UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE UM SISTEMA MISTO DE AÇO E CONCRETO PARA PAREDE DE CONTENÇÃO DE TALUDES

ELVIS MAX PEREIRA

VITÓRIA

2021

ELVIS MAX PEREIRA

ANÁLISE NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DA PAREDE DE CONTENÇÃO DE TALUDE MISTA AÇO-CONCRETO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito necessário para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas

Orientador: Professor Doutor Walnório

Graça Ferreira

VITÓRIA

2021

Ficha catalográfica disponibilizada pelo Sistema Integrado de Bibliotecas - SIBI/UFES e elaborada pelo autor

P436a	Pereira, Elvis Max, 1990- Análise do comportamento estrutural de um sistema misto de aço e concreto para parede de contenção de taludes / Elvis Max Pereira 2021. 92 f. : il.
	Orientador: Walnório Graça Ferreira. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.
	1. Engenharia Civil. 2. Aço - Estruturas. I. Ferreira, Walnório Graça. II. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Tecnológico. III. Título.

CDU: 624

ELVIS MAX PEREIRA

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE UM SISTEMA MISTO DE AÇO E CONCRETO PARA PAREDE DE CONTENÇÃO DE TALUDES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito necessário para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Walnório Graça Ferreira Universidade Federal do Espírito Santo Orientador

Prof^a. Dr^a. Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani Universidade Federal do Espírito Santo Examinadora interna.

Prof. Dr. Romilde Almeida de Oliveira Universidade Federal de Pernambuco Examinador externo.

RESUMO

Durante os anos vários sistemas de contenção de talude foram desenvolvidos, mas ainda se busca otimização dos já existentes e desenvolvimento de novos sistemas que atendam de maneira mais eficiente cada necessidade. Dentre as formas de contenções existentes destaca-se a cortina de perfis metálicos cravados, a qual é executada com cravação de perfis metálicos espaçadas entre si e unidos por pranchas de madeira ou concreto armado. Estas pranchas são responsáveis por distribuírem as cargas provenientes do solo para os perfis. Tendo em vista a estrutura de contenção citada, associado ao fato de que se tratando de estruturas que empregam aço e concreto, o sistema misto traz inúmeras vantagens decorrentes da união destes materiais, foi proposta uma alteração no sistema de contenção de talude já existente de perfis metálicos cravados com placas de distribuição de concreto armado, de forma com que a estrutura trabalhe de maneira mista aco-concreto. Isto faz com que a estrutura resista os esforços solicitantes de maneira conjunta, aproveitando a resistências à compressão do concreto e à tração do aço. Para proporcionar maior facilidade na execução, as pranchas de concreto armado são parcialmente prémoldadas, diminuindo expressivamente a necessidade de formas durante a concretagem. Um roteiro de cálculo foi desenvolvido para o dimensionamento do sistema proposto. Este trabalho objetiva analisar numericamente através do método dos elementos finitos o comportamento estrutural da parede de contenção mista, para isto foi utilizado o software ANSYS. Visando verificar a viabilidade da contenção de talude estudada neste trabalho, uma comparação de resistência foi feita entre o sistema já existente de perfis metálicos cravados e o sistema proposto. Esta pesquisa busca apresentar uma nova possibilidade de contenção de talude, disponibilizando ao meio técnico uma estrutura moderna, onde vários conceitos foram empregados para alcançar eficiência, inovação e aplicar um sistema estrutural já existente numa área ainda pouco estudada.

Palavras-chave: Contenção mista de aço e concreto, talude, análise numérica, comportamento estrutural.

ABSTRACT

Over the years, several forms of earth retaining wall have been developed, but the search for optimization of existing ones and development of new ones that bring more efficiently to each situation is still sought. One of these retaining wall systems is the soldier pile, consisting of nailed steel profiles into the soil spaced apart and joined by timber lagging or reinforced concrete that are responsible for distributing the loads from the earth to the profiles. Taking into consideration this retaining wall structure, associated with the fact that in the case of structures using steel and concrete, the composite system concrete-steel bring advantages from of these materials union, a change was proposed to the existing soldier pile retaining wall system, so that the structure works as steel-concrete composite system. This makes the structure to resist the stresses jointly, taking advantage of the compressive strength of concrete and tensile strength of the steel.

For ease of execution, the reinforced concrete lagging is partially precast, thereby reducing formwork during concreting. A calculation roadmap was developed to design the proposed system. This study aims to analyze numerically through the finite element method the structural behavior of the composite retaining wall using the ANSYS software. In order to verify the structural viability of the retaining wall analyzed in this work, a comparison of strength was made between the existing system of embedded metal profiles and the proposed system. This research seeks to present a new possibility of earth retaining wall, providing the technical environment with a modern structure, where several concepts were employed in the search for efficiency, innovation and application of a system in an area still little studied.

Keywords: Composite retaining wall of steel and concrete, slope, numerical analysis, structural behavior.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- ABNT Associação Brasileira de Normas Técnicas
- ACI American Concrete Institute
- MPa Mega Pascal
- NBR Normas Brasileiras
- a Espessura da região comprimida da laje
- A_a Área de aço do perfil
- A_{af} Área da mesa superior do perfil de aço
- A_{aw} Área da alma do perfil de aço
- A_{cs} Área da seção transversal do conector

 a_{dente} – Distância entre o cento de gravidade da armadura de suspensão ao ponto de aplicação da força F_d

- a_k Distância entre a linha de centro de dois enrijecedores transversais adjacentes
- A_s Área de aço da armadura de tração
- A's área de aço da armadura de compressão
- $A_{S,Tir}$ Área de aço do tirante
- $(A_s/s)_{cost}$ Área de aço de estribos horizontais e verticais no dente Gerber
- A_{SV} Armadura de costura vertical
- A_w Área efetiva de cisalhamento
- b Largura do dente Gerber
- b_{ef} Largura efetiva da mesa de concreto
- bw Base da seção retangular da viga
- d Altura útil do dente Gerber
- d_w Altura útil do perfil
- d_v Altura da seção retangular da viga

- d' Distância da armadura A'_s até o topo da viga
- d₁ Distância do centro geométrico do perfil até a face superior desse perfil
- E_a Empuxo ativo
- f_{bd} Tensão de aderência
- E_p Empuxo passivo
- fcd Resistência de cálculo à compressão do concreto
- f_{ck} Resistência característica à compressão do concreto
- f_{ctd} Resistência à tração do concreto
- $f_{ctk,inf}$ Resistência característica inferior a tração do concreto
- F_d Força vertical aplicada no dente Gerber
- fyd Resistência de cálculo ao escoamento do aço
- f_{ucs} Resistência à ruptura do aço do conector
- H Altura do talude
- h Altura da seção retangular da viga
- H_d Força horizontal aplicada no dente Gerber
- h_F Espessura da laje
- h_w Altura da alma do perfil
- k_a Fator do empuxo ativo
- l_b Comprimento básico de ancoragem
- L_e Comprimento do vão da viga
- LN Linha neutra
- M_d Momento solicitante de cálculo
- R_g Coeficiente do efeito de atuação de grupos de conectores
- R_p Coeficiente para consideração da posição do conector
- R'sd Resultante da força de compressão atuante na armadura

- R_{cc} Resultante da força de compressão atuante no concreto
- R_{st} Resultante à tração na armadura
- Tad Força resultante de tração no perfil
- t_c Altura comprimida da laje de concreto
- t_f Espessura da mesa superior do perfil de aço
- t_w Espessura da alma do perfil
- Vsd Força cortante solicitante de cálculo
- V_{Rd} Força cortante resistente de cálculo
- V_{pl} Valor da força cortante correspondente à plastificação da alma por cisalhamento
- y Profundidade da linha neutra para o diagrama simplificado

 y_t – Distância do centro geométrico da parte tracionada do perfil de aço até a face inferior do perfil

 y_c – Distância do centro geométrico da parte comprimida do perfil de aço até a face superior do perfil

- z Distância entre as resultantes de forças
- x Profundidade da linha neutra
- $\alpha_c \in \lambda_c$ são coeficientes de simplificação do diagrama de tensões do concreto
- β Inclinação do topo do talude

 β_{vm} – Coeficiente igual a 1,00 para vigas biapoiadas

- δ Ângulo de atrito entre o talude e o solo arenoso
- γ Peso específico do solo
- γ_{a1} Coeficiente de ponderação da resistência do material
- γ_c Coeficiente de ponderação da resistência do concreto
- γ_{cs} Coeficiente de ponderação da resistência do conector
- Ø Diâmetro da barra

- φ Ângulo de atrito interno do solo
- λ Parâmetro de esbeltez
- λ_p Parâmetro de esbeltez limite para seções compactas
- λ_r Parâmetro de esbeltez limite para seções semicompactas
- η_i Grau de interação em vigas mistas
- μ Coeficiente de atrito
- ρ Taxa geométrica de armadura do tirante
- $\rho_{w,min}$ Taxa geométrica de armadura mínima

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Variações na sapata de Muro de arrimo de flexão de concreto armado . 2	20
Figura 2 - Seção transversal de uma cortina atirantada	21
Figura 3- Estágios de construção da contenção de perfis metálicos com ancorage	m 22
Figura 4 - Estrutura de contenção por perfis de aço cravado com estaca estabilizado	ra 23
Figura 5 - Estrutura de contenção usando perfil de ancoragem	23
Figura 6 - Muro de contenção utilizando perfil metálico cravado e placas de concre pré-moldado	to 24
Figura 7 - Estrutura de contenção similar a proposta neste estudo	25
Figura 8- Distribuição de tensões do solo	26
Figura 9 - Dente Gerber	29
Figura 10 - Layouts de barra comumente encontradas em lajes RC simplesmen apoiados por meio de mísulas	te 31
Figura 11 - Comportamento simplificado do dente Gerber para sistema biela tiran	te
utilizando ganchos de reforço e armadura de flexão dobrada	31
Figura 12 - Modelo biela tirante simplificado	32
Figura 13 - Diagrama de seção retangular	33
Figura 14 - Variação da deformação para interação completa entre aço e concreto	36
Figura 15 - Geometria LINK180	14
Figura 16 - Geometria REINF264	15
Figura 17 - Geometria BEAM188	15
Figura 18 - Geometria SHELL181	16
Figura 19 - Geometria SOLID65	16
Figura 20 - Geometria SOLID185	17
Figura 21 - Geometria CONTA174	18

Figura 22 - Compressão e tração atuantes na estrutura (deformação e fundação apenas representativas)
Figura 23 - Vista 3d da estrutura de contenção mista
Figura 24 – Vista superior da distribuição dos esforços cortantes: (a) transferência de cortante à mesa do perfil (b) transferência de cortante ao conector de cisalhamento
Figura 25 - Prancha pré-moldada de distribuição 50
Figura 26 - Vista superior da disposição da prancha de concreto pré-moldado 50
Figura 27 - Dados do talude (fundação apenas representativa) 51
Figura 28 - Espaçamento dos perfis 51
Figura 29- Distribuição de esforço de terra (fundação apenas representativa) 52
Figura 30 - Vista superior e lateral do ensaio com carga distribuída da laje A1 e A2
Figura 31 - Ensaio típico
Figura 32 - Locais de utilização do TARGE170 e CONTA174 54
Figura 33 - Modelagem da Laje A1 no Ansys 55
Figura 34 - Detalhamento da armadura (modelagem ANSYS) 56
Figura 35 - Análise de convergência 57
Figura 36 - Validação dos modelos numéricos com ensaios experimentais 58
Figura 37 - Análise dos resultados da simulação 59
Figura 38 - Detalhamento das dimensões da placa de concreto 59
Figura 39 - Detalhamento da modelo biela tirante aplicado ao dente Gerber 60
Figura 40 - Detalhamento da armadura e geometria da placa de concreto 61
Figura 41 - Modelagem da placa de concreto armado 62
Figura 42 - Resistência a cortante e momento da placa de concreto
Figura 43 - Comparação de resistência última ao cisalhamento e ao momento fletor

Figura 44 - Modelagem para estudo da linearidade do concreto armado
Figura 45 - Comparação entre resistência de placa isolada e placa contínua 65
Figura 46 – Dimensões do experimento U3 (mm) 66
Figura 47 - Curva tensão versus deformação adotada para o aço do perfil 68
Figura 48 - Curva tensão versus deformação adotada para o aço dos conectores de cisalhamento e da armadura
Figura 49 - Apresentação do sistema utilizado no ensaio
Figura 50 - Modelo numérico do ensaio experimental U3
Figura 51 - Compatibilização de deslocamento entre conectores de cisalhamento, laje de concreto e viga metálica
Figura 52 - Condições de contorno da viga 71
Figura 53 - Análise de convergência validação mista
Figura 54 - Validação dos modelos numéricos com ensaio experimental da viga U3
Figura 55 - Esforços atuantes no perfil metálico
Figura 56 – Detalhe dos elementos misto do sistema proposto
Figura 57 - Representação gráfica do modelo numérico da contenção mista proposta
Figura 58 - Condições de contorno do conector de cisalhamento
Figura 59 - Discretização da armadura de reforço do painel de concreto
Figura 60 - Condições de contorno da base da contenção
Figura 61 - Condição de contorno de simetria e aplicação de carga
Figura 62 – Estrutura de contenção com 6 metros utilizando sistema misto
Figura 63 - Modelagem perfil isolado 80
Figura 64 – Comparativo entre perfil misto e perfil isolado para estrutura 3 metros 80
Figura 65 – Comparativo entre perfil misto e perfil isolado para estrutura 4 metros 81

Figura	66 – Comparativo entre perfil misto e perfil isolado para estrutura 5 metros	81
Figura	67 – Comparativo entre perfil misto e perfil isolado para estrutura 6 metros	81
Figura	68 – Comparativo entre perfil misto e perfil isolado para estrutura 7 metros	82
Figura	69 – Comparativo entre perfil misto e perfil isolado para estrutura 8 metros	82
Figura	70 – Comparativo entre perfil misto e perfil isolado para estrutura 9 metros	82
Figura	71 - Tensão no concreto no sentido do eixo Z	83
Figura	72 - Comparativo de Contenção Mista e Contenção Isolada	84

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Contextualização	16
1.2	Justificativa	17
1.3	Objetivos	18
1.3.1	Objetivo geral	18
1.3.2	Objetivos específicos	18
2	REVISÃO EXPLORATÓRIA DE LITERATURA	19
2.1	Estruturas de contenção	19
2.1.1	Muro de arrimo por gravidade	19
2.1.2	Muros de flexão	20
2.1.3	Cortina atirantada	20
2.1.4	Perfil de aço cravado	21
2.1.5	Novas estruturas de contenção	22
2.2	Sistema de contenção misto aço-concreto	25
2.2.1	Solicitações do solo	26
2.2.2	Placas de concreto	28
2.2.3	Viga mista	35
2.2.4	Análise Numérica	41
3	ABORDAGEM METODOLÓGICA	43
3.1	Elementos finitos utilizados	44
3.1.1	Link 180	44
3.1.2	Reinf 264	44
3.1.3	Beam 188	45
3.1.4	Shell 181	46
3.1.5	Solid 65	46
3.1.6	Solid 185	47
3.1.7	Conta 174 e Targe 170	47
3.2	Definição da contenção mista aço-concreto	48
3.3	Estudo da contenção mista proposta	50
3.3.1	Esforços solicitantes de terra	51

3.3.2	Análise da placa de concreto armado	52
3.3.3	Análise do sistema misto	66
4	DISCUSSÕES DE RESULTADOS	83
5	CONCLUSÕES FINAIS	85
6	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	87
7	REFERÊNCIAS	88

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

Acidentes relacionados a deslizamento de terra têm sido um problema social que traz danos irreparáveis à população. No Brasil desastres naturais se tornaram uma grande preocupação, sendo estes derivados principalmente da dinâmica externa do solo, como no caso do escorregamento de terra (TOMINAGA *et al.* 2009). Kobiyama *et al.* (2006) diz que os estados brasileiros mais afetados por escorregamento de terra são: Santa Catarina, Paraná, São Paulo, Rio de Janeiro, Minas Gerais, Espírito Santo, Bahia, Sergipe, Alagoas, Pernambuco e Paraíba.

