

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
PROFMAT

Mary Jane Alcantara Pinheiro

**ENSINO DAS FRAÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL:
PROPOSTA DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS**



Vitoria

2021

Mary Jane Alcantara Pinheiro

**ENSINO DAS FRAÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL:
PROPOSTA DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS**

Dissertação apresentada ao PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Centro de Ciências Exatas da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Dr. Valmecir Antonio dos Santos Bayer

Vitória
2021

Mary Jane Alcantara Pinheiro

**ENSINO DAS FRAÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL:
PROPOSTA DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS**

Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática do Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) da Universidade Federal do Espírito Santo como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em 29 de junho de 2021

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Valmecir Antonio dos Santos Bayer
Universidade Federal do Espírito Santo
Orientador

Prof. Dr. Domingos Sávio Valério Silva
Membro Interno – UFES

Prof. Dr. Pedro Matos da Silva
Membro Externo - IFES

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me sustentado até o dia de hoje com saúde e coragem para seguir em frente;

Aos meus pais, minhas irmãs, minha filha, meu genro, minhas sobrinhas, que sempre me incentivaram a não desistir;

Ao professor Dr. Valmecir Antonio dos Santos Bayer, pelo comprometimento com as aulas do mestrado e pela paciência na orientação deste trabalho de conclusão;

Aos demais professores do PROFMAT – UFES: Dr. Florêncio, Dr. Domingos, Dr. Moacir, Dra. Magda e Dra. Rosa, pela dedicação, pelas aulas ministradas e conhecimentos compartilhados;

Aos colegas do PROFMAT da turma de 2015, pelos bons momentos que passamos juntos;

À Universidade Federal do Espírito Santo, pela oportunidade que me deu de realizar um grande sonho de cursar um mestrado;

Muito obrigada!

RESUMO

Apesar do ensino das frações começar já no Ensino Fundamental, a maior parte dos alunos chegam ao Ensino Médio sem saber resolver problemas contextualizados envolvendo operações com números racionais na forma fracionária. Esta pesquisa se propõe a apresentar alternativas didáticas para contribuir com o ensino e aprendizagem desse conteúdo, por meio da proposta de sequências didáticas a serem trabalhadas em formação de professores que ministrem o conteúdo nas séries iniciais do Ensino Fundamental. A avaliação diagnóstica realizada com estudantes do 1º ano do ensino médio de escola da rede pública do Estado do Espírito Santo comprova as limitações de conhecimento dos estudantes acerca dos números racionais fracionários e a necessidade de intervenções didáticas para o ensino do conteúdo ainda na base, nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Em contrapartida, tanto a revisão de literatura, a análise documental das matrizes curriculares dos cursos de Pedagogia ofertados na Grande Vitória, quanto a análise de dados da entrevista com estudantes de licenciatura em pedagogia acerca da percepção desses em relação à formação matemática que recebem no curso e mais especificamente acerca do ensino de Frações demonstram que a formação proposta na organização curricular das licenciaturas em pedagogia não é suficiente para a adequada abordagem do ensino de frações nas séries iniciais com utilização de práticas e recursos didáticos diversificados. Nessa perspectiva de colaboração para com a formação matemática do professor das séries iniciais, a pesquisa apresenta como produto sequências didáticas com formas facilitadas e diversificadas para o ensino de frações, material que poderá ser proposto em oficinas e cursos de formação continuada para os referidos professores.

PALAVRAS-CHAVE: frações; sequências didáticas; formação docente; séries iniciais.

ABSTRACT

Although the teaching of fractions started in elementary school, most students arrive at high school without knowing how to solve contextualized problems involving operations with rational numbers in fractional form. This research proposes to present didactic alternatives to contribute to the teaching and learning of this content with the proposal of didactic sequences to be worked in teacher training that teach the content in the initial grades of Elementary School. The diagnostic evaluation carried out with students from the 1st year of high school in public schools in the State of Espírito Santo proves the limitations of students' knowledge about fractional rational numbers and the need for didactic interventions for teaching content still in the base, in initial grades of elementary school. On the other hand, both the literature review and the documentary analysis of the curricular matrices of the Pedagogy courses offered in Grande Vitória, as well as the analysis of data from the interview with undergraduate students in pedagogy about their perception in relation to the mathematical training they receive in the course and more specifically about the teaching of Fractions demonstrate that the training proposed in the curricular organization of degrees in pedagogy is not sufficient for the adequate approach to the teaching of fractions in the initial grades with the use of diversified didactic practices and resources. In this perspective of collaboration with the mathematical education of the teacher of the initial series, the research presents as didactic sequences that present facilitated and diversified forms for the teaching of fractions material that can be proposed in workshops and continuing education courses for elementary school teachers.

KEYWORDS: fractions; didactic sequences; teacher training; initial series.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	09
1. REVISÃO DE LITERATURA	11
2. A HISTÓRIA DAS FRAÇÕES	15
2.1 Fração e seus significados.....	17
2.2 Definição de fração	18
2.2.1 Representação de uma fração	18
2.2.2 Regras para leitura de uma fração	19
2.2.3 Classificação.....	19
2.2.4 Frações equivalentes	20
2.2.5 Operações com frações.....	21
3. METODOLOGIA DE ESTUDO.....	24
4. RESULTADOS DA PESQUISA	26
4.1 Da avaliação diagnóstica de estudantes do 1º ano de ensino de escola da rede estadual de ensino do Espírito Santo	26
4.2 Da percepção de estudantes da licenciatura do curso de Pedagogia da Universidade Federal do Espírito Santo acerca da formação para o ensino de frações	3030
4.3 Da análise da formação matemática nas matrizes curriculares de cursos de Pedagogia em Instituições de Ensino Superior da Grande Vitória.....	388
4.4 Sequências didáticas	488
4.4.1 Trabalhando a introdução ao estudo das frações.....	48
4.4.2 Trabalhando o estudo de frações equivalentes	51
4.4.3 Trabalhando operações de adição e subtração com frações.....	58
4.4.4 Trabalhando operações de multiplicação e divisão com frações	60
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	65
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	677
APÊNDICE A	72

INTRODUÇÃO

Há vinte e nove anos atuando como professora de Matemática na rede pública e privada, tenho observado que essa disciplina ainda hoje é considerada a mais difícil e aquela em que os alunos apresentam maior dificuldade de aprendizagem. Especificamente, dentre os conteúdos de matemática ensinados no Ensino Fundamental, o conteúdo sobre frações é o que os alunos apresentam maior dificuldade e é fato que muitos chegam ao Ensino Médio sem o conhecimento mínimo necessário.

O ensino de frações começa no quarto ano do Ensino Fundamental. Nessa série, o aluno deve aprender a: compreender as ideias de frações (parte-todo e unidade de medida), ler, escrever e representar frações reconhecendo as funções de seus termos (numerador e denominador), comparar e ordenar duas frações com o mesmo denominador ou com o mesmo numerador, calcular frações unitárias de uma quantidade e calcular adições e subtrações de frações com o mesmo denominador. No quinto ano do Ensino Fundamental, o assunto é retomado e introduzido o conceito de frações equivalentes, simplificação de frações, adição e subtração de frações com denominadores diferentes, multiplicação e divisão.

Os alunos destas séries, 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, têm em média 09 e 10 anos de idade e não possuem maturidade suficiente para entendimento de conteúdos com tantas regras e peculiaridades como o conteúdo de frações.

Atualmente, trabalho com o Ensino Médio e ao aplicar avaliação diagnóstica como norteadora na construção do Plano de Ensino anual, observa-se que muitos alunos apresentam sérias dificuldades em operações básicas envolvendo números fracionários.

Este trabalho se propõe a investigar que formação os professores das séries iniciais recebem sobre o conteúdo de frações e que estratégias são utilizadas por eles no ensino do conteúdo, bem como refletir sobre quais as maiores dificuldades de assimilação apresentada pelos alunos que passaram pelo ensino de frações nas séries iniciais e, a partir da pesquisa, propor sequências didáticas com exemplos simples que possam colaborar com a compreensão e melhorar o desempenho dos alunos.

Para alcançar os objetivos propostos, esta pesquisa utiliza como metodologia a pesquisa qualitativa exploratória e utiliza como procedimentos a realização de revisão de literatura, que

demonstram em estudos semelhantes já publicados e que reafirmaram a necessidade de aprimoramento e colaboração para formação matemática dos professores das séries iniciais do ensino fundamental.

Para identificação das principais dificuldades de assimilação do conteúdo de fração pelos alunos, esta pesquisa utilizou-se de um Estudo de Caso, que se materializou na proposição de avaliação diagnóstica para alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola da rede estadual de ensino do Estado do Espírito Santo, situada em Vila Velha, no Espírito Santo.

Por fim, para melhor compreensão de como está organizada a formação matemática do licenciando de Pedagogia nas instituições de ensino superior da Grande Vitória, foram realizados dois procedimentos para coleta de dados objetos de análise de conteúdo: uma pesquisa documental, que por meio da busca em sites dessas instituições de ensino superior permitiu a análise das matrizes curriculares dos cursos e programas de disciplinas de conteúdos de formação matemática, e a realização de entrevista semiestruturadas por meio de formulário do *Google*, para obtenção de dados acerca da percepção dos licenciandos da Universidade Federal do Espírito Santo quanto à formação para o ensino de frações nas séries iniciais.

Como estrutura organizacional, este trabalho se divide em 4 capítulos:

No capítulo 1, apresentamos o resultado sistematizado da revisão literária realizada, por meio de busca de artigos periódicos, dissertações e teses em site de busca de publicação acadêmica e no Banco de Dissertações e Teses.

No capítulo 2, abordamos aspectos históricos acerca das frações, sua etimologia e seus diversos significados, bem como, ainda na perspectiva conceitual, apresentamos as principais definições de frações de fração, sua representação, classificação e as principais operações matemáticas realizadas com números fracionários.

No capítulo 3, explicitamos a metodologia da pesquisa, suas etapas e procedimentos, desde o levantamento de dados até a análise dos conteúdos.

Por fim, no capítulo 4, apresentamos os resultados obtidos na pesquisa por meio da análise de conteúdos e tratamento dos dados, bem como apresentamos as sequências didáticas propostas como produto desta dissertação de mestrado.

Capítulo I

REVISÃO DE LITERATURA

Inicialmente, para embasamento da pesquisa, realizamos uma busca da literatura já publicada acerca da formação matemática do pedagogo.

Iniciamos a busca no banco de dados da *Scielo*, com a delimitação do tema. Realizamos a pesquisa com o seguinte termo: “formação matemática do pedagogo”. A ideia era buscar o que a literatura já desenvolveu quanto à formação recebida pelo licenciado em Pedagogia – que é o profissional responsável pelo ensino dos diversos componentes curriculares das séries iniciais, inclusive a matemática.

Surpreendentemente, a pesquisa no banco de dados da *Scielo*, no período de 2015 a 2020, encontrou um único artigo. Trata-se do artigo intitulado: “*A formação para matemática do professor de anos iniciais*” de autoria de Jaqueline de Moraes Costa, Nilcéia Aparecida Maciel Pinheiro e Ercules Costa, publicado em 2016 ([09]). Neste estudo, os autores fazem uma análise das matrizes curriculares dos cursos de Pedagogia de instituições do Estado do Paraná e verificam o tempo disponibilizado para a formação ofertada na área de matemática. A metodologia utilizada para a pesquisa das autoras se fundamentou em Pesquisa Documental, com análises das matrizes curriculares de 59 (cinquenta e nove) instituições que oferecem o curso de Pedagogia no mesmo estado, com foco na formação em matemática. Como resultado, as autoras concluíram que há nos currículos a inclusão de estudos pertinentes para a formação geral em matemática do futuro educador. Contudo, existe um número expressivo de cursos que contemplam uma carga horária reduzida na formação em matemática pelo que as matrizes curriculares para a formação do pedagogo no Estado do Paraná têm mostrado uma abordagem ainda muito restrita para a formação em matemática.

Ainda com esse mesmo termo de pesquisa, a busca no banco de teses e dissertações da CAPES alcançou como resultado 5 dissertações de mestrado, sendo 3 de programas de mestrado acadêmicos e 2 de programas de mestrado profissional, conforme Tabela 1, a seguir.

Tabela 1 – Resultados da busca no banco de teses e dissertações da CAPES

Título	Autor	Ano de defesa	instituição vinculada
A Formação matemática do pedagogo: reflexões Sobre o Ensino de Geometria	Norma Sueli Oliveira Vieira	2017	Programa de Pós-Graduação Em Ensino De Ciências e Matemática (Encima) da Universidade Federal Do Ceará (UFC)
A Formação Matemática Do Pedagogo: A Relação Entre O Raciocínio Matemático E As Estratégias Na Solução De Problemas Matemáticos	Antonio Marcelo Araujo Bezerra	2017	Programa De Pós Graduação Em Educação Da Faculdade De Educação Da Universidade Federal Do Ceará
A Sequência Fedathi Na Formação Matemática Do Pedagogo: Reflexões Sobre O Ensino De Geometria Básica E Frações Equivalentes Com O Uso Do Software Geogebra.	Romilson Gomes Dos Santos	2015	Programa De Pós Graduação Em Educação Brasileira Da Faculdade De Educação Da Universidade Federal Do Ceará
O Professor De Matemática Dos Anos Iniciais E Sua Formação Nos Cursos De Pedagogia: Tecendo Reflexões Sobre Sua Prática Pedagógica	Patrícia Correa Santos	2015	Mestrado Profissional em Gestão Social, Educação e Desenvolvimento Regional
Formação Matemática Do Professor Polivalente: Um Estudo Metanalítico	Jaqueline Ferreira Da Silva	2017	Mestrado em Educação - Universidade Federal de São Carlos

Fonte: Elaborado pela autora.

A pesquisa de Vieira (2017) ([49]) trata da importância da formação matemática do pedagogo na abordagem dos conteúdos de geometria, no seio da Universidade Federal do Ceará (UFC). A autora faz uma investigação por meio da observação de aulas/encontros, questionários e de entrevista, para identificar como efetivamente o campo da matemática se faz presente no processo de formação dos professores, especificamente em relação ao ensino de Geometria. A pesquisa observou como se apresentava o desenvolvimento do pensamento geométrico dos

futuros professores, tendo como metodologia a realização de uma aula prática sobre as figuras geométricas planas e espaciais. A pesquisa identificou ainda os avanços, contribuições e compreensões da Geometria durante as observações das sessões didáticas efetuadas por um grupo de pesquisadores e estudantes da metodologia Sequência de Fedathi (SF), e teve como produto a organização de um livro digital com as sequências didáticas elaboradas sobre os conhecimentos básicos de Matemática / Geometria dos alunos de Pedagogia.

Como resultado, a pesquisadora alerta para uma lacuna nos processos de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos/geometria, apontando a fragilidade existentes na abstração desses conceitos, frutos de um processo educacional cheios de vícios e sem fundamentação que priorize o saber do aluno. Houve também indicativos de pouca carga horária no currículo para a formação do ensino de Matemática desses estudantes, o que aponta também para o fato de que os conteúdos matemáticos para os anos iniciais não são trabalhados na formação inicial. Para Vieira (2017) ([49]), a formação do pedagogo em relação à Matemática na percepção dos professores pesquisados parece resumir-se em metodologias e técnicas de ensino de modo amplo e específico, deixando por conta do pedagogo a busca por outras maneiras de se informar.

