

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

**ANÁLISE PARAMÉTRICA DA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO DE LAJES LISAS
PROTENDIDAS COM CORDOALHAS NÃO ADERENTES E TRANSFERÊNCIA DE
MOMENTO NOS APOIOS**

ISADORA POTIGUARA GOTARDO

VITÓRIA

2020

ISADORA POTIGUARA GOTARDO

**ANÁLISE PARAMÉTRICA DA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO DE LAJES LISAS
PROTENDIDAS COM CORDOALHAS NÃO ADERENTES E TRANSFERÊNCIA DE
MOMENTO NOS APOIOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestra em Engenharia Civil, na área de Estruturas.

Orientador: Professor Doutor Lorenzo Augusto Ruschi e Luchi

VITÓRIA

2020

Ficha catalográfica disponibilizada pelo Sistema Integrado de Bibliotecas - SIBI/UFES e elaborada pelo autor

P863a Potiguara Gotardo, Isadora, 1994-
ANÁLISE PARAMÉTRICA DA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO DE LAJES LISAS PROTENDIDAS COM CORDOALHAS NÃO ADERENTES E TRANSFERÊNCIA DE MOMENTO NOS APOIOS / Isadora Potiguara Gotardo. - 2020.
186 f. : il.

Orientador: Lorenzo Augusto Ruschi e Luchi.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

1. Concreto Protendido. 2. Lajes de Concreto. I. Augusto Ruschi e Luchi, Lorenzo. II. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Tecnológico. III. Título.

CDU: 624

**ANÁLISE PARAMÉTRICA DA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO DE LAJES LISAS
PROTENDIDAS COM CORDOALHAS NÃO ADERENTES E TRANSFERÊNCIA DE
MOMENTO NOS APOIOS**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Civil do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestra em Engenharia Civil, área de Estruturas.

Aprovada em 13 de julho de 2020 por:

Prof. Dr. Lorenzo Augusto Ruschi e Luchi

Universidade Federal do Espírito Santo

Orientador

Prof. Dr. Macksuel Soares de Azevedo

Universidade Federal do Espírito Santo

Examinador interno

Prof. Dr. Leandro Mouta Trautwein

Universidade de Campinas

Examinador externo

Em memória de Manoel Batista Potiguara, amado avô.

À Crhis Regiane Potiguara, mãe e amor maior da minha vida. Por todo seu apoio emocional e por ser refúgio nos momentos difíceis, a quem dedico todas as minhas vitórias.

Ao meu pai, Wilson Gotardo, por sempre acreditar no meu potencial.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, o grande arquiteto do universo, que me permitiu concluir mais uma etapa da minha vida.

Ao professor Lorenzo Augusto Ruschi e Luchi, pela instrução nas disciplinas de concreto protendido e pontes, pela paciência de transmitir seus conhecimentos, pela orientação ao longo desses anos e confiança depositada em mim para realização dessa pesquisa.

A todo corpo docente do Programa de Pós- Graduação de Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito Santo, por me enriquecer de novos conhecimentos.

À minha família, amigos e a Nina Potiguara, por todo amor e apoio emocional nos momentos difíceis.

Aos colegas de mestrado, que dividiram comigo todas as dificuldades nesse caminho, me forneceram apoio e momentos felizes.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001

“Nothing in life is to be feared, it is only to be understood. Now is the time to understand more, so that we may fear less”

Marie Curie

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo comparar o dimensionamento de lajes lisas de concreto protendido com cordoalhas não aderentes, submetidas à punção, em apoios sujeitos à transferência de momento na ligação. As análises foram feitas por meio das normas NBR 6118:2014, EN 1992-1-1:2004 e ACI 318-19, com uma rotina de cálculos no Microsoft Excel. Foi também utilizado o software *Structural Analysis Programs (STRAP)*, com objetivo de obtenção dos esforços atuantes nas ligações, dadas as excentricidades dos modelos. Os procedimentos foram comparados entre si, e também foi feita uma análise a respeito dos parâmetros utilizados para dimensionamento, como: sobrecarga, seção dos pilares, tensão de compressão devido à protensão, taxa de armadura de flexão e resistência característica do concreto à compressão. Os modelos englobaram pilares com momento em uma ou duas direções e pilares de borda e de canto. Em geral, os procedimentos normativos NBR 6118:2014 e EN 1992-1-1 foram mais econômicos para o dimensionamento à punção do que a norma ACI 318-19.

Palavras-chave: Punção, Laje lisa, Transferência de momento, Ligação laje-pilar.

ABSTRACT

This research aims to compare the design of unbonded prestressed concrete flat slabs, subjected to punching shear in supports, with bending moment transfer in the connection. The analysis were performed using NBR 6118: 2014, EN 1992-1-1: 2004 and ACI 318-19, with a calculation routine done in Microsoft Excel. The Structural Analysis Programs (*STRAP*) software was also used, to obtain the connection stress, given the eccentricities of the models. The procedures were compared to each other, and an analysis was also made of the parameters used for design, such as: overload, column sections, prestressing concrete stress, flexural reinforcement rate and concrete compression stress. The models included columns with bending moment in one or two directions and edge and corner columns. In general, the normative procedures NBR 6118: 2014 and EN 1992-1-1 were more economical for punching shear design than the ACI 318-19 standard.

Keywords: Punching shear, Flat Slabs, Bending Moment Transfer, Slab-column connection

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

Ac - área da seção de concreto resistindo à transferência de cisalhamento

ACI – *American Concrete Institute*

Asw – Área da armadura de punção em um contorno completo paralelo a C'

Asw – Área de um perímetro de reforço de cisalhamento ao redor do pilar

Asw – Área de um perímetro de reforço de cisalhamento ao redor do pilar

bo - perímetro da seção crítica para cisalhamento bidirecional lajes

C – Contorno da área do pilar

C' – Contorno crítico, externo e distante 2d do contorno C, no plano da laje

C1 - Dimensão de pilar retangular na direção do vão para o qual os momentos estão sendo determinados

C1 - Dimensão do pilar na direção da excentricidade

C2 - Dimensão de pilar retangular na direção perpendicular do vão para o qual os momentos estão sendo determinados

cAB / cCD - Distância do eixo centroide da seção crítica ao perímetro da área crítica seção na direção da análise, ver figuras

CEB – *Comité Euro-International du Béton*

d - Altura útil da laje

EN - *Eurocódigo*

fcd - Resistência de cálculo do concreto a compressão

fck - Valor de projeto da resistência à compressão do concreto

f_{pc} - tensão de compressão no concreto, após tolerância para todas as perdas de protensão, no centroide da seção transversal resistindo a cargas aplicadas externamente.

F_{sd} – Força ou reação de punção de cálculo

f_{yt} - Resistência ao escoamento do reforço transversal

f_{ywd} - Resistência de cálculo da armadura de punção, não maior do que 300 MPa para conectores ou 250 MPa para estribos (de aço CA-50 ou CA-60).

$f_{ywd,ef}$ - Resistência de cálculo da armadura de punção, de acordo com $f_{ywd,ef} = 250 + 0,25 d \leq f_{ywd}$ [MPa]

J_c - propriedade da seção crítica assumida análoga à momento polar de inércia

K – Coeficiente dependente da razão entre as dimensões do pilar C1 e C2: seu valor é uma função das proporções do momento desequilibrado transmitido por cisalhamento desigual e por flexão e torção

M_{ed} – Valor do projeto do momento fletor interno aplicado

M_{sd}^* – Momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido u^* em relação ao centro do pilar – punção

M_{sd1} – Momento de cálculo transmitido pela laje ao pilar de borda, no plano perpendicular à borda livre

M_{sd2} – Momento de cálculo transmitido pela laje ao pilar de borda, no plano paralelo à borda livre

M_u – Valor do projeto do momento fletor interno aplicado

s_r – Espaçamento radial dos perímetros da armadura de cisalhamento

u – Perímetro do contorno C'

u^* – Perímetro crítico reduzido para pilares de borda ou de canto

u_0 – Perímetro do contorno do pilar (superfície C)

u_1 – Comprimento do perímetro de controle básico

u_1^* – Perímetro de controle básico reduzido

V_{ed} – Força ou reação de punção de cálculo

$V_{ed, ef}$ - Força ou reação de punção de cálculo efetiva

V_p - Componente vertical da força efetiva de protensão na seção considerada

V_{pd} – Tensão de cisalhamento devida ao efeito de cabos de protensão que atravessam o contorno considerado e passam a menos de $2d$ da face do pilar na punção

$V_{rd, máx}$ - Valor de projeto da resistência máxima ao cisalhamento ao longo do controle seção considerada.

$V_{rd, c}$ - Valor de projeto da resistência ao cisalhamento de uma laje sem cisalhamento reforço ao longo da seção de controle considerada.

V_u Força ou reação de punção de cálculo

W_p – Módulo de resistência plástica do perímetro crítico u

W_{p1} – corresponde a uma distribuição de cisalhamento e é uma função do o perímetro de controle básico u_1

W_{p1}^* -corresponde a uma distribuição de cisalhamento e é uma função do o perímetro de controle básico reduzido u_1^*

α - Ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;

γ_f - fator usado para determinar a fração de momento transferido pela flexão da laje para as ligações de pilar-laje

γ_v - fator usado para determinar a fração de momento transferida por excentricidade de cisalhamento para as ligações pilar-laje

λ - fator de modificação para refletir a redução das propriedades mecânicas do concreto leve em relação ao concreto de peso normal da mesma força de compressão

λ_s - fator usado para modificar a resistência ao cisalhamento com base nos efeitos da profundidade do membro, comumente referido como fator de efeito de tamanho

v_n - tensão equivalente no concreto correspondente à força nominal de resistência ao cisalhamento bidirecional da laje

v_u - tensão de cisalhamento bidirecional máxima solicitante calculada ao redor do perímetro de uma determinada seção crítica

ρ - Taxa de armadura passiva

σ_{cp} - Tensão de compressão no concreto por carga axial ou pré-tensão

τ_{pd} – Tensão de cisalhamento devida ao efeito de cabos de protensão que atravessam o contorno considerado e passam a menos de $d/2$ da face do pilar na punção

τ_{rd1} – Tensão de cisalhamento resistente de cálculo-limite, para que uma laje possa prescindir de armadura transversal para resistir à força cortante

τ_{rd2} – Tensão de cisalhamento resistente de cálculo-limite para verificação da compressão diagonal do concreto na ligação laje – pilar

τ_{rd3} – Tensão de cisalhamento resistente de cálculo

τ_{sd} – Tensão de cisalhamento solicitante de cálculo

$\tau_{sd,ef}$ – Tensão de cisalhamento solicitante de cálculo efetiva

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. 1 Representação de laje lisa e laje cogumelo	26
Figura 2. 1 Concentração de tensões na laje lisa e ruptura por punção	32
Figura 2. 2 Tipos e inclinações dos estribos	34
Figura 2. 3 Conectores tipo pino	35
Figura 2. 4 Exemplos de Shearheads	35
Figura 2. 5 Perspectiva das superfícies de ruptura dos pilares de acordo com seu posicionamento	36
Figura 2. 6 Transferência de esforço entre a laje e o pilar de extremidade na direção perpendicular à borda	38
Figura 2. 7 Representação esquemática de fissuração em laje submetida a carregamento concentrado e evolução da fissuração para diferentes níveis de carregamentos.	38
Figura 2. 8 Biela de compressão durante os carregamentos últimos	39
Figura 2. 9 Faixas de laje para distribuição dos esforços nos pórticos múltiplos	40
Figura 2. 10 Elemento finito para placas fletidas e ações de membrana e flexão em lajes protendidas	42
Figura 2. 11 Efeitos da protensão na laje.....	43
Figura 2. 12 Taxa de armadura equivalente	44
Figura 2. 13 Protótipo 1843 ensaiado por Talbolt (1913)	46
Figura 2. 14 Modelos físicos de Kinunnen e Nylander (1960)	47
Figura 2. 15 Modelo proposto por Kinnunen e Nylander (1960).....	48
Figura 2. 16 Modelo de laje ensaiada por Libório (1985).....	49
Figura 2. 17 Elementos de laje após ruína por Libório (1985).....	49
Figura 2. 18 Ruptura da laje L03 por Oliveira (2008).....	51
Figura 2. 19 Modelo discretizado por Diáz (2018)	53

Figura 2. 20 Cordoalhas utilizadas para o cálculo de esforço máximo de punção.....	55
Figura 2. 21 Cortante máximo dos modelos sem utilização de armadura de punção.....	56
Figura 2. 22 Resumo dos ensaios não destrutivos de carga real modelo 1 e 2.....	58
Figura 2. 23 Resumo dos ensaios não destrutivos de carga real modelo 3	59
Figura 2. 24 Cortantes máximos para os testes não destrutivos de carga reais	59
Figura 2. 25 Perímetros críticos para pilares internos, de borda e de canto	61
Figura 2. 26 Dimensões C1 e C2 para pilares internos	62
Figura 2. 27 Determinação das dimensões c1 e c2 para pilares internos com momentos nas duas direções.....	63
Figura 2. 28 Perímetro crítico reduzido para o contorno C' para pilares de borda	64
Figura 2. 29 Excentricidade do perímetro crítico reduzido para o contorno C' para pilares de borda.....	65
Figura 2. 30 Situações para verificação de pilares de canto	66
Figura 2. 31 Excentricidade do perímetro crítico reduzido para o contorno C' para pilares de canto	67
Figura 2. 32 Efeito favorável dos cabos inclinados.....	70
Figura 2. 33 Modelo de verificação à punção para Estado Limite Último.....	70
Figura 2. 34 Perímetro de contorno básico para pilares de borda e de canto	71
Figura 2. 35 Perímetro básico de controle reduzido $u1^*$	74
Figura 2. 36 Valores recomendados para β	75
Figura 2. 37 Perímetro de consideração de V_p	77
Figura 2. 38 Perímetro para consideração de V_p	78
Figura 2. 39 Dimensões de perímetro crítico para pilar interno e distribuição dos esforços ...	80
Figura 2. 40 Dimensões de perímetro crítico para pilar de borda e distribuição dos esforços.	81
Figura 2. 41 Dimensões para perímetro analisado em pilares de canto	82
Figura 3. 1 Laje modelo com balanço de dois metros	83

Figura 3. 2 Laje modelo sem balanço e pilares de 30x30.....	83
Figura 3. 3 Laje modelo sem balanço e pilares de 40x40.....	84
Figura 3. 4 Laje modelo sem balanço e pilares de 50x50.....	84
Figura 3. 5 Pilares considerados no estudo.....	85
Figura 3. 6 Esquema representativo dos modelos	86
Figura 3. 7 Seção da cordoalha engraxada com sete fios	88
Figura 3. 8 Distribuição de 2 cordoalhas por metro para laje com balanço e todas seções de pilares	89
Figura 3. 9 Distribuição de 3 cordoalhas por metro para laje com balanço e todas seções de pilares	89
Figura 3. 10 Distribuição de 2 cordoalhas por metro para laje sem balanço e pilar com seção 30x30	90
Figura 3. 11 Distribuição de 2 cordoalhas por metro para laje sem balanço e pilar com seção 40x40	90
Figura 3. 12 Distribuição de 2 cordoalhas por metro para laje sem balanço e pilar com seção 50x50	91
Figura 3. 13 Distribuição de 3 cordoalhas por metro para laje sem balanço e pilar com seção 30x30	91
Figura 3. 14 Distribuição de 3 cordoalhas por metro para laje sem balanço e pilar com seção 40x40	92
Figura 3. 15 Distribuição de 3 cordoalhas por metro para laje sem balanço e pilar com seção 50x50	92
Figura 3. 16 Número de cordoalhas presentes em cada perímetro crítico para os pilares internos com momento em 1 direção.....	93
Figura 3. 17 Número de cordoalhas presentes em cada perímetro crítico para os pilares internos com momento em 2 direções	94
Figura 3. 18 Número de cordoalhas presentes em cada perímetro crítico para os pilares de borda	95

Figura 3. 19 Número de cordoalhas presentes em cada perímetro crítico para os pilares de canto	96
Figura 3. 20 Elemento quadrilátero	97
Figura 3. 21 Exemplo de modelo computacional no <i>software</i> STRAP 2017. Laje com balanço de 2 metros	100
Figura 4. 1 Exemplo de saídas no software STRAP 2017.....	102
Figura 4. 2 Esquema dos esforços na ligação laje-pilar	103
Figura 5. 1 Comparação NBR x EN - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=0,6\%$ (1).....	117
Figura 5. 2 Comparação NBR x EN - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=1,5\%$ (1).....	118
Figura 5. 3 Comparação NBR x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=0,6\%$ (1).....	118
Figura 5. 4 Comparação NBR x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=1,5\%$ (1).....	120
Figura 5. 5 Comparação EN x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=0,6\%$ (1).....	121
Figura 5. 6 Comparação EN x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=1,5\%$ (1).....	122
Figura 5. 7 Comparação NBR x EN - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=0,6\%$ (2).....	124
Figura 5. 8 Comparação NBR x EN - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=1,5\%$ (2).....	125
Figura 5. 9 Comparação NBR x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=0,6\%$ (2).....	126
Figura 5. 10 Comparação NBR x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=1,5\%$ (2).....	127

Figura 5. 11 Comparação EN x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=0,6\%$ (2).....	128
Figura 5. 12 Comparação EN x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=1,5\%$ (2).....	129
Figura 5. 13 Comparação NBR x EN - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=0,6\%$ (3).....	130
Figura 5. 14 Comparação NBR x EN - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=1,5\%$ (3).....	131
Figura 5. 15 Comparação NBR x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=0,6\%$ (3).....	132
Figura 5. 16 Comparação NBR x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=1,5\%$ (3).....	133
Figura 5. 17 Comparação EN x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=0,6\%$ (3).....	134
Figura 5. 18 Comparação EN x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=1,5\%$ (3).....	135
Figura 5. 19 Comparação NBR x EN - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=0,6\%$ (4).....	136
Figura 5. 20 Comparação NBR x EN - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=1,5\%$ (4).....	137
Figura 5. 21 Comparação NBR x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=0,6\%$ (4).....	138
Figura 5. 22 Comparação NBR x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=1,5\%$ (4).....	139
Figura 5. 23 Comparação EN x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=0,6\%$ (4).....	140
Figura 5. 24 Comparação EN x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=1,5\%$ (4).....	141
Figura 5. 25 Comparação de taxas de armadura passiva pilares internos - 2 cabos por metro NBR 6118:2014.....	143

Figura 5. 26 Comparação de taxas de armadura passiva pilares internos - 3 cabos por metro NBR 6118:2014.....	144
Figura 5. 27 Comparação de taxas de armadura passiva pilares de extremidade - 2 cabos por metro NBR 6118:2014	145
Figura 5. 28 Comparação de taxas de armadura passiva pilares de extremidade - 3 cabos por metro NBR 6118:2014	146
Figura 5. 29 Comparação de taxas de armadura passiva pilares internos - 2 cabos por metro EN 1992-1-1 2004	147
Figura 5. 30 Comparação de taxas de armadura passiva pilares internos - 3 cabos por metro EN 1992-1-1 2004	148
Figura 5. 31 Comparação de taxas de armadura passiva pilares de extremidade - 2 cabos por metro EN 1992-1-1 2004.....	149
Figura 5. 32 Comparação de taxas de armadura passiva pilares de extremidade - 3 cabos por metro EN 1992-1-1 2004.....	150
Figura 5. 33 Comparação tensão de protensão para pilares internos – p=0,6% NBR 6118:2014	152
Figura 5. 34 Comparação tensão de protensão para pilares internos – p=1,5% NBR 6118:2014	153
Figura 5. 35 Comparação tensão de protensão para pilares de extremidade – p=0,6% NBR 6118:2014.....	154
Figura 5. 36 Comparação tensão de protensão para pilares de extremidade – p=1,5% NBR 6118:2014.....	155
Figura 5. 37 Comparação tensão de protensão para pilares internos – p=0,6% EN 1992-1-1 2004	156
Figura 5. 38 Comparação tensão de protensão para pilares internos – p=1,5% EN 1992-1-1 2004	157
Figura 5. 39 Comparação tensão de protensão para pilares de extremidade – p=0,6% EN 1992-1-1 2004.....	158
Figura 5. 40 Comparação tensão de protensão para pilares de extremidade – p=1,5% EN 1992-1-1 2004.....	158

Figura 5. 41 Comparação tensão de protensão para pilares internos – $p=0,6\%$ e $p=1,5\%$ ACI
318:19 160

LISTA DE TABELAS

Tabela 2. 1 Trabalhos sobre punção	53
Tabela 2. 2 Valores de carregamento de cálculo e nominal (provas de carga 1 e 2).....	60
Tabela 2. 3 Valores de carregamento de cálculo e nominal (prova de carga 3).....	60
Tabela 2. 4 Valores de K	67
Tabela 2. 5 Valores de k para carregamentos ou apoios retangulares	75
Tabela 3. 1 Variações nos modelos	85
Tabela 3. 2 Incrementos na sobrecarga	87
Tabela 3. 3 Resumo do número de cabos em cada perímetro crítico analisado	94
Tabela 3. 4 Estudo das malhas de elementos finitos	98
Tabela 3. 5 Especificações do concreto para cada classe analisada	99
Tabela 4. 1 Áreas de aço (cm ²) para NBR 6118:2014 – 2 cordoalhas/m – Resultados 1.....	103
Tabela 4. 2 Áreas de aço (cm ²) para NBR 6118:2014 – 3 cordoalhas/m - Resultados 1	104
Tabela 4. 3 Áreas de aço (cm ²) para EN 1992-1-1 2004 – 2 cordoalhas/m - Resultados 1....	104
Tabela 4. 4 Áreas de aço (cm ²) para EN 1992-1-1 2004 – 3 cordoalhas/m - Resultados 1....	105
Tabela 4. 5 Áreas de aço (cm ²) para ACI 318-19 – 2 cordoalhas/m - Resultados 1	105
Tabela 4. 6 Áreas de aço (cm ²) para ACI 318-19 – 3 cordoalhas/m - Resultados 1	106
Tabela 4. 7 Áreas de aço (cm ²) para NBR 6118:2014 – 2 cordoalhas/m – Resultados 2.....	106
Tabela 4. 8 Áreas de aço (cm ²) para NBR 6118:2014 – 3 cordoalhas/m – Resultados 2.....	107
Tabela 4. 9 Áreas de aço (cm ²) para EN 1992-1-1 2004 – 2 cordoalhas/m - Resultados 2....	107
Tabela 4. 10 Áreas de aço (cm ²) para EN 1992-1-1 2004 – 3 cordoalhas/m - Resultados 2..	108
Tabela 4. 11 Áreas de aço (cm ²) para ACI 318-19 – 2 cordoalhas/m - Resultados 2	108
Tabela 4. 12 Áreas de aço (cm ²) para ACI 318-19 – 3 cordoalhas/m - Resultados 2	109

Tabela 4. 13 Áreas de aço (cm ²) para NBR 6118:2014 – 2 cordoalhas/m – Resultados 3.....	109
Tabela 4. 14 Áreas de aço (cm ²) para NBR 6118:2014 – 3 cordoalhas/m – Resultados 3.....	110
Tabela 4. 15 Áreas de aço (cm ²) para EN 1992-1-1 2004 – 2 cordoalhas/m - Resultados 3..	110
Tabela 4. 16 Áreas de aço (cm ²) para EN 1992-1-1 2004 – 3 cordoalhas/m - Resultados 3..	111
Tabela 4. 17 Áreas de aço (cm ²) para ACI 318-19 – 2 cordoalhas/m - Resultados 3	111
Tabela 4. 18 Áreas de aço (cm ²) para ACI 318-19 – 3 cordoalhas/m - Resultados 3	112
Tabela 4. 19 Áreas de aço (cm ²) para NBR 6118:2014 – 2 cordoalhas/m – Resultados 4.....	112
Tabela 4. 20 Áreas de aço (cm ²) para NBR 6118:2014 – 3 cordoalhas/m – Resultados 4.....	113
Tabela 4. 21 Áreas de aço (cm ²) para EN 1992-1-1 2004 – 2 cordoalhas/m - Resultados 4..	113
Tabela 4. 22 Áreas de aço (cm ²) para EN 1992-1-1 2004 – 3 cordoalhas/m - Resultados 4..	114
Tabela 4. 23 Áreas de aço (cm ²) para ACI 318-19 – 2 cordoalhas/m - Resultados 4	114
Tabela 4. 24 Áreas de aço (cm ²) para ACI 318-19 – 3 cordoalhas/m - Resultados 4	115

SUMÁRIO

Sumário.....	22
1 INTRODUÇÃO.....	26
1.1 Considerações Iniciais	26
1.2 Justificativa.....	28
1.3 Objetivos.....	29
1.3.1 Objetivo Geral	29
1.3.2 Objetivos Específicos	29
1.4 Metodologia.....	29
1.5 Estrutura da Dissertação	30
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	32
2.1 Conceitos Fundamentais.....	32
2.2 Fatores que influenciam na resistência à punção.....	33
2.3 Armadura de punção	33
2.3.1 Tipos de armadura de punção.....	34
2.4 Análise da superfície de ruína.....	36
2.5 Mecanismos de ruptura à punção	37
2.6 Modelos de cálculo	39
2.6.1 Método dos pórticos equivalentes (MPE)	39
2.6.2 Teoria das linhas de ruptura	40
2.6.3 Método dos elementos finitos.....	41
2.7 Protensão.....	42
2.8 Considerações dos efeitos da protensão	44
2.8.1 Taxa de armadura passiva equivalente	44
2.8.2 Método da descompressão.....	44
2.8.3 Tensões principais no Estado Não Fissurado	45

2.9 Pesquisas realizadas referente ao assunto.....	45
2.9.1 LEITE, Jr. (2015)	55
2.10 Procedimentos Normativos.....	61
2.10.1 Norma Brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014).....	61
2.10.2 <i>Eurocode 2: Design of concrete structures</i> (EN 1992-1-1 2004)	70
2.9.3 <i>American Concrete Institute</i> (ACI 318-19).....	77
3 DESCRIÇÃO DAS ANÁLISES PARAMÉTRICAS	83
3.1 Introdução.....	83
3.1.1 Cargas solicitantes de cálculo.....	87
3.1.2 Armadura passiva	87
3.1.3 Armadura ativa	87
3.2 Obtenção de esforços - Software <i>STRAP</i> 2017	96
3.2.1 Introdução.....	96
3.2.2 Estudo de malhas	97
3.2.3 Modelos no software	99
3.3 Planilhas de dimensionamento	101
4 RESULTADOS	102
4.1 Pilares internos com momento em uma direção – Resultados 1	103
4.1.1 Dimensionamento a partir da NBR6118:2014	103
4.1.2 Dimensionamento a partir do EN 1992-1-1 2004	104
4.1.3 Dimensionamento a partir do ACI 318-19	105
4.2 Pilares internos com momento em duas direções – Resultados 2	106
4.2.1 Dimensionamento a partir da NBR6118:2014	106
4.2.2 Dimensionamento a partir do EN 1992-1-1 2004	107
4.2.3 Dimensionamento a partir do ACI 318-19	108
4.3 Pilares de borda – Resultados 3.....	109

4.3.1 Dimensionamento a partir da NBR6118:2014	109
4.3.2 Dimensionamento a partir do EN 1992-1-1 2004	110
4.3.3 Dimensionamento a partir do ACI 318-19	111
4.4 Pilares de canto – Resultados 4	112
4.4.1 Dimensionamento a partir da NBR6118:2014	112
4.4.2 Dimensionamento a partir do EN 1992-1-1 2004	113
4.4.3 Dimensionamento a partir do ACI 318-19	114
5 ANÁLISE DOS RESULTADOS	116
5.1 Comparação entre os procedimentos normativos.....	116
5.1.1 Pilares internos com momento em uma direção – 1	116
5.1.2 Pilares internos com momento em duas direções – 2.....	123
5.1.3 Pilares de borda – 3	129
5.1.4 Pilares de canto – 4.....	136
5.2 Comparação de taxas de armadura passiva de flexão.....	142
5.2.1 NBR 6118:2014.....	143
5.2.1 EN 1992-1-1 2004	147
5.3 Comparação de tensão de compressão devido à protensão	151
5.3.1 NBR 6118:2014.....	151
5.3.2 EN 1992-1-1 2004	155
5.3.3 ACI 318:19	159
6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	161
6.1 Considerações a respeito dos parâmetros	161
6.2 Considerações sobre as comparações entre os procedimentos normativos.....	162
6.2.1 Pilares internos com momento em 1 direção.....	162
6.1.2 Pilares internos com momento em 2 direções	163
6.1.3 Pilares de borda	164

6.1.4 Pilares de canto	165
6.3 Considerações a respeito do parâmetro de taxa de armadura de flexão	166
6.4 Considerações a respeito do parâmetro de tensão de compressão.....	167
6.5 Sugestões para trabalhos futuros	167
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	169
APÊNDICE	173

1 INTRODUÇÃO

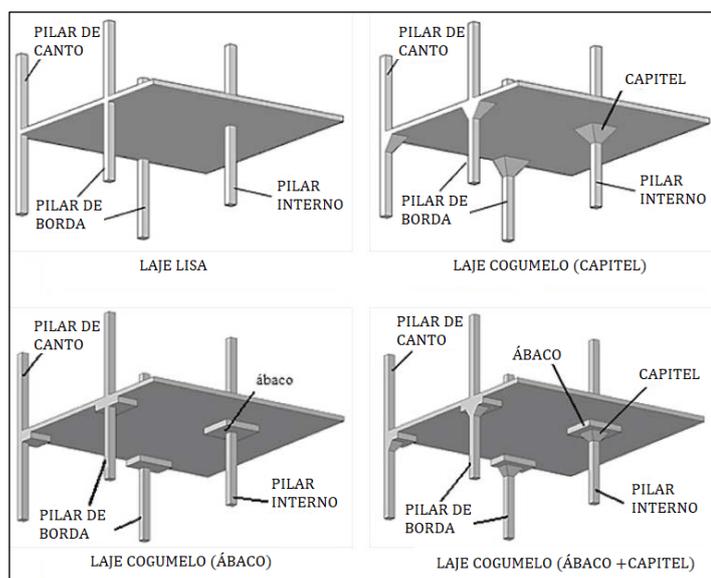
1.1 Considerações Iniciais

Os sistemas estruturais convencionais utilizados a princípio, eram simples, basicamente compostos de lajes maciças, apoiadas sobre vigas, com estas transmitindo os esforços aos pilares e posteriormente às fundações. A necessidade de edifícios cada vez mais altos e amplos e de grandes estruturas que fossem otimizadas, com elementos mais esbeltos, para melhor aproveitamento de espaço, porém, ainda seguros e viáveis economicamente, foi o que impulsionou os estudos a respeito de novos métodos que atendessem à demanda.

O avanço tecnológico possibilitou à engenharia o desenvolvimento de diversos sistemas estruturais alternativos para sustentação de edifícios, visando o aumento da produtividade e a qualidade das obras, aprimorando assim os métodos construtivos. Houve, com o progresso, a criação de diversos softwares computacionais, capazes de realizar análises estruturais com agilidade nas etapas iniciais do projeto. Dessa forma, ensaios destrutivos laboratoriais e prolongados, não são mais a única solução, há a possibilidade de simulações específicas para cada caso a ser estudado.

Um exemplo desses novos sistemas estruturais, introduzido a princípio por Turner (1905), nos Estados Unidos, é a utilização de lajes lisas, ou lajes sem vigas, definidas como elementos de laje apoiados diretamente nos pilares. Como pode-se ver na Figura 1.1, essa técnica ainda pode contar com a utilização de engrossamento na região de contato de pilar-laje.

Figura 1. 1 Representação de laje lisa e laje cogumelo



Fonte: Adaptado de Lima Neto et al. (2013).

Esse tipo de sistema apresenta diversas vantagens em relação aos convencionais. Pode-se citar: possibilidade de maior pé direito, grande flexibilidade no fechamento vertical dos cômodos; facilidade na execução do cimbramento, com menor uso de recortes nas formas; agilidade na concretagem; diminuição da dificuldade de lançamento e adensamento do concreto; precisão e simplicidade no acabamento; facilidade na execução das instalações elétricas e hidráulicas, visto que não há necessidade de realização de contorno ou furos em vigas, resultando em uma execução mais ágil e mais racional, portanto mais econômica.

Apesar das vantagens, alguns problemas devido à utilização de lajes lisas podem surgir, se fazendo necessário estudos prévios de comparação a outros sistemas estruturais. De acordo com Melges (2001), o primeiro problema diz respeito à estabilidade global, pois as bordas das lajes ficam livres pela ausência de vigas, causando assim a pequena rigidez da estrutura em relação às ações horizontais (ventos, efeitos de segunda ordem, etc.). Esse problema pode ser solucionado com o enrijecimento da estrutura ou fixação da mesma no poço do elevador ou escadas, por exemplo.

A segunda complicação, de acordo com o autor, são os grandes deslocamentos transversais, que podem ser vencidos através da utilização de vigas nas bordas livres da laje, ou com a utilização de protensão, ou seja, armadura ativa, que diminui esses deslocamentos no meio do vão.

O terceiro grande problema, foco desta pesquisa, é o efeito de punção. Devido aos esforços de flexão e cisalhamento na região de ligação entre laje-pilar, ocorrem tensões que podem provocar a ruptura da estrutura. Esta ocorre com um carregamento aplicado inferior ao equivalente de resistência a flexão, e é caracterizada como frágil, ou seja, há uma propagação rápida das trincas, podendo dar-se sem que a estrutura apresente sinais de problemas, de forma abrupta. Soluções devem ser tomadas para que se garanta que, caso a ruína aconteça, não seja por punção, e sim por flexão.

Segundo Oliveira (2008), existem algumas soluções para a prevenção da ocorrência de punção, a citar: o uso de capitéis (aumento no volume do pilar na região inferior de contato desse com a laje) ou pastilhas (aumento da espessura da laje na região do pilar), que combatem o efeito da tensão de cisalhamento que ocorre. Porém, essas soluções acabam por reduzir uma das vantagens da utilização desse sistema estrutural, que seria a obtenção de uma laje plana. Nesse caso, o autor afirma que o uso de armadura específica de punção é uma boa solução para esse caso, além do emprego de protensão, que reduz a força de cisalhamento, visto que a protensão gera componentes verticais que amenizam esse efeito.

A NBR 6118:2014 define a ruptura por punção como “...um tipo de ruína que pode ocorrer quando forças concentradas (ou atuando em pequenas áreas) são aplicadas diretamente nas lajes, causando sua perfuração”. Esse tipo de ruptura é particularmente mais complexo em pilares de borda e de canto, onde pode ocorrer com carregamentos abaixo da capacidade de flexão calculada, devido a esforços de cisalhamento e de excentricidades.

A resistência à punção da estrutura depende de vários fatores, podendo citar: o comprimento dos lados do pilar, o perímetro de contato entre esses e a laje, a altura da laje, excentricidades de carregamentos, resistência à compressão do concreto (valor de f_{ck}), taxa de armadura de flexão, armadura de cisalhamento, armadura de protensão, além da existência ou não de furos adjacentes.

Para que se façam as corretas avaliações a respeito dos esforços resistentes é necessário avaliar todos os critérios citados, além das excentricidades e a relação entre o momento fletor e o esforço cortante que é transmitido ao pilar.

Esse tipo de ruína em estruturas é o objeto de estudo desta pesquisa, que compara três procedimentos normativos, um nacional e dois, internacionais, para o dimensionamento de lajes de concreto protendido com cordoalhas não aderentes.

1.2 Justificativa

É essencial que se pense na solução dos possíveis problemas que podem ocorrer nas estruturas dependendo de cada peculiaridade, por isso se faz necessário uma normatização dos cálculos. A padronização dos serviços na engenharia através de normas técnicas é uma necessidade, que busca além da segurança, a qualidade do produto oferecido aos clientes. Com avanços realizados através de novas pesquisas, também se fazem necessários ajustes nas mesmas para que não fiquem defasadas.

A situação estudada nesta pesquisa é a divergência das formulações abordadas pelas normas ABNT NBR 6118:2014, EN 1992-1-1:2004 e ACI 318-19 quanto ao dimensionamento à punção em lajes lisas de concreto protendido para ligações de apoios com transferência de momento. Também foram analisados os parâmetros envolvidos nesse cálculo. Dessa forma, as observações feitas nesse trabalho poderão ser utilizadas a fim de otimizar a base de cálculos já existente.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo principal realizar um estudo paramétrico a respeito do dimensionamento de lajes lisas de concreto protendido submetidas à punção, para ligações entre laje-pilar sujeitas à transferência de momento. O dimensionamento é comparado por meio das normas NBR 6118:2014, EN 1992-1-1:2004 e ACI 318-19.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Realizar dimensionamentos teóricos variando a sobrecarga do edifício, a tensão de compressão, a resistência do concreto, a taxa de armadura longitudinal e a seção dos pilares, mantendo constante a espessura da laje;
- Analisar a influência dos parâmetros levados em consideração no cálculo de dimensionamento à punção de cada norma;
- Comparar os resultados obtidos segundo os três procedimentos normativos em questão.

1.4 Metodologia

Foram realizados diversos dimensionamentos teóricos em uma análise paramétrica, para uma ligação entre uma laje lisa e pilares com transferência de momento, sendo esses pilares internos com momento em uma direção, duas direções, pilares de borda e de canto. As lajes possuem espessura fixa de 18 cm de altura, porém variam-se: a sobrecarga do edifício, a tensão de compressão decorrente da protensão, a resistência característica do concreto à compressão, a taxa de armadura longitudinal e a seção dos pilares, totalizando assim 324 modelos por pilar, e 1296 no total, para que se faça a comparação entre as três normas em questão.

Os modelos foram discretizados através do software de análise de elementos finitos *STRAP 2017*, como objetivo de se obter os esforços solicitantes na ligação laje-pilar de borda.

Para isso, as seguintes etapas foram seguidas:

- Realização de pesquisa bibliográfica referente ao dimensionamento à punção em lajes lisas de concreto armado e protendido, para que entender o nível de desenvolvimento técnico-científico na área;
- Apresentação dos procedimentos normativos NBR 6118:2014, EN 1992-1-1:2004 e ACI 318-19 quanto as suas diretrizes nas formulações para o cálculo de dimensionamento à punção;

- Realização dos modelos computacionais das lajes lisas propostas através do *software STRAP 2017* para obtenção de esforços, onde as lajes são compostas por elementos de placa e os pilares por elementos de barra, com comportamento elástico-linear;
- Comparação dos dimensionamentos para cada situação de variáveis propostas e as diferentes normas;
- Análise dos resultados teóricos
- Apresentação dos resultados e conclusões.

1.5 Estrutura da Dissertação

Este trabalho será dividido em sete capítulos

Capítulo 1: Introdução

Apresentação do tema abordado, contextualizando a problemática envolvida, a justificativa, os objetivos gerais e específicos e a metodologia da pesquisa.

Capítulo 2: Revisão Bibliográfica

Exposição de conceitos básicos necessários ao entendimento de punção em lajes lisas e lajes protendidas, exposição de um breve histórico de algumas pesquisas internacionais e nacionais que foram importantes para o atual nível de conhecimento a respeito do assunto e detalhamento dos escopos das normas a respeito das formulações nelas contidas.

Capítulo 3: Descrição das Análises Paramétricas

Apresentação dos modelos e procedimentos utilizados, além da especificação dos parâmetros envolvidos, como a espessura da laje, variação da sobrecarga, da seção transversal dos pilares, da taxa de armadura, da resistência do concreto e da tensão de compressão. Realização dos dimensionamentos a partir do *software STRAP 2017* e das formulações discutidas no capítulo anterior.

Capítulo 4: Resultados

Apresentação dos resultados obtidos nos dimensionamentos realizados no capítulo anterior quanto a resistência da estrutura à punção, por meio de gráficos e tabelas.

Capítulo 5: Análise dos resultados

Comparação dos resultados obtidos para cada modelo ensaiado pelo *software* e para cada norma em questão.

Capítulo 6: Conclusão e Sugestões

Apresentação das conclusões a respeito dos objetivos a serem alcançados e sugestões para trabalhos futuros

Capítulo 7: Referências Bibliográficas

Exposição da bibliografia que foi consultada para realização dessa pesquisa

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo são apresentados os conceitos fundamentais para entendimento do assunto, assim como um breve histórico de algumas pesquisas realizadas na área. Também são descritos os procedimentos normativos que foram utilizados para análise numérica deste trabalho.

2.1 Conceitos Fundamentais

Lajes lisas ou planas são definidas por serem apoiadas diretamente nos pilares, sem a utilização de vigas ou de qualquer aumento na espessura da ligação. São muito utilizadas pois possuem diversas vantagens em relação aos sistemas estruturais convencionais com vigas, principalmente por questões arquitetônicas. O problema desse sistema estrutural, abordado nesta pesquisa, é a ruptura por punção.

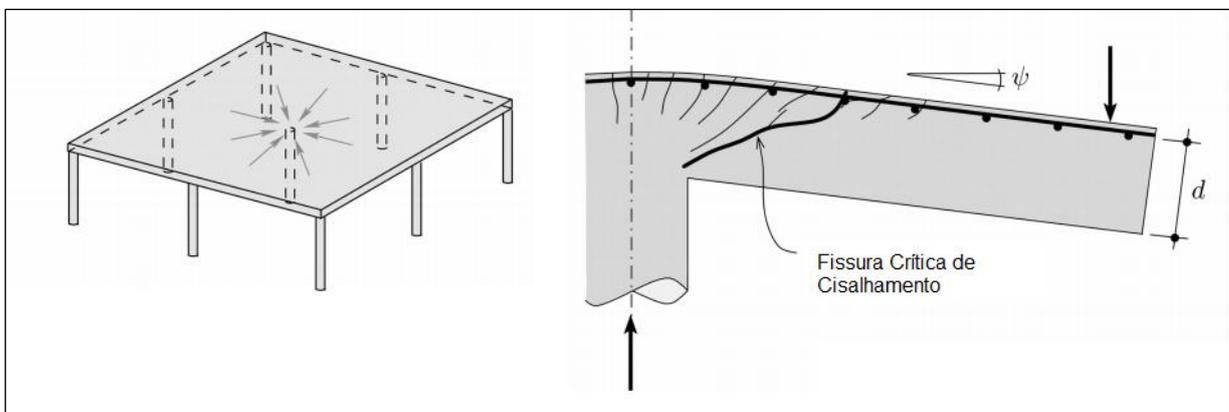
O fenômeno da punção pode ser definido como

[...] um modo de ruptura que ocorre por cisalhamento em elementos delgados submetidos a carga ou reação concentrada aplicada transversalmente, que provoca elevadas tensões de cisalhamento em torno de regiões relativamente pequenas, podendo resultar em ruptura frágil.

ALBUQUERQUE, 2015.

No caso de lajes lisas, a punção ocorre em conexões entre a laje e o pilar, onde a superfície de contato do pilar é relativamente pequena em relação à laje e ocorre a tendência de furo, por causa da elevada concentração de tensões, como é mostrado na Figura 2.1.

Figura 2. 1 Concentração de tensões na laje lisa e ruptura por punção



Fonte: Adaptado de Muttoni e Ruiz, 2008.

Esse tipo de ruptura é caracterizado por ser frágil, ou seja, as trincas se propagam rapidamente e ocorre apenas uma pequena deformação plástica, portanto a estrutura não demonstra sinais de advertências antes da ocorrência da falha. Além disso a estrutura pode vir à ruína por colapso progressivo, de modo que, ao perder a resistência estrutural em um ponto de tensão (um dos apoios, por exemplo), há uma redistribuição de esforços aos apoios vizinhos, que então ficam sobrecarregados e também rompem.

2.2 Fatores que influenciam na resistência à punção

Os parâmetros que são levados em consideração para a obtenção da resistência à punção variam de acordo com os critérios de cálculo, que podem ser baseados em ensaios experimentais de diversas pesquisas realizadas na área. Isso ocorre devido à complexidade do estado triaxial de tensões no qual o concreto está submetido. Portanto, os procedimentos normativos, de modo geral, dependem dos seguintes fatores:

- Espessura da laje;
- Geometria e localização dos pilares (internos, de borda ou de canto);
- Resistência do concreto (f_{ck});
- Aberturas na laje próximas ao pilar;
- Taxa de armadura de flexão e altura efetiva da mesma;
- Tensão de compressão atuante devido à utilização de armadura de protensão;
- Relação momento fletor/esforço cortante na ligação pilar-laje;
- Presença ou não de armadura de cisalhamento para combate do puncionamento.

Para combater esse tipo de ruína, pode-se fazer o uso de capiteis, que são engrossamentos na seção transversal do pilar, aumentar a resistência à compressão do concreto ou ainda utilizar armaduras específicas para combater a punção.

2.3 Armadura de punção

A utilização de armadura de punção, além de aumentar a capacidade resistente da estrutura, leva a uma maior ductilidade da ligação, podendo assim modificar o tipo de ruptura, para que não seja abrupta. Esse tipo de solução tem sido adotado com maior frequência para que os benefícios da utilização da laje lisa sejam mantidos. Estudos de Takeya (1981) já mostravam que a capacidade resistente da ligação laje-pilar pode aumentar em até 64% quando adicionados estribos, e que a ruptura não se dava mais apenas por punção pura, mas punção com flexão,

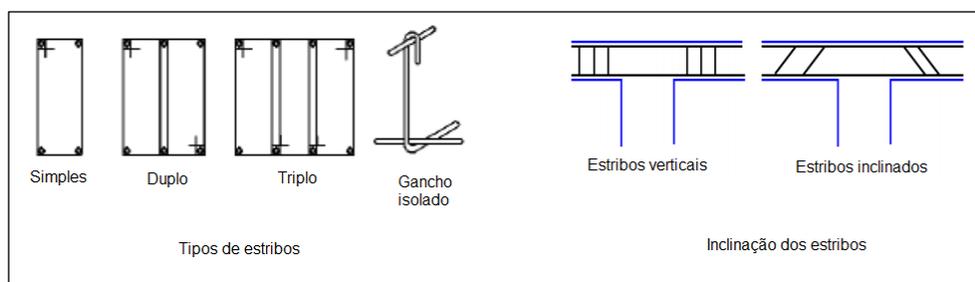
comprovando assim que o colapso pode ser prevenido. Existem diversos tipos de armadura utilizados para esse fim, e estas serão vistas a seguir.

2.3.1 Tipos de armadura de punção

a) Estribos

Os estribos, mais utilizados no Brasil, aumentam a resistência da laje ao cisalhamento, postergando a fissuração do concreto na região da ligação. Eles podem ter várias formas, sendo abertos ou fechados retangulares, associados entre si, retos ou inclinados ou ainda abertos em formato de ganchos, como se vê na Figura 2.2.

Figura 2. 2 Tipos e inclinações dos estribos



Fonte: Adaptado de Melges, 2001.

Deve-se dar atenção especial a ancoragem dos estribos, principalmente em lajes menos espessas, pois quando esta não é bem-feita, pode haver escorregamento, causando grandes fissurações, tornando seu uso ineficaz e prejudicando a segurança da ligação. Os estribos possuem a grande vantagem de não interferirem na armadura longitudinal, de flexão, e dos pilares, sendo de fácil e rápida execução na obra.

b) Conectores tipo pino (Studs)

Esse é o tipo de armadura mais indicado pelas normas, pois são os que menos interferem nas outras armaduras existentes, como as de flexão, as cordoalhas protendidas e dos pilares, como se vê na Figura 2.3. Segundo Figueiredo Filho (1989) este tipo de armadura apresenta algumas vantagens, podendo citar: serem de fácil instalação, mesmo em lajes esbeltas; não interferem na execução nem posicionamento das demais armaduras; possibilitam uma ancoragem satisfatória em ambas extremidades do pino, fazendo assim com que toda capacidade da armadura seja utilizada antes da ruptura e aumentam a resistência e ductilidade da ligação laje-pilar.

Figura 2. 3 Conectores tipo pino



Fonte: a) Adaptado de Melges, 2001. b) Adaptado de Leite, 2015.

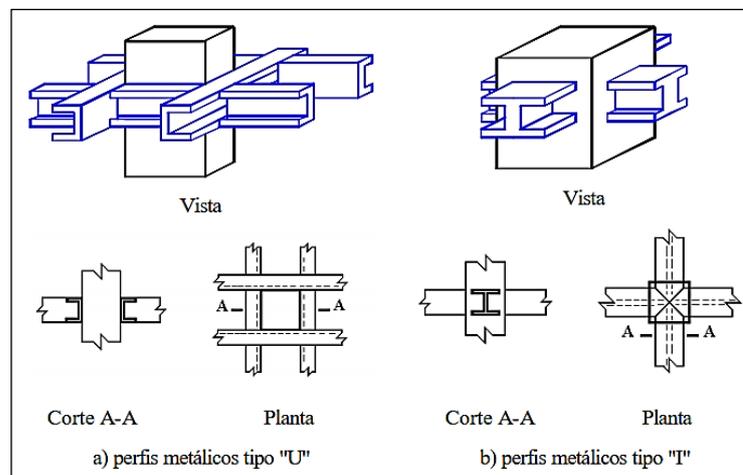
Esse tipo de conector precisa possuir extremidade alargada e devem ser ancorados garantindo que a armadura negativa esteja abaixo da chapa de ancoragem e além do centro de gravidade das armaduras comprimidas.

c) *Shearheads*

São compostos de perfis metálicos embutidos na laje, na região de ligação com o pilar. Muito utilizados nos Estados Unidos, porém não práticos, pois tem o custo elevado e exigem soldagem. A NBR 6118:2014 não contempla esse tipo de solução.

De acordo com Libório (1985) alguns estudos apontam que há um acréscimo na resistência da ligação laje-pilar interno na ordem de 40 a 70 % devido ao uso de *shearheads*. Os perfis tipo U costumam ser posicionados ao redor do pilar, enquanto os tipos I atravessam a seção transversal do mesmo, como mostra a Figura 2.4.

Figura 2. 4 Exemplos de Shearheads



Fonte: Melges, 2001.

2.4 Análise da superfície de ruína

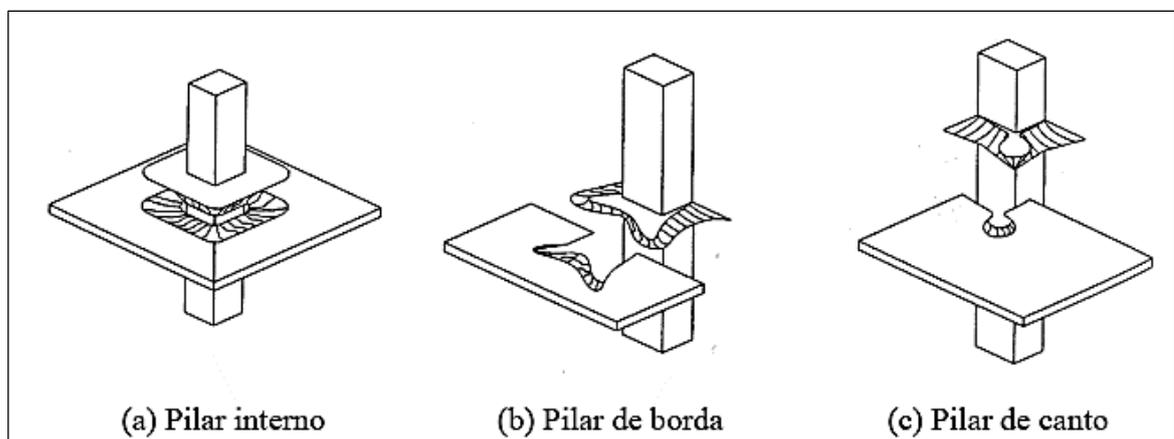
Como em regiões de ligações de pilares internos ou externos com lajes sem vigas existe uma concentração de tensões, principalmente cisalhantes, há uma grande probabilidade da ruptura se dar por punção com uma carga muito menor do que a resistência à flexão do sistema. Ocorre, portanto, o esmagamento do concreto no entorno do pilar, que é a região de ligação, antes do aço alcançar sua deformação de escoamento, devido às cargas concentradas e aos momentos desbalanceados.

Para o caso de pilares com localização excêntrica na laje, é intrínseco a situação de transferência de esforços cortante e momentos desbalanceados à ligação deste com a laje, por causa da posição em que se encontram. Com as cargas advindas do próprio peso e demais esforços solicitantes externos, como, por exemplo, o vento, que é uma carga horizontal, ocorre um aumento considerável de momentos desbalanceados, que provocam distribuições não uniformes nas tensões, na região de ligação e reduz a resistência da estrutura à punção.

De acordo com Albuquerque (2014) esses esforços são transferidos pela combinação de flexão, torção e cisalhamento nas faces da seção crítica. Quando a resistência última é alcançada, a laje rompe na diagonal solicitada à tração, na direção do pilar onde a tensão do cisalhamento vertical é maior, que normalmente é o lado que atua o maior momento negativo, ou ainda por punção com esmagamento de biela.

Devido à combinação de esforços na ligação, a superfície de ruína dos pilares de extremidade se altera junto às bordas livres da laje, porém, de acordo com Melges (2001) ainda possuem a mesma forma dos casos com simetria, junto ao canto interno dos pilares de canto e a face interna dos pilares de borda, como se vê na Figura 2.5.

Figura 2. 5 Perspectiva das superfícies de ruptura dos pilares de acordo com seu posicionamento



2.5 Mecanismos de ruptura à punção

O mecanismo de ruptura por punção em pilar com excentricidade é explicado por Villa Verde (2008) por meio da Figura 2.6, onde se vê M_u , momento fletor último resistente e V_u , força cortante última resistente, ambos transferidos da ligação com o pilar para o centroide do perímetro crítico da laje.

Na figura, V_1 é a força cortante transmitida para a face frontal do perímetro crítico e V_2 para ambas faces laterais. A soma do momento fletor M_1 com os momentos torçores M_{t2} gera o momento total que atua de maneira perpendicular à borda da laje ($M=M_1+2M_{t2}$). O momento que age na face frontal (M_1) pode ser dividido em duas partes, a primeira proveniente da resistência da laje à flexão, a outra advinda da excentricidade da força V_1 em relação ao centroide do perímetro crítico e os M_{t2} agem na lateral da laje.

De acordo com o autor, devido ao fato de a distribuição de tensões de cisalhamento nas faces da região crítica serem indefinidas, apenas M_1 pode ser determinado com certa precisão, portanto, assume-se que a parcela de V_u transmitida a cada face é proporcional à divisão do comprimento de cada face do perímetro crítico, pelo comprimento do perímetro total. Um exemplo para essa situação seria V_1 na figura, que é igual a $V_u (b_2/u)$, sendo que u representa o perímetro crítico.

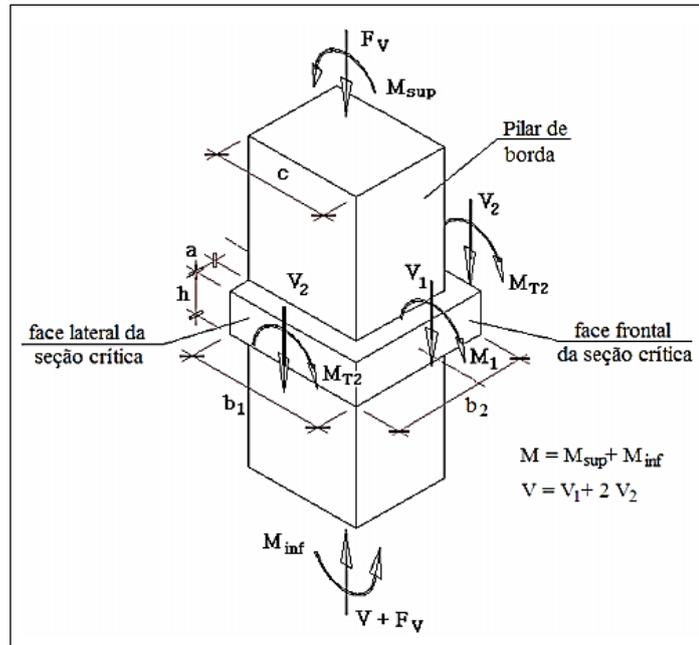
Villa Verde (2008) ainda cita que os procedimentos normativos fazem o cálculo das tensões atuantes de cisalhamento nessa região crítica com a força e momento resultantes no centroide do perímetro e comparam as maiores tensões atuantes e resistentes, distribuídas na região.

A partir do conhecimento a respeito dos esforços atuantes, Díaz (2018) afirma que se pode dividir o processo de ruptura em quatro fases distintas, que representam bem o comportamento da estrutura, percebidos principalmente em ensaios de carga real realizados por outros autores. A primeira fase é elástica-linear, onde ocorre a deformação elástica da laje sem fissuras. A segunda é a fase da resistência à flexão, onde há o aparecimento de fissuras radiais, localizadas apenas na face superior da laje.

Conforme as cargas aumentam, há também o aparecimento de fissuras tangenciais ou circunferenciais, que contornam a região do pilar. Já a terceira fase é chamada de resistência ao cisalhamento. Nela ocorrem mais fissuras tangenciais, que vão crescendo ao longo da altura da laje como fissuras inclinadas, na região de ligação com o pilar, com carregamentos entre 50% e 70% da carga última. O cone de punção é formado quando essas fissuras chegam a um certo limite, então se cria uma superfície de ruptura, com ângulo de aproximadamente 30°. A ruptura

ocorre de maneira frágil. Na última fase, pós-ruptura, a laje é repartida em duas partes limitadas pelas fissuras de cisalhamento, e apenas a armadura longitudinal que se encarrega da união das mesmas.

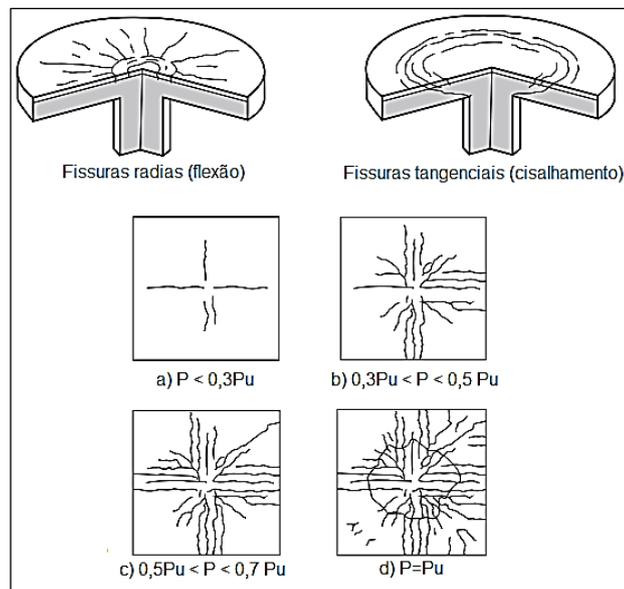
Figura 2. 6 Transferência de esforço entre a laje e o pilar de extremidade na direção perpendicular à borda



Fonte: Villa Verde, 2008.

Pode-se ver um esquema das fases descritas na Figura 2.7 a seguir, que demonstra a fissuração a partir de parcelas de carregamento até a carga última de resistência (P_u).

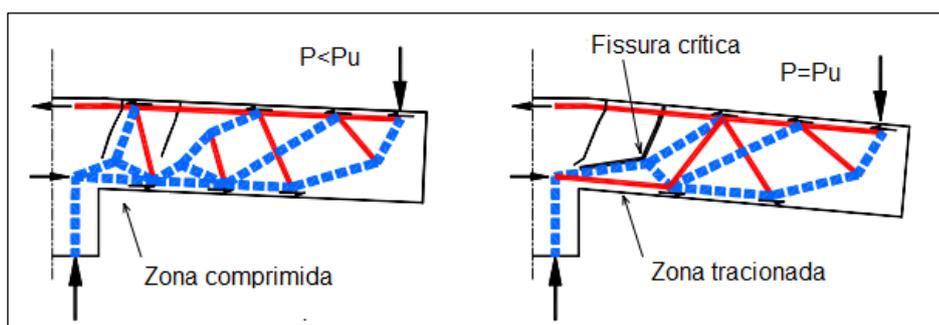
Figura 2. 7 Representação esquemática de fissuração em laje submetida a carregamento concentrado e evolução da fissuração para diferentes níveis de carregamentos.



Fonte: Adaptado de Díaz, 2018 e Afonso, 2010.

Pesquisas de Guandalini (2006) mostraram que quando aplicado um carregamento entre 80% e 90% da carga última de resistência da ligação, a deformação de compressão começa a diminuir, e, em alguns casos, até apresentar deformações por tração. Muttoni (2008) explica esse fenômeno como consequência da redistribuição dos esforços na laje, que ocorre para manter o equilíbrio da estrutura. Por conta deste fenômeno, há uma modificação da biela comprimida no momento da ruptura, como se vê na Figura 2.8

Figura 2. 8 Biela de compressão durante os carregamentos últimos



Fonte: Adaptado de Guandalini (2006).

2.6 Modelos de cálculo

Existem diversas maneiras para se realizar o cálculo de lajes lisas, e esses procedimentos devem garantir segurança e estabilidade da estrutura, atendendo os estados limites último e de serviço. Nem todos os métodos de cálculo atendem a todos os critérios exigidos, portanto é necessário que se faça uma avaliação para eventuais análises adicionais. Serão apresentados três métodos mais usuais.

2.6.1 Método dos pórticos equivalentes (MPE)

De acordo com Colonese (2008), na década de 1930 ocorreu a primeira proposta de cálculo de lajes através do método do pórtico equivalente, porém somente em 1948 foi que surgiu um método detalhado para essa análise, que foi incorporado pelo ACI com o nome de “Projeto por Análise Elástica”. Atualmente esse método é o primeiro indicado em procedimentos normativos para lajes de concreto armado, como por exemplo além do ACI 318 (2019) o EC 2 (2004) e a NBR 6118 (2014).

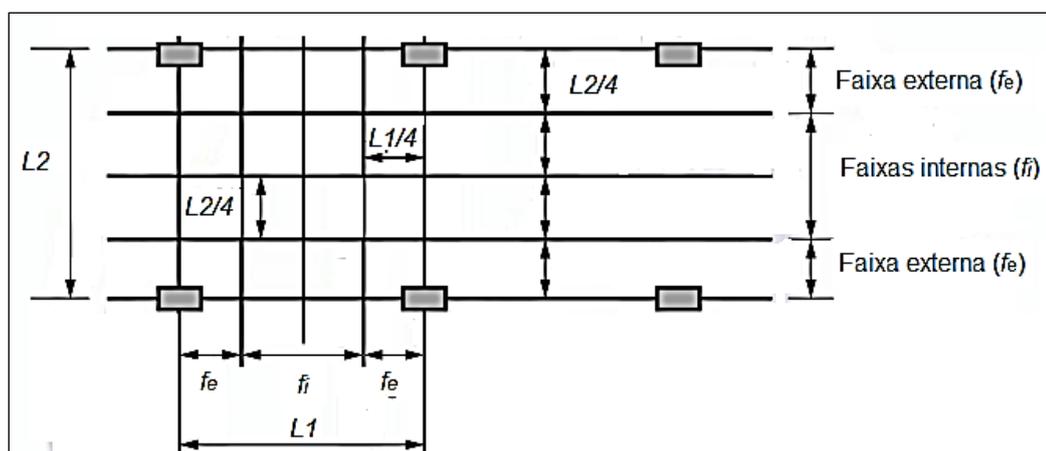
O procedimento consiste em uma suposição de que a estrutura está dividida, em ambas as direções, em uma série de pórticos múltiplos, formando um grupo de pilares e faixas horizontais, onde a inércia é igual à da região da laje limitada pela metade da distância entre duas linhas de pilares. Esse método não é indicado para o caso de lajes lisas com formatos

irregulares, diferentes de retangulares, pois a forma não seria precisa. Nesses casos recomenda-se a utilização de outros métodos.

Para o cálculo de esforços resultantes de cargas verticais por esse método os pórticos são considerados isoladamente para cada pavimento, com pilares superiores e inferiores engastados nas extremidades e o carregamento total atuando em cada uma das direções. No caso de lajes lisas, o mecanismo funciona da mesma maneira que laje armada em apenas uma direção. Obtém-se o momento fletor médio por meio de recomendações, que dependem do procedimento adotado, como, por exemplo, na norma brasileira adota-se 45% dos momentos positivos para as faixas internas, 27,5% dos momentos positivos para as faixas externas, 25% dos momentos negativos para as faixas internas e 37,5 % dos momentos negativos para faixas externas (NBR 6118 – 2014). Pode-se ver o esquema apresentado no procedimento normativo na Figura 2.9.

Há de se acrescentar que nessa modelagem não ocorre a simples divisão da laje em pórticos, como no método do pórtico simples, pois as rigidezes dos pilares são diminuídas para considerar a continuidade da laje em duas direções. Ocorre então, momentos menores nos apoios e maiores nos vãos, resultando em um dimensionamento mais econômico, vantajosos em lajes protendidas, pois os momentos são melhor distribuídos (LOUREIRO, 2006).

Figura 2. 9 Faixas de laje para distribuição dos esforços nos pórticos múltiplos



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014).

2.6.2 Teoria das linhas de ruptura

O método de análise de lajes lisas por meio da teórica das linhas de ruptura, ou charneira plástica, também é indicado nos mesmos procedimentos normativos que o anteriormente explanado. Albuquerque (2014) explica que o cálculo toma por base a carga de ruptura de uma

laje subarmada, que começa a fissurar tendo o aço escoando nos pontos de maior momento. Conforme o aumento de cargas, as fissuras aumentam até que todas as armaduras tracionadas alcancem o estado limite de ruptura e, assim, a laje se divide em segmentos, definidos por frações planas e rígidas, unidas nas linhas de ruptura pelo aço, que é o local de deformação.

O problema nessa teoria é o fato de que apenas lajes subarmadas são analisadas, e também as rupturas por cisalhamento ou falta de aderência não são consideradas.

2.6.3 Método dos elementos finitos

De acordo com Martha (2016), a análise de estruturas por elementos finitos pode ser definida como a representação discreta do comportamento contínuo, analítico e matemático de um modelo estrutural, em termos de um número finito de parâmetros. A discretização citada consiste em desmembrar uma estrutura, com um alto grau de complexidade a ser analisado, em elementos menores, geralmente triangulares ou retangulares, cujos comportamentos possam ser especificados como já conhecidos. Com a transformação de um modelo complexo em uma estrutura simples, é possível que se calcule com facilidade os deslocamentos e tensões associados aos carregamentos impostos, objetivo da maioria das análises.

Atualmente, os projetistas vêm se utilizando da técnica de elementos finitos cada vez mais, visto que além de apresentar um alto nível de precisão nos resultados, é uma alternativa à ensaios laboratoriais, pois estes têm um custo elevado e há dificuldade em execução de modelos.