A construção de elementos de contenção de talude de forma irregular também tem se mostrado um problema no Brasil, pois segundo levantamento do IPMET (Instituto de Pesquisas Meteorológicas) foram registrados pela Defesa Civil no período entre janeiro de 2000 a outubro de 2019 cerca de 720 ocorrências ligadas a quedas de muros.

Gerscovich (2016) diz que a ruptura do talude se dá pela formação de uma superfície de cisalhamento contínuo da massa de solo. Os mecanismos deflagradores, métodos de análises e as possibilidades de contenção de talude vêm sendo pesquisados e aprimorados à décadas.

Visando diminuir o risco de escorregamento de encostas, diversos métodos de contenção foram desenvolvidos no decorrer dos anos, como por exemplo o muro de arrimo de flexão, gabião, muro de gravidade e muro de alvenaria armada (PONS *et al.* 2018).

Além das contenções citadas acima, outra necessidade a ser atendida se apresenta em escavações profundas para execução de subsolos em edificações, pois são imprescindíveis elementos que gerem estabilidade do talude durantes estas escavações. Visando atender essa demanda o sistema de perfil metálico cravado veio como solução a ser empregada com esse objetivo (COUTTS *et al.* 2001). Com o passar dos anos estudos sobre a contenção de perfis metálicos começaram a ser desenvolvidos, buscando alcançar alturas mais elevadas, sistemas permanentes e otimização. Elementos de ancoragem, pranchas de distribuição de esforços mais duráveis e placas de concreto pré-moldados foram algumas alterações aplicadas à estrutura.

Um dos aspectos a se destacar nas estruturas de contenção de talude é que sua maior finalidade visa combater os esforços de flexão solicitantes provenientes da carga de terra. Esses momentos em estruturas de perfis metálicos cravados são resistidos predominantemente por esses perfis, tendo em vista que as pranchas de distribuição, como seu próprio nome sugere, têm como finalidade distribuir os esforços para os perfis.

Baseado no sistema de contenção de talude por perfis cravados e sabendo que uma de suas versões utiliza pranchas de distribuição de concreto armado, viu-se a possibilidade de aplicação de um sistema que pudesse aproveitar com maior eficiência os elementos estruturais empregados. Fakury *et al.* 2016 ressaltam que em se tratando de estruturas compostas por perfis metálicos e concreto armado, os sistemas mistos aço e concreto se tornam muito eficientes. Um dos elementos que utiliza esse sistema é a de viga mista, em que o concreto trabalha conjuntamente com o perfil de aço combatendo os esforços provenientes dos momentos fletores.

Buscando aproveitar à resistência do concreto à compressão e a resistência do aço à tração, propõe-se a modificação do sistema usual de perfil metálico cravado, fazendo alterações em sua geometria e adicionando conectores de cisalhamento para compor um sistema misto de aço e concreto. Para alcançar eficiência de execução o estudo abordará a utilização de elementos pré-moldados de concreto armado, facilitando e agilizando a execução do sistema estrutural.

1.2 Justificativa

Visando a necessidade de conter taludes com eficiência, segurança e baixo custo, associado ao fato de que modificações na estrutura de perfis metálicos cravados vem sendo desenvolvidas, propostas de alterações neste sistema de contenção buscando alcançar mais eficiência e otimização estrutural se mostram relevantes. Além de trazer inovação, este estudo proporcionará ao meio técnico mais uma possibilidade para estruturas de contenção de taludes, disponibilizando uma análise detalhada do comportamento estrutural de paredes de contenção em sistema misto aço e concreto.

Outro ponto importante a se destacar é a inserção do sistema misto numa área ainda pouco explorada, pois estruturas similares às da proposta neste trabalho já vêm sendo aplicadas, mas poucos dados técnicos e teóricos são disponibilizados.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo geral

Objetiva-se com este trabalho analisar numericamente por meio do método dos elementos finitos o comportamento estrutural de um sistema misto de aço e concreto para paredes de contenção.

1.3.2 Objetivos específicos

- Pesquisar estudos mais recentes que abordem estruturas de contenção de talude com foco principal no modelo de perfil metálico cravado e novas estruturas;
- Descrição de métodos de cálculo para dimensionamento de dente Gerber em vigas e lajes pré-moldadas de concreto armado;
- Apresentar metodologia de cálculo e diretrizes de normas brasileiras do dimensionamento de viga mista concreto-aço para perfil compacto com interação completa;
- Exemplificação de modelo de cálculo e desenvolvimento de uma análise numérica do comportamento ao cisalhamento e flexão da placa de concreto armado;
- Propor um modelo de cálculo onde seja possível o dimensionamento estrutural da parede de contenção de talude como sistema misto aço concreto;
- Aplicação da análise numérica para verificação do comportamento estrutural da superestrutura do sistema de contenção mista proposto;
- Comparar o comportamento da estrutura mista com a de perfil metálico isolado para verificar viabilidade do sistema proposto.

2 REVISÃO EXPLORATÓRIA DE LITERATURA

2.1 Estruturas de contenção

A principal finalidade das estruturas de contenção de talude é combater ao empuxo de terra. Moliterno (1994) classifica o empuxo de terra como sendo os esforços exercidos pela terra contra o muro, podendo este ser ativo ou passivo. Empuxo passivo é quando a pressão atua do muro contra a terra e empuxo ativo se dá para as resultantes de pressão que a terra gera contra o muro.

A determinação dos valores destes empuxos pode ser obtida através de vários métodos, destacando-se a teoria de Rankine e a teoria de Coulomb. Com o desenvolvimento dessas teorias foram criados vários métodos de contenção, sendo alguns deles apresentadas a seguir.

Budhu (2013) divide os muros de contenção em duas categorias, sendo uma referente às estruturas rígidas e outra flexíveis. As estruturas rígidas são compostas pelos muros de gravidade ou de peso moldados *in situ*, já os flexíveis são estruturas com elementos longos e esbeltos, podendo ser de madeira, aço, concreto ou misto, podendo contar com a resistência passiva do solo e em alguns casos com ancoragem para a estabilidade.

Para determinação da estabilidade de um muro de contenção vários fatores devem ser verificados, como a resistência à translação, rotação, capacidade de carga, ruptura profunda e percolação. No Brasil a ABNT NBR 11682:2009 apresenta as diretrizes referentes à estabilidade de encostas.

2.1.1 Muro de arrimo por gravidade

Muros de gravidade são elementos dimensionados de maneira que seu peso próprio seja tal que se oponha aos empuxos horizontais de terra. Gercovich *et al.* (2016) diz que estas estruturas geralmente são utilizadas para conter pequenos ou médios desníveis. Este tipo de contenção pode ser construído de pedras, concreto (simples ou armado), gabião, sacos de solo-cimento ou ainda pneus usados.

Um dos muros de gravidade que se destaca entre os demais é o gabião, pois é composto de materiais relativamente simples e se trata de um sistema auto drenante.

Esta característica auto drenante faz com que este sistema seja amplamente utilizado em regiões com alto índice de umidade, como em leitos de rios e córregos.

2.1.2 Muros de flexão

Muros de flexão ou paredes de contenção em balanço são elementos construídos normalmente de concreto armado. Moliterno (1994) diz que este tipo de estrutura apresenta maior facilidade de execução, sendo economicamente vantajoso para alturas iguais ou inferiores a 4,0 metros, destacando que não há restrições técnicas para alturas superiores. Este sistema tem variações principalmente na fundação, como mostra a Figura 1, adequando-se a cada situação.



Inclinação na sapata Dentes de ancoragem **Figura 1** - Variações na sapata de Muro de arrimo de flexão de concreto armado Fonte: Moliterno (1994)

Diferente do sistema de contenção por gravidade, onde somente o peso próprio da estrutura é utilizado para combater o empuxo de terra, aqui a estrutura é dimensionada à flexão. Para combater a tração armaduras de aço são adicionadas, de maneira que a estrutura resista aos momentos fletores provenientes da carga de terra.

2.1.3 Cortina atirantada

Aplicação de ancoragem em elementos de contenção de talude foi essencial para que grandes alturas de contenção de talude fossem executadas. A cortina atirantada é uma estrutura de concreto armado geralmente vertical, que possui uma ancoragem no terreno com comprimento suficiente para atingir a parte estável do solo.

Para tracionar os tirantes é utilizado macaco hidráulico, até que a carga de projeto seja atingida. As cargas desses tirantes atuam contra a parede de concreto, contrapondo o empuxo de terra e garantido assim a estabilidade do solo arrimado. A parede de concreto armado pode ter uma espessura que geralmente varia entre 20cm

a 40cm. A Figura 2 apresenta o detalhamento desse sistema. (GERCOVICH *et al.*, 2016)



Figura 2 - Seção transversal de uma cortina atirantada Fonte: Gercovich *et al.* (2016)

2.1.4 Perfil de aço cravado

Visando disponibilizar no mercado contenções de taludes cada vez mais eficientes e econômicas, as estruturas compostas por perfis metálicos têm se apresentado como uma boa alternativa, ganhando notoriedade no decorrer dos anos.

Estudos voltados à análise e variação de estruturas de contenção utilizando perfis de aço passaram a ganhar maior relevância por volta dos anos 2000, embora essa estrutura já fosse utilizada há anos atrás.

Coutts *et al.* (2001) apresenta a aplicação de um sistema de contenção de talude temporária utilizando perfis de aço de seção 'H', cravados e separados entre si por uma distância média dos seus eixos de 1,3 a 2,0 metros. Estes perfis têm como função principal resistirem aos momentos fletores gerados pela tensão do solo sobre a estrutura. Para fechamento dos espaços entre os perfis foram utilizadas pranchas de madeira, sendo essas responsáveis por distribuir as cargas provenientes do solo aos perfis.

Este tipo de estrutura tem uma forma particular de distribuição de tensão do solo nos elementos estruturais, apresentando-se não uniforme no decorrer da prancha de distribuição e perfis metálicos (VERMEER *et al.* 2001). Hong *et al.* (2003) diz que caso a análise de interação solo estrutura seja feita apenas em 2D, transversalmente à linha

longitudinal da contenção, esta não levará em consideração a diferença de rigidez dos elementos que compõem a estrutura, sugerindo assim uma análise tridimensional para verificações e considerações mais precisas.

Para ganho de altura da estrutura de contenção, pesquisas relacionadas a adição de tirantes foram feitas, como apresenta a Figura 3. Cardoso *et al.* (2006) em seu trabalho faz uma análise dos limites de dimensionamento em caso ancorado, sendo essa contenção executada com concreto entre os espaçamentos dos pilares.



Figura 3- Estágios de construção da contenção de perfis metálicos com ancoragem Fonte: Cardoso *et. al* (2006)

2.1.5 Novas estruturas de contenção

Inovação, sustentabilidade, eficiência e economia são tópicos essenciais quando se trata de pesquisa científica. Seguindo este raciocínio novos modelos de contenção de talude tem ganhado notoriedade. Buscando sustentabilidade e economia, Moreno *et al.* (2017) fazem uma verificação de como a variação do carbono pode influenciar no custo e emissão de CO² de muros de contenção flexíveis de concreto armado. Buscando eficiência Matsui *et al.* (2015) propõe uma modificação no sistema de contenção de pranchas metálicas cravadas, adicionando um perfil I trabalhando em conjunto e assim melhorando sua resistência a momento fletor. Outro modelo inovador de contenção de talude foi apresentado por *Ferdous et al.* (2018), onde é proposto a aplicação de um sistema de contenção polimérico trabalhando conjuntamente com concreto e aço, sendo esses elementos modulares.

Seguindo a tendência de estudo de novas estruturas, variações do sistema de perfis

metálicos cravados foram propostos. Um exemplo é a utilização de estacas estabilizadoras, onde essa variação propõe a adição de uma estaca próxima à parede de contenção principal, sendo estas unidas por vigas de conexão, como apresentado na Figura 4 (SIM *et al.*, 2015).



Figura 4 - Estrutura de contenção por perfis de aço cravado com estaca estabilizadora Fonte: Sim *et al.* (2015)

Outro sistema é apresentado por Seo *et al.* (2016), onde são colocados perfis inclinados associados à estrutura principal, como demonstra a Figura 5.



Figura 5 - Estrutura de contenção usando perfil de ancoragem Fonte: Seo *et al.* (2016)

Os estudos sobre a estrutura de contenção de talude por perfis metálicos têm se mostrado relevantes na atualidade, pois modificações e aperfeiçoamento ainda estão

sendo aplicados. Outro fator que demonstra a atualidade do assunto é o interesse científico em entender melhor o comportamento da interação solo estrutura. Devido às linhas de pesquisas anteriores focarem na análise dessa interação, na sua maioria, com relação a solos argilosos, Georgiadis (2018) faz uma análise da resistência lateral em estruturas de perfis cravados para o caso de areias.

Como visto, as estruturas de contenção de talude têm sido alvo de modificações e melhorias, para assim trabalharem com mais eficiência e qualidade. A estrutura por perfis metálicos cravados ainda se mostra um tema a ser explorado. Exemplo disso é o estudo feito por Moore (2019) que propõe a substituição da prancha de madeira existente entre os perfis metálicos por um material composto com resina, sendo este mais resistente às intempéries, gerando assim mais durabilidade à estrutura.

Outra proposta à estrutura é a utilização de placas de concreto pré-moldadas entre os perfis metálicos, como ilustra a Figura 6. A adição desse elemento de concreto armado gera à estrutura mais durabilidade e o fato de ser pré-moldada mais eficiência na execução (TROMBELI, 2008).



Figura 6 - Muro de contenção utilizando perfil metálico cravado e placas de concreto pré-moldado Fonte: Trombelle (2018)

Quando se trata de estruturas compostas de concreto e perfis metálicos, a maneira mais eficiente de se trabalhar é utilizando sistemas mistos. Nie e Cai (2003) relatam que pontes compostas por sistemas mistos de concreto e aço são projetadas para atingirem maiores vãos, dimensões que não seriam possíveis atingir por sistemas comuns, além de reduzir o custo da execução em cerca de 10%. Este grande ganho se dá pelo fato de o sistema aproveitar melhor a resistência à tração do aço e a resistência à compressão do concreto. Para aplicar este sistema, o perfil de aço é ligado mecanicamente à laje de concreto através de conectores de cisalhamento, geralmente stud bolt (FAKURY *et al.*, 2016).