A pesquisa de Bezerra (2017) ([02]) buscou analisar as estratégias apontadas na solução de problemas matemáticos pelos alunos do curso de Pedagogia da Universidade Federal do Ceará, interpretando-as a partir da classificação do raciocínio matemático de Johannot (1947) ([26]). Segundo o autor, especificamente objetivou refletir sobre as estratégias colocadas pelos pedagogos a partir das classificações de Johannot quanto ao raciocínio matemático; comparar as respectivas classificações dos raciocínios colocados pelos alunos com o tipo e a complexidade dos problemas sugeridos; identificar possíveis melhorias e intervenções do professor no uso de práticas que facilitem e ou melhorem a aprendizagem matemática dos pedagogos; e validar a relação entre o uso da Sequência Fedathi e a construção significativa de conceitos matemáticos a partir da relação entre aluno e professor. O autor (*id ibid*) conclui que:

ao analisar as respostas dos pedagogos, percebemos que em todas as escritas há uma facilidade em representar as questões tanto do tipo quaternárias como ternárias (campo multiplicativo) através dos raciocínios gráficos e aritméticos. Porém, seja para as questões tipificadas como de dificuldade fácil, médio e difícil (tabela 1), o uso do raciocínio algébrico é visivelmente escasso diante dos demais raciocínios. Isto revela de forma bem explícita a dificuldade que o pedagogo possui em representar seus raciocínios de forma algébrica. Com esse conhecimento, qualquer iniciativa didática a ser tomada pelo professor, caso não tenha um bom instrumento didático-metodológico, não atuará a contento em seu planejamento e, possivelmente, aprendizagens não ocorrerão de fato e dúvidas ainda permanecem quanto à forma de ensino. Nesse caso,

destacamos a metodologia SF como referência no que permite ao professor a construção de um novo e significativo conhecimento, tanto seu como do aluno, pois a ação de mediação do professor aliada à ideia que o aluno precisa debruçar-se sobre questões que lhes são colocadas permitirá que o aluno protagonize processos de investigação do saber muito mais ricos que aqueles nos quais predominam a repetição, memorização e uso de modelos matemáticos já fixados e trazidos pelo professor (BEZERRA, 2017, p. 94) ([02]).

Muito encontrado nos trabalhos, o método da Sequência Fedathi trata de uma metodologia elaborada pelo Prof. Borges Neto ([03]) da UFC que toma como referência as etapas do trabalho científico do matemático. A Sequência Fedathi é composta por quatro etapas interdependentes, assim denominadas: Tomada de Posição, Maturação, Solução e Prova (SOUZA, 2013) ([45]).

A pesquisa de Santos (2015) ([39]) também teve por base a metodologia de ensino Sequência Fedathi (SF) e, conforme destacado no resumo, teve como objetivo analisar as contribuições da metodologia combinada com o uso do software GeoGebra, aplicado nos conteúdos de Geometria Básica e frações equivalentes, na formação inicial do pedagogo, visando proporcionar condições favoráveis ao desenvolvimento do ensino e da aprendizagem da Matemática, de forma sistematizada e organizada. A pesquisa propôs atividades didáticas para o ensino de fração que importam para a nossa pesquisa e farão parte da sequência didática a ser proposta nesta dissertação, sobretudo quando traz o ensino de frações equivalentes por meio da construção de um Tangran no software Geogebra.

Santos (2015) ([38]) realizou um estudo concentrado em conhecer e analisar o modo como se dá a formação matemática dos professores das séries iniciais nos cursos de formação de professores de instituição selecionada para a pesquisa, no Estado da Bahia. Para tanto, a autora analisou o Projeto Político Pedagógico do curso investigado. A autora selecionou um quadro teórico composto de reflexões que alguns estudiosos discutem e que são relevantes ao tema da formação de professores, a saber: i) a História da Educação e seu papel junto ao curso de Pedagogia, na perspectiva de Saviani (2008) [42]; Silva (1999) [43] e Libâneo (1998, 2006) (1998) ([23]); iii) A Formação Matemática dos professores dos anos iniciais, na perspectiva de Curi (2004, 2005) ([10], [11]); Cury (1999) ([13]) e Fiorentini (2003) ([22]); iv) Competência e Saberes Docentes, sob a ótica de Tardif (2012) ([46]), entre outros. Quanto aos procedimentos metodológicos, os sujeitos participantes da referida pesquisa são professores formadores, licenciandos e professores egressos que ministram nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A partir da análise dos dados obtidos, concluiu que a formação matemática do pedagogo formado no contexto da UNEB/Campus X tem se apresentado com determinadas fragilidades, dentre as

quais: a) a carga horária insuficiente destinada ao estudo de Matemática; b) redução da possibilidade de trabalhar com as limitações apresentadas pelos licenciandos do curso no que se refere a conhecimentos matemáticos; c) processo de formação que privilegia aspectos teóricos e se distancia da prática com foco nos anos iniciais; e d) a influência de experiências passadas nesse processo de formação.

Por fim, Silva (2017) ([44]), na mesma linha, faz uma análise a partir de pesquisas publicadas sobre a formação de professores polivalentes para compreender as concepções e bases teóricas que mais aparecem e como é pensada a formação matemática do professor polivalente que estará apto a lecionar Componentes Curriculares diversos.

A autora aponta, então, a grande presença de estudos de Curi (2004) ([11]), Curi e Pires (2013) ([12]), D'Ambrósio (1993) ([14]), Ponte (2008) ([37]), Ribeiro (2016) ([38]). Os resultados obtidos apresentam uma grande variedade de pontos de vista na formação matemática deste sujeito professor que, segundo ela, tendem a privilegiar aspectos metodológicos da Matemática, preocupação com a modificação das crenças e concepções dos professores sobre a Matemática, seu ensino-aprendizagem, e a necessidade de pensar o contexto da polivalência como principal fonte de atuação do professor polivalente.

Feito este levantamento inicial, justificamos a relevância desta pesquisa que se propõe a uma análise da formação de professores das séries iniciais para o ensino de Matemática, especificamente para o ensino de frações no Ensino Fundamental I, bem como após diagnóstico da formação matemática de cursos de Pedagogia no estado do Espírito Santo e tendo por base as conclusões trazidas nas pesquisas identificadas na revisão literária, propõe-se à produção de material didático (sequência didática) como produto da pesquisa que poderá ser aplicado em oficinas de formação continuada de professores.

Capítulo II

A HISTÓRIA DAS FRAÇÕES

Os conhecimentos matemáticos fazem parte da vida e do cotidiano do homem e os registros de sua utilização remontam à antiguidade. Segundo Boyer (2003, p.9) ([04]), os homens da Idade

da Pedra não usavam frações, mas com o advento de culturas mais avançadas durante a Idade do Bronze parece ter surgido a necessidade do conceito de fração e de notação para frações.

Almeida e Corrêa (1997) ([01]) contam que as frações tiveram sua origem cerca de 3000 A.C., ao citar trechos de registros de um historiador chamado Heródoto que menciona o seguinte a respeito de um certo Faraó conhecido como Sesóstris:

Esse rei realizou a partilha das terras, concedendo a cada egípcio uma porção igual, com a condição de lhe ser pago todos os anos um certo tributo; se o rio carregava alguma parte do lote de alguém, o prejudicado ia procurar o rei e expor-lhe o acontecido. O soberano enviava agrimensores ao local para determinar a redução sofrida pelo lote, passando o dono a pagar um tributo proporcional à porção restante (ALMEIDA e CORRÊA, 1997, p. 2) ([01]).

D'Ambrosio (2011, p.34) ([15]) atribui à sustentação na agricultura às margens do rio Nilo, com base na distribuição de recursos e de terra férteis, a origem de formas muito especiais de Matemática, principalmente, as frações.

Segundo Lima (2020) ([28]) provavelmente, os egípcios foram os primeiros a introduzir as frações em seu sistema de numeração. Eles conheciam apenas as frações unitárias. Os escribas tinham uma forma especial para representar as frações, eles usavam um símbolo oval alongado para representar a unidade.

escrita egípcia	nossa escrita
	$\frac{1}{3}$
	$\frac{1}{12}$
	$\frac{1}{21}$
	

Figura 1 - Representação das frações egípcias
Fonte: Blog da Profa. Inês Reynaud.

Os egípcios tinham notações especiais para duas frações que fogem à regra das frações unitárias: $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$ que auxiliavam nos processos aritméticos e outras frações ordinárias eram escritas como soma de frações unitárias e das duas frações especiais.

Mais tarde o símbolo oval foi substituído por ponto colocado em cima da cifra que representava o inteiro. Para os egípcios os cálculos com frações eram muito complicados devido ao sistema

de numeração que usavam os símbolos eram repetidos muitas vezes. Com a criação do sistema decimal pelos hindus ficou mais fácil a operação com as frações quando elas passaram a ser representadas pela razão de dois números naturais.

2.1 Fração e seus significados

Fração é uma palavra que vem do latim "fractus" e significa "partido", "quebrado", assim podemos dizer que fração é a representação das partes iguais de um todo.

Estudos mostram que frações comparecem em situações com diferentes significados, como mostram Merlini (2005) ([31]) e Santos (2005) ([40]), que citam estudos anteriores, como de Nunes e outros (2003), Magina e Campos (2004), Kieren (1976), dentre outros. A seguir, resumem-se os cinco significados discutidos por Campos, Magina e Nunes (2006, p. 127-128) ([08]):

- a) O significado de parte-todo comparece predominantemente no ensino de frações. Esse significado representa um todo dividido em m partes iguais (denominador) e delas são tomadas n partes (numerador), representado na forma de n/m em um processo de dupla contagem.
- b) A fração com significado de medida está relacionada às situações que envolvem quantidades intensivas que relacionam duas variáveis de mesma natureza: Campos, Magina e Nunes (2006, p. 127) ([08]) dizem que: “*por exemplo, a probabilidade de um evento ocorrer é a medida pelo quociente número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis*”. Ou, ainda, nesse significado a ideia é dividirmos uma unidade em partes iguais (subunidades) e verificarmos quantas dessas partes caberão na grandeza que se quer medir.
- c) A fração com significado de quociente envolve a ideia de divisão entre duas grandezas correspondentes ao numerador e ao denominador. Por exemplo, a necessidade de divisão de um litro de refrigerante para quatro crianças ou de três doces repartidos para cinco crianças.

- d) A fração com significado de número comparece em situações matemáticas que não precisam referir-se especificamente a uma quantidade. Por exemplo, a necessidade de $\frac{1}{2}$ ser representado na forma decimal e/ou para ser representado na reta numérica.
- e) A fração com significado de operador multiplicativo comparece em situações em que se associa a ideia de transformação, ou seja, uma ação que se imprime sobre um número, transformando o seu valor nesse processo. Por exemplo, o cálculo de $\frac{3}{4}$ de certa quantidade. Essa ideia também é aplicada ao cálculo de porcentagens quando se calcula, como por exemplo, 20% de uma quantidade, ou seja, $\frac{2}{10}$ dessa quantidade.

2.2 Definição de fração

Fração é um número usado na representação das partes de um inteiro que foi dividido em pedaços ou fragmentos iguais.

Exemplo: Ao dividirmos uma maçã em quatro partes iguais, cada uma das partes será representada pela fração $\frac{1}{4}$.



Figura 2 – Maça fracionada

Fonte: <https://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-fracao.htm>

2.2.1. Representação de uma fração

São representadas pela razão entre dois números inteiros a e b (com $b \neq 0$) em que a é chamado de numerador e b de denominador.

Representação: $\frac{a}{b}$ (com $b \neq 0$)

2.2.2. Regras para leitura de uma fração

O denominador é que dá o nome a fração. Quando o denominador está entre 2 e 9 lemos: 2 (meio), 3 (terço), 4 (quarto), 5 (quinto), 6 (sexto), 7 (sétimo), 8 (oitavo) e 9 (nono).

Para os denominadores 10, 100, 1000, ... utilizamos a nomenclatura 10 (décimos), 100 (centésimos), 1000 (milésimos), e assim por diante.

Para os denominadores maiores que 9, exceto as potências de 10, usamos a palavra avos após o denominador.

Na Tabela 2, abaixo, temos alguns exemplos de leitura de frações:

Tabela 2 – Exemplos de leitura de frações

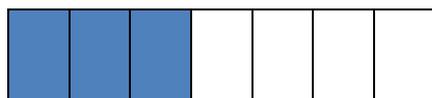
Fração	Numerador	Denominador	Leitura
$\frac{1}{2}$	1	2	Um meio
$\frac{3}{5}$	3	5	Três quintos
$\frac{2}{7}$	2	7	Dois sétimos
$\frac{3}{10}$	3	10	Três décimos
$\frac{9}{100}$	9	100	Nove centésimos

Fonte: Elaborado pela autora.

2.2.3 Classificação

As frações são classificadas em:

Frações Próprias: quando o numerador é menor que o denominador.



$$\frac{3}{7}$$

Frações Impróprias: quando o numerador é maior que o denominador.



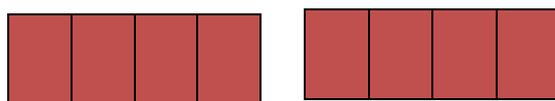
$$\frac{5}{3}$$

Número Misto: é a representação de um número composta por uma parte inteira e um número fracionário.



$$1 \frac{2}{3}$$

Frações Aparentes: quando o numerador é um múltiplo do denominador.



$$\frac{8}{4}$$

2.2.4 Frações equivalentes

São frações que, embora diferentes, representam a mesma parte do inteiro.

Exemplo: Observa-se na Figura 3 que as frações representam a mesma quantidade de pizza.

Assim, dizemos que as frações $\frac{4}{8}$, $\frac{2}{4}$ e $\frac{1}{2}$ são frações equivalentes.

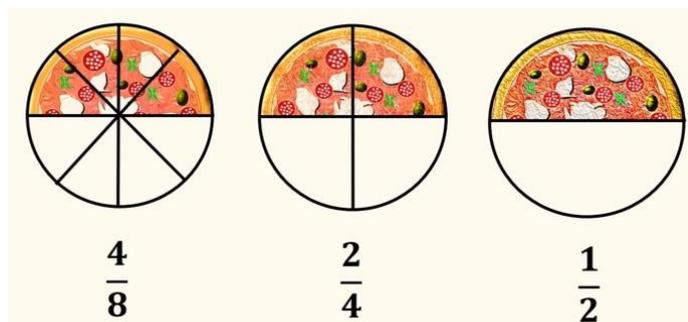


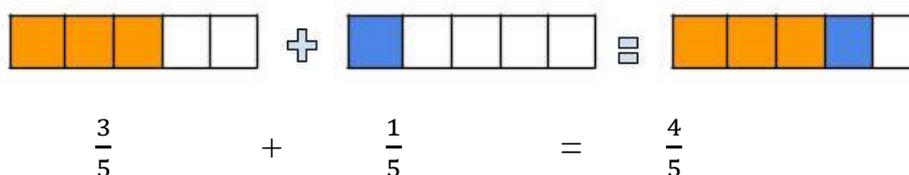
Figura 3 – Pizza fracionada
 Fonte: <https://www.todamateria.com.br/o-que-e-fracao/>

2.2.5 Operações com frações

Adição de frações com denominadores iguais

Se os denominadores das frações forem iguais, repetimos o denominador e somamos os numeradores.

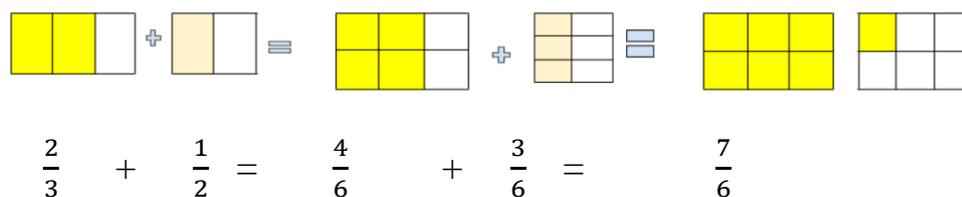
Exemplo: $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}$



Adição de frações com denominadores diferentes

Se os denominadores forem diferentes, as frações deverão ser transformadas em frações equivalentes de mesmo denominador.

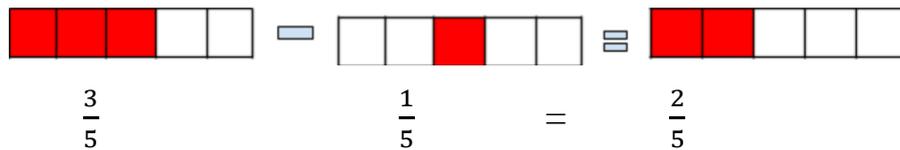
Exemplo: $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$



Subtração de frações com denominadores iguais

Se os denominadores forem iguais, repetimos o denominador e subtraímos os numeradores.

