UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

VICTOR CARLOS TEIXEIRA DA COSTA

DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE PÓRTICOS PLANOS DE AÇO CONSIDERANDO LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS E ANÁLISE NÃO LINEAR GEOMÉTRICA

VITÓRIA

2020

VICTOR CARLOS TEIXEIRA DA COSTA

DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE PÓRTICOS PLANOS DE AÇO CONSIDERANDO LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS E ANÁLISE NÃO LINEAR GEOMÉTRICA

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Civil - área de concentração Estruturas, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Walnório Graça Ferreira

VITÓRIA

2020

Ficha catalográfica disponibilizada pelo Sistema Integrado de Bibliotecas - SIBI/UFES e elaborada pelo autor

---

Costa, Victor Carlos Teixeira da, 1982-

C837d Dimensionamento ótimo de pórticos planos de aço considerando ligações semirrígidas e análise não linear geométrica / Victor Carlos Teixeira da Costa. - 2020.

127 f. : il.

Orientador: Walnório Graça Ferreira.

Coorientador: Gines Arturo Santos Falcón.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

1. Otimização estrutural. 2. Análise estrutural (Engenharia). 3. Pórticos estruturais. 4. Aço - Estruturas. I. Ferreira, Walnório Graça. II. Falcón, Gines Arturo Santos. III. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Tecnológico. IV. Título.

CDU: 624

VICTOR CARLOS TEIXEIRA DA COSTA

DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE PÓRTICOS PLANOS DE AÇO CONSIDERANDO LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS E ANÁLISE NÃO LINEAR GEOMÉTRICA

Aprovada em 16 de dezembro de 2020, por:

Prof. Dr. Walnório Graça Ferreira

Orientador - Universidade Federal do Espírito Santo

Prof. Dr. Gines Arturo Santos Falcón

Coorientador - Universidade Estadual do Norte Fluminense

Prof. Dra. Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani

Examinador interno - Universidade Federal do Espírito Santo

Prof. Dra. Marta Monteiro da Costa Cruz

Examinador externo - Universidade Federal do Espírito Santo

Prof. Dr. Romilde Almeida de Oliveira

Examinador externo - Universidade Católica de Pernambuco

VITÓRIA

2020

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, porque sem ele nada é possível.

À minha esposa Poliane Cavalari pelo apoio incondicional, pela compreensão, incentivo e pela mãe maravilhosa que é. Sem ela a conclusão desta jornada não seria possível.

Ao meu filho Vicente, nascido em julho de 2020, e que faz os meus dias mais felizes e fez-me descobrir o verdadeiro amor incondicional de pai.

Aos meus pais Eliza e Delfim Costa por sempre me ensinarem que o melhor caminho para o crescimento é a busca por conhecimento através da educação e por sempre me apoiarem nos estudos.

Ao meu irmão Prof. Dr. Wagner Teixeira da Costa por me servir de inspiração como pesquisador e pai, à minha cunhada Beatriz e aos meus lindos afilhados João Gabriel e Maria.

Ao meu orientador Prof. Dr. Walnório Graça Ferreira por toda dedicação, pelos ensinamentos e pela amizade desde que fui seu orientando na iniciação científica em 2003.

Ao Prof. Dr. Gines Arturo Santos Falcón pelos valiosos esclarecimentos e que contribuíram com a conclusão deste trabalho.

Aos colegas da Transpetro pelo apoio e incentivo para o meu desenvolvimento.

“Nossas dúvidas são traidoras e nos fazem perder o que, com frequência, poderíamos ganhar, por simples medo de arriscar.”

Willian Shakespeare

RESUMO

A competitividade e a busca do mercado por estruturas mais leves e com isto mais econômicas tem incentivado a busca por soluções computacionais otimizadas e de menor custo, obtendo assim a melhor solução entre as inúmeras possíveis. A consideração da flexibilidade das ligações juntamente com o comportamento não linear dos pórticos de aço pode ser utilizada com este objetivo sem comprometer a segurança estrutural. Esta dissertação tem como objetivo apresentar um estudo de dimensionamento ótimo em relação ao custo de pórticos planos em aço com ligações semirrígidas utilizando *Algoritmos Genéticos* e o modelo matemático de Frye e Morris para o cálculo da rigidez das ligações. É realizada uma revisão bibliográfica e da fundamentação teórica dos conceitos de ligações semirrígidas e de análise estrutural elástica não linear geométrica de estruturas reticuladas (análise de segunda ordem) pelo método da rigidez, apresentação das restrições de cálculo no dimensionamento do pórtico atendendo aos requisitos da norma brasileira NBR 8800:2008, conceitos e terminologias dos Algoritmos Genéticos, suas vantagens e desvantagens e comparação em relação aos métodos determinísticos, e as modelagens matemáticas e computacionais em ambiente MATLAB elaboradas utilizando banco de dados de perfis I ou H laminados e de componentes comerciais de ligações viga-pilar. No final são mostrados estudos comparativos com os resultados obtidos por esta dissertação com os de outros trabalhos similares encontrados na literatura.

Palavras-chave: Otimização Estrutural, Pórticos em Aço, Ligações Semirrígidas, Algoritmos Genéticos

ABSTRACT

Competitiveness and the market search for lighter and more economical structures the search for optimized and less costly computing solutions, obtaining the best solution among the countless possible ones. The consideration of the flexibility of the connections together with the nonlinear behavior of steel frames can be used for this purpose without compromising the structural safety. The purpose of this work is to present an optimal design study in relation to the cost of steel frames with semi-rigid connections using *Genetics Algorithms* and mathematical model of Frye and Morris. A bibliographic review and the theoretical foundation of the concepts of semi-rigid connections and geometric non-linear elastic analysis of reticulated structures (second order analysis) is carried out by the stiffness method, presentation of the standard restrictions in the design of the portal meeting the requirements of the Brazilian standard NBR 8800:2008, concepts and terminologies of Genetic Algorithms, their advantages and disadvantages and comparison in relation to deterministic methods, and mathematical and computational modeling in MATLAB environment using a commercial database of rolled I or H sections and commercial components of beam-column connections. At the end, comparative studies are shown with the results obtained by this work with of other similar works found in the literature.

Key words: Structural Optimization, Steel Frames, Semi-rigid connections, Genetic Algorithm.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

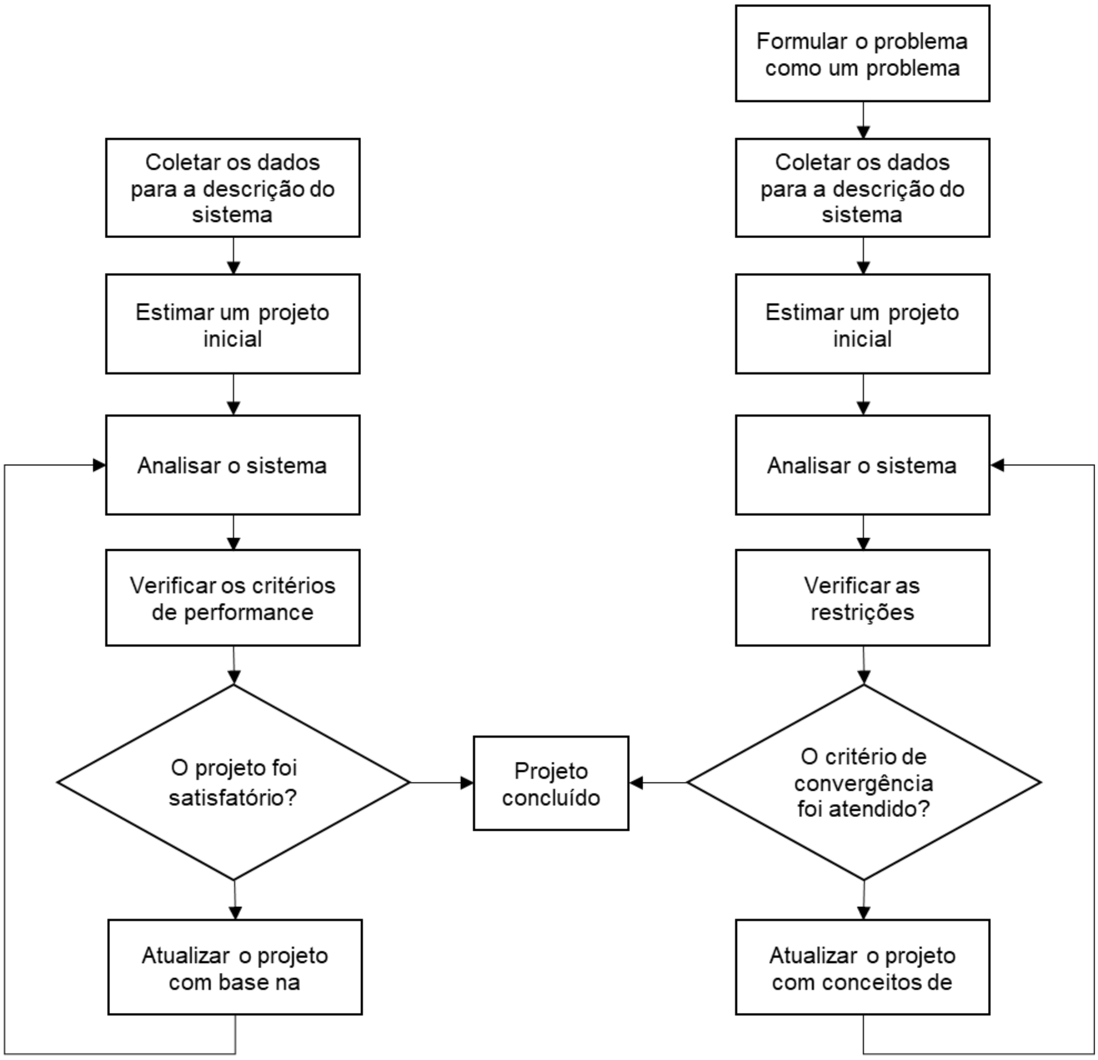
Ao longo das últimas décadas a engenharia civil desenvolveu-se de tal forma que possibilitou a construção de edifícios cada vez mais eficientes, com disponibilidade de sofisticados sistemas de análise estrutural. E o desenvolvimento das ferramentas computacionais tem auxiliado aos pesquisadores e engenheiros na busca de soluções de cálculos de estruturas cada vez mais leves sem prejuízo ao conforto e a segurança do usuário da edificação.

Tradicionalmente projetar uma estrutura é um processo iterativo, o que implica analisar diversos modelos de estruturas um após o outro até ser obtido um projeto aceitável. No processo do desenvolvimento do projeto convencional, o engenheiro estima um modelo de estrutura com base em sua experiência, intuição ou por algumas análises matemáticas simples. O modelo de estrutura é então analisado para se determinar se é aceitável ou não. Em caso positivo, o processo termina. No projeto estrutural otimizado o modelo da estrutura é analisado para determinar se este é o “melhor”, o que pode ser em relação ao custo-benefício, eficiência, confiabilidade e durabilidade. A Figura 1.1 apresenta os fluxos de um projeto convencional e de um projeto otimizado (ARORA, 2017).

Matematicamente, a otimização consiste em um conjunto de procedimentos que minimizem ou maximizem uma função, sujeita a restrições, com um ou mais objetivos. A otimização pode ser compreendida na aplicação de métodos que buscam a melhor opção dentre as diversas possíveis baseados em critérios previamente estabelecidos. (SALLES, 2018).

Além da busca por dimensionamentos estruturais mais otimizados, pesquisadores têm estudado métodos de cálculos estruturais que se aproximem cada vez mais do comportamento mecânico real da estrutura. Um dos temas pesquisados é a consideração da flexibilidade das ligações viga-pilar nas estruturas em aço, o que influencia na distribuição dos esforços internos das estruturas e consequentemente no seu comportamento mecânico, identificados em vários estudos como Chen e Kishi (1989), Chan e Chui (2000), Kameshi e Saka (2001), Kartal et. al. (2010), Sánchez-Olivares e Espín (2013) e Falcón e Montrull (2014).

Figura 1.1 – Comparação entre o projeto convencional e o projeto otimizado



Projeto Convencional Projeto otimizado

Fonte: adapt. Arora (2017)

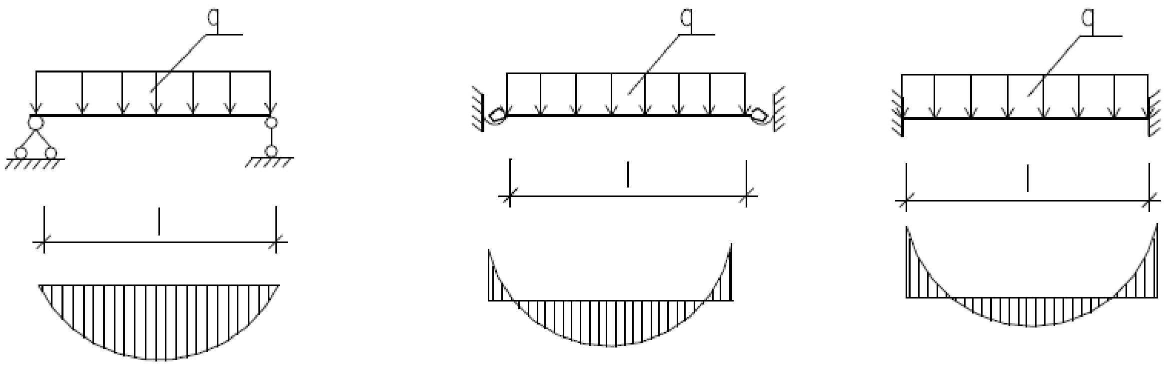
Usualmente o cálculo para o dimensionamento de estruturas em aço como pórticos, por exemplo, são consideradas conceitualmente apenas dois tipos de ligações: rígidas ou articuladas. Porém, ensaios realizados demonstram que em ligações reais possuem uma certa flexibilidade e rigidez rotacional, sendo consideradas como ligações semirrígidas.

As estruturas como pórticos podem ser classificados como indeslocáveis e deslocáveis lateralmente. No primeiro o deslocamento lateral da estrutura é restringida por estruturas de contraventamento, enquanto que no segundo a própria estrutura é dimensionada de modo que o deslocamento lateral fique dentro dos limites estabelecidos por normas. Os deslocamentos laterais das estruturas não contraventadas podem ser controlados através das rigidezes das ligações entre as vigas e pilares. A consideração de ligações como rígidas, de um lado reduz o deslocamento lateral, porém por outro lado os esforços rotacionais internos de uma ligação rígida são maiores que em uma ligação semirrígida, o que pode levar a um aumento de custo com os materiais aplicados nas ligações e na mão de obra.

No caso de vigas bi apoiadas, a flecha e momento fletor no meio do vão em vigas com ligações articuladas são maiores que em vigas com ligações semirrígidas, e estes últimos maiores do que em vigas com ligações rígidas. Em compensação, quanto maior a rigidez das ligações, maior será momento fletor aplicado nas extremidades. A Figura 1.2 ilustra os efeitos da rigidez nas ligações das vigas em relação aos momentos fletores. O processo de cálculo otimizado considerará qual é a combinação mais eficiente de perfis e ligações, de modo que se tenha um modelo de estrutura mais leve.

Figura 1.2 – Efeitos da rigidez nos momentos fletores nos apoios da viga

(a) viga biapoiada (b) viga com apoios semirrígidos (c) viga biengastada



Fonte: Van, Quyen e Thuy (2019)

A Norma Brasileira NBR-8800:2008 (ABNT, 2008), classifica a ligação viga-pilar em relação a sua rigidez rotacional como articulada, semirrígida e rígida, porém permite considerar a rigidez da ligação constante no caso de análise elástica da estrutura. A NBR-8800:2008 informa que a rigidez rotacional da ligação pode ser determinada de acordo com o Eurocode 3 Part 1-8 (CEN, 2005) ou por processos experimentais.

Segundo Chen e Lui (1991), diversos ensaios experimentais foram realizados com variados tipos de ligações entre vigas e pilares. Os resultados destes ensaios permitiram a proposição de vários modelos de curvas para a relação M-θ_r, como os lineares, polinomiais, *B-spline* cúbica, modelos de potência e exponenciais.

No presente trabalho são avaliados pórticos planos em aço deslocáveis considerando as ligações entre vigas e pilares como semirrígidas e realização de análise elástica não linear (efeitos de 2ª ordem). Para a definição da rigidez rotacional é utilizado o modelo polinomial proposto por Frye e Morris (1975, apud CHEN, KISHI e KOMURO, 2011) para uma ligação com chapa de extremidade estendida, soldada na viga e parafusada na mesa do pilar. Para o processo de otimização foi adotado o método heurístico denominado Algoritmo Genético, por ser um dos mais utilizados nas pesquisas de otimização de estruturas. A técnica do Algoritmo Genético é baseada na teoria da evolução natural das espécies proposto por Darwin, na qual o indivíduo mais apto é selecionado dentro de uma população para se obter a melhor solução do problema determinada função objetivo, obedecendo aos critérios de restrições de projeto. No caso deste trabalho, a função objetivo é o custo da estrutura (perfis e ligações) e as restrições são as verificações em relação à resistência, estabilidade, rigidez e limitações dimensionais dos elementos, conforme os critérios estabelecidos pela NBR 8800:2008.

As rotinas computacionais foram implementadas no MATLAB®, utilizando como referência a rotina de domínio público CALFEM (AUSTRELL et al., 2004) e a solução proposta por Xu (2000), esta última para a análise matricial das vigas com ligações semirrígidas. Foi utilizado o Algoritimo Genético disponibilizado no *toolbox Global Optimization* do MATLAB®.

Foi utilizado como banco de dados o catálogo de perfis laminados da Gerdau (GERDAU, 2018), diâmetro de parafusos e espessuras de chapas comerciais para as ligações entre vigas e pilares.

Para validação dos resultados obtidos foram realizadas comparações com outros estudos publicados com temas em comum aos apresentados neste trabalho, visando identificar as diferenças encontradas e propor outros temas para trabalhos futuros.

1.1 OBJETIVO GERAL

O presente trabalho tem como objetivo principal desenvolver uma metodologia otimização estrutural com Algoritmos Genéticos por meio de análises de segunda ordem de pórticos planos em aço não contraventados com ligações semirrígidas com chapas de extremidade estendida entre vigas e pilares.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Analisar as restrições de projeto e dimensionar pórticos planos deslocáveis, conforme recomendado pela NBR 8800 (ABNT, 2008);
- Utilizar como base de dados a tabela de perfis estruturais laminados do tipo I e H da Gerdau;
- Propor ligação com chapa estendida para conexão entre vigas e pilares;
- Analisar estaticamente a estrutura de pórtico plano através de análise elástica não linear geométrica, considerando os efeitos de 2ª ordem e a semirrigidez das ligações;
- Formular o problema de otimização através da função objetivo definida pelo custo da estrutura, referente a somatória do peso das vigas e pilares e do peso equivalente das ligações entre as vigas e pilares, multiplicado por um custo unitário ao peso do aço.

1.3 JUSTIFICATIVA

A motivação para o trabalho e pesquisa sobre este tema surgiu após estudo dos conceitos de estruturas de aço e implementação de rotinas computacionais a nível de mestrado e por sugestão do professor orientador, sendo este um assunto de grande importância na concepção, dimensionamento de estruturas e otimização de estruturas de aço e ainda pouco explorado por pesquisadores a nível estadual e nacional.

É corrente no dimensionamento de estruturas metálicas os engenheiros desenvolverem os projetos na base da tentativa e erro, com base em especificações de cálculo e em sua experiência, buscando sempre um menor consumo de recursos naturais, e consequentemente, um menor custo da estrutura. Entretanto, as empresas construtoras têm realizado uma busca incessante por redução de custo e tempo na execução de uma obra, o que tem obrigado os escritórios de projetos dimensionarem estruturas leves, de menor custo e em tempo reduzido. Devido a esse cenário, em conjunto com a existência de computadores com capacidade de processamento superiores ao que se tinha em um passado não muito distante, tem surgido soluções automatizadas computacionais utilizando como conceito técnicas de otimização através de métodos heurísticos e a aproximação dos cálculos estruturais ao comportamento mecânico real da estrutura.

Dentre os inúmeros métodos heurísticos existentes na literatura, o que se destaca pela eficiência e que é objetivo de pesquisa deste trabalho, é aquele baseado em Algoritmos Genéticos. A proposta de tais algoritmos foi inspirada no princípio da seleção natural de indivíduos, onde o mais 'apto' tende a sobreviver e se reproduzir, passando seu código genético para a próxima geração. O Algoritmo Genético foi escolhido para este trabalho por ser um dos mais utilizados nas pesquisas de otimização dentro da área de engenharia e por ser de fácil implementação computacional, tendo inclusive um módulo próprio (*toolbox*) dentro do MATLAB®. Aliado ao processo de otimização, a consideração de uma certa flexibilização da rigidez rotacional de ligações que convencionalmente são tratadas como rígidas, pode reduzir os custos com os materiais aplicados e com a mão de obra.

Nesse intuito, tem-se a necessidade de se criar uma metodologia computacional de fácil entendimento e consulta expondo os métodos existentes, mostrando transparência em todos os cálculos realizados, além de comparar os resultados com outras pesquisas e os encontrados por este trabalho, para que possíveis falhas e dificuldades na obtenção dos dados e resultados possam ser melhores discutidas e aprimoradas futuramente.

1.4 METODOLOGIA

A metodologia aplicada neste trabalho consistiu nos seguintes itens:

- Realizar uma revisão bibliográfica dos assuntos relativos ao problema desta pesquisa. A revisão bibliográfica está descrita nos capítulos 2 ao 5;

- Criar uma metodologia computacional em ambiente MATLAB® de otimização estrutural por Algoritmo Genético por meio de análise estrutural de 2ª ordem de pórticos planos em aço com ligações semirrígidas;
- Comparar os resultados obtidos com os de outros trabalhos publicados;
- Escrever e apresentar a dissertação com os resultados obtidos.

1.5 ESTADO DA ARTE

O primeiro estudo sobre otimização estrutural foi proposto por Maxwell por volta de 1890, que utilizou os conceitos da teoria da elasticidade para obter as linhas de tensões principais de uma estrutura sujeita a restrições de deslocamento. Os elementos da estrutura seriam projetados alinhados a estas linhas de tensões principais, de modo que estes estariam sujeitos somente a esforços de tração e compressão. Apesar dos resultados obtidos serem surpreendentes para a época, a sua aplicação prática foi considerada complexa pela forma obtida das estruturas. Michell em 1904 deu continuidade à pesquisa de Maxwell, utilizando os seus conceitos de tensões principais para outros tipos de estruturas com objetivo de se obter o menor peso (apud SOMMER, 2010).

Nos anos 50 e 60 pesquisadores iniciaram simulações computacionais de sistemas genéticos, mas o primeiro texto publicado com a fundamentação dos Algoritmos Genéticos foi o livro de Holland em 1975 intitulado *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Os objetivos de Holland era explicar exaustivamente os processos de adaptação dos sistemas naturais, conforme teoria da evolução das espécies proposto por Darwin no século XIX, e criar rotinas computacionais artificiais que mantivesse os importantes mecanismos dos sistemas naturais. A popularização dos Algoritmos Genéticos, no entanto, coube a David Goldberg, um dos mais notáveis alunos de John Holland. Goldberg (1989) comparou os métodos de otimização tradicionais com o método de otimização por Algoritmos Genéticos, citando como principais diferenças a codificação de um conjunto de variáveis e não as variáveis por si só, procura por uma população de pontos e não por um ponto singular somente, utilização de informações da função objetivo sem necessitar de informações de gradiente e utilização de regras de transição probabilísticas, e não por regras determinísticas que utilizam informações do gradiente da função.

Com o desenvolvimento do processamento dos computadores e de ferramentas de programação a partir dos anos 1980, novas técnicas heurísticas de otimização foram propostas, facilitando o acesso ao público acadêmico e comercial, observando as suas crescentes utilização na área de otimização estrutural.

Levando em consideração a evolução histórica dos estudos voltados para a modelagem de ligações semirrígidas, Wilson e Moore em 1917 avaliaram a rigidez rotacional de ligações viga-coluna com utilização de rebites, após este, inúmeros trabalhos têm sido realizados com o intuito de se investigar o comportamento real das ligações viga-coluna (FERREIRA JR, 2018). Entre 1931 e 1936, um grupo liderado por Batho realizaram diversos testes com ligações rebitadas para encontrar a relação entre o momento aplicado e a rotação correspondente, sendo os pioneiros nesta análise (MONFORTON, 1962).

Monforton (1962) propôs em sua dissertação de mestrado a introdução dos efeitos das ligações semirrígidas nas matrizes de rigidez na análise de pórticos.

Diversos estudos foram publicados com o objetivo de criar uma modelagem entre o momento aplicado M e a rotação da ligação θ_r. Segundo Chen e Lui (1991), estudos analíticos do comportamento das ligações usando técnicas de elementos finitos foram publicados (KRISHNAMURTHY *et al.,* 1979 e PATEL;CHEN, 1984, apud CHEN;LUI, 1991), porém tanto o tempo e o custo computacional envolvidos quanto a incerteza inerente na análise tornaram estas técnicas analíticas inaceitáveis na prática. As propostas mais usuais de se relacionar M-θ_r foram através da interpolação de dados obtidos em ensaios com diversos tipos de ligações. Esses ensaios proporcionaram um grande banco de dados para o desenvolvimento de vários modelos M-θ_r. A Tabela 1.1 mostra o número de ensaios realizados para diferentes tipos de ligações (CHEN;KISHI;KOMURO, 2011).

Tabela 1.1 – Autor e quantidade de ensaios experimentais realizados para determinação das curvas *M*-θ_r para cada tipo de ligação

(continua)

Tipo de ligação	**Referências (autor, ano)**	**Quantidade de ensaios**
Ligações com cantoneiras simples ou chapas simples na alma	S. L. Lipson (1968)	30
	L. E. Thompson *et al.* (1970)	12
	S. L. Lipson (1977)	8
	R. M. Richard *et al.* (1982)	4
Ligações com cantoneiras duplas na conectadas na alma da viga	J. C. Rathbun (1936)	7
	W. C. Bell *el al.* (1958)	4
	C. W. Lewitt *et al*. (1966)	6
	W. H. Sommer (1969)	4
	L. E. Thompson *et al*. (1970)	48
	B. Bose (1981)	1
	J. B. Davison *et al.* (1987)	2
	J. G. Yang e G. Y. Lee (2007)	3
Ligações com cantoneiras conectadas nas mesas superior e inferior e com cantoneiras duplas conectadas na alma da viga	J. C. Rathbun (1936)	2
	A. Azizinamini *et al.* (1985)	20
	C. W. Roeder *et al.* (1996)	1
	A. S. Elnashai *et al.* (1998)	1
	Z. Fu *et al.* (1998)	4
	L. Calado *et al.* (2000)	3
	M. Komuro *et al.* (2002)	2
Ligações com cantoneiras conectadas nas mesas superior e inferior da viga	J. C. Rathbun (1936)	2
	R. A. Hechtman *et al.* (1947)	12
	S.M. Maxwell et al. (1981)	12
	M. J. Marley (1982)	26
	J. B. Davison *et al.* (1987)	1
	A. Azizinamini (1985)	2
	W. L. Harper Jr. (1990)	1
	J. B. Mander *et al.* (1994)	4
	C. Bernuzzi *et al.* (1996)	1
	N. Kubo *et al.* (1999)	5
	M. Komuro *et al.* (2002)	1
	Y. Sato *et al.* (2007)	6

Tabela 1.1 – Autor e quantidade de ensaios experimentais realizados para determinação das curvas M-θ_r para cada tipo de ligação

(continuação)

Tipo de ligação	Referências (autor, ano)	Quantidade de ensaios
Ligações com chapas de extremidade estendidas	L.G. Johnson *et al.* (1960)	1
	A. N. Sherbourne (1961)	5
	J. R. Bailey (1970)	26
	J. O. Surtees e A. P. Mann (1970)	6
	J. A. Packer e L. J. Morris (1977)	3
	S. A. Ioannides (1978)	6
	R. J. Dews (1979)	3
	P. Grundy *et al.* (1980)	2
	N. D. Johnstone e W. R. Walpole (1981)	8
	A. Mazroi (1983, 1984)	24
	Y. L. Yee (1984)	16
	D. B. Moore e P. A. C. Sims (1986)	2
	J. B. Davison *et al.* (1987)	1
	R. Zandonini e P. Zanon (1987)	9
	L. F. L. Ribeiro *et al*. (1998)	24
	B. Bose et al. (1996)	9
	L. R. O. Lima (2003)	7
	A. M. Girão Coelho (2004, 2007)	11
	J. M. Cabrero e E. Bayo (2007)	2
	G. Shi *et al.* (2007)	1
Ligações com chapas de extremidade compactas	J. R. Ostrander (1970)	24
	J. Phillips e J. A. Packer (1981)	5
	P. Zoetemeijer (1981)	7
	J. B. Davison *et al.* (1987)	3
	C. Bernuzzi *et al.* (1996)	1
	B. Bose *et al.* (1996)	9
	N. D. Brown e D. Anderson (2001)	1
	A. W. Thomson e B. M. Broderick (2002)	3
	A. M. Girao Coelho e F.S. K. Bijlaard (2007)	4
	G. Shi *et al.* (2007)	1
Ligações com chapas de extremidade soldadas na alma	W. H. Sommer (1969)	20
	J. B. Davison *et al.* (1987)	1
	A. K. Aggarwal (1990)	5

Fonte: Chen, Kishi e Komuro (2011)

A partir dos anos de 1990, diversos trabalhos de otimização de estruturas em aço com ligações semirrígidas foram publicados, proporcionados pela evolução das ferramentas computacionais.

Xu e Grierson (1993) mostraram os resultados do estudo de dimensionamento ótimo automatizado de pórticos planos em aço. Nesse estudo a análise estrutural foi realizada através da aplicação da matriz de rigidez de 1ª ordem modificada por uma matriz de correção proposta por Monforton e Wu (1963, apud XU;GRIERSON, 1993) devido a influência das ligações semirrígidas nos elementos estruturais. Nesse mesmo trabalho, os autores propuseram a otimização com base no custo dos elementos e das ligações levando-se em conta o comportamento semirrígido das ligações (a rigidez rotacional da ligação influencia em seu custo). Essa proposta de otimização baseada no custo da estrutura semirrígida vendo sendo utilizada por diversos autores em suas pesquisas.

Simões (1996) apresentou estudo de análise de pórticos planos com ligações semirrígidas com a aplicação da matriz de rigidez de 1ª ordem modificada. O método segmental utilizando programação linear foi o adotado para o processo de otimização.

O estudo de Dhillon e O'Malley III (1999) propôs um processo iterativo através de análise computacional para o dimensionamento de pórticos planos em aço com ligações semirrígida. Nesta análise foram considerados os efeitos de 2ª ordem pela não linearidade geométrica. Para a determinação da rigidez das ligações foi utilizado o modelo polinomial proposto por Frye e Morris (1975, apud DHILON;O'MALLEY III, 1999). Apesar de não ter sido implementado um processo de otimização, o programa desenvolvido por este estudo permite a escolha pelo usuário os elementos estruturais que serão os mais econômicos para o projeto.

Kameshi e Saka (2001) e Kameshi e Saka (2003) apresentaram estudo de otimização por Algoritmos Genéticos de pórticos planos em aço não contraventados com ligações semirrígidas, utilizando o modelo polinomial de Frye e Morris (1975, apud KAMESHI; SAKA, 2003) para a análise da relação M-θ_r. Nestes estudos foram considerados o efeito P-Δ na estrutura, e realizados análises lineares e não lineares para 3 modelos diferentes de pórticos planos, e para cada modelo e tipo de análise o dimensionamento ótimo para ligações rígidas e para 3 modelos diferentes de ligações considerando as suas rigidezes rotacionais. No final é realizado um estudo comparativo dos custos ótimos obtidos para cada análise.

Hayalioglu e Degertekin (2005) fizeram um estudo similar ao de Kameshi e Saka (2003), porém considerando as bases dos pilares dos pórticos como semirrígidos e realização de um estudo comparativo para 8 modelos diferentes de ligações semirrígidas entre vigas e pilares.

Sanchez-Olivares e Espín (2013) descreveram um prático método numérico computacional para o dimensionamento otimizado pelo custo mínimo de pórticos planos em aço com ligações semirrígidas. A rotina computacional realiza a análise estrutural pelo Método das Componentes conforme descrito na norma Eurocode 3, e o Algoritmo Genético para o processo de otimização do custo, conforme proposto por Xu e Grierson (1993).

Falcón e Montrull (2014) propuseram o dimensionamento ótimo de ligações semirrígidas em pórticos de aço através do modelo de “Pórtico Auxiliar”. Esse modelo torna possível o cálculo da Faixa de Rigidezes Viável (FRV) proposto por Faella *et al.* (2000, apud Falcón e Montrull, 2014) levando em consideração a rotação dos pilares, permitindo a sua aplicação em pórticos de vários vãos e vários pavimentos. O “Pórtico Auxiliar” torna possível o uso de técnicas de otimização multinível, o que permite a otimização local da ligação de forma isolada do resto da estrutura e a definição dos perfis estruturais ótimos de acordo com o momento fletor solicitante e a *FRV* da ligação, enquanto que a otimização a nível global utiliza as soluções ótimas locais obtidas para a otimização dos esforços globais da estrutura, permitindo um custo computacional mais eficiente, uma vez que os tamanhos dos problemas de otimização global e local são reduzidos.

Artar e Daloğlu (2015) fizerem um estudo comparativo ao apresentado Hayalioglu e Degertekin (2005), acrescentando neste estudo a consideração da influência das lajes de concretos sobre as vigas de aço (vigas mistas).

Em sua dissertação de mestrado, Ferreira Jr. (2018) deu continuidade a pesquisa de Santos (2016) considerando os efeitos das ligações semirrígidas nos pórticos planos em aço no dimensionamento ótimo por Algoritmo Genético. Em sua pesquisa, Ferreira Jr. (2018) implementou uma rotina computacional no ambiente MATLAB® para o cálculo das respostas mecânicas da estrutura através de análise linear primeiramente e em seguida análise do comportamento não linear geométrico da estrutura, de acordo com as prescrições da NBR 8800 (ABNT, 2008). Os resultados do dimensionamento ótimo dos pórticos estudados foram comparados com os de outras pesquisas.

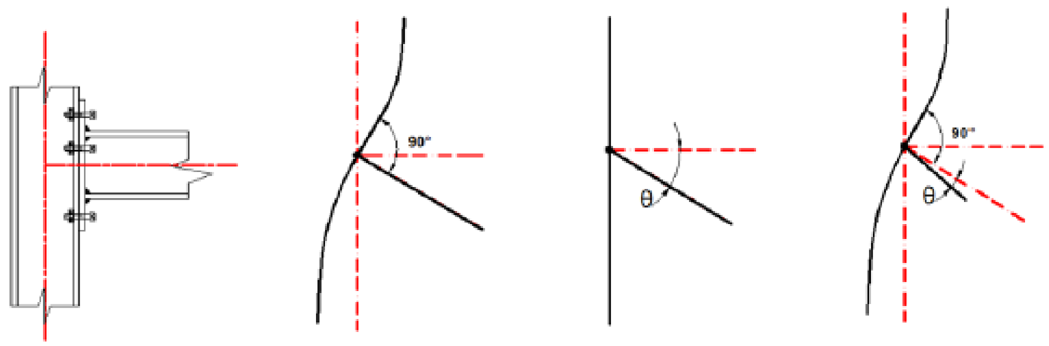
Shallan, Maaly e Hamdy (2020) fizerem um estudo de projeto ótimo de pórticos planos em aço com ligações entre vigas e pilares e apoios semirrígidos com otimização baseado em Biogeografia e por Algoritmo Genético. Para a simulação das ligações semirrígidas entre vigas e pilares foi utilizado o modelo polinomial proposto por Frye e Morris e o dimensionamento conforme a norma AISC-LRFD (AISC, 2016). Os resultados obtidos nos pórticos utilizados como exemplos foram comparados com os de outros trabalhos publicados.

2. LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS ENTRE PILARES E VIGAS

Geralmente na análise convencional das ligações de estruturas em aço as ligações são consideradas ou totalmente rígidas ou perfeitamente articuladas. Nas ligações rígidas não há descontinuidade significativa na rotação entre os elementos adjacentes e o momento fletor é transferido em sua totalidade (ou em um percentual bem significativo) da viga para o pilar. Nas ligações articuladas, as rotações dos elementos adjacentes são independentes, não havendo transmissão de momento fletor da viga para o pilar. Porém, como observado em diversos ensaios publicados, todas as ligações possuem algum grau de rigidez, ficando entre os casos extremos de ligações totalmente rígidas ou idealmente articuladas (CHEN;LUI, 1991).

A consideração das ligações como semirrígidas no dimensionamento das estruturas torna a avaliação mais realista, porém na prática algumas ligações podem ser consideradas como rígidas caso as suas rigidezes sejam tão grandes de modo que a rotação relativa entre os membros conectados seja insignificante, do mesmo modo que caso as ligações podem ser consideradas como flexíveis caso tenham rigidezes tão pequenas que são incapazes de transmitir momentos fletores significativos, permitindo uma rotação livre entre os membros conectados. A Figura 2.1 ilustra as diferenças das ligações em relação à rotação.

Figura 2.1 - Rotação de uma ligação entre vigas e pilares



(a) Ligação (b) Rígida (c) Flexível (d) Semirrígida

Fonte: Oliveira (2015)

2.1 CLASSIFICAÇÃO DAS LIGAÇÕES

Neste tópico será abordado a classificação das ligações conforme as normas Eurocode 3 Part 1-8 (CEN, 2005), ANSI/AISC 360-06 (AISC, 2016) e NBR 8800

(ABNT, 2008).

