

Syrios Gomes da Silveira

Dinâmica cósmica a partir do Diagrama de Hubble de Supernovas Ia e Quasares

Vitória - ES, Brasil

2021

Syrios Gomes da Silveira

Dinâmica cósmica a partir do Diagrama de Hubble de Supernovas Ia e Quasares

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Centro de Ciências Exatas da Universidade Federal do Espírito Santo como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Física, na área de concentração de Física Teórica

Universidade Federal do Espírito Santo – UFES

Departamento de Física

Orientador: Prof. Dr. Hermano Endlich Schneider Velten

Vitória - ES, Brasil

2021

Ficha catalográfica disponibilizada pelo Sistema Integrado de Bibliotecas - SIBI/UFES e elaborada pelo autor

S587d Silveira, Syrios Gomes da, 1987-
Dinâmica cósmica a partir do Diagrama de Hubble de Supernovas Ia e Quasares / Syrios Gomes da Silveira. - 2021. 89 f. : il.

Orientador: Hermano Endlich Schneider Velten.
Dissertação (Mestrado em Física) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Ciências Exatas.

1. Cosmologia. 2. Modelos cosmológicos. 3. Supernova. 4. Quasar. I. Velten, Hermano Endlich Schneider. II. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro de Ciências Exatas. III. Título.

CDU: 53



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

"Dinâmica cósmica a partir do Diagrama de Hubble de Supernovas Ia e Quasares"

SYRIOS GOMES DA SILVEIRA

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal do Espírito Santo, por videoconferência, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.
Aprovada por:

Prof. Dr. Carlos Andre P. Bengaly Jr
(Observatório Nacional)

HERMANO ENDLICH SCHNEIDER Assinado de forma digital por HERMANO
VELTEN:09859151709 ENDLICH SCHNEIDER VELTEN:09859151709
Dados: 2022.02.04 16:37:30 -03'00'

Prof. Dr. Hermano E. Schneider Velten
(Orientador- PPGFis/UFES)

Dr. Vinicius Consolini Busti
(XP Investimentos)

Prof. Dr. Valerio Marra
(PPGFis/UFES)

Vitória-ES, 05 de novembro de 2021..



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

PROTOCOLO DE ASSINATURA



O documento acima foi assinado digitalmente com senha eletrônica através do Protocolo Web, conforme Portaria UFES nº 1.269 de 30/08/2018, por
VALERIO MARRA - SIAPE 2179379
Departamento de Física - DF/CCE
Em 04/02/2022 às 17:07

Para verificar as assinaturas e visualizar o documento original acesse o link:
<https://api.lepisma.ufes.br/arquivos-assinados/354065?tipoArquivo=O>

Agradecimentos

Agradeço à FAPES e CAPES pelo apoio à pesquisa durante este período de mestrado.

Agradeço aos colegas de estudo e professores que contribuíram durante a caminhada.

Ao Dr. Valerio Marra, Dr. Carlos A. P. Bengaly Junior e Dr. Vinicius Busti por terem aceitado o convite para participarem da banca.

Agradeço especialmente à Raquel Fazolo por ter sido um suporte nos meus piores dias e uma companheira em todos meus melhores dias. E também ao prof. Hermano Velten pela quasi-infinita paciência e sensibilidade, e por mais uma vez me guiar pelo caminho do saber.

Muito obrigado.

“Há uma teoria que indica que se alguém descobrir exatamente para que e porque o universo está aqui, o mesmo desaparecerá e será substituído imediatamente por algo ainda mais bizarro e inexplicável... Há uma outra teoria que indica que isto já aconteceu.”

Douglas Adams

Resumo

Reexaminamos um estimador da aceleração cósmica de modo independente de modelo baseado no módulo de distância apresentado em (SEIKEL; SCHWARZ, 2008) e aplicamos inicialmente em dados de supernova tipo Ia e catálogos simulados para testar a coerência com os demais métodos. Posteriormente atualizamos e ampliamos as observações utilizadas no nosso estudo com um catálogo mais moderno de SN Ia e testamos o uso do catálogo de 1598 Quasares aplicados como vela padrão conforme o trabalho (RISALITI; LUSSO, 2019), posteriormente atualizado. Nossos resultados testam a tensão sobre Ω_{m0} , citado em (RISALITI; LUSSO, 2019), indicando um valor maior que o padrão. Discutimos sobre o impacto de H_0 e w_{de} sobre as observações e comparamos a confiança que os dados de QSO trazem à análise comparativamente com os de SN Ia.

Palavras-chave: cosmologia, modelos cosmológicos, supernova, quasar.

Abstract

We revisited a model-independent cosmic acceleration estimator based on the distance modulus presented in (SEIKEL; SCHWARZ, 2008) and initially apply it to type Ia supernova data and mock catalogs to test the coherence with the other methods. Then we update and extend the number of observational data of our study with a more recent catalog of SN Ia and we tested the use of the catalog of 1598 Quasars applied as standard candle as the work (RISALITI; LUSSO, 2019) (later updated). Our results test the tension on Ω_{m0} , discussed in (RISALITI; LUSSO, 2019), indicating a value greater than the standard one. We discuss the impact of this observations on the H_0 and w_{de} parameters and compare the confidence that the use of QSO data bring to the analysis compared to the SN Ia data.

Keywords: cosmology, cosmological parameters, cosmology models, supernova, quasar.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Galáxias do catálogo SDSS - <i>Sloan Digital Sky Survey</i>	21
Figura 2 – Mapa da Radiação Cósmica de Fundo - Satélite Planck	22
Figura 3 – Partícula no raio r só sente atração na região interna	24
Figura 4 – O valor da coordenada comóvel é mantido durante a expansão	26
Figura 5 – Esboço das geometrias esférica, hiperbólica e plana	27
Figura 6 – Relação de medidas de H_0 através do tempo demonstrando a tensão em H_0	32
Figura 7 – Comparação entre os dados utilizados por Lemaître (à esquerda) e Hubble (à direita).	33
Figura 8 – Diagrama de Hubble <i>moderno</i> com os dados de 740 SNe do <i>JLA</i> 2014 .	34
Figura 9 – Dominação das componentes do universo em função do tempo.	39
Figura 10 – Paralaxe trigonométrica anual	42
Figura 11 – Diagrama HR de 41704 estrelas do catálogo Hipparcos, M_V relaciona a luminosidade e $B - V$ está relacionado ao tipo espectral	43
Figura 12 – Relação Luminosidade \times Período de estrelas variáveis	44
Figura 13 – Diagrama esquematizando a Escada cósmica	45
Figura 14 – Carta celeste desenhada por Tycho Brahe indicando SN 1572 na constelação de Cassiopeia.	46
Figura 15 – Diagrama de Hubble para SN Ia	49
Figura 16 – Evolução do parâmetro de desaceleração $q(z)$ em função do <i>redshift</i> para os diferentes modelos adotados neste trabalho.	55
Figura 17 – Evolução de $\Delta\mu$ em função do <i>redshift</i> para diferentes modelos adotados neste trabalho.	56
Figura 18 – Análise Singular de SN: $\Delta\mu_i$ para cada supernova no conjunto de dados Union2.1.	58
Figura 19 – Análise Singular de SN: $\Delta\mu_i$ para cada supernova (adotando $H_0 = 73.24$ km s $^{-1}$ Mpc $^{-1}$) no conjunto de dados JLA.	61
Figura 20 – A evolução de γ , β e δ através do <i>redshift</i> z na relação $F_X - F_U V$. . .	64

Figura 21 – Diagrama de Hubble para SN Ia e QSO. Os pontos ciano são supernovas do survey JLA. Os pontos amarelos são quasares, com incertezas 1. Os pontos vermelhos são os bins da média (com incertezas 1) do módulo de distância com <i>bins</i> do <i>redshift</i> para quasares. Essas médias são mostradas apenas por visualização e, como tal, não são consideradas na análise estatística. As estrelas azuis são a nova amostra de quasares com $z > 3$ de observações do XMM-Newton. A inserção mostra detalhes das médias de quasares e supernovas na faixa de <i>redshift</i> comum. A linha magenta tracejada é um modelo CDM plano com $\Omega_M = 0,31 \pm 0,05$, fittando os dados até $z = 1,4$ e extrapolando para <i>redshifts</i> maiores. A linha sólida preta no gráfico principal e na inserção é o melhor ajuste MCMC da expansão de terceira ordem do $\log(1 + z)$	66
Figura 22 – Evidência cumulativa para a amostra de SN PANTHEON (preto) e QSOsHD (azul).	69
Figura 23 – Magnitude $\Delta\mu$ em média sobre <i>bins</i> de <i>redshift</i> de largura 0,2 para amostra de SN PANTHEON (preto) e QSOsHD (azul). O detalhe mostra a evolução teórica do estimador $\Delta\mu$ em função do <i>redshift</i> . As linhas sólidas adotam $\Omega_{m0} = 0,3$ e permanecem em valores $\Delta\mu$ positivos para o intervalo $0 < z < 5$. Cosmologias que adotam $\Omega_{m0} = 0,45$ são plotadas nas linhas tracejadas. A linha pontilhada representa a cosmologia de Einstein de-Sitter $\Omega_{m0} = 1$. Ambos os conjuntos de curvas plotados na inserção assumem valores de parâmetros no intervalo $-1,2 < w_0 < -0,8$ e $-0,2 < w_a < +0,2$. As linhas sólidas e tracejadas mostradas com os dados armazenados assumiram o modelo Λ CDM.	71
Figura 24 – Diagrama de Hubble (módulo de distância) em função do <i>redshift</i> . As curvas e os dados seguem a Figura 23.	72
Figura 25 – Evidência cumulativa para a amostra de SN PANTHEON (preto) e QSOsHD2020 (azul).	74

Lista de tabelas

Tabela 1	– Possíveis geometrias dada curvatura k	27
Tabela 2	– Densidades críticas do universo	41
Tabela 3	– Evidência média para aceleração usando $N = 1000$ catálogos simulados. Os modelos são plotados na Figura 16. Para cada catálogo, há 580 SNE com a mesma distribuição de <i>redshift</i> da amostra UNION2.1.	57
Tabela 4	– Análise média por <i>bin</i> para os catálogos simulados gerados pelas três cosmologias com a transição para desaceleração em z_t . A primeira coluna mostra o <i>bin</i> do <i>redshift</i> , a segunda coluna o número de SN em cada <i>bin</i> . A terceira, quarta e quinta colunas mostram a evidência para os modelos com $z_t = 0, 1$, $z_t = 0, 2$ e $z_t = 0, 3$, respectivamente.	57
Tabela 5	– Evidência média para $N = 1000$ catálogos simulados. Para cada catálogo, há 1500 SN igualmente distribuídas na faixa de <i>redshift</i> $0 < z < 1, 5$ possuindo o mesmo erro $\sigma_i = 0, 15$	57
Tabela 6	– (Análise Singular de SN) Número de SN no Union2.1 indicando aceleração ou desaceleração. Os valores entre parênteses são calculados usando $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$	59
Tabela 7	– (Média sobre as SN Ia) Evidência no UNION 2.1.	60
Tabela 8	– (Análise singular de SN Ia) Número de SN Ia do JLA indicando aceleração ou desaceleração. Os valores entre parênteses são calculados usando $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$	60
Tabela 9	– (Análise média de SN Ia) Evidência no JLA.	61
Tabela 10	– Evidência média (em σ de C.L.) para aceleração de diferentes amostras de SNHD. Para as amostras indicadas com <i>sem low-z</i> , dados em $z < 0, 1$ não foram considerados.	67
Tabela 11	– Evidência média (em σ de C.L.) para aceleração do QSOsHD. Todos os resultados adotam $H_0 = 70, 0 \text{ km / s / Mpc}$	68
Tabela 12	– Evidência média (em σ de C.L.) para aceleração do QSOsHD2020. Todos os resultados adotam $H_0 = 70, 0 \text{ km / s / Mpc}$	73

Lista de abreviaturas e siglas

Λ CDM	<i>Λ-Cold Dark Matter</i> (Λ -Matéria Escura Fria)
BAO	<i>Baryon Acoustic Oscillation</i> (Oscilação Acústica Bariônica)
CL	Confidence Level (Nível de Confiança)
CMB	<i>Cosmic Microwave Background</i> (Radiação Cósmica de Fundo)
FLRW	Friedmann-Lemaître-Robson-Walker
HD	Hubble Diagram (Diagrama de Hubble)
JLA	<i>Joint Light-curve Analysis</i>
QSO	<i>Quasi-Stellar Object</i> (Objeto quasi-estelar ou Quasar)
QSOsHD	Quasi-stellar Object Hubble Diagram (Diagrama de Hubble de quasares)
RX	Raios X
SNHD	Supernovae Ia Hubble Diagram (Diagrama de Hubble de Supernovas Ia)
UV	Radiação ultravioleta

Sumário

	Introdução	19
1	A COSMOLOGIA DO UNIVERSO EM EXPANSÃO	21
1.1	Panorama observacional	21
1.2	Gravitação	23
1.2.1	A equação de Friedmann	23
1.2.2	A equação da Aceleração	27
1.2.3	As equações de Friedmann via Relatividade Geral	29
1.3	Modelo cosmológico	31
1.3.1	A Lei de Hubble-Lemaître	31
1.3.2	A evolução do universo	35
1.3.2.1	Matéria	35
1.3.2.2	Radiação	36
1.3.2.3	Mistura: matéria e radiação	37
1.3.2.4	Constante cosmológica	37
1.3.3	O parâmetro de densidade	38
1.3.4	O modelo padrão	40
1.4	Supernovas	41
1.4.1	A escada cósmica	41
1.4.2	As Supernovas	45
1.4.3	A expansão acelerada do universo	48
2	UM ESTIMADOR PARA A EXPANSÃO CÓSMICA	51
2.1	O conjunto de dados UNION 2.1	53
2.1.1	Entendendo o estimador	53
2.1.2	Análise singular e média com dados reais de SN do UNION2.1	58
2.2	O conjunto de dados JLA	60
2.3	Discussão final	61
3	DIAGRAMA DE HUBBLE DE QUASARES E A EXPANSÃO ACE- LERADA	63
3.1	Quasares	63
3.2	Estimador Seikel-Schwarz: O catálogo PANTHEON	66
3.3	Estimador Seikel-Schwarz: o diagrama de Hubble de Quasares (QSOsHD) 67	67
3.4	Considerações finais da análise com QSOsHD	70
3.5	Atualização e perspectivas	73

4	CONCLUSÃO	75
	REFERÊNCIAS	77
	APÊNDICES	83
	APÊNDICE A – PRIMEIRA PUBLICAÇÃO	85
	APÊNDICE B – SEGUNDA PUBLICAÇÃO	87

Introdução

O status do universo em expansão acelerada é notado por diversas fontes de dados coletadas nos últimos anos, onde a responsável por isto no modelo padrão Λ CDM é a chamada Energia Escura, que de acordo com as estimativas recentes, corresponde a cerca de 70% da densidade do universo observável. Outros 25% do universo seriam formados pela Matéria Escura, um tipo de matéria desconhecida que somente interage gravitacionalmente com as demais e apenas sabemos de maneira não enigmática os 5% restantes do universo, a chamada matéria bariônica. Embora não seja teoricamente uma novidade, foi somente no final dos anos 90 que, por meio da observação de 93 supernovas Ia, obteve-se evidência direta da expansão acelerada do universo. Desde então, catálogos mais vastos têm sido obtidos e, além disto, outras formas de dados como BAO (Baryonic Acoustic Oscillations) e anisotropias na CMB (Cosmic Microwave Background) têm sido utilizadas para responder dúvidas quanto à dinâmica do universo e natureza da energia escura. A combinação de múltiplas perspectivas e dos dados cosmológicos em diferentes *redshifts* pode ser o caminho a se seguir para resolver os problemas da matéria escura e da energia escura.

Revisitaremos um método proposto em (SEIKEL; SCHWARZ, 2008) para testar a expansão acelerada do universo, através de um estimador que não depende da adoção de um modelo cosmológico. Inicialmente utilizaremos supernovas como base dos testes e posteriormente testaremos a possibilidade de usar quasares como base de dados na forma do Diagrama de Hubble. Há uma forte correlação entre os parâmetros que caracterizam a relação de luminosidade dos quasares e as distâncias cosmológicas inferidas com o uso de quasares como velas padrão (ou padronizáveis). De fato, quasares não são considerados vela padrão da cosmologia. Mas a viabilidade deste método traz imensos benefícios, aumentando consideravelmente o número de fontes observadas e estendendo a régua cósmica de cerca de 2 *redshifts* (para o caso de SN Ia) para 7 *redshifts*.

Este trabalho é organizado conforme a estrutura a seguir: o primeiro capítulo fornece uma revisão sobre a dinâmica do universo fornecendo todas as equações necessárias para se estudar o fundo. Uma breve síntese da cosmologia de supernovas também é apresentada neste capítulo, a fim de preparar o leitor para os primeiros testes e resultados. O segundo capítulo apresenta o estimador independente de modelo que testa a expansão acelerada do universo, e um conjunto de dados simulados em diferentes modelos de universos são usados para se testar a robustez do indicador, além do teste com os dados reais de supernovas. No terceiro capítulo é estudada a possibilidade de usar quasares para criar um diagrama de Hubble, e também é testado, usando o indicador definido no [Capítulo 2](#), se os resultados obtidos com esta base de dados e este indicador são concordantes com as demais observações.

1 A cosmologia do universo em expansão

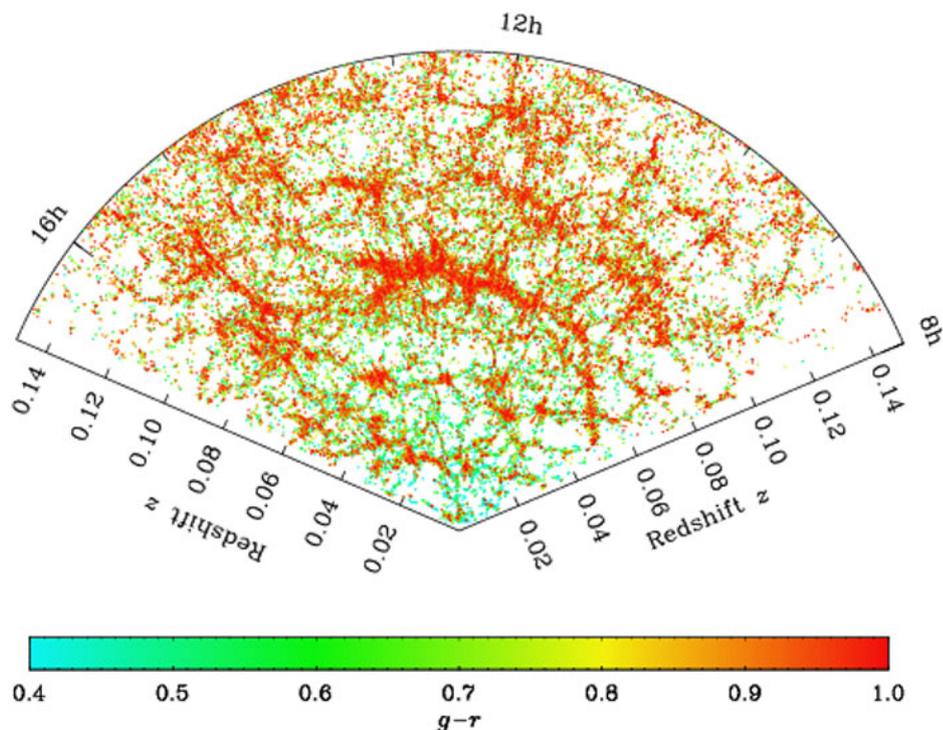
Neste capítulo serão introduzidos os elementos necessários para se trabalhar com a análise observacional da expansão cosmológica utilizando dados de Supernovas do tipo Ia e Quasares através do Diagrama de Hubble.

As referências pelo texto são leituras mais que recomendadas, especialmente as que tangem os assuntos relacionados à cosmologia observacional, pois os dados são mais que números, são peças de um quebra cabeça unidas pela teoria cujo produto final é a informação.

1.1 Panorama observacional

O princípio de Copérnico dita que não deve existir observadores especiais. Quando aplicado à cosmologia e à estrutura do universo ele se traduz no **princípio cosmológico** que indica um universo **homogêneo** e **isotrópico**. Isotropia implica em não haver uma direção privilegiada no universo e homogeneidade em não haver locais especiais no universo.

Figura 1 – Galáxias do catálogo SDSS - *Sloan Digital Sky Survey*

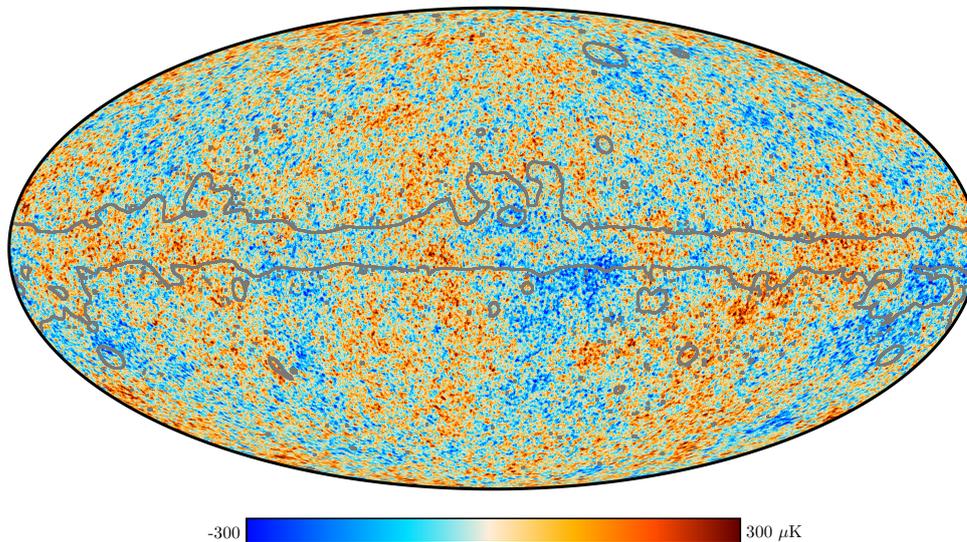


Fonte: (ZEHAVI et al., 2011)

Perceba que isotropia para todos os observadores implica em homogeneidade para todos os observadores, o contrário não é verdade, podemos criar modelos de universos anisotrópicos e homogêneos. Há mais interesse na questão da isotropia, como por exemplo o fato de não haver um *centro* para o universo.

A isotropia hoje em dia é bem estabelecida sob muitos aspectos observacionais: usando telescópios com espectrógrafos potentes se é capaz de mapear centenas de milhares de galáxias em três dimensões. Notamos que elas tendem a se aglomerar devido à atração gravitacional, formando filamentos, vazios e aglomerados como na [Figura 1](#), mas não existem evidências de estruturas maiores que algumas dezenas de Megaparsec sendo formadas¹ A partir de um certo nível, a escala de homogeneidade, a distribuição de estruturas pode ser considerada homogênea.

Figura 2 – Mapa da Radiação Cósmica de Fundo - Satélite Planck



Fonte: ([AGHANIM et al., 2020](#))

Outra grande evidência observacional vem do mapa de temperatura da Radiação Cósmica de Fundo. Na [Figura 2](#) temos o que parece ser um mapa altamente anisotrópico mas, no entanto, a diferença entre o ponto mais quente e o ponto mais frio é da ordem de apenas 10^{-5} kelvin.

As observações tomaram um papel muito importante nos últimos anos elucidando grandes questões do passado. Embora a maioria se encontre no espectro eletromagnético, uma nova vertente para pesquisa se abre no campo das observações de ondas gravitacionais. No início de 2016 ocorreu a publicação da primeira observação direta de ondas gravitacionais ([ABBOTT et al., 2016](#)) pelo grupo responsável pelo LIGO (*Laser Interferometer*

¹ Note que conseguimos observar mais de 2 Gpc cúbicos!

Gravitational-wave Observatory) Avançado. Outra importante detecção do grupo foi a chamada GW170817 em 2017 (ABBOTT et al., 2017), a primeira observação de ondas gravitacionais com contraparte eletromagnética, que permite utilizarmos uma fonte totalmente diferente de observação com todo o conjunto de observação em luz que já possuímos. Espera-se que a fusão da análise cosmológica destas fontes pode nos levar à solução de vários problemas modernos, como a tensão em H_0 . (EZQUIAGA; ZUMALACÁRREGUI, 2018) (COUGHLIN et al., 2020)

Os dados portanto podem vir de várias origens: Supernovas, Galáxias, Pulsares, $H(z)$, $f\sigma_8$, CMB, BAO, ondas gravitacionais e cronômetros cósmicos são alguns exemplos das fontes de observação de um universo formado por bárions, radiação, neutrinos, matéria escura, energia escura, e o que o modelo permitir que possa ser testado.

Há muito o que procurar e testar no universo da cosmologia que amarra componentes predominantemente pela interação gravitacional.

