

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL
MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL

BRUNA CURTO ULIANA

**MODELO MATEMÁTICO PARA ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM
ARRUMAÇÃO DA CARGA EM TRÊS DIMENSÕES CONSIDERANDO
RESTRIÇÃO DO PESO POR EIXO IMPOSTA POR LEI**

VITÓRIA
2022

Ficha catalográfica disponibilizada pelo Sistema Integrado de Bibliotecas - SIBI/UFES e elaborada pelo autor

U39m Uliana, Bruna Curto, 1994-
Modelo matemático para roteamento de veículos com arrumação da carga em três dimensões considerando restrição do peso por eixo imposta por lei / Bruna Curto Uliana. - 2022.
152 f. : il.

Orientador: Rodrigo de Alvarenga Rosa.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

1. Pesquisa operacional. 2. Modelos matemáticos. I. Rosa, Rodrigo de Alvarenga. II. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Tecnológico. III. Título.

CDU: 624

BRUNA CURTO ULIANA

**MODELO MATEMÁTICO PARA ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM
ARRUMAÇÃO DA CARGA EM TRÊS DIMENSÕES CONSIDERANDO
RESTRIÇÃO DO PESO POR EIXO IMPOSTA POR LEI**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Civil do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de Construção Civil.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo de Alvarenga Rosa.

VITÓRIA
2022

**MODELO MATEMÁTICO PARA ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM
ARRUMAÇÃO DA CARGA EM TRÊS DIMENSÕES CONSIDERANDO RESTRIÇÃO
DO PESO POR EIXO IMPOSTA POR LEI**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Civil do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de Construção Civil.

Aprovada em 19 de abril de 2022 por:

Prof. Dr. Rodrigo de Alvarenga Rosa
Universidade Federal do Espírito Santo
Orientador

Prof. Dr. Macksuel Soares de Azevedo
Universidade Federal do Espírito Santo
Examinador Interno

Prof. Dr. Leandro Colombi Resendo
Universidade Federal do Espírito Santo
Examinador Externo

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por me conduzir, concedendo fé e perseverança para seguir firme.

Aos meus familiares, que acompanharam de perto e apoiaram cada passo com muito carinho e compreensão.

A todos meus amigos, pelos momentos de apoio e distração que tornaram a caminhada mais leve. Em especial, aos integrantes do LAMMEP, pela disponibilidade e atenção para ajudar nas dificuldades.

Ao meu orientador Rodrigo de Alvarenga Rosa, pela atenção, dedicação e ensinamentos.

A FAPES em conjunto com o projeto Entregamos app. pelo apoio financeiro e pela confiança no meu trabalho.

Não vivi essa experiência sozinha, muito obrigada a todos.

RESUMO

Os veículos rodoviários são projetados para suportar um limite máximo de peso por eixo. Quando o peso em um eixo está acima do valor limite, os pneus e o sistema de freios sofrem desgastes mais rapidamente, há risco de quebra da suspensão, maior consumo de combustível e conseqüentemente a manutenção do veículo terá de ser maior. Outrossim, há prejuízo também para as rodovias nacionais, uma vez que caso haja excesso de peso em um só eixo, o impacto no solo será mais danoso. No Brasil existe a Resolução do CONTRAN n. 210, conhecida como Lei da Balança, que estabelece limites de peso em cada eixo dos veículos. Assim, essa dissertação propõe um modelo matemático que elabora as rotas dos veículos e sua respectiva arrumação das cargas nos múltiplos compartimentos dos veículos e, que considerem as restrições de peso por eixo segundo a legislação vigente. O modelo proposto teve como base o problema *Capacitated Vehicle Routing Problem with Three-dimensional Loading Constraints (3L-CVRP)*. Portanto, a arrumação das cargas elaborada pelo modelo matemático deve garantir que o peso nos eixos não ultrapasse o estabelecido na legislação. O modelo foi testado utilizando o software CPLEX 12.20. Na maior parte das instâncias de teste foram obtidas as rotas dos veículos com suas respectivas arrumações de carga em três dimensões nos múltiplos compartimentos considerando o limite de peso em cada eixo do veículo.

Palavras-chave: Peso por eixo. Lei de Balança. 3L-CVRP. Múltiplos compartimentos. Logística urbana.

ABSTRACT

Road vehicles are designed to support a maximum axle weight limit. When the weight on an axle is above the limit value, the tires and the brake system wear out more quickly, there is a risk of suspension breakage, higher fuel consumption and consequently the vehicle's maintenance will have to be greater. Furthermore, there is also damage to national highways, since if there is excess weight on a single axle, the impact on the ground will be more harmful. In Brazil, there is CONTRAN Resolution n. 210, known as Lei da Balança, which sets weight limits on each vehicle axle. Thus, this dissertation proposes a mathematical model that elaborates the routes of the vehicles and their respective arrangement of the loads in the multiple compartments of the vehicles and, that considers the restrictions of weight per axle according to the current legislation. The proposed model was based on the Capacitated Vehicle Routing Problem with Three-dimensional Loading Constraints (3L-CVRP). Therefore, the arrangement of loads elaborated by the mathematical model must guarantee that the weight on the axles does not exceed that established in the legislation. The model was tested using the software CPLEX 12.20. In most test instances, vehicle routes were obtained with their respective three-dimensional cargo storage in multiple compartments considering the weight limit on each axle of the vehicle.

Keywords: Axle weight. Lei de Balança. 3L-CVRP. Multiple compartments. Urban logistics.

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1: Veículo com múltiplos compartimentos.</i>	16
<i>Figura 2: Veículo utilizado no artigo e suas forças calculadas.</i>	17
<i>Figura 3: Diagrama de distribuição de carga (LDD).</i>	18
<i>Figura 4: Representação do eixo isolado.</i>	24
<i>Figura 5: Representação do eixo isolado com quatro pneumáticos.</i>	24
<i>Figura 6: Representação de dois eixos direcionais.</i>	24
<i>Figura 7: Representação de dois eixos em tandem.</i>	25
<i>Figura 8: Representação de um eixo traseiro duplo.</i>	25
<i>Figura 9: Representação de dois eixos não em tandem.</i>	26
<i>Figura 10: Representação de um eixo traseiro misto.</i>	26
<i>Figura 11: Representação de um eixo traseiro misto.</i>	27
<i>Figura 12: Representação de um eixo traseiro triplo.</i>	27
<i>Figura 13: Representação de um eixo traseiro triplo.</i>	28
<i>Figura 14: Veículo Urbano de Carga.</i>	29
<i>Figura 15: Toco.</i>	30
<i>Figura 16: Diferença do eixo com cubo do diferencial.</i>	31
<i>Figura 17: Caminhão duplo direcional basculante estacionado em Brucutu – MG.</i>	31
<i>Figura 18: Carreta com cavalo mecânico 4x2.</i>	32
<i>Figura 19: Carreta com cavalo mecânico 6x2.</i>	33
<i>Figura 20: Cavalo mecânico 6x4.</i>	34
<i>Figura 21: Cavalo mecânico 8x2.</i>	34
<i>Figura 22: Cavalo mecânico 8x4.</i>	35
<i>Figura 23: Caminhão Vanderleia Sider.</i>	36
<i>Figura 24: Bitrem.</i>	36
<i>Figura 25: Acoplamento dos dois semirreboques.</i>	37
<i>Figura 26: Bitrenzão.</i>	37
<i>Figura 27: Doly.</i>	38
<i>Figura 28: Romeu e Julieta.</i>	38
<i>Figura 29: Tritem.</i>	39
<i>Figura 30: Tara para veículos com conjunto de dois eixos.</i>	40
<i>Figura 31: Tara para veículos tipo Bitruck.</i>	41
<i>Figura 32: Tara para veículos tipo Carreta.</i>	41

<i>Figura 33: Tara para veículos tipo Vanderleia.....</i>	<i>42</i>
<i>Figura 34: Tara para veículos tipo Bitrem e Bitrenzão.</i>	<i>42</i>
<i>Figura 35: Tara para veículos tipo Tritem.....</i>	<i>43</i>
<i>Figura 36: Tara para Reboques.</i>	<i>44</i>
<i>Figura 37: Forças e distâncias do veículo de dois eixos.</i>	<i>44</i>
<i>Figura 38: Viga biapoiada com forças e distâncias para veículo de dois eixos.</i>	<i>45</i>
<i>Figura 39: Forças e distâncias no Bitruck.</i>	<i>47</i>
<i>Figura 40: Forças e distâncias no Bitruck aplicadas na viga biapoiada.</i>	<i>48</i>
<i>Figura 41: Forças e distâncias da carreta.</i>	<i>51</i>
<i>Figura 42: Forças e distâncias do semirreboque 1 aplicadas na viga biapoiada.</i>	<i>52</i>
<i>Figura 43: Forças e distâncias do cavalo mecânico aplicadas na viga biapoiada.....</i>	<i>53</i>
<i>Figura 44: Forças e distâncias da vanderleia.</i>	<i>55</i>
<i>Figura 45: Forças e distâncias do semirreboque 1 aplicadas na viga biapoiada.</i>	<i>56</i>
<i>Figura 46: Forças e distâncias do cavalo mecânico aplicadas na viga biapoiada.....</i>	<i>58</i>
<i>Figura 47: Forças e distâncias do Bitrem.</i>	<i>60</i>
<i>Figura 48: Forças e distâncias do semirreboque 2 aplicadas na viga biapoiada.</i>	<i>61</i>
<i>Figura 49: Forças e distâncias do semirreboque 1 aplicadas na viga biapoiada.</i>	<i>63</i>
<i>Figura 50: Forças e distâncias do cavalo mecânico aplicadas na viga biapoiada.....</i>	<i>64</i>
<i>Figura 51: Forças e distâncias do Tritrem.</i>	<i>66</i>
<i>Figura 52: Forças e distâncias do semirreboque 3 aplicadas na viga biapoiada.</i>	<i>67</i>
<i>Figura 53: Forças e distâncias do semirreboque 2 aplicadas na viga biapoiada.</i>	<i>69</i>
<i>Figura 54: Forças e distâncias do semirreboque 1 aplicadas na viga biapoiada.</i>	<i>71</i>
<i>Figura 55: Forças e distâncias do cavalo mecânico aplicadas na viga biapoiada.....</i>	<i>72</i>
<i>Figura 56: Forças e distâncias no Reboque.</i>	<i>74</i>
<i>Figura 57: Forças e distâncias do reboque aplicadas na viga biapoiada.</i>	<i>75</i>
<i>Figura 58: Explicação das Restrições (87) a (96).....</i>	<i>87</i>
<i>Figura 59: Resultado da Instância 0A.</i>	<i>134</i>
<i>Figura 60: Resultado da Instância 0B.</i>	<i>135</i>
<i>Figura 61: Resultado da Instância 0C.</i>	<i>135</i>
<i>Figura 62: Resultado da Instância 0D.</i>	<i>136</i>
<i>Figura 63: Resultado da Instância 2A.</i>	<i>138</i>
<i>Figura 64: Resultado da Instância 2B.</i>	<i>139</i>
<i>Figura 65: Resultado da Instância 6A.</i>	<i>145</i>
<i>Figura 66: Resultado da Instância 6C.</i>	<i>145</i>

LISTA DE TABELAS

<i>Tabela 1: Resumo da revisão de literatura sobre VRP e variantes.</i>	22
<i>Tabela 2: Dimensões do Truck.</i>	115
<i>Tabela 3: Dimensões e pesos das cargas do Truck.</i>	116
<i>Tabela 4: Dimensões do Bitruck.</i>	117
<i>Tabela 5: Dimensões e pesos das cargas do Bitruck.</i>	117
<i>Tabela 6: Dimensões da Carreta.</i>	119
<i>Tabela 7: Dimensões e pesos das cargas da Carreta.</i>	120
<i>Tabela 8: Dimensões da Vanderleia.</i>	120
<i>Tabela 9: Dimensões e pesos das cargas da Vanderleia.</i>	121
<i>Tabela 10: Dimensões do Bitrem.</i>	122
<i>Tabela 11: Dimensões e pesos das cargas da Bitrem.</i>	122
<i>Tabela 12: Dimensões do Tritrem.</i>	123
<i>Tabela 13: Dimensões e pesos das cargas do Tritrem.</i>	124
<i>Tabela 14: Dimensões do Truck e da Carreta.</i>	125
<i>Tabela 15: Dimensões e pesos das cargas.</i>	126
<i>Tabela 16: Instâncias de teste.</i>	129
<i>Tabela 17: Quantidade de variáveis de decisão inteiras e reais.</i>	130
<i>Tabela 18: Resultados das instâncias alcançados pelo CPLEX.</i>	133
<i>Tabela 19: Valor das reações no Truck.</i>	137
<i>Tabela 20: Valor das reações no Bitruck.</i>	138
<i>Tabela 21: Valor das reações na Carreta.</i>	140
<i>Tabela 22: Valor das reações na Vanderleia.</i>	141
<i>Tabela 23: Valor das reações no Bitrem.</i>	142
<i>Tabela 24: Valor das reações no Tritrem.</i>	144
<i>Tabela 25: Valor das reações nas instâncias do Grupo 6.</i>	146

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	OBJETIVOS.....	13
1.1.1	OBJETIVO GERAL	13
1.1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	13
1.2	JUSTIFICATIVA.....	13
1.3	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	14
2	REFERENCIAL TEÓRICO	15
2.1	CAPACITATED VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH THREE-DIMENSIONAL LOADING CONSTRAINTS.....	15
2.2	MULTIPLE COMPARTMENT VEHICLE ROUTING PROBLEM.....	16
2.3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	16
3	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	23
3.1	LEGISLAÇÃO VIGENTE.....	23
3.2	TIPOS DE VEÍCULOS	29
3.2.1	$\frac{3}{4}$ (TRÊS QUARTOS) OU VUC (VEÍCULO URBANO DE CARGA)	29
3.2.2	TOCO	29
3.2.3	TRUCK	30
3.2.4	CARRETAS	31
3.2.5	VANDERLEIA	35
3.2.6	BITREM	36
3.2.7	BITRENZÃO	37
3.2.8	ROMEU E JULIETA	38
3.2.9	TRITEM	39
3.2.10	TREMINHÃO	39
3.3	CÁLCULO DO PESO POR EIXO	39
3.3.1	VUC (VEÍCULO URBANO DE CARGA), TOCO E CAMINHÃO TRUCADO	44
3.3.2	BITRUCK.....	47
3.3.3	CARRETAS	50
3.3.4	VANDERLEIA	55
3.3.5	BITREM E BITRENZÃO.....	59

3.3.6	TRITEM	66
3.3.7	ROMEU E JULIETA E TREMINHÃO.....	74
4	MODELO MATEMÁTICO PROPOSTO.....	78
4.1	ADICIONAIS PARA O MODELO MATEMÁTICO - VEÍCULO TRUCK.....	90
4.1.1	LINEARIZAÇÃO DA MULTIPLICAÇÃO DE DUAS VARIÁVEIS DAS RESTRIÇÕES (129) E (130)	92
4.1.2	LINEARIZAÇÃO DA MULTIPLICAÇÃO DE DUAS VARIÁVEIS DAS RESTRIÇÕES (129) E (130)	93
4.1.3	LINEARIZAÇÃO DA MULTIPLICAÇÃO DE DUAS VARIÁVEIS DAS RESTRIÇÕES (129) E (130)	93
4.1.4	LINEARIZAÇÃO DA MULTIPLICAÇÃO DE DUAS VARIÁVEIS DAS RESTRIÇÕES (129) E (130)	94
4.1.5	LINEARIZAÇÃO DA MULTIPLICAÇÃO DE DUAS VARIÁVEIS DAS RESTRIÇÕES (129) E (130)	95
4.2	ADICIONAIS PARA O MODELO MATEMÁTICO - VEÍCULO BITRUCK.....	97
4.3	ADICIONAIS PARA O MODELO MATEMÁTICO - VEÍCULO CARRETA.....	99
4.4	ADICIONAIS PARA O MODELO MATEMÁTICO - VEÍCULO VANDERLEIA.....	102
4.5	ADICIONAIS PARA O MODELO MATEMÁTICO - VEÍCULO BITREM.....	105
4.6	ADICIONAIS PARA O MODELO MATEMÁTICO - VEÍCULO TRITREM.....	109
5	INSTÂNCIAS DE TESTE	114
6	RESULTADOS E ANÁLISES.....	132
7	CONCLUSÕES	148
	REFERÊNCIAS.....	150

1 INTRODUÇÃO

Dentre as modalidades de transporte, o transporte rodoviário ocupa papel de destaque no Brasil, a malha rodoviária é extensa, atendendo praticamente todas as cidades, o que permite maior flexibilidade nas rotas. Transportar maior quantidade de carga por veículo pode parecer vantajoso financeiramente. No entanto, os veículos rodoviários são projetados para suportar um limite máximo de peso por conjunto de eixo (ANTT, 2022). Quando o peso em um conjunto de eixos está acima do valor limite, os pneus e o sistema de freios sofrem desgastes mais rapidamente, há risco de quebra da suspensão, maior consumo de combustível e conseqüentemente a manutenção do veículo terá de ser maior, além de elevar o risco de colisões graves e tombamentos de carga. Outrossim, há prejuízo também para as rodovias nacionais, uma vez que caso haja excesso de peso em um só eixo, o impacto no solo será mais danoso (EPL S.A, 2022). Para simplificação, a partir deste ponto o conjunto de eixos será denominado simplesmente eixo.

Por essas razões, governos de diversos países determinaram que o carregamento dos veículos rodoviários deve respeitar um conjunto de leis e normas que definem limites de peso para os eixos. A fiscalização pode aplicar multa quando o veículo ultrapassa o peso total permitido. Não só para o excesso de peso total, mas também para o excesso do peso nos eixos do veículo. Logo, caso esse limite não seja respeitado, além de haver prejuízos para o veículo e rodovias, existem as cobranças de multas. Em 2020, foram registradas 98.640 infrações por excesso de peso nas rodovias brasileiras. Cerca de 79% dessas infrações foram por excesso de peso por eixo, 9% por excesso de peso total e 12% por excesso de peso total e por eixo (SIFAMA, 2021). Conforme exposto, é de suma importância conhecer a legislação vigente, a fim de oferecer um transporte adequado, evitando falhas que podem gerar maiores despesas na logística do transporte rodoviário e multas.

O problema tratado nesta dissertação foi proposto pela empresa Entregamos que teve aprovado um projeto de pesquisa na FAPES e convidou a UFES para ser a Instituição de Ensino Superior coordenadora do projeto. A empresa Entregamos tem por objetivo neste projeto de pesquisa desenvolver uma ferramenta computacional para elaborar as rotas dos veículos com suas respectivas arrumações de cargas que respeitem o

limite de peso por eixo imposto pela legislação. Assim sendo, esta dissertação tem como objetivo atender aos anseios da empresa Entregamos, desenvolvendo um modelo matemático para elaboração das rotas dos veículos com arrumação da carga em três dimensões considerando restrições relativas ao limite de peso por eixo imposta pela legislação brasileira.

O modelo matemático proposto teve como base o problema *Capacitated Vehicle Routing Problem with Three-dimensional Loading Constraints* (3L-CVRP). O modelo matemático considera veículos com múltiplos compartimentos, disposição em três dimensões das cargas, área de suporte, período de atendimento, rotação das caixas ortogonalmente em torno dos três eixos e o limite do peso nos eixos.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

Propor um modelo matemático para roteirização e arrumação de cargas com rotação ortogonal nos três eixos que considere o cálculo do peso em cada eixo do veículo, respeitando os limites estabelecidos pela legislação vigente no Brasil.

1.1.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Levantamento da legislação vigente no Brasil para pesos por eixo de veículos rodoviários;
- Estudar como é calculado o peso dos veículos rodoviários distribuídos em seus eixos;
- Levantamento dos modelos matemáticos já existentes para cálculo do peso nos eixos dos veículos;
- Aplicar o cálculo do peso por eixo no modelo matemático elaborado para o 3L-CVRP, respeitando o limite do peso imposto pela legislação.

1.2 Justificativa

No Brasil existe uma legislação que limita o peso por eixo dos veículos rodoviários. Com isso, nas rodovias brasileiras não é permitido o tráfego de veículos com excesso

de peso por eixo, uma vez que ocasiona danos para as rodovias e prejudica o veículo. Esta pesquisa propõe um modelo matemático para o problema do 3L-CVRP considerando restrição do peso por eixo imposta por lei, ou seja, o peso por eixo do veículo não deve exceder o valor limitado pela legislação. O estudo desse problema se torna fundamental na tentativa de se obter melhorias contínuas para a mobilidade urbana. Até o momento, não é de conhecimento que haja um modelo matemático com essas características. Este trabalho está sendo apoiado por um projeto de pesquisa do edital FAPES nº 10/2019 - Apoio a Projetos Inovadores nas Áreas de Logística e Alimentos e Bebidas em conjunto com o projeto Entregamos app.

1.3 Estrutura da dissertação

Este trabalho é organizado como segue:

O Capítulo 1 apresenta a introdução desta pesquisa que define o problema. Os objetivos gerais e específicos, assim como a justificativa do tema também são contemplados.

No Capítulo 2 o referencial teórico abrange os problemas 3L-CVRP e MCVRP que são explicados e é realizada uma revisão dos trabalhos que tratam do 3L-CVRP, MCVRP e o cálculo do peso nos eixos dos veículos;

No Capítulo 3 são apresentadas as etapas necessárias para o desenvolvimento da pesquisa e elaboração do modelo matemático;

No Capítulo 4 o modelo matemático é apresentado;

No Capítulo 5 são apresentadas as instâncias de teste para os experimentos computacionais;

No Capítulo 6 são apresentados os resultados e análises dos experimentos computacionais;

No Capítulo 7 a conclusão desta pesquisa e futuros trabalhos propostos.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo aborda conceitos e referências teóricas, para isso é dividido em 3 subcapítulos. Os subcapítulos 2.1 e 2.2 apresentam conceitos sobre o *Capacitated Vehicle Routing Problem with Three-dimensional Loading Constraints* (3L-CVRP) e o *Multiple Compartment Vehicle Routing Problem* (MCVRP), respectivamente. O subcapítulo 2.3 traz revisões bibliográficas para levantamento das importantes contribuições da literatura existente sobre roteirização, arrumação de cargas nos veículos e balanceamento de carga nos veículos, dando ênfase nos problemas que abordam o cálculo do balanço de cargas.

2.1 Capacitated Vehicle Routing Problem with Three-dimensional Loading Constraints

O *Capacitated Vehicle Routing Problem with Three-dimensional Loading Constraints* (3L-CVRP) une dois problemas em otimização combinatória: o Problema de Roteirização de Veículo com Restrição de Capacidade (*Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP)) e o Problema de Empacotamento em Três Dimensões (*Three-dimensional Bin Packing Problem* (3D-BPP)). Com isso, é considerado um problema NP-hard (FUELLERER et al., 2010).

O CVRP apresenta-se como uma versão básica do Problema de Roteirização de Veículo (*Vehicle Routing Problem* (VRP)), no qual as rotas devem ter seu início e término em um mesmo depósito e os clientes são visitados uma única vez e por apenas um veículo, percorrendo a menor distância total e a capacidade do veículo não pode ser excedida (LAPORTE, 1992).

O *Bin Packing Problem* (BPP) é um problema de carregamento em que os itens devem ser arrumados em um número finito de recipientes, de forma que minimize o número de recipientes utilizados (Martello et al., 2000). Para o problema de roteirização entende-se recipientes como contêineres, neste trabalho, o baú do veículo, semirreboque das carretas e reboques.

2.2 Multiple Compartment Vehicle Routing Problem

O *Multiple Compartment Vehicle Routing Problem* (MCVRP) é uma extensão do problema CVRP, no qual o MCVRP consiste em usar veículos com dois ou mais compartimentos que podem receber diferentes tipos de produtos de um conjunto de clientes. No cotidiano pode-se perceber o uso desse tipo de veículo para distribuição de bebidas, de produtos derivados do petróleo, coleta seletiva de resíduos, entre outros. A Figura 1 mostra um exemplo de veículos utilizados para o MCVRP.

Figura 1: Veículo com múltiplos compartimentos.



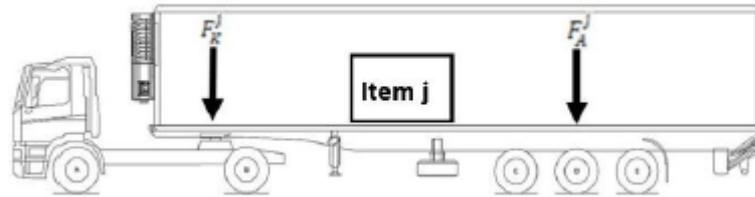
Fonte: Truckvan, 2016. Disponível em: <<https://truckvan.com.br/case/carroceria-de-bebidas-rebaixada/?hcb=1>>.

2.3 Revisão Bibliográfica

Diversos estudos foram feitos sobre roteirização de veículos e carregamento de itens, muitos deles realizados separadamente para melhores resultados computacionais. Assim, serão apresentadas contribuições para os problemas de roteirização e carregamento.

Pollaris et al. (2013) desenvolveram um modelo MILP para o problema do CVRP acrescido do cálculo do peso total e do peso por eixo do veículo. O veículo utilizado no artigo é o indicado na Figura 2, pode-se observar que é calculado apenas o peso na quinta roda e na roda traseira do semirreboque.

Figura 2: Veículo utilizado no artigo e suas forças calculadas.



Fonte: Pollaris et al., p. 7–12, 2013.

A solução do modelo contém três rotas de veículos, os pesos são calculados para cada rota e comparados com os limites legais da legislação belga. São obtidos os resultados por meio do solver Cplex 12.5 e mostraram que enquanto o peso total no veículo ainda está muito abaixo da capacidade do veículo há excesso do peso do eixo do caminhão, conforme legislação belga. Com isso, propuseram pesquisas futuras utilizando outras restrições realistas, como janelas de tempo e carregamento tridimensional para serem adicionadas ao modelo.

Silva (2016) propõe um modelo matemático baseado no *Capacitated Vehicle Routing Problem with Three-dimensional Loading Constraints* (3L-CVRP) de Programação Linear Inteira Mista (MILP). O modelo matemático gera a rota mais adequada de forma integrada à arrumação das caixas no compartimento de carga com possibilidade de rotação em torno dos três eixos ortogonalmente. Resolve problemas com frota heterogênea.

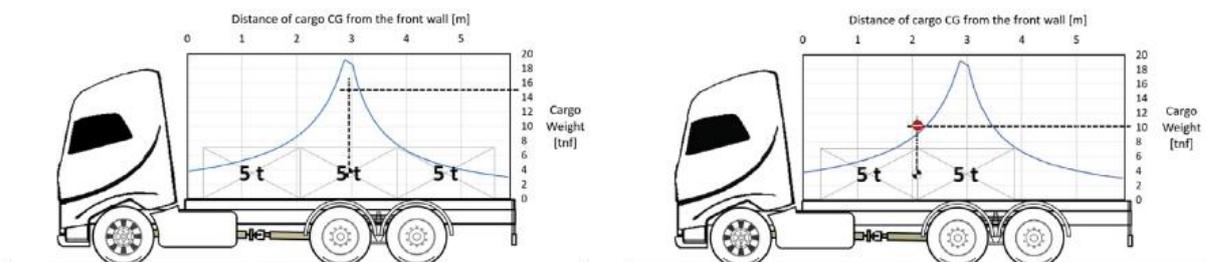
Rodrigues (2018) propõe um modelo matemático baseado no *Capacitated Vehicle Routing Problem with Three-dimensional Loading Constraints* (3L-CVRP) de Programação Linear Inteira Mista (MILP). Foi considerado veículos com múltiplos compartimentos, disposição em três dimensões das cargas, área de suporte, janela de tempo, entrega de produtos de um mesmo cliente de uma única vez e rotação das caixas ortogonalmente em torno dos três eixos. Simões et al. (2018) propuseram um modelo matemático, baseado no 3L-CVRP, que determina um conjunto ótimo de rotas e o melhor arranjo de carga para cada caminhão da frota aplicado a um fornecedor brasileiro de materiais de construção, o modelo não considerou múltiplos compartimentos e restrições de peso por eixo.

Ramos et al. (2018) apresentaram um algoritmo genético híbrido que incluiu estabilidade, limite de peso e equilíbrio de carga para o *Container Loading Problem*

(CLP). Para avaliação do equilíbrio de carga foi feito um diagrama de distribuição de carga (*Load Distribution Diagram* (LDD)) para minimização da distância entre o centro de gravidade da carga e o centro geométrico do baú do veículo que assume as características reais do veículo de transporte em consideração.

Propuseram para pesquisas futuras considerar o problema de roteamento de veículos, ou seja, construir soluções para balanceamento de cargas quando a carga é parcialmente descarregada nos diversos destinos. A Figura 3 apresenta o LDD usado para verificar se o centro de gravidade das cargas está dentro do diagrama, garantindo o equilíbrio, caso contrário, como é mostrado no veículo do lado direito, não há balanceamento de cargas no veículo.

Figura 3: Diagrama de distribuição de carga (LDD).



Fonte: Ramos et al., p. 1140–1152, 2018.

Moura (2019) desenvolveu um modelo MILP para resolver o 3L-CVRP com janelas de tempo. Integrou dois problemas NP-hard conhecidos: *Vehicle Routing Problem* (VRP) e o *Container Loading Problem* (CLP). O objetivo do modelo é minimizar a distância total da rota e o número de veículos utilizados. Os clientes e o depósito possuem janelas de tempo, no qual pode ser atendido e limita o tempo total de duração para cada rota, respectivamente. A frota é homogênea e é permitida a rotação tridimensional das cargas. Foram obtidas soluções ótimas para instâncias pequenas, testadas no solver CPLEX 12.6 e também foi formulada uma heurística, baseada no modelo, que melhora o tempo computacional, quando instâncias maiores precisam ser resolvidas. O modelo pode ser usado para calcular soluções ótimas ou, pelo menos, bons limites inferiores, a fim de ter uma base de comparação ao desempenho para métodos não exatos.

Ranck Júnior et al. (2019) propuseram um modelo MILP com enfoque no estudo do problema de embalagem de veículos com múltiplos compartimentos no contexto de distribuição de bebidas. O estudo tem como objetivo minimizar o manuseio das caixas dentro do veículo ao encontrar um plano de embalagem viável. Foram incorporadas restrições quanto a orientação e estabilidade das caixas e realizados testes computacionais com instâncias baseadas nos dados de uma empresa de refrigerantes e os resultados mostraram soluções viáveis.

Entretanto, na prática, se não for obtida solução viável, deve ser considerada uma nova rota de entrega e/ou violar algumas restrições do modelo. Sendo assim, o modelo tem potencial para apoiar a tomada de decisões da empresa. Para trabalhos futuros propuseram a combinação do problema de carregamento com o de roteamento, de modo que as decisões sejam feitas simultaneamente e, além disso, permitir realocação das caixas a cada parada do veículo com o intuito de reduzir o manuseio e obter soluções viáveis para instâncias cujas soluções seriam anteriormente inviáveis.

Vega-Mejia et al. (2019) apresentaram uma contribuição para o estudo do problema de roteamento de veículos com restrições de carregamento aplicando em um *software* de otimização um modelo matemático não linear. A modelagem matemática inclui capacidade de peso do veículo, distribuição de peso no interior dos veículos, força de suporte de peso de itens tridimensionais, janelas de tempo de entrega e uma frota de veículos. O problema se torna mais próximo da realidade uma vez que considera condições práticas de roteamento e carregamento.

Uliana (2019) elaborou um modelo matemático aplicado ao 3L-CVRP que considera restrições de arrumação da carga com sequenciamento de entrega. O modelo é composto pela roteirização de veículos e pela arrumação da carga em três dimensões incluindo a possibilidade de rotação ortogonal da carga em torno dos três eixos. A complexidade da pesquisa está no fato da dependência da sequência de entrega, que não é conhecida, com a rota criada pelo modelo matemático.

Pacifico e Júnior (2019) realizaram uma revisão bibliográfica sobre o problema de roteirização com janela de tempo. Foi apresentado a otimização do problema de roteirização de veículos com janelas de tempo por meio de um modelo matemático. Com isso, pode-se perceber que a Pesquisa Operacional atua como uma importante

ferramenta que auxilia na diminuição dos custos logísticos da empresa. Pacifico e Júnior (2019) finalizam com a conclusão de que para melhoria do desempenho de uma cadeia de distribuição dentro de uma empresa existem muitas possibilidades de utilização desse método.

Novas et al. (2020) propuseram um estudo de caso para uma indústria de bebidas não alcoólicas da Argentina com enfoque no problema de carregamento de caminhões e a distribuição do peso nos eixos do veículo. Foi feito um modelo MILP em que só há uma direção permitida para alocar as cargas dentro do veículo, ou seja, não podem ser giradas no plano x e y , e também não podem ser empilhadas. Dada a probabilidade de queda durante a viagem, os produtos são classificados como estáveis ou instáveis e existe um número máximo de produtos instáveis que podem ser entregues em cada caminhão. O modelo não gera a rota, sendo o caminho mais conveniente fornecido pela empresa. A carga atribuída a cada caminhão deve ser menor ou igual à sua capacidade de peso.

Os resultados foram obtidos por meio do *solver* Cplex 12.6.3.0 usado no modo determinístico paralelo aplicando otimização simultânea e foi provado que além da capacidade máxima dos caminhões deve ser considerado o peso máximo por eixo para não haver má distribuição da carga, o modelo está implantado na empresa e executado para cada rota predefinida.

Krebs e Ehmke (2021) adicionaram restrições de peso por eixo e propuseram heurísticas para resolvê-lo. Propuseram uma combinação do CVRP com o Problema de Carregamento de Contêineres em 3D, separando um algoritmo para o conjunto de rotas e outro para o carregamento do veículo. Para cada rota viável é feita a arrumação das cargas considerando as restrições de carregamento e caso não haja um plano de embalagem viável deve ser encontrado um novo conjunto de rotas. O peso por eixo não está integrado diretamente no algoritmo de embalagem, de forma que para garantir a viabilidade, a restrição de peso por eixo deve ser verificada após cada colocação de um item.

Krebs et al. (2021) propuseram o 3L-CVRP e sua extensão com janelas de tempo 3L-VRPTW e consideram a acessibilidade de itens, carregamento balanceado e descarregamento manual de itens, além do peso nos eixos. Pollaris et al. (2021) incluíram restrições de peso por eixo no problema de roteamento de veículos (VRP)

com frota mista de veículos e carregamento de paletes baseado em sequência e o empilhamento não é permitido.

Das pesquisas vistas acima nenhuma abordou de forma conjunta roteirização de veículos com múltiplos compartimentos, o carregamento tridimensional e o cálculo do peso por eixo com limite estabelecido pela legislação brasileira. Pode-se observar artigos que tratam sobre o cálculo do peso por eixo dos veículos, mas não fizeram uso dos múltiplos compartimentos, assim como não utilizaram alguns tipos de veículos abordados nesta dissertação. Portanto, este trabalho apresenta um novo campo de pesquisa para o problema de roteirização. A Tabela 1 mostra um resumo de todos os estudos abordados neste subcapítulo.

Tabela 1: Resumo da revisão de literatura sobre VRP e variantes.

Referências	VRP	Variantes							
		Frota heterogênea	Janela de Tempo	Múltiplos compartimentos	Rotação 3D dos itens	Equilíbrio das cargas	Peso por eixo	Legislação brasileira	LIFO
Gendreau <i>et al.</i> (2006)	X								
Pollaris <i>et al.</i> (2013)	X	X					X		
Silva (2016)	X	X	X		X				
Rodrigues (2018)	X	X	X	X	X				
Ramos <i>et al.</i> (2018)	X		X			X			
Júnior <i>et al.</i> (2019)	X		X	X					
Moura (2019)	X	X	X		X				
Vega-Mejia <i>et al.</i> (2019)	X	X	X			X			
Uliana (2019)	X	X	X		X				X
Pacifico e Júnior (2019)	X	X							
Novas <i>et al.</i> (2020)	X	X				X	X		
Krebs e Ehmke (2021)	X	X			X		X		
Krebs <i>et al.</i> (2021)	X	X	X		X		X		X
Pollaris <i>et al.</i> (2021)	X	X				X	X		
Esta dissertação	X	X	X	X	X	X	X	X	

Fonte: Autora.

3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Este capítulo tem como objetivo descrever o problema abordado neste trabalho. O objetivo de estudo dessa proposta de dissertação é a formulação de um modelo matemático de roteirização de veículos que tenha o cálculo do peso total do veículo distribuído para cada eixo limitado pelo valor máximo estipulado na legislação vigente. Para isso, são apresentadas as etapas necessárias no desenvolvimento da pesquisa.

Primeiro foi necessário realizar um levantamento da legislação vigente que estabelece os limites de peso e dimensões para veículos que circulam em rodovia, que será apresentado no subcapítulo 3.1. Em seguida, foi feita uma listagem de quais são os tipos de veículos rodoviários usualmente utilizados, apresentado no subcapítulo 3.2. A partir disso foram realizadas pesquisas para determinação do cálculo do peso por eixo para cada tipo de veículo, apresentado no subcapítulo 3.3.

Após definido, o cálculo foi implementado no modelo matemático e testado por meio de instâncias, executado pelo *solver* CPLEX 12.8.0. O modelo matemático, que será apresentado no capítulo 4, define rotas ótimas que atendam as demandas dos clientes, considerando veículos com dois eixos e restrição do peso em cada eixo imposta pela legislação vigente. A seguir são detalhadas todas as etapas para o desenvolvimento do modelo matemático.

3.1 Legislação vigente

A legislação vigente do Brasil que estabelece os limites de peso e dimensões para veículos que circulem em rodovia é ditada pelo Conselho Nacional de Trânsito (CONTRAN). A Resolução do CONTRAN n. 210, conhecida como Lei da Balança, estabelece originalmente, pelo Art. 2, os limites máximos de peso bruto total e peso bruto transmitido por eixo de veículo, nas superfícies das vias públicas (BRASIL, 2006).

A seguir, são mostradas as representações gráficas da distribuição de peso por eixo de acordo com o limite máximo estabelecido pela legislação. A Figura 4 ilustra a configuração do eixo para “Peso bruto por eixo isolado de dois pneumáticos: 6 t” (BRASIL, 2006, Art. 2. §2º).

Figura 4: Representação do eixo isolado.

Eixo Dianteiro Simples: DS

Eixo isolado, com 2 (dois) pneumáticos:



Resolução 210/06	6.000 kg
Resolução 258/07 (7,5%)	+ 450 kg
TOTAL	6.450 kg

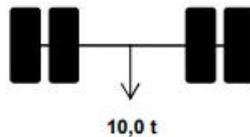
Fonte: DNIT, 2012.

A Figura 5 ilustra a configuração do eixo para “Peso bruto por eixo isolado de quatro pneumáticos: 10 t” (BRASIL, 2006, Art. 2. §3º).

Figura 5: Representação do eixo isolado com quatro pneumáticos.

Eixo Traseiro Simples: TS

Eixo isolado com 4 (quatro) pneumáticos:



Resolução 210/06	10.000 kg
Resolução 258/07 (7,5%)	+ 750 kg
TOTAL	10.750 kg

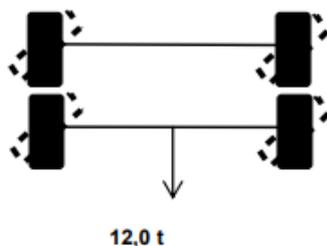
Fonte: DNIT, 2012.

A Figura 6 ilustra a configuração do eixo para “Peso bruto por conjunto de dois eixos direcionais, com distância entre eixos de no mínimo 1,20 metros, dotados de dois pneumáticos cada: 12 t” (BRASIL, 2006, Art. 2. §4º).

Figura 6: Representação de dois eixos direcionais.

Eixo Traseiro Duplo: TD

Conjunto de 2 (dois) eixos direcionais, com 2 (dois) pneumáticos cada:



Resolução 210/06	12.000 kg
Resolução 258/07 (7,5%)	+ 900 kg
TOTAL	12.900 kg

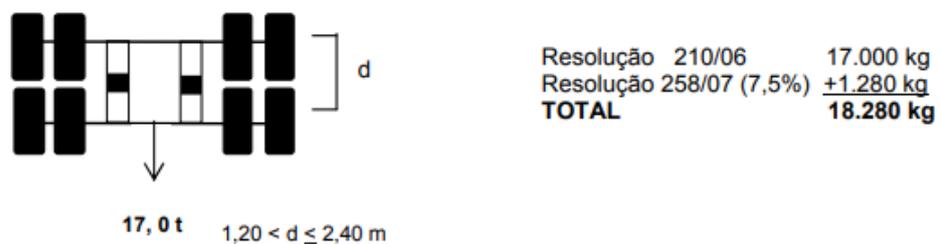
Fonte: DNIT, 2012.