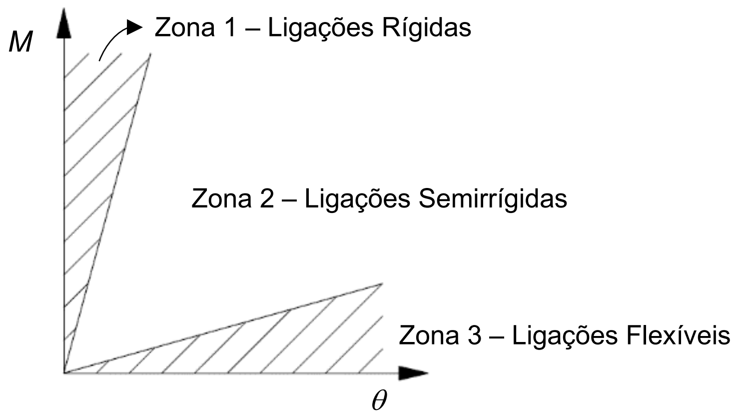
2.1.1 Classificação conforme Eurocode 3 Part 1-8 (CEN, 2005)

De acordo com o Eurocode 3 Part 1-8 (2005), as ligações podem ser classificadas em relação às suas rigidezes rotacionais e em relação às suas resistências.

2.1.1.1 Classificação em relação a rigidez rotacional

Conforme o Eurocode 3 Part 1-8 (2005), a ligação pode ser classificada como rígida, semirrígida ou flexível em relação a sua rigidez rotacional ao comparar o valor da rigidez rotacional inicial R_{ki} com os limites estabelecidos pela norma, conforme ilustrado na Figura 2.2.

Figura 2.2 – Zonas para classificação das ligações em relação a rigidez rotacional pelo Eurocode 3



Os limites estabelecidos pelo Eurocode 3 (2005) definem 3 zonas de classificação em relação à rigidez rotacional inicial, e dependem se a estrutura é contraventada ou não.

a) Zona 1 – Ligações rígidas: possuem rigidez suficiente para justificar a análise baseada em continuidade total. A ligação será classificada como rígida se:

$$R_{ki} \geq k_b \cdot E \cdot \frac{I_v}{L_v} \tag{2.1}$$

onde:

k_b = 8, para pórticos com sistema de contraventamentos nos quais reduzem o deslocamento em pelo menos 80%;

k_b = 25, para outros pórticos, desde que atendam ao critério da Equação (2.2).

$$\frac{K_V}{K_P} \geq 0{,}1 \qquad (2.2)$$

onde:

K_V é o valor médio de I_v/L_v para todas as vigas no topo do andar analisado;

K_P é o valor médio de I_p/L_p para todas os pilares do andar analisado.

Caso o critério da Equação (2.2) não seja atendido, as ligações deverão ser consideradas como semirrígidas.

b) Zona 2 – Ligações semirrígidas: são as ligações que não atendem aos critérios de ligações rígidas e flexíveis. As ligações nas Zonas 1 e 3 podem opcionalmente também serem tratadas como semirrígidas.

c) Zona 3 – Ligações flexíveis: são capazes de transmitir os esforços internos sem desenvolverem momentos fletores significantes que possam a vir a influenciar os elementos da estrutura como um todo, além de serem capazes de sofrerem rotações de acordo com a carga de projeto. Serão classificadas como flexíveis as ligações cuja a rigidez rotacional inicial atenderem ao critério da Equação (2.3).

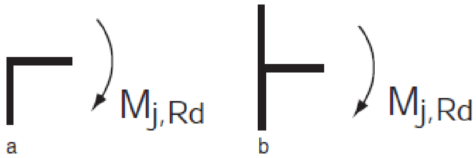
$$R_{ki} \leq 0{,}5 \cdot E \cdot \frac{I_v}{L_v} \qquad (2.3)$$

2.1.1.2 Classificação em relação a resistência

O Eurocode 3 (2005) classifica as ligações quanto as suas resistências em ligações de resistência total, resistência parcial e flexíveis. Os limites para esta classificação dependem se a ligação se encontra no topo do pilar ou no meio do vão, conforme ilustrado na Figura 2.3. Estes limites estão relacionados na Tabela 2.1.

Figura 2.3 – Ligações totalmente tensionadas

(a) topo do pilar (b) no meio do vão do pilar



Fonte: adapt. Eurocode 3 Part 1-8 (CEN, 2005)

Tabela 2.1 – Classificação quanto a resistência das ligações pelo Eurocode 3 (2005)

Ligações		Verificação da Resistência
Resistência total	Topo do pilar	$1{,}0 \leq \left(\frac{M_{j,Rd}}{M_{v,pl,Rd}} \text{ ou } \frac{M_{j,Rd}}{M_{p,pl,Rd}}\right)$
	Meio do vão do pilar	$1{,}0 \leq \left(\frac{M_{j,Rd}}{M_{v,pl,Rd}} \text{ ou } \frac{M_{j,Rd}}{2M_{p,pl,Rd}}\right)$
Resistência parcial	Topo do pilar	$0{,}25 \leq \left(\frac{M_{j,Rd}}{M_{v,pl,Rd}} \text{ ou } \frac{M_{j,Rd}}{M_{c,pl,Rd}}\right) < 1{,}0$
	Meio do vão do pilar	$0{,}25 \leq \left(\frac{M_{j,Rd}}{M_{v,pl,Rd}} \text{ ou } \frac{M_{j,Rd}}{2M_{p,pl,Rd}}\right) < 1.0$
Flexíveis	Topo do pilar	$\left(\frac{M_{j,Rd}}{M_{v,pl,Rd}} \text{ ou } \frac{M_{j,Rd}}{M_{p,pl,Rd}}\right) \leq 0{,}25$
	Meio do vão do pilar	$\left(\frac{M_{j,Rd}}{M_{v,pl,Rd}} \text{ ou } \frac{M_{j,Rd}}{2M_{p,pl,Rd}}\right) \leq 0{,}25$
onde: $M_{j,Rd}$ é o momento resistente de projeto da ligação; $M_{v,pl,Rd}$ é o momento resistente plástico de projeto da viga $M_{p,pl,Rd}$ é o momento resistente plástico de projeto do pilar		

Fonte: Chen, Kishi e Komuro, 2011

2.1.2 Classificação conforme ANSI/AISC 360-16 (AISC, 2016)

A norma americana ANSI/AISC 360-16 (AISC, 2016) classifica as ligações como totalmente restringidas (FR, do inglês *fully restrained*), parcialmente restringidas (PR, do inglês *partially restrained*) ou simples, de acordo com a rigidez secante R_{ks} da ligação para o momento fletor M aplicado. As ligações FR, PR e simples são equivalentes às ligações rígidas, semirrígidas e flexíveis, respectivamente. A classificação das ligações pela AISC é de acordo com os limites estabelecidos pelas Equações (2.4a) a (2.4c). Esta classificação independe se a estrutura está ou não contraventada.

Simples: $$R_{ks}\frac{L_v}{EI_v} \leq 2 \quad (2.4a)$$

PR: $$2 < R_{ks}\frac{L_v}{EI_v} < 20 \quad (2.4b)$$

FR: $$R_{ks}\frac{L_v}{EI_v} \geq 20 \quad (2.4c)$$

2.1.3 Classificação conforme NBR 8800 (ABNT, 2008)

Segundo a norma NBR 8800:2008, na análise estrutural elástica, uma ligação viga-pilar pode ser considerada rotulada se $R_{ki} \leq E\ I_v\ /\ L_v$ e pode ser considerada rígida se $R_{ki} \geq 25\ E\ I_v\ /\ L_v$, onde R_{ki} corresponde a 2/3 do momento resistente de cálculo da ligação e I_v e L_v são o momento de inércia da seção transversal no plano da estrutura e o comprimento da viga conectada à ligação, respectivamente. A rigidez R_{ki} pode ser determinada, na ausência de Norma Brasileira aplicável, de acordo com o Eurocode 3 Part 1-8 ou com base em resultados experimentais.

A NBR 8800:2008 informa que em qualquer caso, para análise elástica, a ligação pode ser considerada semirrígida, com a rigidez R_{ki} constante durante todo o carregamento.

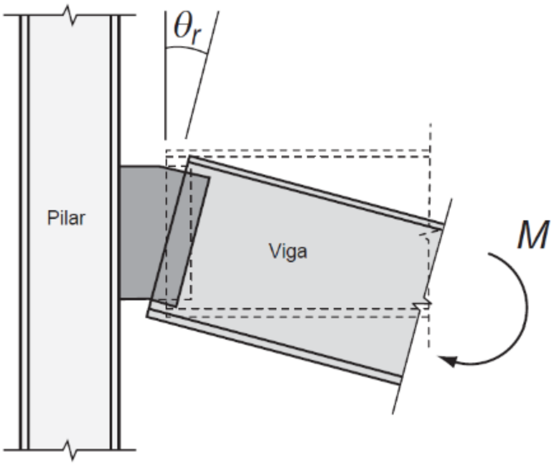
2.2 COMPORTAMENTO DAS LIGAÇÕES

Segundo Chen e Lui (1991), a ligação é um meio no qual as forças e momentos são transmitidos de um membro ao outro. Para as ligações entre vigas e pilares, um conjunto de forças que são transmitidas incluem as forças axiais, as de cisalhamento, os momentos fletores e torção, este último podendo ser negligenciado nos estudos de estruturas planas. Para grande maioria das ligações, os deslocamentos causados pelas forças axiais e de cisalhamento são geralmente pequenos se comparadas aos deslocamentos rotacionais. Consequentemente, somente as rotações são consideradas nos estudos de ligações para efeitos práticos.

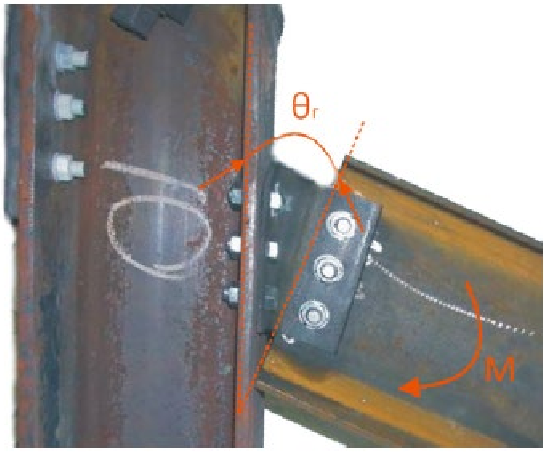
Por padrão, a rotação θ_r é expressa em função do momento fletor M na ligação. O valor θ_r representa a alteração no ângulo entre a viga e o pilar em sua configuração original, conforme ilustrado na Figura 2.4. Pode-se dizer que o ângulo θ_r é a medida da rotação relativa da viga com pilar após a ação de um momento fletor M.

Figura 2.4 – Rotação θ_r da ligação pela ação de um momento fletor M

(a) Rotação relativa teórica



(b) Rotação relativa em ensaio



Fonte: (a) adapt. Chen, Kishi e Komuro (2011); (b) Oliveira (2015)

O comportamento à flexão das ligações é melhor descrito nos seus gráficos de momento-rotação M-θ_r. Estes gráficos descrevem a variação do ângulo de rotação relativa no plano θ_r da ligação conforme a ação do momento fletor M, conforme demonstrado na Figura 2.5, que mostra também a variedade de curvas das ligações semirrígidas mais utilizadas tradicionalmente.

De acordo com Chen, Kishi e Komuro (2011), as seguintes observações podem ser feitas analisando a Figura 2.5:

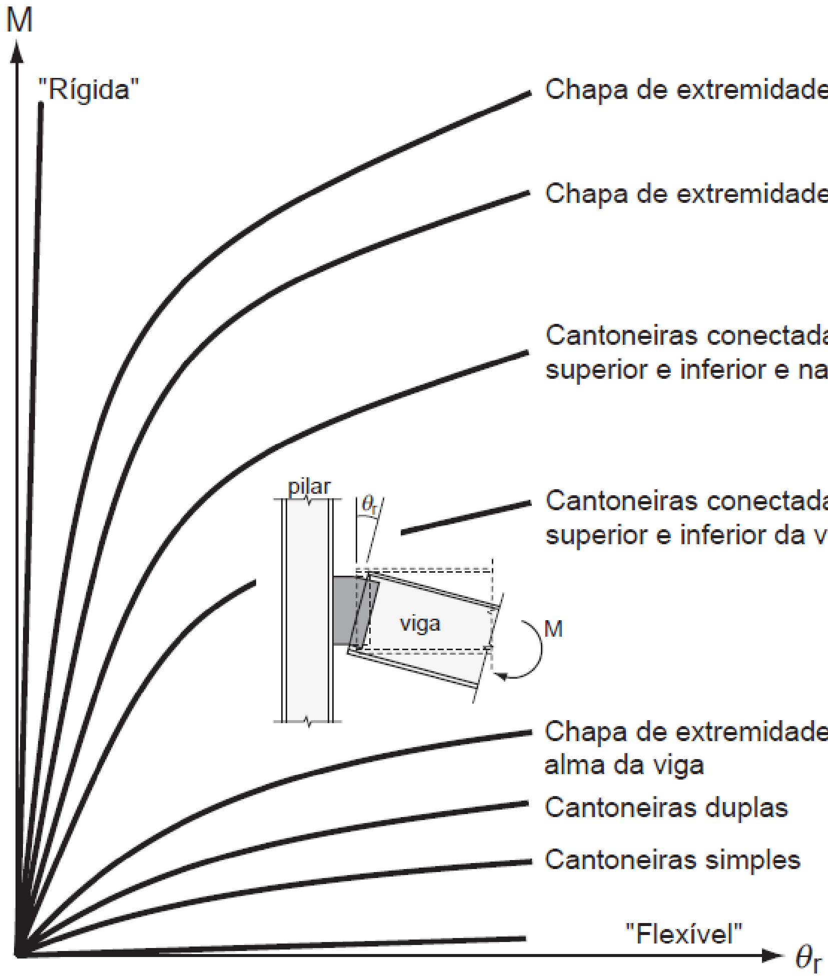
1) Todos os tipos de ligações apresentados exibem curvas M-θ_r que estão entre os casos extremos de ligações idealmente articuladas e totalmente rígidas;

2) Para um mesmo momento, uma maior rotação θ_r é ocorrida para as ligações mais flexíveis, da mesma forma que para um valor específico de θ_r menos momento fletor é transmitido por uma ligação mais flexível;

3) O momento fletor máximo que uma ligação pode transmitir reduz com as ligações mais flexíveis;

4) A relação M-θ_r para todas as ligações semirrígidas são não lineares.

Figura 2.5 – Comportamento da rotação relativa conforme a ação do momento nas ligações semirrígidas mais comuns



Fonte: adapt. Chen, Kishi e Komuro (2011)

De acordo com Oliveira (2015), a não linearidade da relação momento-rotação relativa das ligações semirrígidas pode ser atribuída a diversos fatores como, por exemplo:

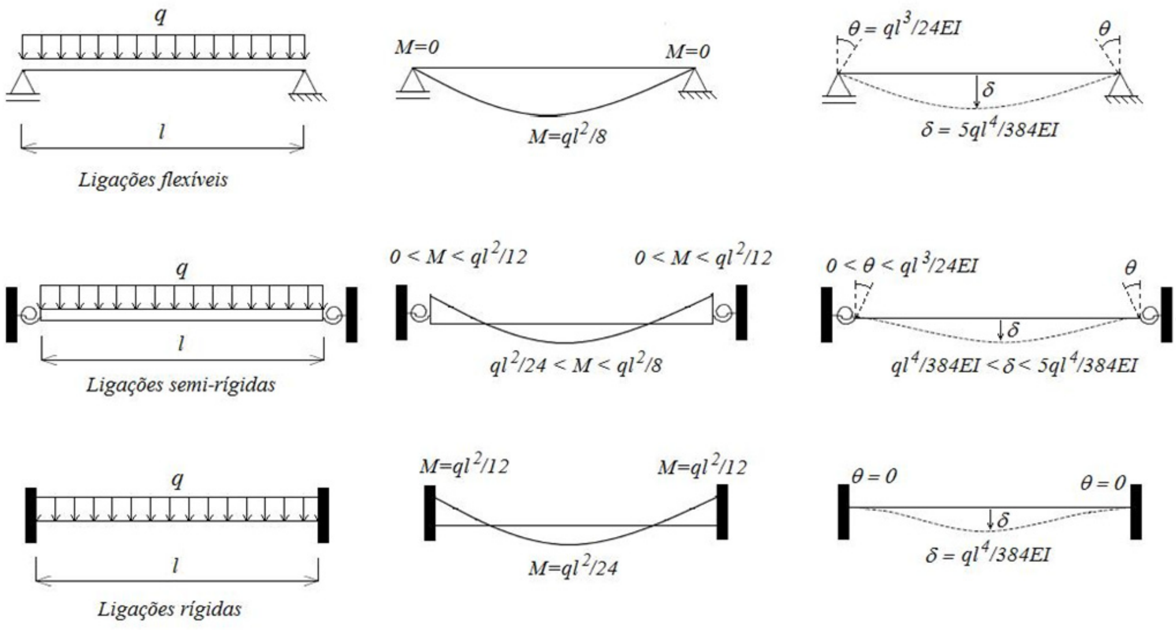
- escoamento local de componentes da ligação;
- flambagem local de mesas e da alma da viga ou do pilar conectados pela ligação;
- descontinuidade geométrica na ligação devido a combinação de parafusos, chapas e cantoneiras, permitindo o deslizamento relativo entre partes da ligação quando esta é submetida ao carregamento;
- concentrações de tensão e deformação causadas por furos, chapas de contato e porcas utilizadas como elementos de montagem da ligação;

- tensões residuais oriundas de operações de soldagem e recorte.

Para um mesmo tipo de ligação semirrígida, a rigidez rotacional varia dependendo da configuração dos materiais adotados, como diâmetro dos parafusos, espaçamento entre os parafusos e espessura da chapa de ligação.

Chen, Kishi e Komuro (2011) descreve ainda que uma aproximação linear da parte inicial do gráfico da Figura 2.5 é aceitável para um pórtico projetado para atender ao Estado Limite de Serviço (ELS), mas torna-se inaceitável se o pórtico for projetado para atender ao Estado Limite Último (ELU). Isto se deve porque a rigidez da ligação influencia na distribuição dos esforços internos, na transmissão do momento fletor e nos deslocamentos da estrutura. Isto é demonstrado no exemplo de viga com vão simples da Figura 2.6, onde para um mesmo carregamento a distribuição do momento fletor e da flecha varia de acordo com o tipo de ligação adotado nos apoios. A viga terá comportamento de biapoiada quando a rigidez das ligações nos apoios for insignificante (ligações flexíveis) e terá comportamento de biengastada quando as rigidezes das ligações nos apoios forem consideradas como infinitas (ligações rígidas). Para as ligações com rigidezes entre estes dois extremos (ligações semirrígidas), a viga terá comportamento intermediário entre as duas situações descritas.

Figura 2.6 – Influência da rigidez das ligações no comportamento de uma viga



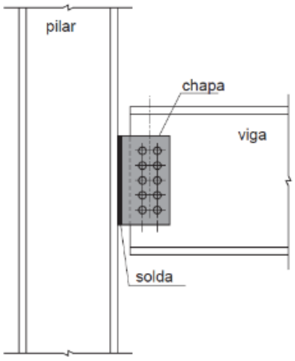
Fonte: Oliveira (2015)

2.3 TIPOS DE LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS MAIS UTILIZADAS

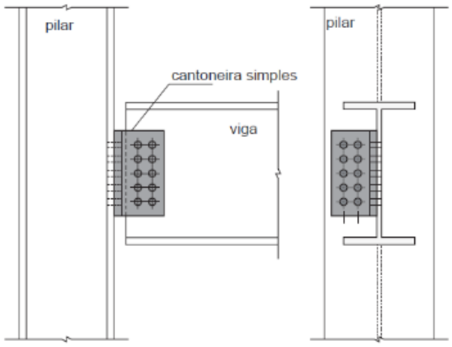
A Figura 2.7 apresenta os tipos de ligações semirrígidas mais utilizados nos projetos de estruturas. O gráfico da Figura 2.5 mostra o comportamento padrão da relação M-θ_r para cada tipo de ligação apresentada. Conforme descrito anteriormente, este comportamento pode variar para um mesmo tipo de ligação e carregamento, dependendo das dimensões e disposição dos seus elementos.

Figura 2.7 - Tipos ligações semirrígidas mais utilizadas

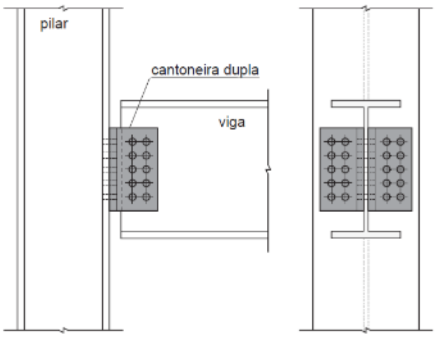
(continua)



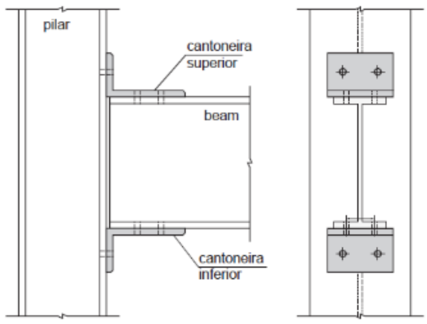
(a) Ligação com chapa conectada na alma da viga



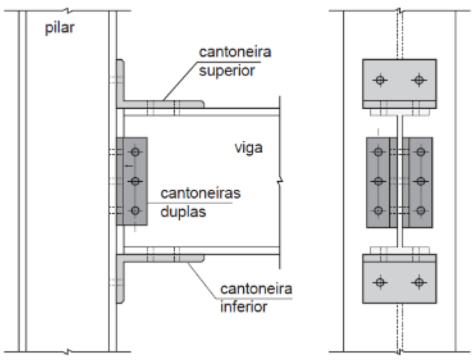
(b) Ligação com cantoneira simples conectada na alma da viga



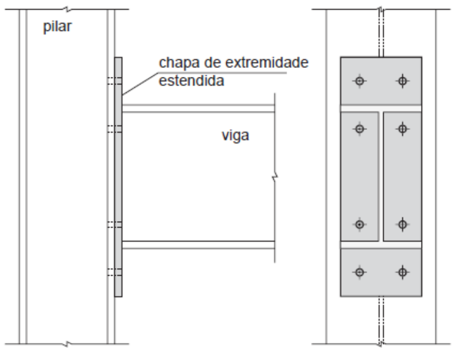
(c) Ligação com cantoneiras duplas conectadas na alma da viga



(d) Ligação com cantoneiras conectadas nas mesas superior e inferior da viga



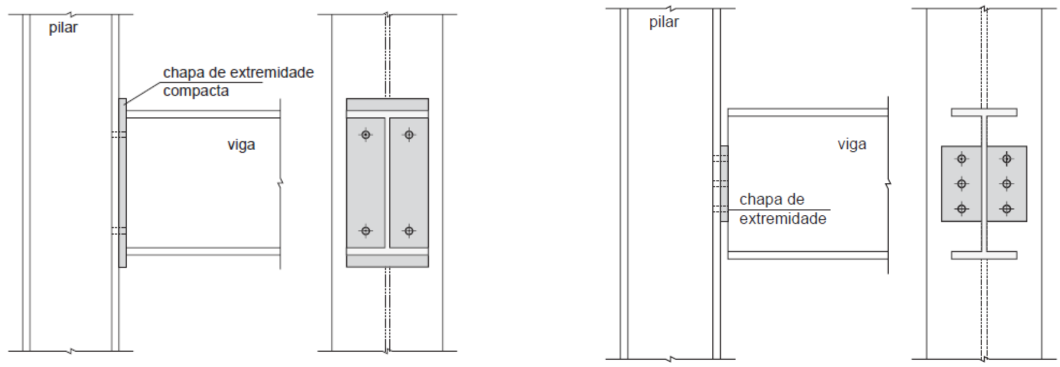
(e) Ligação com cantoneiras conectadas nas mesas superior e inferior e na alma da viga



(f) Ligação com chapa de extremidade estendida

Figura 2.7 - Tipos ligações semirrígidas mais utilizadas

(continuação)



(g) Ligação com chapa de extremidade compacta

(h) Ligação com chapa de extremidade conectada na alma da viga

Fonte: adapt. Chen, Kishi e Komuro (2011)

2.4 MODELAGEM DAS LIGAÇÕES

Conforme apresentado nos itens anteriores, para uma análise mais refinada da estrutura a flexibilidade da ligação deve ser levada em conta. A Tabela 1.1 apresenta uma lista com diversas pesquisas publicadas entre os anos de 1936 e 2007 com a quantidade de ensaios experimentais realizados em cada uma, separadas por tipo de ligação. Ao todo foram contabilizados 486 ensaios experimentais. Esses ensaios experimentais tinham como o objetivo de estudar o comportamento da relação M-θ_r para os diversos tipos de configurações de ligações semirrígidas entre vigas e pilares.

Os resultados obtidos por essas pesquisas experimentais com as ligações semirrígidas foram utilizados por diversos pesquisadores para proporem modelos matemáticos que representassem o comportamento da relação M-θ_r, onde esta relação poderia ser expressa sendo o momento fletor M em função da rotação relativa θ_r ($M=f(\theta_r)$) ou de forma inversa ($\theta_r=g(M)$).

2.4.1 Modelos Lineares

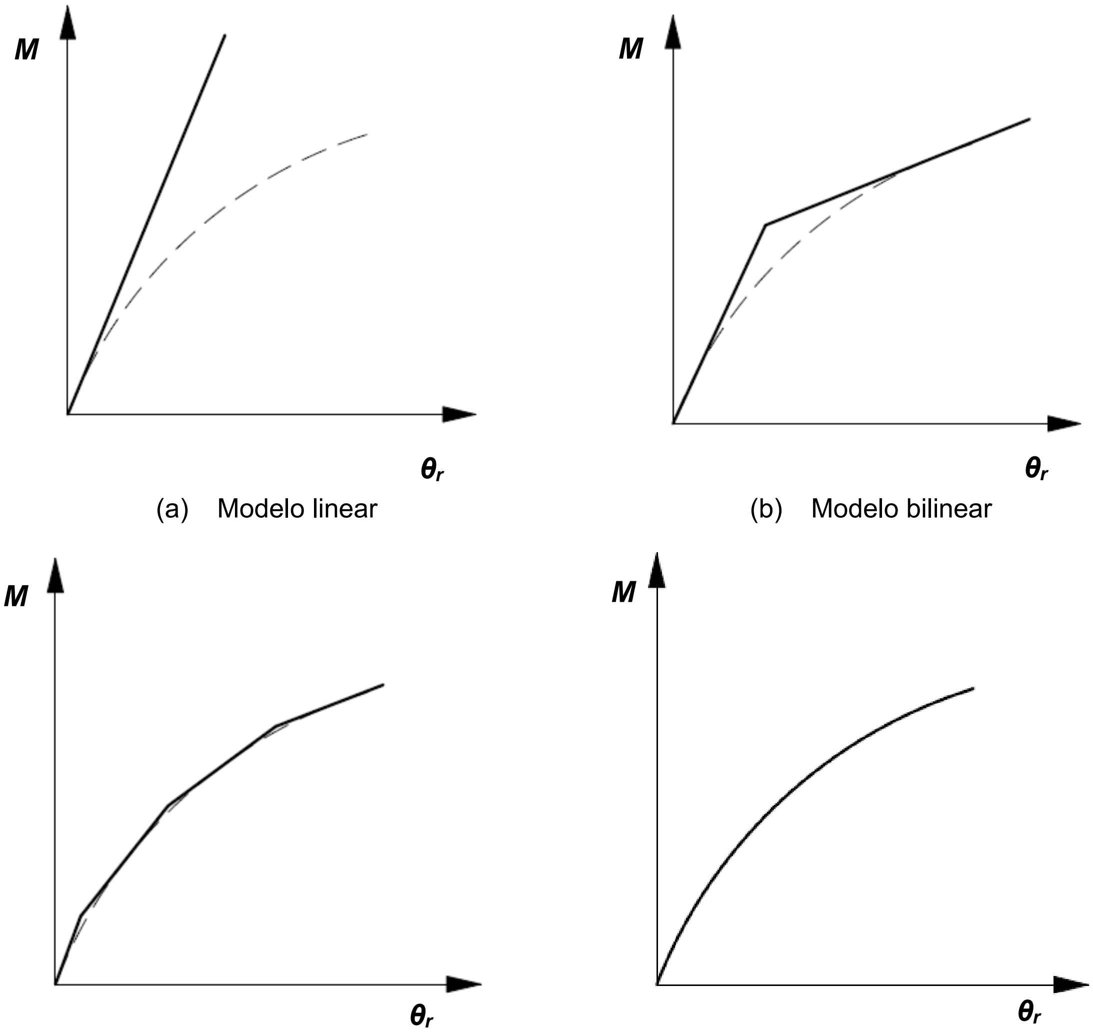
O modelo linear (Figura 2.8a) proposto por Rathbun (1936, apud CHEN;LUI, 1991), Monforton e Wu (1963, apud CHEN;LUI, 1991) e Lightfoot e LeMessurier (1974, apud CHEN;LUI, 1991) dentre outros, utiliza a rigidez rotacional inicial R_{ki} para representar o comportamento da ligação ao longo de todo carregamento, porém este modelo não se torna viável quando momento na ligação aumenta além do limite de serviço da ligação. Este modelo é o equivalente ao permitido pela norma NBR 8800:2008.

No modelo bilinear (Figura 2.8b) proposto Tarpy e Cardinal (1981, apud CHEN;KISHI;KOMURO, 2011), Melchers e Kaur (1982, apud CHEN;KISHI;KOMURO, 2011) e Lui e Chen (1986, apud CHEN;KISHI;KOMURO, 2011), a linha inicial do gráfico M-θ_r é substituída por outra com inclinação menor a partir de um certo valor de momento.

No modelo multilinear (Figura 2.8c) proposto por Razzaq (1983, apud CHEN;KISHI;KOMURO, 2011) a curva não linear M-θ_r é aproximada por uma série de segmentos de linhas retas.

Estes modelos lineares apesar de serem fáceis de usar, a mudança súbita na rigidez nos pontos de transição e as imprecisões tornam seu uso não recomendados.

Figura 2.8 – Representação de curvas M-θ_r para diferentes modelos matemáticos



(a) Modelo linear (b) Modelo bilinear

(c) Modelo multilinear (d) Modelo não linear

Fonte: adapt. Chen, Kishi e Komuro (2011)

2.4.2 Modelo polinomial

Frye e Morris (1975, apud CHEN;KISHI;KOMURO, 2011) propuseram um modelo polinomial de expoentes ímpares para avaliar o comportamento da relação *M-*θ_r de diversos tipos de ligações. O modelo de Frye-Morris foi desenvolvido com base no procedimento proposto por Sommer (1969, apud CHEN;KISHI;KOMURO, 2011). Esse modelo é representado pelo polinômio da Equação (2.5).

$$\theta_r = C_1(K_F M)^1 + C_2(K_F M)^3 + C_3(K_F M)^5 \tag{2.5}$$

onde K_F é uma constante de padronização que depende das propriedades mecânicas e geométricas da ligação e C_1, C_2 e C_3 são constantes de ajuste de curva. Essas constantes foram determinadas pelo método dos mínimos quadrados (CHEN;KISHI;KOMURO, 2011) e seus valores estão descritos na Tabela 2.2.

O principal inconveniente desse modelo é que a rigidez tangente da ligação pode se tornar negativa para alguns valores de momento fletor, o que é fisicamente inaceitável e também causar dificuldades numéricas na análise estrutural de pórticos se a rigidez tangente for utilizada.

2.4.3 Modelos de potência

Segundo Chen e Lui (1991), o modelo mais simples de potência é o de 2 fatores, que tem a forma da Equação (2.6).

$$\theta_r = aM^b \tag{2.6}$$

onde *a* e *b* são 2 fatores de ajuste de curva com *a* > 0 e *b* >1. Este modelo com 2 fatores não representa adequadamente o comportamento da relação *M-*θ_r da ligação, o que torna seu uso não recomendável caso seja desejado uma análise mais precisa.

Colson e Louveau (1983, apud CHEN;LUI, 1991) propuseram um modelo baseado em uma função de potência com 3 fatores conforme a Equação (2.7).

$$\theta_r = \frac{|M|}{R_{ki}} \frac{1}{(1 - |M/M_u|^n)} \tag{2.7}$$

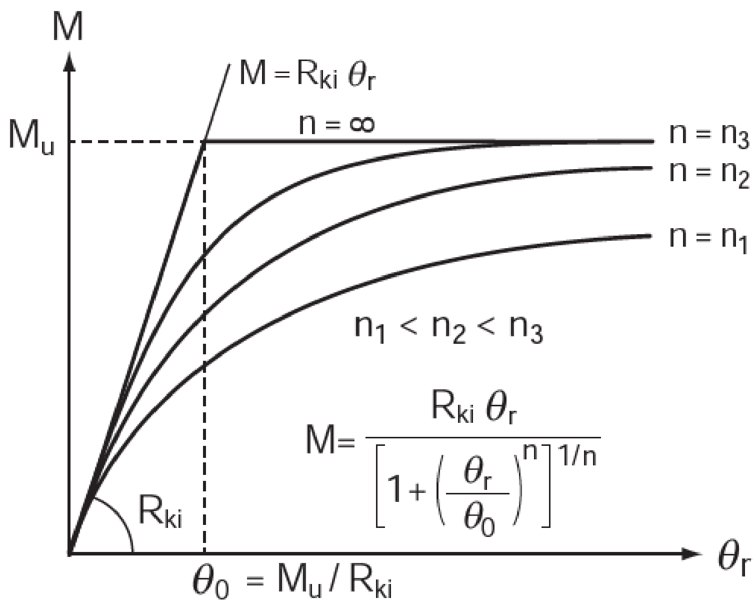
onde R_{ki} é a rigidez inicial da ligação, M_u é o momento resistente à ruptura da ligação (obtidos de forma analítica) e *n* é o fator de forma para ajuste da curvatura do gráfico M-θ_r (obtido através de técnicas de ajuste de curvas, como pelo o método dos mínimos quadrados).

Kishi e Chen (1990, apud CHEN;LUI, 1991) propuseram um modelo similar ao de Colson e Louveau na forma das Equações (2.8).

$$\theta_r = \frac{M}{R_{ki}\left[1-\left(\frac{M}{M_u}\right)^n\right]^{1/n}} \quad \text{ou} \quad M = \frac{R_{ki}\theta_r}{\left[1+\left(\frac{\theta_r}{\theta_0}\right)^n\right]^{1/n}} \qquad (2.8a, b)$$

onde R_{ki}, M_u e *n* são iguais aos definidos na Equação (2.7 e θ_0 é o valor da rotação plástica, que igual a M_u/R_{ki}. A Equação (2.8) terá a forma do gráfico da Figura 2.9. Percebe-se na Figura 2.9 que as curvas terão um patamar superior mais plano quanto maior for o valor do fator de forma *n*.

Figura 2.9 – Gráfico do modelo de potência com 3 fatores



Fonte: Chen, Kishi e Komuro (2011)

Chen e Lui (1991) destacam que estes modelos podem não ser aplicáveis para modelagem de curvas experimentais onde a curvatura obtida com os resultados dos ensaios realizados não achataram próximo aos carregamentos finais.

2.4.4 Modelos exponenciais

O modelo proposto por Lui e Chen (1986, apud CHEN;KISHI;KOMURO, 2011) usava uma função exponencial para ajuste do diagrama experimental *M*-θ_r. Apesar desse modelo apresentar boa representação do comportamento não linear das ligações, caso houvesse alguma alteração brusca de inclinação do diagrama *M*-θ_r, esse modelo não estaria representando o comportamento desta ligação adequadamente. Kishi e Chen (1986, apud CHEN;LUI, 1991) refinaram o modelo exponencial proposto para abranger qualquer mudança brusca de inclinação das curvas *M*-θ_r. Este modelo está descrito na Equação (2.9).

$$M = M_0 + \sum_{j=1}^{m} C_j\left\{1 - e^{-(|\theta_r|/2j\alpha)}\right\} + \sum_{k=1}^{n} D_k(|\theta_r| - |\theta_k|)H[|\theta_r| - |\theta_k|] \tag{2.9}$$

onde M_0 é o momento inicial da ligação, α é o fator de escala para propósitos de estabilidade numérica, C_j e D_k são fatores de ajuste do diagrama, θ_k é a rotação inicial do *k*-enésimo da componente linear dado pela curva experimental *M*-θ_r, e $H[\theta]$ é a função de passo de Heaviside, onde é 1 para $\theta \geq 0$ e zero para $\theta < 0$ (CHEN;KISHI;KOMURO, 2011).

Yee e Melchers (1986, apud CHEN;LUI, 1991) propuseram um modelo exponencial com 4 fatores (Equação (2.10).

$$M = M_p\left(1 - e^{-\frac{(R_{ki} - K_p + C\theta_r)\theta_r}{M_p}}\right) + K_p\theta_r \tag{2.10}$$

onde M_p é o momento resistente plástico da ligação, R_{ki} é a rigidez inicial da ligação, K_p é a rigidez do enrijecedor, e *C* é uma constante para controle da inclinação da curva (CHEN;LUI, 1991).

