

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

BRENO DIAS BREDÁ

**MÉTODOS DE ANÁLISE DE 2ª ORDEM SIMPLIFICADOS E
OTIMIZAÇÃO DO DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS DE
AÇO SEGUNDO O EUROCODE 3 VIA ALGORITMO
GENÉTICO**

Vitória
2021

BRENO DIAS BREDA

**MÉTODOS DE ANÁLISE DE 2ª ORDEM SIMPLIFICADOS E
OTIMIZAÇÃO DO DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS DE
AÇO SEGUNDO O EUROCODE 3 VIA ALGORITMO
GENÉTICO**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Estruturas do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para avaliação.

Orientador: Prof. Dr. Élcio Cassimiro Alves

Co-orientador: Prof. Dr. Marcos A. C. Rodrigues

Vitória
2021

Ficha catalográfica disponibilizada pelo Sistema Integrado de Bibliotecas - SIBI/UFES e elaborada pelo autor

D541 m Dias Breda, Breno, 1991-
Métodos de análise de 2ª ordem simplificados e otimização do dimensionamento de estruturas de aço segundo o Eurocode 3 via algoritmo genético / Breno Dias Breda. - 2021.
160 f. : il.

Orientador: Elcio Cassimiro Alves.
Coorientador: Marcos Antônio Campos Rodrigues.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

1. Algoritmos genéticos. 2. Aço - Estruturas. 3. Análise dimensional. I. Cassimiro Alves, Elcio. II. Campos Rodrigues, Marcos Antônio. III. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Tecnológico. IV. Título.

CDU: 624

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Métodos de Análise de 2ª Ordem Simplificados e Otimização do Dimensionamento de Estruturas de Aço Segundo o Eurocode 3 Via Algoritmo Genético

Breno Dias Brêda

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Civil do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de Estruturas.

Aprovada no dia **19 de março** por:

Prof. Dr. Élcio Cassimiro Alves
Doutor em Engenharia e Tecnologia Espaciais
Orientador – UFES

Prof. Dr. Marcos Antônio Campos Rodrigues
Doutor em Engenharia Civil
Coorientador – UFES

Prof. Dr. Walnório Graça Ferreira
Doutor em Engenharia Civil
Examinador Interno – UFES

Prof. Dr. Evandro Parente Júnior
Doutor em Engenharia Civil
Examinador Externo - UFC

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos professores Élcio e Marcos pela orientação, oportunidade e amizade oferecidos, fundamentais para a realização deste trabalho. Aproveito para agradecer à UFES que por meio do PPGEC ofereceu o curso e os recursos físicos e humanos para realização desta pesquisa e os demais professores do programa.

Agradeço aos colegas de trabalho que ofereceram um braço amigo nos momentos difíceis para que eu pudesse me dedicar ao mestrado sempre que precisei. E ao DEC que permitiu a flexibilização do meu trabalho para que eu pudesse buscar aumentar minha formação.

Agradeço aos meus amigos da vida, colegas de mestrado, parentes e entes queridos, como meus avós. Aos que vieram antes, seja na vida ou na pesquisa desenvolvida. Sem a contribuição desses eu não estaria aqui, aproveitando a oportunidade construída e oferecida por eles.

Agradeço a minha família, minha mãe Ádima e meu pai Jadir, que dedicaram suas vidas pela minha formação e dos meus irmãos, nos dando a maior herança de todas, nos ensinando os valores mais importantes. Aos meus irmãos Diogo e Juliana por serem inspiração e oferecer sempre carinho, atenção e companhia desde o princípio.

Agradeço do fundo do meu coração a pessoa que mais me fez rir, que mais me deu carinho, compreensão, atenção e amor nos últimos 5 anos, que impediu que eu desistisse e que hoje sonha comigo viver uma vida juntos, a minha noiva Priscilla.

O maior agradecimento de todos é sempre ao nosso Deus, por todos os motivos, por ter-me agraciado com o sopro da vida, por ter me conduzido a vida toda e por ter botado em meu caminho pessoas incríveis. Ao Senhor, dedico minha vida, minha alma, minha capacidade e meus frutos.

RESUMO

Um processo completo de otimização de uma estrutura metálica depende dos esforços solicitantes calculados, da norma e catálogos de perfis utilizados no dimensionamento e do algoritmo de otimização considerado. Com isso em vista, este trabalho tem por objetivo integrar distintos métodos de análise não-linear geométrica simplificados, como o Método da Amplificação dos Esforços Solicitantes (MAES), o Método dos 2 Ciclos Iterativos (M2CI) e a Análise Puramente Incremental (API), com o EN-1993-1-1 (2005), catálogos de perfis nacional e europeu com a otimização estrutural que está associada ao processo utilizando o Algoritmo Genético (AG). Para alcançar tal objetivo o presente trabalho apresenta: (1) a validação do módulo de análise não-linear utilizando referências do ANSI/AISC 360-16 (2016), (2) a comparação do módulo de dimensionamento que utiliza o EN-1993-1-1 (2005) com os resultados de um programa comercial e, finalmente, (3) resultados da otimização com o AG de estruturas da literatura usando os módulos desenvolvidos, observando possíveis ganhos. Resultados mostram que o M2CI apresenta resultados precisos e baixo custo computacional quando comparado ao MAES e ao API. O AG se mostra eficiente na otimização de estruturas metálicas por trabalhar com variáveis discretas e isso facilita a utilização de tabela de perfis fornecida pelos fabricantes. Ganhos observados são associados: à utilização de métodos de análise mais precisos, à utilização do EN-1993-1-1 (2005) e à utilização de diferentes catálogos de perfis, de acordo com os casos analisados.

Palavras-chave: Algoritmo Genético, Estruturas de Aço, Análise Não-linear Geométrica.

ABSTRACT

A complete process of optimization of a steel structure depends on the calculated design stress, the code and steel shapes tables used in the design and the optimization algorithm considered. With that in mind, this work integrates different simplified geometric nonlinear analysis methods, such as the B₁-B₂ Method, the Two Cycles Iterative Method (TCIM) and the Purely Incremental Analysis (PIA), with the EN-1993-1-1 (2005), brazilian and european steel shapes tables and the structural optimization is associated to the process using the Genetic Algorithm (GA). To achieve this objective, the present work presents: (1) the validation of the nonlinear analysis module using ANSI/AISC 360-16 (2016) benchmark examples, (2) the comparison of the design module that uses EN-1993-1-1 (2005) with the results of a commercial software and, finally, (3) results of the GA optimization of benchmark structures in the literature and using the developed modules, observing possible gains. Results show that TCIM presents accurate results and low computational cost when compared to B₁-B₂ Method and PIA. The GA is efficient in the optimization of steel structures because it uses discrete variables and this facilitates the use of the steel shapes table provided by the manufacturers. Observed gains are associated: to the use of more accurate analysis methods, to the use of EN-1993-1-1 (2005) and to the use of different profile catalogs, according to the cases analyzed.

Keywords: Genetic Algorithm, Steel Structures, Geometric Nonlinear Analysis.

LISTA DE ABREVIações

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas;
AG(s)	Algoritmo(s) Genético(s);
API	Análise Puramente Incremental;
AISC	Instituto Americano de Construção em Aço (<i>American Institute of Steel Construction</i>);
EFTA	Associação Europeia de Livre Comércio (<i>European Free Trade Association</i>);
ELU	Estados Limites Últimos;
ELS	Estados Limites de Serviço;
EU	União Europeia (<i>European Union</i>);
LRFD	Estados Limites (<i>Load Resistance Factor Design</i>);
M2CI	Método dos 2 Ciclos Iterativos;
MAES	Método da Amplificação dos Esforços Solicitantes;
MEF	Método dos Elementos Finitos;
MGA	Modeling to Generate Alternatives;
MPI	Método dos Pontos Interiores;
NBE-EA	<i>Norma Básica de la Edificación – Estructuras de Acero</i> ;
PQS	Programação Quadrática Sequencial;
RS	Recozimento Simulado;
S3D	<i>Structure3D</i> ;
UFES	Universidade Federal do Espírito Santo.

LISTA DE SÍMBOLOS

Minúsculas gregas

α	porção comprimida de um elemento de uma seção;
α	parâmetro relativo ao efeito da flexão biaxial;
α_{cr}	fator de carregamento de cálculo relativo à instabilidade estrutural;
α_h	fator de redução da altura h aplicável às colunas;
α_m	fator de redução relativo ao número de colunas;
β	parâmetro relativo ao efeito da flexão biaxial;
γ_{M0}	fator de ponderação da resistência da seção transversal;
$\delta_{H,Ed}$	deslocamento horizontal interpavimento relativo à H_{Ed} ;
ε	fator dependente de f_y ;
η	fator relativo ao tipo de aço estrutural;
$\bar{\lambda}$	esbeltez de uma viga considerando-a rotulada em suas extremidades;
$\bar{\lambda}$	esbeltez relativa;
ν	coeficiente de Poisson;
χ	fator de redução relativo ao modo de flambagem;
ψ	razão da tensão na fibra oposta à de maior tensão por f_y ;

Maiúsculas gregas

ϕ_0	valor base para o fator de imperfeição inicial global;
ϕ	fator de imperfeição inicial global relacionado ao deslocamento horizontal;

Minúsculas romanas

c	largura ou comprimento de parte da seção transversal;
f_y	tensão de escoamento do aço;

h	é a altura do pavimento;
h	é a altura da estrutura;
h_w	altura da alma;
l_t	deslocamento lateral livre (<i>lateral translation</i>);
m	fator relativo a quantidade e o carregamento de pilares em um pórtico;
n	razão entre a força axial solicitante e resistência axial plástica da seção;
nt	deslocamento lateral restringido (<i>no translation</i>);
t	espessura de parte da seção transversal;
t_w	espessura da alma;
u	deslocamento horizontal de um nó;
u_1	deslocamento horizontal de um nó em uma análise de primeira ordem;
u_2	deslocamento horizontal de um nó em uma análise de segunda ordem;

Maiúsculas romanas

A	área da seção transversal;
A_v	área cisalhante;
$\{D\}$	vetor de deslocamentos dos nós;
E	modulo de elasticidade do aço;
E_t	módulo de Elasticidade Tangencial;
$\{F\}$	vetor das ações estruturais;
F	flecha máxima;
F_{Ed}	carregamento de cálculo;
F_{cr}	carga crítica de flambagem elástica para instabilidade global.
H	altura do pavimento;
H_{Ed}	carregamento horizontal total de cálculo;

H_{Sd}	força cisalhante solicitante no andar considerado;
I_p	momento de inércia polar;
I_y	momento de inércia em relação ao eixo y ;
I_z	momento de inércia em relação ao eixo z ;
K	coeficiente de flambagem de barras comprimidas;
$[k]$	matriz de rigidez do elemento;
$[k_L]$	matriz de rigidez elástica do elemento;
$[k_G]$	matriz de rigidez geométrica do elemento;
$[K]$	matriz de rigidez da estrutura;
$[K_L]$	matriz de rigidez elástica da estrutura;
$[K_G]$	matriz de rigidez geométrica da estrutura;
L	comprimento da barra;
$M_{c,Rd}$	esforço fletor resistente de cálculo;
M_{Ed}	esforço fletor solicitante de cálculo;
$M_{N,Rd}$	resistência ao momento fletor de cálculo reduzida devido às forças axiais;
M_{Sd}	momento fletor solicitante de cálculo;
$N_{b,Rd}$	esforço resistente a flambagem de elementos comprimidos;
N_{Ed}	esforço axial solicitante de cálculo;
N_{Rd}	esforço axial resistente de cálculo;
N_{Sd}	força axial solicitante de cálculo;
N_e	força axial de flambagem elástica;
P	força axial;
R_S	coeficiente de ajuste;
$V_{c,Rd}$	esforço cisalhante resistente de cálculo da seção transversal;
V_{Ed}	esforço cisalhante solicitante de cálculo;

V_{sd} força cisalhante solicitante de cálculo;
 W_{pl} módulo de resistência plástica da seção;

Mistas

Δ_h deslocamento horizontal interpavimento;
 $P-\delta$ efeito de segunda ordem local;
 $P-\Delta$ efeito de segunda ordem global.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1-1 – Produção científica anual relacionados à “ <i>Genetic Algorithm</i> ” e “ <i>Steel Structures</i> ”, analisada em em outubro de 2019.	26
Figura 1-2– Efeitos de segunda ordem	28
Figura 1-3 – Países que adotam ou expressam interesse em adotar os Eurocodes. ...	30
Figura 2-1 – Funcionamento de um AG genérico	33
Figura 2-2 – Análise puramente incremental.....	40
Figura 2-3 – Fluxograma do programa elaborado em Prendes-Gero <i>et al.</i> (2018).	41
Figura 2-4 – Soluções ótimas por classe e HEB 600, para esforço de flexo-compressão	43
Figura 3-1 – Fluxograma das etapas a serem executadas no desenvolvimento metodológico deste trabalho.	45
Figura 3-2 - Subestruturas para análise pelo MAES	48
Figura 3-3 – Fluxograma do Módulo MAES.	51
Figura 3-4 – Passo a passo do M2CI	56
Figura 3-5 – Passo a passo da API.....	57
Figura 3-6 - Fatores para o cálculo de α_{cr} para pórticos viga-pilar ou com vigas de pequena inclinação	59
Figura 3-7 – Parâmetros para o cálculo do fator de imperfeição inicial global (ϕ).	62
Figura 3-8 – Parâmetros para o cálculo do fator de imperfeição inicial global (ϕ).	63
Figura 3-9 – Fluxograma do Módulo EC3.	75
Figura 4-1 – Caso 1 de referência.....	83

Figura 4-2 – Caso 2 de referência.....	83
Figura 4-3 – Resultados do momento fletor máximo do Caso 1, subdivisão em 4 elementos, em kN.m.	85
Figura 4-4 – Resultados do deslocamento máximo do Caso 1, em mm.	86
Figura 4-5 – Resultados do momento fletor máximo do Caso 2, em kN.m.	87
Figura 4-6 – Resultados do deslocamento máximo do Caso 2, em mm.	88
Figura 4-7 – Avaliação do número de subdivisão dos elementos.	89
Figura 4-8 – Avaliação do número de incrementos para API.	90
Figura 4-9 – Tempo de análise dos algoritmos desenvolvidos com detalhe.	91
Figura 4-10 – Exemplo 9.5 proposto por McGuire, Gallagher e Ziemian (2010).	93
Figura 4-11 – Exemplo proposto por McGuire, Gallagher e Ziemian (2010) no S3D.	94
Figura 4-12 – Exemplo 9.10 proposto por McGuire, Gallagher e Ziemian (2010).	95
Figura 4-13 – Interface do A3C® com o Caso 1 e P igual a 667 kN.	98
Figura 4-14 – Interface do Módulo EC3 do S3D com o Caso 1 e P igual a 667 kN.	98
Figura 4-15 – Restrições para o Caso 1 com perfis europeus.	101
Figura 4-16 – Restrições para o Caso 1 com perfis Gerdau®.	102
Figura 4-17 – Restrições para o Caso 2 com perfis europeus.	103
Figura 4-18 – Restrições para o Caso 2 com perfis Gerdau®.	103
Figura 4-19 – Pórtico plano de Farshchin <i>et al.</i> (2018).	104
Figura 4-20 – Restrições para o pórtico plano analisado com perfis europeus.	106

Figura 4-21 – Restrições para o pórtico plano analisado com perfis W do AISC-LRFD (2001).....	107
Figura 4-22 – Restrições para o pórtico plano analisado com perfis laminados da Gerdau®.....	107
Figura 4-23 – Pórtico plano de Sánchez-Olivares e Espín (2013).	108
Figura 4-24 – Restrições dos ELU para o pórtico plano de Sánchez-Olivares e Espín (2013) com perfis laminados europeus.	110
Figura 4-25 – Restrições dos ELS para o pórtico plano de Sánchez-Olivares e Espín (2013) com perfis laminados europeus.	111
Figura 4-26 – Restrições dos ELU para o pórtico plano de Sánchez-Olivares e Espín (2013) com perfis laminados Gerdau®.	113
Figura 4-27 – Restrições dos ELS para o pórtico plano de Sánchez-Olivares e Espín (2013) com perfis laminados Gerdau®.	113
Figura 4-28 – Perfis do catálogo da Gerdau® e europeus ordenados de acordo com a área da seção.	116
Figura 4-29 – Perfis do catálogo da Gerdau® e europeus ordenados de acordo com o módulo de resistência plástica da seção em relação ao eixo y.....	116
Figura 4-30 – Perfis do catálogo da Gerdau® e europeus ordenados de acordo com o módulo de resistência plástica da seção em relação ao eixo z.....	116
Figura 4-31 – Restrições para o pórtico espacial analisado com perfis europeus e imperfeições na direção do eixo x.....	118
Figura 4-32 – Restrições para o pórtico espacial analisado com perfis europeus e imperfeições na direção do eixo z.....	118

Figura 4-33 – Restrições para o pórtico espacial analisado com perfis Gerdau® e imperfeições na direção do eixo x.	119
Figura 4-34 – Restrições para o pórtico espacial analisado com perfis Gerdau® e imperfeições na direção do eixo z.	120
Figura 4-35 – Restrições dos ELU para o pórtico espacial agrupado com perfis do europeus e imperfeições na direção do eixo x.	122
Figura 4-36 – Restrições dos ELU para o pórtico espacial agrupado com perfis do europeus e imperfeições na direção do eixo z.	122
Figura 4-37 – Restrições para o pórtico espacial agrupado com perfis da Gerdau® e imperfeições na direção do eixo x.	123
Figura 4-38 – Restrições para o pórtico espacial agrupado com perfis da Gerdau® e imperfeições na direção do eixo z.	124
Figura 4-39 – Pórtico espacial proposto.	125
Figura 4-40 – Eixos de referência da seção transversal dos perfis.	126
Figura 4-41 – Pórtico espacial proposto em planta.	126
Figura 4-42 – Pórtico espacial proposto em planta.	127
Figura 4-43 – Restrições dos ELU relevantes para o caso analisado.	128
Figura 4-44 – Restrições dos ELS relevantes para o caso analisado.	129
Figura AA-1 – Captura de tela do Módulo MAES elaborado.	139
Figura AA-2 – Captura de tela do Módulo MAES elaborado.	145
Figura AA-3 – Resultados do momento fletor máximo do Caso 1, subdivididos em 4 elementos.	151

Figura AA-4 – Resultados do deslocamento máximo do Caso 1, subdivididos em 4 elementos.....	151
Figura AA-5 – Resultados do deslocamento máximo do Caso 2, subdivididos em 4 elementos.....	152
Figura AA-6 – Resultados do deslocamento máximo do Caso 2, subdivididos em 4 elementos.....	152
Figura AA-7 – Influência da discretização na precisão e tempo de análise no momento fletor máximo do Caso 1 para o M2Cl.....	153
Figura AA-8 – Influência da discretização na precisão e tempo de análise no deslocamento máximo do Caso 1 para o M2Cl.	153
Figura AA-9 – Influência da discretização na precisão e tempo de análise no momento fletor máximo do Caso 2 para o M2Cl.....	154
Figura AA-10 – Influência da discretização na precisão e tempo de análise no deslocamento máximo do Caso 2 para o M2Cl.	154
Figura AA-11 – Influência do número de incrementos na precisão e tempo de análise no momento fletor máximo do Caso 1 para o API e estrutura subdividida em 4 elementos.	155
Figura AA-12 – Influência do número de incrementos na precisão e tempo de análise no deslocamento máximo do Caso 1 para o API e estrutura subdividida em 4 elementos.	155
Figura AA-13 – Influência do número de incrementos na precisão e tempo de análise no momento fletor máximo do Caso 2 para o API e estrutura subdividida em 4 elementos.	156

Figura AA-14 – Influência do número de incrementos na precisão e tempo de análise no momento fletor máximo do Caso 2 para o API e estrutura subdividida em 4 elementos.

..... 156

LISTA DE TABELAS

Tabela 3-1 - Classificação das estruturas quanto à deslocabilidade lateral segundo NBR 8800:2008.	46
Tabela 3-2 – Valores para o fator relativo a falta de retinilidade dos elementos (e_0/L). 62	
Tabela 3-3 - Classificação da razão largura-espessura da alma.	65
Tabela 3-4 - Classificação da razão largura-espessura das mesas.	67
Tabela 3-5 – Curvas de flambagem e valores de α	74
Tabela 4-1 - Resultados do exemplo proposto por McGuire, Gallagher e Ziemian (2010).	94
Tabela 4-2 - Resultados do exemplo proposto por McGuire, Gallagher e Ziemian (2010).	96
Tabela 4-3 - Resultados da verificação do dimensionamento, razão entre o esforço solicitante e esforço resistente, para o Caso 1 do ANSI/AISC 360-16 (2016).	97
Tabela 4-4 - Resultados da verificação do dimensionamento, razão entre o esforço solicitante e esforço resistente, para o Caso 2 do ANSI/AISC 360-16 (2016).	97
Tabela 4-5 - Resultados de otimização do Caso 1 do ANSI/AISC 360-16 (2016).	100
Tabela 4-6 - Resultados de otimização do Caso 2 do ANSI/AISC 360-16 (2016).	100
Tabela 4-7 - Resultados de otimização do pórtico de Farshchin <i>et al.</i> (2018).	105
Tabela 4-9 - Resultados de otimização do pórtico de Sánchez-Olivares e Espín (2013) com perfis laminados europeus.	109
Tabela 4-9 - Resultados de otimização do pórtico de Sánchez-Olivares e Espín (2013) com perfis laminados Gerdau®.	112
Tabela 4-10 - Resultados de otimização do pórtico espacial.	115
Tabela 4-11 - Resultados de otimização do pórtico espacial com barras agrupadas. 121	
Tabela 4-12 - Resultados de otimização do pórtico espacial com barras agrupadas. 127	
Tabela AA-1 - Cálculo de B1 do Caso 1.	139
Tabela AA-2 - Cálculo dos esforços solicitantes do Caso 1.	140
Tabela AA-3 – Resultados do momento fletor máximo para o Caso 1.	140

Tabela AA-4 – Erro relativo dos resultados do momento fletor máximo para o Caso 1.	141
Tabela AA-5 – Tempo de análise para o Caso 1 do <i>S3D</i>	142
Tabela AA-6 – Resultados do deslocamento máximo para o Caso 1.	143
Tabela AA-7 – Erro relativo dos resultados do deslocamento máximo para o Caso 1.	144
Tabela AA-8 - Resultados da análise e determinação do coeficiente B2 - Caso 2.	145
Tabela AA-9 - Cálculo dos esforços solicitantes do Caso 2.	146
Tabela AA-10 – Resultados do momento fletor máximo para o Caso 2.....	146
Tabela AA-11 – Erro relativo dos resultados do momento fletor máximo para o Caso 2.	147
Tabela AA-12 – Tempo de análise para o Caso 2 do <i>S3D</i>	148
Tabela AA-13 – Resultados do deslocamento máximo para o Caso 2.	149
Tabela AA-14 – Erro relativo dos resultados do deslocamento máximo para o Caso 2.	150
Tabela AB-1 – Tabela de perfis IPE, padrão europeu (Fonte: EUROCODE APPLIED, 2020).	157
Tabela AB-2 – Tabela de perfis HEA, padrão europeu (Fonte: EUROCODE APPLIED, 2020).	158
Tabela AB-3 – Tabela de perfis HEB, padrão europeu (Fonte: EUROCODE APPLIED, 2020).	158
Tabela AB-4 – Tabela de perfis HEM, padrão europeu (Fonte: EUROCODE APPLIED, 2020).	159
Tabela AB-5 (Parte 1 de 2) – Tabela de perfis padrão americano (Fonte: GERDAU®, 2017).	159
Tabela AB-6 (Parte 2 de 2) – Tabela de perfis, padrão americano (Fonte: GERDAU®, 2017).	160

LISTA DE QUADROS

Quadro 2-1 - Operações realizadas pelos Algoritmos Evolutivos.	34
Quadro 2-2 - Principais estudos sobre os temas abordados nesta pesquisa.....	44

ÍNDICE

1 Introdução	24
1.1 Otimização Estrutural	24
1.2 Análise de segunda ordem utilizando métodos aproximados.....	27
1.3 Dimensionamento estrutural segundo Eurocode 3.....	29
1.4 Objetivos	30
1.5 Estrutura do Trabalho.....	31
2 Revisão bibliográfica	33
2.1 Algoritmos de Otimização Estrutural	33
2.2 Análise de estabilidade estrutural.....	38
2.3 Otimização Estrutural e diferentes normas.....	41
2.4 Estudos desenvolvidos nos temas abordados	43
3 Abordagem Metodológica	45
3.1 Structure3D	45
3.2 Método de Amplificação dos Esforços Solicitantes – MAES	46
3.2.1 Aplicabilidade - MAES	46
3.2.2 Consideração das imperfeições iniciais	47
3.2.3 Formulação do MAES.....	47
3.2.4 Execução do MAES	51
3.3 Método dos Dois Ciclos Iterativos – M2CI.....	51
3.3.1 Aplicabilidade do M2CI	52
3.3.2 Formulação do M2CI	52
3.3.3 Execução do M2CI	55
3.4 Análise Puramente Incremental – API.....	56
3.4.1 Aplicabilidade da API	56
3.4.2 Formulação da API	57
3.4.3 Execução da API	57
3.5 EN-1993-1-1 (2005).....	57
3.5.1 Eurocode 3 e análise de estabilidade estrutural	58
3.5.2 Imperfeições geométricas iniciais	61
3.5.3 Classificação das seções transversais	63
3.5.4 Esforços resistentes.....	68
3.5.5 Interação de esforços	71
3.5.6 Interação geral dos esforços.....	74
3.5.7 Deslocamentos	74
3.5.8 Fluxograma do Módulo EC3	75
3.6 Algoritmo Genético	76
3.7 Formulação do problema de otimização.....	78
3.7.1 Variáveis de projeto	78
3.7.2 Função objetivo	78
3.7.3 Restrições.....	79
4 Resultados e discussão	82

4.1	Validação dos métodos de análise aproximada aplicados à barras isoladas	82
4.1.1	Dados iniciais.....	82
4.1.2	Resultados.....	84
4.2	Validação dos métodos de análise aproximada aplicados a um pórtico plano ...	92
4.2.1	Dados iniciais.....	92
4.2.2	Resultados.....	93
4.3	Validação dos métodos de análise aproximada aplicados a um pórtico espacial	95
4.3.1	Dados iniciais.....	95
4.3.2	Resultados.....	96
4.4	Dimensionamento pelo EC3.....	96
4.4.1	Dados iniciais.....	96
4.4.2	Resultados.....	97
4.5	Otimização com AG de barras isoladas	99
4.5.1	Dados iniciais.....	99
4.5.2	Resultados.....	99
4.6	Otimização de pórtico plano apresentado em Farshchin <i>et al.</i> (2018).....	104
4.6.1	Dados iniciais.....	104
4.6.2	Resultados.....	105
4.7	Otimização de pórtico plano apresentado em Sánchez-Olivares e Espín (2013)	108
4.7.1	Dados iniciais.....	108
4.7.2	Resultados.....	109
4.8	Otimização de pórtico espacial.....	114
4.8.1	Dados iniciais.....	114
4.8.2	Resultados.....	114
4.9	Influência do agrupamento na otimização de pórtico espacial	120
4.9.1	Dados iniciais.....	120
4.9.2	Resultados.....	121
4.10	Influência dos efeitos de segunda ordem na otimização de pórtico espacial ...	124
4.10.1	Dados iniciais.....	125
4.10.2	Resultados.....	127
5	Conclusão	130
5.1	Sugestões para Trabalhos Futuros	131
	Referências Bibliográficas	133
	Anexo A.....	139
	Anexo B.....	157

1 Introdução

1.1 Otimização Estrutural

A eficiência, quer na exploração e utilização de recursos, quer na realização de tarefas, sempre foi um objetivo de qualquer atividade humana e os projetos de engenharia não são uma exceção à essa regra. Pode-se constatar isso em publicações clássicas como Michell (1904) e Holland (1962) que são alguns dos exemplos que mostram a preocupação já antiga em conduzir estudos de engenharia com princípios baseados na racionalidade de recursos, que visavam o emprego desses da maneira mais eficiente possível, cortando excessos sem abrir mão da segurança, surgindo assim Otimização Estrutural.

O estudo da otimização aplicada a projetos de engenharia nasce, a princípio, de maneira mais filosófica, com o trabalho de Michell (1904) que é publicado na “*The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*” e evolui para ensaios de modelos matemáticos como Holland (1962), também a princípio, sem muita possibilidade de aplicação, devido a limitação das ferramentas da época.

Esses estudos objetivavam criar o embasamento filosófico e matemático de uma ferramenta para ser utilizada na procura da melhor resposta de um problema com múltiplas respostas possíveis. Com a evolução dos estudos nessa área, rapidamente essas ferramentas foram denominadas de meta-heurísticas¹. Em geral eles utilizam processos iterativos, em que a cada repetição escolhas são tomadas baseadas em respostas obtidas no passo anterior, assim, eles exploram apenas parte do universo de respostas possíveis para um problema antes de convergir para uma resposta ótima, quando obtêm sucesso.

¹ Métodos de otimização baseados na heurística, que são processos cognitivos utilizados na procura de soluções de maneira rápida e racional.

Ainda assim, a cada evolução desses algoritmos, cresce a necessidade de ferramentas mais poderosas para a realização dos cálculos e não coincidentemente com a popularização dos computadores pessoais, a partir da década de 90 e com grande desenvolvimento nas décadas seguintes, foi possível pela primeira vez a aplicação prática dos métodos de otimização, permitindo o desenvolvimento desses, como pode ser visto nos trabalhos de Koza (1992), Glover (1994) e Liu, Hammad e Itoh (1997).

Os métodos de otimização podem ser divididos em dois tipos: os determinísticos, que partem de um ponto referencial e seguem para o ponto ótimo seguindo a direção de um vetor obtido das derivadas da função objetivo e os probabilísticos, que se embasam em fenômenos observados na natureza e na meta-heurística. As diferenças entre esses dois tipos são exploradas em Wetter e Wright (2004).

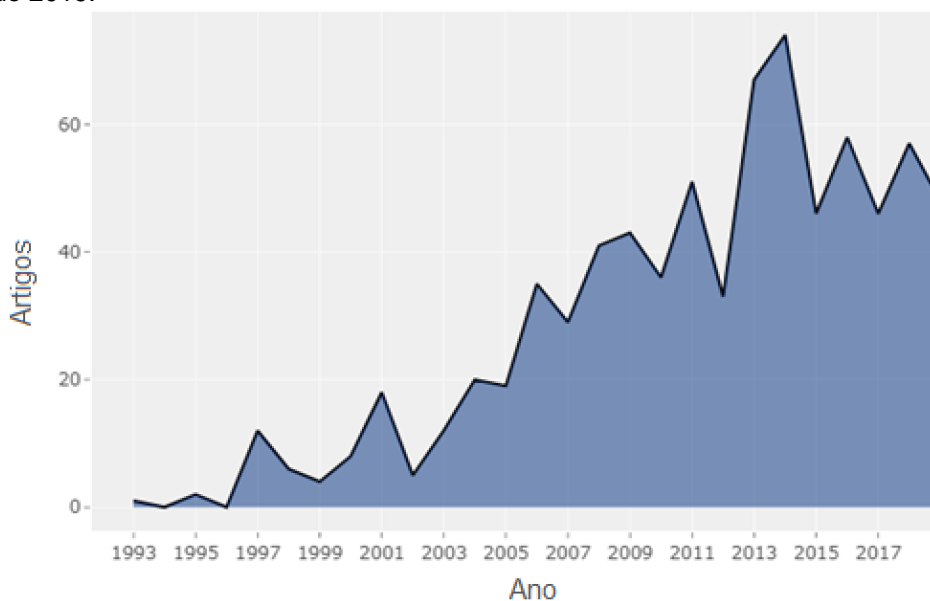
Métodos determinísticos necessitam que a função objetivo seja contínua e derivável no espaço de busca. Alguns dos mais conhecidos são: Método das Penalidades, Programação Quadrática Sequencial e Método dos Pontos Interiores. Já os métodos probabilísticos usam parâmetros estocásticos na avaliação da função objetivo, dispensando a continuidade e o uso de derivadas. Alguns dos métodos probabilísticos são: Recozimento Simulado, Colônia de Formigas e Algoritmo Genético (AG).

Neste trabalho será estudado o AG, uma meta-heurística baseada na seleção natural e operadores genéticos. Ele é escolhido por sua versatilidade e capacidade de trabalhar com variáveis discretas, o que fazem ele ser indicado na otimização de estruturas metálicas. Isso acompanha uma tendência dos estudos de otimização de estruturas metálicas com Algoritmo Genético, quem vêm aumentando nas últimas décadas.

Com o pacote voltado a bibliometria, o *Bibliometrix*[®] (ARIA e CUCCURULLO, 2017), do programa computacional *RStudio*[®], faz-se uma análise da base de artigos da Scopus, montado utilizando-se as palavras-chave: *Genetic Algorithm* (Algoritmo Genético) e *Steel Structures* (Estruturas de Aço). Com esse programa é possível ver a

produção anual do tema pesquisado, mostrado na Figura 1-1, na qual nota-se, como dito anteriormente, que o tema proposto vem ganhando popularidade desde a década de 90, atingindo seu ápice nos últimos anos. Esta análise foi feita em outubro de 2019.

Figura 1-1 – Produção científica anual relacionados à “Genetic Algorithm” e “Steel Structures”, analisada em outubro de 2019.



(Fonte: adaptado de SCOPUS, 2019).

Paralelamente à Otimização Estrutural cita-se aqui o *Structure3D (S3D)*, um programa de análise, dimensionamento e otimização estruturais, desenvolvido na Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), sob orientação do Prof. Dr. Élcio Cassimiro Alves, primeiramente pelos ex-alunos Hélio Gomes Filho e Mindszenty Júnior Pedroza Garozi e com mudanças posteriores realizadas por alunos de projetos de graduação e iniciação científica. Aplicações do *S3D* podem ser vistas em Lazzari, Calenzani e Alves (2020).

A análise estrutural do programa é, atualmente, de primeira ordem, feita pelo Método dos Elementos Finitos (MEF). O dimensionamento é feito pelo método dos estados limites conforme a NBR 8800:2008. E a otimização é feita alternativamente pela Programação Quadrática Sequencial (PQS), o Método dos Pontos Interiores (MPI) ou o AG, que já se encontra implementado no programa para análises de primeira ordem segundo a NBR 8800:2008.

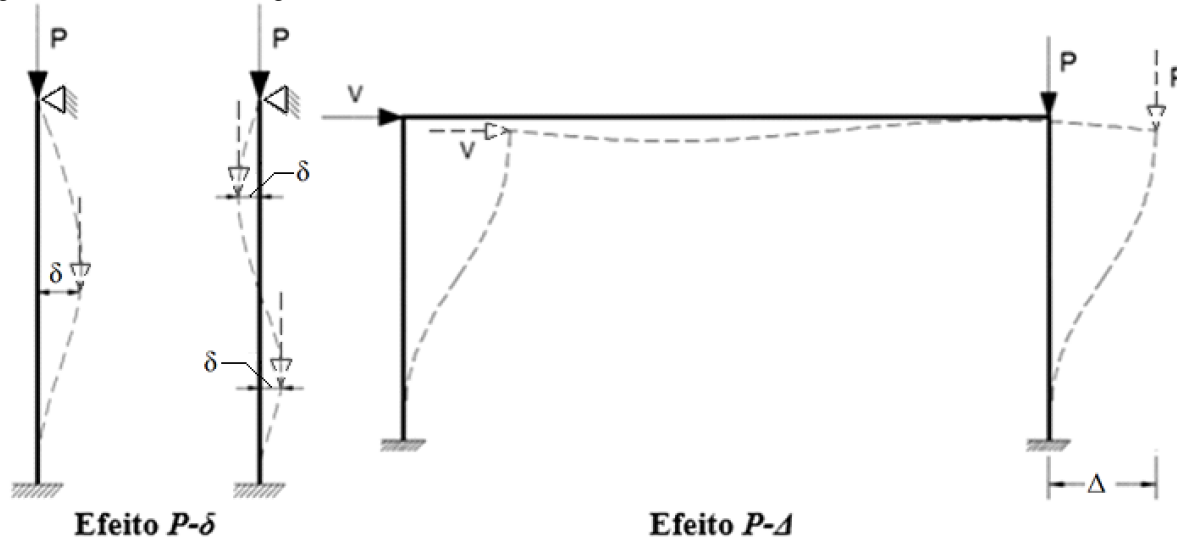
O *S3D* encontra-se em desenvolvimento e é pretendido na próxima atualização do programa acrescentar novas opções de métodos de análise e de normas de dimensionamento, isso permitiria o desenvolvimento de variados estudos de comparação de métodos e normas.

Um programa como o *S3D* pode compor um sistema de suporte à tomada de decisão em se tratando de projeto estruturais. Ele elimina a etapa de pré-dimensionamento, partindo de uma solução inicial aleatória e convergindo para a resposta otimizada. Isso muda o processo de análise e dimensionamento, que geralmente foca na verificação de uma estrutura pré-dimensionada. Com essa ferramenta, o processo de cálculo passa a focar na procura de uma estrutura eficiente, podendo apresentar ganhos econômicos, estruturais, de segurança e ambientais.

1.2 Análise de segunda ordem utilizando métodos aproximados

Um ponto importante da análise, em especial de estruturas de aço, é a análise de segunda ordem. Uma barra em uma estrutura, quando deformada, apresenta um acréscimo nos esforços solicitantes, uma parcela devido ao deslocamento relativo dos seus nós, considerado de natureza global e chamado de $P-\Delta$, e outro devido à deformação de curvatura da própria barra, considerado de natureza local e chamado de $P-\delta$. Esses são os chamados efeitos de segunda ordem e podem ser vistos na Figura 1-2.

Figura 1-2– Efeitos de segunda ordem



(Fonte: adaptado de BREDA e LIMA, 2016).

A análise de segunda ordem é então aquela que considera o equilíbrio de forças da estrutura em sua posição deformada e por isso considera ambos efeitos $P-\Delta$ e $P-\delta$. Normas como: ANSI/AISC 360-16 (2016), EN 1993-1-1 (2005) e NBR 8800:2008, dão prioridade à métodos de análise de segunda ordem rigorosos, porém, permitem, em alguns casos, a utilização de métodos aproximados como o Método de Amplificação dos Esforços Solicitantes (MAES), que majora os esforços obtidos em análises de primeira ordem de duas subestruturas que representam a estrutura analisada (Ziemian, 2010).

O Método dos Comprimentos Efetivos, também citado nas normas ANSI/AISC 360-16 (2016), EN 1993-1-1 (2005) e NBR 8800:2008, considera os efeitos das condições de apoio na resistência ao esforço axial com a utilização de um fator K . Ziemian (2010) cita que limitações na aplicabilidade desse método, aliado a resultados considerados superestimados em alguns casos, fazem ser mais vantajoso a adoção de métodos que considerem os efeitos de segunda ordem na análise estrutural como o Método de Análise Direta do ANSI/AISC 360-16 (2016), dispensando a consideração dos comprimentos efetivos ($K = 1$).

Outro método aproximado de análise de segunda ordem é o Método dos 2 Ciclos Iterativos (M2CI), desenvolvido por Chen e Lui (1991), que se destaca por sua

simplicidade e por utilizar a matriz de não linearidade geométrica, geralmente utilizada em métodos rigorosos, porém, simplifica-se o processo rigoroso, limitando-se a execução apenas de 2 iterações.

Por fim, o último método de análise abordado neste trabalho é a Análise Puramente Incremental (API), que consiste na aplicação do carregamento em pequenos incrementos com a atualização da posição deformada da estrutura a cada passo executado. Como vantagens pode-se citar sua simplicidade e capacidade de trabalhar com outros métodos de análise, se tornando menos ou mais complexo de acordo com as considerações feitas.

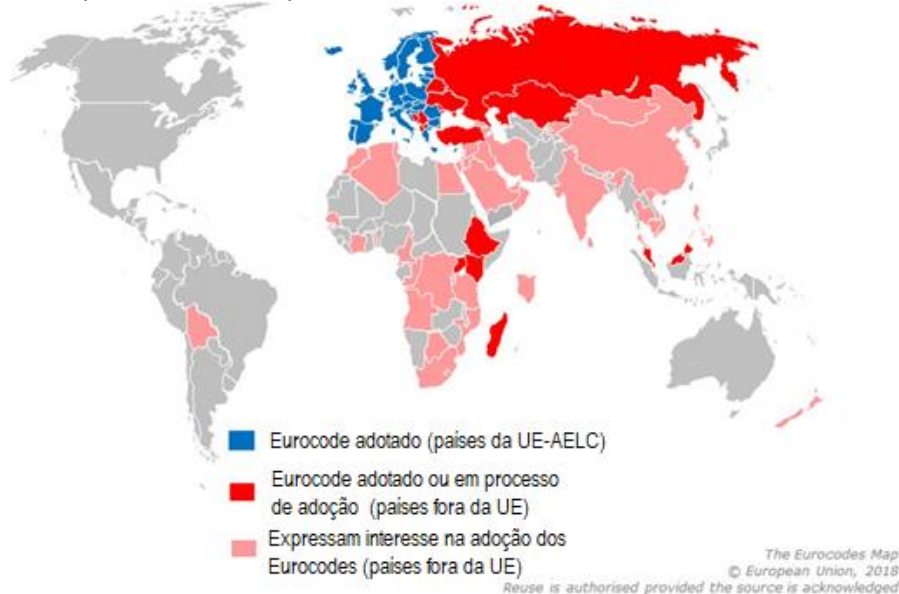
A NBR 8800:2008 chega a citar que a análise de segunda ordem rigorosa, ou seja, aquela que considera os efeitos de segunda ordem diretamente, é preferencial, porém, não cita nenhum método especificamente. Os programas computacionais comerciais de dimensionamento estrutural, em sua maioria, realizam esse tipo de análise.

Apesar da facilidade atual em se utilizar um programa que faça uma análise rigorosa, existem vantagens na utilização de métodos aproximados de análise não linear, principalmente pela diminuição do custo computacional proporcionado por eles. Exemplos de aplicação que mostram a relevância dos procedimentos simplificados podem ser vistos em Hernández-Montes, Gil-Martín e Aschheim (2004) e Silva, Menezes e Martha (2016).

1.3 Dimensionamento estrutural segundo Eurocode 3

Em várias áreas da ciência os códigos dos Estados Unidos e da Europa são considerados os principais, servindo de inspiração para normas de vários países. Na Figura 1-3 pode-se observar o alcance dos Eurocodes.

Figura 1-3 – Países que adotam ou expressam interesse em adotar os Eurocodes.



(Fonte: adaptado de EUROPEAN COMISSION, 2019).

Por sua vez, a atual norma brasileira, a NBR 8800:2008, que normatiza os projetos de estruturas de aço é fortemente baseada na americana, diferente de sua predecessora, a NBR 8800:1986, que era baseada na norma europeia da época.

Por esse motivo, a implementação da norma europeia, reconhecidamente mais complexa (PRENDES-GERO *et al.*, 2018), poderia representar maiores diferenças obtidas em estudos de comparação com a brasileira, possibilitando futuramente um maior número de estudos relevantes, desenvolvidos a partir da nova atualização do *S3D*.

1.4 Objetivos

Com base no exposto, a pesquisa tem como objetivo geral atualizar o programa computacional *S3D*, já em desenvolvimento. Pretende-se acrescentar módulos ao programa, tornando-o mais preciso e abrangente.

Para que tal objetivo seja alcançado, são traçados aqui os objetivos específicos a serem atingidos:

- Desenvolver módulos de cálculo aproximado de esforços solicitantes que forneçam valores coerentes com os exemplos de referência contidos no ANSI/AISC 360-16 (2016) e avaliá-los quanto à precisão e ao esforço computacional;
- Desenvolver e avaliar o módulo de dimensionamento pelo EN-1993-1-1 (2005) (Módulo EC3) e validar os resultados obtidos por esse módulo utilizando um programa de verificação de dimensionamento;
- Modelar o problema de otimização no AG e analisar os resultados obtidos quando aplicado a exemplos apresentados na literatura.

1.5 Estrutura do Trabalho

A introdução deste texto apresentou as motivações para o presente trabalho, abordando a importância e diferentes métodos de otimização estrutural, comentou-se sobre análise estrutural de segunda ordem e a importância da consideração de diferentes normas no dimensionamento estrutural. Apresentou-se também o *S3D*, programa base desta pesquisa. Desta forma o problema de pesquisa foi identificado e justificado. Ao fim deste capítulo foram apontados os objetivos principal e secundários a serem alcançados.

Na revisão bibliográfica é feita uma revisão exploratória da literatura sobre a utilização de meta-heurísticas na otimização de estruturas, principalmente metálicas, com destaque ao AG. Abordam-se também estudos sobre dimensionamento estrutural feito com diferentes normas e sobre diferentes métodos aproximados de análise de estabilidade estrutural.

A abordagem metodológica apresenta a fundamentação teórica, baseada principalmente em normas, e as ferramentas utilizadas na elaboração do programa proposto. São apresentados os fluxogramas e os passos dos módulos de análise estrutural elaborados e do desenvolvimento metodológico da pesquisa.

No item resultados e discussão apresenta-se a aplicação dos módulos desenvolvidos. Valida-se os módulos análise de segunda ordem aproximada utilizando valores de referência apresentados pelo ANSI/AISC 360-05 (2005) e o módulo de dimensionamento com o EN 1993-1-1 (2005) comparando-se os resultados obtidos com o programa computacional disponibilizado pela ArcelorMittal® (2020). Os seguintes casos de aplicação demonstram características e efetividade do AG na otimização estrutural.

Por fim, no último item apresentam-se as conclusões encontradas e sugestões para trabalhos futuros sobre este tema.

2 Revisão bibliográfica

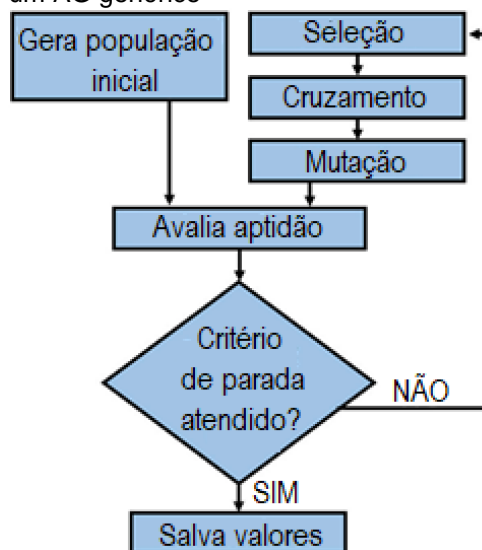
2.1 Algoritmos de Otimização Estrutural

O desenvolvimento dos AGs nos anos 50 é relacionado ao biólogo A. S. Fraser, porém as maiores contribuições se deram com o trabalho de Holland (1962), o qual propôs uma abordagem lógica para as questões relacionadas ao mecanismo de adaptação das espécies (MUC, 2018). Tais algoritmos são inspirados no princípio da Hereditariedade Mendeliana, de Gregor Mendel de 1866, e na Teoria da Seleção Natural de Charles Darwin de 1838 e possuem aplicação nas mais variadas áreas, como: engenharia, medicina, economia, biologia, química, entre outras.

No AG, os genes representam as variáveis a serem otimizadas e originalmente eram definidos de forma digital, ou seja, como a combinação binária dos dígitos “0” e “1”. Já o cromossomo, representa um ser (uma resposta para o problema) que é formado por um conjunto de genes, como: 1001-1101 ou 1110-1010-1011. O algoritmo realiza operações de cruzamento e mutação de cada gene independentemente e faz a seleção dos melhores seres para produzir descendentes superiores (SIROHI *et al.*, 2018).

Olson, Arpinar e Muftuler (2019) ilustra em um fluxograma, Figura 2-1, as etapas citadas de um AG genérico.