As Figura 7 e Figura 8 ilustram a configuração do eixo para “peso bruto por conjunto de dois eixos em tandem, quando à distância entre os dois planos verticais, que contenham os centros das rodas, for superior a 1,20m e inferior ou igual a 2,40m: 17 t” (BRASIL, 2006, Art. 2. §5º).

Figura 7: Representação de dois eixos em tandem.

Eixo Traseiro Duplo: TD

Conjunto de 2 (dois) eixos em tandem com 4 (quatro) pneumáticos por eixo:

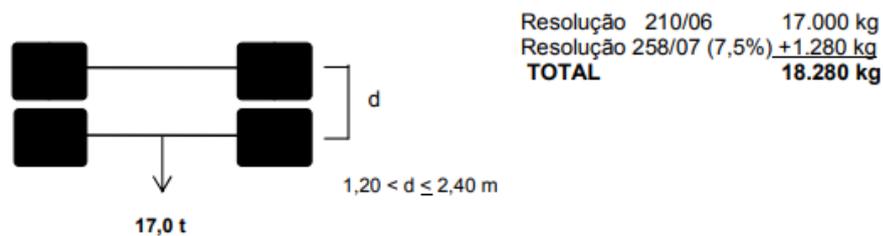


Fonte: DNIT, 2012.

Figura 8: Representação de um eixo traseiro duplo.

Eixo Traseiro Duplo: TD

Conjunto de 2 (dois) eixos em tandem e suspensão pneumática com 2 (dois) pneumáticos extralargos em cada eixo:



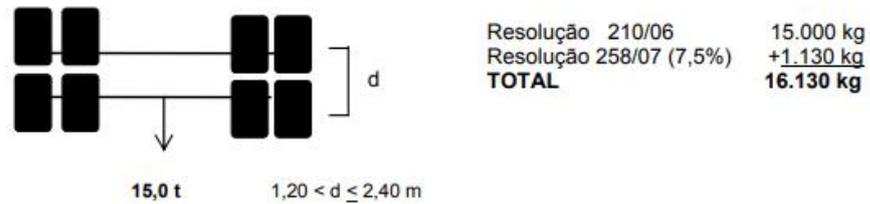
Fonte: DNIT, 2012.

A Figura 9 ilustra a configuração do eixo para “peso bruto por conjunto de dois eixos não em tandem, quando à distância entre os dois planos verticais, que contenham os centros das rodas, for superior a 1,20m e inferior ou igual a 2,40m: 15 t” (BRASIL, 2006, Art. 2. §6º).

Figura 9: Representação de dois eixos não em tandem.

Eixo Traseiro Duplo: TD

Conjunto de 2 (dois) eixos não em tandem com 4 (quatro) pneumáticos por eixo:



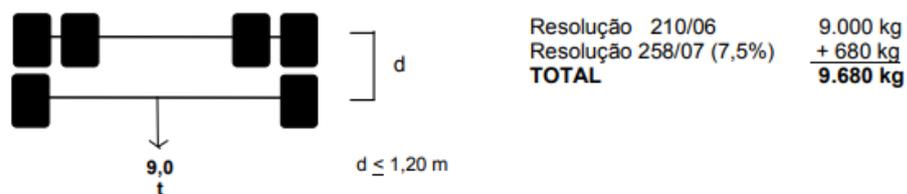
Fonte: DNIT, 2012.

A Figura 10 ilustra a configuração do eixo para “peso bruto por conjunto de dois eixos, sendo um dotado de quatro pneumáticos e outro de dois pneumáticos interligados por suspensão especial, quando à distância entre os dois planos verticais que contenham os centros das rodas for: a) inferior ou igual a 1,20m: 9 t” (BRASIL, 2006, Art. 2. §8º).

Figura 10: Representação de um eixo traseiro misto.

Eixo Traseiro Misto: TM

Conjunto de 2 (dois) eixos sendo um com 2 (dois) pneumáticos, e outro com 4 (quatro) pneumáticos, com suspensão especial:



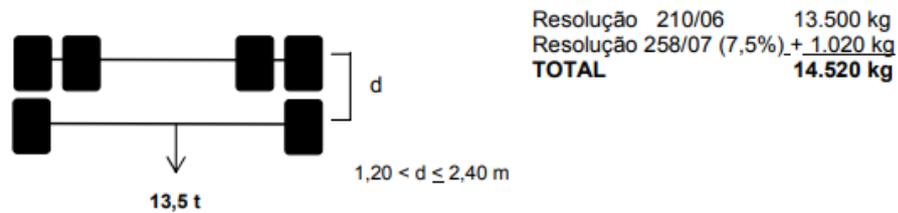
Fonte: DNIT, 2012.

A Figura 11 ilustra a configuração do eixo para “peso bruto por conjunto de dois eixos, sendo um dotado de quatro pneumáticos e outro de dois pneumáticos interligados por suspensão especial, quando à distância entre os dois planos verticais que contenham os centros das rodas for: b) superior a 1,20m e inferior ou igual a 2,40m: 13,5 t” (BRASIL, 2006, Art. 2. §8º).

Figura 11: Representação de um eixo traseiro misto.

Eixo Traseiro Misto: **TM**

Conjunto de 2 (dois) eixos sendo um com 2 (dois) pneumáticos, e outro com 4 (quatro) pneumáticos, com suspensão especial:



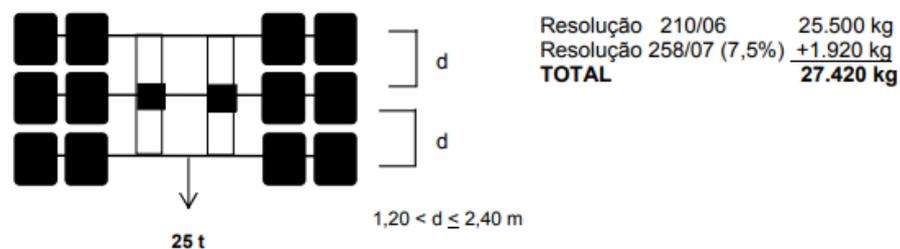
Fonte: DNIT, 2012.

As Figura 12 e Figura 13 ilustram a configuração do eixo para “peso bruto por conjunto de três eixos em tandem, aplicável somente a semirreboque, quando à distância entre os três planos verticais, que contenham os centros das rodas, for superior a 1,20m e inferior ou igual a 2,40m: 25,5t” (BRASIL, 2006, Art. 2. §7º).

Figura 12: Representação de um eixo traseiro triplo.

Eixo Traseiro Triplo: **TT**

Conjunto de 3 (três) eixos em tandem, com 4 (quatro) pneumáticos por eixo:

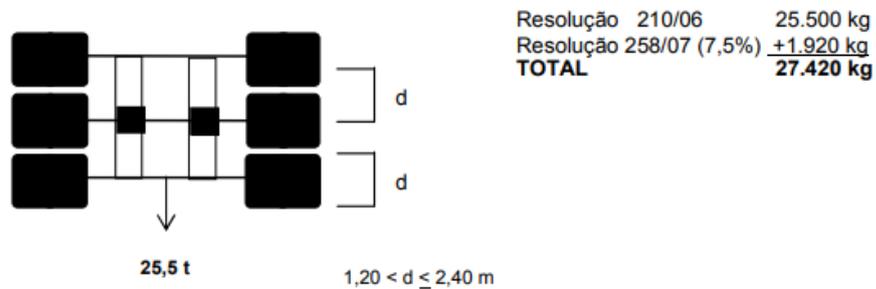


Fonte: DNIT, 2012.

Figura 13: Representação de um eixo traseiro triplo.

Eixo Traseiro Triplo: TT

Conjunto de 3 (três) eixos em tandem e suspensão pneumática, com 2 (dois) pneumáticos extra-largos em cada eixo:



Fonte: DNIT, 2012.

Importante destacar que a tolerância do peso dos eixos descritas nas Figuras acima foram alteradas pela Resolução do CONTRAN n. 803 que consolida as normas sobre infrações de trânsito previstas nos incisos V e X do art. 231 do Código Trânsito Brasileiro (CTB), relativas ao trânsito de veículos com excesso de peso ou excedendo a capacidade máxima de tração (BRASIL, 2020).

A Resolução do CONTRAN n. 803, estabelece, pelo Art. 5, que a fiscalização de peso dos veículos deve ser feita por equipamento de pesagem (balança rodoviária) ou, na impossibilidade, pela verificação de documento fiscal (BRASIL, 2020). Assim como, a tolerância dos limites dos pesos por eixo deve estar conforme Art. 6 da Resolução do CONTRAN n. 803:

Na fiscalização de peso dos veículos por balança rodoviária serão admitidas as seguintes tolerâncias:

I - 5% (cinco por cento) sobre os limites de pesos regulamentares para o peso bruto total (PBT) e peso bruto total combinado (PBTC); e

II - 10% (dez por cento) sobre os limites de peso regulamentares por eixo de veículos transmitidos à superfície das vias públicas.

Parágrafo único. No carregamento dos veículos, a tolerância máxima prevista neste artigo não pode ser incorporada aos limites de peso previstos em regulamentação do CONTRAN. (BRASIL, 2020, Art. 6)

3.2 Tipos de veículos

Este subcapítulo apresenta os tipos de veículos mais utilizados para o transporte rodoviário. Inicialmente, deve-se conhecer quais são os veículos disponíveis para posteriormente formular o cálculo do peso por eixo para cada um deles.

3.2.1 $\frac{3}{4}$ (TRÊS QUARTOS) OU VUC (VEÍCULO URBANO DE CARGA)

Conhecido como VUC, o caminhão 3/4 é o de menor porte e mais indicado para circular em áreas urbanas, ilustrado na Figura 14. Suas medidas não podem ultrapassar 2,2 metros de largura e 6,3 metros de comprimento. A capacidade de carga útil vai até 3 toneladas.

Figura 14: Veículo Urbano de Carga.



Fonte: Transporte Mundial, 2019. Disponível em: <<https://transportemundial.com.br/vuc-sp/>>

3.2.2 TOCO

Caminhão tipo Toco tem no máximo 14 metros de comprimento. Possui apenas um eixo traseiro que pode ser com rodagem simples (dois pneus por eixo) ou de rodagem dupla (quatro pneus por eixo), ilustrado na Figura 15. A capacidade de carga útil para

rodagem simples é de até 6 toneladas, para rodagem dupla até 10 toneladas e ambos podem ter Peso Bruto Total (PBT) máximo de 16 toneladas.

Figura 15: Toco.



Fonte: Rosa, Rodrigo. 2012.

3.2.3 TRUCK

3.2.3.1 Caminhão Trucado

O caminhão tipo Truck, conhecido como caminhão trucado, possui o mesmo comprimento do caminhão toco (14 metros), todavia, se diferencia pelo seu eixo duplo na carroceria, sendo que pelo menos um deles é o de tração motriz.

Caso os dois eixos traseiros possuam tração, ele é conhecido como caminhão trucado traçado, ou seja, apresenta cubo do diferencial nas duas rodas traseiras. O cubo do diferencial faz a ligação da roda ao eixo no diferencial.

Já o caminhão trucado não traçado apresenta cubo do diferencial em apenas uma roda traseira, isso faz com que o eixo que não é motriz seja levantado automaticamente quando ele está descarregado, diminuindo, assim, o atrito e melhorando a dirigibilidade. A Figura 16 ilustra o cubo do diferencial.

A capacidade de carga útil é de até 17 toneladas. Pode apresentar eixos traseiros com rodagem dupla e Peso Bruto Total (PBT) máximo de 23 toneladas.

Figura 16: Diferença do eixo com cubo do diferencial.



Fonte: Rosa, Rodrigo. 2012.

3.2.3.2 Caminhão Duplo Direcional Trucado

O caminhão tipo Duplo Direcional Trucado, também conhecido como bitruck, possui dois eixos dianteiros direcionais e dois traseiros, sendo que pelo menos um dos traseiros é o de tração motriz. A capacidade de carga útil é de até 23 toneladas e Peso Bruto Total (PBT) máximo de 29 toneladas. A Figura 17 ilustra o bitruck.

Figura 17: Caminhão duplo direcional basculante estacionado em Brucutu – MG.



Fonte: Rosa, Rodrigo. 2012.

3.2.4 CARRETAS

A carreta possui duas partes bem definidas, o cavalo mecânico e o semirreboque. O cavalo mecânico, que é a parte da frente, onde fica localizado o motor e a cabine, e que pode estar atrelado a um ou mais semirreboques. O semirreboque é um

equipamento que transporta cargas, articulado e apoiado no cavalo mecânico. Cabe lembrar, que o cavalo mecânico pode apresentar diferentes configurações.

Para saber o Peso Bruto Total (PBT) máximo de cada carreta é necessário verificar qual a configuração do cavalo mecânico e do semirreboque. O número de eixos do semirreboque é variado e sua capacidade é variada de acordo com a configuração de eixos.

3.2.4.1 Configurações do cavalo mecânico

3.2.4.1.1 Configuração 4x2

Para a configuração 4x2 existem dois eixos no cavalo mecânico. Somente o segundo eixo possui capacidade motriz. Cabe ressaltar que cada eixo tem dois lados, logo são quatro posições de rodas.

O valor do Peso Bruto Total (PBT) máximo para o cavalo mecânico 4x2 varia de acordo com a quantidade de eixos no semirreboque. Logo, temos que para 1 eixo o PBT máximo é de 26 toneladas, o de 2 eixos de até 33 toneladas e o de 3 eixos até 41,5 toneladas. A Figura 18 ilustra uma carreta com cavalo mecânico de configuração 4x2 e um semirreboque com eixo triplo.

Figura 18: Carreta com cavalo mecânico 4x2.



Fonte: Rosa, Rodrigo. 2012.

3.2.4.1.2 Configuração 6x2

Também denominado cavalo trucado, possui três eixos no cavalo mecânico. Somente o segundo eixo (no meio) tem capacidade motriz, proporcionando uma melhor distribuição de carga nos eixos. Cabe ressaltar que cada eixo tem dois lados, logo são seis posições de rodas.

O valor do Peso Bruto Total (PBT) máximo para o cavalo mecânico 6x2 varia de acordo com a quantidade de eixos no semirreboque. Logo, temos que para 1 eixo o PBT máximo é de 33 toneladas, para 2 eixos de 40 toneladas e para 3 eixos de 48,5 toneladas. A Figura 19 ilustra uma carreta com cavalo mecânico de configuração 6x2 e um semirreboque com eixo triplo.

Figura 19: Carreta com cavalo mecânico 6x2.



Fonte: Rosa, Rodrigo. 2012.

3.2.4.1.3 Configuração 6x4

Existem três eixos no cavalo mecânico. Os últimos dois eixos possuem capacidade motriz. Cabe ressaltar que cada eixo tem dois lados, logo são seis posições de rodas, como mostra a Figura 20.

A configuração 6x4 apresenta alto custo, por isso não é usual usá-lo em carretas com apenas um semirreboque, além de não haver necessidade deste tipo de tração. Este tipo de cavalo é obrigatório em configurações bitrem, bitrenzão, Vanderléia e maiores.

Para distinguir o cavalo 6x2 em relação ao 6x4 deve-se observar a presença do cubo do diferencial. E também, se o cavalo estiver sem carga, o terceiro eixo da

configuração 6x4 (traçado) não pode estar levantado, por outro lado, o da configuração 6x2 estará levemente acima do solo.

O valor do Peso Bruto Total (PBT) máximo para o cavalo mecânico 6x4 varia de acordo com a quantidade de eixos no semirreboque. Logo, temos que para 1 eixo de até 33 toneladas, para 2 eixos de até 40 toneladas e para 3 eixos de 48,5 toneladas.

Figura 20: Cavalo mecânico 6x4.



Fonte: Caminhões e Carretas, 2011. Disponível em: <<https://www.caminhoes-e-carretas.com/2011/11/sinotruk-a7-grande-novidade-da-sinotruk.html>>

3.2.4.1.4 Configuração 8x2

Na configuração 8x2 existem quatro eixos no cavalo mecânico. Dos últimos três eixos, apenas o primeiro tem capacidade motriz. A Figura 21 mostra um cavalo mecânico com configuração 8x2.

Figura 21: Cavalo mecânico 8x2.



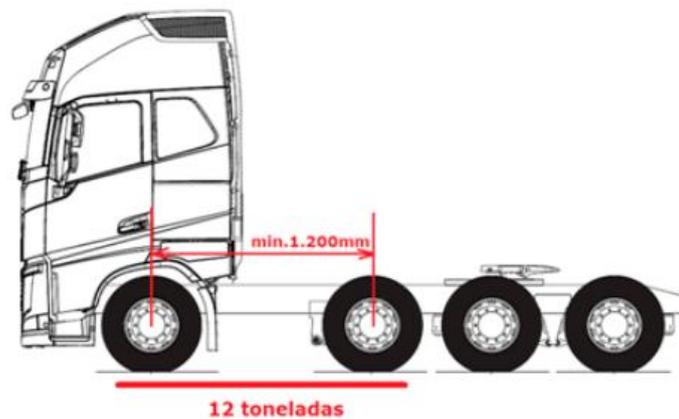
Fonte: Caminhões e carretas, 2016. Disponível em: <<https://www.caminhoes-e-carretas.com/2016/03/resolucao-do-contran-poe-fim-polemicas.html>>

3.2.4.1.5 Configuração 8x4

Na configuração 8x4 existem quatro eixos no cavalo mecânico, ilustrada na Figura 22. Dos últimos três eixos, o primeiro e segundo possuem capacidade motriz.

A Resolução nº 577/2016 do Contran passa a regulamentar os cavalos mecânicos em configurações 8x2 e 8x4, tanto de fábrica quanto adaptados. Estabelece a distância mínima entre o primeiro e segundo eixos, de 1,20 metros. O peso bruto por conjunto de dois eixos direcionais dotados de dois pneumáticos cada é de 12 toneladas.

Figura 22: Cavalo mecânico 8x4.



Fonte: Caminhões e carretas, 2016. Disponível em: <<https://www.caminhoes-e-carretas.com/2016/03/resolucao-do-contran-poe-fim-polemicas.html>>

3.2.5 VANDERLEIA

Uma configuração possível para os eixos do semirreboque é que eles fiquem afastados onde o mais perto do cavalo é denominado auto direcionável. Este tipo de semirreboque é conhecido como Vanderleia, ilustrado na Figura 23. Tem PBT máximo de 46 toneladas com cavalo mecânico 4x2 e 53 toneladas para cavalo 6x4.

Figura 23: Caminhão Vanderleia Sider.



Fonte: San Martino Transportes. Disponível em: <<https://smtlog.com.br/nossa-frota-2/>>

3.2.6 BITREM

O Bitrem é uma combinação de um cavalo mecânico e dois semirreboques acoplados entre si através de uma quinta roda situada na traseira do cavalo mecânico e na traseira do primeiro semirreboque.

Permite peso bruto total combinado (PBTC) de 57 toneladas para bitrem padrão de 7 eixos com cavalo trucado. A Figura 24 ilustra um exemplo de Bitrem e a Figura 25 ilustra a junção dos dois semirreboques através da quinta roda.

Figura 24: Bitrem.



Fonte: Rosa, Rodrigo. 2012.

Figura 25: Acoplamento dos dois semirreboques.



Fonte: Rosa, Rodrigo. 2012.

3.2.7 BITRENZÃO

Há ainda o bitrenzão, que configura no bitrem com eixo triplo, sendo 3 eixos em cada semirreboque, totalizando assim 9 eixos, ilustrado na Figura 26. Possui peso bruto total combinado (PBTC) máximo de 74 toneladas. No entanto, sempre que optar por usar estes veículos, deve ser feita uma análise da legislação, pois existem restrições a circulação destes veículos, necessitando portar quando em circulação a Autorização Especial de Trânsito - AET.

Figura 26: Bitrenzão.



Fonte: Rosa, Rodrigo. 2012.

Por ter muitos eixos conjuntos, este veículo tende a arrastar as rodas quando faz uma curva, principalmente se carregada de muito peso. Nessa situação, inclui-se entre os dois semirreboques um veículo adicional denominado doly, ilustrado na Figura 27.

Figura 27: Doly.



Fonte: Rosa, Rodrigo. 2012.

3.2.8 ROMEU E JULIETA

O veículo tipo Romeu e Julieta é composto por um caminhão truck onde é engatado um reboque, ilustrado na Figura 28. O reboque possui condição de circular sem se apoiar no caminhão ou no semirreboque da frente.

Figura 28: Romeu e Julieta.



Fonte: Rosa, Rodrigo. 2012.

3.2.9 TRITEM

O tritem é um bitrem que tem acoplado mais um semirreboque, como mostra a Figura 29. Possui peso bruto total (PBT) máximo de 74 toneladas.

Figura 29: Tritem.



Fonte: Rosa, Rodrigo. 2012.

3.2.10 TREMINHÃO

O treminhão é a configuração formada por um caminhão truck acrescido de dois reboques. Ou seja, uma configuração Romeu e Julieta acrescida de mais um reboque.

3.3 Cálculo do peso por eixo

O cálculo do peso por eixo será feito para respeitar o valor limite determinado pela legislação brasileira apresentada no subcapítulo 3.1, de acordo com a configuração do eixo do veículo. Durante a pesagem de cada eixo nas rodovias, o veículo está com velocidade baixa, logo é considerado que o veículo está parado. Portanto, o veículo não está em movimento e o cálculo do peso por eixo toma como base que um veículo com dois conjuntos de eixos se assemelha a uma viga biapoiada, onde os apoios são as representações dos conjuntos de eixos do veículo. A legislação vigente determinará o valor limite da reação de apoio.

De acordo com Sussekind (1981, p. 20)

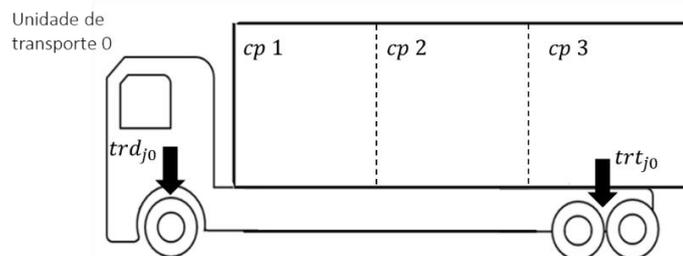
Definidos os apoios, o cálculo de suas reações é imediato, pois elas são forças (ou momentos) de ponto de aplicação e direção conhecidas e tais que

equilibrem as cargas aplicadas à estrutura. Serão calculadas, então, a partir das equações de equilíbrio [...].

A carga alocada dentro do veículo será considerada como uma carga concentrada na viga biapoiada. Para encontrar os valores das reações de apoio da viga biapoiada são aplicadas as equações de equilíbrio da Estática. As equações de equilíbrio da Estática aplicadas na viga biapoiada se baseiam no somatório de momento em um apoio e no somatório das forças da viga, ambos igualados a zero.

Importante ressaltar que o cálculo apresentado a seguir é dos pesos, exercidos em cada eixo, das cargas alocadas dentro do veículo. Lembrando que o valor total do peso por eixo do veículo tem a seguinte configuração: soma do peso exercido em cada eixo com o veículo vazio, denominada tara, com o peso exercido em cada eixo com o veículo carregado. O valor do peso por eixo com o veículo vazio já deve ser fornecido pelo fornecedor. A Figura 30 ilustra a tara para o conjunto de eixos dianteiro (trd_{j_0}) e a tara para o conjunto de eixos traseiro (trt_{j_0}) para veículos do tipo Veículo Urbano de Carga, Toco e Caminhão Trucado.

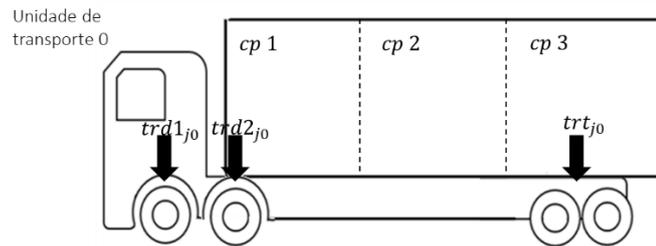
Figura 30: Tara para veículos com conjunto de dois eixos.



Fonte: Autora.

A Figura 31 ilustra a tara para o primeiro conjunto de eixos dianteiro ($trd1_{j_0}$), a tara para o segundo conjunto de eixos dianteiro ($trd2_{j_0}$) e a tara para o conjunto de eixos traseiro (trt_{j_0}) para veículos tipo Bitruck.

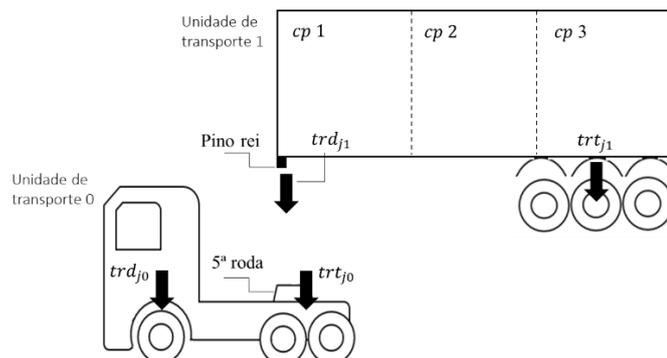
Figura 31: Tara para veículos tipo Bitruck.



Fonte: Autora.

A Figura 32 ilustra a tara para o conjunto de eixos dianteiro do cavalo mecânico (unidade de transporte 0) (trd_{j0}), a tara para o conjunto de eixos traseiro do cavalo mecânico (trt_{j0}), a tara para o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 1 (unidade de transporte 1) (trt_{j1}) e a tara para o pino rei que será colocado na quinta roda do cavalo mecânico (trd_{j1}) para veículos do tipo Carreta.

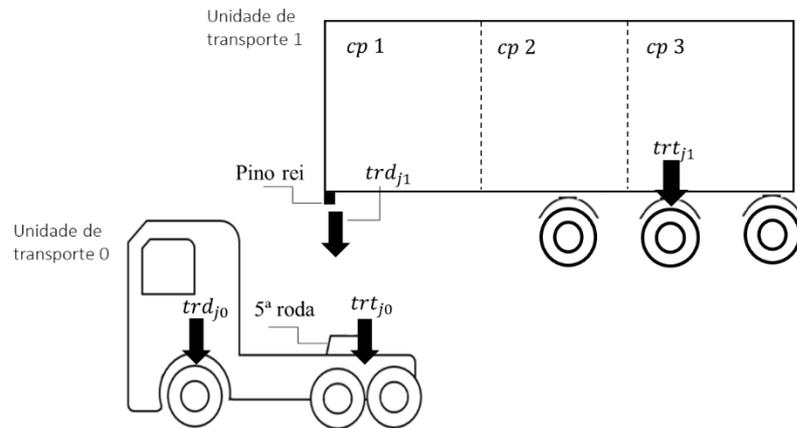
Figura 32: Tara para veículos tipo Carreta.



Fonte: Autora.

A Figura 33 ilustra a tara para o conjunto de eixos dianteiro do cavalo mecânico (unidade de transporte 0) (trd_{j0}), a tara para o conjunto de eixos traseiro do cavalo mecânico (trt_{j0}), a tara para o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 1 (unidade de transporte 1) (trt_{j1}) e a tara para o pino rei que será colocado na quinta roda do cavalo mecânico (trd_{j1}) para veículos do tipo Vanderleia.

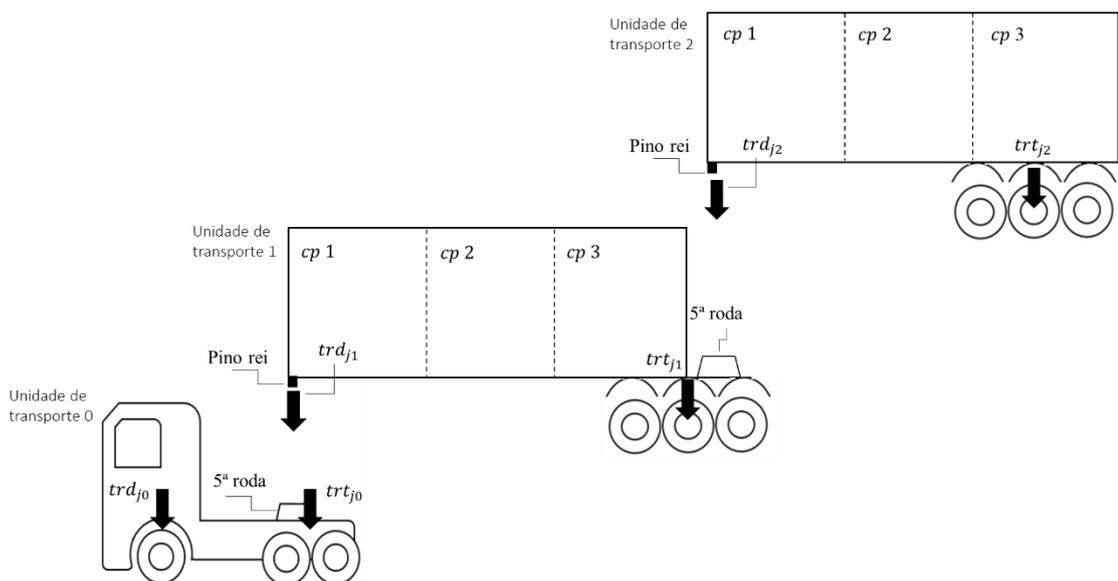
Figura 33: Tara para veículos tipo Vanderleia.



Fonte: Autora.

A Figura 34 ilustra a tara para o conjunto de eixos dianteiro do cavalo mecânico (unidade de transporte 0) (trd_{j_0}), a tara para o conjunto de eixos traseiro do cavalo mecânico (trt_{j_0}), a tara para o pino rei que será colocado na quinta roda do cavalo mecânico (trd_{j_1}), a tara para o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 1 (unidade de transporte 1) (trt_{j_1}), a tara para o pino rei que será colocado na quinta roda do semirreboque 1 (trd_{j_2}) e a tara para o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 2 (unidade de transporte 2) (trt_{j_2}) para veículos do tipo Bitrem e Bitrenzão.

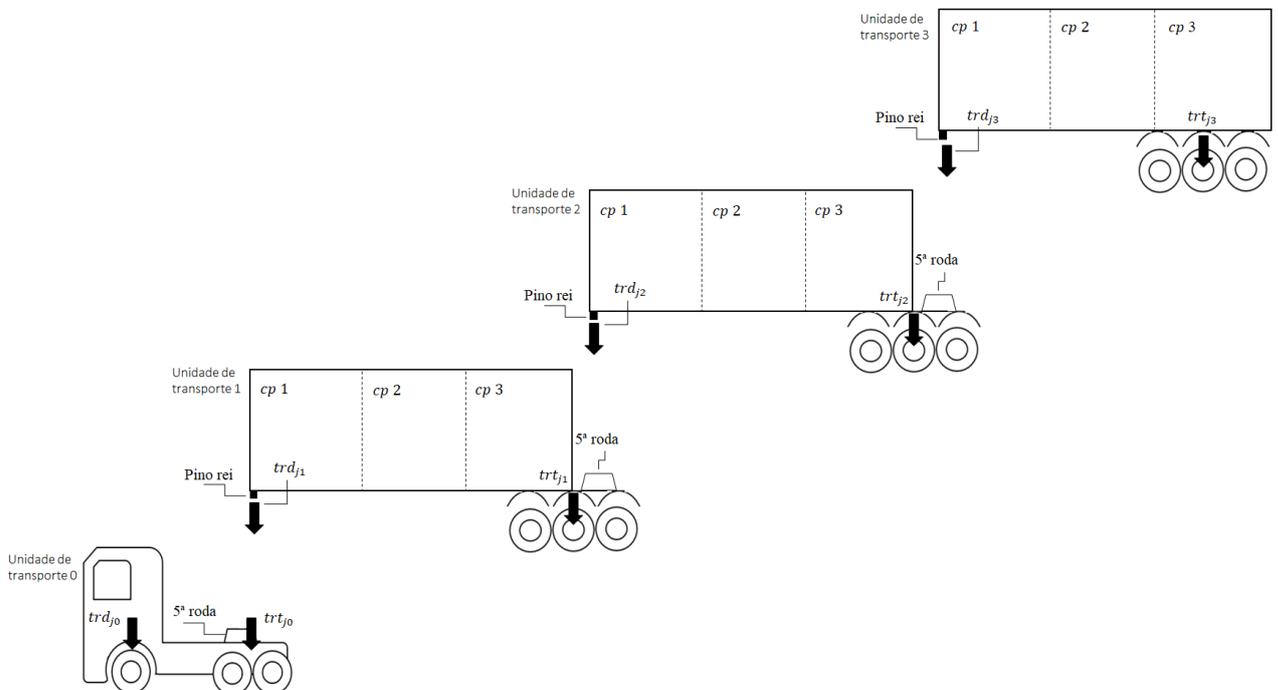
Figura 34: Tara para veículos tipo Bitrem e Bitrenzão.



Fonte: Autora.

A Figura 35 ilustra a tara para o conjunto de eixos dianteiro do cavalo mecânico (unidade de transporte 0) (trd_{j_0}), a tara para o conjunto de eixos traseiro do cavalo mecânico (trt_{j_0}), a tara para o pino rei que será colocado na quinta roda do cavalo mecânico (trd_{j_1}), a tara para o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 1 (unidade de transporte 1) (trt_{j_1}), a tara para o pino rei que será colocado na quinta roda do semirreboque 1 (trd_{j_2}) e a tara para o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 2 (unidade de transporte 2) (trt_{j_2}), a tara para o pino rei que será colocado na quinta roda do semirreboque 2 (trd_{j_3}) e a tara para o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 3 (unidade de transporte 3) (trt_{j_3}) para veículos do tipo Tritem.

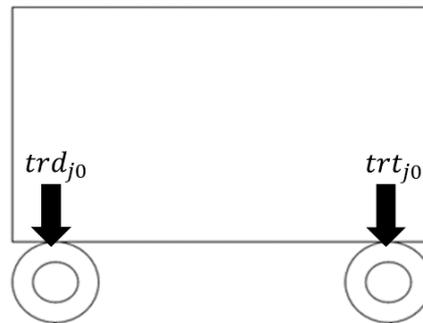
Figura 35: Tara para veículos tipo Tritem.



Fonte: Autora.

A Figura 36 ilustra a tara para o conjunto de eixos dianteiro (trd_{j_0}) e a tara para o conjunto de eixos traseiro (trt_{j_0}) para veículos do tipo Reboque.

Figura 36: Tara para Reboques.

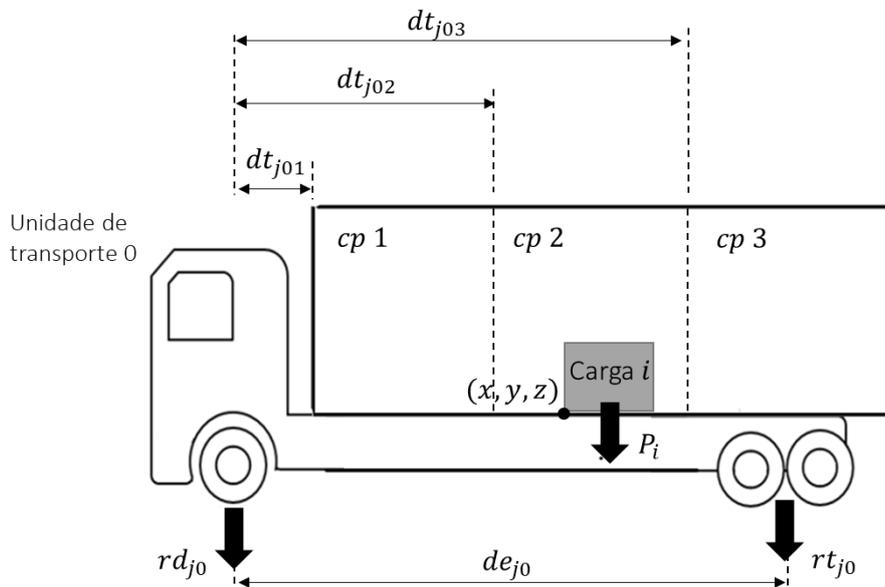


Fonte: Autora.

3.3.1 VUC (VEÍCULO URBANO DE CARGA), TOCO E CAMINHÃO TRUCADO

O cálculo do peso por eixo para veículos com dois eixos se assemelha a uma viga biapoiada, no qual o conjunto de eixos são representados pelos apoios da viga. Das equações da estática, obtemos as reações de apoio que representam os valores dos pesos no conjunto de eixos. A Figura 37 ilustra todas as forças e distâncias necessárias para o cálculo dos pesos nos eixos presentes no veículo de dois eixos.

Figura 37: Forças e distâncias do veículo de dois eixos.



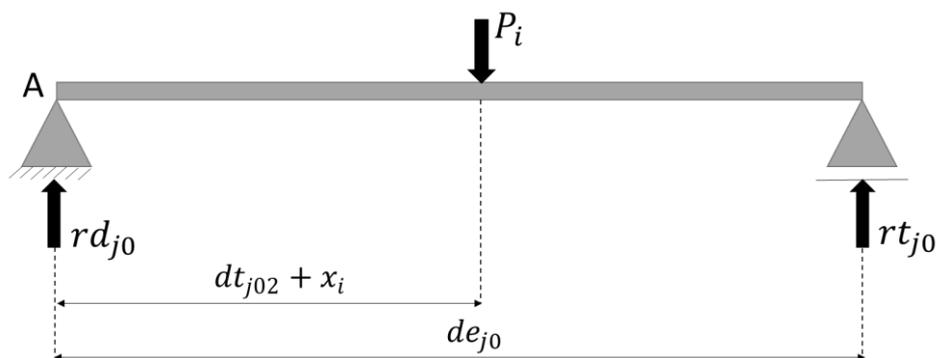
Fonte: Autora.

A reação rd_{j_0} está aplicada no conjunto de eixos dianteiro, rt_{j_0} a reação aplicada no conjunto de eixos traseiro. A força P_i representa o valor do peso da carga i alocada

no veículo e as respectivas distâncias dt_{j01} entre o conjunto de eixos dianteiro até o início do compartimento 1 (*cp* 1) do veículo, dt_{j02} entre o conjunto de eixos dianteiro até o início do compartimento 2 (*cp* 2), dt_{j03} entre o conjunto de eixos dianteiro até o início do compartimento 3 (*cp* 3) e de_{j0} a distância entre o conjunto de eixos dianteiro e traseiro do veículo. Importante ressaltar que a força P_i é aplicada no centro de gravidade da carga e por se tratar de uma carga simétrica, a força P_i está localizada na metade da dimensão da carga que é paralela ao comprimento do veículo.

A Figura 38 representa as forças e distâncias no veículo de dois eixos aplicadas na viga biapoiada. A viga está submetida a uma carga concentrada P_i , com um apoio de primeiro gênero em A, que representa o conjunto de eixos dianteiro do veículo, no qual existe uma reação rd_{j0} . Um apoio de segundo gênero, que representa o conjunto de eixos traseiro do veículo com reação rt_{j0} . A carga i está alocada no compartimento 2 (*cp* 2), logo a soma da distância dt_{j02} e da coordenada x_i da carga i representa a distância do conjunto de eixos dianteiro do veículo até o local de aplicação da força P_i e a distância de_{j0} entre os apoios da viga, que representa a distância entre o conjunto de eixos dianteiro e traseiro do veículo.

Figura 38: Viga biapoiada com forças e distâncias para veículo de dois eixos.



Fonte: Autora.

Primeiramente para o cálculo das reações no veículo é feito o somatório de momento em A igual a zero, ou seja, somatório de momento realizado no conjunto de eixos dianteiro do veículo igual a zero. É considerado o sentido anti-horário como positivo. A Equação (1) mostra o cálculo do somatório de momento igual a zero em A ($\sum M_A = 0$) da Figura 38 e no conjunto de eixos dianteiro do veículo da Figura 37. Com isso, é

obtido o valor da reação rt_{j0} na Equação (2) para viga biapoiada e conseqüentemente para o conjunto de eixos traseiro do veículo.

$$rt_{j0} \cdot de_{j0} - P_i \cdot (dt_{j02} + x_i) = 0 \quad (1)$$

$$rt_{j0} = \frac{P_i \cdot (dt_{j02} + x_i)}{de_{j0}} \quad (2)$$

Em seguida, é feito o somatório de forças igual a zero da viga biapoiada, ou seja, somatório de forças igual a zero do veículo, para garantir o equilíbrio. A Equação (3) apresenta o somatório de forças e a Equação (4) o resultado obtido para rd_{j0} .

$$rd_{j0} - P_i + rt_{j0} = 0 \quad (3)$$

$$rd_{j0} = P_i - rt_{j0} \quad (4)$$

Após feitas as equações da estática são obtidos os valores de rd_{j0} e rt_{j0} que representam o peso da carga P_i exercido no conjunto de eixos dianteiro e no conjunto de eixos traseiro do veículo, respectivamente. Esse cálculo deve ser feito para cada carga alocada dentro do semirreboque e a reação total no conjunto de eixos será a soma de todas as reações calculadas.

