



**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
CENTRO TECNOLÓGICO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO**

TIAGO BRISTT GONORING

**UM MODELO CONSTITUTIVO PARA O COMPORTAMENTO
PLÁSTICO EM TRAÇÃO UNIAXIAL DE METAIS BASEADO
NA DEFINIÇÃO DO EXPOENTE DE ENCRUAMENTO
INSTANTÂNEO**

Vitória, ES
2023



**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
CENTRO TECNOLÓGICO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO**

TIAGO BRISTT GONORING

**UM MODELO CONSTITUTIVO PARA O COMPORTAMENTO
PLÁSTICO EM TRAÇÃO UNIAXIAL DE METAIS BASEADO
NA DEFINIÇÃO DO EXPOENTE DE ENCRUAMENTO
INSTANTÂNEO**

Tese apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Marcos Tadeu D'Azeredo Orlando.

Coorientador: Dr. Jetson Lemos Ferreira

Vitória, ES
2023

Ficha catalográfica disponibilizada pelo Sistema Integrado de Bibliotecas - SIBI/UFES e elaborada pelo autor

G635 m Gonoring, Tiago Bristt, 1986-
Um modelo constitutivo para o comportamento plástico em tração uniaxial de metais baseado na definição do expoente de encruamento instantâneo / Tiago Bristt Gonoring. - 2023.
130 f. : il.

Orientador: Marcos Tadeu D'Azeredo Orlando.

Coorientador: Jetson Lemos Ferreira.

Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

1. Equações de encruamento. 2. Ensaio mecânico. 3. Aço livre de intersticiais. 4. Aço inoxidável duplex. 5. Teoria da plasticidade dos metais. 6. Comportamento mecânico dos metais. I. Orlando, Marcos Tadeu D'Azeredo. II. Ferreira, Jetson Lemos. III. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Tecnológico. IV. Título.

CDU: 621




PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
CENTRO TECNOLÓGICO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO


UM MODELO CONSTITUTIVO PARA O COMPORTAMENTO PLÁSTICO EM TRAÇÃO UNIAXIAL DE METAIS BASEADO NA DEFINIÇÃO DO EXPOENTE DE ENCRUAMENTO INSTANTÂNEO

TIAGO BRISTT GONORING

COMISSÃO EXAMINADORA



Prof. Dr. Marcos Tadeu D'Azeredo Orlando
(orientador PPGEM/UFES)



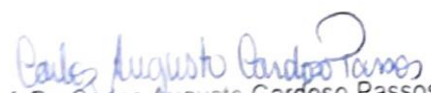
Prof. Dr. Marcelo Bertolele Carneiro
(Examinador Interno – PPGEM/UFES)



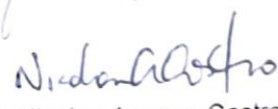
Dr. Jetson Lemos Ferreira
(Coorientador – ArcelorMittal)



Prof. Dr. Estéfano Aparecido Vieira
(Examinador Externo – PROPEMM/UFES)



Prof. Dr. Carlos Augusto Cardoso Passos
(Examinador Interno – PPGEM/UFES)



Prof. Dr. Nicolau Apoena Castro
(Examinador Externo – PPGEM/UFRN)

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Espírito Santo como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica

Vitória/ES, 03 de abril de 2023.

Resumo

Este trabalho desenvolveu uma proposição inédita de equação de encruamento. Esta proposta teve sua gênese a definição fenomenológica do expoente de encruamento instantâneo. A primeira parte do trabalho descreve um método em duas etapas para a determinação de curvas de encruamento, quando submetidas à níveis elevados de deformação plástica. Para tanto foi realizada uma avaliação do comportamento plástico de uma chapa de aço livre de intersticiais estabilizado ao titânio (EEP grau 3 – NBR5915-2) em duas etapas. Na primeira etapa, dados do ensaio de expansão biaxial simétrica, '*Bulge test*', foram utilizados em conjunto com o critério de escoamento quadrático de Hill 48 para gerar uma curva de encruamento efetiva, ou dados transformados. Na segunda etapa, as leis de encruamento isotrópico ou equações de encruamento foram ajustadas naqueles dados. A equação de encruamento que apresentou o melhor ajuste foi a que combina os modelos de Swift-Hockett-Sherby (S-H-S). Os resultados demonstraram que, quanto melhor o ajuste de uma equação de encruamento maior a tendência de sua curva de encruamento descrever curvas de expoente de encruamento instantâneo experimentais. Com base nessa primeira parte do trabalho um novo modelo constitutivo foi desenvolvido para descrever a curva tensão-deformação. A equação constitutiva é descrita pelo produto de duas funções do tipo exponencial polinomial. Uma é adimensional e responsável por gerar a forma da curva de encruamento (curva tensão verdadeira-deformação plástica verdadeira), de uma dada liga metálica policristalina, sendo definida como função de encruamento normalizada. A segunda função dá em unidades de tensão os pontos da curva gerados pela função de encruamento normalizada, e ainda, possibilita a transformação/deslocar a curva de encruamento para diferentes níveis de tensão em função das condições de contorno. Esta função é definida como função amplitude de encruamento. Ambas as funções dependem da determinação dos coeficientes polinomiais gerados pelo ajuste de um polinômio interpolador nos dados experimentais tensão verdadeira-deformação plástica verdadeira em escala logarítmica natural, enquanto que, apenas a função amplitude de encruamento depende dos valores de alongamento uniforme verdadeiro uniforme e limite de resistência verdadeiro. É proposto um método iterativo para determinar para cada liga metálica a quantidade de coeficientes polinomiais de tal forma que minimize o erro quadrático médio (RMSE)

entre os dados experimentais de tração uniaxial e os valores preditos pelo modelo. Estes coeficientes polinomiais são utilizados para prever a curva do expoente de encruamento instantâneo. E ainda, foi possível a partir da equação de encruamento, deduzir uma equação de taxa de encruamento, que utiliza dos valores de tensão predito pelo modelo e dos valores de coeficiente de encruamento instantâneo. O modelo foi validado ao descrever com excelente precisão, baseado nos valores de erro quadrático médio e coeficiente de determinação, o comportamento do encruamento dos dados experimentais em tração uniaxial de uma liga de aço inoxidável lean duplex 2304. A liga em questão apresentou curvas de encruamento com formato parabólico e curvas de encruamento sigmoidal. O novo modelo de encruamento foi capaz de prever o comportamento do encruamento das curvas sigmoidais e de formato parabólico da liga de aço inoxidável lean duplex 2304. Adicionalmente, o modelo foi capaz de descrever com muito boa aproximação as curvas experimentais do expoente de encruamento incremental-deformação plástica verdadeira e taxa de encruamento incremental-deformação plástica verdadeira.

Palavras chave: Equações de encruamento, ensaios mecânicos, aço livre de intersticiais, aço inoxidável duplex, teoria da plasticidade dos metais.

Abstract

This work has developed a novel proposition for the strain-hardening equation. This proposition had its genesis in the phenomenological definition of the instantaneous strain-hardening exponent. The first part of the work describes a two-step method for the determination of the strain hardening curves, when submitted to high levels of plastic deformation. For this purpose, the plastic behavior of an Ti-stabilized interstitial-free steel sheet (EEP grau 3 – NBR5915-2) was evaluated in two steps. In the first stage, data from the symmetric biaxial expansion test, 'Bulge test', were used in conjunction with Hill's quadratic yield criterion 48 to generate an effective strain-hardening curve, or transformed data. In the second step the isotropic hardening laws or hardening equations were fitted to this data. The strain-hardening equation that presented the best fit was the one that combines the Swift-Hockett-Sherby (S-H-S) models. The results showed that the better the fit of a strain-hardening equation, the greater the tendency of its strain-hardening curve to describe experimental instantaneous strain-hardening exponent curves. Based on this first part of the work a new constitutive model was developed to describe the stress-strain curve. The constitutive equation is described by the product of two functions of polynomial exponential type. One is dimensionless and is responsible for generating the shape of the strain-hardening curve (true stress-true plastic strain curve), for a given polycrystalline metal alloy and is defined as the normalized strain-hardening function. The second function gives in stress units the points on the curve generated by the normalized hardening function, and furthermore, enables the transformation/shifting of the hardening curve for different stress levels as a function of the boundary conditions. This function is defined as the strain hardening amplitude function. Both functions depend on the determination of the polynomial coefficients generated by fitting an interpolating polynomial to the experimental true stress-true plastic strain data on a natural logarithmic scale, while only the strain hardening amplitude function depends on the values of true uniform elongation and true yield strength. An iterative method is proposed to determine for each metal alloy the amount of polynomial coefficients such that it minimizes the root mean square error (RMSE) between the experimental uniaxial tensile data and the values predicted by the model. These polynomial coefficients are used to predict the instantaneous strain hardening exponent curve. In addition, from the strain hardening equation, it was possible to

deduce a strain hardening rate equation, which uses the model predicted stress values and the instantaneous strain hardening coefficient values. The model was validated to describe with excellent accuracy, based on mean square error and coefficient of determination values, the strain hardening behavior from experimental uniaxial tensile data on a duplex 2304 stainless steel alloy. The alloy showed parabolic shaped strain-hardening curves and sigmoidal strain-hardening curves. The new strain hardening model was able to predict the strain hardening behavior of the sigmoidal and parabolic shaped curves of the lean duplex 2304 stainless steel alloy. Additionally, the model was able to describe with very good approximation the experimental curves of the incremental strain-hardening exponent and incremental strain-hardening rate.

Keywords: Strain-hardening equations, mechanical tests, interstitial-free steel, duplex stainless steel, plasticity theory of metals.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	OBJETIVOS	19
1.1.1	OBJETIVOS GERAIS	19
1.1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	20
1.2	REFERÊNCIAS	20
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	22
2.1	PRINCÍPIOS DA TEORIA DA PLASTICIDADE APLICADA AS CHAPAS METÁLICAS	22
2.1.1	Superfície de escoamento	22
2.1.2	Critério da tensão cisalhante máxima (Tresca)	27
2.1.3	Critério de escoamento da teoria da energia de distorção elástica (Maxwell-Huber-Mises-Hencky).....	28
2.1.4	Anisotropia.....	31
2.1.5	Critério de escoamento anisotrópico quadrático de Hill 1948.....	32
2.1.6	Leis de evolução da superfície de escoamento.....	36
2.1.7	Critério de estabilidade plástica em tração uniaxial.....	41
2.2	DETERMINAÇÃO DE CURVAS DE ENCRUAMENTO POR MEIO DO ENSAIO DE EXPANSÃO BIAxIAL HIDRÁULICA (' <i>BULGE TEST</i> ')	44
2.3	REFERÊNCIAS	52
3	UMA DESCRIÇÃO EQUIVALENTE DO ENCRUAMENTO DE UMA CHAPA DE AÇO LIVRE DE INTERSTICIAIS BASEADO EM ENSAIO DE TRAÇÃO UNIAxIAL E ENSAIO DE EXPANSÃO BIAxIAL HIDRÁULICO	56
3.1	RESUMO	56
3.2	INTRODUÇÃO.....	57
3.3	PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL.....	58
3.3.1	Anisotropia plástica e encruamento	60
3.4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	63
3.5	CONCLUSÕES.....	67
3.6	REFERÊNCIAS	67
4	DISCUSSÃO ADICIONAL SOBRE O RESULTADO DA PREDIÇÃO DO EXPOENTE DE ENCRUAMENTO INSTANTÂNEO UTILIZANDO AS EQUAÇÕES DE ENCRUAMENTO	69

4.1	INTRODUÇÃO.....	69
4.2	EQUAÇÕES DE EXPOENTE DE ENCRUAMENTO INSTANTÂNEO ORIUNDAS DAS LEIS DE ENCRUAMENTO ISOTRÓPICO	70
4.3	REFERÊNCIAS	75
5	UM MODELO CONSTITUTIVO PARA O COMPORTAMENTO PLÁSTICO EM TRAÇÃO UNIAXIAL DE METAIS BASEADO NO EXPOENTE DE ENCRUAMENTO INSTANTÂNEO.....	76
5.1	RESUMO.....	76
5.2	INTRODUÇÃO.....	76
5.3	DESENVOLVIMENTO DO MODELO DE ENCRUAMENTO DE GONORING	81
5.3.1	O expoente de encruamento instantâneo	81
5.3.2	Equação de encruamento de Gonoring.....	82
5.3.2.1	<i>Demonstração do modelo.....</i>	82
5.3.2.2	<i>Relação entre taxa de encruamento $\theta(\epsilon_{pl})$, expoente de encruamento instantâneo $n(\epsilon_{pl})$ e coeficiente de encruamento $\gamma(\epsilon_{pl})$.....</i>	85
5.4	PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL.....	87
5.4.1	Aço inoxidável lean duplex (AILD).....	87
5.4.2	Caracterização microestrutural.....	88
5.4.3	Ensaio de tração uniaxial quase estático	88
5.4.4	Ajuste das Equações de Encruamento.....	91
5.4.5	Curvas de encruamento preditas pelo novo modelo de encruamento ..	92
5.5	RESULTADOS	94
5.5.1	Caracterização microestrutural.....	94
5.5.2	Propriedades mecânicas	96
5.5.3	Análise de difração de raios-X da microestrutura da região deformada	104
5.5.4	Predição do comportamento do encruamento através da aplicação dos modelos constitutivos de encruamento	105
5.6	DISCUSSÃO	112
5.6.1	Comportamento do encruamento	112
5.6.2	Discussão sobre a superior capacidade de predição do comportamento do encruamento da nova equação constitutiva frente as equações constitutivas clássicas.....	116

5.7	CONCLUSÃO.....	121
5.8	REFERÊNCIAS.....	122
6	CONCLUSÕES	128

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Classificação de aços empregados na indústria automotiva.....	16
Figura 2 - Instantâneo n-valor vs deformação para os aços DP350/600, TRIP 350/600 e HSLA 350/450.	18
Figura 3 - Critérios de escoamento para o estado plano de tensão. Teoria da máxima tensão cisalhante (hexagonal) e teoria da energia de distorção elástica (elíptica)....	28
Figura 4 - Influência da tensão de escoamento (a), da anisotropia normal (b), do coeficiente de anisotropia r_0 (c) e r_{90} (d) sobre a forma da superfície de escoamento definida pelo critério quadrático de Hill 48.....	35
Figura 5 - Representação esquemática da superfície de escoamento e da curva tensão-deformação para o encruamento (a) isotrópico (b) cinemático e (c) combinado.....	38
Figura 6 - Encruamento isotrópico, em que a superfície de escoamento expande com a deformação plástica, e a correspondente curva tensão-deformação.	39
Figura 7 - Representação esquemática do ensaio de expansão hidráulica.	44
Figura 8 - Desenho esquemático de um pequeno elemento de superfície localizado no ápice (ou polo) do domo de uma chapa fina metálica durante o ensaio <i>bulge</i> (a). Representação dos eixos de referência centralizados no polo do domo e as medidas do elemento (b). Detalhamento das tensões agindo nas faces do elemento sob estiramento biaxial simétrico em (c) e (d).....	45
Figura 9 - Variáveis utilizadas para determinação da tensão e deformação biaxial. .	47
Figura 10 - Em (a) desenho esquemático do arranjo de luz e câmeras para a realização das medidas via (DIC). (b) Chapa metálica deformada em um ensaio bulge. Malha estocástica aplicada sobre a superfície externa da chapa para a realização das medidas DIC.....	48
Figura 11 - Comparação das curvas de encruamento obtidas do ensaio de expansão hidráulica (<i>Bulge</i>) de acordo com os critérios de escoamento de von Mises e da teoria de Hill, com a curva de encruamento obtida de um ensaio de tração quase estático para um aço IF ligado ao cobre.	52
Figura 12 - Medidas da espessura no ápice do domo como uma função da altura do domo e valores correspondentes calculados pela equação (4) usando a condição de incompressibilidade plástica com as deformações principais determinadas a partir das medidas DIC.....	60

Figura 13 - Comportamento da chapa de aço IF avaliado experimentalmente a partir do (a) ensaio de tração uniaxial e (b) ensaio de expansão hidráulica.....	64
Figura 14 - Comportamento plástico do aço IF investigado em altas deformações: (a) Ensaio de expansão hidráulica e dados transformados (b) curvas de encruamento ajustadas.....	65
Figura 15 - Predição das equações de encruamento ajustadas aos dados experimentais transformados do ensaio de expansão hidráulica: (a) tração uniaxial e (b) instantâneo n-valor.	66
Figura 16 - n-valor diferencial medido e calculado a partir das leis de encruamento isotrópico como função da deformação.....	72
Figura 17 - Comparação das curvas de expoente de encruamento instantâneo predita pelas equações de Swift-Hockett-Sherby (a), e de Voce e Hockett-Sherby (b) e com as geradas na Figura 14b.....	74
Figura 18 - Corpo de prova de tração uniaxial conforme especificado para o simulador Gleeble® 3800. As dimensões são dadas em milímetros.....	89
Figura 19 - Representação gráfica do Intervalo de deformação plástica verdadeira uniforme em escala logarítmica a partir dos dados do ensaio de tração uniaxial quase estático. (1) Início do regime de deformação plástica uniforme para cada amostra. (2) Deformação uniforme verdadeira (ϵ_u) para cada amostra obtida pela equação (5.29).	91
Figura 20 – Microscopia eletrônica de varredura das amostras de AILD nas condições como recebida (a) e também as tratadas termicamente a 600 (b), 650 (b), 700 (c) e 750 °C (e).....	95
Figura 21 - Curva tensão-deformação de engenharia das amostras de AILD 2304 dos testes de tração uniaxial quase estáticos realizados na temperatura ambiente.	97
Figura 22 - Curva tensão verdadeira-deformação plástica verdadeira das amostras de AILD 2304 dos testes de tração uniaxial quase estáticos realizados na temperatura ambiente.	98
Figura 23 - Curvas de taxa de encruamento incremental–deformação plástica verdadeira das amostras de AILD 2304. As curvas sugerem múltiplos estágios de encruamento.	99
Figura 24 - Curvas $\ln\sigma$ - $\ln\epsilon_{pl}$ das amostras do AILD 2304. Região de deformação plástica uniforme.	100

Figura 25 - Análise de Hollomon para as amostras AR (a), A650 (b) e A750 (c). Intervalo de deformação plástica verdadeira para os respectivos n_H -valores das amostras AR (d), A650 (e) e A750 (f) no sistema σ - ϵ_{pl} . Valores dos n_H -valores para todas as amostras do AILD 2304.	102
Figura 26 - Evolução das curvas do expoente de encruamento incremental – deformação plástica verdadeira das amostras de AILD 2304.	103
Figura 27 - Difração de raios-X na amostra A750. Padrão de difração de raios-X na amostra sem deformação (a). Padrão de difração de raios-X na região próxima a fratura do corpo-de-prova de tração uniaxial.....	104
Figura 28 - Ajuste das bem conhecidas equações de encruamento sobre os dados do ensaio de tração das amostras de AILD 2304 (a) AR, (b) A600, (c) A650, (d) A700 e (e) A750.....	106
Figura 29 - Curvas de encruamento experimental e predito pelo modelo de Gonoring para as amostras (a) AR, (b) A600, (c) A650, (d) A700 e (e) A750.....	108
Figura 30 - Curvas de n-valor-deformação plástica verdadeira para as amostras (a) AR, (b) A600, (c) A650, (d) A700 e (e) A750.....	111
Figura 31 - Curvas de taxa de encruamento-deformação plástica verdadeira para as amostras (a) AR, (b) A600, (c) A650, (d) A700 e (e) A750.....	112
Figura 32 - Transformação das curvas de encruamento predita pelo modelo de Gonoring para a amostra AR do AILD 2304.....	120

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Equações para descrever o encruamento em tração uniaxial da chapa de aço IF.	63
Tabela 2 – Propriedades mecânicas do aço IF.	63
Tabela 3 – Parâmetros de Ajuste das equações de encruamento ajustados nos dados transformados em tração uniaxial. Os parâmetros iniciados por K e σ estão em unidades de MPa.	66
Tabela 4 - Equações de encruamento propostas por diversos autores (Ranqueada cronologicamente).....	77
Tabela 5 - Fração volumétrica de austenita ($f_{\gamma v}$) e ferrita ($f_{\alpha v}$) do AILD 2304 sob diferentes condições determinada por meio do refinamento de Rietveld.	95
Tabela 6 - Propriedades mecânicas das amostras de AILD 2304 oriundas das curvas tensão-deformação de engenharia.....	97
Tabela 7 - Parâmetros das equações de encruamento ajustadas nos dados experimentais do ensaio de tração quase estático das amostras de AILD 2304. ...	107
Tabela 8 - Qualidade dos ajustes de cada equação de encruamento com base nos dados oriundos do ensaio de tração uniaxial quase estático do AILD 2304.	107
Tabela 9 - Valores dos parâmetros da equação de encruamento de Gonoring obtidos dos dados do ensaio de tração uniaxial quase estático das amostras de AILD 2304. Os valores de $K(\Omega_z, \epsilon_u, \sigma_u)$ e σ_u estão em MPa.....	109
Tabela 10 - Qualidade da predição do comportamento do encruamento das amostras do AILD 2304 através do modelo de Gonoring fazendo o uso dos coeficientes polinomiais (Ω_z) gerados a partir do ajuste polinomial de diferentes graus (φ). Resultados com RMSE menores do que 2.5 MPa foram alcançados. θ : taxa de encruamento.....	110

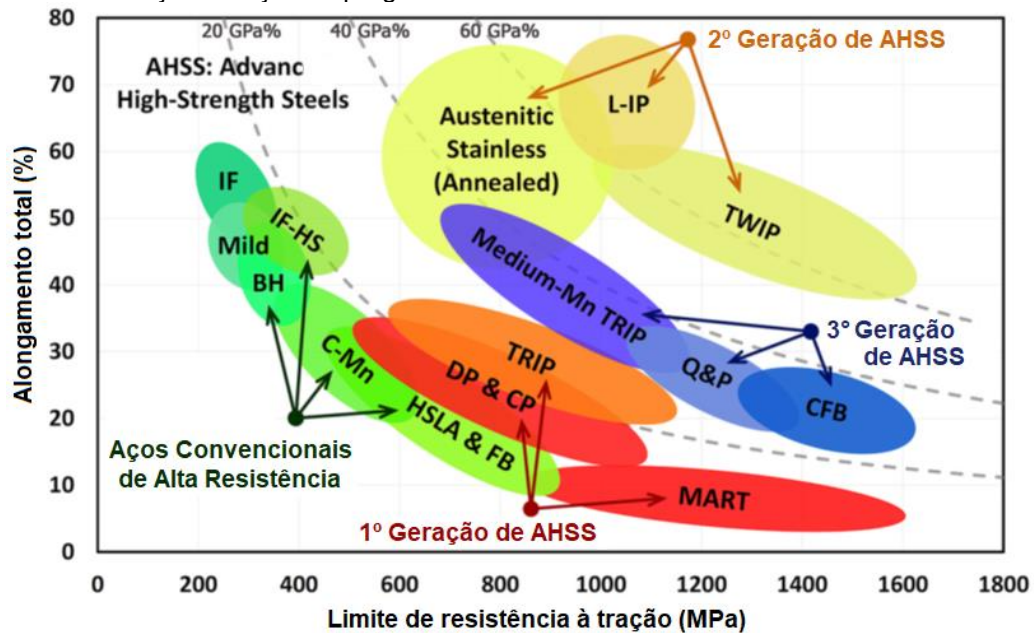
CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

Os aços avançados de alta resistência (AHSS, Advanced High-Strength Steel) são considerados os materiais mais versáteis e eficientes para fabricação de componentes, painéis e peças de segurança em veículos automotivos. A alta demanda por segurança, durabilidade e custo competitivo levou ao desenvolvimento de diversas e novas classes de AHSS que são mais resistentes e melhor conformáveis com superior propriedades mecânicas. Tornando os veículos mais leves, seguros, energeticamente mais eficientes e menos poluentes (ZHAO; JIANG, 2018; MADIVALA; BLECK, 2019). A Figura 1 apresenta a localização de aços estruturais convencionais e três gerações de AHSS no gráfico ductilidade (AL, Alongamento Total) – limite de resistência à tração (LR). Os AHSS se destacam pela cuidadosa combinação de diferentes fases metálicas, isto é, ferrita, austenita, austenita retida, bainita e martensita, associadas ou não com a formação de diferentes precipitados, na microestrutura final. O resultado é uma variedade de combinações de mecanismos de deformações plástica, tais como a formação de complexas subestruturas de discordâncias, plasticidade induzida por transformação de fase (TRIP, Transformation-Induced Plasticity), plasticidade induzida por maclação mecânica (TWIP, Twinning-Induced Plasticity) e uma ampla variedade de interfaces. Isto culminou na versatilidade destes aços de combinar elevados níveis de limite de resistência à tração com diferentes níveis de ductilidade (DE COOMAN; ESTRIN; KIM, 2018; ZHAO; JIANG, 2018; SOLEIMANI; KALHOR; MIRZADEH, 2020; RAABE *et al.*, 2020; EBNER *et al.*, 2021).

O lançamento de veículos automotivos fabricados por novas ligas de AHSS depende da precisão numérica da simulação dos processos de conformação mecânica, principalmente a estampagem. A simulação numérica, principalmente a baseada no método dos elementos finitos, permite a redução de custos e do tempo de lançamento de novos veículos ao reduzir as etapas de tentativa e erro dos métodos caros e demorados de projetos convencionais. Mas, o sucesso da simulação depende da precisão, que por sua vez depende tanto do modelo constitutivo utilizado, isto é, da lei de encruamento isotrópico e do critério de escoamento, quanto da identificação de seus parâmetros materiais. Os procedimentos experimentais para a determinação dos valores dos parâmetros materiais assim

como a estratégia de análise dos resultados desempenham importantes etapas na caracterização e descrição do comportamento do encruamento do material, sobretudo na simulação numérica (FLORES *et al.*, 2007; LAZARESCU; COMSA; BANABIC, 2011; REIS *et al.*, 2017).

Figura 1 - Classificação de aços empregados na indústria automotiva.



Fonte: Adaptado de Soleimani *et al.* (2020).

Os parâmetros das leis de encruamento isotrópico são comumente obtidos do ajuste não linear aos dados experimentais do ensaio de tração uniaxial na região de deformação plástica uniforme, ou curvas de encruamento. Entretanto, como os valores de deformação uniforme obtidos em um ensaio de tração são muito pequenos, devido ao surgimento precoce de instabilidade plástica, comparados aos níveis de deformação plástica alcançados na estampagem de aços, então é conveniente levantar curvas de encruamento efetiva por meio de ensaios de expansão biaxial. Uma vez que no processo de conformação de chapas por estampagem os esforços mecânicos são realizados fora do plano da chapa, então os ensaios de expansão biaxial fora do plano apresentam uma melhor previsão do comportamento mecânico do material (REIS *et al.*, 2016, 2017; FERREIRA, 2019).

O ensaio de expansão hidráulica ou '*Bulge test*' permite o estabelecimento de um estado plano de tensão fora do plano da chapa em um processo de deformação plástica isento de atrito, além de permitir alcançar valores de deformação plástica

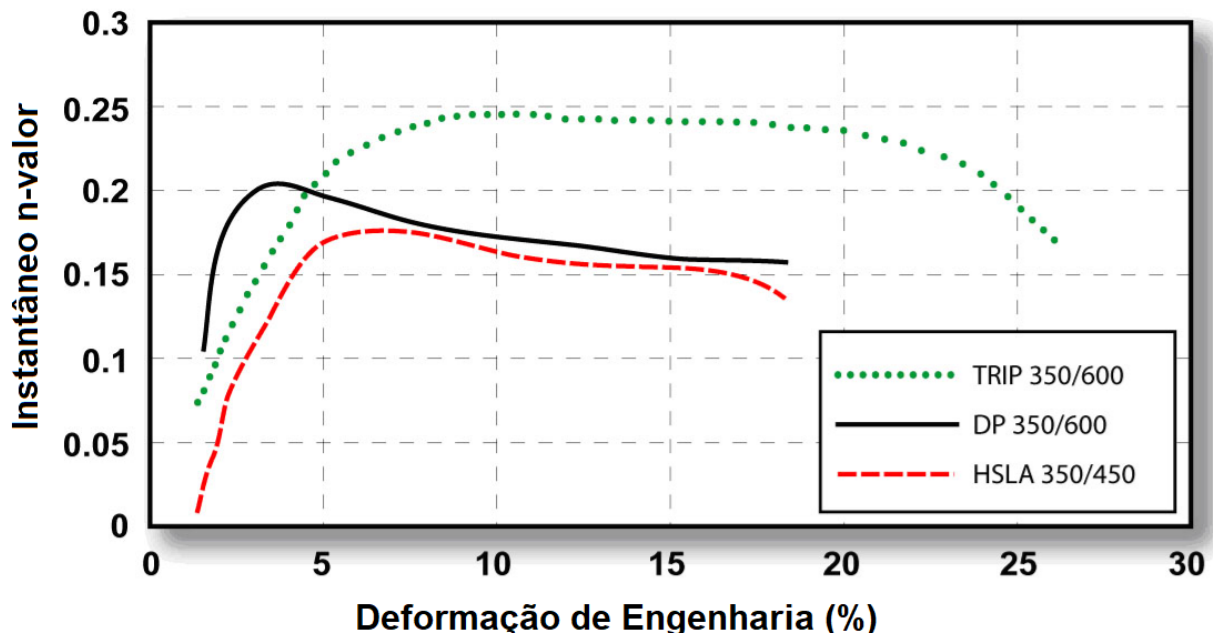
relativamente altos antes da instabilidade plástica, ou estricção localizada. A partir dos dados da evolução da pressão hidráulica, da geometria do ensaio e com o auxílio de um critério de escoamento plástico é possível determinar a curva de encruamento efetiva para grandes níveis de deformação plástica, e, portanto, determinar os parâmetros da lei ou equação de encruamento, que melhor descreva o comportamento do encruamento de dada liga para valores intermediários e elevados de deformação plástica (LAZARESCU; COMSA; BANABIC, 2011; REIS *et al.*, 2017).

Uma vez que a equação de encruamento define a relação entre as tensões de escoamento e a deformação plástica efetiva, ela desempenha uma forte influência na qualidade dos resultados da simulação numérica (LAZARESCU; COMSA; BANABIC, 2011). Contudo, a grande maioria dos trabalhos científicos e os programas comerciais de simulação utilizam equações de encruamento desde o modelo de potência de Ludwik (1909) até a equação de encruamento de saturação do modelo de Hockett-Sherby (1975), ou uma combinação entre estes modelos. Ou seja, estes modelos foram propostos em um período em que não condiz com a evolução da microestrutura dos aços para estampagem representados pela Figura 1. Assim, existe a necessidade por novos modelos de equações de encruamento que sejam capazes de descrever curvas de encruamento de aços com complexos mecanismos de deformação plástica, isto é essencial para melhores resultados da predição do comportamento mecânico na simulação numérica.

A proposta desta tese é o desenvolvimento de uma nova equação de encruamento baseada em uma propriedade material intrínseca de dada liga metálica policristalina, que represente uma resposta da microestrutura às solicitações das cargas externas, para isto, foi escolhido o expoente de encruamento instantâneo (Figura 2). Este parâmetro material, além de ser um importante parâmetro para a caracterização mecânica das chapas metálicas durante o processo de estampagem, não foi utilizado até o presente como uma propriedade capaz de predição do comportamento do encruamento de dada liga metálica.

A tese é estruturada a princípio em uma fundamentação teórica (Capítulo 2) com o intuito em primeiro lugar de posicionar o papel das equações de encruamento dentro da teoria da plasticidade dos metais. Em seguida, descrever o ensaio de expansão hidráulica e um método de como a partir dos dados deste ensaio associado ao critério de escoamento quadrático de Hill 48 gerar a curva de encruamento efetiva. No capítulo 3, estes conceitos são aplicados para geração de uma curva de encruamento efetiva de um aço livre de intersticiais. O capítulo 4 é uma extensão da discussão de um dos resultados do capítulo 3 que é a base para a definição do modelo de equação constitutiva de encruamento inédita proposto nesta tese. No capítulo 5 é revista e atualizada a definição do expoente de encruamento instantâneo e deduzida as equações do novo modelo de encruamento à predição do comportamento do encruamento, curvas tensão verdadeira-deformação plástica verdadeira, e também, a equação do expoente de encruamento instantâneo-deformação plástica verdadeira, associada ao modelo, e a equação de taxa de encruamento-deformação plástica verdadeira associado ao modelo.

Figura 2 - Instantâneo n-valor vs deformação para os aços DP350/600, TRIP 350/600 e HSLA 350/450.



Fonte: "Work Hardening Exponent Archives" (2020).

O novo modelo de equação de encruamento proposto foi validado a partir dos dados do ensaio de tração uniaxial de uma liga de aço inoxidável lean duplex que passou a apresentar distintas curvas de encruamento, mediante a alteração das propriedades

mecânicas por efeito de tratamentos térmicos. Por se tratar de uma liga com duas fases com distintos e complexos mecanismos de deformação plástica, pôde ser tratada como um sistema policristalino mais universal.

É importante destacar que esta tese é vinculada à linha de pesquisa intitulada: “Caracterização Física de Aços e Síntese de Aços Nanoestruturados Produzidos Através da Metalurgia do Pó” pertencente ao Laboratório de Nanometria Fotônica do departamento de Engenharia Mecânica da UFES. Esta linha de pesquisa se baseia em desenvolver um novo tipo de AHSS definido como aços compósitos nanoestruturados (ACN) ou aços de alto módulo de elasticidade nanoestruturados (NHMS, *Nanostructured-High Modulus Steel*). O NHMS consiste em uma matriz de aço nanoestruturado (tamanho do cristalito ≤ 100 nm, (KOCH, 2003)) reforçada tipicamente entre 10 à 30% em massa com partículas finamente dispersas de cerâmicas rígidas (alto módulo de elasticidade - E) de baixa densidade (ρ). Este é um material estrutural cuja síntese se baseia em otimizar a resistência mecânica e a ductilidade juntamente com a redução da densidade (ρ) e aumento do módulo de elasticidade (E) (SPRINGER *et al.*, 2017; RAABE *et al.*, 2020). Produzindo um material com a ductilidade e tenacidade dos aços com maior resistência à compressão, ao cisalhamento e maior módulo específico (E/ ρ).

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 OBJETIVOS GERAIS

Propor uma equação de encruamento baseada na definição do expoente de encruamento instantâneo capaz de descrever o comportamento do encruamento de ligas metálicas policristalinas, as curvas de expoente de encruamento instantâneo e de taxa de encruamento em função da deformação plástica uniforme.

1.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Determinar as curvas de encruamento efetivas de uma liga de aço livre de intersticiais por meio dos dados do ensaio de expansão hidráulica, dos dados do ensaio de tração uniaxial, pelo critério de escoamento quadrático de Hill 48 e equações de encruamento.
- Discutir a possibilidade de a partir dos parâmetros das curvas de encruamento efetivas geradas pelos modelos de encruamento, prever o comportamento da curva de expoente de encruamento instantâneo do aço livre de intersticiais experimental.
- Deduzir a partir da definição do expoente de encruamento instantâneo equações capazes de descrever o comportamento do encruamento, as curvas do expoente de encruamento instantâneo e de taxas de encruamento.
- Validar as equações propostas para os dados experimentais em tração uniaxial de uma liga metálica de aço inoxidável lean duplex que apresentou comportamento do encruamento parabólico e sigmoidal.

1.2 REFERÊNCIAS

DE COOMAN, B. C.; ESTRIN, Y.; KIM, S. K. Twinning-Induced Plasticity (TWIP) Steels. **Acta Materialia**, v. 142, p. 283–362, 1 jan. 2018.

EBNER, S. *et al.* Influence of Partitioning Parameters on the Mechanical Stability of Austenite in a Q&P Steel: A Comparative in-Situ Study. **Materialia**, v. 15, p. 101033, 1 mar. 2021.

FERREIRA, J. L. **Análise dos efeitos da trajetória de deformação na curva limite de conformação de um aço livre de intersticiais**. 2019. 188f. Tese. (Doutorado em Engenharia Metalúrgica) - Universidade Federal Fluminense, Volta Redonda-RJ, 2019.

FLORES, P. *et al.* Model Identification and FE Simulations: Effect of Different Yield Loci and Hardening Laws in Sheet Forming. **International Journal of Plasticity**, NUMISHEET2005 Conference. v. 23, n. 3, p. 420–449, 1 mar. 2007.

HOCKETT, J. E.; SHERBY, O. D. Large Strain Deformation of Polycrystalline Metals at Low Homologous Temperatures. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 23, n. 2, p. 87–98, 1 abr. 1975.

KOCH, C. C. Top-Down Synthesis Of Nanostructured Materials: Mechanical And Thermal Processing Methods. **Rev.Adv.Mater.Sci**, v. 5, p. 91–99, 1 out. 2003.

LAZARESCU, L.; COMSA, D. S.; BANABIC, D. Analytical and Experimental Evaluation of the Stress-Strain Curves of Sheet Metals by Hydraulic Bulge Tests. **Key Engineering Materials**, v. 473, p. 352–359, 2011. Acesso em: 20 fev. 2023.

LUDWIK, P. **Elemente der Technologischen Mechanik**. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1909.

MADIVALA, M.; BLECK, W. Strain Rate Dependent Mechanical Properties of TWIP Steel. **JOM**, v. 71, n. 4, p. 1291–1302, 1 abr. 2019.

RAABE, D. *et al.* Current Challenges and Opportunities in Microstructure-Related Properties of Advanced High-Strength Steels. **Metallurgical and Materials Transactions A**, v. 51, n. 11, p. 5517–5586, 1 nov. 2020.

REIS, L. C. *et al.* Anisotropy and Plastic Flow in the Circular Bulge Test. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 128–129, p. 70–93, 1 ago. 2017.

_____. On the Determination of the Work Hardening Curve Using the Bulge Test. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 105, p. 158–181, 1 jan. 2016.

SOLEIMANI, M.; KALHOR, A.; MIRZADEH, H. Transformation-Induced Plasticity (TRIP) in Advanced Steels: A Review. **Materials Science and Engineering: A**, v. 795, p. 140023, 23 set. 2020.

SPRINGER, H. *et al.* Stiff, Light, Strong and Ductile: Nano-Structured High Modulus Steel. **Scientific Reports**, v. 7, n. 1, p. 2757, 5 jun. 2017.

Work Hardening Exponent Archives. Disponível em: <<https://ahssinsights.org/tag/work-hardening-exponent/>>. Acesso em: 20 fev. 2023.

ZHAO, J.; JIANG, Z. Thermomechanical Processing of Advanced High Strength Steels. **Progress in Materials Science**, v. 94, p. 174–242, 1 maio 2018.

CAPÍTULO 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 PRINCÍPIOS DA TEORIA DA PLASTICIDADE APLICADA AS CHAPAS METÁLICAS

2.1.1 Superfície de escoamento

Na teoria da plasticidade, a transição do estado elástico para o estado plástico sob um estado de tensão multiaxial agindo em um elemento metálico é descrita por uma função implícita conhecida como superfície de escoamento (COMSA; BANABIC, 2007; BANABIC, 2010):

$$f = F(\bar{\sigma}, \sigma_y) = \bar{\sigma} - \sigma_y = 0 \quad (2.1)$$

Em que $\bar{\sigma}$ é a tensão efetiva e σ_y é um parâmetro ou tensão de escoamento. A equação (2.1) pode ser interpretada como uma função tridimensional, superfície, no espaço das tensões principais ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$). A superfície de escoamento, ou potencial de tensão, é uma função escalar convexa dos valores de tensão, que é utilizada para converter um estado de tensão triaxial em uma tensão efetiva ($\bar{\sigma}$) (BUTCHER; ABEDINI, 2019). Todos os pontos pertencentes a ela são relacionados ao estado plástico. Isto é, o escoamento plástico ocorre quando a tensão efetiva ($\bar{\sigma}$) alcançar um valor crítico σ_y , ou seja $\bar{\sigma} = \sigma_y$; esta situação é conhecida como condição de coerência ($F(\bar{\sigma}, \sigma_y) = 0$). Todos os pontos localizados dentro da superfície de escoamento são relacionados ao estado de carregamento elástico do material, ou $\sigma_y > \bar{\sigma}$ ($F(\bar{\sigma}, \sigma_y) < 0$). Os pontos localizados fora da superfície de escoamento ($F(\bar{\sigma}, \sigma_y) > 0$) não apresentam significado físico (MARCINIAK; DUNCAN; HU, 2002; COMSA; BANABIC, 2007; BANABIC, 2010). A condição $\bar{\sigma} = \sigma_y$ é governada por uma lei de plasticidade associada expressa pela equação (2.2) (PRATES; OLIVEIRA; FERNANDES, 2015):

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial F(\bar{\sigma}, \sigma_y)}{\partial \sigma_{ij}} = d\lambda \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2.2)$$

Em que $d\varepsilon_{ij}^p$ são o incremento do tensor de deformação plástica, $d\lambda \geq 0$ é o multiplicador plástico, σ_{ij} são as componentes do tensor de tensão. A equação (2.2) conhecida como condição de normalidade, afirma que o (vetor) incremento de deformação plástica produzido em um material sofrendo encruamento é perpendicular a superfície de escoamento, uma vez que as componentes tangenciais do vetor incremento de tensão ($d\sigma_{ij}^t$) não produz deformação plástica, apenas as componentes normais ($d\sigma_{ij}^n$) (KHAN; HUANG, 1995).

