

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA

GABRIEL LESSA DA SILVA LAVAGNOLI

ANÁLISE ESTATÍSTICA DE PROJETO DE TOPOLOGIAS
VIRTUAIS PARA REDES ÓPTICAS EM ANÉIS HIERÁRQUICOS

VITÓRIA

2008

GABRIEL LESSA DA SILVA LAVAGNOLI

ANÁLISE ESTATÍSTICA DE PROJETO DE TOPOLOGIAS
VIRTUAIS PARA REDES ÓPTICAS EM ANÉIS HIERÁRQUICOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica, na área de concentração Automação.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Eduardo Vieira Segatto

Co-orientador: Prof. Dr. Elias Silva de Oliveira

VITÓRIA

2008

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
(Biblioteca Central da Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

L392a Lavagnoli, Gabriel Lessa da Silva, 1978-
Análise estatística de projeto de topologias virtuais para redes
ópticas em anéis hierárquicos / Gabriel Lessa da Silva Lavagnoli. –
2008.
70 f. : il.

Orientador: Marcelo Eduardo Vieira Segatto.

Co-Orientador: Elias Silva de Oliveira.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Espírito
Santo, Centro Tecnológico.

1. Redes de longa distância (Redes de computação). 2.
Topologia. 3. Telecomunicações. 4. Estatística matemática. I.
Segatto, Marcelo Eduardo Vieira . II. Oliveira, Elias Silva de, 1963-.
III. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Tecnológico. IV.
Título.

CDU: 621.3

GABRIEL LESSA DA SILVA LAVAGNOLI

**ANÁLISE ESTATÍSTICA DE PROJETO DE TOPOLOGIAS
VIRTUAIS PARA REDES ÓPTICAS EM ANÉIS HIERÁRQUICOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica, na área de concentração Automação.

Aprovada em 19 de agosto de 2008.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Marcelo Eduardo Vieira Segatto
Universidade Federal do Espírito Santo
Orientador

Prof. Dr. Elias Silva de Oliveira
Universidade Federal do Espírito Santo
Co-orientador

Prof. Dr. Eliana Zandonade
Universidade Federal do Espírito Santo

Prof. Dr. Nandamudi Lankalapalli Vijaykumar
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais

Dedico esta dissertação aos meus filhos, Isabella e Igor.

Agradecimentos

Ao meu orientador Marcelo Segatto que foi muito legal comigo. Esteve sempre à disposição para me ajudar, mesmo quando estava viajando.

Ao co-orientador Elias Oliveira que me deu ótimas dicas para conclusão deste texto e boas idéias para trabalhos futuros.

Aos professores e alunos do Laboratório de Telecomunicações e o pessoal do Grupo de Pesquisa de Redes Ópticas da UFES. A convivência foi fundamental para o meu aprendizado.

À professora Eliana Zandonade pelas sugestões que fizeram com que o trabalho se desenvolvesse.

A minha família, por ter tentado ser paciente comigo durante a realização deste trabalho.

Ao CNPq pela bolsa de estudos que recebi.

Aos meus amigos de graduação e pós-graduação. Certo que vou esquecer de alguém. Vou, portanto, não listá-los.

Em especial, gostaria de agradecer a minha amiga Marcia Paiva que ficou o tempo todo comigo. Foi como um anjo de guarda para mim.

Agradeço a Deus por te dado saúde e tranquilidade para mim e para minha família por todo este tempo.

Resumo

O problema do projeto de topologias virtuais consiste em encontrar uma topologia na camada óptica para o roteamento de tráfego em uma rede óptica de forma que alguma métrica de avaliação de desempenho de rede seja otimizado, em nosso caso, o congestionamento. Este problema é classicamente modelado como um problema de programação linear inteira mista e é classificado como *NP-Hard*, isto é, a busca pela solução ótima é intratável a medida que o número de nós aumenta. Com isso, desde 1996, quando foi proposto o problema, busca-se aplicar métodos heurísticos que encontrem uma boa solução (não necessariamente a solução ótima). Tais métodos, em geral, possuem elevado custo computacional e normalmente não é estudado o tão quanto é boa a solução encontrada.

Esta dissertação estuda a dificuldade de encontrar uma solução satisfatória para o caso de redes com arquitetura em anéis hierárquicos. Optou-se o estudo em anéis hierárquicos devido suas vantagens de tolerância a falhas e facilidades de implementação computacional.

Para realizar as análises utilizamos teoria básica de estatística, descrevendo a distribuição do conjunto das soluções e avaliando o valor mínimo encontrado.

Concluimos que, fazendo uma análise exaustiva com pequenas amostras aleatórias simples encontram-se soluções que pertencem ao seletivo grupo dos 2% melhores.

Abstract

The Virtual Topology Design (VTD) problem in optical networks which consists of finding a good set of lighthpaths that minimizes, or maximizes, a given parameter. It is usually modeled as a mixed-integer linear programming problems and is well known as *NP-Hard*.

However most of those methods present high computational cost.

Therefore, since the problem was proposed in 1996, many research groups have tried to develop both new exacts and heuristics methods to find good solutions to the VTD problem.

This work presents an empirical study of how difficult is to find a good solution of the VTD problem to hierarchical ring optical networks. In order to better analyze the results we have used basic statistic theory to describe the set of solutions in their distributions. We have analyzed networks with 9, 24, 36, 60 and 120 nodes and compared the results obtained whith the optimal solution, whenever possible, otherwise with the lowerbound. the results show that the problem we have been dealing is not that hard as we thought it would be.

Lista de Figuras

1	Exemplo de um grafo que representa uma topologia HSHR com 5 anéis de hierarquia inferior.	16
2	Esquema de funcionamento do WDM	18
3	(a) Simulando 3 requisições sem crossconnect. 1 não atendida (b) Simulando as mesmas requisições com crossconnect. Todas atendidas .	20
4	(a) Rede roteada por comprimento de ondas, com dois comprimentos de ondas disponíveis. Cada p_i é um caminho óptico. (b) Topologia virtual referente a esta rede.	21
5	Grafo que representa a topologia virtual dada por (2.6)	24
6	Grafo que representa a topologia virtual dada por (2.6) destacando requisições que necessitam de mais de uma salto.	25
7	Grafo que representa a topologia virtual dada por (2.9)	26
8	Exemplo de uma topologia HSHR de 18 nós com 3 anéis de hierarquia inferior. Os super nós são 3, 7, 9.	29
9	Possibilidades de roteamento da requisição do nó 1 ao nó 4.	30
10	Possibilidade de roteamento da requisição do nó 2 ao nó 12.	31
11	Arquitetura HRHS de 24 nós com 4 super-nós	33
12	Roteamento entre os nós 5 e 22 seguindo a exigência de menor número de saltos	34
13	Gráfico da Distribuição Normal	35
14	Normal Padrão.	37
15	Normal Padrão.	38

16	(a) Distribuição do congestionamento no anel superior.(b) Distribuição da média dos congestionamento nos anéis inferiores.	42
17	Rede de 9 nós - Convergência em função do tamanho de amostra. (a) média amostral, (b) desvio padrão amostral e (c) mínimo amostral. .	44
18	histogramas normalizados e aproximação por uma distribuição normal. Rede de 24 nós: (a) Com 3 super-nós, (b) Com 4 super-nós . . .	47
19	histogramas normalizados e aproximação por uma distribuição normal. Rede de 24 nós: (a) Com 6 super-nós, (b) Com 8 super-nós. . .	48
20	Convergência das estatísticas para rede 24 nós e 3 super-nós.	49
21	histogramas normalizados e aproximação por uma distribuição normal. Rede de 60 nós: (a) Com 3 super-nós, (b) Com 4 super-nós . . .	51
22	histogramas normalizados e aproximação por uma distribuição normal. Rede de 60 nós: (a) Com 10 super-nós, (b) Com 12 super-nós. .	52
23	histogramas normalizados e aproximação por uma distribuição normal. Rede de 60 nós: (a) Com 15 super-nós, (b) Com 20 super-nós. .	53
24	Convergência das estatísticas para rede 60 nós e 10 super-nós.	54
25	histogramas normalizados e aproximação por uma distribuição normal. Rede de 120 nós: (a) Com 3 super-nós, (b) Com 4 super-nós. . .	56
26	histogramas normalizados e aproximação por uma distribuição normal. Rede de 120 nós: (a) Com 15 super-nós, (b) Com 20 super-nós. .	57
27	histogramas normalizados e aproximação por uma distribuição normal. Rede de 120 nós: (a) Com 30 super-nós, (b) Com 40 super-nós. .	58
28	Convergência das estatísticas para rede 120 nós e 15 super-nós.	59
29	histogramas normalizados e aproximação por uma distribuição normal. Rede de 24 nós e 4 super-nós: (a) matriz $\{1, 2, 4\}$, (b) matriz $\{1, 1, 2, 2, 2, 16\}$	60
30	Convergência das estatísticas para rede 24 nós e 4 super-nós com a nova matriz de demanda de tráfego.	61

