

**Daniela Bertolini Depizzol**

*Análise de Ondaletas Aplicada a Sinais de  
Turbulência na Camada Limite Superficial*

Vitória – ES

10 de novembro de 2008

**Daniela Bertolini Depizzol**

*Análise de Ondaletas Aplicada a Sinais de  
Turbulência na Camada Limite Superficial*

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental da Universidade Federal do Espírito Santo como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Ambiental.

Orientador:

Prof. Dr. Valdério Anselmo Reisen

Co-orientadora:

Profa. Dra. Jane Méri Santos

MESTRADO EM ENGENHARIA AMBIENTAL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AMBIENTAL  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Vitória – ES

10 de novembro de 2008

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)  
(Biblioteca Central da Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

---

D419a Depizzol, Daniela Bertolini, 1982-  
Análise de ondaletas aplicada a sinais de turbulência na  
camada limite superficial / Daniela Bertolini Depizzol. – 2008.  
121 f. : il.

Orientador: Valdério Anselmo Reisen.  
Co-Orientador: Jane Méri Santos.  
Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Espírito  
Santo, Centro Tecnológico.

1. Camada limite turbulenta. 2. Turbulência. I. Reisen, Valdério  
Anselmo. II. Santos, Jane Méri. III. Universidade Federal do  
Espírito Santo. Centro Tecnológico. IV. Título.

CDU: 628

---

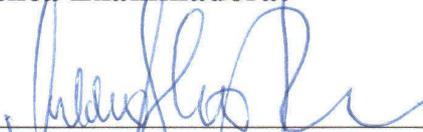


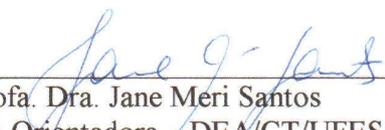
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO  
CENTRO TECNOLÓGICO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AMBIENTAL

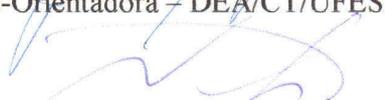
“Análise de ondaletas aplicadas a sinais de turbulência na  
camada limite superficial”

**DANIELA BERTOLINI DEPIZZOL**

**Banca Examinadora:**

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Valdério Anselmo Reisen  
Orientador – DEST/CCE/UFES

  
\_\_\_\_\_  
Profa. Dra. Jane Meri Santos  
Co-Orientadora – DEA/CT/UFES

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Neyval Costa Reis Júnior  
Examinador Interno – DEA/CT/UFES

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Julio Tomás Aquije Chacaltana  
Examinador Convidado – DEA/CT/UFES

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Maurício José Alves Bolzan  
Examinador Externo - UNIVAP

Coordenador do PPGEA: Prof. Dr. Julio Tomás Aquije Chacaltana  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO  
Vitória, ES, 21 de agosto de 2008

*Com amor:  
para Fábio e Pedro,  
e para meus pais Vera e Plínio,  
pelo apoio em todos os momentos.*

## *Agradecimentos*

Agradeço a Deus pela capacidade que nos tem concedido para observar, compreender, interagir e admirar os frutos de Sua criação.

Ao professor Valdério Anselmo Reisen e à professora Jane Méri Santos, pela oportunidade que me confiaram, pela orientação e pela compreensão que sempre me demonstraram.

À Banca Examinadora pela disponibilidade, atenção e colaboração para a conclusão deste trabalho. Principalmente ao Prof. Maurício José Alves Bolzan que compartilhou valiosos ensinamentos.

Agradeço a Fabio de Oliveira Lima, pelo amor, força, apoio e tantas outras coisas mais, que sempre me ajudaram a encontrar o melhor caminho.

A Pedrinho, por ter surgido na minha vida, por ser o que é: um bebê amoroso e compreensivo com a mamãe, além de muito sabido também.

Aos meus pais Vera Lúcia Bertolini Depizzol e Plínio Antônio Depizzol, por todo o apoio que sempre me prestaram.

À secretária do PPGA, Rose, por sempre agilizar os trâmites administrativos da melhor forma possível.

Agradeço finalmente a todos os que colaboraram de alguma forma para a realização deste trabalho; principalmente, ao povo brasileiro, que indiretamente custeia trabalhos acadêmicos na expectativa de que os seus resultados e/ou a capacitação dos envolvidos possam proporcionar a melhoria da qualidade de vida no nosso país.

*“De tudo, ficaram três coisas: a certeza de que ele estava sempre começando, a certeza de que era preciso continuar e a certeza de que seria interrompido antes de terminar. Fazer da interrupção um caminho novo. Fazer da queda um passo de dança, do medo uma escada, do sonho uma ponte, da procura um encontro.”*

**Fernando Sabino**

## *Resumo*

A compreensão das estruturas da turbulência na Camada Limite Superficial (CLS) é de fundamental importância, quando se almeja melhor entender, por exemplo, a dispersão de poluentes em regiões urbanas. No presente estudo, buscou-se entender estas estruturas da turbulência, valendo-se da análise de ondaletas (FARGE, 1992) com o objetivo de observar, dentre outros, o período e o desencadeamento destas estruturas em função do tempo. Foram utilizados dados meteorológicos - temperatura e componentes  $u$ ,  $v$  e  $w$  da velocidade do vento - obtidos em experimento de campo realizado em agosto de 1998 na cidade de Utah, nos EUA (SANTOS, 2000). A medição ocorreu a 1,5 m, 3 m e 6 m de altura do solo, à 20 hz, em diferentes horários do dia e da noite, utilizando-se anemômetros ultra-sônicos. Neste estudo, são utilizados os escalogramas e os espectros de ondaletas, para se analisar o comportamento da turbulência na CLS, separando as análises em dois grandes grupos: um que trata dos experimentos obtidos em diferentes dias e horários na mesma altura; e um outro, que fixa dia e hora, e varia a altura (1,5 m e 6 m). Nos escalogramas de todos os experimentos foi observada uma estruturação da energia, em que se pôde notar o desencadeamento das estruturas coerentes no fluxo turbulento. A partir dos períodos predominantes foi feita a estimativa da altura da Camada de Mistura e das Escalas Eulerianas Integrais de Tempo e de Comprimento.

Palavras-Chave: Camada Limite Superficial, Turbulência, Ondaletas, Escalogramas, Espectros.

## *Lista de Figuras*

3.1	Camadas da atmosfera próximas ao solo. Adaptado de Stull (1988). . . . .	5
3.2	Estruturação da CLA e da CLS (SANTOS, 2000). . . . .	6
3.3	Intensa interação entre a superfície e a atmosfera gerada pela turbulência. Fonte: Notas de aula do Prof. Dr. Neyval Costa Reis Júnior. . . . .	7
3.4	Evolução diurna típica da CLA, sobre região continental, em resposta ao aquecimento e resfriamento radiativos. Adaptado de Stull (1988). . . . .	7
3.5	Perfis verticais médios de velocidade ( $\bar{u}$ ), direção de vento ( $\bar{d}$ ) e de temperatura potencial ( $\bar{\theta}$ ) na camada limite convectiva. No eixo vertical, a altura ( $z$ ) está normalizada pela altura da camada limite convectiva ( $z_i$ ). Adaptado de kaimal e Finnigan (1994). . . . .	8
3.6	Perfis verticais médios de velocidade ( $\bar{u}$ ), direção de vento ( $\bar{d}$ ) e de temperatura potencial ( $\bar{\theta}$ ) na camada limite estável. No eixo vertical, a altura ( $z$ ) está normalizada pela altura da camada limite estável ( $h$ ). Adaptado de kaimal e Finnigan (1994). . . . .	9
3.7	Velocidade do vento instantânea ( $u$ ). velocidade média ( $\bar{u}$ ) e a flutuação da velocidade em relação à média ( $u'$ ). Adaptado de Stull (1998). . . . .	11
3.8	Ilustração do aliasing. Devido à baixa frequência de amostragem, uma onda de $8hz$ está sendo “confundida” com outra de $1hz$ (LAMESSA, 2000). . . . .	18
3.9	Espectro de um sinal turbulento. (LAMESSA, 2000). . . . .	19
3.10	Densidade espectral de energia turbulenta em função do número de onda (escala log-log). $\Lambda$ é a escala integral de comprimento (escala característica dos vórtices dominantes) e $\mu$ é a microescala de Kolmogorov (Equação 3.27). Adaptado de (WYNGAARD, 1986). . . . .	21
3.11	Representação esquemática de distribuição de energia na atmosfera. As escalas $\mu$ , $\eta$ e $\Lambda$ são, respectivamente, as microescalas de Kolmogorov, de Taylor e a escala integral de comprimento. Adaptado de (SORBJAN, 1989). . . . .	22

3.12	Representação de uma estrutura musical. . . . .	23
3.13	(a) $f_1(t) = \text{sen}(10t) + \text{sen}(20t)$ ; (b) $f_2(t) = \text{sen}(20t)$ para $t < 0$ e $f_2(t) = \text{sen}(10t)$ para $t \geq 0$ ; (c) e (d) mostram os espectros obtidos através da Transformada de Fourier de (a) e (b), respectivamente; (d) e (e) mostram da Transformada de Ondaleta de (a) e (b), respectivamente (usando ondaleta de Morlet) (PROTÁZIO, 2002). . . . .	25
3.14	Funções base da transformada de ondaletas obtidas através da dilatação, compressão e translação da ondaleta-mãe da família de Morlet - parte real (LOSS, 2004). . . . .	28
3.15	Visualização da Ondaleta de Haar (PROTÁZIO, 2002). . . . .	30
3.16	Visualização da Ondaleta de Chapéu Mexicano (PROTÁZIO, 2002). . . . .	30
3.17	Visualização da Ondaleta de Morlet, onde a linha lisa é a parte real e a linha tracejada é a parte imaginária. . . . .	31
3.18	Visualização da Ondaleta de Paul (TORRENCE; COMPO, 1998). . . . .	31
3.19	Visualização do segundo e do terceiro membro da família de ondaletas de Daubechies. . . . .	32
3.20	Ondaleta de Chapéu Mexicano (abaixo) comparada com o sinal (acima) (PROTÁZIO, 2002). . . . .	36
3.21	Ondaleta de Chapéu Mexicano transladada efetuando comparação com outra parte do sinal (PROTÁZIO, 2002). . . . .	37
3.22	Ondaleta de Chapéu Mexicano transladada e dilatada efetuando comparação com o sinal (PROTÁZIO, 2002). . . . .	37
3.23	Processo finalizado com os coeficientes $W_{a,b}^f$ produzidos em diferentes escalas $a$ para diferentes pontos $b$ do sinal (PROTÁZIO, 2002). . . . .	38
3.24	Etapas da aplicação da CWT com bases de Morlet. (a) Etapa de decomposição com janelas com mesma largura para diferentes instantes $t$ . (b) Etapa de decomposição com as janelas dilatadas para diferentes instantes $t$ . (c) Espaço “tempo x escala” resultante da CWT. (d) Vista superior da CWT (LOSS, 2004). . . . .	38

3.25	Espectro de ondaleta (linha mais suave) e Espectro de Fourier (linha com muitas vibrações) da componente zonal do vento medida em uma torre micro-meteorológica em Rebio Jaru (Região Amazônica) (DOMINGUES; MENDES.; COSTA, 2005). . . . .	40
4.1	Mapa do campo de prova Dugway, Salt Lake City, Utah, EUA (SANTOS, 2000).	51
4.2	Anemômetro ultra-sônico (SANTOS, 2000). . . . .	52
5.1	(1a) Componente $u$ da velocidade do vento do experimento nº 4 da Tabela 4.1, onde foi usada a ondaleta chapéu mexicano para o cálculo do (1b) escalograma e do (1c) espectro. (2a) Escalograma e (2b) Espectro da mesma série dada em (1a) onde foi usada a ondaleta de Paul. (3a) Escalograma e (3b) Espectro da mesma série dada em (1a) onde foi usada a ondaleta de Morlet. . . . .	58
5.2	(a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 1. . . . .	71
5.3	(a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 2. . . . .	72
5.4	(a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 3. . . . .	73
5.5	(a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 4. . . . .	74
5.6	(a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 5. . . . .	75
5.7	(a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 6. . . . .	76
5.8	(a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 7. . . . .	77

---

5.9	(a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 8. . . . .	78
5.10	(a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 9. . . . .	79
5.11	(a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 10. . . . .	80
5.12	(a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 11. . . . .	81
5.13	(a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 12. . . . .	82
5.14	(a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 13. . . . .	83
5.15	(a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 14. . . . .	84
5.16	(a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 15. . . . .	85
5.17	(a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 8. . . . .	86
5.18	(a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 16. . . . .	87

---

5.19	(a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 11. . . . .	88
5.20	(a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 17. . . . .	89
5.21	(a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 14. . . . .	90

## *Lista de Tabelas*

4.1	Parâmetros turbulentos dos experimentos. . . . .	54
5.1	Parâmetros turbulentos dos experimentos, extensão da Tabela 4.1. . . . .	60
5.2	Períodos mais energéticos dos experimentos da Tabela 5.1. . . . .	92
5.3	Estimativa da altura da camada de mistura ( $z_i$ ) para os experimentos da Tabela 5.1. . . . .	94
5.4	Estimativa das escalas eulerianas integrais de tempo e de comprimento dos experimentos da Tabela 5.1, onde os valores com asterisco foram calculados para comprimentos de onda máximo ( $\lambda_m$ ) obtidos a partir de picos espectrais que estavam sobre ou fora do cone de influência. . . . .	96

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Organização da Dissertação . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Objetivos</b>	<b>4</b>
2.1	Objetivo Geral . . . . .	4
2.2	Objetivos Específicos . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Revisão Bibliográfica</b>	<b>5</b>
3.1	Turbulência Atmosférica . . . . .	5
3.1.1	Camada Limite Atmosférica . . . . .	5
3.1.2	Estabilidade Atmosférica . . . . .	10
3.1.3	Estacionariedade, Homogeneidade e Isotropia . . . . .	17
3.1.4	Erros Associados ao <i>Aliasing</i> e à <i>Tendência</i> . . . . .	18
3.1.5	Hipótese de Taylor . . . . .	19
3.1.6	Estruturas Coerentes . . . . .	20
3.1.7	Espectro Turbulento . . . . .	20
3.2	A Transformada de Ondaletas . . . . .	23
3.2.1	Análise no tempo e na frequência . . . . .	23
3.2.2	Transformada de Fourier . . . . .	24
3.2.3	O Próximo Passo: Ondaletas . . . . .	27
3.2.4	Funções de Ondaleta . . . . .	29
3.2.5	Ondaleta Contínua e sua Transformada . . . . .	34
3.2.6	Transformada de Ondaleta Discreta . . . . .	39

---

3.2.7	Espectro de Ondaletas . . . . .	39
3.3	Estudo da Turbulência com Análise de Ondaletas . . . . .	41
3.3.1	Caracterização da Dinâmica da Turbulência . . . . .	44
3.3.2	Análise de Ondaletas na CLA e na CLS . . . . .	44
3.3.3	Análise de Ondaletas na CLA Instável e Estável . . . . .	46
3.3.4	Histórico da Teoria de Ondaletas . . . . .	47
<b>4</b>	<b>Metodologia</b>	<b>50</b>
4.1	Descrição dos Dados Experimentais . . . . .	50
4.1.1	Configuração e Localização do Experimento . . . . .	50
4.1.2	Dados Meteorológicos . . . . .	51
4.2	Tratamento e Seleção de Séries Temporais . . . . .	53
<b>5</b>	<b>Resultados</b>	<b>56</b>
5.1	A escolha da Ondaleta . . . . .	57
5.2	Experimentos e Parâmetros Turbulentos . . . . .	59
5.3	Comparação entre experimentos de acordo com a velocidade do vento médio $\bar{u}$	63
5.4	Experimentos a mesma altura e intervalo de amostragem, mas com parâmetros $\zeta$ diferentes . . . . .	64
5.4.1	A 6 metros de altura com tempo de amostragem de 50 minutos . . . . .	64
5.4.2	A 6 metros de altura com tempo de amostragem de 60 minutos . . . . .	65
5.4.3	A 3 metros de altura com tempo de amostragem de 50 minutos . . . . .	66
5.4.4	A 1,5 metros de altura com tempo de amostragem de 50 minutos . . . . .	67
5.4.5	A 1,5 metros de altura com tempo de amostragem de 60 minutos . . . . .	67
5.5	Experimentos medidos ao mesmo tempo, mas em alturas distintas . . . . .	68
5.5.1	Comparação entre 1,5 e 6 metros de altura com tempo de amostragem de 50 minutos do dia 12/08/1998 . . . . .	69

---

5.5.2	Comparação entre 1,5 e 6 metros de altura com tempo de amostragem de 50 minutos do dia 19/08/1998 . . . . .	70
5.5.3	Comparação entre 1,5 e 6 metros de altura com tempo de amostragem de 60 minutos do dia 19/08/1998 . . . . .	70
5.6	Períodos mais relevantes encontrados . . . . .	91
5.7	Estimativa da Altura da Camada de Mistura . . . . .	91
5.8	Estimativa das Escalas Eulerianas Integrais de Tempo e Comprimento . . . . .	94
<b>6</b>	<b>Conclusões e Recomendações para Trabalhos Futuros</b>	<b>97</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>101</b>

# 1 *Introdução*

No que diz respeito ao conhecimento sobre o escoamento turbulento na atmosfera, nos casos de terrenos planos e uniformes, as teorias de similaridades<sup>1</sup> têm ajudado a entender e representar os fenômenos físicos, mediante relações universais (MONIN; YAGLOM, 1971).

A compreensão da estrutura da turbulência na camada limite atmosférica tem progredido bastante nas últimas décadas graças aos avanços tecnológicos que permitiram o desenvolvimento de anemômetros de alta frequência e o aprimoramento nos métodos de armazenagem, tratamento e análise dos dados observados. Esses avanços recentes têm facilitado a execução de experimentos de campo.

Os resultados dos famosos experimentos realizados em Kansas e Minnesota<sup>2</sup> geraram uma estrutura baseada, principalmente, na análise espectral de Fourier, para descrição da turbulência na camada limite atmosférica (KAIMAL; WYNGAARD, 1990).

Uma recente e nova ferramenta, que, dentre outras coisas, possibilita a análise espectral, é a transformada de ondaletas. A transformada de ondaleta (do inglês *wavelet*, que literalmente significa “pequena onda”) é uma transformação integral cujos núcleos de integração usados são denominados de ondaletas, e o integrando é o sinal do processo a ser estudado. As ondaletas são usadas basicamente de duas maneiras no estudo de sinais: (i) como núcleo de integração, para analisar a extração de informações sobre um processo, e (ii) como uma base de representação ou caracterização do mesmo. De forma clara, em toda análise ou representação, a escolha da função base (ou núcleo) - que é a chamada ondaleta-mãe - influi no tipo de informação que pode ser obtida de um processo. Todo esse raciocínio é desenvolvido por Protázio (2002), que também pontua as seguintes questões: qual o tipo de informação que se pode extrair usando as ondaletas? Como se pode obter uma representação ou descrição de um processo por meio das mesmas?

---

<sup>1</sup>Por exemplo, a Teoria da Similaridade de Monin-Obukhov, da Convecção Livre, da Camada de Mistura e da Similaridade Local.

<sup>2</sup>Esses experimentos foram conduzidos por cientistas do *Air Force Cambridge Laboratories* (AFCRL), hoje chamado de *Air Force Geophysics Laboratories*, em *Bedford, Massachusetts*.

Segundo Protázio (2002), a resposta para a primeira questão recai em uma das propriedades mais importantes das ondaletas, que é sua capacidade de obter, ao mesmo tempo, representação de um sinal no domínio do tempo e da frequência. A idéia por trás dessa representação é a separação do sinal de interesse, em várias partes, para posterior análise em separado dos referidos sinais, ou seja, usar as grandes escalas para mostrar as características mais globais do sinal e as pequenas escalas para mostrar os detalhes (características locais). Essa propriedade é de extrema utilidade na análise de sinais que possuam as seguintes características: não-estacionariedade, componentes transientes de curta duração e singularidades em várias escalas diferentes.

A resposta para a segunda questão é baseada na utilização das ondaletas como blocos elementares de construção usados para a decomposição ou expansão de um processo em uma série, de maneira similar ao que é efetuado usando séries de Fourier. Assim, uma representação de um processo através das ondaletas é obtida por meio de uma expansão em uma série infinita de versões dilatadas (ou comprimidas) e transladadas de uma ondaleta-mãe, multiplicadas por um coeficiente apropriado.

Desta forma, a transformada de ondaleta é capaz de revelar aspectos em um sinal que não são possíveis de serem obtidos, por exemplo, através de técnicas de análise de Fourier; tais como: tendências, pontos de descontinuidade, descontinuidades em derivadas superiores e autossimilaridade. Além do método obter uma maneira diferente de representar um sinal, a análise obtida através da transformada de ondaleta pode também comprimir ou filtrar um sinal sem degradação considerável do sinal e com grande economia de memória.

Com essas características singulares e bem adaptadas à análise de sinais, a transformada de ondaletas mostra-se uma técnica com grande potencialidade no estudo de sinais de turbulência, uma vez que tal fenômeno físico apresenta comportamento não-estacionário e a análise de ondaleta é capaz de identificar as singularidades locais e globais - através da contração e dilatação da ondaleta-mãe, de todo o sinal - por meio de translações da ondaleta-mãe.

O presente trabalho investiga, através da análise de ondaletas, as características da turbulência na camada limite superficial de uma região plana e desértica de Utah, EUA. Para isso, são utilizados dados das três componentes da velocidade do vento e da temperatura, amostrados a três alturas diferentes (1,5 m, 3 m e 6 m) a 20 Hz em uma campanha observacional de onze dias do mês de agosto de 1998.

Esses dados foram divididos em dois grupos de análise: o primeiro grupo trata dos experimentos que foram medidos em diferentes dias e horários, na mesma altura; e o segundo grupo fixa dia e hora, variando a altura (1,5 m e 6 m). Em ambos os grupos foi observado que o

comportamento das componentes da velocidade do vento está diretamente relacionado ao da temperatura; e no segundo grupo, pôde-se observar que ocorre maior variabilidade das componentes do vento na medição mais próxima ao solo, fato atribuído à rugosidade do solo. Nos escalogramas de todos os experimentos, foi observada uma estruturação da energia, em que pôde se perceber o desencadeamento das estruturas coerentes no fluxo turbulento. A partir dos espectros, foram obtidos os períodos predominantes na CLS, que representam os períodos das estruturas físicas da turbulência características desta camada. A partir dos períodos predominantes, foi feita a estimativa da altura da Camada de Mistura e das Escalas Eulerianas Integrais de Tempo e de Comprimento.

## 1.1 Organização da Dissertação

Esta dissertação está organizada da seguinte forma. Seguindo esta introdução, no Capítulo 2 são apresentados os objetivos gerais e específicos do presente trabalho.

No Capítulo 3, segue uma revisão bibliográfica que descreve, de forma sucinta, conceitos básicos sobre a atmosfera, a turbulência, a estabilidade atmosférica e sobre ondaletas; e aborda também trabalhos que tratam de aplicações da transformada de ondaletas à turbulência.

O Capítulo 4 apresenta os dados experimentais utilizados, a metodologia empregada para analisá-los, bem como a descrição do seu tratamento.

Os resultados obtidos são apresentados e discutidos no Capítulo 5; no capítulo 6, encontram-se as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## **2** *Objetivos*

### **2.1** **Objetivo Geral**

O presente trabalho tem como objetivo investigar as características da turbulência na camada limite superficial através da análise de ondaletas, utilizando-se da transformada contínua de ondaletas das componentes da velocidade do vento e da temperatura, de onde se obtêm escalogramas e espectros.

### **2.2** **Objetivos Específicos**

- Detectar, através dos escalogramas, singularidades presentes nos sinais e eventos da turbulência na camada limite superficial;
- Avaliar as características dos espectros de ondaletas, detectando as frequências dominantes;
- Determinar os comprimentos de ondas dos picos espectrais e assim estimar a altura da camada de mistura e as escalas Eulerianas integrais de tempo e comprimento.

## 3 Revisão Bibliográfica

### 3.1 Turbulência Atmosférica

#### 3.1.1 Camada Limite Atmosférica

A Troposfera se estende desde a superfície da Terra até uma altitude de aproximadamente 11 km, e pode ser dividida em duas camadas: a Atmosfera Livre e a Camada Limite Atmosférica (CLA), como esquematizado na Figura 3.1.

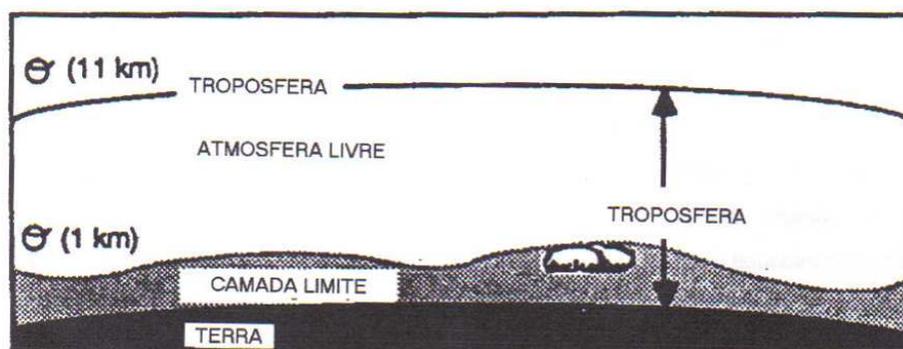


Figura 3.1: Camadas da atmosfera próximas ao solo. Adaptado de Stull (1988).

A atmosfera livre ocorre tipicamente acima de  $10^3$  metros, onde a velocidade do vento tem maior intensidade e não varia significativamente na direção vertical; a CLA ocorre, em média, abaixo dos  $10^3$  metros, sendo esta definida como a parte inferior da Troposfera, que está sob influência direta da superfície terrestre, e responde às forçantes de atrito e de empuxo térmico relativos ao aquecimento/resfriamento da superfície devido à troca de calor por radiação/irradiação, em escalas de tempo da ordem de uma hora ou menos. De acordo com a magnitude de cada uma dessas forças, a CLA pode apresentar as condições de estabilidade, listadas abaixo, que caracterizam o tipo de turbulência atuante (STULL, 1988).

- Instável ou Convectiva: aquecimento solar da superfície é suficiente para manter a convecção térmica. A CLA é caracterizada por forte mistura vertical gerada pelo fluxo de

calor turbulento positivo;

- Neutra: nem o aquecimento devido ao sol, nem o resfriamento por radiação são suficientes para alterar as características da turbulência de origem mecânica;
- Estável ou Estratificada: o resfriamento por radiação da superfície é suficiente para manter uma estratificação térmica. A CLA é caracterizada por fraca mistura vertical devido à atenuação do movimento turbulento nesta direção.

Portanto, a CLA é a região da atmosfera mais diretamente influenciada pelas trocas de calor, massa (água, poluentes, etc) e *momentum* com a superfície, geradas pela turbulência. Praticamente todas as atividades humanas e biológicas se realizam no interior dessa camada; além disso, as transferências de massa e energia que ocorrem nesta região regulam uma ampla variedade de processos que ocorrem em toda a atmosfera, muitos deles vitais para a existência de vida na Terra. Diante disso, o fenômeno da dispersão de poluentes em regiões urbanas, em geral, é estudado apenas na CLA, onde estão localizadas a maior parte das fontes naturais e antropogênicas de contaminantes atmosféricos e onde ocorrem os principais processos de transporte e remoção dos mesmos.

A região inferior da CLA, onde os fluxos verticais turbulentos variam menos de 10% de sua magnitude com a altura, é chamada Camada Limite Superficial (CLS), e é onde os efeitos de rotação da Terra podem ser desconsiderados (Figura 3.2).

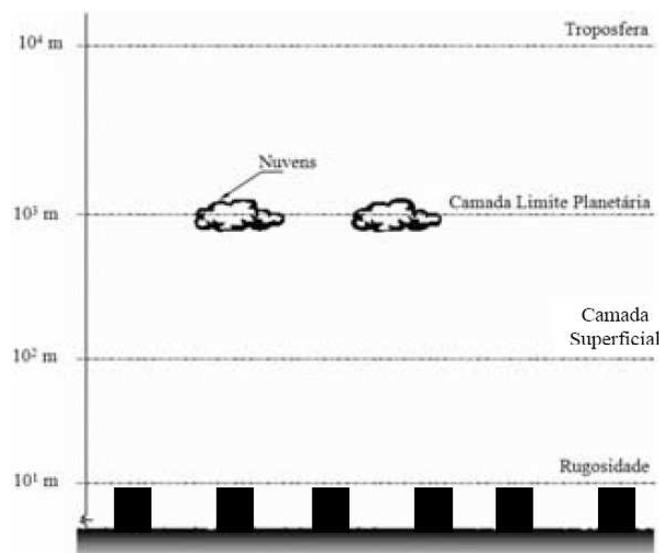


Figura 3.2: Estruturação da CLA e da CLS (SANTOS, 2000).

Na CLA ocorre uma intensa interação entre a superfície e a atmosfera, como ilustra a seguir a Figura 3.3; sendo que durante o período diurno a CLS ocupa aproximadamente 10% da extensão vertical da CLA (STULL, 1988).



Figura 3.3: Intensa interação entre a superfície e a atmosfera gerada pela turbulência. Fonte: Notas de aula do Prof. Dr. Neyval Costa Reis Júnior.

Por estar em contato direto com a superfície, a CLA, responde mais rapidamente às variações de suas condições. Desta forma, as propriedades médias do escoamento na CLA, como velocidade do vento, temperatura e umidade, experimentam gradientes mais intensos na CLA.

A espessura e estrutura da CLA e da CLS não são constantes e possuem variação espacial e temporal, as quais dependem basicamente das características radiativas, térmicas e aerodinâmicas da superfície. Na Figura 3.4, pode-se notar a evolução diária da CLA e da CLS.

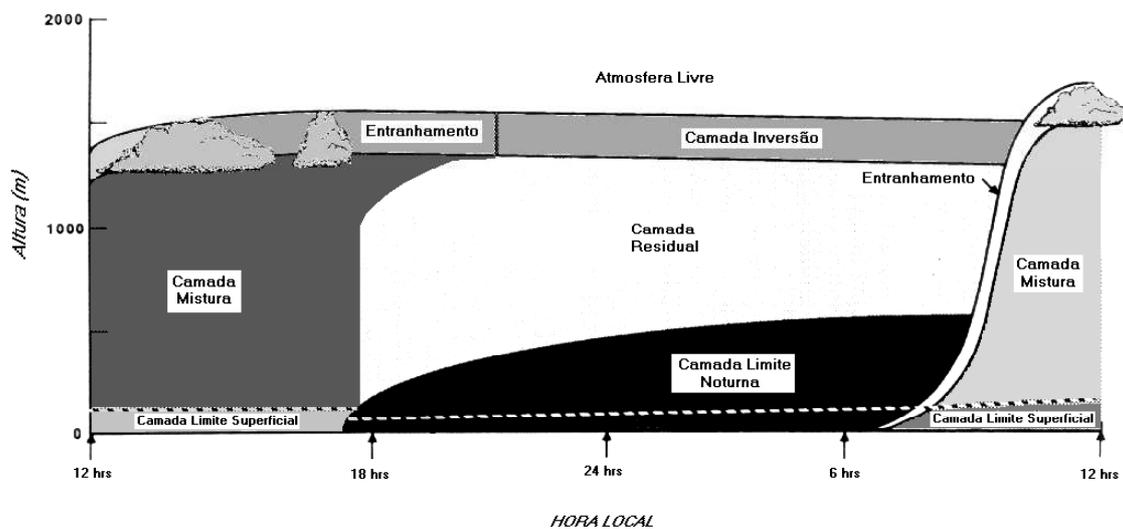


Figura 3.4: Evolução diurna típica da CLA, sobre região continental, em resposta ao aquecimento e resfriamento radiativos. Adaptado de Stull (1988).

Com isso a espessura da CLA pode apresentar valores desde centenas de metros até mais de 1 km. A estrutura da CLA sobre regiões continentais apresenta um ciclo diurno associado ao ciclo diurno de aquecimento e resfriamento da superfície terrestre (STULL, 1988). Com o nascer do sol, em um dia sem nuvens, a superfície começa a se aquecer e transferir calor ao ar logo acima. Então, passa a desenvolver uma camada convectiva, que cresce pela manhã até atingir alturas de 1-2 km no meio da tarde, conforme representado na Figura 3.4. A CLS assume suas características diurnas típicas, e, como consequência da intensa mistura turbulenta,

de origem térmica (convecção térmica) e mecânica (cisalhamento do vento), desenvolve-se, acima dessa CLS, uma Camada de Mistura (CM), na qual velocidade e direção do vento, e temperatura potencial são praticamente constantes com a altura, conforme exibido abaixo na Figura 3.5.

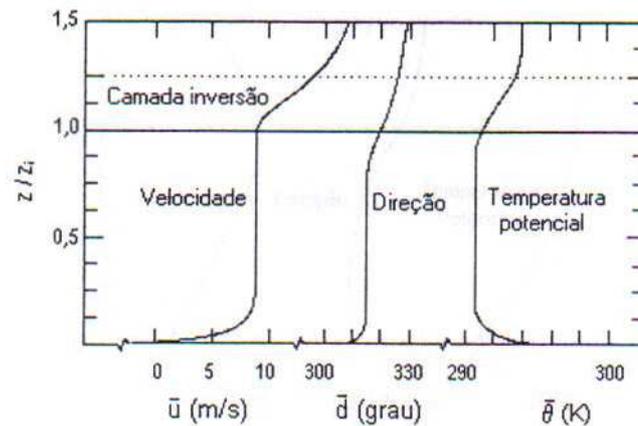


Figura 3.5: Perfis verticais médios de velocidade ( $\bar{u}$ ), direção de vento ( $\bar{d}$ ) e de temperatura potencial ( $\bar{\theta}$ ) na camada limite convectiva. No eixo vertical, a altura ( $z$ ) está normalizada pela altura da camada limite convectiva ( $z_i$ ). Adaptado de kaimal e Finnigan (1994).

Entre a CM e a Atmosfera Livre há uma região de transição, caracterizada por gradientes verticais das propriedades médias bastantes intensos, destacando-se a acentuada inversão de temperatura. Essa região é denominada Camada de Entranhamento (CE), onde ocorre entranhamento de ar proveniente da Atmosfera Livre na CM, como pode ser notado na Figura 3.4.

Em um caso extremo, ao meio dia com céu claro e ventos fracos, a radiação solar aquece a superfície terrestre, criando um fluxo ascendente e aquecendo o ar nas camadas mais próximas. Devido a esse aquecimento, grandes vórtices convectivos geram correntes térmicas ascendentes, que podem se estender verticalmente por 1000 a 1500 metros. Isso representa a geração da turbulência térmica (STULL, 1988).

No final da tarde, pouco antes do pôr do sol, inicia-se o resfriamento radiativo da superfície. Quando esta se acha quase à mesma temperatura do ar em suas proximidades, o fluxo de calor sensível na atmosfera praticamente se anula. Assim, durante um curto período, transitório, a atmosfera permanece sob condição de estratificação neutra.

Com o pôr do sol, a turbulência perde sua fonte de energia térmica e sua intensidade passa a decair devido à dissipação molecular (atrito viscoso). A camada de transição (entranhamento), enfraquecida, dá lugar a uma ou mais camadas de inversão abaixo dela, como apresentado na

referida Figura 3.4. O ar imediatamente acima da superfície resfria-se e vai sendo progressivamente misturado na direção vertical devido à ação da turbulência gerada pelo cisalhamento do vento. O resfriamento radiativo da superfície tem como consequência uma progressiva estabilização da atmosfera. Então uma inversão térmica de superfície começa a se desenvolver e a se propagar verticalmente, atingindo alturas típicas de 100-200 metros por volta da meia-noite. Essa região de inversão é ocupada por um escoamento turbulento denominado Camada Limite Noturna, merecendo ser destacada, em sua porção inferior, a presença de uma CLS estável, onde o escoamento mostra-se mais sensível aos efeitos da superfície, ocorrência esta representada na Figura 3.6.

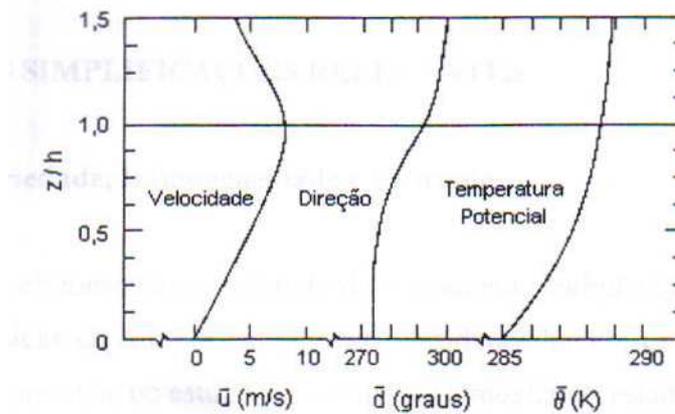


Figura 3.6: Perfis verticais médios de velocidade ( $\bar{u}$ ), direção de vento ( $\bar{d}$ ) e de temperatura potencial ( $\bar{\theta}$ ) na camada limite estável. No eixo vertical, a altura ( $z$ ) está normalizada pela altura da camada limite estável ( $h$ ). Adaptado de kaimal e Finnigan (1994).

O escoamento na CLA noturna é caracterizado por forte cisalhamento do vento e pequenos turbilhões. Sob certas circunstâncias, pode haver a formação de jato noturno (quando o vento atinge intensidade máxima), cuja posição geralmente coincide com o topo da inversão térmica de superfície. Com isso, tem-se o outro extremo da situação diurna: à noite, com ventos fracos, na ausência de nebulosidade, a superfície terrestre resfria-se intensamente devido à emissão da radiação térmica para o espaço exterior. As camadas de ar, em contato com o solo, resfriam-se. Esse resfriamento próximo ao solo faz com que a temperatura do ar que se encontra acima permaneça relativamente inalterada, resultando numa camada de inversão próxima ao solo. A camada de inversão causa estabilidade na atmosfera, impedindo movimentos verticais e reduzindo a dispersão de poluentes para camadas superiores da atmosfera. Sob essa condição ocorre à supressão da geração da turbulência (TURNER et al., 1994).

A região da atmosfera originalmente ocupada pela CM no período convectivo dá origem, durante a noite, a uma camada de estabilidade neutra chamada Camada de Mistura Residual

(CMR). A CMR não faz parte da CLA estável, já que não se trata de uma região turbulenta da atmosfera, porém, devido às suas características, ela participa ativamente da evolução da CLA, tanto no regime estável como no convectivo.

O escoamento na CLA é turbulento. Além de regular os fluxos de calor, de umidade e de momentum, o papel relevante da turbulência está associado ao transporte de poluentes, ou seja, à dispersão atmosférica de contaminantes.

A CLS é caracterizada pela turbulência induzida através de forçantes que atuam sobretudo em seu contorno inferior e que determinam a existência de gradientes verticais de temperatura, de umidade e de velocidade do vento, dentre outras grandezas. É um local de grande interesse, pois é nessa camada que ocorrem significantes transferências de momentum, calor sensível, calor latente, gases e aerossóis entre a superfície terrestre e a atmosfera.