1.2 Gravitação

Para discutir cosmologia é preciso estar munido de uma teoria gravitacional, isso porque a gravidade é a interação fundamental mais relevante na escala cosmológica. A teoria que melhor descreve este fenômeno é a célebre Relatividade Geral de Einstein, que explica a gravidade como uma consequência da curvatura no espaço-tempo causada por uma distribuição desigual de massa e energia.

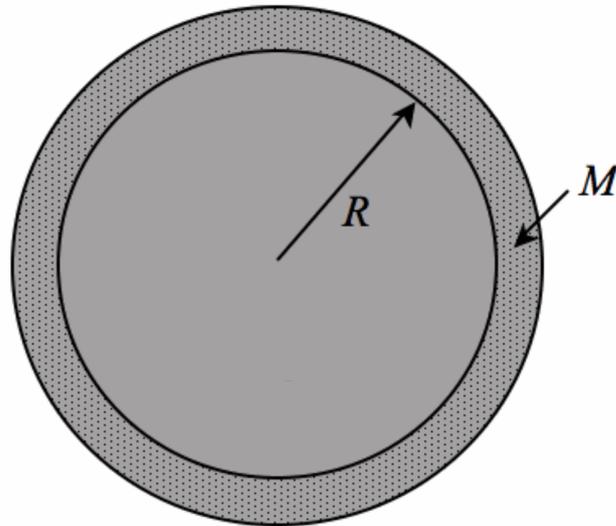
A fim de introduzirmos a aplicação da gravitação na cosmologia vamos encontrar as equações de Friedmann via Gravitação Newtoniana e teorema das cascas esféricas, assim como feito por Milne e McCrea em (MILNE, 1934) e (MCCREA; MILNE, 1934). Posteriormente na [subseção 1.2.3](#) iremos encontrar as equações de Friedmann utilizando as equações de campo de Einstein e a métrica de FLRW.

Uma discussão mais detalhada sobre a derivação Newtoniana das equações de Friedmann pode ser encontrada em (UZAN; LEHOUCQ, 2001). Outros métodos não-relativísticos como via princípio de Mach também podem ser utilizados como feito em (TELKAMP, 2016).

1.2.1 A equação de Friedmann

As Equações de Friedmann descrevem a expansão do universo e, como muitos autores costumam fazer, estarei me referindo à primeira equação como a Equação de Friedmann e a segunda como Equação da aceleração.

Considere um objeto de massa m a uma distância r de um ponto central em uma distribuição esférica de massa M e raio R como na [Figura 3](#). A lei da conservação de

Figura 3 – Partícula no raio r só sente atração na região interna

Fonte: http://people.virginia.edu/~dmw8f/astr5630/Topic16/Lecture_16.html

energia vale para este objeto também e pode ser descrita como

$$U = T + V, \quad (1.1)$$

onde U é a energia total que se conserva, V é a energia potencial e T a energia cinética. A energia cinética é fácil de encontrar, considere \dot{r} a velocidade do objeto (e vou sempre utilizar o símbolo “ \cdot ” como derivada temporal daqui em diante) e então teremos

$$T = \frac{1}{2}m\dot{r}^2. \quad (1.2)$$

Para encontrar a energia potencial precisamos avaliar a posição do objeto com relação à esfera. No caso $r > R$ toda a massa M afetaria m , e segundo a gravitação de Newton teríamos

$$V = -\frac{GMm}{r}, \quad (1.3)$$

com $G \approx 6,67408 \cdot 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$ conhecida como a constante gravitacional universal. No entanto o caso $r < R$ não está incluído nesta definição e para ele precisaremos de um resultado interessante, demonstrado por Newton aos seus 23 anos, conhecido como *Teorema das Cascas Esféricas*. Este teorema diz que:

- Um corpo com simetria esférica afeta objetos externos como se toda a sua massa estivesse concentrada em um único ponto no seu centro;
- Uma casca com simetria esférica (esfera oca) não exerce força gravitacional no seu interior.

O corolário deste teorema que nos interessa diz que *dentro de uma esfera sólida de densidade constante, a força gravitacional varia linearmente com a distância até o centro e anula-se nele.*

De posse dessa informação, com a massa de uma distribuição esférica de raio r e densidade ρ dada por $M = 4\pi\rho r^3/3$, obtemos a energia potencial:

$$V = -\frac{GMm}{r} = -\frac{4\pi G\rho r^2 m}{3}. \quad (1.4)$$

Substituindo os resultados obtidos para T e V na equação para a energia total U teremos

$$U = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 - \frac{4\pi G\rho r^2 m}{3}. \quad (1.5)$$

Essa equação nos dá a evolução da separação r entre duas partículas. Para fazer com que ela valha para quaisquer duas partículas é preciso considerar o universo homogêneo (o que não é novidade pois já discutimos o *princípio cosmológico*). Isso nos permite usar um outro sistema de coordenadas chamado de **coordenadas comóveis**, que são coordenadas que são mantidas durante a expansão, isto é, como a expansão é uniforme podemos relacionar a distância real \vec{r} com a distância comóvel \vec{x} pela relação

$$\vec{r} = a(t)\vec{x}, \quad (1.6)$$

onde a homogeneidade foi usada para garantir que $a(t)$ seja uma função somente do tempo t . Esta quantidade $a(t)$ é conhecida como **fator de escala** e nos diz como as distâncias físicas estão realmente crescendo no tempo, já que o valor de \vec{x} é fixo por definição. Por exemplo, na [Figura 4](#) podemos entender que as distâncias na *grade* comóvel permanecem a mesma, sendo reguladas pelo fator de escala $a(t)$ enquanto nota-se o aumento na *grade* das coordenadas físicas.

Usaremos a [Equação 1.6](#) para reescrever a [Equação 1.5](#), lembrando que $\dot{\vec{x}} = 0$ por definição já que os objetos estão fixos nas coordenadas comóveis, e então obtemos

$$U = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 x^2 - \frac{4\pi}{3}G\rho a^2 x^2 m. \quad (1.7)$$

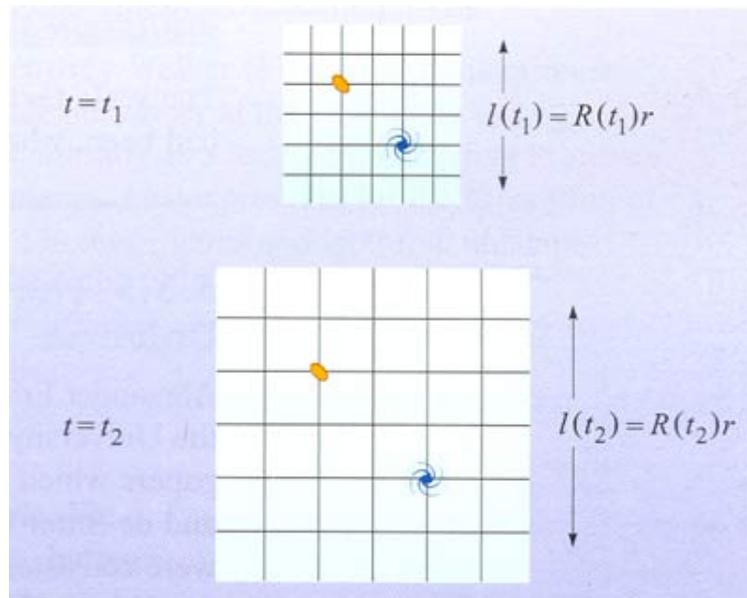
Multiplicando ambos os lados por $2/ma^2x^2$ e organizando os termos, teremos

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2}, \quad (1.8)$$

onde $kc^2 = -2U/mx^2$. Esta é a versão padrão (obtida pela gravitação Newtoniana) da **Equação de Friedmann**. Este parâmetro $k = -2U/mc^2x^2$ tem unidade de [comprimento]⁻² e é uma constante visto que a energia total U é conservada e x é fixo nas coordenadas comóveis.

No desenvolvimento da Equação de Friedmann dentro do contexto da Relatividade Geral, que relaciona a matéria com a geometria do espaço, a constante k obtém um

Figura 4 – O valor da coordenada comóvel é mantido durante a expansão



Fonte: http://people.virginia.edu/~dmw8f/ast5630/Topic16/t16_scale_factor.html

significado bem definido e é chamada de **curvatura**, uma breve discussão qualitativa sobre as possíveis geometrias será realizada a seguir. Dentro do modelo homogêneo e isotrópico a geometria mais simples é conhecida como *plana* mas podemos citar também outros dois tipos possíveis com curvatura positiva ou negativa.

A **geometria plana**, para $k = 0$, segue as regras da geometria Euclidiana e a ideia de que retas paralelas permanecem separadas pela mesma distância. Neste contexto seria plano como uma folha de papel, e um triângulo desenhado nesta folha teria seus ângulos internos somados em 180° . Um universo sob esta geometria é chamado de **universo plano** e esta geometria é a mais creditada a ser a do nosso universo, observações em Radiação Cósmica de Fundo (CMB) indicam um universo plano, isto é, o valor k muito próximo de zero segundo (ADE et al., 2016), por isso usaremos $k = 0$ nos futuros desenvolvimentos a menos que explicita-se o contrário.

A **geometria esférica**, para $k > 0$, demonstrada por Riemann traz a ideia de que retas paralelas podem se encontrar, o que pode parecer confuso à primeira vista mas imagine dois aviões que partam da linha do equador em direção ao norte, o primeiro partindo do norte do Brasil e o segundo da Indonésia, mesmo estando paralelos entre si eles irão se encontrar num ponto (o polo norte). Nesta configuração, desenhar um triângulo sobre uma superfície esférica retonaria na soma de seus ângulos internos um valor maior que 180° . Um universo sob esta geometria é chamado de **universo fechado**.

A **geometria hiperbólica**, para $k < 0$, é a menos familiar dentre as três e normalmente é representada como uma sela (como na Figura 5). É consistente com a

Figura 5 – Esboço das geometrias esférica, hiperbólica e plana



Fonte: <http://abyss.uoregon.edu/~js/cosmo/lectures/lec15.html>

isotropia e nela duas retas paralelas nunca se encontrariam, divergindo uma da outra. Um triângulo desenhado sobre essa superfície teria a soma de seus ângulos internos inferior a 180° . Um universo sob esta geometria é chamado de **universo aberto**.

O resumo das geometrias abordadas pode ser visto na [Tabela 1](#).

Tabela 1 – Possíveis geometrias dada curvatura k

Curvatura	Geometria	Tipo de universo
$k > 0$	esférica	fechado
$k = 0$	plana	plano
$k < 0$	hiperbólica	aberto

Fonte: Produzido pelo autor

1.2.2 A equação da Aceleração

É comum reescalar e atribuir valores discretos à constante de curvatura, $k = -1, 0$ ou $+1$ correspondendo aos casos aberto, plano e fechado respectivamente. Como vamos focar no caso $k = 0$ este tipo de tratamento não será necessário pois todo o termo que multiplica k dentro da equação de Friedmann desaparecerá neste caso onde $k = 0$.

A equação de Friedmann que obtivemos é composta por uma série de constantes, o fator de escala (e como ele evolui no tempo) e a densidade ρ (que ainda não sabemos como evolui temporalmente). Vamos então avaliar a relação entre a pressão p de um material componente do universo, com a sua densidade ρ . Considere da primeira lei da termodinâmica

$$dE + pdV = TdS, \quad (1.9)$$

aplicada a um volume V que se expande com raio comóvel **unitário**. Utilizando a relação dada pela [Equação 1.6](#) com o raio comóvel unitário e $m = V\rho$, a energia descrita por $E = mc^2$ fica

$$E = \frac{4\pi}{3}a^3\rho c^2, \quad (1.10)$$

que derivando em função do tempo, usando a regra do produto, nos leva a

$$\frac{dE}{dt} = 4\pi a^2 \rho c^2 \frac{da}{dt} + \frac{4\pi}{3} a^3 \frac{d\rho}{dt} c^2, \quad (1.11)$$

enquanto a variação do volume no tempo pode ser dada por

$$\frac{dV}{dt} = 4\pi a^2 \frac{da}{dt}. \quad (1.12)$$

Vamos assumir que a expansão é reversível e ocorre adiabaticamente, $dS = 0$. Então ao usar estas relações de $\frac{dE}{dt}, \frac{dV}{dt}$ e $dS = 0$ na [Equação 1.9](#) teremos

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}\left(\rho + \frac{p}{c^2}\right) = 0, \quad (1.13)$$

que é a **Equação do Fluido**² que procurávamos, uma relação que demonstra como a densidade varia no tempo e quais parâmetros estão ligados a isso. Ainda não sabemos resolver esta equação, mas iremos mais a frente desenvolver uma **equação de estado** que relaciona a pressão e densidade de cada componente do universo.

Para saber sobre a aceleração do fator de escala, derivamos a [Equação 1.8](#) com respeito ao tempo, obtendo

$$2\frac{\dot{a}}{a}\frac{a\ddot{a} - \dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\dot{\rho} + 2\frac{kc^2\dot{a}}{a^3}, \quad (1.14)$$

e então substituindo $\dot{\rho}$ que obtivemos na [Equação 1.13](#) e cancelando o fator $2\dot{a}/a$ que aparece dos dois lados, obtemos

$$\frac{\ddot{a}}{a} - \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -4\pi G\left(\rho + \frac{p}{c^2}\right) + \frac{kc^2}{a^2}, \quad (1.15)$$

como aparece um $\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2$, podemos simplificar utilizando novamente a [Equação 1.8](#), encontrando a **Equação da Aceleração** que procurávamos

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \frac{3p}{c^2}\right). \quad (1.16)$$

Repare que se o material que estamos avaliando possuir pressão $p > 0$, o lado direito da equação cresce em módulo (comparado a $p = 0$), tornando-se mais negativo e portanto *desacelera a expansão*.

² Também conhecida por **Equação de Continuidade**.

1.2.3 As equações de Friedmann via Relatividade Geral

A equação fundamental para analisar a dinâmica do universo é a equação de Einstein, que conecta a curvatura do espaço-tempo (descrita pelo tensor $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu}$) com o Tensor de energia-momento $T_{\mu\nu}$, onde $g_{\mu\nu}$ é a métrica e $R_{\mu\nu}$ e R são o tensor de Ricci e escalar de Ricci, respectivamente.

Como já comentamos anteriormente, assumimos um universo homogêneo e isotrópico, por simplicidade adotamos velocidade da luz $c = 1$. Um espaço-tempo que assuma essas condições pode ser descrito pela **métrica de FLRW**:

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = -dt^2 + g_{ij}dx^i dx^j = -dt^2 + a^2 \left(dx_i^2 + k \frac{x_i^2 dx_i^2}{1 - kx_i^2} \right) \quad (1.17)$$

onde k é a curvatura $k=-1,0$ ou 1 . As letras gregas $\mu, \nu, \dots = 0, 1, 2, 3$ e as letras latinas $i, j, \dots = 1, 2, 3$. O **símbolo de Christoffel** $\Gamma_{\mu\nu}^\rho$ é dado por

$$\Gamma_{\mu\nu}^\rho = \frac{1}{2}g^{\rho\sigma} \left[\frac{\partial g_{\sigma\mu}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\sigma\nu}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma} \right]. \quad (1.18)$$

Usando a métrica da [Equação 1.17](#), os componentes não-nulos encontrados são:

$$\Gamma_{ij}^0 = \frac{\dot{a}}{a}g_{ij}, \quad (1.19)$$

$$\Gamma_{0j}^i = \frac{\dot{a}}{a}\delta_j^i, \quad (1.20)$$

$$\Gamma_{kj}^i = \frac{kx^i g_{kl}}{a^2}, \quad (1.21)$$

onde $a(t)$ é o fator de escala como descrito anteriormente.

Com estes valores podemos calcular o *tensor de Riemann*

$$R^\mu{}_{\nu\rho\sigma} = \partial_\rho\Gamma_{\nu\sigma}^\mu - \partial_\sigma\Gamma_{\nu\rho}^\mu + \Gamma_{\alpha\rho}^\mu\Gamma_{\nu\sigma}^\alpha - \Gamma_{\alpha\sigma}^\mu\Gamma_{\nu\rho}^\alpha. \quad (1.22)$$

Estamos agora interessados no **tensor de Ricci** ($R_{\mu\nu} = R^\alpha{}_{\mu\alpha\nu}$) e no **escalar de Ricci** ($R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$). Os componentes do tensor de Ricci são

$$R_{00} = -3\frac{\ddot{a}}{a}, \quad (1.23)$$

$$R_{0i} = 0, \quad (1.24)$$

$$R_{ij} = \frac{\ddot{a}a + 2\dot{a}^2 + 2k}{a^2} g_{ij}, \quad (1.25)$$

onde, como esperado, a isotropia e homogeneidade da nossa métrica desaparece com o vetor $R_{i0} = 0$ e força a parte espacial a ser proporcional à métrica $R_{ij} \propto g_{ij}$. O escalar de Ricci é dado por

$$R = \frac{6(a\ddot{a} + \dot{a}^2 + k)}{a^2}. \quad (1.26)$$

O **tensor de energia-momento** também terá apenas duas funções independentes de t e suas componentes são:

$$T_{00} = \rho, \quad (1.27)$$

$$T_{0i} = 0, \quad (1.28)$$

$$T_{ij} = pg_{ij}. \quad (1.29)$$

E agora finalmente podemos montar e resolver as **equações de Einstein**

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}. \quad (1.30)$$

Olhando a componente temporal (00)

$$\begin{aligned} -3\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{3(a\ddot{a} + \dot{a}^2 + k)}{a^2} &= 8\pi G\rho, \\ \frac{3(\dot{a}^2 + k)}{a^2} &= 8\pi G\rho. \end{aligned} \quad (1.31)$$

Rearrmando os termos, encontramos a **primeira equação de Friedmann**, note a similaridade com a [Equação 1.8](#) que encontramos anteriormente (com a exceção do $c = 1$):

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right) = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2}. \quad (1.32)$$

Os componentes (0i) desaparecem e da parte totalmente espacial temos

$$\frac{\ddot{a}a + 2\dot{a}^2 + 2k}{a^2} g_{ij} - \frac{3(a\ddot{a} + \dot{a}^2 + k)}{a^2} g_{ij} = 8\pi G p g_{ij},$$

$$\left(-2\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2 + k}{a^2}\right) g_{ij} = 8\pi G p g_{ij}. \quad (1.33)$$

Como a métrica $g_{ij} \neq 0$ podemos simplificar e depois colocar na [Equação 1.32](#), aí vem

$$\begin{aligned} -2\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{8\pi G}{3}\rho &= 8\pi G p, \\ -2\frac{\ddot{a}}{a} &= 8\pi G p + \frac{8\pi G}{3}\rho. \end{aligned} \quad (1.34)$$

Dividindo por -2 encontramos a equação da aceleração, ou **segunda equação de Friedmann**:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p). \quad (1.35)$$

Na próxima seção iremos avaliar vários modelos de universo que podemos imaginar, e compreender um pouco melhor as componentes que foram citadas brevemente na [seção 1.1](#) e colocar em uso as equações de Friedmann.

1.3 Modelo cosmológico

Veremos as componentes do universo e as soluções para equação de Friedmann, entenderemos a presença de uma nova componente, a constante cosmológica Λ , e conheceremos o modelo padrão da cosmologia chamado Λ CDM.

1.3.1 A Lei de Hubble-Lemaître

A **Lei de Hubble-Lemaître** estabelece uma relação de proporção da velocidade de recessão $\vec{v} = d\vec{r}/dt$ de um objeto, *e.g.* galáxias, com a sua distância ao observador. Aplicando a distância comóvel da [Equação 1.6](#) neste conceito temos

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{|\dot{\vec{r}}|}{|\vec{r}|} \vec{r} = \frac{\dot{a}}{a} \vec{r}. \quad (1.36)$$

A lei de Hubble-Lemaître é famosa na forma

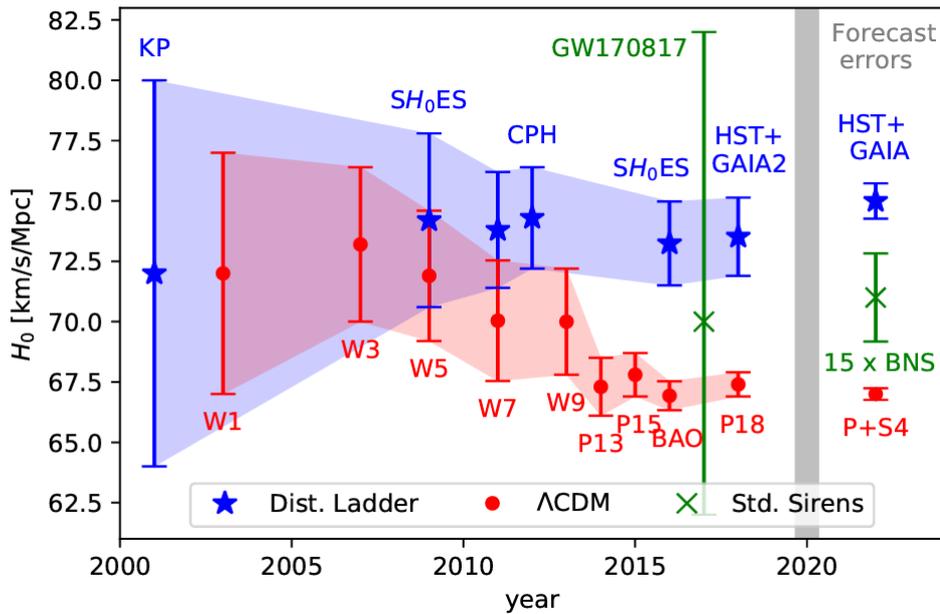
$$\vec{v} = H\vec{r}, \quad (1.37)$$

com $H(t)$ conhecido como *Parâmetro de Hubble*

$$H = \frac{\dot{a}}{a}. \quad (1.38)$$

É comum encontrarmos autores chamando H de *Constante de Hubble* mas vamos preferir adotar o nome de constante para quando fixarmos um valor para o parâmetro de H . Por exemplo, H_0 é a constante de Hubble onde o índice subscrito 0 denota que foi medido “hoje”. Iremos obter exemplos de como esse parâmetro evolui, dado um modelo do universo, nas próximas seções.

Figura 6 – Relação de medidas de H_0 através do tempo demonstrando a tensão em H_0



Fonte: (EZQUIAGA; ZUMALACÁRREGUI, 2018)

Podemos usar o resultado da [Equação 1.38](#) na equação de Friedmann vista na [Equação 1.8](#) obtendo uma notação mais compacta como evolução de $H(t)$:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2}. \quad (1.39)$$

Em cosmologia observacional é comum parametrizar H_0 pela constante adimensional h , de modo que

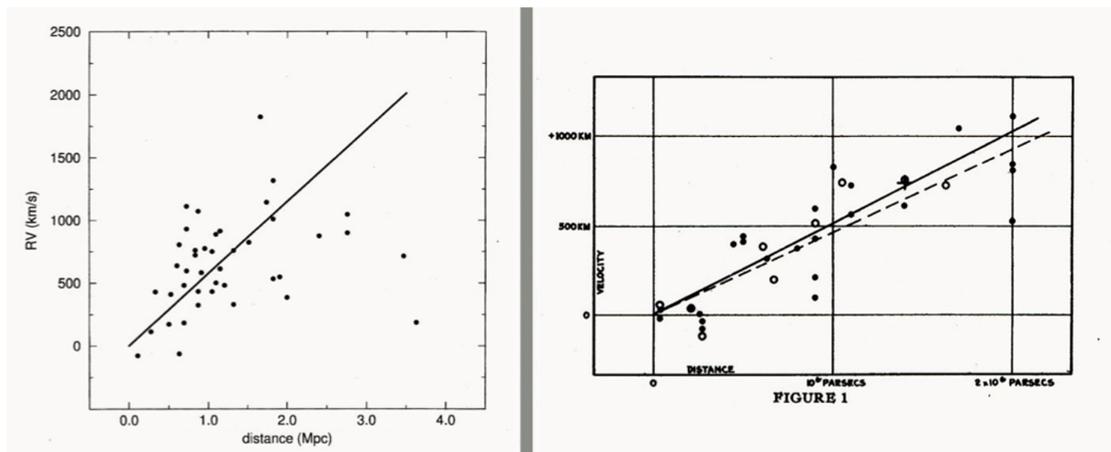
$$H_0 = 100 \cdot h \quad km \ s^{-1} \ Mpc^{-1}. \quad (1.40)$$

Existe uma discussão sobre a interpretação desta parametrização e geralmente os textos indicam o modo adequado ao trabalho, a maioria destas situações pode ser encontrada no texto (CROTON, 2013).

O valor encontrado de H_0 em (ADE et al., 2016) utilizando dados provenientes da CMB é de $H_0 = (67,8 \pm 0,9) km \ s^{-1} \ Mpc^{-1}$ mas este valor varia ao redor do valor $H_0 = 70 km \ s^{-1} \ Mpc^{-1}$, um pouco para mais ou para menos, conforme o método de

observação. Por um motivo ainda desconhecido há uma discrepância no valor medido para observações *próximas*, como no caso de cefeidas e SN Ia, e observações *distantes*, como no caso de CMB. Confira na [Figura 6](#) os valores para observações do universo próximo e distante, e como a primeira observação de ondas gravitacionais com contraparte eletromagnética se encaixa nas duas medidas. Esta figura demonstra a base da chamada tensão do H_0 .

