

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

GARBEN BRAVIM GOMES

ANÁLISE ESTATÍSTICA DE CORRELAÇÕES PVT DE
PETRÓLEOS

VITÓRIA
2008

GARBEN BRAVIM GOMES

ANÁLISE ESTATÍSTICA DE CORRELAÇÕES PVT DE PETRÓLEOS

Dissertação apresentada ao Programa da Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Márcio Coelho de Mattos.

VITÓRIA

2008

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
(Biblioteca Central da Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

G633a Gomes, Garben Bravim, 1982-
 Análise estatística de correlações PVT de petróleos / Garben
 Bravim Gomes. – 2008.
 127 f. : il.

 Orientador: Márcio Coelho de Mattos.
 Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Espírito
 Santo, Centro Tecnológico.

 1. Correlação (Estatística). 2. Reservatórios. 3. Petróleo -
 Análise. I. Mattos, Márcio Coelho de. II. Universidade Federal do
 Espírito Santo. Centro Tecnológico. III. Título.

CDU: 621

GARBEN BRAVIM GOMES

ANÁLISE ESTATÍSTICA DE CORRELAÇÕES PVT DE PETRÓLEOS

Dissertação apresentada ao Programa da Pós-Graduação em Engenharia Mecânica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica

.

Aprovada em 08 de outubro de 2008.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Márcio Coelho de Mattos
Universidade Federal do Espírito Santo - orientador

Prof. Dr. Denis José Schiozer
Universidade Estadual de Campinas

Prof. Dr. João Luiz Marcon Donatelli
Universidade Federal do Espírito Santo

À minha família, por todo o apoio e estímulo dado ao longo da minha vida.

Ao Johannes, um grande companheiro nos últimos anos.

AGRADECIMENTOS

A Deus pela vida.

Ao Prof. Dr. Márcio Coelho de Mattos, do Departamento de Engenharia Mecânica da UFES, pelo apoio, estímulo, orientação e, sobretudo, por ter acreditado e apostado no meu desempenho no Programa.

À Universidade Federal do Espírito Santo – UFES e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica – PPGEM pela oportunidade de cursar o Mestrado.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES pela bolsa de estudos que me foi concedida.

Ao Prof. Dr. Oldrich Joel Romero, do Departamento de Engenharia e Ciências Exatas do Centro Universitário Norte do Espírito Santo - CEUNES/UFES pelo auxílio e colaboração no desenvolvimento deste trabalho.

Ao Johannes que me incentivou e ajudou de diversas maneiras durante o curso.

Aos amigos que tornaram esta jornada mais agradável e divertida.

À Zezé, secretária do PPGEM, que sempre nos atende com carinho e um grande sorriso.

“Quanto mais aumenta nosso conhecimento, mais evidente fica nossa ignorância.”

(John Kennedy)

RESUMO

Uma estimativa precisa do comportamento do reservatório é necessária para a avaliação das reservas de hidrocarbonetos, previsão de desempenho futuro desenvolvimento das instalações de produção e planejamento de métodos eficazes de recuperação de óleo. No entanto, a medição de todas as propriedades do petróleo durante a operação de um poço exploratório é inviável por causa do tempo demandado para a completa caracterização. O problema é contornado com a medição de algumas propriedades, a partir das quais se estimam outras. Com esta finalidade diversos modelos foram desenvolvidos nos últimos anos para relacionar, de forma eficiente, as propriedades do fluido do reservatório como, por exemplo, fator volume de formação, razão de solubilidade, pressão de saturação, temperatura, grau API, densidade etc. Estes modelos são conhecidos na literatura e indústria como correlações PVT, dentre as quais as mais conhecidas são de Standing, Glaso e Vazquez-Beggs. Diversas modificações dessas correlações têm sido introduzidas nos últimos anos por De Ghetto, Al Marroun, Petrosky, dentre outros. Neste trabalho apresentamos, com aplicação de um ferramental estatístico adequado, uma análise destas das correlações PVT que estimam a pressão de saturação propostas por Standing, Glaso e Vazquez-Beggs. Os dados experimentais utilizados são os apresentados por De Ghetto et al. (1995).

Palavras chaves: Correlações, Propriedades PVT, Reservatórios de Petróleo.

ABSTRACT

A precise estimation of a reservoir behavior is very important for the correct evaluation of hydrocarbons amount, prediction of the performance, development of production facilities and planning of efficient recuperation methods. But direct evaluation of all petroleum properties is not viable during operation of an exploratory well bore. This problem is solved by estimating some properties from others whose evaluation in laboratory is easier. Several correlations were proposed and commented in the literature for correlating oil formation volume factor, solubility ratio, bubble point pressure, reservoir temperature, oil gravity, gas gravity, and so on. These models have been nominated PVT correlations, although sometimes they include some non PVT properties as oil and gas viscosity. The most famous correlations is that proposed by Standing, Glaso and Vazquez-Beggs, which have been modified by other researchers as, for example, De Ghetto, Al Marroun and Petrosky. In this work, we present statistical analysis of some correlations (for bubble point pressure estimation) for Standing, Glaso and Vazquez-Beggs correlations. The experimental data are that presented by De Ghetto in 1995.

Keywords: Correlation, PVT properties, Petroleum reservoir.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1 - Resumo das principais Correlações PVT de petróleo propostas nas últimas décadas e utilizadas na indústria do petróleo.....	4
Tabela 2.1 - Tabela ANOVA para testar a significância da regressão.....	17
Tabela 3.1 - Limites usados no desenvolvimento das correlações de Standing.....	29
Tabela 3.2 - Limites usados no desenvolvimento das correlações de Glaso.....	30
Tabela 3.3 - Limites usados no desenvolvimento das correlações de Vazquez-Beggs.....	32
Tabela 3.4 - Valores dos coeficientes C_1 , C_2 e C_3 que compõem a Correlação de Vazquez-Beggs.....	33
Tabela 4.1 - Parâmetros re-estimados para a correlação de Standing.....	40
Tabela 4.2 - Desvios percentuais dos parâmetros re-estimados com perturbação em relação aos parâmetros re-estimados sem perturbação para a correlação de Standing.....	41
Tabela 4.3 - Parâmetros re-estimados para a correlação de Glaso.....	45
Tabela 4.4 - Desvios percentuais dos parâmetros re-estimados com perturbação em relação aos parâmetros re-estimados sem perturbação para a correlação de Glaso.....	46
Tabela 4.5 - Parâmetros re-estimados para a correlação de Vazquez-Beggs linearizada.....	49
Tabela 4.6 - Desvios percentuais dos parâmetros re-estimados com perturbação em relação aos parâmetros re-estimados sem perturbação para a correlação de Vazquez-Beggs linearizada.....	50
Tabela 4.7 - Parâmetros re-estimados para a correlação de Vazquez-Beggs.....	51
Tabela 4.8 - Desvio percentual dos parâmetros re-estimados com perturbação em relação aos parâmetros re-estimados sem perturbação para a correlação de Vazquez-Beggs.....	51
Tabela 5.1 - Estatísticas referentes aos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas sem perturbações pelas equações de Standing, Glaso e Vazquez-Beggs em relação à pressão de saturação fornecida por De Ghetto (1995).....	60

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Padrões de comportamento para gráficos de resíduos: (a) satisfatório, (b) funil, (c) arco duplo, (d) não linear.....	20
Figura 4.1 - Diagrama esquemático da análise da robustez das correlações.....	39
Figura 4.2 - Distribuição dos resíduos para a pressão de saturação calculada através da correlação de Standing para erro de até 1% nas variáveis independentes.....	42
Figura 4.3 - Distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas através da correlação de Standing com até 1% de erro nas variáveis independentes em relação à sem erro.....	43
Figura 4.4 - Distribuição dos resíduos para a pressão de saturação calculada através da correlação de Standing para erro de até 10% nas variáveis independentes.....	43
Figura 4.5 - Distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas através da correlação de Standing com até 10% de erro nas variáveis independentes em relação à sem erro.....	44
Figura 4.6 - Distribuição dos resíduos para a pressão de saturação calculada através da correlação de Glaso para erro de até 1% nas variáveis independentes.....	47
Figura 4.7 - Distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas através da correlação de Glaso com até 1% de erro nas variáveis independentes em relação à sem erro.....	47
Figura 4.8 - Distribuição dos resíduos para a pressão de saturação calculada através da correlação de Glaso para erro de até 10% nas variáveis independentes.....	48
Figura 4.9 - Distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas através da correlação de Glaso com até 10% de erro nas variáveis independentes em relação à sem erro.....	48
Figura 4.10 Distribuição dos resíduos para a pressão de saturação calculada - através da correlação de Vazquez-Beggs para erro de até 1% nas variáveis independentes.....	52
Figura 4.11 Distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação - calculadas através da correlação de Vazquez-Beggs com até 1% de erro nas variáveis independentes em relação à sem erro.....	52
Figura 4.12 Distribuição dos resíduos para a pressão de saturação calculada - através da correlação de Vazquez-Beggs para erro de até 10% nas variáveis independentes.....	53

Figura 4.13	Distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação - calculadas através da correlação de Vazquez-Beggs com até 10% de erro nas variáveis independentes em relação à sem erro.....	53
Figura 5.1	- Comparação entre os autores da distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas com erro de até 1% de erro em R_s em relação às calculadas sem erro.....	55
Figura 5.2	- Comparação entre os autores da distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas com erro de até 10% de erro em R_s em relação às calculadas sem erro.....	55
Figura 5.3	- Comparação entre os autores da distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas com erro de até 1% de erro em γ_g e γ_{gs} em relação às calculadas sem erro.....	56
Figura 5.4	- Comparação entre os autores da distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas com erro de até 10% de erro em γ_g e γ_{gs} em relação às calculadas sem erro.....	56
Figura 5.5	- Comparação entre os autores da distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas com erro de até 1% de erro em API em relação às calculadas sem erro.....	57
Figura 5.6	- Comparação entre os autores da distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas com erro de até 10% de erro em API em relação às calculadas sem erro.....	57
Figura 5.7	- Comparação entre os autores da distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas com erro de até 1% de erro em T em relação às calculadas sem erro.....	58
Figura 5.8	- Comparação entre os autores da distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas com erro de até 10% de erro em T em relação às calculadas sem erro.....	58
Figura 5.9	- Comparação entre os autores da distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas sem erro em relação à pressão de saturação apresentada por De Ghetto (1995).....	60

LISTA DE SÍMBOLOS

P_b : pressão de saturação, psia.

R_s : razão de solubilidade de gás no óleo, scf/STB.

γ_g : densidade do gás ($\gamma_{ar} = 1$).

API : grau API, densidade relativa do óleo.

T : temperatura do reservatório, °F.

B_o : fator volume de formação do óleo, bbl/STB.

y_i : variável dependente, ou resposta.

x_j : variável independente, ou regressora.

β_j : parâmetros a serem estimados através de regressão linear.

ε_i : componente de erro aleatório.

L : função de mínimos quadrados.

$\hat{\beta}_j$: estimador de mínimos quadrados de β_j .

$\hat{y}_i$: estimativa da variável dependente.

e_i : erro ou resíduo do modelo de regressão.

SQ_E : soma dos quadrados dos resíduos.

σ^2 : variância.

$\hat{\sigma}^2$: estimador da variância.

MQ_E : média quadrática dos resíduos.

MQ_R : média quadrática de regressão.

SQ_R : soma dos quadrados de regressão.

SQ_T : soma dos quadrados totais.

R^2 : coeficiente de determinação múltipla.

$FIV(\hat{\beta}_j)$: fator de inflação da variância para $\hat{\beta}_j$.

θ_j : parâmetros a serem estimados através de regressão não linear.

$S(\theta)$: soma dos quadrados dos erros do modelo de regressão não linear.

$SS(\theta)$: soma dos quadrados dos erros do modelo de regressão não linear linearizado através de métodos iterativos.

θ_j : parâmetros a serem estimados através de regressão não linear.

$\hat{\theta}$: vetor dos parâmetros estimados através de regressão não linear.

$Var(\hat{\theta})$: estimativa da matriz de covariância assintótica do vetor de parâmetros $\hat{\theta}$.

P_{bs} : pressão de saturação calculada através de correlação de Standing, psia.

P_{bg} : pressão de saturação calculada através de correlação de Glaso, psia.

P_{bvb} : pressão de saturação calculada através de correlação de Vazquez-Beggs, psia.

P : pressão do reservatório, psia.

γ_o : densidade do óleo (água = 1).

γ_{gs} : densidade do gás considerando a pressão no separador de 114,7 psia.

γ_{gp} : a densidade do gás obtida para o separador nas condições de P_{sp} e T_{sp} .

P_{sp} : pressão no separador, psia.

T_{sp} : temperatura no separador, °F.

D(Pbs): desvios percentuais da pressão de saturação calculada com erro nas variáveis independentes em relação à calculada sem erro através das correlações de Standing.

D(Pbg): idem, através das correlações de Glaso.

D(Pbvb): idem, através das correlações de Vazquez-Beggs.

D(Pb): desvio percentual da pressão de saturação calculadas sem perturbações pelas equações de Standing, Glaso ou Vazquez-Beggs em relação à pressão de saturação fornecida por De Ghetto (1995).

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
1.1. PRINCIPAIS CORRELAÇÕES DE PROPRIEDADES PVT.....	2
1.2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE AS CORRELAÇÕES PARA PRESSÃO DE SATURAÇÃO	5
1.3. MOTIVAÇÃO DO TRABALHO	9
1.4. OBJETIVOS	10
1.5. ESTRUTURA DO TRABALHO	11
2. ANÁLISE DE REGRESSÃO.....	13
2.1. ANÁLISE DE REGRESSÃO LINEAR.....	13
2.1.1. Estimação dos parâmetros por mínimos quadrados.....	14
2.1.2. Testes de hipótese e estimação intervalar.....	16
2.1.3. Medidas de adequação do modelo.....	18
2.1.3.1. <i>Análise dos resíduos</i>	19
2.1.3.2. <i>Coeficiente de determinação múltipla</i>	20
2.1.3.3. <i>Multicolinearidade</i>	21
2.2. ANÁLISE DE REGRESSÃO NÃO LINEAR.....	22
2.2.1. Método de Levenberg-Marquardt.....	24
2.2.2. Obtenção da matriz de covariâncias assintóticas dos parâmetros estimados	26
2.2.3. Propriedades assintóticas dos estimados de mínimos quadrados...	27
3. ANÁLISE DAS PRINCIPAIS CORRELAÇÕES PARA PRESSÃO DE SATURAÇÃO DE PETRÓLEO APLICADA NA INDÚSTRIA.....	29
3.1. CORRELAÇÃO DE STANDING.....	29
3.2. CORRELAÇÃO DE GLASO.....	30
3.3. CORRELAÇÃO DE VAZQUEZ-BEGGS.....	31
3.4. DEMONSTRAÇÃO DA NÃO-UNICIDADE DE SOLUÇÃO PARA A CORRELAÇÃO DE GLASO.....	33
4. ANÁLISE ESTATÍSTICA DAS PRINCIPAIS CORRELAÇÕES PARA PRESSÃO DE SATURAÇÃO DE PETRÓLEO APLICADA NA INDÚSTRIA.....	36
4.1. DADOS DISPONÍVEIS.....	36

4.2. PROCEDIMENTO DE ANÁLISE.....	37
4.3. APLICAÇÃO À CORRELAÇÃO DE STANDING.....	39
4.4. APLICAÇÃO À CORRELAÇÃO DE GLASO.....	44
4.5. APLICAÇÃO À CORRELAÇÃO DE VAZQUEZ-BEGGS.....	49
5. ANÁLISE COMPARATIVA DOS RESULTADOS DAS CORRELAÇÕES PARA PRESSÃO DE SATURAÇÃO DE PETRÓLEO APLICADA NA INDÚSTRIA.....	54
6. CONCLUSÕES.....	61
REFERÊNCIAS.....	63
APÊNDICES.....	66
APÊNDICE A – DADOS EXPERIMENTAIS UTILIZADOS.....	67
APÊNDICE B – GRÁFICOS E PRINCIPAIS RESULTADOS APRESENTADOS PELO SOFTWARE SPSS 11.5 REFERENTES ÀS ANÁLISES DE REGRESSÃO NÃO LINEAR DA CORRELAÇÃO PVT DE STANDING PARA PRESSÃO DE SATURAÇÃO.....	68
APÊNDICE C – GRÁFICOS E PRINCIPAIS RESULTADOS APRESENTADOS PELO SOFTWARE SPSS 11.5 REFERENTES ÀS ANÁLISES DE REGRESSÃO NÃO LINEAR DA CORRELAÇÃO PVT DE GLASO PARA PRESSÃO DE SATURAÇÃO.....	83
APÊNDICE D – GRÁFICOS E PRINCIPAIS RESULTADOS APRESENTADOS PELO SOFTWARE SPSS 11.5 REFERENTES ÀS ANÁLISES DE REGRESSÃO NÃO LINEAR DA CORRELAÇÃO PVT DE VAZQUEZ-BEGGS PARA PRESSÃO DE SATURAÇÃO.....	100

1. INTRODUÇÃO

O petróleo é constituído por uma mistura de grande quantidade de hidrocarbonetos e pequenas quantidades de não hidrocarbonetos como enxofre, nitrogênio, oxigênio e hélio denominados de elementos secundários. As propriedades físicas e químicas do óleo cru (petróleo em seu estado bruto) variam consideravelmente dependendo da concentração dos vários tipos de hidrocarbonetos e de elementos secundários.

Uma descrição precisa das propriedades físicas do óleo cru é de considerável importância especialmente no estudo de reservatórios de petróleo.

As propriedades físicas de principal interesse em estudos de engenharia de petróleo são:

- densidade de gás na solução;
- densidade do óleo;
- razão de solubilidade,
- pressão de saturação;
- fator volume de formação (de óleo e de gás);
- fator volume de formação total;
- coeficiente de compressibilidade do óleo;
- viscosidade do óleo;
- viscosidade do gás;
- massa específica do óleo;
- tensão superficial (ou interfacial no caso de dois líquidos).

As informações sobre a maior parte destas propriedades dos fluidos são geralmente determinadas através de experimentos laboratoriais realizados em amostras obtidas de um reservatório real. Para isso, as amostras retiradas do poço devem manter as condições do fluido as mais próximas possíveis daquelas do reservatório. Na maioria dos reservatórios de petróleo, as propriedades dos fluidos nas condições de superfície diferem consideravelmente daquelas encontradas nas condições de reservatório, uma vez que no reservatório o óleo está submetido a altas temperaturas e pressões.

A medição de todas as propriedades do petróleo durante a operação de um poço exploratório é inviável por causa do tempo demandado para a completa caracterização, além dos altos custos que envolvem tais medições. O problema é contornado com a medição de algumas propriedades, a partir das quais estimam-se outras. Assim, na ausência de medidas experimentais, as propriedades do óleo são determinadas através de correlações empíricas, conhecidas como correlações PVT. O termo PVT (pressão-volume-temperatura) é usado para descrever o conjunto de medições que devem ser feitas para determinar a mudança do volume com a variação da pressão e temperatura.

De acordo com De Ghetto *et al.* (1995, p.647),

o ideal é que as propriedades dos fluidos sejam determinadas a partir de estudos laboratoriais em amostras coletadas do fundo do poço ou da superfície. No entanto, os dados experimentais nem sempre estão disponíveis, por causa de uma ou mais destas razões: a) as amostras coletadas não são confiáveis, b) as amostras não foram tomadas para reduzir custos, c) análises PVT não estão disponíveis quando são necessárias. Essa situação freqüentemente ocorre na interpretação de testes de produção na exploração de poços.

As correlações PVT são importantes ferramentas em tecnologia de reservatório. As estimativas obtidas através das correlações PVT formam a base para a avaliação das reservas de hidrocarbonetos, previsão de desempenho futuro, desenvolvimento das instalações de produção e planejamento de métodos eficazes de recuperação de óleo, além de serem necessárias para o cálculo da eficiência de recuperação de um reservatório. Por isso, é muito importante que tais estimativas sejam tão precisas o quanto possível.

1.1. PRINCIPAIS CORRELAÇÕES DE PROPRIEDADES PVT

Com a finalidade de estimar propriedades de petróleo a partir de medidas experimentais de outras, diversos modelos foram desenvolvidos nos últimos anos para relacionar, de forma eficiente, as propriedades do reservatório fluido como, por exemplo, pressão de saturação, razão de solubilidade, fator volume de formação, temperatura, grau API, densidade etc. Estes modelos são conhecidos na literatura e indústria como correlações PVT, dentre as quais as mais conhecidas são de Vazquez-Beggs, Standing e Glaso. Com a finalidade de tornar as correlações mais

precisas, nos últimos anos diversas modificações têm sido propostas a essas correlações por De Ghetto, Al Marroun, Petrosky-Farshad, dentre outros.

A Tabela 1.1 resume as principais correlações PVT de petróleos propostas nas últimas décadas e utilizadas na indústria do petróleo.

Como são muitas as correlações PVT propostas na literatura, esse trabalho se restringirá a estudar as correlações propostas por Standing, Glaso e Vazquez-Beggs para estimar a pressão de saturação. Tais correlações serão apresentadas no Capítulo 3.

Os autores Standing, Glaso e Vazquez-Beggs foram escolhidos por suas correlações já terem sido exaustivamente estudadas e por diversas modificações e novas correlações terem sido sugeridas a partir de estudos das mesmas. Optamos pelo estudo das correlações que estimam a pressão de saturação por ser uma propriedade que causa um efeito significativo nas correlações PVT.

“A pressão de saturação P_b de um sistema de hidrocarbonetos é definida como a mais alta pressão em que uma primeira bolha de gás é liberada do óleo” (AHMED, 2001, p. 86). Ou seja, é a pressão na qual o óleo está saturado de gás. Para pressões maiores ou superiores à pressão de saturação, o petróleo encontra-se 100% na fase líquida.

Quando a pressão está inferior à pressão de saturação o gás é liberado do óleo, resultando em fluxo bifásico. Por isso a pressão de saturação tem um efeito significativo sobre as correlações PVT, marcando uma mudança drástica e uma descontinuidade nas correlações.

Como as outras propriedades a pressão de saturação pode ser medida experimentalmente e na ausência dessas medidas é necessário estimá-las. Diversos gráficos e correlações para determinar P_b foram desenvolvidos e propostos durante décadas, assumindo que a pressão de saturação é uma função da razão de

solubilidade R_s , da densidade do gás γ_g , da densidade do óleo em °API, e da temperatura T , ou seja, $P_b = f(R_s, \gamma_g, API, T)$.

Tabela 1.1 - Resumo das principais Correlações PVT de petróleos propostas nas últimas décadas e utilizadas na indústria do petróleo.

Autor e Ano	Correlações PVT Propostas Comentários sobre as amostras
Standing (1947/1981)	- Pressão de saturação; - Razão de solubilidade; - Fator volume de formação do óleo saturado de gás.
	- 105 amostras de 22 sistemas de óleos da Califórnia.
Glaso (1980)	- Pressão de saturação; - Razão de solubilidade; - Fator volume de formação do óleo saturado de gás.
	- 45 amostras de óleo do Mar do Norte.
Vazquez-Beggs (1980)	- Pressão de saturação e razão de solubilidade; - Fator volume de formação do óleo saturado de gás e sub-saturado; - Coeficiente de compressibilidade do óleo saturado de gás e sub-saturado; - Viscosidade do óleo sub-saturado.
	- 600 análises PVT laboratoriais de óleos de várias partes do Mundo.
Ng & Egbogah (1983)	- Viscosidade do óleo morto; - Viscosidade do óleo morto, usando a temperatura mínima na qual óleo mantém as propriedades de um fluido; - Viscosidade do óleo saturado de gás e sub-saturado.
	- 394 sistemas de óleos de reservatórios de AGAT Engineering Ltd.
Khan, Al-Mahoun, Duffuaa & Abu-Khamsin (1987)	- Viscosidade do óleo na pressão de saturação; - Viscosidade do óleo acima da pressão de saturação; - Viscosidade do óleo abaixo da pressão de saturação.
	- 75 amostras de 65 reservatórios da Arábia Saudita.
Al-Mahoun (1988)	- Pressão de saturação; - Razão de solubilidade; - Fator volume de formação do óleo saturado de gás.
	- 69 amostras de 69 reservatórios de óleo do Oriente Médio.
Petrosky & Farshad (1993)	- Pressão de saturação; - Razão de solubilidade; - Fator volume de formação do óleo saturado de gás; - Coeficiente de compressibilidade do óleo saturado de gás;
	- 81 análises laboratoriais PVT de óleos de campos <i>offshore</i> do Texas e Louisiana

(Continua)

Tabela 1.1 - Resumo das principais Correlações PVT de petróleos propostas nas últimas décadas e utilizadas na indústria do petróleo (continuação).

(Conclusão)

Autor e Ano	Correlações PVT Propostas Comentários sobre as amostras
De Ghetto, Paone & Villa (1995)	- Pressão de saturação (Standing modificada); - Razão de solubilidade (Standing modificada); - Razão de solubilidade (Vazquez-Beggs modificada); - Compressibilidade (Vazquez-Beggs modificada); - Viscosidade do óleo morto (Egbogah-Jack modificada); - Viscosidade do óleo saturado (Kartoatmodjo modificada); - Viscosidade do óleo sub-saturado (Labeld e Kartoatmodjo modificadas).
	- 63 amostras de óleos pesados e extrapesados do Mediterrâneo, África e Golfo Pérsico.
Hanafy, Macary, El Nady, Bayomi e Batanony (1997)	- Pressão de saturação; - Razão de solubilidade (para pressões abaixo de 157,28 psi); - Fator volume de formação do óleo saturado de gás; - Coeficiente de compressibilidade do óleo saturado de gás; - Viscosidade do óleo; - Massa específica do óleo saturado de gás e sub-saturado.
	- 324 amostras de 123 reservatórios de várias regiões do Egito (Golfo de Suez, Deserto Ocidental e regiões do Sinai).
Velarde, Blasingame e McCain Jr. (1999)	- Pressão de saturação; - Razão de solubilidade; - Fator volume de formação do óleo saturado de gás.
	- 195 análises PVT.

Fontes: FEKETE (2008), Ahmed (2001) e De Ghetto et al. (1995).

1.2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE AS CORRELAÇÕES PARA A PRESSÃO DE SATURAÇÃO

A revisão bibliográfica deste trabalho se foca em artigos que versem sobre correlações que estimam a pressão de saturação do óleo, uma vez que são estas as correlações estudadas ao longo deste trabalho.

Como o acesso a alguns artigos muito antigos nem sempre é possível, foi utilizado como base para esta revisão o artigo de Al-Shammasi (2001).

Desde a década de 40 os engenheiros de reservatório têm percebido a importância do desenvolvimento de correlações empíricas para propriedades PVT.

Em 1947, foram publicadas por Standing correlação para pressão de saturação, P_b , desenvolvidas a partir de 105 amostras de 22 sistemas de óleos da Califórnia. A correlação é em função da razão de solubilidade (R_s), densidade do gás (γ_g), grau API (API) e temperatura do reservatório (T). “As correlações de Standing foram as primeiras correlações a utilizar estes quatro parâmetros, que agora são comumente utilizados para desenvolver correlações” (AL-SHAMMASI, 2001, p. 146).

De acordo com Al-Shammasi, em 1958 Laseter apresentou uma nova correlação para P_b baseada em 158 amostras de 137 reservatórios do Canadá, Estados Unidos da América e América do Sul.

Em 1980, Glaso publicou uma correlação para P_b desenvolvidas a partir de 45 amostras do Mar do Norte. A principal característica da correlação de Glaso são as considerações feitas para a parafinidade e presença de não hidrocarbonetos.

Também em 1980, Vazquez-Beggs publicaram uma correlação para R_s , que pode ser rearranjada e utilizada para estimar a P_b . Foram utilizadas 600 análises PVT laboratoriais de reservatórios de todo o mundo para desenvolver a correlação. Duas características importantes da correlação de Vazquez-Beggs são: terem estratificado a análise em duas faixas de densidade API, ($API > 30$, óleos leves, e $API \leq 30$, óleos pesados) e terem desenvolvido uma correlação para padronizar a medição da densidade do gás a uma referencia de separação de 100 psig.

Em 1988, Al-Marhoun desenvolveu uma correlação para estimar P_b utilizando 69 amostras de 69 reservatórios do Oriente Médio. “As correlações de Al-Mahoun foram as primeiras a serem desenvolvidas para reservatórios do Oriente Médio” (AL-SHAMMASI, 2001, p. 146).

Em 1987, Obomanu e Okpobori apresentaram novas correlações para estimar R_s . Para desenvolverem suas correlações os autores utilizaram 503 dados

experimentais de 100 reservatórios da bacia do Delta Nigeriano e a forma da correlação de Al-Marhoun (1988) para P_b como modelo.

Segundo Al-Shammasi, em 1989 Asgapur et al. publicaram uma correlação para estimar P_b utilizando amostras de diferentes reservatórios de gás e óleo do Ocidente Canadense. Os autores desenvolveram a nova correlação usando como modelo a correlação apresentada por Al-Marhoun (1988).

Dokla e Osman em 1992 publicaram uma correlação para estimar a P_b desenvolvida a partir de 51 conjuntos de dados de reservatórios dos Emirados Árabes Unidos e utilizando como modelo a correlação de Al-Mahoun (1988). De acordo com Al-Yousef e Al-Marhoun (apud AL-SHAMMASI, 2001, p. 149), “[...] a correlação de Dokla e Osman para P_b encontra resultados que contradizem as leis da física, como P_b decrescer com o aumento da temperatura e ser insensível às mudanças da densidade API”, isto é, $\left(\frac{dP_b}{dT} < 0\right)$ e $\left(\frac{dP_b}{dAPI} \rightarrow 0\right)$.

De acordo com Osman, Abdel-Wahhab e Al-Marhoun, em 1992 Macary e El-Batanoney apresentaram uma correlação para P_b desenvolvida a partir de amostras de 30 reservatórios independentes do Golfo de Suez e do Egito.

Segundo Al-Shammasi, em 1993 Omar e Tood publicaram uma nova correlação para P_b que usa o fator volume de formação (B_o), além da temperatura do reservatório (T), razão de solubilidade (R_s), grau API (API) e densidade do gás (γ_g). Para realização deste estudo foram utilizados 93 conjuntos de dados de reservatórios da Malásia.

Petrosky e Farshad, em 1993, desenvolveram uma nova correlação para P_b tomando como base a correlação de Standing (1947). Noventa conjuntos de dados de reservatórios do Golfo do México foram utilizados no desenvolvimento destas correlações. A nova equação introduz três novos parâmetros adicionais no modelo original de Standing.

Em 1994, Kartoatmodjo e Schmidt apresentaram uma nova correlação para P_b , desenvolvida a partir de dados de um banco mundial com 740 amostras de óleos de reservatórios do sudoeste da Ásia, América do Norte, Oriente Médio e América Latina. Os autores utilizaram a correlação de Standing (1947) como base para o desenvolvimento desta nova correlação.

De Ghetto *et al.* em 1995, publicou um estudo sobre a confiabilidade das principais correlações PVT até então publicadas. Para isso, foram utilizadas 63 amostras de reservatórios do Mediterrâneo, África e Golfo Pérsico. A amostra foi estratificada em duas diferentes faixas de densidade API: óleos pesados ($10 < ^\circ API < 30$), e extra-pesados ($^\circ API \leq 10$). Os autores realizaram a análise para cada uma das faixas, concluindo que para óleos extra-pesados a correlação de Standing produz bons resultados, porém o mesmo não ocorre para olhos pesados. Assim, De Ghetto *et al.* propõem uma modificação na correlação de Standing (1947) para melhor estimar P_b de óleos pesados.

Em 1996, Frashad *et al.* apresentaram correlações para P_b originárias do estudo com 98 amostras de reservatórios Colombianos. “Os melhores resultados foram obtidos quando os dados foram divididos com base no número de fases de separação. Conseqüentemente, foram desenvolvidas correlações para uma, duas e três fases da separação” (FRASHAD *et al.*, 1996, p. 315). As novas correlações tiveram como base a correlação de Standing (1947).

Em 1997, Almehaideb publicou uma correlação para P_b que como a correlação de Omar e Tood utiliza o fator volume de formação (B_o), além da temperatura do reservatório (T), razão de solubilidade (R_s), grau API (API) e densidade do gás (γ_g). Neste estudo o autor utilizou 62 conjuntos de dados de reservatórios dos Estados Unidos da América. Segundo Al-Shammasi (2001, p. 149) “melhoramentos de correlações publicadas foram alcançados a partir deste trabalho”.

Em 1999, Velarde, Blasingame e McCain Jr publicaram uma nova correlação para P_b desenvolvidas a partir de 195 análises PVT. A correlação consiste em uma modificação do modelo proposto por Petrosky e Farshad (1993) que também é uma modificação do modelo proposto por Standing (1947). De acordo com os autores é introduzido um coeficiente adicional ao modelo com a finalidade de aumentar a precisão da correlação.

Em 2004, Al-Marhoun publicou estudo onde compara resultados obtidos através da estimação de P_b pelas correlações de Al-Marhoun (1988), Standing (1947), e Vazquez-Beggs (1980), consideradas pelo autor as melhores correlações para estimar esta propriedade. Após a análise comparativa, o autor concluiu que a correlação proposta por Al-Marhoun (1988) produz os melhores resultados, os resultados mais precisos.

1.3. MOTIVAÇÃO DO TRABALHO

Como mencionado por Glaso (1980, p.785), “as correlações PVT apresentadas por Standing, em 1947, são as mais amplamente utilizadas. Estas correlações foram desenvolvidas para óleos da Califórnia e não permitem correções para outros tipos de óleos ou teor de não-hidrocarbonetos”. Entretanto, outras relações PVT desenvolvidas para óleos de outras partes do mundo, baseadas no trabalho de Standing, produziram bons ajustes de linhas de estimativas, porém paralelas à linha original de estimativa proposta por Standing. Isto pode ser explicado por dois fatores não incluídos nas correlações originais de Standing, a saber: óleos de outras regiões têm diferentes parafinidades (quantidades de componentes de óleo parafínico) e a presença de gases com grande quantidade de não hidrocarbonetos (CO_2 , N_2 e H_2S).

Em suma, uma correlação PVT desenvolvida para um reservatório de petróleo de uma região geográfica quando utilizada para estimar propriedades de petróleo de regiões diferentes pode ocasionar um erro substancial, devido as diferentes composições químicas. Porém, diversos autores afirmam que suas correlações podem ser utilizadas para óleos de diversas partes do mundo. Assim, como bem afirmaram Beggs e Robinson (1975, p.1141), “Tal como acontece com qualquer

estudo empírico, extrapolação fora do alcance dos dados utilizados para desenvolver as correlações deve ser feito com cautela”.

Até hoje, em todos os estudos apresentados na literatura sobre as correlações PVT, seja propondo novas correlações, modificações às correlações existentes ou comparando as diversas correlações propostas, não são acompanhados de análise estatística mais aprofundada, restringindo-se a mensurar os desvios médios e a concordância, por correlação empírica, entre os valores estimados e os medidos experimentalmente para as variáveis, objeto de estimação.

No entanto, há ferramentais estatísticos que permitem analisar a significância de cada parâmetro estimado para o modelo, a adequação do próprio modelo ao conjunto de dados, ou ainda se os dados sobre os quais é aplicado determinado estimador obedecem às condições mínimas para que o estimador forneça resultados confiáveis.

Entre as avaliações que se pode implementar para uma crítica estatística do conjunto de dados e da adequabilidade do modelo estão:

- a) Análise da covariância das variáveis envolvidas na análise;
- b) Análise da normalidade e homogeneidade da variância dos resíduos; e
- c) Análise dos desvios entre a estimativa e os dados reais.

Enquanto a primeira análise visa a aferir a independência das diversas variáveis envolvidas, os demais visam garantir que o estimador aplicado é um estimador não tendencioso. Ambas as avaliações, embora importantes, não foram encontradas na literatura que versa sobre a estimativa de propriedades PVT através de correlações empíricas, de forma que apenas o terceiro item, comumente encontrado, se mostra uma análise incompleta do ponto de vista estatístico.

1.4. OBJETIVOS

Neste trabalho apresentamos, através da análise de regressão, um estudo da confiabilidade e sensibilidade das correlações PVT que estimam a pressão de saturação propostas por Standing, Glaso e Vasquez-Beggs.

A análise implementada é muito importante para indicar a necessidade cautela na aplicação de algumas correlações ao conjunto de dados utilizado. Indica também a necessidade de correções em algumas correlações. No entanto, tais modificações não serão propostas neste trabalho, por não se tratarem do objetivo do mesmo.

Dessa forma, o principal objetivo deste trabalho é desenvolver uma metodologia de análise que melhor diagnostique a confiabilidade e sensibilidade das correlações PVT existentes, assim como fundamentar as críticas estatísticas que serão efetuadas após a análise. Conseqüentemente, será criado um procedimento a ser realizado quando novas correlações ou modificações forem propostas.

A apresentação e o desenvolvimento desta metodologia serão efetuados através de sua aplicação nas correlações de Standing, Glaso e Vazquez-Beggs para a pressão de saturação. Após a aplicação da metodologia deverá se determinar:

- a) quais as correlações PVT estudadas apresentam maior sensibilidade a pequenas perturbações nos dados;
- b) quais os parâmetros mais sensíveis em cada uma das correlações PVT estudadas; e
- c) determinar quais as variáveis que mais afetam os resultados das estimativas de cada correlação;

1.5. ESTRUTURA DO TRABALHO

Para facilitar sua compreensão, esse trabalho está dividido em 6 capítulos e 4 apêndices. Nos apêndices estão a apresentação de muitas análises que embasam as conclusões, mas que se mostrariam muito repetitivas no texto principal. Todavia, são apresentadas ao final para todos aqueles que queiram realizar uma comparação mais profunda com estudos próprios ou outros estudos que encontrem na literatura.

No Capítulo 1, como já foi visto, são apresentados: uma introdução sobre a utilidade das correlações PVT, uma referência bibliográfica sobre as correlações PVT, um histórico das principais correlações PVT propostas e a definição de quais

correlações serão estudadas, a motivação que estimulou o desenvolvimento deste trabalho, além de seus objetivos e sua estrutura.

O Capítulo 2 apresenta e traz algumas considerações importantes sobre as análises de regressão linear e não linear, além da descrição de suas etapas e pressupostos. A análise de regressão constitui uma ferramenta imprescindível para o desenvolvimento das correlações PVT e por consequência para o desenvolvimento da metodologia de análise das mesmas, por esse motivo grande relevância foi dada ao assunto.

No Capítulo 3 as correlações PVT estudadas neste trabalho são apresentadas e é realizada uma breve análise sobre as mesmas. Nesse capítulo também é desenvolvida a prova da não unicidade de solução ótima do modelo proposto por Glaso para estimar a pressão de saturação.

O Capítulo 4 traz um relato sobre os dados utilizados, o procedimento de análise e os resultados obtidos através da análise efetuada.

No Capítulo 5 é realizado um estudo comparativo entre as correlações PVT analisadas, com base nos resultados obtidos no Capítulo 4.

O Capítulo 6 traz as conclusões mais importantes referente aos resultados obtidos e expostos nos Capítulos 4 e 5, além das perspectivas e sugestões para trabalhos futuros.

Por fim, são apresentadas as referências citadas ao longo do trabalho, nas quais é possível encontrar detalhes mais aprofundados sobre resultados, procedimentos e assuntos abordados nesse trabalho.

Nos apêndices são apresentados os dados utilizados para a realização deste trabalho, algumas saídas do *software* SPSS 11.5, onde estão contidos os resultados das análises de regressão linear e não linear, das interações efetuadas para realização da análise de regressão não linear, bem como os gráficos referentes à normalidade e homogeneidade da variância dos resíduos.

2. ANÁLISE DE REGRESSÃO

Para o melhor entendimento deste trabalho é muito importante conhecer e compreender as etapas das análises de regressão linear e não linear, posto que são as ferramentas utilizadas no desenvolvimento das correlações PVT e, portanto, essenciais na realização das análises apresentadas neste trabalho.

“A análise de regressão é uma técnica estatística para a modelagem e a investigação de relações entre duas ou mais variáveis.” (HINES et al., 2006, p. 366).

Para determinar a relação entre variáveis, teremos, em geral, uma única variável dependente, ou resposta y , e k variáveis independentes, ou regressoras $x_1, x_2, \dots, x_k$. A relação entre as variáveis é expressa por um modelo matemático chamado de equação de regressão.