Lista de Tabelas

1	Congestionamento na hierarquia superior da rede de 9 nós	43
2	Congestionamento na hierarquia superior - Rede 24 nós HSHR	48
3	Congestionamento na hierarquia superior - Rede 60 nós HSHR	50
4	Congestionamento na hierarquia superior - Rede 120 nós HSHR	55

Sumário

1	Introdução	14
2	Redes Ópticas WDM e o Projeto de Topologia Virtual	18
2.1	Redes Ópticas WDM	18
2.2	Projeto de Topologia Virtual	19
2.3	VTD como um modelo MILP	22
2.4	Trabalhos em Destaque	26
3	Topologia de Redes HSHR	29
3.1	Cálculo de Congestionamento de uma Rede HSHR	31
4	Metologia	35
4.1	Revisão da Distribuição Normal	35
4.2	Teorema Central do Limite	38
4.3	Cálculo de Tamanho de Amostra	39
5	Resultados	41
5.1	Rede HSHR de 9 nós	41
5.2	Anéis Hierárquicos de Outras Configurações	44
5.2.1	Anéis com 24 nós	46
5.2.2	Anéis com 60 nós	50
5.2.3	Anéis com 120 nós	54

5.3	Comparação com Outra matriz de Demanda	59
5.4	Heurística Proposta	60
6	Conclusões	63
	Referências	64

1 *Introdução*

As primeiras redes ópticas de telecomunicações utilizavam a fibra óptica como meio físico alternativo aos cabos elétricos, por sua alta capacidade de escoamento de informação, baixas perdas e baixa susceptibilidade aos ruídos (AGRAWAL, 1997). Mais tarde, com o desenvolvimento e aperfeiçoamento de novas tecnologias de fibras ópticas bem como da tecnologia de multiplexação por comprimento de onda, surgiu o conceito de redes ópticas transparentes e as semitransparentes, em que era empregado o roteamento de tráfego por comprimento de onda (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2001), possibilitando sobrepor à camada da topologia física uma outra camada de rede denominada de topologia virtual, conforme é sugerido no artigo (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 1996). A topologia virtual conecta os nós de uma rede óptica de forma transparente, ou seja, apresenta uma nova disposição na interligação entre os terminais onde é realizado o processamento do sinal transmitido pelos nós da rede em seu caminho. Essa ligação, que antes era diretamente determinada pelos enlaces físicos nas antigas redes ponto-a-ponto, agora passa a ser realizada por caminhos ópticos ininterruptos.

Uma conexão transparente em uma rede de óptica, ou caminho óptico, possui propriedades importantes referente ao escoamento de tráfego, pois provê uma rota entre o nó fonte e o nó destino de uma dada demanda de tráfego em que não é realizado nenhum tipo de processamento no domínio elétrico. Isso adquire um peso muito importante em redes onde a velocidade de transmissão no meio físico tem potencial muito superior à capacidade de processamento computacional dos nós. Outras considerações podem ser feitas a respeito da transparência de uma conexão, por exemplo, que permite a transmissão de sinais de naturezas diversas, até mesmo incompatíveis com as plataformas de rede adotadas nos nós físicos intermediários da rota fonte-destino, adicionando flexibilidade e aumentando a variedade de serviços

que podem ser oferecidos através da rede (ALMEIDA et al., 2006), (DUTTA; ROUSKAS, 2002), (BANERJEE; MUKHERJEE, 2000).

Por outro lado, uma rede óptica totalmente transparente se torna inviável para um número considerável de nós, pois o custo e a complexidade de implementação da rede é proporcional ao número de caminhos ópticos (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2001), (ALMEIDA et al., 2006). Para total transparência da rede, é necessário um caminho óptico ininterrupto entre cada par de nós em que haja uma demanda de tráfego. O que se propõe então é uma rede semitransparente, em que uma parte do tráfego é escoada diretamente através de conexões transparentes, e outra parte precisa se utilizar de mais de um caminho óptico, concatenados em seqüência para formar uma rota fonte-destino.

A utilização de vários comprimentos de onda sobre a mesma fibra propicia um aumento considerável no volume de tráfego transportado pelas redes ópticas. Essas redes em particular são conhecidas como redes *Wavelength Division Multiplexing* (WDM). Nessas redes, as camadas clientes passaram a agrupar suas informações de forma a tentar aproveitar ao máximo toda a banda disponível de um caminho óptico. Sendo assim, o provimento de resistência contra falhas é um importante requisito para as redes responsáveis pelo transporte de um grande fluxo de informações. A sua necessidade apresenta-se ainda mais destacada quando tráfegos intensos estão concentrados em poucas rotas, o que automaticamente aumenta o número de clientes que seriam diretamente afetados por uma simples falha. No artigo (SHI; FONSEKA, 1995) é apresentada a arquitetura de redes em anéis hierárquicos, ou *Hierarchical Self-Healing Rings* (HSHR), com objetivo de sanar tal problema. Além desta vantagem, as redes HSHR apresentam grandes facilidades para implementação de heurísticas e outros algoritmos, por exemplo, cálculo de congestionamento. Tais redes são dadas por alguns anéis interligados, chamado de hierarquia superior, por um outro anel, chamado de hierarquia inferior, os nós que pertencem a dois anéis é chamado de super-nó. Veja um exemplo na figura 1.

O projeto de uma rede WDM é, originalmente, proposto como dois subproblemas, que em geral são resolvidos separadamente: o projeto da topologia virtual, conhecido como *Virtual Topology Design* (VTD) e o roteamento e a alocação de comprimentos de onda, ou *Routing and Wavelength Assignment* (RWA) (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 1996).

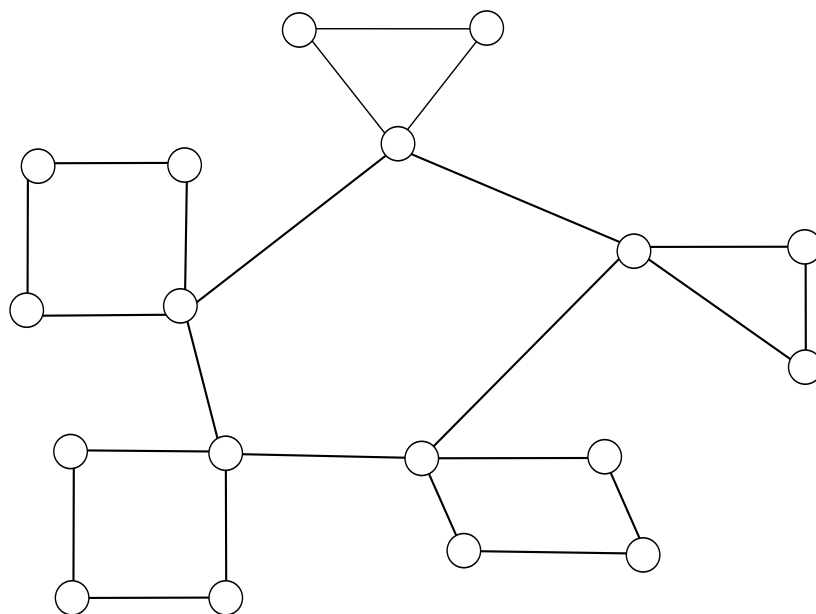


Figura 1: Exemplo de um grafo que representa uma topologia HSHR com 5 anéis de hierarquia inferior.

O objetivo principal do VTD é: dado uma matriz de demanda de tráfego entre os nós da rede e um conjunto de restrições quaisquer, determinar um conjunto de caminhos ópticos que possibilitem que o roteamento de tráfego seja feito de forma a otimizar uma determinada métrica, como por exemplo, o congestionamento, ou o processamento de tráfego na rede (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2001). Já o RWA tem como objetivo principal escolher uma boa rota e um comprimento de onda para satisfazer a uma conexão requerida. O problema RWA pode ser dividido em duas categorias, de acordo com o tipo de demanda de tráfego: RWA estático (*Static Lightpath Establishment*) e RWA dinâmico (*Dynamic Lightpath Establishment*). O RWA estático considera que as solicitações de conexões são conhecidos a priori, a demanda de tráfego é especificada por uma matriz constante cujas coordenadas são determinadas com base em estimativas das necessidades de tráfego a longo de um prazo. O objetivo principal é atribuir rotas e comprimentos de onda a todas as demandas minimizando o número de comprimentos de onda utilizados. No caso de uma demanda de tráfego dinâmica, não há mais uma matriz constante de demanda de tráfego, e sim, uma matriz de funções de distribuição de probabilidade modelando a comunicação entre os nós. Este algoritmo também é extremamente importante para o bom desempenho das redes WDM já que atua na camada de adaptação óptica (camada localizada na arquitetura WDM entre os clientes e a ca-

mada física), que manipula a requisição dos clientes, definindo as rotas e reservando os comprimentos de onda necessários. Essa camada de adaptação tem por função configurar apropriadamente os estados de todos os dispositivos ópticos configuráveis envolvidos. Ambos os problemas são modelados como um problema de Programação Linear inteira Mista e a busca pela solução exata é classificada como NP-Hard (CORMEN; LEISERSON; RIVEST, 2002), ou seja, é extremamente difícil no ponto de vista computacional. Para contornar esta dificuldade utiliza-se heurística com interesse em encontrar uma “boa” solução ao invés da solução ótima.