Figura 7 – Comparação entre os dados utilizados por Lemaître (à esquerda) e Hubble (à direita).



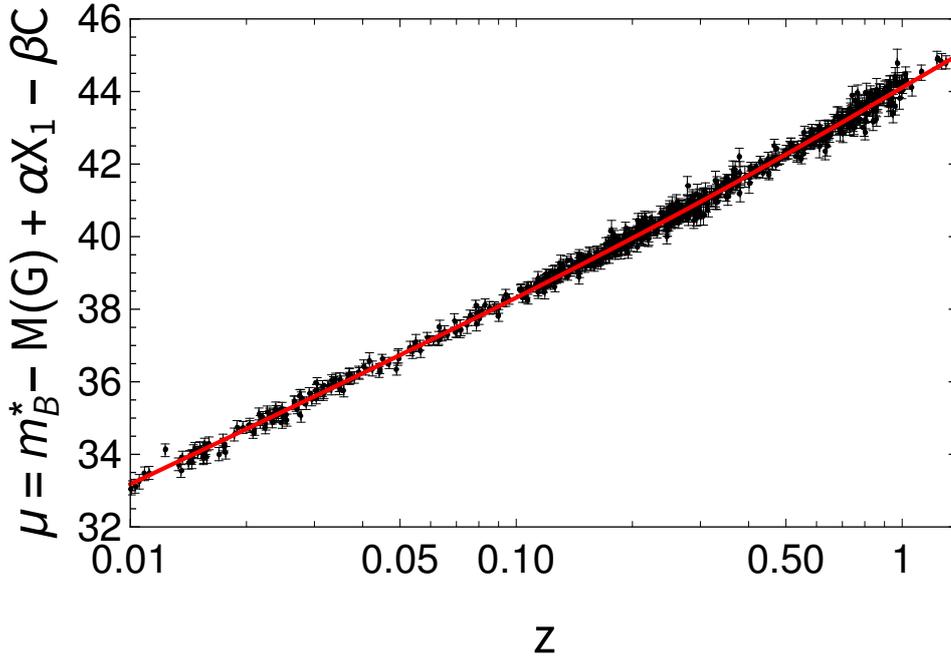
Fonte: ([LEMAÎTRE, 1927](#)) e ([HUBBLE, 1929](#))

Em 1929, Edwin Hubble publicou esta relação linear, representada no gráfico da direita da [Figura 7](#). Ele mediu 46 objetos galácticos encontrando um valor para $H_0 = 530 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, muito maior que o valor atual. O que motivou os membros da IAU (*International Astronomical Union*) em reunião no ano de 2018 ³ a sugerir a mudança do nome Lei de Hubble para Lei de Hubble-Lemaître foi porque em 1927 o padre e físico Georges Lemaître publicou numa revista em francês uma relação de velocidade cósmica e distância como vemos na esquerda da [Figura 7](#) e encontrou um valor de $H_0 = 575 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

Embora o valor de H_0 encontrado por E. Hubble e G. Lemaître não tenha sido próximo do mais aceito atualmente, sua relação condiz com as observações atuais, por exemplo, como as da [Figura 8](#) que analisa as 740 supernovas do tipo Ia (*SN Ia*) do projeto *JLA*.

O astrônomo mede o **desvio para o vermelho** (que chamaremos pelo termo anglófono *redshift* neste trabalho) no comprimento de onda λ das galáxias observadas,

³ Uma melhor descrição sobre o evento e como a contribuição de ambos foi fundamental para o que conhecemos sobre esta lei hoje em dia pode ser encontrada no documento oficial fornecido pela IAU <https://www.iau.org/static/archives/announcements/pdf/ann18048a.pdf>.

Figura 8 – Diagrama de Hubble *moderno* com os dados de 740 SNe do *JLA* 2014

Fonte: Produzido pelo autor com os dados de SN Ia ([BETOULE et al., 2014](#)).

produto do *efeito Doppler*, que para pontos próximos tem-se que

$$d\lambda \equiv \lambda_{obs} - \lambda_{em} \quad \text{e também que} \quad d\lambda = \lambda_{em} \frac{dv}{dc}, \quad (1.41)$$

onde o subscrito *em* indica *emitido* e o subscrito *obs* indica *observado*. Usando a [Equação 1.38](#) em forma diferencial podemos escrever com a relação de Doppler

$$\frac{d\lambda}{\lambda_e} = \frac{\dot{a}}{a} \frac{dr}{c} = \frac{\dot{a}}{a} dt = \frac{da}{a}. \quad (1.42)$$

Integrando a última equação teremos (para o caso de pontos próximos) que $\lambda \propto a$, isto é, **conforme o espaço expande o comprimento de onda aumenta também**. Da Lei de Wien⁴ temos que um aumento em λ representa uma redução na temperatura o que nos diz muito sobre um passado quente e um futuro frio para o universo, condizente com a temperatura atual observada pela *CMB* de $T \approx 2,726 \text{ k}$ ([FIXSEN, 2009](#)).

O *redshift* $z = \lambda_{obs}/\lambda_{em} - 1$ é relacionado com o fator de escala por

$$z = \frac{a(t_{obs})}{a(t_{em})} - 1 \quad \implies \quad 1 + z = \frac{a(t_{obs})}{a(t_{em})}, \quad (1.43)$$

lembrando que $\lambda \propto a$. Usualmente $t_{obs} = 0$ (hoje) e parametriza-se $a(0) = 1$, o que não é absoluto para todos os modelos, e.g. Universo de-Sitter com $k \geq 0$, assim a [Equação 1.43](#)

⁴ A Lei do deslocamento de Wien relaciona o comprimento de onda onde se situa a máxima emissão de radiação eletromagnética de corpo negro e sua temperatura na forma $\lambda_{max} = b/T$ com b sendo a chamada *constante de dispersão de Wien*.

torna-se

$$a = \frac{1}{1+z} \quad \text{ou} \quad z = \frac{1-a}{a}, \quad (1.44)$$

que são relações amplamente utilizadas na cosmologia observacional quando parametriza-se $a(t_{hoje}) = 1$.

1.3.2 A evolução do universo

A **equação de estado** define a relação entre a densidade ρ e a pressão p da componente do universo que queremos estudar a evolução, então primeiramente devemos entender mais sobre estas componentes e sua equação de estado caracterizada pelo parâmetro⁵ w conforme a equação:

$$w = \frac{p}{\rho}. \quad (1.45)$$

A seguir vamos compreender melhor a evolução de cada componente no universo utilizando as Equações de Friedmann, do fluido e da aceleração e em todos os casos vamos considerar a curvatura $k = 0$.

1.3.2.1 Matéria

O termo matéria usado por cosmólogos refere-se à *matéria não-relativística*, cuja pressão exercida pelo fluido é desprezível. Analisando a [Equação 1.45](#) teríamos para este caso $w = 0 \rightarrow p_m = 0$, com o subscrito m indicando matéria.

Dentro deste assunto é comum referir-se à matéria como **poeira**, e o que comporia predominantemente este grupo seriam a *Matéria Escura Fria* e *matéria bariônica*.

A Matéria escura fria (no inglês *Cold Dark Matter*, *CDM*) é uma classe de matéria escura que não se move “rapidamente” (comparado à velocidade da luz) e interage, ao que indicam as observações, apenas gravitacionalmente com a matéria comum e a radiação.

A matéria bariônica, no jargão cosmológico, é considerada não somente a composta por bárions, como os prótons e neutrons, mas também léptons como os elétrons.

Um universo composto somente de poeira é um bom começo para estudar os modelos, teremos a pressão $p_m = 0$ que na equação do fluido [Equação 1.13](#):

$$\dot{\rho}_m + 3\frac{\dot{a}}{a}\rho_m = 0 \quad \implies \quad \frac{1}{a^3} \frac{d}{dt}(\rho_m a^3) = 0 \quad \implies \quad \frac{d}{dt}(\rho_m a^3) = 0, \quad (1.46)$$

cuja integração daria $\rho_m a^3 = \text{constante}$, logo

$$\rho_m \propto \frac{1}{a^3}, \text{ decaindo com o volume.} \quad (1.47)$$

⁵ O parâmetro w é adimensional quando $c = 1$, caso contrário tem dimensão $[c^2]$.

Como o fator de escala só aparece na forma \dot{a}/a , se fizermos $a \rightarrow (a \times \text{constante})$ o \dot{a}/a permanece inalterado, assim é possível reescalar $a(t)$ como $a_{hoje} = a(t_0) = a_0 = 1$, daí de $\frac{d}{dt}(\rho_m a^3) = 0$ vem

$$\rho_m = \frac{\rho_{m0}}{a^3}. \quad (1.48)$$

Substituímos este valor em Friedmann, na [Equação 1.8](#), com $k = 0$ e temos

$$a\dot{a}^2 = \frac{8\pi G\rho_{m0}}{3}, \quad (1.49)$$

que integrando leva a $a \propto t^{2/3}$, com $a(t_0) = 1$ podemos escrever

$$a(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{2/3}; \quad \rho_m(t) = \frac{\rho_{m0}}{a^3} = \frac{\rho_{m0}t_0^2}{t^2}. \quad (1.50)$$

Este modelo de universo é chamado de **Universo de Einstein de-Sitter** e é feito somente de matéria, é plano ($k = 0$) e se expande infinitamente (mas tendendo a zero) conforme

$$H \equiv \frac{\dot{a}}{a} = \frac{2}{3t}. \quad (1.51)$$

1.3.2.2 Radiação

O termo radiação engloba não somente radiação mas toda **matéria ultra-relativística**, o que inclui a matéria nos períodos iniciais do universo. Sua equação de estado é dada por $w = c^2/3 \rightarrow p_r = \rho_r c^2/3$, com o subscrito r indicando radiação. Esta configuração aplicada à [Equação 1.13](#):

$$\dot{\rho}_r + 3\frac{\dot{a}}{a}\left(\rho_r + \frac{\rho_r c^2}{3}\right) = 0 \implies \dot{\rho}_r + 4\frac{\dot{a}}{a}\rho_r = 0 \implies \frac{d}{dt}(\rho_r a^4) = 0. \quad (1.52)$$

O que, como fizemos com o caso da matéria, nos leva a

$$\rho_r \propto \frac{1}{a^4}, \text{ note que cai mais rapidamente que o caso da matéria.} \quad (1.53)$$

Utilizando a mesma parametrização para o fator de escala, podemos estender o método para obter a [Equação 1.50](#) neste caso e teremos

$$a(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{1/2}; \quad \rho_r(t) = \frac{\rho_{r0}}{a^4} = \frac{\rho_{r0}t_0^2}{t^2}. \quad (1.54)$$

O parâmetro de Hubble pode ser encontrado também, e é dado por

$$H \equiv \frac{\dot{a}}{a} = \frac{1}{2t}, \quad (1.55)$$

note que o universo dominado totalmente pela radiação expande mais devagar do que o universo dominado totalmente pela matéria, isso é consequência da ação da pressão da radiação na equação da aceleração [Equação 1.16](#) que é inexistente no caso da matéria (pois $p_m = 0$).

1.3.2.3 Mistura: matéria e radiação

Podemos também pensar numa solução composta por mais de um elemento, por exemplo, um fluido feito por matéria e radiação de modo que $\rho = \rho_m + \rho_r$. É um modelo muito mais próximo da realidade. Sabemos que as densidades evoluem de acordo com

$$\rho_m \propto \frac{1}{a^3}; \quad \rho_r \propto \frac{1}{a^4}, \quad (1.56)$$

o que torna a descrição do $a(t)$ mais complicada. Como eles evoluem em taxas diferentes, para o caso de um início onde a radiação domina deve haver um período onde $\rho_m = \rho_r$, este período chama-se *época da equivalência matéria-radiação*, que será relacionado ao subscrito *eq*. Assim temos que:

$$\rho_m = \rho_{m0}a^{-3} \quad \text{e} \quad \rho_r = \rho_{r0}a^{-4}, \quad (1.57)$$

que da [Equação 1.44](#) nos leva ao

$$z_{eq} = \frac{\rho_{m0}}{\rho_{r0}} - 1 \approx 3400, \quad (1.58)$$

segundo dados de ([ADE et al., 2016](#)).

Temos então dois períodos bem definidos, antes de z_{eq} está o período dominado pela radiação onde a evolução é governada pela relação já vista pelo modelo de radiação e após z_{eq} temos o período dominado pela matéria.

1.3.2.4 Constante cosmológica

Em meados de 1917, em ([EINSTEIN, 1917](#)), Einstein discorria sobre um universo estático ($\dot{a} = 0 \rightarrow \ddot{a} = 0$), esférico ($k > 0$) e formado por matéria ($p = 0$). Sob essas condições podemos utilizar a [Equação 1.8](#) com $k = +1$, portanto

$$0 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{c^2}{a^2} \quad \Rightarrow \quad a = \sqrt{\frac{3c^2}{8\pi G\rho}}. \quad (1.59)$$

Da equação de aceleração temos que

$$0 = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \frac{3p}{c^2}\right) \quad \Rightarrow \quad \rho = -\frac{3p}{c^2}. \quad (1.60)$$

Mas isso é inconsistente a menos que houvesse uma pressão negativa agindo além da matéria comum, a solução encontrada foi assumir uma **Constante Cosmológica** Λ como parte deste universo. Esta constante cosmológica teria $w = -1c^2 \rightarrow p_\Lambda = -c^2\rho_\Lambda$. Teremos portanto a densidade total $\rho = \rho_m + \rho_\Lambda$, daí

$$0 = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \frac{3p}{c^2}\right) \quad \Rightarrow \quad \rho_m = 2\rho_\Lambda. \quad (1.61)$$

Recuperando a primeira equação encontrada neste tópico podemos encontrar o raio a para o universo estático de Einstein

$$a = \sqrt{\frac{3c^2}{8\pi G (3\rho_\Lambda)}} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{c^2}{8\pi G \rho_\Lambda}}, \quad (1.62)$$

onde definimos Λ como

$$\Lambda = \frac{8\pi G \rho_\Lambda}{c^2} \Rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{\Lambda}}. \quad (1.63)$$

Os trabalhos de (RIESS et al., 1998) e (PERLMUTTER et al., 1999) foram os que confirmaram de vez que Einstein poderia estar errado no universo estático mas não em Λ , trazendo os holofotes de volta à constante cosmológica, pois agora ela entraria como responsável pela aceleração da expansão do universo sendo interpretada por uma componente misteriosa, a chamada **Energia Escura**.

Podemos então reescrever a Equação de Friedmann inserindo a constante cosmológica como

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}. \quad (1.64)$$

Um problema em aberto na cosmologia, acerca da constante cosmológica, é que ela é interpretada como a energia do vácuo mas quando usamos os valores obtidos da Teoria Quântica de Campos e comparamos com os obtidos dos dados cosmológicos na primeira da Equação 1.63 há uma diferença de **123** ordens de magnitude! Isto ficou conhecido como o **problema da constante cosmológica**.

Existe muito o que discutir sobre modelos, equações de estados, etc, muito além do escopo deste trabalho. Portanto para maior aprofundamento no assunto, recomendo a leitura do artigo *Adventures in Friedmann cosmology: A detailed expansion of the cosmological Friedmann equations* (NEMIROFF; PATLA, 2008) que discute as soluções para equação de Friedmann e várias formas de energia, dada equação de estado w .

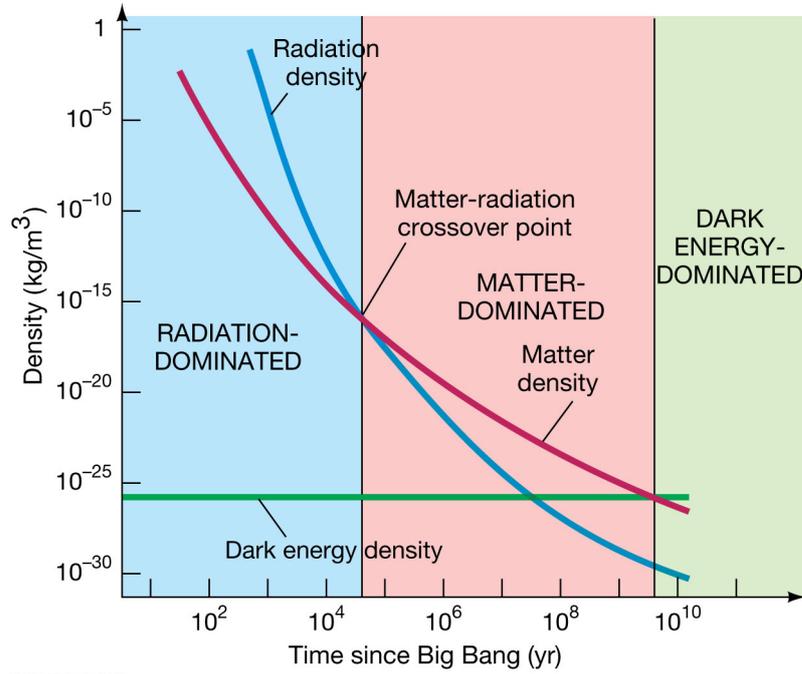
Com as três componentes principais do universo apresentadas, e como elas evoluem no tempo, podemos entender a Figura 9 que ilustra como cada componente domina um período da história do universo.

1.3.3 O parâmetro de densidade

Os parâmetros obtidos de projetos de pesquisas observacionais geralmente não são apresentados na forma de densidade de energia ρ mas sim na forma do parâmetro de densidade Ω , que é uma reparametrização utilizando um valor específico de densidade capaz de assegurar que a geometria do universo seja plana, $k = 0$. Logo da equação de Friedmann

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2}, \quad (1.65)$$

Figura 9 – Dominação das componentes do universo em função do tempo.



Fonte: <http://pages.uoregon.edu/jimbrau/astr123/Notes/Chapter27.html>

podemos encontrar a **densidade crítica** ρ_c :

$$\rho_c(t) = \frac{3H^2}{8\pi G}. \quad (1.66)$$

Segundo (ADE et al., 2016), seu valor atual (t_0) é de

$$\rho_c(t_0) = 1,878h^2 \times 10^{-29} \text{ g cm}^{-3}, \quad (1.67)$$

que na verdade é um valor bem próximo da densidade total atual ρ_0 do universo, esta “coincidência” recebe o nome de **problema da planicidade** e a solução mais aceita entre os cosmólogos está na teoria que propõe um período de crescimento exponencial do universo chamado de **Inflação Cósmica**.

O **parâmetro de densidade** Ω é uma quantidade adimensional que mede o valor da densidade do material em relação à densidade crítica, isto é

$$\Omega(t) \equiv \frac{\rho}{\rho_c}. \quad (1.68)$$

Então de $\rho = \Omega(t) \rho_c$ podemos reescrever a equação de Friedmann em

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_c \Omega - \frac{kc^2}{a^2} \Rightarrow \Omega - 1 = \frac{k}{a^2 H^2}, \quad (1.69)$$

donde surge a definição para um parâmetro de ‘densidade’ associado ao termo de curvatura $\Omega_k \equiv -\frac{k}{a^2 H^2}$, é fácil ver que $\Omega + \Omega_k = 1$.

É comum na literatura, especialmente em cosmologia observacional, normalizar com o valor de ρ_{c0} obtido das observações atuais.

$$\Omega \equiv \frac{\rho}{\rho_{c0}} = \frac{8\pi G}{3H_0^2} \rho. \quad (1.70)$$

Assim a equação de Friedmann pode ser reescrita como

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \sum_x \Omega_{x0} f_x(a) + \frac{\Omega_{k0}}{a^2}, \quad (1.71)$$

onde a função $f_x(a)$ é uma função que retorna a dependência em a relativa ao material x , de modo que

$$\sum_x \Omega_{x0} + \Omega_{k0} = 1. \quad (1.72)$$

Na próxima seção sobre o *modelo padrão* veremos um bom exemplo do uso da equação de Friedmann nesta forma e como entram as dependências do fator de escala dado material.

1.3.4 O modelo padrão

O modelo padrão na cosmologia é conhecido como Λ CDM e é tido como o mais simples que está de acordo com as observações, em especial a nível de fundo cosmológico. Este modelo é caracterizado por um passado originado pelo *Big Bang*, um período inflacionário e é composto de:

- Λ – A energia do vácuo age como a constante cosmológica, e é a melhor descrição até então do que conhecemos sobre energia escura;
- **Matéria escura fria** – CDM é a parte desconhecida da matéria fria que interage gravitacionalmente;
- **Bárions** – No jargão cosmológico de partículas elementares não-relativísticas. Também chamada como poeira ou matéria fria conhecida;
- **Radiação** – Partículas relativísticas, como fótons e neutrinos sem massa, também chamada de matéria quente.

A equação geral de Friedmann para este modelo, utilizando os parâmetros de densidade normalizados para os valores das observações atuais é dada por:

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \Omega_\Lambda + \Omega_{m0} a^{-3} + \Omega_{r0} a^{-4} + \Omega_{k0} a^{-2}. \quad (1.73)$$

Tabela 2 – Densidades críticas do universo

Componente	Valores obtidos da observação
Ω_Λ	$0,6911 \pm 0,0062$
Ω_{m0}	$0,3089 \pm 0,0062$
$\Omega_{b0}h^2$	$0,02230 \pm 0,00014$
$\Omega_{c0}h^2$	$0,1188 \pm 0,0010$
$\Omega_{\gamma0}h^2$	$2,47 \cdot 10^{-5}$
$\Omega_{\nu0}h^2$	$1,68 \cdot 10^{-5}$
Ω_{k0}	$0,0008^{+0,0040}_{-0,0039}$

Fonte: Produzido pelo autor com dados de (ADE et al., 2016).

Da Tabela 2 temos os valores observados para as densidades críticas, onde $\Omega_{m0} = \Omega_{c0} + \Omega_{b0}$ com $c0$ referente à matéria escura e $b0$ à matéria bariônica. E $\Omega_{r0} = \Omega_{\gamma0} + \Omega_{\nu0}$ com $\gamma0$ referente aos fótons e $\nu0$ referente aos neutrinos.

Muitos mais testes serão feitos utilizando o modelo padrão. É comum admitir $\Omega_{k0} \rightarrow 0$, a não ser que queira se testar este parâmetro, outra simplificação que podemos fazer quando estivermos estudando os casos para z pequeno (como com observações em SN Ia) é considerar $\Omega_{r0} \rightarrow 0$, dado seu pequeno valor nos tempos atuais, o que reduz nossa equação de Friedmann para

$$H = H_0 \sqrt{\Omega_\Lambda + \Omega_{m0} a^{-3}}. \quad (1.74)$$

1.4 Supernovas

A **Supernova do tipo Ia** (*SN Ia*) é um fenômeno de nível estelar tão *violento* que sua luminosidade, por certo tempo, se equipara à luminosidade de toda a galáxia hospedeira.

Veremos a seguir a origem deste fenômeno, como elas podem ser utilizadas para medir distâncias no universo e seu papel fundamental na descoberta da expansão acelerada do universo.

1.4.1 A escada cósmica

É conveniente, e necessário, separar os métodos para medir distâncias em astronomia e cosmologia por escalas de distância. Os primeiros métodos servem de apoio, ou degrau, para os próximos pois não existe um único método capaz de medir valores absolutos em todas as escalas.

Sinalizamos abaixo as escalas alcançadas e alguns de seus métodos mais utilizados para medir as distâncias:

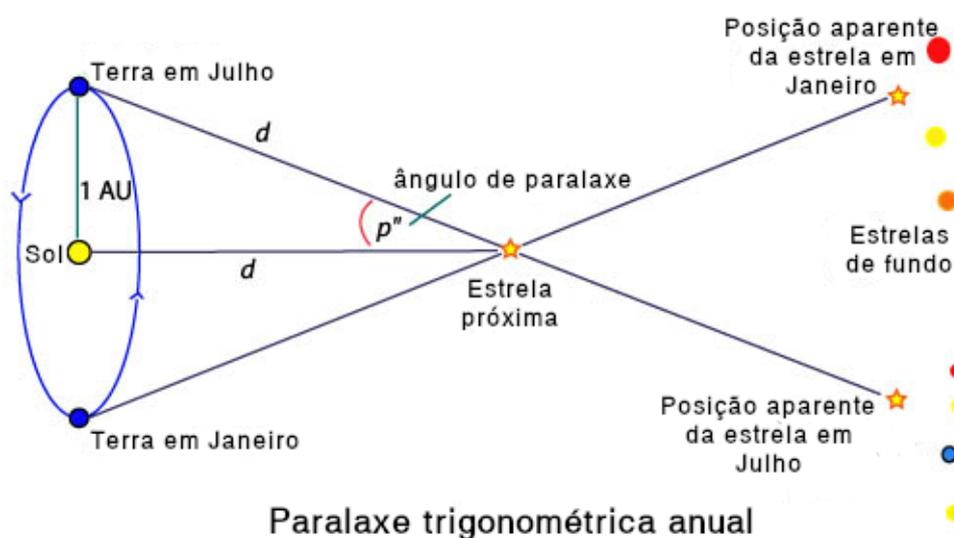
- **Sistema solar:** Para medir a distância absoluta pode-se usar reflexão da radiação eletromagnética sobre a superfície dos objetos sólidos como fazem os *Radares* que enviam ondas de rádio e tem precisão de uma parte em um bilhão em suas medições.