Na condição de carregamento mecânico multiaxial de um componente metálico no qual o encruamento isotrópico é estabelecido, ou assumido, a evolução da superfície de escoamento é função da deformação plástica efetiva ($\bar{\varepsilon}_{pl}$), por meio de uma equação (2.3) de encruamento (COMSA; BANABIC, 2007; BANABIC, 2010; PRATES; OLIVEIRA; FERNANDES, 2015):

$$\sigma_y = \sigma(\bar{\varepsilon}_{pl}) \quad (2.3)$$

Os parâmetros da equação de encruamento são usualmente obtidos pelo ajuste não linear aos dados experimentais da curva tensão verdadeira (σ) – deformação plástica verdadeira (ε_{pl}), curva de encruamento, do ensaio de tração ou compressão uniaxial de uma dada liga metálica policristalina (COMSA; BANABIC, 2007; BANABIC, 2010; KIM *et al.*, 2022).

Por sua vez, a tensão efetiva $\bar{\sigma}$, definida pelo critério de escoamento é uma função escalar do estado de tensão do material descrito pelo tensor de tensão de Cauchy ou tensor tensão verdadeira (σ), relacionado ao vetor de tensão \vec{t} através da relação (BANABIC, 2010):

$$t_i = \sigma_{ij}n_j \quad (2.4)$$

Em que n_j são as componentes do versor normal ao plano em que atua o vetor de tensão, e σ_{ij} representa a componente segundo o eixo x_j do vetor de tensão atuante na face perpendicular ao eixo x_i (SIMÕES, 2017). Matricialmente tem-se:

$$\begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

O tensor de tensão de Cauchy descreve um estado geral triaxial de tensões unicamente definido por seis componentes de tensão. Isto também pode ser convenientemente descrito em termos dos três invariantes do tensor de tensão e das tensões principais (BUTCHER; ABEDINI, 2019). Uma vez que o tensor tensão verdadeira é simétrico ($\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$), a matriz das componentes de tensão é diagonalizável, isto é, existe uma transformação da orientação dos eixos coordenados em que são anuladas as componentes de cisalhamento do tensor de tensão (σ_{ij} , $i \neq j$) e as componentes normais deste novo referencial são ditas tensões principais ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$), e os planos nos quais elas agem de planos principais. Por conversão a tensão σ_1 e σ_3 são a de maior e menor intensidade respectivamente. Da matriz de componentes de tensão dada na equação (2.5) as tensões principais são calculadas através da equação (2.6) (DIETER, 1988; KHAN; HUANG, 1995):

$$|\sigma_{ij} - \sigma\delta_{ji}| = \begin{bmatrix} \sigma_{11} - \sigma & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} - \sigma & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} - \sigma \end{bmatrix} = 0 \quad (2.6)$$

Da equação (2.6), têm-se a equação característica do tensor de tensão:

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0 \quad (2.7)$$

A solução das raízes da equação (2.7) leva aos valores das tensões principais ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$). Os invariantes linear (ou traço), quadrático e cúbico do tensor de tensão de Cauchy são respectivamente I_1, I_2 e I_3 , expressos em função das componentes do tensor de tensão conforme as equações de (2.8) à (2.10).

$$I_1 = \text{Tr}(\sigma) = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} = \sigma_{ii} \quad (2.8)$$

$$I_2 = \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{13} \\ \sigma_{13} & \sigma_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \{I_1^2 - \text{Tr}(\sigma)^2\} = \frac{1}{2} [\sigma_{ii}\sigma_{jj} - \sigma_{ij}\sigma_{ij}] \quad (2.9)$$

$$I_3 = \det(\sigma) = \frac{1}{3} \text{Tr}(\sigma^3) = \frac{1}{3} \sigma_{ij}\sigma_{jk}\sigma_{ki} \quad (2.10)$$

Em termos das tensões principais ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) eles podem ser escritos como a seguir (KHAN; HUANG, 1995):

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (2.11)$$

$$I_2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1 \quad (2.12)$$

$$I_3 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \quad (2.13)$$

O escoamento plástico ocorre por meio de tensões de cisalhamento. As tensões cisalhantes principais ocorrem em planos orientados a meio caminho entre dois planos principais e a sua magnitude é a metade da diferença das intensidades das respectivas tensões principais, conforme apresentado na equação (2.14). Logo, a tensão cisalhante máxima (τ_{\max}) é expressa pela diferença entre as tensões principais σ_1 e σ_3 (MEYERS; CHAWLA, 2009):

$$\tau_1 = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}, \quad \tau_2 = \tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}, \quad \tau_3 = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (2.14)$$

Uma constatação experimental fundamental é a de que uma liga metálica não sofre escoamento plástico quando submetido unicamente a componente hidrostática (σ_h) do tensor de tensão de Cauchy. Uma decomposição aditiva comum do tensor de tensão verdadeira é aquela que dá origem ao termo do tensor esférico ou tensão hidrostática (σ_h), mais o tensor definido como tensor de desvio ou tensão reduzida (σ'_{ij}) como a equação (2.15) (DIETER, 1988; KHAN; HUANG, 1995; WAGONER; CHENOT, 1996; MARCINIAK; DUNCAN; HU, 2002; GAO et al., 2011):

$$\sigma_{ij} = \sigma_h \delta_{ij} + \sigma'_{ij} = \frac{\sigma_{kk}}{3} \delta_{ij} + \sigma'_{ij} \quad (2.15)$$

Assim,

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} = \begin{bmatrix} \frac{2\sigma_{11} - \sigma_{22} - \sigma_{33}}{3} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \frac{2\sigma_{22} - \sigma_{33} - \sigma_{11}}{3} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \frac{2\sigma_{33} - \sigma_{11} - \sigma_{22}}{3} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Os invariantes do tensor de desvio são dados pelas equações (2.17), (2.18) e (2.19) (KHAN; HUANG, 1995; WAGONER; CHENOT, 1996; GAO *et al.*, 2011).

$$J_1 = \text{Tr}(\sigma') = (\sigma_{11} - \sigma_h) + (\sigma_{22} - \sigma_h) + (\sigma_{33} - \sigma_h) = 0 \quad (2.17)$$

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2)]$$

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (2.18)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} [(\sigma_{11} - \sigma_h)^2 + (\sigma_{22} - \sigma_h)^2 + (\sigma_{33} - \sigma_h)^2] = \frac{1}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} = \frac{1}{3} (I_1^2 - 3I_2)$$

$$J_3 = \det(\sigma') = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \sigma_{jk} \sigma_{ki} = \frac{1}{27} (2I_1^3 - 9I_1 I_2 + 27I_3) \quad (2.19)$$

Para materiais isotrópicos, o critério de escoamento deve independe da escolha dos eixos de referência, isto é, deve ser uma função invariante. Então, os critérios de escoamento são definidos em função dos invariantes da tensão reduzida (DIETER, 1988; HILL, Rodney, 1998; KHAN; HUANG, 1995). Logo, a equação (2.1) pode ser descrita como (KHAN; HUANG, 1995):

$$f = F(J_2, J_3, \sigma_y) = F(\bar{\sigma}, \sigma_y) = \bar{\sigma} - \sigma_y = 0 \quad (2.20)$$

2.1.2 Critério da tensão cisalhante máxima (Tresca)

Tresca propôs em 1864 que o material sob tensões combinadas passa do estado elástico ao plástico, quando a tensão de cisalhamento máxima (equação 2.14) atingir o valor da tensão de cisalhamento máxima obtida no ensaio de tração/compressão uniaxial ($\sigma_2 = \sigma_3 = 0, \sigma_1 = \sigma_y, \tau_{\max} = \sigma_y/2$), isto é, $|\sigma_1 - \sigma_3| = \sigma_y$ (BANABIC, 2010; MEYERS; CHAWLA, 2009). Ou descrito em termos das tensões principais mais comumente como na equação (2.21) (KHAN; HUANG, 1995):

$$\max\{|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|\} = 2k = \sigma_y \quad (2.21)$$

Em que k é definido da aplicação da equação (2.21) no estado de cisalhamento puro de tensão, $k = \sigma_1 = -\sigma_3, \sigma_2 = 0$ (DIETER, 1988).

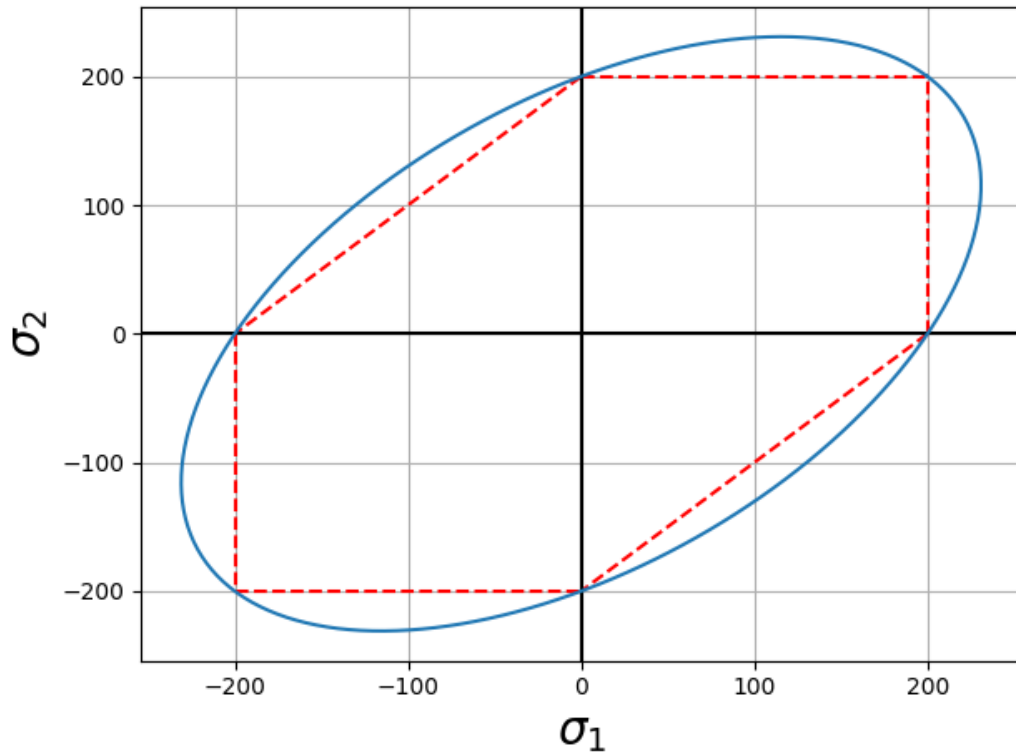
A superfície de escoamento do critério de escoamento de Tresca é um prisma hexagonal no espaço das tensões principais que pode ser expressa pela equação (2.22) (ZHANG, S.; WANG; ZHOU, 2019). Para o caso do estado plano de tensão ($\sigma_3 = 0$), a superfície de escoamento de Tresca é representada pelo hexágono mostrado na Figura 2.

$$f = \begin{cases} F_1(\bar{\sigma}, \sigma_y) = \sigma_1 - \sigma_3 - \sigma_y = 0 \\ F_2(\bar{\sigma}, \sigma_y) = \sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_y = 0 \\ F_3(\bar{\sigma}, \sigma_y) = \sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_y = 0 \\ F_4(\bar{\sigma}, \sigma_y) = \sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_y = 0 \\ F_5(\bar{\sigma}, \sigma_y) = \sigma_3 - \sigma_2 - \sigma_y = 0 \\ F_6(\bar{\sigma}, \sigma_y) = \sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_y = 0 \end{cases} \quad (2.22)$$

A forma geral do critério da tensão cisalhante máxima descrita como uma função dos invariantes do tensor de desvio é expressa na equação (2.23) (DIETER, 1988):

$$4J_3^3 - 27J_3^2 - 36k^2J_2^2 + 96J_2 - 64k^6 = 0 \quad (2.23)$$

Figura 3 - Critérios de escoamento para o estado plano de tensão. Teoria da máxima tensão cisalhante (hexagonal) e teoria da energia de distorção elástica (elíptica).



Fonte: Adaptado de Aiman (2022).

2.1.3 Critério de escoamento da teoria da energia de distorção elástica (Maxwell-Huber-Mises-Hencky)

Em 1913 Richard von Mises propôs que o escoamento plástico de um material sujeito a um carregamento multiaxial de tensões irá iniciar quando a soma dos quadrados das tensões cisalhantes principais (τ_1, τ_2, τ_3) atingir um valor crítico k^2 (OSAKADA, 2010). Para o caso de carregamento em tração/compressão uniaxial ($\sigma_2 = \sigma_3 = 0, \sigma_1 = \sigma_y$) a partir da equação (2.14) temos duas tensões cisalhantes principais iguais à metade da tensão de escoamento (σ_y) e uma nula, e como a tensão efetiva ($\bar{\sigma}$) é igual a tensão de escoamento em carregamento uniaxial, assim o valor crítico $k^2 = (\bar{\sigma})^2/2$, então a tensão efetiva pode ser escrita conforme a equação (2.24) (MARCINIAK; DUNCAN; HU, 2002; OSAKADA, 2010):

$$\bar{\sigma} = \sqrt{2(\tau_1^2 + \tau_2^2 + \tau_3^2)} \quad (2.24)$$

Substituindo a equação (2.14) na (2.24) a tensão efetiva é uma função escalar das tensões principais:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (2.25)$$

Esta função estabelece que o critério de escoamento plástico não depende de tensões normais e cisalhantes específicas, nem dos sinais das componentes devido aos termos quadráticos, mas sim é uma função dependente da intensidade das três tensões cisalhantes principais, conforme a equação (2.24) (MARCINIAK; DUNCAN; HU, 2002; OSAKADA, 2010). O critério de escoamento pode ainda ser expresso como uma função do invariante J_2 da tensão reduzida. Comparando a equação (2.25) com a (2.18), logo:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{3J_2} = \sqrt{(3/2)\sigma'_{ij}\sigma'_{ij}} \quad (2.26)$$

Este desenvolvimento é equivalente a afirmar que o critério de escoamento da energia de distorção elástica, ou popularmente conhecido como critério de von Mises, afirma que o escoamento plástico do material se inicia quando o invariante J_2 alcançar um valor crítico k^2 (KHAN; HUANG, 1995). Em virtude de J_2 ser um invariante, este critério de escoamento pode ser expresso em função das componentes do tensor de tensão de Cauchy, levando a forma generalizada do critério de escoamento de von Mises (DIETER, 1988), equação (2.27):

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2)]} \quad (2.27)$$

A superfície de escoamento do critério da teoria da energia de distorção elástica é uma superfície cilíndrica com eixo axial correspondente ao da tensão hidrostática (σ_h) no espaço das tensões principais ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$). Para o caso do estado plano de tensão ($\sigma_3 = 0$), a superfície de escoamento é descrita pela equação (2.28) e

representada pela elipse no plano das tensões principais (σ_1, σ_2) conforme apresentada na Figura 2 (KHAN; HUANG, 1995).

$$f = F(\bar{\sigma}, \sigma_y) = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_y^2 = 0 \quad (2.28)$$

A interpretação física deste critério de escoamento foi dada em 1924 por Hencky baseado na energia potencial de deformação elástica. Esta grandeza pode ser separada em uma parcela elástica dependente da variação volumétrica e outra envolvida na variação da forma como oposição a uma variação de volume, dita energia de distorção elástica. Ele mostrou que aplicar a equação (2.25) é equivalente a afirmar que o material passa do estado elástico para o plástico quando a energia de distorção elástica alcançar um valor crítico, que não depende do estado de tensão. Este valor crítico da energia de distorção elástica é dado pela equação (2.29) (DIETER, 1988; BANABIC, 2010):

$$U_d = \frac{J_2}{2G} \quad (2.29)$$

Em que U_d é a energia de distorção elástica por unidade de volume e G é o módulo de cisalhamento.

Os critérios de escoamento isotrópicos mais utilizados e aplicados na análise da plasticidade dos metais são os de Tresca e von Mises, entretanto diversos outros foram desenvolvidos ao longo dos anos e dentre eles destaca-se também os de Drucker (1949), equação (2.30), e de Hosford (1957), equação (2.31).

$$J_2^3 - 3J_3^2 = 27 \left(\frac{\sigma_y}{3} \right)^6 \quad (2.30)$$

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^{2a} + (\sigma_2 - \sigma_3)^{2a} + (\sigma_3 - \sigma_1)^{2a} = 2\sigma_y^{2a} \quad (2.31)$$

2.1.4 Anisotropia

Os critérios de escoamento anteriores consideram que o comportamento mecânico do material é isotrópico. Porém, o processo de laminação de chapas metálicas estabelece uma orientação preferencial de deformação plástica que naturalmente induz ao comportamento mecânico anisotrópico das chapas metálicas, caracterizado pela simetria das propriedades mecânicas com respeito a três planos ortogonais. A intersecção destes três planos ortogonais define os eixos principais de anisotropia. Um destes três eixos corresponde ao eixo paralelo à direção de laminação da chapa (DL), direção na qual os grãos são alinhados e alongados. O eixo no plano da chapa perpendicular à direção de laminação corresponde ao eixo transversal (DT) que se estende ao longo da largura da chapa. O eixo anisotrópico perpendicular ao plano da chapa ou direção normal (DN) é a direção em que os grãos são normalmente compactados. Em geral, um sistema coordenado Oxyz é utilizado como referência material, em que x (ou 1) corresponde à DL, y (ou 2) a DT e z (ou 3) a DN. Durante o processo de estampagem de chapas metálicas, o material sofre carregamentos de estiramento e embutimento a fim de gerar uma infinidade de formas complexas. Neste processo o comportamento mecânico anisotrópico do material é alterado, acentuado e pode gerar variação da orientação dos eixos anisotrópicos ao longo do componente estampado (BANABIC, 2010; ULLMANN et al., 2022).

A avaliação do comportamento plástico de chapas metálicas com a direção é realizada por meio de uma quantidade conhecida como parâmetro de Lankford ou coeficiente de anisotropia (r), definido segundo a equação (2.32) (BANABIC, 2010):

$$r = \frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{33}} = -\frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{22} + \varepsilon_{11}} = -\frac{\ln \frac{w}{w_0}}{\ln \frac{w}{w_0} + \ln \frac{l}{l_0}} \quad (2.32)$$

Em que ε_{11} , ε_{22} e ε_{33} são respectivamente as deformações verdadeiras nas direções de laminação (DL), transversal (DT) e da espessura da chapa metálica (DN). E ainda, w e w_0 são a largura inicial e final; e l e l_0 são os comprimentos iniciais e finais para um dado grau de deformação verdadeira. Este parâmetro é determinado através de ensaios de tração uniaxial de corpos de prova confeccionado a partir de

tiras removidas da chapa metálica segundo um ângulo θ em relação à direção de laminação. O valor médio dos r -valores são obtidos para amostras ensaiadas à 0, 45 e 90 e é conhecida como coeficiente de anisotropia normal dado pela equação (2.33) (BANABIC, 2010):

$$\bar{r} = \frac{r_0 + 2r_{45} + r_{90}}{4} \quad (2.33)$$

A medida da variação da anisotropia normal com o ângulo em relação à direção de laminação é dada pela quantidade conhecida como anisotropia planar (BANABIC, 2010):

$$\Delta r = \frac{r_0 + r_{90} - 2r_{45}}{4} \quad (2.34)$$

2.1.5 Critério de escoamento anisotrópico quadrático de Hill 1948

Em 1948 Rodney Hill formulou uma generalização do critério de escoamento isotrópico de Maxwell-Huber-Mises-Hencky para materiais anisotrópicos que apresentem simetria ortotrópica. A função quadrática do critério de escoamento de Hill'48 é dada pela equação (2.35) (HILL, Rodney, 1948):

$$2f \equiv F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{13}^2 + 2N\sigma_{12}^2 = 1 \quad (2.35)$$

Em que F , G , H , L , M , N são constantes características do atual estado de anisotropia do material (HILL, Rodney, 1948). Assumindo a condição de estado plano de tensão ($\sigma_{33} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$) a equação (2.35) toma a forma:

$$2f \equiv (G + H)\sigma_{11}^2 + (F + H)\sigma_{22}^2 - 2H\sigma_{11}\sigma_{22} + 2N\sigma_{12}^2 = 1 \quad (2.36)$$

Em geral, as componentes de tensão do tensor de Cauchy σ_{11} e σ_{22} são consideradas paralelas às direções de laminação (DL) e transversal (DT) em uma

chapa metálica; e σ_{12} sendo a tensão cisalhante atuando no plano -O12- (ULLMANN et al., 2022). Se σ_0 é a tensão de escoamento na direção paralela a direção de laminação ($\sigma_{11} = \sigma_0, \sigma_{12} = \sigma_{22} = 0$); σ_{90} é a tensão de escoamento na direção paralela a direção transversal ($\sigma_{22} = \sigma_{90}, \sigma_{11} = \sigma_{12} = 0$); σ_{45} é a tensão de escoamento na direção da diagonal da chapa ($\theta = 45^\circ$) ($\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{12} = \sigma_{45}/2$) e σ_b a tensão de escoamento obtida por estiramento biaxial simétrico ($\sigma_b = \sigma_{11} = \sigma_{22}$), então as constantes podem ser avaliadas conforme a equação (2.37) (HILL, 1948):

$$G + H = \frac{1}{\sigma_0^2}, \quad F + H = \frac{1}{\sigma_{90}^2}, \quad F + G = \frac{1}{\sigma_b^2} \quad (2.37)$$

E também, na equação (2.38):

$$\begin{cases} F = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sigma_0^2} - \frac{1}{\sigma_{90}^2} + \frac{1}{\sigma_b^2} \right] \\ G = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sigma_{90}^2} - \frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{1}{\sigma_b^2} \right] \\ H = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{1}{\sigma_{90}^2} - \frac{1}{\sigma_b^2} \right] \\ N = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sigma_{45}^2} - \frac{1}{\sigma_b^2} \right] \end{cases} \quad (2.38)$$

A relação entre os coeficientes de Hill quadrático com o coeficiente de anisotropia (r) (Lankford) para uma dada orientação θ com relação a direção de laminação da chapa é dada pela equação (2.39) (HILL, 1998):

$$r_\theta = \frac{H + (2N - F - G - 4H)\cos^2\theta\sin^2\theta}{F\sin^2\theta + G\cos^2\theta} \quad (2.39)$$

Assim, as relações do coeficiente de anisotropia (r_θ) em função dos parâmetros de Hill'48 são prontamente obtidas para as direções de laminação ($\theta = 0$), transversal ($\theta = 90$) e diagonal ($\theta = 45$) da chapa, equação (2.40):

$$r_0 = \frac{H}{G}, \quad r_{90} = \frac{H}{F}, \quad r_{45} = \frac{N}{F+G} - \frac{1}{2} \quad (2.40)$$

Rearranjando, temos a equação (2.41) (ULLMANN et al., 2022):

$$\left\{ \begin{array}{l} F = \frac{r_0}{r_{90}(1+r_0)} \\ G = \frac{1}{1+r_0} \\ H = \frac{r_0}{1+r_0} \\ N = \frac{3}{2} \left[\frac{(1+2r_{45})(r_0+r_{90})}{3r_{90}(1+r_0)} \right] \end{array} \right. \quad (2.41)$$

Se os eixos ortotrópicos coincidirem com os eixos das tensões principais ($\sigma_{11} = \sigma_1, \sigma_{22} = \sigma_2, \sigma_{12} = 0$), então a equação (2.36) se altera para:

$$(G+H)\sigma_1^2 + (F+H)\sigma_2^2 - 2H\sigma_1\sigma_2 = 1 \quad (2.42)$$

A partir do exposto acima, a equação (2.42), assim como a equação (2.36), pode ser reescrita em função das tensões de escoamento σ_0 e σ_{90} e também dos coeficientes de anisotropia (r-valores), levando a equação (2.43) (BANABIC, 2010):

$$\sigma_1^2 - \frac{2r_0}{1+r_0}\sigma_1\sigma_2 + \frac{r_0(1+r_{90})}{r_{90}(1+r_0)}\sigma_2^2 = \sigma_0^2 \quad (2.43)$$

Para a condição de carregamento sob estiramento biaxial simétrico ($\sigma_b = \sigma_1 = \sigma_2$), a equação (2.43) é modificada para a equação (2.44):

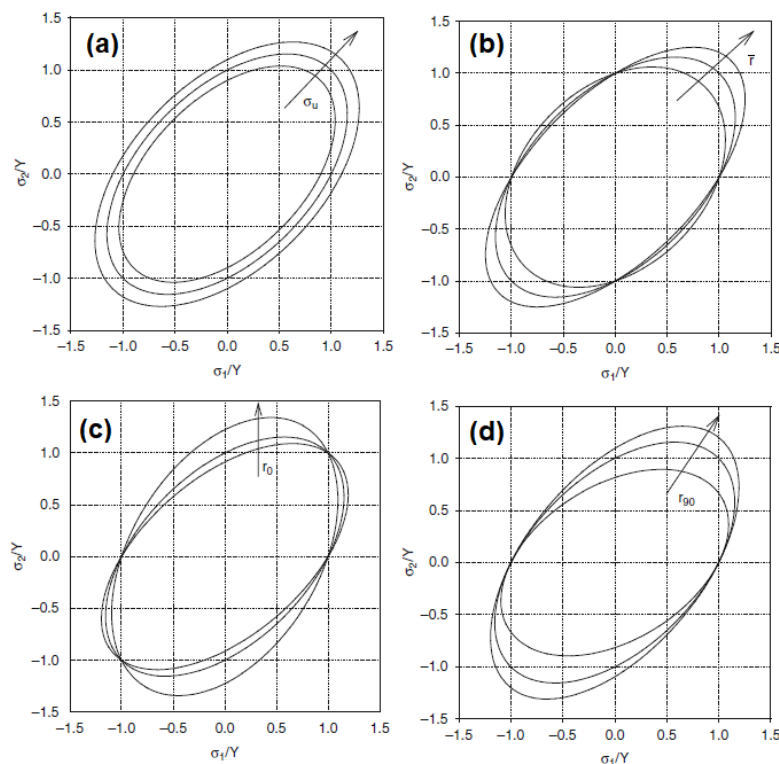
$$\bar{\sigma}_{\text{aniso}} = \sigma_0 = \sigma_b \sqrt{\frac{r_0+r_{90}}{r_{90}(1+r_0)}} \quad (2.44)$$

No caso de o material apresentar a condição $r_0 = r_{90} = \bar{r}$, isto implica em $\sigma_0 = \sigma_{90}$ e a equação (2.43) toma a forma da equação (2.45) (BANABIC, 2010):

$$\sigma_1^2 - \frac{2\bar{r}}{1 + \bar{r}} \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2 = \sigma_0^2 \quad (2.45)$$

Na equação (2.45), se $\bar{r} = 1$ então ela se reduz à equação (2.28), ou seja, ao critério de escoamento de von Mises, e a superfície de escoamento destes dois critérios são coincidentes, Figura 3b. Se $\bar{r} < 1$, a superfície de escoamento predita pelo critério de Hill 48 é localizada dentro da superfície de von Mises; e caso $\bar{r} > 1$ a superfície de escoamento definida pelo critério de Hill 48 é estendida para fora da superfície definida pela superfície do critério de von Mises. Observa-se na Figura 3a que se a tensão de escoamento aumenta, a superfície de escoamento expande-se uniformemente, isto é definido como encruamento isotrópico. As Figura 3c e Figura 3d reúne famílias de elipses dependentes dos valores dos coeficientes de anisotropia r_0 e r_{90} .

Figura 4 - Influência da tensão de escoamento (a), da anisotropia normal (b), do coeficiente de anisotropia r_0 (c) e r_{90} (d) sobre a forma da superfície de escoamento definida pelo critério quadrático de Hill 48.



Fonte: Adaptado de Banabic et al. (2010).

O critério de escoamento de Hill 48 foi validado por numerosos trabalhos e demonstrou excelentes resultados para descrever a superfície de escoamento de materiais com estrutura cristalina cúbica de corpo centrado (CCC) com comportamento ortotrópico, especialmente os aços (ZHANG, H. *et al.*, 2016). Os critérios de escoamento propostos posteriormente são oriundos da crescente necessidade de aperfeiçoar o rigor do proposto por Hill (FERREIRA, 2019). Dentre os diversos critérios propostos após o trabalho de Hill cabe destacar notadamente os critérios de Hill (1979, 1990 e 1993); Barlat *et al.* (1989, 1991, 1994, 1997 e 2000), Ferron *et al.* (1994), Vegter *et al.* (1998), Banabic *et al.* (2000) e Cazacu e Barlat (2001).

2.1.6 Leis de evolução da superfície de escoamento

A superfície de escoamento é um conceito essencial na teoria da plasticidade, a sua forma e intensidade (ou tamanho) é definida pelo critério de escoamento, tensão efetiva ($\bar{\sigma}$), contudo essa superfície pode mudar de posição e de forma no decorrer do tempo na medida em que incrementos de deformação plástica verdadeira são geradas nos processos de conformação mecânica dos metais. A evolução da superfície de escoamento em função do trabalho plástico expandindo-se em toda as direções de maneira uniforme, preservando sua forma, orientação e posição central no espaço das tensões principais é definido por encruamento isotrópico. A Figura 4a ilustra a expansão da superfície de escoamento em um processo de encruamento isotrópico de um dado metal submetido à sequência de carregamento em tração uniaxial, descarregamento e posterior recarregamento em compressão uniaxial como mostrado pela curva tensão-deformação (HILL, Rodney, 1998; MURÁNSKY *et al.*, 2015; TEIMOURI; AMINI; GUAGLIANO, 2019). Por outro lado, a ocorrência de apenas translação da superfície de escoamento no espaço das tensões principais, devido à deformação plástica, caracteriza o encruamento cinemático (Figura 4b). A diferença entre estes dois tipos de encruamento reside em que após a reversão da carga aplicada, o escoamento ocorre no encruamento isotrópico para uma variação de tensão correspondente ao dobro da tensão máxima no carregamento em tração (ponto 1, Figura 4a) e no encruamento cinemático para uma variação de tensão correspondente ao dobro da tensão de escoamento (σ_y). Deste modo, constante-se

no encruamento cinemático uma observação equivalente do efeito Bauschinger, que se manifesta frequentemente no comportamento de materiais sujeitos a carregamentos de natureza cíclica. Por fim, no encruamento isotrópico-cinemático (misto) a deformação plástica promove a expansão e translação da superfície de escoamento (DIAS *et al.*, 2018).

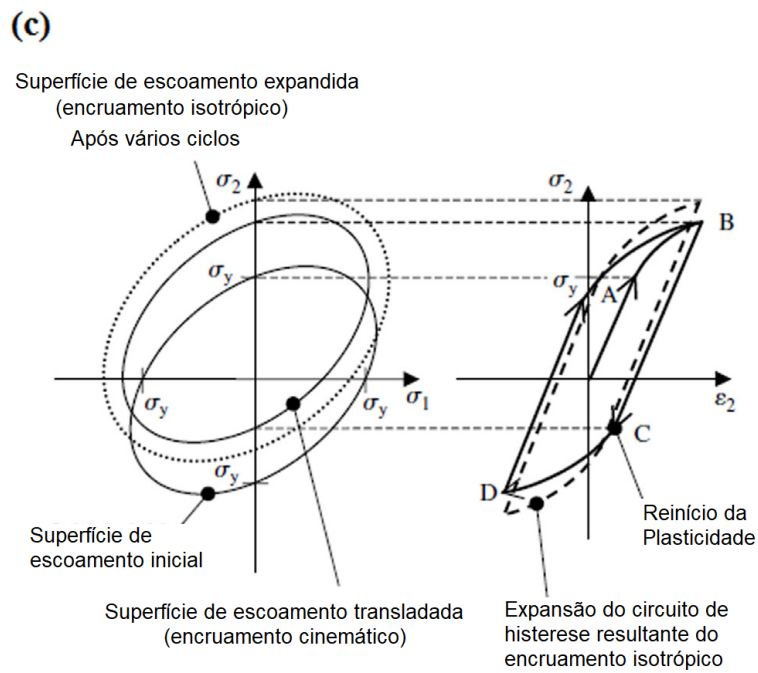
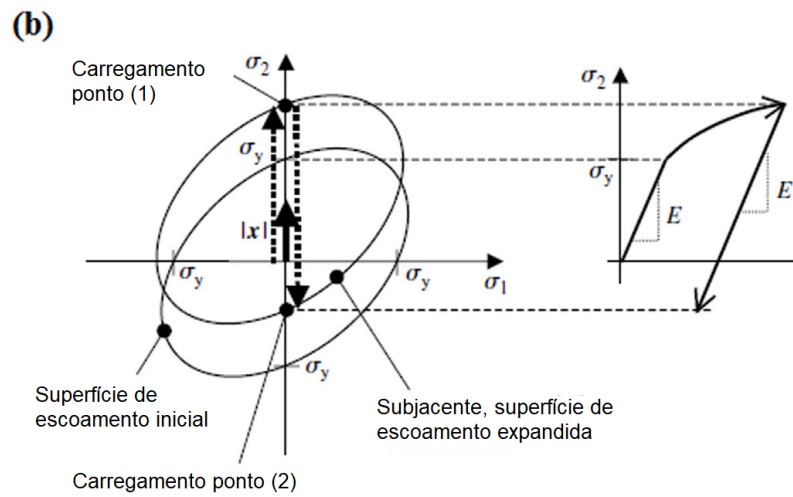
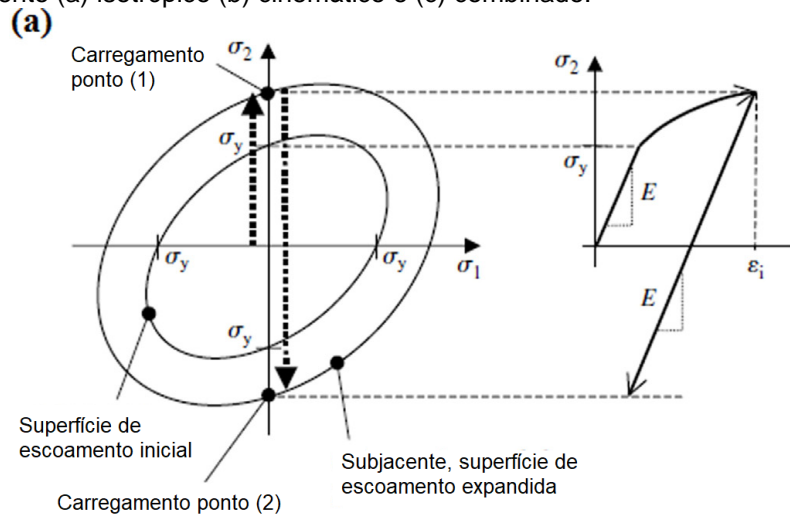
Em geral, na predição do comportamento plástico de chapas metálicas durante as operações de fabricação por estampagem, considera-se a evolução da superfície de escoamento mediante o encruamento isotrópico em função do trabalho plástico (FREITAS *et al.*, 2012; FERREIRA, 2019). Durante o encruamento isotrópico, a tensão efetiva ($\bar{\sigma}$) constitui uma função homogênea de primeiro grau em função das componentes do tensor de Cauchy, $\bar{\sigma} = f(\sigma_{ij})$, seu valor é dado pelo valor atualizado do parâmetro de encruamento ou tensão de escoamento (σ_y) durante o processo de deformação plástica uniforme mediante a condição de coerência ($F(\bar{\sigma}, \sigma_y) = 0$), dada pela equação (2.1). Por outro lado, formalmente a tensão de escoamento é dependente de um parâmetro escalar de encruamento α , ou $\sigma_y = \sigma(\alpha)$. Usualmente há duas medidas de encruamento que pode ser utilizada para o parâmetro escalar α . Uma é através do trabalho plástico total por unidade de volume despendido durante um intervalo finito de deformação plástica uniforme, W_p , definido pela equação (2.46) (BERG, 1972; KHAN; HUANG, 1995; FREITAS *et al.*, 2012):

$$\alpha = W_p = \int dW_p = \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p \quad (2.46)$$

Em que $d\varepsilon_{ij}^p$ é o incremento do tensor deformação plástica. A outra medida de encruamento visando modelar a evolução da superfície de escoamento no espaço das tensões principais consiste da deformação plástica acumulada conforme a equação (2.47) (BERG, 1972; KHAN; HUANG, 1995; FERREIRA, 2019):

$$\alpha = \bar{\varepsilon}^p = \int d\bar{\varepsilon}^p = \int \left(\frac{2}{3} d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.47)$$

Figura 5 - Representação esquemática da superfície de escoamento e da curva tensão-deformação para o encruamento (a) isotrópico (b) cinemático e (c) combinado.



Fonte: Adaptado de Teimouri, Amini & Guagliano (2019).

Em que $\bar{\epsilon}^p$ e $d\bar{\epsilon}^p$ são respectivamente a deformação plástica efetiva e o incremento de deformação plástica efetiva. A equação (2.47) assume que a quantidade de encruamento depende somente da deformação plástica efetiva ou do comprimento da trajetória da deformação e não da trajetória de deformação. Isto é conhecido como hipótese do encruamento (*'strain-hardening hypothesis'*). Assim, a tensão de escoamento é uma função da deformação plástica efetiva, conforme expresso na equação (2.48) (KHAN; HUANG, 1995):

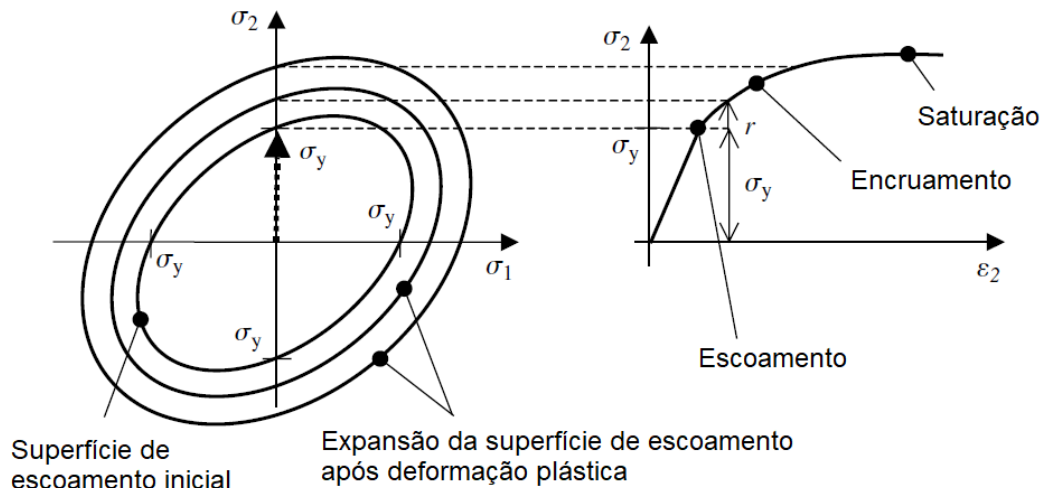
$$\sigma_y = \sigma(\bar{\epsilon}^p) \quad (2.48)$$

E a condição de coerência:

$$f = F(J_2, J_3, \sigma_y) = \bar{\sigma} - \sigma_y = f(\sigma_{ij}) - \sigma(\bar{\epsilon}^p) = 0 \quad (2.49)$$

A Figura 5 ilustra uma representação do efeito do comportamento do encruamento em tração uniaxial, gráfico tensão-deformação verdadeira, sobre a evolução da superfície de escoamento expandindo-se em encruamento isotrópico com os incrementos de deformação plástica verdadeira. A expansão da superfície de escoamento se dá tanto na região de escoamento plástico com encruamento quanto na região de escoamento plástico com saturação ou comportamento plástico ideal (DUNNE; PETRINIC, 2005).

Figura 6 - Encruamento isotrópico, em que a superfície de escoamento expande com a deformação plástica, e a correspondente curva tensão-deformação.



Diversos modelos fenomenológicos não-lineares de leis de encruamento isotrópico ou equações de encruamento ('*strain-hardening*' ou '*work-hardening equations*') foram propostas para a descrição/predição da evolução da superfície de escoamento à medida que ocorre os processos de deformação plástica uniforme de ligas metálicas policristalinas. Essas leis de encruamento isotrópico foram propostas tanto para prever o comportamento do encruamento referente ao comportamento plástico com encruamento propriamente dito (leis de encruamento isotrópico de potência) quanto ao comportamento plástico com encruamento e saturação (leis de encruamento isotrópico de saturação). Algumas das equações de encruamento de maior destaque na literatura são apresentadas a seguir:

$$\text{Ludwik (1909)} \quad \sigma_y = \sigma_i + K_L (\bar{\epsilon}^p)^{n_L} \quad (2.50)$$

$$\text{Ramberg-Osgood (1943)} \quad \bar{\epsilon} = \frac{\sigma_y}{E} + 0,002 \left(\frac{\sigma_y}{\sigma_{0,2}} \right)^{n_{RO}} \quad (2.51)$$

$$\text{Hollomon (1945)} \quad \sigma_y = K_H (\bar{\epsilon}^p)^{n_H} \quad (2.52)$$

$$\text{Voce (1948)} \quad \sigma_y = \sigma_s - (\sigma_s - \sigma_i) \exp(-n_V \bar{\epsilon}^p) \quad (2.53)$$

$$\text{Swift (1952)} \quad \sigma_y = K_S (\epsilon_0 + \bar{\epsilon}^p)^{n_S} \quad (2.54)$$

$$\text{Ludwigson (1971)} \quad \sigma_y = K_1 (\bar{\epsilon}^p)^{n_1} + \exp(k_2 + n_2 \bar{\epsilon}^p) \quad (2.55)$$

$$\text{Hockett-Sherby (1975)} \quad \sigma_y = \sigma_s - (\sigma_s - \sigma_i) \exp[-(N \bar{\epsilon}^p)^P] \quad (2.56)$$

Nestas equações, σ_y é a tensão de escoamento durante a evolução da superfície de plasticidade, σ_i e $\sigma_{0,2}$ são a tensão de início de escoamento em tração uniaxial, σ_s é a tensão de saturação ($\sigma_y \rightarrow \sigma_s$ quando $\bar{\epsilon}^p \rightarrow \infty$, ver Figura 5), $\bar{\epsilon}$ corresponde a deformação efetiva, sendo $\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}^e + \bar{\epsilon}^p$ ($\bar{\epsilon}^e$, deformação elástica efetiva). Os parâmetros n_L , n_{RO} , n_H , n_S , n_1 , n_2 , N^P , são os expoentes de encruamento ou n-valores, K_L , K_H , K_S , K_1 são os coeficientes de resistência, ϵ_0 é uma constante associada a existência de uma pré-deformação do material, k_2 é um parâmetro material de ajuste e E é o módulo de elasticidade. A determinação dos parâmetros das equações de encruamento ocorre mediante ajuste não linear aos dados experimentais da região de deformação plástica uniforme do gráfico tensão verdadeira (σ) – deformação plástica verdadeira (em tração uniaxial $\bar{\epsilon}^p = \epsilon^p$ ou ϵ_{pl}) oriundos de um teste de tração uniaxial de dada liga metálica policristalina.