2.5 MODELO DE LIGAÇÃO ADOTADO

O modelo polinomial de Frye e Morris foi o adotado para a pesquisa desta dissertação. É considerado mais vantajoso em relação aos outros modelos apresentados devido a representar o diagrama *M*-θ_r de uma forma padronizada (o comportamento *M*-θ_r depende de alguns parâmetros dimensionais dos elementos da ligação, que podem ser determinados previamente) e é de fácil implementação em uma rotina computacional de análise estrutural. Esse modelo foi usado em Dhillon e O'Malley III (1999), Kameshki e Saka (2001), Kameshki e Saka (2003), Dave e Savaliya (2010) e Shallan, Maaly e Hamdy (2020), dentre outros.

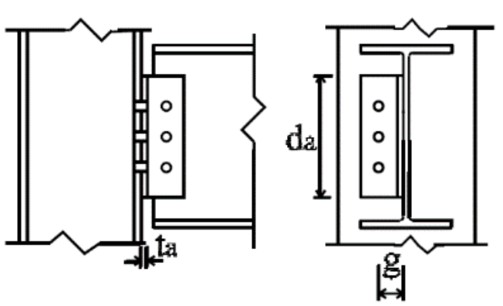
O polinômio de Frye e Morris é escrito em sua forma geral pela Equação (2.5), sendo utilizado para 8 tipos diferentes de ligações semirrígidas. A constante de padronização K_F e as constantes de ajuste de curva C_1, C_2 e C_3 de cada tipo de ligação estão descritos na Tabela 2.2 e os parâmetros dimensionais são mostrados na Figura 2.10.

Tabela 2.2 – Constantes de ajuste de curva e constantes de padronização para modelo polinomial de Frye-Morris, com os parâmetros dimensionais em cm

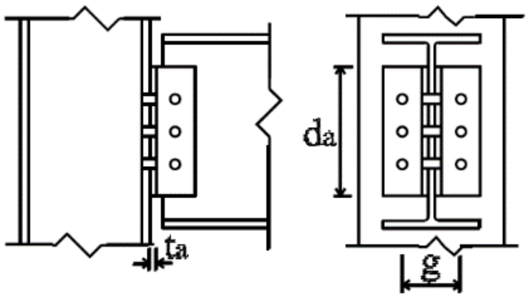
Tipos de Ligações	**Constantes de ajuste de curva**	**Constantes de padronização**
Ligação com cantoneira simples conectada na alma da viga	$C_1 = 1{,}67 \times 10^{-0}$ $C_2 = 8{,}56 \times 10^{-2}$ $C_3 = 1{,}35 \times 10^{-3}$	$K_F = d_a^{-2{,}4}\ t_a^{-1{,}91}\ g^{0{,}15}$
Ligação com cantoneiras duplas conectadas na alma da viga	$C_1 = 1{,}43 \times 10^{-1}$ $C_2 = 6{,}79 \times 10^{1}$ $C_3 = 4{,}09 \times 10^{5}$	$K_F = d_a^{-2{,}4}\ t_a^{-1{,}91}\ g^{0{,}15}$
Ligação com cantoneiras conectadas nas mesas superior e inferior e em dupla na alma da viga	$C_1 = 1{,}50 \times 10^{-3}$ $C_2 = 5{,}60 \times 10^{-3}$ $C_3 = 4{,}35 \times 10^{-3}$	$K_F = d^{-1{,}287}\ t^{-1{,}128}\ t_c^{-0{,}415}\ l_a^{-0{,}694} (g - d_b/2)^{1{,}350}$
Ligação com cantoneiras conectadas nas mesas superior e inferior da viga	$C_1 = 2{,}59 \times 10^{-1}$ $C_2 = 2{,}88 \times 10^{3}$ $C_3 = 3{,}31 \times 10^{4}$	$K_F = d^{-1{,}5}\ t^{-0{,}5}\ l_a^{-0{,}7}\ d_b^{-1{,}1}$
Ligação com chapa de extremidade estendida sem enrijecedores no pilar	$C_1 = 8{,}91 \times 10^{-1}$ $C_2 = -1{,}20 \times 10^{4}$ $C_3 = 1{,}75 \times 10^{8}$	$K_F = d_g^{-2{,}4}\ t_p^{-0{,}4}\ d_b^{-1{,}5}$
Ligação com chapa de extremidade estendida com enrijecedores no pilar	$C_1 = 2{,}60 \times 10^{-1}$ $C_2 = 5{,}36 \times 10^{2}$ $C_3 = 1{,}31 \times 10^{7}$	$K_F = d_g^{-2{,}4}\ t_p^{-0{,}6}$
Ligação com chapa de extremidade conectada na alma da viga	$C_1 = 6{,}14 \times 10^{-3}$ $C_2 = 1{,}08 \times 10^{-3}$ $C_3 = 6{,}05 \times 10^{-3}$	$K_F = t_p^{-1{,}6}\ g^{1{,}6,} d_p^{-2{,}3}\ t_w^{-0{,}5}$
Ligação com perfis "T"	$C_1 = 6{,}42 \times 10^{-2}$ $C_2 = 1{,}77 \times 10^{2}$ $C_3 = -2{,}03 \times 10^{4}$	$K_F = d^{-1{,}5}\ t^{-0{,}5}\ l_t^{-0{,}7}\ d_b^{-1{,}1}$

Fonte: adapt. Chen, Kishi e Komuro, 2011

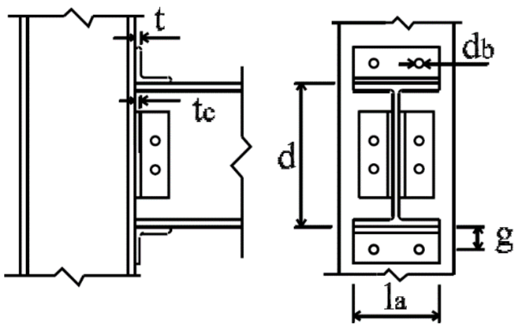
Figura 2.10 – Parâmetros dimensionais de vários tipos de ligações do modelo polinomial de Frye e Morris



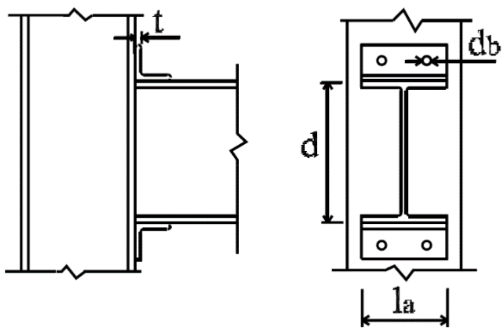
(a) Ligação com cantoneira simples conectada na alma da viga



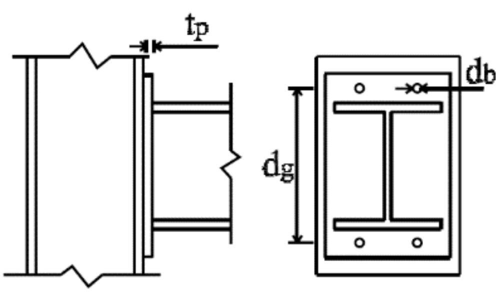
(b) Ligação com cantoneiras duplas conectadas na alma da viga



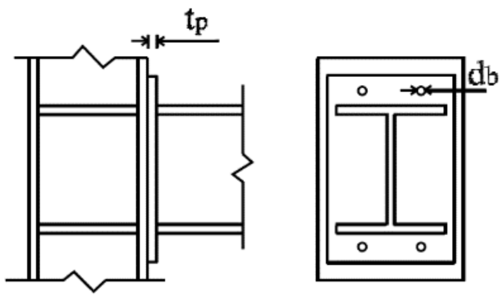
(c) Ligação com cantoneiras conectadas nas mesas superior e inferior e em dupla na alma da viga



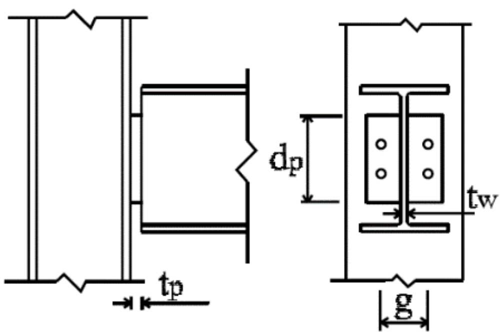
(d) Ligação com cantoneiras conectadas nas mesas superior e inferior da viga



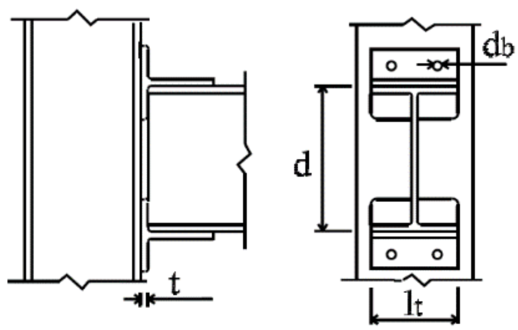
(e) Ligação com chapa de extremidade estendida sem enrijecedores no pilar



(f) Ligação com chapa de extremidade estendida com enrijecedores no pilar



(g) Ligação com chapa de extremidade conectada na alma da viga



(h) Ligação com perfis “T”

Fonte: adapt. Hayalioglu e Degertekin (2005)

3. ANÁLISE ESTRUTURAL DE PÓRTICOS PLANOS EM AÇO COM LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS

A análise estrutural de pórticos visa compreender o comportamento da estrutura com base no carregamento aplicado e nas suas características físicas e geométricas. A partir dessa análise é possível obter os deslocamentos da estrutura, os esforços internos nos elementos (esforços normais, cortantes, momentos fletores e torsores) e as reações nos apoios.

Os resultados obtidos na análise de estabilidade influenciam diretamente no projeto final da estrutura, sendo assim uma análise simplificada ou imprecisa pode gerar respostas totalmente incondizentes com a realidade, fazendo com que a estrutura fique ineficiente ou até mal dimensionada (FERREIRA JR., 2018).

Há diversas técnicas de análise estrutural para avaliação do comportamento da estrutura. A técnica mais utilizada para a análise estrutural é o do *Método da Rigidez* (também conhecido como *Método dos Deslocamentos,* Weaver e Gere, 1987), na qual os deslocamentos da estrutura dependem das forças externas aplicadas, conforme descrito na Equação (3.1).

$$\{\boldsymbol{F}\} = [\boldsymbol{K}]\{\boldsymbol{D}\} \tag{3.1}$$

onde $\{\boldsymbol{F}\}$ é vetor de forças nodais, $[\boldsymbol{K}]$ é a matriz de rigidez e $\{\boldsymbol{D}\}$ é o vetor de deslocamentos nodais.

A matriz de rigidez representa o comportamento mecânico de um elemento, e ao integrar as rigidezes dos elementos entre si, de acordo com a sua orientação espacial e suas conectividades, a matriz de rigidez global do sistema é obtida (SANTOS, 2016).

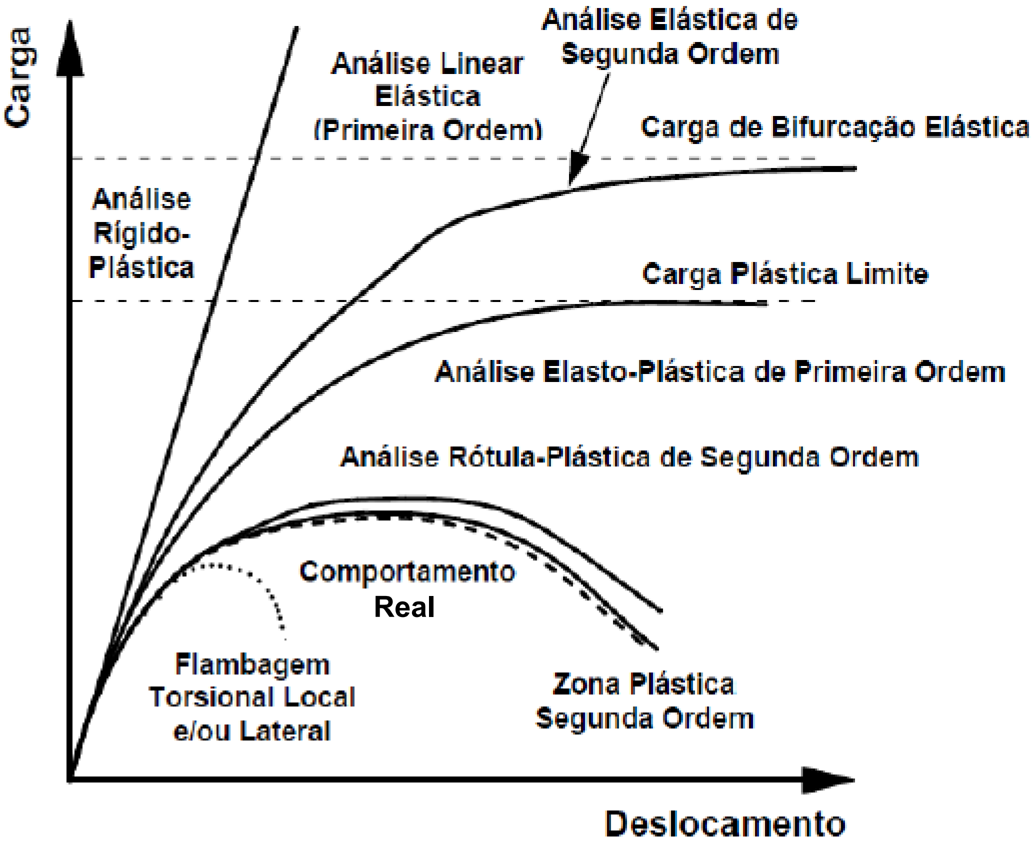
O método da rigidez tem como vantagem utilizar formulação matricial, sendo de fácil implementação em rotinas computacionais, sendo utilizado inclusive para análise de variados tipos de estruturas (LEET et al. 2009, apud. FERREIRA JR., 2018).

Neste capítulo serão abordados os diferentes tipos de análise estrutural, sendo dado um maior enfoque na análise elástica de 2ª ordem, que foi utilizada nesta dissertação e a influência das ligações semirrígidas no comportamento estrutural.

3.1 TIPOS DE ANÁLISES

A análise estrutural de uma estrutura pode ser feita levando-se em conta ou não a influência da não linearidade da geometria da estrutura e a não linearidade física dos seus elementos. A Figura 3.1 apresenta os tipos de análise estruturais de pórticos e seus efeitos na relação Carga-Deslocamento.

Figura 3.1 – Tipos de análises estruturais em pórticos



Fonte: adapt. Chan e Chui (2000) e Ferreira Jr. (2018)

3.1.1 Análise linear elástica

Na análise linear elástica (também conhecida como análise de 1ª ordem) as equações de equilíbrio são obtidas baseando-se na geometria indeformada da estrutura. Outra simplificação inerente à análise, é quanto aos deslocamentos, que são consideradas pequenas, ou seja, com efeitos insignificantes para o equilíbrio e resposta do sistema estrutural. O problema da análise linear de primeira ordem reside na incapacidade de descrever o comportamento real de estruturas sob condições de carregamento limite.

3.1.2 Análise não linear geométrica

Na análise não linear geométrica (também conhecida como análise de 2ª ordem), a influência da alteração da geometria da estrutura devido ao carregamento é levada em conta na verificação da estabilidade da estrutura. Ao contrário da análise de 1ª ordem, em que os resultados podem ser obtidos de forma simples e direta, na análise de 2ª ordem, devido a característica não linear do diagrama Carga-Deslocamento, é necessário um processo iterativo na análise estrutural onde a geometria da estrutura vai se alterando conforme o carregamento da estrutura até chegar na situação de equilíbrio.

Esses efeitos de 2ª ordem ocorridos pelo deslocamento global da estrutura e pelos deslocamentos locais das barras são conhecidos, respectivamente, como efeitos *P-Δ* e *P-δ*.

3.1.2.1 Efeitos P-Δ e P-δ

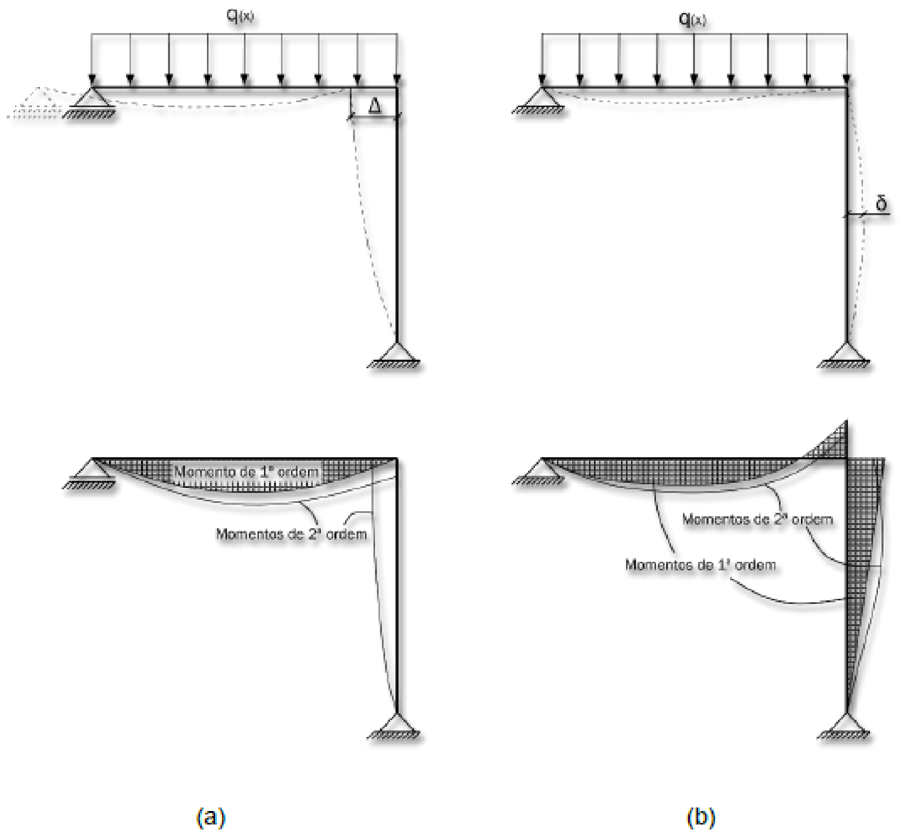
Segundo definição da NBR 8800:2008, os efeitos *P-Δ* são efeitos globais de 2ª ordem decorrentes dos deslocamentos horizontais relativos dos nós da estrutura e os efeitos *P-δ* são efeitos locais de 2ª ordem decorrentes da não retilineidade dos eixos das barras.

Os efeitos secundários *P-Δ* e *P-δ* causam deslocamentos adicionais e induzem tensões adicionais nas barras, tendo um efeito de enfraquecimento ou desestabilizante na estrutura.

No efeito global de 2ª ordem *P-Δ*, os deslocamentos horizontais relativos nas extremidades das barras de um pórtico submetidas a cargas axiais provocam momentos fletores adicionais na estrutura (Figura 3.2(a)).

No efeito local de 2ª ordem *P-δ*, a carga axial de compressão na barra estrutural provoca uma variação do momento fletor devido aos deslocamentos transversais da barra submetidos pela própria carga axial (Figura 3.2(b)). O valor do momento fletor máximo será alterado pelo produto entre a força axial *P* e a flecha máxima da barra *δ*. Caso a carga axial seja de tração, haverá uma redução do momento fletor.

Figura 3.2 – Momentos *P-Δ* e *P-δ* gerados por efeitos de 2ª ordem (global e local)



Fonte: Lecchi (2020)

3.1.3 Análise não linear física

A análise não linear física (também conhecida como análise inelástica) considera a não linearidade material dos elementos da estrutura. Isto ocorre quando o escoamento do material ou o diagrama Tensão-Deformação possuem características não lineares, isto é, o material não obedece a Lei de Hooke.

Segundo Chen e Lui (1991), a consideração da não linearidade física pode ser realizada por meio de análises *elasto-plástica de 1ª ordem* (considerada geometria da estrutura indeformada), *rótula plástica de 2ª ordem* (também conhecido como *modelo de plastificação concentrada*, considera a influência do deslocamento da geometria da estrutura e a formação de rótula plástica ignorando o processo de escoamento progressivo na seção transversal e ao longo da extensão do elemento) e *zona plástica* (também conhecida como *plastificação distribuída*, é uma análise mais refinada e considera a progressão do escoamento do material ao longo da seção transversal e da extensão do elemento estrutural).

As análises que levam em consideração a não linearidade geométrica e física da estrutura e de seus elementos (análise inelástica de 2ª ordem) são as que mais se aproximam do comportamento real das estruturas. Porém a sua implementação é mais complexa pois as fontes das não linearidades são de diversas naturezas. A norma NBR 8800:2008 permite em alguns casos a consideração da não linearidade física de forma indireta, em uma análise elástica reduzindo-se a rigidez das barras.

3.2 CLASSIFICAÇÃO DE ESTRUTURAS EM RELAÇÃO AO DESLOCAMENTO LATERAL

A norma NBR 8800:2008 classifica as estruturas quanto à sensibilidade a deslocamentos laterais em estruturas de pequena deslocabilidade, média deslocabilidade ou grande deslocabilidade. Essa classificação é de acordo com a máxima relação entre o deslocamento lateral do andar relativo à base obtido na análise de 2ª ordem (Δ_{2a}) e aquele obtido na análise de 1ª ordem (Δ_{1a}). A classificação se dá conforme a Tabela

Tabela 3.1 – Classificação das estruturas quanto ao deslocamento lateral pela NBR 8800:2008

Valor de Δ_{2a}/Δ_{1a}	**Classificação**
$\Delta_{2a}/\Delta_{1a} \leq 1,1$	Pequena deslocabilidade
$1,1 < \Delta_{2a}/\Delta_{1a} \leq 1,4$	Média deslocabilidade
$\Delta_{2a}/\Delta_{1a} > 1,4$	Grande deslocabilidade

Nas estruturas de pequena deslocabilidade, se as forças axiais solicitantes de cálculo das barras, em todas as combinações, não forem superiores a 50% da força axial correspondente ao escoamento, os efeitos globais de 2ª ordem podem ser desconsiderados na análise estrutural. Nas estruturas de média deslocabilidade, os efeitos de 2ª devem ser considerados. Por último, nas estruturas de grande deslocabilidade deve ser feita uma análise estrutural rigorosa, levando-se em conta as não linearidades geométricas e físicas.

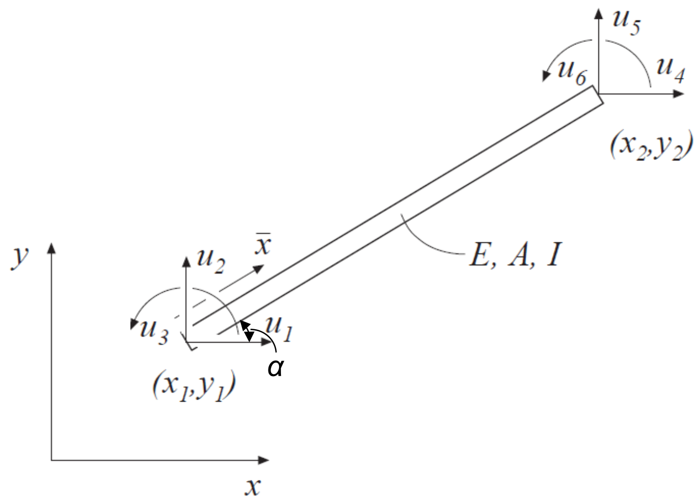
3.3 ANÁLISE ESTRUTURAL ELÁSTICA DE 1ª E 2ª ORDEM PARA PÓRTICOS RÍGIDOS

3.3.1 Análise elástica de 1ª ordem para barras com ligações rígidas

A análise estrutural elástica de 1ª ordem é o mais utilizado na prática por ser relativamente simples e bastante conhecida. Porém não leva em consideração os efeitos de 2ª ordem *P-δ* e *P-Δ*, o que pode levar a erros na análise dos esforços atuantes nas barras, e consequentemente ao dimensionamento do pórtico, acarretando efeitos indesejáveis no mesmo.

Na análise de pórticos planos, para dado elemento bidimensional conforme a Figura 3.3, são considerados 3 deslocamentos generalizados em cada ponto nodal ou seção dos elementos, sendo eles os deslocamentos horizontal e vertical e o de rotação (SANTOS, 2016).

Figura 3.3 – Deslocamentos atuantes em um elemento de pórtico plano



Fonte: adapt. Austrell et al. (2004)

Para o elemento bidimensional da Figura 3.3 com comportamento linear elástico e com ligações rígidas nas extremidades, a sua matriz de rigidez local é definida da seguinte forma:

$$\overline{\boldsymbol{k_i^0}} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

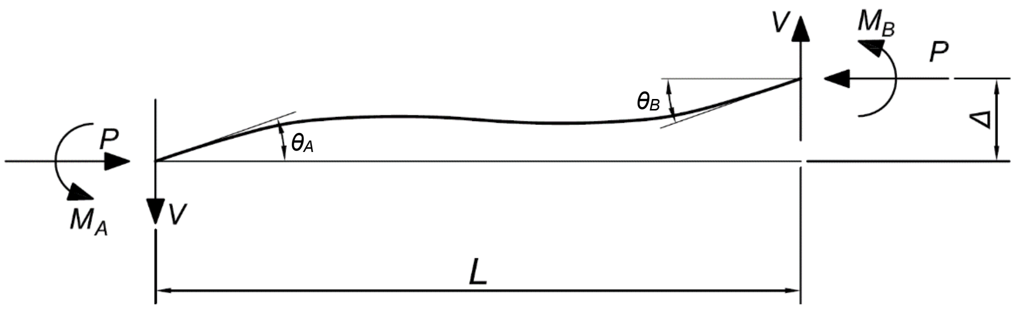
onde $\overline{\boldsymbol{k_i^0}}$ é a matriz de rigidez de uma barra no sistema local com os coeficientes de rigidez nas direções dos eixos locais de uma barra *i* de um pórtico plano, *A* é a área da sua seção transversal, *E* é o módulo de elasticidade do material (módulo de Young), *I* é o momento de inércia da sua seção transversal em relação ao eixo perpendicular ao plano do pórtico e *L* é comprimento da barra.

3.3.2 Análise elástica de 2ª ordem para barras com ligações rígidas

Na análise estrutural elástica de 2ª ordem é levado em consideração os efeitos de 2ª ordem *P-δ* e *P-Δ*, sendo uma análise não linear devido à iteração forças axiais-deslocamentos laterais.

Considere a barra mostrada na Figura 3.4 sujeita a carregamento nas extremidades e ao deslocamento relativo *Δ*. A matriz de rigidez considerando os efeitos de 2ª ordem, segundo Chen e Lui (1987), é dada, pela Equação (3.3).

Figura 3.4 – Barra com carregamento nas extremidades e deslocamento lateral



$$\overline{\boldsymbol{k}_i^R} = \frac{EI}{L}\begin{bmatrix} \frac{A}{I} & 0 & 0 & -\frac{A}{I} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2(s_{ii}+s_{ij})-(kL)^2}{L^2} & \frac{(s_{ii}+s_{ij})}{L} & 0 & -\frac{2(s_{ii}+s_{ij})-(kL)^2}{L^2} & \frac{(s_{ii}+s_{ij})}{L} \\ 0 & \frac{(s_{ii}+s_{ij})}{L} & s_{ii} & 0 & \frac{(s_{ii}+s_{ij})}{L} & s_{ij} \\ -\frac{A}{I} & 0 & 0 & \frac{A}{I} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2(s_{ii}+s_{ij})-(kL)^2}{L^2} & -\frac{(s_{ii}+s_{ij})}{L} & 0 & \frac{2(s_{ii}+s_{ij})-(kL)^2}{L^2} & -\frac{(s_{ii}+s_{ij})}{L} \\ 0 & \frac{(s_{ii}+s_{ij})}{L} & s_{ij} & 0 & -\frac{(s_{ii}+s_{ij})}{L} & s_{ii} \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

onde $\overline{\boldsymbol{k}_i^R}$ é a matriz de rigidez local de 2ª ordem da barra *i* de um pórtico plano, s_{ii} e s_{ij} são *funções de estabilidade* definidos conforme as Equações (3.5) a (3.16), e *k* é definido da seguinte forma:

$$k = \sqrt{\frac{P}{EI}} \tag{3.4}$$

Se a força axial *P* for de compressão, as funções de estabilidade terão a seguinte forma (CHEN;LUI, 1987):

$$s_{ii} = \frac{kL \operatorname{sen} kL - (kL)^2 \cos kL}{2 - 2\cos kL - kL \operatorname{sen} kL} \tag{3.5}$$

$$s_{ij} = \frac{(kL)^2 - kL \operatorname{sen} kL}{2 - 2\cos kL - kL \operatorname{sen} kL} \tag{3.6}$$

Já se a força axial *P* for de tração, as funções de estabilidade terão a seguinte forma:

$$s_{ii} = \frac{(kL)^2 \cosh kL - kL \operatorname{senh} kL}{2 - 2\cosh kL + kL \operatorname{senh} kL} \tag{3.7}$$

$$s_{ij} = \frac{kL \operatorname{senh} kL - (kL)^2}{2 - 2\cosh kL + kL \operatorname{senh} kL} \tag{3.8}$$

Por último, se *P* for nulo, as funções de estabilidade se tornam indefinidas. Porém usando a regra de L'Hospital é possível mostrar que s_{ii} = 4 e s_{ij} = 2, e consequentemente a matriz de rigidez local de 2ª ordem $\overline{\boldsymbol{k}_i^R}$ tomará a forma da matriz de rigidez de 1ª ordem da Equação (3.2).

Segundo Chen e Lui (1987), substituindo as expressões para as funções de estabilidade da matriz da Equação (3.3) e simplificando-a, a matriz $\overline{\boldsymbol{k}_i^R}$ pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\overline{\boldsymbol{k}_i^R} = \frac{EI}{L}\begin{bmatrix} \frac{A}{I} & 0 & 0 & -\frac{A}{I} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12}{L^2}\phi_1 & \frac{6}{L}\phi_2 & 0 & -\frac{12}{L^2}\phi_1 & \frac{6}{L}\phi_2 \\ 0 & \frac{6}{L}\phi_2 & 4\,\phi_3 & 0 & -\frac{6}{L}\phi_2 & 2\phi_4 \\ -\frac{A}{L} & 0 & 0 & \frac{A}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12}{L^2}\phi_1 & -\frac{6}{L}\phi_2 & 0 & \frac{12}{L^2}\phi_1 & -\frac{6}{L}\phi_2 \\ 0 & \frac{6}{L}\phi_2 & 2\,\phi_4 & 0 & -\frac{6}{L}\phi_2 & 4\,\phi_3 \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

onde ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 e ϕ_4 são expressos conforme a Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Expressões para ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 e ϕ_4

$\boldsymbol{\phi}$	**Força axial *P***		
	Compressão	**Zero**	**Tração**
ϕ_1	$\frac{(kL)^3 \operatorname{sen} kL}{12\phi_5}$	1	$\frac{(kL)^3 \operatorname{senh} kL}{12\phi_5}$
ϕ_2	$\frac{(kL)^2(1-\cos kL)}{6\phi_5}$	1	$\frac{(kL)^2(\cosh kL - 1)}{6\phi_5}$
ϕ_3	$\frac{(kL)(\operatorname{sen} kL - kL\cos kL)}{4\phi_5}$	1	$\frac{(kL)(kL\cosh kL - \operatorname{senh} kL)}{4\phi_5}$
ϕ_4	$\frac{(kL)(kL - \operatorname{sen} kL)}{2\phi_5}$	1	$\frac{(kL)(\operatorname{senh} kL - kL)}{2\phi_5}$
ϕ_5	$2 - 2\cos kL - kL \operatorname{sen} kL$		$2 - 2\cosh kL + kL \operatorname{senh} kL$

Fonte: adapt. Chen e Lui (1987)

A rotina computacional de domínio público CALFEM (AUSTRELL et al., 2004) em ambiente MATLAB utiliza em sua função *beam2g.m* a matriz da Equação (3.9) para formulação da matriz de rigidez de 2ª ordem com as expressões de ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 e ϕ_4 reescritas de acordo com a Tabela 3.3.

Segundo Chen e Lui (1987), se a força axial aplicada na barra for pequena, a matriz da Equação (3.9) pode ser simplificada usando expansão por série de Taylor para ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 e ϕ_4. Se forem considerados apenas os dois primeiros termos da série de Taylor, a matriz de rigidez de 2ª ordem para forças axiais pequenas pode ser reescrita conforme a Equação (3.10).

Tabela 3.3 – Expressões para ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 e ϕ_4 utilizadas no CALFEM

$\boldsymbol{\phi}$	**Força axial *P***		
	Compressão	**Zero**	**Tração**
ϕ_1	$\phi_2\phi_5$	1	$\phi_2\phi_5$
ϕ_2	$\frac{1}{12}\frac{(kL)^2}{(1-\phi_5)}$	1	$-\frac{1}{12}\frac{(kL)^2}{(1-\phi_5)}$
ϕ_3	$\frac{1}{4}\phi_5+\frac{3}{4}\phi_2$	1	$\frac{1}{4}\phi_5+\frac{3}{4}\phi_2$
ϕ_4	$-\frac{1}{2}\phi_5+\frac{3}{2}\phi_2$	1	$-\frac{1}{2}\phi_5+\frac{3}{2}\phi_2$
ϕ_5	$\frac{kL}{2}\cot\frac{kL}{2}$		$\frac{kL}{2}\coth\frac{kL}{2}$

Fonte: adapt. Austrell et al. (2004)

$$\overline{\boldsymbol{k}_i^R} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} + \frac{P}{L}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5} & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & \frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & \frac{2L^2}{15} & 0 & -\frac{L}{10} & -\frac{L^2}{30} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{L}{10} & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & -\frac{L^2}{30} & 0 & -\frac{L}{10} & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

A Equação (3.10) pode ser reescrita na forma matricial compacta conforme abaixo:

$$\overline{\boldsymbol{k}_i^R} = \overline{\boldsymbol{k}_i^0} + \overline{\boldsymbol{k}_i^G} \tag{3.11}$$

onde $\overline{\boldsymbol{k}_i^0}$ e $\overline{\boldsymbol{k}_i^G}$ são as matrizes de rigidez elástica de 1ª ordem e de rigidez geométrica de 2ª ordem, respectivamente, de uma barra *i* de um pórtico plano rígido.

Para o caso de barras com carregamento uniformemente distribuído ao longo da barra, é necessário determinar-se as cargas nodais equivalentes. O CALFEM (AUSTRELL et al., 2004) computa o vetor de forças nodais equivalentes nas extremidades da barra de acordo com a Equação (3.12).

$$\overline{\boldsymbol{f_i^e}} = qL\left\{0 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{L}{12}\psi \quad 0 \quad \frac{1}{2} \quad -\frac{L}{12}\psi\right\}^T \tag{3.12}$$

onde $\overline{\boldsymbol{f_i^e}}$ é o vetor com as cargas nodais equivalentes da barra para um carregamento uniformemente distribuído, q é o valor da carga distribuída e ψ é fator de ajuste do momento fletor na barra devido ao efeito secundário local *P-δ*, que para força axial de compressão tem-se:

$$\psi = 6\left[\frac{2}{(kL)^2} - \frac{1 + \cos kL}{kL \operatorname{sen} kL}\right] \tag{3.13}$$

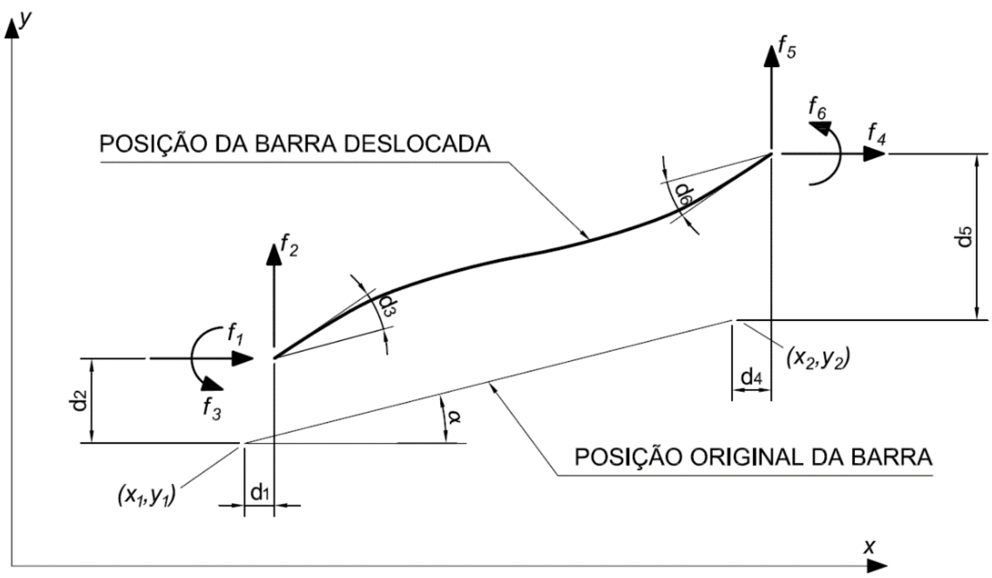
e para força axial de tração:

$$\psi = 6\left[\frac{1 + \cosh kL}{kL \operatorname{senh} kL} - \frac{2}{(kL)^2}\right] \tag{3.14}$$

3.3.3 Transformação do sistema de coordenadas

Dada uma barra não horizontal conforme a Figura 3.5, é necessário transformar a matriz de rigidez da barra *i* para o sistema de coordenadas globais do pórtico. A transformação é realizada através de uma matriz de transformação ***T***, que contém os cossenos diretores da barra, conforme Equação (3.15).