A investigação de laje lisa realizada através desse princípio é recomendada por grande quantidade das normas internacionais, além da NBR 6118 (2014), principalmente em estruturas complexas e que fogem do padrão, com geometrias não convencionais, pois são de difícil estudo em outros métodos, sendo este a melhor abordagem para descrever o mais próximo da realidade possível a estrutura e seu comportamento. Nesse sistema considera-se a não linearidade dos materiais e assim possibilita-se o estudo da propagação de fissuras no concreto e escoamento no aço.

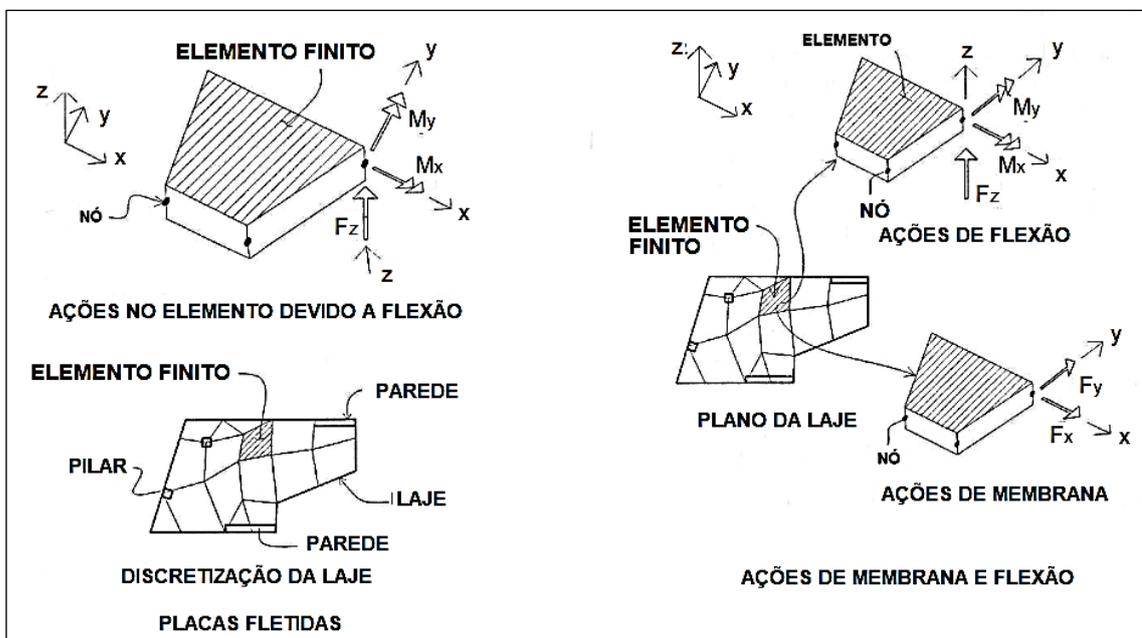
A análise se inicia com os esforços aplicadas nos nós, geralmente M_x , M_y e M_z , para o caso de laje submetida à flexão e M_x , M_y , F_z , F_x e F_y com efeitos de flexão e de membrana, comum em lajes protendidas, como se vê na Figura 2.10 (COLONESE, 2008).

A partir da continuidade dos nós, são calculados as inclinações e deformações destes, para satisfazer o equilíbrio das condições de contorno impostas. O tipo, a quantidade e a disposição

dos elementos devem ser decididos em função da estrutura a ser analisada, do tipo de geometria, existência de armadura passiva e ativa e ainda da presença de furos ou locais com concentração de tensões, onde a malha poderá ser refinada, com elementos menores, para uma análise do comportamento mais eficiente. O problema encontrado no refinamento da malha é o custo computacional, pois demanda mais dos softwares e o tempo de processamento destes é maior. Portanto, é necessário um estudo a respeito da malha ideal, que represente bem o comportamento do elemento, porém não possua processos demasiados que atrasem os resultados.

Esse é o método que será utilizado nesta pesquisa.

Figura 2. 10 Elemento finito para placas fletidas e ações de membrana e flexão em lajes protendidas



Fonte: Adaptado de Colonese (2008).

2.7 Protensão

De acordo com Leite (2015), a utilização de lajes protendidas se deu a partir de 1950 nos Estados Unidos e na Europa em 1970 em países como Inglaterra, Suíça e Alemanha. O método consiste em um pré-alongamento da armadura, chamada de armadura ativa, que gera um sistema auto equilibrado de forças, com tração no aço e compressão no concreto.

Mesmo com pequenas cargas, fissuras começam a aparecer no concreto por causa dos esforços de flexão, devido sua baixa resistência à tração. Para solucionar ou reduzir o problema de fissuras, insere-se uma força de compressão, através das armaduras ativas, com aço de maior resistência, na direção longitudinal da peça. Portanto, pode ser resumido que concreto

protendido nada mais é do que um concreto submetido a tensões internas prévias de modo a equilibrar em certo grau as tensões advindas de cargas solicitantes.

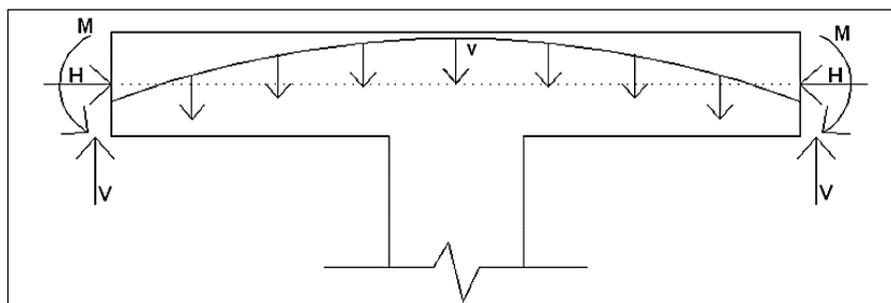
Os procedimentos normativos têm como critério de avaliação da segurança a técnica dos Estados Limites. No caso do Estado Limite Último, ocorre o escoamento do aço, esmagamento do concreto, instabilidade estrutural ou fadiga dos materiais, e ainda no caso de lajes lisas, verifica-se a segurança quanto flexão e punção. Já o Estado Limite de Serviço verifica o controle de abertura de fissuras, deformações, vibrações, resistência ao fogo e à corrosão.

Nesse sistema auto equilibrado, Melges (2001) afirma que ocorre uma concentração de esforços nas regiões dos apoios, devido à tendência que as cordoalhas possuem em se retificar, produzindo também uma força vertical linearmente distribuída ao longo do vão.

A força possui uma componente horizontal, que gera compressão no eixo da estrutura e vertical que equilibra a força distribuída linearmente.

Na Figura 2.11 pode-se ver um exemplo das cargas atuantes para cordoalhas em traçado parabólico, onde as cargas H , V e o momento M representam as forças horizontais e verticais na ancoragem, e o momento caso haja excentricidade na ancoragem. A carga v representa a carga devido à protensão de fato.

Figura 2. 11 Efeitos da protensão na laje



Fonte: Barros e Silva, 2015.

Dessa forma, lajes submetidas à flexão, não estariam mais sujeitas a tensões advindas de flexão, para determinadas condições de carregamentos, mas sim à tensão de compressão, transformando assim um elemento fletido em comprimido, simplificando as análises.

São várias as vantagens na utilização desse sistema, podendo ser citado: lajes com capacidade de vencer grandes vãos com pequenas espessuras, apresentam fissuração e flechas reduzidas, melhor desempenho em serviço e maior resistência no estado limite último, e, para sistemas com cordoalhas engraxadas, ainda possuem baixas perdas por atrito, apresentando um conjunto eficiente com uma maior força efetiva de protensão.

O traçado dos cabos e a força de protensão são os fatores que mais influenciam o aumento de resistência da laje à punção. Os procedimentos normativos também tratam do assunto de maneiras diferentes, e esse é um motivo da divergência nos resultados quanto à resistência máxima da estrutura. A seguir serão vistos alguns modos de análise utilizados.

2.8 Considerações dos efeitos da protensão

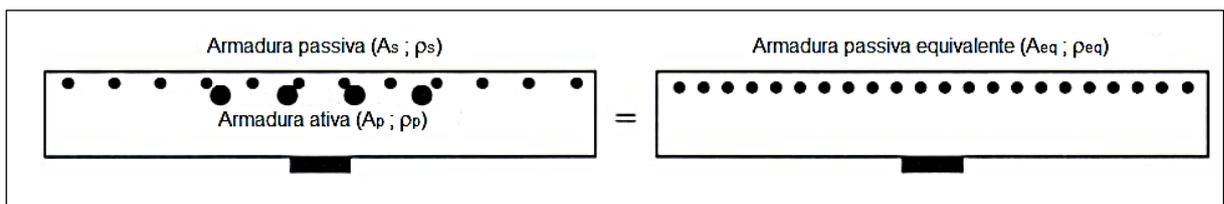
Para lajes lisas que possuem protensão, as forças internas, citadas anteriormente, aumentam a resistência à punção da estrutura. Para estimar o aumento na resistência, são propostos métodos, vistos a seguir.

2.8.1 Taxa de armadura passiva equivalente

O método foi apresentado por Nylander et al (1977). Os autores propõem em seus estudos que a laje protendida seja assumida como uma laje de concreto armado com um acréscimo de armadura passiva. A concepção é que a força de tração nas armaduras ativas e passivas em conjunto da laje protendida seja equivalente à força de tração de uma laje de concreto armado com armadura passiva equivalente. (SILVA, 2005).

O problema desse estudo é que se contabiliza a diferença das alturas úteis entre armaduras ativas e passivas equivalentes apenas utilizando um coeficiente de ajuste. A Figura 2.12 demonstra a representação do modelo.

Figura 2. 12 Taxa de armadura equivalente



Fonte: Silva, 2005.

2.8.2 Método da descompressão

Esse método supõe que a resistência da laje protendida é equivalente à resistência da laje sem a protensão adicionada a força vertical que for necessária para descomprimir a face superior da laje.

O procedimento normativo do FIP (1998) teve origem desse método, que anteriormente era utilizado em vigas. A fórmula de resistência à punção apresenta três parcelas, a primeira diz respeito a resistência como laje de concreto armado (V_{RC}), a segunda devido a componente

vertical da protensão (V_P) e por último a descompressão da laje segundo esforços horizontais e excentricidades de protensão. (BARROS E SILVA, 2015).

$$V_{FIP} = V_{RC} + V_P + (V - V_P) \frac{m'_{po}}{m' - m'_{pe}}$$

Sendo que, V é a soma das cargas verticais da laje no perímetro, m'_{po} é o momento médio por unidade de largura devido a forças concêntricas de protensão, m' é o momento médio por unidade de largura devido a cargas da laje e m'_{pe} é o momento médio por unidade de largura devido a forças excêntricas de protensão.

Silva (2005) propôs uma adaptação na fórmula após ensaiar 40 lajes por elementos finitos. O esforço resistente à punção contou com duas parcelas, uma força de descompressão (V_o) devido à força concêntrica de protensão, e uma força de descompressão (V_e) devido as forças verticais e momentos fletores de protensão, mostrada a seguir.

$$V_{Silva} = V_{RC} + \frac{V}{m'} (m'_{po} + m'_{pe})$$

2.8.3 Tensões principais no Estado Não Fissurado

O método considera a ruptura por punção no limite de fissuração do cone por meio da análise de tensões principais. Determina-se então qual a resistência máxima ao aparecimento de fissuras de cisalhamento, mediante o estado triaxial de tensões (cisalhamento e normais no plano da laje).

Esse é o método que faz parte da formulação do ACI (2014), porém é muito criticado pois se utiliza de uma teoria elástica para estimar as cargas.

2.9 Pesquisas realizadas referente ao assunto

Arthur R. Lord (1910) foi o primeiro pesquisador a realizar estudos relacionados ao fenômeno de punção, por meio de ensaios até o estado limite de serviço de uma edificação com onze pavimentos. De acordo com Gasparini (2002), Lord realizou ensaios de carga em nove desses andares, medindo as tensões no aço e no concreto. Percebeu que no projeto do edifício existia 75% de aço a mais sobre os apoios do que no centro e constatou que é fácil imaginar que a tensão deve ser extremamente elevada em muitos projetos de lajes lisas, nos quais esse aço extra utilizado nos apoios não é inserido em nenhum outro local nessa mesma quantidade. Para o pesquisador, os testes mostraram que o projeto do edifício era bem equilibrado e as tensões estavam seguras, mas também indicavam que várias questões poderiam ser levantadas a

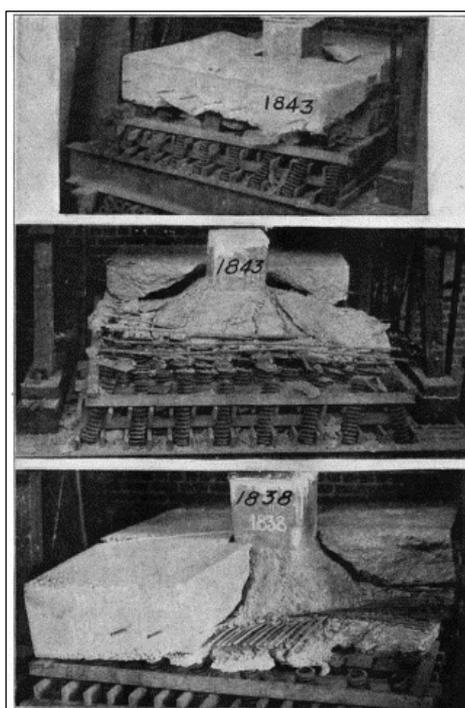
respeito das tensões em muitos edifícios do mesmo tipo, onde porcentagens maiores de aço foram utilizadas e geraram apenas pequenos acréscimos de resistência no apoio.

Porém, para muitos pesquisadores, Talbolt (1913) é o pioneiro no assunto. Apesar de sua pesquisa não ter enfoque inicial em punção, o autor ensaiou 197 sapatas, 114 dessas sob muros e as 83 restantes sob pilares e constatou que 20 dessas sofreram ruptura por punção. Em seu trabalho, descreveu que após a carga máxima ser atingida e os conectores continuarem a trabalhar, finalmente ocorreu a perfuração da base da sapata, e afirmou que a superfície da ruptura é tronco-cônica com o ângulo do cisalhamento de aproximadamente 45° com a vertical. Pode-se ver um dos resultados do ensaio na Figura 2.13. A figura mostra o protótipo número 1843, no qual a carga de ruptura foi 247000 libras e ocorreu devido a tensão seguida do escorregamento de todas as barras, separando a sapata em quatro pedaços. Talbolt (1913) também concluiu que a resistência da sapata aumentava conforme o aumento da taxa de armadura de flexão. Propôs então a primeira verificação de estruturas à punção, por meio de uma tensão convencional, demonstrada a seguir pela fórmula.

$$\tau = V/u \times d$$

Onde V é a carga aplicada, d é a altura útil da sapata e u é o perímetro do contorno crítico, paralelo ao do pilar e distante dele um valor de d .

Figura 2. 13 Protótipo 1843 ensaiado por Talbolt (1913)



Fonte: Talbolt, 1913

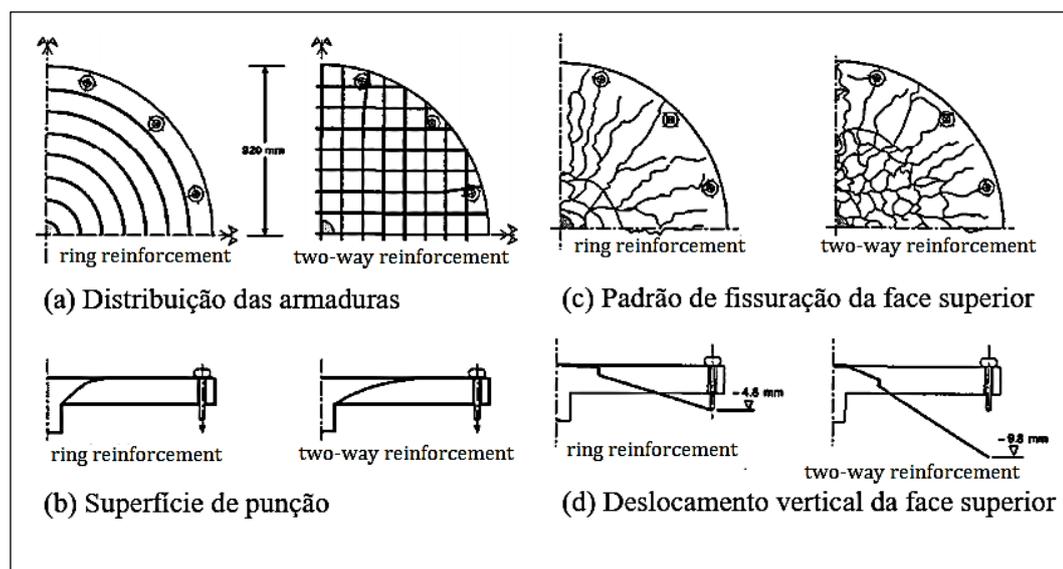
A partir desses estudos, deslancharam-se então as pesquisas na área, com várias abordagens distintas e contribuições relevantes relacionadas a lajes lisas submetidas a punção, verificando-se o efeito de transferência de momento entre laje-pilar, foco deste trabalho.

Kinnunen e Nylander (1960) foram os primeiros pesquisadores a apresentar uma teoria racional para o cálculo à punção, a partir de um modelo mecânico, que foi proposto com base nos deslocamentos e deformações das barras de aço e do concreto na superfície inferior das lajes.

Os modos de ruptura responsáveis por causar a ruína da estrutura por punção foram listados no trabalho dos autores, a partir de 61 ensaios físicos que simularam o comportamento das lajes, e são estes: falta de aderência da armadura de flexão, ruptura por cisalhamento do plano horizontal adjacente à camada superior da armadura principal, ruptura da casca cônica comprimida e escoamento da armadura de flexão (ALBUQUERQUE, 2014).

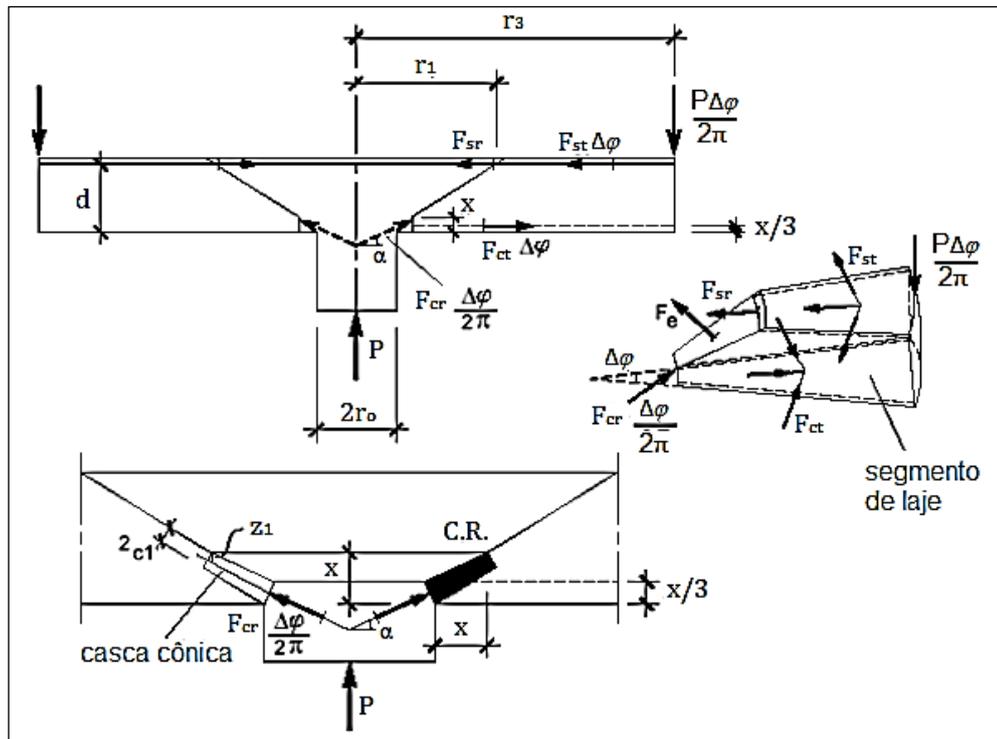
Com base nos resultados, Kinunnen e Nylander (1960) explicaram o fenômeno da punção da seguinte maneira: a partir dos incrementos dos carregamentos, aumentam-se as flechas na laje e então ocorrem o aparecimento de fissuras radiais e posteriormente tangenciais, podendo-se ver então um segmento de laje mostrado na Figura 2.15. Prosseguindo com o aumento de cargas e das flechas, a laje tem uma rotação em torno do centro de giração, desencadeando um aumento nos esforços de tração nas armaduras negativas, aumento dos esforços de compressão no concreto e, por fim, aumento da compressão na região cônica no entorno do pilar. No momento que essa região encurta em 1,96%, considera-se que ocorreu o esmagamento desta e caracteriza-se ruptura por punção (apud BARROS, R.C., SILVA, R.J.C., 2015).

Figura 2. 14 Modelos físicos de Kinunnen e Nylander (1960)



Fonte: Adaptado de Albuquerque, 2014.

Figura 2. 15 Modelo proposto por Kinnunen e Nylander (1960)



Fonte: Adaptado de Barros e Silva, 2015.

Já Moe (1961), foi um dos pioneiros a estudar a respeito das transferências de momento nas ligações laje-pilar. Ensaiou 260 lajes e sapatas, e concluiu que esse efeito acarreta uma redução na resistência da ligação entre o pilar e a laje, além de que a resistência da estrutura à punção está diretamente relacionada à resistência dessa a flexão.

O autor também observou que quando adicionada armadura de punção, a resistência do conjunto aumentava, apesar de não recomendar a utilização destas em lajes de altura reduzida, por causa da dificuldade de ancoragem (TAKEYA, 1981).

A partir de suas conclusões, propôs uma fórmula de cálculo para resistência de punção em lajes com excentricidades, vista a seguir.

$$V_p = V_{po} / (1 + e/r)$$

Onde

V_{po} é a carga de punção na laje idêntica, porém submetida a um carregamento simétrico, e é a excentricidade da carga em relação ao pilar e r é o lado do pilar de seção quadrada.

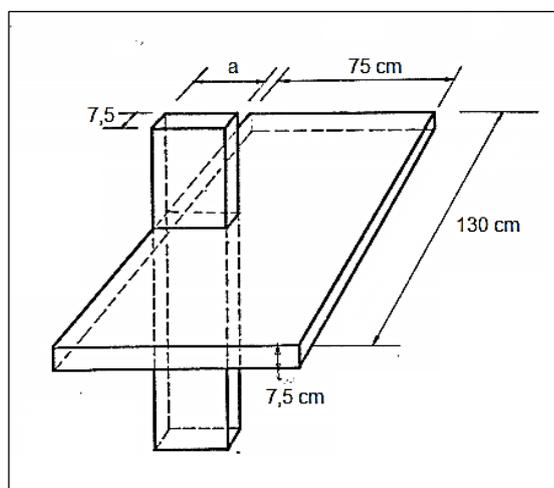
As fórmulas propostas por Moe (1961) são base para as utilizadas atualmente pela norma americana (ACI).

Anos depois, Takeya (1981), realizou um estudo experimental do comportamento à ruína de laje-pilar nas bordas de laje cogumelo de um edifício de vários pavimentos. Foram feitos nove modelos, para avaliar a contribuição da armadura transversal na resistência das ligações, que se diferiam pela quantidade de armadura transversal (estribos) utilizada.

Foram obtidos resultados a respeito da configuração e cargas de ruína, deformação da armadura de flexão e transversal, deformação do concreto nas faces inferior e lateral da laje, além dos deslocamentos transversais. Como conclusão, Takeya (1981) percebeu claramente um ganho na resistência à punção da estrutura conforme o aumento dos estribos utilizados no cisalhamento.

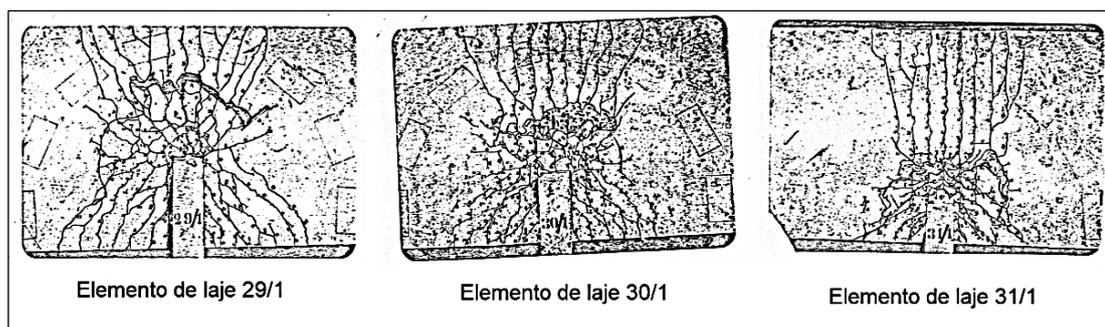
Dando continuidade aos estudos, Libório (1985), ensaiou nove modelos de lajes cogumelos com pilares de seção retangular para caracterizar a configuração da ruína e observar a influência do índice de retangularidade dos pilares na resistência da ligação laje-pilar, como se vê nas Figuras 2.16 e 2.17.

Figura 2. 16 Modelo de laje ensaiada por Libório (1985)



Fonte: Libório, 1985

Figura 2. 17 Elementos de laje após ruína por Libório (1985)



Fonte: Adaptado de Libório, 1985

A partir dos resultados obtidos, Libório (1985) concluiu que todos os modelos ensaiados tiveram sua falha por punção, de maneira semelhante às situações de pilares internos, caracterizadas pela ruptura da forma cortante e brusca, com grandes fissuras de traçado marcante e grande deslocamento vertical da laje em relação à parcela de laje aderente ao pilar em forma troncocônica. Também observou que existe uma relação quase linear entre a carga de ruína e a variação nos lados do pilar, e que à medida que se aumentou a rigidez da ligação diminuiu-se os deslocamentos verticais da laje. Por fim, concluiu que a utilização de armaduras transversais poderia inibir a ruína por punção.

Com objetivo de comparar procedimentos normativos, anos mais tarde Melges (1995) publicou sua pesquisa, analisando o dimensionamento à punção do texto base da Norma Brasileira NB-1/94, CEB/90, *Eurocode 2* e a norma americana ACI 318/89. Para tanto, coletou dados das pesquisas de Martinelli (1974), Takeya (1981) e Libório (1985).

No ensaio de Martinelli (1974), onde se avaliou a utilização de ganchos como armadura de punção, em todos os modelos sem o uso de armadura transversal, a norma brasileira foi a que mais se aproximou do ensaio experimental, enquanto a CEB/90 se apresentou ser insegura. O autor também concluiu que quando inserida a armadura transversal, apenas a norma americana se mostrou segura, sendo o Eurocódigo o mais próximo à realidade.

Já para o estudo de Takeya (1981) utilizando a avaliação da utilização de ganchos como armadura de punção, para os modelos ensaiados sem armadura transversal, o CEB/90 se mostrou inseguro e a norma americana muito conservadora. Para os modelos com armadura transversal, a ruptura se deu por flexão. Assim, o CEB/90 apresentou valores superiores aos de ruína, enquanto a norma brasileira forneceu valores cerca de 11% inferiores. O Eurocódigo se mostrou mais conservador que a NB-1/94 e a norma americana novamente foi a mais conservadora de todas.

Na análise dos estudos feitos por Libório (1985), que avaliou o índice de retangularidade dos pilares, para valores inferiores a 4 para relação entre lado dos pilares, o CEB/90 apresenta valores de resistência muito superiores aos de ruína ensaiados. A norma brasileira apresentou os resultados mais próximos. Já norma americana, mais uma vez se mostrou muito conservadora, enquanto o Eurocódigo mostrou resultados quase idênticos aos de ruína para a relação $a/b=2$, porém as análises para pilares alongados se mostraram bem mais conservadoras.

Após analisar todas as pesquisas, Melges (1995) concluiu que o texto base NB-1/94 demonstrou ser satisfatório para o cálculo à punção, porém apontou falhas, como por exemplo a ausência de ensaios para a utilização de concretos com f_{ck} acima de 50 MPa.

Os estudos continuaram evoluindo, e, para a avaliação de punção em ligações de laje/pilar de borda destaca-se a pesquisa de Oliveira (2008). Por meio de experimento, avaliou a influência do momento fletor em relação ao esforço cortante, da relação entre a dimensão perpendicular do pilar pela altura da laje (c/d), da presença de balanço e da intensidade de protensão. Além dos ensaios, foram feitas comparações com os dimensionamentos pelas normas NBR 6118:2003, ACI 318-02 e *Eurocode 2:2001*. Pode-se ver o resultado da ruptura por puncionamento de um dos modelos ensaiados na Figura 2.18.

Figura 2. 18 Ruptura da laje L03 por Oliveira (2008)



Fonte: Oliveira, 2008.

O autor observou que todas as normas foram conservadoras em relação ao dimensionamento à punção para todos os casos estudados. A NBR 6118:2003 foi a mais conservadora dentre as demais, com média entre tensões solicitantes e existentes de 3,11. De acordo com Oliveira (2008), o fato ocorreu pela consideração de apenas a parcela vertical da protensão na formulação, ou seja, redução no momento atuante que a norma propôs não foi suficiente para torná-la menos rigorosa e mais consistente com os testes de carga reais.

Já no caso da norma americana, o autor afirma que os resultados conservadores foram fruto das limitações impostas para resistência do concreto (f_{ck}) e também da falta de regulamentação sobre a eficácia da protensão em pilares de borda. O *Eurocode 2:2001* apresentou resultados

mais semelhantes aos ensaios, e isso deveu-se a melhor avaliação da formulação, levando em consideração as tensões geradas pela protensão.

Por fim, para os resultados relativos a cargas últimas, Oliveira (2008) concluiu que o aparecimento das fissuras originadas do pilar com inclinações entre 30° a 40° prejudicam a rigidez da ligação, limitando o avanço do cone de ruptura às bordas da laje, reduzindo assim a área crítica e diminuindo a resistência.

No mesmo ano, Villa Verde (2008) investigou a resistência à punção de ligações de laje-pilar de borda para lajes cogumelo de concreto protendido e cabos não aderentes, variando a excentricidade da força cortante atuante. O principal parâmetro do estudo foi a relação M/V (momento transferido ao pilar/força cortante).

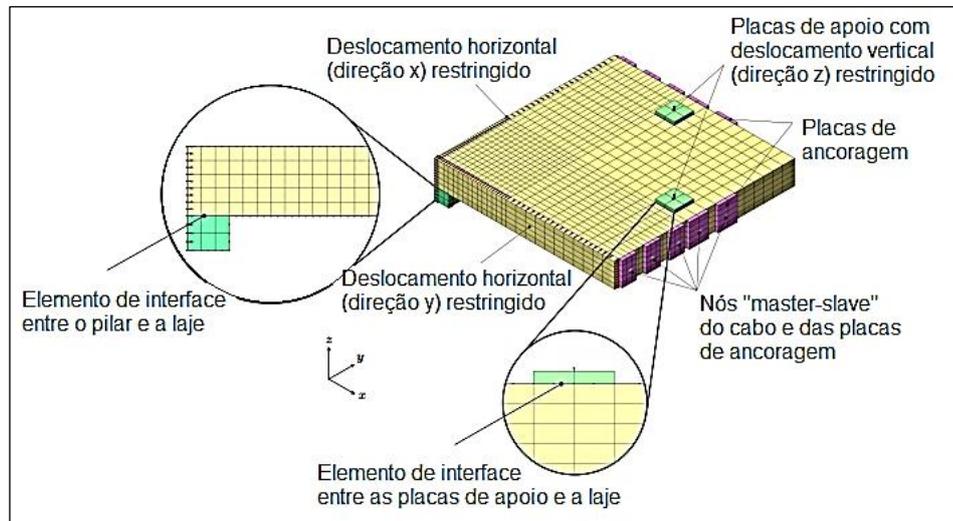
Os resultados demonstraram que a relação M/V é decisiva para a carga e o modo de ruptura das ligações. Villa Verde (2008) notou que, quando existiram menores excentricidades, a ruptura era bem caracterizada por punção, porém, à medida que essa relação aumentava, a resistência da laje decrescia em até 58,6%. O autor também percebeu que a armadura passiva adicional não aumentou a resistência das ligações.

Quanto às normas, Villa Verde (2008) verificou que os procedimentos brasileiro e americano mostraram os valores mais conservadores, e o Eurocódigo se mostrou inseguro quanto ao dimensionamento, mesmo sendo o que mais se aproximou dos resultados experimentais.

Já em 2018, Diáz (2018) analisou os efeitos da protensão na resistência à punção de lajes sem o uso de armadura transversal, por meio de simulações numéricas utilizando o *software* DIANA. O autor realizou um estudo paramétrico de 48 modelos protendidos de ligação laje-pilar, variando os parâmetros de distribuição e traçado do cabo das cordoalhas e também a resistência à compressão do concreto (f_{ck}). Após os modelos terem sido discretizados, como mostra a Figura 2.19, os resultados obtidos foram comparados com as prescrições normativas da ACI 318-14, *Eurocode 2* (2004), *Ab Model Code* 2010, NBR 6118:2014 e a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento proposta por Muttoni (2008).

O autor verificou que a contribuição da armadura ativa é determinante no aumento das cargas últimas. Para os modelos sem protensão, observou-se que as resistências obtidas pelo EC 2(2004) e a NBR 6118 (ABNT, 2014) foram os mais próximos dos ensaiados. Para o caso da ACI 318-2014 e do *Ab Model Code* (LoA II) os resultados normativos foram 25% menores que os ensaiados.

Figura 2. 19 Modelo discretizado por Díaz (2018)



Fonte: Díaz, 2018.

Para os valores do *Ab Model Code*, as relações tiveram média de 1,24. A norma americana teve a relação mais conservadora dentre as demais, com média de 1,41. Todas as normas se apresentaram seguras, com valores abaixo da carga de ruptura ensaiada, devido ao nível de segurança intrínseco das formulações.

Díaz (2018) conclui, por fim, que quanto maior a força de protensão imposta nas lajes, maior a capacidade de carga, menores as tensões de tração nas armaduras longitudinais e maiores as deformações à compressão. Quanto ao traçado dos cabos, foi percebido que a excentricidade permitiu uma maior resistência à punção da ligação. Por conta da espessura das lajes analisadas e as excentricidades adotadas nas lajes de traçado parabólico, o efeito da componente vertical da protensão na resistência à punção foi pequeno. Além disso, os modelos com tensões de compressão média equivalentes tiveram o comportamento semelhante, demonstrando que a distribuição dos cabos na planta não teve grande influência nos resultados.

Além dos autores e pesquisas citadas, são apresentados na Tabela 2.1 alguns trabalhos significativos a respeito do estudo do fenômeno de punção que se correlacionam à essa pesquisa.

Tabela 2. 1 Trabalhos sobre punção

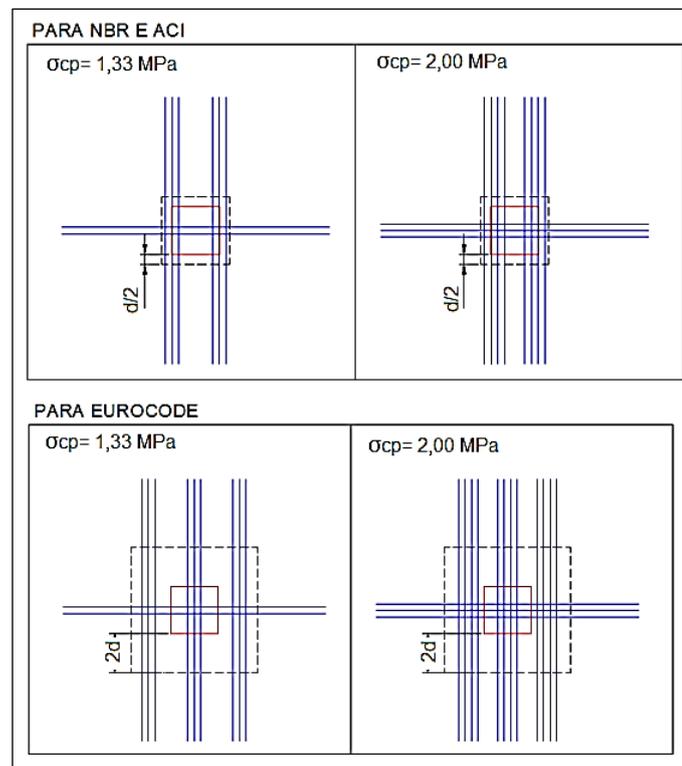
Autor	Resumo	Conclusão
Noel J. Gardner 2011	Comparou os procedimentos normativos de dimensionamento à punção da ACI 318-08 (Comitê ACI 318 2008), BS 8110-97 (1997), DIN 1045-1 (2001),	O método do ACI 318-08 para interação elástica excêntrica de cortante e o CEB-FIP MC90/EN1992-1-1 para interação plástica excêntrica são igualmente

	CEB-FIP MC90 (1993), EN 1992-1-1 (2004) e Gardner (1996) para conexões de laje-pilar interno, com e sem transferência de momento e conexões de laje-pilar de canto e de borda, com dados experimentais já publicados.	efetivos para conexões laje-pilar interno com transferência de momentos e pilar de canto e de borda com excentricidades na laje. A equação do BS 8110-97 é eficiente para conexões de laje-pilares internos com transferência de momento.
Carlos L. Moreno E Ana M. Sarmento 2013	O trabalho apresentou um programa experimental de ensaios em concreto armado, com e sem armadura de cisalhamento submetidos a condições simétricas e carregamentos excêntricos. São apresentadas comparações entre simulações numéricas realizadas no <i>software</i> DIANA e o comportamento experimental. As capacidades e limitações do modelo numérico para reproduzir a fragilidade da falha por punção são discutidas.	Uma boa concordância foi percebida entre as previsões feitas e os comportamentos de deformações observados. Apesar disso, a reprodução da capacidade última de resistência à punção é fortemente dependente de um valor adotado para fixação do esforço cortante (β – fator de aumento para carregamento excêntrico), que aparenta ser o parâmetro mais decisivo. Com sucessivos ajustes desse parâmetro, a captura experimental das falhas foi obtida.
O. S. Paiva; M. P. Ferreira; D. R. C. Oliveira; A. F. Lima Neto; M. R. Teixeira 2015	Ensaio experimentais em 131 lajes foram realizados para avaliar a precisão e adequabilidade das normas ABNT NBR 6118, <i>Eurocódigo 2</i> , ACI 318 e fb Model Code 2010 quanto ao procedimento de cálculo à punção nas ligações laje-pilar, observando a influência no índice de retangularidade do pilar e das condições de contorno.	Foi constatado que as recomendações do ACI 318 e do fib Model Code 2010 nível I estão a favor da segurança, porém são conservadoras. Já o EC2 e o MC2010 nível II apresentam resultados satisfatórios, sendo o MC2010 nível 2 mais preciso, porém com 43% de resultados contra a segurança. Os piores resultados foram observados para a NBR 6118, que apresentou 77% destes contra a segurança.
Nivea G. B. Albuquerque, Guilherme S. Melo, e Robert L. Vollum 2016	Treze testes foram realizados para investigar o efeito de excentricidades externas na resistência à punção nas conexões de lajes lisas com pilares de borda. As variáveis dos testes foram excentricidades e as áreas de reforço de flexão, cisalhamento e torsão. Os resultados incluem armadura de reforço, deslocamentos, rotações, fissuração, modos de falha e cagas últimas de ruptura.	O procedimento do ACI 318 para punção em pilares de borda com excentricidades externas se mostra ser muito conservativo, a menos que a interação entre punção e momento desbalanceado seja reduzida, permitida pelo código. O EC2 se mostrou insatisfatório e é proposta uma modificação, com a utilização de um perímetro de controle reduzido ou adotando a abordagem do ACI 318 de negligenciar a interação entre esforço cortante e flexão.

2.9.1 LEITE, Jr. (2015)

Um dos objetivos dessa pesquisa é a continuação das análises feitas na dissertação de mestrado apresentada por Leite (2015), ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito Santo (UFES). O autor estudou os procedimentos normativos para dimensionamento à punção em lajes protendidas com cordoalhas não aderentes, para pilares internos, segundo as normas ABNT NBR 6118:2007, ABNT NBR 6118:2014, EN 1992-1-1:2004 e ACI 318-11. Além dos cálculos normativos, foram feitos três testes de carga não destrutivos para punção em lajes reais. Os modelos estudados podem ser vistos em planta na Figura 2.20.

Figura 2. 20 Cordoalhas utilizadas para o cálculo de esforço máximo de punção



Fonte: Leite, 2015.

Os modelos foram feitos com lajes de 8x8 metros, com espessura fixa de 18 cm. Houve variação na força cortante, de 400 kN a 1200 kN, com incrementos de 200 kN; na taxa de armadura de flexão, sendo de 0,5% e 1,5%; nas seções dos pilares, que variaram de 30x30 cm, 40x40 cm e 50x50 cm; nas resistências do concreto, de 30 MPa, 35 MPa e 40 MPa e, por fim, na tensão de compressão no plano, com 1,33 MPa e 2,0 MPa. O espaçamento radial entre os estribos utilizado para punção foi de 10 cm. Para as cordoalhas engraxadas, foi utilizado aço CP190-

RB, de diâmetro 12,7 mm, e força de protensão de 150 kN, considerando 20% de perdas e com 2,5° de inclinação

A Figura 2.21 apresenta uma tabela disposta pelo autor onde são apresentadas as resistências máximas dos modelos sem a utilização de armadura de punção.

Figura 2. 21 Cortante máximo dos modelos sem utilização de armadura de punção

			NBR 6118:2007		NBR 6118:2014		ACI 318-11		EC2:2004		CASO
			2 cabos/m	3 cabos/m	2 cabos/m	3 cabos/m	2 cabos/m	3 cabos/m	2 cabos/m	3 cabos/m	
PILAR 30X30	C 30	$\rho = 0,5\%$	403,0	435,0	465,0	527,0	465,0	529,0	472,0	545,0	1
		$\rho = 1,5\%$	544,0	576,0	606,0	668,0			602,0	675,0	2
	C 35	$\rho = 0,5\%$	420,0	451,0	482,0	544,0	484,0	548,0	487,0	560,0	3
		$\rho = 1,5\%$	569,0	600,0	631,0	693,0			624,0	697,0	4
	C 40	$\rho = 0,5\%$	435,0	467,0	497,0	559,0	484,0	548,0	502,0	574,0	5
		$\rho = 1,5\%$	591,0	623,0	653,0	715,0			645,0	717,0	6
PILAR 40X40	C 30	$\rho = 0,5\%$	445,0	476,0	514,0	580,0	554,0	627,0	518,0	595,0	7
		$\rho = 1,5\%$	604,0	635,0	674,0	740,0			665,0	742,0	8
	C 35	$\rho = 0,5\%$	464,0	495,0	534,0	600,0	578,0	651,0	536,0	612,0	9
		$\rho = 1,5\%$	632,0	663,0	701,5	768,0			691,0	767,0	10
	C 40	$\rho = 0,5\%$	481,0	512,0	551,0	617,0	578,0	651,0	551,0	628,0	11
		$\rho = 1,5\%$	657,0	688,0	726,0	792,0			714,0	791,0	12
PILAR 50X50	C 30	$\rho = 0,5\%$	486,0	517,0	564,0	634,0	644,0	726,0	564,0	645,0	13
		$\rho = 1,5\%$	664,0	695,0	742,0	812,0			728,0	809,0	14
	C 35	$\rho = 0,5\%$	507,0	538,0	585,0	655,0	671,0	753,0	584,0	664,0	15
		$\rho = 1,5\%$	695,0	726,0	772,0	842,0			757,0	837,0	16
	C 40	$\rho = 0,5\%$	526,0	558,0	605,0	674,0	671,0	753,0	601,0	682,0	17
		$\rho = 1,5\%$	722,0	754,0	801,0	870,0			782,0	863,0	18

Fonte: Leite, 2015.

O autor percebeu que a norma americana não levava em consideração a variação na taxa de armadura de flexão, portanto, os casos estudados variaram apenas para resistência à compressão do concreto (f_{ck}) e quanto à seção dos pilares. Dessa forma, para todas as taxas de armadura menores, de 0,5%, o ACI demonstrou valores superiores aos das normas brasileiras. Já o EC2:2004 gerou valores superiores, no geral.

Para taxas de armadura de 1,5%, os cortantes da norma americana e da brasileira de 2007 são bem próximos e mais conservadores que os demais. Outra semelhança se vê nas normas EC2:2004 e NBR 6118:2014 para a mesma taxa de armadura, e estas sempre alcançam resultados superiores as demais.

Já verificando a diferença da protensão nos modelos, nota-se que essa variável teve menor influência para norma brasileira de 2007, gerando um aumento do esforço cortante de apenas 5%, enquanto os outros procedimentos normativos demonstraram variações de 10 a 15%.

Como os exemplos teóricos possuem muitas variações e os resultados são diversos, aqui será apresentado apenas as considerações do autor a respeito das análises feitas da variação de força

aplicada, taxas de armadura passiva, dimensões do pilar, força característica de compressão do concreto e tensão de compressão devido à armadura ativa.

Para todos os exemplos estudados, a medida que a força aplicada crescia, havia um acréscimo nas armaduras de punção necessárias. Para as seções de pilares, notou-se que o aumento dos lados do pilar levou a uma redução na necessidade dessa armadura.

Quanto a variação na taxa de armadura, percebe-se que há uma diminuição considerável da necessidade de se utilizar armadura de punção quando a taxa aumenta, apenas a norma americana não sofre influência alguma, já que não leva em consideração em seu procedimento.

Para as armaduras ativas, percebeu-se que a variação tinha uma grande influência nos resultados, pois quanto maior o nível de protensão, menos armadura de punção foi necessária. Já para o f_{ck} não se notou grande diferença entre os modelos, não sendo, portanto, um fator de peso para o cálculo.

Os valores encontrados para o Eurocódigo foram sempre os mais econômicos, seguido pela NBR6118:2014 e a NBR 6118:2007. O ACI 318-19 apresentou os resultados mais conservadores dentre os demais, porém para carregamentos maiores, a divergência entre as normas diminui.

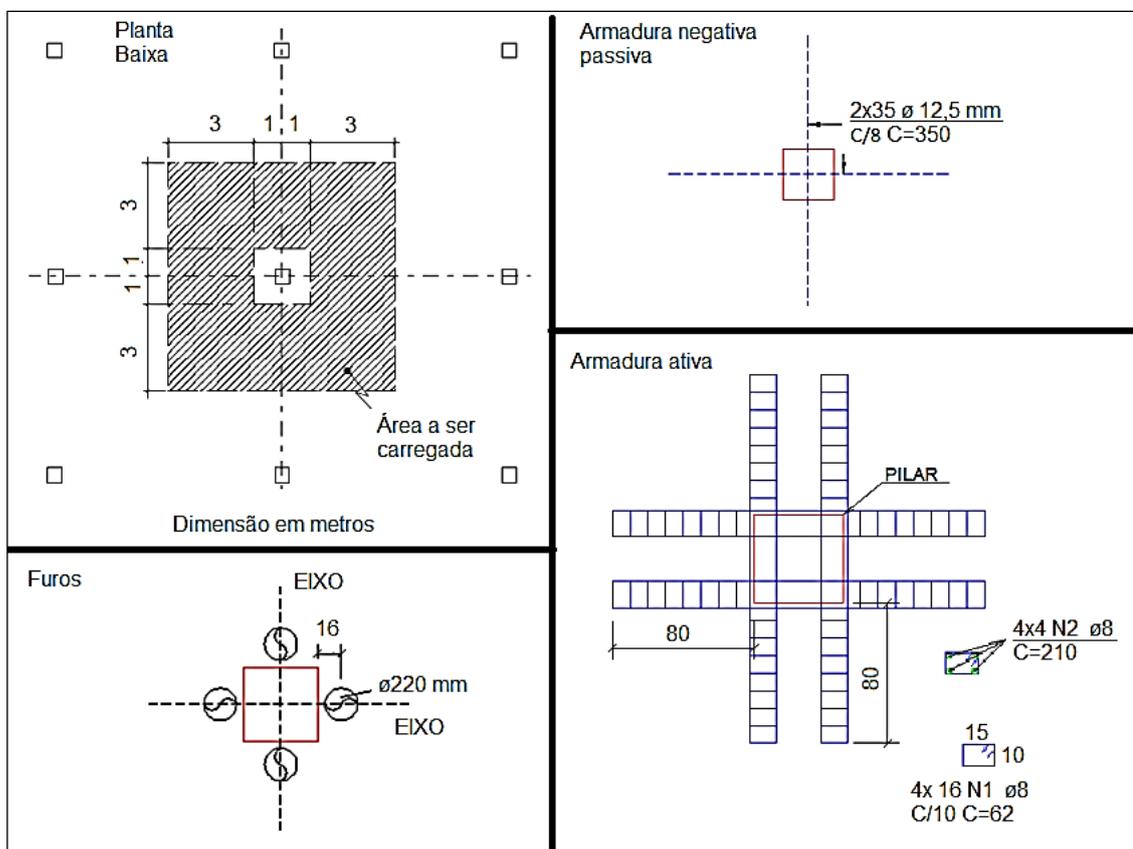
A medida que se aumenta a protensão, no caso da NBR de 2007, há uma redução de 5 a 25% na armadura de punção, visto que, na formulação dessa norma, há uma consideração a respeito de alívio da carga para apenas cabos que se encontram dentro do perímetro distantes a $d/2$ da face do pilar, portanto o alívio gerado não é muito significativo. A partir da mudança nessa formulação, para NBR de 2014, considera-se uma maior influência da protensão na resistência. Além do já considerado na antiga, há um acréscimo na resistência de $0,1 \sigma_{cp}$ (tensão de compressão no plano da laje), o que levou a resultados de 12 a 40% maiores.

Para o ACI não há modificações na resistência à punção no que diz respeito a variação dessa tensão de compressão, e isso ocorre pois existe um limite imposto a resistência do concreto, de $0,17\sqrt{f'c}$ quando há armadura de cisalhamento. Portanto, a protensão influencia apenas nas lajes sem armadura de cisalhamento para a norma americana.

Já o Eurocódigo faz considerações semelhantes a NBR 6118:2014, porém o perímetro considerado dos cabos de protensão não é apenas $d/2$, mas sim $2d$. Portanto a consideração na contribuição da armadura ativa é bem maior do que as outras normas, gerando um aumento de 20 a 86% na resistência à punção.

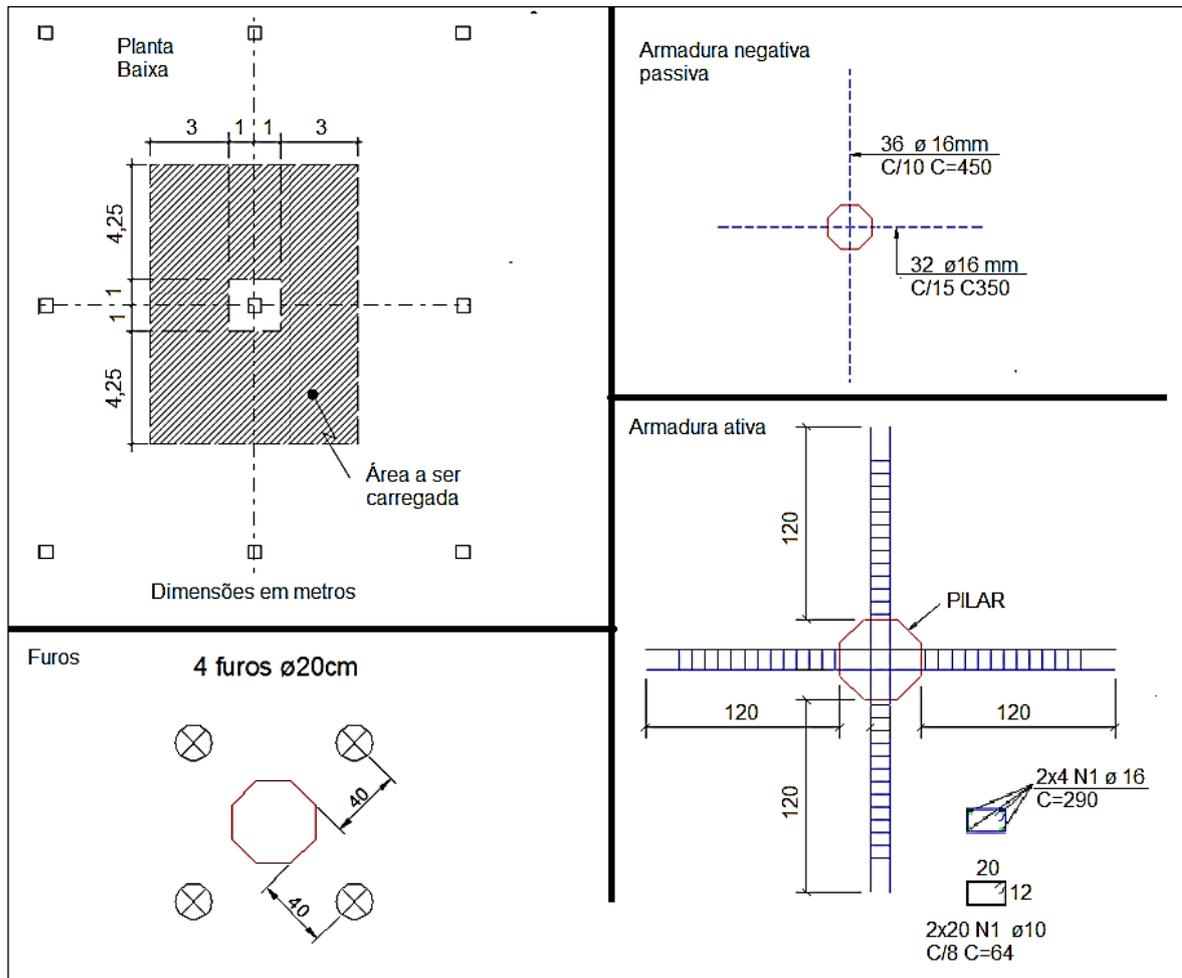
Foram realizadas três provas de carga não destrutivas, em uma edificação em construção de um *shopping center*, com sobrecarga de 10 kN/m². Dois testes foram feitos em modulação entre pilares de 8x8 m, pilares com 50 cm de lado, laje de 18 cm de espessura, resistência à compressão do concreto de 30 MPa e cordoalhas CP190-RB de 12,7mm. O outro teste foi realizado em modulação entre pilares de 8,0x10,5 m, com pilares octogonais circunscritos em uma circunferência de 50 cm de diâmetro. A laje tinha espessura de 22 cm, e as cordoalhas foram mantidas CP190-RB de 12,7mm, porém o concreto utilizado foi de 35 MPa. Pode-se ver os detalhes do ensaio 1 e 2 na Figura 2.22 e do ensaio 3 na Figura 2.23.

Figura 2. 22 Resumo dos ensaios não destrutivos de carga real modelo 1 e 2



Fonte: Adaptado de Leite, 2015.

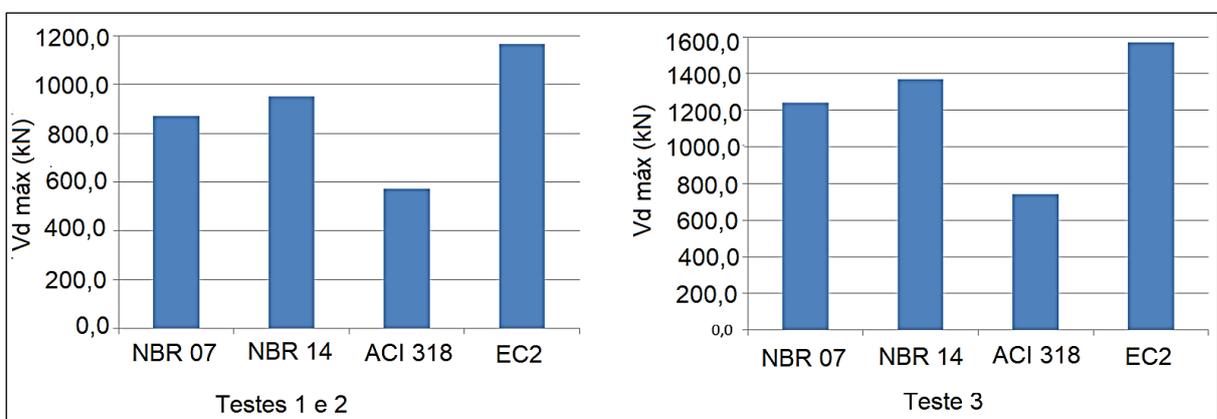
Figura 2. 23 Resumo dos ensaios não destrutivos de carga real modelo 3



Fonte: Adaptado de Leite, 2015.

Os resultados dos esforços cortantes máximos para as situações são apresentados na Figura 2.24.

Figura 2. 24 Cortantes máximos para os testes não destrutivos de carga reais



Fonte: Adaptado de Leite, 2015.

Nos dois primeiros testes, aplicou-se uma carga suficiente para gerar uma reação de 930 kN no pilar. Dividindo os esforços de cálculo (N_d) pelo coeficiente de segurança de 1,4, obtém-se então os esforços característicos (nominais), apresentados na Tabela 2.2.

Tabela 2. 2 Valores de carregamento de cálculo e nominal (provas de carga 1 e 2)

Código	N_d (kN)	N_k (kN)
NBR 6118:2007	872	623
NBR 6118:2014	952	680
ACI 318-11	574	410
EC2:2004	1165	832

Fonte: Leite, 2015.

Pela tabela, pode-se notar que a laje não atenderia nenhuma norma estudada, visto que a carga de 930 kN é superior aos valores de carregamentos nominais máximos, e para o caso do ACI 318 e da NBR de 2007, esse valor supera até mesmo os carregamentos máximos de cálculo. A norma que apresentou menor grau de conservadorismo foi o *Eurocódigo*, que estaria utilizando de 29,5% do coeficiente de segurança.

Para o terceiro caso, a carga total transmitida ao pilar foi de 1240 kN. Para os resultados obtidos através dos códigos, apresentou-se a Tabela 2.3, semelhante a anterior.

Tabela 2. 3 Valores de carregamento de cálculo e nominal (prova de carga 3)

Código	N_d (kN)	N_k (kN)
NBR 6118:2007	1240	886
NBR 6118:2014	1370	979
ACI 318-11	744	531
EC2:2004	1572	1123

Fonte: Leite, 2015

Novamente o ACI 318 e a NBR 6118:2007 foram as mais conservadoras. A norma brasileira de 2007 apresentou valor de N_d idêntico ao ensaiado. De acordo com o ACI, a força aplicada já estaria 67% acima da força máxima resistida de cálculo. Já a NBR de 2014 estaria utilizando 66,7% do seu coeficiente de segurança.

A norma europeia novamente se mostrou como a mais próxima à realidade, obtendo um valor 26% mais conservador ao que foi ensaiado.

O autor concluiu que as quatro normas apresentam valores conservadores, visto que para as cargas ensaiadas, a laje apresentou apenas pequenas fissuras de flexão que só puderam ser vistas com lupa e fissurômetro, ou seja, ainda estava longe da carga de ruptura e ainda sim as normas possuíam pelo menos mais do que 25% de conservadorismo.

Leite ainda propõe que se faça um estudo com pilares de borda e de canto para as mesmas situações descritas, para prosseguimento do conhecimento a respeito das normas, que será realizado nesta dissertação.

2.10 Procedimentos Normativos

2.10.1 Norma Brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014).

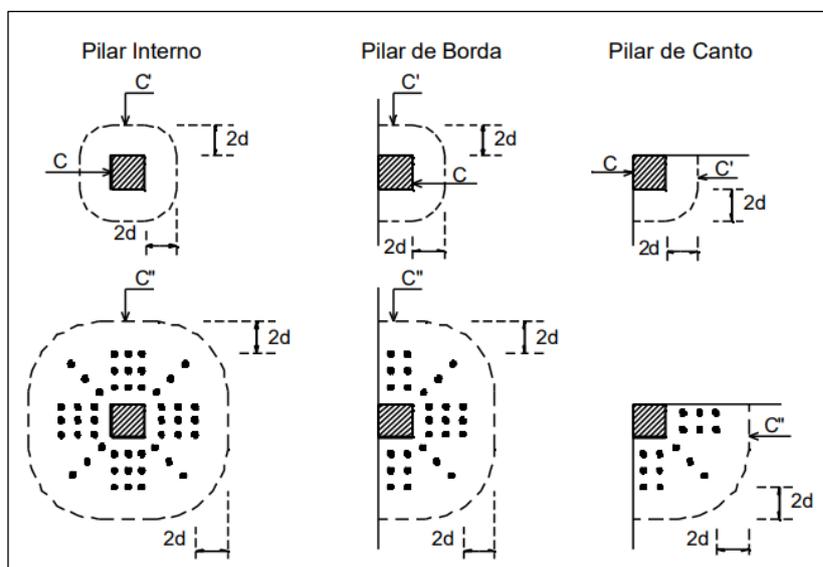
O procedimento normativo da NBR 6118:2014 é baseado no método da superfície crítica. O modelo verifica o cisalhamento em duas ou mais superfícies críticas definidas no entorno de forças concentradas.

A primeira superfície crítica do pilar ou da carga concentrada, é chamada contorno C , tem perímetro crítico u_0 , e nessa superfície é verificada indiretamente a tensão de compressão diagonal do concreto, por meio da tensão de cisalhamento.

A segunda superfície crítica, chamada de contorno C' , é a região afastada $2d$ do pilar, sendo d a altura útil da laje ao longo do contorno C' , tem perímetro crítico u e deve ser verificada quanto à capacidade de ligação à punção, associada à resistência à tração diagonal, também feita através da tensão de cisalhamento. Caso seja necessário, pode-se fazer o uso de armadura transversal de reforço.

A terceira e última superfície crítica, chamada de contorno C'' , tem perímetro crítico u' e é verificada apenas quando há a utilização de armadura transversal. As superfícies são mostradas na Figura 2.25 a seguir.

Figura 2. 25 Perímetros críticos para pilares internos, de borda e de canto



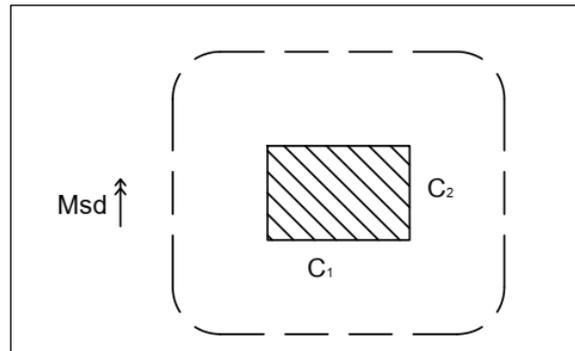
O procedimento de cálculo será apresentado a seguir:

I. Cálculo das tensões solicitantes

- Pilares internos com momento em uma direção (perpendicular à borda livre)

A Figura 2.26 representa o esquema do contorno crítico para pilares internos, submetidos ao momento em uma direção e as respectivas dimensões do pilar.

Figura 2. 26 Dimensões C1 e C2 para pilares internos



Fonte: Adaptado de Comitê Técnico Conjunto ABECE/IBRACON, 2015

Para a superfície crítica C, tem-se:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u_0 d} \quad 2.1$$

$$u_0 = 2(C_1 + C_2) \quad 2.2$$

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad 2.3$$

Onde τ_{sd} é a tensão de cisalhamento solicitante de cálculo, F_{sd} é a força ou reação de punção de cálculo, u_0 é o perímetro crítico do contorno C, d_x é a altura útil da laje na direção x, d_y é a altura útil da laje na direção y e d é a altura útil da laje. C_1 e C_2 são as dimensões do pilar, como mostrado na Figura 2.38.

Para a superfície crítica C', tem-se:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud} + \frac{KM_{sd}}{W_p d} \quad 2.4$$

$$u = 2(C_1 + C_2) + 4\pi d \quad 2.5$$

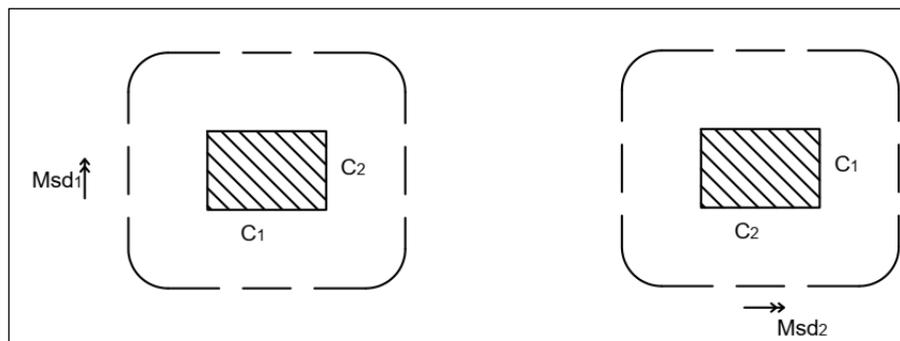
$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1C_2 + 4C_2d + 16d^2 + 2\pi dC_1 \quad 2.6$$

Onde u é o perímetro do contorno C' , K é o coeficiente que fornece a parcela de M_{Sd} transmitida ao pilar na punção, M_{Sd} é o momento desbalanceado de cálculo e W_p é o módulo de resistência plástica do perímetro crítico em questão.

- **Pilares internos com momento em duas direções**

A Figura 2.279 representa o esquema do contorno crítico para pilares internos com momento em duas direções, e as respectivas dimensões do pilar.

Figura 2. 27 Determinação das dimensões c_1 e c_2 para pilares internos com momentos nas duas direções



Fonte: Adaptado de Comitê Técnico Conjunto ABECE/IBRACON, 2015

Para a superfície crítica C , tem-se:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u_0 d} \quad 2.7$$

$$u_0 = 2(C_1 + C_2) \quad 2.8$$

Para a superfície crítica C' , tem-se:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1} d} + \frac{K_2 M_{sd2}}{W_{p2} d} \quad 2.9$$

$$u = 2(C_1 + C_2) + 4\pi d \quad 2.10$$

$$W_{p1} = W_{p2} = \frac{C_1^2}{2} + C_1C_2 + 4C_2d + 16d^2 + 2\pi dC_1 \quad 2.11$$

Sendo M_{sd1} o momento de cálculo transmitido pela laje ao pilar de borda, no plano perpendicular à borda livre e M_{sd2} o momento de cálculo transmitido pela laje ao pilar de borda, no plano paralelo à borda livre

- **Pilares de borda**

A Figura 2.28 representa o esquema do contorno crítico para pilares internos, e as respectivas dimensões do pilar.

