UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO - UFES

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

DISSERTAÇAO DE MESTRADO

EQUAÇÕES DIOFANTINAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UMA ANÁLISE À LUZ DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

HELDER DALVI

VITÓRIA - ES

2021

HELDER DALVI

EQUAÇÕES DIOFANTINAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UMA ANÁLISE À LUZ DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Dissertação de Mestrado apresentada à Comissão Acadêmica Institucional do PROFMAT-UFES como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof.º Moacir Rosado Filho

VITÓRIA - ES

2021

HELDER DALVI

EQUAÇÕES DIOFANTINAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UMA ANÁLISE À LUZ DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Dissertação de Mestrado apresentada à Comissão Acadêmica Institucional do PROFMAT-UFES como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, aprovada em ___de ________de 2021.

Banca Examinadora:

____

Prof. Dr. Moacir Rosado Filho (Orientador)
UFES
Prof. (a)

____

Prof. Dr. Valmecir Antônio dos Santos Bayer
UFES

____

Prof. Dr. Jorge Henrique Gualandi
IFES

À Deus a quem confio minha vida.

À minha família por me dar forças todos os dias.

Pela fé que confesso ter em ti oh meu Deus.

AGRADECIMENTO

Agradeço a Deus pela profissão de professor. Sou muito feliz e realizado. Durante o exercício da mesma adquiri sabedoria para lutar diante de todos os percalços que surgiram ao longo desses anos como mestrando.

À minha esposa, Eliana de Freitas Lima, que sempre esteve ao meu lado, e aos meus amados filhos, Giovanni e Guilherme que muitas vezes deixei de acompanhá-los para dedicar aos meus estudos. Aos meus pais: Odila e Domingos e a todos os meus amigos que contribuíram para a conclusão desse mestrado.

Ao meu professor e orientador Moacir Rosado Filho, muito obrigado por ter acreditado na minha capacidade e aceitado ser meu orientador.

Ao professor Dr. Jorge Henrique Gualandi, amigo de longas datas, trabalhamos juntos por vários anos e sempre me incentivou para concluir esse mestrado.

À Secretaria Municipal de Educação de Cachoeiro de Itapemirim por ter concedido licença com vencimentos para realização desse mestrado e também por ter autorizado a realização da pesquisa de verificação de aprendizagem na EMEB Anacleto Ramos.

Aos meus queridos discentes dos 9^{os} anos, docentes e gestora da EMEB “Anacleto Ramos” por terem apoiado e criado condições para a realização da pesquisa na escola.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento da pesquisa de Mestrado 001, por isso, também agradeço a instituição. Sou grato por essa experiência ímpar.

À Universidade Federal do Espírito Santo (UFES) e todo seu colegiado por me oportunizar um ensino de qualidade, que a partir desse convívio pude entender que existem formas de se ver o mundo e possibilidades de transformá-lo pela via do aprendizado.

Quando cair, no talento, saber levantar. Fazer sorrir quando a tinta insiste em manchar.
Salgueiro – Samba-Enredo 2020

Se você olhar a Lua vai ver a beleza de Deus. Se você olhar o Sol vai ver o poder de Deus. Se você olhar no espelho verá a melhor criação de Deus.
Charlie Chaplin

RESUMO

O estudo aborda o tema sobre a importância do ensino de Matemática de forma criativa através da aplicação de equações diofantinas e sua resolução de variadas formas. O objetivo geral do estudo é mostrar a TRRS como estratégia eficiente para captação de conteúdo na resolução de equações diofantinas no Ensino Fundamental. Quanto aos objetivos específicos será o de verificar à luz da literatura a importância da formação docente e das práticas pedagógicas para o ensino de Matemática; compreender o processo que conduz a melhoria de aprendizagem através do registro semiótico; apresentar as variadas formas de transformações dos registros semióticos nas equações diofantinas; identificar as possibilidades e as dificuldades percebidas em sala de aula na resolução de equações diofantinas no ensino de Matemática. O método da pesquisa será descritivo com uma abordagem quali-quantitativa e estratégias de resoluções de problemas. Os resultados desta pesquisa indicam a pouca exploração quanto a utilização dos Registros de Representação Semiótica para resolução de equações diofantinas, entretanto, houve crescimento de desempenho discente no segundo momento da solução dos problemas. Recomenda-se uma gama de estratégias a serem implementadas com o intuito de mitigar a falta de interesse por parte dos discentes e, ao mesmo tempo, estimular o docente a lançar mão de metodologias que promovam a interação, que sirvam de pontes de conexão entre eles – os docentes e os discentes. O estudo aponta a necessidade de criar inteligibilidade dos problemas abordados para que sejam construídas críticas e proposições que cooperem com a elaboração das futuras/possíveis ações para o ensino de Matemática.

Palavras-chave: Matemática. Formação docente. Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Equações Diofantinas.

ABSTRACT

The study approaches the theme about the importance of teaching Mathematics in a creative way through the application of Diophantine equations and their resolution in different ways. The general objective of the study is to show TRRS as an efficient strategy for capturing content in solving Diophantine equations in Elementary School. As for the specific objectives, it will be to verify, in the light of the literature, the importance of teacher training and pedagogical practices for the teaching of Mathematics; understand the process that leads to learning improvement through the semiotic register; to present the various forms of transformation of semiotic registers in Diophantine equations; identify the possibilities and difficulties perceived in the classroom in solving Diophantine equations in Mathematics teaching. The research method will be descriptive with a qualitative-quantitative approach and problem solving strategies. The results of this research indicate little exploration regarding the use of Semiotic Representation Records to solve Diophantine equations, however, there was an increase in student performance in the second moment of solving the problems. A range of strategies is recommended to be implemented in order to mitigate the lack of interest on the part of students and, at the same time, encourage the teacher to make use of methodologies that promote interaction, which serve as bridges between them – teachers and students. The study points to the need to create intelligibility of the problems addressed so that criticisms and proposals that cooperate with the elaboration of future/possible actions for the teaching of Mathematics are built.

Keywords: Mathematics. Teacher training. Theory of Semiotic Representation Records. Diophantine Equations.

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1- Resolução de problema através do sistema cartesiano 53

Gráfico 2- Resolução de problema através da representação gráfica........................57

Gráfico 3- Representatividade de possibilidades de compra para Guilherme............62

Gráfico 4- Representação Semiótica do registro gráfico no plano cartesiano.............67

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1- Resolução de problema escrito na forma tabular.......................................52

Tabela 2- Resolução de problema de forma pictórica...52

Tabela 3- Resolução do problema através do registro tabular...................................56

Tabela 4- Apresentação, construção de contagens e montagem das respostas através do registro tabular...63

Tabela 5- Representação das possíveis soluções através do registro tabular...........66

Tabela 6- Quantitativo dos problemas resolvidos corretamente pelos alunos do 9º V1 em cada teste...76

Tabela 7- Quantitativo dos problemas resolvidos corretamente pelos alunos do 9º V2 em cada teste...77

LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Distribuição de anos, períodos, turmas e quantitativo de discentes matriculados na Escola Municipal de Educação Básica “Anacleto Ramos” 18

Quadro 2- Resolução de problema escrito no registro algébrico 51

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Imagem de Raymond Duval..42

Figura 2- Imagem da capa do livro...42

Figura 3- Resolução de problemas através de cálculos aritméticos...........................62

Figura 4- Representação pictórica..67

Figura 5- Aula on-line através do Google Sala de Aula.. 71

Figura 6- Resolução de problemas pelos discentes do 9º V1 no primeiro momento 72

Figura 7- Correção do problema do primeiro momento no quadro da turma 9º V2... 73

Figura 8- Resolução do 1º problema do primeiro momento de um discente...74

Figura 9- Resolução do 1º problema do segundo momento por meio das Representações dos Registros Tabular e Pictórico..75

Figura 10- Resolução de problema na representação língua materna.......................78

Figura 11- Resolução com justificativa na mesma linha de raciocínio entre os problemas 5 da primeira lista e 2 da segunda lista..78

LISTA DE SIGLAS

AEE	Atendimento Educacional Especializado
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
EMEB	Escola Municipal de Educação Básica
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais
MDC	Máximo Divisor Comum
ME	Ministérios da Educação
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PPP	Projeto Político-Pedagógico
PROFMAT	Mestrado Profissional em Rede Nacional
SciELO	Scientific Electronic Library Online
SRM	Salas de Recursos Multifuncionais
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
TRRS	Teoria dos Registros de Representação Semiótica
UFES	Universidade Federal do Espírito Santo

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 15

2 CAPÍTULO 1 – ENSINO DE MATEMÁTICA: APRENDIZAGEM COM UMA ABORDAGEM LÚDICA E CRIATIVA 22

1.1 A MATEMÁTICA NOS DIAS ATUAIS 22

1.1.1 A importância da formação docente no processo de ensino e aprendizagem 24

1.1.2 O âmbito escolar e as práticas pedagógicas 28

1.2 NO ENSINO FUNDAMENTAL: A MATEMÁTICA COM UMA ABORDAGEM CRIATIVA E AS COMPETÊNCIAS DESENVOLVIDAS COM BASE NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS 30

3 CAPÍTULO 2 – A TEORIA DE REGISTROS E REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA SEGUNDO A ÓTICA DE RAYMUNDO DUVAL 36

2.1 PROCESSO DE FORMAÇÃO, OBJETO, REGISTRO, REPRESENTAÇÕES E TRANSFORMAÇÕES 36

2.1.1 Identificação de símbolos, signo e a influência da conversão nos Sistemas Semióticos, tratamento e transformações de Representações de Sistema Semiótico e aprendizagem 39

4 CAPÍTULO 3 – COMPREENDENDO AS EQUAÇÕES DIOFANTINAS 43

3.1 APRESENTAÇÃO DE EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES 43

3.1.1 Aplicações das equações Diofantinas 45

3.1.2 Explicativa com problema prático 49

3.2 A EQUAÇÃO DIOFANTINA NA EDUCAÇÃO BÁSICA 50

5 RESULTADO E DISCUSSÃO 70

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS 80

REFERÊNCIAS 83

APÊNDICE 89

APÊNDICE A - AUTORIZAÇÃO DE PAIS OU RESPONSÁVEIS 89

APÊNDICE B - TERMO DE COMPROMISSO LIVRE E ESCLARECIDO 90
APÊNDICE C – ROTEIRO DE EXERCÍCIOS A SEREM APLICADOS COM DISCENTES 91
APÊNDICE D – ROTEIRO DE EXERCÍCIOS A SEREM APLICADOS COM DISCENTES 92
ANEXO 93
ANEXO A – FACHADA DA ESCOLA EMEB ANACLETO RAMOS 93

1 INTRODUÇÃO

A trajetória profissional, muitas vezes idealizada antes mesmo de concluirmos a graduação, nos gera expectativas que se remodelam no decorrer da vida, com a disposição de vivenciar novos desafios e o anseio de nos mantermos agregando conhecimento constantemente. Assim, tem sido minha[1] trajetória desse pesquisador que, pensadamente, trouxe-me ao universo da educação.

Após anos dedicados ao ensino de Matemática, atuando nos Ensinos Fundamental e Médio, em escolas municipais, estaduais e particulares, iniciei a jornada em tornar realidade o sonho de adentrar no mundo acadêmico e fazer uma Pós-graduação *Stricto Sensu.*

Naquele cenário de sala de aula, motivado pelo anseio de ensinar com responsabilidade e com criatividade aos discentes que de mim esperavam e esperam os ensinamentos de Matemática, uma disciplina que sempre representou a melhor parte de mim, não me vejo fazendo nada além disso. Ensinar Matemática está em minha alma. Sempre me lembro de *Albert Einstein*, quando disse que a "imaginação é mais importante que o conhecimento". Então, sim, acredito que posso ensinar Matemática de forma lúdica e criativa, porque é desse ensino prestado que recolho os louros de ver discentes uns mais outros menos, mas via de regra, a maior parte interessada em aprender, e isso me estimula e impulsiona a querer ensinar. Afinal, podemos fazer sempre o melhor, porque somos capazes de imaginar.

Entretanto, no afã de ensinar diariamente a disciplina de Matemática, e observando as dificuldades que os discentes têm em aprender, pois consideram ser uma disciplina difícil, é que resolvi empreender um ensino que fosse fácil e descomplicado, mostrando de variadas formas como resolver problemas.

Entende-se que a formação docente pressuponha a organização de um processo contínuo e sistemático que considere as exigências sociais, psicológicas, pessoais, contextuais e profissionais como parte integrante do desenvolvimento profissional

---

[1] O uso da escrita na primeira pessoa se justifica pelo fato de haver relato de uma experiência empírica.

docente, somado a busca pelo aprofundamento do ensino de Matemática aplicado na realidade escolar (ARAÚJO, 2019).

Evidentemente, para ensinar é preciso que haja uma formação docente e colocar em prática o que se aprendeu, embora nem sempre seja possível, por conta de tantas situações adversas que se pode enfrentar, tal qual o tempo em que vivemos. Por conta da Covid-19, foi preciso fazer adequações para que o ensino não fosse de todo prejudicado, e foi assim, envolto em todas essas mazelas que trabalhamos com discentes do Ensino Fundamental na construção dessa Dissertação de Mestrado. O que de todo muito me alegra, principalmente por ver em cada rostinho dos discentes que participou dessa empreitada, a alegria de fazer parte de um assunto tão importante para mim, mesmo tendo consciência que era um assunto para eles “novo”.

A inquietação em trabalhar de forma dinâmica em sala de aula levou-me a ler o Livro de Raymond Duval “Semiósis e Pensamento Humano Registros semióticos e aprendizagem intelectuais", e após a leitura do texto, vislumbrou-se a possibilidade de se trabalhar com os conteúdos matemáticos, associados as variadas formas de aprendizado.

O interesse em realizar uma pesquisa como essa, foi por observar a dificuldade dos docentes em motivar os discentes para o aprendizado de Matemática, visto que os discentes encontram diversas dificuldades, seja pela imaturidade intelectual, seja pela falta de estímulo para aprender, além da constatação de falta de base de conteúdo. Diante disso, o caminho trilhado por mim foi nos moldes da prática em sala de aula que me permitiram vivenciar a realidade da educação no contexto escolar e o quanto eu poderia fazer pelo discente enquanto professor. Portanto, essa pesquisa não partiu do nada ou de um diletantismo intelectual, mas responde a um compromisso enquanto profissional da educação, em função de minha vida profissional e de cidadão há muitos anos na cidade de Cachoeiro de Itapemirim/ES.

Apresenta-se o percurso metodológico utilizado para conduzir o processo de investigação do objeto dessa pesquisa, da coleta à análise dos dados, explicitando as principais etapas como delineamento do estudo, tipo de pesquisa, área, população, tratamento e coleta de dados, com registro, organização e processo de análise, resultados, discussão dos dados e considerações.

Tratou-se de uma pesquisa descritiva, com uma abordagem quali-quantitativa baseadas em autores tais como, Marconi e Lakatos (2006; 2013), Minayo (2010). Desse posto, foi possível fazer o desenvolvimento proximal e desmistificar o paradigma que torna a Matemática um componente curricular de difícil compreensão por parte dos discentes, fato esse que dificulta o aprendizado e consequentemente, a transmissão do conhecimento de Matemática aplicado à realidade escolar, e a partir das avaliações com os discentes destacou-se as possibilidades deles em resolverem equações diofantinas de variadas formas.

A pesquisa foi desenvolvida na Escola Municipal de Educação Básica (EMEB) “Anacleto Ramos” no município de Cachoeiro de Itapemirim/ES, localizada a Rua Mário Imperial, S/N, Bairro Azevedo Pio (conhecido como Bairro Ferroviários), e fundada em 15 de janeiro de 1960, com mais de 60 anos de existência, atende a um total de 1.396 alunos da rede municipal de 1º ao 9º ano. Possui em seu quadro funcional 72 professores e 37 funcionários administrativos. Sendo escola polo de Salas de Recursos Multifuncionais (SRM) e Atendimento Educacional Especializado (AEE) atende inicialmente quatorze (14) alunos com necessidades especiais.

Possui a escola, uma infraestrutura adequada com alimentação escolar para os alunos, água filtrada, energia e esgoto da rede pública, lixo destinado à coleta periódica, acesso à internet, banda larga. Enquanto instalação de ensino, a escola possui dezessete (17) salas de aulas, sala de diretoria, sala de professores, laboratório de ciências, sala de recursos multifuncionais para Atendimento Educacional Especializado (AEE), quadra de esportes coberta, cozinha, biblioteca, banheiro adequado à alunos com deficiência ou mobilidade reduzida, sala de secretaria, banheiro com chuveiro, refeitório, despensa, almoxarifado, auditório e pátio coberto. Quanto a equipamentos, a escola possui TV, DVD, Copiadora, Impressora, Aparelho de som, Projetor multimídia (Datashow) e computadores.

Quadro 1- Distribuição de anos, períodos, turmas e quantitativo de discentes matriculados na Escola Municipal de Educação Básica "Anacleto Ramos"

Atendimento Educacional Especializado (AEE) Aulas no período da manhã, tarde Número de turmas 14 / Média de alunos por turma: 1
Ensino Fundamental de 9 anos - 1º Ano Aulas no período da manhã Número de turmas 5 / Média de alunos por turma: 24 Artes (Educação Artística, Teatro, Dança, Música, Artes Plásticas e outras) Ensino Religioso Educação Física
Ensino Fundamental de 9 anos - 2º Ano Aulas no período da manhã Número de turmas 4 / Média de alunos por turma: 26 Artes (Educação Artística, Teatro, Dança, Música, Artes Plásticas e outras) Ensino Religioso Educação Física
Ensino Fundamental de 9 anos - 3º Ano Aulas no período da manhã Número de turmas 5 / Média de alunos por turma: 25 Artes (Educação Artística, Teatro, Dança, Música, Artes Plásticas e outras) Ensino Religioso Educação Física
Ensino Fundamental de 9 anos - 4º Ano Aulas no período da manhã, tarde Número de turmas 3 / Média de alunos por turma: 22 Artes (Educação Artística, Teatro, Dança, Música, Artes Plásticas e outras) Ensino Religioso Educação Física
Ensino Fundamental de 9 anos - 5º Ano Aulas no período da manhã, tarde Número de turmas 2 / Média de alunos por turma: 28 Artes (Educação Artística, Teatro, Dança, Música, Artes Plásticas e outras) Ensino Religioso Educação Física
Ensino Fundamental de 9 anos - 6º Ano Aulas no período da tarde Número de turmas 4 / Média de alunos por turma: 19 Inglês Artes (Educação Artística, Teatro, Dança, Música, Artes Plásticas e outras) Ensino Religioso Educação Física
Ensino Fundamental de 9 anos - 7º Ano Aulas no período da tarde Número de turmas 3 / Média de alunos por turma: 25 Inglês Artes (Educação Artística, Teatro, Dança, Música, Artes Plásticas e outras) Ensino Religioso Educação Física
Ensino Fundamental de 9 anos - 8º Ano Aulas no período da tarde Número de turmas 3 / Média de alunos por turma: 27 Inglês Artes (Educação Artística, Teatro, Dança, Música, Artes Plásticas e outras) Ensino Religioso Educação Física
Ensino Fundamental de 9 anos - 9º Ano Aulas no período da tarde Número de turmas 2 / Média de alunos por turma: 25 Inglês

Artes (Educação Artística, Teatro, Dança, Música, Artes Plásticas e outras) Ensino Religioso Educação Física

Fonte: disponível em: <Escola - EMEB Anacleto Ramos - Cachoeiro de Itapemirim - ES>

A partir dessas colocações foi elaborado o presente trabalho, no qual tem por propósito apresentar uma pesquisa realizada com duas turmas do 9º ano V1 e 9º V2 da Escola - EMEB Anacleto Ramos do Ensino Fundamental no município de Cachoeiro de Itapemirim/ES, com as quais foram trabalhadas equações diofantinas e a solução de problemas conforme a TRRS, e excluídas as demais turmas.