Boa parte da bibliografia desta dissertação refere-se aos artigos com propostas de heurísticas e meta-heurísticas atacando o problema de projetar uma topologia virtual, principalmente tomando como função objetivo o congestionamento. Devido a isso, buscamos em nosso trabalho fazer um estudo estatístico do conjunto de soluções possíveis e analisar a dificuldade de encontrar uma boa solução. Tendo em vista que o nosso grupo de pesquisa trabalha há alguns anos com a arquitetura HSHR, fixamos este tipo de topologia para nossas análises. Conseguimos calcular o congestionamento de todas topologias possíveis para o caso de uma rede HSHR de 9 nós com 3 super nós. Verificamos que os congestionamentos se distribuem de forma muito próxima à distribuição normal. Verificamos ainda que, para este caso, com pequenas amostras conseguimos encontrar uma topologia de congestionamento mínimo e tais amostras possuem média e desvio padrão extremamente próximas da média e desvio padrão populacional.

Isto motivou a repetir a mesma análise para redes maiores. Para o caso de redes com 24, 60 e 120 nós encontramos também distribuições aproximadamente normais ou com pequena assimetria acentuada à esquerda, a convergência da média e do desvio padrão em função do tamanho da amostra também são muito rápidas. Conseguimos boas soluções com amostras relativamente pequenas e conseguimos estimar em qual porcentagem das melhores soluções a melhor topologia encontrada pertence.

No capítulo dois vamos entrar em detalhes sobre o projeto de topologia virtual. O capítulo três é especialmente dedicado às redes com topologia HSHR. No capítulo quatro vamos especificar toda parte metodológica, incluindo o método de cálculo de congestionamento e a teoria estatística envolvida no trabalho. Finalmente, apresentamos os resultados no capítulo 5.

2 Redes Ópticas WDM e o Projeto de Topologia Virtual

2.1 Redes Ópticas WDM

As fibras ópticas possuem largura de banda extremamente alta, próximo de 25 Terabits por segundo. Infelizmente, devido a limitação da velocidade de processamento eletrônico, o usuário usufrui de apenas de alguns gigabits por segundo. Para reverter esta situação foi desenvolvido a tecnologia de Multiplexação por Divisão em Comprimentos de Onda, em inglês *Wavelength Division Multiplexing* (WDM), que permite enviar feixes de luz de comprimentos de onda distintos simultaneamente através da fibra óptica. O sinal é multiplexado criando-se vários canais em uma única fibra. Estes sinais ópticos são, posteriormente, demultiplexados, retornando ao estado de origem.

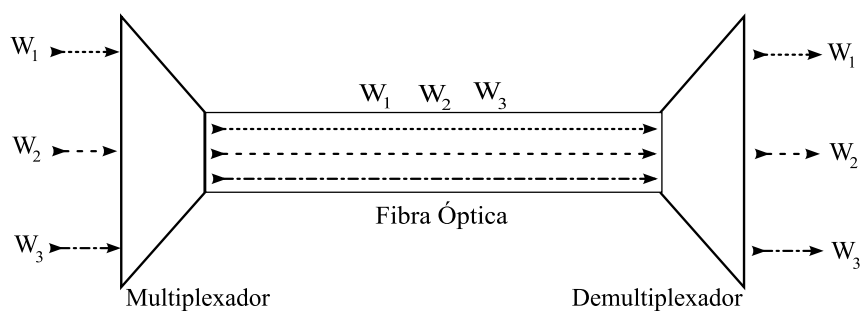


Figura 2: Esquema de funcionamento do WDM

As primeiras redes ópticas dotadas de tecnologia WDM eram formadas por enlaces ópticos ponto-a-ponto. A vantagem era apenas em aumentar a volume da comunicação entre dois pontos como foi citado. Posteriormente foi introduzido o conceito de *Wavelength Add/Drop Multiplexer* (WADM) que permite a retirada e a

inclusão de sinais ópticos em alguns pontos intermediários ao longo da transmissão e, por último, aparece o conceito *Wavelength Crossconnect* que permite roteamento em canais ópticos. Estas redes ópticas WDM roteadas por comprimento de onda consistem de roteadores *Wavelength Selective Crossconnect* WXC interconectados e enlaces ópticos. Cada nó é conectado a um WXC através de um enlace de fibra óptica e equipado com um conjunto de transmissores e receptores que permitem a substituição de comprimentos de onda de uma comunicação em um nó, ou seja, permitem a implementar a reutilização de comprimento de onda, dando maior flexibilidade e escalabilidade para o roteamento. Mais especificamente, a propriedade de reutilização de comprimentos de onda permite que dois caminhos ópticos possam usar o mesmo comprimento de onda desde que não utilizem o mesmo enlace físico.

Exemplo 2.1.1 *Considere a rede óptica conforme figura 3 de 5 nós, 2 comprimentos de ondas disponíveis. Sejam A , B e C informações que serão transmitidas entre os pares de nós $(1, 3)$, $(3, 5)$ e $(1, 5)$ respectivamente. Não havendo um roteador WXC a informação C não poderá ser transmitida uma vez que não existe um comprimento de onda disponível em todos os enlaces que ligam o nó 1 ao nó 5 após. Porém, havendo um roteador WXC, a informação C poderá seguir pelos enlaces $(1, 2)$ e $(2, 3)$ utilizando o comprimento de onda w_2 , e pelos enlaces $(3, 4)$ e $(4, 5)$ utilizando o comprimento de onda w_1 .*

2.2 Projeto de Topologia Virtual

A topologia virtual em uma rede óptica de transmissão consiste de um conjunto de caminhos ópticos definido entre um subconjunto de pares de nós da rede. Tais caminhos ópticos podem ser escolhidos com base na demanda de tráfego entre pares de nós da rede que é, em geral, dada por uma matriz $N \times N$ sendo N o número de nós. O grafo orientado formado pelos caminhos ópticos formam uma topologia virtual, dada da seguinte forma: Cada vértice corresponde a um nó de roteamento da rede e uma aresta corresponde a um caminho óptico. Observe a figura (4). Se dois nós são conectados por um caminho óptico então dizemos que estes nós se comunicam por um único salto (*hop*).

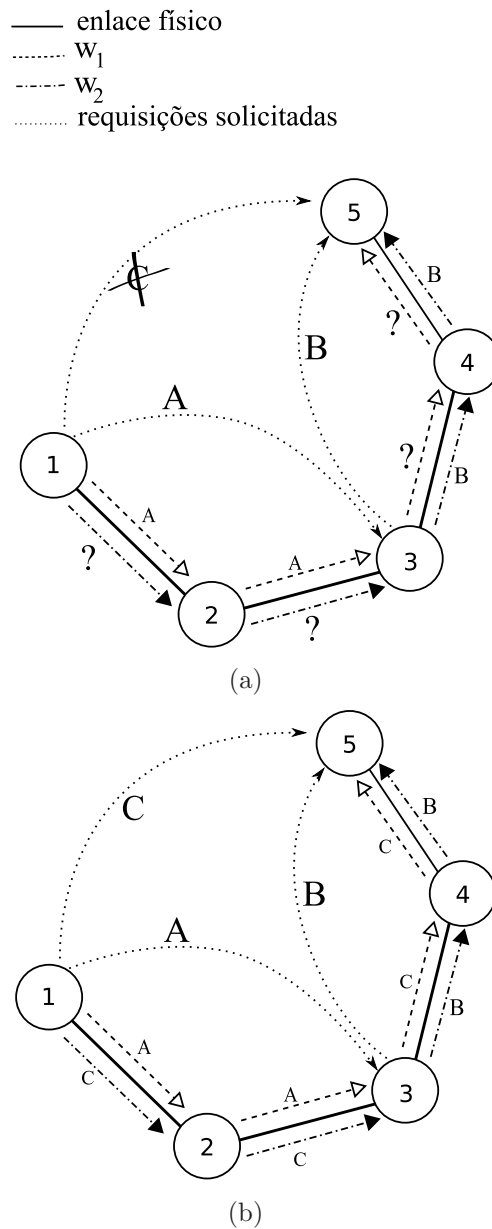


Figura 3: (a) Simulando 3 requisições sem crossconnect. 1 não atendida (b) Simulando as mesmas requisições com crossconnect. Todas atendidas

Por limitações tecnológicas sobre o número de comprimentos de onda ou por limitações do número de transmissores e receptores ópticos disponíveis, pode não ser possível a criação de caminhos ópticos entre todos pares de nós. Se dois nós não são conectados diretamente por um caminho óptico mas são conectados por uma sequência de caminhos ópticos, os nós podem se comunicar através da sequência de caminhos ópticos. Este tipo de comunicação é denominado comunicação multi-