É possível utilizar a *terceira lei de Kepler* para medir distâncias relativas entre objetos através do movimento orbital, desse modo, conhecendo-se a distância absoluta de um dos corpos e o período orbital obtemos a distância do segundo.

- **Estrela próximas:** A *paralaxe* é a mudança aparente da posição de um objeto próximo comparado a um fundo mais distante conforme a posição do observador varia. Os primeiros usos de paralaxe trigonométrica na astronomia, no século XVIII, foram para medir a distância a Marte utilizando dados de observações realizadas simultaneamente em posições diferentes da Terra.

Para medir estrelas precisaremos de uma variação na distância do observador maior que a anterior, para isso utiliza-se o movimento anual de translação. Sabendo a distância entre o Sol e a Terra e medindo o ângulo de paralaxe de uma estrela distante o suficiente do fundo (por isso estrelas próximas) é possível medir a distância d até nós através da relação $d = 1/p$, com p medido em segundos de arco e d obtido em *parsec*, uma unidade que equivale à distância de um objeto cuja paralaxe anual média equivale a um segundo de arco, $1 pc \approx 3,26$ anos-luz. Um esquema gráfico deste método pode ser acompanhado na [Figura 10](#).

Figura 10 – Paralaxe trigonométrica anual

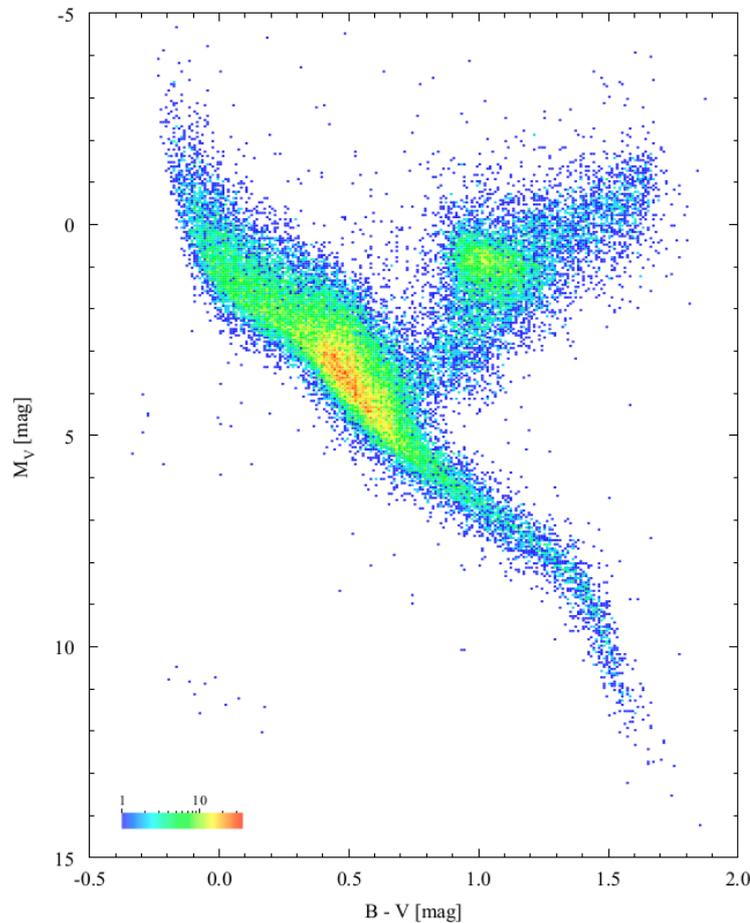


Fonte: Adaptado ao português, pelo autor, do diagrama fornecido por *Australian Telescope Outreach and Education website*.

- **Via láctea:** Para estrelas mais distantes utiliza-se o método de *paralaxe espectroscópica*, que na verdade não se trata de medir a posição aparente da estrela mas sim a sua magnitude aparente e seu tipo espectral. A magnitude aparente é um número numa escala logarítmica que relaciona o brilho da estrela para um observador da Terra, e o tipo espectral é obtido observando o espectro da estrela.

Com estas informações pode-se utilizar o *Diagrama H-R*⁶ para definir outras características para as estrelas que se encontram na sequência principal (a diagonal principal na [Figura 11](#)), como sua luminosidade L que pode ser usada para calcular a distância d através da relação $F = L/4\pi d^2$, onde F é o fluxo aparente, ou magnitude.

Figura 11 – Diagrama HR de 41704 estrelas do catálogo Hipparcos, M_V relaciona a luminosidade e $B - V$ está relacionado ao tipo espectral



Fonte: *Europe Space Agency - Hipparcos*

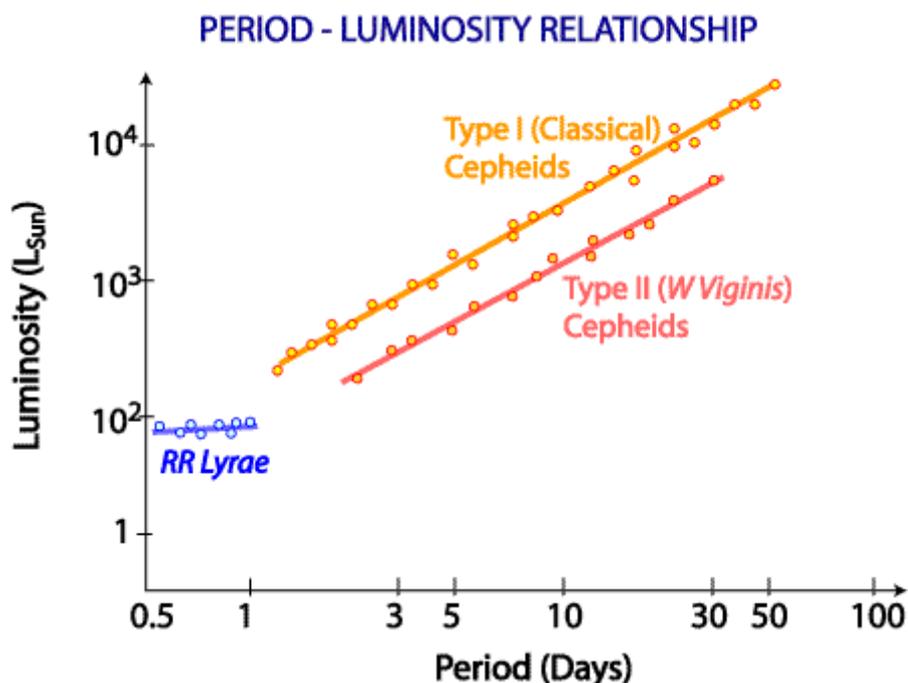
- **Galáxias próximas:** Algumas estrelas possuem uma relação entre sua luminosidade

⁶ O diagrama H-R é construído utilizando estrelas próximas cuja distância é conhecida usando paralaxe trigonométrica, formando mais um degrau da escada cósmica.

e alguma outra propriedade física, essa relação permite que elas sejam usadas como **velas-padrão** para determinação de distâncias. O exemplo que usaremos neste tópico foi o mesmo objeto utilizado que Hubble para medir a distância das galáxias na [Figura 7](#): as estrelas variáveis *cefeidas*.

As cefeidas são estrelas variáveis extremamente luminosas, cujo período de pulsação está vinculado à sua luminosidade. A astrônoma Henrietta Leavitt catalogou 2000 estrelas variáveis na Grande Nuvem de Magalhães, uma galáxia satélite da Via Láctea, onde apenas 20 destas 2000 eram do tipo cefeidas, como todas estavam à mesma distância foi possível encontrar uma relação da magnitude aparente com a absoluta observando a luminosidade e o período de pulsação. Depois de calibrado podemos obter uma relação como a apresentada na [Figura 12](#), que nos permitirá por sua vez, determinar sua distância utilizando o **módulo de distância** que será melhor desenvolvido na próxima seção. As observações em cefeidas foram calibradas usando os dados obtidos da paralaxe espectroscópica e servirão como calibração para as supernovas, o próximo *degrau*.

Figura 12 – Relação Luminosidade × Período de estrelas variáveis



Fonte: *Australia Telescope National Facility*

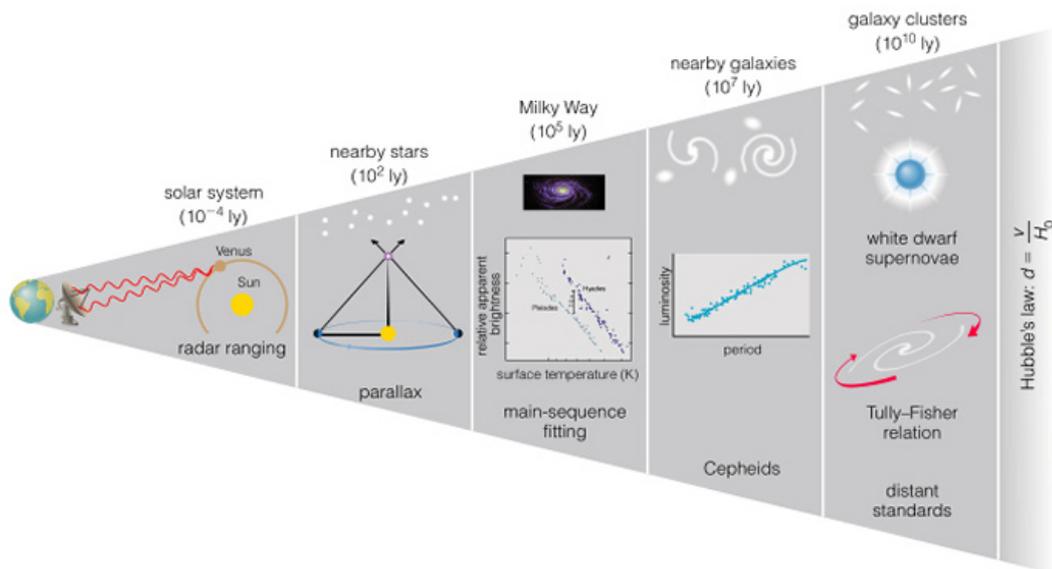
- **Aglomerados de galáxias e além:** Conforme nos distanciamos apenas estruturas maiores ou mais energéticas podem ser detectadas. Primeiramente podemos citar as supernovas do tipo Ia, que terão a próxima seção totalmente dedicada à elas. Elas

funcionam como velas padrão, assim como as estrelas variáveis do tipo cefeidas e RR Lyrae, mas por serem muito mais luminosas podem ser utilizadas para se detectar distâncias superiores às das estrelas variáveis.

Para distâncias superiores pulsares ou estruturas como galáxias são observadas podem ser utilizadas. No segundo caso, relações como *Tully-Fisher* que associa a luminosidade de uma galáxia espiral com sua velocidade angular ou como a relação de *Faber-Jackson* da luminosidade de uma galáxia elíptica com a velocidade de dispersão das estrelas no seu centro são as ferramentas de medida. A Lei de Hubble-Lemaître pode ser utilizada também como medida de distância para objetos extremamente longínquos.

Os métodos descritos podem ser resumidos na [Figura 13](#) a seguir:

Figura 13 – Diagrama esquematizando a Escada cósmica



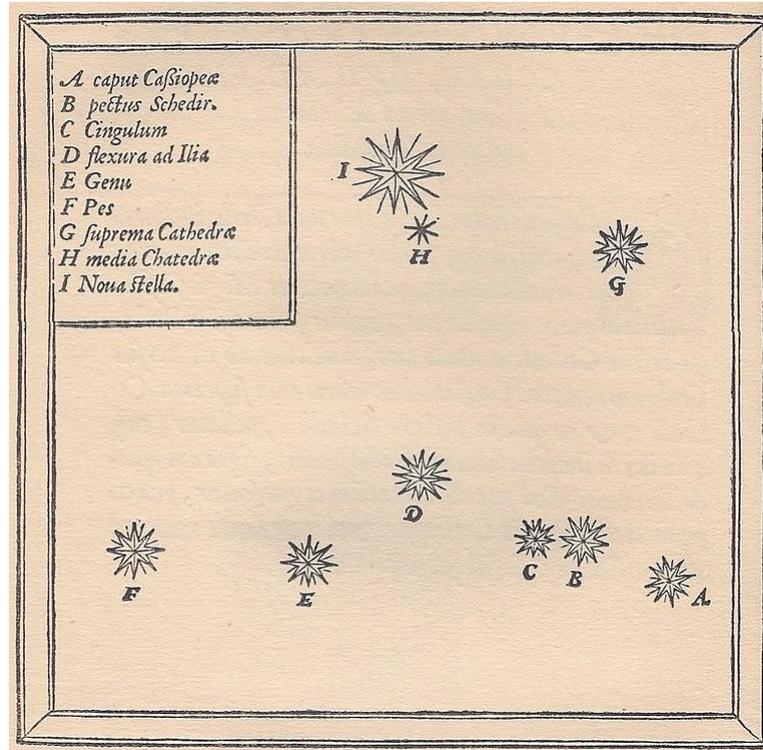
Fonte: ([DARLING, 2018](#))

1.4.2 As Supernovas

No início do século XX o conceito de universo era substancialmente diferente do conceito moderno. O tamanho de nossa galáxia, a posição que ela ocupava no universo inteiro e até mesmo a posição do sistema solar na galáxia permaneciam como questões em aberto. Assim, qualquer objeto luminoso que brilhasse como uma estrela no céu e gradualmente se apagasse no período de semanas a meses era chamado de *nova*. Esse

nome é tradicional desde os registros de Tycho Brahe no século XVI, ao se referir à supernova conhecida hoje como **SN 1572**, registrado como índice I na Figura 14. Conforme

Figura 14 – Carta celeste desenhada por Tycho Brahe indicando SN 1572 na constelação de Cassiopeia.



Fonte: *De nova stella* - Tycho Brahe 1572

as observações em cefeidas iam se refinando, tornava-se possível estimar a distância e **magnitude Absoluta**⁷ das galáxias hospedeiras das ocasionais *novae*. Descobriu-se que algumas eram ordens de magnitude maiores que outras, foi quando Fritz Zwicky e Walter Baade sugeriram o termo **supernova** para aquelas que eram excepcionalmente brilhantes.

Em 1941 Rudolph Minkowski⁸ analisou o espectro das supernovas e as dividiu em dois grupos, as que não possuíam linhas de hidrogênio eram chamadas de tipo I e as que possuíam eram as de tipo II. Posteriormente a classificação se estendeu em subtipos mas o interessante é que quase todas se originavam do colapso do núcleo de uma estrela muito massiva durante a fase final de sua evolução. A exceção ficava a cargo das supernovas do tipo Ia que são exatamente nosso objeto de estudo.

As supernovas do tipo Ia ocorrem quando uma anã branca de carbono e oxigênio explode. Uma anã branca é um objeto com uma massa próxima a do Sol no entanto com o diâmetro centenas de vezes menor. Quando uma anã branca alcança o *limite de*

⁷ Magnitude absoluta é a magnitude hipotética do objeto à distância de 10 parsecs.

⁸ O sobrinho do famoso matemático Hermann Minkowski.

Chandrasekhar, seja sequestrando material de uma estrela companheira (num sistema binário) ou por uma fusão com outra anã branca ela explode numa supernova.

As curvas de luz destes fenômenos, na maioria dos casos, são muito similares entre si conforme indicado por (PSKOVSKII, 1967). Isso, e estimativas de suas magnitudes absolutas por volta sempre de $-14,3 \pm 1,1$ permitiram que pudessem ser vistas como boas velas padrões, assim como eram as estrelas variáveis, porém poderiam ser utilizadas para medir distâncias muito superiores dada sua natureza extremamente energética. Cerca de 15 dias após a explosão, a luminosidade da SN Ia alcança seu máximo chegando ao valor médio de $-19,5$ magnitudes, decaindo para 3 magnitudes após 25 a 30 dias conforme (PRUZHINSKAYA; LISAKOV, 2016).

Frequentemente iremos lidar com uma quantidade de distância utilizada por astrônomos chamada de **módulo de distância** μ , que pode ser relacionado à distância d_L em Megaparsec da seguinte forma

$$\mu = m - M = 5 \log_{10} d_L - 25, \quad (1.75)$$

ou seja, é a diferença entre a magnitude aparente m e a magnitude absoluta M de um corpo celeste.

Utilizamos preventivamente d_L para nos referir à distância pois trata-se da chamada **distância luminosidade**, que vem do desenvolvimento da relação $d_L^2 \propto \frac{L}{F}$ entre a luminosidade L e o fluxo F de uma fonte. Para um universo plano ($k = 0$) no contexto da relatividade geral, a distância luminosidade (em função do *redshift* z) é definida como

$$d_L(z) = (1 + z)c \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}. \quad (1.76)$$

Logo a equação

$$\mu = 5 \log_{10} (1 + z)c \int_0^z \frac{dz'}{H(z')} - 25, \quad (1.77)$$

é de extrema utilidade quando temos obtidos da observação de SN Ia o valor de μ e queremos compará-lo com o valor de um universo plano modelado conforme designarmos $H(z)$. Mas como encontrar μ da observação de fato?

A estimativa de distância com SN Ia desenvolveu-se empiricamente das curvas de luz observadas. O modelo atual utilizado por (BETOULE et al., 2014) é bem desenvolvido utilizando dois parâmetros: um descreve o tempo de alongamento da curva de luz (chamamos de X_1), o outro descreve a cor da supernova no brilho máximo (chamamos de C). Considerá-las como vela padrão implica em assumir que supernovas de cor, formato e tipos de galáxias idênticas possuem na média a mesma luminosidade intrínseca para qualquer z (o que bate com o histórico apresentado até então). Assim, apresento o modelo linear para o módulo de distância observado

$$\mu = m_B^* - (M_B - \alpha \times X_1 + \beta \times C) \quad (1.78)$$

onde m_B^* corresponde ao pico da magnitude no filtro de banda B e α , β e M_B são parâmetros de incômodo⁹ da estimativa de distância. Ainda é possível refinar melhor o caso da magnitude absoluta M_B relacionando-a com a massa estelar da galáxia hospedeira ($M_{estelar}$) através de uma função degrau simples

$$M_B = \begin{cases} M_B, & \text{se } M_{estelar} < 10^{10} M_{\odot}, \\ M_B + \Delta_M, & \text{para o resto.} \end{cases} \quad (1.79)$$

Agora, de posse dos dados e os parâmetros de incômodo podemos obter μ_{obs} (observado) e tendo em mente um modelo de universo descrito por $H(z)$ somos capazes de obter um μ_{teo} (teórico), isso representa um valor primordial na análise dos dados que será feita no capítulo a seguir.

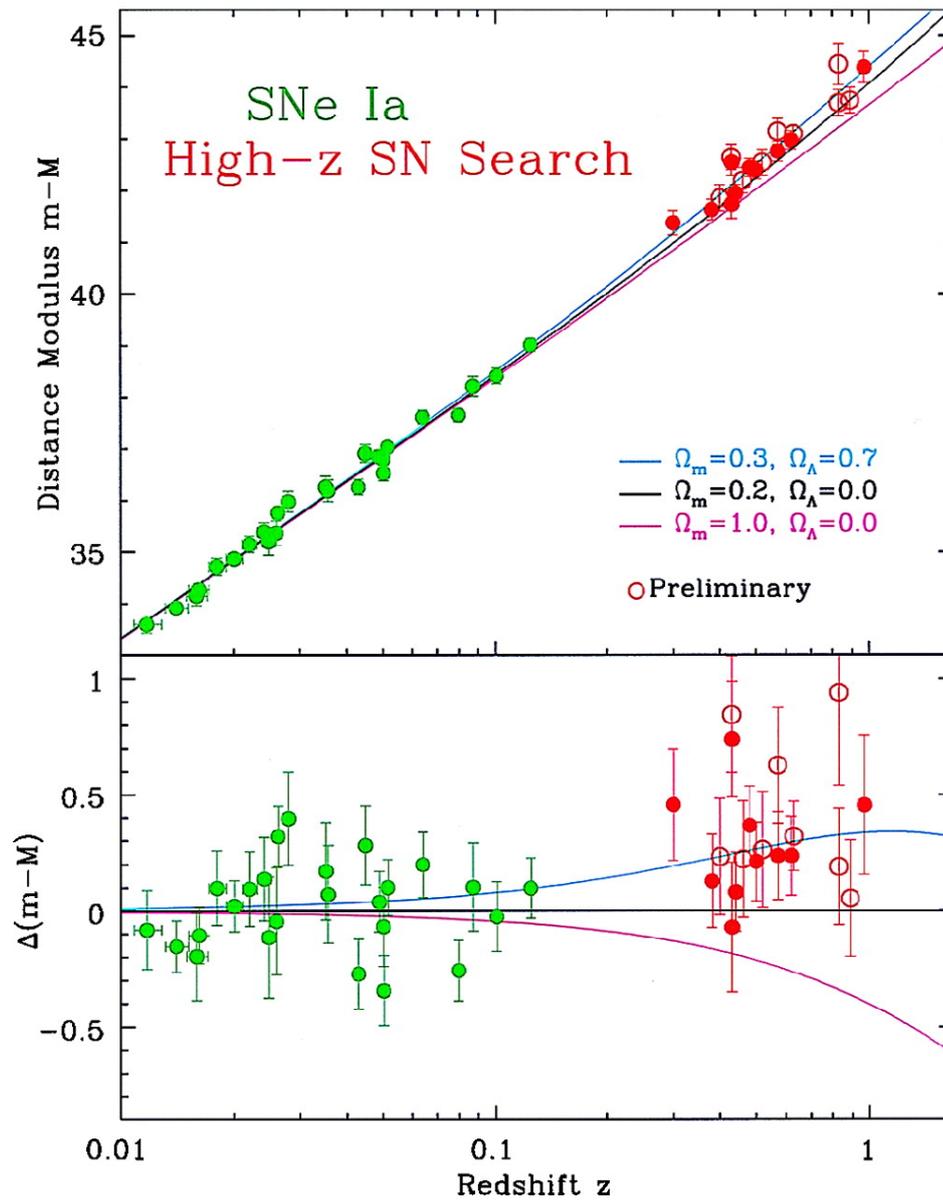
Antes de passar ao próximo capítulo, vejamos brevemente a importância das SN Ia na descoberta da expansão acelerada do universo.

1.4.3 A expansão acelerada do universo

No final da década de 90 os trabalhos de (RIESS et al., 1998) e (PERLMUTTER et al., 1999) reportaram resultados memoráveis que podem ser sumarizados na Figura 15, que apresenta o Diagrama de Hubble com curvas que variam de acordo com as quantidades de Ω_m e Ω_{Λ} . Note que os pontos observados estão predominantemente acima da linha referente a um universo com zero Λ . O diagrama debaixo mostra as curvas em $\Delta m - M$ e torna mais evidente porquê o modelo com $\Omega_{\Lambda} > 0$ é favorecido.

⁹ Ou parâmetros perturbadores, do inglês *nuisance parameter* segundo (PAULINO et al., 2011)

Figura 15 – Diagrama de Hubble para SN Ia



Fonte: (KIRSHNER, 1999)

2 Um estimador para a expansão cósmica

Neste capítulo revisaremos o estimador desenvolvido em (SEIKEL; SCHWARZ, 2008) por Marina Seikel e Dominik J. Schwarz, cuja ideia principal é prover um mecanismo de medida quantitativa da dinâmica de aceleração do universo de maneira independente de modelo. A construção do estimador é baseado na definição do parâmetro de aceleração

$$q(z) = \frac{H'(z)}{H(z)}(1+z) - 1, \quad (2.1)$$

onde as aspas simples representam a derivada com respeito ao *redshift* z , de maneira que num cenário de expansão acelerada do universo, para um dado z , teríamos $q(z) < 0$.

Na cosmologia padrão, acredita-se que a evolução dinâmica do universo sofreu uma transição da fase desacelerada para a acelerada em algum ponto de transição z_t do *redshift*. Na época dominada pela matéria, o parâmetro de desaceleração assume o valor $\sim 0,5$ ¹ (semelhante ao universo o de Einstein-de Sitter), à medida que o efeito da energia escura (ou gravidade modificada) torna-se relevante para a expansão em comparação com a densidade da matéria, $q(z)$ se inclina aos valores negativos. Podemos ver $q(z)$ para o caso da cosmologia padrão como a linha preta na Figura 16.