Para a coleta e tratamento de dados e para a composição da pesquisa foi feita uma busca teórica, tendo como base, leituras exploratórias e seletivas de material, das quais foram realizadas junto ao site do Google Acadêmico, Scientific Electronic Library On-line (SciELO), leitura de livros, artigos em meio eletrônico e de idioma (português). Com as leituras, foi possível ter embasamento sobre esse assunto, nesse caso, sobre Representações Semióticas e equações diofantinas. Formulou-se o modelo teórico a partir de quatro categorias analisadas, com base na: Matemática. Formação docente. Teoria de Registros e Representação Semiótica. Equações Diofantinas.

A princípio, a pesquisa seria realizada aproximadamente em um mês e com diversas turmas de Ensino Fundamental, mas por conta da pandemia da Covid-19, nesse tempo não foi possível, principalmente, pela necessidade de distanciamento social e as escolas ficarem fechadas, sendo possível realizá-la somente após autorização para o retorno das aulas e flexibilização de dia, de turmas e números de discentes. Assim, foi desenvolvida no mês de junho de 2021, mesmo assim, com redução de discentes, sendo realizada em dois momentos de horário de aula e durante as aulas em que sou o docente de Matemática.

Para a análise optou-se pela resolução de problemas das variáveis didaticamente pertinentes aplicadas em sala de aula, cujo intento foi a aquisição de conhecimento por parte dos discentes da solução de problemas concernentes a equações diofantinas e representação semiótica.

A relevância da pesquisa consiste em apresentar as equações diofantinas e resolvê-las sob a ótica da TRRS, ou seja, de maneiras diferentes, além de suscitar estratégias diferenciadas de se ensinar Matemática, bem como a apresentação de conteúdos considerados pré-requisitos que poderão ser usados na confecção de planos de aula, sequências didáticas, e atividades extraclasse.

Portanto, partiu-se do entendimento que a aprendizagem da Matemática constitui, em evidência, “um campo de estudo privilegiado para a análise de atividades cognitivas fundamentais como a conceitualização, o raciocínio, a resolução de problemas e mesmo a compreensão de textos” (DUVAL, 2009, p. 13). Nesse caso, ensinar a Matemática na realidade escolar revela-se como meio indispensável para o conhecimento, ensino e aprendizagem.

Dessa forma, pretendeu-se com esta pesquisa aprofundar o conhecimento sobre a TRRS no ensino de Matemática, e diante do exposto, a questão que se pretendeu responder foi: seria a Teoria de Representação de Registro Semiótico suficientemente capaz de auxiliar no processo de ensino, aprendizagem e resolução de equações diofantinas?

Os objetivos do estudo desenvolvido foram, em termos gerais, mostrar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica como estratégia eficiente para captação e transcendência de conteúdo na resolução de equações diofantinas no Ensino Fundamental. Em termos mais específicos, objetivou-se: a) verificar à luz da literatura a importância da formação docente e das práticas pedagógicas para o ensino de Matemática; b) compreender o processo que conduz a melhoria de aprendizagem através do registro semiótico; c) apresentar as variadas formas de transformações dos registros semióticos nas equações diofantinas; e d) identificar as possibilidades e as dificuldades percebidas em sala de aula na resolução de equações diofantinas no ensino de Matemática.

A partir das interpretações, a estrutura da pesquisa está organizada em três (3) capítulos - Introdução: Onde é gerada uma primeira ótica sobre a motivação em realizar uma pesquisa envolvendo resolução de equações diofantinas em conformidade a TRRS, envolvendo uma amostra justificada, com questionamento do problema, objetivos e percurso metodológico.

No Capítulo 1 – Fundamentação Teórica: Este capítulo apresenta um embasamento teórico intitulado “Equações Diofantinas na Educação Básica: uma análise à luz dos Registros de Representação Semiótica”, concentra-se na apresentação do ensino-aprendizagem de Matemática com uma abordagem lúdica e criativa nos dias atuais, e a importância da formação docente no processo ensino aprendizagem, bem como o conhecimento da escola e de suas práticas pedagógicas.

No Capítulo 2 – Discute-se a TRRS segundo a ótica de Raymond Duval, o processo de formação, objeto, registro, representações e transformações, identificação de símbolos, signo e a influência da conversão. Tratamento e transformações de representações e aprendizagem nos sistemas semióticos.

No Capítulo 3 - É apresentado o desenvolvimento das atividades propostas, análise e discussão das produções de equações diofantinas e transformações de registros semióticos que se configuram como validação para a compreensão dessa pesquisa. Duval (2011) discorre que, quando se busca interpretar algo, amplia-se os significados do que é proposto em benefícios da aprendizagem, visto que unidades significantes e pertinentes devem ser abordadas em ordem de coerência.

Os resultados almejados com esta pesquisa estão estruturados para melhor compreensão se a TRRS é suficientemente capaz de auxiliar no processo de ensino, aprendizagem e resolução de equações diofantinas à luz da literatura sobre a importância da formação docente e das práticas pedagógicas para o ensino de Matemática. O processo que conduz a melhoria de aprendizagem através do registro semiótico leva a variadas formas de transformações dos registros semióticos nas equações diofantinas. Possibilidades e as dificuldades percebidas em sala de aula na resolução de equações diofantinas no ensino de Matemática.

As considerações finais são apresentadas partindo de evidências obtidas na interpretação dos dados coletados, observou-se que a TRRS possibilita ao discente resolver problemas de variadas formas. Na sequência, as referências.

2 CAPÍTULO 1 – ENSINO DE MATEMÁTICA: APRENDIZAGEM COM UMA ABORDAGEM LÚDICA E CRIATIVA

Neste Capítulo apresentamos a fundamentação teórica da pesquisa, discutindo sobre a Matemática nos dias atuais e a importância da formação de docente para o ensino aprendizagem, além de explicitar sobre criatividade para ensinar Matemática no Ensino Fundamental, e as competências necessárias para resolução de problemas. Além disso, busca-se apresentar à luz da TRRS, de Raymond Duval, a resolução de equações diofantinas na Educação Básica, destacando quais significados são abordados.

1.1 A MATEMÁTICA NOS DIAS ATUAIS

Desde os primórdios, a Matemática está presente na vida do ser humano e é, possivelmente, a língua natural do universo, da qual se prevalece a contagem, abrangendo períodos tais como, helênico com sistemas de numeração gregos, Tales de Mileto, Pitágoras, Eleatas, Academia de Platão, Eudoxo, método de exaustão, Aristóteles, Elementos de Euclides, Arquimedes de Siracusa, cônicas de Apolônio, Ptolemeu de Alexandria, aritmética de Diofanto. No período medieval, com a Matemática hindu e árabe. No Renascimento surgiram o cálculo, as novas ideias na astronomia, onde a Matemática passa a ser vista como arte, envolvendo a álgebra, métodos de fluxos, razões, e alguns episódios dos séculos XVIII e XIX com a evolução da geometria e a fundamentação do cálculo (MOL, 2013; DUARTE, 2020).

O termo Matemática tem origem na palavra grega e descendente em língua portuguesa — μαθηματικα[2], proveniente da palavra μαθημα[3], e μανθάνω[4] com significado de conhecimento (VESCHI, 2019). De acordo com Mol (2013) a Matemática fora estruturada por alguns pensadores da Grécia Clássica como modo de pensar, cujo papel central está na maneira com que o homem entende o mundo e tratada como a essência do conhecimento em ordem cronológica.

[2] μαθηματικα, Matemática.
[3] μαθημα, Matemática.
[4] Μανθάνω, verbo aprender

Possivelmente, a Matemática seja a língua natural do universo. Segundo Duarte (2020), a modelagem Matemática de um problema real geralmente leva à resolução de uma equação, um termo vago que pode abranger uma equação diferencial, algébrica, com derivadas parciais, transcendentais, entre outras, mas também diofantina cujas soluções fornecem a resposta para o problema.

Compreende-se que o saber não significa ser suficiente para ensinar Matemática, sendo preciso o desenvolvimento de competências e saberes necessários para o desempenho na prática docente. Historicamente, a “humanidade considera a Matemática uma disciplina que culmina em diversos desafios e estigmas, mas também um componente importante na construção da cidadania” (SILVA; SIQUEIRA FILHO, 2011, p. 47).

Desse modo, ensinar e aprender Matemática ao longo dos anos tem sido uma missão desafiadora para docentes já que os mesmos passaram por várias transformações no percurso educacional, ao que parece, muitos ensinamentos e práticas foram se perdendo ao longo dos caminhos (BRANDT; MORETTI, 2016). No exposto, muitos profissionais docentes encontram a cada dia discentes mais desmotivados com a busca pelo conhecimento, cabendo ao professor trilhar caminhos para tornar suas aulas mais atraentes.

Portanto, buscar estratégias desafiadoras é um caminho natural para reverter o atual quadro de falta de interesse dos discentes, e nesse contexto, cabe ao professor criar situações para envolvê-los a buscarem o saber, e o grande passo para reverter essa situação seria a resolução de problemas.

Desse modo, cabe aqui citar os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), dos quais trazem alguns caminhos para fazer Matemática na sala de aula, dentre eles temos: o recurso à resolução de problemas. Nele diz: “resolução de problemas é um caminho para o ensino de Matemática que vem sendo discutido ao longo dos últimos anos” (BRASIL, 1997, p. 42).

Compreende-se pela história da matemática muitos problemas de ordem prática tais como, divisão de terras, cálculo de créditos e também vinculados a outras ciências como Física e Astronomia bem como problemas relacionados a própria disciplina foram resolvidos pelos estudos em Matemática (BRASIL, 1998).

Segundo os documentos do PCN ao colocar o foco na resolução de problemas, um dos princípios diz que:

> [...] no processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisam desenvolver algum tipo de estratégias para resolvê-las (BRASIL, 1997, p. 43).

Portanto, vincular a Matemática na prática do dia a dia do discente vai mostrar a importância do estudo e da aprendizagem, dessa forma, espera-se um entusiasmo maior na busca do conhecimento e assim, procurar várias maneiras de resolver um problema.

1.1.1 A importância da formação docente no processo de ensino e aprendizagem

Sobre conceito de formação docente, Franco (2016) discorre que se encontra ora imbricados em diversos modelos formativos, constituídos como elemento de entendimento e compreensão sobre a profissão de professor. Entende-se que a formação de docentes pressupõe a organização de um processo contínuo e sistemático que considera as exigências sociais, psicológicas, pessoais, contextuais e profissionais como parte do desenvolvimento profissional docente.

Trata-se, portanto, de um processo caracterizado por tensões e aprendizagens em contextos desconhecidos, na qual se busca manter coerência no exercício profissional. Faz-se necessário reconhecer que os docentes precisam conscientizar-se de que são sujeitos em permanente evolução e desenvolvimento, pois só assim construirão sua identidade profissional. É, portanto, fundamental que os docentes compreendam suas possibilidades e limites, isto é, que se envolvam com as situações específicas e formais de ensino capazes de favorecer a reflexão acerca das atividades pedagógicas organizadas e desenvolvidas na prática cotidiana, quer sejam no ensino presencial quanto no ensino a distância (BOLZAN; ISAIAS, MACIEL, 2013).

Compreende-se serem várias as trajetórias de formação, além de ser um processo que envolve tanto o desenvolvimento pessoal quanto profissional, não sendo engendradas apenas por agentes externos, mas tecidas a partir de ações formativas desenvolvidas ou ativadas conscientemente pelos próprios docentes das quais envolve ações formativas, preparação, interação e o desenvolvimento prático.

Logo, pensar a formação implica compreendê-la como um processo sistemático e organizado, envolvendo tanto os sujeitos que estão se preparando para serem docentes, quanto àqueles que nela já estão engajados. O que confirma Bolzan, Isaias e Maciel (2013, p. 58-59) quando dizem que “[...] a formação docente está em constante evolução, sendo determinada por vários fatores: éticos, políticos, pedagógicos, econômicos, sociais e históricos”. Para Isaias e Bolzan (2011), a formação para docentes precisa também levar em conta três dimensões que asseguram sua especificidade: a pessoal, a pedagógica e a profissional.

Portanto, pensar na formação docente, seja qual for a disciplina escolhida para ministrar, se faz necessário que o professor em todos os processos educacionais pense de forma reflexiva para que consiga relacionar suas práticas pedagógicas de forma criativa (NUÑEZ: SANTOS, 2012).

Na visão de Bolzan, Isaias e Maciel (2013) à medida que os docentes são formadores, também se formam. A construção da aprendizagem de ser professor, portanto, é colaborativa, se faz na prática de sala de aula e no exercício de atuação cotidiana no âmbito educacional, seja no universo virtual ou não. Conforme os docentes discutem sobre seus fazeres, explicitando suas concepções acerca do processo de ensinar e de aprender, deixam evidente a busca de um caminho de indagação, demonstrada na direção escolhida e, consequentemente, uma atitude reflexiva acerca de seus saberes e fazeres pedagógicos, contribuindo, assim, para sua formação e prática.

Contudo, a reflexão não pode ser entendida como um processo solitário, nem como um simples exercício de criação ou construção de novas ideias, mas como uma atividade intersubjetiva que expressa a tomada de decisões, a escolha das mediações e das concepções que os docentes têm acerca de suas práticas educativas.

Nessa abordagem, Nuñez e Santos (2012) discorrem que a falta de autocrítica por parte de docentes ao lidarem com a criatividade no contexto educacional, permitem lacunas na formação escolar e em se tratando de processos educacionais não prioriza, e nem tampouco, considera a prática criativa como algo inerente e necessário ao ensino escolar. O docente quando envolvido em uma verdadeira prática educacional navega por um mar de dúvidas, certo que aportará num lugar de certezas e críticas, pois é envolvido pela crença de que vencerá mesmo sendo docente.

Para Bolzan, Isaias e Maciel (2013), compreende-se que a formação educacional implica em atenção múltipla dos processos formativos à medida em que nos colocamos diante dos possíveis desafios de construção estratégicas capazes de promover análise do contexto social em que docentes estarão inseridos, o que antes lhes possibilitariam na identificação e no reconhecimento do ensino transformador. Além da atualização e prática permanente dos conhecimentos pedagógicos.

Vale ressaltar a necessidade de reflexão sobre a formação e prática de ensino como alternativa pedagógica capaz de concretizar a construção coletiva de conhecimento pedagógico a revisão crítica das condições socioculturais que são projetados, em que os processos formativos exigem a compreensão de que o professor precise considerar o espaço escolar em movimento, conferindo necessidade de reflexão dos fenômenos do aprender como de ensinar, um espaço em que a docência em ação deva ser revisitada (ARAÚJO, 2016).

Dentro do contexto apresentado, a formação do professor precisa ser compreendida como um processo no qual a organização pedagógica necessita ser articulada e que o pedagógico seja reconhecido como um caminho para emancipação dos processos de ensino e da aprendizagem. Podendo essa reflexão redimensionar ações pedagógicas desenvolvidas proporcionando autonomia e mobilização pela busca do saber. Reconstrução pedagógica quanto às estratégias de ensino constitui como desafio a serem implementados.

Mussi (2013) considera o ato de ensinar como caminho de incertezas e de mudanças constantes quando relacionadas na prática, todavia, requer revisitação de tradições, compromissos, concepções, práticas que possam definir os contornos de um ensino capaz de transformar e de formas variadas.

Entende-se que entre teorias e práticas exista uma tensão não necessariamente de reivindicação a praticidade, mas, de reconhecimento quanto a questão da prática social, política, escolar, educativa e ética. Isso, não dispensando o contexto da prática pedagógica, mas, explorando suas dimensões, adequando-as aos discentes. Deve-se criar espaços que possam permitir que docentes sejam capazes de tomar decisões congruentes, sustentáveis e comunicáveis. Assim, embala uma educação comprometida com a transformação de ações em um processo que integra e articula as situações práticas, nesse caso, a resolução de problemas (LIMA, 2016).

Ideias e ações no contexto educativo de ensino podem gerar ações de tensão, principalmente, se não forem integradas por reflexões e ações planejadas. Daí a importância de o professor desenvolver competências para fazer conexões ao que for desenvolver na prática escolar. Cabe refletir sobre as diversas fontes de informações, pontos de vista divergentes, superação de conflitos, enfrentamentos e novos desafios. Há, também, a necessidade da organização dos conteúdos, elaboração de estratégias, em que os discentes possam projetar suas ações a serem desenvolvidas nos espaços onde atuarão.

O processo de ensino precisa contemplar espaços de expressão de ideias e ações como forma de exercitar o que os discentes compreendem de seus conhecimentos, com vista a possibilitar-lhes tratamento reflexivo sobre o que aprendem e capacidade de qualificar as práticas a serem implementadas, como fortalecimento de pensamentos e decisões pedagógicas (BOLZAN; ISAIAS; MACIEL, 2013). Considera-se a objetividade e a subjetividade como força de tensão do contexto de formação do professor no qual os sujeitos podem avaliar situações concretas, mesmo quando divergentes.

O estudo de Bolzan e Isaias (2011) traz à reflexão do trabalho compartilhado que implica em postura de ruptura com uma visão sectária e individual na educação. Compreendemos uma atividade pedagógica carente na qual precisa ser organizada, claro que considerando tempo e espaços de vivência. Fica entendido que a formação educacional precisa priorizar os processos coletivos, valorizando os espaços comuns capazes de propiciar a construção de conhecimento pedagógico compartilhado.

Assim, a incorporação de uma cultura de colaboração implica na compreensão dos processos de mediação e interação, consequentemente a tomada de decisões, indispensáveis ao fortalecimento da cooperação. Importante que sejam referidos os processos formativos que exigem espaços de reflexão compartilhada, considerando-se os múltiplos contextos socioculturais dos sujeitos (BOLZAN; ISAIAS; MACIEL, 2013).

A temática dos saberes docentes e sua relação na problemática do ensino é defendido por conta de os saberes estarem relacionados com o trabalho em si do professor, mostrando sua origem social, construída a partir de categorias relacionadas com a trajetória percorrida por docentes ao edificarem saberes que utilizam efetivamente em sua prática profissional cotidiana.

Todavia, o mais importante é que o professor ao ensinar Matemática, possa despertar no discente a capacidade de reconhecer a disciplina como aprendizado para que favoreça o desenvolvimento de seu raciocínio, de sua capacidade de expressar e, de ser criativo.

1.1.2 O âmbito escolar e as práticas pedagógicas

A escola em seu contexto diversificado de desenvolvimento e aprendizagem é um local onde reúne diversidade de conhecimentos, atividades, regras, valores permeados por conflitos, problemas e diferenças, também possui função social emergindo para evoluí-lo da sociedade como microssistema, não refletindo apenas as transformações, mas também aprendendo a lidar com as diferentes demandas (MEZZOMO; ZIMMER, 2017; NOBRE, 2018). Entretanto, faz-se necessário a preparação tanto de discentes quanto de docentes para superarem as dificuldades de aprendizado de forma geral.

De acordo com Palúj, Schütz e Mayer (2020) variados são os desafios impostos pelas mudanças do século XX e XXI, e atualmente, a escola necessita enfrentar em meio à crise, o desempenho de novos papéis, sendo os desafios imensos, por se tratar de um período atípico daquilo que se vivencia no cotidiano escolar.

No entanto, por ser a escola uma instituição social com objetivos e metas determinadas, emprega e reelabora os conhecimentos socialmente produzidos, com o intuito de promover a aprendizagem, pois, uma escola que oportuniza aprendizagem e formação é aquela que permite o desenvolvimento integral do aluno. Isto inclui aspectos físicos, psicológicos, intelectuais e sociais (PEREIRA; CARLOTO, 2016). Para Beraldi (2013) a promoção de atividades inclui em afetividade recíproca, a questão do motor dos discentes, do social e cognitivo criando laços e favorecendo o pensar e o aprender.