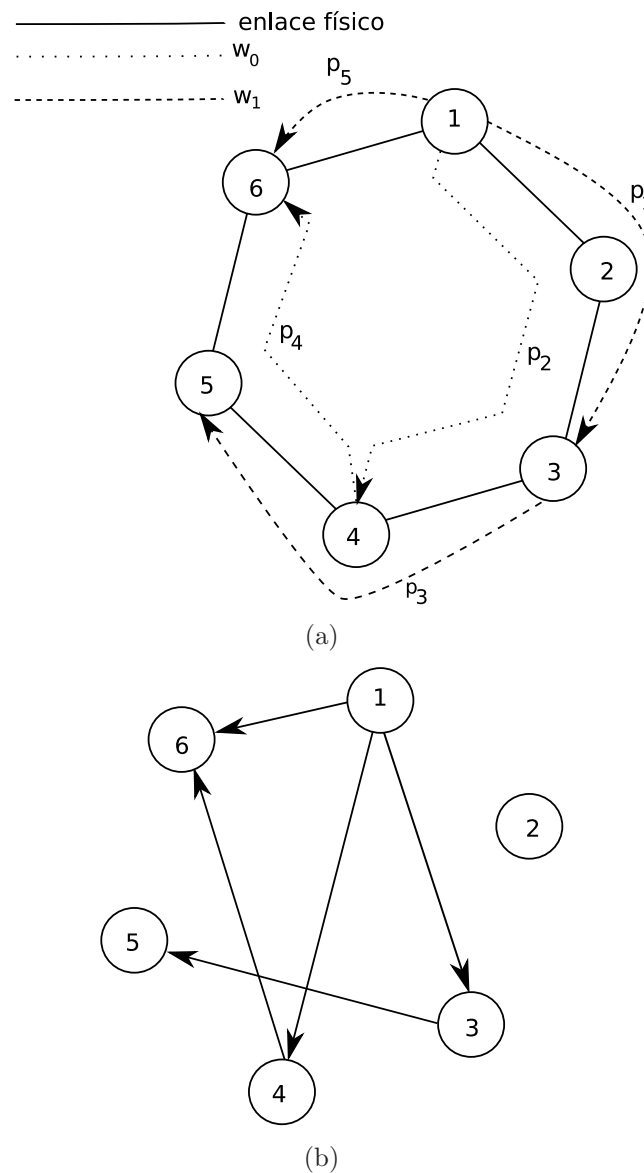


Figura 4: (a) Rede roteada por comprimento de ondas, com dois comprimentos de ondas disponíveis. Cada p_i é um caminho óptico. (b) Topologia virtual referente a esta rede.

salto. Neste caso, mensagens enviadas entre os dois caminhos ópticos consecutivos são realizadas por meio de processamento eletrônico.

O tráfego entre um par de nós é roteado sobre a topologia virtual utilizando um ou mais saltos. O objetivo é projetar uma topologia virtual que otimize alguma métrica de avaliação de desempenho de rede, por exemplo, o congestionamento da rede, o processamento de tráfego na rede, o atraso médio, entre outras. Em nosso

trabalho abordamos o problema de minimizar o congestionamento que será detalhado na próxima seção.

Geralmente, a topologia virtual é projetada baseada em uma estimativa média do fluxo de tráfego entre os nós da rede óptica por algum intervalo de tempo pré definido. Não podemos assumir que a demanda da rede é constante todo tempo. Logo, de tempos em tempos, deveremos obter uma nova configuração para a topologia virtual assumindo que de tempos em tempos uma nova matriz de demanda deverá ser implementada. Portanto precisamos encontrar algum método eficiente (relativamente rápido) para determinação de uma boa topologia virtual.

2.3 VTD como um modelo MILP

O projeto de topologia virtual de redes ópticas é classicamente definido como um problema de programação linear inteira mista, isto é, deseja-se encontrar uma solução que minimize ou maximize uma função objetivo $f(x, y) = c_1^\top x + c_2^\top y$ sendo $(x, y) \in D \subset \mathbb{N}^{n_1} \times \mathbb{R}^{n_2}$ e D é o conjunto de restrições do problema que é dado por um sistema $\{A_1x + A_2y = b\}$ onde A_1 é uma matriz $m \times n_1$, A_2 é uma matriz $m \times n_2$ e $b \in \mathbb{R}^m$.

O congestionamento em uma rede é definida como o máximo entre as quantidades de tráfego de tráfegos sobre os caminhos ópticos. O tráfego sobre um caminho óptico é definido como a soma dos fluxos de tráfego entre os pares fonte-destino que utilizam este caminho óptico. Portanto, o problema do congestionamento de tráfego é um problema de minimização. a forma precisa de calcular o congestionamento em nosso trabalho será detalhada na primeira seção do próximo capítulo.

Se N é o número de nós da rede, definimos:

A matriz $T = [t_{sd}]$, de tamanho $N \times N$, sendo a matriz de **demanda de tráfego** cujos elementos t_{sd} representam a demanda do nó origem s para o nó destino d , $P = [p_{ij}]$ sendo a matriz binária $N \times N$ que identifica os caminhos ópticos. Se existir o caminho óptico $\langle i, j \rangle$ então $p_{ij} = 1$, caso contrario $p_{ij} = 0$, f_{ij}^{sd} sendo a parcela da demanda t_{sd} que usufrui o caminho óptico $\langle i, j \rangle$. Definimos por $F = [f_{ij}]$ sendo a matriz de fluxo e f_{ij} é a soma das demandas que usufruem o caminho óptico

(i, j) , ou seja,

$$f_{ij} = \sum_{(s,d) \in B_{ij}} f_{ij}^{sd}, \quad (2.1)$$

sendo B_{ij} o conjunto dos pares ordenados de (s, d) de nós que utilizam o caminho óptico $\langle i, j \rangle$. Para o (nosso) caso que não é considerado bifurcação de tráfego, $f_{ij}^{sd} = t_{sd}$ e conseqüentemente,

$$f_{ij} = \sum_{(s,d) \in B_{ij}} t_{sd}, \quad (2.2)$$

O objetivo é encontrar a matriz P que minimize a função

$$f_{\max} = \max\{f_{ij} \in F\}. \quad (2.3)$$

Agora precisamos definir as restrições do problema.

A primeira é dada pela lei de fluxo de redes, considerando, em nosso caso, sem bifurcação de tráfego.

$$\sum_j f_{ij}^{sd} - \sum_j f_{ji}^{sd} = \begin{cases} t^{sd} & \text{se } s = j \\ -t^{sd} & \text{se } d = j \\ 0 & \text{se } s \neq i \text{ e } d \neq i \end{cases} \quad (2.4)$$

Para todo par (s, d) e para todo i .

A segunda restrição é a restrição de grau lógico, que delimita o número conexões por nó.

$$\begin{aligned} \sum_j p_{ji} &\leq D \quad \forall i \\ \sum_j p_{ij} &\leq D \quad \forall i \end{aligned} \quad (2.5)$$

Exemplo 2.3.1 Considere a topologia virtual de 5 nós dada pela matriz

$$[p_{ij}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Esta matriz mostra quais caminhos ópticos foram definidos. Se $\langle i, j \rangle$ existe então $p_{ij} = 1$, caso contrário, $p_{ij} = 0$. A figura (5) descreve o grafo dado desta topologia virtual.

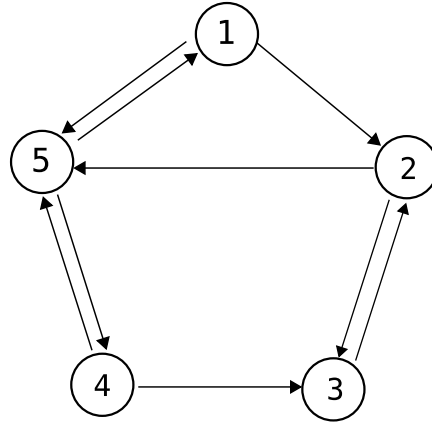


Figura 5: Grafo que representa a topologia virtual dada por (2.6)

Considere também a seguinte matriz de demanda de tráfego:

$$[t_{ij}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Note que existem demandas não nulas onde não há um único caminho óptico que ligue tais nós, um dos casos é o par de nós $(1, 4)$ que a demanda de 1 unidade de tráfego e para ligar tais nós precisamos seguir o seguinte “itinerário” $1 - 5 - 4$ ou $1 - 2 - 5 - 4$. Sendo o primeiro o de menor número de saltos, vamos optar por ele e adotar este critério para todos os casos. A figura (6) descreve a topologia virtual dada destacando os caminhos escolhidos quando não existe um único caminho óptico que ligue os nós com demanda não nula.