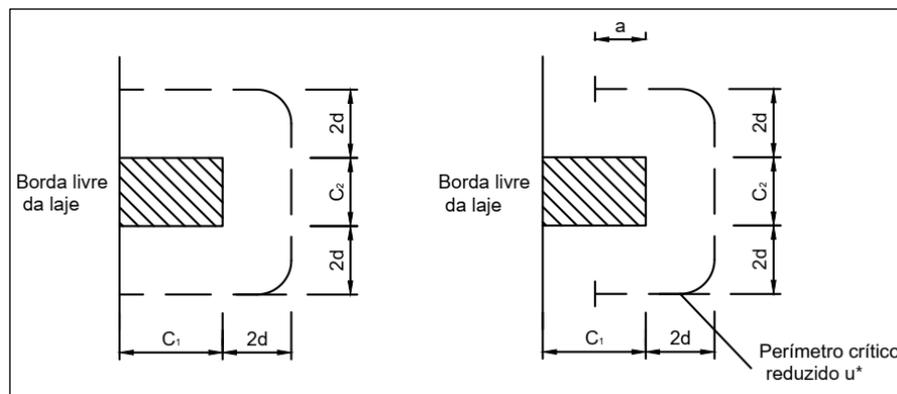
Para a superfície crítica C, tem-se:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u_0^* d} \quad 2.12$$

$$u_0^* = 2a + C_2 \quad 2.13$$

$$a \leq \begin{cases} 1,5d \\ 0,5C_1 \end{cases} \quad 2.14$$

Figura 2. 28 Perímetro crítico reduzido para o contorno C' para pilares de borda



Fonte: Adaptado de Comitê Técnico Conjunto ABECE/IBRACON, 2015

Para a superfície crítica C', tem-se:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* d} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1} d} \quad 2.15$$

$$u^* = 2a + C_2 + 2\pi d \quad 2.16$$

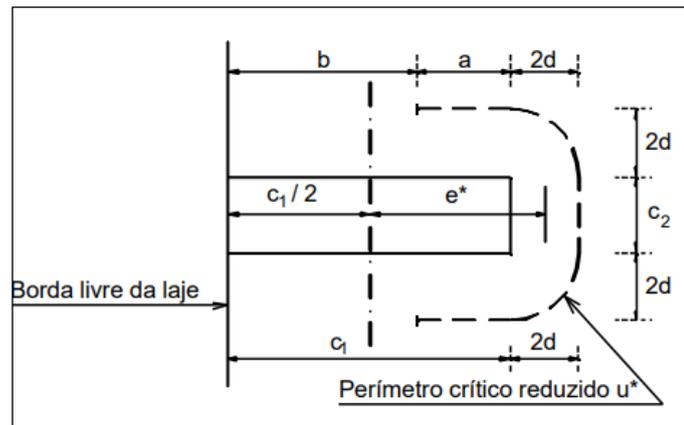
$$M_{sd1} = (M_{sd} - M_{sd}^*) \geq 0 \quad 2.17$$

$$M_{sd}^* = F_{sd} e^* \quad 2.18$$

$$e^* = \frac{C_1 a - a^2 + C_1 C_2 / 2 + 2C_2 d + 8d^2 + \pi d C_1}{2a + C_2 + 2\pi d} \quad 2.19$$

Sendo u^* o perímetro crítico reduzido para pilares de borda ou de canto, M_{sd}^* o momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido u^* em relação ao centro do pilar e e^* a excentricidade do perímetro crítico reduzido em relação ao centroide do pilar, como mostrado na Figura 2.29.

Figura 2. 29 Excentricidade do perímetro crítico reduzido para o contorno C' para pilares de borda



Fonte: Guarda, Lima e Pinheiro, 2000.

Cálculo de W_{p1} :

$$e'_c = \frac{C_1^2 + C_1 C_2 + 2C_2 d + 8d^2 + 2\pi d C_1}{2C_1 + C_2 + 2\pi d} \quad 2.20$$

Se $e'_c \leq C_1$

$$W_{p1} = 2e'_c{}^2 \quad 2.21$$

Se $C_1 \leq e'_c \leq C_1 + 4d/\pi$

$$W_{p1} = 2C_1 \left(e'_c - C_1/2 \right) + 2d\pi \left(C_1 + 4d/\pi - e'_c \right) + C_2 (C_1 + 2d - e'_c) \quad 2.22$$

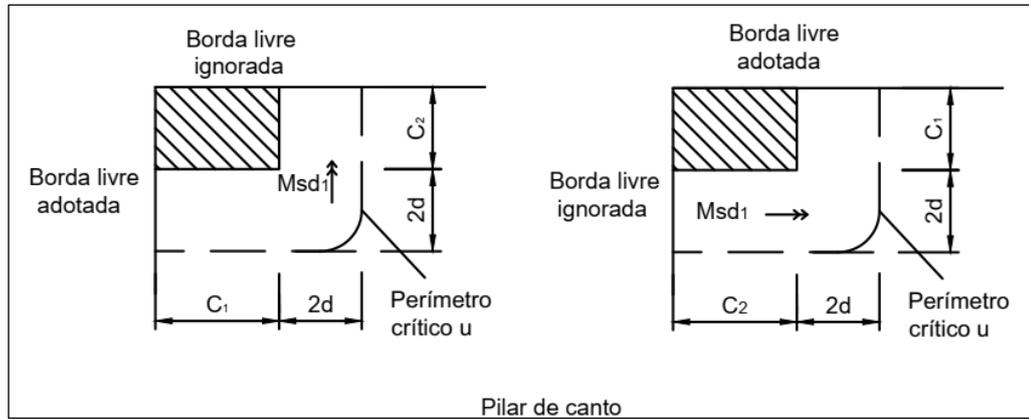
Se $e'_c > C_1 + 4d/\pi$

$$W_{p1} = 2C_1 \left(e'_c - C_1/2 \right) + 2d\pi \left(e'_c - C_1 - 4d/\pi \right) + C_2 (C_1 + 2d - e'_c) \quad 2.23$$

- **Pilares de canto**

A Figura 2.30 representa o esquema do contorno crítico para pilares de canto, e as respectivas dimensões do pilar, para cada caso a ser analisado, visto que as verificações são feitas separadamente para cada direção.

Figura 2. 30 Situações para verificação de pilares de canto



Fonte: Adaptado de Comitê Técnico Conjunto ABECE/IBRACON, 2015

Para a superfície crítica C, tem-se:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u_0^* d} \quad 2.24$$

$$u_0^* = a_1 + a_2 \quad 2.25$$

$$a_1 \leq \begin{cases} 1,5d \\ 0,5C_1 \end{cases} \quad a_2 \leq \begin{cases} 1,5d \\ 0,5C_2 \end{cases} \quad 2.26$$

Para a superfície crítica C', tem-se:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* d} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1} d} \quad 2.27$$

$$u^* = a_1 + a_2 + \pi d \quad 2.28$$

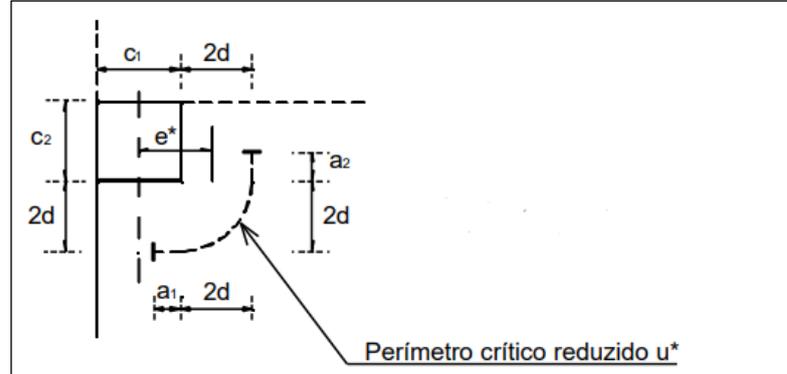
$$M_{sd1} = (M_{sd} - M_{sd}^*) \geq 0 \quad 2.29$$

$$M_{sd}^* = F_{sd} e^* \quad 2.30$$

$$e^* = \frac{C_1 a_1 - a_1^2 + a_2 C_1 + 4 a_2 d + 8 d^2 + \pi d C_1}{2(a_1 + a_2 + \pi d)} \quad 2.31$$

A Figura 2.31 representa a excentricidade do perímetro crítico reduzido para o caso de pilar de canto considerado.

Figura 2. 31 Excentricidade do perímetro crítico reduzido para o contorno C' para pilares de canto



Fonte: Guarda, Lima e Pinheiro, 2000.

Cálculo de W_{p1} :

$$e'_c = \frac{0,5C_1^2 + C_1C_2 + 2C_2d + 4d^2 + \pi dC_1}{C_1 + C_2 + \pi d} \quad 2.32$$

Se $e'_c \leq C_1$

$$W_{p1} = e_c'^2 \quad 2.33$$

Se $C_1 \leq e'_c \leq C_1 + 4d/\pi$

$$W_{p1} = C_1 \left(e'_c - \frac{C_1}{2} \right) + \pi d \left(C_1 + \frac{4d}{\pi} - e'_c \right) + C_2 (C_1 + 2d - e'_c) \quad 2.34$$

Se $e'_c > C_1 + 4d/\pi$

$$W_{p1} = C_1 \left(e'_c - \frac{C_1}{2} \right) + \pi d \left(e'_c - C_1 - \frac{4d}{\pi} \right) + C_2 (C_1 + 2d - e'_c) \quad 2.35$$

O fator K é definido segundo a Tabela 2.4 a seguir;

Tabela 2. 4 Valores de K

C_1/C_2	0,5	1,0	2,0	3,0
K	0,45	0,6	0,7	0,8

Onde:

C_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força;
 C_2 é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força.

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014).

II. Tensão resistente nas superfícies críticas C e C'

Superfície Crítica C

A tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica C é calculada de acordo com a Equação 2.5 a seguir. Essa verificação deve ser feita no contorno C , em lajes submetidas a punção, com ou sem armadura.

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27\alpha_v f_{cd} \quad 2.36$$

Onde:

$$\alpha_v = (1 - f_{ck}/250), \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa} \quad 2.37$$

Sendo τ_{Rd2} a tensão de cisalhamento resistente de cálculo-limite para verificação da compressão diagonal do concreto na ligação laje – pilar, f_{cd} é a resistência de cálculo do concreto a compressão e f_{ck} a resistência característica do concreto a compressão. Para o cálculo de τ_{Sd} , utiliza-se as Equações 2.1, 2.7, 2.12 ou 2.24, de acordo com o pilar estudado, pois o perímetro crítico considerado deve ser u_0 .

Superfície Crítica C'

- Lajes sem armadura de punção:

Já para a tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica C' em elementos estruturais ou trechos sem armadura de punção, deve ser realizada a verificação apresentada na Equação 2.38 a seguir.

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{20/d} \right) (100\rho f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp} \quad 2.38$$

Sendo:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \quad 2.39$$

$$d = (d_x + d_y)/2 \quad 2.40$$

$$\sigma_{cp} = N_{Sd}/A_c \quad 2.41$$

Onde τ_{Rd1} é a tensão de cisalhamento resistente de cálculo-limite, para que uma laje possa prescindir de armadura transversal para resistir à força cortante, ρ é a taxa geométrica de

armadura de flexão aderente (armadura não aderente deve ser desprezada) e ρ_x e ρ_y são as taxas de armadura nas duas direções ortogonais, calculadas na largura igual à dimensão ou área carregada do pilar acrescida de $3d$ para cada um dos lados ou para o caso de proximidade com a borda, prevalece a distância até a borda, quando essa for menor do que $3d$.

A tensão σ_{cp} é a tensão de compressão média no plano da laje, e depende de N_{sd} , que é força longitudinal na seção devida à protensão ou carregamento (a compressão é considerada com sinal positivo), e A_c , que é a área da seção transversal de concreto.

-Lajes com armadura de punção:

No caso de haver armadura de punção, a tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície C' é calculada de outra maneira, demonstrada na Equação 2.42.

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd3} = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,10\sigma_{cp} + 1,5 \frac{d A_{sw} f_{ywd} \text{sen}\alpha}{s_r ud} \quad 2.42$$

Onde s_r é o espaçamento radial entre as linhas de armadura de punção, não maior que $0,75d$, A_{sw} é a área de armadura de punção num contorno completo paralelo a C'', α é o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje e f_{ywd} é a resistência de cálculo da armadura de punção, não maior que 300 MPa para conectores ou 250 MPa para estribos (aço CA-50 ou CA-60). Para lajes com espessura maior que 15 cm, esses valores podem ser aumentados a partir de interpolação linear.

III. Verificação de elementos estruturais protendidos

Deve ser feita uma verificação utilizando-se da tensão solicitante efetiva, de acordo com a Equação 2.43 a seguir, onde considera-se o alívio de carga gerado pelos cabos de protensão, num contorno de $d/2$ afastado das bordas dos pilares.

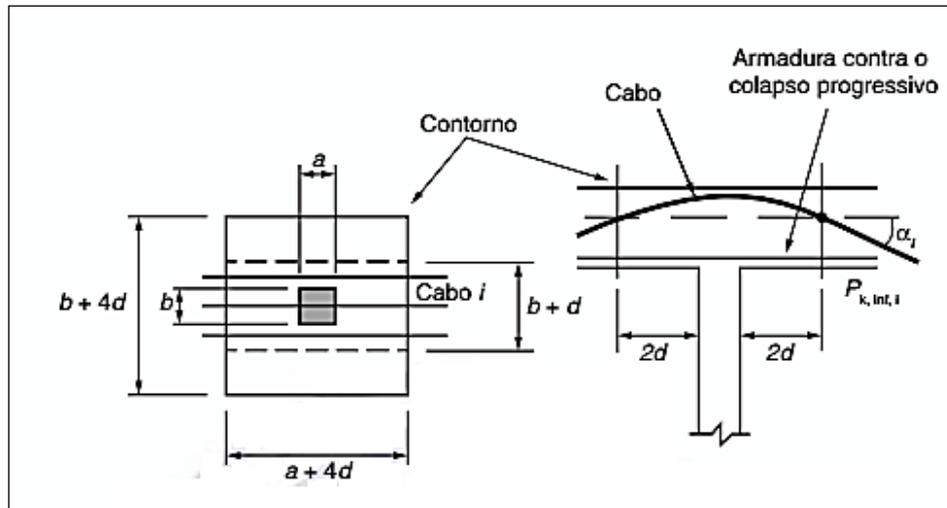
$$\tau_{Sd,ef} = \tau_{Sd} - \tau_{Pd} \quad 2.43$$

$$\tau_{Pd} = \frac{\sum P_{k,inf,i} \text{sen}\alpha_i}{ud} \quad 2.44$$

Onde τ_{Pd} é a tensão devido ao efeito dos cabos de protensão inclinados que atravessam o contorno considerado e que passam a menos de $d/2$ da face do pilar (demonstrado na Figura

2.32), $P_{k,inf,i}$ é a força de protensão no cabo e α_i é a inclinação do cabo em relação ao plano da laje no contorno considerado.

Figura 2. 32 Efeito favorável dos cabos inclinados



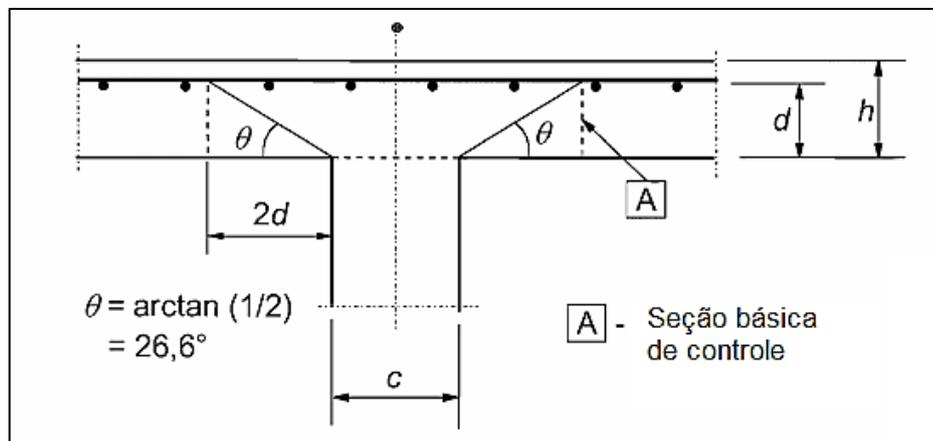
Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014).

2.10.2 Eurocode 2: Design of concrete structures (EN 1992-1-1 2004)

O Eurocódigo 2 (2004) apresenta um modelo de verificação apropriado de falha por punção para Estado Limite Último, como mostra a Figura 2.41.

De maneira semelhante à norma brasileira, o Eurocódigo recomenda que a verificação da punção seja feita em torno do contorno de um perímetro crítico u_1 , porém afastado a $2d$ da face do pilar ou da carga concentrada. Este perímetro, para o caso de áreas carregadas perto de bordas ou em quinas, é dado segundo a Figura 2.33.

Figura 2. 33 Modelo de verificação à punção para Estado Limite Último

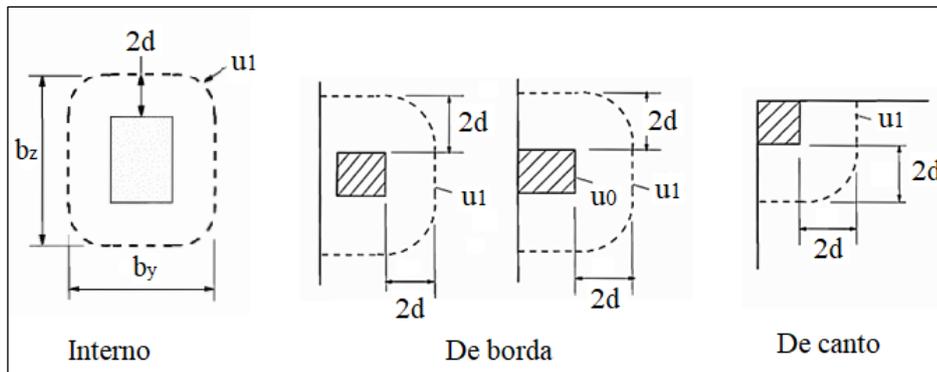


Fonte: Eurocode 2 (2004).

Sendo d a altura efetiva da laje, que pode ser calculada através da Equação 2.34, onde d_y e d_z são as alturas efetivas da laje nas duas direções ortogonais.

$$d = \frac{d_y + d_z}{2} \quad 2.45$$

Figura 2. 34 Perímetro de contorno básico para pilares de borda e de canto



Fonte: Adaptado de *Eurocode 2* (2004).

Devem, então, serem feitas as seguintes verificações:

- a) No perímetro do pilar, a maior tensão de cisalhamento não deve exceder:

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,máx} \quad 2.46$$

Sendo v_{Ed} a tensão sollicitante que atua na ligação e $v_{Rd,máx}$ a tensão máxima resistente de cálculo ao cisalhamento ao longo da seção crítica considerada.

- b) Armadura de punção não é necessário se:

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c} \quad 2.47$$

Onde $v_{Rd,c}$ é o valor de cálculo da resistência ao cisalhamento sem armadura de punção ao longo da seção considerada.

- c) No caso de v_{Ed} exceder o valor de $v_{Rd,c}$ para a verificação realizada anteriormente, deverá adotar-se uma armadura de punção.

Seguem então os procedimentos indicados pelo *Eurocódigo*:

I. Cálculo das tensões sollicitantes

- **Pilar interno com momento em uma direção**

Para a primeira verificação, onde é feita a análise no perímetro do pilar, tem-se:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_0 d} \quad 2.48$$

$$u_0 = 2(C_1 + C_2) \quad 2.49$$

$$\beta = 1 + k \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \frac{u_1}{W_1} \quad 2.50$$

$$u_1 = 2(C_1 + C_2) + 4\pi d \quad 2.51$$

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1 \quad 2.52$$

Onde, V_{Ed} é a força ou reação de punção de cálculo, u_0 é o perímetro do contorno do pilar, C_1 e C_2 são as dimensões do pilar nas direções da excentricidade e perpendicular a esta, respectivamente, e k o coeficiente dependente da razão entre as dimensões do pilar, sendo uma função das proporções do momento desequilibrado transmitido por cisalhamento desigual e por flexão e torção. Já M_{Ed} é o valor de projeto do momento fletor interno aplicado, u_1 o comprimento do perímetro de controle básico e W_1 corresponde a uma distribuição de cisalhamento, e é uma função do o perímetro de controle básico u_1 .

Para verificar a necessidade de utilização de armadura de punção, tem-se o cálculo da tensão solicitante em um perímetro distante $2d$ dos limites do pilar, confirma a Equação 2.53 a seguir:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_1 d} \quad 2.53$$

Sendo β e os demais fatores calculados como nas Equações anteriores.

- **Pilar interno com momento em duas direções**

Primeiramente é feita a análise no perímetro do pilar, sendo:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_0 d} \quad 2.54$$

$$u_0 = 2(C_1 + C_2) \quad 2.55$$

$$\beta = 1 + 1,8 \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_z}\right)^2 + \left(\frac{e_z}{b_y}\right)^2} \quad 2.56$$

$$e_y = M_{ED,y} / V_{ED,y} \quad 2.57$$

$$e_z = M_{ED,z} / V_{ED,z} \quad 2.58$$

Onde e_y e e_z são as excentricidades nos eixos y e z , respectivamente, e b_z e b_y são as dimensões do perímetro de controle, vistas na Figura 2.48.

Para verificar a necessidade de utilização de armadura de punção, tem-se o cálculo da tensão solicitante em um perímetro distante $2d$ dos limites do pilar, confirma a Equação 2.59 a seguir:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_1 d} \quad 2.59$$

Sendo β e os demais fatores calculados como nas Equações anteriores.

- **Pilar de borda**

Para o cálculo da tensão solicitante no perímetro do pilar, tem-se:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_0 d} \quad 2.60$$

$$u_0 = C_2 + 3d \leq C_2 + 2C_1 \quad 2.61$$

$$\beta = 1 + K \frac{M_{ED}}{V_{ED}} \times \frac{u_1^*}{W_1^*} \quad 2.62$$

$$u_1^* = C_2 + 2\pi d + 2a \quad 2.63$$

$$W_1^* = C_2^2/4 + C_1 C_2 + 4C_1 d + 8d^2 + \pi d C_2 \quad 2.64$$

$$a \leq \begin{cases} 1,5d \\ 0,5C_1 \end{cases} \quad 2.65$$

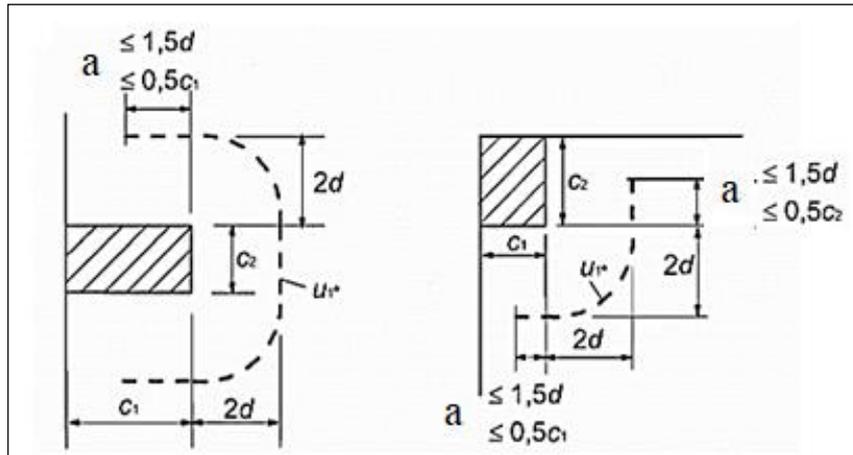
Onde u_1^* é o perímetro de controle básico reduzido, W_1^* é corresponde a uma distribuição de cisalhamento e é uma função do o perímetro de controle básico reduzido e a é a dimensão demonstrada na Figura 2.35.

Para verificar a necessidade de utilização de armadura de punção, tem-se o cálculo da tensão solicitante em um perímetro distante $2d$ dos limites do pilar, confirma a Equação 2.66 a seguir:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_1^* d} \quad 2.66$$

Sendo β e os demais fatores calculados como nas Equações anteriores.

Figura 2. 35 Perímetro básico de controle reduzido u_1^*



Fonte: Adaptado de *Eurocode 2* (2004).

- **Pilar de canto**

Para o cálculo da tensão solicitante no perímetro do pilar, tem-se:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_0 d} \quad 2.67$$

$$u_0 = 3d \leq c_2 + 2c_1 \quad 2.68$$

$$\beta = \frac{u_1}{u_1^*} \quad 2.69$$

$$u_1 = c_2 + c_1 + \pi d$$

$$u_1^* = a_1 + a_2 + \pi d \quad 2.70$$

$$a_1 \leq \begin{cases} 1,5d \\ 0,5c_1 \end{cases} \quad 2.71$$

$$a_2 \leq \begin{cases} 1,5d \\ 0,5c_2 \end{cases} \quad 2.72$$

Para verificar a necessidade de utilização de armadura de punção, tem-se o cálculo da tensão solicitante em um perímetro distante $2d$ dos limites do pilar, confirma a Equação 2.73 a seguir:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_1 * d} \quad 2.73$$

Sendo β e os demais fatores calculados como nas Equações anteriores.

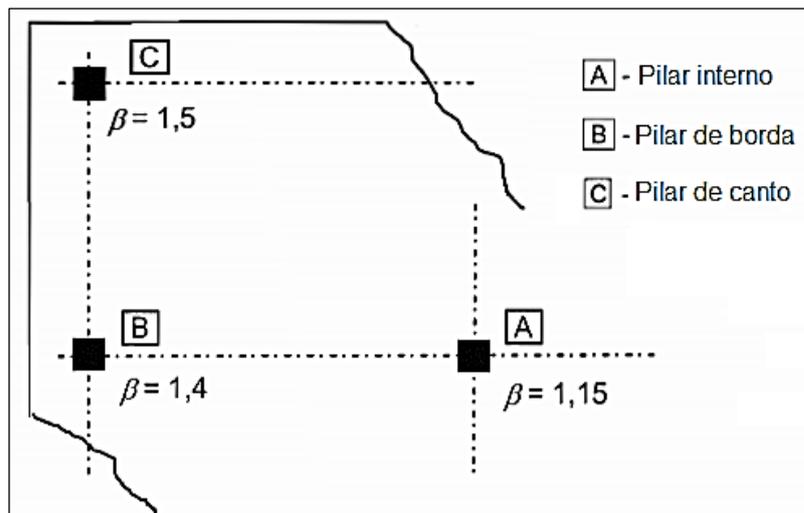
Para todos os casos, o valor da variável k pode ser admitido segundo a Tabela 2.5 a seguir. Já para os casos de pilares internos, de borda ou de canto, o Eurocódigo permite a utilização dos valores de β segundo a Figura 2.36.

Tabela 2. 5 Valores de k para carregamentos ou apoios retangulares

c_1/c_2	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$
K	0,45	0,6	0,7	0,8

Fonte: Eurocode 2 (2004).

Figura 2. 36 Valores recomendados para β



Fonte: Adaptado de Eurocode 2 (2004).

I. Tensão resistente nas superfícies críticas

a) Resistência máxima (perímetro do pilar)

Para o cálculo da resistência máxima de uma determinada dimensão de pilar, altura útil e resistência à compressão do concreto, utiliza-se a Equação 2.74 a seguir.

$$v_{Rd,máx} = 0,4v f_{cd} \quad 2.74$$

$$v = 0,6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \quad 2.75$$

Sendo f_{ck} a resistência característica a compressão do concreto em MPa.

b) Sem o uso de armadura de reforço de cisalhamento (superfície distante 2d das bordas do pilar)

A resistência de cálculo à punção da laje deve ser verificada para a seção crítica, de acordo com a Equação 2.764 a seguir.

$$v_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} \left(1 + \sqrt{200/d}\right) (100\rho_1 f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp} \geq (v_{min} + 0,1\sigma_{cp}) \quad 2.76$$

Onde γ_c é o fator de segurança, ρ_l é a taxa geométrica de armadura de flexão, calculada de acordo com a Equação 2.77 a seguir, σ_{cp} é a tensão normal atuante no concreto devido a protensão, calculada de acordo com a Equação 2.78.

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{ly}\rho_{lz}} \leq 0,02 \quad 2.77$$

$$\sigma_{cp} = (\sigma_{cy} + \sigma_{cz}/2) \quad 2.78$$

$$v_{min} = 0,035K^{3/2}f_{ck}^{1/2} \quad 2.79$$

Onde ρ_{ly} e ρ_{lz} são as taxas de armaduras de flexão nas direções y e z, respectivamente, calculados em uma largura igual ao tamanho do pilar mais $3d$ de cada lado, σ_{cy} e σ_{cz} são as tensões normais no concreto na seção crítica nas direções y e z, respectivamente (MPa, e positivo para compressão).

As tensões podem ser calculadas através das fórmulas a seguir:

$$\sigma_{cy} = N_{Ed,y}/A_{cy} \quad 2.80$$

$$\sigma_{cz} = N_{Ed,z}/A_{cz} \quad 2.81$$

Sendo:

$N_{Ed,y}$ e $N_{Ed,z}$ são as forças longitudinais em todo vão para pilares internos e as forças longitudinais na seção de controle para pilares de borda. A força pode ser de uma carga ou ação de protensão;

A_{cy} e A_{cz} é a área de concreto, definida segundo as forças longitudinais.

c) Com o uso de armadura de reforço de cisalhamento

Para esse caso, a resistência máxima é advinda da combinação da armadura de cisalhamento e do concreto, como mostra a Equação 2.82.

$$v_{Rd,cs} = 0,75v_{Rd,c} + \frac{1,5d A_{sw} f_{ywd,ef} \operatorname{sen}\alpha}{s_r u_1 d} \quad 2.82$$

Onde A_{sw} é a área vertical da armadura de cisalhamento por camada, s_r é o espaçamento radial das camadas (ou perímetro) de armadura de cisalhamento, $f_{ywd,ef} = 1,15(250 + 0,25d)$, no qual o 1,15 substitui γ_s , é a força efetiva de cálculo do reforço de punção e α é o ângulo entre o plano da laje e o reforço de cisalhamento.

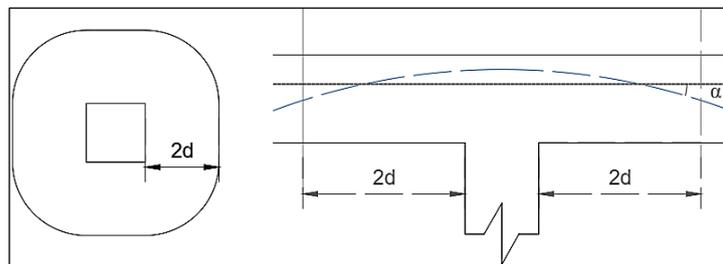
d) Para lajes protendidas

Nas equações anteriores já está demonstrada a resistência à punção para lajes com protensão, através da parcela de soma da tensão de compressão do concreto. Porém, o Eurocódigo ainda faz uma ressalva quanto à contribuição da componente vertical resultante da protensão V_p para essa resistência. A força V_p que passa por dentro de todo perímetro u_1 é considerada como alívio de carga de punção, e pode ser calculada por meio da fórmula apresentada a seguir.

$$V_p = 2(n_x P_p \operatorname{sen}\alpha_x) + 2(n_y P_y \operatorname{sen}\alpha_y) \quad 2.83$$

Onde n_x e n_y representam o número de cabos que cruzam a seção de controle em cada direção, lembrando que a seção de controle é o perímetro distante $2d$ das faces do pilar, como mostrado na Figura 2.379, P_p é a força de protensão média na ruptura e α_x e α_y são os ângulos de inclinação dos cabos no limite da seção de controle.

Figura 2. 37 Perímetro de consideração de V_p



Fonte: Adaptado de Leite, 2015.

2.9.3 American Concrete Institute (ACI 318-19)

O perímetro crítico adotado pela norma americana para o cálculo de resistência à punção é localizado a $0,5 d$ de distância das faces do pilar, com a superfície de ruptura cruzando a

armadura de cisalhamento. No caso da ruptura se dar em superfície externa à região com armadura de cisalhamento, o perímetro crítico é afastado de $0,5 d$ da última camada de armadura de reforço transversal.

- Cálculo do esforço resistente

Para o cálculo do esforço resistente à punção, é necessário realizar uma avaliação das condições da laje protendida, para que seja averiguado se é possível ou não considerar o efeito de protensão. São elas:

- $f_{ck} \leq 34,5 \text{ MPa}$ e

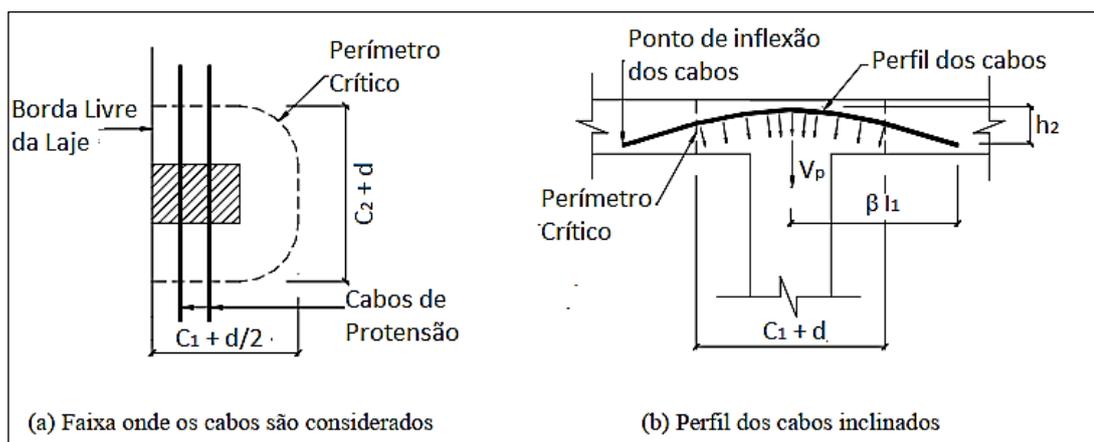
- $-0,86 \leq f_{pc} \leq 3,45 \text{ MPa}$ e

-Nenhuma seção está a menos de $4h$ de alguma continuidade da borda.

Sendo f_{ck} o valor de projeto da resistência à compressão do concreto e f_{pc} a tensão de compressão no concreto, após tolerância para todas as perdas de protensão, no centroide da seção transversal resistindo a cargas aplicadas externamente.

Caso todas condições sejam atendidas, deve-se considerar os efeitos da protensão para os cabos dispostos no perímetro afastado $d/2$ do pilar, como mostrado no exemplo da Figura 2.38. Portanto utiliza-se as Equações 2.84 e 2.85 a seguir para o cálculo do esforço resistente, sendo o menor deles levado em consideração.

Figura 2. 38 Perímetro para consideração de V_p



Fonte: Oliveira, 2008.

$$v_n = 0,29\lambda\sqrt{f_{ck}} + 0,3f_{pc} + \frac{V_p}{b_o d}$$

2.84

$$v_n = \beta_p \left(\frac{\sqrt{f_{ck}}}{12} \right) + 0,3f_{pc} + \frac{V_p}{b_0 d} \quad 2.85$$

$$\beta_p = 1,5 + \frac{\alpha_s d}{b_0} \quad 2.86$$

$$\alpha_s = \begin{cases} 40 \text{ para pilar interno} \\ 30 \text{ para pilar de borda} \\ 20 \text{ para pilar de canto} \end{cases} \quad 2.87$$

$$b_{0,\text{pilar interno}} = 2(C_1 + d) + 2(C_2 + d) \quad 2.88$$

$$b_{0,\text{pilar de borda}} = 2\left(C_1 + \frac{d}{2}\right) + (C_2 + d) \quad 2.89$$

$$b_{0,\text{pilar de canto}} = C_1 + C_2 + d \quad 2.90$$

$$d = \left(d_x + \frac{d_y}{2} \right) \quad 2.91$$

Sendo v_n é a tensão resistente equivalente no concreto, V_p a componente vertical da força efetiva de protensão na seção considerada (distante a $d/2$ das bordas do pilar), b_0 o perímetro da seção crítica para cisalhamento bidirecional lajes e d a altura útil da laje.

Para o caso de lajes as quais não são atendidas as verificações anteriores, deve-se desconsiderar o efeito da protensão, portanto a tensão resistente de cálculo se dá por meio das Equações 2.92, 2.93 ou 2.94 seguintes, sendo a menor delas levada em consideração.

$$v_n = \left(2 + \frac{4}{\beta} \right) \lambda_s \lambda \frac{\sqrt{f_{ck}}}{12} \quad 2.92$$

$$v_n = \left(2 + \frac{\alpha_s d}{b_0} \right) \lambda_s \lambda \frac{\sqrt{f_{ck}}}{12} \quad 2.93$$

$$v_n = \lambda_s \lambda \frac{\sqrt{f_{ck}}}{3} \quad 2.94$$

$$\beta = \frac{l_1}{l_2}, \text{ sendo } l_1 \text{ a maior dimensão do pilar e } l_2 \text{ a menor dimensão do pilar} \quad 2.95$$

Sendo as demais variáveis calculadas segundo as Equações apresentadas anteriormente para o caso de lajes protendidas.

- Cálculo do esforço solicitante

Para o cálculo da tensão solicitante de cálculo, é necessário ser observado a posição do pilar na laje. Para o caso de pilares internos com momento desbalanceado em 1 direção e pilares de borda, utiliza-se a Equação 2.96.

$$v_{u,AB} = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v M_u c_{AB}}{J_c} \quad 2.96$$

$$\gamma_v = (1 - \gamma_f) \quad 2.97$$

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + (2/3) \cdot \sqrt{b_1/b_2}} \quad 2.98$$

$$A_c = b_0 d \quad 2.99$$

Onde $v_{u,AB}$ é tensão de cisalhamento bidirecional máxima solicitante calculada ao redor do perímetro de uma determinada seção crítica, V_u a força ou reação de punção de cálculo, A_c a área da seção de concreto resistindo à transferência de cisalhamento.

Já γ_v é o fator usado para determinar a fração de momento transferida por excentricidade de cisalhamento para as ligações pilar-laje, γ_f o fator usado para determinar a fração de momento transferido pela flexão da laje para as ligações de pilar-laje, c_{AB} a distância do eixo centróide da seção crítica ao perímetro da área crítica seção na direção da análise, J_c a propriedade da seção crítica assumida análoga ao momento polar de inércia e M_u valor do projeto do momento fletor interno aplicado. As dimensões b_1 e b_2 são apresentadas nas Figuras 2.39 e 2.40 a seguir.

Figura 2. 39 Dimensões de perímetro crítico para pilar interno e distribuição dos esforços

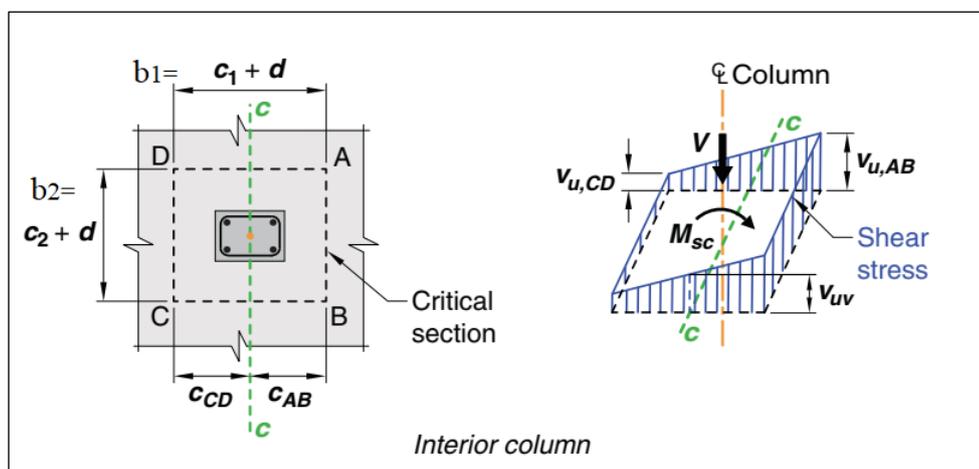
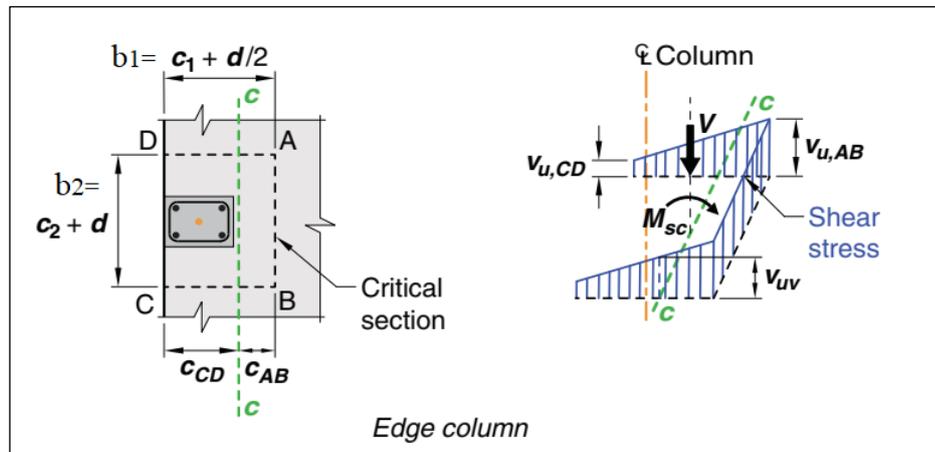


Figura 2. 40 Dimensões de perímetro crítico para pilar de borda e distribuição dos esforços



Fonte: Adaptado de ACI 318 (2019).

Para o cálculo de J_c e c_{AB} utilizam-se as Equações dispostas a seguir. Para o caso de pilares internos:

$$J_c = \frac{d(C_1 + d)^3}{6} + \frac{(C_1 + d)d^3}{6} + \frac{d(C_2 + d)(C_1 + d)^2}{2} \quad 2.100$$

$$c_{AB} = \frac{c_1 + d}{2} \quad 2.101$$

Já para pilares de borda:

$$J_c = 2 \left(\frac{b_1 d^3}{12} \right) + 2 \left(\frac{b_1^3 d}{12} \right) + 2b_1 d \left(\frac{b_1}{2} - c_{AB} \right)^2 + (b_2 d) c_{AB}^2 \quad 2.102$$

$$c_{AB} = \frac{2(b_1 d) b_1 / 2}{2(b_1 d) + b_2 d} \quad 2.103$$

Para pilares internos com momento desbalanceado nas duas direções e pilares de canto, utiliza-se as Equações a seguir:

$$v_u = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_{vx} M_{ux} y}{J_x} + \frac{\gamma_{vy} M_{uy} x}{J_y} \quad 2.104$$

$$\gamma_{vx} = 1 - \frac{1}{1 + (2/3) \cdot \sqrt{l_y / l_x}} \quad 2.105$$

$$\gamma_{vy} = 1 - \frac{1}{1 + (2/3) \cdot \sqrt{l_x/l_y}} \quad 2.106$$

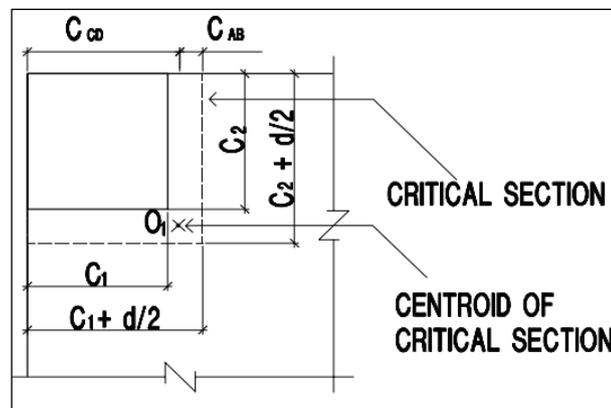
Para pilares de canto, calcula-se de J_c , c_{AB} e c_{CD} de acordo com as Equações 2.107 e 2.108 seguinte, e pode-se observar as dimensões segundo a Figura 2.41. Já para pilares internos com momento em 2 direções, utiliza-se as Equações 2.100 e 2.101 para o cálculo de J_c , c_{AB} e c_{CD} , sendo $c_{AB} = c_{CD}$ nesse caso.

$$J_c = \frac{(C_1 + d/2)d^3}{12} + \frac{(c_{AB}^3 + c_{CD}^3)d}{3} + d(C_2 + d/2)c_{AB}^2 \quad 2.107$$

$$c_{AB} = \frac{(C_1 + d/2)^2}{2} (C_1 + C_2 + d) \quad 2.108$$

$$c_{CD} = (C_1 + d/2) - c_{AB} \quad 2.109$$

Figura 2. 41 Dimensões para perímetro analisado em pilares de canto



Fonte: ADAPT Technical Note, 2005.

Após os cálculos das tensões solicitantes e resistentes, faz-se a verificação seguinte, para que seja avaliada a necessidade de utilização de armadura para combate à punção.

Se $v_u \leq 0,75 v_n$, não há necessidade de armadura. Se não, armar para punção

Caso exista a necessidade de utilização de armadura, esta pode ser calculada por meio da Equação seguinte.

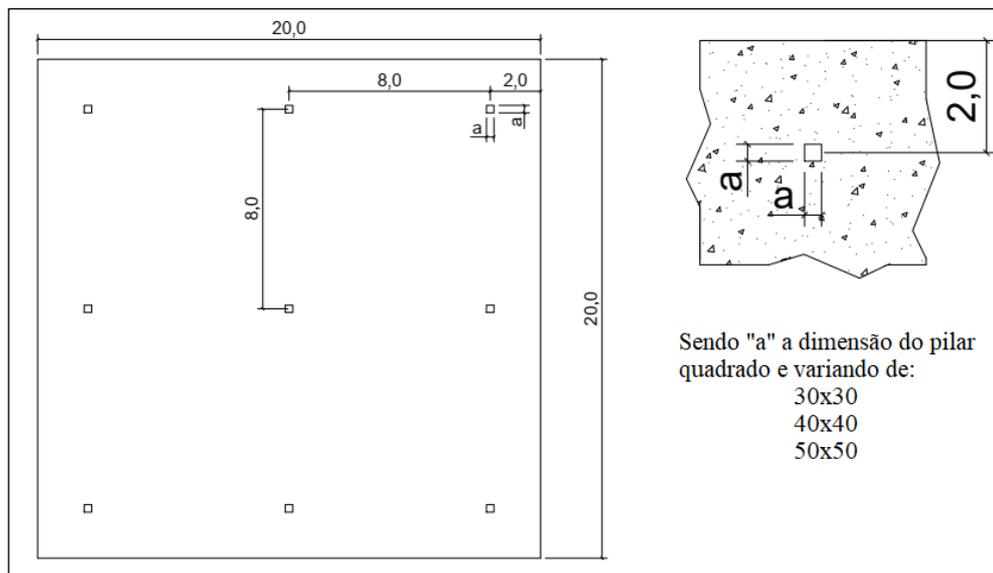
$$A_v = \frac{(v_u/0,75 - v_n) b_o s}{f_{yt}} \quad 2.110$$

3 DESCRIÇÃO DAS ANÁLISES PARAMÉTRICAS

3.1 Introdução

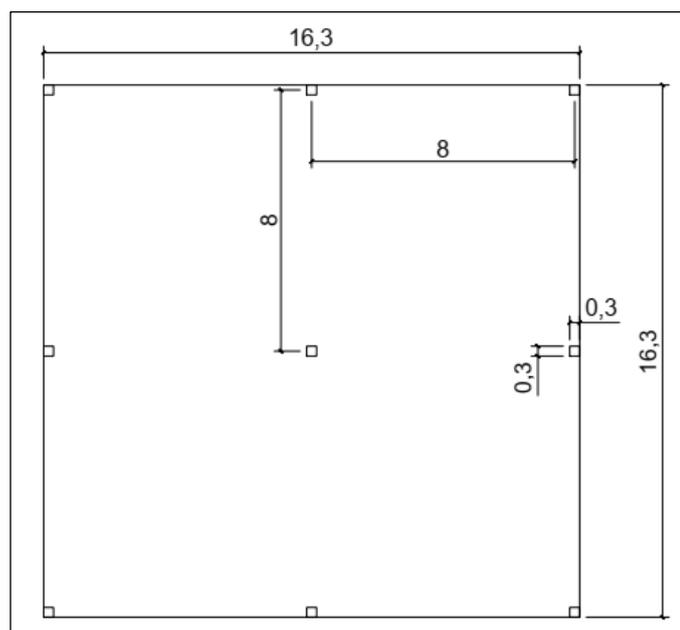
Neste capítulo serão apresentadas as especificações teóricas das análises comparativas, na abordagem de dimensionamento à punção, propostas pelas normas NBR 6118:2014, ACI 318-19 e EC2:2004. Para tanto, foram analisadas as lajes demonstradas nas Figuras de 3.1 a 3.4 a seguir.

Figura 3. 1 Laje modelo com balanço de dois metros



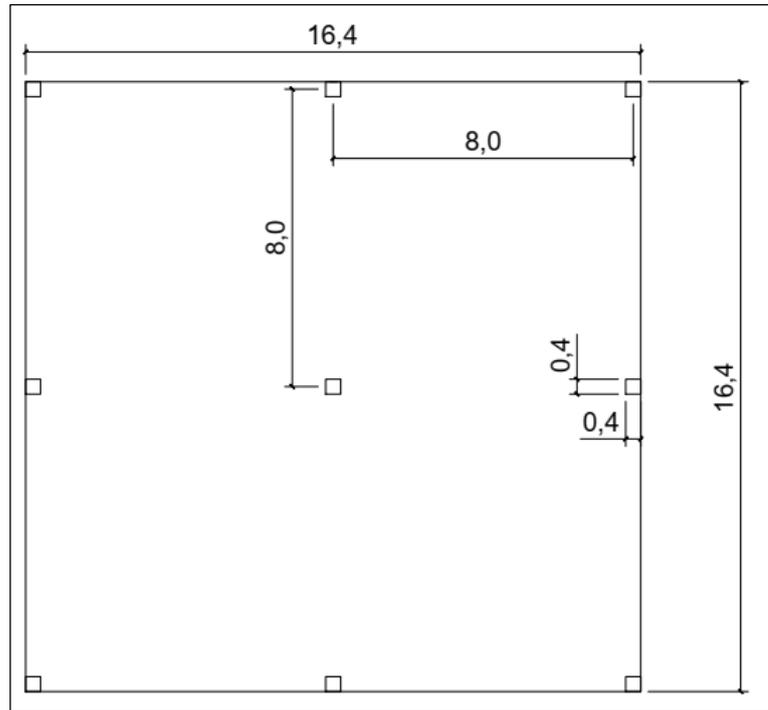
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 3. 2 Laje modelo sem balanço e pilares de 30x30



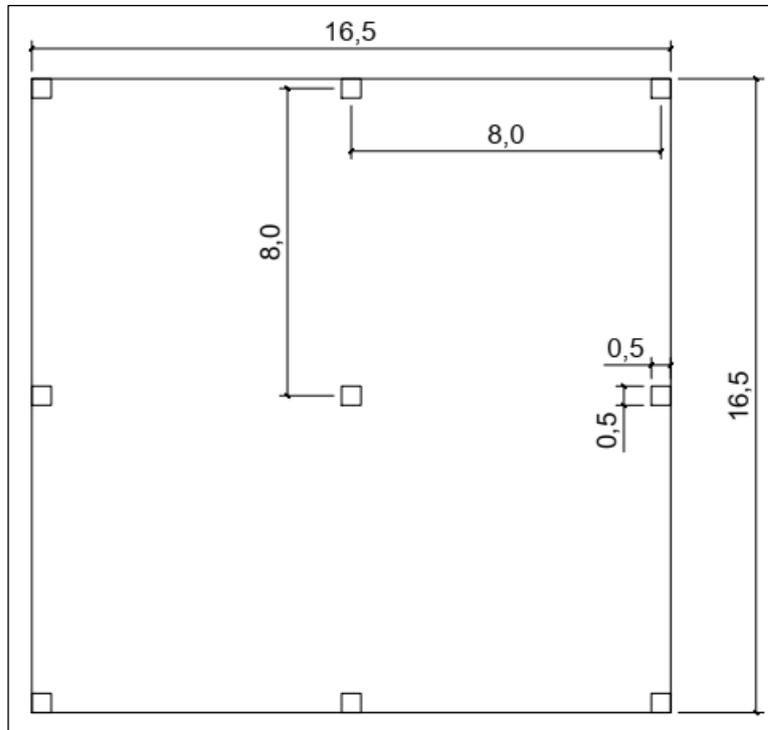
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 3. 3 Laje modelo sem balanço e pilares de 40x40



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 3. 4 Laje modelo sem balanço e pilares de 50x50



Fonte: Elaborado pelo autor.

Todas as lajes estudadas têm espessura de 18 cm. As dimensões para o modelo e as forças solicitantes de cálculo foram escolhidas devido o interesse na continuidade do estudo realizado por Leite (2015), o qual realizou análise comparativa no dimensionamento a punção para pilares internos sem transferência de momento, em lajes semelhantes, explicitados no capítulo anterior.

Em ligações de lajes lisas com pilares que possuem excentricidade, devem ser analisados e levados em consideração os momentos desbalanceados, provenientes da assimetria geométrica devido ao posicionamento do pilar. Dessa forma, para a obtenção dos esforços solicitantes na ligação será utilizado modelo em elementos finitos através do software *STRAP 2017*.

As variáveis adotadas para a definição dos modelos foram: as sobrecargas de utilização, a tensão de compressão no concreto devido à protensão, a resistência característica a compressão do concreto, as taxas de armadura longitudinal de flexão e as dimensões dos pilares, que podem ser vistas na Tabela 3.1.

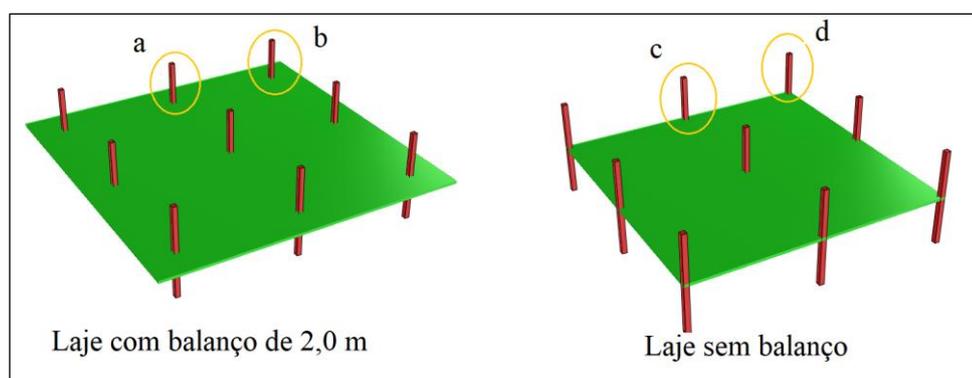
Tabela 3. 1 Variações nos modelos

Elemento	Varição
Sobrecarga de utilização	De 2 kN/m ² a 14 kN/m ² , com acréscimos de 1,5 kN/m ²
Tensão de compressão	2 cabos/m e 3 cabos/m
Classe de resistência do concreto	C30, C35 e C40
Taxa de armadura longitudinal de flexão	0,6% e 1,5%
Seção dos pilares	30x30 cm ² , 40x40 cm ² , 50x50 cm ²

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 3.5 demonstra os pilares analisados, sendo eles: (a) pilares internos com momento em uma direção, (b) pilares internos com momento em duas direções, (c) pilares de borda e (d) pilares de canto.

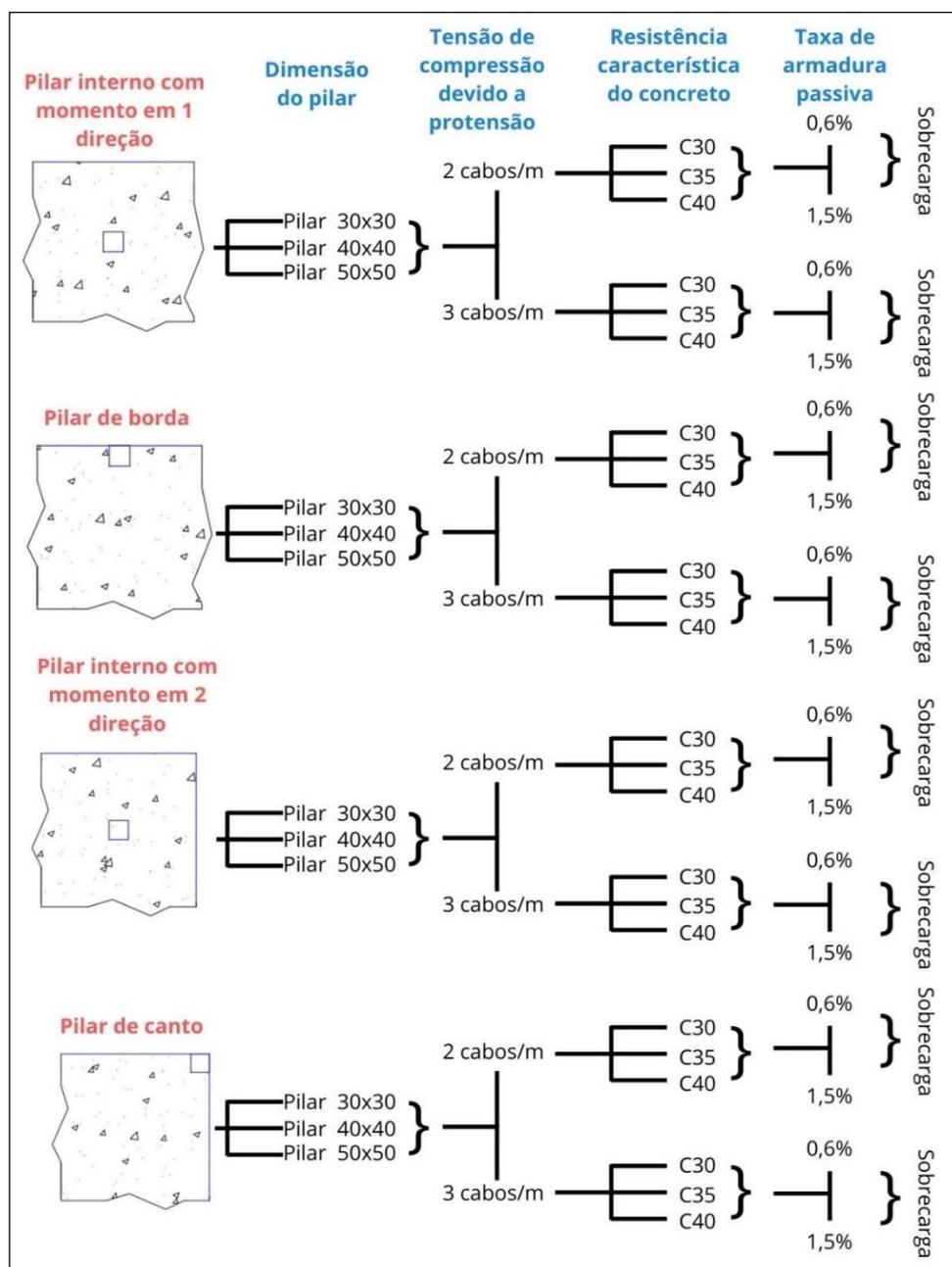
Figura 3. 5 Pilares considerados no estudo



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para representar todas variações analisadas, realizou-se um esquema, demonstrado pela Figura 3.6. Como se vê, para cada tipo de pilar estudado, variam-se três dimensões de lado. Para cada dimensão, analisam-se duas tensões de compressão devido ao efeito da protensão, com dois ou três cabos por metro. Para cada tensão, variam-se três tipos de resistência característica do concreto, e para cada uma delas variam-se dois tipos de taxa de armadura passiva. Além disso, todos os modelos são submetidos a nove sobrecargas de utilização. Totalizam-se, então, 324 modelos por pilar e 1.296 no total, que foram analisados pelas três normas em questão, sendo, portanto, 3.888 resultados.

Figura 3. 6 Esquema representativo dos modelos



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.1.1 Cargas solicitantes de cálculo

Como todas as lajes estudadas têm espessuras constantes de 18 cm, o peso próprio das mesmas pode ser calculado segundo a equação a seguir, utilizando-se do peso próprio do concreto de 25 kN/m³.

$$P_p = 25 \times 0,18 = 4,5 \text{ kN/m}^2$$

Para realizar o incremento de carga a uma variação constante, os modelos serão simulados de modo que haja um acréscimo na sobrecarga de utilização de 1,5 kN/m². Serão então nove variações de cargas, conforme mostra a Tabela 3.2 a seguir.

Tabela 3. 2 Incrementos na sobrecarga

Modelo	01	02	03	04	05	06	07	08	09
Sobrecarga (kN/m ²)	2	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Foi utilizada combinação de cargas para Estado Limite Último, com majoração das cargas de peso próprio e acidental em $\gamma_c=1,4$.

3.1.2 Armadura passiva

A armadura passiva varia de dois modelos para esse estudo. Um com taxa de $\rho=0,6\%$ e outro para $\rho=1,5\%$, em ambas as direções, sendo essas taxas escolhidas também devido à continuidade do trabalho de Leite (2015). Há uma pequena mudança quanto a menor taxa, visto que foi feita uma adaptação do trabalho de Leite (2015), que considerou a taxa de 0,5%. A reformulação foi necessária para se cumprir os requisitos da NBR 6118 quanto à verificação da armadura mínima sobre o apoio do pilar.

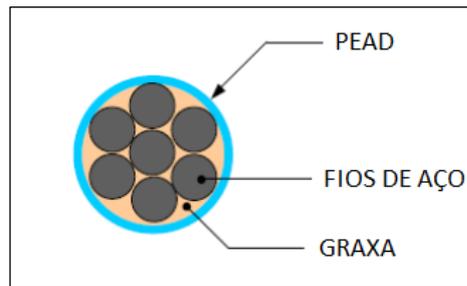
Visto que todas as lajes possuem 18 centímetros de altura, a altura útil utilizada para todos os casos foi a mesma, sendo estas de 14,3 centímetros na direção x e 15,1 centímetros na direção y, calculadas para um cobrimento de 2,5 centímetros e uma malha de armadura com bitolas de 8,0 milímetros.

3.1.3 Armadura ativa

A armadura ativa considerada no estudo é composta por cordoalhas engraxadas, que dispensam o uso de bainhas metálicas e posterior injeção de nata de cimento, fazendo assim as operações serem simplificadas e eficientes, garantindo obras mais econômicas e rápidas de se construir. As lajes protendidas em sua maioria utilizam-se de cordoalhas engraxadas.

Neste caso, as cordoalhas escolhidas foram de aço CP190-RB, de diâmetro 12,7 mm, com área de aço igual a 98,7 mm², que é a bitola usual no mercado, como se pode ver na Figura 3.7 a seguir, onde PEAD é a sigla para revestimento de polietileno de alta densidade. Como a protensão é um dado de entrada desse estudo, a força de protensão do sistema foi definida de 150 kN, e as perdas em 20%.

Figura 3. 7 Seção da cordoalha engraxada com sete fios



Fonte: Adaptado de Emerick (2005), apud Carneiro (2015).

A armadura ativa foi disposta de duas maneiras distintas, a fim de se comparar a relação que a força da protensão tem com a resistência à punção da laje. O primeiro grupo de modelos foi composto por duas cordoalhas por metro, e o segundo por três cordoalhas por metro. Dessa forma, as tensões utilizadas serão calculadas de acordo com a Equação 3.1, como pode-se ver a seguir:

$$\sigma_{cp} = \frac{n_{cabos} \times [N_{sd} - (perdas)]}{(A_c)} \quad (3.1)$$

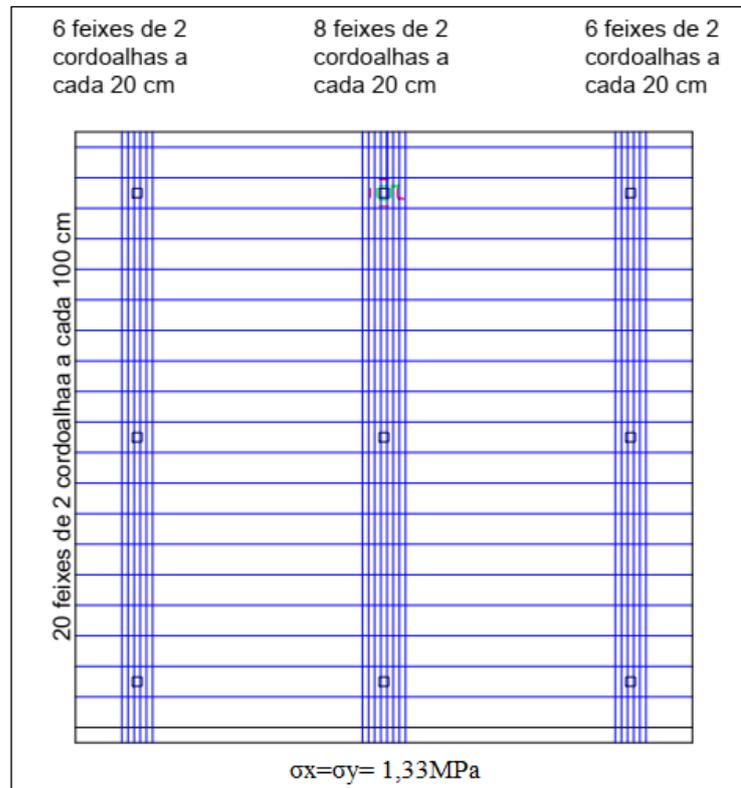
$$\sigma_{cp} = \frac{2 \times \left[150 - \left(150 \times \frac{20}{100} \right) \right]}{(100 \times 18)} \times 10 = 1,33 \text{ MPa} \quad \text{2 cabos por metro}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{3 \times \left[150 - \left(150 \times \frac{20}{100} \right) \right]}{(100 \times 18)} \times 10 = 2,0 \text{ MPa} \quad \text{3 cabos por metro}$$

O cálculo foi feito para uma área de concreto de um metro de largura por dezoito centímetros de altura da laje. Houve pequenas variações de tensão devido as dimensões variáveis da laje, para os casos sem balanço.