2.1.7 Critério de estabilidade plástica em tração uniaxial

No ensaio de tração uniaxial de ligas metálicas, raramente ocorre o fenômeno de saturação como apresentado na Figura 5, em vez disso observa-se a passagem de uma condição de carregamento uniaxial (deformação plástica homogênea) para o estado triaxial de tensões (deformação plástica heterogênea), manifestada por uma estricção localizada, empescoçamento, do corpo-de-prova de tração. Esta mudança caracteriza o fim do processo de deformação plástica uniforme e inicia o processo de ruptura do corpo de prova (DIETER, 1988).

Hart (1967) desenvolveu um modelo fenomenológico para definir a condição na qual o carregamento em tração uniaxial é mantido em processo de deformação plástica uniforme após o início do escoamento plástico. A primeira suposição fenomenológica admitida é que em qualquer estágio de deformação a tensão verdadeira (σ) depende do histórico prévio de deformação plástica verdadeira, e que qualquer pequena alteração em (σ) é uma função linear correspondente de pequenas alterações da deformação plástica verdadeira (ε_{pl}) e da taxa de deformação plástica verdadeira ($\dot{\varepsilon}_{pl} = d\varepsilon_{pl}/dt$). Assim, em forma diferencial:

$$d\sigma = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon_{pl}} \right)_{\dot{\varepsilon}_{pl}} d\varepsilon_{pl} + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\varepsilon}_{pl}} \right)_{\varepsilon_{pl}} d\dot{\varepsilon}_{pl} \quad (2.57)$$

As derivadas parciais na equação (2.57) são consideradas parâmetros materiais, dependentes do histórico de deformação do material e variam na medida que evolui o processo de deformação plástica uniforme. A taxa de deformação plástica verdadeira ($\dot{\varepsilon}_{pl}$) pode ser expressa em função da geometria do corpo de prova:

$$\dot{\varepsilon}_{pl} = \frac{1}{L} \frac{dL}{dt} = \frac{\dot{L}}{L} = -\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = -\frac{\dot{A}}{A} \quad (2.58)$$

Em que L é o comprimento instantâneo da seção útil do corpo de prova e A é a área instantânea. Durante o processo de deformação plástica uniforme, a carga aplicada, isto é, $P = \sigma A$, não varia ao longo dos pontos do corpo de prova em tração uniaxial:

$$\frac{dP}{dL} = A \left[\left(\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon_{pl}} \right)_{\dot{\varepsilon}_{pl}} \frac{d\varepsilon_{pl}}{dL} + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\varepsilon}_{pl}} \right)_{\varepsilon_{pl}} \frac{d\dot{\varepsilon}_{pl}}{dL} \right] + \sigma \frac{dA}{dL} = 0 \quad (2.59)$$

A derivada da deformação plástica verdadeira em relação ao comprimento instantâneo é expressa em função da área de secção transversal, assim:

$$\frac{d\varepsilon_{pl}}{dL} = -\frac{1}{A} \frac{dA}{dL} \quad (2.60)$$

Derivando a equação (2.58) em relação ao comprimento do corpo de prova:

$$\frac{d\dot{\varepsilon}_{pl}}{dL} = -\frac{1}{A} \frac{d\dot{A}}{dL} + \frac{\dot{A}}{A^2} \frac{dA}{dL} \quad (2.61)$$

Substituindo as equações (2.60) e (2.61) na (2.59) e desenvolvendo, temos:

$$\frac{1}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon_{pl}} \frac{dA}{dL} + \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\varepsilon}_{pl}} \frac{d\dot{A}}{dL} + \frac{\dot{\varepsilon}_{pl}}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\varepsilon}_{pl}} \frac{dA}{dL} - \frac{dA}{dL} = 0 \quad (2.62)$$

Da equação (2.62) têm-se duas quantidades que são parâmetros materiais. Uma é definido como coeficiente de encruamento, $\gamma = (1/\sigma)(\partial\sigma/\partial\varepsilon_{pl})$, e a outra é o coeficiente de sensibilidade à taxa de deformação, $m = (\dot{\varepsilon}_{pl}/\sigma)(\partial\sigma/\partial\dot{\varepsilon}_{pl})$, Logo:

$$\frac{dA}{dL} (\gamma + m - 1) + m \frac{A}{\dot{A}} \frac{d\dot{A}}{dL} = 0 \Rightarrow \left(\frac{d \ln \dot{A}}{d \ln A} \right) = \frac{\gamma + m - 1}{m} \quad (2.63)$$

O critério de estabilidade de Hart (1967) afirma que a deformação plástica é homogênea enquanto $(d\dot{A}/dA) \leq 0$. Uma vez que \dot{A}/A é negativa, esta condição leva o critério ser definido precisamente por $(d \ln \dot{A}/d \ln A) \geq 0$. Então dá equação (2.63), isto só é possível em termos dos parâmetros fenomenológicos, quando:

$$\gamma + m \geq 1 \quad (2.64)$$

Logo, o início da instabilidade plástica (estricção localizada) se dá quando $\gamma + m = 1$, ponto de bifurcação (WAGONER; CHENOT, 1996). A equação (2.64) mostra que tanto o encruamento, representado por γ , quanto a taxa de deformação, representada por m , contribuem para atrasar o início da instabilidade plástica (DIETER, 1988). Para materiais que apresentem sensibilidade à taxa de deformação desprezível ($m \rightarrow 0$) durante o processo de deformação plástica uniforme, a equação 2.64 se reduz ao tão conhecido critério de instabilidade de Considère (HART, 1967):

$$\gamma = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon_{pl}} \geq 1 \Rightarrow \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon_{pl}} \geq \sigma \quad (2.65)$$

Em que $(\partial \sigma / \partial \varepsilon_{pl})$ é definida como taxa de encruamento. Para o caso particular de um material que satisfaz a equação de encruamento de Hollomon, equação 2.52, então $\gamma = (n_H / \varepsilon_{pl})$, substituindo na equação 2.65 o critério de instabilidade para dado material é dado por:

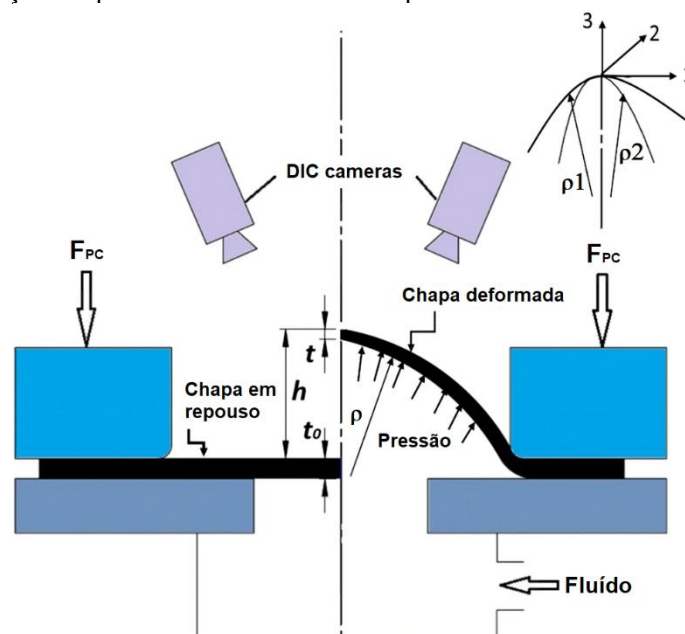
$$\varepsilon_u = \frac{n_H}{1 - m} \quad (2.66)$$

Em que ε_u é a deformação uniforme verdadeira e a tensão verdadeira correspondente, σ_u , é o limite de resistência verdadeiro. Na equação (66), caso o material apresente uma sensibilidade à taxa de deformação desprezível ($m \approx 0$), a deformação uniforme verdadeira é equivalente ao valor do expoente de encruamento da equação de Hollomon. Esta condição também é o equivalente a calcular o limite de resistência pelo critério de carga máxima (gráfico tensão-deformação de engenharia).

2.2 DETERMINAÇÃO DE CURVAS DE ENCRUAMENTO POR MEIO DO ENSAIO DE EXPANSÃO BIAIXIAL HIDRÁULICA ('BULGE TEST')

O ensaio de expansão biaxial por hidroconformação, também conhecido por '*bulge test*', consiste em fixar, por meio de uma carga elevada (força de prensa chapas - F_{PC}), um corpo de prova em forma de chapa fina, geralmente circular, de espessura inicial t_0 , que será submetido a uma pressão hidráulica (p), conforme desenho esquemático mostrado na Figura 6 (PRAKASH *et al.*, 2020). O corpo de prova é deformado progressivamente pela ação da pressão hidráulica, assim, minimizando qualquer influência de atrito (REIS *et al.*, 2016). A pressão do fluido contra uma das faces da chapa aumenta no tempo, deformando-a e formando uma região central protuberante - calota esférica, cuja espessura do material no ápice do domo (t) tende a diminuir de forma mais intensa que na região periférica, e na superfície interna (contato fluido hidráulico e superfície da chapa) formam-se círculos concêntricos de latitudes constantes. Sob estas condições, um estado biaxial simétrico (estiramento) com simetria rotacional é gerado no domo (ou polo) da calota (KOÇ; BILLUR; CORA, 2011; RANA *et al.*, 2010; REIS *et al.*, 2017). Essa protuberância, com o avançar da deformação, tende a apresentar raios de curvatura (ρ) cada vez menores, sendo que no instante inicial do ensaio essa curvatura pode ser considerada infinita devido à chapa estar plana (MULDER *et al.*, 2015).

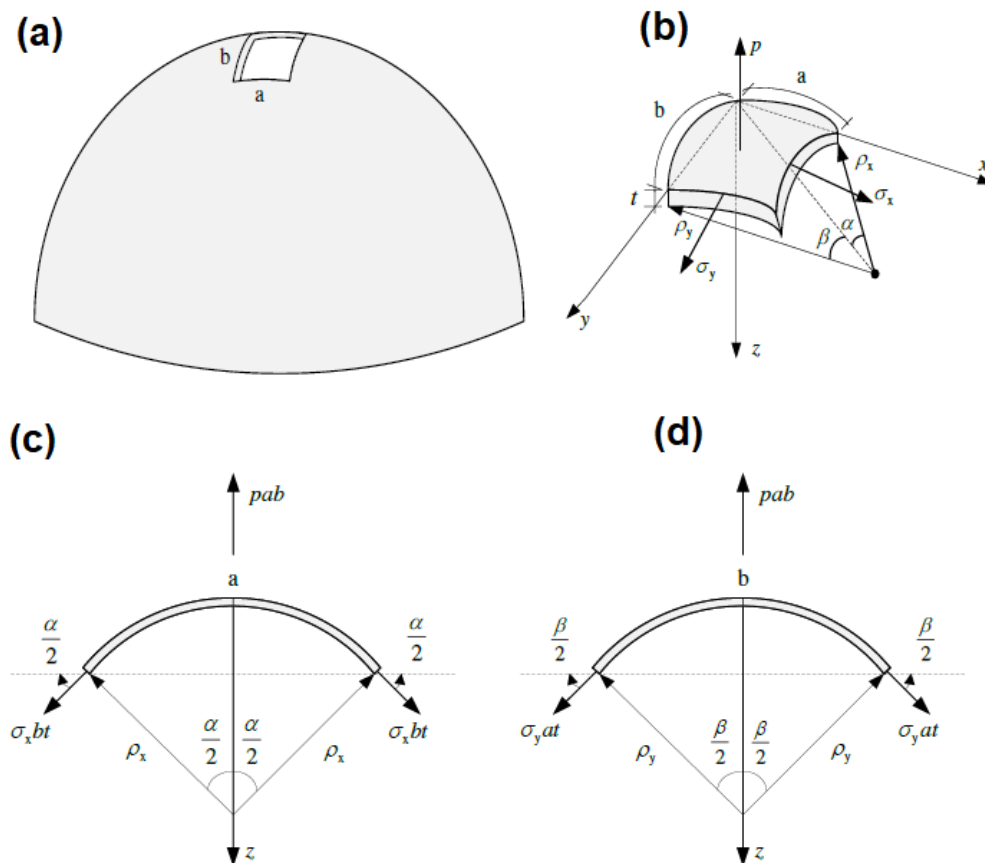
Figura 7 - Representação esquemática do ensaio de expansão hidráulica.



Fonte: Adaptado de Prakash *et al.* (2020).

A análise de tensões na chapa durante o ensaio de expansão hidráulica se dá mediante a aplicação da teoria da membrana, que é válida na condição em que a razão da espessura pelo diâmetro da amostra seja em torno de 1/50, sob estas condições as tensões de flexão podem ser desprezadas e assumir que a tensão na direção da espessura é nula ($\sigma_3 = 0$). Para materiais ortotrópicos, não há tensões cisalhantes no ápice do domo à orientação dos eixos ortogonais de simetria (MULDER *et al.*, 2015; REIS *et al.*, 2016, 2017). Considere um pequeno elemento superficial no polo da calota esférica durante o ensaio de expansão hidráulica como mostra o desenho esquemático da Figura 7.

Figura 8 - Desenho esquemático de um pequeno elemento de superfície localizado no ápice (ou polo) do domo de uma chapa fina metálica durante o ensaio *bulge* (a). Representação dos eixos de referência centralizados no polo do domo e as medidas do elemento (b). Detalhamento das tensões agindo nas faces do elemento sob estiramento biaxial simétrico em (c) e (d).



Fonte: Adaptado de Reis (2015).

Nela é representada as forças agindo sobre o elemento e detalhes da geometria do elemento, em que t é a espessura da chapa em um dado instante do ensaio, ρ_x e ρ_y são os raios de curvatura nos planos Oxz e Oyz , no meio da espessura t da chapa, a

e b são respectivamente as dimensões do elemento de acordo com as direções Ox e Oy, e σ_x e σ_y são as tensões no plano da chapa. O balanço das forças na direção Oz permite obter a seguinte equação (REIS, 2015):

$$(2\sigma_x bt)\text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right) + (2\sigma_y at)\text{sen}\left(\frac{\beta}{2}\right) = pab \quad (2.67)$$

Considerando que o tamanho do elemento tende a zero e que os ângulos α e β são muito pequenos, então $\text{sen}(\alpha) \cong \alpha = (a/\rho_x)$ e $\text{sen}(\beta) \cong \beta = (b/\rho_x)$, e ainda, assumindo que os eixos das tensões principais -O123- e os eixos anisotrópicos -Oxyz- da chapa são coincidentes, a equação (2.67) toma a forma (REIS, 2015; REIS *et al.*, 2016):

$$\frac{\sigma_1}{\rho_1} + \frac{\sigma_2}{\rho_2} = \frac{p}{t} \quad (2.68)$$

A equação (2.68) é conhecida como teoria da membrana, e também como equação de tensão para vasos de pressão de paredes finas (MULDER *et al.*, 2015). Em que σ_1 e σ_2 são as tensões principais na superfície do polo. A fim de levantar a curva tensão-deformação efetiva a partir do ensaio *bulge*, todos os parâmetros devem ser bem mensurados ao longo do experimento, isto é, a pressão hidráulica p, a espessura t no ápice do domo (polo), os raios de curvatura da calota no meio da espessura da amostra, ρ_1 e ρ_2 , a altura do polo da calota esférica h e as deformações principais ε_1 e ε_2 . É usual assumir simetria axial, ou seja, um estado plano de tensão equibiaxial, $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_b$, bem como os raios de curvatura $\rho_1 = \rho_2 = \rho_b$, que implica na simplificação da equação (2.68) (MULDER *et al.*, 2015; REIS, *et al.*, 2016):

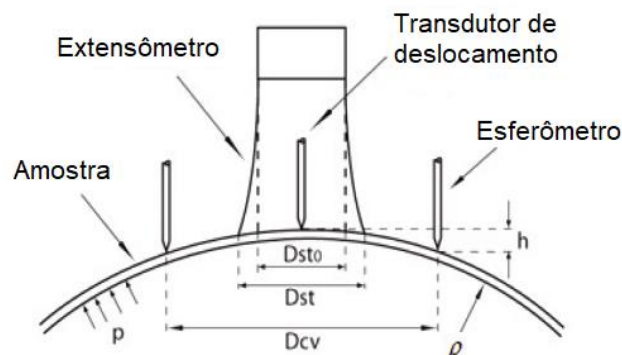
$$\sigma_b = \frac{p\rho_b}{2t} \quad (2.69)$$

Dado que o raio de curvatura é avaliado experimentalmente na superfície externa da calota, é necessário realizar uma correção com base na equação a seguir (REIS, L. C. *et al.*, 2017):

$$\rho_b = \rho_{ext} - \frac{t}{2} \quad (2.70)$$

Em que ρ_b é o raio de curvatura na metade da espessura da calota, e ρ_{ext} é o raio de curvatura da superfície externa da calota esférica (REIS *et al.*, 2017). A aquisição do raio de curvatura externo, ρ_{ext} , se faz utilizando dispositivos mecânicos como o apresentado na Figura 8 (CAMPOS; SANTOS; AMARAL, 2017).

Figura 9 - Variáveis utilizadas para determinação da tensão e deformação biaxial.

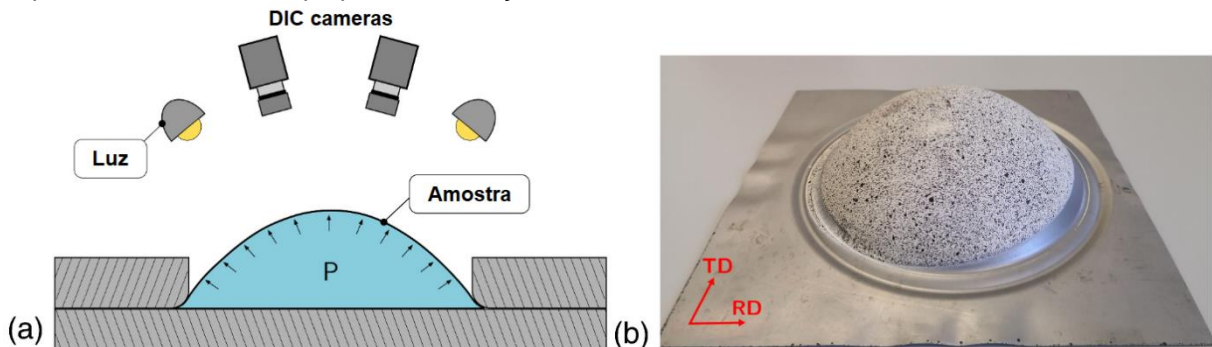


Fonte: Adaptado de Campos *et al.* (2017).

Porém, os métodos atuais mais modernos, e também mais utilizados, são os por meio de métodos óticos como a técnica 'Digital Image Correlation' (DIC), para a obtenção contínua do raio de curvatura (ρ_{ext}), bem como das deformações principais da amostra ($\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$). Este é um tipo de técnica de medição sem contato, de fácil integração com a unidade da prensa de estampagem que realiza o ensaio *bulge*. Para isto, uma malha com padrão estocástico é pintada na face externa da chapa metálica, Figura 9b, na qual, à medida que a chapa se deforma, o sistema por meio do conjunto ótico, Figura 9a, realiza a conversão do padrão observado com a mudança de forma nas medidas de raio de curvatura (mm) e deformações principais. A deformação na espessura pode ser avaliada considerando a incompressibilidade da deformação plástica (PRAKASH *et al.*, 2020; ROSSI *et al.*, 2022). Um outro tipo de padrão usual para a análise DIC é pela avaliação dos pontos de uma grade quadrada marcada previamente ao ensaio por meio de gravação eletrolítica (RANA *et al.*, 2010; FERREIRA, 2019). Por outro lado, modelos teóricos de equações à predição do raio de curvatura, a cada instante do ensaio em função da altura do polo

(h_d) e do diâmetro da cavidade (d_c) foram propostos na literatura, sendo os de maior destaque os modelos propostos por Hill (1950) e por Panknin (2004), conforme apresentado respectivamente nas equações (2.71) e (2.72). Na equação (2.72) r_c é o raio do corpo de prova.

Figura 10 - Em (a) desenho esquemático do arranjo de luz e câmeras para a realização das medidas via DIC. (b) Chapa metálica deformada em um ensaio bulge. Malha estocástica aplicada sobre a superfície externa da chapa para a realização das medidas DIC.



Fonte: Adaptado de Rossi et al. (2022).

$$\rho_{ext} = \frac{(d_c)^2 + 4h_d^2}{8h_d} \quad (2.71)$$

$$\rho_{ext} = \frac{[(d_c/2) + r_c]^2 + h_d^2 - 2r_c h_d}{2h_d} \quad (2.72)$$

A determinação da curva de encruamento a partir dos dados do ensaio de expansão hidráulica necessita do conhecimento da evolução da espessura do polo (t). Vários modelos foram propostos ao cálculo da espessura instantânea do ápice do domo, os de maior destaque são os propostos por Hill (1950), Chakrabarty & Alexander (1970) e Jovane (REIS, 2015) apresentados respectivamente pelas equações (2.73), (2.74) e (2.75):

$$t = t_0 \left[\frac{1}{1 + (2h_d/d_c)} \right]^2 \quad (2.73)$$

$$t = t_0 \left[\frac{1}{1 + (2h_d/d_c)} \right]^{2-n_H} \quad (2.74)$$

$$t = t_0 \left[\frac{(d_c/2)^2}{\sin^{-1}(d_c/2\rho)^2} \right]^2 \quad (2.75)$$

As equações de (2.71) à (2.75) devem ser escolhidas mediante verificação experimental. A equação (2.74) depende do valor do expoente de encruamento de Hollomon - n_H . De fato, os expoentes de encruamento de leis de encruamento isotrópico de potência, tais como os modelos de Ludwik, Hollomon e Swift são significativos para as propriedades de estampagem de chapas metálicas. Um alto valor do expoente de encruamento significa que o metal distribui a deformação de forma mais uniforme na presença de um gradiente de tensão (DIMATTEO *et al.*, 2015). Quanto maior o valor do expoente de encruamento, maiores são os valores do raio de curvatura e espessura para a mesma altura do polo (KOÇ; BILLUR; CORA, 2011; REIS *et al.*, 2016). Segundo Reis (2016), a evolução geométrica da calota é a mesma para materiais com idênticos expoentes de encruamento.

Contudo, devido a eficiência das medidas DIC, para alguns materiais, a determinação da espessura do polo pode ser mensurada a partir dos valores das deformações principais ($\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$). Como dito no parágrafo anterior, pelo princípio da incompressibilidade da deformação plástica (REIS *et al.*, 2017):

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0 \Rightarrow \varepsilon_3 = -(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \quad (2.76)$$

As deformações principais verdadeiras, ε_1 e ε_2 , apresentam duas componentes aditivas, elástica (ε_i^e) e plástica (ε_i^p), as componentes de deformação elástica, ε_1^e e ε_2^e , são removidas a partir dos valores medidos de ε_1 e ε_2 . Assumindo o comportamento elástico isotrópico, a lei de Hooke generalizada dá as componentes de deformação elástica ($\sigma_3 = 0$), e assim as componentes da deformação plástica verdadeira são determinadas (REIS *et al.*, 2017):

$$\varepsilon_1^p = \varepsilon_1 - \varepsilon_1^e = \varepsilon_1 - \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu\sigma_2 - \nu\sigma_3) = \varepsilon_1 - \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu\sigma_2) \quad (2.77)$$

$$\varepsilon_2^p = \varepsilon_2 - \varepsilon_2^e = \varepsilon_2 - \frac{1}{E}(\sigma_2 - \nu\sigma_1 - \nu\sigma_3) = \varepsilon_2 - \frac{1}{E}(\sigma_2 - \nu\sigma_1) \quad (2.78)$$

Logo, a deformação plástica verdadeira na direção da espessura do polo é determinada:

$$\varepsilon_3^p = -(\varepsilon_1^p + \varepsilon_2^p) \quad (2.79)$$

Da definição de deformação verdadeira e sabendo que $t_0 > t$ (REIS *et al.*, 2017):

$$t = t_0 \exp(-\varepsilon_3^p) = t_0 \exp(\varepsilon_1^p + \varepsilon_2^p) \quad (2.80)$$

De posse das medidas experimentais de tensão e deformações no ápice do domo, caso a chapa metálica seja considerada isotrópica, então a partir do critério de escoamento da energia de distorção elástica, as tensões efetivas - $\bar{\sigma}$ e deformações plásticas efetivas - $\bar{\varepsilon}^p$ são determinadas pelas equações (2.81) e (2.82) respectivamente, e assim é gerada a curva de encruamento efetiva (REIS *et al.*, 2016, 2017).

$$\bar{\sigma}_{VM} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} \quad (2.81)$$

$$\bar{\varepsilon}_{VM} = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_1\varepsilon_2} \quad (2.82)$$

Assim, na condição ($\sigma_b = \sigma_1 = \sigma_2$) e ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$) as equações (2.81) e (2.82) se reduzem a (REIS *et al.*, 2016):

$$\bar{\sigma}_{VM} = \sigma_b \quad \text{e} \quad \bar{\varepsilon}_{VM} = 2\varepsilon \quad (2.83)$$

De outro modo, devido a laminação da chapa desenvolver comportamento plástico anisotrópico. As componentes das tensões e deformações efetivas devem ser corrigidas. Para materiais que obedecem ao critério de escoamento anisotrópico de Hill 48, então, as tensões efetivas, $\bar{\sigma}_{aniso}$, e as deformações plásticas efetivas, $\bar{\varepsilon}_{aniso}^p$, podem ser dadas a seguir pelas equações (2.84) e (2.85) (REIS *et al.*, 2016):

$$\bar{\sigma}_{aniso} = \sqrt{(G + H)\sigma_1^2 + (F + H)\sigma_2^2 - 2H\sigma_1\sigma_2} \quad (2.84)$$

$$\bar{\varepsilon}_{\text{aniso}}^p = \sqrt{F \left[\frac{G\varepsilon_2 - H\varepsilon_3}{FG + GH + HF} \right]^2 + G \left[\frac{F\varepsilon_1 - H\varepsilon_3}{FG + GH + HF} \right]^2 + H \left[\frac{F\varepsilon_1 - G\varepsilon_2}{FG + GH + HF} \right]^2} \quad (2.85)$$

Uma expressão para o critério de Hill 48 em termos do coeficiente de anisotropia normal, \bar{r} , e ainda, considerando o estado de tensão biaxial simétrico ($\sigma_b = \sigma_1 = \sigma_2$), para o cálculo das tensões e deformações plásticas efetivas é dado por (SMITH *et al.*, 2009):

$$\bar{\sigma}_{\text{aniso}} = \sigma_b \left[\frac{2}{1 + \bar{r}} \right]^{1/2} \quad (2.86)$$

$$\bar{\varepsilon}_{\text{aniso}}^p = |\varepsilon_3^p| \left[\frac{2}{1 + \bar{r}} \right]^{-1/2} \quad (2.87)$$

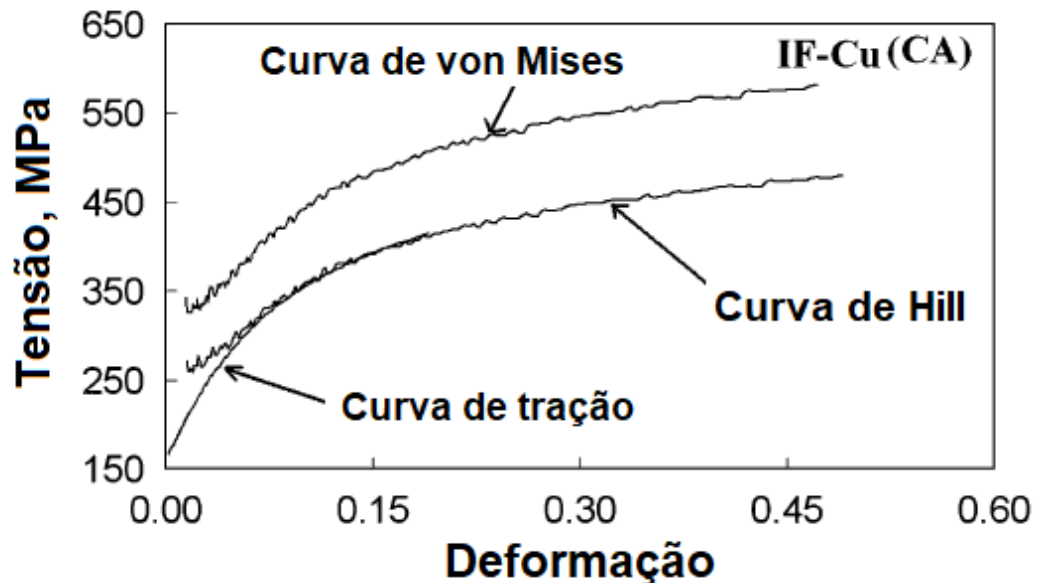
Uma formulação especial da equação de tensão verdadeira efetiva ($\bar{\sigma}_{\text{aniso}}$) e deformação plástica verdadeira efetiva ($\bar{\varepsilon}_{\text{aniso}}^p$) de Hill'48, apresentada respectivamente pelas equações (2.88) e (2.89), foi utilizado por Rana e Bleck (2010) para realizar a transformação da curva de encruamento obtida do ensaio de expansão hidráulico de uma liga de aço livre de intersticiais ('*Interstitial free*', IF), para uma curva equivalente em tração uniaxial. As curvas de encruamento obtida pelos respectivos autores são apresentadas na Figura 10.

$$\bar{\sigma}_{\text{aniso}} = \sigma_b \sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{r_0 + r_{90}}{r_0 + r_{90} + r_0 r_{90}} \right)} \quad (2.88)$$

$$\bar{\varepsilon}_{\text{aniso}}^p = \frac{|\varepsilon_3^p|}{\sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{r_0 + r_{90}}{r_0 + r_{90} + r_0 r_{90}} \right)}} \quad (2.89)$$

Em que $\bar{\varepsilon}_{\text{aniso}}^p$ é a deformação plástica verdadeira efetiva e ε_3^p é a deformação plástica verdadeira ao longo da espessura da chapa.

Figura 11 - Comparação das curvas de encruamento obtidas do ensaio de expansão hidráulica ('Bulge') de acordo com os critérios de escoamento de von Mises e da teoria de Hill, com a curva de encruamento obtida de um ensaio de tração quase estático para um aço IF ligado ao cobre.



Fonte: Adaptado de Rana & Bleck (2010).

2.3 REFERÊNCIAS

AIMAN. **Mechanical Engineering Calculations**. Disponível em: <https://github.com/aimanamri/mechanicalEngineering/blob/2689c8945479f055bc0646b882c6133a7184be39/vonmises-failure_plot.ipynb>. Acesso em: 13 fev. 2023, 11 out. 2022

BANABIC, D. **Sheet Metal Forming Processes**. Berlin ; New York: Springer, 2010.

BERG, C. A. A Note on Construction of the Equivalent Plastic Strain Increment. **Journal of Research of the National Bureau of Standards, Section C: Engineering and Instrumentation**, v. 76C, n. 1 and 2, p. 53, jan. 1972.

BUTCHER, C.; ABEDINI, A. On Anisotropic Plasticity Models Using Linear Transformations on the Deviatoric Stress: Physical Constraints on Plastic Flow in Generalized Plane Strain. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 161–162, p. 105044, 1 out. 2019.

CAMPOS, H.; SANTOS, A. D.; AMARAL, R. Experimental and Analytical Evaluation of the Stress-Strain Curves of AA5754-T4 and AA6061-T6 by Hydraulic Bulge Test. **Ciência & Tecnologia Dos Materiais**, Materiais 2015. v. 29, n. 1, p. 244–248, 1 jan. 2017.

CHAKRABARTY, J.; ALEXANDER, J. M. Hydrostatic Bulging of Circular Diaphragms. **Journal of Strain Analysis**, v. 5, n. 3, p. 155–161, 1 jul. 1970.

COMSA, D. S.; BANABIC, D. Numerical Simulation of Sheet Metal Forming Processes Using a New Yield Criterion. **Key Engineering Materials**, v. 344, p. 833–840, 2007.

DIETER, G. E. **Mechanical Metallurgy**. [3. ed ed. London Hamburg: McGraw-Hill, 1988.

DIMATTEO, A. *et al.* Strain Hardening Behavior Prediction Model For Automotive High Strength Multiphase Steels. **Steel Research International**, v. 86, n. 12, p. 1574–1582, 2015.

DUNNE, F.; PETRINIC, N. **Introduction to Computational Plasticity**. Oxford ; New York: Oxford University Press, 2005.

FERREIRA, J. L. **Análise dos efeitos da trajetória de deformação na curva limite de conformação de um aço livre de intersticiais**. 2019. 188f. Tese. (Doutorado em Engenharia Metalúrgica) - Universidade Federal Fluminense, Volta Redonda-RJ, 2019.

FREITAS, M. C. dos S. *et al.* Análise de deformações-limites em chapas metálicas. **Rem: Revista Escola de Minas**, v. 65, n. 4, p. 523–530, dez. 2012.

GAO, X. *et al.* On Stress-State Dependent Plasticity Modeling: Significance of the Hydrostatic Stress, the Third Invariant of Stress Deviator and the Non-Associated Flow Rule. **International Journal of Plasticity**, v. 27, n. 2, p. 217–231, 1 fev. 2011.

GUTSCHER, G. *et al.* Determination of Flow Stress for Sheet Metal Forming Using the Viscous Pressure Bulge (VPB) Test. **Journal of Materials Processing Technology**, Containing research papers on Sheet Forming, Machining and Tube Hydroforming. v. 146, n. 1, p. 1–7, 15 fev. 2004.

HART, E. W. Theory of the Tensile Test. **Acta Metallurgica**, v. 15, n. 2, p. 351–355, 1 fev. 1967.

HILL, R. C. A theory of the plastic bulging of a metal diaphragm by lateral pressure. **The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science**, v. 41, n. 322, p. 1133–1142, 1 jan. 1950.

HILL, Rodney. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences**, v. 193, n. 1033, p. 281–297, jan. 1948.

_____. **The Mathematical Theory of Plasticity**. [S.I.]: Clarendon Press, 1998.

HOCKETT, J. E.; SHERBY, O. D. Large Strain Deformation of Polycrystalline Metals at Low Homologous Temperatures. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 23, n. 2, p. 87–98, 1 abr. 1975.

HOLLOMON, J. H. Tensile Deformation. **Transactions of the Metallurgical Society of AIME**, v. 162, p. 268–290, 1945.

KHAN, A. S.; HUANG, S. **Continuum Theory of Plasticity**. 1st edition ed. New York: Wiley-Interscience, 1995.

KIM, Y.-S. *et al.* Calibration of the Flow Curve Up to Large Strain Range by Incremental Sheet Forming Coupled with FEM Simulation. **Metals**, v. 12, n. 2, p. 252, 28 jan. 2022.

KOÇ, M.; BILLUR, E.; CORA, Ö. N. An Experimental Study on the Comparative Assessment of Hydraulic Bulge Test Analysis Methods. **Materials & Design**, v. 32, n. 1, p. 272–281, 1 jan. 2011.

LUDWIGSON, D. C. Modified Stress-Strain Relation for FCC Metals and Alloys. **Metallurgical Transactions**, v. 2, n. 10, p. 2825–2828, 1 out. 1971.

LUDWIK, P. **Elemente der Technologischen Mechanik**. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1909.

MARCINIAK, Z.; DUNCAN, J. L.; HU, S. J. **Mechanics of Sheet Metal Forming**. 2nd ed ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2002.

MEYERS, M. A.; CHAWLA, K. K. **Mechanical Behavior of Materials**. 2009.

MULDER, J. *et al.* Accurate Determination of Flow Curves Using the Bulge Test with Optical Measuring Systems. **Journal of Materials Processing Technology**, v. 226, p. 169–187, 1 dez. 2015.

MURÁNSKY, O. *et al.* The Influence of Constitutive Material Models on Accumulated Plastic Strain in Finite Element Weld Analyses. **International Journal of Solids and Structures**, v. 69–70, p. 518–530, 1 set. 2015.

OSAKADA, K. History of Plasticity and Metal Forming Analysis. **Journal of Materials Processing Technology**, v. 210, n. 11, p. 1436–1454, 1 ago. 2010.

PRAKASH, V. *et al.* Modeling Material Behavior of AA5083 Aluminum Alloy Sheet Using Biaxial Tensile Tests and Its Application in Numerical Simulation of Deep Drawing. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 106, n. 3, p. 1133–1148, 1 jan. 2020.

PRATES, P. A.; OLIVEIRA, M. C.; FERNANDES, J. V. On the Equivalence between Sets of Parameters of the Yield Criterion and the Isotropic and Kinematic Hardening Laws. **International Journal of Material Forming**, v. 8, n. 4, p. 505–515, 1 set. 2015.

RANA, R. *et al.* Biaxial Stretching Behavior of a Copper-Alloyed Interstitial-Free Steel by Bulge Test. **Metallurgical and Materials Transactions A**, v. 41, n. 6, p. 1483–1492, 1 jun. 2010.

REIS, L. C. *et al.* Anisotropy and Plastic Flow in the Circular Bulge Test. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 128–129, p. 70–93, 1 ago. 2017.

_____. On the Determination of the Work Hardening Curve Using the Bulge Test. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 105, p. 158–181, 1 jan. 2016.

REIS, L. C. D. **Constitutive parameters identification of metal sheets using circular bulge tests**. 2015. Universidade de Coimbra, Coimbra-Pt, 2015.

ROSSI, M. *et al.* Testing Methodologies for the Calibration of Advanced Plasticity Models for Sheet Metals: A Review. **Strain**, v. 58, n. 6, p. e12426, 2022.

SIMÕES, F. M. F. **Introdução à Mecânica dos Meios Contínuos**. 1^a ed. IST Press, 2017.

SMITH, L. M. *et al.* A New Experimental Approach for Obtaining Diffuse-Strain Flow Stress Curves. **Journal of Materials Processing Technology**, v. 209, n. 8, p. 3830–3839, 21 abr. 2009. Acesso em: 15 fev. 2023.

SOLEIMANI, M.; KALHOR, A.; MIRZADEH, H. Transformation-Induced Plasticity (TRIP) in Advanced Steels: A Review. **Materials Science and Engineering: A**, v. 795, p. 140023, 23 set. 2020.

SWIFT, H. W. Plastic Instability under Plane Stress. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 1, n. 1, p. 1–18, 1 out. 1952.

TEIMOURI, R.; AMINI, S.; GUAGLIANO, M. Analytical Modeling of Ultrasonic Surface Burnishing Process: Evaluation of Residual Stress Field Distribution and Strip Deflection. **Materials Science and Engineering: A**, v. 747, p. 208–224, 18 fev. 2019.

ULLMANN, M. *et al.* Orthotropic Behavior of Twin-Roll-Cast and Hot-Rolled Magnesium ZAX210 Sheet. **Materials**, v. 15, n. 18, p. 6437, jan. 2022.

VOCE, E. The Relationship between Stress and Strain for Homogeneous Deformation. **Journal of the Institute of Metals**, v. 74, p. 537–562, 1948.

WAGONER, R. H.; CHENOT, J.-L. **Fundamentals of Metal Forming**.

ZHANG, H. *et al.* A Virtual Laboratory Using High Resolution Crystal Plasticity Simulations to Determine the Initial Yield Surface for Sheet Metal Forming Operations. **International Journal of Plasticity**, v. 80, p. 111–138, 1 maio 2016.

ZHANG, S.; WANG, Q.; ZHOU, W. Implementation of the Tresca Yield Criterion in Finite Element Analysis of Burst Capacity of Pipelines. **International Journal of Pressure Vessels and Piping**, v. 172, p. 180–187, 1 maio 2019.

CAPÍTULO 3 UMA DESCRIÇÃO EQUIVALENTE DO ENCRUAMENTO DE UMA CHAPA DE AÇO LIVRE DE INTERSTICIAIS BASEADO EM ENSAIO DE TRAÇÃO UNIAXIAL E ENSAIO DE EXPANSÃO BIAIXIAL HIDRÁULICO

O presente capítulo foi submetido na revista “Journal of Materials Research and Technology” em 9 de dezembro de 2020 e aceito para publicação em 30 de maio de 2021.

3.1 RESUMO

Neste trabalho, o comportamento plástico de uma chapa de aço livre de intersticiais foi primeiro avaliado por ensaios padronizados de tração uniaxial e ensaios de expansão biaxial hidráulico (‘Bulge test’) para reproduzir os níveis de deformações intermediários e altos que são comumente observados em processos de conformação de chapas metálicas. Em seguida, um procedimento simples foi proposto para obter uma curva de encruamento equivalente, representando o domínio de grandes deformações em vez dos dados convencionais do ensaio de tração uniaxial. Este procedimento envolve um parâmetro anisotrópico calculado baseado no critério de escoamento quadrático de Hill utilizando as medidas dos valores de r na direção de laminação e transversal da chapa. Sob a hipótese de encruamento isotrópico, a curva equivalente é definida a partir dos resultados da tensão verdadeira e deformação plástica verdadeira da espessura, do teste de expansão biaxial hidráulico.