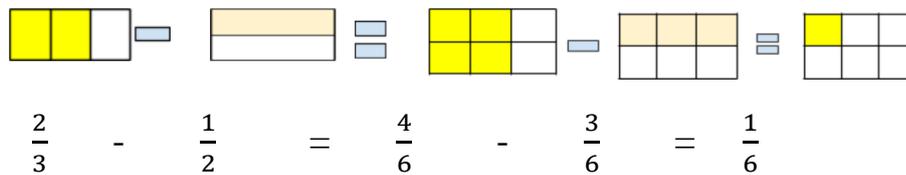
Exemplo: $\frac{3}{5} - \frac{1}{5}$



Subtração de frações com denominadores diferentes

Se os denominadores forem diferentes, as frações deverão ser transformadas em frações equivalentes de mesmo denominador.

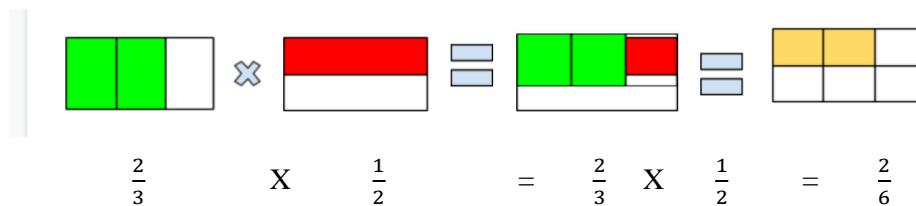
Exemplo: $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$



Multiplicação de frações

A multiplicação é realizada multiplicando-se os numeradores entre si e os denominadores entre si.

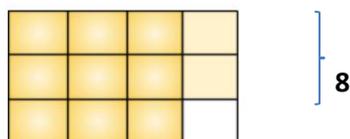
Exemplo: $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$



Divisão de Frações

A divisão entre duas frações é realizada pela multiplicação entre a primeira fração pelo inverso da segunda fração.

Exemplo: $\frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = \frac{8}{9}$



9

Capítulo III

METODOLOGIA DE ESTUDO

A metodologia de pesquisa proposta se caracteriza pela abordagem qualitativa exploratória. Quanto à forma de abordagem, é de caráter qualitativo, pois como afirmam Marconi e Lakatos (2011) ([30]):

a metodologia qualitativa preocupa-se em analisar e interpretar aspectos mais profundos, descrevendo a complexidade do comportamento humano. Fornece análise mais detalhada sobre as investigações, hábitos, atitudes, tendências de comportamento, etc. (MARCONI; LAKATOS, 2011, p. 269) ([29]).

Como procedimento, a pesquisa realizou-se por etapas diferentes de trabalho. A primeira etapa procedeu-se por meio de Estudo de Caso, tendo como participantes estudantes do 1ª ano do ensino médio de uma escola da rede pública estadual do Espírito Santo, situada no Município de Vila velha, aos quais foi proposta uma atividade com 7 questões (ANEXO A) com a finalidade de diagnosticar os conhecimentos base desses alunos em relação aos números racionais na forma fracionária.

Em um segundo momento, buscou-se conhecer a percepção de estudantes do curso de Licenciatura em Pedagogia da Universidade Federal do Espírito Santo acerca da importância do ensino de frações nas séries iniciais bem como acerca de sua própria formação para o ensino do referido conteúdo.

Como instrumento para a coleta de dados fora utilizada a entrevista semiestruturada, por meio de formulário *Google Forms* (ANEXO B), tendo a participação efetiva de 24 licenciandos.

Por último a pesquisa procedeu-se por meio de um estudo documental que analisou fontes documentais, que nesse contexto foram as matrizes curriculares dos cursos de Licenciatura em Pedagogia de nove instituições formadoras de professores do Ensino fundamental I na Região da Grande Vitória, bem como de programas de disciplinas relacionadas a conhecimento matemáticos nessas instituições, com o objetivo de compreender como está estabelecida a formação matemática do professor das séries iniciais do ensino fundamental.

Além disso, esta pesquisa contou, como procedimento precedente, com a realização de revisão literária que realizou um levantamento feito no Portal de Banco de Teses e Dissertações da

Capes e no Portal de Publicações de artigos e Periódicos da *Scielo*, nos quais buscou-se trabalhos produzidos no período de 2016 a 2021, usando como palavras chaves de pesquisa “formação matemática do pedagogo”, levantamento relevante, que permitiu mapear a quantidade de trabalhos produzidos sobre a temática e também orientou as análises realizadas a partir disso.

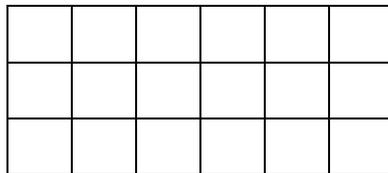
Capítulo IV

RESULTADOS DA PESQUISA

4.1 Da avaliação diagnóstica de estudantes do 1º ano de ensino de escola da rede estadual de ensino do Espírito Santo

A avaliação diagnóstica foi aplicada em duas turmas com 40 alunos em cada, contendo sete questões conforme transcritas a seguir.

1) Observe a figura:



Quantos quadradinhos deve-se pintar para representar $\frac{5}{6}$ da figura?

Após a correção observei que 90% dos alunos não apresentaram dificuldade para resolver a essa questão.

2) Efetue as operações abaixo:

a) $\frac{2}{9} + \frac{5}{9} =$

b) $\frac{2}{7} - \frac{1}{7} =$

c) $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} =$

d) $\frac{3}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \div \frac{1}{3}$

e) $\frac{1}{5} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} =$

f) $\frac{4}{5} \div \frac{1}{2} - \frac{3}{2}$

Nessa questão, percebi que 65% dos alunos apresentaram dificuldade na realização das operações que envolviam adição e subtração de frações com denominadores diferentes.

3) Juca fez uma viagem. No primeiro dia percorreu $\frac{2}{3}$ do trajeto, no segundo dia $\frac{1}{5}$ e no terceiro dia os 120 km que faltavam. Quantos quilômetros Juca percorreu nessa viagem?

Nessa questão, apresentaram dificuldade em entender que precisavam somar as frações $(\frac{2}{3} + \frac{1}{5})$ e em seguida obter a fração correspondente aos 120 km que faltavam para Juca completar o trajeto. Nessa questão, 25% dos alunos conseguiram resolver.

4) Com 20 litros de suco quantos copos de $\frac{1}{3}$ de litros poderão ser cheios?

Na quarta questão, encontraram dificuldade em entender o significado de $\frac{1}{3}$ do litro. Não houve um número de acertos satisfatório; isto é, apenas 10% dos alunos acertaram.

5) (Uece) Uma peça de tecido, após a lavagem, perdeu $\frac{1}{10}$ de seu comprimento e este ficou medindo 36 metros. Determine o comprimento, em metros, da peça antes da lavagem.

A questão cinco, embora seja semelhante a questão três, não envolvia soma de frações e 70 % dos alunos conseguiram perceber que 36 m correspondiam a $\frac{9}{10}$ da peça de tecido e fizeram o cálculo correto.

6) (OBM) Toda a produção mensal de latas de refrigerante de uma certa fábrica foi vendida à três lojas. Para a loja A foi vendida a metade da produção; para a loja B foram vendidos $\frac{2}{5}$ da produção e para a loja C foram vendidas 2500 unidades. Qual foi a produção mensal dessa fábrica?

Nessa questão, apresentaram as mesmas dificuldades da questão três. Não interpretaram que deveriam somar as frações da produção vendidas para as lojas A e B $(\frac{1}{2} + \frac{2}{5})$ e em seguida encontrar a fração da produção vendida para loja C correspondente às 2500 unidades de produção. 25% resolveram a questão.

7) (Enem) Foi feita uma pesquisa sobre a escolaridade dos funcionários de uma empresa. Verificou-se que $\frac{1}{4}$ dos homens que ali trabalham têm o ensino médio completo, enquanto $\frac{2}{3}$ das mulheres que trabalham na empresa têm o ensino médio completo. Constatou-se, também, que entre todos os que têm o ensino médio completo, metade são homens. A fração que representa o número de funcionários homens em relação ao total de funcionários dessa empresa é:

- a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{3}{11}$ c) $\frac{11}{24}$ d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{8}{11}$

Nessa questão, nenhum aluno resolveu. Percebi que o fato de ser uma questão do Enem já fez com que achassem uma questão muito difícil. De acordo com o enunciado da questão, deveria ser resolvida do seguinte modo:

Total de funcionários da empresa: nº de homens (H) + nº de mulheres (M).

Funcionários que possuem Ensino Médio: $\frac{1H}{4} + \frac{2M}{3}$

Dos funcionários que possuem Ensino Médio, metade são homens. Logo, a outra metade são mulheres. De onde concluímos que $\frac{1H}{4} = \frac{2M}{3}$ $H = \frac{8M}{3}$

A questão pedia que calculasse a fração que representa o número de funcionários homens em relação ao total de funcionários da empresa, isto é:

$$\frac{H}{H+M} = \frac{\frac{8}{3}M}{\frac{8}{3}M+M} = \frac{8}{11}$$

Observei a dificuldade dos estudantes em relacionar o uso das frações para representar resultado de questões envolvendo situações reais de um cotidiano da sociedade, tendo dificuldade de transpor o conhecimento tradicional de frações, sobretudo, quando envolvendo operações com frações de denominadores diferentes.

O resultado do diagnóstico realizado com os estudantes revela uma defasagem no conhecimento do conteúdo de frações e evidenciam a hipótese de que os estudantes têm chegado ao Ensino Médio com uma carência de base sólida no conhecimento do conteúdo de frações no Ensino Fundamental.

Embora fatores diversos possam estar relacionados a este resultado, uma das hipóteses aponta para a necessidade de aprimoramento do ensino de frações desde as séries iniciais do Ensino Fundamental por meio de uma diversificação de recursos que estimulem o estudante ao conhecimento de frações aproximado a questões de seu cotidiano.

A revolução tecnológica tem provocado reflexões sobre o real papel da escola no processo de ensino e aprendizagem das crianças na educação básica. Mesmo com todo o desenvolvimento tecnológico, a escola continua nos mesmos moldes do século XX.

As práticas adotadas no ensino da matemática não provocam estímulos nas crianças modernas porque elas não veem relação com o mundo delas. Ensinar Matemática na educação básica está diretamente relacionado ao pensar matemático que leva à construção de mecanismos de contextualização desse conhecimento da melhor forma possível. Segundo Pais (2005) ([34]), o aluno deve ser estimulado para a “investigação científica”. Dessa forma, sua atividade intelectual guarda semelhanças com o trabalho do professor de Matemática.

Os relatórios de exames externos (PISA, ENEM, SAEB) sobre as competências matemáticas, divulgados recentemente, evidenciam que as competências de cálculo não bastam, pois não atendem às exigências da sociedade contemporânea. O mundo está cada vez mais matematizado, e o grande desafio que se coloca à escola e aos professores é construir um currículo de matemática que transcenda o ensino de algoritmos e cálculos mecanizados, principalmente nas séries iniciais onde está a base da alfabetização matemática (PAIS, 2005, p. 32) ([34]).

Moretti afirma que

uma vez que a aprendizagem dos conceitos científicos não se dá de maneira espontânea, cabe à escola organizar situações de ensino que coloquem as crianças diante de situações cuja resolução necessite do conceito que se deseja ensinar e, ao mesmo tempo, de forma mediada pelos professores, possibilitem a superação da superficialidade do contexto e a exploração de características essenciais dos conceitos, em direção à abstração (MORETTI, 2015, p. 25) ([32]).

A escola moderna deve proporcionar aos alunos das séries iniciais um ensino de Matemática capaz de gerar autonomia e, com isso, que a criança seja capaz de relacionar os conteúdos aprendidos ao seu cotidiano. Infelizmente, no modelo tradicional brasileiro ainda encontramos o professor como detentor do conhecimento e o aluno como passivo. Sendo assim, a aprendizagem ocorre de forma mecanizada.

Entretanto, ainda persiste a visão da matemática como uma disciplina de difícil compreensão e que, por isso, aceita-se como inacessível.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais, a importância social do ensino da Matemática pode ser constatada:

[...] formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares (BRASIL, 1997, p. 25) ([06]).

O reconhecimento do ensino da Matemática como componente de desenvolvimento intelectual é sinalizado por Braga e outros (2012, p. 6) ([05]), afirmando que “sabe-se que essa é uma ciência que dá base sólida para formação e desenvolvimento da inteligência, sendo assim, ela é um instrumento para a promoção de mudanças sociais a partir da formação do senso crítico de cada um”.

A atuação do professor pode se tornar um diferencial para que o educando desenvolva uma postura favorável ao ensino de Matemática, principalmente quando essa consegue destacar o dinamismo e a relevância dos conteúdos desta disciplina, levando o aprendiz a ter uma consciência maior acerca dos seus significados e das possibilidades de aplicação. No que diz respeito à aprendizagem da Matemática, em particular, e algo igualmente verdadeiro para a aprendizagem da língua ou de outras disciplinas, somente um conhecimento claro das noções a ensinar pode permitir ao professor compreender as dificuldades encontradas pela criança e as etapas pelas quais ela passa, ressaltando que não se quer responsabilizar o professor pela aprendizagem do aluno ou pelas falhas do processo de aprendizagem, pretende-se apresentar recursos que possam colaborar com possíveis soluções e opções para auxiliar no enfrentamento das dificuldades de aprendizagens apresentadas no dia a dia da sala de aula.

4.2 Da percepção de estudantes de licenciatura do curso de Pedagogia da Universidade Federal do Espírito Santo acerca da formação para o ensino de frações

Nesta fase da pesquisa, buscamos compreender qual a percepção de estudantes de Licenciatura em Pedagogia em relação ao ensino do conteúdo matemático das frações.

Participaram da pesquisa, por meio do preenchimento de formulário eletrônico – *Google Form* (ANEXO B), 25 estudantes do curso de Licenciatura de Pedagogia da Universidade Federal do Espírito Santo, sendo 7 deles do 1º ao 3º período, 9 do 4º ao 6º período e 9 do 7º ao 8º período, contendo dez questões conforme transcritas abaixo.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO – UFES MESTRADO
PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA PROFMAT**

- 1) Instituição de Ensino em que está matriculado
- 2) Curso em que está matriculado
- 3) Período do Curso

As três primeiras perguntas referem-se ao perfil dos alunos entrevistados.

- 4) Em sua formação acadêmica, qual a carga horária foi destinada para o Ensino da Matemática?

() Até 60 horas

() Entre 60 e 120 horas

() Acima de 120 horas

Na pergunta de número 4, buscou-se compreender qual carga horária foi destinada para o ensino da Matemática na formação acadêmica inicial. A pergunta trazia 3 opções de respostas: uma carga horária abaixo de 60 horas, carga horária de 60 horas a 120 horas e carga horária acima de 120 horas.

48% dos estudantes responderam que a carga horária destinada ao ensino de matemática é inferior a 60 horas. Já 44% identificam a carga horária voltada ao ensino de matemática entre 60 e 120 horas e apenas 8%, identificou a carga horária superior a 120 horas.

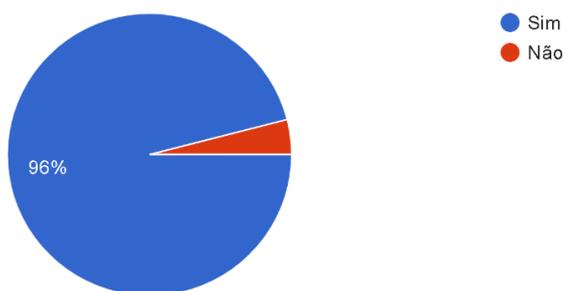
Embora todos os participantes estejam matriculados no mesmo curso e na mesma instituição, há um desencontro das respostas que pode estar relacionado ao período em que o participante está cursando, bem como com a concepção em relação a que disciplinas se relacionam efetivamente com o ensino de matemática, porém esses dados receberão melhor análise quando tratada a pesquisa realizada no currículo do curso de Pedagogia da instituição a que estão vinculados os participantes.