2.1. ANÁLISE DE REGRESSÃO LINEAR

A análise de regressão linear é utilizada quando deseja-se determinar a relação entre k variáveis independentes $x_1, x_2, \dots, x_k$ e uma variável dependente y e pode ser expresso da seguinte forma:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon, \quad (2.1)$$

onde ε é o termo do erro aleatório com média zero e variância σ^2 . Os parâmetros β_j , $j = 0, 1, 2, \dots, k$, são chamados coeficientes de regressão e são constantes desconhecidas.

Segundo Montgomery (2004, p. 180) “qualquer modelo de regressão que seja linear nos parâmetros ($\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$) é um modelo de regressão linear, independente da forma da superfície que ele gere”. O termo linear é utilizado quando a eq. (2.1) é uma função linear nos parâmetros e não por ser linear nas variáveis explicativas, X .

2.1.1. Estimação dos parâmetros por mínimos quadrados

Para estimar os parâmetros desconhecidos β_j , $j = 0, 1, 2, \dots, k$, é utilizado o método dos mínimos quadrados. Os parâmetros β_j , serão estimados de forma que a soma dos quadrados dos erros seja mínima.

Usando a eq. (2.1), é possível expressar as n observações como:

$$y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.2)$$

$$\text{onde, } \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}.$$

A função de mínimos quadrados é:

$$L = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}), \quad (2.3)$$

$$L = \mathbf{y}'\mathbf{y} - 2\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$$

Os estimadores de mínimos quadrados de $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ devem satisfazer:

$$\left. \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right|_{\hat{\boldsymbol{\beta}}} = -2\mathbf{X}'\mathbf{y} + 2\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{0}. \quad (2.4)$$

Simplificando a eq. (2.4) encontramos as equações normais de mínimos quadrados,

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}'\mathbf{y}. \quad (2.5)$$

Existem $p = k + 1$ equações normais, uma para cada parâmetro β_j .

A solução das equações normais resulta nos estimadores de mínimos quadrados $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_k$. Assim, o estimador de mínimos quadrados de β é:

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}' \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{y}. \quad (2.6)$$

Dessa forma, o modelo de regressão ajustado é:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X} \hat{\beta}. \quad (2.7)$$

A diferença entre a observação y_i e o valor ajustado $\hat{y}_i$ é o chamado de erro ou resíduo:

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}. \quad (2.8)$$

A variação residual deixada sem explicação pela linha de regressão é medida através da soma dos quadrados dos resíduos:

$$SQ_E = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \mathbf{e}' \mathbf{e},$$

$$SQ_E = \mathbf{y}' \mathbf{y} - \hat{\beta}' \mathbf{X}' \mathbf{y}. \quad (2.9)$$

Um estimador não-tendencioso da variância, σ^2 , é dado pela média quadrática dos resíduos. Assim, sendo os graus de liberdade associados à soma dos quadrados dos resíduos igual a $n - p$:

$$\hat{\sigma}^2 = MQ_E = \frac{SQ_E}{n - p}. \quad (2.10)$$

Assim os estimadores de mínimos quadrados de modelos de regressão linear têm como propriedades o fato de seus estimadores serem não viciados, serem

normalmente distribuídos e possuírem a variância mínima possível entre qualquer outra classe de estimadores.

2.1.2. Testes de hipóteses e estimação intervalar

Para verificar a adequação de um modelo de regressão linear é necessário realizar testes de hipóteses estatísticas sobre os parâmetros do modelo de regressão e construir intervalos de confiança.

Os pressupostos para a realização dos testes das hipóteses e construção de intervalos de confiança são:

- os erros ε do modelo de regressão são independentes;
- os erros ε do modelo de regressão são identicamente distribuídos com distribuição normal com média zero e variância σ^2 , isto é, $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$.

“O teste para a significância da regressão determina se existe uma relação linear entre a variável resposta y e um subconjunto de regressores $x_1, x_2, \dots, x_k$.” (MONTGOMERY, 2004, p. 193).

Para testar a significância da regressão, as hipóteses apropriadas são

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0 \quad \times \quad H_1 : \beta_j \neq 0 \quad \text{para no mínimo um } j.$$

A rejeição de $H_0 : \beta_j = 0$ implica que pelo menos uma das variáveis independentes $x_1, x_2, \dots, x_k$ contribui significativamente para o modelo.

Para testar a significância da regressão pode ser usada a análise de variância - ANOVA, que tem seu procedimento resumido na Tabela 2.1.

Na Tabela 2.1, são apresentadas a média quadrática da regressão, $MQ_R = \frac{SQ_R}{k}$, a soma quadrática dos quadrados de regressão, $SQ_R = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$, e a estatística de

teste, $F_0 = \frac{MQ_R}{MQ_E}$. A soma dos quadrados total corrigida de y , SQ_T , pode ser escrita como:

$$SQ_T = SQ_R + SQ_E,$$

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2.$$

Tabela 2.1 – Tabela ANOVA para testar a significância da regressão.

Fonte de Variação	Soma dos Quadrados	Graus de liberdade	Média Quadrática	F_0
Regressão	SQ_R	k	MQ_R	MQ_R/MQ_E
Erro ou resíduo	SQ_E	$n - p$	MQ_E	
Total	SQ_T	$n - 1$		

Em regressão linear os testes para coeficientes individuais servem para determinar a significância de cada um dos regressores no modelo de regressão.

A adição de uma variável a um modelo de regressão sempre faz com que a soma de quadrados para a regressão aumente e a soma de quadrados dos erros diminua. Devemos decidir se o aumento da soma de quadrados da regressão é suficiente para garantir o uso da variável adicional no modelo. Além disso, a adição ao modelo de uma variável sem importância pode, na verdade, aumentar a média quadrática dos erros, diminuindo, assim a utilidade do modelo. (HINES, 2006, p. 402)

Para testar a significância de qualquer coeficiente individual de regressão, β_j , as hipóteses a serem testadas são

$$H_0 : \beta_j = 0 \quad \times \quad H_1 : \beta_j \neq 0.$$

A estatística de teste usada na realização do teste é

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{\hat{\sigma}_2^2 C_{jj}}}, \quad (2.11)$$

sendo C_{jj} o elemento da diagonal $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$ que corresponde a $\hat{\beta}_j$. Caso $H_0 : \beta_j = 0$

não seja rejeitada, a variável regressora x_j pode ser retirada do modelo de regressão.

Vale ressaltar que a matriz $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ pode ser escrita na forma de correlação,

$$\mathbf{X}'\mathbf{X} = \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1k} \\ r_{12} & 1 & \cdots & r_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{1k} & r_{2k} & \cdots & 1 \end{bmatrix},$$

em que, $r_{ij} = S_{ij} / (S_{ii}S_{jj})^{1/2}$ é o coeficiente de correlação entre x_i e x_j , e $S_{ij} = \sum_{u=1}^n (x_{ui} - \bar{x}_i)(x_{uj} - \bar{x}_j)$.

Em modelos de regressão linear, a construção de intervalos de confiança para os coeficientes de regressão $\{\beta_j\}$ é frequentemente útil. Serão apresentados apenas os intervalos de confiança sem o desenvolvimento dos mesmos. Para mais detalhes, ver Hines (2006) e Montgomery (2004).

Em regressão linear, um intervalo de confiança de $100(1-\alpha)\%$ para o coeficiente de regressão β_j , $j = 0, 1, \dots, k$, é escrito como segue

$$\hat{\beta}_j - t_{\alpha/2, n-p} \sqrt{\hat{\sigma}^2 C_{jj}} \leq \beta_j \leq \hat{\beta}_j + t_{\alpha/2, n-p} \sqrt{\hat{\sigma}^2 C_{jj}}, \quad (2.12)$$

sendo, C_{jj} o jj -ésimo elemento da matriz $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$.

2.1.3. Medidas de adequação do modelo

A validação do modelo é uma parte importante no processo de construção de um modelo de regressão.

Segundo Bussab (1988, p.101),

[...] o ajuste de modelos a um conjunto de dados é muito útil para analisar, interpretar e fazer previsões sobre questões de interesse de pesquisadores. Entretanto, o desenvolvimento desses modelos exigiu uma série de conjecturas para o fenômeno, e uma boa modelagem não estaria completa sem uma adequada investigação da veracidade das mesmas. A existência e consequente detecção da transgressão de algumas das suposições permitem evitar o emprego de modelos pobres, de pouca utilidade e que acarretam baixa confiabilidade dos resultados.

Para validar um modelo de regressão linear é necessário realizar uma análise dos resíduos, avaliar o coeficiente de determinação do modelo, e verificar se existe a presença de multicolinearidade.

2.1.3.1. *Análise dos resíduos*

Como já foi citado anteriormente, os resíduos de um modelo de regressão são expressos da seguinte forma $e_i = y_i - \hat{y}_i$, $i = 1, 2, \dots, n$, onde y_i é uma observação real e $\hat{y}_i$ é o valor ajustado correspondente, proveniente do modelo de regressão.

De acordo com Montgomery (2004, p. 203),

a análise dos resíduos é frequentemente útil na verificação da suposição de que os erros sejam distribuídos de forma aproximadamente normal, com variância constante, assim como na determinação da utilidade de termos adicionais no modelo.

Existem vários gráficos de resíduos que são extremamente úteis na análise dos resíduos. Esses gráficos podem ser obtidos plotando os resíduos em uma seqüência temporal, caso seja conhecida, contra os valores de $\hat{y}_i$ e contra a variável independente x .

Em geral, os resíduos se comportam como um dos quatro padrões apresentados na Figura 1. Nos gráficos apresentados nessa figura os eixos horizontais podem ser o tempo, y_i , $\hat{y}_i$ ou x_i .

O padrão (a) representa uma situação ideal para os resíduos, onde estes estão

distribuídos aleatoriamente em torno de zero e sem nenhuma observação muito discrepante, enquanto (b), (c) e (d) são anomalias.

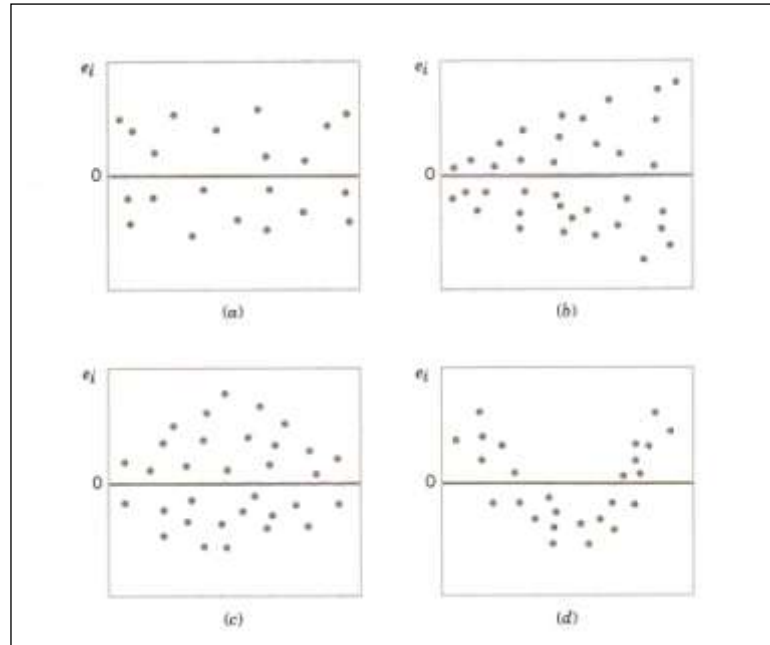


Figura 2.1 - Padrões de comportamento para gráficos de resíduos: (a) satisfatório, (b) funil, (c) arco duplo, (d) não linear.

Caso os resíduos se apresentem como em (b), indica que os resíduos podem estar crescendo com o tempo ou com a magnitude de y_i ou x_i , mostrando que a suposição de homocedasticidade (variância constante) não está satisfeita. Este problema pode ser eliminado com a transformação de dados na variável resposta y . Os gráficos que apresentam um padrão (c) também indicam desigualdade da variância (heterocedasticidade), como em (b).

O padrão (d) indica possível inadequação do modelo adotado, a curva sugere que é necessário procurar outras funções matemáticas que explique melhor o fenômeno.

2.1.3.2. Coeficiente de determinação múltipla

O coeficiente de determinação múltipla, R^2 , é definido da seguinte forma:

$$R^2 = \frac{SQ_R}{SQ_T} = 1 - \frac{SQ_E}{SQ_T}, \quad (2.13)$$

representado a proporção das variáveis y explicada conjuntamente pelas variáveis $x_1, x_2, \dots, x_k$.

“ R^2 é uma medida da fração da variabilidade nas observações y obtida pela equação da regressão usando as variáveis $x_1, x_2, \dots, x_k$ ” (Montgomery, 2004, p. 206).

Pelo fato de $SQ_E < SQ_T$, segue que $0 \leq R^2 \leq 1$. Quanto mais próximo de 1 o R^2 estiver melhor será o ajuste da reta aos dados. Porém, um valor próximo de 1 para R^2 não implica necessariamente que o modelo de regressão seja bom.

O acréscimo de uma variável aleatória ao modelo causará, sempre, um aumento em R^2 , independentemente de a variável ser ou não estatisticamente significativa. Assim, é possível que modelos com grandes valores de R^2 produzam previsões pobres de novas observações ou estimativas da resposta média (HINES, 2006, p.405)

2.1.3.3. Multicolinearidade

Segundo Hines (2006, p. 415),

na maioria dos problemas de regressão linear múltipla, as variáveis independentes ou regressoras x_j são intercorrelacionadas. Em situações em que esta intercorrelação é muito grande dizemos que existe a multicolinearidade. A multicolinearidade pode ter sérios efeitos sobre as estimativas dos coeficientes de regressão e sobre a aplicabilidade geral do modelo estimado.

A presença de uma forte multicolinearidade implica em um aumento das variâncias e covariâncias dos coeficientes de regressão, tornando-os muito grandes. “As grandes variâncias para $\hat{\beta}_j$ implicam que os coeficientes de regressão estão mal estimados” (HINES, 2006, p. 416).

De acordo com Gujarati (1999, p.326), na presença de multicolinearidade alta “os estimadores de mínimos quadrados ordinários e seus erros padrão podem ser sensíveis a pequenas variações nos dados”.

A multicolinearidade em modelos de regressão linear pode ser detectada através do

fator de inflação da variância para $\hat{\beta}_j$,

$$FIV(\hat{\beta}_j) = C_{jj} = \frac{1}{1 - R_j^2}, \quad j = 1, 2, \dots, k, \quad (2.14)$$

sendo, C_{jj} o elemento da diagonal $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$ e R_j^2 o coeficiente de determinação múltipla que resulta da regressão de x_j sobre as outras $k - 1$ variáveis regressoras.

Quanto maior os fatores de inflação da variância, eq. (2.14), mais forte é a multicolinearidade. Alguns autores sugerem que os fatores de inflação da variância não devem exceder 4 ou 5.

2.2. ANÁLISE DE REGRESSÃO NÃO LINEAR

A regressão não linear produz estimadores de mínimos quadrados dos parâmetros para modelos que não são lineares em seus parâmetros.

Os modelos de regressão não linear são denominados “intrinsecamente linear” quando podem ser linearizados (transformados em um modelo linear) através de reparametrizações e/ou transformações apropriadas. A linearização é realizada com o intuito de facilitar a obtenção das estimativas dos parâmetros, porém uma transformação faz com que o parâmetro perca sua interpretação intrínseca, além de poder alterar a estrutura e distribuição do erro, ou seja, a linearização pode fazer com que os erros que satisfaziam as suposições de normalidade, independência e homogeneidade da variância no modelo original passem a não satisfazer tais suposições no modelo linearizado. Em alguns casos não é possível linearizar o modelo não linear, nesses casos os modelos são chamados de “intrinsecamente não lineares”.

Um modelo de regressão não linear pode ser escrito da seguinte forma,

$$\mathbf{y} = f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (2.15)$$

sendo, $\mathbf{y}$ um vetor $(n \times 1)$ de variáveis respostas, $\mathbf{X}$ uma matriz $(n \times k)$ das k variáveis explicativas, $\boldsymbol{\theta}$ um vetor $(p \times 1)$ dos p parâmetros a serem estimados, $f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta})$ a função de regressão e $\boldsymbol{\varepsilon}$ um vetor $(n \times 1)$ dos erros aleatórios. Assume-se que os erros são normais com média zero e variância constante $\sigma^2 \mathbf{I}$, $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I})$, independentes e identicamente distribuídos, onde $\mathbf{I}$ é uma matriz identidade. Vale ressaltar que os parâmetros estimados por regressão não linear $\boldsymbol{\theta}$ são simbolizados de forma diferente apenas para serem diferenciados os parâmetros estimados através de regressão linear $\boldsymbol{\beta}$.

Nos modelos não lineares define-se a soma de quadrado dos erros por:

$$S(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n [\mathbf{y}_i - f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta})]^2 \quad (2.16)$$

Denota-se por $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ os estimadores de mínimos quadrados de $\boldsymbol{\theta}$, ou seja, os valores de $\boldsymbol{\theta}$ que minimizam $S(\boldsymbol{\theta})$. Para determinar os estimadores de mínimos quadrados $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ deriva-se a eq. (2.16) em relação a cada θ_j , $j = 1, 2, \dots, p$, e obtêm-se p equações, chamadas equações normais, que devem ser resolvidas para encontrar $\hat{\boldsymbol{\theta}}$. As equações normais são representadas pela seguinte equação:

$$\sum_{i=1}^n [\mathbf{y}_i - f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta})] \left[\frac{\partial f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j} \right]_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\theta}}} = 0 \quad (2.17)$$

Quando $\partial f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}) / \partial \theta_j$ não depende de $\boldsymbol{\theta}$, ou $\partial^2 f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}) / \partial \theta_j^2 = 0$, tem-se as equações normais de um modelo de regressão linear. Para funções esperanças não lineares, $\boldsymbol{\theta}$ estará presente em pelo menos uma das derivadas parciais de $f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta})$.

Em modelos não lineares multiparamétricos, as soluções das equações normais podem ser difíceis de serem obtidas, sendo necessário o uso de algum método iterativo na maioria dos casos. Nesse trabalho, será utilizado o método de Levenberg-Marquardt.

2.2.1. Método de Levenberg-Marquardt

As idéias de Levenberg (1944) e Marquardt (1963) deram origem ao método de Levenberg-Marquardt, que consiste em um aprimoramento do método de Gauss-Newton.

No Método de Gauss-Newton, linearização é realizada por uma expansão de série de Taylor de $f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta})$ sobre o ponto $\boldsymbol{\theta}'_0 = [\theta_{10}, \theta_{20}, \dots, \theta_{p0}]$ (vetor de valores iniciais).

Assim, se obtém:

$$f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}) = f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_0) + \sum_{j=1}^p \left[\frac{\partial f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j} \right]_{\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{\theta}_0} (\theta_j - \theta_{j0}) \quad (2.18)$$

Definindo, $f_i^0 = f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta})$, $b_j^0 = \theta_j - \theta_{j0}$ e $Z_{ij}^0 = \left[\frac{\partial f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j} \right]_{\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{\theta}_0}$ o modelo de regressão não

linear pode ser escrito como:

$$y_i - f_i^0 = \sum b_j^0 Z_{ij}^0 + \varepsilon_i, \quad i=1, 2, \dots, n. \quad (2.19)$$

Dessa forma, se obtém um novo modelo de regressão linear e a soma de quadrados deste novo modelo pode ser escrito como:

$$SS(\boldsymbol{\theta}) \equiv \sum_{i=1}^n \left[y_i - f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}) - \sum_{j=1}^p b_j^0 Z_{ij}^0 \right]^2. \quad (2.20)$$

Considerando que a eq. (2.19) também pode ser escrita como:

$$\mathbf{y}_0 = \mathbf{Z}_0 \mathbf{b}_0 + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (2.21)$$

e que os estimadores $\hat{\mathbf{b}}_0$ são os valores de $\mathbf{b}_0$ que minimizam $SS(\boldsymbol{\theta})$. Os estimadores de $\mathbf{b}_0$ são:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{b}}_0 &= (\mathbf{Z}_0' \mathbf{Z}_0)^{-1} \mathbf{Z}_0' \mathbf{y}_0 \\ \hat{\mathbf{b}}_0 &= (\mathbf{Z}_0' \mathbf{Z}_0)^{-1} \mathbf{Z}_0' (\mathbf{y} - \mathbf{f}_0).\end{aligned}\tag{2.22}$$

Uma vez que $\mathbf{b}_0 = \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_0$, pode ser definido que $\hat{\boldsymbol{\theta}}_1 = \hat{\mathbf{b}}_0 + \boldsymbol{\theta}$, são estimadores corrigidos de $\boldsymbol{\theta}$. O vetor $\hat{\mathbf{b}}_0$ pode ser chamado de vetor de direção.

De forma geral, tem-se que na k -ésima interação

$$\hat{\mathbf{b}}_k = (\mathbf{Z}_k' \mathbf{Z}_k)^{-1} \mathbf{Z}_k' (\mathbf{y} - \mathbf{f}_k).\tag{2.23}$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_k + \hat{\mathbf{b}}_k$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_k + (\mathbf{Z}_k' \mathbf{Z}_k)^{-1} \mathbf{Z}_k' (\mathbf{y} - \mathbf{f}_k),\tag{2.24}$$

onde, $\mathbf{Z}_k = [Z_{ij}^k]$, $\mathbf{f}_k = [f_1^k, f_2^k, \dots, f_n^k]'$ e $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k = [\theta_{1k}, \theta_{2k}, \dots, \theta_{pk}]'$.

O método de Gauss-Newton não garante a convergência da solução, uma vez que não garante a existência da matriz $(\mathbf{Z}_k' \mathbf{Z}_k)^{-1}$ (mais detalhes Seber e Wild, 1989, Cap.14).

Para contornar tal situação o método de Levenberg-Marquardt propõe uma mudança do vetor direção da k -ésima interação, obtido pelo método de Gauss-Newton, eq. (2.23), para

$$\hat{\mathbf{b}}_k = (\mathbf{Z}_k' \mathbf{Z}_k + \lambda \mathbf{I}_p)^{-1} \mathbf{Z}_k' (\mathbf{y} - \mathbf{f}_k)\tag{2.25}$$

onde λ é um escalar denominado parâmetro amortecimento (*damping*). Sendo $\lambda > 0$, $\hat{\mathbf{b}}_k$ é um vetor de direção de descida, uma vez que $(\mathbf{Z}_k' \mathbf{Z}_k + \lambda \mathbf{I})^{-1}$ é positiva definida.

Neste trabalho o processo iterativo começa com $\lambda_0 = 1.0 \times 10^{-8}$. Uma sucessão de

tentativas computacionais é efetuada para cada interação com λ multiplicado repetidamente por 10 ($\lambda_{k+1} = 10\lambda_k$) até que

$$s(\hat{\theta}_{k+1}) < s(\hat{\theta}_k). \quad (2.26)$$

O processo também envolve a redução de λ pelo fator 10 a cada interação ($\lambda_{k+1} = \lambda_k/10$) uma vez que a eq. (2.26) seja satisfeita. A estratégia é conservar λ tão pequeno quanto possível enquanto é garantida a redução da soma do quadrado dos resíduos a cada interação.

Computacionalmente o processo de interação continua até satisfazer as seguintes condições

$$\begin{aligned} \left| \left[s(\hat{\theta}_{k+1}) - s(\hat{\theta}_k) \right] / s(\hat{\theta}_k) \right| &< \gamma, \\ \left| (\hat{\theta}_{j,k+1} - \hat{\theta}_{j,k}) / \hat{\theta}_{j,k} \right| &< \delta, \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

onde γ e δ são números bem pequenos (neste trabalho considerou-se ambos iguais a $1,0 \times 10^{-8}$).

2.2.2. Obtenção da matriz de covariâncias assintótica dos parâmetros estimados

Quando o procedimento de estimação converge para um vetor final de estimadores de parâmetros $\hat{\theta}$, pode-se obter um estimador para a variância dos erros σ^2

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}^2 = MS_E &= \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p} = \frac{\sum_{i=1}^n [y_i - f(\mathbf{x}_i, \hat{\theta})]^2}{n - p} \\ \hat{\sigma}^2 &= \frac{s(\hat{\theta})}{n - p} \end{aligned} \quad (2.27)$$

onde p é o número de parâmetros do modelo de regressão não linear. Agora,

pode-se estimar a matriz de covariância assintótica do vetor de parâmetros $\hat{\theta}$ por

$$\text{Var}(\hat{\theta}) = \hat{\sigma}^2 (\mathbf{Z}'\mathbf{Z})^{-1} \quad (2.28)$$

onde $\mathbf{Z}$ é a matriz de derivadas parciais definidas previamente, calculada para $\hat{\theta}$ estimador de mínimos quadrados da interação final. Os elementos da diagonal desta matriz são as variâncias aproximadas dos coeficientes de regressão estimados. Consequentemente, os erros padrões aproximados dos coeficientes são

$$se(\hat{\theta}_j) = \sqrt{\text{Var}(\hat{\theta}_j)}. \quad (2.29)$$

Vale ressaltar que a partir da matriz de covariâncias assintóticas é possível obter a matriz de correlações assintóticas.

2.2.3. Propriedades assintóticas dos estimadores de mínimos quadrados

As propriedades dos estimadores citados para modelos de regressão lineares são válidos apenas assintoticamente, ou seja, quando o tamanho da amostra é suficientemente grande.

Quando os estimadores de mínimos quadrados apresentam um pequeno vício, distribuição próxima da normal, e verdadeiras variâncias próximas daquelas dadas pela matriz de variâncias-covariâncias assintótica pode-se afirmar que os estimadores de mínimos quadrados exibem um comportamento próximo do comportamento linear. Quanto mais próximo do linear for o comportamento de um modelo, mais precisos serão os resultados assintóticos e, consequentemente, mais confiáveis serão as inferências (MAZUCHELI E ACHCAR, 2002).

Dessa forma, para medir a adequação do modelo de regressão não linear é necessário avaliar a extensão do comportamento não linear do modelo, além de avaliar o coeficiente de determinação múltipla (R^2) e realizar a análise dos resíduos, que são medidas de adequação que também são avaliadas para modelos de regressão linear.

Algumas formas de avaliar os vícios dos parâmetros e a não linearidade do modelo

e através das medidas do vício de Box, de assimetria, e de curvatura de Bates e Watts (ver Mazucheli e Achcar, 2002). Nesse trabalho essas medidas não serão calculadas partindo do pressuposto que para propor as correlações PVT estudadas os autores realizaram e analisaram estas medidas. Mas vale ressaltar que quando se novas correlações e modificações forem propostas esta avaliação deverá ser realizada.

Para avaliar se os modelos estão bem condicionados serão analisadas as matrizes de correlação assintótica dos parâmetros estimados. Uma correlação alta entre os parâmetros pode indicar uma ‘*sobreparametrização*’ (parâmetros em excesso) do modelo. Isso indica que

um ou mais parâmetros podem não ser úteis ou, mais precisamente, que uma reparametrização do modelo envolvendo menos parâmetros poderá ser tão boa quanto. Note que isso não necessariamente significa que o modelo original é inapropriado para a situação física sob estudo. Ela pode ser simplesmente um indicativo que os dados em mãos não são adequados para a tarefa de estimar todos os parâmetros originais. (DRAPER E SMITH, 1998, p. 528).

Draper e Smith (1998, p. 529) dizem ainda que “em situações de ‘*sobreparametrização*’, as regiões de contorno de $S(\theta)$ são frequentemente maiores, englobando todo o espaço paramétrico θ ”, o que indica que as inferências podem não ser confiáveis.

3. ANÁLISE DAS PRINCIPAIS CORRELAÇÕES PARA PRESSÃO DE SATURAÇÃO DE PETRÓLEOS APLICADAS NA INDÚSTRIA

Para uma melhor visualização e entendimento dos gráficos e análises que serão apresentados nesse trabalho, as pressões de saturação calculadas através das correlações PVT propostas por Standing, Glaso e Vazquez-Beggs serão expressas por P_{bs} , P_{bg} e P_{bvb} , respectivamente.

3.1. CORRELAÇÃO DE STANDING

Em 1947, “Standing propôs uma correlação gráfica para determinar a pressão de saturação de sistemas de petróleo” (AHMED, 2001, p.87). Para desenvolver as correlações foram usados 105 dados medidos experimentalmente a partir de 22 sistemas de petróleo da Califórnia. Apenas em 1981, Standing expressou as correlações gráficas propostas em 1947 por equações matemáticas. Os limites de validade das correlações de Standing são listados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Limites usados no desenvolvimento das correlações de Standing.

Variável		Intervalo de validade
Símbolo	Descrição	
$^{\circ}\text{API}$	Grau API	16,5 – 63,8
$B_o [\text{bbl/STB}]$	Fator volume de formação	1,024 – 2,15
$P_b [\text{Psia}]$	Pressão de saturação	200 – 6000
$R_s [\text{scf/STB}]$	Razão de solubilidade	20 – 1425
$T [^{\circ}\text{F}]$	Temperatura de reservatório	60 – 260 (correlação para P_b) 100 – 260 (correlação para B_o)
γ_g	Densidade do gás (1 para ar)	0,5 -1,5

Fonte: FEKETE – Reservoir Engineering Software e Services (2008).

A equação encontrada para estimar a pressão de saturação P_b é:

$$P_b = 18,2 \left[\left(\frac{R_s}{\gamma_g} \right)^{0,83} \frac{10^{0,0009T}}{10^{0,0125\text{API}}} - 1,4 \right]. \quad (3.1)$$

A eq. (3.1), é um modelo não linear e pode ser re-escrito da seguinte forma:

$$P_{bs} = \theta_0 \left[\left(\frac{R_s}{\gamma_g} \right)^{\theta_1} \frac{10^{\theta_2 T}}{10^{\theta_3 API}} - \theta_4 \right], \quad (3.2)$$

onde, $\theta_0 = 18,2$, $\theta_1 = 0,83$, $\theta_2 = 0,0009$, $\theta_3 = 0,00125$ e $\theta_4 = 1,4$. Dessa forma, os parâmetros serão re-estimados através da análise de regressão não linear.

3.2. CORRELAÇÃO DE GLASO

Glaso, em 1980, desenvolveu uma correlação para estimar a pressão de saturação a partir de 45 amostras de óleo de reservatórios do Mar do Norte.

O autor afirma que as equações desenvolvidas podem ser usadas para estimar os mesmos parâmetros PVT de todos os tipos de misturas gás/óleo em várias regiões do mundo, mas para isso é necessário realizar correções dos não hidrocarbonetos na superfície dos gases e da parafinidade do óleo. Na Tabela 3.2 estão os limites usados no desenvolvimento das correlações de Glaso.

Tabela 3.2 – Limites usados no desenvolvimento das correlações de Glaso.

Variável		Intervalo de validade
Símbolo	Descrição	
$^{\circ}\text{API}$	Grau API	22,3 – 48,1
$B_o [\text{bbl/STB}]$	Fator volume de formação	1,087 – 2,588
$P [\text{Psia}]$	Pressão do reservatório	400 – 4000
$P_b [\text{Psia}]$	Pressão de saturação	150 – 7127
$R_s [\text{scf/STB}]$	Razão de solubilidade	90 – 2637
$T [^{\circ}\text{F}]$	Temperatura de reservatório	80 – 280
γ_g	Densidade do gás (1 para ar)	0,650 – 1,276
γ_o	Densidade do óleo (1 para água)	0,788 – 0,920

Fonte: FEKETE – Reservoir Engineering Software e Services (2008).

Para estimar a pressão de saturação, Glaso desenvolveu a seguinte correlação:

$$\log_{10}(P_b) = \log_{10} [1,7669 + 1,7447 \log_{10} X - 0,30218 (\log_{10} X^2)], \quad (3.3)$$

$$\text{onde, } X = \left(\frac{R_s}{\gamma_g} \right)^{0,816} \frac{T^{0,172}}{API^{0,989}}.$$

Assim como a correlação de Standing, a correlação PVT proposta por Glaso, eq. (3.3), também é um modelo de regressão não linear e pode ser re-escrito como segue:

$$\log_{10}(P_{bg}) = \log_{10} [\theta_0 + \theta_1 \log_{10} X - \theta_2 (\log_{10} X^2)], \quad (3.4)$$

sendo, $X = \left(\frac{R_s}{\gamma_g} \right)^{\theta_3} \frac{T^{\theta_4}}{API^{\theta_5}}$, onde $\theta_0 = 1,7669$, $\theta_1 = 1,7447$, $\theta_2 = 0,30218$, $\theta_3 = 0,816$, $\theta_4 = 0,172$ e $\theta_5 = 0,989$.

Similarmente ao caso anterior, será utilizada a análise de regressão não linear para re-estimar os parâmetros θ .

3.3. CORRELAÇÃO DE VAZQUEZ- BEGGS

Vazquez e Beggs apresentaram, em 1980, correlações para estimar a razão de solubilidade e através dessa correlação é possível encontrar a correlação que estima a pressão de saturação. Para o desenvolvimento de suas correlações Vazquez e Beggs utilizaram 600 análises PVT laboratoriais de campos de todo o mundo. Os dados incluem uma vasta variação de pressão, temperatura e propriedades do óleo.

De acordo com Vazquez e Beggs (1980, p. 969),

Uma melhor correlação foi obtida dividindo os dados medidos em dois grupos, com base na densidade do óleo. Isto foi feito para ambas as correlações, razão de solubilidade e fator volume de formação do óleo. A divisão foi feita no valor de 30 ° API da densidade do óleo.

Ao contrário das demais correlações Vazquez e Beggs não utilizam simplesmente o valor da densidade do gás γ_g , mas sim o valor da densidade do gás obtida considerando a pressão do separador de 100 psig, γ_{gs} .

A densidade do gás é um forte parâmetro de correlação e, infelizmente, geralmente é uma das variáveis de exatidão mais questionável, uma vez que depende das condições em que é feita a separação do gás do óleo. Por este motivo, decidiu-se utilizar um valor de densidade de gás obtido a partir de condições específicas da pressão do separador em todas as correlações que exigem densidade do gás (VAZQUEZ; BEGGS, 1980, p. 969).

O trabalho desenvolvido é válido para os intervalos listados na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Limites usados no desenvolvimento das correlações de Vazquez-Beggs.

Variável		Intervalo de validade
Símbolo	Descrição	
$^{\circ}\text{API}$	Grau API	15,3 – 59,5
$P[\text{Psia}]$	Pressão do reservatório	140,7 – 9514,7
γ_{gs}	Densidade do gás considerando a pressão do separador de 114,7 psia.	0,5 – 1,5

Fonte: FEKETE – Reservoir Engineering Software e Services.

A equação utilizada para estimar a pressão de saturação nas correlações de Vazquez-Beggs é:

$$P_b = \left[\frac{R_s}{C_1 \gamma_{gs} \exp\left(C_3 \frac{\text{API}}{T + 460}\right)} \right]^{(1/C_2)}, \quad (3.5)$$

sendo $\gamma_{gs} = \gamma_{gp} \left[1 + 5,912 \times 10^{-5} \cdot \gamma_o \cdot T_{sp} \cdot \log(P_{ps}/114,7) \right]$,

onde, P_{sp} : a pressão real no separador,

T_{sp} : a temperatura real no separador,

γ_{gp} a densidade do gás obtida para o separador nas condições de P_{sp} e T_{sp} ,

γ_o a densidade do óleo em $^{\circ}\text{API}$,

C_1 , C_2 e C_3 : coeficientes apresentados na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Valores dos coeficientes C_1 , C_2 e C_3 que compõem a Correlação de Vazquez-Beggs.

Coeficiente	$^{\circ} API \leq 30$	$^{\circ} API > 30$
C_1	0,0362	0,0178
C_2	1,0937	1,1870
C_3	25,7240	23,9310

Apesar de ser um modelo não linear, a eq. (3.5) pode ser linearizada e re-escrita da seguinte forma:

$$\ln(P_{bvb}) = \beta_0 + \beta_1 \ln\left(\frac{R_s}{\gamma_{gs}}\right) + \beta_3 \left(\frac{API}{T - 460}\right) \quad (3.6)$$

onde, $\beta_0 = \frac{-\ln(C_1)}{C_2}$, $\beta_1 = \frac{1}{C_2}$ e $\beta_2 = -\frac{C_3}{C_2}$.

Dessa forma a re-estimação dos parâmetros pode ser realizada através de análise de regressão linear.

3.4. DEMONSTRAÇÃO DA NÃO-UNICIDADE DE SOLUÇÃO PARA A CORRELAÇÃO DE GLASO

Intrigante é que não tenhamos encontrado na literatura nenhuma referência à não unicidade da solução do modelo de regressão para a correlação de Glaso, o que fazemos agora.

Definindo

$$F = \log_{10}(P_b) \quad x = \frac{R_s}{\gamma_g} \quad y = T \quad z = API$$

pode-se escrever

$$F = aX^2 + bX + c$$

onde, $X = \log_{10}(x^\alpha y^\beta z^\gamma)$.

Obter a solução da regressão correspondente à correlação de Glaso corresponde a encontrar o conjunto de parâmetros $(a, b, c, \alpha, \beta, \gamma)$ que melhor ajusta o modelo. Suponhamos existir um conjunto de parâmetros $(a_1, b_1, c_1, \alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$ que seja a solução do ajuste da correlação a um determinado conjunto de dados experimentais. Portanto, para uma determinada amostra i tem-se

$$F_{i,1} = a_1 [\log_{10}(x_i^{\alpha_1} y_i^{\beta_1} z_i^{\gamma_1})]^2 + b_1 [\log_{10}(x_i^{\alpha_1} y_i^{\beta_1} z_i^{\gamma_1})] + c_1$$

Suponhamos agora um outro conjunto de parâmetros

$$(a_2, b_2, c_2, \alpha_2, \beta_2, \gamma_2) = \left(\frac{a_1}{r^2}, \frac{b_1}{r}, c_1, r\alpha_1, r\beta_1, r\gamma_1 \right).$$

Para este conjunto de parâmetros ter-se-ia

$$F_{i,2} = \frac{a_1}{r^2} [\log_{10}(x_i^{r\alpha_1} y_i^{r\beta_1} z_i^{r\gamma_1})]^2 + \frac{b_1}{r} [\log_{10}(x_i^{r\alpha_1} y_i^{r\beta_1} z_i^{r\gamma_1})] + c_1$$

Aplicando as propriedades do logaritmo a esta última expressão tem-se

$$\begin{aligned} F_{i,2} &= \frac{a_1}{r^2} [\log_{10}(x_i^{r\alpha_1} y_i^{r\beta_1} z_i^{r\gamma_1})]^2 + \frac{b_1}{r} [\log_{10}(x_i^{r\alpha_1} y_i^{r\beta_1} z_i^{r\gamma_1})] + c_1 \\ \therefore F_{i,2} &= \frac{a_1}{r^2} [r \log_{10}(x_i^{\alpha_1} y_i^{\beta_1} z_i^{\gamma_1})]^2 + \frac{b_1}{r} [r \log_{10}(x_i^{\alpha_1} y_i^{\beta_1} z_i^{\gamma_1})] + c_1 \\ \therefore F_{i,2} &= \frac{a_1}{r^2} r^2 [\log_{10}(x_i^{\alpha_1} y_i^{\beta_1} z_i^{\gamma_1})]^2 + \frac{b_1}{r} r [\log_{10}(x_i^{\alpha_1} y_i^{\beta_1} z_i^{\gamma_1})] + c_1 \\ \therefore F_{i,2} &= a_1 [\log_{10}(x_i^{\alpha_1} y_i^{\beta_1} z_i^{\gamma_1})]^2 + b_1 [\log_{10}(x_i^{\alpha_1} y_i^{\beta_1} z_i^{\gamma_1})] + c_1 = F_{i,1} \end{aligned}$$

Prova-se assim, a não-unicidade de solução da correlação de Glaso. Isso implica que a correlação proposta por Glaso pode conduzir a infinitas soluções. Mais ainda:

dependendo do método adotado para a solução da regressão, a solução encontrada pode depender do ponto de partida.

