

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL
MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL

NATAN TRANCOSO GONÇALVES

**PLANEJAMENTO DAS VIAGENS DE NAVIOS COM VÁRIOS PORÕES PARA
TRANSPORTE DE BLOCOS DE GRANITO CONSIDERANDO A ARRUMAÇÃO
COM ROTAÇÃO EM TRÊS DIMENSÕES EM CADA PORÃO E O EQUILÍBRIO
DOS NAVIOS NOS SENTIDOS PROA-POPA E BOMBORDO-BORESTE**

VITÓRIA
2021

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

PLANEJAMENTO DAS VIAGENS DE NAVIOS COM VÁRIOS PORÕES PARA TRANSPORTE DE BLOCOS DE GRANITO CONSIDERANDO A ARRUMAÇÃO COM ROTAÇÃO EM TRÊS DIMENSÕES EM CADA PORÃO E O EQUILÍBRIO DOS NAVIOS NOS SENTIDOS PROA-POPA E BOMBORDO-BORESTE

Natan Trancoso Gonçalves

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Civil do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de Construção Civil.

Aprovada no dia 06 de outubro por:

Prof. Dr. Rodrigo de Alvarenga Rosa
Doutor em Engenharia Elétrica
Orientador - UFES

Prof. Dr. Élcio Cassimiro Alves
Doutor em Engenharia e Tecnologias Espaciais
Examinador interno - UFES

Prof. Dr. Geraldo Regis Mauri
Doutor em Computação Aplicada
Examinador externo - UFES

Vitória – ES, outubro de 2021

Ficha catalográfica disponibilizada pelo Sistema Integrado de Bibliotecas - SIBI/UFES e elaborada pelo autor

G635p Gonçalves, Natan Trancoso, 1991-
Planejamento das viagens de navios com vários porões para transporte de blocos de granito considerando a arrumação com rotação em três dimensões em cada porão e o equilíbrio dos navios nos sentidos proa-popa e bombordo-boreste / Natan Trancoso Gonçalves. - 2021.
95 f. : il.

Orientador: Rodrigo de Alvarenga Rosa.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

1. Transporte de carga. 2. Transporte marítimo. 3. Pesquisa operacional. 4. Modelos matemáticos. 5. Granito. I. Rosa, Rodrigo de Alvarenga. II. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Tecnológico. III. Título.

CDU: 624

Dedico este trabalho a meus pais Assis e Jacy que me deram todo suporte para eu chegar até aqui.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por estar sempre comigo me dando força para seguir. A Ti, Senhor, toda graça, louvor e adoração.

Sou grato a meus pais Assis e Jacy pelas revisões, sugestões e por não medirem esforços em me apoiar nesta jornada. Agradeço meus familiares, sobretudo, Lilian, Tião, Sissi, Gabriel e Daniel pela compreensão.

Ao meu orientador Rodrigo de Alvarenga Rosa, muito obrigado pela confiança, amizade, parceria, paciência, pelas experiências e conhecimentos compartilhados, pelos cafés pós almoço e pelas reuniões. Seu empenho e sua disposição para ajudar os alunos e fazer pesquisas de qualidade são inspiração para mim.

Gratidão aos professores Élcio Cassimiro Alves e Geraldo Regis Mauri por aceitarem participar deste trabalho, por todos comentários, sugestões e contribuições.

À CAPES pelo apoio financeiro e por facilitar o acesso à literatura através do portal de periódicos.

Aos amigos Alexandre, Glauco, Tariane, Ronyson, Marisleide e Thalgo com os quais compartilhei os desafios e as conquistas do mestrado.

E, por fim, à turma do LAMMEP pela amizade e cooperação, em especial, Anna, Bianca, Bruna Santos, Bruna Curto, João, Diesther, Guilherme, Jeani, Henrique e Amábile. É muito bom poder contar com vocês.

RESUMO

O Brasil está entre os maiores produtores do mercado mundial de rochas ornamentais, sendo que o Espírito Santo é responsável por mais de 60% da produção nacional. Mais especificamente, o Porto de Vitória é o que mais se destaca na exportação de blocos de granito e similares. Os blocos de granito possuem diferentes medidas e são transportados nos porões de navios de carga geral, mas os custos com o transporte são elevados. Por essa razão, é de extrema importância planejar as viagens dos navios e a arrumação de carga, a fim de reduzir esses custos. Visando auxiliar esse planejamento, é proposto um modelo matemático para o problema integrado de roteamento de navios e arrumação tridimensional dos blocos nos porões, considerando a disponibilidade de diferentes navios, múltiplas viagens, janelas de tempo, rotação ortogonal dos blocos nas três dimensões (rotação 3D), sequência de descarga e o equilíbrio dos navios no carregamento. O modelo busca minimizar os custos com os navios a afretar e com a distância a navegar no horizonte de planejamento. Além disso, minimiza o tempo total das viagens e o desequilíbrio na distribuição de carga nos sentidos proa-popa e bombordo-boreste. O modelo foi testado com o *solver* CPLEX. Nos testes, foi considerada uma exportadora que afreta navios sob contratos *Time Charter* para exportar blocos de granito a partir do Porto de Vitória e o modelo se mostrou capaz de representar o problema de planejamento de transporte em questão. Os resultados obtidos apontaram que a rotação 3D na arrumação de carga pode levar à economia de uma viagem ou até mesmo de um navio. Ao minimizar o desequilíbrio na distribuição de carga, foram obtidos arranjos completamente equilibrados que evitam as manobras com lastro de água para manter o equilíbrio dos navios no porto de carregamento.

Palavras-chave: Roteamento. Arrumação de carga. Transporte marítimo. Carga geral. Modelo matemático.

ABSTRACT

Brazil is among the largest producers in the world market of ornamental stones, and Espírito Santo is responsible for more than 60% of the national production. More specifically, the Port of Vitoria is the one that stands out most in the export of granite blocks and the like. The granite blocks have different sizes and are transported in the holds of general cargo ships, but transport costs are high. For this reason, it is extremely important to plan the ships' trips and the arrangement of the loads, in order to reduce these costs. Aiming to assist in this planning, a mathematical model for the integrated problem of ship routing and three-dimensional arrangement of blocks in holds is proposed, considering the availability of different ships, multiple trips, time windows, orthogonal rotation of blocks in three dimensions (3D rotation), unloading sequence and the balance of ships in loading. The model seeks to minimize the costs of ships to be chartered and the distance to sail in the planning horizon. In addition, it minimizes total travel time and unbalanced load distribution in the bow-stern and port-starboard directions. The model was tested with CPLEX solver. In the tests, an exporter that charters ships under Time Charter contracts to export granite blocks from the Port of Vitoria was considered, and the model proved to be capable of representing the transportation planning problem in question. The results obtained showed that 3D rotation in cargo arrangement can save a trip or even a ship. By minimizing the imbalance in cargo distribution, completely balanced arrangements were obtained that avoid maneuvers with water ballast to maintain the balance of ships in the loading port.

Keywords: Routing. Loading. Maritime transport. General cargo. Mathematical model.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Estrutura da dissertação	16
Figura 2 - Exemplo de Instância para o 3L-CVRP.....	27
Figura 3 - Arranjo das cargas para as rotas	27
Figura 4 – Esquema do transporte de remessas em um horizonte de planejamento	36
Figura 5 - Esquema dos porões de um navio de carga geral.....	37
Figura 6 - Arrumação de blocos de granito em porões de navio.....	38
Figura 7 - Virador de blocos	38
Figura 8 - Esquema dos parâmetros dos navios.....	41
Figura 9 – Sistema de coordenadas para arrumação dos blocos em cada porão....	42
Figura 10 – Possíveis orientações de um bloco em um porão devido à rotação 3D.	44
Figura 11 - Variáveis de posição relativa entre dois blocos em um mesmo porão....	45
Figura 12 – Arranjo de blocos sem minimização da somatória das coordenadas z_i .	47
Figura 13 – Arranjo de blocos sem as restrições (45) a (50).....	53
Figura 14 – Arranjo de blocos com as restrições (45) a (50).....	53
Figura 15 - Localização do porto de carregamento e dos portos de descarga.....	64
Figura 16 – Esquema das viagens da Instância 2A, com múltiplas viagens	74
Figura 17 – Esquema das viagens da Instância 2B, sem múltiplas viagens	75
Figura 18 – Arrumação dos blocos na Instância 3A, com $\varepsilon = 1$ e $\mu v = 272.100 \text{ kNm}$..	76
Figura 19 – Arrumação dos blocos na Instância 3B, com $\varepsilon = 1$ e $\mu v = 0$	76
Figura 20 - Arrumação dos blocos na Instância 3C, com $\varepsilon=0$ e $\mu v= 272.100 \text{ kNm}$...	77
Figura 21 – Viagem e arrumação dos blocos na Instância 4A	78
Figura 22 – Viagem e arrumação dos blocos na Instância 4B	79
Figura 23 – Viagem e arrumação dos blocos na Instância 4C	79
Figura 24 – Viagem e arrumação dos blocos na Instância 5A.	80
Figura 25 – Viagens e arrumação dos blocos na Instância 5B.....	81
Figura 26 – Viagens e arrumação dos blocos na Instância 5C.	82
Figura 27 - Viagens da Instância 6A	84
Figura 28 - Arrumação dos blocos na viagem da Instância 7A	85
Figura 29 - Arrumação dos blocos na viagem da Instância 7B	85

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Matriz de distâncias entre portos em milhas náuticas	64
Tabela 2 - Características das remessas das instâncias do Grupo 1 e do Grupo 3..	68
Tabela 3 - Características das instâncias de teste	70
Tabela 4 - Análise de sensibilidade.....	71
Tabela 5 - Resultados de execução do CPLEX para as instâncias dos grupos 2 a 7 .	72
Tabela 6 - Custos nas instâncias do Grupo 2.....	73
Tabela 7 - Rotação dos blocos na Instância 5A	81
Tabela 8 - Rotação dos blocos na Instância 5B	82

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Resumo da revisão de literatura sobre 3L-CVRP e variantes	33
Quadro 2 - Conjuntos do modelo	41
Quadro 3 - Parâmetros do modelo	43
Quadro 4 – Varáveis de decisão do modelo	46
Quadro 5 - Características do navio N1	65
Quadro 6 - Características do navio N2	66
Quadro 7 - Características do navio N3	66

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
1.1 OBJETIVOS	14
1.1.1 Geral	14
1.1.2 Específicos	14
1.2 JUSTIFICATIVA	14
1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	15
2 REFERENCIAL TEÓRICO	17
2.1 ROTEAMENTO DE VEÍCULOS	17
2.1.1 Multi-Trip Vehicle Routing Problem (MTVRP)	18
2.1.2 Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW)	18
2.1.3 Vehicle Routing Problem with Heterogeneous Fleet (VRPHF)	19
2.1.4 Roteamento no transporte marítimo	19
2.2 CARREGAMENTO DE VEÍCULOS.....	20
2.2.1 Classificação dos problemas de carregamento	21
2.2.2 Restrições do carregamento tridimensional	22
2.2.3 Problemas de carregamento de navios	24
2.3 ROTEAMENTO DE VEÍCULOS INTEGRADO AO CARREGAMENTO	25
2.3.1 Three-dimensional Loading Capacitated Vehicle Routing Problem	26
2.3.2 Revisão de literatura sobre o 3L-CVRP e variantes	28
3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	35
4 MODELO MATEMÁTICO PROPOSTO	40
4.1 CONJUNTOS E PARÂMETROS.....	40
4.2 VARIÁVEIS DE DECISÃO	44
4.3 FUNÇÃO OBJETIVO.....	47
4.4 RESTRIÇÕES	48
5 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS	62
5.1 INSTÂNCIAS DE TESTE	63
5.2 RESULTADOS E ANÁLISES	70
6 CONCLUSÕES	87
REFERÊNCIAS	89

1 INTRODUÇÃO

O transporte marítimo é o principal modo de transporte no comércio internacional. Segundo a UNCTAD (2019), cerca de 11 bilhões de toneladas de mercadorias foram carregadas em navios em 2018, o que representa mais de 80% do mercado global. Dentre essas mercadorias estão as cargas unitárias (*break-bulk*) transportadas em navios de carga geral.

Cargas unitárias como blocos de granito, fardos de celulose e bobinas de aço têm grande participação na economia de países com atividades extensivas de extração, como o Brasil, que produzem grandes volumes desses produtos para exportação. O Brasil está entre os maiores produtores mundiais do mercado de rochas ornamentais. Em 2018, ficou em segundo lugar no *ranking* específico de granitos brutos com um total de 981.929 toneladas exportadas (MONTANI, 2019). O estado do Espírito Santo foi responsável por 66,8% desse montante, sendo o porto de Vitória o porto brasileiro mais utilizado para embarque de blocos de granito (BRASIL, 2019).

O problema abordado neste trabalho origina do transporte marítimo de blocos de granito em navios de carga geral para exportação a partir do Porto de Vitória. O espaço interno entre o casco e o convés dos navios é dividido em compartimentos, denominados porões, onde os blocos de granito são dispostos. Os blocos possuem geometria paralelepípedica e medidas diversas, o que dificulta a arrumação deles nos porões. Os blocos podem ser empilhados nos porões, desde que haja área de suporte suficiente para a face inferior de todos os blocos. Na arrumação da carga, é permitida a rotação ortogonal nas três dimensões (rotação 3D) de modo que uma face de um bloco pode estar paralela a qualquer face do porão onde está. Além disso, deve-se distribuir as cargas a fim de manter o equilíbrio do navio nos sentidos proa-popa e bombordo-boreste.

O carregamento dos blocos é feito apenas no Porto de Vitória e a exportação ocorre em remessas. Uma remessa é o conjunto de todos os blocos que devem ser descarregados em uma atracação a certo porto de descarga. As sequências de visita aos portos de descarga definem as viagens dos navios. Os navios atracam uma única vez por viagem nos portos de descarga e retornam sem carga para o Porto de Vitória

após a descarga da última remessa da viagem. Cada remessa é transportada por apenas um navio que deve ser carregado com todas as remessas de sua viagem. Os carregamentos dos navios e as descargas das remessas devem iniciar dentro de intervalos de tempo pré-determinados, chamados janelas de tempo. Dentro do horizonte de planejamento, um porto de descarga pode ser visitado mais de uma vez desde que para a descarga de remessas diferentes e cada navio pode fazer mais de uma viagem.

A arrumação dos blocos no carregamento deve considerar a sequência de descarga, de forma que os blocos de uma remessa não fiquem sob blocos de outra com destino a um porto posterior na viagem. Essa política, conhecida como *Last In First Out* (LIFO), evita movimentos improdutivos e custos adicionais para rearranjo dos blocos nos portos de descarga. A capacidade de carga do navio é um fator limitante das viagens, por isso a arrumação dos blocos nos porões durante o carregamento visa aproveitar ao máximo essa capacidade de carga. Deve-se planejar as viagens de modo que a distância navegada seja a menor possível. Assim, pode-se reduzir os custos com o transporte marítimo dos blocos.

Este problema se assemelha ao conhecido na literatura como *Three-dimensional Loading Capacitated Vehicle Routing Problem* (3L-CVRP). O 3L-CVRP combina o problema de roteamento de veículos, que visa definir as viagens ideais para uma frota, com o problema de carregamento tridimensional, que lida com a arrumação de cargas unitárias que podem ser empilhadas. O 3L-CVRP possui elevada complexidade de solução devido à integração do roteamento de veículos com o carregamento tridimensional, dois problemas de otimização *NP-hard* (GENDREAU *et al.*, 2006; IORI; MARTELLO, 2013).

O 3L-CVRP no contexto de transporte marítimo foi pouco explorado na literatura. Christiansen *et al.* (2015) modelaram o problema de roteamento de diferentes navios com múltiplos compartimentos, considerando múltiplas viagens e janelas de tempo, porém, para o transporte de graneis líquidos, sem arrumação de carga. Moura, Oliveira e Pimentel (2013) se inspiraram no 3L-CVRP para abordar o problema de carregamento e roteamento com janela de tempo no transporte de contêineres. Entretanto, neste problema não é permitida a rotação dos contêineres e não foi

considerado o equilíbrio na distribuição de carga. Pinto *et al.* (2018) consideraram a distribuição equilibrada de carga no problema de roteamento de frota heterogênea de navios e carregamento com caixas de suprimentos para plataformas de petróleo *offshore*. Admitiram a rotação ortogonal das caixas no plano do convés, porém o problema de carregamento é bidimensional (sem empilhamento de carga) e não contempla múltiplos compartimentos e múltiplas viagens.

Não foi encontrado um trabalho que abordasse o problema de roteamento de navios de carga geral e arrumação tridimensional da carga nos porões, com múltiplas viagens e rotação 3D. Portanto, neste trabalho é proposto um modelo matemático para solucionar o problema integrado de roteamento e carregamento de navios com blocos de granito, baseado no 3L-CVRP. O modelo considera frota heterogênea, janelas de tempo, múltiplas viagens, política LIFO, múltiplos compartimentos de carga, rotação 3D dos blocos e equilíbrio na distribuição de carga a bordo. O modelo busca minimizar os custos relacionados ao número de navios necessários e à distância navegada no horizonte de planejamento do transporte marítimo das remessas de blocos de granito.

O modelo é aplicado ao caso de exportadoras de granito que contratam navios sob contratos *Time Charter* para transportar as remessas de blocos a partir do Porto de Vitória. Neste tipo de contrato, o contratante paga para ter o navio a sua disposição durante o período de contrato. A gestão náutica fica a cargo do contratado, responsável pelos custos com tripulação, manutenção dos navios e seguros. Em contrapartida, o contratante deve arcar com os custos operacionais que incluem consumo de combustível, despesas portuárias e aduaneiras (WANG; FAGERHOLT; WALLACE, 2018). O modelo tem dupla utilidade para as exportadoras. Primeiramente serve de auxílio no dimensionamento da frota a ser afretada. Por meio de experimentos computacionais, é possível definir quais navios compõem a frota mais econômica e suficiente para atender a demanda prevista. Durante os contratos, o modelo funciona como ferramenta de apoio para o planejamento da utilização da frota afretada, visando atender a demanda efetiva com menor custo de navegação.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Geral

Propor um modelo matemático para planejar as viagens e a arrumação de carga para transporte marítimo de blocos de granito, considerando afretamento *Time Charter* de diferentes navios de carga geral, múltiplas viagens, janelas de tempo, rotação 3D dos blocos, sequência de descarga, equilíbrio da distribuição de carga nos sentidos proa-popa e bombordo-boreste, a fim de minimizar os custos com afretamento e com a distância navegada no horizonte de planejamento.

1.1.2 Específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- a) avaliar se o modelo proposto representa de forma satisfatória o presente problema de transporte com múltiplas viagens, janelas de tempo, distribuição equilibrada de carga, rotação 3D, sequência de descarga e múltiplos compartimentos;
- b) analisar os impactos da rotação 3D e da distribuição equilibrada de carga na arrumação dos blocos;
- c) avaliar o desempenho do modelo quanto ao tempo de execução e porte das instâncias.

1.2 JUSTIFICATIVA

A geometria heterogênea dos blocos de granito gera perda de espaço útil nos compartimentos de carga. Além disso, os blocos são pesados e a movimentação deles nos porões não é fácil. Dessa forma, o arranjo dos blocos no carregamento deve ser bem planejado, a fim de aproveitar ao máximo a capacidade de transporte do navio e facilitar as operações de descarga. A rotação ortogonal dos blocos nos planos verticais é operacionalmente mais difícil. Contudo, pode ser viável se melhorar o arranjo dos blocos.

A sequência dos portos de descarga influencia a arrumação dos blocos devido à política LIFO. Por outro lado, um arranjo de carga pode inviabilizar uma viagem, pois mesmo que a capacidade de transporte do navio em peso e volume suporte a carga planejada, certo arranjo pode ser incapaz de alocar todos os blocos daquela viagem no navio. Em razão disso, é importante que o planejamento da arrumação dos blocos seja integrado ao roteamento dos navios.

Os custos do transporte marítimo de blocos de granito são elevados. O planejamento integrado do arranjo dos blocos nos porões e das viagens, visando minimizar os navios utilizados e a distância navegada, ajuda a reduzir esses custos de transporte. Contudo, esse planejamento é altamente complexo. O modelo matemático proposto é um esforço no sentido de auxiliar a atividade dos planejadores.

Até o momento não se conhece um trabalho que aborde de forma conjunta o problema de roteamento e carregamento de navios de carga geral considerando janelas de tempo, múltiplas viagens, múltiplos compartimentos, rotação 3D e equilíbrio na distribuição de carga a bordo. Essa lacuna de pesquisa também justifica o presente trabalho.

1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação está estruturada em seis capítulos, incluindo este capítulo introdutório que contextualiza o problema de pesquisa, apresenta os objetivos e justificativas deste trabalho.

O Capítulo 2 traz um referencial teórico sobre os problemas de roteamento e carregamento de veículos com foco no transporte marítimo de carga geral, bem como uma revisão de literatura sobre o 3L-CVRP e suas variantes de interesse (frota heterogênea, janelas de tempo, múltiplas viagens, múltiplos compartimentos, rotação 3D e equilíbrio na distribuição de carga), a fim de delimitar as lacunas de pesquisa e embasar o trabalho.

O Capítulo 3 descreve de forma detalhada o problema de pesquisa.

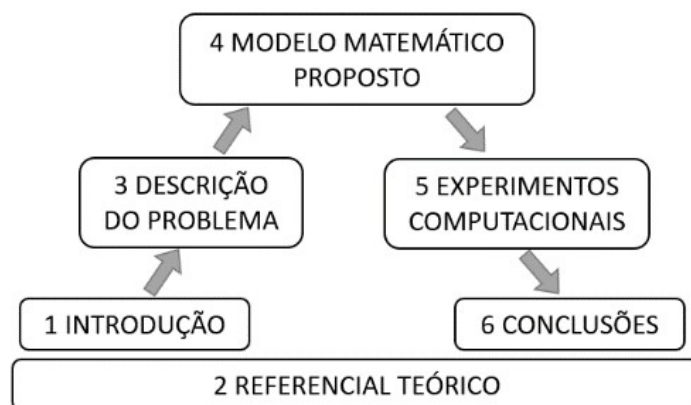
O Capítulo 4 apresenta o modelo matemático proposto, principal produto da dissertação.

O Capítulo 5 apresenta a metodologia usada para realização dos experimentos computacionais, descreve as instâncias de teste do modelo e expõe os resultados obtidos e as análises realizadas.

O Capítulo 6 traz as conclusões do trabalho e sugestões para pesquisas futuras.

A Figura 1 ilustra a estrutura da dissertação e as relações entre os capítulos, mostrando o Capítulo 2 na base e o Capítulo 4 no topo.

Figura 1 - Estrutura da dissertação



Fonte: o autor.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo está dividido em 3 subcapítulos. O subcapítulo 2.1 apresenta conceitos relativos a problemas de roteamento de veículos em geral, o problema clássico e suas principais variantes de interesse neste trabalho, bem como particularidades e publicações sobre problemas de roteamento no transporte marítimo. O subcapítulo 2.2 define e classifica os problemas de carregamento de veículos, além de apresentar as restrições dos problemas tridimensionais e abordar problemas de carregamento de navios. O subcapítulo 2.3 trata da integração entre problemas de roteamento e de carregamento com foco no 3L-CVRP, trazendo conceitos e uma revisão da literatura sobre o tema. Por questão de padronização, são adotadas as siglas em inglês para os problemas e os métodos de solução abordados.

2.1 ROTEAMENTO DE VEÍCULOS

O roteamento de veículos consiste em definir as rotas ou viagens para os veículos de uma frota com o intuito de atender um conjunto de pontos de entrega e/ou coleta dispersos geograficamente. Conforme Laporte (2009), Braekers, Ramaekers e Van Nieuwenhuysse (2016), o problema clássico de roteamento de veículos, conhecido como *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP) ou simplesmente *Vehicle Routing Problem* (VRP), considera um depósito e um conjunto de clientes a serem atendidos com o menor custo possível por uma frota de veículos. O tamanho da frota é uma constante ou uma variável de decisão e todos os veículos possuem a mesma capacidade de transporte. Nesse contexto, deve-se estabelecer viagens para atender as demandas dos clientes por entregas de modo que: cada veículo faça apenas uma viagem, cada viagem inicie e termine no depósito, cada cliente seja visitado exatamente uma vez por um único veículo e a demanda total em cada viagem não exceda a capacidade de transporte do veículo.

Apesar da grande importância histórica, o CVRP envolve premissas de natureza reducionista que raramente são justificadas em casos reais. Por esse motivo, surgiram diversas variantes do problema a fim de adequá-lo a diferentes aplicações práticas (HOFF *et al.*, 2010). Dentre essas variantes, destaca-se a consideração de múltiplas viagens no *Multi-Trip Vehicle Routing Problem* (MTVRP), a inclusão de restrições de

janela de tempo no *Vehicle Routing Problem with Time Windows* (VRPTW) e o problema com frota heterogênea no *Vehicle Routing Problem with Heterogeneous Fleet* (VRPHF).

2.1.1 Multi-Trip Vehicle Routing Problem (MTVRP)

No MTVRP é permitido que cada veículo faça mais de uma viagem para atender os clientes, desde que cada viagem comece e termine em um depósito. O conjunto de viagens realizadas por um mesmo veículo é chamado de jornada. Assim, uma frota de veículos é disponibilizada no depósito no tempo inicial para começar as jornadas. Cada veículo da frota deve finalizar sua jornada, retornando para o depósito dentro do horizonte de tempo limite previamente definido (CATTARUZZA; ABSI; FEILLET, 2016).

De acordo com Cattaruzza *et al.* (2014), a consideração de múltiplas viagens no roteamento de veículos possibilita significativa redução da frota. Os autores concluíram que em alguns casos é possível reduzir a menos de 50% a frota que seria utilizada em um roteamento sem múltiplas viagens. Isso porque, em geral, o horizonte de tempo disponível não é bem aproveitado e os veículos ficam ociosos parte do tempo no depósito.

2.1.2 Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW)

O VRPTW é a variante na qual cada cliente deve ser atendido dentro de um período específico chamado janela de tempo. Um veículo pode chegar no cliente antes da abertura da janela de tempo e aguardar até que o serviço seja possível, desde que essa espera não tenha custos. O atendimento após o intervalo da janela de tempo é proibido (*hard time window*) ou permitido mediante certa penalização (*soft time window*). A motivação por trás de *soft time window* é que, ao permitir certas violações de janela de tempo para alguns clientes, pode-se reduzir significativamente o número de veículos necessários, a distância e/ou o tempo total de duração das viagens (BRÄYSY; GENDREAU, 2005; HOFF *et al.*, 2010).

2.1.3 Vehicle Routing Problem with Heterogeneous Fleet (VRPHF)

O VRPHF, ao contrário do CVRP, considera frota heterogênea. Uma frota heterogênea de veículos é geralmente mais flexível e econômica em relação às variações de demanda. Os veículos podem ser diferentes quanto às dimensões físicas, quanto ao consumo de combustível, à velocidade, à emissão de ruídos e poluentes, aos equipamentos a bordo para carga e descarga e quanto aos custos de operação, manutenção e depreciação. As medidas de comprimento, largura e altura limitam a capacidade volumétrica de carga, que pode ser dividida em compartimentos diversos (HOFF *et al.*, 2010).

2.1.4 Roteamento no transporte marítimo

O transporte marítimo possui peculiaridades que o difere dos demais modos de transporte. As frotas normalmente são heterogêneas, uma vez que a indústria naval trabalha com baixo grau de padronização (HOFF *et al.*, 2010). Existem restrições de acesso a portos e canais em função das dimensões do navio e do peso da carga transportada (SUPRAYOGI; YAMATO; ISKENDAR, 2001). As viagens sofrem influência das condições meteorológicas. Ondas e ventos fortes podem atrasar a viagem, aumentar o consumo de combustível, gerar danos às mercadorias e colocar a tripulação em risco (SZLAPCZYNSKA; SZLAPCZYNSKI, 2019). As viagens duram dias ou semanas e a estadia no porto pode abranger várias janelas de tempo da operação portuária (CHRISTIANSEN; FAGERHOLT; RONEN, 2004). Portanto, em função dessas características, os problemas de roteamento de navios envolvem aspectos específicos do transporte marítimo.

Fagerholt (2004) abordou o problema de roteamento de navios com múltiplas viagens para o transporte marítimo de contêineres, no qual as viagens iniciam e terminam em um porto *hub*. O porto *hub* concentra as cargas originadas ou destinadas a portos menores. Janelas de tempo não foram consideradas.

Fagerholt e Lindstad (2000) lidaram com o problema de roteamento de navios para abastecimento de plataformas de petróleo *offshore* com suprimentos, a partir de um depósito *onshore*. O problema, envolvendo múltiplas viagens e janelas de tempo, trata

de uma companhia de óleo e gás que havia abolido o abastecimento noturno de algumas plataformas. O objetivo da pesquisa foi avaliar quais os efeitos em termos de custos da abolição do abastecimento noturno e se o abastecimento poderia ser realizado de forma mais eficiente. Para tanto, desenvolveram um algoritmo com o qual conseguiram propor uma política de roteamento com potencial de economia de 7 milhões de dólares.

