UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
PROFMAT

JOGLÍCIA GONORING RODRIGUES FREIMAN

A UTILIZAÇÃO DE RECURSOS LÚDICO-MANIPULATIVOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA PARA FACILITAR O APRENDIZADO DAS OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS NA REDE ESTADUAL DE ENSINO.

VITÓRIA
2023

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
PROFMAT

JOGLÍCIA GONORING RODRIGUES FREIMAN

A UTILIZAÇÃO DE RECURSOS LÚDICO-MANIPULATIVOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA PARA FACILITAR O APRENDIZADO DAS OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS NA REDE ESTADUAL DE ENSINO.

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação PROFMAT- Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional do Departamento de Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.
Orientador: Prof. Dr. Florêncio Ferreira Guimarães Filho.

VITÓRIA
2023

Ficha catalográfica disponibilizada pelo Sistema Integrado de Bibliotecas - SIBI/UFES e elaborada pelo autor

---

F865u

Freiman, Joglícia Gonoring Rodrigues, 1991-
A utilização de recursos lúdico-manipulativos nas aulas de Matemática para facilitar o aprendizado das operações com números racionais na Rede Estadual de Ensino. / Joglícia Gonoring Rodrigues Freiman. - 2023.
95 f. : il.

Orientador: Florêncio Ferreira Guimarães Filho.
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Ciências Exatas.

1. Números racionais. 2. Jogos no ensino da Matemática. I. Guimarães Filho, Florêncio Ferreira. II. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro de Ciências Exatas. III. Título.

CDU: 51

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Centro de Ciências Exatas
Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT

REGISTRO DE JULGAMENTO DA DISSERTAÇÃO DA CANDIDATA AO GRAU DE MESTRE PELO PROFMAT/UFES.

A Comissão Examinadora da Dissertação de Mestrado intitulada “A Utilização de Recursos Lúdico-Manipulativos nas Aulas de Matemática Para Facilitar o Aprendizado das Operações Com Números Racionais na Rede Estadual de Ensino”, elaborada por **Joglícia Gonoring Rodrigues Freiman**, candidata ao Grau de MESTRE EM MATEMÁTICA, recomendou, após apresentação da Dissertação, realizada no dia 18 de julho de 2023, que a mesma seja:

(x) Aprovada

( ) Reprovada

Os membros da Comissão deverão indicar a natureza de sua decisão através de sua assinatura na coluna apropriada que segue:

Aprovada	Reprovada
Florêncio [illegible]	______________________
[illegible]	______________________
Moacir [illegible]	______________________

“O uso de jogos no ensino não deve ser considerado um evento ao acaso ou uma atividade isolada, com um fim em si mesmo. Deve ser considerada uma atividade dentro de uma sequência definida de aprendizagem e um meio a ser usado para alcançar certos objetivos educacionais.”

Regina Célia C. Haydt

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ser meu refúgio e minha fortaleza, por estar sempre comigo, nos momentos mais difíceis enfrentados no decorrer do curso.

A minha família, por acreditar, apoiar e não me deixar desistir, por transmitir palavras e pensamentos positivos para que chegasse até aqui.

A minha irmã, Priscila Gonoring Rodrigues (Em memória) por torcer sempre pelo meu sucesso, por ter orgulho de quem me tornei, e por ser uma inspiração, dedico esse título à ela.

A minha irmã, Patrícia Gonoring Rodrigues Schumacker e meu irmão Edson Gonoring Rodrigues por vibrarem comigo a cada vitória, por serem ouvintes e pacientes nos momentos de exaustão e também nos momentos bons.

A Rhuana Carla Mauri Zeferino, uma amiga irmã que o mestrado me deu, me dando forças para continuar e me ajudando nos momentos difíceis, esteve comigo desde o início até o fim dessa etapa, sendo um dos pilares que me manteve de pé.

A meu orientador Doutor Florêncio Ferreira Guimarães Filho por transferir saberes e com paciência ser meu mentor, contribuindo ainda mais com meu crescimento profissional.

Aos professores do Programa de Mestrado PROFMAT UFES, que com competência e paciência, compartilharam saberes e experiências.

Aos meus colegas de turma PROFMAT 2021/2022 que de certa forma contribuíram para que a conquista fosse de forma harmoniosa e alegre.

RESUMO

Este trabalho tem o intuito de auxiliar o professor de matemática da rede Estadual do Ensino Fundamental e Médio, nas séries de 7º ano à 1º ano do ensino médio, à utilização de recursos lúdicos manipulativos como apoio e metodologia de ensino da matemática, especificamente, em operações com números racionais. Desenvolvemos na disciplina de eletiva, com tema jogos educativos, do 2º trimestre, na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Alice Holzmeister no ano de 2022, atividades que despertam o interesse do aluno e busca facilitar o aprendizado de conteúdos necessários para o desenvolvimento do ensino da matemática, como os números racionais e suas operações. Dentre esses recursos teremos o jogo da memória no qual trabalhamos expressões numéricas envolvendo radicais, potências com expoente natural, e operações com números inteiros; Jogo de trilha racional, onde trabalhamos operações básicas com números racionais, reconhecimento de representações decimais dos números racionais como extensão do sistema de numeração decimal identificando a existência de “ordens” como décimos, centésimos e milésimos e reconhecer as diferentes representações de um número racional; Roleta da potenciação no qual desenvolvemos os conceitos de potências de números racionais com expoentes inteiros; Quebra cabeça de frações que relaciona frações equivalentes e suas representações geométricas, assim como as frações impróprias associando a representação geométrica à soma da parte inteira com a parte fracionária e consequentemente ao número misto. O material produzido será disponibilizado para os professores de matemática da escola para auxiliar nas aulas.

Palavras chave: Lúdico, metodologia, aprendizagem.

ABSTRACT

The purpose of this work is to help Mathematics teachers of the State's Public Education System from 7th grade, elementary school, to the 1st grade, high school. For the use of ludic resources as support and methodology in the teaching of Mathematics, specifically in operations with rational numbers. In the elective discipline, "Educational Games", in the 2nd trimester of the Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Alice Holzmeister, we have developed activities that arouse the interest of the students and seek to facilitate the learning of contents necessary for the development of the teaching of mathematics, such as, rational numbers and their operations. Among these resources we will have the memory games in which we work numerical expressions involving radicals, and powers with natural exponent, operations with integers; Rational track game, where we work on basic operations with rational numbers, recognition of decimal representations of rational numbers as an extension of the decimal numbering system identifying the existence of "orders" such as tenths, hundredths and thousandths, and recognizing the different representations of a rational number; Potentiation Roulette, in which we develop the concepts of powers of rational numbers with integer exponents; Fractions puzzle that relates equivalent fractions and their geometric representations, as well as, the improper fractions associating the geometric representation to the sum of the integer part with the fractional part and consequently to the mixed number. The material produced will be made available to the school's mathematics teachers to assist in classes.

Keywords: Ludic, methodology, learning.

LISTA DE IMAGENS

IMAGEM 01 – Diagrama do conjunto dos números racionais....................................28
IMAGEM 02 – Extensão de “ordens” para números decimais I.................................33
IMAGEM 03 – Extensão de “ordens” para números decimais II................................33
IMAGEM 04 – Frações como parte de um todo...34
IMAGEM 05 – Frações equivalentes... 37
IMAGEM 06 – Apresentação do projeto Jogos Educativos I......................................51
IMAGEM 07 – Apresentação do projeto Jogos Educativos II.....................................51
IMAGEM 08 – Elaboração do jogo da memória I...54
IMAGEM 09 – Elaboração do jogo da memória II..54
IMAGEM 10 – Elaboração do jogo de trilha racional I..57
IMAGEM 11 – Elaboração do jogo de trilha racional II...57
IMAGEM 12 – Elaboração da roleta de potenciação I...60
IMAGEM 13 – Elaboração da roleta de potenciação II..61
IMAGEM 14 – Elaboração do quebra cabeça de frações I..65
IMAGEM 15 – Elaboração do quebra cabeça de frações II.......................................65
IMAGEM 16 – Culminância do projeto I...82
IMAGEM 17 – Culminância do projeto II..82

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 01: Representação geométrica de fração I...35
FIGURA 02: Representação geométrica de fração II...36
FIGURA 03: Representação geométrica de fração III..37
FIGURA 04: Frações equivalentes I..38
FIGURA 05: Representação geométrica de fração IV...38
FIGURA 06: Representação geométrica de fração V..39
FIGURA 07: Frações equivalentes II...39
FIGURA 08: Comparação de frações I..42
FIGURA 09: Comparação de frações II...43
FIGURA 10: Comparação de frações III..43
FIGURA 11: Soma de frações com mesmo denominador..45
FIGURA 12: Soma de frações com denominadores diferentes I..............................45
FIGURA 13: Soma de frações com denominadores diferentes II.............................46

LISTA DE TABELAS

TABELA 01 – Jogo da memória..53
TABELA 02 – Jogo de trilha racional...55
TABELA 03 – Roleta da potenciação...59
TABELA 04 – Quebra cabeça de frações..64

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.. 13
1.1 JUSTIFICATIVA..13
1.2 OBJETIVOS E METAS...15
2 REFERENCIAL TEÓRICO.. 16
2.1 A DIDÁTICA DA MATEMÁTICA.. 16
2.2 OS RECURSOS LÚDICOS DIDÁTICOS... 20
2.3 CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS... 27
3 METODOLOGIA.. 49
3.1 APRESENTAÇÃO DO PROJETO.. 51
4 ROTEIRO DOS CONTEÚDOS.. 52
4.1 JOGO DA MEMÓRIA... 52
4.2 JOGO DE TRILHA RACIONAL.. 55
4.3 ROLETA DE POTENCIAÇÃO.. 58
4.4 QUEBRA CABEÇA DE FRAÇÕES.. 63
5 APLICAÇÃO DAS OPERAÇÕES COM FRAÇÕES.......................................66
6 CULMINÂNCIA DO PROJETO..82
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS...83
8 REFERÊNCIAS..85
ANEXOS..88
ANEXO 01... 88
ANEXO 02... 89
ANEXO 03... 93

INTRODUÇÃO

1.1 JUSTIFICATIVA

Sabemos que ao longo dos anos, o ensino da matemática vem se tornando cada vez mais desafiador e que muitos alunos apresentam falta de interesse, bloqueio emocional, dificuldades em entender os conteúdos apresentados da matemática. A utilização de recursos lúdico-manipulativos, que são materiais de manuseio podendo ser jogos ou atividades manipuladoras como dominó matemático, torre de hanói, tangram, jogo de trilha, entre outros, como os utilizados nessa pesquisa, podem auxiliar esse processo de aprendizagem, uma vez que o aluno poderá participar ativamente, e de forma lúdica, da inserção do conteúdo nas aulas. O lúdico por muitas vezes desperta o interesse do aluno e proporciona dinamismo nas aulas de matemática, promovendo assim uma oportunidade extra de aprendizado e melhores resultados. Segundo Grando, apud Ribeiro; (2009, p.18)

> (...) O jogo propicia um ambiente favorável ao interesse da criança, não apenas pelos objetivos que o constituem, mas também pelo desafio das regras impostas por uma situação imaginária que, por sua vez, pode ser considerada como um meio ao desenvolvimento do pensamento abstrato.

Diante do atual quadro pós pandemia mundial SARS-COVID2, o ensino da matemática se torna ainda mais desafiador.

A proposta do projeto é o desenvolvimento de metodologias alternativas para o ensino da matemática, como uma forma de dinamizar as aulas e proporcionar aos alunos, sempre que possível, diferentes meios de aprendizagem. Notamos que, o baixo rendimento e reprovações contínuas, acabam influenciando na evasão escolar e, consequentemente, nas avaliações internas e externas de muitas escolas.

O uso de recursos lúdico-manipulativos pode, de forma significativa, trazer melhores resultados no processo de ensino-aprendizagem da matemática, pois desperta o interesse do aluno pela participação e desenvolvimento das atividades propostas, bem como trabalha aspectos cognitivos como raciocínio lógico, percepção, busca de estratégias, atenção, tomada de decisão, sendo esses fundamentais para aprendizagem da matemática.

A busca para mudar esse cenário, se faz necessária, de forma a colaborar para formação de cidadãos de bem, com pensamento crítico construtivo, que contribuem para o desenvolvimento do país e do mundo e que buscam melhor qualidade de vida.

A educação brasileira enfrenta vários obstáculos para melhorar a qualidade de ensino. Segundo o Parâmetro Curricular Nacional de Matemática (1998, p. 21):

> Entre os obstáculos que o Brasil tem enfrentado em relação ao ensino de Matemática, aponta-se a falta de uma formação profissional qualificada, as restrições ligadas às condições de trabalho, a ausência de políticas educacionais efetivas e as interpretações equivocadas de concepções pedagógicas.

A matemática, no entanto, é como várias outras, uma disciplina escolar que faz parte do dia a dia dos estudantes. Eles a presenciam por vários lugares e de várias formas. Daí a importância de obter o conhecimento matemático.

Diante disso, o desenvolvimento de recursos lúdico-manipulativos para auxiliar professores de matemática das turmas do sétimo ano do ensino fundamental até turmas do primeiro ano do ensino médio, como atividades facilitadoras do processo de ensino das operações com números racionais.

Será desenvolvido como uma disciplina de eletiva, pelos alunos do primeiro ano do ensino médio da escola de Tempo Integral EEEFM Alice Holzmeister, localizada no município de Santa Leopoldina, monitorados pela professora regente da classe, agindo como protagonistas do conhecimento, com o tema jogos educativos. Com intuito de facilitar a aprendizagem dos conteúdos que envolvem números racionais como suas diversas representações, trabalhando operações básicas, raciocínio lógico, busca de estratégias, dentre outras habilidades e competências, de forma a contribuir para o processo de ensino aprendizagem da matemática, e despertar o interesse desses alunos pelo aprendizado, levando em consideração que a matemática pode ser trabalhada de diversas formas.

Os recursos utilizados ficarão disponíveis na escola para os profissionais regentes de matemática poderem usar no decorrer do ano letivo e posteriormente. A ideia principal é que os alunos participantes da turma de eletiva, envolvem-se na elaboração das atividades, sempre monitorados e sendo auxiliados pelo professor regente, os quais devem em suas atribuições coordenar a apresentação dos recursos, assim como a execução das atividades e trabalhar os conteúdos a serem abordados em cada recurso lúdico proposto.

1.2 OBJETIVOS E METAS

- Desenvolver materiais lúdico de apoio para o ensino-aprendizagem da matemática, focado em operações com racionais, em escola pública de rede estadual;
- Fortalecer o aprendizado das operações com números racionais, por meio das atividades elaboradas e desenvolvidas.
- Melhorar a qualidade do ensino da matemática e facilitar o aprendizado das operações com números racionais em suas diversas representações, trazendo dinamismo as aulas e concretizando o conhecimento;
- Promover aos alunos a capacidade de trabalho em equipe, cooperação, organização, espírito competitivo, protagonismo.
- Despertar o interesse pela aprendizagem da matemática, com atenção na metodologia do ensino de números racionais, visando um melhor resultado, progressivo, nas avaliações externas e internas da escola.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 DIDÁTICA DA MATEMÁTICA

A importância de como ensinar a matemática é o que muitas vezes faz a diferença em uma sala de aula. A metodologia do ensino da matemática é um fator importantíssimo que leva o professor utilizar recursos lúdicos manipulativos em suas aulas, visando sempre o conhecimento.

O papel das Universidades na formação dos professores é de qualificar esses profissionais para um ensino de qualidade, apresentando-lhes novas metodologias que visam o sucesso escolar. A escola também deve contribuir proporcionando uma formação continuada qualificando esses profissionais e disponibilizando diversos recursos didáticos para a prática de ensino.

Libâneo (1994, p. 150-151) diz que

> O professor, ao dirigir e estimular o processo de ensino em função da aprendizagem dos alunos, utiliza intencionalmente um conjunto de ações, passos, condições externas e procedimentos, a que chamamos de métodos de ensino. Por exemplo, à atividade de explicar a matéria corresponde a um método de exposição[...]

Portanto, o professor deve ter uma qualificação adequada para que aprimore seus métodos de ensino, de forma que seus discentes possam a participar e interessar por suas aulas.

A Matemática se caracteriza como uma forma de compreender o mundo e, o conhecimento gerado nessa área é algo que relaciona o desenvolvimento da humanidade e sua interação no contexto natural, econômico, social e cultural.

De acordo com o PCN de Matemática (1998, p. 36)

> Para desempenhar seu papel de mediador entre o conhecimento matemático e o discente, o professor precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção de Matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos.

E ainda

> As necessidades cotidianas fazem com que os alunos desenvolvam capacidades de natureza prática para lidar com a atividade matemática, o que lhes permite reconhecer problemas, buscar e selecionar informações, tomar decisões. Quando essa capacidade é potencializada pela escola, a aprendizagem apresenta melhor resultado.

A prática mais comum no ensino de matemática vem sendo aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, ou escrito na lousa, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de fixação e aplicação, e pressupõe que o discente aprenda pela reprodução.

Assim, considera-se que uma reprodução correta é evidência de que ocorreu a aprendizagem. Sendo assim, apresentarei formas diferentes de trabalhar conteúdos matemáticos, com o intuito de despertar o interesse pelo conteúdo, para que nas dinâmicas ele coloque em prática, facilitando o entendimento.

É relativamente recente a atenção ao fato de que o aprendiz é agente da construção da sua sabedoria pelas conexões que estabelece com seu conhecimento prévio num contexto de resolução de problemas, buscando assim, informações que contribuem para o enriquecimento de suas pesquisas, perguntas, ideias que surgem no decorrer da resolução. Isto deve ser introduzido nas escolas, principalmente, públicas de forma a melhorar o desenvolvimento matemático.

Portanto, apresentamos algumas formas de ensinar a matemática, de modo que a proposta não se volte para o método tradicional de ensino, e sim a diversificação e dinamização das aulas de Matemática.

O recurso às Tecnologias da comunicação é também uma ferramenta fundamental que pode ser usado no processo de ensino-aprendizagem da matemática. As tecnologias, em suas diferentes formas e usos, constituem um dos principais agentes de transformação da sociedade, pelas modificações que exercem nos meios de produção e por suas consequências no cotidiano das pessoas.

Estudiosos do tema mostram que escrita, leitura, visão, audição, criação e aprendizagem são influenciados, cada vez mais, pelos recursos da informática e pelo aproveitamento e criação de novas tecnologias como softwares, aplicativos, dentre outros.

O uso desses recursos traz significativas contribuições para se repensar sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Segundo Skovsmose (2008, p. 43)

> [...] várias medidas foram tomadas pelo governo a fim de promover o uso da TIC no âmbito educacional. No momento presente, o Programa Nacional de Informática e Educação (Proinfo) é responsável por promover a formação de professores, assim como fornecer equipamentos às escolas. A ideia central do Proinfo, relacionada com a formação de professores para o uso de tecnologia informática, é a de que “professores formam professores”.

O autor destaca que o uso das tecnologias está, cada vez mais, utilizado pelas escolas como um recurso de ensino da matemática, e que os professores como mediadores desse conhecimento, recebem apoio do estado para capacitação na utilização desses recursos, contando com programas e softwares que são usados para facilitação da educação matemática. O Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional (PROFMAT) é um programa de pós graduação *Stricto Sensu* de diversas universidades no país que oferecem como uma das disciplinas de eletiva, Recursos Computacionais no Ensino da Matemática, sendo esse mais um dos cursos de capacitação oferecidos para nós professores.
Segundo Haydt (2006, p. 277)

> Para desenvolver o seu trabalho diário em sala de aula, o professor dispunha, até pouco tempo atrás, de alguns recursos didáticos como quadro de giz e outros meios audiovisuais. Já se pensava na utilização de computadores como meios auxiliares do processo de aprendizagem [...]. Assim como o livro, vídeo e o filme, o computador não é usado apenas para motivar os alunos a fazê-los participar mais ativamente do trabalho escolar. Como os outros recursos, ele é um instrumento de comunicação de dados.

Portanto, devemos explorar ao máximo os recursos didáticos, para que o ensino da matemática seja mais prazeroso e proveitoso, e para que a ideia de que a matemática é um “bicho de sete cabeças” se acabe. Fazendo assim, que os discentes aprendam de forma mais dinâmica, podendo levar o conhecimento adquirido na sala de aula, para a sociedade e para o mercado de trabalho. Além desses recursos apresentados nesse projeto, temos muitos outros meios de diferenciar e dinamizar as aulas de matemática.

Nas aulas de matemáticas percebe-se que, quando se utiliza algum tipo de recurso lúdico-manipulativo os discentes se demonstram mais interessados, na grande maioria, pois existe de certa forma uma motivação de desenvolvimento do próprio conhecimento, deixando um leque de possibilidades para as curiosidades que surgem no decorrer dessas atividades. Portanto, é necessário que o discente analise o que dá certo, o que não dá certo, porque não está correto e a levantar informações que respondam a esses questionamentos.

O professor deve procurar meios, junto ao corpo pedagógico da escola, para assim colocar em prática o método de utilização dos jogos como recurso facilitador no processo de ensino e aprendizagem. Segundo Ribeiro (2009):

> [...] à ideia de que nem todo jogo configura-se como uma atividade de ensino significativa para as aulas de matemática, denotando a importância do aprofundamento teórico acerca de propostas que envolvam jogos matemáticos e, ainda, ampliando a importância das intervenções pedagógicas do professor no processo de ensinar e aprender pela via dos jogos.

As intervenções feitas com os jogos são de suma importância para o desenvolvimento de competências intelectuais, pois dinamiza as aulas de matemática, como já foi citado. Para saber se a proposta de ensino aprendizagem irá ter um resultado positivo terá que ser feito um experimento. Segundo Lorenzato (2008 p. 72):

> A importância da experimentação reside no poder que ela tem de conseguir provocar raciocínio, reflexão, construção de conhecimento. Isto pode ocorrer em meio ao silêncio, o que lembra Guimarães Rosa: “mesmo quando nada acontece há um milagre que não estamos vendo”.

Portanto, a experimentação que é proposta aos discentes, pode de alguma forma ser proveitosa, mesmo que esse aproveitamento não seja perceptível no desenvolver das atividades, pois podem armazenar essas informações e assimilar de forma graduada, podendo demonstrar esse desenvolvimento intelectual por participar dessas atividades em outras situações.

2.2 - OS RECURSOS LÚDICOS DIDÁTICOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA E OS SEUS BENEFÍCIOS

O foco deste referido trabalho foi na utilização de recursos lúdicos manipulativos nas aulas de matemática para fins de facilitar o aprendizado das operações com números racionais como potências com expoentes inteiros, expressões numéricas, assim como suas diversas representações e reconhecimento dos números decimais como extensão do sistema de numeração decimal identificando a existência de “ordens” como décimos, centésimos e milésimos, dentre outros citados na introdução.

Foram pesquisados alguns autores que abordam aspectos relacionados à utilização desses recursos. I Pastells (2009, p.11-12) apoia a utilização dos recursos didáticos nas aulas de matemática apresentando dez argumentos, um decálogo do jogo. Para ela, que considera o jogo como recursos lúdico-manipulativos, faz sua defesa a respeito da utilização. Segue o decágono dos jogos em aulas de matemática:

> 1- É a parte da vida mais real das crianças. Utilizando-o como recursos metodológicos, translada-se a realidade das crianças à escola e permite fazê-las ver a necessidade e a utilidade de aprender matemática.
> 2- As atividades lúdicas são enormemente motivadoras. Os alunos envolvem-se muito e levam a sério.
> 3- Trata distintos tipos de conhecimentos, habilidades e atitudes relativas à matemática.
> 4- Os alunos podem encarar conteúdos novos da matemática sem medo do fracasso inicial.
> 5- Permite aprender com o próprio erro e com o erro dos demais.
> 6- Respeita a diferença dos alunos. Todos querem jogar, porém o mais significativo é que todos podem jogar em função de sua própria capacidade.
> 7- Permite desenvolver processos psicológicos básicos necessários ao aprendizado da matemática, como: a atenção, a concentração, a percepção, a memória, a resolução de problemas e a busca de estratégias, etc.
> 8- Facilita o processo de socialização e, ao mesmo tempo, a própria autonomia pessoal.
> 9- O currículo atual recomenda de forma especial considerar o aspecto lúdico da matemática e a necessária aproximação à realidade das crianças.
> 10- Persegue e consegue em muitas ocasiões a aprendizagem significativa.

