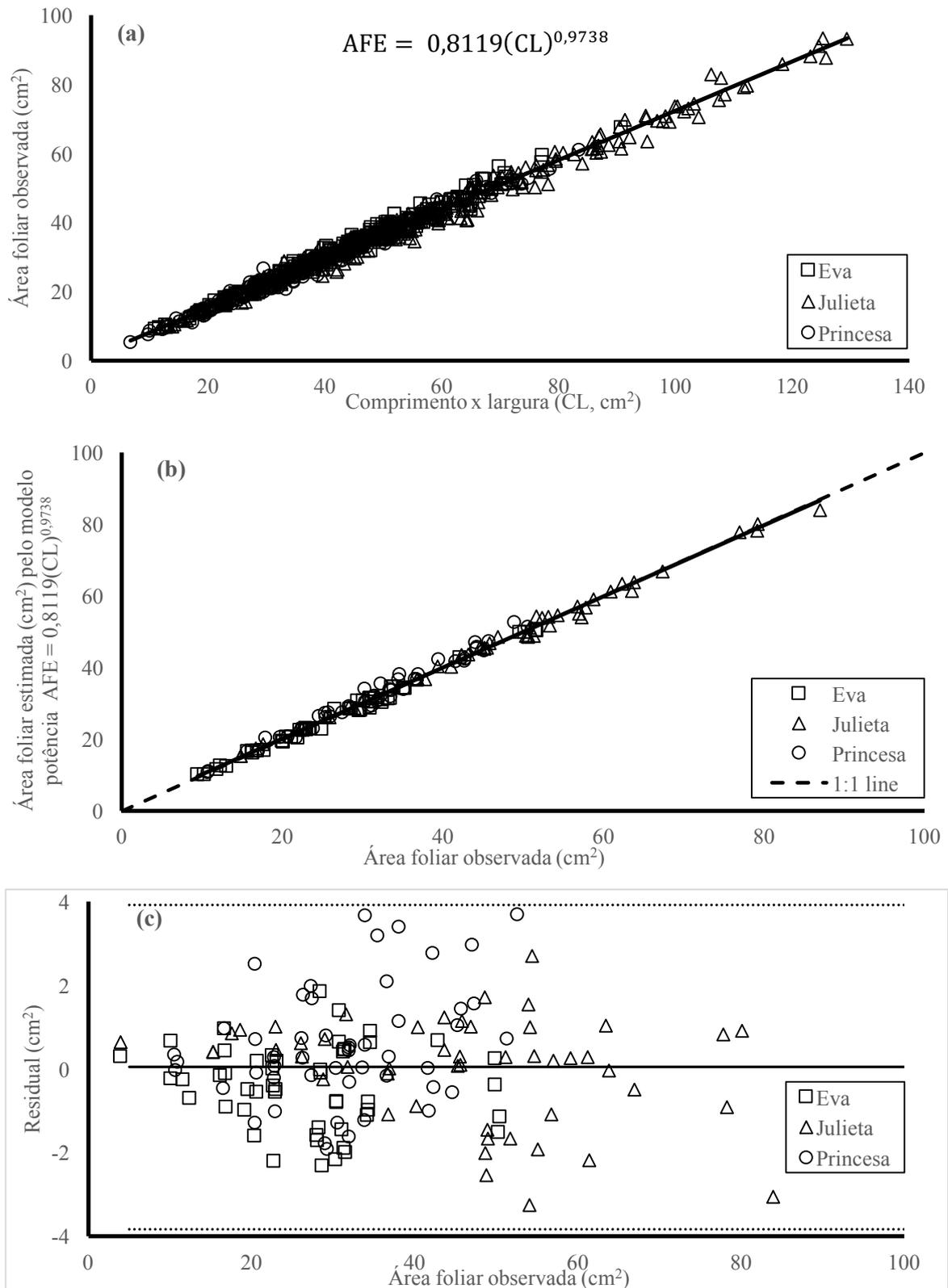


Figure 2. Representação da área foliar de macieira (*Malus domestica* Borkh) para as cultivares Eva, Julieta e Princesa no modelo potência com uso das medidas do comprimento x largura (CL) do limbo foliar: (a) equação estimada a partir de 750 folhas (250 de cada cultivar); (b) Linha 1: 1 da relação entre a área foliar estimada pela equação $AFE = 0,8119(CL)^{0,9738}$ e a observada com uso de 150 folhas (50 de cada cultivar); (c) análise de dispersão residual.

1.1.4 Conclusões

A área foliar de macieira das cultivares Eva, Julieta e Princesa pode ser estimada com precisão e de maneira não destrutiva pelo produto da multiplicação do comprimento com a largura (CL). O modelo potência representado pela equação $AFE = 0,8119(CL)^{0,9738}$ pode ser utilizado com sucesso para as três cultivares avaliadas de forma conjunto.

Referências

- AKOSSOU, A.Y.J.; SALIFOU, A.D.; TCHIWANOU, L.A.; SALIOU, S.A.A.; AZOUA, M.H. Area and dry mass estimation of cashew (*Anacardium occidentale*) leaves: effect of tree position within a plantation around Parakou, Benin. **Journal of Experimental Agriculture International**, v.15, n.1, p.1-12, 2017. DOI: 10.9734/JEAI/2017/29798
- ALMEIDA, C. O. **Ensaio: Da amostra ao teorema do limite central Um pouco dos fundamentos e uma aplicação prática**. Cruz das Almas, BA: Embrapa Mandioca e Fruticultura, 2019. 40p.
- ALVARES, C. A.; STAPE, J. L.; SENTELHAS, P. C.; GONÇALVES, J. L. M.; SPAROVEK, G. Koppen's climate classification map for Brazil. **Meteorologische Zeitschrift**, v. 22, n. 6, p. 711-728, 2014. DOI: 10.1127/0941-2948/2013/0507
- AMARAL, J.A.T.; AMARAL, J.F.T.; SCHMILDT, E.R.; COELHO, R.I. Métodos de análise quantitativa do crescimento de plantas. In: FERREIRA, A.; LIMA, A.B.P.; MATTA, F.P.; AMARAL, J.A.T.; LOPES, J.C.; PEZZOPANE, J.E.M.; FERREIRA, M.F.S.; POLANCZYK, R.A.; SOARES T.C.B. **Tópicos especiais em produção vegetal**. Centro de Ciências Agrárias, Alegre, 2009. p. 259-276.
- ANTUNES, W. C.; POMPELLI, M. F.; CARRETERO, D. M.; DAMATTA, F. M. Allometric models for non-destructive leaf area estimation in coffee (*Coffea arabica* and *Coffea canephora*). **Annals of Applied Biology**, v.153, n.1, p.33-40, 2008 DOI: 10.1111/j.1744-7348.2008.00235.x
- BOSCO, L.C.; BERGAMASCHI, H.; CARDOSO, L.S.; PAULA, V.A.; CASAMALI, B. Seleção de modelos de regressão para estimar a área foliar de macieiras 'Royal Gala' e 'Fuji Suprema' sob tela antigranizo e em céu aberto. **Revista Brasileira de Fruticultura**, v.34, n.2, p.504-514, 2012.
- BLANCO, F. F.; FOLEGATTI, M. V. Estimation of leaf area for greenhouse cucumber by linear measurements under salinity and grafting. **Scientia Agricola**, v.62, n. 4, p. 305-309, 2005. DOI: 10.1590/S0103-90162005000400001
- CARVALHO, J.O.; TOEBE, M.; TARTAGLIO, F.L.; BANDEIRA, C.T.; TAMBARA, A.L. Leaf area estimation from linear measurements in different ages of *Crotalaria juncea* plants. **Anais da Academia Brasileira de Ciências**, v.89, n.3, p.1851-1868, 2017 DOI: 10.1590/0001-3765201720170077
- CIRILLO, C.; PANNICO, A.; BASILE, B.; RIVERA, C.M.; GIACCONE, M.; COLLA, G.; PASCALE, S.; ROUPHAEL, Y. A simple and accurate allometric model to predict single leaf area of twenty-one european apricot cultivars. **European Journal of Horticultural Science**, v.82, n.2, p.65-71, 2017. DOI: 10.17660/eJHS.2017/82.2.1
- CRISTOFORI, V.; FALLOVO, C.; GYVES, E.M.; RIVERA, C.M.; BIGNAMI, C. A.; ROUPHAEL, Y. Non-destructive, analogue model for leaf area estimation in persimmon (*Diospyros kaki* L.f.) based on leaf length and width measurement. **European Journal of Horticultural Science**, v.73, n.5, p.216–221, 2008. http://www.pubhort.org/ejhs/2008/file_831616.pdf
- ESPINDULA, M.C.; PASSOS, A.M.A.; ARAÚJO, L.F.B.; MARCOLAN, A.L.; PARTELLI, F.L.; RAMALHO, A.R. Indirect estimation of leaf area in genotypes of