Christiansen *et al.* (2015) modelaram o problema de roteamento de navios especializados em abastecimento de combustível com múltiplas viagens, janelas de tempo e múltiplos compartimentos. Os navios dos clientes ancoram a certa distância do litoral onde aguardam o abastecimento dentro das janelas de tempo acordadas. Os navios da empresa petrolífera podem realizar várias viagens durante o horizonte de planejamento para abastecer os navios dos clientes. As refinarias oferecem diferentes tipos de combustível que não podem ser misturados nos compartimentos dos navios abastecedores. Alguns clientes devem ser obrigatoriamente atendidos, enquanto outros só são atendidos se a empresa tiver capacidade disponível. O objetivo é atender todos os clientes obrigatórios e maximizar o lucro obtido com os não obrigatórios. Não foi encontrada solução ótima durante o limite de tempo estabelecido para execução do modelo. Para algumas instâncias foi obtido *gap* menor que 7%. Isso indica a complexidade do problema e a dificuldade de resolvê-lo com métodos exatos.

2.2 CARREGAMENTO DE VEÍCULOS

No contexto da pesquisa operacional, o problema de planejar o carregamento e a arrumação de carga geral em navios se enquadra na classe de problemas de corte e empacotamento ou *Cutting and Packing* (C&P) (DYCKHOFF, 1990). Os problemas de C&P seguem uma estrutura básica, na qual um conjunto de itens pequenos devem ser dispostos em um conjunto de objetos grandes, respeitando a capacidade de espaço e peso que os objetos grandes suportam. Além disso, por uma limitação física, a posição de dois itens pequenos não deve coincidir (WÄSCHER; HAUßNER; SCHUMANN, 2007).

Os objetos grandes podem ser caixas, contêineres, pátios de armazenamento, *pallets*, compartimentos de carga de veículos rodoviários e ferroviários, de embarcações e aeronaves, entre outros. Os itens pequenos podem ser caixas, contêineres, bobinas ou chapas de aço, peças de madeira ou vidro, unidades de celulose, blocos de granito e outros (GUENZANI *et al.*, 2017; DYCKHOFF, 1990).

2.2.1 Classificação dos problemas de carregamento

Na otimização de problemas de carregamento de veículos podem surgir duas situações principais. Na primeira, conhecida por *output maximisation*, não existem veículos suficientes para acomodar toda a carga. Assim, o objetivo é maximizar o valor dos itens alocados. Na segunda situação, denominada *input minimisation*, não há problema de seleção. Todos os itens devem ser dispostos nos veículos. Neste caso, o esforço é no sentido de reduzir a quantidade de material ou espaço necessário para o carregamento e assim minimizar o número, o tamanho ou o custo total dos veículos utilizados (WÄSCHER; HAUßNER; SCHUMANN, 2007).

Além das duas situações de otimização, os problemas podem variar quanto à dimensionalidade e quanto às características dos itens e dos objetos. Para Dyckhoff (1990), a dimensionalidade é a característica mais importante e consiste no número mínimo de dimensões reais necessárias para descrever a geometria dos padrões. Os problemas podem ser unidimensionais, bidimensionais ou tridimensionais.

Os itens podem assumir formatos retangulares, circulares, cilíndricos, paralelepípedicos, entre outros. Enquanto os objetos usualmente possuem formato de caixa ou superfície retangular (WÄSCHER; HAUßNER; SCHUMANN, 2007).

Quanto às medidas, itens e objetos podem ser idênticos, fracamente heterogêneos e fortemente heterogêneos. São fracamente heterogêneos quando podem ser agrupados em poucas classes de elementos idênticos e fortemente heterogêneos em caso contrário (WÄSCHER; HAUßNER; SCHUMANN, 2007). Problemas mais simples tratam da alocação de itens idênticos em um único objeto e a complexidade aumenta até problemas com itens fortemente heterogêneos dispostos em objetos também fortemente heterogêneos.

Wäscher, Haußner e Schumann (2007) atualizaram e aprimoraram a tipologia clássica de Dyckhoff (1990) para problemas de C&P. De acordo com essa nova tipologia, problemas de carregamento de veículos, nos quais todos os itens devem ser alocados e o número ou custo total dos veículos utilizados é minimizado, pertencem à categoria *Bin Packing Problem* (BPP). Nessa categoria, os itens são fortemente heterogêneos quanto às medidas. Os objetos têm dimensões fixas (pátios não são considerados) e podem ser idênticos, fracamente ou fortemente heterogêneos quanto às medidas. Há variações relativas à dimensionalidade do problema e à geometria dos itens. Problemas tridimensionais frequentemente são denominados *Three Dimensional Bin Packing Problem* (3D-BPP).

2.2.2 Restrições do carregamento tridimensional

Bortfeldt e Wäscher (2013) elencaram dez categorias de restrições para problemas de C&P das quais oito são aplicáveis ao 3D-BPP. São elas:

- a) restrições de limite de peso que impõem que a soma dos pesos dos itens carregados em um objeto não exceda sua capacidade de suporte;
- b) restrições de distribuição de peso ou balanceamento de carga que exigem que o peso da carga seja distribuído o mais uniformemente possível no objeto, em outras palavras, o centro de gravidade da carga deve estar próximo ao centro geométrico do piso do objeto, a fim de não afetar a estabilidade e movimentação deste;
- c) restrições de orientação relacionadas à possibilidade de rotação dos itens de acordo com o tipo de mercadoria;
- d) restrições de empilhamento que restringem como as cargas podem ser dispostas verticalmente conforme material e formato das embalagens ou das próprias mercadorias;
- e) restrições de alocação referentes a quais cargas devem ser alocadas em um mesmo objeto porque, por exemplo, o cliente deseja receber os itens encomendados em uma remessa única ou as cargas são incompatíveis e não podem ser alocadas em um mesmo objeto;
- f) restrições de posicionamento que restringem a localização dos itens dentro dos objetos em termos absolutos ou relativos, em termos absolutos, pode-se citar

a limitação de peso por eixo no transporte em caminhões, em termos relativos, há, por exemplo, a política *Last in First out* (LIFO), na qual a sequência de carregamento dos itens é inversa a de descarga para evitar movimentação desnecessária de carga nas entregas;

- g) restrições de estabilidade da carga que podem ser horizontais ou verticais. As verticais geralmente estão ligadas a área de suporte para as cargas e visam evitar cargas em balanço que podem cair durante a arrumação ou com a movimentação do objeto. Em alguns casos é admitida área de suporte menor que 100% da base da carga. As restrições horizontais garantem o intertravamento dos itens pelo contato lateral. As medidas de estabilidade devem considerar a condição dinâmica quando um objeto tem descargas fracionadas em diferentes pontos, pois uma carga inicialmente estável pode perder a estabilidade após essas descargas parciais;
- h) restrições de complexidade que refletem limitações de recursos humanos e tecnológicos em padrões complexos de arrumação.

Algumas dessas restrições são rígidas, devem ser cumpridas. Outras são leves, podem ser violadas, pelo menos dentro de certos limites. O rigor no atendimento das restrições é definido pelo tipo de problema em questão (BORTFELDT; WÄSCHER, 2013).

Paquay, Schyns e Limbourg (2016) consideraram boa parte dessas restrições no modelo que desenvolveram para o problema de carregamento tridimensional de mercadorias em aviões. O objetivo do modelo foi minimizar o espaço inutilizado dos compartimentos de carga, considerando limite e distribuição de peso, rotação ortogonal nas três dimensões, itens frágeis, compartimentos de carga com diferentes geometrias, estabilidade da carga e da aeronave. A política LIFO não foi necessária no problema abordado, pois a descarga ocorre em um único lugar.

Uliana (2019) se concentrou nas restrições da política LIFO para o problema de roteamento e carregamento tridimensional de caminhões. As restrições formuladas por ela garantem que a arrumação de carga no interior do caminhão siga a ordem de atendimento dos clientes e eliminam qualquer tipo de bloqueio ao longo da viagem para a retirada dos itens pela porta traseira do veículo.

Predruzzi *et al.* (2016) propuseram um modelo matemático para a arrumação tridimensional de itens paralelepípedicos no carregamento de caminhões, considerando restrições de área de suporte, política LIFO e rotação ortogonal. Apesar da rotação ter sido restrita ao plano $X - Y$, o modelo pode facilmente ser estendido para a rotação 3D. A função objetivo possui duas parcelas. A primeira minimiza o volume não ocupado no compartimento de cada veículo usado multiplicado pelo custo por metro cúbico. A segunda minimiza a somatória das coordenadas x , y e z do vértice inferior frontal esquerdo de todos os itens, a fim de obter arranjos mais compactos e evitar que os itens não estejam em contato com a área de suporte. O modelo foi aplicado na distribuição de produtos alimentícios e, em comparação com o planejamento manual realizado pela empresa, conseguiu-se ganhos econômicos com a redução dos caminhões utilizados.

2.2.3 Problemas de carregamento de navios

Os problemas de carregamento de navios dependem do tipo de carga a ser carregada. No caso de contêineres, os navios são divididos em *slots* idênticos. Deve-se então definir em qual *slot* cada contêiner será alocado, sem considerar rotação. A literatura sobre problemas de carregamento de contêineres em navios é extensa. Como exemplos, Delgado *et al.* (2012), Parreño, Pacino e Alvarez-Valdes (2016) e Araújo *et al.* (2016) abordaram o problema de atribuição de contêineres aos *slots*. Li *et al.* (2018) e Fazi (2019) trataram o problema de carregamento de contêineres em rotas fluviais.

Øvstebø, Hvattum e Fagerholt (2011a) abordaram o problema de carregamento de navios *Roll-on/Roll-off* (RoRo). Navios RoRo são usados principalmente para o transporte de veículos com rodas, pois o carregamento e a descarga são feitos por rampas de acesso. Internamente, existem elevadores ou rampas para a distribuição dos veículos pelos *decks* de carga. Alguns *decks* podem ser ajustados em função da altura do veículo, o que confere certa flexibilidade na arrumação de carga.

Cargas unitárias (*break-bulk*) são transportadas em navios de carga geral. Os navios de carga geral são divididos em porões e oferecem maior liberdade para a arrumação de carga que os navios de contêineres e os navios RoRo. As características da carga e da embarcação delimitam as condições de empilhamento e de rotação na

arrumação. Conforme UNCTAD (2018), o transporte de cargas *break-bulk* é atualmente feito em situações nas quais o uso de contêineres não é possível ou não é vantajoso, como no transporte de cargas com dimensões e características especiais denominadas cargas de projeto, em mercados regionais e no transporte de grandes volumes do mesmo tipo de carga.

Umeda *et al.* (2001) e Dong e Zhao (2019) trataram o problema de carregamento de bobinas de aço. As bobinas podem ser dispostas em até duas camadas nos porões e a rotação não é permitida, todas bobinas devem estar na mesma orientação.

Ribeiro e Lorena (2008) e Filippi (2017) abordaram o problema de carregamento de celulose em navios. Ribeiro e Lorena (2008) consideraram as unidades de celulose, que são idênticas e podem ser empilhadas. Já Filippi (2017) considerou as lingadas. Uma lingada é o agrupamento de unidades de celulose no içamento. As lingadas podem ter diferentes configurações, visando reduzir o número de movimentos nas operações de carregamento e descarga. Na arrumação das lingadas, permite-se a rotação ortogonal horizontal, além do empilhamento.

Não foi encontrado na literatura um trabalho sobre o carregamento de blocos de granito. O único trabalho que lida com blocos de granito até o momento é o de Guenzani *et al.* (2017) dedicado ao planejamento da arrumação dos blocos no pátio de armazenamento do terminal portuário, a fim de agilizar o posterior carregamento em navios.

2.3 ROTEAMENTO DE VEÍCULOS INTEGRADO AO CARREGAMENTO

Definir os melhores arranjos no carregamento de veículos e viagens ótimas para a distribuição das mercadorias são dois problemas de otimização combinatorial *NP-hard*, de difícil solução. Portanto, combinar esses dois problemas é muito desafiador. Porém, quando a carga é composta por itens caracterizados tanto por peso quanto por forma, tal combinação proporciona melhores soluções logísticas, dada a relação de dependência existente entre o roteamento e o carregamento dos veículos (POLLARIS *et al.*, 2015).

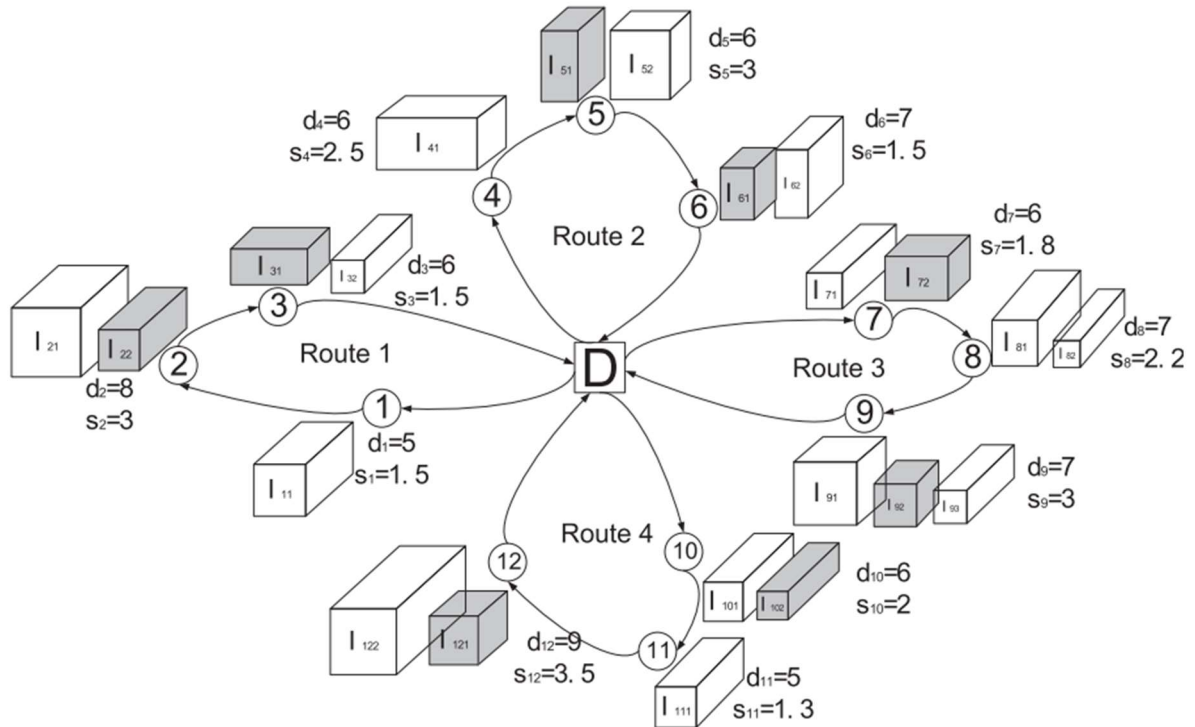
Dentre as combinações possíveis entre o roteamento e o carregamento de veículos, destacam-se dois problemas: o *Two-dimensional Loading Capacitated Vehicle Routing Problem* (2L-CVRP) e o *Three-dimensional Loading Capacitated Vehicle Routing Problem* (3L-CVRP). O 2L-CVRP é a versão bidimensional do problema, em que os itens carregados não podem ser empilhados. Já no 3L-CVRP, é permitido o empilhamento (IORI; MARTELLO, 2010). De acordo com Tarantilis, Zachariadis e Kiranoudis (2009) o empilhamento incorpora restrições adicionais de carregamento relacionadas a política LIFO, fragilidade e estabilidade da carga. Tais restrições tornam o problema ainda mais complexo.

2.3.1 Three-dimensional Loading Capacitated Vehicle Routing Problem

O *Three-dimensional Loading Capacitated Vehicle Routing Problem* (3L-CVRP) foi introduzido por Gendreau *et al.* (2006). Na formulação dos autores, o roteamento segue o CVRP, no qual a frota é homogênea, cada veículo perfaz somente uma viagem, que inicia e termina no depósito, e cada cliente é atendido uma vez por um único veículo. Já no carregamento, eles consideram restrições de fragilidade de modo que nenhum item resistente pode ser colocado sobre um item frágil, embora os itens frágeis possam ser empilhados. As mercadorias ou embalagens possuem formato de paralelepípedo e pode haver rotação ortogonal nos planos horizontais. Como cada cliente é atendido por um veículo, todos os itens de um cliente devem ser carregados em um mesmo veículo. O carregamento é realizado na ordem inversa da descarga, respeitando a política LIFO.

A Figura 2 exemplifica o 3L-CVRP. Nela, 12 clientes, representados pelas circunferências numeradas, requerem a entrega de 22 itens no total. As caixas cinzas representam itens frágeis, enquanto as brancas são itens resistentes. Como exemplo, a demanda do cliente 5 é composta pelo item frágil I_{51} e pelo item resistente I_{52} . Os dois itens somam um peso $d_5 = 6$ e ocupam um espaço $s_5 = 3$. São utilizados quatro veículos para atender todos clientes. Cada veículo faz uma viagem, representada por setas, partindo do depósito carregado com todos os itens a serem entregues naquela viagem (RUAN *et al.*, 2013).

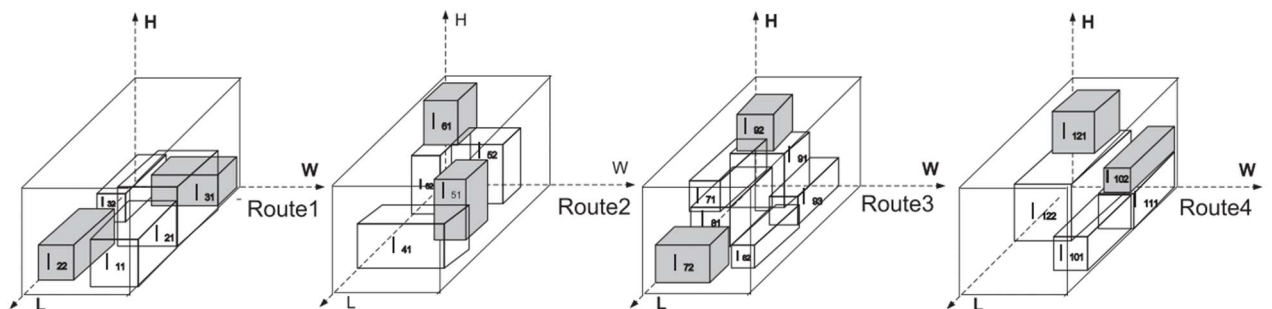
Figura 2 - Exemplo de Instância para o 3L-CVRP



Fonte: Ruan *et al.* (2013).

A Figura 3 apresenta o arranjo dos itens carregados nos veículos das quatro viagens. Tais itens não podem exceder a capacidade em peso e em volume do veículo. Vale observar que não há itens resistentes (brancos) sobre itens frágeis (cinzas). Nem todos os itens estão com a maior dimensão paralela ao eixo L, isso indica que foi considerada a rotação ortogonal dos itens no plano L-W. Sabendo que o descarregamento se dá pela face frontal vista na Figura 3, nota-se o cumprimento da política LIFO. Nenhum item é bloqueado por outro com destino a um cliente posterior na viagem (RUAN *et al.*, 2013).

Figura 3 - Arranjo das cargas para as rotas



Fonte: Ruan *et al.* (2013).

2.3.2 Revisão de literatura sobre o 3L-CVRP e variantes

A literatura acerca de problemas de roteamento de veículos integrado com o carregamento em três dimensões é recente. O trabalho de Gendreau *et al.* (2006) é a primeira contribuição notória sobre o tema. Por isso, esta revisão de literatura não foi restringida por ano de publicação. Para as buscas foram utilizadas as palavras chave “*routing*”, “*scheduling*”, “*loading*”, “*packing*”, “*stowage*”, “*ship*”, “*vessel*”, “3L-CVRP” nas bases *Scopus*, *Web of Science*, *Science Direct* e no *Google Scholar*. Além disso foi feita uma busca nestas bases por todas as publicações que citam o trabalho de Gendreau *et al.* (2006). Foram selecionadas as publicações mais relacionados a esta dissertação, considerando o 3L-CVRP, frota heterogênea, janela de tempo, múltiplas viagens, múltiplos compartimentos, rotação ortogonal nas três dimensões e equilíbrio na distribuição de carga. Vega-Mejía, Montoya-Torres e Islam (2019), Pollaris *et al.* (2015), Iori e Martello (2013) e Iori e Martello (2010) apresentam revisões de literatura que abordam outros aspectos sobre o tema.

Gendreau *et al.* (2006) formularam o 3L-CVRP e desenvolveram uma meta-heurística *Tabu Search* (TS) para resolvê-lo. Obtiveram soluções viáveis nos testes realizados para o caso de uma produtora de móveis interessada em reduzir a distância percorrida nas entregas, uma vez que paga as transportadoras por quilometragem.

Foram propostos outros métodos para resolver o 3L-CVRP. Tarantilis, Zachariadis e Kiranoudis (2009) empregaram um método híbrido, utilizando uma combinação das meta-heurísticas TS e *Guided Local Search* (GLS) para o roteamento e um conjunto de seis heurísticas para o carregamento tridimensional.

Ruan *et al.* (2013) também apresentaram uma abordagem híbrida para solução do 3L-CVRP, envolvendo a meta-heurística *Honey-Bee Mating Optimization* (HBMO) para o roteamento e as mesmas heurísticas utilizadas por Tarantilis, Zachariadis e Kiranoudis (2009) para o carregamento.

Junqueira *et al.* (2013) modelaram o 3L-CVRP com *Mix-Integer Linear Programming* (MILP). No carregamento eles consideraram restrições de estabilidade vertical, a política LIFO e restrições de fragilidade dos itens. Rotação ortogonal dos itens não foi

considerada. Em experimentos computacionais com o *solver* GUROBI 5.0, os autores alcançaram soluções ótimas para instâncias com dois veículos e até 14 clientes, e para instâncias com três veículos e até 5 clientes. Analisando o impacto de cada conjunto de restrições no modelo, eles observaram que as restrições de fragilidade aumentam drasticamente a dificuldade do problema.

Fuellerer *et al.* (2010) empregaram a meta-heurística *Ant Colony Optimization* (ACO), Miao *et al.* (2012) utilizaram as meta-heurísticas TS e *Genetic Algorithm* (GA) e Mahvash, Awasthi e Chauhan (2017) propuseram o uso da técnica *Column Generation* (CG) para resolver o problema formulado por Gendreau *et al.* (2006).

Moura e Oliveira (2009) abordaram uma variante do 3L-CVRP com janelas de tempo. Os itens são definidos pelas dimensões físicas, peso e por restrições de orientação. Alguns itens possuem a restrição “este lado para cima”, enquanto outros podem sofrer rotação 3D. O objetivo foi reduzir o número de veículos usados e o tempo total de duração das viagens. Com base no *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP), foram utilizadas abordagens sequenciais que trataram o roteamento e o carregamento ao mesmo tempo (*pack while routing*), bem como uma abordagem hierárquica, na qual primeiramente foram definidas as viagens e em seguida os arranjos de carregamento (*routing first, packing second*). A abordagem hierárquica apresentou melhores resultados quanto ao tempo total de duração das viagens. Por outro lado, as abordagens sequenciais tiveram melhor desempenho quando o número de caixas por cliente aumentou.

Bortfeldt e Homberger (2013) compararam os trabalhos de Gendreau *et al.* (2006) e Moura e Oliveira (2009) e apresentaram uma abordagem heurística de dois estágios para primeiro definir o carregamento e depois as rotas (*packing first, routing second*), considerando janela de tempo.

Ceschia *et al.* (2013) desenvolveram um algoritmo de busca local que combina a meta-heurística *Simulated Annealing* (SA) com o método *Large Neighbourhood Search* (LNS) para uma variante do 3L-CVRP com frota heterogênea e entregas fracionadas. O algoritmo resolve o problema integrado em um único estágio e foi testado em 13 instâncias reais. Os itens, assim como os veículos, são fracamente heterogêneos e

podem ser agrupados por tipo em conjuntos de itens ou em conjuntos de veículos idênticos. As entregas fracionadas são consideradas quando a demanda de um cliente não é suportada pela capacidade de transporte de um veículo e então é permitido que o cliente seja atendido por mais de um veículo.

Wei, Zhang e Lim (2014) estenderam o 3L-CVRP para frota com veículos fortemente heterogêneos. Neste caso, o custo total de transporte a ser reduzido consiste no custo fixo dos veículos selecionados para as entregas acrescido do produto entre o custo por quilômetro de cada veículo e a distância percorrida por ele. Todos os veículos utilizados podem ser diferentes quanto à capacidade em peso e em volume, bem como, quanto ao custo fixo e ao custo por quilômetro viajado. Os autores utilizaram um método *Adaptive Variable Neighbourhood Search* (AVNS) para lidar com o problema.

Silva (2016) desenvolveu um modelo MILP para o problema de roteamento e carregamento de caminhões com múltiplos compartimentos de carga, aplicado à distribuição de bebidas. O modelo considera frota heterogênea, janelas de tempo e rotação dos itens nas três dimensões, porém não garante a política LIFO e não permite múltiplas viagens.

Moura (2019) propôs um modelo MILP para o 3L-CVRP com janela de tempo. Cada cliente define uma janela de tempo na qual pode ser atendido e o depósito também possui uma janela de tempo que limita o tempo total de duração de cada viagem. A frota é homogênea e no carregamento é permitida a rotação ortogonal dos itens nas três dimensões. Contudo a política LIFO não foi considerada. O objetivo é minimizar a distância total viajada e o número de veículos utilizados. Os testes feitos por meio do *solver* CPLEX 12.6 mostraram que janelas de tempo estreitas no depósito e um maior número de itens por cliente elevam a complexidade do problema. Embora tenha obtido soluções para instâncias pequenas, o modelo não é prático para instâncias maiores devido ao alto tempo computacional demandado. Por isso, a autora ainda desenvolveu uma heurística e alcançou resultados semelhantes ou melhores que os de Moura e Oliveira (2009) e Bortfeldt e Homberger (2013), para problemas de até 200 clientes e 10.000 itens.

Vega-Mejía, Montoya-Torres e Islam (2019b) utilizaram *Nonlinear Mixed Integer Programming* (NLMIP) para resolver o 3L-CVRP com janela de tempo. Em uma única função objetivo o modelo minimiza o tempo total para as entregas, a mudança do centro de gravidade em cada caminhão após descarregar os itens ao longo da viagem e a diferença entre a carga máxima e mínima dos veículos para equilibrar a distribuição de peso pela frota. O solver Baron 16.7.29 foi capaz de encontrar soluções ótimas para instâncias pequenas. Instâncias médias e grandes foram resolvidas com relaxações que isolam a não linearidade do modelo.

Krebs, Ehmke e Koch (2021) desenvolveram heurísticas para o 3L-CVRP com janelas de tempo, considerando distribuição equilibrada de carga e limite de peso por eixo do veículo. Quanto à fragilidade, em vez de apenas classificar os itens em frágeis e não frágeis, foi considerada a carga por unidade de área para cada item. As restrições de área de suporte e de posicionamento relativo dos itens também foram mais detalhadas, a fim de fornecer uma modelagem mais realística. O objetivo foi reduzir o número de veículos utilizados e a distância total de viagem. Foram criadas 600 instâncias de teste e os resultados superaram os obtidos por Ceschia *et al.* (2013), mas não foram melhores que os resultados de Moura e Oliveira (2009).

Martínez e Amaya (2012) abordaram o problema de roteamento de veículos e arrumação de carga para entrega de alimentos perecíveis, cujo objetivo é minimizar o tempo total para atender todos os clientes. Os autores consideraram múltiplas viagens, janelas de tempo e itens circulares de diferentes tamanhos que não podem ser empilhados. Propuseram um modelo de *Nonlinear Mixed Integer Programming* (NLMIP) para resolver instâncias pequenas e um método em duas etapas para resolver instâncias reais, sendo que na primeira etapa é construída uma solução inicial por meio de heurística, e na segunda etapa a solução inicial é melhorada através de *Tabu Search*.

Arpini e Rosa (2015) desenvolveram um modelo MILP para o roteamento de navios e carregamento com caixas de suprimentos para atender plataformas de petróleo. Eles consideraram frota heterogênea, carregamento bidimensional e equilíbrio náutico. Nesse problema não há preocupação com a política LIFO, pois não há empilhamento de carga e a descarga ocorre pela parte superior da embarcação via guindaste.

Pinto *et al.* (2018) trataram o mesmo problema que Arpini e Rosa (2015), porém consideraram rotação orgonal dos itens no plano horizontal e propuseram um método baseado na meta-heurística SA para a solução do problema.

Øvstebø, Hvattum e Fagerholt (2011b) modelaram o problema de roteamento e carregamento para um único navio RoRo. Cada porto de carregamento e descarga possui janelas de tempo para operar. Embora estas janelas sejam largas, se o navio termina sua viagem em menor tempo, ele pode atender mais portos na próxima viagem. A política LIFO deve ser respeitada no carregamento, pois são cobradas multas caso sejam necessárias manobras de outros veículos para liberar os que serão descarregados. O modelo ainda considera o equilíbrio do navio durante toda viagem, avaliando a altura do centro de gravidade e o torque que as cargas geram em relação aos eixos do navio. O problema foi resolvido por dois métodos: o primeiro com o *solver* Xpress e o segundo com heurísticas construtivas e TS. Para instâncias pequenas, o Xpress obteve melhores resultados, enquanto para instâncias maiores somente o segundo método encontrou soluções viáveis. Além disso, o Xpress apresentou planos de carregamento de execução prática mais complexa.