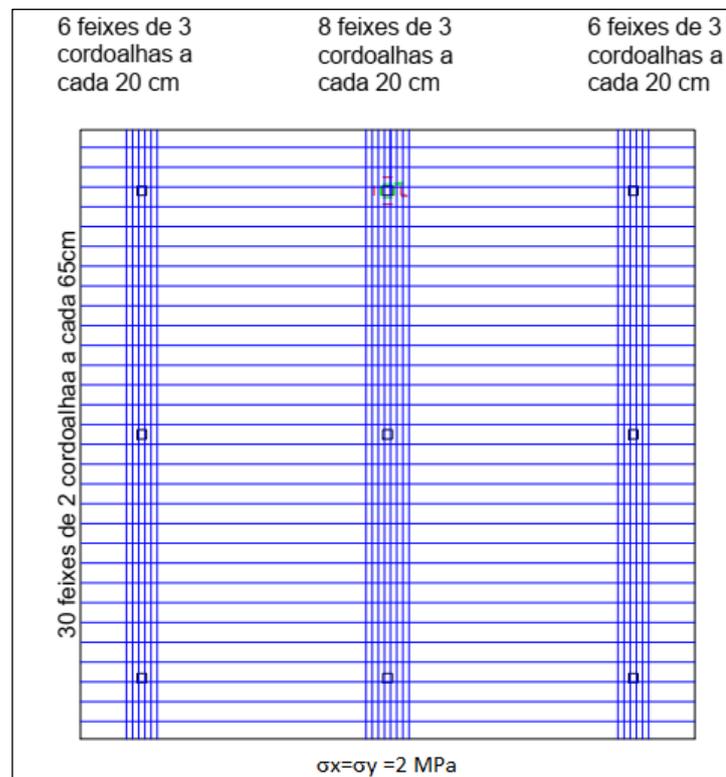
As disposições das cordoalhas, utilizadas para gerar as tensões calculadas, são detalhadas nas Figuras de 3.8 a 3.15 a seguir. De acordo com estudos realizados por Carneiro (2015), foi escolhido o modelo de cordoalhas uniformemente distribuídas em uma direção e concentradas nos apoios na outra direção, por ter uma melhor contribuição na distribuição dos esforços.

Figura 3. 8 Distribuição de 2 cordoalhas por metro para laje com balanço e todas seções de pilares



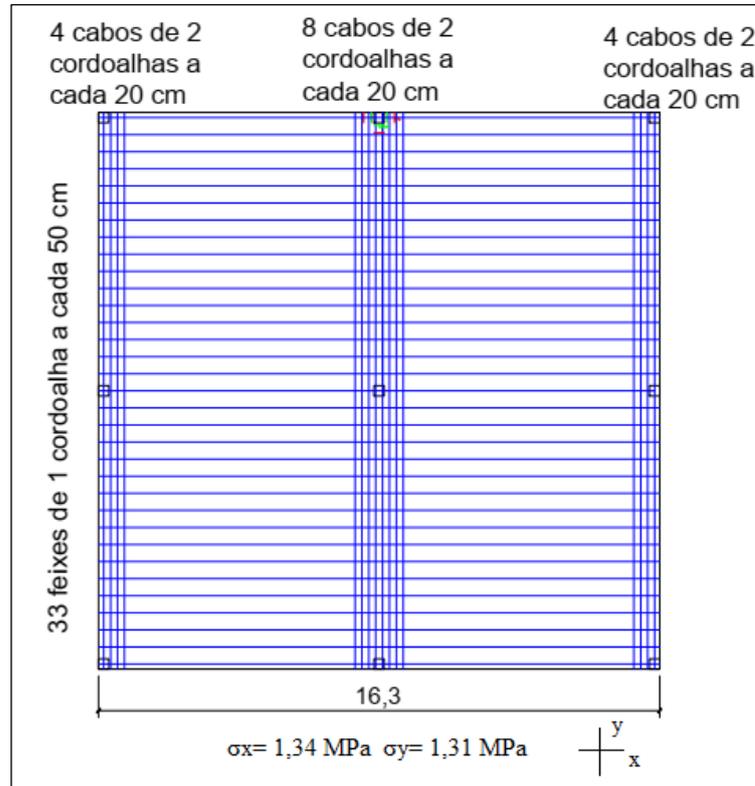
Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 3. 9 Distribuição de 3 cordoalhas por metro para laje com balanço e todas seções de pilares



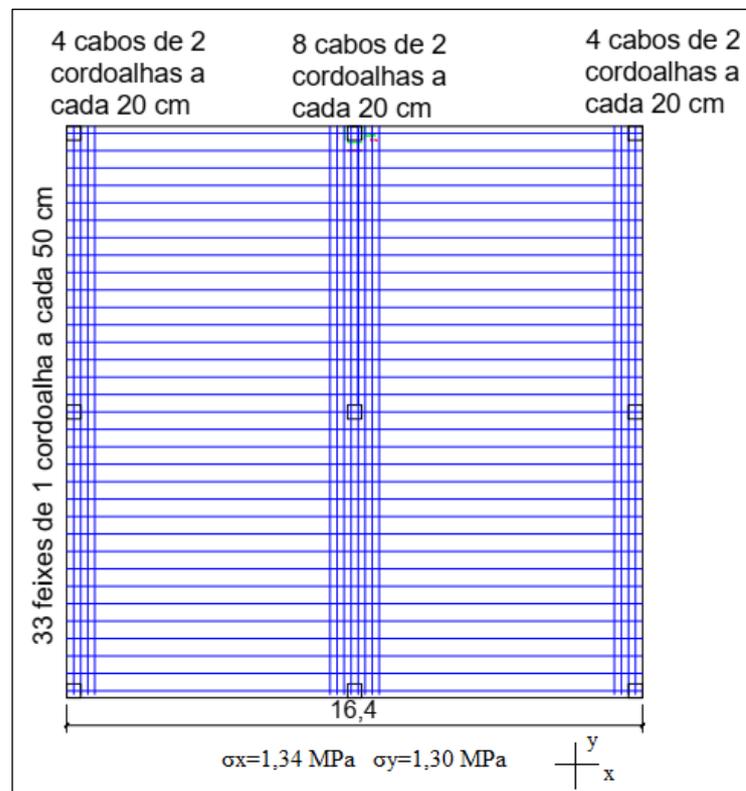
Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 3. 10 Distribuição de 2 cordoalhas por metro para laje sem balanço e pilar com seção 30x30



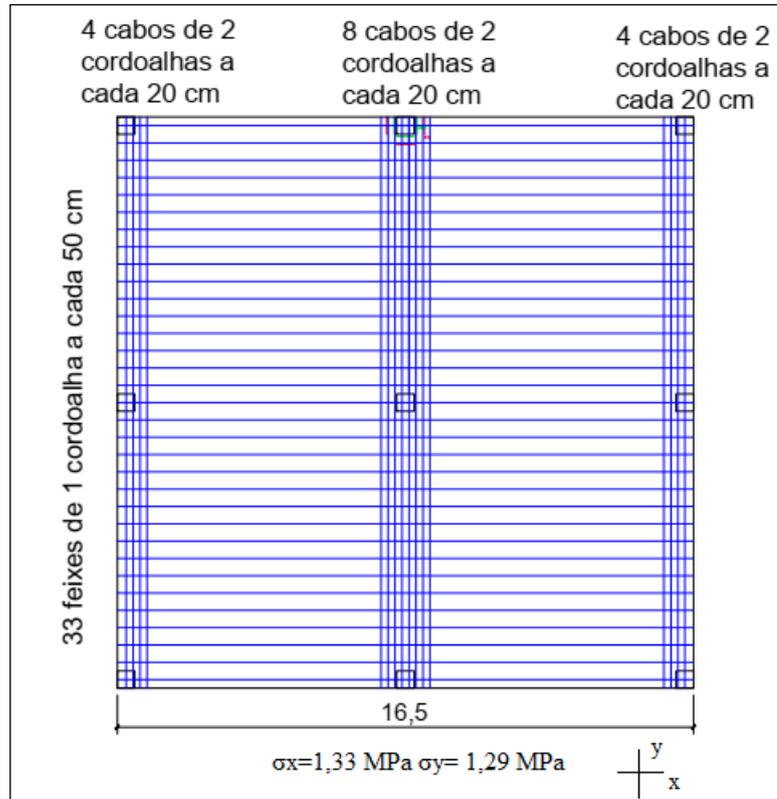
Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 3. 11 Distribuição de 2 cordoalhas por metro para laje sem balanço e pilar com seção 40x40



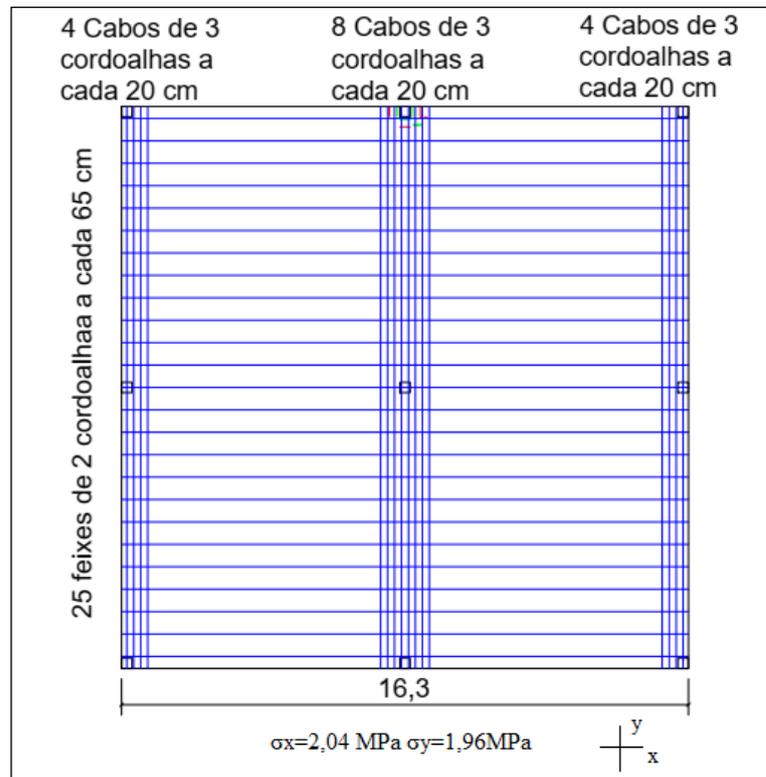
Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 3. 12 Distribuição de 2 cordoalhas por metro para laje sem balanço e pilar com seção 50x50



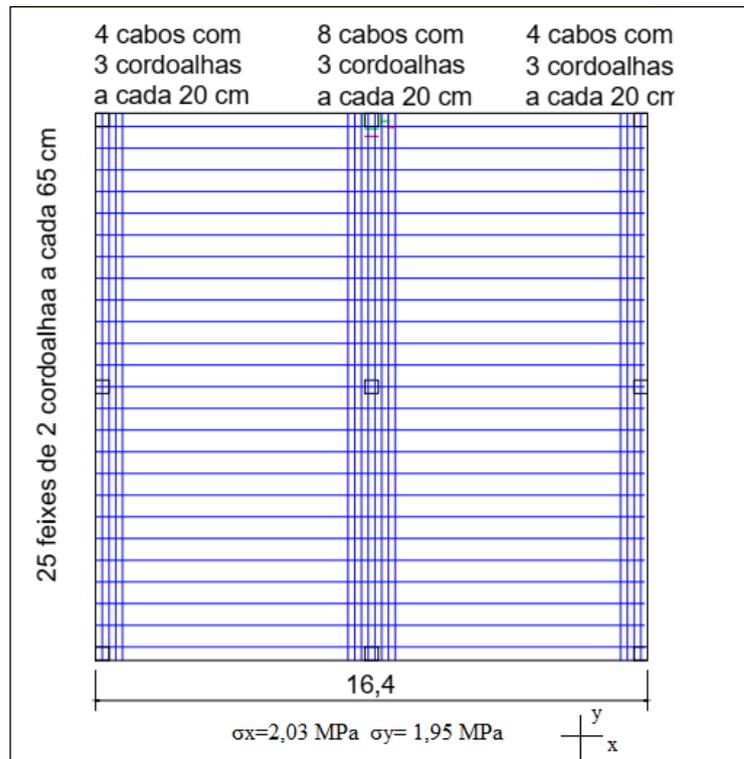
Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 3. 13 Distribuição de 3 cordoalhas por metro para laje sem balanço e pilar com seção 30x30



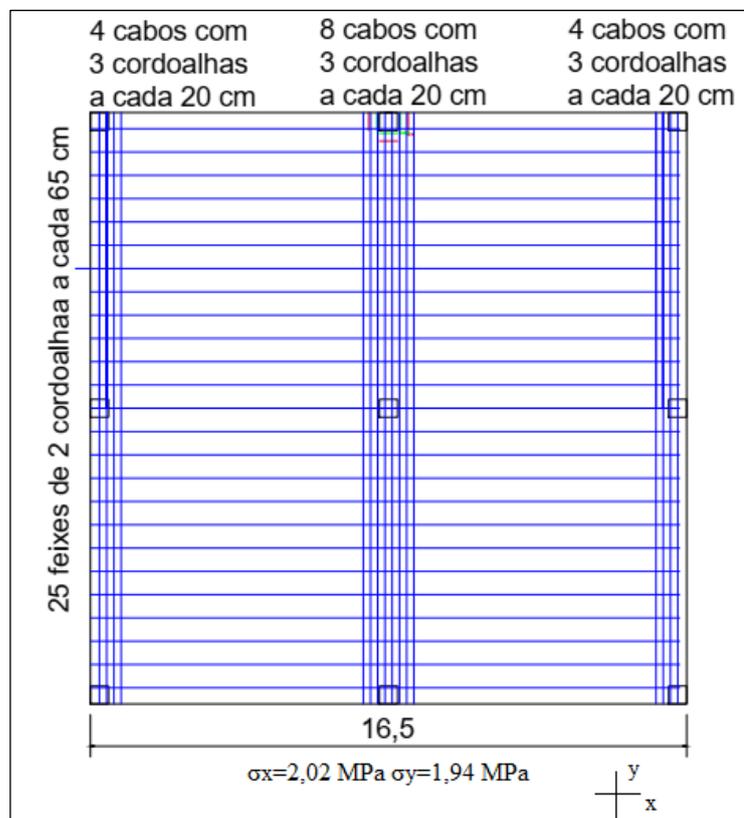
Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 3. 14 Distribuição de 3 cordoalhas por metro para laje sem balanço e pilar com seção 40x40



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 3. 15 Distribuição de 3 cordoalhas por metro para laje sem balanço e pilar com seção 50x50

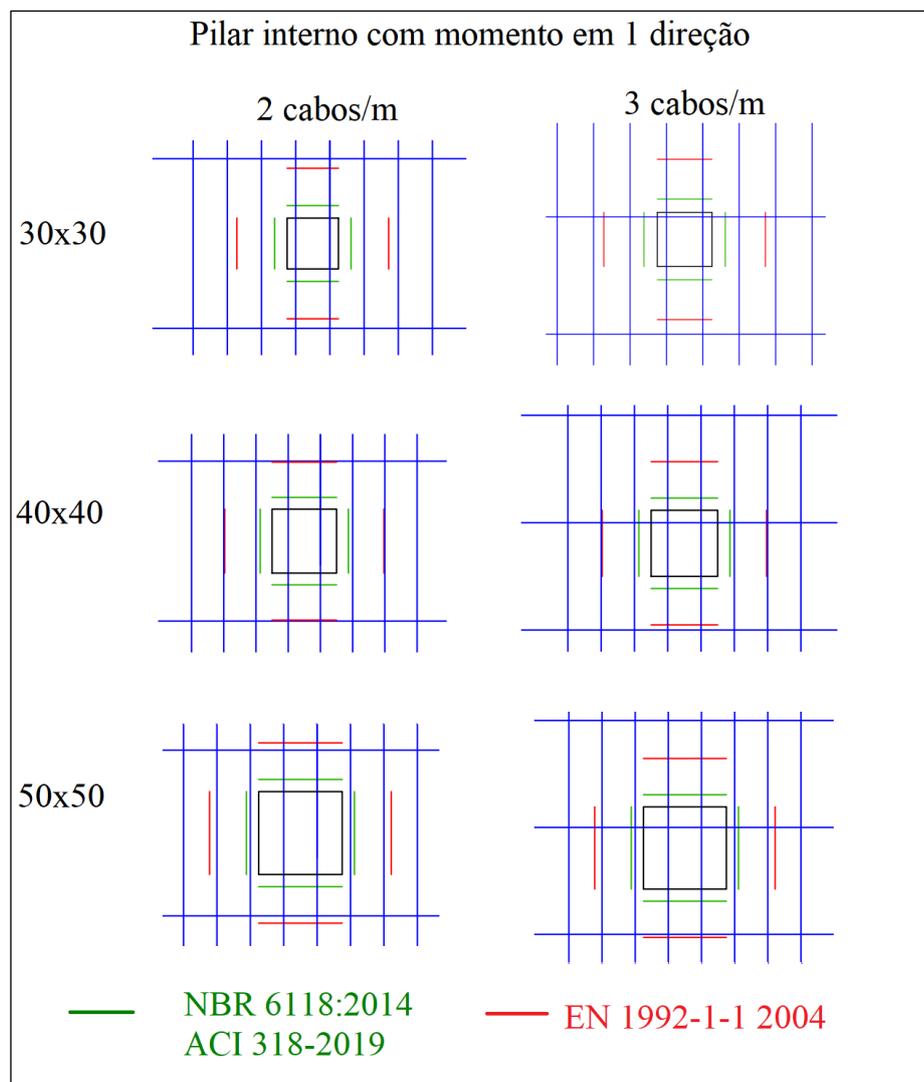


Fonte: Elaborado pelo Autor.

Para o cálculo da tensão τ_{pd} , devido ao efeito dos cabos de protensão inclinados que atravessam o contorno crítico, foi necessário a avaliação da quantidade de cabos que passam na seção crítica de cada pilar estudado. As Figuras de 3.16 a 3.19 demonstram a quantidade de cabos de acordo com a consideração para o perímetro crítico utilizado de cada norma. No caso da NBR 6118:2014 e do ACI 318-2019 o perímetro crítico é o contorno distante a $d/2$ dos pilares. Já para o EN 1992-1-1 2004 esse valor é de $2d$, sendo d a altura útil da laje.

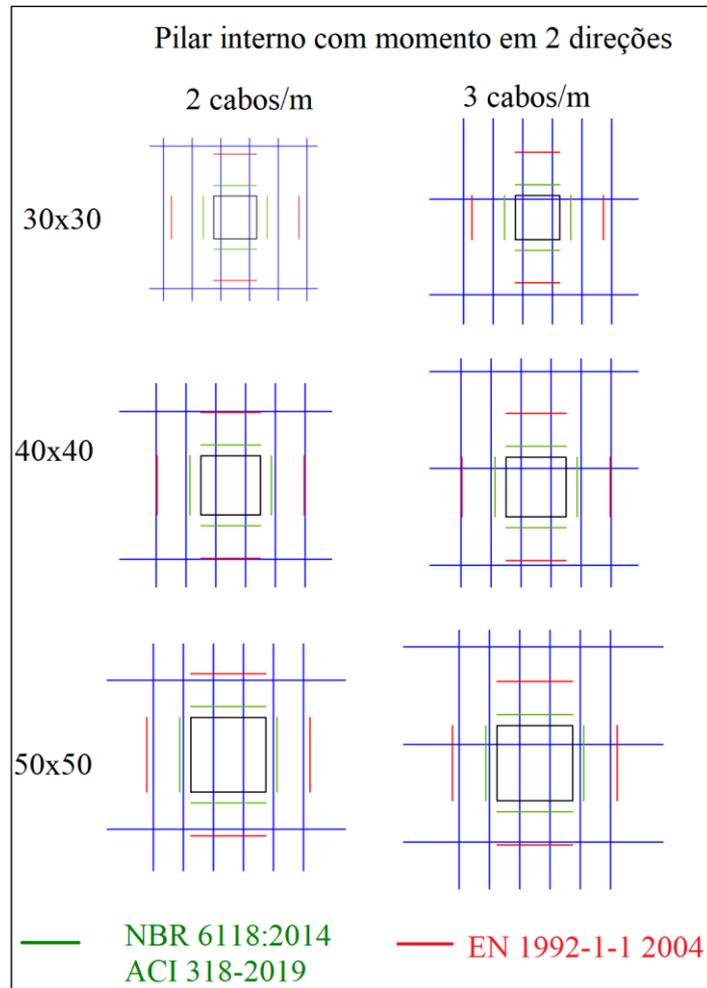
Nota-se que em alguns casos há o mesmo número de cabos que passam pela seção crítica, tanto para dois cabos por metro quanto para três cabos. A diferença entre eles se dá pelo fato de que, nesses casos, o feixe é composto por um número diferente de cordoalhas, como foi visto nas Figuras de 3.8 a 3.15.

Figura 3. 16 Número de cordoalhas presentes em cada perímetro crítico para os pilares internos com momento em 1 direção



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 3. 17 Número de cordoalhas presentes em cada perímetro crítico para os pilares internos com momento em 2 direções



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Para melhor entendimento, a Tabela 3.3 apresenta o valor da quantidade de cabos em cada seção crítica para todos os casos analisados.

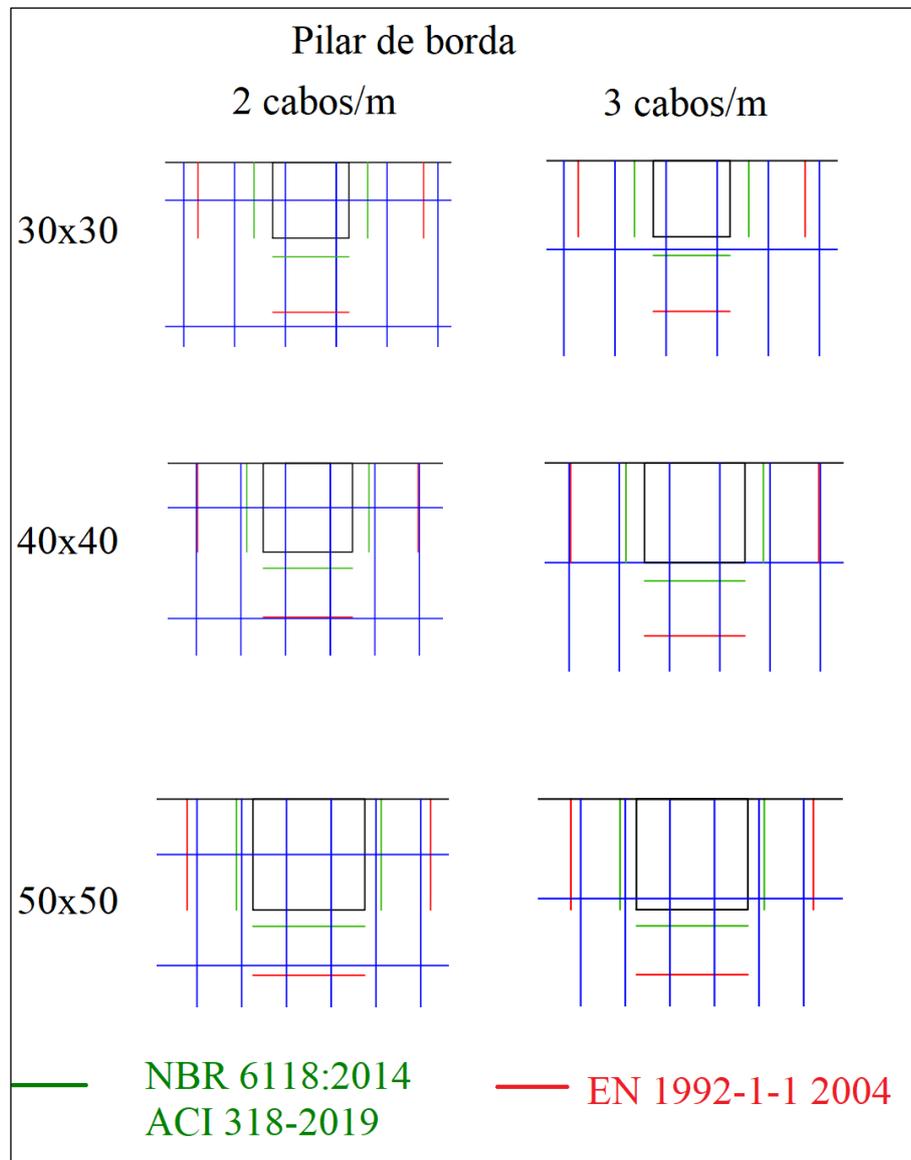
Tabela 3. 3 Resumo do número de cabos em cada perímetro crítico analisado

Tipo de pilar	Número de cabos	Seção do Pilar	Nº cabos na seção em x		Nº cabos na seção em y	
			NBR/ACI	EN	NBR/ACI	EN
Pilar interno com momento em 1 direção	2 cabos/m	30x30	0	0	4	8
		40x40	0	0	4	8
		50x50	0	4	8	12
	3 cabos/m	30x30	2	2	6	12
		40x40	2	2	6	12
		50x50	2	4	12	18
Pilar interno com momento em 2 direções	2 cabos/m	30x30	0	0	4	8
		40x40	0	0	4	8
		50x50	0	4	8	12
	3 cabos/m	30x30	2	2	6	12
		40x40	2	2	6	12
		50x50	2	4	12	18

Pilar de borda	2 cabos/m	30x30	1	1	4	8
		40x40	1	1	4	8
		50x50	1	2	8	12
	3 cabos/m	30x30	2	2	6	12
		40x40	2	2	6	12
		50x50	2	2	12	18
Pilar de canto	2 cabos/m	30x30	1	1	4	6
		40x40	1	1	4	6
		50x50	1	2	4	6
	3 cabos/m	30x30	2	2	6	9
		40x40	2	2	6	9
		50x50	2	2	6	9

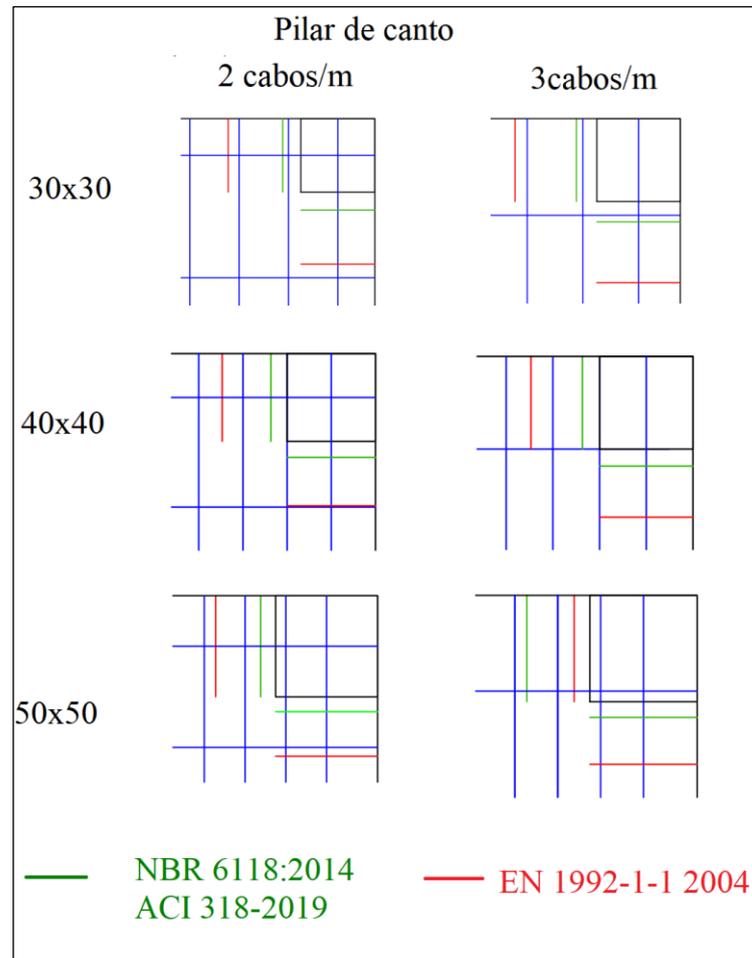
Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 3. 18 Número de cordoalhas presentes em cada perímetro crítico para os pilares de borda



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 3. 19 Número de cordoalhas presentes em cada perímetro crítico para os pilares de canto



Fonte: Elaborado pelo Autor.

3.2 Obtenção de esforços - Software *STRAP* 2017

3.2.1 Introdução

O *Structural Analysis Programs (STRAP)* é um programa de análise estrutural por elementos finitos distribuído pelo Sistema De Análise Estrutural – *SAE*, desenvolvido pela *ATIR Engineering Software Development Ltd.*, em Israel, e a versão mais atual do software é de 2019. O *STRAP* foi escolhido para esta pesquisa por ter uma interface simples e bastante versátil, visto que não foram necessárias análises mais profundas e complexas a respeito do comportamento estrutural e materiais. O objetivo principal da utilização do *software* nessa pesquisa foi de obtenção dos esforços solicitantes advindos da ligação laje-pilar, sendo esses: momento fletor e reação de apoio, com análise elástica linear.

De acordo com o *SAE*, os modelos gerados pelo *STRAP* podem ser compostos de dois elementos diferentes, sendo esses elementos unidos por si através de pontos, chamados de nós. O primeiro

são barras, elementos unidirecionais, que podem ser utilizados para modelagem de vigas, pilares, etc., como elemento único. Esses elementos fornecem resultados precisos, equivalentes aos calculados manualmente se utilizados métodos exatos. O outro se trata de elementos bidimensionais que representam superfícies, como placas, cascas, muros, etc., e podem ser formados por elementos quadriláteros ou triangulares. Os resultados obtidos através de elementos finitos são inexatos, pois estes deveriam se conectar ao longo de seus limites comuns, porém eles só se conectam pelos nós comuns. Dessa forma, ocorre um relaxamento de continuidade por toda extensão dos limites, apesar do procedimento de cálculo garantir satisfação de algumas exigências de continuidade desses limites. Além disso, o processo matemático de cálculo dos elementos assume uma distribuição de tensão linear, sendo que na realidade a distribuição é normalmente parabólica.

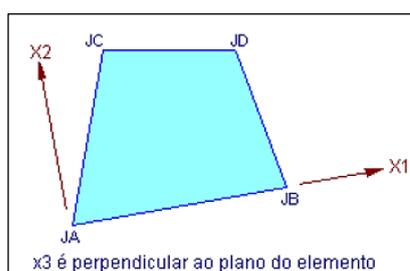
O grande desafio de se trabalhar com elementos finitos é o fato de que quanto mais refinada for a malha utilizada para definição do elemento estrutural, menores serão os elementos e menor o grau de descontinuidade, fazendo assim as distribuições de tensões ser cada vez mais precisa, porém o tempo de processamento e o custo operacional da análise aumentam. Por isso é necessário que se faça um estudo a respeito da malha mais eficiente e eficaz para descrever as lajes estudadas.

3.2.2 Estudo de malhas

A seleção da malha a ser utilizada é basicamente função de dois aspectos, a modelagem mais exata da estrutura versus a simplicidade do modelo e a diminuição dos erros versus o tempo de solução e tamanho dos arquivos.

Os elementos utilizados nessa pesquisa foram quadriláteros, vistos na Figura 3.5, pois estes alcançam maior precisão. Cada elemento bidimensional quadrilátero possui um sistema local de coordenadas, sendo x_1 e x_2 no plano, e x_3 perpendicular ao plano. A relação entre os lados do elemento utilizado foi de 1:1.

Figura 3. 20 Elemento quadrilátero



Fonte: SAE, 2019.

Definido o elemento, foi verificada a densidade da malha. A malha utilizada é constante ao longo de todo modelo, não foi necessário realizar nenhum tipo de refinamento para melhorar o resultado. No caso dessa pesquisa, ela foi gerada automaticamente por meio da opção “malha”, existente na aba de elementos do software, sendo necessário apenas a inserção dos espaçamentos entre os elementos.

Para escolha da malha que melhor representaria o comportamento da laje, foram feitos testes, inicialmente com uma malha menos refinada e, logo após, foi realizado o processo de aumento do número de elementos gradativamente, até não se ter diferença significativa nos resultados obtidos, sempre observando o tempo de processamento para considerar o custo computacional.

Pode-se ver o resultado das análises pela Tabela 3.4 a seguir. A laje estudada foi com balanço de 2 metros, para pilares de 30x30 centímetros, sobrecarga de 2kN/m² e resistência característica de compressão do concreto de 30 MPa. O momento transferido observado foi para o pilar central mais próximo à borda, ou seja, com momento em apenas uma direção. Foi analisada a área de aço correspondente para a norma NBR 6118:2014, apenas para modo de comparação do percentual de diferença no resultado final. Os dois últimos modelos apresentaram erros, sendo que o último não chegou a ser calculado pelo *software*.

Tabela 3. 4 Estudo das malhas de elementos finitos

Malha (mxm)	Momento transferido na ligação (kN.m)	Área de aço de punção calculada (cm ²)	Tempo de processamento do modelo (minutos)	Percentual de diferença de área de aço em relação a malha anterior
1x1	100,4	4,60	0,1	-
0,8x0,8	94,8	4,44	0,1	3,47
0,6x0,6	95,4	4,45	0,1	0,22
0,4x0,4	91,6	4,34	0,15	2,47
0,2x0,2	86,0	4,21	0,15	2,99
0,1x0,1	80,8	4,05	4,75	3,8
0,05x0,05	Erro	Erro	39,70	Erro
0,01x0,01	Erro	Erro	Erro	Erro

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Portanto, a malha que melhor representou a laje, com resultados muito próximos aos demais, e erros de apenas 3% com relação à anterior, foi a de 0,1x0,1 metros. Nesse caso, os resultados são aceitáveis e o custo computacional é reduzido se comparado aos demais.

3.2.3 Modelos no software

3.2.3.1 Lajes

A discretização de lajes foi feita por meio de grelha plana, modelo bidimensional com uma espessura, onde as cargas atuam de maneira perpendicular ao plano da laje, sendo assim definidas com elementos finitos de flexão de placa.

Primeiramente foram criados os quatro pontos extremos, para definir os contornos das lajes, que variaram em sua área analisada de acordo com os modelos descritos anteriormente, por causa da dimensão dos pilares. A partir desses quatro pontos, foi criada a malha, espaçada de maneira uniforme de acordo com o estudo feito.

Com a definição dos espaçamentos, o *software* automaticamente atribuiu novos nós de conexão entre os elementos, definindo assim um modelo de grelha plana. Assim que a malha foi finalizada, atribuiu-se a espessura de dezoito centímetros para todos os elementos, e inseriu-se o valor da resistência característica do concreto, de C 30, C 35 ou C 40, dependendo do modelo estudado. Foram utilizadas as especificações da NBR 6118:2014 para inserção das características do concreto para cada classe como se vê na Tabela 3.5.

Tabela 3. 5 Especificações do concreto para cada classe analisada

Classe do concreto	Módulo de Elasticidade (kN/m)	Coefficiente de Poisson	Módulo transversal (kN/m)
C 30	27000000	0,2	11250000
C 35	29000000	0,2	12080000
C 40	32000000	0,2	13330000

Fonte: Adaptado de NBR 6118:2014

3.2.3.2 Pilares

A discretização dos pilares foi realizada por meio da utilização de elemento de barras com seção transversal quadrada, variando conforme o descrito, de 30x30 cm, 40x40 cm e 50x50 cm. O pilar possui altura de 3 metros a contar das faces das lajes, e é engastado em ambas extremidades, para representar a continuidade deste nos pavimentos adjacentes. Assim como nos elementos de placa, inseriram-se as propriedades dos elementos de barra de acordo com a Tabela 3.5.

3.2.3.3 Protensão

Optou-se por não inserir a protensão como carregamento equivalente no *software* STRAP. O modelo computacional foi implementado apenas para obtenção de esforços transferidos na ligação laje-pilar (momento fletor e reações de apoio), portanto percebeu-se que, para esse

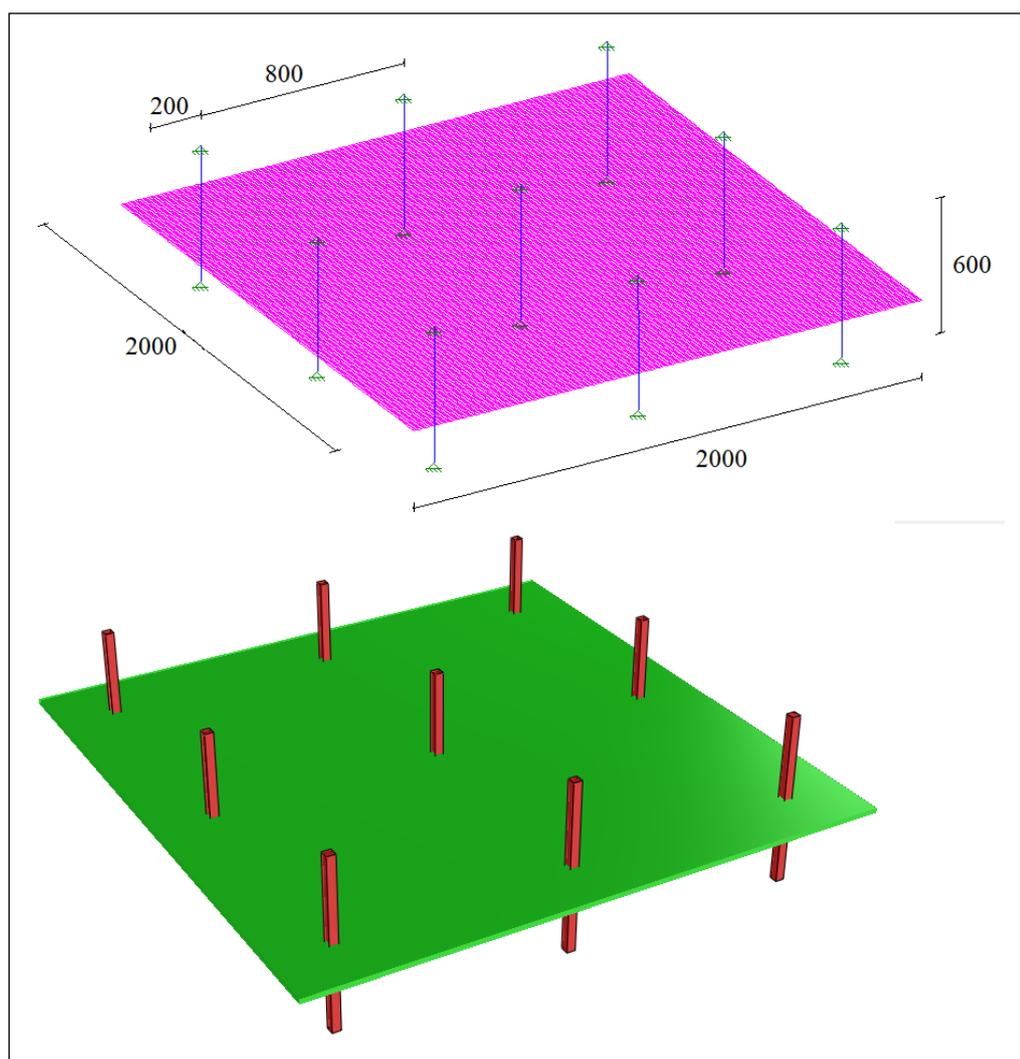
esforço, a inserção da protensão não tinha um resultado significativo, e que seria um efeito favorável para o dimensionamento. Além disso, o custo computacional era muito alto, pois a protensão seria inserida como carregamento equivalente, então para cada modelo deveriam ser feitos os cálculos dos carregamentos e esses deveriam ser inseridos no *software* por meio de cargas globais, cabo por cabo, o que seria inviável para o número de modelos estudado.

Apesar de não constar a protensão nos modelos computacionais, esta foi levada em consideração no momento dos cálculos referentes aos procedimentos normativos descritos.

1.2.3.4 Exemplo de um modelo no STRAP

Para modo de exemplificação, a Figura 3.21 apresenta um exemplo dos vários modelos executados para essa pesquisa, no *software* STRAP 2017. A laje representada possui balanço de dois metros e pilares de 30x30 cm.

Figura 3. 21 Exemplo de modelo computacional no *software* STRAP 2017. Laje com balanço de 2 metros



Fonte: Elaborado pelo Autor.

3.3 Planilhas de dimensionamento

Todos os cálculos foram realizados por meio das fórmulas, dispostas no Capítulo 2, e planilhas do *Excel*, desenvolvidas para esse propósito. Os resultados principais das planilhas foram as áreas de aço necessárias de armadura de punção para cada modelo estudado. Ao todo, foram desenvolvidas quatro planilhas, uma para cada tipo de pilar, a se saber: pilar interno com momento em uma direção, duas direções de borda e de canto, e para cada uma, 324 análises foram feitas, para os três procedimentos normativos.

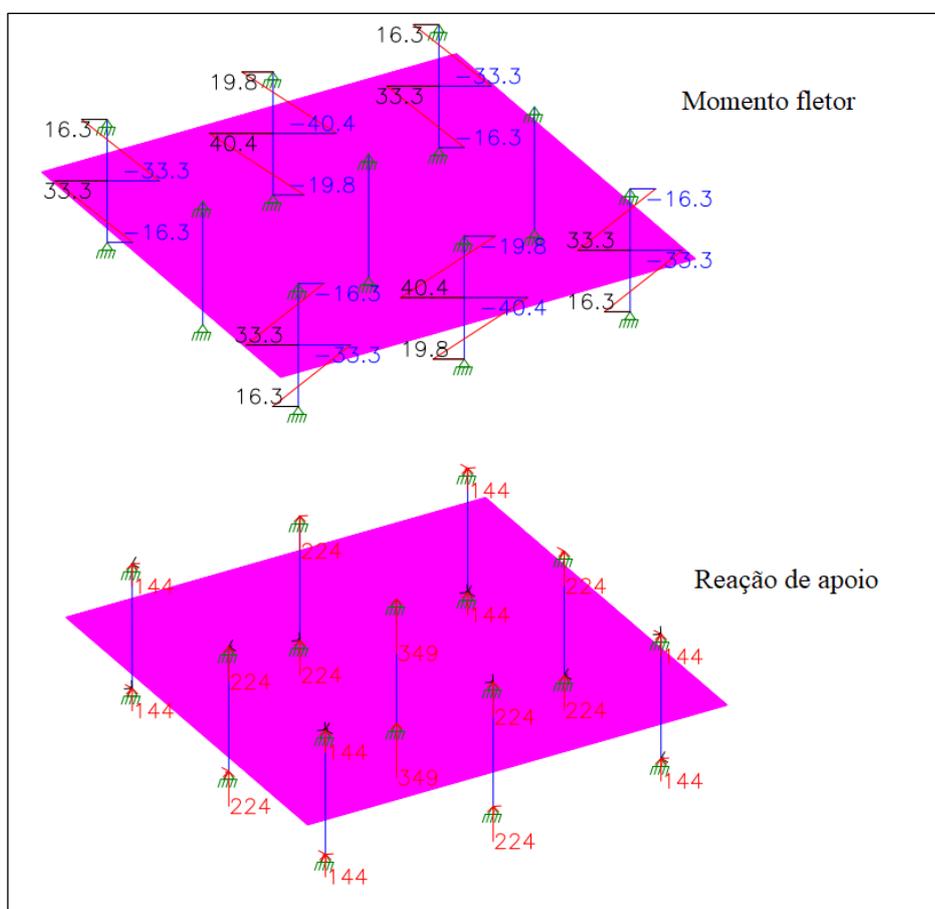
4 RESULTADOS

As Tabelas de 4.1 a 4.24 apresentam as áreas de aço de armadura de punção necessárias para cada modelo, calculadas a partir das normas apresentadas no Capítulo 2 e das especificações do Capítulo 3.

Para as células com valores zerados o significado é que não se faz necessário a utilização de armadura para punção. Já as células sem valores representam que o modelo não passou no dimensionamento para avaliação da superfície crítica no perímetro do pilar, que corresponde a superfície C' para NBR 6118:2014 e também é verificada para o EN 1992-1-1 2004.

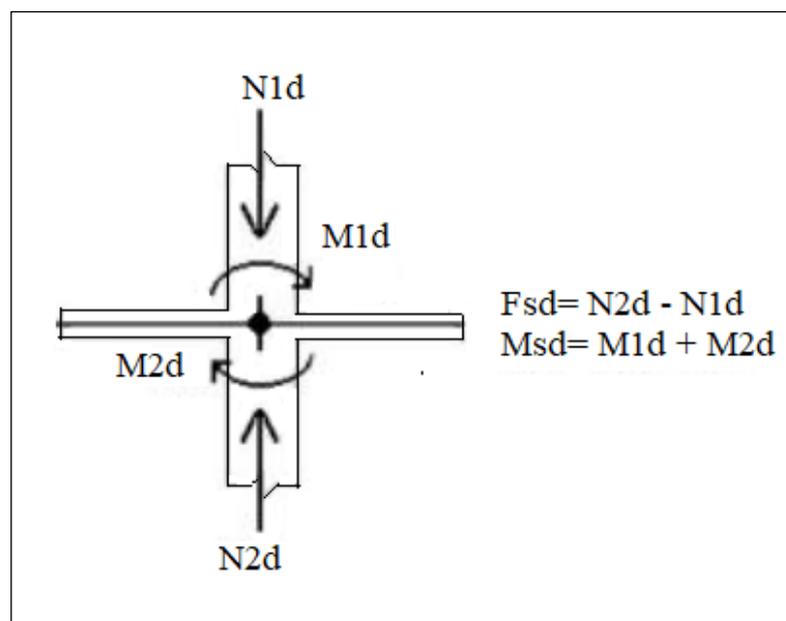
Para exemplificar um dos resultados obtidos, mostra-se na Figura 4.1 as saídas do software STRAP 2017, sendo esses o momento fletor transferido na ligação laje- pilar e as reações de apoio. Nota-se que os momentos transferidos possuem sinais opostos, portanto devem ser somados, assim como as reações de apoio, mostrados na Figura 4.2. A laje em questão tem balanço de 2 metros, pilares de 30x30 e sobrecarga de 2 kN/m².

Figura 4. 1 Exemplo de saídas no software STRAP 2017



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 4. 2 Esquema dos esforços na ligação laje-pilar



Fonte: Adaptado de Guarda, Lima e Pinheiro, 2000.

4.1 Pilares internos com momento em uma direção – Resultados 1

4.1.1 Dimensionamento a partir da NBR6118:2014

- 2 cordoalhas por metro

Tabela 4. 1 Áreas de aço (cm²) para NBR 6118:2014 – 2 cordoalhas/m – Resultados 1

Seção (cm)	fck (MPa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	4,05	6,15	8,27	10,40	12,49	-	-	-	-
		ρ=1,5%	2,68	4,78	6,90	9,02	11,12	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	3,85	5,95	8,07	10,19	12,29	14,41	-	-	-
		ρ=1,5%	2,40	4,50	6,63	8,75	10,84	12,97	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	3,67	5,76	7,89	10,01	12,10	14,23	16,35	-	-
		ρ=1,5%	2,15	4,25	6,38	8,50	10,59	12,72	14,84	-	-
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	3,69	5,85	8,04	10,20	12,36	14,56	16,73	18,88	-
		ρ=1,5%	2,13	4,30	6,48	8,65	10,81	13,00	15,18	17,33	-
	C35	ρ=0,6%	3,46	5,62	7,81	9,97	12,13	14,33	16,50	18,65	20,82
		ρ=1,5%	0,00	3,99	6,17	8,33	10,50	12,69	14,87	17,02	19,19
	C40	ρ=0,6%	3,25	5,41	7,60	9,76	11,92	14,12	16,29	18,44	20,62
		ρ=1,5%	0,00	3,70	5,89	8,05	10,21	12,41	14,58	16,73	18,91
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	2,59	4,76	6,90	9,05	11,23	13,34	15,50	17,68	19,79
		ρ=1,5%	0,00	3,03	5,17	7,31	9,50	11,61	13,76	15,95	18,06
	C35	ρ=0,6%	2,34	4,51	6,65	8,79	10,98	13,09	15,24	17,43	19,54
		ρ=1,5%	0,00	2,68	4,82	6,96	9,15	11,26	13,42	15,60	17,71
	C40	ρ=0,6%	2,10	4,27	6,41	8,56	10,74	12,85	15,01	17,20	19,31
		ρ=1,5%	0,00	2,36	4,51	6,65	8,84	10,94	13,10	15,29	17,40

Fonte: Elaborado pelo Autor.

- 3 cordoalhas por metro

Tabela 4. 2 Áreas de aço (cm²) para NBR 6118:2014 – 3 cordoalhas/m - Resultados 1

Seção (cm)	fck (MPa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	3,24	5,34	7,46	9,58	11,67	-	-	-	-
		ρ=1,5%	1,87	3,96	6,09	8,21	10,30	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	3,04	5,14	7,26	9,38	11,47	13,60	15,72	-	-
		ρ=1,5%	0,00	3,69	5,81	7,93	10,03	12,15	14,28	-	-
	C40	ρ=0,6%	2,85	4,95	7,07	9,20	11,29	13,42	15,54	17,65	-
		ρ=1,5%	0,00	3,44	5,56	7,68	9,78	11,90	14,03	16,14	-
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	2,82	4,98	7,16	9,33	11,49	13,69	15,86	18,01	-
		ρ=1,5%	0,00	3,42	5,61	7,77	9,93	12,13	14,30	16,45	-
	C35	ρ=0,6%	2,59	4,75	6,93	9,10	11,26	13,46	15,63	17,78	19,95
		ρ=1,5%	0,00	3,11	5,30	7,46	9,62	11,82	13,99	16,14	18,32
	C40	ρ=0,6%	2,38	4,54	6,73	8,89	11,05	13,25	15,42	17,57	19,74
		ρ=1,5%	0,00	2,83	5,02	7,18	9,34	11,54	13,71	15,86	18,03
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	1,48	3,65	5,79	7,93	10,12	12,23	14,38	16,57	18,68
		ρ=1,5%	0,00	0,00	4,06	6,20	8,39	10,49	12,65	14,84	16,95
	C35	ρ=0,6%	0,00	3,39	5,53	7,68	9,86	11,97	14,13	16,32	18,42
		ρ=1,5%	0,00	0,00	3,71	5,85	8,04	10,15	12,30	14,49	16,60
	C40	ρ=0,6%	0,00	3,16	5,30	7,44	9,63	11,74	13,90	16,08	18,19
		ρ=1,5%	0,00	0,00	3,39	5,54	7,72	9,83	11,99	14,17	16,28

Fonte: Elaborado pelo Autor.

4.1.2 Dimensionamento a partir do EN 1992-1-1 2004

- 2 cordoalhas por metro

Tabela 4. 3 Áreas de aço (cm²) para EN 1992-1-1 2004 – 2 cordoalhas/m - Resultados 1

Seção (cm)	fck (Mpa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	4,78	6,97	-	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	3,58	5,78	-	-	-	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	4,60	6,80	-	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	3,35	5,54	-	-	-	-	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	4,44	6,64	8,86	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	3,13	5,32	7,54	-	-	-	-	-	-
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	4,52	6,78	9,07	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	3,17	5,43	7,72	-	-	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	4,32	6,58	8,87	11,13	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	2,90	5,16	7,45	9,71	-	-	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	4,14	6,40	8,69	10,95	13,21	-	-	-	-
		ρ=1,5%	2,65	4,91	7,20	9,46	11,72	-	-	-	-
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	3,11	5,38	7,62	9,86	12,15	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,00	3,87	6,11	8,36	10,64	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	2,89	5,16	7,40	9,64	11,93	14,13	-	-	-
		ρ=1,5%	0,00	3,57	5,81	8,05	10,34	12,55	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	2,69	4,96	7,20	9,44	11,73	13,93	16,19	-	-
		ρ=1,5%	0,00	3,30	5,54	7,78	10,07	12,27	14,53	-	-

Fonte: Elaborado pelo Autor.

- 3 cordoalhas por metro

Tabela 4. 4 Áreas de aço (cm²) para EN 1992-1-1 2004 – 3 cordoalhas/m - Resultados 1

Seção (cm)	fck (Mpa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	3,86	6,05	-	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	2,66	4,86	-	-	-	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	3,68	5,87	8,09	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	2,42	4,62	6,84	-	-	-	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	3,52	5,71	7,93	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	2,21	4,40	6,62	-	-	-	-	-	-
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	3,55	5,81	8,10	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	2,20	4,46	6,75	-	-	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	3,35	5,61	7,90	10,16	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,00	4,19	6,48	8,74	-	-	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	3,17	5,43	7,72	9,98	12,24	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,00	3,94	6,23	8,49	10,75	-	-	-	-
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	2,10	4,36	6,61	8,85	11,13	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,00	2,86	5,10	7,34	9,63	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	0,00	4,14	6,38	8,62	10,91	13,12	-	-	-
		ρ=1,5%	0,00	2,56	4,80	7,04	9,33	11,53	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	0,00	3,94	6,18	8,42	10,71	12,92	15,17	17,46	-
		ρ=1,5%	0,00	0,00	4,52	6,76	9,05	11,26	13,51	15,80	-

Fonte: Elaborado pelo Autor.

4.1.3 Dimensionamento a partir do ACI 318-19

- 2 cordoalhas por metro

Tabela 4. 5 Áreas de aço (cm²) para ACI 318-19 – 2 cordoalhas/m - Resultados 1

Seção (cm)	fck (Mpa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	7,54	12,11	16,72	21,33	25,89	30,52	35,13	39,73	44,30
		ρ=1,5%	7,54	12,11	16,72	21,33	25,89	30,52	35,13	39,73	44,30
	C35	ρ=0,6%	8,18	12,75	17,36	21,98	26,53	31,16	35,77	40,38	44,94
		ρ=1,5%	8,18	12,75	17,36	21,98	26,53	31,16	35,77	40,38	44,94
	C40	ρ=0,6%	7,37	11,94	16,55	21,16	25,72	30,35	34,96	39,56	44,13
		ρ=1,5%	7,37	11,94	16,55	21,16	25,72	30,35	34,96	39,56	44,13
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	5,08	9,71	14,38	19,00	23,62	28,31	32,96	37,54	42,19
		ρ=1,5%	5,08	9,71	14,38	19,00	23,62	28,31	32,96	37,54	42,19
	C35	ρ=0,6%	5,75	10,37	15,04	19,66	24,28	28,98	33,62	38,20	42,85
		ρ=1,5%	5,75	10,37	15,04	19,66	24,28	28,98	33,62	38,20	42,85
	C40	ρ=0,6%	4,75	9,38	14,04	18,67	23,29	27,98	32,63	37,21	41,86
		ρ=1,5%	4,75	9,38	14,04	18,67	23,29	27,98	32,63	37,21	41,86
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	1,27	5,81	10,30	14,79	19,38	23,79	28,31	32,90	37,31
		ρ=1,5%	1,27	5,81	10,30	14,79	19,38	23,79	28,31	32,90	37,31
	C35	ρ=0,6%	2,50	7,04	11,53	16,02	20,61	25,02	29,54	34,12	38,54
		ρ=1,5%	2,50	7,04	11,53	16,02	20,61	25,02	29,54	34,12	38,54
	C40	ρ=0,6%	1,33	5,87	10,36	14,85	19,43	23,84	28,37	32,95	37,36
		ρ=1,5%	1,33	5,87	10,36	14,85	19,43	23,84	28,37	32,95	37,36

Fonte: Elaborado pelo Autor.

- 3 cordoalhas por metro

Tabela 4. 6 Áreas de aço (cm²) para ACI 318-19 – 3 cordoalhas/m - Resultados 1

Seção (cm)	fck (Mpa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	5,80	10,37	14,99	19,60	24,15	28,78	33,40	38,00	42,57
		ρ=1,5%	5,80	10,37	14,99	19,60	24,15	28,78	33,40	38,00	42,57
	C35	ρ=0,6%	8,18	12,75	17,36	21,98	26,53	31,16	35,77	40,38	44,94
		ρ=1,5%	8,18	12,75	17,36	21,98	26,53	31,16	35,77	40,38	44,94
	C40	ρ=0,6%	7,37	11,94	16,55	21,16	25,72	30,35	34,96	39,56	44,13
		ρ=1,5%	7,37	11,94	16,55	21,16	25,72	30,35	34,96	39,56	44,13
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	3,08	7,70	12,37	16,99	21,62	26,31	30,96	35,54	40,18
		ρ=1,5%	3,08	7,70	12,37	16,99	21,62	26,31	30,96	35,54	40,18
	C35	ρ=0,6%	5,75	10,37	15,04	19,66	24,28	28,98	33,62	38,20	42,85
		ρ=1,5%	5,75	10,37	15,04	19,66	24,28	28,98	33,62	38,20	42,85
	C40	ρ=0,6%	4,75	9,38	14,04	18,67	23,29	27,98	32,63	37,21	41,86
		ρ=1,5%	4,75	9,38	14,04	18,67	23,29	27,98	32,63	37,21	41,86
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	0,00	3,27	7,76	12,25	16,84	21,25	25,77	30,36	34,77
		ρ=1,5%	0,00	3,27	7,76	12,25	16,84	21,25	25,77	30,36	34,77
	C35	ρ=0,6%	2,50	7,04	11,53	16,02	20,61	25,02	29,54	34,12	38,54
		ρ=1,5%	2,50	7,04	11,53	16,02	20,61	25,02	29,54	34,12	38,54
	C40	ρ=0,6%	1,33	5,87	10,36	14,85	19,43	23,84	28,37	32,95	37,36
		ρ=1,5%	1,33	5,87	10,36	14,85	19,43	23,84	28,37	32,95	37,36

Fonte: Elaborado pelo Autor.

4.2 Pilares internos com momento em duas direções – Resultados 2

4.2.1 Dimensionamento a partir da NBR6118:2014

- 2 cordoalhas por metro

Tabela 4. 7 Áreas de aço (cm²) para NBR 6118:2014 – 2 cordoalhas/m – Resultados 2

Seção (cm)	fck (Mpa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	3,18	5,08	7,02	8,93	10,84	12,75	14,68	16,58	18,49
		ρ=1,5%	1,81	3,72	5,65	7,56	9,47	11,37	13,30	15,21	17,12
	C35	ρ=0,6%	2,98	4,89	6,82	8,73	10,64	12,55	14,47	16,38	18,29
		ρ=1,5%	0,00	3,45	5,37	7,28	9,19	11,10	13,03	14,94	16,84
	C40	ρ=0,6%	2,80	4,71	6,63	8,54	10,45	12,36	14,29	16,20	18,11
		ρ=1,5%	0,00	3,20	5,12	7,03	8,94	10,85	12,78	14,69	16,59
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	3,08	5,11	7,14	9,18	11,22	13,22	15,26	17,33	19,30
		ρ=1,5%	0,00	3,55	5,59	7,63	9,66	11,67	13,71	15,78	17,75
	C35	ρ=0,6%	2,85	4,88	6,92	8,95	10,99	13,00	15,03	17,10	19,07
		ρ=1,5%	0,00	3,24	5,28	7,32	9,35	11,36	13,40	15,46	17,44
	C40	ρ=0,6%	2,64	4,67	6,71	8,74	10,78	12,79	14,82	16,89	18,87
		ρ=1,5%	0,00	2,96	5,00	7,03	9,07	11,08	13,11	15,18	17,16
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	1,97	3,97	5,98	7,98	10,01	12,01	13,97	16,04	18,02
		ρ=1,5%	0,00	2,24	4,24	6,24	8,28	10,28	12,24	14,31	16,28
	C35	ρ=0,6%	1,72	3,72	5,72	7,72	9,75	11,76	13,72	15,79	17,76
		ρ=1,5%	0,00	0,00	3,89	5,90	7,93	9,93	11,89	13,96	15,93
	C40	ρ=0,6%	0,00	3,49	5,49	7,49	9,52	11,52	13,49	15,55	17,53
		ρ=1,5%	0,00	0,00	3,58	5,58	7,61	9,61	11,58	13,65	15,62

Fonte: Elaborado pelo Autor.

- 3 cordoalhas por metro

Tabela 4. 8 Áreas de aço (cm²) para NBR 6118:2014 – 3 cordoalhas/m – Resultados 2

Seção (cm)	fck (Mpa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	2,37	4,27	6,21	8,12	10,03	11,93	13,86	15,77	17,68
		ρ=1,5%	0,00	2,91	4,83	6,74	8,65	10,56	12,49	14,40	16,31
	C35	ρ=0,6%	2,17	4,08	6,00	7,91	9,82	11,73	13,66	15,57	17,48
		ρ=1,5%	0,00	2,63	4,56	6,47	8,38	10,29	12,21	14,12	16,03
	C40	ρ=0,6%	1,98	3,89	5,82	7,73	9,64	11,55	13,47	15,38	17,29
		ρ=1,5%	0,00	2,38	4,31	6,22	8,13	10,04	11,96	13,87	15,78
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	2,21	4,24	6,27	8,31	10,35	12,35	14,39	16,46	18,43
		ρ=1,5%	0,00	2,68	4,72	6,76	8,79	10,80	12,83	14,90	16,88
	C35	ρ=0,6%	1,98	4,01	6,04	8,08	10,12	12,12	14,16	16,23	18,20
		ρ=1,5%	0,00	2,37	4,41	6,44	8,48	10,49	12,52	14,59	16,57
	C40	ρ=0,6%	1,77	3,80	5,83	7,87	9,91	11,91	13,95	16,02	17,99
		ρ=1,5%	0,00	2,09	4,12	6,16	8,20	10,20	12,24	14,31	16,28
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	0,00	2,86	4,86	6,86	8,90	10,90	12,86	14,93	16,90
		ρ=1,5%	0,00	0,00	3,13	5,13	7,16	9,16	11,13	13,20	15,17
	C35	ρ=0,6%	0,00	2,61	4,61	6,61	8,64	10,64	12,61	14,67	16,65
		ρ=1,5%	0,00	0,00	2,78	4,78	6,81	8,82	10,78	12,85	14,82
	C40	ρ=0,6%	0,00	2,37	4,37	6,38	8,41	10,41	12,37	14,44	16,41
		ρ=1,5%	0,00	0,00	2,47	4,47	6,50	8,50	10,46	12,53	14,51

Fonte: Elaborado pelo Autor.

4.2.2 Dimensionamento a partir do EN 1992-1-1 2004

- 2 cordoalhas por metro

Tabela 4. 9 Áreas de aço (cm²) para EN 1992-1-1 2004 – 2 cordoalhas/m - Resultados 2

Seção (cm)	fck (Mpa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	2,77	4,50	6,27	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,00	3,31	5,08	-	-	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	2,59	4,33	6,10	7,84	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,00	3,08	4,84	6,58	-	-	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	2,43	4,17	5,94	7,68	9,42	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,00	2,86	4,62	6,36	8,11	-	-	-	-
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	2,70	4,55	6,41	8,27	10,12	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,00	3,20	5,06	6,92	8,77	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	2,50	4,35	6,21	8,07	9,92	11,75	-	-	-
		ρ=1,5%	0,00	2,93	4,79	6,64	8,50	10,33	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	2,32	4,17	6,03	7,89	9,74	11,57	13,43	-	-
		ρ=1,5%	0,00	2,68	4,54	6,40	8,26	10,08	11,94	-	-
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	0,00	3,19	5,03	6,87	8,74	10,57	12,38	-	-
		ρ=1,5%	0,00	0,00	3,52	5,36	7,23	9,07	10,87	-	-
	C35	ρ=0,6%	0,00	2,97	4,81	6,64	8,51	10,35	12,16	14,05	15,86
		ρ=1,5%	0,00	0,00	3,22	5,06	6,93	8,76	10,57	12,46	14,28
	C40	ρ=0,6%	0,00	2,77	4,60	6,44	8,31	10,15	11,96	13,85	15,66
		ρ=1,5%	0,00	0,00	2,94	4,78	6,65	8,49	10,30	12,19	14,00

Fonte: Elaborado pelo Autor.

- 3 cordoalhas por metro

Tabela 4. 10 Áreas de aço (cm²) para EN 1992-1-1 2004 – 3 cordoalhas/m - Resultados 2

Seção (cm)	fck (Mpa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	1,84	3,58	5,35	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,00	2,39	4,16	-	-	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	1,67	3,41	5,17	6,92	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,00	2,15	3,92	5,66	-	-	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	0,00	3,25	5,01	6,76	8,50	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,00	0,00	3,70	5,44	7,18	-	-	-	-
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	1,73	3,58	5,44	7,30	9,15	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,00	2,23	4,09	5,95	7,80	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	0,00	3,38	5,24	7,10	8,95	10,78	-	-	-
		ρ=1,5%	0,00	0,00	3,82	5,68	7,53	9,36	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	0,00	3,20	5,06	6,92	8,77	10,60	12,46	-	-
		ρ=1,5%	0,00	0,00	3,57	5,43	7,29	9,11	10,97	-	-
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	0,00	2,17	4,01	5,85	7,72	9,56	11,37	-	-
		ρ=1,5%	0,00	0,00	2,51	4,34	6,21	8,05	9,86	-	-
	C35	ρ=0,6%	0,00	1,95	3,79	5,63	7,50	9,34	11,14	13,03	14,85
		ρ=1,5%	0,00	0,00	0,00	4,04	5,91	7,75	9,56	11,45	13,26
	C40	ρ=0,6%	0,00	0,00	3,59	5,43	7,30	9,13	10,94	12,83	14,65
		ρ=1,5%	0,00	0,00	0,00	3,77	5,64	7,47	9,28	11,17	12,99

Fonte: Elaborado pelo Autor.