Figura 3.5 – Barra inclinada



$$\boldsymbol{k_i^R} = \boldsymbol{T^T}\overline{\boldsymbol{k_i^R}}\boldsymbol{T} \tag{3.15}$$

onde $\boldsymbol{k_i^R}$ é matriz de rigidez local da barra *i* em relação aos eixos e coordenadas globais do pórtico e ***T*** é a matriz de transformação de coordenadas, conforme descrito na Equação (3.12).

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \operatorname{sen}\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\alpha & \operatorname{sen}\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.16}$$

onde:

$$\cos\alpha = \frac{x_2 - x_1}{L} \qquad \text{e} \qquad \operatorname{sen}\alpha = \frac{y_2 - y_1}{L} \tag{3.17}$$

onde x_1 e x_2 são as coordenadas horizontais globais e y_1 e y_2 são as coordenadas verticais globais das extremidades da barra.

A transformação do vetor de forças nodais equivalentes nas extremidades da barra para o sistema coordenadas globais do pórtico plano é dada pela Equação (3.18).

$$\boldsymbol{f_i^e} = \boldsymbol{T^T}\overline{\boldsymbol{f_i^e}} \tag{3.18}$$

onde $\boldsymbol{f_i^e}$ é o vetor de forças nodais equivalentes nas extremidades da barra *i* no sistema de coordenadas globais.

Para a análise elástica em 2ª ordem, a matriz de rigidez está em função das forças axiais *P* nas barras e depende da configuração deslocada da estrutura, que não é conhecida de início. Assim, a solução deste sistema não linear só pode ser obtida através de um processo iterativo para se obter o ponto de equilíbrio estático.

3.3.4 Métodos iterativos para solução de análise não linear de 2ª ordem

Segundo Xu (2000), geralmente são utilizados dois métodos para a solução do sistema não linear da análise elástica de 2ª ordem: método da "*rigidez tangente*" e método da "*rigidez secante*".

Xu (2000) descreve que no método da rigidez tangente, também conhecido como método da rigidez incremental, o carregamento é dividido em "*n*" incrementos e é adotado uma aproximação tangente da rigidez da estrutura na análise estrutural para cada incremento de carga, obtendo-se o deslocamento incremental correspondente. Os deslocamentos são progressivamente acumulados a cada iteração, e a matriz de rigidez vai se atualizando a cada novo deslocamento acumulado até a convergência da solução do sistema para o incremento de carga, procedendo-se para o próximo carregamento incremental. O tamanho do incremento de carga influencia diretamente no tempo e nas propriedades da convergência da solução.

No método da rigidez secante, Xu (2000) informa que a análise estrutural com os efeitos de 2ª ordem é realizada de forma iterativa com o carregamento total já aplicado. Em cada nova iteração a matriz de rigidez é atualizada com os valores das forças axiais nas barras da iteração anterior. Este processo ocorre até convergência dos valores das forças axiais nas barras, ou seja, até que a diferença entre os valores das forças axiais de duas iterações sucessivas seja desprezível.

3.4 ANÁLISE ELÁSTICA DE BARRAS COM LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS

Segundo Xu (2000), há dois diferentes modos de se incorporar a flexibilidade das ligações nas extremidades de uma barra em uma rotina computacional de análise de pórticos:

1. Introduzir "elementos de ligações" adicionais no modelo de ligações entre vigas e pilares diretamente na rotina computacional de análise de pórticos (HSIEH, 1990, apud XU, 2000). Porém, essa modelagem exige um custo computacional excessivo e grandes modificações nos programas computacionais.

2. As ligações entre vigas e pilares são modeladas como sendo molas rotacionais com comprimento desprezível incorporadas nas extremidades das vigas, conforme ilustrado na Figura 3.6. Esse modelo é de fácil aplicação, não exige custo computacional elevado e possibilita melhor compreensão do comportamento da flexibilidade das ligações.

Figura 3.6 – Barra com extremidades semirrígidas

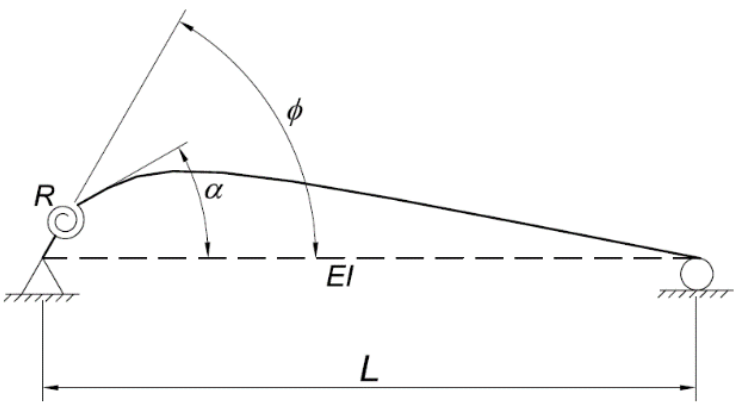
Na Figura 3.6 as ligações nas extremidades da barra são modeladas como molas rotacionais com rigidez *R*. Para refletir a rigidez relativa da barra e das ligações como molas rotacionais, foi adotado o conceito de *fator de fixação do apoio* (MONFORTON; WU, 1963 apud XU, 2000) conforme a Equação (3.19).

$$r_j = \frac{\alpha}{\phi} = \frac{1}{1 + \frac{3EI}{R_j L}} \qquad (j = 1 \text{ ou } 2) \tag{3.19}$$

onde R_j é a rigidez rotacional da ligação e EI/L é a rigidez à flexão da viga conectada.

Segundo Xu e Grierson (1993) e Xu (2000), o fator de fixação do apoio *r* define a rigidez relativa de cada ligação em relação à barra conectada, e pode ser interpretada da seguinte forma: para um momento de valor unitário aplicado no apoio da barra, *r* é a razão entre a rotação α da extremidade da viga e a rotação combinada ϕ da viga com a ligação, conforme ilustrado na Figura 3.7. Para as ligações articuladas, a rigidez rotacional é considerada igual a zero, logo o valor do fator de fixação do apoio também será zero (r_j = 0). Para as ligações perfeitamente rígidas, a rigidez rotacional é considerada como infinita, sendo unitário o valor do fator de fixação (r_j = 1). Nas ligações semirrígidas, o fator de fixação ficará entre zero e um ($0 < r_j < 1$).

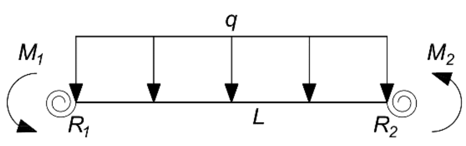
Figura 3.7 – Definição do fator de fixação das extremidades *r*



Fonte: adapt. Xu e Grierson (1993)

O fator de fixação do apoio da barra é de simples aplicação em uma análise matricial de pórticos, pois requer somente algumas pequenas modificações na matriz de rigidez da barra e no cálculo das reações nos apoios para as cargas aplicadas nas barras. Na Tabela 3.4 são apresentadas as reações de momento nos apoios de uma barra com carga uniformemente distribuída em todo seu vão, dadas em termos dos fatores de fixação dos apoios.

Tabela 3.4 – Reações de apoio de barras semirrígidas com carga uniformemente distribuída

Carregamento da Barra	Reações de momento nos apoios
	$M_1 = \frac{qL^2}{12}\left[\frac{3r_1(2-r_2)}{4-r_1r_2}\right]$ (3.20a)
	$M_2 = -\frac{qL^2}{12}\left[\frac{3r_2(2-r_1)}{4-r_1r_2}\right]$ (3.21b)

De acordo com Xu (2000), para a análise de pórticos com ligações semirrígidas utilizando-se o conceito do fator fixação do apoio, devem ser assumidas as seguintes hipóteses:

1. Todas as barras são prismáticas e retilíneas;
2. Apenas a relação momento-rotação das ligações é considerada, sendo ignorada as deformações axiais e de cisalhamento nas ligações;
3. As barras apresentam comportamentos elástico linear ou elástico não linear, enquanto as ligações apresentam comportamento força-deformação linear ou não linear;
4. A dimensão da ligação é considerada negligenciável se comparada aos comprimentos das vigas e pilares. A deformação rotacional da ligação é considerada concentrada em um ponto coincidente com a extremidade da barra semirrígida;
5. Os efeitos da excentricidade das ligações são ignorados;
6. O carregamento na estrutura é estático e não se altera com a mudança do perfil da barra, isto é, a influência do peso próprio da estrutura é desprezível.

3.4.1 Análise elástica de 1ª ordem com ligações semirrígidas

Para uma barra *i* de um pórtico plano com duas ligações semirrígidas nas extremidades com rigidezes rotacionais R_1 e R_2, igual da barra ilustrada na Figura 3.6, a sua matriz de rigidez pode ser representada pela matriz de rigidez com as ligações rígidas modificada por uma matriz de correção (MONFORTON; WU, 1963, apud XU, 2000), isto é:

$$\overline{\boldsymbol{k}_i^{SR}} = \overline{\boldsymbol{k}_i^{0}} \cdot \boldsymbol{C}_i \tag{3.21}$$

onde $\overline{\boldsymbol{k}_i^{SR}}$ é a matriz de rigidez de uma barra *i* corrigida pelos efeitos da flexibilidade das ligações semirrígidas, $\overline{\boldsymbol{k}_i^{0}}$ é a matriz de rigidez de uma barra *i* considerando as ligações como rígidas, dada pela Equação (3.2) e $\boldsymbol{C}_i$ é matriz de correção em termos dos fatores fixação r_1 e r_2, conforme a Equação (3.22).

$$\boldsymbol{C}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{4r_2 - 2r_1 + r_1 r_2}{4 - r_1 r_2} & \dfrac{-2Lr_1(1 - r_2)}{4 - r_1 r_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{6(r_1 - r_2)}{L(4 - r_1 r_2)} & \dfrac{3r_1(2 - r_2)}{4 - r_1 r_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{4r_1 - 2r_2 + r_1 r_2}{4 - r_1 r_2} & \dfrac{2Lr_2(1 - r_1)}{4 - r_1 r_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{6(r_1 - r_2)}{L(4 - r_1 r_2)} & \dfrac{3r_2(2 - r_1)}{4 - r_1 r_2} \end{bmatrix} \tag{3.22}$$

Com as matrizes de rigidez das barras com ligações semirrígidas corrigidas conforme a Equação (3.21), pode-se montar a matriz de rigidez global do pórtico e realizar a análise estrutural de 1ª ordem pelo método de rigidez convencional. Devido ao comportamento não linear das ligações semirrígidas, é aplicado um processo iterativo para se obter a solução, onde a matriz de rigidez $\overline{\boldsymbol{k}_i^{SR}}$ é modificada usando a matriz de correção $\boldsymbol{C}_i$ com os fatores de fixação dos apoios atualizados a cada iteração. A cada iteração, os momentos fletores nas ligações semirrígidas são atualizados até que haja uma convergência nestes valores.

3.4.2 Análise elástica de 2ª ordem com ligações semirrígidas

Xu (1992) e Xu (2000), apresentam o desenvolvimento de uma matriz de rigidez geométrica para uma barra sobre os efeitos de 2ª ordem (efeitos *P-δ* e *P-Δ*) devido a não linearidade geométrica e sobre o efeito não linear físico pelo comportamento da ligação semirrígida.

A relação entre as forças e os deslocamentos nas extremidades de uma barra *i* de uma estrutura plana com ligações rígidas e considerando os efeitos de 2ª ordem é:

$$\overline{\boldsymbol{f_i}} = \left(\overline{\boldsymbol{k_i^0}} + \overline{\boldsymbol{k_i^G}}\right)\overline{\boldsymbol{d_i}} \tag{3.23}$$

A Equação (3.23) em sua forma expandida:

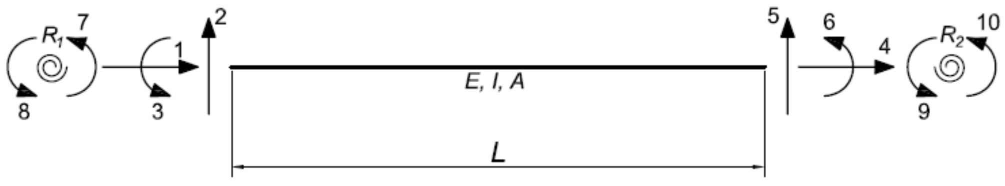
$$\begin{Bmatrix} \overline{f_1} \\ \overline{f_2} \\ \overline{f_3} \\ \overline{f_4} \\ \overline{f_5} \\ \overline{f_6} \end{Bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} + \frac{P}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5} & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & \frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & \frac{2L^2}{15} & 0 & -\frac{L}{10} & -\frac{L^2}{30} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{L}{10} & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & -\frac{L^2}{30} & 0 & -\frac{L}{10} & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \overline{d_1} \\ \overline{d_2} \\ \overline{d_3} \\ \overline{d_4} \\ \overline{d_5} \\ \overline{d_6} \end{Bmatrix} \tag{3.24}$$

onde $\overline{\boldsymbol{k_i^0}}$ e $\overline{\boldsymbol{k_i^G}}$ são as matrizes de rigidez linear elástica e geométrica, respectivamente, de uma barra *i* plana com ligações rígidas, e $\overline{\boldsymbol{f_i}}$. e $\overline{\boldsymbol{d_i}}$ são as forças e deslocamentos nas extremidades da barra nas direções de 1 a 6 da Figura 3.6.

Na Figura 3.8 são apresentados uma barra de uma estrutura plana e duas ligações nas extremidades como três elementos separados com um total de 10 graus de liberdade. As relações momento-rotação das duas ligações podem ser expressas como:

$$\begin{Bmatrix} \overline{f_7} \\ \overline{f_8} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & -R_1 \\ -R_1 & R_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \overline{d_7} \\ \overline{d_8} \end{Bmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{Bmatrix} \overline{f_9} \\ \overline{f_{10}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \overline{d_9} \\ \overline{d_{10}} \end{Bmatrix} \tag{3.25}$$

Figura 3.8 – Barra e molas nos apoios (10 graus de liberdade)



Fonte: adapt. Xu (2000)

Reunindo as Equações (3.24) e (3.25), a relação força-deslocamento dos três elementos da Figura 3.8 é:

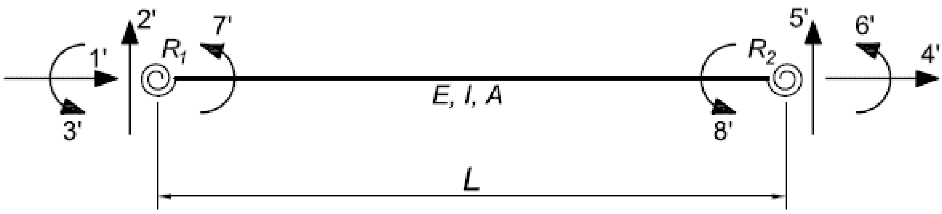
$$\begin{Bmatrix} \overline{\boldsymbol{f}_{6x1}} \\ \overline{f_7} \\ \overline{f_8} \\ \overline{f_9} \\ \overline{f_{10}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\overline{\boldsymbol{k}_i^0} + \overline{\boldsymbol{k}_i^G}\right)_{6x6} & & & & \\ & R_1 & -R_1 & & \\ & -R_1 & R_1 & & \\ & & & R_2 & -R_2 \\ & & & -R_2 & R_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \overline{\boldsymbol{d}_{6x1}} \\ \overline{d_7} \\ \overline{d_8} \\ \overline{d_9} \\ \overline{d_{10}} \end{Bmatrix} \tag{3.26}$$

De forma compacta:

$$\overline{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{10x1}} = \overline{\boldsymbol{K}}_{\boldsymbol{10x10}}\, \overline{\boldsymbol{d}}_{\boldsymbol{10x1}} \tag{3.27}$$

Agora considere o elemento híbrido da Figura 3.9, que mostra a barra e as duas molas nas extremidades juntas com 8 graus de liberdade. A relação entre os graus de liberdade da Figura 3.8 e da Figura 3.9 é dada pela matriz de transformação da Equação (3.28).

Figura 3.9 – Barra e molas nos apoios (8 graus de liberdade)



Fonte: adapt. Xu (2000)

$$\boldsymbol{T}_{\boldsymbol{10x8}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.28}$$

A matriz de rigidez do elemento híbrido da Figura 3.9 é possível de ser obtida pela transformação da matriz de rigidez da Equação (3.27) pela matriz da Equação (3.28), conforme expresso a seguir:

$$\overline{\boldsymbol{K'}}_{\boldsymbol{8x8}} = \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{8x10}}^{\boldsymbol{T}}\, \overline{\boldsymbol{K}}_{\boldsymbol{10x10}}\, \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{10x8}} \tag{3.29}$$

Na forma expandida:

$$\overline{\boldsymbol{K'}_{\boldsymbol{8x8}}} = \begin{bmatrix} \overline{k_{11}^0} + \overline{k_{11}^G} & 0 & 0 & \overline{k_{14}^0} + \overline{k_{14}^G} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \overline{k_{22}^0} + \overline{k_{22}^G} & 0 & 0 & \overline{k_{25}^0} + \overline{k_{25}^G} & 0 & \overline{k_{23}^0} + \overline{k_{23}^G} & \overline{k_{26}^0} + \overline{k_{26}^G} \\ 0 & 0 & R_1 & 0 & 0 & 0 & -R_1 & 0 \\ \overline{k_{41}^0} + \overline{k_{41}^G} & 0 & 0 & \overline{k_{44}^0} + \overline{k_{44}^G} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \overline{k_{52}^0} + \overline{k_{52}^G} & 0 & 0 & \overline{k_{55}^0} + \overline{k_{55}^G} & 0 & \overline{k_{53}^0} + \overline{k_{53}^G} & \overline{k_{56}^0} + \overline{k_{56}^G} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_2 & 0 & -R_2 \\ 0 & \overline{k_{32}^0} + \overline{k_{32}^G} & -R1 & 0 & \overline{k_{35}^0} + \overline{k_{35}^G} & 0 & \overline{k_{33}^0} + \overline{k_{33}^G} + R1 & \overline{k_{63}^0} + \overline{k_{63}^G} \\ 0 & \overline{k_{62}^0} + \overline{k_{62}^G} & 0 & 0 & \overline{k_{65}^0} + \overline{k_{65}^G} & -R_2 & \overline{k_{63}^0} + \overline{k_{63}^G} & \overline{k_{66}^0} + \overline{k_{66}^G} + R_2 \end{bmatrix} \tag{3.30}$$

onde $\overline{k_{mn}^0}$ e $\overline{k_{mn}^G}$ (m = 1;2…;6 e n = 1;2…;6) são os elementos das matrizes de rigidez elástica e geométrica, respectivamente, de uma barra com ligações rígidas, dadas pela Equação (3.24).

Para obter-se a matriz de rigidez da barra semirrígida da Figura 3.6 com 6 graus de liberdade, é necessário eliminar os graus de liberdade 7' e 8' da Figura 3.9. O relacionamento forças-deslocamentos da Figura 3.9 pode ser expresso da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \overline{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{6x1}} \\ \overline{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{2x1}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\boldsymbol{K}}_{\boldsymbol{6x6}} & \overline{\boldsymbol{K}}_{\boldsymbol{6x2}} \\ \overline{\boldsymbol{K}}_{\boldsymbol{2x6}} & \overline{\boldsymbol{K}}_{\boldsymbol{2x2}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \overline{\boldsymbol{d}}_{\boldsymbol{6x1}} \\ \overline{\boldsymbol{d}}_{\boldsymbol{2x1}} \end{Bmatrix} \tag{3.31}$$

onde $\overline{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{6x1}}$ e $\overline{\boldsymbol{d}}_{\boldsymbol{6x1}}$ são forças e deslocamentos nas extremidades da barra correspondente aos graus de liberdade 1' ao 6' da Figura 3.9, e $\overline{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{2x1}}$ e $\overline{\boldsymbol{d}}_{\boldsymbol{2x1}}$ são as forças e deslocamentos nas extremidades da barra correspondentes aos graus de liberdade 7' e 8'. Analisando a Figura 3.9, pelo equilíbrio de forças identifica-se que $\overline{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{2x1}} = \{0, 0\}^T$, portanto da segunda equação do sistema da Equação (3.31) tem-se:

$$\overline{\boldsymbol{K}}_{\boldsymbol{2x6}}\, \overline{\boldsymbol{d}}_{\boldsymbol{6x1}} + \overline{\boldsymbol{K}}_{\boldsymbol{2x2}}\, \overline{\boldsymbol{d}}_{\boldsymbol{2x1}} = \boldsymbol{0} \tag{3.32}$$

logo:

$$\overline{\boldsymbol{d}}_{\boldsymbol{2x1}} = -\overline{\boldsymbol{K}}_{\boldsymbol{2x2}}^{\ -\boldsymbol{1}}\, \overline{\boldsymbol{K}}_{\boldsymbol{2x6}}\, \overline{\boldsymbol{d}}_{\boldsymbol{6x1}} \tag{3.33}$$

e então substituindo a Equação (3.33) na primeira equação do sistema da Equação

(3.31) tem-se:

$$\overline{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{6x1}} = \overline{\boldsymbol{K}}_{\boldsymbol{6x6}}\,\overline{\boldsymbol{d}}_{\boldsymbol{6x1}} + \overline{\boldsymbol{K}}_{\boldsymbol{6x2}}\,\overline{\boldsymbol{d}}_{\boldsymbol{2x1}} \;\Rightarrow\; \overline{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{6x1}} = \left(\overline{\boldsymbol{K}}_{\boldsymbol{6x6}} - \overline{\boldsymbol{K}}_{\boldsymbol{6x2}}\,\overline{\boldsymbol{K}}_{\boldsymbol{2x2}}^{-1}\,\overline{\boldsymbol{K}}_{\boldsymbol{2x6}}\right)\overline{\boldsymbol{d}}_{\boldsymbol{6x1}} \tag{3.34}$$

Assim, pelo exposto na Equação (3.34), a matriz de rigidez da Figura 3.6 para a barra *i* com ligação semirrígida de uma estrutura plana pode ser expressa como:

$$\overline{\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{SR}}} = \overline{\boldsymbol{K}}_{\boldsymbol{6x6}} - \overline{\boldsymbol{K}}_{\boldsymbol{6x2}}\,\overline{\boldsymbol{K}}_{\boldsymbol{2x2}}^{-1}\,\overline{\boldsymbol{K}}_{\boldsymbol{2x6}} \tag{3.35}$$

onde $\overline{\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{SR}}}$ é a matriz de rigidez de 2ª ordem para uma barra *i* com ligações semirrígidas. Segundo Xu (1992) e Xu (2000), cada elemento da matriz $\overline{\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{SR}}}$ são frações não lineares em função de $(kL)^2$, onde $k = \sqrt{P/EI}$ conforme Equação (3.4). Xu (1992) utilizou série de Taylor para expandir a matriz de frações não lineares em uma matriz polinomial em função de $(kL)^2$. A matriz de rigidez elástica é obtida pelas constantes da matriz de polinômios, sendo igual à publicada por outros pesquisadores (MONFORTON; WU, 1963, ANG; MORRIS, 1984, CHEN, 1987, GERSTLE, 1989, apud XU, 1992). Ainda de acordo Xu (1992), a matriz de rigidez geométrica $\overline{\boldsymbol{k}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{SR-G}}}$ é obtida tomando os termos de primeira ordem da matriz polinomial, tendo a seguinte forma:

$$\overline{\boldsymbol{k}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{SR-G}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \overline{k_{22}^{SR-G}} & \overline{k_{23}^{SR-G}} & 0 & \overline{k_{25}^{SR-G}} & \overline{k_{26}^{SR-G}} \\ 0 & \overline{k_{32}^{SR-G}} & \overline{k_{33}^{SR-G}} & 0 & \overline{k_{35}^{SR-G}} & \overline{k_{36}^{SR-G}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \overline{k_{52}^{SR-G}} & \overline{k_{53}^{SR-G}} & 0 & \overline{k_{55}^{SR-G}} & \overline{k_{56}^{SR-G}} \\ 0 & \overline{k_{62}^{SR-G}} & \overline{k_{63}^{SR-G}} & 0 & \overline{k_{65}^{SR-G}} & \overline{k_{66}^{SR-G}} \end{bmatrix} \tag{3.36}$$

onde:

$$\overline{k_{22}^{SR-G}} = \frac{2P}{5L(4 - r_1 r_2)^2}\left(3r_1^2 r_2^2 + r_1^2 r_2 + r_1 r_2^2 + 8r_1^2 + 8r_2^2 - 34 r_1 r_2 + 40\right)$$

$$\overline{k_{23}^{SR-G}} = \overline{k_{32}^{SR-G}} = \frac{P}{10(4 - r_1 r_2)^2}\left(r_1^2 r_2^2 - 12 r_1^2 r_2 + 16 r_1 r_2^2 - 28 r_1 r_2 + 32 r_1^2\right)$$

$$\overline{k_{26}^{SR-G}} = \overline{k_{62}^{SR-G}} = \frac{P}{10(4 - r_1 r_2)^2}\left(r_1^2 r_2^2 - 12 r_1 r_2^2 - 16 r_1^2\, r_2 - 28 r_1 r_2 + 32 r_2^2\right)$$

$$\overline{k_{33}^{SR-G}} = \frac{2PL}{5(4 - r_1 r_2)^2}\left(2r_1^2 r_2^2 - 7 r_1^2 r_2 + 8 r_1^2\right)$$

$$\overline{k_{36}^{SR-G}} = \overline{k_{63}^{SR-G}} = \frac{-PL}{10(4-r_1r_2)^2}(7r_1^2r_2^2 - 16r_1^2r_2 - 16r_1r_2^2 + 28r_1r_2)$$

$$\overline{k_{66}^{SR-G}} = \frac{2PL}{5(4-r_1r_2)^2}(2r_1^2r_2^2 - 7r_1{r_2}^2 + 8r_2^2)$$

$$\overline{k_{35}^{SR-G}} = \overline{k_{53}^{SR-G}} = -\overline{k_{23}^{SR-G}}$$

$$\overline{k_{55}^{SR-G}} = -\overline{k_{25}^{SR-G}} = -\overline{k_{52}^{SR-G}} = \overline{k_{22}^{SR-G}}$$

$$\overline{k_{56}^{SR-G}} = \overline{k_{65}^{SR-G}} = -\overline{k_{26}^{SR-G}}$$

Com a matriz de rigidez geométrica de 2ª ordem definida, a matriz geral de rigidez para uma barra *i* semirrígida considerando os efeitos de 1ª e 2ª ordens em uma análise elástica é expressa como (XU, 2000):

$$\overline{\boldsymbol{K_i^{SR}}} = \overline{\boldsymbol{k_i^0}} \cdot \boldsymbol{C_i} + \overline{\boldsymbol{k_i^{SR-G}}} \tag{3.37}$$

onde as matrizes $\overline{\boldsymbol{k_i^0}}$ e $\boldsymbol{C_i}$ são definidas pelas Equações (3.2) e (3.22) respectivamente, e $\overline{\boldsymbol{k_i^{SR-G}}}$ definida pela Equação (3.36).

A montagem do vetor de forças nodais equivalentes de uma barra *i* com carregamento uniformemente distribuído, com ligações semirrígidas e considerando a força axial de compressão *P* pequena é dada da seguinte forma:

$$\overline{\boldsymbol{f_i^{SRe}}} = \left\{0 \quad \frac{qL}{2} \quad M_1 \quad 0 \quad \frac{qL}{2} \quad M_2\right\}^T \tag{3.38}$$

onde M_1 e M_2 são dados pelas Equações (3.20a) e (3.21b), respectivamente.

4. DIMENSIONAMENTO DOS PÓRTICOS PLANOS EM AÇO SEMIRRÍGIDOS

Após obtido os esforços solicitantes de projeto pela análise estrutural, são realizadas as análises comparativas entre os esforços solicitantes e os resistentes das barras da estrutura para o dimensionamento dos perfis de aço adequados para a estrutura. Nesta seção são abordadas as expressões usadas para determinação das resistências de projeto das barras e das ligações entre vigas e pilares e os critérios de verificação, em acordo com a norma NBR 8800:2008.

4.1 BARRAS AXIALMENTE COMPRIMIDAS

De acordo com a NBR 8800:2008, o dimensionamento das barras submetidas à compressão axial deve ser atendido a condição:

$$N_{c,Sd} \leq N_{c,Rd} \tag{4.1}$$

onde $N_{c,Sd}$ é a força axial de compressão solicitante de cálculo e $N_{c,Rd}$ é a força axial resistente de cálculo.

A força axial de compressão resistente de cálculo de uma barra, associado aos estados limites últimos de instabilidade por flexão, por torção ou flexo-torção e de flambagem local, é

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}} \tag{4.2}$$

Onde χ é o fator de redução por flambagem global associado à resistência à compressão, Q é o fator de redução total associado à flambagem local, A_g é a área bruta da seção transversal da barra, f_y é a tensão resistente ao escoamento do aço e γ_{a1} é o coeficiente de segurança de valor igual a 1,10.

Segundo Fakury, Silva e Caldas (2016), χ é um redutor de capacidade resistente, tendo em vista as tensões residuais e a curvatura inicial da barra. De acordo com a NBR 8800:2008, o fator de redução é dado por:

- para $\lambda_0 \leq 1{,}5$:

$$\chi = 0{,}658^{\lambda_0{}^2} \tag{4.3a}$$

- para $\lambda_0 > 1{,}5$:

$$\chi = \frac{0{,}877}{\lambda_0{}^2} \tag{4.3b}$$

onde λ_0 é dado por:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{QA_g f_y}{N_e}} \tag{4.4}$$

onde N_e é a força axial de flambagem elástica.

Para as barras com seção duplamente simétrica, como os perfis I ou H utilizados nesta pesquisa, a flambagem global por flexão pode ocorrer em relação aos eixos centrais de inércia *x* e *y* ou por torção, onde as forças axiais críticas de flambagem elástica são dadas por:

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 E I_x}{(K_x L_x)^2} \tag{4.5}$$

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 E I_y}{\left(K_y L_y\right)^2} \tag{4.6}$$

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2}\left[\frac{\pi^2 E C_w}{(K_z L_z)^2} + GJ\right] \tag{4.7}$$

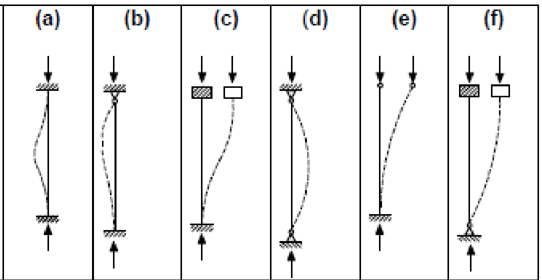
onde N_{ex} e N_{ey} são forças axiais de flambagem elástica a flexão em relação aos eixos centrais de inércia *x* e *y*, N_{ez} é a força axial de flambagem elástica por torção, I_x e I_y são os momentos de inércia da barra em relação aos eixos *x* e *y*, K_xL_x e K_yL_y são os comprimentos de flambagem a flexão em relação aos eixos *x* e y, K_zL_z é comprimento de flambagem por torção, C_w é a constante de empenamento, *G* é o módulo de elasticidade transversal da barra e *J* é a constante de torção. Os termos EC_w e *GJ* são conhecidas como rigidez ao empenamento e rigidez à torção uniforme, respectivamente.

A força axial crítica de flambagem elástica N_e da Equação (4.4) será igual a menor das 3 forças N_{ex}, N_{ey} e N_{ez}. Entretanto no dimensionamento dos pórticos planos desta pesquisa foi considerado que as barras se encontram travadas ao longo de sua extensão na direção perpendicular ao plano do pórtico de modo a impedir a flexão em relação ao eixo *y* e a ocorrência de flambagem por torção, ocorrendo flexão somente em relação ao eixo *x*. Assim, para o dimensionamento dos pórticos planos desta pesquisa $N_e = N_{ex}$.

4.1.1 Determinação do coeficiente de flambagem K_x

A NBR 8800:2008 fornece os valores teóricos do coeficiente de flambagem por flexão (também conhecido como *fator de comprimento efetivo*) K_x para seis casos ideais de condições de contorno de barras isoladas, nos quais a rotação e a translação das extremidades são totalmente livres ou totalmente impedidas. São apresentados também os valores recomendados para os casos em que não seja possível assegurar a perfeição do engaste. Estes valores estão apresentados na Figura 4.1.

Figura 4.1– Coeficiente de flambagem por flexão de elementos isolados



	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
A linha tracejada indica a linha elástica de flambagem						
Valores teóricos de K_x ou K_y	0,5	0,7	1,0	1,0	2,0	2,0
Valores recomendados	0,65	0,80	1,2	1,0	2,1	2,0
Código para condição de apoio	Rotação e translação impedidas Rotação livre, translação impedida Rotação impedida, translação livre Rotação e translação livres					

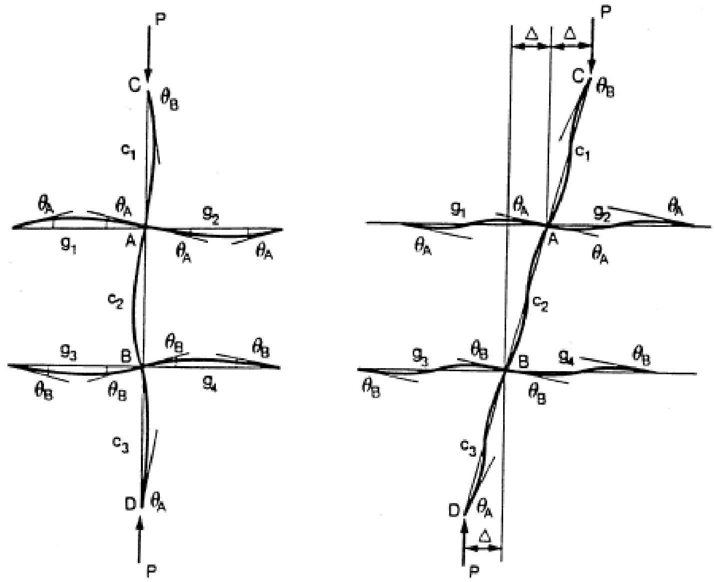
Fonte: NBR 8800 (ABNT, 2008)

A NBR 8800:2008 fornece apenas os valores dos coeficientes de flambagem para situação de barras isoladas submetidas a força axial de compressão.

Chen, Kishi e Komuro (2011) descrevem que na realidade das estruturas, o pilar usualmente existe como uma parte de um pórtico, e não isolados. Segundo os autores, a desconsideração desta realidade para a definição do coeficiente de flambagem pode acarretar em um dimensionamento errado da estrutura e, consequentemente, em ocorrência de efeitos indesejáveis A determinação do coeficiente de flambagem para os pilares fazendo parte de um pórtico foi proposto por Julian e Lawrence (1959, apud CHEN; KISHI; KOMURO, 2011) e LeMessurier (1972, apud CHEN; KISHI; KOMURO, 2011), baseando-se nos modelos de subestrutura de pórtico conforme a Figura 4.2.

Figura 4.2 – Modelos de subestrutura de pórtico com flambagem

(a) pórtico contraventado (b) pórtico não contraventado



Fonte: Chen e Lui (1991)

Os coeficientes de flambagem para os modelos de subestruturas de um pórtico contraventado (Figura 4.2a) e não contraventado (Figura 4.2b), são obtidos através das Equações (4.8) e (4.9), respectivamente.

$$\frac{G_A G_B}{4}\left(\frac{\pi}{K}\right) + \left(\frac{G_A + G_B}{2}\right)\left[1 - \frac{\pi/K}{\tan(\pi/K)}\right] + \frac{2\tan(\pi/2K)}{\pi/K} - 1 = 0 \quad (4.8)$$

$$\frac{G_A G_B (\pi/K_x)^2 - 36}{6(G_A + G_B)} - \frac{(\pi/K_x)}{\tan(\pi/K_x)} = 0 \quad (4.9)$$

onde G_A e G_B são fatores de distribuição de rigidez nas extremidades "A" e "B" do pilar analisado, expressos na seguinte forma para o caso de ligações rígidas nas extremidades:

$$G_A = \frac{\sum_A \left(\frac{I_x}{L}\right)_P}{\sum_A \left(\frac{I_x}{L}\right)_V} = \frac{\sum \text{da rigidezes dos pilares que se encontram na extr. "A"}}{\sum \text{da rigidezes das vigas que se encontram na extr. "A"}} \quad (4.10)$$

$$G_B = \frac{\sum_B \left(\frac{I_x}{L}\right)_P}{\sum_B \left(\frac{I_x}{L}\right)_V} = \frac{\sum \text{da rigidezes dos pilares que se encontram na extr. "B"}}{\sum \text{da rigidezes das vigas que se encontram na extr. "B"}} \tag{4.11}$$

Para ligações semirrígidas em ambas extremidades das vigas, Xu (2000) descreve que os fatores de distribuição G_A e G_B podem ser expressos por:

$$G_A \text{ou } G_B = \frac{\sum \left(\frac{I_x}{L}\right)_P}{\sum \left(\frac{\alpha_V I_x}{L}\right)_V} \tag{4.12}$$

onde α_V é um fator de modificação aplicado ao momento de inércia das vigas restringidas. Para um pórtico não contraventado α_V é expresso por:

$$\alpha_V = \frac{r_1(2 - r_2)}{4 - r_1 r_2} \tag{4.13}$$

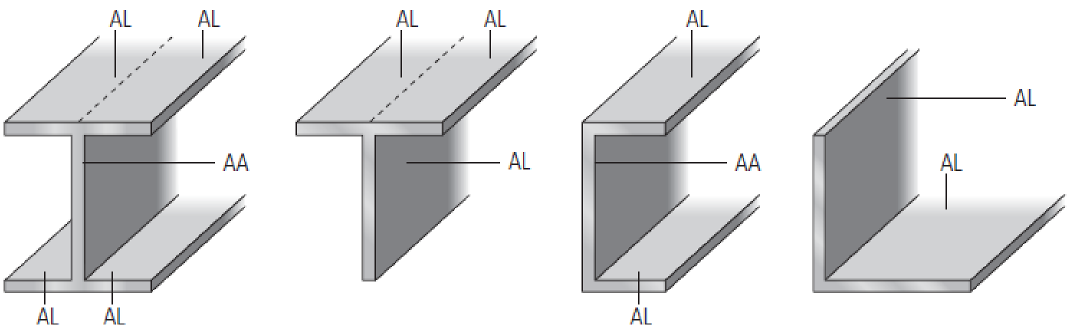
onde neste caso r_1 é o fator de fixação do apoio da viga próximo da extremidade “A” ou “B” do pilar e r_2 é o fator de fixação do apoio da viga distante da extremidade “A” ou “B” do pilar analisado para a determinação do coeficiente de flambagem K_x.