Fagerholt *et al.* (2013) modelaram o roteamento e carregamento de navios para transporte de cargas de projeto. Algumas dessas cargas podem ser colocadas no convés do navio enquanto outras são transportadas apenas nos porões. Além do equilíbrio náutico é observado se os itens colocados no convés não bloqueiam a descarga dos itens nos porões. Há restrições de compatibilidade entre navios e cargas. Ainda pode ser exigido que peças de diferentes origens sejam tratadas como um conjunto, assim um mesmo navio deve atracar em diferentes portos para carregamento das peças e descarregar em um único porto. Os autores consideraram frota heterogênea e janelas de tempo no roteamento. Foi desenvolvida uma meta-heurística TS para o problema e o modelo MILP foi resolvido pelo *solver* Xpress. A meta-heurística TS apresentou melhor desempenho que o Xpress.

Moura, Oliveira e Pimentel (2013) desenvolveram um modelo MILP para o problema de transporte marítimo de contêineres em curta distância, com inspiração no 3L-CVRP. Os navios de uma frota fixa partem de um porto de carregamento e durante a viagem apenas descarregam. Há janelas de tempo para as descargas. Os contêineres

devem ser atribuídos aos *slots* dos navios seguindo a política LIFO. A sequência de portos a serem visitados é determinada com o propósito de minimizar os custos de transporte e evitar rearranjos de contêineres durante a viagem. O *solver* CPLEX encontrou solução ótima para instâncias de 2 a 4 navios e de 5, 10 e 15 portos. Os testes foram com navios idênticos, apesar do modelo permitir frota heterogênea. O modelo não considera equilíbrio dos navios.

Quadro 1 resume esta revisão de literatura listando os problemas e as variantes abordadas em cada artigo, bem como as principais técnicas de solução empregadas. Os artigos numerados de 1 a 7 abordam diferentes técnicas de solução para o 3L-CVRP formulado por Gendreau et al. (2006). Os artigos de 8 a 15 tratam de variantes do 3L-CVRP aplicadas ao transporte rodoviário. Os artigos 16 a 18 lidam com problemas bidimensionais. Martínez e Amaya (2012) foi incluído nesta revisão porque é sobre o 2L-CVRP com múltiplas viagens e não foi encontrado nenhum artigo que abordasse 3L-CVRP com múltiplas viagens. Já Arpini e Rosa (2015) e Pinto et al. (2018) foram incluídos por abordarem roteamento de navios e arrumação de carga geral, considerando equilíbrio náutico. Os artigos 19 a 21 são aplicações de roteamento e carregamento tridimensional no transporte marítimo. Os artigos Øvstebø, Hvattum e Fagerholt (2011b) e Fagerholt et al. (2013) foram assinalados com asterisco na coluna 3L-CVRP, porque não tratam propriamente do empilhamento de carga, mas são casos especiais considerados tridimensionais. A última linha do Quadro 1 traz as características do problema abordado nesta dissertação. Nota-se que as variantes mais estudadas foram janelas de tempo e frota heterogênea. As técnicas de solução mais utilizadas foram MILP e TS.

Não foi encontrado um trabalho que abordasse de forma integrada o roteamento de uma frota heterogênea de navios e o carregamento tridimensional, considerando janelas de tempo, múltiplas viagens, múltiplos compartimentos, política LIFO, rotação ortogonal nas três dimensões e distribuição equilibrada de carga. Logo, esta é a lacuna de pesquisa explorada no presente trabalho.

Artigo	2L-CVRP	3L-CVRP	Variantes						Principais técnicas de solução
			Frota heterogênea	Janelas de tempo	Múltiplas viagens	Múltiplos compartimentos	Rotação 3D dos itens	Equilíbrio de carga	
1-Gendreau <i>et al.</i> (2006)		x							TS
2-Tarantilis, Zachariadis e Kiranoudis (2009)		x							TS, GLS
3-Ruan <i>et al.</i> (2013)		x							HBMO
4-Junqueira <i>et al.</i> (2013)		x							MILP
5-Fuellerer <i>et al.</i> (2010)		x							ACO
6-Miao <i>et al.</i> (2012)		x							TS, GA
7-Mahvash, Awasthi e Chauhan (2017)		x							CG
8-Moura e Oliveira (2009)		x		x				x	GRASP
9-Bortfeldt e Homberger (2013)		x		x					Heurísticas
10-Ceschia, Schaerf e Stützle (2013)		x	x						SA; LNS
11-Wei, Zhang e Lim (2014)		x	x						AVNS
12-Silva (2016)		x	x	x		x	x		MILP
13-Vega-Mejia, Montoya-Torres e Islam (2019b)		x		x					NLMIP
14-Moura (2019)		x		x				x	MILP
15-Krebs, Ehmke e Koch (2021)		x		x				x	Heurísticas
16-Martínez e Amaya (2012)	x			x	x				NLMIP, TS
17-Arpini e Rosa (2015)	x		x					x	MILP
18-Pinto <i>et al.</i> (2018)	x		x					x	MILP; SA
19-Øvstebø, Hvattum e Fagerholt (2011b)		x*		x				x	MILP; TS
20-Fagerholt <i>et al.</i> (2013)		x*	x	x				x	MILP; TS
21-Moura, Oliveira e Pimentel (2013)		x	x	x					MILP
22-Esta dissertação (2021)		x	x	x	x	x	x	x	MILP

Fonte: o autor.

3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

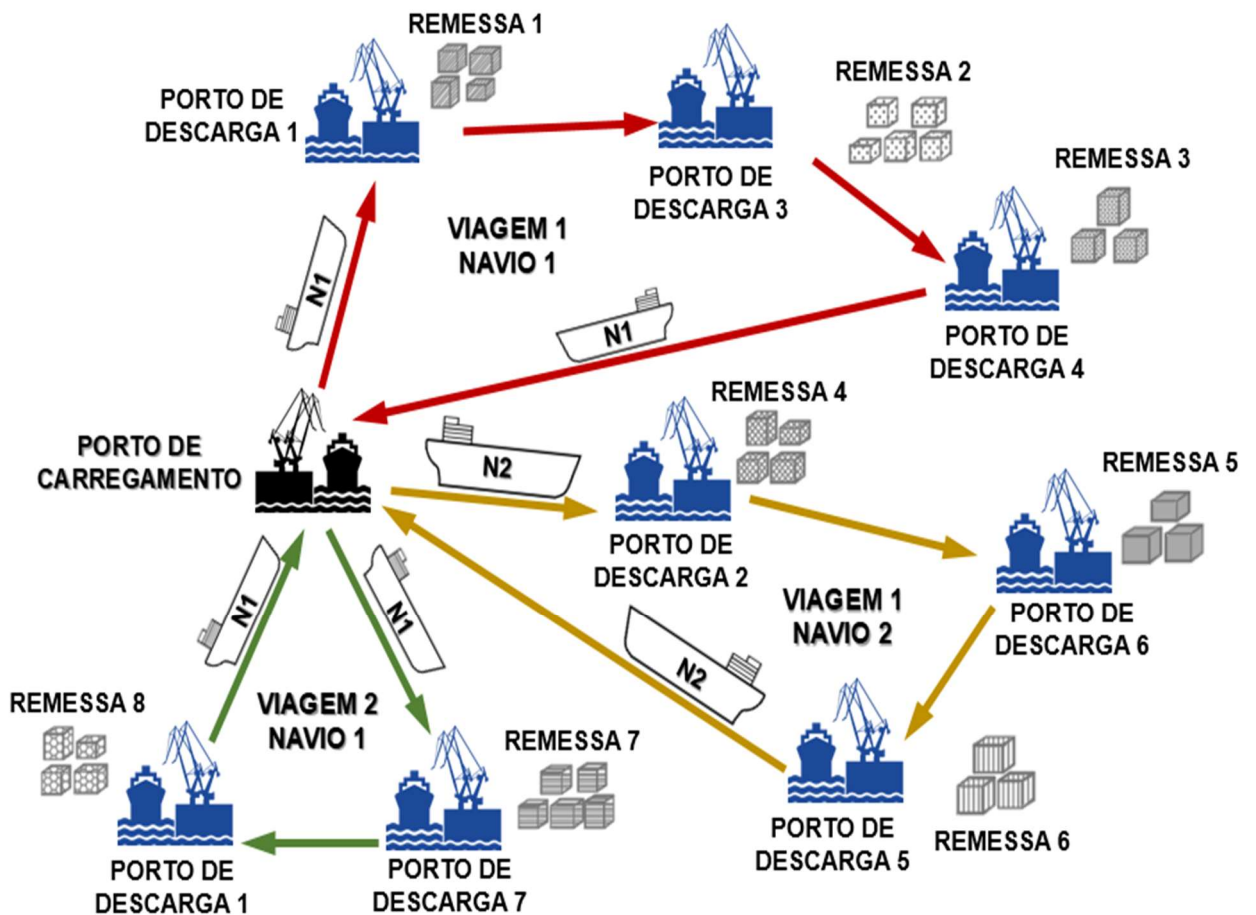
O problema abordado neste trabalho origina do planejamento do transporte marítimo para a exportação de blocos de granito a partir do Porto de Vitória. Uma exportadora de granito afreta navios de carga geral em contratos *Time Charter* para o transporte marítimo dos blocos. De acordo com Mazioli *et al.* (2019), nesse tipo de contrato, a exportadora paga um valor fixo para afretar um navio por um período de tempo, usualmente superior a um ano, durante o qual pode fazer várias viagens. A exportadora pode celebrar mais de um contrato *Time Charter* conforme sua demanda por transporte e tem liberdade para planejar as viagens realizadas durante o período de cada contrato. Como nos contratos *Time Charter* os navios são pagos pelo tempo que estão contratados, independentemente de estarem operando ou não, a exportadora busca dimensionar a frota afretada de modo a atender a demanda de transporte prevista e evitar ao máximo a ociosidade dos navios durante os contratos. Além disso, procura reduzir os custos com a distância navegada, que são de sua responsabilidade.

O transporte marítimo dos blocos é planejado por remessas em um horizonte de planejamento. Os clientes fazem pedidos de blocos que devem ser entregues em determinado prazo. A exportadora reúne esses pedidos em remessas de acordo com os prazos de entrega, de modo que uma remessa é o conjunto de todos os blocos que serão descarregados em uma única atracação em certo porto de descarga. O único porto de carregamento é o Porto de Vitória, onde as viagens iniciam e terminam. Em cada viagem um navio visita pelo menos um porto de descarga. Os navios atracam uma única vez por viagem nos portos de descarga e retornam sem carga para o Porto de Vitória, após a descarga da última remessa. Cada remessa é transportada por apenas um navio que deve ser carregado com todas as remessas de sua viagem.

Os carregamentos dos navios e as descargas das remessas devem iniciar dentro de períodos de tempo com início e término pré-definidos, em função dos prazos das remessas. Esses períodos são chamados janelas de tempo. Dentro do horizonte de planejamento, os portos de descarga podem ser visitados mais de uma vez, desde que para a descarga de remessas diferentes.

A Figura 4 exemplifica o transporte de remessas de blocos de granito em um horizonte de planejamento. Nela, dois navios diferentes (N1 e N2) são utilizados para transportar um total de oito remessas. O navio N1 faz duas viagens. Na Viagem 1, ele visita os portos de descarga 1, 3 e 4, e, na Viagem 2, visita os portos de descarga 7 e 1. Note-se que duas remessas diferentes (remessa 1 e 8) foram descarregadas no Porto de descarga 1, uma em cada viagem. O navio N2 faz apenas uma viagem, atracando nos portos de descarga 2, 6 e 5. Todas as viagens iniciam e terminam no Porto de carregamento. As viagens são representadas pelas setas e os blocos de cada remessa, pelos paralelepípedos com hachuras.

Figura 4 – Esquema do transporte de remessas em um horizonte de planejamento



Fonte: o autor.

Os blocos de granito são dispostos nos porões dos navios. Os porões são diferentes quanto às medidas e quanto à forma são considerados paralelepípedos. Eles são numerados a partir do primeiro porão, porão de proa, localizado na parte da frente do

navio. A Figura 5 mostra um esquema dos porões de um navio, no qual o casario e a casa de máquinas estão localizados na popa.

Figura 5 - Esquema dos porões de um navio de carga geral.



Fonte: Rosa (2006).

Os blocos são paralelepípedicos e possuem diferentes medidas de comprimento, largura, altura e peso. Na arrumação, é permitido o empilhamento e a rotação ortogonal dos blocos nos porões, desde que seja garantida área de suporte suficiente para a face inferior de todos os blocos. A arrumação da carga influencia na estabilidade do navio. Portanto, deve-se arrumar os blocos, buscando o equilíbrio na distribuição de carga nos sentidos proa-popa e bombordo-boreste. A arrumação dos blocos ainda considera a sequência de descarga, respeitando a política LIFO na direção vertical. Dessa forma, os blocos das últimas remessas da viagem não atrapalham a descarga das remessas anteriores. Isso evita o rearranjo dos blocos nos portos de descarga.

A Figura 6 mostra imagens da arrumação de blocos de granito em navios nas quais é possível ver vazios entre os blocos. Segundo Fonseca (2002), esse espaço vazio, chamado de espaço morto, não é aproveitado para carga pela necessidade de material de escora para pear, separar e proteger os blocos, bem como por dificuldades e ineficiência na arrumação da carga. O planejamento da arrumação dos blocos busca reduzir o espaço morto e aproveitar ao máximo a capacidade de transporte do navio.

Figura 6 - Arrumação de blocos de granito em porões de navio



Fonte: Rosa (2016).

Para o melhor aproveitamento da capacidade de transporte pode ser considerada rotação 3D, ou seja, a rotação ortogonal dos blocos não só nos planos horizontais, mas também nos verticais. A rotação em planos verticais demanda um equipamento chamado virador de blocos como o mostrado na Figura 7. Embora não seja uma operação trivial, a rotação 3D pode melhorar a arrumação dos blocos nos porões a ponto de implicar na economia de viagens ou de navios.

Figura 7 - Virador de blocos



Fonte: Rosa (2020).

A exportadora planeja as remessas de acordo com os prazos dos pedidos dos clientes. Cada remessa está associada a um porto de descarga e a uma janela de tempo para início da descarga. Tendo definidas as remessas, a exportadora planeja as viagens dos navios para transportá-las, bem como a arrumação dos blocos de granito nos porões. Este problema de pesquisa trata do planejamento das viagens e da arrumação dos blocos, assumindo que as remessas já foram definidas.

A sequência de visita aos portos de descarga influencia a arrumação dos blocos no navio devido à política LIFO. Por outro lado, um arranjo de carga pode inviabilizar uma viagem, pois mesmo que a capacidade de transporte do navio em peso e volume suporte as remessas previstas, certo arranjo com grande espaço morto pode ser incapaz de alocar todos os blocos daquela viagem no navio. Por isso, o planejamento das viagens e da arrumação dos blocos é feito de forma integrada, visando reduzir os custos de transporte marítimo das remessas.

O planejamento das viagens e da arrumação dos blocos no carregamento tem dupla função nos contratos *Time Charter*. Como a frota é heterogênea, o planejamento apoia a decisão de quantos e quais navios devem ser contratados. Com base na demanda prevista e em pesquisas de mercado, é possível fazer experimentos computacionais de roteamento e arrumação de carga e, a partir daí, definir a composição de frota mais econômica com capacidade de transporte suficiente para determinado período. Durante os contratos, o planejamento das viagens e da arrumação dos blocos busca aproveitar ao máximo a capacidade da frota contratada e reduzir os custos com a distância navegada.

4 MODELO MATEMÁTICO PROPOSTO

O modelo matemático proposto para o planejamento das viagens e da arrumação dos blocos de granito nos navios foi desenvolvido com inspiração no 3L-CVRP. Todavia, diferente do 3L-CVRP formulado por Gendreau *et al.* (2006), no presente problema, a descarga é por meio do içamento dos blocos. Portanto, a política LIFO deve ser respeitada na direção vertical. Além da rotação ortogonal dos blocos nos planos horizontais, é permitida a rotação ortogonal em planos verticais (rotação 3D). Não há restrições de fragilidade para os blocos. Os navios são heterogêneos, ou seja, possuem diferentes capacidades em peso e volume. Ademais, são consideradas janelas de tempo, múltiplas viagens, múltiplos compartimentos (porões) e equilíbrio na distribuição de carga a bordo do navio no porto de carregamento.

O modelo proposto busca definir as viagens dos navios e os arranjos dos blocos nos porões, visando a redução dos custos de transporte das remessas. Para tanto, sua função objetivo (FO) minimiza os custos relacionados a distância total navegada e aos navios afretados para transporte das remessas de blocos no horizonte de planejamento. As viagens iniciam e terminam no porto de carregamento e em cada viagem o navio deve visitar pelo menos um porto de descarga, ou seja, transportar pelo menos uma remessa. Cada remessa está associada a um único porto de descarga e a uma janela de tempo dentro da qual é permitido o início de sua descarga. As informações das remessas são dados de entrada no modelo.

A seguir são apresentados os conjuntos, os parâmetros, as variáveis de decisão, a função objetivo e as restrições do modelo.

4.1 CONJUNTOS E PARÂMETROS

O problema é modelado como o grafo $G = (N_c, A)$, em que $N_c = \{0, 1, \dots, nc, nc + 1\}$ é o conjunto de nós e $A = \{a_{\alpha, \beta} \mid \alpha, \beta \in N_c, \alpha \neq \beta\}$ é o conjunto de arcos. Cada arco liga um nó α a um nó β , cuja distância é dada pelo parâmetro $di_{\alpha\beta}$. No conjunto N_c , o nó 0 representa o porto de carregamento no início da viagem e o nó virtual $nc + 1$ é o mesmo porto no fim da viagem. Os demais nós, 1 a nc , correspondem aos portos de descarga associados às respectivas remessas, sendo nc o total de remessas.

Portanto, $Cc = \{1, \dots, nc\}$ é o conjunto de nós das remessas. Os conjuntos $C0c = \{0\} \cup Cc$ e $C1c = Cc \cup \{nc + 1\}$ são auxiliares. O total de blocos a carregar no horizonte de planejamento é nb , a quantidade de navios disponíveis é nv , nh é o número máximo de porões por navio e nr é o máximo de viagens permitidas por navio. Dessa forma, $B = \{1, \dots, nb\}$ é o conjunto de blocos, $V = \{1, \dots, nv\}$ é o conjunto de navios, $J = \{1, \dots, nh\}$ é o conjunto de porões e $R = \{1, \dots, nr\}$ é o conjunto de viagens. O Quadro 2 resume os conjuntos do modelo.

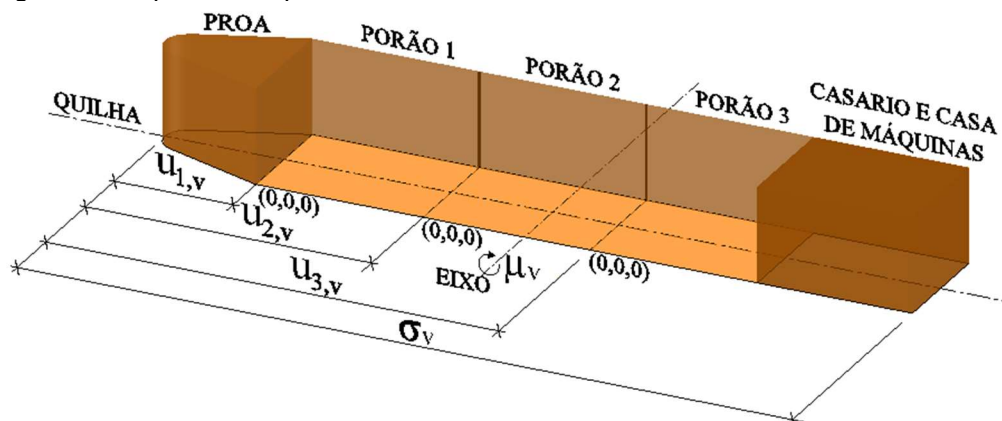
Quadro 2 - Conjuntos do modelo

Conjunto	Descrição
Nc	Conjunto de todos os nós, $Nc = \{0, \dots, nc + 1\}$.
Cc	Conjunto de nós das remessas, $Cc = \{1, \dots, nc\}$.
$C0c$	Conjunto de nós das remessas mais o nó 0, $C0c = \{0, \dots, nc\}$.
$C1c$	Conjunto de nós das remessas mais o nó $nc + 1$, $C1c = \{1, \dots, nc + 1\}$.
B	Conjunto de blocos, $B = \{1, \dots, nb\}$.
V	Conjunto de navios, $V = \{1, \dots, nv\}$.
J	Conjunto de porões, $J = \{1, \dots, nh\}$.
R	Conjunto de viagens, $R = \{1, \dots, nr\}$.

Fonte: o autor.

Cada navio $v \in V$ possui comprimento máximo (LOA) σ_v , velocidade média de navegação vel_v , custo de afretamento cs_v e custo por distância navegada cd_v . O parâmetro μ_v expressa o torque gerado pelo casario e pela casa de máquinas, calculado pelo produto vetorial entre o peso dessas estruturas e a distância do centro de gravidade delas até o eixo transversal do navio. O parâmetro u_{jv} indica a posição de cada porão $j \in J$ no navio $v \in V$, dada pela distância entre sua face frontal e a proa. A Figura 8 ilustra esses parâmetros.

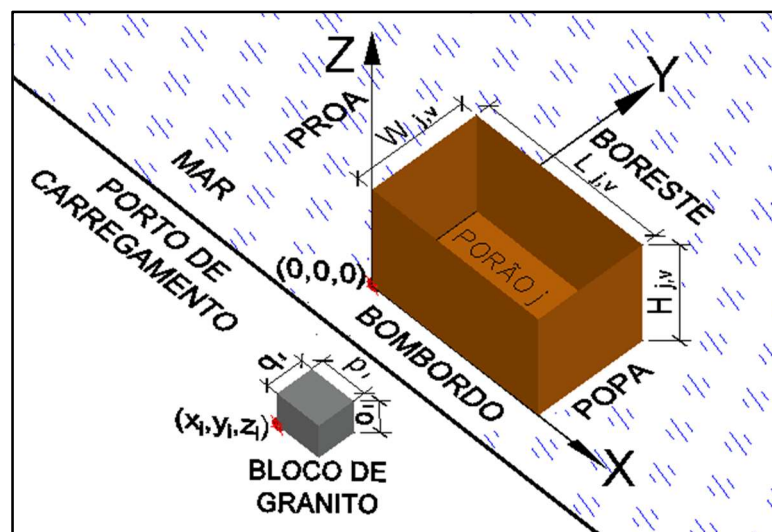
Figura 8 - Esquema dos parâmetros dos navios



Fonte: o autor.

Cada porão $j \in J$ tem comprimento L_{jv} , largura W_{jv} , altura H_{jv} e suporta uma carga com peso Q_{jv} . Cada bloco $i \in B$ tem comprimento p_i , largura q_i , altura o_i e peso ω_i . Por padronização, o comprimento é a maior medida e a altura é a menor. As referências para o posicionamento dos blocos são o vértice inferior frontal esquerdo de cada porão, que tem coordenadas $(0,0,0)$, e o vértice inferior frontal esquerdo de cada bloco após a rotação (caso haja) com coordenadas (x_i, y_i, z_i) . O eixo X é paralelo ao comprimento do porão, o eixo Y , à largura e o eixo Z , à altura (Figura 9).

Figura 9 – Sistema de coordenadas para arrumação dos blocos em cada porão



Fonte: o autor.

O percentual de área de suporte para a face inferior dos blocos é dado por as . O parâmetro varia de 0 a 1, sendo que 1 corresponde a 100% de área de suporte. O parâmetro D vale 2 ou 3 e se refere a rotação ortogonal dos blocos. Quando tem valor 3 é permitida a rotação dos blocos em torno dos três eixos (rotação 3D) e quando tem valor 2, permite-se apenas a rotação nos planos horizontais (rotação 2D). O parâmetro $pr_{\alpha i}$ indica quais são os blocos de cada remessa. Quando tem valor 1, o bloco $i \in B$ faz parte da remessa que será descarregada no nó $\alpha \in Cc$, caso contrário, o valor de $pr_{\alpha i}$ é 0. Os parâmetros twi_{α} e twf_{α} delimitam respectivamente o início e o fim da janela de tempo para começar a operação no nó $\alpha \in Nc$. A duração máxima de uma viagem é limitada pelo parâmetro tv . Cada porto possui uma taxa de operação ot_{α} , que representa quantos blocos em média podem ser carregados ou descarregados de um navio em uma hora. Os parâmetros M e m são respectivamente um número muito grande e muito pequeno para a lógica do modelo.

Os parâmetros δ , ε , θ e φ ponderam as parcelas da função objetivo (Equação 1), na qual δ é o peso dos custos com afretamento dos navios e com a distância a navegar, ε está relacionado ao desequilíbrio na distribuição de carga a bordo, θ é o peso para o tempo total das viagens que serão realizadas e φ pondera a parcela que representa a somatória das coordenadas z_i dos nb blocos. O Quadro 3 resume os parâmetros do modelo.

Quadro 3 - Parâmetros do modelo

Parâmetro	Descrição
$di_{\alpha\beta}$	Distância entre os nós $\alpha \in Nc$ e $\beta \in Nc$.
σ_v	Comprimento (LOA) do navio $v \in V$.
vel_v	Velocidade média de navegação do navio $v \in V$.
cs_v	Custo de afretamento do navio $v \in V$.
cd_v	Custo por distância navegada pelo navio $v \in V$.
μ_v	Torque gerado pelo casario e pela casa de máquinas do navio $v \in V$.
u_{jv}	Posição do porão $j \in J$ no navio $v \in V$.
L_{jv}, W_{jv}, H_{jv}	Comprimento, largura e altura do porão $j \in J$ do navio $v \in V$.
Q_{jv}	Capacidade em peso do porão $j \in J$ do navio $v \in V$.
p_i, q_i, o_i, ω_i	Comprimento, largura, altura e peso do bloco $i \in B$.
as	Percentual de área de suporte para a face inferior dos blocos.
D	Indica se a rotação ortogonal dos blocos é 2D ou 3D.
$pr_{\alpha i}$	Indica qual bloco $i \in B$ será descarregado em qual nó $\alpha \in Cc$.
twi_{α}	Início do período permitido para operação no nó $\alpha \in Nc$.
twf_{α}	Fim do período permitido para operação no nó $\alpha \in Nc$.
tv	Tempo máximo de uma viagem.
ot_{α}	Taxa de operação portuária no nó $\alpha \in C0c$.
M	Um número muito grande para a lógica do modelo.
m	Um número muito pequeno para a lógica do modelo.
δ	Peso da parcela da função objetivo (FO) referente aos custos com afretamento e distância a navegar.
ε	Peso da parcela da FO referente ao desequilíbrio na distribuição de carga.
θ	Peso da parcela da FO referente ao tempo total das viagens.
φ	Peso da parcela da FO referente ao somatório das coordenadas z_i dos blocos.

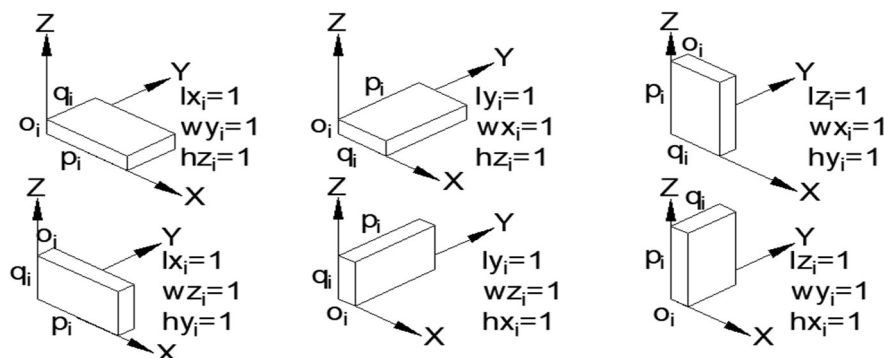
Fonte: o autor.

4.2 VARIÁVEIS DE DECISÃO

As variáveis de decisão se dividem em duas categorias: a) variáveis relacionadas às viagens e b) variáveis para arrumação dos blocos. Na primeira categoria a variável binária nu_v assume valor 1 se o navio $v \in V$ viajar no horizonte de planejamento e 0 caso contrário. A variável binária $xc_{\alpha\beta vr}$ assume valor 1 se o navio $v \in V$ viajar diretamente do nó $\alpha \in Nc$ para o nó $\beta \in Nc$ na viagem $r \in R$ e 0 caso contrário. Logo, define a sequência de nós que serão visitados em cada viagem. A variável inteira sq_{avr} numera esta sequência do início ao fim de cada viagem, sendo o início zero. Se $sq_{(nc+1)vr}$ for igual a 1, significa que a viagem r do navio v não está planejada. A variável binária $nf_{\alpha\beta vr}$ vale 1 se o nó $\alpha \in Nc$ for visitado antes do nó $\beta \in Nc$ pelo navio $v \in V$ na viagem $r \in R$ e 0 caso contrário. A variável contínua T_{avr} representa o início da operação do navio $v \in V$ no nó $\alpha \in Nc$ na viagem $r \in R$, ou seja, no nó 0 expressa o momento em que começa o carregamento, nos portos de descarga, o início do descarregamento e no nó $nc + 1$, o fim de uma viagem.

Na segunda categoria, as variáveis x_i, y_i, z_i definem as coordenadas do vértice inferior frontal esquerdo do bloco $i \in B$ após a rotação, caso haja. Devido à possibilidade de rotação 3D, as medidas dos blocos podem estar alinhadas com o eixo X, Y ou Z . As variáveis lx_i, ly_i, lz_i definem o alinhamento do comprimento do bloco i . Por exemplo, lx_i é igual a 1 se p_i está paralelo ao eixo X e 0 caso contrário, da mesma forma para os eixos Y e Z . Analogamente, wx_i, wy_i, wz_i definem o alinhamento da largura (q_i) e hx_i, hy_i, hz_i o alinhamento da altura (o_i) do bloco i . A Figura 10 mostra as seis orientações que um bloco pode ter em um porão devido à rotação 3D.