Os dados transformados foram ajustados a equações de lei de potência para obter uma adequada descrição do encruamento para propósitos de simulação numérica em elementos finitos. Baseado nas medidas de qualidade de ajuste, principalmente, R-quadrado, erro quadrático médio e resíduos percentuais quadrático médio, a equação combinada de Swift-Hockett-Sherby demonstrou ser a melhor escolha para descrever o comportamento plástico do aço livre de intersticiais sob investigação para ambas as condições de deformações em níveis intermediários e altos.

Palavras chave: Ensaios mecânicos, encruamento, aço IF, processos de conformação de chapas.

3.2 INTRODUÇÃO

Na indústria automotiva, a simulação numérica é uma ferramenta essencial para otimizar os processos de conformação de chapas metálicas permitindo a detecção e prevenção de potenciais falhas, e assim, promovendo redução de custos de produção e melhorando a qualidade do produto final. Devido a simulação numérica, principalmente baseada no método dos elementos finitos (MEF), o número de etapas de tentativa-erro do ferramental de estampagem pode ser drasticamente reduzido, diminuindo o tempo requerido para o lançamento de novos veículos globalmente. A precisão da predição da conformação de chapas depende principalmente das propriedades elásticas e plásticas do material da chapa (WAGONER; LIM; LEE, 2013) além da deformação elástica da prensa (PILTHAMMAR; SIGVANT; KAO-WALTER, 2018) e das condições tribológicas entre o ferramental e o '*blank*' (SIGVANT et al., 2019). O comportamento plástico de chapas metálicas é geralmente avaliado através do ensaio de tração uniaxial, que provê as propriedades mecânicas essenciais tais como o limite de escoamento, o alongamento uniforme e total, o limite de resistência à tração e o coeficiente de anisotropia plástica. Entretanto, a extensão da deformação plástica oriunda de um ensaio de tração uniaxial é limitada devido à instabilidade plástica, em geral na forma de estricção localizada (VERSAILLOT; WU; ZHAO, 2021).

Por outro lado, processos industriais de conformação de chapas metálicas produzem elevada deformação nas partes estampadas, por exemplo, o embutimento profundo (BASAK; PANDA; LEE, 2020), hidroconformação (BELL et al., 2020) e conformação incremental de chapas (KURRA; REGALLA, 2014). Ensaio de expansão hidráulica ('*Bulge tests*') utilizando amostras circulares podem ser usados para superar as limitações inerentes do ensaio convencional de tração uniaxial (GUTSCHER et al., 2004; KOÇ; BILLUR; CORA, 2011; REIS et al., 2016). Ensaio biaxiais no plano usando corpos de prova em forma cruciforme também foram aplicados de forma bem sucedida para reproduzir o estiramento equi-biaxial e o modo de deformação plana (XIAO, 2019). Em ambos os procedimentos experimentais dos ensaios de expansão hidráulica e biaxial no plano são realizados em condições livre de fricção. O primeiro procedimento é geralmente disponível em equipamentos comerciais de ensaios, principalmente, em prensas de estampagens. O último requer dispositivos

especialmente projetados que podem usar quatro atuadores servo-hidráulicos independentes para impor trajetórias de deformação linear e não lineares (XIAO, 2019). Devido à técnica de correlação digital de imagens ('digital image correlation', DIC), a deformação pode ser obtida a partir de padrões determinístico (malha circular ou quadrada) ou aleatório (manchas 'salpicadas') previamente pintadas sobre a superfície do corpo de prova cruciforme e bulge.

Considerando que a consistência do comportamento mecânico do material é requerida como dados de entrada na modelagem numérica das operações de estampagem, o presente trabalho objetiva descrever o comportamento plástico de um aço livre de intersticiais em grandes deformações. Para isto, os resultados experimentais do ensaio de expansão hidráulica são usados para obtenção de uma curva equivalente em tração uniaxial representando o intervalo de grandes deformações baseado na melhor escolha do ajuste não linear de típicas equações de encruamento disponíveis na literatura.

3.3 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O material sob avaliação é de uma chapa de um aço livre de intersticiais (IF) estabilizado ao titânio, laminado a frio, revestido com zinco e com espessura nominal de 0,65 mm. Os efeitos de pré-deformação sobre os limites de deformação desta chapa de aço IF foram recentemente analisados por Ferreira et al. (2021). As propriedades plásticas foram obtidas do ensaio de tração uniaxial em 0, 45 e 90° com respeito à direção de laminação da chapa. Os testes foram realizados em triplicata para cada orientação angular na temperatura ambiente sob uma taxa de deformação nominal de 10^{-3}s^{-1} usando corpos de prova do tipo chapa de acordo com a norma ASTM A 370. Em todos os ensaios mecânicos, as propriedades mecânicas foram definidas usando medidas de tensão verdadeira e deformação verdadeira ou logarítmica. Os ensaios de expansão hidráulica foram realizados em uma prensa Erichsen 145-60 com um blank de 180 mm de diâmetro. Três ensaios foram realizados usando com prensa chapas de 500 kN de carga e com velocidade de conformação de 60 mm/min. As deformações principais verdadeiras da superfície da chapa foram determinadas pelo sistema AutoGrid® (DIC) a partir de um padrão em grade quadricular de 2,5 mm, previamente gravado eletroquimicamente na superfície

do blank. Do equilíbrio estático de uma casca esférica de paredes finas pressurizada sob um estado plano de tensão, obtém-se:

$$\frac{\sigma_1}{\rho_1} + \frac{\sigma_2}{\rho_2} = \frac{p}{t} \quad (3.1)$$

Em que t é a espessura atual no ápice da calota hemisférica ou domo (mm), p é a pressão medida (MPa), σ_1 e σ_2 são as tensões principais na superfície do domo, enquanto que ρ_1 e ρ_2 são os correspondentes raios de curvatura (mm). Das condições de simetria axial oriundas do ensaio de expansão hidráulica, isto é, $\rho_1 = \rho_2 = \rho_b$ e $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_b$, a equação (3.1) se reduz a equação (3.2):

$$\sigma_b = \frac{p\rho_b}{2t} \quad (3.2)$$

Na equação (3.2), σ_b é a tensão verdadeira '*bulge*' e ρ_b é o raio de curvatura no ápice do domo, definido a partir das medidas DIC da curvatura da superfície externa da amostra, ρ_{ext} , como:

$$\rho_b = \rho_{ext} - \frac{t}{2} \quad (3.3)$$

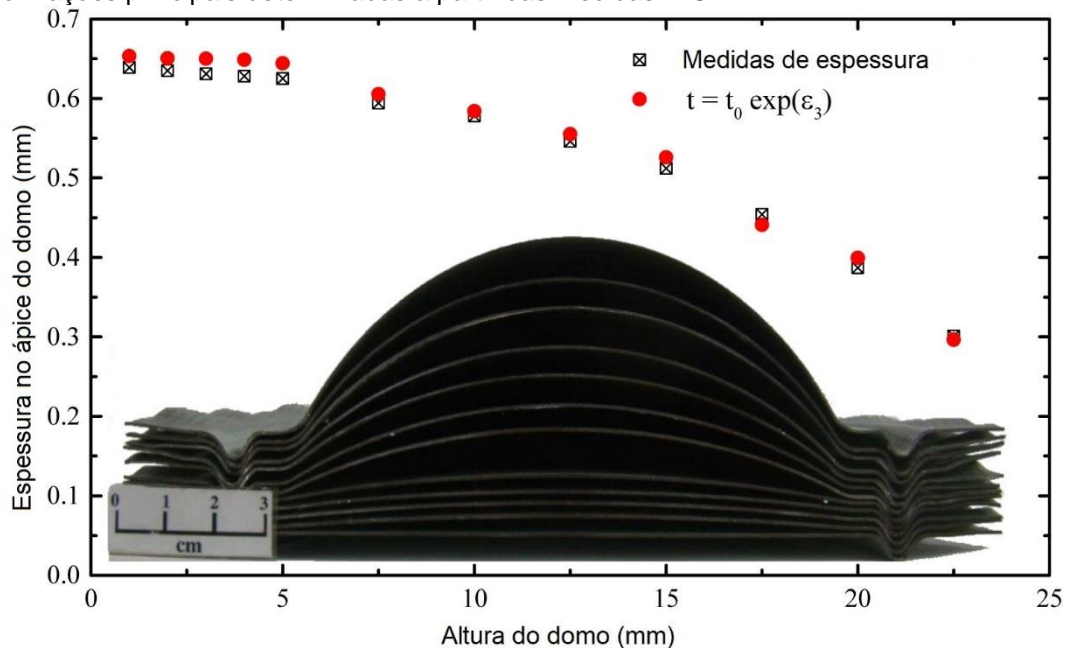
A espessura, t , nas equações (3.2) e (3.3) é usualmente determinada a partir da deformação plástica verdadeira ou logarítmica da espessura, ϵ_3^p , pela compensação da componente elástica e assumindo a condição de incompressibilidade plástica, $\epsilon_3^p = -(\epsilon_1^p + \epsilon_2^p)$:

$$t = t_0 \exp(\epsilon_3^p) \quad (3.4)$$

Em que t_0 é a espessura da chapa (mm). A equação 3.4 foi verificada pela interrupção do ensaio de expansão hidráulica realizada como uma função da altura do domo. A espessura no ápice do domo foi medida com um micrômetro na seção passante ao centro dos corpos de prova, que foram cuidadosamente cortados por

eletroerosão. A Figura 11 compara as espessuras medidas de 12 corpos de prova deformados com os valores calculados pela equação (3.4) utilizando as deformações verdadeiras principais ($\varepsilon_1, \varepsilon_2$) determinadas a partir de medidas DIC realizadas no ápice do domo. Ambas as medidas das espessuras são muito próximas, e assim, a equação (3.4) foi adotada neste trabalho para obtenção das tensões usando a equação (3.2). A forma hemisférica do domo foi medida utilizando o ZScanner 800 (Z-Corp). O programa Geomagic® analisou as correspondentes imagens digitalizadas para provê a curvatura da superfície dos corpos de prova deformados, assim, permitindo uma direta comparação com o raio de curvatura do domo, equação (3.3).

Figura 12 - Medidas da espessura no ápice do domo como uma função da altura do domo e valores correspondentes calculados pela equação (4) usando a condição de incompressibilidade plástica com as deformações principais determinadas a partir das medidas DIC.



3.3.1 Anisotropia plástica e encruamento

A condição de carregamento plástico considerando encruamento isotrópico provê:

$$f = \bar{\sigma} - \sigma_y = 0 \quad (3.5)$$

Em que $\bar{\sigma}$ é uma medida de tensão efetiva definida no contexto da teoria de escoamento J_2 , levando em consideração a anisotropia plástica inicial do material da chapa. Na equação (3.5), uma equação de encruamento empírica é comumente usada para definir a tensão de escoamento medida σ_y cujos parâmetros são identificados pelo ajuste não-linear dos dados do ensaio de tração uniaxial na direção de laminação. Neste trabalho, a anisotropia plástica da chapa de aço IF sob análise é descrita pelo critério de escoamento quadrático de Hill (1998). Sob um estado plano de tensão considerando nulo as tensões cisalhantes, a medida da tensão efetiva do critério de Hill pode ser expressa como na equação (3.6):

$$\bar{\sigma}_{\text{aniso}} = H_q \sigma_b \quad (3.6)$$

Em que H_q é um parâmetro anisotrópico com o mesmo significado do critério de escoamento quadrático de Hill definido a partir dos coeficientes de Lankford nas direções de laminação (r_0) e transversal (r_{90}) da chapa (HILL, 1998; RANA *et al.*, 2010):

$$H_q = \sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{r_0 + r_{90}}{r_0 + r_{90} + r_0 r_{90}} \right)} \quad (3.7)$$

Por outro lado, a medida da deformação plástica efetiva associada com a deformação plástica verdadeira da espessura resultante do ensaio de expansão hidráulica é obtida como (HILL, 1998; RANA *et al.*, 2010):

$$\bar{\varepsilon}_{\text{aniso}}^p = H_q^{-1} |\varepsilon_3^p| \quad (3.8)$$

A ideia principal é transformar os dados experimentais do ensaio de expansão hidráulica ($\sigma_b, |\varepsilon_3^p|$) com o intuito de descrever o encruamento da chapa de aço livre de intersticiais em elevados níveis de deformação. Para este propósito, as medidas de tensões efetivas anisotrópicas de Hill são calculadas a partir das tensões do ensaio de expansão hidráulica (*'bulge test'*), equação (3.6). Da mesma forma, supõe-se que a deformação plástica verdadeira em tração uniaxial é idêntica à

deformação plástica efetiva anisotrópica quadrática de Hill, a saber, $\varepsilon_{pl} = \bar{\varepsilon}_{aniso}^p$. Desta maneira, o comportamento do encruamento em tração uniaxial para elevados níveis de deformação é assim obtido a partir das equações (3.6) e (3.8) usando o parâmetro anisotrópico H_q , definido pela equação (3.7) oriundo dos r -valores de Lankford experimentais. Portanto, os dados convertidos $(\bar{\sigma}_{aniso}, \bar{\varepsilon}_{aniso}^p)$ são utilizados para calcular os parâmetros das equações listadas na Tabela 1.

A escolha da equação de encruamento que fornece a melhor descrição para grandes deformações da chapa de aço livre de intersticiais investigada é primeiramente baseada na qualidade da medida do coeficiente de determinação do ajuste não-linear (R^2), e o menor valor do erro quadrático médio (RMSE):

$$RMSE \text{ (MPa)} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\bar{\sigma}_{aniso}^i - \sigma_y^i)^2} \quad (3.9)$$

Que é definido entre os valores de tensão transformada $\bar{\sigma}_{aniso}^i$, equação (3.6), a partir dos resultados do ensaio de expansão hidráulica $(\sigma_b, |\varepsilon_3^p|)$ e a predição das equações de encruamento σ_y^i (Tabela 1). Então, a capacidade de predição de cada conjunto dos parâmetros de ajuste das equações de encruamento é avaliada pelo resíduos percentuais quadrático médio (*'root-mean-square of residual percentage'*, RMSRP) definidos com respeito aos valores experimentais de tensão uniaxial na direção de laminação, σ_0^i , como:

$$RMSRP = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\sigma_0^i - \sigma_y^i}{\sigma_0^i} \times 100 \right)^2} \quad (3.10)$$

Tabela 1 - Equações para descrever o encruamento em tração uniaxial da chapa de aço IF.

Equação		Parâmetros
Hollomon	H	$\sigma_y = K\varepsilon_{pl}^n$
Voce	V	$\sigma_y = \sigma_s - (\sigma_s - \sigma_i) e^{-a\varepsilon_{pl}}$
Swift	S	$\sigma_y = K(\varepsilon_0 + \varepsilon_{pl})^n$
Hockett-Sherby	H-S	$\sigma_y = \sigma_s - (\sigma_s - \sigma_i) e^{-a\varepsilon_{pl}^p}$
Swift-Hockett-Sherby	S-H-S	$\sigma_y = (1 - \alpha)[K(\varepsilon_0 + \varepsilon_{pl})^n] + \alpha[\sigma_s - (\sigma_s - \sigma_i) e^{-a\varepsilon_{pl}^p}]$

3.4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

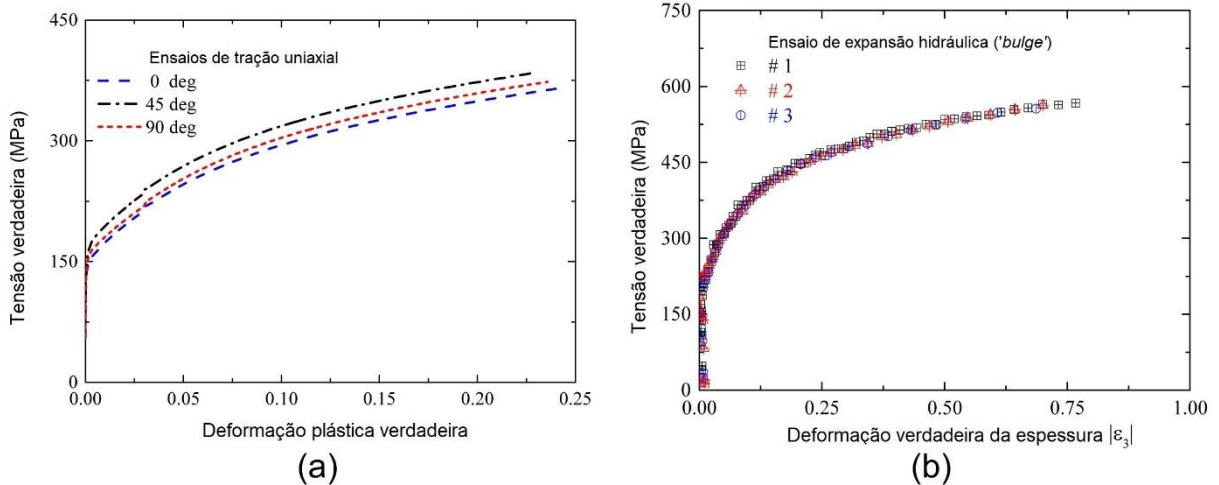
As propriedades mecânicas do aço livre de intersticiais determinados a partir dos ensaios de tração uniaxial em três orientações angulares θ com respeito a direção de laminação da chapa são dados na Tabela 2. O limite de escoamento (σ_θ^y) foi obtido pelo método do desvio a 0,2% de deformação plástica, o limite de resistência à tração (σ_θ^u) e a deformação uniforme verdadeira (ε_θ^u) foram determinados a partir da carga máxima, enquanto que ε_θ^t denota a deformação total na fratura. O coeficiente de Lankford ou mesmo os r-valores foram calculados em 15% de deformação plástica verdadeira longitudinal. Tanto as tensões limite de escoamento quanto as tensões limite de resistência apresentaram valores médios com mínimos em 0 e 90°, juntamente com um r-valor máximo em 90°. A anisotropia planar da chapa de aço IF $\Delta r = (r_0 - 2r_{45} + r_{90})/2 = 0,14$, indica a formação de orelhas em testes de embutimento profundo em 0 e 90°. Também, o alto valor do coeficiente de anisotropia normal $\bar{r} = (r_0 + 2r_{45} + r_{90})/4 = 2,33$, que é atribuído à alta intensidade de formação de fibra gama (SANTOS et al., 2018), resultando no aumento da conformabilidade das chapas de aço IF estabilizado ao titânio (FREITAS; MOREIRA; VELLOSO, 2013).

Tabela 2 – Propriedades mecânicas do aço IF.

θ (deg)	σ_θ^y (MPa)	ε_θ^u (%)	σ_θ^u (MPa)	ε_θ^t (%)	r_θ (15%)
0	155	24,1	371	39,7	2,14
45	167	22,7	379	38,7	2,26
90	161	23,6	372	41,0	2,66

A Figura 12 apresenta as típicas curvas de tensão-deformação verdadeira obtidas dos ensaios realizados nas orientações angulares θ em relação à direção de laminação. Desta figura e da Tabela 2, observa-se que a variação angular do limite de resistência a tração, $\sigma_{45}^u > \sigma_{90}^u > \sigma_0^u$, concorda com os valores de alongamento uniforme, $\varepsilon_{45}^u < \varepsilon_{90}^u < \varepsilon_0^u$, enquanto os r_θ -valores de Lankford apresentam um comportamento de aumento monotônico entre os eixos de simetria ortotrópico no plano, isto quer dizer, $r_0 < r_{45} < r_{90}$. Os resultados experimentais obtidos das medidas de tensão do ensaio de expansão hidráulica σ_b , definido pela equação (3.2), e da deformação verdadeira da espessura $|\varepsilon_3|$ são apresentados na Figura 12(b). A reprodutibilidade dos ensaios de expansão hidráulica mostrou curvas tensão-deformação muito similares. O presente aço livre de intersticiais estabilizado ao titânio provou um resultado de encruamento superior para o estiramento biaxial simétrico em altas deformações comparadas ao comportamento em tração uniaxial, como observado em (RANA et al., 2010).

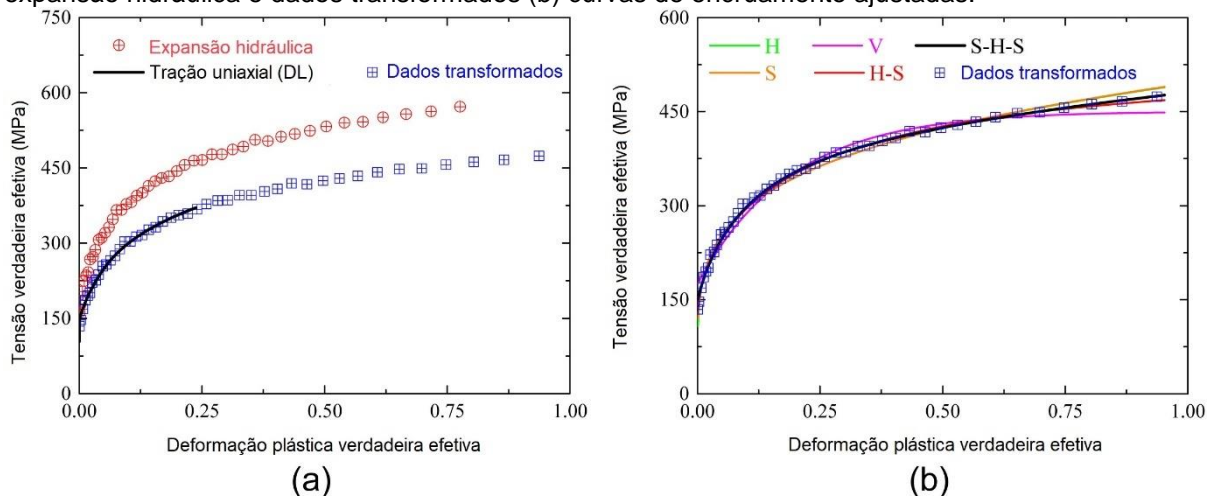
Figura 13 - Comportamento da chapa de aço IF avaliado experimentalmente a partir do (a) ensaio de tração uniaxial e (b) ensaio de expansão hidráulica.



A Figura 13 mostra uma representação da curva de encruamento transformada a partir dos dados do ensaio 'Bulge' usando as equações (3.6) e (3.8). O parâmetro de anisotropia $H_q = 0,828$ foi calculado pela equação (3.7) usando os valores médios dos coeficientes de Lankford nas direções de laminação e transversal da chapa (Tabela 2). A curva transformada pode ser vista como uma extensão da curva de tração uniaxial, que também é desenhada na Figura 13(a), para descrever o comportamento do aço IF em altas deformações. As curvas de encruamento

determinadas pelas equações adotadas no presente trabalho, ver Tabela 1, são comparadas na Figura 13(b) aos dados transformados em tração uniaxial da Figura 13(a). Os correspondentes valores médios dos parâmetros de encruamento ajustados juntamente com a qualidade do ajuste (R^2) e o erro quadrático médio (RMSE) são resumidos na Tabela 3. Todas as descrições do comportamento do encruamento proveram aceitáveis valores medidos de R^2 . No entanto, somente as equações de encruamento de Hockett-Sherby (H-S) e Swift-Hockett-Sherby (S-H-S) pode ser consideradas as candidatas de ajuste baseado nos menores valores do RMSE (MPa). É importante observar na Figura 13(b) que para os domínios de elevada deformação plástica a descrição de Voce (V) prevê uma visível região de saturação no comportamento do encruamento. Por outro lado, a equação de Swift (S) superestimou o comportamento da tensão na mesma faixa de deformação plástica verdadeira.

Figura 14 - Comportamento plástico do aço IF investigado em altas deformações: (a) Ensaio de expansão hidráulica e dados transformados (b) curvas de encruamento ajustadas.



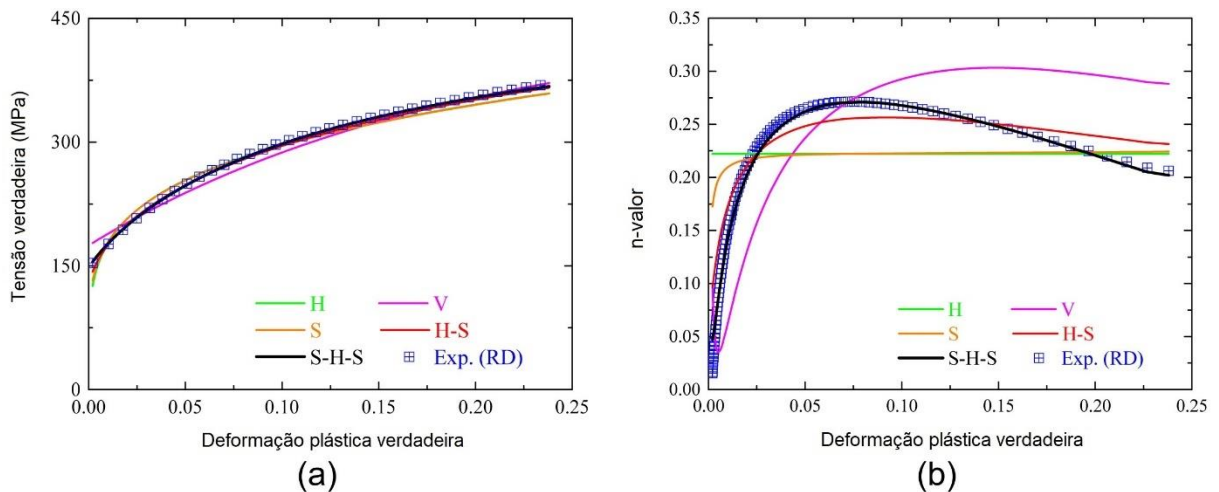
Da Tabela 3, a equação de encruamento de Voce (V) forneceu o maior valor médio dos resíduos percentuais quadrático médio (RMSRP) e uma inferior descrição do comportamento em tração uniaxial observado, como ilustrado na Figura 14(a). O expoente de encruamento instantâneo, definido como $n = d(\ln \sigma)/d(\ln \epsilon)$, oriundo da curva dos dados experimentais em tração uniaxial na direção de laminação e das curvas de encruamento ajustadas, Figura 14(a), é um parâmetro crucial para predições da conformabilidade em processos de conformação de chapas metálicas. Os parâmetros da equação de encruamento de S-H-S forneceram os mínimos

RMSRP juntamente com uma estimativa correta do expoente de encruamento instantâneo, como apresentado na Figura 14(b). Em contraste, as outras equações de encruamento não forneceram previsões precisas para o n-valor.

Tabela 3 – Parâmetros de Ajuste das equações de encruamento ajustados nos dados transformados em tração uniaxial. Os parâmetros iniciados por K e σ estão em unidades de MPa.

Eq.	Parâmetros		R ²	RMSE (MPa)	RMSRP
H	K = 494,2 ± 0,8	n = 0,22	0,993	7,45 ± 0,58	0,079 ± 0,010
V	$\sigma_i = 174,8 \pm 1,1$ a = 5,2 ± 0,1	$\sigma_s = 450,7 \pm 1,5$	0,988	9,46 ± 1,38	0,096 ± 0,009
S	K = 495 ± 0,5 $\varepsilon_0 = 0,001$	n = 0,22	0,993	7,28 ± 0,65	0,074 ± 0,008
H-S	$\sigma_i = 120 \pm 11,5$ a = 2,4 ± 0,1	$\sigma_s = 508,1 \pm 7,5$ p = 0,59 ± 0,04	0,998	3,89 ± 0,64	0,044 ± 0,012
S-H-S	K = 465 ± 4,3 $\varepsilon_0 = 0,023 \pm 0,012$ $\sigma_i = 120 \pm 11,5$ a = 8,59 ± 2,1	n = 0,28 ± 0,03 $\alpha = 0,32 \pm 0,01$ $\sigma_s = 465 \pm 4,3$ p = 0,87 ± 0,09	0,999	3,20 ± 0,95	0,023 ± 0,011

Figura 15 - Predição das equações de encruamento ajustadas aos dados experimentais transformados do ensaio de expansão hidráulica: (a) tração uniaxial e (b) instantâneo n-valor.



3.5 CONCLUSÕES

No presente trabalho, procedimentos experimentais em tração uniaxial e expansão hidráulica ('Bulge') foram dados em detalhes, objetivando descrever o comportamento do encruamento de uma chapa de aço IF laminado a frio em níveis intermediários e elevados de deformação. Para isto, dois procedimentos foram propostos para obter uma curva equivalente de encruamento. Primeiramente, os resultados do ensaio de expansão hidráulica (dados de tensão verdadeira e deformação plástica verdadeira da espessura) são utilizados para calcular uma curva efetiva anisotrópica a partir do critério de escoamento quadrático de Hill com os valores experimentais dos coeficientes de Lankford (r-valores) calculados em relação à direção de laminação e transversal. Posteriormente, os parâmetros de encruamento de típicas equações de leis de potência (Hollomon, Voce, Swift, Hockett-Sherby e Swift-Hockett-Sherby) foram determinados pelo ajuste não linear dos dados transformados. A equação de encruamento que combina os modelos de Swift-Hockett-Sherby apresentou a melhor qualidade de ajuste (R^2 , RMSE, RMSRP) e mostrou ser a melhor escolha para descrição do comportamento plástico de uma chapa de aço livre de intersticiais sob intermediários (tração uniaxial ao longo da direção de laminação) e elevados (expansão hidráulica – Bulge) níveis de deformação. A curva de encruamento equivalente baseada na equação de Swift-Hockett-Sherby também provou uma boa predição do expoente de encruamento instantâneo observado na direção de laminação.

3.6 REFERÊNCIAS

BASAK, S.; PANDA, S. K.; LEE, M.-G. Formability and Fracture in Deep Drawing Sheet Metals: Extended Studies for Pre-Strained Anisotropic Thin Sheets. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 170, p. 105346, 15 mar. 2020.

BELL, C. *et al.* A State of the Art Review of Hydroforming Technology. **International Journal of Material Forming**, v. 13, n. 5, p. 789–828, 1 set. 2020.

FERREIRA, J. L.; MOREIRA, L. P.; CARDOSO, M. C. Analysis of the Pre-Straining Effects on the Limit Strains of Interstitial-Free Steel: Experiments and Elasto-Plastic Modeling of Strain and Stress-Based Forming Limit Curves. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 43, n. 2, p. 82, 22 jan. 2021.

FREITAS, M. C. dos S.; MOREIRA, L. P.; VELLOSO, R. G. Experimental Analysis and Theoretical Predictions of the Limit Strains of a Hot-Dip Galvanized Interstitial-Free Steel Sheet. **Materials Research**, v. 16, p. 351–366, abr. 2013.

GUTSCHER, G. *et al.* Determination of Flow Stress for Sheet Metal Forming Using the Viscous Pressure Bulge (VPB) Test. **Journal of Materials Processing Technology**, Containing research papers on Sheet Forming, Machining and Tube Hydroforming. v. 146, n. 1, p. 1–7, 15 fev. 2004.

HILL, R. **The Mathematical Theory of Plasticity**. [S.l.]: Clarendon Press, 1998.

KOÇ, M.; BILLUR, E.; CORA, Ö. N. An Experimental Study on the Comparative Assessment of Hydraulic Bulge Test Analysis Methods. **Materials & Design**, v. 32, n. 1, p. 272–281, 1 jan. 2011.

KURRA, S.; REGALLA, S. P. Experimental and Numerical Studies on Formability of Extra-Deep Drawing Steel in Incremental Sheet Metal Forming. **Journal of Materials Research and Technology**, v. 3, n. 2, p. 158–171, 1 abr. 2014.

PILTHAMMAR, J.; SIGVANT, M.; KAO-WALTER, S. Introduction of Elastic Die Deformations in Sheet Metal Forming Simulations. **International Journal of Solids and Structures**, Special Issue with a Selection of Papers from the NUMISHEET 2016 Conference. v. 151, p. 76–90, 15 out. 2018.

RANA, R. *et al.* Biaxial Stretching Behavior of a Copper-Alloyed Interstitial-Free Steel by Bulge Test. **Metallurgical and Materials Transactions A**, v. 41, n. 6, p. 1483–1492, 1 jun. 2010.

REIS, L. C. *et al.* On the Determination of the Work Hardening Curve Using the Bulge Test. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 105, p. 158–181, 1 jan. 2016.

SANTOS, A. P. da R. *et al.* Texture, Microstructure and Anisotropic Properties of IF-Steels with Different Additions of Titanium, Niobium and Phosphorus. **Journal of Materials Research and Technology**, v. 7, n. 3, p. 331–336, 1 jul. 2018.

SIGVANT, M. *et al.* Friction in Sheet Metal Forming: Influence of Surface Roughness and Strain Rate on Sheet Metal Forming Simulation Results. **Procedia Manufacturing**. v. 29, p. 512–519, 1 jan. 2019.

VERSAILLOT, P. D.; WU, Y.-F.; ZHAO, Z.-L. Experimental Study on the Evolution of Necking Zones of Metallic Materials. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 189, p. 106002, 1 jan. 2021.

WAGONER, R. H.; LIM, H.; LEE, M.-G. Advanced Issues in Springback. **International Journal of Plasticity**, In Honor of Rob Wagoner. v. 45, p. 3–20, 1 jun. 2013.

XIAO, R. A Review of Cruciform Biaxial Tensile Testing of Sheet Metals. **Experimental Techniques**, v. 43, n. 5, p. 501–520, 1 out. 2019.

CAPÍTULO 4 DISCUSSÃO ADICIONAL SOBRE O RESULTADO DA PREDIÇÃO DO EXPOENTE DE ENCRUAMENTO INSTANTÂNEO UTILIZANDO AS EQUAÇÕES DE ENCRUAMENTO

4.1 INTRODUÇÃO

O expoente de encruamento instantâneo constitui um parâmetro material de uma dada liga metálica policristalina, definido segundo Ratke e Welch (1983) como um n-valor diferencial independente de qualquer lei de encruamento isotrópico e dependente da deformação plástica verdadeira, expresso pela equação:

$$n(\varepsilon_{pl}) = \left(\frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln \varepsilon_{pl}} \right)_{\varepsilon_{pl}} = \frac{\varepsilon_{pl}}{\sigma} \cdot \frac{d\sigma}{d\varepsilon_{pl}} \quad (4.1)$$

No capítulo anterior, a curva experimental do expoente de encruamento instantâneo em função da deformação plástica verdadeira, $n(\varepsilon_{pl})$ - ε_{pl} , para o aço livre de intersticiais em questão, foi determinada pela derivada de primeira ordem a partir dos dados da curva $\ln \sigma$ - $\ln \varepsilon_{pl}$ dentro do intervalo de deformação plástica uniforme, ou seja, entre os limites de escoamento e resistência em tensão verdadeira, referente aos dados experimentais em tração uniaxial. O mesmo procedimento foi realizado para se obter as correspondentes curvas de expoente de encruamento instantâneo da Figura 14b, geradas a partir das curvas de encruamento, determinadas pelas equações de encruamento, apresentadas na Figura 14a. Por outro lado, tentativas de se obter equações analíticas capazes de prevê curvas de expoente de encruamento instantâneo utilizando como dados os parâmetros das equações de encruamento ajustados no sistema σ - ε_{pl} foram realizados anteriormente por Ratke e Welch (1983) e recentemente por Ferreira (2019).

4.2 EQUAÇÕES DE EXPOENTE DE ENCRUAMENTO INSTANTÂNEO ORIUNDAS DAS LEIS DE ENCRUAMENTO ISOTRÓPICO

As equações do expoente de encruamento instantâneo deduzidas a partir das equações de encruamento de Ludwik, Hollomon, Voce, Swift, Hockett-Sherby e Swift-Hockett-Sherby são apresentadas pelas equações (4.2) a (4.7):

$$n_i \text{ Ludwik} = \frac{\varepsilon_{pl}}{\sigma} \cdot \frac{d\sigma}{d\varepsilon_{pl}} = \frac{\varepsilon_{pl}}{(\sigma_0 + K\varepsilon_{pl}^{n_L})} \cdot n_L K \varepsilon_{pl}^{n_L-1} = n_L \left[1 - \frac{\sigma_0}{(\sigma_0 + K\varepsilon_{pl}^{n_L})} \right] \quad (4.2)$$

$$n_i \text{ Hollomon} = \frac{\varepsilon_{pl}}{\sigma} \cdot \frac{d\sigma}{d\varepsilon_{pl}} = \frac{\varepsilon_{pl}}{K_H \varepsilon_{pl}^{n_H}} \cdot n_H K_H \varepsilon_{pl}^{n_H-1} = n_H \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} n_i \text{ Swift} &= \frac{\varepsilon_{pl}}{\sigma} \cdot \frac{d\sigma}{d\varepsilon_{pl}} = \frac{\varepsilon_{pl}}{K_S (\varepsilon_0 + \varepsilon_{pl})^{n_S}} \cdot [n_S K_S (\varepsilon_0 + \varepsilon_{pl})^{n_S-1}] = \frac{\varepsilon_{pl} n_S}{(\varepsilon_{pl} + \varepsilon_0)} \\ &= \frac{n_S}{1 + \varepsilon_0/\varepsilon_{pl}} \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} n_i \text{ Voce} &= \frac{\varepsilon_{pl}}{\sigma} \cdot \frac{d\sigma}{d\varepsilon_{pl}} = \frac{\varepsilon_{pl}}{\left\{ \sigma_S - [(\sigma_S - \sigma_I) e^{(-\beta\varepsilon)}] \right\}} \cdot \left\{ [\beta(\sigma_S - \sigma_I) e^{(-\beta\varepsilon)}] \right\} \\ &= \frac{\beta \varepsilon_{pl}}{\left\{ \left[\frac{\sigma_S}{(\sigma_S - \sigma_I)} \right] e^{(\beta \varepsilon_{pl})} - 1 \right\}} \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} n_i \text{ HS} &= \frac{\varepsilon_{pl}}{\sigma} \cdot \frac{d\sigma}{d\varepsilon_{pl}} = \frac{\varepsilon_{pl}}{\left\{ \sigma_S - [(\sigma_S - \sigma_I) e^{(-a\varepsilon_{pl}^p)}] \right\}} \cdot \left\{ [a p (\sigma_S - \sigma_I) \varepsilon_{pl}^{p-1} \cdot e^{(-a\varepsilon_{pl}^p)}] \right\} \\ &= \frac{a p \varepsilon_{pl}^p}{\left\{ \left[\frac{\sigma_S}{(\sigma_S - \sigma_I)} \right] e^{(a\varepsilon_{pl}^p)} - 1 \right\}} \end{aligned} \quad (4.6)$$

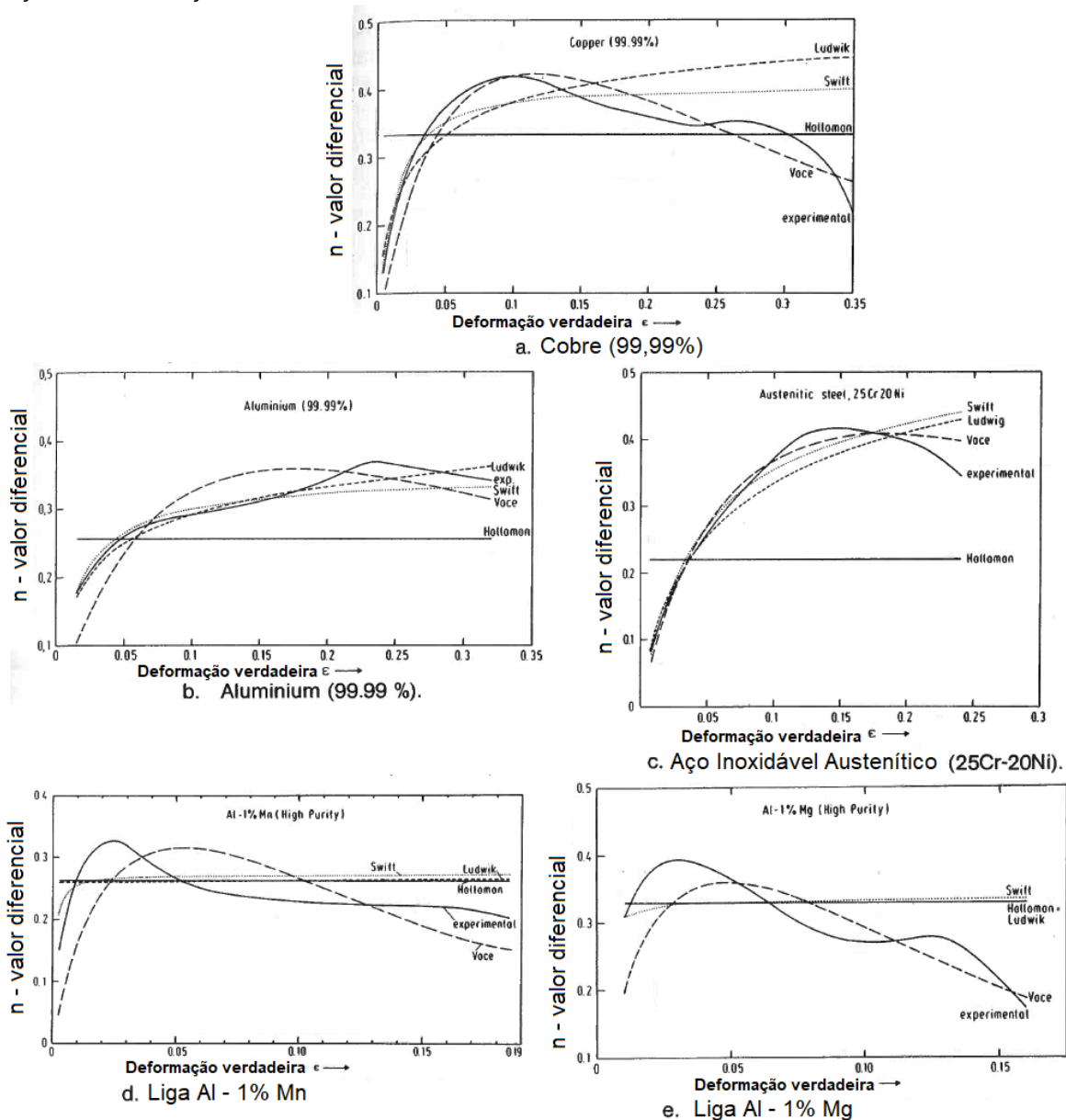
$$n_i \text{ SHS} = \frac{\varepsilon_{pl} n_S K_S (1 - \alpha) (\varepsilon_{pl} + \varepsilon_0)^{n_S-1} + \alpha (a p) (\sigma_S - \sigma_I) \varepsilon_{pl}^p \cdot e^{(-a\varepsilon_{pl}^p)}}{(1 - \alpha) K_S (\varepsilon_{pl} + \varepsilon_0)^{n_S} + \alpha \left\{ \sigma_S - [(\sigma_S - \sigma_I) e^{(-a\varepsilon_{pl}^p)}] \right\}} \quad (4.7)$$

As equações de (4.2) a (4.4) foram propostas pela primeira vez em 1983 por Ratke e Welch, enquanto as equações 4.6 e 4.7 foram publicadas recentemente por Ferreira (2019). Segundo Ratke e Welch (1983), os parâmetros das equações de encruamento, particularmente os n-valores foram correlacionados por vários autores

às mudanças microestruturais e processos que ocorrem durante a deformação plástica de metais. De fato, ainda hoje diversas pesquisas atribuem correlações entre os n -valores a estágios de encruamento e mecanismos de deformação plástica uniforme, principalmente os n -valores de Hollomon, Swift e Voce (TSUCHIDA *et al.*, 2001; BARLAT *et al.*, 2002; KOCKS; MECKING, 2003; SAINATH *et al.*, 2015; CAO *et al.*, 2017; SALVADO *et al.*, 2017). Uma das críticas que esses autores fazem em relação à aplicação das equações de encruamento à descrição do comportamento do encruamento de metais é a de que os valores dos respectivos expoentes de encruamento, são fortemente dependentes da formulação matemática da própria equação que os define, do que relacionado à fatores metalúrgicos associados ao encruamento das ligas metálicas. Na Figura 15 São apresentados resultados da aplicação das equações de 4.2 a 4.5 realizado por Ratke e Welch (1983) em diferentes ligas metálicas. Os autores constataram que:

- O expoente de encruamento de Hollomon, n_H , é independente da deformação plástica e não é de maneira nenhuma vinculado ao expoente de encruamento instantâneo. Como pode ser visto na equação 4.3 e nos resultados apresentados na Figura 15;
- As equações do expoente de encruamento instantâneo de Ludwik, Voce e Swift, equações 4.2, 4.4 e 4.5, são equações dependentes da deformação plástica uniforme e dependentes dos parâmetros de ajuste das respectivas equações de encruamento. Entretanto, como pode ser visto na Figura 15, elas não foram capazes de descrever o comportamento das curvas do expoente de encruamento instantâneo experimental para nenhuma liga utilizada no estudo;
- Os n -valores presentes nas equações de L, H, V e S, isto é, parâmetros n_L , n_H , n_V , e n_S não são de maneira nenhuma vinculados ao expoente de encruamento instantâneo experimental como definido na equação 4.1;
- As equações de encruamento (L, H, V e S) não podem realizar previsões assertivas do comportamento do expoente de encruamento instantâneo nem da taxa de encruamento ao longo do processo de deformação plástica uniforme.