Além das aplicações relativas à dispersão atmosférica de poluentes, o estudo da CLS é importante em agrometeorologia, para estimativa da evapotranspiração, que ajuda a estabelecer a necessidade de água das plantas, proporcionando um melhor gerenciamento agrícola; em aviação pois, apesar da tecnologia avançada disponível, há necessidade do conhecimento da turbulência na CLS para realização de pousos e decolagens com segurança. É igualmente importante na segurança do lançamento de foguetes, no estudo da propagação de ondas eletromagnéticas (rádio, televisão, telefonia, etc) e em outras aplicações, tais como a Biometeorologia, sem falar em questões relacionadas ao aproveitamento de energia eólica.

### 3.1.2 Estabilidade Atmosférica

O escoamento turbulento é um tipo de escoamento irregular no qual as grandezas físicas variam aleatoriamente no tempo e no espaço. Alta rotacionalidade, tridimensionalidade e não linearidade são algumas de suas principais características (LUMLEY; PANOFSKY, 1964; PANOFSKY; DUTTON, 1984), que já são suficientes, por si mesmas, para tornar o estudo da turbulência extremamente complicado. Não existe, até o presente momento, uma solução analítica das equações do movimento que descreva um escoamento turbulento, por isso costuma-se estudá-lo mediante a solução numérica dessas equações por meio de uma abordagem estatística.

Turbulência é uma propriedade de um escoamento que apresenta um campo de velocidades fortemente rotacional e aparentemente caótico (PANOFSKY; DUTTON, 1984). Os movimentos turbulentos são caracterizados pela presença de flutuação “instantâneas” de velocidade nas três direções.

Para efetuar a análise destas flutuações são necessárias medições com instrumentos de res-

posta rápida e alta frequência, a fim de se obter a medida em escalas de tempo representativas, medidas essas que sejam capazes de mensurar as menores escalas da turbulência. As flutuações aleatórias da velocidade e de outras propriedades do escoamento dificultam o entendimento do fenômeno físico e tornam complexa a descrição determinística do escoamento turbulento. Essa complexidade obriga o uso da simplificação das considerações físicas para tornar o tratamento matemático mais simples. De acordo com Stull (1988), Reynolds propôs que essas variáveis fossem escritas como uma separação do escoamento em partes turbulentas e não turbulentas. Tomando como exemplo, velocidade instantânea,  $u$  sobre um período de tempo, a flutuação turbulenta,  $u'$ , pode ser obtida subtraindo-se da velocidade instantânea a velocidade média,  $\bar{u}$  (definida a seguir), conforme a Equação 3.1 e a Figura 3.7.

$$u' = u - \bar{u} \quad (3.1)$$

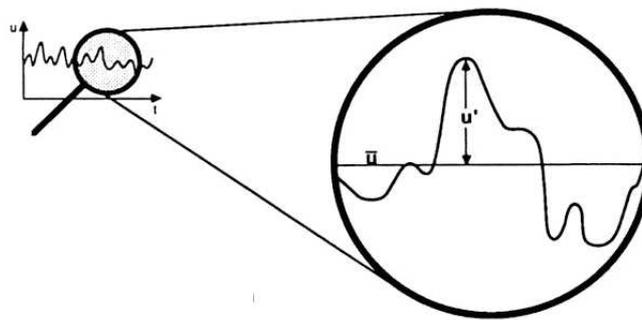


Figura 3.7: Velocidade do vento instantânea ( $u$ ), velocidade média ( $\bar{u}$ ) e a flutuação da velocidade em relação à média ( $u'$ ). Adaptado de Stull (1998).

Os conceitos estatísticos básicos de média, variância, desvio padrão e covariância, que serão utilizados na análise das propriedades turbulentas do escoamento atmosférico, são apresentados a seguir, de acordo com a terminologia estatística.

A média populacional  $\mu$ , para uma variável aleatória  $X$  (como a componente  $u$  da velocidade, ou a temperatura  $T$ ), é dada pela Equação 3.2, onde  $E(X)$  é o valor esperado de  $X$  (ou a esperança matemática de  $X$ ) que é dado na Equação 3.3, para o caso em que a variável aleatória  $X$  seja discreta e finita, com valores possíveis  $x_1, \dots, x_N$  e  $p(x_i) = P(X = x_i)$ <sup>1</sup>,  $i=1, \dots, N$ .

$$\mu = E(X) \quad (3.2)$$

$$E(X) = \sum_{i=1}^N x_i p(x_i) \quad (3.3)$$

<sup>1</sup> $P(X = x_i)$  entende-se como sendo a probabilidade de a variável aleatória  $X$  assumir o valor  $x_i$ .

Assumindo que  $p(x_i) = p(x_j)$ ,  $i, j = 1, \dots, N$ , então podemos reescrever a Equação 3.2 como é dado na Equação 3.4.

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \quad (3.4)$$

Uma medida estatística de dispersão de dados ao redor da média, definida na Equação 3.2, é a variância populacional que é definida na Equação 3.5.

$$\sigma^2 = E(X - \mu)^2 \quad (3.5)$$

Usando novamente o fato de que a variável aleatória  $X$  é discreta e finita e que  $p(x_i) = p(x_j)$ ,  $i, j = 1, \dots, N$ , então podemos reescrever a Equação 3.5 como é dado na Equação 3.6.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 \quad (3.6)$$

Para uma amostra de tamanho  $N$ , sendo a amostra dada por  $x_1, \dots, x_N$ , a média amostral é dada pela Equação 3.7.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \quad (3.7)$$

Um estimador não enviesado da variância populacional é dado pela Equação 3.8.

$$s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.8)$$

Em problemas de turbulência, as medições são grandes o suficiente para que  $\frac{1}{N} \cong \frac{1}{N-1}$ , então, por conveniência, é comum o uso da variância enviesada para estudos meteorológicos (STULL, 1988), onde a variância enviesada é aquela que utiliza  $\frac{1}{N}$  no lugar de  $\frac{1}{N-1}$ , na Equação 3.8. No presente trabalho será utilizada a variável  $\sigma^2$  para denotar a variância amostral dada na Equação 3.8, um vez que essa é a notação padrão em estudos de turbulência.

Substituindo a flutuação turbulenta de uma variável aleatória  $X$  (dada na Equação 3.1), na Equação 3.6, obtem-se a Equação 3.9.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x')^2 = \overline{x'^2} \quad (3.9)$$

Desta forma, encontra-se a média do quadrado da flutuação turbulenta de uma variável, que pode ser interpretada como a variância. Assim,  $\overline{u'^2}$ ,  $\overline{v'^2}$  e  $\overline{w'^2}$  são as variâncias das componentes de velocidade  $u$ ,  $v$  e  $w$ , respectivamente.

O desvio padrão, dado na Equação 3.10, é definido como a raiz quadrada da variância. Pode-se observar que o desvio padrão tem a mesma unidade da variável original. Para as componentes de velocidade  $u$ ,  $v$ ,  $w$ , tem-se os respectivos desvios  $\sigma_u$ ,  $\sigma_v$ ,  $\sigma_w$ .

$$\sigma = \left( \overline{x'^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.10)$$

A covariância indica o grau de relacionamento linear entre duas variáveis aleatórias,  $X$  e  $Y$ , e é definida como mostrado na Equação 3.11, onde  $\eta = E(Y)$ .

$$\text{covar}(X, Y) = E(X - \mu)(Y - \eta) \quad (3.11)$$

Mais uma vez, assumindo o fato de que as variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$  são discretas e finitas, de tamanho  $N$ , logo  $E(Y) = \sum_{i=1}^N y_i q(y_i)$ . E assumindo também que  $p(x_i) = p(x_j) = q(y_i) = q(y_j)$ ,  $i, j = 1, \dots, N$ , então pode-se reescrever a Equação 3.11, para uma amostra de tamanho  $n$ , como é dado na Equação 3.12.

$$\text{covar}(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (3.12)$$

Usando, novamente, o método da média de Reynolds (Equação 3.1), a partir da Equação 3.12, obtém-se a Equação 3.13.

$$\text{covar}(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x'_i)(y'_i) = \overline{x'y'} \quad (3.13)$$

Um valor positivo grande para a covariância é indicativo de uma relação linear positiva forte (crescente) e um grande valor negativo é indicativo de uma forte relação linear negativa (decrecente). Assim, pode ser calculada a covariância entre as componentes da velocidade  $\overline{u'w'}$ ,  $\overline{v'w'}$  etc, e a temperatura  $\overline{u'T'}$ ,  $\overline{w'T'}$  etc.

A energia cinética turbulenta é uma das mais importantes variáveis em micrometeorologia, porque ela é uma medida da intensidade da turbulência. Assim, considerando-se a separação da velocidade em partes médias e turbulentas, como dado na Equação 3.1, e sendo  $u$ ,  $v$  e  $w$  as componentes de velocidade do vento, tem-se o que é dado nas equações 3.14 e 3.15, onde

$MKE$  representa a energia cinética por unidade de massa associada ao escoamento médio, e  $e$  representa a energia cinética turbulenta instantânea por unidade de massa.

$$\frac{MKE}{m} = \frac{1}{2} (\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2) \quad (3.14)$$

$$e = \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2 + w'^2) \quad (3.15)$$

Tomando-se a média dos valores instantâneos na Equação 3.15, define-se a energia cinética turbulenta média ( $TKE$ ) por unidade de massa na Equação 3.16.

$$\frac{MKE}{m} = \bar{e} = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \quad (3.16)$$

Portanto, medições das componentes da velocidade do vento, em elevadas frequências, são importantes para caracterização da turbulência atmosférica, pois propriedades estatísticas podem ser extraídas desses registros. A intensidade da turbulência está relacionada com  $\overline{u'^2}$ ,  $\overline{v'^2}$  e  $\overline{w'^2}$  ou, escritas de outra forma,  $\sigma_u^2$ ,  $\sigma_v^2$  e  $\sigma_w^2$ , que são as variâncias das componentes de velocidade do vento,  $u$ ,  $v$  e  $w$ , as quais têm uma relação direta com a difusão turbulenta na atmosfera. Outras propriedades estatísticas importantes são os desvios padrões na direção horizontal do vento,  $\sigma_d$ , bem como a direção vertical,  $\sigma_\phi$ , porém não são utilizados no presente trabalho.

A turbulência mecânica é gerada pelo movimento do vento passando sobre a vegetação, obstáculos e rugosidade da superfície. Ela também pode ser gerada pelo cisalhamento do vento, quando uma corrente de ar move-se em sentido oposto a uma corrente adjacente; ou ambas as correntes de ar adjacentes se movem no mesmo sentido, mas com velocidades diferentes. A geração de turbulência por forças de empuxo térmico ocorre devido ao aquecimento ou resfriamento do ar próximo à superfície terrestre (STULL, 1988).

Na literatura especializada, encontra-se vários métodos para a classificação da estabilidade atmosférica, utilizando-se parâmetros meteorológicos. Cramer (1957), citado por Hanna et al (1982), apresenta um esquema de classificação da estabilidade baseado no desvio padrão da direção do vento medido a 10 m e com um tempo médio de uma hora (HANNA; BRIGGS; HOSKER, 1982). Slade (1968), citado por Seinfeld e Pandis (1997), utiliza a variação vertical do desvio padrão na direção horizontal ( $\sigma_d$ ) e vertical ( $\sigma_\phi$ ) do vento, como função da estabilidade (SEINFELD; PANDIS, 1997). Pasquill (1961), citado também por Seinfeld e Pandis (1997), utiliza parâmetros como a velocidade do vento, a radiação solar durante o dia ou a

fração da cobertura de nuvens durante a noite, para classificar a estabilidade atmosférica. O esquema de Turner (TURNER et al., 1984) está baseado no esquema de Pasquill, mas inclui uma especificação quantitativa da insolação em termos da altitude. O esquema de categorização da estabilidade de Pasquill e Turner têm sido muito útil no estudo das características dispersivas da camada limite.

Serão apresentados agora, parâmetros usados para caracterizar a estabilidade atmosférica: o fluxo turbulento de calor sensível ( $H_f$ ), o número de Richardson-fluxo ( $R_f$ ), o comprimento de Monin-Obukhov ( $L$ ) e o parâmetro de estabilidade de Monin-Obukhov ( $\zeta$ ).

O fluxo turbulento de calor sensível  $H_f$  é calculado usando-se a Equação 3.17, onde  $\overline{w'T'}$  é a covariância entre a velocidade vertical  $w$  e a temperatura  $T$ ,  $\rho$  é a densidade do ar ( $1,24 \text{ kg/m}^3$  nas CNTP) e  $C_p$  é a capacidade de calor específico do ar em pressão constante ( $1011,95 \text{ J/kg K}$  nas CNTP).

$$H_f = C_p \rho \overline{w'T'} \quad (3.17)$$

O valor de  $H_f$  é negativo para condições estáveis, positivo para condições instáveis e valores muito próximos de zero indicam condições neutras.

O número de Richardson-fluxo é dado através da razão entre a produção de energia cinética, devido ao empuxo térmico e devido à tensão de cisalhamento. É dado pela Equação 3.18, onde  $z$  é a coordenada vertical,  $T_e$  é a temperatura em equilíbrio hidrostático,  $\theta$  é a temperatura potencial e  $\bar{u}$  é a velocidade média do fluxo na direção principal.

$$R_f = \frac{(g/T_e) \overline{v'\theta_p}}{\overline{v'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}} \quad (3.18)$$

O número de Richardson-fluxo pode ser reescrito, conforme Equação 3.19, considerando o perfil logaritmo de velocidade em atmosfera neutra e assumindo que a tensão de Reynolds  $\overline{v'w'}$  e o fluxo de calor turbulento vertical médio  $\overline{v'\theta_p}$  são constantes. Temos que  $k$  é a constante de Von Karman (igual a 0,4) e  $u_*$  é a velocidade de fricção que é dada pela Equação 3.20, onde  $\tau_0$  é a tensão de cisalhamento na superfície e  $\overline{u'w'}$  é a covariância entre a componente de velocidade horizontal ( $u$ ) e a componente vertical ( $w$ ).

$$R_f = \frac{kgH_fz}{\rho C_p T_e u_*^3} \quad (3.19)$$

$$u_* = \frac{\tau_0}{\rho} = \sqrt{\overline{u'w'}} \quad (3.20)$$

O comprimento de Monin-Obukhov ( $L$ ), dado pela Equação 3.21, é um importante parâmetro para determinar as condições de estabilidade atmosférica na camada superficial. O comprimento  $L$  depende basicamente do fluxo turbulento de calor sensível e da velocidade de fricção, onde o valor  $L$  mantém-se aproximadamente constante com a altura.

$$L = -\frac{C_p \rho T u_*^3}{g k H_f} \quad (3.21)$$

O comprimento de Monin-Obukhov ( $L$ ) é fisicamente interpretado como a altura sobre a qual a energia cinética turbulenta produzida pelas forças de empuxo térmico supera a energia cinética produzida pelas forças de fricção.

O sinal de  $L$  é oposto ao fluxo vertical turbulento de calor sensível. Assim,  $L$  assume tipicamente valores negativos durante o dia ( $L < 0$ ) e a turbulência é completamente gerada por empuxo térmico, tendo-se a condição atmosférica instável ou convectiva. Por outro lado,  $L$  assume valores positivos durante a noite ( $L > 0$ ), sendo a turbulência gerada por forças cisalhantes e condição atmosférica estável. Quando o fluxo turbulento de calor sensível tende a zero, ou seja, não existe influência dos efeitos de empuxo térmico,  $L$  tende para o infinito e a atmosfera é dita neutra.

O número de Richardson-fluxo pode ser aproximado por uma função que o relaciona com o comprimento de Monin-Obukhov (Equação 3.22), citado por Panofsky e Dutton (1983).

$$\begin{cases} R_f = \frac{z}{L}, & \text{para condições instáveis} \\ R_f = \frac{z}{1+5\frac{z}{L}}, & \text{para condições estáveis} \end{cases} \quad (3.22)$$

Para escoamentos instáveis,  $R_f$  é negativo, para condições neutras é zero, e em condições estáveis,  $R_f$  é positivo.

Nesta pesquisa, para a classificação da estabilidade atmosférica usou-se o parâmetro  $\zeta = z/L$ , conhecido por parâmetro de estabilidade de Monin-Obukhov, onde  $z$  é a altura de medição dos dados e  $L$  é o comprimento de Monin-Obukhov. Seu valor é mais largamente utilizado como medida de estabilidades nos estudos da CLS, uma vez que, conforme foi dito,  $L$  é basicamente constante nessa camada. De acordo com o parâmetro  $\zeta$ , os diferentes regimes de estabilidade ficam definidos nas desigualdades dadas na Equação 3.23 (SORBJAN, 1989).

$$\left\{ \begin{array}{ll} \zeta < -0,02 & \text{denota condições instáveis} \\ -0,02 < \zeta < 0,02 & \text{denota condições neutras} \\ \zeta > 0,02 & \text{denota condições estáveis} \end{array} \right. \quad (3.23)$$

### 3.1.3 Estacionariedade, Homogeneidade e Isotropia

A *estacionariedade* implica que as propriedades estatísticas da variável não se alteram com o tempo. As características do escoamento na CLA geralmente não são estacionárias. Durante o dia isso se deve principalmente à forçante solar. À noite as variações são muito mais complicadas (PANOFSKY; DUTTON, 1984).

A *homogeneidade* significa que as propriedades do escoamento não variam espacialmente. Ao se pensar em homogeneidade, a presença da superfície da Terra desempenha um papel relevante. Sobre superfícies oceânicas ou sobre terrenos planos homogêneos, o escoamento é, com boa aproximação, horizontalmente homogêneo (localmente). Por outro lado, as estatísticas variam com a distância vertical em relação ao solo, o que impede a prevalecência da homogeneidade, exceto na horizontal.

A *isotropia* implica que a estatística dos movimentos é invariante às mudanças espaciais do sistema de coordenadas (reflexão e rotação) e é normalmente considerada quando a homogeneidade está presente em todas as direções. Embora não se possa considerar a condição de isotropia nas proximidades do solo, é possível considerar a isotropia local. Efetivamente, observações da turbulência na CLS têm mostrado que a isotropia local é satisfeita para turbilhões suficientemente pequenos em relação à distância da superfície e, portanto, independentes de sua influência (PANOFSKY; DUTTON, 1984).

Em determinadas circunstâncias, o estudo do escoamento turbulento pode se valer de certas considerações físicas capazes de simplificar consideravelmente os cálculos estatísticos. Na análise de ondaletas, porém, não serão assumidas, no estudo da turbulência na CLS, condições/estados idealizados, e comumente considerados, como estacionariedade, homogeneidade e isotropia, explanados acima. Essas condições normalmente são assumidas devido à utilização de ferramental matemático que necessite de quaisquer dessas premissas para ser implementado (como a Análise de Fourier). No presente estudo, porém, estamos fazendo uso da análise de ondaletas, a qual não necessita das premissas acima citadas, tornando mais real a interpretação e análise dos resultados, pois, na maioria das vezes, a turbulência não tem comportamento estacionário, nem homogêneo e nem isotrópico.

### 3.1.4 Erros Associados ao *Aliasing* e à *Tendência*

Um sério problema associado à amostragem discreta de variáveis físicas é o *aliasing*. Uma regra básica na análise de dados discretos é a necessidade de, no mínimo, dois pontos por período para resolver uma onda. Esse conceito é dado pelo Teorema da amostragem ou Teorema de Nyquist que diz que “Um sinal limitado em frequência, pode ser representado com erro nulo por amostras igualmente espaçadas de intervalo  $\frac{1}{2f}$ , onde  $f$  é a maior frequência existente no sinal”. Ou seja, em termos práticos, as séries de velocidade do vento e temperatura do presente estudo que foram amostradas a 20 Hz, conseguem representar os fenômenos da turbulência atmosférica que ocorrem até a escala de 10 Hz (0,1 segundo).

Não obstante, é muito comum que um sinal físico que esteja sendo amostrado à razão  $f$  possua contribuições de harmônicos de frequências superiores a  $f/2$  (isso habitualmente ocorre ao se lidar com sinais turbulentos). Tais contribuições são erroneamente associadas a frequências inferiores a  $f$  e prejudicam a estimativa do espectro (para uma descrição mais detalhada veja Stull (STULL, 1988) ou Kaimal and Finnigan (KAIMAL; FINNIGAN, 1994)). Esse tipo de erro conhecido como *aliasing*, está ilustrado na Figura 3.8, em que se pode notar que há menos de dois pontos por período da onda de 8hz.

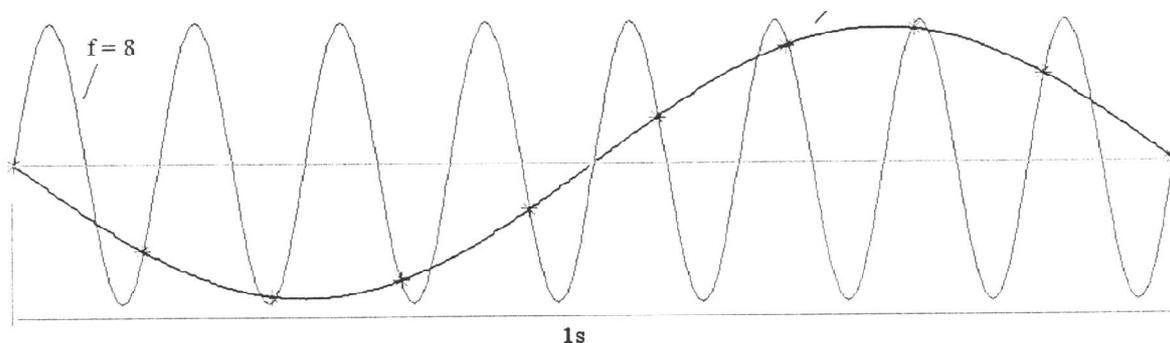


Figura 3.8: Ilustração do *aliasing*. Devido à baixa frequência de amostragem, uma onda de 8hz está sendo “confundida” com outra de 1hz (LAMESSA, 2000).

Esse fenômeno pode ser notado, de forma prática, na Figura 3.9, onde, na região das altas frequências (porção final) do espectro, a inclinação passa a ser positiva.

Ao contrário do *aliasing*, a *tendência* provoca distorções na região das baixas frequências espectrais, estando associada a um período superior ao tempo total de amostragem da série em análise (KAIMAL; FINNIGAN, 1994). O efeito da *tendência* pode estender-se o suficiente para mascarar picos espectrais, dando a impressão de que a densidade espectral continua a crescer com o decréscimo da frequência.

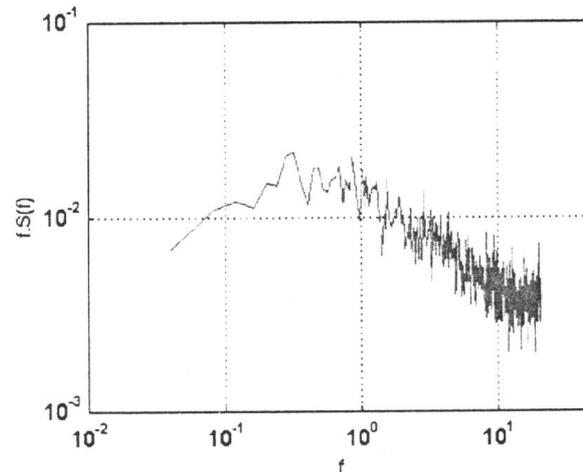


Figura 3.9: Espectro de um sinal turbulento. (LAMESSA, 2000).

### 3.1.5 Hipótese de Taylor

Os turbilhões observados na CLA são estruturas extensas espacialmente, e, idealmente, sua análise requer informação de muitos pontos espaciais. Não obstante, grande parte dos dados micrometeorológicos são obtidos por medições efetuadas em pontos fixos do espaço (torres micrometeorológicas) em função do tempo. A *hipótese de Taylor* permite converter medidas realizadas em um ponto fixo no espaço em dados espacialmente distribuídos. Para isso é imprescindível que sejam desprezíveis as alterações (características espaciais) sofridas pelos turbilhões - transportados pelo vento médio,  $\bar{u}$  - ao passarem pelo sensor fixo. Satisfeita tal condição, tornam-se válidas as transformações dadas na relação 3.24, onde  $x$  e  $t$  são as coordenadas de espaço e tempo, com  $x$  na direção do vento médio;  $k$  representa o número de onda (por unidade de espaço) e  $f$  a frequência. Fica, então, evidente a importância da hipótese de Taylor, à medida que essa hipótese permite inferir a estrutura espacial da turbulência a partir de medições efetuadas num ponto fixo.

$$\begin{cases} x = \bar{u}.t \\ \frac{1}{k} = \frac{\bar{u}}{f} \end{cases} \quad (3.24)$$

Das considerações anteriores, conclui-se que é necessário, nesse caso, que a turbulência seja estacionária e homogênea na direção  $x$  para que a hipótese de Taylor seja válida. Consequentemente, os maiores problemas encontrados para se assumir tal hipótese estão associados à região das baixas frequências do espectro turbulento (WYNGAARD, 1986).

Willis e Deardorff (WILLIS; KATUL, 1976) sugerem a condição prática, dada na relação

3.25, para a validade da hipótese de Taylor, em que  $\sigma_{\bar{u}}$ , o desvio padrão da velocidade do vento, é uma medida da intensidade da turbulência. Assim a relação 3.25 estabelece que tal hipótese é satisfeita desde que a intensidade da turbulência, representada pela variância ( $\sigma_u$ ) do vento médio ( $\bar{u}$ ), seja pequena em comparação à velocidade do vento médio.

$$\sigma_u < \frac{\bar{u}}{2} \quad (3.25)$$

### 3.1.6 Estruturas Coerentes

Ainda não há uma definição precisa do que sejam as estruturas coerentes, embora vários trabalhos tenham procurado determinar suas características mais gerais, muitas vezes relacionadas aos fenômenos de intrusão e ejeção no escoamento turbulento próximo a um contorno rígido (BOLZAN, 2004). Uma definição dada por Hussain (1983) e citada por Bolzan (2004) trata das estruturas coerentes de grande escala como sendo uma região do fluido turbulento que possui vorticidade coerente sobre uma significativa extensão espacial. Bolzan (2004) cita ainda Robinson (1991) que definiu as ECs como uma região tridimensional, onde pelo menos uma das variáveis fundamentais do escoamento (componente da velocidade, massa específica, temperatura, etc.) apresenta uma significativa correlação com ela mesma ou com outra variável num intervalo temporal que é significativamente maior do que as menores escalas locais do escoamento. Porém, um fator essencial para o surgimento e manutenção das estruturas coerentes é a presença do ponto de inflexão no perfil de velocidade (SORBJAN, 1989).

### 3.1.7 Espectro Turbulento

Os movimentos atmosféricos abrangem um amplo intervalo de escalas espaciais, que caracterizam vórtices de diferentes tamanhos - de milhares de quilômetros a milímetros (STULL, 1988). Em 1926, Richardson notou que movimentos atmosféricos de menor escala originavam-se a partir de instabilidades nos movimentos de maior escala. Na realidade, Richardson observou um processo de cascata no qual os maiores vórtices “quebram-se” sucessivamente em vórtices menores e a energia é transferida dos maiores para os menores. Este efeito prolonga-se até às escalas moleculares onde este mecanismo de dissipação converte a energia cinética de movimento em calor (SORBJAN, 1989).

A natureza do espectro turbulento atmosférico está diretamente relacionada ao fato da produção e dissipação de energia não ocorrerem na mesma escala. Na região dos maiores vórtices, em que a produção de energia é grande, não há dissipação. Por outro lado, na região dos meno-

res vórtices, em que a produção é praticamente nula, a dissipação de energia é bastante intensa.

O escoamento turbulento na atmosfera não é homogêneo nem isotrópico. Isso se deve à presença do contorno rígido imposto pela superfície da Terra. Contudo, pode-se considerá-lo localmente homogêneo e isotrópico em pequenas sub-regiões afastadas da superfície. Na realidade, essa condição é melhor satisfeita pelas flutuações de alta frequência, que, devido ao pequeno tamanho, não sofrem tanta influência direta da superfície (SORBJAN, 1989).

Um significativo avanço à compreensão dos escoamentos turbulentos foi dado pela Teoria do Equilíbrio Universal, concebida por Kolmogorov em 1941 (KOLMOGOROV, 1941). Com base nessa teoria (que traduz a idéia fenomenológica da cascata de energia), o espectro de energia apresenta três regiões bem definidas: região de produção, subintervalo inercial e região de dissipação (Figura 3.10).

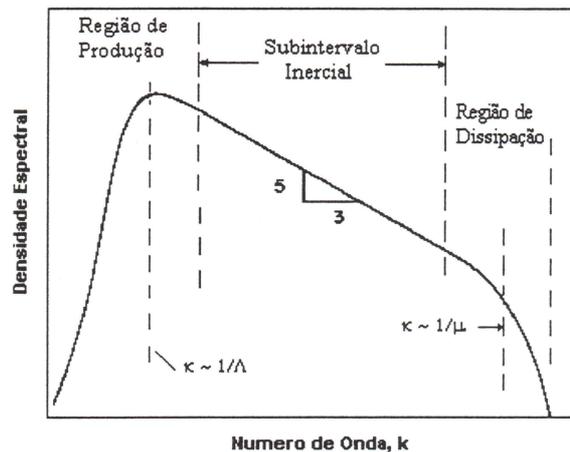


Figura 3.10: Densidade espectral de energia turbulenta em função do número de onda (escala log-log).  $\Lambda$  é a escala integral de comprimento (escala característica dos vórtices dominantes) e  $\mu$  é a microescala de Kolmogorov (Equação 3.27). Adaptado de (WYNGAARD, 1986).

A região de produção detém a maior porção da TKE, dada pela Equação 3.16, que por sua vez é extraída do escoamento médio (pela turbulência gerada pelas forças de empuxo e de cisalhamento). Tipicamente, as escalas de comprimento nesta região variam de dezenas de metros até vários quilômetros, enquanto as escalas de tempo vão de dezenas de segundos a dezenas de minutos. As densidades espectrais, nas referidas escalas, têm suas características determinadas por diversas variáveis, dentre as quais: a velocidade do vento, a rugosidade e a altura da CLA. O número de onda de máxima energia corresponde, aproximadamente, ao inverso da escala integral de comprimento ( $\Lambda$ ), como ilustrado na Figura 3.10.

O subintervalo inercial é assim chamado por se tratar de uma região do espectro onde prevalecem forças inerciais, que redistribuem a energia no espectro turbulento. É uma região onde a energia não é produzida e, em teoria, nem dissipada. O subintervalo inercial engloba os meno-

res vórtices sem influência direta dos maiores vórtices encontrados na região de produção. Estes vórtices menores, de acordo com Kolmogorov, tendem a ter propriedades universais para todos os tipos de escoamentos turbulentos. Conseqüentemente, a turbulência deve ser isotrópica<sup>2</sup>.

Na região de dissipação, a energia cinética turbulenta é consumida pela viscosidade molecular mediante a destruição dos vórtices de pequena escala. A microescala de Taylor,  $\eta$ , fornece o comprimento em que os efeitos viscosos tornam-se significativos e pode ser escrita como é mostrado na Equação 3.26, onde  $\nu_c$  é a viscosidade molecular cinemática.

$$\eta = \left( \frac{\nu_c e}{\varepsilon} \right)^{1/2} \quad (3.26)$$

A escala de comprimento dos turbilhões de dissipação é denominada microescala de Kolmogorov,  $\mu$ , e depende unicamente de  $\varepsilon$  e de  $\nu_c$ , sendo dada pela Equação 3.27.

$$\mu = \left( \frac{\nu_c^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \quad (3.27)$$

Utilizando-se valores típicos de  $\nu_0$  e  $\varepsilon$  na CLS, obtém-se  $\mu \sim 1mm$  (BLACKADAR, 1996). Assim, não são comuns na atmosfera medições que abranjam esta região do espectro.

A Figura 3.11 reúne as informações acima reportadas, mostrando o processo de cascata como um todo: a energia é gerada na região de produção (pequenos números de onda) e é transferida, sem perda, no subintervalo inercial, sendo dissipada pela viscosidade na região de dissipação.

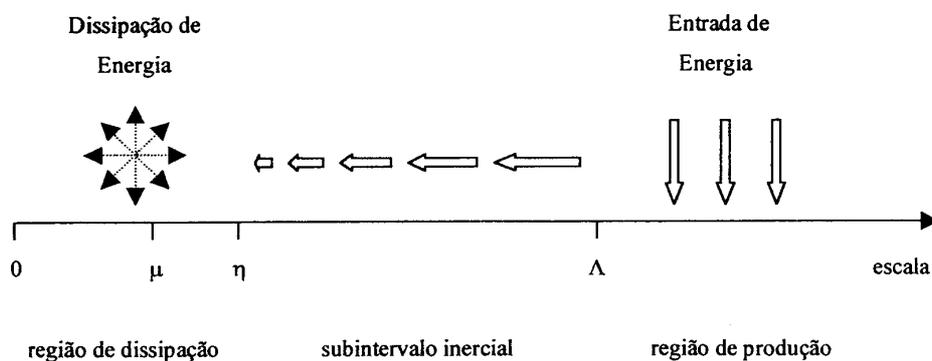


Figura 3.11: Representação esquemática de distribuição de energia na atmosfera. As escalas  $\mu$ ,  $\eta$  e  $\Lambda$  são, respectivamente, as microescalas de Kolmogorov, de Taylor e a escala integral de comprimento. Adaptado de (SORBJAN, 1989).

<sup>2</sup>Maiores informações sobre isotropia na Seção 3.1.3 e para uma discussão mais detalhada, vide Sorbjan (SORBJAN, 1989) ou Frish (FRISCH, 1995)

## 3.2 A Transformada de Ondaletas

### 3.2.1 Análise no tempo e na frequência

Em aplicações atmosféricas, a principal característica das técnicas de ondaletas é a introdução da decomposição tempo-frequência. Um exemplo bem conhecido de tal comportamento pode ser encontrado na estrutura musical (Figura 3.12), que pode ser interpretado como eventos localizados no tempo. Embora pertença a uma estrutura complexa maior, um pedaço de música pode ser entendida como um conjunto de notas musicais caracterizadas por quatro parâmetros: frequência, tempo de ocorrência, duração e ocorrência (DAUBECHIES, 1992; LAU; WENG, 1995). A turbulência atmosférica possui basicamente os mesmos parâmetros de caracterização que as estruturas musicais (DOMINGUES; MENDES.; COSTA, 2005).



Figura 3.12: Representação de uma estrutura musical.

A motivação original para a criação da teoria de ondaleta foi o desenvolvimento de um método de aquisição, transformação e armazenagem de um traço sísmico (MORLET; GROSSMAN; GOUPILLAUD, 1984), em que ondaleta é uma função de uma variável no domínio do tempo, que deve satisfazer as propriedades listadas abaixo:

- A contribuição de cada uma das diferentes bandas de frequência devem ser razoavelmente separadas (no domínio da frequência);
- Esta separação deve ser alcançada sem a perda excessiva de resolução na variável tempo (sujeita à limitação imposta pelo princípio da incerteza de Heisenberg<sup>3</sup>);
- A reconstrução da função original a partir de sua representação ou transformada deve ser obtida por um método que seja capaz de oferecer uma alta precisão e que ao mesmo

<sup>3</sup>Em 1927, Werner Heisenberg formulou um método para interpretar a dualidade da quântica, o princípio da incerteza. Segundo ele, pares de variáveis interdependentes, como tempo e energia, velocidade e posição, não podem ser medidos com precisão absoluta.

tempo seja robusto, ou seja, que o mesmo seja estável ante a pequenas perturbações.

As duas primeiras condições caracterizam essencialmente a propriedade conhecida como localização no tempo e na frequência.

### 3.2.2 Transformada de Fourier

Uma das ferramentas mais conhecidas para a análise de sinais é a transformada de Fourier, que separa o sinal em suas componentes (cossenos e senos) de diferentes frequências. Outra maneira de pensar na transformada de Fourier é como uma técnica matemática para transformar o sinal observado no domínio do tempo (ou do espaço, sem perda alguma de generalidade) para o domínio da frequência (número de onda, no caso espacial).

Para muitos sinais, a transformada de Fourier é extremamente útil, pois o conteúdo de frequência é de extrema importância. Por que, então, se faz necessário o uso de outras técnicas de análise, tal como a transformada ondaleta? Pelo simples fato de a transformada de Fourier possuir uma peculiaridade indesejável. Na transformação do sinal do domínio do tempo para o domínio da frequência, perde-se totalmente a informação sobre a localização temporal (ou espacial). Ao se observar a transformada de Fourier de um sinal, é impossível dizer onde um evento em particular está localizado, pois o que é obtido são apenas as frequências que compõem o sinal.

Se um sinal “não se altera no tempo”, ou seja, se é um sinal dito “estacionário”, esta peculiaridade não tem importância alguma. Entretanto, a maioria dos sinais contém numerosas características não estacionárias ou transitórias, tais como: tendências, mudanças abruptas e o início ou final de eventos, essas características são geralmente as partes mais importantes de um sinal e a transformada de Fourier é incapaz de detectar tais processos.

Formalmente, a transformada de Fourier de uma função  $f(t) : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ ,  $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$  é definida para tempo ( $t$ ) e frequência ( $w$ ) reais contínuos, pela Equação 3.28 (MORETTIN, 1999), que fornece informações sobre o conteúdo de frequência de um processo ou sinal, mas não fornece informações sobre a localização destas frequências no domínio do tempo. A quantidade  $|F_f(w)|^2$  é o chamado espectro da energia de Fourier.

$$F_f(w) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-iwt} dt \quad (3.28)$$

Suponha-se agora que um número finito de valores amostrados de  $f(t)$ , a saber,  $f_0, f_1, \dots, f_{N-1}$ . Considerando  $\Delta t = 1$ , o conjunto discreto de frequências de Fourier  $w_n = (2\pi n)/N$ ,  $n =$

$0, 1, \dots, N-1$ , pode-se definir a transformada discreta de Fourier da sequência  $f_n$  como dada na Equação 3.29.

$$F_{f_n} = \sum_{t=0}^{N-1} f_t e^{-i\omega_n t} dt \quad (3.29)$$

Essa transformada discreta apresentada pela referida equação é muito importante nas aplicações, em especial ao se estimar o espectro de um processo estacionário.

Variações de frequências dependentes do tempo são muito comuns na música, na voz humana, nos sinais sísmicos e nos sinais geofísicos não estacionários, entre outros. Para estudar tais sinais, deve-se efetuar uma transformada capaz de obter o conteúdo de frequência de um sinal localmente no tempo (ou no espaço). Existem essencialmente dois métodos que foram desenvolvidos e que apresentam tais propriedades (dentro dos limites impostos pelo princípio de incerteza de Heisenberg): A Transformada de Fourier Janelada ou WFT (do inglês, Windowed Fourier Transform) e a Transformada de Ondaleta ou, como já foi dito, a WT (Wavelet Transform).

Na Figura 3.13 temos uma comparação entre a análise de Fourier e a de Ondaletas.