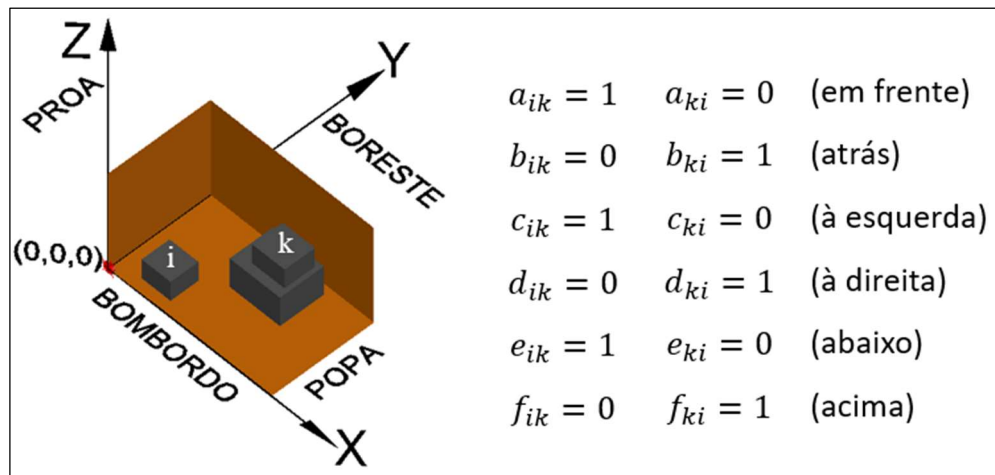
Figura 10 – Possíveis orientações de um bloco em um porão devido à rotação 3D



Fonte: o autor.

A variável s_{ijvr} tem valor 1 se o bloco $i \in B$ for colocado no porão $j \in J$ do navio $v \in V$ na viagem $r \in R$ e 0 caso contrário. A variável δ_{ikjvr} define se o bloco $i \in B$ e o bloco $k \in B$ estarão no mesmo porão $j \in J$ do navio $v \in V$ na viagem $r \in R$. É igual a 1, se i e k estão no mesmo porão e 0 caso contrário. As variáveis $a_{ik}, b_{ik}, c_{ik}, d_{ik}, e_{ik}, f_{ik}$ indicam a posição relativa entre dois blocos em um mesmo porão. O valor de a_{ik} é 1 se todos os vértices do bloco $i \in B$ estão na frente do bloco $k \in B$ e 0, caso contrário. Da mesma forma, as variáveis $b_{ik}, c_{ik}, d_{ik}, e_{ik}, f_{ik}$ indicam se o bloco i está atrás, à esquerda, à direita, abaixo ou acima do bloco k , respectivamente. A referência de frente é no sentido da proa do navio, atrás à popa, esquerda ao bombordo e direita ao boreste. A Figura 11 ilustra os valores que as variáveis $a_{ik}, b_{ik}, c_{ik}, d_{ik}, e_{ik}, f_{ik}$ assumem conforme a posição relativa entre o blocos $i, k \in B$ dentro de um mesmo porão.

Figura 11 - Variáveis de posição relativa entre dois blocos em um mesmo porão



Fonte: o autor.

A variável contínua ρ_{vr} representa o desequilíbrio na distribuição de carga a bordo na direção bombordo-boreste, considerando o peso e a posição do centro de gravidade dos blocos no interior do navio $v \in V$ na viagem $r \in R$. Enquanto, τ_{vr} é o desequilíbrio na direção proa-popa, considerando, além dos blocos, o torque gerado pelo casario e pela casa de máquinas em torno do eixo transversal do navio $v \in V$ na viagem $r \in R$. Por fim, as variáveis $\eta_{1ijvr}, \eta_{2ijvr}, \eta_{3ijvr}, \eta_{4ijvr}, \eta_{5ijvr}$ e η_{6ijvr} são para linearização do modelo e serão explicadas no subcapítulo 4.4. O Quadro 4 resume as variáveis de decisão do modelo.

Quadro 4 – Varáveis de decisão do modelo

Variável	Descrição
nu_v	É igual a 1 se o navio $v \in V$ viaja e 0 caso contrário.
$xc_{\alpha\beta vr}$	É igual a 1 se o navio $v \in V$ viaja diretamente do nó $\alpha \in Nc$ para o nó $\beta \in Nc$ na viagem $r \in R$ e 0 caso contrário.
$sq_{\alpha vr}$	Variável inteira que numera a sequência de cada nó $\alpha \in Nc$ na viagem $r \in R$ do navio $v \in V$.
$nf_{\alpha\beta vr}$	É igual a 1 se o nó $\alpha \in Nc$ for visitado antes do nó $\beta \in Nc$ pelo navio $v \in V$ na viagem $r \in R$ e 0 caso contrário.
$T_{\alpha vr}$	Variável contínua que representa o momento de início da operação do navio $v \in V$ no nó $\alpha \in Nc$ na viagem $r \in R$.
x_i, y_i, z_i	Variáveis contínuas que definem as coordenadas (X,Y,Z) do vértice inferior frontal esquerdo do bloco $i \in B$.
lx_i	É igual a 1 se o comprimento do bloco $i \in B$ está paralelo ao eixo X e 0 caso contrário.
ly_i	É igual a 1 se o comprimento do bloco $i \in B$ está paralelo ao eixo Y e 0 caso contrário.
lz_i	É igual a 1 se o comprimento do bloco $i \in B$ está paralelo ao eixo Z e 0 caso contrário.
wx_i	Vale 1 se a largura do bloco $i \in B$ está paralela ao eixo X e 0 caso contrário.
wy_i	Vale 1 se a largura do bloco $i \in B$ está paralela ao eixo Y e 0 caso contrário.
wz_i	Vale 1 se a largura do bloco $i \in B$ está paralela ao eixo Z e 0 caso contrário.
hx_i	Vale 1 se a altura do bloco $i \in B$ está paralela ao eixo X e 0 caso contrário.
hy_i	Vale 1 se a altura do bloco $i \in B$ está paralela ao eixo Y e 0 caso contrário.
hz_i	Vale 1 se a altura do bloco $i \in B$ está paralela ao eixo Z e 0 caso contrário.
s_{ijvr}	É igual a 1 se o bloco $i \in B$ for colocado no porão $j \in J$ do navio $v \in V$ na viagem $r \in R$ e 0 caso contrário.
δ_{ikjvr}	É igual a 1 se o bloco $i \in B$ e o bloco $k \in B$ estão no mesmo porão $j \in J$ do navio $v \in V$ na viagem $r \in R$ e 0 caso contrário.
a_{ik}	Vale 1 se o bloco $i \in B$ está na frente do bloco $k \in B$ e 0 caso contrário.
b_{ik}	Vale 1 se o bloco $i \in B$ está atrás do bloco $k \in B$ e 0 caso contrário.
c_{ik}	Vale 1 se o bloco $i \in B$ está à esquerda do bloco $k \in B$ e 0 caso contrário.
d_{ik}	Vale 1 se o bloco $i \in B$ está à direita do bloco $k \in B$ e 0 caso contrário.
e_{ik}	Vale 1 se o bloco $i \in B$ está abaixo do bloco $k \in B$ e 0 caso contrário.
f_{ik}	Vale 1 se o bloco $i \in B$ está acima do bloco $k \in B$ e 0 caso contrário.
ρ_{vr}	Variável contínua que representa o desequilíbrio na distribuição de carga a bordo do navio $v \in V$ na viagem $r \in R$ na direção bombordo-boreste.
τ_{vr}	Variável contínua que representa o desequilíbrio na distribuição de carga a bordo do navio $v \in V$ na viagem $r \in R$ na direção proa-popa.
$\eta^1_{ijvr}, \eta^5_{ijvr}$	Variáveis contínuas para linearização do modelo.
$\eta^2_{ijvr}, \eta^3_{ijvr}, \eta^4_{ijvr}$ e η^6_{ijvr}	Variáveis binárias para linearização do modelo.

Fonte: o autor.

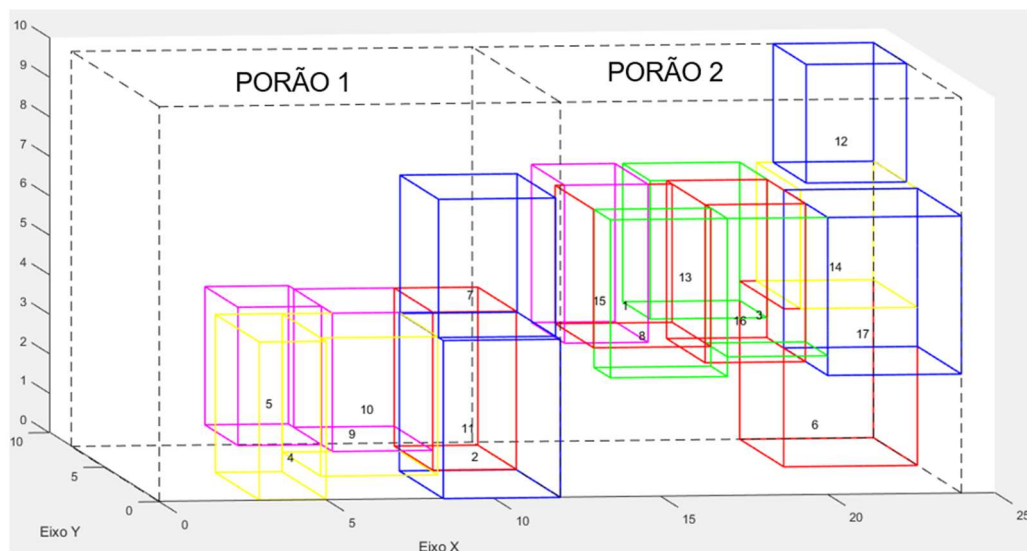
4.3 FUNÇÃO OBJETIVO

A função objetivo (FO), Equação (1), é composta por cinco parcelas ponderadas pelos parâmetros δ , ε , θ e φ que devem ser minimizadas. As duas primeiras parcelas representam os custos relacionados ao afretamento dos navios e à distância a navegar. A terceira representa o desequilíbrio na distribuição de carga a bordo. A quarta representa o tempo de duração de todas viagens que serão realizadas no horizonte de planejamento. A última parcela é a somatória das coordenadas z_i para que a face inferior de cada bloco $i \in B$ esteja em contato com sua área de suporte.

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } & \delta \sum_{v \in V} (cs_v nu_v) + \delta \sum_{\alpha \in Nc} \sum_{\beta \in Nc} \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} (cd_v di_{\alpha\beta} xc_{\alpha\beta vr}) \\ & + \varepsilon \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} (\rho_{vr} + \tau_{vr}) + \theta \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} T_{(nc+1)vr} + \varphi \sum_{i \in B} z_i \end{aligned} \quad (1)$$

Ao minimizar a somatória das coordenadas z_i de todos os blocos, evita-se que alguns blocos fiquem sem contato com o bloco que está abaixo ou com o fundo do porão como mostra o arranjo da Figura 12.

Figura 12 – Arranjo de blocos sem minimização da somatória das coordenadas z_i



Fonte: o autor.

A FO tem valor adimensional devido à soma ponderada de parcelas com diferentes unidades de medida e está sujeita a uma série de restrições que são apresentadas a seguir.

4.4 RESTRIÇÕES

O modelo abarca restrições do roteamento de veículos heterogêneos com múltiplas viagens e janelas de tempo, bem como, restrições do carregamento tridimensional. As restrições (2) a (30) são de roteamento para o planejamento das viagens e as demais tratam da arrumação de blocos de granito nos porões, considerando rotação 3D dos blocos, equilíbrio na distribuição de carga a bordo e política LIFO.

As restrições (2) garantem que cada remessa seja descarregada uma única vez e de apenas um navio. Restrições (3) asseguram a conservação de fluxo em rede, ou seja, o navio que chega no nó $\gamma \in Cc$ deve sair deste nó em direção a outro. As restrições (4), (5) (6) e (7) garantem que as viagens iniciem e terminem no porto de carregamento, sendo que o início é sempre no nó 0 e o fim é sempre no nó virtual $(nc + 1)$.

$$\sum_{\alpha \in Nc} \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} x_{C\alpha\beta vr} = 1 \quad \forall \beta \in Cc \mid \alpha \neq \beta \quad (2)$$

$$\sum_{\alpha \in C0c} x_{C\alpha\gamma vr} - \sum_{\beta \in C1c} x_{C\gamma\beta vr} = 0 \quad \forall \gamma \in Cc, v \in V, r \in R \mid \alpha, \beta \neq \gamma \quad (3)$$

$$\sum_{\beta \in C1c} x_{C0\beta vr} = 1 \quad \forall v \in V, r \in R \quad (4)$$

$$\sum_{\alpha \in C0c} x_{C\alpha(nc+1)vr} = 1 \quad \forall v \in V, r \in R \quad (5)$$

$$x_{C\alpha 0vr} = 0 \quad \forall \alpha \in Nc, v \in V, r \in R \quad (6)$$

$$x_{C(nc+1)\beta vr} = 0 \quad \forall \beta \in Nc, v \in V, r \in R \quad (7)$$

Restrições (8) e (9) garantem a continuidade do tempo, ou seja, o horário de chegada em um nó é maior ou igual ao do nó anterior, mais o tempo de operação para carga ou descarga de blocos, mais o tempo de navegação entre os dois nós, calculado pela razão entre a distância percorrida e a velocidade média do navio. O intervalo de tempo entre duas viagens de um mesmo navio e possíveis atrasos não são considerados, a fim de fornecer o tempo mínimo para a realização do transporte. As restrições de (10) a (15) garantem as janelas de tempo, sendo (10) e (11) para iniciar o carregamento dos blocos, (12) e (13) para começar a descarga de cada remessa, (14) e (15) para

terminar cada viagem. Restrições (16) asseguram que cada viagem de um mesmo navio comece após o fim da viagem anterior. Restrições (17) a (19) limitam o momento de início do carregamento para que não seja negativo e nem ultrapasse o tempo máximo de cada viagem. Restrições (20) e (21) garantem que a duração de cada viagem não excede o tempo máximo permitido.

$$T_{\beta vr} \geq T_{0vr} + \frac{1}{ot_0} \sum_{i \in B} \sum_{j \in J} s_{ijvr} + \frac{di_{\alpha\beta}}{vel_v} - M(1 - xc_{0\beta vr}) \quad \forall \beta \in C1c, v \in V, r \in R \quad (8)$$

$$T_{\beta vr} \geq T_{\alpha vr} + \frac{1}{ot_\alpha} \sum_{i \in B} pr_{\alpha i} + \frac{di_{\alpha\beta}}{vel_v} - M(1 - xc_{\alpha\beta vr}) \quad \forall \alpha \in C0c, \beta \in C1c, v \in V, r \in R | \alpha \neq \beta, pr_{\alpha i} = 1 \quad (9)$$

$$T_{0vr} \geq twi_0 \sum_{\beta \in Cc} xc_{0\beta vr} \quad \forall v \in V, r \in R \quad (10)$$

$$T_{0vr} \leq twf_0 \sum_{\beta \in Cc} xc_{0\beta vr} \quad \forall v \in V, r \in R \quad (11)$$

$$T_{\alpha vr} \geq twi_\alpha \sum_{\beta \in C1c} xc_{\alpha\beta vr} \quad \forall \alpha \in Cc, v \in V, r \in R \quad (12)$$

$$T_{\alpha vr} \leq twf_\alpha \sum_{\beta \in C1c} xc_{\alpha\beta vr} \quad \forall \alpha \in Cc, v \in V, r \in R \quad (13)$$

$$T_{(nc+1)vr} \geq twi_{(nc+1)} \sum_{\alpha \in Cc} xc_{\alpha(nc+1)vr} \quad \forall v \in V, r \in R \quad (14)$$

$$T_{(nc+1)vr} \leq twf_{(nc+1)} \sum_{\alpha \in Cc} xc_{\alpha(nc+1)vr} \quad \forall v \in V, r \in R \quad (15)$$

$$T_{0vr} \geq T_{(nc+1)v(r-1)} \quad \forall v \in V, r \in R | r \geq 2 \quad (16)$$

$$T_{0vr} \geq 0 \quad \forall v \in V, r \in R \quad (17)$$

$$T_{0vr} \leq tv \quad \forall v \in V, r \in R \quad (18)$$

$$T_{0vr} \leq r tv \quad \forall v \in V, r \in R | r \geq 2 \quad (19)$$

$$T_{(nc+1)v1} \leq tv \quad \forall v \in V, r \in R \quad (20)$$

$$T_{(nc+1)vr} - T_{(nc+1)v(r-1)} \leq tv \quad \forall v \in V, r \in R | r \geq 2 \quad (21)$$

As restrições (22) asseguram que um navio não navega diretamente de um nó para o mesmo nó. As restrições (23) e (24) indicam que a exportadora tem a disposição no mínimo 1 e no máximo nv navios. As restrições (25) indicam que $nu_v = 1$ se o navio

$v \in V$ viaja. Restrições (26) garantem que o número de viagens por navio não extrapola o limite estabelecido para o horizonte de planejamento. Restrições (27) asseguram que os navios só carregam quando viajam e que a quantidade de blocos em uma viagem não ultrapassa o total de blocos a transportar no horizonte de planejamento. Restrições (28) garantem que o navio $v \in V$ sai carregado com todos os blocos das remessas da viagem $r \in R$ que, devido às restrições (29) e (30), serão descarregadas nos respectivos portos de destino.

$$x_{C_{\alpha}av_r} = 0 \quad \forall \alpha \in Nc, v \in V, r \in R \quad (22)$$

$$\sum_{v \in V} nu_v \geq 1 \quad (23)$$

$$\sum_{v \in V} nu_v \leq nv \quad (24)$$

$$\sum_{\beta \in Cc} \sum_{r \in R} x_{C_0\beta vr} \geq m nu_v \quad \forall v \in V \quad (25)$$

$$\sum_{\beta \in Cc} \sum_{r \in R} x_{C_0\beta vr} \leq nr nu_v \quad \forall v \in V \quad (26)$$

$$\sum_{i \in B} \sum_{j \in J} s_{ijvr} \leq nb \sum_{\beta \in Cc} x_{C_0\beta vr} \quad \forall v \in V, r \in R \quad (27)$$

$$\sum_{i \in B} \sum_{j \in J} s_{ijvr} = \sum_{i \in B} pr_{\alpha i} \sum_{\beta \in C1c} x_{C_{\alpha}\beta vr} \quad \forall \alpha \in Cc, v \in V, r \in R \mid pr_{\alpha i} = 1 \quad (28)$$

$$\sum_{i \in B} \sum_{j \in J} s_{ijvr} - nb \sum_{\beta \in C1c} x_{C_{\alpha}\beta vr} \leq m \quad \forall \alpha \in Cc, v \in V, r \in R \mid pr_{\alpha i} = 1 \quad (29)$$

$$\sum_{i \in B} \sum_{j \in J} s_{ijvr} + nb \left(1 - \sum_{\beta \in C1c} x_{C_{\alpha}\beta vr} \right) \geq m \quad \forall \alpha \in Cc, v \in V, r \in R \mid pr_{\alpha i} = 1 \quad (30)$$

Dentre as restrições de carregamento tridimensional, as restrições (31) garantem que cada bloco estará em apenas um porão. Os blocos não excedem a capacidade em

peso do porão onde estarão pelas restrições (32). Devido às restrições (33) a (35), cada bloco estará completamente dentro do porão $j \in J$ no qual foi alocado, sem ultrapassar o comprimento L_{jv} , a largura W_{jv} e a altura H_{jv} .

$$\sum_{j \in J} \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} s_{ijvr} = 1 \quad \forall i \in B \quad (31)$$

$$\sum_{i \in B} \omega_i s_{ijvr} \leq Q_{j,v} \quad \forall v \in V, j \in J, r \in R \quad (32)$$

$$\begin{aligned} x_i + p_i l x_i + q_i (l z_i - w y_i + h z_i) + o_i (1 - l x_i - l z_i + w y_i - h z_i) \\ \leq L_{jv} + M(1 - s_{ijvr}) \end{aligned} \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (33)$$

$$\begin{aligned} y_i + q_i w y_i + p_i (1 - l x_i - l z_i) + o_i (l x_i + l z_i - w y_i) \\ \leq W_{jv} + M(1 - s_{ijvr}) \end{aligned} \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (34)$$

$$\begin{aligned} z_i + o_i h z_i + q_i (1 - l z_i - h z_i) + p_i l z_i \leq H_{jv} + M(1 - s_{ijvr}) \\ \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \end{aligned} \quad (35)$$

As restrições (36) a (38) garantem que cada medida do bloco $i \in B$ (comprimento, largura e altura) ficará paralela a um dos três eixos do porão, enquanto as restrições (39) a (41) asseguram que cada eixo (X, Y e Z) será paralelo a uma única medida do bloco. As restrições (40) definem se é permitida a rotação ortogonal dos blocos em torno dos três eixos (rotação 3D) ou apenas nos planos horizontais (rotação 2D), de acordo com o parâmetro D .

$$l x_i + l y_i + l z_i = 1 \quad \forall i \in B \quad (36)$$

$$w x_i + w y_i + w z_i = 1 \quad \forall i \in B \quad (37)$$

$$h x_i + h y_i + h z_i = 1 \quad \forall i \in B \quad (38)$$

$$l x_i + w x_i + h x_i = 1 \quad \forall i \in B \quad (39)$$

$$l y_i + w y_i + h y_i = 1 \quad \forall i \in B \quad (40)$$

$$l z_i + w z_i + h z_i = 1 \quad \forall i \in B \quad (41)$$

$$h z_i \geq -D + 3 \quad \forall i \in B \quad (42)$$

As restrições (43) e (44) controlam se os blocos $i, k \in B$ estarão no mesmo porão, na mesma viagem. As restrições (45) a (50) garantem que dois blocos não ocuparão o

mesmo espaço em um porão na mesma viagem e, juntamente com as restrições (51) a (56), definem os valores das variáveis $a_{ik}, b_{ik}, c_{ik}, d_{ik}, e_{ik}, f_{ik}$, referentes à posição relativa entre os blocos $i, k \in B$.

$$2 - s_{ijvr} - s_{kjvr} \geq m(1 - \delta_{ikjvr}) \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (43)$$

$$2 - s_{ijvr} - s_{kjvr} \leq 2(1 - \delta_{ikjvr}) \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (44)$$

$$\begin{aligned} x_i + p_i lx_i + q_i(lz_i - wy_i + hz_i) + o_i(1 - lx_i - lz_i + wy_i - hz_i) \\ \leq x_k + M(2 - \delta_{ikjvr} - a_{ik}) \end{aligned} \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (45)$$

$$\begin{aligned} x_k + p_k lx_k + q_k(lz_k - wy_k + hz_k) + o_k(1 - lx_k - lz_k + wy_k - hz_k) \\ \leq x_i + M(2 - \delta_{ikjvr} - b_{ik}) \end{aligned} \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (46)$$

$$\begin{aligned} y_i + q_i wy_i + p_i(1 - lx_i - lz_i) + o_i(lx_i + lz_i - wy_i) \\ \leq y_k + M(2 - \delta_{ikjvr} - c_{ik}) \end{aligned} \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (47)$$

$$\begin{aligned} y_k + q_k wy_k + p_k(1 - lx_k - lz_k) + o_k(lx_k + lz_k - wy_k) \\ \leq y_i + M(2 - \delta_{ikjvr} - d_{ik}) \end{aligned} \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (48)$$

$$z_i + o_i hz_i + q_i(1 - lz_i - hz_i) + p_i lz_i \leq z_k + M(2 - \delta_{ikjvr} - e_{ik}) \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (49)$$

$$z_k + o_k hz_k + q_k(1 - lz_k - hz_k) + p_k lz_k \leq z_i + M(2 - \delta_{ikjvr} - f_{ik}) \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (50)$$

$$\begin{aligned} x_i + p_i lx_i + q_i(lz_i - wy_i + hz_i) + o_i(1 - lx_i - lz_i + wy_i - hz_i) \\ > x_k + M(\delta_{ikjvr} - a_{ik} - 1) \end{aligned} \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (51)$$

$$\begin{aligned} x_k + p_k lx_k + q_k(lz_k - wy_k + hz_k) + o_k(1 - lx_k - lz_k + wy_k - hz_k) \\ > x_i + M(\delta_{ikjvr} - b_{ik} - 1) \end{aligned} \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (52)$$

$$\begin{aligned} y_i + q_i wy_i + p_i(1 - lx_i - lz_i) + o_i(lx_i + lz_i - wy_i) \\ > y_k + M(\delta_{ikjvr} - c_{ik} - 1) \end{aligned} \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (53)$$

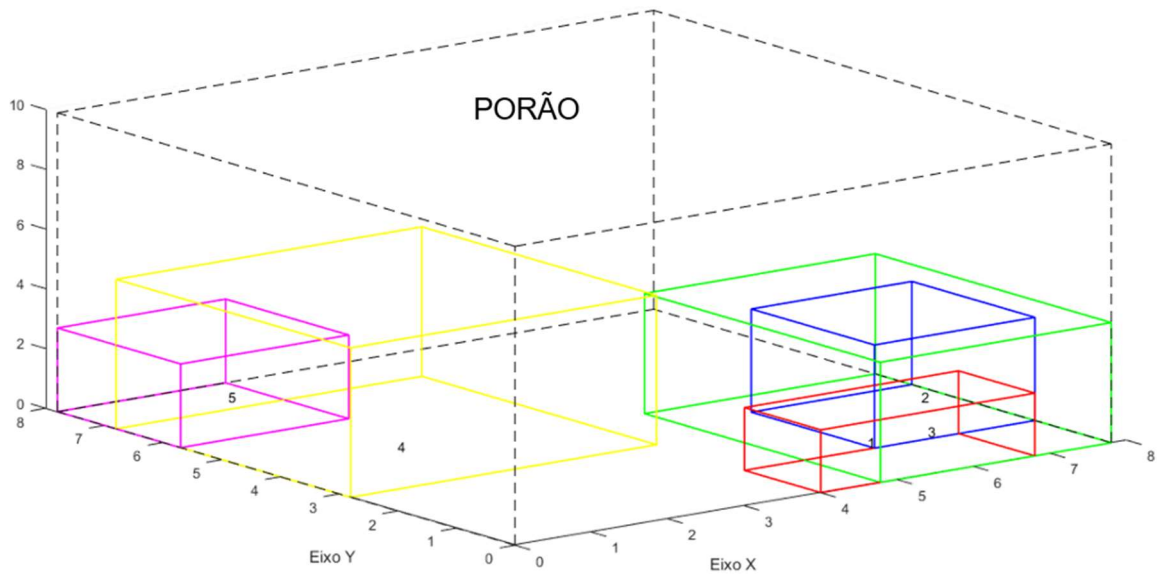
$$\begin{aligned} y_k + q_k wy_k + p_k(1 - lx_k - lz_k) + o_k(lx_k + lz_k - wy_k) \\ > y_i + M(\delta_{ikjvr} - d_{ik} - 1) \end{aligned} \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (54)$$

$$z_i + o_i hz_i + q_i(1 - lz_i - hz_i) + p_i lz_i > z_k + M(\delta_{ikjvr} - e_{ik} - 1) \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (55)$$

$$z_k + o_k hz_k + q_k(1 - lz_k - hz_k) + p_k lz_k > z_i + M(\delta_{ikjvr} - f_{ik} - 1) \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (56)$$

A Figura 13 mostra a arrumação de 5 blocos em um porão sem as restrições (45) a (50). Nota-se uma sobreposição entre os blocos 5 e 4 e entre os blocos 1, 2 e 3, o que fisicamente é impossível.

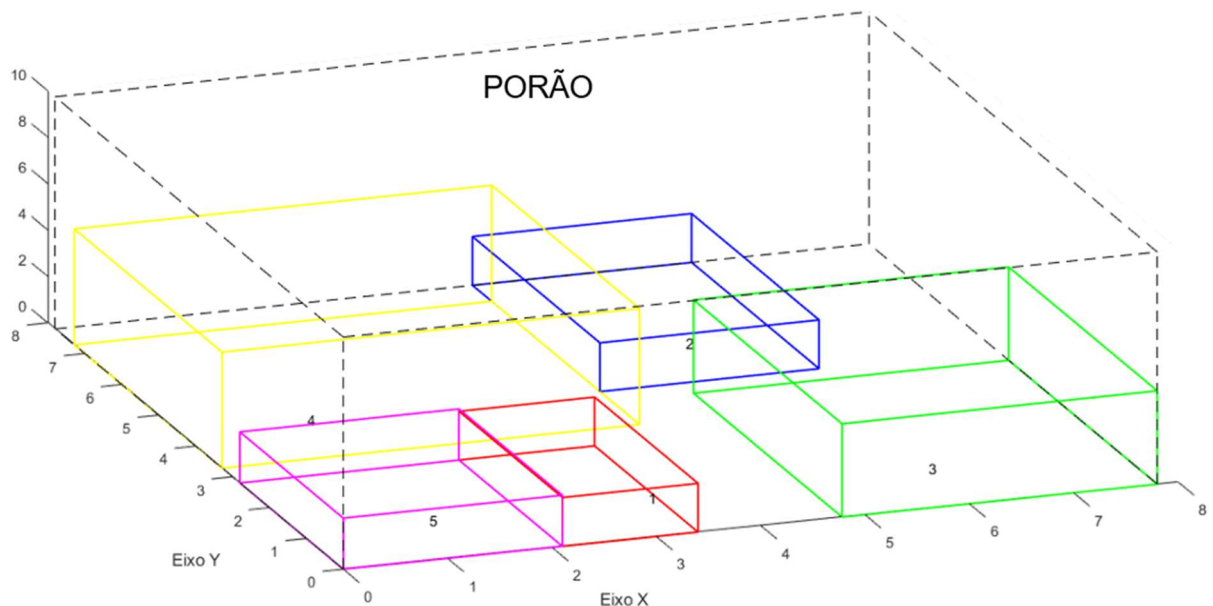
Figura 13 – Arranjo de blocos sem as restrições (45) a (50)



Fonte: o autor.