A utilização dos recursos lúdico-manipulativos, podendo ser jogos ou não, é defendido e observado por vários autores, como no decágono dos jogos proposto por I Pastells. Apesar disso, muitos professores ainda não adaptaram o uso desses recursos em suas metodologias de ensino. Para PIAGET apud MACEDO, PETTY e PASSOS (2000, p. 33) a interdisciplinaridade é fundamental:

> "se os professores e as disciplinas "conversassem" mais entre si, talvez fosse possível entender melhor o processo de aprendizagem de cada aluno [...]. A proposta de Piaget é adotar uma metodologia de ensino que considere o aluno como um ser que pensa e pode aprender qualquer matéria desde que o conteúdo trabalhado tenha algum significado ou possa remetê-lo a algo já conhecido".

Muitas vezes o professor reclama do comportamento e da participação dos alunos nas aulas de matemática, mas com a utilização de recursos lúdico-manipulativos nos métodos de ensino, eles podem se "entregar" as aulas ativando assim seus interesses, raciocínio, espírito competitivo, pois eles, além de se distraírem com as aulas dinâmicas, irão se divertir e o mais importante, aprender o conteúdo de matemática que será proposto. Segundo Kamii e Devries (1991, p. 5):

> "Para ser útil no processo educacional, um jogo deve:
> 1- Propor alguma coisa interessante e desafiadora para as crianças resolverem.
> 2- Permitir que as crianças possam se auto avaliar quanto a seu desempenho.
> 3- Permitir que todos os jogadores possam participar efetivamente, do começo ao fim do jogo."

É importante em processos de ensino-aprendizagem, analisar o que os alunos envolvidos acham da utilização dos recursos, como diz em Kamii e Devries (1991), elas têm que se auto avaliar, saber a importância de se aprender usando o lúdico-manipulativo coletivamente, desvendar algo que o conteúdo de matemática, juntamente com o recurso utilizado, vai propor aos alunos naquela aula. Para Smole, Diniz e Cândido (2000, p, 14):

> Quando brinca, a criança se defronta com desafios e problemas, devendo constantemente buscar soluções para as situações a elas colocadas.

Trabalhar com recursos lúdico-manipulativos é propor aos alunos um experimento com o instrumento utilizado. Em nossa vida real, fazemos muitos experimentos para obter o conhecimento ou descobrir algo que até então não se conhecia. Como por exemplo, o sabor de uma comida ou bebida, um medicamento que não foi testado, etc.

Para Lorenzato (2008), na escola a experimentação é um jeito em que permite o aluno se envolver no conteúdo em estudo, participar das descobertas e se socializar com seus colegas. A experimentação pode ser concebida, inicialmente, com a manipulação de objetos, com a valorização da observação, comparação, decomposição (separação), montagem, distribuição. Mas, a importância da experimentação reside no poder que ela tem de provocar o raciocínio lógico, a reflexão, a construção de conhecimento. Portanto, trabalhar com recursos manipulativos não requer tarefas somente na sala de aula, esse auxílio conta com oficinas de medidas como: área, volume, capacidade, tempo, massa, assim como de diversas áreas da matemática, bem como as diversas representações dos números racionais. Nas atividades voltadas para os números racionais e suas representações, podemos trabalhar situações de compra e venda, porcentagem, diversos conteúdos, sendo que esses podem envolver o cotidiano do aluno, voltando a matemática para o dia a dia. Lorenzato (2008, p.72) diz que:

> A experimentação facilita que o aluno levante hipóteses, procure alternativas, tome novos caminhos, tire dúvidas e constate o que é verdadeiro, válido, correto ou solução. Experimentar é valorizar o processo de construção do saber em vez do resultado dele, pois na formação do aluno, mais importante que conhecer a solução é saber como encontrá-la. Enfim, experimentar é investigar.

Logo, em relação aos recursos lúdico-manipulativos, a experimentação pode ocorrer de acordo com o conteúdo abordado. Vários recursos podem ser usados para experimentos em aulas de matemática como: dominó matemático, tangram, jogo de trilha com resolução de problemas, jogo da memória, quebra cabeça e também realizando oficinas para trabalhar medidas, etc. Trazendo assim aos alunos um incentivo maior, quando o professor ensina o conteúdo em sala de aula. I Pastells (2009, p. 13) diz que:

> Afirmações anteriores permitem concluir que a manipulação é um passo necessário e indispensável para a aquisição de competências matemáticas. Porém, não é a manipulação em si o importante para o aprendizado da matemática.

O que realmente importa, tal como sugeriram Piaget e Inhelder (1975) ou Kamii (1990), entre outros, é a ação mental que se estimula quando as crianças podem ter os objetos e distintos materiais em suas mãos.

O material manipulativo estimula a curiosidade e o envolvimento da criança, podendo despertar as competências matemáticas que seriam o raciocino lógico, agilidade, reflexão, dentre outros a serem analisados. Sabemos da diferença quando pensamos em um objeto que não temos contato de imediato e depois que passamos a ter contato, é mais fácil compreensão, quando se tem algo concreto em mãos para aprender. Por exemplo, como estudar os astros e planetas se não tivermos um telescópio em que possamos observar.

O docente, muitas vezes, quer levar algo diferente para a sala de aula, então, se depara com os recursos lúdico-manipulativos, eles são, sim, de uma grande importância quando usados de maneira correta colocando os alunos numa situação em que não irão apenas jogar, mas sim aprender com o jogo ou recurso lúdico utilizado, podendo também aprimorar um conhecimento já adquirido. Pensando desta maneira, Aranão (1997, p. 12) alega que

> O professor desempenha o papel de mediador na construção do conhecimento, criando situações para que a criança exercite a capacidade de pensar e buscar soluções para os problemas apresentados. Com base em suas respostas, cabe ao professor organizar outros questionamentos e contraexemplos para averiguar se ela está realmente segura quanto às respostas que deu. É provocado, então o equilíbrio interno onde será desafiada e incentivada a comprovar ou mudar seu pensamento.

Como o mundo está em constante mudança, da mesma forma, os docentes e alunos também estão. Como professores regentes de classe, devemos buscar meios para despertar a curiosidade e atenção dos nossos alunos, fazendo com que o ensino-aprendizagem da matemática se torne interessante. Os recursos lúdicos manipulativos que podem facilitar a aprendizagem e, consequentemente, a melhora no desempenho escolar, sendo assim uma excelente ferramenta de ensino. Lopes (2005, p.22), afirma que

> Os educadores muitas vezes se perdem e não conseguem mais atrair a atenção ou motivar seus alunos, pois se o educando mudou, o educador também precisa mudar. Os métodos tradicionais de ensino estão cada vez menos atraentes para a criança, ela quer participar, questionar, atuar e não consegue ficar hora a fio sentada ouvindo uma aula expositiva.

As aulas de matemáticas tem que ser diversificadas para que o aluno possa compreender as várias utilidades da matemática dentro do seu cotidiano. Mas para que isso possa acontecer temos que nos empenhar bastante, mostrar interesse em sempre estar buscando o novo, e é dessa forma que iremos conseguir com que os alunos se dediquem em seus estudos e principalmente saber o conteúdo e entendê-lo. Segundo o PCN de matemática (1997, p. 19).

> Recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base da atividade matemática.

Ao abordarmos a relação entre a prática dos jogos matemáticos nas aulas de matemática e a transversalidade, nos deparamos inicialmente com duas temáticas: a Pluralidade Cultural e a Ética.

Os jogos, como um todo, permitem que a aprendizagem se torne mais prazerosa facilitando, assim, o desenvolvimento pedagógico dos alunos. Quando estamos fixados em qualquer jogo não queremos saber o que ocorre ao nosso redor, assim também são os alunos, que enquanto se divertem também aprendem, e sempre traçam um objetivo para o jogo, que é a vitória, e consequentemente, a busca de estratégias. De acordo com o PCN (1997 p. 48)

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações problema que exige soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações.

A utilização dos jogos nas aulas de matemática é muito importante para o crescimento pessoal e intelectual da criança. Segundo os PCN de Matemática (1997, p.48): “[...] o jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos; supõe um “fazer sem obrigação externa e imposta”, embora demande exigências normas e controle.”

O jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos, quando praticado nos remetem a imaginação, criadores de analogia, nos tornando capazes de conviver e respeitas as regras e a explicar procedimentos e passos utilizados.

Destaca-se o xadrez por ser um jogo matemático de grande suporte educacional e que, se utilizado de forma constante, pode auxiliar o professor de forma significativa no desenvolvimento de conceitos matemáticos. E faz com as crianças criem um pensamento lógico, que as fazem entender e resolver questões com mais facilidade. De acordo com Filguth (2007, p. 11):

> [...] qualquer que seja a idade do indivíduo, o xadrez pode aumentar a concentração, a paciência e a perseverança, como também desenvolver a criatividade, a intuição, a memória e, mais importante, a habilidade para analisar e deduzir a partir de um conjunto de princípios gerais, aprendendo a tomar decisões difíceis e a resolver problemas de maneira flexível.

A utilização de jogos em geral nas aulas de matemática deveria estar integrada ao plano de curso para que não haja falta de comprometimento quanto à utilização deste recurso que faz significativa diferença no processo de ensino e aprendizagem. Segundo I Pastells (2009, p. 11)

> Parece evidente que o jogo é um recurso de aprendizagem indispensável nas aulas de matemática e que no contexto escolar deveria se integrar de forma séria e rigorosa, planificando as seções do jogo: selecionar os jogos que deveriam ser usados, determinar os objetivos que se pretendem alcançar com os distintos jogos utilizados,

> concretizar a avaliação das atividades lúdicas, etc. Somente assim, o jogo deixará de ser um instrumento metodológico secundário usado unicamente como prêmio aos alunos mais ágeis na realização das tarefas escolares.

Desse modo deve ser observado a forma com que estão sendo utilizados os jogos nas aulas de matemática e formar uma síntese para melhor atender o desenvolvimento dos conceitos matemáticos buscando, assim, facilitar o processo de ensino. De acordo com D' Amore (2007, p.23)

> - A didática é parte das ciências da Educação que tem por objetivo o estudo dos processos de ensino e aprendizagem em sua globalidade, independentemente da disciplina em questão, considerando porém a relação institucional;

A didática da matemática deve ser levada a sério quando queremos buscar o melhor ensino aos alunos. Pois é ela que nos garante um processo de ensino aprendizagem de uma forma a podermos interpretá-la de maneira que o processo de ensinar e aprender não se tornem um obstáculo para os envolvidos..

Antes de tudo, devemos sempre ter a vontade de ajudar alguém a aprender algo diferente. Esta aí o diferencial em um professor que sempre tem a intenção de querer levar alguém à saber sempre mais sobre um determinado conteúdo, que às vezes acaba superando seus próprios esforços. E sempre haverá alguém que vai querer aprender a qualquer modo e de qualquer jeito.

Dessa maneira Barreto e Freitas (2016, p. 2):

> [...] é importante que o professor busque novas formas de ensino, utilizando diversos recursos pedagógicos; priorizando não a reprodução, mas sim a construção dos conhecimentos, de forma que, sejam realizadas atividades que estejam associadas com contexto sócio cultural do aluno, despertando assim, o interesse e a motivação dos mesmos, permitindo uma interação entre professor, aluno e saber matemático.

Para que uma aula se torne produtiva é preciso que os professores pesquisem algo diferente para ensinar e pensando em como ensinar aos seus alunos. Com a participação coletiva e total dos alunos, assim formaremos cidadãos cientes de qual é o verdadeiro sentido que a matemática tem quando trabalhamos com as atividades dinâmicas e no decorrer do dia a dia de cada um.

A escola não tem apenas o dever de ensinar aos seus alunos as matérias e os conteúdos exigidos. Há uma função muito gratificante além dos conteúdos, que é a socialização no mundo, onde devemos nos preocupar com a personalidade dos alunos, para formar um cidadão.

Como Haydt (2003, p.61) ressalta que

> Quando o professor concebe o aluno como um ser ativo, que formula ideias, desenvolve conceitos e resolve problemas de vida prática através da sua atividade mental, construindo assim seu próprio conhecimento, sua relação pedagógica muda. Não é mais uma relação unilateral, onde um professor transmite verbalmente conteúdos já prontos a um aluno passivo que os memoriza.

Quando o discente interage nas aulas, significa um ponto positivo e que o professor está conseguindo alcançar seus objetivos, de maneira que facilite a aprendizagem, pois o aprendiz só se interessa na aula quando consegue fazer todas suas atividades corretas, e percebe a satisfação do professor.

Haydt, (2003, p. 76)

> Incentivação da aprendizagem é, assim a atuação externa, intencional e bem calculada do professor para, mediante meios auxiliares, recursos e procedimentos adequados, intensificar em seus alunos a motivação interior, necessária para uma autêntica aprendizagem, proporcionando-lhes motivos polarizadores de interesse de estudo e de trabalho.

Para que a aula possa acontecer tranquilamente devemos motivar os aprendizes por meio de recursos auxiliares, ampliando assim, as possibilidades de ensino. Mas afinal motivar os discentes para que finalidade? A motivação deve ser constante nas aulas, principalmente nas aulas de matemática, onde muitas vezes os aprendizes ficam confusos em relação à matéria ou não entendem e assim se sentem desmotivados. A motivação pode acontecer somente quando melhorarmos o ambiente escolar, ou até mesmo quando contamos uma história, cantamos uma canção, e até inclusive com os jogos matemáticos, pois é ali que verão que aprendem o conteúdo e ao mesmo tempo se divertem. A motivação aos estudos é, principalmente, para que possam ter uma melhor qualificação para o mercado de trabalho e com isso o desenvolvimento significativo do país.

Desta maneira podemos observar a importância da atualização de informações passadas aos alunos, para que haja um ensino qualificado temos que ter bases sólidas, e que também não fogem do objetivo central de ensinar a matemática e não devemos esquecer da ética, o respeito ao próximo, a valorização do trabalho, dentre outras questões que hoje na sociedade são de grande importância para a valorização do ser humano.

2.3 O CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

Para o desenvolvimento das atividades propostas neste projeto, os alunos protagonistas e participantes das atividades precisam ter conhecimento sobre o conjunto dos números racionais. Usaremos algumas definições e conceitos proposto por Gelson Iezzi, [et al]., em seu livro Matemática: Ciências e aplicações, do livro Números e Funções Reais de Elon Lages Lima e do livro didático Teláris Matemática: Ensino Fundamental, de Luiz Roberto Dante, para desenvolvimento das atividades lúdico manipulativas, como apoio bibliográfico que auxiliam nas explicações dos conteúdos usados nas atividades propostas. Dessa forma, trabalhamos com alunos de sétimo ano do ensino fundamenta II ao primeiro ano do ensino médio, os quais já estudaram o conjunto dos números naturais e números inteiros, conhecimento esse necessário para definição dos números racionais, porém caso o professor leitor quiser usar algum dos recursos para turmas de sexto ano, fica a cargo do professor regente de classe. Define-se assim:

O conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$) quando realizado operações de soma, subtração e multiplicação entre números inteiros, o resultado dessas operações sempre será um número inteiro, mas o mesmo não acontece em relação à divisão: embora $(-12):(+4) = (-3) \in \mathbb{Z}$, não existe número inteiro **x** para o qual se tenha x $= (+4):(-12)$. Por esse motivo, fez-se necessária uma ampliação do conjunto $\mathbb{Z}$, da qual surgiu o conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$).

O conjunto dos números racionais é inicialmente descrito como o conjunto dos quocientes entre dois números inteiros:

$$\mathbb{Q} = \left\{0, \pm 1, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{3}, \cdots, \pm 2, \pm\frac{2}{3}, \pm\frac{2}{5}, \cdots, \frac{p}{q}, \cdots\right\}, \text{com p e q inteiros e q} \neq 0.$$

Utilizando o elemento genérico, podemos escrever de modo mais simples:

$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z} \text{ e } q \in \mathbb{Z}^*\right\}$$

Dessa forma, podemos definir o conjunto $\mathbb{Q}$ como o conjunto das frações $\frac{p}{q}$; assim, um número é racional quando ele pode ser escrito como uma fração $\frac{p}{q}$, com p e q inteiros e q $\neq 0$. Em que

$$\frac{p}{q} = \frac{numerador}{denominador}$$

Quando q = 1, temos que $\frac{p}{q} = \frac{p}{1} = p \in \mathbb{Z}$, o que mostra que $\mathbb{Z}$ é subconjunto de $\mathbb{Q}$. Assim podemos construir o diagrama:

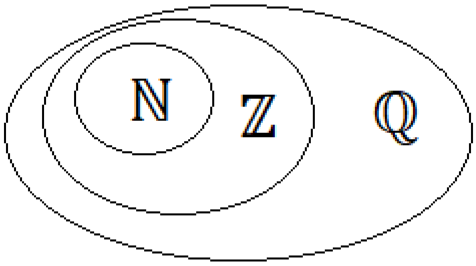


IMAGEM 01: Fonte: Paint, própria autoria.

O conjunto $\mathbb{Q}$ tem como resultado em todas suas operações de soma, subtração, multiplicação e divisão, números do conjunto $\mathbb{Q}$.

As atividades propostas pelos recursos requer conhecer além da definição de números racionais, também as diversas representações, dentre elas:

Representação decimal das frações

Tomemos um número racional p/q, tal que p não seja múltiplo de q. Para escrevê-lo na forma decimal, basta efetuar a divisão do numerador pelo denominador.

Nesta divisão podem ocorrer dois casos:

1º) O numeral decimal obtido possui, após a vírgula, um número finito de algarismos:

$$\frac{2}{5} = 0{,}4; \qquad \frac{1}{4} = 0{,}25; \qquad \frac{35}{4} = 8{,}75; \qquad \frac{153}{50} = 3{,}06; \text{ etc.}$$

Tais números racionais são chamados de decimais exatos.

2º) O numeral decimal obtido possui, após a vírgula, infinitos algarismos (nem todos nulos). Neste caso, os números após a vírgula repetem-se periodicamente:

$$\frac{1}{3} = 0{,}333\cdots = 0,\overline{3}; \qquad \frac{7}{9} = 0{,}777\cdots = 0,\overline{7}; \qquad \frac{1}{22} = 0{,}04545\cdots = 0{,}0\overline{45}; \; etc.$$

Tais números racionais são chamados de decimais periódicos, ou dízimas periódicas; em cada um deles, os números que se repetem formam a parte periódica, ou período, da dízima.

Quando uma fração é equivalente a uma dízima periódica, a fração é chamada de geratriz da dízima. Nos exemplos apresentados acima, $\frac{1}{3}$ é a fração geratriz da dízima $0,\overline{3}$; $\frac{7}{9}$ é a fração geratriz da dízima $0,\overline{7}$, etc.

Para sabermos se uma fração irredutível equivale a um decimal exato, ou a uma dízima periódica (sem efetuar a divisão do numerador pelo denominador), basta decompor o denominador em fatores primos. Neste caso:

- A fração equivale a um decimal exato se o denominador contém apenas os fatores primos 2 ou 5;
- A fração equivale a uma dízima periódica se o denominador contém algum fator primo diferente de 2 e de 5.

Vejamos alguns exemplos:

1º) A fração $\frac{7}{50}$ tem denominador $50 = 2 \cdot 5^2$; assim ela equivale a um decimal exato; de fato, $\frac{7}{50} = 0{,}14$.

2º) A fração $\frac{27}{36}$ não é irredutível, mas equivale a $\frac{3}{4}$, e na decomposição do denominador 4 encontramos apenas o fator 2; assim, ela equivale a um decimal exato, ou seja, $\frac{27}{36} = \frac{3}{4} = 0{,}75$.

3º) A fração $\frac{47}{30}$, possuindo denominador $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$, gera uma dízima periódica; de fato, $\frac{47}{30} = 1{,}5666 \cdots = 1{,}5\overline{6}$.

Desta forma, quando um denominador possuir em sua decomposição por fatores primos, apenas os fatores 2 ou 5, esta fração será exata, caso contrário, uma dízima periódica.

Representação fracionária dos números decimais

Trata-se do problema inverso: estando o número racional na forma decimal, procuremos escrevê-lo na forma de fração. Temos dois casos:

1º) O número decimal é exato.

Transformamos o número em uma fração cujo numerador é o número decimal sem a vírgula e o denominador é composto pelo numeral 1, seguidos de tantos zeros quantas forem as casas decimais do número decimal dado, ou seja, fração cujo denominador é uma potência de base 10, onde o expoente é dado pela quantidade de casas decimais. Vejamos alguns exemplos:

$$0{,}7 = \frac{7}{10}; \qquad 2{,}3 = \frac{23}{10}; \qquad 0{,}43 = \frac{43}{10^2} = \frac{43}{100};$$

$$9{,}43 = \frac{943}{10^2} = \frac{943}{100}; \qquad 0{,}005 = \frac{5}{10^3} = \frac{5}{1000} = \frac{1}{200}$$

2º) O número é uma dízima periódica.

Comecemos com o caso mais simples, que é também o mais intrigante. Trata-se do número decimal

$$x = 0{,}999\cdots = \frac{9}{10} + \frac{9}{100} + \frac{9}{1000} + \ \cdots = 1$$

Multiplicando ambos os membros da igualdade $x = 0{,}999\cdots$ por 10, e depois subtraindo membro a membro, teremos:

$$10x = 9{,}999\cdots$$

$$10x - x = 9{,}999\cdots - 0{,}999\cdots$$

$$9x = 9$$

Dividindo os dois membros por 9, temos que x = 1.

Uma vez estabelecido que

$$0{,}999\cdots = \frac{9}{10} + \frac{9}{100} + \frac{9}{1000} + \ \cdots = 1$$

Resulta imediatamente (dividindo por 9) que

$$0{,}111\cdots = \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \ \cdots \frac{1}{10^n} + \ \cdots = \frac{1}{9}$$

Consequentemente, para todo dígito a, de uma dízima periódica $0,aaa\cdots$, vem

$$0,aaa\cdots = \frac{a}{10} + \frac{a}{100} + \ \cdots + \frac{a}{10^n} + \cdots = \frac{a}{9}.$$

Vamos apresentar o procedimento através de alguns outros exemplos.

Exemplo 1:

Seja a dízima $0,\overline{5} = 0{,}555\cdots$.

Façamos $x = 0{,}555\cdots$ e multipliquemos ambos os membros por 10:

$$10x = 5{,}555\cdots$$

Subtraindo, membro a membro, a primeira igualdade da segunda, temos:

$$10x - x = 5{,}555\cdots - 0{,}555\cdots \Rightarrow$$

$$9x = 5 \ \Rightarrow x = \frac{5}{9}.$$

Assim, a geratriz de $0,\overline{5}$ é a fração $\frac{5}{9}$.

Exemplo 2:

Seja a dízima $2,\overline{13} = 2{,}131313\cdots$.

Façamos $x = 2{,}131313\cdots$, e multipliquemos ambos os membros por 100:

$$100x = 213{,}1313\cdots$$

Subtraindo, membro a membro, a primeira igualdade da segunda, temos:

$$100x - x = 213{,}1313\cdots - 2{,}131313\cdots \Rightarrow$$

$$99x = 211 \ \Rightarrow x = \frac{211}{99}.$$

Exemplo 3:

Tomemos a dízima periódica $1{,}3\overline{25} = 1{,}3252525\cdots$.

Seja $x = 1{,}3252525\cdots$, notemos que após a vírgula temos um algarismo que não se repete, neste caso o 3. Dessa forma, vamos fazer em duas etapas:

Reescrever x de modo a deixar após a vírgula apenas os números que se repetem, assim devemos multiplicar por 10 ambos os membros:

$$10x = 13{,}252525\cdots$$

Em $x = 1{,}3252525\cdots$, vamos multiplicar por 1000 em ambos os lados.

$$1000x = 1325{,}2525\cdots$$

Subtraindo, membro a membro, temos:

$$1000x - 10x = 1325{,}2525\cdots - 13{,}2525\cdots \Rightarrow$$

$$990x = 1312 \ \Rightarrow x = \frac{1312}{990}.$$

Simplificando temos, $x = \frac{656}{495}$. Daí, a fração geratriz da dízima $1{,}3\overline{25}$ é $\frac{656}{495}$.

Operações com números racionais e demais representações

Porcentagem:

A porcentagem são casos especiais de frações com denominador igual a 100, que é representado pelo símbolo %, ou frações equivalentes a essas.