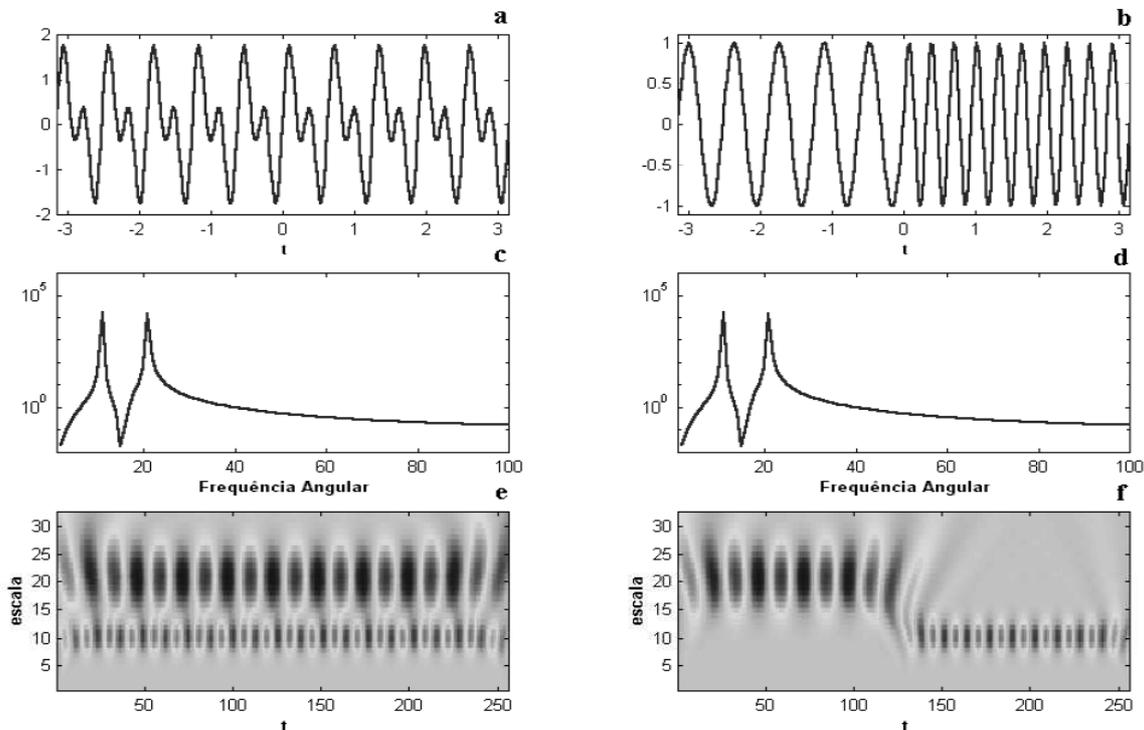


Figura 3.13: (a)  $f_1(t) = \text{sen}(10t) + \text{sen}(20t)$ ; (b)  $f_2(t) = \text{sen}(20t)$  para  $t < 0$  e  $f_2(t) = \text{sen}(10t)$  para  $t \geq 0$ ; (c) e (d) mostram os espectros obtidos através da Transformada de Fourier de (a) e (b), respectivamente; (e) e (f) mostram da Transformada de Ondaleta de (a) e (b), respectivamente (usando ondaleta de Morlet) (PROTÁZIO, 2002).

Na Figura 3.13, dada acima, têm-se dois sinais determinísticos: o primeiro (Figura 3.13a) dado por  $f_1(t) = \text{sen}(10t) + \text{sen}(20t)$  (o qual consiste de duas frequências superpostas para toda duração do sinal); e o segundo (Figura 3.13b), dado por  $f_2(t) = \text{sen}(20t)$  para  $t < 0$  e  $f_2(t) = \text{sen}(10t)$  para  $t \geq 0$  (onde  $f_2(t)$  consiste das mesmas frequências de  $f_1(t)$ , porém, em  $f_2(t)$ , cada frequência é aplicada separadamente em cada metade do sinal). Na Figura 3.13c e 3.13d tem-se o espectro de energia de Fourier dos sinais das Figuras 3.13a e 3.13b, respectivamente. Como se observa, o espectro é incapaz de fazer qualquer distinção entre os dois sinais. Já nas Figuras 3.13e e 3.13e vemos a Transformada Contínua de Ondaletas (CWT, do inglês, Continuous Wavelet Transform), usando a ondaleta de Morlet, dos sinais dados nas Figuras 3.13a e 3.13b, representada através de escalogramas (que serão definidos na Seção 3.2.5). Pode-se observar a nítida diferença nesse último tipo de análise, a qual, além de encontrar as frequências existentes no sinal, exhibe a localização temporal delas.

Num esforço para corrigir a insuficiência encontrada na Transformada de Fourier, Dennis Gabor (1946) adaptou a Transformada de Fourier para analisar apenas uma pequena seção ou parte do sinal, aplicando uma técnica chamada de janelamento do sinal. A adaptação de Gabor, chamada de Transformada de Fourier de Curta Duração ou WFT, mapeia um sinal utilizando uma função bidimensional definida no tempo e na frequência e representa uma forma de compromisso entre uma representação tanto no tempo quanto na frequência deste sinal. Ela fornece “alguma” informação sobre “onde” ocorre e “qual” é a frequência de um dado evento do sinal. Entretanto, essa informação é obtida com uma precisão muito limitada e essa precisão é determinada pelo tamanho da janela utilizada na obtenção da WFT do sinal (KAISER, 1994).

Apesar da WFT fornecer informação sobre o tempo e a frequência, a desvantagem é que quando se escolhe um tamanho particular para a “janela” que irá percorrer o sinal, essa “janela” continua a mesma para todas as frequências. No entanto, grande parte dos sinais necessitam de uma abordagem mais flexível, ou seja, precisam de uma janela de comprimento variável para que possibilite uma localização mais precisa de um determinado evento, tanto no tempo quanto frequência, pois na maioria das vezes é impossível determinar um tamanho de janela ótimo que consiga localizar com resolução suficiente eventos com frequências muito distintas.

Formalmente, na WFT, a localização temporal pode ser obtida através do janelamento do processo ou sinal  $f(t) : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ , utilizando-se uma janela  $g(t) : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  onde  $f(t), g(t) \in L^2(\mathbb{R})$ . Assim, a transformada de Fourier Janelada,  $G_f(w, t)$ , é definida em Kumar e Fofolla (KUMAR; FOURFOULA-GEORGIU, 1994) pela Equação 3.30.

$$G_{f(w,t)} = \int_{-\infty}^{\infty} f(u)g(u-t)e^{-iwu}du \quad (3.30)$$

A representação dessa função  $f(t)$  em um plano  $(w, t)$  é denominada de representação no espaço de fase e mede a frequência contida (com as devidas limitações) de uma determinada porção do sinal.

### 3.2.3 O Próximo Passo: Ondaletas

A análise obtida através da Transformada de Ondaleta representa o próximo passo lógico: uma técnica que utiliza uma janela com regiões de dimensão variável. A transformada de Ondaleta permite o uso de longos intervalos onde se deseja mais precisão sobre as baixas frequências, e regiões de tamanho menor para obter informações sobre as altas frequências, e, conforme foi visto na Seção 3.3.4, a elaboração dessa ferramenta foi efetuada de Morlet em 1980. Yves Meyer, por sua vez, demonstrou as condições de ortogonalidade desse novo operador matemático, oferecendo condições seguras para a aplicação da nova técnica (MEYER, 1990).

A transformada de ondaletas revela onde ou quando a energia do sinal analisado é transferida de um período/frequência para o(a) outro(a). Um fato básico sobre ondaletas é que elas são localizadas no tempo (ou espaço) e por isso denominadas de *funções de suporte compacto*, contrariamente ao que ocorre com as funções trigonométricas. Por isso, tornaram-se ideais para analisar sinais não-estacionários<sup>4</sup>.

Na transformada de Fourier Janelada, para todo  $t$  e  $w$  o tamanho da célula de resolução do sinal era fixo. Como as características com frequências mais altas (ou de comprimento de ondas mais curto) tem um suporte menor, seria desejável ter uma função de análise que habilitasse essas células variar de forma a ser possível analisar desde as baixas até as altas frequências.

Isso foi obtido pela decomposição de sinais, usando-se uma família de funções de dois parâmetros, chamadas de ondaletas. Um destes parâmetros, aqui chamado  $b$ , é o responsável pela translação assim como na transformada de Fourier de Janelada; e o outro parâmetro, aqui chamado  $a$ , é o responsável pela dilatação e contração, no lugar do parâmetro de frequência da transformada de Fourier.

Ondaletas são funções obtidas a partir de uma função protótipo - a ondaleta mãe -  $\Psi(t) \in L^2(\mathbb{R})$ , por meio de dilatações (ou contrações) e translações (deslocamentos). O objetivo primordial em se realizar essas operações é o de se obter uma família de funções, base para descrever outras funções pertencentes a  $L^2(\mathbb{R})$ . Introduzindo as dilatações por meio de um fator de escalamento  $a$  e translações por meio de uma variável  $b$ , deduz-se a forma geral de uma família de ondaletas (Equação 3.31), onde  $\psi(t)$  é a ondaleta primitiva ou mãe.

---

<sup>4</sup>Para maiores detalhes sobre este tema de não-estacionariedade, recomenda-se o livro "Análise de Séries Temporais" (MORETTIN; TOLOI, 1992).

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad a, b \in \mathbb{R}, \quad a \neq 0 \quad (3.31)$$

Na transformada de Ondaletas, quando o parâmetro de escala  $a$  aumenta ( $a > 1$ ), a ondaleta se expande e carrega apenas informação sobre o comportamento dos grandes períodos (baixas frequências); analogamente, quando  $a$  diminui ( $a < 1$ ), a ondaleta se contrai e carrega apenas informação sobre o comportamento dos pequenos períodos (altas frequências).

Deslocar ou transladar a ondaleta significa movê-la para frente ou para trás no eixo do sinal. Matematicamente, o deslocamento de uma função  $f(t)$  por  $k$  é representada por  $f(t - k)$ . Pode-se visualizar esse processo em conjunto com a dilatação e compressão da ondaleta, na Figura 3.14.

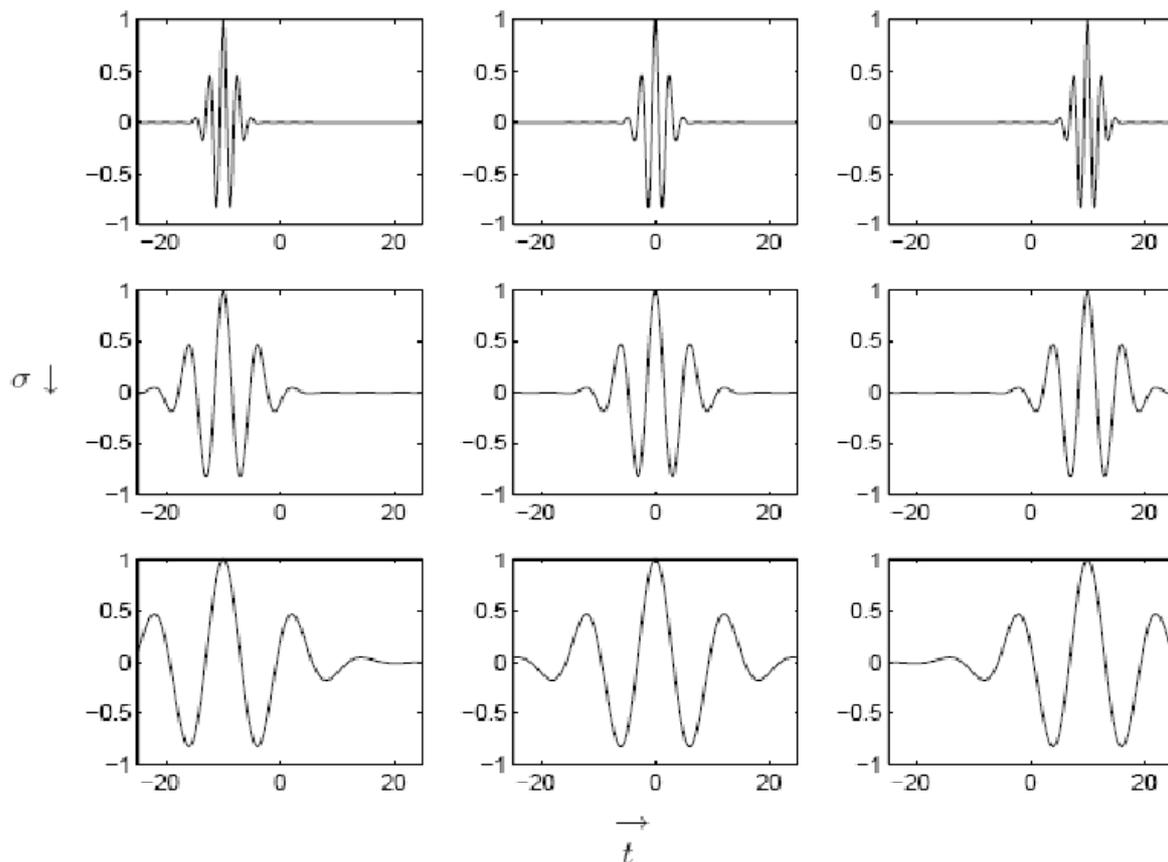


Figura 3.14: Funções base da transformada de ondaletas obtidas através da dilatação, compressão e translação da ondaleta-mãe da família de Morlet - parte real (LOSS, 2004).

A utilidade das ondaletas está na sua possibilidade de atuarem como funções base na decomposição de outras funções  $\in L^2(\mathbb{R})$ . As bases ondaletas podem ser redundantes ou ortonormais, cobrindo e descrevendo completamente o espaço  $L^2(\mathbb{R})$ , de uma forma mais sofisticada que as bases senoidais dos métodos de Fourier.

Suponha uma ondaleta-mãe  $\psi(x)$  tal que  $\psi_{j,k} = 2^{j/2}\psi(2^jx - k)$ , onde  $j$  é a escala,  $k$  é uma localização temporal e  $\psi_{j,k}$  são as ondaletas-filhas. Nota-se que se usa uma *dilatação binária*  $2^j$  e uma *translação diática*  $k2^{-j}$  com  $j, k \in \mathbb{Z}$ . Além disso,  $\psi(x)$  será uma ondaleta se obedecer as propriedades que se seguem (MEYER, 1990).

- **P1.** Todas as derivadas de ordem superior de  $\psi(x)$  devem existir, ou seja, uma condição para que a função seja regular;
- **P2.** A função  $\psi(x)$  e todas as suas derivadas de ordem superior decaem rapidamente para zero quando  $x \rightarrow \pm\infty$ , ou seja, uma condição para que a função seja localizada;
- **P3.** Todos os momentos de ordem  $r$ , com  $r \in \mathbb{N}$ , de  $\psi(x)$  devem ser nulos, ou seja, uma condição para que a função tenha um caráter oscilatório. Matematicamente essa propriedade é expressa por  $\int_{-\infty}^{\infty} x^r \psi(x) dx = 0$ , para  $0 \leq r \leq m$  e onde  $m$  é a ordem da derivada de  $\psi(x)$ ;
- **P4.** Todas as funções  $\psi_{j,k}$  formam uma base ortonormal de  $L^2(\mathbb{R})$ . Então, podemos exprimir uma função  $f(x)$  por uma combinação linear de  $\psi$  dada por  $f(x) = \sum d_{j,k} \psi_{j,k}(x)$ , onde  $d_{j,k}$  são os coeficientes das ondaletas e são obtidos através da equação  $d_{j,k} = \langle f, \psi_{j,k} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi_{j,k}(x) dx$  (MORETTIN; TOLOI, 1992). Entretanto, se  $f(x) = 1$ , todos os coeficientes da função ondaleta serão nulos, ou seja,  $d_{j,k} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi_{j,k}(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{j,k}(x) dx = 0$ , que decorre da propriedade **P3**, o que resulta em  $1 = 0$ , um absurdo! Por isso, surge a necessidade de uma **ondaleta-pai**,  $\phi(x)$ , que satisfaça, além das duas primeiras propriedades acima, também uma outra propriedade, expressa na propriedade seguinte (MEYER, 1990);
- **P5.**  $\int_{-\infty}^{\infty} \phi(x) dx = 1$ . A função  $\phi(x)$  dada por  $\phi(x) = \sqrt{2} \sum_k l_k \phi(2x - k)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ , gera uma família ortonormal de  $L^2(\mathbb{R})$  dada por  $\phi_{j,k}(x) = 2^{j/2} \phi(2^jx - k)$ .

Agora, o teorema abaixo faz a ligação (para não dizer, o “casamento”) entre a ondaleta-mãe,  $\psi(x)$ , e a ondaleta-pai,  $\phi(x)$ <sup>5</sup>.

**Teorema.** Existem escalares  $d_k$  tais que  $\psi(x) = \sqrt{2} \sum_k d_k \phi(2x - k)$ .

### 3.2.4 Funções de Ondaleta

Nesta seção serão abordadas as principais ondaletas encontradas na literatura e alguns critérios usados para a sua escolha.

<sup>5</sup>Para o leitor interessado na prova do teorema descrito, consulte o livro de Meyer (1990).

### Exemplos de ondaletas unidimensionais

Devido à flexibilidade de escolha das ondaletas, muitas funções têm sido utilizadas como ondaleta. Abaixo pode-se ter um resumo de algumas usadas na literatura.

Ondaleta de Haar: A ondaleta de Haar (vide Figura 3.15) é a mais simples de todas as ondaletas e pertence a família das ondaletas ortogonais com suporte compacto e é definida pela Equação 3.32.

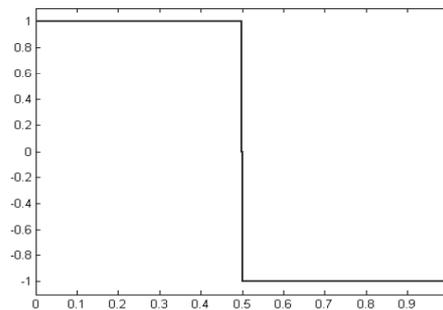


Figura 3.15: Visualização da Ondaleta de Haar (PROTÁZIO, 2002).

$$\begin{cases} \Psi(t) = 1, & \text{se } 0 \leq t < 0,5 \\ \Psi(t) = -1, & \text{se } 0,5 \leq t < 1 \\ \Psi(t) = 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.32)$$

Em um sinal unidimensional, discretamente amostrado, essa ondaleta pode ser vista atuando como um operador de diferenciação, ou seja, fornecendo diferenças das médias não sobrepostas da observação.

Ondaleta de Chapéu Mexicano (*Mexican Hat Wavelet*): Esta ondaleta é a derivada segunda da função gaussiana  $f(t) = e^{-1/2t^2}$ , pertence à família das ondaletas reais não-ortogonais, e pode ser visualizada graficamente na Figura 3.16 e é definida pela Equação 3.33.

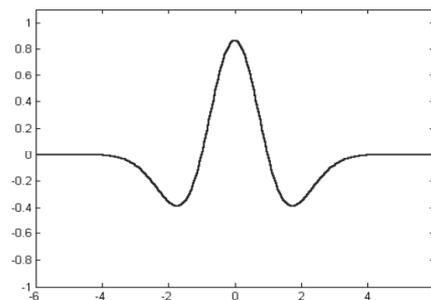


Figura 3.16: Visualização da Ondaleta de Chapéu Mexicano (PROTÁZIO, 2002).

$$\Psi(t) = \frac{2}{\sqrt{3}}\pi^{-0,25}(1-t^2)e^{-0,5t^2} \quad (3.33)$$

Essa ondaleta é muito usada na literatura, principalmente na detecção de bordas.

Ondaleta de Morlet: O conceito de ondaleta, na atual forma teórica, foi, pela primeira vez, proposto por Jean Morlet e o grupo de Física Teórica de Marseille, trabalhando sobre o comando de Alex Grossmann, na França. Na Figura 3.17 podemos observar a ondaleta de Morlet. A ondaleta de Morlet pertence a família de ondaletas complexas não-ortogonais e é definida pela Equação 3.34, que geralmente é aproximada pela Equação 3.35.

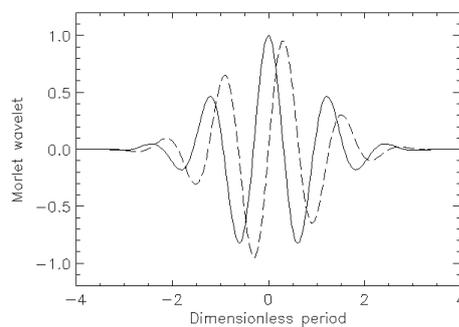


Figura 3.17: Visualização da Ondaleta de Morlet, onde a linha lisa é a parte real e a linha tracejada é a parte imaginária.

$$\Psi(t) = \pi^{-0,25} e^{-iw_0 t - e^{-1/2w_0^2}} e^{-1/2t^2} \quad (3.34)$$

$$\Psi(t) = \pi^{-0,25} e^{-iw_0 t} e^{-1/2t^2}, \text{ para } w_0 \geq 5. \quad (3.35)$$

Ondaleta de Paul: É uma ondaleta também complexa e dada pela Equação 3.36, onde  $m$  é a ordem da ondaleta. Na Figura 3.18 temos a ondaleta de Paul para  $m = 4$ , onde a linha contínua é a parte real da ondaleta e a linha tracejada é a parte complexa.

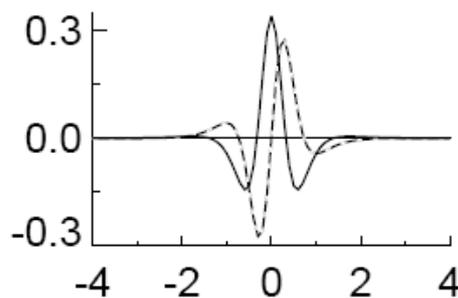


Figura 3.18: Visualização da Ondaleta de Paul (TORRENCE; COMPO, 1998).

$$\Psi(t) = \frac{2^m i^m m!}{\sqrt{\pi(2m)!}} (1 - it)^{-(m+1)} \quad (3.36)$$

Ondaleta de Daubechies: São ondaletas ortonormais de suporte compacto, o que faz a análise discreta de ondaletas mais praticável. Os nomes das ondaletas da família de Daubechies são escritas como dbN, onde N é a ordem e o DB o “sobrenome” da ondaleta. A ondaleta db1 equivale à ondaleta de Haar. Na Figura 3.19 pode-se observar o segundo e terceiro membros dessa família.

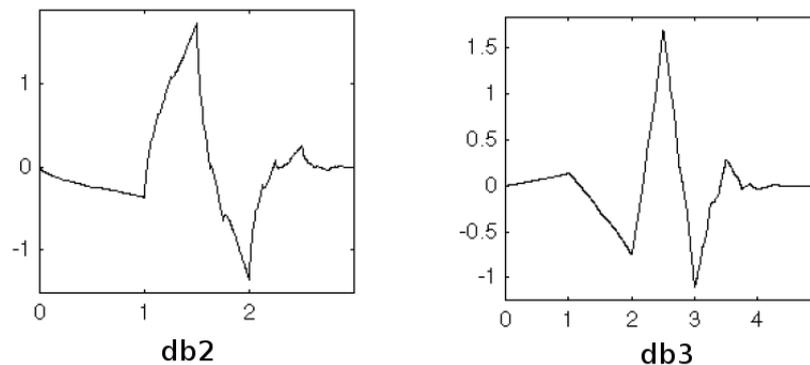


Figura 3.19: Visualização do segundo e do terceiro membro da família de ondaletas de Daubechies.

Essas ondaletas não têm expressão explícita, à exceção de db1, que, como foi dito, é a ondaleta de Haar.

### Recomendações para a Escolha da Ondaleta

Uma das principais críticas direcionadas à transformada de Ondaletas é a escolha da função ondaleta-mãe  $\Psi(t)$ . Nessa escolha, existe uma série de critérios e redomendações na literatura, que devem ser considerados. Tem-se, inicialmente, as considerações dadas abaixo (TORRENCE; COMPO, 1998).

- Ortogonais ou não ortogonais: A transformada de Ondaletas, utilizando-se famílias de ondaletas ortogonais (MEYER, 1989), fornece uma representação mais compacta do sinal estudado. Reciprocamente, a Transformada de Ondaleta obtida utilizando-se famílias de ondaletas não-ortogonais (MEYER, 1989) é altamente redundante em escalas maiores, na qual o Espectro de Ondaleta em tempos adjacentes é altamente correlacionado. A Transformada de Ondaleta não-ortogonal é útil na análise de séries temporais (válida também para séries espaciais) em que atenuações e variações contínuas na amplitude são esperadas;

- Complexa ou real: Uma função ondaleta complexa irá fornecer informação da amplitude e da fase e é mais bem adaptada para capturar comportamentos oscilatórios de séries temporais. Uma função ondaleta real fornece apenas informação sobre uma componente e pode ser utilizada apenas para localizar picos e descontinuidades;
- Suporte: A resolução de uma função ondaleta é determinada pelo balanço entre seu suporte no espaço real e o seu suporte no espaço na frequência. Uma função com um suporte mais compacto (mais estreita) vai ter uma boa resolução no domínio do tempo e uma resolução mais pobre no domínio da frequência, enquanto uma função com suporte mais amplo (mais larga) terá uma resolução mais pobre no domínio do tempo e uma boa resolução no domínio da frequência (características determinadas pelo princípio da incerteza de Heisenberg);
- Formato: A função ondaleta escolhida deve refletir o tipo de características presentes na série temporal. Para séries com picos ou descontinuidades, uma boa escolha seria a ondaleta de Haar, enquanto, para séries mais suaves e com variações mais sutis, deve-se escolher uma função como a ondaleta de Morlet. Se o interesse principal é a obtenção do Espectro de Energia de Ondaleta, então a escolha da função ondaleta não é crítica e qualquer uma delas irá fornecer o mesmo resultado qualitativo.

Temos ainda as recomendações seguintes (DOMINGUES; MENDES.; COSTA, 2005).

- Para representar uma série com variações abruptas ou degraus é indicada a Ondaleta de Haar;
- Na análise de séries com variações suaves é indicada a ondaleta de Morlet ou Chapéu Mexicano. Além disso, numa análise exploratória de dados, essas ondaletas não-ortogonais podem ajudar, porque elas permitem a redundância da informação;
- Quando a análise é focada na mudança de amplitude e de fase, as ondaletas complexas podem ser úteis, pois ajudam a analisar o comportamento oscilatório dos dados;
- Para sintetizar dados ou fazer compressões, ondaletas ortogonais são usadas, desde que elas representem o sinal de forma mais compacta;
- Quando se deseja obter uma informação quantitativa sobre um processo, ondaletas ortogonais são a melhor escolha (KUMAR; FOUFOULA-GEORGOIU, 1997);
- Quando só o espectro de ondaleta é analisado qualitativamente, a decisão sobre qual ondaleta de Daubechies deve-se escolher não parece afetar o resultado. Isso foi estabelecido

para dados de turbulência e séries de dados climáticos (KATUL et al., 1994; TORRENCE; COMPO, 1998).

Recomenda-se, ainda, e especialmente, para análise de ondaletas aplicada a sinais de turbulência, o uso da ondaleta de Morlet (FARGE, 1992).

Na maioria das aplicações atmosféricas, ondaleta de Morlet, Chapéu Mexicano, as famílias de Haar e de Daubechies foram as usadas extensivamente. Essa preferência pode ser explicada se levarmos em consideração a disponibilidade de softwares que calculam CWT e DWT, baseados nestas funções.

Analisa-se a seguir o caso contínuo da WT, que leva à transformada ondaleta contínua ou integral.

### 3.2.5 Ondaleta Contínua e sua Transformada

Seja  $\psi(t) \in L^2(\mathbb{R})$  uma ondaleta-mãe contínua. Para que possa dar origem a uma família de ondaletas contínuas, exige-se as condições listadas abaixo (KRONLAND-MARTINET, 1988).

- a ondaleta seja absolutamente integrável

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)| dt < \infty \quad (3.37)$$

- que possua energia finita

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt < \infty \quad (3.38)$$

- que satisfaça a uma condição de admissibilidade

$$C_{\Psi} = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(w)|^2 \frac{dw}{|w|} < \infty \quad (3.39)$$

- e, finalmente, que a ondaleta oscile

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (3.40)$$

Uma família de ondaletas duplamente indexadas surge por meio das dilatações e translações da ondaleta-mãe, conforme foi mostrado na Equação 3.31.

A normalização é escolhida de forma que  $|\psi_{a,b}| = |\psi|$ , para todo  $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$ , e para fins práticos (ou seja, para garantir que a WT, para cada escala  $a$ , seja diretamente comparável com cada outra escala e com a transformada de outras séries), faz-se  $|\psi| = 1$  (DAUBECHIES, 1992).

Para a análise de voz e sons musicais muitas vezes é conveniente extrair informações sobre a distribuição de energia e comportamento de fase, o que pode ser feito utilizando-se uma ondaleta complexa (KRONLAND-MARTINET, 1988). No escopo do presente trabalho, entretanto, é explorado o uso de bases ondaletas reais, ortonormais, em implementação contínua.

A Transformada Contínua de Ondaletas ou, como já expresso, CWT, com respeito à família de ondaletas da Equação 3.31 (dada na página 28), é dada pela Equação 3.41 onde  $\bar{\psi}$  é o conjugado complexo de  $\psi$  e  $f(t) : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  é o sinal a ser estudado (MEYER, 1990).

$$W_{a,b}^f = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \bar{\psi}_{a,b}(t) dt = \langle f(t), \bar{\psi}_{a,b}(t) \rangle \quad (3.41)$$

A CWT de uma sequência discreta  $x_n$  é definida, segundo Torrence e Compo (1998), pela Equação 3.42.

$$W_{a,b}^{x_n} = \sum_{n'=0}^{N-1} x_{n'} \bar{\psi} \left( \frac{(n' - b)\delta t}{a} \right) \quad (3.42)$$

A função  $f(t)$  pode ser recuperada de  $W_{a,b}^f$  através da resolução de identidade de Calderón, dada na Equação 3.39 acima referida (DAUBECHIES, 1992). A Transformada de Ondaleta Contínua Inversa ou do inglês, ICWT, (Inverse Continuous Wavelet Transform), é dada pela Equação 3.43.

$$f(t) = \frac{1}{C_{\Psi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_{a,b}^f \cdot \psi_{a,b}(t) \frac{da.db}{a^2}. \quad (3.43)$$

A recuperação de  $f(t)$  a partir de  $W_{a,b}^f$  só é possível se a constante da identidade de Calderón  $C_{\Psi}$  for finita, donde deriva a condição de admissibilidade expressa na Equação 3.39 (STRANG; NGUYEN, 1996). Na WFT, esse  $C$  é obtido a partir da norma da função janela  $g$ , isto é,  $C = |g|^2$ .

### Escalograma: representação da Transformada de Ondaleta Contínua

A CWT já foi definida pela Equação 3.41, com os parâmetros  $a \neq 0$  e  $b \in \mathbb{R}$ . A partir dessa CWT podemos obter o Escalograma, que é uma representação gráfica da CWT (MEYER,

1989).

Coefficientes de ondaletas de um sinal são todas as entradas da matriz  $W_{a,b}^f$  da CWT (calculada pela Equação 3.41). O escalograma é dado pelo quadrado do módulo dos coeficientes da matriz  $W_{a,b}^f$ , o qual mede o nível de energia ou de excitação de um dado sinal em termos do espaço e da escala, uma vez que a WT é uma transformação que preserva a energia do sinal. O escalograma também pode ser dado apenas pelo módulo dos coeficientes da CWT ou ainda pela sua parte real. O escalograma informa se o sinal analisado possui características multi-escalares e quais escalas participam do processo descrito pelo sinal.

Como uma propriedade da análise ondaleta, é possível mostrar que a amplitude do coeficiente de ondaleta é associada com a variação abrupta do sinal ou detalhes das altas frequências (MEYER, 1990; DAUBECHIES, 1992; CHUI, 1992).

O processo de obtenção do Escalograma pode ser resumido de forma simples, por basicamente cinco passos, que englobam a CWT e que estão listados abaixo.

1. Efetua-se a escolha de uma ondaleta através de testes e/ou com a ajuda da seção 3.2.4. Faz-se localizar ondaleta através de uma translação de  $b_0$ , em uma escala  $a_0$ , no início do sinal  $f(t)$  a ser estudado,
2. Efetua-se então a “comparação” da ondaleta com uma porção do sinal contida em seu início, através do produto interno dado pela Equação 3.41 (página 35), gerando um coeficiente  $W_{a_0,b_0}^f$ , para  $b_0$  e  $a_0$  dados inicialmente. Esse coeficiente representa a correlação da ondaleta com a porção do sinal que está sendo analisado (ver Figura 3.20 abaixo),

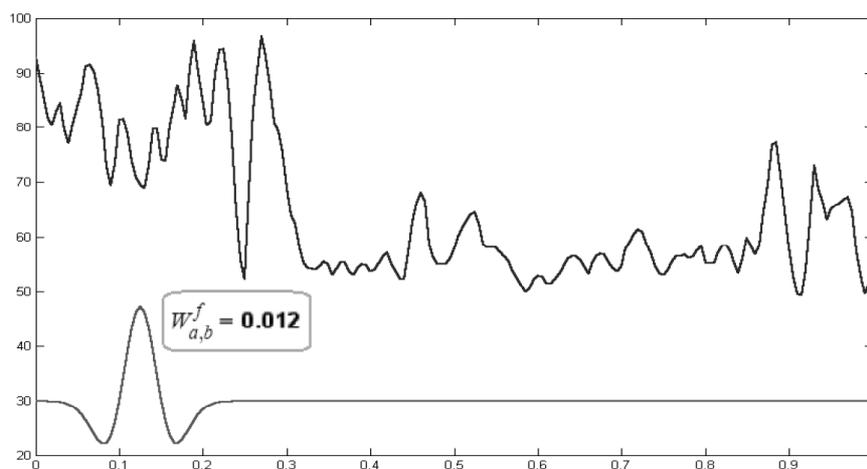


Figura 3.20: Ondaleta de Chapéu Mexicano (abaixo) comparada com o sinal (acima) (PROTÁZIO, 2002).

3. Translada-se a ondaleta para uma segunda localização  $b_1$  e inicia-se novamente os passos

(1) e (2) dados acima com  $b_1$  no lugar de  $b_0$ . Repetir esse processo até que todo o sinal seja percorrido pela ondaleta de escala  $a_0$  (Figura 3.21 a seguir),

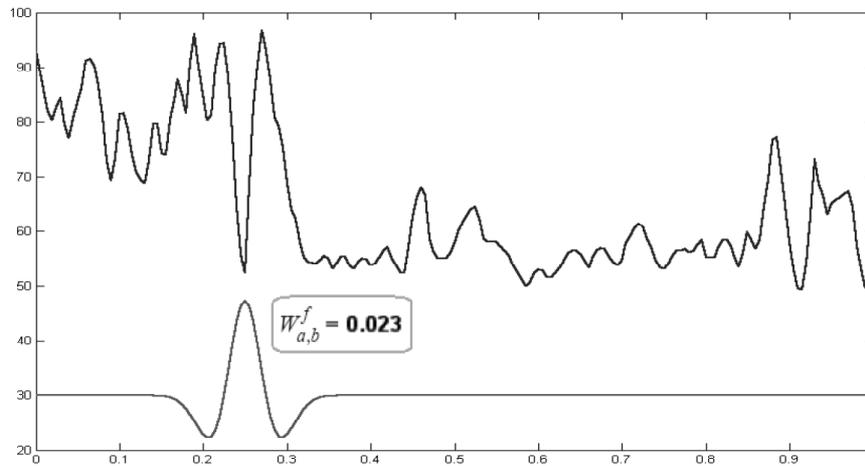


Figura 3.21: Ondaleta de Chapéu Mexicano transladada efetuando comparação com outra parte do sinal (PROTÁZIO, 2002).

4. Muda-se a escala da ondaleta de  $a_0$  para uma outra escala  $a_1$  e repetir todo o processo de (1) a (3) (conforme se observa na Figura 3.22),

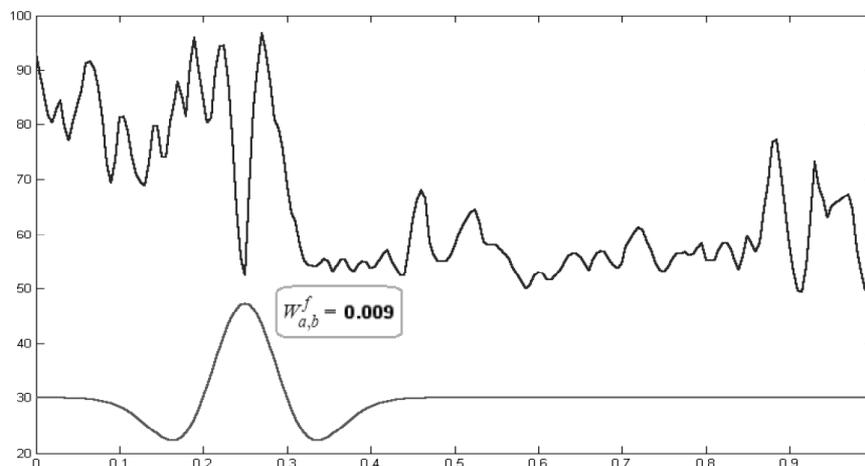


Figura 3.22: Ondaleta de Chapéu Mexicano transladada e dilatada efetuando comparação com o sinal (PROTÁZIO, 2002).

5. Repete-se os processos de (1) a (4) em todo o sinal e para todas as escalas, resultando na Figura 3.23, dada na página 38.

Todo esse processo explicitado acima é chamado, na literatura, de Processo de Convolução e pode ser observado, novamente, na Figura 3.24, na página 38. Nesse tipo de análise é possível observar, com bastante clareza, a **variabilidade temporal (ou espacial)** do sinal estudado.

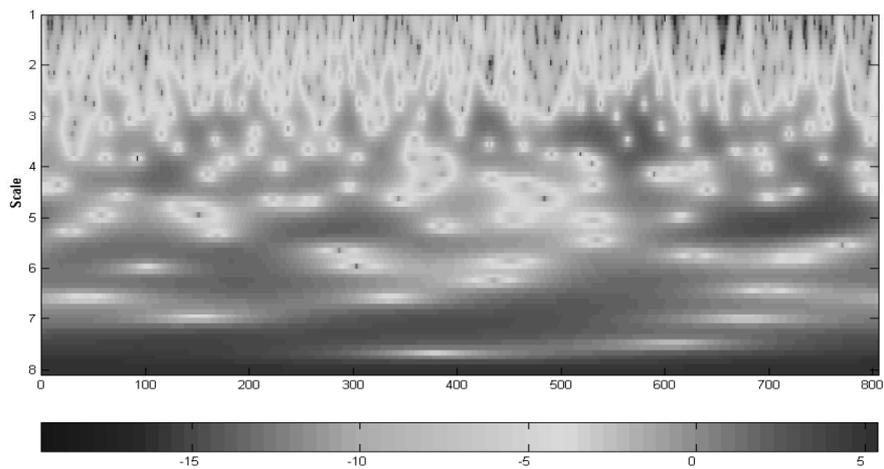


Figura 3.23: Processo finalizado com os coeficientes  $W_{a,b}^f$  produzidos em diferentes escalas  $a$  para diferentes pontos  $b$  do sinal (PROTÁZIO, 2002).