O melhor, todavia, é modificar a Correlação de Glaso. Uma sugestão de modificação seria

$$F = X^2 + bX + c, \text{ com } X = \log_{10}(x^\alpha y^\beta z^\gamma).$$

Deste modo a única solução possível, quando se igualam as funções para dois conjuntos de parâmetros é $r=1$, de forma que a solução da regressão é única. No entanto, não testamos esta modificação ao longo deste trabalho por isso a deixamos apenas como uma sugestão a ser analisada em trabalhos futuros.

4. ANÁLISE ESTATÍSTICA DAS PRINCIPAIS CORRELAÇÕES PARA PRESSÃO DE SATURAÇÃO DE PETRÓLEOS APLICADAS NA INDÚSTRIA

4.1. DADOS DISPONÍVEIS

Para a realização das análises expostas nesse trabalho foram utilizados os dados experimentais disponíveis em De Ghetto *et al.* (1995, p. 656), apresentados no Apêndice A.

Os dados utilizados foram retirados do artigo de De Ghetto *et al.* Por serem uns dos poucos dados disponíveis para estudo já que, raros são os autores que apresentam os dados em seus artigos e as indústrias de petróleo, por sua vez, não disponibilizam seus dados.

De Ghetto *et al.* Apresentam uma tabela com resultados das medições efetuadas durante 30 anos de diversas propriedades PVT de 63 amostras de óleos pesados e extrapesados, retiradas da Bacia do Mediterrâneo, da África e do Golfo Pérsico. Segundo os autores, as amostras de óleos Agip utilizadas são bastante heterogêneas e representam diversas condições de reservatório, com isso uma ampla aplicabilidade do estudo é esperada. As amostras foram classificadas como óleos pesados ($10 <^{\circ} API \leq 22,3$) e extra-pesados ($^{\circ} API \leq 10$).

Como algumas amostras apresentaram dados faltantes, somente foi possível utilizar 57 das 63 amostras mencionadas. Este conjunto de amostras, embora não seja muito grande, é útil para os testes realizados pelas seguintes razões:

- a) possibilitam a apresentação da metodologia e procedimento de análise desenvolvidos;
- b) representam dados reais;
- c) abrangem mais de uma faixa de viscosidade (pesado e extra-pesado);
- d) abrangem faixas de viscosidade menos estudada na literatura.

4.2. PROCEDIMENTO DE ANÁLISE

Os parâmetros de cada uma das correlações PVT são re-estimados utilizando as técnicas estatísticas já apresentadas no Capítulo 2; com isso, é possível avaliar as medidas de adequação e a sensibilidade dos estimadores à adição de pequenos e médios erros percentuais nas variáveis independentes.

Para re-estimar os parâmetros são utilizados dados retirados do artigo de De Ghetto *et al.* (1995) e o *software* SPSS 11.5. O SPSS *for Windows* é um software modular, totalmente integrado, para o processo analítico, assim como para planejar, coletar, acessar, gerenciar e preparar dados e analisá-los, fazer relatórios e disponibilizar as informações. Mais detalhes referentes ao simulador podem ser encontrados na referência mencionada (SPSS, 2002).

Como já foi dito no Capítulo 3, as correlações para pressão de saturação propostas por Standing e Glaso (eqs. 3.2 e 3.4) não são linearizáveis. Por consequência, é necessária a utilização de análise de regressão não linear para a re-estimação dos parâmetros θ presentes nas mencionadas equações, tendo sido aplicado o método de Levenberg-Marquardt na procura do mínimo da função erro. Nesse método é necessária a escolha de valores iniciais apropriados para os parâmetros a serem estimados, evitando com isso a divergência do processo ou a obtenção de uma solução ótima local ao invés de uma solução ótima global. Foram considerados como bons valores iniciais os estimadores apresentados na literatura.

Já o modelo de Vazquez-Beggs pode ser linearizado, eq. (3.6), o que permite uma análise mais direta dos erros e da robustez da regressão através da análise de regressão linear.

As variáveis independentes (neste caso a razão de solubilidade, temperatura, densidade do gás e °API), também chamadas variáveis de entrada do modelo, são perturbadas com erros percentuais que variam aleatoriamente de acordo com uma distribuição uniforme nos intervalos $[-1,1]\%$ e $[-10,10]\%$. Este é um modo simples de analisar a sensibilidade da correlação às variações de algumas propriedades. Quando a variável de saída do modelo é muito sensível a determinada variável de

entrada, deve-se ter cuidado com as variações daquela variável, bem como com os erros de medição cometidos nela.

A Figura 4.1 apresenta esquematicamente a análise feita, para o caso da pressão de saturação. De posse dos dados experimentais e das constantes apresentadas na literatura, calcula-se a pressão de saturação. Obviamente os resíduos de uma estimativa neste caso serão nulos. Então é adicionado um erro uniformemente distribuído em cada uma das variáveis envolvidas na estimação da pressão de saturação. Não foi analisado nenhum efeito cruzado (de segunda ordem ou maior), pois as perturbações foram adicionadas em uma única variável por vez. Novos parâmetros foram estimados para a correlação, computando-se os resíduos entre as novas estimações e os dados sem perturbação. Os desvios entre os parâmetros re-estimados sem perturbação e os re-estimados com perturbação, e o comportamento dos resíduos mostram quão sensível a correlação é em relação a cada parâmetro.

Para melhor diagnosticar os parâmetros mais sensíveis às perturbações inseridas nas variáveis de entrada, calcula-se o desvio percentual entre os mesmos,

$$D(\hat{\beta}_j) = \frac{\hat{\beta}_{j(\text{comerro})} - \hat{\beta}_{j(\text{semerro})}}{\hat{\beta}_{j(\text{semerro})}} \times 100, \quad (4.1)$$

onde $\hat{\beta}_{j(\text{semerro})}$ representa o parâmetro re-estimado sem erro e $\hat{\beta}_{j(\text{comerro})}$ o parâmetro re-estimado com erro. De forma similar, para verificar quais variáveis de entrada mais afetam a estimativa da pressão de saturação quando perturbadas calcula-se o desvio percentual dessas estimativas em relação à pressão de saturação calculada sem erros em suas variáveis de entrada. Assim, $D(Pbs)$, $D(Pbg)$ e $D(Pbvb)$ são os desvios percentuais das pressões de saturação calculadas com erro nas variáveis independentes em relação à calculada sem erro através das correlações de Standing, Glaso e Vazquez-Beggs, respectivamente.

Os principais cálculos, gráficos e resultados das análises de regressão executados pelo *SPSS 11.5* serão apresentados nos Apêndices B, C e D, referentes às correlações de Standing, Glaso e Vazquez-Beggs, respectivamente.

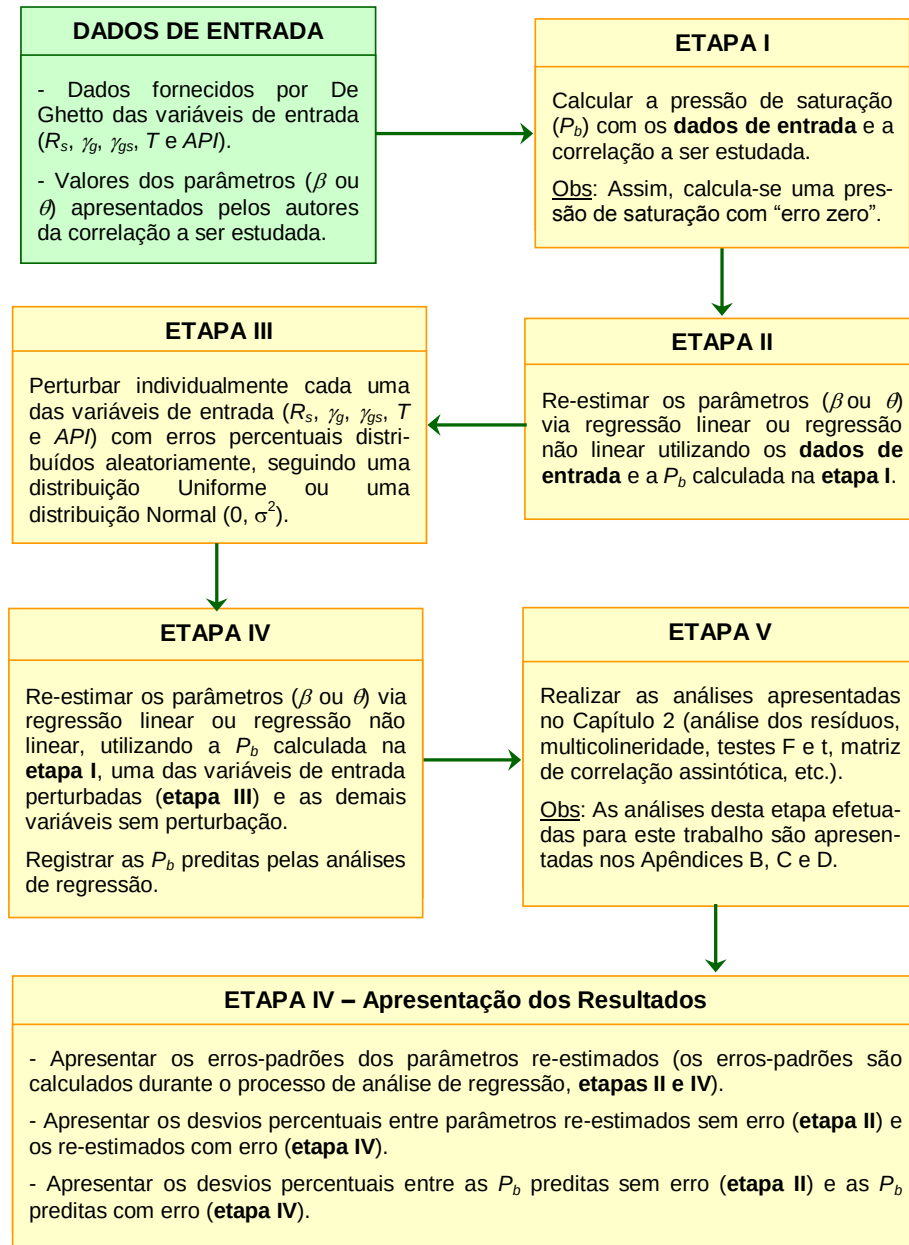


Figura 4.1 – Diagrama esquemático da análise da robustez das correlações.

4.3. APLICAÇÃO À CORRELAÇÃO DE STANDING

As Tabelas 4.1 e 4.2 apresentam os resultados da análise de sensibilidade dos parâmetros da correlação de Standing. Através delas é possível notar que a densidade do gás e a razão de solubilidade assumem o papel mais relevante na estimativa da pressão de saturação, tanto do ponto de vista da tendência como da variabilidade. Isto pode ser facilmente visualizado nas Figuras 4.2 a 4.5, que apresentam as distribuições dos resíduos e dos desvios percentuais das estimativas

da pressão de saturação quando a perturbação é imposta sobre as diversas variáveis.

Tabela 4.1 - Parâmetros re-estimados para a correlação de Standing.

P_b	θ_0		θ_1		θ_2	
	$\hat{\theta}_0$	Erro Padrão	$\hat{\theta}_1$	Erro Padrão	$\hat{\theta}_2$	Erro Padrão
Literatura	18,2	-	0,83	-	0,0009	-
Sem perturbação	18,20	1,74E-08	0,830	1,41E-10	0,00090	5,44E-13
1% em R_s	17,60	0,383	0,834	0,0032	0,00093	0,000012
1% em γ_g	18,88	0,404	0,825	0,0032	0,00087	0,000012
1% em $^{\circ} API$	18,48	0,186	0,828	0,0015	0,00088	0,000006
1% em T	17,89	0,175	0,832	0,0014	0,00091	0,000006
10% em R_s	15,42	3,488	0,849	0,0328	0,00114	0,00087
10% em γ_g	29,28	5,666	0,764	0,0288	0,00059	0,00037
10% em $^{\circ} API$	20,75	1,936	0,815	0,0139	0,00072	0,00062
10% em T	17,26	1,739	0,844	0,0148	0,00083	0,00071

(Continua)

Tabela 4.1 - Parâmetros re-estimados para a correlação de Standing.

P_b	θ_3		θ_4	
	$\hat{\theta}_3$	Erro Padrão	$\hat{\theta}_4$	Erro Padrão
Literatura	0,0125	-	1,4	-
Sem perturbação	0,01250	2,79E-12	1,40	9,05E-09
1% em R_s	0,01268	0,000063	1,27	0,914
1% em γ_g	0,01232	0,000062	1,55	0,194
1% em $^{\circ} API$	0,01239	0,000029	1,45	0,094
1% em T	0,01257	0,000029	1,32	0,094
10% em R_s	0,01409	0,000682	1,07	2,483
10% em γ_g	0,01068	0,000558	2,81	1,045
10% em $^{\circ} API$	0,01133	0,000249	1,69	0,769
10% em T	0,01284	0,000302	0,60	1,022

No Apêndice B são apresentados os gráficos dos valores preditos vs. resíduos, e através deles é possível notar o comportamento dos resíduos quando pequenos erros são adicionados em uma das variáveis de entrada do modelo. Com a presença de perturbações os gráficos passam a apresentar um comportamento em forma de funil, o que indica que a hipótese de homocedasticidade da variância não está sendo satisfeita.

O parâmetro mais sensível é o $\hat{\theta}_4$, porém sensibilidades significativas também foram detectadas nos parâmetros $\hat{\theta}_0$ e $\hat{\theta}_3$. O parâmetro $\hat{\theta}_0$ é justamente o que exerce o papel de uma modulação. Isto é muito ruim, pois incide sobre todos os demais erros em cascata, uma vez que afeta todos os parâmetros da correlação. O parâmetro menos sensível a perturbações é o $\hat{\theta}_1$.

Tabela 4.2 – Desvios percentuais dos parâmetros re-estimados com perturbação em relação aos parâmetros re-estimados sem perturbação para a correlação de Standing.

P_b	Desvio (%)				
	$\hat{\theta}_0$	$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$	$\hat{\theta}_3$	$\hat{\theta}_4$
1% em R_s	-3,29	0,53	3,23	1,44	-9,59
1% em γ_g	3,74	-0,59	-3,30	-1,45	10,37
1% em ° API	1,53	-0,22	-1,88	-0,84	3,43
1% em T	-1,68	0,29	1,15	0,57	-5,87
10% em R_s	-15,28	2,31	26,49	12,71	-23,46
10% em γ_g	60,86	-7,90	-34,52	-14,55	100,63
10% em ° API	14,00	-1,86	-19,51	-9,33	20,47
10% em T	-5,19	1,70	-7,84	2,70	-57,33

A matriz de correlação assintótica dos parâmetros re-estimados sem perturbações nas variáveis é

	$\hat{\theta}_0$	$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$	$\hat{\theta}_3$	$\hat{\theta}_4$
$\hat{\theta}_0$	1,0000	-0,9817	-0,4197	-0,4197	0,8540
$\hat{\theta}_1$	-0,9817	1,0000	0,3138	0,4259	-0,8878
$\hat{\theta}_2$	-0,4722	0,3138	1,0000	0,4400	-0,1385
$\hat{\theta}_3$	-0,4197	0,4259	0,4400	1,0000	-0,4319
$\hat{\theta}_4$	0,8540	-0,8878	-0,1385	-0,4319	1,0000

que apresenta uma alta correlação entre alguns parâmetros, indicando que a correlação de Standing pode possuir parâmetros em excesso. No Apêndice B são apresentadas as matrizes de correlação assintótica dos parâmetros re-estimados para cada análise de regressão realizada para a correlação de Standing.

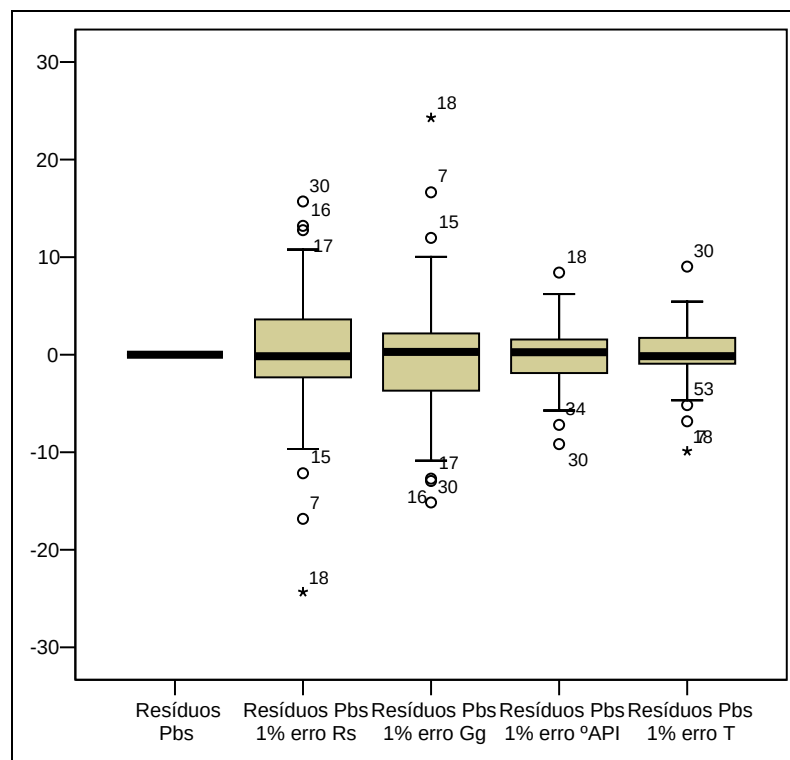


Figura 4.2 - Distribuição dos resíduos para a pressão de saturação calculada através da correlação de Standing para erro de até 1% nas variáveis independentes.

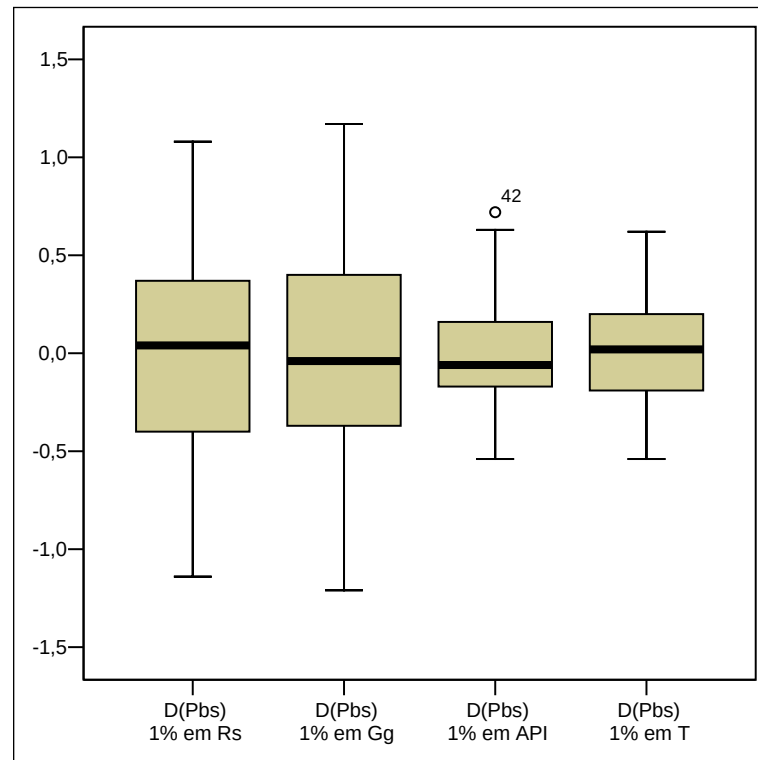


Figura 4.3 - Distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas através da correlação de Standing com até 1% de erro nas variáveis independentes em relação à sem erro.

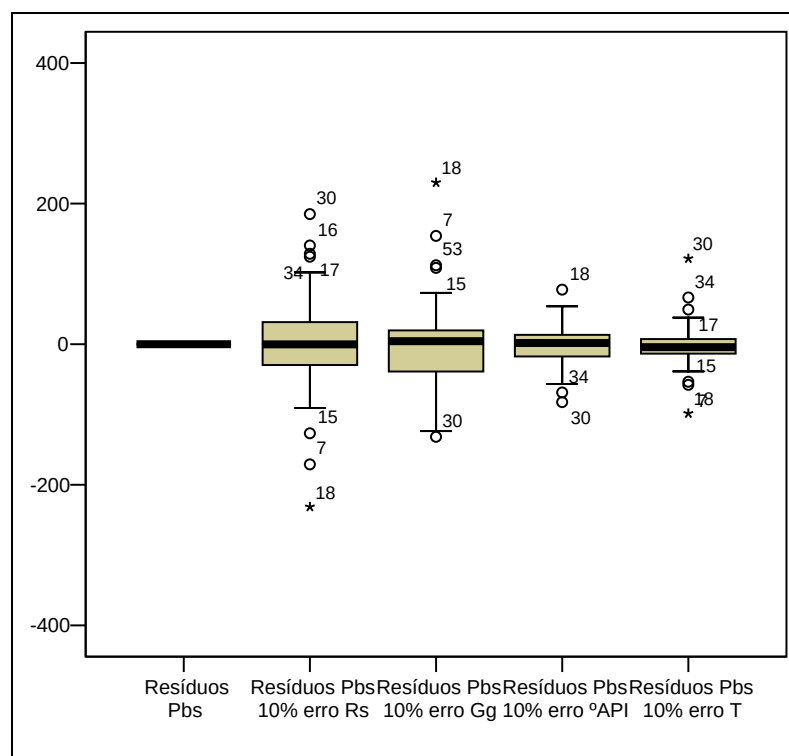


Figura 4.4 - Distribuição dos resíduos para a pressão de saturação calculada através da correlação de Standing para erro de até 10% nas variáveis independentes.

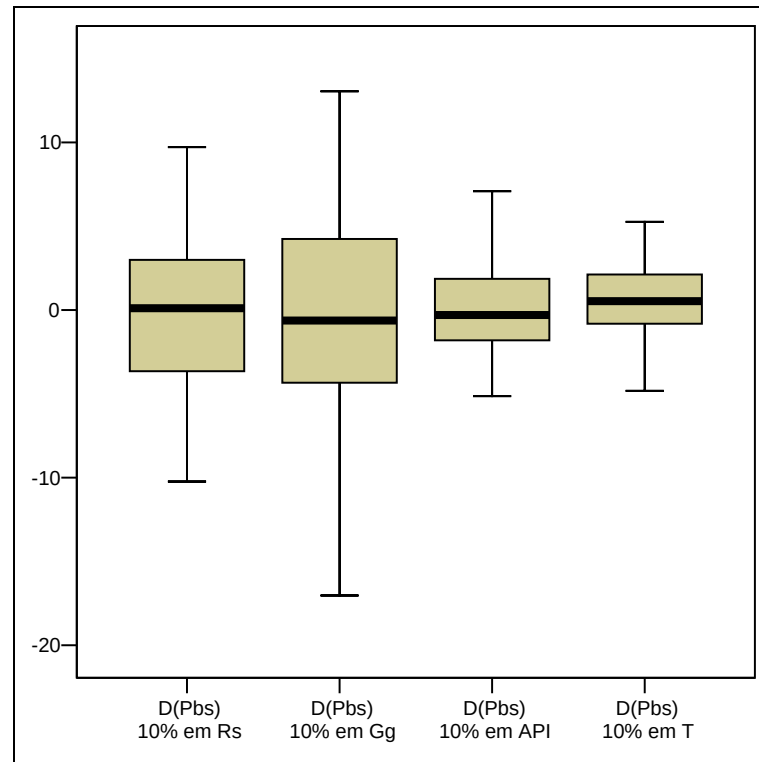


Figura 4.5 - Distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas através da correlação de Standing com até 10% de erro nas variáveis independentes em relação à sem erro.

4.4. APLICAÇÃO À CORRELAÇÃO DE GLASO

As Tabela 4.3 e 4.4 mostram que a correlação de Glaso apresenta sensibilidade em relação às variações na medição das propriedades usadas, sobretudo na variabilidade da estimativa dos parâmetros. A julgar pelos resultados da Tabela 4.3, não há confiabilidade nos parâmetros estimados, uma vez que seus erros padrões são excessivamente altos.

Conforme as Tabela 4.4, $\hat{\theta}_0$ é o parâmetro menos sensível a perturbações nas variáveis de entrada, todas as outras mostram uma significativa sensibilidade nos parâmetros. Vale ressaltar que o parâmetro $\hat{\theta}_0$ é o único que mantém os erros padrão admissíveis, ao contrário dos demais parâmetros (Tabela 4.3).

Tabela 4.3 - Parâmetros re-estimados para a correlação de Glaso.

P_b	θ_0		θ_1		θ_2	
	$\hat{\theta}_0$	Erro Padrão	$\hat{\theta}_1$	Erro Padrão	$\hat{\theta}_2$	Erro Padrão
Literatura	1,7669	-	1,7447	-	0,30218	-
Sem perturbação	1,76690	2,49E-06	1,74435	2,16	0,302059	0,75
1% em R_s	1,75462	0,0176	1,77088	10077,63	0,308487	3510,70
1% em γ_g	1,77993	0,0178	1,76446	12825,59	0,312013	4535,55
1% em ° API	1,78162	0,0214	1,72377	12433,92	0,298230	4302,02
1% em T	1,76515	0,0037	1,71702	1775,38	0,292212	604,26
10% em R_s	1,67587	0,1779	1,79517	97877,77	0,296816	32366,52
10% em γ_g	1,93092	0,1732	1,69217	113569,94	0,317816	42647,36
10% em ° API	1,85680	0,2138	1,82154	141240,96	0,356321	55257,77
10% em T	1,82859	0,0348	1,70143	22332,35	0,293374	7701,42

(Continua)

Tabela 4.3 - Parâmetros re-estimados para a correlação de Glaso.

(Conclusão)

P_b	θ_3		θ_4		θ_5	
	$\hat{\theta}_3$	Erro Padrão	$\hat{\theta}_4$	Erro Padrão	$\hat{\theta}_5$	Erro Padrão
Literatura	0,816	-	0,172	-	0,989	-
Sem perturbação	0,8162	1,01	0,1720	0,21	0,9892	1,22
1% em R_s	0,8038	4574,97	0,1726	982,37	0,9739	5543,38
1% em γ_g	0,8069	5866,03	0,1668	1212,36	0,9783	7112,07
1% em ° API	0,8261	5959,59	0,1702	1227,61	1,0014	7224,30
1% em T	0,8290	857,24	0,1752	181,20	1,0047	1038,95
10% em R_s	0,7862	42868,50	0,1911	10421,39	0,9528	51951,00
10% em γ_g	0,8320	55872,14	0,1348	9053,63	1,0144	68121,20
10% em ° API	0,7872	61039,11	0,1347	10447,10	0,9391	72819,16
10% em T	0,8231	10803,29	0,1595	2093,71	0,9999	13124,21

Tabela 4.4 – Desvios percentuais dos parâmetros re-estimados com perturbação em relação aos parâmetros re-estimados sem perturbação para a correlação de Glaso.

P_b	Desvio (%)					
	$\hat{\theta}_0$	$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$	$\hat{\theta}_3$	$\hat{\theta}_4$	$\hat{\theta}_5$
1% em R_s	-0,70	1,52	2,13	-1,52	0,32	-1,55
1% em γ_g	0,74	1,15	3,30	-1,14	-3,07	-1,11
1% em ° API	0,83	-1,18	-1,27	1,21	-1,09	1,23
1% em T	-0,10	-1,57	-3,26	1,57	1,85	1,57
10% em R_s	-5,15	2,91	-1,74	-3,67	11,10	-3,68
10% em γ_g	9,28	-2,99	5,22	1,94	-21,63	2,54
10% em ° API	5,09	4,43	17,96	-3,55	-21,68	-5,06
10% em T	3,49	-2,46	-2,88	0,85	-7,28	1,08

As Figuras 4.6 a 4.9, por sua vez, mostram que a temperatura é a propriedade que menos interfere na estimativa da pressão de saturação. Todas as outras propriedades interferem consideravelmente nessa estimativa.

A matriz de correlação assintótica dos parâmetros re-estimados sem perturbações nas variáveis é

	$\hat{\theta}_0$	$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$	$\hat{\theta}_3$	$\hat{\theta}_4$	$\hat{\theta}_5$
$\hat{\theta}_0$	1,0000	0,2656	0,2656	- 0,2656	- 0,2656	- 0,2656
$\hat{\theta}_1$	0,2656	1,0000	1,0000	- 1,0000	- 1,0000	- 1,0000
$\hat{\theta}_2$	0,2656	1,0000	1,0000	- 1,0000	- 1,0000	- 1,0000
$\hat{\theta}_3$	- 0,2656	- 1,0000	- 1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
$\hat{\theta}_4$	- 0,2656	- 1,0000	- 1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
$\hat{\theta}_5$	- 0,2656	- 1,0000	- 1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

que apresenta correlações perfeitas entre a maioria dos parâmetros, indicando que a correlação de Glaso é mal condicionada e possuir parâmetros em excesso. O mal condicionamento já foi provado no Capítulo 3, onde foi demonstrada a não-unicidade de solução do modelo proposto por Glaso. No Apêndice C são apresentadas as matrizes de correlação assintótica dos parâmetros re-estimados para cada análise de regressão realizada para a correlação de Glaso.

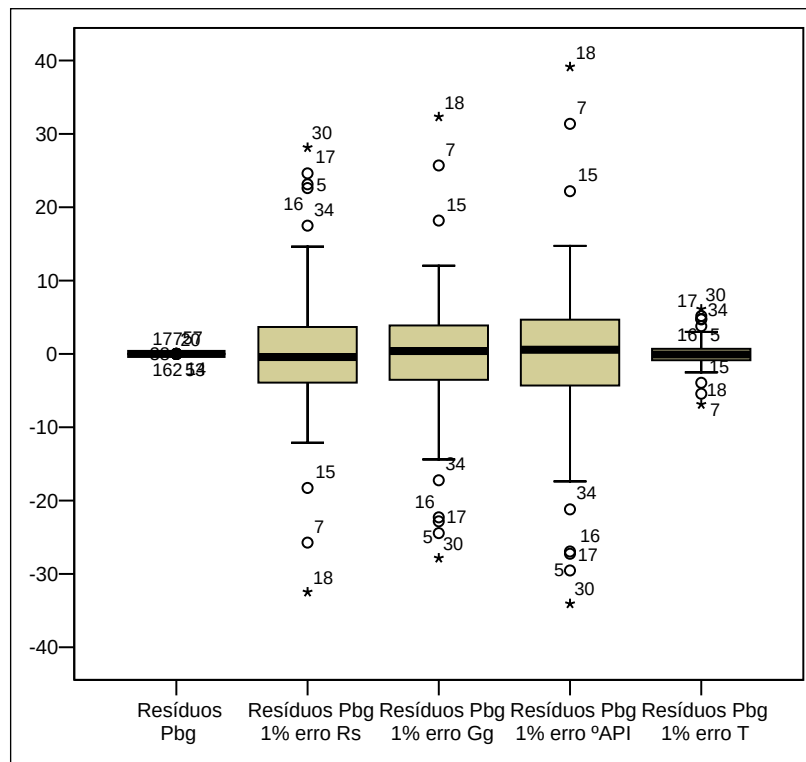


Figura 4.6 - Distribuição dos resíduos para a pressão de saturação calculada através da correlação de Glaso para erro de até 1% nas variáveis independentes.

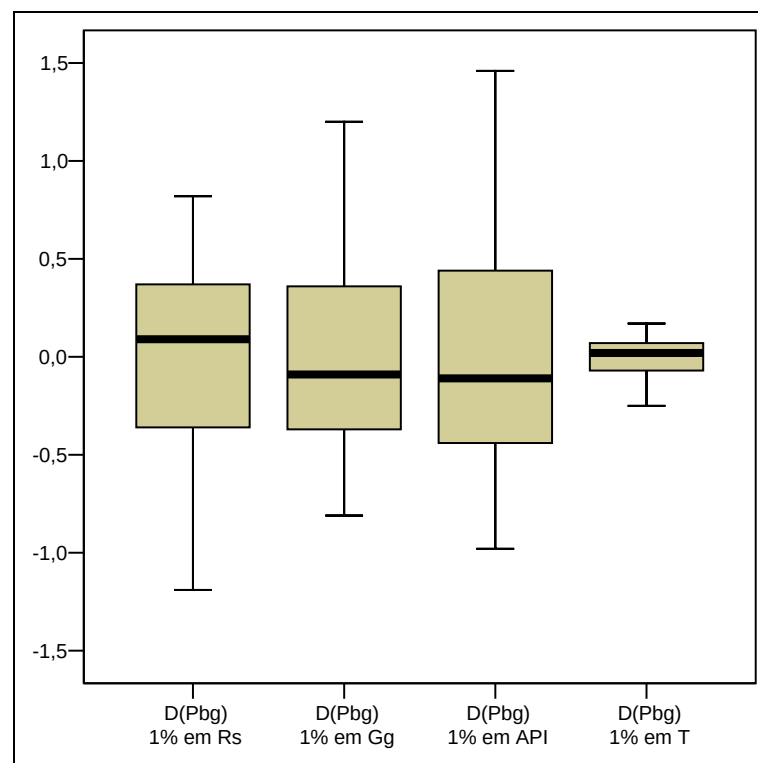


Figura 4.7 - Distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas através da correlação de Glaso com até 1% de erro nas variáveis independentes em relação à sem erro.

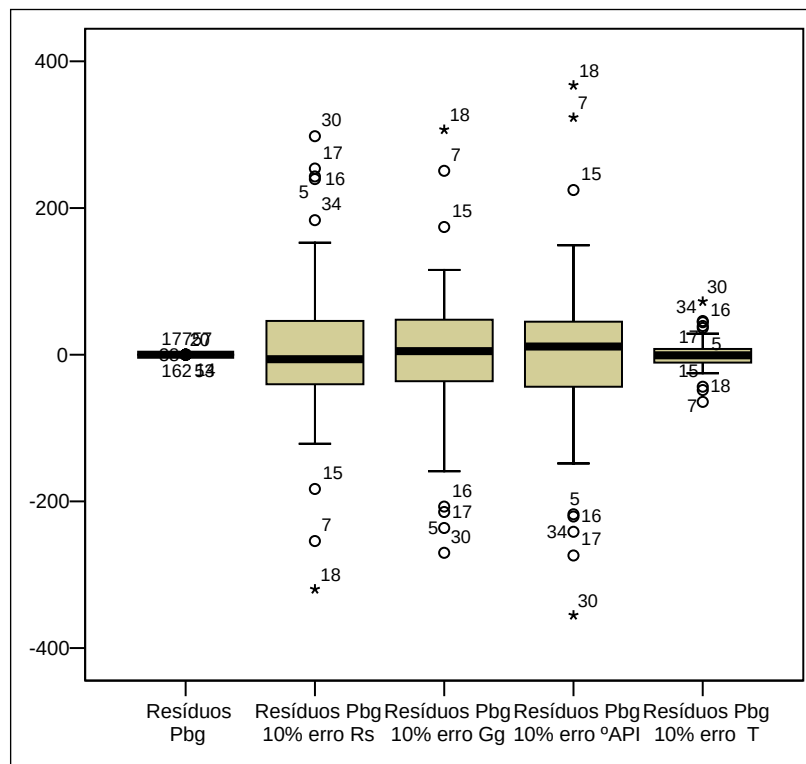


Figura 4.8 - Distribuição dos resíduos para a pressão de saturação calculada através da correlação de Glaso para erro de até 10% nas variáveis independentes.

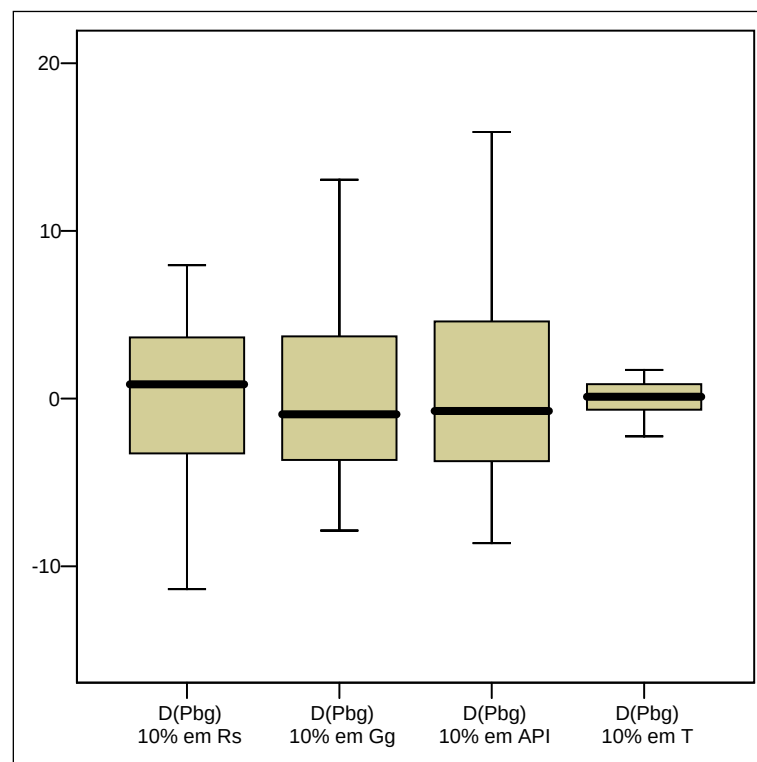


Figura 4.9 - Distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas através da correlação de Glaso com até 10% de erro nas variáveis independentes em relação à sem erro.

4.5. APLICAÇÃO À CORRELAÇÃO DE VAZQUEZ-BEGGS

As Tabelas 4.5 a 4.8 mostram que os parâmetros de correlação de Vazquez-Beggs apresentam uma sensibilidade leve, uma estabilidade na estimativa dos parâmetros da correlação. Isto pode ser comprovado pelo fato de que, mesmo com uma perturbação de até 10% nas variáveis de entrada, o erro padrão se mantém limitado a valores pequenos e os desvios percentuais dos parâmetros estimados se mantêm baixos. Desde que a perturbação não apresente tendência, isto é, não altere a média dos parâmetros utilizados, o fato de o modelo ser linearizável leva a esta característica. Melhor ainda se as perturbações forem normalmente distribuídas.

O parâmetro que apresenta maior sensibilidade às perturbações é o $\hat{C}_3$. De acordo com as Figuras 4.10 a 4.13, a densidade do gás e a razão de solubilidade são as propriedades que mais interferem na estimação da pressão de saturação.

Tabela 4.5 - Parâmetros re-estimados para a correlação de Vazquez-Beggs linearizada.

P_b	β_0		β_1		β_2	
	$\hat{\beta}_0$	Erro Padrão	$\hat{\beta}_1$	Erro Padrão	$\hat{\beta}_2$	Erro Padrão
Literatura	3,034	-	0,914	-	23,520	-
Sem perturbação	3,0344	4,52E-06	0,9143	8,15E-07	-23,5202	1,11E-04
1% em R_s	3,0346	0,00352	0,9144	0,00063	-23,6048	0,08616
1% em γ_{gs}	3,0344	0,00352	0,9142	0,00063	-23,4349	0,08614
1% em $^{\circ}API$	3,0323	0,00211	0,9144	0,00038	-23,4120	0,05137
1% em T	3,0348	0,00062	0,9143	0,00011	-23,5454	0,01518
10% em R_s	3,0462	0,03497	0,9133	0,00631	-24,3350	0,85702
10% em γ_{gs}	3,0435	0,03489	0,9107	0,00627	-22,6311	0,85316
10% em $^{\circ}API$	3,0055	0,01984	0,9149	0,00362	-22,0080	0,46474
10% em T	3,0379	0,00624	0,9141	0,00112	-23,7225	0,15380

No caso da correlação de Vazquez-Beggs, é necessário analisar a presença de multicolinearidade para verificar se existe mal condicionamento do modelo. Os fatores de inflação da variância para os parâmetros em todas as análises realizadas

foram próximas de 1, $FIV(\hat{\beta}_j) \approx 1$, indicando que não há multicolinearidade forte, o que não compromete o modelo (dados disponíveis no Apêndice D).

Tabela 4.5 - Parâmetros re-estimados para a correlação de Vazquez-Beggs linearizada.