Da Equação 2.1 pode-se obter a taxa de expansão $H(z)$ como uma função do parâmetro de desaceleração de acordo com a equação

$$\ln \frac{H(z)}{H_0} = \int_0^z \frac{1+q(\tilde{z})}{1+\tilde{z}} d\tilde{z}, \quad (2.2)$$

onde H_0 é a constante de Hubble.

A *hipótese nula* proposta por (SEIKEL; SCHWARZ, 2008) é que o universo nunca tenha se expandido de maneira acelerada i.e.,

$$q(z) > 0 \forall z. \quad (2.3)$$

Portanto, a consequência direta da aplicação desta desigualdade na equação anterior é

$$\ln \frac{H(z)}{H_0} \geq \int_0^z \frac{1}{1+\tilde{z}} d\tilde{z} = \ln(1+z), \quad (2.4)$$

que é equivalente a

$$H(z) \geq H_0(1+z). \quad (2.5)$$

¹ Como sempre houve um resquício de radiação a matéria não domina completamente a dinâmica cósmica e portanto não temos $q = 0,5$.

A partir do resultado acima pode-se inferir se o universo experimentou ou não algum evento de expansão acelerada a partir de medições diretas na Lei de Hubble-Lemaître. Isso pode ser feito, por exemplo, usando os chamados cronômetros cósmicos, que são galáxias que devem evoluir passivamente em uma certa faixa de *redshift* Δz . Então, estimar as idades estelares (Δt) em tais objetos leva a $H(z) = -1/(1+z) dz/dt \sim -1/(1+z) \Delta z/\Delta t$. No entanto, o número disponível de dados de $H(z)$ está limitado a algumas dezenas e a qualidade (em termos de erros associados) é baixa.

Para avaliar as informações sobre a expansão do universo, os dados de SNe Ia são a ferramenta de observação mais confiável. A quantidade e a qualidade dos dados de SNe Ia aumentaram substancialmente nos últimos anos e as pesquisas em andamento melhorarão drasticamente as amostras num futuro próximo. A definição mais importante na cosmologia das supernovas é a distância luminosidade. Em um universo de FLRW plano tem-se

$$d_L(z) = (1+z) \int_0^z \frac{d\tilde{z}}{H(\tilde{z})}. \quad (2.6)$$

Para aplicarmos a desigualdade da [Equação 2.5](#) no contexto dos dados de supernovas, a definição de d_L acima torna-se

$$d_L \leq (1+z) \frac{1}{H_0} \int_0^z \frac{d\tilde{z}}{1+\tilde{z}} = (1+z) \frac{1}{H_0} \ln(1+z). \quad (2.7)$$

A distância luminosidade calculada no modelo teórico sob investigação é comparada às grandezas observadas por meio da definição do módulo de distância observado

$$\mu = m - M = 5 \log(d_L/\text{Mpc}) + 25, \quad (2.8)$$

onde M e m são as magnitudes absoluta e aparente, respectivamente.

Para cada supernova i na amostra podemos definir a quantidade

$$\begin{aligned} \Delta\mu_{obs}(z_i) &= \mu_{obs}(z_i) - \mu(q=0) \\ &= \mu_{obs}(z_i) - 5 \log \left[\frac{1}{H_0} (1+z_i) \ln(1+z_i) \right] - 25, \end{aligned} \quad (2.9)$$

que é a diferença entre seu módulo de distância observado $\mu_{obs}(z_i)$ e o módulo de distância de um universo com parâmetro de desaceleração constante $q=0$ no *redshift* z_i .

A hipótese nula por trás do estimador em ([SEIKEL; SCHWARZ, 2008](#)) é que o universo nunca se expandiu de forma acelerada, o que corresponde a $\Delta\mu_{obs} \leq 0$ para cada supernova. Ao contrário, valores de $\Delta\mu_{obs}$ positivos indicam aceleração.

O valor nominal de $\Delta\mu_{obs}$ é de interesse limitado se seu erro associado σ_i não for incluído. Para cada amostra utilizada neste trabalho (UNION2.1 e JLA) obteremos o erro

nos módulos de distância de cada supernova i (σ_i) a partir da matriz de covariância C disponível dos dados.

Uma forma de aplicar o estimador é através da chamada “análise singular de SN” que corresponde a calcular a quantidade $\Delta\mu_{obs}$ para cada SN individualmente. Embora a análise singular apresente alguns resultados interessantes, ela é de interesse estatístico limitado. Uma análise mais confiável do estimador $\Delta\mu_{obs}$ é obtida com a chamada “análise média de SNe”. Nesta análise, agrupamos um número N de SNe definindo o valor médio

$$\overline{\Delta\mu} = \frac{\sum_{i=1}^N g_i \Delta\mu_{obs}(z_i)}{\sum_{i=1}^N g_i}, \quad (2.10)$$

onde o fator $g_i = 1/\sigma_i^2$ permite que pontos de dados com erros menores contribuam mais para a média.

O desvio padrão é definido por

$$\sigma_{\overline{\Delta\mu}} = \left[\frac{\sum_{i=1}^N g_i [\Delta\mu_{obs}(z_i) - \overline{\Delta\mu}]^2}{(N-1) \sum_{i=1}^N g_i} \right]^{1/2}. \quad (2.11)$$

Por exemplo, usando a [Equação 2.11](#), o trabalho em [\(SEIKEL; SCHWARZ, 2009\)](#) aponta evidências estatísticas médias para aceleração de $4,3\sigma$ para a amostra GOLD [\(RIESS et al., 2007\)](#) e $7,2\sigma$ usando a amostra UNION de 2008 [\(KOWALSKI et al., 2008\)](#), ambos assumindo a expansão num universo de curvatura plana.

2.1 O conjunto de dados UNION 2.1

2.1.1 Entendendo o estimador

Como um estudo preliminar, investigamos com mais detalhes a robustez e confiabilidade do estimador. Na verdade, queremos verificar os resultados relativos à análise média afim de um melhor entendimento sobre os obtidos para as evidências $\overline{\Delta\mu}/\sigma_{\overline{\Delta\mu}}$. De certo modo, nesta subseção nós iremos calibrar a “análise média de SNe”.

Vamos simular os catálogos para determinadas cosmologias em que sabemos com antecedência o estado de aceleração de cada *redshift*. Em seguida, confrontaremos os dados simulados com as previsões do estimador para um determinado catálogo real. Devemos usar a distribuição de z da amostra UNION2.1 [\(SUZUKI et al., 2012a\)](#) como nossa referência.

Os modelos que adotamos aqui são baseados na expansão em curvatura plana na métrica de FLRW

$$\frac{H^2(z)}{H_0^2} = \Omega_{m0}(1+z)^3 + (1-\Omega_{m0})e^3 \int_0^z \frac{1+w(z')}{1+z'} dz'. \quad (2.12)$$

Os modelos interessantes para nós são o Λ CDM (com $w = -1$ e $\Omega_{m0} = 0,3$), um modelo de Einstein-de Sitter dominado somente pela matéria ($\Omega_{m0} = 1$) e o modelo de Milne.

Conforme mostrado na [Figura 16](#), em termos do parâmetro de desaceleração, o modelo Λ CDM promove uma transição suave de um universo desacelerado com $q(z \gg 1) = +0,5$ para um acelerado $q(z = 0) = -0,68$. O *redshift* de transição em que $q(z_{ac}) = 0$ ocorre em $z_{ac} = 0,67$. Para o modelo EdS, o universo está sempre desacelerando a uma taxa constante, ou seja, $q = +0,5 \forall z$. O modelo de Milne corresponde a uma taxa de expansão constante dada por $q = 0 \forall z$.

Além disso, para verificar a capacidade do estimador com expansões não usuais também é interessante estudar cosmologias nas quais, após transitar da fase de EdS desacelerada para a acelerada, ocorre uma transição de volta a uma fase desacelerada. Exemplos destes tipos de expansões podem, por exemplo, serem baseados no ansatz ([SHAFIELOO; SAHNI; STAROBINSKY, 2009](#))

$$w(z) = -\frac{1 + \tanh [(z - z_t)\Delta]}{2}. \quad (2.13)$$

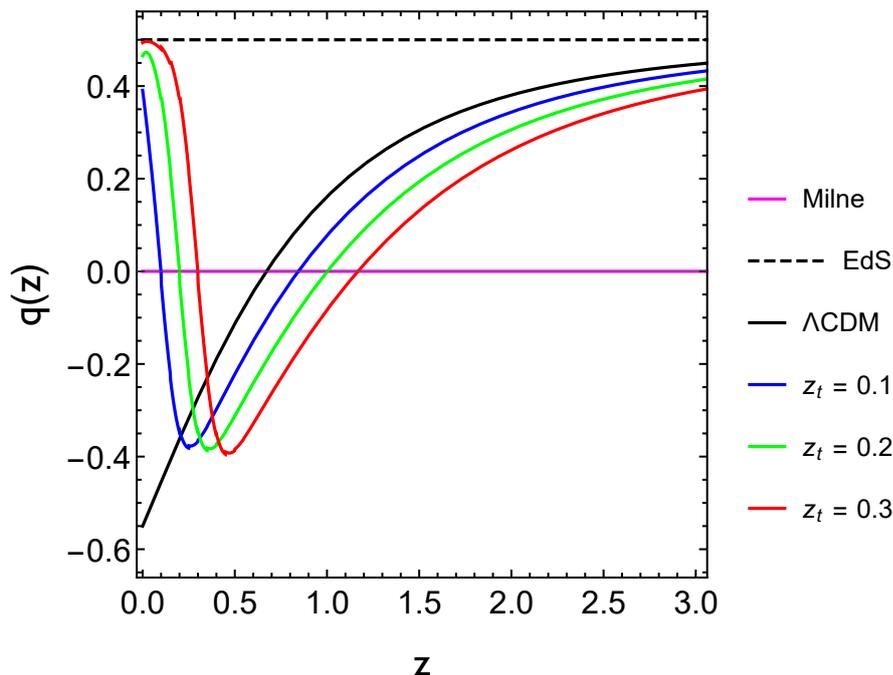
Na expressão acima, z_t denota o *redshift* no qual a expansão passa a ser desacelerada e Δ a duração da época acelerada. Adotamos três outros casos onde $z_t = 0,1,0,2$ e $0,3$, todos assumindo $\Delta = 10$ (ver Ref. ([SHAFIELOO; SAHNI; STAROBINSKY, 2009](#)) para detalhes). Todos esses últimos modelos tiveram de fato uma fase de expansão acelerada no passado, mas a expansão atual (em $z = 0$) é desacelerada. Portanto, trabalharemos com seis modelos cosmológicos diferentes. Além do parâmetro de desaceleração, também mostramos na [Figura 17](#) o valor esperado de $\Delta\mu$ para cada modelo.

Prosseguimos nossa análise perguntando qual deveria ser o valor de evidência $\overline{\Delta\mu} / \sigma_{\overline{\Delta\mu}}$ do estimador em cada uma dessas cosmologias. Em certo sentido, tentamos quantificar as informações contidas na [Figura 17](#).

Nesse ponto, é necessário fazer uma observação cautelosa. O parâmetro de desaceleração $q(z)$ não depende do valor de hoje da expansão de Hubble H_0 . Observe, entretanto, que o estimador $\Delta\mu$ depende de H_0 . Este fato está relacionado à discussão atual sobre a tensão sobre o valor H_0 . O valor H_0 inferido com dados cosmológicos pelo ajuste da cosmologia Λ CDM padrão leva a um valor inferior $H_0 = 67,31 \pm 0,96 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ ([ADE et al., 2016](#)) do que o obtido diretamente nas medidas locais $H_0 = 73,24 \pm 1,74 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ ([RIESS et al., 2016](#)). Então, para usar o estimador o mais independente possível do modelo, usamos o último valor.

A [Tabela 3](#) mostra nossos resultados simulados do estimador para cosmologias conhecidas. Geramos 1000 realizações diferentes de diagramas de Hubble do tipo UNION2.1, ou seja, cada catálogo tem 580 pontos de dados com a mesma distribuição de *redshift* da amostra UNION2.1. Dado um modelo cosmológico, o módulo de distância μ é gerado

Figura 16 – Evolução do parâmetro de desaceleração $q(z)$ em função do *redshift* para os diferentes modelos adotados neste trabalho.



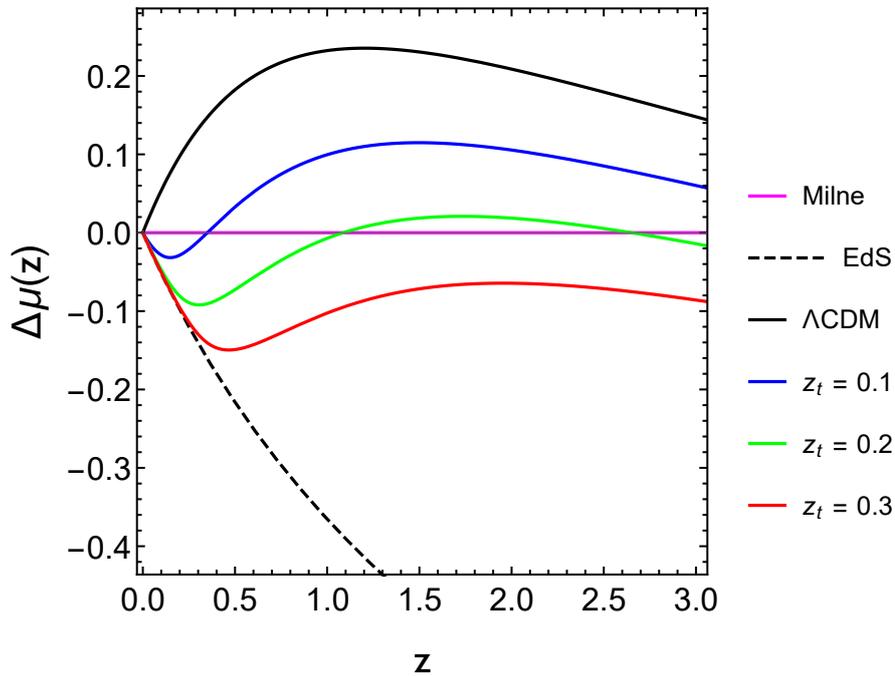
Fonte:(VELTEN; GOMES; BUSTI, 2018)

obedecendo a uma distribuição Gaussiana em torno do valor teórico exato. Cada μ_i gerado em um *redshift* z_i tem o mesmo erro que o observado na amostra UNION2.1 naquele *redshift*. O resultado $\overline{\Delta\mu} / \sigma_{\Delta\mu} = 12,77 \pm 0,95$ mostrado para o modelo Λ CDM corresponde à evidência média (12,77) sobre todas as realizações com o desvio padrão de distribuição correspondente (0,95). Posteriormente, este resultado deve ser comparado diretamente ao que corresponde aos dados reais. Faremos esta análise na próxima subseção (ver Tabela 7).

Ainda na Tabela 3, o resultado para o modelo de Milne $\overline{\Delta\mu} / \sigma_{\Delta\mu} = 0,05 \pm 0,95$ fornece uma boa indicação para a robustez do estimador. Vale lembrar que o valor exato para este caso é $\overline{\Delta\mu} / \sigma_{\Delta\mu} = 0$. Além disso, a Tabela 3 indica que o valor típico do desvio padrão é em torno da unidade para todos os modelos estudados. É interessante notar uma aparente falha do estimador para os casos $z_t = 0,2$ e $z_t = 0,3$. Os valores negativos para $\overline{\Delta\mu} / \sigma_{\Delta\mu}$ (levando em consideração a variância) claramente não indicam a existência da fase acelerada e são exemplos de situações em que o estimador falha em fornecer a resposta correta.

Uma vez que encontramos com os modelos $z_t = 0,2$ e $z_t = 0,3$ exemplos nos quais o uso do estimador para a amostra total falha, investigamos com mais detalhes uma análise de amostra *binada*. Mostramos na Tabela 4 a evidência $\overline{\Delta\mu} / \sigma_{\Delta\mu}$ por largura de compartimento $\Delta z = 0,2$ para modelos- z_t apenas. A segunda coluna apresenta o número

Figura 17 – Evolução de $\Delta\mu$ em função do *redshift* para diferentes modelos adotados neste trabalho.



Fonte:(VELTEN; GOMES; BUSTI, 2018)

de supernovas em cada compartimento. A evidência apresentada nas colunas restantes é a evidência média sobre as $N = 1000$ realizações simuladas .

É importante notar que o uso de dados de alto *redshift* ($z > 1, 2$) apenas na análise com o modelo $z_t = 0, 2$ favoreceu a aceleração (como esperado da Figura 17). Isso reflete os perigos de confiar no estimador ao usar dados SNe seletivamente.

Agora, a fim de verificar como a faixa disponível de *redshift* das supernovas observadas impacta o resultado final do estimador, promovemos uma segunda análise na qual geramos para cada amostra simulada 1500 SNe igualmente distribuídos na faixa de $0 < z < 1, 5$. Com este exemplo, não haverá comparação adequada com o conjunto de dados UNION2.1 real, mas esta análise é útil para entender como o indicador funciona. Cada módulo de distância gerado tem o mesmo erro constante $\sigma_i = 0, 15$. As evidências médias para $N = 1000$ realizações de amostra de tal distribuição de *redshift* são mostradas na Tabela 5. Obtemos novamente o resultado esperado para o modelo de Milne. O valor alto para a evidência média no caso Λ CDM $\overline{\Delta\mu} / \sigma_{\Delta\mu} = 44, 03$ ocorre porque agora há mais dados SNe em torno do *redshift* $z \sim 1.2$ onde $\Delta\mu$ deve atingir seu valor máximo (ver Figura 17).

Tabela 3 – Evidência média para aceleração usando $N = 1000$ catálogos simulados. Os modelos são plotados na [Figura 16](#). Para cada catálogo, há 580 SNe com a mesma distribuição de *redshift* da amostra UNION2.1.

Modelo	$\overline{\Delta\mu} / \sigma_{\overline{\Delta\mu}}$	Desvio Padrão
Λ CDM	12,77	$\pm 0,94$
Einstein-de Sitter	-13,95	$\pm 0,97$
Milne ($q=0 \forall z$)	0,05	$\pm 0,95$
$z_t=0,1$	-0,15	$\pm 0,97$
$z_t=0,2$	-7,19	$\pm 0,92$
$z_t=0,3$	-10,97	$\pm 1,05$

Fonte: (VELTEN; GOMES; BUSTI, 2018)

Tabela 4 – Análise média por *bin* para os catálogos simulados gerados pelas três cosmologias com a transição para desaceleração em z_t . A primeira coluna mostra o *bin* do *redshift*, a segunda coluna o número de SN em cada *bin*. A terceira, quarta e quinta colunas mostram a evidência para os modelos com $z_t = 0, 1$, $z_t = 0, 2$ e $z_t = 0, 3$, respectivamente.

<i>Bin</i>	Modelos: #SN	$z_t = 0, 1$	$z_t = 0, 2$	$z_t = 0, 3$
		$\overline{\Delta\mu} / \sigma_{\overline{\Delta\mu}}$	$\overline{\Delta\mu} / \sigma_{\overline{\Delta\mu}}$	$\overline{\Delta\mu} / \sigma_{\overline{\Delta\mu}}$
0,0-0,2	230	-2,06	-3,67	-3,99
0,2-0,4	125	-0,94	-6,12	-8,39
0,4-0,6	101	1,51	-3,48	-7,00
0,6-0,8	51	2,16	-1,55	-4,54
0,8-1,0	44	2,27	-0,54	-2,93
1,0-1,2	16	1,88	0,02	-1,68
1,2-1,41	13	1,67	0,21	-1,18

Fonte: (VELTEN; GOMES; BUSTI, 2018)

Tabela 5 – Evidência média para $N = 1000$ catálogos simulados. Para cada catálogo, há 1500 SN igualmente distribuídas na faixa de *redshift* $0 < z < 1, 5$ possuindo o mesmo erro $\sigma_i = 0, 15$.

Modelo	$\overline{\Delta\mu} / \sigma_{\overline{\Delta\mu}}$	Desvio Padrão
Λ CDM	44,00	$\pm 1,63$
Einstein-de Sitter	-53,45	$\pm 1,33$
Milne ($q=0 \forall z$)	0,03	$\pm 1,03$
$z_t = 0, 1$	14,05	$\pm 0,99$
$z_t = 0, 2$	-8,20	$\pm 0,98$
$z_t = 0, 3$	-26,31	$\pm 1,17$

Fonte: (VELTEN; GOMES; BUSTI, 2018)

2.1.2 Análise singular e média com dados reais de SN do UNION2.1

O módulo de distância observado é obtido de acordo com

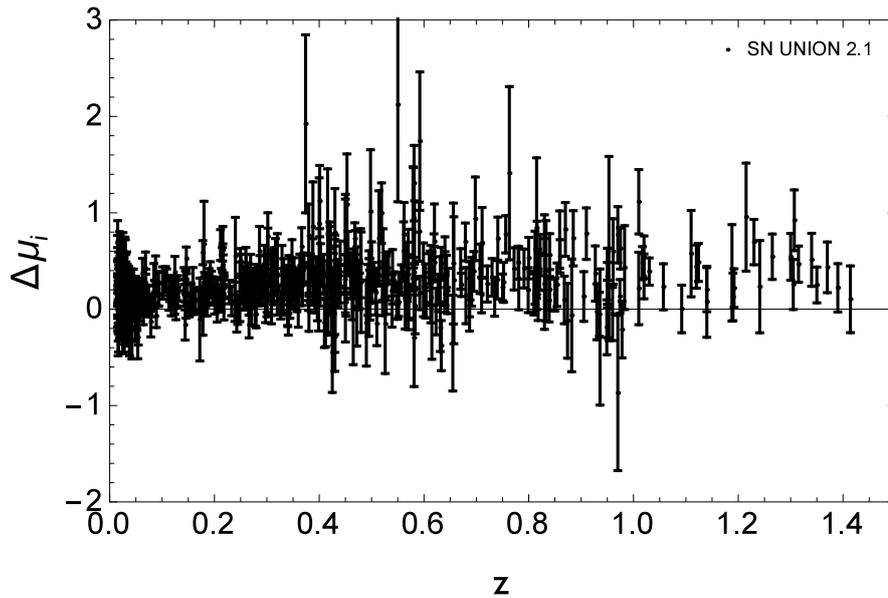
$$\mu_{obs} = m_B^* - M_B + \delta \cdot P(m_{star}^{true} < m_{star}^{threshold}) + \alpha \cdot X_1 - \beta \cdot \mathcal{C}, \quad (2.14)$$

onde m_B^* é o pico da magnitude no filtro de banda B , \mathcal{C} descreve a cor da supernova com brilho máximo, X_1 descreve o tempo de alongamento da curva de luz e M_B é a magnitude absoluta da banda B . Os parâmetros α , β , M_B e δ são livres e devem ser inferidos por meio de uma análise estatística. Isso ocorre minimizando o χ^2 simultaneamente com os parâmetros livres do modelo cosmológico usado no ajuste de dados.

Para a amostra UNION2.1, adotamos os dados sugeridos de μ_{obs} x z com $\alpha = 0,121$, $\beta = 2,47$, $M_B = -19,321$ e $\delta = -0,032$ ajustado junto com a cosmologia padrão Λ CDM (ver Ref. (SUZUKI et al., 2012b)).

De acordo com a análise singular de SN, na Figura 18 mostramos $\Delta\mu_i$ para cada supernova na amostra UNION2.1. Conforme a Ref.(SEIKEL; SCHWARZ, 2008), adotamos um controle estatístico de qualidade de nossa amostra (gráfico de controle). Contamos SN na amostra estabelecendo limites para um dado gráfico de controle, ou seja, em nosso caso, queremos verificar a aceleração em determinado nível de confiança estatística (CL). Valores de $\Delta\mu_i$ acima de um limite de ação $A_{95} = 1,645\sigma_i$ ($A_{99}(99\%) = 2,326\sigma_i$) indica aceleração em 95%CL (99%CL).

Figura 18 – Análise Singular de SN: $\Delta\mu_i$ para cada supernova no conjunto de dados Union2.1.



Fonte:(VELTEN; GOMES; BUSTI, 2018)

Tabela 6 – (Análise Singular de SN) Número de SN no Union2.1 indicando aceleração ou desaceleração. Os valores entre parênteses são calculados usando $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

Dinâmica	Union 2.1	Union 2.1. ($z > 0, 2$)
Aceleração-95% <i>C.L.</i>	187 (101)	141 (82)
Aceleração-99% <i>C.L.</i>	87 (34)	66 (27)
Desaceleração-95% <i>C.L.</i>	1 (10)	0 (1)
Desaceleração-99% <i>C.L.</i>	0 (1)	0 (0)
Nº Total de SN	580	350

Fonte: (VELTEN; GOMES; BUSTI, 2018)

Na Tabela 6 mostramos o número de SN na amostra UNION2.1 apresentando aceleração em 95% *CL* e 99% *CL*. Os resultados considerando a amostra total de (580 SNe) são apresentados na coluna central.