'Conilon' coffee (*Coffea canephora* Pierre ex A. Froehner). **Australian Journal of Crop Science**, v.12, n.6, p.990-994, 2018. DOI: 10.21475/ajcs.18.12.06.PNE1090

FANTE, C.A.; BOAS, A.C.V.; COSTA, A.C.; SILVA, E.P.; OLIVEIRA, M.C.; LIMA, L.C.O. 1-MCP nos aspectos fisiológicos e na qualidade pós-colheita de maçãs Eva durante o armazenamento refrigerado. **Ciência Rural**, v.43, n.12, p.2142-2147, 2013. DOI: 10.1590/S0103-84782013005000138

FASCELLA G.; DARWICH S.; ROUPHAEL Y. Validation of a leaf area prediction model proposed for rose. **Chilean Journal of Agricultural Research**, v. 73, n. 1, p. 73 - 76, 2013.

FASCELLA, G.; CRISTOFORI, V.; RIVERA, C.M.; ROUPHAEL, Y. A simple and accurate model for the nondestructive estimation of leaf areas in genotypes of *Plumeria rubra* L. **The Journal of Horticultural Science & Biotechnology**, v.90, n.3, p.267–272, 2015.DOI: 10.1080/14620316.2015.11513181

GILL, J.L. Outliers, and influence in multiple regression. **Journal of Animal Breeding and Genetics**, v.103, p.161–175, 1986. DOI: 10.1111/j.1439-0388.1986.tb00079.x

KUMAR, M.K.; KUMAR, R.S.; SANKAR, V.; SAKTHIVEL, T.; KARUNAKARAN, G.; TRIPATHI, P.C. Non-destructive estimation of leaf area of durian (*Durio zibethinus*) – An artificial neural network approach. **Scientia Horticulturae**, v.219, p.319–325, 2017.DOI: 10.1016/j.scienta.2017.03.028

LAVANHOLE, D. F.; OLIVEIRA, P. S.; VITÓRIA, E. L.; AOYAMA, E. M. Estimativa de área foliar por meio de relações alométricas em *Aechmea blanchetiana* (Baker) L. B. SM sob distintas condições de luminosidade. **Iheringia, Série Botânica**, v.73, n.3, p.363-373, 2018

LEVINE, D. M.; STEPHAN, D.F.; SZABAT, K.A. **Statistics for managers using Microsoft® Excel**: global edition. 8th ed. London: Pearson, 2017. 728p.

LITSCHMANN, T.; VÁVRA, R.; FALTA, V. Non-destructive leaf area assessment of chosen apple cultivars. **Vědecké Práce Ovocnářské**, v.23, p.205–212, 2013. <https://www.cabdirect.org/cabdirect/abstract/20143066710>

LOPES, P.R.C.; OLIVEIRA, I.V.M. **Possibilidades de cultivo de novas fruteiras no Nordeste: maçã, pera, caqui e cacau**. In: SEMANA INTERNACIONAL DA FRUTICULTURA E AGROINDÚSTRIA, 18; AGROFLORES, 13, 2011. Fortaleza. Produção rural com sustentabilidade. Fortaleza: Instituto Frutal, 2011.

LOPES, P.R.C.; OLIVEIRA, I.V.M.; SILVA R.R.S.; CAVALCANTE, I.H.L. Growing Princesa apples under semiarid conditions in northeastern Brazil. **Acta Scientiarum. Agronomy**, v.35, n.1, p.93-99, 2013.

MARQUARDT, D.W. Generalized inverse, ridge regression and biased linear estimation. **Technometrics**, v.12, p.591–612, 1970. DOI: 10.2307/1267205

MIRANDA, J.M.S.; CAVALCANTE, I.H.L.; OLIVEIRA, I.V.M.; LOPES, P.R.C.; ASSIS, J.S. Fruit quality of 'Eva' e 'Princesa' apples grown under nitrogen fertigation in semiarid climate. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v.19, n.10, p.967–972, 2015. DOI: 10.1590/1807-1929/agriambi.v19n10p967-972

MOGHADDAM, P.A. Quick estimation of apple (Red Delicious and Golden Delicious) leaf area and chlorophyll content. **Iran Agricultural Research**, v.33, n.1, p.53-62, 2014. DOI: 10.22099/IAR.2014.2381

NAUTIYAL, M.C.; SINGH, P.K.; SHUKLA, R.N.; PRAKASH, S.; KUMAR, A. Correcting leaf area measurement by conventional methods: a new approach for apple (*Malus domestica* Borkh). **Journal of Horticultural Science**, v.65, n.1, p.15-18, 1990. DOI: 10.1080/00221589.1990.11516022

OLFATI, J. A.; PEYVAST, G. H.; SHABANI, H.; NOSRATIE-RAD, Z. An estimation of individual leaf area in cabbage and broccoli using non-destructive methods. **Journal of Agricultural Science and Technology**, v. 12, Supplementary Issue, p. 627-632, 2010.

OLIVEIRA, C.P.M.; SIMÕES, W.L.; SILVA, J.A.B.; LOPES, P.R.C.; ARAÚJO, E.F.J.; CAVALCANTE, B.L.S. Flowering, fruiting and physiology of apple tree under different irrigation levels in the Brazilian semiarid region. **Comunicata Scientiae**, v.8, n.1, p.99-108, 2017a.

OLIVEIRA, P.S.; SILVA, W.; COSTA, A.A.M.; SCHMILDT, E.R.; VITÓRIA, E.L. Leaf area estimation in litchi by means of allometric relationships. **Revista Brasileira de Fruticultura**, v.39, n. Special, p.1-6, 2017b.