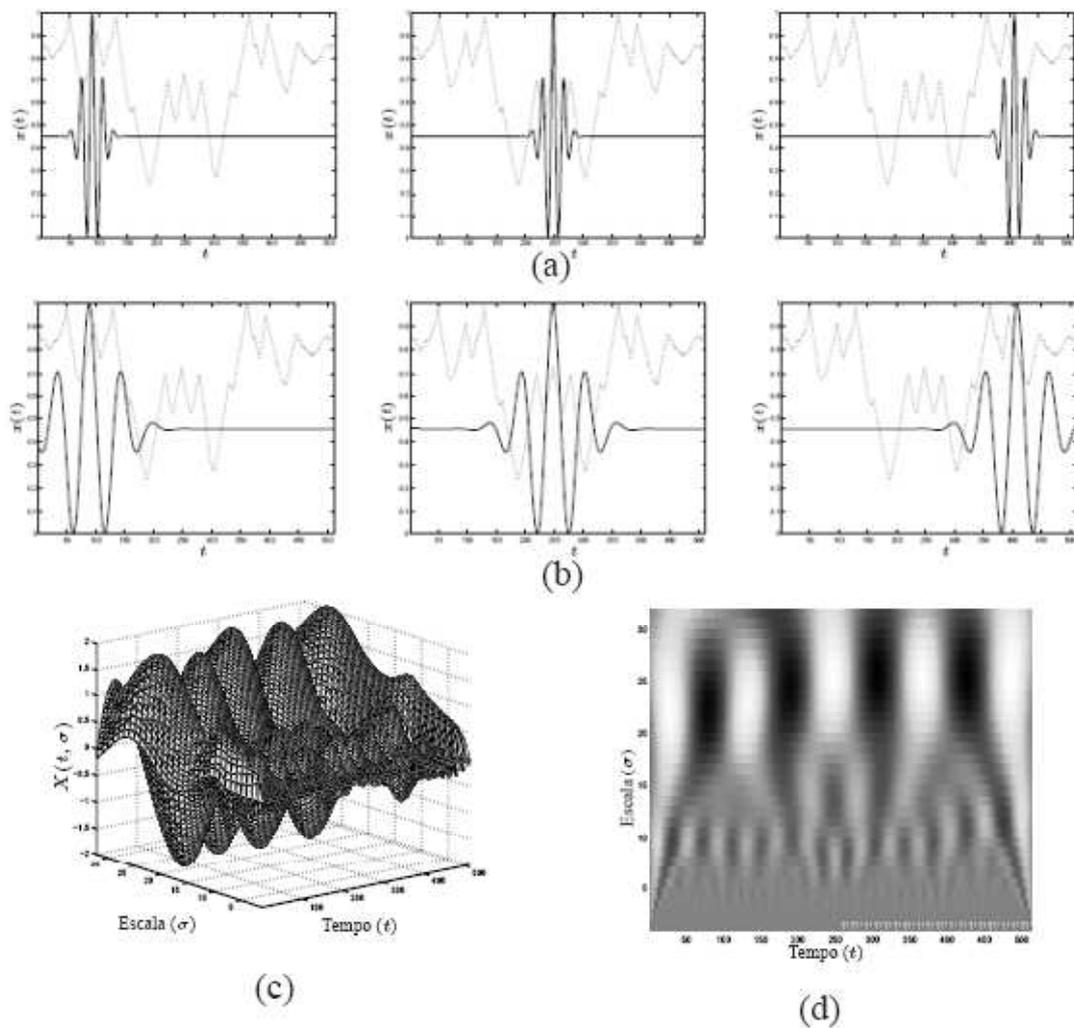


Figura 3.24: Etapas da aplicação da CWT com bases de Morlet. (a) Etapa de decomposição com janelas com mesma largura para diferentes instantes  $t$ . (b) Etapa de decomposição com as janelas dilatadas para diferentes instantes  $t$ . (c) Espaço “tempo x escala” resultante da CWT. (d) Vista superior da CWT (LOSS, 2004).

A barra horizontal de escala de cores, exibida junto ao escalograma na Figura 3.23, representa o valor numérico atribuído a cada cor no escalograma, uma vez que o escalograma nada mais é que a representação de uma matriz tridimensional no plano bidimensional, para isso, faz-se necessário o uso de algum artifício para se identificar a terceira variável, e no caso de escalogramas, esse artifício é a escala de cores, normalmente exibida em uma barra horizontal abaixo do escalograma.

Em relação à unidade de medida do escalograma, ela é dada sempre pela unidade da série ou sinal que se obteve o escalograma, elevada ao quadrado. Por exemplo, no presente trabalho são calculados os escalogramas da temperatura e das componentes de velocidade do vento, logo o escalograma da temperatura tem unidade  $^{\circ}\text{C}^2$  e os escalogramas das componentes de velocidade do vento têm unidade  $\text{m}^2/\text{s}^2$ .

### 3.2.6 Transformada de Ondaleta Discreta

Quando os parâmetros  $a$  e  $b$  da transformada de Ondaleta  $W_{a,b}^f$  assumem valores contínuos, têm-se a CWT (como mostrado na Seção 3.2.5). Para aplicações práticas, o parâmetro de escala  $a$  e o parâmetro de localização  $b$  precisam ser discretizados, gerando a transformada de ondaleta discreta (DWT, do Inglês, Discrete Wavelet Transform). A escolha feita é  $a = a_0^m$ , onde  $m$  é inteiro e  $a_0$  é o passo de dilatação fixo e maior que 1. Visto que  $\sigma_{\psi_{a,b}} = a \cdot \sigma_{\psi_{1,b}}$ , pode-se escolher  $b = n \cdot b_0 \cdot a_0^m$  onde  $b_0 > 0$  e depende de  $\psi(t)$  e  $n$  é um inteiro. Escolhe-se um aumento, ou seja,  $a_0^m$  e estuda-se o processo em uma localização particular e então move-se para outra localização. Para analisar as pequenas escalas, move-se em pequenos passos e vice-versa, ou seja, de maneira proporcional a escala  $a_0$ , como é mostrado na Equação 3.44.

$$\Psi_{m,n}(t) = a_0^{-0,5m} \psi(a_0^{-m}t - na_0) \quad (3.44)$$

No caso da CWT, diz-se que  $W_{a,b}^f$ , para  $a > 0$  e  $b \in \mathbb{R}$ , o que caracteriza completamente a função  $f(t)$ . De fato, pode-se reconstruir  $f(t)$  como vimos na Equação 3.43. Usando a ondaleta discreta  $\Psi_{m,n}$  e escolhas apropriadas de  $a_0$  e  $b_0$ , pode-se também obter uma caracterização completa de  $f(t)$ .

### 3.2.7 Espectro de Ondaletas

Focando na medida e na caracterização da energia cinética turbulenta local em cada escala em um fluxo turbulento, o espectro de ondaletas é definido pela Equação 3.45.

$$S(a) = \int_{-\infty}^{\infty} W_{a,b}^f db \quad (3.45)$$

Porém, nesta dissertação, para termos práticos, na transformada contínua de séries discretas, usa-se a Equação 3.46 (TORRENCE; COMPO, 1998), onde  $B$  é a maior translação sofrida pela ondaleta-mãe.

$$S(a) = \frac{1}{B} \sum_{b=0}^{B-1} |W_{a,b}^f|^2 \quad (3.46)$$

Também é possível obter o espectro de ondaleta partindo da DWT, mas esse ponto não será tratado aqui. O espectro de ondaleta global é uma representação gráfica da variância do sinal, e similar ao espectro de energia de Fourier. Mostra os períodos de maior energia, detectados nos sinais, mas não fornece informação de localização no tempo. Não há necessidade de plotar limites de confiança, pois considera-se como limite apenas as variâncias que não ultrapassam a parte superior do cone de influência<sup>6</sup> nos escalogramas.

Tem-se, na Figura 3.25, um exemplo de comparação do espectro de ondaletas com o espectro de Fourier.

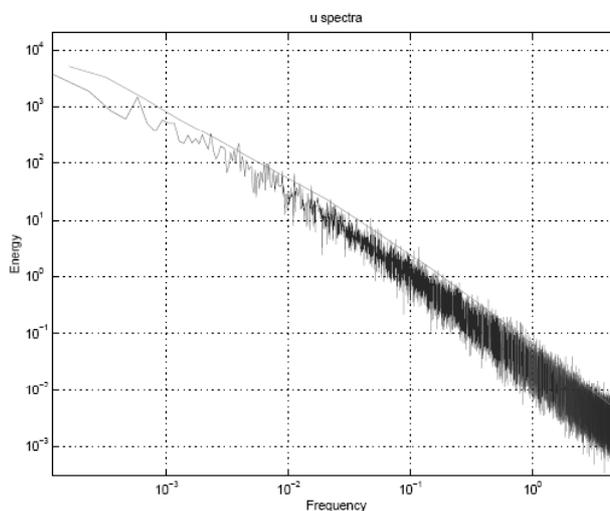


Figura 3.25: Espectro de ondaleta (linha mais suave) e Espectro de Fourier (linha com muitas vibrações) da componente zonal do vento medida em uma torre micro-meteorológica em Rebio Jaru (Região Amazônica) (DOMINGUES; MENDES.; COSTA, 2005).

<sup>6</sup>O cone de influência é uma linha traçada no escalograma, em formato similar a de um cone, e que delimita a região de confiança no escalograma. Maiores explicações sobre esse assunto podem ser encontradas na seção 5.1, na página 57.

### 3.3 Estudo da Turbulência com Análise de Ondaletas

A análise de ondaletas tem sido extensivamente formalizada devido aos esforços de matemáticos, físicos e engenheiros nas últimas três décadas. Criou-se um grande interesse nessas comunidades, em áreas tanto teóricas quanto aplicadas. Aplicado inicialmente em estudos de sinais sísmicos em geofísica nos anos 80 (MORLET; GROSSMAN; GOUPILLAUD, 1984), técnicas de ondaletas têm sido exploradas em ciências atmosféricas desde as aplicações pioneiras nos estudos de turbulência realizadas pelos franceses Marie Farge e Gabriel Rabreau (FARGE; RABREAU, 1988). Apesar do esforço exigido para o formalismo apropriado, atualmente a transformada de ondaletas se apresenta como uma ferramenta muito útil na análise de sinais atmosféricos.

No estudo da turbulência atmosférica, são muito conhecidos os estudos de Kaimal (KAIMAL et al., 1972; KAIMAL, 1973; KAIMAL et al., 1976; KAIMAL; WYNGAARD, 1990) em que foi tratada, principalmente, da análise espectral (no domínio da frequência), valendo-se da transformada de Fourier, das componentes da velocidade do vento e da temperatura em diferentes condições de estabilidade. A partir do início da década de 80, com o advento da análise de ondaletas com Morlet (MORLET; GROSSMAN; GOUPILLAUD, 1984), nasceu uma tendência de tratar da turbulência e de vários outros tipos de sinais, valendo-se da WT, que é mais apropriada para sinais não-estacionários, uma vez que usa como bases funções também não-estacionárias, possibilitando uma análise tempo-frequência.

Desde os trabalhos de Kaimal, cientistas, pesquisadores e estudantes de todo o mundo iniciaram uma nova jornada na busca de um maior entendimento sobre o comportamento da turbulência na atmosfera, utilizando a análise no domínio da frequência. Lamessa (2000) faz uma análise espectral da turbulência na Região de Iperó, SP, tratando da análise de Fourier e também, inicialmente, de alguma análise de ondaletas, recomendando assim maiores análises de ondaletas de sinais das componentes da velocidade do vento e da temperatura na camada limite superficial (CLS).

Pimassoni (2005), tratando dos efeitos da turbulência atmosférica na concentração de contaminantes ao redor de um obstáculo, recomenda uma análise espectral das características da turbulência na CLS, usa, para tanto, dados das três componentes da velocidade do vento e da temperatura de sua região de estudo, a saber os dados que são utilizados no presente trabalho. Não é tratada, nesta pesquisa, porém, a análise espectral da concentração dos contaminantes. Pimassoni (2005), baseada em recomendações da literatura, aconselha essa análise espectral, pois ela demonstra diretamente a distribuição da energia ou variância com relação à frequência ou período. Na sugestão, fala-se em análise de Fourier, que não será aqui desenvolvida, pois

optou-se por utilizar a análise de ondaletas, devido à natureza do fenômeno físico estudado, conforme foi sugerido em Lamessa (2000).

A WT pode revelar para onde a energia é transferida e em que frequências isto ocorre. Do ponto de vista físico, esse é o significado real para o uso dessa ferramenta. Embora as possíveis aplicações da técnica de ondaletas estejam longe da exaustão, os tópicos aqui mencionados são evidências da extensão de seu uso na análise de sinais de turbulência na atmosfera. Este Capítulo não pretende apresentar uma revisão completa da aplicação da análise de ondaleta em sinais de turbulência na Atmosfera, mas é uma tentativa de caracterizar os esforços dirigidos às aplicações de ondaletas nesse sentido, por uma seleção de alguns artigos relevantes.

Farge (1992) fez a primeira descrição do estado da arte sobre a aplicação da WT a fluxos turbulentos em geral da qual se tem notícia. A autora faz inicialmente uma apresentação geral sobre a transformada contínua de ondaletas e a transformada discreta de ondaletas, de maneira a fornecer informações básicas sobre o uso dessa ferramenta. O enfoque do trabalho corresponde à necessidade de uma decomposição do sinal nas respectivas escalas que o compõe, baseada na evidência (tanto experimental quanto numérica) da existência de estruturas coerentes<sup>7</sup> no fluxo turbulento. São apresentados novos diagnósticos, todos baseados nos coeficientes de ondaletas, que podem ser úteis para analisar, modelar ou calcular fluxos turbulentos.

Farge (1992) indica que, muitos dos artigos produzidos até então têm uma característica exploratória e as suas conclusões não eram ainda definitivas. Segundo a autora, aqueles trabalhos tinham o mérito de clarificar os conceitos inerentes à aproximação espectral de Fourier, de formular novas questões e de introduzir novos pontos de vista acerca do entendimento sobre a turbulência. Isso se deve, principalmente, ao fato de que naquela ocasião os computadores e softwares tinham menor capacidade de armazenagem e processamento, comparando-se com a situação atual, esse fato limitava muito os estudos em ondaletas.

Druilhet e Durand (1997) descreveram como medir a turbulência dentro da camada limite atmosférica (CLA) com o objetivo de identificar o balanço de energia da Terra (incluindo o ciclo hidrológico) e ciclos biogeoquímicos (DRUILHET; DURAND, 1997). Partindo dos parâmetros característicos principais e das equações básicas do fluxo turbulento atmosférico, os autores mostram quais parâmetros da turbulência são importantes de se medir. Eles dão atenção especial aos vários métodos usados para calcular os fluxos turbulentos e analisaram as faixas das escalas a serem medidas a fim de capturar corretamente os vórtices que contribuem para as transferências turbulentas. Estas faixas das escalas determinam que sensores podem ser usados na CLS e na CLA. Foram descritos os instrumentos mais amplamente usados na CLA e seus de-

---

<sup>7</sup>Essas estruturas são melhor explicadas na Seção 3.1.6

sempenhos. Mais especificamente, dos que podem ser usados na CLS, são citados, por exemplo, o anemômetro dinâmico, que fornece o valor de  $\bar{u}$  (velocidade média do vento) e que tem uma performance reduzida em baixos valores da velocidade do vento; o *Hot-wire* e *Hot-film*, que medem o valor da velocidade normal ao sensor e podem sofrer contaminação pela temperatura; o anemômetro sônico que fornece os valores das componentes da velocidade do vento, mas esses valores necessitam de correção, devido à distorção do fluxo, e, além disso, fornecem também a velocidade do som. Os aviões são descritos mais detalhadamente, porque permitem uma exploração completa do CLA. Os autores dão alguns exemplos dos sinais da turbulência da CLA medidos em várias circunstâncias. Esses exemplos ilustram a turbulência homogênea horizontalmente, assim como os sinais não-homogêneos, em que, para os quais, as técnicas padrões, como a análise de Fourier, não podem ser usadas, devido à não-estacionariedade dos sinais da atmosfera gerada pela não-homogeneidade dos mesmos. São demonstradas como algumas técnicas recentes, como a WT, podem ajudar a investigar esse tipo de sinal. E, para finalizar, é apresentado o que há de novo e interessante para se efetuar no estudo da turbulência da CLA: não mais considerar randômicos os fenômenos da CLA, possibilitando estudos com estatísticas não-padrão (ao contrário da análise de Fourier), ou seja, com ferramentas matemáticas como a WT.

Seis anos depois do trabalho de Farge (1992), Torrence e Compo publicam um guia prático para a análise de ondaletas (TORRENCE; COMPO, 1998), com exemplos criados a partir da série temporal Niño3 SST, que é definida como a série da temperatura média anual sobre o Oceano Pacífico Central, que é medida desde 1871, além da série da pressão atmosférica medida no mesmo período e aproximadamente no mesmo local. Os autores observaram que a variância desses dados muda em escalas de tempo interdecadais (ou seja, dentro da mesma década) com periodicidade de 2 e 8 anos, que a faixa do ano de 1920 a 1960 foi de baixa variância e que as mudanças na variância da temperatura aparentam estar muito bem relacionadas com as mudanças na variância da pressão. Eles sugerem que essas mudanças ocorrem em escala planetária, uma vez que as mudanças encontradas das variâncias interdecadais do fenômeno El-Niño estão relacionadas com mudanças das variações das monções indianas (TORRENCE; WEBSTER, 1998). O guia também inclui uma comparação com a transformada de Fourier Janelada, a escolha de uma base de funções ondaletas apropriadas, a identificação dos efeitos de borda devido ao fato das séries possuírem um comprimento finito e a relação da escala de ondaleta com a frequência de Fourier.

Já o trabalho de Domingues *et al* (2005) tratou de técnicas de ondaletas aplicadas em ciências atmosféricas em geral. Nessas aplicações em sinais atmosféricos, dois sentidos principais são seguidos: o estudo da singularidade e a análise de variância. Nesse contexto, os autores

discutem o uso do potencial da referida ferramenta baseando-se em alguns trabalhos publicados recentemente no campo de ciências atmosféricas. Portanto, inicialmente eles apresentam as características e as propriedades principais da análise de ondaletas, focando naquelas que são usadas na maior parte na análise de sinais atmosféricos, por exemplo, a análise de sinais no domínio tempo-frequência. A CWT e DWT são discutidas igualmente, assim como os escalogramas e a análise de variância (espectros). Finalmente, no trabalho são apresentados alguns exemplos da análise de ondaletas aplicada a uma larga escala de fenômenos da ciência atmosférica, como nos estudos da turbulência, do fenômeno El Niño, irradiação solar, descargas elétricas na atmosfera, estudos de raios cósmicos, dentre outros.

### 3.3.1 Caracterização da Dinâmica da Turbulência

Farge *et al* (1991) mostraram que as bases formadas por ondaletas são muito mais eficientes do que a base de Fourier para representar fluxos turbulentos bidimensionais. Definiram a “melhor base”, aquela que conserva a energia dentro de um número mínimo de coeficientes de ondaletas, considerados significantes e encontraram que os coeficientes mais importantes da melhor base correspondem a estruturas coerentes, enquanto os coeficientes mais fracos puderam ser descartados (FARGE; GOIRAND; WICKERHAUSER, 1991). Isso confirma o fato, previsto por outros autores e também por Farge (1990), que as entidades dinamicamente ativas de um fluxo turbulento bidimensional são as estruturas coerentes (FARGE, 1990).

Otaguro *et al* (1989) é citado por Farge (1992), em que ele observa que na análise da turbulência usando ondaletas, primeiramente tem-se que o bom senso deve prevalecer como referência, tanto quanto possível, de modo que se possa procurar algum objeto ou alguma resposta num campo caótico. Por outro lado, quase paradoxalmente, Otaguro diz que existem chances de se capturar padrões fantasmas sem qualquer significado físico. Ele fala que essa dificuldade foi relatada por vários autores e o problema está relacionado com o conhecimento “a priori” do campo turbulento em questão.

### 3.3.2 Análise de Ondaletas na CLA e na CLS

Uma caracterização das escalas da turbulência na CLS foi feita através da CWT, por Jordan *et al* (JORDAN; HAJJ; TIELEMAN, 1997), com dados das componentes  $u$  e  $v$  da velocidade do vento, obtidos a 3,96 metros de altura. Os autores usaram a ondaleta de Morlet para estudar variações no tempo da energia das diferentes escalas e, aplicaram a análise de ondaleta, em que muitas das limitações da análise de Fourier, como a incapacidade da análise da distribuição da frequência no domínio do tempo, são superadas. Já os escalogramas foram usados para medir

os níveis da intermitência e o índice de energia associado. Eles definiram um fator de intermitência, calculado e usado para determinar o caráter intermitente de escalas de turbulência. Esses parâmetros de intermitência são importantes para simulações de túnel de vento da CLS. Os parâmetros de intermitência usados, por exemplo, foram, para uma dada variável aleatória  $X$ , a *skewness* dada pela Equação 3.47 e a *kurtosis* dada pela Equação 3.48 (FRISCH, 1995).

$$skew(X) = \frac{E[(X - \mu)^3]}{\sigma^3} \quad (3.47)$$

$$kurt(X) = \frac{E[(X - \mu)^4]}{\sigma^4} \quad (3.48)$$

No ano seguinte, Katul e Chu (1998) fizeram uma investigação teórica e experimental da energia contida nas escalas na subcamada dinâmica<sup>8</sup>. A existência de leis de potência universais em baixos número de ondas ( $K$ ) no espectro de energia ( $E_u$ ) da velocidade longitudinal turbulenta ( $u$ ) é examinada teoricamente e experimentalmente para a CLA, em condições neutras. As medidas da velocidade foram coletadas na CLS em três locais externos/abertos (2 a 5 metros de altura e um terceiro cuja altura variava de 2 a 3,5 metros); também foram realizadas medidas em laboratório. As medidas atmosféricas na CLS foram realizadas sobre o milho alto, a grama curta e em uma região tipo deserto com solo plano e arenoso. Já as medidas em laboratório foram executadas sobre uma chapa lisa de aço inoxidável. São apresentadas comparações entre a solução analítica proposta para o  $E_u$ , a análise dimensional dada por Kader e Yaglom, em 1984, e os espectros de  $E_u$  calculados usando a ondaleta de Haar. Mostrou-se que quando ocorrem fortes interações entre o fluxo médio e o campo turbulento de vorticidade<sup>9</sup>, medidas dos espectros de ondaleta, previsões pela solução analítica e previsões pela análise dimensional de Kader-Yaglom, estão todas com uma boa concordância e confirmam a existência de um lei de potência -1 no subintervalo inercial de  $E_u$  ( $E_u = C_{uu} u_*^2 K^{-1}$ , onde  $C_{uu}$  é uma constante e  $u_*$  é a velocidade de fricção), para um número de onda  $k$  variando entre  $10^{-1}$  e  $10^0$ .

Chen e Hu (2003) fizeram um estudo para detecção de estruturas coerentes de turbulência na CLA usando WT na região de Huaihe River Basin, na China. Nesse trabalho, as séries temporais de turbulência atmosférica são decompostas em vórtices de larga escala, que incluem estruturas coerentes e pequenos vórtices. Os coeficientes (energia) de ondaleta, calculados para as três componentes das flutuações das velocidades do vento nos vórtices de grande escala, aparentam

<sup>8</sup>A subcamada dinâmica (ou DSL, do Inglês, *Dynamic Sublayer*) é uma subcamada da CLS que sofre interferências mínimas da rugosidade, e cuja altura é dada em função deste parâmetro (maiores detalhes sobre a CLS na Seção 3.1).

<sup>9</sup>No estudos atmosféricos, vorticidade é uma propriedade que caracteriza a rotacionalidade em grande escala das massas de ar.

possuir valores de máximos locais em certos tempos e escalas, as quais correspondem às escalas ou às frequências das estruturas coerentes. Os sinais das estruturas coerentes dos vórtices de larga escala são extraídos sobre essas escalas pela fórmula da transformada inversa de ondaletas, e esse método fornece uma técnica objetiva para examinar os sinais de turbulência, associados a estruturas coerentes na CLA.

### 3.3.3 Análise de Ondaletas na CLA Instável e Estável

Rees *et al* (1998) analisaram as flutuações da velocidade do vento ocorridas em uma CLA estável, sobre uma superfície de gelo na Antártica, usando a WT ortogonal. Os autores apresentaram uma análise de ondaleta como forma de caracterizar o ruído e as estruturas coerentes em dados turbulentos da CLA.

Terradellas *et al* (2001) publicaram um trabalho que trata da aplicação da análise de ondaletas na CLA estável sob condições não-estacionárias. Nesse trabalho são introduzidos alguns métodos de análise de ondaletas para estudar a CLA sob condições estáveis, onde ocorrem os eventos intermitentes e a turbulência não-estacionária. Tal comportamento faz com que os métodos clássicos, baseados na transformada de Fourier, sejam difíceis de usar ou até mesmo não tenham aplicação. Os autores usam a WT para detectar e caracterizar algumas estruturas na CLA estável. Primeiramente, um evento tipo onda com um período de 16 minutos é detectado e analisado em um registro de velocidade do vento. A soma de algumas ondaletas de Morlet é proposta como um modelo para as oscilações. Em seguida, a WT é introduzida ao estudo da turbulência não-estacionária de pequena escala. Isso fornece a evolução da energia no tempo e uma boa localização no tempo da posição da turbulência. Por fim, algumas ferramentas de ondaletas são usadas para caracterizar uma estrutura em movimento, contanto que seja simultaneamente detectada em posições diferentes.

Já em 2003, Kinoshita publicou um trabalho sobre a distribuição não-uniforme da turbulência na CLA instável (KINOSHITA, 2003). Dados da velocidade do vento e da temperatura na CLA instável estratificada, obtidas a partir das observações de uma torre de aço em experiências de campo e de experimentos de túnel de vento, foram usados para estudar a relação entre plumas e vórtices de pequena escala no subintervalo inercial. Os experimentos de visualização no túnel de vento foram conduzidos igualmente para observar a estrutura das plumas, e os dados da série temporal foram analisados usando a WT. Os resultados mostram que as variações da velocidade e da temperatura devido aos vórtices de pequena escala são grandes dentro das plumas e pequenas fora delas e que o momento e o calor, devido aos vórtices de pequena escala, seguem a mesma tendência. As razões das variações causadas pelos vórtices de

pequena escala dentro das plumas, de acordo com o total das variações causadas pelos vórtices de pequena escala dentro e fora das plumas, aumentam com altura não-dimensional  $-z/L$ , onde  $L$  é o comprimento de Obukhov (Equação 3.21, na página 16). Nos experimentos de campo, as relações das variabilidades causadas pelos vórtices de pequena escala mostram igualmente a mesma tendência. Estas razões podem ser escritas como funções de  $-z/L$  para os resultados baseados em experimentos de campo e nas experiências do túnel de vento. Esta relação dificilmente muda, mesmo quando a função de ondaleta é trocada. As visualizações da turbulência nas experiências de túnel de vento mostram que as plumas têm uma estrutura complicada em que prevalece o formato de cogumelos empilhados um sobre o outro, os menores sobre os maiores. Essa estrutura característica parece significar que a energia dos vórtices de pequena escala nas plumas é elevada.

### 3.3.4 Histórico da Teoria de Ondaletas

O termo “ondaleta” emergiu da literatura francesa na área de geofísica (STRANG; NGUYEN, 1996), mais especificamente em trabalhos de geo-exploração desenvolvidos por Grossman e Morlet, que primeiro cunharam a palavra “ondelette” referindo-se às “ondas pequenas” ou blocos construtivos básicos que estavam utilizando (JAWERTH; SWELDENS, 1994). A terminologia inglesa “wavelet” deriva portanto do vocábulo francês, que tem a tradução em português dada pelo vocábulo “ondaleta”.

A aplicação das Ondaletas em processamento de sinais é relativamente nova, datando da década de 80. Entretanto, uma investigação da história da matemática irá revelar origens diferentes para a análise de ondaleta (MEYER, 1993). A idéia de focalizar um sinal sob várias escalas diferentes e analisá-lo com várias resoluções surgiu independentemente em várias áreas de matemática, física e engenharia.

Em 1910, enquanto trabalhava na construção de bases para representar funções integráveis quadraticamente, Haar construiu a primeira família de ondaleta ortonormal de suporte compacto (HAAR, 1910).

Calderón (1960) abordou em seus trabalhos a decomposição atômica, introduzindo a identidade de Calderón (MEYER, 1993). Seu trabalho foi redescoberto 20 anos mais tarde por Grossman e Morlet. Em 1982, o geofísico francês Jean Morlet empregou ondaletas em seus trabalhos na área de geo-exploração. Em seguida, Alex Grossman, Morlet e Yves Meyer estudaram a WT e perceberam que as técnicas da teoria de Calderón poderiam levar a uma concepção unificada de muitos resultados da análise harmônica, e mais: que poderiam substituir as séries de Fourier em aplicações numéricas (JAWERTH; SWELDENS, 1994). Daí construíram as bases

matemáticas da teoria Wavelet.

Strömberg, em 1982, construiu as primeiras ondaletas ortogonais (JAWERTH; SWEL-DENS, 1994). Suas ondaletas exibem decaimento exponencial e estão em  $C^k$  ( $k$  arbitrário finito), onde funções em  $C^k$  ou de classe  $k$  são funções contínuas com  $k$  derivadas contínuas. Infelizmente, sua construção foi pouco notada naquele momento (DAUBECHIES, 1992).

Sob esta perspectiva histórica, foi possível relacionar as várias teorias e uma primeira abordagem unificadora surgiu com os trabalhos de Grossman e Morlet (1984), levando à primeira síntese sobre ondaletas. Em 1987, Tchamitchian construiu o primeiro exemplo do que se pode chamar de bases ondaletas biortogonais.

A atenção da comunidade de processamento de sinais foi atraída para um novo foco quando, em 1986, Mallat e Meyer desenvolveram a teoria da análise em multiresolução, que proporcionou uma explicação satisfatória para todas essas construções, e disponibilizou uma ferramenta para a construção de outras bases (DAUBECHIES, 1992). Seu trabalho pode ser visto como uma segunda síntese, mais completa, englobando as técnicas numéricas de processamento de sinais e imagens (MEYER, 1993).

Nas últimas três décadas, várias bases ondaletas ortonormais para  $L^2(\mathbb{R})$  (espaço gerado por todas as funções reais de quadrado integrável) foram construídas: estas novas bases possuem excelente localização tanto no tempo quanto na frequência.

Daubechies, em 1987, inspirada nos trabalhos de Mallat, estendeu o trabalho de Haar, sintetizando essa família de ondaletas ortonormais, possibilitando uma análise mais eficiente do que a obtida com outros sistemas (como o de Haar). Desde então, o número de contribuições teóricas e práticas no campo das ondaletas cresceu, assim como a difusão de seu uso em inúmeras áreas.

A partir de 1994 verifica-se uma tendência de vários segmentos da comunidade científica em explorar o potencial das ondaletas principalmente em aplicações de codificação, representação e compressão de sinais. Observa-se a partir de então um interesse em torno de aplicações gráficas, especialmente no que concerne à compressão de imagens e processamento gráfico em multiresolução (SIGGRAPH 94, 1994; SIGGRAPH 95, 1995).

Paralelamente aos trabalhos em aplicações específicas, diversas contribuições endereçando novos algoritmos e estratégias de implementação alternativas foram introduzidas para a CWT e para a DWT.

Várias técnicas existem para estender sinais finitos de forma a prepará-los para o processamento e atenuar os indesejados efeitos de bordas, sendo as mais empregadas a extensão por

acolchoamento com zeros (*zero padding*), por extensões periódicas (replicação periódica, *wraparound* ou convolução circular), por extensões simétricas (*mirror-image replication*) e extrapolação linear (MCGILL; TASWELL, 1992; TASWELL; MCGILL, 1992; STRANG; NGUYEN, 1996). Neste trabalho as amostras foram estendidas por *zero-padding* para atingir o comprimento adequado, que é o de potência de 2, exigido pelo algoritmo da WT (TORRENCE; COMPO, 1998).

A pesquisa pela formação de novas bases ondaletas, e pela formalização de técnicas para construção dessas bases, adquire também importância na medida em que várias aplicações apresentam melhores desempenhos. Bases ondaletas são desenvolvidas a ponto de satisfazerem diversos critérios desejáveis, como rapidez de processamento, boa localização espacial/temporal, regularidade e suavidade, boa localização em frequência, e melhor descrição de tipos específicos de sinais e suas particularidades.

A atividade em torno das ondaletas torna-se uma febre. Numerosos congressos, seminários, workshops, publicações especiais e conferências internacionais endereçando aspectos teóricos e aplicativos das ondaletas são realizados e propostos em vários países. Diversos sites na Internet são dedicados à teoria ondaleta, à disseminação de informação, a artigos, a trabalhos científicos, às pesquisas em aplicações específicas, à divulgação de eventos, bem como grupos de pesquisa e suporte a “usuários” das ondaletas. O site [www.wavelet.org](http://www.wavelet.org) - o Wavelet Digest - é um dos pioneiros, criado em 1992, já contava 9.418 assinantes em 16 de maio de 1997, mais de 20.000 no final de 2001, na sua maioria pesquisadores e usuários de ondaletas.

O leitor interessado numa visão histórica, mais completa até 1993, encontrará no livro de Meyer (1993) uma excelente retrospectiva histórico-matemática sobre o assunto. A Internet, por sua vez, constitui hoje o melhor e mais rápido veículo para se obter informações sobre quaisquer áreas de desenvolvimento endereçado às ondaletas e às suas aplicações.

## 4 *Metodologia*

### 4.1 **Descrição dos Dados Experimentais**

Para fazer a análise dos dados meteorológicos usam-se, neste trabalho, dados experimentais de campo obtidos por Santos (SANTOS, 2000), em que foi avaliada a dispersão de poluentes ao redor de uma edificação de geometria complexa, sob diversas condições meteorológicas. Este capítulo descreve alguns detalhes deste experimento, além de algumas considerações teóricas e tratamentos que ocorreram com as séries dos dados.

#### 4.1.1 **Configuração e Localização do Experimento**

Os dados meteorológicos (velocidade do vento e temperatura) utilizados no presente trabalho foram obtidos em experimentos realizados no campo de prova Dugway, Salt Lake City, Utah, EUA (conforme mapa apresentado na Figura 4.1). Os experimentos foram realizados em agosto de 1998, durante diferentes horas do dia e da noite, com o objetivo de coletar dados sob diferentes condições de estabilidade atmosférica. Esta região normalmente apresenta condições atmosféricas instáveis durante o dia e condições estáveis durante a noite, o que se assemelha com as condições atmosféricas do Brasil (SANTOS, 2000), como as condições de regiões planas, quentes e secas de algumas regiões do Nordeste brasileiro, por exemplo.

Esse experimento envolvia também a captação de dados com alta frequência (50 *hz*) da medição de concentração, usando detectores foto-ionizantes, de um gás traçador (propileno) que era lançado, através de um tubo de 1 *cm* de diâmetro e com uma taxa de vazão de 50 *l/min*, por duas fontes fixas localizadas a uma altura de 1,70 *m* do nível do solo e a aproximadamente 15 *m* à oeste e a sul de um obstáculo isolado de geometria complexa que fazia parte do experimento. Porém, os dados de concentração de propileno não foram utilizados no presente estudo.

O terreno onde os experimentos foram realizados está localizado a 1299 *m* acima do nível do mar, sendo uma superfície plana de vários quilômetros a oeste e a sul do obstáculo citado e com montanhas a uma distância de aproximadamente 1 a 2 *km* entre o leste e o norte. Para obter um

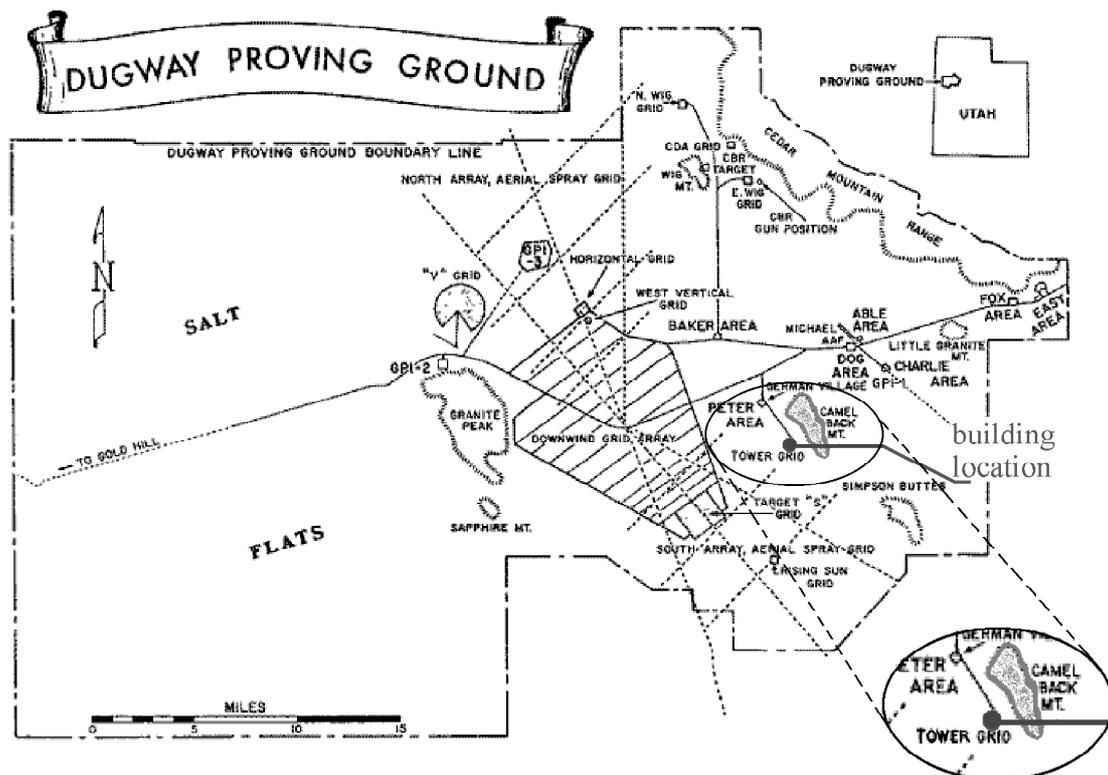


Figura 4.1: Mapa do campo de prova Dugway, Salt Lake City, Utah, EUA (SANTOS, 2000).

perfil de vento similar a um escoamento de camada limite, buscou-se realizar os experimentos somente quando os ventos vinham das faces oeste a sul, ou seja, quando os ventos não vinham do sentido das montanhas. A vegetação local é formada por uma grama baixa de no máximo 15 *cm* de altura e a rugosidade do terreno é de aproximadamente 10 *mm*, calculada com o perfil da velocidade em condições de estabilidade neutra (SANTOS, 2000), esse resultado concorda com o valor apresentado por Stull (STULL, 1988) para região desértica.

#### 4.1.2 Dados Meteorológicos

Os dados meteorológicos foram obtidos com a utilização de três anemômetros ultra-sônicos localizados numa torre vertical a 1,5 *m*, 3 *m* e 6 *m* do solo, a uma distância de 30 *m* a oeste do obstáculo isolado já citado. Esses instrumentos fornecem três componentes ortogonais do vetor velocidade do vento e também a velocidade do som no ar, em uma frequência de 20 *hz*. A Figura 4.2 mostra um anemômetro ultra-sônico que opera três pares de transdutores, os quais, alternadamente, enviavam e recebiam pulsos de ultrassom com alta frequência.

Através da velocidade do som, pode-se calcular a temperatura por meio de uma relação proposta por Weast (WEAST, 1971) e citada por Santos (SANTOS, 2000), dada na Equação

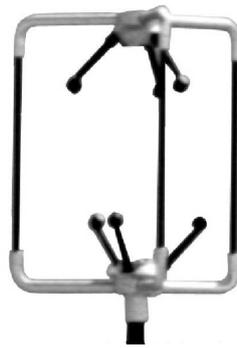


Figura 4.2: Anemômetro ultra-sônico (SANTOS, 2000).