Figura 16 - n-valor diferencial medido e calculado a partir das leis de encruamento isotrópico como função da deformação.



Fonte: Adaptado de Ratke e Welch (1983).

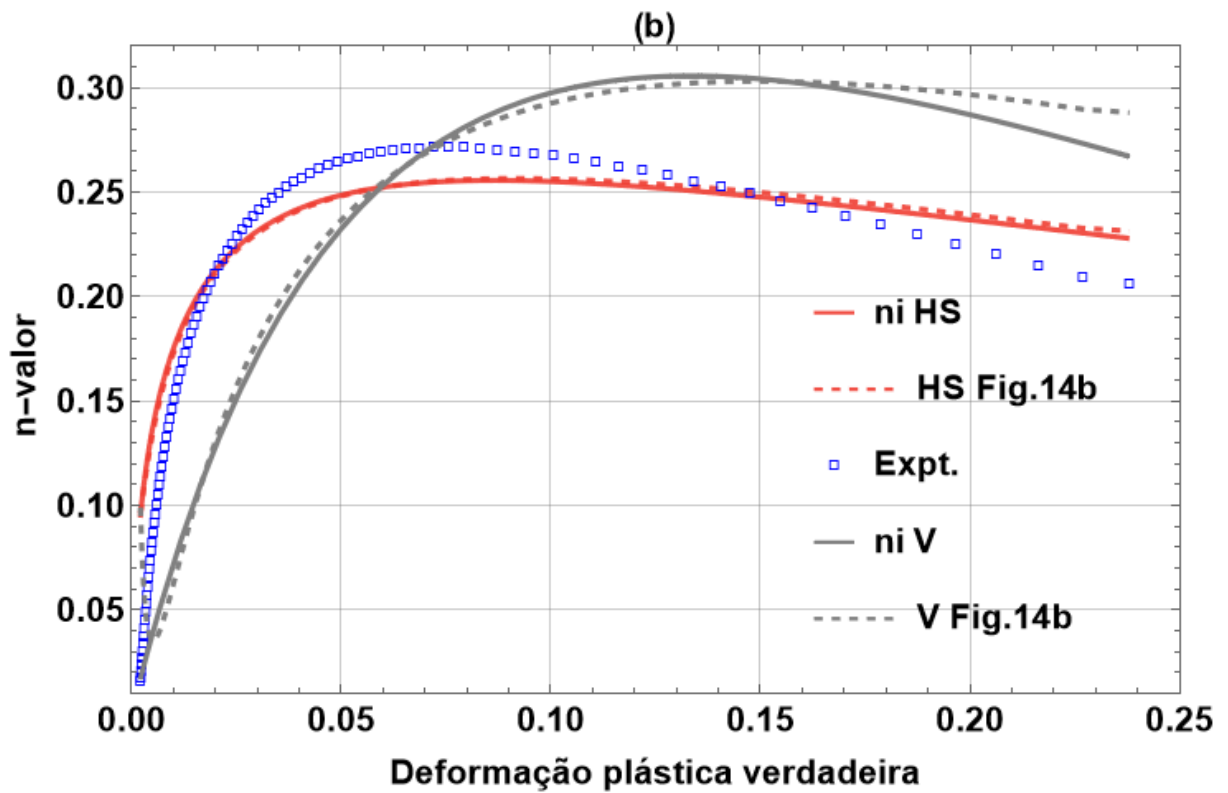
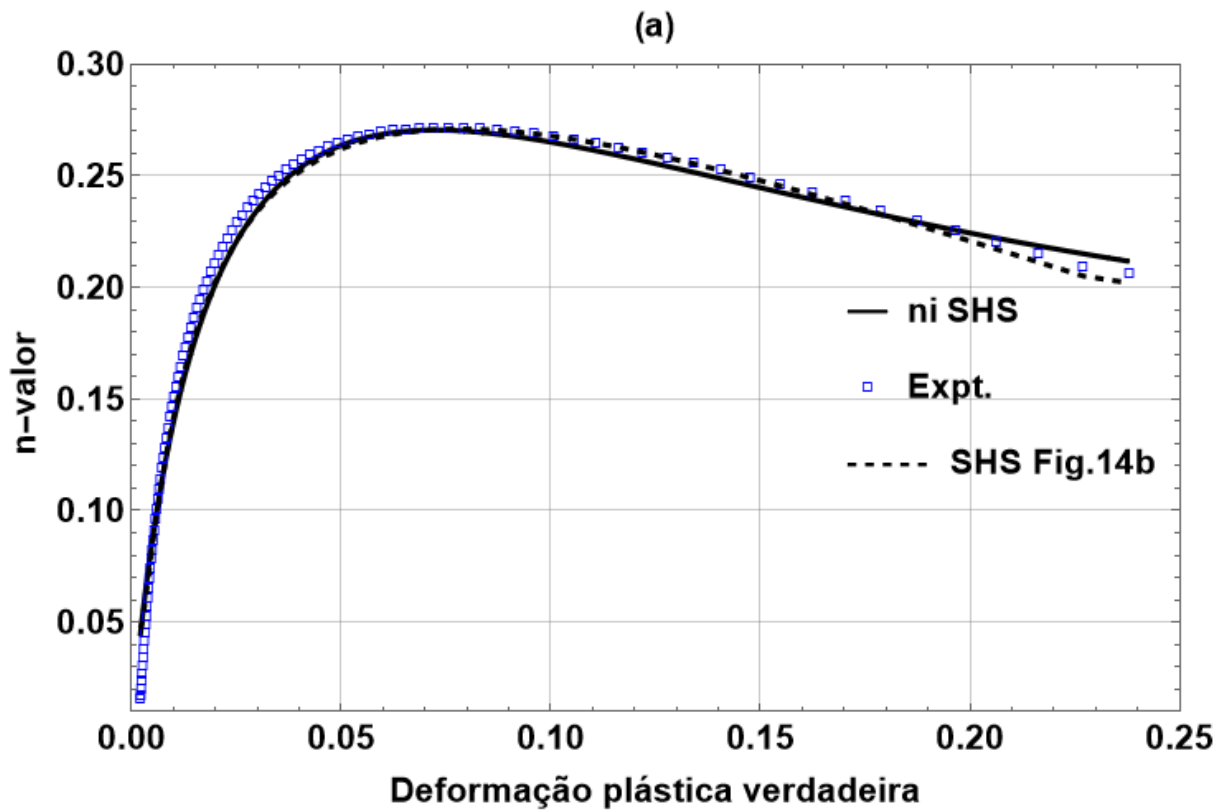
Os pontos acima listados por estes autores estão em concordância com os resultados apresentados pelas equações de Hollomon, Voce e Swift para o aço livre de intersticiais em estudo, conforme os resultados apresentados na Figura 14b. Adicionalmente, o modelo de encruamento de Hockett-Sherby apresentou uma curva de previsão do n-valor diferencial com uma forma similar à curva experimental, porém ainda assim não hábil o suficiente para gerar uma descrição precisa da curva $n(\epsilon_{pl})-\epsilon_{pl}$ (Figura 14b). Contudo, a lei de encruamento isotrópica que é regida pela combinação dos modelos de Swift-Hockett-Sherby foi capaz de apresentar uma

curva de predição para o comportamento do expoente de encruamento instantâneo com boa descrição. É bem provável que o número elevado de parâmetros deste modelo favoreceu o rigor do ajuste nas curvas σ - ε_{pl} .

A Figura 16 apresenta as curvas de expoente de encruamento instantâneo predita pelas leis de encruamento de Voce, Hockett-Sherby e Swift-Hockett-Sherby, equações de (4.5) a (4.7), utilizando os dados da Tabela 3. Observa-se que as curvas preditas pelas equações (4.5) a (4.7) são bem aproximadas com as respectivas curvas geradas no capítulo 3 (Figura 14b), trazendo assim, as mesmas conclusões.

O ajuste altamente preciso da lei S-H-S mostra a possibilidade de uma equação de encruamento ser capaz de descrever a curva experimental $n(\varepsilon_{pl})$ - ε_{pl} . Este fato evidencia que quanto melhor o ajuste no sistema σ - ε_{pl} das curvas de encruamento, melhor é a predição das curvas de $n(\varepsilon_{pl})$ - ε_{pl} . Então, em uma condição na qual um modelo de encruamento seja capaz de descreva com alta precisão o comportamento das curvas de $n(\varepsilon_{pl})$ - ε_{pl} , logo, este modelo poderia descrever com elevada precisão as curvas de encruamento e também de taxas de encruamento. Esta questão pode ser respondida caso seja possível a partir de uma equação que reproduza a curva do expoente de encruamento instantâneo, $n(\varepsilon_{pl})$ - ε_{pl} , em um caminho inverso, gerar uma equação de encruamento capaz de predizer as curvas de escoamento σ - ε_{pl} e de taxa de encruamento $\theta(= d\sigma/d\varepsilon_{pl})$ - ε_{pl} .

Figura 17 - Comparação das curvas de expoente de encruamento instantâneo predita pelas equações de Swift-Hockett-Sherby (a), e de Voce e Hockett-Sherby (b) e com as geradas na Figura 14b.



4.3 REFERÊNCIAS

- BARLAT, F. *et al.* A Simple Model for Dislocation Behavior, Strain and Strain Rate Hardening Evolution in Deforming Aluminum Alloys. **International Journal of Plasticity**, v. 18, n. 7, p. 919–939, 1 jul. 2002. Acesso em: 19 fev. 2023.
- CAO, J. *et al.* Tensile Stress–Strain Behavior of Metallic Alloys. **Transactions of Nonferrous Metals Society of China**, v. 27, n. 11, p. 2443–2453, 1 nov. 2017.
- FERREIRA, J. L. **Análise dos efeitos da trajetória de deformação na curva limite de conformação de um aço livre de intersticiais**. 2019. 188f. Tese. (Doutorado em Engenharia Metalúrgica) - Universidade Federal Fluminense, Volta Redonda-RJ, 2019.
- KOCKS, U. F.; MECKING, H. Physics and Phenomenology of Strain Hardening: The FCC Case. **Progress in Materials Science**, v. 48, n. 3, p. 171–273, 1 jan. 2003.
- RATKE, L.; WELCH, P. I. The questionability of empirical work-hardening laws. **Zeitschrift für Metallkunde**, v. 74, n. 4, p. 226–232, 1983.
- SAINATH, G. *et al.* Applicability of Voce Equation for Tensile Flow and Work Hardening Behaviour of P92 Ferritic Steel. **International Journal of Pressure Vessels and Piping**, v. 132–133, p. 1–9, 1 ago. 2015.
- SALVADO, F. C. *et al.* A Review on the Strain Rate Dependency of the Dynamic Viscoplastic Response of FCC Metals. **Progress in Materials Science**, v. 88, p. 186–231, 1 jul. 2017.
- TSUCHIDA, N. *et al.* Application of the Kocks–Mecking Model to Tensile Deformation of an Austenitic 25Cr–19Ni Steel. **Acta Materialia**, v. 49, n. 15, p. 3029–3038, 3 set. 2001.

CAPÍTULO 5 UM MODELO CONSTITUTIVO PARA O COMPORTAMENTO PLÁSTICO EM TRAÇÃO UNIAXIAL DE METAIS BASEADO NO EXPOENTE DE ENCRUAMENTO INSTANTÂNEO

O presente capítulo foi submetido na revista “Journal of Materials Research and Technology” em 20 de abril de 2022 e aceito para publicação em 22 de julho de 2022.

5.1 RESUMO

O presente trabalho desenvolve um novo modelo de equação constitutiva para o comportamento do encruamento de materiais metálicos (denominado modelo de Gonoring) baseado na definição do expoente de encruamento instantâneo. Esta nova proposta foi aplicada aos dados experimentais em tração uniaxial de uma liga de aço inoxidável lean duplex UNS s32304 (LDSS 2304) nas condições como recebida e em idênticas amostras tratadas termicamente em quatro temperaturas diferentes. Esta escolha se justifica uma vez que este aço apresenta duas fases (ferrita e austenita), o que o torna um exemplo mais universal do ponto de vista da aplicação de um novo modelo de equação constitutiva. Estes tratamentos térmicos induziram à manifestação do comportamento de encruamento sigmoidal desta liga. A proposta de Gonoring foi capaz de prever o comportamento do encruamento das curvas sigmoidais e parabólica da liga de aço inoxidável lean duplex 2304.

Palavras chave: Equação constitutiva, comportamento do encruamento, expoente de encruamento instantâneo, aço inoxidável duplex, tratamentos térmicos.

5.2 INTRODUÇÃO

O encruamento representa como é a resposta de um material metálico à deformação plástica uniforme. A descrição e parametrização desse comportamento é de fundamental importância na aplicação e desenvolvimento de novas ligas metálicas. Várias equações de encruamento foram desenvolvidas para a predição do comportamento plástico de ligas metálicas policristalinas em estiramento uni e biaxial. Essas mesmas equações têm sido utilizadas para a descrição do

encruamento, associando ou correlacionando os seus parâmetros a variações microestruturais e mecanismos presentes durante a deformação plástica uniforme (CAETANO *et al.*, 2021; CAI *et al.*, 2011; CAO *et al.*, 2017; GONORING; MOREIRA; ORLANDO, 2021; KANG *et al.*, 2014; PARUZ; EDMONDS, 1989; RATKE; WELCH, 1983).

Classicamente as equações de encruamento são divididas em dois grupos. Em um grupo têm-se as equações de encruamento associadas a leis de potência (HERTELÉ; DE WAELE; DENYS, 2011; PHAM *et al.*, 2018; SUNG; KIM; WAGONER, 2010), caracterizadas por não apresentarem limite superior de tensão verdadeira (σ) para grandes níveis de deformação plástica verdadeira (ε_{pl}), isto é, $\sigma \rightarrow \infty$ com $\varepsilon_{pl} \rightarrow \infty$ (CHINH *et al.*, 2004), sendo as equações de encruamento de potência mais usuais as propostas pelos modelos de Ludwik (1909), Hollomon (1945) e Swift (1952) apresentadas na Tabela 4.

O outro grupo são as ditas equações de encruamento de saturação (HERTELÉ; DE WAELE; DENYS, 2011; PHAM *et al.*, 2018; SUNG; KIM; WAGONER, 2010), uma vez que preveem um estágio de encruamento de saturação para grandes níveis de deformação plástica verdadeira, ou $\sigma \rightarrow \sigma_s$ com $\varepsilon_{pl} \rightarrow \infty$ (CHINH *et al.*, 2004), sendo de destaque as equações de encruamento do modelo de Voce (1948) e Hockett-Sherby (1975) (Tabela 4).

Tabela 4 - Equações de encruamento propostas por diversos autores (Ranqueada cronologicamente).

Autor		Equações de Encruamento	
Ludwik (1909)	L	$\sigma = \sigma_y + K_L \varepsilon_{pl}^{n_L}$	(5.1)
Hollomon (1945)	H	$\sigma = K_H \varepsilon_{pl}^{n_H}$	(5.2)
Voce (1948)	V	$\sigma = \sigma_s - (\sigma_s - \sigma_y) \exp(-n_V \varepsilon_{pl})$	(5.3)
Swift (1952)	S	$\sigma = K_S (\varepsilon_0 + \varepsilon_{pl})^{n_S}$	(5.4)
Hockett-Sherby (1975)	HS	$\sigma = \sigma_s - (\sigma_s - \sigma_y) \exp[-(N \varepsilon_{pl})^p]$	(5.5)

Na Tabela 4 σ é a tensão verdadeira, ε_{pl} é a deformação plástica verdadeira ou deformação plástica logarítmica; n_L , n_H , n_V , n_S e N são os expoentes das equações de encruamento, isto é, os n -valores (RATKE; WELCH, 1983); K_L , K_H e K_S são os

coeficientes de resistência das equações (5.1), (5.2) e (5.4), respectivamente (HOLLOMON, 1945; LUDWIK, 1909; SWIFT, 1952); σ_y é a tensão de início de escoamento plástico e σ_s é dita tensão de saturação; e p é um parâmetro material exclusivo da equação 5.5 de Hockett-Sherby (HOCKETT; SHERBY, 1975; VOCE, 1948).

Muitas pesquisas foram conduzidas objetivando identificar relações ou correlações entre os n -valores a propriedades metalúrgicas no desempenho de aços aplicados à várias condições, a saber: fluência, fadiga, tenacidade à fratura e conformação de chapas (RATKE; WELCH, 1983). Além disso, o valor de n_H é associado a uniformidade de distribuição da deformação. Um alto valor de n_H é atribuído a uma grande capacidade de encruamento do material. Isto significa que o metal distribui mais uniformemente a deformação na presença de um gradiente de tensões (PAUL, 2013). Adicionalmente, um alto valor de n_H é associado à diminuição da razão elástica (razão entre o limite de escoamento - LE e o limite de resistência à tração - LR, LE/LR) e aumento do alongamento uniforme. Considerações análogas também são atribuídas aos n -valores das equações de Ludwik e Swift, isto é, n_L e n_S respectivamente. Atualmente, a equação de Ludwik tem sido considerada uma forma modificada da equação de Hollomon pela adição de uma constante de tensão, isto é, σ_y ; enquanto a equação de Swift é considerada uma modificação da equação de Hollomon pela adição de um parâmetro estrutural constante de pré-deformação (ϵ_0) (KIM; KIM; KIM, 2019; PAN *et al.*, 2020). Por outro lado, o modelo de Voce considera o escoamento plástico como um estado transiente a partir de seu início até alcançar um estado estacionário ou tensão de saturação (σ_s). O seu n -valor associado, isto é, n_V , determina a taxa na qual o escoamento plástico a partir de σ_y tende a alcançar a tensão de saturação (σ_s). Isto significa que quanto maior o valor de n_V menor é a diferença entre σ_y e σ_s (CAETANO *et al.*, 2021), e conseqüentemente maior é a razão elástica.

Os n -valores podem ser obtidos a partir da regressão linear de dados de tração uniaxial graficados em escala logarítmica (KIM; KIM; KIM, 2019). Esse procedimento pode ser aplicado pela análise de Hollomon (HOLLOMON, 1945; UMEMOTO *et al.*, 2000), como também pela análise de Crussard-Jaoul modificada (JHA *et al.*, 1987;

UMEMOTO *et al.*, 2000) que é baseada na equação de Swift, equação (5.3), ou também utilizando a equação de Voce (CAO *et al.*, 2017; SAINATH *et al.*, 2015). Dependendo da equação escolhida, o número de estágios de encruamento e os n-valores de cada estágio irão variar entre cada equação aplicada (CAO *et al.*, 2017; SOARES; GONZALEZ; SANTOS, 2017), o que pode levar a grandes desvios e diferentes interpretações. Além disso, o valor do expoente de encruamento é fortemente dependente da equação de encruamento utilizada para defini-lo (CAI *et al.*, 2011; RATKE; WELCH, 1983).

Seguindo uma outra linha de modelagem, a análise do comportamento do encruamento fazendo o uso do expoente de encruamento instantâneo de aços eutetóides (RASTEGARI; KERMANPUR; NAJAFIZADEH, 2015), aços API (XU, T. *et al.*, 2012), aços Dual-Phase (CAI *et al.*, 2011; KONG *et al.*, 2018; MIRZADEH; ALIBEYKI; NAJAFI, 2017; SOARES; GONZALEZ; SANTOS, 2017), aços multifásicos com efeito TRIP (CAI *et al.*, 2011; CHIANG *et al.*, 2011; ZHANG *et al.*, 2013; HATAMI *et al.*, 2017; CASTANHEIRA *et al.*, 2020; FINFROCK *et al.*, 2020; PASHANGEH; BANADKOUKI; SOMANI, 2020; FINFROCK *et al.*, 2021), aços TWIP (CAI *et al.*, 2011), aços inoxidáveis austeníticos (NAGHIZADEH; MIRZADEH, 2019; SOARES; GONZALEZ; SANTOS, 2017), aços inoxidáveis duplex (MOVERARE; ODÉN, 2002; ZHAO *et al.*, 2018), e ligas não ferrosas (RATKE; WELCH, 1983; SOARES, G. C.; HOKKA, 2021; XU, J. *et al.*, 2020), tem apresentado melhores resultados quanto à descrição do comportamento do encruamento de metais policristalinos. O expoente de encruamento instantâneo revela uma variação contínua com a deformação plástica verdadeira, ou seja, as equações da Tabela 4 utilizam um valor constante do expoente de encruamento, portanto não descrevem com precisão o comportamento do encruamento dentro do intervalo de deformação plástica uniforme (RATKE; WELCH, 1983).

A fim de definir um n-valor independente de qualquer equação de encruamento, Ratke e Welch (1983) definiram o conceito de n-valor diferencial em função da deformação verdadeira (ε), dado pela equação (5.6):

$$n(\varepsilon) = \left(\frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln \varepsilon} \right)_{\varepsilon} \quad (5.6)$$

em que o expoente de encruamento instantâneo, ou seja, $n(\varepsilon)$ é a inclinação da curva tensão-deformação em escala logarítmica natural em um processo de deformação uniforme e com taxa de deformação constante. Esta definição de $n(\varepsilon)$ através da equação (5.6) já foi dada na literatura anteriormente ao trabalho de Ratke e Welch (1983). Entretanto, em diversos trabalhos a dependência da deformação foi ignorada e $n(\varepsilon)$ têm sido relacionado, ou atribuído, a algum n-valor definido pelas equações de (5.1) a (5.4) da Tabela 4, principalmente o n-valor de Hollomon (n_H). Em contrapartida, o trabalho de Ratke e Welch demonstrou que os valores medidos de $n(\varepsilon)$ não estão de maneira alguma relacionados com os valores dos n-valores das equações de encruamento clássicas (equações de (5.1) a (5.4)) e não têm relação entre si (RATKE; WELCH, 1983). E ainda, a descrição do comportamento do encruamento não deve ser realizada em substituição de $n(\varepsilon)$ pelos n-valores das equações da Tabela 4.

Em vista das observações do parágrafo anterior, o presente trabalho elabora o desenvolvimento de um novo modelo de equação constitutiva de encruamento baseado na definição do expoente de encruamento instantâneo, isto é, na equação (5.6). O modelo aqui proposto possui a finalidade de adicionar uma equação de encruamento mais preditiva e suscetível ao ajuste dos dados experimentais de tração uniaxial de metais. Diferentemente das equações da Tabela 4, o modelo de encruamento proposto é diretamente relacionado à equação (5.6). O modelo foi aferido aplicando o mesmo na descrição do comportamento mecânico em tração uniaxial de uma liga de aço inoxidável duplex, que por efeito de tratamentos térmicos, passou a exibir comportamento de encruamento sigmoidal em tração uniaxial. Como é apresentado nas seções seguintes o ajuste deste modelo às curvas experimentais de tensão-deformação verdadeira foi capaz de descrever com muito boa aproximação as curvas experimentais do expoente de encruamento incremental ($n|_i$)-deformação plástica verdadeira (ε_{pl}) e taxa de encruamento incremental ($\theta|_i$)-deformação plástica verdadeira (ε_{pl}).

5.3 DESENVOLVIMENTO DO MODELO DE ENCRUAMENTO DE GONORING

5.3.1 O expoente de encruamento instantâneo

A definição do expoente de encruamento instantâneo é oriunda da descrição do comportamento do encruamento de metais tomando a tensão verdadeira como uma função de estado da deformação plástica verdadeira (ε_{pl}) e da taxa de deformação plástica verdadeira ($\dot{\varepsilon}_{pl}$), i. e., $\sigma = \sigma(\varepsilon_{pl}, \dot{\varepsilon}_{pl})$. A forma diferencial desta equação é dada por (HART, 1967, 1970; RATKE; WELCH, 1983; WIRE; ELLIS; LI, 1976):

$$d\sigma = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon_{pl}} \right)_{\dot{\varepsilon}_{pl}} d\varepsilon_{pl} + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\varepsilon}_{pl}} \right)_{\varepsilon_{pl}} d\dot{\varepsilon}_{pl} \quad (5.7)$$

Os parâmetros materiais descritos por $(\partial \sigma / \partial \varepsilon_{pl})_{\dot{\varepsilon}_{pl}}$ e $(\partial \sigma / \partial \dot{\varepsilon}_{pl})_{\varepsilon_{pl}}$ apresentam ordens de grandeza e unidades distintas entre si, então é conveniente descrever o comportamento do encruamento em um outro sistema de coordenadas no qual os valores destes parâmetros materiais sejam independentes de suas unidades e cujas ordens de grandezas sejam mais próximas entre si. Para isto a equação (5.7) é alterada para o sistema de coordenadas em logaritmo natural, equação (5.8):

$$d \ln \sigma = \left(\frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln \varepsilon_{pl}} \right)_{\dot{\varepsilon}_{pl}} d \ln \varepsilon_{pl} + \left(\frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln \dot{\varepsilon}_{pl}} \right)_{\varepsilon_{pl}} d \ln \dot{\varepsilon}_{pl} \quad (5.8)$$

Ou, na equação (5.9):

$$d \ln \sigma = n(\varepsilon_{pl}) d \ln \varepsilon_{pl} + m(\dot{\varepsilon}_{pl}) d \ln \dot{\varepsilon}_{pl} \quad (5.9)$$

Em que $m(\dot{\varepsilon}_{pl})$, definido como $m(\dot{\varepsilon}_{pl}) = (\partial \ln \sigma / \partial \ln \dot{\varepsilon}_{pl})_{\varepsilon_{pl}}$, denota o coeficiente de sensibilidade à taxa de deformação. Os termos $n(\varepsilon_{pl}) = (\partial \ln \sigma / \partial \ln \varepsilon_{pl})_{\dot{\varepsilon}_{pl}}$ e $m(\dot{\varepsilon}_{pl}) = (\partial \ln \sigma / \partial \ln \dot{\varepsilon}_{pl})_{\varepsilon_{pl}}$ da equação (5.9), respectivamente correspondem a normalização dos parâmetros $(\partial \sigma / \partial \varepsilon_{pl})_{\dot{\varepsilon}_{pl}}$ e $(\partial \sigma / \partial \dot{\varepsilon}_{pl})_{\varepsilon_{pl}}$ da equação (5.8) e mantêm entre si as relações $n(\varepsilon_{pl}) = (\varepsilon_{pl} / \sigma) (\partial \sigma / \partial \varepsilon_{pl})_{\dot{\varepsilon}_{pl}}$ e $m(\dot{\varepsilon}_{pl}) = (\dot{\varepsilon}_{pl} / \sigma) (\partial \sigma /$

$\partial \dot{\varepsilon}_{pl})_{\varepsilon_{pl}}$. Geometricamente o $n(\varepsilon_{pl})$ é a razão da inclinação da reta tangente, $\partial \sigma / \partial \varepsilon_{pl}$, pela inclinação da reta secante, $(\sigma - 0) / (\varepsilon_{pl} - 0)$, no ponto $(\varepsilon_{pl}, \sigma)$ do gráfico do sistema σ - ε_{pl} (RATKE; WELCH, 1983). Ou seja, $n(\varepsilon_{pl})$ pode ser entendido como a normalização da taxa de encruamento, $(\partial \sigma / \partial \varepsilon_{pl})_{\varepsilon_{pl}}$ em um dado ponto da curva σ - ε_{pl} pela inclinação da reta secante no respectivo ponto. Adicionalmente, na equação (5.9) os parâmetros materiais $n(\varepsilon_{pl})$ e $m(\dot{\varepsilon}_{pl})$ são interpretados como valores instantâneos das propriedades de endurecimento do material (WAGONER; CHENOT, 1996). Então, em um processo de deformação plástica mantido a taxa de deformação constante (equação (5.10)), o expoente de encruamento instantâneo, $n(\varepsilon_{pl})$, representa uma medida normalizada do endurecimento instantâneo do metal na medida em que incrementos de deformação plástica verdadeira são produzidos pelas forças externas sobre ele, ao longo do intervalo de deformação plástica uniforme. Uma vez que os valores de $n(\varepsilon_{pl})$ dependem das características metalúrgicas do metal como sua microestrutura, mecanismos de deformação plástica permitidos, composição química, mecanismos de endurecimento e aumento de resistência dos metais. Logo a curva $n(\varepsilon_{pl})$ em função de ε_{pl} é uma característica intrínseca do comportamento do encruamento de um dado metal ou liga.

$$d \ln \sigma = n(\varepsilon_{pl}) d \ln \varepsilon_{pl} \quad (5.10)$$

5.3.2 Equação de encruamento de Gonoring

5.3.2.1 Demonstração do modelo

Partindo do conceito do $n(\varepsilon_{pl})$ como uma propriedade metalúrgica intrínseca de um dado metal ou liga, e de sua relação com as variáveis de encruamento, ou seja, σ e ε_{pl} , a predição do comportamento do encruamento de uma dada liga pode ser efetuada integrando a equação (5.10). Utilizando a relação $d(\ln X) = dX/X$ (WAGONER; CHENOT, 1996) e definindo às condições de contorno: $\varepsilon_{inicial} = \varepsilon_{pl}$, $\sigma_{inicial} = \sigma(\varepsilon_{pl})$, $\varepsilon_{final} = \varepsilon_u$, $\sigma_{final} = \sigma_u$, em que ε_u e σ_u são, respectivamente, a deformação uniforme verdadeira e a tensão limite de resistência verdadeira, teremos:

$$\int_{\sigma(\varepsilon_{pl})}^{\sigma_u} \frac{d\sigma}{\sigma} = \int_{\varepsilon_{pl}}^{\varepsilon_u} \frac{n(\varepsilon_{pl})}{\varepsilon_{pl}} d\varepsilon_{pl}$$

Desenvolvendo, têm-se a equação (5.11):

$$\sigma(\varepsilon_{pl}) = \sigma_u \exp \left[- \int_{\varepsilon_{pl}}^{\varepsilon_u} \frac{n(\varepsilon_{pl})}{\varepsilon_{pl}} d\varepsilon_{pl} \right] \quad (5.11)$$

A fim de resolver esta equação e observar a evolução do expoente de encruamento instantâneo $n(\varepsilon_{pl})$ com a deformação plástica verdadeira (ε_{pl}), propõem-se expressar o $n(\varepsilon_{pl})$ conforme a equação (5.12). Esta equação é a derivada de primeira ordem de um polinômio interpolador às curvas experimentais $\ln \sigma - \ln \varepsilon_{pl}$.

$$n(\varepsilon_{pl}) = \sum_{z=1}^{\varphi} z \Omega_z (\ln \varepsilon_{pl})^{z-1} \quad (5.12)$$

Em que $\Omega_z = (\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_\varphi)$ são os coeficientes do polinômio de grau φ . Substituindo a equação 5.12 na equação 5.11, então:

$$\sigma(\varepsilon_{pl}) = \sigma_u \exp \left\{ - \int_{\varepsilon_{pl}}^{\varepsilon_u} \left[\sum_{z=1}^{\varphi} \frac{z \Omega_z (\ln \varepsilon_{pl})^{z-1}}{\varepsilon_{pl}} \right] d\varepsilon_{pl} \right\}$$

Resolvendo essa integração:

$$\sigma(\varepsilon_{pl}) = \sigma_u \exp \left[\sum_{z=1}^{\varphi} \Omega_z (\ln \varepsilon_{pl})^z \Big|_{\varepsilon_u}^{\varepsilon_{pl}} \right]$$

Assim:

$$\sigma(\varepsilon_{pl}) = \sigma_u \exp \left\{ \sum_{z=1}^{\varphi} \Omega_z [(\ln \varepsilon_{pl})^z - (\ln \varepsilon_u)^z] \right\}$$

Rearranjando, temos a equação (5.13):

$$\sigma(\varepsilon_{pl}) = \sigma_u \exp \left\{ \sum_{z=1}^{\varphi} \Omega_z [-(\ln \varepsilon_u)^z] \right\} \cdot \exp \left\{ \sum_{z=1}^{\varphi} \Omega_z [(\ln \varepsilon_{pl})^z] \right\} \quad (5.13)$$

O primeiro e segundo termos da equação (5.13) são constantes e atribuídos à uma função escalar com dimensões de tensão:

$$K(\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_{\varphi}, \varepsilon_u, \sigma_u) = K(\Omega_z, \varepsilon_u, \sigma_u) = \sigma_u \exp \left\{ \sum_{z=1}^{\varphi} \Omega_z [-(\ln \varepsilon_u)^z] \right\} \quad (5.14)$$

A função $K(\Omega_z, \varepsilon_u, \sigma_u)$ é definida como função amplitude de encruamento. O último termo da equação (5.13) é a função que sofre variação com a deformação plástica verdadeira e é representada pela equação (5.15):

$$F(\Omega_z, \varepsilon_{pl}) = \exp \left\{ \sum_{z=1}^{\varphi} \Omega_z [(\ln \varepsilon_{pl})^z] \right\} \quad (5.15)$$

A função $F(\Omega_z, \varepsilon_{pl})$ é definida como função de encruamento normalizada. Esta função é adimensional e a responsável por caracterizar a forma da curva de encruamento predita pela equação (5.13) de uma dada liga. É importante notar que na deformação uniforme verdadeira, isto é, $\varepsilon_{pl} = \varepsilon_u$, a função de encruamento normalizada toma o valor:

$$F(\Omega_z, \varepsilon_u) = \exp \left\{ \sum_{z=1}^{\varphi} \Omega_z [(\ln \varepsilon_u)^z] \right\}$$

Como pode ser visto na equação (5.13), esta condição implica que a predição da tensão do modelo proposto na deformação uniforme verdadeira é exatamente o limite de resistência verdadeiro, ou seja, $\sigma(\varepsilon_u) = \sigma_u$. Enquanto que o ajuste das equações de encruamento clássicas (Tabela 4) nem sempre satisfazem essa condição. É conveniente representar a equação (5.13) fazendo o uso das representações de $K(\Omega_z, \varepsilon_u, \sigma_u)$ e $F(\Omega_z, \varepsilon_{pl})$ como é mostrado na equação (5.16):

$$\sigma(\varepsilon_{pl}) = K(\Omega_z, \varepsilon_u, \sigma_u) \cdot F(\Omega_z, \varepsilon_{pl}) \quad (5.16)$$

A equação (5.16) de encruamento de Gonoring é baseada na definição do expoente de encruamento instantâneo $n(\varepsilon_{pl})$ com o propósito de caracterizar o comportamento plástico de dado metal ou liga. Diferentemente das equações de encruamento clássicas (Tabela 4), o modelo proposto é diretamente relacionado ao expoente de encruamento instantâneo $n(\varepsilon_{pl})$.

5.3.2.2 Relação entre taxa de encruamento $\theta(\varepsilon_{pl})$, expoente de encruamento instantâneo $n(\varepsilon_{pl})$ e coeficiente de encruamento $\gamma(\varepsilon_{pl})$

Diferenciando a equação (5.16) em relação a ε_{pl} , então:

$$\frac{d\sigma(\varepsilon_{pl})}{d\varepsilon_{pl}} = \theta(\varepsilon_{pl}) = K(\Omega_z, \varepsilon_u, \sigma_u) \cdot \frac{dF(\Omega_z, \varepsilon_{pl})}{d\varepsilon_{pl}} \quad (5.17)$$

mas:

$$\begin{aligned} \frac{dF(\Omega_z, \varepsilon_{pl})}{d\varepsilon_{pl}} &= \frac{d}{d\varepsilon_{pl}} \left\{ \exp \left[\sum_{z=1}^{\varphi} \Omega_z (\ln \varepsilon_{pl})^z \right] \right\} \\ &= \left\{ \exp \left[\sum_{z=1}^{\varphi} \Omega_z (\ln \varepsilon_{pl})^z \right] \right\} \frac{1}{\varepsilon_{pl}} \left[\sum_{z=1}^{\varphi} z \Omega_z (\ln \varepsilon_{pl})^{z-1} \right] \\ &= F(\Omega_z, \varepsilon_{pl}) \frac{1}{\varepsilon_{pl}} n(\varepsilon_{pl}) \end{aligned} \quad (5.18)$$

Substituindo a equação (5.18) na equação (5.17):

$$\theta(\varepsilon_{pl}) = K(\Omega_z, \varepsilon_u, \sigma_u) \cdot F(\Omega_z, \varepsilon_{pl}) \frac{1}{\varepsilon_{pl}} n(\varepsilon_{pl}) = \sigma(\varepsilon_{pl}) \frac{n(\varepsilon_{pl})}{\varepsilon_{pl}} \quad (5.19)$$

Na equação (5.19), a taxa de encruamento $\theta(\varepsilon_{pl})$ prevista pelo modelo de Gonoring é função dos valores da tensão predita pelo ajuste do modelo aos dados experimentais, isto é, $\sigma(\varepsilon_{pl})$, pelos valores do expoente de encruamento instantâneo - $n(\varepsilon_{pl})$, como definido pela equação (5.12) e dos valores de deformação plástica verdadeira (ε_{pl}). Dividindo a equação (5.19) por $\sigma(\varepsilon_{pl})$ teremos:

$$\frac{\theta(\varepsilon_{pl})}{\sigma(\varepsilon_{pl})} = \frac{n(\varepsilon_{pl})}{\varepsilon_{pl}} \equiv \gamma(\varepsilon_{pl}) \quad (5.20)$$

Substituindo $\gamma(\varepsilon_{pl})$ na equação (5.19):

$$\theta(\varepsilon_{pl}) = \sigma(\varepsilon_{pl})\gamma(\varepsilon_{pl}) \quad (5.21)$$

E ainda, substituindo a equação (5.12) na (5.20), $\gamma(\varepsilon_{pl})$ pode ser expresso como uma função da deformação plástica verdadeira:

$$\gamma(\varepsilon_{pl}) = \frac{n(\varepsilon_{pl})}{\varepsilon_{pl}} = \frac{1}{\varepsilon_{pl}} \sum_{z=1}^{\varphi} z\Omega_z (\ln \varepsilon_{pl})^{z-1} \quad (5.22)$$

O parâmetro γ é conhecido como coeficiente de encruamento (*'work-hardening coefficient'*), um importante parâmetro fenomenológico para a descrição do comportamento plástico de metais policristalinos (HART, 1967, 1970; MILLER, 1987; NICHOLS, 1980). Ele representa a variação incremental da tensão pela variação incremental do trabalho plástico (dw), pois:

$$\gamma = \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \quad (5.23)$$

De fato, a equação (5.10) pode ser reescrita em função do coeficiente γ como na equação 5.24 (HART, 1970; MILLER, 1987; NICHOLS, 1980):

$$d \ln \sigma = \gamma d\varepsilon \quad (5.24)$$

5.4 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

5.4.1 Aço inoxidável lean duplex (AILD)

Para validar o modelo de Gonoring (equação (5.16)) esta equação foi aplicada aos dados experimentais de tração uniaxial de uma liga de aço inoxidável lean duplex UNS S32304 (AILD 2304) na condição como recebida (AR) e em amostras idênticas tratadas termicamente. Essa escolha se justifica por ser este um aço que apresenta duas fases (ferrita e austenita), o que o torna um exemplo mais geral sob o ponto de vista de aplicação de um novo modelo de equação constitutiva.