A ideia é que o aluno use a definição acima para associar números racionais com duas casas decimais à frações com denominador 100 e consequentemente à porcentagem, usando o símbolo %, e vice versa.

A partir dessas definições podemos trabalhar as operações com números racionais, que foi desenvolvido nos recursos lúdicos elaborados.

A notação decimal:

Frações que possuem denominadores iguais a 10, 100, 1000, ..., expressam os casos de extensão de ordem para as casas decimais.

O sistema decimal é posicional, ou seja, o valor do algarismo depende da posição que ele ocupa no numeral. Cada ordem vale dez vezes a ordem que está imediatamente à sua direita, ou cada ordem é a décima parte da ordem que está imediatamente à sua esquerda.

Vale ressaltar a importância de relembrar a leitura desses números, para que os alunos consigam desenvolver as atividades, como exemplo temos:

$$\frac{1}{10} = 0{,}1 \rightarrow um\ décimo$$

$$\frac{7}{10} = 0,7 \rightarrow sete\ décimos$$

$$\frac{1}{100} = 0,01 \rightarrow um\ centésimo$$

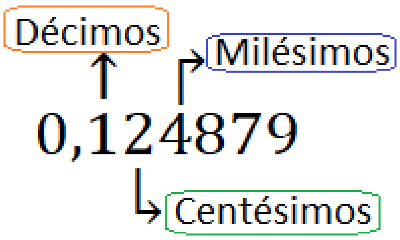
$$\frac{22}{100} = 0,22 \rightarrow vinte\ e\ dois\ centésimos$$

$$\frac{1}{1000} = 0,001 \rightarrow um\ milésimo$$

$$\frac{368}{1000} = 0,368 \rightarrow trezentos\ e\ sessenta\ e\ oito\ milésimos$$

O reconhecimento das representações decimais dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal identificando a existência de “ordens” como décimos, centésimos e milésimos, assim como a decomposição dos números, são conceitos também abordados no jogo de trilha.

Espera-se que, assim como identificar unidade, dezena, centena, unidade de milhar, etc; nos números naturais trabalhados nos conceitos iniciais nas turmas de 5º e 6º ano do ensino fundamental, os alunos compreendam que os números racionais possuem uma extensão de “ordens” também para casas decimais, associando assim, a cada número após a vírgula uma ordem estabelecida, assim como a leitura desses números. Observe:



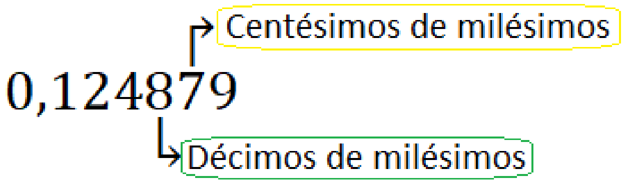


IMAGEM 02: Fonte: Paint, própria autoria. IMAGEM 03: Fonte: Paint, própria autoria.

Para o caso da decomposição dos números, será revisado a ideia do valor posicional e, consequentemente, a representação de um número por sua decomposição, como por exemplo:

$$3578 = 3000 + 500 + 70 + 8$$

$$5{,}345 = 5 + 0{,}3 + 0{,}04 + 0{,}005$$

Assim como saber representar três inteiros e quarenta e cinco centésimos como 3,45. Utilizando a leitura dos números para representa-los numericamente.

Potenciação

Na roleta da potenciação, teremos mais adiante o roteiro detalhado desse recurso, desenvolvemos os conceitos de potências de números racionais com expoentes inteiros, onde os participantes deverão aplicar as definições de potências para expoentes também negativos.

Sabendo que, de modo geral:

$$a^m = a \cdot a \cdot a \cdot \cdots \cdot a, \text{sendo a um fator que se multiplica m vezes por ele mesmo.}$$

$$\text{e que, } a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \text{com a } \neq 0.$$

Frações

No quebra cabeça de frações, onde relacionamos frações equivalentes e suas representações geométricas, assim como as frações impróprias associando a representação geométrica à soma da parte inteira com a parte fracionária e, consequentemente, ao número misto. Essas são partes das operações com números racionais, como a simplificação de frações, assim como associar as frações que representam a mesma quantidade, adição de fração com números inteiros. Para desenvolvermos tais conteúdos, vejamos algumas definições de fração, dentre outras que julgamos importantes para a realização das atividades:

Uma fração é representada por uma divisão entre dois números inteiros a *e* b*, onde* $b \neq 0$*, tais que* a *representa o numerador da fração e equivale ao dividendo, e* b *representa o denominador da fração e equivale ao divisor.*

Uma fração é a representação de uma ou mais partes de algo que foi dividido em partes iguais.

Frações com numerador 1

Imagine uma pizza, repartida em 8 partes iguais, dizemos que cada fatia dessa pizza representa um oitavo, escreve-se como $\frac{1}{8}$ da pizza. Isso significa ainda, que 8 pedaços de um oitavo da pizza é igual a pizza inteira. Em números

$$8 \times \frac{1}{8} = 1$$

IMAGEM 04: Fonte: https://publicdomainvectors.org/

.

Uma fração com numerador 1, representa uma parte de um todo que foi dividido em partes iguais. De modo geral,

$$\frac{1}{a}, \text{em que a é inteiro positivo.}$$

corresponde uma parte de um todo que foi dividido em a *partes iguais. Dessa forma a fração* $\frac{1}{a}$*, satisfaz*

$$a \times \frac{1}{a} = 1$$

É de extrema importância o fato de que, os alunos entendam que a fração com numerador um, pode ser tomado como algo fixo, uma unidade que poderá ser usada como forma de multiplicação para determinar demais quantidades. No exemplo acima, temos que quando o aluno compreende que a fração 1/8 pode ser fixado como uma fatia da pizza, poderá formar qualquer fração.

Frações próprias

Vamos supor que João comeu três fatias de pizza, onde cada fatia representa 1/8. Representamos isso da seguinte maneira

$$3 \text{ de } \frac{1}{8} = 3 \times \frac{1}{8}$$

Vamos representar geometricamente essa situação: Considere o círculo dividido em 8 partes iguais, uma parte representando a fatia da pizza $(\frac{1}{8})$.

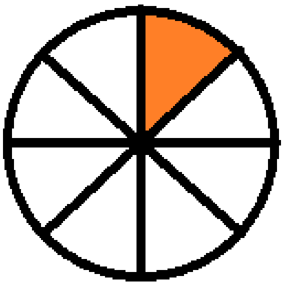


FIGURA 01: Fonte: Paint, própria autoria.

Ao afirmar que João comeu três fatias da pizza $(3 \cdot \frac{1}{8})$, representamos como:

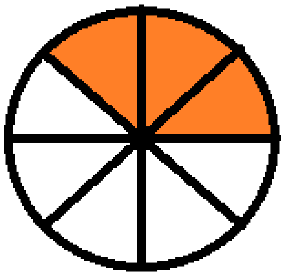


FIGURA 02: Fonte: Paint, própria autoria.

Matematicamente, chamaremos a fração 3/8, como

$$\frac{3}{8} = 3 \times \frac{1}{8}.$$

Se afirmarmos que a família de João comeram 15 fatias de pizza, o aluno deve associar o total de fatias comidas como $15 \cdot \frac{1}{8}$, percebendo assim que uma pizza apenas não foi suficiente para todos, introduzindo assim o conceito de fração imprópria e número misto, onde teremos o consumo de uma pizza inteira mais sete fatias, ou seja $1 + 7 \cdot \frac{1}{8} = 1 \ + \ \frac{7}{8} = 1\frac{7}{8}$.

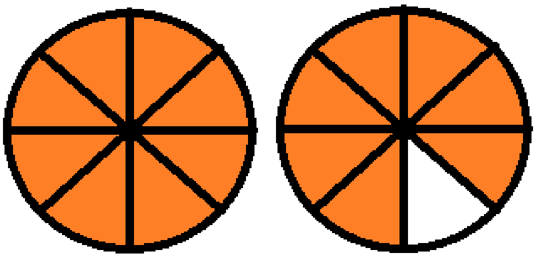


FIGURA 03: Fonte: Paint, própria autoria.

Define-se então:

Frações próprias são aquelas que têm valor maior do que 0 (zero) e menor do que 1 (um) inteiro. Nelas, o numerador é diferente de zero e sempre menor do que o denominador.

De modo geral, sejam a e b números inteiros, tais que $a \neq 0$ e $a < b$, podemos representar a fração própria na forma $\frac{a}{b}$, em que a é chamado de numerador da fração, e b é chamado de denominador da fração.

$$\frac{numerador}{denominador} \rightarrow \frac{a}{b}$$

Matematicamente

$$\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}.$$

Frações impróprias *são aquelas que valem 0 (zero), 1 (um) inteiro ou mais do que 1 inteiro. Nelas o numerador pode assumir valor igual a zero, ou pode uma valor igual ou maior do que o denominador.*

Frações equivalentes

Dando continuidade aos conceitos necessários para o desenvolvimento das atividades, observemos a seguinte figura:

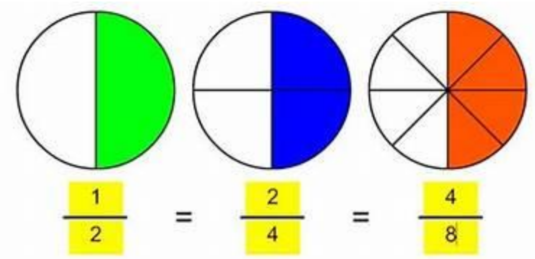


IMAGEM 05: Fonte: https://lereaprender.com.br/fracoes-equivalentes/.

A figura acima, representa a situação de uma pizza que foi cortada em 2 fatias, 4 fatias e 8 fatias iguais. Suponha que Ana comeu 1 fatia da que foi dividida em duas partes iguais (1/2); que João comeu duas fatias da pizza que foi dividida em quatro partes (2/4), e que Maria comeu 4 fatias da pizza que foi dividida em 8 partes iguais (4/8). Então podemos concluir que Ana, João e Maria comeram a mesma quantidade de pizza, ou seja

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}.$$

Dizemos que as frações 1/2, 2/4 e 4/8 são chamadas de frações equivalentes, pois representam a mesma quantidade.

Frações equivalentes *são as aquelas que representam a mesma quantidade, ou seja, correspondem ao mesmo número racional.*

É importante ressaltar que podemos obter infinitas frações equivalentes a partir de determinada fração, basta multiplicar ou dividir o numerador e o denominador por um mesmo número diferente de zero.

Como saber, então, se as frações a seguir são equivalentes?

$$\frac{4}{6} \ e \ \frac{6}{9}$$

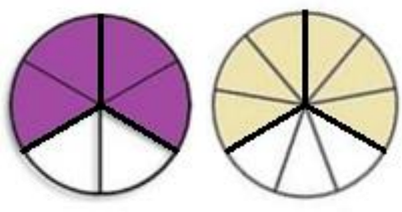


FIGURA 04: Fonte: Paint, própria autoria.

Observe que não obtemos, de modo imediato, algum número que multiplicado ao numerador e ao denominador da fração $\frac{4}{6}$ resulta na fração $\frac{6}{9}$. Porém, podemos verificar se as frações representam o mesmo número racional. Para isso usamos o que definimos como simplificação de frações.

Simplificação de frações

Vamos supor que João convidou um primo para sua casa, este levou uma pizza repartida em 6 partes iguais, das quais comeu 4 fatias. Observe a figura geométrica que ilustra essa situação

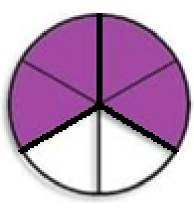


FIGURA 05: Fonte: Paint, própria autoria.

Podemos representar matematicamente, tornando a fração mais simples

$$4 \, de \frac{1}{6} = 4 \times \frac{1}{6} = \frac{4^{\div 2}}{6^{\div 2}} = \frac{2}{3}$$

Note que, para simplificar essa fração, dividimos o numerador e o denominador pelo mesmo número, o 2 neste caso, obtendo assim a fração 2/3.

João convidou outros primos, e por isso pediu mais uma pizza, porém essa foi dividida em 9 partes iguais, das quais os primos de João comeram 6 fatias. Veja a ilustração geométrica dessa situação

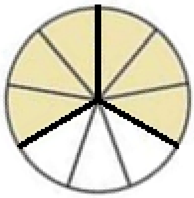


FIGURA 06: Fonte: Paint, própria autoria.

Vamos representar matematicamente essa situação tornando a fração mais simples:

$$6\ de\,\frac{1}{9} = 6 \times \frac{1}{9} = \frac{6^{\div 3}}{9^{\div 3}} = \frac{2}{3}.$$

Note que para simplificar essa fração, dividimos o numerador e o denominador pelo mesmo número, no caso o 3, obtendo assim a fração 2/3. Temos então que

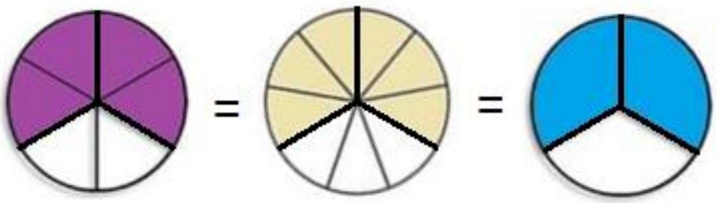


FIGURA 07: Fonte: Paint, própria autoria.

As frações 4/6 e 6/9, quando simplificadas, representam o mesmo número racional 2/3. Como vimos anteriormente, podemos concluir que as frações são equivalentes.

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad e \quad \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$$

Se um elemento a for equivalente a um elemento c, e um elemento b for equivalente a um elemento c, dizemos que a é equivalente a b.

Portanto

Simplificar uma fração é reduzir o numerador e o denominador, de modo a não alterar a divisão, ou seja, encontrar uma fração mais simples que represente a mesma quantidade. Fazemos isso dividindo o numerador e o denominador por um mesmo número.

Vejamos alguns outros exemplos abaixo:

$$\frac{12^{\div 3}}{15^{\div 3}} = \frac{4}{5} \qquad \frac{4^{\div 4}}{8^{\div 4}} = \frac{1}{2} \qquad \frac{15^{\div 5}}{20^{\div 5}} = \frac{3}{4}$$

Representando assim, uma simplificação de frações, uma vez que as frações $\frac{4}{5}, \frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$ não podem mais ser simplificadas, pois não possuem mais divisores comuns entre eles. Quando isso acontece dizemos que $\frac{4}{5}, \frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$ são **frações irredutíveis**.

Uma fração irredutível é aquela que se encontra em sua forma mais simples, ou seja, não existe um número inteiro que divide o numerador e o denominador da fração simultaneamente.

Essa simplificação pode ocorrer de maneira sucessiva ou achando um número maior que é divisor tanto do numerador quanto do denominador.

Assim, as frações 4/6 e 6/9 representam a mesma fração irredutível, isso as torna equivalentes. Vejamos que, ao utilizar a multiplicação cruzada, ou seja, o produto dos extremos, representados por 4 e 9, pelos do meio, representados por 6 e 6, obtemos o mesmo valor.

$$\frac{4}{6} = \frac{6}{9}, onde\ 4 \times 9 = 6 \times 9 = 36$$

De modo geral, quando duas frações são equivalentes, podemos representar

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, com\ b, d\ \neq 0\ e\ a, b, c, d\ \in \mathbb{Z}$$

Tais que, o produto dos extremos, representados por a e d, seja igual ao produto dos meios, representados por b e c. Assim

$$a \cdot d = b \cdot c$$

Vamos analisar agora outro método para verificar se as frações abaixo são equivalentes

$$\frac{4}{6}\ \ e\ \frac{6}{9}$$

Podemos encontrar duas frações que contém o mesmo denominador, que sejam equivalentes a essas, então basta verificar se as frações encontradas representam o mesmo número racional.

$$\frac{4^{\times 3}}{6^{\times 3}} = \frac{12}{18} \;\; e \;\; \frac{6^{\times 2}}{9^{\times 2}} = \frac{12}{18}$$

Assim, concluímos que elas são equivalentes.

Vejamos outro exemplo, para analisarmos se existe equivalência:

$$\frac{16}{24} \;\; e \;\; \frac{14}{18}$$

Usando um método mais simples, reduzindo as frações, temos

$$\frac{16^{\div 8}}{24^{\div 8}} = \frac{2}{3} \;\; e \;\; \frac{14^{\div 2}}{18^{\div 2}} = \frac{7}{9}$$

Assim as frações não são equivalentes, pois, quando simplificadas em sua forma irredutível, não representam a mesma quantidade, ou seja, o mesmo número racional.

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9} \neq \frac{7}{9}.$$

Observe ainda, que $6 \cdot 9 \neq 7 \cdot 9$, ou seja, $54 \neq 63$.

Redução de fração ao mesmo denominador

Consideremos as frações 2/7 e 3/5, para obtermos frações equivalentes a essas duas iniciais, de modo que os denominadores sejam iguais, devemos pensar em um número que seja múltiplo tanto de 7 quanto de 5. Sabendo que 35 é múltiplo tanto de 7 quanto de 5, podemos representar matematicamente

$$\frac{2}{7} = \frac{2^{\times 5}}{7^{\times 5}} = \frac{10}{35} \;\; e \;\; \frac{3}{5} = \frac{3^{\times 7}}{5^{\times 7}} = \frac{21}{35}.$$

Note que ao determinar esse número comum, nas frações iniciais, de modo individual, multiplicamos numerador e denominador por um número diferente de zero, para obtermos frações equivalentes a primeira. Da mesma forma, multiplicamos a segunda fração inicial por um mesmo número no denominador e no numerador, ambas tiveram o 35 no denominador. Chamamos esse processo de redução de fração ao mesmo denominador. Assim

Transformar duas frações que representam quantidades diferentes, em frações com denominadores iguais, como nos exemplos:

$$\frac{3^{\times 5}}{8^{\times 5}} = \frac{15}{40} \;\; e \;\; \frac{7^{\times 2}}{20^{\times 2}} = \frac{14}{40}$$

Esse processo é conhecido como redução de fração ao mesmo denominador.

Devemos, encontrar frações equivalentes a cada uma delas, de modo que os denominadores sejam iguais.

Podemos fazer esse processo de maneira sucessiva ou usando um valor mínimo que é comum aos dois denominadores iniciais.

As definições acima são fundamentais para realizar operações de soma e subtração entre frações. A seguir veremos melhor a aplicação dessas definições, mas antes vamos falar sobre a comparação de frações, também muito importante para resolução de problemas que envolvem frações, muitos de nossos alunos apresentam dificuldade em comparar frações, conceito esse importantíssimo nas aplicações cotidianas que envolvem frações, e serão necessárias para a resolução das atividades propostas no capítulo 5 deste trabalho.

Comparação de frações

Comparar frações é saber identificar qual é a maior, menor ou se ambas são equivalentes (representam a mesma quantidade).

Vemos que é importante abordar esse conceito, pois em diversas situações devemos conhecê-lo. Existem três casos a destacar, quando comparamos frações, para isso usaremos os símbolos maior (>), menor (<) ou igual (=):

1º Frações com numeradores iguais: dizemos que, quando duas frações tem numeradores iguais, a menor delas é a que possui um maior denominador, vejamos:

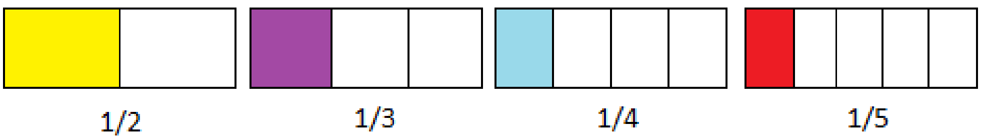


FIGURA 08: Fonte, Paint, própria autoria.

Assim fica fácil do educando identificar que a maior parte representada é a fração 1/2, e que a menor parte é representada pela fração 1/5.

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{5}$$

<u>2º Frações com denominadores iguais:</u> Dizemos que, quando duas frações possuem denominadores iguais, a menor delas é a que possui um menor numerador, vejamos:

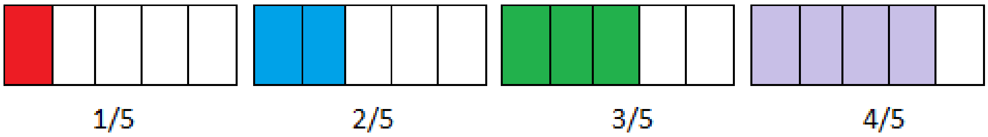


FIGURA 09: Fonte, Paint, própria autoria.

$$\frac{1}{5} < \frac{4}{5}$$

Pensando em recurso manipulativos para o ensino e aprendizagem dos números racionais, esse material pode ser facilmente elaborado em sala de aula usando cartolinas ou EVA coloridos, com orientação do professor, recursos esses que facilitam o entendimento e visualização, na prática.

<u>3º Frações com numeradores e denominadores diferentes:</u> Suponhamos como exemplo uma situação em que Marta e Thiago ganham cada um uma barra de chocolate, idêntica, de seus pais, e que Marta comeu 3/5 de sua barra de chocolate e Thiago comeu 5/8. Para determinar um meio de comparar a quantidade de chocolate comida por cada um, ou seja, quem comeu mais chocolate, podemos usar redução de fração ao mesmo denominador, ou seja, frações equivalentes para obter denominadores iguais e aplicar o conceito visto no tópico anterior. Vejamos geometricamente essa situação:

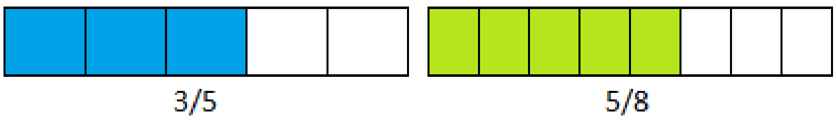


FIGURA 10, Fonte: Paint, própria autoria.

Temos então, que comparar qual dessas duas frações é a maior, para isso, usaremos equivalência de frações e encontrarmos o mesmo denominador, observe:

$$\frac{3}{5} \to \frac{3}{5}, \frac{6}{10}, \frac{9}{15}, \frac{12}{20}, \frac{15}{25}, \frac{18}{30}, \frac{21}{35}, \boxed{\frac{24}{40}}, \frac{27}{45}, \dots$$

$$\frac{5}{8} \to \frac{5}{8}, \frac{10}{16}, \frac{15}{24}, \frac{20}{32}, \boxed{\frac{25}{40}}, \frac{30}{48}, \dots$$

Note que, as frações 3/5 e 24/40 são equivalentes, assim como as frações 5/8 e 25/40 são equivalentes, pois representam a mesma quantidade, e que 40 é o mínimo múltiplo comum entre 5 e 8:

$$\frac{3^{\times 8}}{5^{\times 8}} = \frac{24}{40} \qquad \text{e que} \qquad \frac{5^{\times 5}}{8^{\times 5}} = \frac{25}{40}.$$

Dessa forma, podemos fazer a comparação entre as frações 24/40 e 25/40, como os denominadores são iguais, a menor delas é a que possui o menor numerador. Podemos dizer que:

$$\frac{24}{40} < \frac{25}{40}, \qquad \text{ou seja,} \qquad \frac{3}{5} < \frac{5}{8}.$$

Logo, podemos concluir que Thiago foi quem comeu a maior quantidade de chocolate.

Outro método também utilizado, para comparar essas frações é a multiplicação cruzada entre elas, ou seja, dada duas frações, ao multiplicarmos o numerador da primeira pelo denominador da segunda (i), obtemos um resultado que será comparado ao produto do denominador da primeira fração pelo numerador da segunda fração (ii), se o resultado do da operação (i) for menor que resultado da operação (ii), podemos dizer que a primeira fração é menor do que a segunda, vejamos:

$$\frac{3}{5} \ \text{ e } \ \frac{5}{8}\text{, ao multiplicarmos } 3 \cdot 8 = 24 \text{ e } 5 \cdot 5 = 25, \text{note que } 24 < 25, \text{Assim} \frac{3}{5} < \frac{5}{8}.$$

De modo geral, dadas as frações $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, para compararmos essas frações em que os numeradores e denominadores são diferentes, podemos comparar os produtos $a \cdot d$ e $b \cdot c$, podendo obter três casos:

i) $a \cdot d > b \cdot c, neste\ caso \frac{a}{b} > \frac{c}{d}.$

ii) $a \cdot d < b \cdot c, neste\ caso \frac{a}{b} < \frac{c}{d}.$

iii) $a \cdot d = b \cdot c, neste\ caso\ as\ frações\ são\ equivalentes.$

Vejamos então, os conceitos sobre operações de soma e subtração das frações.