4.2.3 Dimensionamento a partir do ACI 318-19

- 2 cordoalhas por metro

Tabela 4. 11 Áreas de aço (cm²) para ACI 318-19 – 2 cordoalhas/m - Resultados 2

Seção (cm)	fck (Mpa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	6,84	11,24	15,73	20,16	24,59	29,02	33,48	37,90	42,33
		ρ=1,5%	6,84	11,27	15,73	20,16	24,59	29,02	33,48	37,90	42,33
	C35	ρ=0,6%	7,48	11,91	16,37	20,80	25,23	29,66	34,12	38,55	42,98
		ρ=1,5%	7,48	11,91	16,37	20,80	25,23	29,66	34,12	38,55	42,98
	C40	ρ=0,6%	6,67	11,10	15,56	19,99	24,42	28,85	33,30	37,73	42,16
		ρ=1,5%	6,67	11,10	15,56	19,99	24,42	28,85	33,30	37,73	42,16
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	4,68	9,22	13,77	18,33	22,89	27,39	31,94	36,58	40,98
		ρ=1,5%	4,68	9,22	13,77	18,33	22,89	27,39	31,94	36,58	40,98
	C35	ρ=0,6%	5,35	9,88	14,44	18,99	23,55	28,05	32,61	37,24	41,64
		ρ=1,5%	5,35	9,88	14,44	18,99	23,55	28,05	32,61	37,24	41,64
	C40	ρ=0,6%	4,35	8,89	13,44	18,00	22,56	27,06	31,61	36,25	40,65
		ρ=1,5%	4,35	8,89	13,44	18,00	22,56	27,06	31,61	36,25	40,65
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	0,59	4,92	9,26	13,60	17,99	22,33	26,58	31,07	35,34
		ρ=1,5%	0,59	4,92	9,26	13,60	17,99	22,33	26,58	31,07	35,34
	C35	ρ=0,6%	1,81	6,15	10,49	14,82	19,22	23,56	27,81	32,30	36,57
		ρ=1,5%	1,81	6,15	10,49	14,82	19,22	23,56	27,81	32,30	36,57
	C40	ρ=0,6%	0,64	4,98	9,31	13,65	18,05	22,38	26,63	31,12	35,39
		ρ=1,5%	0,64	4,98	9,31	13,65	18,05	22,38	26,63	31,12	35,39

Fonte: Elaborado pelo Autor.

- 3 cordoalhas por metro

Tabela 4. 12 Áreas de aço (cm²) para ACI 318-19 – 3 cordoalhas/m - Resultados 2

Seção (cm)	fck (Mpa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	5,10	9,50	13,99	18,42	22,85	27,28	31,74	36,17	40,60
		ρ=1,5%	5,10	9,53	13,99	18,42	22,85	27,28	31,74	36,17	40,60
	C35	ρ=0,6%	7,48	11,91	16,37	20,80	25,23	29,66	34,12	38,55	42,98
		ρ=1,5%	7,48	11,91	16,37	20,80	25,23	29,66	34,12	38,55	42,98
	C40	ρ=0,6%	6,67	11,10	15,56	19,99	24,42	28,85	33,30	37,73	42,16
		ρ=1,5%	6,67	11,10	15,56	19,99	24,42	28,85	33,30	37,73	42,16
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	2,68	7,21	11,77	16,33	20,89	25,39	29,94	34,58	38,98
		ρ=1,5%	2,68	7,21	11,77	16,33	20,89	25,39	29,94	34,58	38,98
	C35	ρ=0,6%	5,35	9,88	14,44	18,99	23,55	28,05	32,61	37,24	41,64
		ρ=1,5%	5,35	9,88	14,44	18,99	23,55	28,05	32,61	37,24	41,64
	C40	ρ=0,6%	4,35	8,89	13,44	18,00	22,56	27,06	31,61	36,25	40,65
		ρ=1,5%	4,35	8,89	13,44	18,00	22,56	27,06	31,61	36,25	40,65
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	0,00	2,38	6,72	11,06	15,45	19,79	24,04	28,53	32,80
		ρ=1,5%	0,00	2,38	6,72	11,06	15,45	19,79	24,04	28,53	32,80
	C35	ρ=0,6%	1,81	6,15	10,49	14,82	19,22	23,56	27,81	32,30	36,57
		ρ=1,5%	1,81	6,15	10,49	14,82	19,22	23,56	27,81	32,30	36,57
	C40	ρ=0,6%	0,64	4,98	9,31	13,65	18,05	22,38	26,63	31,12	35,39
		ρ=1,5%	0,64	4,98	9,31	13,65	18,05	22,38	26,63	31,12	35,39

Fonte: Elaborado pelo Autor.

4.3 Pilares de borda – Resultados 3

4.3.1 Dimensionamento a partir da NBR6118:2014

- 2 cordoalhas por metro

Tabela 4. 13 Áreas de aço (cm²) para NBR 6118:2014 – 2 cordoalhas/m – Resultados 3

Seção (cm)	fck (Mpa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	4,34	6,00	7,65	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	3,65	5,31	6,96	-	-	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	4,24	5,90	7,54	9,19	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	3,52	5,17	6,82	8,47	-	-	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	4,15	5,80	7,45	9,10	10,75	-	-	-	-
		ρ=1,5%	3,39	5,05	6,70	8,34	9,99	-	-	-	-
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	4,25	5,97	7,69	9,33	11,05	-	-	-	-
		ρ=1,5%	3,47	5,19	6,91	8,56	10,28	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	4,13	5,85	7,57	9,22	10,94	12,66	14,38	-	-
		ρ=1,5%	3,32	5,04	6,76	8,40	10,12	11,84	13,56	-	-
	C40	ρ=0,6%	4,03	5,75	7,47	9,12	10,84	12,56	14,28	15,92	-
		ρ=1,5%	3,17	4,89	6,61	8,26	9,98	11,70	13,42	15,07	-
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	3,03	4,60	6,15	7,70	9,25	10,80	12,35	-	-
		ρ=1,5%	2,19	3,76	5,31	6,86	8,41	9,96	11,51	-	-
	C35	ρ=0,6%	2,91	4,48	6,02	7,58	9,13	10,68	12,23	13,78	-
		ρ=1,5%	2,02	3,59	5,14	6,69	8,25	9,79	11,35	12,90	-
	C40	ρ=0,6%	2,79	4,36	5,91	7,46	9,02	10,56	12,12	13,67	15,22
		ρ=1,5%	1,87	3,44	4,99	6,54	8,09	9,64	11,19	12,75	14,29

Fonte: Elaborado pelo Autor.

- 3 cordoalhas por metro

Tabela 4. 14 Áreas de aço (cm²) para NBR 6118:2014 – 3 cordoalhas/m – Resultados 3

Seção (cm)	fck (Mpa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	3,84	5,50	7,15	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	3,15	4,81	6,46	-	-	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	3,74	5,40	7,04	8,69	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	3,01	4,67	6,32	7,97	-	-	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	3,65	5,30	6,95	8,60	10,25	-	-	-	-
		ρ=1,5%	2,89	4,55	6,20	7,84	9,49	-	-	-	-
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	3,72	5,44	7,16	8,81	10,53	12,25	-	-	-
		ρ=1,5%	2,94	4,66	6,38	8,03	9,75	11,47	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	3,61	5,33	7,05	8,69	10,41	12,13	13,85	-	-
		ρ=1,5%	2,79	4,51	6,23	7,87	9,59	11,31	13,03	-	-
	C40	ρ=0,6%	3,50	5,22	6,94	8,59	10,31	12,03	13,75	15,39	-
		ρ=1,5%	2,65	4,37	6,09	7,73	9,45	11,17	12,89	14,54	-
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	2,30	3,87	5,42	6,97	8,53	10,07	11,63	-	-
		ρ=1,5%	1,46	3,03	4,58	6,13	7,69	9,23	10,78	-	-
	C35	ρ=0,6%	2,18	3,75	5,30	6,85	8,40	9,95	11,50	13,05	-
		ρ=1,5%	1,29	2,86	4,41	5,96	7,52	9,06	10,62	12,17	-
	C40	ρ=0,6%	2,06	3,64	5,18	6,74	8,29	9,84	11,39	12,94	14,49
		ρ=1,5%	1,14	2,71	4,26	5,81	7,36	8,91	10,46	12,02	13,56

Fonte: Elaborado pelo Autor.

4.3.2 Dimensionamento a partir do EN 1992-1-1 2004

- 2 cordoalhas por metro

Tabela 4. 15 Áreas de aço (cm²) para EN 1992-1-1 2004 – 2 cordoalhas/m - Resultados 3

Seção (cm)	fck (Mpa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	5,15	-	-	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	4,52	-	-	-	-	-	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	5,07	-	-	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	4,41	-	-	-	-	-	-	-	-
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	5,26	-	-	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	4,58	-	-	-	-	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	5,16	-	-	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	4,44	-	-	-	-	-	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	5,06	7,01	-	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	4,32	6,26	-	-	-	-	-	-	-
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	4,30	-	-	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	3,57	-	-	-	-	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	4,19	6,08	-	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	3,42	5,31	-	-	-	-	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	4,09	5,98	7,83	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	3,29	5,18	7,02	-	-	-	-	-	-

Fonte: Elaborado pelo Autor.

- 3 cordoalhas por metro

Tabela 4. 16 Áreas de aço (cm²) para EN 1992-1-1 2004 – 3 cordoalhas/m - Resultados 3

Seção (cm)	fck (Mpa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	4,50	-	-	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	3,87	-	-	-	-	-	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	4,42	-	-	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	3,76	-	-	-	-	-	-	-	-
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	4,58	-	-	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	3,90	-	-	-	-	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	4,48	-	-	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	3,77	-	-	-	-	-	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	4,39	6,33	-	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	3,65	5,59	-	-	-	-	-	-	-
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	3,51	5,40	-	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	2,78	4,67	-	-	-	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	3,41	5,29	-	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	2,64	4,53	-	-	-	-	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	3,31	5,20	7,04	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	2,50	4,39	6,24	-	-	-	-	-	-

Fonte: Elaborado pelo Autor.

4.3.3 Dimensionamento a partir do ACI 318-19

- 2 cordoalhas por metro

Tabela 4. 17 Áreas de aço (cm²) para ACI 318-19 – 2 cordoalhas/m - Resultados 3

Seção (cm)	fck (Mpa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	13,37	18,19	22,93	27,67	32,41	37,21	41,95	46,69	51,49
		ρ=1,5%	13,37	18,19	22,93	27,67	32,41	37,21	41,95	46,69	51,49
	C35	ρ=0,6%	12,79	17,61	22,35	27,09	31,83	36,63	41,37	46,11	50,91
		ρ=1,5%	12,79	17,61	22,35	27,09	31,83	36,63	41,37	46,11	50,91
	C40	ρ=0,6%	12,25	17,07	21,81	26,55	31,29	36,09	40,83	45,57	50,37
		ρ=1,5%	12,25	17,07	21,81	26,55	31,29	36,09	40,83	45,57	50,37
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	11,89	16,75	21,61	26,34	31,20	36,06	40,93	45,66	50,52
		ρ=1,5%	11,89	16,75	21,61	26,34	31,20	36,06	40,93	45,66	50,52
	C35	ρ=0,6%	11,16	16,02	20,88	25,61	30,47	35,34	40,20	44,93	49,79
		ρ=1,5%	11,16	16,02	20,88	25,61	30,47	35,34	40,20	44,93	49,79
	C40	ρ=0,6%	10,48	15,34	20,20	24,93	29,80	34,66	39,52	44,25	49,11
		ρ=1,5%	10,48	15,34	20,20	24,93	29,80	34,66	39,52	44,25	49,11
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	9,02	13,67	18,23	22,84	27,46	32,01	36,63	41,24	45,80
		ρ=1,5%	9,02	13,67	18,23	22,84	27,46	32,01	36,63	41,24	45,80
	C35	ρ=0,6%	8,15	12,80	17,35	21,97	26,58	31,14	35,75	40,37	44,92
		ρ=1,5%	8,15	12,80	17,35	21,97	26,58	31,14	35,75	40,37	44,92
	C40	ρ=0,6%	7,33	11,98	16,54	21,15	25,77	30,32	34,94	39,56	44,11
		ρ=1,5%	7,33	11,98	16,54	21,15	25,77	30,32	34,94	39,56	44,11

Fonte: Elaborado pelo Autor.

- 3 cordoalhas por metro

Tabela 4. 18 Áreas de aço (cm²) para ACI 318-19 – 3 cordoalhas/m - Resultados 3

Seção (cm)	fck (Mpa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	13,37	18,19	22,93	27,67	32,41	37,21	41,95	46,69	51,49
		ρ=1,5%	13,37	18,19	22,93	27,67	32,41	37,21	41,95	46,69	51,49
	C35	ρ=0,6%	12,79	17,61	22,35	27,09	31,83	36,63	41,37	46,11	50,91
		ρ=1,5%	12,79	17,61	22,35	27,09	31,83	36,63	41,37	46,11	50,91
	C40	ρ=0,6%	12,25	17,07	21,81	26,55	31,29	36,09	40,83	45,57	50,37
		ρ=1,5%	12,25	17,07	21,81	26,55	31,29	36,09	40,83	45,57	50,37
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	11,89	16,75	21,61	26,34	31,20	36,06	40,93	45,66	50,52
		ρ=1,5%	11,89	16,75	21,61	26,34	31,20	36,06	40,93	45,66	50,52
	C35	ρ=0,6%	11,16	16,02	20,88	25,61	30,47	35,34	40,20	44,93	49,79
		ρ=1,5%	11,16	16,02	20,88	25,61	30,47	35,34	40,20	44,93	49,79
	C40	ρ=0,6%	10,48	15,34	20,20	24,93	29,80	34,66	39,52	44,25	49,11
		ρ=1,5%	10,48	15,34	20,20	24,93	29,80	34,66	39,52	44,25	49,11
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	9,02	13,67	18,23	22,84	27,46	32,01	36,63	41,24	45,80
		ρ=1,5%	9,02	13,67	18,23	22,84	27,46	32,01	36,63	41,24	45,80
	C35	ρ=0,6%	8,15	12,80	17,35	21,97	26,58	31,14	35,75	40,37	44,92
		ρ=1,5%	8,15	12,80	17,35	21,97	26,58	31,14	35,75	40,37	44,92
	C40	ρ=0,6%	7,33	11,98	16,54	21,15	25,77	30,32	34,94	39,56	44,11
		ρ=1,5%	7,33	11,98	16,54	21,15	25,77	30,32	34,94	39,56	44,11

Fonte: Elaborado pelo Autor.

4.4 Pilares de canto – Resultados 4

4.4.1 Dimensionamento a partir da NBR6118:2014

- 2 cordoalhas por metro

Tabela 4. 19 Áreas de aço (cm²) para NBR 6118:2014 – 2 cordoalhas/m – Resultados 4

Seção (cm)	fck (Mpa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	1,75	2,53	3,31	4,09	4,87	-	-	-	-
		ρ=1,5%	1,40	2,18	2,97	3,75	4,53	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	1,70	2,48	3,26	4,04	4,82	5,60	-	-	-
		ρ=1,5%	1,33	2,11	2,90	3,68	4,46	5,24	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	1,65	2,43	3,22	4,00	4,78	5,56	6,33	-	-
		ρ=1,5%	1,27	2,05	2,84	3,62	4,40	5,18	5,96	-	-
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	1,57	2,36	3,13	3,91	4,69	5,46	6,26	-	-
		ρ=1,5%	1,19	1,97	2,74	3,52	4,30	5,07	5,87	-	-
	C35	ρ=0,6%	1,52	2,30	3,07	3,85	4,63	5,41	6,20	6,97	-
		ρ=1,5%	1,11	1,89	2,67	3,44	4,22	5,00	5,79	6,56	-
	C40	ρ=0,6%	1,47	2,25	3,02	3,80	4,58	5,35	6,15	6,92	7,69
		ρ=1,5%	1,04	1,82	2,59	3,37	4,15	4,93	5,72	6,49	7,26
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	1,24	1,96	2,67	3,39	4,11	4,82	5,53	-	-
		ρ=1,5%	0,84	1,55	2,27	2,99	3,70	4,41	5,13	-	-
	C35	ρ=0,6%	1,18	1,90	2,61	3,33	4,05	4,76	5,47	6,20	6,91
		ρ=1,5%	0,76	1,47	2,19	2,91	3,62	4,33	5,05	5,77	6,48
	C40	ρ=0,6%	1,13	1,84	2,56	3,28	3,99	4,71	5,42	6,14	6,86
		ρ=1,5%	0,68	1,39	2,11	2,83	3,54	4,26	4,97	5,69	6,41

Fonte: Elaborado pelo Autor.

- 3 cordoalhas por metro

Tabela 4. 20 Áreas de aço (cm²) para NBR 6118:2014 – 3 cordoalhas/m – Resultados 4

Seção (cm)	fck (Mpa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	1,36	2,14	2,93	3,71	4,49	-	-	-	-
		ρ=1,5%	1,02	1,80	2,58	3,36	4,14	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	1,31	2,09	2,88	3,66	4,44	5,22	-	-	-
		ρ=1,5%	0,95	1,73	2,52	3,29	4,07	4,85	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	1,26	2,04	2,83	3,61	4,39	5,17	5,95	-	-
		ρ=1,5%	0,89	1,67	2,45	3,23	4,01	4,79	5,57	-	-
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	1,17	1,96	2,73	3,51	4,29	5,06	5,86	6,63	-
		ρ=1,5%	0,79	1,57	2,34	3,12	3,90	4,67	5,47	6,24	-
	C35	ρ=0,6%	1,12	1,90	2,67	3,45	4,23	5,01	5,80	6,57	7,34
		ρ=1,5%	0,71	1,49	2,27	3,04	3,82	4,60	5,39	6,16	6,93
	C40	ρ=0,6%	1,07	1,85	2,62	3,40	4,18	4,95	5,75	6,52	7,29
		ρ=1,5%	0,64	1,42	2,19	2,97	3,75	4,53	5,32	6,09	6,86
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	0,84	1,55	2,27	2,99	3,70	4,41	5,13	5,85	-
		ρ=1,5%	0,00	1,15	1,86	2,58	3,29	4,01	4,72	5,45	-
	C35	ρ=0,6%	0,78	1,49	2,21	2,93	3,64	4,35	5,07	5,79	6,51
		ρ=1,5%	0,00	1,06	1,78	2,50	3,21	3,93	4,64	5,36	6,08
	C40	ρ=0,6%	0,72	1,44	2,15	2,87	3,59	4,30	5,01	5,74	6,45
		ρ=1,5%	0,00	0,99	1,71	2,43	3,14	3,85	4,57	5,29	6,00

Fonte: Elaborado pelo Autor.

4.4.2 Dimensionamento a partir do EN 1992-1-1 2004

- 2 cordoalhas por metro

Tabela 4. 21 Áreas de aço (cm²) para EN 1992-1-1 2004 – 2 cordoalhas/m - Resultados 4

Seção (cm)	fck (Mpa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	1,01	1,64	2,25	2,87	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,72	1,34	1,95	2,57	-	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	0,97	1,59	2,21	2,82	3,44	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,66	1,28	1,89	2,51	3,12	-	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	0,93	1,55	2,17	2,78	3,40	4,02	-	-	-
		ρ=1,5%	0,60	1,22	1,84	2,45	3,07	3,69	-	-	-
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	1,19	1,88	2,57	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,85	1,54	2,23	-	-	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	1,14	1,83	2,52	3,19	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,78	1,47	2,16	2,84	-	-	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	1,09	1,78	2,47	3,15	3,84	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,72	1,41	2,10	2,77	3,47	-	-	-	-
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	1,48	2,28	-	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	1,13	1,92	-	-	-	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	1,43	2,22	3,01	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	1,06	1,85	2,64	-	-	-	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	1,38	2,18	2,96	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,99	1,79	2,58	-	-	-	-	-	-

Fonte: Elaborado pelo Autor.

- 3 cordoalhas por metro

Tabela 4. 22 Áreas de aço (cm²) para EN 1992-1-1 2004 – 3 cordoalhas/m - Resultados 4

Seção (cm)	fck (Mpa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	0,55	1,17	1,78	2,40	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,00	0,87	1,49	2,10	-	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	0,50	1,12	1,74	2,35	2,97	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,00	0,81	1,43	2,04	2,66	-	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	0,46	1,08	1,70	2,31	2,93	3,55	-	-	-
		ρ=1,5%	0,00	0,75	1,37	1,98	2,60	3,22	-	-	-
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	0,71	1,40	2,09	2,76	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,00	1,06	1,75	2,42	-	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	0,66	1,35	2,04	2,71	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,00	0,99	1,68	2,36	-	-	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	0,61	1,30	1,99	2,67	3,36	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,00	0,93	1,62	2,29	2,99	-	-	-	-
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	1,09	1,89	2,68	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,74	1,53	2,32	-	-	-	-	-	-
	C35	ρ=0,6%	1,04	1,83	2,62	-	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,67	1,46	2,25	-	-	-	-	-	-
	C40	ρ=0,6%	0,99	1,79	2,58	3,40	-	-	-	-	-
		ρ=1,5%	0,60	1,40	2,19	3,01	-	-	-	-	-

Fonte: Elaborado pelo Autor.

4.4.3 Dimensionamento a partir do ACI 318-19

- 2 cordoalhas por metro

Tabela 4. 23 Áreas de aço (cm²) para ACI 318-19 – 2 cordoalhas/m - Resultados 4

Seção (cm)	fck (Mpa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	1,86	3,33	4,81	6,28	7,75	9,22	10,69	12,23	13,70
		ρ=1,5%	1,86	3,33	4,81	6,28	7,75	9,22	10,69	12,23	13,70
	C35	ρ=0,6%	1,49	2,97	4,45	5,91	7,39	8,86	10,33	11,86	13,33
		ρ=1,5%	1,49	2,97	4,45	5,91	7,39	8,86	10,33	11,86	13,33
	C40	ρ=0,6%	1,15	2,63	4,11	5,58	7,05	8,52	9,99	11,52	12,99
		ρ=1,5%	1,15	2,63	4,11	5,58	7,05	8,52	9,99	11,52	12,99
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	2,76	4,74	6,70	8,66	10,63	12,60	14,60	16,56	18,52
		ρ=1,5%	2,76	4,74	6,70	8,66	10,63	12,60	14,60	16,56	18,52
	C35	ρ=0,6%	2,30	4,27	6,24	8,19	10,16	12,13	14,14	16,09	18,05
		ρ=1,5%	2,30	4,27	6,24	8,19	10,16	12,13	14,14	16,09	18,05
	C40	ρ=0,6%	1,87	3,84	5,81	7,76	9,73	11,70	13,71	15,66	17,62
		ρ=1,5%	1,87	3,84	5,81	7,76	9,73	11,70	13,71	15,66	17,62
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	2,89	5,16	7,44	9,75	12,00	14,29	16,55	18,87	21,12
		ρ=1,5%	2,89	5,16	7,44	9,75	12,00	14,29	16,55	18,87	21,12
	C35	ρ=0,6%	2,33	4,60	6,88	9,19	11,44	13,74	15,99	18,31	20,56
		ρ=1,5%	2,33	4,60	6,88	9,19	11,44	13,74	15,99	18,31	20,56
	C40	ρ=0,6%	1,81	4,08	6,36	8,67	10,92	13,21	15,47	17,79	20,04
		ρ=1,5%	1,81	4,08	6,36	8,67	10,92	13,21	15,47	17,79	20,04

Fonte: Elaborado pelo Autor.

- 3 cordoalhas por metro

Tabela 4. 24 Áreas de aço (cm²) para ACI 318-19 – 3 cordoalhas/m - Resultados 4

Seção (cm)	f _{ck} (Mpa)	Taxa de armadura	Sobrecarga kN/m ²								
			2,0	3,5	5,0	6,5	8,0	9,5	11,0	12,5	14,0
Pilar 30x30	C30	ρ=0,6%	1,86	3,33	4,81	6,28	7,75	9,22	10,69	12,23	13,70
		ρ=1,5%	1,86	3,33	4,81	6,28	7,75	9,22	10,69	12,23	13,70
	C35	ρ=0,6%	1,49	2,97	4,45	5,91	7,39	8,86	10,33	11,86	13,33
		ρ=1,5%	1,49	2,97	4,45	5,91	7,39	8,86	10,33	11,86	13,33
	C40	ρ=0,6%	1,15	2,63	4,11	5,58	7,05	8,52	9,99	11,52	12,99
		ρ=1,5%	1,15	2,63	4,11	5,58	7,05	8,52	9,99	11,52	12,99
Pilar 40x40	C30	ρ=0,6%	2,76	4,74	6,70	8,66	10,63	12,60	14,60	16,56	18,52
		ρ=1,5%	2,76	4,74	6,70	8,66	10,63	12,60	14,60	16,56	18,52
	C35	ρ=0,6%	2,30	4,27	6,24	8,19	10,16	12,13	14,14	16,09	18,05
		ρ=1,5%	2,30	4,27	6,24	8,19	10,16	12,13	14,14	16,09	18,05
	C40	ρ=0,6%	1,87	3,84	5,81	7,76	9,73	11,70	13,71	15,66	17,62
		ρ=1,5%	1,87	3,84	5,81	7,76	9,73	11,70	13,71	15,66	17,62
Pilar 50x50	C30	ρ=0,6%	2,89	5,16	7,44	9,75	12,00	14,29	16,55	18,87	21,12
		ρ=1,5%	2,89	5,16	7,44	9,75	12,00	14,29	16,55	18,87	21,12
	C35	ρ=0,6%	2,33	4,60	6,88	9,19	11,44	13,74	15,99	18,31	20,56
		ρ=1,5%	2,33	4,60	6,88	9,19	11,44	13,74	15,99	18,31	20,56
	C40	ρ=0,6%	1,81	4,08	6,36	8,67	10,92	13,21	15,47	17,79	20,04
		ρ=1,5%	1,81	4,08	6,36	8,67	10,92	13,21	15,47	17,79	20,04

Fonte: Elaborado pelo Autor.

5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

A partir dos resultados obtidos nos dimensionamentos à punção, foram realizadas comparações entre os procedimentos normativos. Para tanto, calcularam-se as reduções percentuais de utilização de armadura de punção entre as normas, substituindo-se o procedimento menos econômico pelo mais econômico. Em cada gráfico foi pontuado qual norma apresentou resultados de área de aço com menor valor, e, também se houve exceções nas quais o padrão não prevaleceu.

Nota-se que nem todos os gráficos possuem marcações para todas as sobrecargas em questão, isso acontece quando a área de aço necessária resultou nula ou quando os modelos não passaram, considerando os limites especificados pelos códigos de dimensionamento.

Percebeu-se, por meio dos resultados, que a área de aço necessária não possuía variações significativas quando se alterava a resistência característica do concreto à compressão (f_{ck}). Portanto, para otimização das comparações, todas as análises realizadas foram feitas para a classe C35, que é o valor médio entre os adotados para a resistência característica do concreto.

5.1 Comparação entre os procedimentos normativos

Cada gráfico apresentado nas Figuras de 5.1 a 5.24, representa os percentuais de redução mencionados referentes aos procedimentos normativos para cada seção de pilar, com respectivas taxas de armadura passiva e tensão média de compressão devido à protensão, representadas nesse caso pela distribuição de cordoalhas por metro

5.1.1 Pilares internos com momento em uma direção – 1

- Comparação entre NBR 6118:2014 e EN 1992-1-1 2004

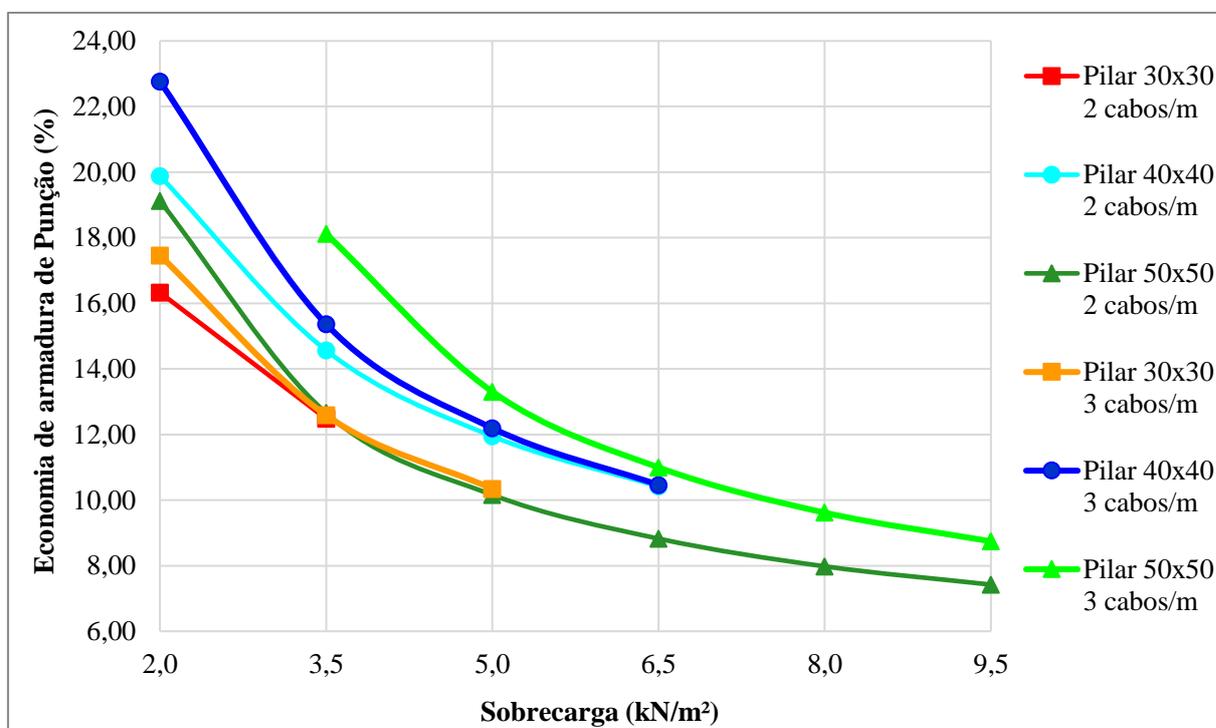
Os resultados da comparação entre a NBR 6118:2014 e o EN 1992-1-1 2004 mostram que o dimensionamento pela norma brasileira resulta no uso de uma menor quantidade de armadura de punção do que a europeia para todos os casos estudados, chegando a valores de economia na casa dos 28%.

Observando-se o gráfico da Figura 5.1 nota-se que, para valores mais baixos de sobrecarga, a economia de armadura varia de 16 a 23%, enquanto que, para cargas maiores, essa taxa chega a aproximadamente 8%.

No geral, com o aumento de seção nos pilares, a economia gerada referente à diferença entre os procedimentos normativos cresce, porém tende a ser menor para cargas maiores. Há uma exceção para esse padrão, na distribuição de cordoalhas em 2 cabos por metro e sobrecargas

menores, onde a economia de armadura cresce de 16% a 20% quando a dimensão do pilar passa de 30 x 30 cm para 40 x 40 cm, e uma redução de aproximadamente 1% quando a seção aumenta para 50 x 50cm.

Figura 5. 1 Comparação NBR x EN - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=0,6\%$ (1)



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Nota-se também que, para os casos com maior tensão de compressão devido à protensão, a economia gerada pela norma brasileira é maior. Essa economia também cresce à medida em que se aumenta a seção dos pilares. Essa diferença é maior para sobrecargas menores, e tende a ser cada vez menor para cargas maiores.

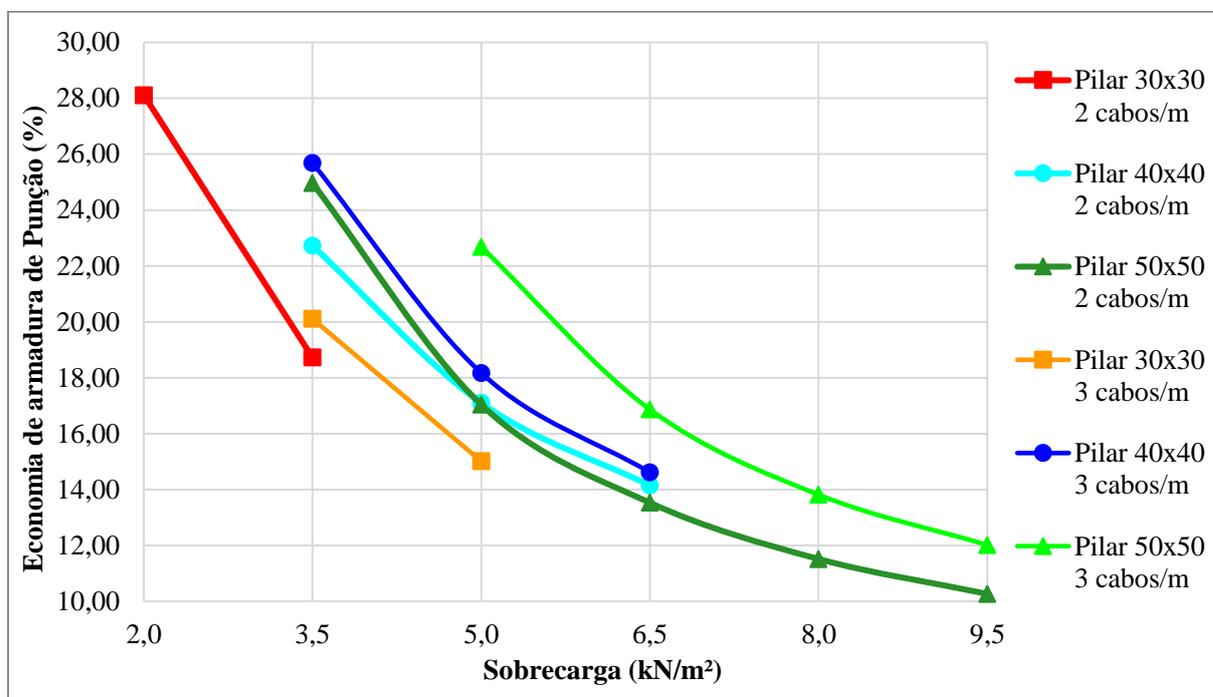
Já na Figura 5.2, quando se aumenta a taxa de armadura passiva do modelo, nota-se um relativo aumento na economia quando comparado ao gráfico anterior, porém os padrões permanecem os mesmos.

Para cargas menores, observa-se uma maior economia no dimensionamento pela norma brasileira, chegando até a 28%, mas que vai ficando menor conforme se aumenta a carga, chegando a valores de 10% de diferença.

Com o aumento na seção dos pilares, aumenta-se a economia gerada em cerca de 4% para sobrecargas menores e 2% para maiores. Acontece a mesma exceção mencionada na Figura 5.1, quando ocorre uma diminuição na economia para o caso específico de distribuição de 2 cabos por metro e mudança de seção de 40 a 50 cm do lado do pilar.

Há um pequeno incremento na economia quando a tensão de protensão aumenta, sendo essa maior quando a seção dos pilares é aumentada, assim como quando o carregamento é menor.

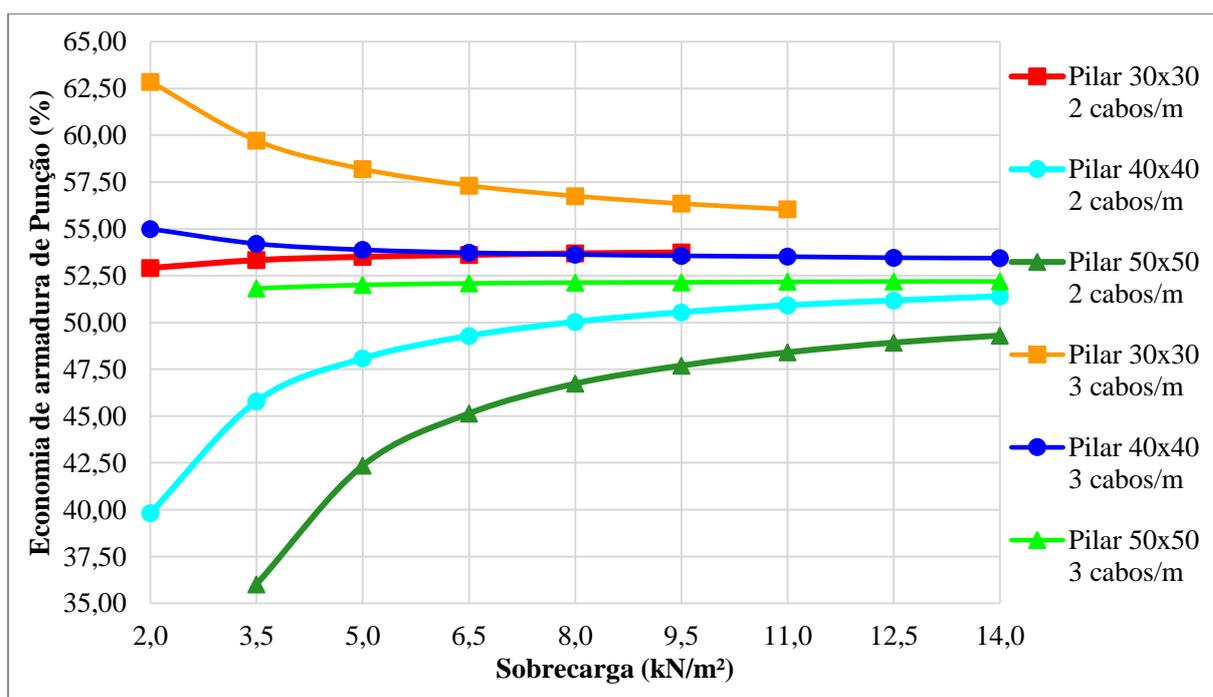
Figura 5. 2 Comparação NBR x EN - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=1,5\%$ (1)



Fonte: Elaborado pelo Autor.

- Comparação entre NBR 6118:2014 e ACI 318 -19

Figura 5. 3 Comparação NBR x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=0,6\%$ (1)



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Os resultados de área de aço necessária para combate à punção dos modelos mostram que, para esse caso, majoritariamente, a NBR 6118:2014 traz resultados menos conservadores do que o ACI 318-19. As exceções ocorrem para os modelos com distribuição de duas cordoalhas por metro, para pilares de 50 cm de lado, f_{ck} de 30 e 40 MPa e taxa de armadura 0,6%, quando a sobrecarga é de 2 kN/m², e a norma americana resulta em uma menor utilização de aço. Isso também ocorre para distribuição de três cordoalhas por metro, para pilares com a mesma dimensão citada e f_{ck} 30 MPa, com taxa de armadura passiva de 0,6%.

Nota-se pela Figura 5.3 que a economia de armadura, quando se substitui o procedimento americano pelo brasileiro, chega a 62,5%. Para os modelos de duas cordoalhas por metro, à medida que a carga se eleva há um aumento na economia de armadura, que é discreto para pilares de seção 30x30, mas elevado para as outras seções. Já para os modelos com número maior de cordoalhas, nota-se que a economia de armadura para os pilares de seção 30x30 é a maior da análise feita, e à medida que a carga aumenta, essa diferença diminui, mantendo-se quase constante em valores de 52,5 a 55% para as demais seções de pilares.

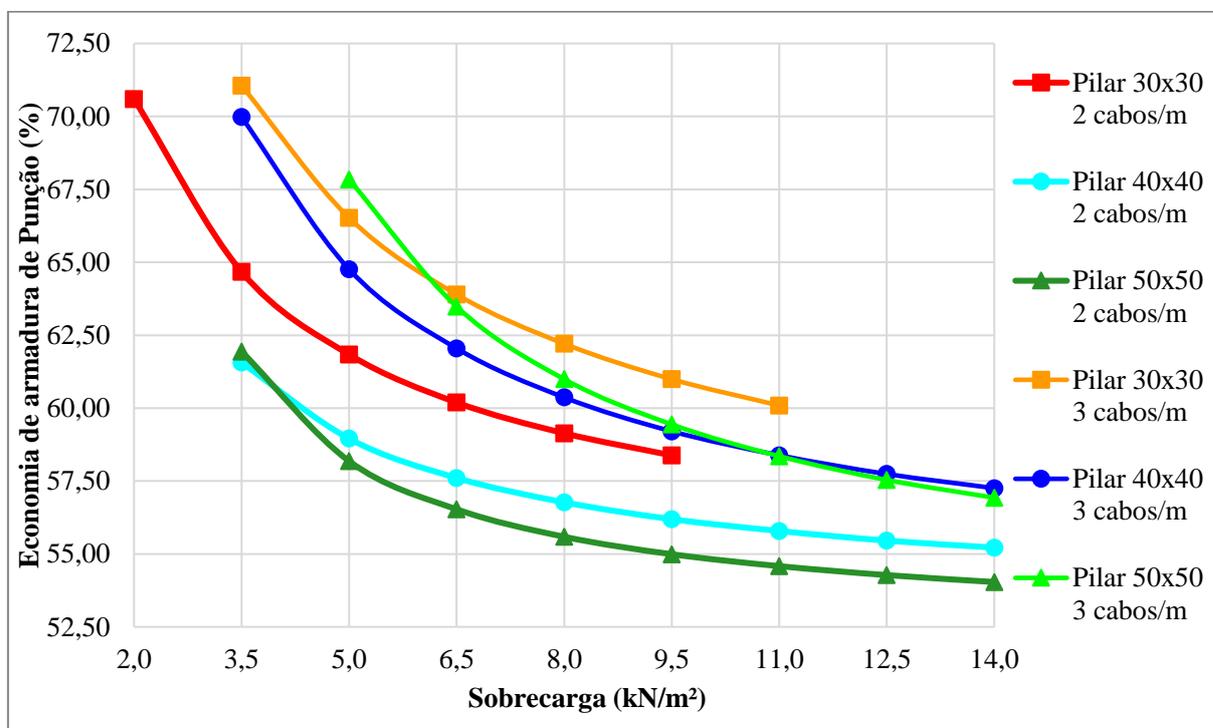
Essa divergência na economia de armadura que cresce quando as cargas aumentam para primeira tensão de compressão e depois decresce para os modelos com a segunda tensão de compressão pode ser explicada devido ao fato de que a norma americana não considera a contribuição da protensão para valores superiores a f_{ck} 35 MPa, que são os apresentados no gráfico. Portanto, para as situações apresentadas, as áreas de aço calculadas pelo ACI 318-19 se mantêm as mesmas para as seções semelhantes, enquanto para NBR 6118:2014 esses valores sofrem alterações.

Analisando-se as mudanças de seção dos pilares, percebe-se que quando o lado do pilar aumenta, os resultados do dimensionamento pelas normas se aproximam, para todos os casos analisados. Para primeira tensão de compressão, observando a menor carga, que é onde se tem maior divergência, tem-se uma redução aproximada de 52,5% para 40% e posteriormente para 35% quando a seção aumenta para cada um dos três valores de lado do pilar. Já para três cordoalhas por metro, esses valores se reduzem de 62,50% para 55% e finalmente 53%, mostrando uma variação menor do que para o caso anterior.

Quanto à tensão de compressão devido à protensão, pode-se dizer que a economia gerada no dimensionamento pela norma brasileira aumenta para todos os casos quando o grau de protensão aumenta, sendo que esses valores são maiores para cargas menores. Pode-se citar o exemplo para pilares de seção 30x30, que tem um incremento de 52,50 para 62,50 % na economia quando se aumentam o número de cabos por metro, já pilares 40x40 os valores

mudam de 40% para 55% de economia e para última seção de 50x50 de 35% a 52,5%, demonstrando que quanto mais a seção aumenta, maior também é o aumento da economia.

Figura 5. 4 Comparação NBR x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=1,5\%$ (1)



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Na Figura 5.4 são apresentados os resultados para os mesmos casos vistos na figura anterior, porém com taxa de armadura passiva maior. Ressalta-se para essa situação, que a norma americana não leva em consideração no cálculo referente à armadura de punção a contribuição da armadura passiva. Portanto, os valores calculados para ambas as taxas não se alteram, enquanto para a norma brasileira a contribuição é contabilizada.

Dessa forma, já se nota que os valores na economia de armadura são maiores para todos os casos analisados, se comparados com o gráfico da Figura 5.3, chegando a um máximo de 71%, e mínimo de 54%.

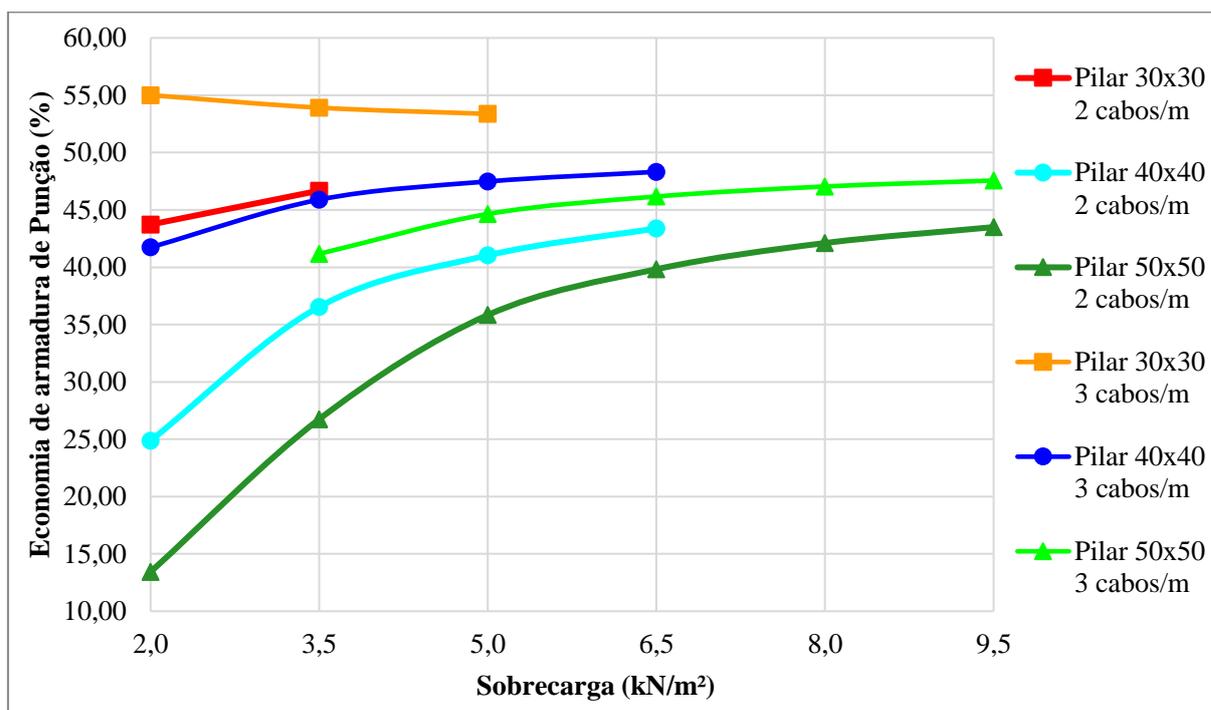
Quanto à sobrecarga, aqui já não se percebe mais a inconsistência ocorrida para taxa de 0,6% de armadura passiva, visto que em todos os casos, quanto maior o carregamento imposto, menor é a economia de aço da norma brasileira em relação à americana.

Já para as seções de pilares, nota-se que, para a maioria dos casos, quando se aumenta a seção, a economia se reduz. Isso não ocorre para a seção de 50x50 em ambos os casos de tensão de protensão, onde para cargas menores a economia chega a ser maior do que para pilares de seção 30x30, porém para sobrecargas maiores, a situação se inverte.

Finalmente, quanto maior o número de cabos, ou seja, aumentando-se a tensão de compressão na laje, pode-se afirmar que a economia de aço da norma brasileira também cresce, seguindo o padrão do gráfico anterior.

- Comparação entre EN 1992-1-1 2004 e ACI 318 -19

Figura 5. 5 Comparação EN x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=0,6\%$ (1)



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Fazendo a análise para os procedimentos normativos EN 1992-1-1 2004 e ACI 318-19, é observado que, majoritariamente, o código americano é mais conservador quanto ao dimensionamento à punção para este caso. Esse fato só não se faz verdade para a distribuição de duas cordoalhas por metro, quando, para todos valores de f_{ck} e taxa de armadura passiva 0,6% o pilar tem seção de 50x50 cm, para o primeiro carregamento imposto. Também se observa esse comportamento para a outra tensão de compressão para pilares de 40x40, f_{ck} de 30 MPa, e taxa de armadura passiva de 0,6% para o carregamento inicial. Além desses casos, há uma última exceção em que o código europeu é mais conservador, para carregamento de 3,5 kN/m², pilares de 50x50 e especificações de f_{ck} e taxa de armadura frouxa semelhantes aos demais casos semelhantes.

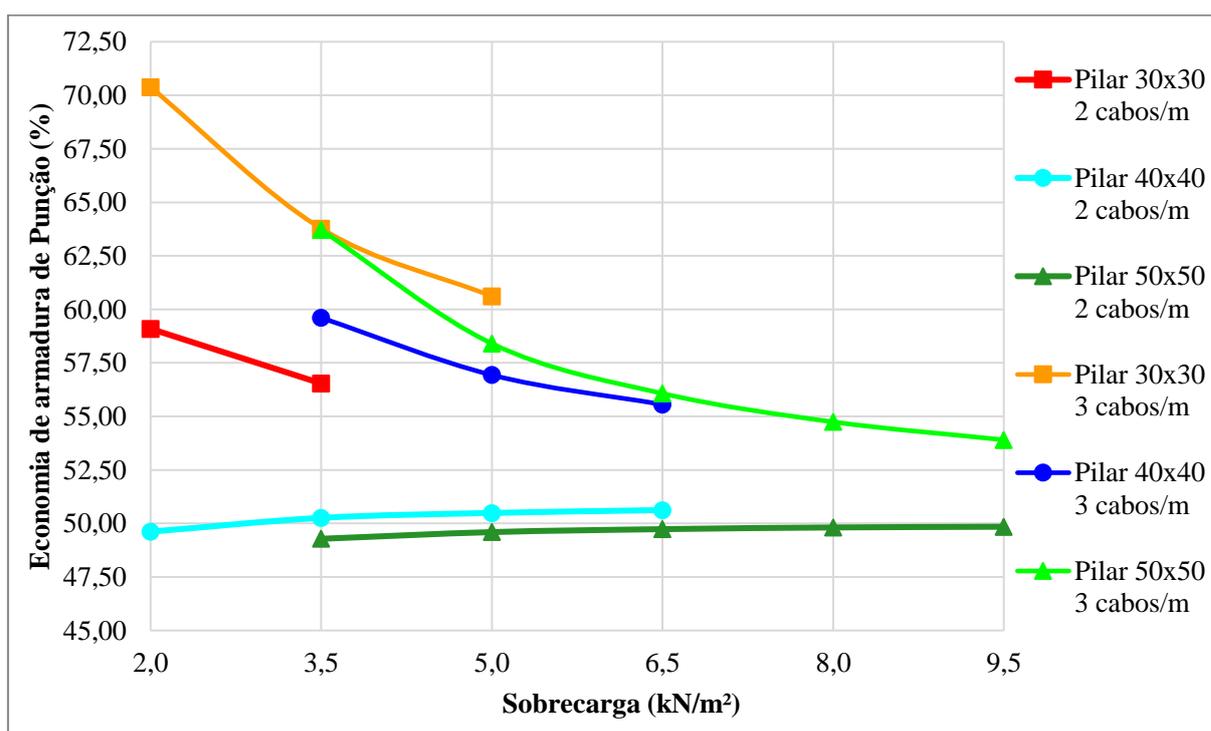
Nota-se no gráfico uma economia percentual que varia de, aproximadamente, 13,5% a 55%. Majoritariamente, quando a carga aplicada no modelo aumenta, a economia entre os procedimentos aumenta. Esse caso só não é verificado para o pilar de seção 30x30 e com

distribuição de 3 cabos/m, quando a economia diminui à medida que a carga aumenta, sendo, inclusive, esse modelo de maior economia entre os demais.

Analisando-se a dimensão dos pilares, nota-se que quando a seção aumenta, a economia do procedimento europeu em relação ao americano diminui, e essa diferença é maior para cargas menores, e tende a se manter de 40 a 50% para cargas maiores, para todos os casos analisados.

Por fim, quando o número de cabos é maior a economia de armadura cresce. Essa análise também segue o padrão visto para as demais observações, onde quanto menor a carga imposta, maior a diferença dessa porcentagem e quanto mais a seção aumenta, a discrepância é menor. Por exemplo, para sobrecargas menores e pilares de seção 30x30 a economia sobe de 43% para 55% quando o número de cabos aumente de 2 para 3 por metro, enquanto que para seções 40x40 esse valor cresce de 25% para 42%, aproximadamente.

Figura 5. 6 Comparação EN x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=1,5\%$ (1)



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Nota-se pela Figura 5.6 que a economia de armadura aumenta para todos os casos quando a taxa de armadura passiva passa de 0,6% para 1,5%, se comparado o gráfico com a Figura 5.5. A mesma observação feita para comparação entre a NBR 6118:2014 e a norma americana se faz aqui, já que o procedimento ACI 318-19 não contabiliza a armadura passiva para o cálculo de resistência à punção enquanto o Eurocódigo, sim. Portanto, as áreas de aço para ambos os gráficos das Figuras 5.5 e 5.6 são semelhantes para a norma americana.

Para essa comparação, a variação da economia fica entre aproximadamente 49% a 70%. Há dois tipos de comportamento observados para as variações nas cargas. Para pilares com distribuição de 2 cordoalhas por metro e seções de 40x40 e 50x50, à medida que o carregamento cresce, a economia tem um leve acréscimo. Já para os demais casos, quando o carregamento fica maior, a economia de armadura decresce.

Pode-se afirmar que, para os modelos com menor grau de protensão, para todos os casos quando a seção aumenta, a economia de aço também aumenta, sendo a discrepância maior na mudança do pilar 30x30 para 40x40 e cargas menores. Já para os demais modelos, nota-se que para o aumento de 30 para 40 cm do lado do pilar há um aumento discreto na economia, porém a situação se inverte quando a seção passa de 40x40 para 50x50 cm, pois a economia é menor quando a seção é maior para cargas até 6,5 kN/m².

Por fim, em todos os casos estudados, quando a tensão de compressão na laje aumenta (protensão), a economia de aço também cresce, sendo mais díspar para cargas menores.

5.1.2 Pilares internos com momento em duas direções – 2

- Comparação entre NBR 6118:2014 e EN 1992-1-1 2004

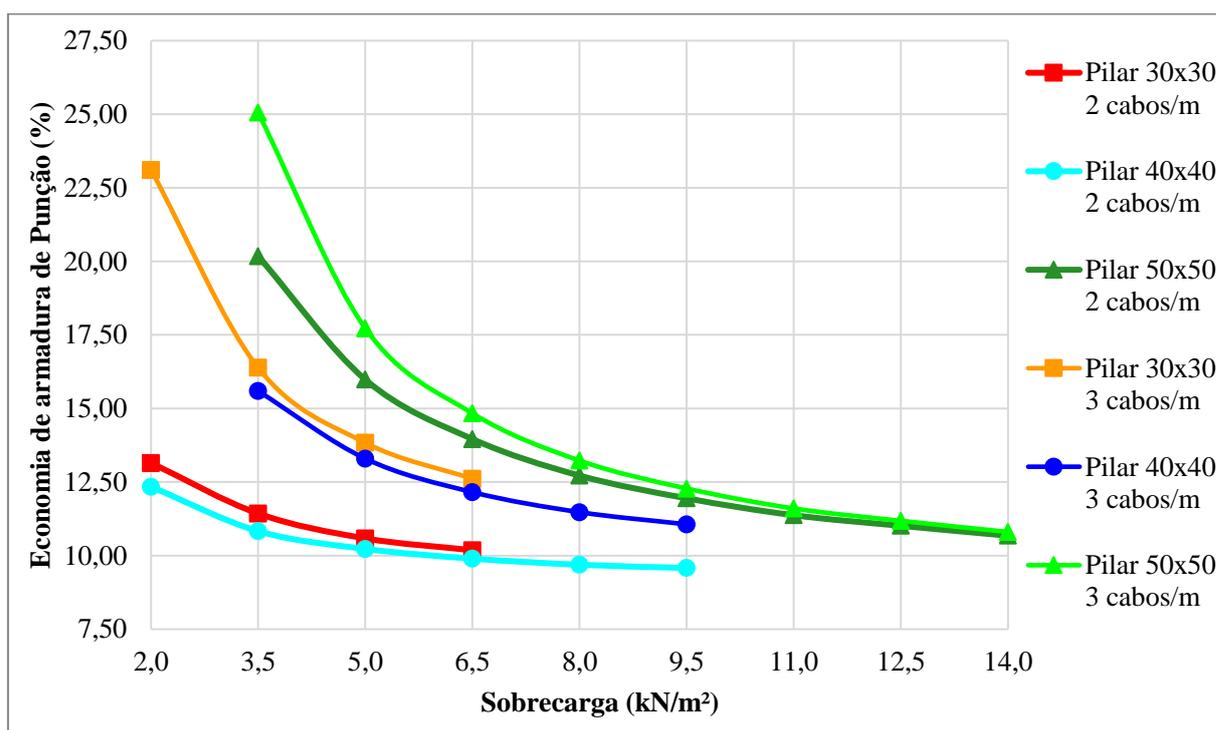
Nesse caso, serão feitas comparações para pilares internos submetidos à momento fletor em duas direções. Para essa análise, todos os resultados calculados de área de aço necessária de armadura de punção pelo procedimento normativo EN 1992-1-1 2004 foram menos conservadores do que para a NBR 6118:2014. Esse resultado se mostra ser o oposto do que foi atestado para pilares com momento em uma direção. Portanto, os gráficos apresentados nas Figuras 5.7 e 5.8 são referentes as economias de armadura quando se substitui a verificação feita pela norma brasileira pelo Eurocódigo.

Pela Figura 5.7 pode-se atestar que os valores de economia se estabelecem entre aproximadamente 9,5% e 25%. O gráfico também mostra que para todos os casos, quando a carga se eleva a economia entre os procedimentos é reduzida de maneira significativa, tendendo a se estabilizar em 10%.

Quando a seção dos pilares aumenta de 30x30 para 40x40 cm, há uma leve redução na economia, porém esse padrão não se mantém para mudança de seção para 50x50 cm, pois a economia cresce ultrapassando até mesmo os valores da menor seção estudada. Esse fato acontece para ambas tensões de compressão no concreto (dois ou três cabos por metro).

Quanto a tensão de compressão, nota-se que quando há um aumento no grau da protensão a economia na utilização de aço entre os procedimentos também aumenta, sendo essa diferença percentual maior para menores seções do pilar. Para as seções de 50x50 cm essa diferença percentual é pequena, na casa de 5% para cargas menores, enquanto para sobrecargas menores nem se observa diferença. Já os pilares de 30x30 apresentam maiores divergências, na casa de 10% para sobrecargas iniciais.

Figura 5.7 Comparação NBR x EN - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=0,6\%$ (2)



Fonte: Elaborado pelo Autor.

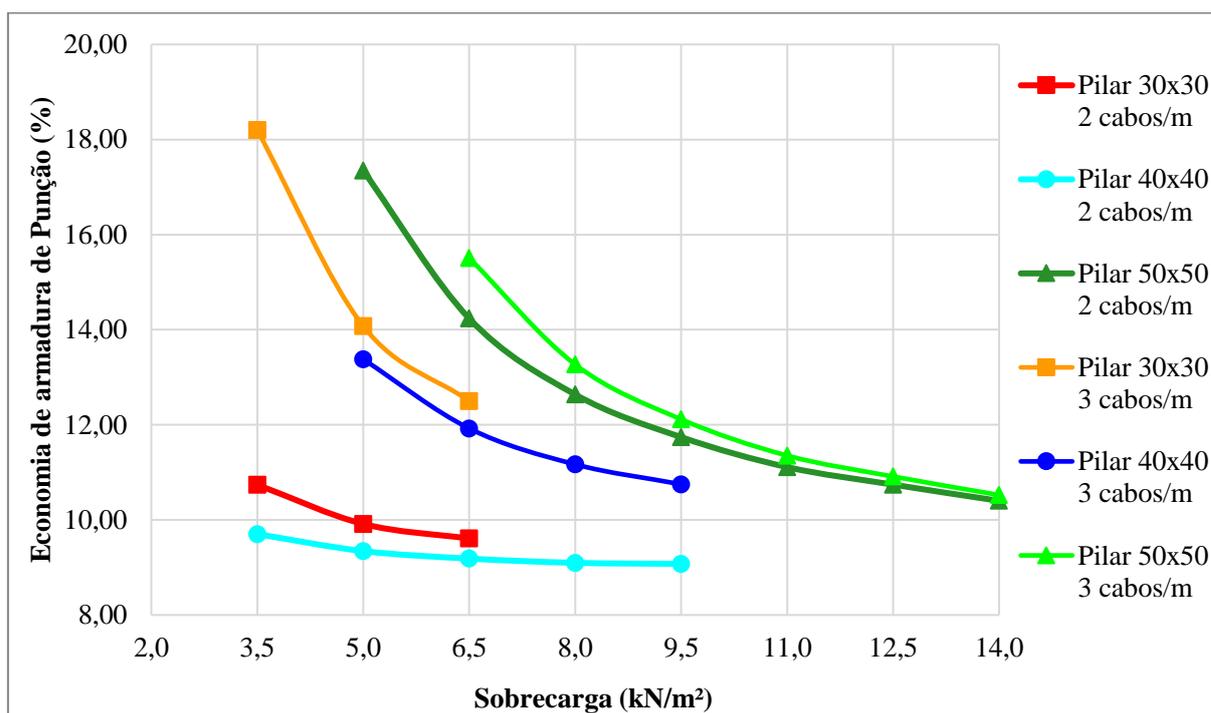
Já o gráfico apresentado na Figura 5.8 descreve os mesmos modelos do gráfico anterior, porém com uma taxa de armadura de flexão maior, de 1,5%. Percebe-se que, quando a taxa é aumentada, majoritariamente, a economia de armadura tem uma queda suave. Outra percepção é que os modelos que antes necessitavam de armadura para cargas de 2kN/m² já prescindem desta, que é o caso de pilares com seção 30x30 cm para ambas tensões de compressão e pilar 40x40 cm para tensão de compressão referente a utilização de dois cabos por metro. Esse fato também ocorre para os demais casos, que começam a necessitar da armadura de punção para cargas maiores do que quando a taxa de armadura passiva era de 0,6%.

Para a comparação abordada na Figura 5.8, nota-se que a economia de armadura do Eurocódigo em relação à norma brasileira varia de, aproximadamente, 9 a 18%. À medida que a sobrecarga aumenta, a economia se reduz, mantendo o padrão do gráfico anterior.

O que também segue a análise feita no gráfico da Figura 5.7, é a relação da mudança de seção, pois quando esta cresce de 30 para 40 centímetros de lado, a economia tem uma leve redução, porém aumenta significativamente quando a seção muda para 50x50 cm.

Finalmente, verifica-se que para as mesmas seções, quando há um aumento na tensão de compressão, também há um acréscimo na economia de armadura para o procedimento normativo europeu.

Figura 5. 8 Comparação NBR x EN - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=1,5\%$ (2)



Fonte: Elaborado pelo Autor.

- Comparação entre NBR 6118:2014 e ACI 318 -19

Neste caso, serão avaliados os procedimentos normativos da NBR 6118:2014 e o código americano ACI 318-19. Observando os resultados obtidos para os casos em questão, pode-se atestar que, majoritariamente, a norma brasileira é mais econômica do que o código americano, sendo que a única exceção ocorre para o pilar de seção 50x50 cm, com distribuição de 2 cordoalhas por metro, f_{ck} 30 MPa, taxa de armadura de flexão 0,6% e carregamento de 2 kN/m². Portanto, na análise feita pelo gráfico da Figura 5.9, é apresentada a economia de armadura quando se substitui o dimensionamento do ACI 318-19 pela norma brasileira.

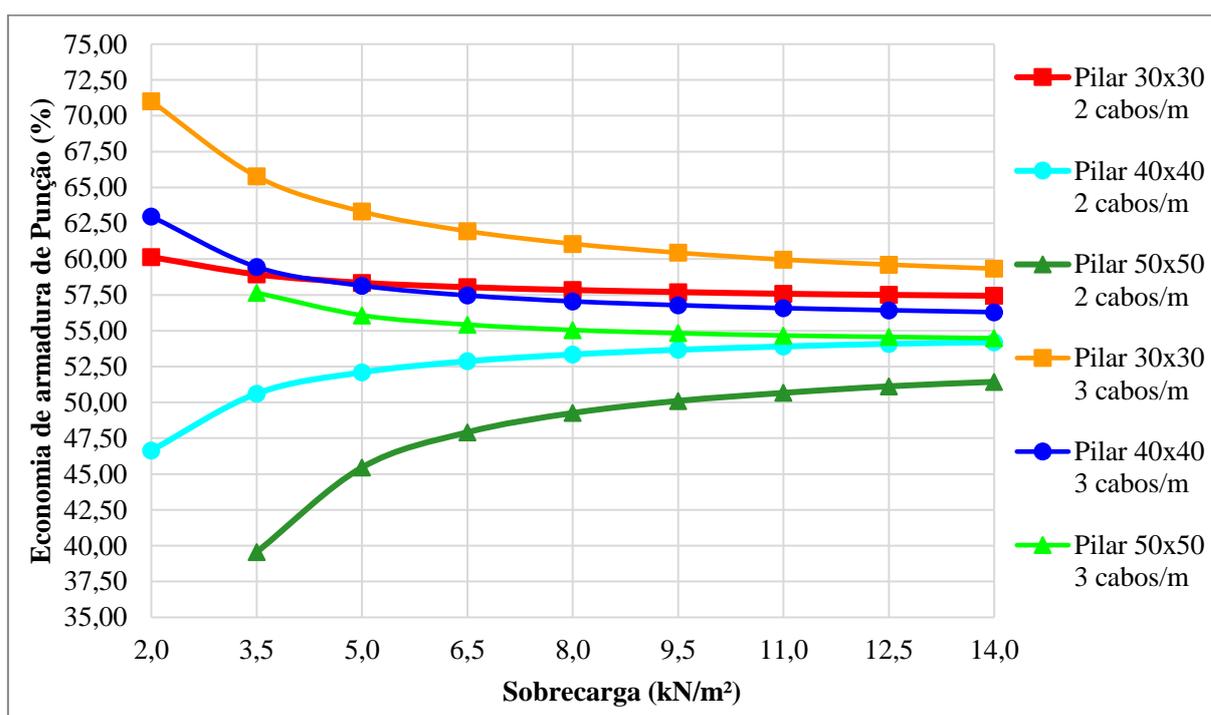
O gráfico mostra uma economia de aço que varia de, aproximadamente, 40 a 70%. Para os casos de pilar com seção 40x40 cm e 50x50 cm e a menor tensão de compressão, percebe-se que à medida que o carregamento cresce, a economia de armadura também aumenta. Porém, para

todos os outros casos ocorre o inverso. Ao passo que o carregamento cresce, a economia se reduz.

Quando analisados os casos das seções de pilares, é notado que quando a seção aumenta a economia de aço se reduz, para todos os casos. Essa economia se reduz mais para valores menores de sobrecarga e tende a se estabilizar em valores próximos a 55% à medida que a carga cresce.