P_b	β_0		β_1		β_2	
	$\hat{\beta}_0$	Erro Padrão	$\hat{\beta}_1$	Erro Padrão	$\hat{\beta}_2$	Erro Padrão
Literatura	3,034	-	0,914	-	23,520	-
Sem perturbação	3,0344	4,52E-06	0,9143	8,15E-07	-23,5202	1,11E-04
1% em R_s	3,0346	0,00352	0,9144	0,00063	-23,6048	0,08616
1% em γ_{gs}	3,0344	0,00352	0,9142	0,00063	-23,4349	0,08614
1% em ° API	3,0323	0,00211	0,9144	0,00038	-23,4120	0,05137
1% em T	3,0348	0,00062	0,9143	0,00011	-23,5454	0,01518
10% em R_s	3,0462	0,03497	0,9133	0,00631	-24,3350	0,85702
10% em γ_{gs}	3,0435	0,03489	0,9107	0,00627	-22,6311	0,85316
10% em ° API	3,0055	0,01984	0,9149	0,00362	-22,0080	0,46474
10% em T	3,0379	0,00624	0,9141	0,00112	-23,7225	0,15380

Tabela 4.6 - Desvio percentual dos parâmetros re-estimados com perturbação em relação aos parâmetros re-estimados sem perturbação para a correlação de Vazquez-Beggs linearizada.

P_b	Desvio (%)		
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
1% em R_s	0,01	0,01	0,36
1% em γ_{gs}	0,00	-0,01	-0,36
1% em ° API	-0,07	0,01	-0,46
1% em T	0,01	0,00	0,11
10% em R_s	0,39	-0,11	3,46
10% em γ_{gs}	0,30	-0,40	-3,78
10% em ° API	-0,95	0,06	-6,43
10% em T	0,12	-0,03	0,86

No Apêndice D estão expressos os demais gráficos e resultados que também devem ser analisados para validar a análise de regressão linear e foram utilizados para desenvolver a análise da correlação PVT de Vazquez-Beggs. Tais gráficos e resultados não apresentaram nenhuma anomalia que invalidasse as análises de regressão linear efetuadas.

Tabela 4.7 - Parâmetros re-estimados para a correlação de Vazquez-Beggs.

P_b	$\hat{C}_1$	$\hat{C}_2$	$\hat{C}_3$
Literatura	0,0362	1,0937	25,724
Sem perturbação	0,03620	1,09370	25,7241
1% em R_s	0,03620	1,09360	25,8142
1% em γ_{gs}	0,03618	1,09386	25,6344
1% em ° API	0,03630	1,09357	25,6027
1% em T	0,03618	1,09373	25,7523
10% em R_s	0,03560	1,09494	26,6452
10% em γ_{gs}	0,03536	1,09808	24,8508
10% em ° API	0,03744	1,09303	24,0554
10% em T	0,03603	1,09401	25,9528

Tabela 4.8 – Desvio percentual dos parâmetros re-estimados com perturbação em relação aos parâmetros re-estimados sem perturbação para a correlação de Vazquez-Beggs.

P_b	Desvio (%)		
	$\hat{C}_1$	$\hat{C}_2$	$\hat{C}_3$
1% em R_s	0,01	-0,01	0,35
1% em γ_{gs}	-0,05	0,01	-0,35
1% em ° API	0,27	-0,01	-0,47
1% em T	-0,06	0,00	0,11
10% em R_s	-1,66	0,11	3,58
10% em γ_{gs}	-2,31	0,40	-3,39
10% em ° API	3,42	-0,06	-6,49
10% em T	-0,48	0,03	0,89

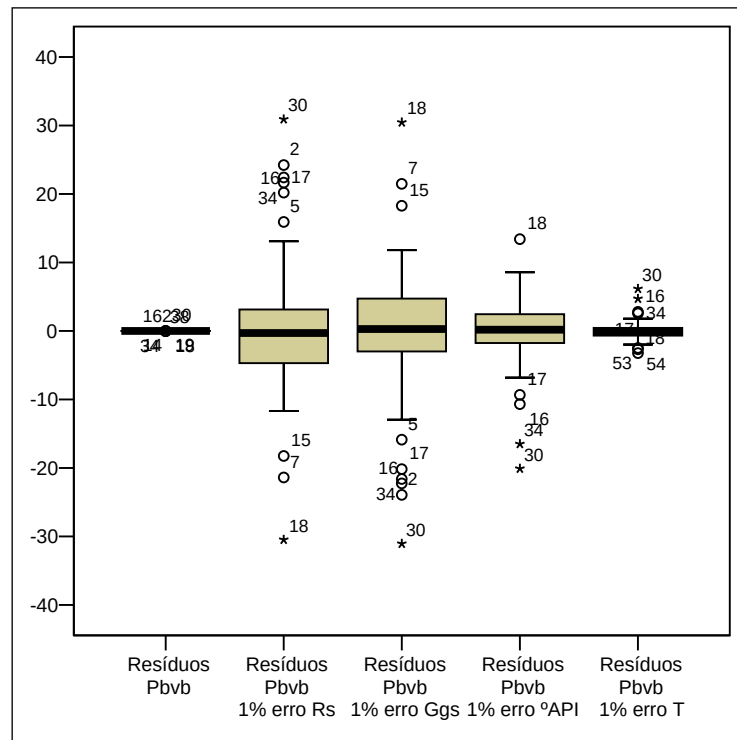


Figura 4.10 - Distribuição dos resíduos para a pressão de saturação calculada através da correlação de Vazquez-Beggs para erro de até 1% nas variáveis independentes.

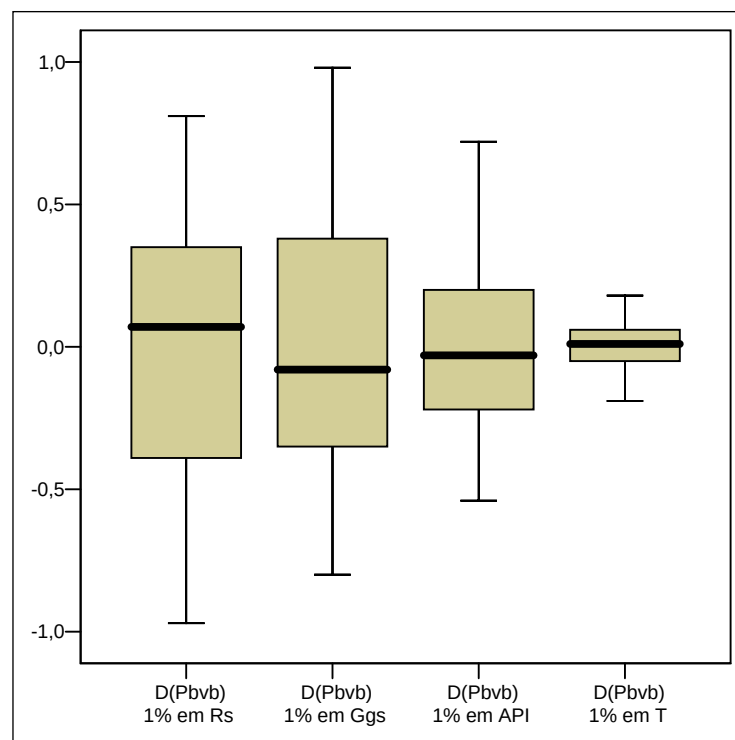


Figura 4.11 - Distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas através da correlação de Vazquez-Beggs com até 1% de erro nas variáveis independentes em relação à sem erro.

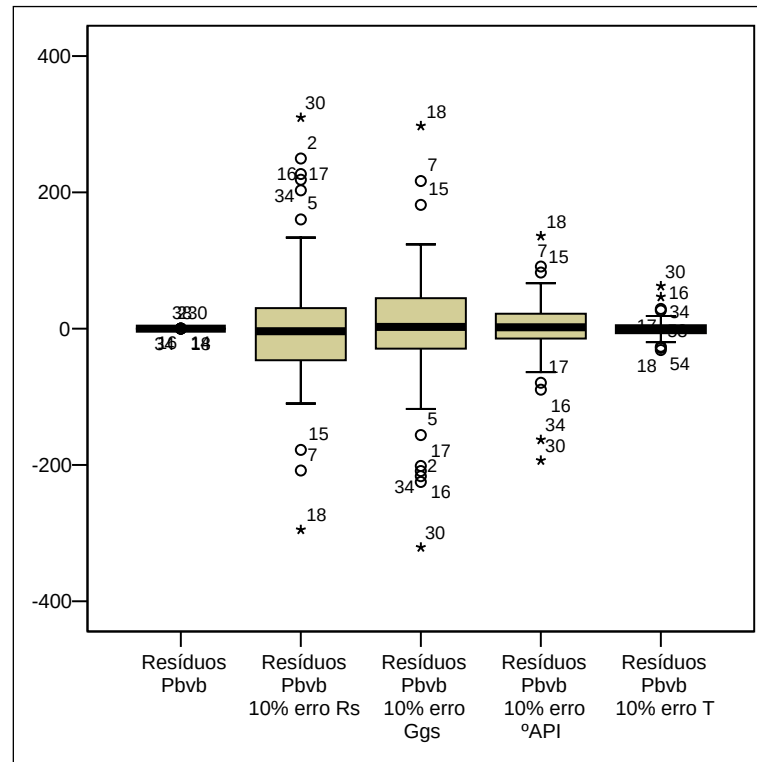


Figura 4.12 - Distribuição dos resíduos para a pressão de saturação calculada através da correlação de Vazquez-Beggs para erro de até 10% nas variáveis independentes.

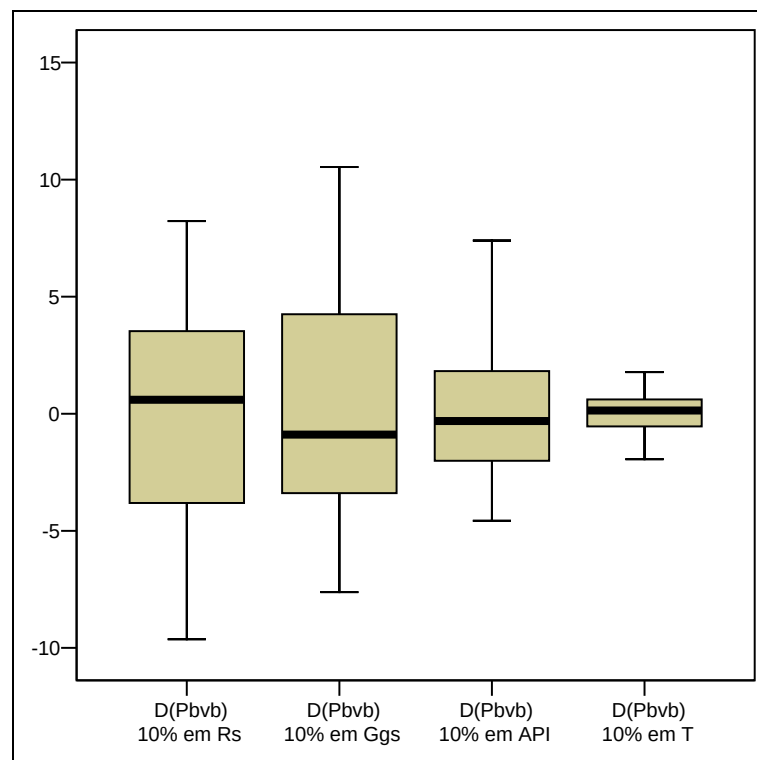


Figura 4.13 - Distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas através da correlação de Vazquez-Beggs com até 10% de erro nas variáveis independentes em relação à sem erro.

5. ANÁLISE COMPARATIVA DAS CORRELAÇÕES PARA PRESSÃO DE SATURAÇÃO DE PETRÓLEO APLICADA NA INDÚSTRIA

As Tabelas 4.5 a 4.8 mostram que a correlação de Vazquez-Beggs é a que apresenta, dentre as três analisadas, a melhor estabilidade na estimativa dos parâmetros da correlação. Isto pode ser comprovado pelo fato de que, mesmo com uma perturbação de até 10% nas variáveis de entrada, o erro padrão se mantém limitado a um valor pequeno, assim como as estimativas dos parâmetros também apresentam erros percentuais baixos. O fato de o modelo ser linearizável leva a esta característica, desde que a perturbação não apresente tendência, isto é, não altere a média dos parâmetros utilizados.

Os erros padrões das estimativas dos parâmetros da correlação de Glaso são extremamente altos (Tabela 4.3), fazendo com que seja, entre as correlações estudadas, a menos confiável para estimar a pressão de saturação.

Como já foi citado no Capítulo 4, para comparar o efeito do erro, adicionado em cada uma das variáveis de entrada, nas pressões de saturação obtidas através das correlações estudadas foi calculado o desvio percentual das pressões de saturações com erros nas variáveis de entrada em relação as calculadas sem erro. As Figuras 5.1 a 5.8 apresentam as comparações entre as correlações estudadas das distribuições desses desvios percentuais.

As Figuras 5.1 e 5.2 não apresentam diferenças significativas entre as distribuições dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas com perturbações em R_s .

Através das Figuras 5.3 e 5.4 não é possível detectar diferenças significativas entre as quando é inserida uma perturbação em γ_g e γ_{gs} .

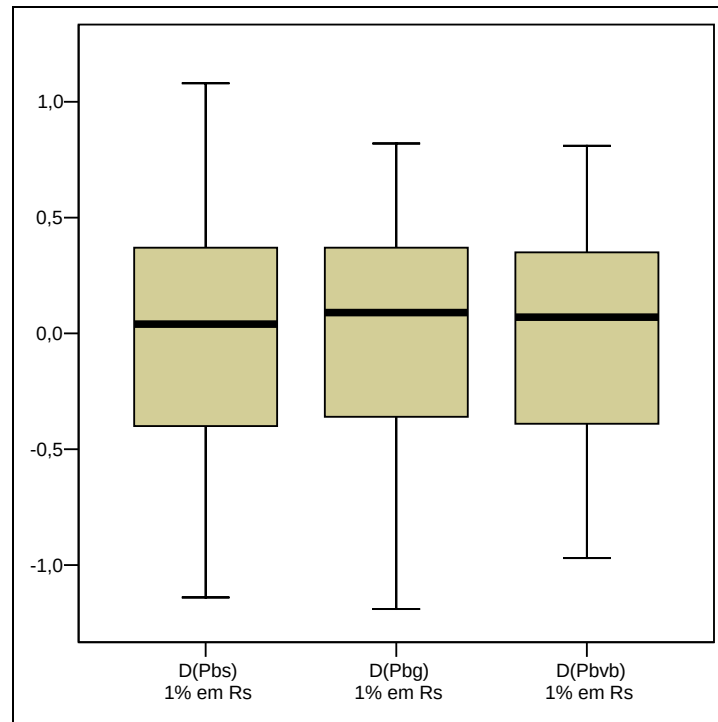


Figura 5.1 – Comparação entre os autores da distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas com erro de até 1% de erro em R_s em relação às calculadas sem erro.

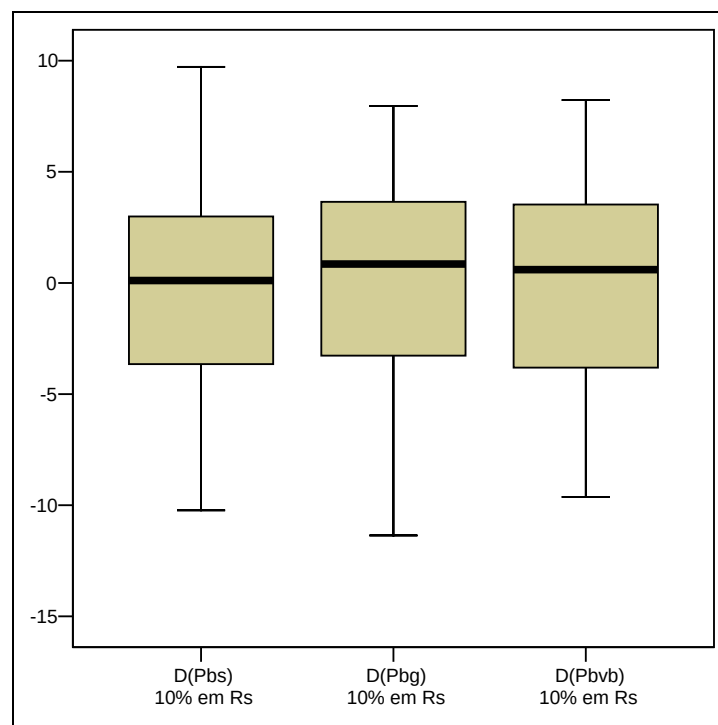


Figura 5.2 – Comparação entre os autores da distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas com erro de até 10% de erro em R_s em relação às calculadas sem erro.

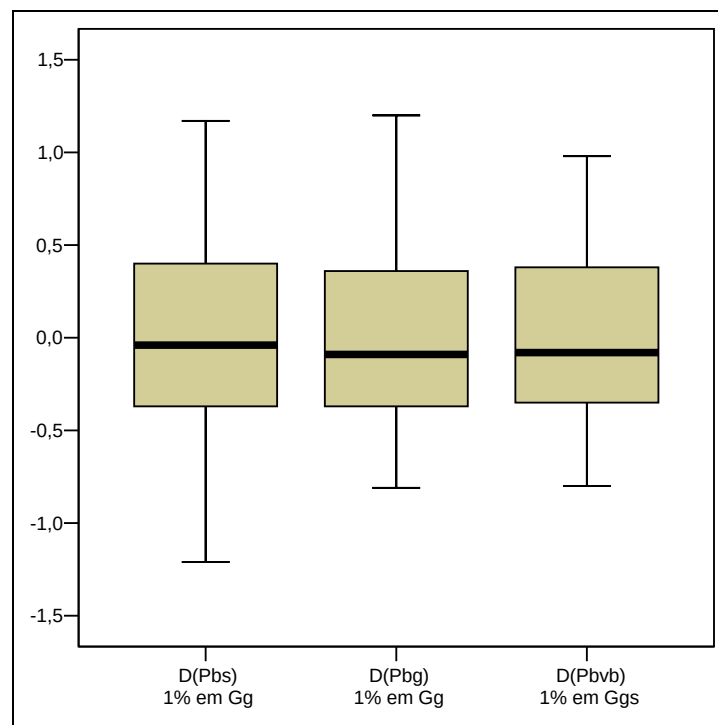


Figura 5.3 – Comparação entre os autores da distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas com erro de até 1% de erro em γ_g e γ_{gs} em relação às calculadas sem erro.

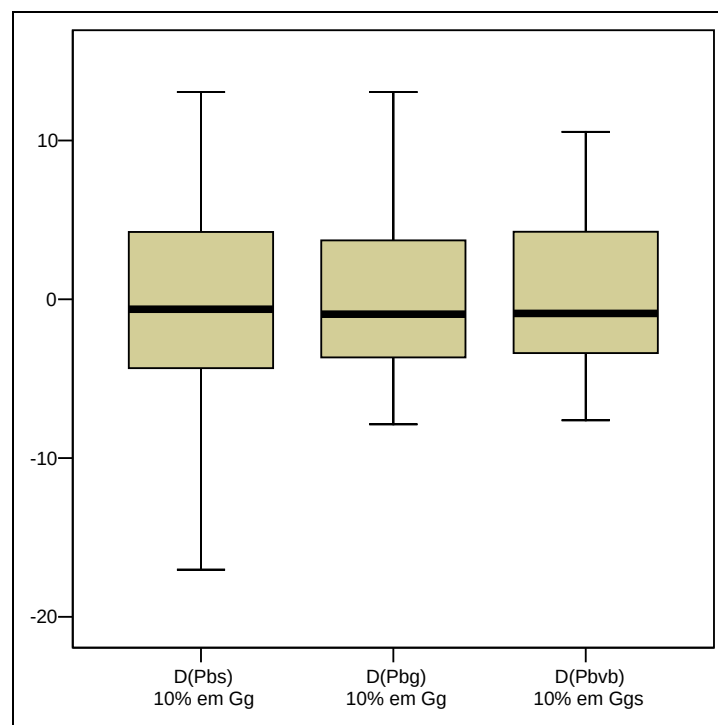


Figura 5.4 – Comparação entre os autores da distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas com erro de até 10% de erro em γ_g e γ_{gs} em relação às calculadas sem erro.

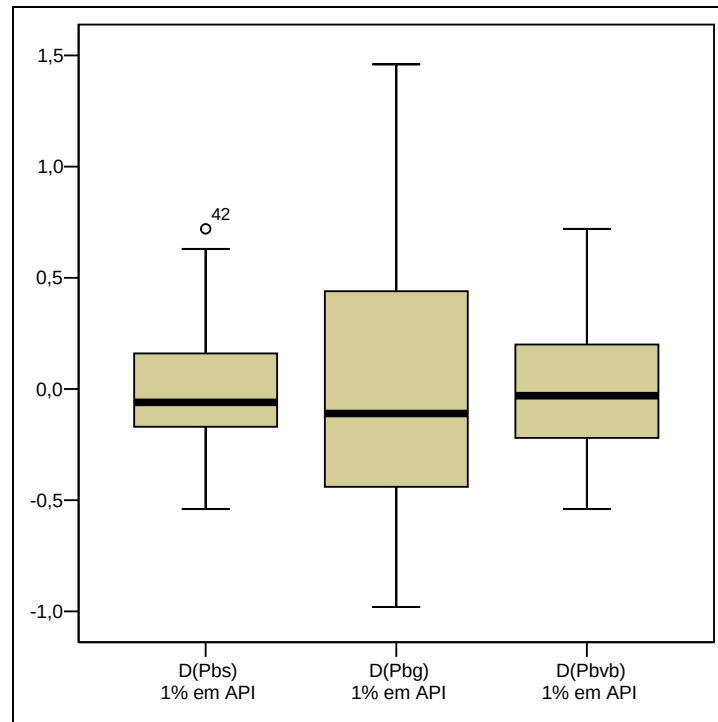


Figura 5.5 – Comparação entre os autores da distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas com erro de até 1% de erro em *API* em relação às calculadas sem erro.

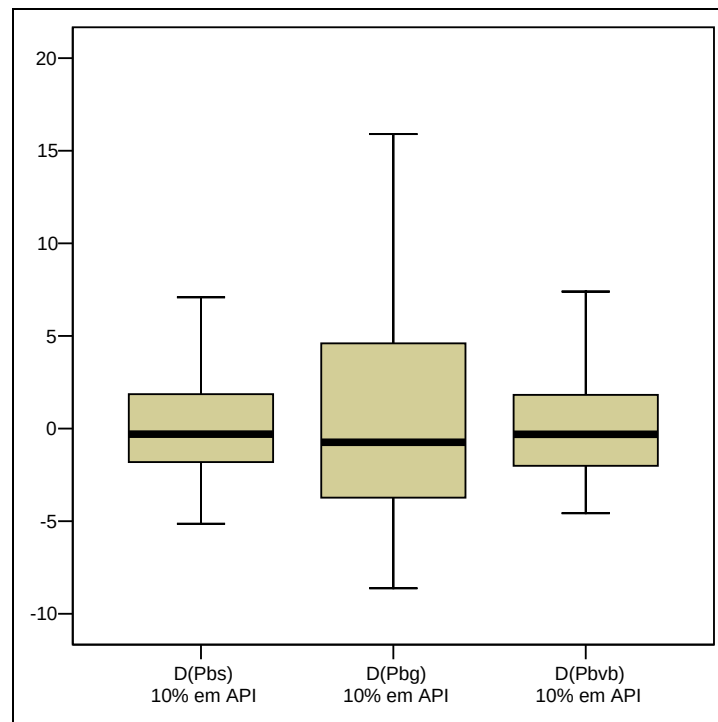


Figura 5.6 – Comparação entre os autores da distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas com erro de até 10% de erro em *API* em relação às calculadas sem erro.

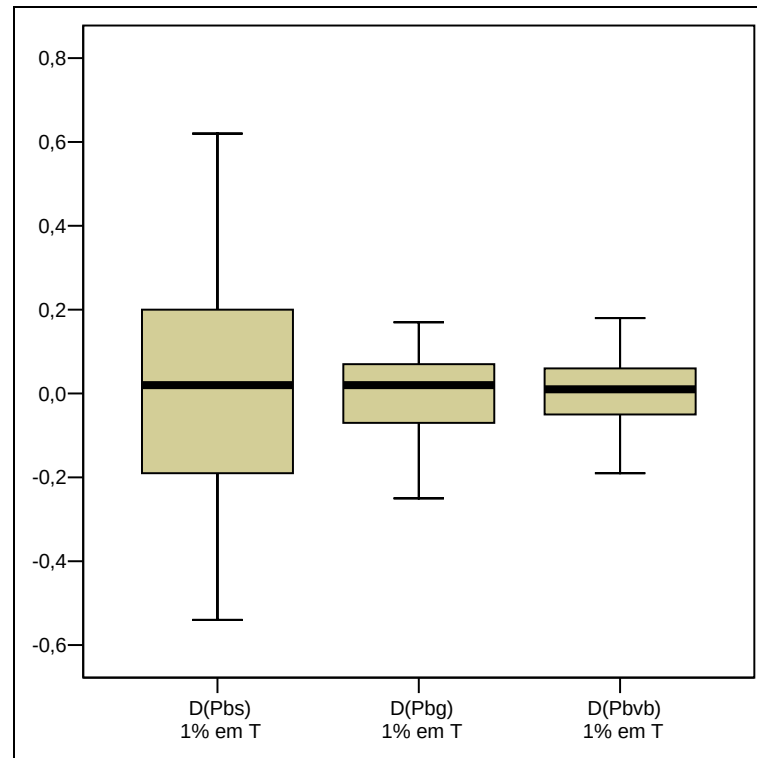


Figura 5.7 – Comparação entre os autores da distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas com erro de até 1% de erro em T em relação às calculadas sem erro.

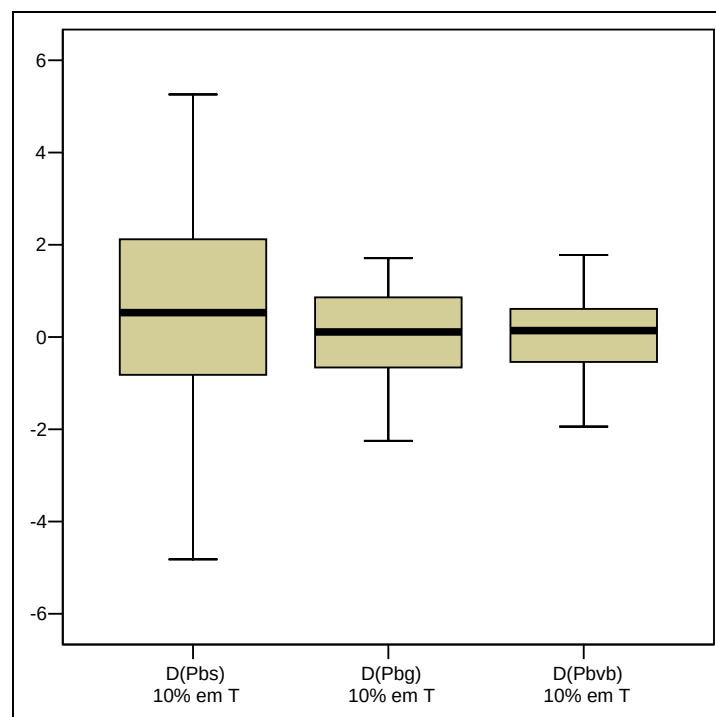


Figura 5.8 – Comparação entre os autores da distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas com erro de até 10% de erro em T em relação às calculadas sem erro.

Quando os erros são adicionados em API , a correlação de Glaso apresenta desvios percentuais dispersos em intervalos maiores que as correlações de Standing e Vazquez-Beggs que apresentam distribuições semelhantes (Figuras 5.5 e 5.6).

Já quando os erros são adicionados em T , a correlação de Standing é a correlação que apresenta desvios percentuais dispersos em intervalos maiores que as demais correlações (Figuras 5.7 e 5.8).

Essa análise reforça a robustez da correlação de Vazquez-Beggs, que não apresentou distribuições dos desvios percentuais maiores que as demais correlações para nenhuma variável de entrada perturbada.

A última análise comparativa das correlações estudadas é apresentada na Figura 5.9, que apresenta as distribuições dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas sem perturbações pelas equações de Standing, Glaso e Vazquez-Beggs em relação à pressão de saturação fornecida por De Ghetto (1995), $D(P_b)$.

Através da Tabela 5.1 e da Figura 5.9 é possível notar que a correlação de Glaso apresenta a distribuição dos desvios percentuais significativamente maiores que as demais correlações, além de superestimar a pressão de saturação uma vez que os desvios percentuais se concentram acima de zero. A distribuição dos desvios percentuais da pressão de saturação calculada pela correlação de Standing mostra que essa correlação subestima a pressão de saturação uma vez que o desvio percentual se concentra abaixo de zero. Já a distribuição percentual da pressão de saturação calculada pela correlação de Vazquez-Beggs apesar de se mostrar ligeiramente maior que a de Standing, se concentra em torno de zero, que é o ideal.

Tabela 5.1 – Estatísticas referentes aos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas sem perturbações pelas equações de Standing, Glaso e Vazquez-Beggs em relação à pressão de saturação fornecida por De Ghetto (1995).

D(Pb)	Estatísticas						
	Média	Mediana	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	1º Quartil	3º Quartil
Standing	-10,60	-6,98	18,30	-75,67	26,92	-20,58	0,55
Glaso	38,50	22,37	58,18	-71,00	183,88	-1,55	77,44
Vazquez-Beggs	7,72	5,10	27,36	-72,85	84,80	-8,63	28,23

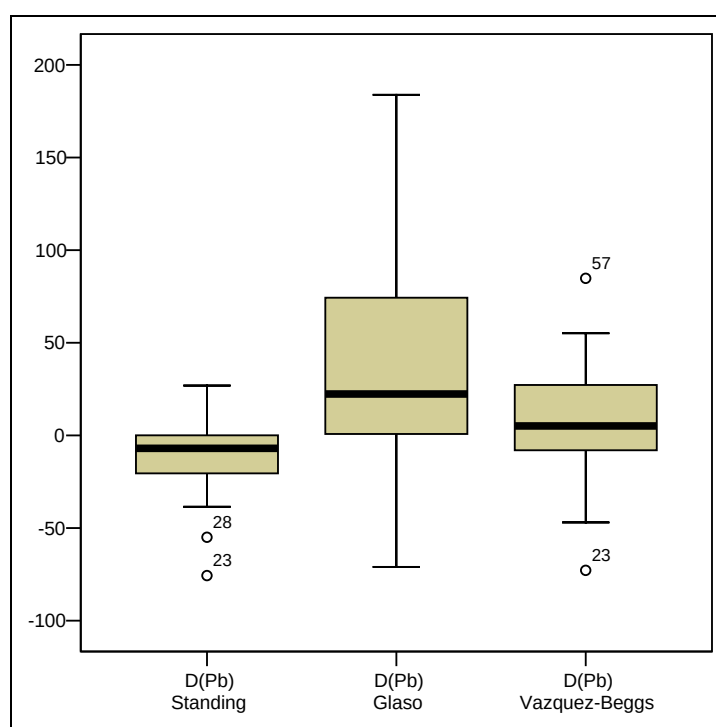


Figura 5.9 – Comparação entre os autores da distribuição dos desvios percentuais das pressões de saturação calculadas sem erro em relação à pressão de saturação apresentada por De Ghetto (1995).

6. CONCLUSÕES

O trabalho apresenta uma metodologia de análise das correlações PVT de petróleos aplicada nas correlações para pressão de saturação de Standing, Glaso e Vazquez-Beggs.

O procedimento de análise para a avaliação da robustez das correlações PVT com base nas etapas da análise de regressão e na adição de perturbações controladas nas variáveis de entrada se mostrou adequada. Através do procedimento criado pode ser avaliado o comportamento do processo de estimação e alguns resultados importantes já foram encontrados.

Os resultados mostram que um necessário cuidado com a aplicação das correlações de Glaso pelo fato de erros padrão das estimativas dos parâmetros se mostrarem muito elevados, quando as variáveis de entrada foram perturbadas, além de ter sido demonstrada a não unicidade de solução com erro zero. Isto indica que o processo de estimação de Glaso apresenta baixíssima robustez, sendo muito sensível a perturbações nos dados de entrada.

A correlação de Standing apresenta sensibilidade na modulação, o que pode comprometer as estimativas se os erros de medição dos dados de entrada não estiverem muito bem controlados, principalmente a razão de solubilidade e a densidade do gás.

A correlação de Vazquez-Beggs se mostra bastante robusta. O fato de poder ser linearizada e a perturbação adicionada aos dados ser não tendenciosa colabora para a robustez da correlação. Todavia, isto pode explicar porque ela é uma das mais aplicadas nos simuladores das indústrias. Corrobora também o fato de os dados não terem apresentado multicolinearidade relevante, uma vez que uma forte multicolinearidade pode afetar sensivelmente as estimativas e conseqüentemente o modelo proposto.

Através desse estudo, foi possível constatar que a pressão de saturação calculada pela Correlação de Glaso é a mais comprometida quando perturbações são adicionadas em API . Já perturbações em T comprometem mais a pressão de

saturação calculada por Standing. Perturbações em R_s , γ_g e γ_{gs} comprometem de maneira similar as pressões de saturação calculadas através das três correlações estudadas.

Em suma, este trabalho mostra que existem correlações PVT extremamente sensíveis a perturbações nas variáveis de entrada, e que essas perturbações podem ser causadas pela simples característica do óleo que sofre mudanças entre regiões do mundo e não somente por erros de medição.

Esse estudo apresenta, de maneira simples, alguns problemas que envolvem as correlações PVT de petróleo, que muitas vezes são utilizadas de maneira indiscriminada pela indústria do petróleo. Esse trabalho pode ser considerado como um estudo introdutório que mostra através dos resultados obtidos a necessidade de estudos mais aprofundados sobre as correlações PVT.

Obviamente ainda existem diversos trabalhos futuros a serem realizados, dentre os quais:

- a) Foram analisadas apenas as correlações PVT de Standing, Glaso e Vazquez-Beggs para a pressão de saturação, sendo que existem diversos autores e várias outras propriedades que também são estimadas através de correlações PVT e também devem ser analisadas;
- b) Realizar os novos estudos com uma amostra maior, mais confiável, que contemple óleos com todas as faixas de grau API, sendo possível o desenvolvimento de estudos mais aprofundados e conclusivos, além de ser possível analisar se existe diferença no efeito das perturbações em óleos de diferentes graus API,
- c) Propostas de modificação das correlações existentes e proposta de novas correlações.

Seria de grande relevância para a indústria de petróleo nacional que os próximos estudos sejam realizados com dados de amostras de reservas nacionais, uma vez que já foi mostrado que as correlações são sensíveis a pequenas perturbações nas variáveis de entrada.

REFERÊNCIAS

AHMED, Tarek H. **Reservoir Engineering Handbook**. Ed. 2. Estados Unidos da América: Gulf Professional Publishing, 2001. Cap. 2.

AL-MARHOUN, Muhammad A. PVT correlations for middle east crude oils. **Jornal of Petroleum Technology**, SPE nº 13718. p. 650-666. May, 1988.

AL-MARHOUN, Muhammad A. Evaluation of empirically derived PVT properties for middle east crude oils. **Jornal of Petroleum Science & Engineering**. N. 42. p. 209-221. 2004.

AL-SHAMMASI, A. A. A review of bubblepoint pressure and formation volume factor correlations. **Reservoir Evaluation & Engineering**, SPE nº 71302. p. 146-160. April, 2001.

BEGGS, H. D; ROBINSON, J. F., 1975. Estimating the viscosity of crude oil systems. **Journal of Petroleum Technology**, SPE nº 5434, p. 1140-1141.

BUSSAB, Wilton O. **Análise de variância e regressão: uma introdução**. Ed. 2. São Paulo: Atual, 1988. cap. 4.

DRAPER, Norman R.; SMITH, Harry. **Applied regression analysis**. Ed. 3. New York: John Wiley and Sons, 1998.

DE GHETTO, Giambattista; PAONE, Francesco; VILLA, Marco. Pressure-volume-temperature correlations for heavy and extra heavy oils. **Society of Petroleum Engineers**, Canada, SPE nº 30316, p. 647-662. June, 1995.

DOKLA, M.; OSMAN, M. Correlation of PVT Properties for UAE Crudes. **SPEFE**, p. 41-46. March, 1992.

FRASHAD, F. et al. Empirical PVT correlations for colombian crude oils. **Society of Petroleum Engineers**, SPE nº 36105. p. 311-320. 1996.

FEKETE, Reservoir Engineering Software e Services. Fluid Property Correlations. Disponível em: <<http://www.fekete.com/software/welltest/media/webhelp/c-te-fluidprops.htm>>. Acesso em: 02 ago. 2008.

GLASO, Oistein. Generalized pressure-volume-temperature correlations. **Journal of Petroleum Technology**, SPE nº 8016, p. 785-795. May, 1980.

GUJARATI, Damodar N. **Econometria Básica**. Ed. 3. São Paulo: Makron Books, 1999. cap. 10.

HINES, William W., et al. **Probabilidade e estatística na engenharia**. Rio de Janeiro: LTC, 2006. cap.14 e 15.

KARTOATMODJO, Trijara; SCHMIDT, Zelimir. Large data bank improves crude physical property correlations. **Oil & Gas Journal**, p. 51-55. July, 1994.

MAZUCHELI, J.; ACHCAR, J. A. **Algumas considerações em regressão não linear**. Acta Scientiarum, v. 24, n.6, p. 1761-1770, 2002

MONTGOMERY, Douglas C.; RUNGER, George C.; HUBELE, Norma F. **Estatística aplicada à engenharia**. Ed. 2. Rio de Janeiro: LTC, 2004. Cap. 6.

OBOMANU, D. A.; OKPOBORI, G. A. Correlating the PVT properties of nigerian crudes. **Trans., ASME** v. 109, p. 214-216. 1987.

OSMAN, EL-SAYED A.; ABDEL-WAHHAB, OSAMA A.; AL-MARHOUN, OHAMMED. Prediction of oil PVT properties using neural networks. **Society of Petroleum Engineers**, SPE nº 68233, p. 1-14. March, 2001.

PETROSKY JR., G. E.; FARSHAD, F. F. Pressure-volume-temperature correlations for gulf of méxico. **Society of Petroleum Engineers**, SPE nº 26644. p. 395-406. 1993.

SEIBER, G. A. F.; WILD, C.J. **Nonlinear regression**. New York: John Wiley and Sons, 1989.

SPSS, 2002. *Base 11.5 User's Guide*. Estados Unidos.

VASQUEZ, M. E.; BEGGS, H. D. Correlations for fluid physical property prediction. **Jornal of Petroleum Technology**, SPE nº 6719. p. 968-970. June,1980.

VELARDE, J.; BLASINGAME, T. A.; MCCAIN JR, W. D. Correlation of black oil properties at pressures below bubblepoint pressure – a new approach. **Jornal of Canadian Petroleum Technology**, v. 38, n. 13, p. 1-7. June,1999.

APÊNDICES

APÊNDICE A – DADOS EXPERIMENTAIS UTILIZADOS.

Tabela A.1 – Dados experimentais utilizados na realização das análises.