OLIVEIRA, V. S.; SANTOS, K. T. H.; MORAIS, A. L.; SANTOS, G. P.; SANTOS, J. S. H.; SCHMILDT, O.; CZEPAK, M. P.; GONTIJO, I.; ALEXANDRE, R.S.; SCHMILDT, E. R. Non-destructive Method for Estimating the Leaf Area of Pear cv. 'Triunfo'. **Journal of Agricultural Science**, v.11, n.7,p.14- 21, 2019a. DOI: 10.5539/jas.v11n6p77

OLIVEIRA, V. S.; HELL, L. R.; SANTOS, K. T. H.; PELEGRINI, H. R.; SANTOS, J. S. H.; OLIVEIRA, G. E.; NASCIMENTO, A. L.; SANTOS, G. P.; SCHMILDT, O.; CZEPAK, M. P.; ARANTES, S. D.; ALEXANDRE, R. S.; SCHMILDT, E. R. Estimation of Leaf Area of Jackfruit Through Non-destructive Method. **Journal of Agricultural Science**, v.11, n.6,p.77- 85, 2019b. DOI: 10.5539/jas.v11n6p77

OLIVEIRA, V. S.; CARVALHO, C. F. M.; FRANÇA, J. M.; PINTO, F. B.; SANTOS, K. T. H.; SANTOS, J. S. H.; SANTOS, G. P.; PINHEIRO, A. P. B.; SCHMILDT, O.; CZEPAK, M. P.; ARANTES, S. D.; ALEXANDRE, R. S.; AMARAL, J. A. T.; VITÓRIA, E. L.; SCHMILDT, E. R. Alometric Model for Estimation of Leaf Area of *Garcinia brasiliensis* Mart. Through Non-Destructive Method. **Journal of Agricultural Science**, v.11, n.10,p.154-161, 2019c.

POMPELLI, M.F.; SANTOS, J.N.B.; SANTOS, M.A. Estimating leaf area of *Jatropha nana* through non-destructive allometric models. **AIMS Environmental Science**. v.6, n.2, p.59–76, 2019

R CORE TEAM. **R: A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2019. <https://www.R-project.org/>

ROUPHAEL, Y.; COLLA, G.; FANASCA, S.; KARAM, F. Leaf area estimation of sunflower leaves from simple linear measurements. **Photosynthetica**, v. 45, n. 2, p. 306-308, 2007.

- SALA, F.; ARSENE, G.C.; IORDANESCU, O.; BOLDEA, M. Leaf area constant model in optimizing foliar area measurement in plants: A case study in apple tree. **Scientia Horticulturae**, v.193, p.218–224, 2015. DOI: 10.1016/j.scienta.2015.07.008
- SANTOS, J. C. C.; COSTA, R. N.; SILVA, D. M. R.; SOUZA, A. A.; MOURA, F. B. P.; SILVA JUNIOR, J. M.; SILVA, J. V. Use of allometric models to estimate leaf area in *Hymenaea courbaril* L. **Theoretical and Experimental Plant Physiology**, v.28, n.4, p.357-369, 2016
- SANTOS, R. O.; SOARES, R. N.; PIMENTEL, M.P.Q.; ABREU, J. C.; LIMA, R. B.; SILVA, B. M. S. Modeling the leaf area of *Ormosia paraenses* Ducke by statistical models and artificial neural networks. **Chilean Journal Of Agricultural Research**, v.78, p.511-520., 2018. DOI: 10.4067/S0718-58392018000400511
- SCHINDELIN, J.; RUEDEN, C.T.; HINER, M.C.; ELICEIRI, K.W. The ImageJ Ecosystem: An Open Platform for Biomedical Image Analysis. **Molecular Reproduction and Development**, v.82, n.7-8, p.518–529, 2015.
- SCHMILDT, E. R.; HUESO, J. J.; CUEVAS, J. Allometric models for determining leaf area of vine 'Sugraone'. **Ciência e Técnica Vitivinícola**, v. 29, n. 10, p. 61-81, 2014.
- SCHMILDT, E.R.; HUESO, J.J.; PINILLOS, V.; STELLFELDT, A.; CUEVAS, J. Allometric models for determining leaf area of 'Fino de Jete' cherimoya grown in greenhouse and in the open field. **Fruits**, v.72, n.1, p.24-30, 2017. DOI: 10.17660/th.2017/72.1.2
- SCHWAB, N.T.; STRECK, N.A.; REHBEIN, A.; RIBEIRO, B.S.M.R.; ULHMANN, L.O.; LANGNER, J.A.; BECKER, C.C. Dimensões lineares da folha e seu uso na determinação do perfil vertical foliar gladiolo. **Bragantia**, v.73, n.2, p.97-105, 2014.
- TOEBE, M.; SOUZA, R.R.; MELLO, A.C.; MELO, P.J.; SEGATTO, A.; CASTANHA, A.C. (2019) Leaf area estimation of squash 'Brasileirinha' by leaf dimensions. **Ciência Rural**, v.49, n.4, p. 1-11, 2019
- WILLMOTT, C. J. On the validation of models. **Physical Geography**, v. 2, p. 184-194, 1981.
- ZANETTI, S.; PEREIRA, L.F.M.; SARTORI, M.M.P.; SILVA, M.A. Leaf area estimation of cassava from linear dimensions. **Annals of the Brazilian Academy of Sciences**, v.89, n.3, p.1729-1736, 2017.
- ZHANG, L.; LIU X. S. Non-destructive leaf-area estimation for *Berberia purpurascens* across timberline ecotone, southeast Tibet. **Annales Botanici Fennici**, v. 47, n. 5, p. 346-352, 2010.

1.2 MODELOS DE REGRESSÃO PARA ESTIMATIVA DO CRESCIMENTO DE FRUTOS DE MACIEIRA POUCO EXIGENTES EM FRIO

Resumo

Objetivou-se a partir deste estudo gerar equações a partir de modelos matemáticos para estimar de forma não destrutiva a massa de frutos de macieira (*Malus domestica* Borkh) das cultivares Eva, Julieta e Princesa a partir das dimensões do diâmetro e do comprimento. Para tanto, um total de 390 frutos (130 de cada cultivar) foram utilizados. De todos os frutos, obteve-se o maior diâmetro (D) em mm, o maior comprimento (C) em mm e massa observada (MO) em g. Ajustou-se regressão de modelo linear de primeiro grau e potência e seu respectivo coeficiente de determinação (R^2) para todas as cultivares, onde MO foi usado como variável dependente em função de D e C como variáveis independentes. A partir dos modelos obtidos, validou-se as equações calculando os valores do erro absoluto do erro (EAM), a raiz quadrada média do erro (RQME) e o índice Willmott (d). Para escolha dos melhores modelos, utilizou-se o EAM e a RQME mais próximos de zero, índice d mais próximo de um e R^2 acima de 0,90. A massa dos frutos de macieira pode ser prevista pelo modelo potência através do maior diâmetro dos frutos pela equação $ME = 0,0064(D)^{2,3780}$ para cv. Eva, $ME =$

$0,0054(D)^{2,4015}$ para cv. Julieta e $ME = 0,0041 (D)^{2,4716}$ para cv. Princesa. Em caso de necessidade, a equação de modelo potência $ME = 0,0051(D)^{2,4150}$ pode ser usada para estimar de forma conjunta a massa das cultivares Julieta e Princesa a partir da maior largura.