Figura 2-1 – Funcionamento de um AG genérico



(Fonte: adaptado de OLSON, ARPINAR e MUFTULER, 2019).

Muc (2018) apresenta um breve histórico e definição de alguns dos métodos de otimização baseados na meta-heurística e que atualmente são conhecidos como Algoritmos Evolutivos. São eles: o Algoritmo Genético, Programação Evolutiva, Estratégias Evolutivas e Programação Genética. O Quadro 2-1 apresenta as operações que diferenciam um Algoritmos Evolutivo do outro.

Quadro 2-1 - Operações realizadas pelos Algoritmos Evolutivos.

Algoritmo Genético	Programação Evolutiva	Estratégias Evolutivas	Programação Genética
1. Inicia a análise	1. Inicia a análise	1. Inicia a análise	1. Inicia a análise
2. Calcula a aptidão dos indivíduos	2. Calcula a aptidão dos indivíduos	2. Executa operações de recombinação	2. Calcula a aptidão dos programas
3. Reproduz indivíduos	3. Executa mutação aleatória	3. Executa mutação	3. Reproduz os indivíduos
4. Executa o cruzamento	4. Define novos filhos	4. Define novos filhos	4. Executa as operações de cruzamento
5. Executa a mutação	5. Seleciona novos membros	5. Seleciona novos membros	5. Retorna ao passo 2 ou finaliza as operações
6. Retorna ao passo 2 ou finaliza as operações	6. Retorna ao passo 2 ou finaliza as operações	6. Retorna ao passo 2 ou finaliza as operações	

(Fonte: adaptado de MUC, 2018).

A partir dessa definição, nota-se a grande dificuldade que se tem hoje em dia em classificar determinado algoritmo em uma das classes acima, pois elas possuem muitos pontos em comum, havendo ainda a possibilidade do algoritmo analisado ser um híbrido dessas classes. Muitas vezes, ainda, mesmo obedecendo os passos citados por Muc (2018), esses algoritmos podem utilizar outras teorias em algum passo, como Liu, Hammad e Itoh (1997), que utilizam o AG com o princípio de Pareto, aplicados à recuperação de pontes, formando assim um modelo com múltiplas funções objetivos e conciliando os diversos resultados.

Os métodos meta-heurísticos, apesar de mais antigos, se popularizaram no campo acadêmico apenas no início dos anos 2000, quando houve o desenvolvimento de vários diferentes métodos, como visto em Hasaņebi *et al.* (2009) que fazem um estudo comparativo entre as performances de 7 algoritmos aplicados à 4 estruturas reais. Os algoritmos considerados são: Algoritmo Genético Simples, Recozimento Simulado,

Estratégias Evolutivas, otimização por Enxame de Partículas, Pesquisa Tabu, Colônia de Formigas e Procura Harmônica.

Nesse estudo, Hasançebi *et al.* (2009) citam que o grande número de variáveis e considerações que devem ser determinadas na fase de modelagem impedem a popularização de soluções meta-heurísticas em programas computacionais comerciais e concluem que a técnica do Recozimento Simulado (RS) foi a mais eficiente na otimização das estruturas estudadas.

Uma das vantagens na utilização do AG é citada por Fu, Zhai e Zhou (2005), que utilizaram o AG em projetos de pontes de vigas de aço. Além de obterem resultados satisfatórios, os autores destacam que o método é eficiente em representar ganhos reais, já que é possível utilizar variáveis discretas, como as retiradas de tabelas de perfis. O mesmo é destacado por Lima (2011) em um estudo de otimização de vigas de concreto armado com o AG e por Tormen *et al.* (2019), que aplica o método da Procura Harmônica em vigas mistas de aço-concreto com perfis "I" soldados, alcançando também bons resultados.

Breda *et al.* (2018) também mostram a capacidade do AG em trabalhar com variáveis discretas ao apresentar uma aplicação desse algoritmo na otimização de viga mista utilizando as tabelas fornecidas pelos fabricantes, observando ganhos de 19% em um caso analisado.

Outra vantagem das meta-heurísticas é a possibilidade de consideração de ações dinâmicas nos modelos a serem otimizados. Um exemplo disso pode ser visto em Papavasileiou e Charmpis (2016), onde um programa baseado em Estratégias Evolutivas é aplicada na otimização dos custos de vigas e pilares mistos em estruturas de edifícios de múltiplos andares, considerando também esforços originados por abalos sísmicos. Outro exemplo pode ser visto em Bilbao (2016), onde um absorvedor de massa sintonizada para lajes é otimizado com o AG.

O AG tem aplicação não só na análise de segurança estrutural, seguindo os ELU (Estados Limites Últimos), mas também na análise de conforto do usuário, segundo os ELS (Estados Limites de Serviço). Um exemplo é visto em Lima *et al.* (2008), onde o AG foi utilizado considerando a vibração em passarelas mistas de aço e concreto no dimensionamento. Nesse estudo considerou-se critérios internacionais de avaliação do conforto humano para passarelas de pedestre, encontrando-se o vão máximo otimizado que atende a tais critérios.

Algumas aplicações do AG em outros estudos relacionados a estruturas metálicas e mistas, são vistos em:

- Breda, Pietralonga e Alves (2020) apresentam a formulação do problema de otimização para pisos mistos de aço e concreto e a solução do problema de otimização obtida via AG. Nesse trabalho o algoritmo procura determinar a melhor composição da laje mista, o grau de interação entre a laje e as vigas e a disposição automática das vigas secundárias.
- Kripakaran, Hall e Gupta (2011), que elaboram um sistema de suporte à tomada de decisão para pórticos rígidos metálicos onde utilizam um AG para gerar estruturas otimizadas, variando os tipos de ligações (rígidas e rotuladas). Nesse trabalho é utilizada a técnica do MGA². A solução é escolhida a partir de um pequeno grupo composto pelas melhores respostas. Isso melhora as possibilidades de projeto, uma vez que a resposta ótima pode apresentar inconvenientes não capturados pela modelagem do algoritmo e dependem da análise crítica de um humano;
- Prendes-Gero, Bello-García e Coz-Díaz (2006), que aplicam um AG em estruturas planas e espaciais e comparam as respostas obtidas com as

² *Modeling to Generate Alternatives (MGA)*: nessa técnica não somente a melhor resposta retornada pelo algoritmo é analisada, mas sim todas aquelas que são próximas à ótima. Ela gera então um pequeno grupo de possíveis soluções muito próximas do ponto de vista econômico, nesse caso.

geradas por um programa comercial de análise e dimensionamento, obtendo uma resposta 9,3% mais leve para a estrutura 2D e 10% para a estrutura 3D;

- Kociecki e Adeli (2014), onde um AG modificado é implementado para aumentar a velocidade de convergência, caracterizando-se como um método de computação evolutiva. Ele é, então, utilizado eficientemente na otimização da forma de duas estruturas reais, implicando em economias entre 10% e 16%;
- Meruane e Heylen (2011), que elaboram um AG híbrido e o aplicam na detecção de danos estruturais. Com ele foi possível evitar a detecção de falsos danos, sendo mais eficiente que os métodos convencionais. Em um cenário complexo, o algoritmo precisou analisar apenas 6,3% do universo de possibilidades para detectar todos os danos;
- Bezerra (2017), que implementa em Matlab® um programa que utiliza o AG na otimização da seção transversal de vigas de concreto e obtém ganho entre 2% e 2,5%, quando comparados à outros métodos de otimização;
- Lubke, Alves e Azevedo (2017), Breda *et al.* (2018) e Câmara Neto, Landesmann e Batista (2008), onde aplicações do AG em estruturas mistas podem ser vistas, sendo que esse último faz a comparação entre as normas brasileira e europeia para estruturas em situação de incêndio;
- Forti, Souza e Requena (2009) que otimizam treliças 2D e 3D, de grandes coberturas de aço com o AG, buscando melhorar a concepção estrutural do sistema. Já Souza Junior (2005) faz o mesmo para estruturas de aço tubulares espaciais.

Aydogdu, Akin e Saka (2016) apresentam aplicação da meta-heurística Algoritmo de Colônia de Abelhas Artificial Modificado com a distribuição de Voo de Lévy. Eles comparam os resultados de otimização de três estruturas tridimensionais reais obtidos por esse algoritmo com Colônia de Abelha Artificial Padrão, Colônia de Formigas e

Procura Harmônica. O algoritmo proposto se mostra mais rápido que os utilizados na comparação e também retorna a melhor resposta.

Farshchin *et al.* (2018) apresentam a aplicação de uma meta-heurística na otimização de pórticos planos dimensionados com um método de análise aproximado, o MAES, segundo a norma americana. Os resultados encontrados são coerentes quando comparados aos resultados obtidos por outros autores.

Uma validação de um modelo numérico analisado pelo MEF com resultados experimentais é vista em Malveiro *et al.* (2018). Nesse estudo o AG é utilizado na calibração dos parâmetros de projetos de pontes e viadutos em estrutura mista, aumentando a correlação dos resultados apresentados pelo modelo numérico com os observados experimentalmente.

Um novo algoritmo adaptativo e elitista baseado na Evolução Diferencial, chamado de *aeDE*, que consegue diminuir o custo computacional e melhorar a taxa de convergência da otimização de treliças é proposto por Ho-Huu *et al.* (2016), e pode representar uma possibilidade para um estudo futuro, a comparação entre o AG e o *aeED* dentro do S3D.

2.2 Análise de estabilidade estrutural

O estudo de Lu, Gilbert e Tyas (2019) corrobora os objetivos propostos aqui quando concluem que a razão entre as forças gravitacionais e horizontais, bem como a norma escolhida para o dimensionamento, exercem grande influência na determinação do pórtico ótimo.

Já Hernández-Montes, Gil-Martín e Aschheim (2004) criam um algoritmo para otimizar as barras de pórticos tendo em vista sua resistência ao momento fletor, utilizando o método aproximado de análise de segunda ordem contidos no Load Resistance Factor Design do AISC (AISC-LRFD, 2001) e Eurocode 3 (EN 1993-1-1, 1993), ou seja, o MAES. Nesse estudo eles criam uma ferramenta capaz de alcançar um

grande aumento da estabilidade estrutural com um pequeno aumento do peso da estrutura.

Quanto aos métodos de análise de segunda ordem, Hellesland (2009) cita a ineficiência de alguns métodos aproximados em prever os efeitos de segunda ordem locais, $P-\delta$, em barras submetidas à curvatura simples. Os possíveis motivos para tal diferença são devidos: aos efeitos $P-\delta$, que são maiores que os normalmente considerados e, principalmente, as implicações desse efeito na distribuição da rigidez nas extremidades do pilar. É, então, proposto um coeficiente de amplificação para correção dos valores e maior aproximação com os valores reais.

Jing e Jinxin (2013) propõem uma formulação para o cálculo da rigidez à flexão efetiva, utilizada em um método aproximado de análise de segunda ordem aplicada a pórticos de concreto. Eles conseguem resultados mais precisos que a antiga formulação e de maneira mais rápida, pois evitam extensos cálculos baseados nas soluções de equações diferenciais. Isso demonstra a importância de métodos aproximados, principalmente quando aplicados em algoritmos iterativos, onde uma pequena simplificação nos cálculos pode representar um ganho exponencial no tempo de análise.

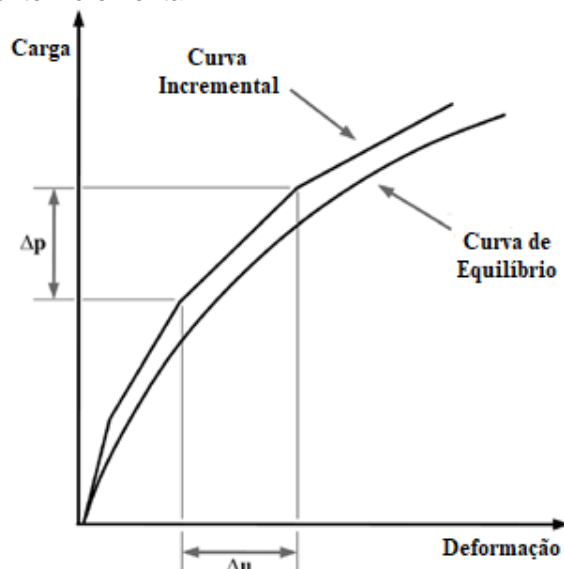
Outro estudo que aborda análise de primeira e segunda ordem segundo o EN-1993-1-1 (2005) é visto em Mosquera e Gargoum (2014), onde uma ferramenta de Otimização Estrutural iterativa de pórticos planos é proposta. Destaca-se a eficiência e simplicidade da ferramenta e mesmo ela não garantindo que o ótimo global foi atingido, ela retorna respostas satisfatórias quando comparado à outros estudos e programas comerciais.

Silva, Menezes e Martha (2016) apresentam uma aplicação do M2CI para *Ftool*, programa educacional de análise de estruturas 2D. Eles apontam como vantagens desse método a simplicidade de implementação, o baixo esforço computacional necessário e a fácil identificação dos limites de validade do método. Nesse estudo os autores concluem que o M2CI é confiável para níveis de carregamento para os quais, normalmente, as estruturas são dimensionadas.

Em seu estudo, Martins *et al.* (2018) concluem que o M2CI apresenta resultados próximos aos obtidos com Método de Newton-Raphson no cálculo de estruturas de concreto armado, considerando as deformações devidas aos esforços cisalhantes com a abordagem da teoria de flexão de Timoshenko e níveis de carga de serviço dentro do programa *Mastan2*. Eles também citam a baixa demanda computacional do M2CI quando comparado à métodos que fazem a análise não linear completa.

Leon *et al.* (2011) abordam em seu estudo diferentes métodos de análise não linear e destacam a simplicidade de implementação da API, o que pode implicar em menor demanda computacional. Porém, destacam que conforme a análise progride, observa-se um aumento considerável na diferença entre o caminho da solução encontrada e o caminho de equilíbrio real, devido ao fato da API não garantir o equilíbrio estrutural em cada passo, isso pode ser observado na Figura 2-2.

Figura 2-2 – Análise puramente incremental



(Fonte: adaptado de LEON *et al.*, 2011).

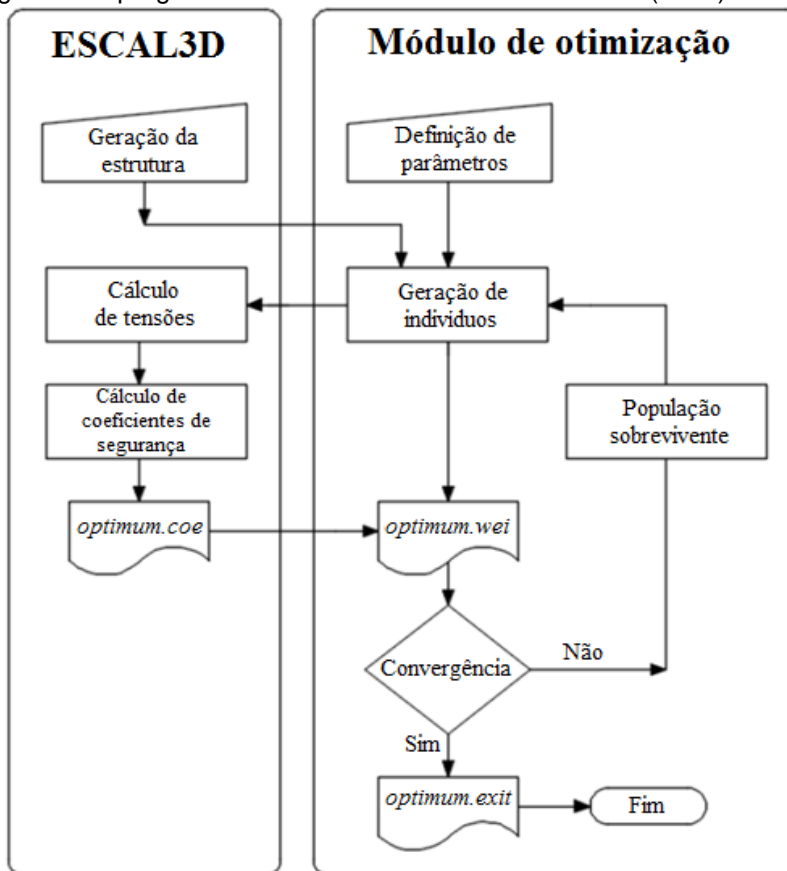
Oliveira e Falcón (2020) apresentam um programa computacional eficiente na otimização de pórticos planos, utilizando o *ANSYS Mechanical APDL* para realizar a análise de segunda ordem pelo Método de Newton-Raphson e otimização via AG utilizando o Matlab®. Nesse trabalho foi avaliado também a influência da rigidez das ligações entre os elementos no custo total da estrutura.

2.3 Otimização Estrutural e diferentes normas

Quanto a estudos que citam diferenças normativas do ponto de vista da otimização, cita-se Prendes-Gero *et al.* (2018), que comparam a otimização pelo AG de uma pórtico espacial calculado de acordo com a norma espanhola (NBE-EA 95 - Ministerio de Fomento, 1996), a europeia e a americana e concluem que essa última apresenta a estrutura 1,98% mais pesada quando comparada à europeia e espanhola, que apresentaram a mesma resposta. Porém, a norma europeia necessita de mais tempo de computação.

O programa elaborado em Prendes-Gero *et al.* (2018) se assemelha ao desenvolvido neste trabalho, por criar um módulo em um programa de análise e dimensionamento já existente, o ESCAL3D, por essa razão, o fluxograma desse módulo (Figura 2-3) se assemelha ao utilizado aqui (Figura 3-3).

Figura 2-3 – Fluxograma do programa elaborado em Prendes-Gero *et al.* (2018).



(Fonte: adaptado de PRENDES-GERO *et al.*, 2018).

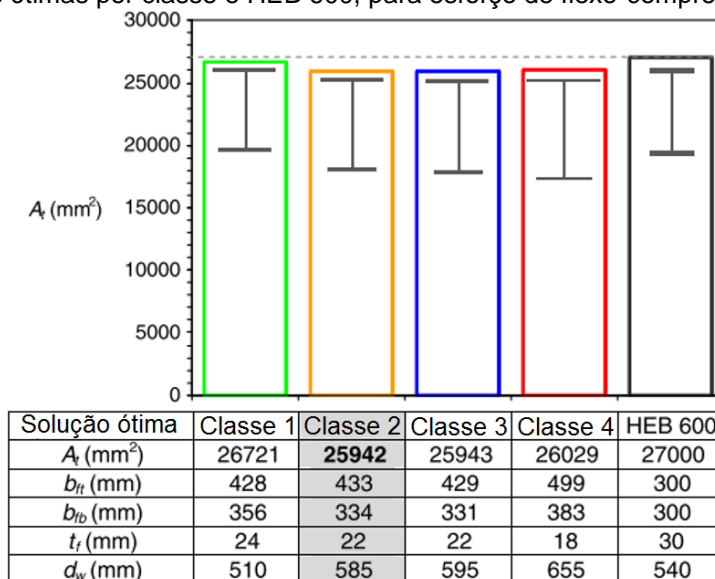
Essas diferenças normativas são citadas também em Silva (2016), que ao realizar um estudo sobre flambagem de barras sob compressão, faz uma comparação de normas e cita que a NBR 8800:1986 utilizava as múltiplas curvas de flambagem como a norma europeia da época, porém a atual NBR 8800:2008 utiliza o ANSI/AISC 360-05 (2005) como base.

Nesse estudo, Silva (2016) conclui que atualmente, são grandes as diferenças de formulação entre as normas brasileira e europeia. Porém, as diferenças entre resultados geralmente são pequenas na prática de projeto, por causa do coeficiente de ponderação das resistências γ , que vale 1,1 na NBR 8800:2008 e 1,0 no EN-1993-1-1 (2005), o que gera uma compensação. Devido à semelhança entre a norma brasileira e americana, espera-se encontrar um resultado próximo ao de Prendes-Gero *et al.* (2018).

Bernuzzi, Cordova e Simoncelli (2015) fazem um estudo comparando EN-1993-1-1 (2005) ao ANSI/AISC 360-10 (2010) na otimização de pórticos rígidos. Diferentes tipos de abordagens prescritas por essas normas são analisadas e também concluem que a norma americana é mais conservadora que a europeia.

Carbonell-Márquez, Gil-Martín e Hernández-Montes (2013) propõem uma otimização utilizando variáveis contínuas aplicadas à perfis soldados, geralmente utilizados em obras de grande porte, como vigas de pontes e que são submetidas ao esforço de flexo-compressão. Nessa otimização o EN-1993-1-1 (2005) é utilizado e a melhor resposta de cada uma das 4 classes de perfis da norma é feita e comparado ao perfil HEB 600. O resultado para o esforço de flexo-compressão é mostrado na Figura 2-4.

Figura 2-4 – Soluções ótimas por classe e HEB 600, para esforço de flexo-compressão



(Fonte: adaptado de CARBONELL-MÁRQUEZ, GIL-MARTÍN e HERNÁNDEZ-MONTES, 2013).

Como visto na Figura 2-4 a melhor resposta encontrada pertence à classe 2, que são perfis que podem formar rótulas plásticas com limitações de rotação devido à flambagem local. Classes 3 e 4 possuem respostas muito próximas a da classe 2. Esse resultado pode ser usado para verificação da existência de uma tendência de comportamento dos perfis quanto à classe.

2.4 Estudos desenvolvidos nos temas abordados

No Quadro 2-2 apresenta-se um resumo de todos os estudos consultados neste trabalho apontando o tema de cada um dentre os abordados no presente trabalho, que são: (1) análise estrutural de segunda ordem, (2) dimensionamento pelo Eurocode 3 e (3) otimização estrutural.

Ressalta-se a ausência de um trabalho que reúna os três, demonstrando assim a importância do presente trabalho.

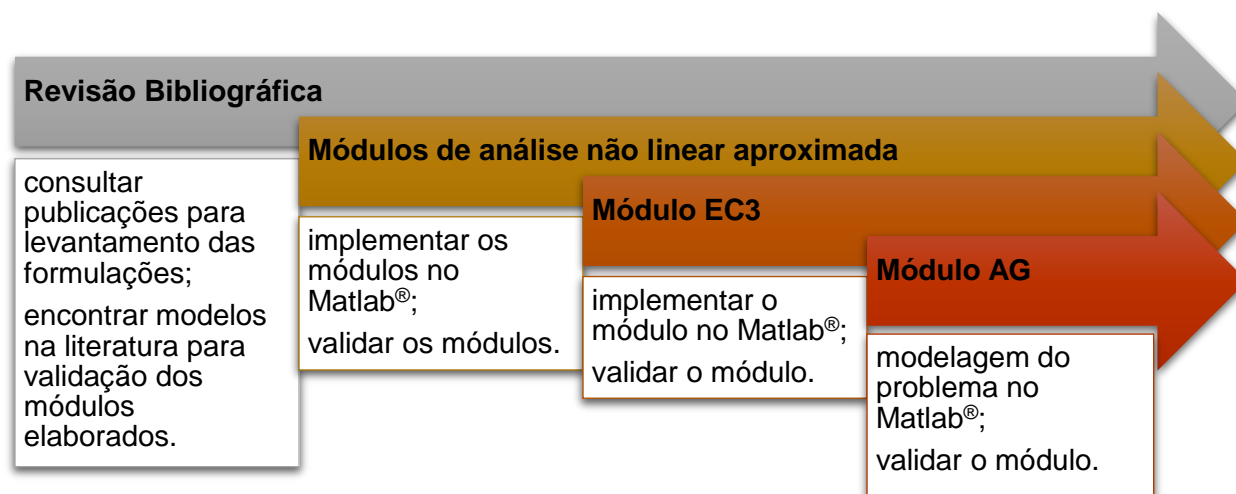
Quadro 2-2 - Principais estudos sobre os temas abordados nesta pesquisa.

Autor (ano)	1	2	3
Aydogdu, Akin e Saka (2016)			✓
Bernuzzi, Cordova e Simoncelli (2015)	✓	✓	
Bilbao (2016)			✓
Bochenek e Tajs-Zielińska (2015)	✓		✓
Breda <i>et al.</i> (2018)			✓
Breda, Pietralonga e Alves (2020)			✓
Câmara Neto, Landesmann e Batista (2008)			✓
Carbonell-Márquez, Gil-Martín e Hernández-Montes (2013)		✓	✓
Farshchin <i>et al.</i> (2018)	✓		✓
Forti, Souza e Requena (2009)			✓
Fu, Zhai e Zhou (2005)			✓
Hasançebi <i>et al.</i> (2009)			✓
Hellesland (2009)	✓		
Hernández-Montes, Gil-Martín e Aschheim (2004)	✓		✓
Ho-Huu <i>et al.</i> (2016)			✓
Holland (1962)			✓
Jing e Jinxin (2013)	✓		
Kociecki e Adeli, (2014)			✓
Kripakaran, Hall e Gupta (2011)			✓
Lazzari, Alves e Calenzani (2020)			✓
Leon <i>et al.</i> (2011)	✓		
Lima (2011)			✓
Lima <i>et al.</i> (2008)			✓
Liu e Tovar (2014)			✓
Liu, Hammad e Itoh (1997)			✓
Lu, Gilbert e Tyas (2019)	✓		
Lubke, Alvez e Azevedo (2017)			✓
Malveiro <i>et al.</i> (2018)			✓
Martins <i>et al.</i> (2018)	✓		
Meruane e Heylen (2011)			✓
Michell (1904)			✓
Mosquera e Gargoum (2014)		✓	✓
Muc (2018)			✓
Olson, Arpinar e Muftuler (2019)			✓
Oliveira e Falcón (2020)	✓		✓
Papavasileiou e Charmpis (2016)			✓
Prendes-Gero, Bello-García e Coz-Díaz (2006)			✓
Prendes-Gero <i>et al.</i> (2018)		✓	✓
Rodrigues (2019)	✓		
Silva (2016)		✓	
Silva, Menezes e Martha (2016)	✓		
Sirohi <i>et al.</i> (2018)			✓
Souza Junior (2005)			✓
Szulc e Żochowski (2015)			✓
Tormen <i>et al.</i> (2019)			✓
Zakhama <i>et al.</i> (2010)			✓
Esta Proposta	✓	✓	✓

3 Abordagem Metodológica

Para atingir os objetivos traçados faz-se necessário seguir os passos destacados na Figura 3-1. Nela apresenta-se de forma resumida um fluxograma contendo as etapas a serem seguidas para o desenvolvimento do trabalho proposto.

Figura 3-1 – Fluxograma das etapas a serem executadas no desenvolvimento metodológico deste trabalho.



3.1 Structure3D

O programa a ser desenvolvido será composto por dois módulos, um de análise não linear aproximada e outro de dimensionamento estrutural, dentro do programa *S3D*. Esses módulos são necessários para a modelagem do problema de otimização. Todos estes são elaborados no Matlab® R2015a, que conta com algumas funções de otimização já implementadas, como a PQS, o MPI e o AG.

Para escolha do método a ser usado para o módulo de análise estrutural serão testados o MAES, o M2CI e o API. Eles serão aplicados no cálculo de duas estruturas de referência apresentadas pela norma americana ANSI/AISC 360-16 (2016) e serão avaliados por sua precisão e tempo de análise.

3.2 Método de Amplificação dos Esforços Solicitantes – MAES

O MAES é um método de análise estrutural onde os efeitos de segunda ordem são considerados por meio da majoração de resultados de análises de primeira ordem realizadas em duas subestruturas, que somadas, representam a estrutura original. Ele será a base do Módulo MAES.

3.2.1 Aplicabilidade - MAES

Esse método é aplicável à estruturas de pequena e média deslocabilidade lateral, sendo que a NBR 8800:2008 classifica as estruturas utilizando a razão entre o deslocamento relativo interpavimentos obtido por meio de uma análise de segunda ordem (u_2) pelo obtido por uma análise de primeira ordem (u_1), considerando todos andares e todas combinações últimas, em que os deslocamentos causados pelas ações horizontais tenham o mesmo sentido dos deslocamentos horizontais causados pelas ações gravitacionais. Os valores dessa razão para cada tipo de estrutura, segundo a NBR 8800:2008, são dados na Tabela 3-1.

Tabela 3-1 - Classificação das estruturas quanto à deslocabilidade lateral segundo NBR 8800:2008.

Grau de deslocabilidade lateral	u_2/u_1 ou B_2
Pequeno	$\leq 1,1$
Médio	$1,1 < u_2/u_1 (B_2) \leq 1,4$
Grande	$> 1,4$

A razão u_2/u_1 pode ser substituída pelo valor do Coeficiente B_2 , aqui calculado sem a consideração das imperfeições iniciais de material, essas imperfeições também não precisam ser consideradas no cálculo de u_1 e u_2 , quando a finalidade do cálculo é somente a classificação da estrutura quanto à deslocabilidade lateral.

Esse método é voltado para cálculo de estruturas bidimensionais, sendo possível analisar estruturas espaciais com ele, adotando-se as devidas considerações, como

fazer a análise bidimensional de todos os planos da estrutura. Já estruturas com grande deslocabilidade lateral necessitam obrigatoriamente de uma análise rigorosa e por isso não serão abordadas neste estudo.

A NBR 8800:2008 permite a desconsideração dos efeitos de segunda ordem em estruturas com pequeno grau de deslocabilidade lateral se os critérios do item 4.9.7.1.4 são atendidos, porém, no presente trabalho, tais estruturas serão analisadas pelo MAES.

3.2.2 Consideração das imperfeições iniciais

As imperfeições iniciais geométricas devem ser consideradas nas estruturas de pequena e média deslocabilidade, aplicando-se em cada pilar uma força horizontal de 0,3% do valor das ações gravitacionais de cálculo do andar considerado. Essa força é denominada força nocional e deve ser tomada independentemente em duas direções ortogonais da estrutura em planta. A força nocional representa um desaprumo interpavimento de $H/333$, sendo H a altura do pavimento.

A força nocional pode ser entendida como um carregamento lateral mínimo, segundo a norma e por isso, neste trabalho, caso a estrutura esteja submetida à alguma força horizontal previamente, será considerada apenas a de maior valor entre essa e a nocional.

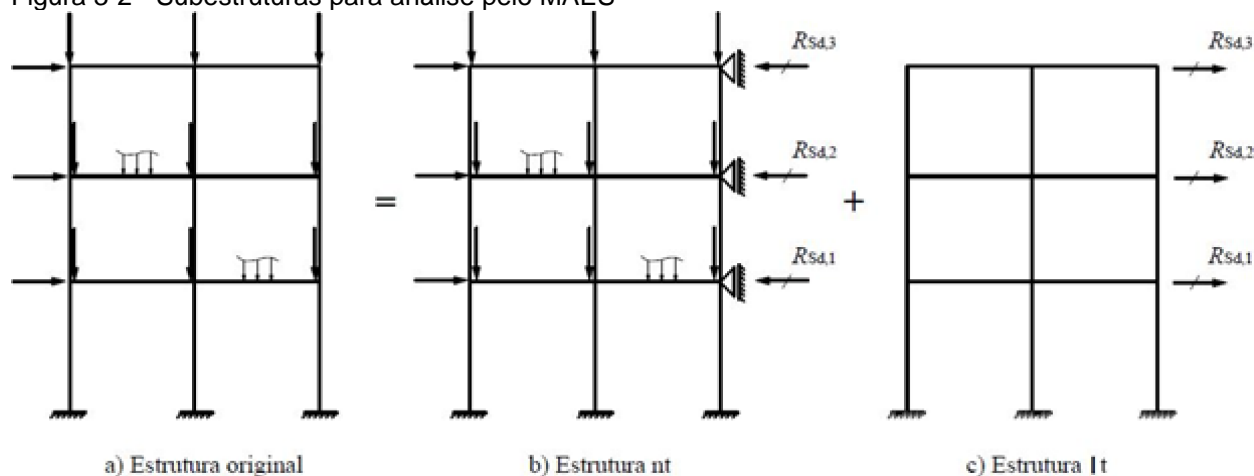
As imperfeições iniciais de material devem ser consideradas somente nas estruturas de média deslocabilidade, reduzindo-se a rigidez à flexão e a rigidez axial das barras para 80% do valor original.

3.2.3 Formulação do MAES

Esse método é apresentado no Anexo D da NBR 8800:2008 e é considerado por ela uma aproximação aceitável para determinação dos efeitos de segunda ordem. Ele é apresentado também no Apêndice 8 do ANSI/AISC 360-16 (2016), como método

alternativo, uma vez que esse apresenta o Método Direto como principal método a ser adotado. O modelo das subestruturas utilizados no MAES são representados na Figura 3-2.

Figura 3-2 - Subestruturas para análise pelo MAES



(Fonte: adaptado de NBR 8800:2008)

A estrutura *nt* (*no translation*) é a representação da estrutura original com deslocamento lateral dos nós impedidos. Ela é usada na determinação do efeito $P-\delta$. Já a estrutura *lt* (*lateral translation*) representa as ações laterais atuando sobre a estrutura original com o deslocamento lateral permitido. Ela é utilizada na determinação do efeito $P-\Delta$.

No MAES, o momento fletor, a força axial e o esforço cisalhante solicitantes de cálculo: M_{sd} , N_{sd} e V_{sd} , são determinados pelas Equações de (3.1) à (3.3):

$$M_{sd} = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} \quad (3.1)$$

$$N_{sd} = N_{nt} + B_2 N_{lt} \quad (3.2)$$

$$V_{sd} = V_{nt} + V_{lt} \quad (3.3)$$

O Coeficiente B_1 é calculado pela Equação (3.4):

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \left(\frac{N_{sd1}}{N_e}\right)} \geq 1,0 \quad (3.4)$$

em que:

$C_m = 0,6 - 0,4(M_{nt1}/M_{nt2})$ para colunas submetidas à flexo-compressão sem carregamento transversal. M_{nt1}/M_{nt2} é a razão entre o menor e maior dos momentos fletores solicitantes, tomados nas extremidades da barra, positiva para curvatura reversa e negativa pra curvatura simples;

$C_m = 1,0$ para colunas submetidas à flexo-compressão sem carregamento transversal;

N_{sd1} é a força axial de compressão solicitante de cálculo na barra considerada, em análise de primeira ordem. ($N_{sd1} = N_{nt} + N_{it}$) [kN];

$N_e = \pi^2 EI / L^2$ é a força axial que provoca a flambagem elástica por flexão da barra no plano de atuação do momento fletor, calculada com o comprimento real da barra, considerando, se for o caso, a imperfeição inicial de material.

A norma permite que quando haja a ação de forças transversais entre as extremidades da barra o valor do coeficiente C_m pode ser tomado conservadoramente igual a 1,0. Essa simplificação será feita neste trabalho para os casos em que M_{nt1} ou M_{nt2} sejam igual a zero também, pelo mesmo motivo.

Caso a força axial solicitante seja de tração, B_1 deve tomado igual a 1,0.

O Coeficiente B_2 é dado pela Equação (3.5):

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{1}{R_S} \frac{\Delta_h}{H} \frac{\sum N_{Sd}}{\sum H_{Sd}}} \geq 1,0 \quad (3.5)$$

em que:

$\sum N_{Sd}$ é carga gravitacional total que atua no andar considerado, englobando as ações atuantes nas subestruturas de contraventamento e nas barras que não pertençam a estas subestruturas;

R_S é um coeficiente de ajuste, igual a 0,85 nas estruturas onde o sistema resistente a ações horizontais é constituído apenas por subestruturas de contraventamento formadas por pórticos rígidos e igual a 1,00 para as outras estruturas;

Δ_h é o deslocamento horizontal relativo entre os níveis superior e inferior (deslocamento interpavimento) do andar considerado, obtido da análise de primeira ordem, na estrutura original ou na estrutura *lt*. Se Δ_h possuir valores diferentes em um mesmo andar, deve ser tomado um valor ponderado para este deslocamento em função da proporção das ações gravitacionais atuantes ou, de modo conservador, o maior valor;

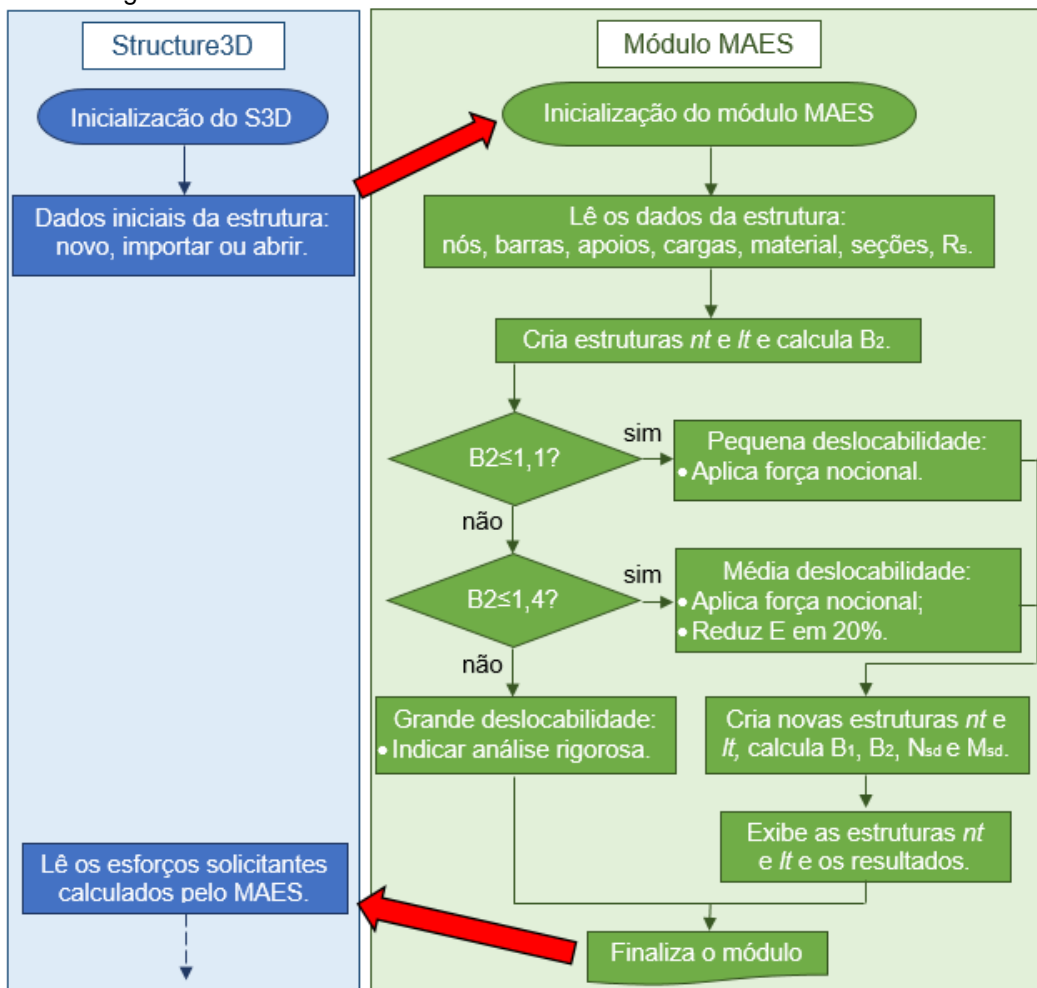
$\sum H_{Sd}$ é a força cisalhante no andar, produzida pelas forças horizontais de cálculo atuantes, usadas para determinar Δ_h e obtida na estrutura original ou na estrutura *lt*;

H é a altura do andar (distância entre eixos de vigas de dois andares consecutivos ou entre eixos de vigas e a base, no caso do primeiro andar).

3.2.4 Execução do MAES

Com a formulação do MAES apresentada, na Figura 3-3, é mostrado o fluxograma desse módulo utilizado na implementação do programa que mostra os passos a serem seguidos e as decisões a serem tomadas pelo algoritmo.

Figura 3-3 – Fluxograma do Módulo MAES.



3.3 Método dos Dois Ciclos Iterativos – M2CI

O Método dos Dois Ciclos Iterativos, conhecido também como *Two Cycles Iterative Method* e referenciado neste trabalho como M2CI é um método de análise que considera a não-linearidade geométrica de forma simplificada e apresentado por Chen e Lui (1991) *apud* Silva, Menezes e Martha (2016).

3.3.1 Aplicabilidade do M2CI

O método, por ainda ser um método aproximado, ou seja, considerado não rigoroso, possui a mesma limitação que o MAES, segundo a norma brasileira NBR 8800:2008, que não permite sua aplicação em estruturas de grande deslocabilidade lateral, porém, se utilizada a formulação correta, ele é aplicável a estruturas tridimensionais.

3.3.2 Formulação do M2CI

Apresenta-se na Equação (3.6), a equação de equilíbrio da análise estrutural de primeira ordem elástica, considerando o vetor carregamento $\{F\}$, a matriz de rigidez elástica linear de um elemento $[k_L]$ e o vetor de deslocamentos $\{D\}$, desenvolvidas em McGuire, Gallagher e Ziemian (2000) para um elemento bissimétrico de um pórtico espacial.

$$\begin{aligned}
\{F\} &= \begin{Bmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ F_{z1} \\ M_{x1} \\ M_{y1} \\ M_{z1} \\ F_{x2} \\ F_{y2} \\ F_{z2} \\ M_{x2} \\ M_{y2} \\ M_{z2} \end{Bmatrix} = E \begin{bmatrix} A & \frac{L}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{12I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 6I_z \frac{L}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12I_z}{L^3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12I_y}{L^3} & 0 & 0 & -\frac{6I_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12I_y}{L^3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)L}{2(1+\nu)L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2(1+\nu)L}{2(1+\nu)L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6I_y}{L^2} & 0 & 0 & \frac{4I_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_y}{L^2} & 0 & \frac{2I_y}{L} \\ 0 & \frac{6I_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4I_z}{L} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6I_z}{L^2} & 0 & \frac{2I_z}{L} \\ A & -\frac{L}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A & \frac{L}{L} & 0 & 0 \\ -\frac{12I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{6I_z}{L^2} & 0 & 0 & \frac{12I_z}{L^3} & 0 & 0 & -\frac{6I_z}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12I_y}{L^3} & 0 & 0 & \frac{6I_y}{L^2} & 0 & 0 & -\frac{12I_y}{L^3} & 0 & 0 & \frac{6I_y}{L^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2(1+\nu)L}{2(1+\nu)L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)L}{2(1+\nu)L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6I_y}{L^2} & 0 & 0 & \frac{4I_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_y}{L^2} & 0 & \frac{2I_y}{L} \\ 0 & \frac{6I_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4I_z}{L} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6I_z}{L^2} & 0 & \frac{2I_z}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \\ \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{Bmatrix} \\
& \quad \cdot \{D\} \\
& \quad \cdot [k_L]
\end{aligned}$$

(3.6)

em que:

- A é área da seção transversal do elemento;
- L é o comprimento do elemento;
- I é o momento de inércia;
- J é a constante de torção de Saint Venant;
- u, v, w são os componentes de deslocamento;
- θ é o deslocamento angular;
- x, y, z são os eixos cartesianos;
- 1, 2 são os nós inicial e final do elemento, respectivamente;
- ν é a constante de Poisson.

A equação de equilíbrio da análise estrutural pelo M2Cl é dada na Equação (3.7). Nela a não linearidade é considerada de maneira aproximada somando-se à matriz de rigidez geométrica da estrutura $[K_G]$ a matriz de rigidez elástica da estrutura $[K_L]$, montada a partir da matriz de rigidez elástica do elemento $[k_L]$, apresentada na Equação (3.6).

$$\{F\} = [K_L + K_G].\{D\} \quad (3.7)$$

Sendo que a $[K_G]$ é montada a partir da Matriz de Rigidez Geométrica do elemento $[k_G]$ apresentada em McGuire, Gallagher e Ziemian (2000), Equação (3.8), na qual F_{x2} é a força axial atuante na barra analisada.

$$[K_G] = \frac{F_{x2}}{L} \begin{bmatrix}
 u_1 & v_1 & w_1 & \theta_1 & \theta_1 & \theta_1 & u_2 & v_2 & w_2 & \theta_2 & \theta_2 & \theta_2 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & 6 & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{10} & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{10} \\
 & \frac{6}{5} & \frac{6}{5} & 0 & -\frac{L}{10} & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & 6 & 0 & -\frac{L}{10} & \frac{L}{10} \\
 & & & \frac{I_\rho}{A} & -\frac{L}{10} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{I_\rho}{A} & -\frac{L}{10} & 0 \\
 & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & \frac{2L^2}{15} & 0 & 0 & 0 & L & 0 & \frac{L^2}{30} & 0 \\
 & & & & & \frac{2L^2}{15} & 1 & -\frac{L}{10} & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{L^2}{30} & -\frac{L^2}{30} \\
 & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & 6 & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{10} \\
 & & & & & & & \frac{6}{5} & 6 & \frac{I_\rho}{A} & \frac{L}{10} & -\frac{L}{10} \\
 & & & & & & & & \frac{6}{5} & \frac{I_\rho}{A} & \frac{L}{10} & 0 \\
 & & & & & & & & & & 0 & 0 \\
 & & & & & & & & & & \frac{2L^2}{15} & 0 \\
 & & & & & & & & & & & \frac{2L^2}{15} \\
 & & & & & & & & & & & \frac{2L^2}{15}
 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Sim.

em que:

I_ρ é o momento de inércia polar da seção transversal.

A matriz apresentada na Equação (3.8) é considerada uma forma simples da $[k_G]$ e ela foi escolhida por retornar valores com precisão satisfatória dentro do nível de carregamento para as quais as estruturas são geralmente dimensionadas e com um custo computacional não tão elevado. Matrizes de rigidez geométrica mais completas podem ser encontradas em Rodrigues (2019).

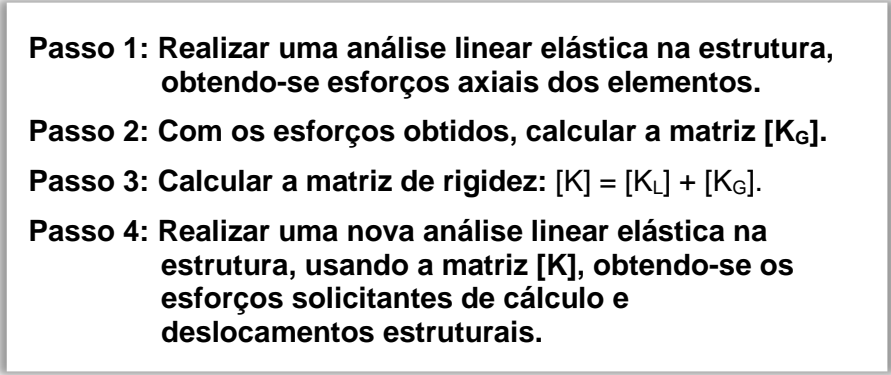
3.3.3 Execução do M2CI

Nesse método uma análise linear elástica é conduzida de acordo com a Equação (3.6), assim os esforços axiais e fletores, necessários para o cálculo de $[k_G]$ (3.8), são determinados. Com $[K_G]$ determinado, faz-se novamente uma análise linear elástica, agora utilizando a Equação (3.7), dos quais obtem-se os esforços solicitantes e

deslocamentos estruturais considerando os efeitos de segunda ordem de maneira aproximada, na qual apenas a não-linearidade geométrica é considerada.

Em resumo, Silva, Menezes e Martha (2016) apresentam os passos a serem seguidos dentro de uma análise com o M2CI, que são apresentados na Figura 3-4.

Figura 3-4 – Passo a passo do M2CI

- 
- Passo 1: Realizar uma análise linear elástica na estrutura, obtendo-se esforços axiais dos elementos.**
 - Passo 2: Com os esforços obtidos, calcular a matriz $[K_G]$.**
 - Passo 3: Calcular a matriz de rigidez: $[K] = [K_L] + [K_G]$.**
 - Passo 4: Realizar uma nova análise linear elástica na estrutura, usando a matriz $[K]$, obtendo-se os esforços solicitantes de cálculo e deslocamentos estruturais.**

(Fonte: adaptado de SILVA, MENEZES e MARTHA, 2016).