Adição e subtração de frações:

Vamos analisar os dois possíveis casos que podem acontecer quando fazemos as operações de soma e subtração entre frações:

<u>1º Fração com denominadores iguais:</u> Retomamos a situação da pizza, o qual João havia comido 3/8 da pizza, ou seja, 3 fatias. Se, hipoteticamente, a irmã de João,

Ana comeu 2 fatias dessa pizza, que representa 2/8 da pizza, e queremos saber qual fração da pizza os dois comeram juntos, devemos somar a quantidade comida por cada um, vejamos:

$$\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=3\cdot\frac{1}{8}+2\cdot\frac{1}{8}=5\cdot\frac{1}{8}=\frac{5}{8}.$$

$$\text{onde}\,\frac{1}{8}\ \text{representa a fatia, dizemos que os dois juntos comeram}\ \frac{5}{8}\ \text{da pizza.}$$

Geometricamente, observe a figura:

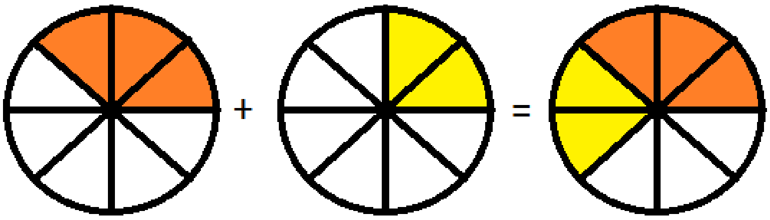


FIGURA 11: Fonte: Paint, própria autoria.

Definimos então que, para efetuar soma (ou subtração) de frações com mesmo denominador, basta conservarmos o denominador e somarmos (ou subtrairmos) o numerador.

No caso da subtração podemos analisar qual fração da pizza, João comeu a mais que sua irmã Ana, fazemos então:

$$\frac{3}{8}-\frac{2}{8}=3\cdot\frac{1}{8}-2\cdot\frac{1}{8}=1\cdot\frac{1}{8}=\frac{1}{8}.$$

Logo, João comeu 1/8 a mais do que Ana, o que representa uma fatia.

<u>2º Frações com denominadores diferentes:</u> Ainda considerando o contexto da pizza, sabendo que João possui mais um irmão, o Marcos, este comeu 1/4 da pizza. Para definirmos a quantidade da pizza que João e Marcos comeram juntos devemos somar as frações que representam essa quantidade. Vejamos como representar geometricamente essas situação:

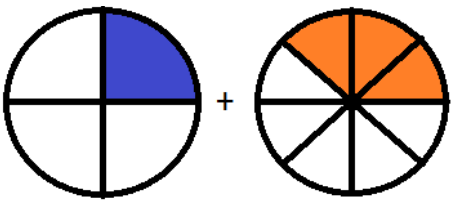


FIGURA 12: Fonte: Paint, própria autoria.

Para realizarmos esse cálculo, podemos trabalhar com frações equivalentes a essas dadas, por exemplo, a fração que corresponde a parte que Marcos comeu é $\frac{1}{4}$ e a fração que corresponde a parte que João comeu é $\frac{3}{8}$. Calculando frações equivalentes a essas em que obtemos o mesmo denominador, usamos a definição anterior para efetuarmos a conta.

$$\frac{1}{4} \to \frac{1}{4}, \boxed{\frac{2}{8}}, \frac{3}{12}, \dots$$
$$\frac{3}{8} \to \boxed{\frac{3}{8}}, \frac{6}{16}, \frac{9}{24}, \dots$$

Vemos então que a fração 2/8 é equivalente a fração 1/4, ou seja, representam a mesma quantidade. Dessa forma, podemos efetuar, com mais facilidade, a soma entre as frações 2/8 e 3/8, pois essas possuem o mesmo denominador. Com base na definição do tópico anterior, conservamos o denominador e somamos os numeradores:

$$\frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}.$$

Para representar a fração que corresponde ao total de pizza comida pelos três irmãos (João, Marcos e Ana), podemos fazer:

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{4} + \frac{2}{8} = \frac{3}{8} + \frac{1^{\times 2}}{4^{\times 2}} + \frac{2}{8} = \frac{3}{8} + \frac{2}{8} + \frac{2}{8} = \frac{7}{8}$$

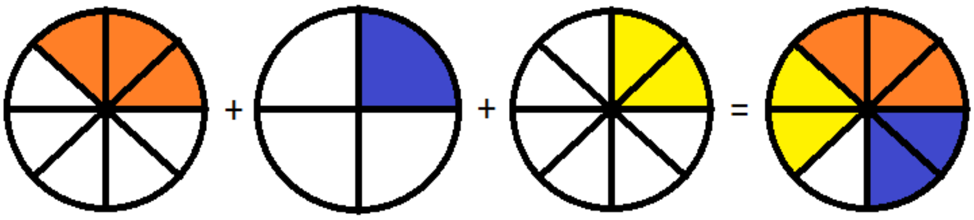


FIGURA 13: Fonte: Paint, própria autoria.

Mantendo-se assim, todos os denominadores iguais, usando os conceitos de frações equivalentes.

Definimos então que, para efetuarmos soma (ou subtração) de frações que possuem denominadores diferentes, determinamos frações equivalentes às frações dadas, de tal forma que todas tenham o mesmo denominador, assim conservamos o denominador e somamos (ou subtraímos) os numeradores.

Multiplicação e divisão de frações

Para concluirmos essa parte de operações com frações, vamos relembrar os conceitos para multiplicar e dividir frações.

Para multiplicarmos duas frações, devemos multiplicar numerador da primeira pelo numerador da segunda e o denominador da primeira pelo denominador da segunda, a mesma ideia usamos para multiplicação com mais de duas frações:

De modo geral, sejam a, b, c e d números inteiros, diferentes de zero:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

No caso da divisão

Para dividirmos duas frações, devemos conservar a primeira fração e multiplicar pelo inverso da segunda.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}.$$

Esses conceitos e definições apresentados até aqui, são de suma importância para trabalharmos as operações com frações, e consequentemente alcançarmos nossos objetivos que é facilitar o aprendizado das operações com números racionais na rede estadual de ensino. No capítulo 6 deste projeto, irei apresentar uma lista com questões de aplicação das operações com frações, material este, que poderá ser usado com algum outro recurso, que fica a cargo do professor leitor.

Operações com números decimais

Como vimos anteriormente, os números decimais são aqueles que possuem uma parte não inteira, ou seja, números representados com vírgula.

Adição e subtração na forma decimal

Para efetuar a soma ou subtração de números decimais, devemos, no algoritmo usual, organizar de modo a manter vírgula embaixo de vírgula, para somarmos ou subtrairmos milésimos com milésimos, centésimos com centésimos, décimos com décimos, e assim por diante. Quando houver necessidade, completamos com zero as ordens vazia.

Vejamos um exemplo:

$$3{,}27 + 1{,}045 = 4{,}315 \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} 3{,}270 \\ +\ \underline{1{,}045} \\ 4{,}315 \end{array}$$

O mesmo ocorre no caso das subtrações.

Multiplicação de números decimais

Para multiplicar números decimais, devemos efetuar a multiplicação dos fatores como se fossem naturais e, no resultado final da operação colocar a vírgula, de modo que a quantidade de casas decimais, da direita para esquerda, seja igual a soma da quantidade de casas decimais dos fatores.

Vejamos um exemplo:

$$\begin{array}{r} \times\ 3{,}5 \\ \underline{4{,}2} \\ 7\ 0 \\ \underline{140\ \ } \\ 14{,}70 \end{array}$$

Note que tanto o 3,5, quanto o 4,2 possuem, cada, um algarismo na parte decimal, desta forma, no resultado da operação voltamos dois algarismos e colocamos a vírgula.

Cada recurso lúdico desenvolvido neste projeto possui um roteiro dos conteúdos, com base no referencial teórico apresentado, assim veremos a seguir como isso foi trabalhado.

Como o conjunto dos números racionais é um estudo muito abrangente, procuramos destacar parte dos tópicos que serão usados nas atividades desenvolvidas e propostas nesse trabalho para auxiliar os professores na aplicação e desenvolvimento das mesmas.

3 METODOLOGIA:

Diante de um cenário pós pandêmico, onde várias escolas do mundo, tiveram suas atividades educacionais interrompidas integral, ou parcialmente, em que tivemos que aderir ao ensino remoto, ou seja, materiais como videoaulas postadas via plataformas virtuais, atividades, avaliações eram feitas todas via internet, ou mesmo impressas onde as famílias compareciam às escolas com horário agendado para retirarem o material de estudos. Sabendo que muitos alunos, foram impactados em seu processo de aprendizagem pela falta física do professor, aumentando ainda mais a necessidade de reforços em matemática, como em demais disciplinas. Dessa forma, utilizando sugeri um projeto, desenvolvido como uma disciplina de Eletiva, contida na grade curricular das escolas estaduais de Tempo Integral, podemos formar grupos de alunos, orientados por mim e mais uma professora regente de classe, nas orientações das atividades a serem desenvolvidas.

A ideia do projeto, foi desenvolvido em etapas: O primeiro passo foi a apresentação das propostas para todos os alunos de Tempo Integral, onde por votação os alunos escolhiam qual eletiva iriam participar. Formamos assim, uma turma com alunos interessados em contribuir na elaboração do projeto Jogos educativos. No segundo passo, foram criados grupos de estudos, no qual estudantes iriam desenvolver algum recurso lúdico manipulativo, explicando assim o conteúdo matemático a ser trabalhado em cada um deles, sendo esses, direcionados aos números racionais. A ideia é de que propostas pedagógicas fossem elaboradas, os quais os alunos responsáveis em cada grupo, com minha orientação como professora mediadora do conhecimento, aplicassem para aquisição do conhecimento, utilizando recursos lúdicos para desenvolver tais conteúdos ministrados.

A realização do projeto foi desenvolvida, como citado anteriormente, na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Alice Holzmeister, agora essa de Tempo Integral, por alunos do 1º ano do ensino médio. Utilizamos para tal projeto duas aulas semanais com duração de 50 minutos cada. A proposta de Culminância desse projeto será uma oficina, em que apresentaremos todos os conteúdos a serem trabalhados e os recursos elaborados, nos quais todos os alunos do sétimo ano do ensino fundamental II aos do primeiro ano do ensino médio poderão participar, aprendendo novos meios para o contribuir com processo de ensino-aprendizagem da matemática, meios esses que busca a dinamização das aulas, assim como metodologias diferenciadas que favorecem e fortalecem a busca pelo conhecimento. O período reservado para o projeto foi de um trimestre, tempo esse reservado à pesquisas, estudos, elaboração dos materiais, e organização para culminância.

Para a autora Ribeiro (2009, p.38):

> Uma das possibilidades de utilização de jogos nas aulas de Matemática se dá com a inserção de jogos elaborados pelo professor, a quem compete, nesse caso, além de confeccionar o material necessário, analisar o potencial educativo do jogo no processo de ensino-aprendizagem em Matemática.

Assim, Ribeiro diz que o professor (a) além de adequar recursos lúdicos em suas aulas de matemática é importante também que ele perceba e analise o potencial educativo que a utilização desses recursos pode contribuir para o processo de ensino-aprendizado, não devendo esse recurso ser aplicado apenas para dinamizar as aulas, mas com fins educativos.

Descrevemos assim os recursos confeccionados pelos alunos protagonistas, conteúdos abordados e uma tabela para cada recurso, descrevendo assim os roteiro dos conteúdos.

3.1 APRESENTAÇÃO DO PROJETO: JOGOS EDUCATIVOS

IMAGEM 06: Fonte: própria autoria, 2022.

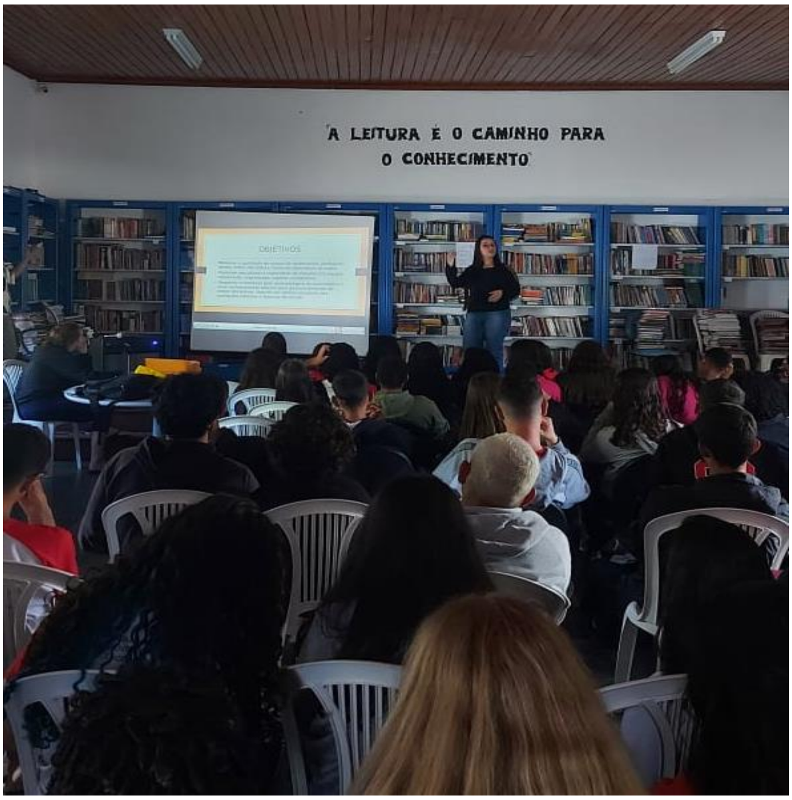


IMAGEM 07: Fonte: própria autoria, 2022.

4 ROTEIRO DOS CONTEÚDOS

Nessa seção vamos mostrar os conteúdos matemáticos a serem trabalhados em cada uma das atividades lúdicas elaboradas/desenvolvidas. Considerando que os participantes das atividades possuem conhecimentos prévios dos conteúdos abordados trabalhados em sala de aula, monitorados e supervisionados pela professora regente de classe, feitos através de pesquisas por diversos meios, explicações, resolução de exemplos, dentre outros que reforcem o aprendizado.

4.1 JOGO DA MEMÓRIA

Nessa atividade, iremos trabalhar as expressões numéricas para fim de facilitar o aprendizado das operações básicas com números racionais. As expressões numéricas são um conjunto de números, nesse caso, racionais, que sofrem operações matemáticas, seguindo uma ordem preestabelecida de operações a serem realizadas. A priori os alunos participantes devem conhecer os números racionais, assim como suas operações de soma, subtração, multiplicação, radiciação e potenciação. Ao saber que nas expressões numéricas a ordem de resolução das operações são potenciações e radiciações em primeiro plano, exceto em caso de existência de parênteses, colchetes ou chaves. Em segundo plano, as operações de multiplicação e divisão não havendo preferência entre elas, e seguindo a ordem em que elas aparecem, Por último as operações de soma e subtração, seguindo a ordem em que elas aparecem. Em caso de existência de parênteses, colchetes e chaves, essas que determinam uma certa preferência de execução das operações, devemos primeiro resolver as que estão dentro dos parêntese, depois dos colchetes e por últimos às chaves obedecendo sempre a ordem em que elas aparecem e respeitando as condições anteriores.

A proposta da atividade é facilitar a prática com as operações básicas da matemática, necessárias para o desenvolvimento dos conteúdos do Currículo escolar, com a utilização de recursos lúdicos, de forma que, os alunos participantes apliquem os conceitos e definições das expressões numéricas, podendo melhorar assim o rendimento escolar, interesse e a aprendizagem matemática.

A seguir apresento por meio de uma tabela alguns dados importantes sobre o eixo central a ser trabalhado com esse recurso lúdico.

TABELA 1

ROTEIRO DE CONTEÚDOS – JOGO DA MEMÓRIA	
Eixo Central	Expressões numéricas com números racionais
	Operações básicas (soma, subtração, multiplicação, divisão, potência e raízes exatas)
Aspectos motivadores	Metodologia diversificada: competitividade, memorização, atenção;
Série atingida	7º ano do ensino fundamental ao 1º ano do ensino médio.
Nº de participantes	Até 4 pessoas a cada rodada.
Objetivos a serem atingidos	Interagir aluno-aluno e aluno-professor.
	Expressar ideias e opiniões a respeito do conteúdo a ser abordado
	Respeitar regras propostas, colegas e professores.
	Revisar conteúdos básicos e essenciais da matemática, facilitar o aprendizado das operações com números racionais.
	Tirar dúvidas sobre o assunto trabalhado
Estratégia	Memorização, atenção, busca de estratégias, raciocínio lógico.
Materiais utilizados	16 fichas contendo expressões numéricas em formas de perguntas.
	16 fichas contendo as respostas para cada pergunta, das expressões numéricas.
	Cartaz expositivo com simples revisão de potenciação e radiciação.
Desenvolvimento	Nessa atividade, um grupo de alunos responsáveis pela elaboração dos materiais, sempre orientados pelo professor, farão uma revisão sobre as expressões numéricas e as principais operações, sendo elas potenciação, radiciação, multiplicação, divisão, soma e subtração. Após, será posto sobre uma mesa, as fichas contendo perguntas e respostas, nas quais alunos interessados em participar das atividades poderão participar do jogo da memória, formando-se assim pares de perguntas e respostas, respectivas. Os alunos responsáveis pela elaboração do recurso, assim como o professor, ficará responsável de fiscalizar e observar pares correspondentes de perguntas e respostas. O vencedor do jogo será o participante que acumular em mãos a maior quantidade de pares.
Avaliação de aprendizagem	Será observado o respeito com colegas e às regras da atividade, coletividade, comportamento e também o interesse e desempenho na participação do jogo.

Considerando o tempo de aplicação da atividade e a ideia de memorização das respostas e localização dos cartões, assim como o fato de que muitos alunos ainda apresentam muita dificuldade para entender a matemática, fizemos cartões como segue em anexo 1, de modo que todos os alunos do fundamental pudessem participar sem muitas dificuldades.

SEGUE ELABORAÇÃO DAS ATIVIDADES:

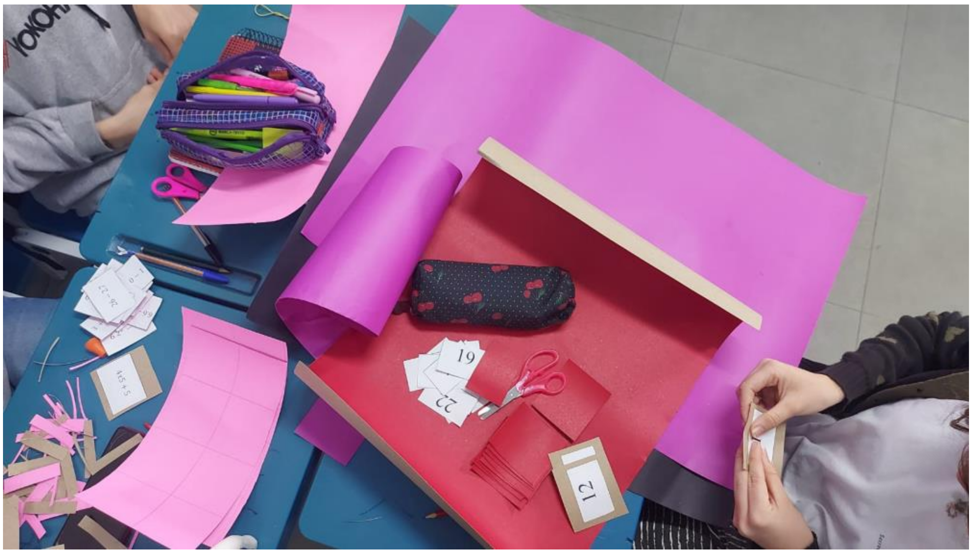


IMAGEM 08: Fonte: própria autoria, 2022.

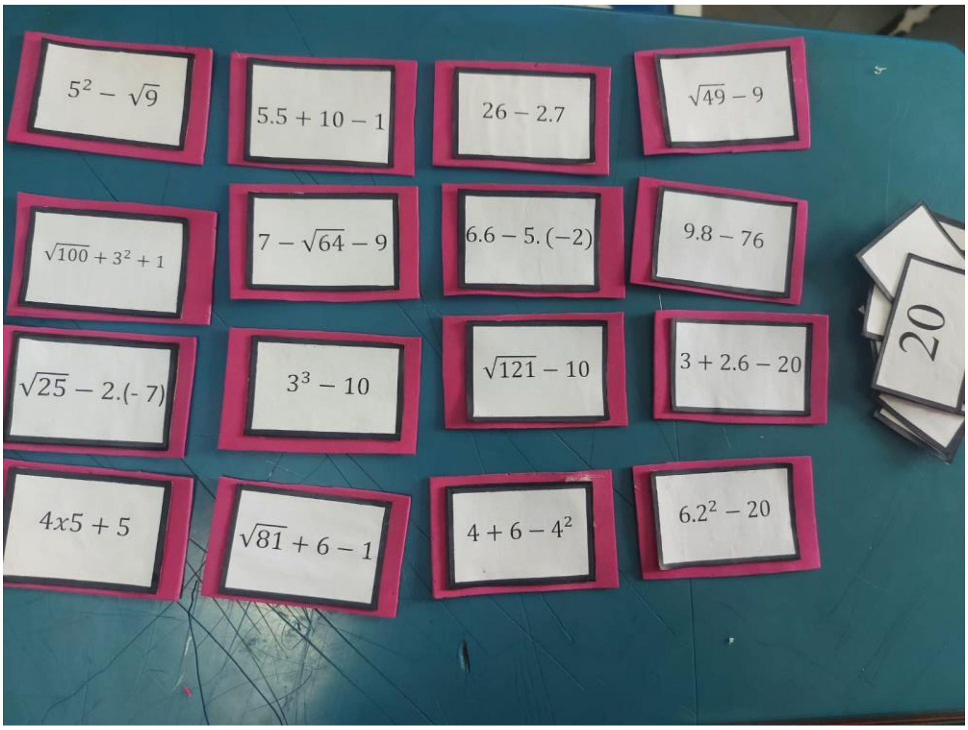


IMAGEM 09: Fonte: própria autoria, 2022.

4.2 JOGO DE TRILHA RACIONAL

Nessa atividade, iremos trabalhar com resolução de problemas envolvendo números racionais, assim como suas operações. A ideia principal é que o participante, consiga interpretar problemas simples e medianos que necessitam de conhecimentos prévios sobre os números racionais, trabalhando descritores como: reconhecer as diferentes representações de um número racional; identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados; reconhecer as representação dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal, identificando a existência de “ordens”, como décimos, centésimos e milésimos; efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais.

A seguir apresento por meio de uma tabela alguns dados importantes sobre o eixo central a ser trabalhado com esse recurso lúdico, assim como as principais informações da atividade proposta.

TABELA 2

ROTEIRO DE CONTEÚDOS – JOGO DE TRILHA RACIONAL	
Eixo Central	Números racionais, diferentes representações e significados, decomposição de números racionais, porcentagem como representação.
	Operações básicas e reconhecimento no sistema de numeração decimal.
Aspectos motivadores	Metodologia diversificada: competitividade, busca de estratégia, trabalho em equipe, atenção, raciocínio lógico;
Série atingida	7º ano do ensino fundamental ao 1º ano do ensino médio.
Nº de participantes	Até 4 pessoas a cada rodada.
Objetivos a serem atingidos	Interagir aluno-aluno e aluno-professor.
	Expressar ideias e opiniões a respeito do conteúdo a ser abordado.
	Respeitar regras propostas, colegas e professores.
	Revisar e reforçar conteúdos básicos e essenciais da matemática, facilitar o aprendizado das operações com números racionais.
	Tirar dúvidas sobre o assunto trabalhado,
Estratégia	Utilização de conhecimentos até então adquiridos, Interpretação de problemas e busca de soluções, raciocínio lógico.
Materiais utilizados	Tabuleiro com trilha composta por 35 casas, contendo posto de saída e de chegada, feitos com isopor, EVA, pincéis, régua, tesouras, cola quente.
	21 cartões enumerados, contendo perguntas e respostas feitos todos da mesma cor que representam nível mais fácil das perguntas. 21 cartões enumerados, contendo perguntas e respostas feitos todos da mesma cor, diferentes da anterior, que representam nível mediano das perguntas.
	Cartaz expositivo contendo nome da atividade lúdica e breve resumo dos conteúdos a serem cobrados no decorrer da atividade. Dados e pinos que sirvam como identificadores para movimentação pelo tabuleiro.