Tendo em vista que as estruturas de contenção de talude têm como principal objetivo resistirem aos momentos fletores gerados pela carga do solo, pretende-se aplicar o conceito de estrutura mista no já existente sistema de contenção de talude por perfis metálicos cravados. Foi tido como foco principal a superestrutura, ou seja, apenas a parede de contenção, não abordando a parte de fundação, sendo o sistema misto com perfil compacto e interação completa. A Figura 7 mostra uma estrutura similar à proposta neste trabalho executada pela empresa TBH & Associates em Three Rivers Casino - Florence, OR.



Figura 7 - Estrutura de contenção similar a proposta neste estudo Fonte: http://tbhdrill.com/three-rivers-casino/

2.2 Sistema de contenção misto aço-concreto

O sistema de contenção misto abordado neste trabalho abrange diversas áreas de conhecimento. Para determinação dos esforços provenientes do solo foi feita uma breve apresentação das propriedades e aspectos relevantes a este tema. No dimensionamento da parede de distribuição de esforços do solo foi utilizada a teoria

de elementos pré-fabricados de concreto armado. Em seguida aplicado o conceito misto de aço-concreto e o método dos elementos finitos, sendo cada um abordado com maior profundidade a seguir.

2.2.1 Solicitações do solo

Para o cálculo de estrutura de contenção de talude por muros flexíveis de concreto armado, de seção constante, os esforços provenientes do solo são calculados de forma bidimensional, levando em consideração que o formato da carga encontrado neste corte transversal se estenderá da mesma maneira na direção longitudinal do muro, havendo assim apenas variação vertical (GANDOMI *et al.* 2017). No caso de cortinas de contenção por perfis metálicos unidos por prancha de madeira, há a ocorrência de um efeito classificado por Perko e Boulden (2008) como efeito Silo.

Vermeer *et al.* (2001) analisaram dois métodos de distribuição da pressão do empuxo de terra longitudinalmente na estrutura, onde se verificaram esforços em contenções por perfis metálicos espaçados e unidos por pranchas de madeira.

A Figura 8a mostra a pressão de terra atuando uniformemente no painel, já a Figura 8b demonstra uma variação triangular da pressão de terra, concentrando-se com maior intensidade nas proximidades do perfil metálico. Um movimento lateral do solo dentro da cunha de falha existente atrás da prancha de madeira faz com que esta se flexione para fora. A deformação deste elemento gera um efeito arqueado, induzindo assim a redistribuição de tensão em direção a parte mais rígida da estrutura. Em resumo, o efeito silo se deve à diferença de rigidez dos elementos que compõem a estrutura, ou seja, a madeira tem rigidez menor do que o aço, sendo assim os esforços tendem a se concentrar na região do perfil (CALTRANS, 2011).





Na determinação das tensões do solo para a estrutura de contenção proposta será tido como modelo a distribuição longitudinal de tensão uniforme (Carregamento retangular). Como visto anteriormente a diferença de distribuição gerada pelo efeito silo se dá pela deformação da prancha de madeira e sua baixa rigidez, não sendo este o caso estudado, pois será adotada prancha pré-moldada de concreto armado e sua rigidez é significativamente maior que a da madeira.

2.2.1.1 Empuxo ativo e passivo

Caputo *et al.* (2017) dizem que nenhuma teoria geral e rigorosa pôde ser desenvolvida a fim de determinar os empuxos de terra, as existentes são hipóteses simplificadoras, sendo as teorias clássicas formuladas por Rankine e Coulomb.

Segundo Gercovich *et al.* (2016) a solução de Rankine se baseia nas equações de equilíbrio interno do maciço. Com a aplicação de forças na superfície do terreno e o peso próprio da cunha, as tensões externas são geradas. Caputo *et al.* (2017) apresentam a formulação do empuxo ativo e passivo pela teoria de Rankine para solos não coesivos

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 \cos\beta \frac{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi}}{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi}}$$
(2.1)

$$E_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 \cos\beta \frac{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi}}{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi}}$$
(2.2)

sendo E_a o empuxo ativo; E_p empuxo passivo; H a altura do talude; γ peso específico do solo; β inclinação do topo do talude e φ o ângulo de atrito interno do solo.

Já na teoria de Coulomb o terreno é considerado um maciço indeformável, arbitramse superfícies de deslizamento em formato de superfície curva, similar a uma cunha, adjacente à parede. Utilizando as equações de equilíbrio os esforços atuantes em cada cunha são determinados, assim as forças que a estrutura deve exercer sobre o maciço de maneira a provocar o deslizamento da cunha de empuxo passivo podem ser encontradas (GERCOVICH *et al.*, 2016). As equações de empuxo ativo e passivo pela teoria de Coulomb para solos não coesivos são apresentadas nas Equações 2.3 e 2.4.

$$E_{a} = \frac{1}{2} \gamma H^{2} \frac{\operatorname{sen}^{2}(\alpha_{i} + \varphi)}{\operatorname{sen}^{2} \alpha_{i} \operatorname{sen}(\alpha_{i} - \delta) \left[1 + \sqrt{\frac{\operatorname{sen}(\varphi + \delta) \operatorname{sen}(\varphi - \beta)}{\operatorname{sen}(\alpha_{i} - \delta) \operatorname{sen}(\alpha_{i} + \beta)}}\right]^{2}$$
(2.3)

$$E_{p} = \frac{1}{2} \gamma H^{2} \frac{\operatorname{sen}^{2}(\alpha_{i} + \varphi)}{\operatorname{sen}^{2} \alpha_{i} \operatorname{sen}(\alpha_{i} - \delta) \left[1 - \sqrt{\frac{\operatorname{sen}(\varphi + \delta) \operatorname{sen}(\varphi - \beta)}{\operatorname{sen}(\alpha_{i} - \delta) \operatorname{sen}(\alpha_{i} + \beta)}}\right]^{2}$$
(2.4)

Onde α_i é a inclinação da parede de contenção e δ o ângulo de atrito da interface entre a parede de contenção e o maciço de solo. Para o caso de talude sem inclinação no seu topo e parede de contenção vertical, Gerscovich (2016) apresenta a simplificação do empuxo ativo utilizando a teoria de Rankine.

$$E_a = \frac{\gamma H^2 k_a}{2} \tag{2.5}$$

sendo,

$$k_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) \tag{2.6}$$

onde k_a é o fator do empuxo ativo.

2.2.2 Placas de concreto

2.2.2.1 Dente Gerber

Estruturas pré-moldadas tem sido pesquisada há vários anos, exemplo disso é a obra de Mattock e Chan (1979). Nos dias atuais ainda se busca saber mais informações sobre estes elementos construtivos, como demonstra o trabalho de Godycka e Piotrkowski (2012) que teve como objetivo verificar como dentes Gerber de vigas pré-moldadas de concreto armado se comportam quando submetidas a carregamentos inclinados.

No Brasil a ABNT NBR 6118:2014 e ABNT NBR 9062:2017 são as normas regulamentadoras dos requisitos de projeto de elementos pré-moldados de concreto. A ABNT NBR 6118:2014 diz que para o dimensionamento do dente Gerber pode ser utilizado o processo similar ao consolo, devendo atender aos seguintes critérios: usar

uma inclinação maior da biela do dente Gerber, pois ela deve apoiar a armadura de suspensão que se encontra dentro da viga; visando a ancoragem nas bielas de cisalhamento na viga, deve-se penetrar a armadura principal do dente Gerber na viga; a armadura de suspensão dever ser dimensionada de maneira a suportar a força total F_d aplicada no dente Gerber.

Outra especificação é apresentada pela ABNT NBR 9062:2017, onde $a_{dente}/d \le 0.5$. Para dentes Gerber de concreto tem-se o valor de a_{dente} como sendo a distância entre o cento de gravidade da armadura de suspensão ao ponto de aplicação da força F_d , e d a altura útil do dente Gerber. A Figura 9 representa o modelo para cálculo dos dentes Gerber.



Figura 9 - Dente Gerber Fonte: ABNT NBR 9062:2017

A ABNT NBR 9062:2017 diz que o esforço horizontal H_d pode ser estimado através da força F_d .

Para o dimensionamento da área de aço do tirante a ABNT NBR 9062:2017 apresenta a equação:

$$A_{S,Tir} = A_{SV} + \frac{H_d}{f_{yd}}$$
(2.7)

$$A_{SV} = \frac{0.8F_d}{f_{yd}\mu} \tag{2.8}$$

sendo $A_{S,Tir}$ a área de aço do tirante; μ é o coeficiente de atrito; f_{yd} a resistência de cálculo ao escoamento do aço e A_{SV} a armadura de costura vertical.

Para verificação da biela de compressão em dente Gerber muito curto, em condições de compressão diagonal, é recomendado adotar uma tensão de cisalhamento τ_{wu}

igual:

$$\tau_{wu} = 3.0 + 0.9\rho f_{yd} \le 0.27 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) f_{cd} \le 8MPa$$
(2.9)

no qual f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto, F_{cd} a resistência de cálculo à compressão do concreto, ρ é a taxa geométrica de armadura do tirante apresentada pela equação:

$$\rho = \frac{A_{S,Tir}}{bd} \tag{2.10}$$

sendo b a largura do dente Gerber e d a altura útil do dente Gerber.

Segundo a ABNT NBR 9062:2017 existe a necessidade de utilização de estribos horizontais e verticais no dente Gerber $((A_s/s)_{cost})$, os quais exercem a função de armadura de cisalhamento, sendo que para dentes Gerber muito curtos determinado por:

$$(A_s/s)_{cost} = 0.5(A_{SV}/d)$$
(2.11)

deve-se salientar que uma taxa mínima de armadura de 0.15b é exigido.

No caso da armadura de suspensão é recomendado que seja constituída preferencialmente por estribos fechados, sendo a área de aço determinada através da equação (ABNT NBR 9062:2017)

$$F_d/f_{yd} \tag{2.12}$$

Não se tem nas normas brasileiras nenhum tópico onde dente Gerber seja aplicado exclusivamente em lajes de concreto armado, mas assim como para lajes maciças de concreto armado, o conceito de vigas pode ser aplicado em lajes.

Gambarova e Monte (2019) trazem o estudo de dois modelos mais utilizados para dimensionamento de dentes Gerber em lajes pré-moldadas. O primeiro aplica o conceito de biela tirante, o mesmo utilizado em cisalhamento de vigas de concreto armado, sendo a geometria do experimento e sua armação apresentada na Figura 10a. O segundo (Figura 10b) é o modelo dimensionado utilizando conceitos de lajes maciças de algumas normas como a ACI (American Concrete Institute) 318 (2014). Os demais modelos apresentados na Figura 10 são variações dos apresentados anteriormente.

Através de ensaios experimentais e análise de cálculos feitas por Gambarova e Monte (2019), chegou-se à conclusão que o modelo de cálculo das bielas tirantes com utilização de ganchos de reforços apresenta maior eficiência e resistência do conjunto estrutural.



Figura 10 - Layouts de barra comumente encontradas em lajes RC simplesmente apoiados por meio de mísulas Fonte: Gambarova e Monte (2019)

Gambarova e Monte (2016) verificou através de ensaios experimentais que o comportamento das trincas no dente Gerber de laje pré-moldada com adição de ganchos de reforço justificam a utilização do conceito de bielas tirantes, como mostra a Figura 11.



Figura 11 - Comportamento simplificado do dente Gerber para sistema biela tirante utilizando ganchos de reforço e armadura de flexão dobrada Fonte: Gambarova e Monte (2019)

Devido a descontinuidade da laje um ponto crítico ao cisalhamento surge, podendo

assim cada região ser estudada segundo a teoria de biela tirante submetida a cargas concentradas (GAMBAROVA e MONTE, 2019).

Mattock (2012) propôs em sua obra um modelo de biela tirante simplificado. Neste modelo (Figura 12) a reação P₁ é derivada do efeito de ancoragem do tirante AD no concreto da viga e uma força de compressão P₂ na biela CD.



Figura 12 - Modelo biela tirante simplificado Fonte: Mattock (2012)

Os valores de comprimento de ancoragem são apresentados pela ABNT NBR 6118:2014 através da equação

$$l_b = \frac{\emptyset f_{yd}}{4f_{bd}} \tag{2.13}$$

sendo l_b o comprimento básico de ancoragem; \emptyset é o diâmetro da barra e f_{bd} a tensão de aderência dado por

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 f_{ctd} \tag{2.14}$$

onde

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \tag{2.15}$$

em que o valor da resistência característica inferior à tração do concreto $f_{ctk,inf}$ para concretos de classes até CA-50 é expresso por

$$f_{ctk,inf} = 0.21 f_{ck}^{2/3}$$
(2.16)

no qual f_{ctd} é o valor de cálculo da resistência à tração do concreto; γ_c o coeficiente de ponderação da resistência do concreto e os coeficientes η_1 , η_2 e η_3 levam em conta

os outros fatores que interferem na resistência da aderência, valores estes dados por

 $\eta_1 = 1,0$ para barras lisas (CA-25 e CA-60 liso);

 $\eta_1 = 1,4$ para barras entalhadas (CA-60 entalhado);

 $\eta_1 = 2,25$ para barras nervuradas (CA-50 e CA-60 nervurado);

 $\eta_2 = 1,0$ para situações de boa aderência;

 $\eta_2 = 0,7$ para situações de má aderência;

 $\eta_3 = 1,0$ para barras com diâmetro menor ou igual a 32 mm;

 $\eta_3 = (132 - \phi)/100$ (com ϕ em mm) para diâmetro maior que 32 mm;

2.2.2.2 Armadura de flexão e cisalhamento

Araújo (2014) apresenta o sistema de cálculo utilizado em vigas de concreto armado para dimensionamento a flexão e cisalhamento, sendo a determinação da área de aço através dos somatórios de esforços apresentados na Figura 13



Fonte: Adaptada de Porto e Fernandes (2015)

podendo assim escrever as equações de equilíbrio de momento através da equação

$$M_d - R'_{sd}(d_v - d') - R_{cclim}Z_{lim} = 0$$
(2.17)

e somatória de forças

$$R_{st} = R'_{sd} + R_{cclim} \tag{2.18}$$

sendo h a altura da seção retangular da viga; b_w a base da seção retangular da viga;

LN a linha neutra; *x* é a profundidade da linha neutra; $\alpha_c \in \lambda_c$ são coeficientes de simplificação do diagrama de tensões do concreto, iguais a 0,85 e 0,80 respectivamente, para concreto de $f_{ck} \leq 50MPa$; *y* é a profundidade da linha neutra para o diagrama simplificado; d_v a altura útil da seção transversal; d' a distância da armadura A'_s até o topo da viga; A_s é a área de aço da armadura de tração; A'_s é a área de aço da armadura de tração; A'_s é a área de aço da armadura de compressão; M_d o momento solicitante de cálculo; R'_{sd} é a resultante da força de compressão atuante na armadura; R_{cc} a resultante da força de torça de compressão atuante na armadura; R_{cc} a resultante da força de compressão atuante na armadura e tração na armadura e *z* a distância entre as resultantes de forças.

Alguns valores de armadura mínima são apresentados pela ABNT NBR 6118:2014, sendo esses valores dados na Tabela 1.

Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas	Elementos estruturais com armadura ativa aderente	Elementos estruturais com armadura ativa não aderente
Armaduras negativas	$ \rho_s \ge \rho_{min} $	$ \rho_s \ge \rho_{min} - \rho_p \ge 0.67 \rho_{min} $	$ \rho_s \ge \rho_{min} - 0.5 \rho_p \ge 0.67 \rho_{min} $
Armaduras negativas de bordas sem continuidade		$ \rho_s \ge 0,67 \rho_{min} $	
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$ \rho_s \ge 0,67 \rho_{min} $	$ \rho_s \ge 0.67 \rho_{min} - \rho_p \ge 0.5 \rho_{min} $	$ \rho_s \ge \rho_{min} - 0.5 \rho_p \ge 0.5 \rho_{min} $
Armadura			
Positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$ \rho_s \ge \rho_{min} $	$ \rho_s \ge \rho_{min} - \rho_p \ge 0,5 \rho_{min} $	$ \rho_s \ge \rho_{min} - 0.5 \rho_p \ge 0.5 \rho_{min} $
Armadura Positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$A_s/s \ge 20$	0% da armadura principal $P_s/s ≥ 0,9 \ cm^2/m$ $ρ_s ≥ 0,5ρ_{min}$	-
onde			
$\rho_s = A_s / b_w h e \rho_p = A_p / b_w h.$			
NOTA Os valores de ρ_{min} são definidos em 17.3.5.2.1			

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

Para determinação da armadura de cisalhamento em vigas de concreto armado a ABNT NBR 6118:2014 lança mão do conceito de biela tirante, o mesmo já

apresentado anteriormente. Vale ressaltar os critérios desta norma com relação a armadura mínima, sendo ela dada para estribos verticais pela equação

$$A_{sw,min} = \rho_{w,min} 100 b_w, \ cm^2/m$$
(2.19)

sendo b_w a dimensão da base da viga e $\rho_{w,min}$ dado pela Tabela 2.

f_{ck} (Mpa) 20 25 30 35 40 45 50 55 60 70	80 9	90
$\rho_{w,min}$ 0,09 0,10 0,12 0,13 0,14 0,15 0,16 0,17 0,17 0,18	0,19 0	0,20

Tabela 2 - Valores de $\rho_{w,min}$ (%) para o aço CA-50

2.2.3 Viga mista

As estruturas de edificações têm se tornado a cada dia mais esbeltas e com vãos mais longos. Quando vãos superiores a 10 metros precisam ser vencidos, estruturas de aço se tornam mais econômicas do que concreto armado. As vigas metálicas eram dimensionadas para suportar todo o peso da laje de concreto e suas cargas, mas por volta de 1950 com o desenvolvimento dos conectores de cisalhamento tornou-se viável conectar a laje à viga metálica, gerando assim um sistema que trabalha similar a viga T que já era utilizado (JOHNSON, 2004).

As vigas mistas podem ser classificadas quanto ao grau de interação. Fakury *et al.* (2016) afirmam que não há interação se a face superior do perfil fica submetido a compressão e a face inferior da laje de concreto submetida a esforços de tração e estes esforços causam encurtamento e alongamento respectivamente, gerando assim deslocamento relativo excessivo entre as faces dos dois elementos. A interação parcial se dá quando o número de conectores de cisalhamento impede apenas uma parte do deslocamento relativo, mas não impedindo totalmente que este trabalho, o número de conectores é suficiente para restringir totalmente o deslocamento relativo entre a superfície do concreto e do perfil metálico. Neste caso forma-se um diagrama tensão deformação com uma única linha neutra, como apresenta a Figura 14, e o momento resistente é dado pela equação

Fonte: Araújo (2014)
$$M_{R,interação\ completa} = Te_c = Ce_c \tag{2.20}$$



Figura 14 - Variação da deformação para interação completa entre aço e concreto Fonte: Fakury *et al.* (2016)

Segundo a NBR 8800:2008, o grau de interação mínimo em vigas mistas biapoiadas de alma cheia pode ser determinado pelo valor η_i , que para casos de perfis de aço componentes da viga mista que tenha mesas de áreas iguais é determinado por:

$$\eta_i = 1 - \frac{E}{578 f_{yd}} (0.75 - 0.03 L_e) \ge 0.40 \text{ para } L_e \le 25m$$
 (2.21)

$$\eta_i = 1 \text{ para } L_e > 25m \text{ (interação completa)}$$
 (2.22)

onde L_e é o comprimento do vão da viga.

A ABNT NBR 8800:2008 aborda apenas os conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça e perfil U laminado ou formado a frio. Após a instalação os conectores de do tipo pino com cabeça devem ter comprimento mínimo de 4 vezes seu diâmetro. Para determinação da resistência de cálculo de um conector de cisalhamento tipo pino com cabeça é adotado o menor valor das seguintes equações

$$Q_{Rd} = \frac{1}{2} \frac{A_{cs} \sqrt{f_{ck} E_c}}{\gamma_{cs}}$$
(2.23)

$$Q_{Rd} = \frac{R_g R_p A_{cs} f_{ucs}}{\gamma_{cs}}$$
(2.24)

sendo o γ_{cs} coeficiente de ponderação da resistência do conector, igual a 1,25 para combinações últimas de ações normais, especiais ou de construção e igual a 1,10 para combinações excepcionais; f_{ck} a resistência característica do concreto à

compressão; A_{cs} é a área da seção transversal do conector; R_g é o coeficiente para consideração do efeito de atuação de grupos de conectores, sendo o valor de 1,0 para caso de conectores na seção transversal soldados diretamente no perfil de aço; R_p o coeficiente para consideração da posição do conector, com valor de 1,0 para caso de conectores na seção transversal soldados diretamente no perfil de aço; R_p o coeficiente para consideração da posição do conector, com valor de 1,0 para caso de conectores na seção transversal soldados diretamente no perfil de aço e f_{ucs} a resistência à ruptura do aço do conector.

Segundo a ABNT NBR 8800:2008 as vigas mistas de alma cheia são classificadas quanto a seção transversal em compactas, semicompactas e esbeltas. Essa classificação se deve ao valor do parâmetro λ dos elementos comprimidos em relação a $\lambda_p e \lambda_r$. As vigas de almas esbeltas são aquelas cujo valor de λ ultrapassa λ_r . Vigas semicompactas tem o valor de λ maior que λ_p , mas não excede λ_r . Para o caso de vigas compactas tem-se que λ não pode ser superior a λ_p e suas mesas devem ser ligadas continuamente à(s) alma(s). Os valores de λ , $\lambda_p e \lambda_r$ são dados por

$$\lambda = \frac{h_w}{t_w} \tag{2.25}$$

$$\lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \tag{2.26}$$

$$\lambda_r = 5,70 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$
(2.27)

onde h_w é a altura da alma do perfil; λ é o parâmetro de esbeltez; λ_p o parâmetro de esbeltez limite para seções compactas; λ_r é o parâmetro de esbeltez limite para seções semicompactas.

Se tratando de vigas mistas em balanço a ABNT NBR 8800:2008 diz que estas devem possuir largura efetiva calculada conforme o método de vigas mistas biapoiadas, entretanto adotando-se para o vão da viga mista o comprimento do balanço. O valor da largura efetiva para cada lado da viga mista deve ser igual ao menor valor dos apresentados a seguir: 1/8 do vão da viga mista, considerado entre linhas de centro dos apoios; 1/2 da distância entre o centro da viga analisada e o centro da viga

adjacente; distância do centro da viga à borda de uma laje em balanço.

Para determinação dos momentos fletores resistentes de cálculo em regiões de momento positivo, para caso de viga mista de alma cheia com interação completa e linha neutra da seção plástica na laje de concreto, inicialmente deve-se atender as seguintes condições prescritas pela ABNT NBR 8800:2008

$$\sum Q_{Rd} \ge A_a f_{yd} \tag{2.28}$$

$$0.85f_{cd}b_{ef}t_c \ge A_a f_{yd} \tag{2.29}$$

sendo b_{ef} a largura efetiva da mesa de concreto; t_c a altura comprimida da laje de concreto e A_a é a área de aço do perfil. Cumprida as condições acima é dado continuidade no cálculo

$$C_{cd} = 0.85 f_{cd} b_{ef} a \tag{2.30}$$

$$T_{ad} = A_a f_{yd} \tag{2.31}$$

$$a = \frac{T_{ad}}{0.85 f_{cd} b} \le t_c \tag{2.32}$$

Com os valores acima é encontrado o momento fletor resistente de cálculo

$$M_{Rd} = \beta_{\nu m} T_{ad} \left(d_1 + h_F + t_c - \frac{a}{2} \right)$$
(2.33)

sendo o valor do coeficiente β_{vm} igual a 1,00 para vigas biapoiadas; d_1 a distância do centro geométrico do perfil de aço até a face superior desse perfil; a é a espessura da região comprimida da laje; T_{ad} é a força resultante de tração no perfil e h_F a espessura da laje da pré-laje pré-moldada de concreto ou a altura das nervuras da laje com fôrma de aço incorporada (caso a laje seja maciça moldada *in loco* o valor de h_F deve ser tomado como zero).

Caso a linha neutra da seção plastificada se encontre no perfil de aço a ABNT NBR 8800:2008 determina que

$$\sum Q_{Rd} \ge 0.85 f_{cd} b_{ef} t_c \tag{2.34}$$

$$A_a f_{yd} \ge 0.85 f_{cd} b_{ef} t_c \tag{2.35}$$

$$C_{cd} = 0.85 f_{cd} b_{ef} t_c (2.36)$$

$$C_{ad} = \frac{1}{2} \left(A_a f_{yd} - C_{cd} \right)$$
 (2.37)

$$T_{ad} = C_{cd} + C_{ad} \tag{2.38}$$

para determinação da posição da linha neutra da seção plastificada medida do topo do perfil de aço, a ABNT NBR 8800:2008 apresenta:

se $C_{ad} \leq A_a f_{yd}$ quer dizer que a linha neutra está na mesa superior, sendo assim

$$y_p = \frac{C_{ad}}{A_{af} f_{yd}} t_f \tag{2.39}$$

se $C_{ad} > A_a f_{yd}$ quer dizer que a linha neutra está na mesa superior, sendo assim

$$y_p = t_f + h_w \left(\frac{C_{ad} - A_{af} f_{yd}}{A_{aw} f_{yd}}\right)$$
(2.40)

$$M_{Rd} = \beta_{vm} \left[C_{ad} (d_w - y_t - y_c) + C_{cd} \left(\frac{t_c}{2} + h_F + d_w - y_t \right) \right]$$
(2.41)

onde t_f é a espessura da mesa superior do perfil de aço; y_t é a distância do centro geométrico da parte tracionada do perfil de aço até a face inferior do perfil; y_c é a distância do centro geométrico da parte comprimida do perfil de aço até a face superior do perfil; d_w é altura total do perfil; t_f é a espessura da mesa superior do perfil de aço; A_{af} é a área da mesa superior do perfil de aço; A_{aw} a área da alma do perfil de aço e h_w é a altura da alma.

Para o dimensionamento das vigas mistas à força cortante deve-se ter

$$V_{sd} \le V_{Rd} \tag{2.42}$$

onde V_{sd} é a força cortante solicitante de cálculo e V_{Rd} é a força cortante resistente de cálculo. Para seções I, H e U fletidas em relação ao eixo perpendicular a ABNT NBR 8800:2008 apresenta a equações

- para
$$\lambda \le \lambda_p$$
 $V_{Rd} = \frac{V_{pl}}{\gamma_{a1}}$ (2.43)

- para
$$\lambda_p < \lambda \le \lambda_r$$
 $V_{Rd} = \frac{\lambda_p V_{pl}}{\lambda_{\gamma_{a1}}}$ (2.44)

- para
$$\lambda > \lambda_r$$
 $V_{Rd} = 1,24 \left(\frac{\lambda_p}{\lambda}\right)^2 \frac{V_{pl}}{\gamma_{a1}}$ (2.45)

onde

$$\lambda = \frac{h_w}{t_w} \tag{2.46}$$

$$\lambda p = 1.10 k \nu E f y \lambda_P = 1.1 \sqrt{\frac{k_\nu E}{f_y}}$$
(2.47)

$$\lambda_r = 1.37 \sqrt{\frac{k_v E}{f_y}} \tag{2.48}$$

$$k_{v} = \begin{cases} 5,0 \text{ para almas sem enrijecedores transversais, para } \frac{a_{k}}{h_{w}} > 3 \text{ ou para } \frac{a_{k}}{h} > \left[\frac{260}{(h_{w}/t_{w})}\right]^{2} \\ 5 + \frac{5}{(a_{k}/h_{w})^{2}}, \text{ para todos os outros casos} \end{cases}$$
(2.49)

sendo V_{pl} o valor da força cortante correspondente à plastificação da alma por cisalhamento; t_w a espessura da alma do perfil; γ_{a1} o coeficiente de ponderação da resistência igual a 1,10 e a_k é a distância entre a linha de centro de dois enrijecedores transversais adjacentes.

Para determinação da força cortante referente à plastificação da alma por

cisalhamento tem-se

$$V_{pl} = 0.6A_w f_v \tag{2.50}$$

sendo A_w a área efetiva de cisalhamento, dada por

$$A_w = d_w t_w \tag{2.51}$$

Algumas considerações normativas são feitas para vigas mistas com lajes prémoldadas de concreto armado. A ABNT NBR 8800:2008 diz que as prescrições apresentadas são aplicáveis em vigas mistas com concreto moldada no local sobre pré-laje de concreto pré-moldada, aplicando-se caso: a espessura máxima da pré-laje seja menor ou igual a 75mm; os conectores de cisalhamento tenham altura superior à da pré-laje e que sua armadura de cisalhamento fique abaixo da cabeça do conector; que haja cobrimento lateral de concreto moldado no local de pelo menos 20 mm.

Se tratando de elemento pré-fabricado de concreto, o trabalho de Araújo *et al.* (2015) apresenta uma análise onde ensaios push-out foram realizados para determinar a resistência ao cisalhamento de conectores do tipo pino com cabeça associados a lajes alveolares pré-moldadas de concreto. Vinte testes foram realizados, dentre os quais dois foram sem barra de aço transversal para distribuição de esforços aos conectores e o restante com adição de barras de aço transversal para distribuição de esforços aos de esforços aos conectores. Através dos ensaios pôde-se verificar que no caso de não adição da armadura transversal, há uma ruptura no concreto, mas que em ensaios onde havia uma alta taxa de armadura transversal ocorreu o corte de alguns ou todos os conectores.

Como na estrutura proposta o sistema contém parte pré-moldada de concreto armado, considerações e recomendações da bibliografia foram seguidas.

2.2.4 Análise Numérica

A pesquisa por modelos tridimensionais de elementos finitos se tornou uma ótima ferramenta de análise do comportamento estrutural. Para o caso de viga mista este instrumento tem sido amplamente empregado. Dentre os softwares comerciais

disponíveis será destacado o ANSYS, o qual foi utilizado neste trabalho.

Pesquisas desenvolvidas no ANSYS relacionadas a estruturas mistas concreto-aço têm tido resultados satisfatórios, como apresenta Calenzani *et al.* (2012) através da verificação da flambagem lateral a torção de vigas mistas com alma senoidal. Kodur *et al.* (2012) também enfatizam que a modelagem numérica através do software ANSYS pode simular problemas térmicos e estruturais de vigas mistas, dando resultados satisfatórios.