- 5) Você considera o ensino do conteúdo sobre frações nas séries iniciais do Ensino Fundamental (1º ao 5º ano) importante?

() Sim

() Não

A pergunta de número 5 direcionada aos estudantes questiona se eles consideram o ensino do conteúdo sobre frações nas séries iniciais do Ensino Fundamental (1º ao 5º ano) importante. O Gráfico 1 a seguir demonstra o resultado:



*Gráfico 1 – Resultado da questão 5
Fonte: Elaborado pela autora.*

Quase a totalidade dos participantes respondeu positivamente à pergunta e apenas um participante respondeu que não é importante ensino do conteúdo sobre frações nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

As respostas e as justificativas para essa pergunta formam categorias de análise a serem consideradas.

O único participante que respondeu negativamente à resposta anterior justificou sua resposta da seguinte forma “*seria fundamental a aplicação desse conteúdo nas séries finais do fundamental, nas iniciais, creio que não surtiria efeito para aprendizado*”.

Tal concepção destoa da defendida nesta pesquisa, que preconiza que o conteúdo de fração faz parte do cotidiano do indivíduo desde a mais tenra idade e uma formação sólida nas séries iniciais, desde que correspondente à complexidade própria do nível de desenvolvimento da criança. Isso é fundamental para o adequado processo de aprendizagem da criança bem como de suma importância para auxiliar na compreensão de questões de maior complexidade nos níveis seguintes de ensino. Treze (13) dos 25 participantes relacionaram a importância do ensino do conteúdo nas séries iniciais à presença de frações nas atividades cotidianas.

A título de exemplo, apresentamos algumas respostas. O participante 3: *“a fração está no dia a dia da criança,”* A resposta do participante 6: *“Para que as crianças aprendam o real valor das coisas do dia a dia”* e a resposta do participante 19: *“Utilizamos fração em toda nossa vida”*.

Outra categoria de respostas relaciona a importância do ensino de frações nas séries iniciais à interdisciplinaridade. Foi apresentada por 3 participantes. O participante 18 respondeu: *“É muito importante o aprendizado dela nas séries iniciais até mesmo pra servir de suporte para outras matérias”*. E o participante 1 respondeu: *“São muito úteis em todas as áreas”*. O participante 15: *“É importante para a compreensão de parte de um todo, conceito que pode ser usado em todas as áreas de conhecimento”*.

Ainda das respostas dos licenciandos foi encontrada como categoria de respostas a importância do ensino de frações nas séries iniciais para a compreensão do conteúdo da divisão. Quatro (4) participantes tiveram respostas pertencentes a essa categoria, das quais exemplificamos a resposta do participante 8: *“A divisão será introduzida e consolidada, e o ensino de frações tem muito a ganhar com o conceito de ‘repartir em partes iguais’ que ensinamos aos pequenos na divisão.”* O participante 16 apresentou como resposta: *“Fração é um subproduto da divisão, então julgo necessário aprender”*. Já o participante 9 apresentou como resposta: *“A noção de fração pode ajudar as crianças a compreenderem melhor a divisão. Elas precisam entender a relação de fração e divisão, que são diferentes representações da mesma operação”*.

Por fim, 4 participantes sinalizaram que a importância do ensino das frações está relacionada ao direito, ao acesso, ao conhecimento e destacaram a fragilidade do ensino do conteúdo em suas próprias trajetórias de formação escolar. O participante 25, por exemplo, respondeu: *“O conhecimento deve ser socializado”*. O participante 13 respondeu: *“Fração é decorrente das operações básicas da matemática. Não pode ser omitida da formação básica do aluno. Faz parte do cotidiano da criança e pode ser facilmente materializada na prática o que facilita o aprendizado”*.

Destacando a carência de conhecimento deste conteúdo na própria trajetória escolar podemos destacar a resposta do participante 5 transcrita a seguir:

“Eu tenho até um ‘trauminha’. aprendi que matemática são elinhos (como num cordão) e cada parte faz um elo, se você perde fica em falta aquele

conteúdo e afeta lá na frente. eu não entendia muito fração, exponenciação e aí não sou muito boa em nada disso ou que contenha isso. afetou muito até depois no ensino médio”. [Participante 5]

De forma semelhante a participante 11 responde:

“Frações é uma matéria de suma importância e que muitas vezes saímos do ensino fundamental sem dominar plenamente essa matéria. Então é essencial para nós, pedagogos, dominar essa matéria e saber como ensinar de forma que o aluno entenda como realizar as operações e seu porquê”. [Participante 11]

Partindo da resposta do participante 11 é fundamental assinalar que o professor precisa se sentir à vontade na matemática que ensina. Para isso, tem de conhecer bem os conceitos, técnicas e processos matemáticos que intervêm nesse nível de escolaridade. Necessita ter uma boa noção do que são as grandes ideias da matemática e qual o seu papel no mundo de hoje o futuro professor necessita ter uma profunda compreensão da matemática que não se limite a um conhecimento tácito do tipo saber fazer, mas se traduza em conhecimento explícito. Envolve ser capaz de conversar sobre a Matemática, não apenas descrever os passos para seguir um algoritmo, mas também explicitar os juízos feitos e os significados e razões para certas relações e procedimentos.

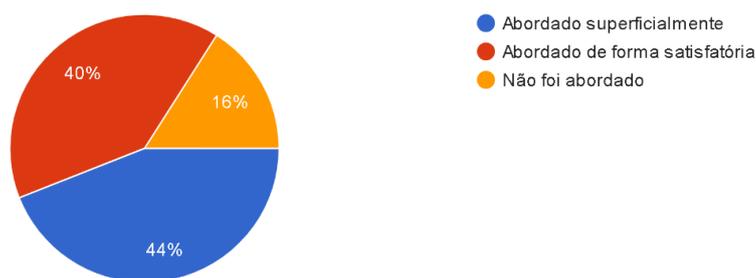
6) Na sua formação acadêmica o ensino do conteúdo sobre frações foi:

() Abordado superficialmente.

() Abordado de forma satisfatória.

() Não foi abordado.

Nessa pergunta, buscamos entender se na percepção dos licenciandos o conteúdo de fração foi abordado de forma satisfatória ou não. As respostas são apresentadas no Gráfico 2.



*Gráfico 2 - Resultado da questão 6
fonte: Elaborada pela autora*

Apenas 40% dos participantes consideram que a abordagem foi satisfatória. 60% responderam que a abordagem não foi satisfatória ou que não foi abordado o conteúdo.

7) Você sente dificuldade em ministrar alguma disciplina?

Sim

Não

Nessa pergunta, 66,7% responderam que sim, sendo que 50% dos participantes indicaram a matemática como dificuldade e 16,7 % apresentaram português como dificuldade.

É importante analisar a relação dos estudantes do curso de Pedagogia com a matemática, pois essa possibilitará a proposição de atividades e metodologias importantes para desmitificar suas concepções sobre o ensino da matemática. Como já afirmado, acredita-se que profissionais que não compreendem os conceitos da disciplina não irão atuar com qualidade, não despertando em seus alunos o prazer em aprender matemática.

8) Você está inserido em atividades em Escolas de Educação Básica (Estágio não obrigatório, PIBID, Residência Pedagógica, Docência)?

Sim

Não

9) Na instituição de Educação Básica que você está inserido a carga horária semanal disponibilizada para o ensino de matemática é de:

3 horas semanais

4 horas semanais

5 horas semanais

mais de 5 horas semanais

10) Dentro da carga horária disponibilizada para matemática, no ano letivo quantas horas são utilizadas para o ensino do conteúdo de frações?

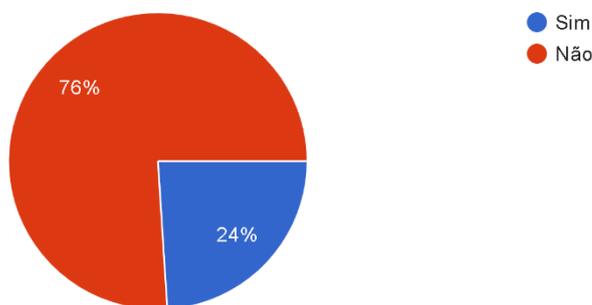
Até 10 horas

Entre 10 horas e 30 horas

Entre 30 horas e 60 horas

Acima de 60 horas

As perguntas de 8 a 10 estão relacionadas à vivência do licenciando na escola como experiências formativas e como está estruturado o ensino do conteúdo matemático nas escolas em que estão inseridos. Apenas 24% dos estudantes estão inseridos em atividades dentro da escola, conforme demonstra o gráfico a seguir:



*Gráfico 3 - Resultado da questão 8
Fonte: Elaborada pela autora*

Perguntados sobre a carga horária semanal de aulas de Matemática nas escolas que estão inseridos, recebemos o seguinte indicativo de respostas:

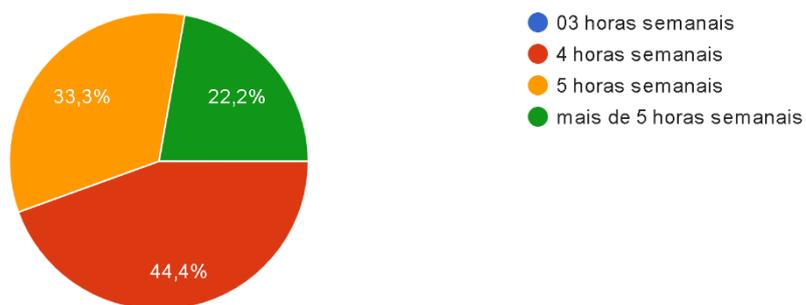


Gráfico 4 - Resultado da questão 9
Fonte: Elaborada pela autora

Por fim, na pergunta de número 10, perguntamos quantas horas dentro da carga horária anual na experiência formativa em sala de aula dentro das escolas em que estão inseridos foi destinado ao ensino de frações, tendo a maioria 60% dos respondentes identificado que apenas 10h foram destinadas ao ensino do conteúdo.

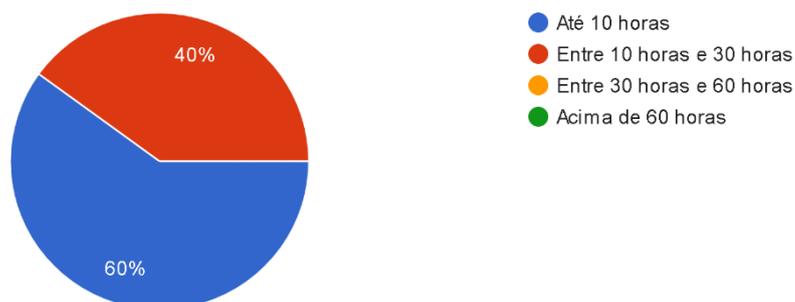


Gráfico 5 - Resultado da questão 10
Fonte: Elaborada pela autora

4.3 Da análise da formação matemática nas matrizes curriculares de cursos de Pedagogia em instituições de ensino superior da Grande Vitória

A Tabela 3 apresenta uma breve análise da matriz curricular dos cursos de Licenciatura em Pedagogia das faculdades e Universidades do Espírito Santo.

Tabela 3 – Análise da matriz curricular dos cursos de Pedagogia oferecidas no Espírito Santo

Instituição	Modalidade do curso	Carga horária total do curso	Carga horária de conteúdos matemáticos
Universidade de Vila Velha ¹	Presencial	3540 horas	80 horas
FAESA ²	Presencial	Não informado	Não informado
Faculdade Novo Milênio ³	Presencial	3623	40 horas
Faculdade Multivix ⁴	Presencial	Não informado	Não informado
Faculdade Estácio de Sá ⁵	Presencial	3336	72 h
Faculdade Saberes ⁶	Presencial	3520	160 horas
Faculdade Claretiano ⁷	À Distância	3200 h	90 horas
Universidade Federal do Espírito Santo	Presencial	3260	210 h
Instituto Federal do Espírito Santo	Presencial	3235 h	180 h

Fonte: Elaborada pela autora.

¹ <https://uvv.br/ensino-presencial/graduacao/pedagogia-uvv>

²

https://www.faesa.br/curso/pedagogia/?utm_source=onesiginal&utm_medium=webpush&utm_campaign=notificacao&gclid=EAIaIQobChMIv-T62tC77AIVE5CHCh0cJg6DEAEYASAAEgLX6PD_BwE#info-adicional-curso2|saiba-mais3

³ <http://novomilenio.br/wp-content/uploads/2020/09/ORGANIZA%C3%87%C3%83O-CURRICULAR-2020-PEDAGOGIA-100-PRESENCIAL.pdf>

⁴ <https://multivix.edu.br/graduacao-presencial/pedagogia/>

⁵ <https://portal.estacio.br/media/2095/matriz-curricular-de-pedagogia.pdf>

⁶ <https://www.saberes.edu.br/pedagogia-estrutura-curricular>

⁷ <https://claretiano.edu.br/graduacao/pedagogia/vitoria/a-distancia-com-encontros-para-avaliacoes>

Como metodologia para alcançarmos os dados da análise, visitamos os sites das Faculdades e Universidades que ofertam o curso de Licenciatura em Pedagogia e acessamos a matriz curricular do curso, bem como a disponibilização de ementas das disciplinas com conteúdos matemáticos.

Para tanto, visitamos os sites de 8 instituições conforme Tabela 4. Os dados apresentam, portanto, que à exceção da matriz curricular do Curso de Licenciatura em Pedagogia do Instituto Federal do Espírito Santo e da Universidade Federal do Espírito Santo, o percentual correspondente à carga horária de conteúdos matemáticos em toda a formação é inferior a 5% do total de horas.

A tabela a seguir detalha as disciplinas relativas a conteúdos de Matemática ou de Ensino de Matemática, por cada uma das referidas instituições.

Tabela 4 – Disciplinas de Matemática ou Ensino de Matemática oferecidas no Espírito Santo

Instituição	Disciplina	Carga horária da disciplina	Período de oferta
Universidade de Vila Velha	Conhecimento Matemático e suas Tecnologias	80 horas	3º período
FAESA	Fundamentos Lógico-Matemáticos	Não informado	2º período
	Fundamentos Teórico-práticos de Matemática	Não informado	3º período
Faculdade Novo Milênio	Ensino de Matemática	40 horas	5º período
Faculdade Multivix	Fundamentos Teóricos e Metodológicos da Matemática I	Não informado	5º período
	Fundamentos Teóricos e Metodológicos da Matemática II	Não informado	6º período

Faculdade Estácio de Sá	Conteúdo, Metodologia e Prática do Ensino da Matemática	72 h	4º período
Faculdade Saberes	Conteúdos de Matemática na Educação Infantil e Ensino Fundamental	80 h	5º período
	Fundamentos e Metodologia do Ensino de Matemática	80 horas	6º período
Faculdade Claretiano	Fundamentos e Métodos do Ensino da Matemática	90 horas	7º período
Universidade Federal do Espírito Santo ⁸	Matemática I – Conteúdo e Metodologia	75 h	4º período
	MATEMÁTICA II - CONTEÚDO E METODOLOGIA	75 h	5º período
	HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	60 h	Optativa
Instituto Federal do Espírito Santo ⁹	Ensino de Matemática I: Teoria e Prática	60 horas	3º período
	Ensino de Matemática I: Teoria e Prática	60 horas	4º Período
	Ensino de Matemática I: Teoria e Prática	60 horas	5º período

Fonte: Elaborada pela autora.

Há de se ressaltar ainda que, embora a maioria apresente uma carga horária igual ou superior a sessenta horas, não são suficientes na medida que não só pode se considerar na formação matemática a abordagem de conteúdos, havendo que se contemplar, fundamentos e história da matemática, além de questões relacionadas à didatização dos conteúdos.