A busca pela melhoria na educação é inegável, porém ainda falta muito a ser feito. Em relação as práticas pedagógicas, Franco (2015, p. 601) considera que “[...] as práticas pedagógicas se configuram na mediação com o outro, ou com os outros, e é esse outro que oferece às práticas seu espaço de possibilidade”. Contraditoriamente, observa-se que as práticas podem funcionar como espaço de resistência e de reverberação de múltiplas dominações; portanto, como um espaço eivado de contradições.

Franco (2015, p. 605) considera as relações entre professor e discente, currículo e escola como relações que impõem convivência, tensional e contraditória, entre o sujeito que aprende e o professor que se organiza e prepara as condições para ensinar, e o professor pode encontrar “[...] meios para viver a dissonância das resistências e resignações postas pelo aluno”, quer atuando como desencadeador de processos de aprendizagem, quer como acompanhante das possibilidades múltiplas de retorno de sua ação.

Dessa maneira entende-se que:

> As práticas pedagógicas se organizam em torno de intencionalidades previamente estabelecidas e tais intencionalidades são perseguidas ao longo do processo didático, de formas e meios variados. As práticas pedagógicas caminham por entre resistências e desistências, em uma perspectiva dialética, pulsional, totalizante. As práticas pedagógicas trabalham com e na

> historicidade; implicam tomadas de decisões; de posições e se transformam pelas contradições (FRANCO, 2015, p. 605).

O saber docente tem caráter polissêmico e a prática docente é o componente nuclear que promove a integração de diferentes saberes e que possibilita as relações diferenciadas e personalizadas com os saberes (MUSSI; ALMEIDA, 2015). Importante ressaltar que o saber docente pode ser visto como múltiplo, plural, presente, e de certo modo, na confluência entre várias fontes de saberes provenientes da história de vida individual, da sociedade, da formação profissional e da socialização.

De fato, os saberes da docência envolvem estudo sobre dimensões presentes na formação e no trabalho do professor, conjunto de saberes definidos como dimensões da formação, sendo eles o humano interacional, técnico-científica, ética e política, da formação continuada, do trabalho coletivo, dos saberes para ensinar, crítico reflexiva, avaliativa; estética, cultural e ética. Importante ressaltar que esse conjunto de dimensões ocorrem de forma sincronizada à outra, em determinadas situações da prática docente (MCHOTA, 2017).

1.2 NO ENSINO FUNDAMENTAL: A MATEMÁTICA COM UMA ABORDAGEM CRIATIVA E AS COMPETÊNCIAS DESENVOLVIDAS COM BASE NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A Matemática é uma disciplina que oferece um vasto campo de conhecimento para análise de atividades cognitivas, já que a conceituação dos conteúdos, o raciocínio e a resolução de problemas requerem a interpretação e a busca por soluções plausíveis. O ensino tendo com uma abordagem criativa, erigida, procura responder a demandas criadas pela falência de paradigmas investigativos configuradores da ciência moderna, na qual pode ser caracterizada pelas diversa formas de ensino, de departamentos e currículos, suscetíveis de fazer com que o aprendizado seja de forma interativa, esta interação podendo ir da simples comunicação das ideias até a interação mútua dos conceitos, da epistemologia, da terminologia, da metodologia, dos procedimentos, dos dados e principalmente de organização para o ensino. Todavia, o método de ensino atual tem sido revelado como inadequado, ou seja, deve-se discutir o método de ensino por conta das dificuldades e condições adversas no âmbito escolar (SADOVSKY, 2010).

Sadovsky (2010) considera como necessário que haja interação e engajamento entre docentes e discentes para obtenção de respostas positivas quanto ao ensino e aprendizagem da Matemática, pois o trabalho de ensinar e produzir conhecimento de boa qualidade, requer o saber de como e por que a aplicar. Entende-se serem diversos os problemas enfrentados por docentes e principalmente, entendidos pelos discentes, mas, no aprofundamento do conhecimento, conteúdos diversos podem ser relacionados.

Nesse contexto, para que possam ser analisadas todas as dificuldades que envolvem a atividade de educar o qual pode ser vista como extremamente absorvente demandando mais do que tempo e disponibilidade, pois uma atenção seria capaz de gerar a aprendizagem do agir mais adequado e produtivo no ato de ensinar. Dessa forma, ao pensar sobre o ensino de Matemática, faz-se necessário admitir que a ação dos docentes tem em seu contexto geral, objetivos imediatos e mediatos, e que estes, são determinados por valores sócio-histórico e culturalmente estabelecidos, mas, complexo e desafiador (CAVALCANTE, 2018).

Bessa (2021) traz para a discussão a necessidade de vencer entraves e paradigmas do mundo moderno quando o assunto é a educação, ou seja, o ensino dos discentes em sala de aula. Tanto que Sadovsky (2010, p. 23) assevera como necessário "pensar em um processo de produção na sala de aula que considere as condições da instituição escolar.".

Conforme o PCN, a Matemática no Ensino Fundamental é pautada por princípios decorrentes de estudos, pesquisas e debates, sendo um componente importantíssimo na construção da cidadania, devendo estar ao alcance de todos, podendo ser relacionada pela observação do mundo real com representações tais como, esquemas, tabelas, figuras ou relacionadas por representações com princípios e conceitos matemáticos (BRASIL, 1997).

Entretanto com a promulgação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) acontece um novo marco na educação no qual são reunidos, historicamente, momentos na trajetória da educação brasileira com registros dos principais marcos legais que orientam sua democratização. Salienta-se que, de acordo com os recentes documentos, os objetivos elaborados orientam o docente para realizar o trabalho em sala de aula. Nesse caso, cabe expor os números, Geometria, Álgebra, Grandezas e medidas e Probabilidade e Estatística (BRASIL, 2017).

No exposto, a Lei Diretrizes e Bases (LDB) nº 9394/1996 instituiu a adequação dos cursos de graduação por meio das Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN). Diretrizes essas que: superam os currículos mínimos obrigatórios, permitindo uma organização curricular com relativa liberdade e flexibilidade. Devendo essa organização prever: a permeabilidade em relação às mudanças que ocorrem no mundo científico e nos processos sociais, a interdisciplinaridade, a formação sintonizada com a realidade social, a perspectiva de uma educação continuada ao longo da vida, a articulação teoria-prática presente na indissociabilidade entre ensino, pesquisa e extensão (BRASIL, 1996).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais constituem o primeiro nível de concretização curricular, sendo uma referência nacional para o ensino (BRASIL, 1997). De todo, o ensino de Matemática com base nas competências desenvolvidas para resolução de problemas, se faz necessário entender os PCN da qual possui ênfase no desenvolvimento da resolução de problemas ou a resolução de problemas como metodologia de ensino. Agora, na BNCC, a resolução de problemas e competências que a Matemática deve assumir como sua. Isso vai levar os docentes a fazerem ajustes na forma de ensinar.

Sobre o Projeto Político-Pedagógico (PPP) da Escola Municipal de Educação Básica "Anacleto Ramos" direciona o trabalho escolar e não nega o instituído da escola, que é a sua história, que é o conjunto dos seus currículos, dos seus métodos, o conjunto dos seus atores internos e externos e o seu modo de vida. Para Assolini (2018), não se constroem um projeto sem uma direção política, um norte, um rumo. Por isso, todo projeto pedagógico da escola é também político. O projeto pedagógico da escola é, por isso mesmo, sempre um processo inconcluso, uma etapa em direção a uma finalidade que permanece como horizonte da escola.

Em sentido restrito, a interdisciplinaridade pode ser caracterizada pela utilização de elementos ou recursos de duas ou mais disciplinas para a operacionalização de um procedimento investigativo. É importante ressaltar que o ambiente escolar pode favorecer para a interdisciplinaridade educacional. Uma visão interdisciplinar, unificada e convergente implica estar presente tanto no campo da teoria como da prática, seja essa prática da intervenção social, pedagógica ou de pesquisa (SILVA; SIQUEIRA FILHO, 2011).

Por isso, deve ser pensada como algo que revela o nível máximo de integração disciplinar que seria possível alcançar, um esforço deliberado para religação do saber fragmentado, o reconhecimento da interdependência de todos os aspectos da realidade, uma grande relação e cooperação entre disciplinas diversas de tal forma que compartilhem um mesmo paradigma, um conjunto de conceitos fundamentais e/ou elementos de um mesmo método de investigação.

No contexto que envolve a aprendizagem, a criatividade, a produtividade, capacidade básica de poder receber ensinamentos, o que também reflete ao ensino a distância, por conta da pandemia do Coronavírus. Seria de bom tom se considerássemos o indivíduo um ser de determinado potencial, com necessidade interior de exercer seu potencial e de realizá-lo em sentido criativo. Podendo realizá-lo, o indivíduo se realizaria, sua vida se tornaria mais rica e significativa de entendimentos (NERI JÚNIOR, 2019).

De acordo com as afinidades, as aptidões e interesses, cada pessoa sente em si, senão especificamente ao menos em termos gerais, em que áreas poderiam caminhar para se desenvolver. Por onde deveria caminhar. As potencialidades existentes constituirão sua própria motivação sendo uma proposta permanente do indivíduo, uma proposta de si para si, o que consequentemente teria reflexos no aprendizado on-line. Ser sensível na integração do consciente, do ser sensível e do cultural se baseiam os comportamentos criativos do homem, como processos intuitivos consciente de sua existência individual. Um ser racional tem por significância a inteligência, raciocínio, pensamento, compreensão, vontade, imaginação e somente o ser humano com qualidade de domínio, controle, criação a conquista. A criatividade tem sido estudada por diferentes áreas do conhecimento onde cada área desenvolve uma abordagem diferenciada quanto à origem, conceito e condições para o desencadeamento do processo criativo (PEREIRA; PAVANATI; SOUSA, 2011).

O foco da Matemática será o letramento, ou seja, em usar a Matemática na resolução de situações, por isso o professor deve propor atividades que desenvolvam o raciocínio, a comunicação e a representação. A resolução de problemas é um dos caminhos para alcançar esse objetivo. O que de acordo com Redling (2011) deve ser bem escolhido, nem muito difícil, nem muito fácil, natural e interessante.

Portanto, a Matemática no Ensino Fundamental deve garantir que o discente recorra aos conhecimentos Matemáticos para compreensão e atuação no mundo, sendo diversos os seus campos, tais como: Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade. Através desses campos, a BNCC propõe que os discentes desenvolvam a sua capacidade de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente para resolver problemas em vários contextos, além da necessidade de desenvolvimento de competências (BNCC, 2017).

Essa competência específica está relacionada a competência geral da BNCC que diz: “valorizar, utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva” (BNCC, 2017, p. 9). Também se relaciona com a competência geral da educação básica 2 que espera que o discente seja capaz de exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas (BNCC, 2017).

Importante salientar que a tecnologia tem marcado uma etapa considerada como nova socialmente, o qual incluem novas formas de trabalho, de pensar e de viver, em todos os setores. Inclusive a aquisição de novos equipamentos, mas, compreende-se como problema a falta de capacitação de docentes para colocar em prática tais tecnologias (SEEGGER; CANES; GARCIA, 2012).

Tanto que Gracindo (2010) ressalta que, de acordo com o Programa Brasileiro de Informática na Educação o papel do computador pode provocar mudanças pedagógicas profundas ao invés de automatizar o ensino ou preparar o discente para ser capaz de trabalhar com essa tecnologia.

Desse posto, as habilidades expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos discentes nos diferentes contextos escolares de forma que estes possam desenvolver as competências específicas da área, desse modo espera-se o crescimento intelectual, tornando-se um indivíduo que constrói a sua própria história, tornando-o independente para tomar decisões fundamentadas e necessárias para viver livre e feliz.

3 CAPÍTULO 2 – A TEORIA DE REGISTROS E REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA SEGUNDO A ÓTICA DE RAYMUNDO DUVAL

A teoria intitulada Teoria de Registros e Representação Semiótica foi desenvolvida pelo filósofo, psicólogo de formação e professor emérito da Universidade Du Littoral Côte d' Opale em Dunquerte, França. Seus estudos relativos à psicologia cognitiva, desenvolvida no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática têm contribuído fortemente para pesquisas em Educação Matemática. Seu livro "Semiósis e Pensamento Humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais" mostra a importância de sua TRRS para pesquisas no âmbito da didática da Matemática.

2.1 PROCESSO DE FORMAÇÃO, OBJETO, REGISTRO, REPRESENTAÇÕES E TRANSFORMAÇÕES

O processo de formação e sua importância nos diferentes tipos de situações problemas, seus invariantes prescritos e operatórios, bem como, as distintas representações simbólicas são utilizadas na formação de conceitos. Na TRRS o destaque é para as representações enquanto elemento fundamental dos processos de ensino e de aprendizagem, por meio da identificação, conversão e tratamento de registros (DUVAL, 2009).

Enquanto objeto, Duval (2009, p. 14) assevera que não se pode ter compreensão em Matemática, se nós não distinguirmos um objeto de sua representação. É essencial não confundir os objetos matemáticos [...] com suas representações [...] porque um mesmo objeto matemático pode ser dado através de representações muito diferentes. Para o autor supracitado, saber distinguir os objetos que são: os números, as funções, os sistemas, as equações, das representações semióticas que são: a língua materna, a álgebra, os gráficos, os símbolos etc... é fundamental. A confusão entre objeto e sua representação provoca ao longo do tempo, uma perda de compreensão.

A TRRS é usada para indicar diferentes tipos de representações do domínio e uso didático das várias linguagens advindas da área da Matemática, tais como: escrita na língua natural ou língua materna, escrita algébrica, tabelas, gráficos cartesianos e figuras. Um registro de representação pode ser considerado semiótico quando permite formação de uma representação, tratamento e conversão. Portanto, representações são um conjunto de signos com regras bem definidas, como a epistemologia do objeto e funcionamento do pensamento e para o aprendizado o autor considera necessário o domínio de, pelo menos, dois registros diferentes.

Segundo Oliveira (2014) os registros de representação têm papel fundamental na aprendizagem matemática uma vez que, nesta teoria, os conceitos só são acessíveis ao discente por meio dos registros semióticos de representação que são: o simbólico, o figural e a língua natural.

Na opinião de Silva e Bisogn (2021, p. 3) para a compreensão de um conceito é “essencial que os discentes transitem de um registro de representação semiótico a outro, de modo que saibam o seu significado e não confundam a representação com o objeto matemático em si”. De fato, os objetos matemáticos não têm uma visualização direta, já que não possuem existência física, e assim, sua compreensão dá-se por meio das representações semióticas. Portanto, convém destacar as expressões: 5; cinco; $\sqrt{25}$; $\frac{10}{2}$ são representações do objeto matemático número cinco, mas nenhuma delas é o próprio objeto número cinco.

A expressão representação semiótica tem sido usada para representar um mesmo objeto matemático em diferentes registros, embora, em aulas tradicionais de Matemática os discentes sejam instigados a produzirem uma única representação para justificar o resultado de um mesmo problema proposto no conteúdo, não se importando com o aprendizado dos conceitos que se constroem com os significados na transformação e registro (CRUZ, 2018).

Sobre as representações semióticas Duval (2009-2013) assevera que possuem um papel primordial no desenvolvimento cognitivo bem como na construção do conhecimento matemático, sendo relacionadas a quatro tipos de registros de representação, sendo eles, multifuncionais e monofuncionais, subdivididos em discursivos e não discursivos

A palavra “representação” é, na maioria das vezes, empregada sob a forma verbal “representar”. Uma escrita, uma notação, um símbolo representam um objeto matemático: um número, uma função, um vetor... Do mesmo modo, os traçados e figuras representam objetos matemáticos: um segmento, um ponto, um círculo. Isto quer dizer que os objetos matemáticos não devem ser jamais confundidos com a representação que se faz dele.

As representações mentais estão associadas ao conjunto de imagens que o indivíduo pode ter sobre o objeto, as representações semióticas são um caminho que o indivíduo tem para expressar e levar para outros suas representações mentais, ou seja, associa a imagem mental a sua representação semiótica para comunicar aquilo que havia pensado.

Segundo Duval (2012, p. 269-270), “o funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros semióticos de representação”, entretanto, deve-se considerar os sentidos cognitivos e a representação externa, por terem a mesma importância de significados transformadores e transversais. A chamada “semiose é a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, e a noesis a apreensão conceitual do objeto”. Para Duval, “não há noesis sem semiose.”.

As funções cognitivas envolvem objetivação e comunicação, a primeira Inter avaliação do Sistema Semiótico e quando torna para si esse conhecimento, é quando passa a ter significado, sendo as representações mentais desenvolvidas a partir das Representações Semióticas. Na comunicação, pode-se informar, comunicar, transmitir os conhecimentos construídos.

As transformações de representações em outras transformações semióticas estão no coração da atividade Matemática. As dificuldades dos discentes para compreender Matemática surgem por conta da diversidade e complexidade dessas transformações. Para estudar esta complexidade, as representações semióticas devem ser analisadas, não a partir dos objetos ou dos conceitos matemáticos que representam, mas a partir do funcionamento representacional que é próprio do registro no qual são produzidas (DUVAL, 2012, p. 266).

2.1.1 Identificação de símbolos, signo e a influência da conversão nos Sistemas Semióticos, tratamento e transformações de Representações de Sistema Semiótico e aprendizagem

A palavra Semiótico deriva da palavra GREGA *Semeion* o que significa Signo, definida como a ciência de todas as linguagens, estuda todas elas e formas de comunicações possíveis. Possui conceito de Signo, onde uma coisa representa outra coisa e seu objeto é o que produz um efeito interpretativo. Importante ressaltar que para entender Matemática faz-se necessário três princípios básicos que são o da lógica, da técnica e da intuição. Entretanto, o acesso a esse objeto, somente é possível através de Representações Semióticas, que segundo Duval (2009) todos os Registros de Representação Semiótica são estudados na Matemática.

No exposto, Signos, são unidades elementares de sentido sendo apenas caracteres para codificar letras, siglas, algarismos, às vezes palavras-chave ou gestos de mãos, o que equivale considerar os signos como coisas, pelas quais é preciso começar para dar algum sentido (DUVAL, 2011, p. 38).

Os símbolos presentes em um sistema de representação semiótica são identificáveis – quando o indivíduo é capaz de identificar o conceito representado. Segundo Duval (2009, p. 56) os símbolos são um conjunto de elementos físicos ou de traços identificáveis [...] como sendo uma representação de qualquer coisa num sistema semiótico: seja um enunciado em alemão, seja um cálculo, seja uma fórmula de física, seja uma figura geométrica, seja uma caricatura, seja o esquema de um curto circuito.... Elas permitem então o reconhecimento das representações como representações num registro determinado.

As identificações também são influenciadas pela conversão efetuada, sendo a conversão para expressão numérica a mais difícil de ser identificada (MONTENEGRO, 2018). Duval (2011) destaca que o sentido da conversão é importante para a coordenação de diferentes registros de representação, ou seja, além de trabalhar com diferentes representações de um mesmo conceito, também é importante trabalhar a passagem de um registro para outro de maneira que o sentido contrário também seja trabalhado.

Afirma Duval (2011, p. 118), realizar uma conversão [...] em um sentido não implica jamais a possibilidade que ele possa fazê-lo no sentido inverso. A conversão direta e a conversão inversa são duas tarefas cognitivas tão diferentes quanto subir ou descer um caminho íngreme na montanha. Em outras palavras, para que haja coordenação sinérgica de vários registros, é preciso ser capaz de converter as representações nos dois sentidos e não em um sentido único.

Ressalta-se o fenômeno da congruência entre representações, ou seja, duas representações podem ser mais ou menos congruentes entre si, dependendo do grau de dificuldade da conversão entre elas. Duval (2011, p. 121) destaca que a "[...] variação de congruência ou não congruência é uma das maiores causas da incompreensão ou dos erros de interpretação dos enunciados do problema para os discentes.".

Sobre o uso dos registros intermediários, chamados de registros de representação auxiliares de transição. Esses registros se configuram como intermediários, pois estão entre o registro de partida, que, em geral, são os enunciados em língua natural, e o registro de chegada, uma expressão numérica. São auxiliares, pois ajudam na conversão de uma forma de registro a outro e são de transição, no sentido de que, uma vez cumprido o seu papel de fazer compreender registros menos transparentes, poderão ser substituídos por outros, em geral mais simples.