A matriz de fluxo para esta matriz de demanda com esta topologia virtual é dada

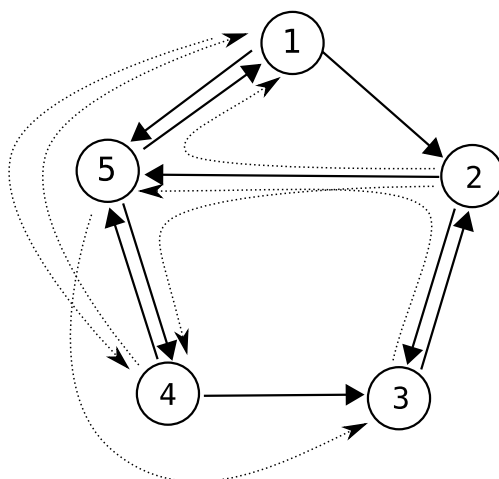


Figura 6: Grafo que representa a topologia virtual dada por (2.6) destacando requisições que necessitam de mais de uma salto.

por

$$[f_{ij}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 7 \\ 0 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 3 \\ 4 & 0 & 0 & 7 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

Logo, para esta topologia virtual o congestionamento é igual a $\max\{f_{ij}\} = 7$.

Agora vamos mudar de topologia virtual. Considere a que é dada pela seguinte matriz:

$$[p_{ij}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

cujos grafo é dado pela figura (7)

Utilizando o mesmo critério de escolher o caminho com menor número de saltos,

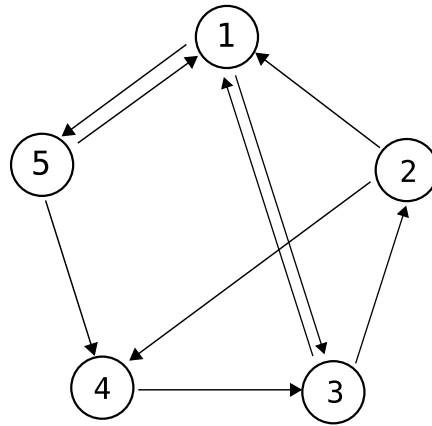


Figura 7: Grafo que representa a topologia virtual dada por (2.9)

a matriz de fluxo será dada por:

$$[f_{ij}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ 4 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 0 & 6 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.10)$$

Portanto, neste caso, $\max\{f_{ij}\} = 6$. Esta última é melhor que a primeira pois o congestionamento é menor.

2.4 Trabalhos em Destaque

Existem vários artigos que buscam boas soluções para o problema do VTD utilizando heurísticas e meta-heurísticas uma vez que a busca da solução ótima é um problema *NP-Hard* conforme foi comentado na introdução. Nestes artigos fixam-se, em geral, alguns tipos de padrões de topologias, por exemplo, HSHR ou anéis. Quando são realizadas comparações, fazem comparações apenas com outras tentativas de heurísticas da literatura.

No artigo (OLIVEIRA et al., 2004), pesquisadores do LabTel - UFES apresentaram uma abordagem via a meta-heurística *Simulating Annealing* para o projeto da topologia virtual das redes ópticas, baseando-se em anéis hierárquicos. Os resultados experimentais mostraram que tal abordagem é capaz de simultaneamente obter bons resultados para o congestionamento, redução do esforço computacional e

também prover uma rota alternativa em caso de falha que é uma característica deste tipo de topologia. No artigo (PEREIRA et al., 2004) os mesmos autores atacaram o mesmo problema, porém mudando para a heurística *Multiple Logical Rings Design Algorithm* (MLRDA) e, ao invés de anéis hierárquicos, fixaram em topologias virtuais em anéis e utilizaram os exemplos constantes no artigo (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 1996) para seus testes computacionais. Também conseguiram bons resultados baseado apenas nos experimentos. Apesar da redução do esforço computacional devido ao padrão de topologia, ainda pode se considerar de elevado custo computacional.

Em (MAIOLI et al., 2005) os autores utilizaram Algoritmos Genéticos para encontrar uma boa solução para o VTD supondo topologia HSHR. Para encontrar a “boa” topologia, algoritmo foi implementado em linguagem C e demorou próximo de 20 horas de processamento em um computador Pentium IV 2.0 GHz dotado de 256 MBytes de memória.

No artigo (OLIVEIRA et al., 2005) os autores resolveram construir um algoritmo híbrido, misturando relaxação linear, isto é, a resolução de um problema mILP como se fosse um programa de programação linear, com a meta-heurística *Random Walk*. Implementaram o código e testaram nas matrizes de demanda de tráfego que constam em (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 1996). Compararam seus resultados encontrados com os resultados de (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 1996). Obtiveram resultados um pouco melhores, porém com menor custo computacional.

Estes artigos, além de outros, nos incentivou a fazer um estudo sobre a dificuldade de encontrar uma boa topologia virtual que minimize congestionamento. A primeira análise foi realizada no artigo (LAVAGNOLI et al., 2007) que gerou todas topologias HSHR possíveis de uma rede de 9 nós. Observou-se que as distribuições do congestionamento no anel de hierarquia superior e da média dos congestionamentos dos anéis de hierarquia inferior se aproximam da distribuição normal. Foi constatado que, a este caso em especial, 0,35% das topologias alcançam o congestionamento mínimo. Para redes maiores fica impraticável o cálculo do congestionamento de tomando todas possíveis topologias, mesmo ficando em anéis hierárquicos, pois além do crescimento fatorial do número de topologias, há um aumento expressivo no tempo de processamento para o cálculo de congestionamento. Portanto, para redes com 24 e 36 nós geramos 10.000 topologias, calculamos os congestionamentos e ob-

servamos que o comportamento gaussiano se mantém. Porém ficou faltando saber se 10.000 topologias são ou não o tamanho da amostra que garante o mínimo de confiabilidade. Além de outras perguntas que foram aparecendo após esta publicação, por exemplo, o tão quanto o menor congestionamento encontrado está “próximo” do congestionamento ótimo. Ou ainda, seria possível saber qual porcentagem dos melhores resultados possíveis estaria a melhor topologia amostral? Este último trabalho foi o que motivou o trabalho desta dissertação.

3 Topologia de Redes HSHR

Uma rede óptica em anéis hierárquicos, ou rede HSHR, consiste em conjuntos de nós interligados em anel e um ou mais anéis de hierarquia superior interligando esses conjuntos.

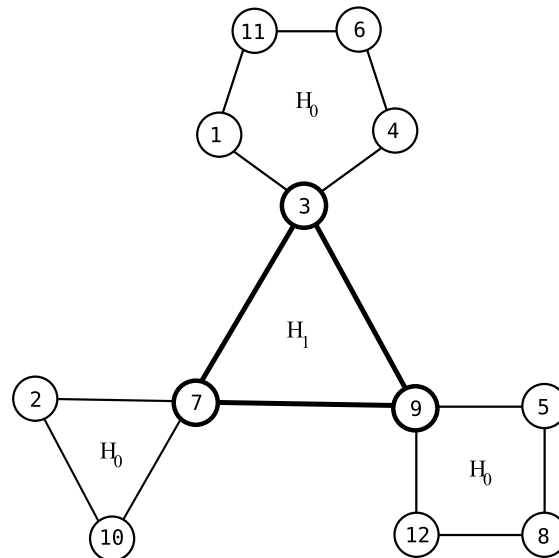


Figura 8: Exemplo de uma topologia HSHR de 18 nós com 3 anéis de hierarquia inferior. Os super nós são 3, 7, 9.

A Figura (8) mostra uma rede hipotética de 18 nós e duas hierarquias, sendo H_0 a hierarquia inferior e H_1 a hierarquia superior. Todo o tráfego transmitido entre nós pertencentes a um mesmo anel de hierarquia inferior, ou tráfego intra-anel, é roteado internamente na hierarquia inferior, e somente o tráfego transmitido entre nós pertencentes a anéis de hierarquia inferior diferentes, ou tráfego inter-anéis, passa pela hierarquia superior. Dessa forma, o gerenciamento da rede pode ficar concentrado em um número menor de nós, diminuindo o tráfego de informações de controle pela rede. Os nós que pertencem a duas hierarquias simultaneamente ao chamados super-nós, e são responsáveis pelo roteamento de tráfego inter-anéis.

Como exemplo, podemos analisar algumas requisições de tráfego.

Exemplo 3.0.1 *Suponha inicialmente uma requisição do nó 1 para o 4 da rede hierárquica da Figura (8). O tráfego pode ser roteado no sentido horário passando pelos nós 11 e 6 até chegar ao nó 4, ou no sentido anti-horário, passando pelo nó 3 até chegar ao 4. A escolha do sentido de giro no anel irá influenciar na ocupação dos recursos ópticos da rede (como número de comprimentos de onda ou quantidade de largura de banda) e eletrônicos (como número de transceptores ou quantidade de processamento em roteadores) e, conseqüentemente, no congestionamento, definido como a quantidade de tráfego designada ao caminho óptico mais solicitado (RAMSWAMI; SIVARAJAN, 1996). Note que todo o tráfego da requisição do nó 1 para o nó 4 foi roteado no interior de um anel da hierarquia H_0 .*

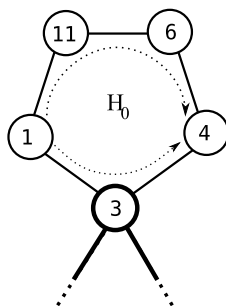


Figura 9: Possibilidades de roteamento da requisição do nó 1 ao nó 4.