Para uma análise mais ampliada, faz-se necessária a observação dos programas de disciplinas para compreensão do que está programado para cada componente. Da pesquisa junto aos sites das instituições, somente foi possível encontrar os Programas de Disciplinas da Universidade

⁸ https://prograd.ufes.br/sites/prograd.ufes.br/files/field/anexo/ppc_681_pedagogia_lic_mat.pdf

⁹ https://www.ifes.edu.br/images/stories/-publicacoes/cursos/graduacao/Vila_Velha/ppc-pedagogia-vila-velha.pdf

Federal do Espírito Santo e do Instituto Federal do Espírito Santo, aos quais apresentamos a seguir.

Na Universidade Federal do Espírito Santo, o licenciando em Pedagogia tem acesso aos conteúdos matemáticos a partir do 4º período com a disciplina: Matemática I Conteúdo e Metodologia, que tem como ementa: A evolução da noção de quantidade numérica na criança: os obstáculos e sua superação; evolução histórica dos sistemas de numeração e propriedades do sistema de numeração decimal; as quatro operações numéricas: conceituação, algoritmos e resolução de problemas; uso e produção de recursos para desenvolver as primeiras habilidades matemáticas; investigações práticas sobre o processo de ensino e aprendizagem lógico-matemático na infância. Como objetivos, propõe-se que o pedagogo possa: reconhecer a importância da matemática na formação do educando; identificar dificuldades relativas ao ensino-aprendizagem da matemática e elaborar atividades para saná-las; selecionar processos, material didático e técnicas adequadas ao ensino da matemática; familiarizar-se com conceitos de matemática e aplicá-los coerente e eficazmente na sala de aula; relacionar o ensino de matemática com os outros ramos do saber e com o cotidiano do aluno; identificar e valorizar o conhecimento matemático de crianças pré-escolares; discutir alguns aspectos dos PCNs de matemática; construir conhecimentos sobre os conceitos de: ordem, inclusão hierárquica, conservação de quantidade, seriação e classificação; conhecer a história dos números e as possibilidades da sua utilização no ensino-aprendizagem de matemática; compreender o sistema de numeração decimal, suas dificuldades e metodologias de trabalho com esse conteúdo; entender os fundamentos matemáticos envolvidos nas operações com números naturais; discutir as dificuldades encontradas pelos alunos na utilização dos algoritmos das operações; reconhecer a importância da resolução de problemas no ensino-aprendizagem de Matemática e desenvolver meios de utilizá-la eficazmente; conhecer metodologias a serem utilizadas no processo de ensino-aprendizagem de matemática, utilizando jogos, material concreto, recurso à história da matemática e tecnologias educacionais.

Já no 5º período, com a disciplina Matemática II, conteúdo e metodologia, o licenciando tem contato com a formação em 75 horas, com conteúdos dentre os quais prevista a abordagem acerca do ensino de Frações, conforme detalha a ementa: O ensino e a aprendizagem de medidas não inteiras – frações e decimais – e dos primeiros sistemas de medidas: conceitos, operações e resolução de problemas; o sistema monetário nacional; a evolução de noções lógico-espaciais e do pensamento geométrico no aprendiz: a localização de corpos no espaço e

sua representação; ensino e aprendizagem de conceitos básicos da geometria; construção e exploração de diferentes recursos de ensino da geometria; noções de probabilidade e estatística; o uso de gráficos e tabelas. com esta disciplina propõe-se que o pedagogo, em 75 horas de curso, possa: identificar dificuldades relativas ao ensino-aprendizagem da matemática e elaborar atividades para saná-las; familiarizar-se com conceitos de matemática e aplicá-los coerente e eficazmente na sala de aula; relacionar o ensino de matemática com os outros ramos do saber e com o cotidiano do aluno; construir o conceito de números fracionários e de frações equivalentes; compreender o sentido das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números fracionários; construir o conceito de números decimais com vírgula e das quatro operações; comparar características do sistema monetário nacional com o sistema de numeração decimal; compreender a evolução do sistema de medidas de comprimento e a necessidade de sua padronização; conhecer as unidades usuais de medidas de comprimento, capacidade, massa e a relação entre suas grandezas e com o sistema de numeração decimal; identificar e relacionar entre si as unidades de tempo; localizar e entender a movimentação de corpos no espaço com base em pontos de referência e indicações de direção; construir conceitos geométricos básicos, classificando e identificando características e propriedades dos principais sólidos geométricos e das figuras geométricas planas; coletar, organizar, ler e interpretar dados por meio de listas, tabelas, diagramas e gráficos; conhecer metodologias e utilizar material didático para o trabalho com números racionais e com geometria.

Portanto embora a Universidade Federal do Espírito Santo tenha apresentado o maior número de carga horária para a formação matemática do pedagogo em toda matriz curricular o conteúdo matemático a ser didatizado pelo professor é abordado em duas disciplinas de 75 horas cada e os conteúdos de frações abordados na 2ª disciplina junto com outros conteúdos, tais como sistema monetário, Geometria, unidades de medida, e interpretação de dados em tabelas, gráficos, listas e diagramas.

O Curso: Licenciatura em Pedagogia do Instituto Federal do Espírito Santo distribui os conteúdos matemáticos em três disciplinas de 60 horas cada a unidade curricular: Ensino de Matemática I: Teoria e Prática é ofertada no 3º Período letivo com carga horária de 60 horas das quais 40h voltadas para a Teoria e 20h para prática. Espera-se que ao final da disciplina o licenciando consiga compreender a linguagem e os conceitos matemáticos, bem como sua filosofia, lógica, correlacionados com o cotidiano; proporcionar subsídios teóricos e metodológicos para o ensino de Matemática nos cinco primeiros anos do Ensino Fundamental,

no que tange ao processo de planejamento, execução e avaliação das atividades docentes e discentes específicos; reconhecer a importância da matemática na formação do educando; Identificar dificuldades relativas ao ensino-aprendizagem da matemática e elaborar atividades para saná-las; Selecionar processos, material didático e técnicas adequadas ao ensino da matemática; familiarizar-se com conceitos de matemática e aplicá-los coerente e eficazmente na sala de aula; relacionar o ensino de matemática com os outros ramos do saber e com o cotidiano do aluno; identificar e valorizar o conhecimento matemático de crianças pré-escolares; discutir alguns aspectos dos PCNs de matemática; construir conhecimentos sobre os conceitos de: ordem, inclusão hierárquica, conservação de quantidade, seriação e classificação; conhecer a história dos números e as possibilidades da sua utilização no ensino-aprendizagem de matemática; Compreender o sistema de numeração decimal, suas dificuldades e metodologias de trabalho com esse conteúdo; entender os fundamentos matemáticos envolvidos nas operações com números naturais; reconhecer a importância da resolução de problemas no ensino-aprendizagem de Matemática e desenvolver meios de utilizá-la eficazmente; Conhecer metodologias a serem utilizadas no processo de ensino-aprendizagem de matemática, utilizando jogos, material concreto, recurso à história da matemática e tecnologias educacionais, apresentando alternativas para o ensino de crianças especiais; utilizar a metodologia da resolução de problemas para a construção dos conceitos e habilidades que são objetivos dessa disciplina. O PPC traz como ementa a evolução da noção de quantidade numérica na criança: os obstáculos e sua superação; evolução histórica dos sistemas de numeração e propriedades do sistema de numeração decimal; conjuntos numéricos; as quatro operações numéricas: conceituação, algoritmos e resolução de problemas; decomposição em fatores primos; Múltiplos e divisores; potenciação; uso e produção de recursos para desenvolver as primeiras habilidades matemáticas; investigações práticas sobre o processo de ensino e aprendizagem lógico-matemático na infância; análise de livros didáticos. A Carga Horária de 40 horas dos Conteúdos Teóricos está assim dividida: Educação Matemática: A educação matemática e suas tendências. A matemática e sua inter-relação com outros campos do saber. Os PCN de matemática. O conhecimento matemático de crianças antes do ensino da matemática na escola. (5h). O conceito de número: A natureza do número: a classificação e a seriação; Conservação de quantidades discretas e contínuas; O conceito de ordem e inclusão hierárquica. Investigações práticas sobre o desenvolvimento numérico do educando. Conjuntos numéricos. (8h) Sistemas de numeração: Utilização da história da matemática para compreender os sistemas de numeração; Características do sistema de numeração decimal. Dificuldades para entender o

sistema de numeração decimal. (7h). Operações com números naturais: Adição, subtração, multiplicação e divisão – conceituação e algoritmos. Operações em outras bases. Potenciação: potências de base 10. Decomposição em fatores primos. Múltiplos e divisores. (20h).

Já a carga horária prática distribui-se da seguinte forma: Usos e aplicações das operações aritméticas por meio da resolução de problemas, jogos, história da matemática, modelagem matemática, investigação matemática, materiais manipulativos e tecnologias educacionais. (10h). Investigações práticas sobre o processo de ensino e aprendizagem lógico-matemático na infância. Análise de livros didáticos. (10h).

No 4º período a disciplina Ensino de Matemática II traz como Objetivos Gerais: Compreender a linguagem e os conceitos matemáticos, bem como sua filosofia, lógica, correlacionando-os com o cotidiano; proporcionar subsídios teóricos e metodológicos para o ensino de Matemática nos cinco primeiros anos do Ensino Fundamental, no que tange ao processo de planejamento, execução e avaliação das atividades docentes e discentes. Específicos; construir o conceito de números decimais com vírgula e das quatro operações; compreender a evolução do sistema de medidas de comprimento e a necessidade de sua padronização; discutir alguns aspectos dos PCNs de matemática; comparar características do sistema monetário nacional com as do sistema de numeração decimal; conhecer metodologias e utilizar material didático para o trabalho com números racionais; construir o conceito de número fracionário e de frações equivalentes; compreender o sentido das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão dos números fracionários; estabelecer relação entre frações e números decimais; resolver equações do primeiro grau; compreender o conceito de porcentagem, contagem, sequências numéricas e proporcionalidade; utilizar a metodologia da resolução de problemas para a construção dos conceitos e habilidades que são objetivos dessa disciplina.

A Ementa do curso apresenta-se como: O ensino e a aprendizagem de medidas não-inteiras - frações e decimais - e dos primeiros sistemas de medidas: conceitos, operações e resolução de problemas; operação com números decimais. O sistema monetário nacional; equações de 1º grau; porcentagem; princípio fundamental da contagem; Sequências numéricas e proporcionalidade.

A Carga Horária de 40 horas de Conteúdos Teóricos está distribuída da seguinte forma: números racionais: Construção do conceito dos números decimais com vírgula e suas representações; construção do conceito de fração; localização dos números racionais na reta

numérica; os números decimais e o sistema monetário nacional; Operações com números fracionários e decimais. (15h). Sistema Monetário: as cédulas e moedas do real e suas possíveis equivalências. Porcentagem. (5h). Equações de 1º grau: Conceito de equação. Resolução de problemas matemáticos com uso de equações. (10h). Princípio fundamental da contagem; Sequências numéricas: Termo geral de uma sequência. Proporcionalidade: grandezas diretamente proporcionais, grandezas inversamente proporcionais. (10h). Já a carga horária prática está organizada em: usos e aplicações das operações aritméticas por meio da resolução de problemas, jogos, história da matemática, modelagem matemática, investigação matemática, materiais manipulativos e tecnologias educacionais (10h). Investigações práticas sobre o processo de ensino e aprendizagem lógico-matemático na infância. Análise de livros didáticos. (10h).

Por fim, no 5º período ao graduando do Curso: Licenciatura em Pedagogia do Instituto Federal do Espírito Santo é ofertada na unidade curricular: Ensino de Matemática III: Teoria e Prática, com carga horária de 60 horas (40h Teoria / 20h Prática). O componente traz como Objetivos Gerais que o licenciando: Compreenda a linguagem e os conceitos matemáticos, bem como sua filosofia, lógica, correlacionados com o cotidiano; proporcionar subsídios teóricos e metodológicos para o ensino de Matemática nos cinco primeiros anos do Ensino Fundamental, no que tange ao processo de planejamento, execução e avaliação das atividades docentes e discentes. Específicos; Conheça as unidades usuais de medidas de comprimento, capacidade, massa e a relação entre suas grandezas e com o sistema de numeração decimal; identifique e relacione entre si as unidades de tempo; possa discutir alguns aspectos dos PCNs de matemática; localize e entenda a movimentação de corpos no espaço com base em pontos de referência e indicações de direção; possa construir conceitos geométricos básicos, classificando e identificando características e propriedades dos principais sólidos geométricos e das figuras geométricas planas; conheça metodologias e utilize material didático para o trabalho com geometria. possa coletar, organizar, ler e interpretar dados por meio de listas, tabelas, diagramas e gráficos. Utilize a metodologia da resolução de problemas para a construção dos conceitos e habilidades que são objetivos dessa disciplina.

A ementa desse último componente se apresenta como: a evolução de noções lógico-espaciais e do pensamento geométrico no aprendiz: a localização de corpos no espaço e sua representação; ensino e aprendizagem de conceitos básicos da geometria plana e espacial; significado de medida e de unidade de medida de comprimento, capacidade, massa, volume e

tempo; construção e exploração de diferentes recursos de ensino da geometria. Noções de probabilidade e estatística; o uso de gráficos e tabelas.

A carga horária de 40 horas de Conteúdos Teóricos distribui-se em: Espaço e Forma: Evolução do pensamento geométrico da criança. Geometria Espacial: formas geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera); noção do conceito de volume; poliedros; reconhecimento, análise e construção dos principais sólidos geométricos e suas planificações. (10h). Geometria plana: Figuras geométricas (quadrado, retângulo, triângulo, círculo, paralelogramo, trapézio e outras) e suas propriedades; área e perímetro das figuras geométricas planas; semelhança de figuras geométricas; estudo dos ângulos; construção de formas geométricas planas; o cálculo da área e do perímetro (10h) Plano cartesiano: coordenadas cartesianas (1º quadrante) e representação de deslocamentos no plano cartesiano. (5h). Tratamento da Informação: Leitura e interpretação de informações numéricas e suas diferentes representações; Coleta e organização de dados em listas, tabelas, diagramas e gráficos; medidas de posição; Primeiras noções de probabilidade e estatística. (15h).

Já a carga horária de 20 horas dos Conteúdos Práticos distribui-se em: usos e aplicações das operações aritméticas por meio da resolução de problemas, jogos, história da matemática, modelagem matemática, investigação matemática, materiais manipulativos e tecnologias educacionais. (10h) Investigações práticas sobre o processo de ensino e aprendizagem lógico-matemático na infância. Análise de livros didáticos. (10h).

Percebe-se da análise da estrutura curricular do curso de Pedagogia que não há uma ampla formação matemática dos professores do ensino fundamental I, os quais são os licenciados para ministrar os conteúdos matemáticos nas séries iniciais.

Especificamente em relação ao ensino de fração, percebe-se que mesmo nas instituições em que há um número maior de carga horária e que consideram carga horária específica para este conteúdo, não é muito razoável o tempo para uma formação completa, a qual requer o trabalho com materiais diversificados, uso de recursos tecnológicos, que talvez não se esgotem em 15 horas de formação.

Registra-se que não se pretende desqualificar a formação desses profissionais, nem mesmo das instituições, a pesquisa pretende contribuir a partir da análise de possíveis caminhos de

abordagem dos conteúdos de fração e compreender as dificuldades que são diagnosticadas em outras pesquisas similares.

Importa assinalar que a concepção de formação que se quer defender não se esgota em uma perspectiva tecnicista e conteudista em que se privilegia conteúdos em detrimento de outros saberes docentes tão ou mais importantes que os conteúdos específicos das disciplinas escolares. Compreendemos que:

o trabalho docente, na verdade, requer saberes especializados e estruturados por múltiplas relações nas quais o processo de humanização - do professor e dos sujeitos com quem interage no contexto de trabalho - é continuamente forjado (FARIAS *e outros*, 2009, p. 56) ([21]).