A conversão é uma transformação de um registro em outro registro. Converter é transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro. De acordo com Duval (2009, p. 59) "[...] A colocação em equação dos dados de um enunciado do problema é a conversão de diferentes expressões linguísticas de relações em outras expressões dessas relações no registro de uma escritura simbólica.".

Sobre tratamento, transformações de Representações de Sistema Semiótico e aprendizagem, ao falar de registros e representações, Duval faz uma divisão em grandes registros, tais como, Registros Monofuncionais ou Plurifuncionais, da qual discorre ser os Monofuncionais exclusivo da Matemática (escritas numéricas, álgebra, gráficos cartesianos, sistemas numéricos). Com destaque para discursiva as escritas algébricas e sistemas numéricos e as não discursivas os gráficos e sistema cartesiano. Enquanto que os registros Plurifuncionais de outras áreas de conhecimento (língua materna).

De acordo com Duval (2009), só haverá compreensão da Matemática quando o discente souber todo o processo de tratamento que envolve um Sistema Semiótico, bem como a coordenação de pelo menos dois Sistemas de Representações Semióticas, além de poder fazer conversões, ou seja, mudar de um registro para outro. Somente assim, o discente terá acesso ao objeto matemático.

O tratamento é uma transformação interna ao próprio registro. Duval (2009) destaca que um tratamento: [...] é a transformação de uma representação obtida como dado inicial em uma representação considerada como terminal em relação a uma questão, a um problema ou a uma necessidade [...]. O cálculo é um tratamento interno ao registro de uma escrita simbólica de algarismos e letras [...]. (p. 57).

Na Matemática as representações semióticas são necessárias para que haja comunicação e para o desenvolvimento das atividades. As possibilidades de efetuar os tratamentos sobre os objetos matemáticos dependem do sistema de representação utilizado. Segundo Granger (1979, p. 21-47) os tratamentos são realizados mediante um sistema de representação semiótico escolhido para representar um objeto matemático. [...] “a formação do pensamento científico é inseparável do desenvolvimento de simbolismos específicos para representar os objetos e suas relações.”.

Segundo Pantoja, Campos e Salcedos (2013) as representações são consideradas, geralmente, como uma simples maneira de exteriorização das representações mentais para fins de comunicação.

Sobre o sistema Semiótico e a aprendizagem, na opinião de Breunig e Nehring (2019) o ensino e a aprendizagem da Matemática consiste na importância de os docentes conceberem na prática os variados tipos de Registros de Representação Semiótica, o que apesar das diferentes dificuldades que o discente possa vir a apresentar, o professor ao utilizar a TRRS, favorece a mobilização de diferentes registros, corroborando para a compreensão e significação dos conceitos matemáticos por parte dos discentes.

A forma como ocorre a articulação entre os registros de representação favorece a compreensão do objeto matemático em estudo, visto que os variados registros de representação são utilizados simultaneamente ao abordar cada parte da explicação (SILVA; PRANDO; GUALANDI, 2020).

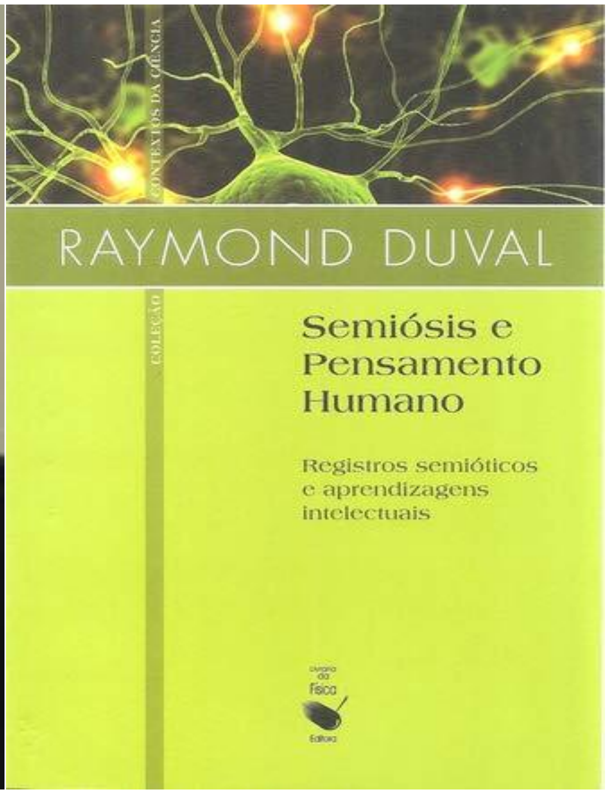


Figura 1- Imagem de Raymond Duval **Figura 2-** Imagem da capa do livro
Fonte: <Semiósis e Pensamento Humano: Registros Semióticos e Aprendizagens Intelectuais | Amazon.com.br>

4 CAPÍTULO 3 – COMPREENDENDO AS EQUAÇÕES DIOFANTINAS

As equações diofantinas são importantes desde situações “simples às mais complexas” do dia a dia (DUARTE, 2020, p. 116). Campos (2015, p. 10) explica que embora não pertença a temática equação diofantina à ementa de conteúdos da Educação Básica brasileira, já existem pesquisas versando sobre as possibilidades didáticas das equações diofantinas com discentes do Ensino Médio.

De acordo com Sessa (2009, p. 38), Euclides um matemático grego que viveu em Alexandria, no Egito, nasceu quando a Matemática alexandrina já perdia sua potência criadora. Sua grande obra, Arithmetica, considerada por muitos a última contribuição do mundo grego. A notação de Diofanto foi um primeiro passo na direção da álgebra simbólica, que seria desenvolvida apenas a partir do Renascimento europeu e atingiria sua maturidade com a obra de René Descartes no século XVII (MOL, 2013).

3.1 APRESENTAÇÃO DE EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES

Toda equação escrita na forma:

$$ax + by = c$$

Em que $a,\ b,\ x,\ y\ \in\ \mathbb{Z}$. Com $a \neq 0$ e $b \neq 0$ é dita uma equação diofantina linear com duas incógnitas.

Observe a equação diofantina $4x + 2y = 6$, nesse caso, uma solução trivial é $(1{,}1)$, pois basta substituir essa solução na equação dada para observar a veracidade, então:

$$4x + 2y = 6$$
$$4.1 + 2.1 = 6$$
$$4 + 2 = 6$$

Uma questão que se impõe é se uma solução inteira é sempre possível para uma equação diofantina linear com duas incógnitas.

A resposta é não, basta observar a seguinte equação:

$$6x + 4y = 45$$

Seja (x_0, y_0) solução dessa equação, então é possível escrever

$$6x_0 + 4y_0 = 45$$

Evidenciando o 2 do lado esquerdo:

$$2(3x_0 + 2y_0) = 2k$$

Logo, o primeiro membro da equação é sempre um número par, e o número do segundo membro é ímpar. Portanto conclui-se que essa equação não admite solução inteira, pois nunca um número par é idêntico a um número ímpar.

Notação: será denotado por "$a \mid b$" se a divide b. Ou seja, se existe $t \in \mathbb{Z}$ tal que:

$$b = at.$$

Hefez (2014, p. 116) explica:

"Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. A equação $ax + by = c$ admite solução em números inteiros se, e somente se, $mdc\,(a, b)\,|c$."

Demonstração (⇒) considere (x_0, y_0) uma solução da equação $ax + by = c$, então podemos escrever $ax_0 + by_0 = c$, sabendo que $d = mdc(a, b)$, então $d|a$ e $d|b$, logo, existem inteiros k_1 e k_2 , tais que $a = dk_1$ e $b = dk_2$. Substituindo os valores de a e b na equação dada vamos encontrar:

$$(dk_1)x_0 + (dk_2)y_0 = d(k_1x_0 + k_2y_0) = c,$$

Portanto, conclui-se que $d|c$

⇐ Considere que $d|c$, em que $d = mdc(a, b)$ logo existe um $t \in \mathbb{Z}$, tal que $c = dt$.

Pelo Lema de Bézout existem inteiros x_0 e y_0, tais que:
$ax_0 + by_0 = d$, multiplicando a equação por t, teremos $atx_0 + bty_0 = c$, portanto, $x = tx_0$ e $y = ty_0$ é solução da equação $ax + by = c$.

Seja (x_0, y_0) uma solução particular da equação diofantina linear $ax + by = c$. Então essa equação possui infinitas soluções e o seu conjunto solução é dado por:

$$S = \{ (x_0 + bt, y_0 - at), t \in Z\}$$

Demonstração: considere $d = mdc(a, b) = 1$, caso contrário divida toda a equação por d, assim $\left(\frac{a}{d}, \frac{b}{d}\right) = 1$. Sendo (x', y') uma outra solução qualquer além de (x_0, y_0), então podemos escrever:

$$ax' + by' = c = ax_0 + by_0$$

que é equivalente a

$$ax' - ax_0 = by_0 - by'$$

Colocando a em evidência no primeiro membro e b no segundo membro:

$$a(x' - x_0) = b(y_0 - y')$$

Logo, a divide $b(y_0 - y')$ como $mdc(a, b) = 1$ e a divide $b(y_0 - y')$, então, pelo Lema de Gauss (HEFEZ, 2014, p. 96), segue que a divide $y_0 - y'$ e, portanto, existe um inteiro t tal que $y_0 - y' = at$. Dessa forma, $y' = y_0 - at$. Como $a(x' - x_0) = b(y_0 - y')$ e $y_0 - y' = at$, então $a(x' - x_0) = bat$, como a não é nulo por hipótese, então é possível concluir que $x' = x_0 + bt$. Substituindo na equação:

$$a(x_0 + bt) + b(y_0 - at) = c$$

Segue que:

$$ax_0 + abt + by_0 - abt = c$$

Logo:

$$\mathrm{ax_0 + by_0 = c}$$

3.1.1 Aplicações das equações Diofantinas

1- Resolver a equação $12x + 33y = 27$.

Em primeiro lugar temos que determinar o $mdc\ (12, 33)$

	2	1	3
33	12	9	3
9	3	0	

Como o $mdc\ (12, 33) = 3$, a equação possui infinitas soluções já que $3 \mid 27$. Então $12x + 33y = 27$, dividindo essa equação por 3, vamos obter:

$$4x + 11y = 9$$

$$4x = 9 - 11y$$

$$x = \frac{9}{4} - \frac{11}{4}y$$

Considerando que $x \in \mathbb{Z}\ e\ y \in \mathbb{Z}$, então precisamos encontrar x e y para satisfazer a equação, por tentativa ao substituir o y por 3 vamos obter x inteiro, então.

$$x = \frac{9}{4} - \frac{11}{4}y$$

$$x = \frac{9}{4} - \frac{33}{4}$$

$$x = -\frac{24}{6}$$

$$x = -6$$

Logo, encontramos $x = -6$, portanto, uma solução particular para a equação é $x = -6$ e $y = 3$, então podemos apresentar a solução particular $(-6, 3)$.

Consequentemente, para solução geral temos $x = -6 + 11t$ com $t \in \mathbb{Z}$ e $y = 3 - 4t$, com $t \in \mathbb{Z}$, ou seja:

$$S = \{(-6 + 11t, 3 - 4t) \mid t \in \mathbb{Z}\}$$

Nem sempre é fácil resolver uma equação por tentativa, observe o segundo exemplo.

2) Resolver a equação $30x + 17y = 201$

Em primeiro lugar temos que determinar o $mdc\ (30, 17)$, para saber se essa equação tem solução no conjunto dos números inteiros.

	1	1	3	4
30	17	13	4	1
13	4	1	0	

Como $mdc\ (30,17) = 1$ e $1 \mid 201$, logo, a equação tem solução.

$1 = 13 - 3.4$ $\qquad$ $4 = 17 - 1.13$ $\qquad$ $13 = 30 - 1.17$

$1 = 13 - 3(17 - 1.13)$

$1 = 13 - 3.17 + 3.13$

$1 = 4.13 - 3.17$

$1 = 4.(30 - 1.17) - 3.17$

$1 = 4.30 - 4.17 - 3.17$

$1 = 4.30 - 17.7$

$1 = 30.4 + 17.(-7)$

Temos agora $30.4 + 17\,(-7) = 1$, e precisamos multiplicar a equação por 201,

$30.(4.201) + 17\,(-7.201) = 1.201$

$30.(804) + 17\,(-1407) = 201$

Dividindo 804 por 17 encontramos:

$804 = 17.47 + 5$

Substituindo na expressão.

$30.(17.47 + 5) + 17(-1407) = 201$

$17.30.47 + 30.5 + 17(-1407) = 201$

$30.5 + 17(30.47 - 1407) = 201$

$30.5 + 17.3 = 201$

Logo, uma solução particular temos $(5,\ 3)$ e como solução geral para:

$x = 5 + 17t, e\ y = 3 - 30t$, com $t \in \mathbb{Z}$,

$$S = \{(5 + 17t, 3 - 30t) \mid t \in \mathbb{Z}\}$$

3) Conforme Hefez (2014, p. 124)

Determine o menor inteiro positivo que tem restos 11 e 35 quando dividido, respectivamente, por 37 e 48.

Chamamos de k o menor inteiro positivo que deixa restos 11 e 35 quando dividido, respectivamente por 35 e 48.

$K = 37x + 11$ e $K = 48y + 35$, igualando as duas equações vamos obter:

$37x + 11 = 48y + 35$

$37x - 48y = 35 - 11$

$37x - 48y = 24$

Precisamos encontrar o $mdc.(37, 48)$, então:

	1	3	2	1	3
48	37	11	4	3	1
11	4	3	1	0	

Como $mdc.(37, 48) = 1$, logo, a equação tem solução pois $1 \mid 24$.

$1 = 4 - 3.1$ $\quad 3 = 11 - 2.4$ $\quad 4 = 37 - 3.11$ $\quad 11 = 48 - 1.37$

$1 = 4 - (11 - 2.4)$

$1 = 4 - 1.11 + 2.4$

$1 = 3.4 - 1.11$

$1 = 3.(37 - 3.11) - 1.11$

$1 = 3.37 - 9.11 - 1.11$

$1 = 3.37 - 10.11$

$1 = 37.(3) - 10.(48 - 1.37)$

$1 = 37.(3) - 10.48 + 37.10$

$1 = 37.(13) - 48.(10)$

Multiplicando a equação por 24 teremos:

$37.(13.24) - 48.(10.24) = 1.24$

$37.(312) - 48(240) = 24$

Como solução particular temos $(312, 240)$

Como solução geral $x = 312 - 48t$ e $y = 240 - 37t$ com $t \geq 0$, sabemos que $312 - 48t \geq 0$ e $240 - 37t \geq 0$.

$312 - 48t \geq 0$

$-48t \geq -312$

$t \leq 312/48$

$t \leq 6{,}5$

$240 - 37t \geq 0$

$-37t \geq -240$

$t \leq 240/37$

$t \leq 6{,}4$

Logo, o valor de $t = 6$, portanto:

$x = 312 - 48.6$

$x = 312 - 288$

$x = 24$

$y = 240 - 37.6$

$y = 240 - 222$

$y = 18$

Como $k = 37x + 11$, temos então:

$k = 37.24 + 11$

$k = 888 + 11$

$k = 899$

$k = 48.y + 35$

$k = 48.18 + 35$

$k = 864 + 35$

$k = 899$

Portanto, o menor inteiro procurado é 899.

3.1.2 Explicativa com problema prático

4) Pedro é discente de uma escola do Ensino Fundamental e durante o mês ele faz lanche na cantina da escola e paga no final do mês. O seu lanche é composto por um suco no valor de $R\$\ 6{,}00$, ou um sanduíche no valor de $R\$\ 4{,}00$, ou ambos. No final do

mês, o proprietário da cantina apresentou a conta de $R\$\ 165{,}00$. Pedro, que durante o mês não anotou quantos sucos e quantos sanduíches havia consumido, ficou curioso para saber se a conta estava correta. Depois começou a fazer os cálculos e acabou percebendo que a conta apresentada estava errada. Como posso provar que essa conta não condiz com a realidade?

Esse problema está escrito na língua materna e fazendo a conversão para a linguagem algébrica vamos obter:

$6x + 4y = 165$, onde x é o número de sucos e y é o número de sanduíches consumidos ao longo do mês, como $mdc.(6, 4) = 2$ e $2 \nmid 165$, conclui-se que a conta estava errada.

3.2 A EQUAÇÃO DIOFANTINA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

O primeiro contato formal que o discente do Ensino Fundamental tem com a equação diofantina linear é no 8º ano, onde estuda a equação do 1º grau com duas incógnitas x e y, quando pode ser escrita na forma $ax + by = c$, sendo $a, b, e\ c$ coeficientes, com $a \neq 0$ e $b \neq 0$. Nesse caso, o professor desenvolve várias atividades sobre tal conteúdo, porém não menciona que se trata de uma equação diofantina linear do tipo $ax + by = c$, onde $a,\ b,\ e\ c$ pertence ao conjunto dos números inteiros em muitos casos, pois esse assunto os discentes estudam num curso de Teoria dos Números, na licenciatura ou no bacharelado dos cursos de Matemática.

Com Dante (2018, p. 136) temos um problema de equações do 1º grau com duas incógnitas que se enquadra em uma equação diofantina linear, o tal problema diz: “[...] em uma partida de vôlei em duplas, Raul e Felipe marcaram juntos 20 pontos.”.

Esse problema é interessante para os discentes do 8º ano, já que envolve uma situação-problema que faz parte do seu cotidiano.

Para resolver esse problema que está escrito na língua materna de acordo com Duval (2009), o discente tem várias maneiras de resolvê-lo. Poderia em primeiro lugar representá-lo no registro algébrico que é $1x + 1y = 20$, com $a = 1$ e $b = 1$, sendo

x e y as incógnitas, com x e y naturais $(x \in \mathbb{N}\ e\ y \in \mathbb{N})$ e mais x representando os pontos de Raul e y os pontos de Felipe.

Nesse caso, poderia resolvê-lo supondo uma certa quantidade de pontos para o Raul, e dessa forma calcula-se os pontos de Filipe, sabendo que:
$1x + 1y = 20$, logo $y = 20 - x$, então:

Quadro 2- Resolução de problema escrito no registro algébrico

Pontos de Raul (x)	**Pontos de Filipe** $(\boldsymbol{y = 20 - x})$	**Soluções**
0	$y = 20 - 0 = 20$	$(0, 20)$
1	$y = 20 - 1 = 19$	$(1, 19)$
2	$y = 20 - 2 = 18$	$(2, 18)$
3	$y = 20 - 3 = 17$	$(3, 17)$
...	...	...
19	$y = 20 - 19 = 1$	$(19, 1)$
20	$y = 20 - 20 = 0$	$(20, 0)$

Fonte: elaborado pelo autor, 2021.

Portanto, teremos 21 soluções sendo:

$S = \{(0, 20), (1, 19), (2, 18), (3, 17), (4, 16), \dots, (18, 2), (19, 1), (20, 0)\}$.

Outra maneira de resolver tal situação seria construindo uma Tabela 1:

Tabela 1- Resolução de problema escrito na forma tabular

Pontos de Raul	Pontos de Filipe	Total dos pontos
0	20	20
1	19	20
2	18	20
3	17	20
4	16	20
5	15	20
6	14	20
7	13	20
8	12	20
9	11	20
10	10	20
11	9	20
12	8	20
13	7	20
14	6	20
15	5	20
16	4	20
17	3	20
18	2	20
19	1	20
20	0	20

Fonte: elaborado pelo autor, 2021.