3.4 Análise Puramente Incremental – API

Essa análise trata-se de uma análise iterativa simplificada, na qual não são adotados mecanismos de controle do erro, nem análise da convergência e garantia do equilíbrio estrutural na posição deformada.

3.4.1 Aplicabilidade da API

Não diferentemente dos outros apresentados anteriormente, o API também é um método aproximado e por isso possui a mesma limitação que os anteriores e segundo a norma brasileira NBR 8800:2008, não é permitido sua aplicação em estruturas de grande deslocabilidade lateral.

3.4.2 Formulação da API

Este método pode ser simplificado como uma sucessão de análises de primeira ordem nos quais o carregamento é aplicado em pequenos incrementos em que a cada passo a posição deformada da estrutura é atualizada para aplicação do incremento seguinte.

3.4.3 Execução da API

A API usa essencialmente a análise de primeira ordem já implementada no S3D. A Figura 3-5 apresenta o passo a passo da API proposta neste trabalho.

Figura 3-5 – Passo a passo da API.

Passo 1: Inicia um ciclo de N passos.

Passo 2: Reduz o carregamento aplicado por N.

Passo 3: Realiza uma análise linear de primeira ordem com carregamento reduzido.

Passo 4: Atualiza a estrutura para posição deformada.

Passo 5: Acumula, no vetor Esforços Internos, os esforços obtidos em cada passo.

Passo 6: Retorna ao início do ciclo até que seja atingido N passos.

Inicialmente os valores escolhidos para N são de 10, 100 e 1000. A análise de eficiência de cada valor de N pode ser vista mais detalhadamente no item 4.1.2.4.

3.5 EN-1993-1-1 (2005)

A formulação de análise estrutural segundo o EN-1993-1-1 (2005) é considerada mais complexa que a norma brasileira e americana, por isso este trabalho será limitado à análise de perfis laminados e não serão considerados os efeitos relacionados às conexões como furos e soldas. Já o dimensionamento será feito considerando as tabelas

de perfis laminados europeus obtidos na Eurocode Applied (2020), considerando perfis do tipo IPE, HBA, HBE e HBM e a tabela de perfis laminados americanos, fornecido pela Gerdau® (2017). As tabelas são apresentadas no Anexo B.

A metodologia e considerações feitas na verificação estrutural com o EN-1993-1-1 (2005) e apresentadas em Pimentel (2019^a) e Pimentel (2019^b) no Método 1, que cita que se a análise estrutural global de segunda ordem considera ambos efeitos de $P-\delta$ e $P-\Delta$ juntamente com as imperfeições locais e globais, a verificação da estabilidade individual dos membros não precisa ser feita, se for feita uma análise fora do plano de flambagem para consideração do efeito de flambagem lateral com torção.

3.5.1 Eurocode 3 e análise de estabilidade estrutural

A norma europeia permite que seja feita análise de primeira ordem em estruturas que seguem o seguinte critério apresentado nas Inequações (3.9) e (3.10):

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 10 \text{ para análise no regime elástico} \quad (3.9)$$

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 15 \text{ para análise no regime plástico} \quad (3.10)$$

onde:

α_{cr} é um fator que o carregamento de cálculo deve ser multiplicado para causar instabilidade elástica ou inelástica global;

F_{Ed} é o carregamento de cálculo;

F_{cr} é carga crítica de flambagem elástica para instabilidade global.

Para pórticos com vigas de cobertura com pequena inclinação, menor que 26° , ou pórticos do tipo viga-pilar o valor do fator α_{cr} deve obedecer as relações das Inequações (3.9) e (3.10) e pode ser calculado pela Equação (3.11), as variáveis podem ser vistas na Figura 3-6.

$$\alpha_{cr} = \left(\frac{H_{Ed}}{V_{Ed}} \right) \left(\frac{h}{\delta_{H,Ed}} \right) \quad (3.11)$$

onde:

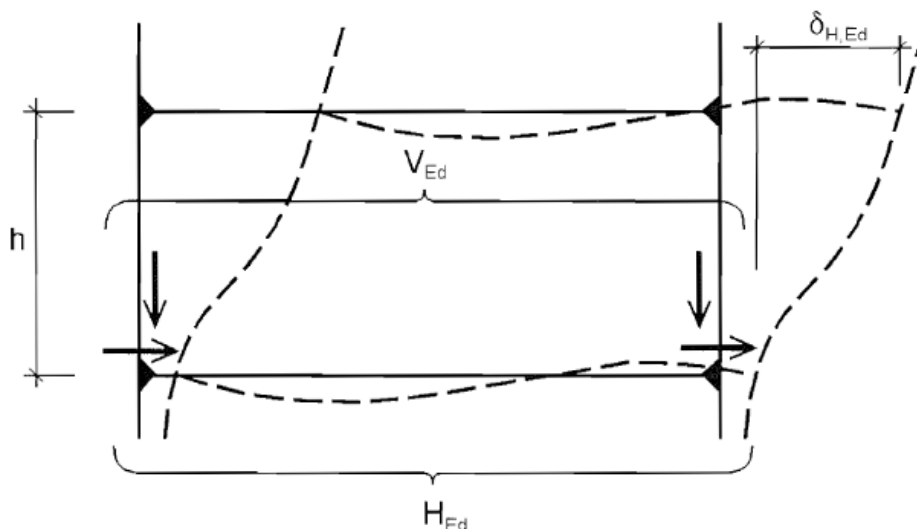
H_{Ed} é o carregamento horizontal total de cálculo, incluindo as forças virtuais que representam imperfeições iniciais;

V_{Ed} é o carregamento vertical total de cálculo;

$\delta_{H,Ed}$ é o deslocamento horizontal interpavimento relativo à H_{Ed} ;

h é a altura do pavimento.

Figura 3-6 - Fatores para o cálculo de α_{cr} para pórticos viga-pilar ou com vigas de pequena inclinação



(Fonte: EN 1993-1-1, 2005)

O efeito de compressão axial das vigas é considerado significativo se a Inequação (3.12) for atendida.

$$\bar{\lambda} \geq 0,3 \sqrt{\frac{Af_y}{N_{Ed}}} \quad (3.12)$$

onde:

N_{Ed} é a força de compressão de cálculo;

$\bar{\lambda}$ é a esbeltez calculada para as vigas considerando-as rotuladas em suas extremidades.

Quando a análise de primeira ordem não for permitida, o método escolhido deve considerar as imperfeições e efeitos de segunda ordem de uma forma das seguintes apresentadas:

- 1) Ambas totalmente pela análise global;
- 2) Parcialmente pela análise global e parcialmente pela verificação de estabilidade individual;
- 3) Pela verificação de estabilidade individual usando os comprimentos de flambagem de acordo com o modo de flambagem global.

O dimensionamento será feito seguindo a opção 1, pois de acordo com o item 5.2.2(7) do EN 1993-1-1 (2005) quando os efeitos de segunda ordem são considerados no método de análise e as imperfeições são totalmente consideradas de acordo com o item 5.3.4, a instabilidade individual não precisa ser verificada.

3.5.2 Imperfeições geométricas iniciais

As imperfeições geométricas dos elementos impactam diretamente os esforços solicitantes em uma análise de segunda ordem e devem ser tomadas na direção mais desfavorável.

As forças que serão aplicadas à estrutura para simular os efeitos relativos às imperfeições são calculadas com base no fator de imperfeição inicial global devido a deslocamento horizontal da estrutura (ϕ), dado pela Equação (3.3):

$$\phi = \phi_0 \alpha_h \alpha_m \quad (3.13)$$

onde:

ϕ_0 é o valor base para o fator de imperfeição inicial global. $\phi_0 = 1/200$;

α_h é o fator de redução da altura h aplicável às colunas, dado pela Equação (3.14):

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}}, \text{ com } \frac{2}{3} < \alpha_h < 1,0 \quad (3.14)$$

em que:

h é a altura da estrutura, em metros.

α_m é o fator de redução relativo ao número de colunas em uma linha, dado pela Equação (3.15):

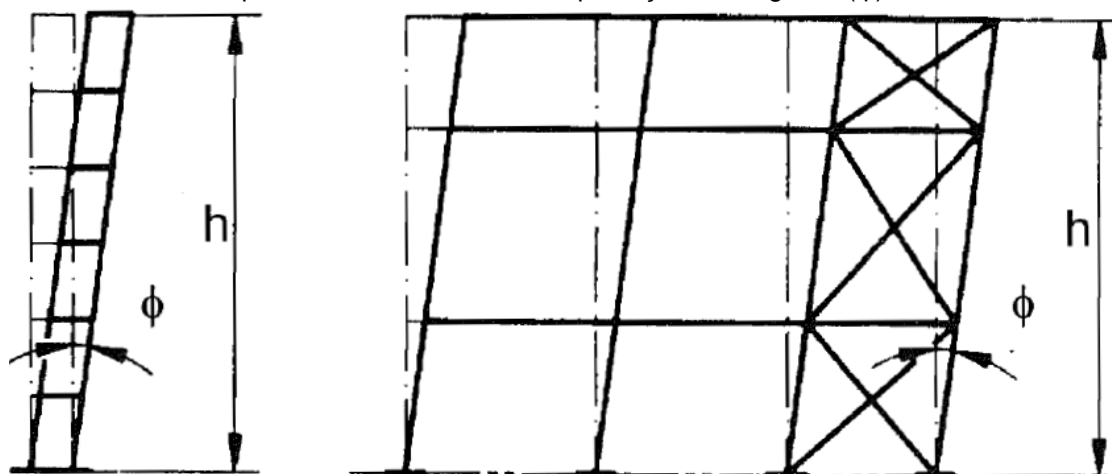
$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m} \right)} \quad (3.15)$$

sendo:

m é o número de colunas em uma linha incluindo apenas aquelas que suportam ações gravitacionais não menores que 50% da média do carregamento suportado por um pilar no plano considerado.

A altura h da estrutura e o fator de imperfeição inicial global devido a deslocamento horizontal da estrutura (ϕ) são ilustrados na Figura 3-7.

Figura 3-7 – Parâmetros para o cálculo do fator de imperfeição inicial global (ϕ).



(Fonte: EN 1993-1-1, 2005)

Outro esforço importante é oriundo da imperfeição geométrica devido à falta de retilinearidade dos elementos, representado pelo fator e_0/L , onde L é o comprimento do elemento. Os valores para esse fator são orientados por cada país signatário do código europeu, pois é uma característica relacionada ao processo de fabricação, porém a EN 1993-1-1 (2005) cita alguns valores referência na Tabela 3-2.

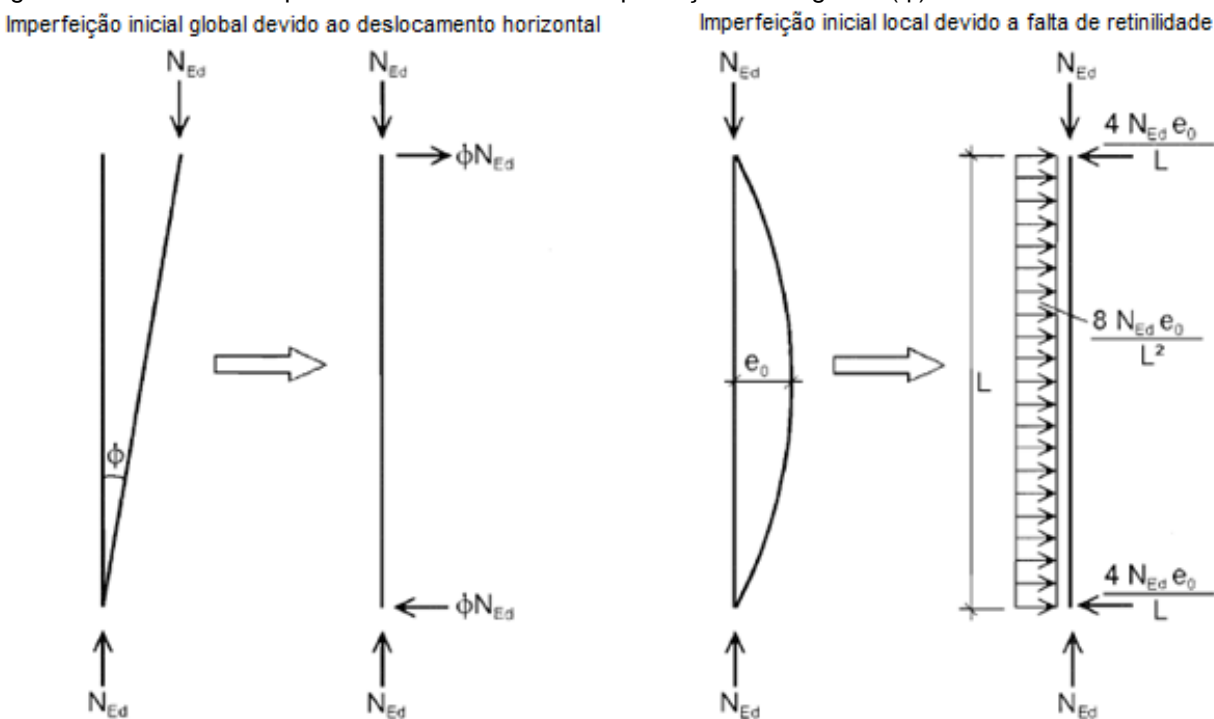
Tabela 3-2 – Valores para o fator relativo a falta de retilinearidade dos elementos (e_0/L).

Curva de flambagem	Análise elástica	Análise plástica
	e_0/L	e_0/L
a_0	1/350	1/300
a	1/300	1/250
b	1/250	1/200
c	1/200	1/150
d	1/150	1/100

(Fonte: adaptado de EN 1993-1-1, 2005)

Os efeitos devidos às imperfeições são considerados na estrutura por meio da aplicação de forças horizontais equivalentes ϕN_{Ed} nos topos dos pilares e a força distribuída $8.N_{Ed}.e_0/L^2$, conforme ilustra a Figura 3-8.

Figura 3-8 – Parâmetros para o cálculo do fator de imperfeição inicial global (ϕ).



(Fonte: adaptado de EN 1993-1-1, 2005)

Para considerar o efeito de flambagem lateral por torção em uma análise de segunda ordem como a considerada no programa elaborado, aplica-se uma força relativa a imperfeição geométrica inicial equivalente a excentricidade e_0 multiplicada por um fator K prescrito pelos anexos nacionais europeus. Porém, a EN 1993-1-1 (2005) recomenda o valor de 0,5 para o fator K .

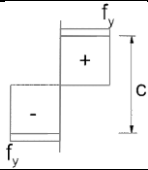
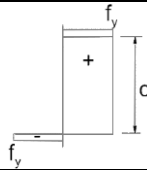
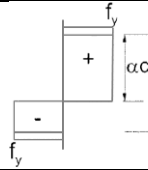
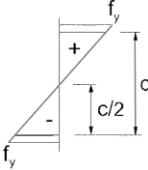
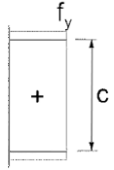
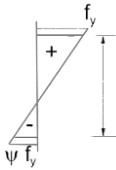
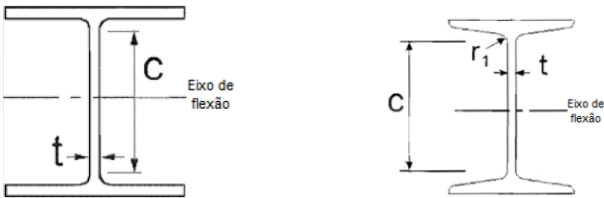
3.5.3 Classificação das seções transversais

As seções transversais são classificadas de acordo com a limitação de resistência e rotação imposta pela flambagem local. São então definidas 4 classes:

- Classe 1: seções que podem formar rótulas plásticas com a capacidade de rotação necessária para análise plástica sem redução de resistência;
- Classe 2: seções que podem formar rótulas plásticas, porém com redução da capacidade de rotação devido à flambagem local;
- Classe 3: seções em que a tensão na fibra comprimida mais extrema pode atingir a tensão de escoamento, considerando uma distribuição elástica, mas a flambagem local impede o aparecimento de resistência ao momento plastificante;
- Classe 4: seções em que a flambagem local ocorre antes do aparecimento de tensões que causem o escoamento em um ou mais pontos da seção transversal.

As seções são classificadas de acordo com a razão entre o comprimento e a espessura dos elementos que a compõem, como alma e mesas, por exemplo. Sendo assim, em uma mesma seção, podem existir elementos de classes diferentes. Os critérios de classificação da alma, segundo a EN 1993-1-1 (2005), são apresentados na Tabela 3-3.

Tabela 3-3 - Classificação da razão largura-espessura da alma.

Classe	Parte sujeita à flexão	Parte sujeita à compressão	Parte sujeita à flexo-compressão
Distribuição da tensão (compressão +)			
1	$c/t \leq 72\varepsilon$	$c/t \leq 33\varepsilon$	$\text{Se } \alpha > 0,5: c/t \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1}$ $\text{Se } \alpha \leq 0,5: c/t \leq \frac{36\varepsilon}{\alpha}$
2	$c/t \leq 83\varepsilon$	$c/t \leq 38\varepsilon$	$\text{Se } \alpha > 0,5: c/t \leq \frac{456\varepsilon}{13\alpha - 1}$ $\text{Se } \alpha \leq 0,5: c/t \leq \frac{41,5\varepsilon}{\alpha}$
Distribuição da tensão (compressão +)			
3	$c/t \leq 124\varepsilon$	$c/t \leq 42\varepsilon$	$\text{Se } \psi > -1: c/t \leq \frac{42\varepsilon}{0,67 + 0,33\psi}$ $\text{Se } \psi \leq -1: c/t \leq 62\varepsilon(1 - \psi)\sqrt{-\psi}$
Identificação dos parâmetros da seção transversal			
			

(Fonte: adaptado de EN 1993-1-1, 2005)

Na qual:

- c largura ou comprimento de parte da seção transversal;
- t espessura de parte da seção transversal;
- ψ razão da tensão na fibra oposta à de maior tensão pela tensão de escoamento
- ε fator dependente de f_y dado pela Equação (3.16):

$$\varepsilon = \sqrt{235/f_y} \quad (3.16)$$

sendo:

f_y é a tensão de escoamento do aço, em MPa.

α porção comprimida de um elemento de uma seção dado pela Equação (3.17):

$$\alpha = \frac{1}{2} + \frac{N_{Ed}}{2h_w t_w f_y} \quad (3.17)$$

onde:

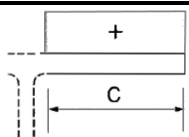
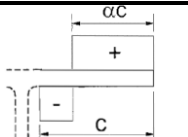
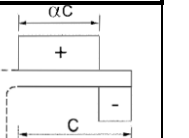
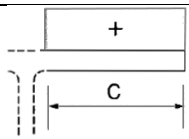
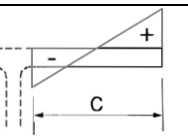
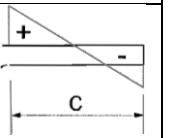
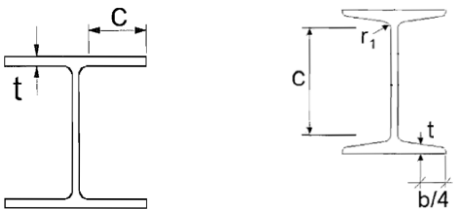
N_{Ed} é o esforço axial solicitante de cálculo, podendo ser de tração (positivo) ou de compressão (negativo);

h_w é a altura da alma, desconsiderando a espessura das mesas e os raios de conformação dos perfis laminados;

t_w é a espessura da alma.

Os critérios de classificação das mesas, segundo a EN 1993-1-1 (2005), são apresentados na Tabela 3-4.

Tabela 3-4 - Classificação da razão largura-espessura das mesas.

Classe	Parte sujeita à compressão	Parte sujeita à flexo-compressão	
		Parte sujeita à compressão	Parte sujeita à tração
Distribuição da tensão (compressão +)			
1	$c/t \leq 9\epsilon$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$
2	$c/t \leq 10\epsilon$	$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$
Distribuição da tensão (compressão +)			
3	$c/t \leq 14\epsilon$	$c/t \leq 21\epsilon\sqrt{k_\sigma}$	
Identificação dos parâmetros da seção transversal			
			

(Fonte: adaptado de EN 1993-1-1, 2005)

Os elementos que falham em cumprir os critérios das classes 1, 2 e 3 são classificados como classe 4.

As seções tomam como classe a maior entre a classe da mesa e da alma, sendo que neste trabalho as almas serão classificadas considerando esforço de flexo-compressão e as mesas classificadas considerando estas submetidas à compressão pura. Essa é uma simplificação conservadora, pois toma a combinação de esforços mais rigorosa para cada elemento, quanto à classificação.

Por simplificação também, o programa utiliza a resistência plástica dos elementos e por isso considera apenas perfis das classes 1 e 2, pois esses perfis podem atingir a plastificação. Os esforços resistentes das seções e as excentricidades (Tabela 3-2) também são consideradas as relativas à análise plástica.

3.5.4 Esforços resistentes

Apresentam-se aqui as equações utilizadas no cálculo dos esforços resistentes da seção transversal aos esforços solicitantes axiais, cisalhantes, fletores, torçores e a análise de estabilidade do elemento de acordo com o capítulo 6 da norma europeia EN-1993-1-1 (2005). Como detalhado anteriormente, os elementos considerados são perfis laminados das classes 1 e 2 e desconsidera-se os efeitos relacionadas às conexões como furos e soldas.

3.5.4.1 Resistência da seção transversal ao esforço axial

Como a análise proposta não toma em consideração os efeitos relacionados às conexões que poderiam provocar uma redução da área da seção transversal considerada no cálculo, pode-se simplificarmente adotar o seguinte critério para os elementos submetidos à tração e compressão quanto à esforço axial conforme Equação (3.18).

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} \leq 1 \quad (3.18)$$

onde:

N_{Ed} é o esforço axial solicitante de cálculo, podendo ser de tração (positivo) ou de compressão (negativo);

N_{Rd} é o esforço axial resistente de cálculo, podendo ser de tração, $N_{t,Rd}$ (positivo) ou de compressão, $N_{c,Rd}$ (negativo). Ambos assumem como valor absoluto a resistência plástica de cálculo da seção transversal bruta ($N_{pl,Rd}$) para classes 1, 2 e 3. $N_{pl,Rd}$ é dada pela Equação (3.19):

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \quad (3.19)$$

onde:

A é a área bruta da seção transversal do perfil;

f_y é a tensão de escoamento do material;

γ_{M0} fator de ponderação da resistência da seção transversal independente da classe do elemento, sendo 1,0 o valor recomendado para edifícios.

3.5.4.2 Resistência da seção transversal ao esforço cisalhante

As seções são consideradas sem enrijecedores e a verificação da resistência ao esforço cisalhante é verificado pela Inequação (3.20):

$$\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} \leq 1 \quad (3.20)$$

onde:

V_{Ed} é o esforço cisalhante solicitante de cálculo;

$V_{c,Rd}$ é o esforço cisalhante resistente de cálculo da seção transversal. Na ausência de esforço torçor e em uma análise plástica, $V_{c,Rd}$ pode ser tomado como o esforço cisalhante resistente de cálculo plástico $V_{pl,Rd}$, dado pela Equação (3.21):

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v (f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{M0}} \quad (3.21)$$

onde:

A_v é a área cisalhante tomada para perfis laminados e carregamento paralelo à alma de acordo com a Equação (3.22):

$$A_v = A - 2b \cdot t_f + (t_w + 2r)t_f, \text{ mas não menor que } \eta h_w t_w \quad (3.22)$$

onde:

η é definido na EN 1993-1-5 (2006) de acordo com o tipo de aço estrutural, assumindo o valor de 1,2 para os aços de grau menor ou igual ao S460.

Outro critério a ser atendido por seções transversais sem enrijecedores é dado pela Inequação (3.23):

$$\frac{h_w}{t_w} \leq 72 \frac{\varepsilon}{\eta} \quad (3.23)$$

3.5.4.3 Resistência da seção transversal ao esforço fletor

O seguinte critério, Equação (3.24), deve ser atendido na avaliação da resistência ao momento fletor do elemento:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \leq 1,0 \quad (3.24)$$

onde:

M_{Ed} é o esforço fletor solicitante de cálculo em relação a um eixo;

$M_{c,Rd}$ é o esforço fletor resistente de cálculo em relação a um eixo, dado pela Equação (3.25):

$$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \text{ para classes 1 e 2} \quad (3.25)$$

3.5.5 Interação de esforços

Aqui apresentam-se os critérios que devem ser atendidos nos casos em que mais de um esforço solicitante atue no elemento.

3.5.5.1 Esforços fletor e cisalhante

Quando o elemento estiver submetido a esforços fletores e cisalhantes, quando $V_{Ed} > 0,5 \cdot V_{pl,Rd}$, a tensão de escoamento deve ser reduzida segundo a Equação (3.26):

$$(1 - \rho) f_y \quad (3.26)$$

onde:

ρ é o fator de redução da tensão de escoamento para elementos submetidos a esforços fletor e cisalhante, dado pela Equação (3.27):

$$\rho = \left(\frac{2V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2 \quad (3.27)$$

3.5.5.2 Esforços fletor e axial

Quando o elemento estiver submetido a esforços fletor e axial o critério, dado pela Inequação (3.28), deve ser obedecido:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{N,Rd}} \leq 1 \quad (3.28)$$

na qual:

$M_{N,Rd}$ é a resistência ao momento fletor de cálculo reduzida devido a presença de forças axiais, dado pela Equação (3.29):

$$M_{N,Rd} = M_{pl,Rd} \left(1 - (N_{Ed}/N_{pl,Rd})^2 \right) \quad (3.29)$$

Para perfis duplamente simétricos este critério não é aplicável no cálculo da força axial resistente na análise plástica com momento relativo ao eixo $y-y$ quando os seguintes critérios são atendidos, Equações (3.30) e (3.31):

$$N_{Ed} \leq 0,25 \cdot N_{pl,Rd} \quad (3.30)$$

$$N_{Ed} \leq \frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \quad (3.31)$$

Para perfis duplamente simétricos este critério não é aplicável no cálculo da força axial resistente na análise plástica com momento relativo ao eixo $z-z$ quando o critério pela Equação (3.32) é atendido:

$$N_{Ed} \leq \frac{h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \quad (3.32)$$

3.5.5.3 Esforço fletor biaxial

Quando o elemento estiver submetido a esforços fletores nas direções y e z o critério dado pela Equação (3.33) deve ser obedecido:

$$\left(\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}}\right)^{\alpha} + \left(\frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}}\right)^{\beta} \leq 1 \quad (3.33)$$

onde:

α e β são parâmetros relativos ao efeito da flexão biaxial. Para perfis I e H os valores são dados em (3.34):

$$\alpha = 2, \beta = 5n \text{ com } \beta \geq 1 \quad (3.34)$$

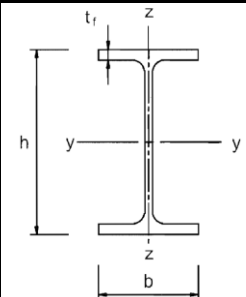
onde:

n é a razão entre a força axial solicitante e a resistência axial plástica da seção transversal bruta. O valor de n é dado pela Equação (3.35):

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} \quad (3.35)$$

A Tabela 3-5 apresenta os valores e os critérios para classificação dos perfis quanto às curvas de flambagem, apresentados pela EN 1993-1-1 (2005).

Tabela 3-5 – Curvas de flambagem e valores de α .

Seção transversal		Limites	Eixo de flambagem	Curva de flambagem		
				$f_y < 460 \text{ MPa}$	$f_y = 460 \text{ MPa}$	
Perfil laminado		$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y-y	a: $\alpha=0,21$	
				z-z	a ₀ : $\alpha=0,13$	
		$h/b \leq 1,2$	$40 \text{ mm} < t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y	b: $\alpha=0,34$	a: $\alpha=0,21$
				z-z	c: $\alpha=0,49$	a: $\alpha=0,21$
$h/b \leq 1,2$	$t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y	b: $\alpha=0,34$	a: $\alpha=0,21$		
		z-z	c: $\alpha=0,49$	a: $\alpha=0,21$		
$h/b \leq 1,2$	$t_f > 100 \text{ mm}$	y-y	d: $\alpha=0,76$	c: $\alpha=0,49$		
		z-z	d: $\alpha=0,76$	c: $\alpha=0,49$		

(Fonte: adaptado de EN 1993-1-1, 2005)

3.5.6 Interação geral dos esforços

A Inequação (3.36) apresenta o critério, usado conservadoramente, para considerar o efeito dos diferentes esforços agindo conjuntamente.

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1 \quad (3.36)$$

Os esforços resistentes devem ser calculados considerando as diferentes classes dos elementos, como citado nos itens anteriores, e a reduções citadas.

3.5.7 Deslocamentos

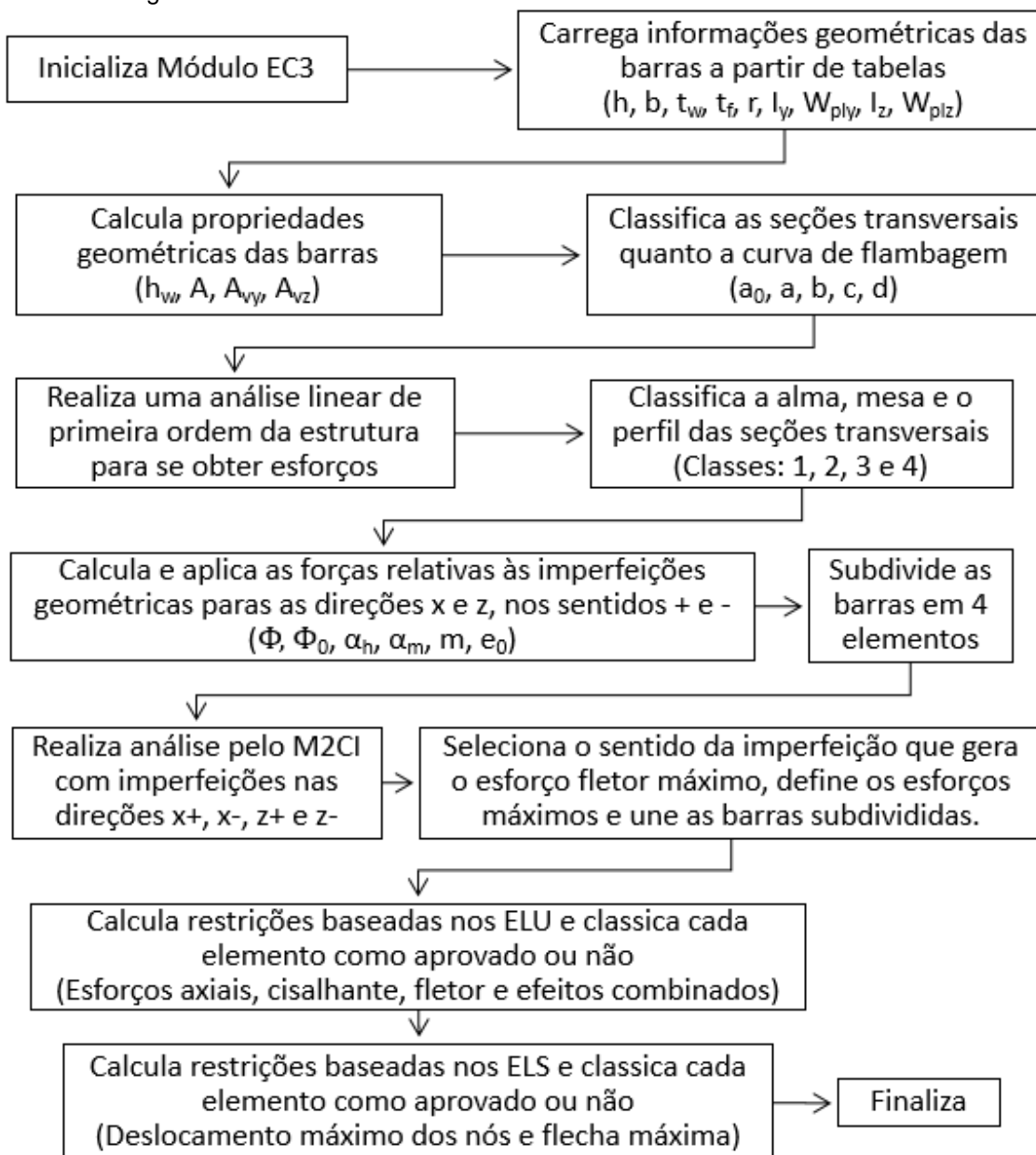
Os deslocamentos dos nós e as flechas máximas de cada elemento são obtidos por um módulo já implementado no *S3D* que utiliza a interpolação pelos polinômios de Hermite.

Os valores limites dos deslocamentos máximos dos nós e flechas máximas dos elementos devem ser avaliados pelo usuário de acordo com o caso e são parâmetros de entrada do processo de otimização.

3.5.8 Fluxograma do Módulo EC3

A Figura 3-9 apresenta resumidamente as ações executadas no processo de análise estrutural pelo M2CI e dimensionamento pela EN-1993-1-1 (2005) executadas pelo módulo EC3.

Figura 3-9 – Fluxograma do Módulo EC3.



3.6 Algoritmo Genético

Aqui é apresentado o funcionamento do AG segundo a documentação do Matlab® R2015a. Para compreensão do funcionamento do algoritmo, entende-se que indivíduo é uma possível resposta para o projeto estudado e população é um conjunto desses indivíduos. As ações executadas pelo algoritmo são apresentadas a seguir:

- 1) O algoritmo cria uma população aleatória inicial;
- 2) O algoritmo cria então uma sequência de novas populações. Em cada passo o algoritmo usa os indivíduos da geração atual para criar a próxima população. Para criar as novas populações o algoritmo executa os seguintes passos:
 - a) Avalia cada indivíduo da população de acordo com valor retornado por ele quando calculada a função objetivo e os valores das restrições determinadas, determinando assim o valor de aptidão;
 - b) Aplica um fator escala nos valores brutos de aptidão, obtidos no passo anterior, para convertê-los em uma faixa de valores mais fácil de usar;
 - c) Seleciona os indivíduos, chamados de pais, baseado nos valores de aptidão, sendo que quanto mais alto esse valor, melhor é considerado o indivíduo;
 - d) Alguns indivíduos da população atual que possuem melhores valores de aptidão são escolhidos como elite. Esses indivíduos são mantidos na próxima população;
 - e) Produz filhos a partir dos pais. Uma maneira é criar os filhos a partir da combinação vetorial das informações de entradas de um par de pais (cruzamento) ou fazendo mudanças aleatórias em um único pai (mutação);
 - f) Substitui os indivíduos da população atual pelos filhos, formando a próxima população.

- 3) O algoritmo para e retorna o valor ótimo encontrado quando um dos critérios de parada é atendido.

Os parâmetros de otimização com o GA não são foco deste estudo, por isso foram utilizados com os seguintes valores, que são os padrões do programa:

- 1) Tipo da população: *Double vector*;
- 2) Tamanho da população: 200 indivíduos, caso o número de variáveis seja 5 ou menos, o tamanho da população é 50 indivíduos;
- 3) Função criação: *Feasible population*;
- 4) Função de escalagem: *Rank*;
- 5) Função de seleção: *Stochastic uniform*;
- 6) Taxa de indivíduos elite: 5% do tamanho da população;
- 7) Taxa de cruzamento: 80% do tamanho da população;
- 8) Taxa de mutação: 15% do tamanho da população;
- 9) Função de mutação: *Adaptive Feasible*;
- 10) Algoritmo de análise das restrições não lineares: *Augmented Lagrangian*.

Para o término das operações anteriores é necessário que pelo menos um dos critérios de parada a seguir sejam atingidos:

- 1) número limite de gerações (*MaxGenerations*), cujo o valor foi configurado para infinito;
- 2) limite de tempo (*MaxTime*), para qual o valor padrão é infinito;

- 3) valor ótimo predeterminado atingido (*FitnessLimit*), cujo valor padrão é menos infinito, ou seja, o menor possível;
- 4) pequena variação na melhor resposta entre um número determinado gerações (*MaxStallGenerations*), com valor configurado para 100 gerações;
- 5) pequena ou nenhuma variação na melhor resposta durante um tempo (*MaxStallTime*), cujo valor padrão é infinito.

3.7 Formulação do problema de otimização

Neste item são apresentadas as fórmulas utilizadas na modelagem do problema de otimização de estrutura metálica segundo a EN 1993-1-1 (2005) com o AG.

3.7.1 Variáveis de projeto

As variáveis de projeto para os problemas abordados neste trabalho se resumem aos perfis metálicos da estrutura analisada. Os perfis são apresentados de acordo com suas classes no Anexo B e no programa são listados de maneira crescente em relação a área da seção transversal.

3.7.2 Função objetivo

A função objetivo é a função que retorna a variável a ser otimizada pelo AG. No nosso problema, como visa-se obter o menor custo para estrutura metálica, a função objetivo é considerada como a somatória dos pesos individuais de cada elemento estrutural. Com isso, o programa independe da cotação do preço da estrutura metálica, uma vez que esta é usualmente vendida por peso.

A função objetivo (*Peso*) busca minimizar ou maximizar um parâmetro estabelecido no problema. No presente estudo busca-se minimizar a o peso da estrutura e a função objetivo pode ser representada pela Equação (3.37):

$$Peso = \sum_{i=1}^n L_i \cdot A_i \cdot \rho \quad (3.37)$$

onde:

n número de elementos;

L_i comprimento do elemento i , em m;

A_i área da seção transversal do elemento i , em m²;

ρ massa específica do aço, adotada como 7860 kg/m³.

Caso futuramente o programa aborde outros materiais, técnicas ou elementos estruturais, haverá a necessidade da cotação do preço de cada um desses elementos e a função objetivo deve ser alterada para a função custo, pois a minimização do peso da estrutura não implicaria necessariamente na minimização do custo.

3.7.3 Restrições

As restrições aplicadas às soluções do problema de dimensionamento estrutural estão diretamente relacionadas aos critérios normativos ligados aos Estados Limites tanto Últimos como de Serviço. Eles são um conjunto de inequações que um indivíduo deve atender para ser considerado apto.

Dessa forma, as restrições a serem utilizadas nesse problema, serão:

- 1) Limitação dos valores dos esforços solicitantes, que devem sempre ser iguais ou menores aos resistentes, isso para os esforços normais, transversais e distorcionais;
- 2) Limitação dos valores de deslocamentos máximos permitidos, que devem ser menores que os prescritos como limites pela norma a ser considerada.

As inequações apresentadas no Sistema (3.38) a seguir representam as restrições baseadas no ELU, apresentadas nos itens 3.5.4 e 3.5.6. Neste sistema elas são exibidas no formato em que são implementadas no Matlab® R2015a. Essas restrições são aplicadas a todos os elementos da estrutura.

$$C_{ELU} = \left\{ \begin{array}{l} C_1 = \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} - 1 \leq 0 \text{ esforço axial} \\ C_2 = \frac{V_{y,Ed}}{V_{y,c,Rd}} - 1 \leq 0 \text{ esforço cortante eixo } y \\ C_3 = \frac{V_{z,Ed}}{V_{z,c,Rd}} - 1 \leq 0 \text{ esforço cortante eixo } z \\ C_4 = \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} - 1 \leq 0 \text{ esforço fletor eixo } y \\ C_5 = \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} - 1 \leq 0 \text{ esforço fletor eixo } z \\ C_6 = \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} - 1 \leq 0 \text{ esforços combinados} \\ C_7 = \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,N,Rd}} - 1 \leq 0 \text{ esforço fletor eixo } y \text{ e axial} \\ C_8 = \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,N,Rd}} - 1 \leq 0 \text{ esforço fletor eixo } z \text{ e axial} \\ C_9 = \left(\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} \right)^\alpha + \left(\frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \right)^\beta - 1 \leq 0 \text{ flexão em relação à } y \text{ e } z \\ C_{10} = \frac{h_w/t_w}{72 \varepsilon/\eta} - 1 \leq 0 \text{ seção sem enrijecedores} \\ C_{11} = \frac{Classe}{2} - 1 \leq 0 \text{ seleciona classes 1 e 2} \end{array} \right. \quad (3.38)$$

O Sistema (3.39) a seguir são representadas as restrições baseadas no ELS, apresentadas no item 3.5.7. Neste sistema são apresentadas no formato em que são implementadas no Matlab® R2015a. Essas restrições são aplicadas a todos os elementos da estrutura.

$$C_{ELS} = \begin{cases} C_{12} = \frac{u_x}{u_{x,lim}} - 1 \leq 0 & \text{deslocamento do nó direção } x \\ C_{13} = \frac{u_y}{u_{y,lim}} - 1 \leq 0 & \text{deslocamento do nó direção } y \\ C_{14} = \frac{u_z}{u_{z,lim}} - 1 \leq 0 & \text{deslocamento do nó direção } z \\ C_{15} = \frac{\delta_y}{\delta_{y,m\acute{a}x}} - 1 \leq 0 & \text{flecha máxima eixo } y \\ C_{16} = \frac{\delta_z}{\delta_{z,m\acute{a}x}} - 1 \leq 0 & \text{flecha máxima eixo } z \end{cases} \quad (3.39)$$

4 Resultados e discussão

4.1 Validação dos métodos de análise aproximada aplicados à barras isoladas

A validação visa comparar os resultados das análises obtidos pelos métodos de análise aproximada apresentados anteriormente com os valores de referência contidos na seção de comentários do Capítulo C do ANSI/AISC 360-16 (2016). Os resultados serão comparados também com os da análise de primeira ordem do *Ftool*, um programa de análise estrutural 2D educativo e o *Mastan2*, um programa educacional de análise estrutural de segunda ordem.

O *Mastan2*, programa de análise pelo MEF, oferece 4 possibilidades de análise: de primeira ordem elástica, de segunda ordem elástica, de primeira ordem inelástica e de segunda ordem inelástica. A utilizada nesta comparação é a de segunda ordem elástica, que utiliza o método preditor-corretor. São adotados 100 incrementos de carga.

As barras são analisadas sem discretização e também discretizadas em 2, 4, 8 e 16 elementos, com isso pretende-se analisar o ganho de precisão com a divisão dos elementos analisados e o aumento da demanda computacional.

4.1.1 Dados iniciais

O ANSI/AISC 360-16 (2016) apresenta dois casos estruturais, com resultados precisos da análise estrutural para que sejam usados como referência na avaliação inicial de métodos e programas de análise de segunda ordem. O Caso 1 (Figura 4-1) tem por finalidade avaliar o efeito $P-\delta$ e o Caso 2 (Figura 4-2) os efeitos $P-\delta$ e principalmente $P-\Delta$.

Por meio desses casos é possível avaliar se o método estudado considera corretamente os efeitos $P-\delta$ e $P-\Delta$ no cálculo dos esforços solicitantes e deformações estruturais, sendo o primeiro negligenciado por muitos métodos de análise de segunda ordem.

Figura 4-1 – Caso 1 de referência

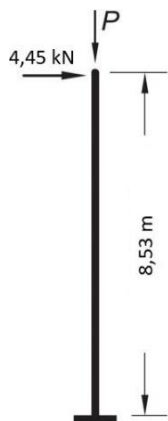


Força axial, P [kN]	0	667	1334	2001
M_{meio} [kN.m]	26,6 [26,6]	30,5 [30,4]	35,7 [35,4]	43,0 [42,4]
u_{meio} [mm]	5,13 [5,02]	5,86 [5,71]	6,84 [6,63]	8,21 [7,91]

Análise inclui deformações axiais, cisalhantes e fletoras.
[Valores entre colchetes] excluem deformações do cisalhante.

(Fonte: adaptado de ANSI/AISC 360-16, 2016).

Figura 4-2 – Caso 2 de referência



Força axial, P [kN]	0	445	667	890
M_{base} [kN.m]	38,0 [38,0]	53,2 [53,1]	68,1 [67,7]	97,2 [96,2]
u_{topo} [mm]	23,1 [22,9]	34,2 [33,9]	45,1 [44,6]	66,6 [65,4]

Análise inclui deformações axiais, cisalhantes e fletoras.
[Valores entre colchetes] excluem deformações do cisalhante.

(Fonte: adaptado de ANSI/AISC 360-16, 2016).

Alguns dados de entrada para o problema são apresentados nas Figura 4-1 e na Figura 4-2 e o restante dos dados são apresentados a seguir:

- as ações são de cálculo;
- perfil W360x72 para ambos os casos;
- colunas fletidas em relação ao eixo de maior inércia;
- $E = 200$ GPa.

Apesar de o MAES prever a utilização de um módulo menor em alguns casos para contabilização das imperfeições iniciais de material. Aqui sempre será utilizado esse valor para o módulo de elasticidade, para a comparação dos valores ser coerente.

Para considerar que um método contabiliza um dos efeitos de segunda ordem, segundo os critérios do ANSI/AISC 360-16 (2016), os valores encontrados utilizando-o não devem variar mais que 3% para os esforços solicitantes e 5% para as deformações estruturais em todos os níveis de carga abordados nos modelos estruturais apresentados. Nas análises desse trabalho serão considerados nos valores finais as deformações axiais, cisalhantes e fletoras.

O MAES, em sua formulação, não se propõe a determinar os deslocamentos considerando os efeitos de segunda ordem, por isso será apresentado o valor de deslocamento de primeira ordem apresentado pelo *S3D* e por esse motivo se espera uma divergência em relação aos valores de referência, de segunda ordem.

A critério de comparação, serão apresentados os valores calculados com os programas computacionais educacionais *Mastan2*, de segunda ordem, e *Ftool*, de primeira ordem.

4.1.2 Resultados

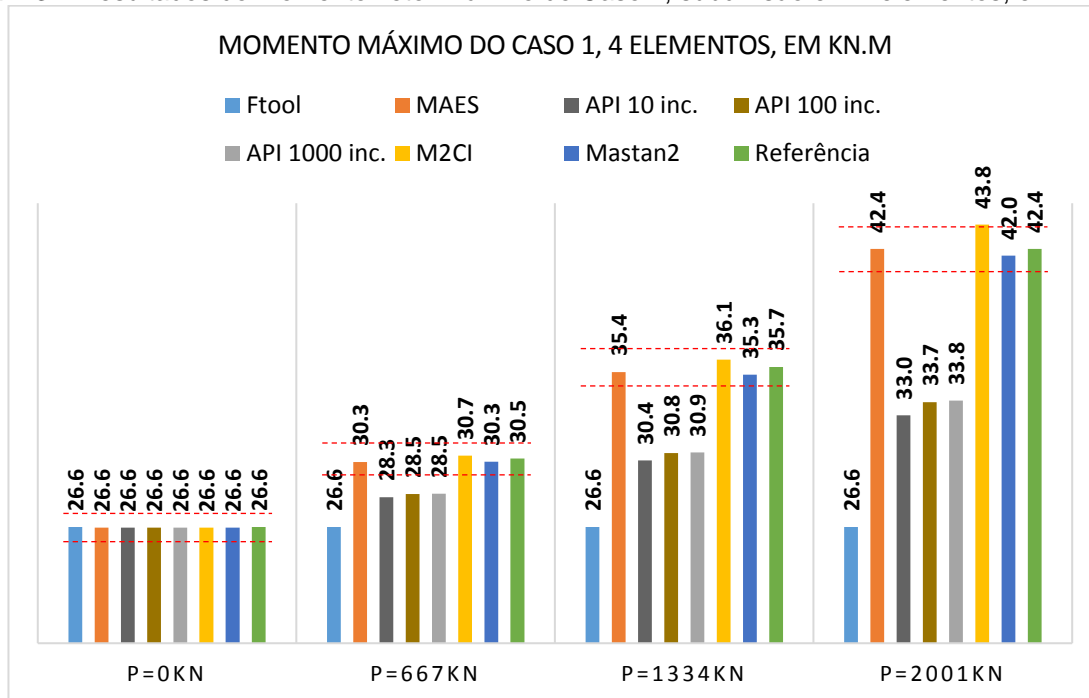
Para tornar mais objetiva a interpretação dos resultados, a comparação será feita apenas com os valores de referência que consideram os efeitos das deformações axiais, cisalhantes e fletoras, por esses serem mais completos. Neste capítulo serão apresentados os gráficos contendo as repostadas resumidas. No Anexo A apresenta-se as interfaces do programa elaborado, as tabelas contendo todas as repostas encontradas, bem como o cálculo detalhado utilizando o MAES.