Desenvolvimento/ Metodologia	Nessa atividade, um grupo de alunos responsáveis pela elaboração dos materiais, sempre orientados pelo professor, farão uma explicação sobre os eixos trabalhados, como o número racional representado em diversas formas, operações. Após, com tabuleiro de trilha sobre uma mesa, os alunos participantes usarão a probabilidade dos dados para se locomover sobre o tabuleiro, as casas estarão enumeradas com 1 e 2 e alternadas com passe a vez, volte 2 casas, avance 1 casa. Caso o participante pare na casa com numeração 1, terá que pegar um cartão com perguntas de nível fácil terá sua cor estabelecida no tabuleiro, caso pare no número 2, pegará os cartões de nível mediano, esses níveis serão determinados pelos organizadores e professor responsável. Permanecerá na posição caso acertar a pergunta, caso contrário, voltará 3 casas (ou posição inicial). Os alunos responsáveis pela elaboração do recurso, assim como o professor, ficarão responsáveis de fiscalizar e observar o cumprimento das regras, assim como realizar perguntas e verificar se houve acerto ou erro nas respostas. O vencedor do jogo será o participante que chegar primeiro no posto de chegada.
Avaliação de aprendizagem	Será observado o respeito com colegas e às regras da atividade, coletividade, comportamento e também o interesse e desempenho na participação do recurso lúdico.

Os alunos responsáveis por cada atividade, tiveram no decorrer do trimestre tempo para pesquisas, esclarecimento das dúvidas, seleção das perguntas, preparação para realizaram com êxito a proposta de cada recurso lúdico utilizado. No anexo 2, apresento as questões que serão dispostas em cartões, confeccionado pelos alunos, para utilização na atividade.

Considerando o tempo de execução da atividade, estimado em uma hora/aula, selecionamos questões que não demanda tanto tempo para resposta, com intuito de cumprir início, meio e fim da atividade. Considerando a importância da finalização da atividade, pois espera-se que o aluno participante reflita sobre os objetivos e os conteúdos abordados nos jogos. Segundo Libâneo (1994, p. 104)

> O estudo é a atividade cognoscitiva do aluno por meio de tarefas concretas e práticas, cuja finalidade é a assimilação consciente de conhecimentos, habilidades e hábitos sob direção do professor. A atividade cognoscitiva não pode ser considerada simplesmente como a manipulação de objetos, vivências de situações concretas, memorização de regras e de fórmulas ou resolução de problemas e tarefas. Essas atividades externas somente têm relevância se, gradativamente, forem transformando-se em atividade interna, como instrumento do pensamento.

Dessa forma o autor diz que o estudo é relevante se os alunos trabalharem o raciocínio e o pensamento, não tendo só a memorização como instrumento de estudo.

ELABORAÇÃO DAS ATIVIDADES:

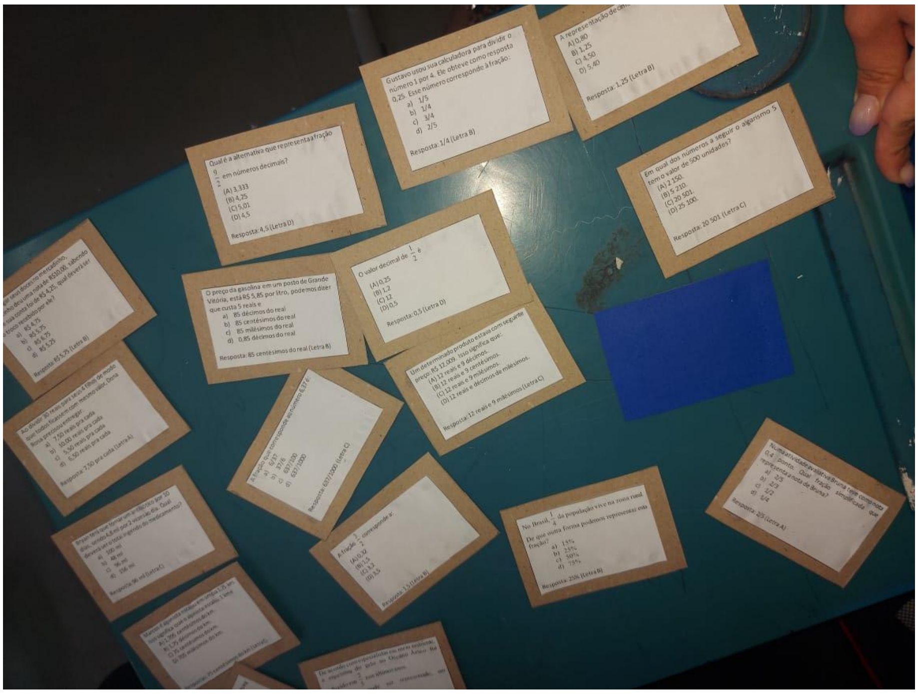


IMAGEM 10: Fonte: própria autoria, 2022

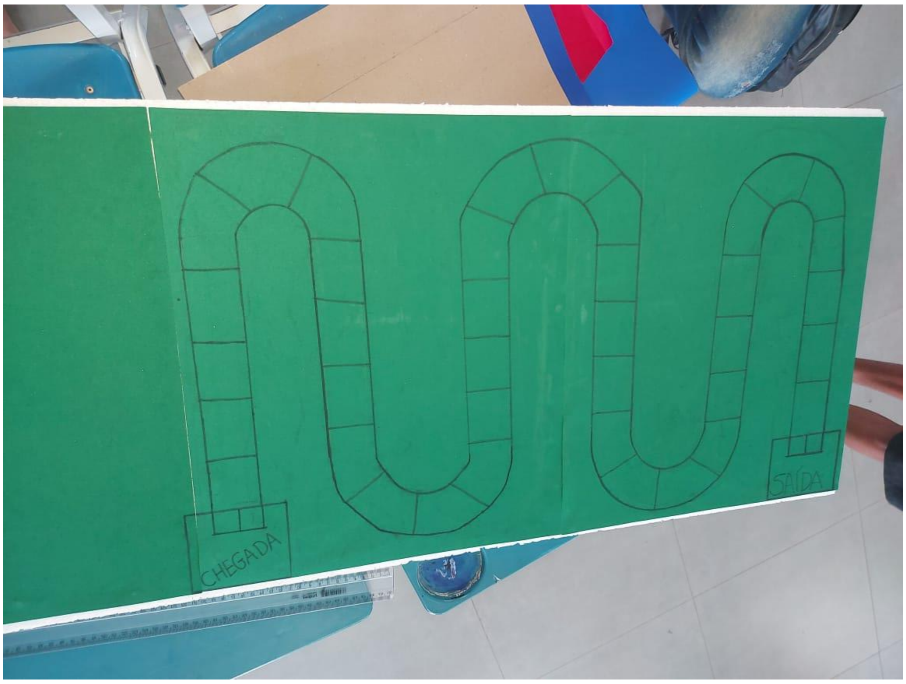


IMAGEM 11: Fonte: própria autoria, 2022.

4.3 ROLETA DE POTENCIAÇÃO

Nessa atividade iremos trabalhar com potenciação de números inteiros, essa atividade será direcionada aos alunos de 8º ano do ensino fundamental II ao 1º ano do ensino médio. O objetivo principal da atividade é facilitar o aprendizado das potências com números inteiros, uma vez que o conjunto dos números inteiros é subconjunto dos números racionais, trabalhando assim potenciação de bases negativas com expoentes positivos ou negativos, assim como potenciação de base positiva com expoentes positivos ou negativos.

Os conteúdos serão trabalhados pelos alunos organizadores do recurso lúdico, orientados pelo professor responsável, de forma que sejam esclarecidos os principais conceitos de potenciação com inteiros necessários para desenvolvimento da atividade, tais como.

Definição: potências são o resultado de produtos com fatores iguais, essas são representados por meio de uma base, que é o número multiplicado, e o expoente que indica quantas vezes esse número é multiplicado.

Como por exemplo:

$$3^3 = 3.3.3 = 27$$

$$(-3)^3 = (-3).(-3).(-3) = -27$$

A ideia de potências com bases negativas, deverá ficar muito bem esclarecida, cabendo aos alunos protagonistas e ao professor responsável assumir esse papel. Notando-se assim que, quando a base for negativa e o expoente par, o resultado da operação será sempre positivo, e quando a base da potenciação por negativa e o expoente ímpar, o resultado será sempre negativo.

E quando tivermos o expoente negativo? Deveremos também explicar uma importante propriedade que nos diz: $x^{-n} = \left(\frac{1}{x}\right)^n = \frac{1}{x^n}$.

Dizemos que, quando uma potência possuir sinal negativo em seu expoente, inverta-se sua base, e também o sinal do expoente.

Foi confeccionado um cartaz para explicação de tais conceitos, esse exposto para utilização no desenvolvimento da atividade, e esclarecimento de dúvidas no decorrer da apresentação.

A seguir uma tabela apresentando as principais informações a respeito da atividade elaborada.

TABELA 3

ROTEIRO DE CONTEÚDOS – ROLETA DA POTENCIAÇÃO	
Eixo Central	Potenciação com números inteiros.
	Aplicar o conceito de potências com expoentes e bases negativos.
Aspectos motivadores	Metodologia diversificada: competitividade, busca de estratégia, trabalho em equipe, atenção;
Série atingida	8º ano do ensino fundamental ao 1º ano do ensino médio.
Nº de participantes	2 pessoas a cada rodada. (Em caso de mais participantes, deverá acrescentar mais fichinhas de cores diferentes às duas primeiras).
Objetivos a serem atingidos	Interagir aluno-aluno e aluno-professor.
	Expressar ideias e opiniões a respeito do conteúdo a ser abordado.
	Respeitar regras propostas, colegas e professores.
	Revisar e reforçar conteúdos básicos e essenciais da matemática. Facilitar o aprendizado das operações com números racionais.
	Tirar dúvidas sobre o conteúdo a fim de compreender melhor as definições.
Estratégia	Aplicar conhecimento adquirido, no desenvolvimento da atividade.
Materiais utilizados	Tabuleiro com duas roletas enumeradas de -2 a -5 e de 2 a 5 cada. E uma tabela com todos os resultados possível das potências. Cada roleta contém 8 casas, assim teremos ao todo 64 respostas possíveis.
	15 fichinhas de cor azul para marcação das respostas no tabuleiro. 15 fichinhas de cor vermelha para marcação das respostas no tabuleiro.
	Cartaz expositivo contendo nome da atividade lúdica e breve resumo dos conteúdos a serem cobrados no decorrer da atividade.
Desenvolvimento/ Metodologia	Duas roletas com números positivos e negativos enumerados de -2 a -5 e de 2 a 5, cada uma delas, uma representando a base e a outra o expoente da operação, estarão sobre um tabuleiro onde o aluno participante irá girar a roleta e de acordo com os números, efetuar a operação. Cada participante receberá 15 fichinhas de mesma cor, as quais deverá sobrepor sobre a resposta correspondente. Caso erre a resposta, automaticamente o participante passa a vez, retirando sua peça do tabuleiro. Caso se repita uma operação idêntica à alguma anterior, onde resposta não esteja mais disponível no tabuleiro, o participante terá direito a girar novamente a roleta. O vencedor será o participante que zerar todas as fichas primeiro, ou em caso de término da aula, o que tiver a menor quantidade de fichas em mãos.
Avaliação de aprendizagem	Será observado o respeito com colegas e às regras da atividade, coletividade, comportamento e também o interesse e desempenho na participação do jogo.

Observou-se no decorrer da elaboração desta atividade o empenho dos alunos protagonistas em pesquisar os conteúdos, tais como as definições e conceitos trabalhados. A ideia de passar segurança aos alunos participantes da atividade tendo êxito em sua finalização.

ELABORAÇÃO DAS ATIVIDADES:

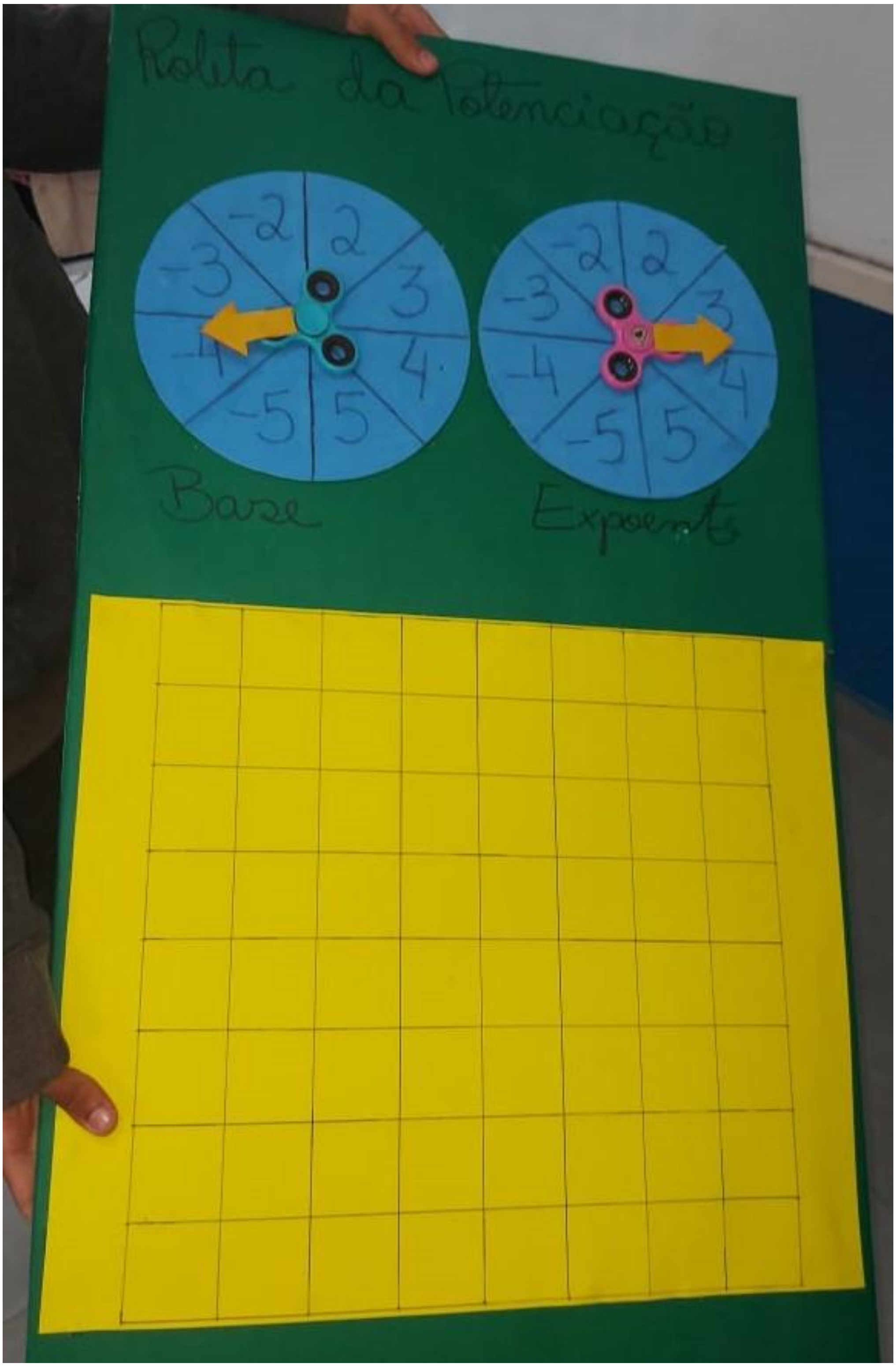


IMAGEM 12: Fonte: própria autoria, 2022.

IMAGEM 13: Fonte: própria autoria, 2022.

Todas as imagens postadas são do desenvolvimento do trabalho aplicado em sala de aula, onde os alunos agem como protagonistas, eles são orientados. Mais adiante, teremos imagens da culminância desse projeto, no qual, com trabalho finalizado, socializaremos com os estudantes da escola, podendo assim todos participarem das atividades. Para Haydt (2006, p. 175) nos apresenta sobre a motivação na sala de aula o quanto é importante para o aprendizado dos alunos

> Ao recorrer ao uso de jogos, o professor está criando na sala de aula uma atmosfera de motivação que permite aos alunos participar ativamente do processo ensino-aprendizagem, assimilando

> experiências e informações e, sobretudo, incorporando atitudes e valores.

Para a autora é muito importante a utilização dos jogos nas aulas, pois é uma atividade que possibilita a participação efetiva dos alunos nas aulas, podendo assim despertar o seu interesse pelo conteúdo estudado em questão.

Neste caso, temos uma atividade lúdica manipulativa, a qual os alunos podem exercitar a fixação das principais definições e conceitos da potenciação, uma vez que, mesmo com números limitados, como nessa atividade em questão, eles consigam compreender bem o que a atividade propõe. O interessante é que todas as atividades sugeridas até então são possíveis de adaptação, ou seja, podemos modificá-las, no caso da roleta fazer com mais numerações, ou numerações aleatórias, onde o objetivo principal continuará o mesmo, que é a aplicação e prática das definições de potências, buscando facilitar o aprendizado das operações com números racionais.

4.4 QUEBRA CABEÇA DE FRAÇÕES

Nesta atividade vamos desenvolver os conceitos básicos de frações próprias e impróprias, usando sua representação geométrica. A ideia é de que o aluno associe a fração e suas equivalentes, em sua representação numérica à representação geométrica correspondente.

Neste caso, os alunos ao compreender que uma fração é parte de um todo, colocam em prática, na forma de atividade lúdica o conteúdo trabalhado. Será necessário para desenvolvimento desta atividade o educando conhecer frações próprias, e equivalência de frações, fazendo a associação dessas duas representações em figuras equivalentes. Também, é necessário saber o conceito de frações impróprias, onde o numerador é maior do que o denominador e métodos para escrever na sua forma mista. Com esses conceitos trabalhados o aluno consegue pôr em prática esses conhecimentos e visualizar de forma lúdica a relação existente entre a escrita matemática e a representação geométrica dessas frações, o que enriquece o processo de ensino aprendizagem.

Esta atividade em si, não representa competitividade entre os participantes, e sim uma forma lúdica de trabalhar as frações com intuito de despertar o interesse pelo conteúdo, dinamizar as aulas de modo que a rotina de “aulas tradicionais” como explicação e reprodução de atividades sejam quebradas e facilitar o entendimento de representar geometricamente uma fração, assim como os demais conhecimentos adquiridos como uma forma divertida de aplicação e concretização das definições e conceitos de frações próprias, equivalentes e impróprias, trabalhando também a forma mista de uma fração imprópria. Segundo Borin (1996, p. 09):

> Outro motivo para introdução de jogos nas aulas de matemática é a possibilidade de diminuir bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos que temem a Matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la. Dentro da situação de jogo, onde é impossível uma atitude passiva e a motivação é grande, notamos que, os mesmo tempo em que estes alunos falam Matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem.

A seguir apresento por meio de uma tabela alguns dados importantes sobre o eixo central a ser trabalhado com esse recurso lúdico.

TABELA 4

ROTEIRO DE CONTEÚDOS – QUEBRA CABEÇA DE FRAÇÕES	
Eixo Central	Frações próprias e equivalentes. Representação geométrica de frações próprias e impróprias. Soma e subtração de frações.
	Frações impróprias e sua forma mista
Aspectos motivadores	Metodologia diversificada: dinamização da aula, trabalho em equipe, raciocínio, atenção, cooperação.
Série atingida	7º ano do ensino fundamental, podendo ser aplicado para demais turmas também como forma de facilitar e revisar conteúdos que envolvem frações.
Nº de participantes	.Sugestão de 2 a 4 participantes por rodada.
Objetivos a serem atingidos	Interagir aluno-aluno e aluno-professor.
	Expressar ideias e opiniões a respeito do conteúdo a ser abordado.
	Respeito mútuo
	Facilitar o aprendizado de conteúdos de frações, assim como sua representação geométrica.
	Tirar dúvidas sobre o assunto trabalhado.
Estratégia	Aplicar o conhecimento adquirido na revisão dos conteúdos.
Material utilizado	22 conjuntos de quebra cabeça com 4 peças cada.
Desenvolvimento/ Metodologia	Nessa atividade, um grupo de alunos responsáveis pela elaboração dos materiais, sempre orientados pelo professor, farão uma explicação sobre os eixos trabalhados (Frações próprias e impróprias, forma mista de uma fração imprópria e frações equivalentes, assim como representar frações através de figuras), a ideia é que o grupo de alunos participantes da atividades, associe as frações em suas representações geométricas, juntando as peças do quebra cabeça de forma correta. O professor orientador assim como os alunos protagonistas responsáveis pela execução da atividade, ficarão responsáveis em monitorar e auxiliar os discentes na atividade, instigando o raciocínio, confiança, atenção, percepção, dentre outras competências e habilidades para execução da atividade, buscando sempre a aprender com o erro, caso ocorra.
Avaliação de aprendizagem	Será observado o respeito com colegas e cooperação, comprometimento, comportamento e também o interesse e desempenho na participação na atividade lúdica.

Espera-se que os participantes da atividade, consigam desenvolver com êxito a atividade, atingindo os objetivos propostos e fortalecendo assim o processo de aprendizagem e concretização do conhecimento adquirido.

No anexo 3 estão disponíveis cartões com modelos de frações e figuras utilizadas nesta atividade, lembrando que todas as atividades podem ser adaptadas e aperfeiçoadas pelo professor regente, assim como por alunos protagonistas que foram desenvolvê-la.

ELABORAÇÃO DAS ATIVIDADES:

IMAGEM 14: Fonte: própria autoria, 2022.

IMAGEM 15: Fonte: própria autoria, 2022.

5 APLICAÇÃO DAS OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

Neste capítulo apresentaremos questões contextualizadas de aplicação das operações com frações e suas soluções, uma vez que muitos alunos ainda sente-se inseguros ao realizar operações com frações. A ideia é de que os professores de matemática possam utilizar essas questões para elaboração de novos recursos lúdicos, podendo implementá-los num jogo de trilha, por exemplo. Ficando a cargo do professor, o recurso utilizado para trabalhar tais questões.

Usaremos como referencial algumas questões da Olimpíada Brasileira de Matemática, e também com base no referencial teórico disponibilizado nessa dissertação, formularemos novas questões, essas podem ser adaptadas, caso achem necessário.

Questão 01: Seu Luiz decidiu distribuir sua herança ainda em vida a seus 8 filhos de forma igualitária. Num certo dia Lucas e Joana, primos e netos de Luiz, discutiam quem teria direito a maior parte da herança. Se Lucas tem três irmãos e Joana tem apenas uma irmã responda:

a) Qual é a fração da herança que representa a parte de Lucas?
b) Qual é a fração da herança que representa a parte de Joana?
c) Qual desses dois netos, Lucas ou Joana, possui uma parte maior da herança? Quanto um recebe a mais do que o outro?
d) Represente por meio da adição de frações, a parte da herança de Lucas e Joana juntos.

Solução:

a) Sabendo que Luiz tem 8 filhos, a herança é dividida de modo que cada filho obtenha 1/8. Como Lucas é um dos 4 herdeiros de seus pais, Lucas terá direito a 1/4 parte de 1/8. Assim,

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{32}$$

Lucas terá direito a $\frac{1}{32}$ da herança de seu avô Luiz.

b) De mesmo modo, Joana como é uma dos dois herdeiros de seus pais, assim terá direito a 1/2 de 1/8. Logo:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{16}$$

Joana terá direito a $\frac{1}{16}$ da herança de seu avô Luiz.

c) Devemos comparar a parte de Lucas e Joana, e determinar qual das frações é a maior. Note que 1/32 e 1/16 possuem o mesmo numerador, assim, a maior fração é a que tem denominador menor. Logo:

$$\frac{1}{32} < \frac{1}{16}$$

Assim Joana é a que possui a maior parte da herança.