Queiroz *et al.* (2006) utilizando o ANSYS fizeram a avaliação da conexão de cisalhamento total e parcial em viga mista aço e concreto, comprovando assim a eficiência do software na verificação de carga-deformação, deslizamento longitudinal na interface aço-concreto, forças de cisalhamento transferidas pelos conectores e modo de falha. Para modelagem do perfil metálico foi utilizado o elemento SHELL o qual é recomendado para analisar estruturas de casca moderadamente grossa ou fina. Este elemento é composto de quatro nós, sendo cada um desses nós sujeitos a seis graus de liberdade.

Para modelagem da laje de concreto Queiroz *et al.* (2006) utilizou o elemento SOLID65, elemento designado no software para concreto, contendo oito nós, e propriedades isotrópicas do material. Já para os conectores de cisalhamento tipo pino com cabeça foi utilizado o elemento COMBIN39, sendo este unidirecional com capacidade generalizada não-linear de deflexão.

A maior parte dos estudos referente à vigas mistas analisam estruturas biapoiadas submetida a esforços verticais para baixo, sendo este o modelo estrutural adotado neste trabalho para validação do modelo numérico.

Para compatibilidade do sistema proposto neste trabalho e para mais fidelidade às condições do contorno da estrutura de contenção mista, onde se tem a base engastada e o topo livre, será analisado e feito a validação do modelo numérico através de viga mista em balanço com carga vertical para cima. Experimentos que simulem estas condições de contorno são usualmente voltados a análises de ligação viga-pilar ou estruturas mistas submetidas a cargas sísmicas.

3 ABORDAGEM METODOLÓGICA

Para atingir o objetivo deste trabalho foi feito inicialmente uma pesquisa bibliográfica para coletar informações e dados de referência. Em seguida propõe-se um exemplo numérico modelo com vistas à aplicação de um roteiro de cálculo, para isso uma estrutura modelo foi desenvolvida, sendo sua altura de seis metros, com espaçamento entre os perfis metálicos de dois metros, medido de eixo a eixo. Para composição do roteiro de cálculos houve a determinação dos seguintes dados:

Tensões do solo – Obtidas a partir de material bibliográfico pertinente a área de tensões do solo em estruturas de contenção em geral e específica à estrutura de contenção por perfis de aço cravado, pretende-se demonstrar as equações de determinação de tensões do solo.

Dimensões e armadura das placas de concreto pré-moldado – Verificando as normas Brasileiras já citadas anteriormente e outras bibliografias relacionadas a dimensionamento de estruturas pré-fabricadas, propôs-se o dimensionamento dos elementos que serão responsáveis por transmitir os esforços provenientes do solo para os perfis metálicos. As dimensões e disposições construtivas foram desenvolvidas visando a maior eficiência na execução, sendo levados em consideração o peso do elemento para facilitar o deslocamento do mesmo. Uma análise por meio do método dos elementos finitos foi desenvolvida, modelando a placa de concreto separadamente para melhor detalhamento do comportamento ao cisalhamento e momento fletor.

Dimensões e perfis dos elementos mistos – Para o dimensionamento dos elementos mistos da estrutura, foi restrita à análise para perfis compactos, conectores de cisalhamento flexíveis (stud bolt) e interação completa entre laje e perfil metálico. Os procedimentos de cálculos levarão em consideração as normas brasileiras vigentes e bibliografia referente ao assunto abordado. A análise numérica executada, teve como finalidade a compreensão do comportamento estrutural priorizando os diagramas força versus deslocamento.

Após o cálculo dos elementos estruturais uma análise numérica por meio do software comercial Ansys foi executada, fazendo primeiramente a análise do painel de concreto e posteriormente a parte mista da estrutura.

Com vistas a viabilidade do sistema proposto neste trabalho, um comparativo entre a estrutura já existente de perfil metálico cravado e a estrutura de contenção mista foi feito.

3.1 Elementos finitos utilizados

Para modelagem dos sistemas propostos neste trabalho foram utilizados elementos que compõe a biblioteca do ANSYS, sendo que a definição dos elementos foi baseada nas necessidades do sistema, característica e propriedades dos elementos.

3.1.1 Link 180

Este elemento é composto apenas por dós nós, sendo muito utilizado quando o objetivo é simular barras submetidas a cargas axiais (Figura 15).



Figura 15 - Geometria LINK180 Fonte: Manual Ansys

O LINK180 está sujeito a três graus de liberdade em cada nó, UX, UY e UZ. Sua geometria é determinada com a adição de valor de área transversal. Tendo em vistas todas as propriedades e características do LINK180, o mesmo foi adotado como armadura de reforço do concreto armado.

3.1.2 Reinf 264

Quando a modelagem numérica está sujeita a vários tipos de elementos, algumas inconsistências do modelo podem começar a surgir. Um exemplo é a necessidade de se dividir em vários volumes um elemento de concreto armado para associação do LINK180 com função de armadura de reforço. Uma solução para reduzir às subdivisões de volumes é a utilização de elementos que se mesclem a outros elementos. O REINF264 apresenta esta propriedade, e favorece muito os problemas de instabilidades gerados devido ao grande número de divisões de um volume. Como dito anteriormente o REINF264 tem a função de se integrar à algum outro elemento,

como mostra a



Figura 16 - Geometria REINF264 Fonte: Manual Ansys

Sua quantidade de graus de liberdade e seu número de nós será igual ao do elemento base. O REINF264 foi utilizado como elemento para simulação de barra de reforço do concreto armado quando a solução LINK180 não se mostrou eficiente.

3.1.3 Beam 188

Para simulação dos conectores de cisalhamento um elemento que apresentasse esforções de torção e momento se adequa melhor à realidade dos esforços atuantes no mesmo. Sendo assim o BEAM188 se mostrou o mais adequado tendo em vista seus seis graus de liberdade por nó, sendo eles UX, UY, UZ, ROTX, ROTY e ROTZ (Figura 17).



Figura 17 - Geometria BEAM188 Fonte: Manual Ansys

3.1.4 Shell 181

O elemento SHELL181 (Figura 18) é recomendado para analisar estruturas de cascas finas e moderadamente espessas, sendo composto de quatro nós e seis graus de liberdade para cada nó.



Figura 18 - Geometria SHELL181 Fonte: Manual Ansys

Seus graus de liberdade estão restritos à translação e rotação nas direções X,Y e Z. Este elemento se demonstrou adequado à discretização dos perfis metálicos presentes nas estruturas analisadas.

3.1.5 Solid 65

Com a propriedade de fissurar na tração e esmagar na compressão, o SOLID65 é um elemento muito utilizado para discretizar volumes de concreto, principalmente pela sua capacidade de apresentar as fissuras presentes no sistema devido os esforços solicitantes. Como apresentado na Figura 19, o SOLID65 é composto por oito nós com três graus de liberdade em cada nó.



Figura 19 - Geometria SOLID65 Fonte: Manual Ansys

Para o seu bom desempenho valores de coeficientes de transferência de cisalhamento, tensões de tração e tensões de compressão são dados essenciais.

Tendo em vista suas propriedades, o SOLID65 foi aplicado para simular lajes de concreto armado.

3.1.6 Solid 185

Tendo como composição oito nós com três graus de liberdade em cada nó, o SOLID185 estará sujeito a translações nas direções nodais x, y e z (Figura 20). O elemento tem capacidade de plasticidade, hiperelasticidade, rigidez de tensão, fluência, grande deflexão e grande deformação. Além disso o mesmo tem a possibilidade de formulação mista para simular deformações de materiais elastoplásticos quase incompressíveis e materiais hiperelásticos totalmente incompressíveis. Levando em consideração o já mencionado sobre o elemento e a associação deste com a o método clássico de Drucker-Prager, o SOLID185 se torna um ótimo discretizador para simular elementos de concreto armado.



Figura 20 - Geometria SOLID185 Fonte: Manual Ansys

3.1.7 Conta 174 e Targe 170

Quando existe a interação entre superfícies de elementos distintos, sendo que esta interação está sujeita a um atrito ou aderência entre ambas, o elemento CONTA174 associado ao TARGE170 são ferramentas ideias para simular este contato.



Figura 21 - Geometria CONTA174 Fonte: Manual Ansys

O elemento tem as mesmas características geométricas da face do elemento sólido ou de casca com o qual está conectado, sendo que o contato ocorre quando a superfície do elemento penetra em uma superfície alvo associada. Os elementos CONTA174 e TARGE170 são utilizados neste trabalho para discretizar as regiões de contato entre perfil metálico e laje de concreto armado.

3.2 Definição da contenção mista aço-concreto

O modelo de estrutura proposto neste trabalho busca aproveitar com maior eficiência a resistência dos elementos estruturais. Em estruturas de contenção de talude uma das principais solicitações a serem resistidas são os momentos fletores provenientes das cargas de terra. Estes momentos geram, no caso da estrutura de contenção mista, esforços de tração no perfil e compressão na laje de concreto (neste trabalho o sistema será restrito a este modelo de distribuição de esforços). A Figura 22 a seguir representa como os esforços de compressão e tração atuam na parede de contenção.



A parte de concreto armado foi propositalmente colocada do lado em que a compressão atua na estrutura, sendo assim possível aplicar o conceito de sistema misto aço e concreto, além de garantir ao perfil metálico isolamento ao contato direto com meio externo do lado oposto ao talude. A Figura 23 apresenta uma visão tridimensional da disposição desta estrutura.



Os elementos responsáveis por distribuírem os esforços do solo para os perfis metálicos serão compostos de uma parte situada entre as abas das mesas do perfil e uma parte fora, como apresentado na Figura 24a. A placa de concreto locada entre as abas das mesas do perfil foi determinada de maneira a transferir os esforços cisalhantes diretamente à mesa do perfil, evitando assim que haja risco de colapso da estrutura por arrancamento do elemento de concreto. Como os esforços cortantes são transferidos para o perfil metálico, se a prancha de concreto for colocada externamente ao perfil metálico o cisalhamento será suportado predominantemente pelos conectores de cisalhamento (Figura 24b), sendo esta situação evitada neste trabalho.



Figura 24 – Vista superior da distribuição dos esforços cortantes: (a) transferência de cortante à mesa do perfil (b) transferência de cortante ao conector de cisalhamento Fonte: O autor

A prancha de concreto armado será parcialmente pré-moldada, de maneira a gerar rapidez na execução e diminuição considerável do sistema de forma para concretagem. A Figura 25 apresenta o modelo proposto, onde este tem a parte frontal e posterior pré-fabricada e sua parte central armada para concretagem *in loco*.



Figura 25 - Prancha pré-moldada de distribuição Fonte: O autor

A parte do painel de concreto que ficará frontalmente ao perfil metálico, local onde se encontram os conectores de cisalhamento, não será pré-moldada, como apresenta a Figura 26. Isto se deve a necessidade de interação entre o concreto e os conectores de cisalhamento, sendo assim essa achou-se por bem que esta região fosse destinada a concretagem apenas no local.



Figura 26 - Vista superior da disposição da prancha de concreto pré-moldado Fonte: O autor

3.3 Estudo da contenção mista proposta

Para aplicação prática de um modelo de cálculo foi adotado um talude hipotético com as propriedades apesentados na Figura 27 a seguir.



Os perfis metálicos serão colocados com distâncias de 2 metros, medidos de eixo a eixo da alma dos perfis. A Figura 28 detalha a disposição estrutural.



3.3.1 Esforços solicitantes de terra

Para determinar os esforços solicitantes da terra na estrutura de contenção foi aplicado os conceitos apresentados no item 2.2.1. No caso da distribuição das tensões horizontais achou-se mais adequado a utilização do sistema de distribuição contínuo de tensões.

Com os dados do talude apresentado anteriormente pôde-se calcular os esforços provenientes do solo, como apresenta a Figura 29.

$$k_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{30^\circ}{2}\right) = 0,333$$

O valor da tensão de solo na base do talude é dado por

$$E_a = \gamma h k_a = 18.6.0,333 = 35,64 \ KN/m^2$$



Figura 29- Distribuição de esforço de terra (fundação apenas representativa) Fonte: O autor

3.3.2 Análise da placa de concreto armado

Para melhor entendimento e verificação da proposta de dimensionamento utilizada, uma análise da placa de concreto armado foi desenvolvida separadamente. O objetivo maior é determinar a resistência última do dente Gerber ao cisalhamento, resistência última da placa ao momento fletor e seus deslocamentos.

Buscando maior fidelidade ao sistema analisado, onde foi aplicado para dimensionamento ao cisalhamento o conceito de bielas tirantes simplificado, a validação do modelo foi feita utilizando experimentos que aplicam o mesmo conceito e representam com fidelidade as condições de contorno da placa de distribuição aqui estudada.

Utilizando o trabalho de Gambarova e Monte (2019), onde foram feitos ensaios experimentais de lajes com dentes Gerber, foi validado o modelo de análise. As condições do ensaio realizado estão apresentadas na Figura 30.

As lajes foram executadas com concreto de resistência a compressão $f_c = 39,5 MPa$, aço com tensão média de escoamento $f_y = 520 MPa$. No dente Gerber foi adicionado 16 barras com diâmetro de 10mm, sendo sua extensão de 500mm, o qual 4/5 penetravam no centro da laje e 1/5 no dente Gerber. Para armadura de flexão foram utilizados 6 diâmetros de 14mm dobrados até a parte superior da laje, mais 1 diâmetro de 6mm a cada 120mm. Para armadura de reforço transversal foi adotado 1 diâmetro de 6mm a cada 200mm de extensão de laje.



Figura 30 - Vista superior e lateral do ensaio com carga distribuída da laje A1 e A2 Fonte: Gambarova e Monte (2019)

O carregamento foi aplicado através de um elemento metálico com 1300 mm de comprimento e 60 mm de largura, sendo feito dois tipos de análise, a primeira com a aplicação do carregamento no meio do vão e a segunda com aplicação do carregamento à 260 milímetros da linha de apoio da laje (Figura 30). Os testes foram controlados por deslocamento, sendo que os medidores de deslocamentos foram posicionados imediatamente abaixo da local de aplicação do carregamento. A **Figura 31** apresenta o sistema ensaiado.



Figura 31 - Ensaio típico Fonte: Gambarova e Monte (2019)

3.3.2.1 Validação do modelo

A análise numérica foi feita via ANSYS, utilizando para modelagem do concreto o elemento SOLID65, para as armaduras de reforço o elemento LINK180, os apoios e as barras de distribuição de carga foram modelados utilizando SOLID185 e para ligação entre concreto, apoio e elemento aplicação de carga foi criado o CONTACT PAIR. O elemento TARGE 170 foi aplicado na face inferior da barra de aplicação de carga e nos elementos de apoio da laje, já o elemento CONTA 174 foi inserido na face inferior do dente Gerber e na face superior da laje que entraria em contato como a barra de distribuição de carga. A **Figura 32** indica o local de aplicação dos elementos.



Figura 32 - Locais de utilização do TARGE170 e CONTA174 Fonte: O autor

As propriedades dos elementos de apoio e aplicação de carga foram adotadas de modo que houvesse rigidez e resistência significativamente maior do que os elementos dos materiais estudados, de maneira a ser irrelevante suas deformações. As propriedades do concreto estão apresentadas na Tabela 3.