Por fim, os valores do peso por eixo no veículo com dois eixos devem ser limitados pelos valores definidos na Lei da Balança. As reações rd_{j0} e rt_{j0} devem ser somadas de suas respectivas taras, ilustradas na Figura 30. As Equações (5) e (6) apresentam o limite estabelecido pela Lei da Balança para o peso por eixo do veículo que varia de acordo com a configuração do conjunto de eixos. Será considerado como rdm_{j0} para o conjunto de eixos dianteiro e rtm_{j0} para o conjunto de eixos traseiro do veículo.

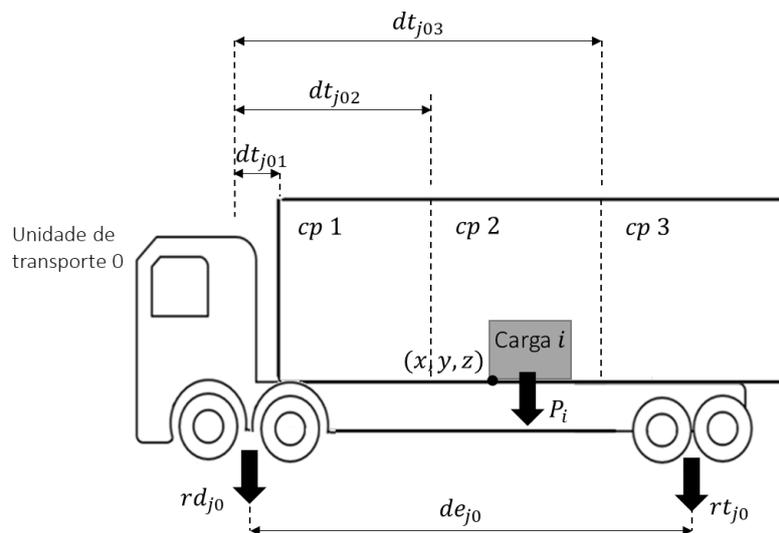
$$rd_{j0} + trd_{j0} \leq rdm_{j0} \quad (5)$$

$$rt_{j0} + trt_{j0} \leq rtm_{j0} \quad (6)$$

3.3.2 BITRUCK

Para veículos tipo Bitruck, o cálculo do peso se assemelha ao cálculo do Truck. No Bitruck existem dois eixos espaçados na parte dianteira do veículo, sendo que para esta dissertação, considerou-se como se os dois eixos não fossem espaçados. Logo, o cálculo será realizado de forma semelhante ao veículo de dois eixos, se diferenciando apenas no local de aplicação da reação dianteira, que será na metade da distância entre os dois eixos dianteiros do bitruck. E em seguida, a reação (rd_{j_0}) calculada será dividida por dois e aplicada em cada eixo dianteiro. A Figura 39 ilustra todas as forças e distâncias necessárias para o cálculo dos pesos nos eixos.

Figura 39: Forças e distâncias no Bitruck.



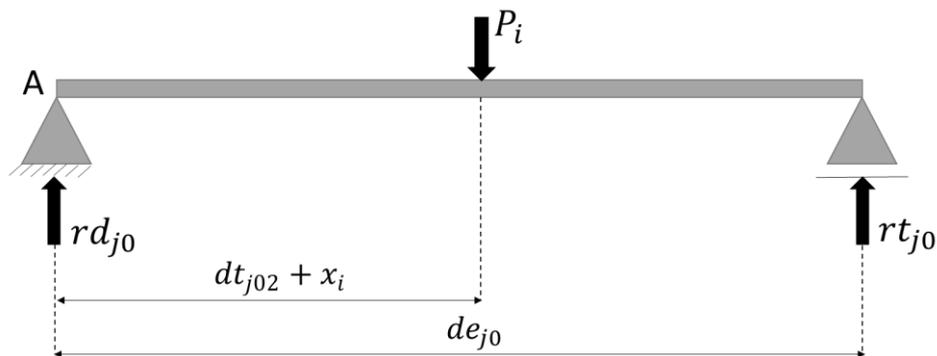
Fonte: Autora.

A reação rd_{j_0} está aplicada no meio do conjunto do primeiro e segundo eixos dianteiros, rt_{j_0} a reação aplicada no conjunto de eixos traseiro. A força P_i representa o valor do peso da carga i alocada no veículo e as respectivas distâncias dt_{j_01} entre o conjunto de eixos dianteiro até o início do compartimento 1 ($cp\ 1$) do veículo, dt_{j_02} entre o conjunto de eixos dianteiro até o início do compartimento 2 ($cp\ 2$), dt_{j_03} entre o conjunto de eixos dianteiro até o início do compartimento 3 ($cp\ 3$) e de_{j_0} a distância entre o conjunto de eixos dianteiro e traseiro do veículo. Importante ressaltar que a força P_i é aplicada no centro de gravidade da carga e por se tratar de uma carga

simétrica, a força P_i está localizada na metade da dimensão da carga que é paralela ao comprimento do veículo.

A Figura 40 representa as forças e distâncias no veículo aplicadas na viga biapoiada. A viga está submetida a uma carga concentrada P_i , com um apoio de primeiro gênero em A, que representa o local de aplicação da reação rd_{j0} no veículo. Um apoio de segundo gênero, que representa o conjunto de eixos traseiro do veículo com reação rt_{j0} . A carga i está alocada no compartimento 2 (*cp 2*), logo a soma da distância dt_{j02} e da coordenada x_i da carga i representa a distância do conjunto de eixos dianteiro do veículo até o local de aplicação da força P_i e a distância de_{j0} entre os apoios da viga, que representa a distância entre o conjunto de eixos dianteiro e traseiro do veículo.

Figura 40: Forças e distâncias no Bitruck aplicadas na viga biapoiada.



Fonte: Autora.

Primeiramente para o cálculo das reações no veículo é feito o somatório de momento em A igual a zero, ou seja, somatório de momento realizado no conjunto de eixos dianteiro do veículo igual a zero. É considerado o sentido anti-horário como positivo. A Equação (7) mostra o cálculo do somatório de momento igual a zero em A ($\sum M_A = 0$) da Figura 40 e no conjunto de eixos dianteiro do veículo da Figura 39. Com isso, é obtido o valor da reação rt_{j0} na Equação (8) para viga biapoiada e conseqüentemente para o conjunto de eixos traseiro do veículo.

$$rt_{j0} \cdot de_{j0} - P_i \cdot (dt_{j02} + x_i) = 0 \quad (7)$$

$$rt_{j0} = \frac{P_i \cdot (dt_{j02} + x_i)}{de_{j0}} \quad (8)$$

Em seguida, é feito o somatório de forças igual a zero da viga biapoiada, ou seja, somatório de forças igual a zero do veículo, para garantir o equilíbrio. A Equação (9) apresenta o somatório de forças e a Equação (10) o resultado obtido para rd_{j0} .

$$rd_{j0} - P_i + rt_{j0} = 0 \quad (9)$$

$$rd_{j0} = P_i - rt_{j0} \quad (10)$$

Após feitas as equações da estática são obtidos os valores de rd_{j0} e rt_{j0} que representam o peso da carga P_i exercido no centro do conjunto dos dois eixos dianteiro e no conjunto de eixos traseiro do veículo, respectivamente. Esse cálculo deve ser feito para cada carga alocada dentro do semirreboque e a reação total no conjunto de eixos será a soma de todas as reações calculadas.

Por fim, os valores do peso por eixo no veículo com dois eixos devem ser limitados pelos valores definidos na Lei da Balança. As reações rd_{j0} e rt_{j0} devem ser somadas de suas respectivas taras, ilustradas na Figura 31. As Equações (11), (12) e (13) apresentam o limite estabelecido pela Lei da Balança para o peso por eixo do veículo que varia de acordo com a configuração do conjunto de eixos. Será considerado como $rdm1_{j0}$ para o primeiro conjunto de eixos dianteiro, $rdm2_{j0}$ para o segundo conjunto de eixos dianteiro e rtm_{j0} para o conjunto de eixos traseiro do veículo.

$$\frac{rd_{j0}}{2} + trd1_{j0} \leq rdm1_{j0} \quad (11)$$

$$\frac{rd_{j0}}{2} + trd2_{j0} \leq rdm2_{j0} \quad (12)$$

$$rt_{j0} + trt_{j0} \leq rtm_{j0} \quad (13)$$

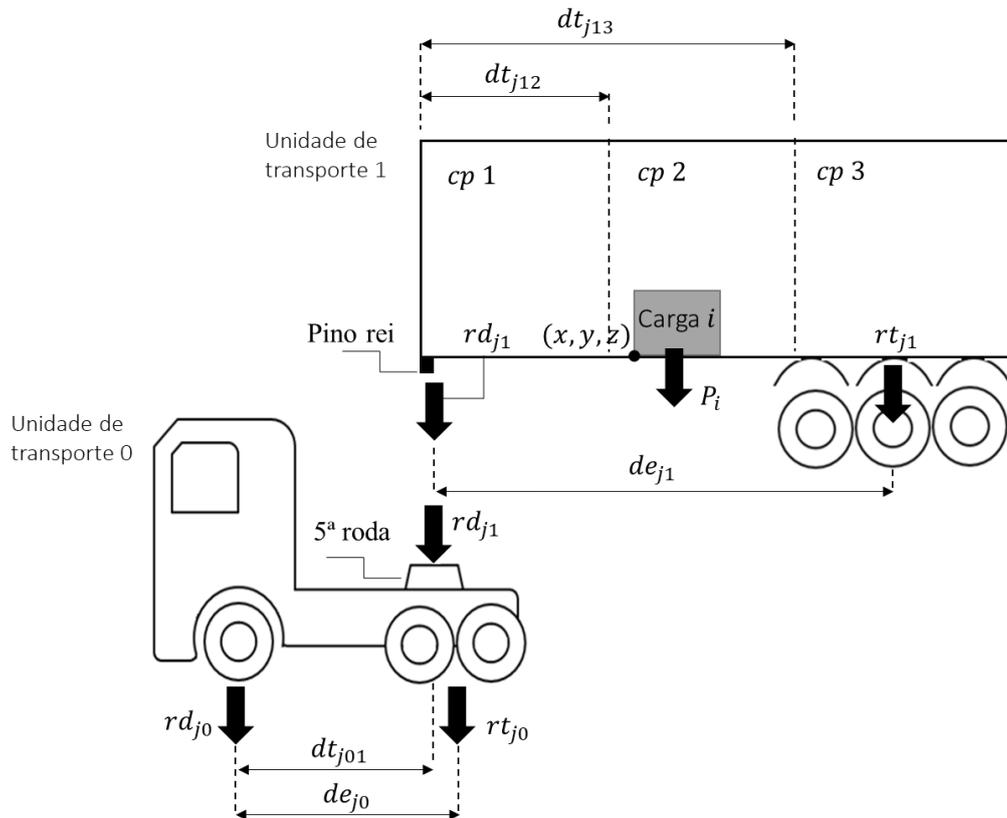
3.3.3 CARRETAS

Para veículos do tipo carretas, o cálculo é feito para o semirreboque 1 e em seguida para o cavalo mecânico, de forma que a quinta roda, onde é apoiado o semirreboque, receba o peso das cargas para posteriormente ser distribuído no cavalo mecânico. O cálculo funciona para um conjunto de eixos que pode conter um, dois ou três eixos traseiros do semirreboque 1. O mesmo ocorre para o cavalo mecânico.

A diferença está no local de aplicação da reação no conjunto de eixos, sendo aplicado sempre no centro do conjunto de eixos. No caso de três eixos é considerado que a reação está no meio do segundo eixo, no caso de dois eixos é considerado no meio dos dois eixos e no caso de um eixo é considerado no meio do próprio eixo. Portanto, a reação calculada pelas equações mostradas a seguir representa a força que o conjunto de eixos transmitirá para o pavimento, o que é preconizado/limitado pela Lei de Balança. No caso de conjunto com rodagem dupla: com três eixos juntos, cada eixo suporta 8,5 t, assim, o conjunto suporta 25,5 t; com dois eixos, cada eixo suporta 8,5 t, assim, o conjunto suporta 17,0 t; com um eixo, cada eixo suporta 10,0 t, assim, o conjunto suporta 10,0 t.

A Figura 41 ilustra todas as reações, a força e as distâncias presentes na carreta.

Figura 41: Forças e distâncias da carreta.



Fonte: Autora.

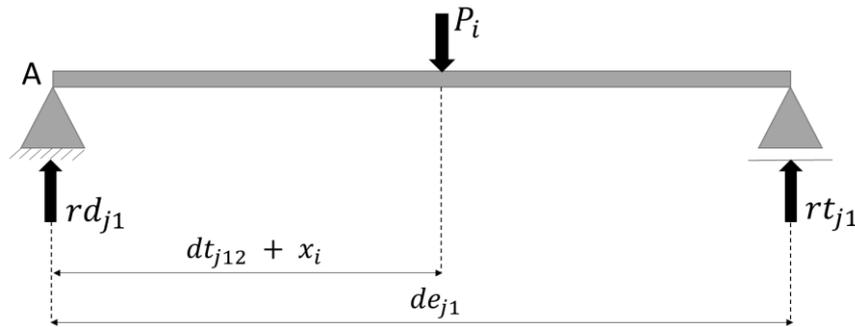
A reação rt_{j1} representa a reação no conjunto de eixos traseiro do semirreboque 1, a reação rd_{j1} no pino rei que será colocado na quinta roda, a reação rt_{j0} no conjunto de eixos traseiro do cavalo mecânico, a reação rd_{j0} no eixo dianteiro do cavalo mecânico e a força P_i é o valor do peso de uma carga alocada dentro do semirreboque 1.

Da mesma forma como foi feito o cálculo para veículos com dois eixos, no subcapítulo 3.3.1, o cálculo para o semirreboque 1 tem como base uma viga biapoiada, onde a quinta roda está representada por um apoio em A e o conjunto de eixos traseiro da carreta como o outro apoio da viga, como ilustra a Figura 42.

A viga biapoiada está submetida a uma carga concentrada P_i que representa uma carga alocada no semirreboque 1. Possui um apoio de primeiro gênero em A que representa a quinta roda, no qual existe uma reação rd_{j1} e um apoio de segundo gênero que representa o eixo do semirreboque com reação rt_{j1} . A carga i está alocada no compartimento 2 ($cp 2$) do semirreboque 1 (unidade de transporte 1), logo a soma da distância dt_{j12} e da coordenada x_i da carga i representa a distância da quinta roda

até o local de aplicação da força P_i , ou seja, do apoio em A até a força P_i e a distância de_{j1} entre os apoios da viga, que representa a distância entre a quinta roda e o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 1.

Figura 42: Forças e distâncias do semirreboque 1 aplicadas na viga biapoiada.



Fonte: Autora.

Para início dos cálculos no semirreboque 1 é feito o somatório de momento em A igual a zero e de forma análoga o somatório de momento realizado na quinta roda igual a zero. É considerado o sentido anti-horário como positivo. A Equação (14) mostra o cálculo do somatório de momento igual a zero em A ($\sum M_A = 0$) da Figura 42 e na quinta roda do veículo ilustrado na Figura 41. Com isso, é obtido o valor da reação rt_{j1} na Equação (15) para viga biapoiada e conseqüentemente para o eixo traseiro do semirreboque 1.

$$rt_{j1} \cdot de_{j1} - P_i \cdot (dt_{j12} + x_i) = 0 \quad (14)$$

$$rt_{j1} = \frac{P_i \cdot (dt_{j12} + x_i)}{de_{j1}} \quad (15)$$

Em seguida, é feito o somatório de forças igual a zero da viga biapoiada e de maneira análoga no semirreboque 1 do veículo, de forma a garantir o equilíbrio. A Equação (16) apresenta o somatório de forças e a Equação (17) o resultado obtido para rd_{j1} .

$$rt_{j1} - P_i + rd_{j1} = 0 \quad (16)$$

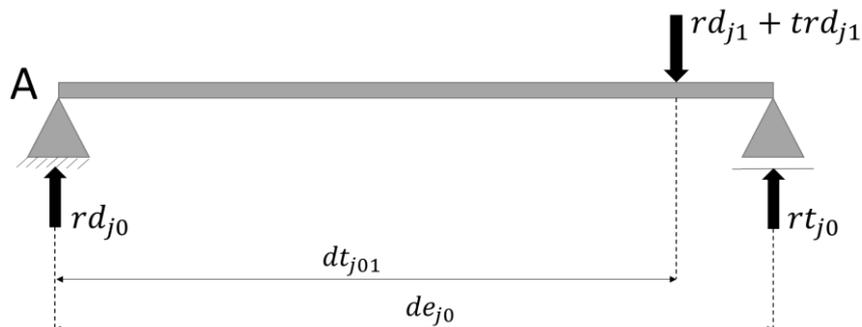
$$rd_{j1} = P_i - rt_{j1} \quad (17)$$

Por fim, após feitas as equações da estática, são obtidos os valores de rd_{j1} e rt_{j1} que representam o peso da carga P_i exercido na quinta roda e no eixo traseiro do semirreboque 1, respectivamente. Esse cálculo deve ser feito para cada carga alocada dentro do semirreboque e a reação total no conjunto de eixos será a soma de todas as reações calculadas.

Após realizado o cálculo das forças exercidas no semirreboque 1, deve ser feito o cálculo para o cavalo mecânico. São utilizadas novamente as equações da estática para obter as reações de apoio do cavalo mecânico. A Figura 43 ilustra todas as forças e distâncias do cavalo mecânico aplicadas na viga biapoiada. O ponto A representa o conjunto de eixo dianteiro do cavalo mecânico, o outro apoio representa a quinta roda e o valor de rd_{j1} foi calculado na Equação (17) que será somado a tara na quinta roda trd_{j1} .

A viga biapoiada está submetida a uma carga concentrada rd_{j1} que representa a reação das cargas do semirreboque 1 na quinta roda somada a tara trd_{j1} . Possui um apoio de primeiro gênero em A que representa o conjunto de eixo dianteiro do cavalo mecânico, no qual existe uma reação rd_{j0} e um apoio de segundo gênero que representa o eixo traseiro do cavalo mecânico com reação rt_{j0} . A distância dt_{j01} do apoio em A até a reação $rd_{j1} + trd_{j1}$, que representa a distância do conjunto de eixos dianteiro do cavalo mecânico até o local de aplicação da reação na quinta roda (unidade de transporte 0 até compartimento 1 da unidade de transporte 1) e a distância de_{j0} entre os apoios da viga, que representa a distância entre o conjunto de eixos dianteiro e o local de aplicação da reação rt_{j0} no conjunto de eixos traseiros do cavalo mecânico.

Figura 43: Forças e distâncias do cavalo mecânico aplicadas na viga biapoiada.



Fonte: Autora.

Para início do cálculo no cavalo mecânico é feito o somatório de momento em A igual a zero, ou seja, o somatório de momento realizado no conjunto de eixos dianteiro do cavalo mecânico igual a zero. É considerado o sentido anti-horário como positivo. A Equação (18) mostra o cálculo do somatório de momento igual a zero em A ($\sum M_A = 0$) da Figura 43 e no conjunto de eixos dianteiro do cavalo mecânico do veículo ilustrado na Figura 41. Com isso, é obtido o valor da reação rt_{j0} na Equação (19) para viga biapoiada e conseqüentemente para o conjunto de eixos traseiro do cavalo mecânico.

$$rt_{j0} \cdot de_{j0} - (rd_{j1} + trd_{j1}) \cdot dt_{j01} = 0 \quad (18)$$

$$rt_{j0} = \frac{(rd_{j1} + trd_{j1}) \cdot dt_{j01}}{de_{j0}} \quad (19)$$

Em seguida, é feito o somatório de forças igual a zero da viga biapoiada da Figura 43 que representa as forças atuantes no cavalo mecânico do veículo, de forma a garantir o equilíbrio. A Equação (20) apresenta o somatório de forças e a Equação (21) o resultado obtido para rd_{j0} .

$$rt_{j0} - (rd_{j1} + trd_{j1}) + rd_{j0} = 0 \quad (20)$$

$$rd_{j0} = (rd_{j1} + trd_{j1}) - rt_{j0} \quad (21)$$

Após feitas as equações da estática são obtidos os valores de rd_{j0} e rt_{j0} que representam o peso da carga P_i exercido no conjunto de eixos dianteiro e traseiro do cavalo mecânico do veículo, respectivamente.

Por fim, os valores do peso por eixo no veículo com dois eixos devem ser limitados pelos valores definidos na Lei da Balança. As reações rd_{j0} , rt_{j0} e rt_{j1} devem ser somadas de suas respectivas taras, ilustradas na Figura 32. As Equações (22), (23) e (24) apresentam o limite estabelecido pela Lei da Balança que varia de acordo com a configuração do conjunto de eixo. Será considerado como rdm_{j0} para o conjunto de eixos dianteiro do cavalo mecânico, rtm_{j0} para o conjunto de eixos traseiro do cavalo mecânico e rtm_{j1} para o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 1.

$$rd_{j_0} + trd_{j_0} \leq rdm_{j_0} \quad (22)$$

$$rt_{j_0} + trt_{j_0} \leq rtm_{j_0} \quad (23)$$

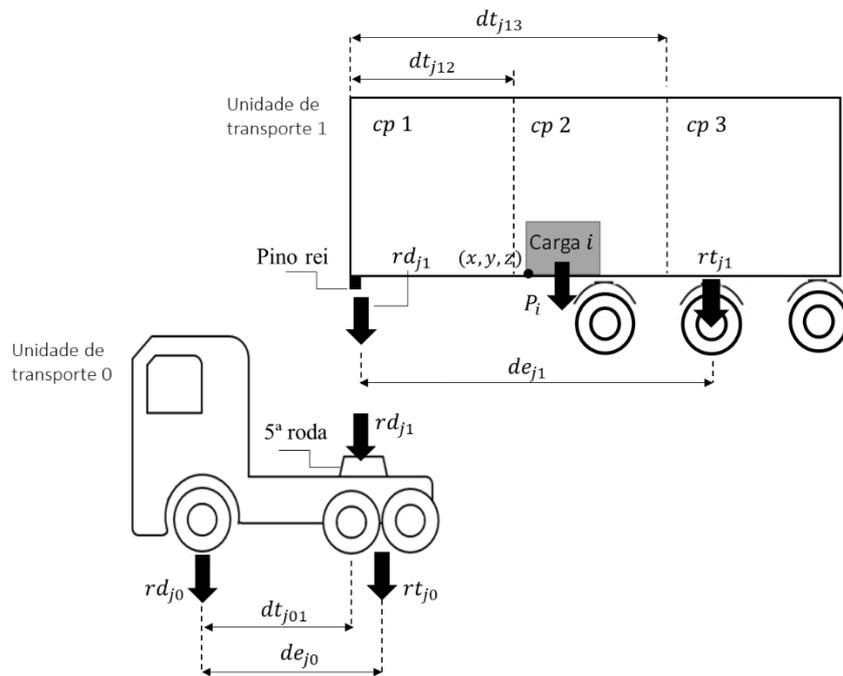
$$rt_{j_1} + trt_{j_1} \leq rtm_{j_1} \quad (24)$$

3.3.4 VANDERLEIA

Para veículos do tipo Vanderleia, o cálculo é feito para o semirreboque 1 e em seguida para o cavalo mecânico, de forma que a quinta roda, onde é apoiado o semirreboque, receba o peso das cargas para posteriormente ser distribuído no cavalo mecânico. O cálculo funciona para um conjunto de eixos que pode conter um, dois ou três eixos traseiros do semirreboque 1. O mesmo ocorre para o cavalo mecânico.

A Figura 44 ilustra todas as reações, a força e as distâncias presentes na carreta.

Figura 44: Forças e distâncias da vanderleia.



Fonte: Autora.

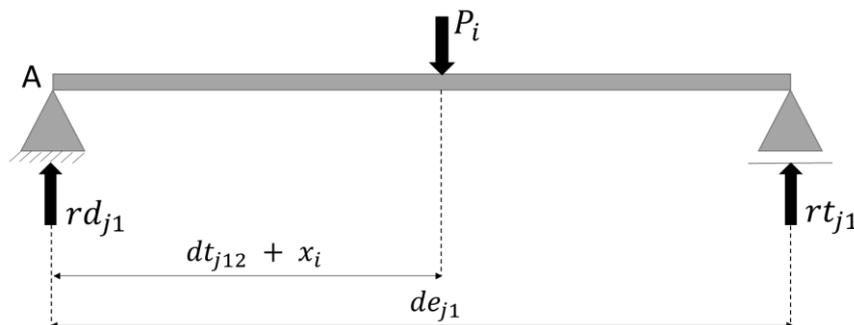
A reação rt_{j_1} representa a reação no conjunto de eixos traseiro do semirreboque 1, que será concentrada na roda do meio das três rodas traseiras, a reação rd_{j_1} no pino rei que será colocado na quinta roda, a reação rt_{j_0} no conjunto de eixos traseiro do

cavalo mecânico, a reação rd_{j0} no eixo dianteiro do cavalo mecânico e a força P_i é o valor do peso de uma carga alocada dentro do semirreboque 1.

Da mesma forma como foi feito o cálculo para veículos com dois eixos, no subcapítulo 3.3.1, o cálculo para o semirreboque 1 tem como base uma viga biapoiada, onde a quinta roda está representada por um apoio em A e o conjunto de eixos traseiro da carreta como o outro apoio da viga, como ilustra a Figura 45.

A viga biapoiada está submetida a uma carga concentrada P_i que representa uma carga alocada no semirreboque 1. Possui um apoio de primeiro gênero em A que representa a quinta roda, no qual existe uma reação rd_{j1} e um apoio de segundo gênero que representa o eixo do semirreboque com reação rt_{j1} . A carga i está alocada no compartimento 2 (*cp 2*) do semirreboque 1 (unidade de transporte 1), logo a soma da distância dt_{j12} e da coordenada x_i da carga i representa a distância da quinta roda até o local de aplicação da força P_i , ou seja, do apoio em A até a força P_i e a distância de_{j1} entre os apoios da viga, que representa a distância entre a quinta roda e o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 1.

Figura 45: Forças e distâncias do semirreboque 1 aplicadas na viga biapoiada.



Fonte: Autora.

Para início dos cálculos no semirreboque 1 é feito o somatório de momento em A igual a zero e de forma análoga o somatório de momento realizado na quinta roda igual a zero. É considerado o sentido anti-horário como positivo. A Equação (25) mostra o cálculo do somatório de momento igual a zero em A ($\sum M_A = 0$) da Figura 45 e na quinta roda do veículo ilustrado na Figura 44. Com isso, é obtido o valor da reação rt_{j1} na Equação (26) para viga biapoiada e conseqüentemente para o eixo traseiro do semirreboque 1.

$$rt_{j1} \cdot de_{j1} - P_i \cdot (dt_{j12} + x_i) = 0 \quad (25)$$

$$rt_{j1} = \frac{P_i \cdot (dt_{j12} + x_i)}{de_{j1}} \quad (26)$$

Em seguida, é feito o somatório de forças igual a zero da viga biapoiada e de maneira análoga no semirreboque 1 do veículo, de forma a garantir o equilíbrio. A Equação (27) apresenta o somatório de forças e a Equação (28) o resultado obtido para rd_{j1} .

$$rt_{j1} - P_i + rd_{j1} = 0 \quad (27)$$

$$rd_{j1} = P_i - rt_{j1} \quad (28)$$

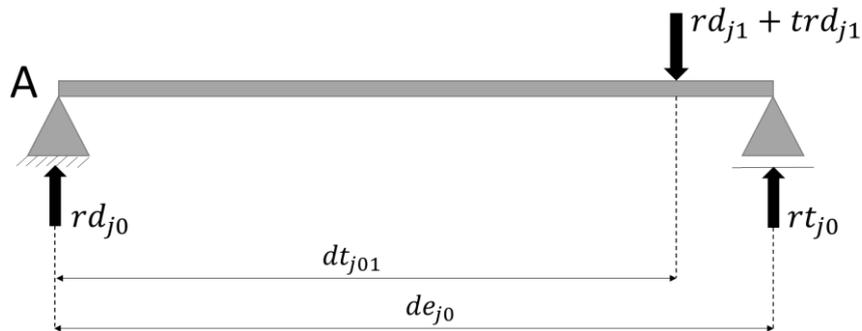
Por fim, após feitas as equações da estática, são obtidos os valores de rd_{j1} e rt_{j1} que representam o peso da carga P_i exercido na quinta roda e no eixo traseiro do semirreboque 1, respectivamente. Esse cálculo deve ser feito para cada carga alocada dentro do semirreboque e a reação total no conjunto de eixos será a soma de todas as reações calculadas.

Após realizado o cálculo das forças exercidas no semirreboque 1, deve ser feito o cálculo para o cavalo mecânico. São utilizadas novamente as equações da estática para obter as reações de apoio do cavalo mecânico. A Figura 46 ilustra todas as forças e distâncias do cavalo mecânico aplicadas na viga biapoiada. O ponto A representa o conjunto de eixo dianteiro do cavalo mecânico, o outro apoio representa a quinta roda e o valor de rd_{j1} foi calculado na Equação (28) que será somado a tara na quinta roda trd_{j1} .

A viga biapoiada está submetida a uma carga concentrada rd_{j1} que representa a reação das cargas do semirreboque 1 na quinta roda somada a tara trd_{j1} . Possui um apoio de primeiro gênero em A que representa o conjunto de eixo dianteiro do cavalo mecânico, no qual existe uma reação rd_{j0} e um apoio de segundo gênero que representa o eixo traseiro do cavalo mecânico com reação rt_{j0} . A distância dt_{j01} do apoio em A até a reação $rd_{j1} + trd_{j1}$, que representa a distância do conjunto de eixos dianteiro do cavalo mecânico até o local de aplicação da reação na quinta roda

(unidade de transporte 0 até compartimento 1 da unidade de transporte 1) e a distância de_{j0} entre os apoios da viga, que representa a distância entre o conjunto de eixos dianteiro e o local de aplicação da reação rt_{j0} no conjunto de eixos traseiros do cavalo mecânico.

Figura 46: Forças e distâncias do cavalo mecânico aplicadas na viga biapoiada.



Fonte: Autora.

Para início do cálculo no cavalo mecânico é feito o somatório de momento em A igual a zero, ou seja, o somatório de momento realizado no conjunto de eixos dianteiro do cavalo mecânico igual a zero. É considerado o sentido anti-horário como positivo. A Equação (29) mostra o cálculo do somatório de momento igual a zero em A ($\sum M_A = 0$) da Figura 46 e no conjunto de eixos dianteiro do cavalo mecânico do veículo ilustrado na Figura 44. Com isso, é obtido o valor da reação rt_{j0} na Equação (30) para viga biapoiada e conseqüentemente para o conjunto de eixos traseiro do cavalo mecânico.

$$rt_{j0} \cdot de_{j0} - (rd_{j1} + trd_{j1}) \cdot dt_{j01} = 0 \quad (29)$$

$$rt_{j0} = \frac{(rd_{j1} + trd_{j1}) \cdot dt_{j01}}{de_{j0}} \quad (30)$$

Em seguida, é feito o somatório de forças igual a zero da viga biapoiada da Figura 46 que representa as forças atuantes no cavalo mecânico do veículo, de forma a garantir o equilíbrio. A Equação (31) apresenta o somatório de forças e a Equação (32) o resultado obtido para rd_{j0} .

$$rt_{j0} - (rd_{j1} + trd_{j1}) + rd_{j0} = 0 \quad (31)$$

$$rd_{j_0} = (rd_{j_1} + trd_{j_1}) - rt_{j_0} \quad (32)$$

Após feitas as equações da estática são obtidos os valores de rd_{j_0} e rt_{j_0} que representam o peso da carga P_i exercido no conjunto de eixos dianteiro e traseiro do cavalo mecânico do veículo, respectivamente.

Por fim, os valores do peso por eixo no veículo com dois eixos devem ser limitados pelos valores definidos na Lei da Balança. As reações rd_{j_0} , rt_{j_0} e rt_{j_1} devem ser somadas de suas respectivas taras, ilustradas na Figura 33. As Equações (33), (34) e (35) apresentam o limite estabelecido pela Lei da Balança que varia de acordo com a configuração do conjunto de eixo. Será considerado como rdm_{j_0} para o conjunto de eixos dianteiro do cavalo mecânico, rtm_{j_0} para o conjunto de eixos traseiro do cavalo mecânico e rtm_{j_1} para o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 1.

$$rd_{j_0} + trd_{j_0} \leq rdm_{j_0} \quad (33)$$

$$rt_{j_0} + trt_{j_0} \leq rtm_{j_0} \quad (34)$$

$$rt_{j_1} + trt_{j_1} \leq rtm_{j_1} \quad (35)$$

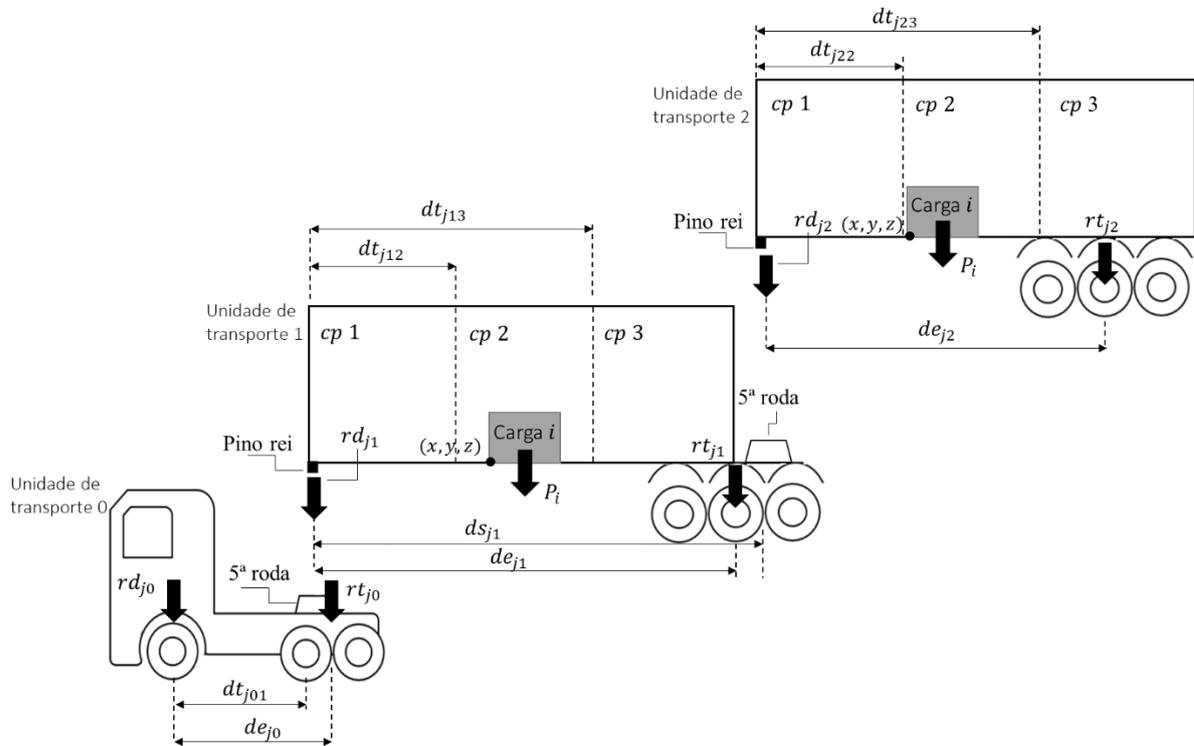
3.3.5 BITREM E BITRENZÃO

O bitrem é uma combinação de um cavalo mecânico e dois semirreboques acoplados entre si através de uma quinta roda situada na traseira do cavalo mecânico e na traseira do primeiro semirreboque. Há ainda o bitrenzão, que configura no bitrem com eixo triplo. Logo, o cálculo do peso por eixo para o bitrem e bitrenzão é o mesmo, que segue as equações da estática.

Primeiramente é feito o cálculo para o último semirreboque (semirreboque 2), em seguida para o primeiro semirreboque (semirreboque 1) e, por fim, para o cavalo mecânico. A quinta roda situada na traseira do semirreboque 1 transfere a força P_i de uma carga alocada dentro do semirreboque 2, para o semirreboque 1. A quinta roda que está na traseira do cavalo mecânico transfere a força P_i de uma carga alocada dentro do semirreboque 1, para o cavalo mecânico. A Figura 47 ilustra todas as

reações, as forças e as distâncias presentes no bitrem. O cálculo será explicado a seguir.

Figura 47: Forças e distâncias do Bitrem.

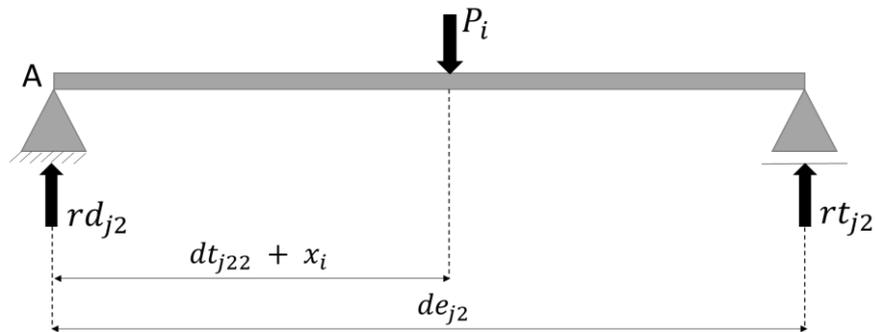


Fonte: Autora.

A reação rt_{j2} representa a reação no conjunto de eixos traseiro do semirreboque 2 e rd_{j2} a reação no pino rei do semirreboque 2 que será encaixado na quinta roda do semirreboque 1. A reação rt_{j1} no conjunto de eixos traseiro e rd_{j1} no pino rei do semirreboque 1 que será encaixado na quinta roda do cavalo mecânico. O cavalo mecânico possui as reações rd_{j0} no eixo dianteiro e rt_{j0} no conjunto de eixos traseiro. As forças P_i são os valores dos pesos das cargas alocadas dentro dos semirreboques.

Da mesma forma como foi feito o cálculo para veículos com dois eixos, no subcapítulo 3.2.1, o cálculo para o semirreboque 2 se assemelha a uma viga biapoiada, onde a quinta roda está representada por um apoio em A e o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 2 como o outro apoio da viga, como ilustra a Figura 48.

Figura 48: Forças e distâncias do semirreboque 2 aplicadas na viga biapoiada.



Fonte: Autora.

A viga biapoiada está submetida a uma força concentrada P_i que representa uma carga alocada no semirreboque 2. Possui um apoio de primeiro gênero em A, que representa a quinta roda do semirreboque 1, no qual existe uma reação rd_{j2} e um apoio de segundo gênero, que representa o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 2 com reação rt_{j2} . A soma da distância dt_{j22} com a coordenada x_i do apoio em A até a força P_i , representa a distância da quinta roda do semirreboque 1 até a carga alocada no semirreboque 2 e de_{j2} a distância entre os apoios da viga, que representa a distância da quinta roda do semirreboque 1 até o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 2.