As amostras foram recebidas de uma indústria de aço na condição laminada a quente e recozida, com espessura de 1,8 mm e composição química: Fe-22,6Cr-3,5Ni-1,4Mn-0,3Mo-0,4Cu-0,3Si-0,016C-0,103N.

Os tratamentos térmicos foram realizados em forno tipo mufla programável, com precisão de ± 5 °C, nas temperaturas de 600, 650, 700 e 750 °C, durante 480 minutos e resfriados ao ar. As amostras tratadas termicamente são referenciadas neste trabalho como A600, A650, A700 e A750. Caetano (CAETANO, 2019; CAETANO *et al.*, 2021) aplicaram estes tratamentos térmicos em um estudo com o intuito de melhorar as propriedades mecânicas da solda deste aço, o qual é um material de baixo custo e candidato à fabricação de receptáculos para o transporte de produtos radiofarmacêuticos (HARA *et al.*, 2015), em comparação aos altos custos das ligas de níquel. Seus resultados demonstraram que estes tratamentos térmicos aumentaram a fração de austenita da solda deste aço. No entanto, estes

tratamentos térmicos modificam as curvas de encruamento do metal base que passam a exibir o comportamento de encruamento sigmoidal.

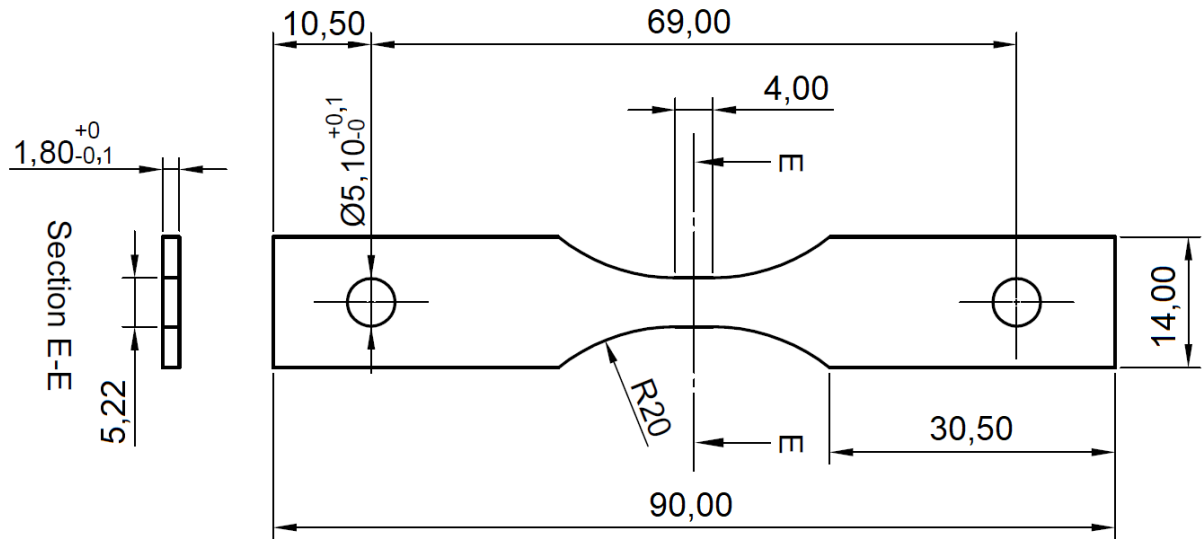
5.4.2 Caracterização microestrutural

A microestrutura foi revelada após preparação da superfície das amostras com desbaste com lixas de granulometria até 1200 mesh, polimento com alumina 1 μ e ataque químico com Behara modificado por imersão durante 15 minutos, conforme trabalho prévio (CAETANO et al., 2021). As imagens foram obtidas por meio de um microscópio eletrônico de varredura Zeiss Evo. A análise de difração de raios-X foi realizada para identificação e quantificação das fases presentes nas amostras. A medida das amostras antes dos testes de tração fora realizada num difratômetro da PANalytical, modelo Empyrean 2ª geração. Utilizou-se radiação de Cobalto ($\lambda = 0.178897$ nm), ótica divergente, fendas DS1=1/4° e DS2=1/2°, máscara de 5°, potência de 1600 W, variação angular de 10° a 150°, passo de 0,02° e time-step de 110 segundos. O refinamento de Rietveld para quantificação de fases foi realizado utilizando o software HighScore Plus. Uma segunda análise mais detalhada de difração de raios-X da região deformada e de ruptura das amostras foi realizada com calibre interno de LaB₆ (Pó de LaB₆ depositado sobre a superfície do metal de forma randômica) no mesmo equipamento e nas mesmas condições.

5.4.3 Ensaio de tração uniaxial quase estático

Os ensaios de tração uniaxial quase estáticos foram realizados em temperatura ambiente com velocidade de ensaio constante de 1,2 mm min⁻¹, o equivalente a uma taxa de deformação inicial de 5×10^{-3} s⁻¹, num simulador termomecânico Gleeble® modelo 3800 do Brazilian Nanotechnology National Laboratory (LNNano), localizado no Centro Nacional de Pesquisa em Energia e Materiais (CNPEM). Os corpos de prova foram confeccionados de acordo com o desenho esquemático apresentado na Figura 17, com a maior dimensão paralela à direção de laminação da chapa.

Figura 18 - Corpo de prova de tração uniaxial conforme especificado para o simulador Gleeble® 3800. As dimensões são dadas em milímetros.



As fases presentes no aço inoxidável duplex, isto é, ferrita (α) e austenita (γ) apresentam diferentes valores para o módulo de elasticidade (E) (JOHANSSON; ODÉN; ZENG, 1999). Assim, para o cálculo das tensões verdadeiras e deformações plásticas verdadeiras é importante considerar a recuperação elástica de cada fase como uma função da fração das fases. Levando isso em consideração, o módulo de elasticidade (E) para cada amostra foi estimado pela equação (5.25) (JAGADEESH; GANGI SETTI, 2020):

$$E = f_{\alpha}^v E_{\alpha} + f_{\gamma}^v E_{\gamma} \quad (5.25)$$

Na equação 5.25, f_{α}^v e f_{γ}^v são as frações volumétricas da ferrita e austenita, e E_{α} e E_{γ} os módulos de elasticidade na direção de laminação da ferrita e austenita respectivamente. Os valores de E_{α} e E_{γ} adotados neste trabalho são respectivamente de 201 e 190 GPa como reportado por Johansson *et al* (1999).

Dos dados do ensaio de tração uniaxial a deformação plástica verdadeira e a tensão verdadeira, isto é, ε_{pl} e σ , foram calculadas pelas equações (5.26) e (5.27):

$$\varepsilon_{pl} = \ln \left[1 + \left(e - \frac{\sigma_{eng}}{E} \right) \right] \quad (5.26)$$

$$\sigma = \sigma_{\text{eng}} \left[1 + \left(e - \frac{\sigma_{\text{eng}}}{E} \right) \right] \quad (5.27)$$

Em que: σ_{eng} é a tensão de engenharia; e e é a deformação total de engenharia sob carregamento.

O início do regime de deformação plástica verdadeira uniforme foi considerado o ponto em que se inicia a primeira porção linear dos dados da curva tensão e deformação plástica verdadeira em escala logarítmica (HOLLOMON, 1945). A Figura 18 ilustra este procedimento. A deformação plástica verdadeira (ε_{pl}) foi considerada uniforme baseada no critério de deformação plástica homogênea da teoria de Hart do ensaio de tração (HART, 1967):

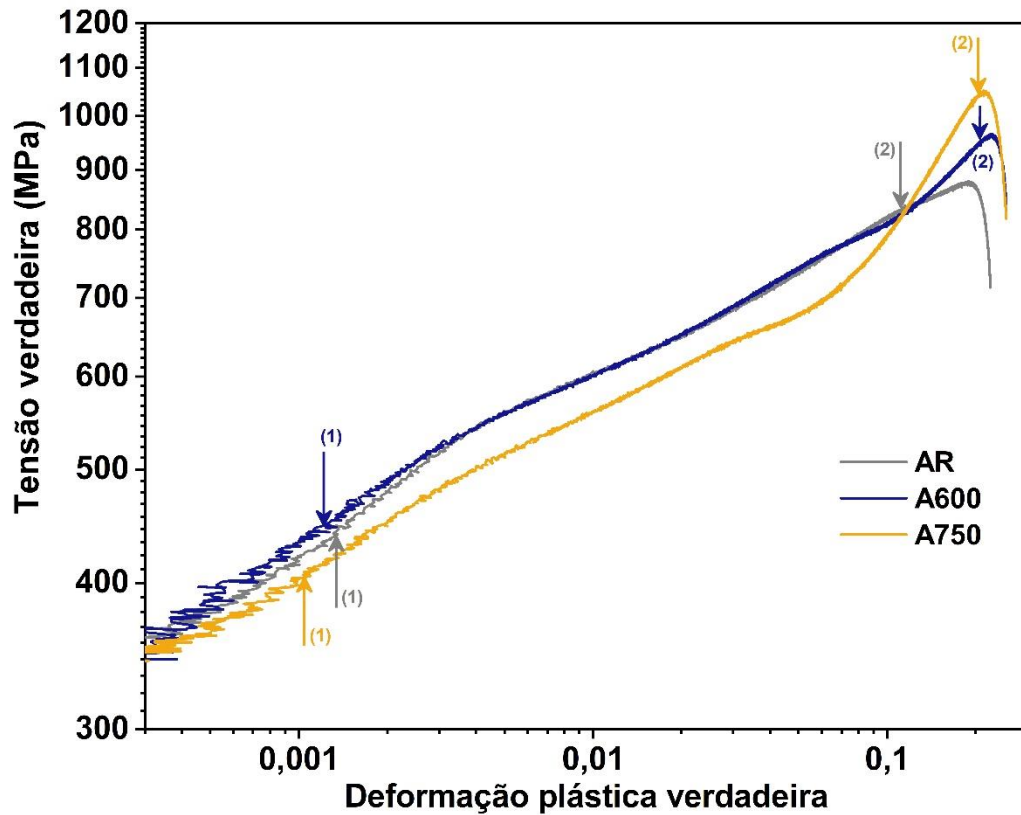
$$\gamma + m \geq 1 \quad (5.28)$$

Verificou-se que a taxa de deformação plástica verdadeira ($\dot{\varepsilon}_{\text{pl}}$) era constante em todos os ensaios, e também, que m era pequeno ao ponto de não influenciar na equação (5.28), e assim pôde ser considerado desprezível, fazendo a equação (5.28) coincidir com o tão conhecido critério de Considère (YASNIKOV; VINOGRADOV; ESTRIN, 2014):

$$\theta \geq \sigma \quad (5.29)$$

Sendo assim, a deformação uniforme verdadeira (ε_{u}) e o limite de resistência à tração verdadeiro (σ_{u}) são definidos quando a igualdade da equação 5.29 é satisfeita.

Figura 19 - Representação gráfica do Intervalo de deformação plástica verdadeira uniforme em escala logarítmica a partir dos dados do ensaio de tração uniaxial quase estático. (1) Início do regime de deformação plástica uniforme para cada amostra. (2) Deformação uniforme verdadeira (ϵ_u) para cada amostra obtida pela equação (5.29).



5.4.4 Ajuste das Equações de Encruamento

As equações de encruamento listadas na Tabela 4. foram ajustadas aos dados experimentais do ensaio de tração uniaxial quase estático em todo o intervalo de deformação plástica uniforme. Este ajuste foi realizado com o algoritmo de Levenberg-Marquardt (LEVENBERG, 1944; MARQUARDT, 1963). A qualidade dos ajustes foi avaliada por meio do coeficiente de determinação (R^2) e do erro quadrático médio (RMSE) (LIU *et al.*, 2017):

$$\text{RMSE (MPa)} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (\sigma_{\text{exp}}^j - \sigma_{\text{pred}}^j)^2} \quad (5.30)$$

5.4.5 Curvas de encruamento previstas pelo novo modelo de encruamento

A equação (5.16) de encruamento do modelo de Gonoring não é ajustada diretamente sobre as curvas de encruamento experimentais, curvas σ - ε_{pl} . Essa equação necessita da determinação dos valores dos coeficientes polinomiais, ou seja, dos $\Omega_z = (\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_\varphi)$, que dependem também, da escolha do grau (φ) do polinômio interpolador aos dados experimentais no sistema $\ln \sigma$ - $\ln \varepsilon_{pl}$, equação (5.31):

$$P(\ln \varepsilon_{pl}) = \sum_{z=0}^{\varphi} \Omega_z (\ln \varepsilon_{pl})^z \quad (5.31)$$

Devido à complexidade e quantidade de mecanismos operantes durante o processo de deformação plástica uniforme dos metais policristalinos, o modelo de Gonoring não fixa um grau (φ) de polinômio específico para a obtenção dos coeficientes polinomiais (Ω_z). A escolha do grau (φ) do polinômio interpolador é aquela no qual se dá o menor valor de RMSE (MPa) entre a curva de encruamento gerada pela equação (5.16) e a curva de encruamento experimental. As etapas para se realizar isso são as descritas a seguir:

1. Ajustar o polinômio interpolador aos dados experimentais no sistema $\ln \sigma$ - $\ln \varepsilon_{pl}$, equação (5.31) para gerar a coleção $\Omega_{z+1} = (\Omega_0, \Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_\varphi)$;
2. Substituir os coeficientes polinomiais $\Omega_z = (\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_\varphi)$ na equação da função amplitude de encruamento – $K(\Omega_z, \varepsilon_u, \sigma_u)$, equação (5.14), junto com as condições de contorno (ε_u, σ_u). Também substituir os valores de Ω_z na função de encruamento normalizada - $F(\Omega_z, \varepsilon_{pl})$, equação (5.15), e os valores de ε_{pl} do intervalo de deformação plástica uniforme. Multiplicar $K(\Omega_z, \varepsilon_u, \sigma_u) \cdot F(\Omega_z, \varepsilon_{pl})$ gerando os pares $(\varepsilon_{pl}, \sigma(\varepsilon_{pl}))$ da curva de encruamento prevista pela equação de encruamento de Gonoring, equação (5.16);
3. Calcular o RMSE (MPa) entre os valores de tensão da curva de encruamento prevista pela equação (5.16) e a curva de encruamento experimental;
4. Repetir os passos de 1 a 3 utilizando um ajuste polinomial de grau $\varphi + 1$;

5. Comparar os valores do RMSE atual ($\varphi + 1$) com o anterior (φ);
6. Repetir os passos de 1 a 5 enquanto o valor do RMSE atual for inferior ao RMSE anterior;

Satisfeita a condição de parada, os coeficientes polinomiais $\Omega_z = (\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_\varphi)$ referentes ao penúltimo RMSE (o menor) calculado são os escolhidos para gerar as curvas de encruamento preditas pela equação (5.16).

A fim de mostrar que a curva do expoente de encruamento instantâneo $n(\varepsilon_{pl})-\varepsilon_{pl}$ gerada pela equação (5.12), tendo por entrada os mesmos coeficientes $\Omega_z = (\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_\varphi)$ utilizados na equação (5.16), representa assertivamente a curva contínua de $n(\varepsilon_{pl})-\varepsilon_{pl}$ vamos confrontar a curva de $n(\varepsilon_{pl})-\varepsilon_{pl}$ contra a curva de $n|_i-\varepsilon_{pl}$. Em que $n|_i$ é o expoente de encruamento incremental, que consiste da derivada numérica da curva experimental do sistema $\ln \sigma - \ln \varepsilon_{pl}$. Os valores de $n|_i$ foram obtidos pelo método das diferenças finitas centrais (central difference approach) (CHOUDHARY; CHRISTOPHER, 2015; MIRZADEH; ALIBEYKI; NAJAFI, 2017), dada pela equação (5.32):

$$n|_i = \frac{1}{2} \left[\frac{\ln \sigma_{(i+1)} - \ln \sigma_{(i)}}{\ln \varepsilon_{pl(i+1)} - \ln \varepsilon_{pl(i)}} + \frac{\ln \sigma_{(i)} - \ln \sigma_{(i-1)}}{\ln \varepsilon_{pl(i)} - \ln \varepsilon_{pl(i-1)}} \right] \quad (5.32)$$

Para suavizar as curvas de $n|_i-\varepsilon_{pl}$ os valores de $n|_i$ foram calculados em média sobre 20 valores adjacentes de $n|_i$. Semelhantemente ao $n|_i$, a taxa de encruamento incremental ($\theta|_i$) foi determinada conforme a equação (5.33):

$$\theta|_i = \frac{1}{2} \left[\frac{\sigma_{(i+1)} - \sigma_{(i)}}{\varepsilon_{pl(i+1)} - \varepsilon_{pl(i)}} + \frac{\sigma_{(i)} - \sigma_{(i-1)}}{\varepsilon_{pl(i)} - \varepsilon_{pl(i-1)}} \right] \quad (5.33)$$

A capacidade de predição da equação (5.12), i.e., $n(\varepsilon_{pl})$, e da equação (5.21), $\theta(\varepsilon_{pl})$, foram avaliadas pelo resíduo percentual quadrático médio (*'root-mean-square of residual percentage'*, RMSRP) definido na equação (5.34) (GONORING; MOREIRA; ORLANDO, 2021):

$$\text{RMSRP} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{j=1}^N \left(\frac{y_{inc}^j - y_{pred}^j}{y_{inc}^j} \times 100 \right)^2} \quad (34)$$

Em que y_{inc}^j representa o valor incremental, ou seja, $n|_i$ ou $\theta|_i$, e y_{pred}^j corresponde ao valor predito pelo modelo, isto é, $n(\varepsilon_{pl})$ ou $\theta(\varepsilon_{pl})$.

5.5 RESULTADOS

5.5.1 Caracterização microestrutural

A Figura 19 apresenta a microestrutura das amostras de aço inoxidável lean duplex 2304 nas condições como recebida (AR) e tratadas termicamente, em que DL e DT se referem respectivamente a direção de laminação e direção transversal da chapa. Em todas as condições, a microestrutura se mostrou de fases homogêneas de lamelas alternadas de ferrita (α) (fase cinza escuro) e austenita (γ) (fase cinza claro) alongadas na direção de laminação. A análise de Rietveld demonstrou alterações nas frações volumétricas das fases. O tratamento térmico a 600 °C promoveu uma redução em torno de 11% da fração volumétrica da austenita (f_{γ}^v) (Tabela 5), já o tratamento térmico realizado a 750 °C praticamente não alterou a fração das fases e os demais tratamentos térmicos apresentaram redução de 4 e 2 % da fração volumétrica da austenita respectivamente para as temperaturas de 650 e 700°C. Aparentemente os tratamentos térmicos realizados a 650, 700 e 750 °C promoveram um pequeno aumento na largura das lamelas de austenita.

Figura 20 – Microscopia eletrônica de varredura das amostras de AILD nas condições como recebida (a) e também as tratadas termicamente a 600 (b), 650 (b), 700 (c) e 750 °C (e).

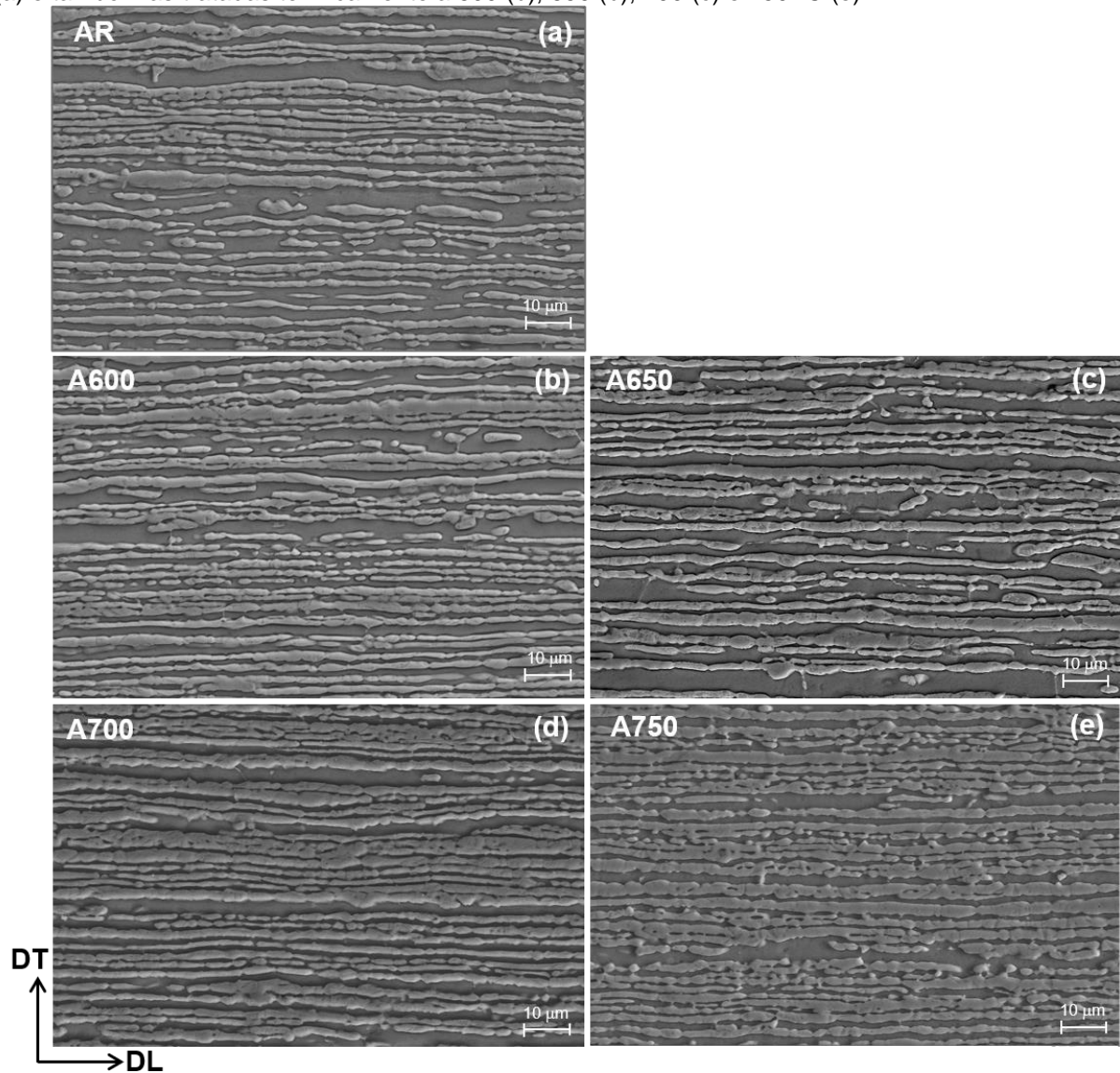


Tabela 5 - Fração volumétrica de austenita (f_{γ}^v) e ferrita (f_{α}^v) do AILD 2304 sob diferentes condições determinada por meio do refinamento de Rietveld.

Amostra	AR	A600	A650	A700	A750
f_{α}^v (%)	51	62	55	53	52
f_{γ}^v (%)	49	38	45	47	48

5.5.2 Propriedades mecânicas

As curvas tensão-deformação de engenharia das amostras de aço inoxidável lean duplex 2304 nas condições como recebida (AR) e tratadas termicamente são apresentadas na Figura 20. Para a caracterização das propriedades mecânicas também foram utilizados a razão elástica (LE/LR) e o ECO-index que descreve o desempenho global do aço combinando a resistência e o alongamento e é expresso como o produto do limite de resistência (LR) pelo alongamento uniforme ($\%e_u$) (MADIVALA; BLECK, 2019). Os resultados são apresentados na Tabela 6. Tomando como referência a amostra como recebida (AR) verifica-se que os tratamentos térmicos realizados a 650, 700 e 750°C diminuem os valores do limite de escoamento (LE) para valores em torno de 400 MPa, porém houve aumento do (LE) com o tratamento térmico realizado a 600°C. Por outro lado, quanto maior foi a temperatura de tratamento térmico maiores foram os valores de limite de resistência (LR) acompanhados com ganhos no alongamento uniforme ($\%e_u$) a partir de 12% para valores entre 23 a 25% e alongamento total ($\%e_t$) de 25 para cerca de 29%. Os efeitos dos tratamentos térmicos sobre os ganhos nos valores de limite de resistência e queda nos valores dos limites de escoamento são refletidos diretamente na razão elástica (LE/LR) (the yield-to-tensile ratio). Neste caso ocorreu a diminuição da razão elástica (LE/LR) com o aumento da temperatura de tratamento térmico para valores em torno de 0,5. Também se destaca a variação dos valores do ECO-index. A amostra como recebida (AR) apresentou um valor de 9 GPa% enquanto as amostras submetidas a tratamentos térmicos adquiriram um valor de ECO-index em torno de 20 GPa%. Este valor é comparável ao ECO-index de aços avançados de alta resistência (AHSS) (MADIVALA; BLECK, 2019).

Figura 21 - Curva tensão-deformação de engenharia das amostras de AILD 2304 dos testes de tração uniaxial quase estáticos realizados na temperatura ambiente.

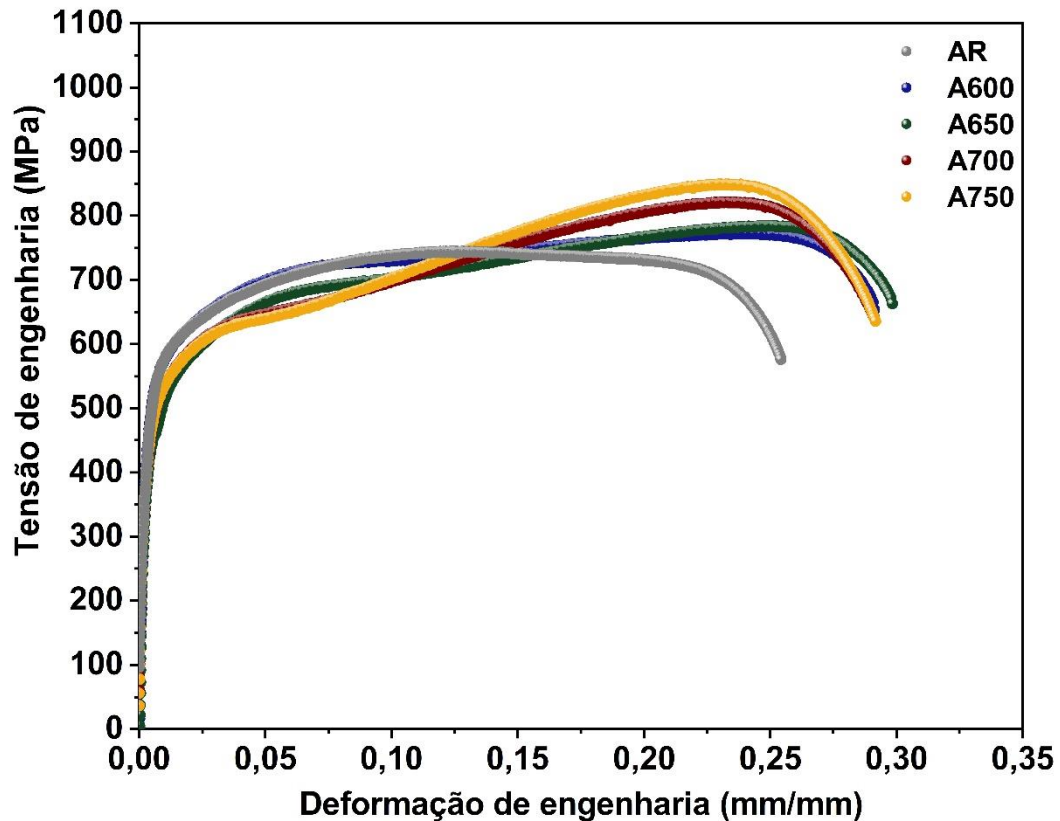
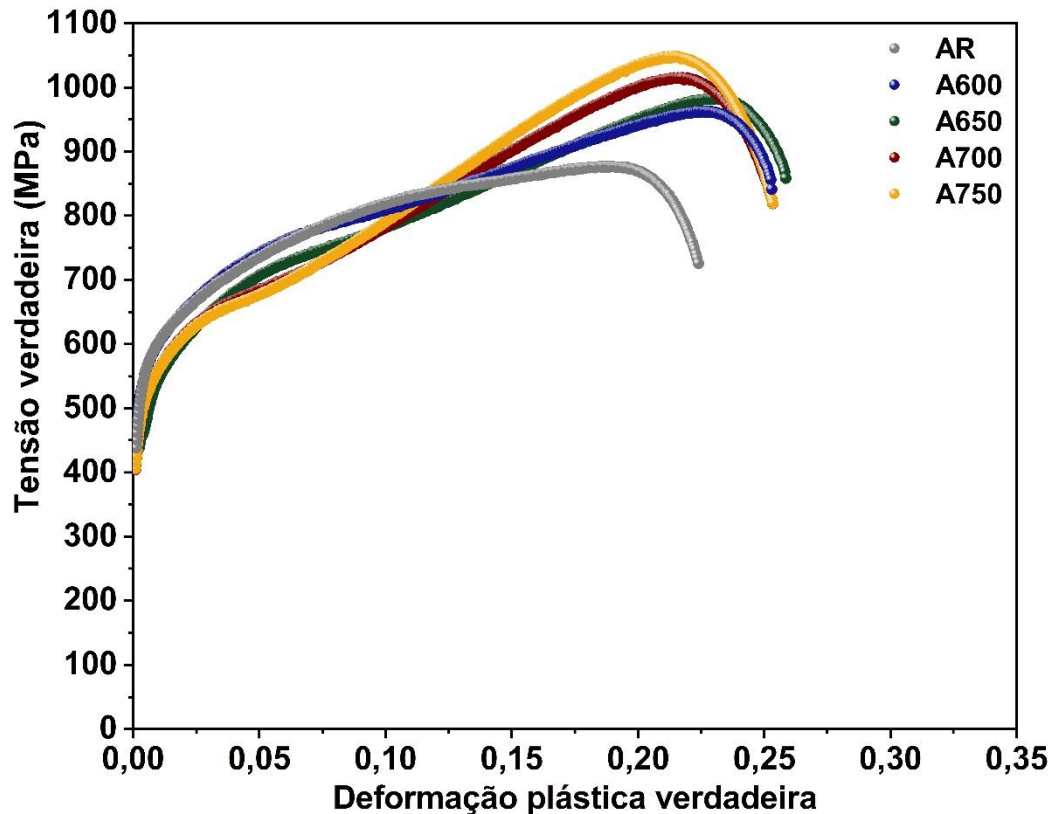


Tabela 6 - Propriedades mecânicas das amostras de AILD 2304 oriundas das curvas tensão-deformação de engenharia.

Amostra	LE (MPa)	LR (MPa)	LE/LR	$\%e_u$	$\%e_t$	ECO-index (GPa%)
AR	438	744	0,59	12,08	25,43	9
A600	448	772	0,58	23,42	29,15	18
A650	400	784	0,51	25,02	29,88	20
A700	401	821	0,49	23,22	29,19	19
A750	402	849	0,47	23,17	29,17	20

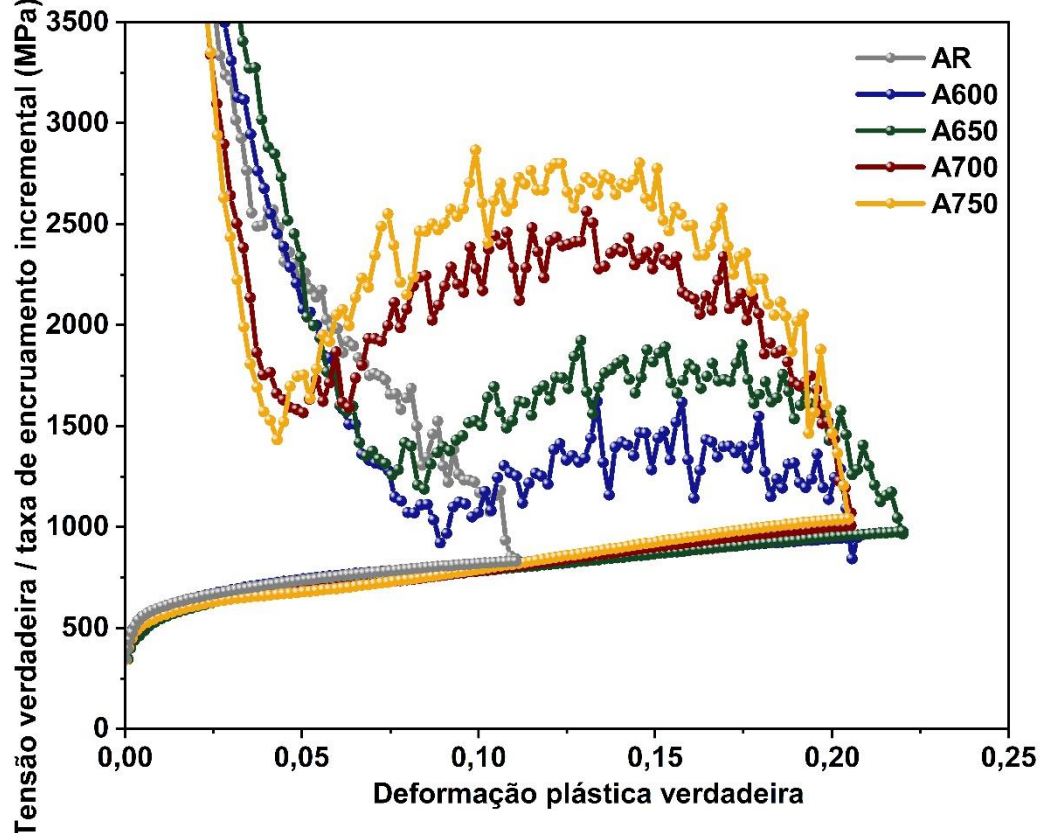
As curvas tensão verdadeira (σ) – deformação plástica verdadeira (ε_{pl}) das amostras de aço inoxidável lean duplex 2304 são apresentadas na Figura 21. As curvas σ - ε_{pl} das amostras tratadas termicamente são semelhantes entre si, porém bem distintas da curva σ - ε_{pl} da amostra como recebida (AR). Esta apresentou um formato de curva ou comportamento típico deste material. Todavia as curvas σ - ε_{pl} das amostras tratadas termicamente apresentaram comportamento de encruamento sigmoidal (CHOI et al., 2012).

Figura 22 - Curva tensão verdadeira-deformação plástica verdadeira das amostras de AILD 2304 dos testes de tração uniaxial quase estáticos realizados na temperatura ambiente.



Na Figura 22 são apresentadas as curvas tensão verdadeira (σ) e as curvas correspondentes da taxa de encruamento incremental ($\theta|_i$) como função da deformação plástica verdadeira (ε_{pl}). A interseção das curvas $\theta|_i-\varepsilon_{pl}$ com as curvas $\sigma-\varepsilon_{pl}$ satisfazem a igualdade da equação (5.29). Os valores de $\theta|_i$ da curva $\theta|_i-\varepsilon_{pl}$ da amostra AR decrescem continuamente com a evolução da deformação plástica verdadeira até a estricção ($\theta_i = \sigma$), enquanto que, os valores de $\theta|_i$ das curvas $\theta|_i-\varepsilon_{pl}$ das amostras A600, A650, A700 e A750 decrescem até um mínimo e então ocorre a recuperação da taxa de encruamento (RTE), com um significativo aumento de $\theta|_i$ até um valor máximo e posterior decréscimo até a estricção. Ou seja, o comportamento do encruamento das amostras tratadas termicamente apresentou três estágios de encruamento. No início do escoamento plástico a taxa de encruamento incremental ($\theta|_i$) das amostras A700 e A750 foram as menores até entre 4 e 6 % de deformação plástica verdadeira. Isto é diretamente refletido nos menores valores de tensão das curvas $\sigma-\varepsilon_{pl}$ das amostras A700 e A750 em relação aos das demais amostras no intervalo de deformação plástica verdadeira precedente à RTE.

Figura 23 - Curvas de taxa de encruamento incremental–deformação plástica verdadeira das amostras de AILD 2304. As curvas sugerem múltiplos estágios de encruamento.

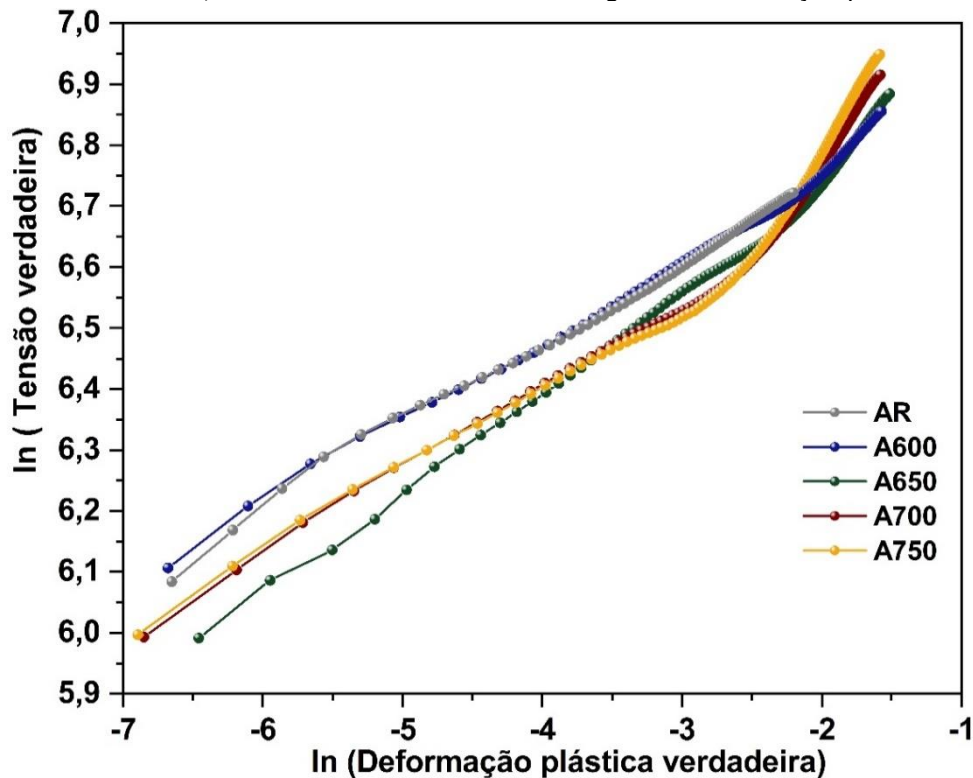


Então após a manifestação da recuperação da taxa de encruamento, os valores de θ_i das amostras A700 e A750 atingiram os maiores valores durante todo o restante do intervalo de deformação plástica verdadeira até a estricção, resultando na mudança do comportamento da curva de encruamento e nos maiores valores de tensão alcançados com expressivo ganho nos valores de alongamento uniforme. Por outro lado, as amostras AR e A600 apresentaram valores de θ_i equivalentes antes da RTE como pode ser visto na Figura 22. Enquanto que os valores de θ_i da amostra A650 foram levemente superiores. Apesar disso, os valores de tensão das curvas σ - ε_{pl} das amostras AR e A600 neste intervalo foram superiores aos da amostra A650. Isto se deve ao LE da amostra A650 ser inferior ao das amostras AR e A600 como observado na Tabela 6. Nota-se que a RTE das amostras A600 e A650 ocorrem posteriormente aos das amostras A700 e A750, com as curvas θ_i - ε_{pl} e σ - ε_{pl} apresentando perfis semelhantes, mas não atingindo os mesmos níveis de θ_i e σ . Adicionalmente, com o aumento da temperatura de tratamento térmico, neste intervalo de temperatura, menor é a deformação plástica verdadeira no qual se inicia

a RTE, denotada por ' ε_t ', sendo seus valores de 0,043, 0,050, 0,085 e 0,089 respectivamente para as amostras A750, A700, A650 e A600; maior a taxa de encruamento incremental nesta deformação ($\theta|_i^t$), apesar do valor de $\theta|_i^t$ da amostra A750 ter sido menor que da amostra A700, e ainda, maior a taxa de encruamento incremental máximo ($\theta|_i^M$) e maior o intervalo de deformação plástica uniforme entre ε_t e ε_u .

A Figura 23 apresenta as curvas experimentais $\ln \sigma - \ln \varepsilon_{pl}$ das amostras de AILD no intervalo de deformação plástica uniforme. Fica claro que o comportamento do encruamento da amostra A600 praticamente reproduz o da amostra AR até a manifestação da RTE (ε_t). O comportamento do encruamento das amostras A700 e A750 foram muito semelhantes durante todo o intervalo de deformação uniforme. De forma distinta, o comportamento do encruamento da amostra A650 previamente à ε_t apresenta porções retilíneas mais inclinadas que as das demais amostras no sistema $\ln \sigma - \ln \varepsilon_{pl}$, isto está em concordância com sua elevada taxa de encruamento incremental ($\theta|_i$) neste intervalo de deformação plástica uniforme (Figura 22).