Nessa perspectiva, não se pretende substituir os componentes curriculares previstos nos currículos dos cursos de Pedagogia, para que em contrapartida se tenha uma abordagem ampliada dos conteúdos de matemática, pretende-se considerar os saberes docentes conforme destacado por Pimenta e Anastasiou segundo as quais destacam que:

Nos processos de formação de professores, é preciso considerar a importância dos saberes das áreas de conhecimento (ninguém ensina o que não sabe), dos saberes pedagógicos (pois o ensinar é uma prática educativa que tem diferentes e diversas direções de sentido na formação do humano), dos saberes didáticos (que tratam da articulação da teoria da educação e da teoria de ensino para ensinar nas situações contextualizadas), dos saberes da experiência do sujeito professor (que dizem do modo como nos apropriamos do ser professor em nossa vida) (PIMENTA; ANASTASIOU, 2002, p. 71) ([36]).

Destacamos ainda que não se considera esgotada a formação docente no curso de Graduação em sua formação inicial, a formação continuada é de grande importância para ampliação dos conhecimentos dos professores que poderão inclusive retomar aprendizagens já construídas relacionando à novas metodologias e a sua própria experiência em sala de aula.

4.4 Sequências didáticas

Nesta seção, são apresentadas atividades e propostas de exercícios para: 4.4.1 - a introdução ao estudo das frações; 4.4.2 - o estudo de frações equivalentes; 4.4.3 - o estudo sobre adição e subtração de frações; e 4.4.4 - o estudo sobre multiplicação e divisão de frações.

4.4.1 Trabalhando a introdução ao estudo das frações

- Atividade 1: Introdução ao estudo das frações

Objetivos

- Proporcionar o conhecimento histórico das frações.
- Construir o conceito de fração identificando o numerador, que representa quantas partes queremos do todo, e o denominador em quantas partes o todo foi dividido.

Metodologia

- Aula invertida: o aluno deverá fazer uma pesquisa prévia sobre a história do surgimento das frações. Também deverá pesquisar pelo menos uma situação do cotidiano em que usamos fração.
- Entregar para cada aluno uma fita retangular de papel e solicitar que dividam em cinco partes iguais e pintem uma das partes.



- Mostrar para o aluno que a parte pintada por eles é representado pelo número $\frac{1}{5}$ (um quinto), que o número 1 é chamado de numerador e representa uma parte e o 5 é o denominador e representa as cinco partes que a fita foi dividida.

Avaliação

Perguntar aos alunos como seria a representação do número se a fita de papel fosse dividida em três partes iguais? E em duas partes iguais?

Solicitar que os alunos façam um pequeno relato do que aprenderam com essa aula.

Recursos

- Recurso tecnológico para pesquisa
- Fitas de papel
- Lápis de cor

Tempo: 2 aulas

- Atividade 2: Introdução ao estudo das frações

Objetivo

- Construir o conceito de frações utilizando o Geogebra.

Metodologia

A construção é obtida com a movimentação dos controles deslizantes, conforme mostra a Figura 4. Com essa movimentação, obtém-se a mudança do numerador e denominador.

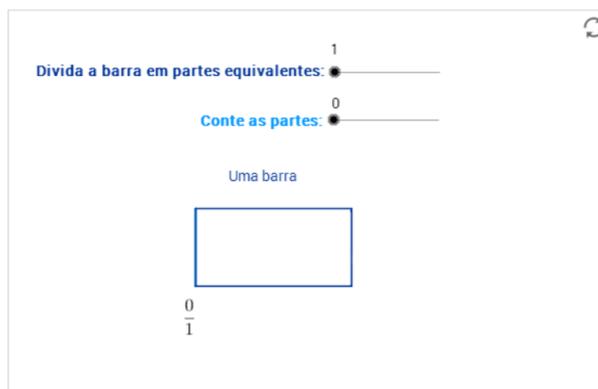


Figura 4 - Atividade retirada dos materiais postados no Tube Geogebra, desenvolvido por Ion, postado dia 13 de novembro de 2014
Fonte: <https://www.geogebra.org/material/show/id/282961>.

Recursos

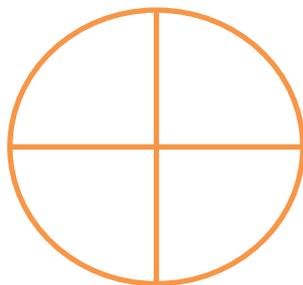
- Laboratório de Informática

Tempo: 1 aula

- Proposta de exercícios sobre introdução ao estudo de frações

1) a) Pinte na figura a fração indicada ao lado.

$$\frac{1}{4}$$



b) Desenhe um outro círculo e represente a fração $\frac{3}{8}$.

2) A figura abaixo mostra a representação de uma pizza dividida em oito fatias.



a) Que fração representa uma fatia dessa pizza?

b) Qual o numerador e o denominador da fração escrita no item a)?

c) Quem comer três fatias dessa pizza comerá que fração da pizza? Que fração da pizza ainda restará?

3) Um grupo de seis amigos foram a uma pizzaria e compraram uma pizza, dividida em oito fatias iguais, no valor de R\$ 48,00 e decidiram que quem comesse mais pagaria mais. Duas pessoas do grupo comeram dois pedaços de pizza cada um e os outros comeram um pedaço cada um.

a) Que fração da pizza cada um comeu?

b) Qual o valor de uma fatia da pizza?

c) Qual o valor pago pela pessoa que comeu duas fatias da pizza?

5.4.2 Trabalhando o estudo de frações equivalentes

- Atividade 3: Frações equivalentes

Objetivos

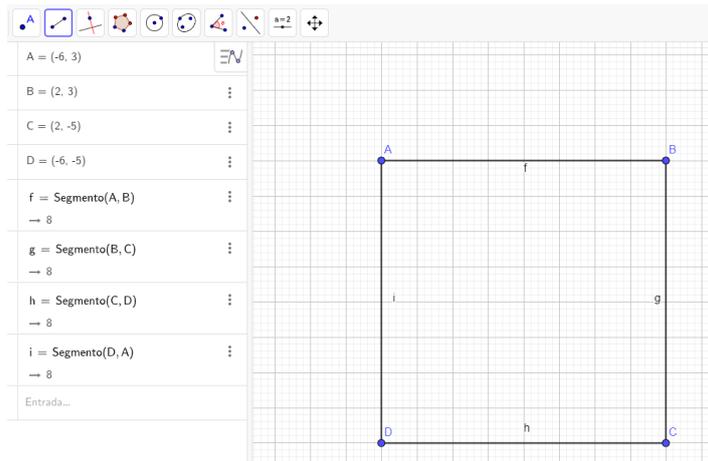
- Compreender a definição de frações equivalentes.
- Reconhecer e aplicar as frações equivalentes em situações contextuais.

Metodologia

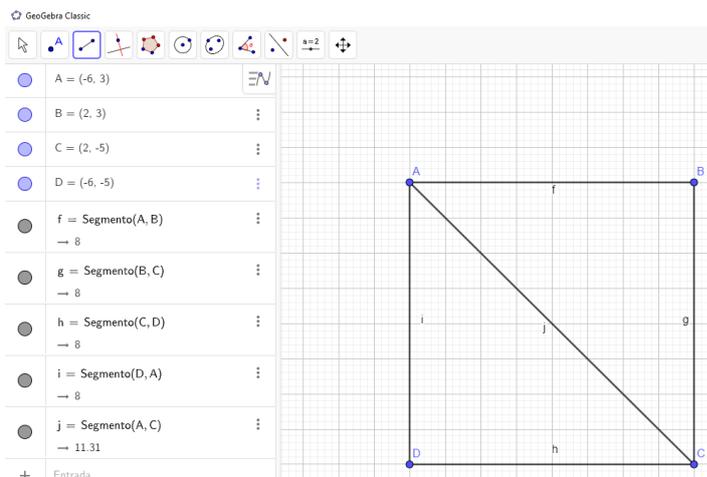
- Vamos construir um Tangram no Geogebra seguindo os seguintes passos:

1º) No menu Exibir clique em Malha para que a malha fique visível no Geogebra. Clique em eixo para ocultá-lo.

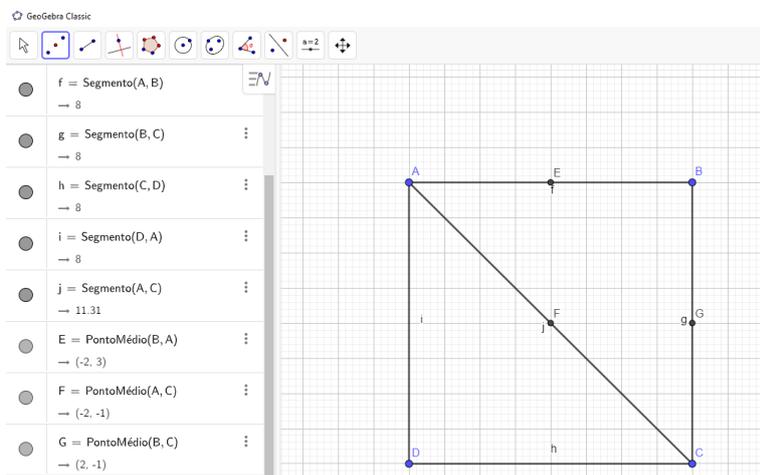
2º) Utilize a ferramenta Polígono e crie um Polígono Regular. Clique na área de trabalho e crie o ponto A. Em seguida crie o ponto B 8 unidades à direita do ponto A na malha. A partir da medida do segmento AB, construa o quadrado ABCD.



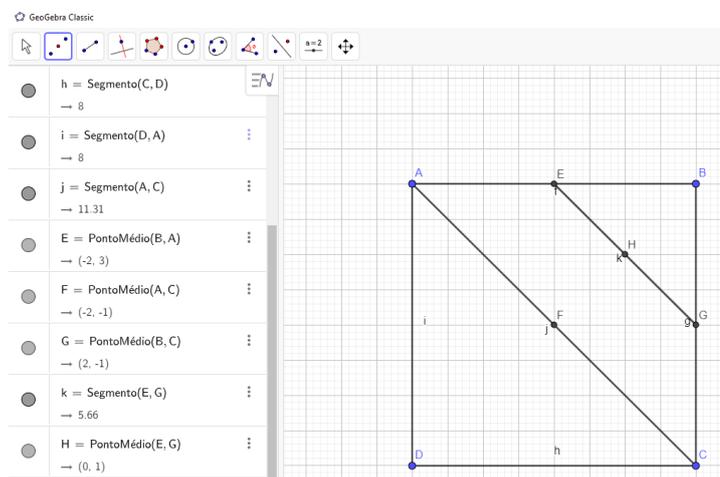
3º) Escolha a ferramenta Segmento definido por dois pontos e construa a diagonal AC.



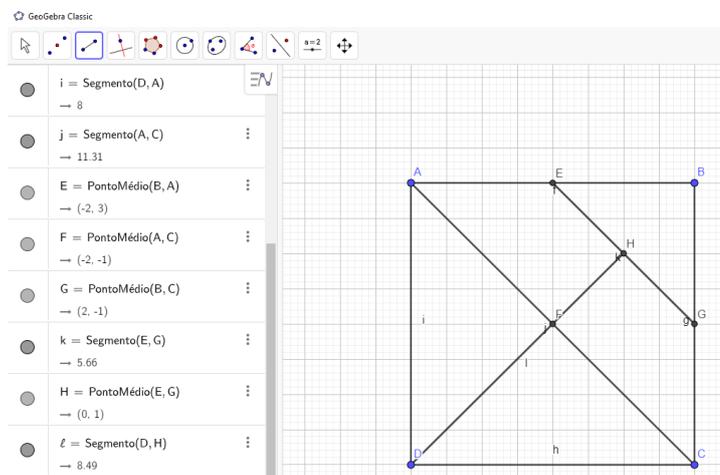
4º) Usando a ferramenta Ponto médio, encontre o ponto médio dos segmentos: AC, AB e BC.



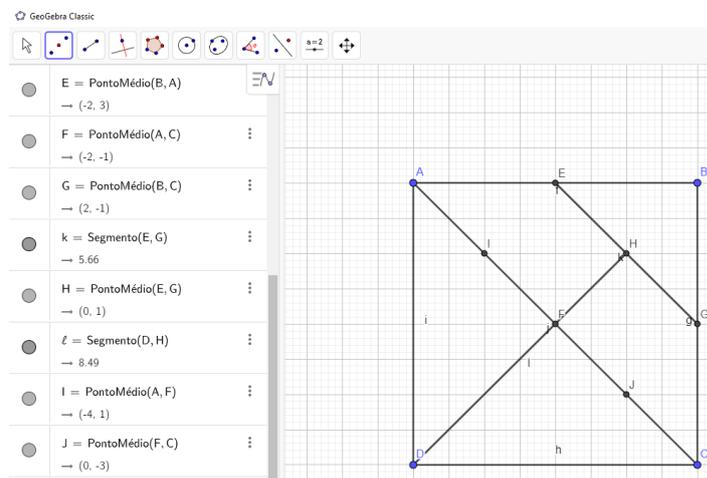
5º) Com a ferramenta Segmento definido entre dois pontos, trace uma reta paralela a AC, criando o segmento EG. Encontre o ponto médio de EG.



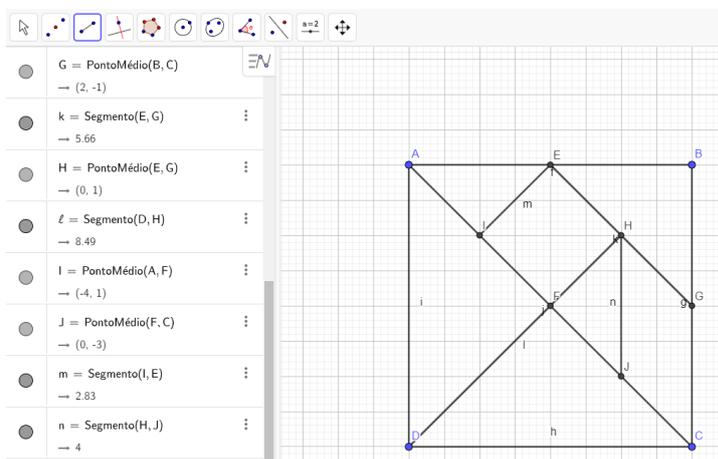
6º) Trace uma reta perpendicular ao segmento AC, criando os segmentos DF e FH.



7º) Usando a ferramenta Ponto médio, encontre o ponto médio dos segmentos: AF e FC.



8º) Trace os segmentos EI e HJ



- Após a construção observe com os alunos as figuras que compõem o Tangram: dois triângulos pequenos, um triângulo médio, dois triângulos grandes, um quadrado e um paralelogramo (sete figuras).
- Pergunte aos alunos quantos triângulos grandes cabem dentro do quadrado ABCD. Leve-os a perceber que nesse caso um triângulo grande representa $\frac{1}{4}$ do quadrado.
- Pergunte aos alunos quantos triângulos pequenos cabem no quadrado ABCD. Peça a eles que desenhem para perceber que cabem 16 triângulos pequenos.
- Pergunte quantos triângulos pequenos cabem dentro de um triângulo grande. Leve-os a perceber que nesse caso um triângulo grande corresponde a $\frac{4}{16}$ do quadrado.

- Conclua com eles que as frações $\frac{1}{4}$ e $\frac{4}{16}$ são frações equivalentes, porque representam a mesma parte do inteiro.

Avaliação

Peça aos alunos que repitam o mesmo processo usando o triângulo médio e escrevam as frações equivalentes identificadas por eles.

Recursos

- Laboratório de informática.

Tempo: 2 aulas

- Proposta de exercícios sobre frações equivalentes

1) a) Divida o retângulo em duas partes iguais e pinte uma das partes de azul. Que fração representa a parte pintada?



b) Faça uma nova divisão desse retângulo em quatro partes iguais. Que fração representa a parte pintada após essa divisão?

c) As frações obtidas são equivalentes? Justifique.