Vamos supor agora uma requisição de tráfego do nó 2 para nó 12. Note que os dois nós pertencem a anéis diferentes de H_0 . Nesse caso, o tráfego originado no nó 2 deve ser roteado para o super-nó do mesmo anel (nó 7), que por sua vez deve retransmitir o tráfego para o super-nó do outro anel (nó 9), passando assim por um anel de hierarquia superior. O segundo super-nó fica então encarregado de rotear o tráfego para o nó 12, destino final do tráfego. A figura (10) mostra a possibilidade com menor número de saltos.

A principal vantagem da arquitetura de redes em anel é sua tolerância à falhas e a facilidade de implementação de roteamento. É possível restabelecer todo tráfego no caso de uma única falha com apenas uma simples mudança de orientação de direção do fluxo. Porém em caso de duas falhas, possivelmente algumas requisições podem ser atendidas. A arquitetura de redes em anéis hierárquicos permite restabelecimento de um número maior de falhas, desde que tais falhas ocorram em enlaces

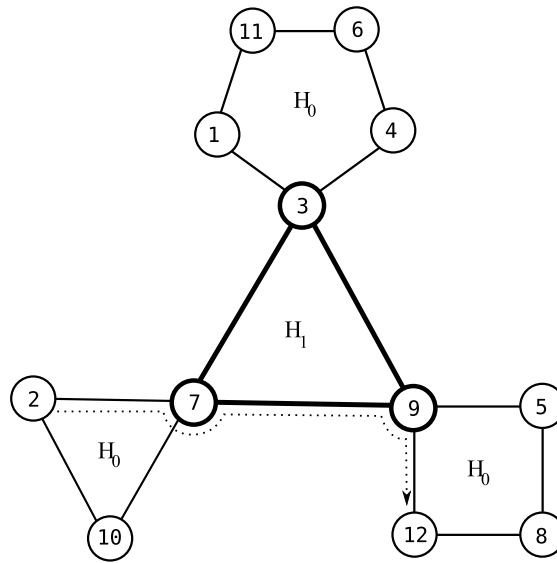


Figura 10: Possibilidade de roteamento da requisição do nó 2 ao nó 12.

de anéis distintos. Além disso, o roteamento de tráfego neste tipo de arquitetura continua sendo de fácil implementação.

Outras vantagens da arquitetura em anéis hierárquicos são as facilidades computacionais na implementação de algoritmos de heurísticas de otimização além de outros voltados para cálculo de métricas de avaliação de desempenho de redes.

3.1 Cálculo de Congestionamento de uma Rede HSHR

Conforme foi definido na seção 2.3, o cálculo de congestionamento de tráfego de uma rede, resumidamente, é dado pela soma das demandas que utilizarão um determinado enlace ou caminho óptico. Para o caso específico de anéis hierárquicos utilizamos uma forma diferente para descrever uma topologia.

Suponha que seja conhecido o tamanho da rede e o número de super-nós da rede. Suponha ainda que vamos equilibrar o número de nós em cada anel de hierarquia inferior, ou seja, se N é o número de nós da rede e S o número de super-nós e se N é divisível por S , então o número de nós em cada anel de hierarquia inferior será igual a N/S . Caso não seja divisível, alguns anéis ficarão com um nó a mais do que os outros.

A topologia da rede será dada por um vetor de coeficientes inteiros de N posições. Considere $K = N/S$. Nas posições $1, K + 1, \dots, (S - 1)K + 1$ do vetor será armazenado a identificação(os números) dos super-nós e de K em K posições é definido o anel de hierarquia inferior.

Exemplo 3.1.1 Considere que o número de nós da rede seja igual a 24 (isto é, $N = 24$) e que o número de super-nós seja igual a 4 (isto é, $S = 4$). Conseqüentemente o número de nós por anel é igual a $24/4 = 6$ (isto é, $K = 6$). O vetor abaixo descreve uma topologia em anél hierárquico.

2	3	5	7	11	13	17	19	23	1	4	6	8	9	10	12	14	15	16	18	20	21	22	24
---	---	---	---	----	----	----	----	----	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Os nós 2, 17, 8 e 16 são os super-nós. Os 4 anéis de hierarquia inferior são dados, nesta ordem, por

$A_1 = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$, $A_2 = \{17, 19, 23, 1, 4, 6\}$, $A_3 = \{8, 9, 10, 12, 14, 15\}$
e $A_4 = \{16, 18, 20, 21, 22, 24\}$

Agora observe a figura (11).

O próximo passo é percorrer cada coordenada t_{sd} da matriz de demanda de tráfego T com objetivo de montar uma matriz de fluxo $F = [f_{ij}]$ que inicialmente $f_{ij} = 0$ para todo par (i, j) .

Para cada par (s, d) observamos se s e d pertencem ao mesmo anel de hierarquia inferior. Caso seja verdadeiro, há duas possibilidades de comunicação, no sentido horário ou no sentido anti-horário. Calculamos o número de saltos nos dois trajetos e escolhemos o trajeto com menor número de saltos. Para cada caminho óptico $\langle i, j \rangle$ do caminho escolhido incrementamos t_{sd} em f_{ij} , ou seja, em notação de pseudo-código de algoritmos fazemos o seguinte:

$$f_{ij} \leftarrow f_{ij} + t_{sd}.$$

Caso s e d estejam localizados em anéis de hierarquia inferior distintos, identificamos o super-nó de cada anel. Determinamos qual é o caminho mais curto (com menor número de saltos) entre os super-nós e, análogo ao caso de dois nós no mesmo anel, somamos a demanda entre s e d (t_{sd}) a f_{ij} de cada caminho óptico $\langle i, j \rangle$.

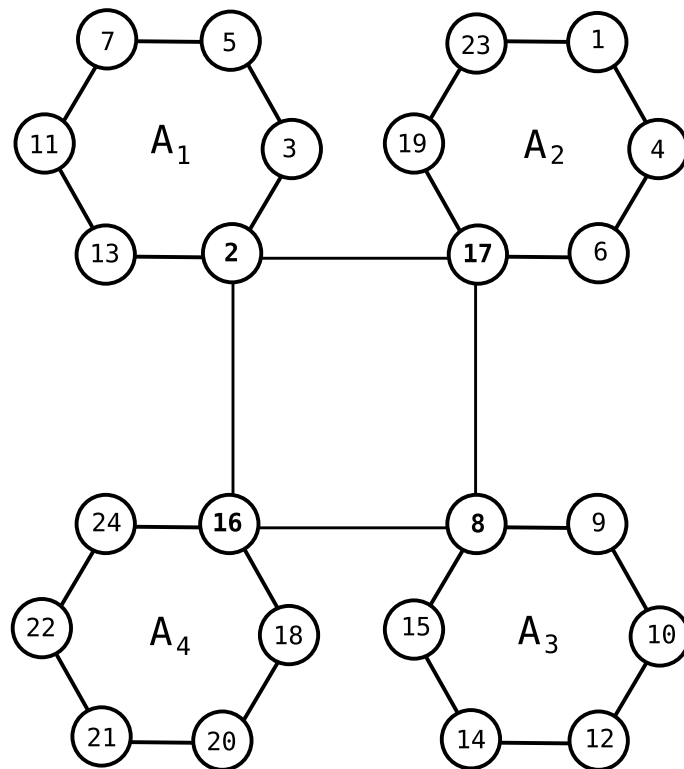


Figura 11: Arquitetura HRHS de 24 nós com 4 super-nós

Exemplo 3.1.2 A figura (12) mostra um percurso entre os nós 5 e 22 seguindo o método acima.

Os caminhos ópticos envolvidos são: $\langle 5, 3 \rangle$, $\langle 3, 2 \rangle$, $\langle 2, 16 \rangle$ (que é um enlace na hierarquia superior), $\langle 16, 24 \rangle$ e $\langle 24, 22 \rangle$. E, nestes caminhos ópticos será adicionado o valor da demanda de tráfego $t_{5, 22}$.