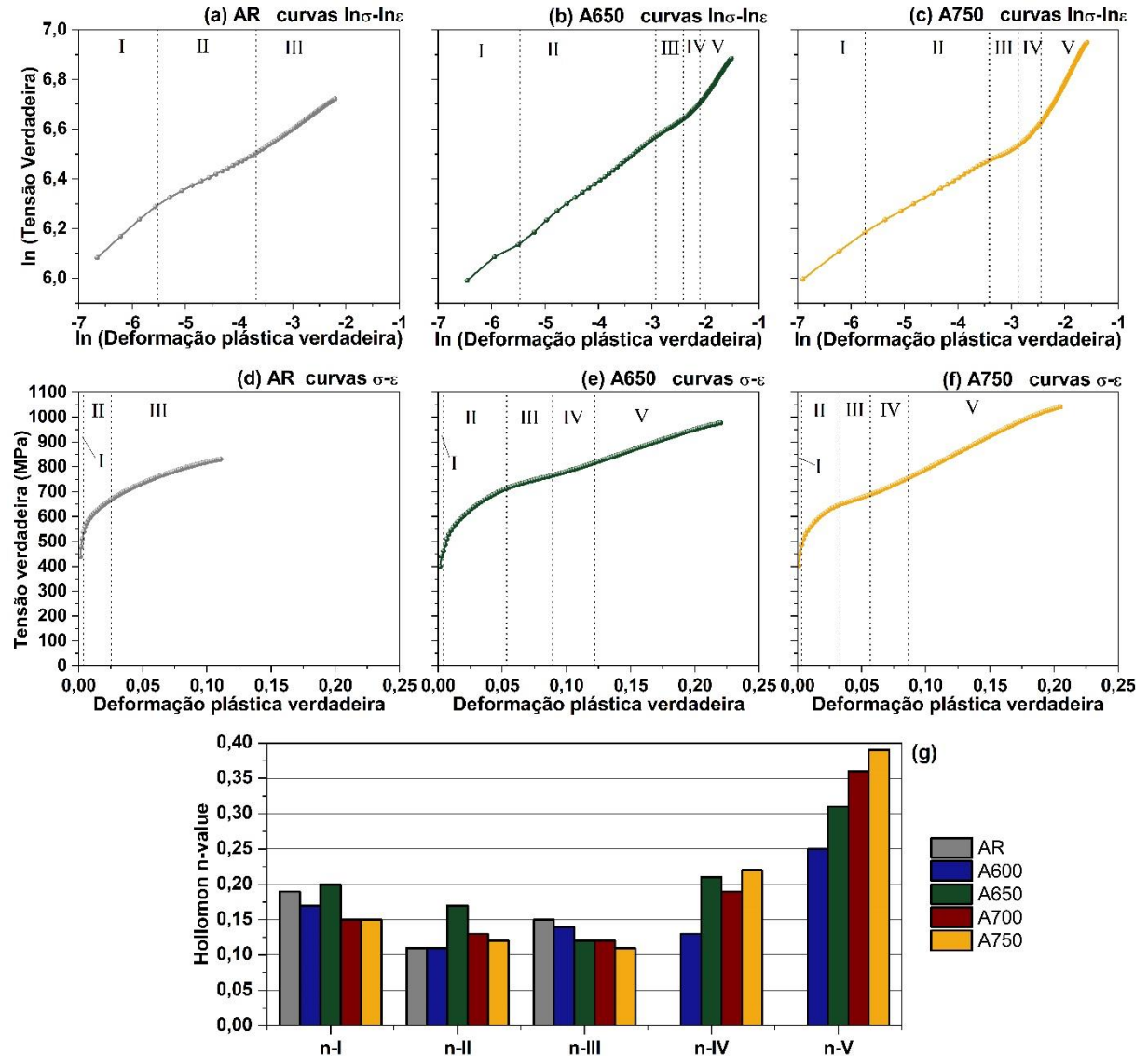
Figura 24 - Curvas $\ln \sigma - \ln \varepsilon_{pl}$ das amostras do AILD 2304. Região de deformação plástica uniforme.



Os dados das curvas $\ln \sigma - \ln \varepsilon_{pl}$ podem ser subdivididos em porções retilíneas, então é conveniente aplicar a análise de Hollomon (HOLLOMON, 1945) e observar a variação dos valores de n_H entre cada região. Este procedimento é ilustrado nas Figura 24a, Figura 24b e Figura 24c para as amostras AR, A650 e A750 respectivamente. A amostra AR apresenta três n_H -valores distintos, sendo o intervalo de deformação plástica referente ao n_H^{III} -valor o de maior intervalo como ilustrado na Figura 24d. As Figura 24e e Figura 24f mostram os intervalos de deformação plástica para os respectivos n_H -valores das amostras A650 e A750. Já nas amostras tratadas termicamente ocorre a redução do intervalo de deformação plástica referente ao n_H^{III} -valor, com o aumento da temperatura de tratamento térmico, e surgem mais dois intervalos de deformação plástica com n_H -valores diferentes, denotados como n_H^{IV} -valor e n_H^V -valor. Sendo os valores dos n_H^{IV} -valor e n_H^V -valor maiores que os n_H -valores anteriores para uma mesma amostra, e ainda, crescentes com o aumento da temperatura como pode ser visto no gráfico da Figura 24g. O intervalo de deformação plástica correspondente ao n_H^V -valor também aumenta com a temperatura de tratamento térmico. O surgimento de dois n_H -valores adicionais após a aplicação dos tratamentos térmicos está em concordância com a manifestação da recuperação da taxa de encruamento durante os ensaios de tração uniaxial quase estáticos.

Enquanto a análise de Hollomon considera os n_H -valores constantes dentro dos intervalos de deformação plástica uniforme. A análise do encruamento por meio do expoente de encruamento incremental ($n|_i$) revela variações contínuas durante o processo de deformação plástica uniforme como mostra as curvas de $n|_i - \varepsilon_{pl}$ das amostras de AILD 2304 sob as condições dadas neste estudo na Figura 25.

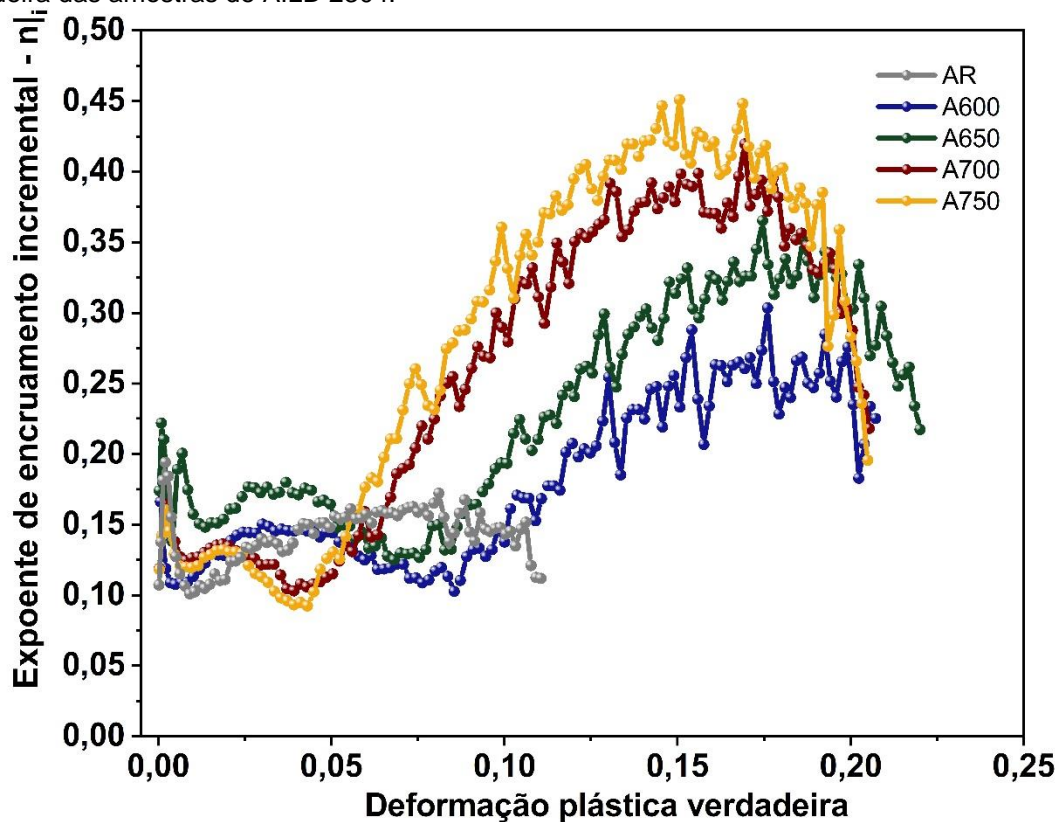
Figura 25 - Análise de Hollomon para as amostras AR (a), A650 (b) e A750 (c). Intervalo de deformação plástica verdadeira para os respectivos n_H -valores das amostras AR (d), A650 (e) e A750 (f) no sistema σ - ϵ_{pl} . Valores dos n_H -valores para todas as amostras do AILD 2304.



As curvas de $n_{|i-\epsilon_{pl}}$ de todas as amostras apresentaram máximos e mínimos locais. Os valores de $n_{|i}$ da amostra AR no início do escoamento plástico são crescentes a partir de 0,11 até um máximo local, $n_{|i}^{MI}$ de 0,19 ($\epsilon_{pl} = 0,002$) seguido de um decréscimo até 0,10 ($\epsilon_{pl} = 0,009$), e então, esse comportamento se repete tendo um segundo máximo local $n_{|i}^{MII} = 0,17$ ($\epsilon_{pl} = 0,08$) e $n_{|i}^u = 0,11$ na estricção ($\epsilon_u = 0,11$). Comportamento análogo foi apresentado pelas curvas de $n_{|i-\epsilon_{pl}}$ das amostras tratadas termicamente antes das respectivas ϵ_t , em que os valores de $n_{|i}$ destas amostras também variaram com a deformação plástica verdadeira entre 0,10 e 0,23. Para deformação plástica no intervalo entre o primeiro mínimo da curva de $n_{|i-\epsilon_{pl}}$ da

amostra AR ($\varepsilon_{pl} = 0,009$) e os respectivos n_i^{MIII} das amostras tratadas termicamente, o valor de n_i da amostra AR foi inferior, e ainda, os valores de n_i da amostra A650 manteve-se superior ao das demais amostras antes das ε_t das amostras A700 e A750. Após a deformação ε_t , os valores de n_i das amostras tratadas termicamente apresentaram um crescimento expressivo cujos n_i máximos (n_i^{MIII}) foi em torno de 0,45 ($\varepsilon_{pl} = 0,15$), 0,42 ($\varepsilon_{pl} = 0,17$), 0,37 ($\varepsilon_{pl} = 0,17$) e 0,30 ($\varepsilon_{pl} = 0,18$), respectivamente, para as amostras A750, A700, A650 e A600. Então, após atingirem os respectivos máximos os valores de n_i decresceram até a estricção, com os valores de n_i na estricção sendo de 0,20 ($\varepsilon_u = 0,21$), 0,22 ($\varepsilon_u = 0,21$), 0,22 ($\varepsilon_u = 0,22$) e 0,23 ($\varepsilon_u = 0,21$), respectivamente, para as amostras A750, A700, A650 e A600. As amostras A750 e A700 apresentaram os menores valores de n_i que se sucedeu próximo ε_t , ou seja, apresentaram a maior amplitude nos ganhos de n_i durante o intervalo de deformação plástica uniforme.

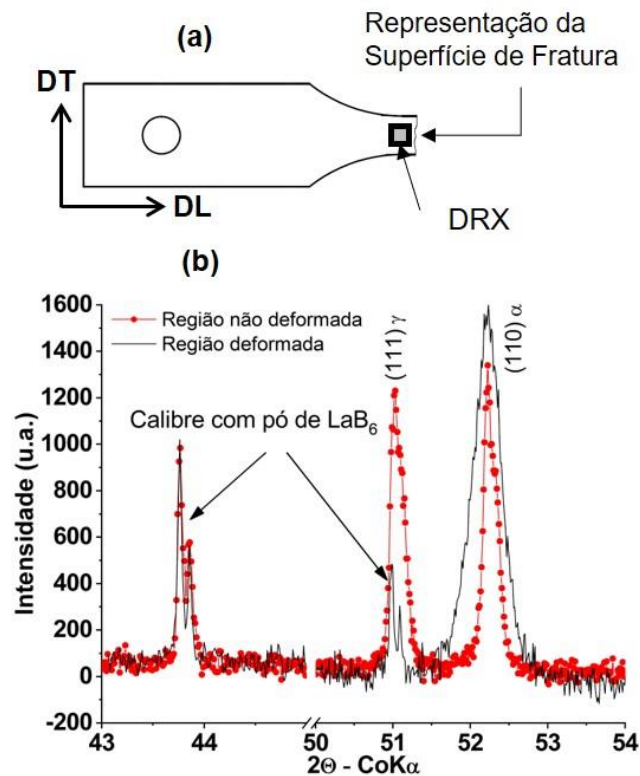
Figura 26 - Evolução das curvas do expoente de encruamento incremental – deformação plástica verdadeira das amostras de AILD 2304.



5.5.3 Análise de difração de raios-X da microestrutura da região deformada

Devido as diferenças de comportamento do encruamento entre a amostra como recebida e as amostras tratadas termicamente foi realizado análises de difração de raios X na região deformada dos corpos de prova de tração uniaxial como apresentado no desenho esquemático da Figura 26a. A Figura 26b apresenta o padrão de difração de raios X compreendido no intervalo 2θ de 43 a 54 °(graus) da amostra A750 na condição não deformada e da região deformada do corpo de prova. A região deformada apresenta uma diminuição acentuada na intensidade do pico do plano $(111)_\gamma$ da austenita e um aumento tanto na intensidade quanto na largura do pico referente ao plano $(110)_\alpha$ da ferrita. Isto indica que a fase austenita está sendo consumida no processo de deformação plástica, assim isto é uma evidência da possibilidade de ocorrência de transformação de fase induzida por deformação durante o processo de deformação plástica das amostras de AILD 2304 sob as condições deste estudo.

Figura 27 - Difração de raios-X na amostra A750. Padrão de difração de raios-X na amostra sem deformação (a). Padrão de difração de raios-X na região próxima a fratura do corpo-de-prova de tração uniaxial.



5.5.4 Predição do comportamento do encruamento através da aplicação dos modelos constitutivos de encruamento

As curvas de encruamento geradas pelos ajustes das bem conhecidas equações de encruamento (Tabela 4) sobre as curvas σ - ε_{pl} das amostras de (AILD) são apresentadas na Figura 27. Os correspondentes valores dos parâmetros de encruamento calculados pelos ajustes são apresentados na Tabela 7 e também, a qualidade dos ajustes (R^2) e o erro quadrático médio (RMSE) estão reunidos na Tabela 8. Na Figura 27a, com exceção da curva de encruamento do modelo de Voce, as curvas de encruamento apresentaram uma boa descrição do comportamento do encruamento do aço AILD na condição como recebida (AR). Destaca-se a curva de encruamento de Ludwik que apresentou o maior R^2 e o menor RMSE (MPa) (Tabela 8). Entretanto, com a aplicação dos tratamentos térmicos, ou seja, a mudança do comportamento do encruamento para sigmoidal, as curvas de encruamento destas equações perdem a capacidade de descrever as curvas σ - ε_{pl} , como é ilustrado nas Figura 27b, Figura 27c, Figura 27d e Figura 27e. Como se observa na Tabela 8, com o aumento do caráter do comportamento do encruamento sigmoidal menor é a qualidade dos ajustes (R^2) das equações de 5.1 a 5.5, com expressivo aumento nos valores do RMSE (MPa).

As curvas de encruamento geradas pela aplicação do novo modelo de encruamento, isto é, pelo modelo de Gonoring, equação (5.16), juntamente com os dados experimentais em tração uniaxial das amostras de (AILD) são apresentadas na Figura 28. Conforme é observado nesta figura, as curvas de encruamento do modelo de Gonoring praticamente coincidem com as curvas de encruamento experimentais, tanto em relação à amostra como recebida quanto às amostras tratadas termicamente.

Os coeficientes polinomiais (Ω_z) utilizados na equação 5.16 foram gerados pelo ajuste da equação 5.31 de quinto grau ($\varphi = 5$) sobre a curva experimental $\ln \sigma$ - $\ln \varepsilon_{pl}$ para a amostra AR, grau nove ($\varphi = 9$) para as amostras A600 e A650 e grau oito ($\varphi = 8$) para as amostras A700 e A750. Os valores destes coeficientes (Ω_z), da

deformação uniforme verdadeira (ϵ_u) e do limite de resistência em tensão verdadeira (σ_u) são apresentados na Tabela 9. É importante destacar que o coeficiente independente do ajuste da eq. 5.31, isto é, Ω_0 não é utilizado na equação 5.16 apesar de ser calculado.

Figura 28 - Ajuste das bem conhecidas equações de encruamento sobre os dados do ensaio de tração das amostras de AILD 2304 (a) AR, (b) A600, (c) A650, (d) A700 e (e) A750.

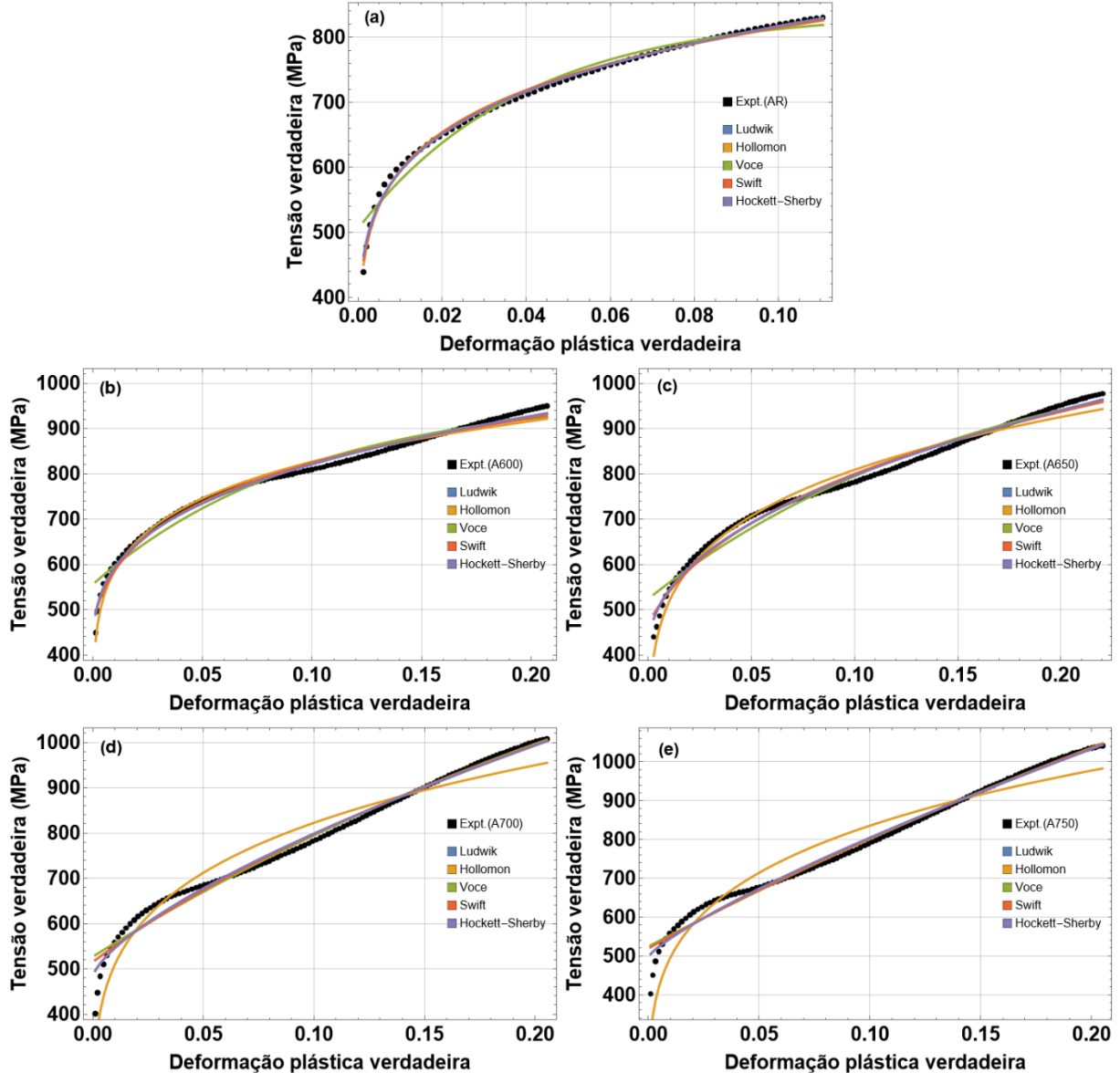


Tabela 7 - Parâmetros das equações de encruamento ajustadas nos dados experimentais do ensaio de tração quase estático das amostras de AILD 2304.

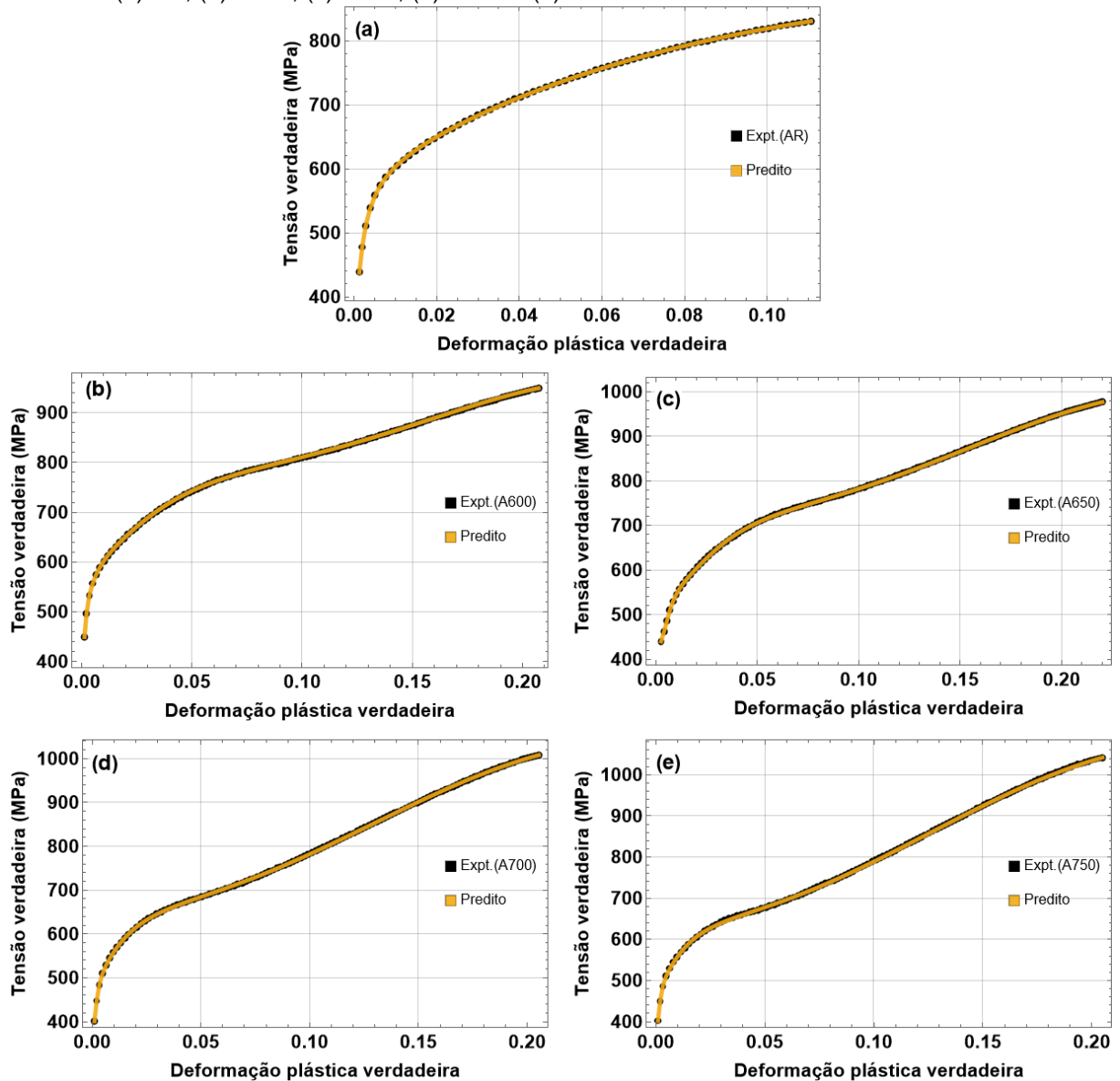
Model	Parameter	Conditions				
		AR	A600	A650	A700	A750
Ludwik	σ_y	197	372	402	481	497
	K_L	967	912	1107	1558	1953
	n_L	0,19	0,31	0,45	0,70	0,80
Hollomon	K_H	1114	11165	1265	1326	1407
	n_H	0,14	0,15	0,19	0,21	0,23
Voce	σ_y	840	556	524	527	524
	σ_s	506	976	1113	1627	2400
	n_V	25,0	10,2	6,2	2,8	1,6
Swift	K_S	1122	1206	1381	1848	2213
	ϵ_0	3×10^{-4}	4×10^{-3}	0,014	0,06	0,101
	n_S	0,14	0,17	0,25	0,47	0,63
Hockett - Sherby	σ_y	219	378	405	482	497
	σ_s	4965	9923	15425	54243	411789
	$(N)^p$	0,22	0,01	0,08	0,03	0,005
	p	0,21	0,32	0,46	0,69	0,80

Os valores de todos os parâmetros iniciados por σ e K estão em MPa.

Tabela 8 - Qualidade dos ajustes de cada equação de encruamento com base nos dados oriundos do ensaio de tração uniaxial quase estático do AILD 2304.

Eq.	Condições									
	AR		A600		A650		A700		A750	
	R^2	RMSE (MPa)	R^2	RMSE (MPa)	R^2	RMSE (MPa)	R^2	RMSE (MPa)	R^2	RMSE (MPa)
L	0,9965	5,28	0,9923	9,37	0,9903	12,37	0,9863	16,60	0,9881	16,82
H	0,9955	6,03	0,9837	13,65	0,9761	19,50	0,9360	36,11	0,9227	43,36
V	0,9755	14,07	0,9677	19,13	0,9765	19,30	0,9805	19,76	0,9856	18,50
S	0,9956	5,94	0,9884	11,48	0,9861	14,83	0,9820	18,95	0,9861	18,21
HS	0,9965	5,35	0,9921	9,45	0,9902	12,45	0,9862	16,62	0,9881	16,82

Figura 29 - Curvas de encruamento experimental e predito pelo modelo de Gonoring para as amostras (a) AR, (b) A600, (c) A650, (d) A700 e (e) A750.



A escolha do grau (φ) do polinômio interpolador (equação (5.31)) é aquele que apresentar o menor valor de RMSE calculado com relação as curvas de encruamento predita pelo modelo de Gonoring, equação (5.16), e as curvas de encruamento experimentais ($\sigma\text{-}\varepsilon_{pl}$). Os valores de (R^2) e do RMSE referente a aplicação da equação 5.16 são apresentados na Tabela 10. O novo modelo de encruamento apresentou valores de R^2 superiores a 0,9999 em todas as condições, e ainda, os valores de RMSE foram menores do que 1,35 MPa. Em todas as condições o (φ) escolhido apresentou o menor valor de RMSE que é precedido de um novo (φ) de maior valor de RMSE, como é observado na Tabela 10 para efeito de comparação.

Tabela 9 - Valores dos parâmetros da equação de encruamento de Gonoring obtidos dos dados do ensaio de tração uniaxial quase estático das amostras de AILD 2304. Os valores de $K(\Omega_z, \varepsilon_u, \sigma_u)$ e σ_u estão em MPa.

Parâmetros	Condições				
	AR	A600	A650	A700	A750
ε_u	0,11	0,21	0,22	0,21	0,20
σ_u	830,62	949,45	977,12	1007,92	1041,81
Ω_0	5,92103	-16,4484	2,55415	-2,08272	-0,95812
Ω_1	-1,41616	-66,6231	-6,70426	-21,9566	-18,718
Ω_2	-0,821305	-80,4412	1,38635	-21,4036	-17,4122
Ω_3	-0,202287	-54,1928	9,06112	-11,0231	-8,39334
Ω_4	-0,023244	-22,5998	7,84954	-3,35026	-2,34184
Ω_5	-0,001002	-6,07383	3,39543	-0,620797	-0,38861
Ω_6	-	-1,05566	0,849013	-0,068858	-0,03723
Ω_7	-	-0,114774	0,124541	-0,004194	-0,00185
Ω_8	-	-0,007102	0,009969	-0,000108	-0,000034
Ω_9	-	-0,000191	0,000337	-	-
$K(\Omega_z, \varepsilon_u, \sigma_u)$	373,74	$7,19 \times 10^{-8}$	12,8565	8092,11	0,3832
$F(\varepsilon_u)$	2,228	$1,32 \times 10^{10}$	76,0021	0,12456	2719,02

Os coeficientes polinomiais (Ω_z) apresentados na Tabela 9 foram utilizados nas equações 5.12 e 5.21 a fim de gerar as curvas do expoente de encruamento instantâneo- $n(\varepsilon_{pl})$ apresentadas na Figura 29 e das taxas de encruamento- $\theta(\varepsilon_{pl})$ predito pelo modelo de Gonoring mostradas nas Figura 30. As curvas de $n(\varepsilon_{pl})$ - ε_{pl} foram capazes de reproduzir a forma das respectivas curvas de $n|_i$ - ε_{pl} com os valores de $n(\varepsilon_{pl})$ bem próximos dos valores de $n|_i$. Entretanto, com exceção da amostra A650, os valores de $n(\varepsilon_u)$, ou seja, na estricção, foram superestimados em relação aos valores de $n|_i$. Nas amostras A600, A700 e A750 os correspondentes mínimos e máximos de $n(\varepsilon_{pl})$ se apresentaram um pouco deslocados em relação aos respectivos $n|_i$, na porção anterior à ε_t . As curvas $\theta(\varepsilon_{pl})$ - ε_{pl} também foram capazes de reproduzir a forma das curvas $\theta|_i$ - ε_{pl} com uma boa concordância nos valores entre $\theta(\varepsilon_{pl})$ e $\theta|_i$. Novamente com exceção da amostra A650 a previsão de $\theta(\varepsilon_u)$ são superestimados em relação à $\theta|_i$, e ainda, os valores e $\theta(\varepsilon_t)$ são levemente superestimados em relação à $\theta|_i$ para todas as amostras tratadas

termicamente. Os valores de RMSRP referentes as curvas de $n(\varepsilon_{pl})-\varepsilon_{pl}$ e de $\theta(\varepsilon_{pl})-\varepsilon_{pl}$ preditas respectivamente para cada amostra são apresentados na Tabela 10. Para as amostras A600 e A750 os valores de RMSRP foram maiores que a unidade e das demais amostras ficou em torno de 0,65.

Tabela 10 - Qualidade da predição do comportamento do encruamento das amostras do AILD 2304 através do modelo de Gonoring fazendo o uso dos coeficientes polinomiais (Ω_z) gerados a partir do ajuste polinomial de diferentes graus (φ). Resultados com RMSE menores do que 2.5 MPa foram alcançados. θ : taxa de encruamento.

AR				
(φ)	R ²	RMSE (MPa)	RMSRP (n-valor)	RMSRP (θ)
$\varphi = 4$	0,99981	2,66	1,34	1,31
$\varphi = 5$	0,99996	0,58	0,66	0,65
$\varphi = 6$	0,99998	0,83	0,83	0,83
A600				
(φ)	R ²	RMSE (MPa)	RMSRP (n-valor)	RMSRP (θ)
$\varphi = 8$	0,99991	1,65	1,59	1,14
$\varphi = 9$	0,99998	0,72	1,17	1,03
$\varphi = 10$	0,99997	0,86	0,90	0,80
A650				
(φ)	R ²	RMSE (MPa)	RMSRP (n-valor)	RMSRP (θ)
$\varphi = 8$	0,99997	1,11	0,66	0,68
$\varphi = 9$	0,99998	0,55	0,66	0,61
$\varphi = 10$	0,99999	0,87	0,57	0,58
A700				
(φ)	R ²	RMSE (MPa)	RMSRP (n-valor)	RMSRP (θ)
$\varphi = 7$	0,99997	1,45	1,24	1,21
$\varphi = 8$	0,99998	0,68	0,61	0,64
$\varphi = 9$	0,99999	1,35	1,40	1,19
A750				
(φ)	R ²	RMSE (MPa)	RMSRP (n-valor)	RMSRP (θ)
$\varphi = 7$	0,99997	1,59	1,26	1,24
$\varphi = 8$	0,99997	1,32	1,05	1,06
$\varphi = 10$	0,99998	1,87	3,38	2,93

Figura 30 - Curvas de n-valor-deformação plástica verdadeira para as amostras (a) AR, (b) A600, (c) A650, (d) A700 e (e) A750.

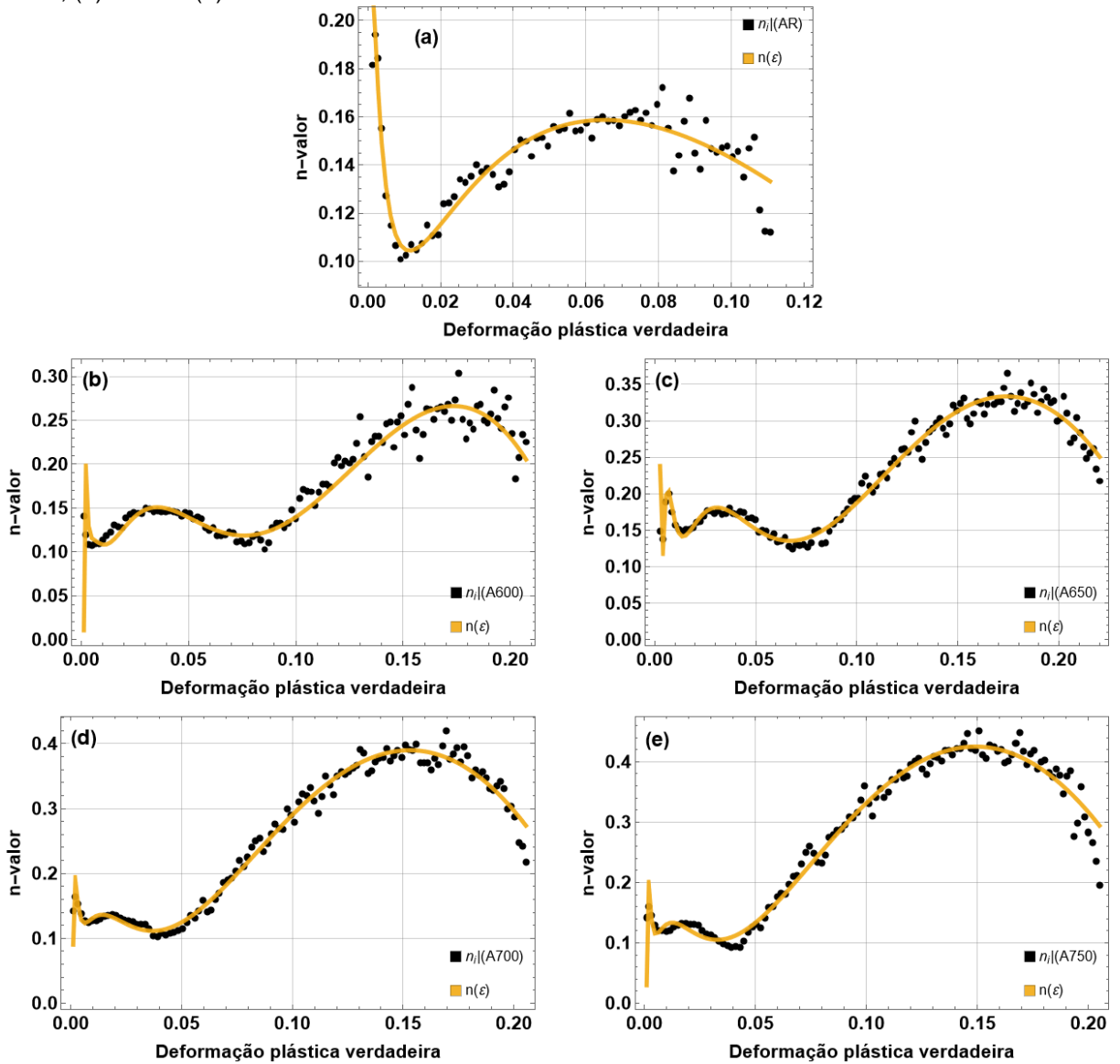
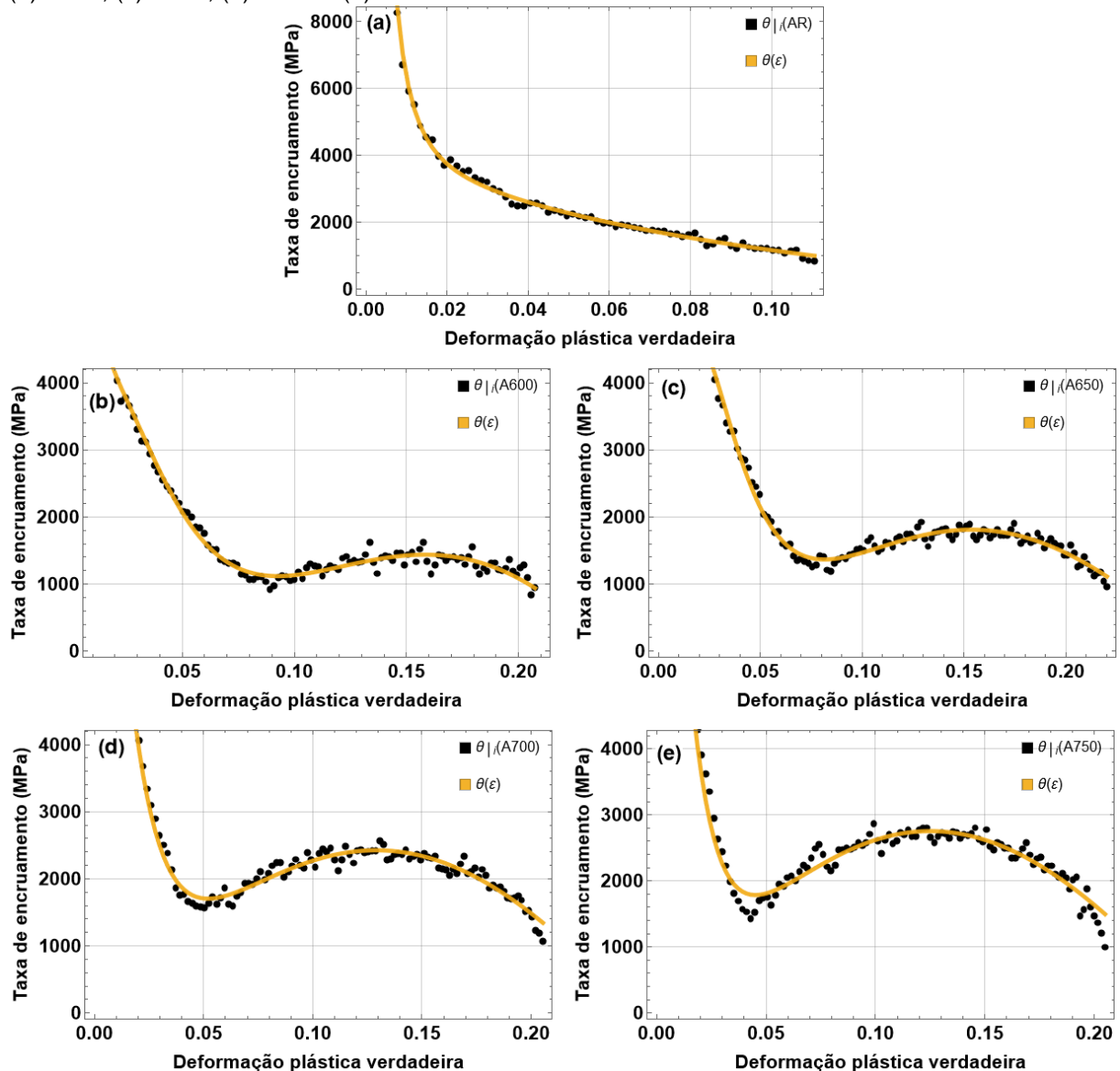


Figura 31 - Curvas de taxa de encruamento-deformação plástica verdadeira para as amostras (a) AR, (b) A600, (c) A650, (d) A700 e (e) A750.