4.1, onde  $T$  é a temperatura absoluta em  $^{\circ}C$  e  $v_{som}$  é a velocidade do som em metros por segundo.

$$T = 273,15 \left( \left( \frac{v_{som}}{331,5} \right)^2 - 1 \right) \quad (4.1)$$

O sistema de coordenadas é definido tal que, a componente da velocidade  $u$  se encontra sempre na direção principal do escoamento. Costuma-se descrever o escoamento próximo à superfície definindo a direção do eixo  $x$  alinhada à direção do vento médio; a direção  $y$  à esquerda, formando um ângulo reto com  $x$ ; e  $z$  apontando na vertical para cima (PANOFSKY; DUTTON, 1984). Com isso, as correspondentes componentes de velocidade,  $u$ ,  $v$  e  $w$ , podem ser reescritas como  $u = \bar{u} + u'$  (de acordo com a Equação 3.1),  $v = v'$  e  $w = w'$ , onde  $u'$ ,  $v'$  e  $w'$  são as flutuações turbulentas em torno do valor médio da velocidade (representado por  $\bar{u}$ ), e onde  $\bar{v} = \bar{w} = 0$ , uma vez que  $u$  é colocado sempre na direção do vento médio.

Outra consideração que merece destaque é a média das variáveis (aqui, sempre descrita como uma barra sobre a variável concernente). Mais propriamente, esta deveria ser uma média de conjunto, no entanto costuma-se assumir a equivalência entre as médias temporais e espaciais (ergodicidade). Uma detalhada discussão sobre o tema pode ser obtida em Lumley e Panofsky (LUMLEY; PANOFSKY, 1964) e maiores detalhes sobre dados distribuídos espacialmente e temporalmente podem ser vistos na Seção 3.1.5.

Por meio da velocidade do vento e da temperatura é possível determinar vários parâmetros meteorológicos (já comentados na Seção 3.1.2) como a velocidade de fricção, o fluxo de calor sensível, o desvio padrão da direção do vento, o comprimento de Monin-Obukov, o número de Richardsom fluxo, o parâmetro de estabilidade de Monin-Obukov e a energia Cinética Turbulenta, além de outros mais.

## 4.2 Tratamento e Seleção de Séries Temporais

Foram realizados um total de 37 experimentos, cada um abrangendo as alturas 1,5 m, 3 m e 6 m, durante o período de 06 a 25 de agosto de 1998. Entretanto vários desses experimentos foram considerados como inviáveis durante a fase de análise e tratamento de dados, seja pelo descobrimento de dados faltantes ou pela direção média do vento em determinadas campanhas, fatos esses que ocasionavam a divisão do experimento em outros ainda menores com intervalos de tempo muito pequenos que não abrangiam escalas de tempo maiores da turbulência na CLS. Em relação à direção do vento, era descartado o conjunto de dados cuja direção do vento médio advinha das regiões montanhosas, citadas na Seção 4.1.1. Essas regiões montanhosas, como já foi dito aqui, encontram-se entre o leste e o norte do edifício pertencente ao experimento, onde convencionou-se, para efeito de cálculo, a direção norte como  $0^\circ$  e a direção leste como  $90^\circ$ . Assim, efetuava-se o cálculo do ângulo médio da direção do vento e era descartado o conjunto de dados que tinha ângulo médio da direção do vento entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$ .

Outro fator que ajudou a diminuir o número de séries foi o atendimento à Hipótese de Taylor (inequação 3.25 dada na Seção 3.1.5), uma vez que era descartado o conjunto de dados que não atendia tal hipótese.

A respeito dos tempos de intervalo a serem utilizados para a análise espectral de ondaletas, será analisado tempo de amostragem de 50 e 60 minutos. Algumas dessas séries de 60 minutos foram obtidas das de 50 minutos mais uma extensão de 10 minutos, quando o experimento tinha tempo contínuo para isso. Por outro lado, Lamessa em sua dissertação de mestrado (LAMESSA, 2000), onde fazia um estudo espectral da CLS utilizando análise de Fourier, verificou que 50 a 60 minutos de amostragem são suficientes para os espectros ficarem bem definidos<sup>1</sup> em condições neutras e estáveis e que, para condições instáveis, foram necessárias séries de 80 minutos. Porém, em nosso banco de dados, nós só contávamos com apenas uma única faixa de amostragem contínua de 80 minutos, o que tornaria nossa análise restrita e sem comparativo. Diante disso, decidimos reduzir o tamanho da faixa a ser analisada, na esperança de termos maioria de condições de instabilidade estáveis e neutras, o que não ocorreu. Mas, mesmo assim fizemos a análise de ondaletas nessas séries e observamos que em todas elas houve o fechamento espectral como será visto no capítulo de Resultados (Capítulo 5).

De todas as séries obtidas no experimento, foram extraídas, usando-se as condicionantes citadas acima, 14 séries contínuas da temperatura e 14 de cada componente da velocidade do

---

<sup>1</sup>Estritamente falando, para que os espectros fiquem bem definidos ou que se tenha o fechamento espectral, os períodos de amostragem das séries devem ser tais que englobem os vórtices mais energéticos e, conseqüentemente permitam obter os picos espectrais.

vento. A necessidade da continuidade das séries deve-se ao fato de ser uma condição para se efetuar a Transformada de Ondasletas. Pensou-se em realizar algum tipo de interpolação para garantirmos uma quantidade maior de séries para análise, mas devido à natureza do objeto físico estudado, decidiu-se descartar essa idéia, pois se perderiam assim muitas características das escalas da turbulência ou até estas poderiam ser, de alguma forma, mascaradas ou mal interpretadas.

A Tabela 4.1 demonstra as características principais calculadas das 14 séries selecionadas, sendo elas: dia do mês de agosto de 1998, altura, horário, duração (em minutos) da amostragem, a velocidade do vento médio  $\bar{u}$  (em m/s) e o desvio padrão  $\sigma_u$ ,  $d$  (que é o ângulo médio da direção do vento),  $\zeta$  (que é o parâmetro de estabilidade de Monin-Obukhov) e a estabilidade concluída a partir de  $\zeta$ . São apresentados, ainda, três experimentos extras: os de número 15, 16 e 17, cujo objetivo dessa inserção no conjunto de séries será melhor explicado na Seção 5.2. Observemos que quase a totalidade das séries representam um regime de instabilidade instável, excetuando-se o experimento 10, onde o horário é noturno, o que condiz com a literatura. Observemos também que todas as séries selecionadas possuem direção média do sentido do vento entre  $167^\circ$  e  $204^\circ$ , ou seja, na média os ventos predominantemente advêm da direção sul e, como a torre com os três anemômetros ultra-sônicos encontra-se a 30 metros a oeste da edificação do experimento, tem-se uma minimização considerável da influência da edificação na medição das variáveis meteorológicas nessa torre.

Nº	Dia	Altura	Início	Duração (min)	$\bar{u}$ (m/s)	$\sigma_u$ (m/s)	$d$	$\zeta$	Estabilidade
01	12	6 m	13:44 hs	50	3,84	1,5	181,4°	-0,24	instável
02	19	6 m	11:28 hs	50	3,08	1,2	167,8°	-0,20	instável
03	25	6 m	18:00 hs	50	4,67	1,9	176,7°	-0,19	instável
04	12	6 m	13:44 hs	60	3,91	1,5	185,7°	-0,26	instável
05	19	6 m	11:28 hs	60	3,15	1,1	169,3°	-0,20	instável
06	25	6 m	18:00 hs	60	4,72	1,8	176,7°	-0,17	instável
07	18	3 m	21:16 hs	50	1,97	0,7	194,6°	-1,14	instável
08	12	1,5 m	14:07 hs	50	3,35	1,3	186,8°	-0,09	instável
09	12	1,5 m	16:03 hs	50	3,60	1,6	176,8°	-0,06	instável
10	18	1,5 m	21:28 hs	50	1,05	0,3	188,6°	0,23	estável
11	19	1,5 m	11:36 hs	50	2,60	0,9	168,9°	-0,11	instável
12	12	1,5 m	14:07 hs	60	3,37	1,3	186,7°	-0,09	instável
13	18	1,5 m	21:28 hs	60	0,97	0,3	181,6°	-0,69	instável
14	19	1,5 m	11:36 hs	60	2,58	0,9	170,1°	-0,11	instável
15	12	6 m	14:07 hs	50	4,36	1,7	187,1°	-0,15	instável
16	19	6 m	11:36 hs	50	3,44	1,0	169,9°	-0,20	instável
17	19	6 m	11:36 hs	60	3,43	1,0	170,1°	-0,21	instável

Tabela 4.1: Parâmetros turbulentos dos experimentos.

Além dos parâmetros exibidos na Tabela 4.1, outros foram calculados e serão apresentados e discutidos no capítulo de Resultados (Capítulo 5). Para o cálculo e plotagem dos escalogramas e espectros, as séries foram antes normalizadas de acordo com a equação 4.2, a seguir (onde  $x_n$  é a série medida no experimento e  $y_n$  é a série normalizada), objetivando efetuar comparações com trabalhos da literatura.

$$y_n = \frac{x_n - \bar{x}}{\sigma_x} \quad (4.2)$$

Para a análise de Ondaletas, efetuada nesta pesquisa, usou-se a ondaleta de Chapéu Mexicano. A justificativa para tal escolha encontra-se já no início do capítulo de resultados, na Seção 5.1.

## 5 *Resultados*

No Capítulo 3, no qual figura a revisão bibliográfica, mais precisamente na Seção 3.2 foram feitas diversas considerações sobre a transformada de ondaletas. Tanto os espectros de ondaleta quanto os escalogramas descrevem como a variância de uma dada variável está distribuída sobre diferentes escalas, frequências ou vórtices. Os escalogramas, por sua vez, são capazes de mostrar como essa variância se comporta ao longo do tempo, fato que não pode ser observado nos espectros (tanto de Ondaletas quanto de Fourier). Contudo, para muitas aplicações em que a variável tempo é desnecessária ou desinteressante, os espectros são bastante utilizados.

Conforme exposto nesse capítulo de revisão, desde a década de 80 as ondaletas vêm sendo cada vez mais usadas na análise de sinais, principalmente nos não-estacionários, como é o caso da turbulência atmosférica. Farge *et al* (1991) mostraram que as bases formadas por ondaletas são mais eficientes do que a base de Fourier para representar fluxos turbulentos bidimensionais. Isso se deve ao fato de a base de Fourier ser formada por senos e cossenos que têm natureza estacionária, assim, a base de Fourier não é boa candidata ao estudo de sinais não-estacionários.

Neste capítulo, faz-se uso do espectro e do escalograma de ondaletas para explorar características e propriedades da turbulência na camada limite superficial (CLS). Porém, não se pretende, de forma alguma, esgotar todas as interpretações e explicações possíveis que espectros e escalogramas de ondaletas podem fornecer a respeito da turbulência, pois os dois assuntos - ondaletas e turbulência - são muito recentes no histórico científico e não compreendidos ou formalizados em sua plenitude. Ainda no presente capítulo, são estimadas, a partir dos picos espectrais, as alturas da camada de mistura para cada experimento e as escalas eulerianas integrais de tempo e comprimento. Será disponibilizado também, em anexo, ao final dessa dissertação, um CD contendo todos os gráficos (plots das séries, escalogramas e espectros) resultantes, juntamente com suas respectivas séries numéricas e o código utilizado, que foi adaptado do código disponibilizado por Torrence e Combo<sup>1</sup>, além da presente dissertação em formato digital<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup>Esse código de análise de sinais por meio da transformada de ondaletas é disponibilizado, em diferentes linguagens de programação, por C. Torrence and G. Compo em <http://paos.colorado.edu/research/wavelets/>.

<sup>2</sup>Esses arquivos também podem ser obtidos diretamente com a autora pelo e-mail [ddepizzol@seama.es.gov.br](mailto:ddepizzol@seama.es.gov.br) ou [danieladepizzol@gmail.com](mailto:danieladepizzol@gmail.com).

## 5.1 A escolha da Ondaleta

Mesmo em vista da recomendação de Farge (1992), sobre a utilização da ondaleta de Morlet para análise de sinais de turbulência, conforme descrito na Seção 3.2.4, optou-se, neste trabalho, pela utilização da ondaleta de Chapéu Mexicano, também descrita em detalhes na Seção 3.2.4, a qual permitiu uma melhor visualização das estruturas das séries analisadas no domínio da frequência.

Foram feitos ensaios com a ondaleta de Morlet, Chapéu Mexicano e Paul, que são as ondaletas disponibilizadas no código de Corrente e Compo (TORRENCE; COMPO, 1998), o código usado como base para a realização dos gráficos que serão apresentados neste capítulo.

Foram selecionados três gráficos de ensaio que representassem e ilustrassem o comportamento que ocorreu com os escalogramas e espectros de todos os ensaios efetuados, conforme mostra a Figura 5.1, na página 58; e esses três gráficos têm a WT com a ondaleta de Chapéu Mexicano, Paul e Morlet, respectivamente - da mesma série, que é a componente  $u$  da velocidade do vento no dia 12/08/1998 a 6 metros de altura, com tempo de amostragem de 60 minutos, ou seja, é uma série obtida do experimento nº 4 da Tabela 4.1, dada na página 54. Nessas figuras pode-se observar que os espectros apresentaram comportamento bem parecido entre si, já os escalogramas não. Os escalogramas dados nas Figuras 5.1.2a e 5.1.3a, em que se usou as ondaleta de Paul e Morlet, respectivamente, apresentaram um comportamento indefinido e sem contornos bem estruturados que permitisse alguma análise/conclusão, ao contrário do escalograma dado na Figura 5.1.1b, na qual se usou a ondaleta Chapéu Mexicano, em que se pode observar estruturas bem definidas e delineadas, mais fáceis de serem analisadas. Por essa razão, adotou-se, então, a ondaleta de Chapéu Mexicano para efetuar a análise de todos os dados de turbulência do presente trabalho. Vale resaltar que todas as estruturas turbulentas do sinal dado na Figura 5.1.1a estão representadas de alguma forma nos três escalogramas, porém cada ondaleta tem sua capacidade perante cada sinal, e nesse caso a ondaleta de chapéu mexicano foi a que, dentre as três testadas, apresentou uma visualização mais clara das estruturas presentes no sinal.

A fim de aplicar os cálculos com as ondaletas nas séries selecionadas, representados por meio dos escalogramas e espectros que serão exibidos neste capítulo, usou-se a transformada contínua de ondaletas (Equação 3.42, na página 35). Para a obtenção dos escalogramas foi efetuado conforme descrito na Seção 3.2.5, página 34. Já os espectros foram obtidos da forma dada na Equação 3.46, página 40.

Como o cálculo da transformada de ondaleta no presente trabalho é baseado, conforme

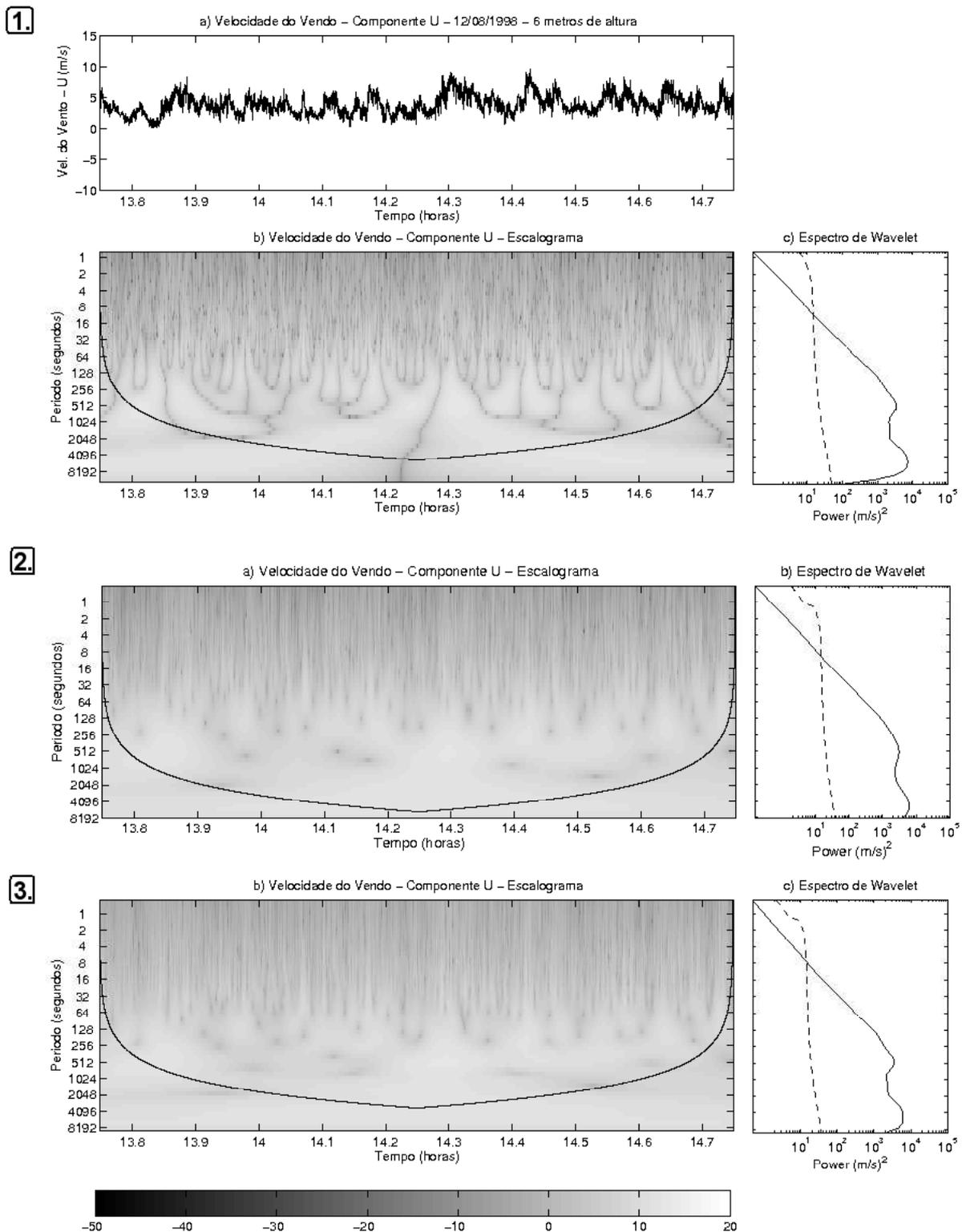


Figura 5.1: (1a) Componente  $u$  da velocidade do vento do experimento nº 4 da Tabela 4.1, onde foi usada a ondaleta chapéu mexicano para o cálculo do (1b) escalograma e do (1c) espectro. (2a) Escalograma e (2b) Espectro da mesma série dada em (1a) onde foi usada a ondaleta de Paul. (3a) Escalograma e (3b) Espectro da mesma série dada em (1a) onde foi usada a ondaleta de Morlet.

proposto por Torrence e Compo em 1998, na transformada de Fourier, que supõe que os dados constituintes das séries temporais sejam cíclicos, os coeficientes da transformada de ondaleta da parte inicial e final das referidas séries vão conter erros porque elas são finitas (TORRENCE; COMPO, 1998).

Para não haver interpretação errônea nos escalogramas, normalmente as regiões suscetíveis aos erros são delimitadas por um cone de influência. Torrence e Compo (1998) definem o cone de influência como a região do escalograma de ondaleta onde os efeitos de borda tornam-se importantes e sugerem o cálculo do cone de influência como o dado na Equação 5.1, onde  $p$  é o período de Fourier,  $\delta t$  é o intervalo de amostragem dos dados e  $g$  corresponde ao tempo dos elementos da série que varia de  $g = 0, \dots, \frac{N+1}{2} - 1$ , onde  $N$  é o comprimento da série.

$$CI = \frac{p\delta t g}{\sqrt{2}} \quad (5.1)$$

Em consequência da ocorrência de uma interpretação errônea nos escalogramas, essa interpretação também é transmitida para os espectros de ondaletas, assim a mesma medida de implementação de uma borda de confiança é executada nos espectros (TORRENCE; COMPO, 1998).

Na Equação 5.1, só se obtém metade do vetor correspondente ao cone, a outra metade é obtida colocando essa primeira parte em ordem contrária (o primeiro valor passa a ocupar a última posição do vetor e assim sucessivamente). É válido salientar que para cada ondaleta-mãe existe uma expressão própria do período de Fourier<sup>3</sup> e, portanto, do cone de influência.

## 5.2 Experimentos e Parâmetros Turbulentos

Nesta seção serão detalhados os experimentos através de parâmetros turbulentos acrescentados àqueles já apresentados na Seção 4.2. Esses parâmetros extras calculados são:  $\sigma_v$  e  $\sigma_w$  que são os desvios padrões das componentes  $v$  e  $w$  da velocidade do vento, respectivamente; a temperatura média,  $\bar{T}$ ; o desvio padrão,  $\sigma_T$ ; a velocidade de fricção,  $u^*$ ; o fluxo de calor na vertical,  $q = \overline{w'T'}$ ; e a energia cinética turbulenta,  $\bar{\epsilon}$ . Na Seção 4.2 já foram apresentados anteriormente, para cada experimento: o n° dado à série, o dia do mês de agosto de 1998, a altura, o horário de início, duração, a velocidade do vento médio ( $\bar{u}$ ), desvio padrão na direção do vento médio ( $\sigma_u$ ), o ângulo médio da direção do vento médio ( $d$ ), o parâmetro de estabilidade de Monin-Obukhov ( $\zeta$ ) e a classe de estabilidade concluída a partir de  $\zeta$ . Todos estes parâmetros são apresentados na Tabela 5.1, a seguir.

<sup>3</sup>Maiores detalhes sobre o cálculo do período de Fourier podem ser encontrados em Torrence e Compo, 1998.

Nº	Dia	Altura	Início	Duração (min)	$\bar{u}$ (m/s)	$\sigma_u$ (m/s)	$\sigma_v$ (m/s)	$\sigma_w$ (m/s)	$\bar{T}$ (°C)	$\sigma_T$ (°C)	$u^*$ (m/s)	$q = \overline{w'T'}$ (°C m/s)	$\bar{\epsilon}$ ( $m^2/s^2$ )	$d$	$\zeta$	Estabilidade
01	12	6 m	13:44 h	50	3,84	1,5	1,4	0,5	25,8	1,1	0,44	0,26	2,34	181,4°	-0,24	instável
02	19	6 m	11:28 h	50	3,08	1,2	0,9	0,3	26,5	1,1	0,33	0,09	1,27	167,8°	-0,20	instável
03	25	6 m	18:00 h	50	4,67	1,9	1,4	0,5	36,7	0,8	0,42	0,20	3,04	176,7°	-0,19	instável
04	12	6 m	13:44 h	60	3,91	1,5	1,6	0,5	26,0	1,1	0,43	0,26	2,55	185,7°	-0,26	instável
05	19	6 m	11:28 h	60	3,15	1,1	1,0	0,3	26,8	1,2	0,32	0,08	1,3	169,3°	-0,20	instável
06	25	6 m	18:00 h	60	4,72	1,8	1,5	0,5	36,6	0,8	0,43	0,18	3,0	176,7°	-0,17	instável
07	18	3 m	21:16 h	50	1,97	0,7	0,4	0,1	34,8	1,1	0,10	0,03	0,37	194,6°	-1,14	instável
08	12	1,5 m	14:07 h	50	3,35	1,3	1,4	0,4	26,8	1,3	0,37	0,24	2,07	186,8°	-0,09	instável
09	12	1,5 m	16:03 h	50	3,60	1,6	1,7	0,4	27,1	1,1	0,36	0,14	2,84	176,8°	-0,06	instável
10	18	1,5 m	21:28 h	50	1,05	0,3	0,2	0,1	28,6	0,9	0,07	-0,005	0,08	188,6°	0,23	estável
11	19	1,5 m	11:36 h	50	2,60	0,9	0,9	0,3	26,8	1,0	0,27	0,11	0,92	168,9°	-0,11	instável
12	12	1,5 m	14:07 h	60	3,37	1,3	1,4	0,4	26,9	1,3	0,3	0,25	2,11	186,7°	-0,09	instável
13	18	1,5 m	21:28 h	60	0,97	0,3	0,3	0,1	28,2	1,1	0,05	0,005	0,15	181,6°	-0,69	instável
14	19	1,5 m	11:36 h	60	2,58	0,9	0,9	0,3	27,0	1,1	0,28	0,13	0,94	170,1°	-0,11	instável
15	12	6 m	14:07 h	50	4,36	1,7	1,6	0,5	26,5	1,0	0,49	0,24	2,95	187,1°	-0,15	instável
16	19	6 m	11:36 h	50	3,44	1,0	1,0	0,4	27,2	0,8	0,34	0,10	1,25	169,9°	-0,20	instável
17	19	6 m	11:36 h	60	3,43	1,0	1,0	0,4	27,4	0,9	0,34	0,10	1,26	170,1°	-0,21	instável

Tabela 5.1: Parâmetros turbulentos dos experimentos, extensão da Tabela 4.1.

Nessa tabela são apresentados os parâmetros turbulentos de experimentos selecionados por três critérios: tempo mínimo contínuo de amostragem, ângulo da direção do vento médio e o atendimento à hipótese de Taylor<sup>4</sup>.

Todas as hipóteses acima aplicadas aos 37 experimentos iniciais fez restar 14 experimentos, que são os quatorze primeiros experimentos da Tabela 5.1. Os 3 últimos experimentos da Tabela 5.1, que são os Experimentos 15, 16 e 17 (são colocados em separado na tabela), foram gerados a partir de translações dos Experimentos 1 e 2, em que o Experimento 15 advém de translação do tempo inicial de medição de 23 minutos a frente do Experimento 1; e o 16 e 17 advém de translação do tempo inicial de medição de 8 minutos do Experimento 2, na qual no Experimento 17 ainda foi acrescido de 10 minutos ao final para que existisse um experimento com 50 e outro com 60 minutos de duração. Isso foi efetuado pelo fato de se ter a intenção de efetuar uma comparação entre alturas de experimento ocorridos concomitantemente, e como nos Experimento 1 e 2, tinha-se ainda mais parte contínua a frente, foram criados os Experimentos 15, 16 e 17 para que os mesmos fossem comparados com os Experimentos 8, 11 e 14, respectivamente. Nos 14 experimentos iniciais da Tabela 5.1 a análise se dará entre experimentos com mesma altura, mesmo intervalo de amostragem, mas obtidos em momentos distintos e, conseqüentemente, com valores do parâmetro de estabilidade de Monin-Obukhov ( $\zeta$ ) diferentes. Desse tipo de análise, resultam os seguintes grupos de comparação de experimentos: de 1 a 3, de 4 a 6, de 8 a 11 e de 12 a 14, em que o Experimento 7 não tem comparativo e será analisado isoladamente. Observa-se que nestes 17 experimentos,  $d$ , que é a direção do vento médio, é, em média, de sudeste a sudoeste, passando pelo sul.

Ao observar o comportamento das séries dos experimentos, podemos notar que o valor da componentes  $u$  da velocidade do vento, na maioria das vezes, começa a ter seu valor médio modificado substancialmente a medida que o valor da temperatura se modifica da mesma forma. Podemos observar também que além da média, sua variância também é influenciada pelo mesmo motivo. Nas componentes  $v$  e  $w$  da velocidade do vento, pode-se notar também esse aumento da variância, acompanhado do aumento da temperatura, porém de modo mais

---

<sup>4</sup>Todas essas condições foram discutidas na Seção 4.2, onde se viu que o tempo mínimo contínuo que se adotou foi o de 50 e o de 60 minutos de acordo com a disponibilidade da série. Existe a preocupação de se estabelecer um tempo comum de duração da série para se viabilizar comparações de resultados. É importante também que esse tempo mínimo englobe todas as escalas de turbulência para garantir o fechamento espectral. A importância da continuidade dos dados, ou que no intervalo de amostragem não se tenha dados faltantes, é devida à análise de ondaletas, que necessita de uma série contínua para ser aplicada. Em relação ao ângulo da direção do vento médio, houve a preocupação de excluir os experimentos que vinham de regiões montanhosas, que era a região com ângulo da direção do vento médio entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$ , restando apenas os que vinham de regiões planas. O atendimento à hipótese de Taylor teve que ser aplicado, não pela ferramenta aqui aplicada (ondaleta), ao contrário do que ocorre na análise de Fourier. Na análise de Fourier, a hipótese de Taylor é aplicada pois a ferramenta necessita que os dados sejam estacionários, o que não é o caso da análise de ondaleta. Na análise de ondaleta, a hipótese de Taylor é aqui aplicada pois, de qualquer forma, necessitamos da ergodicidade dos dados, que permite inferir a estrutura espacial da turbulência a partir de medidas efetuadas num ponto fixo.

tímido, isso ocorre pelo fato de que a componente  $u$  concentra a maior parte da variância, já que o escoamento médio se dá em sua direção; mas essa maior representatividade de  $u$  só se torna verdadeira porque o campo de vento foi rotacionado de forma a alinhar a componente  $u$  na direção do vento médio, e, por esse mesmo motivo, as médias das componentes  $v$  e  $w$  não se modificam com a temperatura e giram em torno de zero.

Em relação aos espectros de todos os experimentos, encontrados nas Figuras de 5.2 até 5.20, que serão abordadas na Seção 5.4 e na Seção 5.5, pode-se observar que a idéia da cascata de energia<sup>5</sup> está representada em basicamente todos eles. Em alguns espectros encontramos mais de um pico (um global - o de maior valor de potência, e outro(s) local(is) - com valores menores de potência), fato este que parece estar em desacordo com o esperado, que seria de um pico apenas, conforme pode ser observado na Figura 3.10, na página 21. É difícil saber se esse comportamento condiz com a realidade física, ou se é devido à contaminação dos dados, provavelmente associada a efeitos de distorção do escoamento em torno dos obstáculos instrumentais, incluindo-se aí o efeito da estrutura da torre micrometeorológica (WYNGAARD, 1986; WYNGAARD, 1988). A linha pontilhada encontrada nos espectros delimita a faixa de confiança do espectro, onde a parte do espectro abaixo dessa linha é estatisticamente não confiável a um nível de 95 % (TORRENCE; COMPO, 1998).

Quanto aos escalogramas de todos os experimentos, que também são encontrados nas Figuras de 5.2 até 5.20, pode-se observar (sempre dentro dos cones de influência) a formação de estruturas em formatos muitas vezes parecidos e repetidos, e que induz pensar serem estruturas coerentes que são criadas, carregam energia e são desfeitas, de forma que é possível visualizar seu período e o momento (início, meio e fim) em que ocorrem. Essas estruturas, tanto nos escalogramas da temperatura quanto nos das componentes da velocidade do vento, são encontradas de todos os tamanhos, e o padrão nelas encontrado foi o de maiores, quanto maiores forem os períodos, e menores, quanto menores forem os períodos, o que de alguma forma faz sentido, uma vez que estruturas maiores implicam em mais energia, que precisa de um período maior para gerar um processo físico (ou vórtice), ao contrário de estruturas menores, que representam processos com pouca energia, que rapidamente se dissipa. Nota-se também que o período médio da estrutura é, na maioria das vezes (quando a estrutura apresenta certa regularidade), coincidente (com uma boa aproximação) com o tempo gasto, para que o acontecimento, representado por aquela estrutura, ocorra (de acordo com o eixo do tempo). Esse fato foi constatado em praticamente todos os experimentos. Outro fato que pode ser observado é que essas estruturas de energia muitas vezes englobam estruturas menores de maneira sucessiva, o que indica

---

<sup>5</sup>Onde os vórtices maiores quebram-se em menores distribuindo a energia cinética turbulenta por todas as escalas seguintes inferiores, até as escalas moleculares, difundindo essa energia em calor, conforme foi visto na Seção 3.1.7.

o fenômeno físico em que os vórtices maiores englobam vórtices menores em sua estrutura.

Antes, porém, de se efetuar uma análise grupo a grupo, tem-se algumas pontuações a fazer a respeito dos escalogramas e espectros de todos os 17 experimentos. A primeira pontuação diz respeito aos escalogramas das componentes  $u$ ,  $v$  e  $w$  da velocidade do vento, nos quais se observou em todos os casos, que a graduação da coloração dos escalogramas de  $u$  e  $v$  eram sempre mais claras que a coloração do escalograma de  $w$ , o que denotava maior energia nas componentes  $u$  e  $v$ , do que na componente  $w$  da velocidade do vento; o que pode ser confirmado pela potência do pico espectral de  $w$ , que é um valor, na maioria das vezes, duas ordens de grandeza menor que o valor da potência do pico espectral de  $u$  e  $v$ . Uma outra forma mais simples de observar que  $w$  carrega menor quantidade de energia que  $u$  e  $v$  é a simples observação da série, em que todos os casos,  $w$  apresenta uma série com menor variabilidade que  $u$  e  $v$ . Uma outra pontuação a se fazer é em relação à inclinação dos espectros no subintervalo inercial, principalmente das componentes  $u$  e  $v$  da velocidade do vento, que apresentam tendência de inclinação  $-1$ , conforme foi encontrado por Katul e Chu em 1998 (Seção 3.3.2 desta dissertação). Uma última pontuação a se efetuar (já adiantando o que será mostrado na Seção 5.4) é que não serão encontradas grandes diferenças entre os experimentos de cada grupo, mediante somente a mudança de  $\zeta$ , isso se justifica pelo fato de os valores de  $\zeta$  encontrados nos experimentos serem um tanto próximos. Comparando, porém, o maior valor de  $\zeta$  ( $= 0,23$ , Experimento 10, estável, dado na Figura 5.11) com o menor valor de  $\zeta$  ( $= -1,14$ , Experimento 7, instável, dado na Figura 5.8) observa-se que os valores das potências dos picos dos espectros das componentes  $u$ ,  $v$  e  $w$  da velocidade do vento serem maiores no caso instável que no estável, fato este verificado por Kaimal em 1972. Outro fato é que a quantidade de picos espectrais (globais e locais) encontrados no caso estável é maior que no caso instável, onde em particular, o Experimento 7 instável foi o único que apresentou um único pico espectral para cada variável ( $T$ ,  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ), e é o experimento com “maior instabilidade” no sentido de que possui o menor valor de  $\zeta$ .

A seguir têm-se análises comparativas dos escalogramas e espectros de conjuntos de experimentos agrupados de acordo com a velocidade do vento médio (Seção 5.3); agrupados por altura, com parâmetro  $\zeta$  diferente (Seção 5.4); e agrupados pelos que foram medidos ao mesmo tempo e em alturas distintas (Seção 5.5).

### 5.3 Comparação entre experimentos de acordo com a velocidade do vento médio $\bar{u}$

Agrupou-se todos os experimentos, por faixas de valores da velocidade do vento médio  $\bar{u}$  (**0-2 m/s**: Experimentos 7, 10 e 13; **2-3 m/s**: Experimentos 11 e 14; **3-4 m/s**: Experimentos 1,

2, 4, 5, 8, 9, 12, 16, 17; **4-5 m/s**: Experimentos 3, 6 e 15) para tentar encontrar alguma peculiaridade nos espectros e escalogramas a partir dessa classificação, mas não foram encontrados comportamentos típicos por faixas de velocidade.

Por outro lado, comparando o experimento de menor velocidade do vento médio,  $\bar{u} = 0,97 \text{ m/s}$  (Experimento 13 dado na Figura 5.14, na página 83) com o de maior velocidade do vento médio,  $\bar{u} = 4,72 \text{ m/s}$  (Experimento 6 dado na Figura 5.7, na página 76), vemos que, em relação aos espectros, os períodos de máximo no experimento de menor velocidade são maiores do que os períodos de máximo de maior velocidade, o que implica que as estruturas ou vórtices mais representativos em baixas velocidades têm maiores períodos do que em altas velocidades.

## 5.4 Experimentos a mesma altura e intervalo de amostragem, mas com parâmetros $\zeta$ diferentes

Nessa seção abordaremos uma análise comparativa, valendo-se da análise de ondaletas, entre os Experimentos de 1 a 14 listados na Tabela 5.1, que geram grupos de experimentos medidos a uma mesma altura, com um mesmo intervalo de tempo de medição, mas em momentos distintos e com parâmetros de estabilidade de Monin-Obukhov ( $\zeta$ ) diferentes. Os Experimentos de 1 a 3 foram medidos a 6 metros de altura com um tempo de amostragem de 50 minutos; os de 4 a 6, também a 6 metros de altura, agora com tempo de 60 minutos. O Experimento 7 não tem comparativo, pois foi o único que foi obtido a 3 metros de altura com tempo mínimo de 50 minutos. Os Experimentos de 8 a 11 foram medidos a 1,5 metros com tempo de 50 minutos; e os de 12 a 14, também a 1,5 metros de altura, mas com tempo de 60 minutos. Os gráficos - séries, escalogramas e espectros - serão apresentados a medida que as análises de cada grupo de experimentos forem sendo feitas.

### 5.4.1 A 6 metros de altura com tempo de amostragem de 50 minutos

Para essa classe de estudo (a 6 metros de altura com tempo de amostragem de 50 minutos, em momentos distintos) tem-se os Experimentos 1, 2 e 3 da Tabela 5.1, mostrados na Figura 5.2, 5.3 e 5.4, respectivamente, às páginas 71, 72 e 73. Como pode ser observado na Tabela 5.1, os três experimentos têm classe de estabilidade instável, com valores de  $\zeta$  dados por -0,24 para o Experimento 1, -0,20 para o Experimento 2 e -0,19 para o Experimento 3.

Comparando-se os escalogramas da temperatura dos três experimentos dessa seção pode-se observar que o comportamento da distribuição, no tempo, das estruturas de energia não difere

muito entre os três casos, nos quais ocorrem distribuições temporais das estruturas, que podem-se chamar “aleatórias”, além de possuírem um comportamento aparentemente coerente entre os três casos. Sempre obedecendo, porém, o padrão já descrito de que as estruturas maiores ocupam a parte de baixo do espectro, que é a representada por baixas frequências; e as estruturas menores ocupam a parte de cima do espectro, que representam as altas frequências. A mesma situação ocorre ao analisarmos as componentes  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Esse comportamento pode ser atribuído ao fato de os valores de  $\zeta$  dos três experimentos serem muito próximos.

Em relação aos espectros da temperatura, observa-se, que nos três experimentos esses espectros apresentaram ordem de grandeza no valor da potência dos picos espectrais da ordem de  $10^3$  a  $10^4$ . Entre os espectros de  $u$  e  $v$ , o valor foi também da ordem de  $10^3$  a  $10^4$ . Já nos de  $w$ , o valor foi da ordem de  $10^1$  a  $10^2$ , para os três experimentos. A ausência de um pico spectral, no espectro da temperatura, que represente estrutura de período entre 2 e 18 minutos nos Experimentos 2 e 3, dados nas Figuras 5.3 e 5.4, respectivamente, pode estar refletindo o fato de que a forçante térmica ainda não prevaleceu sobre a forçante mecânica. Daí o gráfico (pelo horário) apresentar pouca intermitência.

Não se pode deixar de comentar a respeito do fato de que a temperatura é uma variável escalar, cujo comportamento difere muito das variáveis vetoriais como  $u$ ,  $v$  e  $w$  (WARHAFT, 2000). Tal comportamento pode ser observado em estruturas tipo “rampas” nas séries de temperatura (BOLZAN; VIEIRA, 2006).