Palavras-chave: *Malus domestica* Borkh, métodos não destrutivos, Eva, Julieta, Princesa.

Abstract

The objective of this study was to generate mathematical models of equations to estimate non-destructively the mass of apple fruits (*Malus domestica* Borkh) of the cultivars Eva, Julieta and Princesa from the dimensions of width and length. For that, a total of 390 fruits (130 of each cultivar) were used. Of all fruits, the largest diameter (D) in mm, the longest length (L) in mm and the observed mass (OM) in g were obtained. The regression linear first-degree and power and its respective determination coefficient (R^2) were adjusted for all cultivars, where OM was used as a dependent variable in function of W and L as independent variables. From the models obtained, the equations were validated by calculating the values of the mean absolute error (MAE), the root square mean square of the error (RMSE) and the Willmott index (d). To choose the best models, we used the MAE and RMSE closest to zero, d index closest to one and R^2 above 0.90. Thus, the mass of the apple fruits can be predicted, in a non-destructive way, by the power model through the greater diameter of the fruits by the equation $EM = 0.0064(D)^{2.3780}$ for cultivating Eva, $EM = 0.0054(D)^{2.4015}$ for cultivating Julieta and $EM = 0.0041(D)^{2.4716}$ for cultivating Princesa. If necessary, the power model equation $ME = 0.0051(D)^{2.4150}$ can be used to estimate together the mass of cultivars Julieta and Princesa from the largest diameter.

Keywords: *Malus domestica* Borkh, non-destructive methods, Eva, Julieta, Princesa.

1.2.1 Introdução

O conhecimento do padrão de crescimento dos frutos é de grande importância em estudos fisiológicos, pois eles exercem relação fonte-dreno com a planta, assim essa é uma característica fundamental no entendimento do uso eficiente dos recursos hídricos e na aplicação de fertilizantes, auxiliando no manejo dos tratamentos culturais e consequentemente refletindo na qualidade e produtividade da cultura (GROSSMAN; DE JONG, 1995; SPREER *et al.*, 2009).

O uso de modelos de regressão matemáticas para estimar a massa dos frutos é um método que relaciona características de difícil avaliação como a massa dos frutos com características de fácil aferição como a largura, comprimento e diâmetro, obtendo equações simples e precisas que estimem a massa dos frutos de forma não destrutiva (JORQUERA-FONTENA *et al.*, 2017). Estudos que busquem a modelagem dos frutos para estimar sua massa de diferentes espécies frutíferas vem sendo relatados na literatura como para bananeira cv. prata anã (ZUCOLOTO *et al.*, 2013), blueberry (JORQUERA-FONTENA *et al.*, 2017) e uva (MIRANDA *et al.*, 2017).

Em relação a macieira (*Malus domestica* Borkh), ela é uma cultura que possui dormência de suas gemas, sendo necessário o acúmulo de horas em baixa temperatura para essa dormência ser superada e a planta poder produzir (PETRI; LEITE, 2008). Porém, novas cultivares, menos exigentes a baixas temperaturas estão sendo desenvolvidas. Entre elas, podemos citar a cultivar Eva, que produz frutos doces, pouco ácidos, com casca vermelho-alaranjado e formato cônico, a cultivar Julieta, que possui frutos com sabor adocicado, levemente ácido, com frutos superando as 150 gramas e a cultivar Princesa, com polpa firme, com aspecto crocante, sabor levemente ácido, coloração vermelho-rajado e frutos com tamanho médio (LOPES *et al.*, 2013a). Entretanto, pouco se sabe sobre os padrões de crescimento dos frutos destas cultivares.

Para o mercado consumidor a combinação dos atributos físicos como o diâmetro, massa e cor aliado as características químicas como, teor de sólidos solúveis e acidez titulável definem a qualidade de frutos de macieira onde os melhores são destinados ao mercado *in natura* e aqueles de baixa qualidade utilizados para a industrialização (CHITARRA; CHITARRA, 2005, OLIVEIRA *et al.*, 2017).

Assim, o objetivou-se por este estudo obter equações a partir de modelos de regressão matemática que estime de forma simples e não destrutiva a massa de frutos

de macieira das cultivares Eva, Julieta e Princesa a partir das dimensões do diâmetro e do comprimento.

1.2.2 Material e Métodos

Um total de 390 frutos de macieira (*Malus domestica* Borkh) de diferentes estádios de desenvolvimento (Figura 1) das cultivares Eva, Julieta e Princesa (130 de cada cultivar), foram coletados em plantas de lavoura comercial do sítio Boa Vista situado no município de Montanha, Norte do Estado do Espírito Santo, Brasil, com as seguintes coordenadas geográficas: 18° 07' 48" de Latitude Sul e 40° 13' 08" de Longitude Leste. O clima da região segundo a classificado de Köppen é do tipo tropical Aw com inverno seco e predomínio de chuva no verão (ALVARES *et al.*, 2014).



Figura 1. Representação de frutos de diferentes estádios de desenvolvimento de macieira das cultivares Eva (A), Julieta (B) e Princesa (C), utilizados para a modelagem.

As plantas foram espaçadas em 4 m entre fileira e 1,5 m entre si, conforme recomendado por Lopes *et al.* (2013b). A adubação da cultura foi feita com o adubo orgânico Minho Fértil[®]. Os tratos fitossanitários e o controle de plantas daninhas foram realizadas conforme a necessidade. O sistema de irrigação empregado no pomar foi do tipo localizado, com microjet de vazão de 20 L/h e turno de rega de 1 h por dia.

A coleta dos frutos foi realizada em quatro épocas distintas, sendo elas: dezembro de 2017, setembro de 2018, janeiro de 2019 e março de 2019. Os frutos, para cada época de coleta, foram armazenados em caixa de papelão e transportados para laboratório. Determinou-se, de cada fruto, o maior diâmetro (D) em mm e o maior comprimento (C) em mm, ambas as medidas foram obtidas com paquímetro digital (Fowler[®]) (Figura 2). A massa observada (MO) dos frutos, em g, foi definida com auxílio de balança eletrônica de precisão (MARTE[®]). Os dados foram tabulados com o uso do programa Microsoft Office Excel[®] (LEVINE *et al.*, 2017). Posteriormente, os dados foram submetidos a análise pela estatística descritiva obtendo-se os valores mínimos, máximos, médios, amplitude e coeficiente de variação (CV) (em %).

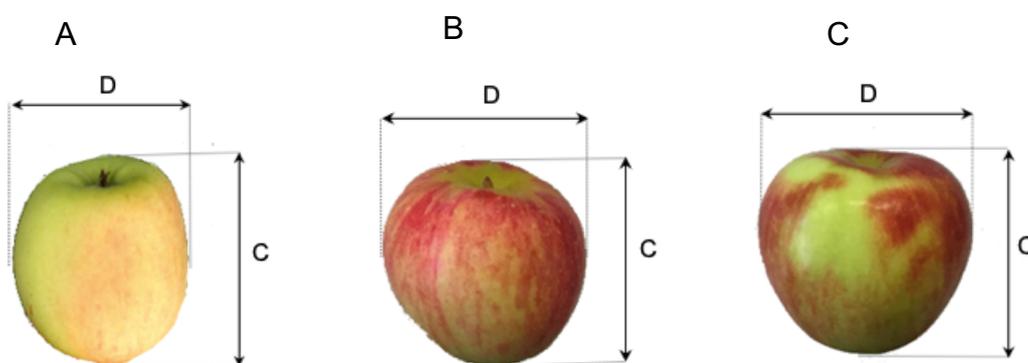


Figura 2. Representação da medida do maior diâmetro (D) e do maior comprimento (C) de frutos de macieira das cultivares Eva (A), Julieta (B) e Princesa (C).