Para saber quanto um ganha a mais que o outro basta comparar as frações e observar que

$$\frac{1}{16} > \frac{1}{32}, \text{e que} \frac{1}{16} = 2 \cdot \frac{1}{32}$$

Logo, Joana terá direito ao dobro da parte de Lucas.

Outra forma de determinar essa quantidade é efetuando a divisão das frações:

$$\frac{1}{16} \div \frac{1}{32} = \frac{1}{16} \cdot \frac{32}{1} = 2.$$

d) Para representar a soma da parte da herança de Lucas e Joana, devemos somar 1/32 e 1/16. Usaremos então fração equivalente e a definição de soma de frações com denominadores iguais.

$$\frac{1}{32} + \frac{1}{16} = \frac{1}{32} + \frac{1^{\times 2}}{16^{\times 2}} = \frac{1}{32} + \frac{2}{32} = \frac{3}{32}.$$

Logo, a soma das partes da herança de Lucas e Joana é 3/32.

Questão 2 (OBMEP 2017, pv2n1): André, Bernardo e Carlos retiraram, respectivamente, $\frac{1}{2}, \frac{2}{7}$ e $\frac{1}{14}$ do total de doces de um pacote.

a) Quem retirou o menor número de doces?
b) A quantidade de doces que restou no pacote corresponde a que fração do total?
c) André deu 15 doces a Carlos e ficou com o mesmo número de doces que Bernardo. Quantos doces havia inicialmente no pacote?

Solução:

a) Para determinar qual dos três retiraram a menor quantidade de doces, vamos fazer a comparação por meio de equivalência de frações, note que:

$$\frac{1}{2} = \frac{1^{\times 7}}{2^{\times 7}} = \frac{7}{14} \quad \text{e que} \quad \frac{2}{7} = \frac{2^{\times 2}}{7^{\times 2}} = \frac{4}{14}$$

Obtemos assim, todas as três frações $(\frac{1}{2}, \frac{2}{7}\ e\ \frac{1}{14})$ com mesmo denominador. Comparando frações com mesmo denominador, a menor entre elas será a que possuir menor numerador que é 1/14. Logo, quem retirou a menor quantidade de doces foi Carlos.

b) Efetuando adição da quantidade de doces retirados por André, Bernardo e Carlos, usando a definição de frações equivalentes, obtemos:

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{7}+\frac{1}{14}= \frac{1^{\times 7}}{2^{\times 7}}+ \frac{2^{\times 2}}{7^{\times 2}}+\frac{1}{14}=\frac{7}{14}+\frac{4}{14}+\frac{1}{14}=\frac{12}{14}.$$

Assim, como sabemos que o total de doces é representado pela fração $\frac{14}{14}$, efetuamos uma subtração do total de doces, pela quantidade retirada, para sabermos o que resta:

$$\frac{14}{14}-\frac{12}{14}=\frac{2}{14}=\frac{1}{7}.$$

Logo, restou 1/7 de doces no pacote.

c) André possui metade da quantidade de balas do pacote, ele tem $\frac{1}{2}=\frac{7}{14}$. Depois de dar 15 de seus doces para Carlos e ficar com o mesmo número de doces que Bernardo, podemos concluir que André possui 15 doces a mais que Bernardo. Assim, a diferença entre eles, inicialmente era:

$$\frac{1}{2}-\frac{2}{7}= \frac{1^{\times 7}}{2^{\times 7}}- \frac{2^{\times 2}}{7^{\times 2}}=\frac{7}{14}-\frac{4}{14}=\frac{3}{14}, \text{que corresponde a 15 doces.}$$

Vimos que podemos representar $\frac{3}{14}=3\cdot\frac{1}{14}$ = 15, podemos concluir que $\frac{1}{14}=5$ doces, logo o pacote todo terá $\frac{14}{14}=14\cdot\frac{1}{14}=14\cdot 5=70$ doces.

Questão 3: Moacir iniciou uma viagem com 4/7 do tanque abastecido e gastou, durante sua viagem, o equivalente a 2/5 do tanque.

a) O combustível que sobrou equivale a que fração da medida de capacidade total do tanque?

b) Após uma segunda parada, Moacir abasteceu novamente o seu carro com 1/3 da capacidade do tanque. Qual é o nível de combustível, após esse novo abastecimento, em relação a capacidade total do tanque?

Solução:

a) Como Moacir tinha inicialmente 4/7 da capacidade total e gastou 2/5 durante o percurso, devemos efetuar uma subtração de frações para determinar quanto sobrou no tanque:

$$\frac{4}{7}-\frac{2}{5}= \frac{4^{\times 5}}{7^{\times 5}}-\frac{2^{\times 7}}{5^{\times 7}}=\frac{20}{35}-\frac{14}{35}=\frac{6}{35}.$$

Logo, a fração que equivale ao combustível que sobrou é $\frac{6}{35}$.

b) Com base na questão anterior e sabendo que Moacir abasteceu o equivalente a 1/3 da capacidade do tanque, somaremos o que sobrou no tanque com o combustível adicionado:

$$\frac{6}{35}+\frac{1}{3}=\frac{6^{\times 3}}{35^{\times 3}}+\frac{1^{\times 35}}{3^{\times 35}}=\frac{18}{105}+\frac{35}{105}=\frac{53}{105}.$$

Questão 4 (OBMEP, 2007,pv2n1)**:** A professora da Dorinha passou para seus alunos um questionário com duas perguntas: (1) “Você come peixe?” e (2) “Você come verdura?”. Todos os alunos responderam às duas perguntas e a professora, depois de ler as respostas, calculou as frações

$$\frac{alunos\ que\ comem\ peixe}{total\ de\ alunos}=\frac{13}{18} \qquad e \qquad \frac{alunos\ que\ comem\ verdura}{total\ de\ alunos}=\frac{5}{12}.$$

a) Ajude a professora, completando a tabela ao lado com as frações que estão faltando.

	Peixe	Verdura
Sim	13/18	5/12
Não		

b) Observando a tabela, Dorinha afirmou que havia alunos que comiam tanto peixe como verdura. Explique como ela chegou a essa conclusão.

c) Analisando os questionários, a professora notou que todos os alunos que comem verdura também comem peixe e que 22 alunos comem peixe mas não comem verdura. Quantos alunos não comem verdura?

Solução:

a) Sabendo que o total de alunos que comem peixe é representado pela fração 18/18 e o total de alunos que comem verdura é representado pela fração 12/12. Ao subtrairmos as frações, obtemos:

$$Alunos\ que\ não\ comem\ peixe=\frac{18}{18}-\frac{13}{18}=\frac{5}{18}$$

$$Alunos\ que\ não\ comem\ verduras=\frac{12}{12}-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}.$$

Podemos completar a tabela:

	Peixe	Verdura
Sim	13/18	5/12
Não	5/18	7/12

b) Como foram feitas duas perguntas apenas e todos os alunos responderam às duas perguntas, ao somarmos as frações dos alunos que responderam sim, temos

$$\frac{Comem\ peixe + comem\ Verdura}{total\ de\ alunos} = \frac{13}{18} + \frac{5}{12} = \frac{13^{\times 2}}{18^{\times 2}} + \frac{5^{\times 3}}{12^{\times 3}} = \frac{26}{36} + \frac{15}{36} = \frac{41}{36} > 1$$

Concluímos que entre esses, pelo menos um aluno comem peixe e também verdura. De modo análogo,

$$\frac{não\ comem\ peixe + não\ comem\ Verdura}{total\ de\ alunos} = \frac{5}{18} + \frac{7}{12} = \frac{5^{\times 2}}{18^{\times 2}} + \frac{7^{\times 3}}{12^{\times 3}} = \frac{10}{36} + \frac{21}{36} = \frac{31}{36} < 1$$

De mesma forma, pelo menos um dentre desses alunos comem tanto peixe como verduras.

c) Se todos alunos que comem verdura, também comem peixe, então a diferença entre os alunos que comem peixe e comem verdura são os alunos que comem peixe, mas não verdura, o que corresponde a 22 alunos. Assim:

$$\frac{comem\ peixe - comem\ verduras}{total\ de\ alunos} = \frac{não\ comem\ verduras}{total\ de\ alunos} \rightarrow$$

$$\frac{13}{18} - \frac{5}{12} = \frac{13^{\times 2}}{18^{\times 2}} - \frac{5^{\times 3}}{12^{\times 3}} = \frac{26}{36} - \frac{15}{36} = \frac{11}{36}$$

Assim, 11/36 comem peixe mas não comem verduras, que é equivalente a 22 alunos. Podemos representar:

$$\frac{11}{36} = 11 \cdot \frac{1}{36} = 22$$

Podemos concluir que 1/36 corresponde a 2 alunos, assim, o número total de alunos é $\frac{36}{36} = 36 \cdot \frac{1}{36} = 36 \cdot 2 = 72$. Como sabemos que 7/12 não comem verdura, obtemos:

$$\frac{7}{12} \cdot 72 = 7 \cdot 6 = 42$$

Concluímos então, que 42 alunos não comem verdura.

Questão 5: A professora Rosa, aplicou uma avaliação e verificou os seguintes resultados. Bianca, Arthur e Pedro acertaram, respectivamente, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{10}$ e $\frac{7}{20}$ da avaliação.

a) Qual dos três alunos acertaram mais questões nessa avaliação?
b) Supondo que a avaliação foi composta por 40 questões, quantas questões cada aluno acertou?
c) Qual é a fração que representa o total de questões que Bianca acertou a mais do que Arthur?

Solução:

a) Vamos usar o conceito de frações equivalentes para comparar essas frações, note que

$$\frac{3}{5} = \frac{3^{\times 4}}{5^{\times 4}} = \frac{12}{20} \quad \text{e que} \quad \frac{1}{10} = \frac{1^{\times 2}}{10^{\times 2}} = \frac{2}{20}$$

Obtemos assim frações equivalentes, ou seja, que representam a mesma quantidade. Podemos comparar as frações $\frac{12}{20}$, $\frac{2}{20}$ e $\frac{7}{20}$.

Como os denominadores são todos iguais, a fração que corresponde maior quantidade é aquele que possui o maior numerador, ou seja, 12/20. Assim, Bianca acertou a maior quantidade de questões.

b) Bianca → $\frac{3}{5} \cdot 40 = 3 \cdot 8 = 24$.

Arthur → $\frac{1}{10} \cdot 40 = 1 \cdot 4 = 4$.

Pedro → $\frac{7}{20} \cdot 40 = 7 \cdot 2 = 14$.

c) Para determinar o total que questões que Bianca acertou a mais do que Arthur, basta fazermos a diferença entre as frações correspondentes:

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{10} = \frac{3^{\times 2}}{5^{\times 2}} - \frac{1}{10} = \frac{6}{10} - \frac{1}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}.$$

O que corresponde a 20 questões.

Questão 6: Télio plantou em sua horta, 3/8 da área total com quiabo, 2/5 com batata e o restante com cenoura. Sabendo que ele plantou apenas esses três tipos de legumes.

a) Qual é a fração da horta que foi plantada com cenoura?
b) Qual desses legumes ocupa a maior área da horta?

Solução:

a) Se somarmos a fração que representa o plantio de quiabo, com a fração que representa o plantio de batatas, temos:

$$\frac{3}{8}+\frac{2}{5}= \frac{3^{\times 5}}{8^{\times 5}}+ \frac{2^{\times 8}}{5^{\times 8}}=\frac{15}{40}+\frac{16}{40}=\frac{31}{40}$$

Sabendo que o restante ele plantou com cenoura e que $1=\frac{40}{40}$, temos:

$$\frac{40}{40}-\frac{31}{40}=\frac{9}{40}.$$

Assim, a fração que corresponde a área plantada com cenoura é 9/40.

b) Vamos fazer comparação entre as frações que representa cada plantio, usaremos o conceito de frações equivalentes:

Quiabo $\rightarrow \frac{3}{8}=\frac{3^{\times 5}}{8^{\times 5}}=\frac{15}{40}$.

Batata $\rightarrow \frac{2}{5}= \frac{2^{\times 8}}{5^{\times 8}}=\frac{16}{40}$.

Cenoura $\rightarrow \frac{9}{40}$.

Como todas as frações possuem o mesmo denominador, a maior será aquela que possuir o maior numerador, neste caso, 16/40. Assim, o legume que ocupa a maior área nessa horta é a batata.

Questão 7: Alan gosta muito de ler livros, e na primeira semana leu 2/7 do total de páginas do livro, na segunda semana leu 1/3 e terminou sua leitura, na terceira semana.

a) Qual é a fração que representa o total de páginas lidas na terceira semana?
b) Qual das três semanas ele leu mais, considerando a leitura apenas deste livro?
c) Se o livro tinha 300 páginas, qual foi o total de páginas lidas na segunda semana?

Solução:

a) Somando a quantidade de páginas lidas na primeira e segunda semana, temos

$$\frac{2}{7}+\frac{1}{3}= \frac{2^{\times 3}}{7^{\times 3}}+ \frac{1^{\times 7}}{3^{\times 7}}=\frac{6}{21}+\frac{7}{21}=\frac{13}{21}.$$

Como o total de páginas é representado por $\frac{21}{21}=1$, fazendo a subtração:

$$\frac{21}{21}-\frac{13}{21}=\frac{8}{21}.$$

A quantidade de páginas lidas na terceira semana é 8/21.

b) Considerando a alternativa anterior, onde vimos que $\frac{2}{7}$ é equivalente a $\frac{6}{21}$ e que $\frac{1}{3}$ é equivalente a $\frac{7}{21}$.Comparando as três frações 6/21, 7/21 e 8/21, podemos concluir que ele leu a maior quantidade de páginas na terceira semana.

c) Como ele leu 1/3 na segunda semana, basta calcular 1/3 de 300, que corresponde a 100 páginas.

Questão 8: Para incentivar a reciclagem de garrafas PET, uma padaria realizou uma promoção que previa a troca de 5 garrafas PET vazia por um pão de doce.

a) Nesta promoção, cada garrafa PET corresponde a que fração do preço do pão?

b) Se o pão custa R$2,00, e Fábio conseguiu juntar 80 garrafas PET. Qual é o valor, em reais, que Fábio economizaria na troca pelos pães?

Solução:

a) Se precisamos juntar 5 garrafas para trocar por um pão, cada garrafa representa 1/5 do valor do pão.

b) Se Fábio juntou 80 garrafas PET, temos que:

$$\frac{80}{5} = 16\, pães$$

Como cada pão custa R$2,00, Logo Fábio economizou 16.2 = 32 reais.

Questão 9: Todos os anos, realizam-se a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Na escola X, localizada em um município do Espírito Santo, apenas 5/7 dos alunos fazem a prova da 1º fase. Desses, apenas 1/10 conseguem avançar para a 2ª fase. Sabendo que 30 alunos fizeram a prova da segunda fase. Qual total de alunos matriculados nesta escola?

Solução:

Para determinar o total de alunos que avançaram para a segunda fase da prova, devemos calcular a fração que representa 1/10 de 5/7, então vamos multiplicar as frações:

$$\frac{1}{10}.\frac{5}{7} = \frac{5}{70} = \frac{1}{14}$$

Assim, 1/14 dos alunos que fizeram a prova, passaram para a segunda fase. Como sabemos que 1/14 corresponde a 30 alunos, podemos concluir que o total

$\frac{14}{14} = 14.\frac{1}{14} = 14.30 = 420$ são os alunos que fizeram a prova da primeira fase.

Como apenas 5/7 dos alunos matriculados fizeram a prova da primeira fase, podemos dizer que

$$\frac{5}{7} = 5.\frac{1}{7} = 420, \qquad assim\ \frac{1}{7} = 84\ alunos$$

Logo o total de alunos matriculados é $\frac{7}{7} = 7.\frac{1}{7} = 7.84 = 588$ alunos.

Questão 10: Ana, Maria e Marcelinho dormiam enquanto sua mãe Priscila saiu e deixou uma quantidade de empadinhas com instrução para dividirem igualmente entre eles. Marcelinho acordou pegou 1/3 das empadinhas e saiu. Ana acordou depois, mas achou que era a primeira a acordar e, por esse motivo, pegou 1/3 das empadinhas e saiu. As demais ficaram para Maria que acordou por último.

a) Que fração do total de empadinhas coube a Ana?
b) Que fração do total de empadinhas coube a Maria?
c) Supondo que Priscila havia deixado 18 empadinhas, quantas empadinhas cada um dos filhos comeu?

Solução:

a) Como ainda não sabemos o total de empadinhas deixadas por Priscila, vamos considerar o total por 1. Assim, Marcelinho pegou 1/3, teríamos $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ após a retirada de Marcelinho. Como Ana acordou depois e achou que fosse a primeira a acordar, ela pegou $\frac{1}{3}$ das empadinhas deixadas por Marcelinho, sendo assim pegou $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{3}$, então pegou $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$ do total de empadinhas.
b) Como Maria foi a última a acordar, e se havia $\frac{2}{3}$ após a retirada de Marcelinho e Ana retirou $\frac{2}{9}$, logo sobrou para Maria $\frac{2}{3} - \frac{2}{9} = \frac{2^{\times 3}}{3^{\times 3}} - \frac{2}{9} = \frac{6}{9} - \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$ do total das empadinhas.
c) Basta multiplicarmos a fração da parte de cada um pela quantidade de empadinhas deixadas:

Marcelinho → $\frac{1}{3} \cdot 18 = 6$ empadinhas.

Ana $\rightarrow \frac{2}{9} \cdot 18 = 4$ empadinhas

Maria $\rightarrow \frac{4}{9} \cdot 18 = 8$ empadinhas.

Questão 11 (Adaptação do problema dos 35 camelos, do livro o Homem que Calculava): Luzia tem uma fazenda e gostaria de dividir 35 cabeças de gado entre suas três filhas. A mais velha ficará com $\frac{1}{2}$ do total, a filha do meio ficará com $\frac{1}{3}$ e a filha mais nova ficará com $\frac{1}{9}$ do total. Em caso de números não exatos, as filhas jamais poderão receber menos, do que tem por direito, ou seja, devemos arredondar para o número natural, imediatamente, superior.

a) Quantas cabeças de gado cada filha deverá receber?
b) Somando as frações que representam a parte de cada uma das filhas, podemos afirmar que correspondem ao total deixados pela mãe? Represente a soma dessas frações.

Solução:

a) Para determinar a parte de cada filha, devemos calcular obedecendo os critérios de aproximação do enunciado:

Para filha mais velha $\frac{1}{2}$ de 35 = $\frac{1}{2} \cdot 35 = 17{,}5 \cong 18.$

Para filha do meio $\frac{1}{3}$ de 35 = $\frac{1}{3} \cdot 35 = 11{,}\overline{66} \cong 12.$

Para filha mais nova $\frac{1}{9}$ de 35 = $\frac{1}{9} \cdot 35 = 3{,}\overline{88} \cong 4.$

b) Usando a soma de frações, temos:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{1^{\times 9}}{2^{\times 9}} + \frac{1^{\times 6}}{3^{\times 6}} + \frac{1^{\times 2}}{9^{\times 2}} = \frac{9}{18} + \frac{6}{18} + \frac{2}{18} = \frac{17}{18}.$$

Podemos observar que, as frações estabelecidas pela mãe nessa divisão, não correspondem a totalidade das cabeças de gado, pois deveríamos chegar a uma fração equivalente a $\frac{35}{35} = 1.$ E obviamente, $\frac{17}{18} = \frac{34}{36} \neq 1.$

Questão 12: Uma estante da biblioteca da escola era organizada da seguinte forma:

- $\frac{1}{3}$ para livros de Matemática;
- $\frac{1}{4}$ para livros de Física;

- $\frac{2}{9}$ para livros de Literatura.

O espaço restante fica reservado para livros de História.

a) Qual fração do espaço é reservado aos livros de História?
b) Qual é a porcentagem que representa a ocupação dos livros de Física?
c) Qual categoria dos livros ocupam a maior parte dessa estante?

Solução:

a) Devemos efetuar a soma das frações correspondente aos livros de Matemática, Física e Literatura

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{2}{9}=\frac{1^{\times 12}}{3^{\times 12}}+\frac{1^{\times 9}}{4^{\times 9}}+\frac{2^{\times 4}}{9^{\times 4}}=\frac{12}{36}+\frac{9}{36}+\frac{8}{36}=\frac{29}{36}$$

Assim consideramos o total do espaço por 1, temos q será reservado aos livros de história

$$1-\frac{29}{36}=\frac{36-29}{36}=\frac{7}{36}.$$

b) A porcentagem (%) é representada por uma fração cujo denominador é 100. Como os livros de Física ocupam $\frac{1}{4}$ da estante, devemos encontrar uma fração equivalente a essa, cujo denominador seja 100, assim

$$\frac{1}{4}=\frac{1^{\times 25}}{4^{\times 25}}=\frac{25}{100}=25\%$$

Logo, os livros de Física ocupam 25% da estante.

c) Devemos comparar todas as frações para determinar qual dela é a maior, para isso vamos igualar os denominadores

$$Matemática \rightarrow \frac{1}{3}=\frac{12}{36}$$

$$Física \rightarrow \frac{1}{4}=\frac{9}{36}$$

$$Literatura \rightarrow \frac{2}{9}=\frac{8}{36}$$

$$História \rightarrow \frac{7}{36}$$

Usando redução de fração ao mesmo denominador, temos que a maior fração é aquela que possui maior numerador. Logo, os livros de Matemática ocupam a maior parte dessa estante.

Questão 13: Ao participar de um Programa de incentivo à Responsabilidade Social, Patrícia foi premiada e decidiu dividir sua premiação com amigos colaboradores. Everson, Edson e Adam receberiam suas partes de modo que, Everson teria 1/3 da premiação total, Edson receberá o equivalente a 1/3 da parte de Everson e Adam receberá o equivalente a 1/4 da parte de Edson.

a) Qual fração do total da premiação corresponde às partes de Edson e Adam?
b) Qual fração representa a parte que sobrará para Patrícia após essa divisão?

Solução:

a) Se Edson irá receber 1/3 da parte de Everson, que representa 1/3 do total:

$$\frac{1}{3}\text{de}\,\frac{1}{3}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$$

Logo, Edson receberá 1/9 do total da premiação.

Da mesma forma, como Adam receberá 3/4 da parte de Edson, ele receberá 3/4 de 1/9

$$\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{9}=\frac{1}{12}$$

Logo, Adam receberá 1/12 do total da premiação.

b) Devemos retirar do total da premiação as partes destinadas a Everson, Edson e Adam, temos

$$1-\frac{1}{3}-\frac{1}{9}-\frac{1}{12}=\frac{36-12-4-3}{36}=\frac{17}{36}.$$

Portanto, restará para Patrícia 17/36 do total da premiação.

Questão 14: Numa Gincana de Matemática, o aluno que obtivesse o maior aproveitamento nas atividades propostas, levaria o prêmio principal. Em caso de empate, os alunos deveriam dividir a premiação ou o valor correspondente. Gabriel e Renan se destacaram entre os demais participantes, sendo que Gabriel cumpriu $\frac{12}{15}$ das atividades propostas e Renan $\frac{20}{25}$ das atividades. Como foi distribuída essa premiação?

Solução:

A princípio devemos comparar essas frações e verificar se existe equivalência entre elas, para isso vamos achar as frações irredutíveis para fazer a comparação

$$\frac{12^{\div 3}}{15^{\div 3}} = \frac{4}{5} \quad \text{e} \quad \frac{20^{\div 5}}{25^{\div 5}} = \frac{4}{5}$$

Podemos observar que as frações representam a mesma quantidade, ou seja, são frações equivalentes, dessa forma, a premiação total deverá ser dividida igualmente entre Gabriel e Renan.

Questão 15: Francisco assumiu um contrato de mão de obra, para roçar um terreno, e combinou que iria, no primeiro dia, concluir 3/5 do serviço total. No segundo dia, iria entregar 1/3 do que havia feito no primeiro dia. Ele irá finalizar totalmente esse serviço no terceiro dia. Qual é a fração do terreno ficou para terminar no terceiro dia?

Solução:

Se no primeiro e segundo dia ele cumpriu 3/5, e no segundo, 1/3 de 3/5, temos

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

Assim ele completou 4/5 nos dois primeiros dias, ficando assim

$$1 - \frac{4}{5} = \frac{5-4}{5} = \frac{1}{5}$$

Portanto, restou $\frac{1}{5}$ do terreno para roçar no terceiro dia.