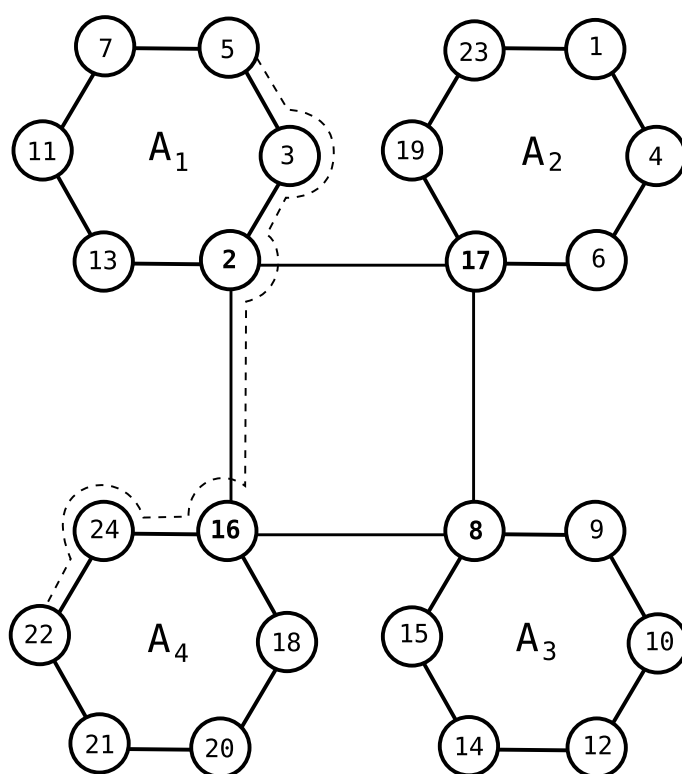


Figura 12: Roteamento entre os nós 5 e 22 seguindo a exigência de menor número de saltos

4 Metologia

Neste capítulo vamos descrever as definições e a teoria da estatística fundamentais para este trabalho.

4.1 Revisão da Distribuição Normal

Dizemos que uma variável aleatória X possui distribuição normal de média μ e desvio padrão σ (e denotamos $X \sim N(\mu, \sigma^2)$) se sua função de densidade de probabilidade for dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (4.1)$$

e, conseqüentemente, sua função de probabilidade acumulada é dada por:

$$F(x) = P[X \leq x] = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp \left[-\frac{(s - \mu)^2}{2\sigma^2} \right] ds \quad (4.2)$$

O caso especial $X \sim N(0, 1)$ é chamado de distribuição normal padrão. Neste caso, temos,

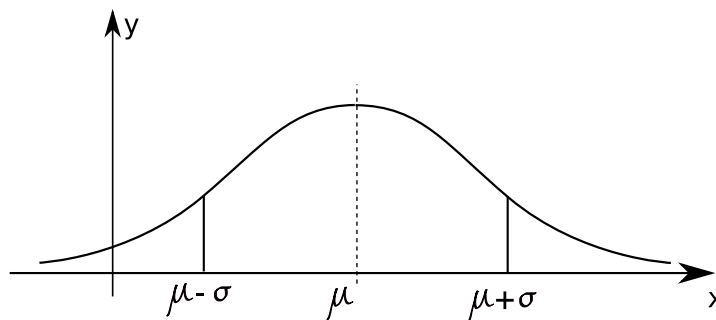


Figura 13: Gráfico da Distribuição Normal

$$f^*(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \quad (4.3)$$

e

$$F^*(x) = P[X \leq x] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{s^2}{2}\right) ds \quad (4.4)$$

A função F^* é crescente, logo admite função inversa desde que o contra-domínio seja restrito ao intervalo $[0, 1)$. Podemos, portanto, definir z_γ sendo o número dado por $F^*(z_\gamma) = \gamma$, ou seja, $z_\gamma = (F^*)^{-1}(\gamma)$.

Se $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ e Z é a variável aleatória dada por $Z = (X - \mu)/\sigma$ temos:

$$\begin{aligned} P[Z \leq z] &= P\left[\frac{X - \mu}{\sigma} \leq z\right] \\ &= P[X \leq \mu + z\sigma] \\ &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\mu+z\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{s - \mu}{\sigma}\right)^2\right] ds \quad (4.5) \\ &= \frac{\sigma}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp\left(-\frac{r^2}{2}\right) dr \\ &= F^*(z) \end{aligned}$$

Concluimos que $Z \sim N(0, 1)$ e facilmente também podemos concluir que $(X - \mu) \sim N(0, \sigma^2)$. Além disso, se $P[X \leq x] = \gamma$ e $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ então

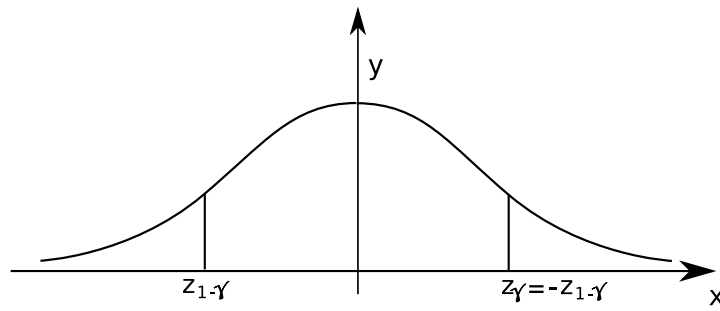


Figura 14: Normal Padrão.

$$\begin{aligned}
 P[X \leq x] = \gamma &\Leftrightarrow P\left[\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{x - \mu}{\sigma}\right] = \gamma \\
 &\Leftrightarrow P\left[Z \leq \frac{x - \mu}{\sigma}\right] = \gamma \\
 &\Leftrightarrow F^*\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) = \gamma \\
 &\Leftrightarrow \frac{x - \mu}{\sigma} = z_{\gamma} \\
 &\Leftrightarrow x - \mu = \sigma z_{\gamma} \\
 &\Leftrightarrow x = \mu + \sigma z_{\gamma}
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

Temos, portanto, a inversa da função F em função da inversa de F^* . Caso queira conhecer o valor de x tal que $P[X \leq x] = \gamma$ e é conhecido z_{γ} (dado por $(F^*)^{-1}(\gamma)$), basta tomar $x = \mu + z_{\gamma}\sigma$.

A função de densidade de probabilidade da distribuição normal satisfaz a seguinte condição: $f(x + \mu) = f(-x + \mu)$, isto é, f é simétrica em relação à reta vertical $x = \mu$. Isto nos permite afirmar que:

- $P[Z \leq 0] = 0,5$ (equivalentemente $P[X \leq \mu] = 0,5$),
- $P[Z \leq z_{\gamma}] = P[Z \geq z_{(1-\gamma)}] = \gamma$,
- Se $\alpha = 1 - \gamma$ então $z_{\alpha} = -z_{\gamma}$,

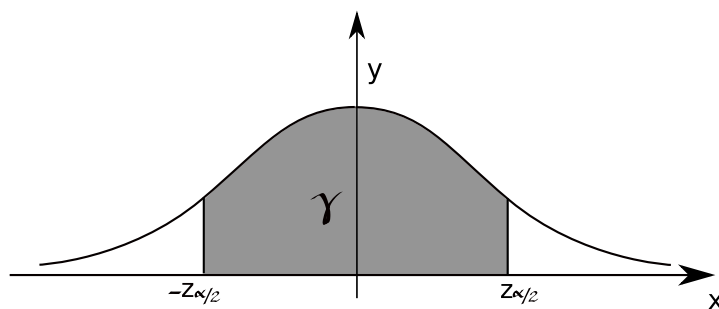


Figura 15: Normal Padrão.

- $P[|Z| \leq z_{\alpha/2}] = 1 - \alpha = \gamma$.

4.2 Teorema Central do Limite

Para formalizar o cálculo de tamanho de amostra para estimação de média, precisamos ao menos enunciar um caso particular do Teorema Central do Limite.

Teorema 4.2.1 *Se X_1, X_2, \dots, X_n é uma sequência de n variáveis aleatórias independentes, identicamente distribuídas. Se $E(X_i) = \mu$ (a esperança de X_i é igual a μ), $V(X_i) = \sigma^2$ (a variância de X_i é igual a σ^2) e se $Y_n = \sum_{i=1}^n X_i$ então*

$$Z_n = \frac{Y_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \quad (4.7)$$

tende à distribuição $N(0, 1)$ quando n tende ao infinito.

Tomando $\bar{X} = Y_n/n$, isto é, tomando \bar{X} sendo a média das variáveis aleatórias X_i , com $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, podemos reescrever Z_n da seguinte forma:

$$Z_n = \frac{(\bar{X} - \mu)\sqrt{n}}{\sigma}. \quad (4.8)$$

Isto implica que $\frac{(\bar{X} - \mu)\sqrt{n}}{\sigma}$ se aproxima da distribuição $N(0, 1)$. Equivalentemente, podemos afirmar que

$$\bar{X} - \mu \sim N\left(0, \frac{\sigma^2}{n}\right) \quad (4.9)$$

quando quando $n \rightarrow \infty$.

4.3 Cálculo de Tamanho de Amostra

A teoria desta seção considera que a população é de tamanho infinito, normalmente utilizado em casos de populações gigantescas.