Amostra PVT	R_s (scf/STB)	API	T (°F)	γ_g	P_b	T_{sp} (°F)	P_{sp} (psia)	γ_{gp} (Psp)
1	231,46	6,0	147,9	0,670	2503,39	131,0	58,02	0,679
2	323,62	6,3	165,2	0,643	4021,96	129,2	227,71	0,634
3	93,77	6,5	210,2	1,389	697,64	128,3	71,07	1,403
4	18,82	7,3	221,7	1,018	249,47	131,0	42,06	1,044
5	208,70	7,5	153,5	0,725	2082,77	131,0	58,02	0,738
6	25,48	7,9	208,9	1,388	342,29	176,0	85,57	1,403
7	250,50	7,9	165,2	0,642	2902,25	129,2	369,85	0,623
8	51,13	8,0	215,6	1,352	619,32	131,0	42,06	1,389
9	103,10	8,0	210,2	1,455	668,63	177,8	85,57	1,471
10	84,06	8,2	215,6	1,255	725,20	141,8	71,07	1,273
11	89,27	8,3	212,0	1,412	639,63	122,0	71,07	1,430
12	86,55	8,6	217,4	1,418	627,57	128,8	71,07	1,438
13	108,54	9,6	217,4	1,070	967,42	133,5	58,02	1,095
14	486,90	10,0	154,8	1,218	2665,84	158,0	156,64	1,203
15	260,00	10,5	152,6	0,742	2076,97	158,0	156,64	0,732
16	331,34	10,9	154,2	0,733	2802,17	158,0	156,64	0,723
17	234,18	11,0	167,0	0,669	2588,96	129,2	227,71	0,653
18	586,67	11,0	152,6	1,206	2916,75	158,0	56,57	1,245
19	315,51	11,2	154,8	0,747	2549,90	158,0	156,64	0,737
20	305,80	11,4	153,1	0,719	2622,32	158,0	156,64	0,709
21	269,99	12,4	152,6	0,686	2432,32	62,6	42,06	0,700
22	17,21	12,8	215,6	1,166	227,71	176,0	85,57	1,186
23	40,97	14,0	183,2	1,174	1180,63	158,0	156,64	1,154
24	41,92	14,6	205,9	1,058	337,94	167,0	85,57	1,078
25	25,04	14,9	207,9	1,139	208,86	167,0	50,76	1,202
26	25,21	15,1	207,7	1,020	227,71	167,0	85,57	1,040
27	54,13	15,2	214,0	0,859	570,01	122,0	129,09	0,854
28	21,49	15,4	203,0	1,061	355,35	134,6	43,51	1,119
29	102,82	15,6	131,4	0,754	754,21	78,8	29,01	0,788
30	338,00	16,0	211,3	0,738	3769,59	116,6	298,78	0,706
31	97,32	16,5	188,1	0,819	697,64	86,0	227,71	0,799
32	320,34	16,8	140,0	1,352	1074,75	122,0	14,50	1,517
33	146,40	17,0	250,7	1,167	1082,00	104,0	56,57	1,206
34	429,16	17,6	194,0	0,797	2236,52	68,0	156,64	0,789
35	111,76	18,8	244,4	1,002	999,33	100,4	156,64	0,987
36	113,70	19,0	238,3	0,924	1047,19	100,4	156,64	0,910
37	188,82	19,0	163,4	1,253	952,91	86,0	71,07	1,279
38	330,12	19,0	217,4	0,758	2319,19	86,0	114,58	0,758
39	166,33	19,2	165,2	1,365	796,27	69,8	71,07	1,388
40	109,93	19,2	158,0	1,362	469,93	69,8	71,07	1,385
41	175,44	19,3	154,4	1,364	796,27	80,6	71,07	1,391
42	177,83	19,4	172,4	1,372	825,28	69,8	71,07	1,395
43	115,90	19,5	240,8	0,956	1038,49	100,4	227,71	0,924
44	145,18	19,5	177,8	1,375	796,27	84,2	71,07	1,403
45	332,61	19,5	178,7	1,023	1322,76	122,0	156,64	1,004
46	25,37	19,5	167,0	0,826	256,72	75,2	58,02	0,848
47	140,52	19,6	231,8	0,871	1209,63	71,6	227,71	0,850
48	186,54	19,7	170,6	1,284	967,42	90,6	71,07	1,313
49	135,47	19,8	244,0	1,088	1124,06	100,4	156,64	1,071
50	167,89	19,8	163,4	1,294	896,35	75,6	71,07	1,318
51	147,96	19,8	150,8	1,198	839,78	69,8	56,57	1,229
52	121,64	19,9	231,8	0,856	1067,49	104,0	227,71	0,826
53	500,23	21,0	185,2	0,813	2369,95	68,0	156,64	0,804
54	404,01	21,2	183,2	0,732	2432,32	100,4	725,20	0,665
55	27,76	21,2	190,4	1,268	213,21	86,0	85,57	1,286
56	100,93	21,3	179,6	0,945	654,13	59,0	49,31	0,971
57	640,25	22,0	134,6	0,991	1749,18	104,0	440,92	0,918

Fonte: De Ghetto et al. (1995, p. 656)

APÊNDICE B – GRÁFICOS E PRINCIPAIS RESULTADOS APRESENTADOS PELO SOFTWARE SPSS 11.5 REFERENTES ÀS ANÁLISES DE REGRESSÃO NÃO LINEAR DA CORRELAÇÃO PVT DE STANDING PARA PRESSÃO DE SATURAÇÃO.

B.1 – Análise de regressão não linear sem perturbações nas variáveis independentes.

B.2 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-1, 1]\%$ em R_s .

B.3 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-1, 1]\%$ em γ_g .

B.4 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-1, 1]\%$ em API .

B.5 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-1, 1]\%$ em T .

B.6 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-10, 10]\%$ em R_s .

B.7 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-10, 10]\%$ em γ_g .

B.8 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-10, 10]\%$ em API .

B.9 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-10, 10]\%$ em T .

B.1 – Análise de regressão não linear sem perturbações nas variáveis independentes.

Iteration	Residual SS	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
1	5,8175E-12	18,20000	0,83000	0,00090	0,01250	1,4000
1.1	5,1794E-12	18,20000	0,83000	0,00090	0,01250	1,3999

Run stopped after 2 model evaluations and 1 derivative evaluations. Iterations have been stopped because the relative difference between successive parameter estimates is at most PCON = 1.000E-08.

Nonlinear Regression Summary Statistics

Dependent Variable Pbs

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	5	135197770,695	27039554,1390
Residual	52	5,179448E-12	9,960477E-14
Uncorrected Total	57	135197770,695	
(Corrected Total)	56	49549975,5927	

R squared = 1 - Residual SS / Corrected SS = 1,0000

Parameter	Estimate	Asymptotic Std. Error	Asymptotic 95% Confidence Interval Lower	Asymptotic 95% Confidence Interval Upper
θ_0	18,199999986	1,73968E-08	18,199999951	18,200000021
θ_1	0,830000000	1,41039E-10	0,830000000	0,830000000
θ_2	0,000900000	5,43702E-13	0,000900000	0,000900000
θ_3	0,012500000	2,78489E-12	0,012500000	0,012500000
θ_4	1,399999993	9,05074E-09	1,399999975	1,400000011

Asymptotic Correlation Matrix of the Parameter Estimates

	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
θ_0	1,0000	-0,9817	-0,4197	-0,4197	0,8540
θ_1	-0,9817	1,0000	0,3138	0,4259	-0,8878
θ_2	-0,4722	0,3138	1,0000	0,4400	-0,1385
θ_3	-0,4197	0,4259	0,4400	1,0000	-0,4319
θ_4	0,8540	-0,8878	-0,1385	-0,4319	1,0000

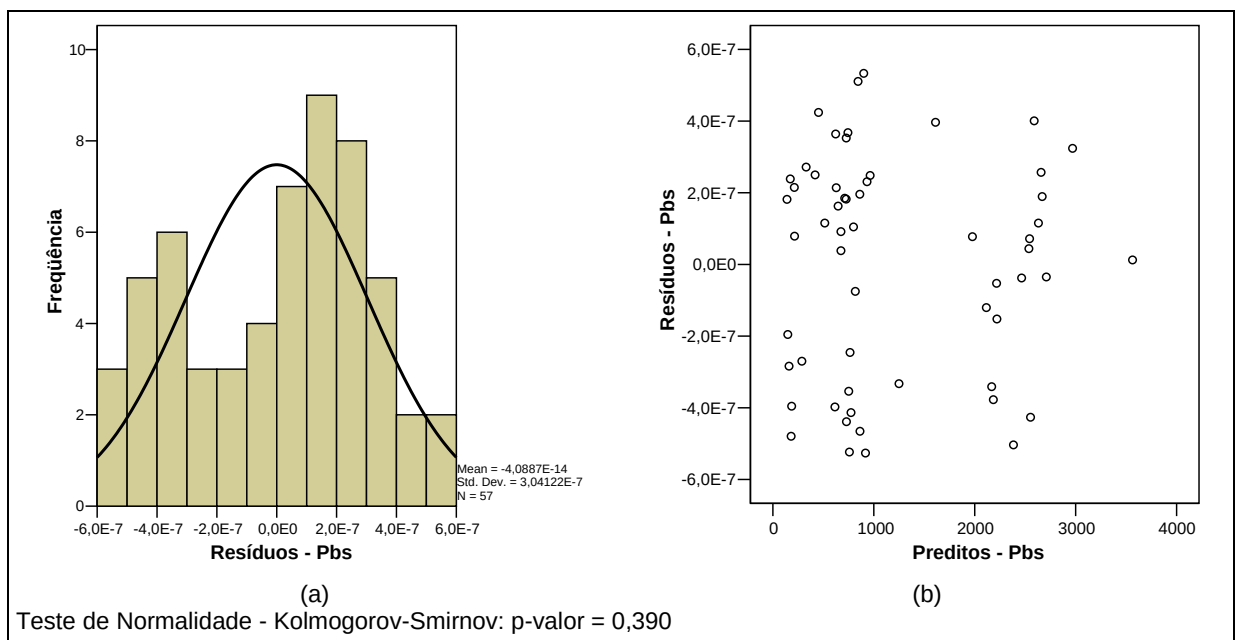


Figura B.1 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

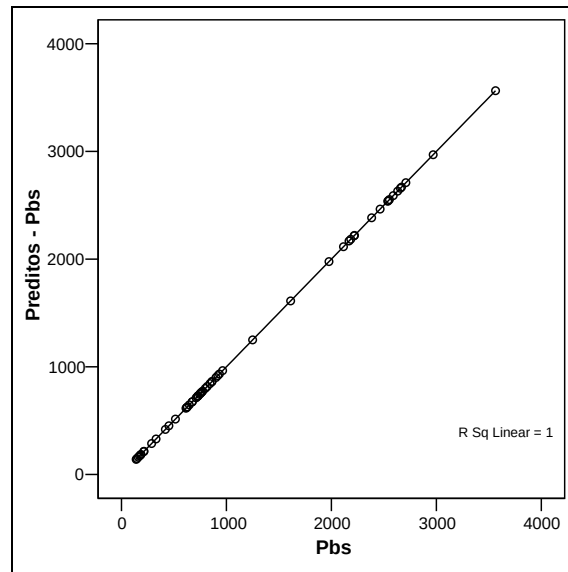


Figura B.2 - Gráfico P_{bs} vs. preditos.

B.2 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-1, 1]\%$ em R_s .

Iteration	Residual SS	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
1	3228,959255	18,2000000	0,830000000	0,000900000	0,012500000	1,400000000
1.1	2707,097791	17,5963615	0,834357783	0,000927718	0,012678639	1,27182812
2	2707,097791	17,5963615	0,834357783	0,000928818	0,012678639	1,27182812
2.1	2657,762308	17,6005475	0,834401371	0,000929024	0,012679570	1,26568779
3	2657,762308	17,6005475	0,834401371	0,000929024	0,012679570	1,26568779
3.1	2657,762305	17,6005190	0,834401569	0,000929025	0,012679574	1,26567739

Run stopped after 6 model evaluations and 3 derivative evaluations. Iterations have been stopped because the relative reduction between successive residual sums of squares is at most SCON = 1.000E-08.

Nonlinear Regression Summary Statistics

Dependent Variable Pbs

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	5	135195112,933	27039022,5865
Residual	52	2657,76230	51,11081
Uncorrected Total	57	135197770,695	
(Corrected Total)	56	49549975,5927	

R squared = 1 - Residual SS / Corrected SS = 0,99995

Parameter	Estimate	Asymptotic Std. Error	Asymptotic 95% Confidence Interval Lower	Asymptotic 95% Confidence Interval Upper
θ_0	17,600518965	0,382573918	16,832828235	18,368209694
θ_1	0,834401569	0,003202688	0,827974905	0,840828233
θ_2	0,000929025	0,000012398	0,000904147	0,000953903
θ_3	0,012679574	0,000063477	0,012552197	0,012806950
θ_4	1,265677394	0,213634857	0,836987691	1,694367098

Asymptotic Correlation Matrix of the Parameter Estimates

	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
θ_0	1,0000	-0,9818	-0,4835	-0,4291	0,8574
θ_1	-0,9818	1,0000	0,3264	0,4354	-0,8903
θ_2	-0,4835	0,3264	1,0000	0,4458	-0,1552
θ_3	-0,4291	0,4354	0,4458	1,0000	-0,4402
θ_4	0,8574	-0,8903	-0,1552	-0,4402	1,0000

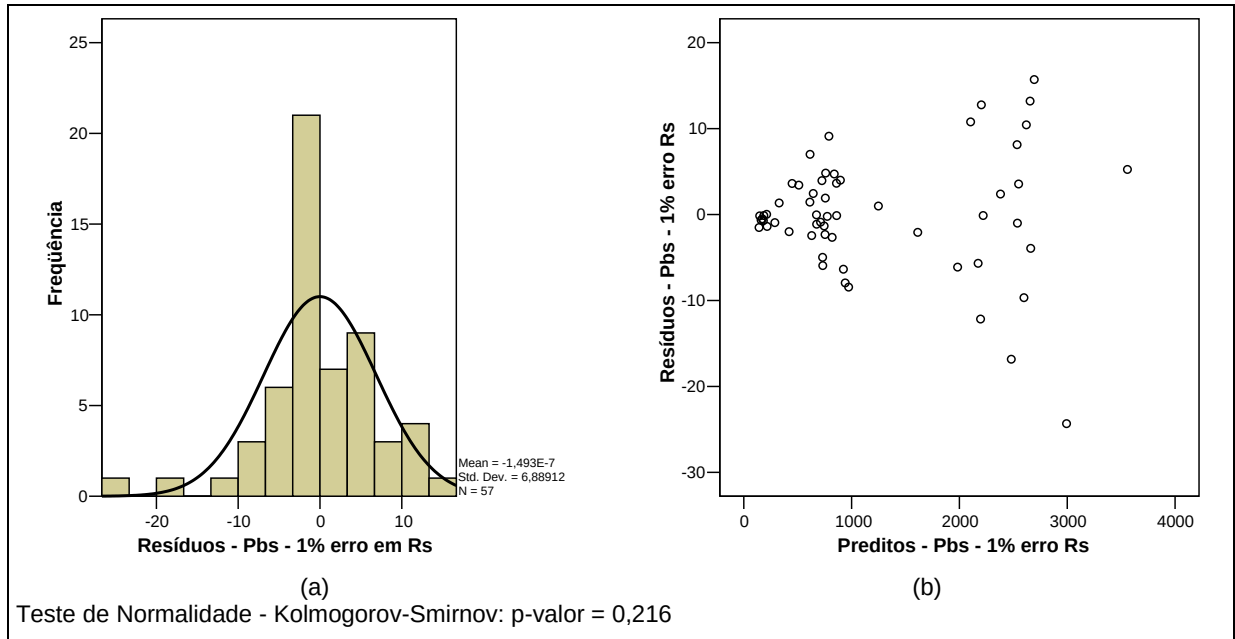


Figura B.3 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

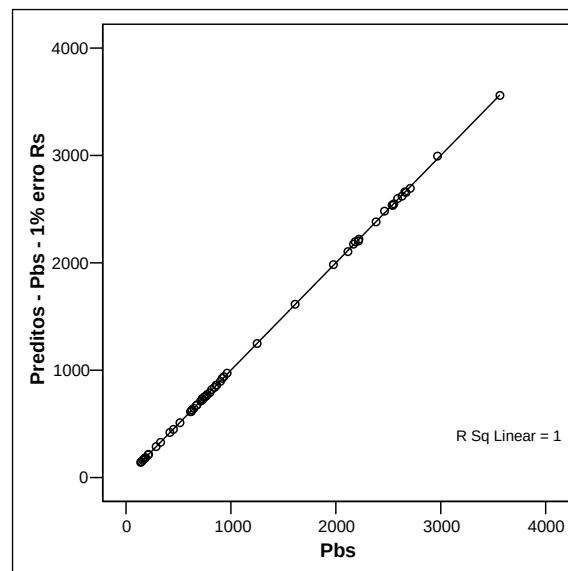


Figura B.4 - Gráfico P_{bs} vs. preditos.

B.3 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-1, 1]\%$ em γ_g .

Iteration	Residual SS	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
1	3221,919615	18,2000000	0,830000000	0,000900000	0,012500000	1,40000000
1.1	2683,610570	18,8736888	0,825071664	0,000870078	0,012317239	1,55232984
2	2683,610570	18,8736888	0,825071664	0,000870078	0,012317239	1,55232984
2.1	2612,352983	18,8798815	0,825117291	0,000870301	0,012318235	1,54521147
3	2612,352983	18,8798815	0,825117291	0,000870301	0,012318235	1,54521147
3.1	2612,352978	18,8799195	0,825116995	0,000870300	0,012318230	1,54522710

Run stopped after 6 model evaluations and 3 derivative evaluations. Iterations have been stopped because the relative reduction between successive residual sums of squares is at most SCON = 1.000E-08.

Nonlinear Regression Summary Statistics

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	5	135195158,342	27039031,6684
Residual	52	2612,35298	50,23756
Uncorrected Total	57	135197770,695	
(Corrected Total)	56	49549975,5927	

R squared = 1 - Residual SS / Corrected SS = 0,99995

Dependent Variable Pbs

Parameter	Estimate	Asymptotic Std. Error	Asymptotic 95% Confidence Interval Lower	Upper
θ_0	18,879919477	0,403590184	18,070056523	19,689782430
θ_1	0,825116995	0,003158341	0,818779320	0,831454670
θ_2	0,000870300	0,000012128	0,000845964	0,000894636
θ_3	0,012318230	0,000062149	0,012193519	0,012442942
θ_4	1,545227098	0,194162673	1,155611192	1,934843005

Asymptotic Correlation Matrix of the Parameter Estimates

	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
θ_0	1,0000	-0,9817	-0,4607	-0,4103	0,8499
θ_1	-0,9817	1,0000	0,3011	0,4165	-0,8846
θ_2	-0,4607	0,3011	1,0000	0,4341	-0,1207
θ_3	-0,4103	0,4165	0,4341	1,0000	-0,4236
θ_4	0,8499	-0,8846	-0,1207	-0,4236	1,0000

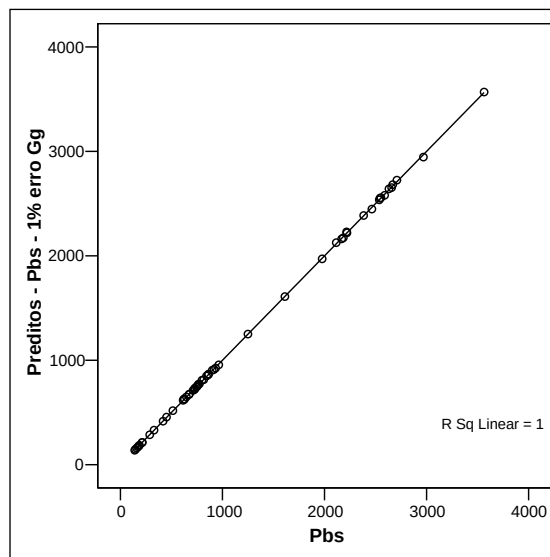


Figura B.5 - Gráfico P_{bs} vs. preditos.

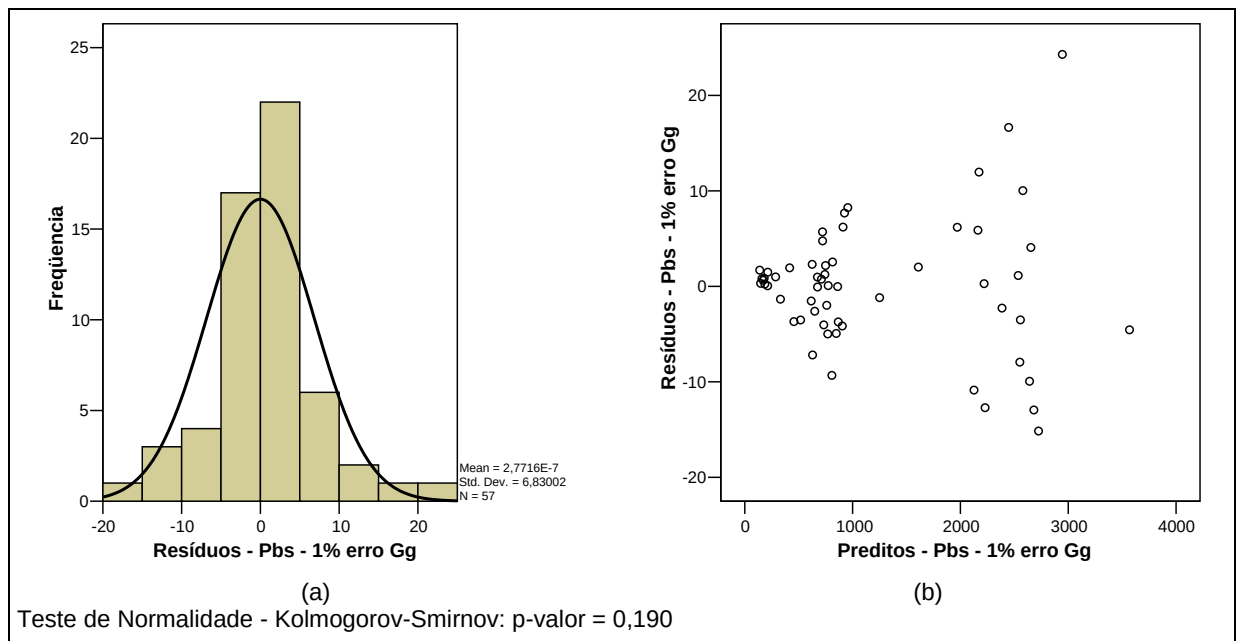


Figura B. 6 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

B.4 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre [-1, 1]% em *API* .

Iteration	Residual SS	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
1	782,9329351	18,2000000	0,830000000	0,000900000	0,012500000	1,40000000
1.1	577,7716668	18,4788725	0,828135597	0,000883010	0,012394203	1,44929296
2	577,7716668	18,4788725	0,828135597	0,000883010	0,012394203	1,44929296
2.1	575,7076444	18,4793607	0,828147531	0,000883064	0,012394420	1,44804640
3	575,7076444	18,4793607	0,828147531	0,000883064	0,012394420	1,44804640
3.1	575,7076444	18,4793643	0,828147506	0,000883063	0,012394420	1,44804756

Run stopped after 6 model evaluations and 3 derivative evaluations. Iterations have been stopped because the relative reduction between successive residual sums of squares is at most SSSCON = 1.000E-08.

Nonlinear Regression Summary Statistics

Dependent Variable Pbs

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	5	135197194,987	27039438,9975
Residual	52	575,70764	11,07130
Uncorrected Total	57	135197770,695	
(Corrected Total)	56	49549975,5927	

R squared = 1 - Residual SS / Corrected SS = 0,99999

Parameter	Estimate	Asymptotic Std. Error	Asymptotic 95% Confidence Interval Lower	Asymptotic 95% Confidence Interval Upper
θ_0	18,479364314	0,186135165	18,105856780	18,852871849
θ_1	0,828147506	0,001487322	0,825162976	0,831132035
θ_2	0,000883063	5,70575 E-06	0,000871614	0,000894513
θ_3	0,012394420	0,000029113	0,012336001	0,012452839
θ_4	1,448047560	0,093767173	1,259889963	1,636205158

Asymptotic Correlation Matrix of the Parameter Estimates

	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
θ_0	1,0000	-0,9817	-0,4674	-0,4166	0,8528
θ_1	-0,9817	1,0000	0,3086	0,4234	-0,8868
θ_2	-0,4674	0,3086	1,0000	0,4336	-0,1317
θ_3	-0,4166	0,4234	0,4336	1,0000	-0,4308
θ_4	0,8528	-0,8868	-0,1317	-0,4308	1,0000

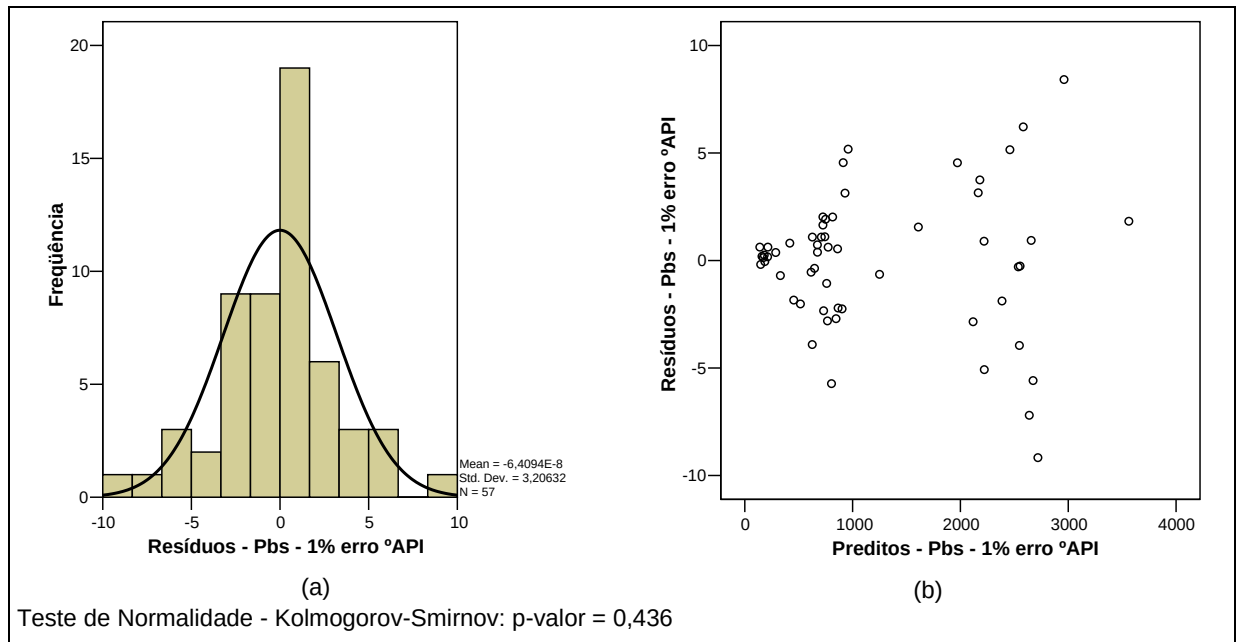


Figura B.7 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

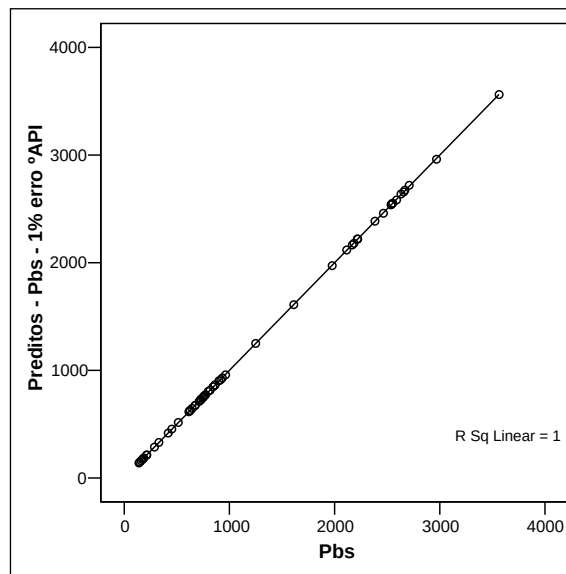


Figura B.8 - Gráfico P_{bs} vs. preditos.

B.5 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre [-1, 1]% em T .

Iteration	Residual SS	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
1	631,8028851	18,2000000	0,830000000	0,000900000	0,012500000	1,400000000
1.1	540,0376385	17,8930001	0,832390644	0,000910348	0,012571457	1,31940119
2	540,0376385	17,8930001	0,832390644	0,000910348	0,012571457	1,31940119
2.1	536,6955686	17,8945654	0,832398123	0,000910389	0,012571627	1,31785645
3	536,6955686	17,8945654	0,832398123	0,000910389	0,012571627	1,31785645
3.1	536,6955686	17,8945625	0,832398143	0,000910390	0,012571627	1,31785541

Run stopped after 6 model evaluations and 3 derivative evaluations. Iterations have been stopped because the relative reduction between successive residual sums of squares is at most SCON = 1.000E-08.

Nonlinear Regression Summary Statistics

Dependent Variable Pbs

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	5	135197233,999	27039446,7999
Residual	52	536,69557	10,32107
Uncorrected Total	57	135197770,695	
(Corrected Total)	56	49549975,5927	

R squared = 1 - Residual SS / Corrected SS = 0,99999

Parameter	Estimate	Asymptotic Std. Error	Asymptotic 95% Confidence Interval Lower	Asymptotic 95% Confidence Interval Upper
θ_0	17,894562514	0,17894562514	17,543710272	18,245414756
θ_1	0,832398143	0,001438403	0,829511777	0,835284509
θ_2	0,000910390	5,61501 E-06	0,000899122	0,000921657
θ_3	0,012571627	0,000028570	0,012514297	0,012628958
θ_4	1,317855410	0,094108205	1,129013482	1,506697338

Asymptotic Correlation Matrix of the Parameter Estimates

	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
θ_0	1,0000	-0,9817	-0,4827	-0,4269	0,8546
θ_1	-0,9817	1,0000	0,3249	0,4311	-0,8887
θ_2	-0,4827	0,3249	1,0000	0,4534	-0,1483
θ_3	-0,4269	0,4311	0,4534	1,0000	-0,4332
θ_4	0,8546	-0,8887	-0,1483	-0,4332	1,0000

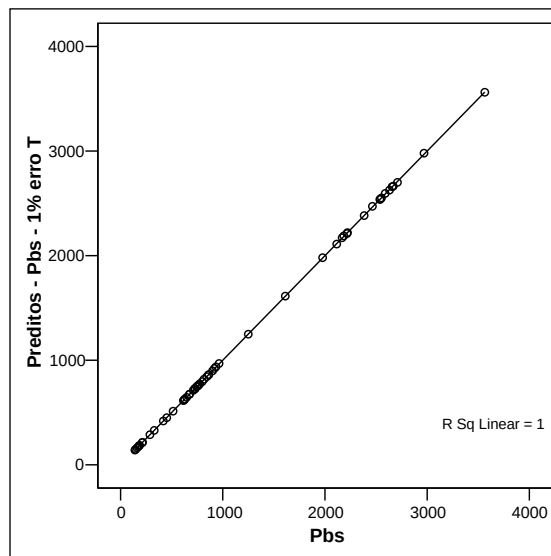


Figura B.9 - Gráfico P_{bs} vs. preditos.

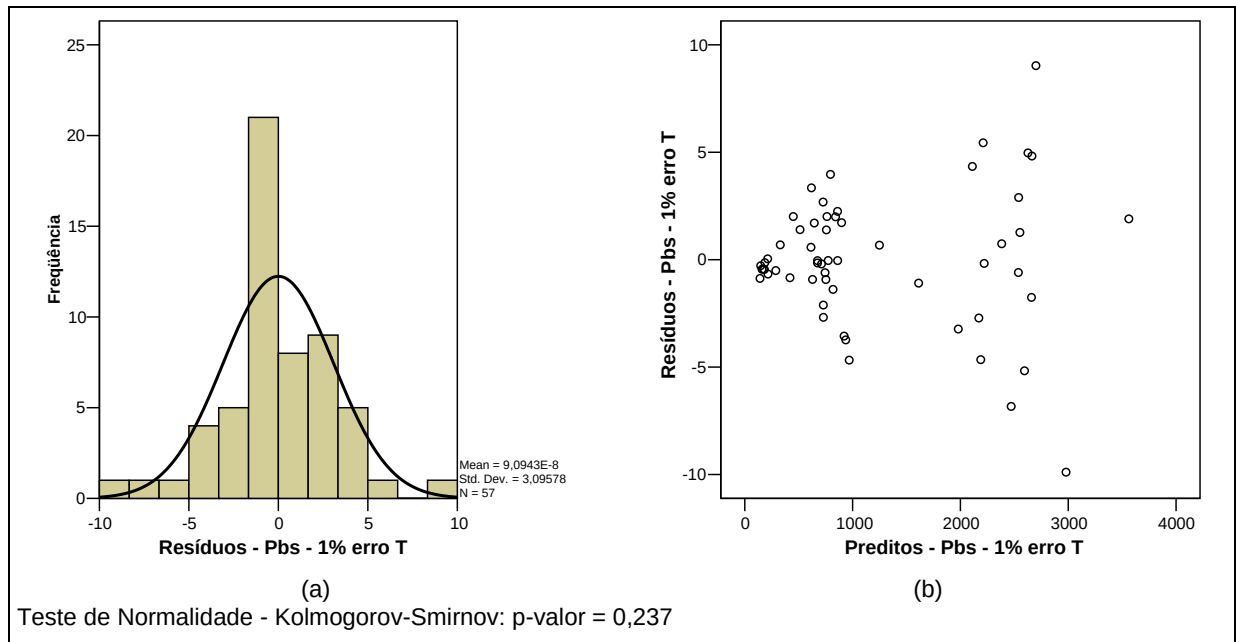


Figura B.10 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

B.6 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-10, 10]\%$ em R_s .

Iteration	Residual SS	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
1	322339,4736	18,2000000	0,830000000	0,000900000	0,012500000	1,40000000
1.1	294908,3551	15,6424200	0,845585907	0,001127314	0,014031664	1,30282456
2	294908,3551	15,6424200	0,845585907	0,001127314	0,014031664	1,30282456
2.1	278758,1679	15,4190067	0,849153137	0,001137849	0,014087866	1,07418057
3	278758,1679	15,4190067	0,849153137	0,001137849	0,014087866	1,07418057
3.1	278756,8399	15,4196525	0,849128464	0,001138391	0,014089123	1,07222592
4	278756,8399	15,4196525	0,849128464	0,001138391	0,014089123	1,07222592
4.1	278756,8395	15,4187742	0,849137317	0,001138396	0,014089186	1,07160790

Run stopped after 8 model evaluations and 4 derivative evaluations. Iterations have been stopped because the relative reduction between successive residual sums of squares is at most SCON = 1.000E-08.

Nonlinear Regression Summary Statistics

Dependent Variable Pbs

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	5	134919013,855	26983802,7711
Residual	52	278756,83947	5360,70845
Uncorrected Total	57	135197770,695	
(Corrected Total)	56	49549975,5927	

R squared = 1 - Residual SS / Corrected SS = 0,99437

Parameter	Estimate	Asymptotic Std. Error	Asymptotic 95% Confidence Interval Lower	Asymptotic 95% Confidence Interval Upper
θ_0	15,418774233	3,488476452	8,418634107	22,418914360
θ_1	0,849137317	0,032817361	0,783284463	0,914990170
θ_2	0,001138396	0,000133038	0,000871436	0,001405357
θ_3	0,014089186	0,000681646	0,012721362	0,015457009
θ_4	1,071607900	2,483427451	-3,911753859	6,054969660

Asymptotic Correlation Matrix of the Parameter Estimates

	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
θ_0	1,0000	-0,9824	-0,5761	-0,5073	0,8576
θ_1	-0,9824	1,0000	0,4304	0,5159	-0,8894
θ_2	-0,5761	0,4304	1,0000	0,4938	-0,2535
θ_3	-0,5073	0,5159	0,4938	1,0000	-0,5065
θ_4	0,8576	-0,8894	-0,2535	-0,5065	1,0000

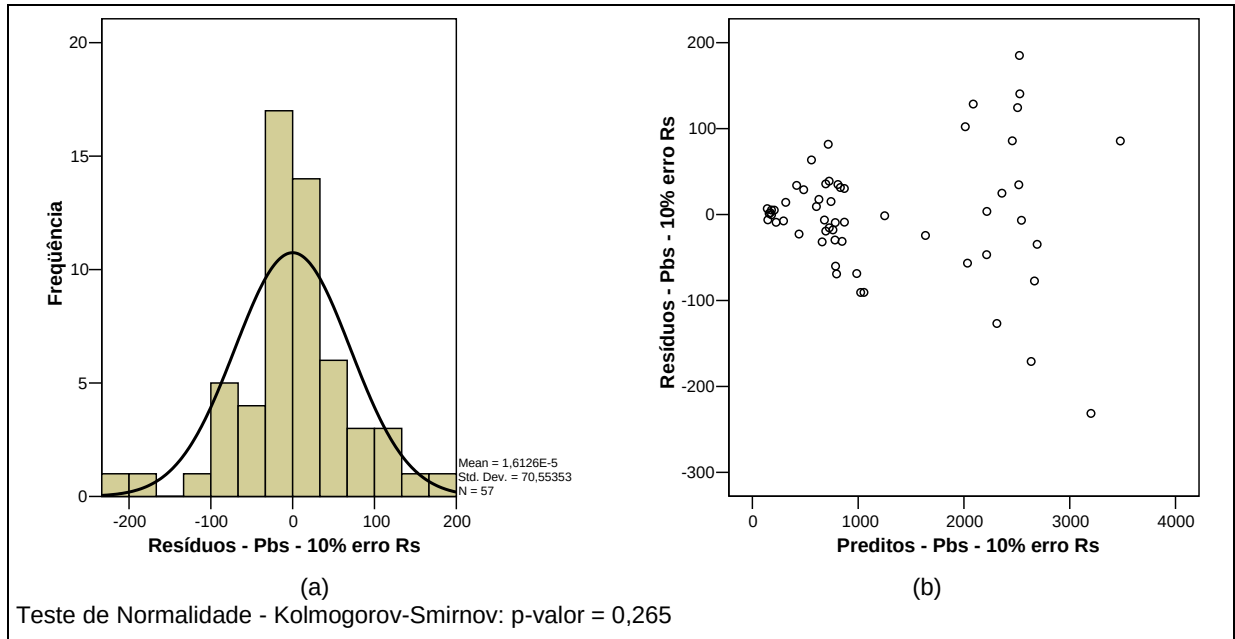


Figura B.11 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

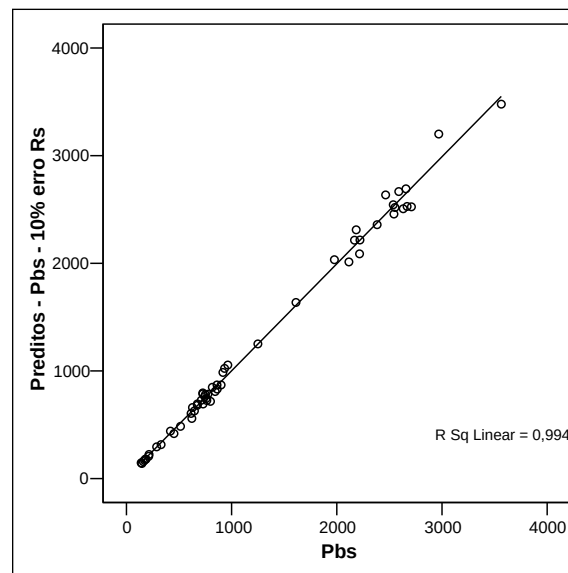


Figura B.12 - Gráfico P_{bs} vs. preditos.

B.7 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre [-10, 10]% em γ_g .

Iteration	Residual SS	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
1	319321,9425	18,2000000	0,830000000	0,000900000	0,012500000	1,40000000
1.1	1822913,112	27,4971562	0,759673118	0,000564131	0,010572755	3,80429971
1.2	266748,2716	18,4928111	0,828030605	0,000769452	0,011399471	0,14510631
2	266748,2716	18,4928111	0,828030605	0,000769452	0,011399471	0,14510631
2.1	257598,2449	20,5557834	0,815988291	0,000647696	0,010993937	0,74571343
3	257598,2449	20,5557834	0,815988291	0,000647696	0,010993937	0,74571343
3.1	248770,3702	22,5673887	0,802698465	0,000624253	0,010896184	1,40158678
4	248770,3702	22,5673887	0,802698465	0,000624253	0,010896184	1,40158678
4.1	243351,1651	24,6128719	0,789788649	0,000612291	0,010822097	1,96243637
5	243351,1651	24,6128719	0,789788649	0,000612291	0,010822097	1,96243637
5.1	240125,9327	26,7102360	0,777624942	0,000600979	0,010752444	2,41511178
6	240125,9327	26,7102360	0,777624942	0,000600979	0,010752444	2,41511178
6.1	238668,0671	28,8512378	0,766210364	0,000589587	0,010685997	2,77893860
7	238668,0671	28,8512378	0,766210364	0,000589587	0,010685997	2,77893860
7.1	236988,6508	29,2782315	0,764425884	0,000589063	0,010680618	2,80893937
8	236988,6508	29,2782315	0,764425884	0,000589063	0,010680618	2,80893937
8.1	236987,0029	29,2763476	0,764440944	0,000589344	0,010681796	2,80865282
9	236987,0029	29,2763476	0,764440944	0,000589344	0,010681796	2,80865282
9.1	236987,0029	29,2771282	0,764436961	0,000589340	0,010681768	2,80876866

Run stopped after 19 model evaluations and 9 derivative evaluations. Iterations have been stopped because the relative reduction between successive residual sums of squares is at most SCON = 1.000E-08.