Para a variação de tensão de compressão, percebe-se que sempre que se aumenta o número de cabos cresce a economia entre os procedimentos. Para os pilares de seção 30x30 cm a variação máxima, que ocorre para cargas menores, é de aproximadamente 10%, enquanto para seção de 40x40 cm é de 16% e 50x50 cm de 18%. Dessa forma, quanto maior a seção, maior a diferença de economia quando se eleva o grau da protensão

Figura 5.9 Comparação NBR x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=0,6\%$ (2)



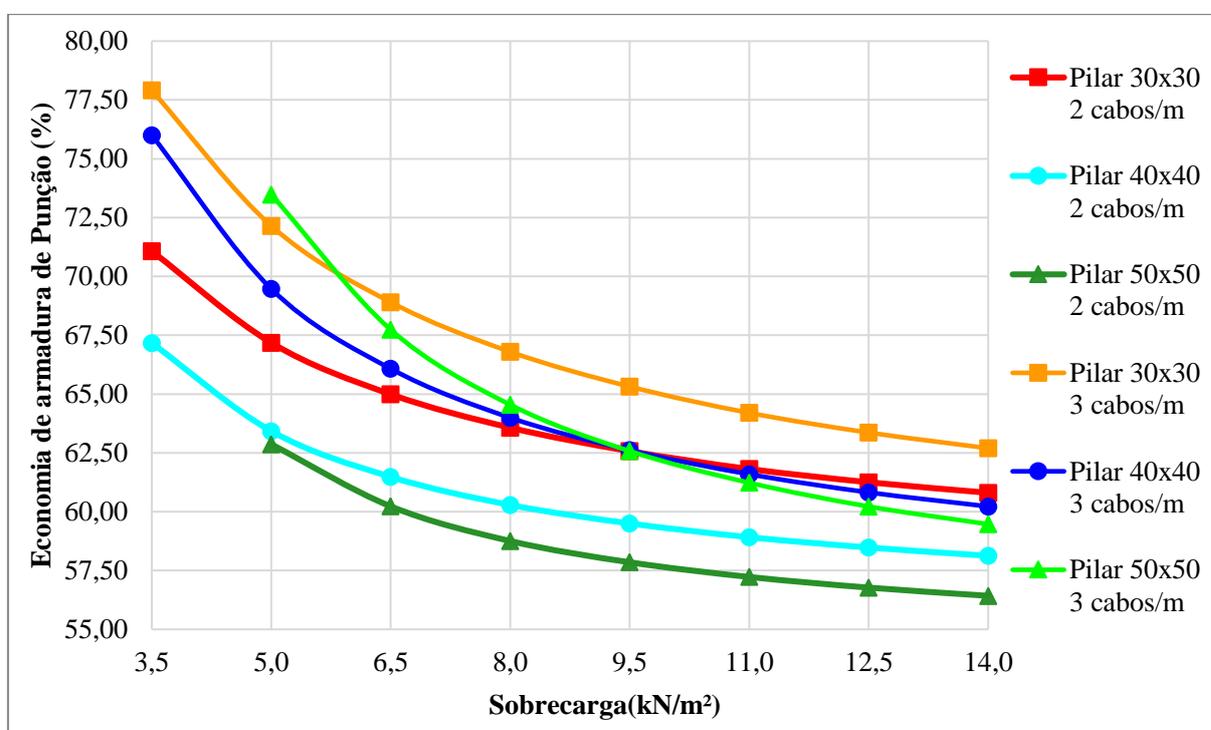
Fonte: Elaborado pelo Autor.

O gráfico da Figura 5.10 apresenta os resultados referente aos mesmos modelos do gráfico anterior, porém para taxa de armadura passiva maior. Se comparados os gráficos, pode-se notar que com o aumento da taxa de armadura de flexão, todos os modelos estudados tem uma maior economia de aço, que varia de, aproximadamente 56 a 78%. Para todos os casos analisados, à medida que a carga se eleva, a economia de armadura decresce entre os procedimentos.

Para os modelos que foram submetidos a uma menor distribuição de cordoalhas, percebe-se uma redução na economia de armadura quando a seção dos pilares cresce. Essa diferença é maior para o incremento de 30 para 40 cm de lado. Já quando a distribuição é de 3 cordoalhas por metro, pode-se afirmar que esse padrão não se mantém, visto que para o carregamento de 5 kN/m² a economia é maior para o pilar de seção 50x50 cm, e isso se mantém, se comparado com os pilares de lado 40 cm, até carga de 9,5 kN/m², quando a economia tende a se estabilizar para os modelos em 60 a 62,5%.

Finalmente, para todos os modelos dispostos no gráfico, quando há o incremento na protensão também cresce a economia de aço utilizado pela norma brasileira.

Figura 5. 10 Comparação NBR x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=1,5\%$ (2)



Fonte: Elaborado pelo Autor.

- Comparação entre EN 1992-1-1 2004 e ACI 318 -19

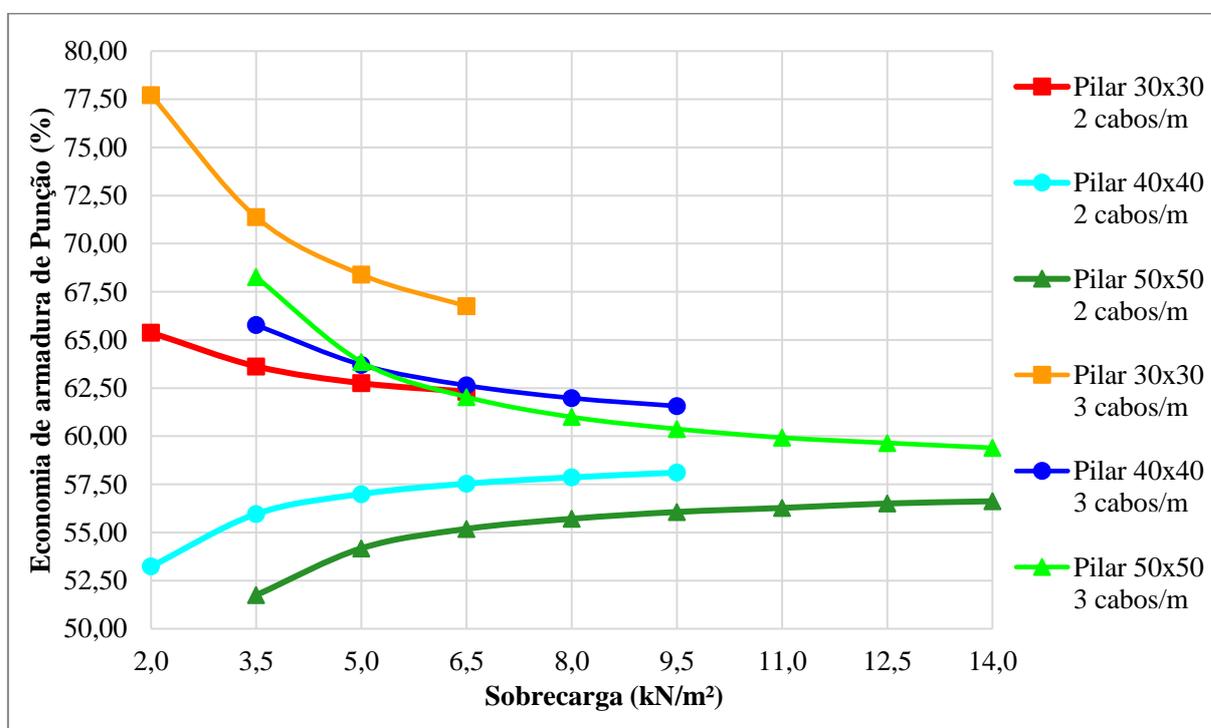
Para os gráficos apresentados nas Figuras 5.11 e 5.12, serão confrontados os procedimentos normativos americano e europeu. Em todos os casos estudados, a norma europeia se mostrou ser mais econômica do que o ACI 318-19. Portanto, as economias apresentadas são referentes à mudança no cálculo da área de aço necessária quando se substitui os valores do código americano pelo EN 1992-1-1 2004.

Observando a Figura 5.11, pode-se ver que os valores de economia de armadura de punção para os modelos ficam entre 52 a 78%. À medida que a carga cresce, a economia de armadura decresce para a maioria dos modelos. Isso só não se faz verdade para os pilares de seção 30x30 e 40x40 cm, quando a tensão de protensão é a menor. Nesses dois casos, quanto maior a carga há um leve incremento na economia de aço.

Quanto às seções dos pilares, percebe-se que quando esta aumenta há uma significativa redução de economia entre os procedimentos, sendo a diferença maior para cargas menores. Porém para pilares de seção 50x50 cm e 3 cordoalhas por metro essa observação é oposta, visto que para esse modelo a economia é maior do que para pilares de seção imediatamente menor até o carregamento de 5 kN/m².

Para o nível de protensão, nota-se que quando há um aumento no número de cordoalhas a economia de armadura cresce significativamente. Esses valores são maiores quando as cargas são menores, sendo a diferença de 12,5% para pilares 30x30 e carga 2 kN/m², 10% para pilares 40x40 e carga de 3 kN/m² e 16% para pilares 50x50 e 3,5 kN/m². À medida que as cargas aumentam, a economia tende a se estabilizar entre 55 e 60%.

Figura 5. 11 Comparação EN x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=0,6\%$ (2)



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Já para a Figura 5.12, os modelos possuem as mesmas especificações que o gráfico anterior, porém aumenta-se a taxa de armadura de flexão para 1,5%. Comparando-se ambos os gráficos,

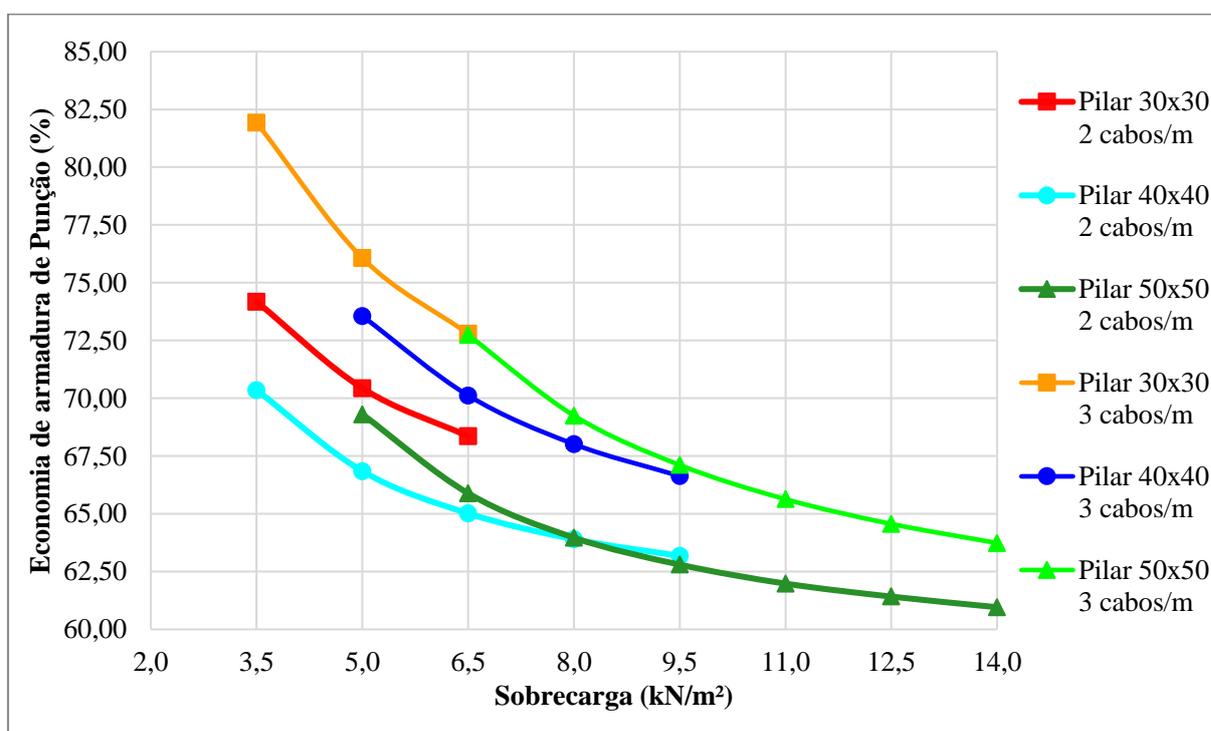
nota-se que para taxas maiores de armadura passiva, as economias também aumentam. Nesse caso, elas variam de, aproximadamente, 61% a 82%.

Para todos os casos mostrados no gráfico, quanto maior a carga aplicada, menor é a economia de armadura gerada.

Quanto as dimensões dos pilares, nota-se que quando a seção aumenta de 30 para 40 cm de lado, há uma ligeira redução na economia. Porém, majoritariamente, quando a seção passa para 50 cm de lado há um leve acréscimo na economia de armadura. Os valores mais discrepantes entre os procedimentos são para as menores seções de pilares.

Finalmente, quando a tensão de compressão devido à protensão aumenta, também percebe-se um aumento na economia de armadura do procedimento europeu em relação ao americano.

Figura 5. 12 Comparação EN x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=1,5\%$ (2)



Fonte: Elaborado pelo Autor.

5.1.3 Pilares de borda – 3

- Comparação entre NBR 6118:2014 e EN 1992-1-1 2004

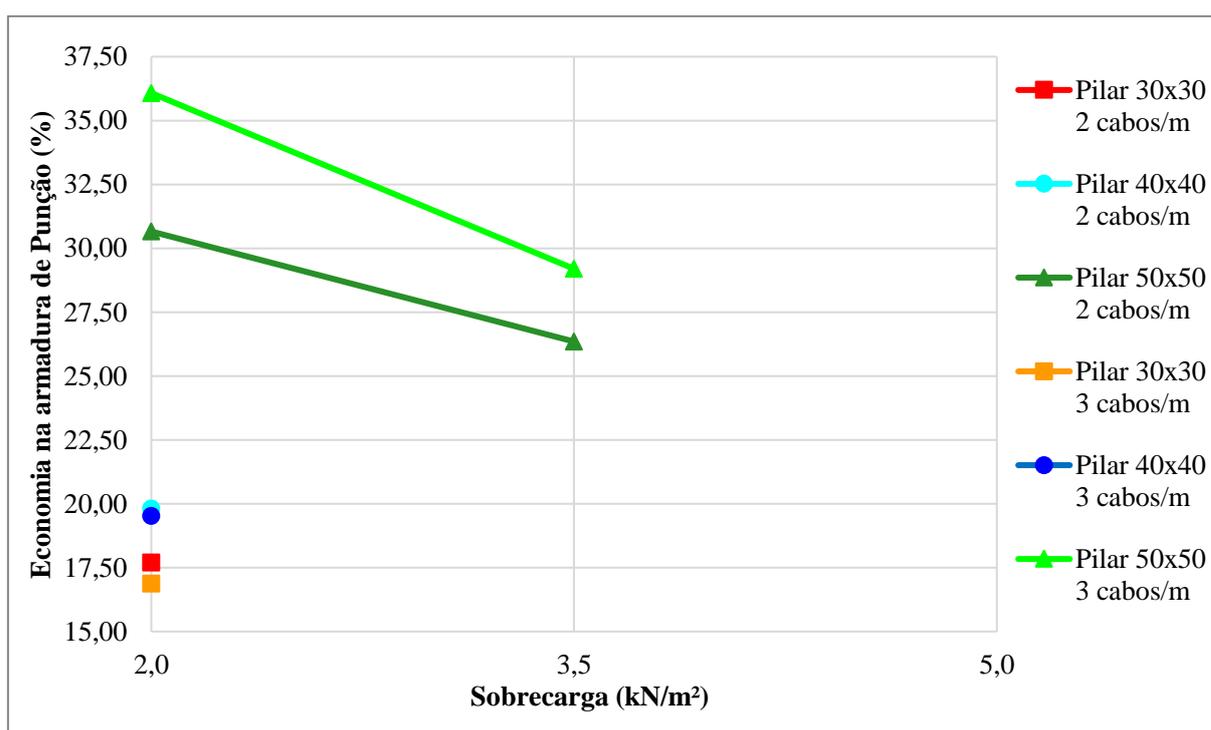
Para esse tópico, analisaram-se os resultados obtidos pelos dimensionamentos realizados por meio dos procedimentos brasileiro e europeu, para pilares de borda. Em todos os casos, a norma NBR 6118:2014 foi mais econômica do que o *Eurocódigo*. Portanto, os gráficos a seguir apresentam as porcentagens de economia de armadura no caso de o dimensionamento pelo

Eurocódigo ser substituído pela norma brasileira. Também pode-se notar que existem poucos dados para sobrecargas. Isso se deve ao fato de que, para o procedimento EN 1992-1-1 2004 poucos modelos passaram na primeira verificação para o perímetro crítico da borda do pilar.

Observando a Figura 5.13, pode-se dizer que a porcentagem de economia entre as normas varia de aproximadamente 16% a 36%. Quanto à variação do carregamento, apenas dois modelos puderam ser comparados, ambos para os pilares de maior seção. Nesses casos, quando o carregamento teve incremento de 1,5 kN/m², a economia de armadura foi reduzida em, aproximadamente 4% para a menor tensão de compressão e 7 % quando se aumenta o número de cabos de protensão.

Já para as seções dos pilares, nota-se que quando a seção aumente, a economia de armadura relativa também sofre um incremento, que é mais significativo quando o lado do pilar passa de 40 cm para 50 cm.

Figura 5. 13 Comparação NBR x EN - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=0,6\%$ (3)



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Ainda na Figura 5.13, verifica-se ainda que, quando há um aumento no número de cabos de protensão por metro, não se faz um padrão. Para seções de 30 cm, quando há esse aumento ocorre uma leve redução na economia entre os procedimentos. Já para pilares de 40 cm de lado, ocorre a mesma redução, porém quase imperceptível. Para o último modelo, com seção 50x50

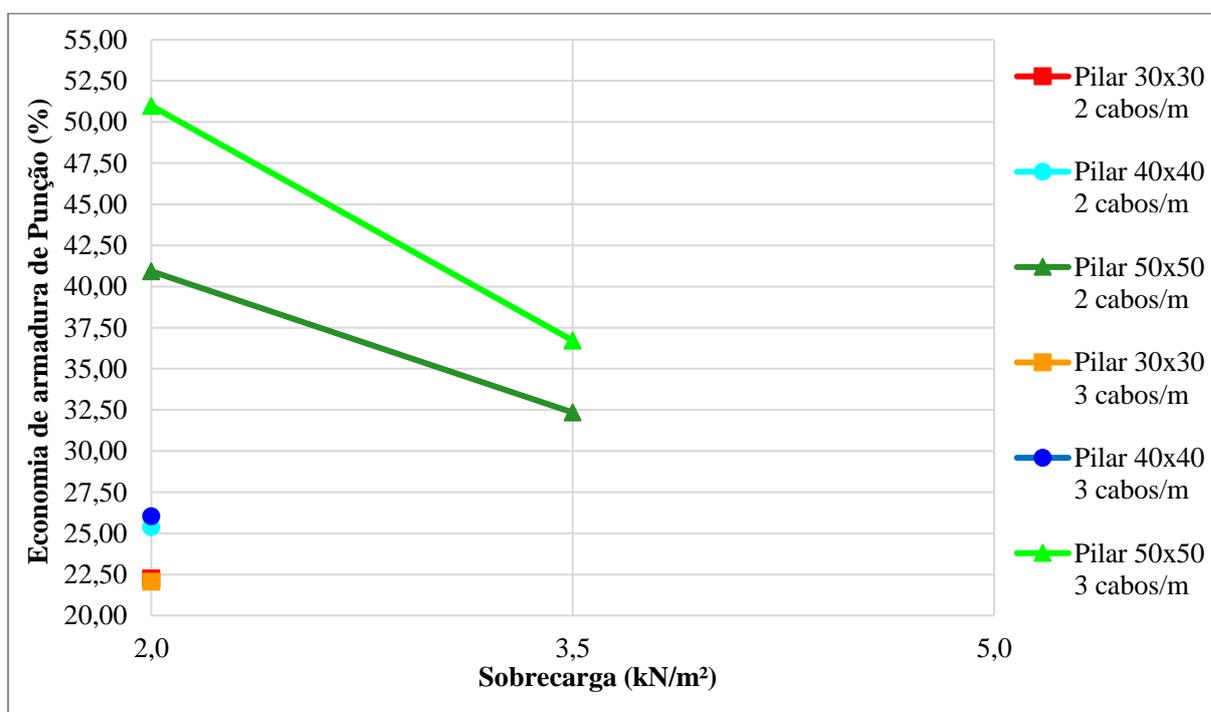
cm, quando houve aumento no grau de protensão a economia também cresceu com valores significativos.

No gráfico apresentado pela Figura 5.14, são mostrados os valores de economia para os mesmos modelos anteriores, porém com acréscimo na taxa de armadura de flexão. Comparando os gráficos, pode-se afirmar que quando a taxa de armadura aumenta, a economia relativa da norma brasileira em relação a europeia também aumenta de maneira significativa. O gráfico apresenta variações na economia de, aproximadamente, 22,5% a 51%.

Também ocorre a mesma situação de não se observarem muitos parâmetros de carga, visto que os modelos não passaram na verificação do *Eurocódigo*. Porém, para ambos casos que possuem dados, quando a carga aumenta, a economia de armadura diminui.

Para o aumento de seções, ocorre o mesmo observado na Figura 5.14, pois quando pilar tem o lado aumentado de 30 para 40 cm, aumenta-se discretamente a economia da armadura e essa cresce mais significativamente quando a seção muda para 50 cm. O mesmo ocorre para o aumento do grau de protensão, que tem uma diferença quase imperceptível para pilares de seção 30x30 cm, mas à medida que a seção aumenta, a economia cresce.

Figura 5. 14 Comparação NBR x EN - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=1,5\%$ (3)



Fonte: Elaborado pelo Autor.

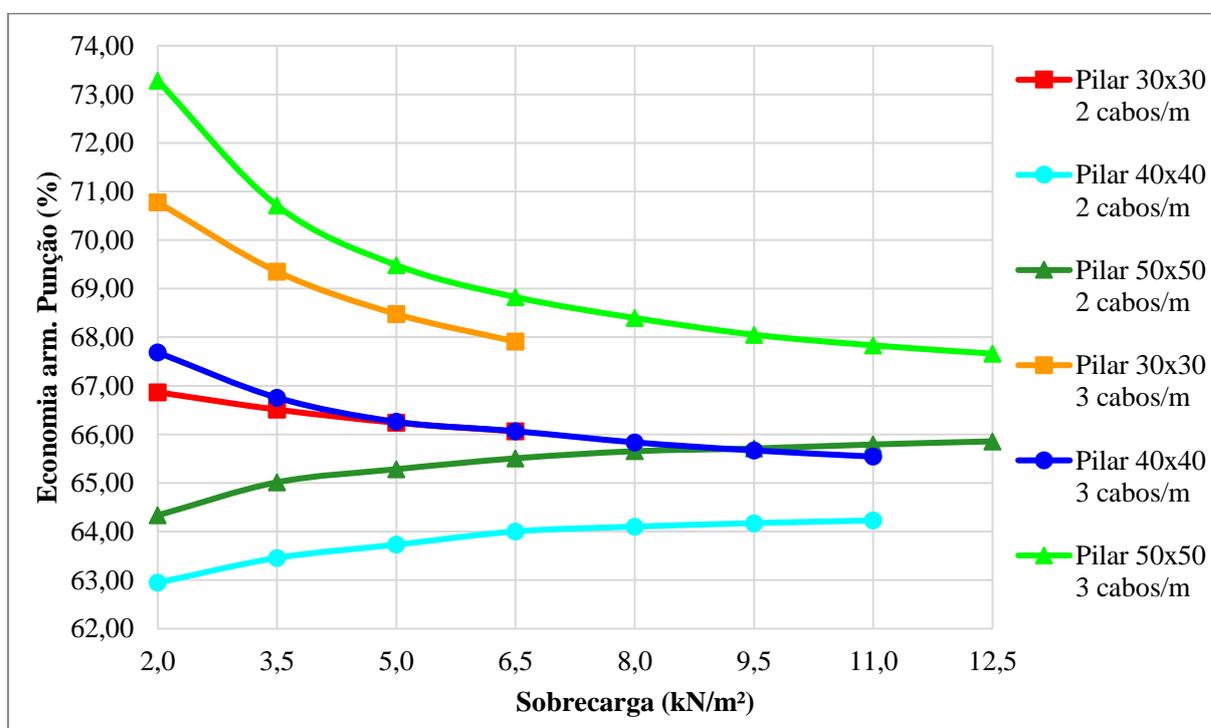
- Comparação entre NBR 6118:2014 e ACI 318 -19

As análises agora serão feitas comparando-se o dimensionamento entre os procedimentos da norma brasileira e o código americano. Observando os resultados, é possível constatar que a norma ACI 318-19 é mais conservadora que a NBR 6118:2014 para todos os resultados obtidos. Portanto, os cálculos de economia foram feitos para uma substituição de dimensionamento da norma americana para a brasileira.

Na Figura 5.15 é averiguado que a economia entre os procedimentos varia de aproximadamente 63% a 73%. Também pode-se dizer que, para os casos de pilares 40x40 cm e 50x50 cm com distribuição de 2 cordoalhas por metro, à medida que a carga aumenta há um pequeno incremento de economia de armadura. Para os demais casos ocorre o inverso, pois quando se elevam as cargas, a economia apresenta redução.

Quanto às seções dos pilares, nota-se que quando esta muda de 30x30 cm para 40x40 cm, há uma redução de economia de aço entre os procedimentos, porém quando a seção passa a ser 50x50 cm há um acréscimo na economia. Para os modelos com menor tensão de compressão, a economia dos pilares 50x50 cm só ultrapassa a seção imediatamente anterior. Porém, para a maior tensão, a economia dos pilares 50x50 cm chega a ser maior do que todos os outros casos.

Figura 5. 15 Comparação NBR x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=0,6\%$ (3)



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Continuando a observação da Figura 5.15 para as comparações entre níveis de protensão, pode-se afirmar que, em todas as situações, quando o número de cordoalhas por metro aumentou, a

economia de aço entre os procedimentos cresceu, sendo estas diferenças maiores para menores sobrecargas impostas.

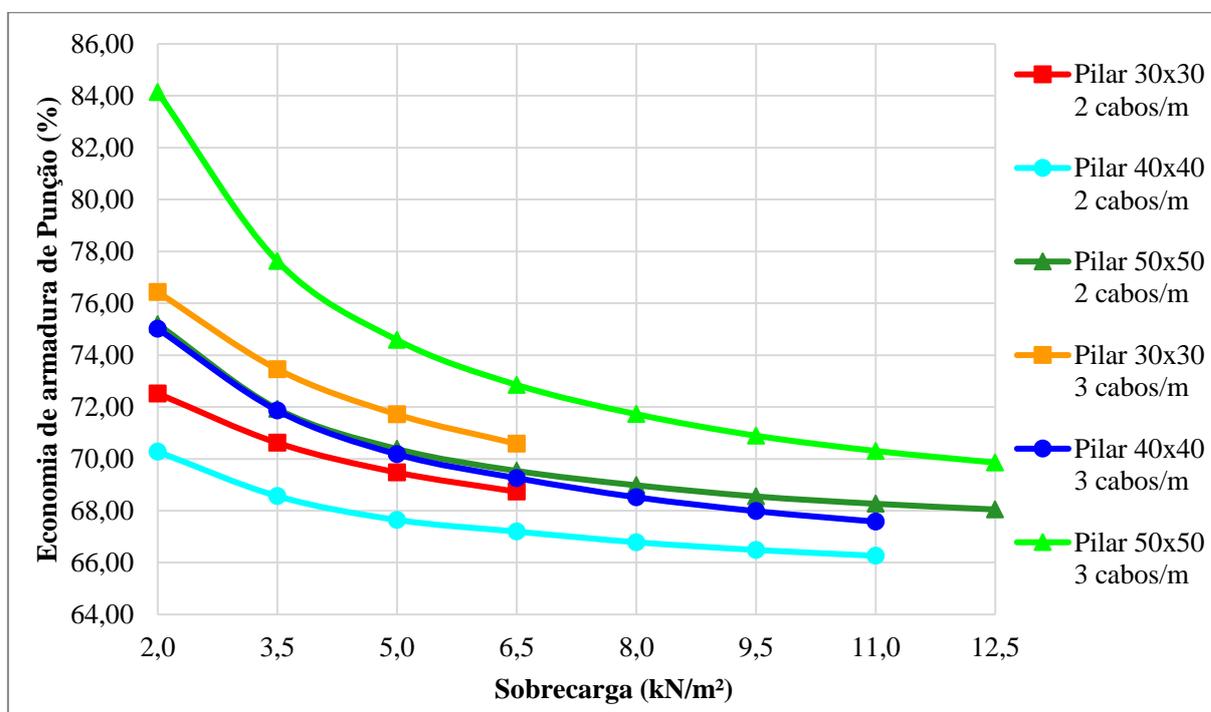
Já a Figura 5.16 apresenta as comparações dos mesmos modelos anteriores, porém com taxa de armadura passiva maior. Se comparados os gráficos, pode-se dizer que com o aumento da taxa de armadura de flexão a economia de armadura de punção é maior para todos os modelos. Também se nota que a economia varia de, aproximadamente, 66% a 84% neste caso.

Destoando do gráfico anterior, para os modelos analisados existe o padrão de a economia de armadura ser menor quando a carga se eleva, sem exceções.

Quando à seção dos pilares, quando há um aumento de 30 para 40 cm de lado, há uma leve redução de economia. Já quando a seção passa a ser de 50x50 cm, a economia aumenta e é a maior entre as demais seções, para ambos os casos de distribuição de cordoalhas.

Enfim, quanto maior o nível de protensão do modelo, maior a economia de aço para a norma brasileira, sendo esses valores aproximados de 4% para pilares 30x30 cm, 5% para pilares 40x40 e 9% para pilares 50x50 cm.

Figura 5. 16 Comparação NBR x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=1,5\%$ (3)



Fonte: Elaborado pelo Autor.

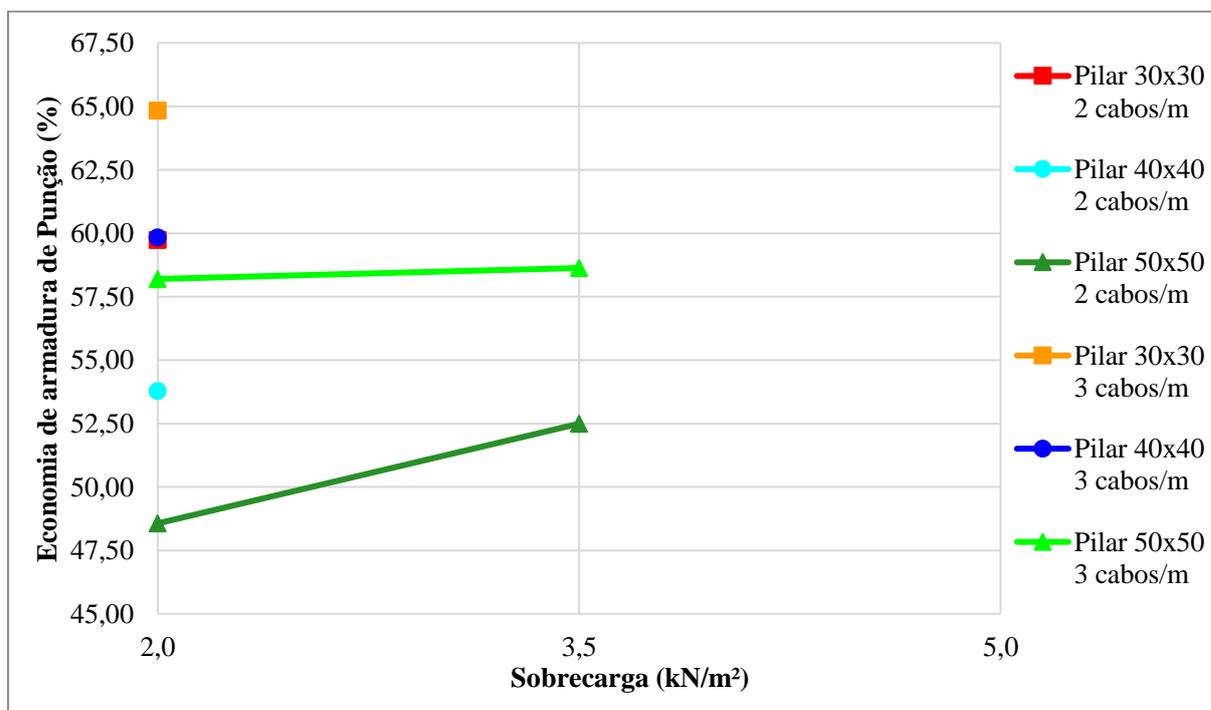
- Comparação entre EN 1992-1-1 2004 e ACI 318 -19

Os gráficos a seguir demonstram as comparações realizadas entre os procedimentos normativos EN 1992-1-1 2004 e ACI 318-19 para pilares de borda. Não existem dados a partir da sobrecarga de 3,5 kN/m² devido ao fato já citado que, para o *Eurocódigo*, muitos modelos não passaram no dimensionamento. Para todos os resultados apresentados, o código europeu foi mais econômico do que o americano, portanto, nas comparações a seguir, a economia de armadura foi calculada substituindo-se o dimensionamento realizado pelo ACI 318-19 pelo EN 1992-1-1 2004.

Primeiramente, observa-se que as taxas de economia se situam entre, aproximadamente 48% a 65%. Para o incremento de carga, pode-se afirmar para os dois modelos que possuem parâmetros que quando a carga aumenta, a economia entre os procedimentos tem um leve acréscimo.

Já para as seções, quando maior a área da seção transversal do pilar, menor é a economia, para todas as situações estudadas. Para o incremento de pilares 30x30 para 40x40 cm, tem-se uma diminuição da ordem de 6% na economia para modelos com 2 cordoalhas por metro e 5% para 3 cordoalhas por metro. Já quando o aumento da seção é de 40x40 para 50x50 cm, as porcentagens de diferença na economia ficam entre 5% e 2% para distribuições 2 e 3 cordoalhas por metro, respectivamente.

Figura 5. 17 Comparação EN x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=0,6\%$ (3)



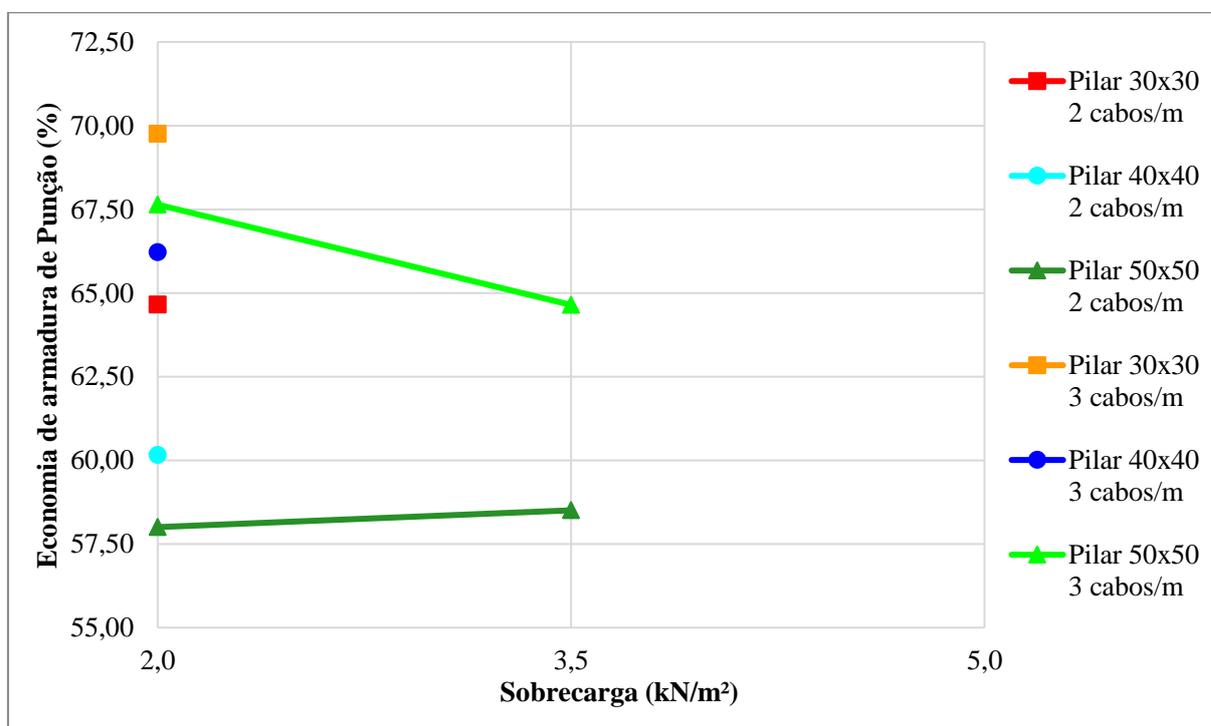
Fonte: Elaborado pelo Autor.

Ainda analisando a Figura 5.17, verificou-se que quando a tensão de protensão aumenta, a economia entre os procedimentos normativos também cresce, sendo essa diferença de economia aproximadamente 5% para pilares de seção 30x30, 6% para seção 40x40 e 10% para maior seção.

Na Figura 5.18 é apresentado o gráfico referente aos modelos anteriormente discutidos, porém com uma maior taxa de armadura passiva, de 1,5%. Se comparados os gráficos, pode-se perceber um leve aumento na economia de aço na armadura de punção entre os procedimentos devido ao aumento da taxa de armadura de flexão.

Observando os gráficos, nota-se que a porcentagem de economia varia de aproximadamente 58% a 70%. Nesse caso, diferentemente do anterior, para os dois modelos que apresentam mais de um resultado para variação no carregamento, não há um padrão. No caso de pilares 50x50 cm onde há uma distribuição na laje de 2 cabos por metro, quando o carregamento aumenta, a economia também sofre um incremento sutil. Já para pilares semelhantes, mas com lajes de 3 cabos por metro, ocorre o oposto.

Figura 5. 18 Comparação EN x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=1,5\%$ (3)



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Majoritariamente, quando há um aumento na seção dos pilares se observa uma redução na economia de armadura. Esse fato só não é observado para o pilar 50x50 com a maior tensão de

compressão, que possui uma economia maior que o pilar 40x40 para mesma distribuição de cordoalhas.

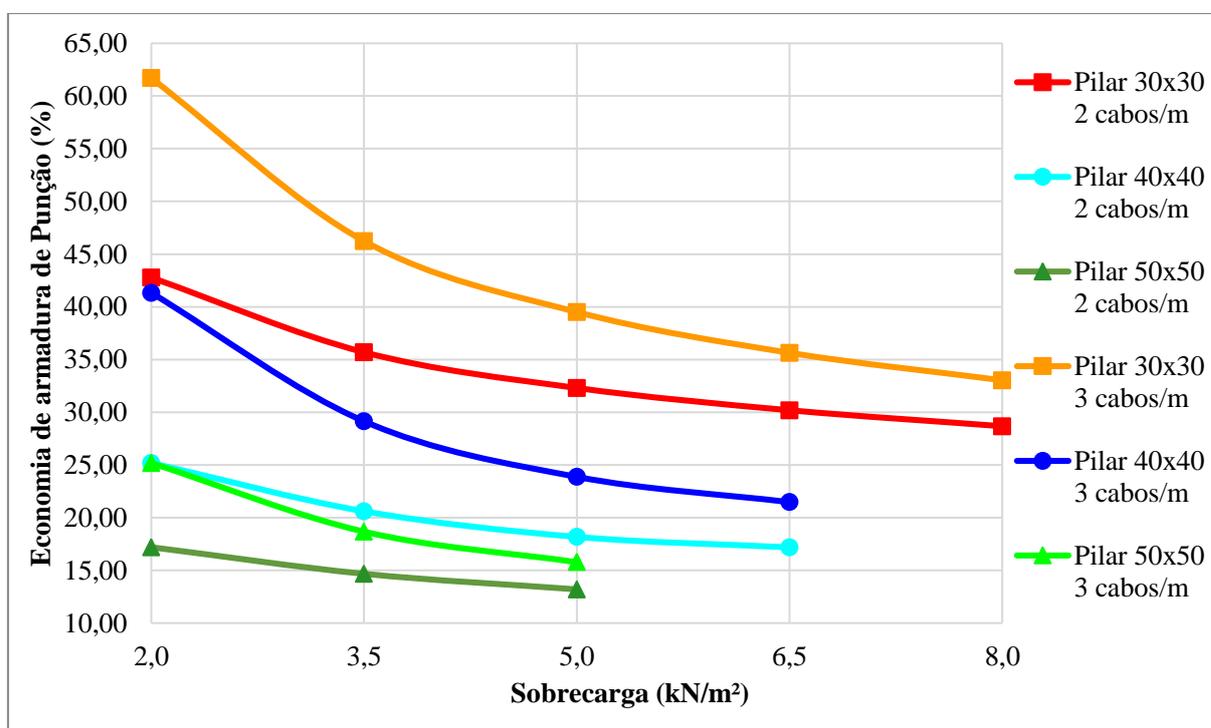
Finalmente, para todos os casos, quando há um aumento de número de cordoalhas por metro na laje também se observa uma maior economia por parte do procedimento normativo europeu no dimensionamento à punção.

5.1.4 Pilares de canto – 4

- Comparação entre NBR 6118:2014 e EN 1992-1-1 2004

Nos gráficos a seguir, serão mostradas as comparações para pilares de canto entre os procedimentos normativos brasileiro e europeu. Majoritariamente o *Eurocódigo* apresenta resultados mais econômicos do que a NBR 6118:2014. Esse fato só não é mantido para todos modelos de pilares com seção 50x50 cm. Portanto, foram calculadas as diferenças de utilização de aço para punção substituindo-se o procedimento europeu pelo brasileiro para pilares 50x50, e o contrário para todos demais casos.

Figura 5. 19 Comparação NBR x EN - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=0,6\%$ (4)



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Pela Figura 5.19 pode-se perceber que a economia entre os procedimentos normativos varia bastante e fica entre, aproximadamente 14% a 62%. Pelo gráfico também é notado que à medida

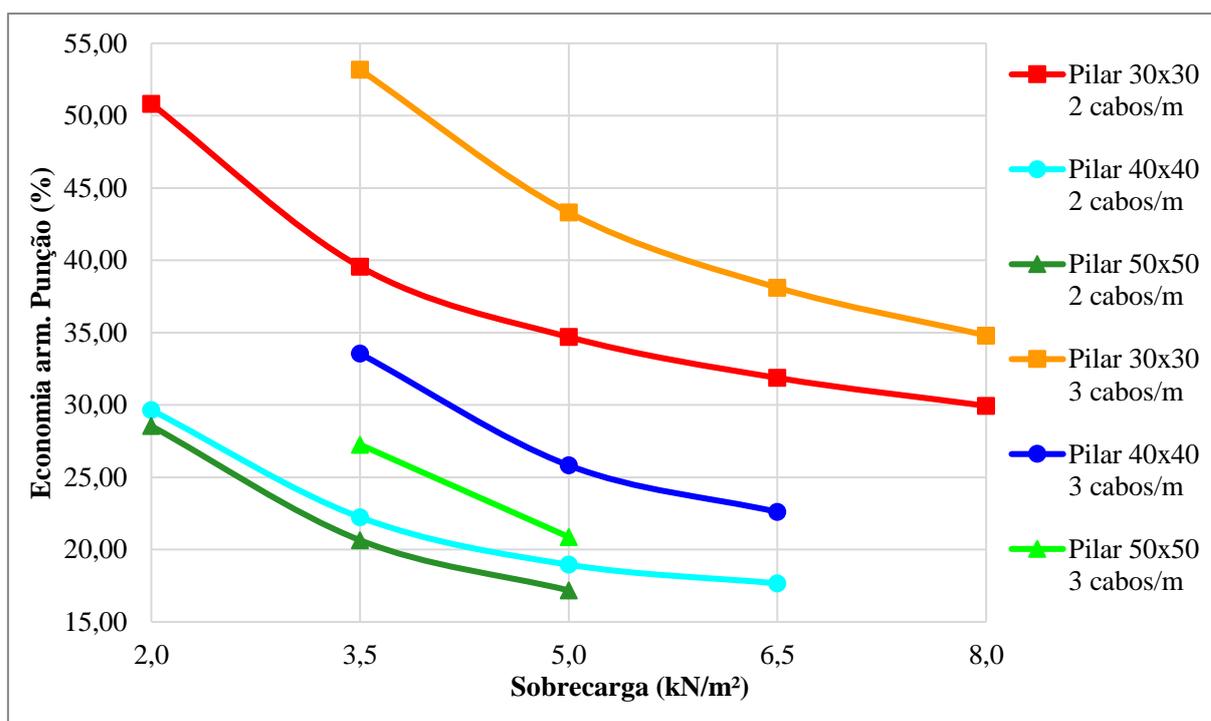
que o carregamento de sobrecarga cresce, a economia de aço diminui, porém não tende para um valor específico.

Em todos os modelos estudados, quando a seção do pilar aumenta ocorre uma diminuição na economia entre as normas. Nessa observação, para as menores sobrecargas a diferença na economia se mostra ser maior quando a seção é aumentada, e tem leves decréscimos para sobrecargas maiores.

Quanto ao nível de protensão, pode-se dizer que quando há um aumento na tensão de compressão, também se percebe um acréscimo na economia de armadura entre os procedimentos. Essa diferença de economia é maior para menores cargas, e tende-se a estabilizar em 30% para pilares de seção 30x30cm, 20% para pilares 40x40 cm e pouco menos de 15% para seções 50x50 cm.

Já a Figura 5.20 apresenta o gráfico comparativo para os modelos semelhantes ao anterior, porém para taxa de armadura de flexão superior. Primeiramente pode-se notar a ausência de dados para o carregamento de 2 kN/m² nos modelos de 3 cordoalhas por metro. Esse fato ocorre pois o *Eurocódigo* prescinde de armadura de punção nesse caso. Se comparados os gráficos das Figuras 5.19 e 5.20, nota-se que há um aumento na economia entre os procedimentos quando se eleva a taxa de armadura passiva nos modelos.

Figura 5. 20 Comparação NBR x EN - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=1,5\%$ (4)



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Ainda na Figura 5.20 percebe-se que a variação de economia entre as normas brasileira e europeia fica entre aproximadamente 16% e 54%. Para todos os casos analisados nota-se que quando o carregamento cresce a economia diminui.

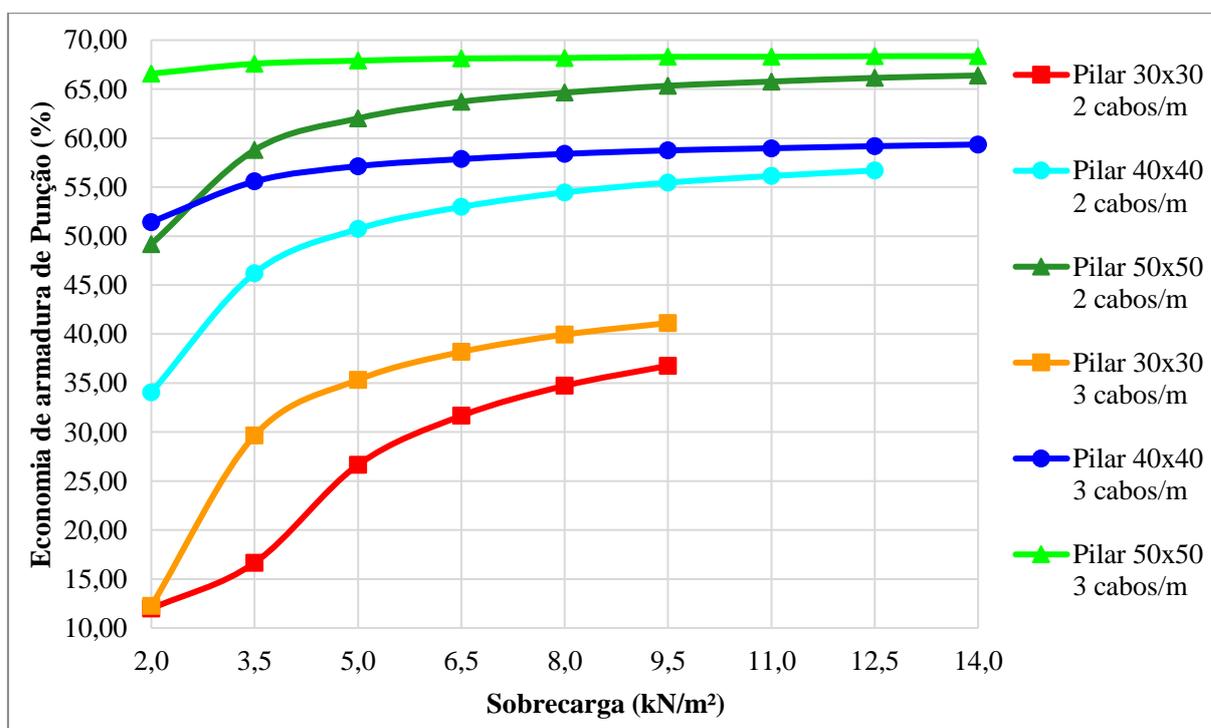
Para o aumento de seções, pode-se dizer que quando o pilar tem uma mudança de seção de 30x30 para 40x40 cm, há uma significativa redução na economia de armadura de punção. Já para a mudança de 40x40 para 50x50 cm, essa redução é suave, embora aconteça.

Enfim, quanto à tensão de protensão, nota-se que quando se aumenta o nível de protensão a economia entre as normas cresce, porém é menos visível a tendência a se estabilizar, como observado no gráfico da figura anterior.

- Comparação entre NBR 6118:2014 e ACI 318 -19

Para este tópico serão observados os resultados obtidos no dimensionamento à punção pelos procedimentos normativos NBR 6118:2014 e ACI 318-19. Se faz necessária a observação que, nesse caso, majoritariamente a norma brasileira possui resultados menos conservadores que a norma americana. Essa afirmação só não se faz verdade para carga de 2kN/m² em modelos de distribuição de armadura ativa de 2 cabos por metro, pilares de seção 30x30, com f_{ck} C 40 e ambas taxas de armadura passiva e C 30 para taxa de 0,6%.

Figura 5. 21 Comparação NBR x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=0,6\%$ (4)



Fonte: Elaborado pelo Autor.

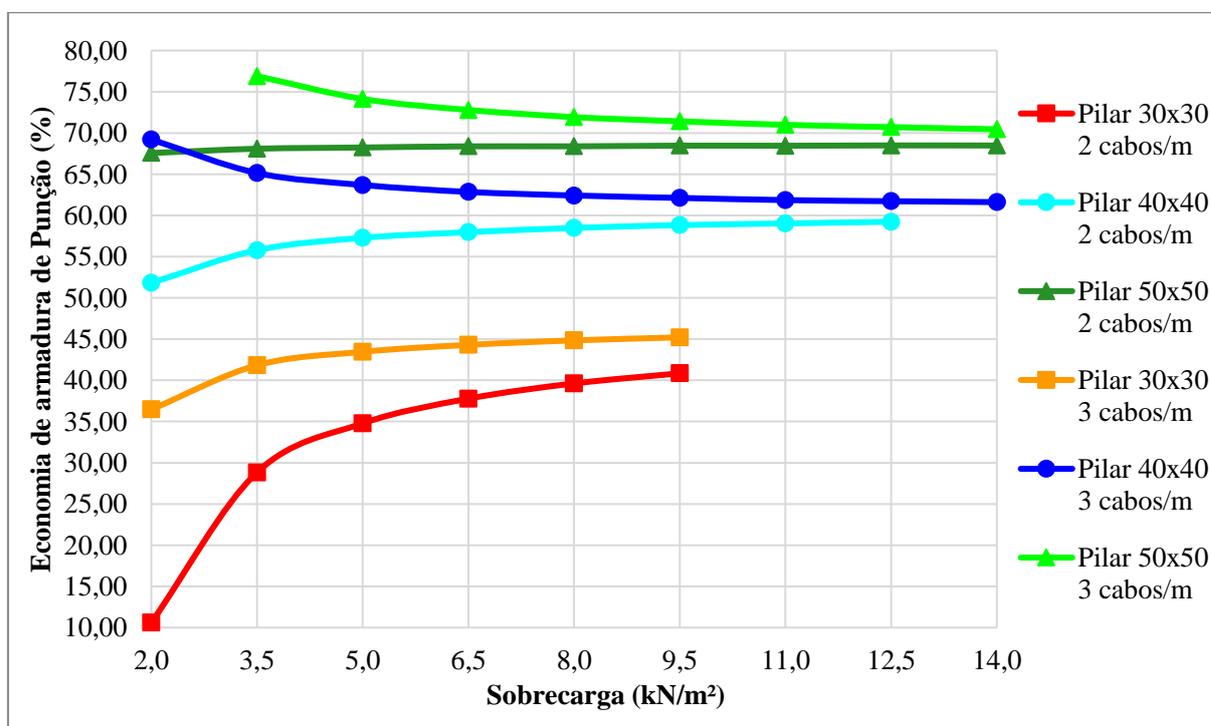
Portanto, para os gráficos das Figuras 5.21 e 5.22 a economia foi calculada substituindo-se o dimensionamento pelo código americano pelo brasileiro, com exceção aos modelos citados anteriormente, onde ocorreu o oposto.

Na Figura 5.21, percebe-se que a variação na economia entre as normas fica entre aproximadamente 12% a 69%. À medida que a sobrecarga de utilização cresce nos modelos, há um aumento na economia de armadura, para todos os casos estudados.

Já observando as seções dos pilares, nota-se que quando a seção é aumentada a economia de armadura cresce, para todos modelos. Esse incremento é maior na mudança de pilares de 30x30 para 40x40 cm do que de 40x40 cm para 50x50 cm.

Quanto ao nível de protensão, verifica-se que quando se aumentam o número de cabos por metro, a economia de armadura cresce, sendo a diferença maior para cargas menores e tendendo a se estabilizar para os maiores cargas aplicadas. Para pilares 30x30 cm esse valor converge aos 40% de economia, para pilares de seção 40x40 cm 59% e pilares 50x50 cm tendem a ter 60% de economia.

Figura 5. 22 Comparação NBR x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=1,5\%$ (4)



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Já na Figura 5.22 observa-se a mesma comparação realizada anteriormente, porém para lajes com maior taxa de armadura de flexão, de 1,5%. Se comparados ambos gráficos, pode-se notar um leve incremento na economia quando se aumenta a taxa de armadura passiva.

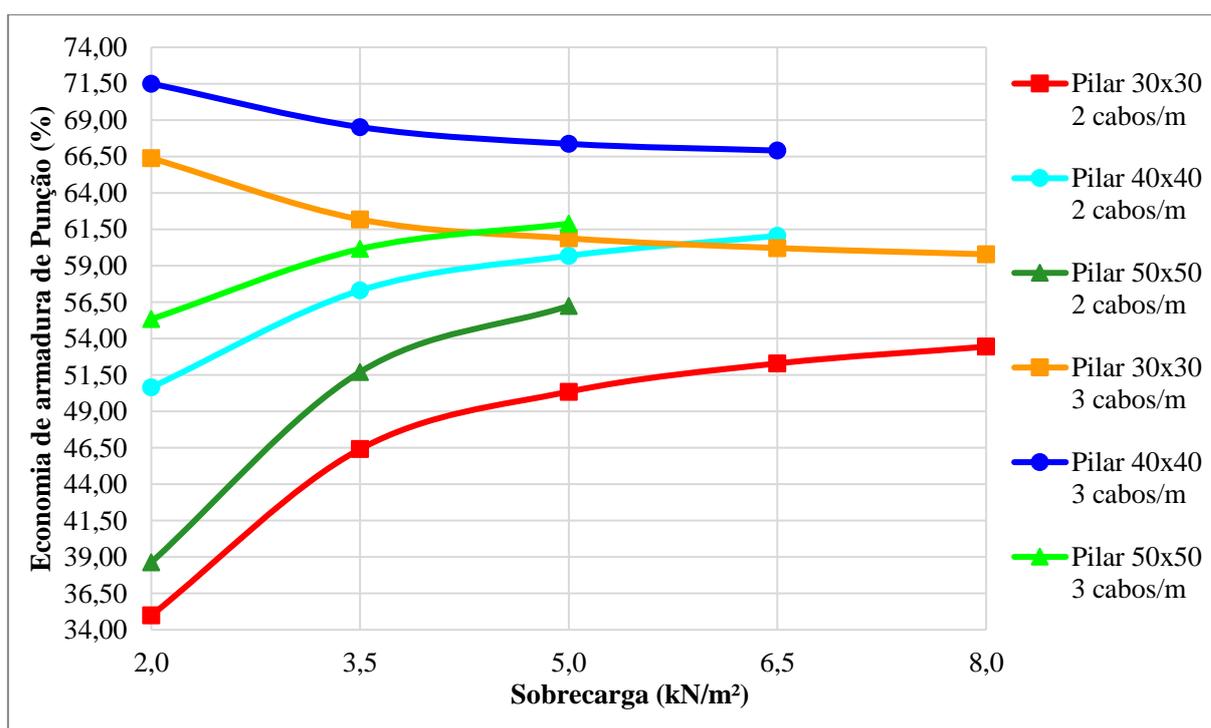
A economia dos modelos se situa entre, aproximadamente 10 a 76%. Majoritariamente quando a sobrecarga aumenta, há um crescimento na economia de armadura entre os procedimentos. Apenas para pilares de seção 40x40 cm e 50x50 cm com 3 cordoalhas por metro ocorre o inverso, a economia decresce discretamente quando a carga é aumentada.

Para a seção dos pilares, percebe-se que em todos os modelos quando a seção aumenta há um incremento na economia.

Finalmente, para tensão de compressão, pode ser afirmado que quando as lajes possuem mais cordoalhas de protensão por metro há um incremento na economia, principalmente para menores sobrecargas. À medida que o carregamento cresce, há uma tendência dos modelos a se estabilizar em uma porcentagem de economia, para o caso de pilares de seção 30x30 cm esse valor é de 45%, de 40x40 cm em 60% e para última seção 70%.

- Comparação entre EN 1992-1-1 2004 e ACI 318 -19

Figura 5. 23 Comparação EN x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=0,6\%$ (4)



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Nos gráficos apresentados pelas Figuras 5.23 e 5.24 são apresentadas as análises comparativas feitas entre os procedimentos europeu e americano para pilares de canto. Observando os resultados, nota-se que, em todos os casos, o Eurocódigo é menos conservador do que o ACI

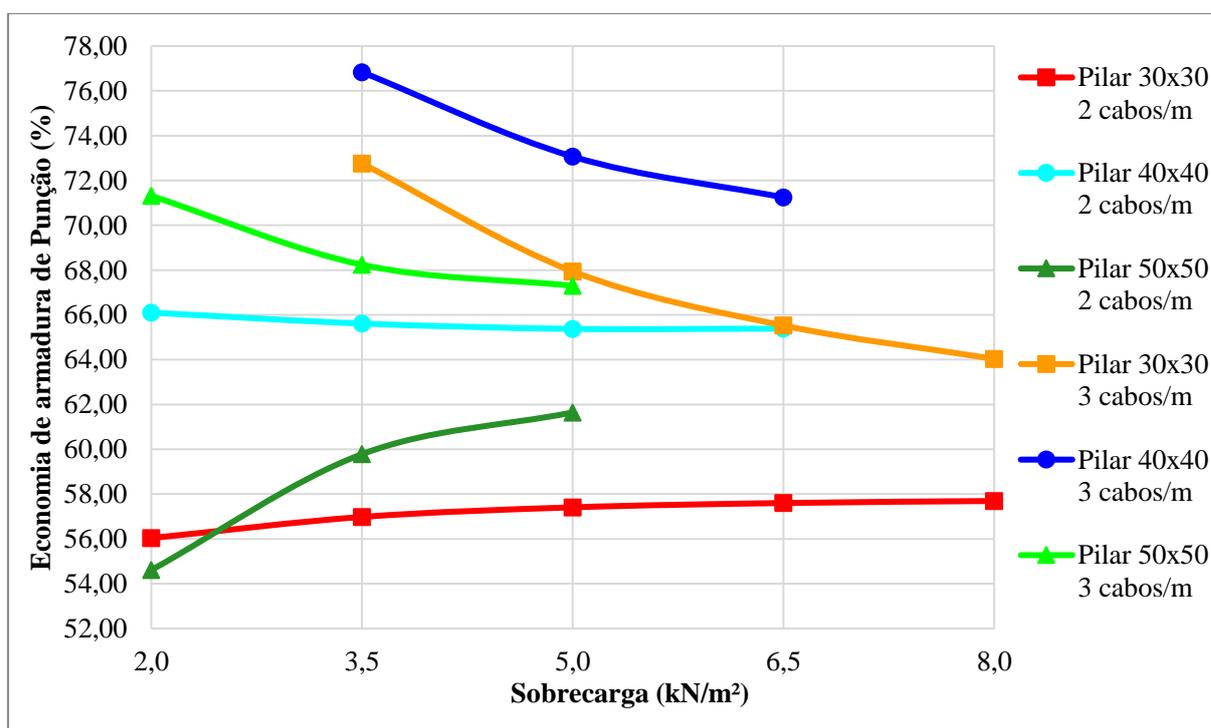
318-19. Portanto, nos gráficos são apresentadas as economias geradas pela mudança de dimensionamento do código americano pelo europeu.

Na Figura 5.23 pode-se notar que a economia gerada entre os procedimentos varia de 35 a 72%. Majoritariamente, à medida que a sobrecarga aumenta, a economia de armadura cresce. Porém isso não ocorre para os modelos de pilares com seção 30x30 cm e 40x40 cm para a maior tensão de compressão, onde quanto maior a carga, menor é a economia.

Se observados os dados a respeito de seção, nota-se que quando ocorre a mudança de seção de 30x30 cm para 40x40 cm, a economia de armadura de punção cresce entre os procedimentos. Porém, na mudança de seção de 40x40 cm para 50x50 cm, a economia diminui. Isso ocorre para ambas tensões de compressão.

Quanto ao nível de protensão, quando há um aumento no número de cordoalhas por metro, há um crescimento na economia, para todos os modelos. Essa diferença é maior para cargas menores, mas não se pode afirmar que há uma tendência, pois seriam necessários mais dados.

Figura 5. 24 Comparação EN x ACI - 2 e 3 cordoalhas por metro e taxa de armadura passiva $\rho=1,5\%$ (4)



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Já a Figura 5.24 apresenta a economia entre as normas para os mesmos modelos analisados anteriormente, com uma taxa de armadura passiva maior. Primeiramente, se comparado o gráfico anterior ao apresentado, pode-se notar um aumento considerável na economia de

armadura de punção entre os procedimentos, gerado pelo aumento na taxa de armadura de flexão.

Os percentuais de economia nesse caso variam de 54 a 77%. Majoritariamente, com o acréscimo de sobrecarga a economia se reduz. Isso só não ocorre para os modelos de seção 30x30 e 50x50 cm com 2 cordoalhas por metro, onde a economia é reduzida.

Quanto à seção dos pilares, nota-se que quando esta passa de 30x30 cm para 40x40, há um aumento na economia de aço entre os procedimentos, porém há uma redução quando esta passa para seção 50x50.

Finalmente, quando se aumenta o grau de protensão nos modelos, ocorre um acréscimo significativo na economia de aço.

5.2 Comparação de taxas de armadura passiva de flexão

Nesse tópico foram comparados os resultados obtidos para o dimensionamento com taxas de armadura passiva de flexão distintas, de 0,6% e 1,5%. São apresentados nos gráficos a seguir o percentual de redução de armadura de punção necessária quando se substitui no dimensionamento a menor taxa de armadura pela maior.

Os comparativos foram feitos para cada procedimento normativo, sendo apresentados em gráficos para pilares internos com momento em uma ou duas direções e gráficos para pilares de borda ou de canto, aqui intitulados de extremidade. Para cada consideração há dois gráficos, um para lajes com distribuição de duas cordoalhas de protensão por metro e o outro com três cordoalhas.

Para essas análises também foi feita a consideração de se utilizar apenas os resultados obtidos para a resistência característica do concreto à compressão (f_{ck}) de 35 MPa. Esse fato se deve pois não foram observadas diferenças significativas na área de aço de armadura de punção necessária para variação do f_{ck} .

Não foram feitos gráficos comparativos para o procedimento normativo americano ACI 318:19. Isso se deve ao fato que a norma não considera a contribuição da distribuição de armadura passiva para o cálculo de verificação à punção. Portanto, para todos os casos estudados, a necessidade de armadura de punção era a mesma, tanto para taxas de armadura passiva de 0,6% quanto para 1,5%.

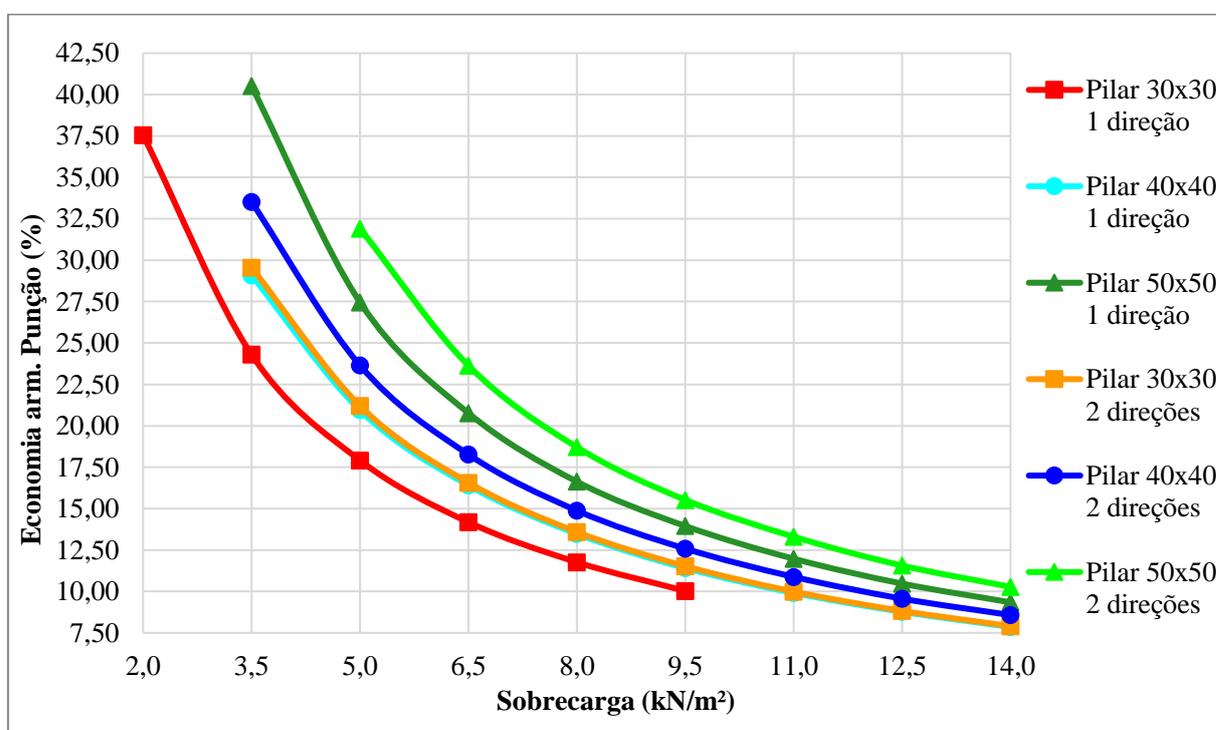
5.2.1 NBR 6118:2014

- Pilares internos com momento em 1 e 2 direções

O gráfico da Figura 5.25 mostra o percentual de redução na utilização de armadura de punção quando se substitui no dimensionamento da NBR 6118:2014 a taxa de armadura de 0,6% para 1,5%, para pilares internos com momento em 1 ou 2 direções, com distribuição de 2 cordoalhas por metro.