A Ref. (SEIKEL; SCHWARZ, 2009) também traz à discussão se SN em *redshifts* baixos são confiáveis para esta análise. Argumenta-se que, uma vez que a maior parte das SN próximas foram observadas por diferentes projetos, diferentes calibrações afetam (ao introduzir um grande viés sistemático) este subconjunto. Além disso, a suposição de homogeneidade e isotropia não é validada em escalas abaixo de algumas centenas de Mpc, em vez de uma evidência de energia escura, o diagrama de Hubble poderia manifestar uma violação do princípio de Copérnico. Os resultados para a subamostra onde todas as SN com $z < 0, 2$ são descartados (agora totalizando 350 SN) e é mostrado na terceira coluna da Tabela 6.

Aplicamos agora a evidência média para conjuntos de dados reais. Em vez de calcular a evidência média para toda a amostra, também se pode apresentar esse valor para os *bins* de SN. Os critérios de agrupamento podem obedecer a um intervalo fixo de *redshift* Δz ou a um número de SN fixo por *bin*. A evidência de aceleração em cada *bin* de SN é então dada por $\overline{\Delta\mu}$ dividido pelo erro $\sigma_{\overline{\Delta\mu}}$.

Na Tabela 7 os resultados são apresentados considerando *bins* de largura de *redshift* igual $\Delta z = 0.2$. A evidência de aceleração na amostra total UNION2.1 $13,6\sigma$ está de acordo com o universo Λ CDM simulado $12,77 \pm 0,99\sigma$. Excluindo a subamostra *low-z* ($z < 0, 2$), a evidência atinge $17,0\sigma$. Comparando com os resultados obtidos nas Refs. (SEIKEL; SCHWARZ, 2008; SEIKEL; SCHWARZ, 2009) os catálogos recentes apresentam evidências ainda mais robustas a favor da aceleração.

Tabela 7 – (Média sobre as SN Ia) Evidência no UNION 2.1.

<i>Redshift bin</i>	Evidência com σ de C.L. $H_0 = 73,24$ ($H_0 = 70,00$)	# SN Ia no <i>bin</i>
0,0 - 0,2	14,1 (4,1)	230
0,2 - 0,4	17,1 (10,0)	125
0,4 - 0,6	14,1 (9,5)	101
0,6 - 0,8	10,6 (7,3)	51
0,8 - 1,0	7,5 (5,2)	44
1,0 - 1,2	6,9 (5,0)	16
1,2 - 1,41	7,5 (5,8)	13
Nº total de SN	26,3 (13,6)	580
0,2 - 1,141	26,3 (17,0)	350

Fonte: (VELTEN; GOMES; BUSTI, 2018)

Tabela 8 – (Análise singular de SN Ia) Número de SN Ia do JLA indicando aceleração ou desaceleração. Os valores entre parênteses são calculados usando $H_0 = 70$ km s⁻¹ Mpc⁻¹.

Dinâmica	JLA	JLA (sem <i>low-z</i>)
Aceleração-95% <i>C.L.</i>	266 (131)	252 (129)
Aceleração-99% <i>C.L.</i>	115 (43)	113 (42)
Desaceleração-95% <i>C.L.</i>	0 (7)	0 (3)
Desaceleração-99% <i>C.L.</i>	0 (0)	0 (0)
Nº total de SN	740	622

Fonte: (VELTEN; GOMES; BUSTI, 2018)

2.2 O conjunto de dados JLA

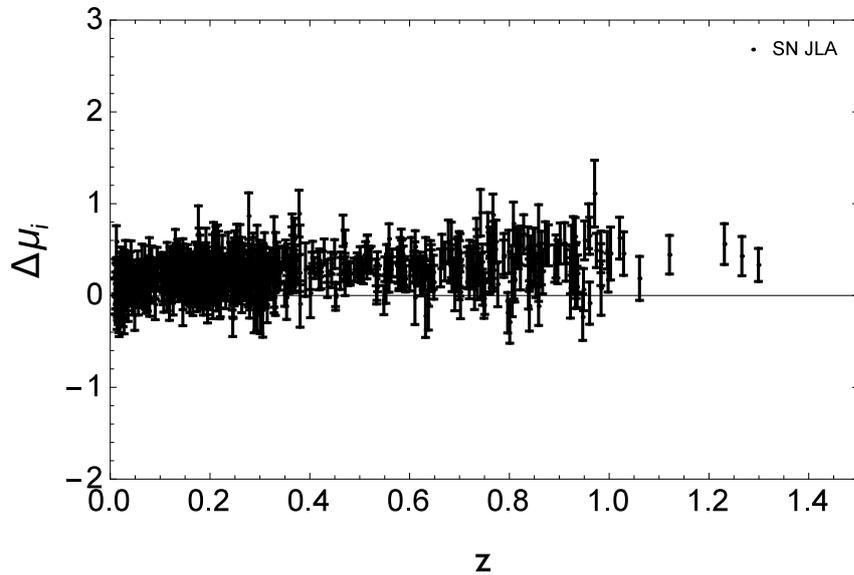
A análise *Joint Light-Curve* (JLA) (BETOULE et al., 2014) totaliza 740 SN Ia incluindo várias amostras de baixo *redshift* ($z < 0,1$), os dados de SDSS-II ($0,05 < z < 0,4$), dados de três anos de SNLS ($0,2 < z < 1$) e alguns altos *redshifts* do Telescópio Espacial Hubble (HST).

Os parâmetros livres ajustados no módulo de distância observado para o catálogo que usamos são $\alpha = 0,141$, $\beta = 3,101$, $M_B = -19,05$ e $\delta = -0,070$ que foram ajustados com a cosmologia Λ CDM.

Com a amostra JLA, realizamos a análise singular de SN Ia, como pode-se ver os resultados na Figura 19 e na Tabela 8. Claramente, esta amostra apresenta uma dispersão menor do que o UNION2.1, mas ainda com uma relação sinal-ruído semelhante.

A análise média por *bin* na amostra JLA é apresentada na Tabela 9. A fim de estudar os efeitos de SN Ia próximas, também excluímos novamente todos as SN Ia em *redshifts* baixos ($z < 0,2$), bem como a SN pertencente ao sub-catálogo *low-z*.

Figura 19 – Análise Singular de SN: $\Delta\mu_i$ para cada supernova (adotando $H_0 = 73.24 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$) no conjunto de dados JLA.



Fonte:(VELTEN; GOMES; BUSTI, 2018)

Tabela 9 – (Análise média de SN Ia) Evidência no JLA.

<i>Redshift bin</i>	Evidência com σ de C.L. $H_0 = 73,24$ ($H_0 = 70,00$)	# SNe Ia no <i>bin</i>
0,0 - 0,2	21,2 (8,8)	318
0,2 - 0,4	21,5 (12,4)	207
0,4 - 0,6	18,3 (12,2)	70
0,6 - 0,8	15,1 (10,3)	78
0,8 - 1,0	11,3 (8,2)	59
1,0 - 1,299	9,3 (7,2)	8
Nº total de SN	36,7 (20,4)	740
0,2 - 1,299	33,1 (21,2)	422
Sem <i>Low-z</i>	37,4 (22,1)	622

Fonte: (VELTEN; GOMES; BUSTI, 2018)

2.3 Discussão final

Em vez de usar a abordagem tradicional de ajustar os dados SNe Ia com o modelo Λ CDM para avaliar os valores de melhor ajuste dos parâmetros cosmológicos, estudamos a aceleração cósmica tardia com um estimador independente do modelo $\Delta\mu_{obs}$.

A essência deste estimador é testar a *hipótese nula* de que o universo nunca se expandiu de forma acelerada. De nossa análise com catálogos simulados na seção 3.1, descobrimos, entretanto, que o estimador realmente fornece um equilíbrio médio entre os

períodos acelerado e desacelerado. Embora os modelos baseados na equação de parâmetro de estado (Equação 2.13) possam ser vistos como expansões irreais, eles servem como contra-exemplos para mostrar que se os dados têm uma distribuição atípica, o estimador falharia em fornecer evidências para aceleração em cosmologias que experimentaram uma época acelerada. Na verdade, isso está relacionado ao fato de que $\Delta\mu$ não pode ser mapeado no parâmetro de desaceleração $q(z)$. Portanto, a mensagem aqui é que deve-se usar esse estimador com cuidado.

Seguindo o espírito da Ref.(SEIKEL; SCHWARZ, 2008; SEIKEL; SCHWARZ, 2009) e assumindo que o estimador pode ser usado para uma distribuição de dados semelhante a Λ CDM conforme fornecido pelas amostras UNION2.1 e JLA, também atualizamos as evidências de aceleração obtidos de catálogos recentes. Para o conjunto de dados JLA, encontramos evidências robustas (consulte a Tabela 9) favorecendo a aceleração em uma expansão de FLRW plana.

Também é evidente a forte dependência do estimador de H_0 . Quanto maior o valor de H_0 adotado pelo estimador, mais fortes são as evidências a favor da aceleração. Todos os valores razoáveis para H_0 levam a uma confiança estatística positiva que favorece a aceleração.

No entanto, é importante notar que as amostras UNION2.1 e JLA usadas aqui com parâmetros de curva de luz fixa α, β, M_B e δ não são realmente independentes do modelo, uma vez que o modelo Λ CDM foi adotado no ajuste de dados. Então, a menos que os parâmetros da curva de luz sejam obtidos de maneira astrofísica pura (no sentido de que seus valores não dependem da cosmologia adotada), essa análise também não pode ser considerada independente do modelo. Tentativas de fazer isso usando dados de $H(z)$ de cronômetros cósmicos são possíveis (LI et al., 2016), embora a sistemática a respeito do modelo de síntese de população estelar não seja desprezível (BUSTI; CLARKSON; SEIKEL, 2014). O estimador pode ser adaptado aos dados $H(z)$ por meio da desigualdade na Equação 2.5. Também verificamos com os 36 pontos de dados para $H(z)$ compilados na Ref.(YU; RATRA; WANG, 2018) que a evidência a favor da aceleração torna-se $12,1\sigma$ ($H_0 = 68, 31$), $17,8\sigma$ ($H_0 = 70, 00$) e $23,3\sigma$ ($H_0 = 73, 24$). Novamente, embora este resultado mostre claramente como o estimador tem uma forte dependência de H_0 , não há dúvida sobre a aceleração cósmica mesmo para valores de H_0 mais baixos.

Um teste mais confiável verificaria a aceleração independentemente dos parâmetros da curva de luz ou levaria em consideração os mesmos. Na verdade, os parâmetros da curva de luz podem ser até não constantes para todas as SN. Investigações recentes sugerem uma dependência não trivial do parâmetro alongamento-luminosidade α e do parâmetro cor-luminosidade β no *redshift* (LI et al., 2016) ou em relação à morfologia da galáxia hospedeira (HENNE et al., 2017).

3 Diagrama de Hubble de Quasares e a expansão acelerada

Desde a descoberta de que a largura do pico da curva de luz das Supernovas tipo Ia (SNIa) está correlacionada com seu pico de luminosidade (a chamada calibração Phillips (PHILLIPS, 1993)), tais objetos têm sido considerados velas padrão confiáveis e amplamente usados em cosmologia observacional. Portanto, o diagrama de Hubble de SN tipo Ia (SNHD) representa um dos pilares observacionais que sustentam o modelo de concordância cosmológica. No entanto, em termos de distribuição da faixa de *redshift*, mesmo os catálogos SNHD recentes são limitados a *redshifts* de até $z \sim 2$. Ter dados de SN na faixa de $1 < z < 2$ torna essas amostras profundas o suficiente para indicar a aceleração cósmica, mas de alguma forma limitado para sondar a evolução inicial do fundo. Então, a busca por velas alternativas confiáveis na faixa de *redshift* além do SNHD ($z > 2$) abre a possibilidade de testar a dinâmica da cosmologia do universo de maneira profunda, em momentos entre o universo moderno e a última superfície de espalhamento $z \sim 1100$ onde a CMB se iniciou. Existem tentativas fenomenológicas na literatura de construir um diagrama de Hubble para objetos que não são considerados velas padrão e que estão em *redshifts* altos, isso inclui Gamma-Ray Bursts (GRBs) (DEMIANSKI et al., 2017; WEI; WU; MELIA, 2013; IZZO et al., 2009; CARDONE; CAPOZZIELLO; DAINOTTI, 2009; LIANG et al., 2008a; SCHAEFER, 2007) e Quasares (RISALITI; LUSSO, 2019; LUSSO; RISALITI, 2017; RISALITI; LUSSO, 2017; RISALITI; LUSSO, 2015). A maioria dessas abordagens é baseada na estratégia de descobrir correlações empíricas entre as propriedades observacionais desses objetos como fluxos em diferentes comprimentos de onda e picos de emissão, entre outras grandezas observacionais em uma determinada faixa de *redshift* e, em seguida, extrapolar os parâmetros de ajuste para toda a amostra .

Nosso objetivo na próxima seção não é se aprofundar na astrofísica de quasares mas sim criarmos um pilar sobre o qual alicerçaremos nossa estrutura de texto e discussão que se segue, bem como, entendermos melhor a relação não-linear das emissões de RX e UV que sustenta a concepção do diagrama de Hubble de quasares. Mas afinal, o que é um quasar?

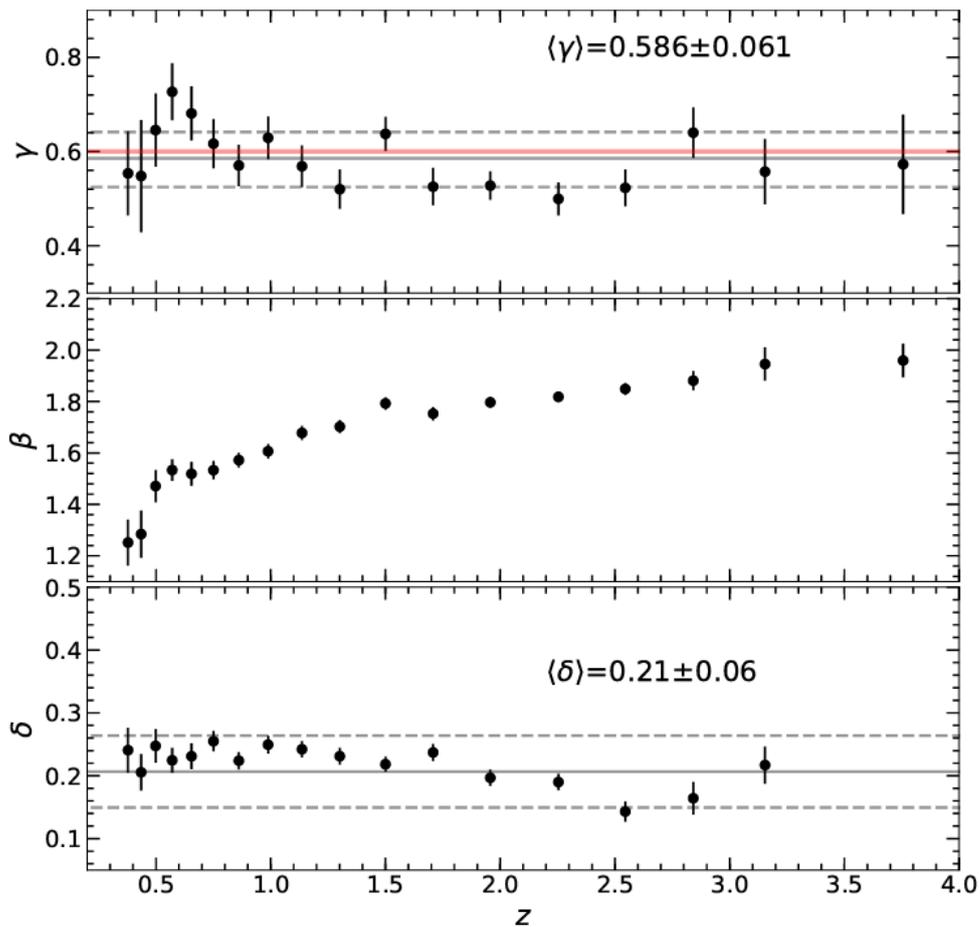
3.1 Quasares

Quasares são um subgrupo extremamente luminoso dos objetos chamados galáxias ativas (AGN), acredita-se que sejam alimentados por um buraco negro supermassivo presente no centro destas galáxias e com um disco de acreção ao seu redor. O termo vem da

abreviação de *Quasi-stellar radio sources* feita por Hong-Yee Chiu (CHIU, 1964), quasares também podem ser chamados por *Quasi-stellar objects*, daí a sigla **QSO**, também utilizada para estes objetos. O primeiro estudo a identificar os quasares reportou linhas largas de emissão no 3C 273, que só poderiam ser identificadas caso houvesse um *redshift* associado ao objeto que tinha uma aparência estelar.

De acordo com a cenário mais aceito, a radiação UV detectada é resultante da acreção da matéria no buraco negro supermassivo presente no centro da galáxia, ao ser acelerada pela energia gravitacional. A radiação em RX detectada (correspondente a cerca de 1 – 10% do total) é proveniente do espalhamento Compton inverso entre o plasma de elétrons relativísticos ao redor do disco de acreção (a chamada *corona*) e os fótons *semente* do disco.

Figura 20 – A evolução de γ , β e δ através do *redshift* z na relação $F_X - F_{UV}$



Fonte: (LUSSO et al., 2020)

A relação não-linear entre as luminosidades em RX (L_X) e UV (L_{UV}) pode ser

parametrizada como

$$\log(L_X) = \gamma \log(L_{UV}) + \beta \quad (3.1)$$

onde γ e β são parâmetros de ajuste das luminosidades em 2 keV (L_X) e 2500 Å (L_{UV}), γ é a inclinação e β uma constante de normalização, com um certa dispersão δ . Em (LUSSO et al., 2020) é realizado um teste para verificar a evolução dos parâmetros γ , β e δ em z e conferir que a relação permanece a despeito do *redshift*, confira na Figura 20. Os parâmetros estudados γ e δ se comportam bem estáveis conforme o *redshift* avança, o parâmetro β por outro lado reflete a forma do diagrama de Hubble.

Para montarmos o diagrama de Hubble precisamos calcular a distância luminosidade

$$\log d_L = \frac{[\log F_X - \beta - \gamma (\log F_{UV} + 27.5)]}{2(\gamma - 1)} - \frac{1}{2} \log(4\pi) + 28.5, \quad (3.2)$$

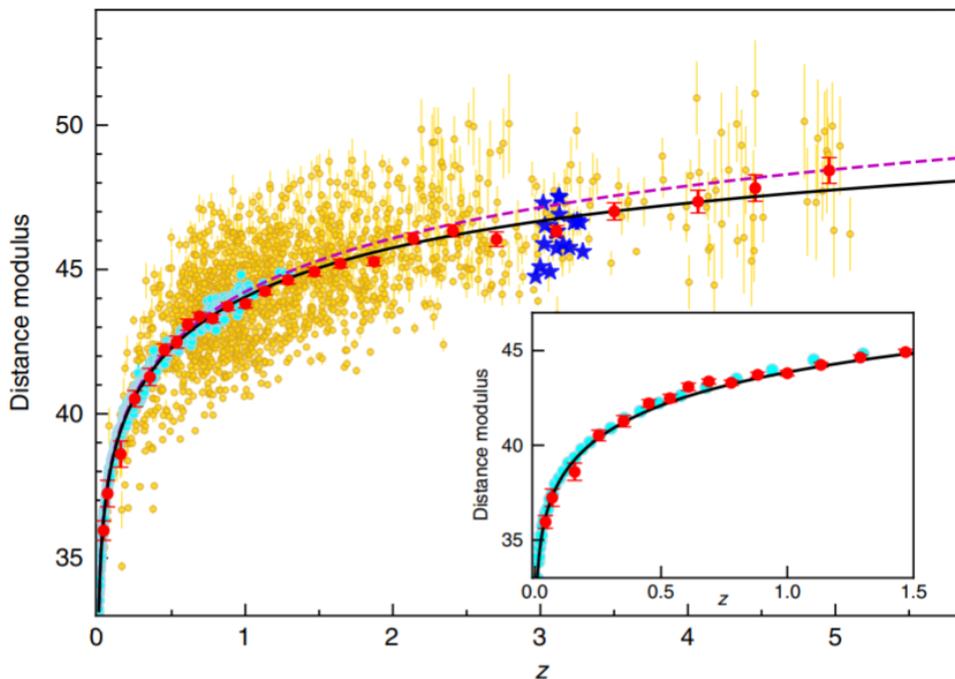
onde F_X e F_{UV} são as densidades de fluxo (em $\text{erg s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{Hz}^{-1}$). F_{UV} é normalizado para o valor (logarítmico) de 27,5 na equação acima, enquanto d_L está em unidades de cm e normalizado para 28.5 (em logaritmo). O módulo de distância μ é calculado via Equação 1.75 também, e o erro $d\mu$ pode ser encontrado do seguinte modo

$$d\mu = \frac{5}{2(\gamma - 1)} \left[(d \log F_X)^2 + (\gamma d \log F_{UV})^2 + (d\beta)^2 + \left(\frac{d\gamma [\beta + \log F_{UV} + 27.5 - \log F_X]}{\gamma - 1} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (3.3)$$

Com estas informações em mãos podemos montar o diagrama de Hubble, conforme podemos ver na Figura 21.

Com relação ao Diagrama de Hubble de Quasares (QSOsHD), recentemente Risaliti & Lusso apresentaram um catálogo robusto contendo 1598 medidas de distâncias de luminosidade inferidas de quasares na faixa de *redshift* de $0,5 < z < 5,1$ (RISALITI; LUSSO, 2019). O catálogo final representa o início de um refinamento gradual nas técnicas de seleção e medições de fluxo desenvolvidas junto com as Refs. (LUSSO; RISALITI, 2017; RISALITI; LUSSO, 2017; RISALITI; LUSSO, 2015). Outro trabalho recente deste mesmo grupo mostrou que a relação $L_x - L_{UV}$ persiste em *redshifts* ainda maiores até $z \sim 7$ (SALVESTRINI et al., 2019) (veja também (LUSSO et al., 2019)), isso corrobora com a estratégia da Ref. (RISALITI; LUSSO, 2019). A última referência relata que, embora a subamostra *low-z* (contendo objetos com *redshifts* $z < 2,1$) do QSOsHD seja consistente com o modelo cosmológico padrão, a inclusão da subamostra *high-z* resulta em $\sim 4\sigma$ de tensão com a cosmologia padrão. Ajustando a expansão na Equação 1.74 aos dados do QSOsHD, verifica-se uma preferência por um parâmetro de densidade de matéria fracionária mais alta $\Omega_{m0} > 0,4$ e uma energia escura fantasma $w_{de} < -1$. Vale a

Figura 21 – Diagrama de Hubble para SN Ia e QSO. Os pontos ciano são supernovas do survey JLA. Os pontos amarelos são quasares, com incertezas 1. Os pontos vermelhos são os bins da média (com incertezas 1) do módulo de distância com *bins* do *redshift* para quasares. Essas médias são mostradas apenas por visualização e, como tal, não são consideradas na análise estatística. As estrelas azuis são a nova amostra de quasares com $z > 3$ de observações do XMM-Newton. A inserção mostra detalhes das médias de quasares e supernovas na faixa de *redshift* comum. A linha magenta tracejada é um modelo CDM plano com $\Omega_M = 0,31 \pm 0,05$, fittando os dados até $z = 1,4$ e extrapolando para *redshifts* maiores. A linha sólida preta no gráfico principal e na inserção é o melhor ajuste MCMC da expansão de terceira ordem do $\log(1+z)$.



Fonte: (RISALITI; LUSSO, 2019)

pena mencionar que até mesmo algumas análises com SN relataram tensões em relação à cosmologia padrão, seja ao declarar evidências marginais para aceleração (NIELSEN; GUFFANTI; SARKAR, 2016) ou inferir um valor maior de Ω_{m0} (SHARIFF et al., 2016).

3.2 Estimador Seikel-Schwarz: O catálogo PANTHEON

Nosso objetivo agora é detalhar a análise do QSOsHD buscando a fonte de tal tensão de forma independente. Em vez de ajustar os dados e realizar uma estimativa de parâmetro por meio de técnicas estatísticas, empregamos um estimador independente do modelo para a aceleração cósmica proposto nas Refs. (SEIKEL; SCHWARZ, 2008; SEIKEL; SCHWARZ, 2009). Isso nos permitirá responder a duas perguntas básicas: Existe

Tabela 10 – Evidência média (em σ de C.L.) para aceleração de diferentes amostras de SNHD. Para as amostras indicadas com *sem low-z*, dados em $z < 0,1$ não foram considerados.

Amostra	$\overline{\Delta\mu} / \sigma_{\overline{\Delta\mu}}$ Evidência	nº de Objetos	Redshift médio
JLA completo	+20,40	740	0,32
JLA sem <i>low-z</i>	+22,33	588	0,40
Pantheon Λ CDM	+23,73	1048	0,32
Pantheon Λ CDM sem <i>low-z</i>	+28,25	837	0,39
Pantheon w CDM	+24,23	1048	0,32
Pantheon w CDM sem <i>low-z</i>	+28,73	837	0,39
Pantheon CPL	+23,62	1048	0,32
Pantheon CPL sem <i>low-z</i>	+28,14	837	0,39

Fonte: (VELTEN; GOMES, 2020)

uma tensão entre os dados QSOsHD e o modelo cosmológico padrão? O QSOsHD é uma fonte de observação confiável?