Para início dos cálculos, no semirreboque 2 é feito o somatório de momento em A igual a zero, ou seja, o somatório de momento realizado na quinta roda do semirreboque 1. É considerado o sentido anti-horário como positivo. A Equação (36) mostra o cálculo do somatório de momento igual a zero em A ($\sum M_A = 0$) da Figura 48 e na quinta roda do semirreboque 1 do veículo ilustrado na Figura 47. Com isso, é obtido o valor da reação rt_{j2} na Equação (37) para viga biapoiada e, conseqüentemente, para o eixo traseiro do semirreboque 2.

$$rt_{j2} \cdot de_{j2} - P_i (dt_{j22} + x_i) = 0 \quad (36)$$

$$rt_{j2} = \frac{P_i (dt_{j22} + x_i)}{de_{j2}} \quad (37)$$

Em seguida, é feito o somatório de forças igual a zero da viga biapoiada e no semirreboque 2 do veículo, de forma a garantir o equilíbrio. A Equação (38) apresenta o somatório de forças e a Equação (39) o resultado obtido para rd_{j_2} .

$$rt_{j_2} - P_i + rd_{j_2} = 0 \quad (38)$$

$$rd_{j_2} = P_i - rt_{j_2} \quad (39)$$

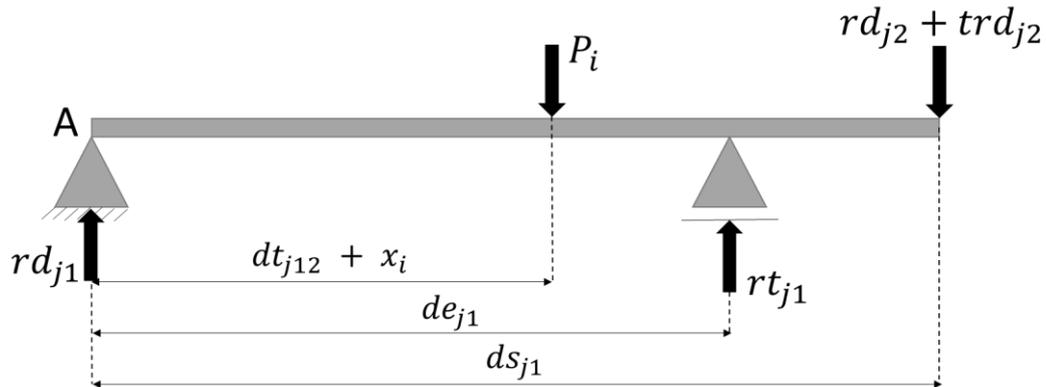
Após feitas as equações da estática, são obtidos os valores de rd_{j_2} e rt_{j_2} que representam o peso da carga P_i exercido na quinta roda do semirreboque 1 e no conjunto de eixos traseiro do semirreboque 2, respectivamente. Esse cálculo deve ser feito para cada carga alocada dentro do semirreboque 2 e a reação total no conjunto de eixos será a soma de todas as reações calculadas.

Depois de realizado o cálculo das forças exercidas no semirreboque 2, é feito o cálculo para o semirreboque 1. O semirreboque 1 recebe as cargas transferidas do semirreboque 2 por meio de sua quinta roda e além disso existem as cargas que estão alocadas dentro do próprio semirreboque 1. Logo, o cálculo do semirreboque 1 pode ser representado por uma viga biapoiada com balanço e para encontrar os valores das reações nos eixos são necessárias as equações da estática, de forma análoga ao feito para o semirreboque 2.

A Figura 49 representa uma viga biapoiada submetida a uma carga concentrada P_i que representa uma carga alocada no semirreboque 1 e a reação concentrada rd_{j_2} da quinta roda do semirreboque 1 somada a sua tara trd_{j_2} . Possui um apoio de primeiro gênero em A, que representa a quinta roda do cavalo mecânico, no qual existe uma reação rd_{j_1} . Um apoio de segundo gênero, que representa o eixo traseiro do semirreboque 1, com reação rt_{j_1} . A soma da distância $dt_{j_{12}}$ com a coordenada x_i do apoio em A até a força P_i , representa a distância da quinta roda do cavalo mecânico até uma carga alocada dentro do semirreboque 1, a distância de_{j_1} que representa a distância entre os apoios da viga, que representa a distância da quinta roda do cavalo mecânico até o eixo traseiro do semirreboque 1 e a distância ds_{j_1} do apoio em A até o local de aplicação da reação rd_{j_2} , que representa a distância da

quinta roda do semirreboque 1 até o local de aplicação da reação rd_{j2} na quinta roda do semirreboque 2.

Figura 49: Forças e distâncias do semirreboque 1 aplicadas na viga biapoiada.



Fonte: Autora.

Para início dos cálculos no semirreboque 1 é feito o somatório de momento em A igual a zero, ou seja, o somatório de momento realizado na quinta roda do cavalo mecânico igual a zero. O outro apoio representa o conjunto de eixos traseiro no semirreboque 1. É considerado o sentido anti-horário como positivo. A Equação (40) mostra o cálculo do somatório de momento igual a zero em A ($\sum M_A = 0$) da Figura 49 e na quinta roda do cavalo mecânico do veículo ilustrado na Figura 47. Com isso, é obtido o valor da reação rt_{j1} na Equação (41) para viga biapoiada e conseqüentemente para o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 1.

$$rt_{j1} \cdot de_{j1} - P_i \cdot (dt_{j12} + x_i) - (rd_{j2} + trd_{j2}) \cdot ds_{j1} = 0 \quad (40)$$

$$rt_{j1} = \frac{P_i \cdot (dt_{j12} + x_i) + (rd_{j2} + trd_{j2}) \cdot ds_{j1}}{de_{j1}} \quad (41)$$

Em seguida, é feito o somatório de forças igual a zero da viga biapoiada com balanço e no semirreboque 1 do veículo, de forma a garantir o equilíbrio. A Equação (42) apresenta o somatório de forças e a Equação (43) o resultado obtido para rd_{j1} .

$$rt_{j1} - P_i + rd_{j1} - (rd_{j2} + trd_{j2}) = 0 \quad (42)$$

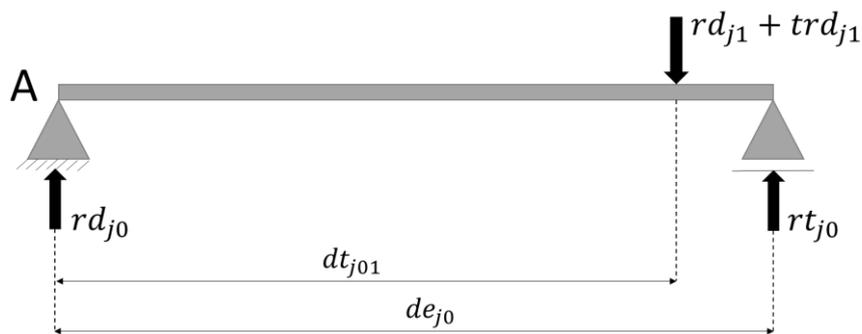
$$rd_{j1} = P_i - rt_{j1} + (rd_{j2} + trd_{j2}) \quad (43)$$

Depois de realizadas as equações da estática são obtidos os valores de rd_{j1} e rt_{j1} que representam os pesos da carga P_i e das cargas do semirreboque 2 exercidos na quinta roda e no conjunto de eixos traseiro do semirreboque 1, respectivamente. Esse cálculo deve ser feito para cada carga alocada dentro do semirreboque 1 e a reação total no conjunto de eixos será a soma de todas as reações calculadas.

Após realizado o cálculo das forças exercidas no semirreboque 1, é feito o cálculo para o cavalo mecânico. O cavalo mecânico recebe as cargas transferidas do semirreboque 1 por meio da quinta roda. Logo, o cálculo do cavalo mecânico configura em uma viga biapoiada, de forma análoga ao feito anteriormente.

A Figura 50 representa uma viga biapoiada submetida a carga concentrada rd_{j1} da quinta roda do semirreboque 1 somada a tara trd_{j1} . Possui um apoio de primeiro gênero em A, que representa o eixo dianteiro do cavalo mecânico, no qual existe uma reação rd_{j0} e um apoio de segundo gênero, que representa o eixo traseiro do cavalo mecânico, com reação rt_{j0} . A distância dt_{j01} do apoio em A até a soma das reações rd_{j1} e trd_{j1} , que representa a distância do eixo dianteiro do cavalo mecânico até a quinta roda do semirreboque 1 e a distância de_{j0} entre os apoios da viga, que representa a distância entre os eixos do cavalo mecânico.

Figura 50: Forças e distâncias do cavalo mecânico aplicadas na viga biapoiada.



Fonte: Autora.

Para início dos cálculos no cavalo mecânico é feito o somatório de momento em A igual a zero, ou seja, o somatório de momento realizado no conjunto de eixos dianteiro do cavalo mecânico igual a zero. É considerado o sentido anti-horário como positivo. A Equação (44) mostra o cálculo do somatório de momento igual a zero em A ($\sum M_A =$

0) da Figura 50 e no cavalo mecânico do veículo ilustrado na Figura 47. Com isso, é obtido o valor da reação rd_{j0} na Equação (45) para viga biapoiada e consequentemente para o conjunto de eixos traseiro do cavalo mecânico.

$$rt_{j0} \cdot de_{j0} - (rd_{j1} + trd_{j1}) \cdot dt_{j01} = 0 \quad (44)$$

$$rt_{j0} = \frac{(rd_{j1} + trd_{j1}) \cdot dt_{j01}}{de_{j0}} \quad (45)$$

Em seguida, é feito o somatório de forças igual a zero da viga biapoiada e no cavalo mecânico do veículo, de forma a garantir o equilíbrio. A Equação (46) apresenta o cálculo e a Equação (47) o resultado obtido para a reação no eixo dianteiro do cavalo mecânico (rd_{j0}).

$$rt_{j0} - (rd_{j1} + trd_{j1}) + rd_{j0} = 0 \quad (46)$$

$$rd_{j0} = (rd_{j1} + trd_{j1}) - rt_{j0} \quad (47)$$

Após feitas as equações da estática são obtidos os valores de rd_{j0} e rt_{j0} que representam os pesos das cargas do semirreboque 1 exercidos no eixo dianteiro e no eixo traseiro do cavalo mecânico, respectivamente.

Por fim, os valores do peso por eixo no veículo com dois eixos devem ser limitados pelos valores definidos na Lei da Balança. As reações $rd_{j0}, rt_{j0}, rt_{j1}$ e rt_{j2} devem ser somadas de suas respectivas taras, ilustradas na Figura 34. As Equações (48), (49), (50) e (51) apresentam o limite estabelecido pela Lei da Balança para o peso por eixo do veículo que varia de acordo com a configuração do conjunto de eixos. Será considerado como rdm_{j0} para o conjunto de eixos dianteiro do cavalo mecânico, rtm_{j0} para o conjunto de eixos traseiro do cavalo mecânico, rtm_{j1} para o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 1 e rtm_{j2} para o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 2.

$$rd_{j0} + trd_{j0} \leq rdm_{j0} \quad (48)$$

$$rt_{j0} + trt_{j0} \leq rtm_{j0} \quad (49)$$

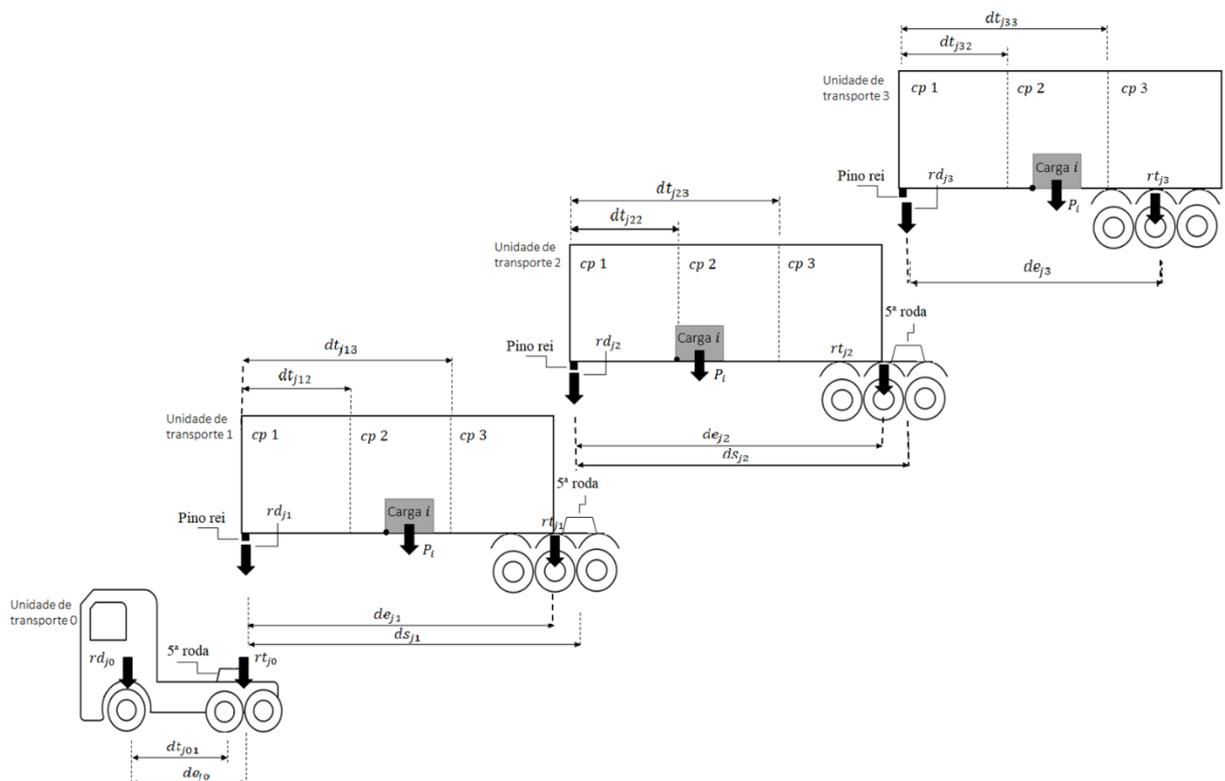
$$rt_{j1} + trt_{j1} \leq rtm_{j1} \quad (50)$$

$$rt_{j2} + trt_{j2} \leq rtm_{j2} \quad (51)$$

3.3.6 TRITEM

O tritem é um bitrem que tem acoplado mais um semirreboque. Logo, o cálculo é feito primeiramente para o último semirreboque (semirreboque 3), seguido do cálculo para o segundo semirreboque (semirreboque 2), para o primeiro semirreboque (semirreboque 1) e por fim para o cavalo mecânico. O cálculo será explicado a seguir. A Figura 51 ilustra todas as forças e distâncias presentes no tritem.

Figura 51: Forças e distâncias do Tritem.



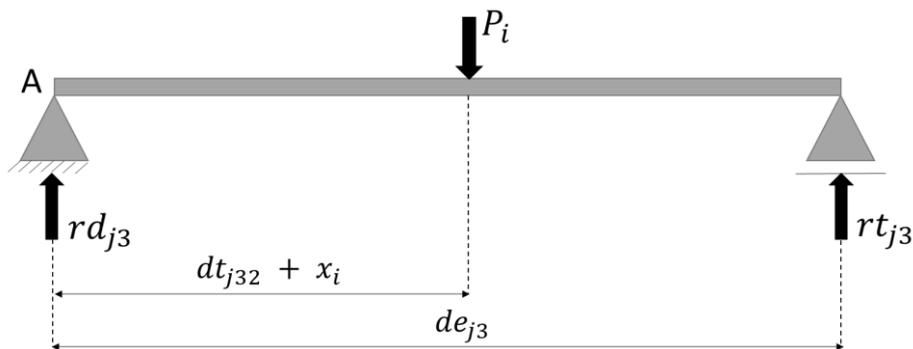
Fonte: Autora.

A reação rt_{j3} representa a reação no conjunto de eixos traseiro e rd_{j3} a reação do pino rei do semirreboque 3 na quinta roda do semirreboque 2 do veículo, a reação rt_{j2} no conjunto de eixos traseiro e rd_{j2} do pino rei do semirreboque 2 na quinta roda do semirreboque 1 do veículo, a reação rt_{j1} no conjunto de eixos traseiro e rd_{j1} do pino

rei do semirreboque 1 na quinta roda do cavalo mecânico. O cavalo mecânico possui as reações rd_{j0} no conjunto de eixos dianteiro e rt_{j0} no conjunto de eixos traseiro. As forças P_i são os valores dos pesos das cargas alocadas dentro do semirreboque 1, 2 e 3 do veículo.

Da mesma forma que foi feito o cálculo para veículos com dois eixos, no subcapítulo 3.3.1, o cálculo para o semirreboque 3 tem como base uma viga biapoiada, onde a quinta roda do semirreboque 2 está representada por um apoio em A e o conjunto de eixos traseiros do semirreboque 3 como o outro apoio da viga, como ilustra a Figura 52.

Figura 52: Forças e distâncias do semirreboque 3 aplicadas na viga biapoiada.



Fonte: Autora.

A viga biapoiada está submetida a uma carga concentrada P_i que representa a carga alocada no compartimento 2 no semirreboque 3. Possui um apoio de primeiro gênero em A, que representa a quinta roda do semirreboque 2, no qual existe uma reação rd_{j3} e um apoio de segundo gênero, que representa o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 3, com reação rt_{j3} . A distância dt_{j32} somada a coordenada x_i da carga P_i do apoio em A até a força P_i , que representa a distância da quinta roda do semirreboque 2 até a força P_i da carga alocada dentro do semirreboque 3 e a distância de_{j3} entre os apoios da viga, que representa a distância da quinta roda do semirreboque 2 até o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 3.

Para início dos cálculos no semirreboque 3 é feito o somatório de momento em A igual a zero, ou seja, o somatório de momento realizado na quinta roda do semirreboque 2 igual a zero. É considerado o sentido anti-horário como positivo. A Equação (52) mostra o cálculo do somatório de momento igual a zero em A ($\sum M_A = 0$) da Figura 52

e na quinta roda do semirreboque 2 do veículo ilustrado na Figura 51. Com isso, é obtido o valor da reação rt_{j3} na Equação (53) para viga biapoiada e consequentemente para o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 3.

$$rt_{j3} \cdot de_{j3} - P_i \cdot (dt_{j32} + x_i) = 0 \quad (52)$$

$$rt_{j3} = \frac{P_i \cdot (dt_{j32} + x_i)}{de_{j3}} \quad (53)$$

Em seguida, é feito o somatório de forças igual a zero da viga biapoiada e no semirreboque 3 do veículo, de forma a garantir o equilíbrio. A Equação (54) apresenta o somatório de forças e a Equação (55) o resultado obtido para rd_{j3} .

$$rt_{j3} - P_i + rd_{j3} = 0 \quad (54)$$

$$rd_{j3} = P_i - rt_{j3} \quad (55)$$

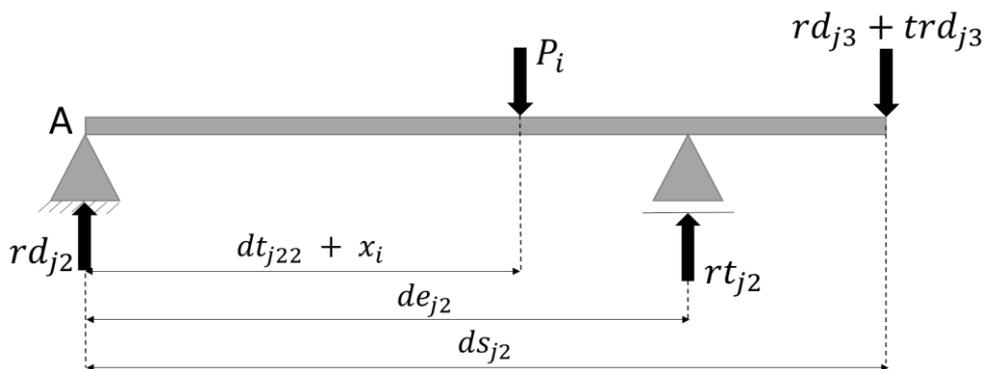
Após feitas as equações da estática são obtidos os valores de rd_{j3} e rt_{j3} que representam o peso da carga P_i exercido na quinta roda do semirreboque 2 e no conjunto de eixos traseiro do semirreboque 3, respectivamente. Esse cálculo deve ser feito para cada carga alocada dentro do semirreboque 3 e a reação total no conjunto de eixos será a soma de todas as reações calculadas.

Após realizado o cálculo das forças exercidas no semirreboque 3, é feito o cálculo para o semirreboque 2. O semirreboque 2 recebe as cargas transferidas do semirreboque 3 por meio da quinta roda do semirreboque 2 e além disso existem as cargas que estão alocadas dentro do próprio semirreboque 2. Logo, o cálculo do semirreboque 2 configura em uma viga biapoiada com balanço e para encontrar os valores das reações no conjunto de eixos dianteiro e traseiro são necessárias as equações da estática, de forma análoga ao feito anteriormente.

A Figura 53 representa uma viga biapoiada submetida a uma carga concentrada P_i que representa a carga alocada no semirreboque 2 e a reação rd_{j3} da quinta roda do semirreboque 2. Possui um apoio de primeiro gênero em A, que representa a quinta roda do semirreboque 1, no qual existe uma reação rd_{j2} e um apoio de segundo

gênero, que representa o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 2, com reação rt_{j2} . A distância dt_{j22} somada a coordenada x_i da carga P_i do apoio em A até força P_i , que representa a distância da quinta roda do semirreboque 1 até a força P_i da carga alocada dentro do semirreboque 2, a distância de_{j2} entre os apoios da viga, que representa a distância da quinta roda do semirreboque 1 até o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 2 e a distância ds_{j2} do apoio em A até o local de aplicação da reação rd_{j3} somada a sua tara trd_{j3} , que representa a distância da quinta roda do semirreboque 1 até o local de aplicação da reação rd_{j3} na quinta roda do semirreboque 2.

Figura 53: Forças e distâncias do semirreboque 2 aplicadas na viga biapoiada.



Fonte: Autora.

Para início dos cálculos no semirreboque 2 é feito o somatório de momento em A igual a zero, ou seja, o somatório de momento realizado na quinta roda do semirreboque 1 igual a zero. É considerado o sentido anti-horário como positivo. A Equação (56) mostra o cálculo do somatório de momento igual a zero em A ($\sum M_A = 0$) da Figura 53 e na quinta roda do semirreboque 1 do veículo ilustrado na Figura 51. Com isso, é obtido o valor da reação rt_{j2} na Equação (57) para viga biapoiada e conseqüentemente para o conjunto de eixos traseiros do semirreboque 2.

$$rt_{j2} \cdot de_{j2} - P_i \cdot (dt_{j22} + x_i) - (rd_{j3} + trd_{j3}) \cdot ds_{j2} = 0 \quad (56)$$

$$rt_{j2} = \frac{P_i \cdot (dt_{j22} + x_i) + (rd_{j3} + trd_{j3}) \cdot ds_{j2}}{de_{j2}} \quad (57)$$

Em seguida, é feito o somatório de forças igual a zero da viga biapoiada com balanço e no semirreboque 2 do veículo, de forma a garantir o equilíbrio. A Equação (58) apresenta o somatório de forças e a Equação (59) o resultado obtido para rd_{j2} .

$$rt_{j2} - P_i - (rd_{j3} + trd_{j3}) + rd_{j2} = 0 \quad (58)$$

$$rd_{j2} = P_i + (rd_{j3} + trd_{j3}) - rt_{j2} \quad (59)$$

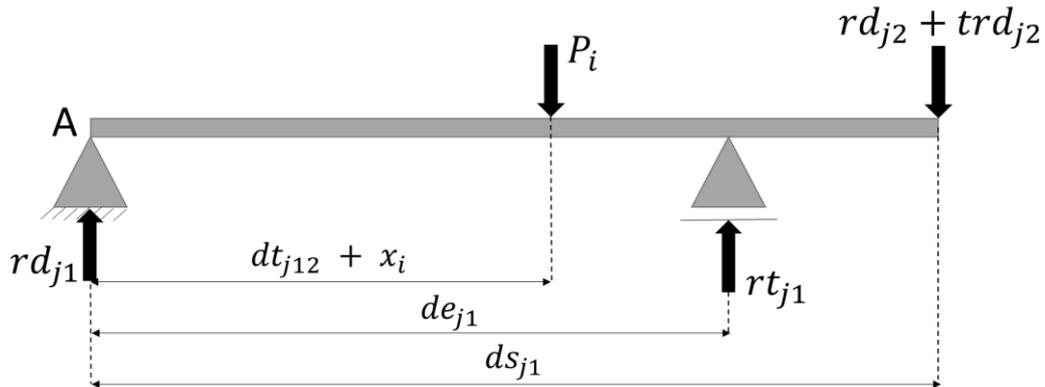
Após feitas as equações da estática são obtidos os valores de rd_{j2} e rt_{j2} que representam os pesos da carga P_i e das cargas do semirreboque 3 exercidos na quinta roda e no conjunto de eixos traseiro do semirreboque 2, respectivamente. Esse cálculo deve ser feito para cada carga alocada dentro do semirreboque 2 e a reação total no conjunto de eixos será a soma de todas as reações calculadas.

Depois de realizado o cálculo das forças exercidas no semirreboque 2, é feito o cálculo para o semirreboque 1. O semirreboque 1 recebe as cargas transferidas do semirreboque 2 por meio da quinta roda do semirreboque 1 e além disso existem as cargas que estão alocadas dentro do próprio semirreboque 1. Logo, o cálculo do semirreboque 1 configura em uma viga biapoiada com balanço e para encontrar os valores das reações no conjunto de eixos dianteiro e traseiro são necessárias as equações da estática, de forma análoga ao feito anteriormente.

A Figura 54 representa uma viga biapoiada submetida a uma carga concentrada P_i que representa a carga alocada no semirreboque 1 e a reação rd_{j2} da quinta roda do semirreboque 1. Possui um apoio de primeiro gênero em A, que representa a quinta roda do cavalo mecânico, no qual existe uma reação rd_{j1} e um apoio de segundo gênero, que representa o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 1, com reação rt_{j1} . A distância dt_{j12} somada a coordenada x_i da carga P_i do apoio em A até o local de aplicação da força P_i , que representa a distância da quinta roda do cavalo mecânico até a força P_i alocada dentro do semirreboque 1, a distância de_{j1} entre os apoios da viga, que representa a distância da quinta roda do cavalo mecânico até o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 1 e a distância ds_{j1} do apoio em A até o local de aplicação da reação rd_{j2} somada a sua tara trd_{j2} , que representa a distância da quinta

roda do cavalo mecânico até o local de aplicação da reação rd_{j_2} na quinta roda do semirreboque 1.

Figura 54: Forças e distâncias do semirreboque 1 aplicadas na viga biapoiada.



Fonte: Autora.

Para início dos cálculos no semirreboque 1 é feito o somatório de momento em A igual a zero, ou seja, o somatório de momento realizado na quinta roda do cavalo mecânico igual a zero. É considerado o sentido anti-horário como positivo. A Equação (60) mostra o cálculo do somatório de momento igual a zero em A ($\sum M_A = 0$) da Figura 54 e na quinta roda do cavalo mecânico do veículo ilustrado na Figura 51. Com isso, é obtido o valor da reação rt_{j_1} na Equação (61) para viga biapoiada e conseqüentemente para o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 1.

$$rt_{j_1} \cdot de_{j_1} - P_i \cdot (dt_{j_{12}} + x_i) - (rd_{j_2} + trd_{j_2}) \cdot ds_{j_1} = 0 \quad (60)$$

$$rt_{j_1} = \frac{P_i \cdot (dt_{j_{12}} + x_i) + (rd_{j_2} + trd_{j_2}) \cdot ds_{j_1}}{de_{j_1}} \quad (61)$$

Em seguida, é feito o somatório de forças igual a zero da viga biapoiada com balanço e no semirreboque 1 do veículo, de forma a garantir o equilíbrio. A Equação (62) apresenta o somatório de forças e a Equação (63) o resultado obtido para rd_{j_1} .

$$rt_{j_1} - P_i - (rd_{j_2} + trd_{j_2}) + rd_{j_1} = 0 \quad (62)$$

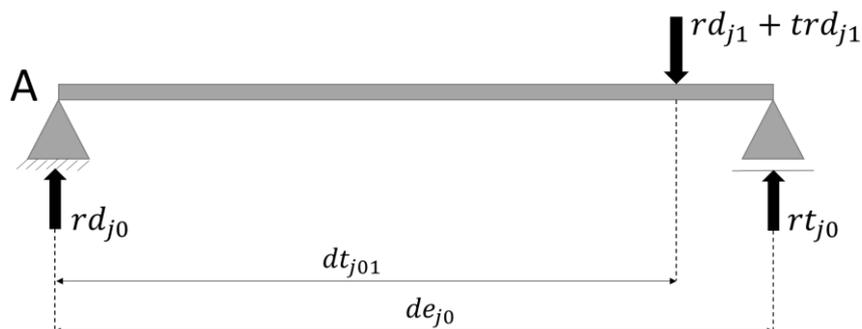
$$rd_{j_1} = P_i + (rd_{j_2} + trd_{j_2}) - rt_{j_1} \quad (63)$$

Com isso são obtidos os valores de rd_{j1} e rt_{j1} que representam os pesos da carga P_i e das cargas do semirreboque 2 exercidos na quinta roda do cavalo mecânico e no conjunto de eixos traseiro do semirreboque 1, respectivamente. Esse cálculo deve ser feito para cada carga alocada dentro do semirreboque 1 e a reação total no conjunto de eixos será a soma de todas as reações calculadas.

Após realizado o cálculo das forças exercidas no semirreboque 1, é feito o cálculo para o cavalo mecânico. O cavalo mecânico recebe as cargas transferidas do semirreboque 1 por meio da quinta roda do cavalo mecânico. Logo, o cálculo do cavalo mecânico configura em uma viga biapoiada, de forma análoga ao feito anteriormente.

A Figura 55 representa uma viga biapoiada submetida a carga concentrada rd_{j1} da quinta roda do cavalo mecânico. Possui um apoio de primeiro gênero em A, que representa o conjunto de eixos dianteiro do cavalo mecânico, no qual existe uma reação rd_{j0} e um apoio de segundo gênero, que representa o conjunto de eixos traseiro do cavalo mecânico, com reação rt_{j0} . A distância dt_{j01} do apoio em A até o local de aplicação da reação rd_{j1} somada a sua tara trd_{j1} , que representa a distância do conjunto de eixos dianteiro do cavalo mecânico até a quinta roda do cavalo mecânico e a distância de_{j0} entre os apoios da viga, que representa a distância entre o conjunto de eixos dianteiro e o conjunto de eixos traseiro do cavalo mecânico.

Figura 55: Forças e distâncias do cavalo mecânico aplicadas na viga biapoiada.



Fonte: Autora.

Para início dos cálculos no cavalo mecânico é feito o somatório de momento em A igual a zero, ou seja, o somatório de momento realizado no conjunto de eixos dianteiro do cavalo mecânico igual a zero. É considerado o sentido anti-horário como positivo. A Equação (64) mostra o cálculo do somatório de momento igual a zero em A ($\sum M_A =$

0) da Figura 55 e no cavalo mecânico do veículo ilustrado na Figura 51. Com isso, é obtido o valor da reação rt_{j0} na Equação (65) para viga biapoiada e consequentemente para o conjunto de eixos traseiro do cavalo mecânico.

$$rt_{j0} \cdot de_{j0} - (rd_{j1} + trd_{j1}) \cdot dt_{j01} = 0 \quad (64)$$

$$rt_{j0} = \frac{(rd_{j1} + trd_{j1}) \cdot dt_{j01}}{de_{j0}} \quad (65)$$

Em seguida, é feito o somatório de forças igual a zero da viga biapoiada, ou seja, no cavalo mecânico do veículo, de forma a garantir o equilíbrio. A Equação (66) apresenta o cálculo e a Equação (67) o resultado obtido para a reação no conjunto de eixos dianteiro do cavalo mecânico (rd_{j0}).

$$rt_{j0} - (rd_{j1} + trd_{j1}) + rd_{j0} = 0 \quad (66)$$

$$rd_{j0} = (rd_{j1} + trd_{j1}) - rt_{j0} \quad (67)$$

Após feitas as equações da estática são obtidos os valores de rd_{j0} e rt_{j0} que representam os pesos das cargas do semirreboque 1 exercidos no conjunto de eixos dianteiro e no conjunto de eixos traseiro do cavalo mecânico, respectivamente.

Por fim, os valores do peso por eixo no veículo com dois eixos devem ser limitados pelos valores definidos na Lei da Balança. As reações rd_{j0} , rt_{j0} , rt_{j1} e rt_{j2} devem ser somadas de suas respectivas taras, ilustradas na Figura 35. As Equações (68), (69), (70), (71) e (72) apresentam o limite estabelecido pela Lei da Balança para o peso por eixo do veículo que varia de acordo com a configuração do conjunto de eixos. Será considerado como rdm_{j0} para o conjunto de eixos dianteiro do cavalo mecânico, rtm_{j0} para o conjunto de eixos traseiro do cavalo mecânico, rtm_{j1} para o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 1, rtm_{j2} para o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 2 e rtm_{j3} para o conjunto de eixos traseiro do semirreboque 3.

$$rd_{j0} + trd_{j0} \leq rdm_{j0} \quad (68)$$

$$rt_{j0} + trt_{j0} \leq rtm_{j0} \quad (69)$$

$$rt_{j1} + trt_{j1} \leq rtm_{j1} \quad (70)$$

$$rt_{j2} + trt_{j2} \leq rtm_{j2} \quad (71)$$

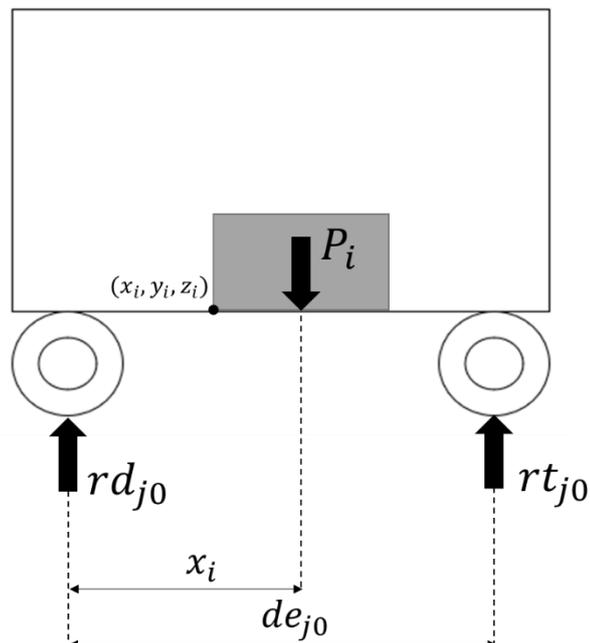
$$rt_{j3} + trt_{j3} \leq rtm_{j3} \quad (72)$$

3.3.7 ROMEU E JULIETA E TREMINHÃO

No caso de veículos como Romeu e Julieta, que é formado por um Truck com um Reboque, o cálculo é feito para um veículo com apenas dois eixos, como apresentado no subcapítulo 3.3.1 e o reboque como será apresentado neste subcapítulo. O treminhão é uma junção do Romeu e Julieta com mais de um reboque, o cálculo será igual ao Romeu e Julieta acrescido do cálculo para mais de um reboque.

O reboque possui condição de circular sem se apoiar no caminhão ou no semirreboque da frente, com isso ele não transfere carga para o veículo e usualmente apresenta dois conjuntos de eixos. Por isso, o cálculo do peso nos conjuntos de eixos do reboque toma como base as equações da estática, de forma que o reboque se assemelha a uma viga biapoiada. A Figura 56 ilustra todas as forças e distâncias necessárias para os cálculos dos pesos nos conjuntos de eixos presentes no veículo.

Figura 56: Forças e distâncias no Reboque.

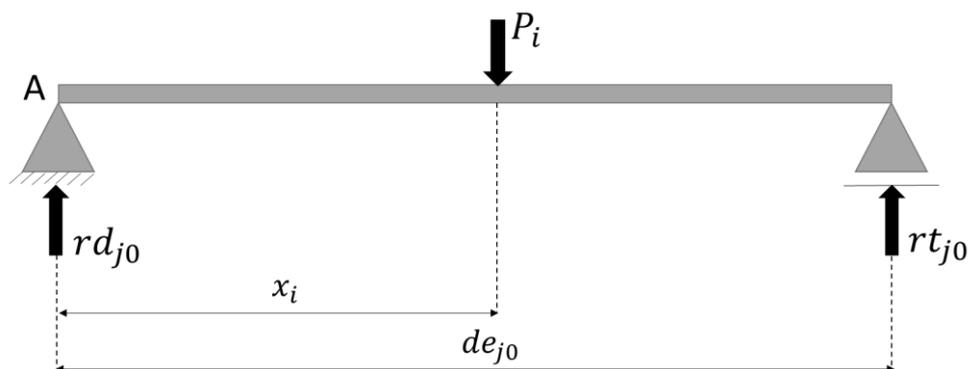


Fonte: Autora.

As reações de apoio no reboque são: rd_{j0} no conjunto de eixos dianteiro e rt_{j0} no conjunto de eixos traseiro. A carga concentrada P_i representa o valor do peso da carga alocada dentro do reboque. A distância x_i que representa a coordenada da carga P_i entre o conjunto de eixos dianteiro e a força P_i e de_{j0} a distância entre o conjunto de eixos dianteiro e o conjunto de eixos traseiro do reboque. Importante ressaltar que a força P_i é aplicada no centro de gravidade da carga e por se tratar de uma carga simétrica, a força P_i está localizada na metade da dimensão da carga que é paralela ao comprimento do veículo.

A Figura 57 representa as forças e distâncias no veículo de dois conjuntos de eixos aplicadas na viga biapoiada. A viga está submetida a uma carga concentrada P_i . Possui um apoio de primeiro gênero em A, que representa o conjunto de eixos dianteiro do reboque, no qual existe uma reação rd_{j0} e um apoio de segundo gênero, que representa o conjunto de eixos traseiro do reboque, com reação rt_{j0} . A distância x_i do apoio em A até o local de aplicação da força P_i , que representa a distância do conjunto de eixos dianteiro até a força P_i alocada dentro do reboque, a distância de_{j0} entre os apoios da viga, que representa a distância do conjunto de eixos dianteiro e o conjunto de eixos traseiro do reboque.

Figura 57: Forças e distâncias do reboque aplicadas na viga biapoiada.



Fonte: Autora.

Primeiramente é feito o somatório de momento em A igual a zero, ou seja, somatório de momento realizado no conjunto de eixos dianteiro do reboque igual a zero. É considerado o sentido anti-horário como positivo. A Equação (73) mostra o cálculo do

somatório de momento igual a zero em A ($\sum M_A = 0$) da Figura 57 e no conjunto de eixos dianteiro do reboque da Figura 56. Com isso, é obtido o valor da reação rt_{j0} na Equação (74) para viga biapoiada e conseqüentemente para o conjunto de eixos dianteiro do reboque.

$$rt_{j0} \cdot de_{j0} - P_i \cdot x_i = 0 \quad (73)$$

$$rt_{j0} = \frac{P_i \cdot x_i}{de_{j0}} \quad (74)$$

Em seguida, é feito o somatório de forças igual a zero da viga biapoiada, ou seja, do reboque, para garantir o equilíbrio. A Equação (75) apresenta o somatório de forças e a Equação (76) o resultado obtido para rd_{j0} .

$$rd_{j0} - P_i + rt_{j0} = 0 \quad (75)$$

$$rd_{j0} = P_i - rt_{j0} \quad (76)$$

Após feitas as equações da estática, são obtidos os valores de rd_{j0} e rt_{j0} que representam o peso da carga P_i exercido no conjunto de eixos dianteiro e no conjunto de eixos traseiro do reboque, respectivamente. Esse cálculo deve ser feito para cada carga alocada dentro do reboque e a reação total no conjunto de eixos será a soma de todas as reações calculadas.

Por fim, os valores do peso por eixo no veículo com dois eixos devem ser limitados pelos valores definidos na Lei da Balança. As reações rd_{j0} e rt_{j0} devem ser somadas de suas respectivas taras, ilustradas na Figura 36. As Equações (77) e (78) apresentam o limite estabelecido pela Lei da Balança para o peso por eixo do veículo que varia de acordo com a configuração do conjunto de eixos. Será considerado como rdm_{j0} para o conjunto de eixos dianteiro e rtm_{j0} para o conjunto de eixos traseiro do reboque.

$$rd_{j0} + trd_{j0} \leq rdm_{j0} \quad (77)$$

$$rt_{j_0} + trt_{j_0} \leq rtm_{j_0} \tag{78}$$

4 MODELO MATEMÁTICO PROPOSTO

O *Capacitated Vehicle Routing Problem with Three-dimensional Loading Constraints* (3L-CVRP) une dois problemas em otimização combinatória: o Problema de Roteirização de Veículo com Restrição de Capacidade (*Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP)) e o Problema de Empacotamento em Três Dimensões (*Three-dimensional Bin Packing Problem* (3D-BPP)). Com isso, é considerado um problema NP-hard (FUELLERER et al., 2010).

O modelo matemático proposto é baseado no *Capacitated Vehicle Routing Problem with Three-dimensional Loading Constraints* (3L-CVRP) que incorpora restrições referentes ao peso por eixo nos veículos, de modo que esse peso não ultrapasse o limite estabelecido pela legislação. A rota mais adequada é elaborada de forma integrada à arrumação de cargas em cada compartimento, que respeita o limite de peso nos eixos, de um veículo com múltiplos compartimentos de carga. Resolve problemas com frota heterogênea, ou seja, a frota de veículos pode ser composta por veículos com compartimento de carga de diferentes dimensões (comprimento, largura e altura). Da mesma forma ocorre para as cargas, modelos de cargas com diferentes dimensões podem ser utilizados. Assim, por ser um problema de roteirização de veículos, a função objetivo do modelo matemático visa minimizar a distância percorrida pelos veículos na entrega aos clientes.