A Figura 14 mostra a arrumação dos mesmos 5 blocos no mesmo porão, porém com as restrições (45) a (50). Observa-se que ao incluir essas restrições os blocos não se sobrepõem.

Figura 14 – Arranjo de blocos com as restrições (45) a (50)



Fonte: o autor.

As restrições (57) a (62) asseguram que não há posição relativa entre um bloco e ele próprio. As restrições (63) a (69) garantem que há posição relativa entre dois blocos somente quando estão no mesmo porão e na mesma viagem. As restrições (70) a

(72) se referem à simetria de posições, por exemplo, se o bloco i está à esquerda do bloco k , este está à direita do bloco i .

$$a_{ii} = 0 \quad \forall i \in B \quad (57)$$

$$b_{ii} = 0 \quad \forall i \in B \quad (58)$$

$$c_{ii} = 0 \quad \forall i \in B \quad (59)$$

$$d_{ii} = 0 \quad \forall i \in B \quad (60)$$

$$e_{ii} = 0 \quad \forall i \in B \quad (61)$$

$$f_{ii} = 0 \quad \forall i \in B \quad (62)$$

$$a_{ik} + b_{ik} + c_{ik} + d_{ik} + e_{ik} + f_{ik} \geq \delta_{ikjvr} \quad \forall i, k \in B \mid i \neq k; j \in J, v \in V, r \in R \quad (63)$$

$$a_{ik} \leq \sum_{j \in J} \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} \delta_{ikjvr} \quad \forall i, k \in B \quad (64)$$

$$b_{ik} \leq \sum_{j \in J} \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} \delta_{ikjvr} \quad \forall i, k \in B \quad (65)$$

$$c_{ik} \leq \sum_{j \in J} \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} \delta_{ikjvr} \quad \forall i, k \in B \quad (66)$$

$$d_{ik} \leq \sum_{j \in J} \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} \delta_{ikjvr} \quad \forall i, k \in B \quad (67)$$

$$e_{ik} \leq \sum_{j \in J} \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} \delta_{ikjvr} \quad \forall i, k \in B \quad (68)$$

$$f_{ik} \leq \sum_{j \in J} \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} \delta_{ikjvr} \quad \forall i, k \in B \quad (69)$$

$$a_{ik} = b_{ki} \quad \forall i, k \in B \mid i \neq k \quad (70)$$

$$c_{ik} = d_{ki} \quad \forall i, k \in B \mid i \neq k \quad (71)$$

$$e_{ik} = f_{ki} \quad \forall i, k \in B \mid i \neq k \quad (72)$$

As restrições (73) a (78) garantem área de suporte suficiente para a face inferior de todos os blocos, no entanto não garantem o contato deles com a área. Por isso a função objetivo (1) minimiza a somatória das coordenadas z_i de todos os blocos.

$$\begin{aligned} x_i + p_i l x_i + q_i (l z_i - w y_i + h z_i) + o_i (1 - l x_i - l z_i + w y_i - h z_i) \\ + M(1 - e_{ik}) + M(1 - \delta_{ikjvr}) \geq x_k \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \forall i, k \in B, j \in J, \\ v \in V, r \in R \end{array} \quad (73)$$

$$\begin{aligned} x_i + p_i l x_i + q_i (l z_i - w y_i + h z_i) + o_i (1 - l x_i - l z_i + w y_i - h z_i) - x_k \\ + M(1 - e_{ik}) + M(1 - \delta_{ikjvr}) \\ \geq as[p_k l x_k + q_k (l z_k - w y_k + h z_k) + o_k (1 - l x_k - l z_k + w y_k - h z_k)] \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \forall i, k \in B, j \in J, \\ v \in V, r \in R \end{array} \quad (74)$$

$$x_i - M(1 - e_{ik}) - M(2 - s_{ijvr} - s_{kjvr}) \leq x_k \quad \begin{array}{l} \forall i, k \in B, j \in J, \\ v \in V, r \in R \end{array} \quad (75)$$

$$\begin{aligned} y_i + q_i w y_i + p_i (1 - l x_i - l z_i) + o_i (l x_i + l z_i - w y_i) + M(1 - e_{ik}) \\ + M(1 - \delta_{ikjvr}) \geq y_k \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \forall i, k \in B, j \in J, \\ v \in V, r \in R \end{array} \quad (76)$$

$$\begin{aligned} y_i + q_i w y_i + p_i (1 - l x_i - l z_i) + o_i (l x_i + l z_i - w y_i) - y_k + M(1 - e_{ik}) \\ + M(1 - \delta_{ikjvr}) \\ \geq as[q_k w y_k + p_k (1 - l x_k - l z_k) + o_k (l x_k + l z_k - w y_k)] \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \forall i, k \in B, j \in J, \\ v \in V, r \in R \end{array} \quad (77)$$

$$y_i - M(1 - e_{ik}) - M(1 - \delta_{ikjvr}) \leq y_k \quad \begin{array}{l} \forall i, k \in B, j \in J, \\ v \in V, r \in R \end{array} \quad (78)$$

Para o cálculo do desequilíbrio na distribuição de carga a bordo, considera-se que o centro de gravidade nos blocos equivale ao centro geométrico. O torque que um bloco gera em torno de um eixo do navio é portanto o produto vetorial entre seu peso e a distância do seu centro geométrico até o eixo. As restrições (80) e (81), que geram sempre valores opostos, calculam o módulo da somatória de torques gerados pelos blocos em torno do eixo longitudinal do navio, o que corresponde ao desequilíbrio na distribuição de carga de bombordo-boreste. Enquanto, as restrições (82) e (83) fornecem o módulo da somatória de torques gerados pelos blocos, pelo casario e pela casa de máquinas em torno do eixo transversal, que equivale ao desequilíbrio de proa-popa.

$$\rho_{vr} \geq \sum_{\alpha \in Cc} \sum_{i \in B} \left(y_i + \frac{q_i w y_i + p_i (1 - l x_i - l z_i) + o_i (l x_i + l z_i - w y_i)}{2} - \frac{W_{jv}}{2} \right) \omega_i s_{ijvr} \quad \begin{array}{l} \forall v \in V, r \in R | \\ pr_{\alpha i} = 1 \end{array} \quad (79)$$

$$\rho_{vr} \geq \sum_{\alpha \in Cc} \sum_{i \in B} \left(\frac{W_{jv}}{2} - \left(y_i + \frac{q_i w y_i + p_i (1 - l x_i - l z_i) + o_i (l x_i + l z_i - w y_i)}{2} \right) \right) \omega_i s_{ijvr} \quad \begin{array}{l} \forall v \in V, r \in R | \\ pr_{\alpha i} = 1 \end{array} \quad (80)$$

$$\begin{aligned} \tau_{vr} \geq & \sum_{i \in B} \left((u_{jv} + x_i + \frac{p_i l x_i + q_i (l z_i - w y_i + h z_i) + o_i (1 - l x_i - l z_i + w y_i - h z_i)}{2} - \frac{\sigma_v}{2}) \omega_i s_{ijvr} \right) & \forall v \in V, \\ & + \mu_v \sum_{\beta \in Cc} x c_{0\beta vr} & j \in J, r \in R \end{aligned} \quad (81)$$

$$\begin{aligned} \tau_{vr} \geq & \sum_{i \in B} \left(\frac{\sigma_v}{2} - \left(u_{jv} + x_i + \frac{p_i l x_i + q_i (l z_i - w y_i + h z_i) + o_i (1 - l x_i - l z_i + w y_i - h z_i)}{2} \right) \right) \omega_i s_{ijvr} & \forall v \in V, \\ & - \mu_v \sum_{\beta \in Cc} x c_{0\beta vr} & j \in J, r \in R \end{aligned} \quad (82)$$

As restrições (79) a (82) tornam o modelo não linear devido a multiplicação da variável s_{ijvr} pelas variáveis y_i , wy_i , lx_i , lz_i , x_i e hz_i no cálculo do torque gerado pelos pesos dos blocos no navio. Sabendo que $0 \leq y_i \leq W_{jv}$, que $0 \leq x_i \leq L_{jv}$ e que as demais variáveis dessas multiplicações são binárias, tais restrições podem ser linearizadas com a introdução das variáveis η_{1ijvr} , η_{2ijvr} , η_{3ijvr} , η_{4ijvr} , η_{5ijvr} e η_{6ijvr} e das restrições (83) a (106).

$$\eta_{1ijvr} = 0 \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R | W_{jv} = 0 \quad (83)$$

$$\eta_{1ijvr} \leq W_{jv} s_{ijvr} \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R | W_{jv} > 0 \quad (84)$$

$$\eta_{1ijvr} \leq y_i \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (85)$$

$$\eta_{1ijvr} \geq y_i - W_{jv}(1 - s_{ijvr}) \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (86)$$

$$\eta_{1ijvr} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (87)$$

$$\eta_{2ijvr} \leq s_{ijvr} \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (88)$$

$$\eta_{2ijvr} \leq w y_i \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (89)$$

$$\eta_{2ijvr} \geq s_{ijvr} + w y_i - 1 \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (90)$$

$$\eta_{3ijvr} \leq s_{ijvr} \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (91)$$

$$\eta_{3ijvr} \leq l x_i \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (92)$$

$$\eta_{3ijvr} \geq s_{ijvr} + l x_i - 1 \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (93)$$

$$\eta_{4ijvr} \leq s_{ijvr} \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (94)$$

$$\eta_{4ijvr} \leq l z_i \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (95)$$

$$\eta_{4ijvr} \geq s_{ijvr} + l z_i - 1 \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (96)$$

$$\eta_{5ijvr} = 0 \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \mid L_{v,j} = 0 \quad (97)$$

$$\eta_{5ijvr} \leq L_{jv} s_{ijvr} \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \mid L_{v,j} > 0 \quad (98)$$

$$\eta_{5ijvr} \leq x_i \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (99)$$

$$\eta_{5ijvr} \geq x_i - L_{jv}(1 - s_{ijvr}) \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (100)$$

$$\eta_{5ijvr} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (101)$$

$$\eta_{6ijvr} \leq s_{ijvr} \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (102)$$

$$\eta_{6ijvr} \leq h z_i \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (103)$$

$$\eta_{6ijvr} \geq s_{ijvr} + h z_i - 1 \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (104)$$

Assim, se $s_{ijvr} = 0$, tem-se que $\eta_{1ijvr} = 0$ por (84) e (87). Se $s_{ijvr} = 1$, então $\eta_{1ijvr} \geq y_i$ por (86) que combinada com (85) implica que $\eta_{1ijvr} = y_i$, logo $s_{ijvr} y_i = \eta_{1ijvr}$. De forma similar, $s_{ijvr} x_i = \eta_{5ijvr}$ pelas restrições (98) a (101). Por outro lado, se $s_{ijvr} = 0$, $\eta_{2ijvr} = 0$ por (88). Se $s_{ijvr} = 1$, então $\eta_{2ijvr} \geq w y_i$ por (90) que combinada com (89) implica que $\eta_{2ijvr} = w y_i$, logo $s_{ijvr} w y_i = \eta_{2ijvr}$. Com o mesmo raciocínio, $s_{ijvr} l x_i = \eta_{3ijvr}$, $s_{ijvr} l z_i = \eta_{4ijvr}$ e $s_{ijvr} h z_i = \eta_{6ijvr}$. Desse modo, o modelo se torna linear substituindo as restrições (79) a (82) por:

$$\begin{aligned} & \rho_{vr} \\ & \geq \sum_{j \in J} \sum_{i \in B} \left[\omega_i \left(\eta_{1ijvr} + \frac{q_i \eta_{2ijvr} + p_i (s_{ijvr} - \eta_{3ijvr} - \eta_{4ijvr})}{2} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{o_i (\eta_{3ijvr} + \eta_{4ijvr} - \eta_{2ijvr})}{2} - \frac{W_{jv} s_{ijvr}}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \forall v \in V, \\ r \in R \end{array} \quad (105)$$

$$\begin{aligned} & \rho_{vr} \\ & \geq \sum_{j \in J} \sum_{i \in B} \omega_i \left(\frac{W_{jv} s_{ijvr}}{2} \right. \\ & \left. - \left(\eta_{1ijvr} + \frac{q_i \eta_{2ijvr} + p_i (s_{ijvr} - \eta_{3ijvr} - \eta_{4ijvr})}{2} + \frac{o_i (\eta_{3ijvr} + \eta_{4ijvr} - \eta_{2ijvr})}{2} \right) \right) \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \forall v \in V, \\ r \in R \end{array} \quad (106)$$

$$\begin{aligned}
& \tau_{vr} \\
& \geq \sum_{j \in J} \sum_{i \in B} \left(\omega_i \left(u_{jv} s_{ijvr} + \eta 5_{ijvr} + \frac{p_i \eta 3_{ijvr}}{2} + \frac{q_i (\eta 4_{ijvr} - \eta 2_{ijvr} + \eta 6_{ijvr})}{2} \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{o_i (s_{ijvr} - \eta 3_{ijvr} - \eta 4_{ijvr} + \eta 2_{ijvr} - \eta 6_{ijvr})}{2} - \frac{\sigma_v s_{ijvr}}{2} \right) \right) + \mu_v \sum_{\beta \in Cc} x_{C_0 \beta vr} \quad \forall v \in V, \\
& r \in R \quad (107)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \tau_{vr} \\
& \geq \sum_{j \in J} \sum_{i \in B} \left(\omega_i \left(\frac{\sigma_v s_{ijvr}}{2} \right. \right. \\
& \left. \left. - \left(u_{jv} s_{ijvr} + \eta 5_{ijvr} + \frac{p_i \eta 3_{ijvr}}{2} + \frac{q_i (\eta 4_{ijvr} - \eta 2_{ijvr} + \eta 6_{ijvr})}{2} \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \frac{o_i (s_{ijvr} - \eta 3_{ijvr} - \eta 4_{ijvr} + \eta 2_{ijvr} - \eta 6_{ijvr})}{2} \right) \right) \right) + \mu_v \sum_{\beta \in Cc} x_{C_0 \beta vr} \quad \forall v \in V, \\
& r \in R \quad (108)
\end{aligned}$$

Para garantir por meio da política LIFO que os blocos das últimas remessas de cada viagem não atrapalhem a descarga das remessas anteriores, é necessário inicialmente saber qual a sequência de descarga em cada viagem. Nesse sentido, as restrições (109) determinam que a sequência começa no porto de carregamento (nó 0) e seu fim (nó $nc+1$) equivale ao total de portos de descarga visitados na viagem mais 1, pelas restrições (110). Se um navio viaja diretamente de um porto de descarga α para β ($x_{C_{\alpha\beta}vr} = 1$), então α é o antecessor imediato de β na sequência de descarga da viagem pelas restrições (111). As restrições (112) asseguram que a variável $sq_{\alpha vr}$ é menor que o total de remessas (nc) se o porto de descarga do nó α for visitado na viagem r e vale zero se α não for visitado. As restrições (113) garantem que a variável $sq_{\alpha vr}$ é maior do que zero se um navio v visita o porto de descarga α em uma viagem r .

$$sq_{0vr} = 0 \quad \forall v \in V, r \in R \quad (109)$$

$$sq_{(nc+1)vr} \leq 1 + \sum_{\alpha \in Cc} \sum_{\beta \in C1c} x_{C_{\alpha\beta}vr} \quad \forall v \in V, r \in R \quad (110)$$

$$sq_{\beta vr} \geq sq_{\alpha vr} + 1 - (1 - x_{C_{\alpha\beta}vr}) M \quad \forall \alpha \in C0c, \beta \in C1c \mid \alpha \neq \beta, \\ v \in V, r \in R \quad (111)$$

$$sq_{\alpha vr} \leq nc \sum_{\beta \in C1c} x_{C_{\alpha\beta}vr} \quad \forall \alpha \in Cc, v \in V, r \in R \quad (112)$$

$$sq_{\alpha vr} \geq \sum_{\beta \in C1c} xc_{\alpha\beta vr} \quad \forall \alpha \in Cc, v \in V, r \in R \quad (113)$$

As restrições (114) garantem que $nf_{\alpha\beta vr}$ vale 1 se $sq_{\beta vr}$ for maior que $sq_{\alpha v}$, ou seja, o porto de descarga do nó α antecede β na sequência de descarga se o navio v visitar α antes de β na mesma viagem. Por outro lado, as restrições (115) garantem que $nf_{\alpha\beta vr}$ vale 0 se $sq_{\beta vr}$ for menor que $sq_{\alpha v}$, isto é, α está depois de β na sequência de descarga da viagem se o navio atracar em β antes de α . As restrições (116) a (118) asseguram que $nf_{\alpha\beta vr}$ assume valor 0 se $sq_{\alpha vr}$ e/ou $sq_{\beta vr}$ forem 0, ou seja, os nós α e β não são visitados na mesma viagem, logo não estão na mesma sequência de descarga. As restrições (119) indicam que não há relação de precedência na sequência de descarga entre um nó α e ele próprio.

$$sq_{\beta vr} - sq_{\alpha vr} \leq M nf_{\alpha\beta vr} + M \left(1 - \sum_{\gamma \in C1c} xc_{\alpha\gamma vr} \right) \quad \forall \alpha \in Cc, \beta \in Cc | \alpha \neq \beta, \quad (114)$$

$$+ M \left(1 - \sum_{\gamma \in C1c} xc_{\beta\gamma vr} \right) \quad \forall v \in V, r \in R$$

$$sq_{\beta vr} - sq_{\alpha vr} \geq M (nf_{\alpha\beta vr} - 1) - M \left(1 - \sum_{\gamma \in C1c} xc_{\alpha\gamma vr} \right) \quad \forall \alpha \in Cc, \beta \in Cc | \alpha \neq \beta, \quad (115)$$

$$- M \left(1 - \sum_{\gamma \in C1c} xc_{\beta\gamma vr} \right) \quad \forall v \in V, r \in R$$

$$nf_{\alpha\beta vr} \leq sq_{\beta vr} + sq_{\alpha vr} \quad \forall \alpha \in Cc, \beta \in Cc | \alpha \neq \beta, \quad (116)$$

$$\forall v \in V, r \in R$$

$$nf_{\alpha\beta vr} \leq sq_{\alpha vr} \quad \forall \alpha \in Cc, \beta \in Cc | \alpha \neq \beta, \quad (117)$$

$$\forall v \in V, r \in R$$

$$nf_{\alpha\beta vr} \leq sq_{\beta vr} \quad \forall \alpha \in Cc, \beta \in Cc | \alpha \neq \beta, \quad (118)$$

$$\forall v \in V, r \in R$$

$$nf_{\alpha\alpha vr} = 0 \quad \forall \alpha \in Cc, v \in V, r \in R \quad (119)$$

As restrições (120) a (123) garantem a política LIFO na arrumação dos blocos. Assuma, por exemplo, que o bloco i pertence à remessa que será descarregada no nó α , o bloco k pertence à remessa do nó β e ambos estão no mesmo porão, na mesma viagem. Se i estiver em uma posição abaixo de k , que não seja à direita ou à esquerda, e pela sequência de descarga i deve ser descarregado antes de k , então k deve estar em uma posição à frente ou atrás de i para não atrapalhar a sua descarga.

Isso é garantido pelas restrições (120) e (121). Em situação semelhante, se i estiver em uma posição abaixo de k , que não seja à frente ou atrás, as restrições (122) e (123) garantem que k deve estar à direita ou à esquerda de i para não atrapalhar sua descarga no porto do nó α .

$$a_{ik} + b_{ik} \geq 1 - M(3 - nf_{\alpha\beta vr} - \delta_{ikjvr} - e_{ik}) - M(c_{ik} + d_{ik}) \quad \begin{array}{l} \forall \alpha, \beta \in Cc; i, k \in B; \\ j \in J; v \in V; r \in R | \\ \alpha \neq \beta, pr_{\alpha i} = 1, pr_{\beta k} = 1 \end{array} \quad (120)$$

$$a_{ik} + b_{ik} \leq 1 + M(3 - nf_{\alpha\beta vr} - \delta_{ikjvr} - e_{ik}) + M(c_{ik} + d_{ik}) \quad \begin{array}{l} \forall \alpha, \beta \in Cc; i, k \in B; \\ j \in J; v \in V; r \in R | \\ \alpha \neq \beta, pr_{\alpha i} = 1, pr_{\beta k} = 1 \end{array} \quad (121)$$

$$c_{ik} + d_{ik} \geq 1 - M(3 - nf_{\alpha\beta vr} - \delta_{ikjvr} - e_{ik}) - M(a + b_{ik}) \quad \begin{array}{l} \forall \alpha, \beta \in Cc; i, k \in B; \\ j \in J; v \in V; r \in R | \\ \alpha \neq \beta, pr_{\alpha i} = 1, pr_{\beta k} = 1 \end{array} \quad (122)$$

$$c_{ik} + d_{ik} \leq 1 + M(3 - nf_{\alpha\beta vr} - \delta_{ikjvr} - e_{ik}) + M(a + b_{ik}) \quad \begin{array}{l} \forall \alpha, \beta \in Cc; i, k \in B; \\ j \in J; v \in V; r \in R | \\ \alpha \neq \beta, pr_{\alpha i} = 1, pr_{\beta k} = 1 \end{array} \quad (123)$$

As restrições (124) a (136) definem os domínios das variáveis de decisão do modelo.

$$nu_v \in \{0, 1\} \quad \forall v \in V \quad (124)$$

$$xc_{\alpha\beta vr} \in \{0, 1\} \quad \forall \alpha, \beta \in Nc, v \in V, r \in R \quad (125)$$

$$sq_{\alpha vr} \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall \alpha \in Nc, v \in V, r \in R \quad (126)$$

$$nf_{\alpha\beta vr} \in \{0, 1\} \quad \forall \alpha, \beta \in Nc, v \in V, r \in R \quad (127)$$

$$T_{\alpha vr} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall \alpha \in Nc, v \in V, r \in R \quad (128)$$

$$x_i, y_i, z_i \in \mathbb{R}^+ \quad \forall i \in B \quad (129)$$

$$lx_i, ly_i, lz_i, wx_i, wy_i, wz_i, hx_i, hy_i, hz_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in B \quad (130)$$

$$s_{ijvr} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (131)$$

$$\delta_{ikjvr} \in \{0, 1\} \quad \forall i, k \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (132)$$

$$a_{ik}, b_{ik}, c_{ik}, d_{ik}, e_{ik}, f_{ik} \in \{0, 1\} \quad \forall i, k \in B \quad (133)$$

$$\rho_{vr} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall v \in V, r \in R \quad (134)$$

$$\tau_{vr} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall v \in V, r \in R \quad (135)$$

$$\eta^2_{ijvr}, \eta^3_{ijvr}, \eta^4_{ijvr}, \eta^6_{ijvr} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in B, j \in J, v \in V, r \in R \quad (136)$$

O modelo matemático possui $|V| + |V| |R| (|Nc|^2 + |Nc|) + |B| (5 |J| |V| |R| + 9) + |B|^2 (|J| |V| |R| + 6)$ variáveis de decisão inteiras e $|V| |R| (|Nc| + 2) + |B| (2 |J| |V| |R| + 3)$ variáveis de decisão contínuas.

Para exemplificar, suponha que uma exportadora planeja exportar em um período de 4 meses 5.496 blocos divididos em 8 remessas. Ela dispõe de 2 navios para o transporte, um com 4 porções e outro com 5 porções. Cada navio pode fazer até duas viagens dentro do horizonte de planejamento. Neste cenário, o modelo teria 785.955.770 variáveis de decisão inteiras e 236.368 variáveis de decisão contínuas.

5 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Os experimentos computacionais foram realizados por meio do *solver* IBM® ILOG® CPLEX®, versão 12.8, em um computador com dois processadores Intel® Xeon® Silver, com 16 núcleos cada, e 128 GB de memória RAM.

Inicialmente, o modelo matemático proposto foi escrito em um arquivo “.mod” com a linguagem *Optimization Programming Language* (OPL) que possui sintaxe próxima à formulação matemática apresentada no Capítulo 4. Em seguida, foram criadas 38 instâncias de teste divididas em 7 grupos, cada um com um objetivo específico. As instâncias foram escritas em arquivos “.dat”. O modelo foi executado para cada instância através da criação de arquivos “.lp” que combinam o arquivo “.mod” com o respectivo arquivo “.dat” da instância. O tempo máximo de execução para as instâncias do Grupo 1 foi de 3 horas (10.800 s), para os grupos 2 a 5 foi de 8 horas (28.800 s) e para os grupos 6 e 7 foi de 24 horas (86.400 s). Esses limites foram estabelecidos porque não se observou melhorias significativas de solução além deles.

Após a execução, o CPLEX mostra os resultados da execução e os valores das variáveis de decisão para a solução ótima ou para a melhor solução encontrada dentro do tempo máximo de execução. Os resultados de execução são os valores da função objetivo (FO), de *Upper Bound* (UB), *Lower Bound* (LB), *gap* ($gap = (UB - LB)/UB$) e tempo de execução (TE). O UB é o limitante superior da solução ótima e, em problemas de minimização, é igual à FO. O LB é o limitante inferior da solução ótima. Quando se obtém solução ótima, o *gap* é zero. No tempo máximo de execução estabelecido, pode ocorrer do CPLEX não encontrar pelo menos uma solução factível e apresentar somente o valor de LB.

Os valores da variável de decisão $xc_{\alpha\beta vr}$ fornecidos pelo CPLEX definem as viagens de cada instância e os valores da variável T_{avr} indicam o momento de início da operação em cada nó. Os valores de s_{ijvr} mostram em qual porção e em qual viagem foi colocado cada bloco. Os valores de $lx_i, ly_i, lz_i, wx_i, wy_i, wz_i, hx_i, hy_i$ e hz_i informam os alinhamentos do comprimento p_i , da largura q_i e da altura o_i de cada bloco em relação aos eixos X, Y e Z . Os valores de x_i, y_i, z_i indicam as coordenadas do canto

inferior frontal esquerdo de cada bloco. As demais variáveis de decisão são auxiliares e seus valores servem para conferência dos resultados.

O tratamento dos resultados foi feito em planilhas do MS Excel. Foi utilizado um programa desenvolvido no *software* MATLAB para representar graficamente a arrumação dos blocos em cada instância. Posteriormente, os arranjos de algumas instâncias foram desenhados no *software* AutoCAD para melhor apresentação.

A seguir são apresentadas as instâncias de teste do modelo e as análises dos resultados obtidos nos experimentos.

5.1 INSTÂNCIAS DE TESTE

As instâncias de teste foram criadas com o intuito de: avaliar se a função objetivo e as restrições do modelo representam de forma satisfatória o problema de transporte descrito no Capítulo 3, analisar os impactos da distribuição equilibrada de carga e da rotação 3D na arrumação dos blocos e avaliar o desempenho do modelo quanto ao tempo de execução e porte das instâncias.

O porto de carregamento para todas as instâncias é o Porto de Vitória, mais especificamente, o Terminal Portuário de Vila Velha (TVV) que possui dois berços de atracação e dois guindastes de cais para carga geral. Os portos de descarga são: Porto Marina de Carrara na Itália, Porto de Vigo na Espanha, Porto de Houston nos Estados Unidos, Porto de Marselha na França e Porto de Quebec no Canadá. Esses países estão entre os principais destinos das exportações de blocos de granito a partir do Porto de Vitória, conforme dados de 2018 e 2019 do comércio exterior brasileiro (BRASIL, 2021). A Figura 15 mostra a localização dos portos de descarga e do porto de carregamento. Foi considerado que o Porto de Vitória carrega em média 6 blocos por hora ($ot_{\alpha} = 6$), o Porto Marina de Carrara descarrega em média 4 blocos por hora, Porto de Houston, 1 bloco por hora, Porto de Vigo, Porto de Marselha e Porto de Quebec, 2 blocos por hora.

Figura 15 - Localização do porto de carregamento e dos portos de descarga



Fonte: Searoutes (2021).

As distâncias entre os portos foram obtidas com a ferramenta *online Distance calculator, weather routing & voyage planning* da Searoutes, que, por meio de algoritmos, calcula as distâncias de navegação entre portos a partir de dados do *Automatic Identification System (AIS)*. A Tabela 1 apresenta a matriz de distâncias entre portos em milhas náuticas (mn), unidade de medida comumente usada no transporte marítimo que equivale a 1.852 metros.

Tabela 1 - Matriz de distâncias entre portos em milhas náuticas

	Vitória (BRA)	Carrara (ITA)	Vigo (ESP)	Houston (EUA)	Marselha (FRA)	Quebec (CAN)
Vitória (BRA)	0,0	4811,0	4153,0	5023,0	4633,0	4951,0
Carrara (ITA)	4811,0	0,0	1418,0	5613,0	260,0	3935,0
Vigo (ESP)	4153,0	1418,0	0,0	4504,0	1256,0	2735,0
Houston (EUA)	5023,0	5613,0	4504,0	0,0	5431,0	3117,0
Marselha (FRA)	4633,0	260,0	1256,0	5431,0	0,0	3789,0
Quebec (CAN)	4951,0	3935,0	2735,0	3117,0	3789,0	0,0

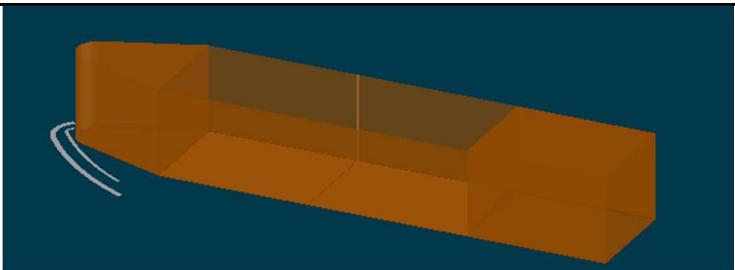
Fonte: Searoutes (2021).