Nonlinear Regression Summary Statistics

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	5	1349607803,692	26992156,7384
Residual	52	236987,00285	4557,44236
Uncorrected Total	57	135197770,695	
(Corrected Total)	56	49549975,5927	

R squared = 1 - Residual SS / Corrected SS = 0,99522

Parameter	Estimate	Asymptotic Std. Error	Asymptotic 95% Confidence Interval Lower	Asymptotic 95% Confidence Interval Upper
θ_0	29,277128190	5,666095573	17,907275611	40,646980769
θ_1	0,764436961	0,028823891	0,706597593	0,822276330
θ_2	0,000589340	0,000107989	0,000372645	0,000806035
θ_3	0,010681768	0,000557505	0,009563052	0,011800484
θ_4	2,808768657	1,045241490	0,711338159	4,906199154

Asymptotic Correlation Matrix of the Parameter Estimates

	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
θ_0	1,0000	-0,9811	-0,3548	-0,3282	0,7741
θ_1	-0,9811	1,0000	0,1860	0,3355	-0,8239
θ_2	-0,3548	0,1860	1,0000	0,3824	-0,0825
θ_3	-0,3282	0,3355	0,3824	1,0000	-0,3510
θ_4	0,7741	-0,8239	-0,0825	-0,3510	1,0000

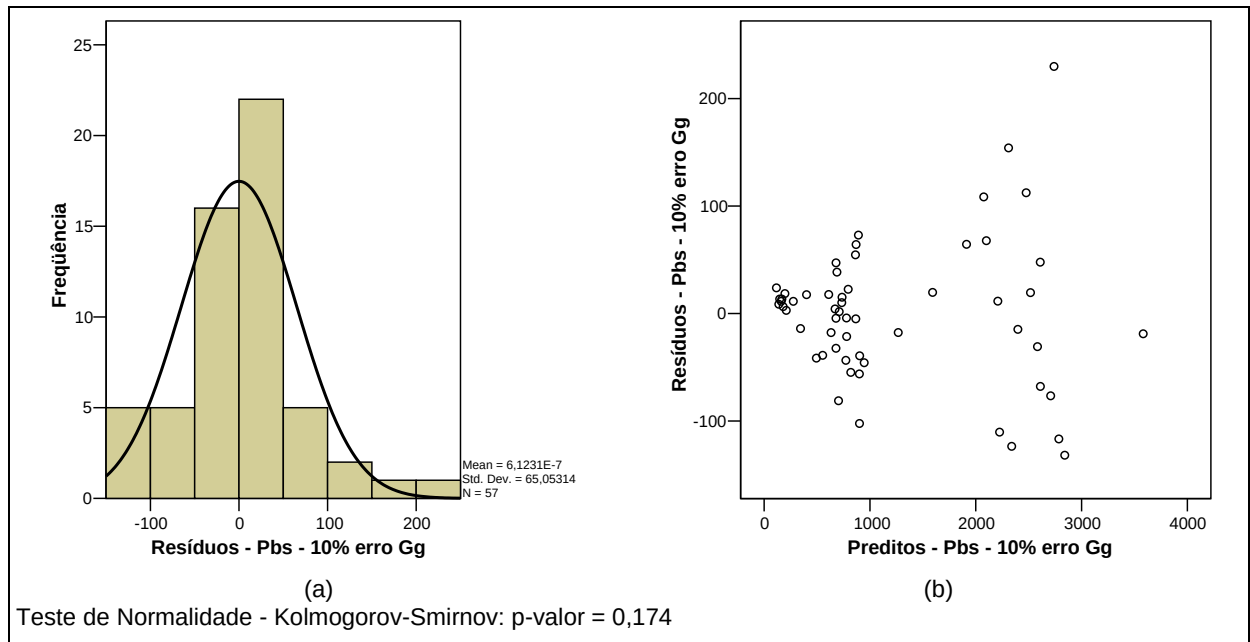


Figura B.13 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

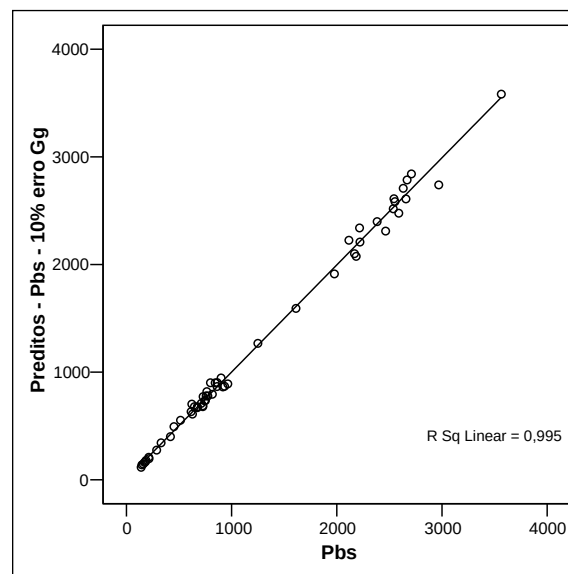


Figura B.14 - Gráfico P_{bs} vs. preditos.

B.8 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-10, 10]\%$ em API .

Iteration	Residual SS	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
1	77617,30499	18,2000000	0,830000000	0,000900000	0,012500000	1,40000000
1.1	62073,04666	20,7569629	0,813313955	0,000718840	0,011310968	1,78340402
2	62073,04666	20,7569629	0,813313955	0,000718840	0,011310968	1,78340402
2.1	49824,47481	20,7423574	0,814604263	0,000724593	0,011333856	1,68544410
3	49824,47481	20,7423574	0,814604263	0,000724593	0,011333856	1,68544410
3.1	49824,29319	20,7482203	0,814562339	0,000724405	0,011333265	1,68662249
4	49824,29319	20,7482203	0,814562339	0,000724405	0,011333265	1,68662249
4.1	49824,29318	20,7480653	0,814563305	0,000724410	0,011333278	1,68658323

Run stopped after 8 model evaluations and 4 derivative evaluations. Iterations have been stopped because the relative reduction between successive residual sums of squares is at most SCON = 1.000E-08.

Nonlinear Regression Summary Statistics

Dependent Variable Pbs

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	5	135147946,402	27029589,2803
Residual	52	49824,29318	958,15948
Uncorrected Total	57	135197770,695	
(Corrected Total)	56	49549975,5927	

R squared = 1 - Residual SS / Corrected SS = 0,99899

Parameter	Estimate	Asymptotic Std. Error	Asymptotic 95% Confidence Interval Lower	Asymptotic 95% Confidence Interval Upper
θ_0	20,748065302	1,936465105	16,862263785	24,633866818
θ_1	0,814563305	0,013876006	0,786719061	0,842407549
θ_2	0,000724410	0,000051067	0,000621936	0,000826884
θ_3	0,011333278	0,000249294	0,010833033	0,011833523
θ_4	1,686583226	0,768791041	0,143891140	3,229275312

Asymptotic Correlation Matrix of the Parameter Estimates

	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
θ_0	1,0000	-0,9818	-0,4225	-0,3872	0,8454
θ_1	-0,9818	1,0000	0,2592	0,3992	-0,8814
θ_2	-0,4225	0,2592	1,0000	0,3707	0,0729
θ_3	-0,3872	0,3992	0,3707	1,0000	-0,4207
θ_4	0,8454	-0,8814	-0,0729	-0,4207	1,0000

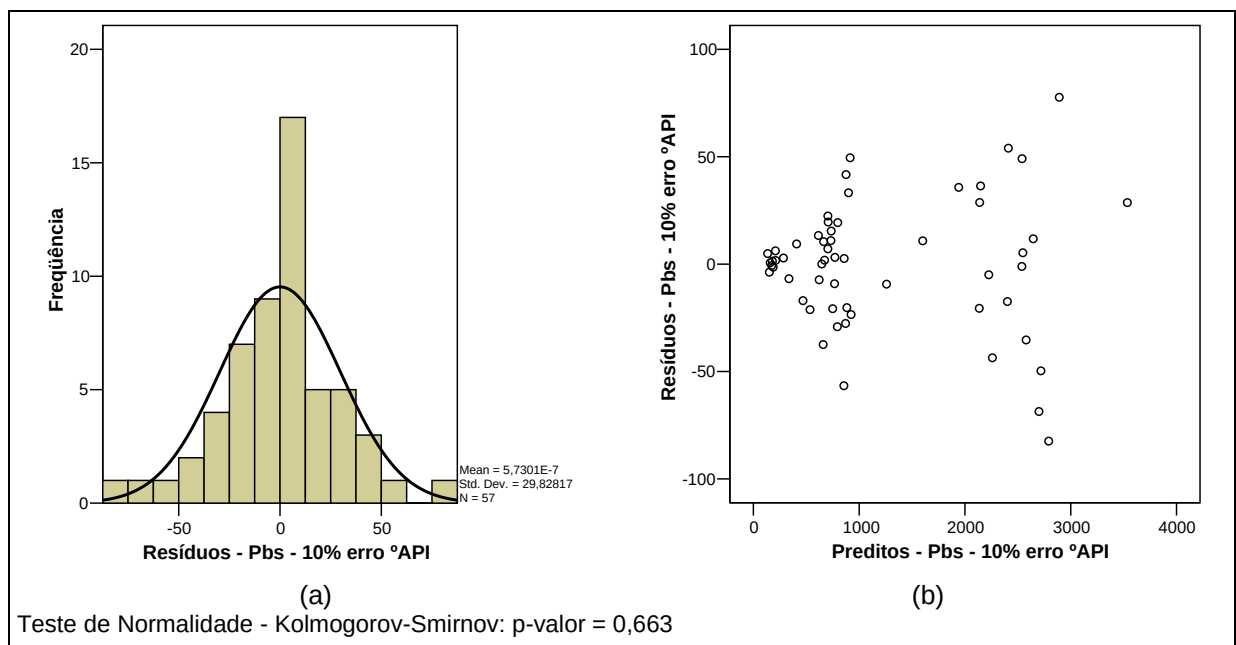


Figura B.15 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

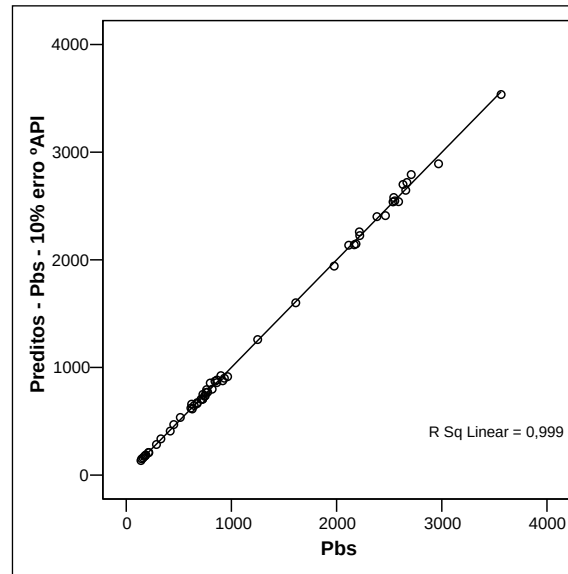


Figura B.16 - Gráfico P_{bs} vs. preditos.

B.9 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-10, 10]\%$ em T .

Iteration	Residual SS	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
1	63346,58632	18,2000000	0,830000000	0,000900000	0,012500000	1,40000000
1.1	54915,12997	17,2341841	0,843959508	0,000830695	0,012834717	0,62822227
2	54915,12997	17,2341841	0,843959508	0,000830695	0,012834717	0,62822227
2.1	54501,39842	17,2549836	0,844106467	0,000829410	0,12837652	0,59727416
3	54501,39842	17,2549836	0,844106467	0,000829410	0,12837652	0,59727416
3.1	54501,39831	17,2550449	0,844105610	0,000829416	0,12837688	0,59735430

Run stopped after 6 model evaluations and 3 derivative evaluations. Iterations have been stopped because the relative reduction between successive residual sums of squares is at most SCON = 1.000E-08.

Nonlinear Regression Summary Statistics

Dependent Variable Pbs

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	5	135143269,297	27028653,8593
Residual	52	54501,39831	1048,10381
Uncorrected Total	57	135197770,695	
(Corrected Total)	56	49549975,5927	

R squared = 1 - Residual SS / Corrected SS = 0,99890

Parameter	Estimate	Asymptotic Std. Error	Asymptotic 95% Confidence Interval Lower	Asymptotic 95% Confidence Interval Upper
θ_0	17,255044900	1,739177869	13,765129185	20,744960614
θ_1	0,844105610	0,014771663	0,814464100	0,873747120
θ_2	0,000829416	0,000057959	0,000713112	0,000945720
θ_3	0,012837688	0,000302442	0,012230794	0,013444582
θ_4	0,597352430	1,022395194	-1,454233620	2,648938480

Asymptotic Correlation Matrix of the Parameter Estimates

	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
θ_0	1,0000	-0,9837	-0,5271	-0,4664	0,8664
θ_1	-0,9837	1,0000	0,3834	0,4635	-0,8973
θ_2	-0,5271	0,3834	1,0000	0,5243	-0,2070
θ_3	-0,4664	0,4635	0,5243	1,0000	-0,4464
θ_4	0,8664	-0,8973	-0,2070	-0,4464	1,0000

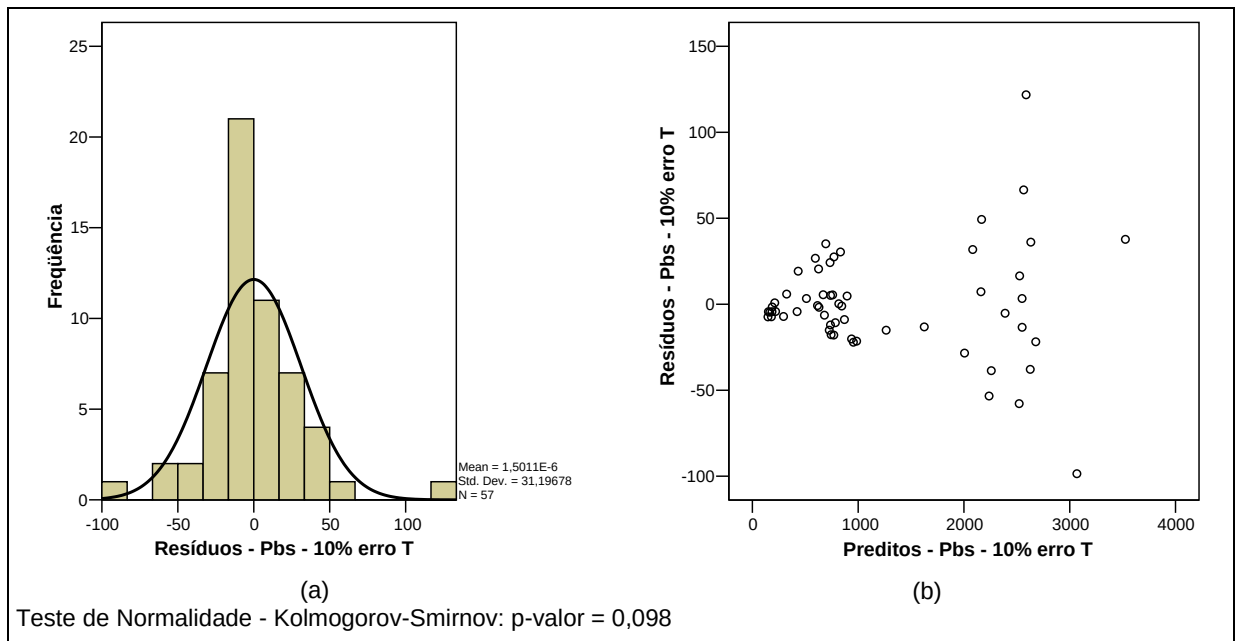


Figura B.17 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

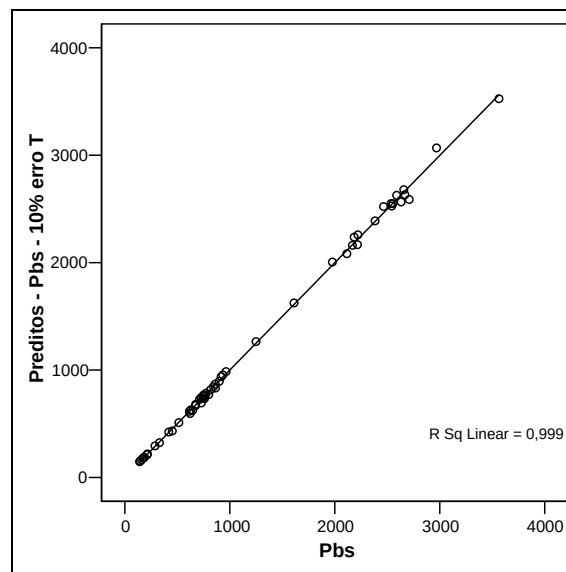


Figura B.18 - Gráfico P_{bs} vs. preditos.

APÊNDICE C – GRÁFICOS E PRINCIPAIS RESULTADOS APRESENTADOS PELO SOFTWARE SPSS 11.5 REFERENTES ÀS ANÁLISES DE REGRESSÃO NÃO LINEAR DA CORRELAÇÃO PVT DE GLASO PARA PRESSÃO DE SATURAÇÃO.

- C.1 – Análise de regressão não linear sem perturbações nas variáveis independentes.
- C.2 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-1, 1]\%$ em R_s .
- C.3 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-1, 1]\%$ em γ_g .
- C.4 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-1, 1]\%$ em API .
- C.5 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-1, 1]\%$ em T .
- C.6 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-10, 10]\%$ em R_s .
- C.7 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-10, 10]\%$ em γ_g .
- C.8 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-10, 10]\%$ em API .
- C.9 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-10, 10]\%$ em T .

C.1 – Análise de regressão não linear sem perturbações nas variáveis independentes.

Iteration	Residual SS	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
1	5,0508E-12	1,76690000	1,7447000	0,30218000	0,816000000	0,172000000	0,98900000
1.1	241,9238568	1,76690140	-	-	2,095632430	0,441726256	2,53992742
1.2	0,0134321126	1,76690109	1,4711001	0,20740582	0,943963178	0,198972521	1,14409301
1.3	0,0000017088	1,76690106	1,7173310	0,29270273	0,828796252	0,174697148	1,00450957
1.4	1,7957E-10	1,76690106	1,7419631	0,30123242	0,817279560	0,172269611	0,99055122
1.5	4,7234E-12	1,76690106	1,7444264	0,30285393	0,816127890	0,172026857	0,98915539
2	4,7234E-12	1,76690106	1,7444264	0,30285393	0,816127890	0,172026857	0,98915539
2.1	4,9865E-12	1,76690106	1,7438793	0,30189594	0,816383842	0,172080807	0,98946561
2.2	4,7060E-12	1,76690106	1,7443717	0,30206646	0,816153493	0,172032254	0,98918642
3	4,7060E-12	1,76690106	1,7443717	0,30206646	0,816153493	0,172032254	0,98918642
3.1	4,7065E-12	1,76690106	1,7442623	0,30202857	0,816204683	0,172043044	0,98924846
3.2	4,7060E-12	1,76690106	1,7443607	0,30206267	0,816158613	0,172033333	0,98919263
4	4,7060E-12	1,76690106	1,7443607	0,30206267	0,816158613	0,172033333	0,98919263
4.1	4,7060E-12	1,76690106	1,7443389	0,30205595	0,816168851	0,172035491	0,98920503
4.2	4,7060E-12	1,76690106	1,7443527	0,30209892	0,816162370	0,172034125	0,98919718
5	4,7060E-12	1,76690106	1,7443527	0,30209892	0,816162370	0,172034125	0,98919718
5.1	4,7060E-12	1,76690106	1,7443487	0,30205850	0,816164249	0,172034521	0,98919946
6	4,7060E-12	1,76690106	1,7443487	0,30205850	0,816164249	0,172034521	0,98919946
6.1	4,7060E-12	1,76690106	1,7443527	0,30205850	0,816162370	0,172034125	0,98919718
6.2	4,7060E-12	1,76690106	1,7443507	0,30205919	0,816163325	0,172034326	0,98919834
7	4,7060E-12	1,76690106	1,7443507	0,30205919	0,816163325	0,172034326	0,98919834
7.1	4,7060E-12	1,76690106	1,7443497	0,30205884	0,816163787	0,172034423	0,98919890
7.2	4,7060E-12	1,76690106	1,7443502	0,30205917	0,916163553	0,172034374	0,98919861

Run stopped after 23 model evaluations and 7 derivative evaluations. Iterations have been stopped because the relative reduction between successive residual sums of squares is at most SCON = 1.000E-08.

Nonlinear Regression Summary Statistics

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	6	559,63433	93,27239
Residual	51	4,706005E-12	9,227460E-14
Uncorrected Total	57	559,63422	
(Corrected Total)	56	12,88486	

R squared = 1 - Residual SS / Corrected SS = 1,0000

Dependent Variable Log₁₀ (Pbg)

Parameter	Estimate	Asymptotic Std. Error	Asymptotic 95% Confidence Interval Lower	Asymptotic 95% Confidence Interval Upper
θ_0	1,766901058	1,48548E-06	1,766896068	1,766906048
θ_1	1,744350673	2,156065361	-2,584131153	6,072832499
θ_2	0,302059186	0,746706996	-1,197017661	1,801136032
θ_3	0,816163325	1,008800429	-1,208088043	2,841414692
θ_4	0,172034326	0,212639305	-0,254856892	0,598925544
θ_5	0,989198336	1,222676409	-1,465426979	3,443823652

Asymptotic Correlation Matrix of the Parameter Estimates

	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
θ_0	1,0000	0,2656	0,2656	-0,2656	-0,2656	-0,2656
θ_1	0,2656	1,0000	1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000
θ_2	0,2656	1,0000	1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000
θ_3	-0,2656	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
θ_4	-0,2656	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
θ_5	-0,2656	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

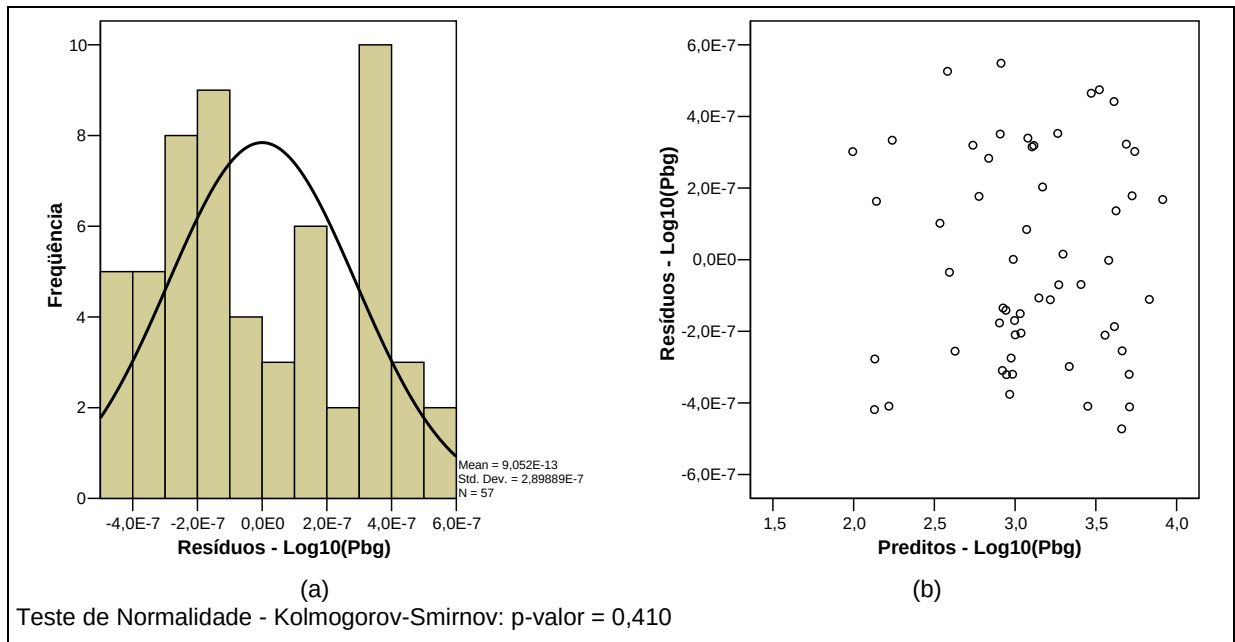


Figura C.1 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

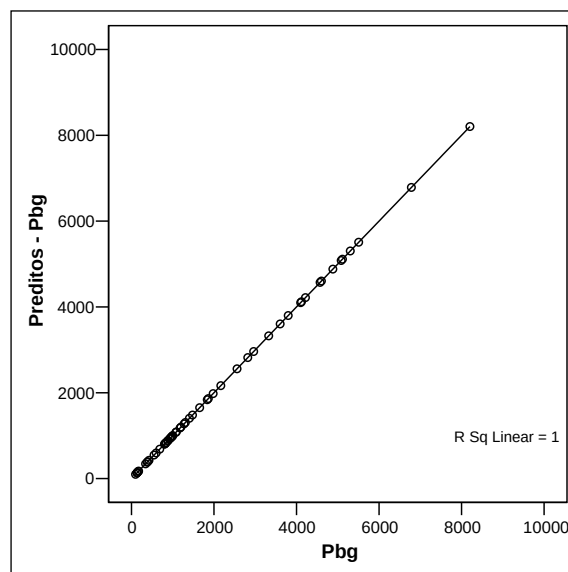


Figura C.2 - Gráfico P_{bg} vs. preditos.

C.2 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-1, 1]\%$ em R_s .

Iteration	Residual SS	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
1	0,0002913916	1,76690000	1,74470000	0,30218000	0,81600000	0,17200000	0,98900000
1.1	7,4980E+13	1,75454236	198,752670	68,5425132	-91,325194	-19,246685	-110,68730
1.2	83380461,78	1,75457977	21,4463862	7,12403519	-8,3986625	-1,7670847	-10,179534
1.3	208,2627876	1,75458351	3,71575785	0,982187388	-0,10600930	-0,01912468	-0,12875750
1.4	0,0055807400	1,75458389	1,94269502	0,368002609	0,723256019	0,155671324	0,876320148
1.5	0,0002529929	1,75458393	1,76538873	0,306584131	0,806182550	0,173150924	0,976827913
2	0,0002529929	1,75458393	1,76538873	0,306584131	0,806182550	0,173150924	0,976827913

2.1	0,0002640510	1,75461944	1,80882256	0,321662222	0,786439844	0,168868558	0,952910242
2.2	0,0002526898	1,75461945	1,76983355	0,308120263	0,804244569	0,172692633	0,974483709
3	0,0002526898	1,75461945	1,76983355	0,308120263	0,804244569	0,172692633	0,974483709
3.1	0,0002527059	1,75461942	1,77851771	0,311145908	0,800303194	0,171846430	0,969708029
3.2	0,0002526886	1,75461942	1,77070740	0,308426424	0,803852343	0,172608527	0,974008447
4	0,0002526886	1,75461942	1,77070740	0,308426424	0,803852343	0,172608527	0,974008447
4.1	0,0002526886	1,75461943	1,77244375	0,309031388	0,803064279	0,172439306	0,973053570
4.2	0,0002526886	1,75461943	1,77088124	0,308487066	0,803773613	0,172591619	0,973913053

Run stopped after 15 model evaluations and 4 derivative evaluations. Iterations have been stopped because the relative reduction between successive residual sums of squares is at most SSSCON = 1.000E-08.

Nonlinear Regression Summary Statistics

Dependent Variable Log₁₀ (Pbg)

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	6	559,63408	93,27235
Residual	51	2,526886E-04	4,954678E-06
Uncorrected Total	57	559,63433	
(Corrected Total)	56	12,88486	

R squared = 1 - Residual SS / Corrected SS = 0,99998

Parameter	Estimate	Asymptotic Std. Error	Asymptotic 95% Confidence Interval Lower	Asymptotic 95% Confidence Interval Upper
θ_0	1,754619430	0,017611260	1,719263350	1,789975510
θ_1	1,770881244	10077,634441	-20229,92447	20233,466227
θ_2	0,308487066	3510,6969878	-7047,709808	7048,3267822
θ_3	0,803773613	4574,9681094	-9183,827953	9785,4354999
θ_4	0,172591619	982,36715887	-1972,011773	1972,3569563
θ_5	0,973913053	5543,3779975	-11127,82179	11129,769614

Asymptotic Correlation Matrix of the Parameter Estimates

	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
θ_0	1,0000	-0,0804	-0,0804	0,0804	0,0804	0,0804
θ_1	-0,0804	1,0000	1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000
θ_2	-0,0804	1,0000	1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000
θ_3	0,0804	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
θ_4	0,0804	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
θ_5	0,0804	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

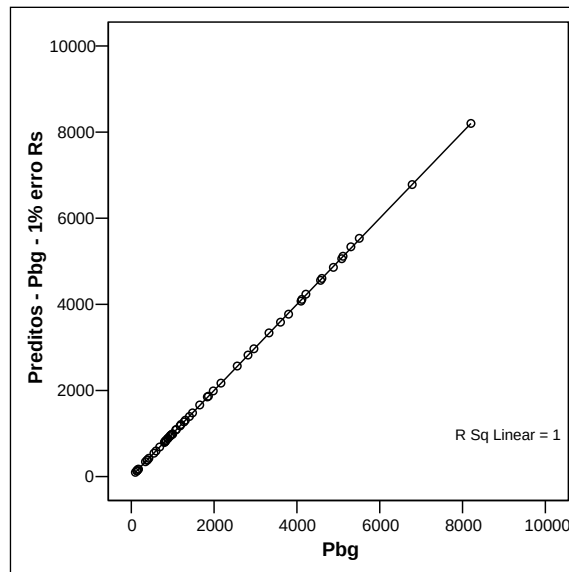


Figura C.3 - Gráfico P_{bg} vs. preditos.

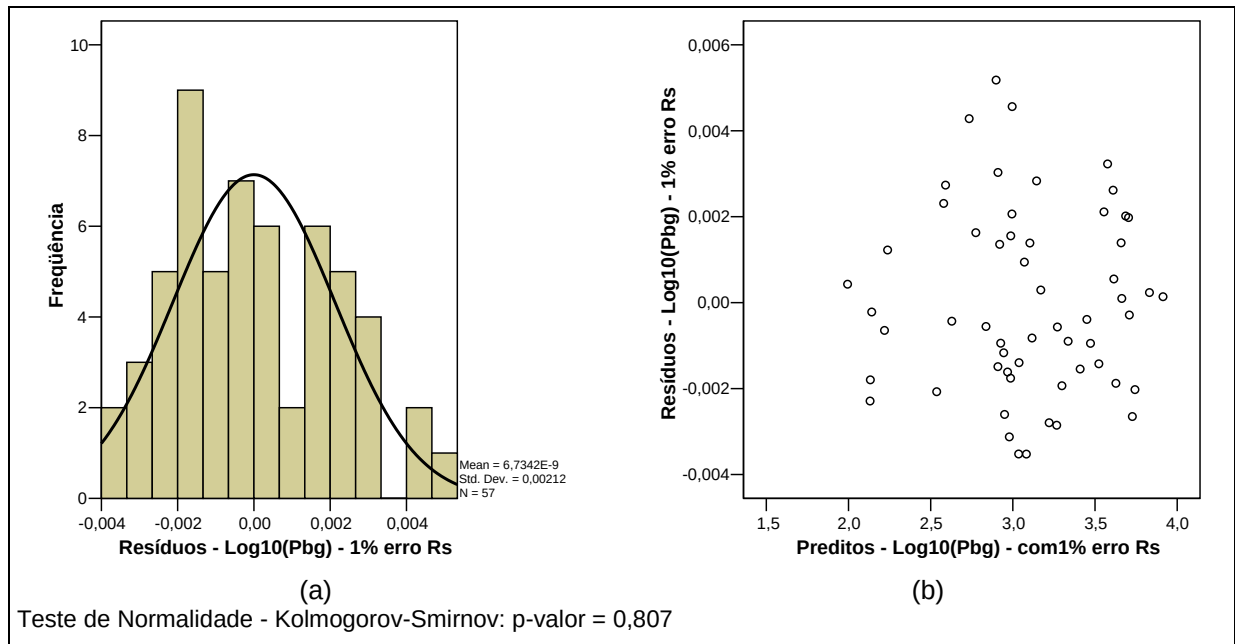


Figura C.4 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

C.3 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-1, 1]\%$ em γ_g .

Iteration	Residual SS	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
1	0,0002917092	1,76690000	1,74470000	0,30218000	0,81600000	0,17200000	0,98900000
1.1	7,4945E+13	1,77985646	198,766231	68,5528396	-91,331370	-19,254561	-110,69418
1.2	83684607,52	1,77989519	21,4458030	7,12946310	-8,3982229	-1,7735633	-10,178397
1.3	214,4089935	1,77989906	3,71376017	0,987125453	-0,10490816	-0,02546353	-0,12681824
1.4	0,0063680766	1,77989945	1,94055589	0,372891688	0,724423308	0,149346443	0,878339631
1.5	0,0002529413	1,77989948	1,76107066	0,310718430	0,808368938	0,167040858	0,980082557
2	0,0002529413	1,77989948	1,76107066	0,310718430	0,808368938	0,167040858	0,980082557
2.1	0,0002596408	1,77993286	1,80083845	0,324849465	0,790161257	0,163306803	0,958004653
2.2	0,0002522910	1,77993286	1,76508990	0,312234715	0,806570603	0,166697620	0,977899670
3	0,0002522910	1,77993286	1,76508990	0,312234715	0,806570603	0,166697620	0,977899670
3.1	0,0002523021	1,77993326	1,75713728	0,309423267	0,810208646	0,167449342	0,982310486
3.2	0,0002522905	1,77993325	1,76429896	0,311956989	0,806936066	0,166772983	0,978342755
4	0,0002522905	1,77993325	1,76429896	0,311956989	0,806936066	0,166772983	0,978342755
4.1	0,0002522905	1,77993332	1,76588985	0,312519651	0,806208593	0,166622618	0,977460757
4.2	0,0002522905	1,77993332	1,76445821	0,312013376	0,806863381	0,166757946	0,978254632

Run stopped after 15 model evaluations and 4 derivative evaluations. Iterations have been stopped because the relative reduction between successive residual sums of squares is at most SSCON = 1.000E-08.

Nonlinear Regression Summary Statistics

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	6	559,63408	93,27235
Residual	51	2,522905E-04	4,946873E-06
Uncorrected Total	57	559,63433	
(Corrected Total)	56	12,88486	

R squared = 1 - Residual SS / Corrected SS = 0,99998

Dependent Variable Log₁₀ (Pbg)

Parameter	Estimate	Asymptotic Std. Error	Asymptotic 95% Confidence Interval Lower	Asymptotic 95% Confidence Interval Upper
θ_0	1,779933318	0,017849608	1,744098734	1,815767901
θ_1	1,764458212	12825,590203	-25746,68228	25750,211195
θ_2	0,312013376	4535,5489285	-9105,182405	9105,8064318
θ_3	0,806863381	5866,0299390	-11775,73964	11777,353365
θ_4	0,166757946	1212,3570271	-2433,741534	2434,0750495
θ_5	0,978254632	7112,0724507	-14277,10297	14279,059480

Asymptotic Correlation Matrix of the Parameter Estimates

	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
θ_0	1,0000	-0,1836	-0,1836	0,1836	0,1836	0,1836
θ_1	-0,1836	1,0000	1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000
θ_2	-0,1836	1,0000	1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000
θ_3	0,1836	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
θ_4	0,1836	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
θ_5	0,1836	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

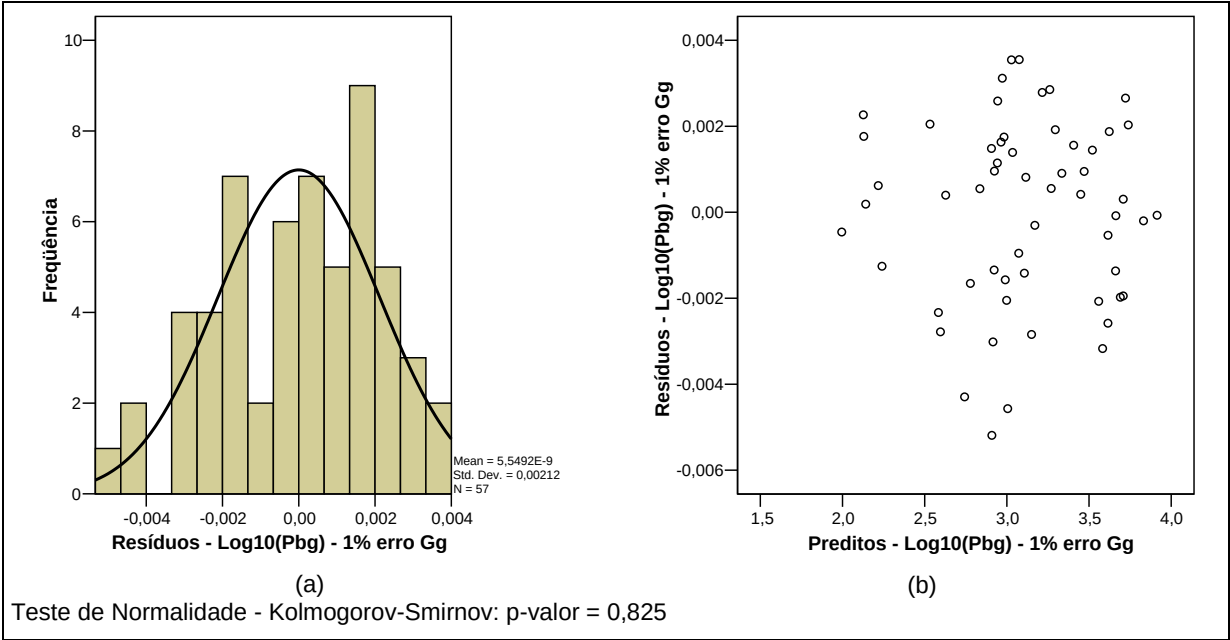


Figura C.5 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

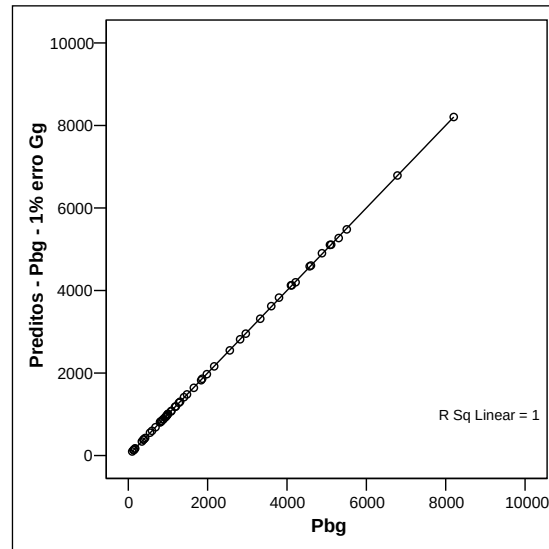


Figura C.6 - Gráfico P_{bg} vs. preditos.

C.4 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-1, 1]\%$ em API .

Iteration	Residual SS	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
1	0,0004285725	1,76690000	1,74470000	0,302180000	0,816000000	0,172000000	0,989000000
1.1	7,3075E+13	1,78152088	-195,26941	-67,939740	92,9601233	19,5906373	112,668742
1.2	65276039,35	1,78156877	-17,957824	-6,5194142	10,0310966	2,11049036	12,1579540
1.3	30,13118897	1,78157356	-0,2266656	-0,37738167	1,73819391	0,362475664	2,10687521
1.4	0,0040829552	1,78157404	1,54645031	0,236821585	0,908903645	0,187674195	1,10176733
1.5	0,0003709495	1,78157408	1,72657756	0,299217248	0,824657728	0,169916470	0,999660456
2	0,0003709495	1,78157408	1,72657756	0,299217248	0,824657728	0,169916470	0,999660456
2.1	0,0003769413	1,78162098	1,68878494	0,286103924	0,842765857	0,173601939	1,02161390
2.2	0,0003707697	1,78162094	1,72285826	0,297913788	0,826491569	0,170248707	1,00188601
3	0,0003707697	1,78162094	1,72285826	0,297913788	0,826491569	0,170248707	1,00188601
3.1	0,0003707796	1,78162095	1,73041052	0,300527089	0,822872554	0,169503131	0,997498992
3.2	0,0003707691	1,78162095	1,72361777	0,298177910	0,826131177	0,170174373	1,00144914
4	0,0003707691	1,78162095	1,72361777	0,298177910	0,826131177	0,170174373	1,00144914
4.1	0,0003707691	1,78162101	1,72512824	0,298700584	0,825407358	0,170025259	1,00057172
4.2	0,0003707691	1,78162101	1,72376897	0,298230292	0,826058853	0,170159460	1,00136147

Run stopped after 15 model evaluations and 4 derivative evaluations. Iterations have been stopped because the relative reduction between successive residual sums of squares is at most $SSCON = 1.000E-08$.