2) Para fazer suco de maracujá, Paula usou $\frac{1}{2}$ garrafa de suco concentrado e um litro de água. Carla usou $\frac{2}{4}$ da garrafa de suco concentrado e um litro de água. Qual das duas fez o suco mais concentrado de maracujá?

3) Observe a Figura 5:

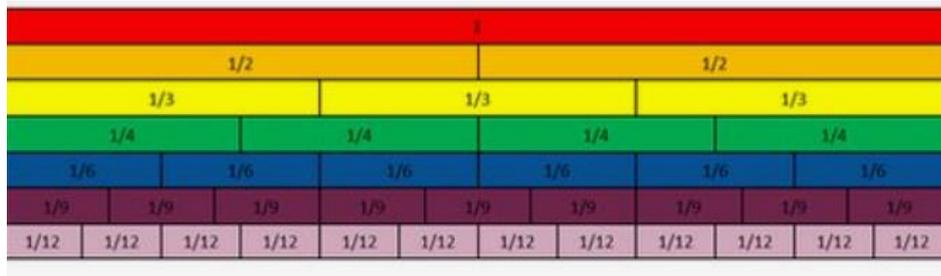


Figura 5 – Quadro de frações equivalentes
 Fonte: <https://br.pinterest.com/pin>.

- Escreva uma fração equivalente da fração $\frac{1}{2}$ de denominador 8.
- Escreva uma fração equivalente da fração $\frac{1}{4}$ de denominador igual a 12.
- Escreva uma fração equivalente da fração $\frac{1}{3}$ de denominador 9.

4.4.3 Trabalhando operações de adição e subtração com frações

- Atividade 4: operações de adição e subtração com frações

Objetivo

Efetuar operações de adição e subtração de frações com denominadores iguais e com denominadores diferentes.

Metodologia

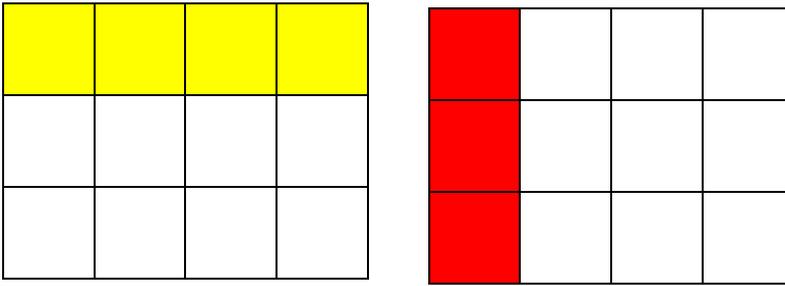
- Inicie o assunto propondo um desenho de uma pizza dividida em quatro partes iguais.
- Escreva a fração que corresponde a uma das partes da pizza.
- Faça a seguinte pergunta aos alunos: Se uma pessoa comer duas partes dessa pizza que fração dessa pizza terá comido? Nesse momento, é importante mostrar a eles que a fração comida é o resultado da soma: $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$.

- Concluir com eles que a soma de frações representa a mesma parte do inteiro, bastando somar o total das partes tomadas, ou seja, o numerador e que o denominador continua o mesmo.
- Proponha que eles dividam uma das fatias que sobraram em três partes iguais.
- Agora suponha que a mesma pessoa que comeu as duas partes anteriormente agora coma também uma das três partes. Que fração da pizza ela teria comido?
- Nesse momento, é importante que o aluno perceba que ele deverá somar as frações $\frac{2}{4} + \frac{1}{3}$.
- Para resolver essa soma, podemos pensar quantas fatias teríamos se cada uma das quatro fatias iniciais fosse dividida em três partes iguais.
- Proponha que eles desenhem novamente a pizza, dividam em quatro partes iguais e em seguida dividam cada uma das partes em três pedaços iguais. É importante que eles percebam as 12 fatias, e que voltando à soma a fração $\frac{2}{4}$ será substituída pela fração $\frac{6}{12}$ e a fração $\frac{1}{3}$ pela fração $\frac{4}{12}$ e assim teríamos a soma igual a $\frac{10}{12}$.
- Para somar frações com denominadores diferentes usamos as frações equivalentes.

Exemplo: Paula fez dois bolos, um de banana e outro de maçã. Do bolo de banana ela comeu um terço e do bolo de maçã ela comeu um quarto. Que fração representa o total de bolo que Paula comeu?

Devemos somar as frações $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$. Para isso utilizaremos frações equivalentes de mesmos denominadores.

1º modo: Vamos representar os bolos em forma de retângulo, o primeiro dividido em três partes iguais (bolo de banana) e o segundo em quatro partes iguais (bolo de maçã) e pintar a parte comida em cada um deles. Em seguida, devemos dividir cada fatia do primeiro bolo em quatro partes iguais (corresponde ao denominador da segunda fração) e cada fatia do segundo bolo em três partes iguais (corresponde ao denominador da primeira fração).



Assim a soma $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$

2º modo: Para encontrar as frações equivalentes podemos escrever os múltiplos de cada denominador até encontrar o menor múltiplo comum, MMC, diferente de zero. O MMC encontrado será o novo denominador das frações. Os numeradores deverão ser multiplicados pelos mesmos valores que os denominadores. Para descobrir esses valores, basta dividir o novo denominador pelos denominadores iniciais conforme mostrado abaixo.

Conjunto dos múltiplos de 3: $M(3) = \{0, 3, 6, 9, 12, \dots\}$

Conjunto dos múltiplos de 4: $M(4) = \{0, 4, 8, 12, \dots\}$

MMC = 12

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{(12 \div 3) \times 1}{12} + \frac{(12 \div 4) \times 1}{12} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

3º modo: Semelhante ao segundo modo, também utilizamos o MMC para obtenção das frações equivalentes. A diferença está no cálculo do MMC, porque usaremos a fatoração simultânea dos denominadores em fatores primos.

$$\begin{array}{l|l} 3, 4 & 2 \\ 3, 2 & 2 \\ 3, 1 & 3 \\ 1, 1 & \end{array} \quad \text{MMC} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{(12 \div 3) \times 1}{12} + \frac{(12 \div 4) \times 1}{12} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

- Para subtração de frações usamos as mesmas regras da adição.

Avaliação

Solicitar aos alunos a elaboração de uma atividade em que será aplicado os conceitos sobre adição e subtração envolvendo números fracionários.

Material

- Caderno
- Lápis
- Régua
- Borracha

Tempo: 5 aulas

- Proposta de exercícios sobre adição e subtração de frações

1) Para comprar ingredientes para fazer um doce, Leila gastou $\frac{1}{5}$ de suas economias em um supermercado e $\frac{1}{4}$ com refrigerantes.

a) Calcule a fração total que Leila gastou de suas economias.

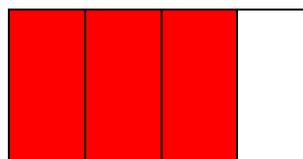
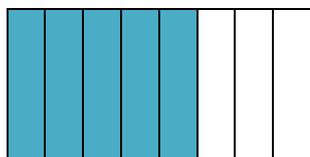
b) Leila levou R\$ 200,00 para o supermercado. Quantos reais ela gastou?

2) Num treinamento para uma prova de ciclismo, um atleta percorreu no primeiro dia $\frac{1}{3}$ do percurso e no segundo dia percorreu $\frac{2}{5}$ do percurso. Qual a fração total do percurso percorrida por esse atleta?

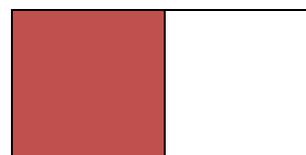
3) Efetue as operações com as frações indicadas nas figuras e represente os resultados com uma figura:



+



-



4) Danilo organizou sua agenda de estudos da seguinte forma: realizou $\frac{1}{4}$ das atividades na segunda-feira, $\frac{4}{12}$ na terça-feira e $\frac{3}{12}$ na quarta-feira.

a) Que fração das atividades Danilo realizou nesses três dias?

b) Que fração ainda falta para concluir toda a atividade?

5) Adição de frações próprias utilizando o Geogebra.

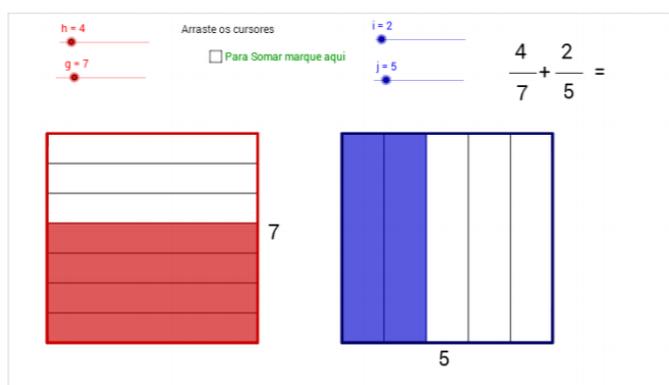


Figura 6 – Atividade desenvolvida por MCesar1, postado dia 16 de junho de 2013

Fonte: <https://www.geogebra.org/material/show/id/41513>

Para realizar a atividade, basta movimentar os controles deslizantes para selecionar as frações a serem somadas e depois clicar na caixinha “Para Somar marque aqui”.

4.4.4 Trabalhando operações de multiplicação e divisão com frações

- Atividade 5: Operações de multiplicação e divisão com frações

Objetivo: Efetuar as operações de multiplicação e divisão de uma fração por um número inteiro ou por uma outra fração.

Multiplicação de uma fração por um número inteiro

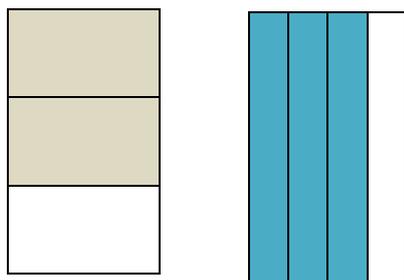
- Proponha uma situação em que seja necessário somar duas frações iguais e seguida recordar com os alunos que a multiplicação é igual à soma de parcelas, que também pode ser aplicado nesse contexto.

Exemplo: A soma $\frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$ pode ser representada pela operação $2 \times \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$. É importante que fique claro para o aluno que multiplicamos apenas o numerador pelo número inteiro.

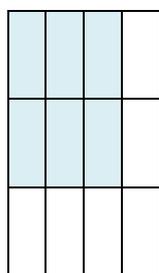
Multiplicação de uma fração por outra fração.

- Inicie o item, solicitando aos alunos que representem duas frações em retângulos, uma com divisões horizontais e outra com divisões verticais.
- Em seguida, solicite que façam uma representação com a sobreposição dos dois retângulos representados por eles e que escrevam a fração obtida.
- Mostrar que a fração obtida é o resultado da multiplicação entre elas e que pode ser resolvida multiplicando os numeradores e os denominadores das duas frações.

Exemplo: Representar as frações $\frac{2}{3}$ e a fração $\frac{3}{4}$



Após a sobreposição dos retângulos, obtemos a figura com a representação da fração $\frac{6}{12}$ que é o resultado da multiplicação das frações envolvidas.



$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12}$$

Divisão de uma fração por um inteiro.

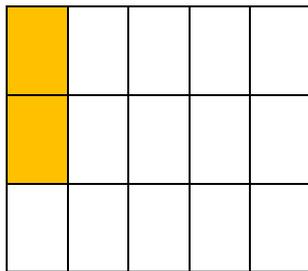
- Inicie o item representando uma fração em um retângulo.

- Em seguida solicite que dividam a figura em partes iguais representada por um inteiro.
- Escrever a fração obtida em uma das partes do inteiro.

Exemplo: Efetuar a divisão: $\frac{2}{3} \div 5$



Após a divisão por 5, devemos registrar a fração obtida (parte pintada) em uma das cinco partes. Esta fração representa o resultado da divisão.



$$\frac{2}{3} \div 5 = \frac{2}{15}$$

- Mostrar que o resultado é o mesmo obtido com a multiplicação da primeira fração pelo inverso do número inteiro.

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$$

Divisão de uma fração por outra fração

- Usar o mesmo procedimento do item anterior representando as frações num mesmo retângulo.
- Na figura obtida, observar quantos retângulos menores cabem na região da primeira fração e quantos cabem na região da segunda fração.

- Escrever a fração cujo numerador será representado pela quantidade de retângulos menores da primeira fração e o denominador será representado pela quantidade de retângulos menores da segunda fração.

Exemplo: Efetuar a divisão: $\frac{2}{3} \div \frac{3}{4}$

■	■	■	
■	■	■	
■	■	■	

$$\frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = \frac{8}{9}$$

- Concluir que esse resultado pode ser obtido multiplicando a primeira fração pelo inverso da segunda fração.

- Proposta de exercícios sobre multiplicação e divisão de frações

- 1) Um tanque de combustível de um carro está com $\frac{3}{4}$ de gasolina. Para fazer um passeio serão gastos $\frac{1}{2}$ dessa gasolina. Que fração corresponde a gasolina gasta nesse passeio?
- 2) Ganhei $\frac{1}{3}$ de uma barra de chocolate e vou dividir em 4 partes iguais. Que fração representa cada parte dessa divisão?
- 3) Efetue as operações de multiplicação e divisão abaixo:
- a) $7 \times \frac{3}{10}$ b) $\frac{1}{8} \times \frac{2}{3}$ c) $\frac{3}{5} \div 2$ d) $\frac{2}{9} \div \frac{1}{3}$
- 4) Na sala da 5ª série B tem 35 alunos. $\frac{3}{5}$ desses alunos são meninas. Quantas meninas e quantos meninos tem nessa sala?
- 5) Um pai dividiu uma herança de R\$ 210.000,00 entre seus três filhos do seguinte modo:
- O filho mais velho recebeu $\frac{2}{3}$ do valor da herança;
 - O filho do meio recebeu $\frac{1}{5}$ do valor da herança;
 - O filho caçula recebeu $\frac{2}{15}$ do valor da herança.

Quantos reais recebeu cada um dos filhos?

- 6) Comprei uma pizza grande cortada em oito fatias iguais. Como não gosto muito de pizza, dividi uma fatia em cinco partes iguais e comi uma. Que fração da pizza eu comi?

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa demonstrou-se relevante, posto que decorreu da observação da fragilidade dos estudantes que chegam ao Ensino Médio em relação à aprendizagem do conteúdo de fração.

Partindo primeiramente de uma investigação diagnóstica com estudantes do 1º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública de Vila Velha, foi possível constatar a dificuldade dos estudantes em resolver questões relacionando o conteúdo de frações com problemas envolvendo operações matemáticas, sobretudo quando envolvendo frações com denominadores diferentes – o que nos faz questionar como ocorre o processo de ensino aprendizagem do conteúdo de frações dos estudantes ainda no Ensino Fundamental.

Defendemos que o conteúdo de fração deve ser inserido aos estudantes o quanto antes já nas séries iniciais, dada a importância e a relação do conteúdo com as atividades humanas cotidianas. Nesse sentido, compreendemos que se ensinar Matemática nas séries iniciais (cinco primeiros anos do Ensino Fundamental) tem por objetivo desenvolver os conceitos básicos necessários para compreensão futura de outros conceitos. A expectativa é que, nessa fase, os alunos resolvam problemas com as operações fundamentais envolvendo números naturais e racionais, justificando os procedimentos adotados por eles, bem como a de que o ensino dos conteúdos matemáticos, para que alcance o objetivo proposto e utilize de recursos que aproximem da melhor forma o conteúdo às atividades do dia a dia do estudante, respeitada a complexidade adequada ao desenvolvimento cognitivo desse estudante.

Deste modo, como produto da pesquisa e na perspectiva de trazer contribuições para os professores responsáveis pelo ensino de Matemática nas séries iniciais, apresentamos uma sequência didática com possíveis atividades a serem desenvolvidas com os estudantes trazendo recursos tecnológicos, tais como a utilização do software Geogebra para o ensino do conteúdo de frações, bem como diversificadas atividades práticas que possam facilitar a compreensão dos estudantes e servir de alternativas aos docentes, para alcançarem os objetivos de aprendizagem em suas aulas.