O modelo matemático satisfaz as seguintes restrições: 1) a capacidade volumétrica de cada veículo não pode ser excedida; 2) as posições das cargas dentro do compartimento de carga não podem ser coincidentes; 3) as cargas tem que ser posicionadas ortogonalmente ao compartimento de carga, podendo ser rotacionadas nas três dimensões; 4) a estabilidade das cargas deve ser garantida por uma área de suporte que pode ser o chão do compartimento de carga ou a face superior de outra carga; 5) as cargas de um mesmo cliente devem estar dentro de um mesmo veículo; 6) a arrumação das cargas é feita de forma dependente do valor limite do peso em cada eixo.

O modelo matemático proposto segue o grafo $G = (N_c, A)$, em que $N_c = \{0, 1, \dots, nc, nc + 1\}$ é o conjunto de nós e $A = \{a_{\alpha, \beta} | \alpha, \beta \in N_c, \alpha \neq \beta\}$ é o conjunto de arcos que ligam um nó α a um nó β . O nó 0 é o depósito no início das rotas e o nó

virtual $nc + 1$ representa o mesmo depósito no fim de cada rota. Os demais nós representam um total de nc clientes. Assim, $Cc = \{1, \dots, nc\}$ é o conjunto de clientes. Os conjuntos $C0c = \{0\} \cup Cc$ e $C1c = Cc \cup \{nc + 1\}$ são auxiliares. O total de itens é nb , nv é a quantidade de veículos da frota, ncp é o número máximo de compartimentos por veículo e $semi$ é o número máximo de semirreboque do veículo. $C = \{1, \dots, nb\}$ é o conjunto de itens, $Kc = \{1, \dots, nv\}$ é o conjunto de veículos, $Cp = \{1, \dots, ncp\}$ é o conjunto de compartimentos e $Semi = \{0, \dots, semi\}$ é o conjunto de unidade de transporte no veículo. A seguir são apresentados os parâmetros, as variáveis de decisão, a função objetivo e as restrições do modelo matemático proposto.

Parâmetros

μ, φ, η	Ponderam as parcelas da função objetivo, sendo μ o peso do custo com a distância percorrida, φ o peso do custo fixo dos veículos e η o peso da somatória das coordenadas z_i dos nb itens;
cd_j	Custo por quilômetro percorrido do veículo $j \in Kc$;
ck_j	Custo de utilização do veículo $j \in Kc$;
$di_{\alpha, \beta}$	Distância entre dois nós $\alpha \in Nc$ e $\beta \in Nc$ da rota realizada;
v_j	Velocidade do veículo $j \in Kc$;
Wti_α	Início da janela de tempo para o nó $\alpha \in Nc$;
Wtf_α	Fim da janela de tempo para o nó $\alpha \in Nc$;
$pr_{i, \alpha}$	Se o valor for 1, indica que a carga $i \in C$ pertence ao nó $\alpha \in Nc$, e 0 caso contrário;
M	Um número para a lógica do modelo muito grande;
m	Um número para a lógica do modelo muito pequeno;
as	Área de suporte (contato com a face inferior da carga ou com o piso do compartimento de carga) a ser considerada no modelo, a qual pode assumir valores entre 0,1 e 1,0. Onde 1,0

p_i, q_i, r_i	significa que a carga deve estar totalmente apoiada na carga abaixo dela ou no piso do compartimento;
$L_{j,cp,ss}, W_{j,cp,ss}, H_{j,cp,ss}$	Comprimento, largura e altura da carga $i \in C$; Comprimento, largura e altura do compartimento $cp \in Cp$ na unidade de transporte $ss \in Semi$ do veículo $j \in Kc$.
Variáveis de decisão	
x_i, y_i, z_i	Coordenadas do canto frontal inferior esquerdo da carga $i \in C$;
lx_i, ly_i, lz_i	Define se o comprimento da carga $i \in C$ é paralelo aos eixos X, Y ou Z. Por exemplo, lx_i é igual a 1 se o comprimento da carga i é paralelo ao eixo X, caso contrário, lx_i é igual a 0;
wx_i, wy_i, wz_i	Define se a largura da carga $i \in C$ é paralela aos eixos X, Y ou Z. Por exemplo, wx_i é igual a 1 se a largura da carga $i \in C$ é paralela ao eixo X, caso contrário, wx_i é igual a 0;
hx_i, hy_i, hz_i	Define se a altura da carga $i \in C$ é paralela aos eixos X, Y ou Z. Por exemplo, hx_i é igual a 1 se a altura da carga $i \in C$ é paralela ao eixo X, caso contrário, hx_i é igual a 0;
$x_{C\alpha,\beta,j}$	Variável binária que indica se o veículo $j \in Kc$ viaja do nó $\alpha \in Nc$ para o nó $\beta \in Nc$. É igual a 1 se o veículo $j \in Kc$ viaja do nó $\alpha \in Nc$ para o nó $\beta \in Nc$ e 0 caso contrário;
$T_{\alpha,j}$	Tempo de chegada do veículo $j \in Kc$ no cliente $\alpha \in Nc$;
$S_{i,cp,j,ss}$	Variável binária que indica se a carga $i \in C$ é colocado no compartimento $cp \in Cp$ veículo $j \in Kc$. É igual a 1 se a carga $i \in C$ foi colocada no compartimento $cp \in Cp$ da unidade de transporte $ss \in Semi$ do veículo $j \in Kc$ e 0 em contrário;

$z_{C\alpha,j}$

Variável binária que indica se o cliente $\alpha \in Cc$ está sendo atendido pelo veículo $j \in Kc$. É igual a 1 se o cliente $\alpha \in Cc$ é atendido e 0 caso contrário;

 $\delta_{i,k,cp,j,ss}$

Variável binária que indica se a carga $i \in C$ e a carga $k \in C$ estão carregadas no mesmo compartimento $cp \in Cp$ do veículo $j \in Kc$. É igual a 1, se a carga $i \in C$ e carga $k \in C$ são colocadas no compartimento $cp \in Cp$ da unidade de transporte $ss \in Semi$ no veículo $j \in Kc$ e 0 caso contrário;

 $a_{i,k}, b_{i,k}, c_{i,k}, d_{i,k}, e_{i,k}, f_{i,k}$

Variáveis binárias que indicam a posição relativa entre as duas cargas. A variável a_{ik} é igual a 1 se a carga $i \in C$ está à esquerda da carga $k \in C$. Da mesma forma, as variáveis $b_{i,k}, c_{i,k}, d_{i,k}, e_{i,k}, f_{i,k}$ indicam se a carga $i \in C$ está à direita, atrás, em frente, abaixo ou acima da carga $k \in C$, respectivamente. Essas variáveis são necessárias somente quando $i \neq k$.

Função Objetivo

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar} \left(\mu \left(\sum_{\alpha \in Nc} \sum_{\beta \in Nc} \sum_{j \in Kc} cd_j (di_{\alpha,\beta} \times xc_{\alpha,\beta,j}) \right) \right. \\ & \left. + \varphi \left(\sum_{j \in Kc} \sum_{\beta \in Cc} ck_j (xc_{0,\beta,j}) \right) + \eta \left(\sum_{i \in C} z_i \right) \right) \end{aligned} \quad (79)$$

Restrições

$$\sum_{\beta \in Nc} \sum_{j \in Kc} xc_{\alpha,\beta,j} = 1 \quad \forall \alpha, \beta \in Cc : \alpha \neq \beta \quad (80)$$

$$\sum_{\beta \in C1c} x_{C0,\beta,j} = 1 \quad \forall j \in Kc \quad (81)$$

$$\left(\sum_{\alpha \in C0c} x_{C\alpha,\gamma,j} - \sum_{\beta \in C1c} x_{C\gamma,\beta,j} \right) = 0 \quad \forall \gamma \in Cc, \quad j \in Kc : \alpha \neq \gamma \quad (82)$$

$$\sum_{\alpha \in C0c} x_{C\alpha,(nc+1),j} = 1 \quad \forall j \in Kc \quad (83)$$

$$x_{C(nc+1),\beta,j} = 0 \quad \forall \beta \in Nc, j \in Kc \quad (84)$$

$$x_{C\alpha,0,j} = 0 \quad \forall \alpha \in Nc, j \in Kc \quad (85)$$

$$\sum_{\beta \in Nc} \sum_{i \in C} x_{C\alpha,\beta,j} = \sum_{i \in C} z_{C\alpha,j} \quad \forall \alpha \in Cc; j \in Kc; \quad i \in C : pr_{\alpha i} = 1 \quad (86)$$

$$\begin{aligned} x_i + p_i lx_i + q_i (lz_i - wy_i + hz_i) \\ + r_i (1 - lx_i - lz_i + wy_i - hz_i) \\ - \delta_{i,k,cp,j,ss} M \\ \leq x_k + (1 - a_{i,k}) M \end{aligned} \quad \forall i, k \in C; cp \in Cp; j \in Kc; ss \in Semi \quad (87)$$

$$\begin{aligned} x_k + p_k lx_k + q_k (lz_k - wy_k + hz_k) \\ + r_k (1 - lx_k - lz_k + wy_k \\ - hz_k) - \delta_{i,k,cp,j,ss} M \\ \leq x_i + (1 - b_{i,k}) M \end{aligned} \quad \forall i, k \in C; cp \in Cp; j \in Kc; ss \in Semi \quad (88)$$

$$\begin{aligned} y_i + q_i wy_i + p_i (1 - lx_i - lz_i) \\ + r_i (lx_i + lz_i - wy_i) \\ - \delta_{i,k,cp,j,ss} M \\ \leq y_k + (1 - c_{i,k}) M \end{aligned} \quad \forall i, k \in C; cp \in Cp; j \in Kc; ss \in Semi \quad (89)$$

$$\begin{aligned} y_k + q_k wy_k + p_k (1 - lx_k - lz_k) \\ + r_k (lx_k + lz_k - wy_k) \\ - \delta_{i,k,cp,j,ss} M \\ \leq y_i + (1 - d_{i,k}) M \end{aligned} \quad \forall i, k \in C; cp \in Cp; j \in Kc; ss \in Semi \quad (90)$$

$$\begin{aligned}
z_i + r_i hz_i + q_i (1 - lz_i - hz_i) + p_i lz_i & \quad \forall i, k \in C; cp \in Cp; j \\
- \delta_{i,k,cp,j,ss} M & \quad \in Kc; ss \\
\leq z_k + (1 - e_{i,k}) M & \quad \in Semi \quad (91)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
z_k + r_k hz_k + q_k (1 - lz_k - hz_k) + p_k lz_k & \quad \forall i, k \in C; cp \in Cp; j \\
- \delta_{i,k,cp,j,ss} M \leq z_i + (1 - f_{i,k}) M & \quad \in Kc; ss \\
& \quad \in Semi \quad (92)
\end{aligned}$$

$$a_{i,k} = b_{k,i} \quad \forall i, k \in C \quad (93)$$

$$c_{i,k} = d_{k,i} \quad \forall i, k \in C \quad (94)$$

$$e_{i,k} = f_{k,i} \quad \forall i, k \in C \quad (95)$$

$$\begin{aligned}
a_{i,k} + b_{i,k} + c_{i,k} + d_{i,k} + e_{i,k} + f_{i,k} & \quad \forall i, k \in C; cp \in Cp; j \\
\geq 1 - \delta_{i,k,cp,j,ss} & \quad \in Kc; ss \\
& \quad \in Semi \quad (96)
\end{aligned}$$

$$\sum_{j \in Kc} \sum_{cp \in Cp} \sum_{ss \in Semi} s_{i,cp,j,ss} = 1 \quad \forall i \in C \quad (97)$$

$$\sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} s_{i,cp,j,ss} \leq M \sum_{\beta \in Cc} x_{C0,\beta,j} \quad \forall j \in Kc \quad (98)$$

$$\begin{aligned}
x_i + p_i lx_i + q_i (lz_i - wy_i + hz_i) & \quad \forall i, k \in C; cp \in Cp; j \\
+ r_i (1 - lx_i - lz_i + wy_i - hz_i) & \quad \in Kc; ss \\
\leq L_{j,cp,ss} + (1 - s_{i,cp,j,ss}) M & \quad \in Semi \quad (99)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y_i + q_i wy_i + p_i (1 - lx_i - lz_i) & \quad \forall i, k \in C; cp \in Cp; j \\
+ r_i (lx_i + lz_i - wy_i) & \quad \in Kc; ss \\
\leq W_{j,cp,ss} + (1 - s_{i,cp,j,ss}) M & \quad \in Semi \quad (100)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
z_i + r_i hz_i + q_i (1 - lz_i - hz_i) + p_i lz_i & \quad \forall i, k \in C; cp \in Cp; j \\
\leq H_{j,cp,ss} + (1 - s_{i,cp,j,ss}) M & \quad \in Kc; ss \\
& \quad \in Semi \quad (101)
\end{aligned}$$

$$lx_i + ly_i + lz_i = 1 \quad \forall i \in C \quad (102)$$

$$wx_i + wy_i + wz_i = 1 \quad \forall i \in C \quad (103)$$

$$hx_i + hy_i + hz_i = 1 \quad \forall i \in C \quad (104)$$

$$lx_i + wx_i + hx_i = 1 \quad \forall i \in C \quad (105)$$

$$ly_i + wy_i + hy_i = 1 \quad \forall i \in C \quad (106)$$

$$lz_i + wz_i + hz_i = 1 \quad \forall i \in C \quad (107)$$

$$2 - s_{i,cp,j,ss} - s_{k,cp,j,ss} \geq m \delta_{i,k,cp,j,ss} \quad \begin{array}{l} \forall i, k \in C; cp \in Cp; j \\ \in Kc; ss \\ \in Semi \end{array} \quad (108)$$

$$2 - s_{i,cp,j,ss} - s_{k,cp,j,ss} \leq M \delta_{i,k,cp,j,ss} \quad \begin{array}{l} \forall i, k \in C; cp \in Cp; j \\ \in Kc; ss \\ \in Semi \end{array} \quad (109)$$

$$\begin{aligned} x_i + p_i lx_i + q_i (lz_i - wy_i + hz_i) \\ + r_i (1 - lx_i - lz_i + wy_i - hz_i) \\ + (1 - e_{i,k}) M + \delta_{i,k,cp,j,ss} M \\ \geq x_k \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \forall i, k \in C; cp \in Cp; j \\ \in Kc; ss \\ \in Semi \end{array} \quad (110)$$

$$\begin{aligned} x_i + p_i lx_i + q_i (lz_i - wy_i + hz_i) \\ + r_i (1 - lx_i - lz_i + wy_i - hz_i) \\ - x_k + (1 - e_{i,k}) M \\ + \delta_{i,k,cp,j,ss} M \\ \geq [p_k lx_k + q_k (lz_k - wy_k + hz_k) \\ + r_k (1 - lx_k - lz_k + wy_k \\ - hz_k)] as \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \forall i, k \in C; cp \in Cp; j \\ \in Kc; ss \\ \in Semi \end{array} \quad (111)$$

$$x_i - (1 - e_{i,k}) M - \delta_{i,k,cp,j,ss} M \leq x_k \quad \begin{array}{l} \forall i, k \in C; cp \in Cp; j \\ \in Kc; ss \\ \in Semi \end{array} \quad (112)$$

$$\begin{aligned}
& y_i + q_i w y_i + p_i (1 - l x_i - l z_i) \\
& \quad + r_i (l x_i + l z_i - w y_i) \\
& \quad + (1 - e_{i,k}) M + \delta_{i,k,cp,j,ss} M \\
& \geq y_k
\end{aligned}
\quad \begin{array}{l}
\forall i, k \in C; cp \in Cp; j \\
\in Kc; ss \\
\in Semi
\end{array}
\quad (113)$$

$$\begin{aligned}
& y_i + q_i w y_i + p_i (1 - l x_i - l z_i) \\
& \quad + r_i (l x_i + l z_i - w y_i) - y_k \\
& \quad + (1 - e_{i,k}) M + \delta_{i,k,cp,j,ss} M \\
& \geq [q_k w y_k + p_k (1 - l x_k - l z_k) \\
& \quad + r_k (l x_k + l z_k - w y_k)] as
\end{aligned}
\quad \begin{array}{l}
\forall i, k \in C; cp \in Cp; j \\
\in Kc; ss \\
\in Semi
\end{array}
\quad (114)$$

$$\begin{aligned}
& y_i - (1 - e_{i,k}) M - \delta_{i,k,cp,j,ss} M \leq y_k \\
& \quad \forall i, k \in C; cp \in Cp; j \\
& \quad \in Kc; ss \\
& \quad \in Semi
\end{aligned}
\quad (115)$$

$$\begin{aligned}
m & \geq \sum_{i \in C} \sum_{cp \in Cp} \sum_{ss \in Semi} s_{i,cp,j,ss} - M z_{C\alpha,j} \\
& \quad \forall \alpha \in Cc; j \in Kc; \\
& \quad i \in C : pr_{i\alpha} = 1
\end{aligned}
\quad (116)$$

$$\begin{aligned}
m & \leq \sum_{i \in C} \sum_{cp \in Cp} \sum_{ss \in Semi} s_{i,cp,j,ss} + (1 - z_{C\alpha,j}) M \\
& \quad \forall ic \in Cc; j \in Kc; \\
& \quad i \in C : pr_{i\alpha} = 1
\end{aligned}
\quad (117)$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i \in C} \sum_{cp \in Cp} \sum_{ss \in Semi} s_{i,cp,j,ss} & = \left(\sum_{i \in C} pr_{i,\alpha} \right) z_{C\alpha,j} \\
& \quad \forall \alpha \in Cc; j \in Kc; \\
& \quad i \in C : pr_{i\alpha} = 1
\end{aligned}
\quad (118)$$

$$\begin{aligned}
T_{\beta,j} & \geq T_{\alpha,j} + \left(\frac{di_{\alpha,\beta}}{v_j} \right) - M (1 - x_{C\alpha,\beta,j}) \\
& \quad \beta \in C1c : \alpha \neq \beta; \\
& \quad j \in Kc
\end{aligned}
\quad (119)$$

$$\begin{aligned}
& \left(\sum_{\beta \in C1c} x_{C\alpha,\beta,j} \right) w t i_{\alpha} \leq T_{\alpha,j} \\
& \leq w t f_{\alpha} \left(\sum_{\beta \in C1c} x_{C\alpha,\beta,j} \right) \\
& \quad \forall \alpha \in Nc; j \in Kc
\end{aligned}
\quad (120)$$

$$1 \leq \sum_{\beta \in Cc} \sum_{j \in Kc} x_{C0,\beta,j} \leq n_v \quad (121)$$

$$x_i, y_i, z_i \geq 0 \quad \forall i \in C \quad (122)$$

$$lx_i, ly_i, lz_i, wx_i, wy_i, wz_i, hx_i, hy_i, hz_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in C \quad (123)$$

$$s_{i,cp,j,ss} \in \{0, 1\} \quad \begin{array}{l} \forall i, k \in C; cp \in Cp; j \\ \in Kc; ss \\ \in Semi \end{array} \quad (124)$$

$$a_{i,k}, b_{i,k}, c_{i,k}, d_{i,k}, e_{i,k}, f_{i,k} \in \{0, 1\} \quad \forall i, k \in C \quad (125)$$

$$\delta_{i,k,cp,j,ss} \in \{0, 1\} \quad \begin{array}{l} \forall i, k \in C; cp \in Cp; j \\ \in Kc; ss \\ \in Semi \end{array} \quad (126)$$

$$x_{C\alpha,\beta,j} \in \{0, 1\} \quad \forall \alpha, \beta \in Nc, j \in Kc \quad (127)$$

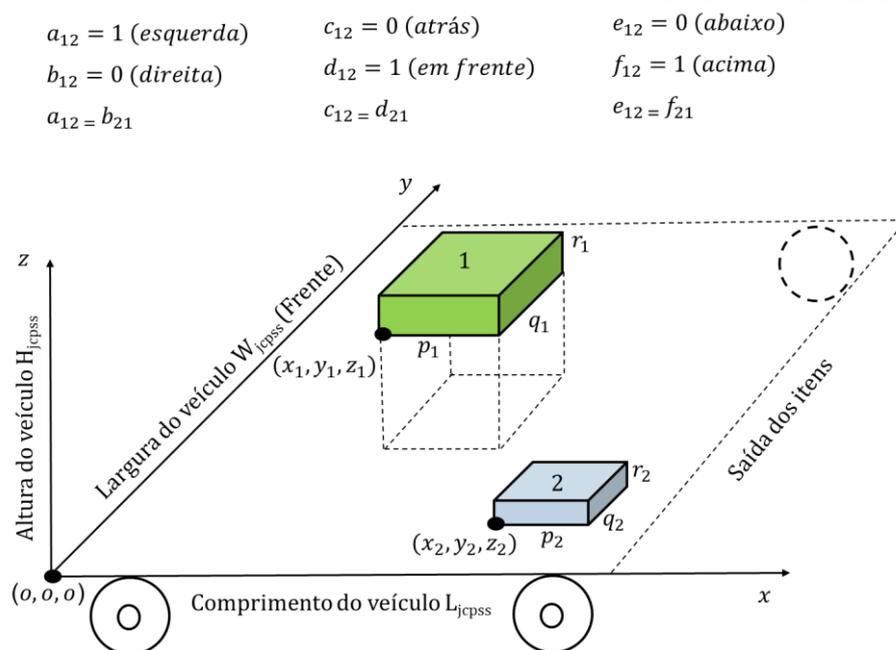
$$z_{C\alpha,j} \in \{0, 1\} \quad \forall \alpha \in Nc, j \in Kc \quad (128)$$

A função objetivo, Equação (79), representa o custo da distribuição das cargas, visando a redução do número de veículos utilizados para o serviço e da distância percorrida por cada veículo. Além disso, a coordenada z_i foi minimizada para que as cargas não flutuem, ou seja, que a face inferior de cada item $i \in C$ esteja em contato com sua área de suporte.

As Restrições (80) garantem que apenas um veículo atenda cada cliente e as Restrições (81) que o veículo inicie a rota no depósito. As Restrições (82) garantem que o veículo chegue a um cliente e parta desse mesmo cliente ao encontro de outro na rota, ou seja, cada cliente só é visitado uma única vez. As Restrições (83) garantem que o veículo retorne ao depósito somente uma vez e as Restrições (84) e (85) garantem que o retorno ao depósito não seja ponto de partida do veículo em uma rota e que a saída do depósito não seja ponto de chegada. A saída do depósito é representada por 0 e o retorno ao depósito é representado por um nó virtual ($nc + 1$) que é resultado da adição de 1 ao número de clientes visitados em uma rota.

As Restrições (86) determinam que o veículo percorrerá somente os clientes aos quais pertencem as cargas que estão dentro desse veículo e, depois, retornará ao depósito. Restrições (87) a (92) garantem que se duas cargas ($i \in C$ e $k \in C$) estão em um mesmo compartimento de um veículo, elas não podem ter suas posições coincidentes dentro do compartimento de carga, ou seja, uma carga tem que estar em algum dos lados, acima ou abaixo da outra carga. As Restrições (93) a (95) garantem a simetria de posição em relação a duas cargas. Por exemplo, se a carga $i \in C$ estiver à esquerda da carga $k \in C$, a carga $k \in C$ estará à direita da carga $i \in C$ e assim ocorre para as outras posições. Dessa maneira, as Restrições (96) determinam que cada carga deve ter pelo menos uma posição relativa a outra carga, se as duas estão em um mesmo compartimento de um veículo. A Figura 58 ilustra o valor das variáveis de decisão apresentadas nas Restrições (87) a (96) para melhor visualização e entendimento, as cargas devem ser analisadas pelo comprimento do veículo.

Figura 58: Explicação das Restrições (87) a (96).



Fonte: Autora.

As Restrições (97) garantem que as cargas estarão dentro de apenas um compartimento de um veículo e as Restrições (98), que se o veículo for utilizado em uma rota, este deverá conter cargas dentro. As Restrições (99) a (101) asseguram que todas as cargas alocadas nos compartimentos dos veículos não excederão as dimensões (comprimento, largura e altura) do compartimento de carga. As Restrições

(102) a (107) asseguram que as dimensões das cargas estarão paralelas a apenas uma dimensão do compartimento de carga. Para melhor entendimento, na Figura 58 o valor dessas variáveis de decisão são: $lx_i = 1$; $ly_i = 0$; $lz_i = 0$; $wx_i = 0$; $wy_i = 1$; $wz_i = 0$; $hx_i = 0$; $hy_i = 0$; $hz_i = 1$.

As Restrições (108) e (109) são necessárias para encontrar o valor da variável $\delta_{i,k,cp,j,ss}$, que assume o valor 1 quando as cargas $i \in C$ e $k \in C$ não estão em um mesmo compartimento $cp \in Cp$ e semirreboque $ss \in Semi$ do veículo $j \in Kc$ e 0, caso contrário.

As Restrições (110) a (115) garantem que as cargas sejam posicionadas sobre uma área de suporte necessária à sua estabilidade.

As Restrições (116) e (117) são necessárias para encontrar o valor da variável $zc_{\alpha,j}$, que assume o valor 1 quando as cargas do cliente $\alpha \in C$ estão dentro do veículo $j \in Kc$ e zero, caso contrário. As Restrições (118) garantem que a quantidade de cargas dentro de um veículo deve ser igual a quantidade de cargas a serem entregues aos clientes presentes em uma rota.

As Restrições (119) e (120) garantem que o horário de chegada determinado em um cliente deve ser maior que o horário de atendimento ao cliente anterior mais o tempo de deslocamento entre os dois clientes e que o horário de chegada deve estar entre o intervalo de tempo escolhido pelo cliente para a entrega das encomendas. As Restrições (121) garantem que no mínimo um veículo e no máximo nv veículos serão utilizados para a entrega das encomendas. As Restrições (122) determinam que as coordenadas da posição do canto inferior frontal de cada carga sejam a partir da origem dos eixos do compartimento de carga. E finalmente, as Restrições (123) a (128) garantem que as variáveis apresentadas são binárias.

Então, foram criadas restrições para arrumação das cargas não excederem o limite de peso por conjunto de eixos estabelecido na Lei de Balança.

As equações mostradas no subcapítulo 3.3 serão inseridas no *solver* CPLEX para adicionar o cálculo do peso por eixo no modelo matemático e limitar seu valor pelo valor estipulado na legislação vigente. Para isso, foi necessário definir parâmetros e variáveis de decisão que serão apresentados a seguir.

Parâmetros

$tipo_j$	Tipo de veículo $j \in Kc$. Se o veículo for do tipo Truck: $tipo_j = 0$; caso for um Bitruck: $tipo_j = 1$; uma Carreta: $tipo_j = 2$; uma Vanderleia: $tipo_j = 3$; um Bitrem: $tipo_j = 4$; e um Tritrem, $tipo_j = 5$;
$de_{j,ss}$	Distância entre o conjunto de eixo dianteiro e traseiro da unidade de transporte $ss \in Semi$ e veículo $j \in Kc$;
$dt_{j,ss,cp}$	Para unidade de transporte 0: distância entre o conjunto de eixo dianteiro até o início do compartimento $cp \in Cp$ da unidade de transporte $ss \in Semi$ do veículo $j \in Kc$; Para unidade de transporte 1, 2 e 3: distância do pino rei até o início do compartimento $cp \in Cp$ da unidade de transporte $ss \in Semi$ do veículo $j \in Kc$;
P_i	Peso da carga $i \in C$;
$trt_{j,ss}$	Tara no conjunto de eixo traseiro da unidade de transporte $ss \in Semi$ do veículo $j \in Kc$;
$trd_{j,ss}$	Tara no conjunto de eixo dianteiro da unidade de transporte $ss \in Semi$ do veículo $j \in Kc$;
$rdm_{j,ss}$	Peso máximo no conjunto de eixo dianteiro da unidade de transporte $ss \in Semi$ do veículo $j \in Kc$;
$rtm_{j,ss}$	Peso máximo no conjunto de eixo traseiro da unidade de transporte $ss \in Semi$ do veículo $j \in Kc$.

Variáveis de decisão

$rd_{j,ss}$	Valor da reação no conjunto de eixo dianteiro da unidade de transporte $ss \in Semi$ do veículo $j \in Kc$;
$rt_{j,ss}$	Valor da reação no conjunto de eixo traseiro da unidade de transporte $ss \in Semi$ do veículo $j \in Kc$.

Os parâmetros e variáveis de decisão são utilizados nos cálculos do peso por eixo dos diferentes tipos de veículos. As restrições para cada tipo de veículo são mostradas nos subcapítulos 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5 e 4.6 para o Truck, Bitruck, Carreta, Vanderleia, Bitrem e Tritrem, respectivamente. Importante salientar que para alguns veículos são precisos novos parâmetros.

4.1 Adicionais para o modelo matemático - veículo Truck

Este subcapítulo vai apresentar as restrições para o cálculo do peso por eixo para veículos com dois eixos ($tipo_j = 0$), apresentado no subcapítulo 3.3.1. A Figura 37 ilustra todos as distâncias e forças necessárias para o cálculo apresentado nas Equações (1) a (6). Logo, é preciso saber as distâncias $de_{j,ss}$, $dt_{j,ss,cp}$ e os valores das forças P_i das cargas.

Entretanto, a distância da coordenada x_i do local da carga será somada com a metade da dimensão da carga paralela ao comprimento do compartimento $cp \in Cp$ do veículo $j \in Kc$, após rotação tridimensional, local onde é aplicada a força P_i . Essa distância já é dada pelo modelo e será somada com a distância $dt_{j,ss,cp}$. Logo, a distância do conjunto de eixo dianteiro até o local de aplicação da força P_i é apresentada como o somatório que está dentro das Restrições (129).

No entanto, as Restrições (129) e (130) não são lineares, possuem multiplicação de duas variáveis nos termos: $s_{i,cp,j,ss} x_i$; $s_{i,cp,j,ss} lx_i$; $s_{i,cp,j,ss} wy_i$; $s_{i,cp,j,ss} lz_i$; $s_{i,cp,j,ss} hz_i$. O solver IBM® ILOG® CPLEX® 12.8 utilizado para os experimentos computacionais não aceita modelos não linearizados, contudo a interface ILOG® permite a condição lógica e faz com que o modelo funcione. Por isso, faz-se necessário linearizar a multiplicação das duas variáveis e transformá-la em apenas uma. Nos subcapítulos 4.1.1, 4.1.2, 4.1.3, 4.1.4, 4.1.5 são apresentadas as linearizações realizadas.

Restrições

$$\begin{aligned}
 rt_{j,ss} de_{j,ss} \geq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} P_i (s_{i,cp,j,ss} dt_{j,ss,cp} \\
 & + s_{i,cp,j,ss} x_i \\
 & + (s_{i,cp,j,ss} lx_i p_i \\
 & + q_i (s_{i,cp,j,ss} lz_i - s_{i,cp,j,ss} wy_i \\
 & + s_{i,cp,j,ss} hz_i) + r_i (s_{i,cp,j,ss} \\
 & - s_{i,cp,j,ss} lx_i - s_{i,cp,j,ss} lz_i \\
 & + s_{i,cp,j,ss} wy_i - s_{i,cp,j,ss} hz_i)) / 2 - (1 \\
 & - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j}) M \quad \forall j \in Kc : tipo = 0 \quad (129)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
rt_{j,ss} de_{j,ss} \leq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} P_i (s_{i,cp,j,ss} dt_{j,ss,cp} \\
& + s_{i,cp,j,ss} x_i \\
& + (s_{i,cp,j,ss} lx_i p_i \\
& + q_i (s_{i,cp,j,ss} lz_i - s_{i,cp,j,ss} wy_i \\
& + s_{i,cp,j,ss} hz_i) + r_i (s_{i,cp,j,ss} \\
& - s_{i,cp,j,ss} lx_i - s_{i,cp,j,ss} lz_i \\
& + s_{i,cp,j,ss} wy_i - s_{i,cp,j,ss} hz_i)) / 2 + (1 \\
& - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j}) M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 0 \quad (130)$$

$$\begin{aligned}
rd_{j,ss} \leq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} P_i s_{i,cp,j,ss} - rt_{j,ss} + (1 \\
& - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j}) M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 0 \quad (131)$$

$$\begin{aligned}
rd_{j,ss} \geq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} P_i s_{i,cp,j,ss} - rt_{j,ss} - (1 \\
& - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j}) M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 0 \quad (132)$$

$$rd_{j,ss} \leq M \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j} \quad \forall j \in Kc : tipo = 0 \quad (133)$$

$$rt_{j,ss} \leq M \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j} \quad \forall j \in Kc : tipo = 0 \quad (134)$$

$$rd_{j,ss} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall j \in Kc : tipo = 0 \quad (135)$$

$$rt_{j,ss} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall j \in Kc : tipo = 0 \quad (136)$$

As Restrições (129) e (130) são inseridas no modelo para representar o cálculo definido na Equação (2). As Restrições (131) e (132) representam o cálculo definido na Equação (4). As Restrições (133) e (134) garantem que os valores das reações no conjunto de eixo dianteiro e traseiro serão iguais a 0 se o veículo $j \in Kc$ não estiver sendo utilizado. As Restrições (135) e (136) garantem que as reações no conjunto de

eixos dianteiro e traseiro são maiores que 0, ou seja, pertencem ao conjunto de números reais positivos.

4.1.1 Linearização da multiplicação de duas variáveis das Restrições (129) e (130)

Sendo as Restrições (129) e (130) não lineares, é apresentada a primeira linearização que precisou ser realizada.

Variáveis de decisão

$ln1_{i,cp,j,ss}$ Linearização da multiplicação de $s_{i,cp,j,ss}$ com o x_i . É igual ao valor de x_i se a carga $i \in C$ é colocada no compartimento $cp \in Cp$ da unidade de transporte $ss \in Semi$ do veículo $j \in Kc$ e 0 caso contrário.

Restrições

$$ln1_{i,cp,j,ss} = 0 \quad \begin{array}{l} \forall i \in C, cp \in Cp, j \\ \in Kc, ss \in Semi \\ : L_{cp} = 0 \end{array} \quad (137)$$

$$x_i - L_{j,cp,ss} (1 - s_{i,cp,j,ss}) \leq ln1_{i,cp,j,ss} \leq x_i \quad \begin{array}{l} \forall i \in C, cp \in Cp, j \\ \in Kc, ss \in Semi \end{array} \quad (138)$$

$$ln1_{i,cp,j,ss} \leq L_{j,cp,ss} s_{i,cp,j,ss} \quad \begin{array}{l} \forall i \in C, cp \in Cp, \\ j \in Kc, ss \in Semi \end{array} \quad (139)$$

$$ln1_{i,cp,j,ss} \in \mathbb{R}^+ \quad \begin{array}{l} \forall i \in C, cp \in Cp, j \in \\ Kc, ss \in Semi \end{array} \quad (140)$$

A primeira linearização, definida como $ln1_{i,cp,j,ss}$, é uma variável de decisão contínua. Representa a multiplicação do $s_{i,cp,j,ss}$ pelo x_i . A variável $s_{i,cp,j,ss}$ é binária. As Restrições (137) indicam que quando não existe o compartimento $cp \in Cp$, ou seja, o seu comprimento é igual a 0 ($L_{j,cp,ss} = 0$), então o valor de $ln1_{i,cp,j,ss}$ também será 0. As Restrições (138) garantem que se a variável $s_{i,cp,j,ss}$ for igual a 1, o $ln1_{i,cp,j,ss}$ será igual ao valor de x_i . As Restrições (139) definem que se a variável $s_{i,cp,j,ss}$ for igual a 0 (carga $i \in C$ não está no compartimento $cp \in Cp$ do veículo $j \in Kc$), o valor de

$ln1_{i,cp,j,ss}$ será igual a 0. As Restrições (140) garantem que o valor de $ln1_{i,cp,j,ss}$ será maior que 0, ou seja, pertencem aos números reais positivos.

4.1.2 Linearização da multiplicação de duas variáveis das Restrições (129) e (130)

A segunda linearização, denominada de $ln2_{i,cp,j,ss}$, é uma variável binária e representa a multiplicação do lx_i com o $s_{i,cp,j,ss}$, ambas também são variáveis de decisão binárias.

Variáveis de decisão

$ln2_{i,cp,j,ss}$ Linearização da multiplicação de $s_{i,cp,j,ss}$ com o lx_i . É igual ao valor de lx_i se a carga $i \in C$ é colocada no compartimento $cp \in Cp$ da unidade de transporte $ss \in Semi$ do veículo $j \in Kc$ e 0 caso contrário.

Restrições

$$ln2_{i,cp,j,ss} \leq s_{i,cp,j,ss} \quad \forall i \in C, cp \in Cp, j \in Kc, ss \in Semi \quad (141)$$

$$s_{i,cp,j,ss} + lx_i - 1 \leq ln2_{i,cp,j,ss} \leq lx_i \quad \forall i \in C, cp \in Cp, j \in Kc, ss \in Semi \quad (142)$$

$$ln2_{i,cp,j,ss} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in C, cp \in Cp, j \in Kc, ss \in Semi \quad (143)$$

As Restrições (141) definem que $ln2_{i,cp,j,ss}$ será igual a 0, se $s_{i,cp,j,ss}$ for igual a 0. Caso o valor de $s_{i,cp,j,ss}$ seja igual a 1, então as Restrições (142) garantem que o valor de $ln2_{i,cp,j,ss}$ será igual ao lx_i da carga $i \in C$. As Restrições (143) garantem que a variável apresentada é binária.

4.1.3 Linearização da multiplicação de duas variáveis das Restrições (129) e (130)

A terceira linearização, $ln3_{i,cp,j,ss}$, é uma variável binária e representa a multiplicação do wy_i com o $s_{i,cp,j,ss}$, ambas também são variáveis de decisão binárias.

Variáveis de decisão

$ln3_{i,cp,j,ss}$ Linearização da multiplicação de $s_{i,cp,j,ss}$ com o wy_i . É igual a wy_i se a carga $i \in C$ é colocada no compartimento $cp \in Cp$ da unidade de transporte $ss \in Semi$ do veículo $j \in Kc$ e 0 caso contrário.

Restrições

$$ln3_{i,cp,j,ss} \leq s_{i,cp,j,ss} \quad \forall i \in C, cp \in Cp, j \in Kc, ss \in Semi \quad (144)$$

$$s_{i,cp,j,ss} + wy_i - 1 \leq ln3_{i,cp,j,ss} \leq wy_i \quad \forall i \in C, cp \in Cp, j \in Kc, ss \in Semi \quad (145)$$

$$ln3_{i,cp,j,ss} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in C, cp \in Cp, j \in Kc, ss \in Semi \quad (146)$$

Se $s_{i,cp,j,ss}$ for igual a 0, as Restrições (144) definem que $ln3_{i,cp,j,ss}$ será igual a 0. Caso o valor de $s_{i,cp,j,ss}$ seja igual a 1, então as restrições (145) garantem que o valor de $ln3_{i,cp,j,ss}$ será igual ao wy_i da carga $i \in C$. As Restrições (146) garantem que a variável apresentada é binária.

4.1.4 Linearização da multiplicação de duas variáveis das Restrições (129) e (130)

A quarta linearização, denominada de $ln4_{i,cp,j,ss}$, é uma variável binária e representa a multiplicação do lz_i com o $s_{i,cp,j,ss}$, ambas são variáveis de decisão binárias.

Variáveis de decisão

$ln4_{i,cp,j,ss}$ Linearização da multiplicação de $s_{i,cp,j,ss}$ com o lz_i . É igual a lz_i se a carga $i \in C$ é colocada no compartimento $cp \in Cp$ da unidade de transporte $ss \in Semi$ do veículo $j \in Kc$ e 0 caso contrário.

Restrições

$$\ln4_{i,cp,j,ss} \leq s_{i,cp,j,ss} \quad \forall i \in C, cp \in Cp, j \in Kc, ss \in Semi \quad (147)$$

$$s_{i,cp,j,ss} + lz_i - 1 \leq \ln4_{i,cp,j,ss} \leq lz_i \quad \forall i \in C, cp \in Cp, j \in Kc, ss \in Semi \quad (148)$$

$$\ln4_{i,cp,j,ss} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in C, cp \in Cp, j \in Kc, ss \in Semi \quad (149)$$

Se $s_{i,cp,j,ss}$ for igual a 0, as Restrições (147) definem que $\ln4_{i,cp,j,ss}$ será igual a 0. As Restrições (148) garantem que o valor de $\ln4_{i,cp,j,ss}$ será igual ao lz_i da carga $i \in C$ caso o valor de $s_{i,cp,j,ss}$ seja igual a 1. As Restrições (149) garantem que a variável apresentada é binária.