Teoricamente, o fator G é igual a zero quando o pilar estiver conectado a uma base rígida e igual a infinito se base for articulada. Porém, é recomendado usar *G*=1 na conexão de pilares com base rígida e *G*=10 para conexão de pilares com base articulada, pois na prática bases de suporte idealmente rígidas ou articuladas nunca serão encontradas em pórticos reais (CHEN; LUI, 1991).

4.1.2 Flambagem local de barras com forças axiais de compressão

Segundo Fakury, Silva e Caldas (2016), os elementos que formam os perfis estruturais de seção aberta geralmente são planos e apoiados em uma ou em duas bordas longitudinais, denominados como elementos AL (apoiados-livres) ou AA (apoiados-apoiados) respectivamente, conforme Figura 4.3. Para os perfis I e H laminados, nota-se que possuem cinco elementos, sendo quatro AL e um AA.

Figura 4.3 – Elementos apoiados em uma (AL) ou em duas bordas longitudinais (AA)



Fonte: Fakury, Silva e Caldas (2016)

A instabilidade em um ou mais elementos AA e AL do perfil estrutural pode ocorrer pela ação da força axial de compressão, independente da curvatura inicial da barra. Este estado-limite último recebe o nome de flambagem local (FAKURY; SILVA; CALDAS, 2016).

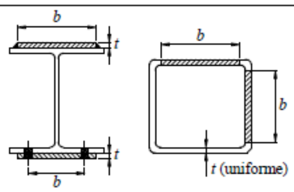
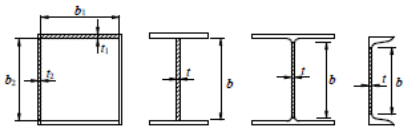
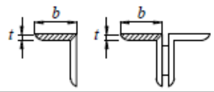
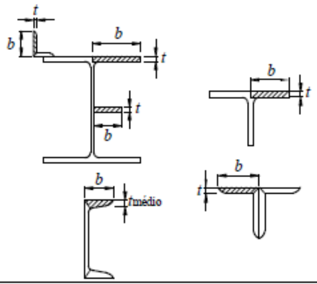
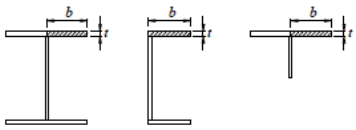
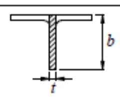
De acordo com a NBR 8800:2008, as barras submetidas à força axial de compressão onde todos os elementos componentes da seção transversal possuem relações entre largura e espessura (b/t) que não superam os valores de $(b/t)_{lim}$ dados na Tabela 4.1, têm o fator de redução total $Q = 1$.

Para os elementos da seção transversal de uma barra sob compressão axial, caso as suas relações b/t forem superiores aos valores $(b/t)_{lim}$ dados na Tabela 4.1 (elementos esbeltos), têm o fator de redução total Q dado por:

$$Q = Q_s Q_a \tag{4.14}$$

onde Q_s e Q_a são fatores de redução que levam em conta a flambagem local dos elementos AL e AA, respectivamente.

Tabela 4.1 – Valores de $(b/t)_{lim}$

Elementos	Grupo	Descrição dos elementos	Alguns exemplos com indicação de b e t	$(b/t)_{lim}$
AA	1	— Mesas ou almas de seções tubulares retangulares — Lamelas e chapas de diafragmas entre linhas de parafusos ou soldas		$1{,}40\sqrt{\dfrac{E}{f_y}}$
AA	2	— Almas de seções I, H ou U — Mesas ou almas de seção-caixão — Todos os demais elementos que não integram o Grupo 1		$1{,}49\sqrt{\dfrac{E}{f_y}}$
AL	3	— Abas de cantoneiras simples ou múltiplas providas de chapas de travejamento		$0{,}45\sqrt{\dfrac{E}{f_y}}$
AL	4	— Mesas de seções I, H, T ou U laminadas — Abas de cantoneiras ligadas continuamente ou projetadas de seções I, H, T ou U laminadas ou soldadas — Chapas projetadas de seções I, H, T ou U laminadas ou soldadas		$0{,}56\sqrt{\dfrac{E}{f_y}}$
AL	5	— Mesas de seções I, H, T ou U soldadas [a]		$0{,}64\sqrt{\dfrac{E}{(f_y/k_c)}}$
AL	6	— Almas de seções T		$0{,}75\sqrt{\dfrac{E}{f_y}}$

Fonte: NBR 8800 (ABNT, 2008)

4.1.2.1 Elementos AL

Para os perfis I ou H laminados (elementos do Grupo 4 da Tabela 4.1), os valores de Q_s a serem usados para os elementos AL comprimidos são (NBR 8800:2008):

– Para $\dfrac{b}{t} \leq 0{,}56\sqrt{\dfrac{E}{f_y}} \Rightarrow Q_s = 1{,}00$ (4.15a)

– Para $0{,}56\sqrt{\dfrac{E}{f_y}} \leq \dfrac{b}{t} \leq 1{,}03\sqrt{\dfrac{E}{f_y}} \Rightarrow Q_s = 1{,}415 - 0{,}74\dfrac{b}{t}\sqrt{\dfrac{f_y}{E}}$ (4.15b)

– Para $\dfrac{b}{t} > 1{,}03\sqrt{\dfrac{E}{f_y}} \Rightarrow Q_s = \dfrac{0{,}69E}{f_y\left(\dfrac{b}{t}\right)^2}$ (4.15c)

4.1.2.2 Elementos AA

Para os elementos comprimidos AA onde a relação *b*/*t* supera os valores de $(b/t)_{lim}$ indicados na Tabela 4.1, segundo a NBR 8800:2008 o fator de redução Q_a das seções transversais é definido como:

$$Q_a = \frac{A_{ef}}{A_g} \tag{4.16}$$

onde A_g é a área bruta e A_{ef} é a área efetiva da seção transversal, dado por:

$$A_{ef} = A_g - \sum \left(b - b_{ef}\right) t \tag{4.17}$$

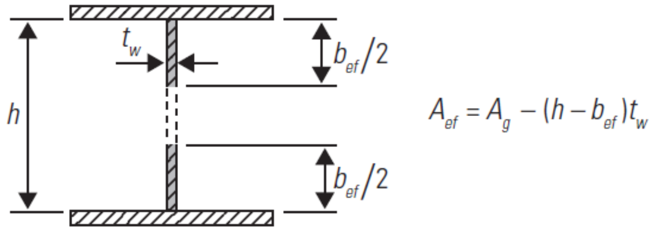
onde o somatório estende-se para todos os elementos AA, *b* e *t* são a largura e a espessura de um elemento AA comprimido, respectivamente, e b_{ef} é a largura efetiva de um elemento comprimido, expressa por:

$$b_{ef} = 1{,}92t\sqrt{\frac{E}{\sigma}}\left[1 - \frac{0{,}34}{b/t}\sqrt{\frac{E}{\sigma}}\right] \leq b \tag{4.18}$$

onde σ é a tensão máxima que atua no elemento AA analisado, que conservadoramente pode ser adotado igual a resistência ao escoamento do aço f_y.

Os perfis estruturais I ou H possuem somente um elemento AA, sendo este a alma do perfil com as bordas longitudinais apoiadas nas mesas. A Figura 4.4 ilustra um exemplo de largura e área efetivas em um perfil I ou H.

Figura 4.4 – Exemplo de largura e área efetivas em um perfil I ou H



Fonte: Fakury, Silva e Caldas (2016)

4.1.3 Limitação do índice de esbeltez

O índice de esbeltez das barras axialmente comprimidas, calculado pela maior relação entre comprimento de flambagem e o raio de giração correspondente, não deve ser superior a 200, segundo a NBR 8800:2008. De acordo com Fakury, Silva e Caldas (2016), este limite tem por objetivo principal evitar danos às barras ou aumento da imperfeição inicial durante as operações de fabricação, transporte e montagem.

Conforme explicado no item 4.1, foi considerado na análise dos pórticos desta pesquisa que as barras se encontram travadas ao longo de sua extensão na direção transversal ao plano do pórtico de modo a impedir a flexão em relação ao eixo *y* e a ocorrência de flambagem por torção, ocorrendo flexão somente em relação ao eixo *x*. Assim o índice de esbeltez das barras comprimidas é dado por:

$$\lambda = \frac{K_x L}{r_x} \leq 200 \tag{4.19}$$

onde K_xL e r_x são o comprimento de flambagem e o raio de giração do em relação ao eixo *x* da barra, respectivamente.

Segundo Fakury, Silva e Caldas (2016), a Equação (4.19) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\lambda = \pi \sqrt{\frac{E A_g}{N_{ex}}} \leq 200 \tag{4.20}$$

4.2 BARRAS DE AÇO SUBMETIDAS A FLEXÃO

Segundo a NBR 8800:2008, o dimensionamento das barras submetidas a momento fletor deve atender a seguinte condição

$$M_{Sd} \leq M_{Rd} \tag{4.21}$$

onde M_{Sd} é o momento fletor solicitante de cálculo e M_{Rd} é o momento fletor resistente de cálculo.

A NBR 8800:2008 estabelece que o momento fletor resistente de cálculo M_{Rd} deve ser determinado considerando os estados-limites últimos de flambagem lateral por torção

(FLT), flambagem local da mesa comprimida (FLM) e flambagem local da alma (FLA) para perfis I e H. Para barras contidas lateralmente (como foi assumido para os pórticos analisados nesta pesquisa), a verificação pela flambagem lateral por torção (FLT) pode ser desconsiderado.

4.2.1 Flambagem local da mesa (FLM) e flambagem local da alma (FLA)

Para os estados limites FLM e FLA, o momento fletor resistente de cálculo é dado por:

$$- M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}, \text{ para } \lambda \leq \lambda_p \tag{4.22a}$$

$$- M_{Rd} = \frac{1}{\gamma_{a1}}\left[M_{pl} - \left(M_{pl} - M_r\right)\frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p}\right], \text{ para } \lambda_p \leq \lambda \leq \lambda_r \tag{4.22b}$$

$$- M_{Rd} = \frac{M_{cr}}{\gamma_{a1}}, \text{ para } \lambda > \lambda_r \tag{4.22c}$$

onde:

$$M_{pl} = Z_x f_y \tag{4.23}$$

$$\lambda = \frac{h}{t_w} \text{ para alma e } \lambda = \frac{b/2}{t_f} \text{ para mesa de perfis I e H} \tag{4.24}$$

$$\lambda_p = 0{,}38\sqrt{\frac{E}{f_y}} \text{ para FLM e } \lambda_p = 3{,}76\sqrt{\frac{E}{f_y}} \text{ para FLA de perfis I e H} \tag{4.25}$$

$$M_r = 0{,}7 f_y W_x \text{ para FLM e } M_r = f_y W_x \text{ para FLA em perfis I e H} \tag{4.26}$$

onde M_{pl} é o momento fletor de plastificação da seção transversal, γ_{a1}é fator de segurança igual a 1,10, λ é a esbeltez da alma para FLA ou da mesa para FLM, λ_p é o parâmetro de esbeltez correspondente à plastificação, λ_r é o parâmetro de esbeltez correspondente ao início do escoamento, M_r é o momento fletor correspondente ao início do escoamento, incluindo a influência das tensões residuais (para o caso de FLM em perfis I e H), M_{cr} é o momento fletor de flambagem elástica e Z_x e W_x são os módulos de resistência plástico e elástico, respectivamente, da seção transversal em relação ao eixo *x*.

Todos os 107 perfis I e H laminados da Gerdau (2018), utilizados como fonte de dimensionamento das barras nesta pesquisa, possuem almas compactas, ou seja, $\lambda_{alma} \leq \lambda_p$ para o estado-limite último de FLA. Para análise do estado-limite último de

FLM, considerando o aço ASTM A36 com resistência ao escoamento f_y = 250 Mpa, 103 perfis possuem mesas compactas ($\lambda_{mesa} \leq \lambda_p$) e 4 perfis possuem mesas semi-compactas ($\lambda_p \leq \lambda_{mesa} \leq \lambda_r$). Assim, nesta pesquisa para as verificações de resistência quanto ao momento fletor foram utilizadas a Equação (4.22a) para a verificação quanto à FLA e as Equações (4.22a) e (4.22b) para a verificação quanto à FLM.

4.3 BARRAS DE AÇO SUBMETIDAS A ESFORÇOS COMBINADOS DE COMPRESSÃO AXIAL E FLEXÃO

Segundo a NBR 8800:2008, para uma atuação simultânea da força axial de compressão e de momentos fletores, deve ser obedecida a limitação fornecida pelas seguintes expressões:

$$\text{– Para } \frac{N_{c,Sd}}{N_{c,Rd}} \geq 0,2 \Rightarrow \frac{N_{c,Sd}}{N_{c,Rd}} + \frac{8}{9}\left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}}\right) \leq 1,0 \qquad (4.27a)$$

$$\text{– Para } \frac{N_{c,Sd}}{N_{c,Rd}} < 0,2 \Rightarrow \frac{N_{c,Sd}}{2N_{c,Rd}} + \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}}\right) \leq 1,0 \qquad (4.27b)$$

onde $N_{c,Sd}$ é a força axial solicitante de cálculo de compressão, $N_{c,Rd}$ é a força axial resistente de cálculo de compressão determinada pela Equação (4.2), $M_{x,Sd}$ e $M_{y,Sd}$ são os momentos fletores solicitantes de cálculo, respectivamente em relação aos eixos *x* e *y* da seção transversal e $M_{x,Rd}$ e $M_{y,Rd}$ são os momentos fletores resistentes de cálculo, respectivamente em relação aos eixos *x* e *y* da seção transversal, determinados pelas Equações (4.22a).

4.4 DESLOCAMENTOS MÁXIMOS

Os deslocamentos na estrutura são estados-limites de serviço (ELS) e estão relacionados com o desempenho da estrutura sob condições normais de utilização (NBR 8800:2008). Os deslocamentos dentro dos limites estabelecidos pela norma evitam desconfortos visuais, flechas e vibrações excessivas, etc.

A NBR 8800:2008 define valores limites para os deslocamentos verticais em vigas, para o deslocamento horizontal no topo do edifício e para o deslocamento horizontal entre dois andares consecutivos de um edifício. Estes limites estão estabelecidos na

Figura 4.5.

Figura 4.5 – Deslocamentos máximos

Descrição	δ [a]
- Travessas de fechamento	$L/180$ [b]
	$L/120$ [c d]
- Terças de cobertura [g)]	$L/180$ [e]
	$L/120$ [f]
- Vigas de cobertura [g)]	$L/250$ [h]
- Vigas de piso	$L/350$ [h]
- Vigas que suportam pilares	$L/500$ [h]
Vigas de rolamento: [j)]	
- Deslocamento vertical para pontes rolantes com capacidade nominal inferior a 200 kN	$L/600$ [i]
- Deslocamento vertical para pontes rolantes com capacidade nominal igual ou superior a 200 kN, exceto pontes siderúrgicas	$L/800$ [i]
- Deslocamento vertical para pontes rolantes siderúrgicas com capacidade nominal igual ou superior a 200 kN	$L/1000$ [i]
- Deslocamento horizontal, exceto para pontes rolantes siderúrgicas	$L/400$
- Deslocamento horizontal para pontes rolantes siderúrgicas	$L/600$
Galpões em geral e edifícios de um pavimento:	
- Deslocamento horizontal do topo dos pilares em relação à base	$H/300$
- Deslocamento horizontal do nível da viga de rolamento em relação à base	$H/400$ [k l]
Edifícios de dois ou mais pavimentos:	
- Deslocamento horizontal do topo dos pilares em relação à base	$H/400$
- Deslocamento horizontal relativo entre dois pisos consecutivos	$h/500$ [m]

Fonte: NBR 8800:2008 (ABNT, 2008)

4.5 DIMENSIONAMENTO DAS LIGAÇÕES ENTRE VIGAS E PILARES

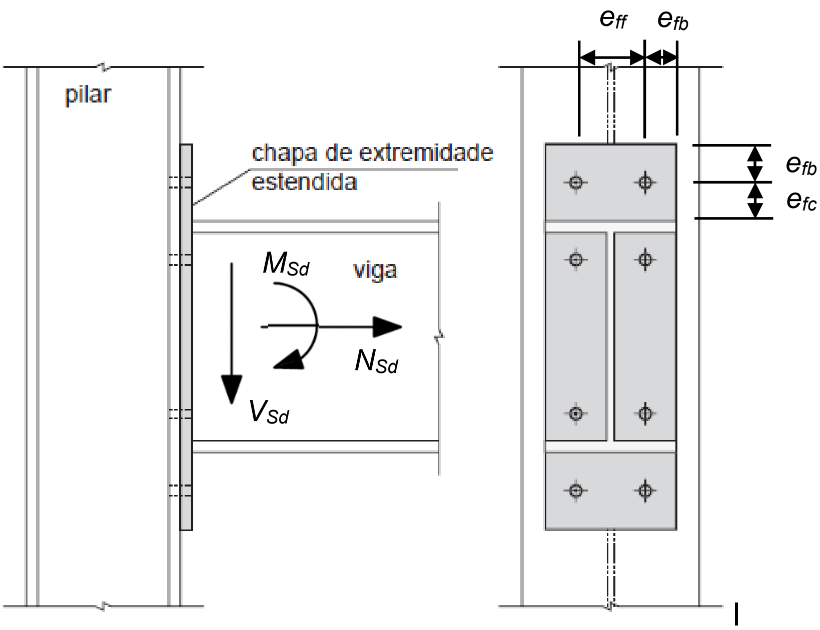
Para o modelo de ligação entre vigas e pilares com chapas de extremidades estendidas como o da Figura 4.6 adotado nesta pesquisa na análise e dimensionamento de pórticos semirrígidos, são realizadas as seguintes verificações de resistência:

1. Disposições construtivas
2. Tração, cisalhamento e esforços combinados nos parafusos
3. Pressão de contato em furos

4.5.1 Disposições construtivas

Conforme disposição da Figura 4.6b, o espaçamento entre centro de furos e_{ff} não deve ser inferior a 2,7 d_b (onde d_b é o diâmetro nominal do parafuso), sendo recomendado o espaçamento mínimo de 3 d_b. O espaçamento entre o centro do furo e a chapa e_{fc} não deve ser inferior a 1,35 d_b, e por último o espaçamento mínimo entre o centro do furo mais próximo de qualquer borda de uma parte ligada e a própria borda e_{fb} deve ser, simplificadamente, 1,25 d_b (FAKURY; SILVA; CALDAS, 2016).

Figura 4.6 – Modelo de ligação com chapa de extremidade estendida com esforços solicitantes



Fonte: adapt. Chen, Kishi e Komuro (2011)

4.5.2 Tração, cisalhamento e esforços combinados nos parafusos

Segundo a NBR 8800:2008, a força de tração resistente de cálculo de um parafuso tracionado é dada por:

$$F_{t,Rd} = \frac{A_{be} f_{ub}}{\gamma_{a2}} \tag{4.28}$$

onde f_{ub} é a resistência à ruptura do material do parafuso à tração, γ_{a2} é o fator de segurança igual a 1,35 e A_{be} é a área efetiva da seção do parafuso, que é um valor compreendido entre a área bruta e a área da raiz da rosca. A NBR 8800:2008 considera a área efetiva da seção do parafuso igual a:

$$A_{be} = 0{,}75 A_b \tag{4.29}$$

onde A_b é a área bruta da seção transversal do parafuso com:

$$A_b = \frac{\pi {d_b}^2}{4} \tag{4.30}$$

A força de cisalhamento resistente de cálculo de um parafuso é, considerando o plano de corte passando pela rosca, igual a:

$$F_{v,Rd} = \frac{0{,}4 A_b f_{ub}}{\gamma_{a2}} \tag{4.31}$$

Na ocorrência de ação simultânea de tração e cisalhamento no parafuso, deve ser atendida a equação de interação abaixo:

$$\left(\frac{F_{t,Sd}}{F_{t,Rd}}\right)^2 + \left(\frac{F_{v,Sd}}{F_{v,Rd}}\right)^2 \leq 1{,}0 \tag{4.32}$$

onde $F_{t,Sd}$ e $F_{v,Sd}$ são as forças de tração e cisalhamento, respectivamente, solicitantes de cálculo por parafuso.

4.5.3 Pressão de contato em furos

De acordo com A NBR 8800:2008, a força resistente de cálculo à pressão de contato na parede de um furo, já levando em conta o rasgamento entre dois furos consecutivos ou entre um furo extremo e a borda do elemento de ligação, é dada por:

$$F_{c,Rd} = mínimo\left\{\frac{1{,}2\ell_f t f_u}{\gamma_{a2}}; \frac{2{,}4 d_b t f_u}{\gamma_{a2}}\right\} \tag{4.33}$$

onde ℓ_fé a distância, na direção da força, entre a borda do furo a borda do furo adjacente ou a borda livre e *t* é a espessura da parte ligada.

5. MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO

Saramago e Steffen Jr. (2009) destacam que engenheiros e cientistas estão constantemente procurando por técnicas que permitam encontrar soluções ótimas para os mais diversos problemas. De forma geral, a tarefa de otimização envolve vários componentes:

- O espaço de projeto (ou de busca) onde são consideradas todas as possibilidades de solução de um determinado problema;
- A função objetivo (também chamada de função custo, função de avaliação ou critério de desempenho) que representa uma maneira de avaliar os elementos do espaço de projeto;
- As restrições que delimitam o espaço de projeto e demarcam a área onde a busca pode ocorrer e quais as limitações e penalidades a função objetivo sofrerá;
- O otimizador, ou seja, o algoritmo que irá fornecer a resposta ao problema de otimização.

Em relação ao tipo de função objetivo e as suas restrições, o processo de resolução de um problema de otimização pode ser classificado em métodos determinísticos e estocásticos. A Tabela 5.1 mostra a diferença entre esses dois métodos.

Dentre os métodos estocásticos (também conhecidos como heurísticos), têm-se observado a sua crescente utilização na área de otimização estrutural, dos quais destacam-se: Método do Recozimento Simulado, Busca Tabu, Algoritmos Genéticos, Colônia de Formigas, Colônia de Abelhas, Enxame de Partículas e Busca Harmônica (MEDEIROS e KRIPKA, 2012).

O método de otimização adotado para este estudo foi o de Algoritmos Genéticos, sendo apresentado os principais conceitos neste capítulo.

Tabela 5.1 – Comparação entre os métodos determinísticos e estocásticos

Determinísticos	**Estocásticos**
Técnicas baseados no cálculo de derivadas ou suas aproximações	Técnicas numéricas que atuam de forma “aleatória orientada” na busca das soluções
Produzem melhores resultados para funções contínuas, convexas e que possuem apenas um ponto de mínimo ou máximo	Exigem um grande número de avaliações do valor da função objetivo e das restrições
Baixo número de avaliações da função objetivo, tendo uma convergência rápida	São considerados métodos computacionais caros
Não convergem se a função possuir mínimos locais	Tem menor chance de se prenderem em mínimos locais
Dificuldade de trabalhar com variáveis discretas	Trabalha com variáveis discretas
Dificuldade de operar com funções não diferenciáveis	Opera com funções não diferenciáveis

Fonte: Saramago e Steffen Jr. (2009) e Medeiros e Kripka (2012)

5.1 ALGORITMOS GENÉTICOS

Os Algoritmos Genéticos (AGs) são modelos computacionais dos processos naturais de evolução como uma ferramenta para resolver problemas, baseados nos mecanismos de seleção natural e genética, combinando a sobrevivência entre os melhores com uma forma estruturada de troca de informação genética entre dois indivíduos para formar uma estrutura heurística de busca (LIDEN, 2012).

Segundo Goldberg (1989), os AGs se diferenciam dos métodos de otimização tradicionais por 4 motivos:

a) Trabalham com a codificação de um conjunto de variáveis, e não com as variáveis por si só;

b) Procuram por uma população de pontos, e não por um ponto singular somente;

c) Usam informações da função objetivo sem qualquer informação do gradiente;

d) Usam regras de transição probabilísticas, e não regras determinísticas que utilizam informações do gradiente da função.

5.1.1 Vantagens e desvantagens dos algoritmos genéticos

Segundo Guerra (2008), os Algoritmos Genéticos possuem como principais vantagens quando comparados a outras metodologias para otimização:

- São robustos, ou seja, o balanço entre a eficiência e eficácia necessários para a sobrevivência em diferentes meios, podendo assim serem aplicados a uma grande diversidade de categorias de problemas;
- Descontinuidades ou complexidades presentes na superfície da função objetivo a ser otimizada quase não tem efeito no desempenho da busca;
- Menos suscetíveis a se prenderem ótimos locais;
- São de fácil implementação numérica e proporcionam maior flexibilidade no tratamento do problema a ser resolvido.

Como desvantagem, Guerra (2008) cita:

- Caso não esteja adequadamente configurado, pode levar prematuramente à convergência do problema em um ótimo local;
- No processo de busca, pode-se requerer um grande número de avaliações da função de aptidão, o que pode demandar bastante esforço computacional;
- A escolha dos operadores e valores para as configurações ideais pode complicar a resolução do problema tratado.

5.1.2 Definições dos termos nos Algoritmos Genéticos

Segundo Liden (2012), os AGs são inspirados na genética e na teoria da evolução das espécies, e por isso há uma analogia entre os termos da biologia e os termos utilizados no processo dos AGs.

As principais definições relacionadas com os AGs são (CASTRO, 2001):

- **Cromossomo**: Cadeia de caracteres representando alguma informação em relação às variáveis do problema, representando assim um indivíduo candidato a solução do problema;

- **Gene**: Unidade básica do cromossomo, que podem ter um determinado valor entre vários possíveis, onde cada um descreve uma certa variável do problema;
- **Alelo**: representa os valores que o gene pode assumir;
- **População**: Conjunto de cromossomos que representam todas as possíveis soluções avaliadas durante a geração;
- **Geração**: O número da iteração que o Algoritmo Genético encontra-se executando;
- **Operações genéticas**: Operações que o Algoritmo Genético executa sobre cada um dos cromossomos;
- **Espaço de Busca**: conjunto, espaço ou região que compreende as soluções possíveis ou viáveis do problema a ser otimizado, caracterizado pelas funções de restrição, que define as soluções viáveis do problema a ser resolvido;
- **Função Objetivo**: Função que se deseja geralmente minimizar, com a qual verifica-se numericamente o desempenho de cada cromossomo da população. Assim, a função objetivo representa as características do problema que quantificam a qualidade de uma dada solução do problema. A função objetivo é expressa usualmente como:

$$f_{obj} = f(x) \tag{5.1}$$

onde *x* é um conjunto de variáveis do problema igual a $\{x_1, x_2, x_3,\ldots,x_n\}$ que os algoritmos de otimização buscam para minimizar *f*(*x*), estando esta sujeita às restrições:

$$g_i(x) \leq 0, \text{com } i = 1, \ldots, m \tag{5.2}$$

$$h_j(x) = 0, \text{com } j = 1, \ldots, n \tag{5.3}$$

onde *g(x)* são as restrições de desigualdade, *h(x)* são as restrições de igualdade, *m* é o número total de restrições de desigualdade e *p* é o número de restrições de igualdade.

5.1.3 Principais aspectos dos Algoritmos Genéticos

5.1.3.1 Representação dos Parâmetros e Codificação

Para os problemas de otimização utilizando Algoritmos Genéticos, as variáveis de projeto são codificados para valores binários de comprimentos fixados. Para a avaliação da função aptidão, faz-se o caminho inverso transformando as variáveis da base binária para a base decimal.

As variáveis de projetos para a resolução do problema de otimização são representadas dentro do Algoritmo Genético pelo os *cromossomos*. Segundo Lacerda e Carvalho (1999), o cromossomo é uma estrutura de dados, geralmente um vetor composto por 0 e 1, com cada bit representando um gene do mesmo. A Equação (5.4) é um exemplo de representação de cromossomo com cadeia de 22 bits:

$$s_1 = 1000101110110101000111 \tag{5.4}$$

Para decodificar o cromossomo s_1, converte-se s_1 da base 2 para a base 10:

$$b_{10} = (1000101110110101000111)_2 = (2.288.967)_{10} \tag{5.5}$$

Por exemplo, supõe-se que a variável real da função objetivo está restrita no intervalo de -1,0 e 2,0 e como b_{10} é um número no intervalo entre 0 e 2^N-1, onde N é o tamanho da cadeia em bits, o cromossomo pode ser decodificado pela seguinte equação:

$$x = x_{min} + (x_{max} - x_{min})\frac{b_{10}}{2^N - 1} \tag{5.6}$$

assim,

$$x_1 = -1 + (2 + 1)\frac{2.288.967}{2^{22} - 1} = 0,637197 \tag{5.7}$$

Nos problemas de otimização com múltiplas variáveis, os parâmetros estão representados no mesmo cromossomo, cada um ocupando parte da cadeia de bits. Em casos em que é necessária uma precisão com várias casas decimais para determinação do ponto ótimo da função objetivo, resulta em um cromossomo com uma maior cadeia de bits, o que onera o custo operacional.

5.1.3.2 População inicial

A população é o conjunto de cromossomos, onde a população inicial é formada por cromossomos que são criados de forma aleatória. Diversos trabalhos realizados comprovam que inicialização não é crítica, desde que a população inicial tenha cromossomos suficientemente variados (CASTRO, 2001).

5.1.3.3 Seleção

Após definida a população inicial com *N* cromossomos gerados aleatoriamente, o AG inspira-se no processo de seleção natural de seres vivos, selecionando os cromossomos com as melhores aptidões para criar os *cromossomos filhos* através dos operadores de *crossover* (cruzamento) e mutação. De acordo com Lacerda e Carvalho (1999), uma população intermediária é utilizada para alocar os cromossomos dos pais selecionados.

Segundo Castro (2001) há várias formas de se definir uma função *de aptidão*. Em geral esta função pode ser tomada como uma modificação da função objetivo:

$$F(x) = f(x) + C \tag{5.8}$$

onde $F(x)$ é a função de aptidão para selecionar os melhores indivíduos e C é uma constante para os casos onde o processo de seleção exige que a aptidão seja positiva.

Castro (2001) ainda destaca que a escolha da função de aptidão é para a maioria das aplicações a etapa crítica do processo, já que ela deverá ser avaliada para cada cromossomo de cada população dentro do processo evolutivo.

Vários esquemas de seleção foram propostos por diversos autores. Goldberg e Deb (1991) fizeram um estudo comparativo entre os seguintes esquemas de seleção: reprodução proporcional, seleção por ordenamento, seleção por torneio e seleção por Genitor (ou *steady-state*). O esquema de seleção original foi o proposto por Holland em 1975 denominado *Método da Roleta* e ainda é muito utilizado nos algoritmos, apesar de apresentar falhas. No Método da Roleta cada cromossomo é representado proporcionalmente à sua aptidão, logo os cromossomos com alta aptidão recebem uma porção maior da roleta enquanto que os de baixa aptidão ocuparão uma porção relativamente menor. Em seguida roda-se uma certa quantidade de vezes a roleta (a depender do tamanho da população) e seleciona-se uma população temporária para aqueles indivíduos sorteados.

A desvantagem do Método da Roleta é não aceitar aptidões negativas e poder convergir prematuramente por possuir alta variância, fazendo diminuir a diversidade da população por levar a um grande número de cópias de um bom cromossomo.

O operador de seleção padrão do MATLAB® (MATHWORKS, 2020) é o de seleção *Estocástica Uniforme*, que estabelece uma linha na qual cada pai corresponde a uma seção da linha de comprimento proporcional ao seu valor em escala. O algoritmo se move ao longo da linha em etapas de tamanho igual. Em cada etapa, o algoritmo aloca um pai da seção em que pousa. A primeira etapa é um número aleatório uniforme menor que o tamanho da etapa.

5.1.3.4 Crossover e mutação

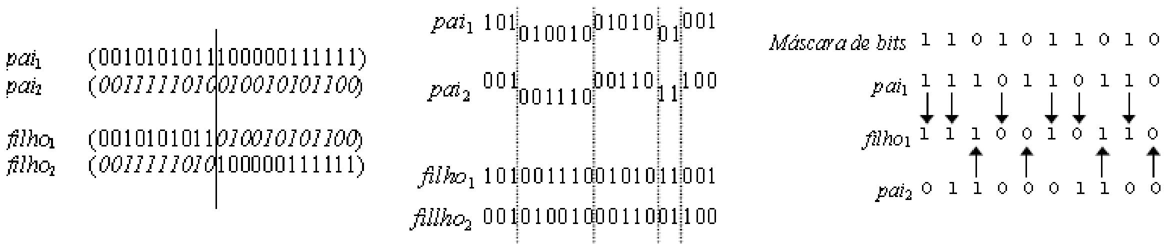
Segundo Lacerda e Carvalho (1999), após a seleção de uma população, para gerar indivíduos filhos, o AG aplica os operadores de cruzamento (ou *crossover*) e mutação, visando a exploração de regiões desconhecidas do espaço de busca.

O operador *crossover* é aplicado com uma dada probabilidade a cada par de indivíduos selecionado da população (os chamados indivíduos pais) que, através de trocas de informações genéticas, originam dois indivíduos filhos. Já a mutação atua na população de indivíduos filhos inserindo material genético novo em alguns deles, onde essa mudança genética permite ao algoritmo uma maior abrangência na busca pela solução desejada. A ocorrência de mutação está associada a uma probabilidade extremamente baixa, sendo na ordem de 0,5% a 1,0% (LIDEN, 2012).

Existem vários tipos de *crossover*, tanto para representação binária quanto para representação real dos cromossomos. Os tipos de operadores crossover mais conhecidos para cadeias de bits são o de “um”-ponto, de “*n*”-pontos e o uniforme. No *crossover* de “um”-ponto, um ponto de cruzamento é escolhido aleatoriamente e partir dele as informações genéticas são trocadas, conforme exemplo da Figura 5.1a. No *crossover* de "*n*"-pontos, "*n*" pontos de corte são escolhidos aleatoriamente e as seções entre estes pontos são trocados entre os pais conforme exemplo da Figura 5.1b. No *crossover* uniforme, ilustrado na Figura 5.1c, uma máscara de bits é formada aleatoriamente. Caso o primeiro bit da máscara for igual a 1, o primeiro bit do $filho_1$ recebe o primeiro bit do pai_1, caso contrário (ou seja, o primeiro bit da máscara do pai igual a 0), o $filho_1$ recebe o bit do pai_2. Esta regra vale para os demais bits para a formação do $filho_1$. Para a formação do $filho_2$, esta regra se inverte, ou seja, caso o bit da máscara for igual a 1, o bit $filho_2$ herda o bit do pai_2, caso contrário do pai_1.

Figura 5.1 – Exemplo de crossover com "n" = 1 (a), "n" = 4 (b) e uniforme (c)

(a) (b) (c)



Fonte: Lacerda e Carvalho (1999)

5.1.3.5 Elitismo

Segundo Liden (2012), elitismo é a seleção dos *k* melhores indivíduos de cada geração que não devem "morrer" junto com a sua geração, mas sim passar para a próxima de modo a garantir que os seus genomas sejam preservados. Esse processo garante a manutenção dos esquemas responsáveis pelas melhores avaliações dentro da população.

5.1.3.6 Critérios de parada

Segundo Lacerda e Carvalho (1999), os AGs possuem vários critérios de parada, dentre os quais pode-se citar:

a) Quando o algoritmo atingir um certo número de gerações;

b) Quando chegar no valor ótimo da função objetivo, caso este seja conhecido;

c) Em caso de convergência, ou seja, quando não ocorrer melhoramento significativo nos cromossomos de maior aptidão por um dado número de gerações.

5.1.3.7 Fluxograma de otimização por Algoritmo Genético

A Figura 5.2 apresenta um fluxograma conceitual com as etapas do processo de busca pela solução ótima do problema pelo AG.

Figura 5.2 – Fluxograma com as etapas de otimização por Algoritmo Genético

Fonte: Ferreira Jr. (2018)

6. MODELAGEM DO PROBLEMA

Neste capítulo é apresentado o modelo matemático desenvolvido para problema de dimensionamento ótimo estrutural de pórticos planos com ligações semirrígidas, com base na revisão bibliográfica apresentada nos capítulos 2 ao 5. O modelo matemático foi desenvolvido através de módulos computacionais divididos em análise estrutural, verificação das restrições de projeto e otimização por Algoritmos Genéticos. Os módulos computacionais foram criados em ambiente MATLAB®, por ser um software de uso já consolidado na Engenharia e de linguagem de fácil implementação para fins matemáticos.

6.1 MODELAGEM MATEMÁTICA

O modelo matemático foi idealizado a partir do problema de otimização de pórticos planos em aço com ligações viga-pilar semirrígidas. O objetivo da otimização é obter o menor custo do pórtico com a seleção dos perfis estruturais e dos componentes das ligações mais adequados, atendendo às restrições mecânicas e dimensionais normativas. A ligação entre pilares e entre pilar e base foram consideradas como rígidas.