#### 5.4.2 A 6 metros de altura com tempo de amostragem de 60 minutos

Tem-se, nesta seção (que são experimentos medidos a 6 metros de altura com tempo de amostragem de 60 minutos, em momentos distintos), três experimentos, que são os de número 4, 5 e 6 da Tabela 5.1, e que são dados nas Figuras 5.5, 5.6 e 5.7, respectivamente, apresentadas às páginas 74, 75 e 76. Nessas figuras podemos observar que os escalogramas tiveram um comportamento muito parecido com o descrito na seção anterior, em que os escalogramas das mesmas variáveis apresentavam um comportamento aleatório coerente de distribuição temporal das estruturas de energia. A motivação para isso possivelmente foi a mesma do comparativo anterior: valores de  $\zeta$  muito próximos, que foram  $-0,26$ ,  $-0,20$  e  $-0,17$  para os Experimentos 4, 5 e 6, respectivamente, ou seja, mais três experimentos com classe de estabilidade instável. Lembrando que as séries dos Experimentos 4, 5 e 6 são extensões de 10 minutos das séries dos Experimentos 1, 2 e 3, respectivamente; e como pôde ser observado na Tabela 5.1, os valores das características turbulentas de 1 e 4, de 2 e 5, e de 3 e 6 estão muito próximos. Uma boa concordância entre os escalogramas e espectros dos pares de experimentos também

foi observada.

Em relação aos espectros, foram apresentados valores de potência de picos espectrais com as mesmas ordem de grandezas dos espectros da seção anterior, ou seja, entre  $10^3$  e  $10^4$  para a temperatura e as componentes  $u$  e  $v$  da velocidade do vento, e valores entre  $10^1$  e  $10^2$  para a componente  $w$  da velocidade do vento. Aqui também, de acordo com a seção anterior, encontrou-se o mesmo comportamento da falta do pico espectral com período entre 2 e 18 minutos no espectro da temperatura; e também as estruturas tipo “rampa” na série da temperatura.

### 5.4.3 A 3 metros de altura com tempo de amostragem de 50 minutos

Esse é o único caso em que restou apenas um experimento a ser analisado, o qual será tratado de forma isolada. Aqui, resta apenas o Experimento 7, que é representado na Figura 5.8, dada na página 77. Esse experimento ocorreu no dia 18/08/1998, quando a medição se iniciou às 21:16 h a uma altura de 3 metros. Vale ressaltar que este Experimento 7 é o único de nossa análise que foi medido a 3 metros de altura.

Podemos dizer que esse experimento foi o mais instável, pois o valor de  $\zeta = -1,14$ , foi o menor de todos os experimentos. É interessante observar, porém, nas séries desse Experimento 7, que a variabilidade é muito baixa em relação aos outros experimentos instáveis, fato este que pode ser confirmado pelos valores de  $\sigma_u$ ,  $\sigma_v$  e  $\sigma_w$  deste Experimento 7, mostrados na Tabela 5.1, que são menores que a maioria dos valores das variâncias dos outros experimentos instáveis. O valor da velocidade média na componente  $u$  também apresenta um dos menores valores (apresentou o segundo menor valor de  $\bar{u}$ ).

Esse contraste entre experimento muito instável e baixa velocidade e variância pode ser explicado pela energia cinética turbulenta média  $\bar{\epsilon}$  e pelo fluxo de calor na vertical  $q$ , que neste experimento apresentaram, ambos, o segundo menor valor de todos os experimentos instáveis.

Outra observação que podemos efetuar é a de que a forçante térmica oriunda do sol, pelo horário, pela observação da série da temperatura (decrecente) e pela região de estudo (que tem por-do-sol por volta de 22h), está perdendo forças. Portanto, o regime de instabilidade fica mantido pela radiação de onda longa oriunda da superfície. E esse fator é muito forte, dado o aquecimento ( $\sim 35$  °C). Além disso, o baixo atrito observado neste experimento ( $u_* \rightarrow 0$ , sendo o terceiro menor valor da Tabela 5.1), indica que a forçante térmica predomina no cenário.

Os escalogramas e os espectros desse Experimento 7 parecem demonstrar o mesmo comportamento já descrito observado nos Experimentos de 1 a 6.

#### 5.4.4 A 1,5 metros de altura com tempo de amostragem de 50 minutos

Nesse caso temos a presença de quatro experimentos: o de número 8, 9, 10, 11 que são dados nas Figuras 5.9, 5.10, 5.11 e 5.12, respectivamente, apresentadas às páginas 79, 79, 80 e 82. Esse conjunto de experimentos tem uma peculiaridade que é o fato de nesse conjunto haver um experimento com classe de estabilidade estável, o Experimento 10, dado na Figura 5.11, dentre o restante instável. Esse Experimento 10 foi o único experimento com classe de estabilidade estável de todos os 17 experimentos que se conseguiu, e não foi obtido nenhum experimento com classe de estabilidade neutra. Os valores de  $\zeta$  para os Experimentos 8, 9, 10 e 11 foram  $-0,09$ ,  $-0,06$ ,  $0,23$  e  $-0,11$ , respectivamente. Observa-se que mesmo com a existência de um experimento com  $\zeta > 0$  no conjunto comparativo,  $\zeta$  não demonstra ser uma variável que influencie no comportamento das estruturas de energia dos escalogramas. Em relação aos espectros, houve uma diferença em relação ao que vimos até agora a respeito dos valores das potências dos picos espectrais, que no caso estável os respectivos valores caíram uma ordem de grandeza em cada pico das componentes  $u$ ,  $v$  e  $w$  da velocidade do vento. Por outro lado, na componente  $w$  do Experimento 11, que é instável com valor de  $\zeta$  muito próximo dos Experimentos 8 e 9, também tivemos a queda de uma ordem de grandeza no pico espectral. O que se pode observar é que o valor de  $\bar{v}$  do Experimento 11 é um pouco menor que a metade do valor de  $\bar{v}$  dos Experimentos 8 e 9.

Ao se observar as séries do Experimento 10 estável, nota-se que a variabilidade das séries é muito pequena, fato este confirmado pelos valores de  $\sigma_u$ ,  $\sigma_v$  e  $\sigma_w$ , acompanhado de um valor muito baixo de  $\bar{u}$ , o que condiz com o horário noturno de medida do experimento. Esse Experimento 10 foi o único que apresentou  $q < 0$ , o que indica que a irradiação do calor da superfície é característica desse caso, característico de experimentos estáveis. Outro fator é o valor de  $\bar{v}$ , que é o menor de todos os experimentos.

#### 5.4.5 A 1,5 metros de altura com tempo de amostragem de 60 minutos

Esta última classe de experimentos se remete àqueles que foram obtidos a uma altura de 1,5 metros e com tempo de amostragem de 60 minutos, e são dados pelos Experimentos 12, 13 e 14, que possuem valores de  $\zeta$  iguais a  $-0,09$ ,  $-0,69$  e  $-0,11$  e são dados pelas Figuras 5.13, 5.14 e 5.15, respectivamente, às páginas 82, 83 e 85.

Os Experimentos 12, 13 e 14 são extensões de 10 minutos a mais, dos Experimentos 8, 10 e 11, respectivamente. Os Experimentos 12 e 14 se comportaram de forma relativamente parecida em comparação aos Experimentos 8 e 11, respectivamente. Já o Experimento 13 é

instável, ao contrário do 10 que é estável. Assim o acréscimo de 10 minutos na série 10, fez o experimento passar de estável para instável, e fez com que  $u_*$  assumisse o menor valor de todos os experimentos, implicando dizer que a forçante mecânica é muito pequena se comparada com a térmica, e portanto o regime térmico predomina. Além disso, nota-se que pelo horário das séries do Experimento 10 e 13 (entre 21h e 22h), temos um horário que está dentro do regime de transição, que é um regime ainda não compreendido totalmente na literatura e muito difícil de ser estudado, já que não estão estabelecidas ainda as características universais nestes horários.

Ao se observar os 50 primeiros minutos das séries das componentes  $u$ ,  $v$  e  $w$  da velocidade do vento do Experimento 13 (que representa o experimento estável de número 10) vê-se que elas parecem ser (do ponto de vista gráfico) séries estacionárias, mas isso sem levar em consideração o conjunto de *outliers*<sup>6</sup>, encontrado por volta de 21:52 h, na série da componente  $u$  e  $v$  da velocidade do vento. Agora se se observar, os últimos 10 minutos das séries da temperatura e de  $u$  e  $v$  do Experimento 13 nota-se uma mudança na média dessas variáveis, o que tornou as séries não-estacionárias. Pode-se dizer então que os *outliers* que provocam a mudança na variância não foram suficiente para tornar o experimento instável, mas a mudança de média, sim. Com a mudança ocorrida do Experimento 10 para o 13, o valor de  $\bar{u}$  caiu, o de  $\bar{v}$  praticamente dobrou e o valor de  $q$  passou de negativo para positivo, como se pôde observar na Tabela 5.1. Ainda na Tabela 5.1, pôde-se observar que o acréscimo dos 10 minutos nas séries do Experimento 8 e 11, que geraram as séries dos Experimentos 12 e 14, não influenciaram na mudança significativa de nenhuma característica do fluxo turbulento. Aqui também se observa um comportamento parecido entre os espectros e escalogramas de 8 e 11 entre si, e de 12 e 14 entre si.

## 5.5 Experimentos medidos ao mesmo tempo, mas em alturas distintas

Nesta seção abordaremos também uma análise comparativa, valendo-se da análise de ondaletas, entre os Experimentos 15, 16 e 17, medidos a 6 metros de altura e especialmente selecionados para serem comparados com os Experimentos 8, 11 e 14, respectivamente, medidos a 1,5 metros de altura. Esses três pares de experimentos ocorreram, cada par, em tempo concomitante. Os Experimentos 15, 16 e 17 podem ser observados nas Figuras 5.16, 5.18 e 5.20 (páginas 85, 87 e 89), e os Experimentos 8, 11 e 14 já foram exibidos anteriormente nas Figuras 5.9, 5.12 e 5.15, mas serão novamente mostrados nas Figuras 5.17, 5.19 e 5.21 (nas páginas 86, 88 e 90). Estes experimentos serão analisados junto com aqueles e serão abordados em pares

---

<sup>6</sup>Um outlier é caracterizado pela sua relação com as restantes observações que fazem parte da amostra. O seu distanciamento em relação a essas observações é fundamental para se fazer a sua caracterização. Estas observações são também designadas por observações “anormais”, contaminantes, estranhas, extremas ou aberrantes.

concomitantes, ou seja, o experimento 8 com o 15, o 11 com o 16 e o 14 com o 17.

Uma observação a se efetuar é o fato de que em todas os dois conjuntos de séries notou-se um padrão, até esperado, de valores de  $\bar{u}$  maiores a 6 metros de altura do que a 1,5 metros, e esse fato é atribuído, na literatura, à rugosidade do solo. Os valores de  $\sigma_u$ ,  $\sigma_v$  e  $\sigma_w$  também apresentaram valores maiores a 6 metros de altura do que a 1,5 metros, mas se visualizarmos o comportamento das séries, veremos uma flutuação de maior amplitude nas séries a 1,5 metros de altura, mas essa maior flutuação a 1,5 m de altura está contida em uma menor faixa do que a 6 m de altura, o que gerou uma variância menor a 1,5 m de altura, isso se explica pelo fato de a 1,5 m do solo as estruturas da turbulência terem maior frequência do que a 6 m de altura, em virtude do atrito maior com o solo a 1,5 m do que a 6 m de altura. Pelo valor de  $\zeta$ , nos três casos, há a indicação de uma instabilidade mais forte à 6 metros de altura, onde também foi encontrado os maiores valores de  $\bar{e}$ , comparativamente à 1,5 metros de altura.

Em relação aos escalogramas, é possível notar a existência de estruturas muito parecidas, distribuídas no tempo aproximadamente da mesma forma em todos os três pares de experimentos. Ou seja, a 1,5 metros foram notadas basicamente as mesmas estruturas turbulentas que a 6 metros de altura do solo, assim em alturas diferentes se apresentam as mesmas características no padrão da variabilidade, demonstrando que as mesmas estruturas coerentes ocorrem em ambas as alturas. Já em relação aos espectros, eles apresentaram forma bastante parecida, mas variavam o valor da potência do pico espectral e o período que era dado pelo pico espectral. O valor da potência será discutido ainda nessa seção, em cada subseção seguinte. Já os períodos definidos pelos picos de máximo serão mostrados na Seção 5.6.

### **5.5.1 Comparação entre 1,5 e 6 metros de altura com tempo de amostragem de 50 minutos do dia 12/08/1998**

Este primeiro grupo trata dos Experimentos 15 e 8, medidos a 6 e 1,5 metros de altura respectivamente, com um tempo de amostragem de 50 minutos e com início ocorrido às 14:07 h do dia 12/08/1998. Esses experimentos podem ser observados nas Figuras 5.16 e 5.17 (exibidos nas páginas 85 e 86), sendo que o Experimento 8, dado na Figura 5.17, já foi exibido anteriormente na Figura 5.9.

Nesse caso de estudo tivemos uma temperatura média  $\bar{T}$  maior a 1,5 do que a 6 metros de altura. Isso pode ser explicado pelo fato dos efeitos da irradiação solar serem mais sentidos quanto a realizado o experimento for mais próximo do solo. Nos espectros, encontramos valores de potência dos picos espectrais maiores a 6 metros do que a 1,5 metros de altura do solo, indicando maior quantidade de energia em estruturas turbulentas a maiores alturas.

### 5.5.2 Comparação entre 1,5 e 6 metros de altura com tempo de amostragem de 50 minutos do dia 19/08/1998

Esse segundo grupo trata dos Experimentos 16 e 11 possuem um tempo de amostragem de 50 minutos e com início às 11:36 h do dia 19/08/1998, medidos a 6 e 1,5 metros de altura do solo, que podem ser observados nas Figuras 5.18 e 5.19, respectivamente, às páginas 87 e 88. Assim como na dupla de experimentos anterior, o Experimento 11 dado na Figura 5.19 já foi exibido anteriormente na Figura 5.12.

O valor médio da temperatura  $\bar{T}$ , encontra-se aqui com um valor maior a 6 metros do que a 1,5 metros, contrariando o esperado e a dupla anterior de experimentos. Em relação aos valores das potências dos picos espectrais, houve uma proximidade desses valores entre a altura de 1,5 metros e 6 metros de altura dos espectros da temperatura e da componente  $u$  da velocidade do vento; já em relação aos picos dos espectros de  $v$  e de  $w$ , houve uma concordância com o grupo anterior, onde ocorreu picos com valores de potência maiores a 6 metros de altura do que a 1,5 metros.

### 5.5.3 Comparação entre 1,5 e 6 metros de altura com tempo de amostragem de 60 minutos do dia 19/08/1998

Esse terceiro e último grupo trata dos Experimentos 17 e 14, que possuem um tempo de amostragem de 60 minutos, medidos a 6 e 1,5 metros de altura do solo e com início às 11:36 h do dia 19/08/1998, que podem ser observados nas Figuras 5.20 e 5.21, respectivamente, às páginas 89 e 90. Aqui também a Figura 5.21 está sendo novamente exibida para se efetuar uma melhor comparação com o experimento dado na Figura 5.20 (onde a Figura 5.21 foi exibida anteriormente na Figura 5.15).

Aqui também obteve-se um valor médio da temperatura  $\bar{T}$  maior a 6 metros do que a 1,5 metros, contrariando novamente o esperado. Em relação aos valores das potências dos picos espectrais, houve uma proximidade desses valores entre a altura de 1,5 metros e 6 metros de altura, mas apenas da temperatura; e os valores dos picos dos espectros das componentes  $u$ ,  $v$  e  $w$  da velocidade do vento ocorreram com valores de potência maiores a 6 metros de altura do que a 1,5 metros, concordando com o valor de  $\bar{v}$ , que é maior a 6 do que a 1,5 metros, como foi dito no início desta seção.

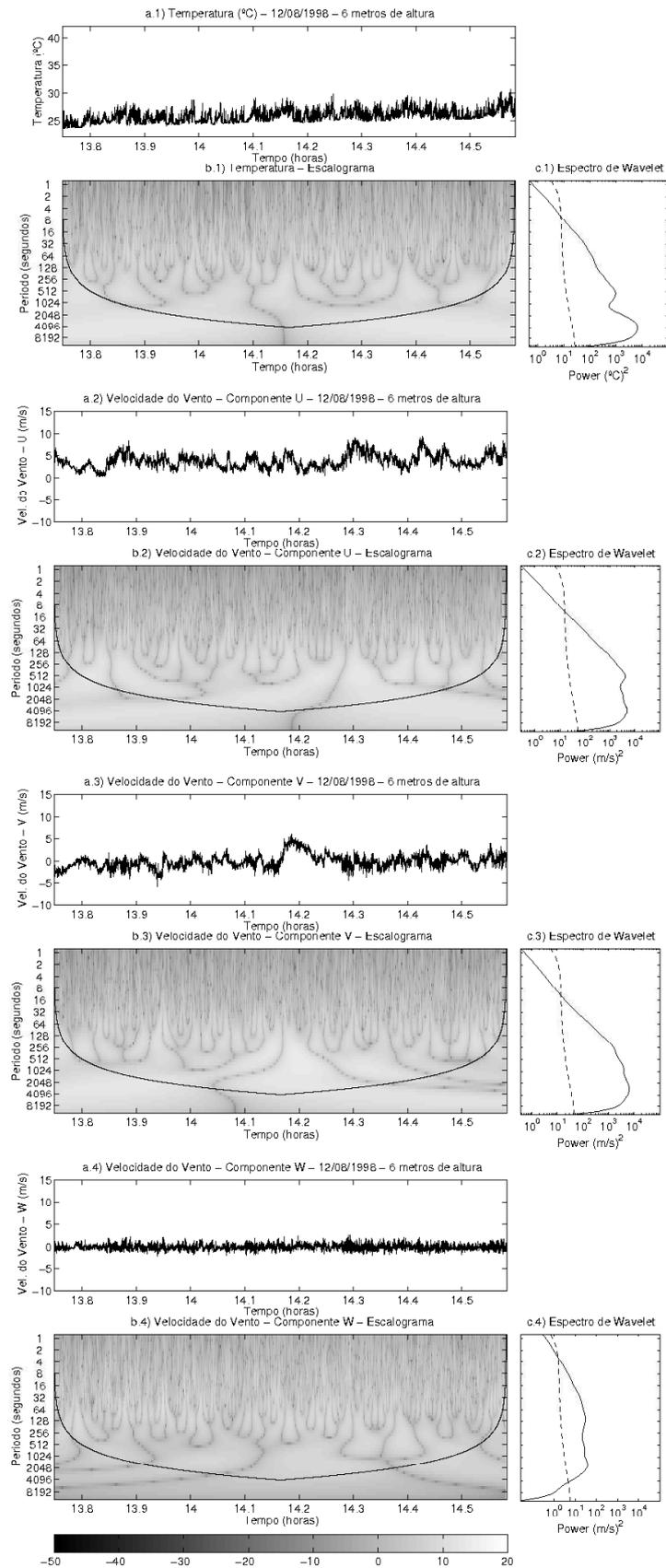


Figura 5.2: (a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 1.

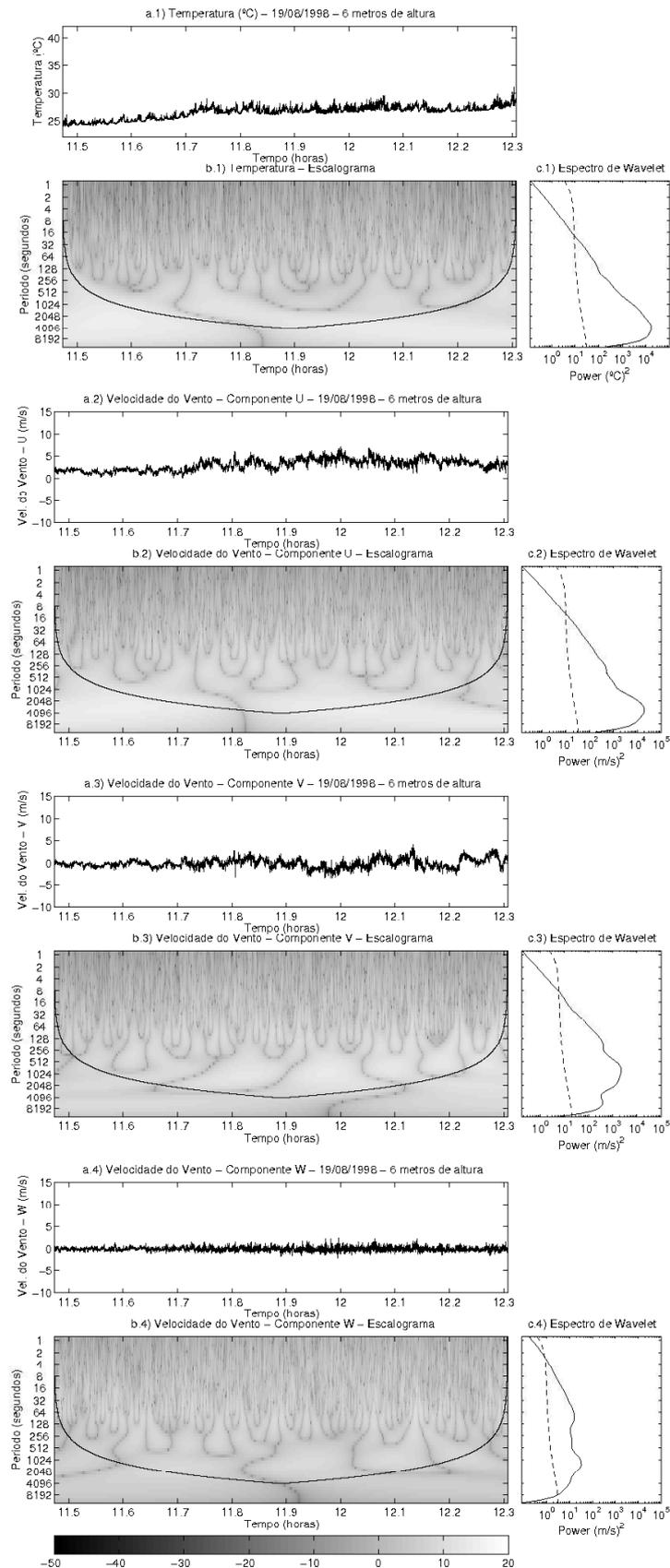


Figura 5.3: (a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 2.

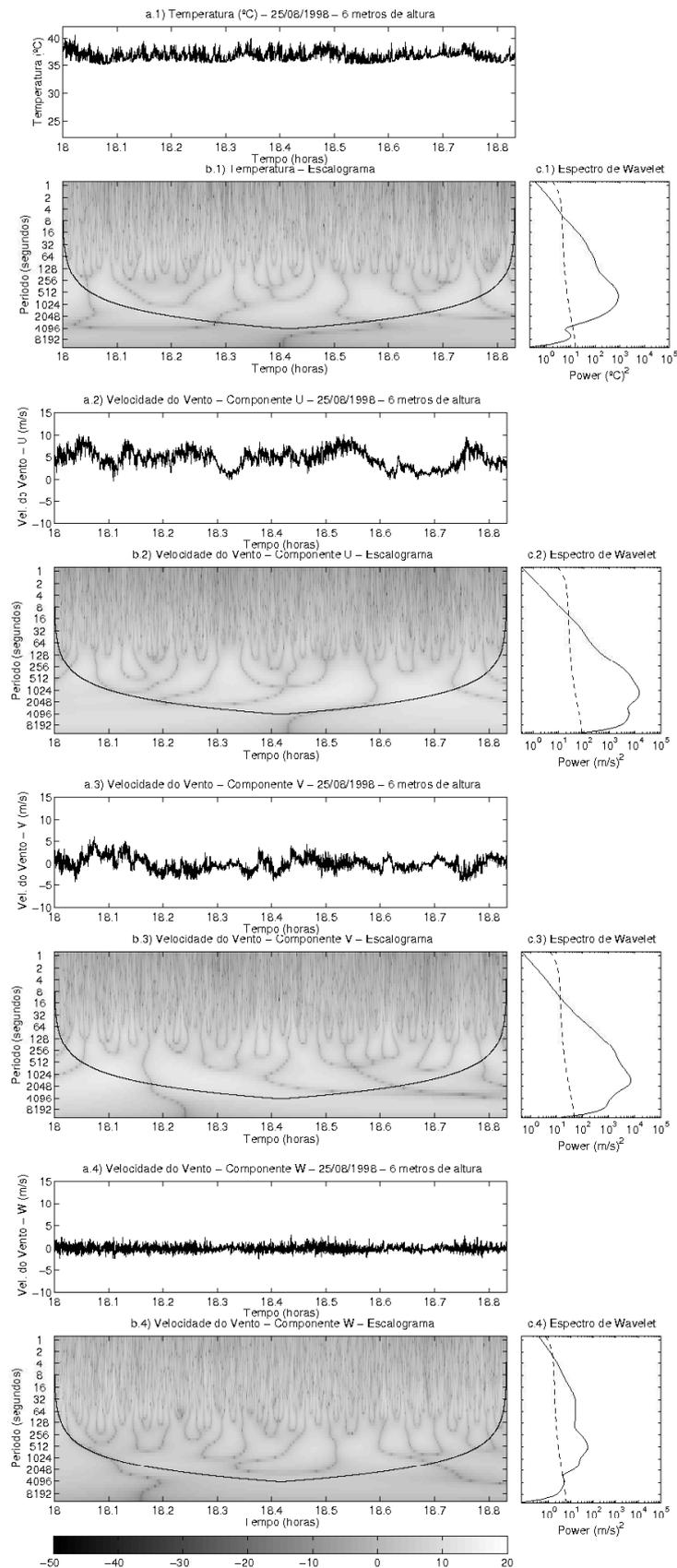


Figura 5.4: (a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 3.

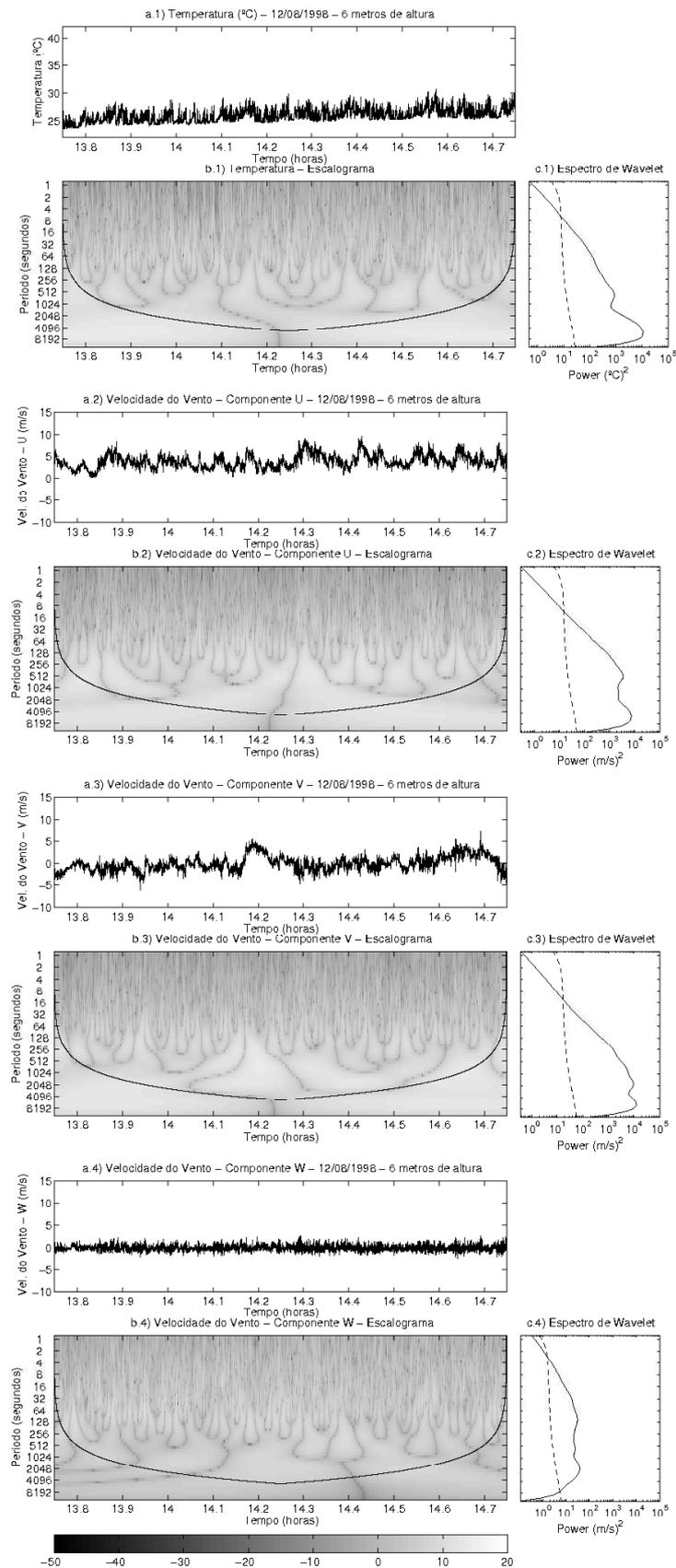


Figura 5.5: (a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 4.

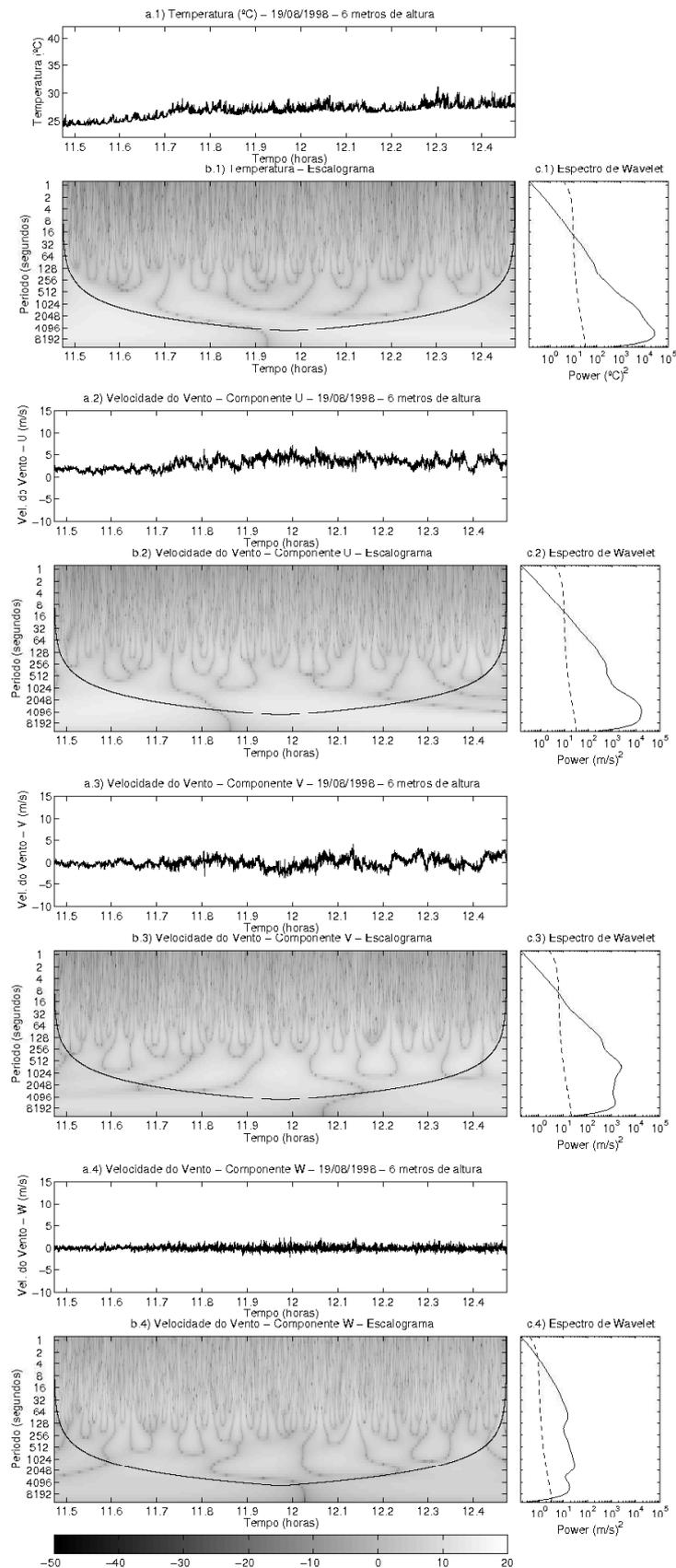


Figura 5.6: (a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 5.

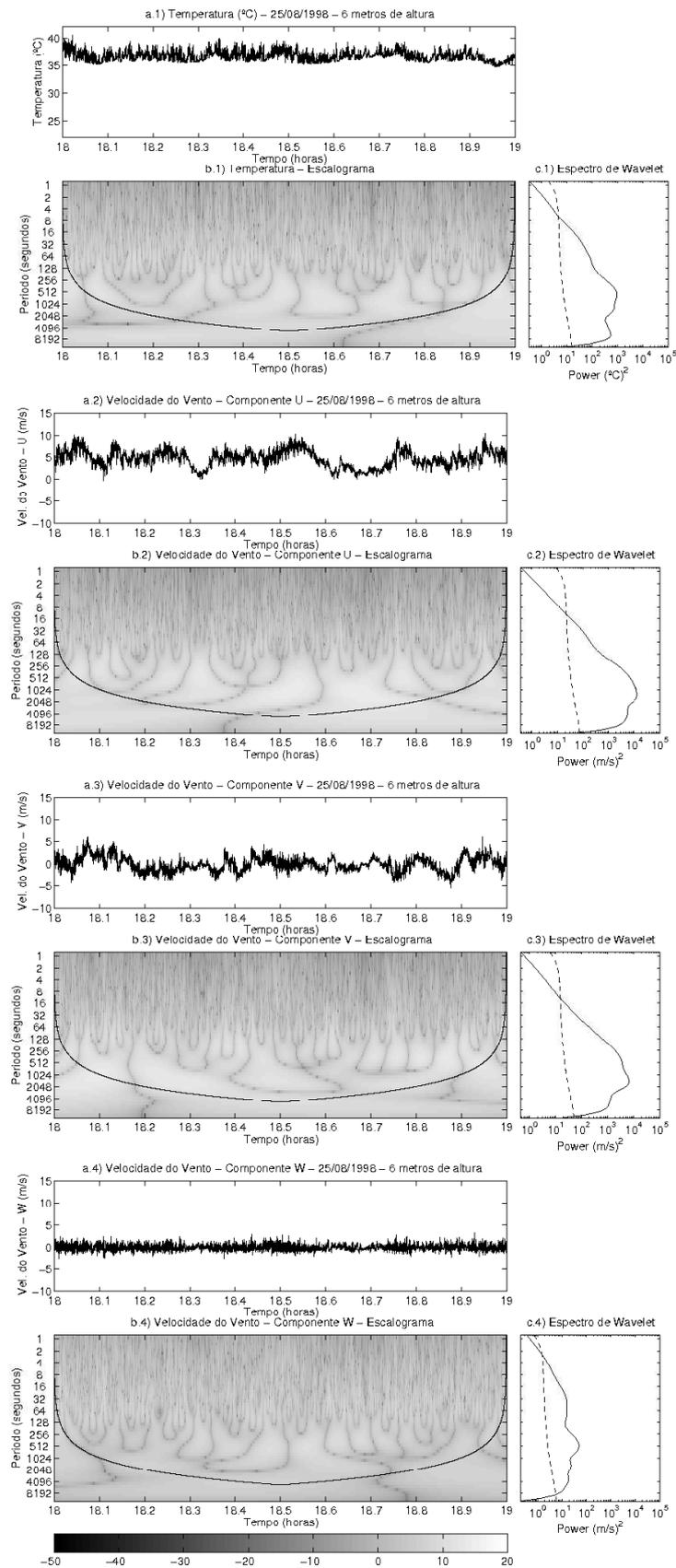


Figura 5.7: (a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 6.

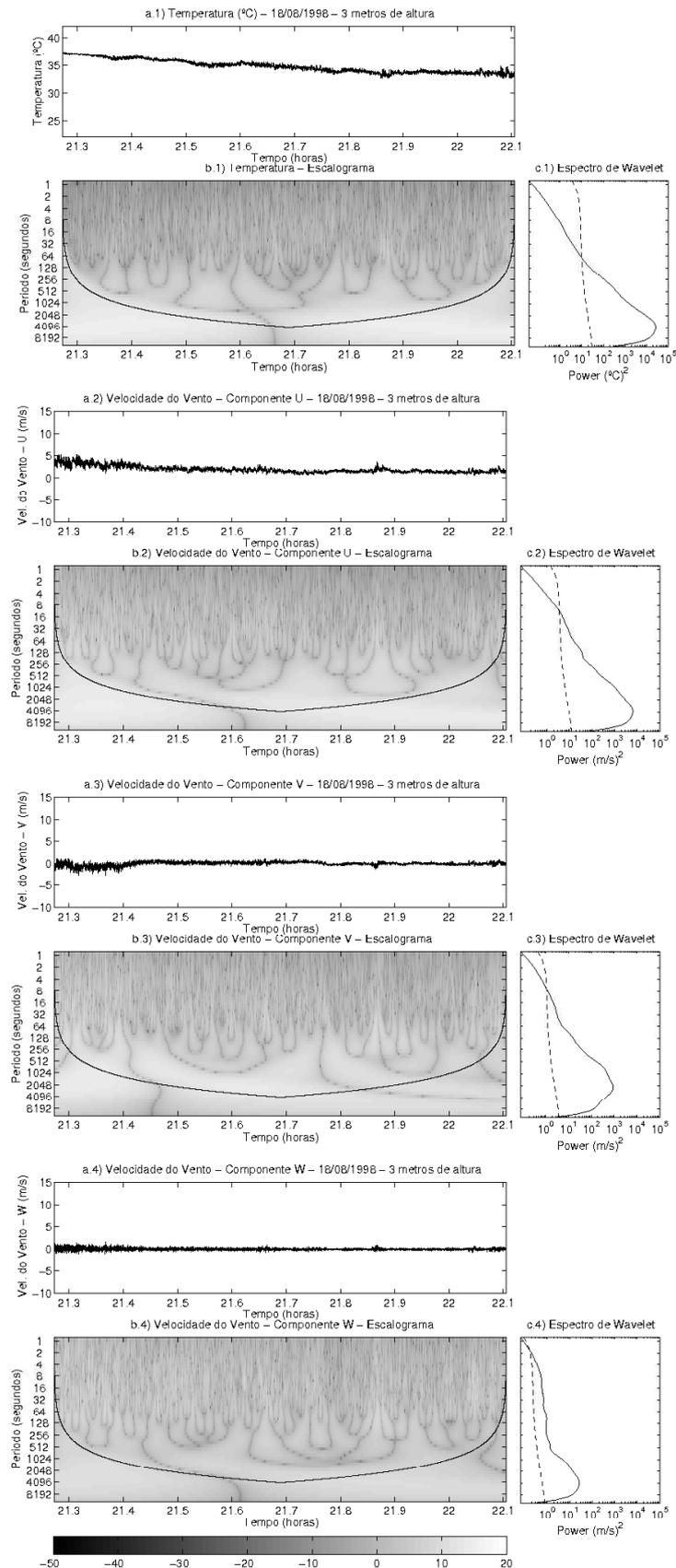


Figura 5.8: (a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 7.