4.1.2.1 Caso 1 de referência:

A Figura 4-3 apresenta os resultados para momento fletor máximo obtidos pelos módulos elaborados no presente trabalho e o desvio em relação aos valores de referência para o Caso 1, subdividindo as barras em 4 elementos. São apresentados

também os valores para uma análise de primeira ordem pelo *Ftool* e de segunda ordem pelo *Mastan2* e os limites referentes ao desvio de $\pm 3\%$ em linhas vermelhas tracejadas.

Figura 4-3 – Resultados do momento fletor máximo do Caso 1, subdivisão em 4 elementos, em kN.m.



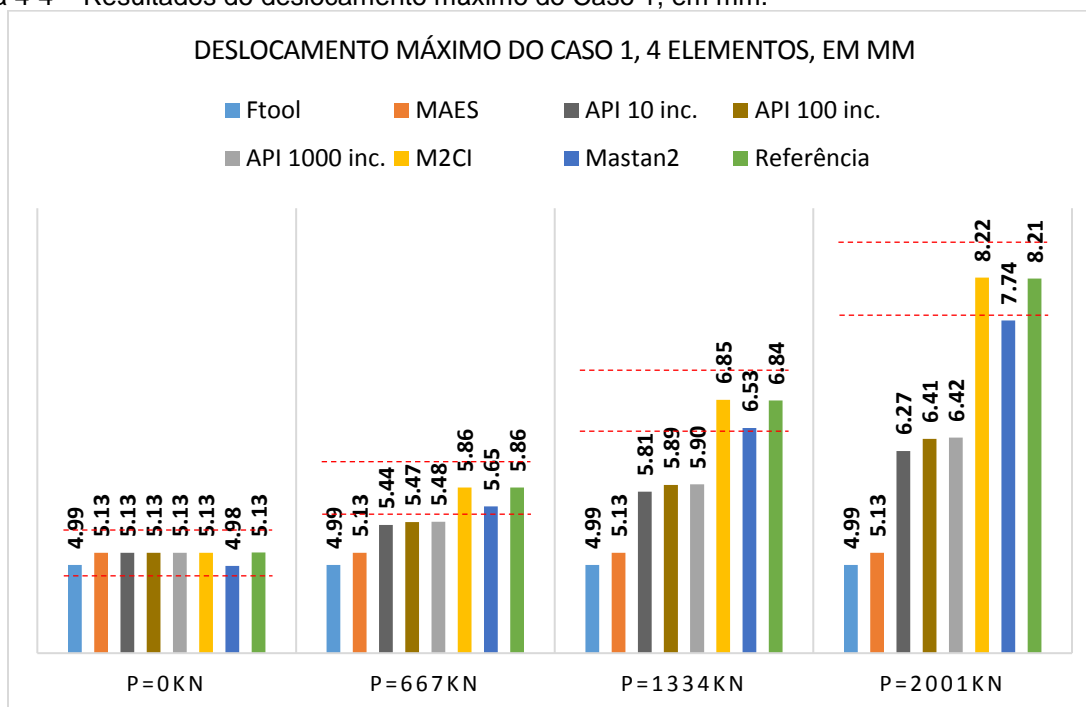
Analisando a Figura 4-3 observa-se que o Módulo MAES, *Mastan2* e o M2CI encontram-se dentro da faixa de 3% em relação ao referencial, com exceção ao valor desse último método para P igual a 2001 kN que apresenta valor 0,3% acima do limite superior. Assim sendo verifica-se a capacidade desses métodos em considerar o efeito de segunda ordem $P-\delta$.

Essa eficiência não é verificada para o API, mesmo que com alto número de incrementos apresenta uma resposta cerca de 20% abaixo do referencial, sendo isso contra a segurança. Já analisando o resultado apresentado pelo *Ftool*, de primeira ordem, observa-se a importância de consideração dos efeitos de segunda ordem $P-\delta$ sendo responsável por 37,3% dos esforços.

A Figura 4-4 apresenta os resultados para o deslocamento máximo obtido e o desvio em relação aos valores de referência para o Caso 1. São apresentados também

os valores para uma análise de primeira ordem pelo *Ftool* e de segunda ordem pelo *Mastan2*.

Figura 4-4 – Resultados do deslocamento máximo do Caso 1, em mm.



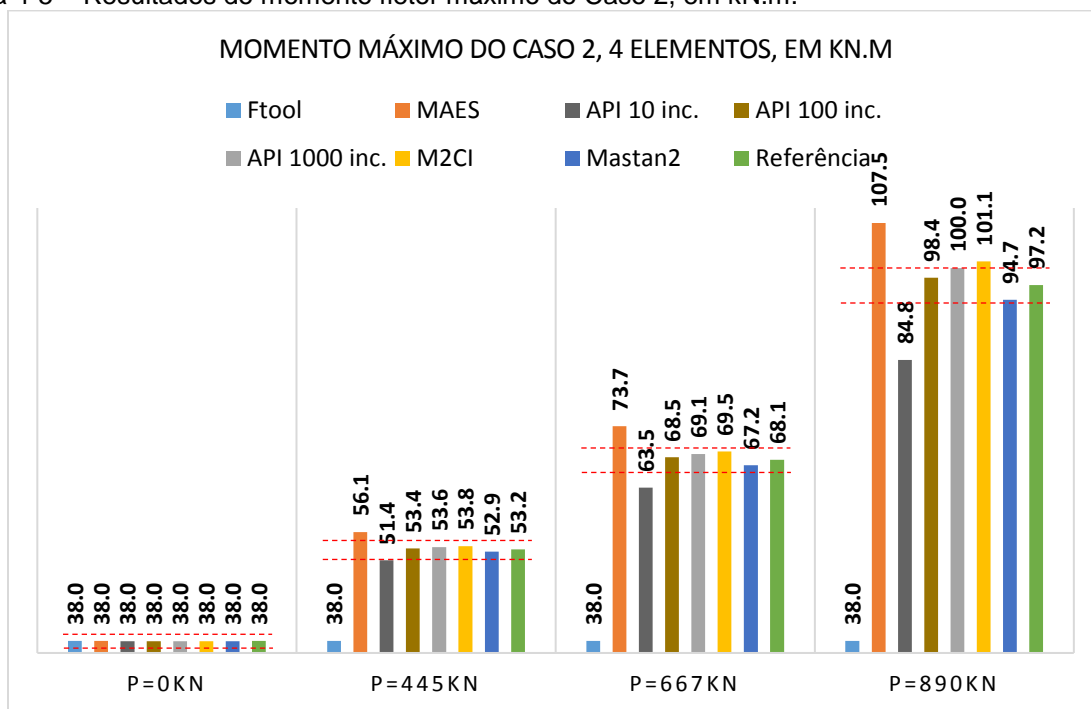
Como esperado, pelo fato de não haver o cálculo de deslocamentos dentro do MAES, a Figura 4-4 mostra a diferença entre métodos de primeira ordem (MAES e *Ftool*) e segunda ordem (*Mastan2*) no cálculo dos deslocamentos. Nesse caso os limites são determinados com uma diferença de $\pm 5\%$ em relação ao referencial.

O API também não apresenta valores precisos para o deslocamento máximo, mesmo utilizando alto número de incrementos. Já o M2CI e o *Mastan2* apresentam valores muito próximos ao referencial, sendo este último apresentado um deslocamento 0,7% abaixo do limite mínimo no caso de maior carregamento.

4.1.2.2 Caso 2 de referência:

A Figura 4-5 apresenta os resultados para momento fletor máximo obtidos pelos módulos e o desvio em relação aos valores de referência para o Caso 2, subdividindo as barras em 4 elementos. São apresentados também os valores para uma análise de primeira ordem pelo *Ftool* e de segunda ordem pelo *Mastan2* e os limites referentes ao desvio de $\pm 3\%$ em linhas vermelhas tracejadas.

Figura 4-5 – Resultados do momento fletor máximo do Caso 2, em kN.m.



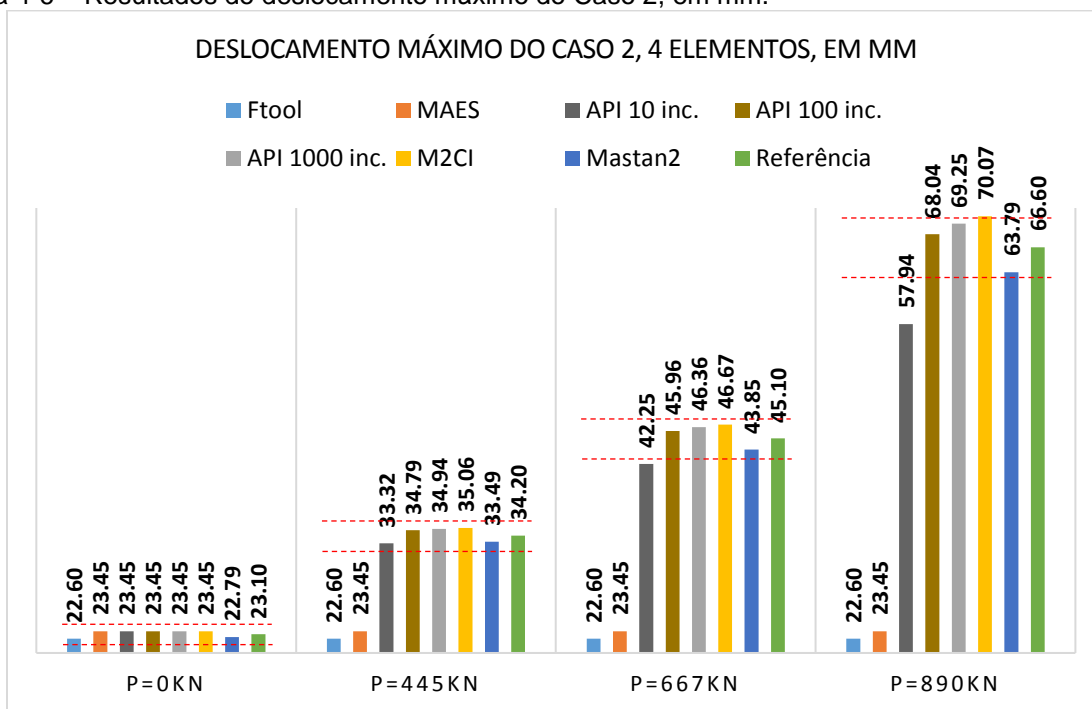
Para o Caso 2, aquele que considera os efeitos $P-\delta$ e majoritariamente $P-\Delta$, a Figura 4-5 mostra que o MAES se mostra bastante conservador, porém ressalta-se que a diferença se dá em estruturas de grande deslocabilidade, para as quais os métodos aproximados não são aplicáveis.

O M2CI, com exceção do caso de maior carga axial, e o API, especialmente com 100 e 1000 incrementos, se mostraram precisos na consideração dos esforços desse caso, pois, como a estrutura possui liberdade de deslocabilidade do nó superior, os

efeitos de segunda ordem $P-\Delta$ acabam sendo considerados pela análise incremental do API, mesmo que simplificada.

A Figura 4-6 apresenta os resultados para o deslocamento máximo obtido e o desvio em relação aos valores de referência para o Caso 2. São apresentados também os valores para uma análise de primeira ordem pelo *Ftool* e de segunda ordem pelo *Mastan2*.

Figura 4-6 – Resultados do deslocamento máximo do Caso 2, em mm.



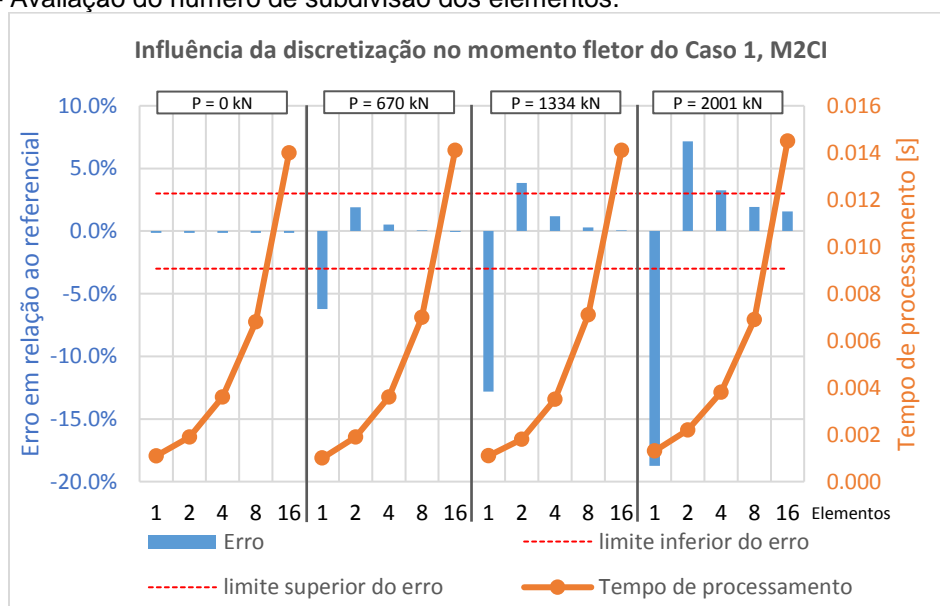
Na Figura 4-6 observa-se a já comentada ineficiência do MAES em calcular os deslocamentos causados pelos esforços de segunda ordem e do API com 10 incrementos, quando o carregamento é muito alto. Já o M2CI apresenta uma boa precisão estando dentro do limite da orientação do ANSI/AISC 360-16 (2016), com exceção do caso de maior carga axial.

4.1.2.3 Análise da discretização dos elementos

Avalia-se aqui a discretização dos elementos a ser adotada neste trabalho. A barra foi analisada como um único elemento e também subdividida em 2, 4, 8 e 16 elementos. Na Figura 4-7 representa-se os resultados relativos ao momento fletor máximo do Caso 1 para o M2CI. No anexo A os gráficos do deslocamento e para o Caso 2 do M2CI são apresentados.

Nessa análise dois gráficos são sobrepostos para facilitar a visualização do tempo e do erro associado a cada grau de discretização, representado no eixo horizontal. O gráfico de erros é representado pelas barras e associado ao eixo vertical esquerdo, com os limites recomendados pelo ANSI/AISC 360-16 (2016) representados pelas linhas vermelhas tracejadas. O gráfico de linhas representa o tempo de análise e é associado ao eixo vertical direito.

Figura 4-7 – Avaliação do número de subdivisão dos elementos.



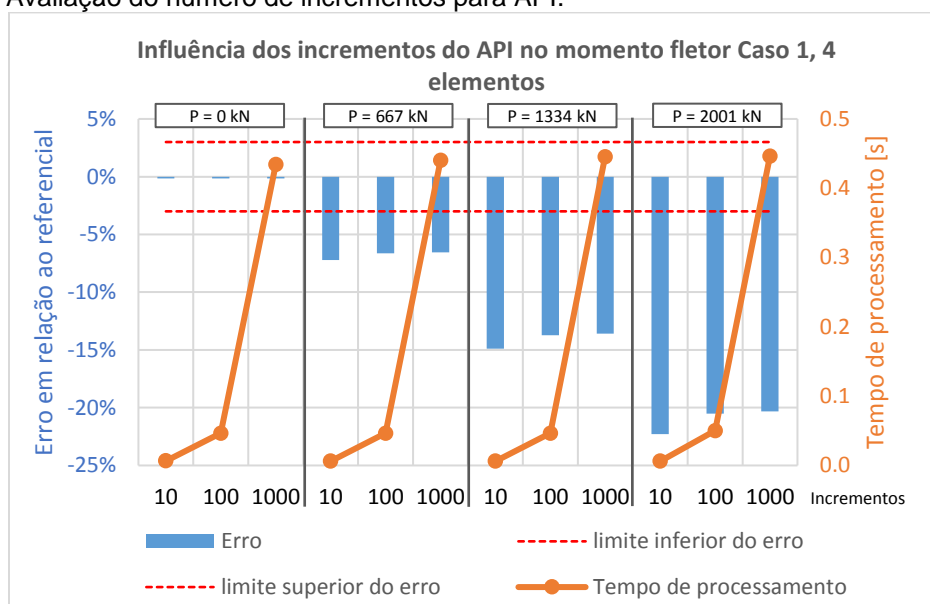
Observa-se que subdividindo a barra em mais de 4 elementos o acréscimo na precisão começa a se tornar pequeno enquanto o aumento do tempo de análise segue a proporcionalidade em relação ao número de subdivisões. A análise dos demais gráficos

apresentados em anexo permitem concluir também que a subdivisão em 4 elementos é a opção que traz o melhor equilíbrio entre precisão e custo computacional.

4.1.2.4 Número de incrementos para a API

A Figura 4-8 foi elaborada para visualizar a influência do número de incrementos nos resultados obtidos para momento fletor máximo do Caso 1 com a barra subdividida em 4 elementos. Nela, da mesma forma que a análise anterior, dois gráficos são sobrepostos, um que mostra o erro e outro que mostra o tempo de análise necessário associados a cada número de incrementos estudado, 10, 100 e 1000 (eixo horizontal). Os demais gráficos para o deslocamento máximo e para o Caso 2 são apresentados no anexo A.

Figura 4-8 – Avaliação do número de incrementos para API.

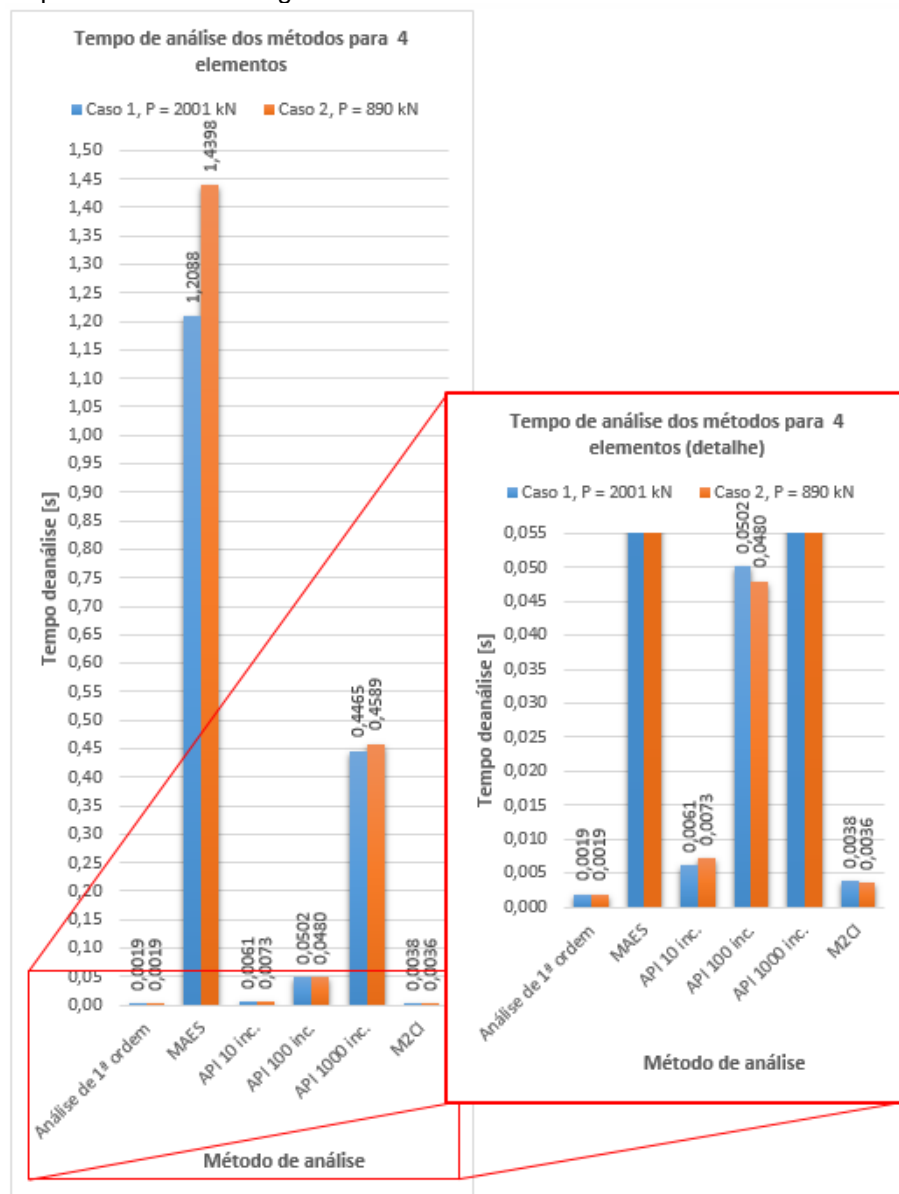


Observa-se que existe um ganho de precisão considerável quando se altera de 10 para 100 incrementos, já quando se altera de 100 para 1000 o aumento na precisão é mínimo, já o aumento no tempo de análise cresce quase que 10 vezes, pois essa aumenta na mesma proporção que o número de incrementos. Os demais gráficos que permitem concluir o mesmo são apresentados no anexo A.

4.1.2.5 Custo computacional

Quanto ao custo computacional, o fator escolhido para comparar os algoritmos desenvolvidos foi o tempo necessário na análise dos casos de maior carga axial para cada caso com elementos subdivididos em 4. Os tempos medidos são uma média de 100 análises feitas em sequência, uma vez que esse valor pode variar bastante entre uma leitura isolada e outra. Os resultados obtidos são exibidos na Figura 4-9 juntamente com um detalhe para melhor visualização dos resultados de menor tempo.

Figura 4-9 – Tempo de análise dos algoritmos desenvolvidos com detalhe.



Apesar de não representar diretamente a demanda computacional real do algoritmo, o tempo de análise é um bom parâmetro para se comparar a eficiência dos algoritmos desenvolvidos por estarem implementados na mesma plataforma e ter sido utilizado o mesmo equipamento para obtenção dos valores. Pode-se observar que por ser a análise mais simples, a análise linear já implementada no *S3D* é a que necessitou de menos tempo para análise.

Dentre os algoritmos desenvolvidos o M2CI foi o mais eficiente, por não executar muitas repetições, apresentando praticamente o dobro do tempo da análise de primeira ordem, já o API apresentou maior demanda computacional por ter que executar mais repetições que o M2CI, o tempo de análise necessário foi cerca de 3,5 vezes maior que análise de primeira ordem quando utilizado 10 incrementos, 26 vezes maior para 100 incrementos e 240 vezes maior para 1000 incrementos.

O MAES apresentou o pior desempenho, cerca de 700 vezes o tempo da análise de primeira ordem, algumas a necessidade de considerar a estrutura principal por meio de duas subestruturas e ainda ter que fazer uma análise quase que completa para classificar a estrutura, para então calcular os esforços solicitantes.

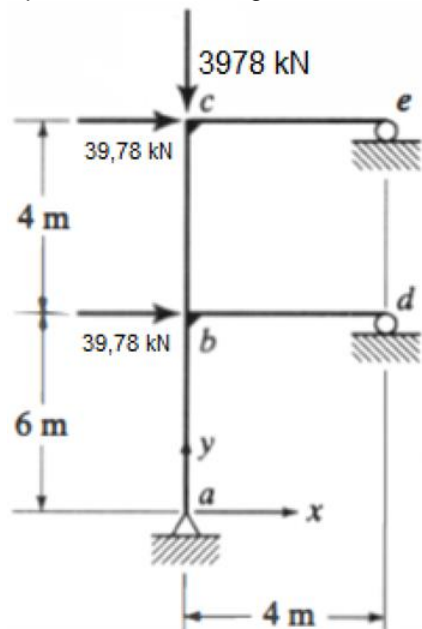
4.2 Validação dos métodos de análise aproximada aplicados a um pórtico plano

Neste exemplo aplica-se o método aproximado do M2CI e também o *Mastan2* na análise de um pórtico bidimensional do exemplo 9.5 de McGuire, Gallagher e Ziemian (2010). O MAES e o API não serão mais levados em considerações devido às limitações apresentadas.

4.2.1 Dados iniciais

A estrutura analisada é um pórtico 2D sem contraventamento (Figura 4-10). Na análise com os módulos desenvolvidos as barras são divididas em 4 partes.

Figura 4-10 – Exemplo 9.5 proposto por McGuire, Gallagher e Ziemian (2010).



(Fonte: adaptado de MCGUIRE, GALLAGHER E ZIEMIAN, 2010).

onde:

- Barra *ab* e *bc*: $A = 2,5 \cdot 10^4 \text{ mm}^2$, $I_z = 6,36 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$;
- Barra *bd* e *ce*: $A = 1,76 \cdot 10^4 \text{ mm}^2$, $I_z = 8,61 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$;
- $E = 200 \text{ GPa}$.

4.2.2 Resultados

Apresentam-se a interface do S3D com o exemplo modelado, na Figura 4-11, e de maneira sucinta, os resultados obtidos para cada método de análise elaborado, bem como seu desvio em relação ao valor de referência, tomado aqui como o valor apresentado pelo Mastan2, como no exemplo anterior, na Tabela 4-1.

Figura 4-11 – Exemplo proposto por McGuire, Gallagher e Ziemian (2010) no S3D.

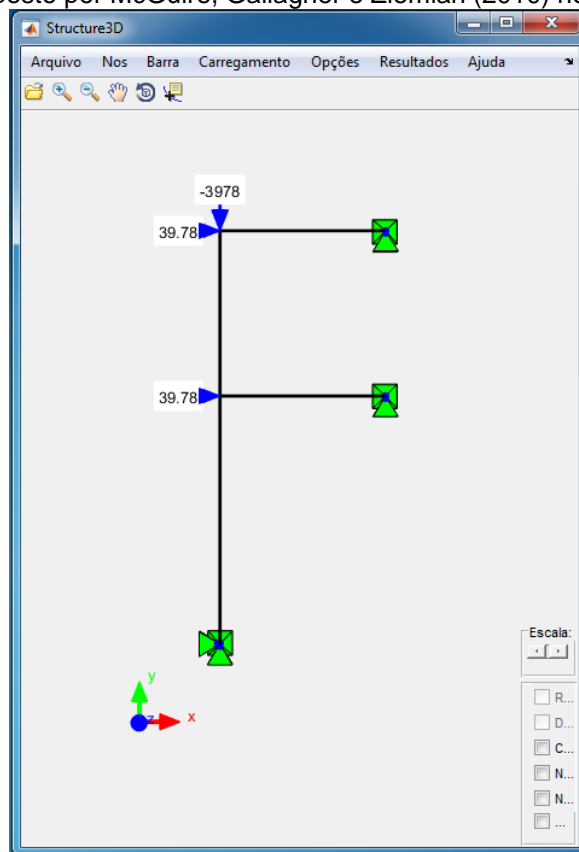


Tabela 4-1 - Resultados do exemplo proposto por McGuire, Gallagher e Ziemian (2010).

Método de análise	Momento fletor máximo [kN.m]			
	Pilar <i>ab</i>	Pilar <i>bc</i>	Viga <i>bd</i>	Viga <i>ce</i>
McGuire, Gallagher e Ziemian (2010) (Referência)	932	272	869	272
<i>Mastan2</i>	951 (+2,0%)	273 (+0,3%)	886 (+2,0%)	273 (+0,3%)
M2CI	1020 (+9,4%)	290 (+6,6%)	946 (+8,9%)	289 (+6,3%)

Os resultados mostrados na Tabela 4-1 são coerentes com os resultados encontrados na análise de base isoladas, sendo que o M2CI mostra resultados cerca de 9% acima da referência para os pilares e 6,5% para as vigas. O *Mastan2* se mostra preciso nesse exemplo.

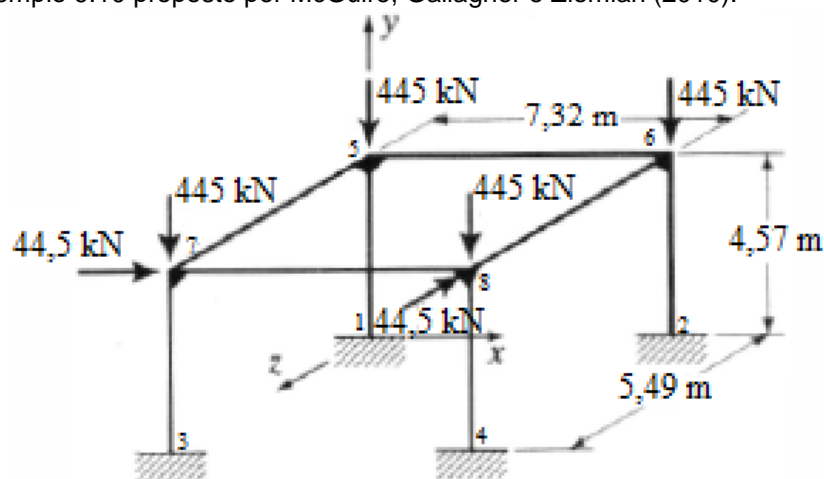
4.3 Validação dos métodos de análise aproximada aplicados a um pórtico espacial

Neste exemplo, como no anterior, aplica-se o método aproximado do M2CI e também o *Mastan2* na análise de um pórtico, desta vez tridimensional. O problema é proposto também por McGuire, Gallagher e Ziemian (2010) no exemplo 9.6 e neste caso a resposta obtida pelo *Mastan2* é tomado como referência.

4.3.1 Dados iniciais

Os dados da estrutura analisada são apresentados na Figura 4-12.

Figura 4-12 – Exemplo 9.10 proposto por McGuire, Gallagher e Ziemian (2010).



(Fonte: adaptado de MCGUIRE, GALLAGHER E ZIEMIAN, 2010).

onde:

- Colunas: $A = 6710 \text{ mm}^2$;
 $I_y = I_z = 2,1024 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$;
 $J = 3,5629 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$;
- Vigas: $A = 11220 \text{ mm}^2$;
 $I_y = I_z = 6,3683 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$;
 $J = 1,9646 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$;
- $E = 200 \text{ GPa}$;

4.3.2 Resultados

Na Tabela 4-2 são apresentados os resultados da análise para momento fletor máximo dos pilares mais solicitados em relação aos eixos y e z e o deslocamento máximo do nó 8 nas direções x e z.

Tabela 4-2 - Resultados do exemplo proposto por McGuire, Gallagher e Ziemian (2010).

Método de análise	Momento fletor máximo eixo y [kN.m]		Momento fletor máximo eixo z [kN.m]		Deslocamento máximo do nó 8 [mm]	
	Pilar 2-6	Pilar 4-8	Pilar 3-7	Pilar 4-8	Direção x	Direção z
<i>Mastan2</i> (Referência)	70,03	70,48	63,36	62,99	62,4	-67,7
M2CI	74,08 (+5,8%)	73,95 (+4,9%)	65,83 (+3,9%)	66,23 (+5,1%)	65,0 (+4,2%)	-71,1 (+5,0%)

A análise dos resultados mostra uma diferença máxima de 5,8% maior que a referência, o *Mastan2*, sendo coerente com os exemplos anteriores e o método mostrando sempre um resultado com uma diferença no sentido favorável a segurança.

4.4 Dimensionamento pelo EC3

A fim de se validar o dimensionamento realizado pelo Módulo EC3, objetiva-se neste exemplo comparar a verificação do dimensionamento de barras com o programa elaborado, com a verificação estrutural do mesmo caso realizada pelo A3C® v2.99, desenvolvido pela CTICM® e disponibilizado em ArcelorMittal® (2020) e é um programa que faz a verificação do dimensionamento de barras isoladas.

4.4.1 Dados iniciais

As barras escolhidas são as mesmas apresentadas no item 4.1 e expostas na Figura 4-1, ambas Caso 1 e Caso 2 do ANSI/AISC 360-16 (2016), com f_y igual a 355 MPa. A análise estrutural feita pelo módulo elaborado, somente neste exemplo, é de primeira ordem e não considera as imperfeições iniciais, para ser coerente com a análise realizada pelo A3C®.

4.4.2 Resultados

Os resultados obtidos para a razão entre o esforço solicitante e esforço resistente são exibidos na Tabela 4-3, Caso 1, e Tabela 4-4, Caso 2, para os esforços axial, cortante em relação ao eixo z, momento fletor em relação ao eixo y, interação dos esforços axial e fletor e a classe da seção.

Tabela 4-3 - Resultados da verificação do dimensionamento, razão entre o esforço solicitante e esforço resistente, para o Caso 1 do ANSI/AISC 360-16 (2016).

Esforço	P = 0 kN		P = 667 kN		P = 1334 kN		P = 2001 kN	
	A3C®	EC3	A3C®	EC3	A3C®	EC3	A3C®	EC3
Classe da seção	1	1	2	2	3	-	3	-
Axial	0,000	0,000	0,206	0,206	0,413	-	0,619	-
Cortante z-z	0,017	0,017	0,017	0,017	0,017	-	0,017	-
Momento fletor y-y	0,058	0,058	0,058	0,058	0,065	-	0,065	-
Interação de esforços	0,058	0,058	0,264	0,264	0,478	-	0,684	-

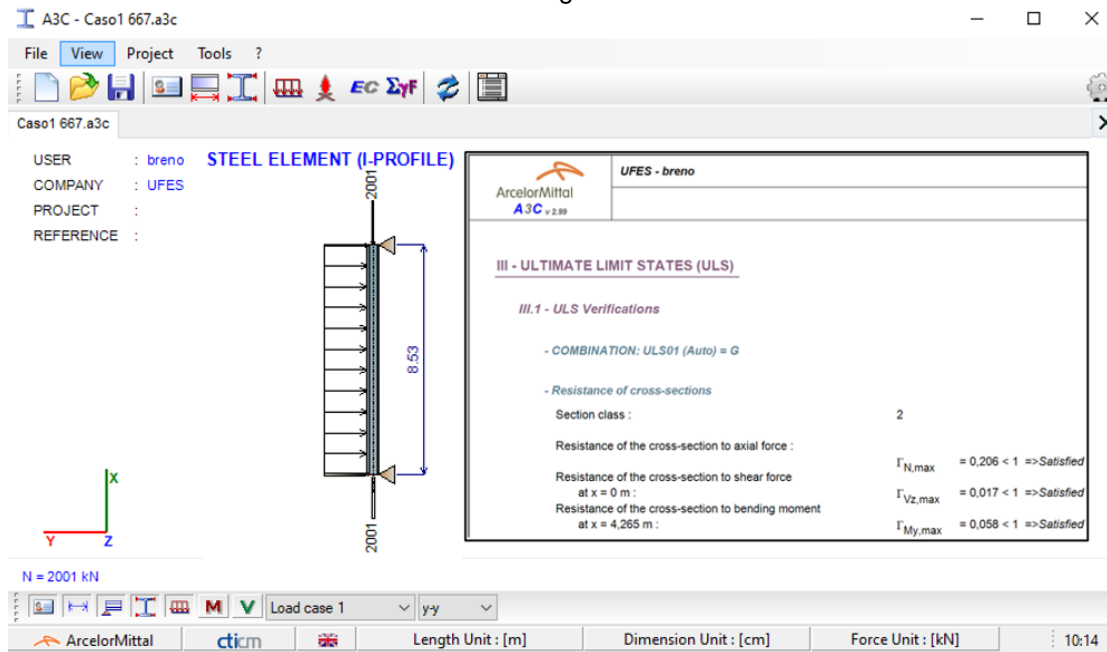
Tabela 4-4 - Resultados da verificação do dimensionamento, razão entre o esforço solicitante e esforço resistente, para o Caso 2 do ANSI/AISC 360-16 (2016).

Esforço	P = 0 kN		P = 445 kN		P = 667 kN		P = 890 kN	
	A3C®	EC3	A3C®	EC3	A3C®	EC3	A3C®	EC3
Classe da seção	1	1	1	1	2	2	3	-
Axial	0,002	0,00	0,140	0,137	0,206	0,206	0,374	-
Cortante z-z	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,008	-
Momento fletor y-y	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,126	-
Interação de esforços	0,085	0,083	0,223	0,220	0,289	0,289	0,500	-

Para o Caso 1, com P igual a 1334 kN e 2001 kN, e Caso 2 com P igual a 890 kN, o módulo EC3 não apresentou resultados por não considerar elementos que não podem formar rótulas plásticas, ou seja, de classe maior que 2, classificadas de acordo com o item 3.5.3.

A Figura 4-13 e a Figura 4-14 exibem as interfaces dos programas A3C® e do Módulo EC3 com as respostas obtidas.

Figura 4-13 – Interface do A3C[®] com o Caso 1 e P igual a 667 kN.



(Fonte: adaptado de ARCELORMITTAL[®], 2020).

Figura 4-14 – Interface do Módulo EC3 do S3D com o Caso 1 e P igual a 667 kN.



Os resultados entre o programa elaborado e o A3C[®] apresentaram os mesmos resultados para as verificações do dimensionamento estrutural para força axial, cortante, momento fletor e a interação dos esforços de acordo com a Equação (3.36), bem como a classificação da barra. Apenas uma pequena diferença na terceira casa decimal no Caso 2, o que pode se dar por arredondamentos.

4.5 Otimização com AG de barras isoladas

A fim de se atender o objetivo final faz-se a otimização dos pilares do item 4.1 do ANSI/AISC 360-16 (2016) para avaliação do Módulo EC3 com o AG. Assim, comparam-se os resultados das otimizações geradas pelo programa elaborado utilizando a tabela de perfis europeus e a tabela de perfis da Gerdau® com a otimização gerada pelo *S3D*, elaborado por Lazzari, Alves e Calenzani (2020), que faz uma análise estrutural utilizando o Método dos Comprimentos Efetivos e a tabela de perfis laminados da Gerdau®.

Apesar de Lazzari, Alves e Calenzani (2020) não analisarem os exemplos abordados aqui, o programa elaborado por eles nesse estudo foi disponibilizado para o presente trabalho.

4.5.1 Dados iniciais

Os dados iniciais são apresentados no item 4.1 e expostos na Figura 4-1. O valor adotado para tensão de escoamento é de 355 MPa e nenhuma limitação quanto ao deslocamento estrutural é feita.

4.5.2 Resultados

Os resultados obtidos com o programa elaborado e os obtidos com a formulação apresentada por Lazzari, Alves e Calenzani (2020), tomados como referência, são exibidos na Tabela 4-5 para o Caso 1, e na Tabela 4-6, para o Caso 2. Nestas tabelas são apontadas as normas, os métodos de análise e valores para os diferentes eixos do coeficiente K , no caso do Método dos Comprimentos Efetivos, adotados.

Tabela 4-5 - Resultados de otimização do Caso 1 do ANSI/AISC 360-16 (2016).

Parâmetro		Obtido com o programa de Lazzari, Alves e Calenzani (2020)	Autor	Autor
Norma		NBR 8800:2008	EN 1993-1-1 (2005)	EN 1993-1-1 (2005)
Catálogo		Gerdau® laminados	Gerdau® laminados	Europeu laminados
Método de análise		Comprimentos efetivos $K_x = 1, K_y = 1, K_z = 1$	Aproximado de 2ª ordem – M2CI	Aproximado de 2ª ordem – M2CI
Perfil Peso total (Diferença)	$P = 0$ kN	W200X35,9 306,1 kg	W150X13 111,3 kg (-63,6%)	IPE140 110,1 kg (-64,0%)
	$P = 667$ kN	HP310x79,0 (H) 669,5 kg	W200x52,0 (H) 448,7 kg (-33,0%)	HEA220 431,4 kg (-35,6%)
	$P = 1334$ kN	W610x155,0 1326,4 kg	HP250x85,0 (H) 727,7 kg (-45,1%)	HEB240 710,6 kg (-46,4%)
	$P = 2001$ kN	-	W250x115,0 (H) 979,3 kg	HEB340 1145,8 kg

Tabela 4-6 - Resultados de otimização do Caso 2 do ANSI/AISC 360-16 (2016).

Parâmetro		Obtido com o programa de Lazzari, Alves e Calenzani (2020)	Autor	Autor
Norma		NBR 8800:2008	EN 1993-1-1 (2005)	EN 1993-1-1 (2005)
Catálogo		Gerdau® laminados	Gerdau® laminados	Europeu laminados
Método de análise		Comprimentos efetivos $K_x = 2, K_y = 2, K_z = 2$	Aproximado de 2ª ordem – M2CI	Aproximado de 2ª ordem – M2CI
Perfil Peso total (Diferença)	$P = 0$ kN	W150x29,8 (H) 257,5 kg	W200x15,0 130,1 kg (-49,5%)	IPE160 134,7 kg (-47,7%)
	$P = 445$ kN	-	W360x57,8 486,2 kg	HEB180 437,5 kg
	$P = 667$ kN	-	W200x71,0 (H) 610,3 kg	HEM160 650,7 kg
	$P = 890$ kN	-	W360x79,0 678,5 kg	HEM180 759,3 kg

O programa de Lazzari, Alves e Calenzani (2020) não encontrou um ponto viável para o Caso 1 com P igual a 2001 kN e Caso 2 com P igual a 445 kN, P igual a 667 kN e P igual a 890 kN. Já para os casos em que Lazzari, Alves e Calenzani (2020) apresentou resultado, nota-se uma grande diferença em relação aos resultados obtidos com diferentes catálogos com o Eurocode 3.

Essa diferença pode ser atribuída ao método de análise, uma vez que a diferença entre Lazzari, Alves e Calenzani (2020) e o programa elaborado com o mesmo catálogo foi muito maior que a diferença entre os resultados obtidos pelo programa elaborado com diferentes catálogos.

Para o Caso 1, o fator que governou a otimização foi o da interação de esforços, dado pela Equação (3.36) e representado pela restrição C_6 no Sistema (3.38). A exceção foi para o caso sem carga axial, no qual o fator governante, além da restrição C_6 , foi o esforço fletor no eixo principal da seção, dado pela Equação (3.33) e representado pela restrição C_5 no Sistema (3.38) e a interação do esforço fletor nos eixos y e z , dado pela Equação (3.33) e representado pela restrição C_9 no Sistema (3.38).

As restrições relevantes para o Caso 1, calculadas pelo Sistema (3.38), são exibidas na Figura 4-15, para análise com perfis europeus e na Figura 4-16, para perfis da Gerdau®.

Figura 4-15 – Restrições para o Caso 1 com perfis europeus.

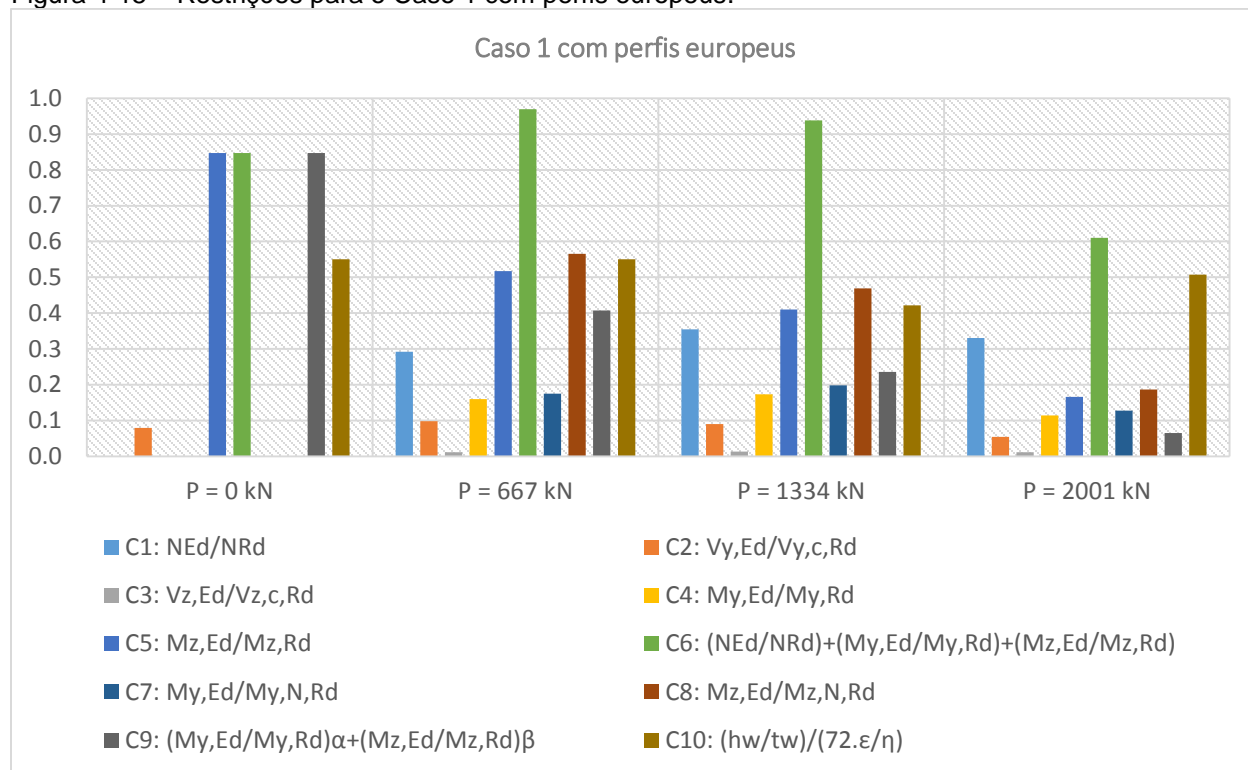
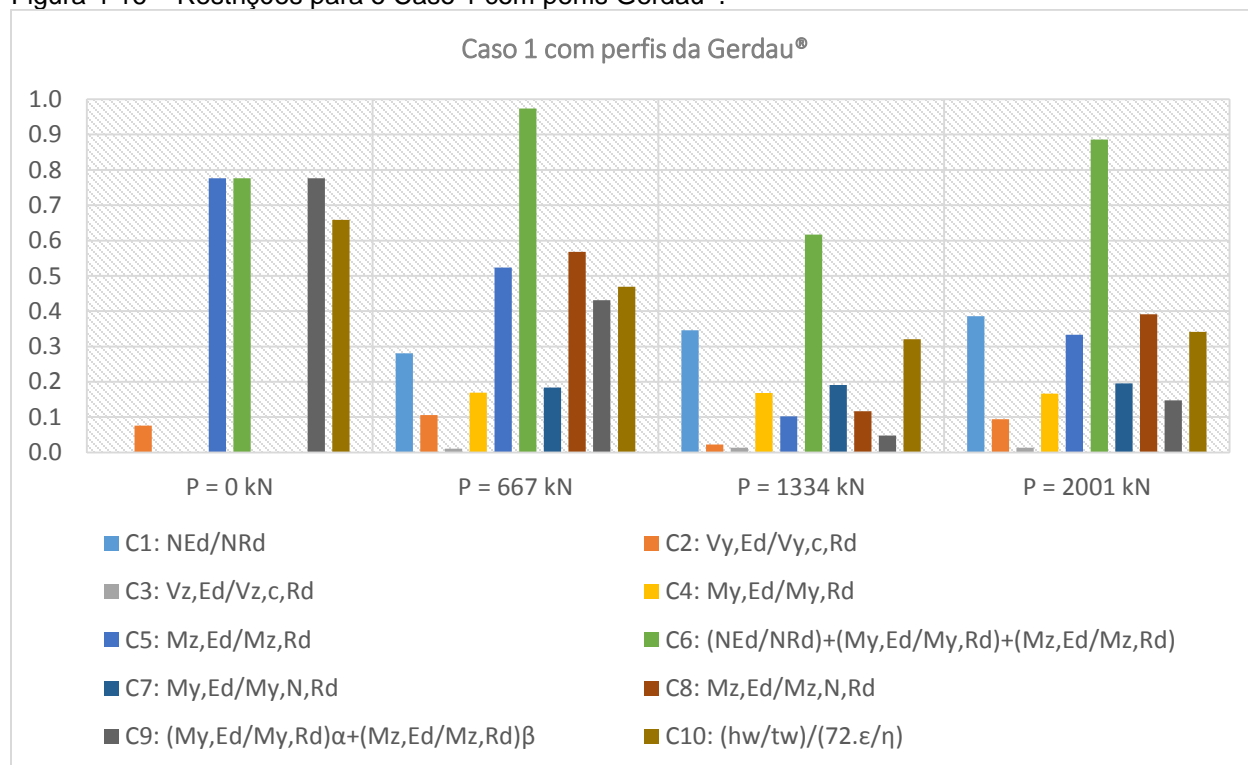


Figura 4-16 – Restrições para o Caso 1 com perfis Gerdau®.