Nonlinear Regression Summary Statistics		Dependent Variable $\log_{10}$ (Pbg)	
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	6	559,63396	93,27233
Residual	51	3,707691E-04	7,269983E-06
Uncorrected Total	57	559,63433	
(Corrected Total)	56	12,88486	

R squared = 1 - Residual SS / Corrected SS = 0,99997

Parameter	Estimate	Asymptotic Std. Error	Asymptotic 95% Confidence Interval Lower	Asymptotic 95% Confidence Interval Upper
θ_0	1,781621012	0,021390398	1,738677997	1,824564028
θ_1	1,723768975	12433,921702	-24960,41564	24963,863179
θ_2	0,298230292	4302,0217608	-8636,370836	8636,9672969
θ_3	0,826058853	5959,5867927	-11963,54366	11965,195782
θ_4	0,170159460	1227,6121209	-2464,364011	2464,7043296
θ_5	1,001361474	7224,3045956	-14502,39530	14504,398019

Asymptotic Correlation Matrix of the Parameter Estimates

	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
θ_0	1,0000	-0,0965	-0,0965	0,0965	0,0965	0,0965
θ_1	-0,0965	1,0000	1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000
θ_2	-0,0965	1,0000	1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000
θ_3	0,0965	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
θ_4	0,0965	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
θ_5	0,0965	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

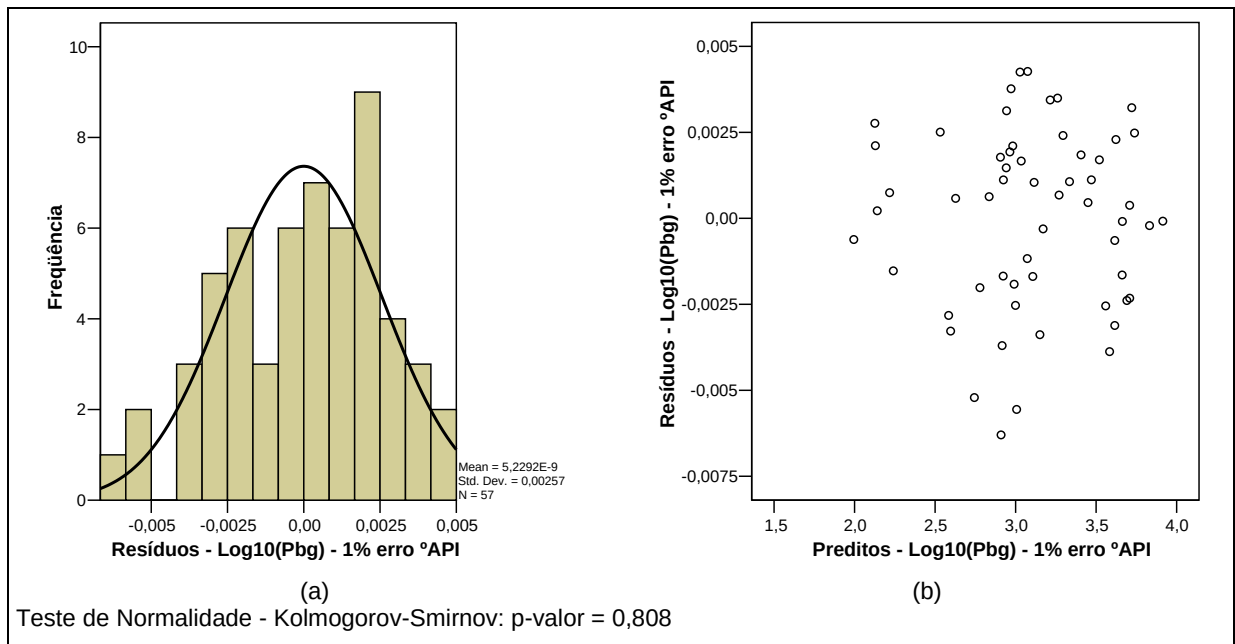


Figura C.7 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

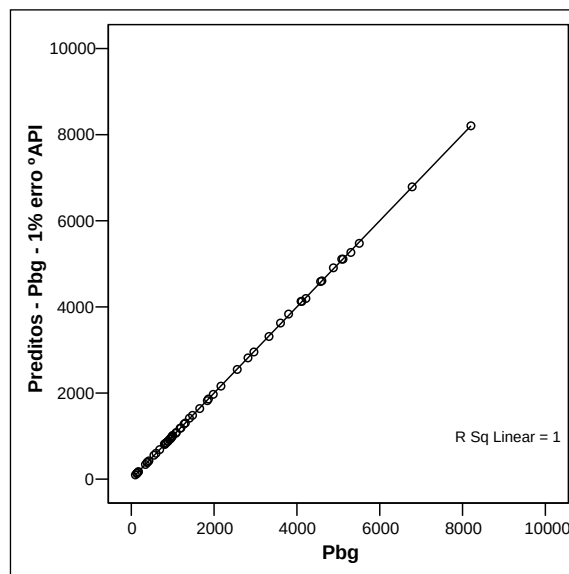


Figura C.8 - Gráfico P_{bg} vs. preditos.

C.5 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre [-1, 1]% em T .

Iteration	Residual SS	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
1	0,0000129540	1,76690000	1,7447000	0,302180000	0,816000000	0,172000000	0,989000000
1.1	7,3174E+13	1,76515434	-195,26946	-67,943534	92,9597972	19,549426	112,668149
1.2	65563617,39	1,76815150	-17,956734	-6,5228211	10,0302427	2,11469656	12,1567195
1.3	31,41141987	1,76515122	-0,2254609	-0,3807498	1,73728721	0,366671960	2,10557665
1.4	0,0039125239	1,76515119	1,54766639	0,233457329	0,907991665	0,191869500	1,10046236
1.5	0,0000117815	1,76515118	1,72497912	0,294878043	0,825062111	0,174389254	0,999950929
2	0,0000117815	1,76515118	1,72497912	0,294878043	0,825062111	0,174389254	0,999950929
2.1	0,0000117668	1,76515265	1,70575683	0,288355631	0,834359029	0,176359459	1,01121818
3	0,0000117668	1,76515265	1,70575683	0,288355631	0,834359029	0,176359459	1,01121818
3.1	0,0000113252	1,76515264	1,71538071	0,291644954	0,829756342	0,175386642	1,00563986
4	0,0000113252	1,76515264	1,71538071	0,291644954	0,829756342	0,175386642	1,00563986
4.1	0,0000117538	1,76515257	1,73453404	0,298167318	0,820517415	0,173433817	0,994442554
4.2	0,0000112983	1,76515257	1,71732357	0,292315154	0,828842384	0,175193476	1,00453217
5	0,0000112983	1,76515257	1,71732357	0,292315154	0,828842384	0,175193476	1,00453217
5.1	0,0000112989	1,76515255	1,71349492	0,291012153	0,830691269	0,175584282	1,00677296
5.2	0,0000112982	1,76515255	1,71694181	0,292185583	0,829027672	0,175232645	1,00475673
6	0,0000112982	1,76515255	1,71694181	0,292185583	0,829027672	0,175232645	1,00475673
6.1	0,0000112982	1,76515255	1,71770765	0,292446253	0,828657930	0,175232645	1,00430861
6.2	0,0000112982	1,76515255	1,71701844	0,292211678	0,828990714	0,175224834	1,00471194

Run stopped after 19 model evaluations and 6 derivative evaluations. Iterations have been stopped because the relative reduction between successive residual sums of squares is at most $SSCON = 1.000E-08$.

Nonlinear Regression Summary Statistics

Dependent Variable $\text{Log}_{10}(\text{Pbg})$

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	6	559,63432	93,27239
Residual	51	1,129821E-05	2,215336E-07
Uncorrected Total	57	559,63433	
(Corrected Total)	56	12,88486	

R squared = 1 - Residual SS / Corrected SS = 1,00000

Parameter	Estimate	Asymptotic Std. Error	Asymptotic 95% Confidence Interval Lower	Asymptotic 95% Confidence Interval Upper
θ_0	1,765152547	0,003726467	1,757671353	1,772633741
θ_1	1,717018442	1775,3764879	-3562,500005	3565,9340417
θ_2	0,292211678	604,25972203	-1212,809799	1213,3942227
θ_3	0,828990714	857,24293741	-1720,158018	1721,8159991
θ_4	0,175224834	181,19649247	-363,5919127	363,94236236
θ_5	1,004711938	1038,9527748	-2084,780017	2086,7894407

Asymptotic Correlation Matrix of the Parameter Estimates

	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
θ_0	1,0000	-0,0445	-0,0445	0,0445	0,0445	0,0445
θ_1	-0,0445	1,0000	1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000
θ_2	-0,0445	1,0000	1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000
θ_3	0,0445	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
θ_4	0,0445	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
θ_5	0,0445	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

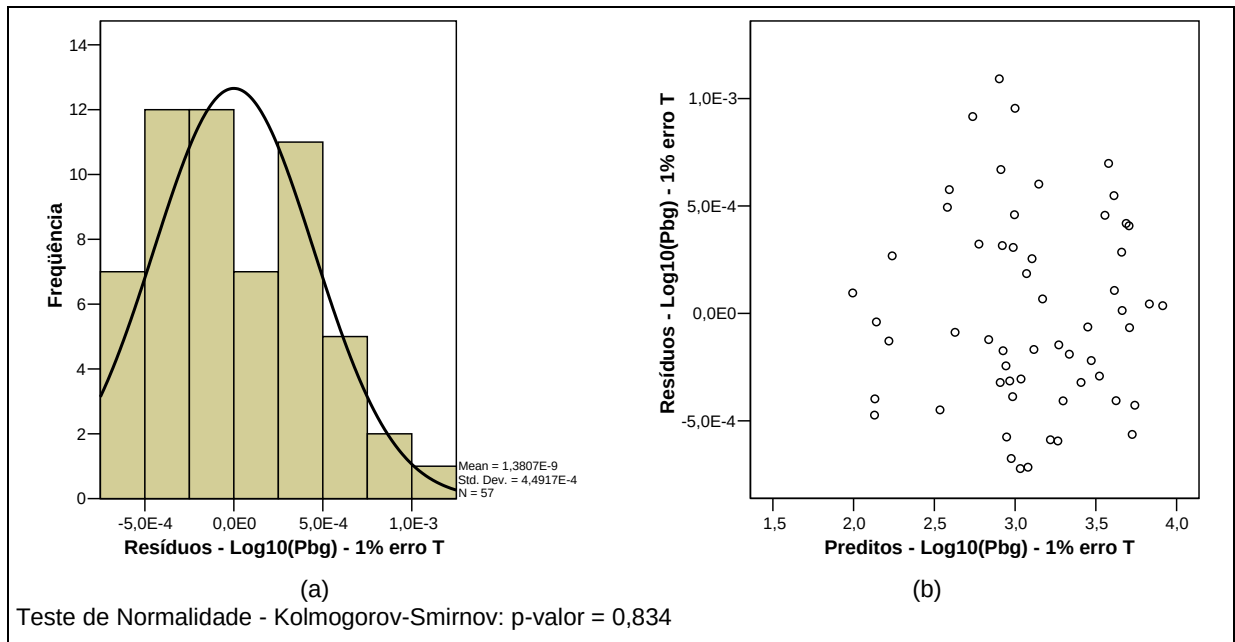


Figura C.9 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

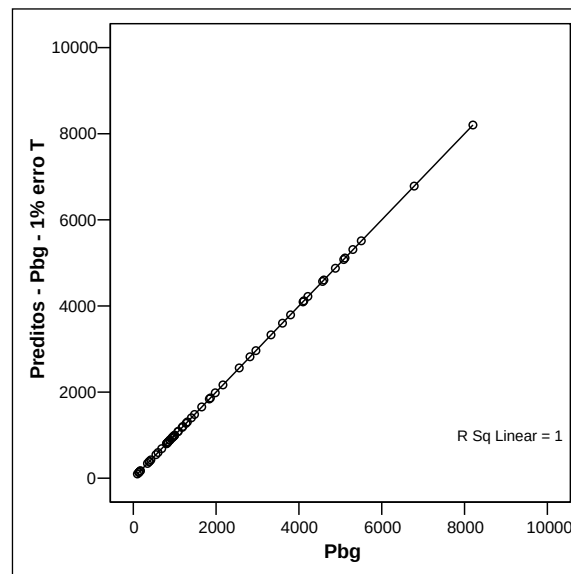


Figura C.10 - Gráfico P_{bg} vs. preditos.

C.6 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre [-10, 10]% em R_s .

Iteration	Residual SS	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
1	0,283228325	1,76690000	1,7447000	0,30218000	0,816000000	0,172000000	0,98900000
1.1	7,5179E+13	1,67204436	198,688798	68,5003918	-91,300383	-19,217909	-110,65721
1.2	82461281,41	1,67208955	21,4424421	7,10267174	-8,4018841	-1,7442196	-10,183422
1.3	190,0252461	1,67209407	3,71780649	0,962899737	-0,11203416	0,003149330	-0,13604360
1.4	0,0290503550	1,67209457	1,94534292	0,348922539	0,716950831	0,177886212	0,868694268
1.5	0,0252861047	1,67209473	1,81023726	0,302122273	0,780140017	0,191205465	0,945280182
2	0,0252861047	1,67209473	1,81023726	0,302122273	0,780140017	0,191205465	0,945280182
2.1	0,0282072305	1,67583035	1,62150864	0,238821875	0,861042715	0,209490876	1,04345481

2.2	0,0251654555	1,67583040	1,79055225	0,295247459	0,788191658	0,191635711	0,955182626
3	0,0251654555	1,67583040	1,79055225	0,295247459	0,788191658	0,191635711	0,955182626
3.1	0,0251725161	1,67587730	1,82824976	0,307724307	0,771679366	0,187594875	0,935174473
3.2	0,0251653611	1,67587730	1,79440787	0,296563805	0,786576386	0,191216839	0,953227664
4	0,0251653611	1,67587730	1,79440787	0,296563805	0,786576386	0,191216839	0,953227664
4.1	0,0251653715	1,67587228	1,80195480	0,299059256	0,783272278	0,190414760	0,949223231
4.2	0,0251653604	1,67587228	1,79516753	0,296815779	0,786247467	0,191138029	0,952828770
5	0,0251653604	1,67587228	1,79516753	0,296815779	0,786247467	0,191138029	0,952828770
5.1	0,0251653604	1,67587223	1,79667676	0,297314906	0,785586604	0,190977382	0,952027891

Run stopped after 17 model evaluations and 5 derivative evaluations. Iterations have been stopped because the relative reduction between successive residual sums of squares is at most SSCON = 1.000E-08.

Nonlinear Regression Summary Statistics

Dependent Variable Log₁₀ (Pbg)

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	6	559,60917	93,26819
Residual	51	0,02517	1,934384E-04
Uncorrected Total	57	559,63433	
(Corrected Total)	56	12,88486	

R squared = 1 - Residual SS / Corrected SS = 0,99805

Parameter	Estimate	Asymptotic Std. Error	Asymptotic 95% Confidence Interval Lower	Asymptotic 95% Confidence Interval Upper
θ_0	1,675872280	0,177914599	1,318693819	2,033050741
θ_1	1,795167533	97877,772550	-196496,0325	196499,62281
θ_2	0,296815779	32366,521553	-64978,20656	64978,800187
θ_3	0,786247457	42868,498926	-86061,31645	86062,888948
θ_4	0,191138029	10421,393341	-20921,62900	20922,011274
θ_5	0,952828770	51950,996683	-104295,0250	104296,93062

Asymptotic Correlation Matrix of the Parameter Estimates

	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
θ_0	1,0000	-0,2111	-0,2111	0,2111	0,2111	0,2111
θ_1	-0,2111	1,0000	1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000
θ_2	-0,2111	1,0000	1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000
θ_3	0,2111	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
θ_4	0,2111	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
θ_5	0,2111	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

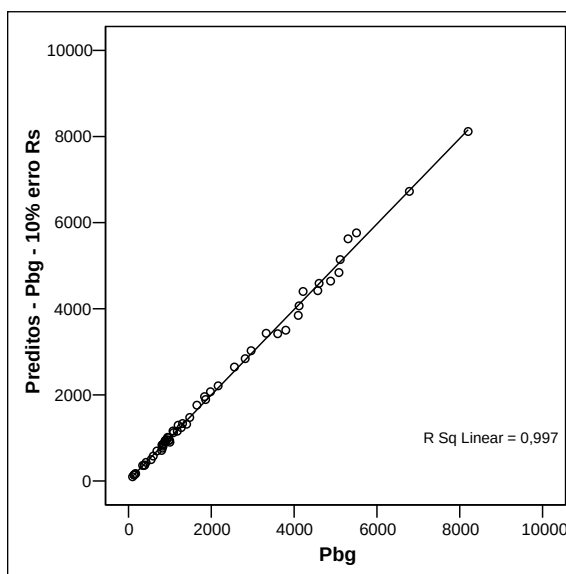


Figura C.11 - Gráfico P_{bg} vs. preditos.

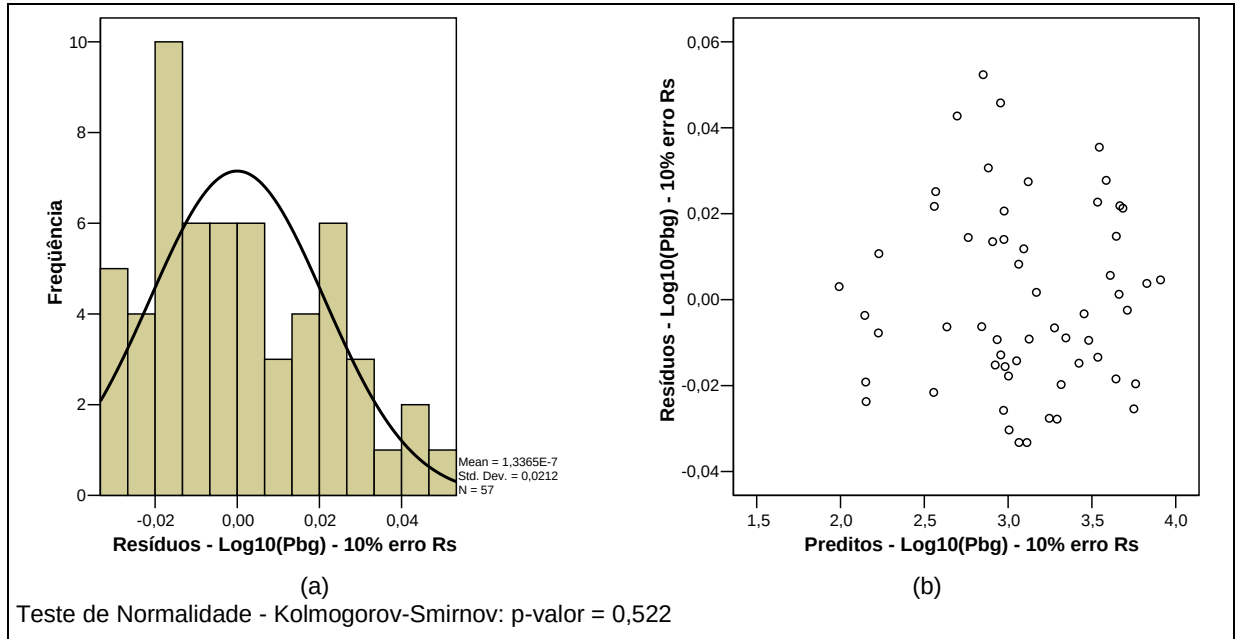


Figura C.12 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

C.7 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre [-10, 10]% em γ_g .

Iteration	Residual SS	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
1	0,0285800059	1,76690000	1,7447000	0,30218000	0,816000000	0,172000000	0,98900000
1.1	7,5016E+13	1,92875685	198,794835	68,5929285	-91,351001	-19,294922	-110,71240
1.2	85736199,78	1,92876685	21,4304812	7,15433327	-8,3973042	-1,8095872	-10,171706
1.3	255,6259609	1,92876784	3,69404587	1,01047374	-0,10193450	-0,06105371	-0,11763654
1.4	0,0325273634	1,92876781	1,88794367	0,384844171	0,742783478	0,116999587	0,906169913
1.5	0,0249734464	1,86075483	1,74124031	0,324929920	0,822053522	0,149027286	0,999056759
2	0,0249734464	1,86075483	1,74124031	0,324929920	0,822053522	0,149027286	0,999056759
2.1	0,0249986535	1,93136377	1,58754737	0,278827946	0,881145529	0,143961174	1,07408617
2.2	0,0247840230	1,93136359	1,67558956	0,311686730	0,839580136	0,136425964	1,02357097
3	0,0247840230	1,93136359	1,67558956	0,311686730	0,839580136	0,136425964	1,02357097
3.1	0,0255802738	1,93091690	1,80315808	0,359079270	0,776286653	0,125761795	0,946480547
3.2	0,0247330398	1,93091692	1,68902734	0,316618952	0,833473631	0,135054278	1,01619984
4	0,0247330398	1,93091692	1,68902734	0,316618952	0,833473631	0,135054278	1,01619984
4.1	0,0247341036	1,93091599	1,71473188	0,326274745	0,820838017	0,133010129	1,00079336
4.2	0,0247329294	1,93091599	1,69164991	0,317621018	0,832228133	0,134855759	1,01468058
5	0,0247329294	1,93091599	1,69164991	0,317621018	0,832228133	0,134855759	1,01468058
5.1	0,0247329312	1,93091523	1,69679190	0,319552609	0,829700528	0,134446268	1,01159865
5.2	0,0247329293	1,93091523	1,69216627	0,317815612	0,831976162	0,134815016	1,01437318

Run stopped after 18 model evaluations and 5 derivative evaluations. Iterations have been stopped because the relative reduction between successive residual sums of squares is at most SCON = 1.000E-08.

Nonlinear Regression Summary Statistics

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	6	559,60960	93,26827
Residual	51	0,02473	4,849594E-04
Uncorrected Total	57	559,63433	
(Corrected Total)	56	12,88486	

R squared = 1 - Residual SS / Corrected SS = 0,99808

Dependent Variable Log₁₀ (Pbg)

Parameter	Estimate	Asymptotic Std. Error	Asymptotic 95% Confidence Interval Lower	Asymptotic 95% Confidence Interval Upper
θ_0	1,930915233	0,173184704	1,583232432	2,278598033
θ_1	1,692166274	113569,94497	-227999,4862	228002,87049
θ_2	0,317815612	42647,363148	-85617,83629	85618,471919
θ_3	0,831976162	55872,144217	-112167,1780	112168,84192
θ_4	0,134815016	9053,6271052	-18175,78002	18176,049654
θ_5	1,014373175	68121,197403	-136757,9959	136760,02469

Asymptotic Correlation Matrix of the Parameter Estimates

	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
θ_0	1,0000	0,1056	0,1056	-0,1056	-0,1056	-0,1056
θ_1	0,1056	1,0000	1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000
θ_2	0,1056	1,0000	1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000
θ_3	-0,1056	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
θ_4	-0,1056	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
θ_5	-0,1056	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

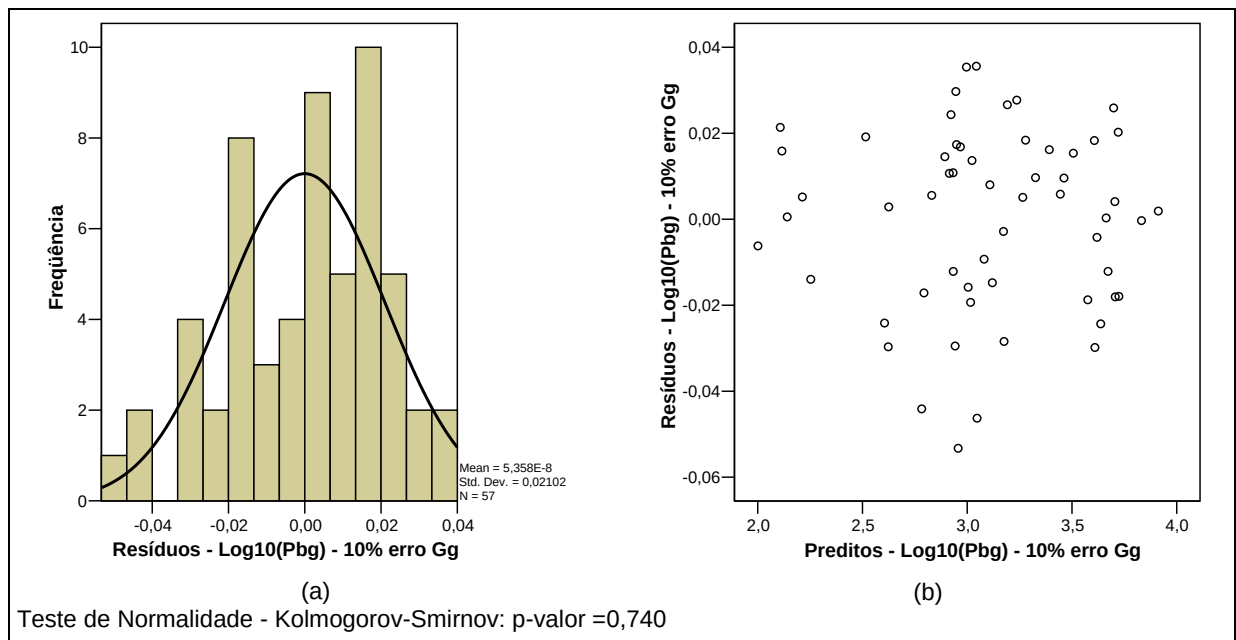


Figura C.13 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

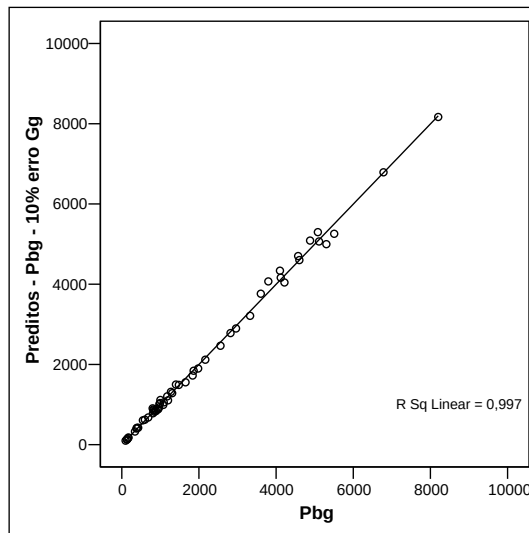


Figura C.14 - Gráfico P_{bg} vs. preditos.

C.8 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre [-10, 10]% em API .

Iteration	Residual SS	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
1	0,0420242087	1,76690000	1,7447000	0,30218000	0,816000000	0,172000000	0,98900000
1.1	7,4633E+13	1,85542477	198,704460	68,5525078	-91,295263	-19,276020	-110,66628
1.2	84186973,02	1,85536501	21,4332991	7,14618747	-8,3851401	-1,7998526	-10,178402
1.3	226,1360443	1,85535903	3,70618308	1,00555544	-0,9412782	-0,5223583	-0,12961399
1.4	0,0431515148	1,85535840	1,93347148	0,391492234	0,734973407	0,122525858	0,875264825
1.5	0,0362908225	1,85535830	1,79880272	0,344843280	0,797958298	0,135802110	0,951603127
2	0,0362908225	1,85535830	1,79880272	0,344843280	0,797958298	0,135802110	0,951603127
2.1	0,0391829244	1,85688343	1,99023492	0,420889683	0,712219507	0,121966703	0,849719129
2.2	0,0359486114	1,85688345	1,81673203	0,354366209	0,789186292	0,135065441	0,941505667
3	0,0359486114	1,85688345	1,81673203	0,354366209	0,789186292	0,135065441	0,941505667
3.1	0,0359536021	1,85680700	1,85594656	0,369740688	0,772252321	0,132173835	0,921290907
3.2	0,0359485017	1,85680700	1,82075393	0,356011552	0,787539959	0,134790241	0,939529183
4	0,0359485017	1,85680700	1,82075393	0,356011552	0,787539959	0,134790241	0,939529183
4.1	0,0359485094	1,85680426	1,82859359	0,359078897	0,784153116	0,134211026	0,935488372
4.2	0,0359485013	1,85680426	1,82154237	0,356321450	0,787203017	0,134733027	0,939126880
5	0,0359485013	1,85680426	1,82154237	0,356321450	0,787203017	0,134733027	0,939126880
5.1	0,0359485013	1,85680349	1,81997546	0,355708368	0,787880450	0,134849139	0,939935019

Run stopped after 17 model evaluations and 5 derivative evaluations. Iterations have been stopped because the relative reduction between successive residual sums of squares is at most $SSCON = 1.000E-08$.

Nonlinear Regression Summary Statistics

Dependent Variable $\log_{10}$ (Pbg)

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	6	559,59838	93,26640
Residual	51	0,03595	7,048726E-04
Uncorrected Total	57	559,63433	
(Corrected Total)	56	12,88486	

R squared = 1 - Residual SS / Corrected SS = 0,99721

Parameter	Estimate	Asymptotic Std. Error	Asymptotic 95% Confidence Interval Lower	Asymptotic 95% Confidence Interval Upper
θ_0	1,856804257	0,213813059	1,427556631	2,286051884
θ_1	1,821542366	141240,95526	-283551,2280	283554,87104
θ_2	0,356321450	55257,770089	-110934,2461	110934,95874
θ_3	0,787203017	61039,108421	-122540,3362	122541,91062
θ_4	0,134733027	10447,098568	-20973,29080	20973,560266
θ_5	0,939126880	72819,164545	-146189,6338	146191,51204

Asymptotic Correlation Matrix of the Parameter Estimates

	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
θ_0	1,0000	0,1255	0,1255	-0,1255	-0,1255	-0,1255
θ_1	0,1255	1,0000	1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000
θ_2	0,1255	1,0000	1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000
θ_3	-0,1255	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
θ_4	-0,1255	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
θ_5	-0,1255	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

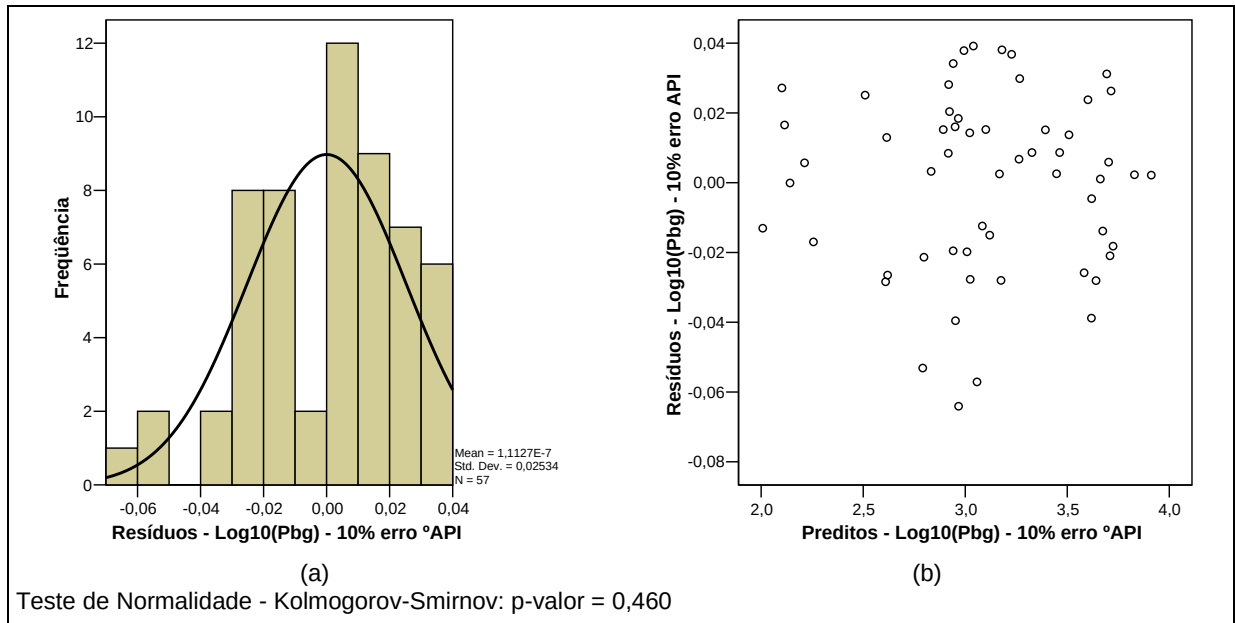


Figura C.15 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

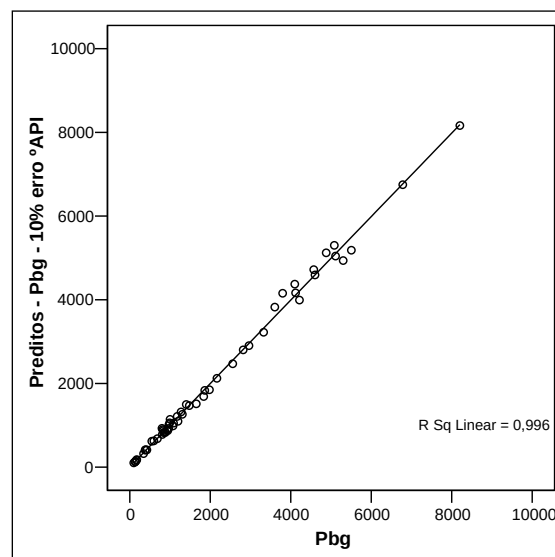


Figura C.16 - Gráfico P_{bg} vs. preditos.

C.9 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre [-10, 10]% em T .

Iteration	Residual SS	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
1	0,0012628512	1,76690000	1,7447000	0,30218000	0,816000000	0,172000000	0,98900000
1.1	7,3161E+13	1,82913368	-195,28486	-67,942145	92,9537101	19,5793501	112,663115
1.2	64899611,97	1,8291652	-17,977056	-6,5231299	10,0264557	2,09957999	12,1544728
1.3	28,16480649	1,82916540	-0,2462754	-0,38122833	1,73373025	0,351602981	2,10360860
1.4	0,0029313459	1,82916568	1,52680267	0,232961810	0,904457708	0,176805282	1,09852217
1.5	0,0010855416	1,79430946	1,73298525	0,299711764	0,813474993	0,165501934	0,986701067
2	0,0010855416	1,79430946	1,73298525	0,299711764	0,813474993	0,165501934	0,986701067
2.1	0,0010678327	1,82871476	1,69122499	0,289859920	0,827699333	0,160545004	1,00549303
3	0,0010678327	1,82871476	1,69122499	0,289859920	0,827699333	0,160545004	1,00549303
3.1	0,0012082982	1,82859529	1,77041566	0,317009792	0,789279249	0,152957755	0,958844923
3.2	0,0010649903	1,82859527	1,69951145	0,292705174	0,823980351	0,159688569	1,00099998
4	0,0010649903	1,82859527	1,69951145	0,292705174	0,823980351	0,159688569	1,00099998
4.1	0,0010651867	1,82859356	1,71539674	0,298183702	0,816296934	0,158200606	0,991665726
4.2	0,0010649745	1,82859357	1,70112010	0,293266000	0,823218729	0,159542059	1,00007456
5	0,0010649745	1,82859357	1,70112010	0,293266000	0,823218729	0,159542059	1,00007456
5.1	0,0010649748	1,82859331	1,70422699	0,294337470	0,821715980	0,159250887	0,998248971
5.2	0,0010649745	1,82859331	1,70143164	0,293373655	0,823068728	0,159513053	0,999892336
6	0,0010649745	1,82859331	1,70143164	0,293373655	0,823068728	0,159513053	0,999892336
6.1	0,0010649745	1,82859330	1,70202074	0,29576818	0,822783780	0,159457831	0,999546172

Run stopped after 19 model evaluations and 6 derivative evaluations. Iterations have been stopped because the relative reduction between successive residual sums of squares is at most SCON = 1.000E-08.

Nonlinear Regression Summary Statistics

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	6	559,63327	93,27221
Residual	51	1,064975E-03	2,088185E-05
Uncorrected Total	57	559,63433	
(Corrected Total)	56	12,88486	

R squared = 1 - Residual SS / Corrected SS = 0,99992

Dependent Variable Log₁₀ (Pbg)

Parameter	Estimate	Asymptotic Std. Error	Asymptotic 95% Confidence Interval Lower	Asymptotic 95% Confidence Interval Upper
θ_0	1,828593310	0,034828639	1,758671898	1,898514721
θ_1	1,701431640	22332,345031	-44832,35201	44835,754869
θ_2	0,293373655	7701,4228154	-15460,95808	15461,544826
θ_3	0,823068728	10803,287348	-21687,68128	21689,327415
θ_4	0,159513053	2093,7084507	-4203,135592	4203,4546184
θ_5	0,999892336	13124,206659	-26346,94439	26348,944179

Asymptotic Correlation Matrix of the Parameter Estimates

	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
θ_0	1,0000	0,0769	0,0769	-0,0769	-0,0769	-0,0769
θ_1	0,0769	1,0000	1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000
θ_2	0,0769	1,0000	1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000
θ_3	-0,0769	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
θ_4	-0,0769	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
θ_5	-0,0769	-1,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

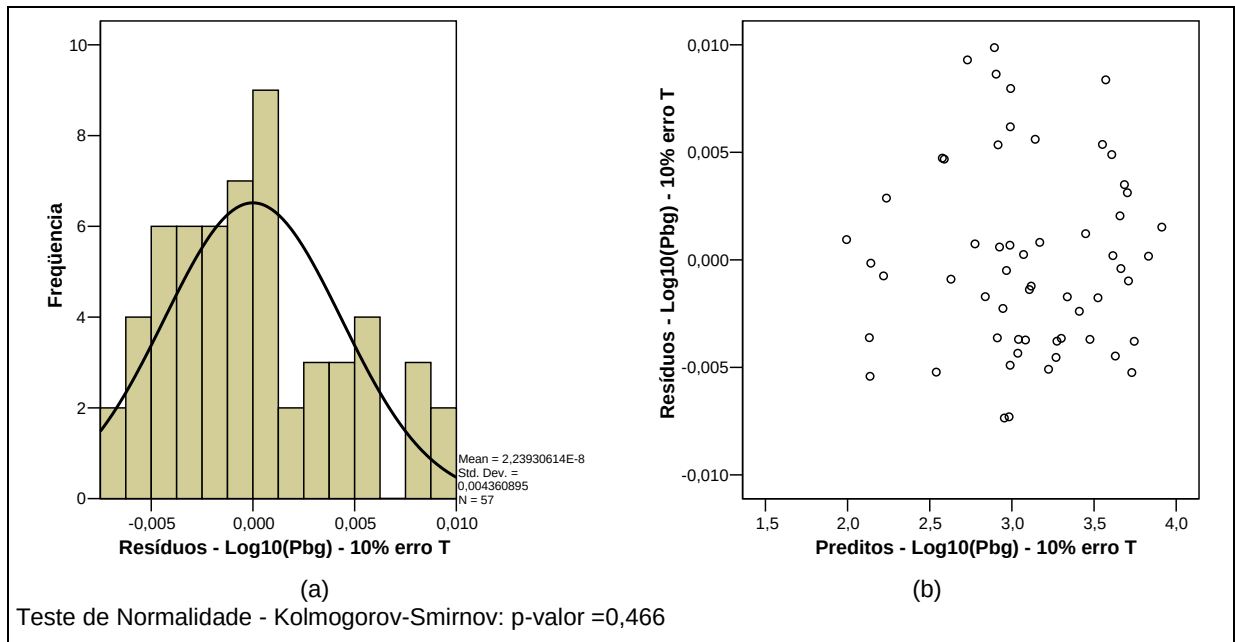


Figura C.17 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

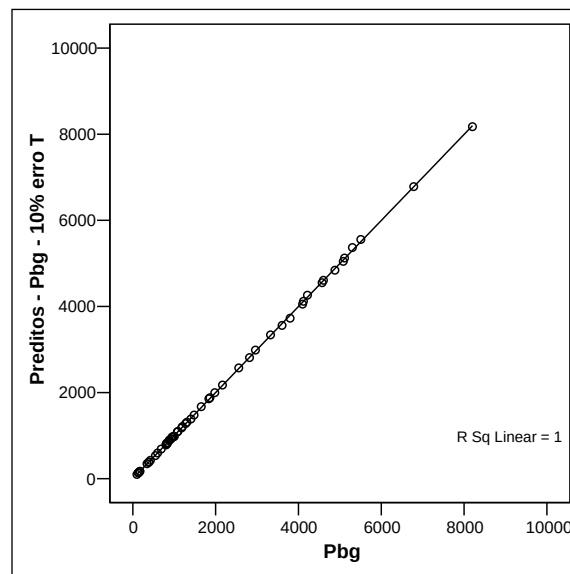


Figura C.18 - Gráfico P_{bg} vs. preditos.