Resolvendo esse problema de forma pictórica, sabendo que cada ponto representa um ponto feito por Raul ou Felipe é possível escrever conforme Tabela 2:

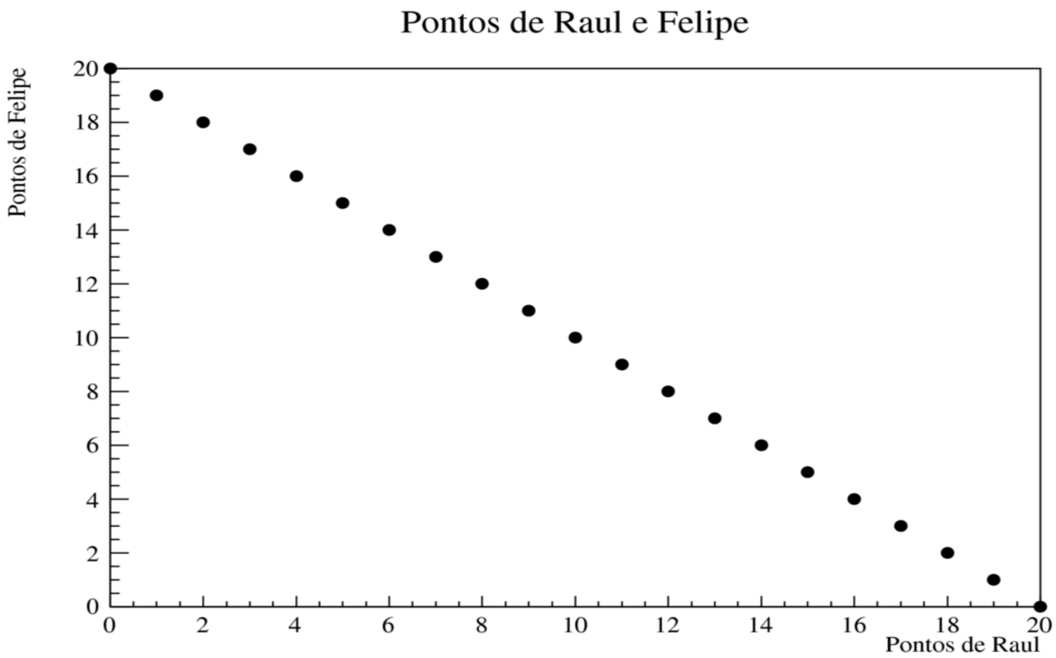
Tabela 2- Resolução de problema de forma pictórica

Pontos de Raul	Pontos de Felipe	Total de Pontos
	....	20
.	....	20
..	....	20
...	....	20
. . .	. . .	. . .
....	.	20
....		20

Fonte: elaborado pelo autor, 2021.

Também poderíamos representar as possíveis soluções através de um sistema cartesiano.

Gráfico 1- Resolução de problema através do sistema cartesiano



Fonte: elaborado pelo autor, 2021.

Um outro problema interessante envolvendo equações diofantinas lineares diz:

O pai de Giovanni pede que ele vá ao banco e retire exatamente $R\$\ 300{,}00$, ao chegar no caixa eletrônico observa que este só dispõe de notas de $20{,}00$ e de $50{,}00$ reais. Quais são as possibilidades para sacar a quantidade de notas suficientes para cumprir a missão dada por seu pai?

Este problema está escrito na língua materna Duval (2009), e podemos representá-lo de forma algébrica, como: $20x + 50y = 300$, em que x e y são, respectivamente a quantidade de notas de 20 e 50 reais. Podemos obter as respostas através de tratamento, escrevendo:

$$20\mathrm{x} + 50\mathrm{y} = 300$$

$$50\mathrm{y} = 300 - 20\mathrm{x}$$

$$\mathrm{y} = \frac{300}{50} - \frac{20}{50}\mathrm{x}$$

$$\mathrm{y} = 6 - \frac{2}{5}\mathrm{x}$$

No caso de não pegar nenhuma nota de $R\$\ 20{,}00$, teríamos:

$$\mathrm{y} = 6 - \frac{2}{5}\mathrm{x}$$

$$\mathrm{y} = 6 - \frac{2}{5} \cdot 0$$

$$\mathrm{y} = 6$$

Logo, poderia pegar 6 notas de $R\$\,50{,}00$ e estaria resolvido o problema. Ou seja: $(0, 6)$.

No caso de não pegar nenhuma nota de $R\$\ 50{,}00$, então:

$$\mathrm{y} = 6 - \frac{2}{5}\mathrm{x}$$

$$0 = 6 - \frac{2}{5}\mathrm{x}$$

$$\frac{2}{5}\mathrm{x} = 6$$

$$2\mathrm{x} = 30$$

$$\mathrm{x} = 15$$

Poderia então pegar exatamente 15 notas de $R\$\ 20{,}00$, desta forma temos como uma das soluções $(15, 0)$. Logo a quantidade mínima de notas seriam 6 de $R\$\,50{,}00$ e no máximo 15 notas, todas de $R\$\,20{,}00$. Nesse contexto o discente pode resolver por tentativa e erro atribuindo valores para x ou para y e lembrando que ambos os números são naturais, sabendo ainda que, no máximo, podemos pegar 6 notas de $R\$\ 50{,}00$, por tentativa dever-se-ia usar $5,\ 4,\ 3,\ 2, 1$ notas de $R\$\ 50{,}00$ em cada caso e dessa forma faria o tratamento para descobrir a quantidade de notas de $R\$\,20{,}00$. Sendo assim no caso:

Tirando apenas uma nota de $R\$\ 50{,}00$ temos:

$$20\mathrm{x} + 50.1 = 300$$

$$20\mathrm{x} = 300 - 50$$

$$20x\ =\ 250$$

$$\mathrm{x} = \frac{250}{20} = 12{,}5$$

O resultado é impossível pois está fora do domínio, ou seja, não existe $12{,}5$ notas de $R\$ \ 20{,}00$.

Tirando 2 notas de $R\$ \ 50{,}00$, temos:

$$20\text{x} + 50 \,.\, 2 = 300$$

$$20\text{x} = 300 - 100$$

$$20\text{x} = 200$$

$$\text{x} = \frac{200}{20} = 10$$

Logo temos a solução $(10, 2)$

Tirando 3 notas de $R\$ \ 50{,}00$, então:

$$20\text{x} + 50 \,.\, 3 = 300$$

$$20\text{x} = 300 - 150$$

$$20\text{x} = 150$$

$$\text{x} = \frac{150}{20} = 7{,}5$$

O resultado é impossível por motivo idêntico a impossibilidade de 1 nota de $R\$ \ 50{,}00$

Tirando 4 notas de $R\$ \ 50{,}00$. Teríamos:

$$20\text{x} + 50 \,.\, 4 = 300$$

$$20\text{x} = 300 - 200$$

$$20\text{x} = 100$$

$$\text{x} = \frac{100}{20} = 5$$

Logo, outra solução possível: $(5, 4)$

Tirando 5 notas de $R\$ \ 50{,}00$.

$$20x + 50\,.\,5 = 300$$

$$20x = 300 - 250$$

$$20x = 50$$

$$x = \frac{50}{20} = 2{,}5$$

A solução, a exemplo do caso de 1 nota, é impossível.

O caso de 6 notas já foi tratado anteriormente. Então temos como soluções possíveis:

$$S = \{(15{,}0), (10{,}2), (5{,}4), (0{,}6)\}$$

Esse problema poderia ter sido resolvido fazendo os cálculos com as notas de $R\$\ 20{,}00$, porém seriam necessários mais cálculos para chegar ao resultado desejado.

Esses resultados apresentados na tabela a seguir facilitam a visualização para as possíveis respostas encontradas.

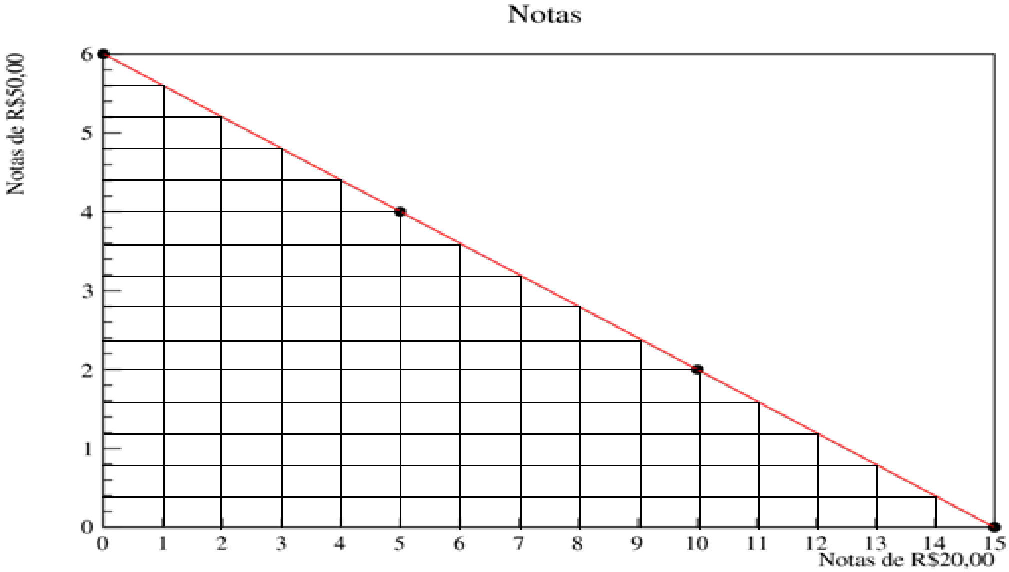
Tabela 3- Resolução do problema através do registro tabular

Notas de R$ 20,00	**Notas de R$ 50,00**	**Total (R$)**
0	6	300
5	4	300
10	2	300
15	0	300

Fonte: elaborado pelo autor, 2021.

Outra maneira de resolver esse problema é através da representação gráfica.

Gráfico 2- Resolução de problema através da representação gráfica



Fonte: elaborado pelo autor, 2021.

Para isso basta saber que caso retire 15 notas de $R\$\ 20{,}00$ não há necessidade de retirar nenhuma nota de $R\$\ 50{,}00$ ou retirar 6 notas de $R\$\ 50{,}00$ e assim nenhuma nota de $R\$\ 20{,}00$, nesse caso marcaria as soluções $(15, 0)$ e $(0, 6)$ no plano cartesiano e traçaria uma reta ligando esses dois pontos. A partir daí, sabendo que as soluções são números naturais, buscaria as demais soluções traçando reta verticais sobre os números $1, 2, 3, \ldots, 13$ e 14, até chegar a reta que liga os pontos $(15, 0)$ e $(0, 6)$ e ao chegar nessa reta, traça uma nova reta, dessa vez horizontal até chegar a reta que liga os pontos $(0, 0)$ e $(0, 6)$, no caso de encontrar um número natural sobre essa reta, teremos encontrado uma solução, caso contrário, não. Sabendo que as duas retas que foram traçadas são perpendiculares entre si e realizando esse processo você acaba descobrindo as demais soluções da equação que são $(5, 4)$ e $(10, 2)$. Todo esse processo poderia ser feito de forma contrária, ou seja, começando pela reta que contém os pontos $(0, 0)$ e $(0, 6)$ e dessa forma encontraria a resposta desejada.

Resolução do problema através da representação pictórica.

Nesse caso, basta saber que a cada 2 notas de $R\$\ 50{,}00$ posso trocar por 5 de $R\$\ 20{,}00$. Dessa forma poderíamos ter:

- 6 notas de $R\$\ 50{,}00$

$$\boxed{50} + \boxed{50} + \boxed{50} + \boxed{50} + \boxed{50} + \boxed{50} = 300{,}00$$

- 4 notas de $R\$\ 50{,}00$ e 5 notas de $R\$\ 20{,}00$.

$$\boxed{50} + \boxed{50} + \boxed{50} + \boxed{50} = 200{,}00$$

$$\boxed{20} + \boxed{20} + \boxed{20} + \boxed{20} + \boxed{20} = 100,$$

- 2 notas $R\$\ 50{,}00$ e 10 notas de $R\$\ 20{,}00$.

$$\boxed{50} + \boxed{50} = 100$$

$$\boxed{20} + \boxed{20} + \boxed{20} + \boxed{20} + \boxed{20} = 100$$

$$\boxed{20} + \boxed{20} + \boxed{20} + \boxed{20} + \boxed{20} = 100$$

- 15 notas de $R\$\ 20{,}00$

$$\boxed{20} + \boxed{20} + \boxed{20} + \boxed{20} + \boxed{20} = 100$$

$$\boxed{20} + \boxed{20} + \boxed{20} + \boxed{20} + \boxed{20} = 100$$

$$\boxed{20} + \boxed{20} + \boxed{20} + \boxed{20} + \boxed{20} = 100$$

Um outro problema em que aparece a equação diofantina linear é:

O pai de Guilherme deu a ele exatamente $R\$\ 90{,}00$ e pediu para que gastasse todo dinheiro comprando picolés, que custam $R\$\ 2{,}00$ cada, e sorvetes, cujo custo unitário é de $R\$\ 10{,}00$. Quais são as possibilidades?

Esse problema está escrito na linguagem materna é possível realizar a conversão para o registro algébrico, assim:

$$2x + 10y = 90$$

Em que x é o número de picolés e y o número de sorvetes, logo essas incógnitas só podem adquirir valores naturais.

Realizando o tratamento da equação:

$$2\mathrm{x} + 10\mathrm{y} = 90$$

$$2\mathrm{x} = 90 - 10\mathrm{y}$$

$$\mathrm{x} = \frac{90}{2} - \frac{10\mathrm{y}}{2}$$

$$\mathrm{x} = 45 - 5\mathrm{y}$$

Vários métodos podem ser utilizados para resolução desse problema, dentre eles a manipulação algébrica.

Supondo que não compre nenhum picolé, então:

$$0 = 45 - 5\mathrm{y}$$

$$5\mathrm{y} = 45$$

$$\mathrm{y} = 9$$

Nesse caso, é possível comprar 9 sorvetes. Então, uma solução possível é $(0, 9)$.
Caso nenhum sorvete seja comprado:

$$\mathrm{x} = 45 - 5\mathrm{y}$$

$$\mathrm{x} = 45 - 5 \, . \, 0$$

$$\mathrm{x} = 45$$

Nesse caso Guilherme compraria 45 picolés, assim outra solução possível é $(45, 0)$.

A questão que se impõe é a determinação de outras soluções para a equação.

- Compra de 1 sorvete:

$$x = 45 - 5y$$
$$x = 45 - 5.1$$
$$x = 40$$

Logo $(40, 1)$, é solução possível.

- Compra de 2 sorvetes:

$$x = 45 - 5y$$
$$x = 45 - 5.2$$
$$x = 35$$

Logo $(35, 2)$, é solução possível.

- Compra de 3 sorvetes:

$$x = 45 - 5y$$
$$x = 45 - 5.3$$
$$x = 30$$

Logo $(30, 3)$, é solução possível.

- Compra de 4 sorvetes:

$$x = 45 - 5y$$
$$x = 45 - 5.4$$
$$x = 25$$

Logo $(25, 4)$, é solução possível.

- Compra de 5 sorvetes:

$$x = 45 - 5y$$
$$x = 45 - 5.5$$
$$x = 20$$

Logo $(20, 5)$, é solução possível.

- Compra de 6 sorvetes:

$$x = 45 - 5y$$
$$x = 45 - 5.6$$
$$x = 15$$

Temos $(15\ , 6)$ como solução.

- Compra de 7 sorvetes:

$$x = 45 - 5y$$
$$x = 45 - 5\ .7$$
$$x = 10$$

Logo $(10, 7)$, é solução possível.

- Compra de 8 sorvetes:

$$x = 45 - 5y$$
$$x = 45 - 5\ .8$$
$$x = 5$$

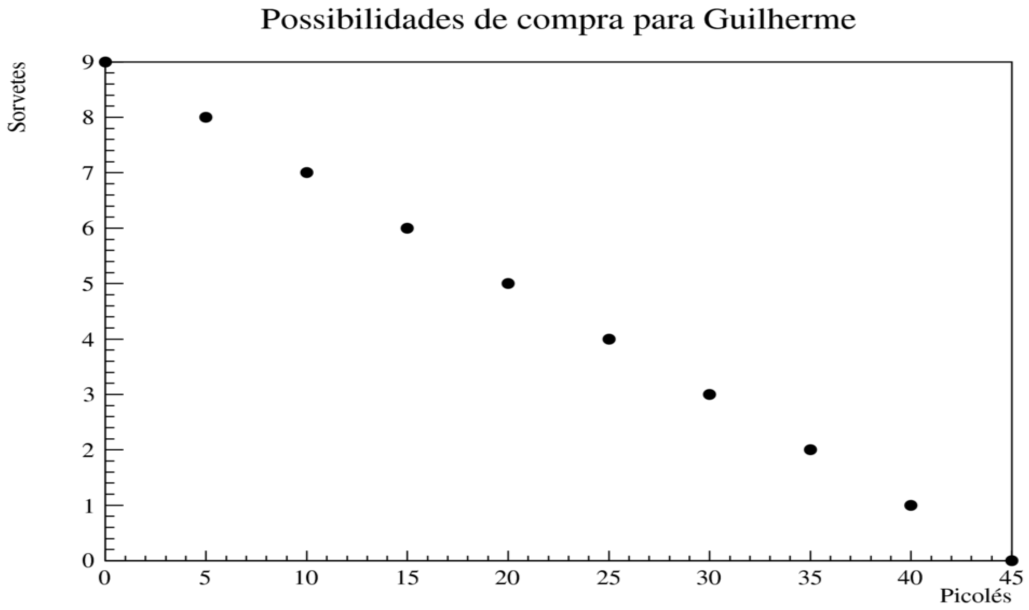
Logo $(5,\ 8)$, é solução possível.

Portanto, o conjunto de todas as soluções possíveis é:

$$S\ =\ \{(45, 0), (40, 1), (35, 2), (30, 3), (25, 4), (20, 5), (15, 6), (10, 7), (5, 8), (0, 9)\}$$

Uma outra maneira pertinente para resolver esse exercício é através da representação gráfica, que seria:

Gráfico 3- Representatividade de possibilidades de compra para Guilherme



Fonte: elaborado pelo autor, 2021.

Outra maneira que o discente terá para resolver esse problema é através dos cálculos aritméticos, basta perceber que cada sorvete pode ser trocado por 5 picolés.

Figura 3- Resolução de problemas através de cálculos aritméticos

$$\underbrace{2{,}00 + 2{,}00 + 2{,}00 + 2{,}00 + 2{,}00}_{\boxed{10{,}00}} + \underbrace{2{,}00 + 2{,}00 + 2{,}00 + 2{,}00 + 2{,}00}_{\boxed{10{,}00}} \ldots \quad \ldots$$

$$\ldots \underbrace{2{,}00 + 2{,}00 + 2{,}00 + 2{,}00 + 2{,}00}_{\boxed{10{,}00}} = 90 \qquad = 90$$

Fonte: elaborado pelo autor, 2021.

Com essa apresentação ele constrói, visualiza e consegue fazer as devidas contagens e montar a sua resposta que pode ser apresentada por meio da tabela 4.

Tabela 4- Apresentação, construção de contagens e montagem das respostas através do registro tabular

Número de picolés:	45	40	35	30	25	20	15	10	5	0
Número de sorvetes:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Fonte: elaborado pelo autor, 2021.

Como é possível observar esse problema apresenta várias formas de solução.

Outro problema envolvendo a equação diofantina linear diz:

Uma turma de 9º ano precisa alugar um clube para fazer uma confraternização de final de ano e precisa exatamente de $R\$\ 500{,}00$, dessa forma decidiram vender ingressos de um show que ocorrerá na sua cidade. Sabendo que a entrada custa $R\$\ 25{,}00$ para meia entrada e $R\$\ 50{,}00$ para a inteira, quantos ingressos deverão ser vendidos por essa turma para conseguir exatamente o capital necessário para realizar a festa?