A modelagem matemática foi definida a partir da função objetivo por Sanchez-Olivares e Espin (2013) e as restrições de projeto foram definidas conforme as Equações (6.1) e (6.2).

$$Minimizar\ \ f(\boldsymbol{x}) = C_a \left\{ \sum_{i=1}^{np} [w_l L_l] + \sum_{i=np+1}^{nb} \left[w_i L_i + \sum_{k=1,2} (\beta_{ik}^0 + \beta_{ik}^I R_{ik}) \right] \right\} \tag{6.1}$$

$$Sujeito\ a\ \ g_i \leq 0, \quad i = 1,2,\dots,nb \tag{6.2}$$

onde *f(**x**)* é o custo total da estrutura em R$, g_i são as restrições de projeto para a barra i, C_a é o custo do aço por unidade de massa (R$/kg), β_{ik}^0 e β_{ik}^I são os parâmetros de custo das ligações semirrígidas da barra i e da extremidade *k*, w_l é a massa da barra i por comprimento unitário (kg/m), L_i é o comprimento da barra i, n_p e n_b são os número de pilares e de barras totais da estrutura, respectivamente, e R_{ik} é a rigidez rotacional da ligação na extremidade k da barra i.

A função objetivo da Equação (6.1) é similar ao utilizado por Xu e Grierson (1993) e Simões (1996).

Segundo Sánchez-Olivares e Espín (2013) os parâmetros de custo β^0_{lk} e β^I_{lk} dependem do tipo de ligação. Esses parâmetros de custo permitem calcular a Massa Equivalente M_{eq} das ligações, na qual é o resultado da divisão do custo da ligação pelo custo do aço por massa unitária C_a. Para as ligações com chapa de extremidade estendida, os parâmetros de custo β^0 e β^I são dados pela Tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Valores dos parâmetros de custo para ligações semirrígidas

Tipo de ligação	$\boldsymbol{\beta^0}$ (kg)	$\boldsymbol{\beta^I}$ [kg/(kNm/rad)]
Chapa de extremidade estendida com enrijecedores no pilar	90,103	0,000615
Chapa de extremidade estendida	43,176	0,000335

Fonte: Sánchez-Olivares e Espín (2013)

Nesta pesquisa foram utilizadas somente as ligações com chapa de extremidade estendida sem enrijecedores no pilar, assim β^0= 43,176 kg e β^I= 3,35 x 10^{-4} kg/(kNm/rad).

O objetivo principal desta pesquisa é a minimização da função objetivo da Equação (6.2), sendo ela o custo monetário estimado total de um pórtico plano em aço com ligações semirrígidas do tipo chapa de extremidade estendida entre vigas e pilares. A função objetivo é em função da massa por unidade de comprimento dos perfis estruturais I e H laminados selecionados para as vigas e pilares e das rigidezes rotacionais das ligações entre vigas e pilares calculadas pela razão entre o momento M e a rotação θ_r. Essa relação é obtida pelo polinômio de Frye e Morris (Equação (2.5)), que depende do diâmetro dos parafusos e da espessura da chapa de extremidade.

As variáveis de projeto utilizadas para análise estrutural no estudo estão pré-determinadas através do catálogo da tabela de bitolas de perfis I e H laminados fornecidos pela Gerdau, e através das listas de diâmetro de parafusos e espessura de chapas padronizadas e de uso comum no mercado. Todas estas variáveis são tratadas como variáveis de projeto discretas no processo de otimização.

Para o processo de otimização foi utilizado o Algoritmo Genético do toolbox *Global Optimazation* do software MATLAB®. De acordo com o manual do MATLAB® (MATHWORKS, 2020), para a resolução de problemas com restrições não lineares o *toolbox* do AG utiliza por padrão o *Algoritmo Genético de Lagrange Aumentado* (ALGA, do termo em inglês). O problema de otimização solucionado pelo ALGA é:

$$min_x \ f(\boldsymbol{x}) \tag{6.3}$$

de modo que

$$\begin{aligned}
&c_i(x) \leq 0, i = 1 \dots m \\
&ceq_i(x) = 0, i = m + 1 \dots m_t \\
&A \cdot x \leq b \\
&Aeq \cdot x = beq \\
&\qquad lb \leq x \leq ub
\end{aligned} \tag{6.4}$$

onde *c*(*x*) são as restrições não lineares de desigualdade, *ceq*(*x*) são as restrições não lineares de igualdade, *m* é a quantidade de restrições não lineares de desigualdade, m_t é o total de restrições não lineares, *A* e *b* são as constantes das restrições lineares de desigualdade, *Aeq* e *beq* são as constantes das restrições lineares de igualdade, e *lb* e *ub* são os limites mínimo e máximo da variável *x*. Para a otimização com variáveis discretas, somente as restrições não lineares são utilizadas.

O manual do MATLAB® (MATHWORKS, 2020) descreve que o ALGA procura resolver um problema de otimização não linear com restrições não lineares, lineares e limites estabelecidos, porém as restrições lineares e os limites são tratados separadamente das restrições não lineares. Uma função de penalidade é formulada combinando a função objetivo e as funções das restrições não lineares usando os parâmetros de Lagrange e de penalidade, sendo esta a nova função a ser minimizada. A função de penalidade do ALGA é definida como:

$$\Theta(x, \lambda, s, \rho) = f(\boldsymbol{X}) - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i s_i \log\big(s_i - c_i(x)\big) + \sum_{i=m+1}^{mt} \lambda_i ceq_i(x) + \frac{\rho}{2} \sum_{i=m+1}^{mt} ceq_i(x)^2 \tag{6.5}$$

onde os componentes λ_i são conhecidos como multiplicadores de Lagrange e são não negativos, s_i são parâmetros de conversão não negativos e ρ é o parâmetro de penalidade positivo.

O ALGA minimiza a sequência de funções de penalidade, onde cada função é uma aproximação do problema original. Cada função tem os valores fixados de λ, s, e ρ. Quando a função de penalidade é minimizada para a precisão determinada e satisfaz as restrições, os multiplicadores de Lagrange são atualizados, caso contrário o parâmetro de penalidade é aumentado por um fator de penalidade. Este processo resulta em uma nova função de penalidade a ser minimizada. Estes passos são repetidos até que os critérios de parada sejam obedecidos.

No caso particular do problema desta pesquisa em que todas as variáveis são discretas, o processo de otimização contem somente restrições não lineares de desigualdade, de modo que ceq = [ ]. Assim, a formulação de Lagrange da Equação (6.5) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\Theta(x, \lambda, s, \rho) = f(\boldsymbol{X}) - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i s_i \log\big(s_i - c_i(x)\big) \qquad (6.6)$$

O toolbox do AG do MATLAB® permite ao usuário também selecionar o Algoritmo de Penalidade em vez do ALGA para solucionar um problema com restrições não lineares. Esse algoritmo avalia a aptidão de um indivíduo pelos valores de penalidade da seguinte forma (MATHWORKS, 2020):

1. Se o indivíduo é viável, a função de penalidade é a própria função objetivo;

2. Se o indivíduo é inviável, a função de penalidade é a soma do maior valor da função objetivo entre os indivíduos viáveis da população e da somatória das violações das restrições dos indivíduos inviáveis.

6.1.1 Restrições de otimização

A minimização da função objetivo da Equação (6.1) está delimitada pelas restrições de desigualdade ($g \leq 0$). Essas restrições estão associadas ao atendimento dos requisitos dos estado-limite último (ELU) e estado-limite de serviço (ELS) da NBR

8800:2008. Na sequência estão listadas as restrições de projeto consideradas.

6.1.1.1 Força axial de compressão nos pilares

$$g_i^N = \frac{N_{i,Sd}}{N_{i,Rd}} - 1 \leq 0 \tag{6.7}$$

onde $N_{i,Sd}$ é a força axial de compressão solicitante de cálculo no pilar i e $N_{i,Rd}$ é a força axial de compressão resistente de cálculo no pilar i dada pela Equação (4.2).

6.1.1.2 Esbeltez máxima dos pilares

$$g_i^\lambda = \frac{\lambda_i}{\lambda_{máx}} - 1 \leq 0 \tag{6.8}$$

onde λ_i é a esbeltez do pilar i dada pela Equação (4.20) e $\lambda_{máx}$ é a esbeltez máxima admissível para os pilares de valor igual a 200.

6.1.1.3 Flexão nas barras

$$g_i^M = \frac{M_{i,Sd}}{M_{i,Rd}} - 1 \leq 0 \tag{6.9}$$

onde $M_{i,Sd}$ é o momento fletor solicitante de cálculo na barra i e $M_{i,Rd}$ é o momento fletor resistente de cálculo na barra i dada pela Equação (4.22a).

6.1.1.4 Esforços combinados de compressão e flexão nos pilares

– Para $\frac{N_{i,Sd}}{N_{i,Rd}} \geq 0{,}2 \implies g_i^{EC} = \frac{N_{i,Sd}}{N_{i,Rd}} + \frac{8}{9}\left(\frac{M_{i,Sd}}{M_{i,Rd}}\right) - 1 \leq 0$ (6.10a)

– Para $\frac{N_{i,Sd}}{N_{i,Rd}} < 0{,}2 \implies g_l^{EC} = \frac{N_{i,Sd}}{2N_{i,Rd}} + \left(\frac{M_{i,Sd}}{M_{i,Rd}}\right) - 1 \leq 0$ (6.10b)

6.1.1.5 Flecha máxima nas vigas

$$g_i^\delta = \frac{\delta_i}{\delta_{máx}} - 1 \leq 0 \tag{6.11}$$

onde δ_i é a flecha máxima da viga i e $\delta_{máx}$ é a flecha máxima admissível segundo a Figura 4.5, sendo adotado para esta modelagem *L*/350.

6.1.1.6 Deslocamento horizontal no topo do pórtico

$$g^{\Delta} = \frac{\Delta_H}{\Delta_{H,máx}} - 1 \leq 0 \tag{6.12}$$

onde Δ_H é o deslocamento lateral no topo do pórtico e $\Delta_{H,máx}$ é o deslocamento horizontal máximo no topo da estrutura, conforme a Figura 4.5, sendo adotado o valor de *H*/400, onde *H* é a altura total do pórtico.

6.1.1.7 Limitação do fator de fixação dos apoios das vigas

$$g_{i,k}^{r} = \frac{r_{i,k}}{r_{rígido}} - 1 \leq 0 \tag{6.13}$$

onde $r_{i,k}$ é fator de fixação do apoio *k* da viga i e $r_{rígido}$ é o fator de fixação com valor igual a 0,893, no qual acima deste valor a ligação pode ser considerada como rígida segundo a NBR 8800:2008, o que não é objeto desta pesquisa.

6.1.1.8 Verificação dimensional dos parafusos

$$g_{i,k}^{db} = \frac{db_{i,k}}{db_{i,k,lim}} - 1 \leq 0 \tag{6.14}$$

onde $db_{i,k}$ é o diâmetro do parafuso da ligação *k* da viga i e $db_{i,k,lim}$ é o diâmetro máximo admissível do parafuso devido aos limites mínimos de espaçamento indicados no item 4.5.1, conforme Equação (6.15):

$$db_{i,k,lim} = mínimo\left\{\frac{\left(b_f^p - t_w^p\right)}{2\left(e_{fb} + e_{fc}\right)}; \frac{\left(b_f^p\right)}{2\, e_{fb} + e_{ff}}\right\} \tag{6.15}$$

substituindo os valores de e_{fb}, e_{fc} e e_{ff}:

$$db_{i,k,lim} = mínimo\left\{\frac{\left(b_f^p - t_w^p\right)}{2(1{,}25 + 1{,}35)}; \frac{\left(b_f^p\right)}{2\,(1{,}25) + 3}\right\} = \left\{\frac{\left(b_f^p - t_w^p\right)}{5{,}2}; \frac{\left(b_f^p\right)}{5{,}5}\right\} \tag{6.16}$$

onde b_f^p e t_w^p são a largura da mesa e a espessura da alma do pilar conectado.

6.1.1.9 Tração nos parafusos

$$g_{i,k}^{TB} = \frac{F_{t,Sd,i,k}}{F_{t,Rd,i,k}} - 1 \leq 0 \tag{6.17}$$

onde $F_{t,Sd,i,k}$ é a força de tração solicitante de cálculo no parafuso da ligação *k* da viga i e $F_{t,Rd,i,k}$ é a força de tração resistente de cálculo no mesmo parafuso, dada pela Equação (4.28).

6.1.1.10 Cisalhamento nos parafusos

$$g_{i,k}^{VB} = \frac{F_{v,Sd,i,k}}{F_{v,Rd,i,k}} - 1 \leq 0 \tag{6.18}$$

onde $F_{v,Sd,i,k}$ é a força de cisalhamento solicitante de cálculo no parafuso da ligação *k* da viga i e $F_{v,Rd,i,k}$ é a força de cisalhamento resistente de cálculo no mesmo parafuso, dada pela Equação (4.31).

6.1.1.11 Esforços combinados de tração e cisalhamento nos parafusos

$$g_{i,k}^{ECB} = \left(\frac{F_{t,Sd,i,k}}{F_{t,Rd,i,k}}\right)^2 + \left(\frac{F_{v,Sd,i,k}}{F_{v,Rd,i,k}}\right)^2 - 1 \leq 0 \tag{6.19}$$

6.1.1.12 Pressão de contato nos furos

$$g_{i,k}^{PCB} = \frac{F_{v,Sd,i,k}}{F_{c,Rd,i,k}} - 1 \leq 0 \tag{6.20}$$

onde $F_{c,Rd,i,k}$ é a força de contato resistente entre da parede do furo do elemento da ligação *k* da viga i, dada pela Equação (4.33).

6.1.1.13 Verificação dimensional entre pilares adjacentes

$$g_i^{d-dP} = \frac{d_i^p}{d_{i,inf}^p} - 1 \leq 0 \tag{6.21}$$

$$g_i^{d-bfP} = \frac{bf_i^p}{bf_{i,inf}^p} - 1 \leq 0 \tag{6.22}$$

onde d_i^p e bf_i^p são a altura total e largura da mesa do perfil, respectivamente, do pilar i, e $d_{i,inf}^p$ e $bf_{i,inf}^p$ são a altura total e largura da mesa perfil, respectivamente, do pilar inferior ao pilar i. Esta restrição é para garantir que os pilares imediatamente superiores tenham dimensões iguais ou menores aos dos pilares inferiores a que estão conectados.

6.1.1.14 Verificação dimensional entre pilares e vigas conectados

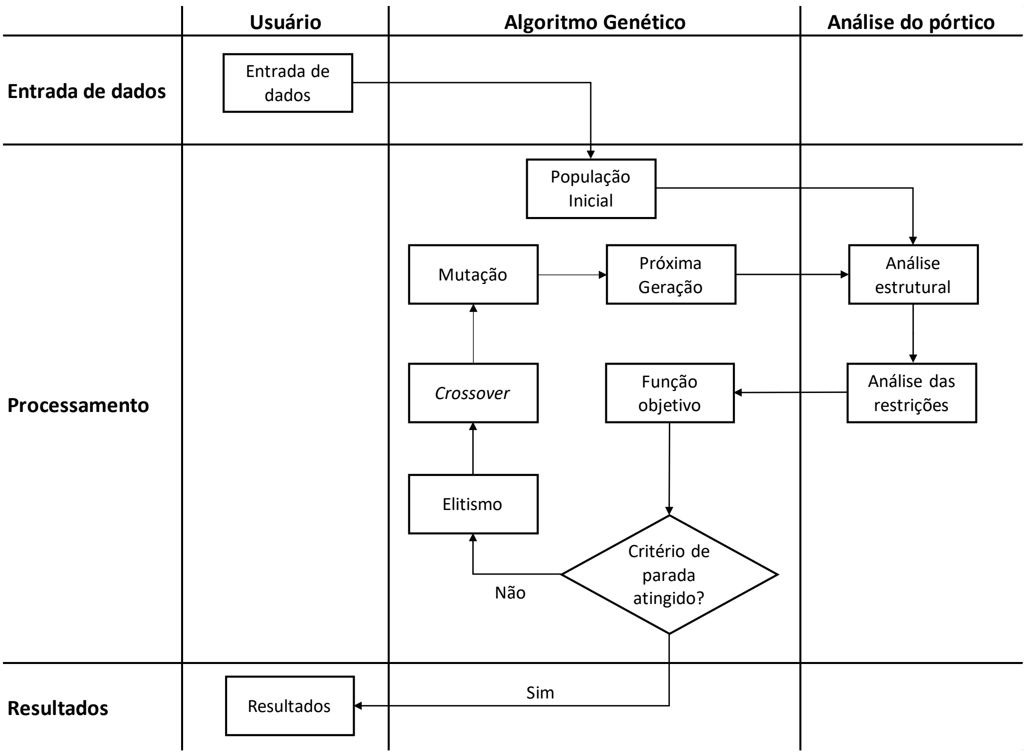
$$g_{i,i+1}^{d-V/P} = \frac{bf_i^v}{\{bf_{i,conec}^p, bf_{i+1,conec}^p\}} - 1 \leq 0 \tag{6.23}$$

onde bf_i^v é a largura da mesa da viga i e $bf_{i,conec}^p$ e $bf_{i+1,conec}^p$ são as larguras das mesas dos pilares conectados à viga.

6.2 MODELAGEM COMPUTACIONAL

A modelagem computacional implementada para o estudo de dimensionamento ótimo em pórticos semirrígidos pode ser dividida basicamente em 3 etapas: Entrada de dados, Processamento e Resultados. Na Figura 6.1 observam-se as etapas e a divisão que ocorre dentro da etapa de Processamento.

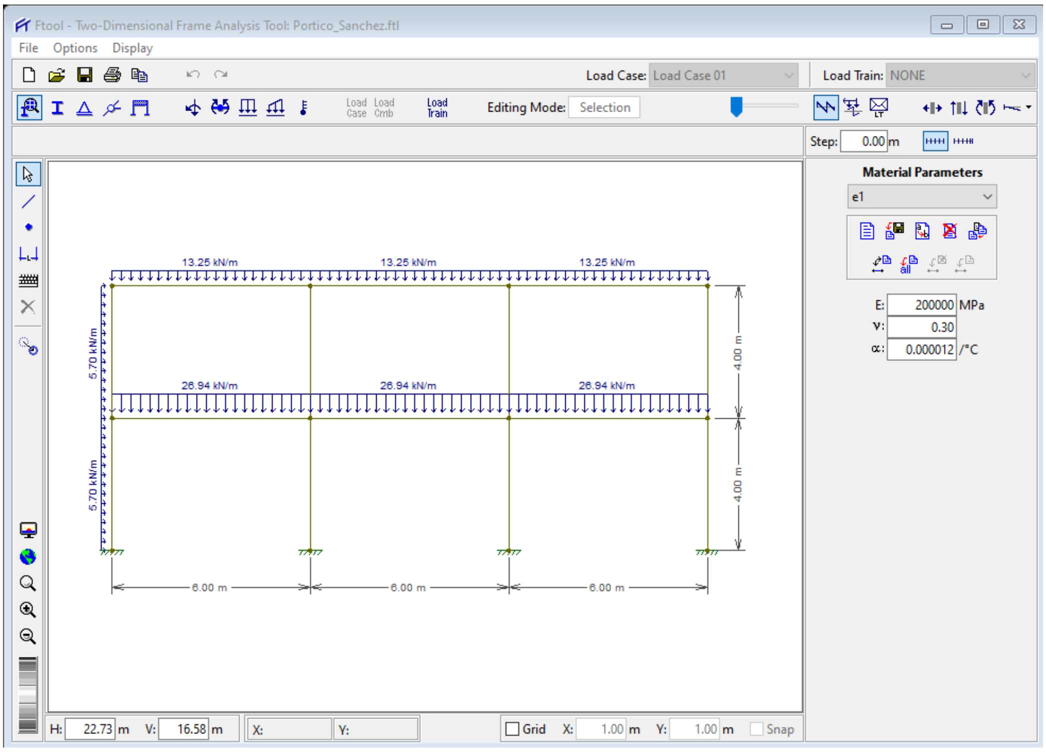
Figura 6.1 – Fluxograma da modelagem computacional



6.2.1 Entrada de dados

Nesta primeira etapa consiste no carregamento dos dados do pórtico a ser otimizado, como geometria, carregamento, definição dos agrupamentos dos perfis e material. Todos estes dados são gerados previamente na versão gratuita do aplicativo FTOOL (MARTHA, 2017) e salvos em arquivo neutro com extensão *.*pos*. A Figura 6.2 ilustra um exemplo de pórtico plano criado no FTOOL.

Figura 6.2 – Exemplo de pórtico criado no FTOOL



No MATLAB® foi criado o módulo *entrada.m* para carregar e ler as informações contidas no arquivo **.pos* de coordenadas dos nós, numeração das barras e dos nós das suas extremidades, qual grupo cada barra pertence, as características do material (resistência e módulo de elasticidade) e carregamento nodal e distribuído em cada barra. Adicionalmente este módulo numera e cria grupos das ligações com base na numeração e nos grupos das vigas. Estes dados são salvos em matrizes e vetores para serem utilizados na etapa de processamento.

Nesta etapa pode-se definir previamente também, caso deseje, os parâmetros de configuração do AG, como tamanho da população, critérios de parada (número máximo de gerações, tolerância entre e os valores de convergência da função objetivo e número de repetições do melhor valor da função objetivo dentro da tolerância estabelecida), método da solução das restrições não lineares, taxa de elitismo e *crossover*, modo de apresentação dos resultados, entre outros. O usuário pode escolher que o *toolbox* do AG utilize os valores padrões já definidos pelo MATLAB®.

6.2.2 Processamento

A etapa de processamento pode ser dividida em dois subprocessos, sendo um do Algoritmo Genético e outro de análise estrutural do pórtico, conforme fluxograma da Figura 6.1.

No subprocesso do AG, o algoritmo é processado a partir das configurações definidas previamente pelo usuário ou utilizar as configurações padrão do MATLAB®. As principais configurações padrão do AG para variáveis discretas são:

- *Tamanho da população:* 50 indivíduos até 5 variáveis, caso contrário 200 indivíduos;
- *Taxa de elistismo*: 5% da população;
- *Taxa de crossover:* 80% da população que não sofreu elitismo, neste caso 0,80 x (1-0,05) x tamanho da população = 76% da população. Os 24% restantes da população sofrerão mutação;
- *Operador de crossover*: *crossover* uniforme;
- *Operador de mutação:* mutação com distribuição Gaussiana;
- *Operador de seleção*: estocástico uniforme;
- *Algoritmo para solução das restrições não lineares:* ALGA;
- Critérios de parada:
    - *Número máximo de gerações:* 100 x o número de variáveis;
    - *Tolerância entre os valores da função objetivo*: 10^{-3};
    - *Número de repetições com valores da função objetivo dentro da tolerância*: 50.

O número de variáveis que são utilizadas pelo AG é a soma da quantidade dos grupos de perfis estruturais do pórtico (definido na construção do pórtico no FTOOL, onde cada barra da estrutura contidas no mesmo grupo terão os mesmos perfis) com a quantidade dos grupos de parafusos e dos grupos de chapas das ligações entre vigas e pilares (definido no módulo *entrada.m*, onde a quantidade destes dois grupos será igual a quantidade dos grupos de vigas). Cada variável é um número inteiro. As variáveis dos grupos de perfis estruturais variam entre 1 e 107 que se referem ao perfil correspondente da tabela de bitolas da Gerdau, sendo 107 o total de perfis listados na tabela. As variáveis correspondentes aos grupos de parafusos variam entre 1 e 10, que se refere à posição do diâmetro constante em uma lista com 10 valores de diâmetros padronizados. E por último as variáveis correspondentes aos grupos de chapas de extremidade variam também de 1 a 10, que se refere à posição da espessura da chapa constante em uma lista com 10 valores de espessuras padronizados.

As variáveis de projeto estão contidas dentro de um vetor x_i *e* que corresponde à configuração do pórtico definido, inicialmente, de forma aleatória. Cada vetor x_i é um indivíduo dentro de uma população, que vão se atualizando a cada geração através dos operadores do AG até que se atinja algum critério de parada.

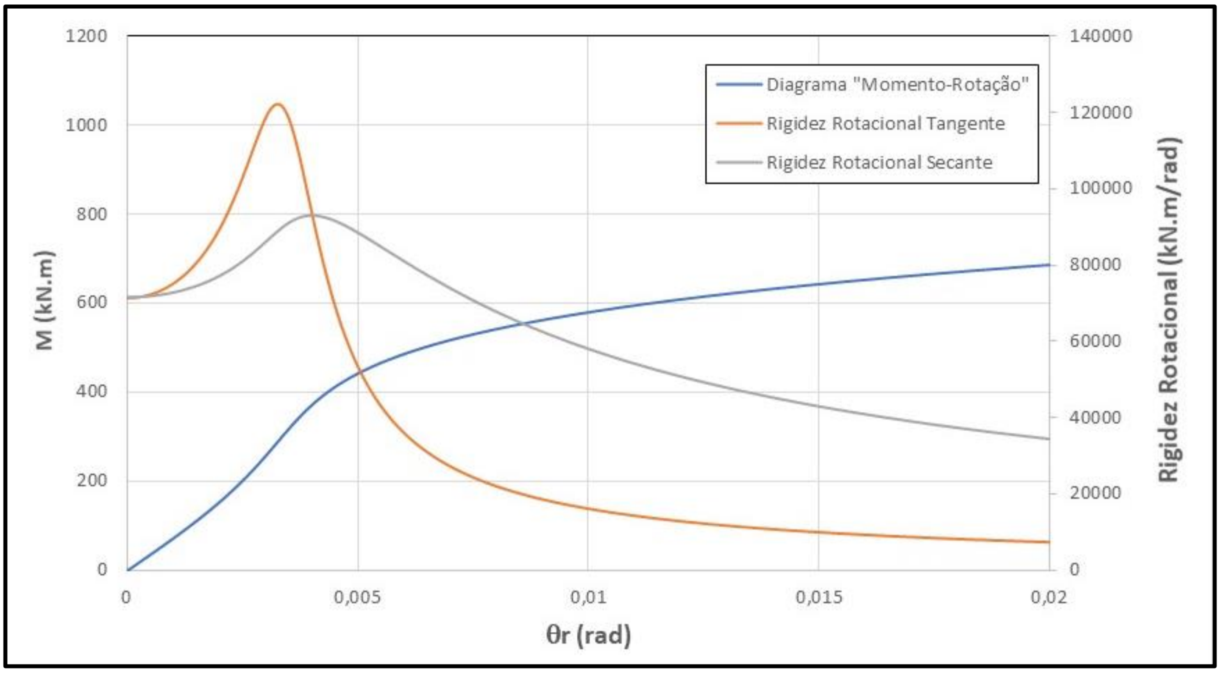
Para cada indivíduo x_i é realizado a análise estrutural para a determinação dos esforços internos e dos deslocamentos do pórtico. Esta análise é realizada utilizando o seguinte módulo computacional:

- *Analise_Estrutural_2ord.m:*

Módulo criado para a análise elástica não linear de 2ª ordem do sistema estrutural do pórtico. O método iterativo escolhido para a solução da análise não linear foi o de "*rigidez secante*" descrito no item 3.3.4. Segundo Xu (2000), apesar do método da rigidez tangente garantir a convergência da maioria das análises, a variação local do diagrama de momento-rotação é sensível à variação abrupta da tangente do diagrama, o que geralmente ocorre, dificultando assim a convergência da solução em uma modelagem computacional. Já a rigidez secante é um método bem mais simples de se implementar, mais estável e de convergência rápida, desde que os deslocamentos não sejam demasiadamente grandes.

A Figura 6.3 apresenta um exemplo de diagrama momento-rotação pelo polinômio de Frye e Morris e dois diagramas rigidez rotacional-rotação, sendo uma de rigidez tangente e outra de rigidez secante. É possível identificar que a variação da rigidez rotacional tangente é superior ao da rigidez rotacional secante, sendo de difícil convergência.

Figura 6.3 – Diagramas Momento-Rotação e evolução das rigidezes rotacionais tangente e secante



No processo iterativo pela rigidez secante neste módulo foi acrescentado ao critério de convergência os momentos aplicados nas ligações entre vigas e pilares devido à não linearidade da relação momento-rotação. Assim, a cada iteração são comparados os valores das forças axiais nas barras e dos momentos nas ligações semirrígidas com os valores da iteração anterior até que as diferenças entre eles sejam desprezíveis.

O módulo de análise estrutural tem como saída os vetores dos esforços internos e de deslocamento em todas as barras, o vetor com os deslocamentos nodais do pórtico e o vetor com as rigidezes rotacionais de todas as ligações semirrígidas.

Dentro do módulo *"Analise_Estrutural_2ord.m"* são utilizados principalmente os seguintes módulos de apoio:

- *equação_frye_morris.m*: determinação da rigidez rotacional da ligação semirrígida pelo polinômio de Frye e Morris, utilizando como entrada de dados o momento fletor na ligação, o diâmetro do parafuso (d_b), a espessura da chapa de extremidade (t_p) e a distância vertical entre os parafusos (d_g). O valor de d_g é calculado pela altura total do perfil da viga mais duas vezes a distância mínima entre o eixo do parafuso e a borda da chapa:

$$d_g = d_v + 2e_{fb} \;\therefore\; d_g = d_v + 2x1{,}35d_b \;\therefore\; d_g = d_v + 2{,}7d_b \tag{6.24}$$

- *beam2g.m*: módulo do CALFEM, utilizado para construção da matriz de rigidez e de vetor de forças nodais equivalentes local dos pilares (foram considerados com ligações rígidas em ambas as extremidades), conforme as Equações (3.9) e (3.12);

- *beam2g_beam.m:* modificação do módulo "*beam2g.m*", utilizado para a construção da matriz de rigidez local e do vetor de forças nodais equivalentes das vigas com ligações semirrígidas, conforme as Equações (3.37) e (3.38);

- *assem.m:* módulo do CALFEM para montagem da matriz de rigidez e do vetor de forças globais do pórtico;

- *solve.m:* módulo do CALFEM para a solução do sistema $\boldsymbol{D} = \boldsymbol{K}^{-1}\,\boldsymbol{F}$ aplicando-se as condições de contorno. Junto com o vetor de deslocamentos nodais *D* é dado também o vetor com as reações de apoio;

- *beam2gs.m* (CALFEM) e *beam2gs_beam.m:* determinação dos esforços internos nos pilares e nas vigas, respectivamente;

Obtidos os esforços internos pela análise estrutural, são verificadas em seguida as restrições de cálculo de projeto para cada indivíduo x_i através do módulo "*Restricoes_otim_2ord.m*". Nesse módulo são analisadas as restrições descritas nas Equações (6.7) a (6.23) e os resultados salvos em um vetor "*c*".

No módulo "*Fobjetivo_2ord.m*" é calculado o custo de cada indivíduo através da função objetivo da Equação (6.1).

Os processos computacionais acima descrito de análises estrutural, de restrições e da função objetivo são realizados para cada indivíduo x_i da população representando uma configuração do pórtico plano. A população é analisada como um todo e novos indivíduos mais evoluídos são criados através dos operadores do AG para a próxima geração em substituição da população da geração atual. Esse processo é repetido até que se encontre o indivíduo mais apto, ou seja, a configuração do pórtico que seja a de menor custo atendendo as restrições de cálculo e dimensionais, o que se pode chamar de "solução ótima do problema".

6.2.3 Resultados

Após o AG determinar a solução ótima da função objetivo, são fornecidos para o usuário:

- Gráfico com o desenho do pórtico (Figura 6.4);
- Perfis estruturais, parafusos e espessuras de chapas escolhidos para cada grupo do pórtico como sendo a solução ótima do problema (Figura 6.5);
- Peso e custo total da estrutura em sua configuração ótima (Figura 6.6);
- Gráfico com a evolução dos valores médios e os melhores da função de penalidade (Figura 6.7);
- Gráfico com os deslocamentos do pórtico em sua configuração ótima (Figura 6.8);
- Gráfico das restrições (Figura 6.9);
- Gráficos com o diagrama dos esforços normais (Figura 6.10), cortantes (Figura 6.11) e momentos fletores (Figura 6.12).