Questão 16: Flávia, Márcia e Carol precisam entregar um trabalho de Matemática sobre Atualidades, e se comprometem a dividi-lo de modo que: Flávia irá fazer 18/45 do trabalho; Márcia fará 3/15 e Carol 10/25.

a) Qual, dentre as três, fez a menor parte do trabalho?

b) Se esse trabalho deverá possuir 30 páginas, qual a quantidade de páginas feita por cada uma?

Solução:

a) Para tal conclusão, devemos comparar as frações, sendo assim vamos determinar a fração irredutível de cada uma delas:

Flávia → $\frac{18}{45} = \frac{2}{5}$

Márcia → $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

Carol → $\frac{10}{25} = \frac{2}{5}$

Portanto, podemos concluir que Márcia fez a menos parte do trabalho, pois

$$\frac{1}{5} < \frac{2}{5}.$$

b) Utilizando as informações anterior, e como as frações $\frac{18}{45}, \frac{10}{25}$ e $\frac{2}{5}$ são equivalentes, pois representam a mesma quantidade, podemos dizer que Carol e Flávia, entregaram a mesma quantidade de páginas do trabalho, sendo

$$\frac{2}{5} \text{ de } 30 = \frac{2}{5} \cdot 30 = 12 \text{ páginas}.$$

Já Márcia, entregou $\frac{1}{5}$ de 30

$$\frac{1}{5} \cdot 30 = 6 \text{ páginas}.$$

Questão 17: Elizeu, Roseana e Gilcélia dividiram entre si, uma barra de chocolate, de tal modo que Elizeu ficou com $\frac{3}{7}$; Roseana com $\frac{1}{3}$ e Gilcélia 50 gramas de chocolate. Qual era o peso, em gramas, desta barra antes de ser dividida?

Solução:

Sabendo que a soma das partes de Elizeu e Roseana, representam juntas

$$\frac{3}{7} + \frac{1}{3} = \frac{9}{21} + \frac{7}{21} = \frac{16}{21}.$$

Desse modo, como podemos representar o total da barra de chocolate por 1, temos

$$1 - \frac{16}{21} = \frac{21 - 16}{21} = \frac{5}{21}.$$

Portanto a parte de Gilcélia corresponde a 5/21, como essa fração equivale a 50 gramas de chocolate, podemos fazer

$$\frac{5}{21} = 5 \cdot \frac{1}{21} = 50 \text{ gramas}$$

Assim, podemos concluir que 1/21 representa 10 gramas de chocolate.

Portanto, a barra de chocolate pesava $\frac{21}{21} = 21 \cdot \frac{1}{21} = 21 \cdot 10 = 210$ gramas.

Questão 18: Célia é costureira e possui $3\frac{1}{2}$ de um tecido que usa para fazer vestidos. Sabendo que cada vestido ela gasta $\frac{1}{2}$ do metro para confecção, quantos vestidos ela poderá confeccionar?

Solução:

Sendo $3\frac{1}{2}$ um número misto que representa uma fração imprópria

$$3\frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2} = \frac{6+1}{2} = \frac{7}{2}$$

E sabendo que cada vestido gasta $\frac{1}{2}$ do metro de tecido, para determinar o total de vestidos que poderão ser confeccionados com esses tecidos, basta efetuar uma divisão de frações, teremos

$$\frac{7}{2} \div \frac{1}{2} = \frac{7}{2} \cdot \frac{2}{1} = 7$$

Logo, poderá ser confeccionado com essa quantidade de tecidos 7 vestidos.

Questão 19: Para pintar sua casa, Binho utilizou três tons diferentes para misturar e formar a tonalidade desejada. Para preparar 1 litros de tinta, ele utilizou 2/7 L de tinta azul; 1/4 de tinta verde e o restante de tinta branca. Qual é a fração da tinta branca, utilizada nesta mistura?

Solução:

Determinar o total usado de tinta branca é efetuar

$$1 - \frac{2}{7} - \frac{1}{4} = \frac{28}{28} - \frac{8}{28} - \frac{7}{28} = \frac{13}{28}$$

Assim, a mistura possui 13/28 de tinta branca.

Questão 20: Sr Eugênio possui uma frota de veículos em sua empresa, no qual é composta por: 3/5 de caminhão Baú; 1/6 de caminhão com carroceria e o restante carro de pequeno porte.

a) Qual a porcentagem que representa os caminhões baú, desta empresa?
b) Se a empresa possui, ao todo, 30 veículos, quantos são os carro de pequeno porte?

Solução:

a) Devemos encontrar uma fração equivalente a 3/5, de modo que o denominador seja igual a 100:

$$\frac{3}{5} = \frac{3^{\times 20}}{5^{\times 20}} = \frac{60}{100} = 60\%.$$

Ou seja, os caminhões baú, representam 60% do total da frota de veículos.

b) Para efetuar esse cálculo devemos fazer

$$1 - \frac{3}{5} - \frac{1}{6} = \frac{30}{30} - \frac{18}{30} - \frac{5}{30} = \frac{7}{30}.$$

Sendo assim, 7/30 corresponde aos carros de pequeno porte, portanto,

$$\frac{7}{30} \cdot 30 = 7$$

Portanto, 7 são os de pequeno porte.

6 CULMINÂNCIA DO PROJETO

IMAGEM 16: Fonte: própria autoria, 2022.

IMAGEM 17: Fonte: própria autoria, 2022.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho desenvolvido tinha como um dos principais objetivos a elaboração de recursos lúdicos manipulativos para auxiliar o professor no processo de ensino e aprendizagem da matemática, com intuito de facilitar a aprendizagem dos conteúdos envolvendo números racionais e suas operações. Recursos esses que foram elaborados pelos alunos do primeiro ano de ensino médio de Tempo Integral da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Alice Holzmeister, orientados e supervisionados pela professora regente de classe, Joglícia Gonoring Rodrigues Freiman, nas aulas de Eletiva do ano de 2022, pelo período de um trimestre.

Podemos destacar que o papel do aluno, como protagonista do conhecimento, atribuindo ao educando espírito de autoestima, confiança, responsabilidade e comprometimento com o processo de ensino aprendizagem, principalmente quando voltado à ensino da matemática é fundamental para bons resultados e despertar do interesse e o autodidatismo do aluno. As atividades foram planejadas e desenvolvidas com êxito, sendo feito uma culminância de projetos para apresentação dos recursos lúdicos manipulativos elaborados pela turma, dentre esses o de Jogos educativos, para todos os alunos matriculados na escola das turmas de sétimo ano do ensino fundamental II aos alunos do primeiro ano do ensino médio. As apresentações dos recursos foram ministradas e monitoradas pelos alunos protagonistas e a professora orientadora.

Vimos que, o empenho e comprometimento com o projeto desenvolvido, fez-se criar uma visão diferente sobre o aprender matemática, despertando interesse dos alunos participantes, assim como os que conheceram os recursos e participaram ativamente durante a culminância.

Com base nos dados escolares de fechamento do ano letivo de 2022, das turmas de 1º ano do ensino médio, constamos que dos alunos frequentes, apenas 1 aluno obteve reprovação, dados esses fornecidos pela secretaria escolar e retirados do Sistema Estadual de Gestão Escolar do Espírito Santo (SEGES). Podemos atribuir, de certa forma, que os resultados obtidos podem sim ter sido influenciados pela aplicação e execução do projeto desenvolvido nas aulas de matemática, contribuindo para que na disciplina em questão, tivéssemos uma melhora significativa no empenho, interesse e aprendizagem da matemática, uma vez que boa parte desses alunos foram protagonistas do próprio conhecimento, mostrando-se comprometidos com o projeto desenvolvido, participando ativamente da construção de recursos lúdicos manipulativos que auxiliam nas aulas de matemática, sendo esses, apresentados por esses próprios alunos, tendo os demais como ouvintes e participantes da aplicação e desenvolvimento dessas atividades.

Concluo que, de modo geral, a utilização de recursos dinâmicos que auxiliam no processo de ensino e aprendizagem da matemática, principalmente após o período pandêmico, o qual passamos, contribui sim, de forma significativa, para o despertar do interesse pelo conhecimento matemático. Infelizmente, a evasão escolar, juntamente com índices de reprovação, devido a faltas excessivas, desmotivação, falta de interesse pelos estudos, dificuldades de aprendizagem, dentre vários outros fatores que impactam nos índices de aprovação, vem se tornando cada vez comum. Cabe a nós professores, criarmos alternativas metodológicas que visam amenizar e minimizar os índices de reprovação e evasão, contribuindo assim, para o sucesso escolar, a aprendizagem concretizada, a busca pelo conhecimento, e a formação de cidadãos capacitados para ingressar e atuar no mercado de trabalho.

Desta forma, podemos contribuir para que demais professores e alunos, tenham acesso a diferentes recursos lúdicos que facilitam o processo de aprendizagem dos conteúdos voltados para números racionais e suas operações, trabalhando-se como apoio pedagógico e metodologias diversificadas, buscando sempre concretizar a aprendizagem em relação aos conteúdos trabalhados. Recursos esses disponíveis neste projeto, que podem ser facilmente adaptados, para melhor atender a realidade escolar dos alunos de cada escola. Lembrando-os sempre, que ao utilizarmos recursos lúdicos, como jogos e materiais manipulativos nas aulas de matemática, o aluno deve saber, bem como o professor, que o principal objetivo fica condicionado à concretização da aprendizagem matemática, e não simplesmente como forma de “brincar” nas aulas, o ideal é que o aluno desperte o interesse pelo conteúdo abordado, buscando desenvolver suas competências e habilidades para aquisição e/ou concretização desses conhecimentos.

8 REFERÊNCIAS:

ARANÃO, Ivana Valéria D. **A matemática através de brincadeiras e jogos.** 2ª Ed. Campinas – SP: Papirus, 1997.

BARRETO, G. B. B.; FREITAS, A. M. T. de. **Jogos educativos africanos da família Mancala:** um caminho para ensinar e aprender matemática. Laplage em Revista, Vol. 2, n.1, jan.- abr. 2016, p 147. Disponível em: <https://www.redalyc.org/journal/5527/552756514013/552756514013.pdf>. Acesso em 16 de fevereiro de 2023.

BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática.** São Paulo: IME-USP, 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. ***Parâmetros Curriculares Nacionais:*** *matemática*. Brasília, MEC. 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. ***Parâmetros Curriculares Nacionais:*** *matemática*. Brasília, MEC. 1998.

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris Matemática, 6º ano: ensino fundamental, anos finais**, 3. Ed. São Paulo: Ática, 2018.

D' AMORE, Bruno. **Elementos de ditática da matemática.** São Paulo: Livraria da Fisica, 2007. Disponível em: <http://books.google.com.br/> Acesso em: 07 de janeiro de 2023.

FILGUTH, Rubens. **A importância do xadrez**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

HAYDT, Regina C.C.**Curso de Didática Geral**.São Paulo: Ática, 2003.

IEZZI, Gelson et al, **Matemática: Ciências e aplicações,** Vol 1. São Paulo: Atual, 2001.

I PASTELLS, Àngel. A. **Desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdico-manipulativos:** para crianças de 6 a 12 anos. Curitiba: Base editorial, 2009, 152 p.

KAMII, Constance.; DEVRIES, Rheta. **Jogos em Grupo na educação infantil:** Implicações da Teoria de Piaget. São Paulo: Trajetória Cultural, 1991.

LIBANEO, José Carlos. **Democratização da Escola Pública:** A pedagogia crítico-social dos conteúdos. 16ª Ed. São Paulo: Loyola, 1985, 149 p.

LIMA, Elon Lages. **Números e Funções Reais.** Rio de Janeiro: SBM, 2013.

LOPES, Maria da Gloria. **Jogos na Educação:** Criar, Fazer e Jogar. 6ª ed. São Paulo: Cortez, 2005, 160 p.

LORENZATO, Sérgio. **Para aprender Matemática.** 2ª Ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2008, 140 p.

MACEDO, L.; PETTY, A. L. S.; PASSOS, N. C. **Aprender com jogos e situações-problema.** Porto Alegre: Artmed, 2000.

MELAGUTTI, Pedro Luiz Aparecido.; SPIRA, Michel, (orgs), **Os problemas das provas da OBMEP – Nível 01**, 1.ed., Rio de Janeiro: IMPA, 2022.

RIBEIRO, Flávia Dias. **Jogos e Modelagem na Educação Matemática.** São Paulo: Saraiva, 2009, 124p.

SMOLE, K.S; DINIZ, M. I.; CÂNDIDO, P. **Brincadeiras Infantis nas Aulas de Matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

SKOVSMOSE, Ole., **Desafios da reflexão em educação matemática crítica.** Campinas, SP: Papirus, 2008, 138 p.

https://publicdomainvectors.org/pt/vetorial-gratis/Corte-de-pizza/70669.html, visitado em 20/07/2023.

https://lereaprender.com.br/fracoes-equivalentes/ visitado em 20/07/2023.

https://educacaoetransformacaooficial.blogspot.com/2020/04/quebra-cabeca-das-fracoes.html

ANEXOS

ANEXO 1: Jogo da memória

Versão 1: Perguntas

$\sqrt{25} - 2 \cdot (-7)$	$6 \cdot 6 - 5(-2)$	$5 \cdot 5 + 10 - 1$	$4 \cdot 5 + 5$
$\sqrt{100} + 3^2 + 1$	$5^2 - \sqrt{9}$	$6 \cdot 2^2 - 20$	$3^3 - 10$
$9 \cdot 8 - 76$	$\sqrt{121} - 10$	$\sqrt{49} - 9$	$\sqrt{81} + 6 - 1$
$3 + 2 \cdot 6 - 20$	$7 - \sqrt{64} - 9$	$4 + 6 - 4^2$	$26 - 2 \cdot 7$

Versão 1: Respostas

19	46	34	25
20	22	4	-1
-4	1	-2	14
-5	-10	-6	12

Versão 2: Perguntas

$3^{-1} + 2^{-2} =$	$2^{-3} + \frac{1}{2} =$	$\frac{1}{4} + \frac{3}{5} =$	$\frac{8}{22} = \frac{12}{B}$ O valor de B?
$5 + \frac{3}{2} =$	$3 - \frac{3}{7} =$	$5^2 - \frac{1}{2} =$	$\frac{3}{7} = \frac{C}{35}$ O valor de C?
$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} =$	$\frac{2}{9} + \frac{7}{9} =$	$6 - 5^{-1} =$	$\frac{8}{3} - 2 =$
$\frac{5}{7} - \frac{3}{7} =$	$-\frac{3}{2} + \frac{5}{4} =$	$\frac{3}{5} = \frac{12}{A},$ O valor de A?	$3^2 - 3^{-2} =$

Versão 2: Respostas

$\frac{7}{12}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{17}{20}$	$B = 33$
$\frac{13}{2}$	$\frac{18}{7}$	$\frac{49}{2}$	$C = 15$
$\frac{23}{20}$	1	$\frac{29}{5}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{2}{7}$	$-\frac{1}{4}$	$A = 20$	$\frac{80}{9}$

ANEXO 2: Jogo de trilha racional

A fração que corresponde ao número 6,37 é: a) 6/37 b) 37/6 c) 637/100 d) 637/1000 Resposta: 637/100 (Letra C)	De dez maçãs, seis são verdes e as outras são vermelhas. Considerando o conjunto dessas maçãs, que fração representam as maçãs vermelhas? a) 10/6 b) 6/10 c) 4/6 d) 4/10 Resposta: 4/10 (Letra D)
O valor decimal de $\frac{1}{2}$ é (A) 0,25 (B) 1,2 (C) 12 (D) 0,5 Resposta: 0,5 (Letra D)	O preço da gasolina em um posto de Grande Vitória, está R$ 5,85 por litro, podemos dizer que custa 5 reais e a) 85 décimos do real b) 85 centésimos do real c) 85 milésimos do real d) 0,85 décimos do real Resposta: 85 centésimos do real (Letra B)
Rosa comprou 30 empadas para 4 seus filhos. Se cada empada custa R$1,25. O valor total que Rosa gastou foi de: a) 37,50 reais b) 40,00 reais c) 35,50 reais d) 6,50 reais Resposta: R$37,50 (Letra A)	Para pagar seus doces no mercadinho, Joãozinho deu uma nota de R$10,00, sabendo que sua conta foi de R$ 4,25, qual deverá ser o troco recebido por ele? a) R$ 4,75 b) R$ 5,75 c) R$ 6,75 d) R$ 5,25 Resposta: R$ 5,75 (Letra B)
Bryan terá que tomar um antibiótico por 10 dias, sendo 4,8 ml por 2 vezes ao dia. Qual deverá ser o total ingerido do medicamento? a) 100 ml b) 48 ml c) 96 ml d) 156 ml Resposta: 96 ml (Letra C)	Dentre os números abaixo, em qual deles o algarismo 4 está ocupando a ordem dos décimos: A) 1,48 B) 41,048 C) 1,0048 D) 1,00048 Resposta: 1,48 (Letra A)

No Brasil, $\frac{1}{4}$ da população vive na zona rural. Essa fração está representando que porcentagem? a) 15% b) 25% c) 50% d) 75% Resposta: 25% (Letra B)	Uma massa de bolo precisa ser batida durante $\frac{1}{4}$ de hora, ou seja, durante: a) 5 minutos b) 10 minutos c) 15 minutos d) 45 minutos Resposta: 15 minutos (Letra C)
Um determinado produto estava com seguinte preço: R$ 12,009. Isso significa que: (A) 12 reais e 9 décimos do real. (B) 12 reais e 9 centésimos do real. (C) 12 reais e 9 milésimos do real. (D) 12 reais e décimos de milésimos. Resposta: 12 reais e 9 milésimos (Letra C)	O número em que o algarismo 8 vale 8 centésimos é: (A) 0,8 (B) 0,08 (C) 0,008 (D) 0,0008 Resposta: 0,08 (Letra B)
Marcos é alpinista escalou em um dia 1,75 km. Isso significa que o alpinista escalou 1 km e A) 1,705 centésimos do km. B) 1,75 décimos do km. C) 75 centésimos do km. D) 705 milésimos do km. Respostas: 75 centésimos do km (Letra C)	A fração $\frac{3}{2}$ equivale a qual decimal: (A) 0,32 (B) 1,5 (C) 3,2 (D) 3,5 Resposta: 1,5 (Letra B)
A fração $\frac{4}{100}$ corresponde ao número decimal (A) 0,004. (B) 0,4. (C) 0,04. (D) 0,0004. Resposta: 0,04 (Letra C)	Qual é a alternativa que representa a fração equivalente a $\frac{9}{2}$? (A) 6/27 (B) 27/6 (C) 12/5 (D) 17/3 Resposta: 27/6 (Letra B)
Qual é a representação percentual do número racional 0,65? A) 65% B) 6,5% C) 0,65% D) 0,065% Resposta: 65% (Letra A)	Em qual dos números a seguir o algarismo 5 tem o valor de 500 unidades? (A) 2 150. (B) 5 210. (C) 20 501. (D) 25 100. Resposta: 20 501 (Letra C)

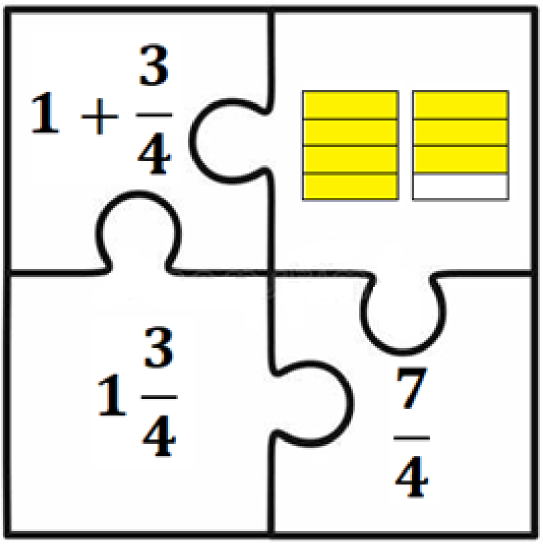
Arthur tirou 8,75 na primeira prova de matemática e 4,25 na segunda. Qual é a soma das notas de Arthur? a) 12,75 b) 12,25 c) 13,75 d) 13,00 Resposta: 13,00 (Letra D)	Gustavo usou sua calculadora para dividir dois números. Ele obteve como resposta 0,25. Esse número corresponde à fração: a) 1/5 b) 1/4 c) 3/4 d) 2/5 Resposta: 1/4 (Letra B)

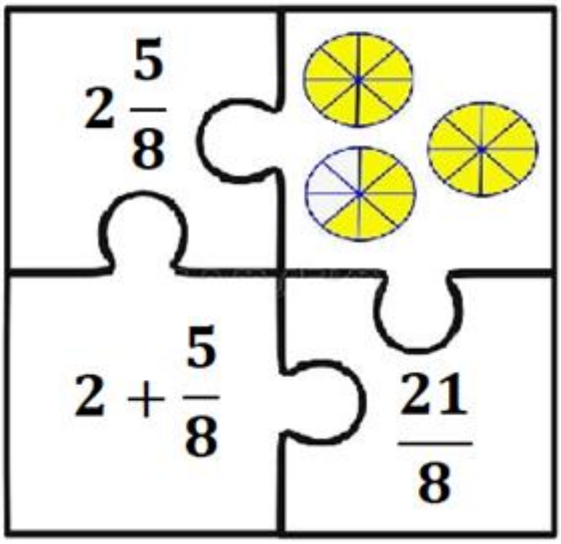
Na família de Lucas, há cinco pessoas, das quais três são crianças. A fração que representa a quantidade de crianças é a) 3/8 b) 5/8 c) 3/5 d) 5/3 Resposta: 3/5 (Letra C)	O resultado da soma: 4,5 + 0,32 é: a) 4,532 b) 4,32 c) 4,58 d) 4,82 Resposta: 4,82 (Letra D)
Numa atividade avaliativa Bruna teve como nota 0,4 ponto. Qual fração simplificada que representa a nota de Bruna? a) 2/5 b) 2/3 c) 1/2 d) 1/4 Resposta: 2/5 (Letra A)	Seis dos 24 alunos de uma turma ficaram de recuperação. Qual é a fração que representa o número de alunos que NÂO ficaram de recuperação em relação ao total de alunos dessa turma? a) 6/30 b) 6/24 c) 18/30 d) 18/24 Resposta: 18/24 (Letra D)
A professora, corrigindo as avaliações da classe, viu que Pedro acertou $\frac{2}{10}$ das questões. Se o total de questões eram 40, quantas Pedro acertou? A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 Resposta: 8 (Letra C)	Mariana fez um bolo com $\frac{3}{4}$ de xícara de chocolate. A forma decimal desse número é (A) 0,75. (B) 0,34. (C) 3,4. (D) 7,5. Resposta: 0,75 (Letra A)
Marcelo comprou um armário com 12 prateleiras e resolveu pintar algumas dessas prateleiras de cinza. Pintou 2/3 das prateleiras que representam: a) 4 b) 5 c) 6 d) 8 Resposta: 8 (Letra D)	Ao somar $\frac{3}{4}+\frac{5}{8}$, teremos como resultado a fração: a) 8/11 b) 11/10 c) 8/12 d) 11/8 Resposta: 11/8 (Letra D)