Esse problema está escrito na linguagem materna, efetuando a conversão para o registro algébrico tornar-se-á:

$$25x + 50y = 500$$

Agora, através dos tratamentos podemos encontrar uma equação equivalente que facilitará os cálculos:

$$25x + 50y = 500$$

Dividindo por 25, teremos:

$$x + 2y = 20$$

Isolando a variável x:

$$x = 20 - 2y$$

No caso de não vender nenhuma meia entrada:

$$0 = 20 - 2y$$

$$2y = 20$$

$$y = \frac{20}{2}$$

$$y = 10$$

Portanto devem ser vendidos 10 ingressos, logo temos a solução $(0, 10)$

No caso de não vender nenhuma inteira:

$$x + 2.0 = 20$$

$$x = 20$$

Portanto, 20 meias-entradas precisam ser vendidas. Logo, temos como solução $(20, 0)$.

Agora, basta descobrir as outras soluções possíveis, e adicioná-las às já conhecidas, da venda de 20 meias-entradas ou 10 ingressos de entrada inteira. Vale observar que a cada duas meias-entradas tem o valor de 1 inteira. Os casos que faltam são:

- 1 inteira, então:

$$x = 20 - 2y$$

$$x = 20 - 2.1$$

$$x = 18$$

Logo, é necessário vender 18 meias-entradas e assim $(18, 1)$ é solução.

- 2 inteiras, então:

$$x = 20 - 2y$$

$$x = 20 - 2.2$$

$$x = 16$$

Logo, é necessário vender 16 meias-entradas e assim $(16, 2)$ é solução.

- 3 inteiras, então:

$$x = 20 - 2y$$

$$x = 20 - 2.3$$

$$x = 14$$

Logo, é necessário vender 14 meias-entradas e assim $(14, 3)$ é solução.

- 4 inteiras, então:

$$x = 20 - 2y$$
$$x = 20 - 2.4$$
$$x = 12$$

Logo, é necessário vender 12 meias-entradas e assim $(12, 4)$ é solução.

- 5 inteiras, então:

$$x = 20 - 2y$$
$$x = 20 - 2.5$$
$$x = 10$$

Logo, é necessário vender 10 meias-entradas e assim $(10, 5)$ é solução.

- 6 inteiras, então:

$$x = 20 - 2y$$
$$x = 20 - 2.6$$
$$x = 8$$

Logo, é necessário vender 8 meias-entradas e assim $(8, 6)$ é solução.

- 7 inteiras, então:

$$x = 20 - 2y$$
$$x = 20 - 2.7$$
$$x = 6$$

Logo, é necessário vender 6 meias-entradas e assim $(6, 7)$ é solução.

- 8 inteiras, então:

$$x = 20 - 2y$$
$$x = 20 - 2.8$$
$$x = 4$$

Logo, é necessário vender 4 meias-entradas e assim $(4, 8)$ é solução.

- 9 inteiras, então:

$$x = 20 - 2y$$
$$x = 20 - 2.9$$
$$x = 2$$

Logo, é necessário vender 2 meias-entradas e assim $(2, 9)$ é solução.

Portanto, as possíveis soluções para o problema são:

$S = \{(20, 0), (18, 1), (16, 2), (14, 3), (12, 4), (10, 5), (8, 6), (6, 7), (4, 8), (2, 9), (0, 10)\}$

Outra forma de representação da solução é através da tabela, pois ela facilita a visão dos resultados encontrados.

Tabela 5- Representação das possíveis soluções através do registro tabular

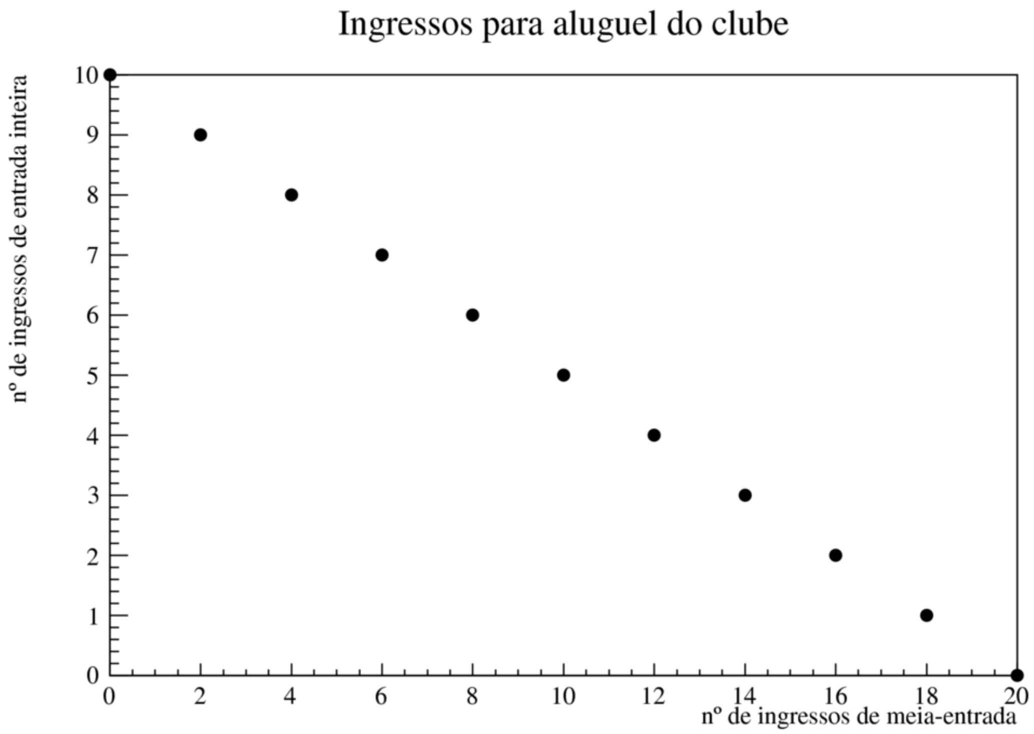
nº de ingressos meia-entrada	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	0
nº de ingressos de entrada inteira	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Fonte: elaborado pelo autor, 2021.

Esse tipo de representação semiótica pode facilitar a visualização por parte dos discentes das possíveis respostas do problema.

Outra forma de representação é através do gráfico:

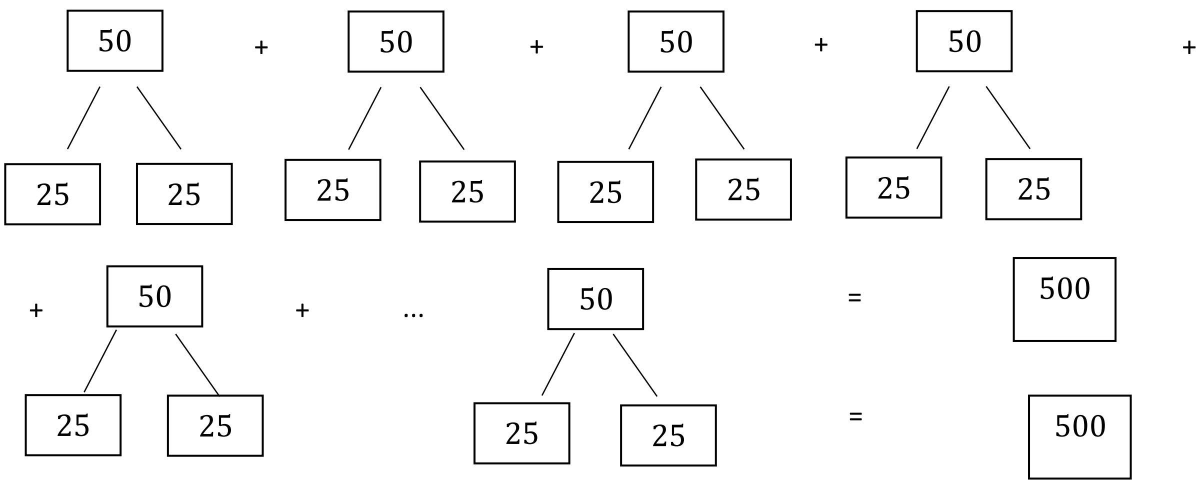
Gráfico 4- Representação Semiótica do registro gráfico no plano cartesiano



Fonte: elaborado pelo autor, 2021.

Além disso, existe a representação pictórica, para isso basta saber que uma entrada inteira vale duas meias-entradas, e assim se constrói as respostas para solucionar o problema.

Figura 4- Representação pictórica



Fonte: elaborado pelo autor, 2021.

Um outro problema interessante para os discentes do Ensino Fundamental é: João recebeu $R\$ 98{,}00$ e deveria gastar todo o dinheiro na compra de canetas, que custam $R\$ 4{,}00$ cada, e lapiseiras, que custam $R\$ 12{,}00$ cada. Quantas canetas e quantas lapiseiras João poderia comprar sabendo que deveria gastar todo o dinheiro?

No primeiro momento João poderia descobrir quantas canetas poderiam ser compradas, caso não queira comprar nenhuma lapiseira. Basta fazer a seguinte operação: $98 : 4 = 24{,}5$ e dessa forma iria perceber que tal situação seria impossível, pois o resultado não é um natural, daí caso queira comprar apenas lapiseira usaria o mesmo processo. Nesse caso: $98 : 12 = 8{,}1666\ldots$, também iria perceber que tal situação é impossível pelo menos motivo.

Outra maneira de resolver esse problema que está escrito na língua materna e fazer a conversão para o registro algébrico:

$$4x + 12y = 98$$

Em que x é o número de canetas e y o número de lapiseiras, portanto ambos devem assumir valores naturais.

Ao fazer o tratamento dessa situação algébrica:

$$4x + 12y = 98$$

Ao dividir a equação por 2:

$$2x + 6y = 49$$

$$x = \frac{49}{2} - 3y$$

Lembrando que:

$$\frac{49}{2} - 3y \geq 0$$

Caso João não compre nenhuma caneta:

$$x = \frac{49}{2} - 3y$$

$$0 = \frac{49}{2} - 3y$$

$$3y = \frac{49}{2}$$

$$y = \frac{49}{6} = 8{,}166 \ldots$$

Solução impossível, pois $8{,}166\ldots$ não pertence aos naturais. Caso João comprasse 8 lapiseiras ou 9 lapiseiras gastaria respectivamente menos e mais que recebeu.

Caso João não compre nenhuma lapiseira:

$$x = \frac{49}{2} - 3.0$$

$$x = 24{,}5$$

Impossível, já que x deve assumir valores naturais, logo comprar 24 ou 25 canetas gastará, respectivamente, menos que o total e mais que o total.

Pode-se abrir uma discussão com os discentes para descobrir o porquê de João não conseguir gastar todo o seu dinheiro nas compras, a partir disso pretende-se chegar a conclusão que para ter solução na equação diofantina linear.

$$ax + by = c$$

Existe uma condição, ou seja, que o máximo divisor comum (m.d.c.) dos coeficientes de a e b precisa dividir c. A notação para isso é: $mdc(a,b) = d$, ou seja, o m.d.c. de a e b é igual a d e $d|c$. Porém, no problema citado podemos observar que o $mdc\,(4{,}12) = 4$ e 4 não divide 98 e a notação dessa escrita é $4 \nmid 98$.

5 RESULTADO E DISCUSSÃO

Os problemas foram aplicados na Escola Municipal de Educação Básica "Anacleto Ramos" na cidade de Cachoeiro de Itapemirim no estado do Espírito Santo, em dois momentos, no primeiro o professor pediu para os discentes resolverem os problemas com os conhecimentos adquiridos ao longo da sua vida escolar e depois o professor fez a correção amparado pela TRRS de Duval (2009) e, novamente foram aplicados outros problemas parecidos com os que foram feitos em sala de aula, estando as listas de problemas nos anexos C e D. Foi feita uma análise dos resultados encontrados e então foi possível observar a evolução da aprendizagem a partir dos estudos com os trabalhos da Teoria de Duval .

A análise dos problemas propostos, apresentação dos dados e registro de tratamento permite a solução correta, pois de acordo com Duval *et al*. (2015) há várias maneiras de se expor dados de um determinado problema, por outro lado, variados problemas com a mesma solução Matemática.

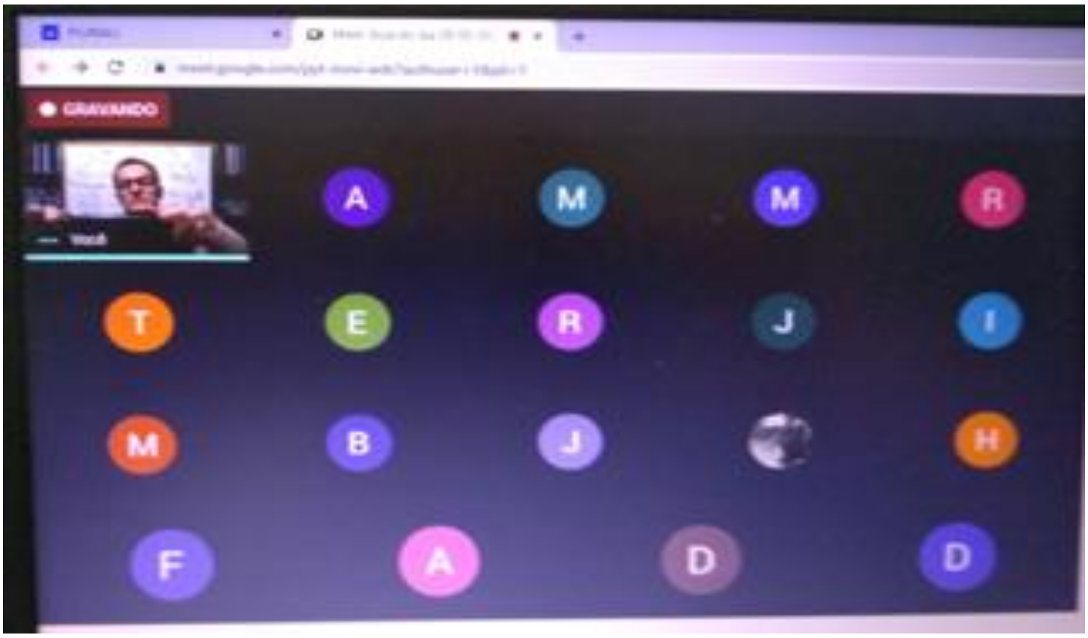
A pandemia de Covid-19 fez com que todas as profissões se reinventassem, e a que passou por grandes transformações, sem dúvida, foi a de professor, que de uma hora para outra as aulas começaram a ser ministradas através das redes sociais, através das plataformas digitais ou através do WhatsApp.

Nas escolas públicas, o desafio foi muito maior e continua sendo, pois, o professor encontra a grande maioria de seus discentes sem internet, sem aparelho para acompanhar a aula e muitas vezes o próprio docente não dispõe de todos mecanismos para oferecer a aula para o discente.

A pesquisa se deu nesse contexto, sou professor e trabalho em escolas públicas: municipal e estadual e em uma escola da rede privada. Salienta-se a realização dessa pesquisa na escola EMEB "Anacleto Ramos", escola municipal localizada na cidade de Cachoeiro de Itapemirim, sul do estado do Espírito Santo, na qual sou professor lotado desde 2008.

O convite para participar dessa pesquisa se deu através das aulas on-line, por meio do Google Sala de Aula, pois nesse período as aulas presenciais estavam suspensas, chancelado inicialmente pelo Conselho Nacional de Educação através do parecer nº 5 de 28 de abril de 2020 para a oferta de atividades não presenciais (MINISTÉRIO DA EDUCAÇAO, 2020).

Figura 5- Aula on-line através do Google Sala de Aula



Fonte: aula ministrada de forma EaD pelo professor Helder Dalvi, 2021.

Cabe salientar que na semana seguinte com a mudança do mapa de risco, retornamos as aulas presenciais com 50% dos discentes de cada turma dos 9º V1 e 9º V2 que fizeram opção por esse modelo, os outros 50% que optaram pelo presencial continuaram a acompanhar as aulas com os demais discentes que fizeram opção pelas aulas on-line.

A turma 9º V1 do grupo A estavam com nove (9) discentes frequentando as aulas naquela semana, sendo que essa foi a turma controle, os discentes receberam a primeira parte do teste, nele constavam 5 problemas e o professor falou da importância de fazer essa lista de exercícios, que fazia parte de uma pesquisa de Mestrado e que deveria usar todo o conhecimento adquirido ao longo dos seus anos de estudos, pois as informações apuradas seriam utilizadas para testar a TRRS de Raymundo Duval.

Figura 6- Resolução de problemas pelos discentes do 9º V1 no primeiro momento

Fonte: problemas resolvidos pelos discentes do 9º V1, 2021.

Os discentes realizaram as resoluções das atividades utilizando um período de aproximadamente 80 minutos. Após esse tempo, os discentes entregaram os problemas para o professor.

Na aula seguinte o professor fez a correção na lousa apenas com a representação de registro algébrico, já que a álgebra é uma ferramenta muito poderosa para facilitar e solucionar inúmeros problemas e somando a essa situação os discentes dos nonos anos já tiveram ou deveriam ter realizados cálculos algébricos. Depois de todo esse processo, na aula seguinte, os discentes realizaram o segundo teste para verificar o quanto houve de aprendizagem, e esse processo foi todo repetido na semana seguinte com os sete (7) discentes que fazem parte do 9º V1 grupo B, que optaram pela aula presencial. Vale ressaltar que os dezesseis (16) discentes foram numerados de 1 a 16.

O 9º V2 foi a turma teste, na semana estavam participando oito (8) discentes do grupo A, e nela o professor entregou os problemas e falou da importância da participação deles nessa pesquisa de verificação de aprendizagem. Esse grupo gastou também, em média, 80 minutos para resolver os problemas, depois desse tempo, os oito (8) discentes entregaram a primeira parte do teste que constava numa lista de 5 problemas. Na aula seguinte, o docente entregou as atividades corrigidas e foi feita a solução no quadro de cada problema através de, pelo menos, 2 registros de representações semióticas, sendo um deles o registro algébrico.

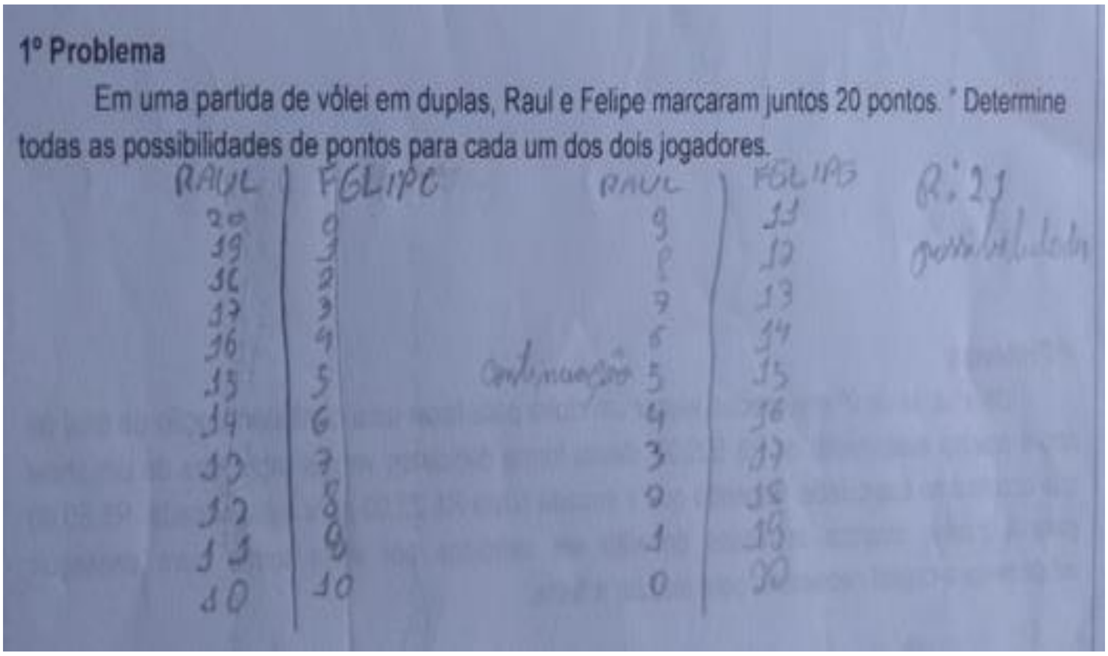
Figura 7- Correção do problema do primeiro momento no quadro da turma 9º V2

Fonte: problemas resolvidos pelos discentes do 9º V2, 2021.