APÊNDICE D – GRÁFICOS E PRINCIPAIS RESULTADOS APRESENTADOS PELO SOFTWARE SPSS 11.5 REFERENTES ÀS ANÁLISES DE REGRESSÃO NÃO LINEAR DA CORRELAÇÃO PVT DE VAZQUEZ-BEGGS PARA PRESSÃO DE SATURAÇÃO.

- D.1 – Análise de regressão não linear sem perturbações nas variáveis independentes.
- D.2 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-1, 1]\%$ em R_s .
- D.3 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-1, 1]\%$ em γ_{gs} .
- D.4 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-1, 1]\%$ em API .
- D.5 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-1, 1]\%$ em T .
- D.6 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-10, 10]\%$ em R_s .
- D.7 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-10, 10]\%$ em γ_{gs} .
- D.8 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-10, 10]\%$ em API .
- D.9 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-10, 10]\%$ em T .

D.1 – Análise de regressão não linear sem perturbações nas variáveis independentes.

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Squares	F	Sig.
Regression	52,600	2	26,300	6,330E+11	0,000
Residual	0,000	54	0,000		
Total	52,600	56			

R Square = 1,000

Coefficients

	$\hat{\beta}_j$	Std. Error	t	Sig.	95% Confidence Interval for $\hat{\beta}_j$		Collinearity Statistic
					Lower Bound	Upper Bound	VIF
β_0	3,034	0,000	670956,791	0,000	3,034	3,034	
β_1	0,914	0,000	1122459,1	0,000	0,914	0,914	1,015
β_2	-23,520	0,000	-212630,24	0,000	-23,520	-23,520	1,015

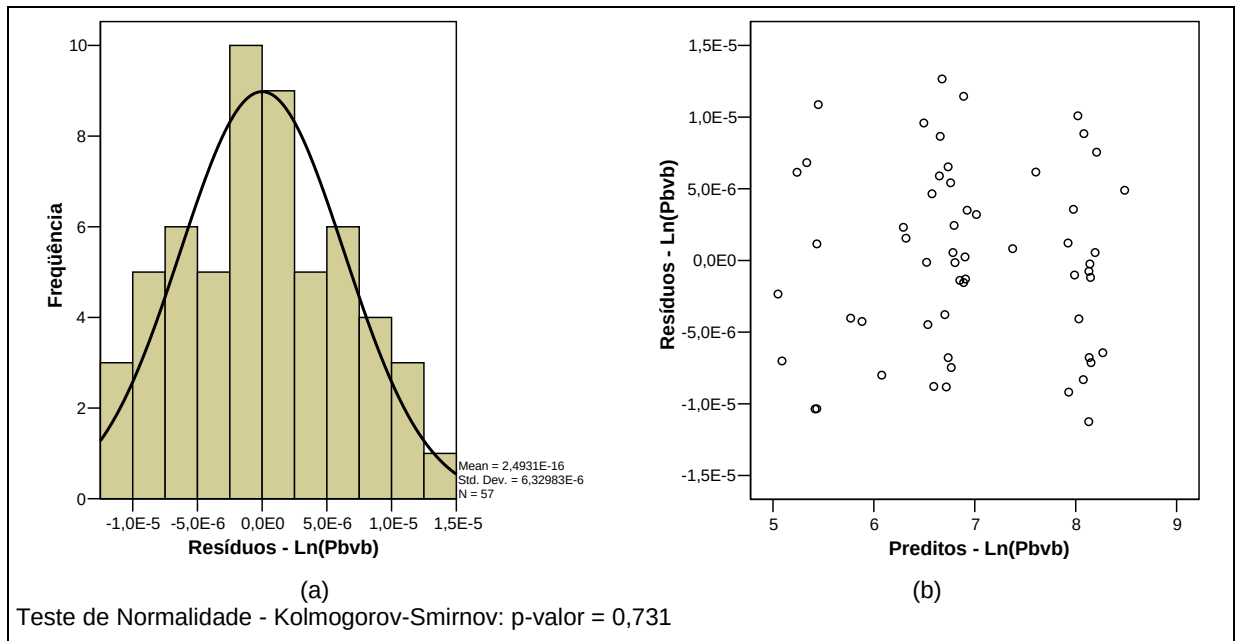


Figura D.1 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

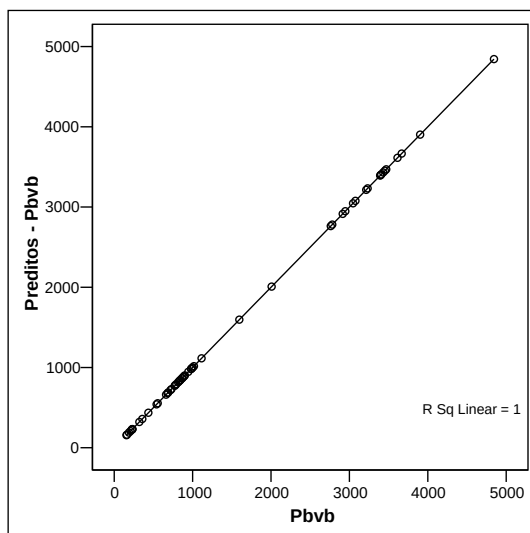


Figura D.2 - Gráfico P_{bv} vs. preditos.

D.2 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-1, 1]\%$ em R_s .

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Squares	F	Sig.
Regression	52,599	2	26,300	1043385,3	0,000
Residual	0,001	54	0,000		
Total	52,600	56			

R Square = 1,000

Coefficients

	$\hat{\beta}_j$	Std. Error	t	Sig.	95% Confidence Interval for $\hat{\beta}_j$		Collinearity Statistic
					Lower Bound	Upper Bound	VIF
β_0	3,035	0,004	861,534	0,000	3,028	3,042	
β_1	0,914	0,001	1441,114	0,000	0,913	0,916	1,015
β_2	-23,605	0,086	-273,956	0,000	-23,778	-23,432	1,015

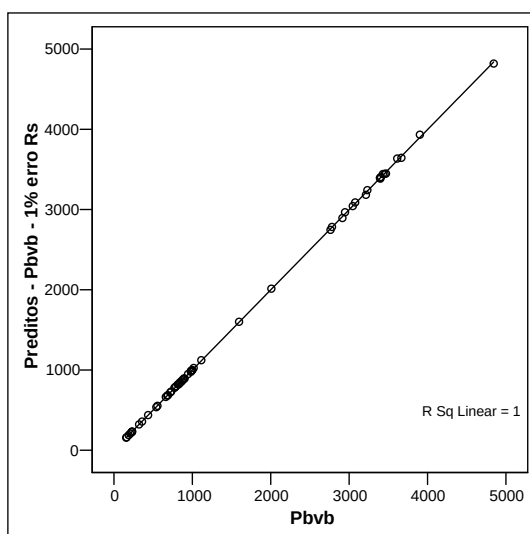


Figura D.3 - Gráfico P_{bv} vs. preditos.

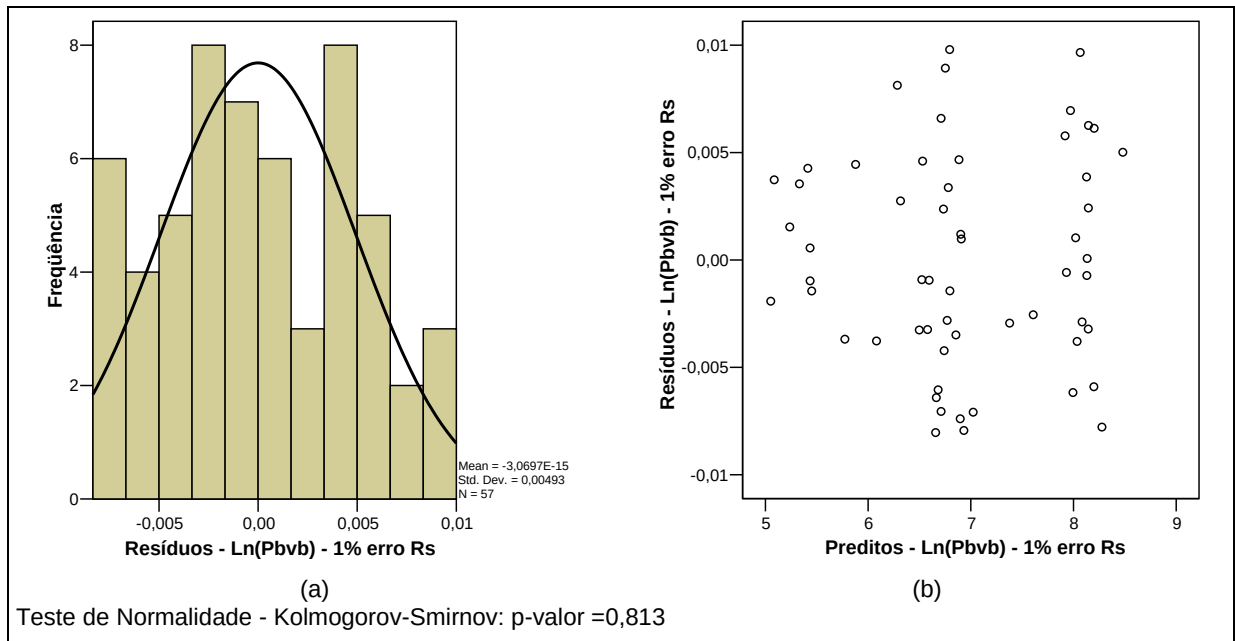


Figura D.4 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

D.3 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre [-1, 1]% em γ_{gs} .

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Squares	F	Sig.
Regression	52,599	2	26,300	1043532,4	0,000
Residual	0,001	54	0,000		
Total	52,600	56			

R Square = 1,000

Coefficients

	$\hat{\beta}_j$	Std. Error	t	Sig.	95% Confidence Interval for $\hat{\beta}_j$		Collinearity Statistic VIF
					Lower Bound	Upper Bound	
β_0	3,034	0,004	861,494	0,000	3,027	3,041	
β_1	0,914	0,001	1441,216	0,000	0,913	0,915	1,015
β_2	-23,435	0,086	-272,048	0,000	-23,608	-23,262	1,015

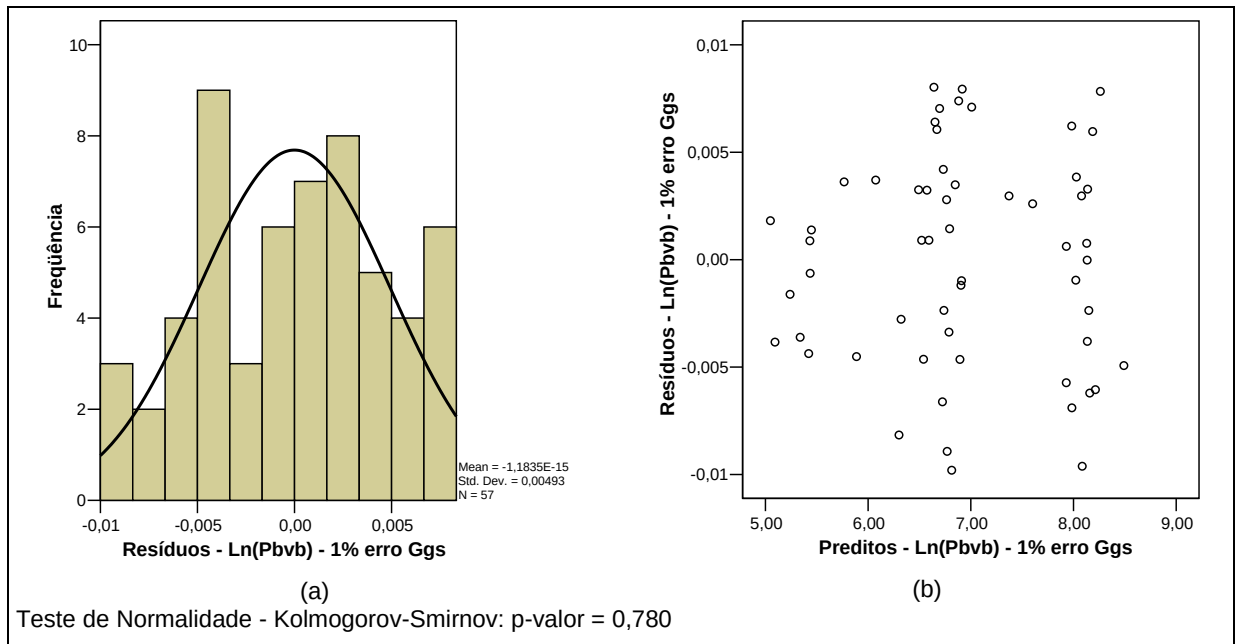


Figura D.5 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

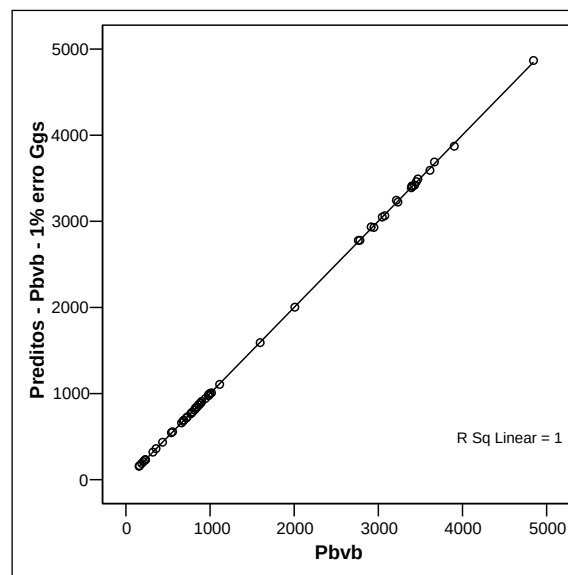


Figura D.6- Gráfico P_{bvb} vs. preditos.

D.4 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre [-1, 1]% em API .

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Squares	F	Sig.
Regression	52,599	2	26,300	2908810,8	0,000
Residual	0,001	54	0,000		
Total	52,600	56			

R Square = 1,000

Coefficients

	$\hat{\beta}_j$	Std. Error	t	Sig.	95% Confidence Interval for $\hat{\beta}_j$		Collinearity Statistic
					Lower Bound	Upper Bound	VIF
β_0	3,032	0,002	1438,728	0,000	3,028	3,037	
β_1	0,914	0,000	2406,319	0,000	0,914	0,915	1,015
β_2	-23,412	0,051	-455,757	0,000	-23,515	-23,309	1,015

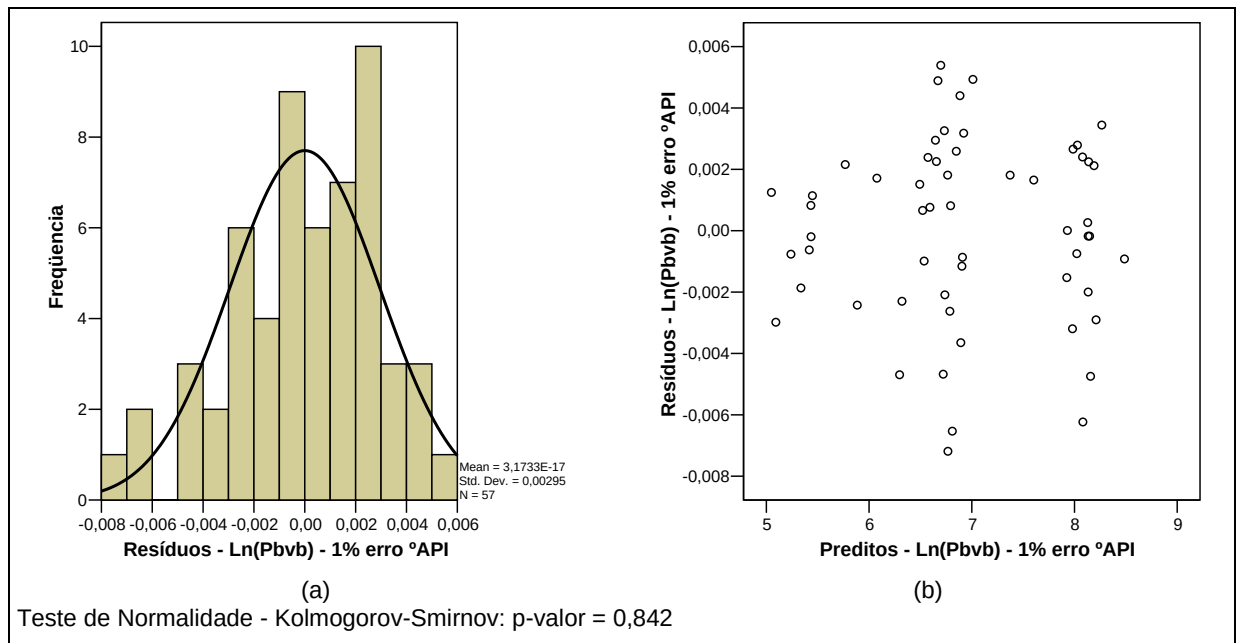


Figura D.7 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

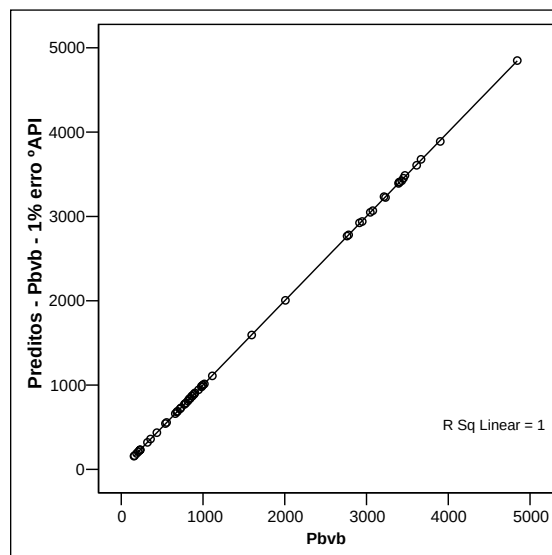


Figura D.8 - Gráfico P_{bvb} vs. preditos.

D.5 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre [-1, 1]% em T .

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Squares	F	Sig.
Regression	52,600	2	26,300	33701562	0,000
Residual	0,000	54	0,000		
Total	52,600	56			

R Square = 1,000

Coefficients

	$\hat{\beta}_j$	Std. Error	t	Sig.	95% Confidence Interval for $\hat{\beta}_j$		Collinearity Statistic
					Lower Bound	Upper Bound	VIF
β_0	3,035	0,001	4895,491	0,000	3,034	3,036	
β_1	0,914	0,000	8190,248	0,000	0,914	0,915	1,015
β_2	-23,545	0,015	-1551,497	0,000	-23,576	-23,515	1,015

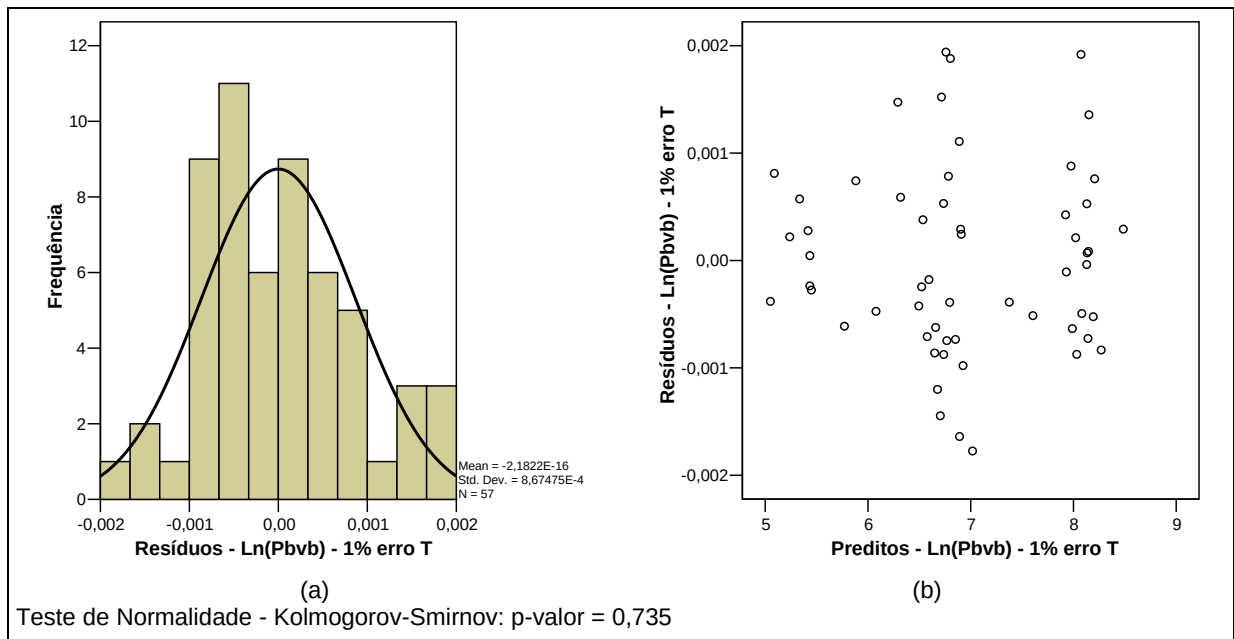


Figura D.9 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

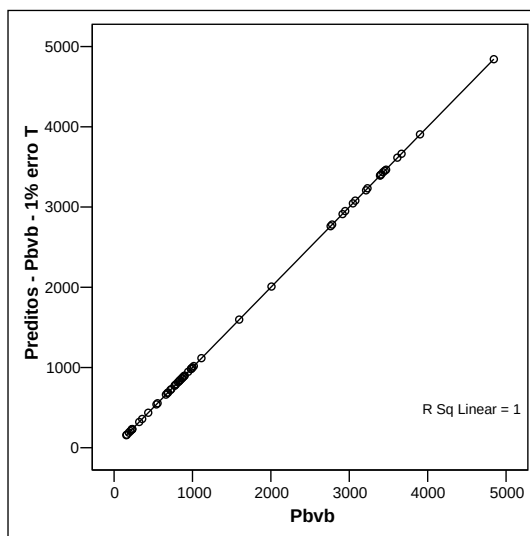


Figura D.10 - Gráfico P_{bvb} vs. preditos.

D.6 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-10, 10]\%$ em R_s .

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Squares	F	Sig.
Regression	52,466	2	26,233	10535,355	0,000
Residual	0,134	54	0,002		
Total	52,600	56			

R Square = 0,997

Coefficients

	$\hat{\beta}_j$	Std. Error	t	Sig.	95% Confidence Interval for $\hat{\beta}_j$		Collinearity Statistic VIF
					Lower Bound	Upper Bound	
β_0	3,046	0,035	87,103	0,000	2,976	3,116	
β_1	0,934	0,006	114,810	0,000	0,901	0,926	1,016
β_2	-23,335	0,857	-28,395	0,000	-26,053	-22,617	1,016

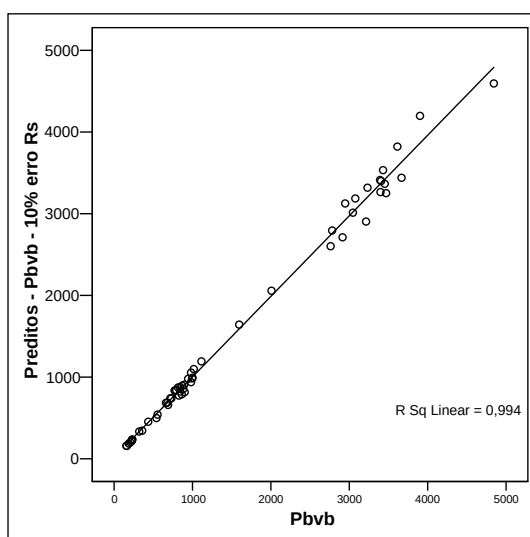


Figura D.11 - Gráfico P_{bvb} vs. preditos.

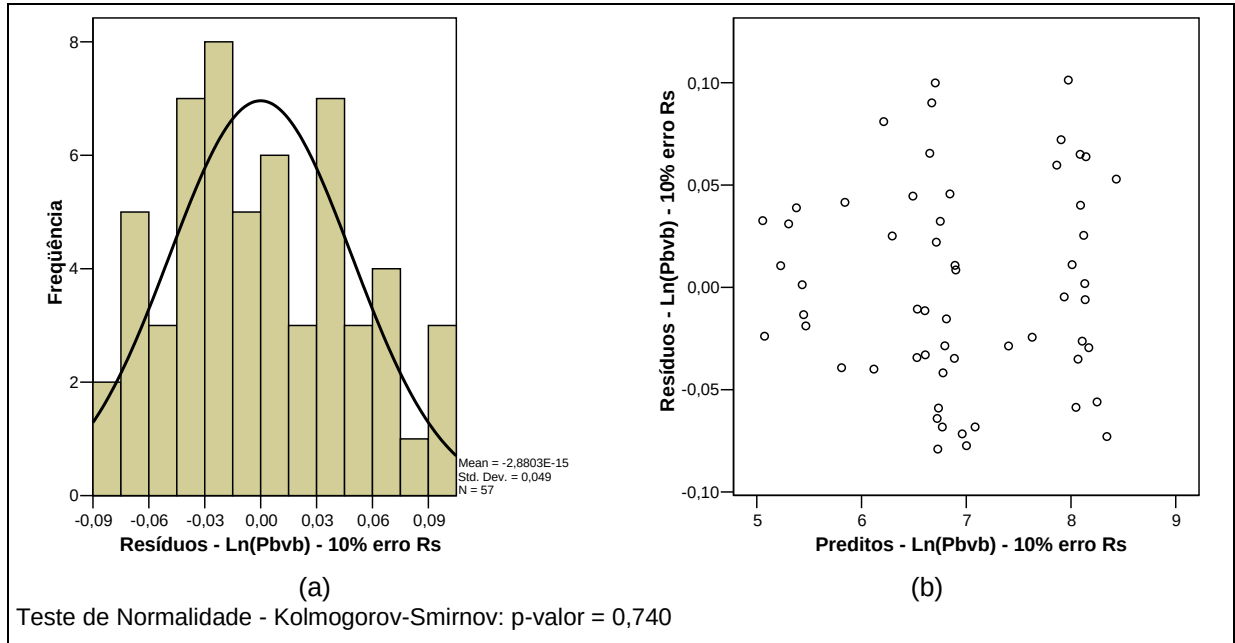


Figura D.12 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

D.7 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre $[-10, 10]\%$ em γ_{gs} .

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Squares	F	Sig.
Regression	52,467	2	26,233	10595,959	0,000
Residual	0,134	54	0,002		
Total	52,600	56			

R Square 0,997

Coefficients

	$\hat{\beta}_j$	Std. Error	t	Sig.	95% Confidence Interval for $\hat{\beta}_j$		Collinearity Statistic VIF
					Lower Bound	Upper Bound	
β_0	3,044	0,035	87,238	0,000	2,974	3,113	
β_1	0,911	0,006	145,226	0,000	0,898	0,923	1,013
β_2	-22,631	0,853	-26,526	0,000	-24,342	-20,921	1,013

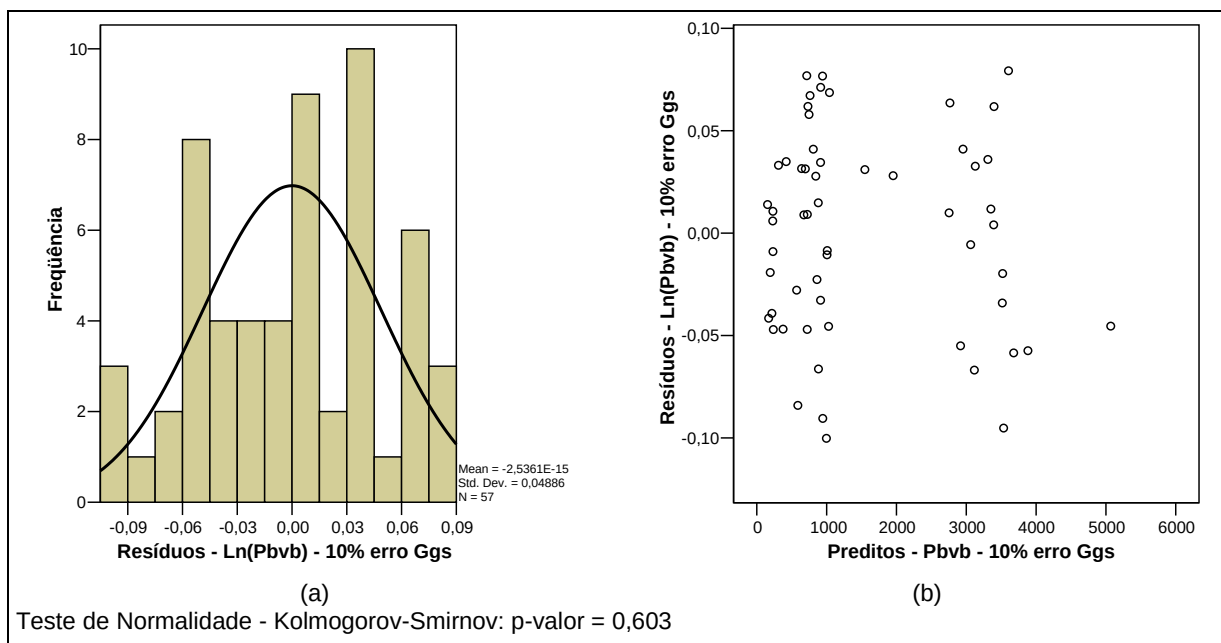


Figura D.13 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

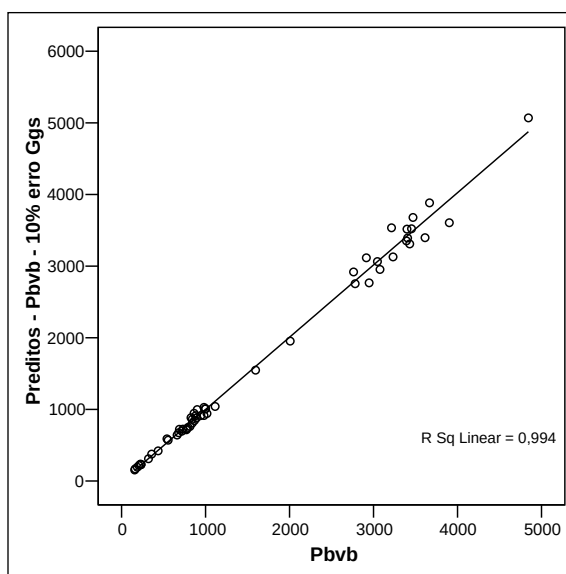


Figura D.14 - Gráfico P_{bvb} vs. preditos.

D.8 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre [-10, 10]% em API .

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Squares	F	Sig.
Regression	52,556	2	26,278	32125,350	0,000
Residual	0,044	54	0,001		
Total	52,600	56			

R Square = 0,999

Coefficients

	$\hat{\beta}_j$	Std. Error	t	Sig.	95% Confidence Interval for $\hat{\beta}_j$		Collinearity Statistic VIF
					Lower Bound	Upper Bound	
β_0	3,005	0,020	151,465	0,000	2,966	3,045	
β_1	0,915	0,004	252,986	0,000	0,908	0,922	1,016
β_2	-22,008	0,465	-47,355	0,000	-22,940	-21,076	1,016

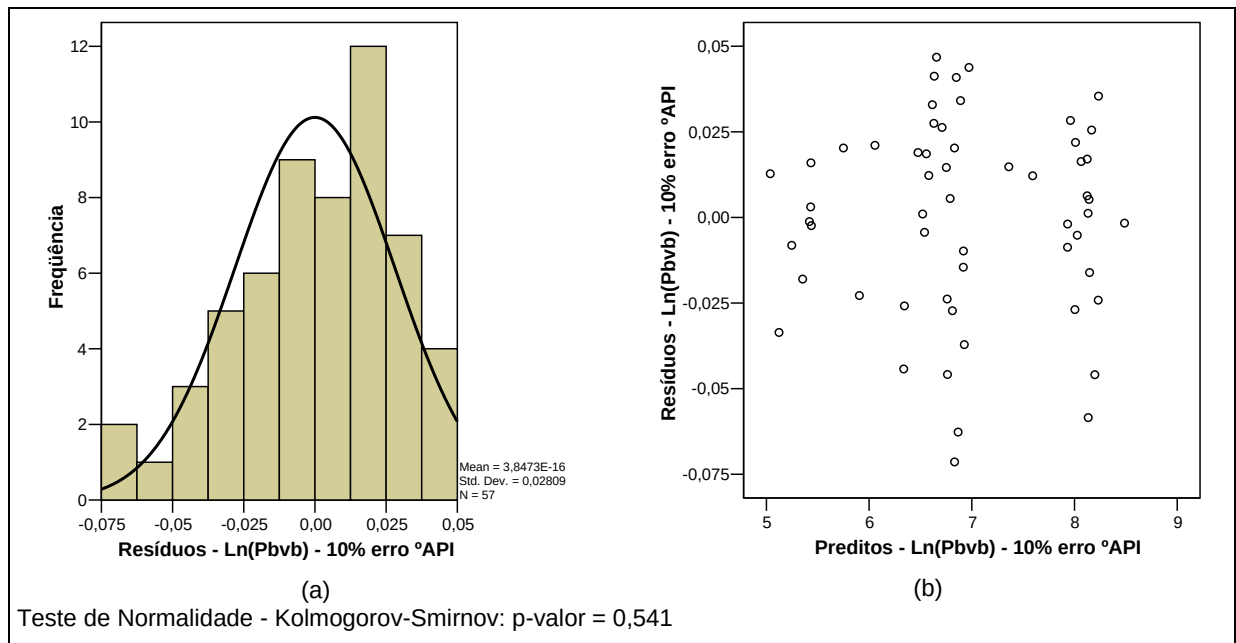


Figura D.15 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

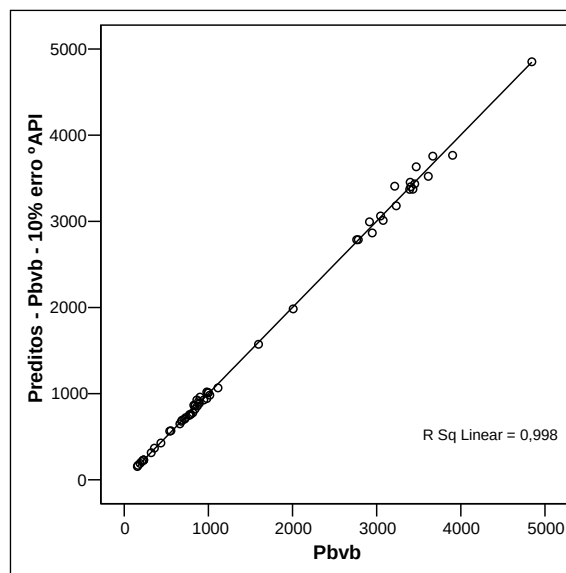


Figura D.16 - Gráfico P_{bvb} vs. preditos.

D.9 – Análise de regressão não linear com erros percentuais distribuídos uniformemente entre [-10, 10]% em T .

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Squares	F	Sig.
Regression	52,596	2	26,298	333814,057	0,000
Residual	0,004	54	0,000		
Total	52,600	56			

R Square = 1,000

Coefficients

	$\hat{\beta}_j$	Std. Error	t	Sig.	95% Confidence Interval for $\hat{\beta}_j$		Collinearity Statistic
					Lower Bound	Upper Bound	VIF
β_0	3,038	0,006	486,903	0,000	3,025	3,050	
β_1	0,914	0,001	815,067	0,000	0,912	0,916	1,014
β_2	-23,723	0,154	-154,244	0,000	-24,031	-23,414	1,014

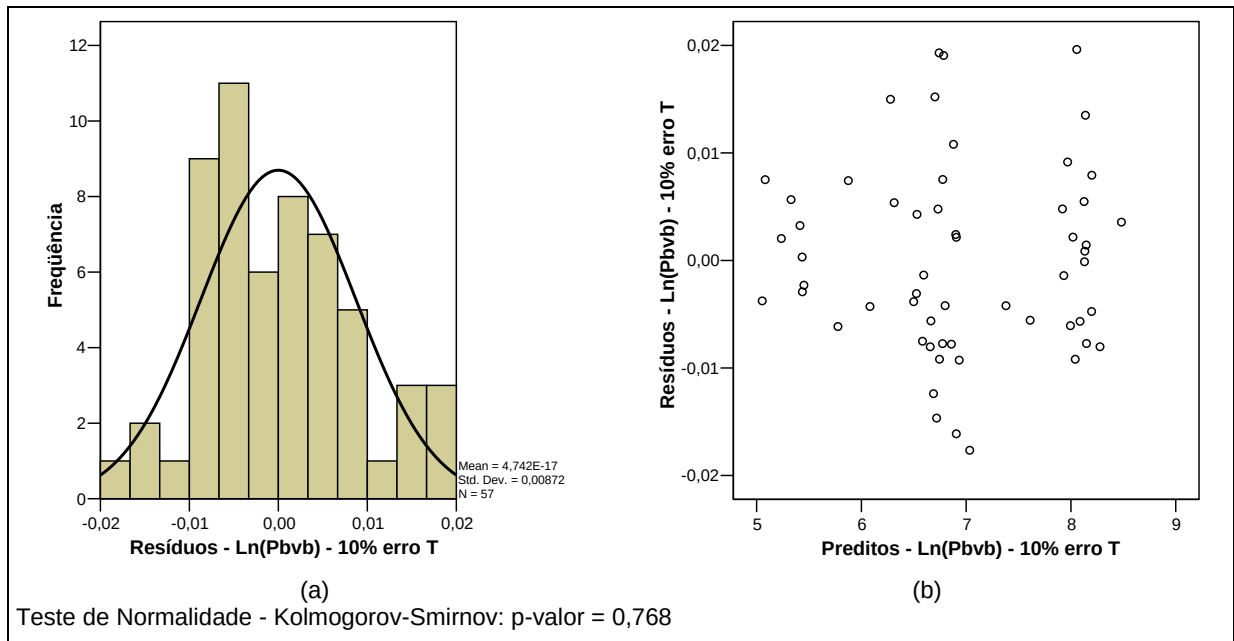


Figura D.17 - Análise dos resíduos: (a) histograma dos resíduos; (b) gráfico dos preditos vs. resíduos; e teste de normalidade.

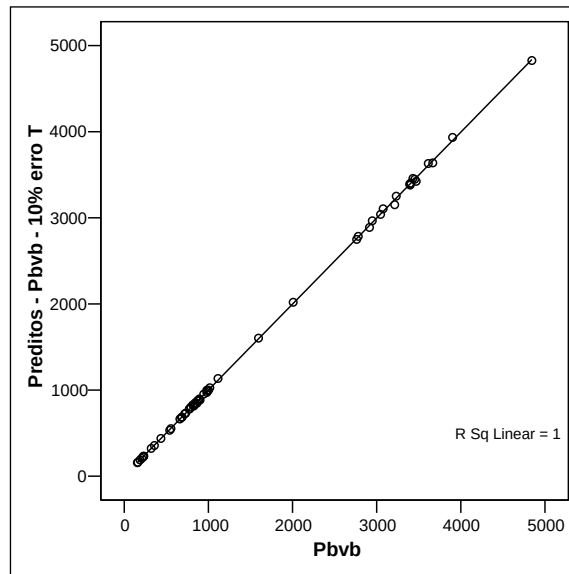


Figura D.18 - Gráfico P_{bvb} vs. preditos.