Para a modelagem, primeiramente para cada cultivar de forma individual (Eva, Julieta e Princesa) baseado em uma amostra de 100 frutos por cultivar, ajustou-se duas equações de modelo linear de primeiro grau representado por $ME = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$ e duas equações de modelo potência representado por $ME = \hat{\beta}_0 x^{\hat{\beta}_1}$, onde MO foi utilizada com variável dependente (y) em função do D e do C como variáveis independentes (x), sendo obtidas quatro equações por cultivar e doze equações no total. Posteriormente, verificou-se a possibilidade do uso de uma única equação para cada modelo que estime a massa dos frutos das três cultivares de forma conjunta por

meio da análise de covariância (JORQUERA-FONTENA *et al.*, 2017), onde foi testado a similaridade dos parâmetros $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ pelo teste *t* de student a 5% de probabilidade. Para isso, os mesmos 100 frutos dos ajustes individual foram utilizados. Os parâmetros $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ foram estimados através do método dos mínimos quadrados com pré linearização do modelo potência por transformação logarítmica de base 10 (log) para as variáveis, dependentes e independentes: $\log(y) = \log(\beta_0) + \beta_1 \log(x)$. Para cada equação obteve-se o coeficiente de determinação (R^2) conforme Souza (1998).

Validou-se cada equação gerada na modelagem com uma amostra de frutos separados aleatoriamente para esta finalidade, onde os valores de D e C foram substituídos nas equações da modelagem obtendo assim a massa estimada (ME) por cada equação em g. Para a validação dos modelos propostos individualmente para cada cultivar e para os modelos propostos em conjunto com mais de uma cultivar, utilizou-se 30 frutos, de diferentes tamanhos, para cada cultivar analisada. Assim, determinou-se o erro absoluto médio (EAM) pela equação: $EAM = \frac{\sum_{i=1}^n |ME - MO|}{n}$; a raiz do quadrado média do erro (RQME) pelas equação: $RQME = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (ME - MO)^2}{n}}$ e o índice de Willmott (d) (WILLMOTT, 1981) pela equação: $d = 1 - \left[\frac{\sum_{i=1}^n (ME_i - MO_i)^2}{\sum_{i=1}^n (|ME_i - \overline{MO}| + |MO_i - \overline{MO}|)^2} \right]$ em que, ME são os valores estimados da massa dos frutos pelas equações propostas; MO são os valores observados da massa dos frutos; \overline{MO} é a média dos valores da massa observada dos frutos; n é o número de frutos usadas na validação, sendo n = 30 frutos para cada cultivar no presente estudo.

Como critério de seleção do melhor modelo que estime a massa dos frutos de macieira da cultivares Eva, Julieta e Princesa, adotou-se: valores de EAM e RQME mais próximos de zero (SCHWAB *et al.*, 2014), índice d com maior proximidade ao valor unitário (WILLMOTT, 1981) e valor do coeficiente de determinação (R^2) acima de 0,90 (ROJAS-LARA *et al.*, 2008). Todas as análises estatísticas e a elaboração dos gráficos foi realizadas pelo *software* R versão 3.6.1. (R CORE TEAM, 2019), com o auxílio do ambiente RStudio versão 1.2.1335.

1.2.3 Resultados e Discussão

Na tabela 1, é possível verificar que a massa dos frutos variou de 3,57 a 159,35 g para a cultivar Eva, 2,27 a 245,05 g para a cultivar Julieta e de 0,49 a 217,95 g para a cultivar Princesa. Percebe-se também, que as três cultivares atingiram massa superior a 100 g para os frutos com pleno desenvolvimento, sendo esse um bom indicador de qualidade de frutos de macieira (SANTOS *et al.*, 2007; CHAGAS *et al.*, 2012). Em relação ao padrão crescimento dos frutos, note, que a cultivar Eva apresentou maior comprimento em relação ao diâmetro, conferindo formato alongado aos frutos (Figura 2A), enquanto que para as cultivar Julieta e Princesa o formato observado foi o achatado (Figura 2B e Figura 2C), com comprimento inferior ao diâmetro.

Tabela 1. Valores mínimos, máximos, médios, amplitude e de coeficiente de variação (CV) das variáveis diâmetro (D), comprimento (C) e massa observada (MO) de 100 frutos de frutos de macieira das cultivares Eva, Julieta e Princesa usadas para a modelagem

Variável	Unidade	Mínimo	Máximo	Média	Amplitude	CV (%)
100 frutos de macieira cv. Eva usados para a modelagem						
D	mm	17,85	72,47	50,41	54,62	31,33
C	mm	8,32	82,69	53,59	74,37	32,07
MO	g	3,57	159,35	82,01	155,78	58,65
100 frutos de macieira cv. Julieta usados para a modelagem						
D	mm	15,04	81,01	55,98	65,97	30,77
C	mm	18,70	83,32	54,52	64,62	27,14
MO	g	2,27	245,05	97,34	242,78	52,49
100 frutos de macieira cv. Princesa usados para a modelagem						
D	mm	8,05	78,90	52,36	70,85	35,17
C	mm	11,72	72,32	51,33	60,60	31,30
MO	g	0,49	217,95	87,96	217,46	56,61

Houve alta variabilidade dos dados amostrais com valores do coeficiente de variação (CV) variando de 27,14 a 58,65%. Estes valores estão dentro do intervalo

definido por Pimentel-Gomes (2009) com altos ou muito altos. Porém, essa elevada variabilidade é desejável, já que representa a utilização de frutos de diferentes tamanhos, indicando que essa é uma amostra representativa da população, pois há frutos de estádios de desenvolvimento distintos (Figura 1). Assim, as equações propostas podem ser usadas durante todo o ciclo do crescimento dos frutos, já que a medida que os frutos aumentam seu tamanho, suas dimensões são alteradas, entretanto elas se mantêm equilibradas (CASTELAN-ESTRADA *et al.*, 2002). Essa constatação é importante, pois a macieira assim como em outras espécies frutíferas apresentam frutos de diversos estádios de desenvolvimento em uma mesma planta, assim não há necessidade de diversos ajustes para estimar a massa dos frutos de uma planta.