CONCRETO		
f _{ck} (MPa)	39,5	
E(GPa)	37,53	
Poisson	0,2	
Open shear transfer coef	0,25	
Close shear transfer coef	0,80	
Uniaxial cracking stress (MPa)	1	
Uniaxial crushing stress (MPa)	39,5	
Fonte: O autor	•	

Tabela 3 - Propriedades e dados do concreto utilizados no ANSYS

A curva de tensão deformação do concreto foi determinada através das

recomendações da ABNT NBR 6118:2014 para diagrama parábola-retângulo, seguindo a equação

$$\sigma_{c} = f_{cm}(2\eta - \eta^{2}), \quad se \quad \varepsilon_{c} < \varepsilon_{0}$$

$$\sigma_{c} = f_{cm}, \quad se \quad \varepsilon_{0} \le \varepsilon_{c} \le \varepsilon_{u}$$

$$\sigma_{c} = 0, \quad se \quad \varepsilon_{c} > \varepsilon_{u}$$
(3.52)

onde $\varepsilon_0 = 2^{\circ}/_{oo}$; $\varepsilon_u = 3.5^{\circ}/_{oo}$; $\eta = \varepsilon_c/\varepsilon_u$. Assim pôde-se chegar aos valores de tensão e deformação apresentados na Tabela 4.

$\sigma_c(MPa)$	$\varepsilon_c(mm/mm)$	
7,505	0,0002	
14,22	0,0004	
20,16	0,0006	
25,28	0,0008	
29,63	0,001	
33,18	0,0012	
35,95	0,0014	
37,92	0,0016	
39,11	0,0018	
39,5	0,002	
39,5	0,0035	
Fonte: O autor		

Tabela 4 – Dados da curva tensão deformação do concreto

Para o aço de reforço foram adotados E = 200 GPa, $f_y = 52 MPa$ e v = 0,3, sendo que a curva tensão deformação foi aplicada com o modelo bilinear elástico perfeitamente plástico, sem limite para a extensão do aço. As condições de contorno são apresentadas na Figura 33.



A carregamento foi aplicada por meio de deslocamento de -8 mm na parte superior da barra de aplicação de carga, a qual o distribuiu para superfície da laje. Devido ao fato do elemento SOLID65 do ANSYS trabalhar à fissuração, a aplicação de carga foi feita através desta barra representando com maior fidelidade o experimento e evitando assim com que o deslocamento direto no concreto não gerasse pontos de instabilidade devido a fissuração do concreto, isso poderia levar à dificuldade de convergência na hora de execução dos cálculos.

Outra solução para auxílio da convergência de cálculo foi a precaução tomada de não deixar a barra de aplicação de carga chegar à borda da laje, tendo em vista que estes pontos são locais de fragilidade do concreto. Assim a barra foi finalizada 2,5 cm antes de chegar a cada borda da laje.

A placa de apoio próximo a aplicação de deslocamento foi restringida ao deslocamento vertical e horizontal, sendo livre a rotação. A placa de apoio mais distante a aplicação do deslocamento foi restrita apenas ao deslocamento vertical, deixando-a livre para deslocar nas demais direções (Figura 33b).

Para diminuir o número de elementos e assim gerar economia de processamento, a laje foi modelada apenas até a metade de sua largura, ou seja, foi feito um modelo de 220 cm por 65 cm, sendo assim aplicado simetria longitudinalmente à maior dimensão, como apresentado na Figura 33a.

A armadura foi modelada de maneira a representar da melhor forma possível o experimento, estas armaduras estão apresentadas na Figura 34.



Figura 34 - Detalhamento da armadura (modelagem ANSYS) Fonte: O autor

Para melhor fidelidade dos resultados um estudo de malha, iterações e tolerância foi feito, tendo como parâmetro a carga máxima da simulação numérica. Este estudo tem

como finalidade principal determinar um parâmetro de convergência, ou seja, visa encontrar o ponto onde a oscilação de resultados não tenha grande impacto nos valores dos cálculos. A Figura 35 apresenta esta comparação, sendo que o eixo da ordenadas encontra-se os valores de carga máxima atingida na simulação e o eixo das abscissas o número do teste realizado.



Fonte: O autor

Para o teste de convergência de malha foram feitos testes com variação das dimensões dos elementos, tomando como maior dimensão elementos com 7cm e menor dimensão elementos com 2cm. No caso da tolerância à variação iniciou-se com 10% e findou-se com 1%. Por fim os testes de iteração analisaram valores entre 50 à 500 divisões de carga.

A partir dos estudos apresentados foi possível identificar que em determinado ponto o refinamento de malha, redução de tolerância e ou aumento de iterações não gerava grande relevância à análise, pois os resultados mantinham uma convergência de valores bem próximos uns dos outros. Assim, pôde-se determinar como parâmetros de cálculo uma malha de 2,5cm, tolerância de 5% para força e deslocamento e 500 iterações.

Na solução utilizada no ANSYS levou-se em consideração o cálculo para grandes deslocamentos (NLGEOM, ON) e o uso de Newton-Raphson completo com matrizes assimétricas (NROPT, UNSYM).

Foram feitas duas análises, sendo uma classificada como laje A1-Teste 5 e a outra A2-Teste 11. Os valores de força versus deslocamento dos experimentos e simulação foram comparados, como apresenta a Figura 36.



No que se refere a carga de colapso, os resultados demonstraram-se bastante satisfatórios, apresentando compatibilidade e convergência com o experimental. O padrão de fissuração também coincidiu com os experimentos, desenvolvendo as fissuras iniciais no local de colapso do experimento, além da formação da biela de compressão (Figura 37).



Após a validação do modelo, a placa de concreto armado pôde ser dimensionada e a verificação de resistência e deslocamento conferidas.

3.3.2.2 Dimensionamento da placa de concreto armado

Para o dimensionamento da placa de concreto armado foi adotado o maior esforço solicitante, ou seja, na base da contenção. A Figura 38 apresenta as dimensões da placa e carga solicitante.



Para maior eficiência e economia, o dimensionamento do dente Gerber levou em consideração as diretrizes do modelo de biela tirante simplificado, como detalhado na Figura 39a.



(a) (b) **Figura 39** - Detalhamento da modelo biela tirante aplicado ao dente Gerber Fonte: O autor

Os valores dos esforços atuantes são apresentados na Figura 39b. O Dimensionamento das armaduras de reforço e a resistência do concreto a compressão foi verificada utilizando as equações já apresentadas anteriormente.

$$A_{S,Tirante} = \frac{T_1}{f_{yd}} = \frac{12,47 \ KN}{52 \ KN/cm^2} = 0,2398 \ cm^2$$

$$A_{S,Suspensão} = \frac{T_2}{f_{yd}} = \frac{7,13 \ KN}{52 \ KN/cm^2} = 0,137 \ cm^2$$

$$\tau_{wu} = 3,0 + 0,9\rho f_{yd} \le 0,27 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) F_{cd} \le 8MPa$$

$$= 3,0 + 0,9x0.003x520 = 4,40MPa \le 0,27 \left(1 - \frac{39.5}{250}\right) 39.5 = 8,98MPa \le 8MPa$$

$$f_{ctk,inf} = 0,21 f_{ck}^{2/3} = 0,21x39,5^{2/3} = 2,44MPa$$

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 f_{ctd} = 2,25x1x1x2.44 = 5,49MPa$$

 τ_{wu}

$$l_b = \frac{\emptyset f_{yd}}{4f_{bd}} = \frac{5x520}{4x5,49} = 118,39mm = 11,84cm$$

Os valores de armadura de flexão e cisalhamento foram calculados segundo os esforços de momento e cortante atuantes no elemento.

$$\mu = \frac{M_d}{bd^2\sigma_{cd}} = \frac{322}{20x17,5^2x39.5x0,85} = 0,0016 \quad \mu < \mu_{lim} \text{ armadura simples}$$

$$\xi = \frac{1 - \sqrt{1 - 2\mu}}{\lambda} = \frac{1 - \sqrt{1 - 2x0,0016}}{0.8} = 0,002$$

$$A_s = \lambda \xi b d \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} = 0.8x0,002x20x17,5 \frac{3.95x0,85}{52} = 0,036 \ cm^2$$

$$A_{s,min} = \rho_{min}bh = \frac{0.17}{100}x20x20 = 0.68 \ cm^2$$

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w d} = \frac{6.77}{20x17,5} = 0.019 \ KN/cm^2$$

$$\tau_{wu} = 0.27\alpha_v f_{cd} = 0.27x \left(1 - \frac{39.5}{250}\right)x39.5 = 8.98 \ MPa = 0.898KN/cm^2$$

$$\tau_{wd} \le \tau_{wu}$$

$$A_{sw,min} = \rho_{w,min} 100 b_w = \frac{0.12}{100} x 100 x 20 = 2.4 \ cm^2/m$$

A Figura 40 apresenta o detalhamento da armadura de reforço estrutural da placa de concreto.



3.3.2.3 Estudo numérico da placa de concreto armado

O sistema de cálculo aqui proposto para o dimensionamento da placa de concreto armado, além de ser amplamente adotado em dimensionamentos de elementos estruturais, terá sua verificação feita através do método dos elementos finitos. O objetivo desta etapa é verificar que o dimensionamento, principalmente a resistência ao cisalhamento, seja suficiente para não gerar grandes deformações e primar pelo colapso por solicitações de flexão, tendo em vista que estes sistemas de ruptura geram maior deformação e sendo assim maior possibilidade de aviso prévio do colapso.

Dois modelos foram desenvolvidos, sendo um para verificação da resistência do dente Gerber e o segundo a resistência ao momento fletor. As condições de contorno e geometria foram modeladas seguindo o dimensionamento realizado em 3.2.2.2 e estão apresentadas na Figura 41.



Figura 41 - Modelagem da placa de concreto armado Fonte: O autor

O dimensionamento foi feito buscando resistir ao esforço solicitante de terra de 14,256 KN. Para maior segurança foi adotado a pior situação de momento, sendo aplicado o carregamento no meio do vão (Figura 41b), já a aplicação de carregamento para análise de cisalhamento foi feita de acordo com o apresentado na validação, ou seja, próximo ao dente Gerber (Figura 41a).

A resistência ao cisalhamento do dente Gerber se mostrou maior do que ao momento fletor, como demonstra o Figura 42.



Para melhor compreensão do comportamento da placa, um estudo paramétrico foi executado variando o comprimento do dente Gerber de maneira a atender as dimensões existentes de perfis laminados disponíveis no mercado. Esta análise busca verificar se a superfície de apoio existentes nas abas desses perfis são suficientes para o bom comportamento estrutural.

A carga atuante nos modelos paramétricos foi a mesma apresentada na Figura 38 (7,128 KN/m), chegando a valores de área de aço da armadura do tirante e de suspensão correspondente a área de aço já adotada anteriormente. Sendo assim, a área de aço necessária e disposição da mesma será igual ao apresentado na Figura 40, variando apenas a geometria do dente Gerber (dimensão longitudinal) e consequentemente da placa em geral.

A variação de comprimento do dente Gerber foi seguida através das dimensões dos perfis existentes no mercado comercial, tendo como parâmetro de análise as larguras das mesas (b_f). Iniciou-se com as dimensões da largura da mesa do menor perfil, sendo este o W150x13, e finalizando com o perfil W610x217.

O tamanho de cada dente Gerber foi parametrizado adotando-se a metade do valor de b_f de cada perfil, dimensão esta correspondente a superfície de apoio do dente

Gerber. Para maior facilidade e tendo em vista a variação de dimensões dos perfis GERDAU, uma sequência foi seguida, variando o comprimento do dente Gerber em 5mm e comparando os valores de carga última por cisalhamento e flexão. O Figura 43 a seguir apresenta os valores de cada análise.



Fonte: O autor

Após a verificação da resistência da placa isolada, uma análise do efeito de continuidade na parte frontal ao perfil do concreto armado foi feita com objetivo de verificar se esta linearidade reduz ou aumenta a resistência do elemento. É importante destacar que nesta etapa não foi utilizado os conectores de cisalhamento, pois neste momento objetiva-se apenas compreender e analisar o comportamento do concreto armado.

O modelo desenvolvido busca representar as condições de trabalho da estrutura proposta neste trabalho, para isto foi modelado um perfil metálico para apoio da placa de concreto, onde a resistência do perfil de aço foi escolhida de maneira a não representar deformações relevantes, garantindo assim que a resposta de deslocamentos e forças são exclusivas do concreto armado. O topo e a base do perfil foram restritos ao deslocamento em X, Y e Z. O sistema de simetria foi aplicado no meio da placa de concreto nas suas duas extremidades. A Figura 44 apresenta a

modelagem do elemento.

Assim como no modelo anterior foi verificado a resistência do elemento ao cisalhamento (Figura 44a) e momento fletor (Figura 44b).



Figura 44 - Modelagem para estudo da linearidade do concreto armado Fonte: O autor

Uma comparação da resistência da placa isolada e da placa contínua foi executada como demonstrado no Figura 45.





Figura 45 - Comparação entre resistência de placa isolada e placa contínua Fonte: O autor

3.3.3 Análise do sistema misto

Para verificar o comportamento da estrutura em sua completude foi feita uma análise numérica da mesma. Devido ao fato de não se ter disponível na literatura estruturas que trabalhem exatamente como o proposto, foram escolhidos experimentos existentes na bibliografia que representem o mais próximo possível o caso estudado.

Utilizando os ensaios experimentais descritos no trabalho de Chapman e Balakrishnan (1964) com carregamento uniformemente distribuído, foi desenvolvido um modelo numérico que estivesse em consonância com os valores apresentados pelos autores.

O experimento utilizado para a modelagem numérica foi o modelo U3 presente nos ensaios de Chapman e Balakrishnan (1964), a Figura 46 apresenta as dimensões em milímetros do modelo experimental.



Figura 46 – Dimensões do experimento U3 (mm) Fonte: Adaptado Chapman e Balakrishnan (1964)

Para aquisição das propriedades dos materiais o trabalho de Kotinga (2016) foi tido como parâmetro, chegando aos valores apresentados pela Tabela 5.

VIGA U3		
Tipo de carregamento	Distribuído	
Número de conectores	56	
Diâmetro do corpo do conector (mm)	19	
Altura total do conector (mm)	102	
f _{cm} cilíndrico (kN/cm²)	3,0	
Módulo de elasticidade da alma (kN/cm²)	20064	
Módulo de elasticidade da mesa (kN/cm²)	19912	
f _y da alma (kN/cm²)	23	
f _y da mesa (kN/cm²)	23,2	
f _u da alma (kN/cm²)	41,5	
f _u da mesa (kN/cm²)	42	
Módulo de elasticidade dos conectores (KN/cm ²)	20500	
f _y dos conectores (kN/cm²)	42,1	
f _u dos conectores (kN/cm²)	51,4	
Módulo de elasticidade da armadura (KN/cm ²)	20500	
f _u da armadura (kN/cm²)	32	

Tabela 5 - Propriedades e características dos materiais

Fonte: O autor

Tendo como objetivo a representação da não-linearidade física do material, foi adotado para o aço do perfil metálico um modelo construtivo elasto-plástico muitilinear com encruamento isótropo e critério de plastificação de Von Mises. Para isto foi adotado a curva tensão-deformação apresentada na Figura 47, sendo este o modelo construtivo apresentado por Gattesco (1999, *apud* Kotinga, 2016).