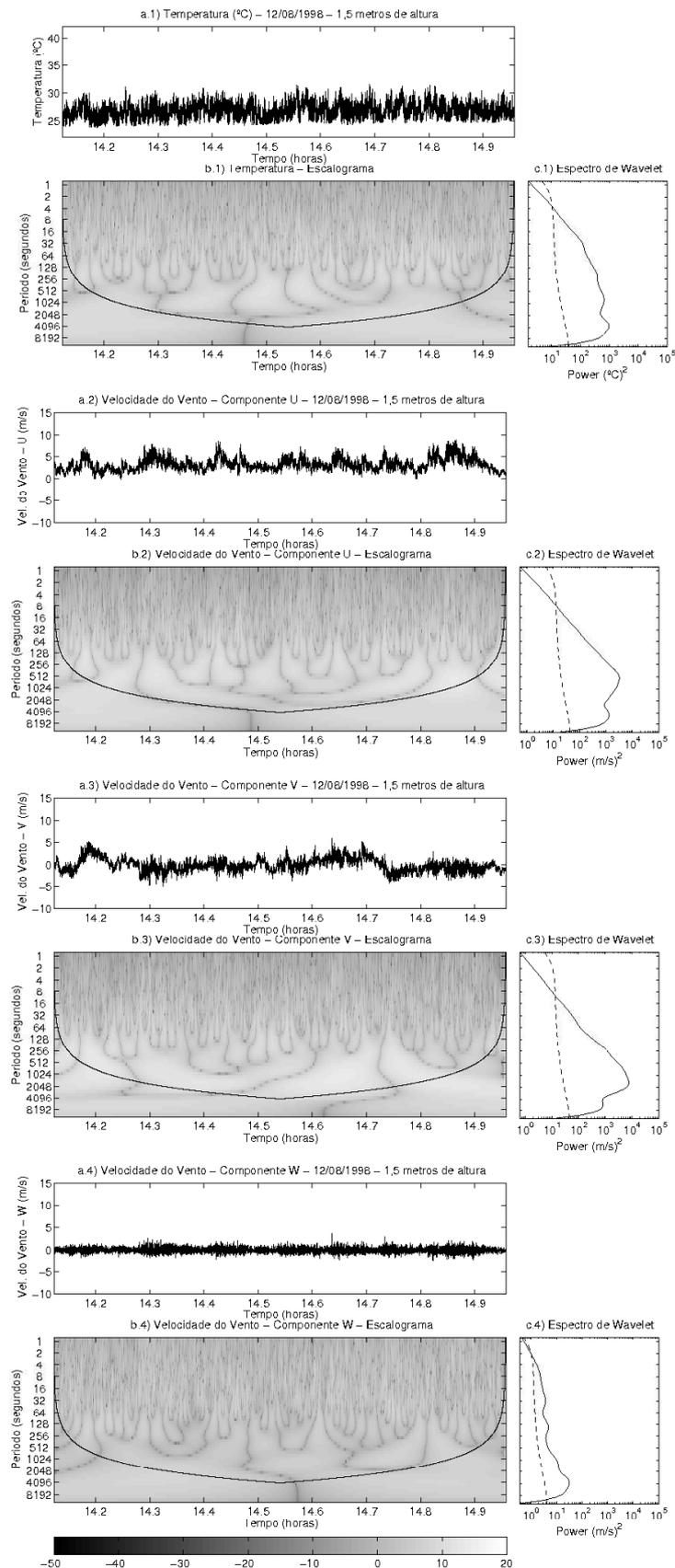


Figura 5.9: (a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 8.

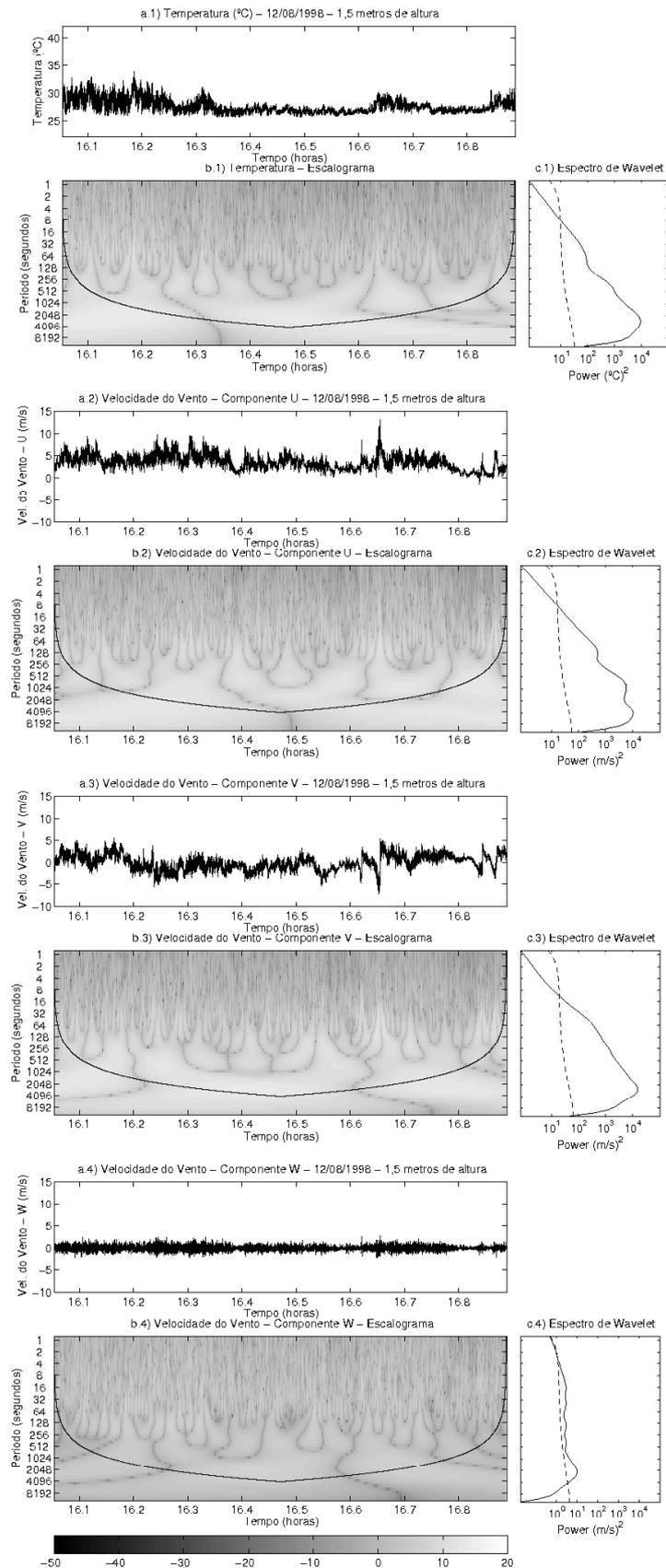


Figura 5.10: (a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 9.

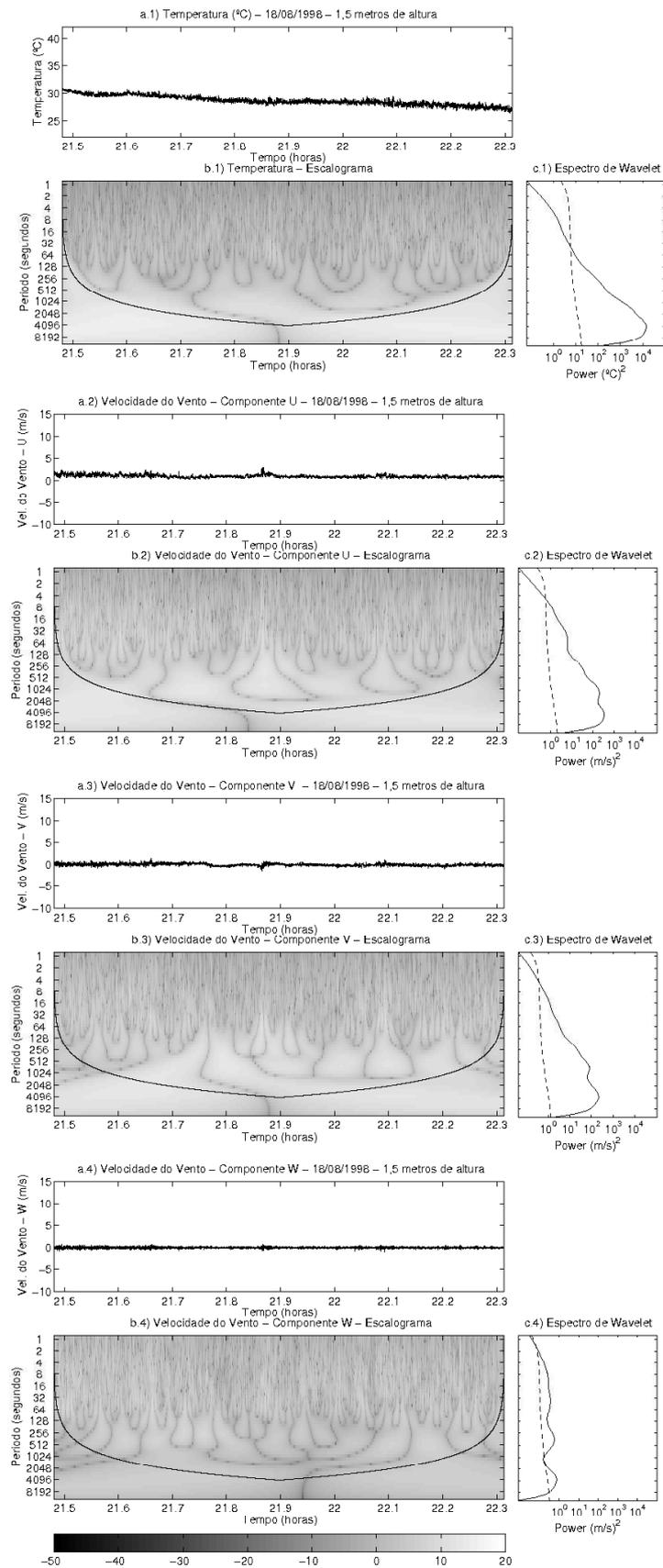


Figura 5.11: (a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 10.

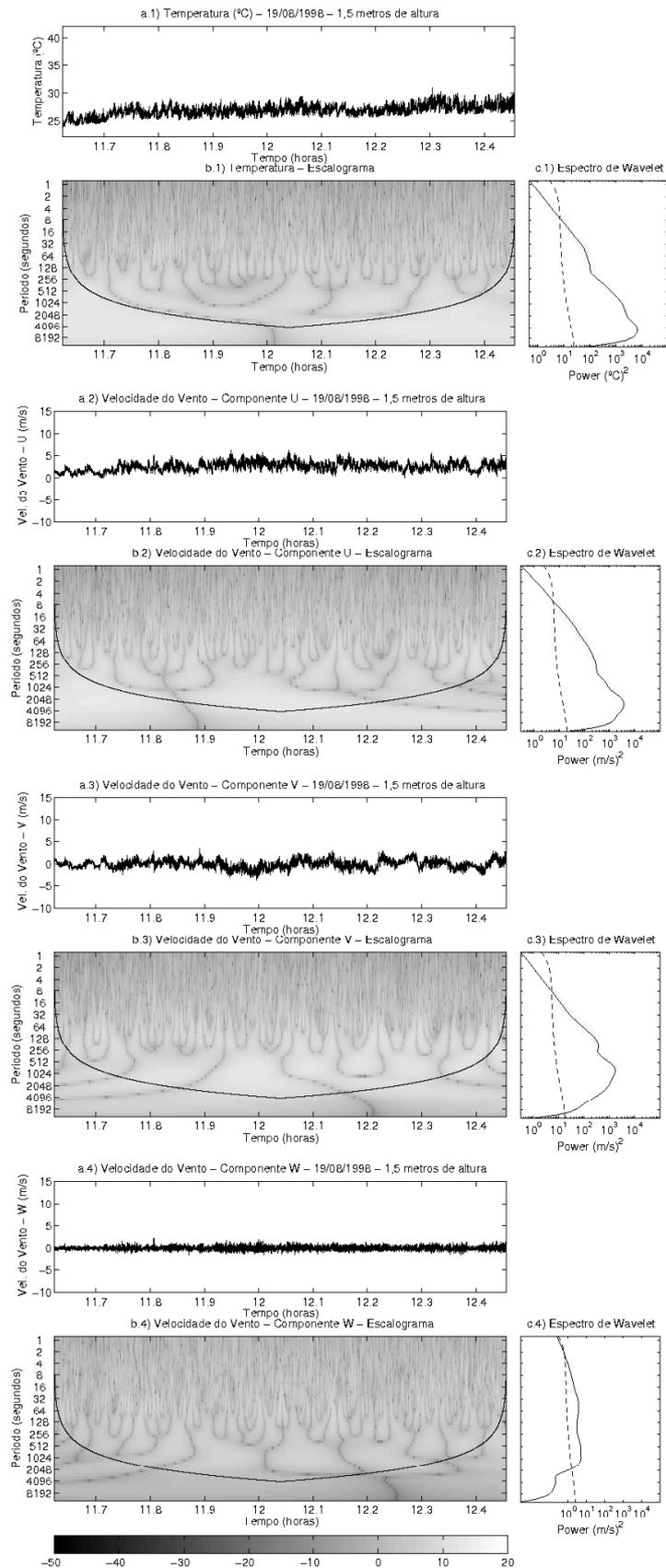


Figura 5.12: (a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 11.

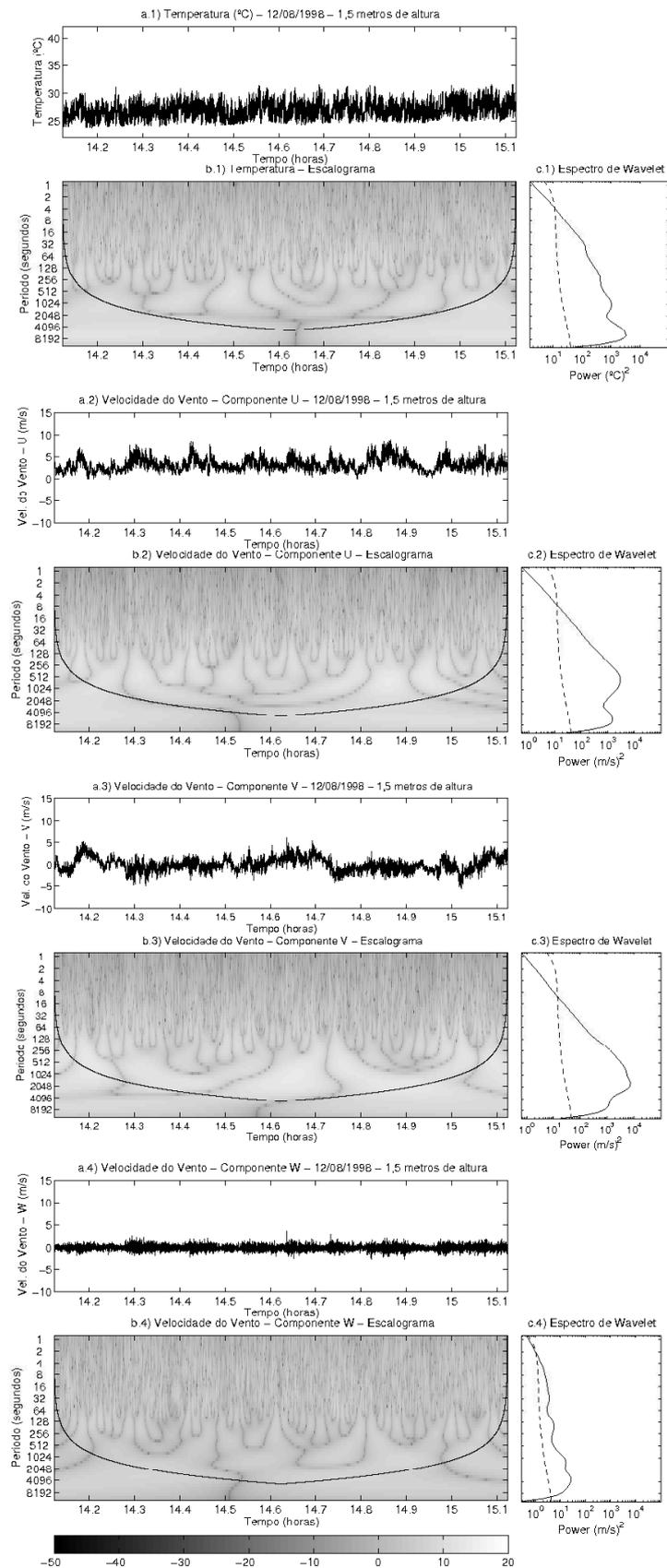


Figura 5.13: (a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 12.

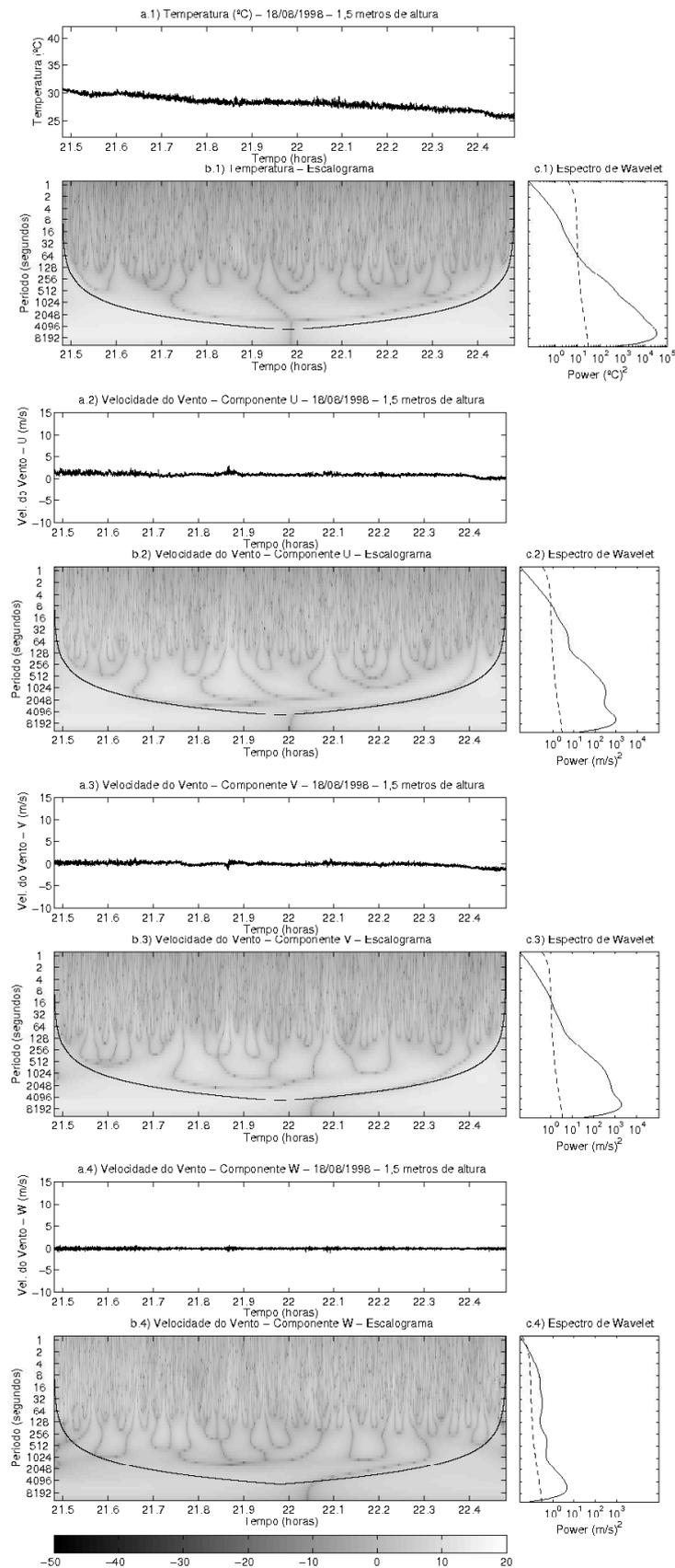


Figura 5.14: (a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 13.

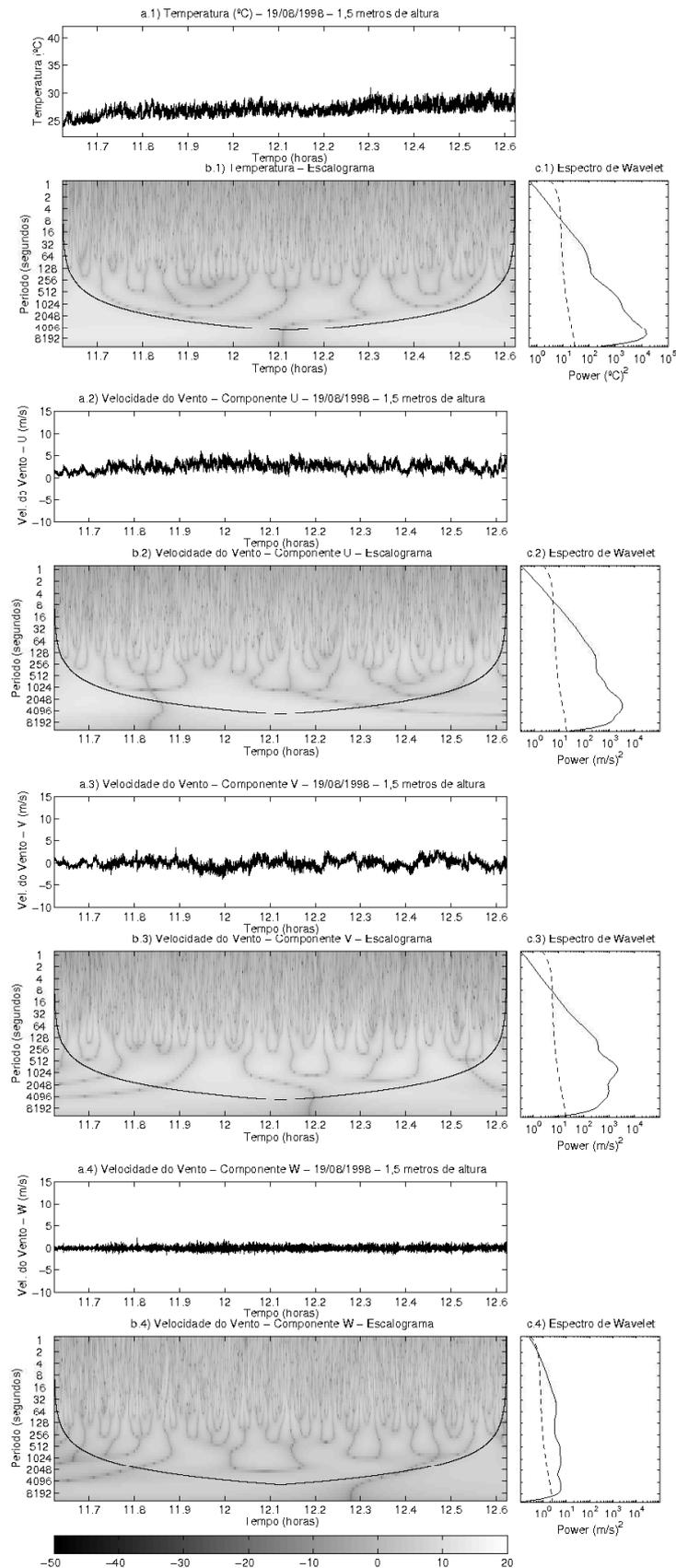


Figura 5.15: (a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 14.

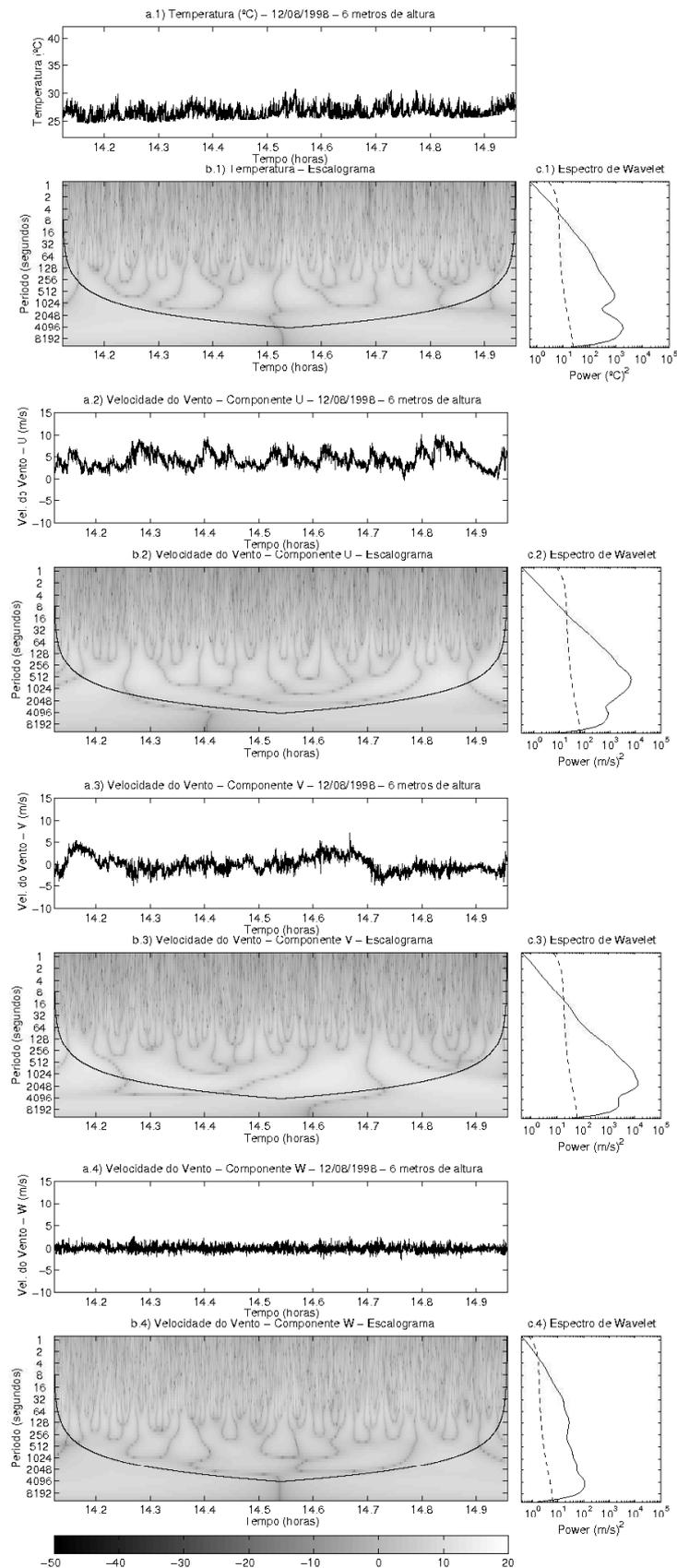


Figura 5.16: (a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 15.

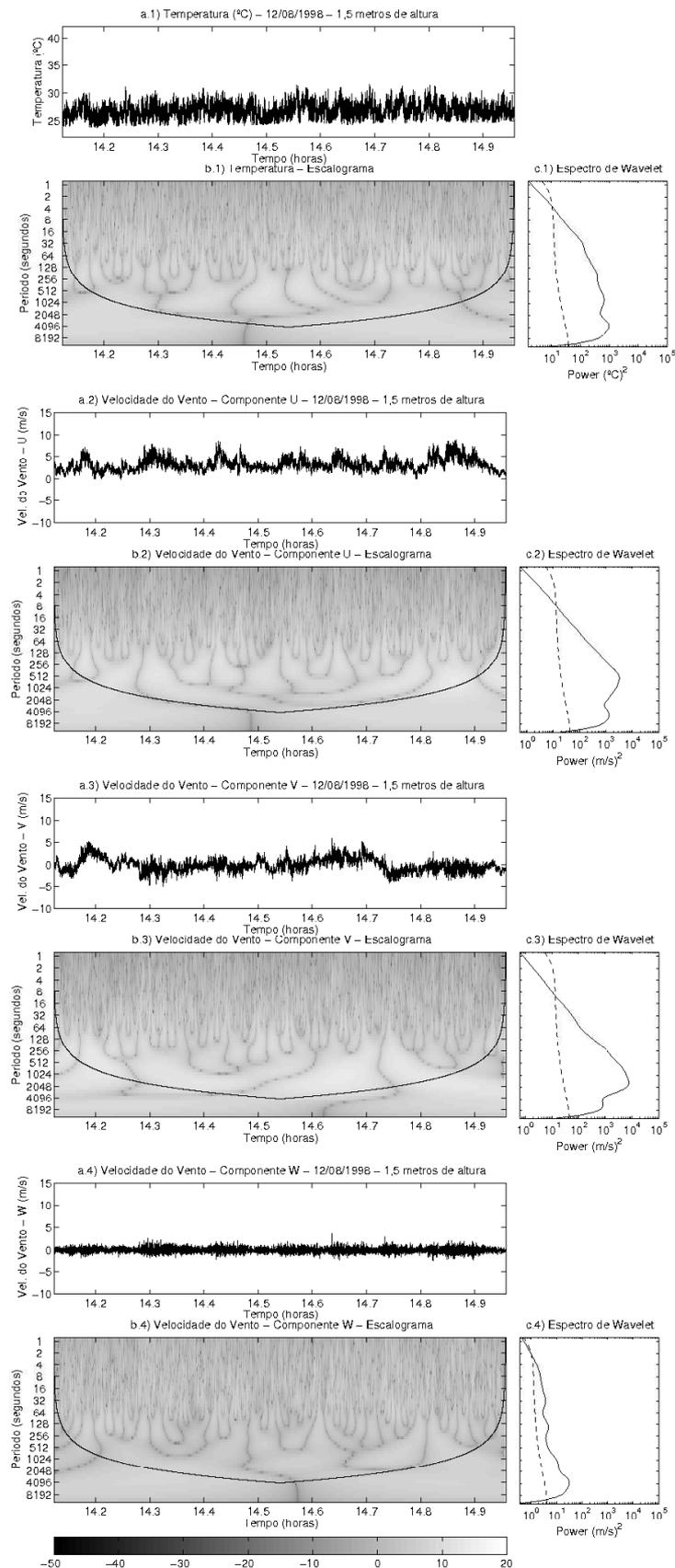


Figura 5.17: (a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 8.

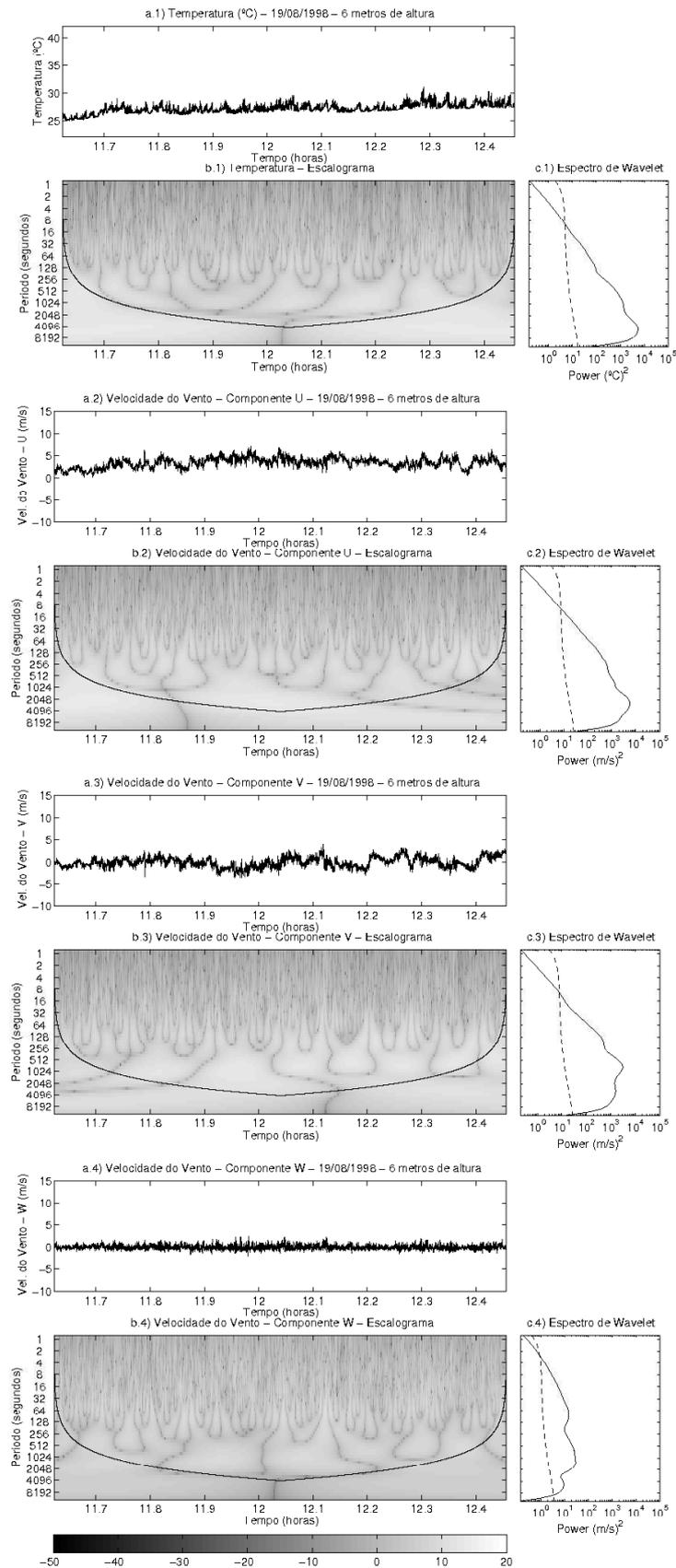


Figura 5.18: (a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 16.

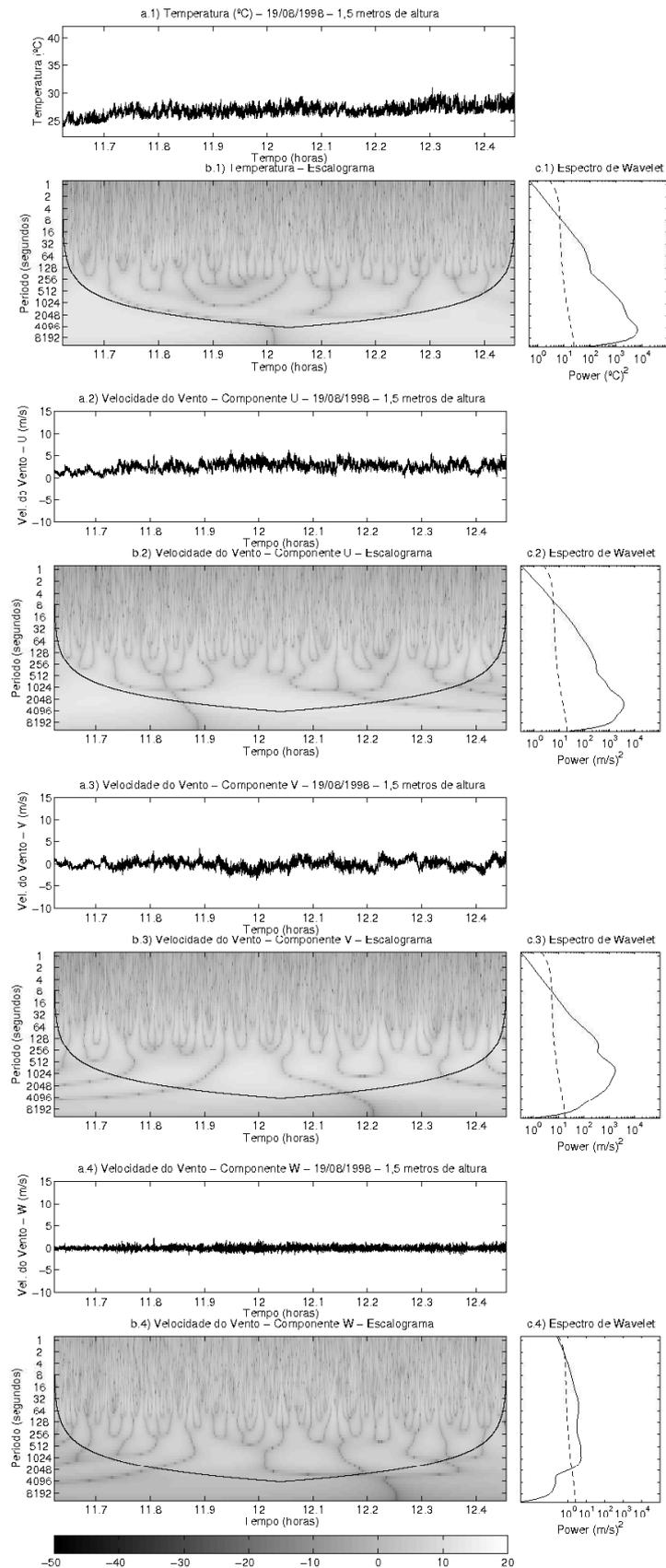


Figura 5.19: (a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 11.

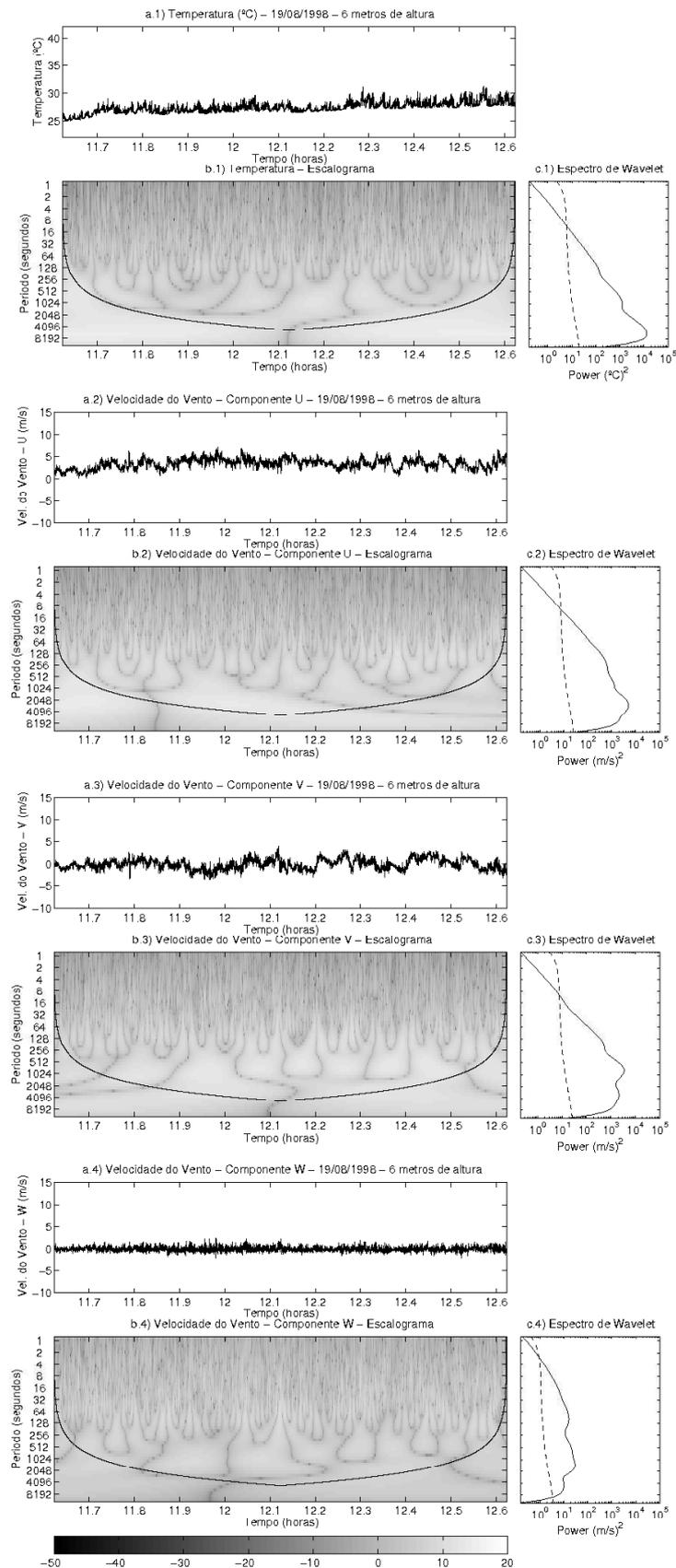


Figura 5.20: (a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 17.