Para o Caso 2, o fator que governou a otimização foi o mesmo que o caso anterior. A diferença se deu no caso sem carga axial e com P igual a 445 kN para perfis da Gerdau®, nos quais o fator governante foi o de membros sem enrijecedores, dado pela Equação (3.23) e representado pela restrição C_{10} no Sistema (3.38).

As razões das restrições relevantes para o Caso 2, calculadas pelo Sistema (3.38), são exibidas na Figura 4-17, para análise com perfis europeus e na Figura 4-18, para perfis da Gerdau®.

Figura 4-17 – Restrições para o Caso 2 com perfis europeus.

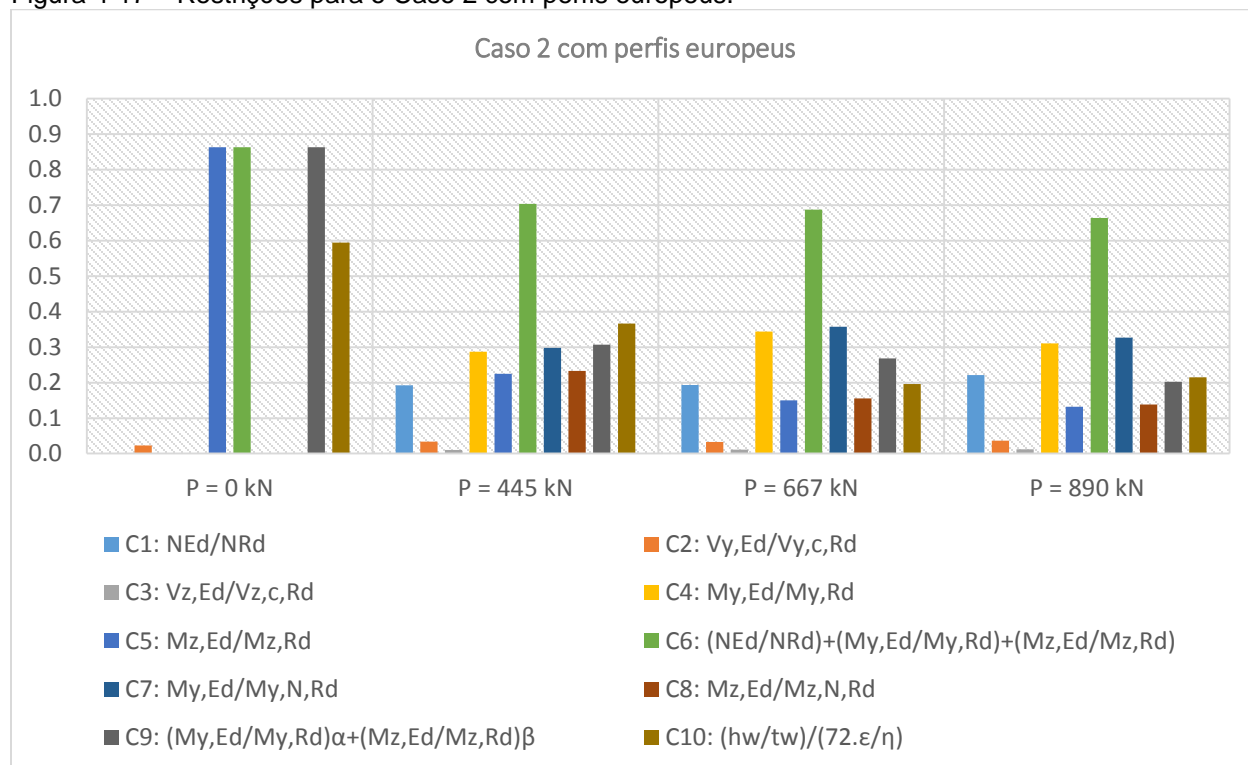
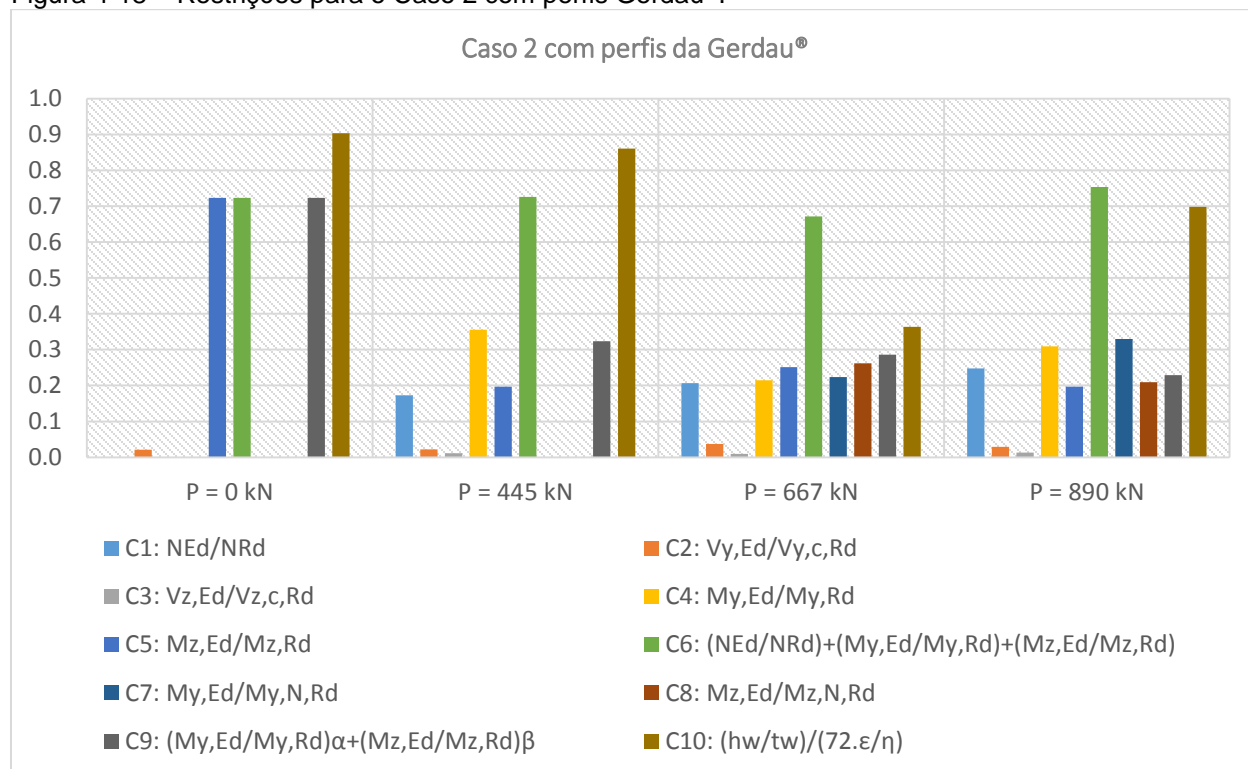


Figura 4-18 – Restrições para o Caso 2 com perfis Gerdau®.



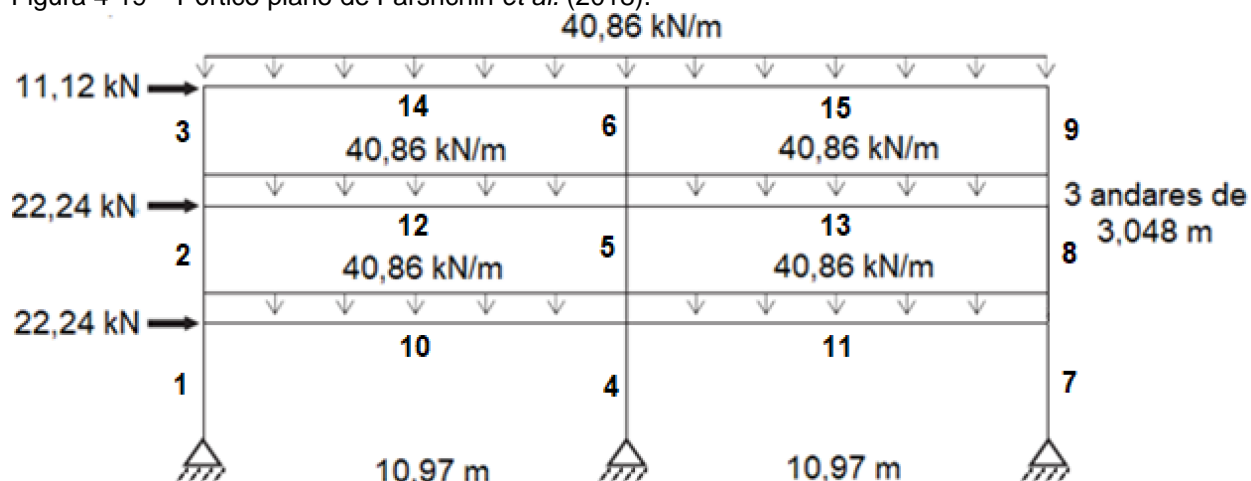
4.6 Otimização de pórtico plano apresentado em Farshchin *et al.* (2018)

Nesta aplicação faz-se a otimização de um pórtico plano apresentado na literatura, que calcula os esforços de segunda ordem com o método MAES do AISC-LRFD (2001), com o objetivo de se avaliar a otimização do programa elaborado.

4.6.1 Dados iniciais

O pórtico é apresentado em Farshchin *et al.* (2018) e mostrado na Figura 4-19, nele as barras são agrupadas em pilares e vigas, f_y é tomado com o valor de 250 MPa e E igual a 200 GPa.

Figura 4-19 – Pórtico plano de Farshchin *et al.* (2018).



(Fonte: adaptado de FARSHCHIN *et al.*, 2018)

Farshchin *et al.* (2018) não limitam o deslocamento da estrutura neste exemplo. Além das barras agrupadas, o perfil dos pilares são limitados aos W10 do padrão americano, que possuem altura total da seção variando entre 250 mm e 290 mm, por simplicidade de implementação essa restrição é acrescentada exclusivamente neste exemplo.

Neste exemplo a tabela de perfis W do AISC-LRFD (2001), de 267 elementos, é implementada no programa elaborado para facilitar a comparação com os resultados de Farshchin *et al.* (2018).

4.6.2 Resultados

A Tabela 4-7 exhibe os resultados obtidos pelo programa elaborado com diferentes catálogos de perfis e os obtidos por Farshchin *et al.* (2018), tomados como referência.

Tabela 4-7 - Resultados de otimização do pórtico de Farshchin *et al.* (2018).

Parâmetro	Farshchin <i>et al.</i> (2018)	Autor	Autor	Autor
Método de otimização	<i>School Based Optimization</i>	Algoritmo Genético	Algoritmo Genético	Algoritmo Genético
Norma	AISC-LRFD (2001)	EN 1993-1-1 (2005)	EN 1993-1-1 (2005)	EN 1993-1-1 (2005)
Método de análise	MAES	Aproximado de 2ª ordem – M2CI	Aproximado de 2ª ordem – M2CI	Aproximado de 2ª ordem – M2CI
Catálogo	Perfis W do AISC-LRFD (2001)	Perfis W do AISC-LRFD (2001)	Gerdau® laminados	Europeu laminados
Perfil do pilar	W250x89	W250x101	W250x101	HEM240
Perfil da viga	W610x92,3	W530x82,0	W530x82,0	IPE500
Peso (Diferença)	8523,9 kg	8181,4 kg (-4,0%)	8192,5 kg (-3,9%)	10281,4 kg (+20,6%)

O resultado obtido pelo programa elaborado com a tabela de laminados da Gerdau® apresenta um pequeno ganho em relação ao resultado de Farshchin *et al.* (2018), que pode ser explicado pelo método de análise. O MAES, como visto no item 4.1, pode levar à esforços solicitantes maiores que o M2CI. Nota-se que a resposta encontrada utilizando o catálogo de Perfis W do AISC-LRFD (2001) é a mesma que com a tabela de laminados da Gerdau®, sendo que a pequena diferença entre os pesos totais da estrutura causadas por arredondamentos das tabelas.

Já o resultado obtido pelo programa elaborado com a tabela de perfis europeus apresenta um resultado mais de 20% maior que o resultado de Farshchin *et al.* (2018). Isso se deve pela restrição quanto ao tamanho dos pilares, pois essa tabela apresenta apenas 8 elementos que atendem à limitação imposta pelo projeto, contra os 18 disponíveis pelo catálogo de Perfis W do AISC-LRFD (2001) e 14 para a tabela de laminados da Gerdau®.

Observou-se para todos os casos que o critério governante no dimensionamento dos pilares (barras 1 a 9), deste exemplo foi o da interação de esforços, dado pela Equação (3.36) e representado pela restrição C₆ no Sistema (3.38) atuante no pilar 4, o mais solicitado. Para as vigas (barras 10 a 15) foi o mesmo critério atuante na viga 15.

As razões das restrições relevantes para este exemplo, calculadas pelo Sistema (3.38), são exibidas na Figura 4-20, para análise com perfis europeus, Figura 4-21, perfis W do AISC-LRFD (2001) e Figura 4-22, para perfis da Gerdau®.

Figura 4-20 – Restrições para o pórtico plano analisado com perfis europeus.

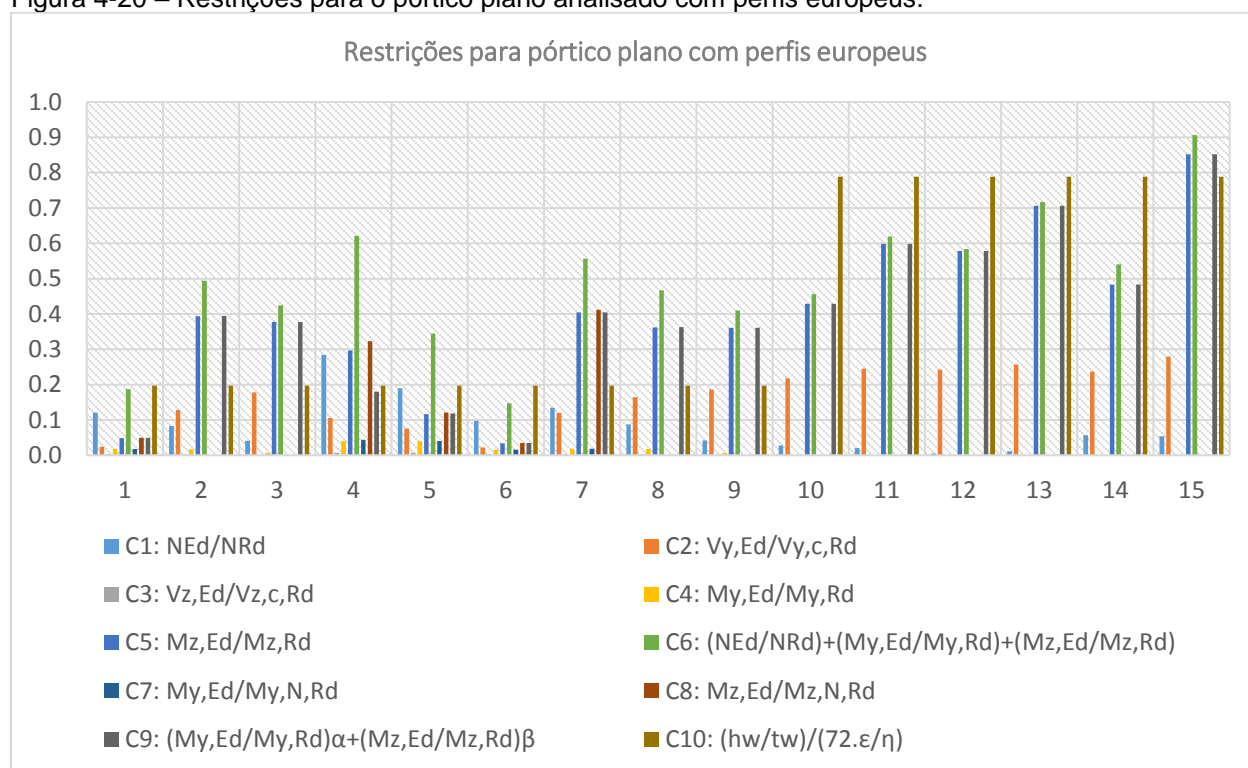


Figura 4-21 – Restrições para o pórtico plano analisado com perfis W do AISC-LRFD (2001).

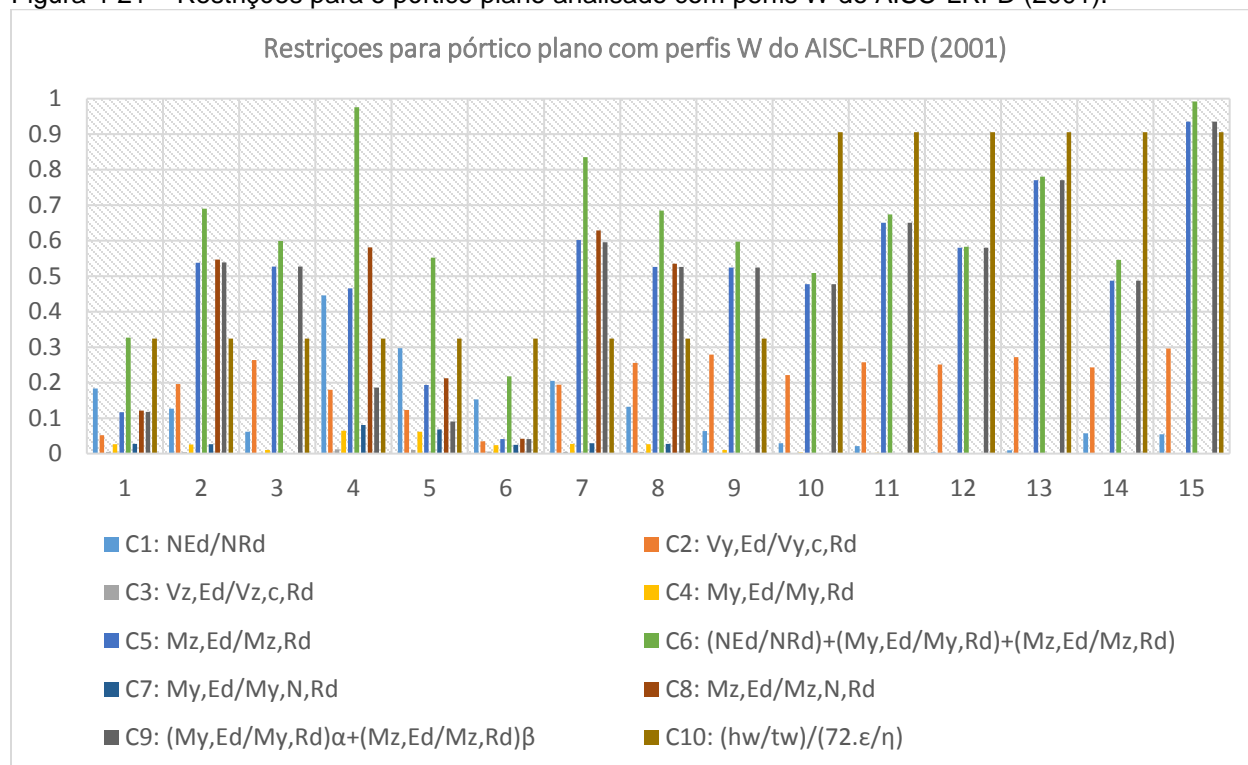
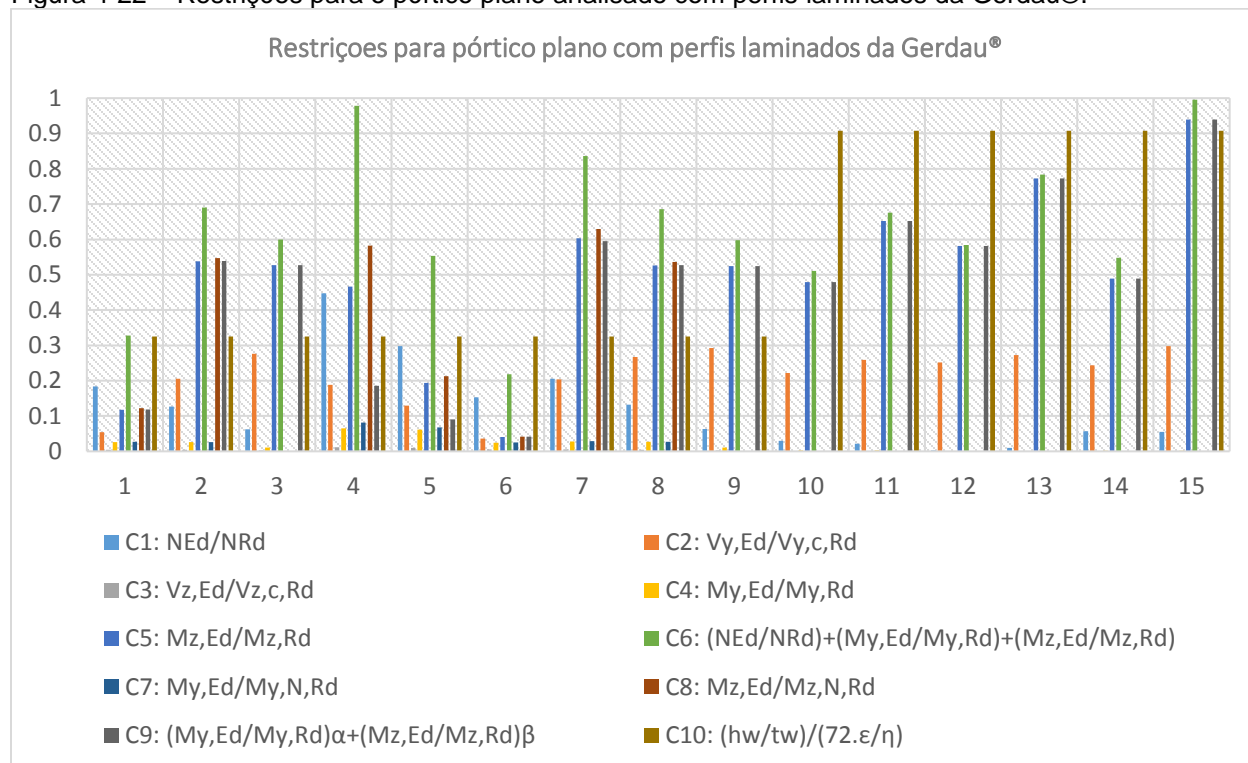


Figura 4-22 – Restrições para o pórtico plano analisado com perfis laminados da Gerdau®.



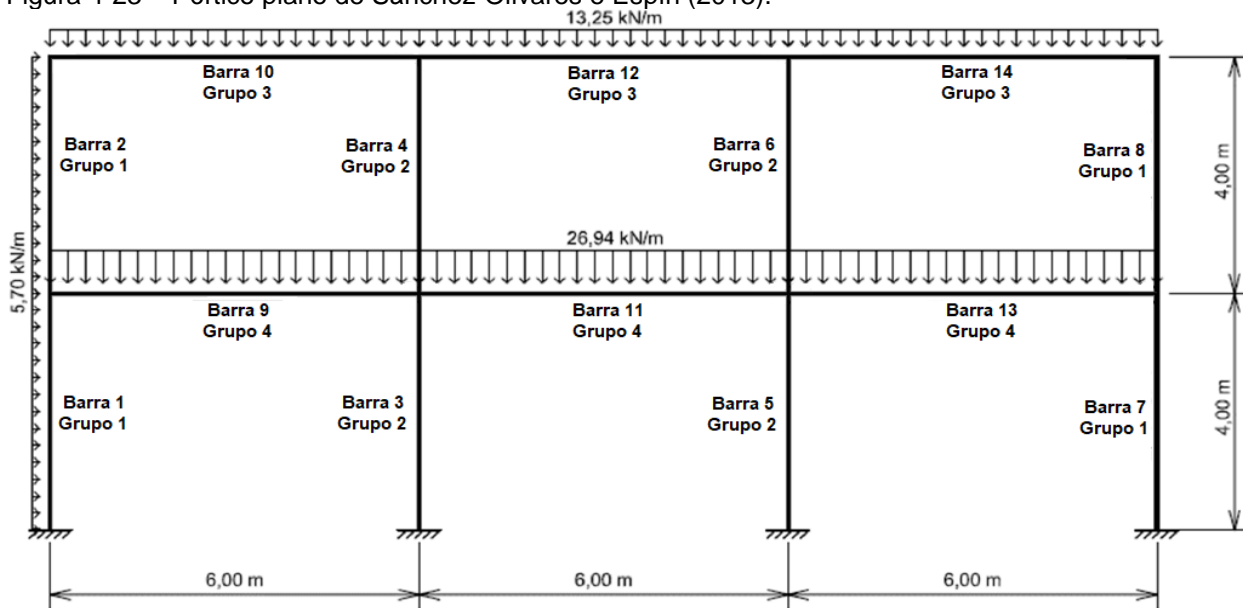
4.7 Otimização de pórtico plano apresentado em Sánchez-Olivares e Espín (2013)

Nesta aplicação faz-se a otimização de outro pórtico plano apresentado na literatura, os resultados encontrados são comparados à resultados obtidos com métodos de análise de primeira ordem, apresentado por Sánchez-Olivares e Espín (2013), com o método rigoroso de Newton-Raphson utilizando o *ANSYS Mechanical APDL*, apresentado por Oliveira e Falcón (2020), e o iterativo da “rigidez secante”, apresentado por Costa (2020), com o objetivo de se avaliar a otimização do programa elaborado.

4.7.1 Dados iniciais

O pórtico é apresentado em Sánchez-Olivares e Espín (2013), também em Costa (2020) e Oliveira e Falcón (2020), neles as barras são agrupadas de acordo com a Figura 4-23.

Figura 4-23 – Pórtico plano de Sánchez-Olivares e Espín (2013).



(Fonte: adaptado de COSTA, 2020)

Sánchez-Olivares e Espín (2013) adotam um deslocamento máximo horizontal do pórtico de $L/420$ (1,90 cm), sendo L a altura total do pórtico e a flecha máxima das vigas

limitada à $L/250$ (2,40 cm), sendo L o vão da viga. Adota-se f_y igual 275 MPa e $E = 210$ GPa.

Já Oliveira e Falcón (2020) limitam o deslocamento horizontal em relação à base da estrutura à $L/400$ (2,00 cm), sendo L a altura total do pórtico e a flecha máxima das vigas limitada à $L/350$ (1,71 cm), sendo L o vão da viga. Adota-se f_y igual 250 MPa e $E = 200$ GPa.

Os programas elaborados por Sánchez-Olivares e Espín (2013), Oliveira e Falcón (2020) e Costa (2020) variam a rigidez das ligações, porém o programa elaborado neste trabalho não possui essa funcionalidade. Por isso será comparado apenas a versão de ligação rígida.

4.7.2 Resultados

A Tabela 4-8 apresenta os resultados de Sánchez-Olivares e Espín (2013) tomados como referência e comparados com o programa elaborado com catálogo de perfis laminados europeus.

Tabela 4-8 - Resultados de otimização do pórtico de Sánchez-Olivares e Espín (2013) com perfis laminados europeus.

Parâmetro	Sánchez-Olivares e Espín (2013)	Autor
Método de otimização	Algoritmo Genético	Algoritmo Genético
Norma	EN 1993-1-1 (2005)	EN 1993-1-1 (2005)
Método de análise	Primeira ordem	Aproximado de 2ª ordem M2CI
Catálogo	Europeu laminados	Europeu laminados
Perfil dos pilares externos (1)	HEB180	IPE330
Perfil dos pilares internos (2)	HEB140	IPE220
Perfil das vigas de cobertura (3)	IPE 180	IPE220
Perfil das vigas de piso (4)	IPE 240	IPE220
Peso total (Diferença)	2250,3 kg	2151,3 kg (-4,4%)

O resultado obtido mostra que, apesar de métodos de segunda ordem determinarem esforços mais precisamente, o método de análise de primeira ordem do EN 1993-1-1 (2005) foi eficiente, neste caso, em gerar uma resposta próxima ao do programa elaborado. Ela foi ligeiramente conservadora pelos fatores que devem ser aplicados de acordo com o EN 1993-1-1 (2005).

A Figura 4-24 e a Figura 4-25 mostra as restrições relevantes para o caso analisado associadas aos ELU, dado pela Equação (3.38) e aos ELS, dados pelo Sistema (3.39), das barras determinantes de cada grupo otimizado.

Figura 4-24 – Restrições dos ELU para o pórtico plano de Sánchez-Olivares e Espín (2013) com perfis laminados europeus.

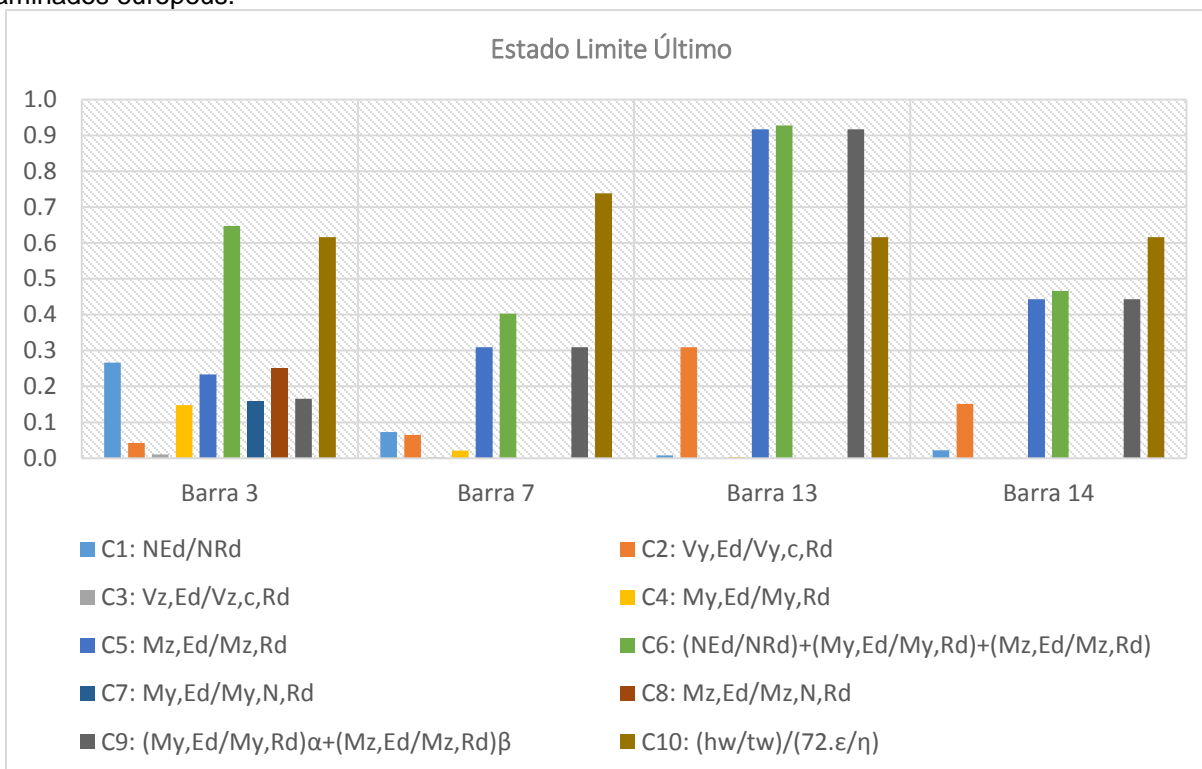
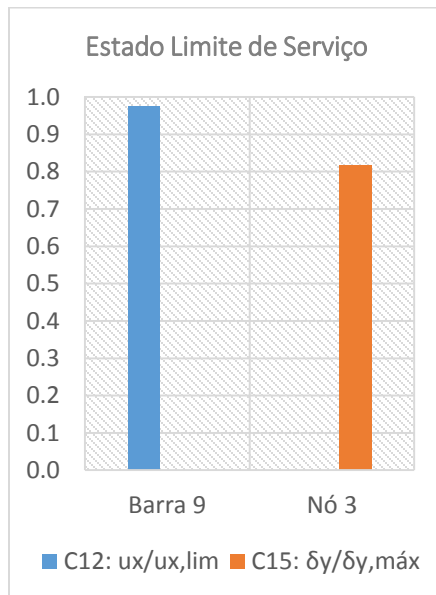


Figura 4-25 – Restrições dos ELS para o pórtico plano de Sánchez-Olivares e Espín (2013) com perfis laminados europeus.



Quanto ao critério governante, observou-se que o que mais exerceu influência nos pilares externos, representados pela barra 7, foi o de membros sem enrijecedores, dado pela Equação (3.23) e representado pela restrição C_{10} no Sistema (3.38). Já para os pilares internos, representados pelo pela barra 3, foi o da interação de esforços, dado pela Equação (3.36) e representado pela restrição C_6 no Sistema (3.38).

Para as vigas, observa-se que o fator que exerceu maior influência foi o Estado Limite de Serviço de flecha máxima, representada pela restrição C_{12} no Sistema (3.38).

Já a Tabela 4-9 exhibe os resultados obtidos pelo programa elaborado com perfis laminados da Gerdau® e os obtidos por Oliveira e Falcón (2020), tomados como referência. Apresenta-se também os resultados obtidos por Costa (2020).

Tabela 4-9 - Resultados de otimização do pórtico de Sánchez-Olivares e Espín (2013) com perfis laminados Gerdau®.

Parâmetro	Oliveira e Falcón (2020)	Costa (2020)	Autor
Método de otimização	Algoritmo Genético	Algoritmo Genético	Algoritmo Genético
Norma	NBR 8800:2008	NBR 8800:2008	EN 1993-1-1 (2005)
Método de análise	Newton-Raphson	Iterativo da "rigidez secante"	Aproximado de 2ª ordem M2CI
Catálogo	Gerdau® laminados	Gerdau® laminados	Gerdau® laminados
Perfil dos pilares externos (1)	W200x22,5	W360x32,9	W200x22,5
Perfil dos pilares internos (2)	W250x17,9	W250x22,3	W310x32,7
Perfil das vigas de cobertura (3)	W250x17,9	W250x17,9	W310x21,0
Perfil das vigas de piso (4)	W360x32,9	W310x32,7	W310x28,3
Peso total (Diferença)	1560,8 kg	1794,0 kg (+14,9%)	1795,6 kg (+15,0%)

O resultado obtido pelo programa elaborado com a tabela de laminados da Gerdau® apresenta um resultado 15,0% mais pesado em relação à referência, essa diferença é ocasionada pelo método de análise mais preciso utilizado em Oliveira e Falcón (2020), que leva a esforços solicitantes menores e mais precisos que o M2CI, como visto nos exemplos anteriores.

Quando comparado com Costa (2020), o programa elaborado apresentou uma resposta muito próxima. Uma possível diferença na utilização de um método de análise mais preciso por Costa (2020) pode ter sido compensada pela utilização do EN 1993-1-1 (2005) pelo programa elaborado.

As razões associadas às restrições relativas aos ELU, dado pela Equação (3.38) e aos ELS, dados pelo Sistema (3.39), das barras mais relevantes para cada grupo otimizado são ilustradas na Figura 4-26 e na Figura 4-27.

Figura 4-26 – Restrições dos ELU para o pórtico plano de Sánchez-Olivares e Espín (2013) com perfis laminados Gerdau®.

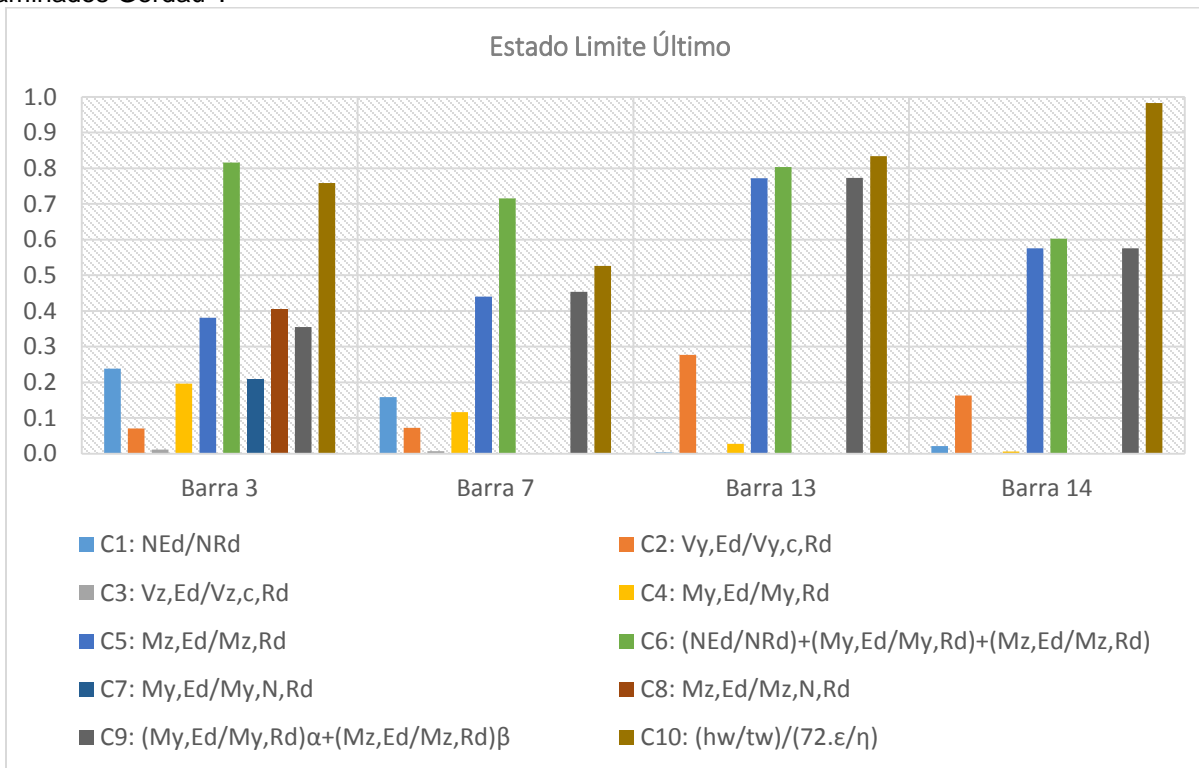
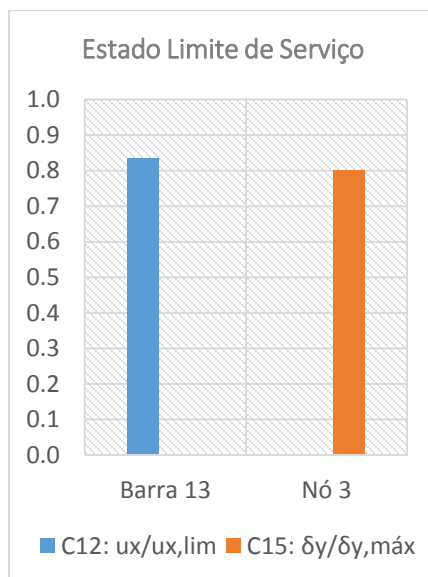


Figura 4-27 – Restrições dos ELS para o pórtico plano de Sánchez-Olivares e Espín (2013) com perfis laminados Gerdau®.



Quanto ao critério governante, observou-se que o que mais exerceu influência nas vigas de cobertura, representadas pela barra 14, foi o de membros sem enrijecedores,

dado pela Equação (3.23) e representado pela restrição C_{10} no Sistema (3.38), já para as vigas de piso, representadas pela barra 13, foi o Estado Limite de Serviço de flecha máxima, representada pela restrição C_{12} no Sistema (3.38). Para os pilares (barras 3 e 7), a restrição governante foi o da interação de esforços, dada pela Equação (3.36) e representado pela restrição C_6 no Sistema (3.38).

4.8 Otimização de pórtico espacial

Neste exemplo de aplicação faz-se a otimização de uma estrutura espacial a fim de se avaliar a viabilidade do módulo elaborado e os ganhos obtidos ao se utilizar diferentes normas. Os exemplos são comparados com os resultados obtidos com o programa apresentado em Lazzari, Alves e Calenzani (2020), que não analisam este pórtico em seu trabalho, porém o programa elaborado por eles nesse estudo foi disponibilizado para o presente trabalho.

4.8.1 Dados iniciais

O pórtico escolhido para se fazer essa análise foi o apresentado no item 4.3, sem limitação quanto ao deslocamento estrutural, f_y adotado com o valor de 355 MPa e $E = 200$ GPa.

4.8.2 Resultados

Os resultados obtidos com o programa elaborado neste trabalho, utilizando o catálogo de perfis laminados da Gerdau® e laminados do padrão europeu, são apresentados na Tabela 4-10, o resultado obtidos com o *S3D* apresentado em Lazzari, Alves e Calenzani (2020) é apresentado também e tomado como valor referência.

Tabela 4-10 - Resultados de otimização do pórtico espacial.

Parâmetro	Obtido com o programa de Lazzari, Alves e Calenzani (2020)	Autor	Autor
Norma	NBR 8800:2008	EN 1993-1-1 (2005)	EN 1993-1-1 (2005)
Método de análise	Comprimentos efetivos $K_x = 1, K_y = 1, K_z = 1$	Aproximado de 2ª ordem – M2CI	Aproximado de 2ª ordem – M2CI
Catálogo	Gerdau® laminados	Gerdau® laminados	Europeu laminados
Perfis	1. HP200x53,0 (H) 2. HP250x62,0 (H) 3. W460x89,0 4. W360x91,0 (H) 5. W200x19,3 6. W200x52,0 (H) 7. W150x22,5(H) 8. W200x26,6	1. W150x29,8 (H) 2. W360x64,0 3. W200x31,3 4. W610x140,0 5. W200x15,0 6. W150x13,0 7. W200x15,0 8. W310x28,3	1. HEB140 2. IPE130 3. HEA160 4. HEB320 5. IPE80 6. IPE80 7. IPE80 8. IPE180
Peso total (Diferença)	2147,2 kg	1668,8 kg (-22,3%)	1322,3 kg (-38,4%)

A utilização do S3D com o Método dos Comprimentos Efetivos com os coeficientes K igual a 1 na análise de um pórtico espacial, trata-se de uma aproximação, uma vez que a tabela implementada neste programa deve ser utilizada em barras isoladas, porém, considera-se neste caso, que as vigas oferecem um bom travamento ao deslocamento horizontal e rotacional dos topos dos pilares.

Nota-se um ganho considerável utilizando o programa elaborado. Tal diferença, mais uma vez, pode se dar pelo método de análise utilizado e dessa vez, observa-se também uma diferença considerável entre os catálogos usados pelo programa elaborado.

Os gráficos da Figura 4-28, Figura 4-29 e Figura 4-30 dispõem os perfis dessas duas tabelas ordenados em relação à área da seção transversal e aos módulos de resistência plástica em relação aos eixos y e z respectivamente, a fim de se observar características dessas tabelas.

Figura 4-28 – Perfis do catálogo da Gerdau® e europeus ordenados de acordo com a área da seção.

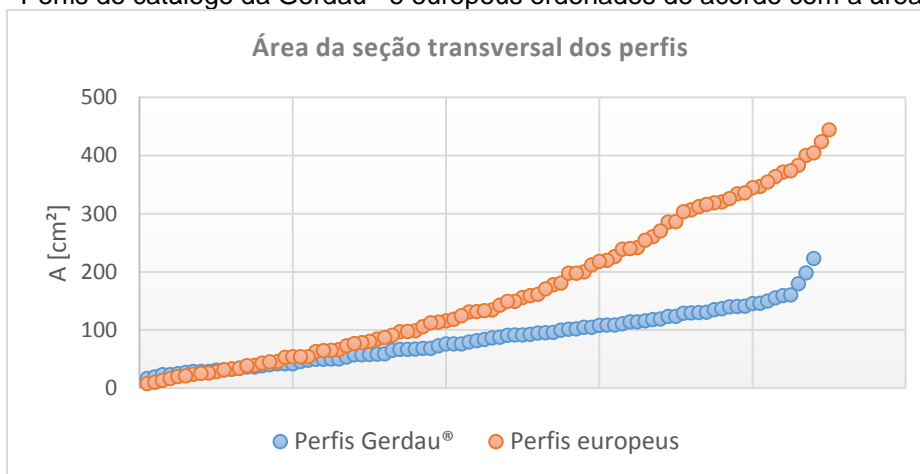


Figura 4-29 – Perfis do catálogo da Gerdau® e europeus ordenados de acordo com o módulo de resistência plástica da seção em relação ao eixo y.

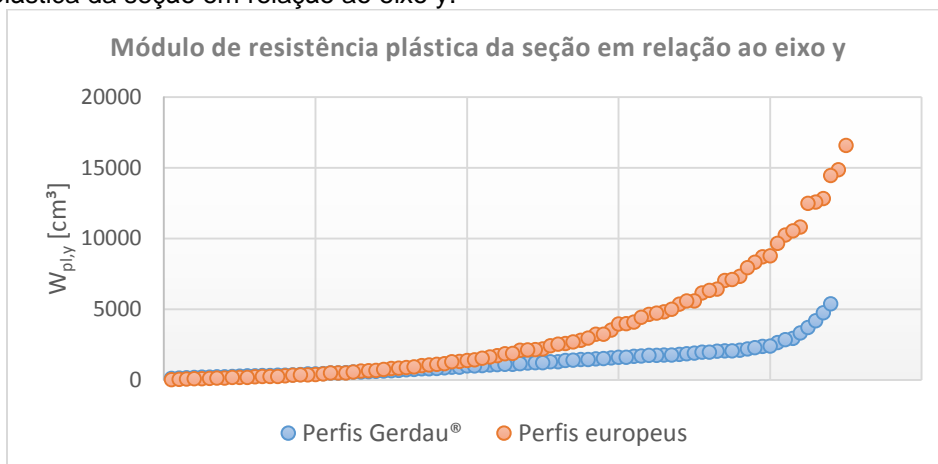
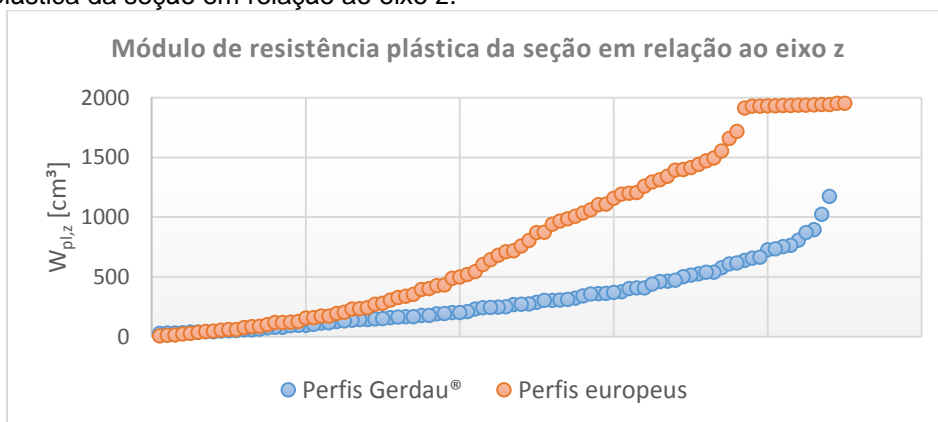


Figura 4-30 – Perfis do catálogo da Gerdau® e europeus ordenados de acordo com o módulo de resistência plástica da seção em relação ao eixo z.