Figura 6.4 – Exemplo de fornecimento de gráfico com o desenho do pórtico

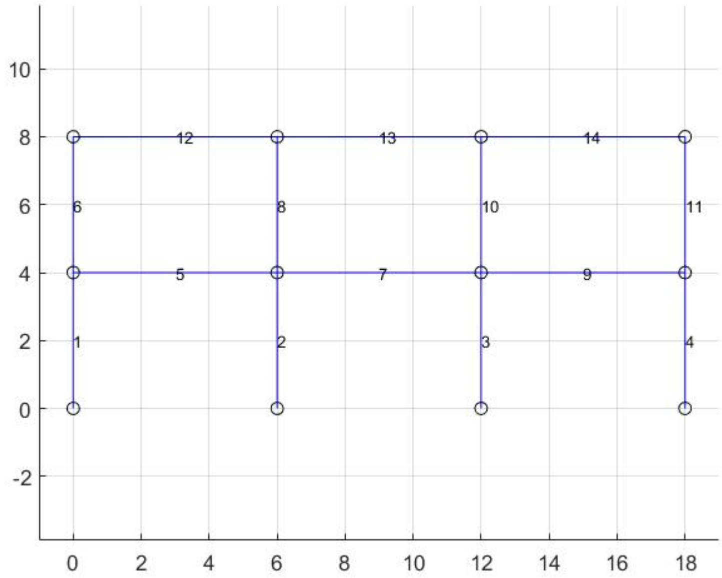


Figura 6.5 – Exemplo de fornecimento dos perfis estruturais, espessuras de chapas e diâmetros de parafusos

NVPs	Perfil_Otimo	Largura_flange_bf_em_m	d_em_m
61	'W 360 x 32,9'	0.127	0.349
61	'W 360 x 32,9'	0.127	0.349
40	'W 310 x 28,3'	0.102	0.309
21	'W 250 x 17,9'	0.101	0.251

NVPs	D_Parafuso_em_mm	Esp_chapa_em_mm
3	19.05	6.35
2	15.875	6.35

Figura 6.6 – Exemplo de fornecimento do peso e custo total do pórtico na configuração ótima

```
Peso Ótimo das Vigas = 831.6 [kg]
Peso Ótimo das Colunas = 1052.8 [kg]
Peso Ótimo das Ligações = 554.673 [kg]
Peso Ótimo obtido sem as ligações = 1884.4 [kg]
Peso Ótimo obtido com as ligações = 2439.07 [kg]
Custo Ótimo obtido dos perfis = R$ 19786.2
Custo Ótimo obtido das ligações = R$ 5824.06
Custo Ótimo obtido do pórtico = R$ 25610.3
O número de gerações foi : 92
Tempo decorrido no processo = 36.7156 [s]
```

Figura 6.7 – Exemplo de fornecimento de gráfico de evolução das gerações do AG

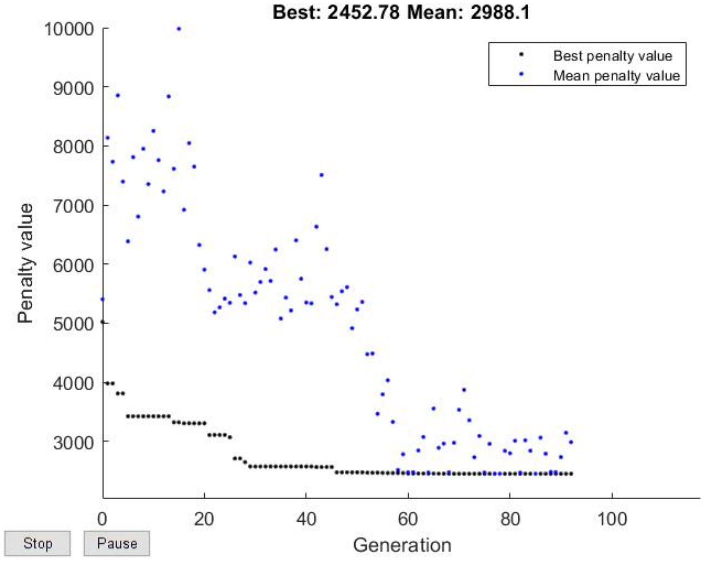


Figura 6.8 – Exemplo de fornecimento de gráfico de deslocamento do pórtico

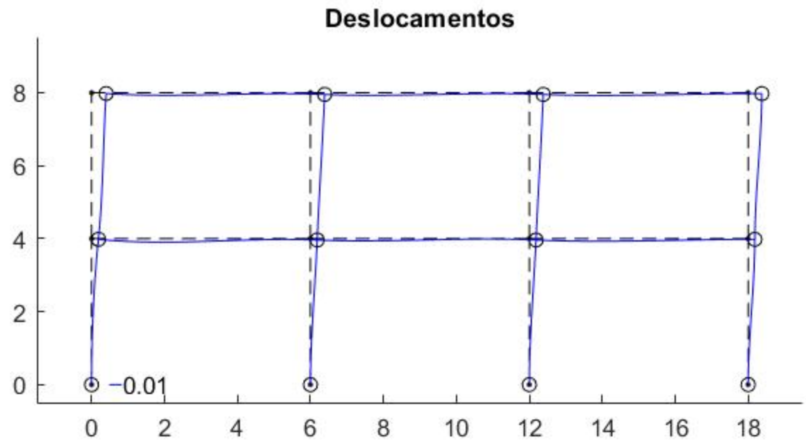


Figura 6.9 – Exemplo de fornecimento de gráfico das restrições

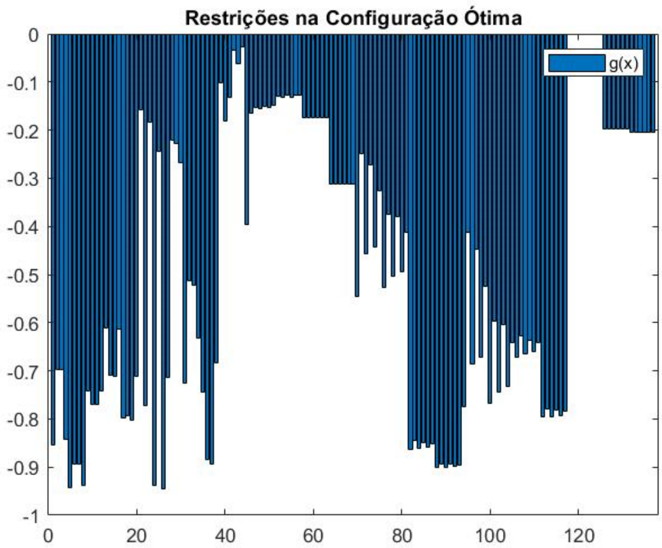


Figura 6.10 – Exemplo de fornecimento de gráfico de esforços normais

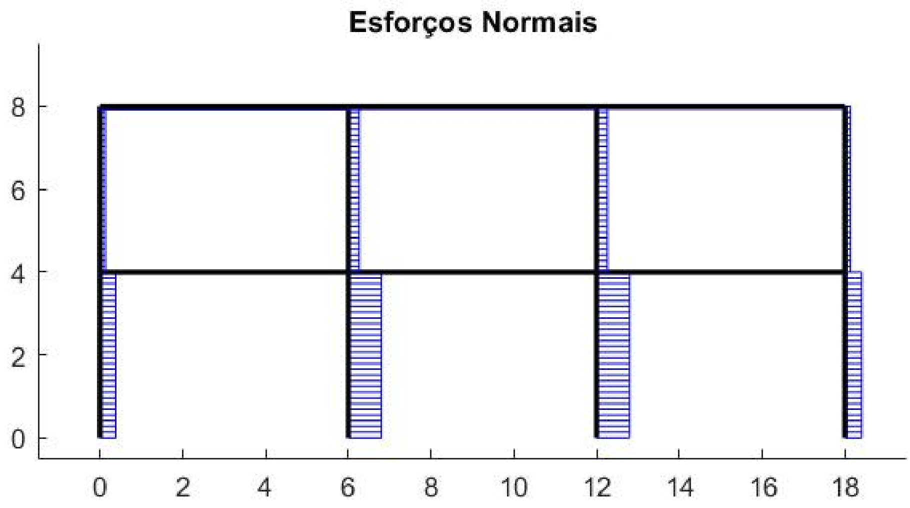


Figura 6.11 – Exemplo de fornecimento de gráfico de esforços cortantes

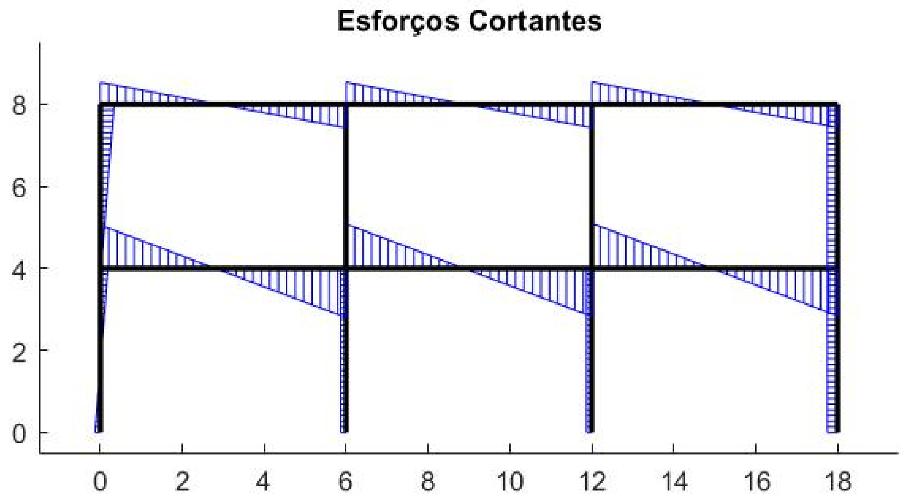
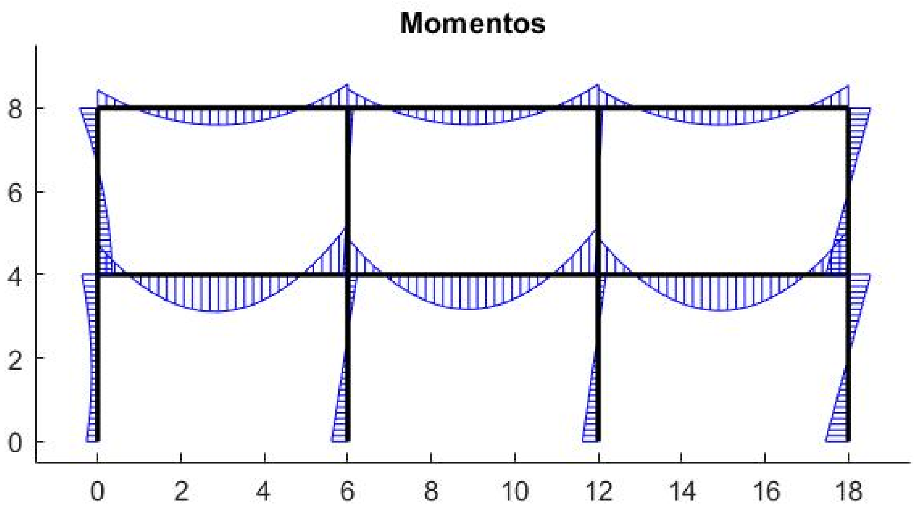


Figura 6.12 – Exemplo de fornecimento de gráfico de momentos fletores



7. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este capítulo tem como objetivo apresentar e discutir alguns resultados obtidos através da metodologia para dimensionamento ótimo de pórticos planos em aço com ligações semirrígidas desenvolvida neste estudo.

Para validação do ambiente computacional aqui proposto, são apresentados três exemplos de aplicação de dimensionamento ótimo em pórticos planos, retirados de outros trabalhos publicados. Quanto aos parâmetros referentes ao AG, como o tamanho da população, o número de gerações, a taxa de elitismo e de cruzamento, vários testes foram realizados para cada exemplo a fim de encontrar a configuração que gerasse o melhor resultado em termos da solução ótima e menor custo computacional. Em cada exemplo o AG foi rodado dez vezes, utilizando como resultado o menor valor ótimo obtido.

Foram realizados também, para efeito de comparação, o dimensionamento ótimo considerando o pórtico como rígido para os três exemplos de aplicação. Para esta consideração, foi adotado o critério de Xu e Grierson (1993). Eles descrevem que uma ligação rígida possui rigidez rotacional infinita na teoria, mas que na prática a rigidez pode variar entre $1{,}13 \times 10^5$ e $5{,}65 \times 10^5$ kNm/rad. Na análise dos pórticos rígidos deste estudo foi adotado uma rigidez rotacional igual a $2{,}0 \times 10^5$ kNm/rad para todas as ligações entre vigas e pilares.

Nos três exemplos de aplicações foram considerados os seguintes parâmetros de projeto:

- Custo unitário do aço: C_a = R$ 10,50 / kg;
- Módulo de elasticidade de Young: E = 200 GPa;
- Resistência ao escoamento do aço: f_y = 250 MPa (aço ASTM A36);
- Banco de dados dos perfis estruturais: tabela de bitolas da Gerdau (2018);
- Resistência à ruptura dos parafusos: f_{ub} = 825 MPa para $d_b \leq 25{,}4$ mm (1”), caso contrário f_{ub} = 725 MPa (aço ASTM A325).

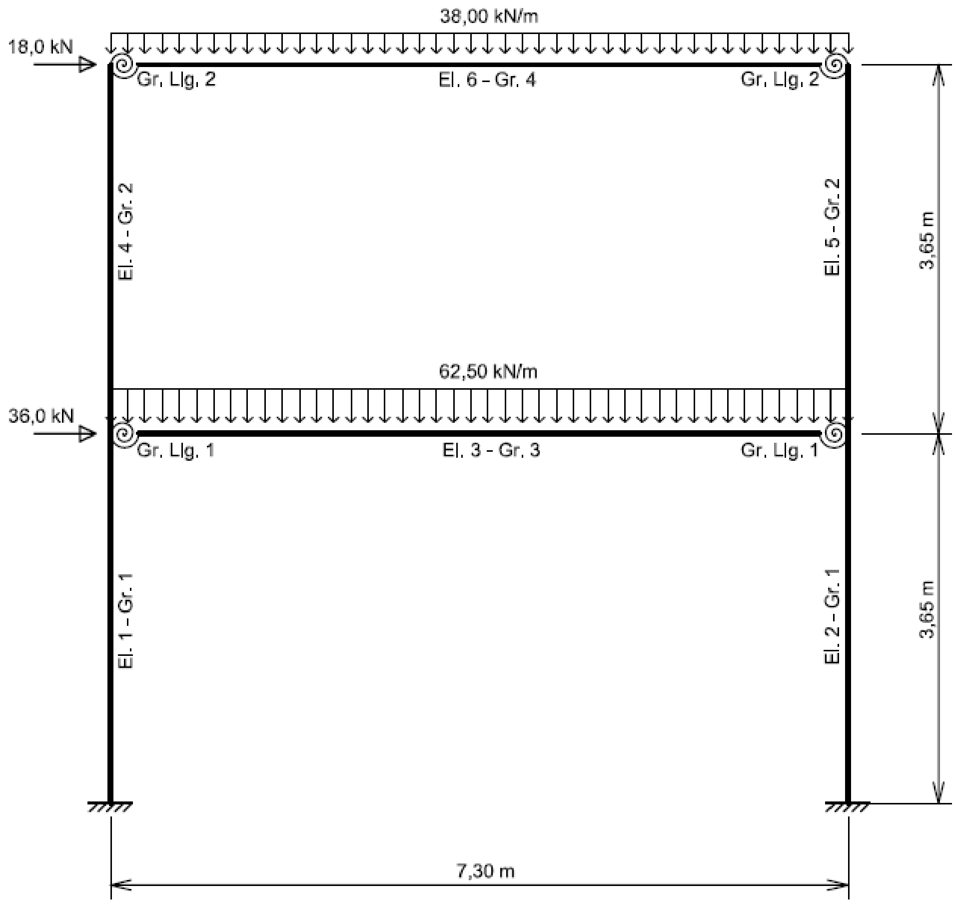
- As restrições de projeto aplicadas são as listadas no item 6.1.1.

7.1 EXEMPLO DE APLICAÇÃO 1 – PÓRTICO DE UM VÃO E DOIS ANDARES

Para esta primeira aplicação foi utilizado um pórtico simples de um vão e dois andares, estudado por Simões (1996) e Ferreira Jr. (2018). O pórtico possui seis barras ao todo, sendo quatro pilares e duas vigas, divididas em quatro grupos, e quatro ligações semirrígidas entre vigas e pilares divididas em dois grupos. A geometria e o carregamento do pórtico estão representados na Figura 7.1.

Para esse pórtico a modelagem computacional definiu oito variáveis de projeto para compor os indivíduos inseridos na população de candidatos a solução no AG. Dessas oito variáveis, quatro são dos grupos de barras (vigas e pilares), duas são dos diâmetros dos parafusos e duas são das espessuras das chapas de extremidades, relativos aos dois grupos de ligações do pórtico. Todas são variáveis discretas. Foram avaliadas ao todo 53 restrições de projeto para cada indivíduo candidato.

Figura 7.1 – Exemplo de aplicação 1: pórtico de 2 andares e 1 vão



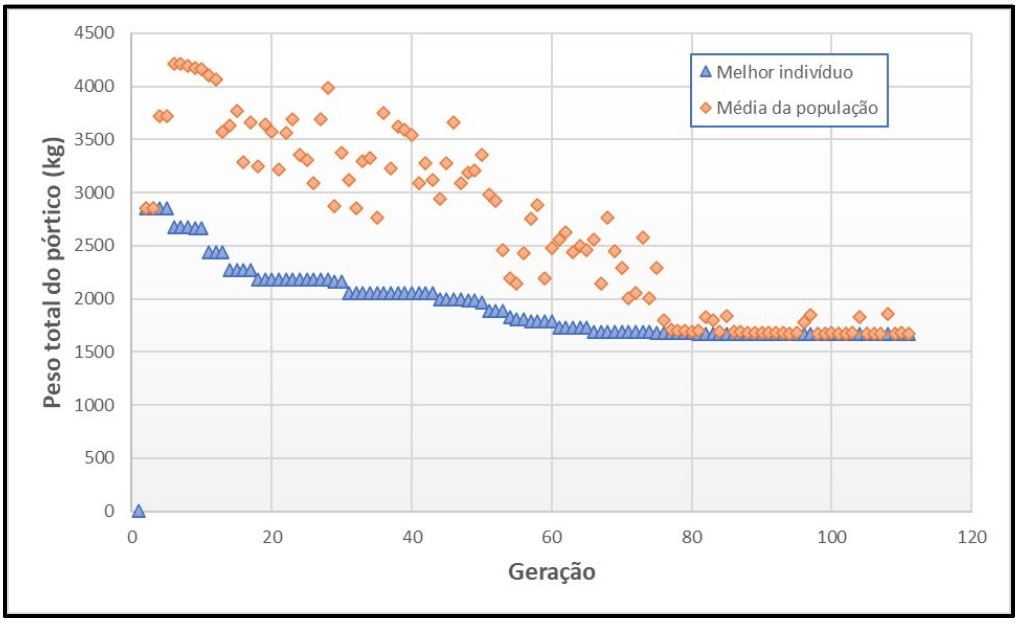
Fonte: adapt. Simões (1996)

Na resolução deste problema foram modificados os seguintes parâmetros do Algoritmo Genético em relação ao padrão do MATLAB®:

- Tamanho de população: 80 (10 x nº de variáveis);
- Taxa de elitismo: 10 % da população;
- Taxa de *crossover*: 90%
- Tolerância para convergência: $1x10^{-4}$;
- Máximo de gerações: 400 (5 x tamanho da população).

Para a definição da configuração ótima do pórtico foram necessárias 111 gerações e um tempo de execução de 24 s. O gráfico da Figura 7.2 apresenta a evolução dos melhores indivíduos e da média da população a cada geração, até se atingir o critério de parada de convergência. Foram obtidos um peso ótimo de 1.674,08 kg e um custo ótimo de R$ 17.577,84.

Figura 7.2 – Ex. aplicação 1 - Evolução da população no processo de otimização por AG



Na Tabela 7.1 são apresentados os perfis estruturais e os componentes das ligações semirrígidas encontrados para o pórtico em sua configuração ótima definida pelo AG, os valores médios das rigidezes rotacionais e dos fatores de fixação das ligações por grupo, os pesos e custo do pórtico, e os resultados obtidos para o pórtico rígido e por Simões (1996) e Ferreira Jr. (2018).

Tabela 7.1 – Ex. aplicação 1 - Configurações e resultados ótimos obtidos para pórtico

Variáveis de projeto	**Simões (1996)**		**Ferreira Jr. (2018)**	**Costa (2020)**	
	Rígida	**Semirrígida**	**Semirrígida**	**Rígida**	**Semirrígida**
Pilares - Grupo 1	IPE 450 (77,6)	IPE 400 (66,3)	W 360 x 44,6	W 360 x 44,6	W 360 x 44,6
Pilares - Grupo 2	IPE 450 (77,6)	IPE 400 (66,3)	W 360 x 58,0	W 360 x 44,6	W 310 x 44,5
Vigas - Grupo 3	IPE 550 (105,0)	IPE 500 (90,7)	W 530 x 82,0	W 460 x 60,0	W 460 x 60,0
Vigas - Grupo 4	IPE 450 (77,6)	IPE 400 (66,3)	W 360 x 64,0	W 460 x 52,0	W 410 x 46,1
Gr. Lig. 1 - ϕ parafusos (mm)	-------	-------	-------	-------	25,4 (1")
Gr. Lig. 1 - esp. chapa (mm)	-------	-------	-------	-------	6,4 (1/4")
Gr. Lig. 2 - ϕ parafusos (mm)	-------	-------	-------	-------	22,2 (7/8")
Gr. Lig. 2 - esp. Chapa (mm)	-------	-------	-------	-------	6,4 (1/4")
Gr. Lig. 1 - Rigidez Rot. (kNm/rad)	-------	59.000	29.426	200.000	61.170
Gr. Lig. 1 - Fator de fixação	-------	0,59	0,43	0,92	0,74
Gr. Lig. 2 - Rigidez Rot. (kNm/rad)	-------	38.000	53.015	200.000	44.975
Gr. Lig. 2 - Fator de fixação	-------	0,66	0,77	0,92	0,78
Peso dos pilares (kg)	1.132,96	967,98	748,98	651,16	650,43
Peso das vigas (kg)	1.332,98	1.146,10	1.065,80	817,60	774,53
Peso total dos perfis (kg)	2.465,94	2.114,08	1.814,78	1.468,76	1.424,96
Peso total equiv. das ligações (kg)	281,24	237,69	227,94	440,70	249,12
Peso total do pórtico (kg)	**2.747,18**	**2.351,77**	**2.042,72**	**1.909,46**	**1.674,08**
Custo ótimo total do pórtico (R$)	**28.845,42**	**24.693,63**	**21.448,55**	**20.049,37**	**17.577,84**
Percentual do custo	**164%**	**140%**	**122%**	**114%**	**100%**

Observa-se na Tabela 7.1 que o peso total dos perfis estruturais do pórtico rígido ficou 3% acima do pórtico semirrígido. Considerando o peso equivalente das ligações, o peso e custos totais do pórtico rígido ficou 14% acima. Em relação aos resultados obtidos por Simões (1996), os custos totais dos pórticos rígido e semirrígido ficaram 64% e 40%, respectivamente, acima do custo total deste estudo. O custo total ótimo obtido por Ferreira Jr. (2018) para o pórtico semirrígido ficou 22% acima. As diferenças dos pesos equivalentes das ligações do pórtico semirrígido obtidos neste estudo com os encontrados por Simões (1996) e Ferreira Jr. (2018) foram aproximadamente na ordem ± 5 kg, o que é muito pequeno perto do peso total do pórtico. A Tabela 7.2 apresenta algumas das bases de análises utilizadas pelos autores, e que influenciam nos resultados.

Tabela 7.2 – Ex. aplicação 1 - Bases utilizadas para as análises do pórtico

Base de análise	Simões (1996)	Ferreira Jr. (2018)	Costa (2020)
Norma	Não divulgado	NBR 8800:2008	NBR 8800:2008
Análise estrutural	Elástica de 1ª ordem corrigida	Elástica de 1ª ordem corrigida	Elástica de 2ª ordem corrigida
Mét. Otimização	Análise sensitiva com projeto segmental ótimo	Algoritmo Genético	Algoritmo Genético

O gráfico da Figura 7.3 apresenta os valores das restrições de projeto descritas no item 6.1.1 para o pórtico semirrígido deste exemplo de aplicação em sua configuração ótima, onde todos os valores foram menores que zero ($g_i \leq 0$), demonstrando que foram atendidos os requisitos da NBR 8800:2008. Observa-se ainda que as restrições que limitaram uma maior redução da função objetivo (denominadas restrições ativas) foram os esforços combinados do pilar nº 2 (g_2^{EC} = -0,069), e as flechas das vigas nº 3 (g_3^{δ} = -0,027) e nº 5 (g_5^{δ} = -0,020).

O deslocamento lateral máximo do pórtico na configuração ótima foi de 1,53 cm (g^{Δ} = -0,163), sendo o limite de norma igual a 1,91 cm (H / 400).

Figura 7.3 – Ex. aplicação 1 - Restrições de projeto para o pórtico em sua configuração ótima

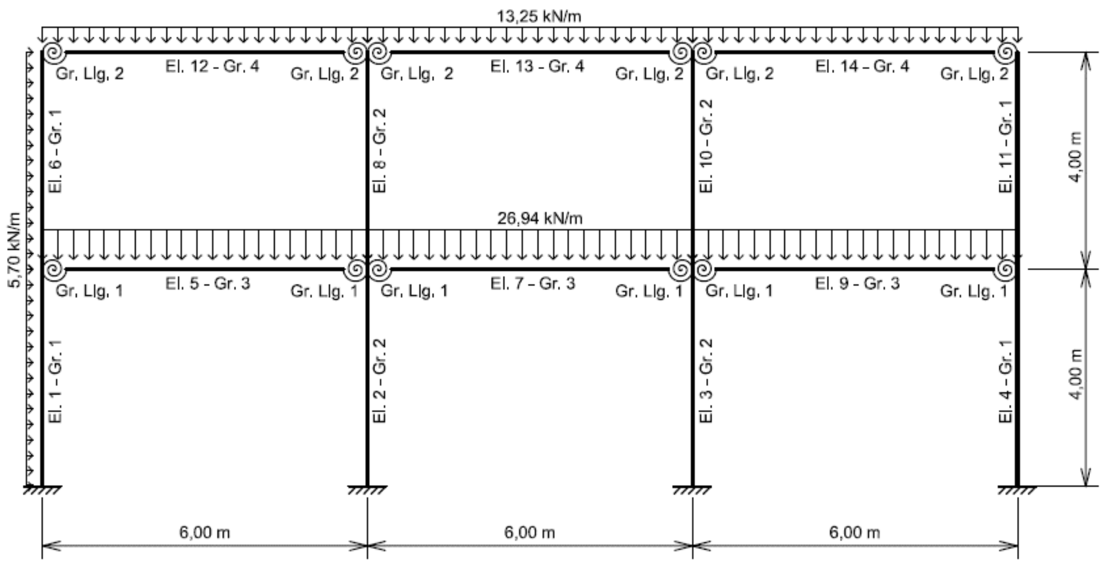
Grupo	Restrição	Valor	Grupo	Restrição	Valor
1	g_1^{N}	-0,709	*Lig. 2*	$g_{6,1}^{db}$	-0,158
1	g_2^{N}	-0,676	*Lig. 2*	$g_{6,2}^{db}$	-0,158
2	g_4^{N}	-0,885	*Lig. 1*	$g_{3,1}^{TB}$	-0,494
2	g_5^{N}	-0,875	*Lig. 1*	$g_{3,2}^{TB}$	-0,119
1	g_1^{λ}	-0,806	*Lig. 2*	$g_{6,1}^{TB}$	-0,615
1	g_2^{λ}	-0,807	*Lig. 2*	$g_{6,2}^{TB}$	-0,445
2	g_4^{λ}	-0,765	*Lig. 1*	$g_{3,1}^{VB}$	-0,784
2	g_5^{λ}	-0,766	*Lig. 1*	$g_{3,2}^{VB}$	-0,756
1	g_1^{M}	-0,748	*Lig. 1*	$g_{6,1}^{VB}$	-0,866
1	g_2^{M}	-0,318	*Lig. 1*	$g_{6,2}^{VB}$	-0,854
2	g_3^{M}	-0,175	*Lig. 1*	$g_{3,1}^{ECB}$	-0,698
2	g_4^{M}	-0,419	*Lig. 1*	$g_{3,2}^{ECB}$	-0,164
3	g_5^{M}	-0,165	*Lig. 2*	$g_{6,1}^{ECB}$	-0,833
3	g_6^{M}	-0,314	*Lig. 2*	$g_{6,2}^{ECB}$	-0,671
1	g_1^{EC}	-0,485	*Lig. 1*	$g_{3,1}^{PCB}$	-0,325
1	g_2^{EC}	-0,069	*Lig. 1*	$g_{3,2}^{PCB}$	-0,236
2	g_4^{EC}	-0,361	*Lig. 2*	$g_{6,1}^{PCB}$	-0,580
2	g_5^{EC}	-0,102	*Lig. 2*	$g_{6,2}^{PCB}$	-0,545
3	g_3^{δ}	-0,027	*2*	$g_4^{d\text{-}dP}$	-0,111
4	g_5^{δ}	-0,020	*2*	$g_5^{b\text{-}dP}$	-0,111
-	g^{Δ}	-0,163	*2*	$g_4^{b\text{-}bfP}$	-0,029
Lig. 1	$g_{3,1}^{r}$	-0,183	*2*	$g_5^{b\text{-}bfP}$	-0,029
Lig. 1	$g_{3,2}^{r}$	-0,153	*3*	$g_{3,1}^{d\text{-}V/P}$	-0,105
Lig. 2	$g_{6,1}^{r}$	-0,138	*3*	$g_{3,2}^{d\text{-}V/P}$	-0,105
Lig. 2	$g_{6,2}^{r}$	-0,122	*4*	$g_{6,4}^{d\text{-}V/P}$	-0,157
Lig. 1	$g_{3,1}^{db}$	-0,183	*4*	$g_{6,5}^{d\text{-}V/P}$	-0,157
Lig. 1	$g_{3,2}^{db}$	-0,183			

7.2 EXEMPLO DE APLICAÇÃO 2 – PÓRTICO DE TRÊS VÃOS E DOIS ANDARES

Neste segundo exemplo de aplicação utilizou-se um pórtico três vãos e dois andares, estudado por Sánchez-Olivares e Espín (2013) e Ferreira Jr. (2018). O pórtico possui 14 barras ao todo, sendo 8 pilares e 6 vigas, divididas em 4 grupos, e 12 ligações semirrígidas entre vigas e pilares divididas em 2 grupos. A geometria e o carregamento do pórtico estão representados na Figura 7.4.

A modelagem computacional definiu para este exemplo oito variáveis de projeto para compor os indivíduos inseridos na população de candidatos a solução no AG. Dessas oito variáveis, quatro são dos grupos de barras (vigas e pilares), duas são dos diâmetros dos parafusos e duas são das espessuras das chapas de extremidades, relativos aos dois grupos de ligações do pórtico. Todas são variáveis discretas. Foram avaliadas ao todo 137 restrições de projeto para cada indivíduo candidato.

Figura 7.4 – Exemplo de aplicação 2 – Pórtico de 3 vãos e 2 andares



Fonte: adapt. Sánchez-Olivares e Espín (2013)

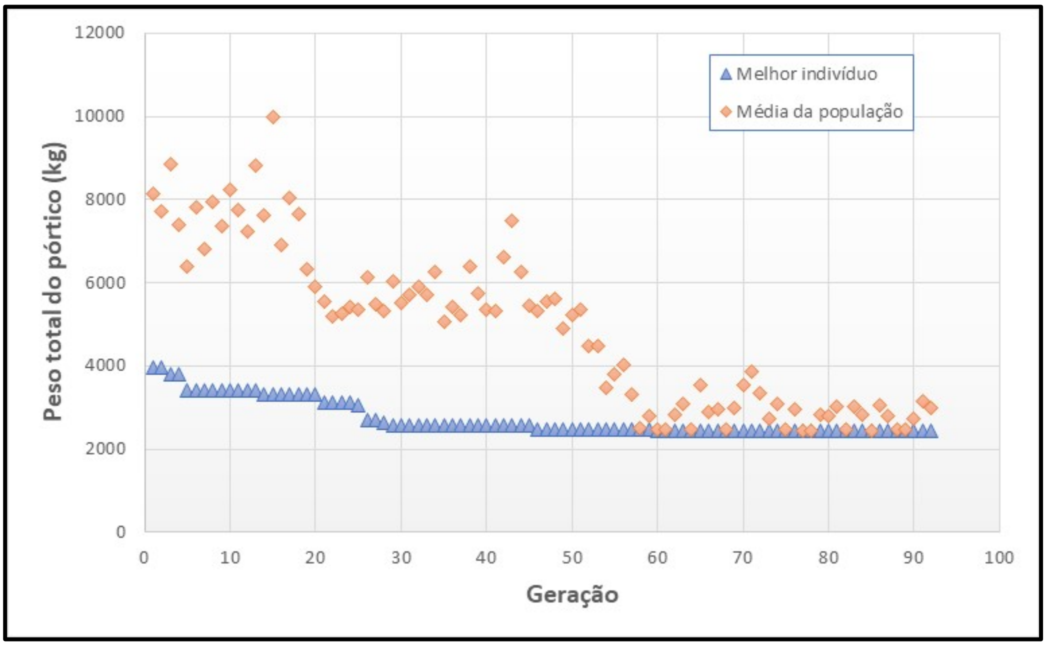
Na resolução deste problema foram modificados os seguintes parâmetros do Algoritmo Genético em relação ao padrão do MATLAB®:

- Tamanho de população: 80 (10 x nº de variáveis);
- Taxa de elitismo: 10 % da população;
- Taxa de *crossover*: 90%

- Tolerância para convergência: 1x10^{-4};
- Máximo de gerações: 400 (5 x tamanho da população).

Para a definição da configuração ótima do pórtico foram necessárias 92 gerações e um tempo de execução de 37 s. O gráfico da Figura 7.5 apresenta a evolução dos melhores indivíduos e da média da população a cada geração, até se atingir o critério de parada de convergência. Foram obtidos um peso ótimo de 2.439,07 kg e um custo ótimo de R$ 25.610,24.

Figura 7.5 - Ex. aplicação 2 - Evolução da população no processo de otimização por AG



Na Tabela 7.3 são apresentados os perfis estruturais e os componentes das ligações semirrígidas encontrados para o pórtico em sua configuração ótima definida pelo AG, as rigidezes rotacionais das ligações, os pesos e custo do pórtico, e os resultados obtidos para o pórtico rígido e por Sánchez-Olivares e Espín (2013) e Ferreira Jr. (2018).

Observa-se na Tabela 7.3 que o peso total dos perfis estruturais do pórtico rígido ficou 22% acima do pórtico semirrígido. Em relação aos resultados obtidos por Sánchez-Olivares e Espín (2013), os custos totais dos pórticos rígido e semirrígido ficaram 59% e 23%, respectivamente, acima do custo total deste estudo. O custo total ótimo obtido por Ferreira Jr. (2018) para o pórtico semirrígido ficou 19% acima. As diferenças dos pesos equivalentes das ligações do pórtico semirrígido obtidos neste estudo com os encontrados por Sánchez-Olivares e Espín (2013) e Ferreira Jr. (2018) foram aproximadamente na ordem de 28 kg, o que equivale a 1,1% do peso total do pórtico semirrígido, o que sugere que a variação da massa equivalente da ligação é pequena quando o fator de fixação é menor que 0,893, conforme descrito por Sánchez-Olivares e Espín (2013).

Tabela 7.3 - Ex. aplicação 2 - Configurações e resultados ótimos obtidos para o pórtico

Variáveis de projeto	Sánchez-Olivares e Espín (2013)		Ferreira Jr. (2018)	Costa (2020)	
	Rígida	Semirrígida	Semirrígida	Rígida	Semirrígida
Pilares - Grupo 1	HEB 180	HEB 120	W 150 x 22,5	W 360 x 32,9	W 360 x 32,9
Pilares - Grupo 2	HEB 140	HEB 160	W 200 x 35,9	W 150 x 18,0	W 360 x 32,9
Vigas - Grupo 3	IPE 240	IPE 300	W 310 x 38,7	W 310 x 28,3	W 310 x 28,3
Vigas - Grupo 4	IPE 180	IPE 240	W 310 x 38,7	W 250 x 17,9	W 250 x 17,9
Gr. Lig. 1 - ϕ parafusos (mm)	-------	20	-------	-------	19 (3/4")
Gr. Lig. 1 - esp. chapa (mm)	-------	12	-------	-------	6,4 (1/4")
Gr. Lig. 2 - ϕ parafusos (mm)	-------	16	-------	-------	15,9 (5/8")
Gr. Lig. 2 - esp. Chapa (mm)	-------	10	-------	-------	6,4 (1/4")
Gr. Lig. 1 - Rigidez Rot. (kNm/rad)	-------	20.500	12.037	200.000	17.000
Gr. Lig. 1 - Fator de fixação	-------	0,70	0,58	0,97	0,76
Gr. Lig. 2 - Rigidez Rot. (kNm/rad)	-------	16.300	30.077	200.000	8.007
Gr. Lig. 2 - Fator de fixação	-------	0,80	0,77	0,99	0,78
Peso dos pilares (kg)	1.359,10	1.108,60	934,40	814,40	1.052,80
Peso das vigas (kg)	891,20	1.313,10	1.393,20	831,60	831,60
Peso total dos perfis (kg)	2.250,30	2.421,70	2.327,60	1.646,00	1.884,40
Peso total equiv. das ligações (kg)	1.626,14	581,30	582,43	1.322,11	554,67
Peso total do pórtico (kg)	**3.876,44**	**3.003,00**	**2.910,03**	**2.968,11**	**2.439,07**
Custo ótimo total do pórtico (R$)	**40.702,62**	**31.531,50**	**30.555,32**	**31.165,16**	**25.610,24**
Percentual do custo	**159%**	**123%**	**119%**	**122%**	**100%**

A Tabela 7.4 apresenta algumas das bases de análises utilizadas pelos autores.

Tabela 7.4 – Ex. aplicação 2 – Bases utilizadas para as análises do pórtico

Base de análise	Sánchez-Olivares e Espín (2013)	Ferreira Jr. (2018)	Costa (2020)
Norma	Eurocode 3 Part 1-8 (2005)	NBR 8800:2008	NBR 8800:2008
Análise estrutural	Método das Componentes	Elástica de 1ª ordem corrigida	Elástica de 2ª ordem corrigida
Mét. Otimização	Algoritmo Genético	Algoritmo Genético	Algoritmo Genético

O gráfico da Figura 7.6 apresenta os valores das restrições de projeto descritas no item 6.1.1 para o pórtico semirrígido deste exemplo de aplicação em sua configuração ótima, onde todos os valores foram menores que zero ($g_l \leq 0$), mostrando que foram atendidos os requisitos da NBR 8800:2008. Observa-se ainda que as restrições ativas que limitaram uma maior redução da função objetivo foram as flechas nas vigas de nº 12 (g_{12}^{δ} = -0,034), nº 13 (g_{13}^{δ} = -0,063) e nº 14 (g_{14}^{δ} = -0,028).

O deslocamento lateral máximo do pórtico na configuração ótima foi de 1,21 cm, sendo o limite de norma é igual a 2,00 cm (H/400).