A seguir usamos o SNHD da amostra Pantheon (SCOLNIC et al., 2018) como conjunto de dados alternativo de nossa análise. Isso nos permite atualizar as evidências de aceleração disponíveis no SNHD e promover uma comparação adequada com o QSOsHD.

Calculamos agora a evidência de aceleração na amostra do PANTHEON. A construção do HD com os dados de SN do PANTHEON (SCOLNIC et al., 2018) emprega um procedimento diferente em que o valor H_0 é degenerado com a magnitude absoluta. Então, a amostra PANTHEON não permite restringir H_0 . Também é necessário definir uma cosmologia fiducial para gerar o diagrama de Hubble. É por isso que se pode inferir a evidência de expansão para diferentes cosmologias. Apresentamos esses resultados na Tabela 10. Mostramos que a amostra PANTHEON também fornece fortes evidências a favor da aceleração para o modelo Λ CDM (+23,73 σ), um modelo w CDM (+24,23 σ) e uma parametrização de energia escura CPL (+23,62 σ). Também é importante notar que ao subtrair dados *low-z* de tais amostras, ou seja, dados em $z < 0,1$ (como na Ref. (SEIKEL; SCHWARZ, 2009)), a evidência aumenta.

3.3 Estimador Seikel-Schwarz: o diagrama de Hubble de Quasares (QSOsHD)

Aplicamos o estimador como feito na última seção ao QSOsHD desenvolvido na Ref. (RISALITI; LUSSO, 2019). Usando a Equação 2.10 e Equação 2.11 obtemos os resultados mostrados na Tabela 11. O resultado para a amostra completa de QSOsHD contendo 1598 objetos revela uma falta surpreendentemente forte de evidências favorecendo

Tabela 11 – Evidência média (em σ de C.L.) para aceleração do QSOsHD. Todos os resultados adotam $H_0 = 70,0$ km / s / Mpc.

Sample	$\overline{\Delta\mu} / \sigma_{\overline{\Delta\mu}}$ Evidência	nº de Objetos	<i>redshift</i> médio
Quasares completo	-13,60	1598	1,34
Quasares sem <i>low-z</i>	-13,55	1587	1,35
QSOs $0 < z \leq 1,3$	-7,95	968	0,80
QSOs $1,3 < z \leq 5,1$	-16,21	630	2,15

Fonte: (VELTEN; GOMES, 2020)

a aceleração ($-13,60\sigma$). Um resultado semelhante é obtido mesmo subtraindo a amostra *low-z* ($-13,55\sigma$). Na verdade, isso não afeta os QSOs, uma vez que existem apenas alguns deles a $z < 0,1$. Também dividimos o QSOsHD em uma subamostra com objetos em $z < 1,3$, o mesmo intervalo de *redshift* da amostra JLA SN. Esta subamostra também não é capaz de fornecer evidências de aceleração ($-7,95\sigma$). Esta divisão é motivada pelo procedimento adotado na Ref. (RISALITI; LUSSO, 2019).

Os parâmetros desta relação são encontrados por um ajuste conjunto com a amostra do JLA SNHD. Portanto, pode-se dizer que a amostra JLA é usada para calibrar o QSOsHD em *redshifts* baixos. Os parâmetros de ajuste obtidos para a relação $\log(L_X)$ x $\log(L_{UV})$ são considerados válidos para toda a amostra de dados de QSOs em *redshifts* mais altos. Também foi demonstrado recentemente que não há evolução significativa desta correlação (parâmetros de ajuste) para altos *redshifts* (SALVESTRINI et al., 2019). Portanto, o método parece robusto e pertinente para a construção de um HD confiável de objetos *high-z*. Uma técnica semelhante também foi usada para construir o diagrama de Hubble de Gamma-Ray Bursts (LIANG et al., 2008b).

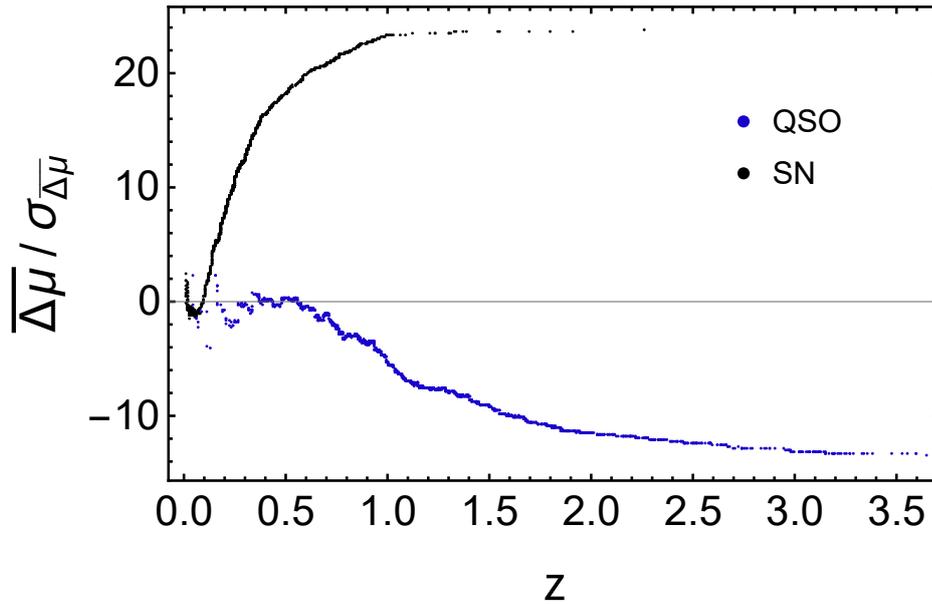
Os resultados mostrados na Tabela 11 para o QSOsHD não suportam a cosmologia padrão. Em vez de inferir desaceleração, valores negativos de $\overline{\Delta\mu}/\sigma_{\overline{\Delta\mu}}$ significam que não há indicação de aceleração. Esta deve ser a interpretação adequada de tais resultados. Resultados Negativos de $\overline{\Delta\mu}/\sigma_{\overline{\Delta\mu}}$ também são encontrados mesmo para a subamostra *low-z* embora a Ref. (RISALITI; LUSSO, 2019) afirme que esta sub-amostra está de acordo com todas as principais *surveys* cosmológicas atuais. Esta tensão é na verdade causada pela grande dispersão dos QSOs em *redshifts* baixos e devido ao fato de alguns pontos de dados “ longe da curva do Λ CDM ” terem barras de erro muito pequenas contribuindo mais para o estimador.

A Figura 22 mostra como o $\Delta\mu$ cumulativo evolui com o *redshift*. Pontos pretos (azuis) seguem a amostra PANTHEON (QSOs). Para os dados de SN, esta análise revela que, de fato, são necessárias informações de alto *redshift* para estabelecer evidências positivas para aceleração. Por outro lado, o $\Delta\mu$ cumulativo para o QSOsHD claramente

evolui para valores negativos à medida que desvios para o vermelho maiores são levados em consideração. Isso confirma que esta amostra não é capaz de inferir a aceleração.

Investigamos agora as possíveis fontes de tal discrepância, ou seja, por que o QSOsHD não fornece evidências de aceleração?

Figura 22 – Evidência cumulativa para a amostra de SN PANTHEON (preto) e QSOsHD (azul).



Fonte:(VELTEN; GOMES, 2020)

Mostramos na [Figura 23](#) os valores $\Delta\mu$ para dados *binados* (largura de *bin* 0.2). Os pontos de dados pretos (azuis) representam o Pantheon SNHD (QSOsHD). Fizemos isso com diferentes configurações de *bin* e o aspecto geral dos dados *binados* permanece o mesmo. Os dois pontos pretos no SNHD sem barras de erro representam *bins* com uma única SN. Também plotamos a evolução esperada (teórica) do estimador que pode ser calculada substituindo μ_{obs} por μ_{th} onde o último é calculado com a [Equação 1.75](#) para um determinado modelo cosmológico. Linhas sólidas (tracejadas) assumem $\Omega_{m0} = 0,3$ ($\Omega_{m0} = 0,45$). Ambas as curvas assumem um comportamento cosmológico constante para a energia escura. O universo Milne é representado pela linha horizontal em $\Delta\mu = 0$. O universo de Einstein-de Sitter $\Omega_{m0} = 1$ corresponde à linha pontilhada totalmente na região $\Delta\mu < 0$. O detalhe da [Figura 23](#) mostra o $\Delta\mu$ esperado para diferentes cosmologias. É assumido uma equação de estado de energia escura parametrizada pelo parâmetro de equação de estado (EoS) CPL $w_{de} = p_{de}/\rho_{de} = w_0 + w_1(1 - a)$, onde p_{de} (ρ_{de}) é a pressão de energia escura (densidade de energia). A quantidade $\Delta\mu$ é plotada (na inserção) para vários valores de parâmetros no intervalo $-1,2 < w_0 < -0,8$ e $-0,2 < w_1 < +0,2$. Claro

que o comportamento da constante cosmológica está dentro desta faixa de parâmetro em $w_0 = -1$ e $w_a = 0$. Para todos os valores de parâmetro da EoS possíveis no intervalo adotado $\Delta\mu$ permanece positivo no intervalo $0 < z < 5,1$ para $\Omega_{m0} = 0,3$. Portanto, não se pode esperar $\Delta\mu < 0$ em uma cosmologia acelerada com $\Omega_{m0} = 0,3$ quando dados até $z \sim 5$ são usados. Portanto, é importante notar que os resultados da [Tabela 11](#) demonstram que o QSOsHD é inconsistente com o valor da cosmologia $\Omega_{m0} \sim 0.3$ padrão.

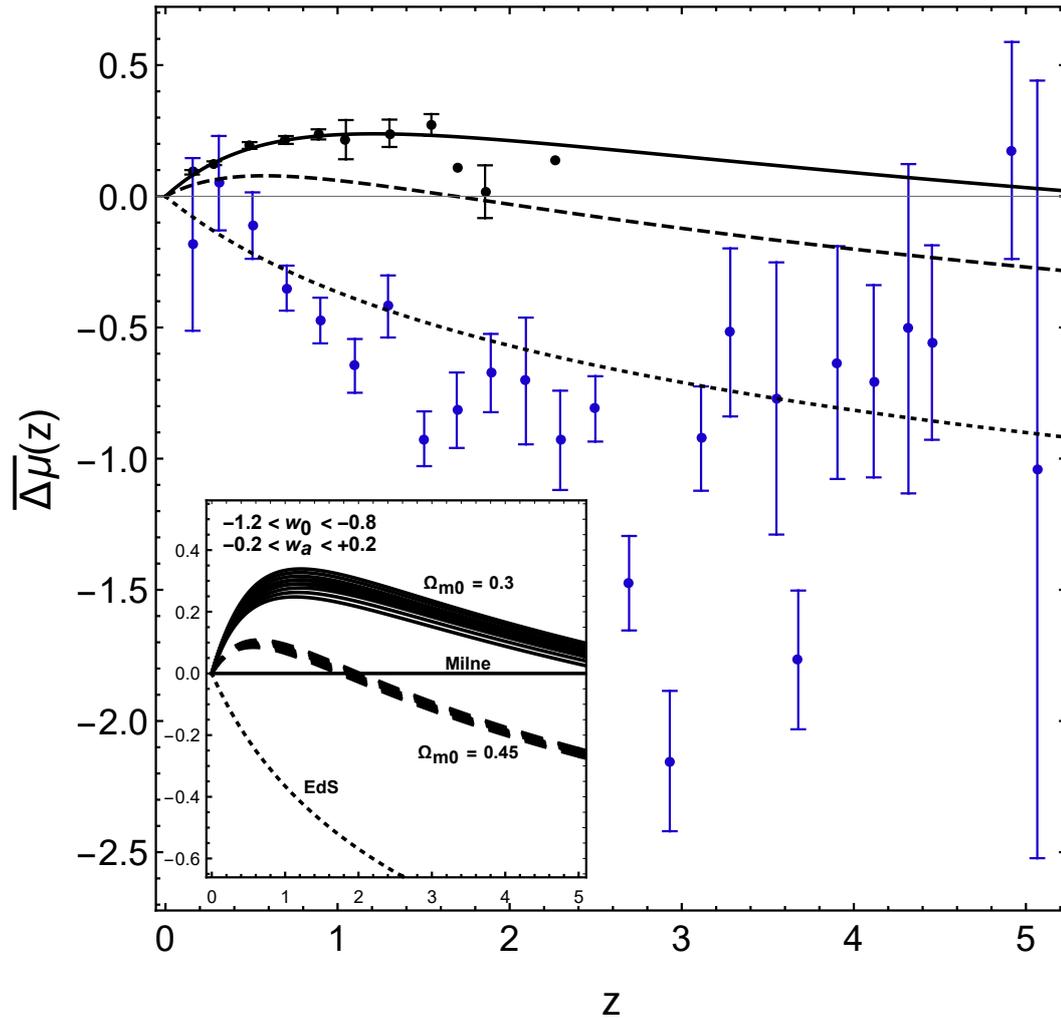
As linhas tracejadas na [Figura 23](#) mostram, entretanto, que valores $\Delta\mu < 0$ são esperados em um universo $\Omega_{m0} \sim 0,45$, se os dados estão no intervalo $2 < z < 5$. Um universo Λ CDM com $\Omega_{m0} = 0,45$ está realmente acelerado hoje. Nesse caso, o *redshift* de transição da fase desacelerada para a acelerada é $z_{tr}^{0,45} = 0,35$. Este fato pode, portanto, levar à conclusão de que $\Omega_{m0} \gtrsim 0,4$ no QSOsHD como já mencionado na Ref. ([RISALITI; LUSSO, 2019](#)). No entanto, $\Delta\mu$ tem apenas uma dependência fraca da equação de energia escura dos parâmetros de estado. O estimador é de fato mais sensível aos valores Ω_{m0} do que w_{de} .

Nossos resultados desafiam claramente a viabilidade do QSOsHD disponível, mesmo restringindo-o à faixa de *redshift* baixa. Isso contradiz as reivindicações apresentadas na ref. ([RISALITI; LUSSO, 2019](#)). Mostramos na [Figura 24](#) o diagrama de Hubble (o módulo de distância), esta figura mostra que o QSOsHD está muito disperso (mesmo em *redshifts* baixos). No entanto, o acordo é obtido com os dados categorizados (conforme mostrado na inserção). Mas as regiões de *low-z* dos diagramas de Hubble, como mostrado na [Figura 24](#), não são capazes de discriminar modelos cosmológicos. As curvas desta figura (seguindo a convenção adotada na [Figura 23](#)) são quase indistinguíveis em $z < 0,5$. Este é exatamente o motivo pelo qual precisamos de informações *high-z*. Até $z \sim 2$, os modelos $\Omega_{m0} = 0,3$ (sólido) e $\Omega_{m0} = 0,45$ (tracejado) ajustam-se aos dados categorizados de maneira semelhante.

3.4 Considerações finais da análise com QSOsHD

O diagrama de Hubble de objetos com alto *redshift* é uma ferramenta promissora para aumentar nossa compreensão da evolução do universo. Risaliti & Lusso ([RISALITI; LUSSO, 2019](#)) relatou recentemente uma compilação de 1598 objetos preenchendo o diagrama de Hubble na faixa de *redshift* $0,5 < z < 5,1$. Analisamos neste trabalho esta amostra sob a perspectiva de um estimador independente de modelo para a expansão acelerada de fundo de acordo com a descrição feita anteriormente. Este estimador fornece se há ou não evidência positiva para aceleração em conjuntos de dados de diagramas de Hubble. O principal resultado deste trabalho é mostrar que não se pode inferir do diagrama de Hubble de quasares que o universo experimentou uma fase acelerada ao longo de sua evolução.

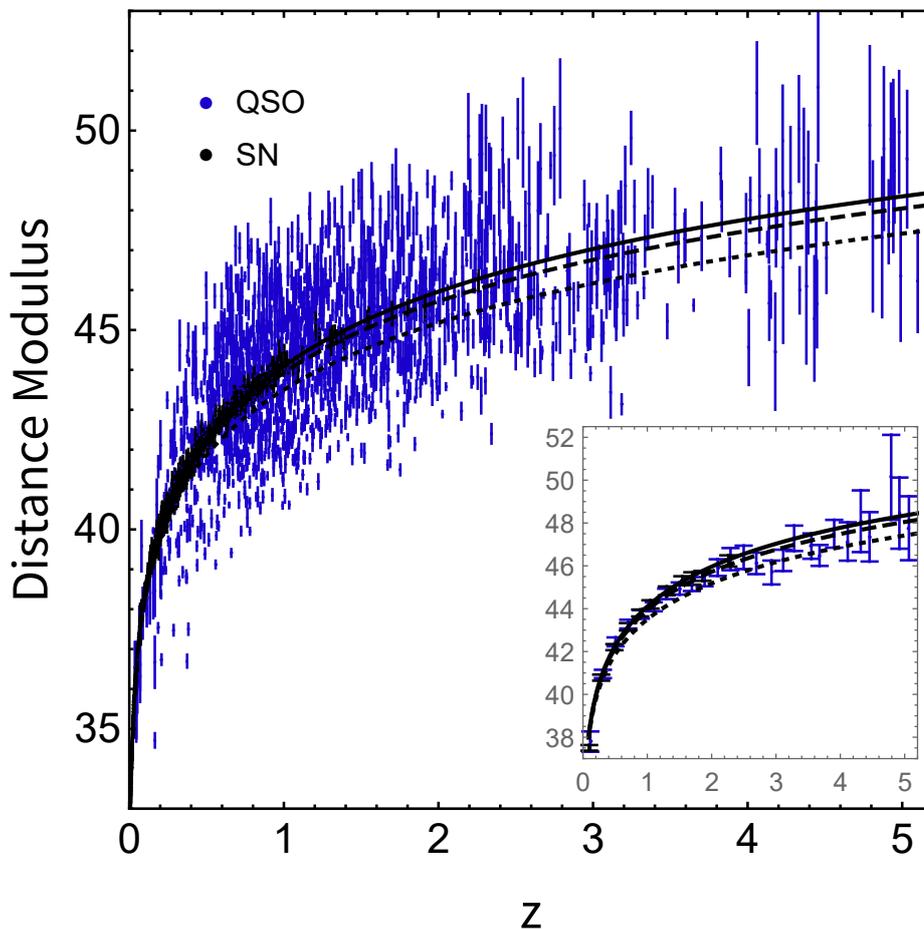
Figura 23 – Magnitude $\Delta\mu$ em média sobre *bins* de *redshift* de largura 0,2 para amostra de SN PANTHEON (preto) e QSOsHD (azul). O detalhe mostra a evolução teórica do estimador $\Delta\mu$ em função do *redshift*. As linhas sólidas adotam $\Omega_{m0} = 0,3$ e permanecem em valores $\Delta\mu$ positivos para o intervalo $0 < z < 5$. Cosmologias que adotam $\Omega_{m0} = 0,45$ são plotadas nas linhas tracejadas. A linha pontilhada representa a cosmologia de Einstein de-Sitter $\Omega_{m0} = 1$. Ambos os conjuntos de curvas plotados na inserção assumem valores de parâmetros no intervalo $-1,2 < w_0 < -0,8$ e $-0,2 < w_a < +0,2$. As linhas sólidas e tracejadas mostradas com os dados armazenados assumiram o modelo Λ CDM.



Fonte: (VELTEN; GOMES, 2020)

Descobrimos que o estimador é fracamente dependente da equação de estado da energia escura. Portanto, não é possível estabelecer uma tensão com a cosmologia padrão, como reivindicado na Ref. (RISALITI; LUSSO, 2019). De fato, há uma indicação para valores de Ω_{m0} mais altos de acordo com os obtidos na Ref. (RISALITI; LUSSO, 2019). Mas isso não é uma forte indicação para uma tensão cosmológica relacionada ao parâmetro

Figura 24 – Diagrama de Hubble (módulo de distância) em função do *redshift*. As curvas e os dados seguem a Figura 23.



Fonte:(VELTEN; GOMES, 2020)

Ω_{m0} , uma vez que o QSOsHD aparentemente não é auto-consistente através do teste $\Delta\mu$ quando os dados de QSOs no intervalo $z < 2$ são usados. Novamente, mesmo para dados $z < 2$, o QSOsHD não fornece evidências de aceleração. Neste intervalo de *redshift*, enquanto se espera $\Delta\mu > 0$ para uma cosmologia $\Omega_{m0} = 0,45$ (ver Figura 23), o valor inferido da amostra resulta em valores negativos de $\Delta\mu$ (como na Tabela 11). Isso significa que os QSOs não podem indicar uma expansão acelerada, o que é um fato amplamente confirmado. A fonte dessa discrepância encontrada neste trabalho está relacionada ao fato de o QSOsHD ainda estar muito disperso. Refinamentos adicionais da amostra são necessários para construir um diagrama de Hubble confiável.

Tabela 12 – Evidência média (em σ de C.L.) para aceleração do QSOsHD2020. Todos os resultados adotam $H_0 = 70,0$ km / s / Mpc.

Sample	$\overline{\Delta\mu} / \sigma_{\overline{\Delta\mu}}$ Evidência	nº de Objetos	<i>redshift</i> médio
Quasares2020 completo	-6,44	2421	1,45
Quasares2020 sem <i>low-z</i>	-6,69	2408	1,46
QSOs2020 $0 < z \leq 1.3$	-0,68	1214	0,83
QSOs2020 $1.3 < z \leq 7.5$	-17,88	1207	2,07

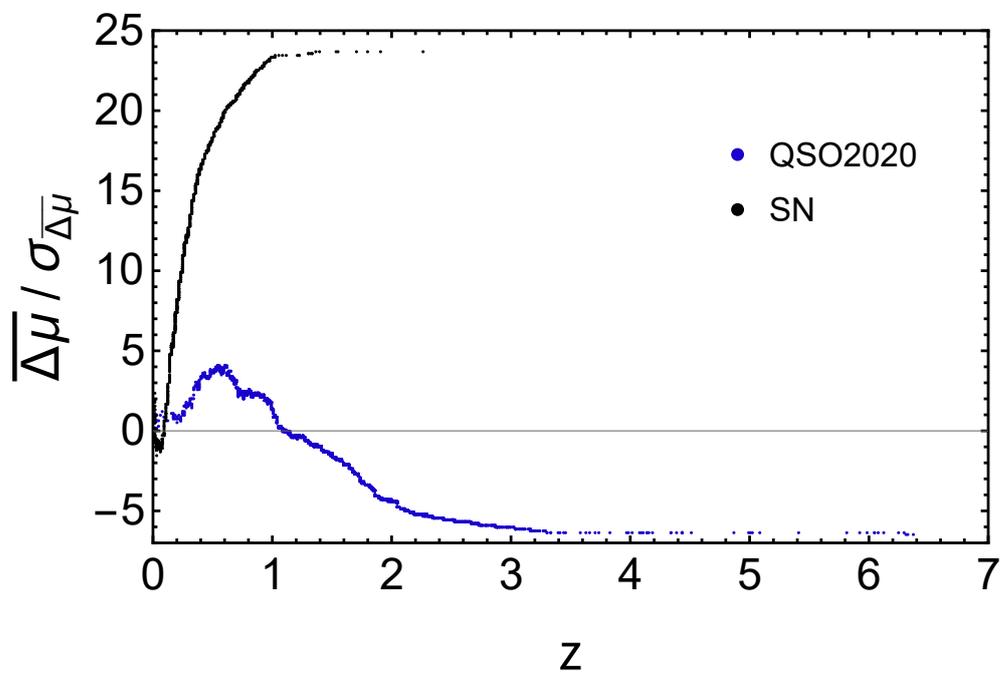
Fonte: Produzido pelo autor com dados de (LUSSO et al., 2020)

3.5 Atualização e perspectivas

Após a publicação de (VELTEN; GOMES, 2020) o grupo responsável pelo catálogo de quasares para o QSOsHD publicou uma nova versão com ~ 2400 quasares (LUSSO et al., 2020). Ao realizarmos os procedimentos feitos anteriormente notamos uma maior aproximação aos resultados que indicariam uma expansão acelerada, embora ainda haja grande dispersão dos dados.

Na nova versão da tabela de evidências, a Tabela 12, podemos ver que os valores de evidência se aproximam na direção da positividade, especialmente para o caso $0 < z \leq 1,3$. Este comportamento é melhor visualizado graficamente na Figura 25 onde nota-se que até os dados de redshift ~ 1 pode-se inferir aceleração, comportamento que não aparecia na base de dados anterior.

Figura 25 – Evidência cumulativa para a amostra de SN PANTHEON (preto) e QSOsHD2020 (azul).