O catálogo de perfis europeus possui uma distribuição mais ampla, possuindo os menores e maiores perfis considerando as grandezas abordadas, sendo que a área da seção transversal é ligada diretamente a massa linear do elemento e à resistência aos esforços normais. Já os módulos de resistência plástica são diretamente ligados à resistência aos esforços de flexão em relação aos respectivos eixos.

Pode-se concluir que para o caso estudado nessa aplicação, o catálogo europeu apresentou vantagem por possuir perfis mais leves e a estrutura possuir elementos, as vigas, sem carregamento direto sobre eles. Essa vantagem do catálogo europeu não é observada, por exemplo, na otimização do pórtico plano do item 4.6, onde todas as barras possuem carregamento direto. Nesse caso, o catálogo de perfis da Gerdau® alcançou resultados melhores por possuir maior número de perfis no nível de resistência mais próximo aos níveis dos esforços solicitantes.

Quanto ao critério governante no dimensionamento com perfis europeus, observou-se para os pilares (barras 1 a 4), que o critério limitante foi o da interação de esforços, dado pela Equação (3.36) e representado pela restrição C_6 no Sistema (3.38), para as imperfeições aplicadas na direção z . Para as vigas foi a restrição C_{10} , com exceção da viga 8, que foi a restrição C_6 , também para as imperfeições aplicadas na direção z .

A Figura 4-31 e a Figura 4-32 representam essas restrições para o caso analisado com perfis europeus para as imperfeições consideradas no eixo x e para as imperfeições consideradas no eixo z , respectivamente.

Figura 4-31 – Restrições para o pórtico espacial analisado com perfis europeus e imperfeições na direção do eixo x.

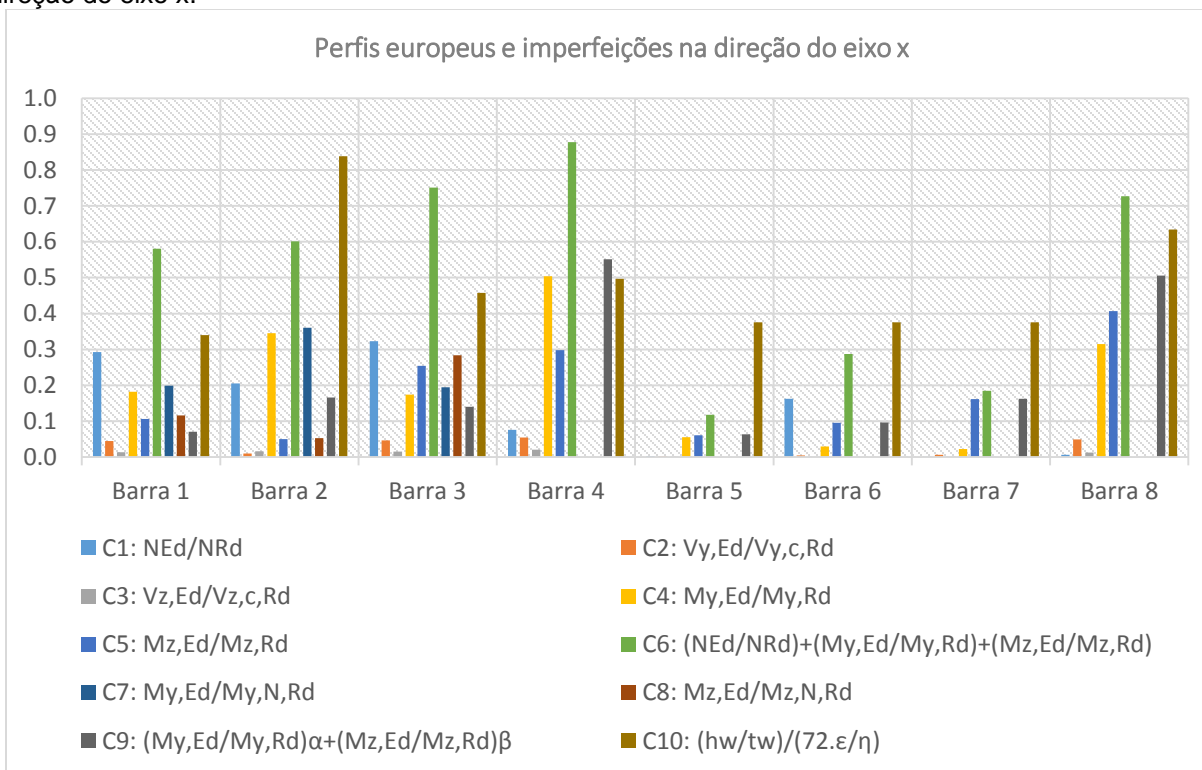
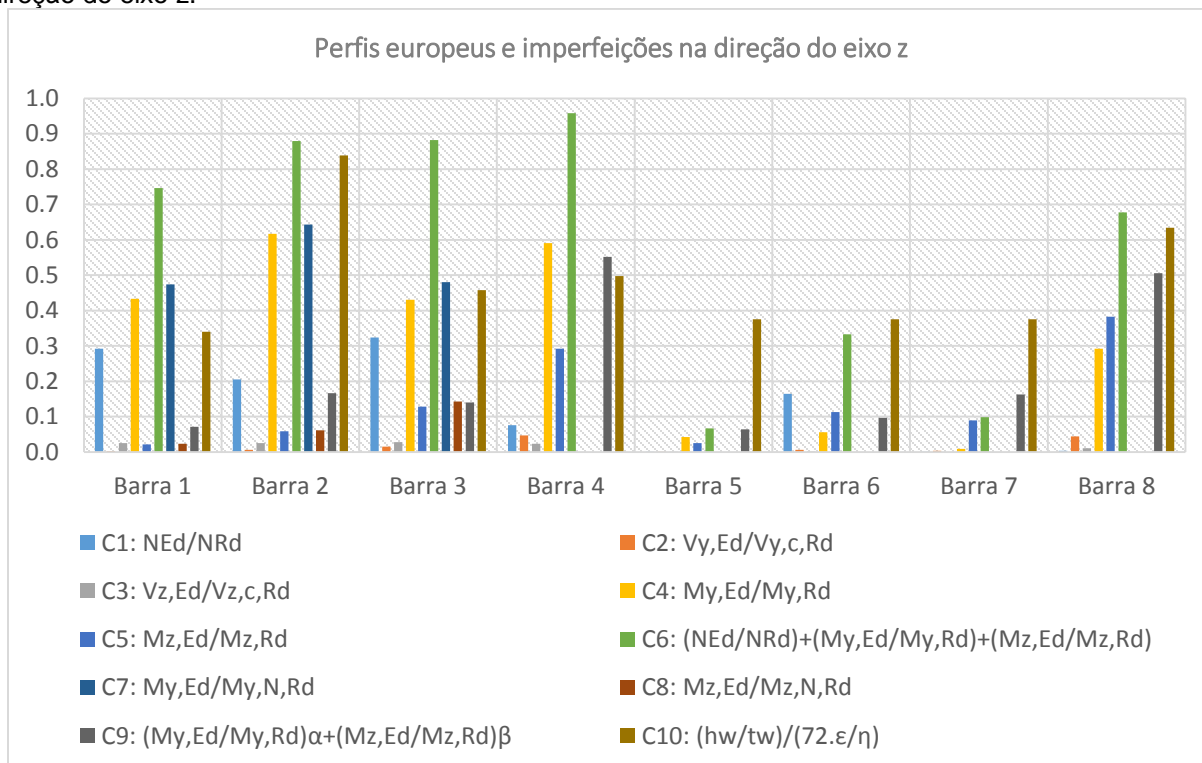


Figura 4-32 – Restrições para o pórtico espacial analisado com perfis europeus e imperfeições na direção do eixo z.



Para o pórtico analisado com perfis Gerda[®], o critério governante no dimensionamento foi o C_6 para as barras 1 e 3 com as imperfeições consideradas no eixo x. Para as demais foi o critério C_{10} , para ambas as direções das imperfeições consideradas.

A Figura 4-33 e a Figura 4-34 representam essas restrições para o caso analisado com perfis Gerda[®] para as imperfeições consideradas no eixo x e para as imperfeições consideradas no eixo z, respectivamente.

Figura 4-33 – Restrições para o pórtico espacial analisado com perfis Gerda[®] e imperfeições na direção do eixo x.

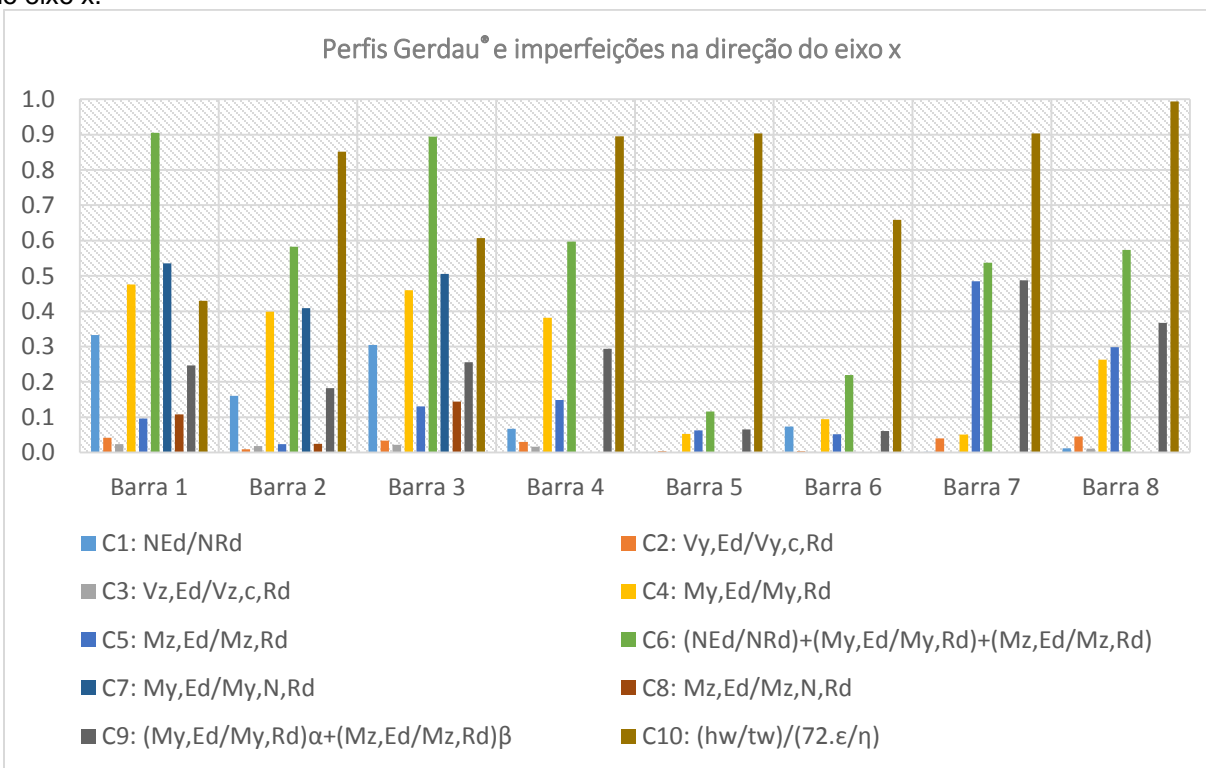
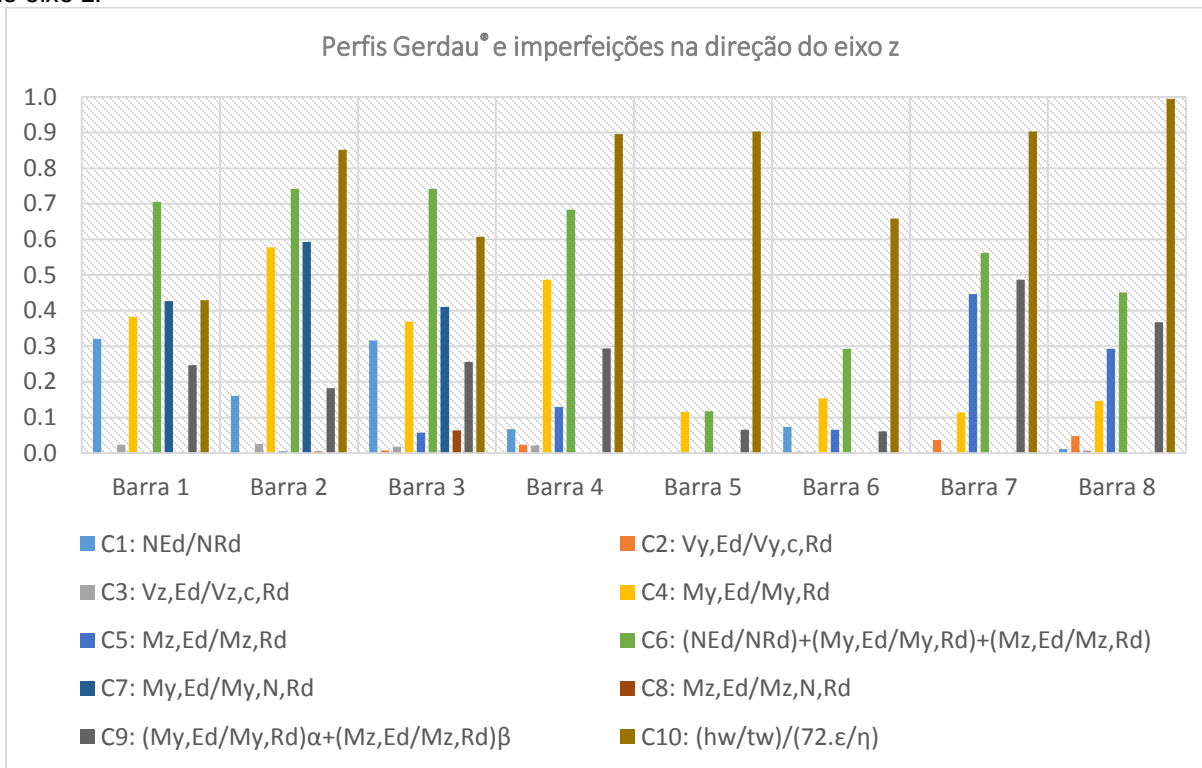


Figura 4-34 – Restrições para o pórtico espacial analisado com perfis Gerdau® e imperfeições na direção do eixo z.



4.9 Influência do agrupamento na otimização de pórtico espacial

Neste exemplo de aplicação faz-se a otimização da estrutura apresentada no item anterior, porém com barras agrupadas. Verifica-se a influência do agrupamento comparando-se os resultados obtidos com os obtidos sem o agrupamento.

4.9.1 Dados iniciais

O pórtico escolhido para se fazer essa análise foi o apresentado no item 4.3 e no item 4.8, sem limitação quanto ao deslocamento estrutural, f_y adotado com o valor de 355 MPa e $E = 200$ GPa. O agrupamento foi feito em pilares e vigas.

4.9.2 Resultados

A Tabela 4-11 apresenta os resultados obtidos com as barras agrupadas comparando-os com os respectivos obtidos sem o agrupamento no item 4.8.

Tabela 4-11 - Resultados de otimização do pórtico espacial com barras agrupadas.

Parâmetro	Obtido com o programa de Lazzari, Alves e Calenzani (2020)	Autor	Autor
Norma	NBR 8800:2008	EN 1993-1-1 (2005)	EN 1993-1-1 (2005)
Método de análise	Comprimentos efetivos $K_x = 1, K_y = 1, K_z = 1$	Aproximado de 2ª ordem – M2CI	Aproximado de 2ª ordem – M2CI
Catálogo	Gerdau® laminados	Gerdau® laminados	Europeu laminados
Perfis	Pilar: W360x91,0 (H) Viga: W150x29,8 (H)	Pilar: W360x91,0 (H) Viga: W200x15,0	Pilar: HEA320 Viga: IPE80
Peso total (Diferença)	2436,9 kg (+13,5%)	2056,6 kg (+23,2%)	1940,8 kg (+46,8%)

Existem vantagens construtivas e estruturais com a padronização dos elementos, como menores chances de erro de construção, a estrutura se torna mais resistente, entre outros, porém, nesse exemplo observa-se um grande aumento do peso da estrutura otimizada ao limitar-se a variabilidade dos perfis da estrutura.

A Figura 4-35 e a Figura 4-36 representam as restrições do Sistema (3.38) para o caso analisado com perfis europeus com as imperfeições consideradas no eixo x e eixo z, respectivamente.

Figura 4-35 – Restrições dos ELU para o pórtico espacial agrupado com perfis do europeus e imperfeições na direção do eixo x.

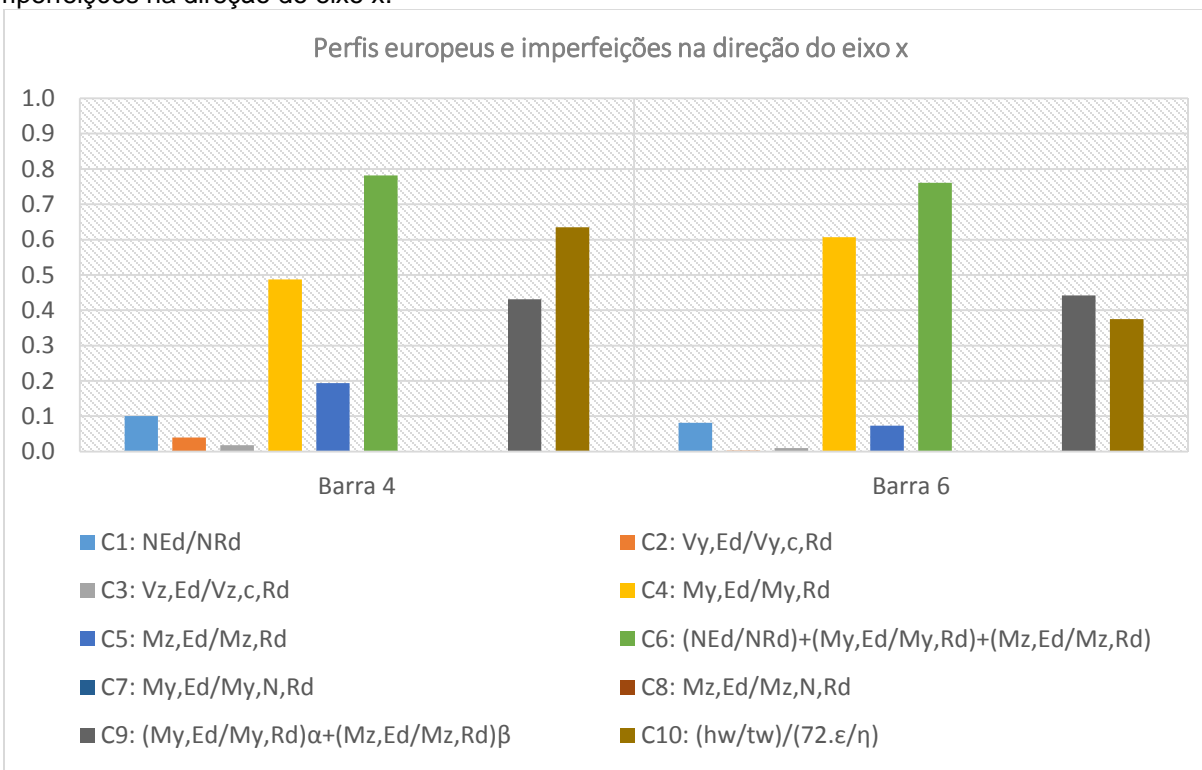
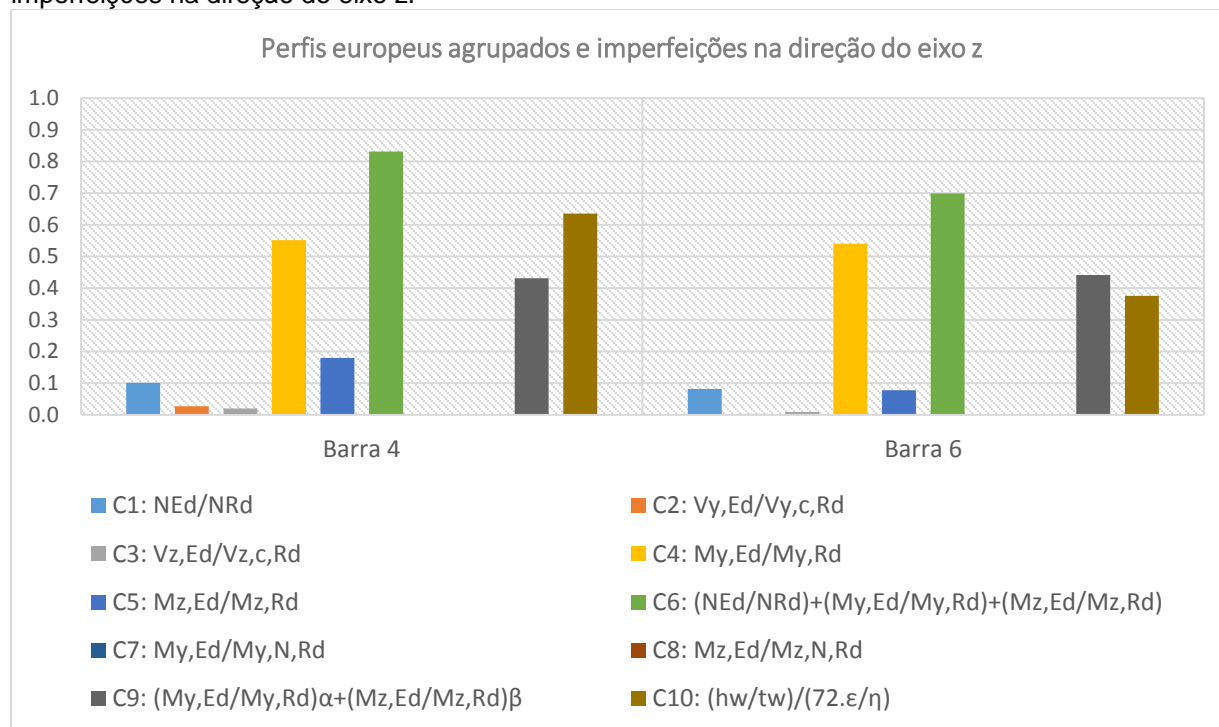


Figura 4-36 – Restrições dos ELU para o pórtico espacial agrupado com perfis do europeus e imperfeições na direção do eixo z.



Observa-se que o critério governante dos pilares, representados pela barra 4, e vigas, representadas pela barra 6, da estrutura calculada com catálogo europeu foi o da interação de esforços, dado pela Equação (3.36) e representado pela restrição C_6 no Sistema (3.38), sendo os pilares definidos na situação das imperfeições aplicadas na direção do eixo x e as vigas com as imperfeições na direção do eixo z.

A Figura 4-37 e a Figura 4-38 representam as restrições do Sistema (3.38) para o caso analisado com perfis Gerdau® com as imperfeições consideradas no eixo x e eixo z, respectivamente.

Figura 4-37 – Restrições para o pórtico espacial agrupado com perfis da Gerdau® e imperfeições na direção do eixo x.

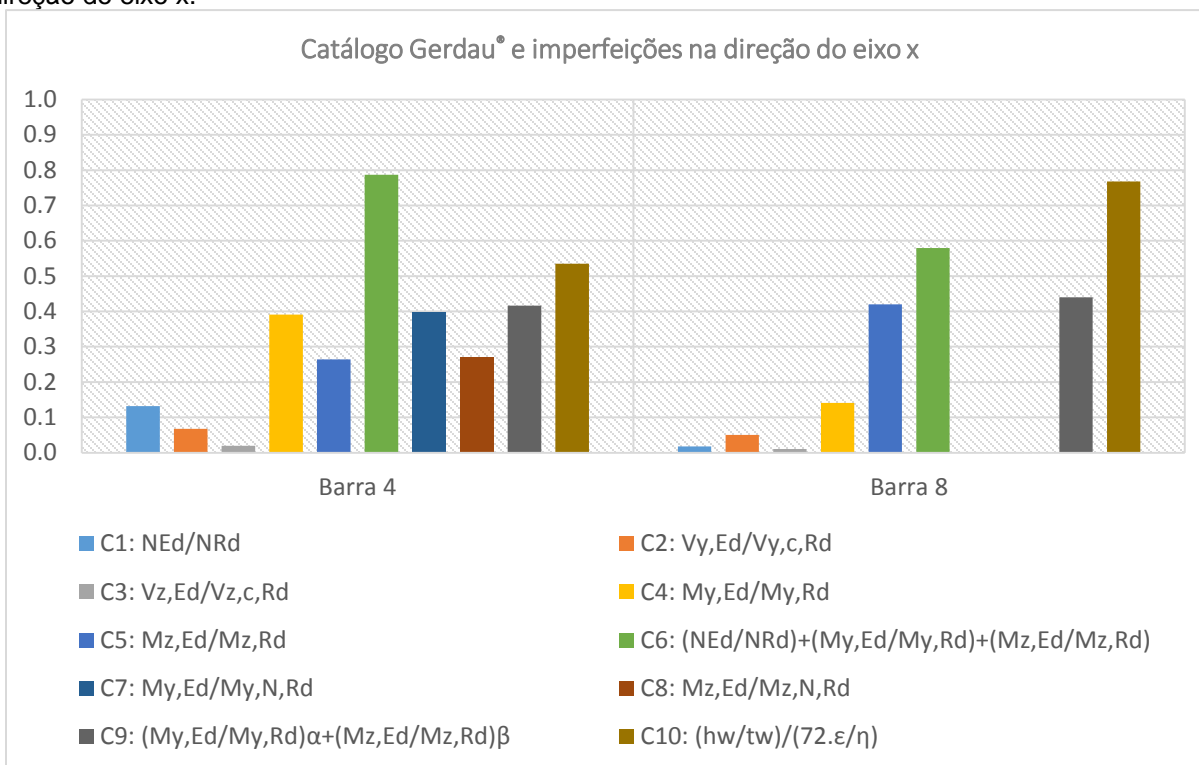
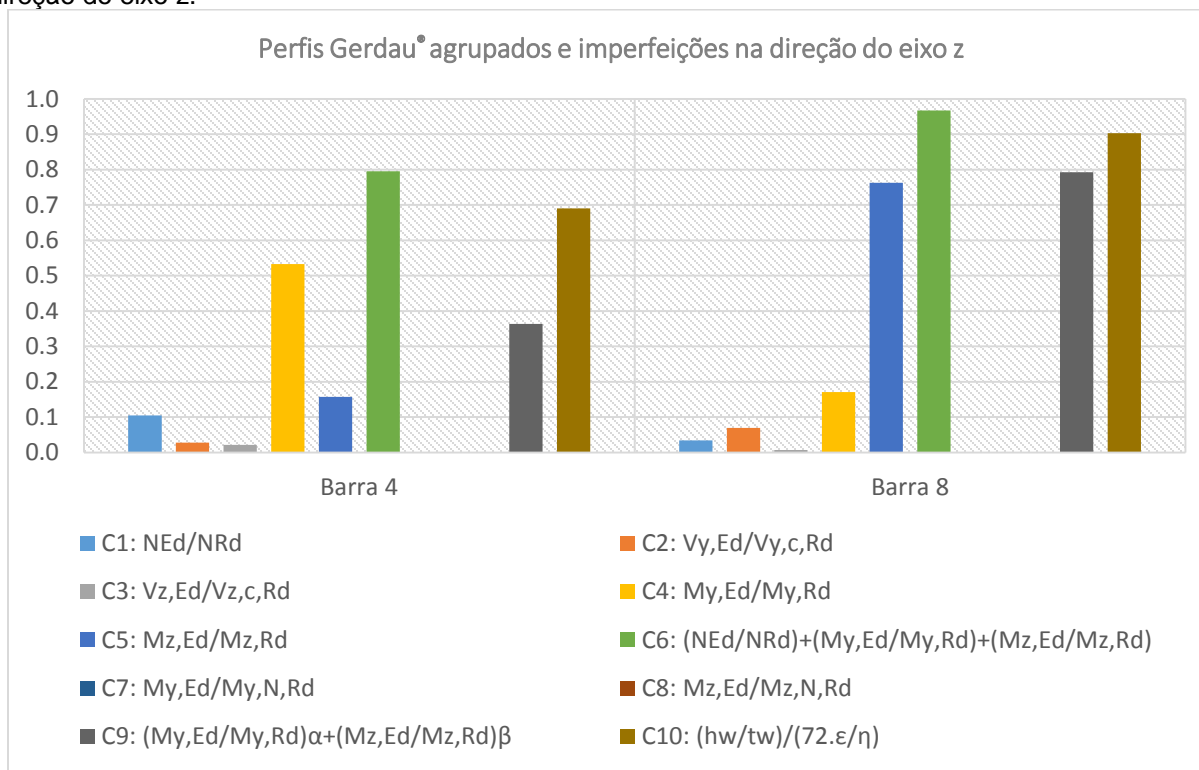


Figura 4-38 – Restrições para o pórtico espacial agrupado com perfis da Gerdau® e imperfeições na direção do eixo z.



Já para estrutura otimizada com o catálogo da Gerdau® os pilares, também representados pela barra 4 e as vigas, representadas pela barra 8, foram limitadas pelo critério de membros sem enrijecedores, dado pela Equação (3.23) e representado pela restrição C_{10} no Sistema (3.38), com as imperfeições aplicadas na direção do eixo z.

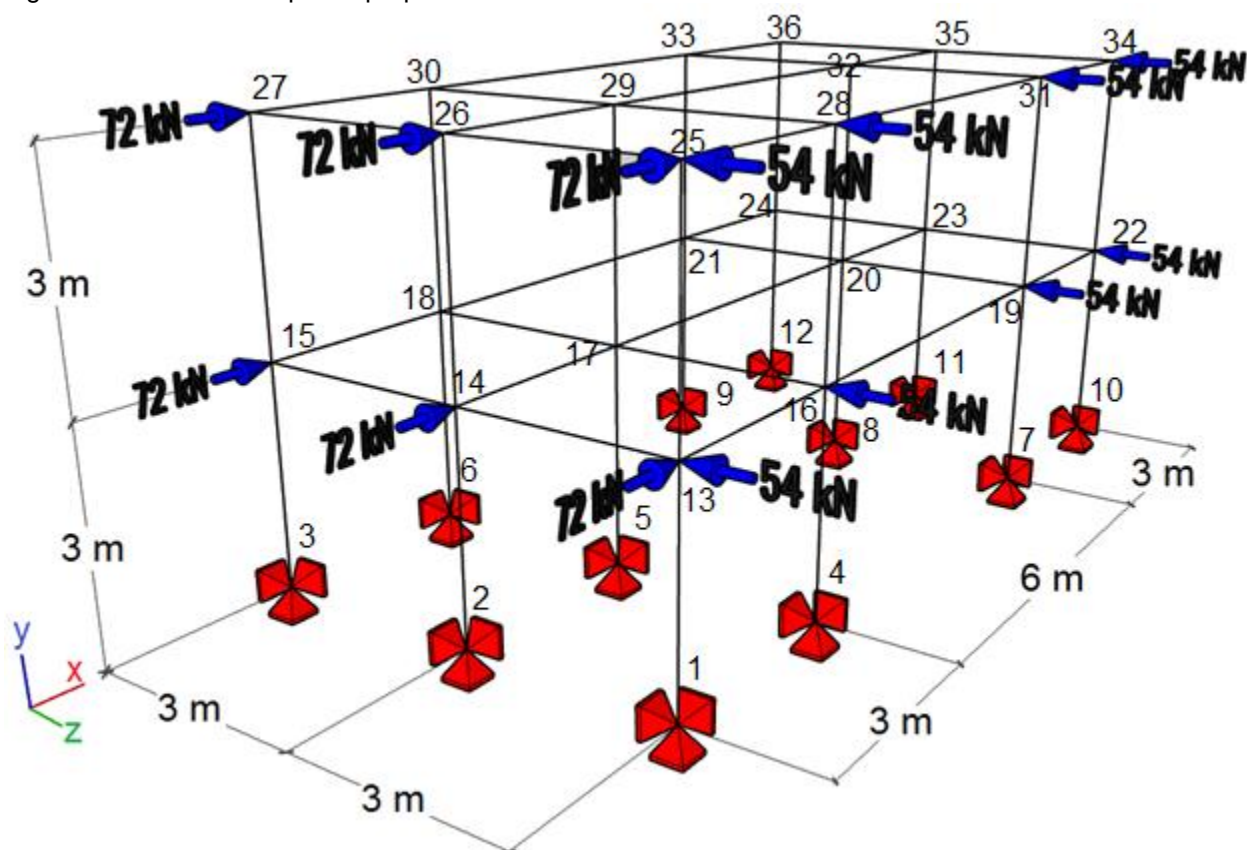
4.10 Influência dos efeitos de segunda ordem na otimização de pórtico espacial

Neste item apresenta-se a otimização de um pórtico espacial proposto pelo autor. Com ele, busca-se verificar as implicações das considerações dos efeitos de segunda ordem na otimização desta estrutura.

4.10.1 Dados iniciais

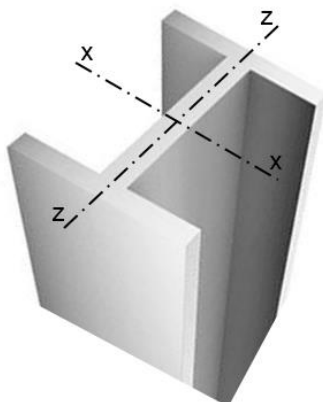
A estrutura proposta aqui é apresentada na Figura 4-39. Trata-se de um pórtico espacial modulado de 2 pavimentos, de ligações rígidas e engastado na base. Todas as vigas possuem ações distribuídas de 40 kN/m e 10% da carga vertical total do pavimento (2160 kN) é aplicada como força horizontal, considerada na direção x (6 nós) e na direção z (8 nós).

Figura 4-39 – Pórtico espacial proposto.



A Figura 4-40 apresenta os eixos de referência em relação à seção transversal dos perfis.

Figura 4-40 – Eixos de referência da seção transversal dos perfis.



As barras são agrupadas em vigas e pilares. A tensão de escoamento, f_y , é igual a 355 MPa e o módulo de elasticidade, E , é igual a 210 GPa. O deslocamento horizontal máximo do pórtico é limitado a $L/400$ (1,5 cm), sendo L a altura máxima do pórtico. A flecha máxima das vigas é limitada a $L/300$ (2,0 cm), sendo L o vão da maior viga. Os pilares são orientados com seus eixos de maior inércia alinhados com a direção x .

A Figura 4-41 e a Figura 4-42 mostram o esquema de numeração dos pilares e vigas da estrutura do primeiro e segundo pavimento, respectivamente.

Figura 4-41 – Pórtico espacial proposto em planta.

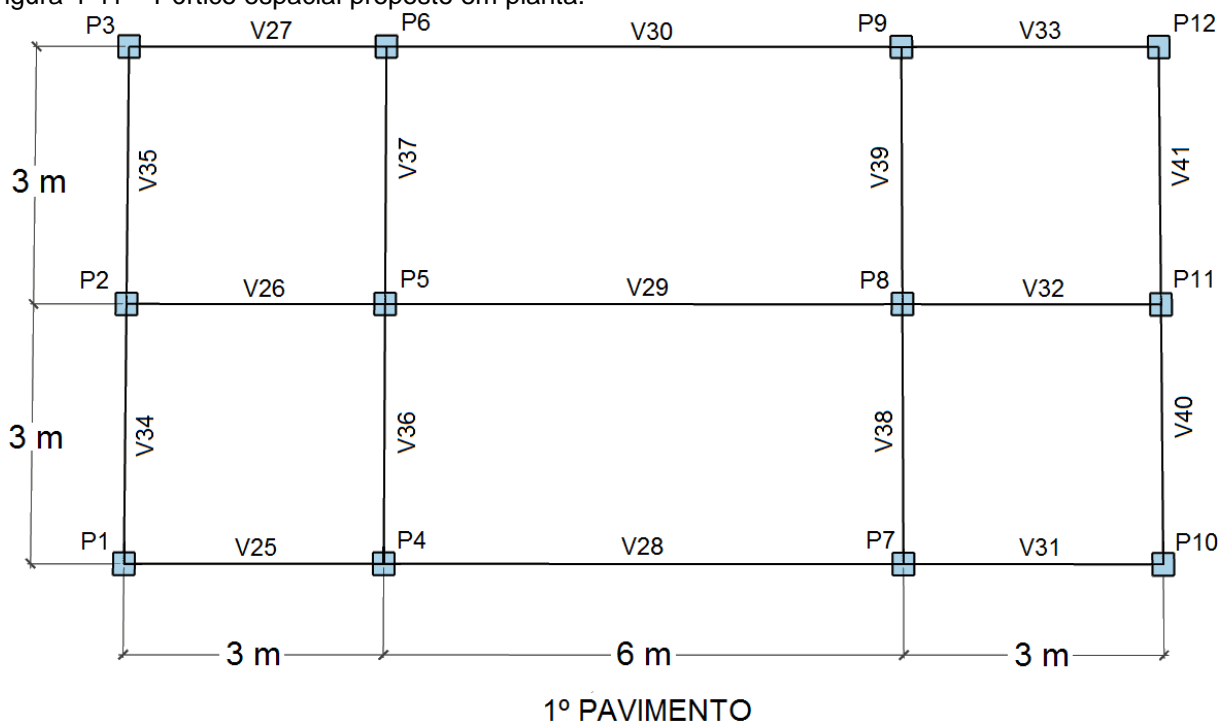
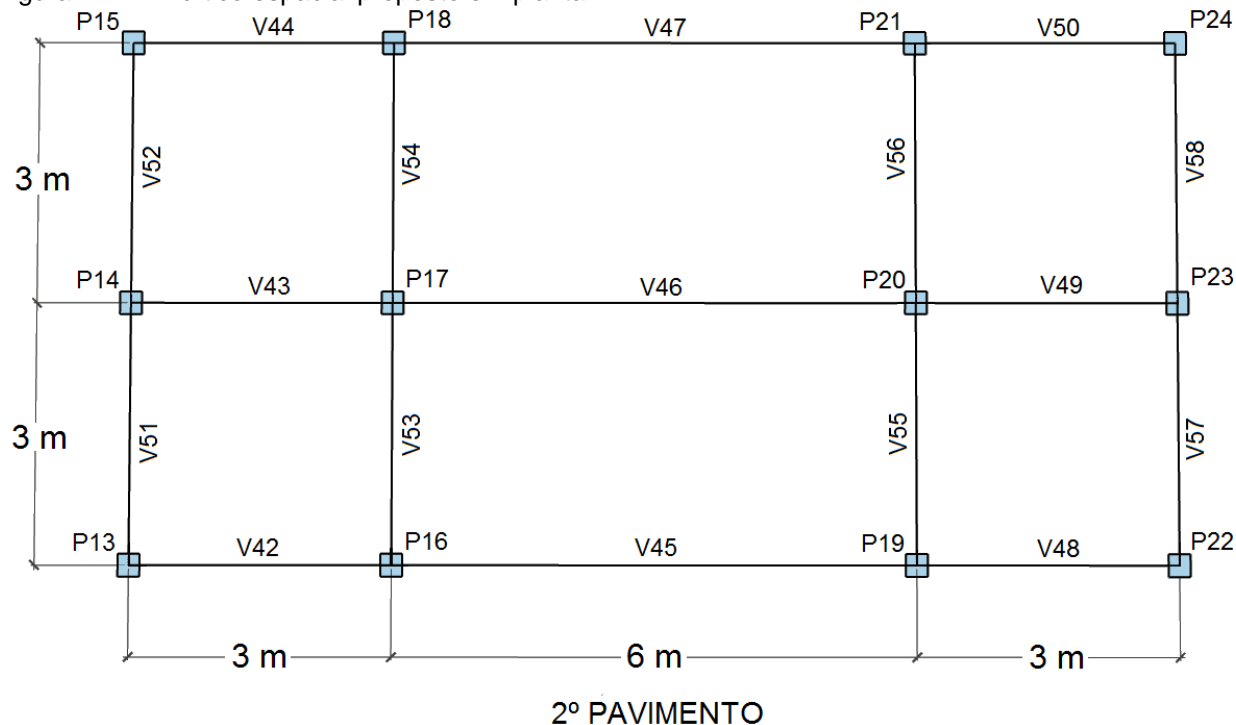


Figura 4-42 – Pórtico espacial proposto em planta.



4.10.2 Resultados

As respostas obtidas com o programa elaborado são exibidas na Tabela 4-12, comparando-se os resultados de segunda ordem aproximado com o de primeira ordem.

Tabela 4-12 - Resultados de otimização do pórtico espacial com barras agrupadas.

Parâmetro	Pórtico com perfis Gerdau® laminados		Pórtico com perfis europeus laminados	
Norma	EN 1993-1-1 (2005)	EN 1993-1-1 (2005)	EN 1993-1-1 (2005)	EN 1993-1-1 (2005)
Método de análise	1ª ordem	Aproximado de 2ª ordem – M2CI	1ª ordem	Aproximado de 2ª ordem – M2CI
Perfis	Pilar: W310x117,0(H) Viga: W310 x32,7	Pilar: W310x117,0(H) Viga: W310x51,0	Pilar: HEA340 Viga: IPE300	Pilar: HEA400 Viga: IPE330
Peso total (Diferença)	12457,9 kg	13832,6 kg (+11,0%)	12629,0 kg	14901,9 kg (+18,0%)

Observa-se que a consideração dos efeitos de segunda ordem gerou estrutura 11% mais pesada para o pórtico com perfis Gerdau® laminados e 18% mais pesada para o pórtico com perfis europeus laminados, para o caso analisado.

Vale ressaltar que o EN 1993-1-1 (2005) permite a aplicação da análise de primeira ordem para determinados tipos de pórtico. A norma preconiza fatores que majoram os esforços solicitantes, que não foram considerados na presente análise, pois esta aplicação visa ilustrar o impacto da consideração dos efeitos de segunda ordem na otimização.

As restrições relevantes para o pórtico proposto, para os ELU, são exibidas na Figura 4-43 e para os ELS na Figura 4-44. Os ELU máximos ocorreram com as imperfeições geométricas iniciais aplicadas na direção z. Para os ELS, as direções das imperfeições são indicadas no gráfico.

Figura 4-43 – Restrições dos ELU relevantes para o caso analisado.

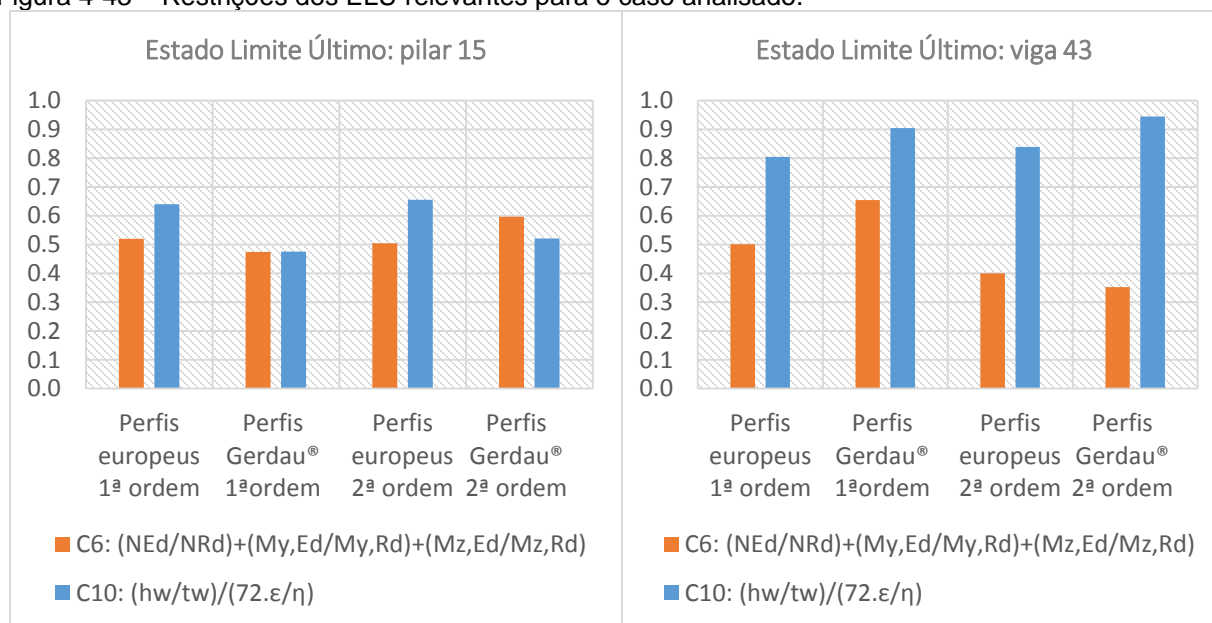
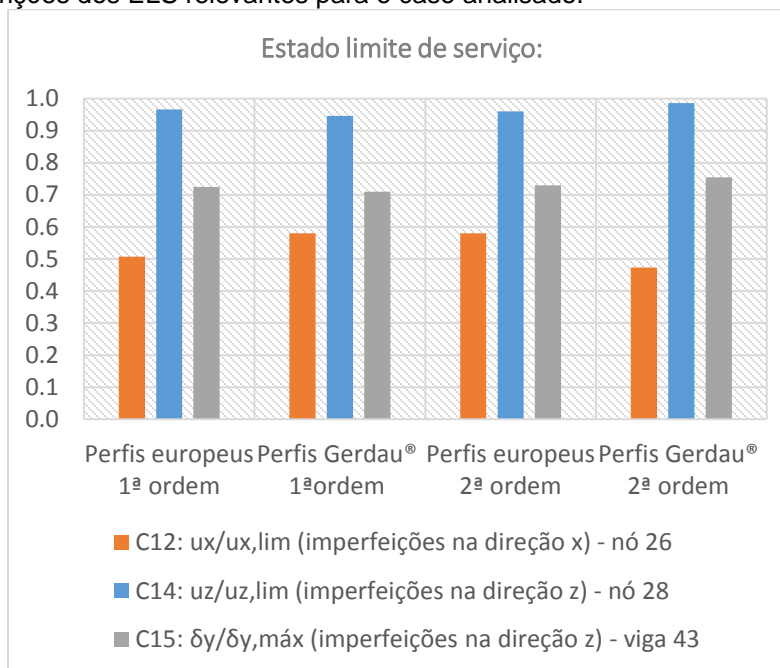


Figura 4-44 – Restrições dos ELS relevantes para o caso analisado.



O critério governante no dimensionamento das vigas, representadas pela barra 43, foi o de membros sem enrijecedores, dado pela Equação (3.23) e representado pela restrição C_{10} no Sistema (3.38). Para os pilares, representados pela barra 15, os critérios limitantes foram o C_{10} e o C_6 , que representa a interação de esforços, dado pela Equação (3.36).

Nota-se que de maneira geral, o fator mais influente no dimensionamento foi o deslocamento máximo dos nós na direção z, representados pela restrição C_{14} do Sistema (3.39). Isso pode ser explicado pelo fato dos pilares estarem com seus eixos de menor inércia alinhados nesta direção e a estrutura possuir menor rigidez nesta direção também, pois os subpórticos do plano y-z possuem 3 pilares, contra 4 pilares dos subpórticos do plano x-y. Sendo assim, esse fator influencia em todo o dimensionamento da estrutura, por ser afetado pela rigidez dos pilares e vigas.

5 Conclusão

As diversas aplicações dos módulos abordados nesse trabalho permitem concluir que é viável a criação de um módulo de análise estrutural dentro do *S3D* que faça análise de segunda ordem utilizando métodos aproximados com boa precisão e que faça otimização do projeto estrutural segundo a EN-1993-1-1 (2005) via AG.

O M2CI demonstrou ter boa precisão na determinação dos esforços solicitantes e deslocamentos estruturais quando comparado aos casos de referência do ANSI/AISC 360-16 (2016), principalmente para estruturas submetidas à um nível de carregamento para quais geralmente são dimensionadas, apresentando também um baixo acréscimo na demanda computacional, quando comparado à análise de primeira ordem do *S3D*.