5.6 DISCUSSÃO

5.6.1 Comportamento do encruamento

Os aços inoxidáveis lean duplex são ligas compostas por frações volumétricas equivalentes de ferrita (α) e austenita (γ). O comportamento do encruamento destas ligas é influenciado não apenas pela fração volumétrica e tamanho de grão, mas pelos mecanismos de deformação plástica destas duas fases (CHOI *et al.*, 2012; GUO *et al.*, 2018). Na ferrita, o mecanismo de deformação plástica se dá por escorregamento com desvio (cross-slip) e escalada (climb) de discordâncias com

formação e evolução de células de discordâncias e recuperação dinâmica, devido à alta energia de defeito de empilhamento (EDE) e numerosos sistemas de deslizamentos dessa fase (HERRERA; PONGE; RAABE, 2011; PADILHA; JR SICILIANO, 2005; SANTOS *et al.*, 2022). Por outro lado, na austenita o mecanismo de deformação plástica sofre variação de deslizamento de discordâncias (SLIP), para maclação mecânica (twinning induced plasticity-TWIP) e/ou a transformação da austenita em martensita induzida por deformação plástica (transformation induced plasticity-TRIP), respectivamente, quanto menor for a EDE da austenita (ANTUNES; DE OLIVEIRA, 2014; SANTOS *et al.*, 2022). O efeito da diminuição da EDE em metais CFC é associado ao aumento da taxa de encruamento, da resistência e alongamento uniforme (ANTUNES; DE OLIVEIRA, 2014). O grau de estabilidade da austenita depende de sua composição química, temperatura, energia de defeito de empilhamento, tamanho de grão e morfologia (BLECK; GUO; MA, 2017; CHIANG *et al.*, 2011; HERRERA; PONGE; RAABE, 2011; TALONEN; HÄNNINEN, 2007). Os mecanismos TWIP e TRIP promovem a formação de novas interfaces no interior dos grãos de austenita produzindo um pronunciado efeito no encruamento e proporcionam excelentes ganhos na resistência (LR) e ductilidade do material. O efeito TRIP em temperaturas próximas a ambiente promove um substancial aumento da taxa de encruamento (BLECK; GUO; MA, 2017; MARTIN *et al.*, 2016).

A queda contínua dos valores da taxa de encruamento ($\theta|_i$ e $\theta(\epsilon)$) no início do escoamento plástico (Figura 22) significa que a deformação plástica uniforme é controlada pelos processos de deslizamentos de discordâncias nos sistemas de deslizamento das respectivas fases (LIU, W. H. *et al.*, 2016; XU, J. *et al.*, 2020). Já a recuperação da taxa de encruamento (RTE) (Figura 22), amplamente encontrada em ligas com efeito TWIP e/ou TRIP, é causada por um processo dinâmico de redução do livre caminho médio das discordâncias, Λ , durante a deformação plástica uniforme. A formação de contornos de macla reduz Λ , enquanto a redução de Λ devido ao efeito TRIP se dá pela formação de contornos de fases. A recuperação da taxa de encruamento (RTE) é significativamente importante para ganhos simultâneos de limite de resistência (LR) e alongamento uniforme ($\%e_u$) (XU, J. *et al.*, 2020; YANG, C. L. *et al.*, 2015). Tais variações da taxa de encruamento devido aos efeitos TRIP e/ou TWIP têm sido atribuídos ao comportamento do encruamento sigmoidal de aços inoxidáveis austeníticos, aços duplex ao manganês e aços inoxidáveis duplex

(CHOI *et al.*, 2012; GUO *et al.*, 2018; HERRERA; PONGE; RAABE, 2011; BLECK; GUO; MA, 2017; YANG, T. *et al.*, 2018; ZHAO *et al.*, 2016; LAROOUR *et al.*, 2013; PARK *et al.*, 2017). E por conseguinte, essas mudanças de comportamento do encruamento são refletidas nas curvas de expoente de encruamento instantâneo de dado metal ou liga, causando elevados ganhos nos valores de expoente de encruamento instantâneo dentro do intervalo de deformação plástica em que os efeitos TWIP e ou TRIP + TWIP são o mecanismo de deformação plástica controladores (FINFROCK *et al.*, 2020; PASHANGEH; BANADKOUKI; SOMANI, 2020; FINFROCK *et al.*, 2021; ZHAO *et al.*, 2018; XU *et al.*, 2020).

Em aços duplex com efeito TRIP a formação de martensita induzida por deformação inicia em níveis pequenos de deformação plástica (austenita- $\gamma_{(FCC)} \rightarrow$ martensita- $\epsilon_{(HC)}$) de maneira não uniforme e finamente dispersa em locais específicos, tais como as interseções de bandas de defeitos de empilhamento em grãos austeníticos e avança para regiões não deformadas na medida que a deformação plástica aumenta (GUO *et al.*, 2018; HERRERA; PONGE; RAABE, 2011; ZHAO *et al.*, 2016). Contudo, de acordo com o trabalho de Herrera *et al.* (2011) a formação de martensita- ϵ não modifica o comportamento global da curva de encruamento, mas sim a geração de martensita- $\alpha'_{(TCC)}$, que se dá nas interseções das bandas de martensita- ϵ (martensita- $\epsilon_{(HC)} \rightarrow$ martensita- $\alpha'_{(TCC)}$), nas interseções de maclas e nas interseções de bandas de cisalhamento (TALONEN; HÄNNINEN, 2007; DE COOMAN; ESTRIN; KIM, 2018) e sua formação é a responsável pela recuperação da taxa de encruamento (RTE). A formação e evolução da martensita- α' controla a deformação plástica e promove os ganhos de resistência e ductilidade atribuídos ao efeito TRIP. A deformação na qual se dá o início da formação desta fase ($\alpha'_{(TCC)}$) é aquela na qual a taxa de encruamento é mínima antes da RTE e se chama deformação transiente (ϵ_t) conforme proposto por Stringfellow *et al.* (1992) e bem como demonstrado por Herrera *et al.* (2011) em AID com elevado teor de manganês. A deformação transiente- ϵ_t também é atribuída a deformação na qual o mecanismo de deformação plástica muda de deslizamento de discordâncias para TWIP ou a combinação de TRIP + TWIP (STRINGFELLOW; PARKS; OLSON, 1992). Em ϵ_t ocorre a mudança no formato das curvas σ - ϵ_{pl} de parabólico para sigmoidal (BLECK; GUO; MA, 2017; CHOI *et al.*, 2012; GUO *et al.*, 2018; HERRERA; PONGE;

RAABE, 2011; LAROOUR *et al.*, 2013; PARK *et al.*, 2017; STRINGFELLOW; PARKS; OLSON, 1992; ZHAO *et al.*, 2016).

Todas as modificações nas propriedades mecânicas e no comportamento do encruamento do aço inoxidável lean duplex 2304 descritas neste trabalho sugerem que os tratamentos térmicos promoveram a diminuição do grau de estabilidade da austenita. O aumento da resistência (LR) e alongamento uniforme ($\%e_u$), conseqüentemente do ECO-index, diminuição da razão elástica (Tabela 6) e a mudança do comportamento do encruamento para o comportamento do encruamento sigmoidal (Figura 21), associados ainda, com a diminuição da intensidade dos picos de austenita e aumento da largura e intensidade dos picos de ferrita na região deformada (Figura 26), apresentado pelas amostras tratadas termicamente corroboram a manifestação do efeito TRIP devido a transformação martensítica induzida por deformação (SIM), ou a combinação do efeito TRIP + TWIP durante o processo de deformação plástica uniforme (BLECK; GUO; MA, 2017; CHOI *et al.*, 2012; GUO *et al.*, 2018; MARTIN *et al.*, 2016; ZHAO *et al.*, 2016, 2018). A ocorrência do efeito TRIP durante a deformação plástica uniforme na temperatura ambiente do AILD 2304 já foi reportada na literatura (MARIA *et al.*, 2019; RODRIGUES *et al.*, 2019; SANTOS *et al.*, 2022; TAVARES *et al.*, 2014). Adicionalmente, quanto maior foi a temperatura de tratamento térmico, menor a tensão necessária para ativar os mecanismos da RTE (Figura 21 e Figura 22), ou seja, menor a deformação transiente (ϵ_t) e o processo de deformação plástica prossegue com elevados valores de taxa de encruamento (Figura 22) e expoente de encruamento instantâneo (Figura 25) garantindo que uma deformação plástica uniforme estendida seja sustentada (YANG *et al.*, 2018), também sugerindo que os mecanismos TRIP, ou TRIP + TWIP estão ativos e são os responsáveis pelo comportamento do encruamento sigmoidal. Mostrando assim, a diminuição da estabilidade da austenita com a temperatura de tratamento térmico. O tratamento térmico do aço lean duplex 2304 na faixa de temperatura entre 600 a 750°C durante longo período de exposição, pode promover a difusão dos elementos de liga causando alterações na composição química, fração volumétrica e tamanho de grão das duas fases. A composição química da austenita afeta os valores da sua (EDE), que por sua vez determina qual tipo de mecanismo de deformação plástica será ativado (BLECK; GUO; MA, 2017; CHOI *et al.*, 2012; GUO *et al.*, 2018; MARIA *et al.*,

2019; MARTIN *et al.*, 2016; RODRIGUES *et al.*, 2019; SANTOS *et al.*, 2022; ZHAO *et al.*, 2016, 2018). Com essas observações, neste trabalho levanta-se a hipótese de que as modificações nas propriedades mecânicas do aço em estudo, pelos tratamentos térmicos foi uma alteração no mecanismo de deformação plástica da austenita de deslizamento de discordâncias para TRIP ou TRIP + TWIP.

5.6.2 Discussão sobre a superior capacidade de predição do comportamento do encruamento da nova equação constitutiva frente as equações constitutivas clássicas.

As curvas de encruamento, de expoente de encruamento instantâneo e de taxa de encruamento são intrinsecamente dependentes da quantidade, distribuição, morfologia e fração volumétrica das fases presentes na microestrutura, e ainda, dos mecanismos de deformação plástica permitidos de cada fase e das interações micromecânicas entre elas, em função também das condições e tipo de cargas aplicadas sobre a liga metálica policristalina (BLECK; GUO; MA, 2017; CHIANG *et al.*, 2011; HERRERA; PONGE; RAABE, 2011; LAROOUR *et al.*, 2013; MADIVALA; BLECK, 2019; PHAM *et al.*, 2018; SUNG; KIM; WAGONER, 2010). Todas estas condições definem o grau de complexidade envolvido no comportamento do encruamento do material. O comportamento do encruamento sigmoidal das amostras de AILD 2304 tratadas termicamente, gerado pela diminuição da estabilidade da austenita, inviabilizou a descrição deste comportamento pela aplicação das equações de encruamento de potência e saturação, equações (5.1)-(5.5), como apresentado na Figura 27 e Tabela 8. Em sua concepção original os modelos que definiram essas equações de encruamento não levaram em conta a manifestação de mudanças de mecanismos de deformação plástica capazes de alterar o comportamento do encruamento como o efeito TRIP e TWIP. Por outro lado, a equação de encruamento do modelo de Gonoring, equação (5.16), se baseia na propriedade de endurecimento instantâneo de metais policristalinos à medida que evolui o processo de deformação plástica uniforme, ou seja, na definição fenomenológica do expoente de encruamento instantâneo (equação (5.6)). Uma consequência imediata disto é a consideração da possibilidade de todo e qualquer mecanismo de deformação plástica permitido para metais ou ligas policristalinos no novo modelo de equação constitutiva. Adicionalmente, leva ainda em consideração

as eventuais mudanças de mecanismos de deformação plástica, como foi ilustrado pelas curvas de encruamento das amostras tratadas termicamente no instante (deformação transiente) em que ocorre nas respectivas curvas de encruamento a manifestação da RTE em consequência do efeito TRIP ou TRIP + TWIP (Figura 22). Tudo isso é confirmado pela excepcional qualidade da predição do comportamento do encruamento, curvas σ - ε_{pl} , das curvas do expoente de encruamento incremental, curvas $n|_i$ - ε_{pl} , e das curvas de taxa de encruamento incremental, curvas $\theta|_i$ - ε_{pl} , respectivamente pela equação de encruamento de Gonoring, equação (5.16), equação do expoente de encruamento instantâneo- $n(\varepsilon_{pl})$ como definido na equação (5.12) e equação da taxa de encruamento- $\theta(\varepsilon_{pl})$ da equação (5.21) tanto para a amostra como recebida quanto para as amostras tratadas termicamente, como foi apresentado pelas Figura 28 a Figura 30 e Tabela 10.

A concepção da equação de encruamento de Gonoring, equação (5.16), baseada nas equações (5.6) e (5.12) trouxe uma nova classe de equações de encruamento. Ambas as funções amplitude de encruamento - $K(\Omega_z, \varepsilon_u, \sigma_u)$, equação (5.14), e a função de encruamento normalizada - $F(\Omega_z, \varepsilon_{pl})$, equação (5.15), são equações do tipo exponencial polinomial. Para melhor compreensão da dinâmica da função de encruamento normalizada ela pode ser reescrita como na equação (5.35), ou seja, esta função pode ser vista como o produto de uma função de encruamento de potência por uma função de encruamento exponencial polinomial.

$$F(\Omega_z, \varepsilon_{pl}) = \varepsilon_{pl}^{\Omega_1} \cdot \exp \left\{ \sum_{z=2}^{\varphi} \Omega_z [(\ln \varepsilon_{pl})^z] \right\} \quad (5.35)$$

Assim, em função dos valores, sinais e quantidade dos coeficientes polinomiais - Ω_z , que dependem da curva de encruamento do material no sistema $\ln \sigma - \ln \varepsilon_{pl}$, têm-se uma grande possibilidade de combinação do produto $\varepsilon_{pl}^{\Omega_1} \cdot \exp \{ \sum \Omega_z [(\ln \varepsilon_{pl})^z] \}$. Isto permite a função de encruamento normalizada caracterizar e reproduzir a forma da curva de encruamento de uma dada amostra de metal policristalino dentro do intervalo de deformação plástica uniforme.

Analisando a Tabela 9 nota-se que os sinais dos coeficientes polinomiais Ω_1 são negativos para todas as condições das amostras de AILD 2304, portanto a função de encruamento normalizada capaz de reproduzir a forma das curvas de encruamento da amostra como recebida e das amostras tratadas termicamente do AILD 2304 são todas do tipo $(1/\varepsilon_{pl}^{\Omega_1}) \cdot \exp\{\sum \Omega_z [(\ln \varepsilon_{pl})^z]\}$. A amostra A650 apresentou todos os demais coeficientes polinomiais ($\Omega_2 \dots \Omega_\varphi$) com sinais positivos em contrapartidas das outras amostras cujo os sinais dos demais ($\Omega_2 \dots \Omega_\varphi$) são todos negativos. Outra diferença importante está na quantidade de Ω_z utilizados pela equação de encruamento (equação (5.16)) para descrever o comportamento do encruamento de cada amostra. Apesar de apresentarem um comportamento de encruamento sigmoidal mais expressivo, as amostras A700 e A750 utilizaram 8 coeficientes polinomiais, enquanto as amostras A600 e A650 um total de 9. Isto ocorreu, pois, as amostras A600 e A650 apresentaram maiores valores de deformação transiente (ε_t), permitindo um maior intervalo de deformação plástica sem mudança de mecanismos de deformação, sugerindo assim, que a complexidade envolvida no comportamento do encruamento destas amostras é maior que a das amostras AR, A700 e A750. Ainda na Tabela 9, observa-se a grande diferença das ordens de grandeza dos valores da função de encruamento normalizada de cada amostra calculado na deformação plástica uniforme, $F(\Omega_z, \varepsilon_u)$. Enquanto a função de encruamento normalizada - $F(\Omega_z, \varepsilon_{pl})$ gera a forma da curva de encruamento predita pela equação (5.16), a função amplitude de encruamento - $K(\Omega_z, \varepsilon_u, \sigma_u)$ dá a intensidade em unidades de tensão verdadeira (MPa) dos pontos da curva de encruamento. Os valores de $K(\Omega_z, \varepsilon_u, \sigma_u)$ necessários para satisfazer a condição $\sigma(\varepsilon_u) = \sigma_u$ para cada amostra são apresentados na Tabela 9.

A Figura 31 ilustra a propriedade da função amplitude de encruamento de deslocar verticalmente os pontos da curva gerada pela $F(\Omega_z^{AR}, \varepsilon_{pl})$. Tomando a amostra A750 como referência, para se deslocar a curva de encruamento predita pela equação de encruamento do modelo de Gonoring, equação (5.16), da amostra AR, i. e., $K(\Omega_z^{AR}, \varepsilon_u^{AR}, \sigma_u^{AR})F(\Omega_z^{AR}, \varepsilon_{pl})$, basta realizar a alteração dos valores de $(\varepsilon_u, \sigma_u)$ da função $K(\Omega_z^{AR}, \varepsilon_u^{AR}, \sigma_u^{AR})$. Substituindo apenas o valor da tensão limite de resistência da amostra A750 (σ_u^{A750}) têm-se a curva $K(\Omega_z^{AR}, \varepsilon_u^{AR}, \sigma_u^{A750})F(\Omega_z^{AR}, \varepsilon_{pl})$ (curva em

verde da Figura 31). A curva de encruamento gerada apresenta a mesma forma da curva $K(\Omega_z^{AR}, \varepsilon_u^{AR}, \sigma_u^{AR})F(\Omega_z^{AR}, \varepsilon_{pl})$ no domínio da deformação plástica uniforme da amostra AR (ε_u^{AR}) (curva amarela contínua) e a curva extrapolada até ε_u^{A750} (curva amarela tracejada), com o valor predito de tensão limite de resistência, i.e., $\sigma(\varepsilon_u^{A750}) = K(\Omega_z^{AR}, \varepsilon_u^{AR}, \sigma_u^{A750})F(\Omega_z^{AR}, \varepsilon_u^{A750}) = 1.05\sigma_u^{A750}$. Por outro lado, levando os valores de $(\varepsilon_u^{A750}, \sigma_u^{A750})$ em $K(\Omega_z^{AR}, \varepsilon_u^{A750}, \sigma_u^{A750})F(\Omega_z^{AR}, \varepsilon_{pl})$ a curva de encruamento gerada (curva em azul na Figura 31) corresponde a transformação da curva de encruamento $K(\Omega_z^{AR}, \varepsilon_u^{AR}, \sigma_u^{AR})F(\Omega_z^{AR}, \varepsilon_{pl})$ mantendo a forma da curva e deslocando-a de tal modo a satisfazer a $\sigma(\varepsilon_u^{A750}) = K(\Omega_z^{AR}, \varepsilon_u^{A750}, \sigma_u^{A750})F(\Omega_z^{AR}, \varepsilon_u^{A750}) = \sigma_u^{A750}$. Ou seja, para transformar a curva de encruamento $K(\Omega_z^{AR}, \varepsilon_u^{AR}, \sigma_u^{AR})F(\Omega_z^{AR}, \varepsilon_{pl})$ mantendo a forma e que satisfaz a condição de referência $\sigma(\varepsilon_u^{A750}) = \sigma_u^{A750}$, basta extrapolar a função de encruamento normalizada $F(\Omega_z^{AR}, \varepsilon_{pl})$ do início do escoamento plástico até ε_u^{A750} e multiplicar pela função amplitude de encruamento substituindo as coordenadas (condições de contorno) $(\varepsilon_u^{AR}, \sigma_u^{AR})$ por $(\varepsilon_u^{A750}, \sigma_u^{A750})$. Esta propriedade pode ser útil em aplicações que envolvam a geração de curvas de encruamento em grandes níveis de deformação plástica de metais policristalinos. Por exemplo, os trabalhos de Rana et al. (RANA et al., 2010) e de Gonoring et al. (2021) geraram curvas de tensão-deformação equivalentes oriundas do ensaio de expansão hidráulico (bulge test) para aços livres de intersticiais. Estes autores realizaram a transformação dos dados experimentais de tensão-deformação equivalente de biaxial simétrico para tração uniaxial auxiliados pelo critério de escoamento quadrático de Hill (1998), é possível que este tipo de transformação seja realizado pelas propriedades das funções de encruamento da equação de encruamento do modelo de Gonoring.

sigmoidal do aço AISI 301LN2B da mesma maneira que a curva $K(\Omega_z^{AR}, \varepsilon_t^{A750}, \sigma_t^{A750})F(\Omega_z^{AR}, \varepsilon_{pl})$ se posiciona sobre a curva da amostra A750. A diferença nos valores de tensão entre a curva de encruamento sigmoidal e a curva de encruamento quase estática sem transformação de fase dá os valores de tensão da componente TRIP do comportamento do encruamento sigmoidal do aço AISI 301LN2B.

5.7 CONCLUSÃO

- 1 O presente trabalho apresentou uma nova equação de encruamento desenvolvida com base na definição fenomenológica do expoente de encruamento instantâneo. Essa equação foi capaz de apresentar uma excelente capacidade de predição de ambos: do comportamento do encruamento sem a ocorrência de transformação de fase metálica e também o comportamento do encruamento sigmoidal de uma liga de aço inoxidável lean duplex 2304. Por se tratar de uma liga composta de duas fases (ferrita e austenita) entende-se que o modelo proposto apresenta características de generalidade para outras ligas metálicas.
- 2 O novo modelo de encruamento é descrito pelo produto de duas funções de encruamento exponencial polinomial. Uma função é definida como função de encruamento normalizada, responsável por gerar a forma da curva de encruamento de um dado metal ou liga. A outra função é definida por função amplitude de encruamento, responsável pela intensidade em unidades de tensão verdadeira dos pontos da curva de encruamento gerada pela função de encruamento normalizada, e ainda, esta função tem a capacidade de transformar/deslocar a curva de encruamento predita para diferentes níveis de tensão em função da mudança de coordenadas $(\varepsilon_u, \sigma_u)$, nesta função.
- 3 Ambas as funções de encruamento do novo modelo também são dependentes dos coeficientes polinomiais gerados pelo ajuste de um polinômio no sistema $\ln \sigma - \ln \varepsilon_{pl}$ dos dados de tração uniaxial de dado metal ou liga policristalina. O conjunto de coeficientes que são utilizados no modelo

são aqueles que aplicados no novo modelo de encruamento gera o menor RMSE entre a curva de encruamento experimental e aquela predita pelo novo modelo.

- 4 Estas mesmas constantes polinomiais são utilizadas para a predição da curva de expoente de encruamento instantâneo e da taxa de encruamento de um dado metal ou liga, e neste estudo, apresentaram excelentes resultados.
- 5 Os tratamentos térmicos durante longo período de exposição das amostras de aço inoxidável lean duplex 2304 promoveram a diminuição da estabilidade da austenita como confirmado pelas análises em conjunto da caracterização mecânica e difração de raios-X na região deformada dos corpos de prova de tração uniaxial.

5.8 REFERÊNCIAS

ANTUNES, R. A.; DE OLIVEIRA, M. C. L. Materials Selection for Hot Stamped Automotive Body Parts: An Application of the Ashby Approach Based on the Strain Hardening Exponent and Stacking Fault Energy of Materials. **Materials & Design**, v. 63, p. 247–256, 1 nov. 2014.

BLECK, W.; GUO, X.; MA, Y. The TRIP Effect and Its Application in Cold Formable Sheet Steels. **Steel Research International**, v. 88, n. 10, p. 1700218, 2017.

CAETANO, G. A. **Avaliação das propriedades mecânicas do aço inoxidável duplex UNS s32304 submetido à soldagem TIG e diferentes temperaturas de tratamento térmico**. 2019. 94f. Dissertação. (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória-ES, 2019.

_____. Mechanical Properties Study of a Duplex Stainless Steel Weld Using Physical Simulation and Work Hardening Models. **Journal of Materials Engineering and Performance**, 30 ago. 2021.

CAI, M. *et al.* Strain Hardening Behavior of High Performance FBDP, TRIP and TWIP Steels. **Steel Research International**, v. 82, n. 3, p. 242–248, 2011.

CAO, J. *et al.* Tensile Stress–Strain Behavior of Metallic Alloys. **Transactions of Nonferrous Metals Society of China**, v. 27, n. 11, p. 2443–2453, 1 nov. 2017.

CASTANHEIRA, B. C. *et al.* Void Formation and Strain-Induced Martensitic Transformation in TRIP780 Steel Sheet Submitted to Uniaxial Tensile Loading. **Materials Research**, v. 22, 31 jan. 2020.

CHIANG, J. *et al.* Effect of Microstructure on Retained Austenite Stability and Work Hardening of TRIP Steels. **Materials Science and Engineering: A**, v. 528, n. 13, p. 4516–4521, 25 maio 2011.

CHINH, N. Q. *et al.* A New Constitutive Relationship for the Homogeneous Deformation of Metals over a Wide Range of Strain. **Acta Materialia**, v. 52, n. 12, p. 3555–3563, 12 jul. 2004.

CHOI, J. Y. *et al.* TRIP Aided Deformation of a Near-Ni-Free, Mn–N Bearing Duplex Stainless Steel. **Materials Science and Engineering: A**, v. 535, p. 32–39, 15 fev. 2012.

CHOUHARY, B. K.; CHRISTOPHER, J. Tensile Flow and Work Hardening Behaviour of Type 316L(N) Austenitic Stainless Steel in the Framework of One-Internal-Variable and Two-Internal-Variable Approaches. **Materials Science and Engineering: A**, v. 636, p. 269–278, 11 jun. 2015.

DE COOMAN, B. C.; ESTRIN, Y.; KIM, S. K. Twinning-Induced Plasticity (TWIP) Steels. **Acta Materialia**, v. 142, p. 283–362, 1 jan. 2018.

FINFROCK, C. B. *et al.* Austenite Stability and Strain Hardening in C-Mn-Si Quenching and Partitioning Steels. **Metallurgical and Materials Transactions A**, v. 51, n. 5, p. 2025–2034, 1 maio 2020.

_____. Strain Rate Dependent Ductility and Strain Hardening in Q&P Steels. **Metallurgical and Materials Transactions A**, v. 52, n. 3, p. 928–942, 1 mar. 2021.

GONORING, T. B.; MOREIRA, L. P.; ORLANDO, M. T. D. An Equivalent Work-Hardening Description of an Interstitial-Free Steel Sheet Based on Uniaxial Tensile and Hydraulic Bulge Tests. **Journal of Materials Research and Technology**, v. 13, p. 2138–2143, 1 jul. 2021.

GUO, B. *et al.* Influence of Annealing Temperature on the Strain-Hardening Behavior of a Lean Duplex Stainless Steel. **Materials Science and Engineering: A**, v. 722, p. 216–224, 11 abr. 2018.

HARA, D. H. S. *et al.* Materials Selection for a Transport Packaging of Mo-99. 2015.

HART, E. W. A Phenomenological Theory for Plastic Deformation of Polycrystalline Metals. **Acta Metallurgica**, v. 18, n. 6, p. 599–610, 1 jun. 1970.

_____. Theory of the Tensile Test. **Acta Metallurgica**, v. 15, n. 2, p. 351–355, 1 fev. 1967.

HATAMI, M. K. *et al.* Towards Ultra-High Ductility TRIP-Assisted Multiphase Steels Controlled by Strain Gradient Plasticity Effects. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 98, p. 201–221, 1 jan. 2017.

HERRERA, C.; PONGE, D.; RAABE, D. Design of a Novel Mn-Based 1GPa Duplex Stainless TRIP Steel with 60% Ductility by a Reduction of Austenite Stability. **Acta Materialia**, v. 59, n. 11, p. 4653–4664, 1 jun. 2011.

HERTELÉ, S.; DE WAELE, W.; DENYS, R. A Generic Stress–Strain Model for Metallic Materials with Two-Stage Strain Hardening Behaviour. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, v. 46, n. 3, p. 519–531, 1 abr. 2011.

HILL, R. **The Mathematical Theory of Plasticity**. [S.l.]: Clarendon Press, 1998.

HOCKETT, J. E.; SHERBY, O. D. Large Strain Deformation of Polycrystalline Metals at Low Homologous Temperatures. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 23, n. 2, p. 87–98, 1 abr. 1975.

HOLLOMON, J. H. Tensile Deformation. **Transactions of the Metallurgical Society of AIME**, v. 162, p. 268–290, 1945.

JAGADEESH, G. V.; GANGI SETTI, S. A Review on Micromechanical Methods for Evaluation of Mechanical Behavior of Particulate Reinforced Metal Matrix Composites. **Journal of Materials Science**, v. 55, n. 23, p. 9848–9882, 1 ago. 2020.

JHA, B. K. *et al.* Applicability of Modified Crussard-Jaoul Analysis on the Deformation Behaviour of Dual-Phase Steels. **Journal of Materials Science Letters**, v. 6, n. 8, p. 891–893, 1 ago. 1987.

JOHANSSON, J.; ODÉN, M.; ZENG, X.-H. Evolution of the Residual Stress State in a Duplex Stainless Steel during Loading. **Acta Materialia**, v. 47, n. 9, p. 2669–2684, 9 jul. 1999.

KANG, S.-K. *et al.* Constitutive Equations Optimized for Determining Strengths of Metallic Alloys. **Mechanics of Materials**, v. 73, p. 51–57, 1 jun. 2014.

KIM, Y. M.; KIM, S. K.; KIM, N. J. Simple Method for Tailoring the Optimum Microstructures of High-Strength Low-Alloyed Steels by the Use of Constitutive Equation. **Materials Science and Engineering: A**, v. 743, p. 138–147, 16 jan. 2019.

KONG, Z. *et al.* Effects of Continuous Annealing Process Parameters on the Microstructure and Mechanical Properties of Dual Phase Steel. **steel research international**, v. 89, n. 8, p. 1800034, 1 ago. 2018.

LAROUB, P. *et al.* Strain Rate Sensitivity of Pre-Strained AISI 301LN2B Metastable Austenitic Stainless Steel. **Steel Research International**, v. 84, n. 1, p. 72–88, 2013.

LEVENBERG, K. A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. **Quarterly of Applied Mathematics**, v. 2, n. 2, p. 164–168, 1944.

LIU, W. H. *et al.* Ductile CoCrFeNiMox High Entropy Alloys Strengthened by Hard Intermetallic Phases. **Acta Materialia**, v. 116, p. 332–342, 1 set. 2016.

LIU, Y. *et al.* Materials Discovery and Design Using Machine Learning. **Journal of Materiomics**, High-throughput Experimental and Modeling Research toward Advanced Batteries. v. 3, n. 3, p. 159–177, 1 set. 2017.

LUDWIK, P. **Elemente der Technologischen Mechanik**. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1909.

MADIVALA, M.; BLECK, W. Strain Rate Dependent Mechanical Properties of TWIP Steel. **JOM**, v. 71, n. 4, p. 1291–1302, 1 abr. 2019.

MARIA, G. G. B. *et al.* Strain-Induced Martensite and Reverse Transformation in 2304 Lean Duplex Stainless Steel and Its Influence on Mechanical Behavior. **Steel Research International**, v. 90, n. 3, p. 1800437, 2019.

MARQUARDT, D. W. An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters. **Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics**, v. 11, n. 2, p. 431–441, 1 jun. 1963.

MARTIN, S. *et al.* Deformation Mechanisms in Austenitic TRIP/TWIP Steel as a Function of Temperature. **Metallurgical and Materials Transactions A**, v. 47, n. 1, p. 49–58, 1 jan. 2016.

MILLER, A. K. (Org.). **Unified Constitutive Equations for Creep and Plasticity**. [S.l.]: Springer Netherlands, 1987.

MIRZADEH, H.; ALIBEYKI, M.; NAJAFI, M. Unraveling the Initial Microstructure Effects on Mechanical Properties and Work-Hardening Capacity of Dual-Phase Steel. **Metallurgical and Materials Transactions A**, v. 48, n. 10, p. 4565–4573, 1 out. 2017.

MOVERARE, J. J.; ODÉN, M. Deformation Behaviour of a Prestrained Duplex Stainless Steel. **Materials Science and Engineering: A**, v. 337, n. 1, p. 25–38, 25 nov. 2002.

NAGHIZADEH, M.; MIRZADEH, H. Effects of Grain Size on Mechanical Properties and Work-Hardening Behavior of AISI 304 Austenitic Stainless Steel. **Steel Research International**, v. 90, n. 10, p. 1900153, 2019.

NICHOLS, F. A. Plastic Instabilities and Uniaxial Tensile Ductilities. **Acta Metallurgica**, v. 28, n. 6, p. 663–673, 1 jun. 1980.

PADILHA, A. F.; JR SICILIANO, F. **Encruamento, Recristalização, Crescimento de Grão e Textura**. 1ª Edição ed. São Paulo: ABM, 2005.

PAN, T. *et al.* Experiment Characterization and Formulation Estimation of Tensile Properties for Selective Laser Melting Manufactured 304L Stainless Steel. **Materials Science and Engineering: A**, v. 798, p. 140086, 4 nov. 2020.

PARK, J. *et al.* Interpretation of Dynamic Tensile Behavior by Austenite Stability in Ferrite-Austenite Duplex Lightweight Steels. **Scientific Reports**, v. 7, n. 1, p. 15726, 16 nov. 2017.

PARUZ, H.; EDMONDS, D. V. The Strain Hardening Behaviour of Dual-Phase Steel. **Materials Science and Engineering: A**, v. 117, p. 67–74, 1 set. 1989.

PASHANGEH, S.; BANADKOUKI, S. S. G.; SOMANI, M. C. Abnormal Mechanical Response in a Silicon Bearing Medium Carbon Low Alloy Steel Following Quenching and Bainitic Holding versus Quenching and Partitioning Treatment. **Journal of Materials Research and Technology**, v. 9, n. 3, p. 5007–5023, 1 maio 2020.

PAUL, S. K. Theoretical Analysis of Strain- and Stress-Based Forming Limit Diagrams. **The Journal of Strain Analysis for Engineering Design**, v. 48, n. 3, p. 177–188, 1 abr. 2013.

PHAM, Q.-T. *et al.* Influence of the Post-Necking Prediction of Hardening Law on the Theoretical Forming Limit Curve of Aluminium Sheets. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 140, p. 521–536, 1 maio 2018.

RANA, R. *et al.* Biaxial Stretching Behavior of a Copper-Alloyed Interstitial-Free Steel by Bulge Test. **Metallurgical and Materials Transactions A**, v. 41, n. 6, p. 1483–1492, 1 jun. 2010.

RASTEGARI, H.; KERMANPUR, A.; NAJAFIZADEH, A. Effect of Initial Microstructure on the Work Hardening Behavior of Plain Eutectoid Steel. **Materials Science and Engineering: A**, v. 632, p. 103–109, 24 abr. 2015.

RATKE, L.; WELCH, P. I. The questionability of empirical work-hardening laws. **Zeitschrift für Metallkunde**, v. 74, n. 4, p. 226–232, 1983.

RODRIGUES, D. G. *et al.* Effect of Low Cold-Rolling Strain on Microstructure, Texture, Phase Transformation, and Mechanical Properties of 2304 Lean Duplex Stainless Steel. **Materials Characterization**, v. 150, p. 138–149, 1 abr. 2019.

SAINATH, G. *et al.* Applicability of Voce Equation for Tensile Flow and Work Hardening Behaviour of P92 Ferritic Steel. **International Journal of Pressure Vessels and Piping**, v. 132–133, p. 1–9, 1 ago. 2015.

SANTOS, R. M. *et al.* Martensite Reversion and Strain Hardening of a 2304 Lean Duplex Stainless Steel Subjected to Cold Rolling and Isochronous Annealing at Low Temperatures. **Journal of Materials Research and Technology**, v. 16, p. 168–186, 1 jan. 2022.

SOARES, G. C.; HOKKA, M. The Taylor–Quinney Coefficients and Strain Hardening of Commercially Pure Titanium, Iron, Copper, and Tin in High Rate Compression. **International Journal of Impact Engineering**, v. 156, p. 103940, 1 out. 2021.

SOARES, Guilherme Corrêa; GONZALEZ, B. M.; DE ARRUDA SANTOS, L. Strain Hardening Behavior and Microstructural Evolution during Plastic Deformation of Dual Phase, Non-Grain Oriented Electrical and AISI 304 Steels. **Materials Science and Engineering: A**, v. 684, p. 577–585, 27 jan. 2017.

STRINGFELLOW, R. G.; PARKS, D. M.; OLSON, G. B. A Constitutive Model for Transformation Plasticity Accompanying Strain-Induced Martensitic Transformations in Metastable Austenitic Steels. **Acta Metallurgica et Materialia**, v. 40, n. 7, p. 1703–1716, 1 jul. 1992.

SUNG, J. H.; KIM, J. H.; WAGONER, R. H. A Plastic Constitutive Equation Incorporating Strain, Strain-Rate, and Temperature. **International Journal of Plasticity**, v. 26, n. 12, p. 1746–1771, 1 dez. 2010.

SWIFT, H. W. Plastic Instability under Plane Stress. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 1, n. 1, p. 1–18, 1 out. 1952.

TALONEN, J.; HÄNNINEN, H. Formation of Shear Bands and Strain-Induced Martensite during Plastic Deformation of Metastable Austenitic Stainless Steels. **Acta Materialia**, v. 55, n. 18, p. 6108–6118, 1 out. 2007.

TAVARES, S. S. M. *et al.* Martensitic Transformation Induced by Cold Deformation of Lean Duplex Stainless Steel UNS S32304. **Materials Research**, v. 17, p. 381–385, abr. 2014.

UMEMOTO, M. *et al.* Tensile Stress-Strain Analysis of Single-Structure Steels. **Metallurgical and Materials Transactions A**, v. 31, n. 7, p. 1785–1794, 1 jul. 2000.

VOCE, E. The Relationship between Stress and Strain for Homogeneous Deformation. **Journal of the Institute of Metals**, v. 74, p. 537–562, 1948.

WAGONER, R. H.; CHENOT, J.-L. **Fundamentals of Metal Forming**.

WIRE, G. L.; ELLIS, F. V.; LI, C. Y. **Work Hardening and Mechanical Equation of State in Some Metals in Monotonic Loading**. , nº COO-2172-4. [S.I.]: Cornell Univ., Ithaca, N.Y. (USA). Dept. of Materials Science and Engineering, 1 jan. 1976.

XU, J. *et al.* On the Strengthening and Embrittlement Mechanisms of an Additively Manufactured Nickel-Base Superalloy. **Materialia**, v. 10, p. 100657, 1 maio 2020.

XU, T. *et al.* Determination of the Maximum Strain–Hardening Exponent. **Materials Science and Engineering: A**, v. 550, p. 80–86, 30 jul. 2012.

YANG, C. L. *et al.* Recovery of Strain-Hardening Rate in Ni-Si Alloys. **Scientific Reports**, v. 5, n. 1, p. 15532, 21 out. 2015.

YANG, T. *et al.* Multicomponent Intermetallic Nanoparticles and Superb Mechanical Behaviors of Complex Alloys. **Science**, v. 362, n. 6417, p. 933–937, 23 nov. 2018.

YASNIKOV, I. S.; VINOGRADOV, A.; ESTRIN, Y. Revisiting the Considère Criterion from the Viewpoint of Dislocation Theory Fundamentals. **Scripta Materialia**, v. 76, p. 37–40, 1 abr. 2014.

ZHANG, J. *et al.* Work Hardening Behaviors of a Low Carbon Nb-Microalloyed Si–Mn Quenching–Partitioning Steel with Different Cooling Styles after Partitioning. **Materials Science and Engineering: A**, v. 585, p. 132–138, 15 nov. 2013.

ZHAO, Y. *et al.* Development of TRIP-Aided Lean Duplex Stainless Steel by Twin-Roll Strip Casting and Its Deformation Mechanism. **Metallurgical and Materials Transactions A**, v. 47, n. 12, p. 6292–6303, 1 dez. 2016.

_____. Fabrication of a Novel TRIP-Aided Ni-Free Lean Duplex Stainless Steel with Good Corrosion Resistance by Twin-Roll Strip Casting and Its Deformation Mechanisms. **steel research international**, v. 89, n. 10, p. 1800187, 1 out. 2018.

CAPÍTULO 6 CONCLUSÕES

- 1 A descrição do comportamento do encruamento de um aço livre de intersticiais para níveis de deformação plástica uniforme em níveis intermediários e elevados foi realizada em duas etapas. Na primeira, a partir dos dados do ensaio de expansão hidráulica juntamente com o critério de escoamento quadrático de Hill 48, determinou-se uma curva de escoamento efetiva, e a segunda, pelo ajuste não-linear da aplicação da equação de encruamento do modelo de Swift-Hockett-Sherby aos dados transformados. Isto permitiu uma excelente predição do comportamento do encruamento do aço livre de intersticiais em tração uniaxial, e também, a predição da curva do expoente de encruamento instantâneo fazendo uso dos parâmetros de ajuste não linear do modelo. Sugerindo que quanto melhor o ajuste não linear aos dados experimentais em tração uniaxial/transformados de um modelo de encruamento, maior a tendência da predição das curvas de $n(\epsilon_{pl})-\epsilon_{pl}$ através de seus parâmetros. Esta observação serviu de base ao desenvolvimento do modelo de encruamento de Gonoring.
- 2 A partir da definição fenomenológica do expoente de encruamento instantâneo foi possível gerar uma equação de encruamento definida pelo produto de duas funções do tipo exponencial-polinomial. Uma função é adimensional e definida como função de encruamento normalizada, responsável por gerar a forma da curva de encruamento de dada liga metálica. A segunda função definida como função amplitude de encruamento, responsável pela intensidade em unidades de tensão verdadeira dos pontos da curva de encruamento gerada pela função de encruamento normalizada, e ainda, esta função tem a capacidade de transformar/deslocar a curva de encruamento para diferentes níveis de tensão.
- 3 O modelo de encruamento de Gonoring se destaca por ser um modelo com dois parâmetros fixos utilizados pela função amplitude de encruamento, ou seja, as condições de contorno representada pelo par ordenado (ϵ_u, σ_u) . E um conjunto de parâmetros variáveis em quantidade que são os coeficientes

polinomiais ($\Omega_1 \dots \Omega_\varphi$). O número destes parâmetros depende da complexidade da curva de encruamento da liga, ou indiretamente da complexidade envolvida nos mecanismos de deformação plástica uniforme. Conforme foi demonstrado pelos resultados da aplicação do modelo nos dados experimentais do aço inoxidável lean duplex. Esta flexibilidade permite ao modelo ter maior capacidade em descrever as curvas de encruamento com grande precisão. Sendo assim, um forte candidato para melhorar a precisão numérica de simulação de estampagem para os AHSS da Figura 1, e também dos novos aços compósitos nanoestruturados.

- 4 O modelo de encruamento foi capaz não apenas de realizar com grande precisão a predição do comportamento do encruamento das curvas de encruamento do aço inoxidável lean duplex 2304, como também das curvas do expoente de encruamento instantâneo e da taxa de encruamento com excelentes resultados.