Nota-se que para essas condições, as reduções nos percentuais ficam entre valores de 7,5 a 40%, tendo grande variação. Pode-se afirmar que quanto maior o carregamento imposto, menor é a economia gerada pelo aumento na armadura de flexão, para todos os casos.

Figura 5. 25 Comparação de taxas de armadura passiva pilares internos - 2 cabos por metro NBR 6118:2014



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Quanto maior a seção do pilar observa-se uma maior economia na necessidade de armadura de punção, tanto para pilares com momento em 1 direção quanto para 2 direções. A diferença na redução é maior quando a seção muda de 40x40 cm para 50x50 cm, sendo a porcentagem de 5% para menores cargas e 2% para maiores cargas em pilares com momento em 1 direção, e de 3% para menores cargas e inexistente para maiores cargas em pilares com momento em 2 direções.

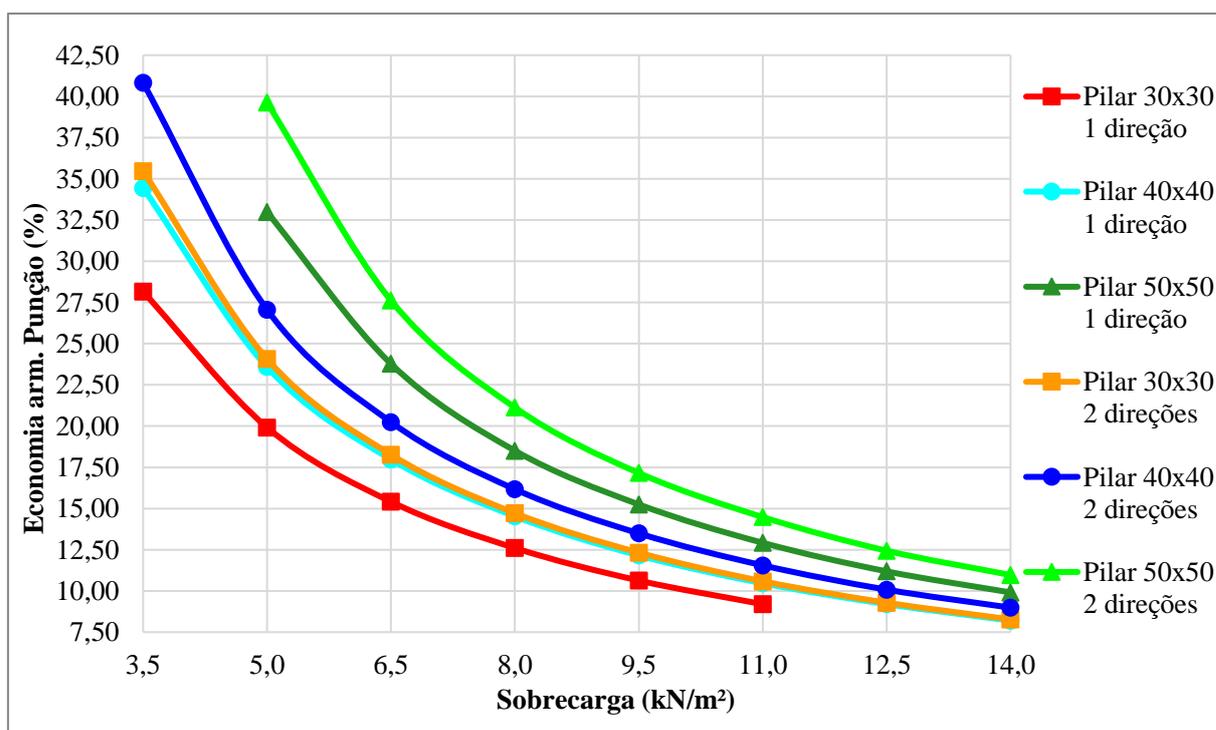
Observando as divergências entre pilares estudados, nota-se que a economia de armadura gerada na substituição de taxas de armadura é maior para pilares com momento em 2 direções, para todos os casos dimensionados pela NBR 6118:2014.

Já o gráfico da Figura 5.26 apresenta os resultados para o mesmo comparativo descrito acima, porém para lajes com distribuição de 3 cordoalhas por metro. Nota-se que a economia gerada para utilização de armadura de punção varia de, aproximadamente 7,5% a 40%.

Pode-se notar na Figura 5.26 que à medida que a sobrecarga cresce a economia de armadura diminui consideravelmente, em todos os casos estudados.

Quanto à seção, nota-se que quanto maior o comprimento do lado do pilar, a economia é maior. Para pilares com momento em 1 direção, a diferença de economia entre seções 30x30 para 40x40 cm é de, aproximadamente, 7,5% para sobrecargas menores e tende a estabilizar em, aproximadamente, 8%. Quando a mudança se dá de 40x40 para 50x50 cm, a diferença na economia é de 9,5% para sobrecargas menores, tendendo a se estabilizar em uma economia de 9%. Já para pilares com momentos em 2 direções, nota-se uma variação de 5% entre pilares de 30x30 cm e 40x40 cm para cargas menores, tendendo a se estabilizarem em uma economia de 8%. E entre pilares de 40x40 cm e 50x50 cm, nota-se uma variação de 12,5% para sobrecargas menores, se estabilizando em 11% de economia.

Figura 5. 26 Comparação de taxas de armadura passiva pilares internos - 3 cabos por metro NBR 6118:2014



Fonte: Elaborado pelo Autor.

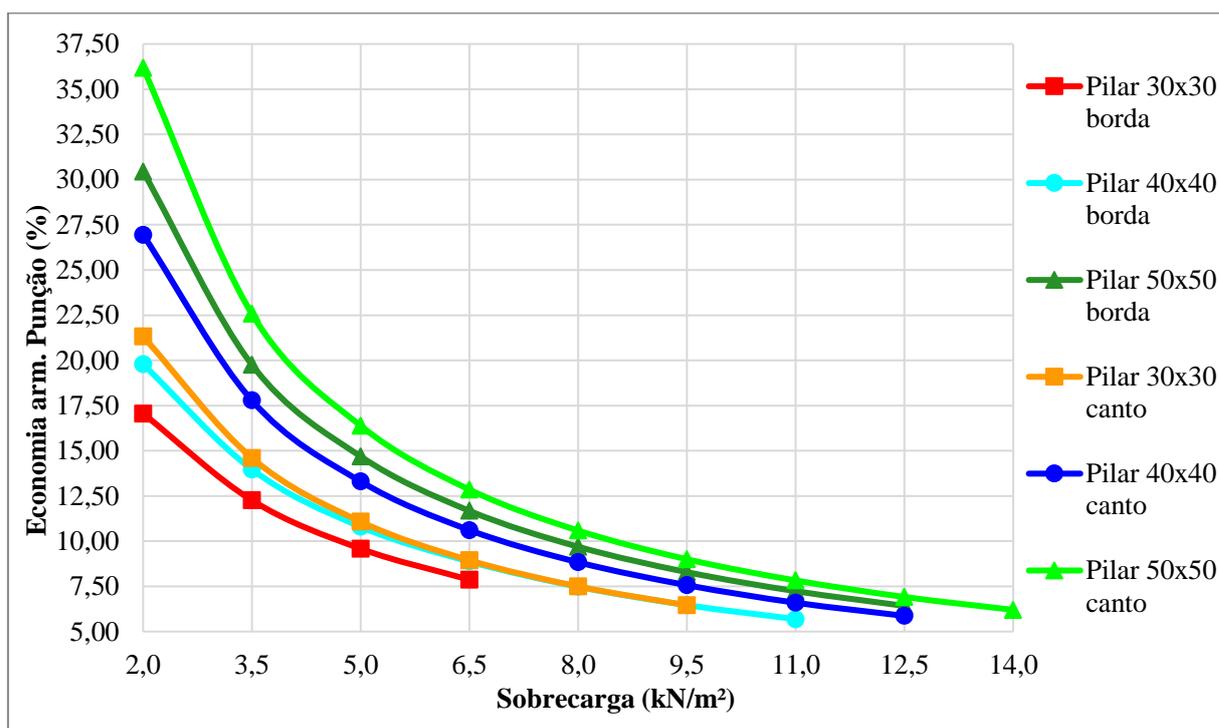
Finalmente, quando observados os posicionamentos de pilares, nota-se que a economia gerada pela mudança na taxa de armadura passiva é maior para pilares com momento em 2 direções.

- Pilares de borda e de canto

Nos gráficos a seguir, será analisada a economia de armadura de punção gerada pela substituição no dimensionamento da NBR 6118:2014 da taxa de armadura passiva de 0,6% para 1,5% para pilares de extremidade.

Na Figura 5.27 estão apresentados os dados para laje com distribuição de 2 cordoalhas por metro. Nota-se que a economia gerada com a mudança na taxa de armadura passiva fica entre 5% e 36%. Também se percebe comportamento semelhante aos gráficos anteriores, visto que quando a sobrecarga aumenta, há uma brusca redução na economia de armadura para punção.

Figura 5. 27 Comparação de taxas de armadura passiva pilares de extremidade - 2 cabos por metro NBR 6118:2014



Fonte: Elaborado pelo Autor.

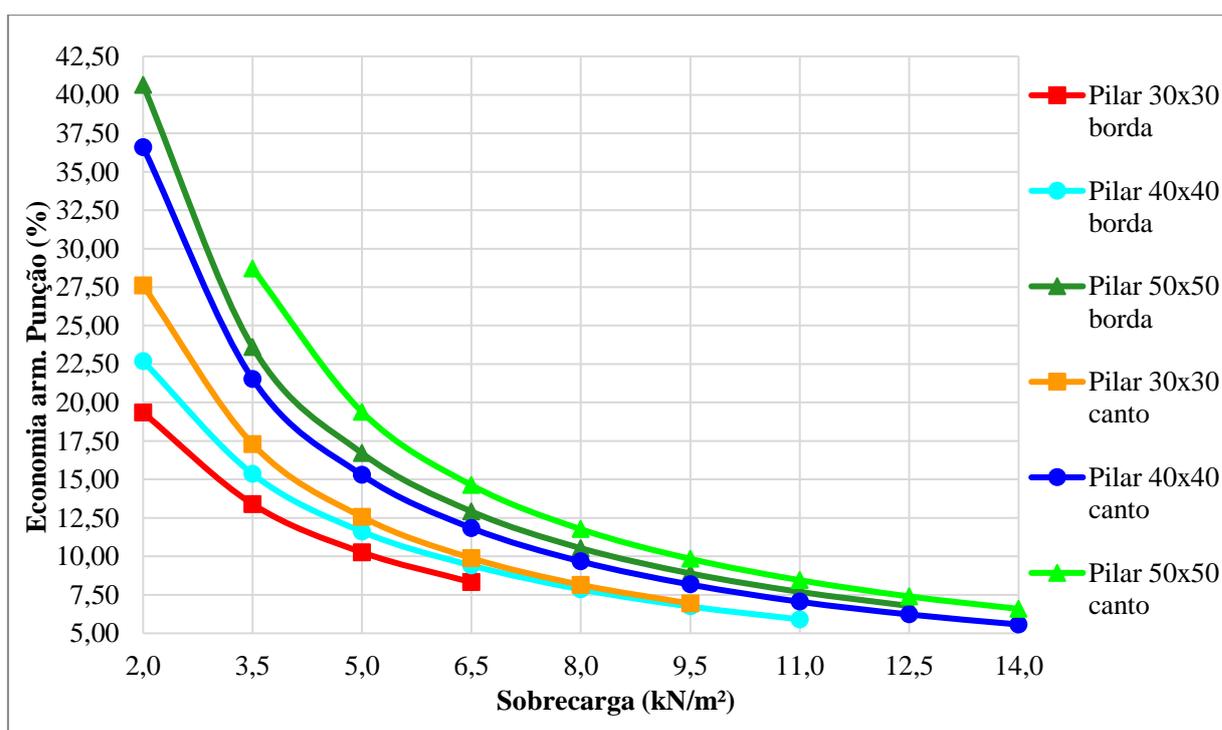
Com relação à dimensão do pilar, nota-se que a economia gerada pela mudança na taxa de armadura é maior para pilares com seções maiores. A diferença percentual de economia entre pilares com seção 30x30 e 40x40 cm é menor do que se comparadas as seções 40x40 e 50x50 cm. Para pilares de borda e sobrecargas menores, a diferença percentual na economia é de, aproximadamente 2,5% se comparados os resultados de seção 30x30 cm e 40x40 cm enquanto é de 10% para comparação de 40x40 e 50x50 cm. Já para pilares de canto em sobrecargas

menores, as diferenças percentuais de economia são, aproximadamente de 6% e 9% quando comparadas as seções de 30x30 e 40x40, e após 40x40 e 50x50, respectivamente. Para sobrecargas maiores, a economia tende a se estabilizar em valores de 7,5 a 5%.

Já se observado o posicionamento do pilar na laje, nota-se que a economia de armadura de punção gerada pela mudança na taxa de armadura de flexão é maior, em todos os casos estudados, para pilares de canto.

Para a Figura 5.28, apresenta-se o gráfico de economia de armadura para o mesmo caso de laje do gráfico anterior, porém com distribuição de cordoalhas de 3 cabos por metro. Nota-se que, para esse caso, a economia varia de 5% a 40%. Também se percebe que, em todos os casos, a economia é menor quando a sobrecarga aumenta.

Figura 5. 28 Comparação de taxas de armadura passiva pilares de extremidade - 3 cabos por metro NBR 6118:2014



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Se observadas as seções dos pilares, nota-se uma semelhança ao que acontece no gráfico anterior. Para seções maiores, há uma maior economia de armadura de punção quando substituído o dimensionamento utilizando taxas de 0,6% para 1,5% na armadura de flexão. Porém nesse caso, há uma variação maior para menores sobrecargas, de aproximadamente 17,5% se comparados pilares de borda de 40x40 e 50x50 cm. A variação também é maior para pilares de canto, sendo de 10% para comparação de seções 30x30 e 40x40 cm e de 7,5% para

comparação de 40x40 e 50x50 cm. Para sobrecargas elevadas, a economia de armadura de punção tende a se estabilizar também de 7,5% a 5%, assim como observado anteriormente.

Finalmente, quando observado o posicionamento dos pilares na laje, nota-se que a economia é sempre maior para pilares de canto.

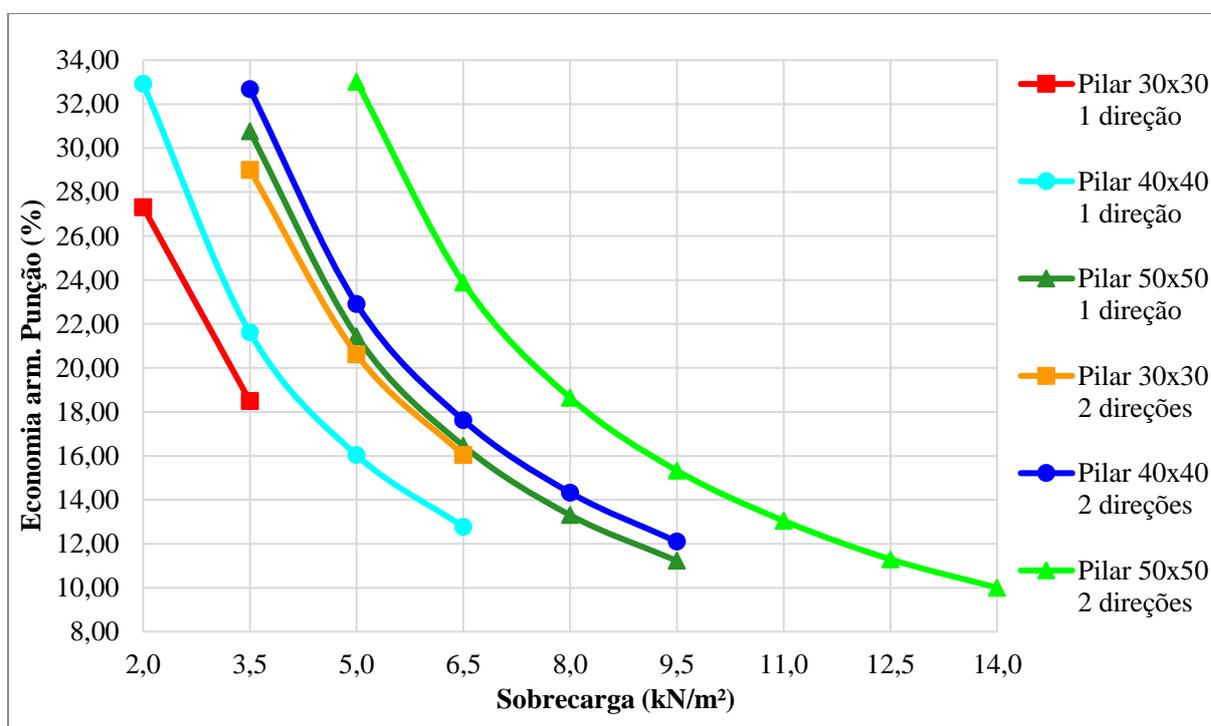
5.2.1 EN 1992-1-1 2004

- Pilares internos com momentos em 1 e 2 direções

Neste tópico foram analisadas as economias de armadura de punção geradas quando se substitui no dimensionamento do EN 1992-1-1 2004 a taxa de armadura de 0,6% para 1,5%, para pilares internos com momento em 1 ou 2 direções.

A Figura 5.29 apresenta o gráfico de economia obtida para uma distribuição de 2 cordoalhas de protensão por metro na laje. Nota-se que há uma variação percentual de, aproximadamente, 10% a 33%. Para todos os casos, quando a sobrecarga aumenta, verifica-se uma brusca redução na economia de armadura de punção.

Figura 5. 29 Comparação de taxas de armadura passiva pilares internos - 2 cabos por metro EN 1992-1-1 2004



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Quando observadas as seções dos pilares, percebe-se que há uma economia maior de armadura para pilares com seções maiores. Para pilares com momento em 1 direção, a diferença percentual entre seções 30x30 e 40x40 cm é de, aproximadamente, 5,5% e de 8,5% se

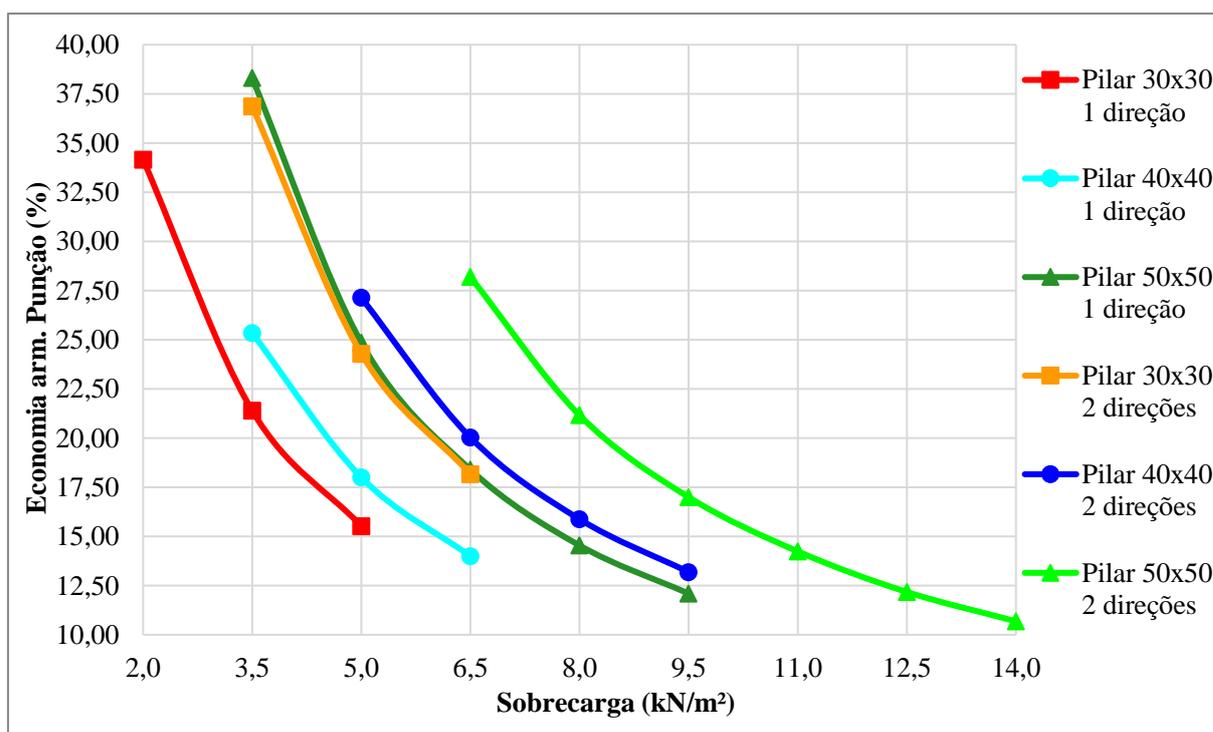
comparadas as seções 40x40 e 50x50 cm, para sobrecargas de até 3,5 kN/m². Já para pilares com momento em 2 direções, os valores são de 3,5% e 10% para comparação entre seções 30x30 e 40x40 cm, e de 40x40 e 50x50 cm, respectivamente.

Já quanto ao posicionamento do pilar na laje, nota-se que pilares com momento em 2 direções possuem uma maior economia de armadura de punção do que pilares com momento em 1 direção para todos os casos analisados quando se modifica no dimensionamento as taxas de armadura passiva. Essa economia é de, aproximadamente, 10% para todas as seções.

A Figura 5.30 apresenta os resultados comparativos para a mesma laje em questão do gráfico anterior, porém com distribuição de 3 cordoalhas por metro. Nota-se que a economia dos modelos varia de 10% a 38%. Além disso, para todos os casos abordados, quanto maior a sobrecarga, menor a economia gerada pela alteração de taxa de armadura de flexão.

Quando verificadas as seções dos pilares, pode-se afirmar que a economia é maior para pilares com seções maiores. Em pilares com momento em 1 direção e sobrecargas menores, a diferença percentual na economia é de, aproximadamente 3% se comparados os resultados de seção 30x30 cm e 40x40 cm enquanto é de 12,5% para comparação de 40x40 e 50x50 cm. Já para pilares com momento em 2 direções esses valores são de, aproximadamente, 2,5% e 7,5% quando comparadas as seções de 30x30 e 40x40, e após 40x40 e 50x50, respectivamente.

Figura 5. 30 Comparação de taxas de armadura passiva pilares internos - 3 cabos por metro EN 1992-1-1 2004



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Ainda para a Figura 5.30, quando comparadas as economias geradas entre o posicionamento dos pilares na laje, averigua-se que pilares com momento em 2 direções proporcionam uma economia de armadura de punção maior quando alteradas as taxas de armadura de flexão. A diferença entre essas economias é de, aproximadamente 15,5% para pilares com seção 30x30 cm, 10% para pilares de seção 40x40 cm e, finalmente, 9,5% para pilares 50x50 cm.

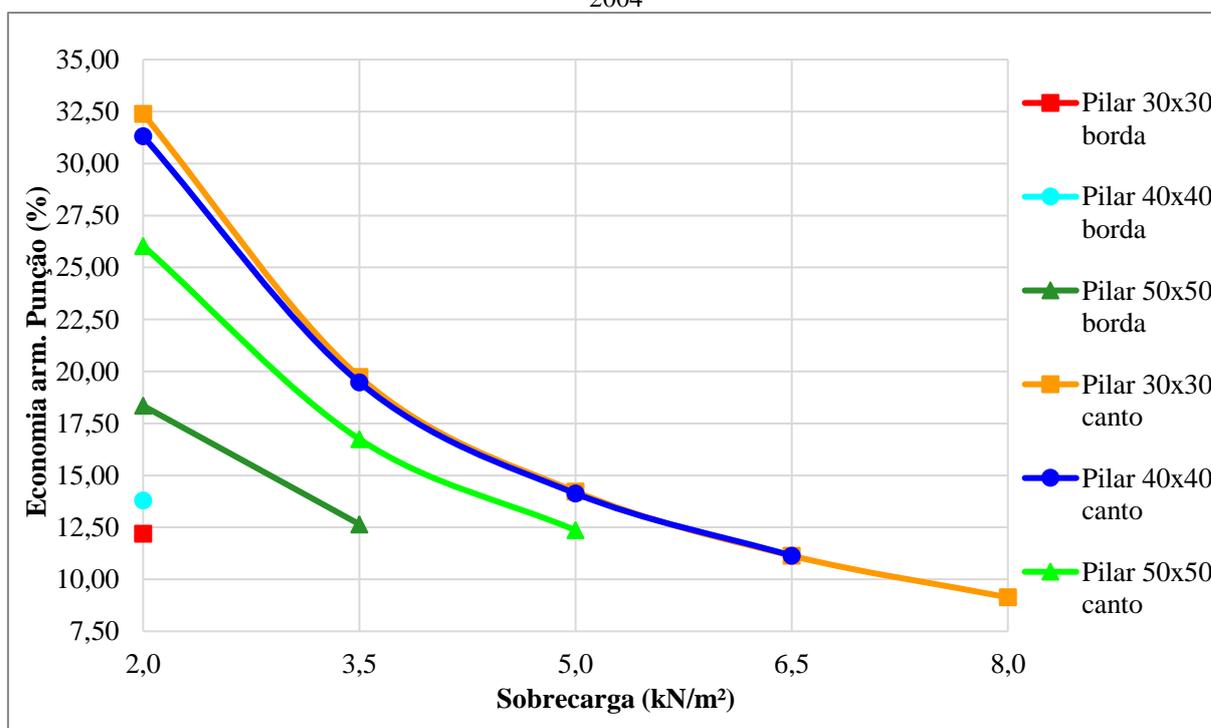
- Pilares de borda e de canto

Nos gráficos que se seguem, foram analisadas as economias de armadura de punção geradas quando se substitui no dimensionamento do EN 1992-1-1 2004 a taxa de armadura de 0,6% para 1,5%, para pilares de borda e canto.

Na Figura 5.31 apresenta-se os resultados obtidos para a laje com distribuição de 2 cordoalhas por metro. Percebe-se que para pilares de borda de seção 30x30 e 40x40 há somente dados para sobrecarga de 2 kN/m². Esse fato se deve pois no dimensionamento do Eurocódigo para pilares de borda, os modelos não passaram na verificação da primeira superfície crítica de análise.

Nota-se que os valores de economia de armadura estão entre, aproximadamente 8% e 32,5%. Em todos os casos que possuem dados suficientes, pode-se dizer que quando a sobrecarga se eleva, a economia diminui consideravelmente.

Figura 5. 31 Comparação de taxas de armadura passiva pilares de extremidade - 2 cabos por metro EN 1992-1-1 2004



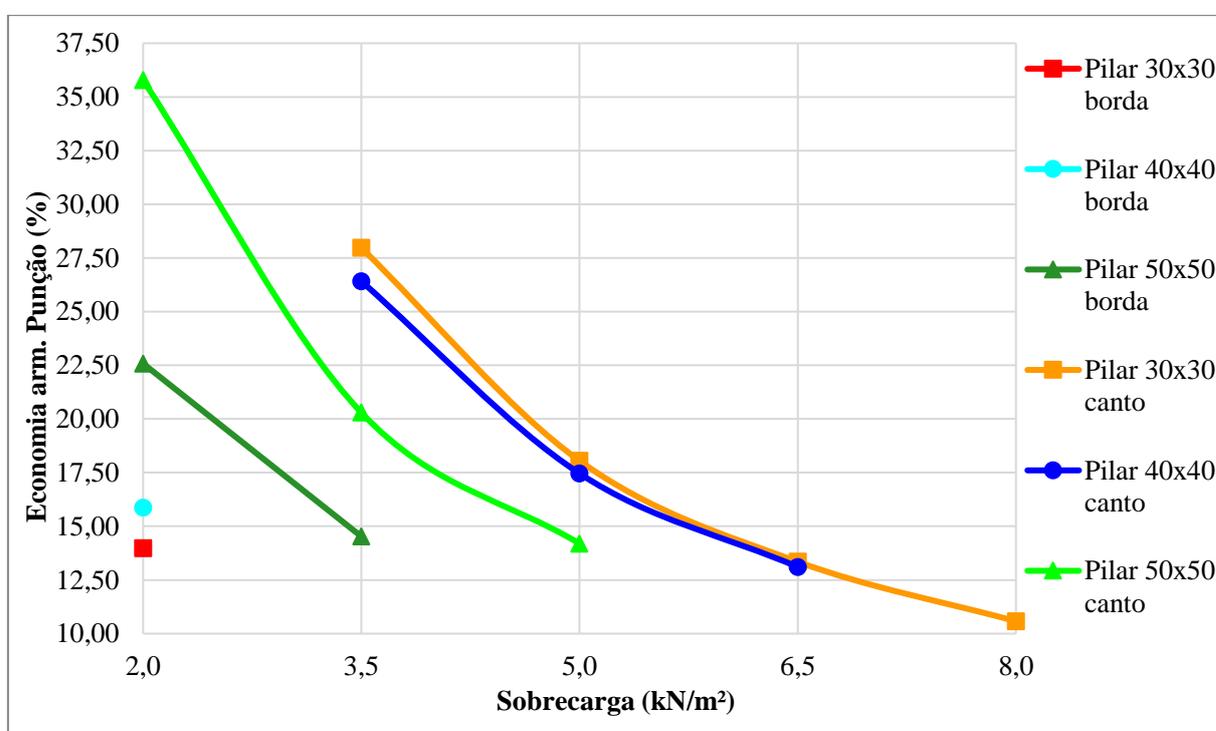
Fonte: Elaborado pelo Autor.

Observando a seção dos pilares, verifica-se que para pilares de borda a economia é maior para pilares com seções maiores. Para a sobrecarga de 2kN/m², tem-se uma diferença percentual na economia de, aproximadamente 1,6% se comparados os resultados de seção 30x30 cm e 40x40 cm enquanto é de 4,6% para comparação de 40x40 e 50x50 cm. Porém, para pilares de canto observa-se que ocorre o inverso. A economia de armadura é praticamente a mesma para pilares de seção 30x30 cm e 40x40 cm, já para seção de 50x50 cm há uma queda na economia de, aproximadamente 6,5%, tendendo a diminuir a variação para sobrecargas maiores.

Finalmente, quando comparados os posicionamentos dos pilares na laje, a economia de armadura de punção gerada pela mudança na taxa de armadura de flexão é maior para pilares de canto, em todos os casos. Ainda se nota que a diferença de economia entre pilares de borda e de canto tende a ser menor tão quanto a seção dos pilares é maior.

Já no gráfico apresentado na Figura 5.32, são apresentados os resultados para a laje semelhante à descrita anteriormente, porém para distribuição de 3 cordoalhas de protensão por metro. A economia de armadura nesse caso fica entre 10% a 36%, aproximadamente. Também se observa que quanto maior a sobrecarga, menor a economia para todos os casos.

Figura 5. 32 Comparação de taxas de armadura passiva pilares de extremidade - 3 cabos por metro EN 1992-1-1 2004



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Quanto à seção dos pilares, segue-se com as mesmas observações tiradas do gráfico anterior. Em pilares de borda a economia se apresenta maior para pilares com seções maiores, e para pilares de canto ocorre o inverso. Em sobrecarga de 2kN/m^2 , as diferenças na economia de armadura são de 1,9% e 6,7% se comparados os resultados de seções com lados 30 cm versus 40 cm e 40 cm versus 50 cm, respectivamente. Já em pilares de canto a economia de armadura se altera muito pouco para pilares com seção 30×30 cm e 40×40 cm, enquanto para seção de 50×50 cm há uma queda na economia de, aproximadamente 7,5% se comparada às demais.

Finalmente, também pode-se dizer que a economia para pilares de canto é maior do que para pilares de borda em todos os casos analisados pelo Eurocódigo.

5.3 Comparação de tensão de compressão devido à protensão

Nesse item foram comparados os resultados obtidos para o dimensionamento de lajes com diferentes tensões de compressão devido à protensão. Nos gráficos das figuras de 5.33 a 5.41, são apresentados os percentuais de redução de armadura de punção necessária quando se substitui, no dimensionamento, a distribuição de 2 por 3 cabos por metro.

Para cada tópico do procedimento normativo, são apresentados dois gráficos, um para lajes com taxa de armadura passiva de 0,6%, e o outro para 1,5%. Nas análises foram considerados os resultados obtidos utilizando o parâmetro de resistência característica do concreto à compressão (f_{ck}) de 35 MPa.

5.3.1 NBR 6118:2014

- Pilares internos com momento em 1 e 2 direções

Nos gráficos apresentados nas Figuras 5.33 e 5.34, são mostradas as economias de armadura de punção obtidas quando se substitui, no dimensionamento da norma brasileira, o número de cordoalhas de protensão na laje de 2 para 3 cabos por metro, para pilares internos com momento em 1 e 2 direções.

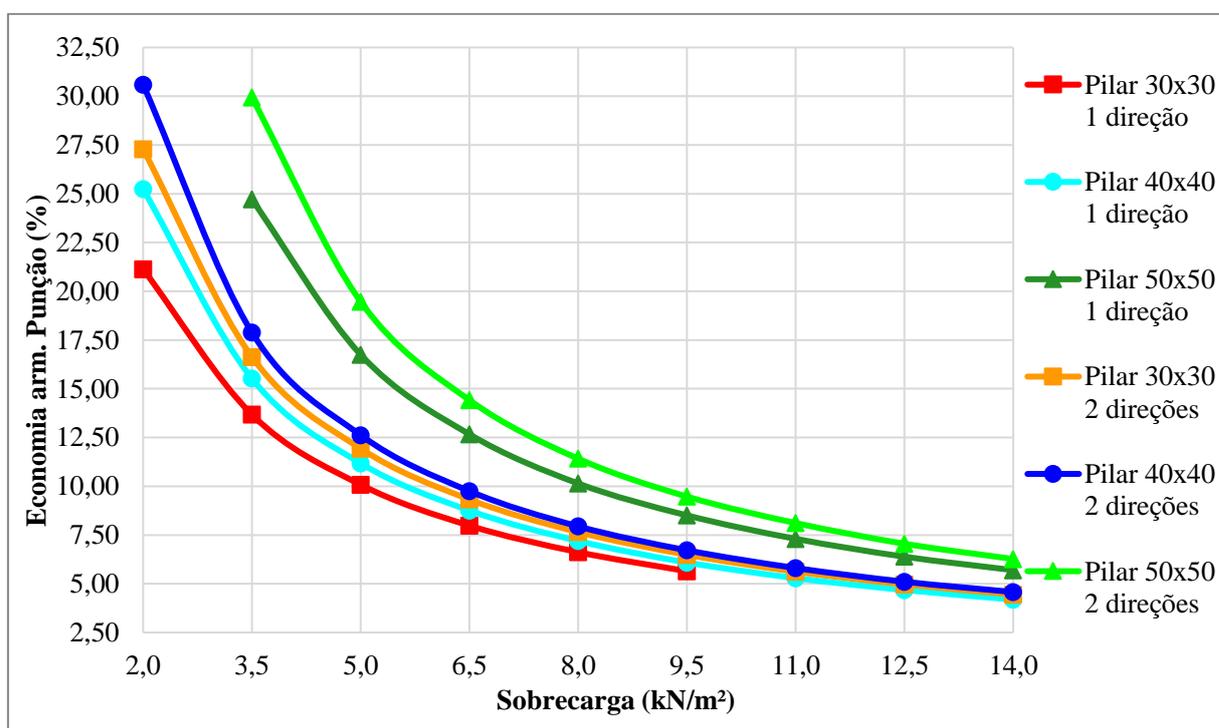
Na Figura 5.33 podem ser vistos os resultados descritos para laje com taxa de distribuição de armadura passiva 0,6%. Nesse caso, a economia de armadura obtida varia de, aproximadamente, 4% a 31%. Pode-se dizer que quanto maior a sobrecarga aplicada na laje, menor a economia entre os modelos com tensão de protensão diferentes.

Se observadas as seções dos pilares, nota-se que quando a seção passa de 30 cm de lado para 40 cm, há um pequeno incremento na economia entre os modelos, na casa dos 4% tanto para pilares com momento em 1 direção, quanto para pilares com momento em ambas direções. Já

quando o lado passa a ter 50 cm, essa economia tem um aumento mais expressivo, de, aproximadamente 10% para pilares com momento em 1 direção e 12,5% para o outro modelo. Isso para sobrecargas menores, visto que para sobrecargas elevadas, os modelos tendem a ter uma economia estabilizada entre 5% a 7,5%.

Por fim, também pode-se verificar que a economia de armadura de punção devido ao aumento do número de cordoalhas por metro na laje é maior para pilares com momento em 2 direções, em todos os casos analisados.

Figura 5. 33 Comparação tensão de protensão para pilares internos – $p=0,6\%$ NBR 6118:2014



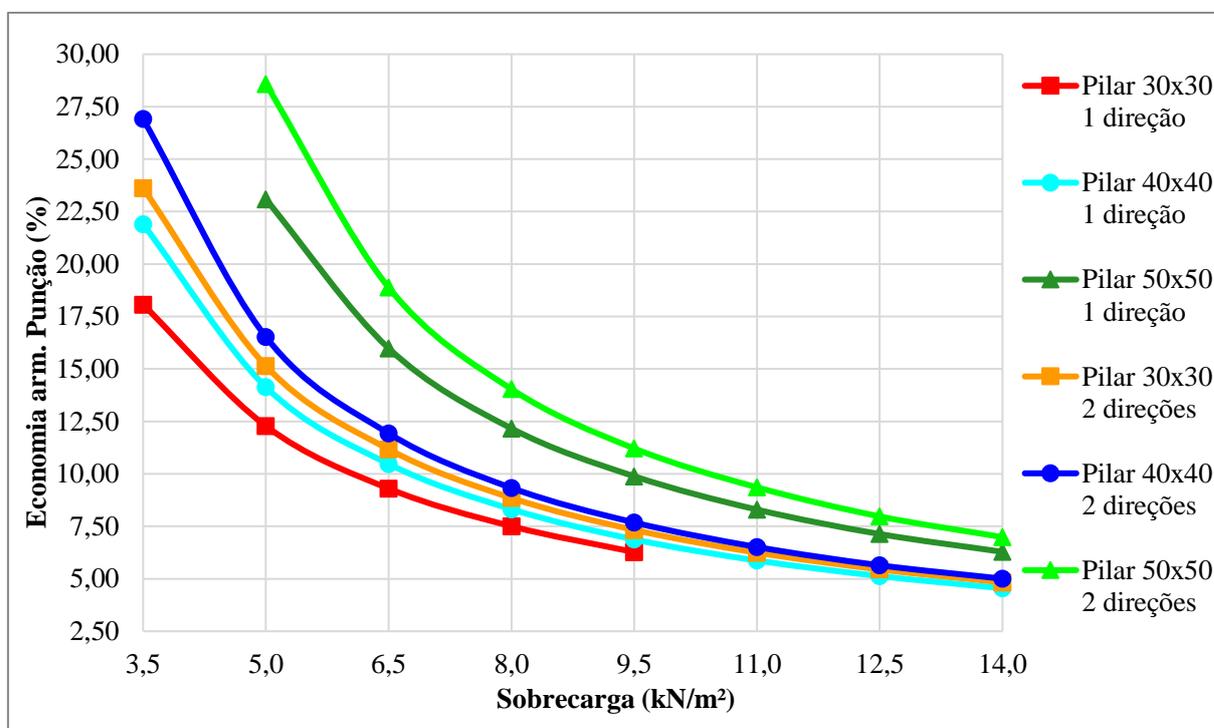
Fonte: Elaborado pelo Autor.

Na Figura 5.34 são apresentados os resultados para laje semelhante a anterior, porém com taxa de armadura de flexão de 1,5%. Nesse caso, as variações de economia de armadura de punção ficam entre valores de, aproximadamente, 5% a 29%. Também é percebido que quanto maior a sobrecarga imposta na laje, menor é a economia, em todos os casos.

Quanto às seções dos pilares, é observado que a diferença percentual de economia entre pilares de 30 cm de lado para 40 cm fica na casa dos 5% para pilares com momento em 1 direção e em 3% para pilares com momento em 2 direções. Já quando a mudança ocorre de 40 cm de lado para 50 cm, esses valores são de 8,5% e 12% para pilares com momento em 1 e 2 direções, respectivamente.

Finalmente, quanto ao posicionamento do pilar na laje, pode-se dizer que há uma maior economia em pilares com momento em 2 direções, sendo essa variação maior para pilares com 50 cm de lado, quando comparados com pilares com momento em 1 direção.

Figura 5. 34 Comparação tensão de protensão para pilares internos – $p=1,5\%$ NBR 6118:2014



Fonte: Elaborado pelo Autor.

- Pilares de borda e de canto

Nesse tópico, os gráficos apresentados nas Figuras 5.35 e 5.36, mostram as economias de armadura de punção obtidas quando se substitui, no dimensionamento da norma brasileira, o número de cordalhas de protensão na laje de 2 para 3 cabos por metro, para pilares de borda e de canto.

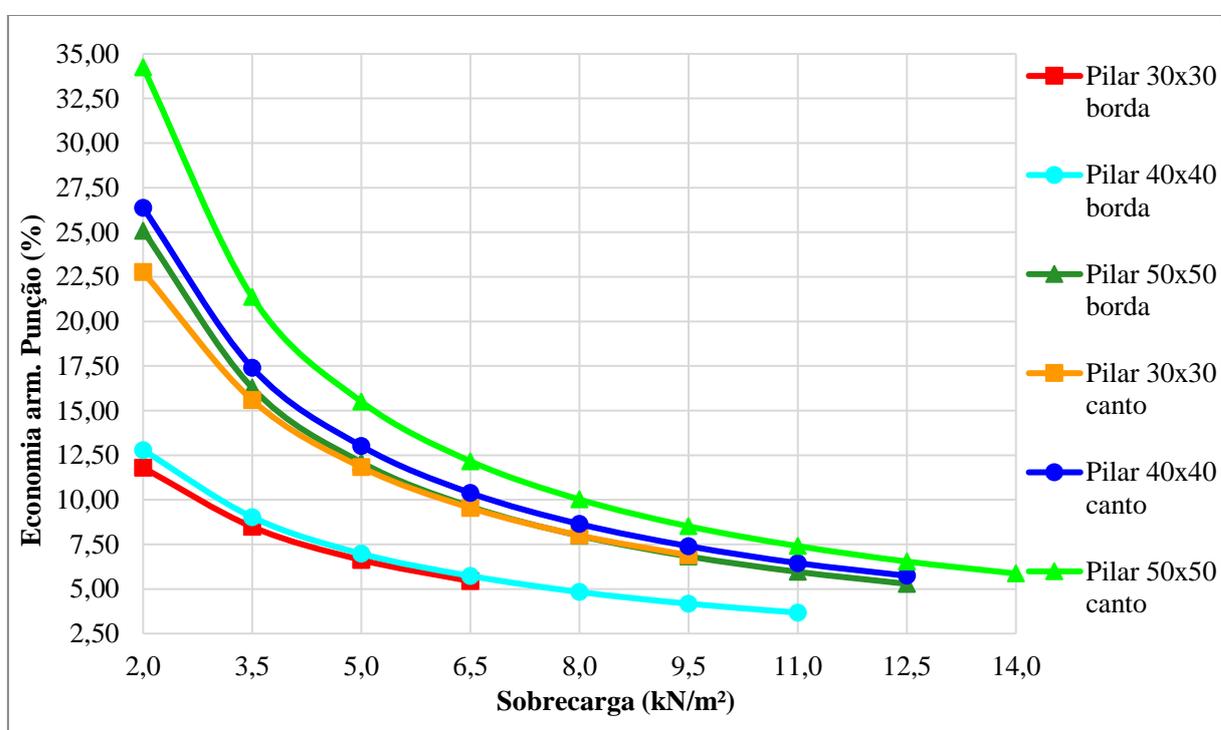
No gráfico da Figura 5.35, mostram-se as economias geradas para laje com distribuição de 0,6% de taxa de armadura de flexão. Nesse caso, as taxas variam de, aproximadamente 3% a 35%. Para todos os modelos analisados, quanto maior a sobrecarga, menor a economia de armadura de punção.

Quando observadas as seções dos pilares, nota-se que, para pilares de borda, há apenas uma pequena variação na economia de armadura se comparados os resultados de pilares com lado de 30 cm e 40 cm. Porém há uma discrepância quando o lado do pilar é de 50cm, sendo a economia até 12,5% maior. Já para pilares de canto, observa-se uma pequena diferença na

economia entre pilares com 30 cm de lado e 40 cm, sendo de até 3,5% para sobrecarga menor. Quanto a diferença de economia para pilares de 40 cm de lado e 50 cm, essa divergência aumenta, sendo de até 8%. Em todos os casos, a economia tende a se estabilizar em 5% para maiores sobrecargas.

Por fim, pilares de canto apresentam uma economia de armadura de punção maior do que pilares de borda quando o número de cordoalhas por metro aumenta na laje. Essa diferença chega aos 10% para pilares com seção 30x30 cm, 14,5% para pilares de 40 cm de lado e 9% para pilares com 50 cm de lado.

Figura 5.35 Comparação tensão de protensão para pilares de extremidade – $p=0,6\%$ NBR 6118:2014



Fonte: Elaborado pelo Autor.

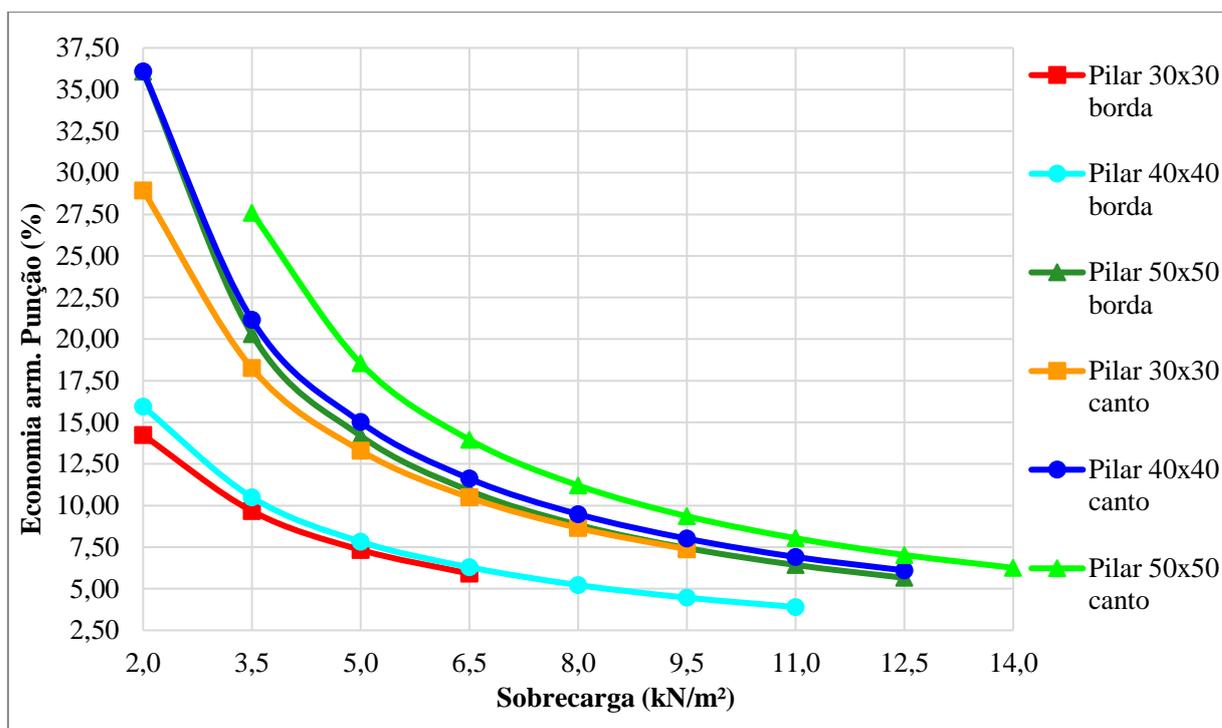
Já a Figura 5.36 apresenta os resultados para laje semelhante, porém com uma taxa de armadura de flexão maior, de 1,5%. Nesse caso, a economia varia de 3% a 36%. Também se percebe que a economia é maior para sobrecargas maiores.

Referente à dimensão do pilar, a economia gerada pela mudança no número de cabos por metro na laje é maior para pilares com seções maiores. Para pilares de borda, há apenas uma pequena diferença percentual na economia, se comparados os resultados de pilares com 30 cm e 40 cm de lado. Porém, quando a seção possui 50 cm de lado, a diferença percentual chega a 20% em relação às demais. Já para pilares de canto, as diferenças percentuais de economia são,

aproximadamente de 5% e 5,5% quando comparadas as seções de pilares com lados de 30cm e 40 cm, e após de 40 cm e 50 cm, respectivamente.

Finalmente, quando observado o posicionamento dos pilares na laje, nota-se que a economia é sempre maior para pilares de canto.

Figura 5. 36 Comparação tensão de protensão para pilares de extremidade – $p=1,5\%$ NBR 6118:2014



Fonte: Elaborado pelo Autor.

5.3.2 EN 1992-1-1 2004

- Pilares internos com momento em 1 e 2 direções

Os gráficos das Figuras 5.37 e 5.38 apresentam o percentual de redução na utilização de armadura de punção quando se substitui, no dimensionamento do Eurocódigo, o número de cabos de protensão por metro na laje, de 2 para 3 cordoalhas, para pilares internos com momento em 1 ou 2 direções.

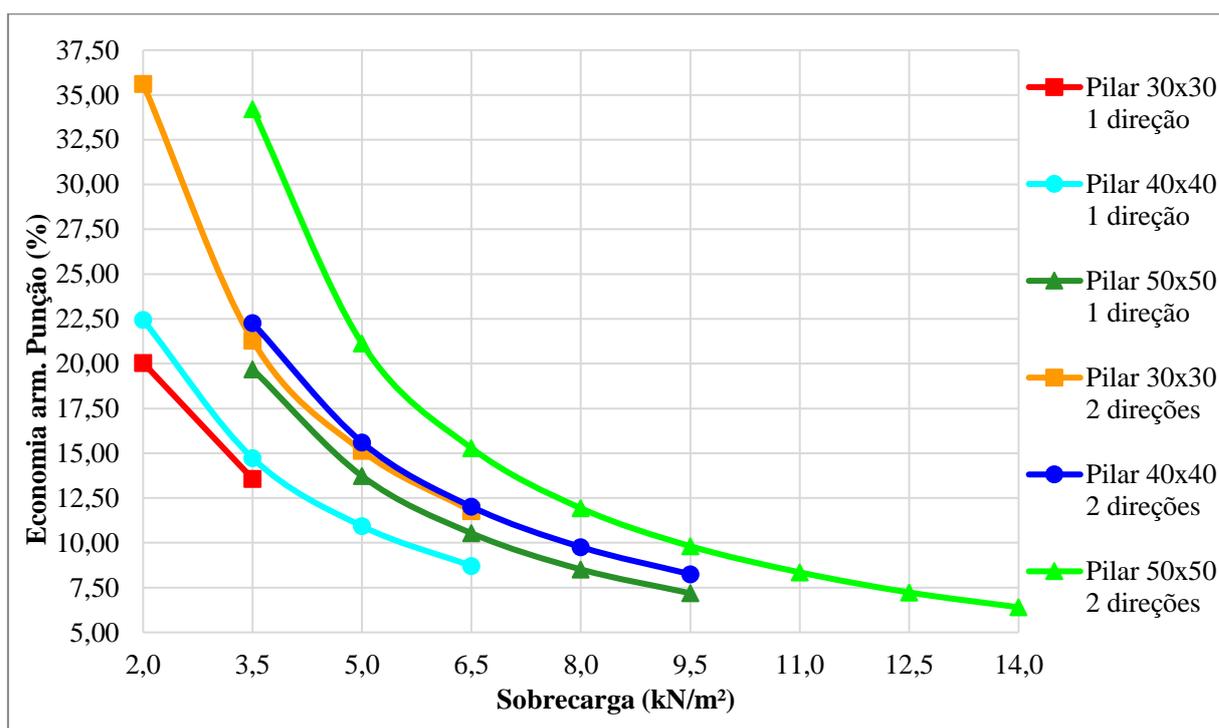
A Figura 5.37 demonstra o caso de lajes submetidas a uma taxa de armadura de flexão de 0,6%. Nesse caso, as economias ficam entre valores de 6% a 35%. Em todos os modelos discutidos, quando a sobrecarga imposta na laje aumenta, diminui-se a economia gerada pela substituição dos cabos.

Quanto maior a seção do pilar observa-se uma maior economia de armadura de punção, tanto para pilares com momento em 1 direção quanto para 2 direções. A diferença percentual é maior

quando comparadas as seções de pilares com 40 cm de lado e 50 cm, sendo a variação de até 5% em pilares com momento em 1 direção, e de 11,5% pilares com momento em 2 direções.

Observando as diversas economias de armadura de punção entre pilares com posicionamentos diferentes na laje, nota-se que a economia gerada com o aumento de cabos de protensão na laje é maior para pilares com momento em 2 direções.

Figura 5. 37 Comparação tensão de protensão para pilares internos – $p=0,6\%$ EN 1992-1-1 2004

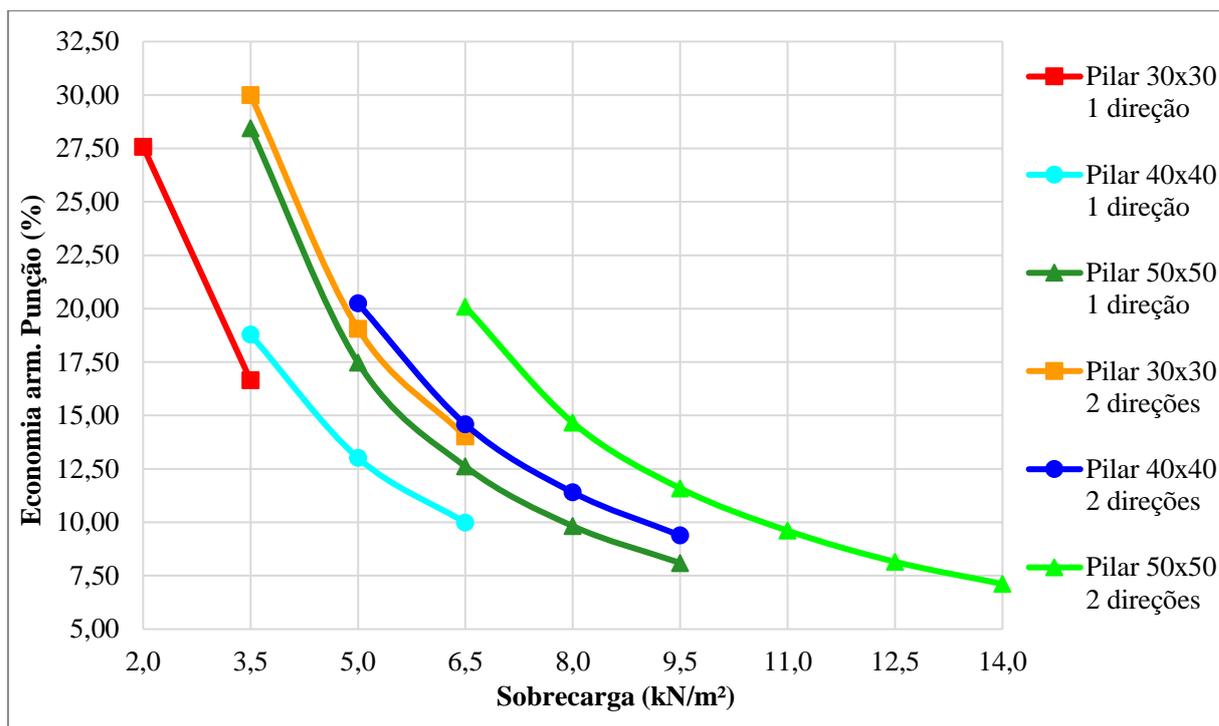


Fonte: Elaborado pelo Autor.

Já a Figura 5.38 apresenta os resultados para laje semelhante, porém com taxa de armadura passiva de 1,5%. Nota-se que a economia dos modelos varia de 7,5% a 30%. Nesse caso, também se percebe que quanto maior a sobrecarga, menor a economia gerada pela alteração de taxa de armadura de flexão.

Se observadas as seções dos pilares, é possível verificar que, em pilares com momento em 1 direção, a diferença percentual na economia é quase inexistente se comparados os resultados da seção de pilares com 30 cm de lado e 40 cm de lado. Isso ocorre pois só há a sobrecarga de 3,5 kN/m² com valores possíveis de comparação, e, nesse caso, o fato acontece. Já comparando pilares com 40 cm de lado e 50 cm de lado, tem-se uma diferença de até 9,5%. Enquanto para pilares com momento em 2 direções os percentuais de diferença são irrelevantes para lado de 30 cm e 40 cm, e de até 5% se comparados pilares com lado de 50 cm.

Finalmente, em todos os modelos a economia é maior para pilares com momento em 2 direções.

Figura 5. 38 Comparação tensão de protensão para pilares internos – $p=1,5\%$ EN 1992-1-1 2004

Fonte: Elaborado pelo Autor.

- Pilares de borda e de canto

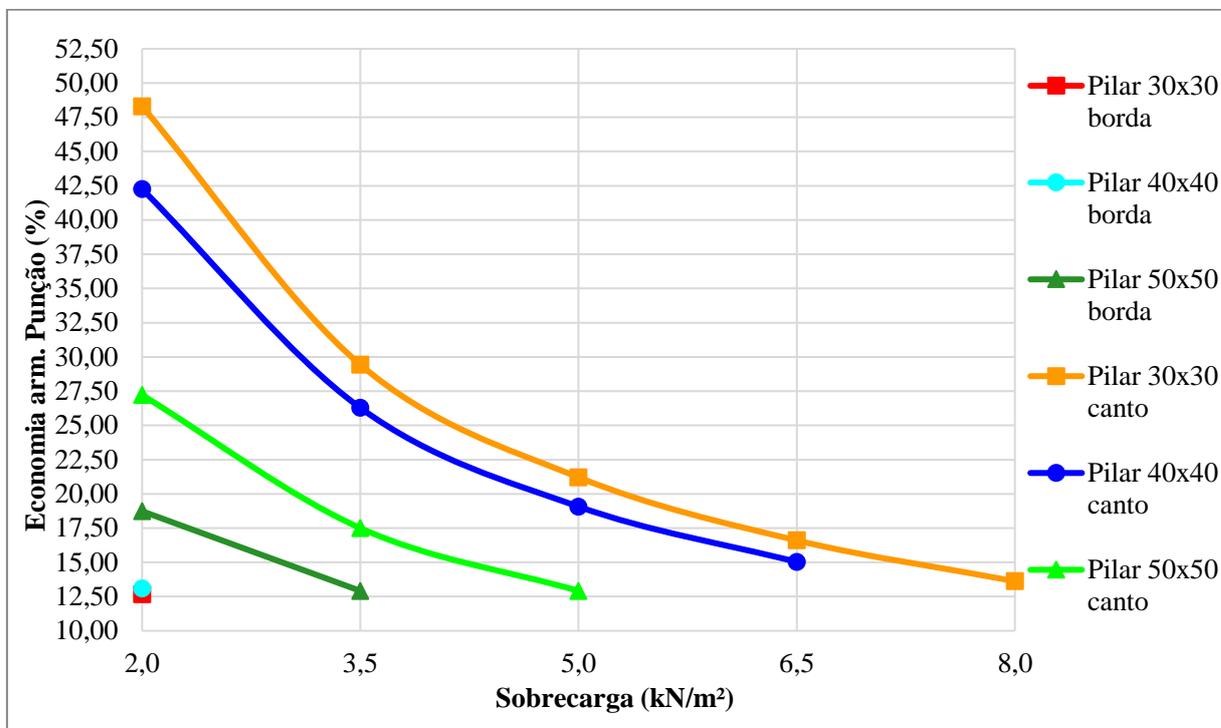
Nos gráficos das Figuras 5.39 e 5.40, serão analisadas as economias de armadura de punção para pilares de borda e de canto, geradas pela substituição, no dimensionamento da norma europeia, o número de cordoalhas de protensão por metro na laje, de 2 para 3 cabos.

Na Figura 5.39 apresentam-se os resultados obtidos para laje descrita anteriormente e taxa de armadura de flexão de 0,6%. Os valores de economia de armadura de punção ficam entre, aproximadamente, 12,5% a 48% nesse caso. É necessário ser observado que, para pilares de borda com seção 30x30 cm e 40x40 cm só existem resultados referentes à sobrecarga de 2 kN/m². Esse fato ocorre, pois, no dimensionamento, apenas essa sobrecarga foi dimensionada, visto que os outros modelos não passaram na verificação do primeiro perímetro crítico. Para os demais casos, à medida que a sobrecarga aumenta, a economia de armadura diminui.

Analisando as seções dos pilares, percebe-se que para pilares de borda não houve diferença de economia para pilares com 30 cm ou 40 cm de lado. Já para pilares com 50 cm de lado, a economia de armadura é até 5,5% maior. Porém, para pilares de canto ocorre o inverso. O percentual de economia é maior para a menor seção do pilar. A variação é de até 5% quando comparado com a seção de 40 cm de lado, e de 20% quando comparado com a seção de 50 cm.

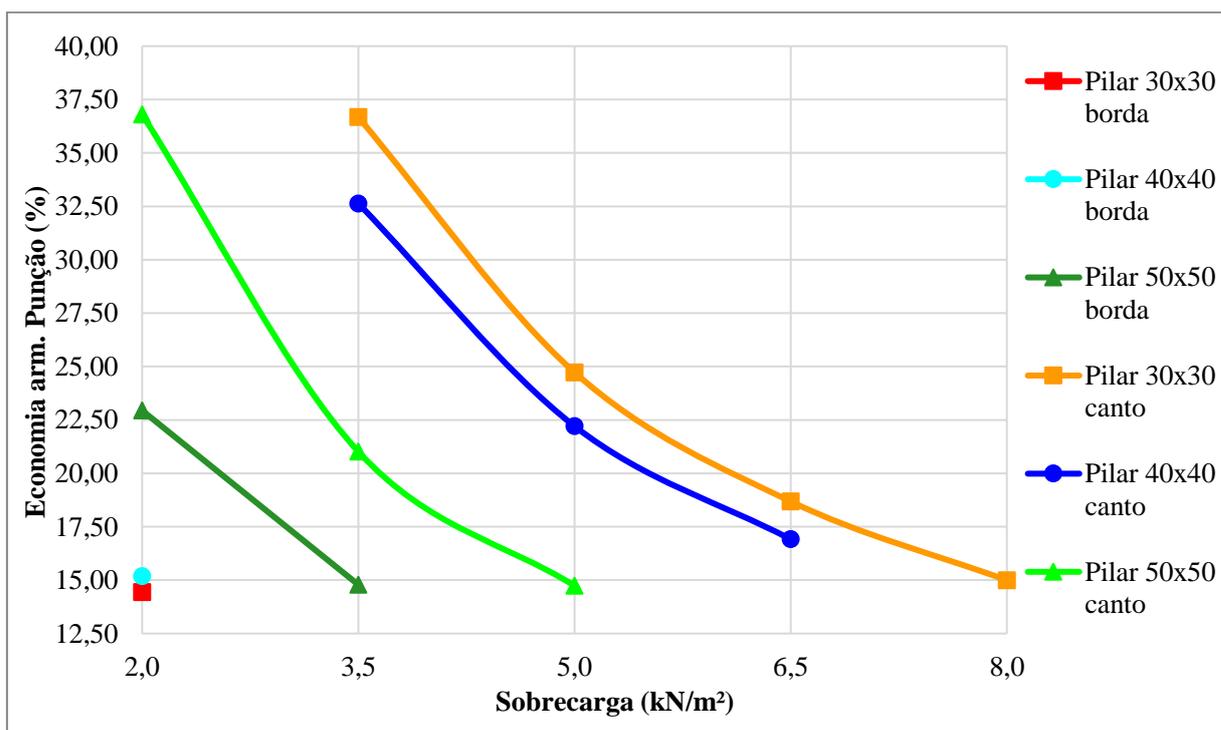
Finalmente, quanto ao posicionamento dos pilares na laje, é verdade afirmar que a economia de armadura de punção é maior para pilares de canto, em todos os casos.

Figura 5. 39 Comparação tensão de protensão para pilares de extremidade – $p=0,6\%$ EN 1992-1-1 2004



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 5. 40 Comparação tensão de protensão para pilares de extremidade – $p=1,5\%$ EN 1992-1-1 2004



Fonte: Elaborado pelo Autor.

A Figura 5.40 mostra o gráfico de resultados para a mesma laje descrita, porém com taxa de armadura passiva maior, de 1,5%. A mesma observação que se fez anteriormente para pilares de borda com 30 e 40 cm de lado ocorre aqui. Portanto, para maiores sobrecargas, nos modelos que possuem dados suficientes para comparação, a economia de armadura de punção é menor.

Quanto às seções, em pilares de borda, observa-se que há uma pequena diferença de economia entre pilares com 30 e 40 cm de lado, enquanto estes divergem de 7,5% quando comparados a pilares de seção 50x50 cm. Já para pilares de canto, a economia é maior em seções com 30 cm de lado, com 4,5% de diferença para pilares com lado de 40 cm. E ainda a diferença entre pilares de 40 cm de lado para 50 cm de lado é de 11,5%.

Em todos os casos, a economia de armadura de punção gerada pelo aumento do número de cabos na laje é maior para pilares de canto.