4.1.5 Linearização da multiplicação de duas variáveis das Restrições (129) e (130)

A quinta linearização, denominada $\ln5_{i,cp,j,ss}$, é uma variável binária e representa a multiplicação do hz_i com o $s_{i,cp,j,ss}$, ambas também são variáveis de decisão binárias.

Variáveis de decisão

$\ln5_{i,cp,j,ss}$ Linearização da multiplicação de $s_{i,cp,j,ss}$ com o hz_i . É igual a hz_i se a carga $i \in C$ é colocada no compartimento $cp \in Cp$ da unidade de transporte $ss \in Semi$ do veículo $j \in Kc$ e 0 caso contrário.

Restrições

$$\ln5_{i,cp,j,ss} \leq s_{i,cp,j,ss} \quad \forall i \in C, cp \in Cp, j \in Kc, ss \in Semi \quad (150)$$

$$s_{i,cp,j,ss} + hz_i - 1 \leq \ln5_{i,cp,j,ss} \leq hz_i \quad \forall i \in C, cp \in Cp, j \in Kc, ss \in Semi \quad (151)$$

$$\ln5_{i,cp,j,ss} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in C, cp \in Cp, j \in Kc, ss \in Semi \quad (152)$$

Se $s_{i,cp,j,ss}$ for igual a 0, as Restrições (150) definem que $ln5_{i,cp,j,ss}$ será igual a 0. As Restrições (151) garantem que o valor de $ln5_{i,cp,j,ss}$ será igual ao valor de hz_i da carga $i \in C$, caso o valor de $s_{i,cp,j,ss}$ seja igual a 1. As Restrições (152) garantem que a variável apresentada é binária.

Após realizadas as linearizações, as Restrições (153) e (154) apresentam a linearização das Restrições (129) e (130). São feitas as substituições necessárias das multiplicações de variáveis pelas linearizações apresentadas.

Restrições

$$\begin{aligned}
 rt_{j,ss}de_{j,ss} \geq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} P_i(s_{i,cp,j,ss} dt_{j,ss,cp} \\
 & + ln1_{i,cp,j,ss} \\
 & + (p_i ln2_{i,cp,j,ss} \\
 & + q_i(ln4_{i,cp,j,ss} - ln3_{i,cp,j,ss} \\
 & + ln5_{i,cp,j,ss}) + r_i(s_{i,cp,j,ss} \\
 & - ln2_{i,cp,j,ss} - ln4_{i,cp,j,ss} \\
 & + ln3_{i,cp,j,ss} - ln5_{i,cp,j,ss}))/2 - (1 \\
 & - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j})M
 \end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 0 \quad (153)$$

$$\begin{aligned}
 rt_{j,ss}de_{j,ss} \leq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} P_i(s_{i,cp,j,ss} dt_{j,ss,cp} \\
 & + ln1_{i,cp,j,ss} \\
 & + (p_i ln2_{i,cp,j,ss} \\
 & + q_i(ln4_{i,cp,j,ss} - ln3_{i,cp,j,ss} \\
 & + ln5_{i,cp,j,ss}) + r_i(s_{i,cp,j,ss} \\
 & - ln2_{i,cp,j,ss} - ln4_{i,cp,j,ss} \\
 & + ln3_{i,cp,j,ss} - ln5_{i,cp,j,ss}))/2 + (1 \\
 & - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j})M
 \end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 0 \quad (154)$$

Por fim, como visto no subcapítulo 3.1, a Lei da Balança limita o peso em cada conjunto de eixo. Então, foram criadas restrições definem os valores máximos das reações no conjunto de eixo dianteiro e traseiro do veículo. Lembrando que o valor total do peso por eixo do veículo tem a seguinte configuração: soma do peso exercido em cada eixo com o veículo vazio, denominada tara, com o peso exercido em cada

eixo com o veículo carregado, ou seja, soma do $rd_{j,ss}$ e $trd_{j,ss}$ para o conjunto de eixo dianteiro e soma do $rt_{j,ss}$ e $trt_{j,ss}$ para o conjunto de eixo traseiro.

Restrições

$$rd_{j,ss} + trd_{j,ss} \leq rdm_{j,ss} \quad \forall j \in Kc : tipo = 0 \quad (155)$$

$$rt_{j,ss} + trt_{j,ss} \leq rtm_{j,ss} \quad \forall j \in Kc : tipo = 0 \quad (156)$$

As Restrições (155) e (156) representam as Equações (5) e (6) e definem o valor máximo que as reações do conjunto de eixos dianteiro e traseiro podem assumir, respectivamente. Esses valores máximos variam de acordo com a configuração do conjunto de eixo dianteiro e traseiro do veículo e são definidos na legislação vigente apresentada no subcapítulo 3.1.

4.2 Adicionais para o modelo matemático - veículo Bitruck

Este subcapítulo vai apresentar os parâmetros e as restrições para o cálculo do peso por eixo para veículos tipo Bitruck ($tipo_j = 1$), apresentado no subcapítulo 3.3.1. A Figura 39 ilustra todas as distâncias e forças necessárias para o cálculo apresentado nas Equações (7) a (13) que serão colocadas no modelo matemático. Para veículos tipo Bitruck, o primeiro conjunto de eixo dianteiro possui configuração diferente comparado ao segundo conjunto de eixo dianteiro, com isso, o limite estabelecido pela legislação varia. Logo, foi necessário definir os parâmetros abaixo.

Parâmetros

$trd1_{j,ss}$ Tara no primeiro conjunto de eixo dianteiro da unidade de transporte $ss \in Semi$ do veículo $j \in Kc$;

$trd2_{j,ss}$ Tara no segundo conjunto de eixo dianteiro da unidade de transporte $ss \in Semi$ do veículo $j \in Kc$;

$rdm1_{j,ss}$ Peso máximo no primeiro conjunto de eixo dianteiro da unidade de transporte $ss \in Semi$ do veículo $j \in Kc$;

$rdm2_{j,ss}$ Peso máximo no segundo conjunto de eixo dianteiro da unidade de transporte $ss \in Semi$ do veículo $j \in Kc$.

Restrições

$$\begin{aligned}
rt_{j,ss}de_{j,ss} \geq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} P_i (s_{i,cp,j,ss} dt_{j,ss,cp} \\
& + \ln 1_{i,cp,j,ss} \\
& + (p_i \ln 2_{i,cp,j,ss} \\
& + q_i (\ln 4_{i,cp,j,ss} - \ln 3_{i,cp,j,ss} \\
& + \ln 5_{i,cp,j,ss})) + r_i (s_{i,cp,j,ss} \\
& - \ln 2_{i,cp,j,ss} - \ln 4_{i,cp,j,ss} + \ln 3_{i,cp,j,ss} \\
& - \ln 5_{i,cp,j,ss})) / 2 - (1 \\
& - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j}) M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 1 \quad (157)$$

$$\begin{aligned}
rt_{j,ss}de_{j,ss} \leq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} P_i (s_{i,cp,j,ss} dt_{j,ss,cp} \\
& + \ln 1_{i,cp,j,ss} \\
& + (p_i \ln 2_{i,cp,j,ss} \\
& + q_i (\ln 4_{i,cp,j,ss} - \ln 3_{i,cp,j,ss} \\
& + \ln 5_{i,cp,j,ss})) + r_i (s_{i,cp,j,ss} \\
& - \ln 2_{i,cp,j,ss} - \ln 4_{i,cp,j,ss} + \ln 3_{i,cp,j,ss} \\
& - \ln 5_{i,cp,j,ss})) / 2 + (1 \\
& - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j}) M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 1 \quad (158)$$

$$\begin{aligned}
rd_{j,ss} \geq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} P_i s_{i,cp,j,ss} - rt_{j,ss} - (1 \\
& - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j}) M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 1 \quad (159)$$

$$\begin{aligned}
rd_{j,ss} \leq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} P_i s_{i,cp,j,ss} - rt_{j,ss} + (1 \\
& - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j}) M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 1 \quad (160)$$

$$(rd_{j,ss}/2) + trd1_{j,ss} \leq rdm1_{j,ss} \quad \forall j \in Kc : tipo = 1 \quad (161)$$

$$(rd_{j,ss}/2) + trd2_{j,ss} \leq rdm2_{j,ss} \quad \forall j \in Kc : tipo = 1 \quad (162)$$

$$rt_{j,ss} + trt_{j,ss} \leq rtm_{j,ss} \quad \forall j \in Kc : tipo = 1 \quad (163)$$

$$rd_{j,ss} \leq M \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j} \quad \forall j \in Kc : tipo = 1 \quad (164)$$

$$rt_{j,ss} \leq M \sum_{\beta \in Cc} x_{C_{0,\beta,j}} \quad \forall j \in Kc : tipo = 1 \quad (165)$$

$$rd_{j,ss} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall j \in Kc : tipo = 1 \quad (166)$$

$$rt_{j,ss} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall j \in Kc : tipo = 1 \quad (167)$$

As Restrições (157) e (158) são inseridas no modelo para representar o cálculo definido na Equação (8). As Restrições (159) e (160) representam o cálculo definido na Equação (10). As Restrições (161), (162) e (163) representam as Equações (11), (12) e (13) e definem o valor máximo que as reações do conjunto de eixos dianteiro e traseiro podem assumir, respectivamente. Esses valores máximos variam de acordo com a configuração do conjunto de eixo dianteiro e traseiro do veículo e são definidos na legislação vigente apresentada no subcapítulo 3.1.

Lembrando que o valor total do peso por eixo do veículo tem a seguinte configuração: soma do peso exercido em cada eixo com o veículo vazio, denominada tara, com o peso exercido em cada eixo com o veículo carregado, ou seja, soma do $rd_{j,ss}$ e $trd_{j,ss}$ para o conjunto de eixo dianteiro e soma do $rt_{j,ss}$ e $trt_{j,ss}$ para o conjunto de eixo traseiro.

As Restrições (164) e (165) garantem que os valores das reações no conjunto de eixo dianteiro e traseiro serão iguais a 0 se o veículo $j \in Kc$ não estiver sendo utilizado. As Restrições (166) e (167) garantem que as reações no conjunto de eixos dianteiro e traseiro são maiores que 0, ou seja, pertencem ao conjunto de números reais positivos.

4.3 Adicionais para o modelo matemático - veículo Carreta

Este subcapítulo vai apresentar as restrições para o cálculo do peso por eixo para veículos tipo Carreta ($tipo_j = 2$), apresentado no subcapítulo 3.3.1. A Figura 41 ilustra todos as distâncias e forças necessárias para o cálculo apresentado nas Equações (14) a (24) que serão restrições do modelo matemático, apresentadas a seguir.

Restrições

$$\begin{aligned}
 rt_{j,1}de_{j,1} \geq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} P_i(S_{i,cp,j,1}) dt_{j,1,cp} \\
 & + \ln 1_{i,cp,j,1} \\
 & + (p_i \ln 2_{i,cp,j,1} \\
 & + q_i(\ln 4_{i,cp,j,1} - \ln 3_{i,cp,j,1} \\
 & + \ln 5_{i,cp,j,1}) + r_i(S_{i,cp,j,1} - \ln 2_{i,cp,j,1} \\
 & - \ln 4_{i,cp,j,1} + \ln 3_{i,cp,j,1} \\
 & - \ln 5_{i,cp,j,1})) / 2 - (1 \\
 & - \sum_{\beta \in Cc} x_{C0,\beta,j})M
 \end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 2 \quad (168)$$

$$\begin{aligned}
 rt_{j,1}de_{j,1} \leq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} P_i(S_{i,cp,j,1}) dt_{j,1,cp} \\
 & + \ln 1_{i,cp,j,1} \\
 & + (p_i \ln 2_{i,cp,j,1} \\
 & + q_i(\ln 4_{i,cp,j,1} - \ln 3_{i,cp,j,1} \\
 & + \ln 5_{i,cp,j,1}) + r_i(S_{i,cp,j,1} - \ln 2_{i,cp,j,1} \\
 & - \ln 4_{i,cp,j,1} + \ln 3_{i,cp,j,1} \\
 & - \ln 5_{i,cp,j,1})) / 2 + (1 \\
 & - \sum_{\beta \in Cc} x_{C0,\beta,j})M
 \end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 2 \quad (169)$$

$$\begin{aligned}
 rd_{j,1} \geq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} P_i S_{i,cp,j,1} - rt_{j,1} - (1 \\
 & - \sum_{\beta \in Cc} x_{C0,\beta,j})M
 \end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 2 \quad (170)$$

$$\begin{aligned}
 rd_{j,1} \leq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} P_i S_{i,cp,j,1} - rt_{j,1} + (1 \\
 & - \sum_{\beta \in Cc} x_{C0,\beta,j})M
 \end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 2 \quad (171)$$

$$\begin{aligned}
 rt_{j,0}de_{j,0} \geq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{ss \in Semi} (rd_{j,1} + trd_{j,1}) dt_{j,0,cp} \\
 & - (1 - \sum_{\beta \in Cc} x_{C0,\beta,j})M
 \end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 2 \quad (172)$$

$$rt_{j,0}de_{j,0} \leq \sum_{cp \in Cp} \sum_{sse \in Semi} (rd_{j,1} + trd_{j,1}) dt_{j,0,cp} + (1 - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j})M \quad \forall j \in Kc : tipo = 2 \quad (173)$$

$$rd_{j,0} \geq (rd_{j,1} + trd_{j,1}) - rt_{j,0} - (1 - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j})M \quad \forall j \in Kc : tipo = 2 \quad (174)$$

$$rd_{j,0} \leq (rd_{j,1} + trd_{j,1}) - rt_{j,0} + (1 - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j})M \quad \forall j \in Kc : tipo = 2 \quad (175)$$

$$rd_{j,0} + trd_{j,0} \leq rdm_{j,0} \quad \forall j \in Kc : tipo = 2 \quad (176)$$

$$rt_{j,0} + trt_{j,0} \leq rtm_{j,0} \quad \forall j \in Kc : tipo = 2 \quad (177)$$

$$rt_{j,1} + trt_{j,1} \leq rtm_{j,1} \quad \forall j \in Kc : tipo = 2 \quad (178)$$

$$rd_{j,ss} \leq M \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j} \quad \forall j \in Kc : tipo = 2 \quad (179)$$

$$rt_{j,ss} \leq M \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j} \quad \forall j \in Kc : tipo = 2 \quad (180)$$

$$rd_{j,ss} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall j \in Kc : tipo = 2 \quad (181)$$

$$rt_{j,ss} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall j \in Kc : tipo = 2 \quad (182)$$

As Restrições (168) e (169) são inseridas no modelo para representar o cálculo definido na Equação (15). As Restrições (170) e (171) representam o cálculo definido na Equação (17). As Restrições (172) e (173) representam o cálculo definido na Equação (19). As Restrições (174) e (175) representam o cálculo definido na Equação (21). As Restrições (176), (177) e (178) representam as Equações (22), (23) e (24) e definem o valor máximo que as reações do conjunto de eixos dianteiro e traseiro podem assumir, respectivamente. Esses valores máximos variam de acordo com a configuração do conjunto de eixo dianteiro e traseiro do veículo e são definidos na legislação vigente apresentada no subcapítulo 3.1.

Lembrando que o valor total do peso por eixo do veículo tem a seguinte configuração: soma do peso exercido em cada eixo com o veículo vazio, denominada tara, com o peso exercido em cada eixo com o veículo carregado, ou seja, soma do $rd_{j,ss}$ e $trd_{j,ss}$ para o conjunto de eixo dianteiro e soma do $rt_{j,ss}$ e $trt_{j,ss}$ para o conjunto de eixo traseiro.

As Restrições (179) e (180) garantem que os valores das reações no conjunto de eixo dianteiro e traseiro serão iguais a 0 se o veículo $j \in Kc$ não estiver sendo utilizado. As Restrições (181) e (182) garantem que as reações no conjunto de eixos dianteiro e traseiro são maiores que 0, ou seja, pertencem ao conjunto de números reais positivos.

4.4 Adicionais para o modelo matemático - veículo Vanderleia

Este subcapítulo vai apresentar as restrições para o cálculo do peso por eixo para veículos tipo Vanderleia ($tipo_j = 3$), apresentado no subcapítulo 3.3.1. A Figura 44 ilustra todos as distâncias e forças necessárias para o cálculo apresentado nas Equações (25) a (35) que serão restrições do modelo matemático, apresentadas a seguir.

Restrições

$$\begin{aligned}
 rt_{j,1}de_{j,1} \geq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} P_i(s_{i,cp,j,1} dt_{j,1,cp} \\
 & + ln1_{i,cp,j,1} \\
 & + (p_i ln2_{i,cp,j,1} \\
 & + q_i(ln4_{i,cp,j,1} - ln3_{i,cp,j,1} \\
 & + ln5_{i,cp,j,1}) + r_i(s_{i,cp,j,1} - ln2_{i,cp,j,1} \\
 & - ln4_{i,cp,j,1} + ln3_{i,cp,j,1} \\
 & - ln5_{i,cp,j,1}))/2 - (1 \\
 & - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j})M
 \end{aligned}
 \quad \forall j \in Kc : tipo = 3 \quad (183)$$

$$\begin{aligned}
rt_{j,1}de_{j,1} \leq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} P_i(s_{i,cp,j,1} dt_{j,1,cp} \\
& + \ln 1_{i,cp,j,1} \\
& + (p_i \ln 2_{i,cp,j,1} \\
& + q_i (\ln 4_{i,cp,j,1} - \ln 3_{i,cp,j,1} \\
& + \ln 5_{i,cp,j,1}) + r_i (s_{i,cp,j,1} - \ln 2_{i,cp,j,1} \\
& - \ln 4_{i,cp,j,1} + \ln 3_{i,cp,j,1} \\
& - \ln 5_{i,cp,j,1})) / 2 + (1 \\
& - \sum_{\beta \in Cc} x_{C_0,\beta,j}) M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 3 \quad (184)$$

$$\begin{aligned}
rd_{j,1} \geq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} P_i s_{i,cp,j,1} - rt_{j,1} - (1 \\
& - \sum_{\beta \in Cc} x_{C_0,\beta,j}) M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 3 \quad (185)$$

$$\begin{aligned}
rd_{j,1} \leq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} P_i s_{i,cp,j,1} - rt_{j,1} + (1 \\
& - \sum_{\beta \in Cc} x_{C_0,\beta,j}) M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 3 \quad (186)$$

$$\begin{aligned}
rt_{j,0}de_{j,0} \geq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{ss \in Semi} (rd_{j,1} + trd_{j,1}) dt_{j,0,cp} \\
& - (1 - \sum_{\beta \in Cc} x_{C_0,\beta,j}) M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 3 \quad (187)$$

$$\begin{aligned}
rt_{j,0}de_{j,0} \leq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{ss \in Semi} (rd_{j,1} + trd_{j,1}) dt_{j,0,cp} \\
& + (1 - \sum_{\beta \in Cc} x_{C_0,\beta,j}) M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 3 \quad (188)$$

$$\begin{aligned}
rd_{j,0} \geq & (rd_{j,1} + trd_{j,1}) - rt_{j,0} - (1 \\
& - \sum_{\beta \in Cc} x_{C_0,\beta,j}) M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 3 \quad (189)$$

$$\begin{aligned}
rd_{j,0} \leq & (rd_{j,1} + trd_{j,1}) - rt_{j,0} + (1 \\
& - \sum_{\beta \in Cc} x_{C_0,\beta,j}) M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 3 \quad (190)$$

$$rd_{j,0} + trd_{j,0} \leq rdm_{j,0} \quad \forall j \in Kc : tipo = 3 \quad (191)$$

$$rt_{j,0} + trt_{j,0} \leq rtm_{j,0} \quad \forall j \in Kc : tipo = 3 \quad (192)$$

$$rt_{j,1} + trt_{j,1} \leq rtm_{j,1} \quad \forall j \in Kc : tipo = 3 \quad (193)$$

$$rd_{j,ss} \leq M \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j} \quad \forall j \in Kc : tipo = 3 \quad (194)$$

$$rt_{j,ss} \leq M \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j} \quad \forall j \in Kc : tipo = 3 \quad (195)$$

$$rd_{j,ss} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall j \in Kc : tipo = 3 \quad (196)$$

$$rt_{j,ss} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall j \in Kc : tipo = 3 \quad (197)$$

As Restrições (183) e (184) são inseridas no modelo para representar o cálculo definido na Equação (26). As Restrições (185) e (186) representam o cálculo definido na Equação (28). As Restrições (187) e (188) representam o cálculo definido na Equação (30). As Restrições (189) e (190) representam o cálculo definido na Equação (32). As Restrições (191), (192) e (193) representam as Equações (33), (34) e (35) e definem o valor máximo que as reações do conjunto de eixos dianteiro e traseiro podem assumir, respectivamente. Esses valores máximos variam de acordo com a configuração do conjunto de eixo dianteiro e traseiro do veículo e são definidos na legislação vigente apresentada no subcapítulo 3.1.

Lembrando que o valor total do peso por eixo do veículo tem a seguinte configuração: soma do peso exercido em cada eixo com o veículo vazio, denominada tara, com o peso exercido em cada eixo com o veículo carregado, ou seja, soma do $rd_{j,ss}$ e $trd_{j,ss}$ para o conjunto de eixo dianteiro e soma do $rt_{j,ss}$ e $trt_{j,ss}$ para o conjunto de eixo traseiro.

As Restrições (194) e (195) garantem que os valores das reações no conjunto de eixo dianteiro e traseiro serão iguais a 0 se o veículo $j \in Kc$ não estiver sendo utilizado. As Restrições (196) e (197) garantem que as reações no conjunto de eixos dianteiro e traseiro são maiores que 0, ou seja, pertencem ao conjunto de números reais positivos.

4.5 Adicionais para o modelo matemático - veículo Bitrem

Este subcapítulo vai apresentar os parâmetros e as restrições para o cálculo do peso por eixo para veículos tipo Bitrem ($tipo_j = 4$), apresentado no subcapítulo 3.3.1. A Figura 47 ilustra todos as distâncias e forças necessárias para o cálculo apresentado nas Equações (36) a (51) que serão restrições do modelo matemático, apresentadas a seguir. Importante ressaltar que para veículos tipo Bitrem e Tritrem será necessário saber a dimensão da distância do pino rei até a quinta roda do semirreboque ss da unidade de transporte e veículo $j \in Kc$ ($ds_{j,ss}$) definida como parâmetro.

Parâmetros

$ds_{j,ss}$ Distância do pino rei até a quinta roda da unidade de transporte $ss \in Semi$ e veículo $j \in Kc$.

Restrições

$$\begin{aligned}
 rt_{j,2}de_{j,2} \geq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} P_i(s_{i,cp,j,2} dt_{j,2,cp} \\
 & + ln1_{i,cp,j,2} \\
 & + (p_i ln2_{i,cp,j,2} \\
 & + q_i(ln4_{i,cp,j,2} - ln3_{i,cp,j,2} \\
 & + ln5_{i,cp,j,2}) + r_i(s_{i,cp,j,2} \\
 & - ln2_{i,cp,j,2} - ln4_{i,cp,j,2} + ln3_{i,cp,j,2} \\
 & - ln5_{i,cp,j,2}))/2 - (1 \\
 & - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j})M
 \end{aligned}
 \quad \forall j \in Kc : tipo = 4 \quad (198)$$

$$\begin{aligned}
rt_{j,2}de_{j,2} \leq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} P_i(s_{i,cp,j,2} dt_{j,2,cp} \\
& + \ln 1_{i,cp,j,2} \\
& + (p_i \ln 2_{i,cp,j,2} \\
& + q_i(\ln 4_{i,cp,j,2} - \ln 3_{i,cp,j,2} \\
& + \ln 5_{i,cp,j,2}) + r_i(s_{i,cp,j,2} \\
& - \ln 2_{i,cp,j,2} - \ln 4_{i,cp,j,2} + \ln 3_{i,cp,j,2} \\
& - \ln 5_{i,cp,j,2}))/2 + (1 \\
& - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j})M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 4 \quad (199)$$

$$\begin{aligned}
rd_{j,2} \geq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} P_i s_{i,cp,j,2} - rt_{j,2} - (1 \\
& - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j})M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 4 \quad (200)$$

$$\begin{aligned}
rd_{j,2} \leq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} P_i s_{i,cp,j,2} - rt_{j,2} + (1 \\
& - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j})M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 4 \quad (201)$$

$$\begin{aligned}
rt_{j,1}de_{j,1} \geq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} P_i(s_{i,cp,j,1} dt_{j,1,cp} \\
& + \ln 1_{i,cp,j,1} \\
& + (p_i \ln 2_{i,cp,j,1} \\
& + q_i(\ln 4_{i,cp,j,1} - \ln 3_{i,cp,j,1} \\
& + \ln 5_{i,cp,j,1}) + r_i(s_{i,cp,j,1} \\
& - \ln 2_{i,cp,j,1} - \ln 4_{i,cp,j,1} + \ln 3_{i,cp,j,1} \\
& - \ln 5_{i,cp,j,1}))/2 - (1 \\
& - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j})M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 4 \quad (202)$$

$$\begin{aligned}
rt_{j,1}de_{j,1} \leq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} P_i(s_{i,cp,j,1} dt_{j,1,cp} \\
& + \ln 1_{i,cp,j,1} \\
& + (p_i \ln 2_{i,cp,j,1} \\
& + q_i (\ln 4_{i,cp,j,1} - \ln 3_{i,cp,j,1} \\
& + \ln 5_{i,cp,j,1}) + r_i (s_{i,cp,j,1} \\
& - \ln 2_{i,cp,j,1} - \ln 4_{i,cp,j,1} + \ln 3_{i,cp,j,1} \\
& - \ln 5_{i,cp,j,1})) / 2 + (1 \\
& - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j}) M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 4 \quad (203)$$

$$\begin{aligned}
rd_{j,1} \geq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} P_i s_{i,cp,j,1} - rt_{j,1} + (rd_{j,2} + trd_{j,2}) \\
& - (1 - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j}) M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 4 \quad (204)$$

$$\begin{aligned}
rd_{j,1} \leq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} P_i s_{i,cp,j,1} - rt_{j,1} \\
& + (rd_{j,2} + trd_{j,2}) + (1 \\
& - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j}) M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 4 \quad (205)$$

$$\begin{aligned}
rt_{j,0}de_{j,0} \leq & (rd_{j,1} + trd_{j,1}) dt_{j,0,1} + (1 \\
& - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j}) M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 4 \quad (206)$$

$$\begin{aligned}
rt_{j,0}de_{j,0} \geq & (rd_{j,1} + trd_{j,1}) dt_{j,0,1} - (1 \\
& - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j}) M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 4 \quad (207)$$

$$\begin{aligned}
rd_{j,0} \geq & (rd_{j,1} + trd_{j,1}) - rt_{j,0} - (1 \\
& - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j}) M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 4 \quad (208)$$

$$\begin{aligned}
rd_{j,0} \leq & (rd_{j,1} + trd_{j,1}) - rt_{j,0} + (1 \\
& - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j}) M
\end{aligned} \quad \forall j \in Kc : tipo = 4 \quad (209)$$

$$rd_{j,0} + trd_{j,0} \leq rdm_{j,0} \quad \forall j \in Kc : tipo = 4 \quad (210)$$

$$rt_{j,0} + trt_{j,0} \leq rtm_{j,0} \quad \forall j \in Kc : tipo = 4 \quad (211)$$

$$rt_{j,1} + trt_{j,1} \leq rtm_{j,1} \quad \forall j \in Kc : tipo = 4 \quad (212)$$

$$rt_{j,2} + trt_{j,2} \leq rtm_{j,2} \quad \forall j \in Kc : tipo = 4 \quad (213)$$

$$rd_{j,ss} \leq M \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j} \quad \forall j \in Kc : tipo = 4 \quad (214)$$

$$rt_{j,ss} \leq M \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j} \quad \forall j \in Kc : tipo = 4 \quad (215)$$

$$rd_{j,ss} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall j \in Kc : tipo = 4 \quad (216)$$

$$rt_{j,ss} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall j \in Kc : tipo = 4 \quad (217)$$

As Restrições (198) e (199) são inseridas no modelo para representar o cálculo definido na Equação (37). As Restrições (200) e (201) representam o cálculo definido na Equação (39). As Restrições (202) e (203) representam o cálculo definido na Equação (41). As Restrições (204) e (205) representam o cálculo definido na Equação (43). As Restrições (206) e (207) representam o cálculo definido na Equação (45). As Restrições (208) e (209) representam o cálculo definido na Equação (47). As Restrições (210), (211), (212) e (213) representam as Equações (48), (49), (50) e (51) e definem o valor máximo que as reações do conjunto de eixos dianteiro e traseiro podem assumir, respectivamente. Esses valores máximos variam de acordo com a configuração do conjunto de eixo dianteiro e traseiro do veículo e são definidos na legislação vigente apresentada no subcapítulo 3.1.

Lembrando que o valor total do peso por eixo do veículo tem a seguinte configuração: soma do peso exercido em cada eixo com o veículo vazio, denominada tara, com o peso exercido em cada eixo com o veículo carregado, ou seja, soma do $rd_{j,ss}$ e $trd_{j,ss}$ para o conjunto de eixo dianteiro e soma do $rt_{j,ss}$ e $trt_{j,ss}$ para o conjunto de eixo traseiro.

As Restrições (214) e (215) garantem que os valores das reações no conjunto de eixo dianteiro e traseiro serão iguais a 0 se o veículo $j \in Kc$ não estiver sendo utilizado. As Restrições (216) e (217) garantem que as reações no conjunto de eixos dianteiro e

traseiro são maiores que 0, ou seja, pertencem ao conjunto de números reais positivos.

4.6 Adicionais para o modelo matemático - veículo Tritrem

Este subcapítulo vai apresentar os parâmetros e as restrições para o cálculo do peso por eixo para veículos tipo Tritrem ($tipo_j = 5$), apresentado no subcapítulo 3.3.1. A Figura 51 ilustra todos as distâncias e forças necessárias para o cálculo apresentado nas Equações (52) a (72) que serão restrições do modelo matemático, apresentadas a seguir.

Restrições

$$\begin{aligned}
 rt_{j,3}de_{j,3} \geq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} P_i(s_{i,cp,j,3} dt_{j,3,cp} \\
 & + ln1_{i,cp,j,3} \\
 & + (p_i ln2_{i,cp,j,3} \\
 & + q_i(ln4_{i,cp,j,3} - ln3_{i,cp,j,3} \\
 & + ln5_{i,cp,j,3}) + r_i(s_{i,cp,j,3} - ln2_{i,cp,j,3} \\
 & - ln4_{i,cp,j,3} + ln3_{i,cp,j,3} \\
 & - ln5_{i,cp,j,3})) / 2 - (1 \\
 & - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j})M \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (218)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 rt_{j,3}de_{j,3} \leq & \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} P_i(s_{i,cp,j,3} dt_{j,3,cp} \\
 & + ln1_{i,cp,j,3} \\
 & + (p_i ln2_{i,cp,j,3} \\
 & + q_i(ln4_{i,cp,j,3} - ln3_{i,cp,j,3} \\
 & + ln5_{i,cp,j,3}) + r_i(s_{i,cp,j,3} - ln2_{i,cp,j,3} \\
 & - ln4_{i,cp,j,3} + ln3_{i,cp,j,3} \\
 & - ln5_{i,cp,j,3})) / 2 + (1 \\
 & - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j})M \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (219)
 \end{aligned}$$

$$rd_{j,3} \geq \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} P_i s_{i,cp,j,3} - rt_{j,3} - (1 - \sum_{\beta \in Cc} x_{C0,\beta,j})M \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (220)$$

$$rd_{j,3} \leq \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} P_i s_{i,cp,j,3} - rt_{j,3} + (1 - \sum_{\beta \in Cc} x_{C0,\beta,j})M \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (221)$$

$$rt_{j,2} de_{j,2} \geq \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} P_i (s_{i,cp,j,2} dt_{j,2,cp} + \ln 1_{i,cp,j,2} + (p_i \ln 2_{i,cp,j,2} + q_i (\ln 4_{i,cp,j,2} - \ln 3_{i,cp,j,2} + \ln 5_{i,cp,j,2}) + r_i (s_{i,cp,j,2} - \ln 2_{i,cp,j,2} - \ln 4_{i,cp,j,2} + \ln 3_{i,cp,j,2} - \ln 5_{i,cp,j,2})) / 2 - (1 - \sum_{\beta \in Cc} x_{C0,\beta,j})M) \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (222)$$

$$rt_{j,2} de_{j,2} \leq \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} P_i (s_{i,cp,j,2} dt_{j,2,cp} + \ln 1_{i,cp,j,2} + (p_i \ln 2_{i,cp,j,2} + q_i (\ln 4_{i,cp,j,2} - \ln 3_{i,cp,j,2} + \ln 5_{i,cp,j,2}) + r_i (s_{i,cp,j,2} - \ln 2_{i,cp,j,2} - \ln 4_{i,cp,j,2} + \ln 3_{i,cp,j,2} - \ln 5_{i,cp,j,2})) / 2 + (1 - \sum_{\beta \in Cc} x_{C0,\beta,j})M) \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (223)$$

$$rd_{j,2} \geq \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} P_i s_{i,cp,j,2} - rt_{j,2} - (1 - \sum_{\beta \in Cc} x_{C0,\beta,j})M \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (224)$$

$$rd_{j,2} \leq \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} P_i s_{i,cp,j,2} - rt_{j,2} + (1 - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j})M \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (225)$$

$$rt_{j,1} de_{j,1} \geq \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} P_i (s_{i,cp,j,1} dt_{j,1,cp} + ln1_{i,cp,j,1} + (p_i ln2_{i,cp,j,1} + q_i (ln4_{i,cp,j,1} - ln3_{i,cp,j,1} + ln5_{i,cp,j,1}) + r_i (s_{i,cp,j,1} - ln2_{i,cp,j,1} - ln4_{i,cp,j,1} + ln3_{i,cp,j,1} - ln5_{i,cp,j,1}))/2 - (1 - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j})M) \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (226)$$

$$rt_{j,1} de_{j,1} \leq \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} \sum_{ss \in Semi} P_i (s_{i,cp,j,1} dt_{j,1,cp} + ln1_{i,cp,j,1} + (p_i ln2_{i,cp,j,1} + q_i (ln4_{i,cp,j,1} - ln3_{i,cp,j,1} + ln5_{i,cp,j,1}) + r_i (s_{i,cp,j,1} - ln2_{i,cp,j,1} - ln4_{i,cp,j,1} + ln3_{i,cp,j,1} - ln5_{i,cp,j,1}))/2 + (1 - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j})M) \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (227)$$

$$rd_{j,1} \geq \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} P_i s_{i,cp,j,1} - rt_{j,1} + (rd_{j,2} + trd_{j,2}) - (1 - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j})M \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (228)$$

$$rd_{j,1} \leq \sum_{cp \in Cp} \sum_{i \in C} P_i s_{i,cp,j,1} - rt_{j,1} + (rd_{j,2} + trd_{j,2}) + (1 - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j})M \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (229)$$

$$rt_{j,0} de_{j,0} \leq (rd_{j,1} + trd_{j,1}) dt_{j,0,1} + (1 - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j})M \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (230)$$

$$rt_{j,0}de_{j,0} \geq (rd_{j,1} + trd_{j,1}) dt_{j,0,1} - (1 - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j})M \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (231)$$

$$rd_{j,0} \geq (rd_{j,1} + trd_{j,1}) - rt_{j,0} - (1 - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j})M \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (232)$$

$$rd_{j,0} \leq (rd_{j,1} + trd_{j,1}) - rt_{j,0} + (1 - \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j})M \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (233)$$

$$rd_{j,0} + trd_{j,0} \leq rdm_{j,0} \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (234)$$

$$rt_{j,0} + trt_{j,0} \leq rtm_{j,0} \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (235)$$

$$rt_{j,1} + trt_{j,1} \leq rtm_{j,1} \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (236)$$

$$rt_{j,2} + trt_{j,2} \leq rtm_{j,2} \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (237)$$

$$rt_{j,3} + trt_{j,3} \leq rtm_{j,3} \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (238)$$

$$rd_{j,ss} \leq M \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j} \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (239)$$

$$rt_{j,ss} \leq M \sum_{\beta \in Cc} xc_{0,\beta,j} \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (240)$$

$$rd_{j,ss} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (241)$$

$$rt_{j,ss} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall j \in Kc : tipo = 5 \quad (242)$$

As Restrições (218) e (219) são inseridas no modelo para representar o cálculo definido na Equação (53). As Restrições (220) e (221) representam o cálculo definido na Equação (55). As Restrições (222) e (223) representam o cálculo definido na Equação (57). As Restrições (224) e (225) representam o cálculo definido na Equação (59). As Restrições (226) e (227) representam o cálculo definido na Equação (61). As Restrições (228) e (229) representam o cálculo definido na Equação (63). As Restrições (230) e (231) representam o cálculo definido na Equação (65). As Restrições (232) e (233) representam o cálculo definido na Equação (67). As

Restrições (234), (235), (236), (237) e (238) representam as Equações (68), (69), (70), (71) e (72) e definem o valor máximo que as reações do conjunto de eixos dianteiro e traseiro podem assumir, respectivamente. Esses valores máximos variam de acordo com a configuração do conjunto de eixo dianteiro e traseiro do veículo e são definidos na legislação vigente apresentada no subcapítulo 3.1.

Lembrando que o valor total do peso por eixo do veículo tem a seguinte configuração: soma do peso exercido em cada eixo com o veículo vazio, denominada tara, com o peso exercido em cada eixo com o veículo carregado, ou seja, soma do $rd_{j,ss}$ e $trd_{j,ss}$ para o conjunto de eixo dianteiro e soma do $rt_{j,ss}$ e $trt_{j,ss}$ para o conjunto de eixo traseiro.

As Restrições (239) e (240) garantem que os valores das reações no conjunto de eixo dianteiro e traseiro serão iguais a 0 se o veículo $j \in Kc$ não estiver sendo utilizado. As Restrições (241) e (242) garantem que as reações no conjunto de eixos dianteiro e traseiro são maiores que 0, ou seja, pertencem ao conjunto de números reais positivos.

Esse modelo matemático apresenta $|C|^2(6 + |Cp||Kc||Semi|) + 5|C||Cp||Kc||Semi| + 9|C| + |Nc|^2|Kc| + |Nc||Kc|$ variáveis de decisão inteira e $3|C| + |C||Cp||Kc||Semi| + |Nc||Kc| + 2|Kc||Semi|$ variáveis de decisão real. Para testar o modelo apresentado, no próximo capítulo serão apresentadas as instâncias de teste e como foram criadas.

5 INSTÂNCIAS DE TESTE

Foram criadas as instâncias de teste que representam os diferentes tipos de veículos. As distâncias e taras dos diferentes tipos de veículos foram estabelecidas com base nos dados técnicos dos veículos do site da Mercedes-Benz (Mercedes-Benz, 2022).

A empresa Entregamos está começando no mercado e como ainda não está operando houve a ausência de dados reais. Entretanto, as instâncias foram criadas respeitando, na maior parte dos casos, dados os mais próximos possíveis de uma aplicação real.

As instâncias do Grupo 0 consideram veículos tipo Truck com comprimento, largura e altura de 5,6x2,5x2,8m, respectivamente. O comprimento do Truck é dividido de acordo com a quantidade de compartimentos. A velocidade média adotada para o Grupo 0 foi de 50km/h. As Instâncias 0A e 0B foram elaboradas com o intuito de analisar a arrumação das cargas, considerando ou não o limite de peso por eixo com duas cargas de 4.000,0kg e 5.000,0kg para o teste. Sendo a Instância 0B com o modelo executado sem as restrições (152) e (153). Por isso, a quantidade de nós nessas instâncias não reflete a possível realidade da empresa.

A Instância 0C tem disponibilidade de um Truck com dois compartimentos, já na 0D com apenas um compartimento. Nas Instâncias 0C e 0D são considerados sacos de cimento em amarrados de 30 unidades pesando 1.500,0 kg, sacos de argamassa em amarrados de 30 unidades pesando 1.200,0 kg e sacos de gesso em pó amarrados de 16 unidades pesando 320,0 kg. As dimensões dos amarrados de cimento, argamassa e gesso em pó são 70,0 x 60,0 x 40,0 cm, 120,0x120,0 x 80,0 cm e 130,0 x 100,0 x 70,0 cm, (comprimento, largura e altura), respectivamente. Nas Instâncias 0E e 0F estão disponíveis dois veículos com três compartimentos cada e para a Instância 0F há um aumento de 50% no número de cargas e peso quando comparada com a Instância 0E.

A Tabela 2 indica as dimensões e taras dos veículos e a Tabela 3 as dimensões e pesos das cargas em cada instância para o Grupo 0.

Tabela 2: Dimensões do Truck.