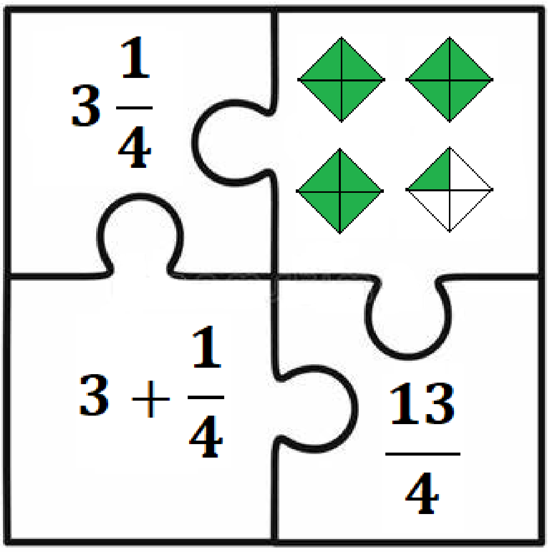
Rodrigo parou em um posto de gasolina e colocou 20 litros de gasolina, completando o tanque, cuja capacidade é de 60 litros. Podemos afirmar que a gasolina que havia no tanque do carro era equivalente a a) 1/2 b) 3/4 c) 2/5 d) 2/3 Resposta: 2/3 (Letra D)	Observe o número abaixo. **10 382** Qual é o algarismo que ocupa a ordem das unidades de milhar nesse número? a) 1 b) 0 c) 3 d) 2 Resposta: 0 (Letra B)
A representação decimal do número 5/4 é: A) 0,80 B) 1,25 C) 4,50 D) 5,40 Resposta: 1,25 (Letra B)	Na padaria UFES, o professor Florêncio comprou 7,35 de pão doce e 8,65 de pão salgado. Como pagou com uma nota de 20 reais, qual troco o professor receberá de volta? a) R$ 5,00 b) R$ 5,65 c) R$ 4,00 d) R$ 4,35 Resposta: R$ 4,00 (Letra C)
De acordo com especialistas em meio ambiente, a espessura do gelo no Oceano Ártico foi reduzido em $\frac{2}{5}$ nos últimos anos. Esse valor pode ser representado, em porcentagem, por A) 25% B) 30% C) 40% D) 70% Resposta: 40% (Letra C)	O número decimal 2,401 pode ser decomposto em: (A) 2 + 0,4 + 0,001 (B) 2 + 0,4 + 0,01 (C) 2 + 0,4 + 0,1 (D) 2 + 4 + 0,1 Resposta: 2 + 0,4 + 0,001 (Letra A)
Como se escreve o número dois inteiros e oito milésimos, usando algarismos? A) 2,8 B) 2,08 C) 2,008 D) 2,0008 Resposta: 2,008 (Letra C)	No número decimal 5,471 o algarismos 7 representa A) 7 décimos B) 7 centésimos C) 7 milésimos D) 7 unidades Resposta: 7 centésimos (Letra B)
No dia 05/08/2022, o dólar comercial estava cotado a R$ **5,16** para venda. O número **5,16**, aparecem as ordem A) unidades de milhar, centena e unidades B) unidades de milhar, centenas e dezenas C) dezenas, unidades e centésimos D) unidades, décimos e centésimos. Resposta: Letra D	Priscila fez 16 empadinhas, suas irmãs comeram 7 dessas empadas. Qual é a fração que representa as empadas comidas em relação às que restaram? A) 7/9 B) 7/16 C) 16/7 D) 9/7 Resposta: 7/9 (Letra A)

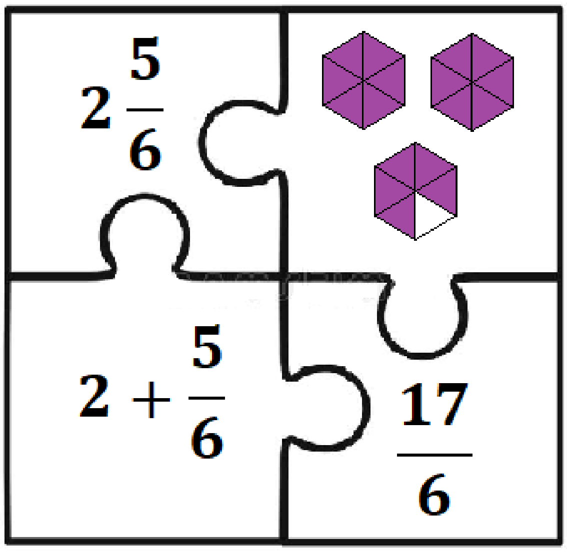
O número decimal 1,7 pode ser representado na forma de fração, como: a) 7/10 b) 17/10 c) 1,7/10 d) 17/100 Resposta: 17/10 (Letra B)	A fração que corresponde ao número 1,43 é: a) 1/43 b) 14/3 c) 143/10 d) 143/100 Resposta: 143/100 (Letra D)
A representação fracionária simplificada do número racional 1,8 é: a) 9/5 b) 7/5 c) 5/4 d) 1/5 Resposta: 9/5 (Letra A)	Ao ir no mercado da cidade, Ana precisou somar 5,82 + 2,13 para pagar sua conta. Qual foi o valor pago por ela? a) 7,82 b) 6,23 c) 7,95 d) 5,95 Resposta: 7,95 (Letra C)

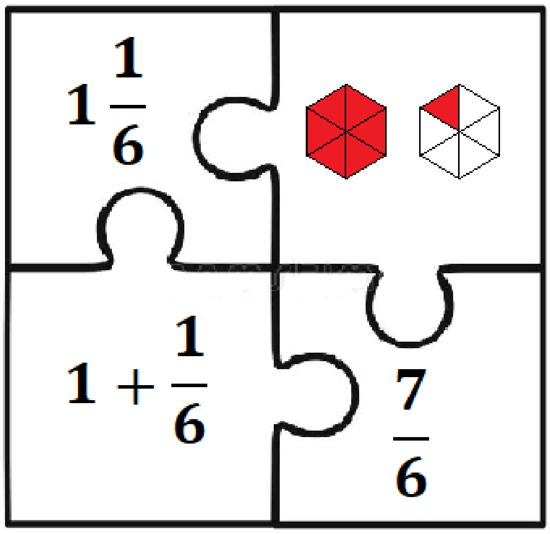
ANEXO 3: Quebra cabeça de frações

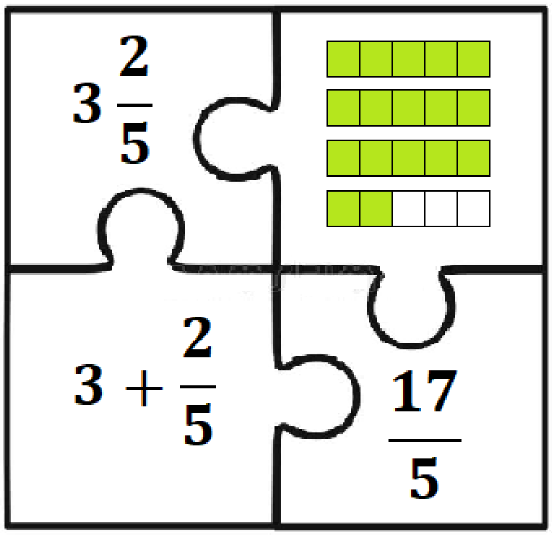


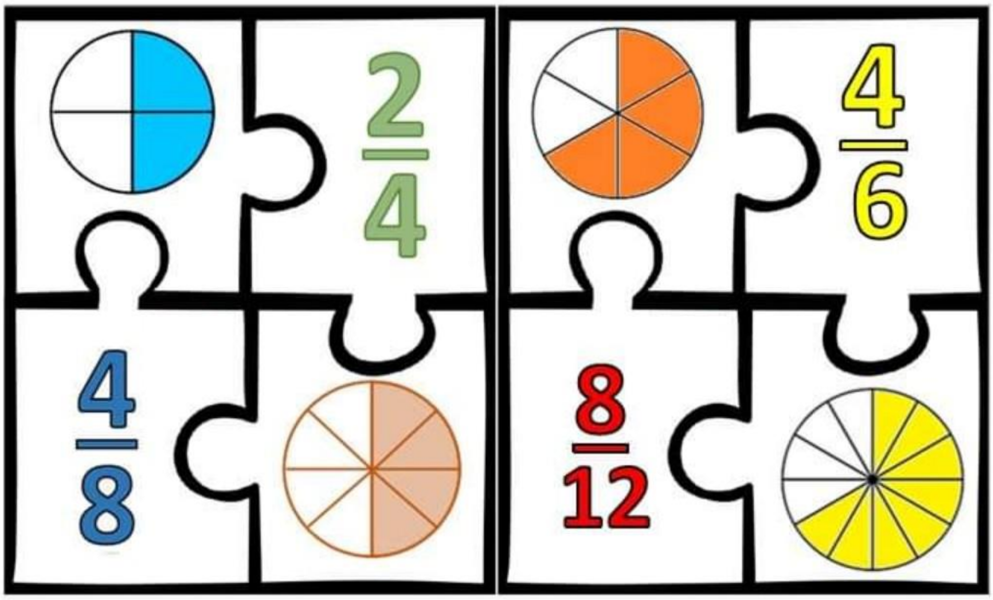


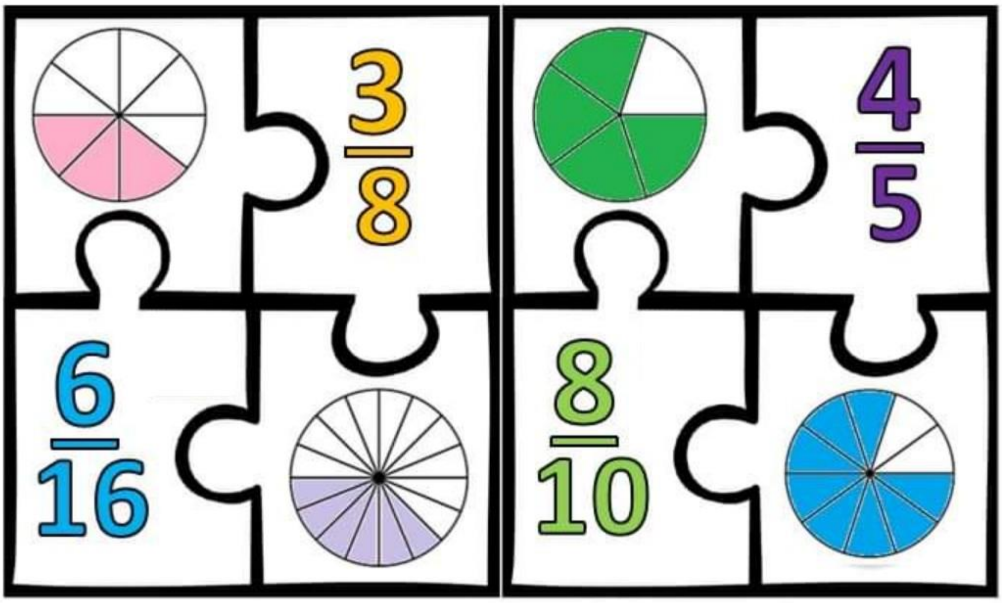


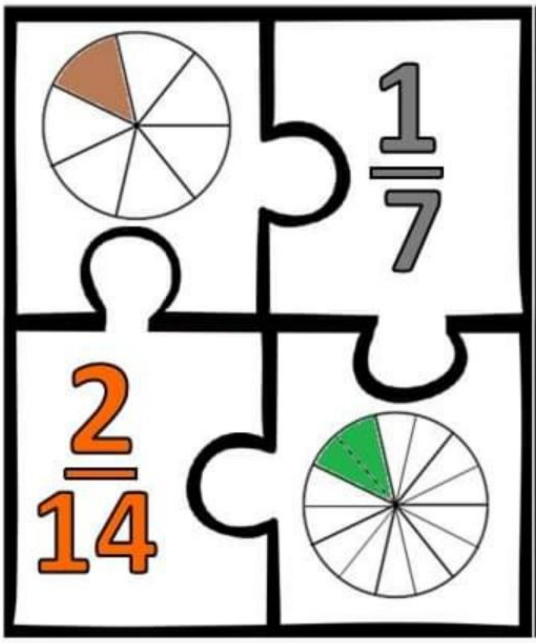


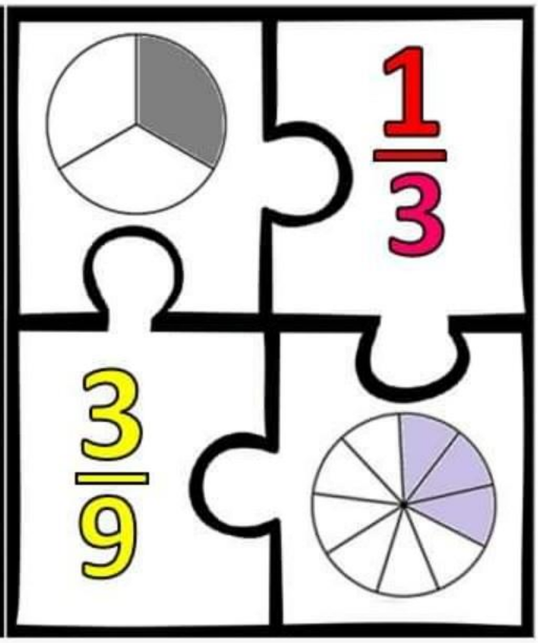


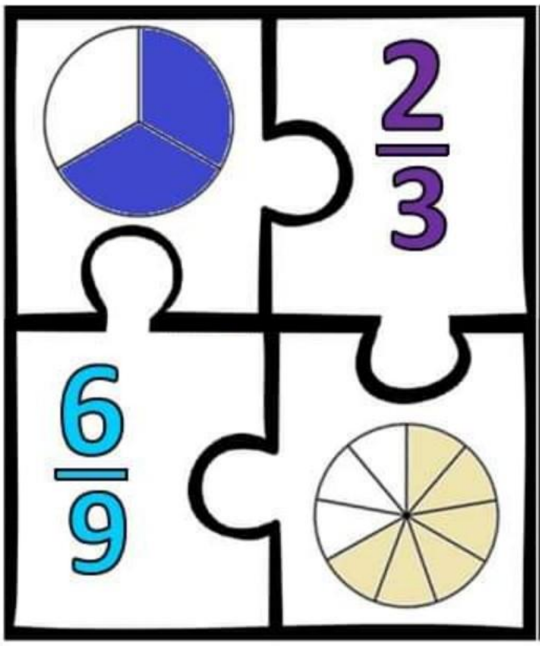


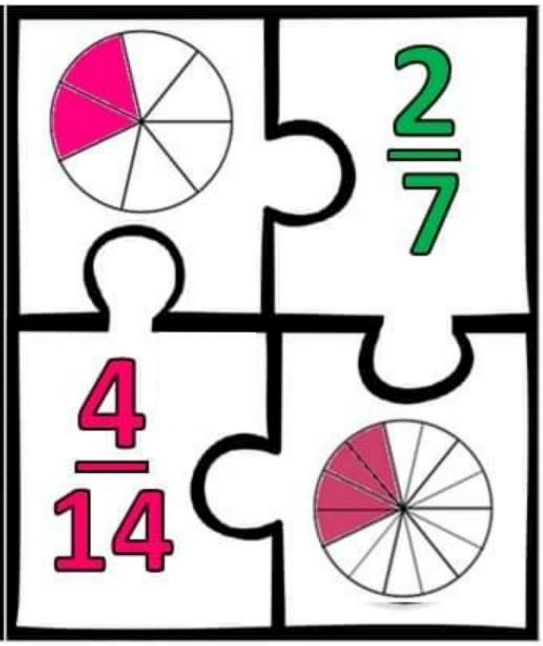

2/4
4/6
4/8
8/12

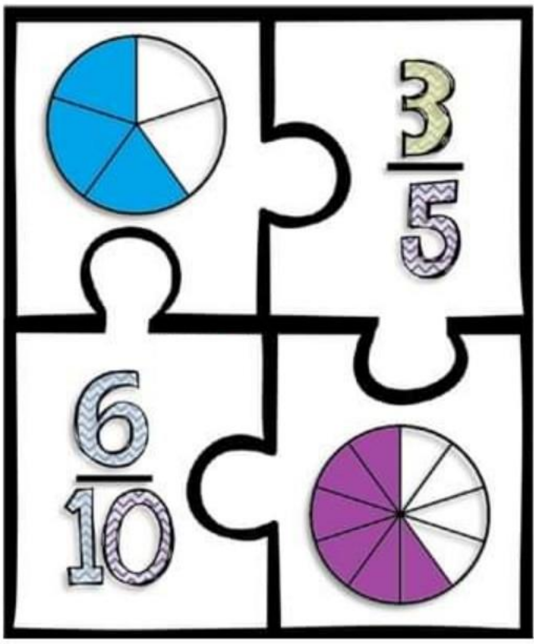

3/8
4/5
6/16
8/10

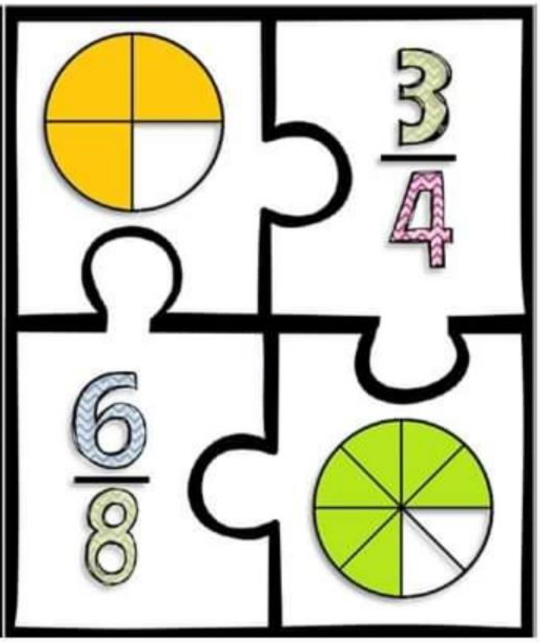

$\frac{1}{7}$
$\frac{2}{14}$

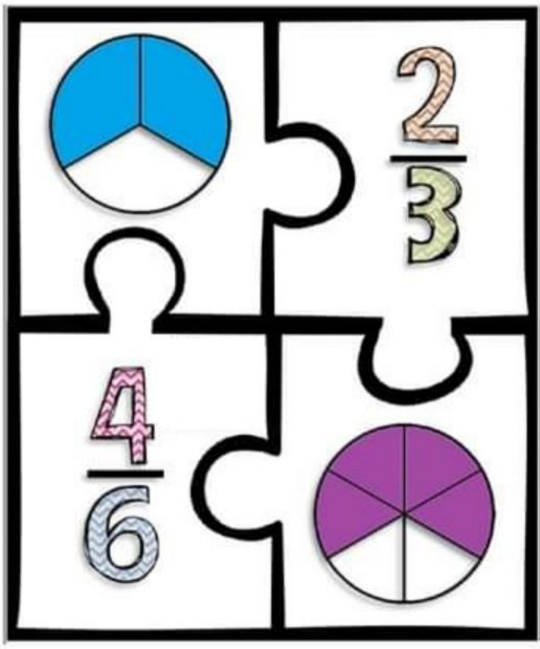

$\frac{1}{3}$
$\frac{3}{9}$

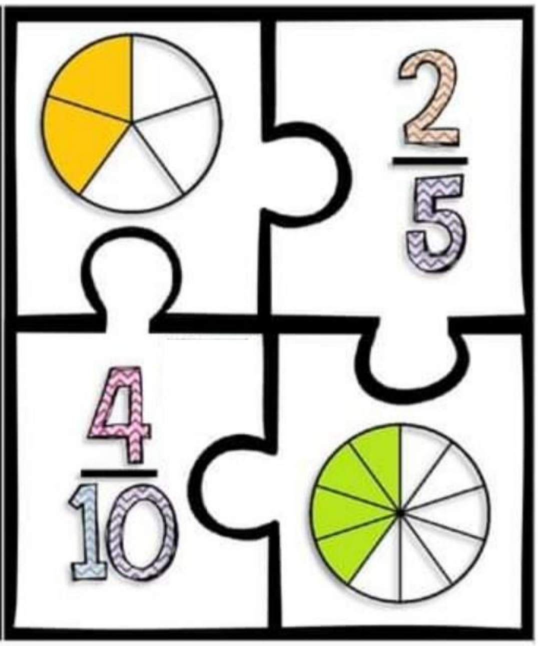

$\frac{2}{3}$
$\frac{6}{9}$

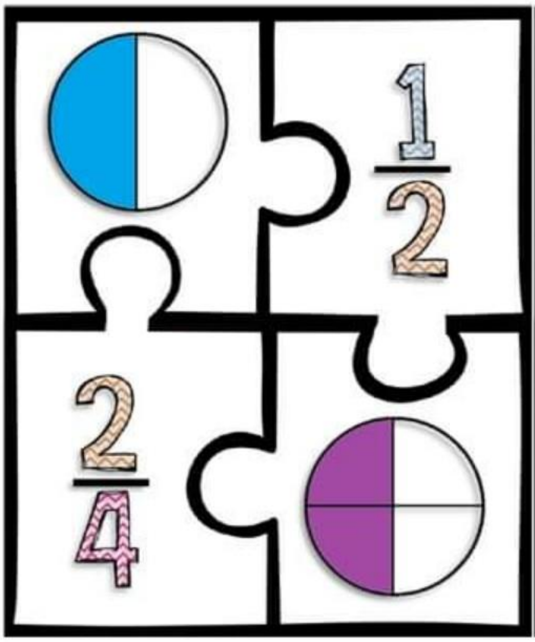

$\frac{2}{7}$
$\frac{4}{14}$

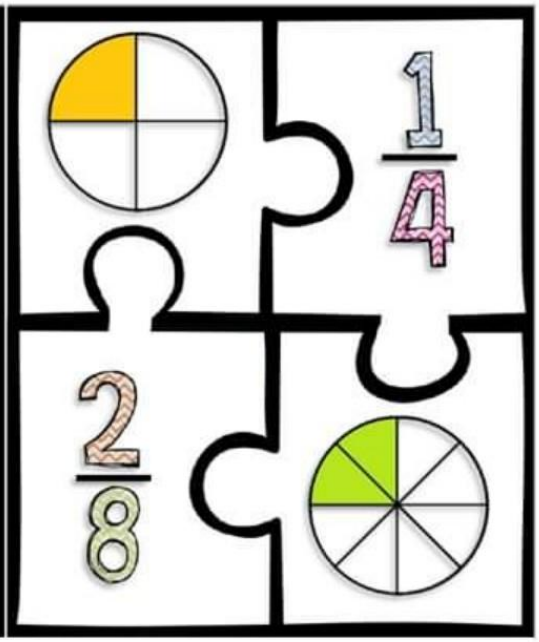

3
5
6
10

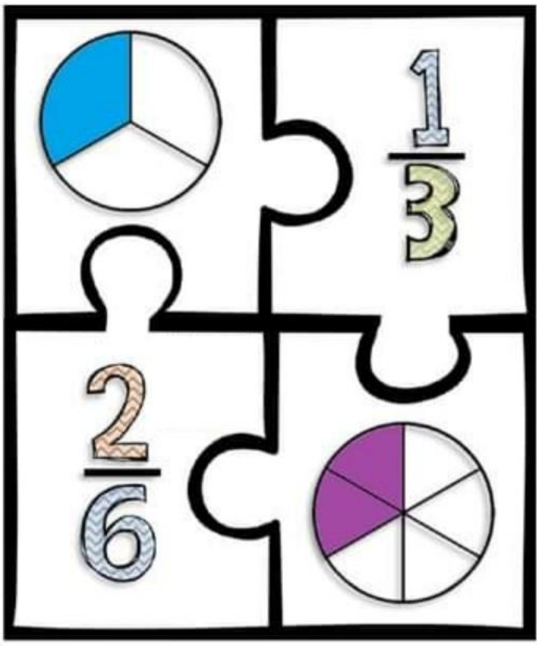

3
4
6
8

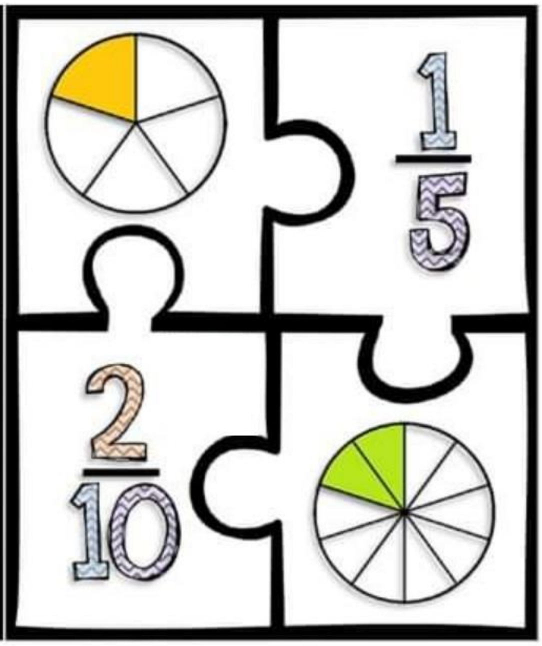

2
3
4
6


2
5
4
10


$\frac{1}{2}$
$\frac{2}{4}$


$\frac{1}{4}$
$\frac{2}{8}$


$\frac{1}{3}$
$\frac{2}{6}$


$\frac{1}{5}$
$\frac{2}{10}$