Já o API demonstra necessidade de uma maior discretização da estrutura e de mais incrementos do processo de análise para se obter resultados precisos, o que acaba fazendo dele um método proibitivo quando aplicado em um processo de otimização como o AG dentro do *S3D*, pois demanda muito poder de processamento computacional.

O MAES, apesar de apresentar uma boa precisão na determinação dos esforços solicitantes, apresenta também uma demanda de processamento consideravelmente maior que o M2CI e limitações, como o fato de sua formulação, apresentada NBR 8800:2008, não calcular os deslocamentos estruturais considerando os efeitos de segunda ordem, o que fazem dele um método menos adequado ao *S3D* que o M2CI.

O módulo de verificação do dimensionamento estrutural de acordo com a EN-1993-1-1 (2005) foi validado para verificação dos esforços axiais, cisalhantes e fletores comparando os resultados obtidos com um programa computacional.

Quanto a otimização estrutural, o AG mostrou-se eficaz quando aplicado a estruturas de barra isolada, pórticos planos e pórticos espaciais, apresentando resultados coerentes quando comparados com resultados da literatura e os apresentados pelo próprio *S3D*, utilizando a NBR 8800:2008 e o Método do Comprimentos Efetivos.

Com esse módulo implementado foi possível observar ganhos quanto ao peso da estrutura ao se utilizar diferentes métodos de análise estrutural e as diferenças e particularidades dos catálogos implementados. Esses ganhos observados podem ser relacionados também à norma adotada no módulo implementado. Ganhos são observados ao se analisar estruturas sem o agrupamento de elementos, porém existem muitas vantagens construtivas e estruturais associadas ao agrupamento dos elementos.

Ressalta-se a importância da consideração dos efeitos de segunda ordem na análise estrutural, pois estes podem ser fatores determinantes no dimensionamento de estruturas como exemplo proposto neste trabalho.

5.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

Recomenda-se para trabalhos futuros sobre esse tema:

- implementar, dentro do Matlab®, diferentes métodos para o processamento das matrizes de rigidez no processo de análise estrutural, ou até mesmo, do processamento executado pelo AG, buscando diminuir os tempos necessários para a otimização estrutural, dando capacidade do *S3D* otimizar estruturas maiores em tempos menores.
- introduzir um módulo que leva em consideração a não linearidade física e outro que faça uma análise de segunda ordem rigorosa como Método de Newton-Raphson e verificar os impactos que essa consideração traria para os resultados da otimização;
- introduzir a modelagem do sistema de piso considerando as lajes no projeto como diafragmas rígidos, a fim de se obter o dimensionamento ótimo da superestrutura;
- introduzir outros modelos de vigas como vigas celulares, ou casteladas, com a consideração do dimensionamento da estrutura simples ou mista;

- por fim, recomenda-se a implementação de um módulo para dimensionamento de estruturas mistas como pilares preenchidos e revestidos a fim de verificar os impactos no dimensionamento estrutural e nas emissões de dióxido de carbono no projeto final.

O estudo Zakhama et al. (2010) aponta outro caminho possível para evolução deste trabalho e do S3D quanto a consideração dos efeitos de ações de ventos na otimização de estruturas, bem como os trabalhos já citados de Bochenek e Tajs-Zielińska (2015), Liu e Tovar (2014) e Szulc e Żochowski (2015), mostram que a otimização topológica também é assunto que está sendo bastante estudado e valorizado pelos periódicos da área de otimização aplicada à engenharia e ambos se qualificam como um próximo passo a ser tomado no desenvolvimento do S3D.

Referências Bibliográficas

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. ABNT NBR 8800:2008. Rio de Janeiro.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION – AISC. ANSI/AISC 360-16. Specification for structural steel buildings. AISC. Chicago, 2016.

ArcelorMittal®. Design Software, 2020. Disponível em: <https://sections.arcelormittal.com/design_aid/design_software/ENL>. Acesso em: 24, agosto e 2020.

Aria, M. & Cuccurullo, C. (2017). Bibliometrix: An R-tool for comprehensive science mapping analysis, *Journal of Informetrics*, 11(4), pp 959-975, Elsevier, DOI: 10.1016/j.joi.2017.08.007

Aydogdu, I., Akin, A., & Saka, M. P. (2016). Design optimization of real world steel space frames using artificial bee colony algorithm with Levy flight distribution. *Advances in Engineering Software*, 92(February), 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2015.10.013>

Bernuzzi, C., Cordova, B. and Simoncelli, M. (2015) ‘Unbraced steel frame design according to EC3 and AISC provisions’, *Journal of Constructional Steel Research*. Elsevier Ltd, 114, pp. 157–177. doi: 10.1016/j.jcsr.2015.07.012.

Bezerra, L. A. (2017). Emprego de algoritmos genéticos para otimização de vigas de concreto armado. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Pernambuco, 2017.

Bilbao, H. F. X. A. (2016). Dimensionamento de absorvedores de massa sintonizada para lajes duplo T pré-fabricadas em concreto por meio de algoritmo genético. Trabalho de conclusão de curso de graduação, Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Bochenek, B., & Tajs-Zielińska, K. (2015). Minimal compliance topologies for maximal buckling load of columns. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 51(5), 1149–1157. <https://doi.org/10.1007/s00158-014-1202-z>

Breda, B. D. e Lima, G. F. R. Estudo comparativo de prescrições normativas para realização de análise estrutural de segunda ordem em estruturas de aço. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) –Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa, Minas de Gerais.

Breda, B. D., Pietralonga, T. C., e Alves, É. C. (2020). Optimization of the structural system with composite beam and composite slab using Genetic Algorithm. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, 13(6), 1–14. <https://doi.org/10.1590/s1983-41952020000600002>

Breda, B. D.; Salgado, N. G. P.; Siqueira, W. L.; Alves, E. C. e Calenzani, A. F. G. Utilização de algoritmo genético na otimização de vigas mistas biapoiadas de aço e concreto. In: XIII SIMMEC 2018 - Vitória - ES, 2018. Disponível em: <<https://www.doity.com.br/anais/xiiisimmec2018/trabalho/68739>>. Acesso em: 15/05/2019 às 11:59.

Câmara Neto, J.; Landesmann, A.; Batista, E. M. (2008) Aplicação de Algoritmos Genéticos para Dimensionamento de Vigas-Mistas Aço-Concreto. CONSTRUMETAL 2008 – Congresso Latino-Americano da Construção Metálica, São Paulo, SP.

Carbonell-Márquez, J. F., Gil-Martín, L. M. and Hernández-Montes, E. (2013) 'Strength design optimization of structural steel members according to Eurocode 3', Journal of Constructional Steel Research. Elsevier Ltd, 80, pp. 213–223. doi: 10.1016/j.jcsr.2012.07.019.

Chen, W. F., Lui, E.M. (1991) Stability Design of Steel Frames. CRC Press.

Costa, V. C. T D. (2020) Dimensionamento ótimo de pórticos planos em aço com ligações semirrígidas. Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Espírito Santo, 2020.

Eurocode Applied. Table of design properties for flanged steel profiles (IPE, HEA, HEB, HEM). Disponível em: <<https://eurocodeapplied.com/design/en1993/ipe-hea-heb-hem-design-properties>>. Acesso em: 23 de jul. de 2020.

European Commission. Use of EN Eurocodes outside EU-EFTA. Joint Research Centre, 22 de out. de 2019. Disponível em: <<https://eurocodes.jrc.ec.europa.eu/showpage.php?id=8>>. Acesso em: 22 de out. de 2019.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. Eurocode 3. Design of steel structures. EN 1993-1-1. 2005. Brussels.

Farshchin, M. Maniat, M. Camp, C. V. Pezeshk, S. (2018) 'School based optimization algorithm for design of steel frames', Engineering Structures. Elsevier, 171(May), pp. 326–335. doi: 10.1016/j.engstruct.2018.05.085.

Forti, T. L. D., Souza, M. G. Q. e Requena, J. A. V. (2009). Desenvolvimento de um algoritmo genético para otimização de grandes estruturas de aço para coberturas, 11/2009, XXX Congresso Ibero Latino Americano de Métodos Computacionais em Engenharia, v. 1, p. 1-18, Armação de Búzios, Rio de Janeiro.

Fu, K. C.; Zhai, Y.; Zhou, S. (2005). Optimum Design of Welded Steel Plate Girder Bridges Using a Genetic Algorithm with Elitism. Journal of Bridge Engineering, ed. 10, p. 291-301.

GERDAU®. Perfis Estruturais Gerdau – Tabela de Bitolas. Revisão 09/2017.

Glover, F. (1994) "Tabu Search for Nonlinear and Parametric Optimization (with Links to Genetic Algorithms)," *Discrete Applied Mathematics*, vol. 49, pp. 231-255, 1994.

Hasançebi, O. Çarbaş, S. Doğan, E. Erdal, F. Saka, M. P. (2009) 'Performance evaluation of metaheuristic search techniques in the optimum design of real size pin jointed structures', *Computers and Structures*, 87(5–6), pp. 284–302. doi: 10.1016/j.compstruc.2009.01.002.

Hellesland, J. (2009). Second order approximate analysis of unbraced multistorey frames with single curvature regions. *Engineering Structures*, 31(8), 1734–1744. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.02.015>

Hernández-Montes, E., Gil-Martín, L. M. and Aschheim, M. (2004) 'Optimal design of planar frames based on approximate second-order analysis', *Engineering Optimization*, 36(3), pp. 281–290. doi: 10.1080/03052150410001657578.

Ho-Huu, V., Nguyen-Thoi, T., Vo-Duy, T., & Nguyen-Trang, T. (2016). An adaptive elitist differential evolution for optimization of truss structures with discrete design variables. *Computers and Structures*, 165, 59–75. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2015.11.014>

Holland, J. H. (1962). Outline for a logical theory of adaptive systems, *Journal of the Association for Computing Machinery*, vol. 3, 1962, pp.297-314.

Jing, X., & Jinxin, G. (2013). Nonlinear Second-Order Effect of Non-Sway Columns. *ACI Structural Journal*, V. 110, No. 5, September-October 2013.

Kociecki, M. and Adeli, H. (2014) 'Shape optimization of free-form steel space-frame roof structures with complex geometries using evolutionary computing', *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. Elsevier, 38, pp. 168–182. doi: 10.1016/j.engappai.2014.10.012.

Koza, J.R. (1992) *Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection*, Cambridge, MA: The MIT Press, 1992.

Kripakaran, P., Hall, B. and Gupta, A. (2011) 'A genetic algorithm for design of moment-resisting steel frames', *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 44(4), pp. 559–574. doi: 10.1007/s00158-011-0654-7.

Lazzari, J. A. De, Alves, É. C., e Calenzani, A. F. G. (2020). Dimensionamento Otimizado de Pórticos em Estruturas de Aço via Algoritmos Genéticos. *Revista Da Estrutura de Aço - REA*. Vol 9, no 1, pp. 101–121.

Leon, S. E.; Paulino, G. H.; Pereira, A.; Menezes, I. V. M.; Lages, E.N. (2011) A unified library of nonlinear solution schemes. *Applied Mechanics Reviews*.v.64, 2011.

Lima, M. L. R. (2011). Otimização topológica e paramétrica de vigas de concreto armado utilizando algoritmos genéticos. Tese de mestrado. Universidade de São Paulo, 2011.

Lima, N. L. A.; Silva, J. G. S.; Soeiro, F. J. C. P.; Biondi Neto, L.; Lima, L. R. (2008). Avaliação do conforto humano de passarelas mistas com o uso de algoritmos genéticos. ENGEVISTA, v. 10, n. 1, p. 59-70.

Liu, K., & Tovar, A. (2014). An efficient 3D topology optimization code written in Matlab. Structural and Multidisciplinary Optimization, 50(6), 1175–1196. <https://doi.org/10.1007/s00158-014-1107-x>

Liu, C.; Hammad, A.; Itoh, Y. (1997). Multiobjective Optimization of Bridge Deck Rehabilitation Using a Genetic Algorithm. Microcomputers in Civil Engineering, v. 12, p. 431-443.

LRFD-AISC Manual of steel construction, load and resistance factor design. 3rd ed., Chicago; 2001. n.d.

Lu, H., Gilbert, M., & Tyas, A. (2019). Layout optimization of building frames subject to gravity and lateral load cases. Structural and Multidisciplinary Optimization. <https://doi.org/10.1007/s00158-019-02283-x>

Lubke, G. P.; Alves, E. C., Azevedo, M. S. (2017). Dimensionamento Otimizado de Vigas Celulares de Aço. Revista da Estrutura de Aço – REA - CBCA, vol.6, p. 01-20.

Malveiro, J.; Ribeiro, D.; Souza, C.; Calçada, R. (2018). Model updating of a dynamic model of a composite steel-concrete railway viaduct based on experimental tests. Engineering Structures, ed. 164, p. 40-52.

Martins, J. O. D. V, Rodrigues, M. A. C., Burgos, R. B., e Martha, L. F. (2018). Método simplificado para análise não linear geométrica de edifícios de concreto armado considerando deformação por cisalhamento no *Mastan2*. In: XIII SIMMEC 2018 - Vitória - ES, 2018.

MATLAB®. Guia do usuário R2015a. The Math Works Inc, 2015.

McGuire, W.; Gallagher, R. H.; and Ziemian, R. D., "Matrix Structural Analysis, 2nd Edition" (2000). Faculty Books. 7. <https://digitalcommons.bucknell.edu/books/7>

Meruane, V., & Heylen, W. (2011). An hybrid real genetic algorithm to detect structural damage using modal properties. Mechanical Systems and Signal Processing, 25(5), 1559–1573. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2010.11.020>

Michell, A. G. M. (1904). LVIII. The limits of economy of material in frame-structures. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 8(47), 589–597. <https://doi.org/10.1080/14786440409463229>.

Mosquera, J. C. and Gargoum, L. A. (2014). A sequential algorithm for minimum weight design of 2-D steel portal frames using Eurocode 3, International Journal of Steel Structures, 14(1), pp. 141–149. doi: 10.1007/s13296-014-1012-6.

Muc, A. (2018). Evolutionary design of engineering constructions, Latin American Journal of Solids and Structures, 15(4). doi: 10.1590/1679-78254947.

Oliveira, P. C. G. P. e Falcón, G. A. S. (2020). Dimensionamento ótimo de pórtico de aço considerando ligações semirrígidas e análise não linear geométrica. Revista Da Estrutura de Aço - REA. Vol 9, no 3, pp. 281–300.

Olson, D. V., Arpinar, V. E., & Muftuler, L. T. (2019). Optimization of q-space sampling for mean apparent propagator MRI metrics using a genetic algorithm. NeuroImage, 199(June), 237–244. <https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2019.05.078>

Papavasileiou, G. S; Charmpis, D. C. (2016) Seismic design optimization of multi–storey steel–concrete composite buildings. Computers and Structures, ed. 170, p. 49–61.

Pimentel, R. (2019^a). Stability and second order effects on steel structures – Part 1: fundamental behaviour. ; New Steel Construction; vol 27 No 3 March 2019. Obtido em: <http://www.newsteelconstruction.com/wp/stability-and-second-order-effects-on-steel-structures-part-1-fundamental-behaviour/>

Pimentel, R. (2019^b). Stability and second order effects on steel structures: Part 2: design according to Eurocode 3; New Steel Construction; vol 27 No 4 April 2019. Obtido em: <http://www.newsteelconstruction.com/wp/stability-and-second-order-effects-on-steel-structures-part-2-design-according-to-Eurocode-3/>

Prendes-Gero, M. B., Bello-García, A. And Coz-Díaz, J. J. (2006). Optimization of 3D steel structures: Genetic algorithms vs. Classical techniques. Journal of Construction Steel Research 62, 1303-1309.

Prendes-Gero, M. B., Bello-García, A., Coz-Díaz, J. J. del, Suárez Domínguez, F.J., & Nieto, P. J. G. (2018). Optimization of steel structures with one genetic algorithm according to three international building codes. Revista de La Construcción, 17(1), 47–59. <https://doi.org/10.7764/RDLC.17.1.4710>

Rodrigues, M. A. C. (2019). Soluções integradas para as formulações do problema de não linearidade geométrica. Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

Schoofs, A. J. G. (1993). Structural optimization history and state-of-the-art. In J. F. Dijkstra, & F. T. M. Nieuwstadt (Eds.), Topics in applied mechanics: integration of theory and applications in applied mechanics [2nd National mechanics conference, November 16-18, 1992, Kerkrade, The Netherlands] (pp. 339-345). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Silva, M. F. D. S. Menezes I. F. M., Martha, L. F. (2016) 'Um Método Simplificado Para Análise Não-Linear Geométrica No *Ftool*', Revista Interdisciplinar de Pesquisa em Engenharia.

Silva, V. P. (2016) 'Sobre a Instabilidade De Barras De Aço Sob Compressão', REA-Revista da Estrutura de Aço, 5(2). p. 79-99.

Sirohi, R., Singh, A., Tarafdar, A., & Shahi, N. C. (2018). Application of genetic algorithm in modelling and optimization of cellulase production. *Bioresource Technology*, 270(02), 751–754. <https://doi.org/10.1016/j.biortech.2018.09.105>

Souza Junior, D. A. (2005) Otimização pelo método dos algoritmos genéticos e dimensionamento de estruturas tubulares metálicas espaciais com barras cruzadas para cobertura. Tese de doutorado. Universidade Federal de Uberlândia.

Szulc, K., & Żochowski, A. (2015). Application of topological derivative to accelerate genetic algorithm in shape optimization of coupled models. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 51(1), 183–192. <https://doi.org/10.1007/s00158-014-1126-7>

Tormen, A. F.; Pravia, Z. M. C.; Ramires, F. B.; Kripka, M. (2019). Optimization of Steel-Concrete Composite Beams Considering Cost and Environmental Impact. *Steel and Composite Structures* Volume 34, Number 3, February 10 2020, pages 409-421 DOI: <https://doi.org/10.12989/scs.2020.34.3.409>

Wetter, M. and Wright, J. (2004) 'A comparison of deterministic and probabilistic optimization algorithms for nonsmooth simulation-based optimization', *Building and Environment*, 39(8 SPEC. ISS.), pp. 989–999. doi: 10.1016/j.buildenv.2004.01.022.

Zakhama, R., Abdalla, M. M., Gürdal, Z., & Smaoui, H. (2010). Wind load modeling for topology optimization of continuum structures. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 42(1), 157–164. <https://doi.org/10.1007/s00158-010-0482-1>

Ziemian, R.D. (2010). *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures*, 6^o Ed., John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ.

Anexo A

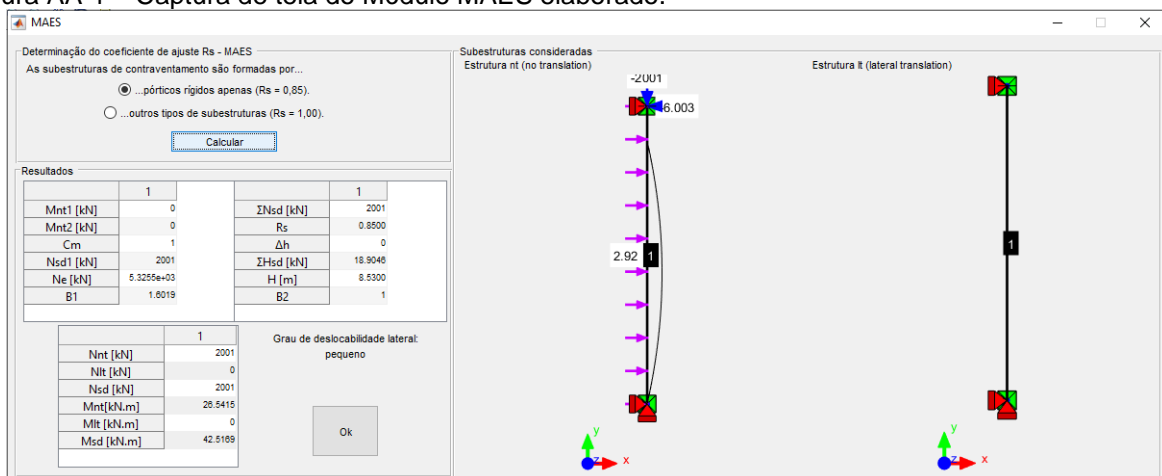
No anexo A apresentam-se o cálculo detalhado do MAES e as tabelas de resultados completas das análises realizadas nesse trabalho.

Exemplo 4.1 - Validação dos métodos de análise aproximada aplicados à barras isoladas

- MAES

Apresenta-se na Figura AA-1 a interface do módulo desenvolvido mostrando os resultados para o caso de maior carga do Caso 1.

Figura AA-1 – Captura de tela do Módulo MAES elaborado.



De acordo com os dados de entrada apresentados anteriormente são apresentados na Tabela AA-1 e na Tabela AA-2 os resultados obtidos para cada coeficiente do Caso 1.

Tabela AA-1 - Cálculo de B_1 do Caso 1.

P [kN]	0	667	1334	2001
M_1 [kN.m]	0	0	0	0
M_2 [kN.m]	0	0	0	0
C_m	1,0	1,0	1,0	1,0
N_{nt} [kN]	0	667	1334	2001
N_{lt} [kN]	0	0	0	0
N_{sd1} [kN]	0	667	1334	2001
N_e [kN]	5325,5	5325,5	5325,5	5325,5
B_1	1,0	1,14	1,33	1,60

Como a estrutura do Caso 1 possui deslocamento horizontal impedido, pode-se tomar M_{lt} igual a 0, o que torna o cálculo de B_2 desnecessário, uma vez que a parcela $B_2.M_{lt}$ é nula. Os resultados de M_{sd} e N_{sd} são exibidos na Tabela AA-2.

Tabela AA-2 - Cálculo dos esforços solicitantes do Caso 1.

P [kN]	0	667	1334	2001
B_1	1,00	1,14	1,33	1,59
B_2	-	-	-	-
N_{nt} [kN]	0	667	1334	2001
N_{lt} [kN]	-	-	-	-
M_{nt} [kN.m]	26,5	26,5	26,5	26,5
M_{lt} [kN.m]	-	-	-	-
N_{sd} [kN]	0	667	1334	2001
M_{sd} [kN.m]	26,5	30,3	35,4	42,5

Tabela AA-3 – Resultados do momento fletor máximo para o Caso 1.

Caso 1		Resultados do momento fletor máximo [kN.m]									
Carga axial P [kN]	Discretização	Ftool	MAES	API 10 inc.	API 100 inc.	API 1000 inc.	M2CI	Mastan 2	Referência	limite inf.	limite sup.
0	1 elemento	26,6	26,6	26,6	26,6	26,6	26,6	26,3	26,6	25,8	27,4
	2 elementos	26,6	26,6	26,6	26,6	26,6	26,6	26,6	26,6	25,8	27,4
	4 elementos	26,6	26,6	26,6	26,6	26,6	26,6	26,6	26,6	25,8	27,4
	8 elementos	26,6	26,6	26,6	26,6	26,6	26,6	26,6	26,6	25,8	27,4
	16 elementos	26,6	26,6	26,6	26,6	26,6	26,6	26,6	26,6	25,8	27,4
667	1 elemento	26,6	30,3	27,4	27,5	27,5	28,6	26,3	30,5	29,6	31,4
	2 elementos	26,6	30,3	28,5	28,7	28,7	31,1	30,3	30,5	29,6	31,4
	4 elementos	26,6	30,3	28,3	28,5	28,5	30,7	30,3	30,5	29,6	31,4
	8 elementos	26,6	30,3	28,2	28,4	28,4	30,5	30,3	30,5	29,6	31,4
	16 elementos	26,6	30,3	28,2	28,4	28,4	30,5	30,3	30,5	29,6	31,4
1334	1 elemento	26,6	35,4	28,4	28,6	28,7	31,1	26,3	35,7	34,6	36,8
	2 elementos	26,6	35,4	30,7	31,2	31,3	37,1	35,1	35,7	34,6	36,8
	4 elementos	26,6	35,4	30,4	30,8	30,9	36,1	35,3	35,7	34,6	36,8
	8 elementos	26,6	35,4	30,3	30,7	30,7	35,8	35,3	35,7	34,6	36,8
	16 elementos	26,6	35,4	30,2	30,7	30,7	35,7	35,3	35,7	34,6	36,8
2001	1 elemento	26,6	42,4	29,6	30,0	30,0	34,5	26,3	42,4	41,1	43,7
	2 elementos	26,6	42,4	33,6	34,4	34,5	45,4	41,5	42,4	41,1	43,7
	4 elementos	26,6	42,4	33,0	33,7	33,8	43,8	42,0	42,4	41,1	43,7
	8 elementos	26,6	42,4	32,8	33,5	33,6	43,2	42,2	42,4	41,1	43,7
	16 elementos	26,6	42,4	32,8	33,5	33,5	43,1	42,2	42,4	41,1	43,7

Tabela AA-4 – Erro relativo dos resultados do momento fletor máximo para o Caso 1.

Caso 1		Erro em relação ao referencial				
Carga axial P [kN]	Discretização	API 10 incrementos	API 100 incrementos	API 1000 incrementos	M2CI	Mastan2
0	1 elemento	-0,2%	-0,2%	-0,2%	-0,2%	-1,0%
	2 elementos	-0,2%	-0,2%	-0,2%	-0,2%	-0,2%
	4 elementos	-0,2%	-0,2%	-0,2%	-0,2%	-0,2%
	8 elementos	-0,2%	-0,2%	-0,2%	-0,2%	-0,2%
	16 elementos	-0,2%	-0,2%	-0,2%	-0,2%	-0,2%
667	1 elemento	-10,1%	-9,8%	-9,8%	-6,2%	-13,6%
	2 elementos	-6,6%	-6,0%	-5,9%	1,9%	-0,7%
	4 elementos	-7,2%	-6,6%	-6,6%	0,5%	-0,6%
	8 elementos	-7,4%	-6,8%	-6,8%	0,1%	-0,6%
	16 elementos	-7,4%	-6,9%	-6,8%	-0,1%	-0,6%
1334	1 elemento	-20,4%	-19,8%	-19,7%	-12,8%	-26,2%
	2 elementos	-13,9%	-12,5%	-12,4%	3,8%	-1,7%
	4 elementos	-14,9%	-13,7%	-13,6%	1,2%	-1,2%
	8 elementos	-15,2%	-14,1%	-13,9%	0,3%	-1,1%
	16 elementos	-15,4%	-14,0%	-13,9%	0,1%	-1,1%
2001	1 elemento	-30,2%	-29,3%	-29,2%	-18,7%	-37,9%
	2 elementos	-20,8%	-18,9%	-18,7%	7,2%	-2,1%
	4 elementos	-22,3%	-20,5%	-20,3%	3,3%	-0,9%
	8 elementos	-22,7%	-20,9%	-20,8%	1,9%	-0,5%
	16 elementos	-22,6%	-20,9%	-21,0%	1,6%	-0,4%

Tabela AA-5 – Tempo de análise para o Caso 1 do S3D.

Caso 1		Tempo de processamento da análise [s]					
Carga axial P [kN]	Discretização	Análise de 1ª ordem (S3D)	MAES	API 10 incrementos	API 100 incrementos	API 1000 incrementos	M2CI
0	1 elemento	0,0010	0,5961	0,0019	0,0137	0,1325	0,0011
	2 elementos	0,0015	0,8372	0,0034	0,0250	0,2365	0,0019
	4 elementos	0,0019	1,1117	0,0066	0,0465	0,4345	0,0036
	8 elementos	0,0039	1,8207	0,0120	0,0921	0,8745	0,0068
	16 elementos	0,0077	3,4449	0,0256	0,2010	1,8443	0,0140
667	1 elemento	0,0010	0,6103	0,0019	0,0134	0,1260	0,0010
	2 elementos	0,0011	0,7968	0,0033	0,0246	0,2383	0,0019
	4 elementos	0,0024	1,2586	0,0060	0,0465	0,4406	0,0036
	8 elementos	0,0041	1,9287	0,0124	0,0925	0,8957	0,0070
	16 elementos	0,0076	3,5373	0,0259	0,1998	1,9356	0,0141
1334	1 elemento	0,0010	0,5911	0,0018	0,0138	0,1245	0,0011
	2 elementos	0,0013	0,7966	0,0034	0,0240	0,2241	0,0018
	4 elementos	0,0023	1,2372	0,0061	0,0465	0,4455	0,0035
	8 elementos	0,0040	2,0334	0,0119	0,0941	0,8978	0,0071
	16 elementos	0,0074	3,5968	0,0254	0,1980	1,9235	0,0141
2001	1 elemento	0,0006	0,5980	0,0026	0,0162	0,1262	0,0013
	2 elementos	0,0011	0,8268	0,0031	0,0248	0,2289	0,0022
	4 elementos	0,0019	1,2088	0,0061	0,0502	0,4465	0,0038
	8 elementos	0,0038	2,0225	0,0121	0,0945	0,8771	0,0069
	16 elementos	0,0076	3,6143	0,0265	0,2023	1,9578	0,0145

Tabela AA-6 – Resultados do deslocamento máximo para o Caso 1.

Caso 1		Resultados do deslocamento máximo [mm]									
Carga axial P [kN]	Discretização	F_{tool}	MAES	API 10 inc.	API 100 inc.	API 1000 inc.	M2CI	Mastan 2	Referência	limite inf.	limite sup.
0	1 elemento	4,99	4,10	4,10	4,10	4,10	4,10	-	5,13	4,87	5,39
	2 elementos	4,99	5,13	5,13	5,13	5,13	5,13	4,98	5,13	4,87	5,39
	4 elementos	4,99	5,13	5,13	5,13	5,13	5,13	4,98	5,13	4,87	5,39
	8 elementos	4,99	5,13	5,13	5,13	5,13	5,13	4,98	5,13	4,87	5,39
	16 elementos	4,99	5,13	5,13	5,13	5,13	5,13	4,98	5,13	4,87	5,39
667	1 elemento	4,99	4,10	4,30	4,32	4,32	4,57	-	5,86	5,57	6,15
	2 elementos	4,99	5,13	5,44	5,47	5,47	5,86	5,60	5,86	5,57	6,15
	4 elementos	4,99	5,13	5,44	5,47	5,48	5,86	5,65	5,86	5,57	6,15
	8 elementos	4,99	5,13	5,44	5,47	5,48	5,86	5,67	5,86	5,57	6,15
	16 elementos	4,99	5,13	5,44	5,47	5,48	5,86	5,67	5,86	5,57	6,15
1334	1 elemento	4,99	4,10	4,53	4,58	4,58	5,17	-	6,84	6,50	7,18
	2 elementos	4,99	5,13	5,81	5,88	5,89	6,83	6,40	6,84	6,50	7,18
	4 elementos	4,99	5,13	5,81	5,89	5,90	6,85	6,53	6,84	6,50	7,18
	8 elementos	4,99	5,13	5,81	5,89	5,90	6,85	6,57	6,84	6,50	7,18
	16 elementos	4,99	5,13	5,81	5,89	5,90	6,85	6,58	6,84	6,50	7,18
2001	1 elemento	4,99	4,10	4,80	4,88	4,89	5,94	-	8,21	7,80	8,62
	2 elementos	4,99	5,13	6,26	6,39	6,41	8,18	7,48	8,21	7,80	8,62
	4 elementos	4,99	5,13	6,27	6,41	6,42	8,22	7,74	8,21	7,80	8,62
	8 elementos	4,99	5,13	6,27	6,41	6,43	8,22	7,81	8,21	7,80	8,62
	16 elementos	4,99	5,13	6,27	6,41	6,43	8,22	7,83	8,21	7,80	8,62

Tabela AA-7 – Erro relativo dos resultados do deslocamento máximo para o Caso 1.

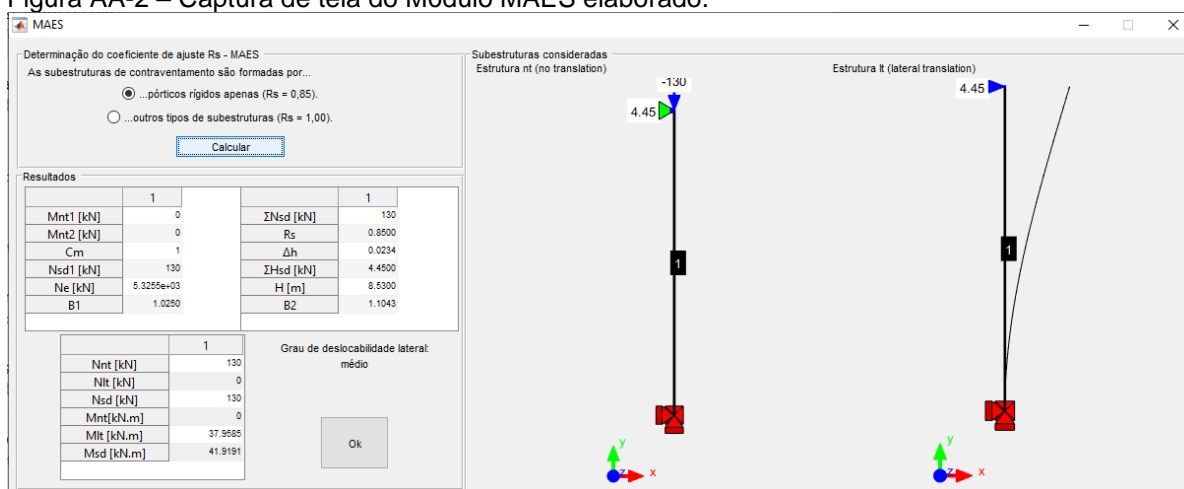
Caso 1		Erro em relação ao referencial						
Carga axial P [kN]	Discretização	<i>Ftool</i>	MAES	API 10 incrementos	API 100 incrementos	API 1000 incrementos	M2CI	<i>Mastan 2</i>
0	1 elemento	-2,7%	-20,0%	-20,0%	-20,0%	-20,0%	-20,0%	-
	2 elementos	-2,7%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	-2,9%
	4 elementos	-2,7%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	-2,9%
	8 elementos	-2,7%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	-2,9%
	16 elementos	-2,7%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	-2,9%
667	1 elemento	-14,8%	-30,0%	-26,6%	-26,2%	-26,2%	-22,0%	-
	2 elementos	-14,8%	-12,5%	-7,2%	-6,7%	-6,6%	-0,1%	-4,4%
	4 elementos	-14,8%	-12,5%	-7,2%	-6,6%	-6,6%	0,1%	-3,6%
	8 elementos	-14,8%	-12,5%	-7,2%	-6,6%	-6,6%	0,1%	-3,2%
	16 elementos	-14,8%	-12,5%	-7,2%	-6,6%	-6,6%	0,1%	-3,2%
1334	1 elemento	-27,0%	-40,0%	-33,7%	-33,1%	-33,0%	-24,5%	-
	2 elementos	-27,0%	-25,0%	-15,1%	-14,0%	-13,9%	-0,2%	-6,4%
	4 elementos	-27,0%	-25,0%	-15,0%	-13,9%	-13,8%	0,1%	-4,5%
	8 elementos	-27,0%	-25,0%	-15,0%	-13,9%	-13,8%	0,1%	-3,9%
	16 elementos	-27,0%	-25,0%	-15,0%	-13,9%	-13,8%	0,1%	-3,8%
2001	1 elemento	-39,2%	-50,0%	-41,5%	-40,5%	-40,4%	-27,7%	-
	2 elementos	-39,2%	-37,6%	-23,8%	-22,1%	-22,0%	-0,3%	-8,9%
	4 elementos	-39,2%	-37,6%	-23,6%	-21,9%	-21,8%	0,1%	-5,7%
	8 elementos	-39,2%	-37,6%	-23,6%	-21,9%	-21,7%	0,2%	-4,9%
	16 elementos	-39,2%	-37,6%	-23,6%	-21,9%	-21,7%	0,2%	-4,6%

Exemplo 4.2 - Validação dos métodos de análise aproximada aplicados a um

- MAES

Apresenta-se na Figura AA-2 a interface do módulo desenvolvido mostrando os resultados para o caso de maior carga do Caso 2.

Figura AA-2 – Captura de tela do Módulo MAES elaborado.



Como a estrutura do Caso 2 possui apenas uma carga concentrada no topo, pode-se tomar M_{nt} igual a 0, o que torna o cálculo de B_1 desnecessário, uma vez que a parcela $B_1 M_{nt}$ é nula. Os resultados do coeficiente B_2 são apresentados na Tabela AA-8 para as cargas axiais de 445, 667 e 890 kN a estrutura apresenta grande deslocabilidade lateral e por isso o MAES não seria aplicável. Porém, apenas por motivos didáticos, o método é aplicado com a mesma metodologia para estrutura de média deslocabilidade. Os resultados de M_{sd} e N_{sd} são exibidos na Tabela AA-9.

Tabela AA-8 - Resultados da análise e determinação do coeficiente B_2 - Caso 2.

$P = \sum N_{sd}$ [kN]	0	445*	667*	890*
Grau de deslocabilidade	pequeno	grande*	grande*	grande*
R_s	0,85	0,85	0,85	0,85
Δ_h [mm]	23,4	23,4	23,4	23,4
$0,3\%P$ [kN]	0	1,34	2,00	2,67
$\sum H_{sd}$ [kN]	4,45	4,45	4,45	4,45
H [mm]	8530	8530	8530	8530
B_2	1,0	1,48	1,94	2,83

* Métodos aproximados não aplicáveis

Para as cargas axiais de 445, 667 e 890 kN a estrutura apresenta grande deslocabilidade lateral e por isso o MAES não seria aplicável. Porém, apenas por motivos didáticos, o método é aplicado com a mesma metodologia para estrutura de média deslocabilidade. Os resultados de M_{sd} e N_{sd} são exibidos na Tabela AA-9.

Tabela AA-9 - Cálculo dos esforços solicitantes do Caso 2.

P [kN]	0	445*	667*	890*
B_1	-	-	-	-
B_2	1,0	1,48	1,94	2,83
N_{nt} [kN]	0	445	667	890
N_{lt} [kN]	0	0	0	0
M_{nt} [kN.m]	-	-	-	-
M_{lt} [kN.m]	38,0	38,0	38,0	38,0
N_{sd} [kN]	0	445	667	890
M_{sd} [kN.m]	38,0	56,1	73,7	107,5

*Métodos aproximados não aplicáveis

Tabela AA-10 – Resultados do momento fletor máximo para o Caso 2.

Caso 2		Resultados do momento fletor máximo [kN.m]									
Carga axial P [kN]	Discretização	F_{tool}	MAES	API 10 inc.	API 100 inc.	API 1000 inc.	M2CI	<i>Mastan 2</i>	Referência	limite inf.	limite sup.
0	1 elemento	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	36,9	39,1
	2 elementos	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	36,9	39,1
	4 elementos	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	36,9	39,1
	8 elementos	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	36,9	39,1
	16 elementos	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	38,0	36,9	39,1
445	1 elemento	38,0	56,1	52,0	54,0	54,2	55,9	52,4	53,2	51,6	54,8
	2 elementos	38,0	56,1	51,6	53,6	53,8	54,3	52,7	53,2	51,6	54,8
	4 elementos	38,0	56,1	51,4	53,4	53,6	53,8	52,9	53,2	51,6	54,8
	8 elementos	38,0	56,1	51,3	53,3	53,6	53,6	52,9	53,2	51,6	54,8
	16 elementos	38,0	56,1	51,3	53,3	53,5	53,6	52,9	53,2	51,6	54,8
667	1 elemento	38,0	73,7	64,3	69,1	69,6	73,7	65,5	68,1	66,1	70,1
	2 elementos	38,0	73,7	63,8	68,8	69,3	70,6	66,8	68,1	66,1	70,1
	4 elementos	38,0	73,7	63,5	68,5	69,1	69,5	67,2	68,1	66,1	70,1
	8 elementos	38,0	73,7	63,4	68,5	69,0	69,2	67,3	68,1	66,1	70,1
	16 elementos	38,0	73,7	63,4	68,4	69,0	69,1	67,3	68,1	66,1	70,1
890	1 elemento	38,0	107,5	84,9	97,2	98,7	109,1	89,2	97,2	94,3	100,1
	2 elementos	38,0	107,5	85,0	98,4	99,0	103,3	93,4	97,2	94,3	100,1
	4 elementos	38,0	107,5	84,8	98,4	100,0	101,1	94,7	97,2	94,3	100,1
	8 elementos	38,0	107,5	84,7	98,4	100,0	100,5	95,1	97,2	94,3	100,1
	16 elementos	38,0	107,5	84,6	98,4	100,0	100,4	95,1	97,2	94,3	100,1

Tabela AA-11 – Erro relativo dos resultados do momento fletor máximo para o Caso 2.

Caso 2		Erro em relação ao referencial						
Carga axial P [kN]	Discretização	Ftool	MAES	API 10 incrementos	API 100 incrementos	API 1000 incrementos	M2CI	Mastan 2
0	1 elemento	0,0%	0,0%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	-0,1%
	2 elementos	0,0%	0,0%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	-0,1%
	4 elementos	0,0%	0,0%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	-0,1%
	8 elementos	0,0%	0,0%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	-0,1%
	16 elementos	0,0%	0,0%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	-0,1%
445	1 elemento	-28,6%	5,5%	-2,2%	1,5%	1,9%	5,1%	-1,6%
	2 elementos	-28,6%	5,5%	-3,0%	0,7%	1,1%	2,1%	-0,9%
	4 elementos	-28,6%	5,5%	-3,4%	0,4%	0,8%	1,1%	-0,6%
	8 elementos	-28,6%	5,5%	-3,5%	0,3%	0,7%	0,8%	-0,6%
	16 elementos	-28,6%	5,5%	-3,5%	0,2%	0,6%	0,7%	-0,6%
667	1 elemento	-44,2%	8,2%	-5,7%	1,4%	2,2%	8,2%	-3,8%
	2 elementos	-44,2%	8,2%	-6,4%	1,0%	1,8%	3,7%	-1,9%
	4 elementos	-44,2%	8,2%	-6,7%	0,6%	1,4%	2,1%	-1,3%
	8 elementos	-44,2%	8,2%	-6,8%	0,5%	1,3%	1,6%	-1,2%
	16 elementos	-44,2%	8,2%	-6,9%	0,5%	1,3%	1,5%	-1,1%
890	1 elemento	-60,9%	10,6%	-12,6%	0,0%	1,5%	12,2%	-8,2%
	2 elementos	-60,9%	10,6%	-12,6%	1,2%	1,8%	6,3%	-3,9%
	4 elementos	-60,9%	10,6%	-12,8%	1,2%	2,9%	4,1%	-2,6%
	8 elementos	-60,9%	10,6%	-12,9%	1,2%	2,9%	3,4%	-2,2%
	16 elementos	-60,9%	10,6%	-12,9%	1,2%	2,9%	3,3%	-2,1%

Tabela AA-12 – Tempo de análise para o Caso 2 do S3D.

Caso 2		Tempo de processamento da análise [s]					
Carga axial <i>P</i> [kN]	Discretização	Análise de 1ª ordem (S3D)	MAES	API 10 incrementos	API 100 incrementos	API 1000 incrementos	M2Ci
0	1 elemento	0,0006	0,8576	0,0027	0,0158	0,1362	0,0011
	2 elementos	0,0011	0,9907	0,0041	0,0267	0,2575	0,0019
	4 elementos	0,0020	1,2661	0,0064	0,0516	0,4956	0,0036
	8 elementos	0,0040	1,8679	0,0136	0,0997	0,9682	0,0070
	16 elementos	0,0082	3,9348	0,0279	0,2391	2,1644	0,0155
445	1 elemento	0,0007	0,9443	0,0027	0,0155	0,1397	0,0010
	2 elementos	0,0011	1,1079	0,0037	0,0275	0,2655	0,0019
	4 elementos	0,0024	1,4400	0,0074	0,0497	0,5120	0,0037
	8 elementos	0,0036	2,2728	0,0126	0,1001	0,9454	0,0076
	16 elementos	0,0072	4,6164	0,0277	0,2250	2,1576	0,0149
667	1 elemento	0,0007	0,9707	0,0027	0,0159	0,1406	0,0011
	2 elementos	0,0013	1,1013	0,0043	0,0282	0,2468	0,0018
	4 elementos	0,0020	1,4238	0,0067	0,0499	0,5089	0,0036
	8 elementos	0,0039	2,3063	0,0140	0,1021	0,9693	0,0075
	16 elementos	0,0074	4,5090	0,0276	0,2210	2,1630	0,0147
890	1 elemento	0,0007	0,9526	0,0021	0,0149	0,1393	0,0010
	2 elementos	0,0011	1,2505	0,0035	0,0263	0,2458	0,0019
	4 elementos	0,0019	1,4398	0,0073	0,0480	0,4589	0,0036
	8 elementos	0,0036	2,3236	0,0125	0,0984	0,9638	0,0070
	16 elementos	0,0079	4,5047	0,0289	0,2263	2,1446	0,0147

Tabela AA-13 – Resultados do deslocamento máximo para o Caso 2.

Caso 2		Resultados do deslocamento máximo [mm]									
Carga axial <i>P</i> [kN]	Discretização	<i>Ftool</i>	MAES	API 10 inc.	API 100 inc.	API 1000 inc.	M2CI	<i>Mastan 2</i>	Referência	limite inf.	limite sup.
0	1 elemento	22,6	23,4	23,4	23,4	23,4	23,4	22,8	23,1	21,9	24,3
	2 elementos	22,6	23,4	23,4	23,4	23,4	23,4	22,8	23,1	21,9	24,3
	4 elementos	22,6	23,4	23,4	23,4	23,4	23,4	22,8	23,1	21,9	24,3
	8 elementos	22,6	23,4	23,4	23,4	23,4	23,4	22,8	23,1	21,9	24,3
	16 elementos	22,6	23,4	23,4	23,4	23,4	23,4	22,8	23,1	21,9	24,3
445	1 elemento	22,6	23,4	32,4	33,6	33,8	35,0	32,4	34,2	32,5	35,9
	2 elementos	22,6	23,4	33,1	34,5	34,7	35,1	33,2	34,2	32,5	35,9
	4 elementos	22,6	23,4	33,3	34,8	34,9	35,1	33,5	34,2	32,5	35,9
	8 elementos	22,6	23,4	33,4	34,9	35,0	35,1	33,6	34,2	32,5	35,9
	16 elementos	22,6	23,4	33,4	34,9	35,0	35,1	33,6	34,2	32,5	35,9
667	1 elemento	22,6	23,4	40,1	43,2	43,5	46,5	41,3	45,1	42,8	47,4
	2 elementos	22,6	23,4	41,8	45,3	45,7	46,7	43,3	45,1	42,8	47,4
	4 elementos	22,6	23,4	42,2	46,0	46,4	46,7	43,9	45,1	42,8	47,4
	8 elementos	22,6	23,4	42,4	46,1	46,5	46,7	44,0	45,1	42,8	47,4
	16 elementos	22,6	23,4	42,4	46,2	46,6	46,7	44,0	45,1	42,8	47,4
890	1 elemento	22,6	23,4	53,4	61,2	62,1	69,4	57,6	66,6	63,3	69,9
	2 elementos	22,6	23,4	56,9	66,5	67,6	70,0	62,4	66,6	63,3	69,9
	4 elementos	22,6	23,4	57,9	68,0	69,2	70,1	63,8	66,6	63,3	69,9
	8 elementos	22,6	23,4	58,2	68,5	69,7	70,1	64,2	66,6	63,3	69,9
	16 elementos	22,6	23,4	58,3	68,6	69,8	70,1	64,3	66,6	63,3	69,9

Tabela AA-14 – Erro relativo dos resultados do deslocamento máximo para o Caso 2.