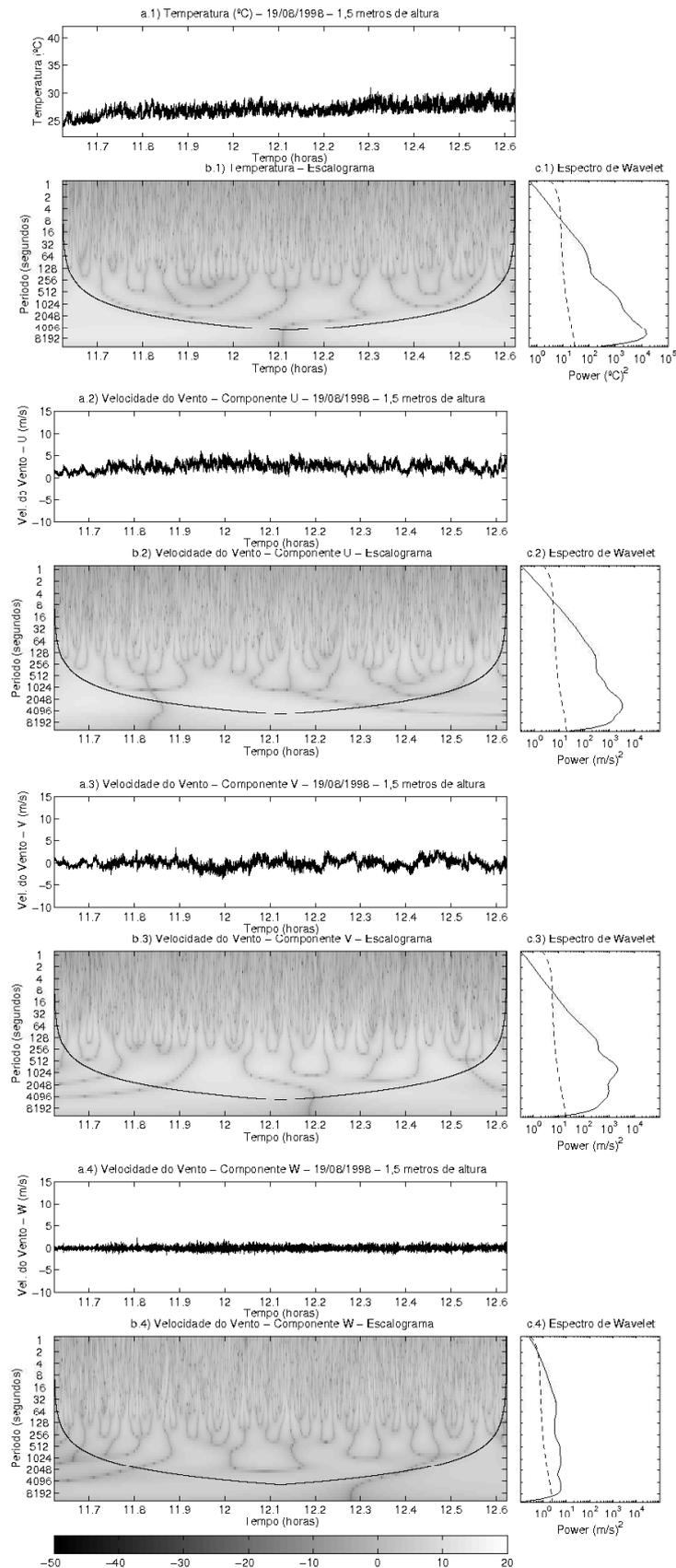


Figura 5.21: (a.1, a.2, a.3, a.4) Série, (b.1, b.2, b.3, b.4) Escalograma e (c.1, c.2, c.3, c.4) Espectro da Temperatura e das componentes U, V e W da velocidade do vento, respectivamente, do experimento 14.

## 5.6 Períodos mais relevantes encontrados

Nesta seção, conforme já reportado em anteriormente, serão mostrados quais foram os períodos mais relevantes encontrados em cada experimento da Tabela 5.1, dando uma idéia de quais foram os mais representativos na CLS, exibindo os períodos das estruturas turbulentas, nesses casos. Isso sem levar em consideração as possíveis contaminações de dados.

Na Tabela 5.2, na página 92, descreve-se quais foram os picos espectrais globais e locais encontrados em cada experimento, os quais usou-se aqui, para denotar tal valor, a variável  $P_M^x$  (período de energia máxima), onde  $x = T, u, v$  e  $w$ . Fala-se de picos locais, pois, como já foi observado, foram obtidos espectros com mais de um pico, contrariando o esperado de acordo com a literatura, mas que entende-se aqui como frequências/períodos que denotam comportamentos que também fazem parte da estrutura do processo turbulento. Os picos foram determinados visualmente a partir dos espectros, assim como em Lamessa (LAMESSA, 2000). Nesta tabela, os itens que estão em **negrito** são os picos globais do espectro e os que estão marcados com asterisco (\*) são os que estão fora do cone de influência, ou seja, são estatisticamente não confiáveis.

Ao observar a Tabela 5.2 podemos notar que a concordância entre os picos espectrais é maior entre os experimentos medidos ao mesmo tempo e em alturas distintas do que entre os experimentos de 50 e 60 minutos, em que estes, os de 60 minutos, são as extensões de 10 minutos daqueles, de 50 minutos.

Outra observação pertinente é que o número de períodos relevantes encontrados, ou seja de picos espectrais, foi maior nos espectros da componente  $w$  da velocidade do vento do que nas outras componentes  $e$ , ainda, do que na temperatura. Isso vem mostrar que o número de estruturas representativas na componente  $w$  é maior que nas outras componentes, porém, como pode ser observado nos espectros, a energia atribuída a essas estruturas da componente  $w$  é muito menor do que qualquer estrutura da componente  $u$ , por exemplo.

## 5.7 Estimativa da Altura da Camada de Mistura

A altura da Camada de Mistura,  $z_i$ , é uma escala de comprimento que caracteriza e estrutura o desenvolvimento da CLA. A estimativa de  $z_i$  é normalmente feita por sondagens, ou sensores remotos, como lidars, radares e sodares (KAIMAL et al., 1982). No entretanto, tais tipos de estimativas podem ser, por diversas razões, inacessíveis a certos experimentos. Por isso, é extremamente útil que se possa estimar  $z_i$  com base em outros dados - de mais simples acesso

Nº	$P_M^l$ (s)	$P_M^u$ (s)	$P_M^v$ (s)	$P_M^w$ (s)
01	<b>4096*</b> 512	<b>4096*</b> 512	<b>3072</b>	<b>2048</b> 128
02	<b>4096*</b>	<b>3072</b>	6144* <b>768</b>	<b>1024</b> 96
03	6144* <b>768</b>	4096* <b>1024</b>	6144* <b>1536</b>	4096* <b>512</b>
04	<b>6144*</b> 512	<b>4096*</b> 512	<b>6144*</b> 2048	<b>2048</b> 512 128
05	<b>6144*</b>	<b>4096*</b>	6144* <b>768</b>	6144* <b>1536</b> 81
06	6144* <b>512</b>	<b>1536</b>	<b>1536</b>	4096* 2048 <b>512</b> 64
07	<b>4096*</b>	<b>4096*</b>	<b>2048</b>	<b>4096*</b>
08	<b>4096*</b> 1024	4096* <b>512</b>	6144* <b>1536</b>	<b>4096*</b> 128 32
09	<b>3072</b> 64	<b>4096*</b> 786 128	<b>3072</b>	<b>2048</b> 512 128 32 16
10	<b>4096*</b>	<b>4096*</b> 1024	<b>4096*</b> 768	<b>4096*</b> 384 48
11	<b>4096*</b>	<b>2048</b>	<b>768</b> 192	<b>1024</b> 64
12	<b>6144*</b> 1024	6144* <b>512</b>	<b>1536</b>	<b>4096*</b> 1536 192 32
13	<b>6144*</b>	<b>6144*</b> 1536	<b>6144*</b>	<b>6144*</b> 384 48
14	<b>6144*</b>	<b>3072</b>	<b>768</b>	6144* <b>1024</b> 48
15	<b>4096*</b> 768	4096* <b>512</b>	<b>2048</b>	<b>4096*</b> 128
16	<b>4096*</b>	<b>3072</b>	3072 <b>768</b>	6144* <b>1536</b> 96
17	<b>6144*</b>	<b>3072</b>	3072 <b>768</b>	6144* <b>1536</b> 96

Tabela 5.2: Períodos mais energéticos dos experimentos da Tabela 5.1.

- preferencialmente coletados na própria CLS. Os espectros turbulentos oferecem alternativas para isso.

Kaimal et al (KAIMAL et al., 1976) verificaram que os comprimentos de onda dos picos espectrais para as componentes  $u$  e  $v$   $[(\lambda_m)_u \text{ e } (\lambda_m)_v]$  são proporcionais à altura da camada. Portanto, a resolução desse problema recai em se determinar o pico de máximo espectral associado a essas componentes, questão já discutida e solucionada na, imediatamente anterior, Seção 5.6.

Tem-se, porém, um ponto a se considerar. O experimento de Minnesota (KAIMAL et al., 1976) mostrou que  $(\lambda_m)_u = 1,3z_i$  (PASQUILL; SMITH, 1983), porém, não se pode assegurar o valor 1,3 como constante de proporcionalidade entre  $\lambda_m$  e  $z_i$  genericamente. Kaimal *et al* apresentam espectros da componente  $u$  (amostragem na CLS, no nível de 10 m em relação à superfície) para os quais a constante de proporcionalidade entre  $(\lambda_m)_u$  e  $z_i$  ficam em torno de 1,1 (KAIMAL et al., 1982). Somente dispondo de medidas de sondagens verticais na CLA do campo de prova de Utah, nos mesmos dias e horários utilizados neste trabalho, seria possível avaliar a relação de proporcionalidade para o presente caso. Não havendo tais medidas, adotou-se a relação  $(\lambda_m)_u = 1,3z_i$

Até aqui, falou-se sobre a estimativa da altura da Camada de Mistura, sem mencionar nada sobre a altura da CLA estável,  $h$ . Para este caso, o cálculo é mais complicado. Os resultados de Minnesota (KAIMAL et al., 1976) fornecem a equação 5.2 para terrenos muito planos.

$$(\lambda_m)_u \cong 2h \left( \frac{z}{h} \right)^{1/2} \quad (5.2)$$

Como já foi visto, no desenvolvimento desta dissertação, apenas o caso do Experimento 7 da Tabela 5.1 apresenta estabilidade estável. Efetuamos o cálculo de  $h$  com a equação 5.2 sugerida e o resultado deu um valor da ordem de  $10^6$  metros, totalmente discordante do esperado. Diante desse fato, mesmo para o caso estável, usar-se-á a fórmula para o caso instável, a qual resultou em um valor menos incoerente.

Na Tabela 5.3, dada na página 94, são apresentados os valores encontrados para a altura da camada de mistura em cada experimento de acordo com os picos espectrais de  $u$ .

Vale lembrar que, conhecidos os valores da frequência adimensional de máximo,  $n_m$ , e da altura de medição,  $z$ , o comprimento de onda de máximo,  $\lambda_m$ , é obtido por  $\lambda_m = z/n_m$ . Houve experimentos em que foram apresentadas duas alturas para a camada de mistura, isso ocorreu porque a primeira foi calculada usando um pico espectral que estava fora do cone de influência, fato este que os tornam estatisticamente não confiáveis, sendo apresentada assim uma segunda altura calculada usando o segundo maior pico espectral, quando este existia. Os

Nº	Dia	Altura (m)	Duração (min)	$P_M^u$ (s)	$\bar{U}$ (m/s)	$(\lambda_m)_u$ (m)	Altura da Camada de mistura ( $z_i$ ) em m	Estabilidade
1	12	6	50	4.096* 512	3,84	24.576 3.072	18.904 <b>2.363</b>	Instável
2	19	6	50	3.072	3,08	18.432	14.178	Instável
3	25	6	50	1.024	4,67	6144	4.726	Instável
4	12	6	50	4.096* 512	3,91	24.576 3.072	18.904 <b>2.363</b>	Instável
5	19	6	60	4.096*	3,15	24.576	18.904	Instável
6	25	6	60	1.536	4,72	9.216	7.089	Instável
7	18	3	50	4.096*	1,97	12.288	9.452	Instável
8	12	1,5	50	512	3,35	768	<b>590</b>	Instável
9	12	1,5	50	4.096* 768	3,60	6.144 1152	4.726 <b>886</b>	Instável
10	18	1,5	50	4.096* 1.024	1,05	6.144 1.536	4.726 <b>1.181</b>	Estável
11	19	1,5	50	2.048	2,60	3.072	<b>2.363</b>	Instável
12	12	1,5	60	512	3,37	768	<b>590</b>	Instável
13	18	1,5	60	6.144* 1536	0,97	9.216 2.304	7.089 <b>1.772</b>	Instável
14	19	1,5	60	3.072	2,58	4.608	3.544	Instável
15	12	6	50	512	4,36	3.072	<b>2.363</b>	Instável
16	19	6	50	3.072	3,44	18.432	14.178	Instável
17	19	1,5	50	3.072	3,43	4.608	3.544	Instável

Tabela 5.3: Estimativa da altura da camada de mistura ( $z_i$ ) para os experimentos da Tabela 5.1.

valores marcados em **negrito** foram os que deram um resultado dentro do esperado, e os demais ficaram sobrestimados, alguns (conforme explicado) por se basearem em picos fora do cone de influência; outros, possivelmente, porque a metodologia aqui aplicada para esses cálculos foi usada para calcular  $z_i$  em espectros calculados pelas bases de Fourier e não de Ondas; ou, ainda, pode-se pensar na altura em que o anemômetro encontrava-se, que podia ser de 1,5 m, 3 m ou 6 m, ao contrário de Kaimal (KAIMAL et al., 1972), que utilizaram alturas de 10 metros para a medição. Em relação aos valores em **negrito**, que estão dentro do esperado, de acordo com a literatura, só seria possível dizer quão certos ou errados estão esses valores, se houvesse sondagens verticais da CLA para dias e horários estudados, o que não é o caso.

## 5.8 Estimativa das Escalas Eulerianas Integrais de Tempo e Comprimento

As escalas Eulerianas integrais de tempo são parâmetros indispensáveis aos modelos de difusão atmosférica e as escalas Lagrangianas integrais são proporcionais às escalas Eulerianas (HANNA, 1981, 1984), mas não foram calculadas neste estudo.

As escalas Eulerianas integrais de tempo ( $T_E$ ) e de comprimento ( $\Lambda_E$ ), são diretamente

proporcionais ao comprimento de onda do pico espectral ( $\lambda_m$ ). O valor de  $T_E$  para uma variável qualquer  $x$  (isto é  $T_E^x$ ) permite estimar o período de amostragem necessário para que o erro no valor médio de  $x$  seja inferior a um limite pré-estabelecido. A escala integral de tempo é um parâmetro importante para a definição do intervalo de tempo a ser utilizado na estimativa dos parâmetros dos fluxos turbulentos (TENNEKES; LUMLEY, 1972).

Para uma dada variável  $x$  (nesse estudo leva-se em conta apenas  $x = u; T$ ), o cálculo das escalas integrais faz-se mediante as equações 5.3 e 5.4 (KAIMAL; GAYNOR, 1983).

$$T_E^x \cong 0,16 \frac{(\lambda_m)_x}{u} \quad (5.3)$$

$$\Lambda_E^x = u T_E^x \quad (5.4)$$

Conseqüentemente, usando os valores de  $(\lambda_m)_u$  exibidos na Tabela 5.3, repetidos na Tabela 5.4, representada à página 96, acrescido dos valores de  $(\lambda_m)_T$  e da velocidade do vento médio,  $\bar{u}$ , obteve-se os resultados descritos referida na tabela 5.4.

Para os experimentos em que o cálculo se baseava em um pico espectral fora do cone de influência, foi apresentado resultado com o segundo mais energético, quando este existia.

Havia o interesse de incluir nessa seção o cálculo da dissipação da energia cinética turbulenta ( $\varepsilon$ ) e da Microescala de Kolmogorov ( $\mu$ ). Seria utilizada, para o cálculo de  $\varepsilon$ , a metodologia dada em Haider et al (HAIDER; HONDZO; PORTE-AGEL, 2005), mas foi observado que para esse cálculo são usadas, dentre outras, duas variáveis, uma é a inclinação do espectro no subintervalo inercial e a outra é calculada a partir da integral dos espectros das velocidades do vento. Tanto a inclinação do espectro quanto as suas integrais não foram contempladas nesta dissertação, inviabilizando assim o cálculo da dissipação da energia cinética turbulenta, pelo método exposto no artigo, e inviabilizando também o cálculo da microescala de Kolmogorov (Equação 3.27, na página 22), que depende de  $\varepsilon$ .

N <sup>o</sup>	$\bar{u}$	$(\lambda_m)_u$	$(\lambda_m)_T$	$T_E^u$ (s)	$\Lambda_E^u$ (m)	$T_E^T$ (s)	$\Lambda_E^T$ (m)
1	3,84	24.576	24.576	1.024*	3.932*	1.024*	3.932*
		3.072	3.072	128	491	128	491
2	3,08	18.432	24.576	957	2.949	1.276*	3.932*
3	4,67	6144	4608	210	983	157	737
4	3,91	24.576	36.864	1.005*	3.932*	1.508*	5.898*
		3.072	3.072	125	491	125	491
5	3,15	24.576	36.864	1.248*	3.932*	1.872*	5.898*
6	4,72	9.216	3.072	312	1.474	104	491
7	1,97	12.288	12.288	998*	1.966*	998*	1.966*
8	3,35	768	6.144	36	122	293*	983*
			1.536			73	245
9	3,60	6.144	4.608	273*	983*	204	737
		1.152		51	184		
10	1,05	6.144	6.144	936*	983*	936*	983*
		1.536		234	245		
11	2,60	3.072	6.144	189	491	378*	983*
12	3,37	768	9.216	36	122	437*	1.474*
			1.536			72	245
13	0,97	9.216	9.216	1.520*	1.474*	1.520*	1.474*
		2.304		380	368		
14	2,58	4.608	9.216	285	737	571*	1.474*
15	4,36	3.072	24.576	112	491	901*	3.932*
			4.608			169	737
16	3,44	18.432	24.576	857	2.949	1.143*	3.932*
17	3,43	4.608	9.216	214	737	429*	1.474*

Tabela 5.4: Estimativa das escalas eulerianas integrais de tempo e de comprimento dos experimentos da Tabela 5.1, onde os valores com asterisco foram calculados para comprimentos de onda máximo ( $\lambda_m$ ) obtidos a partir de picos espectrais que estavam sobre ou fora do cone de influência.

## ***6 Conclusões e Recomendações para Trabalhos Futuros***

Neste capítulo são descritas as principais conclusões do estudo apresentado nesta pesquisa. São apresentadas também as recomendações para trabalhos futuros, visando ao aperfeiçoamento das análises obtidas.

A análise de ondaletas da turbulência na CLS foi realizada através de espectros e escalogramas das componentes  $u$ ,  $v$  e  $w$  da velocidade do vento e da temperatura, obtidos a partir de 17 experimentos previamente selecionados, de acordo com a direção principal do vento, da satisfação da hipótese de Taylor e da existência de um tempo mínimo contínuo estabelecido de medição dos dados.

Para a análise de Ondaletas, através de testes, elegeu-se a ondaleta Chapéu Mexicano, pois com essa ondaleta era possível observar nos escalogramas estruturas bem definidas e delineadas, mais fáceis de serem analisadas.

Pela triagem efetuada nos 37 experimentos iniciais, restou-nos apenas 17, em que 16 tinham condição de estabilidade instável e somente um estável. Não foi obtido nenhum experimento com condição de estabilidade neutra.

Foram feitas análises de dois grandes grupos: o primeiro efetuou uma comparação das séries, escalogramas e espectros de experimentos à mesma altura com dias e horas distintos, e o segundo grupo, uma comparação onde se fixava o dia e a hora e se efetuava essa comparação, agora, entre alturas.

Na análise das séries, observou-se a proporcionalidade direta da componente  $u$  (que carrega o valor da direção do vento médio) com o acréscimo/decrécimo da temperatura. As variâncias das três componentes da velocidade do vento também eram influenciadas pelo acréscimo/decrécimo da temperatura. Foi possível visualizar, ainda, através das séries, uma flutuação de maior amplitude, mais intensa, porém numa faixa menor de variabilidade, a 1,5 metros do que a 6 metros de altura do solo, o que gerou como consequência um valor da variância maior a 6 metros, esse fato está justificado pela presença de estruturas de maior frequência a

1,5 m do que a 6 m de altura do solo, devido ao maior atrito com o solo, quanto maior for a proximidade com ele.

Em relação aos espectros, ocorreram comportamentos os mais variados possíveis. Em espectros de componentes da velocidade do vento e temperatura espera-se um pico espectral apenas, mas ocorreu aqui espectros com dois ou mais picos espectrais, que foram interpretados como períodos relevantes da turbulência que podem ser identificados com estruturas físicas da turbulência. O fechamento espectral foi garantido em todos os experimentos com tempo de amostragem de 50 e 60 minutos, ou seja, 50 minutos é tempo suficiente para o fechamento espectral. Em relação à inclinação dos espectros no subintervalo inercial, principalmente das componentes  $u$  e  $v$  da velocidade do vento, apresentaram tendência de inclinação -1, conforme foi encontrado por Katul e Chu em 1998. Não foram encontradas grandes diferenças entre os escalogramas e espectros de cada grupo, mediante somente a mudança de  $\zeta$ , e isso se justifica pelo fato de os valores de  $\zeta$  encontrados nos experimentos serem um tanto próximos. Comparando, porém, os espectros da componente mais instável com o da mais estável, observa-se que os valores das potências dos picos dos espectros das componentes  $u$ ,  $v$  e  $w$  da velocidade do vento eram maiores no caso instável que no estável, fato verificado também por Kaimal em 1972.

Nos escalogramas foi possível visualizar, com o passar do tempo, a evolução das estruturas físicas da turbulência, observando seu início, meio e fim, com os mais variados períodos possíveis. Essa visualização ocorreu baseada nas estruturas de energia que eram criadas e desfeitas, sinalizando um movimento de energia dos vórtices. Em todos os escalogramas temos um padrão que se estabeleceu que foi o de maiores estruturas, quanto maiores forem os períodos, e o de menores estruturas, quanto menores forem os períodos. Observou-se, ainda, em todos os casos que os escalogramas das componentes  $u$  e  $v$  tinham coloração sempre mais claras que o escalograma de  $w$ , o que denotava maior energia nas componentes  $u$  e  $v$  do que na componente  $w$  da velocidade do vento.

A 6 metros de altura e tempo de amostragem de 50 e 60 minutos haviam 6 experimentos que se comportavam de forma bem parecida, onde os de 60 minutos eram extensões de 10 minutos dos de 50 minutos, e todos tinham valores de  $\zeta$  e os pares de experimentos de 50 e 60 minutos apresentavam parâmetros turbulentos muito próximos. As estruturas de energia dos escalogramas tinham um comportamento aparentemente coerente em todos os casos. Os espectros apresentavam valores de potência nos picos da ordem de  $10^3$  °C a  $10^4$  °C para  $T$ ,  $u$  e  $v$ , e  $10^1$   $m^2/s^2$  a  $10^2$   $m^2/s^2$  para  $w$ .

A 3 metros de altura só se obteve um experimento, com tempo de amostragem de 50 mi-

nutos. Esse foi o experimento mais instável e o único que apresentou apenas um pico espectral nos espectros das três componentes da velocidade do vento e da temperatura.

A 1,5 metros de altura com tempo de amostragem de 50 minutos, tivemos quatro experimentos, em que um único era estável e com tempo de amostragem de 60 minutos tivemos mais três experimentos. Observou-se que mesmo com a existência de um experimento com  $\zeta > 0$  no conjunto comparativo,  $\zeta$  não demonstra ser uma variável que influencie no comportamento das estruturas de energia dos escalogramas. Nesse caso, também os experimentos medidos a 60 minutos foram obtidos de extensões de três dos quatro experimentos de 50 minutos. Além disso, observou-se aqui que os experimentos a 60 minutos, comparativamente aos experimentos de 50 minutos que os geraram, possuem características turbulentas muito parecidas, exceto o par de experimentos 10 (com duração de 50 minutos) e 13 (com duração de 60 minutos), em que o de 50 minutos é estável e o de 60 é instável, ocorrência relativa a esse par de experimentos, por terem sido medidos no regime transitório de estabilidade, que ainda é uma questão em aberto na literatura. Observa-se que uma possível causa para a ocorrência do fato citado acima é a mudança de média na velocidade nos últimos 10 minutos da série de 60 minutos, que é o experimento 13.

Não foram encontradas grandes diferenças entre os experimentos de cada grupo, mediante somente a mudança de  $\zeta$ , e isso talvez tenha ocorrido pelo fato de os valores de  $\zeta$  encontrados nos experimentos serem um tanto próximos. Comparando, porém, o experimento de maior valor de  $\zeta$  com o experimento com o menor valor de  $\zeta$ , observou-se que os valores das potências dos picos dos espectros das componentes  $u$ ,  $v$  e  $w$  da velocidade do vento são maiores no caso instável que no estável; Kaimal em 1972 já havia verificado essa ocorrência. Outro significativo fato é que a quantidade de picos espectrais (globais e locais) encontrados no caso estável é maior que no caso instável.

No comparativo entre experimentos medidos em alturas distintas (1,5 e 6 metros) no mesmo momento, foram obtidos três pares de experimento. Observou-se um padrão, até esperado, de valores de  $\bar{u}$  maiores a 6 metros de altura do que a 1,5 metros. Em relação aos escalogramas, é possível notar a existência de estruturas muito parecidas nas duas alturas, distribuídas no tempo aproximadamente da mesma forma, indicando que estruturas coerentes que foram percebidas a 1,5 metros também o foram a 6 metros.

Agrupou-se os experimentos, por faixas de valores da velocidade do vento médio  $\bar{u}$ , mas não foram encontrados comportamentos típicos por faixas de velocidade. Por outro lado, comparando o experimento de menor valor de  $\bar{u}$  com o de maior valor de  $\bar{u}$ , viu-se que, em relação aos espectros, os períodos de máximo no experimento de menor velocidade são maiores do que

os períodos de máximo de maior velocidade.

Foi efetuado um cálculo da altura da Camada de Mistura, no qual houve boa concordância para alguns valores encontrados, salvo aqueles em que houve suspeita da aplicação da metodologia, metodologia que foi inicialmente usada em espectros de Fourier e não de Ondaletas; ou do uso de picos fora do cone de influência para o cálculo; ou ainda da própria altura da medição, considerada baixa, diante do usual na literatura.

Finalmente, foi efetuado o cálculo das escalas eulerianas integrais de tempo e comprimento, que são parâmetros importantes na modelagem da turbulência atmosférica. A escala integral de tempo é um parâmetro importante para a definição do intervalo de tempo a ser usado na estimativa dos parâmetros dos fluxos turbulentos.

Para trabalhos futuros, recomenda-se realizar, em conjunto com a análise de ondaletas dos dados meteorológicos que aqui ocorreu-se, uma análise de ondaletas dos dados obtidos, em alta frequência (50 *hz*), da medição de concentração de um gás traçador (propileno), descritos na Seção 4.1.1. O objetivo desta análise conjunta seria estudar, no domínio da frequência/período, a dispersão de poluentes ao redor e dentro de um obstáculo de geometria complexa em conjunto com as condições meteorológicas. Por meio dos escalogramas e espectros das concentrações do gás traçador seria possível verificar, em conjunto com os escalogramas e espectros das variáveis de condições meteorológicas, o quanto as estruturas turbulentas de vários períodos influenciam na concentração de poluentes em função do tempo.

## *Referências Bibliográficas*

BLACKADAR, A. K. *Turbulence and Diffusion in the Atmosphere - Lectures in Environmental Sciences*. [S.l.]: Springer, 1996.

BOLZAN, M. J. A. *Um Estudo Sobre Características do Subdomínio Inercial da Turbulência Desenvolvida em Escoamento Acima e Dentro da Copa da Floresta Amazônica de Terra Firme e Acima do Pantanal Matogrossense*. Tese (Doutorado) — INPE, 2004.

BOLZAN, M. J. A.; VIEIRA, P. C. Wavelet Analysis of de Wind Velocity and Temperature Variability in the Amazon Forest. *Brazilian Journal of Physics*, v. 36, p. 1217–1222, 2006.

CHUI, C. *Wavelets: A Tutorial in Theory and Applications*. [S.l.]: Academic Press, San Diego, CA, 1992.

DAUBECHIES, I. Ten lectures on wavelets. *CBMS-NSF Regional Conference Series on Applied Mathematics*, Philadelphia, SIAM, 1992.

DOMINGUES, M. O.; MENDES., O. J.; COSTA, A. M. da. On wavelet techniques in atmospheric sciences. *Advances in Space Research*, v. 31, p. 831–842, 2005.

DRUILHET, A.; DURAND, P. Experimental investigation of atmospheric boundary layer turbulence. *Atmospheric Research*, v. 43, p. 345–388, 1997.

FARGE, M. Transformée en ondelettes continue et application à la turbulence. *Journ. Annu. Soc. Math. France*, n. 17-62, 1990.

FARGE, M. Wavelet Transforms and their Applications to Turbulence. *Annu. Rev. Fluid Mech*, v. 24, p. 395–457, 1992.

FARGE, M.; GOIRAND, E.; WICKERHAUSER, V. *Wavelet packets analysis, compression and filtering of two-dimensional turbulent flow*. [S.l.]: LMD, Ecole Normalé Supérieure,, 1991.

FARGE, M.; RABREAU, G. *Wavelet transform to analyze coherent structures in two-dimensional turbulent flows*. Paris: Proc. Scaling, Fractals and Nonlinear Variability in Geophysics I, 1988.

FRISCH, U. *Turbulence: the legacy of A. N. Kolmogorov*. [S.l.]: Cambridge University Press, 1995.

HAAR, A. Zur Theorie der Orthogonalen Funktionensysteme. *Mathematische Annalen*, v. 69, p. 331–371, 1910.

HAIDER, Z.; HONDZO, M.; PORTE-AGEL, F. Advective velocity and energy dissipation rate in an oscillatory flow. *Water Research*, v. 39, p. 2569–2578, 2005.

- HANNA, S. R. Lagrangian and Eulerian Time-Scale Relations in the Daytime Boundary Layer. *J. Appl. Meteorol.*, v. 20, p. 242–249, 1981.
- HANNA, S. R. *Applications in Air Pollution Modeling. In: Atmospheric Turbulence and Air Pollution Modelling.* [S.l.]: Publishing Company, 1984.
- HANNA, S. R.; BRIGGS, G. A.; HOSKER, R. P. J. *Atmospheric Diffusion.* [S.l.]: Technical Information Center, U. S. Department of Energy, 1982.
- JAWERTH, B.; SWELDENS, W. An overview of wavelet based multiresolution analysis. *SIAM Review*, v. 36, n. 3, p. 377–412, 1994.
- JORDAN, D. A.; HAJJ, M.; TIELEMAN, H. Characterization of turbulence scales in the atmospheric surface layer with the continuous wavelet transform. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, p. 709–716, 1997.
- KAIMAL, J. C. Turbulence Spectra, length scales and structure parameters in the stable layer. *Boundary Layer Meteorology*, v. 4, p. 289–309, 1973.
- KAIMAL, J. C. et al. Estimating the Depth of the Daytime Convective Boundary Layer. *Appl. Meteorol.*, v. 21, p. 1123–1129, 1982.
- KAIMAL, J. C.; FINNIGAN, J. J. *Atmospheric Boundary-Layer Flows. Their Structure and Measurement.* [S.l.]: New York: Oxford University Press, 1994.
- KAIMAL, J. C.; GAYNOR, J. E. The Boulder Atmospheric Observatory. *J. of Climate and Applied Meteorol.*, v. 22, p. 863–880, 1983.
- KAIMAL, J. C.; WYNGAARD, J. C. The Kansas and Minnesota Experiments. *Boundary-Layer Meteorology*, v. 50, p. 31–47, 1990.
- KAIMAL, J. C. et al. Turbulence Structure in the Convective Boundary Layer. *J. Atmos. Sci.*, v. 33, p. 2152–2169, 1976.
- KAIMAL, J. C. et al. Spectral Characteristics of Surface Layer Turbulence. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, v. 98, p. 563–589, 1972.
- KAISER, G. *A Friendly Guide to Wavelets.* [S.l.]: Birkhauser, Boston, 1994.
- KATUL, G. G. et al. *Wavelets in Geophysics. in: Ch. Intermittency in Atmospheric Surface Layer Turbulence: the Orthonormal Wavelet Representation, Wavelet Analysis and its Applications.* [S.l.]: Academic Press, San Diego, CA, 1994. 81-105 p.
- KINOSHITA, N. Nonuniform Distribution of High-Frequency Turbulence in the Unstable Boundary Layer. *Boundary-Layer Meteorology*, v. 106, p. 61–91, 2003.
- KOLMOGOROV, A. N. The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds Number. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, v. 30, p. 9–13, 1941.
- KRONLAND-MARTINET, R. The wavelet transform for analysis, synthesis, and processing of speech and music sounds. *Computer Music Journal*, v. 12, n. 4, p. 11–20, 1988.
- KUMAR, P.; FOUFOULA-GEORGOIU, E. Wavelet analysis for geophysical applications. *Reviews of Geophysics*, v. 34, n. 4, p. 385–412, 1997.

- KUMAR, P.; FOURFOULA-GEORGIOU, E. *Wavelet analysis in geophysics: An introduction*. [S.l.: s.n.], 1994.
- LAMESSA, J. E. *Estudo Espectral da Camada Limite Superficial de Iperó - SP*. Dissertação (Mestrado), 2000.
- LAU, K.; WENG, H. Climate signal detection using wavelet transform: how to make a time series sing. *Bulletin of the American Meteorological Society*, p. 2391–2402, 1995.
- LOSS, L. A. *Discriminação de Contornos Naturais Através da Análise de Decomposições Tempo-Escala-Frequência*. 2004.
- LUMLEY, J. L.; PANOFISKY, H. A. *The Structure of Atmospheric Turbulence*. New York, Interscience Publishers, 1964.
- MCGILL, K.; TASWELL, C. Length-preserving wavelet transform algorithms for zero-padded and linearly-extended signals. *Palo Alto, Rehabilitation Research and Development Center, Veterans Affairs Medical Center*, 1992.
- MEYER, Y. *Wavelets and Applications. Proceedings of the International Conference, Marseille, France*, 1989.
- MEYER, Y. *Ondelettes et Operateurs I*. Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
- MEYER, Y. *Wavelets: algorithms and applications*. [S.l.]: SIAM, 1993. Pg. 133.
- MONIN, A. S.; YAGLOM, A. M. *Statistical Fluid Mechanics: Mechanics of Turbulence*. [S.l.]: Massachussets: MIT-Press, 1971.
- MORETTIN, P. A. *Ondas e Ondaletas, Da Análise de Fourier à Análise de Ondaletas*. [S.l.: s.n.], 1999.
- MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. *Análise de Séries Temporais*. [S.l.: s.n.], 1992.
- MORLET, J.; GROSSMAN, A.; GOUPILLAUD, P. Cycle-octave and related transforms in seismic signal analysis. *Geoexploration*, v. 23, p. 85–105, 1984.
- PANOFISKY, H. A.; DUTTON, J. A. *Atmospheric Turbulence, Models and Methods for Engineering Applications*. [S.l.]: John Wiley, New York, 1984.
- PASQUILL, F.; SMITH, F. B. *Atmospheric Diffusion*. 3. ed. [S.l.]: Ellis Horwood Ltd., Chichester, England, 1983.
- PROTÁZIO, J. M. B. *Análise Wavelet Aplicada a Sinais Geofísicos*. 2002.
- SANTOS, J. M. *Flow and dispersion around isolated buildings*. Tese (Doutorado) — University of Manchester, Institute of Science and Technology, U.K., 2000.
- SEINFELD, J. H.; PANDIS, S. N. *Atmospheric Chemistry and Physics from Air Pollution to Climate Change*. [S.l.]: Wiley-Interscience, 1997.
- SIGGRAPH 94. International Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, 21., Orlando, Wavelets and their applications to computer graphics. New York, ACM. 1994.

- SIGGRAPH 95. International Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, 22., Los Angeles. Wavelets and their applications to computer graphics. New York, ACM, 1995.
- SORBJAN, Z. *Structure of the Atmospheric Boundary Layer*. [S.l.]: London: Prentice-Hall, 1989.
- STRANG, G.; NGUYEN, T. *Wavelets and filter banks*. [S.l.]: Wellesley, Wellesley-Cambridge Press, 1996.
- STULL, R. B. *An Introduction to Boundary Layer Meteorology*. [S.l.: s.n.], 1988.
- TASWELL, C.; MCGILL, K. Wavelet transform algorithms for finite-duration discrete-time signals. *INTERNATIONAL CONFERENCE ON WAVELETS AND APPLICATIONS, Toulouse*, 1992.
- TENNEKES, H.; LUMLEY, J. L. *A First Course in Turbulence*. [S.l.]: Cambridge: MIT-Press, 1972.
- TORRENCE, C.; COMPO, G. A Practical Guide to Wavelet Analysis. *Bulletin of the American Meteorological Society*, v. 79, n. 1, p. 61–78, 1998.
- TORRENCE, C.; WEBSTER, P. J. The annual cycle of persistence in the El Niño-Southern Oscillation. *Quart. J. Roy. Meteor.*, 1998.
- TURNER, B. J. et al. Identification of Turbulence Structure above a Forest Canopy using a Wavelet Transform. *J. Geophys.*, v. 99, p. 1919–1926, 1994.
- TURNER, D. B. et al. *Fundamentals of Air Pollution*. [S.l.]: Academic Press, Inc, 1984.
- WARHAFT, Z. Passive Scalars in Turbulent Flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, v. 32, p. 203–240, 2000.
- WEAST, R. C. *HandBook of Chemistry an Physics*. 52. ed. [S.l.]: The chemical Rubber Co., 1971.
- WILLIS, G. E.; KATUL, G. On the use of Taylor's Translation Hypotesis for Diffusion in the Mixed Layer. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, v. 102, p. 817–822, 1976.
- WINGAARD, J. C. The Effects of Probe-induced Flow Distorcion on Atmosphere Turbulence Measuremets: Extension to Scalars. *J. Atmos. Sci.*, v. 45, p. 3400–3412, 1988.
- WYNGAARD, J. C. *Measurements Phisics. In: Probing the Atmosphere Boundary Layer*. [S.l.]: MAS, Boston, 1986.