Para os blocos de granito foram definidas medidas de comprimento, largura e altura em metros entre os valores {1,50; 2,00; 2,50; 3,00; 3,50; 4,00; 4,50; 5,00; 5,50; 6,00}, sendo o comprimento a maior medida e a altura a menor. Conforme a NBR 6120 (ABNT, 2019), pode-se considerar o valor médio de 28,5 kN/m³ para o peso específico

aparente do granito. Portanto, o peso de cada bloco foi calculado através do produto entre seu volume e o peso específico aparente médio do granito. Para todos os blocos, foi considerada área de suporte de 100% ($a_s = 1$). Os dados das remessas sobre quais blocos devem ser descarregados em qual porto e as janelas de tempo para descarga foram arbitrados de acordo com o objetivo de cada instância.

Foram considerados três navios. O navio N1 é um navio que não possui dimensões reais. Seus dois porões possuem menor área e maior altura, em comparação aos outros dois navios, para possibilitar o empilhamento em instâncias com poucos blocos. Os navios N2 e N3 são navios de carga geral de pequeno porte. Os custos de transporte foram considerados de maneira simplificada, pois não é escopo do trabalho uma análise detalhada de custos. Para cada navio, foi estipulado um custo fixo com o contrato de afretamento *Time Charter* e um custo por distância navegada, relacionado ao consumo médio de combustível em viagem. Não foi possível levantar esses custos reais por questão de confidencialidade das empresas. Esses são os custos de maior impacto no planejamento do transporte. Contudo, em uma análise detalhada devem ser considerados outros custos como as despesas portuárias, que variam em função do porto e do porte do navio, e o custo com combustível enquanto o navio está fundeado aguardando atracação ou durante as operações de carga e descarga. O Quadro 5 descreve as características do navio N1.

Quadro 5 - Características do navio N1

Navio N1			
			
Custo de afretamento (US\$)	570.000,00	Velocidade (nó)	10,00
Custo por distância (US\$)	10,00	LOA (m)	48,00
Nº de porões	2	Nº de escotilhas	2
Medidas L x W x H (m)	Porão 1	10,00 x 8,00 x 12,00	
	Porão 2	10,00 x 8,00 x 12,00	
Capacidade em peso (kN)	Porão 1	27.500,00	
	Porão 2	27.500,00	
Distância popa-porão1 (m)	9,00	Torque μ_v (kNm)	2.805,00

Fonte: o autor.

O Quadro 6 descreve as características do navio N2 e o Quadro 7 do navio N3. Os dados assinalados com asterisco no Quadro 6 e Quadro 7 não constam nas fichas de descrição disponibilizadas pelas empresas proprietárias dos navios N2 e N3 e foram estimados para viabilizar os testes do modelo e as análises.

Quadro 6 - Características do navio N2

Navio N2 (Rurik)			
			
Custo de afretamento (US\$)	630.000,00 (*)	Velocidade (nó)	9,50
Custo por distância (US\$)	11,00 (*)	LOA (cm)	88,60
Nº de porões	2	Nº de escotilhas	2
Medidas L x W x H (m)	Porão 1	25,20 x 10,10 x 7,12	
	Porão 2	31,75 x 10,10 x 7,12	
Capacidade em peso (kN)	Porão 1	49.900,00	
	Porão 2	61.900,00	
Distância popa-porão1 (m)	9,5	Torque μ_v (kNm)	104.895,00 (*)

Fonte: Baltnautic Shipping (2021).

Nota: Dados adaptados pelo autor.

Quadro 7 - Características do navio N3

Navio N3 (Scala)			
			
Custo de afretamento (US\$)	720.000,00 (*)	Velocidade (nó)	8,50
Custo por distância (US\$)	15,00 (*)	LOA (m)	115,10
Nº de porões	4	Nº de escotilhas	2
Medidas L x W x H (m)	Porão 1	16,80 x 17,00 x 7,60	
	Porão 2	24,50 x 17,00 x 7,60	
	Porão 3	21,70 x 17,00 x 7,60	
	Porão 4	18,20 x 17,00 x 7,60	
Capacidade em peso (kN)	Porão 1	13871,00	
	Porão 2	20228,00	
	Porão 3	17916,00	
	Porão 4	15027,00	
Distância popa-porão1 (m)	9,50 (*)	Torque μ_v (kNm)	272.100,00 (*)

Fonte: Intresco (2021).

Nota: Dados adaptados pelo autor.

As instâncias do Grupo 1 foram criadas para a análise de sensibilidade dos parâmetros que ponderam as parcelas da FO. Variaram-se os parâmetros δ , ε , θ e φ em 20 combinações diferentes com o intuito de definir quais valores geram melhores resultados em termos de minimização da FO e tempo de execução do modelo. Foram considerados os navios N1 e N2, duas viagens no máximo por navio e 17 blocos divididos em três remessas, sendo a remessa 1 destinada ao porto Marina de Carrara, remessa 2 ao porto de Vigo e remessa 3 ao porto de Houston. A Tabela 2 detalha as características destas três remessas.

As instâncias do Grupo 2 foram elaboradas com o objetivo de testar o modelo quanto às múltiplas viagens. Foram considerados os navios N2 e N3 e os mesmos 17 blocos do Grupo 1, porém divididos em cinco remessas. A remessa 1 são cinco blocos com destino ao porto de Marina de Carrara, a remessa 2 são quatro blocos destinados ao porto de Vigo, remessa 3 são três blocos para o porto de Houston, remessa 4 são três blocos para o porto de Marselha, remessa 5 são dois blocos para o porto de Quebec. O tempo necessário para visitar os cinco portos de descarga é maior que 65 dias, duração máxima de uma viagem neste grupo de instâncias ($tv = 1.560 h$). Portanto, não é possível transportar as cinco remessas do Grupo 2 em uma viagem de um único navio. Variou-se o parâmetro nr , que é o máximo de viagens permitidas por navio. Na Instância 2A, são permitidas quatro viagens por navio ($nr = 4$) e na Instância 2B, apenas uma viagem por navio ($nr = 1$).

O Grupo 3 reúne três instâncias criadas com o objetivo de testar a distribuição equilibrada de carga a bordo. Para tanto, variou-se o parâmetro ε que pondera a parcela da FO referente a minimização do desequilíbrio na distribuição de carga e o parâmetro μ_v que expressa o torque gerado pelo peso do casario e da casa de máquinas no eixo transversal do navio. Na Instância 3A, $\varepsilon = 1$ e $\mu_v = 272.100,00 kNm$, ou seja, minimiza-se o desequilíbrio e considera-se o torque gerado pelo casario e pela casa de máquinas. Na Instância 3B, minimiza-se o desequilíbrio sem considerar esse torque, $\varepsilon = 1$ e $\mu_v = 0 kNm$. Na Instância 3C, considera-se o torque, porém não se minimiza o desequilíbrio ($\varepsilon = 0$ e $\mu_v = 272.100,00 kNm$). Para as três instâncias foi considerado apenas o maior navio (N3) e as mesmas remessas do Grupo 1 (Tabela 2).

Tabela 2 - Características das remessas das instâncias do Grupo 1 e do Grupo 3

Remessa	Bloco	p_i (m)	q_i (m)	o_i (m)	ω_i (kN)
1	1	3,50	3,50	3,50	1221,90
	2	4,00	4,00	3,50	1596,00
	3	3,50	3,00	2,00	598,50
	4	4,00	4,00	2,00	912,00
2	5	3,50	3,00	2,50	748,10
	6	4,00	4,00	4,00	1824,00
	7	3,50	3,50	3,50	1221,90
	8	4,00	3,50	1,50	598,50
	9	3,50	3,50	3,50	1221,90
3	10	3,50	3,50	3,00	1047,40
	11	4,00	3,50	2,50	997,50
	12	3,00	3,00	3,00	769,50
	13	3,50	3,50	2,50	872,80
	14	4,00	3,50	3,00	1197,00
	15	4,00	3,00	2,50	855,00
	16	4,00	3,50	3,00	1197,00
	17	4,00	4,00	4,00	1824,00

Fonte: o autor.

No Grupo 4, o objetivo das três instâncias criadas foi testar a arrumação dos blocos de acordo com a sequência de descarga, respeitando a política LIFO. A instância 4A possui 18 blocos idênticos com todas as medidas iguais a 4 m e peso de 1.824,00 kN. São permitidas no máximo duas viagens do navio N1 para transporte de três remessas, cada uma com seis blocos. A janela tempo para descarga é a mesma para todas remessas ($twi_\alpha = 0$ e $twf_\alpha = 1.560$). A instância 4B é semelhante a 4A, o que varia é apenas o parâmetro $pr_{\alpha i}$ que define quais blocos pertencem a cada remessa. A instância 4C difere da 4A apenas em relação as janelas de tempo ($twi_1 = 0$, $twf_1 = 500$, $twi_2 = 500$, $twf_2 = 2.000$, $twi_3 = 500$ e $twf_3 = 2.000$). Foi considerado um tempo máximo de viagem de 85 dias ($tv = 2.040 h$) para as três instâncias.

O Grupo 5 é composto por três instâncias criadas para avaliar o impacto da rotação 3D na arrumação dos blocos. Para as três instâncias, foram consideradas duas remessas: a primeira com dez blocos a descarregar no Porto Marina de Carrara e a segunda são cinco blocos com destino ao Porto de Vigo. Foi disponibilizado apenas o navio N1 para fazer até duas viagens. O desequilíbrio na distribuição de carga não foi minimizado na FO para não interferir na avaliação do impacto da rotação 3D na arrumação dos blocos ($\epsilon = 0$). A rotação 3D foi permitida na Instância 5A, ou seja,

$D = 3$. Na Instância 5B, foi permitida apenas a rotação 2D ($D = 2$). Na Instância 5C, além de $D = 2$, foram incluídas no modelo as restrições (137) e (138) para não permitir a rotação dos blocos na arrumação.

$$lx_i = 1 \quad \forall i \in B \quad (137)$$

$$wy_i = 1 \quad \forall i \in B \quad (138)$$

No Grupo 6 são duas instâncias com o objetivo de testar a aplicação do modelo no planejamento das viagens e da arrumação de carga durante a vigência dos contratos de afretamento dos navios, onde o custo do navio é fixo independente de sua utilização. Nesse caso é considerado somente o custo com a distância navegada. Para tanto, o parâmetro cs_v assumiu valor zero, haja visto que o custo de afretamento não pode ser minimizado durante o contrato. Logo, em termos de custo, foi minimizado apenas o custo com a distância a navegar. Na Instância 6A, 20 blocos foram divididos em 7 remessas, sendo as remessas 1 e 6 destinadas ao porto Marina de Carrara, remessas 2 e 7 ao porto de Vigo, remessa 3 ao porto de Houston, remessa 4 ao porto de Marselha e remessa 5 ao Porto de Quebec. As janelas de tempo para descarga das remessas foram de 0 a 1.200 h para as remessas 1 e 2, de 0 a 4.320 h para as remessas 3, 4 e 5 e de 1.560 a 4.320 h para as remessas 6 e 7. Na Instância 6B, 30 blocos foram divididos em 10 remessas, sendo as remessas 1 e 6 destinadas ao porto Marina de Carrara, remessas 2 e 7 ao porto de Vigo, remessa 3 e 8 ao porto de Houston, remessa 4 e 9 ao porto de Marselha e remessa 5 e 10 ao Porto de Quebec. As janelas de tempo para descarga das remessas foram de 0 a 1.200 h para as remessas 1 a 5 e de 1.560 a 4.320 h para as remessas 6 a 10. A duração máxima de uma viagem foi de 1.560 h para as duas instâncias.

O Grupo 7 abrange cinco instâncias criadas para avaliar o desempenho do modelo quando se aumenta o número de blocos a transportar. Foram consideradas até duas viagens dos navios N2 e N3. As Instâncias 7A, 7B e 7C são compostas respectivamente por 30, 40 e 50 blocos divididos em duas remessas, enquanto nas Instâncias 7D e 7E são, respectivamente, 50 e 70 blocos de uma única remessa.

A Tabela 3 resume as características das instâncias de teste e mostra o número de variáveis de decisão inteiras e contínuas para cada uma de acordo com o número de elementos nos conjuntos B , Nc , J , V e R . Na Tabela 3, G1 representa as 20 instâncias do Grupo 1. Nota-se que o número de variáveis cresce significativamente quando se aumenta o número de nós no conjunto Nc e mais ainda quando se aumenta o número de blocos no conjunto B .

Tabela 3 - Características das instâncias de teste

I	Nº Blocos	Nº Nós	Nº Porões	Nº Navios	Nº Viagens	Nº Variáveis		Observação
						Inteiras	Contínuas	
G1	17	5	2	2	2	5.001	351	Análise de sensibilidade
2A	17	7	4	2	4	14.305	1.211	Com múltiplas viagens
2B	17	7	4	2	1	4.993	341	Sem múltiplas viagens
3A	17	5	4	1	1	3.414	194	Distribuição equilibrada com μ_v
3B	17	5	4	1	1	3.414	194	Distribuição equilibrada sem μ_v
3C	17	5	4	1	1	3.414	194	Distribuição desequilibrada com μ_v
4A	18	5	2	1	2	3.823	212	LIFO
4B	18	5	2	1	2	3.823	212	LIFO com variação de pr_{ai}
4C	18	5	2	1	2	3.823	212	LIFO com variação de janelas de tempo
5A	15	4	2	1	2	2.726	177	Rotação 3D
5B	15	4	2	1	2	2.726	177	Rotação 2D
5C	15	4	2	1	2	2.726	177	Sem rotação
6A	20	7	4	2	2	10.806	736	Vigência dos contratos
6B	30	10	4	2	2	31.532	1.602	Vigência dos contratos
7A	30	4	4	2	2	22.552	1.074	Desempenho do modelo
7B	40	4	4	2	2	38.842	1.424	Desempenho do modelo
7C	50	4	4	2	2	59.532	1.774	Desempenho do modelo
7D	50	3	4	2	2	59.500	1.770	Desempenho do modelo
7E	70	3	4	2	2	114.080	2.470	Desempenho do modelo

Fonte: o autor.

5.2 RESULTADOS E ANÁLISES

Os resultados das instâncias do Grupo 1, destinado a análise de sensibilidade dos pesos das parcelas da FO, estão apresentados na Tabela 4. A coluna (1) indica os nomes das instâncias e as colunas (2) a (5) os valores dos pesos. A coluna (6) expressa a parcela $\sum_{v \in V} (cs_v nu_v)$ da FO e a coluna (7) a parcela $\sum_{\alpha \in Nc} \sum_{\beta \in Nc} \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} (cd_v di_{\alpha\beta} xc_{\alpha\beta vr})$ referentes aos custos com afretamento e com a distância a navegar, respectivamente. A coluna (8) mostra os valores da parcela

$\sum_{v \in V} \sum_{r \in R} (\rho_{vr} + \tau_{vr})$ que expressa o desequilíbrio na distribuição de carga. A coluna (9) apresenta o tempo total das viagens de todos os navios ($\sum_{v \in V} \sum_{r \in R} T_{(nc+1)vr}$). A coluna (10) é a somatória das coordenadas z de todos os blocos ($\sum_{i \in B} z_i$). A soma ponderada dessas parcelas corresponde ao valor da FO apresentado na coluna (11). Logo, a melhor solução é aquela que tem os menores valores nas colunas (6) a (10). As colunas (12) e (13) apresentam, respectivamente, o LB e o *gap* obtido. Não foi encontrada solução ótima para nenhuma das 20 instâncias dentro do tempo máximo de execução de 3 horas. Para as instâncias 1B, 1P e 1R o CPLEX forneceu apenas um LB. A pior solução foi para a instância 1F, uma viagem do navio N1 e outra do N2. Para as instâncias 1H, 1J e 1K, foram previstas duas viagens do navio N1. As soluções para as demais instâncias foram com apenas uma viagem do navio N1. As instâncias 1C, 1D e 1E obtiveram as melhores soluções. Na Instância 1C, a somatória das coordenadas z_i dos blocos foi menor, porém a distribuição de carga ficou desequilibrada. Na Instância 1E, a distribuição de carga está equilibrada, mas a somatória das coordenadas z_i dos blocos é maior. Como minimizar o desequilíbrio na distribuição de carga é mais importante que minimizar as coordenadas z_i dos blocos, a Instância 1D, com os pesos $\delta = 10$, $\varepsilon = 1$, $\theta = 0,1$ e $\varphi = 0,1$, foi a que teve a melhor solução. Portanto, esses foram os pesos definidos para as parcelas da FO nas instâncias dos outros grupos.

Tabela 4 - Análise de sensibilidade

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)		(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
I	δ	ε	θ	φ	Custos (US\$)		Deseq. (kNm)	Tempo (h)	$\sum z_i$ (m)	FO	LB	GAP (%)	
					Afret.	Naveg.							
1A	1	1	1	1	540.000	157.560	8.072,25	1589,93	40,61	707.262,79	699.149,93	1,14708	
1B	1	1	0,01	0,01	-	-	-	-	-	-	697.575,90	-	
1C	5	1	0,01	0,01	540.000	157.560	235,25	1589,93	13,09	3.488.051,28	3.487.815,90	0,00675	
1D	10	1	0,1	0,1	540.000	157.560	0,00	1589,93	25,14	6.975.761,51	6.975.758,99	0,00004	
1E	10	1	0,01	0,01	540.000	157.560	0,00	1589,93	39,12	6.975.616,29	6.975.615,90	0,00001	
1F	1	0,1	0,01	0,01	1.170.000	214.326	0,00	2110,01	0,00	1.384.347,10	697.575,90	49,60975	
1G	1	0,1	0,001	0,001	540.000	157.560	6.541,52	1589,93	48,61	698.215,79	697.561,59	0,09370	
1H	0,1	1	1	1	540.000	204.280	0,00	3071,07	0,00	77.499,07	71.345,93	7,93963	
1I	10	1	10	1	540.000	157.560	0,00	1589,93	34,11	6.991.533,41	6.991.499,33	0,00049	
1J	0,1	1	10	1	540.000	204.280	0,00	3071,07	0,00	105.138,70	84.056,44	20,05186	
1K	0,1	1	10	100	540.000	204.280	0,00	3071,07	0,00	105.138,70	85.655,33	18,53111	
1L	10	1	10	100	540.000	157.560	12.951,40	1589,93	21,62	7.006.612,70	6.991.499,33	0,21570	
1M	10	1	1	1	540.000	157.560	8.521,90	1589,93	49,11	6.985.760,94	6.977.189,93	0,12269	
1N	10	1	1	0,2	540.000	157.560	29,66	1589,93	33,59	6.977.226,31	6.977.189,93	0,00052	

1O	10	1	1	0,5	540.000	157.560	0,00	1589,93	33,06	6.977.206,46	6.977.189,93	0,00024
1P	10	1	0,5	0,5	-	-	-	-	-	-	6.976.394,97	-
1Q	10	1	0,1	0,5	540.000	157.560	11.484,59	1589,93	36,12	6.987.261,64	6.975.758,99	0,16462
1R	1	2	1	10	-	-	-	-	-	-	699.149,93	-
1S	1	1	1	10	540.000	157.560	0,00	1589,93	45,11	699.601,03	699.149,93	0,06448
1T	2	1	1	2	540.000	157.560	8.443,53	1589,93	30,12	1.405.213,70	1.396.709,93	0,60516

Fonte: o autor.

A Tabela 5 apresenta os resultados de execução do CPLEX obtidos para as instâncias dos grupos 2 a 7. Obteve-se solução ótima para as instâncias do Grupo 2, Grupo 3, Grupo 5 e para a Instância 7A. Foi obtido *gap* inferior a 5% para as instâncias do Grupo 4, para a Instância 6A e para a Instância 7B. Para a Instância 7D o *gap* foi de 20,6% e para as instâncias 7C e 7E, o CPLEX não encontrou nenhuma solução factível durante as 24 h de execução, sendo apresentado apenas um valor de LB.

Tabela 5 - Resultados de execução do CPLEX para as instâncias dos grupos 2 a 7

Grupo	Instância	FO	UB	LB	Gap (%)	TE (s)
2	2A	8.891.409,93	8.891.409,93	8.891.409,93	0,000	6.075,38
	2B	16.509.872,06	16.509.872,06	16.509.872,06	0,000	299,34
3	3A	9.563.586,80	9.563.586,80	9.563.586,80	0,000	9,14
	3B	9.563.586,80	9.563.586,80	9.563.586,80	0,000	15,48
	3C	9.563.586,80	9.563.586,80	9.563.586,80	0,000	3,28
4	4A	7.020.866,22	7.020.866,22	6.975.758,91	0,640	28.800,00
	4B	7.020.866,22	7.020.866,22	6.975.758,91	0,640	28.800,00
	4C	7.308.294,56	7.308.294,56	6.975.758,91	4,550	28.800,00
5	5A	6.438.304,57	6.438.304,57	6.438.304,57	0,000	27,48
	5B	7.193.063,82	7.193.063,82	7.193.063,82	0,000	1.122,58
	5C	7.193.064,13	7.193.064,13	7.193.064,13	0,000	1.125,27
6	6A	4.171.509,93	4.171.509,93	4.171.464,87	0,001	86.400,00
	6B	-	-	1.836.810,92	-	86.400,00
7	7A	7.442.130,91	7.442.130,91	7.442.130,91	0,000	1.450,14
	7B	7.523.130,78	7.523.130,78	7.442.131,38	1,080	86.400,00
	7C	-	-	7.646.675,97	-	86.400,00
	7D	8.645.518,54	8.645.518,54	6.864.818,07	20,600	86.400,00
	7E	-	-	7.255.360,82	-	86.400,00

Fonte: o autor.

As instâncias do Grupo 2 testaram o modelo quanto a múltiplas viagens. Na Instância 2A, com múltiplas viagens, foram necessárias duas viagens do navio N2 para transportar as cinco remessas de blocos de granito. O navio N2 foi escolhido por possuir menor custo de afretamento e menor custo por distância navegada em comparação com o N3. Para a Instância 2B, sem múltiplas viagens, também foram

previstas duas viagens, porém uma do navio N2 e outra do N3. A Tabela 6 compara os custos entre as instâncias do Grupo 2. Observa-se que o custo de afretamento e o custo com a distância navegada são menores quando se considera múltiplas viagens.

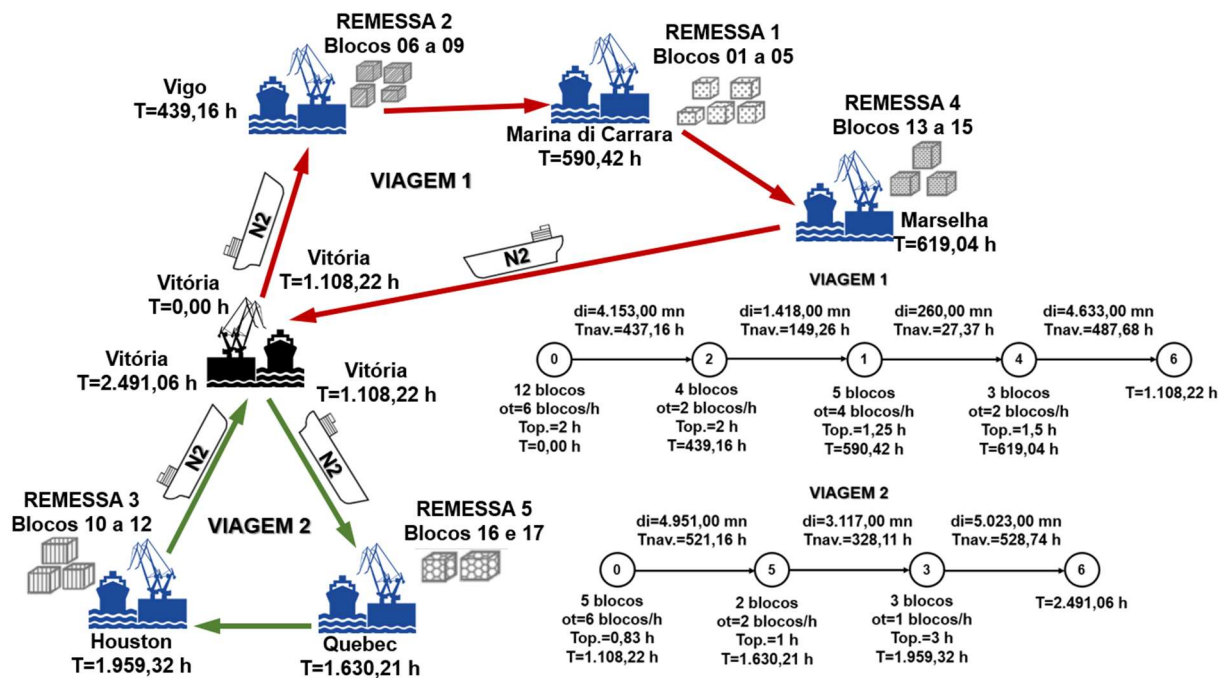
Tabela 6 - Custos nas instâncias do Grupo 2

Instância	Navios usados	Nº viagens	Custos (US\$)	
			Afretamento	Navegação
2A	N2	2	630.000,00	259.105,00
2B	N2, N3	2	1.350.000,00	300.961,00

Fonte: o autor.

A Figura 16 mostra um esquema das duas viagens na instância 2A em que $T_{nav.}$ é o tempo de navegação em horas e d é a distância em milhas náuticas entre dois nós, ot é a taxa de operação e $Top.$ é o tempo de operação em cada porto. Na primeira viagem, o navio N2 começa no momento $T = 0,00$ h a ser carregado com os blocos das remessas 2, 1 e 4 no porto de Vitória (nó 0). Inicia a descarga da remessa 2 no porto de Vigo em $T = 439,16$ h, da remessa 1 no porto de Marina di Carrara em $T = 590,42$ h, da remessa 4 no porto de Marselha em $T = 619,04$ h e retorna para o porto de Vitória (nó 6) em $T = 1.108,22$ h. No mesmo momento, começa a carregar os blocos das remessas 5 e 3 para a segunda viagem. Descarrega a remessa 5 no porto de Quebec no momento $T = 1.630,21$ h, a remessa 3 em Houston em $T = 1.959,32$ h e chega no porto de Vitória (nó 6) em $T = 2.491,06$. Nota-se que o intervalo de tempo entre as duas viagens e possíveis atrasos não foram considerados para fornecer ao planejador o tempo mínimo de transporte.

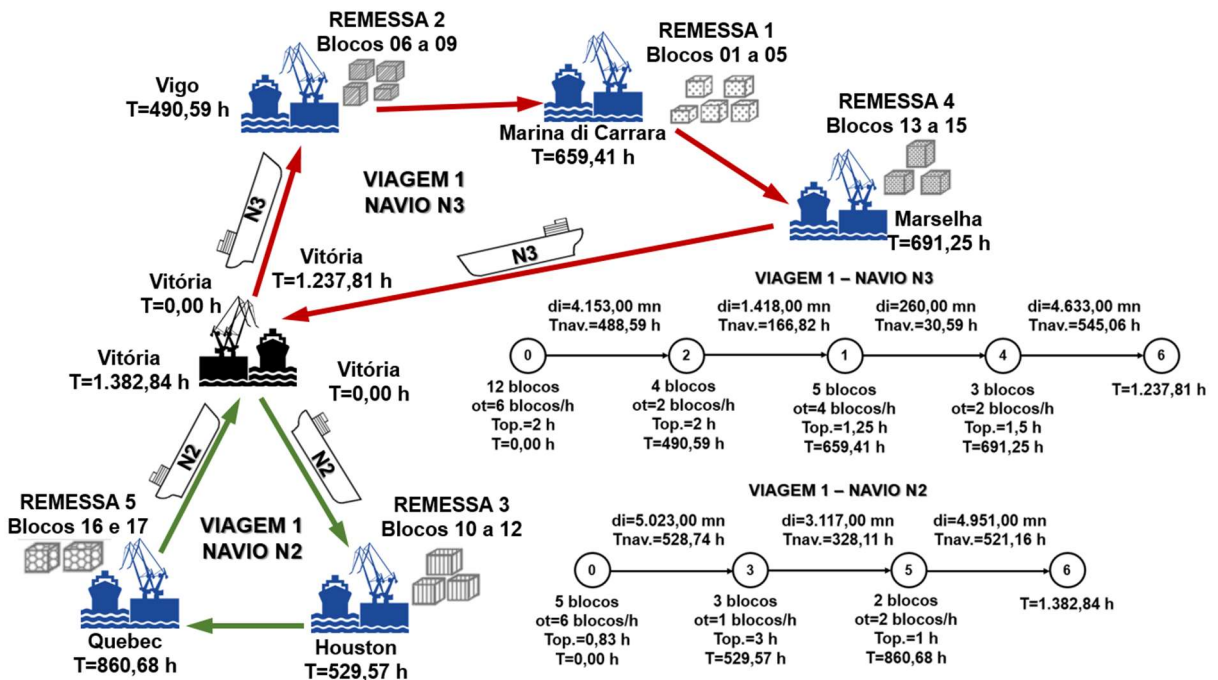
Figura 16 – Esquema das viagens da Instância 2A, com múltiplas viagens



Fonte: o autor.