Caso 2		Erro em relação ao referencial						
Carga axial P [kN]	Discretização	<i>Ftool</i>	MAES	API 10 inc.	API 100 inc.	API 1000 inc.	M2CI	<i>Mastan 2</i>
0	1 elemento	-2,2%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	-1,3%
	2 elementos	-2,2%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	-1,3%
	4 elementos	-2,2%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	-1,3%
	8 elementos	-2,2%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	-1,3%
	16 elementos	-2,2%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	-1,3%
445	1 elemento	-33,9%	-31,4%	-5,4%	-1,7%	-1,3%	2,4%	-5,3%
	2 elementos	-33,9%	-31,4%	-3,2%	0,9%	1,4%	2,5%	-2,8%
	4 elementos	-33,9%	-31,4%	-2,6%	1,7%	2,2%	2,5%	-2,1%
	8 elementos	-33,9%	-31,4%	-2,4%	1,9%	2,4%	2,5%	-1,9%
	16 elementos	-33,9%	-31,4%	-2,4%	2,0%	2,4%	2,5%	-1,8%
667	1 elemento	-49,9%	-48,0%	-11,0%	-4,2%	-3,5%	3,1%	-8,4%
	2 elementos	-49,9%	-48,0%	-7,4%	0,5%	1,3%	3,5%	-4,1%
	4 elementos	-49,9%	-48,0%	-6,3%	1,9%	2,8%	3,5%	-2,8%
	8 elementos	-49,9%	-48,0%	-6,0%	2,3%	3,2%	3,5%	-2,4%
	16 elementos	-49,9%	-48,0%	-6,0%	2,4%	3,3%	3,5%	-2,4%
890	1 elemento	-66,1%	-64,8%	-19,9%	-8,1%	-6,8%	4,2%	-13,5%
	2 elementos	-66,1%	-64,8%	-14,6%	-0,2%	1,5%	5,1%	-6,4%
	4 elementos	-66,1%	-64,8%	-13,0%	2,2%	4,0%	5,2%	-4,2%
	8 elementos	-66,1%	-64,8%	-12,6%	2,8%	4,6%	5,2%	-3,7%
	16 elementos	-66,1%	-64,8%	-12,5%	2,9%	4,8%	5,2%	-3,5%

Figura AA-3 – Resultados do momento fletor máximo do Caso 1, subdivididos em 4 elementos.

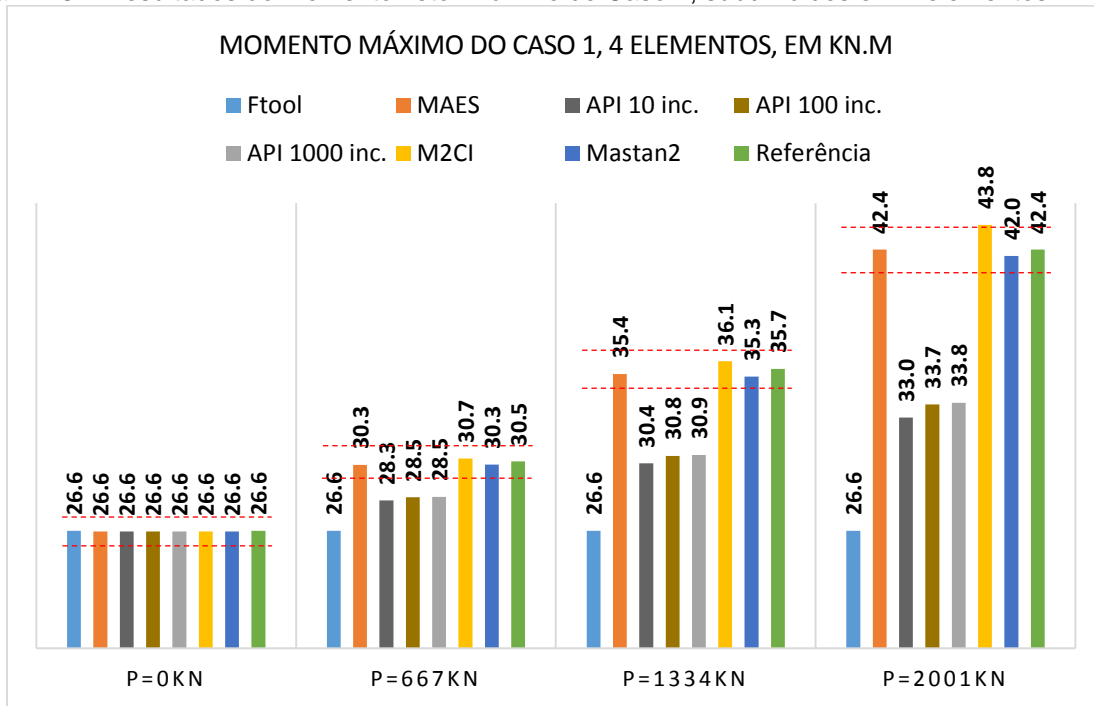


Figura AA-4 – Resultados do deslocamento máximo do Caso 1, subdivididos em 4 elementos.

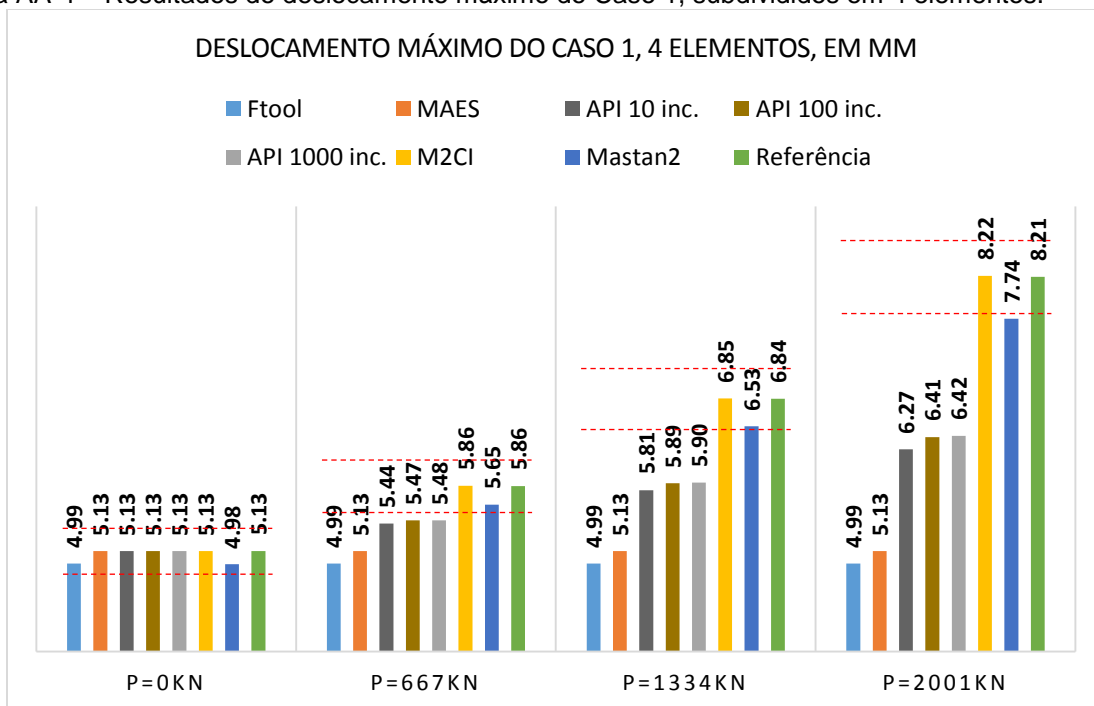


Figura AA-5 – Resultados do deslocamento máximo do Caso 2, subdivididos em 4 elementos.

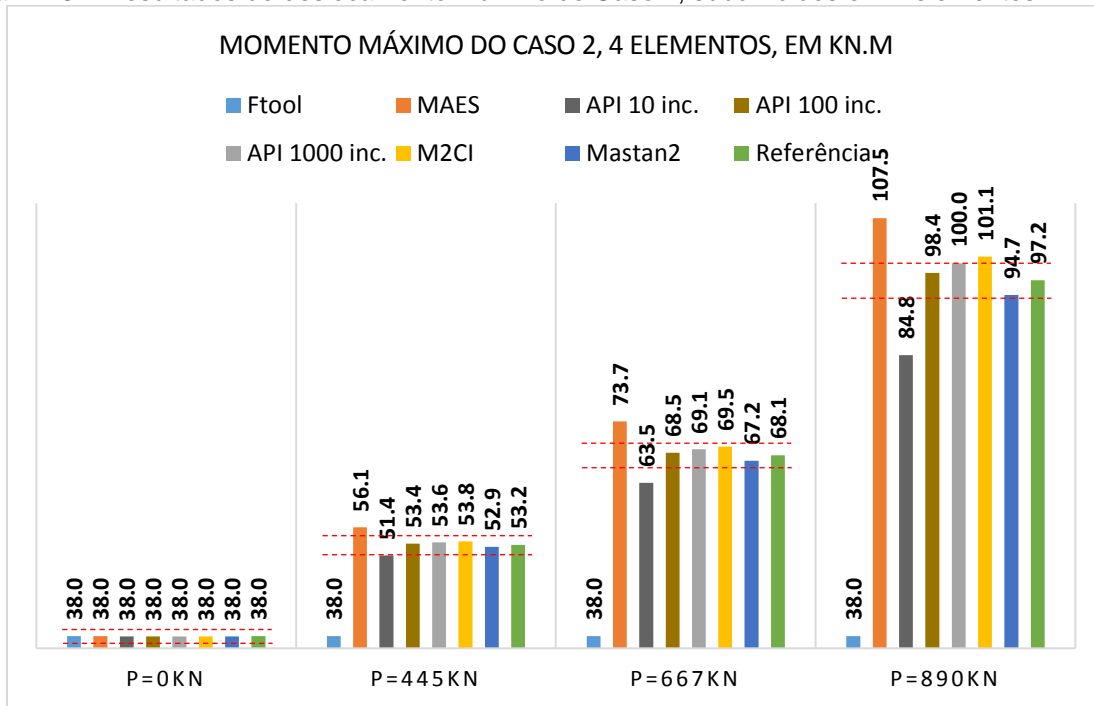


Figura AA-6 – Resultados do deslocamento máximo do Caso 2, subdivididos em 4 elementos.

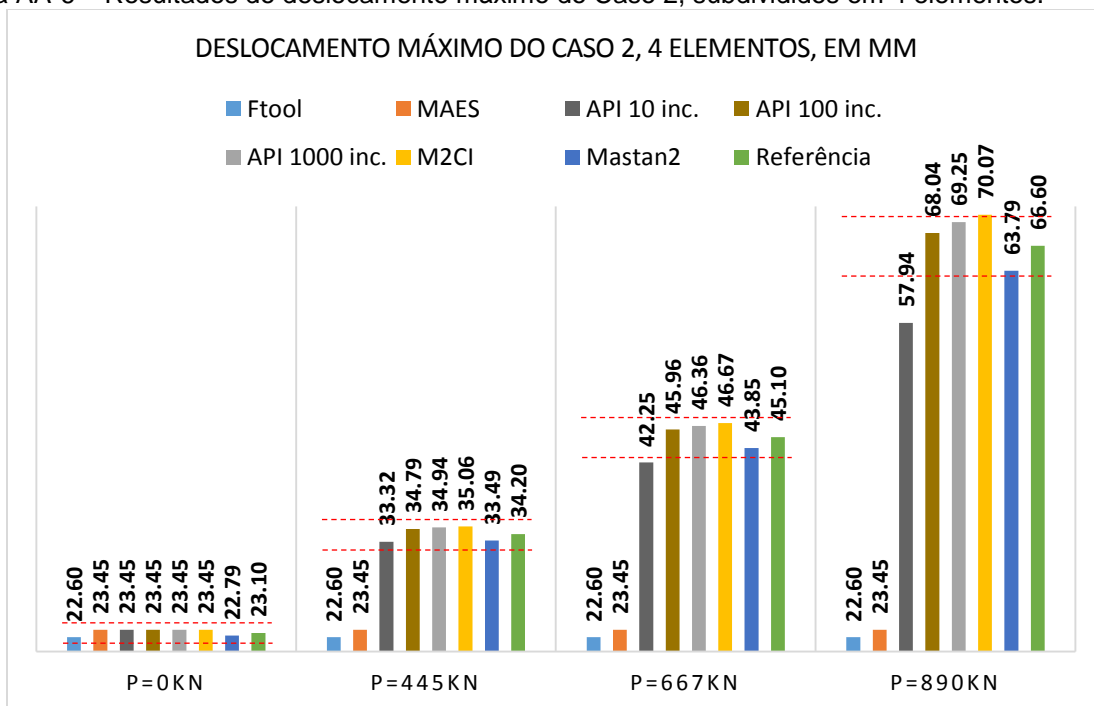


Figura AA-7 – Influência da discretização na precisão e tempo de análise no momento fletor máximo do Caso 1 para o M2CI.

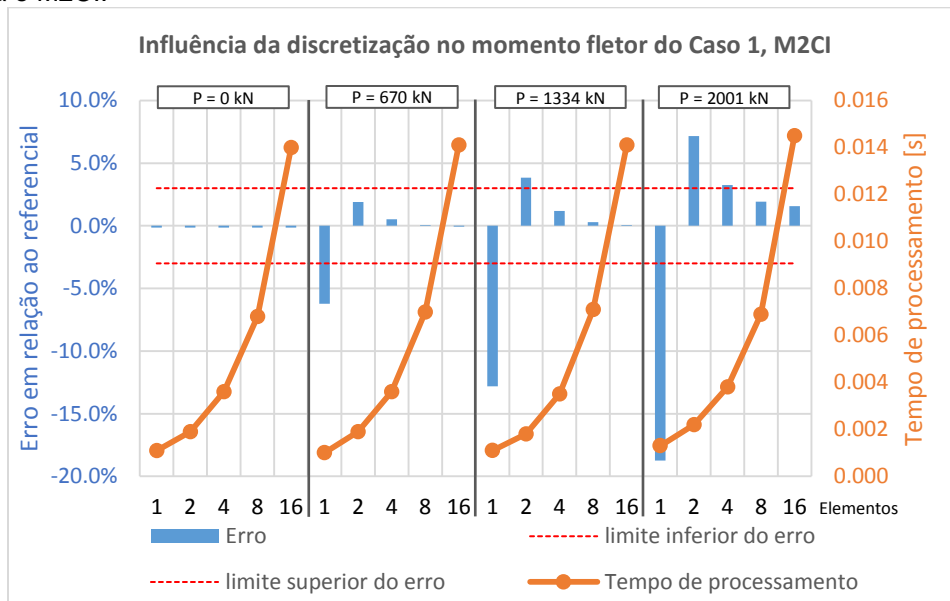


Figura AA-8 – Influência da discretização na precisão e tempo de análise no deslocamento máximo do Caso 1 para o M2CI.

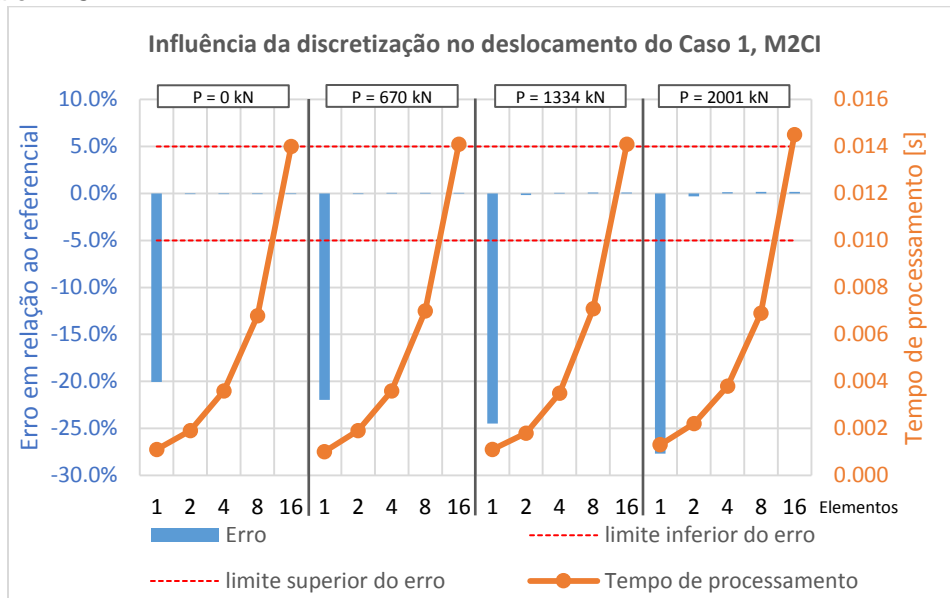


Figura AA-9 – Influência da discretização na precisão e tempo de análise no momento fletor máximo do Caso 2 para o M2CI.

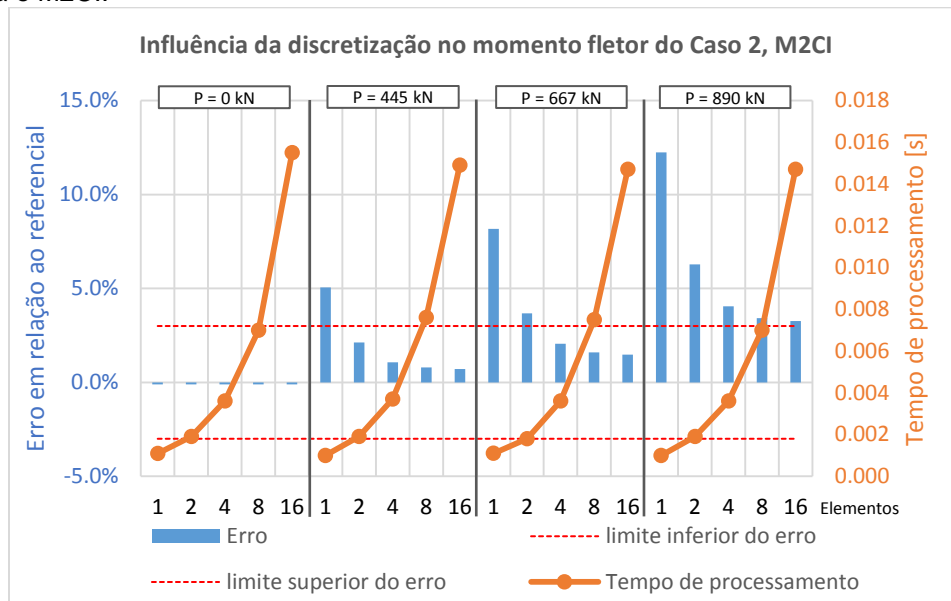


Figura AA-10 – Influência da discretização na precisão e tempo de análise no deslocamento máximo do Caso 2 para o M2CI.

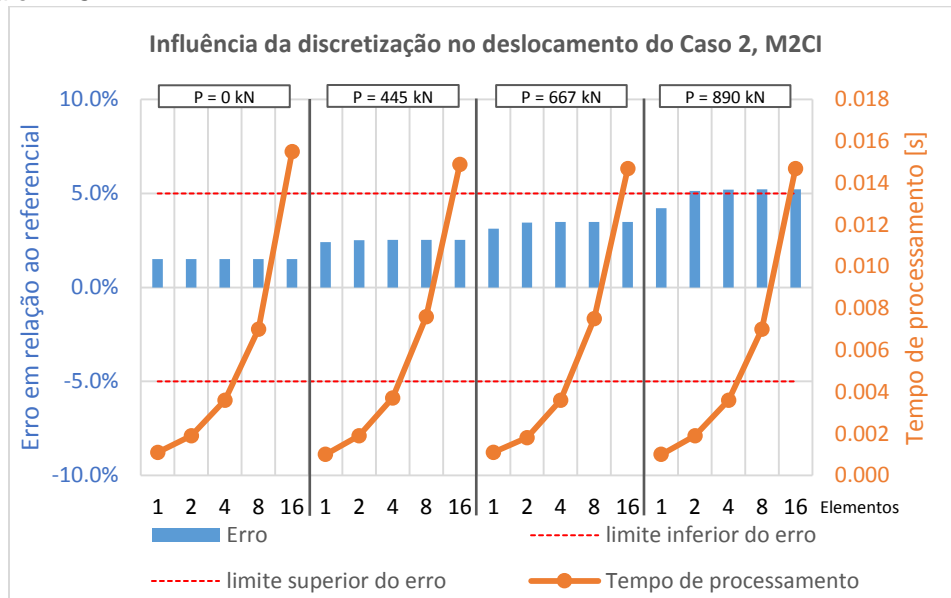


Figura AA-11 – Influência do número de incrementos na precisão e tempo de análise no momento fletor máximo do Caso 1 para o API e estrutura subdividida em 4 elementos.

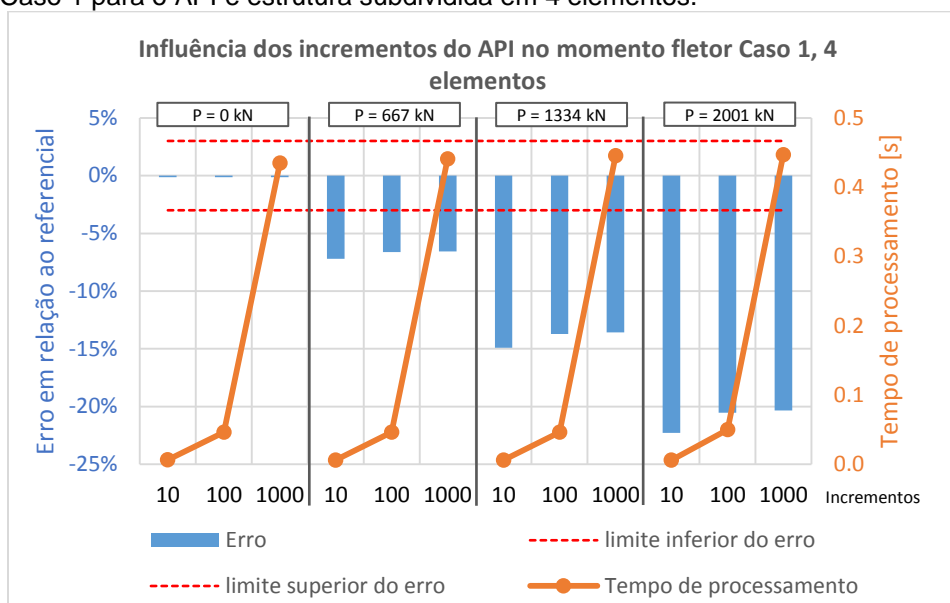


Figura AA-12 – Influência do número de incrementos na precisão e tempo de análise no deslocamento máximo do Caso 1 para o API e estrutura subdividida em 4 elementos.

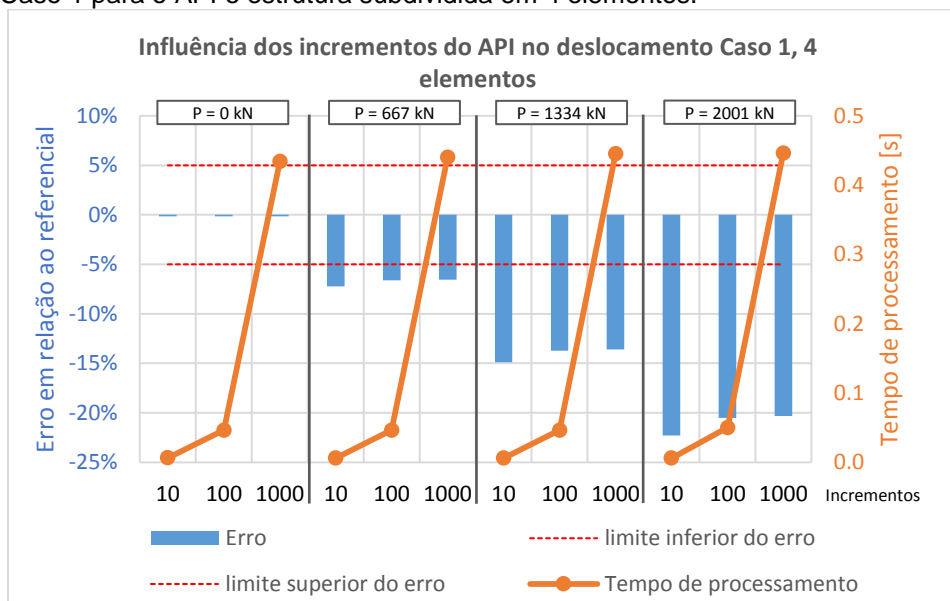


Figura AA-13 – Influência do número de incrementos na precisão e tempo de análise no momento fletor máximo do Caso 2 para o API e estrutura subdividida em 4 elementos.

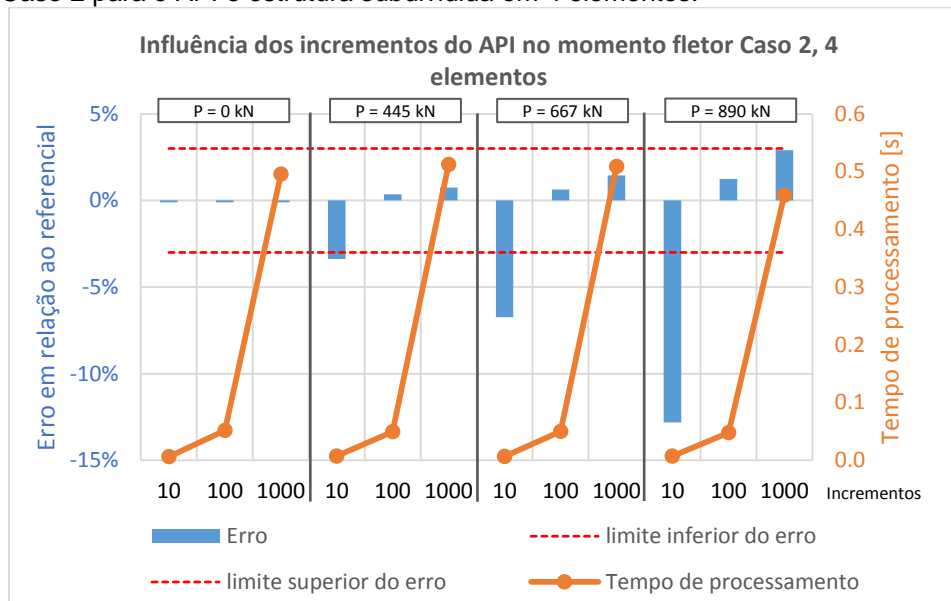
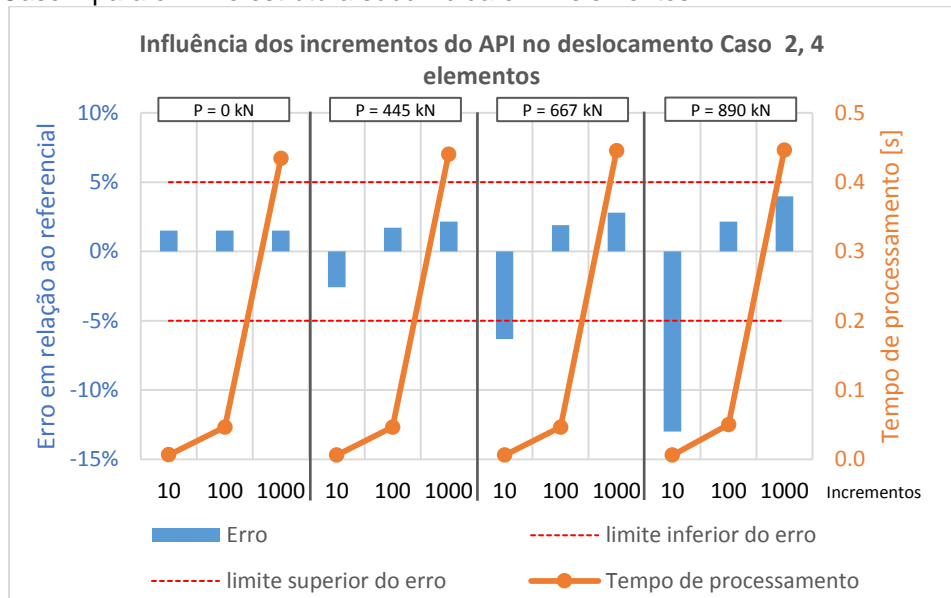


Figura AA-14 – Influência do número de incrementos na precisão e tempo de análise no momento fletor máximo do Caso 2 para o API e estrutura subdividida em 4 elementos.



Anexo B

Apresentam-se neste anexo as tabelas de perfis IPE, HBA, HBE e HBM europeus e do padrão americano fornecido pela Gerdau® (2017) utilizadas no programa elaborado. A legenda do cabeçalho das tabelas é dado a seguir:

1. Dimensões dos perfis: altura, h [mm]
2. Dimensões dos perfis: largura, b [mm]
3. Dimensões dos perfis: espessura da alma, t_w [mm]
4. Dimensões dos perfis: espessura da mesa, t_f [mm]
5. Dimensões dos perfis: raio de conformação, r [mm]
6. Momento de inércia em relação ao eixo de inércia y - y , I_y [$\times 10^6$ mm⁴]
7. Módulo de flambagem plástica em relação ao eixo de inércia y - y , $W_{pl,y}$ [$\times 10^3$ mm³]
8. Momento de inércia em relação ao eixo de inércia z - z , I_z [$\times 10^6$ mm⁴]
9. Módulo de flambagem plástica em relação ao eixo de inércia z - z , $W_{pl,z}$ [$\times 10^3$ mm³]
10. Constante de torção, J [$\times 10^3$ mm⁴]

Tabela AB-1 – Tabela de perfis IPE, padrão europeu (Fonte: EUROCODE APPLIED, 2020).

Código	h	b	t_w	t_f	r	I_y	$W_{pl,y}$	I_z	$W_{pl,z}$	J
IPE80	80	46	3,8	5,2	5	0,8014	23,22	0,08489	5,818	6,727
IPE100	100	55	4,1	5,7	7	1,71	39,41	0,1592	9,146	11,53
IPE120	120	64	4,4	6,3	7	3,178	60,73	0,2767	13,58	16,89
IPE140	140	73	4,7	6,9	7	5,412	88,34	0,4492	19,25	24,01
IPE160	160	82	5	7,4	9	8,693	123,9	0,6831	26,1	35,3
IPE180	180	91	5,3	8	9	13,17	166,4	1,009	34,6	47,23
IPE200	200	100	5,6	8,5	12	19,43	220,6	1,424	44,61	68,46
IPE220	220	110	5,9	9,2	12	27,72	285,4	2,049	58,11	89,82
IPE240	240	120	6,2	9,8	15	38,92	366,6	2,836	73,92	127,4
IPE270	270	135	6,6	10,2	15	57,9	484	4,199	96,95	157,1
IPE300	300	150	7,1	10,7	15	83,56	628,4	6,038	125,2	197,5
IPE330	330	160	7,5	11,5	18	117,7	804,3	7,881	153,7	275,9
IPE360	360	170	8	12,7	18	162,7	1019	10,43	191,1	370,8
IPE400	400	180	8,6	13,5	21	231,3	1307	13,18	229	504,1
IPE450	450	190	9,4	14,6	21	337,4	1702	16,76	276,4	660,5
IPE500	500	200	10,2	16	21	482	2194	21,42	335,9	886,2
IPE550	550	210	11,1	17,2	24	671,2	2787	26,68	400,5	1217
IPE600	600	220	12	19	24	920,8	3512	33,87	485,6	1646

Tabela AB-2 – Tabela de perfis HEA, padrão europeu (Fonte: EUROCODE APPLIED, 2020).

Código	h	b	t_w	t_f	r	I_y	$W_{pl,y}$	I_z	$W_{pl,z}$	J
HEA100	96	100	5	8	12	3,492	83,01	1,338	41,14	51,99
HEA120	114	120	5	8	12	6,062	119,5	2,309	58,85	59,57
HEA140	133	140	5,5	8,5	12	10,33	173,5	3,893	84,85	80,32
HEA160	152	160	6	9	15	16,73	245,1	6,156	117,6	118,4
HEA180	171	180	6	9,5	15	25,1	324,9	9,246	156,5	146,6
HEA200	190	200	6,5	10	18	36,92	429,5	13,36	203,8	204,3
HEA220	210	220	7	11	18	54,1	568,5	19,55	270,6	280,9
HEA240	230	240	7,5	12	21	77,63	744,6	27,69	351,7	410,3
HEA260	250	260	7,5	12,5	24	104,5	919,8	36,68	430,2	520
HEA280	270	280	8	13	24	136,7	1112	47,63	518,1	613,9
HEA300	290	300	8,5	14	27	182,6	1383	63,1	641,2	842,4
HEA320	310	300	9	15,5	27	229,3	1628	69,85	709,7	1088
HEA340	330	300	9,5	16,5	27	276,9	1850	74,36	755,9	1287
HEA360	350	300	10	17,5	27	330,9	2088	78,87	802,3	1510
HEA400	390	300	11	19	27	450,7	2562	85,64	872,9	1914
HEA450	440	300	11,5	21	27	637,2	3216	94,65	965,5	2491
HEA500	490	300	12	23	27	869,7	3949	103,7	1059	3177
HEA550	540	300	12,5	24	27	1119	4622	108,2	1107	3606
HEA600	590	300	13	25	27	1412	5350	112,7	1156	4075
HEA650	640	300	13,5	26	27	1752	6136	117,2	1205	4586
HEA700	690	300	14,5	27	27	2153	7032	121,8	1257	5228
HEA800	790	300	15	28	30	3034	8699	126,4	1312	6096
HEA900	890	300	16	30	30	4221	10810	135,5	1414	7510
HEA1000	990	300	16,5	31	30	5538	12820	140	1470	8373

Tabela AB-3 – Tabela de perfis HEB, padrão europeu (Fonte: EUROCODE APPLIED, 2020).

Código	h	b	t_w	t_f	r	I_y	$W_{pl,y}$	I_z	$W_{pl,z}$	J
HEB100	100	100	6	10	12	4,495	104,2	1,673	51,42	93,09
HEB120	120	120	6,5	11	12	8,644	165,2	3,175	80,97	139,4
HEB140	140	140	7	12	12	15,09	245,4	5,497	119,8	202
HEB160	160	160	8	13	15	24,92	354	8,892	170	312,4
HEB180	180	180	8,5	14	15	38,31	481,4	13,63	231	422,4
HEB200	200	200	9	15	18	56,96	642,5	20,03	305,8	595,9
HEB220	220	220	9,5	16	18	80,91	827	28,43	393,9	770,2
HEB240	240	240	10	17	21	112,6	1053	39,23	498,4	1036
HEB260	260	260	10	17,5	24	149,2	1283	51,35	602,2	1257
HEB280	280	280	10,5	18	24	192,7	1534	65,95	717,6	1453
HEB300	300	300	11	19	27	251,7	1869	85,63	870,1	1874
HEB320	320	300	11,5	20,5	27	308,2	2149	92,39	939,1	2292
HEB340	340	300	12	21,5	27	366,6	2408	96,9	985,7	2620
HEB360	360	300	12,5	22,5	27	431,9	2683	101,4	1032	2979
HEB400	400	300	13,5	24	27	576,8	3232	108,2	1104	3611
HEB450	450	300	14	26	27	798,9	3982	117,2	1198	4489
HEB500	500	300	14,5	28	27	1072	4815	126,2	1292	5499
HEB550	550	300	15	29	27	1367	5591	130,8	1341	6123
HEB600	600	300	15,5	30	27	1710	6425	135,3	1391	6796
HEB650	650	300	16	31	27	2106	7320	139,8	1441	7520
HEB700	700	300	17	32	27	2569	8327	144,4	1495	8417
HEB800	800	300	17,5	33	30	3591	10230	149	1553	9621
HEB900	900	300	18,5	35	30	4941	12580	158,2	1658	11540
HEB1000	1000	300	19	36	30	6447	14860	162,8	1716	12720

Tabela AB-4 – Tabela de perfis HEM, padrão europeu (Fonte: EUROCODE APPLIED, 2020).

Código	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>t_w</i>	<i>t_f</i>	<i>r</i>	<i>I_y</i>	<i>W_{pl,y}</i>	<i>I_z</i>	<i>W_{pl,z}</i>	<i>J</i>
HEM100	120	106	12	20	12	11,43	235,8	3,992	116,3	672,8
HEM120	140	126	12,5	21	12	20,18	350,6	7,028	171,6	905,3
HEM140	160	146	13	22	12	32,91	493,8	11,44	240,5	1186
HEM160	180	166	14	23	15	50,98	674,6	17,59	325,5	1608
HEM180	200	186	14,5	24	15	74,83	883,4	25,8	425,2	2014
HEM200	220	206	15	25	18	106,4	1135	36,51	543,2	2581
HEM220	240	226	15,5	26	18	146	1419	50,12	678,6	3136
HEM240	270	248	18	32	21	242,9	2117	81,53	1006	6272
HEM260	290	268	18	32,5	24	313,1	2524	104,5	1192	7223
HEM280	310	288	18,5	33	24	395,5	2966	131,6	1397	8094
HEM300	340	310	21	39	27	592	4078	194	1913	14150
HEM320	359	309	21	40	27	681,3	4435	197,1	1951	15100
HEM340	377	309	21	40	27	763,7	4718	197,1	1953	15160
HEM360	395	308	21	40	27	848,7	4989	195,2	1942	15170
HEM400	432	307	21	40	27	1041	5571	193,4	1934	15240
HEM450	478	307	21	40	27	1315	6331	193,4	1939	15380
HEM500	524	306	21	40	27	1619	7094	191,5	1932	15480
HEM550	572	306	21	40	27	1980	7933	191,6	1937	15630
HEM600	620	305	21	40	27	2374	8772	189,8	1930	15740
HEM650	668	305	21	40	27	2817	9657	189,8	1936	15880
HEM700	716	304	21	40	27	3293	10540	188	1929	15990
HEM800	814	303	21	40	30	4426	12490	186,3	1930	16630
HEM900	910	302	21	40	30	5704	14440	184,5	1929	16890
HEM1000	1008	302	21	40	30	7223	16570	184,6	1940	17190

Tabela AB-5 (Parte 1 de 2) – Tabela de perfis padrão americano (Fonte: GERDAU®, 2017).

Código	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>t_w</i>	<i>t_f</i>	<i>r</i>	<i>I_y</i>	<i>W_{pl,y}</i>	<i>I_z</i>	<i>W_{pl,z}</i>	<i>J</i>
W 150 x 13,0	148	100	4,3	4,9	10	6,35	96,4	0,82	25,5	17,2
W 150 x 18,0	153	102	5,8	7,1	10	9,39	139,4	1,26	38,5	43,4
W 150 x 22,5 (H)	152	152	5,8	6,6	10	12,29	179,6	3,87	77,9	47,5
W 150 x 24,0	160	102	6,6	10,3	12	13,84	197,6	1,83	55,8	110,8
W 150 x 29,8 (H)	157	153	6,6	9,3	10	17,39	247,5	5,56	110,8	109,5
W 150 x 37,1 (H)	162	154	8,1	11,6	10	22,44	313,5	7,07	140,4	205,8
W 200 x 15,0	200	100	4,3	5,2	10	13,05	147,9	0,87	27,3	20,5
W 200 x 19,3	203	102	5,8	6,5	10	16,86	190,6	1,16	35,9	40,2
W 200 x 22,5	206	102	6,2	8	10	20,29	225,5	1,42	43,9	61,8
W 200 x 26,6	207	133	5,8	8,4	10	26,11	282,3	3,3	76,3	76,5
W 200 x 31,3	210	134	6,4	10,2	10	31,68	338,6	4,1	94	125,9
W 200 x 35,9 (H)	201	165	6,2	10,2	10	34,37	379,2	7,64	141	145,1
W 200 x 41,7 (H)	205	166	7,2	11,8	12	41,14	448,6	9,01	165,7	231,9
W 200 x 46,1 (H)	203	203	7,2	11	10	45,43	495,3	15,35	229,5	220,1
W 200 x 52,0 (H)	206	204	7,9	12,6	12	52,98	572,5	17,84	265,8	333,4
HP 200 x 53,0 (H)	204	207	11,3	11,3	10	49,77	551,3	16,73	248,6	319,3
W 200 x 59,0 (H)	210	205	9,1	14,2	12	61,4	655,9	20,41	303	476,9
W 200 x 71,0 (H)	216	206	10,2	17,4	10	76,6	803,2	25,37	374,5	816,6
W 200 x 86,0 (H)	222	209	13	20,6	12	94,98	984,2	31,39	458,7	1421,9
W 250 x 17,9	251	101	4,8	5,3	10	22,91	211	0,91	28,8	25,4
W 250 x 22,3	254	102	5,8	6,9	10	29,39	267,7	1,23	38,4	47,7
W 250 x 25,3	257	102	6,1	8,4	10	34,73	311,1	1,49	46,4	70,6
W 250 x 28,4	260	102	6,4	10	10	40,46	357,3	1,78	54,9	103,4
W 250 x 32,7	258	146	6,1	9,1	10	49,37	428,5	4,73	99,7	104,4
W 250 x 38,5	262	147	6,6	11,2	10	60,57	517,8	5,94	124,1	176,3
W 250 x 44,8	266	148	7,6	13	10	71,58	606,3	7,04	146,4	271,4
HP 250 x 62,0 (H)	246	256	10,5	10,7	12	87,28	790,5	29,95	357,8	334,6
W 250 x 73,0 (H)	253	254	8,6	14,2	12	112,57	983,3	38,8	463,1	569,4
W 250 x 80,0 (H)	256	255	9,4	15,6	12	125,5	1088,7	43,13	513,1	750,2
HP 250 x 85,0 (H)	254	260	14,4	14,4	12	12,28	1093,2	42,25	499,6	820,7

Tabela AB-6 (Parte 2 de 2) – Tabela de perfis, padrão americano (Fonte: GERDAU®, 2017).

Código	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>t_w</i>	<i>t_r</i>	<i>r</i>	<i>I_y</i>	<i>W_{pl,y}</i>	<i>I_z</i>	<i>W_{pl,z}</i>	<i>J</i>
W 250 x 89,0 (H)	260	256	10,7	17,3	12	142,37	1224,4	48,41	574,3	1028,1
W 250 x 101,0 (H)	264	257	11,9	19,6	12	163,52	1395	55,49	656,3	1477
W 250 x 115,0 (H)	269	259	13,5	22,1	12	189,2	1597,4	64,05	752,7	2120
W 310 x 21,0	303	101	5,1	5,7	10	37,76	291,9	0,98	31,4	32,7
W 310 x 23,8	305	101	5,6	6,7	10	43,46	333,2	1,16	36,9	46,5
W 310 x 28,3	309	102	6	8,9	10	55	412	1,58	49,4	81,4
W 310 x 32,7	313	102	6,6	10,8	10	65,7	485,3	1,92	59,8	129,1
W 310 x 38,7	310	165	5,8	9,7	10	85,81	615,4	7,27	134,9	132
W 310 x 44,5	313	166	6,6	11,2	10	99,97	712,8	8,55	158	199
W 310 x 52,0	317	167	7,6	13,2	10	119,09	842,5	10,26	188,8	318,1
HP 310 x 79,0 (H)	299	306	11	11	16	163,16	1210,1	52,58	525,4	467,2
HP 310 x 93,0 (H)	303	308	13,1	13,1	16	196,82	1450,3	63,87	635,5	773,3
W 310 x 97,0 (H)	308	305	9,9	15,4	16	222,84	1594,2	72,86	725	921,2
W 310 x 107,0 (H)	311	306	10,9	17	16	248,39	1768,2	81,23	806,1	1228,6
HP 310 x 110,0 (H)	308	310	15,4	15,5	16	237,03	1730,6	77,07	763,7	1256,6
W 310 x 117,0 (H)	314	307	11,9	18,7	16	275,63	1952,6	90,24	893,1	1616,1
HP 310 x 125,0 (H)	312	312	17,4	17,4	16	270,76	1963,3	88,23	870,6	1779,8
W 360 x 32,9	349	127	5,8	8,5	12	83,58	547,6	2,91	72	91,5
W 360 x 39,0	353	128	6,5	10,7	12	103,31	667,7	3,75	91,9	158,3
W 360 x 44,0	352	171	6,9	9,8	12	122,58	784,3	8,18	148	167
W 360 x 51,0	355	171	7,2	11,6	12	142,22	899,5	9,68	174,7	246,5
W 360 x 57,8	358	172	7,9	13,1	12	161,43	1014,8	11,13	199,8	344,5
W 360 x 64,0	347	203	7,7	13,5	16	178,9	1145,5	18,85	284,5	445,7
W 360 x 72,0	350	204	8,6	15,1	16	201,69	1285,9	21,4	321,8	611,8
W 360 x 79,0	354	205	9,4	16,8	16	227,13	1437	24,16	361,9	824,1
W 360 x 91,0 (H)	353	254	9,5	16,4	16	267,55	1680,1	44,83	538,1	926,1
W 360 x 101,0 (H)	357	255	10,5	18,3	17	302,79	1888,9	50,63	606,1	1284,7
W 360 x 110,0 (H)	360	256	11,4	19,9	16	331,55	2059,3	55,7	664,5	1619,3
W 360 x 122,0 (H)	363	257	13	21,7	16	365,99	2269,8	61,47	732,4	2127
W 410 x 38,8	399	140	6,4	8,8	12	127,77	736,8	4,04	90,9	116,9
W 410 x 46,1	403	140	7	11,2	12	156,9	891,1	5,14	115,2	200,6
W 410 x 53,0	403	177	7,5	10,9	12	187,34	1052,2	10,09	176,9	233,8
W 410 x 60,0	407	178	7,7	12,8	12	217,07	1201,5	12,05	209,2	337,8
W 410 x 67,0	410	179	8,8	14,4	12	246,78	1362,7	13,79	239	481,1
W 410 x 75,0	413	180	9,7	16	12	276,16	1518,6	15,59	269,1	652,1
W 410 x 85,0	417	181	10,9	18,2	12	316,58	1731,7	18,04	310,4	944,8
W 460 x 52,0	450	152	7,6	10,8	12	213,7	1095,9	6,34	131,7	217,9
W 460 x 60,0	455	153	8	13,3	12	256,52	1292,1	7,96	163,4	346
W 460 x 68,0	459	154	9,1	15,4	12	298,51	1495,4	9,41	192,4	522,9
W 460 x 74,0	457	190	9	14,5	12	334,15	1657,4	16,61	271,3	529,7
W 460 x 82,0	460	191	9,9	16	12	371,57	1836,4	18,62	303,3	706,2
W 460 x 89,0	463	192	10,5	17,7	12	411,05	2019,4	20,93	339	924,9
W 460 x 97,0	466	193	11,4	19	12	446,58	2187,4	22,83	368,8	1150,5
W 460 x 106,0	469	194	12,6	20,6	12	489,78	2394,6	25,15	405,7	1481,9
W 530 x 66,0	525	165	8,9	11,4	12	349,71	1558	8,57	166	315,2
W 530 x 72,0	524	207	9	10,9	12	399,69	1755,9	16,15	244,6	334,1
W 530 x 85,0	535	166	10,3	16,5	12	484,53	2099,8	12,63	241,6	729,3
W 530 x 92,0	533	209	10,2	15,6	12	551,57	2359,8	23,79	354,7	755
W 530 x 101,0	537	210	10,9	17,4	16	621,98	2640,4	26,93	400,6	1060,4
W 530 x 109,0	539	211	11,6	18,8	16	672,26	2847	29,52	437,4	1313,8
W 610 x 101,0	603	228	10,5	14,9	16	770,03	2922,7	29,51	405	816,8
W 610 x 113,0	608	228	11,2	17,3	16	881,96	3312,9	34,26	469,7	1165
W 610 x 125,0	612	229	11,9	19,6	16	991,84	3697,3	39,33	536,3	1595
W 610 x 140,0	617	230	13,1	22,2	16	1126,19	4173,1	45,15	614	2250,1
W 610 x 155,0	611	324	12,7	19	16	1295,83	4749,1	107,83	1022,6	2007,7
W 610 x 174,0	616	325	14	21,6	16	1477,54	5383,3	123,74	1171,1	2868,8