5.3.3 ACI 318:19

- Pilares internos com momentos em 1 e 2 direções

Nesse tópico será analisado a economia de armadura de punção para pilares internos, geradas pela substituição, no dimensionamento da norma americana, o número de cordoalhas de protensão por metro na laje, de 2 para 3 cabos. Para a norma americana, a mudança na taxa de armadura passiva não interfere nos resultados, visto que esse procedimento normativo não considera a contribuição dessa armadura para verificação à punção. Portanto, existe apenas um gráfico compara tivo nesse caso.

No gráfico da Figura 5.41, são apresentadas as economias geradas para as lajes descritas. Nesse caso, as taxas variam de, aproximadamente 3% a 52%. Em todos os casos estudados, quanto maior a sobrecarga imposta na laje, menor a economia de armadura de punção.

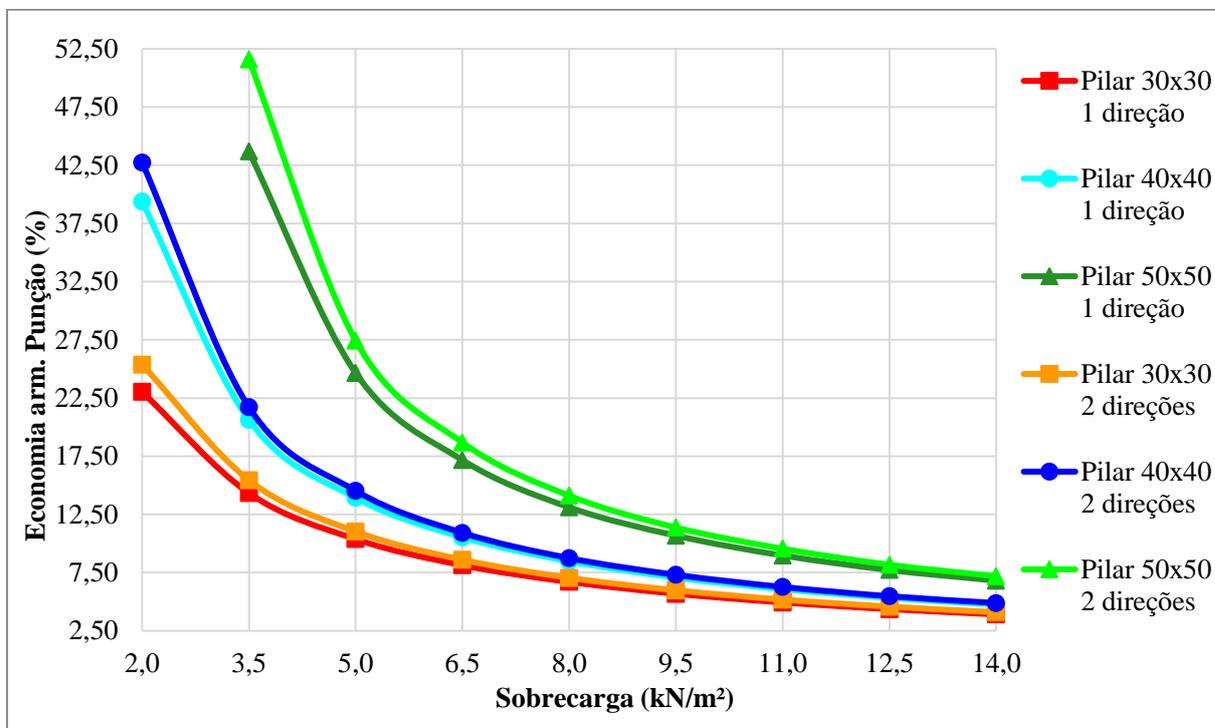
Quanto às seções dos pilares, pode-se dizer que quanto maior o lado do pilar, maior é a economia gerada pelo aumento de cordoalhas na laje. As diferenças percentuais, tanto para pilares com momento em 1 direção quanto para pilares com momento em 2 direções, são de, aproximadamente, 15,5% quando comparados pilares de 30 e 40 cm de lado, e de, em média, 25% quando comparados pilares de 40 e 50 cm de lado.

Por fim, nota-se que quanto ao posicionamento do pilar na laje, não há grandes diferenças de economia se comparados pilares com momento em 1 e 2 direções.

Não existem gráficos comparativos para pilares de borda e de canto, visto que, para a norma americana, não é considerada a contribuição das cordoalhas de protensão no caso de o pilar ter

alguma seção a menos de 4 vezes a altura da laje da continuidade da borda, que é a situação apresentada.

Figura 5. 41 Comparação tensão de protensão para pilares internos – $p=0,6\%$ e $p=1,5\%$ ACI 318:19



Fonte: Elaborado pelo Autor.

6 CONCLUSÕES

Nesse capítulo são apresentadas as conclusões relativas aos resultados das análises e estudos realizados nos capítulos anteriores. As análises paramétricas abrangeram cálculos de área de aço de armadura de punção necessárias em ligações laje-pilar para pilares submetidos a momento em uma e duas direções, de borda e de canto. Todas as lajes possuíam a mesma altura total, os parâmetros variáveis de estudo de caso foram: sobrecarga, seção dos pilares, taxa de armadura passiva, nível de protensão na laje e resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}). Foram realizados os dimensionamentos para três procedimentos normativos vigentes, a norma brasileira NBR 6118:2014, europeia EN 1992-1-1 2004 e americana ACI 318-19.

Ao término do capítulo, serão apontadas sugestões para trabalhos futuros que possibilitem continuidade dos estudos realizados. Dessa forma, incentiva-se o avanço dos conhecimentos a respeito de punção e a constante atualização e melhoramento dos procedimentos normativos.

6.1 Considerações a respeito dos parâmetros

Nesse tópico será discutido o que foi observado, no geral, por meio dos resultados obtidos nos dimensionamentos, apresentados no Capítulo 4.

Pode-se afirmar que, para todos os modelos e procedimentos normativos analisados, a NBR 6118:2014, o EN 1992-1-1 2004 e o ACI 318-19, quando a sobrecarga imposta à laje fica maior, a área de aço necessária para verificação à punção também aumenta, sendo assim diretamente relacionadas.

Já quanto à seção dos pilares analisados, nota-se uma relação inversa, visto que, em todos os casos, a área de aço necessária diminuiu quando a seção do pilar passou a ser maior, para a mesma laje e as mesmas demais condições impostas de carregamento e demais parâmetros.

Quando discutidos os modelos a respeito do acréscimo na taxa de armadura de flexão, percebeu-se que, para a norma americana, os resultados do dimensionamento não se alteravam, visto que o procedimento normativo não considera essa taxa para resistência à punção da laje. Ou seja, tanto para taxa de 0,6% de armadura passiva, quanto para 1,5%, a área de aço de armadura de punção calculada era a mesma no ACI 318-19, em todos os casos vistos.

Para norma brasileira e europeia, quando a taxa de armadura de flexão aumenta, mantendo-se os demais parâmetros iguais, a área de aço de armadura de punção se reduz, para todos os modelos analisados.

Quando analisado o parâmetro relativo à quantidade de cabos de protensão na laje, onde foram comparados modelos com 2 ou 3 cabos por metro, percebe-se que os procedimentos normativos trazem resultados diferentes. A norma ACI 318-19 considera a laje como protendida apenas se: não houver nenhuma seção a menos de quatro vezes a altura da laje de alguma continuidade da borda; o f_{ck} for inferior a 35 MPa e a tensão de compressão devido à protensão estiver entre 0,86 MPa e 3,45 MPa. Nesse caso, os modelos para pilar de borda e de canto não foram dimensionados como lajes protendidas, e, além desses, os modelos onde o f_{ck} considerado era de 35 MPa e 40 MPa.

Portanto, para os modelos de pilares internos com momento em 1 ou 2 direções e f_{ck} de 30 MPa, o código americano demonstrou uma significativa redução na necessidade de armadura de punção quando a tensão de compressão gerada pela protensão aumentou. O mesmo foi verificado para os procedimentos normativos brasileiro e europeu, que consideram a protensão em todos os casos, sem exceções.

Há também outra divergência entre as normas sobre a consideração a respeito da protensão. As normas ACI 318-19 e NBR 6118:2014 levam em consideração para o cálculo da resistência à punção os cabos que atravessam um perímetro afastado de $d/2$ das bordas dos pilares, sendo d a altura útil da laje. Já o Eurocódigo leva em consideração os cabos afastados de um perímetro $2d$ da face dos pilares, o que contabilizou um número de cabos maior, na maioria dos casos, visto que dependia da distribuição desses na laje.

Quanto ao último parâmetro analisado, a resistência característica à compressão do concreto, o f_{ck} , notou-se que o aumento da resistência não trazia grandes mudanças significativas no dimensionamento à punção para nenhum procedimento. Para as normas brasileira e europeia, a redução na área de aço de armadura de punção quando havia um aumento do f_{ck} era, em média, de 0,1 cm². Já para norma americana esse valor era pouco maior, mas essa mudança não gerou redução significativa para trazer grande economia de armadura de punção.

6.2 Considerações sobre as comparações entre os procedimentos normativos

6.2.1 Pilares internos com momento em 1 direção

Se observados pilares internos com momento em 1 direção, conclui-se que o procedimento normativo brasileiro é menos conservador dentre os demais, chegando a valores de economia em 28%, se comparado ao Eurocódigo, e até 71% com relação ao ACI 318-19. A norma americana se mostrou ser a mais conservadora nos modelos dimensionados.

Com relação à sobrecarga, percebe-se que a NBR 6118:2014 gera uma economia maior para sobrecargas menores, se comparada ao EN 1992-1-1, e também para a maioria dos casos vistos em relação à norma americana. Quanto à seção dos pilares, se comparadas as normas brasileira e europeia, nota-se que a economia gerada pela NBR 6118:2014 é maior para seções maiores. Já entre NBR 6118:2014 e ACI 318-19, a economia da norma brasileira cai quando a seção do pilar aumenta. O mesmo ocorre quando observado o Eurocódigo e a norma americana, a economia do EN 1992-1-1 diminui para seções maiores.

No caso de tensão de compressão devido à protensão, para todas as comparações realizadas as economias geradas entre os procedimentos são maiores quando o número de cabos por metro aumenta. Ou seja, quando passa de 2 para 3 cordoalhas por metro, o dimensionamento à punção pela NBR 6118:2014 gera uma economia maior com relação ao ACI 318-19 e o EN 1992-1-1, e o Eurocódigo também tem uma economia significativa maior do que o código americano. Nesse caso, os gráficos foram apresentados apenas para o f_{ck} de 35 MPa, ou seja, o código americano não apresentou diferenças na área de aço necessária com a mudança do número de cabos, visto considerações da norma.

Finalmente, para taxa de armadura de flexão, nota-se um aumento na economia gerado pelo dimensionamento pela norma brasileira em relação às demais quando a taxa aumenta. Nesse caso, nas comparações com o código americano a observação fica clara, principalmente pelo motivo de que o procedimento normativo não considera esse parâmetro como contribuinte na resistência à punção da laje

6.1.2 Pilares internos com momento em 2 direções

Quando analisados os resultados de dimensionamento à punção e as comparações realizadas para pilares internos com momento em duas direções, percebe-se que o procedimento menos conservador dentre os demais é o Eurocódigo, demonstrando economia de até 25% em relação à NBR 6118:2014 e 82% ao ACI 318-19. Majoritariamente, o procedimento mais conservador é o código americano, tendo diferenças no dimensionamento de até 78% quando comparado com a norma brasileira. Porém, em alguns modelos, a norma brasileira apresentou áreas de aço de armadura de punção superiores no dimensionamento.

Para parâmetros de sobrecarga, em todas as comparações, majoritariamente, quando os demais parâmetros se mantinham e a sobrecarga aumentava, a economia gerada pela substituição no dimensionamento entre os procedimentos diminuía.

Já quanto à seção dos pilares, pode-se afirmar que, majoritariamente, quando a seção aumenta a economia entre os procedimentos diminui. Esse fato não é observado na comparação entre NBR 6118:2014 e EN 1992-1-1 para mudança de seção de 40 cm de lado para 50 cm, quando o aumento da seção gera uma maior economia por parte do Eurocódigo.

Com relação à tensão de compressão gerada pelo número de cabos de protensão, nota-se que quanto maior o número de cabos por metro na laje, maior a economia gerada entre os procedimentos comparados. Aqui também se faz a observação do código americano, já que para o f_{ck} utilizado não foi contabilizado a protensão em nenhum modelo.

Finalmente, quando a taxa de armadura de flexão é elevada de 0,6% para 1,5% nota-se uma maior diferença no dimensionamento dos procedimentos, ou seja, o Eurocódigo apresenta uma economia maior que a norma brasileira, e essa também apresenta uma economia maior relativa ao código americano.

6.1.3 Pilares de borda

Nas análises realizadas em pilares de borda, nota-se que a NBR 6118:2014 se mostrou ser a mais econômica para o dimensionamento à punção. Há uma economia de armadura de até 51% se comparada com a norma europeia, e de até 84% quando comparada com a norma americana. Entre as normas ACI 318-19 e EN 1992-1-1, o Eurocódigo apresentou ser mais econômico com reduções de área de aço em até 70%. Nesse caso, o procedimento mais conservador é o americano.

Nos estudos realizados para pilares de borda, foi verificado que existem poucos dados para o Eurocódigo, visto que, com os parâmetros definidos, poucos modelos passaram na verificação do primeiro perímetro crítico. Dessa forma, nas comparações realizadas que envolveram essa norma, não tiveram dados suficientes para avaliação quanto à sobrecarga para pilares de seções de 30 e 40 cm de lado. Para pilares de 50 cm, os dados de sobrecarga até 3 kN/m² mostraram que quando a sobrecarga se eleva, a economia gerada entre o Eurocódigo e as demais normas, majoritariamente, aumenta. Já para NBR 6118:2014 e o ACI 318-19, majoritariamente, a economia gerada pela norma brasileira se reduz com o aumento da sobrecarga.

Para a seção dos pilares, nota-se que, se comparadas a norma brasileira e a europeia, há um aumento na economia de armadura de punção pela NBR 6118:2014 quando a seção do pilar aumenta. Majoritariamente, o mesmo ocorre quando comparadas as normas brasileira e americana. Já para comparação entre as normas americana e o Eurocódigo, nota-se que quando a seção do pilar é maior, a economia gerada pelo dimensionamento pelo EN 1992-1-1 diminui.

Quanto à tensão de protensão, quando comparados os demais procedimentos com o ACI 318-19, observa-se que quando o número de cabos na laje é maior, a economia gerada pelos procedimentos em relação à norma americana cresce. Já quando se substitui o dimensionamento à punção da NBR 6118:2014 para o EN 1992-1-1 nota-se pouca diferença de economia gerada pelo aumento da protensão em pilares de até 40 cm de lado, e uma economia maior para pilares de 50 cm.

Por fim, observa-se que com o aumento na taxa de armadura passiva de flexão dos modelos, em todos os casos a economia de armadura gerada entre os procedimentos é maior.

6.1.4 Pilares de canto

Analisando os resultados para pilares de canto, pode-se concluir que, no geral, a norma mais econômica para o dimensionamento à punção é o EN 1992-1-1. Quando confrontados os procedimentos europeu e brasileiro, observou-se que, majoritariamente, o Eurocódigo trazia resultados mais econômicos, de até 62% de diferença. Porém, para pilares de seção 50x50 cm, a norma brasileira proporcionou menores áreas de aço. Já quando comparadas as normas brasileira e americana, no geral, a NBR 6118:2014 apresentou economia maior, de até 76%. Entre o Eurocódigo e o ACI 318-19, observa-se uma economia por parte na norma europeia de até 77%. Sendo assim, não se pode afirmar nesse caso qual procedimento traria maior economia no dimensionamento, pois depende dos parâmetros e modelos analisados.

Quanto ao parâmetro de sobrecarga, verifica-se que a economia entre o Eurocódigo e a norma brasileira se reduz à medida que a sobrecarga é maior. Já comparando a NBR 6118:2014 com o ACI 318-19, ocorre o oposto, a economia gerada pelo dimensionamento utilizando a norma brasileira é maior para sobrecargas maiores. Já se comparados os procedimentos americano e europeu, não há um padrão que se possa observar quanto ao aumento de sobrecarga e a economia entre as normas.

A respeito da seção dos pilares, quando comparadas as normas NBR 6118:2014 e EN 1992-1-1, pode-se afirmar que quando a seção dos pilares aumente, a economia gerada pelo Eurocódigo diminui. Já entre a norma brasileira e a americana, nota-se que a economia aumenta à medida que a seção do pilar fica maior. Por fim, entre a norma americana e o Eurocódigo há um acréscimo de economia quando a seção passa de 30 cm para 40 cm de lado, e uma redução quando a seção passa a ser 50x50 cm.

Para as tensões de compressão devido à protensão, para todas as comparações realizadas foi verificado que quando o número de cabos aumenta, a economia entre os procedimentos também aumenta.

Por fim, para as taxas de armadura passiva, verifica-se que em todas as comparações, quando a taxa aumentou, houve um aumento na economia entre os procedimentos normativos.

6.3 Considerações a respeito do parâmetro de taxa de armadura de flexão

Neste tópico serão apresentadas as conclusões obtidas por meio das avaliações feitas no capítulo 5.2. Os gráficos mostraram as economias de armadura de punção geradas quando se substituiu, em cada procedimento normativo, a taxa de armadura de flexão de 0,6% para 1,5%.

Para a NBR 6118:2014, foi visto que a substituição da taxa gerou economia no dimensionamento da ordem de 7,5% a 40% para pilares internos com momento em 1 e 2 direções. Já em pilares de borda e canto, esses valores foram de 5% a 40%. Em todos os modelos, a economia se mostrou ser maior para carregamentos menores. Também foi observado o padrão da economia de armadura ser maior para seções maiores de pilares. Quando comparados os pilares de acordo com o seu posicionamento na laje, o aumento da taxa de armadura passiva mostrou trazer economia maior para pilares com momento em 2 direções, no caso dos pilares internos, e de canto, no caso de pilares de extremidade.

Quanto ao EN 1992-1-1, observou-se uma economia na ordem de 10% a 38% para pilares internos quando a taxa de armadura de flexão aumentou. Para pilares de extremidade, esses valores foram de 8% a 36%. Nota-se que a economia é maior para as menores sobrecargas. No caso de pilares internos e de borda, quando a seção dos pilares é maior, a economia de armadura de punção também é maior. Já para pilares de canto, quando a seção é maior a economia é menor. Neste caso, observa-se uma economia maior para pilares com momento em 2 direções e de canto, se analisados pilares internos e de extremidade, respectivamente. Há de se fazer a observação que para pilares de borda foram analisados apenas um dado de sobrecarga por gráfico, para pilares de 30 e 40 cm de lado, visto que os demais casos não passaram no dimensionamento.

Não houve comparação para a norma americana ACI 318-19, visto que esse procedimento não leva em consideração o fator de taxa de armadura passiva como contribuinte na resistência à punção.

6.4 Considerações a respeito do parâmetro de tensão de compressão

São apresentadas as conclusões obtidas por meio das análises feitas no item 5.3 do capítulo anterior. Nesse item, comparou-se o dimensionamento das normas quando se aumentava a tensão de compressão dos modelos, isso ocorreu substituindo-se o parâmetro de 2 para 3 cabos por metro de protensão nas lajes.

Na norma brasileira NBR 6118:2014, observou-se que, para pilares internos, a economia gerada pelo aumento na protensão se deu de 4% a até 31%, e de 3 a 36% para pilares de extremidade. Em todos os modelos, a economia gerada foi maior para as menores sobrecargas, e maior quando a seção do pilar também era maior. Os modelos com pilares internos com momento em 2 direções e pilares de canto mostraram uma economia superior quando se substituíam a protensão no dimensionamento.

Para o Eurocódigo, EN 1992-1-1, as economias dos modelos de pilares internos e de extremidade ficaram entre os valores de 6% a 35% e 12,5% a 48%, respectivamente. Foi notado o mesmo comportamento descrito para norma brasileira de maiores economias para menores sobrecargas impostas. Já quanto à seção dos pilares, a economia se mostrou maior em seções maiores para pilares internos e de canto, porém menor para pilares de borda. Os modelos que tiveram maior economia com a alteração da tensão de compressão foram para pilares internos com momento em 2 direções e de canto.

Finalmente, para o ACI 318-19, só existem conclusões a respeito de modelos com análise de pilares internos, visto que a norma não leva em consideração a protensão para apoios que estejam a menos de 4 vezes a altura da laje de distância de alguma continuidade da laje, que é o caso de pilares de extremidade. Para o código americano, observaram-se economias na ordem de 3% a 52%, sendo essas maiores para sobrecargas menores. Quando a seção do pilar era maior, a economia gerada pelo aumento na protensão também se mostrou ser maior. Pode-se dizer que, ligeiramente, a economia foi maior para modelos com pilares internos com momento em 2 direções.

6.5 Sugestões para trabalhos futuros

- Análises comparativas entre resultados obtidos nesse trabalho por meio de *Software* e ensaios de carga reais
- Estudo de diversas alturas de laje
- Análise de lajes semelhantes às estudadas neste trabalho para concreto armado, verificando assim a influência da protensão

- Realizar um estudo detalhado da ligação laje-pilar em utilizando-se *software* de elementos finitos, com discretização em elementos sólidos, de modo a se obter mais precisão nos resultados quanto aos esforços obtidos;
- Avaliar seções de pilares retangulares e circulares;
- Ensaiai fisicamente os modelos dimensionados por esse trabalho com a armadura de punção, a fim de comparar os resultados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADAPT Technical Note Structural Concrete Software System. **PUNCHING SHEAR CALCULATIONS1 ACI – 318; ADAPT-PT. TN191_PT7_punching_shear_aci_4**, 2005.

AFONSO, C. L. M. **Lajes Fungiformes. Contribuições para a compressão de seu comportamento.** Tese (Doutorado) Û Universidade do Porto, 2010.

ALBUQUERQUE, E. J. P. (2015). **Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento e Pilar de Canto Reentrante.** Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD – 002 A/15, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 379 p

ALBUQUERQUE, N. G. B., MELO, G., VOLLUM, R. (2016). **Punching Shear Strength of Flat Slab Edge Column Connections with Outward Eccentricity of Loading.** ACI Structural Journal. 113. 10.14359/51689156.

ALBUQUERQUE, N. G. B. (2014). **Comportamento das Ligações de Lajes Lisas de Concreto Armado com Pilares de Borda Sujeitas a Excentricidades Interna e Externas.** Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD-005A/14, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 204p.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI318: Building Code Requirements for Structural Concrete.** Farmington Hills, Michigan, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de Estruturas de concreto – Procedimento.** Rio de Janeiro, 2014.

BARROS, Ruth Chaves; SILVA, Ricardo José Carvalho. **ESTUDO DE PUNÇÃO EM LAJES LISAS.** In: 57º CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 2015, Bonito, MS. Anais do 57º Congresso Brasileiro do Concreto [...]. Bonito, MS: IBRACON, 2015.

CARNEIRO, Anselmo Leal. **Análise E Dimensionamento De Lajes Lisas Protendidas Sem Aderência.**2015. 159 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Centro Tecnológico, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2015.

COLONESE, Sandro. **Comparação Entre Métodos De Análise Para Lajes Lisas Protendidas Com Cordoalhas Engraxadas. - Estudo De Casos.** 2008. 167 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Centro de Ciência e Tecnologia, Universidade Estadual do Norte Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2008.

COMITÊ TÉCNICO CONJUNTO ABECE/IBRACON. **ABNT NBR 6118:2014 – Comentários e Exemplos de Aplicação**. São Paulo, 2015.

DÍAZ, Rafael Andrés Sanabria. **Análise Numérica da Resistência à Punção de Lajes Lisas Protendidas Com Cabos Não Aderentes**. 2018. 207 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2018.

EMERICK, A. A. **Projeto e Execução de Lajes Protendidas**. 1. ed. Brasília: Interciência, 2005.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EUROCÓDIGO 2: Design of Concrete Structures – Part 1: General Rules and Rules for Building**. Bruxelas, 2004.

FERREIRA, M.P.; OLIVEIRA, D.R.C.; MELO G.S.S.A. **Análise experimental e numérica de lajes cogumelo de concreto armado**. IBRACON, São Paulo, v. 6, n. 2, abril 2013.

FIGUEIREDO FILHO, J. R. (1989). **Sistemas estruturais de lajes sem vigas: subsídios para o projeto e execução**. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

GARDNER N., J., **Verification of Punching Shear Provisions for Reinforced Concrete Flat Slabs**, ACI Structural Journal, Vol. 108, No.5, Set.-Out. 2011, pp. 572-580.

GASPARINI D. A., **Contributions of C. A. P. Turner to development of reinforced concrete flat slabs 1905–1999**. Journal of Structural Engineering, 2002, 128, No. 10, 1243–1252.

GUANDALINI, S. **Poinçonnement symétrique des dalles en béton armé**. Tese (Doutorado) ŪEPFL, 2006.

GUARDA, M. C., LIMA, J. S., PINHEIRO, L. M. **Novas diretrizes para a análise da punção no projeto de lajes lisas**. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 4., São Paulo, EPUSP, 21-25 agosto 2000. 20p

KINNUNEN, S.; NYLANDER, H. **Punching of concrete slabs without shear reinforcement**. Meddelande NR 38. Institutionen för Byggnadsstatik, Kungl. Tekniska Högskolans, Stockholm, 1960.

LEITE JUNIOR, José Carlos Cirino. **Dimensionamento à punção em apoios internos de lajes protendidas sem aderência**. 2015. 173 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Centro Tecnológico, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2015.

LIBÓRIO, J. B. L. **Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em bordas com pilares de seção retangular**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1985.

LORD, A.R., **A Test of a Flat Slab Floor in a Reinforced Concrete Building**. National Association of Cement Users, ACI, No. 67, 1910, pp. 156-179.

LOUREIRO, G. (2006). **Projeto de Lajes Protendidas com Cordoalhas Engraxadas**. VI Simpósio EPUSP. Fortaleza - CE. Abril – 2006 - 22 p;

MARTHA, Luiz Fernando. **Método da Rigidez Direta para Modelos Estruturais Lineares e Elásticos**, Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro– PUC-Rio, 2016.

MARTINELLI, Dante Ângelo Osvaldo. **Sobre a ruína das ligações laje-pilar nos cantos de lajes-cogumelo**. 1975. Universidade de São Paulo, São Carlos, 1975.

MELGES, João Luiz Pinheiro. **Análise experimental na punção em lajes de concreto armado e protendido**. São Carlos, 2001. 414 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

MOE, J., **Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings Under Concentrated Loads**. Development Bulletin D47, Portland Cement Association, Skokie, Illinois, Apr. 1961, 129p.

MORENO, C. L., & SARMENTO, A. M. (2013). **Punching shear analysis of slab-column connections**. *Engineering Computations*, 30(6), 802-814.

MUTTONI, A., **Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement**. *ACI Structural Journal*, V. 105, No. 4, July-Aug. 2008, pp. 440-450.

MUTTONI, A.; RUIZ, M. F. **Shear strength in one-and two-way slabs according to the critical shear crack theory**. In: FIB SYMPOSIUM, AMSTERDAM 2008. **Ab Symposium, Amsterdam 2008**. [S.l.], 2008

OLIVEIRA, Marcos Honorato de. **Punção em lajes lisas com pilar de borda protendidas com cordoalhas não aderentes**. 2008. 195 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) - Universidade de Brasília, Brasília, 2008.

LIMA NETO, A.F. PAIVA, O. S., FERREIRA, M. P., OLIVEIRA, D. C., LIMA NETO, A. F., & TEIXEIRA, M. R. (2015). **Influence of the column rectangularity index and of the boundary conditions in the punching resistance of slab-column connections**. *Ibracon Structures and Materials Journal*, 8(3), 260-295.

SAE – Sistemas de Análise Estrutural. **STRAP: Structural Analysis Program**. Disponível em: < http://www.sae.eng.br/software/strap/info_strap.html >. Acesso em 20 de fevereiro de 2019.

SAE Informática– Sistemas de Análise Estrutural. **Manual STRAP – Versão 11.5**. Disponível em: < <http://www.sae.eng.br> >. Acesso em 21 de fevereiro de 2019.

SILVA, G. R.; CAMPOS FILHO, A.; REAL, M. V.. Reliability of internal column-slab connection under punching according to NBR 6118:2014. **Rev. IBRACON Estrut. Mater.**, São Paulo, v. 11, n. 5, p. 931-948, Oct. 2018.

TAKEYA, T. (1981). **Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em bordas de lajes cogumelo**. São Carlos. Dissertação (mestrado), EESC-USP.

TALBOLT, A. N. **Reinforced Concrete Wall Footings and Column Footings**. Bulletin 67, March 1913. 1-114, University of Illinois, Engineering Experiment Station, Urbana, 1913.

TURNER, C.A.P., **Discussion of “Reinforced Concrete Warehouse for Northwest Knitting Co., Minneapolis, Minnesota”**, *Engineering News*, V. 54, nº 15, out.1905, p. 383.

VILLAVERDE BARBÁN, Vladimir. **Punção em lajes cogumelo de concreto protendido com cabos não-aderentes na ligação laje-pilar de borda**. 2008. 337 f. Tese (Doutorado em Estruturas e Construção Civil)-Universidade de Brasília, Brasília, 2008

APÊNDICE

NBR 6118:2014

PILAR INTERNO COM MOMENTO EM 1 DIREÇÃO (PERPENDICULAR À BORDA)

Superfície crítica C

Tensão resistente de cálculo (1)

$$\tau_{Rd2} = 0,27\alpha_v f_{cd}$$

$$\alpha_v = (1 - f_{ck}/250), \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa}$$

Tensão solicitante de cálculo (2)

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u_0 d}$$

$$u_0 = 2(C_1 + C_2)$$

$$\underline{\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2}}$$

Superfície crítica C'

Verificação da necessidade de armadura de punção

Sem armadura de punção

Tensão resistente de cálculo (3)

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{20/d} \right) (100\rho f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \quad d = (d_x + d_y)/2 \quad \sigma_{cp} = N_{sd}/A_c$$

Tensão solicitante de cálculo (4)

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{ud} + \frac{KM_{Sd}}{W_p d}$$

$$u = 2(C_1 + C_2) + 4\pi d$$

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1$$

$$\underline{\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1}}$$

Sim.

Não há necessidade de armadura de punção

Não.

Armar para punção

Tensão solicitante de cálculo (5)

Calculado como em (4)

Tensão resistente de cálculo (6)

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \text{sen} \alpha}{ud}$$

$$\underline{\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd3}}$$

OBSERVAÇÕES PARA LAJES
PROTENDIDAS:

$$\tau_{Sd,ef} = \tau_{Sd} - \tau_{Pd}$$

$$\tau_{Pd} = \frac{\sum P_{k,inf,i} \text{sen} \alpha_i}{ud}$$

Considerar cabos de protensão inclinados que atravessam o contorno em questão e que passam a menos de $d/2$ da face do pilar

NBR 6118:2014
PILAR INTERNO COM MOMENTO EM 2 DIREÇÕES

Superfície crítica C

Tensão resistente de cálculo (1)

$$\tau_{Rd2} = 0,27\alpha_v f_{cd}$$

$$\alpha_v = (1 - f_{ck}/250), \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa}$$

Tensão solicitante de cálculo (2)

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u_0 d}$$

$$u_0 = 2(C_1 + C_2)$$

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2}$$

Superfície crítica C'

Verificação da necessidade de armadura de punção

Sem armadura de punção

Tensão resistente de cálculo (3)

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{20/d} \right) (100\rho f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \quad d = (d_x + d_y)/2 \quad \sigma_{cp} = N_{sd}/A_c$$

Tensão solicitante de cálculo (4)

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u^* d} + \frac{K_1 M_{Sd1}}{W_{p1} d} + \frac{K_2 M_{Sd2}}{W_{p2} d}$$

$$u = 2(C_1 + C_2) + 4\pi d$$

$$W_{p1} = W_{p2} = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1$$

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1}$$

Sim.

Não há necessidade de armadura de punção

Não.

Armar para punção

Tensão solicitante de cálculo (5)

Calculado como em (4)

Tensão resistente de cálculo (6)

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} s_e n \alpha}{ud}$$

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd3}$$

OBSERVAÇÕES PARA LAJES
PROTENDIDAS:

$$\tau_{Sd,ef} = \tau_{Sd} - \tau_{Pd}$$

$$\tau_{Pd} = \frac{\sum P_{k,inf,i} s_e n \alpha_i}{ud}$$

Considerar cabos de protensão inclinados que atravessam o contorno em questão e que passam a menos de $d/2$ da face do pilar

NBR 6118:2014

PILAR DE BORDA COM MOMENTO PERPENDICULAR À BORDA

Superfície crítica C

Tensão resistente de cálculo (1)

$$\tau_{Rd2} = 0,27\alpha_v f_{cd}$$

$$\alpha_v = (1 - f_{ck}/250), \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa}$$

Tensão solicitante de cálculo (2)

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u_0 d} \quad a \leq \begin{cases} 1,5d \\ 0,5C_1 \end{cases}$$

$$u_0 = 2a + C_2$$

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2}$$

Superfície crítica C'

Verificação da necessidade de armadura de punção
Sem armadura de punção

Tensão resistente de cálculo (3)

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{20/d} \right) (100\rho f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \quad d = (d_x + d_y)/2 \quad \sigma_{cp} = N_{sd}/A_c$$

Tensão solicitante de cálculo (4)

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* d} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1} d}$$

$$u^* = 2a + C_2 + 2\pi d$$

$$M_{sd} = (M_{sd1} - M_{sd}^*) \geq 0$$

$$M_{sd}^* = F_{sd} e^*$$

$$e^* = \frac{C_1 a - a^2 + C_1 C_2 / 2 + 2C_2 d + 8d^2 + \pi d C_1}{2a + C_2 + 2\pi d}$$

Para cálculo do W_{p1}

$$e' = \frac{C_1^2 + C_1 C_2 + 2C_2 d + 8d^2 + 2\pi d C_1}{2C_1 + C_2 + 2\pi d}$$

$$\text{Se } e'_c \leq C_1$$

$$W_{p1} = 2e'_c{}^2$$

$$\text{Se } C_1 \leq e'_c \leq C_1 + 4d/\pi$$

$$W_{p1} = 2C_1 \left(e'_c - C_1/2 \right) + 2d\pi \left(C_1 + 4d/\pi - e'_c \right) + C_2 \left(C_1 + 2d - e'_c \right)$$

$$\text{Se } e'_c > C_1 + 4d/\pi$$

$$W_{p1} = 2C_1 \left(e'_c - C_1/2 \right) + 2d\pi \left(e'_c - C_1 - 4d/\pi \right) + C_2 \left(C_1 + 2d - e'_c \right)$$

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1}$$

Sim.

Não há
necessidade de
armadura de
punção

Não.

Armar para punção

Tensão solicitante de cálculo (5)

Calculado como em (4)

Tensão resistente de cálculo (6)

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp} +$$

$$1,5 \frac{d A_{sw} f_{ywd} s e n \alpha}{s_r u d}$$

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd3}$$

OBSERVAÇÕES PARA LAJES
PROTENDIDAS:

$$\tau_{sd,ef} = \tau_{sd} - \tau_{Pd}$$

$$\tau_{Pd} = \frac{\sum P_{k,inf,i} s e n \alpha_i}{u d}$$

Considerar cabos de protensão inclinados
que atravessam o contorno em questão e
que passam a menos de $d/2$ da face do pilar

NBR 6118:2014

PILAR DE CANTO

As verificações são realizadas separadamente, para cada uma das direções, sendo que, para cada borda adotada, deverá ser considerado o momento no plano perpendicular a ela. Assim, valem as disposições para pilares de borda, sem que se considere momento no plano paralelo à borda livre

Superfície crítica C

Tensão resistente de cálculo (1)

$$\tau_{Rd2} = 0,27\alpha_v f_{cd}$$

$$\alpha_v = (1 - f_{ck}/250), \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa}$$

Tensão solicitante de cálculo (2)

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u_0^* d} \quad u_0^* = a_1 + a_2$$

$$a_1 \leq \begin{cases} 1,5d \\ 0,5C_1 \end{cases} \quad a_2 \leq \begin{cases} 1,5d \\ 0,5C_2 \end{cases}$$

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2}$$

Superfície crítica C'

Verificação da necessidade de armadura de punção
Sem armadura de punção

Tensão resistente de cálculo (3)

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{20/d} \right) (100\rho f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \quad d = (d_x + d_y)/2 \quad \sigma_{cp} = N_{sd}/A_c$$

Tensão solicitante de cálculo (4)

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* d} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1} d}$$

$$u^* = a_1 + a_2 + \pi d$$

$$M_{sd} = (M_{sd1} - M_{sd}^*) \geq 0$$

$$M_{sd}^* = F_{sd} e^*$$

$$e^* = \frac{C_1 a_1 - a_1^2 + a_2 C_1 + 4a_2 d + 8d^2 + \pi d C_1}{2(a_1 + a_2 + \pi d)}$$

Para cálculo do W_{p1}

$$e'_c = \frac{0,5C_1^2 + C_1 C_2 + 2C_2 d + 4d^2 + \pi d C_1}{C_1 + C_2 + \pi d}$$

$$\text{Se } e'_c \leq C_1$$

$$W_{p1} = e_c'^2$$

$$\text{Se } C_1 \leq e'_c \leq C_1 + 4d/\pi$$

$$W_{p1} = C_1 \left(e'_c - C_1/2 \right) + \pi d \left(C_1 + 4d/\pi - e'_c \right) + C_2 (C_1 + 2d - e'_c)$$

$$\text{Se } e'_c > C_1 + 4d/\pi$$

$$W_{p1} = C_1 \left(e'_c - C_1/2 \right) + \pi d \left(e'_c - C_1 - 4d/\pi \right) + C_2 (C_1 + 2d - e'_c)$$

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1}$$

Sim.

Não há
necessidade de
armadura de
punção

Não.

Armar para punção

Tensão solicitante de cálculo (5)

Calculado como em (4)

Tensão resistente de cálculo (6)

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{yw} \alpha \text{ sen} \alpha}{ud}$$

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd3}$$

OBSERVAÇÕES PARA LAJES
PROTENDIDAS:

$$\tau_{sd,ef} = \tau_{sd} - \tau_{pd}$$

$$\tau_{pd} = \frac{\sum P_{k,inf,i} \text{sen} \alpha_i}{ud}$$

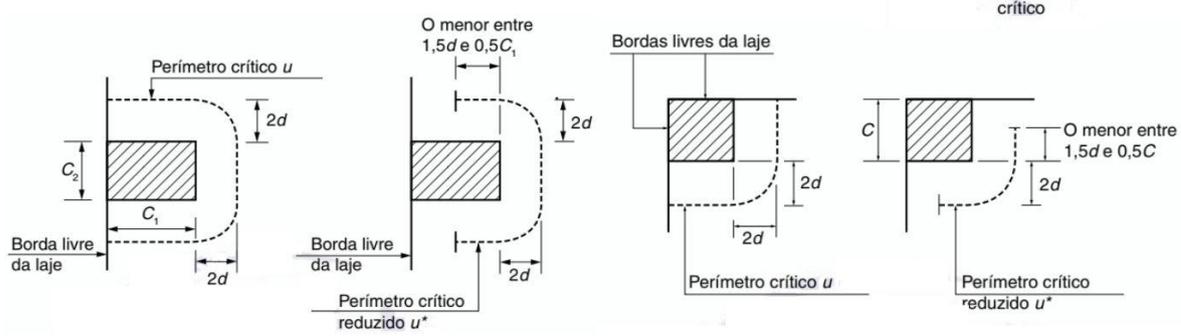
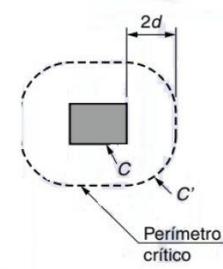
Considerar cabos de protensão inclinados que atravessam o contorno em questão e que passam a menos de $d/2$ da face do pilar

Legendas

- fk - Resistência característica do concreto a compressão
- fed - Resistência de cálculo do concreto a compressão
- d - Altura útil da laje
- ρ - Taxa de armadura passiva
- σ_{cp} - Tensão na seção da laje devida à protensão
- fywd - Resistência de cálculo da armadura de punção, não maior do que 300 MPa para conectores ou 250 MPa para estribos (de aço CA-50 ou CA-60).
- α - Ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;
- sr - Espaçamento radial entre linhas de armadura de punção
- u - Perímetro do contorno C'
- u* - Perímetro crítico reduzido para pilares de borda ou de canto
- u0 - Perímetro do contorno C
- Asw - Área da armadura de punção em um contorno completo paralelo a C'
- C - Contorno da área do pilar
- C1 - Dimensão do pilar na direção da excentricidade
- C2 - Dimensão do pilar na direção perpendicular à excentricidade
- C' - Contorno crítico, externo e distante 2d do contorno C, no plano da laje
- Fsd - Força ou reação de punção de cálculo
- K - Coeficiente que fornece a parcela de MSd transmitida ao pilar na punção
- MSd* - Momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido u* em relação ao centro do pilar - punção
- MSd1 - Momento de cálculo transmitido pela laje ao pilar de borda, no plano perpendicular à borda livre
- MSd2 - Momento de cálculo transmitido pela laje ao pilar de borda, no plano paralelo à borda livre
- Wp - Módulo de resistência plástica do perímetro crítico u
- τ_{pd} - Tensão de cisalhamento devida ao efeito de cabos de protensão que atravessam o contorno considerado e passam a menos de d/2 da face do pilar na punção
- trd1 - Tensão de cisalhamento resistente de cálculo-limite, para que uma laje possa prescindir de armadura transversal para resistir à força cortante
- trd2 - Tensão de cisalhamento resistente de cálculo-limite para verificação da compressão diagonal do concreto na ligação laje - pilar
- trd3 - Tensão de cisalhamento resistente de cálculo
- tsd - Tensão de cisalhamento solicitante de cálculo
- tsd,ef - Tensão de cisalhamento solicitante de cálculo efetiva

C_1/C_2	0,5	1,0	2,0	3,0
K	0,45	0,6	0,7	0,8

Onde:
 C_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força;
 C_2 é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força.



EN 1992-1-1 2004

PILAR INTERNO COM MOMENTO EM 1 DIREÇÃO (PERPENDICULAR À BORDA)

Superfície do pilar

Tensão resistente de cálculo (1)

$$v_{Rd,m\acute{a}x} = 0,4v_f c_d$$

$$v = 0,6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right]$$

Tensão solicitante de cálculo (2)

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_0 d} \quad \beta = 1 + k \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \frac{u_1}{W_1}$$

$$u_0 = 2(C_1 + C_2) \quad u_1 = 2(C_1 + C_2) + 4\pi d$$

$$W_1 = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1$$

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,m\acute{a}x}$$

Superfície crítica C'

Verificação da necessidade de armadura de punção

Sem armadura de punção

Tensão resistente de cálculo (3)

$$v_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} \left(1 + \sqrt{200/d} \right) (100\rho_1 f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp} \geq (v_{min} + 0,1\sigma_{cp})$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{ly}\rho_{lz}} \leq 0,02 \quad d = \frac{d_y + d_z}{2} \quad v_{min} = 0,035K^{3/2} f_{ck}^{1/2}$$

$$\sigma_{cy} = N_{Ed,y} / A_{cy}$$

$$\sigma_{cp} = (\sigma_{cy} + \sigma_{cz} / 2)$$

$$\sigma_{cz} = N_{Ed,z} / A_{cz}$$

Tensão solicitante de cálculo (4)

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_1 d} \quad \beta = 1 + k \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \frac{u_1}{W_1}$$

$$u_1 = 2(C_1 + C_2) + 4\pi d$$

$$W_1 = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1$$

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c}$$

Sim.

Não.

Não há necessidade de armadura de punção

OBSERVAÇÕES PARA LAJES
PROTENDIDAS:

$$v_{ED,ef} = v_{ED} - v_{PD}$$

$$v_{PD} = \frac{\sum P_{k,inf,i} sen\alpha_i}{ud}$$

Considerar cabos de protensão inclinados que atravessam o contorno em questão e que passam a menos de 2d da face do pilar

Armar para punção

Tensão solicitante de cálculo (5)

Calculado como em (4)

Tensão resistente de cálculo (6)

$$v_{Rd,cs} = 0,75v_{Rd,c} + \frac{1,5d A_{sw} f_{ywd,ef} sen\alpha}{s_r u_1 d}$$

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c}$$

EN 1992-1-1 2004
PILAR INTERNO COM MOMENTO EM 2 DIREÇÕES

Superfície crítica C

Tensão resistente de cálculo (1)

$$v_{Rd,máx} = 0,4v f_{cd}$$

$$v = 0,6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right]$$

Tensão solicitante de cálculo (2)

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_0 d} \quad u_0 = 2(C_1 + C_2)$$

$$\beta = 1 + 1,8 \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_z}\right)^2 + \left(\frac{e_z}{b_y}\right)^2}$$

$$e_y = \frac{M_{ED,y}}{V_{ED,y}} \quad e_z = \frac{M_{ED,z}}{V_{ED,z}}$$

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,máx}$$

Superfície crítica C'

Verificação da necessidade de armadura de punção
Sem armadura de punção

Tensão resistente de cálculo (3)

$$v_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} \left(1 + \sqrt{200/d} \right) (100\rho_1 f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp} \geq (v_{min} + 0,1\sigma_{cp})$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{ly}\rho_{lz}} \leq 0,02 \quad d = \frac{d_y + d_z}{2} \quad v_{min} = 0,035K^{3/2} f_{ck}^{1/2}$$

$$\sigma_{cy} = N_{Ed,y}/A_{cy}$$

$$\sigma_{cp} = (\sigma_{cy} + \sigma_{cz}/2)$$

$$\sigma_{cz} = N_{Ed,z}/A_{cz}$$

Tensão solicitante de cálculo (4)

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_1 d}$$

$$\beta = 1 + 1,8 \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_z}\right)^2 + \left(\frac{e_z}{b_y}\right)^2}$$

$$e_y = \frac{M_{ED,y}}{V_{ED,y}} \quad e_z = \frac{M_{ED,z}}{V_{ED,z}}$$

$$u_1 = 2(C_1 + C_2) + 4\pi d$$

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1}$$

Sim.

Não há necessidade de armadura de punção

OBSERVAÇÕES PARA LAJES
PROTENDIDAS:

$$v_{ED,ef} = v_{ED} - v_{PD}$$

$$v_{PD} = \frac{\sum P_{k,inf,i} s \sin \alpha_i}{ud}$$

Considerar cabos de protensão inclinados que atravessam o contorno em questão e que passam a menos de $d/2$ da face do pilar

Não.

Armar para punção

Tensão solicitante de cálculo (5)

Calculado como em (4)

Tensão resistente de cálculo (6)

$$v_{Rd,cs} = 0,75v_{Rd,c} + \frac{1,5d A_{sw} f_{ywd,ef} s \sin \alpha}{s_r u_1 d}$$

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c}$$

EN 1992-1-1 2004
PILAR DE BORDA COM MOMENTO PERPENDICULAR À BORDA

Superfície crítica C

Tensão resistente de cálculo (1)

$$v_{Rd,max} = 0,4v_{fcd}$$

$$v = 0,6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right]$$

Tensão solicitante de cálculo (2)

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_0 d} \quad u_0 = C_2 + 3d \leq C_2 + 2C_1$$

$$\beta = 1 + K \frac{M_{ED}}{V_{ED}} \times \frac{u_1^*}{W_1^*} \quad W_1^* = C_2^2/4 + C_1 C_2 + 4C_1 d + 8d^2 + \pi d C_2$$

$$u_1^* = C_2 + 2\pi d + 2a \quad a \leq \begin{cases} 1,5d \\ 0,5C_1 \end{cases}$$

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,max}$$

Superfície crítica C'

Verificação da necessidade de armadura de punção
Sem armadura de punção

Tensão resistente de cálculo (3)

$$v_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} \left(1 + \sqrt{200/d} \right) (100\rho_1 f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp} \geq (v_{min} + 0,1\sigma_{cp})$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{ly}\rho_{lz}} \leq 0,02 \quad d = \frac{d_y + d_z}{2} \quad v_{min} = 0,035K^{3/2} f_{ck}^{1/2}$$

$$\sigma_{cy} = N_{Ed,y}/A_{cy}$$

$$\sigma_{cp} = (\sigma_{cy} + \sigma_{cz}/2)$$

$$\sigma_{cz} = N_{Ed,z}/A_{cz}$$

Tensão solicitante de cálculo (4)

$$v_{Ed} = \frac{\beta V_{Ed}}{u_1^* d}$$

$$\beta = 1 + K \frac{M_{ED}}{V_{ED}} \times \frac{u_1^*}{W_1^*}$$

$$W_1^* = C_2^2/4 + C_1 C_2 + 4C_1 d + 8d^2 + \pi d C_2$$

$$u_1^* = C_2 + 2\pi d + 2a \quad a \leq \begin{cases} 1,5d \\ 0,5C_1 \end{cases}$$

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c}$$

Sim.

Não.

Não há necessidade de armadura de punção

OBSERVAÇÕES PARA LAJES
PROTENDIDAS:

$$v_{ED,ef} = v_{ED} - v_{PD}$$

$$v_{PD} = \frac{\sum P_{k,inf,i} \text{sen} \alpha_i}{ud}$$

Considerar cabos de protensão inclinados que atravessam o contorno em questão e que passam a menos de 2d da face do pilar

Armar para punção

Tensão solicitante de cálculo (5)

Calculado como em (4)

Tensão resistente de cálculo (6)

$$v_{Rd,cs} = 0,75v_{Rd,c} + \frac{1,5d A_{sw} f_{ywd,ef} \text{sen} \alpha}{s_r u_1 d}$$

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c}$$

EN 1992-1-1 2004
PILAR DE CANTO

Superfície crítica C

Tensão resistente de cálculo (1)

$$v_{Rd,m\acute{a}x} = 0,4v f_{cd}$$

$$v = 0,6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right]$$

Tensão solicitante de cálculo (2)

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_0 d} \quad u_0 = 3d \leq C_1 + C_2$$

$$\beta = \frac{u_1}{u_1^*} \quad u_1 = C_1 + C_2 + \pi d$$

$$u_1^* = a_1 + a_2 + \pi d$$

$$a_1 \leq \begin{cases} 1,5d \\ 0,5C_1 \end{cases} \quad a_2 \leq \begin{cases} 1,5d \\ 0,5C_2 \end{cases}$$

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,m\acute{a}x}$$

Superfície crítica C'

Verificação da necessidade de armadura de punção
Sem armadura de punção

Tensão resistente de cálculo (3)

$$v_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} \left(1 + \sqrt{200/d} \right) (100\rho_1 f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp} \geq (v_{min} + 0,1\sigma_{cp})$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{ly}\rho_{lz}} \leq 0,02 \quad d = \frac{d_y + d_z}{2} \quad v_{min} = 0,035K^{3/2} f_{ck}^{1/2}$$

$$\sigma_{cy} = N_{Ed,y} / A_{cy}$$

$$\sigma_{cp} = (\sigma_{cy} + \sigma_{cz} / 2)$$

$$\sigma_{cz} = N_{Ed,z} / A_{cz}$$

Tensão solicitante de cálculo (4)

$$v_{Ed} = \frac{\beta V_{Ed}}{u_1^* d} \quad \beta = \frac{u_1}{u_1^*}$$

$$u_1 = C_1 + C_2 + \pi d$$

$$u_1^* = a_1 + a_2 + \pi d$$

$$a_1 \leq \begin{cases} 1,5d \\ 0,5C_1 \end{cases} \quad a_2 \leq \begin{cases} 1,5d \\ 0,5C_2 \end{cases}$$

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c}$$

Sim.

Não.

Não há necessidade de armadura de punção

OBSERVAÇÕES PARA LAJES
PROTENDIDAS:

$$v_{ED,ef} = v_{ED} - v_{PD}$$

$$v_{PD} = \frac{\sum P_{k,inf,i} \text{sen} \alpha_i}{ud}$$

Considerar cabos de protensão inclinados que atravessam o contorno em questão e que passam a menos de 2d da face do pilar

Tensão solicitante de cálculo (5)

Calculado como em (4)

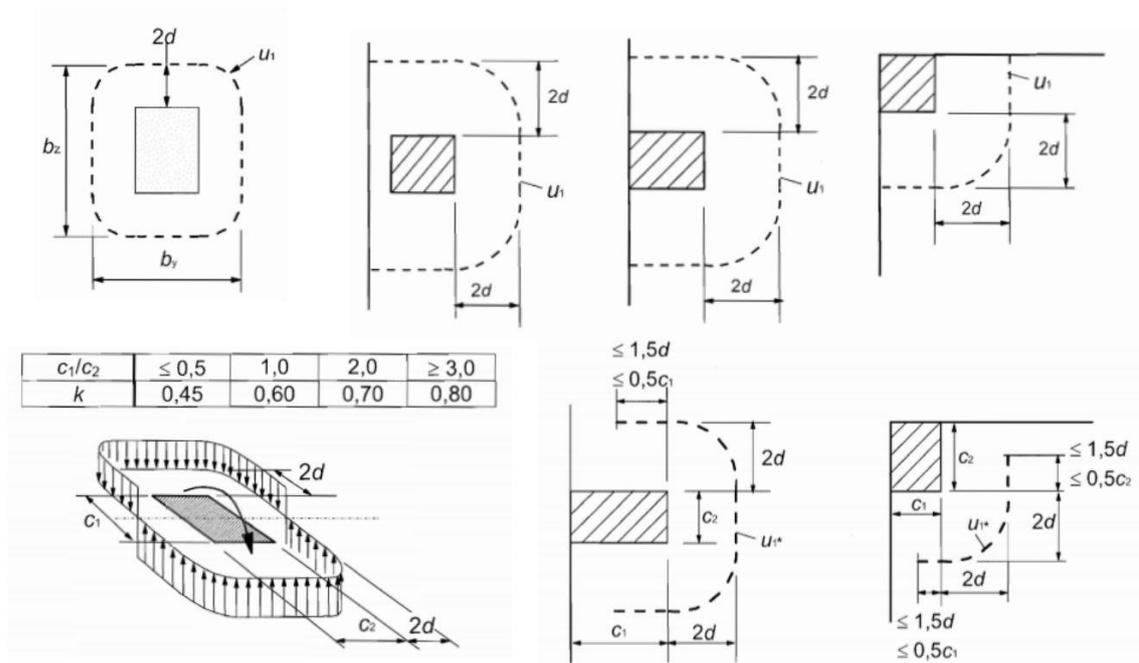
Tensão resistente de cálculo (6)

$$v_{Rd,cs} = 0,75v_{Rd,c} + \frac{1,5d A_{sw} f_{ywd,ef} \text{sen} \alpha}{s_r u_1 d}$$

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c}$$

Legendas

- f_{ck} - Valor de projeto da resistência à compressão do concreto
 f_{cd} - Resistência de cálculo do concreto a compressão
 d - Altura útil da laje
 ρ - Taxa de armadura passiva
 σ_{cp} - Tensão de compressão no concreto por carga axial ou pré-tensão
 $f_{ywd,ef}$ - Resistência de cálculo da armadura de punção, de acordo com $f_{ywd,ef} = 250 + 0,25 d \leq f_{ywd}$ [MPa]
 α - Ângulo entre a armadura de cisalhamento e o plano da laje
 s_r - Espaçamento radial dos perímetros da armadura de cisalhamento
 u_1 - Comprimento do perímetro de controle básico
 u_1^* - Perímetro de controle básico reduzido
 u_0 - Perímetro do contorno do pilar
 A_{sw} - Área de um perímetro de reforço de cisalhamento ao redor do pilar
 C_1 - Dimensão do pilar na direção da excentricidade
 C_2 - Dimensão do pilar na direção perpendicular à excentricidade
 V_{ed} - Força ou reação de punção de cálculo
 $V_{ed,ef}$ - Força ou reação de punção de cálculo efetiva
 K - coeficiente dependente da razão entre as dimensões do pilar C_1 e C_2 : sua valor é uma função das proporções do momento desequilibrado transmitido por cisalhamento desigual e por flexão e torção
 M_{ed} - Valor do projeto do momento fletor interno aplicado
 W_{p1} - corresponde a uma distribuição de cisalhamento e é uma função do o perímetro de controle básico u_1
 W_{p1}^* - corresponde a uma distribuição de cisalhamento e é uma função do o perímetro de controle básico reduzido u_1^*
 V_{pd} - Tensão de cisalhamento devida ao efeito de cabos de protensão que atravessam o contorno considerado e passam a menos de $2d$ da face do pilar na punção
 $V_{rd,max}$ - Valor de projeto da resistência máxima ao cisalhamento ao longo do controle seção considerada.
 $V_{rd,c}$ - Valor de projeto da resistência ao cisalhamento de uma laje sem cisalhamento reforço ao longo da seção de controle considerada.



ACI 318 2019

$f_{ck} \leq 34,5 \text{ MPa}$ e $0,86 \leq f_{pc} \leq 3,45 \text{ MPa}$ e Nenhuma seção está a menos de 4h de alguma continuidade da borda?

Sim.

Considerar a protensão no cálculo

Tensão resistente de cálculo, menor valor entre:

$$v_n = 0,29\lambda\sqrt{f_{ck}} + 0,3f_{pc} + \frac{V_p}{b_0d}$$

$$v_n = \beta_p \left(\frac{\sqrt{f_{ck}}}{12} \right) + 0,3f_{pc} + \frac{V_p}{b_0d}$$

$$\beta_p = 1,5 + \frac{\alpha_s d}{b_0}$$

$$d = (d_x + d_y)/2$$

$$b_{0,\text{pilar interno}} = 2(C_1 + d) + 2(C_2 + d)$$

$$b_{0,\text{pilar de borda}} = 2\left(C_1 + \frac{d}{2}\right) + (C_2 + d)$$

$$b_{0,\text{pilar de canto}} = C_1 + C_2 + d$$

Não.

Não considerar a protensão no cálculo

Tensão resistente de cálculo, menor valor entre:

$$v_n = \left(2 + \frac{4}{\beta}\right) \lambda_s \lambda \frac{\sqrt{f_{ck}}}{12}$$

$$v_n = \left(2 + \frac{\alpha_s d}{b_0}\right) \lambda_s \lambda \frac{\sqrt{f_{ck}}}{12}$$

$$v_n = \lambda_s \lambda \frac{\sqrt{f_{ck}}}{3}$$

Sendo:

$$\alpha_s = \begin{cases} 40 & \text{para pilar interno} \\ 30 & \text{para pilar de borda} \\ 20 & \text{para pilar de canto} \end{cases}$$

Tensão solicitante de cálculo

Pilar interno com momento em 1 direção e pilar de borda

$$v_{u,AB} = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v M_u c_{AB}}{J_c}$$

$$A_c = b_0 d$$

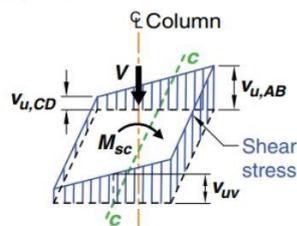
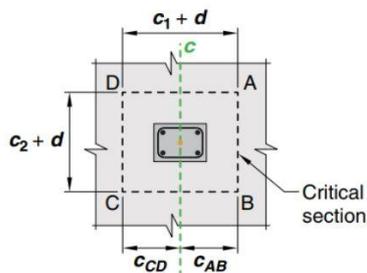
$$\gamma_v = (1 - \gamma_f)$$

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + (2/3) \cdot \sqrt{b_1/b_2}}$$

Pilar interno

$$J_c = \frac{d(C_1 + d)^3}{6} + \frac{(C_1 + d)d^3}{6} + \frac{d(C_2 + d)(C_1 + d)^2}{2}$$

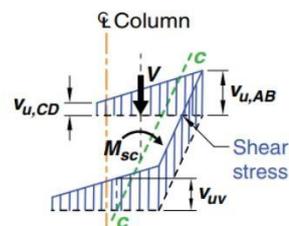
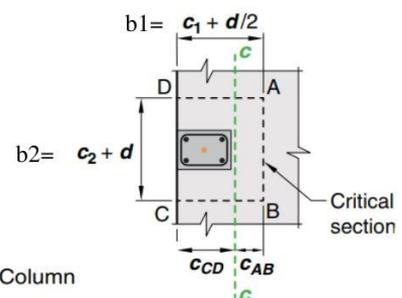
$$c_{AB} = \frac{c_1 + d}{2}$$



Pilar de borda

$$J_c = 2\left(\frac{b_1 d^3}{12}\right) + 2\left(\frac{b_1^3 d}{12}\right) + 2b_1 d \left(\frac{b_1}{2} - c_{AB}\right)^2 + (b_2 d)c_{AB}^2$$

$$c_{AB} = \frac{2(b_1 d)^{b_1/2}}{2(b_1 d) + b_2 d}$$



Tensão solicitante de cálculo
Pilar de canto ou interno com momento em 2 direções

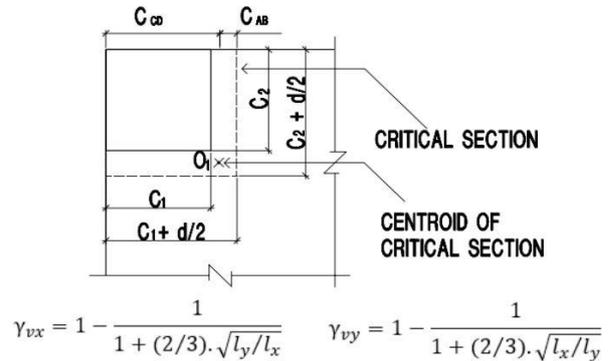
Pilar de canto

$$v_u = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_{vx} M_{ux} y}{J_x} + \frac{\gamma_{vy} M_{uy} x}{J_y}$$

$$J_c = \frac{(c_1 + d/2)d^3}{12} + \frac{(c_{AB}^3 + c_{CD}^3)d}{3} + d(c_2 + d/2)c_{AB}^2$$

$$c_{AB} = \frac{(c_1 + d/2)^2}{2} (c_1 + c_2 + d)$$

$$c_{CD} = (c_1 + d/2) - c_{AB}$$



Para o caso de pilar interno com momento em 2 direções, utilizar mesma fórmula de v_u que para pilar de canto, e calcular as demais variáveis (J_c , c_{AB} e c_{CD}) de acordo com as fórmulas para pilares internos

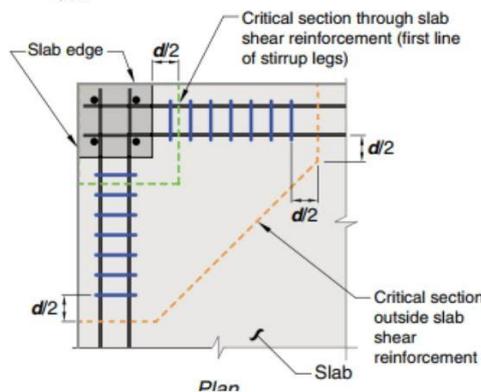
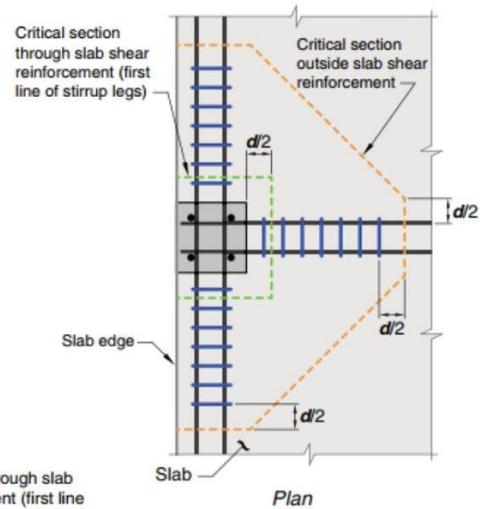
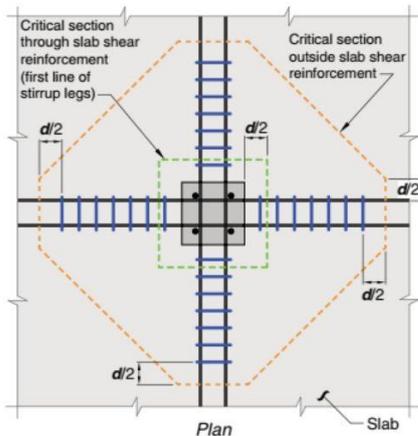
VERIFICAR NECESSIDADE DE ARMADURA PARA PUNÇÃO

Sim.
← $v_u \leq 0,75 v_n$ →
Não. Armar para punção

$A_v = \frac{(v_u/0,75 - v_n) b_o s}{f_{yt}}$

Não há necessidade de se utilizar armadura para punção

critical section checks are required at a distance $d/2$ beyond any point where variations in shear reinforcement occur, such as changes in size, spacing, or configuration.



Legendas

- Ac - área da seção de concreto resistindo à transferência de cisalhamento
- Asw – Área de um perímetro de reforço de cisalhamento ao redor do pilar
- bo - perímetro da seção crítica para cisalhamento bidirecional lajes
- C1 - Dimensão de pilar retangular na direção do vão para o qual os momentos estão sendo determinados
- C2 - Dimensão de pilar retangular na direção perpendicular do vão para o qual os momentos estão sendo determinados
- cAB / cCD - Distância do eixo centroide da seção crítica ao perímetro da área crítica seção na direção da análise, ver figuras
- d - Altura útil da laje
- fck - Valor de projeto da resistência à compressão do concreto
- fpc - tensão de compressão no concreto, após tolerância para todas as perdas de protensão, no centroide da seção transversal resistindo a cargas aplicadas externamente.
- fyt- Resistência ao escoamento do reforço transversal
- Jc - propriedade da seção crítica assumida análoga a momento polar de inércia
- Mu– Valor do projeto do momento fletor interno aplicado
- sr – Espaçamento radial dos perímetros da armadura de cisalhamento
- Vp - Componente vertical da força efetiva de protensão na seção considerada
- Vu Força ou reação de punção de cálculo
- γ_f - fator usado para determinar a fração de momento transferido pela flexão da laje para as ligações de pilar-laje
- γ_v - fator usado para determinar a fração de momento transferida por excentricidade de cisalhamento para as ligações pilar-laje
- λ - fator de modificação para refletir a redução das propriedades mecânicas do concreto leve em relação ao concreto de peso normal da mesma força de compressão
- λ_s - fator usado para modificar a resistência ao cisalhamento com base nos efeitos da profundidade do membro, comumente referido como fator de efeito de tamanho
- vn - tensão equivalente no concreto correspondente à força nominal de resistência ao cisalhamento bidirecional da laje
- vu - tensão de cisalhamento bidirecional máxima solicitante calculada ao redor do perímetro de uma determinada seção crítica