Este modelo segue o sistema linear elástico até o ponto da tensão de escoamento f_{yk} , se mantendo neste patamar com comportamento perfeitamente plástico entre o limite de deformação elástica ε_y e a deformação de início de encruamento ε_h , finalizando o gráfico a partir deste ponto até a tensão de ruptura f_u por meio da equação 3.53.



Figura 47 - Curva tensão versus deformação adotada para o aço do perfil Fonte: Kotinga (2016)

$$\sigma = f_y + \varepsilon_h (\varepsilon - \varepsilon_h) \left[1 - E_h \frac{\varepsilon - \varepsilon_h}{4(f_u - f_y)} \right], em que E_h = 350 \ KN/cm^2$$
(3.53)

Já para a armadura de reforço do concreto e o conector de cisalhamento, foi utilizado o critério de von Mises, sendo tomado como base o modelo elasto-plástico perfeito cuja representação da curva tensão- deformação é dada na Figura 48.



Figura 48 - Curva tensão versus deformação adotada para o aço dos conectores de cisalhamento e da armadura Fonte: Kotinga (2016)

A aplicação do carregamento foi feita através de equipamento hidráulico distribuído sobre a superfície superior da laje, como apresentado na



Figura 49 - Apresentação do sistema utilizado no ensaio Fonte: Chapman e Balakrishnan (1964)

3.3.3.1 Validação do modelo misto

Seguindo com a utilização do software ANSYS, foi adotado como elemento de modelagem de concreto o SOLID185, sendo adicionado às propriedades do elemento as especificações de plasticidade clássicas de Drucker-Prager. Este conceito é pode ser associado a materiais que têm uma região elástica inicial na qual a deformação é proporcional à carga, mas quando é atingido o limite elástico desenvolve-se uma deformação plástica irrecuperável. Para que este conceito possa aplicado ao SOLID185 alguns parâmetros necessitam ser determinados, possibilitando ao elemento o comportamento de endurecimento, suavização e dilatação. A Tabela 6 apresenta os valores adotados neste trabalho, sendo estes valores determinados através de orientações do manual Ansys.

Tensão plástica na resistência à compressão uniaxial (C1)	2.5e-3
Tensão plástica na transição da lei de potência para amolecimento exponencial (C2)	2.958e-3
Tensão relativa no início do endurecimento não linear (C3)	0.33
Tensão relativa residual em C2 (C4)	0,85
Tensão relativa compressiva residual (C5)	0,20
Energia de fratura específica da área do Modo I (C6)	100
Tensão relativa de tração residual (C7)	0,1
Fonte: O autor	

 Tabela 6 - Constantes exponenciais para aplicação do comportamento de endurecimento, suavização e dilatação

Para simular a armaduras de reforço o elemento REINF264 foi utilizado, tendo em vista que com sua aplicação às subdivisões do concreto é reduzida significativamente, gerando assim maior estabilidade e convergência durante os cálculos matriciais dos elementos. Foi utilizado o BEAM188 para discretizar os conectores de cisalhamento, SHELL181 para a viga metálica, CONTA174 e TARGE170 para o contato entre concreto da laje e Viga metálica.

O modelo foi desenvolvido de maneira a representar com maior fidelidade possível o experimento. A Figura 50 apresenta o modelo numérico completo do ensaio experimental U3.



Figura 50 - Modelo numérico do ensaio experimental U3 Fonte: O autor

As condições de contorno dos conectores de cisalhamento foram determinadas através de acoplamento de nós, fazendo com que os deslocamentos entre os elementos conectados fossem iguais. A base do conector de cisalhamento foi unida à mesa da viga de concreto, gerando compatibilização de deslocamento de translação e rotação entre os nós que compões o contato entre conector de cisalhamento e mesa superior da viga metálica. Já a cabeça do conector foi unida ao concreto da laje com compatibilização apenas de deslocamento de translação, como apresenta a Figura 51.



Figura 51 - Compatibilização de deslocamento entre conectores de cisalhamento, laje de concreto e viga metálica Fonte: O autor

O apoio foi determinado com restrição de deslocamento UY e UZ à 280mm de distância da extremidade da viga. Visando otimizar o tempo de cálculo da simulação apenas a metade da viga foi modelada, sendo assim necessário aplicar simetria de deslocamento e força no local correspondente ao centro da viga, sendo para isso utilizado o comando do Ansys DSYM, SYMM, X (Figura 52).



Figura 52 - Condições de contorno da viga Fonte: O autor

A carga foi aplicada uniformemente distribuída de forma incremental no eixo
longitudinal superior da laje de concreto.

Um estudo de convergência foi realizado para determinação dos parâmetros do modelo numérico. A Figura 53 apresenta esta comparação, sendo que o eixo da ordenadas encontra-se os valores de carga máxima atingida na simulação e o eixo das abscissas o número do teste realizado.



Figura 53 - Análise de convergência validação mista Fonte: O autor

Para o teste de convergência de malha foram feitos testes com variação das dimensões dos elementos, tomando como maior dimensão elementos com 30cm e menor dimensão elementos com 7.5cm. No caso da tolerância a variação iniciou-se com 11% e findou-se com 2%. Por fim os testes de iteração analisaram valores entre 50 à 500 divisões de carga.

De posse dos valores apresentados pôde-se determinar como parâmetros de cálculo uma malha de 7,5cm, tolerância de 5% para força e deslocamento e 200 iterações.

Após aquisição de todos os dados e parâmetros o modelo numérico foi executado, chegando assim ao comparativo da curva Força versus Deslocamento (Figura 54) do modelo numérico com o modelo experimental.

Na solução utilizada no ANSYS levou-se em consideração o uso de Newton-Raphson

completo como forma de minimizar os problemas de convergência durante a solução (NROPT, FULL).



Figura 54 - Validação dos modelos numéricos com ensaio experimental da viga U3 Fonte: O autor

3.3.3.2 Dimensionamento do perfil misto

Para o dimensionamento do sistema misto da estrutura foi levado em consideração o modelo de viga em balanço (engastado/livre) para aquisição dos esforços solicitantes de momento fletor e cortante.

Retomando a concepção estrutural do sistema, os perfis metálicos serão dispostos com um espaçamento entre eixos de dois metros (Figura 28), sendo de seis metros a altura da contenção proposta para este modelo de cálculo (Figura 27). A tensão atuante na estrutura devido ao empuxo de terra máximo é de 35,61 KN/m² (Figura 29), podendo ser transformada em uma carga variável distribuída. A Figura 55 apresentada a cortante e momento fletor máximos encontrados para este sistema, sendo -213,8 KN o valor da cortante máxima e 427,7 KN.m o valor do momento fletor máximo.



Figura 55 - Esforços atuantes no perfil metálico Fonte: O autor

As propriedades utilizadas para o dimensionamento da parte mista do sistema foram as mesmas da validação numérica apresentada na Tabela 5.

Para este modelo de cálculo será utilizado iteração completa, sendo assim adotado o valor η_i igual a 1. O perfil utilizado para este dimensionamento terá sua altura total d igual a 455 mm, largura da mesa superior e inferior igual a 153 mm, espessura das mesas 13,3 mm, espessura da alma 8 mm e altura da parte de concreto colaborante ao sistema misto como sendo 120 mm. O número de conectores de cisalhamento é definido por:

$$F_{hd} \le \begin{cases} 0.85 f_{cd} b_{ef} t_c \\ A_a f_{yd} \end{cases}$$

 $\begin{aligned} b_{ef} &= \left(\leq \begin{cases} Altura \ da \ contenção_{8} \\ Vão \ direito \ entre \ pilares_{2} \end{cases} \right) + \left(\leq \begin{cases} Altura \ da \ contenção_{8} \\ Vão \ esquerdo \ entre \ pilares_{2} \end{cases} \right) \\ b_{ef} &= \left(\leq \begin{cases} 6/8 \\ 2/2 \end{cases} + \left(\leq \begin{cases} 6/8 \\ 2/2 \end{cases} \right) = 1,5 \ metros \\ F_{hd} &\leq \begin{cases} 0,85f_{cd}b_{ef}.\ t_{c} = 0,85.21430.1,5.0,12 \\ A_{a}f_{yd} = 0,007497.209091 \end{cases} = 1547,55 \ KN \end{aligned} \end{aligned}$

$$\begin{aligned} Q_{Rd} &\leq \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{A_{cs} \sqrt{f_{ck} E_c}}{\gamma_{cs}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{0,00028 \cdot \sqrt{30000.18000000}}{1,25} \\ \frac{R_g R_p A_{cs} f_{ucs}}{\gamma_{cs}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1.1.0,00028.514000}{1,25} \\ n_{conectores} &= \frac{F_{hd}}{Q_{rd}} = \frac{1547,55}{82,30} \approx 19 \ conectores \end{cases} \end{aligned}$$

Antes do dimensionamento à flexão a verificação da flambagem local da alma (FLA) e flambagem local da mesa (FLM) foi verificada.

FLA

$$\lambda = \frac{h_w}{t_w} = \frac{428.4}{8} = 53,55$$
$$\lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{200000}{230}} = 110,87$$

Verificado à flambagem local, o dimensionamento a flexão segue os cálculos:

$$\begin{aligned} C_{cd} &= 0.85 f_{cd} b_{ef} a \\ a &= \frac{T_{ad}}{0.85 f_{cd} b} \leq t_c \\ T_{ad} &= A_a f_{yd} = 0.007497.209091 = 1567.55 \, KN \\ a &= \frac{1567.55}{0.85.21430.1,5} = 0.057 \leq 0.12 \\ C_{cd} &= 0.85.21430.1,5.0,057 = 1567.55 \, KN \\ M_{Rd} &= \beta_{vm} T_{ad} \left(d_1 + h_F + t_c - \frac{a}{2} \right) \\ M_{Rd} &= 1.1567.55 \left(0.227 + 0 + 0.12 - \frac{0.057}{2} \right) = 499.26 \, KN. \, m \end{aligned}$$

O momento resistente de cálculo apresentou valores maiores do que o momento solicitante. O dimensionamento à esforço cortante é determinado de maneira análoga a um perfil metálico simples (isolado).

Após o dimensionamento chegou-se às dimensões de perfil e conectores apresentados na Figura 56.



Figura 56 – Detalhe dos elementos misto do sistema proposto Fonte: O autor

3.3.3.3 Estudo numérico da parte mista

A modelagem numérica da estrutura de contenção mista foi desenvolvida de modo a otimizar o tempo de cálculo, sendo discretizado apenas uma parte central da contenção. Para isso foi tido como eixo do sistema o perfil metálico e uma extensão de painel de concreto de um metro para cada lado do eixo foi discretizado (Figura 57).



Figura 57 - Representação gráfica do modelo numérico da contenção mista proposta Fonte: O autor

Seguindo os parâmetros da validação mista, aplicou-se a compatibilização de todos os graus de liberdade entre os nós da base do conector de cisalhamento e a mesa superior da viga metálica, bem como a compatibilização do deslocamento de translação da cabeça do conector de cisalhamento com o concreto dos painéis de distribuição (Figura 58).



Figura 58 - Condições de contorno do conector de cisalhamento Fonte: O autor

A armadura de reforço do painel de concreto pré-moldado foi discretizada seguindo a geometria e disposição apresentada no item 3.3.2.2. A Figura 59 apresenta a geometria da armadura adotada no modelo.



Figura 59 - Discretização da armadura de reforço do painel de concreto Fonte: O autor

Para simular o engaste da fundação do sistema, os nós existentes na base do perfil metálico foram submetidos a deslocamento de translação e rotação igual a zero e os nós da base do painel de concreto foram sujeitos a deslocamento vertical igual a zero (Figura 60).



Figura 60 - Condições de contorno da base da contenção Fonte: O autor

Para simular a continuidade do sistema foi aplicado a simetria de força e deslocamento nas extremidades dos painéis de concreto. A carga foi aplicada simulando a tensão do solo, como apresenta a Figura 61.



Figura 61 - Condição de contorno de simetria e aplicação de carga Fonte: O autor

Para verificação da resistência do sistema misto foi adicionando-se carga até o colápso da estrutura. As dimensões dos elementos utilizados para a análise foram iguais ao encontrado no dimensionamento do item 3.3.3.2.

A Figura 62 mostra o resultado obtido na simulação numérica para a contenção de talude de seis metros, apresentando os resultados de força e deslocamento que a

mesma fora submetida.



Figura 62 – Estrutura de contenção com 6 metros utilizando sistema misto Fonte: O autor

A carga máxima atingida na simulação numérica foi de 315 KN, um valor acima dos 213,8 KN encontrado no dimensionamento analítico. O deslocamento da estrutura não foi alvo de análise neste trabalho, tendo em vista que o deslocamento permitido em estruturas de contenção de talude é variável, tendo como parâmetro as particularidades do local e obra a serem executadas.

Para determinar a viabilidade da aplicação do sistema misto aço-concreto em estruturas de contenção de talude, uma análise comparativa entre o sistema objeto deste trabalho e a estrutura já existente com perfis metálicos trabalhando de forma isolada foi executada. Para esta análise comparativa foi feito o dimensionamento da estrutura mista necessária para conter taludes com alturas que variam entre 3 a 9 metros, sendo que para esses cálculos replicou-se os parâmetros do solo e modelo de contenção apresentados no item 3.3.1. Com as dimensões do perfil metálico utilizado no modelo de contenção misto discretizado no software Ansys, fez-se uma análise de resistência do mesmo perfil em situação isolada. A Figura 63 apresenta a modelo discretizado e suas condições de contorno.



Figura 63 - Modelagem perfil isolado Fonte: O autor

De posse dos resultados obtidos no software chegou-se aos gráficos apresentados nas figuras a seguir, sendo cada uma imagem responsável por demonstrar o comportamento de cada sistema, tendo como parâmetros de análise a carga resistente e o deslocamento no topo da estrutura.



Figura 64 – Comparativo entre perfil misto e perfil isolado para estrutura 3 metros Fonte: O autor



Figura 65 – Comparativo entre perfil misto e perfil isolado para estrutura 4 metros Fonte: O autor



Figura 66 – Comparativo entre perfil misto e perfil isolado para estrutura 5 metros Fonte: O autor



Figura 67 – Comparativo entre perfil misto e perfil isolado para estrutura 6 metros Fonte: O autor



Figura 68 – Comparativo entre perfil misto e perfil isolado para estrutura 7 metros Fonte: O autor



Figura 69 – Comparativo entre perfil misto e perfil isolado para estrutura 8 metros Fonte: O autor



Figura 70 – Comparativo entre perfil misto e perfil isolado para estrutura 9 metros Fonte: O autor

4 DISCUSSÕES DE RESULTADOS

Com relação à análise do painel de concreto isolado, de posse dos dados do modelo paramétrico foi possível notar que o valor da resistência ao cisalhamento diminuiu enquanto a resistência ao momento aumentou à medida que o tamanho do dente Gerber crescia. Isso porque como a distância entre os eixos dos perfis manteve-se inalterada, o vão livre da viga diminuiu, aumentando assim a carga necessária para atingir o momento fletor que gera o colapso da estrutura.

Outro aspecto a ser ressaltado é que, com o aumento do tamanho do dente Gerber, a angulação da biela de compressão diminui, fazendo com que as tensões no concreto e aço aumente significativamente. Neste caso o que pode ser feito é adotar estribos no dente Gerber para distribuir melhor as tensões no sistema.