As doze equações ajustadas para estimar a massa em função do diâmetro ou do comprimento dos frutos das cultivares de macieira Eva, Julieta e Princesa individualmente, estão representadas na Tabela 2. Note, que as equações de modelo potência geradas com o diâmetro dos frutos (equações 7, 9 e 11) apresentaram elevada relação entre as variáveis dependente (x) e independente (y) com coeficiente de determinação (R^2) superando 0,90, o que segundo Rojas-Lara *et al.* (2008) é bom indicativo de precisão para modelos que estime a massa de frutos. Porém, a aplicação de critérios estatísticos apropriados para a validação devem ser utilizados de forma rigorosa para definir qual o melhor modelo se ajusta ao crescimento dos frutos (DAMATTA; RONCHI; MAESTRI, 2007). Entretanto, estas mesmas equações se mostraram mais adequadas pelos critérios de validação com valores de erro absoluto médio (EAM) e raiz quadrada média do erro (RQME) com maior proximidade a zero e índice d de Willmott (WILLMOTT, 1981) mais próximo ao unitário o que indica modelos de regressão mais adequados (SCHWAB *et al.*, 2014).

Tabela 2. Equações de modelo linear de primeiro grau e potência ajustadas utilizando a massa observada em função do diâmetro (D) e do comprimento (C), coeficiente de determinação (R^2), erro absoluto médio (EAM), raiz quadrada média do erro (RQME) e índice de Willmott (d) obtidas individualmente para a estimativa a massa dos frutos das cultivares de macieira Eva, Julieta e Princesa

Núm	Cult	Equação estimada	R^2	EAM	RQME	d
1	Eva	ME = $-69,10886 + 2,99793(D)$	0,9691	10,2666	13,9217	0,8793
2		ME = $-61,44316 + 2,67653(C)$	0,9148	10,4469	14,2058	0,8897
3	Julieta	ME = $-62,19728 + 2,85010(D)$	0,9229	10,7249	15,2060	0,8153
4		ME = $-81,0630 + 3,2720(C)$	0,8979	13,1548	17,2575	0,7743
5	Princesa	ME = $-47,47874 + 2,58683(D)$	0,9150	9,4892	12,3457	0,8703
6		ME = $-55,4571 + 2,7942(C)$	0,8128	22,8440	25,6793	0,4773
7	Eva	ME = $0,0064(D)^{2,3780}$	0,9764	6,3674	8,35425	0,9694
8		ME = $0,0163(C)^{2,1164}$	0,9083	9,5189	12,8194	0,9360
9	Julieta	ME = $0,0054(D)^{2,4015}$	0,9629	8,2141	11,8715	0,9260
10		ME = $0,0088(C)^{2,3053}$	0,9060	14,6279	18,6016	0,8145
11	Princesa	ME = $0,0041(D)^{2,4716}$	0,9756	8,2206	10,0553	0,9452
12		ME = $0,0283(C)^{2,0211}$	0,8036	26,6879	30,0146	0,4955

Núm = Número; Cult = Cultivar.

Após a análise de covariância pelo teste t de student, observou-se que dentre todos os modelos estudados, não foi possível o ajuste de apenas uma equação que estime a massa dos frutos das três cultivares (Eva, Julieta e Princesa) de forma conjunta (Tabela 3), esse fato, possivelmente pode ser explicado pelos diferentes formatos que os frutos das três cultivares possuem. Entretanto, pode-se verificar similaridade entre o modelo linear de primeiro grau baseado no diâmetro para as cultivares Eva e Julieta, linear de primeiro grau baseado no comprimento para as cultivares Eva e Princesa e potência baseado no diâmetro e no comprimento para as cultivares Julieta e Princesa, indicando que não houve diferença estatística para os parâmetros $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ ($p > 0,05$) das equações ajustadas. Assim, para estes modelos ajustou-se uma única equação que estime a massa dos frutos das duas cultivares de forma conjunta.

O ajuste de uma única equação que estime a massa de frutos de mais que uma cultivar em alguns casos é mais desejável já que permite ao pesquisador o seu

uso em experimentos que envolvam uma ampla gama de cultivares, facilitando na tomada dos dados. Porém, na prática isso nem sempre é possível já que diversos fatores bióticos e abióticos podem influenciar na relação das medidas dos frutos, entre eles estão, o genótipo, a idade da planta, local de plantio e condições edafoclimática (JORQUERA-FONTENA *et al.*, 2017). Assim, o desenvolvimento dos frutos pode diferir entre as cultivares de uma mesma espécie, tendo formato, massa e dimensões distintas, o que poderia acarretar em estimativas errôneas de seu crescimento caso uma única equação fosse utilizada para todas as cultivares.

Tabela 3. Apresentação do p valor na análise de covariância dos coeficientes linear ($\hat{\beta}_0$) e coeficiente angular ($\hat{\beta}_1$) das equações de modelo linear de primeiro grau e potência ajustadas com a massa observada observada em função da largura (L) e do comprimento (C) de frutos de macieira das cultivares Eva, Julieta e Princesa

Modelo	Cultivar	Covariante	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$
$ME = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 L$	Eva	Julieta	0,221	0,146
	Eva	Princesa	<0,05	<0,05
	Julieta	Princesa	<0,05	<0,05
$ME = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 C$	Eva	Julieta	<0,05	<0,05
	Eva	Princesa	0,487	0,453
	Julieta	Princesa	<0,05	<0,05
$ME = \hat{\beta}_0(L)^{\hat{\beta}_1}$	Eva	Julieta	<0,05	<0,05
	Eva	Princesa	<0,05	<0,05
	Julieta	Princesa	0,342	0,271
$ME = \hat{\beta}_0(C)^{\hat{\beta}_1}$	Eva	Julieta	<0,05	<0,05
	Eva	Princesa	<0,05	<0,05
	Julieta	Princesa	0,791	0,719

Valores maiores de 0,05 indicam que o coeficientes linear ($\hat{\beta}_0$) e o coeficiente angular ($\hat{\beta}_1$) não diferem entre as equações pelo teste t de Student.

As quatro equações envolvendo mais de uma cultivar, ajustadas com 200 frutos e os critérios de validação com amostra de 60 frutos estão representadas na Tabela 4. Para as cultivares Eva e Julieta foi possível ajustar uma equação de modelo de linear de primeiro grau (equação 13) gerado com o maior diâmetro. Para as cultivares Eva e Princesa, o modelo linear de primeiro grau (equação 14) gerado a partir do comprimento se adequou na estimativa da massa dos frutos de ambas as cultivares. Verificou-se também, que para as cultivares Julieta e Princesa, foi possível ajustar duas equações para predizer a massa dos frutos de forma conjunta, uma equação gerada com o diâmetro (equação 15) e outra com o comprimento (equação

16), ambas de modelo potência, porém a equação baseada em D se mostrou mais precisa com valores de EAM e RQME mais próximos a zero e valor de índice d de um.

As equações 13 e 14 e 16 apresentaram R^2 abaixo de 0,90 indicando que a variáveis dependente não se correlaciona de forma satisfatória com a massa dos frutos (ROJAS-LARA *et al.*, 2008). Assim estas equações não devem ser utilizadas pois poderia gerar estimativa errôneas do crescimento dos frutos, superestimando os valores, principalmente dos frutos de menores dimensões devido ao elevado desvio encontrado, neste caso o uso das equações individuais é mais recomendado.