A Figura 17 mostra um esquema das viagens na instância 2B. O navio N3 começa no momento $T = 0,00$ h a ser carregado com os blocos das remessas 2, 1 e 4 no porto de Vitória (nó 0). Inicia a descarga da remessa 2 no porto de Vigo em $T = 490,59$ h, da remessa 1 no porto Marina de Carrara em $T = 659,41$ h, da remessa 4 no porto de Marselha em $T = 691,25$ h e retorna para o porto de Vitória (nó 6) em $T = 1.237,81$ h. O navio N2 começa a carregar os blocos das remessas 3 e 5 em $T = 0,00$ h. Descarrega a remessa 3 em Houston em $T = 529,57$ h, a remessa 5 no porto de Quebec em $T = 860,68$ h, e chega no porto de Vitória (nó 6) em $T = 1.382,84$.

Figura 17 – Esquema das viagens da Instância 2B, sem múltiplas viagens

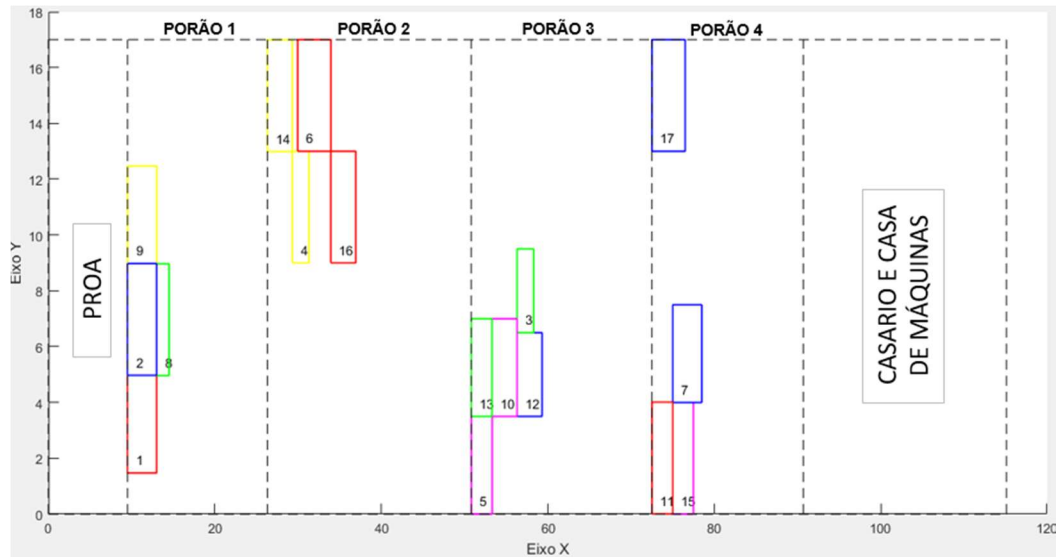


Fonte: o autor.

Os resultados obtidos com essas duas instâncias mostram que o modelo é capaz de representar os contratos de afretamento *Time Charter* em relação às múltiplas viagens durante o período contratado.

Para as instâncias do Grupo 3, o CPLEX gerou resultados conforme o esperado. A Figura 18 mostra uma vista superior da arrumação dos blocos na Instância 3A que minimiza o desequilíbrio na distribuição de carga e considera μ_v . Observa-se uma distribuição de carga completamente equilibrada de proa-popa ($\tau_{vr} = 0$) e bombordo-boreste ($\rho_{vr} = 0$). Porém, os blocos em cada porão foram posicionados mais próximos à proa para equilibrar o toque gerado pelo peso do casario e da casa de máquinas, ambos localizados na popa do navio.

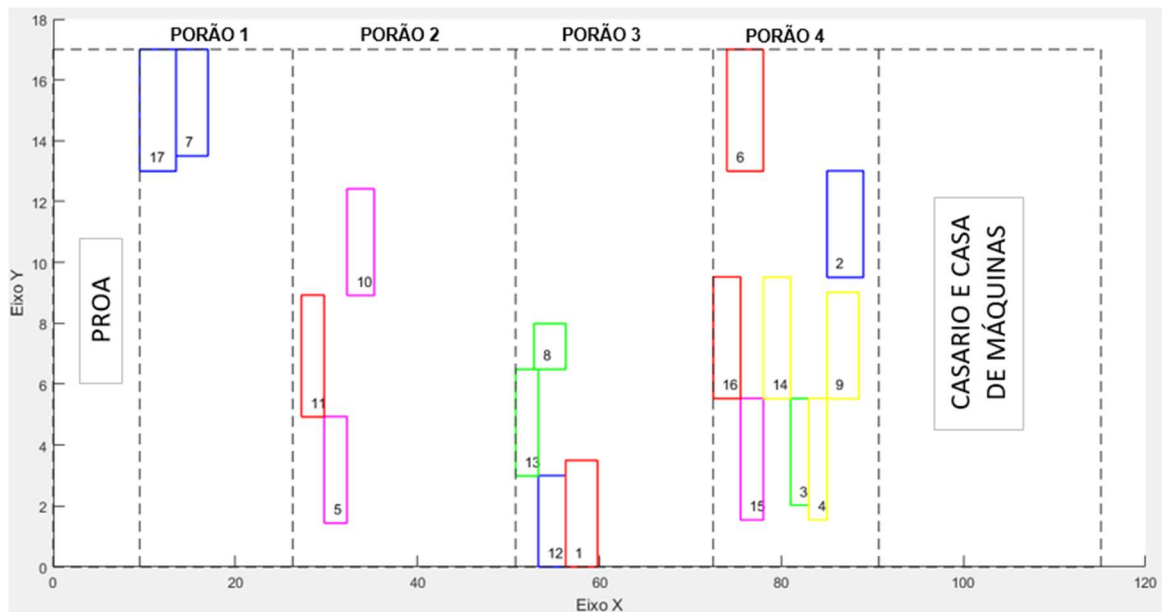
Figura 18 – Arrumação dos blocos na Instância 3A, com $\varepsilon = 1$ e $\mu_v = 272.100 \text{ kNm}$



Fonte: o autor.

A Figura 19 mostra uma vista superior da arrumação dos blocos na Instância 3B que minimiza o desequilíbrio na distribuição de carga, mas não considera μ_v . A distribuição de carga está completamente equilibrada de proa-popa ($\tau_{vr} = 0$) e bombordo-boreste ($\rho_{vr} = 0$). Contudo, como o eixo transversal do navio está na abscissa 57,55 m e não foi contabilizado o torque gerado pelo peso do casario e da casa de máquinas, foram alocados oito blocos no porão 4 para equilibrar o peso dos outros nove blocos alocados nos demais porões, mais próximos à proa.

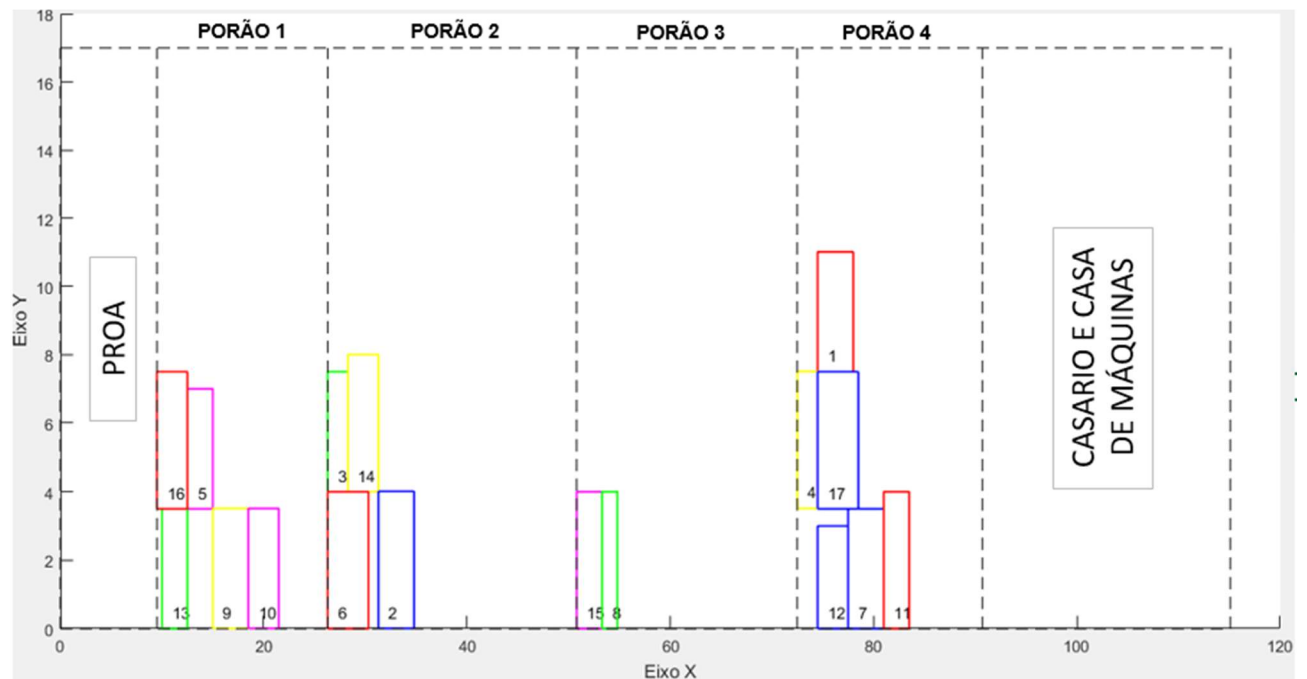
Figura 19 – Arrumação dos blocos na Instância 3B, com $\varepsilon = 1$ e $\mu_v = 0$



Fonte: o autor.

Na Instância 3C, que considera μ_v , mas não minimiza o desequilíbrio na distribuição de carga a bordo, foi calculado um desequilíbrio de 40.767,00 kNm de bombordo-boreste e de 90.910,00 kNm de proa-popa. O desequilíbrio de proa-popa é mais que o dobro do desequilíbrio de bombordo-boreste por conta do torque do casario e da casa de máquinas e porque a distância entre um bloco e o eixo transversal do navio é geralmente maior que sua distância em relação ao eixo longitudinal. Os desequilíbrios são visíveis na Figura 20, que mostra uma vista superior da arrumação dos blocos. Nessa condição, o navio está instável e não pode navegar. Uma arrumação como essa exige manobras de lastro de água, que normalmente são operações demoradas, na tentativa de corrigir o desequilíbrio na distribuição de carga.

Figura 20 - Arrumação dos blocos na Instância 3C, com $\varepsilon=0$ e $\mu_v=272.100$ kNm



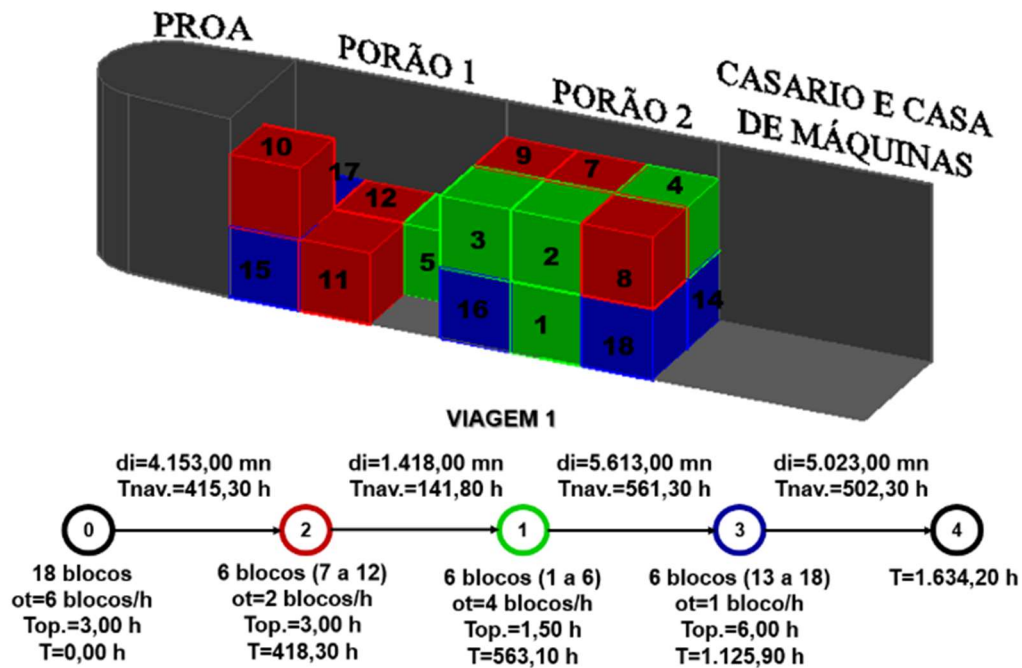
Fonte: o autor.

Os resultados das instâncias do Grupo 3 revelam que o modelo calcula corretamente os desequilíbrios na distribuição de carga de proa-popa e bombordo-boreste, considerando o torque gerado pelo casario e pela casa de máquinas. Além disso, é capaz de minimizar esses desequilíbrios, a fim de evitar manobras de lastro de água no porto de carregamento.

As instâncias do Grupo 4 testaram o modelo quanto à arrumação dos blocos de acordo com a política LIFO. Na Instância 4A, foi possível arrumar todos os 18 blocos em uma

viagem do navio N1. A Figura 21 ilustra a viagem e arrumação dos blocos da Instância 4A. Nota-se que a arrumação foi feita de acordo com a sequência de descarga, obedecendo a política LIFO. Os blocos vermelhos da remessa 2 são os primeiros a sair, depois os blocos verdes da remessa 1 e por fim os azuis da remessa 3.

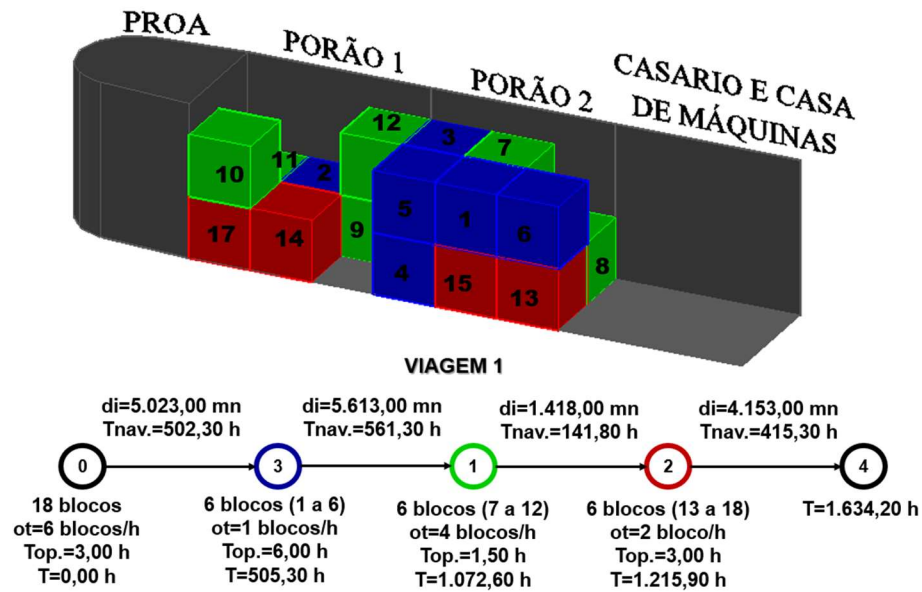
Figura 21 – Viagem e arrumação dos blocos na Instância 4A



Fonte: o autor.

Na Instância 4B, foram alterados os dados do parâmetro pr_{ai} , de modo que os blocos de 1 a 6 passaram a fazer parte da remessa 3, blocos de 7 a 12 foram para a remessa 1 e blocos de 13 a 18 passaram a compor a remessa 2. Também foi necessária apenas uma viagem do navio N1, porém a sequência de descarga foi invertida, como mostrado na Figura 22. Isso aconteceu devido ao fato da matriz de distâncias entre os nós ser simétrica. Logo, a distância navegada é a mesma se a ordem de atracação for invertida. Nota-se que o tempo total da viagem na Instância 4B ($T = 1.634,20 h$) é o mesmo da Instância 4A e que a arrumação dos blocos também obedece a política LIFO. Porém, a arrumação da Instância 4B é diferente da 4A por causa da mudança na sequência de descarga.

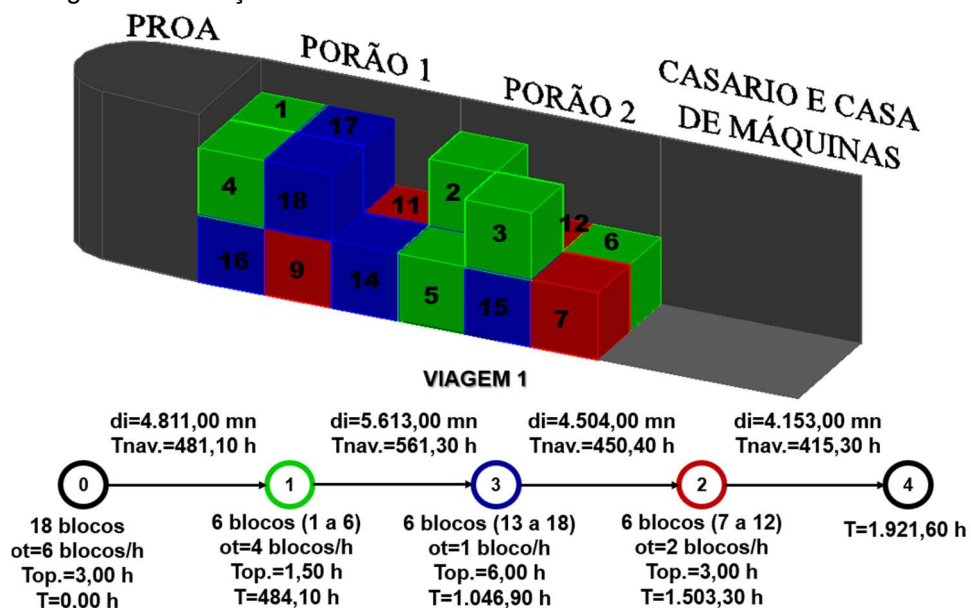
Figura 22 – Viagem e arrumação dos blocos na Instância 4B



Fonte: o autor.

Na instância 4C, foi necessária uma viagem do navio N1, mas a sequência de descarga foi diferente das demais instância para atender as janelas de tempo para descarga das remessas ($twi_1 = 0$, $twf_1 = 500$, $twi_2 = 500$, $twf_2 = 2.000$, $twi_3 = 500$ e $twf_3 = 2.000$). A Figura 23 mostra que a arrumação dos blocos respeita a sequência de descarga. Primeiro, descarregam-se os blocos verdes da remessa 1, em seguida, os azuis da remessa 3 e, por fim, os vermelhos da remessa 2.

Figura 23 – Viagem e arrumação dos blocos na Instância 4C

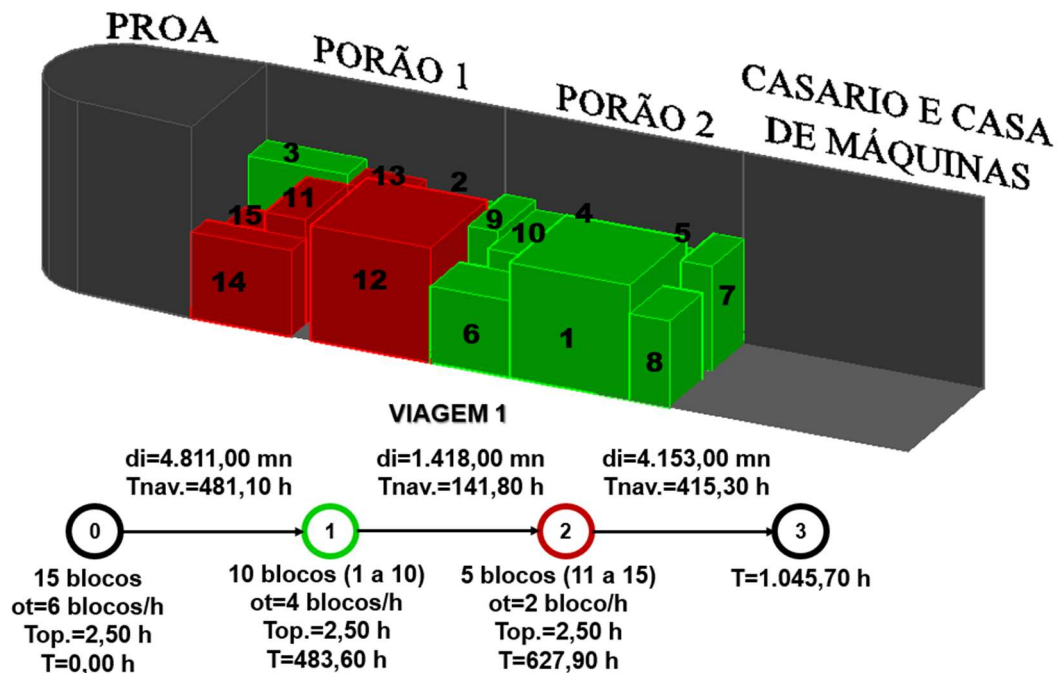


Fonte: o autor.

As três instâncias do Grupo 4 demonstram como a arrumação de carga depende da sequência de descarga, devido à política LIFO. Isso reforça a importância de tratar os problemas de planejamento das viagens e da arrumação de carga de forma integrada.

Os resultados obtidos para as instâncias do Grupo 5 mostraram o impacto da rotação 3D na arrumação dos blocos. Na instância 5A, com rotação 3D, foi possível arrumar todos os 15 blocos em uma viagem do navio N1. O custo com a distância a navegar foi US\$ 103.820,00. A Figura 24 ilustra a viagem e a arrumação dos blocos na Instância 5A. A arrumação respeitou a capacidade em volume e peso dos porões. No porão 1 com capacidade de 27.500 kN, foram colocados sete blocos, totalizando um peso de 13.117,13 kN. No porão 2 também com capacidade de 27.500 kN foram colocados oito blocos, totalizando um peso de 13.149,19 kN. Observa-se ainda que nenhum bloco foi empilhado ($\sum z_i = 0$).

Figura 24 – Viagem e arrumação dos blocos na Instância 5A.



Fonte: o autor.

A Tabela 7 mostra que a variável hz_i tem valor zero para todos os blocos na Instância 5A, ou seja, todos os blocos sofreram rotação 3D e estão com a menor medida paralela ao eixo X ou Y.

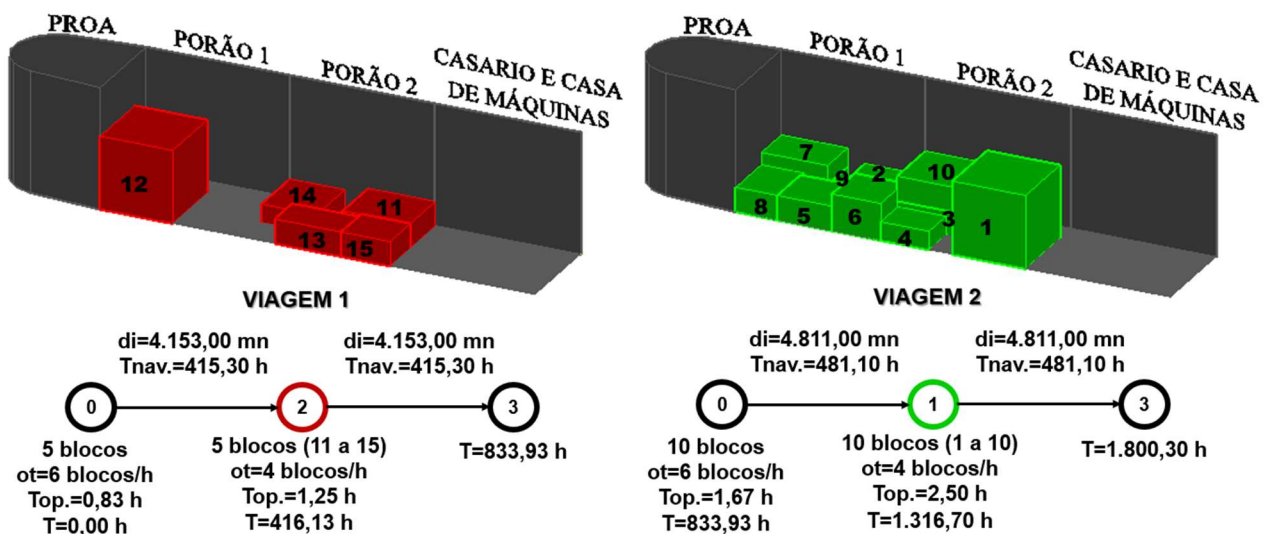
Tabela 7 - Rotação dos blocos na Instância 5A

Bloco	p_i (m)	q_i (m)	o_i (m)	ω_i (kN)	lx_i	ly_i	lz_i	wx_i	wy_i	wz_i	hx_i	hy_i	hz_i
1	6,0	6,0	6,0	6.156,00	0	1	0	0	0	1	1	0	0
2	5,0	4,0	2,0	1.140,00	0	0	1	1	0	0	0	1	0
3	6,0	5,0	2,0	1.710,00	0	0	1	1	0	0	0	1	0
4	4,0	3,0	1,5	513,00	0	0	1	1	0	0	0	1	0
5	4,5	4,0	2,0	1.026,00	0	0	1	1	0	0	0	1	0
6	4,0	4,0	3,0	1.368,00	1	0	0	0	0	1	0	1	0
7	5,5	3,5	1,5	822,94	0	0	1	0	1	0	1	0	0
8	4,5	3,5	2,0	897,75	0	0	1	0	1	0	1	0	0
9	5,5	4,0	1,5	940,50	0	0	1	0	1	0	1	0	0
10	5,0	5,0	2,0	1.425,00	0	1	0	0	0	1	1	0	0
11	5,5	4,5	2,0	1.410,75	0	0	1	0	1	0	1	0	0
12	6,0	6,0	6,0	6.156,00	0	1	0	0	0	1	1	0	0
13	5,5	3,0	2,0	940,50	0	0	1	1	0	0	0	1	0
14	5,0	4,5	1,5	961,88	1	0	0	0	0	1	0	1	0
15	4,0	3,5	2,0	798,00	0	1	0	0	0	1	1	0	0

Fonte: o autor.

Na instância 5B, com rotação 2D, foram necessárias duas viagens do navio N1 para transportar os 15 blocos, o que significa maior distância a navegar. Por isso o custo com a distância foi US\$ 179.280,00, maior do que o custo na Instância 5A. A Figura 25 mostra as viagens e a arrumação dos blocos na Instância 5B. Como todos os blocos de uma remessa devem estar na mesma viagem, a remessa 2 ficou na viagem 1 e a remessa 1 na viagem 2. Nota-se que dois blocos foram empilhados na viagem 2, o bloco 10 está sobre o 3 e o bloco 7 está sobre o bloco 9.

Figura 25 – Viagens e arrumação dos blocos na Instância 5B.



Fonte: o autor.

A Tabela 8 mostra que o valor da variável hz_i foi 1 para todos os blocos, enquanto os valores de lx_i , ly_i , wx_i e wy_i variaram. Isso ratifica que ocorreu apenas rotação 2D dos blocos na Instância 5B.

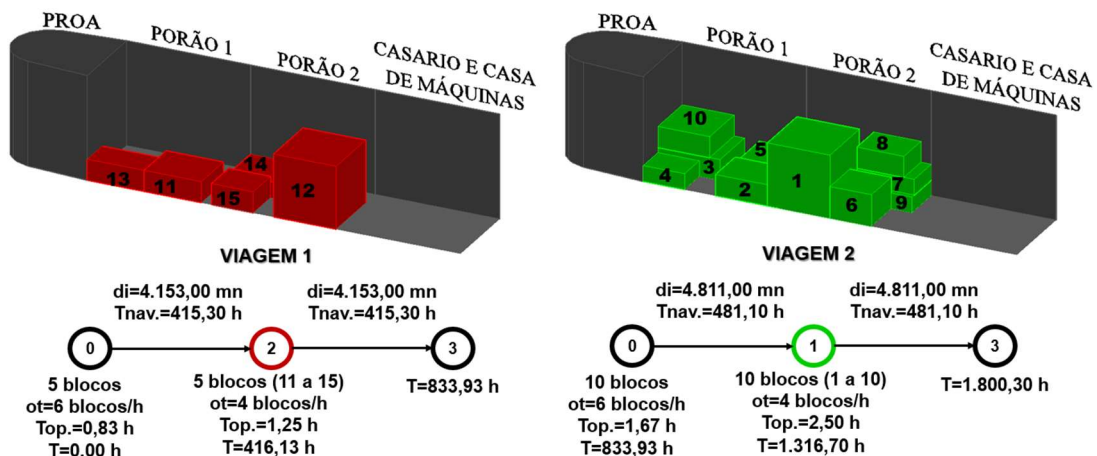
Tabela 8 - Rotação dos blocos na Instância 5B

Bloco	p_i (m)	q_i (m)	o_i (m)	ω_i (kN)	lx_i	ly_i	lz_i	wx_i	wy_i	wz_i	hx_i	hy_i	hz_i
1	6,0	6,0	6,0	6.156,00	0	1	0	1	0	0	0	0	1
2	5,0	4,0	2,0	1.140,00	1	0	0	0	1	0	0	0	1
3	6,0	5,0	2,0	1.710,00	1	0	0	0	1	0	0	0	1
4	4,0	3,0	1,5	513,00	1	0	0	0	1	0	0	0	1
5	4,5	4,0	2,0	1.026,00	1	0	0	0	1	0	0	0	1
6	4,0	4,0	3,0	1.368,00	0	1	0	1	0	0	0	0	1
7	5,5	3,5	1,5	822,94	1	0	0	0	1	0	0	0	1
8	4,5	3,5	2,0	897,75	0	1	0	1	0	0	0	0	1
9	5,5	4,0	1,5	940,50	1	0	0	0	1	0	0	0	1
10	5,0	5,0	2,0	1.425,00	0	1	0	1	0	0	0	0	1
11	5,5	4,5	2,0	1.410,75	1	0	0	0	1	0	0	0	1
12	6,0	6,0	6,0	6.156,00	0	1	0	1	0	0	0	0	1
13	5,5	3,0	2,0	940,50	1	0	0	0	1	0	0	0	1
14	5,0	4,5	1,5	961,88	0	1	0	1	0	0	0	0	1
15	4,0	3,5	2,0	798,00	1	0	0	0	1	0	0	0	1

Fonte: o autor.