De acordo com as Diretrizes Curriculares Nacionais para o curso de Graduação em Pedagogia (Resolução de Nº 1 de 15 de maio de 2006), no Art. 5º:

O egresso do curso de Pedagogia deverá estar apto a: VI - ensinar Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, História, Geografia, Artes, Educação Física, de forma interdisciplinar e adequada às diferentes fases do desenvolvimento humano (BRASIL, 2006, p.2) ([06]).

Assim, a responsabilidade do ensino da Matemática nas séries iniciais é do professor Pedagogo que, para desempenhar satisfatoriamente essa função, dentre outros requisitos, é preciso compreender sobre os conteúdos desse componente curricular e conhecer sobre diferentes formas de trabalhar com eles. Também, é necessário que busque relacionar os conhecimentos matemáticos com as situações vivenciadas pelos alunos fora da escola e que promova trabalhos que integrem as diferentes disciplinas escolares. Isso se faz necessário, pois é nessa etapa da educação que se inicia a compreensão de importantes conceitos matemáticos. Para tal, o professor precisa ter uma sólida bagagem de conhecimentos.

É preciso saber se esses professores estão preparados para desempenhar de forma satisfatória o trabalho mencionado, o que só se torna possível se em algum momento de sua vida acadêmica ou profissional eles tiveram oportunidade de constituir os conhecimentos supracitados.

A revisão de literatura e a análise documental realizadas, tendo como material a matriz curricular e o Projeto Político Curricular de cursos de Licenciatura em Pedagogia de instituições de ensino superior da Grande Vitória, bem como os resultados da entrevista semiestruturada realizada com estudantes Licenciandos de Pedagogia demonstraram a necessidade de ampliação da formação matemática para os profissionais docentes responsáveis pelo ensino dos conteúdos matemáticos nas séries iniciais do Ensino fundamental.

Não se cogita, entretanto, que a aprendizagem de tais conteúdos dependa exclusivamente da atividade docente, nem se trata de uma culpabilização do docente ou das instituições de formação inicial docente em relação à carência investigada na pesquisa.

A pesquisa baseia-se em uma perspectiva colaborativa e se propõe a fornecer contribuições aos docentes ante a possíveis dificuldades cotidianas encontradas no ensino de conteúdos matemáticos, como o conteúdo de frações. Nessa perspectiva, a pesquisa resulta na produção de sequência didática a ser aplicada no ensino de frações e fomenta a aplicação de material em oficinas de formação continuada, servindo inclusive como interesse de continuação da pesquisa em estudos futuros.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[01] – ALMEIDA A. C.; CORRÊA F. J. S. A. *Papiro de Rhind e as frações unitárias*. Revista do Professor de Matemática, n. 35, 1997, p. 2-8.

[02] – BEZERRA, A, M. A. *A formação matemática do pedagogo: a relação entre o raciocínio matemático e as estratégias na solução de problemas matemáticos*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, Ceará, 2017.

[03] – BORGES NETO, H.; SANTANA, J. R. *A teoria de Fedathi e sua relação com o Intuicionismo e a lógica do desenvolvimento matemático no ensino*. XV EPENN – Encontro de Pesquisa Educacional do Norte e Nordeste, 2001. São Luis/MA: UFMA, 2001. Disponível em: <http://www.multimeios.ufc.br/arquivos/pc/fedathi/fedathi-a-sequencia-de-fedathi-como-proposta.pdf>. Acesso em: 26 mar. 2021.

[04] – BOYER, C. B. *História da matemática*. São Paulo: Edgard Bencher Ltda, 2003.

[05] – BRAGA, J.C.; DOTTA, S.; PIMENTEL, E.; STRANSKY, B. *Desafios para o desenvolvimento de objetos de aprendizagem reutilizáveis e de qualidade*. In: Desafie, 2012.

[06] – BRASIL. MEC. SEMTEC. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental*. Brasília, 1998.

[07] – CENTRO UNIVERSITÁRIO FAESA, *Grade curricular do curso de Pedagogia*.

Disponível em:

https://www.faesa.br/curso/pedagogia/?utm_source=onesiginal&utm_medium=webpush&utm_campaign=notificacao&gclid=EA1aIQobChMiv-T62tC77AIVE5CHCh0cJg6DEAEYASAAEgLX6PD_BwE#info-adicional-curso2|saiba-mais3. Acesso em: 01 mar. 2020.

[08] – CAMPOS, T.; MAGINA, S.; NUNES, T. *O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino*. Educação Matemática Pesquisa, Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. n. 8, v. 1. 2006. p. 125-136.

- [09] – COSTA, J. M.; PINHEIRO, N. A. M.; COSTA, E. *A formação para matemática do professor de anos iniciais*. Ciênc. educ. (Bauru), Bauru, v. 22, n. 2, p. 505-522, June, 2016. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1516-73132016000200505hf&lng=en&nrm=iso. Acesso em: 21 abr. 2021.
- [10] – CURI, E. *A matemática e os professores dos anos iniciais*. São Paulo: Musa Editora, 2005.
- [11] – _____. *Formação de professores polivalentes: uma análise do conhecimento para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição*
- [12] – CURI, E. PIRES, C. *Pesquisas sobre a Formação do Professor que Ensina Matemática por Grupos de Pesquisa de Instituições Paulistanas*. Educ. Mat. Pesqui., São Paulo, v. 10, n. 1, pp. 151-189, 2008.
- [13] – CURY, H. N. *Concepções e crenças dos professores de Matemática: pesquisas realizadas e significados dos termos utilizados*. Bolema, São Paulo: Unesp, a. 12, n. 13, p. 41, 1999
- [14] – D’AMBROSIO, B. S. *Formação de professores de Matemática para o século XXI: o grande desafio*. Proposições. vol. 4, nº 1, 1993. P. 35- 41
- [15] – D’AMBROSIO, U. *Educação matemática: da teoria à prática*. 22 ed., Campinas, SP: Papirus, 2011- (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).
- [16] – FACULDADE CLARETIANO. *Matriz Curricular do Curso de Licenciatura em Pedagogia EAD*. Disponível em: <https://claretiano.edu.br/graduacao/pedagogia/vitoria/a-distancia-com-encontros-para-avaliacoes>. Acesso em: 01 mar. 2020.
- [17] – FACULDADE ESTÁCIO DE SÁ. *Matriz Curricular do Curso de Licenciatura em Pedagogia*. Disponível em: <https://portal.estacio.br/media/2095/matriz-curricular-de-pedagogia.pdf>. Acesso em: 01 mar. 2020.
- [18] – FACULDADE MULTIVIX. *Grade Curricular do Curso de Licenciatura em Pedagogia*. Disponível em: <https://multivix.edu.br/graduacao-presencial/pedagogia/>. Acesso em: 01 mar. 2020.
- [19] – FACULDADE NOVO MILÊNIO. *Organização Curricular de Licenciatura em Pedagogia*. Disponível em: <http://novomilenio.br/wp-content/uploads/2020/09/ORGANIZA%C3%87%C3%83O-CURRICULAR-2020-PEDAGOGIA-100-PRESENCIAL.pdf>. Acesso em: 01 mar. 2020.

- [20] – FACULDADE SABERES. *Estrutura Curricular do Curso de Licenciatura em Pedagogia*. Disponível em: <https://www.saberes.edu.br/pedagogia-estrutura-curricular>. Acesso em: 23 mar. 2021.
- [21] – FARIAS, I. M. S.; SALES, J. O. C. B.; BRAGA, M. M. S. C.; FRANÇA, M. S. L. M. *Didática e Docência: aprendendo a profissão*. Brasília: Liber Livro, 2009.
- [22] – FIORENTINI, D., e outros. *Formação de professores que ensinam matemática: um balanço de 25 Anos da pesquisa brasileira*. Revista Educação em Revista - Dossiê Educação Matemática, Belo Horizonte: UFMG, 2003.
- [23] – GAUTHIER, C. *Por uma teoria da Pedagogia: Pesquisas contemporâneas sobre o saber docente*. Ijuí: Unijuí, 1998.
- [24] – GEOGEBRA. *Software de geometria dinâmica*. Disponível em: <http://https://www.geogebra.org/m/SGKQddeQ>. Acesso em: 10 jan. 2020.
- [25] – INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO. *Projeto Político Pedagógico do Curso de Licenciatura em Pedagogia*. Disponível em: https://www.ifes.edu.br/images/stories/-publicacoes/cursos/graduacao/Vila_Velha/ppc-pedagogia-vila-velha.pdf. Acesso em: 25 jan. 2020.
- [26] – JOHANNOT, L. *Recherches sur Le raisonnement mathématique de l'adolescent*. Geneva: Delachaux: Niestlé, 1947.
- [27] – LIBÂNEO, J.C. *Diretrizes curriculares da pedagogia: imprecisões teóricas e concepção estreita da formação profissional de educadores*. Educação e Sociedade, Campinas, vol. 27, n. 96 - Especial, p. 843-876, out. 2006. Disponível em <http://www.cedes.unicamp.br>, acesso em 22/08/2014.
- [28] LIMA, Severino Roberto de. *Uma análise de questões de fração das provas do Sistema de Avaliação do Estado do Tocantins–SAETO*. 2020.
- [29] – _____. *Pedagogia e Pedagogos, para quê?* São Paulo: Cortez, 1998.
- [30] – MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. *Metodologia do trabalho científico: procedimentos básicos, pesquisa bibliográfica, projeto e relatório, publicações e trabalhos científicos*. 7. ed. 6.reimpr. São Paulo: Atlas, 2011.
- [31] – MERLINI, V. L. *O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5a e 6a séries do ensino fundamental*. 2005. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. 2005.

- [32] – MORETTI, V. D. *Educação matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: princípios e práticas pedagógicas*. 1. ed. São Paulo: Cortez, 2015. (Coleção biblioteca básica de alfabetização e letramento).
- [33] – NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. *A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender*. Autêntica Editora, 2019.
- [34] – PAIS, L. C. *Didática da matemática: uma análise da influência francesa*. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.
- [35] – PEREIRA, P. M.; BORBA, V. M. L. *A prática do professor de matemática dos anos iniciais: Da formação inicial ao cotidiano da ação educativa*. In: Colóquio Brasileiro de Educação na Sociedade Contemporânea, Campina Grande, 2014.
- [36] – PIMENTA, S. G.,; ANASTASIOU, L. G. C. *Docência no ensino superior*. São Paulo: Cortez Editora, 2002.
- [37] – PONTE, J. P. *Concepções dos professores de Matemática e processos de formação*. Educação Matemática: temas de investigação. Lisboa: IIE, 1992. p. 185- 239.
- [38] – RIBEIRO, R.M. *Modelagem matemática e mobilização de conhecimentos didático-matemáticos na formação continuada de professores dos anos iniciais*. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2016.
- [39] – SANTOS, R. G. *A Sequência Fedathi na formação matemática do pedagogo: reflexões sobre o ensino de Geometria Básica e Frações Equivalentes com o uso do software Geogebra*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós Graduação em Educação Brasileira, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Ceará, 2015.
- [40] – SANTOS, A. *O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no ensino fundamental*. 2005. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.2005.
- [41] – SANTOS, P. C. *O Professor de Matemática dos Anos Iniciais e sua Formação nos Cursos de Pedagogia: tecendo reflexões sobre sua prática pedagógica*, Dissertação de Mestrado, Mestrado Profissional em Gestão Social, Educação e Desenvolvimento Regional,
- [42] – SAVIANI, D. *A pedagogia no Brasil: história e teoria*. Campinas, SP: Autores

Associados, 2008.

[43] – SILVA, C. S. B. *Curso de Pedagogia no Brasil: história e identidade*. São Paulo: Autores Associados, 1999.

[44] – SILVA, J. F. *Formação Matemática do Professor Polivalente: um estudo metanalítico*. Dissertação de Mestrado, Mestrado em Educação. Universidade Federal de São Carlos. São Paulo, 2017.

[45] – SOUZA, M. J. A. *Sequência Fedathi: uma proposta para o ensino de matemática e ciências*. Francisco Edison Eugenio de Sousa, Francisco Herbert Lima Vasconcelos, Hermínio Borges Neto et al. [organizadores] – Fortaleza: Edições UFC, 2013.

[46] – TARDIF, M. *Saberes docentes e formação de professores*. 13 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.

[47] – UNIVERSIDADE DE VILA VELHA. *Grade Curricular do Curso de Pedagogia*. Disponível em: <https://uvv.br/ensino-presencial/graduacao/pedagogia-uvv>. Acesso em: 01 mar. 2020.

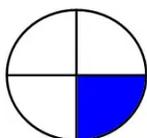
[48] – UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO. Pró Reitoria de Graduação, *Projeto Político Pedagógico do Curso de Licenciatura em Pedagogia*, versão 2018. Disponível em: https://prograd.ufes.br/sites/prograd.ufes.br/files/field/anexo/ppc_681_pedagogia_lic_mat.pdf. Acessado em: 25 jan. 2020.

[49] – VIEIRA, N. S. O. *A Formação matemática do pedagogo: reflexões sobre o Ensino de Geometria*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação Em Ensino De Ciências e Matemática (Encima) da Universidade Federal Do Ceará (UFC), Ceará, 2017.

APÊNDICE – Resolução das atividades

Atividades sobre introdução ao estudo de frações

1) a) $\frac{1}{4}$



b) $\frac{3}{8}$



2) a) $\frac{1}{8}$

b) numerador = 1

denominador = 8

c) três fatias = $\frac{3}{8}$

d) restará = $\frac{5}{8}$

3) a) Duas pessoas comeram $\frac{2}{8}$ cada um e as outras quatro pessoas comeram $\frac{1}{8}$ cada um.

b) Valor de uma fatia é igual a R\$ 6,00.

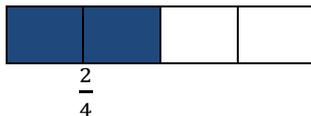
c) Quem comeu duas fatias pagou R\$ 12,00.

Atividades sobre frações equivalentes

1) a)



b)



c) Sim. As duas frações representam a mesma parte do inteiro.

2) As duas fizeram o suco com a mesma concentração de maracujá.

3) a) $\frac{4}{8}$

b) $\frac{3}{12}$

c) $\frac{3}{9}$

Atividades sobre adição e subtração de frações

1) a) $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{4}{20} + \frac{5}{20} = \frac{9}{20}$

b) Gastou $\frac{9}{20}$ de 200 reais = $\frac{9 \cdot 200}{20} = \frac{1800}{20} = 90$ reais.

2) $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15}$

3) $\frac{2}{5} + \frac{5}{8} = \frac{16}{40} + \frac{25}{40} = \frac{41}{40}$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{6}{8} - \frac{4}{8} = \frac{2}{8}$$

4) a) $\frac{1}{4} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{1}{4} + \frac{7}{12} = \frac{3}{12} + \frac{7}{12} = \frac{10}{12}$

b) $\frac{2}{12}$

Atividades sobre multiplicação e divisão de frações

1) $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$

2) $\frac{1}{3} : 4 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

3) a) $\frac{21}{10}$ b) $\frac{2}{24}$ c) $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$ d) $\frac{2}{9} \times \frac{3}{1} = \frac{6}{9}$

4) $\frac{3}{5}$ de 35 = $\frac{3}{5} \times 35 = \frac{105}{5} = 21$ (21 meninas e 14 meninos)

5) O filho mais velho recebeu $\frac{2}{3}$ de 210 000 reais = $\frac{2 \times 210\ 000}{3} = 140\ 000$ reais.

O filho do meio recebeu $\frac{1}{5}$ de 210 000 reais = $\frac{1 \times 210\ 000}{5} = 42\ 000$ reais.

O filho caçula recebeu $\frac{2}{15}$ de 210 000 reais = $\frac{2 \times 210\ 000}{15} = 28\ 000$ reais

6) $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{8} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{40}$ avos da pizza.