Tabela 4. Equações ajustadas de modelo linear de primeiro grau e potência para a determinação da massa de frutos forma conjunta de macieira das variedades Eva e Julieta, Eva e Princesa e Julieta e Princesa, coeficiente de determinação (R^2), erro absoluto médio (EAM), raiz do quadrado média do erro (RMSE) e índice de Willmott (d)

Núm	Cult	Equação	R^2	EAM	RQME	d
13	E/J	$ME = -65,27526 + 2,91304(L)$	0,8992	13,0663	17,3466	0,7934
14	E/P	$ME = -56,99447 + 2,70635(C)$	0,8467	15,8443	19,5423	0,7454
15	J/P	$ME = 0,0051(L)^{2,4150}$	0,9687	8,2620	11,2824	0,9485
16	J/P	$ME = 0,0149(C)^{2,1772}$	0,8564	20,7263	25,4527	0,6798

Núm = Número; Cult = Cultivar; E = Eva; J = Julieta; P = Princesa.

Diante dos resultados, as equações de modelo potência representadas por $ME = 0,0064(D)^{2,3780}$ (Figura 3A), $ME = 0,0054(D)^{2,4015}$ (Figura 3C) e $ME = 0,0041(D)^{2,4716}$ (Figura 3E) usando o maior diâmetro dos frutos foram as que melhor previram individualmente a massa do frutos das cultivares Eva, Julieta e Princesa, respectivamente. Além disso, caso o objetivo do pesquisador seja estimar de forma conjunto a massa das cultivares Julieta e Princesa, a equação de modelo potência baseada no maior diâmetro representada por $ME = 0,0051(D)^{2,4150}$ (Figura 3G) pode ser usada com precisão.

Todas estas equações apresentaram homogeneidade da distribuição residual com 99,7% dos valores situados em ± 3 desvios padrões (Figura 3B, 3D, 3F e 3H) o que indica acurácia dos modelos obtidos, assim se a estimativa da massa dos frutos for repetida diversas vezes, 0,3% dos valores estimados, devido ao acaso, podem ser muito abaixo ou muito acima dos dados normais, não representando a média da populacional, já que esses valores atípicos são a menor parte da população (ALMEIDA, 2019). Caso os dados apresentados na dispersão não tivessem esta

característica, o erro padrão estimado dos coeficientes das equações seriam subestimados, levando a imprecisa estimação da massa dos frutos (CHATTERJEE e HADI, 2006).

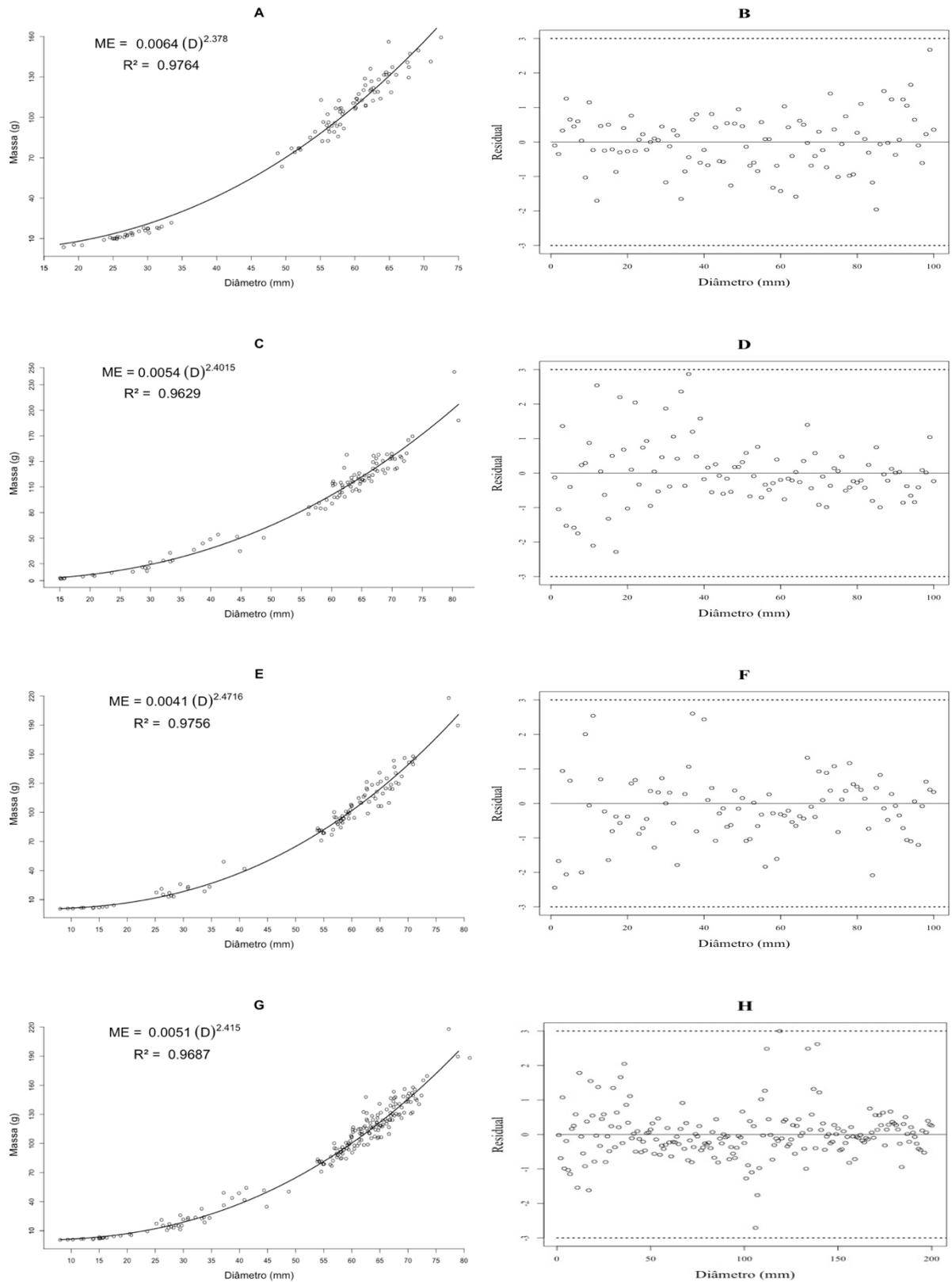


Figura 3. Equações de modelo potência ajustadas utilizando a massa observada (MO) em função do maior diâmetro, coeficiente de determinação (R^2) e dispersão residual da estimativa da massa de frutos das cultivares Eva (A e B), Julieta (C e D) e Princesa (E e F) individualmente e para as cultivares Julieta e Princesa (G e H) de forma conjunta.

Deve-se ressaltar, que estes modelos de equações selecionadas podem estimar com precisão a massa dos frutos das cultivares de macieira Eva, Julieta e Princesa sem a necessidade da remoção dos frutos da planta já que atenderam aos critérios estatísticos estabelecidos neste estudo. Desta forma, estas equações devem prever com exatidão os padrões de crescimento biológico dos frutos, possibilitando o seu uso no manejo dos tratos da cultura, podendo auxiliar principalmente na colheita (CUNHA; VOLPE, 2011), pois a cultura da macieira encontra grandes problemas relacionados a perdas pós-colheita induzida por alterações fisiológicas levando a senescência dos frutos (AMARANTE *et al.*, 2010). Assim, desde que não se extrapole os limites estabelecidos na regressão (LEVINE *et al.*, 2017) e as condições de cultivo sejam semelhantes à deste estudo, as equações propostas podem ser usadas em futura estimação da massa dos frutos de macieira das cultivares Eva, Julieta e Princesa durante todo o seu ciclo de desenvolvimento e em todas as épocas do ano.