Instâncias	Veículos	Dimensões da unidade de transporte (m)	Distâncias de cada unidade de transporte (m)	Taras (kg)
0A e 0B	1	$L_{j,1,0} \times W_{j,1,0} \times H_{j,1,0}$	$dt_{j,0,1} = 0,49$	$trd_{j,0} = 3270$
		5,6x2,5x2,8	$de_{j,0} = 4,18$	$trt_{j,0} = 2920$
0C	1	$L_{j,1,0} \times W_{j,1,0} \times H_{j,1,0}$	$dt_{j,0,1} = 0,49$	$trd_{j,0} = 3270$
		<u>2,8x2,5x2,8</u>		
		$L_{j,2,0} \times W_{j,2,0} \times H_{j,2,0}$	$de_{j,0} = 4,18$	$trt_{j,0} = 2920$
		2,8x2,5x2,8		
0D	1	$L_{j,1,0} \times W_{j,1,0} \times H_{j,1,0}$	$dt_{j,0,1} = 0,49$	$trd_{j,0} = 3270$
		5,6x2,5x2,8	$dt_{j,0,2} = 3,29$	
			$de_{j,0} = 4,18$	$trt_{j,0} = 2920$
0E e 0F	1 e 2	$L_{j,1,0} \times W_{j,1,0} \times H_{j,1,0}$	$dt_{j,0,1} = 0,49$	$trd_{j,0} = 3270$
		<u>1,8x2,5x2,8</u>		
		$L_{j,2,0} \times W_{j,2,0} \times H_{j,2,0}$	$dt_{j,0,2} = 2,29$	$trd_{j,0} = 3270$
		1,8x2,5x2,8	$dt_{j,0,3} = 4,09$	
		$L_{j,3,0} \times W_{j,3,0} \times H_{j,3,0}$	$de_{j,0} = 4,18$	$trt_{j,0} = 2920$
	1,8x2,5x2,8			
		Fonte: Autora.		

Tabela 3: Dimensões e pesos das cargas do Truck.

Instância	Nº de cargas	Dimensões ($p_i \times q_i \times r_i$) (m)	Peso (w_i) (kg)
0A	1	1,2x2,5x1,6	5000
0B	1	1,2x2,5x1,6	4000
0C	9	0,7x0,6x0,4	320
	3	1,2x1,2x0,8	1200
	3	1,3x1x0,7	1500
0D	9	0,7x0,6x0,4	320
	3	1,2x1,2x0,8	1200
	3	1,3x1x0,7	1500
0E	8	0,5x0,4x0,3	95
	8	0,6x0,4x0,3	100
	8	0,8x0,6x0,4	130
	8	0,5x0,3x0,2	90
0F	16	0,5x0,4x0,3	190
	16	0,6x0,4x0,3	200
	16	0,8x0,6x0,4	260
	16	0,5x0,3x0,2	180

Fonte: Autora.

As instâncias do Grupo 1 consideram veículos tipo Bitruck com comprimento, largura e altura de 5,6x2,6x2,8m, respectivamente. Estão disponíveis dois veículos em cada instância, sendo as Instâncias 1A e 1B com dois compartimentos e a Instância 3A com quatro compartimentos. O comprimento do Bitruck é dividido de acordo com a quantidade de compartimentos. A velocidade média adotada para o Grupo 1 foi de 60km/h. As Instâncias 1A e 1B consideram a mesma quantidade de cargas, mas na Instância 1B há um aumento no peso das cargas de aproximadamente 3 a 3,3 vezes quando comparada com o peso da Instância 1A. A Instância 1C considera um maior número de cargas. As dimensões e taras dos veículos e das cargas em cada instância estão indicadas na Tabela 4 e Tabela 5, respectivamente.

Tabela 4: Dimensões do Bitruck.

Instâncias	Veículos	Dimensões da unidade de transporte (m)	Distâncias de cada unidade de transporte (m)	Taras (kg)
1A e 1B	1 e 2	$L_{j,1,0} \times W_{j,1,0} \times H_{j,1,0}$	$dt_{j,0,1} = 0,50$	$trd1_{j,0} = 4000$
		$2,9 \times 2,6 \times 2,8$	$dt_{j,0,2} = 3,40$	$trd2_{j,0} = 4000$
		$L_{j,2,0} \times W_{j,2,0} \times H_{j,2,0}$	$de_{j,0} = 6,1$	$trt_{j,0} = 4300$
		$2,9 \times 2,6 \times 2,8$		
1C	1 e 2	$L_{j,1,0} \times W_{j,1,0} \times H_{j,1,0}$	$dt_{j,0,1} = 0,50$	
		$1,45 \times 2,6 \times 2,8$	$dt_{j,0,2} = 1,95$	$trd1_{j,0} = 4000$
		$L_{j,2,0} \times W_{j,2,0} \times H_{j,2,0}$	$dt_{j,0,3} = 3,40$	$trd2_{j,0} = 4000$
		$1,45 \times 2,6 \times 2,8$	$dt_{j,0,4} = 4,85$	$trt_{j,0} = 4300$
		$L_{j,3,0} \times W_{j,3,0} \times H_{j,3,0}$	$de_{j,0} = 6,1$	
		$1,45 \times 2,6 \times 2,8$		
		$L_{j,4,0} \times W_{j,4,0} \times H_{j,4,0}$		
		$1,45 \times 2,6 \times 2,8$		

Fonte: Autora.

Tabela 5: Dimensões e pesos das cargas do Bitruck.

Instância	Nº de cargas	Dimensões ($p_i \times q_i \times r_i$) (m)	Peso (w_i) (kg)
1A	20	0,5x0,3x0,2	70
	20	0,8x0,5x0,4	70
1B	20	0,5x0,3x0,2	300
	20	0,8x0,5x0,4	300
1C	20	0,5x0,3x0,2	80
	30	0,8x0,5x0,4	80

Fonte: Autora.

As instâncias do Grupo 2 consideram veículos tipo Carreta com semirreboque de comprimento, largura e altura de 14x3x5m, respectivamente. O comprimento da unidade de transporte 1 da Carreta é dividido de acordo com a quantidade de compartimentos. A velocidade média adotada para o Grupo 2 foi de 60km/h. As Instâncias 2A e 2B foram elaboradas com o intuito de analisar a arrumação das cargas

considerando ou não o limite de peso por eixo, com uma carga de 17.100,0kg para o teste. Sendo a Instância 2B com o modelo executado sem as restrições (167) a (169). Por isso, a quantidade de nós nessas instâncias não reflete a possível realidade da empresa.

As Instâncias 2C, 2D e 2E foram criadas cargas com as mesmas dimensões e pesos. Na Instância 2C está disponível apenas um veículo com 4 compartimentos. As Instâncias 2D e 2E possuem disponibilidade de 3 veículos: um veículo com 5 compartimentos; um com 4 compartimentos; e um com 2 compartimentos. Para comparação dos resultados, o número de cargas foi aumentando gradativamente da Instância 2C para 2D e 2E. As dimensões e taras dos veículos e das cargas em cada instância estão indicadas na Tabela 6 e Tabela 7, respectivamente.

Tabela 6: Dimensões da Carreta.

Instâncias	Veículos	Dimensões da unidade de transporte (m)	Distâncias de cada unidade de transporte (m)	Taras (kg)
2A e 2B	1	$L_{j,1,1} \times W_{j,1,1} \times H_{j,1,1}$ 14x3x5	$dt_{j,0,1} = 3,50$	$trd_{j,0} = 2500$
			$de_{j,0} = 4,00$ $de_{j,1} = 13,50$	$trd_{j,1} = 2000$ $trt_{j,0} = 2000$ $trt_{j,1} = 8000$
2C	1	$L_{j,1,1} \times W_{j,1,1} \times H_{j,1,1}$ 3,5x3x5 $L_{j,2,1} \times W_{j,2,1} \times H_{j,2,1}$ 3,5x3x5 $L_{j,3,1} \times W_{j,3,1} \times H_{j,3,1}$ 3,5x3x5 $L_{j,4,1} \times W_{j,4,1} \times H_{j,4,1}$ 3,5x3x5	$dt_{j,0,1} = 3,50$	$trd_{j,0} = 2500$ $trd_{j,1} = 2000$ $trt_{j,0} = 2000$ $trt_{j,1} = 8000$
			$dt_{j,1,2} = 3,50$	
			$dt_{j,1,3} = 7,00$	
			$dt_{j,1,4} = 10,5$	
			$de_{j,0} = 4,00$ $de_{j,1} = 13,50$	
2D e 2E	1	$L_{j,1,1} \times W_{j,1,1} \times H_{j,1,1}$ 2,8x3x5 $L_{j,2,1} \times W_{j,2,1} \times H_{j,2,1}$ 2,8x3x5 $L_{j,3,1} \times W_{j,3,1} \times H_{j,3,1}$ 2,8x3x5 $L_{j,4,1} \times W_{j,4,1} \times H_{j,4,1}$ 2,8x3x5 $L_{j,5,1} \times W_{j,5,1} \times H_{j,5,1}$ 2,8x3x5	$dt_{j,0,1} = 3,50$	$trd_{j,0} = 2500$ $trd_{j,1} = 2000$ $trt_{j,0} = 2000$ $trt_{j,1} = 8000$
			$dt_{j,1,2} = 2,80$	
			$dt_{j,1,3} = 5,60$	
			$dt_{j,1,4} = 8,40$	
			$dt_{j,1,5} = 11,20$	
			$de_{j,0} = 4,00$ $de_{j,1} = 13,50$	
2D e 2E	2	$L_{j,1,1} \times W_{j,1,1} \times H_{j,1,1}$ 3,5x3x5 $L_{j,2,1} \times W_{j,2,1} \times H_{j,2,1}$ 3,5x3x5 $L_{j,3,1} \times W_{j,3,1} \times H_{j,3,1}$ 3,5x3x5 $L_{j,4,1} \times W_{j,4,1} \times H_{j,4,1}$ 3,5x3x5	$dt_{j,0,1} = 3,50$	$trd_{j,0} = 2500$ $trd_{j,1} = 2000$ $trt_{j,0} = 2000$ $trt_{j,1} = 8000$
			$dt_{j,1,2} = 3,50$	
			$dt_{j,1,3} = 7,00$	
			$dt_{j,1,4} = 10,50$	
			$de_{j,0} = 4,00$ $de_{j,1} = 13,50$	
2D e 2E	3	$L_{j,1,1} \times W_{j,1,1} \times H_{j,1,1}$ 7x3x5 $L_{j,2,1} \times W_{j,2,1} \times H_{j,2,1}$ 7x3x5	$dt_{j,0,1} = 3,50$	$trd_{j,0} = 2500$ $trd_{j,1} = 2000$ $trt_{j,0} = 2000$ $trt_{j,1} = 8000$
			$dt_{j,1,2} = 7,00$	
			$de_{j,0} = 4,00$ $de_{j,1} = 13,50$	

Fonte: Autora.

Tabela 7: Dimensões e pesos das cargas da Carreta.

Instância	Nº de cargas	Dimensões ($p_i \times q_i \times r_i$) (m)	Peso (w_i) (kg)
2A	1	8x3x4	17100
2B	1	8x3x4	17100
2C	17	1x0,8x0,8	300
	7	1,2x1,2x0,8	850
	6	1,3x1x1	1000
2D	43	1x0,8x0,8	300
	18	1,2x1,2x0,8	850
	14	1,3x1x1	1000
2E	52	1x0,8x0,8	300
	22	1,2x1,2x0,8	850
	16	1,3x1x1	1000

Fonte: Autora.

As instâncias do Grupo 3 consideram veículos tipo Vanderleia com comprimento, largura e altura de 14x3x5m, respectivamente. Estão disponíveis dois veículos em cada instância, ambos com dois compartimentos. O comprimento da unidade de transporte 1 da Vanderleia é dividido de acordo com a quantidade de compartimentos. A velocidade média adotada para o Grupo 3 foi de 60km/h. Na Instância 3B há um aumento de aproximadamente 120% no peso das cargas da Instância 3A. As dimensões e taras dos veículos e das cargas em cada instância estão indicadas na Tabela 8 e Tabela 9, respectivamente.

Tabela 8: Dimensões da Vanderleia.

Instancias	Veículos	Dimensões da unidade de transporte (m)	Distâncias de cada unidade de transporte (m)	Taras (kg)
3A e 3B	1 e 2	$L_{j,1,1} \times W_{j,1,1} \times H_{j,1,1}$	$dt_{j,0,1} = 3,50$	$trd_{j,0} = 4500$
		7x3x5	$dt_{j,1,2} = 7,00$	$trd_{j,1} = 4000$
		$L_{j,2,1} \times W_{j,2,1} \times H_{j,2,1}$	$de_{j,0} = 4,00$	$trt_{j,0} = 4500$
		7x3x5	$de_{j,1} = 13,50$	$trt_{j,1} = 9800$

Fonte: Autora.

Tabela 9: Dimensões e pesos das cargas da Vanderleia.

Instância	Nº de cargas	Dimensões ($p_i \times q_i \times r_i$) (m)	Peso (w_i) (kg)
3A	10	0,6x0,4x0,3	100
	29	0,8x0,5x0,4	150
	6	1,2x1x0,8	200
3B	10	0,6x0,4x0,3	200
	29	0,8x0,5x0,4	300
	6	1,2x1x0,8	500

Fonte: Autora.

As Instâncias do Grupo 4 consideram veículos tipo Bitrem com semirreboque de comprimento, largura e altura de 14x3x5m, respectivamente. Estão disponíveis dois veículos em cada instância, um veículo com apenas um compartimento em cada semirreboque e o outro com dois compartimentos em cada semirreboque. O comprimento dos semirreboques (unidades de transporte 1 e 2) do Bitrem é dividido de acordo com a quantidade de compartimentos. A velocidade média adotada para o Grupo 4 foi de 60km/h. Na Instância 4B há um aumento de 20% no peso das cargas da Instância 4A. Esse aumento é justificado pela soma de todas as cargas e taras dos dois veículos serem o mais próximo possível da soma dos limites dos pesos por eixos estabelecidos pela legislação brasileira. As dimensões e taras dos veículos e das cargas em cada instância estão indicadas na Tabela 10 e Tabela 11, respectivamente.

Tabela 10: Dimensões do Bitrem.

Instâncias	Veículos	Dimensões da unidade de transporte (m)	Distâncias de cada unidade de transporte (m)	Taras (kg)
4A e 4B	1	$L_{j,1,1} \times W_{j,1,1} \times H_{j,1,1}$	$dt_{j,0,1} = 3,50$	$trd_{j,0} = 4500$
		$\frac{14 \times 3 \times 5}{14 \times 3 \times 5}$	$de_{j,0} = 4,00$	$trd_{j,1} = 4000$
		$L_{j,1,2} \times W_{j,1,2} \times H_{j,1,2}$	$de_{j,1} = 14,50$	$trd_{j,2} = 3500$
		$\frac{14 \times 3 \times 5}{14 \times 3 \times 5}$	$de_{j,2} = 13,50$	$trt_{j,0} = 4500$
		$L_{j,1,1} \times W_{j,1,1} \times H_{j,1,1}$	$ds_{j,1} = 15,00$	$trt_{j,1} = 9800$
		$\frac{7 \times 3 \times 5}{7 \times 3 \times 5}$		$trt_{j,2} = 9000$
	2	$L_{j,2,1} \times W_{j,2,1} \times H_{j,2,1}$	$dt_{j,0,1} = 3,50$	$trd_{j,0} = 4500$
		$\frac{7 \times 3 \times 5}{7 \times 3 \times 5}$	$dt_{j,1,2} = 7,00$	$trd_{j,1} = 4000$
		$L_{j,2,2} \times W_{j,2,2} \times H_{j,2,2}$	$dt_{j,2,2} = 7,00$	$trd_{j,2} = 3500$
		$\frac{7 \times 3 \times 5}{7 \times 3 \times 5}$	$de_{j,0} = 4,00$	$trt_{j,0} = 4500$
		$L_{j,1,2} \times W_{j,1,2} \times H_{j,1,2}$	$de_{j,1} = 14,50$	$trt_{j,1} = 9800$
		$\frac{7 \times 3 \times 5}{7 \times 3 \times 5}$	$de_{j,2} = 13,50$	$trt_{j,2} = 9000$
		$L_{j,2,2} \times W_{j,2,2} \times H_{j,2,2}$	$ds_{j,1} = 15,00$	
		$\frac{7 \times 3 \times 5}{7 \times 3 \times 5}$		

Fonte: Autora.

Tabela 11: Dimensões e pesos das cargas da Bitrem.

Instância	Nº de cargas	Dimensões ($p_i \times q_i \times r_i$) (m)	Peso (w_i) (kg)
4A	20	0,6x0,6x0,7	425
	44	0,5x0,7x0,7	200
	16	0,75x0,5x0,5	500
4B	20	0,6x0,6x0,7	510
	44	0,5x0,7x0,7	240
	16	0,75x0,5x0,5	600

Fonte: Autora.

As Instâncias do Grupo 5 consideram veículos tipo Tritrem com semirreboque de comprimento, largura e altura de 14x3x5m, respectivamente. Estão disponíveis dois veículos em cada instância, um veículo com apenas um compartimento em cada semirreboque e o outro com dois compartimentos em cada semirreboque. O

comprimento dos semirreboques (unidades de transporte 1, 2 e 3) do Tritrem é dividido de acordo com a quantidade de compartimentos. A velocidade média adotada para o Grupo 5 foi de 60km/h. Na Instância 5B houve um aumento de forma aleatória, em aproximadamente 11% no peso das cargas, quando comparadas com a Instância 5A. As dimensões e taras dos veículos e das cargas em cada instância estão indicadas na Tabela 12 e Tabela 13, respectivamente.

Tabela 12: Dimensões do Tritrem.

Instâncias	Veículos	Dimensões da unidade de transporte (m)	Distâncias de cada unidade de transporte (m)	Taras (kg)
5A e 5B	1	$L_{j,1,1} \times W_{j,1,1} \times H_{j,1,1}$	$dt_{j,0,1} = 3,50$	$trd_{j,0} = 4500$
		$14 \times 3 \times 5$	$de_{j,0} = 4,00$	$trd_{j,1} = 4000$
		$L_{j,1,2} \times W_{j,1,2} \times H_{j,1,2}$	$de_{j,1} = 14,50$	$trd_{j,2} = 3500$
		$14 \times 3 \times 5$	$de_{j,2} = 14,50$	$trd_{j,3} = 3000$
		$L_{j,1,3} \times W_{j,1,3} \times H_{j,1,3}$	$de_{j,3} = 13,50$	$trt_{j,0} = 4500$
		$14 \times 3 \times 5$	$ds_{j,1} = 15,00$	$trt_{j,1} = 9800$
	2	$L_{j,1,1} \times W_{j,1,1} \times H_{j,1,1}$	$ds_{j,2} = 15,00$	$trt_{j,2} = 9000$
		$14 \times 3 \times 5$	$trt_{j,3} = 8200$	
		$L_{j,1,1} \times W_{j,1,1} \times H_{j,1,1}$	$dt_{j,0,1} = 3,50$	$trd_{j,0} = 4500$
		$7 \times 3 \times 5$	$dt_{j,1,2} = 7,00$	$trd_{j,1} = 4000$
		$L_{j,2,1} \times W_{j,2,1} \times H_{j,2,1}$	$dt_{j,2,2} = 7,00$	$trd_{j,2} = 3500$
		$7 \times 3 \times 5$	$de_{j,0} = 4,00$	$trd_{j,3} = 3000$
2	$L_{j,1,2} \times W_{j,1,2} \times H_{j,1,2}$	$de_{j,1} = 14,50$	$trt_{j,0} = 4500$	
	$7 \times 3 \times 5$	$de_{j,2} = 14,50$	$trt_{j,1} = 9800$	
	$L_{j,2,2} \times W_{j,2,2} \times H_{j,2,2}$	$de_{j,3} = 13,50$	$trt_{j,2} = 9000$	
	$7 \times 3 \times 5$	$ds_{j,1} = 15,00$	$trt_{j,3} = 8200$	
	$L_{j,1,3} \times W_{j,1,3} \times H_{j,1,3}$	$ds_{j,2} = 15,00$		
	$7 \times 3 \times 5$			
		$L_{j,2,3} \times W_{j,2,3} \times H_{j,2,3}$		
		$7 \times 3 \times 5$		

Fonte: Autora.

Tabela 13: Dimensões e pesos das cargas do Tritrem.

Instância	Nº de cargas	Dimensões ($p_i \times q_i \times r_i$) (m)	Peso (w_i) (kg)
5A	21	0,6x0,6x0,7	425
	51	0,5x0,7x0,7	200
	18	0,75x0,5x0,5	500
5B	21	0,6x0,6x0,7	500
	51	0,5x0,7x0,7	240
	18	0,75x0,5x0,5	510

Fonte: Autora.

Para cada instância do Grupo 6 foi considerado tipos diferentes de veículos. Nas Instâncias 6A, 6B e 6C estão disponíveis veículos do tipo Toco e Truck e têm o objetivo de analisar o impacto da arrumação de carga com rotação 3D, 2D e sem rotação, respectivamente, na frota utilizada. Na Instância 6C foi considerado que a área de suporte das cargas foi de 75 %, ou seja, $as=0,75$, nas demais instâncias foi considerado $as=1,0$.

As Instâncias 6D e 6E consideram dois tipos de veículos: Carreta e Vanderleia. A Instância 6E com um conjunto de cargas aumentadas em aproximadamente 5% no peso quando comparada com a Instância 6D. A Instância 6F consideram dois tipos de veículos: Truck e Carreta.

A Tabela 14 e Tabela 15 mostram as dimensões e pesos dos veículos e das cargas em cada instância.

Tabela 14: Dimensões do Truck e da Carreta.

Instâncias	Veículos	Dimensões da unidade de transporte (m)	Distâncias de cada unidade de transporte (m)	Taras (kg)
	Truck	$L_{j,1,0} \times W_{j,1,0} \times H_{j,1,0}$	$dt_{j,0,1} = 0,49$	$trd_{j,0} = 3270$
		5,6x2,5x2,8	$de_{j,0} = 4,18$	$trt_{j,0} = 2920$
6A, 6B e 6C	Toco	$L_{j,1,1} \times W_{j,1,1} \times H_{j,1,1}$	$dt_{j,0,1} = 0,42$	$trd_{j,0} = 1100$
		2,25x2,2x2,3	$dt_{j,0,2} = 2,67$	
		$L_{j,2,1} \times W_{j,2,1} \times H_{j,2,1}$	$de_{j,0} = 3,10$	$trt_{j,0} = 2190$
		2,25x2,2x2,3		
6D e 6E	Carreta	$L_{j,1,1} \times W_{j,1,1} \times H_{j,1,1}$	$dt_{j,0,1} = 3,50$	$trd_{j,0} = 4500$
		14x3x5	$de_{j,0} = 4,00$	$trd_{j,1} = 4000$
			$de_{j,1} = 13,50$	$trt_{j,0} = 4500$
				$trt_{j,1} = 9800$
6D e 6E	Vanderleia	$L_{j,1,1} \times W_{j,1,1} \times H_{j,1,1}$	$dt_{j,0,1} = 3,50$	$trd_{j,0} = 4500$
		14x3x5	$de_{j,0} = 4,00$	$trd_{j,1} = 4000$
			$de_{j,1} = 13,50$	$trt_{j,0} = 4500$
				$trt_{j,1} = 9800$
	Truck	$L_{j,1,0} \times W_{j,1,0} \times H_{j,1,0}$	$dt_{j,0,1} = 0,49$	$trd_{j,0} = 3270$
		5,6x2,5x2,8	$de_{j,0} = 4,18$	$trt_{j,0} = 2920$
6F	Carreta	$L_{j,1,1} \times W_{j,1,1} \times H_{j,1,1}$	$dt_{j,0,1} = 3,50$	$trd_{j,0} = 4500$
		7x3x5	$dt_{j,1,2} = 7,00$	$trd_{j,1} = 4000$
		$L_{j,2,1} \times W_{j,2,1} \times H_{j,2,1}$	$de_{j,0} = 4,00$	$trt_{j,0} = 4500$
		7x3x5	$de_{j,1} = 13,50$	$trt_{j,1} = 9800$

Fonte: Autora.

Tabela 15: Dimensões e pesos das cargas.

Instância	Nº de cargas	Dimensões ($p_i \times q_i \times r_i$) (m)	Peso (w_i) (kg)
6A, 6B e 6C	1	2,5x2x1	100
	1	1,5x1x0,5	320
	1	1x1,8x0,7	120
	1	1,7x1,6x0,9	100
	1	1,3x1x0,7	100
	1	1,3x0,8x0,6	60
	1	1,8x1,0x0,5	300
	1	2,0x0,6x0,5	120
	1	1,5x1,5x0,9	80
	1	3,2x1,2x1,0	50
	1	1,3x1,0x0,7	120
	1	1,7x1,2x0,9	150
	1	1,7x1,0x0,6	80
1	1,3x1,0x0,7	120	
1	1,5x1,2x0,8	150	
6D	6	0,8x0,5x0,4	400
	17	1x0,9x0,8	550
	7	1,2x1,2x0,8	700
6E	6	0,8x0,5x0,4	400
	17	1x0,9x0,8	600
	7	1,2x1,2x0,8	700
6F	1	2x2x1,5	300
	1	1,5x1,0x0,5	280
	1	1,0x1,8x0,7	250
	1	1,7x1,6x0,9	100
	1	1,3x1,0x0,7	100
	1	1,3x0,8x0,6	60
	1	1,8x1,0x0,5	150
	1	2,0x0,6x0,5	120
1	1,5x1,5x0,9	80	

Fonte: Autora.

Em resumo, as instâncias do Grupo 0 são para veículos tipo Truck; Grupo 1 para veículos tipo Bitruck; Grupo 2 para veículos tipo Carreta; Grupo 3 para veículos tipo Vanderleia; Grupo 4 para veículos tipo Bitrem; Grupo 5 para veículos tipo Tritrem e Grupo 6 são para testes com diferentes tipos de veículos. Como foi exposto acima, as instâncias estão concentradas majoritariamente nos veículos tipo Truck e Carreta, os quais são mais usualmente utilizados e cabe uma maior análise.

Cabe salientar que para cada instância com apenas um tipo de veículo, o custo de utilização do veículo não varia. Já para o grupo 6, com tipos diferentes de veículos, o custo de utilização do veículo é maior para os veículos maiores e com maior capacidade de carga. Com isso, nas Instâncias 6A, 6B e 6C: o Truck apresenta um custo maior que o Toco; nas Instâncias 6D e 6E: a Vanderleia possui custo maior que a Carreta; e na Instância 6F: a Carreta possui custo maior que o Truck.

A Tabela 16 apresenta as características das instâncias de teste em dez colunas. As colunas (1), (2) e (3) são os grupos, os tipos de veículos dos grupos e o nome dado para as instâncias, respectivamente. As colunas (4), (5) e (6) são os números de veículos disponíveis, a quantidade de unidade de transporte disponível em cada veículo e o número de compartimentos por unidade de transporte, respectivamente. Sendo que as colunas (5) e (6) são divididas em três, visto que é o número máximo de veículos disponíveis nas instâncias. As colunas (7) e (8) apresentam o número de nós e de cargas de cada instância, respectivamente. A coluna (9) mostra se houve rotação 3D, 2D ou não houve rotação. E, por fim, a coluna (10) mostra se a instância considerou o limite de peso por eixo estabelecido pela legislação brasileira.

Para mostrar a complexidade das instâncias de teste propostas, é feito o cálculo da quantidade de variáveis inteiras e reais apresentado no final do Capítulo 4. A Tabela 17 apresenta a quantidade de variáveis de decisão inteiras e reais para cada instância, dividida em sete colunas. As colunas (1), (2), (3) e (4) são o nome dado para as instâncias, os números de veículos disponíveis, a quantidade de unidade de transporte disponível em cada veículo e o número de compartimentos por unidade de transporte, respectivamente. Sendo que as colunas (3) e (4) são divididas em três, visto que é o número máximo de veículos disponíveis nas instâncias. As colunas (5) e (6) apresentam o número de nós e de cargas de cada instância, respectivamente.

E, por fim, a coluna (7) mostra a quantidade de variáveis de decisão, sendo dividida em duas colunas, as das variáveis de decisão inteiras e as variáveis de decisão reais.

Tabela 16: Instâncias de teste.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)			(6)			(7)	(8)	(9)	(10)
				Veículo 1	Veículo 2	Veículo 3	Veículo 1	Veículo 2	Veículo 3				
0	Truck	0A	1	1	-	-	1	-	-	1	2	3D	Sim
		0B	1	1	-	-	1	-	-	1	2	3D	Não
		0C	1	1	-	-	2	-	-	5	15	3D	Sim
		0D	1	1	-	-	1	-	-	5	15	3D	Sim
		0E	2	1	1	-	3	-	-	8	32	3D	Sim
		0F	2	1	1	-	3	-	-	8	64	3D	Sim
1	Bitruck	1A	2	1	1	-	2	2	-	10	40	3D	Sim
		1B	2	1	1	-	2	2	-	10	40	3D	Sim
		1C	2	1	1	-	4	4	-	10	50	3D	Sim
2	Carreta	2A	1	2	-	-	1	-	-	1	1	3D	Sim
		2B	1	2	-	-	1	-	-	1	1	3D	Não
		2C	1	2	-	-	4	-	-	10	30	3D	Sim
		2D	3	2	2	2	5	4	2	10	75	3D	Sim
		2E	3	2	2	2	5	4	2	10	90	3D	Sim
3	Vanderleia	3A	2	2	2	-	2	2	-	15	45	3D	Sim
		3B	2	2	2	-	2	2	-	15	45	3D	Sim
4	Bitrem	4A	2	3	3	-	2	1	-	10	80	3D	Sim
		4B	2	3	3	-	2	1	-	10	80	3D	Sim
5	Tritrem	5A	2	4	4	-	2	1	-	15	90	3D	Sim
		5B	2	4	4	-	2	1	-	15	90	3D	Sim
6	Diferentes tipos de veículos	6A	1	1	1	-	1	2	-	5	15	3D	Sim
		6B	1	1	1	-	1	2	-	5	15	2D	Sim
		6C	1	1	1	-	1	2	-	5	15	Sem Rotação	Sim
		6D	2	2	2	-	1	1	-	10	30	3D	Sim
		6E	2	2	2	-	1	1	-	10	30	3D	Sim
		6F	2	1	2	-	1	2	-	3	9	3D	Sim

Fonte: Autora.

Tabela 17: Quantidade de variáveis de decisão inteiras e reais.

(1)	(2)	(3)			(4)			(5)	(6)	(7)	
		Veículo 1	Veículo 2	Veículo 3	Veículo 1	Veículo 2	Veículo 3			Inteiras	Reais
0A	1	1	-	-	1	-	-	1	2	44	7
0B	1	1	-	-	1	-	-	1	2	44	7
0C	1	1	-	-	2	-	-	5	15	1515	50
0D	1	1	-	-	1	-	-	5	15	1515	50
0E	2	1	1	-	3	-	-	8	32	6576	112
0F	2	1	1	-	3	-	-	8	64	25296	208
1A	2	1	1	-	2	2	-	10	40	10180	140
1B	2	1	1	-	2	2	-	10	40	10180	140
1C	2	1	1	-	4	4	-	10	50	15670	170
2A	1	2	-	-	1	-	-	1	1	17	4
2B	1	2	-	-	1	-	-	1	1	17	4
2C	1	2	-	-	4	-	-	10	30	5780	100
2D	3	2	2	2	5	4	2	10	75	34755	303
2E	3	2	2	2	5	4	2	10	90	49740	348
3A	2	2	2	-	2	2	-	15	45	13035	165
3B	2	2	2	-	2	2	-	15	45	13035	165
4A	2	3	3	-	2	1	-	10	80	39340	260
4B	2	3	3	-	2	1	-	10	80	39340	260
5A	2	4	4	-	2	1	-	15	90	49890	300
5B	2	4	4	-	2	1	-	15	90	49890	300
6A	1	1	1	-	1	2	-	5	15	1515	50
6B	1	1	1	-	1	2	-	5	15	1515	50
6C	1	1	1	-	1	2	-	5	15	1515	50
6D	2	2	2	-	1	1	-	10	30	5890	110
6E	2	2	2	-	1	1	-	10	30	5890	110
6F	2	1	2	-	1	2	-	3	9	591	33

Fonte: Autora.

Após apresentadas, as instâncias de teste são incorporadas ao modelo matemático para obter os resultados dos experimentos computacionais.

6 RESULTADOS E ANÁLISES

Este capítulo aborda os resultados obtidos pelo *solver* IBM® ILOG® CPLEX® 12.20 (IBM, 2022) rodando modelo matemático proposto nesta dissertação. Os experimentos computacionais foram realizados utilizando um computador com dois processadores Intel® Xeon® Silver, com 16 núcleos cada, e 128 GB de memória RAM.

Após a execução do CPLEX, a Tabela 18 mostra os resultados em sete colunas, que são, respectivamente: os grupos, as instâncias, os valores da função objetivo (FO), do *Upper Bound* (UB), *Lower Bound* (LB), *gap* ($gap = (UB - LB)/UB$) e tempo de execução (TE). A solução ótima é representada pelo *gap* igual a zero. No tempo máximo de execução estabelecido, pode ocorrer do CPLEX não encontrar pelo menos uma solução factível e apresentar somente o valor de LB.

O tempo máximo de execução estabelecido para as instâncias do Grupo 2 e 4 foi de 24 horas (86.400 s) e as instâncias do Grupo 5 foi de 48 horas (172.800 s). Algumas instâncias apresentam tempo de execução pequeno que pode ser explicado pelo número de variáveis reduzido, como mostra a Tabela 17 apresentada no Capítulo 5.

Tabela 18: Resultados das instâncias alcançados pelo CPLEX.

Grupo	Instância	FO	UB	LB	Gap (%)	TE (s)
0	0A	500.018,4	500.018,4	500.018,4	0,00	0,02
	0B	500.018,4	500.018,4	500.018,4	0,00	0,01
	0C	500.094,9	500.094,9	500.094,9	0,00	1,16
	0D	500.094,1	500.094,1	500.094,1	0,00	0,36
	0E	500.074,7	500.074,7	500.074,7	0,00	219,27
	0F	1.000.081,8	1.000.081,8	1.000.081,8	0,00	3.783,45
1	1A	500.102,1	500.102,1	500.102,1	0,00	629,74
	1B	1.000.111,8	1.000.111,8	1.000.111,8	0,00	3.368,77
	1C	500.103,3	500.103,3	500.103,3	0,00	17.606,75
2	2A	500.038,4	500.038,4	500.038,4	0,00	0,26
	2B	500.038,4	500.038,4	500.038,4	0,00	0,32
	2C	500.137,9	500.137,9	500.137,9	0,00	52,33
	2D	1.500.269,3	1.500.269,3	1.231.049,8	17,94	86.400,00
	2E	<i>ne</i>	<i>ne</i>	1.467.320,0	<i>ne</i>	86.400,00
3	3A	500.072,7	500.072,7	500.072,7	0,00	7.022,49
	3B	1.000.105,1	1.000.105,1	1.000.105,1	0,00	1.324,22
4	4A	1.000.160,0	1.000.160,0	1.000.160,0	0,00	65.347,58
	4B	<i>ne</i>	<i>ne</i>	1.000.069,1	<i>ne</i>	86.400,00
5	5A	<i>ne</i>	<i>ne</i>	500.037,3	<i>ne</i>	172.800,00
	5B	1.000.086,24	1.000.086,24	500.037,901	50,00	172.800,00
6	6A	500.137,9	500.137,9	500.137,9	0,00	9.094,39
	6B	1.000.191,7	1.000.191,7	1.000.191,7	0,00	3,52
	6C	1.000.215,7	1.000.215,7	1.000.215,7	0,00	4,00
	6D	600.081,08	600.081,08	600.081,08	0,00	10,47
	6E	1.100.054,74	1.100.054,74	1.100.054,74	0,00	20,33
	6F	500.085,6	500.085,6	500.085,6	0,00	0,67

ne – não encontrado.

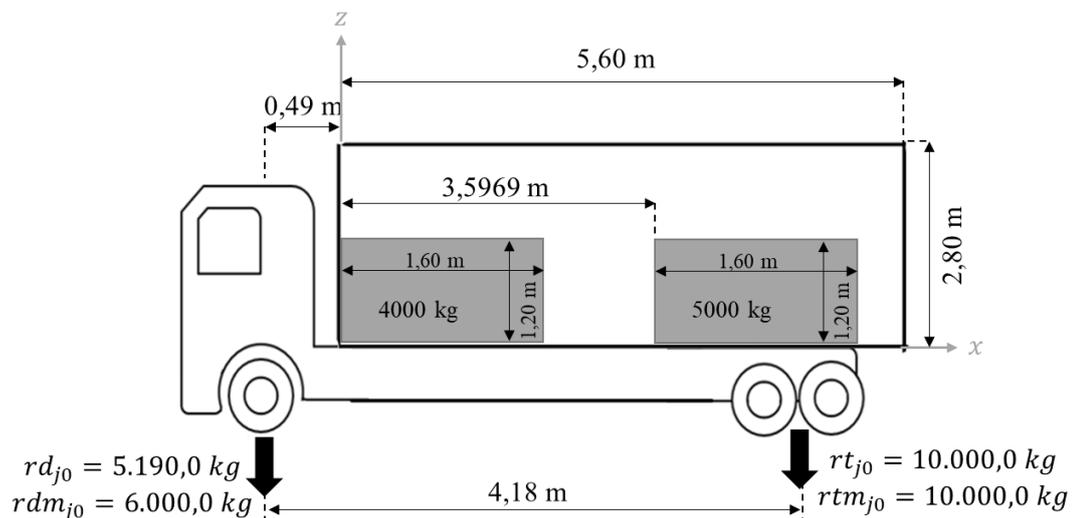
Fonte: Autora.

Primeiramente, para organizar os resultados obtidos, foram utilizadas planilhas do MS Excel. Em seguida, foram utilizados os *softwares* MATLAB (MATLAB, 2022) e

AutoCAD (AutoDesk, 2022) para representar graficamente a arrumação das cargas nas instâncias.

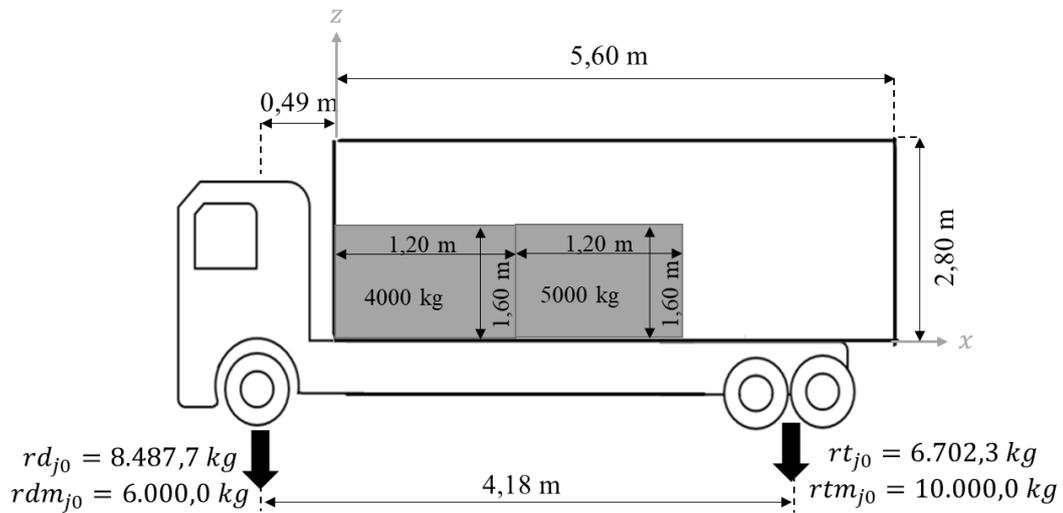
Os resultados obtidos para o Grupo 0, que representa instâncias com disponibilidade do veículo tipo Truck, serão apresentados a seguir. Primeiramente é feita a comparação da Instância 0A, que considera o limite de peso por eixo, com a Instância 0B, que não considera. Os resultados de ambas instâncias mostram que houve mudança na arrumação de carga a fim de manter o limite de peso por eixo, como ilustra a Figura 59 e Figura 60. Na Instância 0B que não considerou esse limite, a arrumação da carga acarretou um excesso de peso no eixo dianteiro do veículo. A Figura 59 e Figura 60 ilustra os limites de peso por eixo ($rdm_{j,0}, rtm_{j,0}$) nessas instâncias, bem como, as reações no eixo dianteiro $rd_{j,0}$ e traseiro $rt_{j,0}$, que representam a soma da reação gerada pelo peso da carga e pela tara em cada eixo. Pode-se observar, na Instância 0A, que para obedecer ao limite imposto pela legislação brasileira foi necessário rotacionar as cargas de forma que a maior dimensão ficou paralela ao comprimento do veículo e a carga com maior peso ficou próxima do eixo de maior limite.