Na aula seguinte, após a correção foi aplicado a segunda parte do teste para fazer o levantamento do quanto foi a absorção dos conhecimentos adquiridos. Nesses novos problemas foram gastos, em média, 60 minutos e toda essa dinâmica foi aplicada no grupo B do 9º V2, porém agora com dez (10) discentes. Todos os dezoitos (18) discentes foram enumerados de 1 a 18.

De um modo geral grande parte dos discentes do 9º V1, quanto do 9º V2 resolveram os problemas utilizando a representação de registro tabular nos dois testes.

Figura 8- Resolução do 1º problema do primeiro momento de um discente

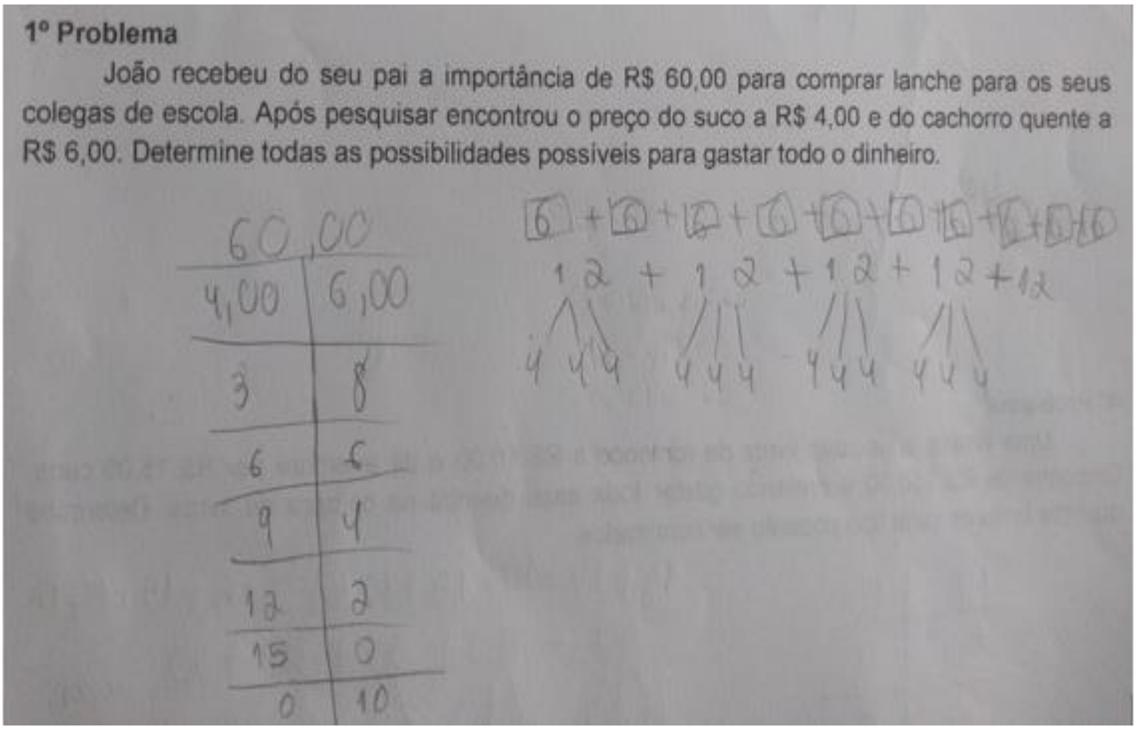


Fonte: elaborado pelo discente nº 13 do 9º V1, 2021.

No primeiro momento do teste, nenhum discente resolveu as atividades com a representação no registro algébrico. Após as resoluções feitas pelo professor poucos discentes fizeram usando desse registro e esses, porém, na hora do tratamento apresentaram dificuldades nos cálculos. Pode-se inferir que a pandemia aumentou as dificuldades dos discentes em resolverem as atividades através da álgebra, pois essa apresenta uma resolução mais abstrata e nem sempre o estudante tem domínio na hora de resolver as questões por esse tipo de representação.

Nota-se que grande parte dos discentes do 9º V2 que fazem parte da turma teste, usaram a representação de registros pictórica para resolver os problemas.

Figura 9- Resolução do 1º problema do segundo momento por meio das Representações dos Registros Tabular e Pictórico



1º Problema

João recebeu do seu pai a importância de R$ 60,00 para comprar lanche para os seus colegas de escola. Após pesquisar encontrou o preço do suco a R$ 4,00 e do cachorro quente a R$ 6,00. Determine todas as possibilidades possíveis para gastar todo o dinheiro.

60,00

4,00	6,00
3	8
6	6
9	4
12	2
15	0
0	10

12 + 12 + 12 + 12 + 12

4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4

Fonte: realizado pelo discente número 16 do 9º V2

O número de problemas resolvidos corretamente por cada discente 9º V1, que foi a turma controle, antes e depois de feita a correção pelo docente na lousa através do registro de representações algébricas.

Tabela 6- Quantitativo dos problemas resolvidos corretamente pelos alunos do 9º V1 em cada teste

Número do discente	Acertos no primeiro teste	Acertos no segundo teste
1	1	0
2	4	3
3	1	1
4	3	3
5	1	1
6	3	4
7	1	1
8	4	4
9	4	5
10	2	3
11	2	2
12	1	2
13	3	4
14	3	3
15	1	3
16	1	0

Fonte: Dados síntese da pesquisa (2021)

Observando os dados apresentados podemos concluir que três (3) discentes acertaram menos questões no segundo momento do que no primeiro, enquanto sete (7) discentes permaneceram com a mesma quantidade de acertos, ao passo que seis (6) discentes conseguiram obter mais acertos no segundo momento que no primeiro. Analisando a segunda sequência de testes, apesar de seguir a mesma linha de pensamento acredita-se que eles apresentavam um nível de dificuldade um pouco maior.

O número de problemas resolvidos corretamente por cada discente do 9º V2, que foi a turma teste, antes e depois de ser aplicada a correção utilizando pelo menos 2 registros de representações semióticas é apresentado na tabela 7.

Tabela 7- Quantitativo dos problemas resolvidos corretamente pelos alunos do 9º V2 em cada teste

Número do discente	Acertos no primeiro teste	Acertos no segundo teste
1	2	3
2	0	0
3	1	2
4	2	4
5	1	2
6	4	5
7	4	5
8	1	1
9	4	5
10	1	2
11	4	4
12	0	1
13	1	1
14	3	2
15	2	4
16	1	5
17	4	5
18	2	2

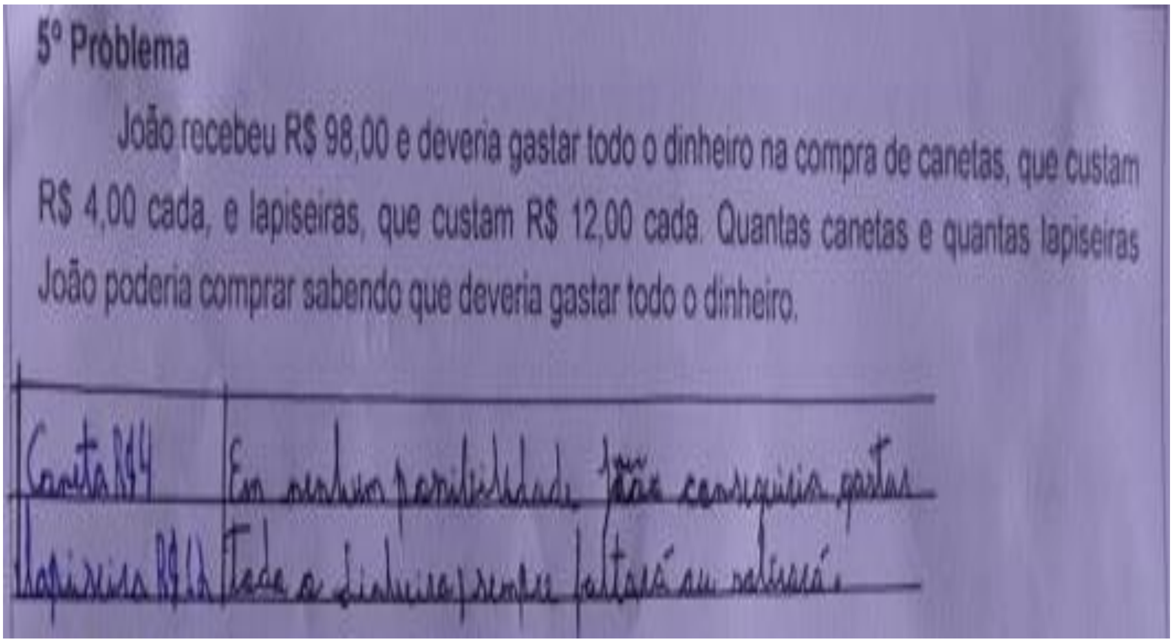
Fonte: Dados síntese da pesquisa (2021)

Observando os dados da tabela 7, percebeu-se que apenas um discente regrediu o desempenho do primeiro para o segundo teste, enquanto cinco (5) permaneceram com a mesma quantidade de acertos e doze (12) aumentaram a quantidade de acertos no segundo momento.

Destaca-se o discente dezesseis (16) que no primeiro momento acertou apenas um exercício e no segundo acertou todas as questões, ou seja, ele apresentou uma grande evolução na aprendizagem. Conclui-se que a TRRS pode fazer diferença na vida escolar dos discentes. Vale a pena o professor buscar novos caminhos para que haja melhoria na aprendizagem.

Ressalta-se o discente nove (9) que usou a língua materna para resolver o problema 5, no primeiro momento.

Figura 10- Resolução de problema na representação da língua materna



5º Problema

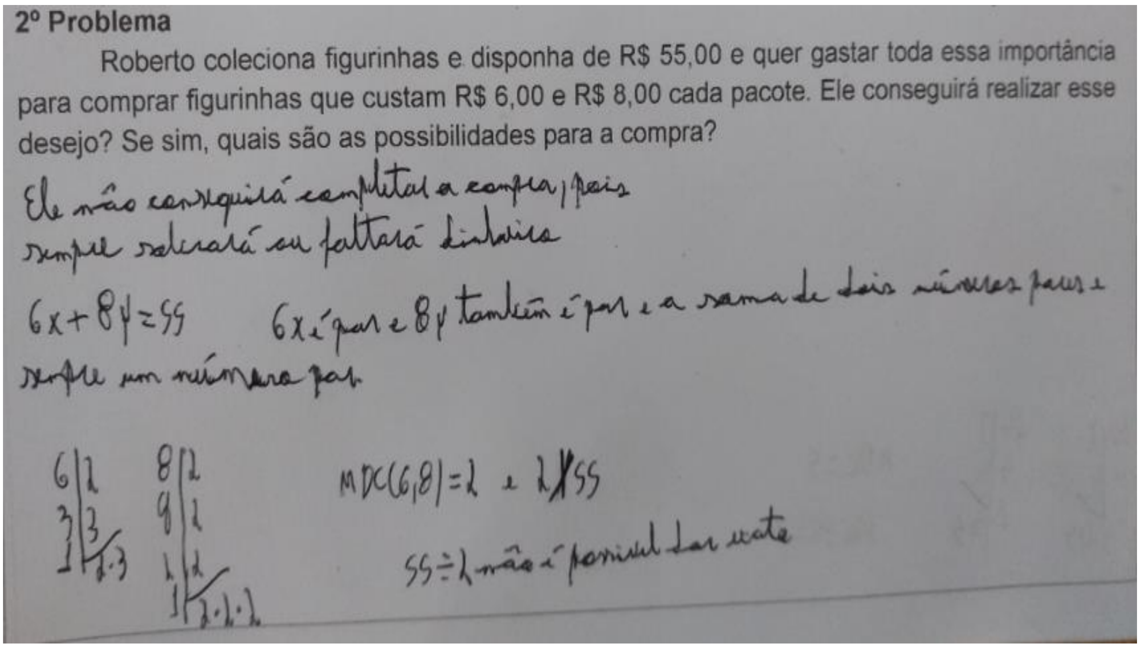
João recebeu R$ 98,00 e deveria gastar todo o dinheiro na compra de canetas, que custam R$ 4,00 cada, e lapiseiras, que custam R$ 12,00 cada. Quantas canetas e quantas lapiseiras João poderia comprar sabendo que deveria gastar todo o dinheiro.

Caneta R$ 4	Em nenhuma possibilidade João conseguiria gastar
Lapiseira R$ 12	Todo o dinheiro, sempre faltará ou sobrará.

Fonte: problema resolvido pelo discente número 9 no primeiro momento do 9º V2.

Já no 2º momento, após as explicações do professor apresentou a justificativa correta nos cálculos do problema 2 tendo a mesma linha de raciocínio do problema 5 da primeira lista.

Figura 11- Resolução com justificativa na mesma linha de raciocínio entre os problemas 5 da primeira lista e 2 da segunda lista



2º Problema

Roberto coleciona figurinhas e disponha de R$ 55,00 e quer gastar toda essa importância para comprar figurinhas que custam R$ 6,00 e R$ 8,00 cada pacote. Ele conseguirá realizar esse desejo? Se sim, quais são as possibilidades para a compra?

Ele não conseguirá completar a compra, pois sempre sobrará ou faltará dinheiro

$6x + 8y = 55$ 6x é par e 8y também é par e a soma de dois números pares é sempre um número par.

$MDC(6,8) = 2$ e $2 \nmid 55$

$55 \div 2$ não é possível dar exato

Fonte: problema 2 resolvido pelo discente número 09 da turma 9º V2 no segundo momento.

Observando os dados citados nas duas tabelas temos a turma controle representada pelo 9º V1 com dezesseis (16) discentes participantes, da qual teve um crescimento do número total de acertos em relação ao primeiro momento de 11,43% aproximadamente, enquanto que a turma teste representada por dezoito (18) discentes da turma 9º V2 teve um crescimento de 43,24%.

Segundo os números apresentados, acredita-se que a turma em que a correção foi feita usando pelos menos 2 registros de representação diferentes conseguiram ter um desempenho maior no segundo teste já que vários deles usaram a representação pictórica para dar uma solução plausível para os problemas que foram propostos.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Matemática é uma disciplina que ao longo dos anos tem imposto desafios aos docentes e discentes pelo fato dos conteúdos transmitidos nem sempre serem absorvidos de maneira satisfatória. Por esse motivo, cabe ao docente lançar mão a todo momento de diferentes estratégias que permitam viabilizar o processo de ensino e aprendizagem, afinal essa é uma das funções da educação.

A Teoria de Registro e Representação Semiótica de Raymundo Duval é suficientemente capaz de auxiliar no processo de ensino, aprendizagem e resolução de equações diofantinas e deve ser difundida e usada como ferramenta para que os conteúdos de Matemática cheguem aos discentes de uma maneira diferente, já que a representação do objeto matemático pode ser apresentado através de variadas formas de registros, sendo assim, é dado ao discente um leque de resoluções de um mesmo exercício, e a mobilização dos objetos se dará mediante as representações semióticas e a apreensão quando o discente conseguir transitar em pelo menos dois registros diferentes.

Sendo assim, evidente que a formação acadêmica do docente não se pode restringir exclusivamente aos conteúdos relacionados à Matemática, tendo em vista que a transmissão do conhecimento deve ocorrer de maneira que alcance o maior número possível de discentes, que por estarem num período de construção de conhecimento tendem a apresentar desenvolvimentos intelectuais individualizados, cabendo ao professor dinamizar os métodos didáticos.

A solução de problemas é um caminho natural apresentado pelo PCN e também na BNCC com intuito de permitir ao discente o aprendizado e desenvolvimento do pensamento matemático, para criar estratégias, argumentar, elaborar conclusões e assim, perceber que essa disciplina faz parte de sua vida, mesmo com toda evolução tecnológica a Matemática continua e continuará sendo usada para responder muitas situações vividas por cada cidadão.

A pandemia da Covid-19 obrigou as escolas a mudarem radicalmente a política de ensino e aprendizagem, houve a necessidade de adaptação com esse novo modelo de ensino EaD em pouco tempo, nesse contexto, docente e discentes tiveram que vivenciar essa nova realidade para que a escola continuasse a cumprir o seu papel de levar o conhecimento para os seus discentes.

A presente dissertação foi realizada com o retorno parcial das aulas em sistema de rodízio, ou seja, quando as aulas voltaram parcialmente, com revezamento de 50% da turma numa semana e os outros 50% na outra semana, e obedecendo todos os protocolos de segurança. Os discentes mostraram muito interesse em participar da pesquisa e pelos dados apresentados acredita-se que a turma teste foi bem melhor no segundo momento da resolução dos problemas, ou seja a teoria de registros e representação semiótica fez a diferença na vida dos discentes. Por esse motivo, vale a pena o docente buscar estratégias diferentes para fazer o ensino e a aprendizagem acontecer na vida do discente.

Vale ressaltar que a turma controle também teve um pequeno crescimento no segundo momento, assim, nota-se que todas as vezes que se ensina algo a alguém, sempre o conhecimento avança, por isso, é importante se acreditar que a educação fará a diferença na vida das pessoas. Afinal, como dito pelo padre Antônio Vieira “a educação é moeda de ouro. Em toda parte, tem valor.”.

Quanto à limitação da pesquisa, ficou evidenciado que uma das maiores dificuldades está na quantidade excessiva de conteúdo, que geralmente é ministrado de forma célere, dificultando assim o ideal acompanhamento dos conteúdos pelos discentes, dado o expressivo número de discentes que não apresentam sequer os pré-requisitos mínimos necessários para o ideal entendimento da Matemática. Tal cenário ocorre devido à necessidade de se cumprir as atividades com prazos determinados para a totalização do que consta no planejamento. Em função de tais cobranças, pouco tempo é ofertado para se resgatar os conteúdos considerados como pré-requisito. Tal realidade espreita e persegue os dois lados da sala de aula – O docente que explana, porém, de mãos atadas, e o discente que participa sem ter uma noção clara do objetivo daquela explanação.

Espera-se contribuir com esse material no campo da pesquisa e da Matemática e motivar docentes a continuarem a buscar estratégias para levar os conteúdos aos discentes de formas diferenciadas, favorecendo o ensino e a aprendizagem, e que os docentes de Matemática possam fazer uso dessa pesquisa na resolução de equações diofantinas conforme os preceitos da Representação Semiótica.

REFERÊNCIAS

1. ARAÚJO, M. C. P. Desafios e proposições para a formação docente. **Revista Contexto & Educação**, v. 34, n. 109, 2019. Disponível: DESAFIOS E PROPOSIÇÕES PARA A FORMAÇÃO DOCENTE | Revista Contexto & Educação (unijui.edu.br). Acesso em: 28 jul. 2021.

2. ARAÚJO, M. V. **Formação de professores, currículos e práticas pedagógicas no município de Aquiraz**. Núcleo de Conhecimento, jun. 2016. Disponível em: 10.32749/nucleodoconhecimento.com.br/pedagogia/praticas-pedagogicas. Acesso em: 20 jul. 2021.

3. ASSOLINI, E. **Ressignificando o Projeto Político Pedagógico**. 25 de janeiro de 2018. Disponível em: RESSIGNIFICANDO O PROJETO POLÍTICO PEDAGÓGICO – Blog - Elaine Assolini (revide.com.br). Acesso em: 23 maio 2021.

4. BERALDI, E. M. **Importância da afetividade no processo ensino aprendizagem nos anos finais do Ensino Fundamenta**l. Pós-graduação (Especialização em Educação). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2013. 34p.

5. BESSA, L. **Saiba como promover a participação dos alunos em sala de aula**. 24 de maio de 2021. Disponível em: Participação dos alunos em sala de aula: entenda como promovê-la (imaginie.com.br). Acesso em: 19 jul. 2021.