Com relação a continuidade do painel de concreto na parte frontal do perfil metálico, pode-se verificar que devido esta continuidade do concreto e da armadura de reforço, a placa teve um ganho significativo de sua resistência, isso se deve pelo fato de que nessa região a placa trabalha à compressão. A Figura 71a mostra esta região de compressão no caso de verificação de cisalhamento, já a Figura 71b apresenta a região de compressão na placa verificada a momento fletor, sendo esta situação mais beneficiada pela continuidade da placa.



Figura 71 - Tensão no concreto no sentido do eixo Z Fonte: O autor

A análise demonstra que as cargas últimas referentes aos esforços de cisalhamento e momento fletor são maiores que as resistências calculadas no dimensionamento em situação isolada, sem levar em consideração o ganho de resistência devido a continuidade do sistema.

Um dos pontos a serem destacados na análise do sistema misto de contenção de talude foi sua rigidez. Quando comparado com o sistema tradicional de perfil metálico isolado, ou seja, sem levar em consideração a colaboração do painel de concreto no dimensionamento do perfil metálico, as deformações da estrutura se mostram muito menores, principalmente para estruturas com alturas menores que 6 metros, como apresentado na Figura 64, Figura 66 e Figura 67.

A resistência do sistema misto se mostrou bastante eficiente, apresentando nas análises de estruturas de contenção de talude que variam entre três metros e nove metros de altura, uma eficiência maior ou igual a 50% em relação à estrutura de perfil isolado. A Figura 72 apresenta a carga máxima de cada um dos sistemas com a variação de altura, sendo que esta carga máxima foi determinada para um deslocamento máximo do topo da estrutura de 60 mm, demonstrando o ganho com a aplicação do conceito misto.



Figura 72 - Comparativo de Contenção Mista e Contenção Isolada Fonte: O autor

5 CONCLUSÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo apresentar um modelo de cálculo e analisar numericamente o comportamento da superestrutura do sistema misto de contenção de talude aço e concreto, inicia o debate sobre a viabilidade da aplicação deste sistema. O modelo de cálculo levou em consideração uma estrutura hipotética e as normas brasileiras vigentes bem como literaturas sobre o tema foram tidas como base. O software comercial Ansys versão 2021 R1 foi adotado para simulação numérica e os elementos de sua biblioteca empregados para discretização do modelo.

Para o cálculo analítico viu-se a necessidade de equação mais compatíveis com o modelo da estrutura proposta, tendo em vista as particularidades do sistema. Para o dimensionamento do painel de concreto o efeito de concentração de tensão devido a continuidade da estrutura gerou grande ganho de resistência quando se trata dos esforços de momentos fletores.

Com relação à armadura de reforço do dente Gerber, elemento responsável por transmitir os esforços cortantes ao perfil metálico, as equações existentes na norma brasileira sobre o tema apresentam apenas o dimensionamento para o caso de vigas, não abordando a possibilidade do mesmo aplicado em lajes maciças. Viu-se que caso o dimensionamento do dente Gerber em vigas seja levado em consideração e aplicado às lajes maciças, a armadura do dente fica superdimensionada, sendo mais viável aplicar o conceito de biela tirante no dimensionamento.

A análise numérica para simulação de concreto armado no software Ansys se mostrou satisfatória, mas em alguns casos o elemento SOLID65 demonstrou um alto grau de instabilidade. Um dos problemas detectados é que para a inserção da armadura de reforço no concreto, se faz necessário a subdivisão dos volumes do modelo para que haja compatibilização das posições nodais dos elementos de concreto com os nós das barras de aço. Esta subdivisão gera uma variabilidade grande no tamanho e forma dos elementos, consequentemente isso ocasiona erros durantes os cálculos matriciais. Entretanto quando o objetivo é verificar a comportamentos ligado a fissuração do concreto, o elemento SOLID65 se mostra uma ótima solução.

Quando a estrutura mescla vários elementos diferentes, sua geometria é de grande complexidade, e os resultados esperados não estão associados exclusivamente à

fissuração do concreto, o elemento REINF264 associado ao SOLID185 demonstraram-se suficientes para simulação do comportamento do concreto, tendo um nível de instabilidade em sua maioria aceitável.

Com a aplicação da teoria de pré-fabricados de concreto armado nos painéis de distribuição da estrutura, foi possível além de combater esforços solicitantes de maneira adequada, trazer a possibilidade de agilidade na execução.

A utilização de uma parte do painel de concreto como responsável por distribuir os esforços cisalhantes diretamente à aba do perfil metálico e não diretamente ao conector de cisalhamento, evitou que o colapso da estrutura se desse por arrancamento da placa de concreto, sendo este sistema recomendado caso o dimensionamento seja feito utilizando conectores de cisalhamento flexíveis.

A possibilidade de utilização do sistema misto aço e concreto em estruturas de contenção de talude provou ser de grande relevância, tendo em vista o acréscimo de resistência e rigidez à estrutura como um todo. Ao analisar a parede de contenção e seu comportamento frente aos esforços de terra, a mesma apresentou grande eficiência quando comparada ao sistema de contenção de talude por perfis metálicos cravados trabalhando isoladamente.

Tendo em vista o citado, a análise do comportamento estrutural do sistema misto aço e concreto em estruturas de contenção de talude demonstrou a eficiência do sistema e sua viabilidade. O modelo numérico como forma de validação dos cálculos analíticos também se apresentou como ótima alternativa quando o objetivo é compreender e estudar o comportamento estrutural de sistemas ainda pouco conhecidos.

6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O presente trabalhou abordou apenas o comportamento da parede da estrutura de contenção de talude, bem como seu cálculo analítico e numérico.

Assim sendo, fica como sugestão de trabalhos futuros a análise da fundação do sistema, bem como seu comportamento global frente aos esforços solicitantes do solo. Outra sugestão é o desenvolvimento de ensaios experimentais que simulem a real comportamento da estrutura, assim possibilitando a validação de modelos numéricos mais fidedignos à realidade da estrutura.

Pesquisas buscando entender o comportamento do perfil metálico trabalhando totalmente enterrado proporcionaria um ganho considerável na vida útil da estrutura.

Sistemas executivos de drenagem, cobrimento da armadura de reforço do painel de concreto e sistema de dobra das ferragens se mostraram pontos relevantes de pesquisa, ficando assim como sugestão de trabalhos futuros.

7 REFERÊNCIAS

ACI Committee 318. Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318M-14) and Commentary (ACI 318RM-14). Farmington Hills: American Concrete Institute, 2014.

Associação Brasileira de NormasTécnicas. NBR 9062: Projeto e execução de estruturas pré-moldado. Rio de Janeiro, 2017.

Araújo, José Milton de. Curso de concreto armado. 4. Vol. 1. Rio Grande: Dunas, 2014.

Araújo., Daniel de Lima, Marcel William Reis Sales, Silenio Marciano de Paulo, e Ana Lúcia H. de Cresce El Debs. "Headed steel stud connectors for composite steel beams with precast hollow-core slabs with structural topping." Engineering Structures, 2015.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

Associação Brasileira de normas técnicas. NBR 11682: Estabilidade de encostas. Rio de Janeiro, 2009.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas e aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.

Budhu, Muni. Fundações e estruturas de contenção. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

Calenzani, Adenilcia F.G., Ricardo H. Fakury, Fernando A. de Paula, Francisco C. Rodrigues, Gilson Queiroz, e Roberval J. Pimenta. "Rotational stiffness of continuous composite beams with sinusoidal-web profiles for lateral-torsional buckling." Journal of Constructional Steel Research (Journal of Constructional Steel Research), 2012.

Caltrans (California Department of Transportation) . trenching and shoring manual caltrans. Offices of structure construction, 2011.

Caputo, Homero Pinto, Armando Negreiros Caputo, e J. Martinho de A. Rodrigues. Mecânica dos solos e suas aplicações: mecânica das rochas, fundações e obras de terra. 7^a. Vol. 2. Rio de Janeiro: LTC, 2017.

Cardoso, António S., Nuno M. da Costa Guerra, Armando N. Antão, e Manuel Matos Fernandes. "Limit analysis of anchored concrete soldier-pile walls in clay under vertical loading." Canadian Geotechnical Journal, 2006. Chapman J. C, Balakrishnan S. "Experiments on composite beams." THE STRUCTURAL ENGINEER, 1964.

Coutts, D.R., J. Wang, e J.G. Cai. "Monitoring and analysis of results for two strutted deep excavations using vibrating wire strain gauges." Tunnelling and Underground Space Technology, 2001.

Fakury, Ricardo Hallal, Ana Lídia Reis de Castro e Silva, e Rodrigo Barreto Caldas. Dimensionamento básico de elementos estruturais de aço e mistos de aço e concreto. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2016.

Ferdous, Wahid, Ahmed D. Almutairi, Yuan Huang, e Yu Bai. "Short-term flexural behaviour of concrete filled pultruded GFRP cellular and tubular sections with pin-eye connections for modular retaining wall construction." Composite Structures, 2018.

Gambarova, Pietro G., e Francesco Lo Monte. "Bending and Shear Behavior in OneWay Dapped-End Reinforced Concrete Slabs." ACI Structural journal, 2019.

Gambarova, Pietro G., e Francesco Lo Monte. "Design Issues About the Bar Lay-Out at the Dapped Ends of Simply-Supported One-Way R/C Slabs." Key Engineering Materials, 2016.

Gandomi, A.H., A.R. Kashani, e F. Zeighami. "Retaining wall optimization using interior search algorithm with different bound constraint handling." International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, 2017.

Georgiadis, K. "Lateral soil resistance on soldier piles or king posts in clay." Géotechnique, 2018.

Gerscovich, Denise M. S. Estabilidade de taludes. 2°. São Paulo: Oficina de textos, 2016.

Gerscovich, Denise, Bernadete Ragoni Danziger, e Robson Saramago. Contenções: teoria e aplicações em obra. São Paulo: Oficina de Textos, 2016.

Godycka, Krystyna Nagrodzka, e Paweł Piotrkowski. "Experimental Study of Dapped-End Beams Subjected to Inclined Load." ACI Structural journal, 2012.

Hong, S.H., F.H. Lee, e K.Y. Yong. "Three-dimensional pile-soil interaction in soldierpiled excavations." Computers and Geotechnics, 2003.

89

IPMet (Instituto de Pesquisas Meteorológicas). IPMet Unesp. 25 de Outubro de 2019. https://www.ipmetradar.com.br/2desastres.php.

Johnson, Roger Paul. Composite structures of steel and concrete :. 3°. Blackwell, 2004.

Kataoka, Marcela Novischi, e Ana Lúcia Homce de Cresce El Debs. "Beam–column composite connections under cyclic loading: an experimental study." Materials and Structures, 2015.

Kataoka, Marcela Novischi, e Ana Lúcia Homce de Cresce El Debs. "Parametric study of composite beam-column connections using 3D finite element modelling." Journal of Constructional Steel Research, 2014.

Kataoka, Marcela Novischi, e Ana Lúcia Homce de Cresce El Debs. "Parametric study on the behaviour of bolted composite connections." Revista IBRACON de estruturas e materiais, 2012.

Kobiyama, Masato, et al. Prevenção de desastres naturais: conceitos básicos. Curitiba: Organic Trading, 2006.

Kodur, V.K.R., M. Naser, P. Pakala, e A. Varma. "Modeling the response of composite beam-slab assemblies exposed to fire." Journal of Constructional Steel Research, 2012.

Kotinga, Tatianne Iamin. Modelagem numérica de vigas mistas aço-concreto simplesmente apoiada: ênfase ao estuda da interface laje-viga. São Carlos: Dissertação (Mestrado) Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2006.

Matsui, Nobuyuki, et al. "Novel compound steel sheet pile for earth retaining works." The IES Journal Part A: Civil & Structural Engineering, 2015.

Mattock, Alan H. "Strut-and-tie models for dapped-end beams: proposed model is consistent with observations of test beams." Concrete International, 2012.

Mattock, Alan H., e Timothy C. Chan. "Design and Behavior of Dapped-End Beams." PCI Journal, 1979.

Moliterno, Antonio. Caderno de muros de arrimo. 2°. São Paulo: Blucher, 1994.

Moore, Shane Phillip. "Retaining wall system with soldier pile and composite resin infused lagging elements." Dissertação. Morgantown: West Virginia University, 2019.

Moreno, Francisca Molina, José V. Martí, e Víctor Yepes. "Carbon embodied optimization for buttressed earth-retaining walls: Implications for low-carbon conceptual designs." Journal of Cleaner Production, 2017.

Nie, Jianguo, e C. S. Cai. "Steel-concrete composite beams considering shear slip effects." Journal of Structural Engineering, 2003.

Perko, Howard A., e John J Boulden. "Lateral Earth Pressure on Lagging in Soldier Pile Wall Systems." DFI Journal, 2008.

Pons, Joaquín J., Vicent Penadés-Plà, Víctor Yepes, e José V. Martí. "Life cycle assessment of earth-retaining walls: An environmental comparison." Journal of Cleaner Production, 2018.

Porto, Thiago Bomjardim, e Danielle Stefane Gualberto Fernandes. Curso básico de concreto armado. São Paulo: Oficina de Textos, 2015.

Queiroz, Fabiane D., Pedro Colmar Gonçalves Da Silva Vellasco, e David A. Nethercot. "Finite element modelling of composite beams with full and partial shear connection." Journal of Constructional Steel Research, 2006.

Seo, Minsu, Jong-Chul Im, Changyoung Kim, e Jae-Won Yoo. "Study on the applicability of a retaining wall using batter piles in clay." Canadian Geotechnical Journal, 2016.

Silva, L. Simões da, Rui D. Simões, e Paulo J.S. Cruz. "Experimental behaviour of end-plate beam-to-column composite joints under monotonical loading." Engineering Structures, 2001.

Sim, Jaeuk, Sangseom Jeong, e Kyoungchul Kim. "The Effect of Stabilizing Piles on a Self-Supported." Marine Georesources & Geotechnology, 2015.

TBH & Associates. TBH & Associates. 30 de maio de 2019. http://tbhdrill.com/threerivers-casino/.

Tominaga, Lídia Keiko, Jair Santoro, e Rosangela Amaral. Desastres naturais: conhecer para prevenir. 1°. São Paulo: Instituto Geológico, 2009.

91

Trombeli, Gustavo Augusto. "Contenção com perfis de aço: Comparação entre o sistema tradicional e o sistema com pré-moldado de concreto." Monografia. São Paulo: Universidade de São Paulo, 2008.

Vasdravellis, G., M. Valente, e C.A. Castiglioni. "Behavior of exterior partial-strength composite beam-to-column connections: Experimental study and numerical simulations." Journal of Constructional Steel Research, 2008.

Vermeer, Pieter A., Ankana Punlor, e Nico Ruse. "Arching effects behind a soldier pile wall." Computers and Geotechnics, 2001.

Viet, N.V., W. Zaki, e R. Umer. "Analytical Model of Functionally Graded Material/Shape Memory Alloy Composite Cantilever Beam under Bending." Composite Structures, 2018.

Xing, Ying, Qinghua Han, Jie Xu, Qi Guo, e Yihong Wang. "Experimental and numerical study on static behavior of elastic concrete-steel composite beams." Journal of Constructional Steel Research, 2016.