Fonte: Produzido pelo autor com dados de (LUSSO et al., 2020)

4 Conclusão

As observações validam uma teoria, e as teorias ajudam a filtrar das observações o que é informação do que é discrepante. No [Capítulo 1](#) revisamos a cosmologia básica para o estudo da aceleração cósmica juntamente com a cosmologia de supernovas e como elas podem ser usadas para calcular distâncias no universo. De posse deste conhecimento teórico pudemos partir para a análise dos parâmetros do universo utilizando dados observacionais reais e atuais de SN Ia.

Apresentamos um estimador para a aceleração cósmica tardia baseado no trabalho de [\(SEIKEL; SCHWARZ, 2008\)](#) e o testamos com catálogos simulados de SN Ia e dados reais de SN Ia no [Capítulo 2](#). Este indicador fornece resposta para a seguinte pergunta: há evidência sobre a aceleração cósmica a partir dos dados apenas, sem termos que adotar um modelo cosmológico? Os resultados obtidos foram positivos e concordantes com outros métodos, falhando apenas para o teste com cosmologias vistas como irreais que foram usadas como ferramentas de stress do indicador. Como o estimador não mapeia diretamente o parâmetro de desaceleração $q(z)$ é necessário salientar que toda interpretação de seus resultados deve se basear na resposta para o teste feito com a hipótese nula utilizada. Importante lembrar também que o método não solicita um modelo em si, mas os dados podem solicitar um uso de modelo em suas fases de calibração e isto pode interferir ao se testar cosmologias muito distantes das utilizadas durante a calibração (essencialmente o modelo padrão). Este estudo resultou na publicação do artigo [\(VELTEN; GOMES; BUSTI, 2018\)](#), trabalho que deu o tom desta dissertação de mestrado.

Pudemos atualizar os resultados mais uma vez no campo das SN Ia, desta vez utilizando o catálogo PANTHEON e estender a faixa de abrangência do estudo com a inserção de mais 1598 quasares via diagrama de Hubble de objetos de alto *redshift*. O resultado inesperado obtido nesta avaliação é de que não pudemos inferir que o universo experienciou uma fase acelerada ao longo de sua evolução via Diagrama de Hubble de quasares. Posteriormente à publicação deste estudo, que originou o trabalho [\(VELTEN; GOMES, 2020\)](#) com o autor desta dissertação como co-autor, diversas críticas surgiram com relação à usabilidade do catálogo para a cosmologia de fundo. No nosso artigo publicado, no entanto, sugerimos que o desacordo com as demais fontes observacionais deve-se à alta dispersão dos dados. Portanto, o diagrama de Hubble de Quasares ainda não pode ser considerado como uma ferramenta confiável da cosmologia observacional.

Esperamos que com os diversos novos surveys que trarão luz num breve futuro acerca da área de QSOs e SNs Ia iremos obter um melhor entendimento da expansão cósmica.

Referências

ABBOTT, B. et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger. *Physical Review Letters*, American Physical Society (APS), v. 116, n. 6, Feb 2016. ISSN 1079-7114. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.061102>>. Citado na página 22.

ABBOTT, B. et al. Gw170817: Observation of gravitational waves from a binary neutron star inspiral. *Physical Review Letters*, American Physical Society (APS), v. 119, n. 16, Oct 2017. ISSN 1079-7114. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.119.161101>>. Citado na página 23.

ADE, P. A. R. et al. Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters. *Astron. Astrophys.*, v. 594, p. A13, set. 2016. Citado 6 vezes nas páginas 26, 32, 37, 39, 41 e 54.

AGHANIM, N. et al. Planck2018 results. *Astronomy Astrophysics*, EDP Sciences, v. 641, p. A1, Sep 2020. ISSN 1432-0746. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361/201833880>>. Citado na página 22.

BETOULE, M. et al. Improved cosmological constraints from a joint analysis of the SDSS-II and SNLS supernova samples. *Astron. Astrophys.*, v. 568, p. A22, ago. 2014. Citado 3 vezes nas páginas 34, 47 e 60.

BUSTI, V. C.; CLARKSON, C.; SEIKEL, M. Evidence for a lower value for h_0 from cosmic chronometers data? *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, Oxford University Press (OUP), v. 441, n. 1, p. L11–L15, Apr 2014. ISSN 1745-3925. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1093/mnrasl/flu035>>. Citado na página 62.

CARDONE, V. F.; CAPOZZIELLO, S.; DAINOTTI, M. G. An updated gamma-ray bursts hubble diagram. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press (OUP), v. 400, n. 2, p. 775–790, Dec 2009. ISSN 1365-2966. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-2966.2009.15456.x>>. Citado na página 63.

CHIU, H.-Y. Gravitational Collapse. *Physics Today*, v. 17, n. 5, p. 21, jan. 1964. Citado na página 64.

COUGHLIN, M. W. et al. Measuring the hubble constant with a sample of kilonovae. *Nature Communications*, Springer Science and Business Media LLC, v. 11, n. 1, Aug 2020. ISSN 2041-1723. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1038/s41467-020-17998-5>>. Citado na página 23.

CROTON, D. J. Damn You, Little h ! (Or, Real-World Applications of the Hubble Constant Using Observed and Simulated Data). *Publ. Astron. Soc. Austral.*, v. 30, p. e052, out. 2013. Citado na página 32.

DARLING, D. *Cosmic distance ladder*. 2018. Disponível em: <http://www.daviddarling.info/encyclopedia/C/cosmic_distance_ladder.html>. Acesso em: 02 jul 2018. Citado na página 45.

- DEMIANSKI, M. et al. Cosmology with gamma-ray bursts. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 598, p. A112, Feb 2017. ISSN 1432-0746. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361/201628909>. Citado na página 63.
- EINSTEIN, A. Cosmological Considerations in the General Theory of Relativity . *Sitzungsber.Preuss.Akad.Wiss.Berlin*, p. 142–152, mar. 1917. Citado na página 37.
- EZQUIAGA, J. M.; ZUMALACÁRREGUI, M. Dark energy in light of multi-messenger gravitational-wave astronomy. *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*, Frontiers Media SA, v. 5, Dec 2018. ISSN 2296-987X. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.3389/fspas.2018.00044>. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 32.
- FIXSEN, D. J. The Temperature of the Cosmic Microwave Background. *The Astrophysical Journal*, v. 707, p. 916–920, dez. 2009. Citado na página 34.
- HENNE, V. et al. The influence of host galaxy morphology on the properties of type ia supernovae from the jla compilation. *New Astronomy*, Elsevier BV, v. 51, p. 43–50, Feb 2017. ISSN 1384-1076. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.newast.2016.08.009>. Citado na página 62.
- HUBBLE, E. A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae. *Proceedings of the National Academy of Science*, v. 15, p. 168–173, mar. 1929. Citado na página 33.
- IZZO, L. et al. Extending the hubble diagram by gamma ray bursts. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 508, n. 1, p. 63–67, Oct 2009. ISSN 1432-0746. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361/200912769>. Citado na página 63.
- KIRSHNER, R. P. Supernovae, an accelerating universe and the cosmological constant. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, v. 96, p. 4224–4227, abr. 1999. Citado na página 49.
- KOWALSKI, M. et al. Improved cosmological constraints from new, old, and combined supernova data sets. *The Astrophysical Journal*, American Astronomical Society, v. 686, n. 2, p. 749–778, Oct 2008. ISSN 1538-4357. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1086/589937>. Citado na página 53.
- LEMAÎTRE, G. Un Univers homogène de masse constante et de rayon croissant rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques. *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles*, v. 47, p. 49–59, jan. 1927. Citado na página 33.
- LI, Z. et al. Constructing a cosmological model-independent hubble diagram of type ia supernovae with cosmic chronometers. *Physical Review D*, American Physical Society (APS), v. 93, n. 4, Feb 2016. ISSN 2470-0029. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.93.043014>. Citado na página 62.
- LIANG, N. et al. A cosmology-independent calibration of gamma-ray burst luminosity relations and the hubble diagram. *The Astrophysical Journal*, American Astronomical Society, v. 685, n. 1, p. 354–360, Sep 2008. ISSN 1538-4357. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1086/590903>. Citado na página 63.

- LIANG, N. et al. A cosmology-independent calibration of gamma-ray burst luminosity relations and the hubble diagram. *The Astrophysical Journal*, American Astronomical Society, v. 685, n. 1, p. 354–360, Sep 2008. ISSN 1538-4357. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1086/590903>>. Citado na página 68.
- LUSSO, E. et al. Tension with the flat Λ CDM model from a high-redshift Hubble diagram of supernovae, quasars, and gamma-ray bursts. *Astronomy & Astrophysics*, v. 628, p. L4, ago. 2019. Citado na página 65.
- LUSSO, E.; RISALITI, G. Quasars as standard candles. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 602, p. A79, Jun 2017. ISSN 1432-0746. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361/201630079>>. Citado 2 vezes nas páginas 63 e 65.
- LUSSO, E. et al. Quasars as standard candles. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 642, p. A150, Oct 2020. ISSN 1432-0746. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361/202038899>>. Citado 4 vezes nas páginas 64, 65, 73 e 74.
- MCCREA, W. H.; MILNE, E. A. Newtonian Universes and the curvature of space. *The Quarterly Journal of Mathematics*, v. 5, p. 73–80, jan. 1934. Citado na página 23.
- MILNE, E. A. A Newtonian expanding Universe. *The Quarterly Journal of Mathematics*, v. 5, p. 64–72, jan. 1934. Citado na página 23.
- NEMIROFF, R. J.; PATLA, B. Adventures in Friedmann cosmology: A detailed expansion of the cosmological Friedmann equations. *American Journal of Physics*, v. 76, p. 265–276, mar. 2008. Citado na página 38.
- NIELSEN, J. T.; GUFFANTI, A.; SARKAR, S. Marginal evidence for cosmic acceleration from Type Ia supernovae. *Scientific Reports*, v. 6, p. 35596, out. 2016. Citado na página 66.
- PAULINO, C. D. et al. *Glossario Ingles-Portugues de Estatística*. Lisboa: [s.n.], 2011. Citado na página 48.
- PERLMUTTER, S. et al. Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae. *The Astrophysical Journal*, v. 517, p. 565–586, jun. 1999. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 48.
- PHILLIPS, M. M. The Absolute Magnitudes of Type IA Supernovae. *Astrophysical Journal Letters*, v. 413, p. L105, ago. 1993. Citado na página 63.
- PRUZHINSKAYA, M. V.; LISAKOV, S. M. How supernovae became the basis of observational cosmology. *Journal of Astronomical History and Heritage*, v. 19, p. 203–215, dez. 2016. Citado na página 47.
- PSKOVSKII, Y. P. The Photometric Properties of Supernovae. *Astronomicheskii Zhurnal*, v. 44, p. 82, 1967. Citado na página 47.
- RIESS, A. G. et al. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant. *The Astronomical Journal*, v. 116, p. 1009–1038, set. 1998. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 48.

RIESS, A. G. et al. A 2.4% determination of the local value of the hubble constant. *The Astrophysical Journal*, American Astronomical Society, v. 826, n. 1, p. 56, Jul 2016. ISSN 1538-4357. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.3847/0004-637X/826/1/56>>. Citado na página 54.

RIESS, A. G. et al. Newhubble space telescopediscoveries of type ia supernovae atz 1: Narrowing constraints on the early behavior of dark energy. *The Astrophysical Journal*, American Astronomical Society, v. 659, n. 1, p. 98–121, Apr 2007. ISSN 1538-4357. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1086/510378>>. Citado na página 53.

RISALITI, G.; LUSSO, E. A hubble diagram for quasars. *The Astrophysical Journal*, American Astronomical Society, v. 815, n. 1, p. 33, Dec 2015. ISSN 1538-4357. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/815/1/33>>. Citado 2 vezes nas páginas 63 e 65.

RISALITI, G.; LUSSO, E. Cosmology with agn: can we use quasars as standard candles? *Astronomische Nachrichten*, Wiley, v. 338, n. 2-3, p. 329–333, Mar 2017. ISSN 0004-6337. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1002/asna.201713351>>. Citado 2 vezes nas páginas 63 e 65.

RISALITI, G.; LUSSO, E. Cosmological Constraints from the Hubble Diagram of Quasars at High Redshifts. *Nature Astronomy*, v. 3, p. 272–277, jan. 2019. Citado 9 vezes nas páginas 7, 9, 63, 65, 66, 67, 68, 70 e 71.

SALVESTRINI, F. et al. Quasars as standard candles II. The non-linear relation between UV and X-ray emission at high redshifts. *Astronomy & Astrophysics*, v. 631, p. A120, nov. 2019. Citado 2 vezes nas páginas 65 e 68.

SCHAEFER, B. E. The hubble diagram to redshift >6 from 69 gamma-ray bursts. *The Astrophysical Journal*, American Astronomical Society, v. 660, n. 1, p. 16–46, May 2007. ISSN 1538-4357. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1086/511742>>. Citado na página 63.

SCOLNIC, D. M. et al. The complete light-curve sample of spectroscopically confirmed sne ia from pan-starrs1 and cosmological constraints from the combined pantheon sample. *The Astrophysical Journal*, American Astronomical Society, v. 859, n. 2, p. 101, May 2018. ISSN 1538-4357. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.3847/1538-4357/aab9bb>>. Citado na página 67.

SEIKEL, M.; SCHWARZ, D. J. How strong is the evidence for accelerated expansion? *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2008, n. 02, p. 007, Feb 2008. ISSN 1475-7516. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/1475-7516/2008/02/007>>. Citado 10 vezes nas páginas 7, 9, 19, 51, 52, 58, 59, 62, 66 e 75.

SEIKEL, M.; SCHWARZ, D. J. Model- and calibration-independent test of cosmic acceleration. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2009, n. 02, p. 024–024, Feb 2009. ISSN 1475-7516. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/1475-7516/2009/02/024>>. Citado 5 vezes nas páginas 53, 59, 62, 66 e 67.

SHAFIELOO, A.; SAHNI, V.; STAROBINSKY, A. A. Is cosmic acceleration slowing down? *Physical Review D*, American Physical Society (APS), v. 80, n. 10, Nov 2009. ISSN 1550-2368. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.80.101301>>. Citado na página 54.

SHARIFF, H. et al. BAHAMAS: New Analysis of Type Ia Supernovae Reveals Inconsistencies with Standard Cosmology. *Astrophysical Journal*, v. 827, n. 1, p. 1, ago. 2016. Citado na página 66.

SUZUKI, N. et al. Thehubble space telescopecluster supernova survey. v. improving the dark-energy constraints above $z > 1$ and building an early-type-hosted supernova sample. *The Astrophysical Journal*, American Astronomical Society, v. 746, n. 1, p. 85, Jan 2012. ISSN 1538-4357. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/746/1/85>>. Citado na página 53.

SUZUKI, N. et al. Thehubble space telescopecluster supernova survey. v. improving the dark-energy constraints above $z > 1$ and building an early-type-hosted supernova sample. *The Astrophysical Journal*, American Astronomical Society, v. 746, n. 1, p. 85, Jan 2012. ISSN 1538-4357. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/746/1/85>>. Citado na página 58.

TELKAMP, H. Machian derivation of the friedmann equation. *Physical Review D*, American Physical Society (APS), v. 94, n. 4, Aug 2016. ISSN 2470-0029. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.94.043520>>. Citado na página 23.

UZAN, J.-P.; LEHOUCQ, R. A dynamical study of the friedmann equations. *European Journal of Physics*, IOP Publishing, v. 22, n. 4, p. 371–384, Jul 2001. ISSN 1361-6404. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/0143-0807/22/4/312>>. Citado na página 23.

VELTEN, H.; GOMES, S. Is the hubble diagram of quasars in tension with concordance cosmology? *Physical Review D*, American Physical Society (APS), v. 101, n. 4, Feb 2020. ISSN 2470-0029. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.101.043502>>. Citado 7 vezes nas páginas 67, 68, 69, 71, 72, 73 e 75.

VELTEN, H.; GOMES, S.; BUSTI, V. C. Gauging the cosmic acceleration with recent type ia supernovae data sets. *Physical Review D*, American Physical Society (APS), v. 97, n. 8, Apr 2018. ISSN 2470-0029. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.97.083516>>. Citado 8 vezes nas páginas 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61 e 75.

WEI, J.-J.; WU, X.-F.; MELIA, F. The gamma-ray burst hubble diagram and its implications for cosmology. *The Astrophysical Journal*, American Astronomical Society, v. 772, n. 1, p. 43, Jul 2013. ISSN 1538-4357. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/772/1/43>>. Citado na página 63.

YU, H.; RATRA, B.; WANG, F.-Y. Hubble parameter and baryon acoustic oscillation measurement constraints on the hubble constant, the deviation from the spatially flat Λ CDM model, the deceleration–acceleration transition redshift, and spatial curvature. *The Astrophysical Journal*, American Astronomical Society, v. 856, n. 1, p. 3, Mar 2018. ISSN 1538-4357. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.3847/1538-4357/aab0a2>>. Citado na página 62.

ZEHAVI, I. et al. Galaxy Clustering in the Completed SDSS Redshift Survey: The Dependence on Color and Luminosity. *The Astrophysical Journal*, v. 736, p. 59, jul. 2011. Citado na página [21](#).

Apêndices

APÊNDICE A – Primeira publicação

PHYSICAL REVIEW D **97**, 083516 (2018)

Gauging the cosmic acceleration with recent type Ia supernovae data sets

Hermano Velten^{*} and Syrios Gomes[†]

*Núcleo Cosmo-ufes and Departamento de Física, CCE, Universidade Federal do Espírito Santo,
29075-910 Vitória-ES, Brazil*

Vinicius C. Busti[‡]

*Department of Physics and Astronomy, University of Pennsylvania,
Philadelphia, Pennsylvania 19104, USA and Departamento de Física Matemática, Instituto de Física,
Universidade de São Paulo, 05508-090 São Paulo-SP, Brazil*

 (Received 8 January 2018; published 23 April 2018)

We revisit a model-independent estimator for cosmic acceleration based on type Ia supernovae distance measurements. This approach does not rely on any specific theory for gravity, energy content, nor parametrization for the scale factor or deceleration parameter and is based on falsifying the *null hypothesis* that the Universe never expanded in an accelerated way. By generating mock catalogs of known cosmologies, we test the robustness of this estimator, establishing its limits of applicability. We detail the pros and cons of such an approach. For example, we find that there are specific counterexamples in which the estimator wrongly provides evidence against acceleration in accelerating cosmologies. The dependence of the estimator on the H_0 value is also discussed. Finally, we update the evidence for acceleration using the recent UNION2.1 and Joint Light-Curve Analysis samples. Contrary to recent claims, available data strongly favor an accelerated expansion of the Universe in complete agreement with the standard Λ CDM model.

DOI: [10.1103/PhysRevD.97.083516](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.97.083516)

I. INTRODUCTION

Distance measurements to type Ia supernovae (SNe Ia) at high redshifts led to the astonishing discovery of the cosmic acceleration in 1998 [1,2]. Within a general relativistic-based description of gravity, with the background expansion equipped with a Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) metric, the inclusion of some unknown form of energy density (dark energy) responsible for driving such dynamics is necessary. The simplest explanation relies on Einstein's cosmological constant Λ , which is equivalent at the background level to a fluid with an equation-of-state parameter $w_{de} = p_{de}/\rho_{de} = -1$. However, there are also alternative descriptions for the accelerated expansion of the Universe as, for example, modifications of Einstein's gravity [3], backreaction mechanisms [4], and viscous effects [5], among many others [6]. In all the above approaches (including the standard one), the evidence for acceleration appears from fitting data and realizing that the parameter space of such models leading to the accelerated expansion is the statistically favored one.

Another way to probe the acceleration is to perform kinematical tests with data in which no assumptions about

the gravitational sector nor the material content of the Universe are made. Within this class of tests, one can cite parametrizations of the deceleration parameter $q(z)$ [7,8], the scale factor $a(t)$ [9], or the expansion rate $H(z)$ [10,11], as well as cosmographical tests employing a series expansion in the redshift z [12–14]; however, see Ref. [15] for limitations of such an approach.

In this work, we revisit another model-independent estimator for accelerated expansion described in great detail by Schwarz and Seikel [16,17]. The idea is based on falsifying the *null hypothesis* that the Universe never experienced an accelerated expansion. Although such an estimator does not provide the moment at which the transition to acceleration takes place (such criticism has been discussed in Ref. [18]), the analyses with the GOLD [19], ESSENCE [20], and UNION [21] SNe Ia data sets have provided strong evidence in favor of acceleration [16,17].

Our aim in this work is twofold. First, we check the robustness of the estimator by testing it against mock catalogs of known cosmological expansions (e.g., Λ CDM, Einstein-de Sitter, the Milne model, and three other models which are not accelerated today but were accelerated in the past). This analysis allows us to understand the estimator and to *gauge* the level of accuracy expected for the statistical evidence (given in σ levels) obtained with actual data sets. Second, we update the results of such an estimator for recent

^{*}velten@pq.cnpq.br

[†]syriosgs@gmail.com

[‡]busti@sas.upenn.edu

APÊNDICE B – Segunda publicação

PHYSICAL REVIEW D **101**, 043502 (2020)

Is the Hubble diagram of quasars in tension with concordance cosmology?

Hermano Velten^{*}

Departamento de Física, Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), Campus Morro do Cruzeiro, 35400-000 Ouro Preto-MG Brazil

Syrios Gomes[†]

Núcleo Cosmo-UFES & Departamento de Física, Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal do Espírito Santo, 29075-910 Vitória-ES, Brazil

 (Received 1 December 2019; accepted 15 January 2020; published 3 February 2020)

Recently, Risaliti and Lusso [*Nat. Astron.* **3**, 272 (2019)] reported new measurements of the expansion rate of the Universe by constructing the Hubble diagram of 1598 quasars in the redshift range $0.5 < z < 5.5$. It is claimed a 4σ tension with the standard concordance Λ CDM concerning both the fractionary matter density Ω_{m0} and the dark energy equation of state parameter w_{de} standard values. In this work we promote an independent analysis of the same data set using a model-independent estimator for cosmic acceleration. Our results corroborate that the source of such tension can be related to the Ω_{m0} value with a reasonable indication of a higher Ω_{m0} value ($\Omega_{m0} \gtrsim 0.4$). On the other hand, we find that the role played by w_{de} on the claimed tension is weak. We also discuss the use of this estimator as a “quality tool” to test the robustness of Hubble diagrams. We conclude claiming that the quasars data cannot yet be seen as a reliable cosmological tool since they cannot even state the universe experienced an accelerated expansion phase.

DOI: [10.1103/PhysRevD.101.043502](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.101.043502)

I. INTRODUCTION

The necessary ingredients to build the late time background evolution of the standard flat cosmological model are the local (or today’s) Hubble constant H_0 and the amount of pressureless matter, given by the fractionary density parameter $\Omega_{m0} = \rho_m/\rho_{c0}$, where $\rho_{c0} = 3H_0^2/8\pi G$ is the today’s critical density. Another possible degree of freedom is equation of state of dark energy $w_{de} = P_{de}/\rho_{de}$, where P_{de} (ρ_{de}) is the dark energy pressure (energy density). This corresponds to the expansion rate $H = \dot{a}/a$, where the symbol “.” means derivative with respect to the cosmic time, of the type

$$H = H_0 \left[\frac{\Omega_{m0}}{a^3} + (1 - \Omega_{m0})a^{-3(1+w_{de})} \right]^{1/2}. \quad (1)$$

The function $a(t)$ is the cosmic scale factor. Recent observations including cosmic microwave background (CMB), baryon acoustic oscillations, and supernovae (SN) type Ia data constrain this scenario close to the preferred parameters values $\Omega_{m0} \simeq 0.3$ and $w_{de} \simeq -1$. The latter result makes (1) equivalent to the so called flat Λ CDM model [1].

Since the discovery that the width of the lightcurve peak of Supernovae type Ia (SNIa) is correlated with their peak luminosity (the so called Phillips calibration [2]) such objects have been considered reliable standard candles and widely used in observational cosmology. Hence, the SN type Ia Hubble diagram (SNHD) represents one of the observational pillars supporting the cosmological concordance model. However, in terms of the redshift range distribution, even recent SNHD catalogues are limited to redshifts up to $z \sim 2$. Having SN data in the range $1 < z < 2$ make such samples deep enough to state cosmic acceleration but somehow limited to probe the early background evolution. Then, the search for alternative reliable candles in redshift range beyond the SNHD ($z > 2$) opens the possibility to test cosmology dynamics deep in the universe lifetime at moments between the early Universe and the last scattering surface $z \sim 1100$ where CMB has been released. There are phenomenological attempts in the literature to build a Hubble diagram for objects that are not considered standard candles but are at such high redshifts. This includes gamma ray bursts (GRBs) [3–8] and quasars [9–12]. Mostly of these approaches are based on the strategy to find out empirical correlations between observational properties of these objects, e.g., fluxes at different wavelengths, emission peaks among others observational quantities in a certain redshift range and then to extrapolate the fitting parameters to the entire sample.

^{*}hermano.velten@ufop.edu.br
[†]syriosgs@gmail.com