Figura 7.6 – Ex. aplicação 2 - Restrições de projeto para o pórtico em sua configuração ótima

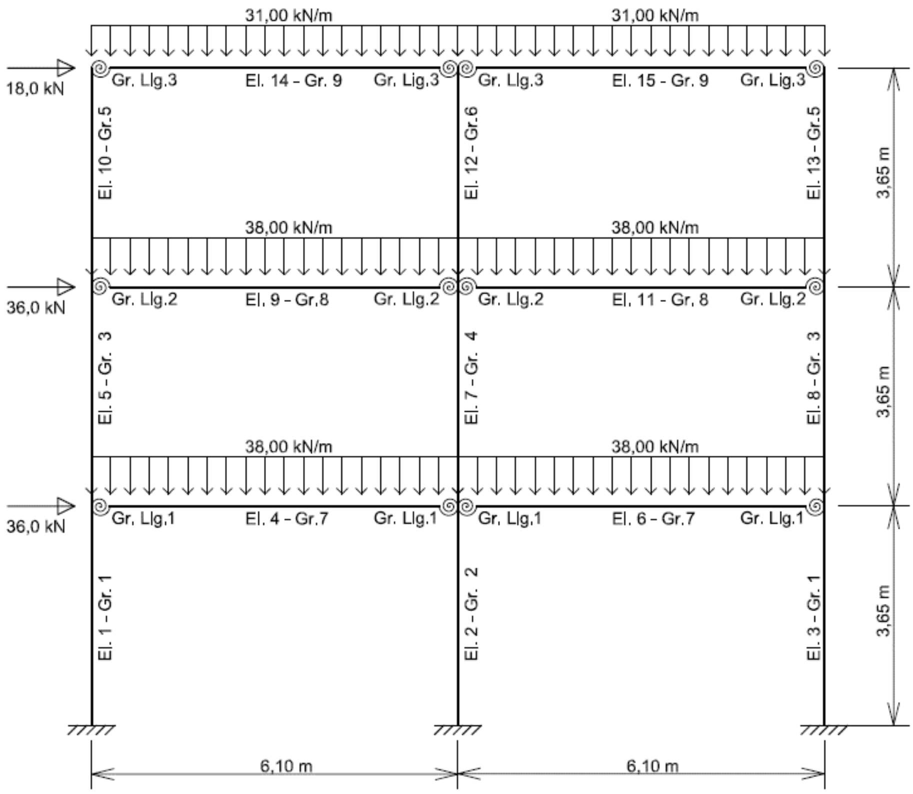
Restrição	Valor	Grupo	Restrição	Valor	Grupo	Restrição	Valor
g_{1}^{N}	-0,854	Lig. 1	$g_{5,2}^{r}$	-0,152	Lig. 1	$g_{14,2}^{VB}$	-0,895
g_{2}^{N}	-0,697	Lig. 1	$g_{7,1}^{r}$	-0,155	Lig. 1	$g_{5,1}^{ECB}$	-0,775
g_{3}^{N}	-0,698	Lig. 1	$g_{7,2}^{r}$	-0,15	Lig. 1	$g_{5,2}^{ECB}$	-0,412
g_{4}^{N}	-0,842	Lig. 1	$g_{9,1}^{r}$	-0,154	Lig. 1	$g_{7,1}^{ECB}$	-0,687
g_{6}^{N}	-0,942	Lig. 1	$g_{9,2}^{r}$	-0,148	Lig. 1	$g_{7,2}^{ECB}$	-0,448
g_{8}^{N}	-0,894	Lig. 2	$g_{12,1}^{r}$	-0,13	Lig. 1	$g_{9,1}^{ECB}$	-0,671
g_{10}^{N}	-0,894	Lig. 2	$g_{12,2}^{r}$	-0,132	Lig. 1	$g_{9,2}^{ECB}$	-0,524
g_{11}^{N}	-0,939	Lig. 2	$g_{13,1}^{r}$	-0,128	Lig. 2	$g_{12,1}^{ECB}$	-0,767
g_{1}^{λ}	-0,741	Lig. 2	$g_{13,2}^{r}$	-0,131	Lig. 2	$g_{12,2}^{ECB}$	-0,597
g_{2}^{λ}	-0,771	Lig. 2	$g_{14,1}^{r}$	-0,127	Lig. 2	$g_{13,1}^{ECB}$	-0,744
g_{3}^{λ}	-0,771	Lig. 2	$g_{14,2}^{r}$	-0,128	Lig. 2	$g_{13,2}^{ECB}$	-0,605
g_{4}^{λ}	-0,742	Lig. 1	$g_{5,1}^{db}$	-0,175	Lig. 2	$g_{14,1}^{ECB}$	-0,733
g_{6}^{λ}	-0,611	Lig. 1	$g_{5,2}^{db}$	-0,175	Lig. 2	$g_{14,2}^{ECB}$	-0,642
g_{8}^{λ}	-0,710	Lig. 1	$g_{7,1}^{db}$	-0,175	Lig. 1	$g_{5,1}^{PCB}$	-0,673
g_{10}^{λ}	-0,711	Lig. 1	$g_{7,2}^{db}$	-0,175	Lig. 1	$g_{5,2}^{PCB}$	-0,628
g_{11}^{λ}	-0,614	Lig. 1	$g_{9,1}^{db}$	-0,175	Lig. 1	$g_{7,1}^{PCB}$	-0,664
g_{1}^{M}	-0,799	Lig. 1	$g_{9,2}^{db}$	-0,175	Lig. 1	$g_{7,2}^{PCB}$	-0,636
g_{2}^{M}	-0,794	Lig. 2	$g_{12,1}^{db}$	-0,313	Lig. 1	$g_{9,1}^{PCB}$	-0,659
g_{3}^{M}	-0,802	Lig. 2	$g_{12,2}^{db}$	-0,313	Lig. 1	$g_{9,2}^{PCB}$	-0,641
g_{4}^{M}	-0,711	Lig. 2	$g_{13,1}^{db}$	-0,313	Lig. 2	$g_{12,1}^{PCB}$	-0,797
g_{5}^{M}	-0,157	Lig. 2	$g_{13,2}^{db}$	-0,313	Lig. 2	$g_{12,2}^{PCB}$	-0,780
g_{6}^{M}	-0,773	Lig. 2	$g_{14,1}^{db}$	-0,313	Lig. 2	$g_{13,1}^{PCB}$	-0,795
g_{7}^{M}	-0,184	Lig. 2	$g_{14,2}^{db}$	-0,313	Lig. 2	$g_{13,2}^{PCB}$	-0,782
g_{8}^{M}	-0,938	Lig. 1	$g_{5,1}^{TB}$	-0,545	Lig. 2	$g_{14,1}^{PCB}$	-0,793
g_{9}^{M}	-0,244	Lig. 1	$g_{5,2}^{TB}$	-0,249	Lig. 2	$g_{14,2}^{PCB}$	-0,784
g_{10}^{M}	-0,946	Lig. 1	$g_{7,1}^{TB}$	-0,458	1	$g_{6}^{d\text{-}dP}$	0,000
g_{11}^{M}	-0,713	Lig. 1	$g_{7,2}^{TB}$	-0,272	2	$g_{8}^{b\text{-}dP}$	0,000
g_{12}^{M}	-0,220	Lig. 1	$g_{9,1}^{TB}$	-0,444	2	$g_{10}^{d\text{-}dP}$	0,000
g_{13}^{M}	-0,228	Lig. 1	$g_{9,2}^{TB}$	-0,326	1	$g_{11}^{b\text{-}dP}$	0,000
g_{14}^{M}	-0,267	Lig. 2	$g_{12,1}^{TB}$	-0,527	1	$g_{6}^{b\text{-}bfP}$	0,000
g_{1}^{EC}	-0,726	Lig. 2	$g_{12,2}^{TB}$	-0,374	2	$g_{8}^{b\text{-}bfP}$	0,000
g_{2}^{EC}	-0,514	Lig. 2	$g_{13,1}^{TB}$	-0,504	2	$g_{10}^{b\text{-}bfP}$	0,000
g_{3}^{EC}	-0,522	Lig. 2	$g_{13,2}^{TB}$	-0,38	1	$g_{11}^{b\text{-}bfP}$	0,000
g_{4}^{EC}	-0,632	Lig. 2	$g_{14,1}^{TB}$	-0,493	3	$g_{5,1}^{d\text{-}V/P}$	-0,197
g_{6}^{EC}	-0,744	Lig. 2	$g_{14,2}^{TB}$	-0,411	3	$g_{5,2}^{d\text{-}V/P}$	-0,197
g_{8}^{EC}	-0,885	Lig. 1	$g_{5,1}^{VB}$	-0,864	3	$g_{7,2}^{d\text{-}V/P}$	-0,197
g_{10}^{EC}	-0,893	Lig. 1	$g_{5,2}^{VB}$	-0,846	3	$g_{7,3}^{d\text{-}V/P}$	-0,197
g_{11}^{EC}	-0,683	Lig. 1	$g_{7,1}^{VB}$	-0,861	3	$g_{9,3}^{d\text{-}V/P}$	-0,197
g_{5}^{δ}	-0,101	Lig. 1	$g_{7,2}^{VB}$	-0,849	3	$g_{9,4}^{d\text{-}V/P}$	-0,197
g_{7}^{δ}	-0,181	Lig. 1	$g_{9,1}^{VB}$	-0,859	4	$g_{12,6}^{d\text{-}V/P}$	-0,205
g_{9}^{δ}	-0,132	Lig. 1	$g_{9,2}^{VB}$	-0,851	4	$g_{12,8}^{d\text{-}V/P}$	-0,205
g_{12}^{δ}	-0,034	Lig. 2	$g_{12,1}^{VB}$	-0,901	4	$g_{13,8}^{d\text{-}V/P}$	-0,205
g_{13}^{δ}	-0,063	Lig. 2	$g_{12,2}^{VB}$	-0,893	4	$g_{13,10}^{d\text{-}V/P}$	-0,205
g_{14}^{δ}	-0,028	Lig. 2	$g_{13,1}^{VB}$	-0,901	4	$g_{14,10}^{d\text{-}V/P}$	-0,205
g^{Δ}	-0,397	Lig. 2	$g_{13,2}^{VB}$	-0,894	4	$g_{14,11}^{d\text{-}V/P}$	-0,205
$g_{5,1}^{r}$	-0,165	Lig. 2	$g_{14,1}^{VB}$	-0,899			

7.3 EXEMPLO DE APLICAÇÃO 3 – PÓRTICO DE DOIS VÃOS E TRÊS ANDARES

No terceiro exemplo de aplicação foi utilizado um pórtico três vãos e dois andares proposto por Xu e Grierson (1993) e estudado por Simões (1996) e Ferreira Jr. (2018). O pórtico possui 15 barras ao todo, sendo 9 pilares e 6 vigas, divididas em 9 grupos, e 12 ligações semirrígidas entre vigas e pilares divididas em 3 grupos. A geometria e o carregamento do pórtico estão representados na Figura 7.7.

A modelagem computacional criou para este exemplo quinze variáveis de projeto para compor os indivíduos inseridos na população de candidatos no AG. Dessas quinze variáveis, seis são dos grupos de pilares, três dos grupos de vigas, três são dos grupos de diâmetros dos parafusos e três são dos grupos das espessuras das chapas de extremidades, estes dois últimos relativos aos três grupos de ligações do pórtico. Todas são variáveis discretas. Foram avaliadas ao todo 145 restrições de projeto para cada indivíduo candidato.

Figura 7.7 – Exemplo de aplicação 3 – Pórtico de 2 vãos e 3 andares



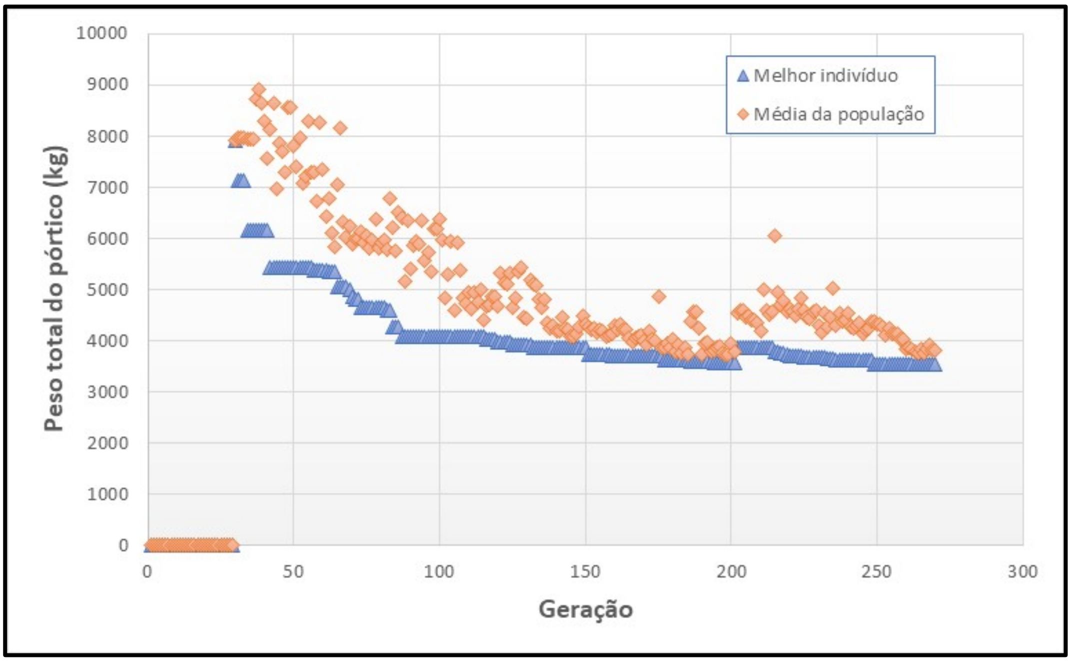
Na resolução deste problema foram modificados os seguintes parâmetros do Algoritmo Genético em relação ao padrão do MATLAB®:

- Tamanho de população: 150 (10 x nº de variáveis);

- Taxa de elitismo: 10 % da população;
- Taxa de *crossover*: 90%
- Tolerância para convergência: $1x10^{-4}$;
- Máximo de gerações: 650 (5 x tamanho da população).

Para a definição da configuração ótima do pórtico foram necessárias 270 gerações e um tempo de execução de 224 s. O gráfico da Figura 7.8 apresenta a evolução dos melhores indivíduos e da média da população a cada geração, até se atingir o critério de parada de convergência. Foram obtidos um peso ótimo de 3.525,61 kg e um custo ótimo de R$ 37.018,91. Nas primeiras 29 gerações o AG não conseguiu achar indivíduos viáveis (que atendam às restrições de projeto), assim os valores de aptidão ficaram próximos a zero. Somente a partir da 30ª geração que foram encontrados indivíduos que atendiam às restrições.

Figura 7.8 – Ex. aplicação 3 – Evolução da população no processo de otimização por AG



Na Tabela 7.5 são apresentados os perfis estruturais e os componentes das ligações semirrígidas encontrados para o pórtico em sua configuração ótima definida pelo AG, as rigidezes rotacionais das ligações, os pesos e o custo ótimo do pórtico, e os resultados ótimos obtidos para o pórtico rígido e por Simões (1996) e Ferreira Jr. (2018).

Tabela 7.5 - Ex. aplicação 3 - Configurações e resultados ótimos obtidos para o pórtico

Variáveis de projeto	Simões (1996)	Ferreira Jr. (2018)	Costa (2020)	
	Semirrígida	Semirrígida	Rígida	Semirrígida
Pilares - Grupo 1	IPE 360 (57,1)	W 360 x 44,6	W 530 x 74,0	W 610 x 82,0
Pilares - Grupo 2	IPE 550 (105,0)	W 410 x 60,0	W 310 x 44,5	W 360 x 44,6
Pilares - Grupo 3	IPE 330 (49,1)	W 150 x 24,0	W 310 x 44,5	W 310 x 38,7
Pilares - Grupo 4	IPE 330 (49,1)	W 410 x 60,0	W 310 x 38,7	W 310 x 38,7
Pilares - Grupo 5	IPE 300 (42,2)	W 310 x 32,7	W 250 x 32,7	W 310 x 38,7
Pilares - Grupo 6	IPE 240 (30,7)	W 310 x 32,7	W 310 x 38,7	W 250 x 44,8
Vigas - Grupo 7	IPE 360 (57,1)	W 410 x 60,0	W 360 x 39,0	W 360 x 32,9
Vigas - Grupo 8	IPÈ 360 (57,1)	W 360 x 58,0	W 410 x 38,8	W 360 x 39,0
Vigas - Grupo 9	IPE 330 (49,1)	W 460 x 52,0	W 410 x 38,8	W 360 x 32,9
Gr. Lig. 1 - ϕ parafusos (mm)	-------	-------	-------	22,3 (7/8")
Gr. Lig. 1 - esp. chapa (mm)	-------	-------	-------	6,4 (1/4")
Gr. Lig. 2 - ϕ parafusos (mm)	-------	-------	-------	22,3 (7/8")
Gr. Lig. 2 - esp. Chapa (mm)	-------	-------	-------	8 (5/16")
Gr. Lig. 3 - ϕ parafusos (mm)	-------	-------	-------	19,1 (3/4")
Gr. Lig. 3 - esp. Chapa (mm)	-------	-------	-------	6,4 (1/4")
Gr. Lig. 1 - Rigidez Rot. (kNm/rad)	25.000	12.037	200.000	28.244
Gr. Lig. 1 - Fator de fixação	0,60	0,54	0,94	0,79
Gr. Lig. 2 - Rigidez Rot. (kNm/rad)	22.000	30.077	200.000	30.746
Gr. Lig. 2 - Fator de fixação	0,58	0,58	0,95	0,83
Gr. Lig. 3 - Rigidez Rot. (kNm/rad)	15.000	16.148	200.000	21.335
Gr. Lig. 3 - Fator de fixação	0,55	0,61	0,94	0,6
Peso dos pilares (kg)	1.757,84	1.296,85	1.548,70	1.631,19
Peso das vigas (kg)	1.992,26	2.074,00	1.422,52	1.278,56
Peso total dos perfis (kg)	3.750,10	3.370,85	2.971,22	2.909,75
Peso total equiv. das ligações (kg)	601,19	627,90	1.322,12	615,87
Peso total do pórtico (kg)	**4.351,29**	**3.998,75**	**4.293,33**	**3.525,61**
Custo ótimo total do pórtico (R$)	**45.688,54**	**41.986,82**	**45.079,97**	**37.018,91**
Percentual do custo	**123%**	**113%**	**122%**	**100%**

Observa-se na Tabela 7.5 que o peso total dos perfis estruturais do pórtico rígido ficou 2% acima do pórtico semirrígido. No entando, considerando o peso equivalente das ligações, o peso e custos totais do pórtico rígido ficaram 22% acima, fato que reflete o valor significativo do custo das ligações rígidas avaliado através do conceito de massa equivalente. Em relação ao resultado obtido por Simões (1996), o custo total do pórtico semirrígido ficou 23% acima do custo total deste estudo. O custo total ótimo obtido por Ferreira Jr. (2018) para o pórtico semirrígido ficou 13% acima. As diferenças dos pesos equivalentes das ligações do pórtico semirrígido obtidos neste estudo com os encontrados por Simões (1996) e Ferreira Jr. (2018) foram insignificantes em comparação com o peso total da estrutura. A Tabela 7.6 apresenta algumas das bases de análises utilizadas pelos autores, e que influenciam nos resultados.

Tabela 7.6 – Ex. aplicação 3 - Bases utilizadas para as análises do pórtico

Base de análise	Simões (1996)	Ferreira Jr. (2018)	Costa (2020)
Norma	Não divulgado	NBR 8800:2008	NBR 8800:2008
Análise estrutural	Elástica de 1ª ordem corrigida	Elástica de 1ª ordem corrigida	Elástica de 2ª ordem corrigida
Mét. Otimização	Análise sensitiva com projeto segmental ótimo	Algoritmo Genético	Algoritmo Genético

O gráfico da Figura 7.9 apresenta os valores das restrições de projeto descritas no item 6.1.1 para o pórtico semirrígido deste exemplo de aplicação em sua configuração ótima, onde todos os valores foram menores que zero ($g_l \leq 0$), mostrando que foram atendidos os requisitos da NBR 8800:2008. Observa-se ainda que as restrições ativas que limitaram uma maior redução da função objetivo foi a resistência ao momento fletor nas vigas de nº 4 (g_4^M = -0,007) e nº 6 (g_6^M = -0,007), e o deslocamento lateral máximo do pórtico (g^{Δ}= -0,002).

O deslocamento lateral máximo do pórtico na configuração ótima foi de 2,73 cm, sendo o limite de norma igual a 2,74 cm (H/400).

Figura 7.9 – Ex. aplicação 3 – Restrições de projeto para o pórtico em sua configuração ótima

(continua)

Grupo	Restrição	Valor	Grupo	Restrição	Valor	Grupo	Restrição	Valor
1	g_1^N	-0,857	Lig. 1	$g_{4,1}^r$	-0,146	Lig. 1	$g_{5,1}^{ECB}$	-0,795
2	g_2^N	-0,443	Lig. 1	$g_{4,2}^r$	-0,122	Lig. 1	$g_{5,2}^{ECB}$	-0,393
1	g_3^N	-0,835	Lig. 1	$g_{6,1}^r$	-0,144	Lig. 1	$g_{7,1}^{ECB}$	-0,779
3	g_5^N	-0,776	Lig. 1	$g_{6,2}^r$	-0,122	Lig. 1	$g_{7,2}^{ECB}$	-0,393
4	g_7^N	-0,559	Lig. 2	$g_{9,1}^r$	-0,18	Lig. 2	$g_{9,1}^{ECB}$	-0,867
3	g_8^N	-0,744	Lig. 2	$g_{9,2}^r$	-0,142	Lig. 2	$g_{9,2}^{ECB}$	-0,367
5	g_{10}^N	-0,907	Lig. 2	$g_{11,1}^r$	-0,173	Lig. 2	$g_{11,1}^{ECB}$	-0,804
6	g_{12}^N	-0,831	Lig. 2	$g_{11,2}^r$	-0,143	Lig. 2	$g_{11,2}^{ECB}$	-0,430
5	g_{13}^N	-0,899	Lig. 3	$g_{14,1}^r$	-0,212	Lig. 3	$g_{14,1}^{ECB}$	-0,810
1	g_1^{λ}	-0,850	Lig. 3	$g_{14,2}^r$	-0,18	Lig. 3	$g_{14,2}^{ECB}$	-0,382
2	g_2^{λ}	-0,802	Lig. 3	$g_{15,1}^r$	-0,191	Lig. 3	$g_{15,1}^{ECB}$	-0,641
1	g_3^{λ}	-0,850	Lig. 3	$g_{15,2}^r$	-0,186	Lig. 3	$g_{15,2}^{ECB}$	-0,573
3	g_5^{λ}	-0,649	Lig. 1	$g_{4,1}^{db}$	-0,312	Lig. 1	$g_{5,1}^{PCB}$	-0,609
4	g_7^{λ}	-0,757	Lig. 1	$g_{4,2}^{db}$	-0,285	Lig. 1	$g_{5,2}^{PCB}$	-0,545
3	g_8^{λ}	-0,652	Lig. 1	$g_{6,1}^{db}$	-0,285	Lig. 1	$g_{7,1}^{PCB}$	-0,607
5	g_{10}^{λ}	-0,722	Lig. 1	$g_{6,2}^{db}$	-0,312	Lig. 1	$g_{7,2}^{PCB}$	-0,547
6	g_{12}^{λ}	-0,754	Lig. 2	$g_{9,1}^{db}$	-0,259	Lig. 2	$g_{9,1}^{PCB}$	-0,696
5	g_{13}^{λ}	-0,725	Lig. 2	$g_{9,2}^{db}$	-0,259	Lig. 2	$g_{9,2}^{PCB}$	-0,627

Figura 7.9 – Ex. aplicação 3 – Restrições de projeto para o pórtico em sua configuração ótima (continuação)

Grupo	Restrição	Valor	Grupo	Restrição	Valor	Grupo	Restrição	Valor
1	g_{1}^{M}	-0,762	*Lig. 2*	$g_{11,1}^{db}$	-0,259	*Lig. 2*	$g_{11,1}^{PCB}$	-0,686
2	g_{2}^{M}	-0,794	*Lig. 2*	$g_{11,2}^{db}$	-0,259	*Lig. 2*	$g_{11,2}^{PCB}$	-0,637
1	g_{3}^{M}	-0,645	*Lig. 3*	$g_{14,1}^{db}$	-0,365	*Lig. 3*	$g_{14,1}^{PCB}$	-0,621
7	g_{4}^{M}	-0,007	*Lig. 3*	$g_{14,2}^{db}$	-0,292	*Lig. 3*	$g_{14,2}^{PCB}$	-0,560
3	g_{5}^{M}	-0,957	*Lig. 3*	$g_{15,1}^{db}$	-0,292	*Lig. 3*	$g_{15,1}^{PCB}$	-0,595
7	g_{6}^{M}	-0,007	*Lig. 3*	$g_{15,2}^{db}$	-0,365	*Lig. 3*	$g_{15,2}^{PCB}$	-0,586
4	g_{7}^{M}	-0,688	*Lig. 1*	$g_{5,1}^{TB}$	-0,57	*3*	$g_{5}^{d\text{-}dP}$	-0,482
3	g_{8}^{M}	-0,527	*Lig. 1*	$g_{5,2}^{TB}$	-0,239	*4*	$g_{7}^{d\text{-}dP}$	-0,119
8	g_{9}^{M}	-0,164	*Lig. 1*	$g_{7,1}^{TB}$	-0,551	*3*	$g_{8}^{d\text{-}dP}$	-0,482
5	g_{10}^{M}	-0,648	*Lig. 1*	$g_{7,2}^{TB}$	-0,238	*5*	$g_{10}^{b\text{-}dP}$	0,000
8	g_{11}^{M}	-0,208	*Lig. 2*	$g_{9,1}^{TB}$	-0,662	*6*	$g_{12}^{d\text{-}dP}$	-0,142
6	g_{12}^{M}	-0,836	*Lig. 2*	$g_{9,2}^{TB}$	-0,223	*5*	$g_{13}^{b\text{-}dP}$	0,000
5	g_{13}^{M}	-0,462	*Lig. 2*	$g_{11,1}^{TB}$	-0,581	*3*	$g_{5}^{b\text{-}bfP}$	-0,073
9	g_{14}^{M}	-0,268	*Lig. 2*	$g_{11,2}^{TB}$	-0,263	*4*	$g_{7}^{b\text{-}bfP}$	-0,035
9	g_{15}^{M}	-0,396	*Lig. 3*	$g_{14,1}^{TB}$	-0,593	*3*	$g_{8}^{b\text{-}bfP}$	-0,073
1	g_{1}^{EC}	-0,690	*Lig. 3*	$g_{14,2}^{TB}$	-0,235	*5*	$g_{10}^{b\text{-}bfP}$	0,000
2	g_{2}^{EC}	-0,260	*Lig. 3*	$g_{15,1}^{TB}$	-0,425	*6*	$g_{12}^{b\text{-}bfP}$	-0,103
1	g_{3}^{EC}	-0,562	*Lig. 3*	$g_{15,2}^{TB}$	-0,369	*5*	$g_{13}^{b\text{-}bfP}$	0,000
3	g_{5}^{EC}	-0,737	*Lig. 1*	$g_{5,1}^{VB}$	-0,859	*7*	$g_{4,1}^{d\text{-}V/P}$	-0,287
4	g_{7}^{EC}	-0,282	*Lig. 1*	$g_{5,2}^{VB}$	-0,836	*7*	$g_{4,2}^{d\text{-}V/P}$	-0,257
3	g_{8}^{EC}	-0,323	*Lig. 1*	$g_{7,1}^{VB}$	-0,858	*7*	$g_{6,2}^{d\text{-}V/P}$	-0,257
5	g_{10}^{EC}	-0,602	*Lig. 1*	$g_{7,2}^{VB}$	-0,836	*7*	$g_{6,3}^{d\text{-}V/P}$	-0,287
6	g_{12}^{EC}	-0,752	*Lig. 2*	$g_{9,1}^{VB}$	-0,863	*8*	$g_{9,5}^{d\text{-}V/P}$	-0,224
5	g_{13}^{EC}	-0,412	*Lig. 2*	$g_{9,2}^{VB}$	-0,832	*8*	$g_{9,7}^{d\text{-}V/P}$	-0,224
7	g_{4}^{δ}	-0,191	*Lig. 2*	$g_{11,1}^{VB}$	-0,858	*8*	$g_{11,7}^{d\text{-}V/P}$	-0,224
7	g_{6}^{δ}	-0,216	*Lig. 2*	$g_{11,2}^{VB}$	-0,836	*8*	$g_{11,8}^{d\text{-}V/P}$	-0,224
8	g_{9}^{δ}	-0,273	*Lig. 3*	$g_{14,1}^{VB}$	-0,843	*9*	$g_{14,10}^{d\text{-}V/P}$	-0,230
8	g_{11}^{δ}	-0,315	*Lig. 3*	$g_{14,2}^{VB}$	-0,818	*9*	$g_{14,12}^{d\text{-}V/P}$	-0,142
9	g_{14}^{δ}	-0,197	*Lig. 3*	$g_{15,1}^{VB}$	-0,832	*9*	$g_{15,12}^{d\text{-}V/P}$	-0,142
9	g_{15}^{δ}	-0,230	*Lig. 3*	$g_{15,2}^{VB}$	-0,828	*9*	$g_{15,13}^{d\text{-}V/P}$	-0,23
-	g^{Δ}	-0,002						

8. CONCLUSÕES

Neste estudo foi apresentada a metodologia desenvolvida de otimização estrutural com Algoritmos Genéticos por meio de análise de segunda ordem de pórticos planos em aço não contraventados com ligações semirrígidas entre vigas e pilares com chapas de extremidade estendidas.

A metodologia foi desenvolvida no ambiente computacional MATLAB e analisa as restrições de projeto e dimensiona pórticos planos em aço deslocáveis conforme o recomendado pela NBR 8800:2008, utiliza a tabela de bitolas de seção I e H laminados como base de dados para a seleção de perfis, analisa as rigidezes rotacionais das ligações semirrígidas com chapa de extremidade estendida entre vigas e pilares, realiza a análise estrutural elástica não linear geométrica, considerando os efeitos de 2ª ordem e a semirrigidez das ligações e utiliza como função objetivo a ser minimizada no processo de otimização o custo total do pórtico, incluindo o custo referente às massas equivalentes das ligações.

Foram apresentados três exemplos de aplicação de pórticos planos semirrígidos pela modelagem computacional e os resultados obtidos foram comparados aos de outros trabalhos publicados e a um dimensionamento ótimo considerando as ligações rígidas. Nos três exemplos os custos dos pórticos semirrígidos analisados por este estudo ficaram abaixo dos outros trabalhos utilizados na comparação, o que pode ser justificado por normas de projetos, adoção de métodos de análise estrutural, restrições de projeto e configuração de parâmetros de otimização diferentes. As configurações ótimas dos pórticos nos três exemplos atenderam à todas as restrições de projeto.

Os resultados ótimos obtidos se mostraram satisfatórios, demonstrando que a utilização de ferramentas computacionais para a otimização de pórticos planos em aço considerando os efeitos da flexibilidade das ligações semirrígidas podem auxiliar aos projetistas no dimensionamento de estruturas mais leves e eficientes e, consequentemente, mais econômicas.

Como sugestão para trabalhos futuros propõe-se:

- Utilizar outras modelagens e tipos de ligações semirrígidas;

- Utilizar diferentes tipos de bancos de dados de perfis estruturais;
- Utilizar outros métodos de otimização;
- Estimar a massa equivalente de outros tipos de ligações semirrígidas;
- Realizar dimensionamento ótimo de pórticos semirrígidos espaciais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT. Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 8800:2008. **Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**, Rio de Janeiro: ABNT, 25 set. 2008.

AISC. AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. ANSI/AISC 360-16. **Specification for Structural Steel Buildings**, Chicago: AISC, 7 jul. 2016.

ARORA, J. S. **Introduction to optimum design**. 4ª. ed. Iowa City: Elsevier, 2017.

ARTAR, M.; DALOĞLU, A. T. Optimum design of composite steel frames with semi-rigid connections and column bases via genetic algorithm. **Steel and Composite Structures**, v. 19, n. 4, p. 1035-1053, out. 2015.

AUSTRELL, P. E.; DAHLBLOM, O.; LINDEMANN, J.; OLSSON, A.; OLSSON, K. G.; PERSSON, K.; PETERSSON, H.; RISTINMAA, M.; SANDBERG, G.; WERNBERG, P. A. **CALFEM**: A finite element toolbox to Matlab. V3.4. Lund: Lund University, 7 out. 2004. Disponível em: http://www.byggmek.lth.se/english/calfem/. Acesso em: 18 mar. 2020.

CASTRO, R. E. **Otimização de estruturas com multi-objetivos via Algoritmos Genéticos de Pareto**. Orientador: Alvaro L. G. A. Coutinho. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001.

CEN. Comité Européen de Normalisation. EN 1993-1-8. **Eurocode 3: Design of steel structures**: Part 1-8: Design of joints, Bruxelas: CEN, Maio 2005.

CHAN, S. L.; CHUI, P. P. T. **Non-Linear Static and Cyclic Analysis of Steel Frames with Semi-Rigid Connections**. 1ª. ed. Elsevier Science, 2000.

CHEN, W. F.; KISHI, N. Semirigid steel beam-to-column connections: data base and modeling. **Journal of Structural Enginnering**, Estados Unidos, v. 115, n. 1, p. 105-119, jan. 1989.

CHEN, W. F.; KISHI, N.; KOMURO, M. **Semi-rigid connections handbook**. 1ª. ed. Fort Lauderdale: J. Ross Publishing, 2011.

CHEN, W. F.; LUI, E. M. **Stability design of steel frames**. 1ª. ed. Boca Raton: CRC Press, 1991.

CHEN, W. F.; LUI, E. M. **Structural stability**: Theory and implementation. 1ª. ed. Estados Unidos: Elsevier, 1987.

DAVE, U. V.; SAVALIYA, G. M. Analysis and design of semi-rigid steel frames. **Structures Congress 2010**, Estados Unidos: ASCE, p. 3240-3251, 2010.

DHILLON, B. S.; O'MALLEY III, J. W. Interactive design of semirigid steel frames. **Journal of Structural Engineering**, Estados Unidos, v. 125, n. 5, p. 556-564, maio 1999.

FAKURY, R. H.; SILVA, A. L. R. C.; CALDAS, R. B. **Dimensionamento de elementos estruturais de aço e mistos de aço e concreto**. 1ª. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil Ltda, 2016.

FALCÓN, G. A. S.; MONTRULL, P. M. Dimensionamento ótimo de ligações semirrígidas de pórticos de aço - Modelo "Pórtico Auxiliar". **CILAMCE 2014**: Proceedings of the XXXV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, Fortaleza, 2014.

FERREIRA JR., S. S. **Dimensionamento ótimo de pórticos de aço com ligações semirrígidas utilizando elementos finitos híbridos**. Orientador: Gines Arturo Santos Falcón. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Estadual do Norte Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2018.

GERDAU. **Perfis estruturais Gerdau**: Tabela de bitolas. nov. 2018. Disponível em: https://www2.gerdau.com.br/download/file/340?download=340. Acesso em: 22 abr. 2020.

GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in search, optimization and machine learning**. 1ª. ed. Estados Unidos: Addison-Wesley Publishing Company, INC, 1989.

GOLDBERG, D. E.; DEB, K. A comparative analysis of selection schemes used in Genetic Algorithms. *In*: RAWLINS, G. J. E. **Foundations of Genetic Algorithm**. San Mateo: Morgan Kaufmann Publishers, 1991. p. 69-93.

GUERRA, C. **Otimização paramétrica de estruturas treliçadas por Algoritmos Genéticos**. Orientador: Hebert Martins Gomes. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

HAYALIOGLU, M.S.; DEGERTEKIN, S. O. Minimum cost design of steel frames with semi-rigid connections and column bases via genetic optimization. **Computers and Structures**, [*s. l.*], v. 83, n. 22, p. 1849-1863, abril 2005.

KAMESHKI, E. S.; SAKA, M. P. Genetic algorithm based optimum design of nonlinear planar steel frames with various semi-rigid connections. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 59, n. 1, p. 109-134, jan. 2003.

KAMESHKI, E. S.; SAKA, M. P. Optimum design of nonlinear steel frames with semi-rigid connections using a genetic algorithm. **Computers and Structures**, v. 79, n. 17, p. 1593-1604, jul. 2001.

KARTAL, M. E. *et al*. Effects of semi-rigid connection on structural responses. **Eletronic Journal of Structural Engineering**, v. 10, p. 22-35, 2010. Disponível em: http://www.ejse.org/Archives/Fulltext/2010/2010v1/20103.pdf. Acesso em: 12 maio 2020.

LACERDA, E. G. M.; CARVALHO, A. C. P. L. F. Introdução aos algoritmos genéticos. *In*: GALVÃO, C. O.; VALENÇA, M. J. S. **Sistemas inteligentes: aplicações a recursos hídricos e ciências ambientais**. 1ª. ed. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul e Associação Brasileira de Recursos Hídricos, 1999. cap. 3, p. 99-150.

LECCHI, L. B. **Comparação entre métodos aproximados para análise não linear geométrica das normas de estruturas de aço e de concreto armado**. Orientador: Walnório Graça Ferreira. Dissertação de Mestrado (Mestre em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2020.

LIDEN, R. **Algoritmos Genéticos**. 3ª. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna Ltda, 2012.

MARTHA, L. F. **Ftool**: Two-Dimensional Frame Analysis Tool. 4.00.04. Rio de Janeiro:

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC-RIO, Junho 2017. Disponível em: https://www.ftool.com.br/. Acesso em: 22 abr. 2020.

MATHWORKS. **Global Optimization Toolbox**: User's Guide. Versão 4.3. Natick: MathWorks, Março 2020. Disponível em: https://www.mathworks.com/help/gads/index.html?s_tid=CRUX_lftnav. Acesso em: 28 maio 2020.

MEDEIROS, G. F.; KRIPKA, M. Algumas aplicações de métodos heurísticos na otimização de estruturas. **Revista CIATEC,** Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, v. 4, p. 19-32, 2012.

MONFORTON, G. R. **Matrix analysis of frames with semi-rigid connections**. Dissertação (Mestrado em Ciências Aplicadas) - University of Windsor, Windsor, 1962.

OLIVEIRA, L. A. R. **Análise de pórticos de aço com ligações viga-pilar e de base de pilar semirrígidas a partir do Método das Componentes**. Orientador: Armando Cesar Campos Lavall. Dissertação de Mestrado (Mestre em Engenharia de Estruturas) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015.

SALLES, H. S. **Projeto ótimo de um pórtico tridimensional de concreto armado utilizando algoritmos genéticos**. Orientador: Franciane Conceição Peters. Dissertação de Mestrado (Mestre em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.

SÁNCHEZ-OLIVARES, G.; ESPÍN, A. T. Design of planar semi-rigid steel frames using genetic algorithms and Component Method. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 88, p. 267-278, set. 2013.

SANTOS, M. **Projeto ótimo de pórticos de aço utilizando perfis comerciais e algoritmos genéticos**. Orientador: Gines Arturo Santos Falcón. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Estadual do Norte Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2016.

SARAMAGO, S. P.; STEFFEN JR., V. Técnicas heurísticas de otimização aplicadas em engenharia. **Horizonte Científico**, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, v. 3, n. 2, fev. 2009.

SHALLAN, O.; MAALY, H. M.; HAMDY, O. Design optimization of semi-rigid plane steel frames with semi-rigid bases using biogeography-based optimization and genetic algorithms. **Brilliant Engineering**, v. 1, n. 2, p. 10-20, abr. 2020.

SIMÕES, L. M. C. Optimization of frames with semi-rigid connections. **Computers & Structures**, Grã Bretanha, v. 60, n. 4, p. 531-539, jun. 1996.

SOMMER, R. C. **Otimização de estruturas por algoritmos genéticos submetidas à restrições de flexibilidade e flambagem**. Orientador: Jun Sérgio Ono Fonseca. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

VAN, T. T. T.; QUYEN, V. T. B.; THUY, N. L. Optimization of plane frame structure with consideration of semi-rigid connections. **Journal of Physics: Conference Series**, Moscou, v. 1425, p. 1-8, dez. 2019. Disponível em: https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1425/1/012098/pdf. Acesso em: 8 jan. 2020.

WEAVER, W.; GERE, J. M. **Matrix analysis of framed structures**. 3ª. ed. Nova Iorque: Van Nostrand Reinhold, 1987.

XU, L. Geometrical stiffness and sensitivity matrices for optimization of semi-rigid steel frameworks. **Structural Optimization**, v. 5, p. 95-99, 1992.

XU, L. Practical computer-based analysis of semi-rigid steel frames. *In*: CHEN, W. F. **Practical analysis for semi-rigid frame design**. 1ª. ed. Singapura: World Scientific, 2000. cap. 4, p. 176-205.

XU, L.; GRIERSON, D. E. Computer-automated design of semirigid steel frameworks. **Journal of Structural Enginnering**, v. 119, n. 6, p. 1740-1760, jun. 1993.