Figura 59: Resultado da Instância 0A.



Fonte: Autora.

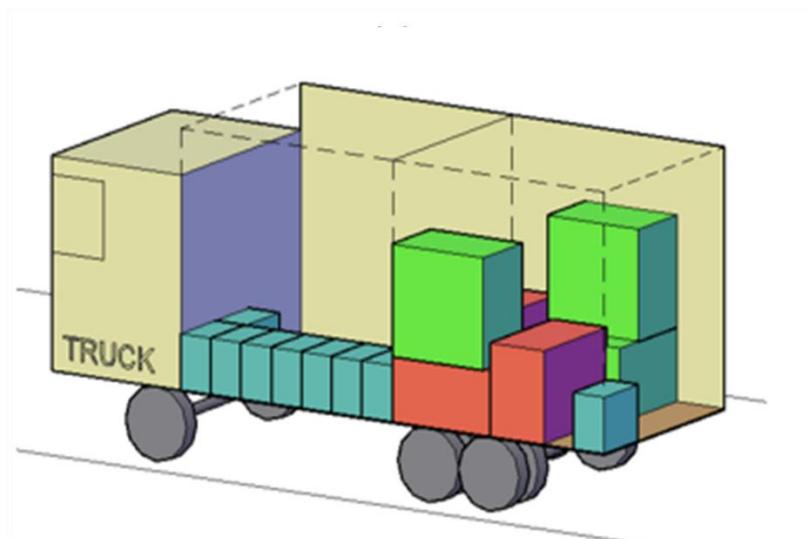
Figura 60: Resultado da Instância 0B.



Fonte: Autora.

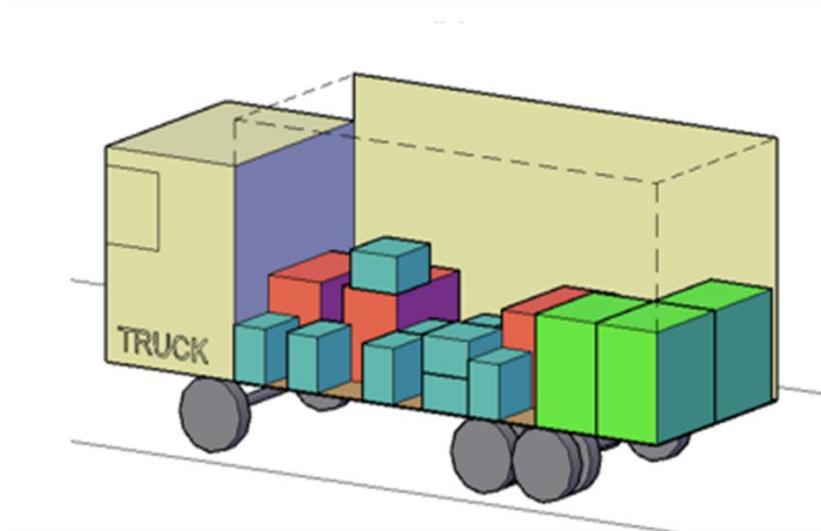
A comparação da Instância 0C (Figura 61), que considera dois compartimentos de carga no veículo, com a Instância 0D (Figura 62), que considera somente um, mostra que na Instância 0C o modelo colocou as cargas mais pesadas no compartimento 2, mais próximo ao eixo traseiro que suporta mais peso, e as menores cargas no compartimento 1, mais próximo do eixo dianteiro que suporta menos peso. Já na Instância 0D, que considera um único compartimento, os itens foram distribuídos por todo compartimento, visando atender os limites de peso por eixo.

Figura 61: Resultado da Instância 0C.



Fonte: Autora.

Figura 62: Resultado da Instância 0D.



Fonte: Autora.

Na Instância 0E existia a disponibilidade de dois veículos Truck, mas foi utilizado apenas um. Já na Instância 0F, houve um aumento de 50% no número e peso das cargas, logo, tornou-se necessário o uso dos dois veículos disponíveis para a arrumação das cargas e para estar dentro do limite estabelecido pela Lei da Balança. A Tabela 19, explicada a seguir, mostra os valores obtidos das reações nos eixos dianteiro e traseiro de cada veículo. É possível perceber que a soma dos valores das reações encontradas (25.660 kg) na Instância 0F são maiores que o limite total do veículo Truck (16.000 kg), o que impossibilita o uso de apenas um veículo.

A Tabela 19 resume o resultado obtido para os valores do peso por eixo do Grupo 0. É composta pelas colunas: (1) que indica o número da instância de teste; (2) a quantidade de veículo utilizado na instância; (3) o valor total da reação no eixo dianteiro ($rd_{j,0} + trd_{j,0}$) no veículo utilizado; (4) o valor limite da legislação brasileira para o eixo dianteiro ($rdm_{j,0}$), levando em conta que se trata de um eixo isolado de dois pneumáticos; (5) o valor total da reação no eixo traseiro ($rt_{j,0} + trt_{j,0}$); e (6) o valor limite da legislação brasileira para o eixo traseiro ($rtm_{j,0}$), levando em conta que se trata de um eixo isolado de quatro pneumáticos.

Tabela 19: Valor das reações no Truck.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
0A	1	5.190,0	6.000,0	10.000,0	10.000,0
0B	1	8.487,7	6.000,0	6.702,3	10.000,0
0C	1	5.608,3	6.000,0	11.561,7	17.000,0
0D	1	5.239,4	6.000,0	11.930,6	17.000,0
0E	1	3.800,9	6.000,0	5.709,1	10.000,0
0F	1	5.007,5	6.000,0	7.822,5	10.000,0
	2	4.816,4	6.000,0	8.013,6	10.000,0

Fonte: Autora.

Os resultados obtidos para o Grupo 1, que representa instâncias com disponibilidade do veículo tipo Bitruck, serão apresentados a seguir. A comparação das Instâncias 1A e 1B nos permite analisar que na 1A é utilizado apenas um veículo, o veículo 2, e na 1B, com aumento do peso das cargas, são necessários os dois veículos disponíveis para estar dentro do limite estabelecido pela Lei da Balança. A Instância 1C, que possui maior quantidade de compartimentos e cargas, houve um aumento no tempo de execução.

A Tabela 20 resume o resultado obtido para os valores do peso por eixo do Grupo 1, assim como o limite da legislação de acordo com a configuração do eixo do veículo. É composta pelas colunas: (1) que indica o número da instância de teste; (2) a quantidade de veículo utilizado na instância; (3) o valor total da reação no eixo dianteiro ($rd_{j,0}/2 + trd_{1j,0}$) no veículo utilizado; (4) o valor limite da legislação brasileira para o eixo dianteiro ($rdm_{1j,0}$), levando em conta que se trata de um eixo isolado de dois pneumáticos; (5) o valor total da reação no eixo dianteiro ($rd_{j,0}/2 + trd_{2j,0}$) no veículo utilizado; (6) o valor limite da legislação brasileira para o eixo dianteiro ($rdm_{2j,0}$), levando em conta que se trata de um eixo isolado de dois pneumáticos; (7) o valor total da reação no eixo traseiro ($rt_{j,0} + trt_{j,0}$); e (8) o valor limite da legislação brasileira para o eixo traseiro ($rtm_{j,0}$), levando em conta que se trata de um eixo isolado de quatro pneumáticos.

Tabela 20: Valor das reações no Bitruck.

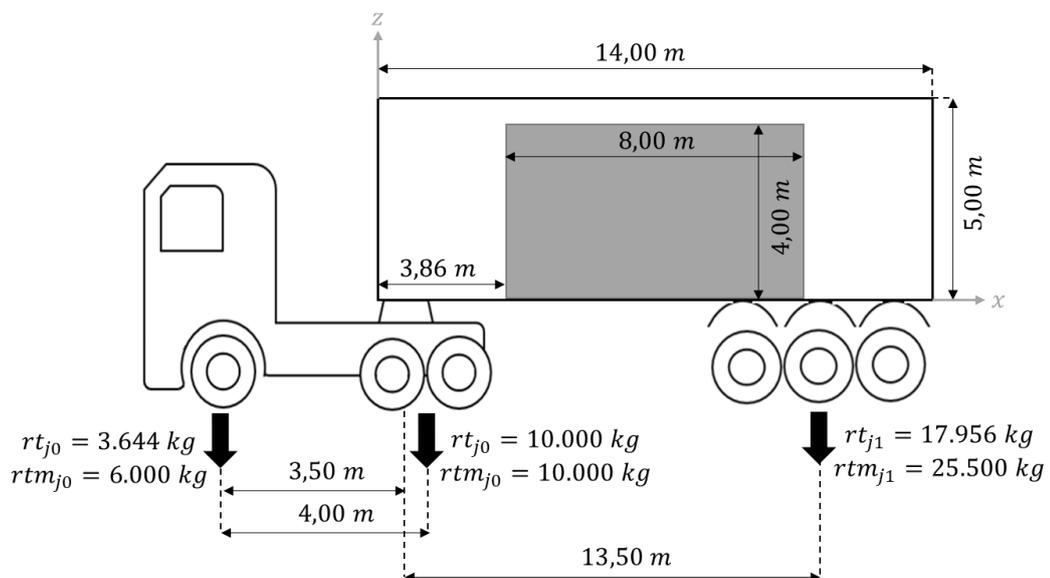
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1A	2	4.687,4	6.000,0	4.687,4	6.000,0	5.725,2	10.000,0
1B	1	5.636,5	6.000,0	5.636,5	6.000,0	9.427	10.000,0
	2	4.522,5	6.000,0	4.522,5	6.000,0	6.854,9	10.000,0
1C	1	5.030,5	6.000,0	5.030,5	6.000,0	6.239	10.000,0

Fonte: Autora.

Os resultados obtidos para o Grupo 2, que representa instâncias com disponibilidade do veículo tipo Carreta, serão apresentados a seguir. A comparação da Instância 2A, que considera o limite de peso por eixo, com a Instância 2B, que não considera, mostra que houve mudança na arrumação de carga a fim de manter o limite de peso por eixo. Na Instância 2B que não considerou esse limite, a arrumação da carga acarretou um excesso de peso no eixo traseiro da unidade de transporte 0, maior que o limite estabelecido na Lei da Balança.

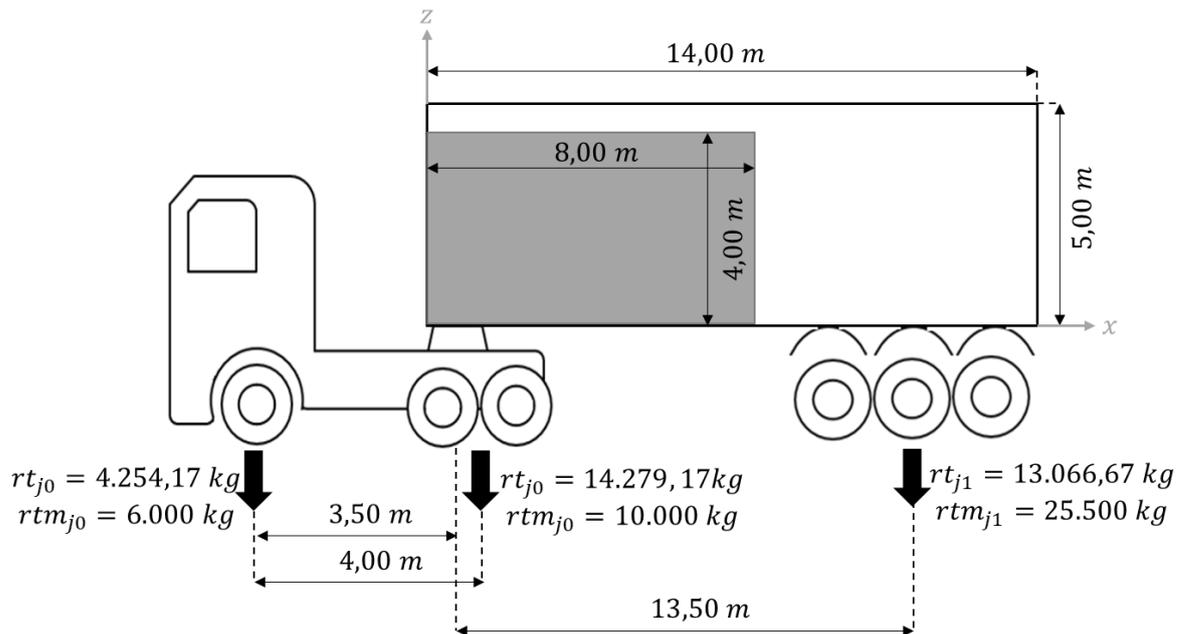
A Figura 63 e Figura 64 ilustra os limites de peso por eixo ($rdm_{j,0}$, $rtm_{j,0}$, $rtm_{j,1}$) nessas instâncias, bem como, as reações no eixo dianteiro $rd_{j,0}$ e traseiro $rt_{j,0}$ da unidade de transporte 0 e traseiro $rt_{j,1}$ da unidade de transporte 1, que representam a soma da reação gerada pelo peso da carga e pela tara em cada eixo.

Figura 63: Resultado da Instância 2A.



Fonte: Autora.

Figura 64: Resultado da Instância 2B.



Fonte: Autora.

A Instância 2C com apenas 30 cargas foi utilizado apenas 1 veículo, já quando aumentou para 75 cargas foram necessários 3 veículos. Na Instância 2D a soma do peso das cargas com as taras dos três veículos foi igual a 85.700 kg e a soma dos limites do peso nos eixos estabelecido por lei é igual a 41.500kg para cada veículo. Diante do exposto, pode-se perceber que para 85.700 kg serão necessários o uso dos três veículos, ou seja, o modelo arrumou as cargas de forma a não exceder o limite do peso nos eixos estabelecido pela legislação brasileira. Para a Instância 2E o CPLEX não encontrou nenhuma solução factível durante as 24 h de execução, sendo apresentado apenas um valor de LB, como mostra a Tabela 18.

A Tabela 21 é composta pelas colunas: (1) que indica o número da instância de teste; (2) a quantidade de veículo utilizado na instância; (3) o valor total da reação no eixo dianteiro da unidade de transporte 0 ($rd_{j,0} + trd_{j,0}$) no veículo utilizado; (4) o valor limite da legislação brasileira para o eixo dianteiro da unidade de transporte 0 ($rdm_{j,0}$), levando em conta que se trata de um eixo isolado de dois pneumáticos; (5) o valor total da reação no eixo traseiro da unidade de transporte 0 ($rt_{j,0} + trt_{j,0}$); (6) o valor limite da legislação brasileira para o eixo traseiro da unidade de transporte 0 ($rtm_{j,0}$), levando em conta que se trata de um eixo isolado de quatro pneumáticos; (7) o valor total da reação no eixo traseiro da unidade de transporte 1 ($rt_{j,1} + trt_{j,1}$); e (8) o valor

limite da legislação brasileira para o eixo traseiro da unidade de transporte 1 ($rtm_{j,1}$), levando em conta que trata-se de um conjunto de três eixos em tandem.

Tabela 21: Valor das reações na Carreta.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
2A	1	3.644,0	6.000,0	10.000,0	10.000,0	17.956,0	25.500,0
2B	1	4.254,2	6.000,0	14.279,2	10.000,0	13.066,7	25.500,0
2C	1	3.635,4	6.000,0	9.947,9	10.000,0	17.966,7	25.500,0
	1	3.454,5	6.000,0	8.681,4	10.000,0	14.114,1	25.500,0
2D	2	3.642,4	6.000,0	9.996,9	10.000,0	17.910,7	25.500,0
	3	3.642,9	6.000,0	10.000,0	10.000,0	14.257,1	25.500,0
	1	-	6.000,0	-	10.000,0	-	25.500,0
2E	2	-	6.000,0	-	10.000,0	-	25.500,0
	3	-	6.000,0	-	10.000,0	-	25.500,0

Fonte: Autora.

Os resultados obtidos para o Grupo 3, que representa instâncias com disponibilidade do veículo tipo Vanderleia, serão apresentados a seguir. A comparação das Instâncias 3A e 3B nos permite analisar que na 3A é utilizado apenas um veículo, o veículo 2, e na 3B, com aumento no peso das cargas, são necessários os dois veículos disponíveis para estar dentro do limite estabelecido pela Lei da Balança.

A Tabela 22 mostra o resultado obtido no valor das reações em cada veículo, assim como o limite da legislação de acordo com a configuração do eixo do veículo. É composta pelas colunas: (1) que indica o número da instância de teste; (2) a quantidade de veículo utilizado na instância; (3) o valor total da reação no eixo dianteiro da unidade de transporte 0 ($rd_{j,0} + trd_{j,0}$) no veículo utilizado; (4) o valor limite da legislação brasileira para o eixo dianteiro da unidade de transporte 0 ($rdm_{j,0}$), levando em conta que se trata de um eixo isolado de dois pneumáticos; (5) o valor total da reação no eixo traseiro da unidade de transporte 0 ($rt_{j,0} + trt_{j,0}$); (6) o valor limite da legislação brasileira para o eixo traseiro da unidade de transporte 0 ($rtm_{j,0}$), levando em conta que se trata de um eixo isolado de quatro pneumáticos; (7) o valor total da reação no eixo traseiro da unidade de transporte 1 ($rt_{j,1} + trt_{j,1}$); e (8) o valor limite da legislação brasileira para o eixo traseiro da unidade de transporte 1 ($rtm_{j,1}$),

levando em conta que para Vanderleia é considerado o somatório dos três eixos com configuração de um eixo isolado de quatro pneumáticos (10.000 kg), um total de 30.000 kg.

Tabela 22: Valor das reações na Vanderleia.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
3A	2	5.285,7	6.000,0	9.800,0	10.000,0	14.014,3	30.000,0
3B	1	5.285,7	6.000,0	10.000,0	10.000,0	13.114,3	30.000,0
	2	5.285,7	6.000,0	10.000,0	10.000,0	14.614,3	30.000,0

Fonte: Autora.

Os resultados obtidos para o Grupo 4, que representa instâncias com disponibilidade do veículo tipo Bitrem, serão apresentados a seguir. A Instância 4A nos permite analisar que é usado os dois veículos disponíveis. Para a Instância 4B, o resultado das reações nos eixos foi subtraído do valor limite estabelecido pela Lei da Balança, com a finalidade de aumentar o peso das cargas para chegar ao mais próximo do limite. Com isso, as cargas foram aumentadas em 20%. Entretanto, após 24 h de execução, o CPLEX não encontrou nenhuma solução factível, sendo apresentado apenas um valor de LB, como mostra a Tabela 23.

A Tabela 23 é composta pelas colunas: (1) que indica o número da instância de teste; (2) a quantidade de veículo utilizado na instância; (3) o valor total da reação no eixo dianteiro da unidade de transporte 0 ($rd_{j,0} + trd_{j,0}$) no veículo utilizado; (4) o valor limite da legislação brasileira para o eixo dianteiro da unidade de transporte 0 ($rdm_{j,0}$), levando em conta que se trata de um eixo isolado de dois pneumáticos; (5) o valor total da reação no eixo traseiro da unidade de transporte 0 ($rt_{j,0} + trt_{j,0}$); (6) o valor limite da legislação brasileira para o eixo traseiro da unidade de transporte 0 ($rtm_{j,0}$), levando em conta que se trata de um eixo isolado de quatro pneumáticos; (7) o valor total da reação no eixo traseiro da unidade de transporte 1 ($rt_{j,1} + trt_{j,1}$); (8) o valor limite da legislação brasileira para o eixo traseiro da unidade de transporte 1 ($rtm_{j,1}$), levando em conta que se trata de um conjunto de três eixos em tandem; (9) o valor total da reação no eixo traseiro da unidade de transporte 2 ($rt_{j,2} + trt_{j,2}$); e (10) o valor limite da legislação brasileira para o eixo traseiro da unidade de transporte 2 ($rtm_{j,2}$), levando em conta que trata-se de um conjunto de três eixos em tandem.

Tabela 23: Valor das reações no Bitrem.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
4A	1	5.000,0	6.000,0	8.000,0	10.000,0	19.799,0	25.500,0	18.026,0	25.500,0
	2	5.000,0	6.000,0	8.000,0	10.000,0	19.799,0	25.500,0	12.276,0	25.500,0
4B	1	-	6.000,0	-	10.000,0	-	25.500,0	-	25.500,0
	2	-	6.000,0	-	10.000,0	-	25.500,0	-	25.500,0

Fonte: Autora.

Os resultados obtidos para o Grupo 5, que representa instâncias com disponibilidade do veículo tipo Tritrem, serão apresentados a seguir. Para a Instância 5A o CPLEX não encontrou nenhuma solução factível durante as 48 h de execução, sendo apresentado apenas um valor de LB, como mostra a Tabela 24. Para a Instância 5B o CPLEX encontrou um *gap* de 50% e indica que com um maior peso o modelo tenta fazer a arrumação das cargas nos dos dois veículos disponíveis. O valor das reações nos eixos serão apresentados na Tabela 24.

A Tabela 24 é composta pelas colunas: (1) que indica o número da instância de teste; (2) a quantidade de veículo utilizado na instância; (3) o valor total da reação no eixo dianteiro da unidade de transporte 0 ($rd_{j,0} + trd_{j,0}$) no veículo utilizado; (4) o valor limite da legislação brasileira para o eixo dianteiro da unidade de transporte 0 ($rdm_{j,0}$), levando em conta que se trata de um eixo isolado de dois pneumáticos; (5) o valor total da reação no eixo traseiro da unidade de transporte 0 ($rt_{j,0} + trt_{j,0}$); (6) o valor limite da legislação brasileira para o eixo traseiro da unidade de transporte 0 ($rtm_{j,0}$), levando em conta que se trata de um eixo isolado de quatro pneumáticos; (7) o valor total da reação no eixo traseiro da unidade de transporte 1 ($rt_{j,1} + trt_{j,1}$); (8) o valor limite da legislação brasileira para o eixo traseiro da unidade de transporte 1 ($rtm_{j,1}$), levando em conta que se trata de um conjunto de três eixos em tandem; (9) o valor total da reação no eixo traseiro da unidade de transporte 2 ($rt_{j,2} + trt_{j,2}$); (10) o valor limite da legislação brasileira para o eixo traseiro da unidade de transporte 2 ($rtm_{j,2}$), levando em conta que se trata de um conjunto de três eixos em tandem; (11) o valor total da reação no eixo traseiro da unidade de transporte 3 ($rt_{j,3} + trt_{j,3}$); (12) o valor limite da legislação brasileira para o eixo traseiro da unidade de transporte 3 ($rtm_{j,3}$), levando em conta que trata-se de um conjunto de três eixos em tandem.

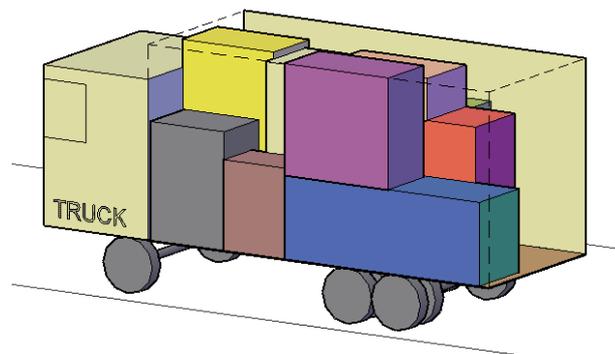
Tabela 24: Valor das reações no Tritrem.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
5A	1	-	6.000,0	-	10.000,0	-	25.500,0	-	25.500,0	-	25.500,0
5B	1	5.000,61	6.000,0	8.004,25	10.000,0	17.845,86	25.500,0	18.999,00	25.500,0	12.900,60	25.500,0
	2	5.000,29	6.000,0	8.002,05	10.000,0	13.542,34	25.500,0	16.190,00	25.500,0	9.674,85	25.500,0

Fonte: Autora.

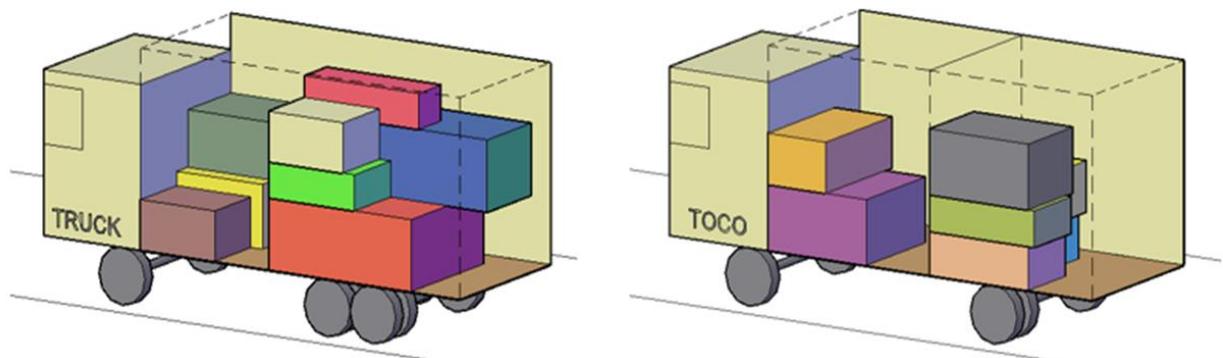
Os resultados obtidos para o Grupo 6, que representa instâncias com disponibilidade de diferentes tipos de veículos, serão apresentados a seguir. As Instâncias 6A, 6B e 6C foram executadas com dois tipos de veículos: o Truck, com um compartimento de carga e um Toco, com dois compartimentos. Para a Instância 6A com rotação 3D, foi necessário apenas o veículo Truck para arrumação dos itens, como ilustra a Figura 65. Nas Instâncias 6B e 6C, foram necessários os dois veículos, com rotação 2D e sem rotação, respectivamente. A Figura 66 ilustra a arrumação das cargas na Instância 6C, na qual foi necessário o uso dos dois veículos: Truck (lado esquerdo) e do Toco (lado direito). Com isso, os resultados dessas instâncias mostraram que quando há possibilidade de rotação 3D das cargas, pode existir uma melhor arrumação das cargas e, conseqüentemente, uma diminuição da frota.

Figura 65: Resultado da Instância 6A.



Fonte: Autora.

Figura 66: Resultado da Instância 6C.



Fonte: Autora.

A comparação das Instâncias 6D e 6E mostra que na 6D foi utilizado o veículo tipo Vanderleia, visto que o peso no eixo traseiro da unidade de transporte 0 excedeu ao permitido na carreta. Na Instância 6E, que houve aumento no peso das cargas, foram

necessários os dois tipos de veículos. Na Instância 6F estão disponíveis os veículos tipo Truck e Carreta. Após a execução do CPLEX, o resultado mostra que optou pelo Truck de forma a usar o veículo que suporta o peso e há espaço para o tamanho das cargas e com menor custo de utilização do veículo.

A Tabela 25 mostra o resultado obtido no valor das reações em cada veículo, assim como o limite da legislação de acordo com a configuração do eixo do veículo. É composta pelas colunas: (1) que indica o número da instância de teste; (2) a quantidade de veículo utilizado na instância; (3) o valor total da reação no eixo dianteiro da unidade de transporte 0 ($rd_{j,0} + trd_{j,0}$) no veículo utilizado; (4) o valor limite da legislação brasileira para o eixo dianteiro da unidade de transporte 0 ($rdm_{j,0}$), levando em conta que se trata de um eixo isolado de dois pneumáticos; (5) o valor total da reação no eixo traseiro da unidade de transporte 0 ($rt_{j,0} + trt_{j,0}$); (6) o valor limite da legislação brasileira para o eixo traseiro da unidade de transporte 0 ($rtm_{j,0}$), levando em conta que se trata de um eixo isolado de quatro pneumáticos (10.000 kg) e conjunto de dois eixos em tandem com quatro pneumáticos por eixo (17.000 kg); (7) o valor total da reação no eixo traseiro da unidade de transporte 1 ($rt_{j,1} + trt_{j,1}$); e (8) o valor limite da legislação brasileira para o eixo traseiro da unidade de transporte 1 ($rtm_{j,1}$), levando em conta que se trata de um conjunto de três eixos em tandem (25.500 kg) e para Vanderleia, o somatório dos três eixos com configuração de um eixo isolado de quatro pneumáticos (10.000 kg), um total de 30.000 kg.

Tabela 25: Valor das reações nas instâncias do Grupo 6.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
6A	2	4.110,6	6.000,0	4.049,4	10.000,0	-	-
6B	1	3.611,8	6.000,0	3.588,2	10.000,0	-	-
	2	1.190,6	6.000,0	3.059,4	10.000,0	-	-
6C	1	3.676,4	6.000,0	3.523,6	10.000,0	-	-
	2	1.300,1	6.000,0	2.949,9	10.000,0	-	-
6D	Vanderleia	5.928,4	6.000,0	14.499,0	17.000,0	19.022,6	30.000,0
6E	Carreta	5.217,1	6.000,0	9.519,9	10.000,0	9.963,0	25.500,0
	Vanderleia	5.904,4	6.000,0	14.331,1	17.000,0	18.164,4	30.000,0
6F	Truck	3.516,3	6.000,0	4.113,7	10.000,0	-	-

Fonte: Autora.

Após os resultados apresentados, pode-se dizer que com o modelo proposto é possível definir, de forma integrada, a arrumação das cargas em cada compartimento e a rota do veículo, respeitando o limite de peso por eixo estabelecido pela Lei da Balança, buscando a minimização dos custos com a frota utilizada e a distância percorrida pelos veículos. O modelo proposto pode ser aplicado a qualquer empresa transportadora, nacional ou internacional, com necessidade de planejar de forma integrada rotas e arrumação de cargas que não excedam os limites do peso por eixo nos veículos com compartimentos, respeitando a legislação e/ou limitações das vias que trafegam, por exemplo, pontes com restrição de peso. Vale ressaltar também que esse mesmo modelo pode ser utilizado para os modos: ferroviário, aquaviário e aéreo.

7 CONCLUSÕES

Esta dissertação trata do problema proposto pela empresa Entregamos que tem por objetivo desenvolver uma ferramenta computacional para elaborar as rotas dos veículos com suas respectivas arrumações de cargas que respeitem o limite de peso por eixo imposto pela legislação. Assim sendo, desenvolveu-se um modelo matemático com base no problema do 3L-CVRP que considera veículos de diferentes tipos com múltiplos compartimentos, disposição em três dimensões das cargas, área de suporte, período de atendimento, rotação das caixas ortogonalmente em torno dos três eixos e o limite do peso nos eixos estabelecido pela legislação brasileira.

O modelo foi testado utilizando o *software* CPLEX 12.20. Foram criadas 26 instâncias com dados os mais próximos possíveis de uma aplicação real, visto que a empresa Entregamos ainda não está operando no mercado. Por meio dos resultados dos testes realizados através do *solver* CPLEX foram feitas análises e revelaram que o modelo se mostrou capaz de representar o problema de transporte em questão.

Os resultados expuseram que o limite do peso por eixo afeta a arrumação das cargas dentro do compartimento do veículo. Caso não seja considerado esse limite, o valor é excedido ao estabelecido pela Lei de Balança, o que ocasiona danos ao veículo, as rodovias e, a depender do excesso, pode haver multa e transbordo de carga. Importante salientar que nas instâncias que permitiram essa análise, o peso total estava adequado à capacidade do veículo, mas a arrumação das cargas fez com que houvesse excesso em algum dos eixos do veículo, quando não foi considerado o limite do peso nos eixos.

Além disso, quando o peso total dos veículos é excedido há necessidade de utilizar mais de um veículo, por mais que as cargas caibam em um único veículo, mas se houver excesso nos eixos o modelo faz uso de outro veículo para obedecer a legislação brasileira. Outrossim, na arrumação de carga, quando é permitida a rotação 3D houve a possibilidade de usar uma frota menor do que quando não se permite rotação das cargas ou quando há apenas rotação 2D. Ademais, com a disponibilidade de tipos diferentes de veículos o modelo opta por fazer uso do veículo com menor custo de utilização, de forma que o veículo tenha capacidade para o peso, obedeça ao limite imposto por Lei e haja espaço para o tamanho das cargas.

Para trabalhos futuros, sugere-se implementar um algoritmo computacional para resolver instâncias de maior porte. Destaca-se também, a importância de realizar um estudo mais detalhado para o cálculo dos veículos tipo Bitruck e Vanderleia, visto que são veículos que possuem mais de dois eixos por unidade de transporte. O cálculo nesta pesquisa é baseado em estrutura isostática, utilizando vigas biapoiadas. Quando há o incremento de um eixo, também deve haver o incremento de um apoio na viga, transformando o problema em estrutura hiperestática, o que não cabia para o modelo matemático em questão. Então, foi realizado um cálculo aproximado para esses tipos de veículo, de forma que os valores encontrados são garantidos pela tolerância de 10% no limite estabelecido pela Lei da Balança.

REFERÊNCIAS

ANTT. **Agência Nacional de Transportes Terrestres - ANTT**. Disponível em: <<https://www.gov.br/antt/pt-br>>. Acesso em: 25 de novembro de 2021.

BRASIL. **Conselho Nacional de Trânsito. Resolução nº 210, de 13 de novembro de 2006**. Estabelece os limites de peso e dimensões para veículos que transitem por vias terrestres e dá outras providências. Disponível em: <(Resolução 210) (www.gov.br)>. Acesso em: 17 de novembro de 2020.

BRASIL. **Conselho Nacional de Trânsito. Resolução nº 803, de 22 de outubro de 2020**. Consolida as normas sobre infrações de trânsito previstas nos incisos V e X do art. 231 do Código Trânsito Brasileiro (CTB), relativas ao trânsito de veículos com excesso de peso ou excedendo a capacidade máxima de tração. Disponível em: <resolucao8032020.pdf (www.gov.br)>. Acesso em: 17 de novembro de 2020.

CAMINHÕES MERCEDES-BENZ MERCEDES-BENZ. **Mercedes-benz**. Disponível em: <<https://www.mercedes-benz.com.br/caminhoes>>. Acesso em: 25 de julho de 2021.

DE ALVARENGA ROSA, R. **Logística Rodoviária**. 2012. 51 slides.

DE SOUZA, P. **Rodovias Federais**. [Infraestrutura.gov.br](http://canaldoservidor.infraestrutura.gov.br). Disponível em: <<http://canaldoservidor.infraestrutura.gov.br/o-que-e-rss/2-uncategorised/8636-rodovias-brasileiras.html>>. Acesso em: 19 de abril de 2021.

DIRETORIA DE INFRAESTRUTURA RODOVIÁRIA. **Coordenação geral de operações rodoviárias**. Quadro de fabricantes de veículos, DNIT. Abril de 2012.

DUARTE, L. Resolução do Contran põe fim a polêmicas e multas sobre cavalos mecânicos 8x2 e 8x4. **Caminhões e carretas**. Disponível em: <<https://www.caminhoes-e-carretas.com/2016/03/resolucao-do-contran-poe-fim-polemicas.html>>. Acesso em: 16 de novembro de 2020.

DUARTE, L. Sinotruk - A7, a grande novidade da Sinotruk. **Caminhões e carretas**. Disponível em: <<https://www.caminhoes-e-carretas.com/2011/11/sinotruk-a7-grande-novidade-da-sinotruk.html>>. Acesso em: 16 de novembro de 2020.

FUELLERER, G. et al. Metaheuristics for vehicle routing problems with three-dimensional loading constraints. **European Journal of Operation Research**, v. 2010, p. 751-759, 2010.

INTERNATIONAL BUSINESS MACHINES. **IBM**. Disponível em: <<https://www.ibm.com>>. Acesso em: 25 de novembro de 2021.

KREBIS, C e EHMKE, J. F. Axle Weights in combined Vehicle Routing and Container Loading Problems. **EURO Journal on Transportation and Logistics**, v.10, 2021.

KREBS, C., EHMKE, J.F. & KOCH, H. Advanced loading constraints for 3D vehicle routing problems. **OR Spectrum** 43, 835–875, 2021.

LAPORTE, G. The Vehicle Routing Problem: An overview of exact and approximate algorithms. **European Journal of Operational Research**, v. 59, p. 345 – 358, 1992.

MARTELLO, S. et al. The Three-Dimensional Bin Packing Problem. **Operations Research**, v. 48, n. 2, p. 256-257, 2000.

MATLAB. **Mathworks**. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/products/matlab.html>>. Acesso em: 25 de novembro de 2021.

MOURA, A. A model-based heuristic to the vehicle routing and loading problem. **International Transactions in Operational Research**, v. 26, n. 3, p. 888–907, 2019.

NOVAS, J. M. et al. Generalized disjunctive programming models for the truck loading problem: A case study from the non-alcoholic beverages industry. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 140, p. 101971, 2020.

PACIFICO, D.; JÚNIOR, O. Apresentação do modelo matemático para o problema de roteirização de veículos com janelas de tempo. **XIX Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha**, 2019.

PLANO NACIONAL DE LOGÍSTICA 2035. **EPL**. Disponível em: <<https://www.epl.gov.br/plano-nacional-de-logistica-2035>>. Acesso em: 21 de março de 2021.

POLLARIS, H. et al. The capacitated vehicle routing problem with loading constraints. **15th Int. Conference on Harbor, Maritime and Multimodal Logistics Modeling and Simulation, HMS 2013, Held at the International Multidisciplinary Modeling and Simulation Multiconference**, p. 7–12, 2013.

POLLARIS, H. et al. THE IMPACT OF AXLE WEIGHT CONSTRAINTS ON THE DEPLOYMENT OF A MIXED-FLEET IN VEHICLE ROUTING DECISIONS. **International Journal for Traffic & Transport Engineering**, v. 11, n. 3, 2021.

RAMOS, A. G. et al. A new load balance methodology for container loading problem in road transportation. **European Journal of Operational Research**, v. 266(3), p. 1140–1152, 2018.

RANCK JÚNIOR, R. et al. A hybrid approach for a multi-compartment container loading problem. **Expert Systems with Applications**, v. 137, p. 471–492, 2019.

RODRIGUES, A. L. **Modelo Matemático para Roteamento de Veículos com Múltiplos Compartimentos Integrado à Arrumação de Cargas em Três Dimensões**. Programa Institucional de Iniciação Científica - Relatório Final de Pesquisa, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2018.

SAN MARTINO TRANSPORTES. **Nossa Frota – San Martino**. Disponível em: <<https://smtlog.com.br/nossa-frota-2/>>. Acesso em: 20 de janeiro de 2021.

SCANIA. **Informações gerais sobre cálculos de carga do eixo**, 1(19), 2010.

SILVA, D. S. **Modelo matemático para roteamento de veículos integrado à arrumação de carga em três dimensões aplicado à entrega de encomendas**. Trabalho de Conclusão de Curso – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2016.

SISTEMA INTEGRADO DE FISCALIZAÇÃO, AUTUAÇÃO, MULTA E ARRECADAÇÃO - SIFAMA. **Autos de infração de trânsito 2020**. Disponível em: <<https://dados.gov.br/dataset/autos-de-infracao-transito/resource/9076c003-03ee-4220-a38a-08761d5cc969>>. Acesso em: 11 jul. 2021.

SOFTWARE AUTOCAD. **Autodesk**. Disponível em: <<https://www.autodesk.com.br/>>. Acesso em: 25 de novembro de 2021.

SUSSEKING, J. C. **Curso de Análise Estrutural: Estruturas Isostáticas**. 6ª edição. Porto Alegre - Rio de Janeiro: Globo, 1981.

TRANSPORTE MUNDIAL. Atualizado: VUC é liberado de rodízio em São Paulo, mas só para caminhão cadastrado | Transporte Mundial. **Transporte Mundial**. Disponível em: <<https://transportemundial.com.br/vuc-sp/>>. Acesso em: 7 de maio de 2021.

TRUCKVAN. **Truckvan**. Disponível em: <<https://truckvan.com.br/case/carroceria-de-bebidas-rebaixada/?hcb=1>>. Acesso em: 18 de maio de 2021.

ULIANA, B. C. **Modelo matemático para roteamento de veículos com arrumação da carga em três dimensões considerando a sequência de atendimento da rota**. Projeto de graduação (Engenharia Civil) - Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2019.

ULIANA, B. C.; GONÇALVES, N. T. et al. Planejamento das rotas e da arrumação de carga em veículos considerando os limites de peso por eixo estabelecidos pela legislação brasileira. 35^o **ANPET – Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes**, 2021.

VEGA-MEJÍA, C. A. et al. A nonlinear optimization model for the balanced vehicle routing problem with loading constraints. **International Transactions in Operational Research**, 26(3), 794–835, 2019.