1.2.4 Conclusões

A massa dos frutos de macieira pode ser prevista pelo modelo potência para a cultivar Eva representada pela equação $ME = 0,0064(D)^{2,3780}$, para a cultivar Julieta representada pela equação $ME = 0,0054(D)^{2,4015}$ e para a cultivar Princesa representada pela equação $ME = 0,0041(D)^{2,4716}$, de forma individual tendo como base o maior diâmetro dos frutos.

Caso seja necessário estimar de forma conjunta a massa das cultivares Julieta e Princesa, indica-se a equação de modelo potência representado por $ME = 0,0051(D)^{2,4150}$ obtido através do maior diâmetro dos frutos.

Referências

- ALMEIDA, C. O. **Ensaio: Da amostra ao teorema do limite central: Um pouco dos fundamentos e uma aplicação prática**. Cruz das Almas, BA: Embrapa Mandioca e Fruticultura, 2019. 40p.
- ALVARES, C. A.; STAPE, J. L.; SENTELHAS, P. C.; GONÇALVES, J. L. M.; SPAROVEK, G. Koppen's climate classification map for Brazil. **Meteorologische Zeitschrift**, v. 22, n. 6, p. 711-728, 2014. DOI: 10.1127/0941-2948/2013/0507
- AMARANTE, C. V. T.; STEFFENS, C. A.; BLUM, L. E. B. Coloração do fruto, distúrbios fisiológicos e doenças em maçãs 'Gala' e 'Fuji' pulverizadas com aminoetoxivinilglicina. **Revista Brasileira de Fruticultura**, v. 32, n. 1, p. 9-18, 2010.
- CASTELAN-ESTRADA, M., VIVIN, P.; GAUDILLERE, J.P. Allometric relationships to estimate seasonal above ground vegetative and reproductive biomass of *Vitis vinifera* L. **Annals of Botany**, v. 89, n. 4, p. 401–408, 2002. DOI: 10.1093/aob/mcf059
- CUNHA, A. R.; VOLPE, C. A. Curvas de crescimento do fruto de cafeeiro cv. Obatã IAC 1669-20 em diferentes alinhamentos de plantio. **Semina: Ciências Agrárias**, v. 32, n. 1, p. 49-62, 2011.
- CHAGAS, E. A.; CHAGAS, P. C.; PIO, R.; BETTIOL NETO, J. E.; SANCHES, J.; CARMO, S. A.; CIA, P.; PASQUAL, M.; CARVALHO, A. S. Produção e atributos de qualidade de cultivares de macieira nas condições subtropicais da região Leste paulista. **Ciência Rural**, v.42, n.10, 2012.
- CHATTERJEE, S., HADI, A.S. Regression Analysis by Example. 4.ed. Hoboken: Wiley & Sons. 2006. 375p.
- CHITARRA, M. I. F.; CHITARRA, A. B. **Pós-colheita de frutas e hortaliças: fisiologia e manuseio**. 2. ed. Lavras, MG: UFLA, 2005. 785 p.
- DAMATTA, F. M.; RONCHI, C. P.; MAESTRI, M.; BARROS, R.S. Ecophysiology of coffee growth and production. **Brazilian Journal of Plant Physiology**, v. 19, n. 4, p. 85-510, 2007.
- GROSSMAN, Y.L., DEJONG, T.M., 1995. Maximum fruit growth potential and seasonal patterns of resource dynamic during peach growth. **Annals of Botany**, v. 75, n. 6, p. 553–560, 1995. DOI: 10.1006/anbo.1995.1058
- JORQUERA-FONTENA, E.; GÉNARD, M.; RIBERA-FONSECA, A.; FRANCK, N. A simple allometric model for estimating blueberry fruit weight from diameter measurements. **Scientia Horticulturae**, v. 219, p. 131–134, 2017. DOI: 10.1016/j.scienta.2017.03.009
- LEVINE, D. M.; STEPHAN, D.F.; SZABAT, K.A. **Statistics for managers using Microsoft® Excel: global edition**. 8. ed. London: Pearson, 2017. 728p.
- LOPES, P. R. C.; OLIVEIRA, I. V. M.; SARMENTO, D. H. A. Avanços na produção de frutas de clima temperado no Estado do Ceará. In: Semana internacional da fruticultura e agroindústria, 20.; AGROFLORES, Fortaleza. **Anais...** Fortaleza: Instituto Frutal, 2013a. 1 CD-ROM.

LOPES, P.R.C.; OLIVEIRA, I.V.M.; SILVA R.R.S.; CAVALCANTE, I.H.L. Growing Princessa apples under semiarid conditions in northeastern Brazil. **Acta Scientiarum. Agronomy**, v.35, n.1, p.93-99, 2013b.

MIRANDA, C.; SANTESTEBAN, L. G.; ESCALONA, J. M.; DEHERRALDE, F.; ARANDA, X.; NADAL, M.; INTRIGLIOLO, D. S.; CASTEL, J. R.; ROYO, J. B.; MEDRANO, H. Allometric relationships for estimating vegetative and reproductive biomass in grapevine (*Vitis vinifera* L.). **Australian Journal of Grape and Wine Research**, v.23, n.3, p.441-451, 2017.

OLIVEIRA, C. P. M., SIMÕES, W. L., SILVA, J. A. B., LOPES, P. R. C., ASSIS, J. S. Quality of irrigated apples in the semiarid region of the northeast of Brazil. **Revista Caatinga**, Mossoró, v.30, n.3, 2017. DOI: 10.1590/1983-21252017v30n324rc

PIMENTEL-GOMES, F. **Curso de estatística experimental**. 15. Ed., Piracicaba: Fealq, 2009. 451p.

R CORE TEAM. **R: A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2019. <https://www.R-project.org/>

ROJAS-LARA, P. C., PÉREZ-GRAJALES, M.; COLINAS-LEÓN, M. T. B.; SAHAGÚN-CASTELLANOS, J.; AVITIA-GARCÍA, E. Modelos matemáticos para estimar el crecimiento del fruto de Chile manzano (*Capsicum pubescens* r y p). **Revista Chapingo Serie Horticultura**, v.14, n.3, p. 289-294, 2008.

SANTOS, J.P. Qualidade de frutos ensacado sem diferentes genótipos de macieira. **Ciência Rural**, v.37, n.6, p.1614-1620, 2007. DOI: 10.1590/S0103-84782007000600017.

SOUZA, G.S. **Introdução aos modelos de regressão linear e não linear**. Brasília: EMBRAPA-SPI/EMBRAPA-SEA, 1998. 505p.

SPREER, W.; ONGPRASERT, S.; HEGELE, M.; WÜNSCHE, J.N.; MULLER, J. Yield and fruit development in mango (*Mangifera indica* L. cv. Chok Anan) under different irrigation regimes. **Agricultural Water Management**, v. 96, p. 574–584, 2009.

WILLMOTT, C. J. On the validation of models. **Physical Geography**, v. 2, p. 184-194, 1981.

ZUCOLOTO, M.; LIMA, J. S. S.; COELHO, R. I.; XAVIER, A. C. Modelos de regressão para estimação da massa do cacho de bananeira cv. Prata Anã, **bioscience journal**, v. 29, n. 6, p. 1997-2000, 2013.