6. BOLZAN, D. P. V.; ISAIAS, S. M. A.; MACIEL, A. M. R. Formação de professores: a construção da docência e da atividade pedagógica na Educação Superior. **Revista Diálogo Educação.** Curitiba, v. 13, n. 38, p. 49-68, jan./abr. 2013.

7. BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. Orgs. **Ensinar e Aprender Matemática: possibilidades para a prática educativa** [online]. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016, 307 p. Disponível em: ISBN 978-85-7798-215-8. Available from SciELO Books. Acesso em; 24 jun. 2021.

8. BRASIL. **Lei nº 9394**, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: L9394 (planalto.gov.br). Acesso em: 23 jun. 2021.

9. _________. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental – Brasília: MEC/SEF, 1997. 126p. Disponível em: Introdução (mec.gov.br). Acesso em: 24 jun. 2021.

10. _________. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p. Disponível em: Matemática (mec.gov.br). Acesso em: 24 jun. 2021.

11. _________. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p. Disponível em: Capa de Matemática (mec.gov.br). Acesso em: 23 jun. 2021.

12. _________. Ministério da Educação. **BNCC: uma questão de direito à aprendizagem**. p. 1-59, dez. 2017. Disponível em: Base Nacional Comum Curricular (BNCC) - Ministério da Educação (mec.gov.br). Aceso em: 25 jun. 2021.

13.__________. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Parecer CNE/CP nº 5/2020**, aprovado em 28 de abril de 2020 - Reorganização do Calendário Escolar e da possibilidade de cômputo de atividades não presenciais para fins de cumprimento da carga horária mínima anual, em razão da Pandemia da COVID-19. Disponível em: http://portal.mec.gov.br › pec-g › 85201-parecer-cp-2020. Acesso em: 23 jun. 2021.

14. BREUNIG, R. T.; NEHRING C. M. **Conceito de limite e os registros de representação semiótica**: Indícios de atividades de tratamento e conversão. Bioeconomia: diversidade e riqueza para o desenvolvimento sustentável. Unijui-DCEEng – GEEM. Evento: XXIV Jornada de Pesquisa. 21-24 de outubro de 2019. Disponível em: https://www.publicacoeseventos.unijui.edu.br. Acesso em 21 jul. 2021.

15. CAMPOS, A. **Equações Diofantinas lineares**: possibilidades didáticas usando a resolução de problemas. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria. Rio Grande do Sul. 2015. 88p.

16. CAVALCANTE, N. S. **Discutindo sobre a utilização da história da Matemática em sala de aula**. Monografia (Licenciatura em Matemática). Universidade Federal da Paraíba. Rio Tinto-PR, 2018. 44p.

17. CRUZ, J. L. G. **Um estudo de representações semióticas em atividades de geometria.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Campina Grande-PB, 2018. 147p.

18. DANTE, L. R. **Teláris matemática, 8º ano**: ensino fundamental, anos finais / Luiz Roberto Dante. 3. ed. São Paulo: Ática, 2018.

19. DUARTE, J. R. **Equações Diofantinas associadas a Funções Aritméticas**. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Rio Claro. 2020. 125p.

20. DUVAL, R. **Sémiosis et noésis**. 1993. (Préprint do livro publicado com o título "Sémiosis et pensée humaine". Bern: Peter Lang, 1995).

21. _________. **Semiósis e pensamento humano**: Registro semiótico e aprendizagens intelectuais (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiótiques et apprentissages Intellectuels): (fascículo I) / Raymond Duval. Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009. 119p.

22. _________. Ver e ensinar a Matemática de outra forma. **Entrar no modo matemático de pensar:** os registros de representações semióticas/ organização Tania M. M. Campos: [tradução: Marlene Alves Dias] - 1 ed. – São Paulo: PROEM, 2011. 159p.

23. _________. **Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo do Pensamento.** Revemat: Revista Eletrônica de Edu. Matem. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012. Disponível em: http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266. Acesso em: 23 jul. 2021.

24. _________. **Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática**. In: S. Dias Alcântara Machado (Eds.), Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica, pp.10-20, Campinas: Papirus, 2013.

25. ________ *et al*. Ver e ensinar a Matemática de outra forma. **Introduzir a Álgebra no ensino:** Qual é o objetivo e como fazer isso? volume II /Raymond Duval ... [et al]: organização Tania M. M. Campos: [tradução: Marlene Alves Dias] - 1 ed. – São Paulo: PROEM, 2015. 101p.

26. FRANCO, M. A. R. S. **Práticas pedagógicas de ensinar-aprender:** por entre resistências e resignações. Educação Pesquisa. São Paulo, v. 41, n. 3, p. 601-614, jul./set. 2015. Disponível em: https://www.scielo.br/j/ep/a/gd7J5ZhhMMcbJf9FtKDyCTB/?lang=pt&format=pdf. Acesso em: 28 jun. 2021.

27. ________. Prática pedagógica e docência: um olhar a partir da epistemologia do conceito. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, v. 97, p. 247, set./dez. 2016. Disponível em: https://doi.org/10.1590/S21766681/288236353. Acesso em: 20 jun. 2021.

28. GRACINDO, H. B. R. Laboratório de informática, os objetos digitais de aprendizagem e a visão do professor. **Revista EadPECI,** ano II, n. 4, p.72-85, abr., 2010.

29. GRANGER, G. G. **Langage et epistémologie.** Paris: Klinksieck, 1979.

30. HEFEZ, A. **Aritmética.** SBM, 2014 (Coleção PROFMAT). Disponível em :<http://www.profmat-sbm.org.br/ma14>. Acesso em: 28 maio 2021.

31. HENRIQUES, A; ALMOULOUD, S. Ag. Teoria dos Registros de Representação Semiótica em Pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: Uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. **Revista Ciência & Educação da UNES.** Bauru (SP), 2016.

32. ISAIAS, S; BOLZAN, D. P. V. Tessituras formativas: articulação entre movimentos da docência e da aprendizagem docente. In: ISAIA, S; BOLZAN, D. P.V.; MACIEL, A. M. R. (Org.). **Qualidade da educação superior:** a universidade como lugar de formação. Porto Alegre: Ed. da PUCRS, p. 187-200, 2011.

33. LIMA, L. C. **Sobre a educação cultural e ético-política dos professores**. Dossiê - Paulo Freire, a Prática Pedagógica e a Formação de Professores. Educar em Revista. Curitiba, n. 61, p. 143-156, jul./set. 2016. Disponível em: https://doi.org/10.1590/0104-4060.46864. Acesso em: 23 maio 2021.

34. MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2006.

35. _______. **Metodologia do Trabalho Científico.** 7. ed. São Paulo: Atlas, 2013.

36. MCHOTA, E. J. **Saberes necessários à atuação do(a) professor (a**). 26 de junho de 2017. Disponível em Saberes Necessários à Atuação do(a) Professor(a) (nucleodoconhecimento.com.br). Acesso em: 28 jun. 2021.

37. MEZZOMO, L.; ZIMMER, M. **Mudanças de comportamentos:** Relato de experiência com alunos de uma escola pública. Portal de Conferências da IMED, XI Mostra de Iniciação Científica e Extensão Comunitária e X Mostra de Pesquisa de Pós-Graduação IMED 2017. Disponível em: Mezzomo (imed.edu.br). Acesso em: 12 jun. 2021.

38. MINAYO, M. C. S. (Org.). **Pesquisa Social:** teoria, método e criatividade. 29. ed. Petrópolis (RJ): Vozes, 2010.

39. MOL, R. S. **Introdução à História da Matemática** / Rogério S. Mol. – Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013. 138 p.

40. MONTENEGRO, J. A. **Identificação, conversão e tratamento de Registros de Representações Semióticas auxiliando a aprendizagem de situações combinatórias.** Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica). Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2018, 247p.

41. MUSSI. A. A.; ALMEIDA, E. C. S. **Profissionalidade docente**: uma análise partir das relações entre os professores e o contexto de trabalho no ensino superior. 37ª Reunião Nacional da ANPEd – 04 a 08 de outubro de 2015, UFSC – Florianópolis. 2015. Disponível em: <Trabalho-GT08-4324.pdf (anped.org.br)>. Acesso em: 28 nov. 2021.

42. _________. Professores do ensino superior: processos de desenvolvimento profissional e a base de conhecimentos para a docência. **Revista Educação e Emancipação**, v. 6, n, 1, jan./jun. 2013.

43. NERI JÚNIOR, E. P. **Atos e Lugares de Aprendizagem Criativa em Matemática**. Dissertação (Mestrado em Ensino). Universidade Federal do Pará. Belém. Pará 2019.

44. NOBRE, F. E. **O papel da escola**. 16 se agosto de 2018. Disponível em: O PAPEL SOCIAL DA ESCOLA - ARTIGO CIENTIFICO (nucleodoconhecimento.com.br). Acesso em: 14 maio 2021.

45. NUÑEZ, I. B. SANTOS, F. A. A. O professor e a formação docente: a criatividade e as crenças educativas onde estão? **Holos**. Ano. 28, v. 2, 2012.

46. OLIVEIRA, B. P. **Reflexões à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica acerca das práticas dos professores que ensinam matemática.** Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação). Universidade Estadual do Ceará – UECE. Fortaleza-Ceará, 2014. 142p.

47. PALÚJ.; SCHÜTZ, J. A.; MAYER, L. **Desafios da educação em tempos de pandemia** / organizadores: Janete Palú, Jenerton Arlan Schütz, Leandro Mayer. Cruz Alta: Ilustração, 2020. 324 p.

48. PANTOJA, L. F. L.; CAMPOS, N. F. S. C.; SALCEDOS, R. R. C. A **Teoria dos Registros de Representações Semióticas e o estudo de Sistemas de Equações Algébricas Lineares**. VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática. ULBRA – Canoas. Rio Grande do Sul. Brasil. 16. 17 e 18 de outubro de 2013. Comunicação Científica. Disponível em: 528 (ulbra.br). Acesso em: 25 jun. 2021.

49. PEREIRA, C M. R. B.; CARLOTO, D. R. **Reflexões sobre o papel social da escola**. Revista de Estudos e Pesquisas em Ensino de Geografia. Florianópolis, v. 3, n. 4, maio, 2016. Disponível em: 66640-Texto do Artigo-231129-1-10-20160531.pdf. Acesso em: 25 jun. 2021.

50. PEREIRA, K.; PAVANATI, I.; SOUSA, R. P. L. A relação entre conhecimento e criatividade: evidências a partir de pesquisas com o Jogo de Xadrez. **Ciências & Cognição,** v. 16, n. 1, p. 112-126, 2011.

51. REDLING, J. P. **A Metodologia de Resolução de problemas:** concepções e práticas pedagógicas de professores de Matemática do ensino fundamental. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Faculdade de Ciências. Campus Bauru. Bauru, 2011. 166p.

52. SADOVSKY, P. **O ensino de Matemática hoje**: enfoques, sentidos e desafios/ Patrícia Asdovsky: tradução Antônio de Pádua Danesi; apresentação e revisão técnica Ernesto Rosa Neto. – 1 ed. – São Paulo: Ática, 2010. 112p.

53. SEEGGER, V.; CANES, S. E.; GARCIA, C. A. X. Estratégias tecnológicas na prática pedagógica. **Revista Monografias Ambientais,** v. 8, n. 8, p. 1887- 1899, ago., 2012.

54. SESSA, C. **Iniciação ao estudo didático da álgebra**: origens e perspectivas / Carmem Sessa: tradução Damian Kraus. - São Paulo: Edições SM, 2009. 108p.

55. SILVA, C. M. S.; SIQUEIRA FILHO, M. G. **Matemática: Resoluções de Problemas** – Brasília: Liber Livro, 2011. 151p.

56. SILVA, I. B.; PRANDO, G.; GUALANDI, J. H. **Contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica para a análise do capítulo de funções de um livro didático**. Montes Claros. Minas Gerais, v. 4, n. e202006, p. 1-16, 2020.

57. SILVA, C. F.; BISOGN, V. Teoria de Registros de Representações Semióticas e sistemas lineares: contribuições de uma sequência didática. Universidade Federal de Santa Catarina. **Revista Eletrônica de Educação Matemática – REVEMAT**. Florianópolis, v. 16, p. 01-21, jan./dez., 2021. Disponível em: https://doi.org/10.5007/1981. Acesso em: 25 jul. 2021.

58. VESCHI, B. **Etimologia de Matemática.** 2019. Disponível em: <https://etimologia.com.br/matematica/>

APÊNDICE

APÊNDICE A - AUTORIZAÇÃO DE PAIS OU RESPONSÁVEIS

Senhores pais ou responsáveis:

O professor de Matemática Helder Dalvi, lotado na EMEB Anacleto Ramos, está desenvolvendo uma pesquisa de mestrado no âmbito do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade Federal do Espírito Santo - UFES, intitulada de “EQUAÇÕES DIOFANTINAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UMA ANÁLISE À LUZ DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA”, sob orientação do Prof. Dr. Moacir Rosado Filho. Como parte da pesquisa, os discentes desenvolverão atividades em horário de aula com o objetivo de solucionar um determinado problema de várias formas possíveis. Vale ressaltar que será um rico momento de aprendizagem para todos os envolvidos, principalmente para os discentes da EMEB Anacleto Ramos.

Eu, ____________________________________ CPF _________________________
Responsável pelo discente (a)____
autorizo que as fotos e atividades que incluam meu filho e/ ou filha sejam feitas e utilizadas apenas para fins pedagógicos e de pesquisa. Declaro estar ciente de que a participação do discente (a) supracitado(a) não representa riscos para ele(a), pelo contrário, a experiência pretende contribuir para sua formação intelectual. Além disso, ele também não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira.

Cachoeiro de Itapemirim – ES, ________ de março de 2021.

Assinatura ____

APÊNDICE B - TERMO DE COMPROMISSO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu, *Renata de Fátima Ferreira*, CPF 027.808.597-09, ocupante do cargo de gestor da EMEB Anacleto Ramos, autorizo a aplicação de atividades como parte da pesquisa de mestrado no âmbito do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade Federal do Espírito Santo - UFES, intitulada de “EQUAÇÕES DIOFANTINAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UMA ANÁLISE À LUZ DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA”, sob orientação do Prof. Dr. Moacir Rosado Filho. Os discentes desenvolverão atividades em horário de aula com o objetivo de solucionar um determinado problema de várias formas possíveis. Vale ressaltar que será um rico momento de aprendizagem para todos os envolvidos, principalmente para os discentes da EMEB Anacleto Ramos.

Declaro estar ciente que esses dados serão utilizados na dissertação de mestrado do professor de Matemática, Helder Dalvi. Autorizo a utilização das informações coletadas apenas para fins acadêmico-científicos. Estou ciente de que em qualquer etapa do estudo terei acesso ao pesquisador responsável Prof. Dr. Moacir Rosado Filho pelo endereço eletrônico moacir@ele.ufes.br. Além disso, não terei nenhum custo nem receberei nenhuma vantagem financeira. Caso necessário, a qualquer momento poderei revogar este termo de consentimento livre e esclarecido se comprovadas atitudes que causem prejuízo à instituição ou que comprometam o sigilo de dados dos participantes desta pesquisa.

Assim, tendo sido informado dos objetivos do presente estudo de maneira clara e detalhada, tendo esclarecido minhas dúvidas, autorizo a utilização e a divulgação dos dados com a finalidade exposta.

Cachoeiro de Itapemirim – ES, _____ março de 2021.

Renata de Fátima Ferreira
Gestora Escolar
Decreto nº 30.228/2021

Renata de Fátima Ferreira

Professora Renata de Fátima Ferreira

Gestora da EMEB Anacleto Ramos

APÊNDICE C – ROTEIRO DE EXERCÍCIOS A SEREM APLICADOS COM DISCENTES

SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO – CACHOEIRO DE ITAPEMIRIM		
EMEB "ANACLETO RAMOS"		
	Aluno (a):	**Ano:** 9º **Turma:** Ensino Fundamental
	Professor: Helder Dalvi **Disciplina:** Matemática	**Data:**

Queridos estudantes, durante anos aprendemos como resolver muitos problemas interessantes envolvendo a Matemática. Buscar caminhos diferentes para chegar a tais respostas faz-nos crescer intelectualmente, por esse motivo, apresento a vocês cinco problemas para que possam usar toda sua criatividade e resolvê-los.

1º Problema
Em uma partida de vôlei em duplas, Raul e Felipe marcaram juntos 20 pontos: Determine todas as possibilidades de pontos para cada um dos dois jogadores.

2º Problema
O pai de Giovanni pede que ele vá ao banco e retire exatamente R$ 300,00, ao chegar no caixa eletrônico observa que este só dispõe de notas de R$ 20,00 e de R$ 50,00 reais. Quais são as possibilidades para sacar a quantidade de notas suficientes para cumprir a missão dada por seu pai?

3º Problema
O pai de Guilherme deu a ele exatamente R$ 90,00 e pediu para que gastasse todo dinheiro comprando picolés, que custam R$ 2,00 cada, e sorvetes, cujo custo unitário é de R$ 10,00. Quais são todas as possibilidades possíveis para gastar os R$ 90,00?

4º Problema
Uma turma de 9º ano precisa alugar um clube para fazer uma confraternização de final de ano e precisa exatamente de R$ 500,00, dessa forma decidiram vender ingressos de um show que ocorrerá na sua cidade. Sabendo que a entrada custa R$ 25,00 para meia entrada e R$ 50,00 para a inteira, quantos ingressos deverão ser vendidos por essa turma para conseguir exatamente o capital necessário para realizar a festa.

5º Problema
João recebeu R$ 98,00 e deveria gastar todo o dinheiro na compra de canetas, que custam R$ 4,00 cada, e lapiseiras, que custam R$ 12,00 cada. Quantas canetas e quantas lapiseiras João poderia comprar sabendo que deveria gastar todo o dinheiro.

APÊNDICE D – ROTEIRO DE EXERCICIOS A SEREM APLICADOS COM DISCENTES

<table>
<tr><td colspan="3">SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO – CACHOEIRO DE ITAPEMIRIM</td></tr>
<tr><td colspan="3">EMEB “ANACLETO RAMOS”</td></tr>
<tr><td rowspan="3"></td><td>Aluno (a):</td><td>Ano: 9º
Turma:
Ensino Fundamental</td></tr>
<tr><td>Professor: Helder Dalvi
Disciplina: Matemática</td><td>Data:</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
</table>

Queridos estudantes, vimos alguns problemas e como resolvê-los, por esse motivo apresentamos novos exercícios para que vocês resolvam-nos de uma maneira bem criativa para encontrar suas soluções, caso seja possível.

1º Problema
João recebeu do seu pai a importância de R$ 60,00 para comprar lanche para os seus colegas de escola. Após pesquisar encontrou o preço do suco a R$ 4,00 e do cachorro quente a R$ 6,00. Determine todas as possibilidades possíveis para gastar todo o dinheiro.

2º Problema
Roberto coleciona figurinhas e disponha de R$ 55,00 e quer gastar toda essa importância para comprar figurinhas que custam R$ 6,00 e R$ 8,00 cada pacote. Ele conseguirá realizar esse desejo? Se sim, quais são as possibilidades para a compra?

3º Problema
Maria foi ao caixa eletrônico para sacar R$ 500,00, observou que só havia notas de R$ 50,00 e R$ 100,00 disponíveis. Quais são as possibilidades possíveis para sacar exatamente R$ 500,00? Maria pode retirar essa importância de quantas formas diferentes?

4º Problema
Uma livraria anunciava livros de romance a R$ 10,00 e de aventura por R$ 15,00 cada. Disponho de R$ 150,00 e pretendo gastar toda essa quantia na compra de livros. Determine quantos livros de cada tipo poderão ser comprados.

5º Problema
De quantas maneiras pode-se comprar selos de R$ 3,00 e R$ 5,00 de modo que se gaste R$50,00? (livro Profmat p. 125 nº 1.10).

ANEXO

ANEXO A – FACHADA DA ESCOLA EMEB ANACLETO RAMOS

Fonte: Disponível em: Anacleto Ramos-AEE (google.com)