Na instância 5C, sem rotação, também foram necessárias duas viagens do navio N1 para transportar os 15 blocos. O custo com a distância a navegar foi US\$ 179.280,00, o mesmo obtido para a Instância 5B. A Figura 26 mostra as viagens e a arrumação dos blocos na Instância 5C. Nota-se que a diferença entre os resultados da Instância 5C e 5B está apenas na arrumação dos blocos. Mais blocos foram empilhados na viagem 2 da Instância 5C. O bloco 8 ficou sobre o 7 que ficou sobre o 9 e o bloco 10 ficou sobre o 3.

Figura 26 – Viagens e arrumação dos blocos na Instância 5C.



Fonte: o autor.

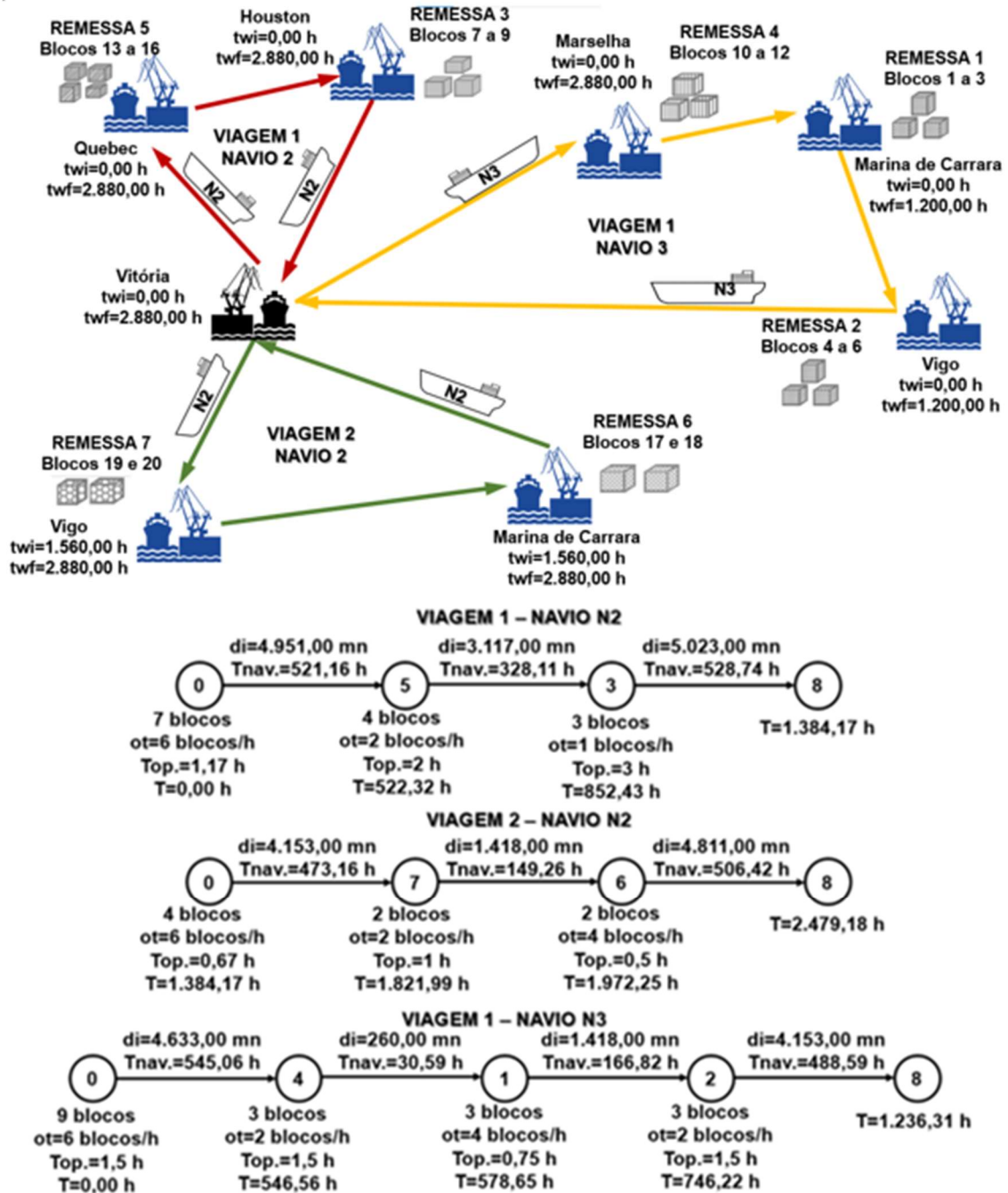
As instâncias do Grupo 5 apontam que, embora não seja uma operação trivial, a rotação 3D dos blocos pode implicar na economia de uma viagem ou até mesmo de um navio. Nesse sentido, o modelo ajuda a decidir se a rotação 3D é vantajosa ou não para cada instância. Além disso, os resultados do Grupo 5 evidenciam que certos arranjos são incapazes de alocar todos os blocos que um navio suporta transportar em uma única viagem. Tal fato reforça a importância de planejar as viagens e a arrumação de carga de forma integrada.

As instâncias do Grupo 6 foram executadas com o custo de afretamento nulo a fim de representar o planejamento durante a execução dos contratos *Time Charter*, haja visto que o custo de afretamento dos navios contratados é fixo e busca-se então reduzir o custo com a distância navegada. A Figura 27 apresenta um esquema das viagens da Instância 6A. Foi priorizado o navio N2, de maior velocidade e menor custo por distância navegada, que fez duas viagens. Na primeira viagem, o navio N2 começa no momento $T = 0,00$ h a ser carregado com os blocos das remessas 5 e 3 no porto de Vitória (nó 0). Inicia a descarga da remessa 5 no porto de Quebec em $T = 522,32$ h, da remessa 3 no porto de Houston em $T = 852,43$ h e retorna para o porto de Vitória (nó 8) em $T = 1.384,17$ h. No mesmo momento, começa a carregar os blocos das remessas 7 e 6 para a segunda viagem. Descarrega a remessa 7 no porto de Vigo no momento $T = 1.821,99$ h, a remessa 6 no porto Marina de Carrara em $T = 1.972,25$ h e chega no porto de Vitória (nó 8) em $T = 2.479,18$ h.

O navio N3 fez apenas uma viagem, iniciando no momento $T = 0,00$ h o carregamento dos blocos das remessas 4, 1 e 2 no porto de Vitória (nó 0). A descarga da remessa 4 no porto de Marselha começa em $T = 546,56$ h, da remessa 1 no porto Marina de Carrara em $T = 578,65$ h, da remessa 2 no porto de Vigo em $T = 746,22$ h e retorna para o porto de Vitória (nó 8) em $T = 1.236,31$ h. Ao subtrair o momento de chegada no porto de Vitória do navio N2 na segunda viagem ($T = 2.479,18$ h) pelo momento de chegada do navio N3 ($T = 1.236,31$ h), nota-se que o navio N3 fica ocioso 1.242,87 h. Observa-se ainda que foram respeitadas todas as janelas de tempo para operação, definidas pelos parâmetros twi_α e twf_α . Os portos de Vigo e Marina de Carrara foram visitados duas vezes, porém para descarga de remessas diferentes. Isso ocorre quando as janelas de tempo para descarga dos blocos com destino ao mesmo porto são intervaladas de modo que não é possível definir uma única remessa. As remessas

com destino ao mesmo porto de descarga devem ser transportadas em viagens distintas como visto na Figura 27.

Figura 27 - Viagens da Instância 6A

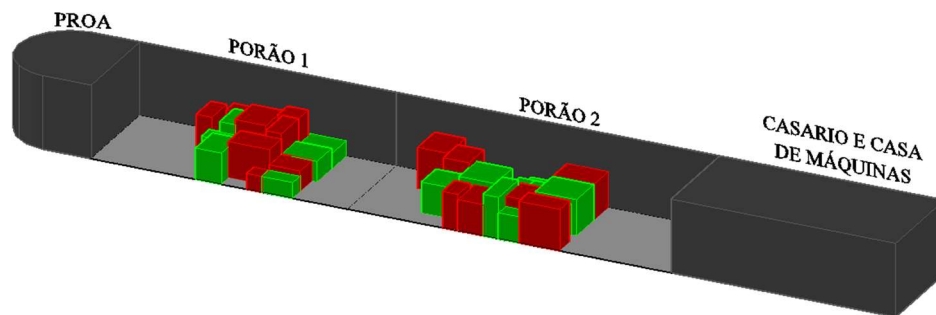


Fonte: o autor.

O CPLEX não encontrou solução para a Instância 6B com 30 blocos em 10 remessas durante as 24 h de execução.

As instâncias do Grupo 7 tiveram o objetivo de testar o desempenho do modelo quando se aumenta o número de blocos a transportar. Para a Instância 7A, com 30 blocos em 2 remessas, o CPLEX obteve solução ótima em menos de 25 minutos de execução (TE=1.450,14 s). Foi necessária apenas uma viagem do navio N2 para o transporte. Logo, não é preciso afretar o navio N3, que tem maior custo, para transportar essas remessas. A Figura 28 mostra a arrumação dos blocos da Instância 7A com uma distribuição de carga completamente equilibrada e sem nenhum bloco empilhado.

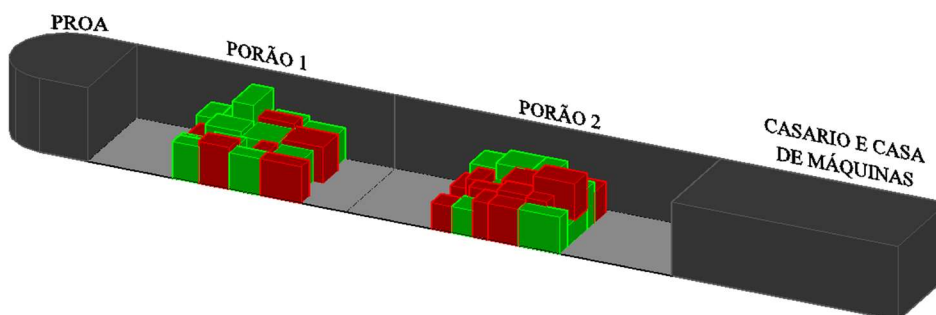
Figura 28 - Arrumação dos blocos na viagem da Instância 7A



Fonte: o autor.

Para a Instância 7B, com 40 blocos divididos em 2 remessas, foi encontrada solução com *gap* de 1,08% dentro das 24 h de execução. Também foi necessária apenas uma viagem do navio N2 para o transporte. A Figura 29 mostra a arrumação dos blocos da Instância 7B com três blocos empilhados e um desequilíbrio de proa-popa de 80.998,24 kNm. Ressalta-se que os blocos vermelhos da remessa 2 são descarregados antes dos verdes e, portanto, a política LIFO foi respeitada.

Figura 29 - Arrumação dos blocos na viagem da Instância 7B



Fonte: o autor.

Para a Instância 7C, com 50 blocos e 2 remessas, o CPLEX obteve apenas um LB igual 7.646.675,96. Não foi encontrada solução factível durante as 24 h de execução.

Já para a Instância 7D, com 50 blocos e uma remessa, foi encontrada solução com *gap* de 20,6%. Para a Instância 7E, com 70 blocos e uma remessa, foi obtido apenas um LB igual a 7.255.360,82 (Tabela 5). Conforme apresentado na Tabela 3, o número de variáveis cresce bastante quando se aumenta o número de blocos. Por isso, o CPLEX tende a não encontrar solução factível em um tempo de execução aceitável para instâncias com grande quantidade de blocos.

6 CONCLUSÕES

Esta dissertação trata do problema de planejamento das viagens de navios e arrumação de carga nos porões para a exportação de blocos de granito. A exportadora afreta navios de carga geral, por meio de contratos *Time Charter*, nos quais deve arcar principalmente com o custo fixo de afretamento e os custos com a distância navegada no período contratual. Deve-se decidir quais navios afretar para atender a demanda de transporte prevista com o menor custo e, durante os contratos de afretamento, busca-se reduzir os custos com a distância navegada.

Para este problema, foi proposto um modelo matemático inspirado no 3L-CVRP para definir as viagens e a arrumação de carga nos porões de forma integrada, visando minimizar os custos com afretamento e com a distância navegada. O modelo proposto é inovador por considerar de forma conjunta frota heterogênea, janelas de tempo, múltiplas viagens, múltiplos compartimentos, sequência de descarga e rotação 3D na arrumação dos blocos, distribuição equilibrada de carga nos sentidos proa-popa e bombordo-boreste, o que ainda não foi publicado na literatura sobre o 3L-CVRP.

Os resultados dos testes realizados através do *sol/ver* CPLEX revelaram que o modelo é capaz de representar de forma satisfatória o problema de transporte em questão e permitir algumas análises.

Foi demonstrado que o planejamento das viagens e da arrumação de carga deve ser abordado de forma integrada porque a sequência de descarga influencia a arrumação dos blocos devido à política LIFO. Ademais, certos arranjos podem ser incapazes de alocar todos os blocos planejados para uma viagem, mesmo que a capacidade de transporte do navio em peso e volume seja suficiente.

Os blocos de granito possuem medidas variadas, o que dificulta a arrumação nos porões. A rotação 3D, embora não seja uma operação trivial, se mostrou uma alternativa para melhorar os arranjos, podendo até proporcionar a economia de uma viagem ou de um navio. O modelo foi elaborado de modo a auxiliar o planejador a decidir se a rotação 3D é vantajosa ou não para cada instância.

Ao minimizar o desequilíbrio na distribuição de carga nos sentidos proa-popa e bombordo-boreste, foi possível obter arranjos completamente equilibrados de modo a evitar as manobras com água de lastro para manter o equilíbrio do navio no porto de carregamento.

Obteve-se solução ótima para instâncias com até 30 blocos e 2 remessas. Em instâncias reais com mais blocos e mais remessas certamente seria difícil encontrar uma solução via abordagem exata, devido à dificuldade combinatorial própria do problema. Nesse sentido, sugere-se como trabalho futuro o desenvolvimento de um algoritmo computacional para resolver instâncias maiores. Outra sugestão é incorporar no modelo restrições de acesso aos portos de acordo com a carga transportada e o porte do navio. Pode-se fazer um estudo econômico e financeiro de todos os custos envolvidos nos contratos de afretamento *Time Charter* e desenvolver modelos de previsão da demanda por transporte. Por fim, pode-se adaptar o modelo proposto para aplicação em outros tipos de carga e em outros modos de transporte, como o rodoviário e o aéreo.

REFERÊNCIAS

- ABNT. **NBR 6120 - Ações para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro, 2019
- ARAÚJO, E. J.; CHAVES, A. A.; NETO, L. L. S.; AZEVEDO, A. T. Pareto clustering search applied for 3D container ship loading plan problem. **Expert Systems with Applications**, v. 44, p. 50–57, 2016.
- ARPINI, B. P.; ROSA, R. A. Planejamento da logística de suprimento de plataformas *Offshore* por meio de um modelo matemático 2L-CVRP com frota heterogênea e equilíbrio náutico. **Transportes**, v. 23, n. 4, p. 67–78, 2015.
- BALNAUTIC SHIPPING. **MV Rurik**. Disponível em: <<http://www.baltnautic.lt/ships/rurik/>>. Acesso em: 3 mar. 2021.
- BORTFELDT, A.; HOMBERGER, J. Packing first, routing second—a heuristic for the vehicle routing and loading problem. **Computers & Operations Research**, v. 40, p. 873–885, 2013.
- BORTFELDT, A.; WÄSCHER, G. Constraints in container loading - A state-of-the-art review. **European Journal of Operational Research**, v. 229, p. 1–20, 2013.
- BRAEKERS, K.; RAMAEKERS, K.; VAN NIEUWENHUYSE, I. The vehicle routing problem: State of the art classification and review. **Computers & Industrial Engineering**, v. 99, p. 300–313, 2016.
- BRASIL. Ministério da indústria, comércio exterior e serviços. **Comex Stat**. Disponível em: <<http://comexstat.mdic.gov.br>>. Acesso em: 8 dezembro 2019.
- BRÄYSY, O.; GENDREAU, M. Vehicle routing problem with time windows, Part I: Route construction and local search algorithms. **Transportation Science**, v. 39, n. 1, p. 104–118, 2005.
- CATTARUZZA, D. ABSI, N.; FEILLET, D.; VIGO, D. An iterated local search for the multi-commodity multi-trip vehicle routing problem with time windows. **Computers & Operations Research**, v. 51, p. 257–267, 2014.
- CATTARUZZA, D.; ABSI, N.; FEILLET, D. Vehicle routing problems with multiple trips. **A Quarterly Journal of Operations Research**, v. 14, p. 223–259, 2016.
- CESCHIA, S.; SCHAERF, A.; STÜTZLE, T. Local search techniques for a routing-packing problem. **Computers & Industrial Engineering**, v. 66, p. 1138–1149, 2013.
- CHRISTIANSEN, M.; FAGERHOLT, K.; RONEN, D. Ship Routing and Scheduling: Status and Perspectives. **Transportation Science**, v. 38, n. 1, p. 1–18, 2004.
- CHRISTIANSEN, M.; FAGERHOLT, K.; RACHANIOTIS N. P.; TVEIT, I.; ØVERDAL, M. V. A Decision Support Model for Routing and Scheduling a Fleet of Fuel Supply

Vessels. In: Corman F., Voß S., Negenborn R. (eds) Computational Logistics. ICCL 2015. **Lecture Notes in Computer Science**, v. 9335. Springer, Cham.

DELGADO, A. JENSEN, R. M.; JANSTRUP, K.; ROSE, T. H.; ANDERSEN, K. H. A Constraint Programming model for fast optimal stowage of container vessel bays. **European Journal of Operational Research**, v. 220, p. 251–261, 2012.

DONG, Y.; ZHAO, R. Solving steel coil ship stowage-planning problem using hybrid differential evolution. **International Journal of Production Research**, v. 57, n. 18, p. 5767–5786, 2019.

DYCKHOFF, H. A typology of cutting and packing problems. **European Journal of Operational Research**, v. 44, p. 145–159, 1990.

FAGERHOLT, K. Designing optimal routes in a liner shipping problem. **Maritime Policy and Management**, v. 31, n. 4, p. 259–268, 2004.

FAGERHOLT, K.; HVATTUM, L. M.; JOHNSEN, T. A. V.; KORSVIK, J. E. Routing and scheduling in project shipping. **Annals of Operations Research**, v. 207, p. 67–81, 2013.

FAGERHOLT, K.; LINDSTAD, H. Optimal policies for maintaining a supply service in the Norwegian Sea. **Omega**, v. 28, p. 269–275, 2000.

FAZI, S. A decision-support framework for the stowage of maritime containers in inland shipping. **Transportation Research Part E**, v. 131, p. 1–23, 2019.

FILIPPI, L. F. **Estivagem de unidades de celulose via modelo de corte e empacotamento**. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2017.

FONSECA, M. M. **Arte Naval Volume II**. 6 ed. Brasil: Serviço de Documentação da Marinha, 2002.

FUELLERER, G.; DOERNER, K. F.; HARTL, R. F.; IORI, M. Ant colony optimization for the two-dimensional loading vehicle routing problem. **Computers & Operations Research**, v. 36, p. 655–673, 2009.

GENDREAU, M.; IORI, M.; LAPORTE, G.; MARTELLO, S. A tabu search algorithm for a routing and container loading problem. **Transportation Science**, v. 40, n. 3, p. 342–350, 2006.

GUENZANI, A.; GERZELJ, E.; ROSA, R. A.; FRAGA, K. P.; ARPINI, B. P.; SILVA, D. S. Mathematical model for planning the layout and stacking of granite blocks in a maritime terminal. **International Journal of Logistics Systems and Management**, v. 26, n. 4, p. 453–474, 2017.

HOFF, A.; ANDERSSON, H.; CHRISTIANSEN, M.; HASLE, G.; LØKKETANGEN, A. Industrial aspects and literature survey: Fleet composition and routing. **Computers & Operations Research**, v. 37, p. 2041–2061, 2010.

INTRESCO. **Scala**. Disponível em: <<http://www.intresco.com/ship-SCALA>>. Acesso em: 3 mar. 2021.

IORI, M.; MARTELLO, S. Routing problems with loading constraints. **Top**, v. 18, p. 4–27, 2010.

IORI, M.; MARTELLO, S. An annotated bibliography of combined routing and loading problems. **Yugoslav Journal of Operations Research**, v. 23, n. 3, p. 311–326, 2013.

JUNQUEIRA, L.; OLIVEIRA, J. F.; CARRAVILLA, M. A.; MORABITO, R. An optimization model for the vehicle routing problem with practical three-dimensional loading constraints. **International Transactions in Operational Research**, v. 20, p. 645–666, 2013.

KREBS, C.; EHMKE, J. F.; KOCH, H. Advanced loading constraints for 3D vehicle routing problems. **OR Spectrum**, 2021.

LAPORTE, G. Fifty years of vehicle routing. **Transportation Science**, v. 43, n. 4, p. 408–416, 2009.

LI, J.; ZHANG, Y.; MA, J.; JI, S. Multi-Port Stowage Planning for Inland Container Liner Shipping Considering Weight Uncertainties. **IEEE Access**, v. 6, p. 66468–66480, 2018.

MAHVASH, B.; AWASTHI, A.; CHAUHAN, S. A column generation based heuristic for the capacitated vehicle routing problem with three-dimensional loading constraints. **International Journal of Production Research**, v. 55, n. 6, p. 1730–1747, 2017.

MARTÍNEZ, L.; AMAYA C. A. A vehicle routing problem with multi-trips and time windows for circular items. **Journal of the Operational Research Society**, p. 1630–1643, 2012.

MAZIOLI, F. C.; R. A. ROSA; R. G. V. SAGRILLO; L. R. VITORUGO E B. S. NEVES Assessment of the impact of Charter Party clauses and port's characteristics on the port's financial result. **Computers & Industrial Engineering**, v. 128, p. 70-90, 2019.

MIAO, L.; RUAN, Q.; WOGHIREN, K.; RUO, Q. A hybrid genetic algorithm for the vehicle routing problem with three-dimensional loading constraints. **RAIRO - Operations Research**, v. 46, n. 1, p. 63–82, 2012.

MONTANI, C. **XXX Relatório mármore e rochas no mundo 2019 - Dossiê Brasil**. Carrara: Aldus Casa di Edizioni in Carrara, 2019.

MOURA, A. A model-based heuristic to the vehicle routing and loading problem. **International Transactions in Operational Research**, v. 26, p. 888–907, 2019.

MOURA, A.; OLIVEIRA, J. F. An integrated approach to the vehicle routing and container loading problems. **OR Spectrum**, v. 31, n. 3, p. 775–800, 2009

MOURA, A.; OLIVEIRA, J. F.; PIMENTEL, C. A Mathematical Model for the Container Stowage and Ship Routing Problem. **Journal of Mathematical Modelling and Algorithms**, v. 12, p. 217–231, 2013.

ØVSTEBØ, B. O.; HVATTUM, L. M.; FAGERHOLT, K. Optimization of stowage plans for RoRo ships. **Computers & Operations Research**, v. 38, p. 1425–1434, 2011a.

ØVSTEBØ, B. O.; HVATTUM, L. M.; FAGERHOLT, K. Routing and scheduling of RoRo ships with stowage constraints. **Transportation Research Part C**, v. 19, p. 1225–1242, 2011b.

PAQUAY, C.; SCHYNS, M.; LIMBOURG, S. A mixed integer programming formulation for the three-dimensional bin packing problem deriving from an air cargo application. **International Transactions in Operational Research**, v. 23, p. 187–213, 2016.

PARREÑO, F.; PACINO, D.; ALVAREZ-VALDES, R. A GRASP algorithm for the container stowage slot planning problem. **Transportation Research Part E**, v. 94, p. 141–157, 2016.

PEDRUZZI, S.; NUNES, L. P. A.; ROSA, R. A.; ARPINI, B. P. A mathematical model to optimize the volumetric capacity of trucks utilized in the transport of food products. **Gestão e produção**, v. 23, n. 2, p. 350–364, 2016.

PINTO, G. L.; VITORUGO, L. R.; ROSA, R. A.; ARPINI, B. P.; CAPRINI, L. A. Planning the transport of loads to oil platforms considering the arrangement of the loads on the ship's deck. **Computers & Industrial Engineering**, v. 119, p. 289–300, 2018.

POLLARIS, H.; BRAEKERS, K.; CARIS, A.; JANSSENS, G. K.; LIMBOURG, S. Vehicle routing problems with loading constraints: state-of-the-art and future directions. **OR Spectrum**, v. 37, p. 297–330, 2015.

RIBEIRO, G. M.; LORENA, L. A. N. Optimizing the woodpulp stowage using Lagrangean relaxation with clusters. **Journal of the Operational Research Society**, v. 59, p. 600–606, 2008.

ROSA, R. A. **Portos conceitos essenciais: uma visão histórica e técnica**. Espírito Santo: IHGES, 2006.

ROSA, R. A. **Arrumação de blocos de granito em porões de navio**. 2016. 1 fotografia.

ROSA, R. A. **Virador de blocos**. 2020. 1 fotografia.

RUAN, Q.; ZHANG, Z.; MIAO, L.; SHEN, H. A hybrid approach for the vehicle routing problem with three-dimensional loading constraints. **Computers & Operations Research**, v. 40, p. 1579–1589, 2013.

SEAROUTES. **Distance calculator, weather routing & voyage planning**. Disponível em: <<https://classic.searoutes.com/routing/4294968229/4294967594?speed=13&pan>>

ama=true&suez=true&kiel=true&rivers=block&roads=block#>. Acesso em: 30 janeiro 2021.

SILVA, D. S. **Modelo matemático para roteamento de veículos integrado à arrumação de carga em três dimensões aplicado à entrega de encomendas.** Relatório de iniciação científica (Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2016.

SUPRAYOGI; YAMATO, H. Ship Routing Design for the Oily Liquid Waste Collection. **Journal of the Society of Naval Architects of Japan**, v. 190, 2001.

SZLAPCZYNSKA, J.; SZLAPCZYNSKI, R. Preference-based evolutionary multi-objective optimization in ship weather routing. **Applied Soft Computing**, v. 84, 2019

TARANTILIS, C. D.; ZACHARIADIS, E. E.; KIRANOUDIS, C. T. A Hybrid Metaheuristic Algorithm for the Integrated Vehicle Routing and Three-Dimensional Container-Loading Problem. **IEEE TRANSACTIONS ON INTELLIGENT TRANSPORTATION SYSTEMS**, v. 10, n. 2, 2009.

ULIANA, B. C. **Modelo matemático para roteamento de veículos com arrumação da carga em três dimensões considerando a sequência de atendimento da rota.** Projeto de graduação (Engenharia Civil) - Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2019.

UMEDA, T.; KITAMURA, A.; KONISHI, M.; KANAMURA, S.; TAKAMI, S. Optimization search algorithm of allocation planning for strip coils in hold for shipment by using operational know-how. **ISIJ International**, v. 41, n. 5, p. 446–453, 2001.

UNCTAD. **Review of Maritime Transport 2019**. Genebra: United Nations, 2019.

UNCTAD. 50 Years of Review of Maritime Transport, 1968-2018: Reflecting on the past, exploring the future. Genebra: United Nations, 2018.

VEGA-MEJÍA, C. A.; MONTOYA-TORRES, J. R.; ISLAM, S. M. N. Consideration of triple bottom line objectives for sustainability in the optimization of vehicle routing and loading operations: a systematic literature review. **Annals of Operations Research**, v. 273, p. 311–375, 2019a.

VEGA-MEJÍA, C. A.; MONTOYA-TORRES, J. R.; ISLAM, S. M. N. A nonlinear optimization model for the balanced vehicle routing problem with loading constraints. **International Transactions in Operational Research**, v. 26, p. 794–835, 2019b.

WANG, X.; FAGERHOLT, K.; WALLACE, S. W. Planning for charters: A stochastic maritime fleet composition and deployment problem. **Omega (United Kingdom)**, v. 79, p. 54–66, 2018.

WÄSCHER, G.; HAUßNER, H.; SCHUMANN, H. An improved typology of cutting and packing problems. **European Journal of Operational Research**, v. 183, p. 1109–1130, 2007.

WEI, L.; ZHANG, Z.; LIM, A. An adaptive variable neighborhood search for a heterogeneous fleet vehicle routing problem with three-dimensional loading constraints. **IEEE Computational Intelligence Magazine**, p. 18–30, 2014.