Observado que os dados a serem analisados são próximos da distribuição normal, os parâmetros necessários são a média e o desvio padrão. Temos que determinar o tamanho da amostra que garanta o valor destes parâmetros, mais especificamente:

Deseja-se encontrar o tamanho da amostra n tal que

$$P(|\bar{X} - \mu| \leq \varepsilon) \geq \gamma. \quad (4.10)$$

sendo \bar{X} a média amostral, $0 \leq \gamma \leq 1$ o maior possível (por exemplo: $\gamma = 0,99$) e ε o erro máximo tolerável.

Equivalentemente, se $\alpha = 1 - \gamma$ então desigualdade acima pode ser reescrita

$$P(|\bar{X} - \mu| \leq \varepsilon) \geq 1 - \alpha. \quad (4.11)$$

Podemos considerar uma amostra de tamanho n como uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas e segundo o Teorema Central do Limite, $(\bar{X} - \mu) \sim N(0, \sigma^2/n)$ e tomando $Z = (\bar{X} - \mu)\sqrt{n}/\sigma$, a equação 4.11 pode ser escrita da seguinte forma:

$$P\left(\frac{-\varepsilon\sqrt{n}}{\sigma} \leq Z \leq \frac{\varepsilon\sqrt{n}}{\sigma}\right) \geq 1 - \alpha \quad (4.12)$$

Conseqüentemente $Z \sim N(0, 1)$. Conforme foi comentado na seção anterior, se

$$P\left(\frac{-\varepsilon\sqrt{n}}{\sigma} \leq Z \leq \frac{\varepsilon\sqrt{n}}{\sigma}\right) = 1 - \alpha \quad (4.13)$$

e $P[|Z| \leq z_{\alpha/2}] = 1 - \alpha$, então

$$\frac{-\varepsilon\sqrt{n}}{\sigma} = z_{\alpha/2} \quad (4.14)$$

concluindo a equação que determina o tamanho mínimo da amostra para estimar

média é

$$n = \left(\frac{\sigma z_{\alpha/2}}{\varepsilon} \right)^2. \quad (4.15)$$

Exemplo 4.3.1 *Suponha que há o interesse em encontrar o tamanho da amostra que garanta que a média amostral esteja próximo da média populacional a menos de 1 unidade com probabilidade de 98% de uma coleção de dados cujo desvio padrão é igual a 5 unidades. Temos então que $\varepsilon = 1$ e $\gamma = 0,98$, conseqüentemente $\alpha/2 = 0,01$ e $z_{0,01} = -2,3263$ e vamos ter uma amostra com (pelo menos) $n = \left\lceil \left(\frac{5 \times 2,3263}{1} \right)^2 \right\rceil = 136$ elementos.*

Geralmente não é conhecido o desvio padrão da população (σ) e a escolha do erro amostral (ε) deve levar em consideração a amplitude dos valores estudados. Para contornar estes fatos utiliza-se inicialmente uma amostra inicial (também conhecida como amostra piloto) de tamanho $n_0 \geq 30$ e desta amostra calculamos a média ($\bar{\mu}_0$) e o desvio padrão ($\bar{\sigma}_0$). O desvio padrão encontrado será utilizado na fórmula de cálculo de tamanho de amostra e com a média vamos determinar o erro amostral tomando $\varepsilon = d \bar{\mu}_0$ para $d > 0$ “bem pequeno”. De tal modo chegamos na seguinte formula:

$$n = \left(\frac{\bar{\sigma}_0}{z_{\alpha/2} d \bar{\mu}_0} \right)^2. \quad (4.16)$$

Esta teoria é exclusiva para estimação da média populacional, e não do desvio padrão. Porém, no capítulo de resultados vamos observar nos gráficos de convergência que, para nosso caso, o tamanho de amostra determinado pela fórmula (4.16) também determina uma estimação para o desvio padrão com aproximação satisfatória.

Uma vez que a amostra possui média e desvio padrão amostral são próximos da média e do desvio padrão populacional, espera-se que o mínimo da amostra pertença ao um pequeno grupo dos menores valores da distribuição.

5 *Resultados*

Para o específico caso de uma rede HSHR de 9 nós há apenas a opção de 3 super-nós e temos $9! = 362.880$ topologias possíveis nesta configuração. Esta quantidade permite realizar estudos exaustivos englobando todas topologias para determinar o congestionamento mínimo.

Qualquer nó a mais torna impraticável estudar todas topologias, pois o aumento no número de nós da rede implica no crescimento fatorial da população das topologias e também em um grande aumento do custo computacional para o cálculo do congestionamento em cada topologia.

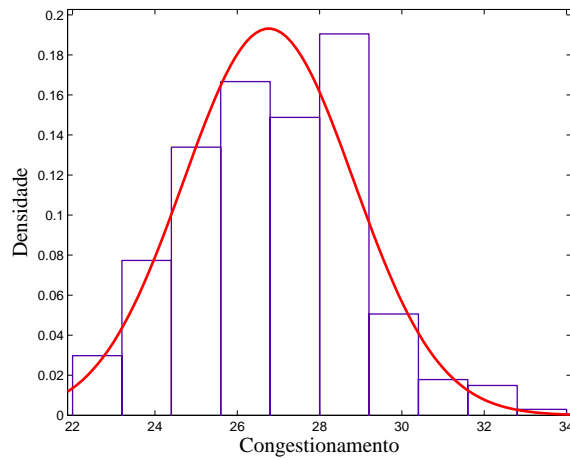
Vamos realizar a apresentação da primeira parte da metodologia com base nesta rede de 9 nós fixando uma matriz de demanda com diagonal nula, pois estamos supondo que não há demanda de nó para ele mesmo, e o valores das demais coordenadas uniformemente distribuídas entre os elementos de $\{1, 2, 4\}$. O algoritmo utilizado, além de calcular os congestionamentos das topologias, guarda a melhor topologia encontrada.

Posteriormente vamos apresentar a análise para redes maiores, mais especificamente redes HSHR com 24, 60 e 120 nós.

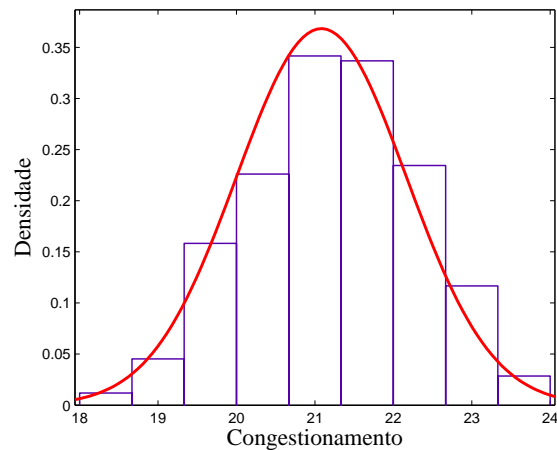
Em geral o congestionamento máximo ocorre na hierarquia superior uma vez que, neste anel, além da comunicação entre os super-nós, passa o tráfego entre os anéis de hierarquia inferior. Por isso, fixamos em observar apenas este anel.

5.1 Rede HSHR de 9 nós

A primeira análise é observar a distribuição dos congestionamentos calculados. Nota-se uma distribuição próxima da distribuição normal nas duas hierarquias.



(a)



(b)

Figura 16: (a) Distribuição do congestionamento no anel superior.(b) Distribuição da média dos congestionamento nos anéis inferiores.

Para a hierarquia superior obtemos o congestionamento mínimo é igual a 22 unidades de tráfego, a média é igual a 26,7643 unidades de tráfego e o desvio padrão é igual a 2,0654. Tomando $\gamma = 0,99$ e $d = 0,005$ (isto é, deseja-se que a variação entre as médias populacional e amostral seja relativamente inferior a duzentos avos), o cálculo para o tamanho da amostra resulta 1.290, que é uma parcela ínfima da população (mais de 360 mil topologias). Para verificar que este número descreve uma boa aproximação da distribuição da população, geramos 500 amostras de 1.290 elementos e calculamos a média e o desvio padrão das médias amostrais, dos desvios

padrões amostrais e dos mínimos amostrais. A tabela (1) demonstra tudo isso.

Estatísticas	Populacional	Média de 500 amostras	Desvio Padrão 500 amostras
Media	26,7643	26,7617	0,0567
Desvio Padrão	2,0654	2,0677	0,0396
Minimo	22,0000	22,0060	0,0773

Tabela 1: Congestionamento na hierarquia superior da rede de 9 nós

Conseguimos precisão de duas casas decimais nas 3 estatísticas. Entre estas informações, o mínimo da distribuição é a mais interessante para nosso trabalho. Das 500 amostras com 1290 topologias, 495 alcançaram o mínimo global. As outras 5 amostras encontraram possuem mínimo igual a 23. Portanto, para esta arquitetura de redes dispensa-se qualquer heurística ou meta-heurística.

Outro estudo interessante é a convergência destas estatísticas em função do tamanho da amostra. Para gerar o próximo gráfico geramos amostras cada vez maiores e calculamos as médias, os desvios padrões e os mínimos. A convergência da média, do desvio padrão e do mínimo para este caso é extremamente rápida conforme figura (5.1) e dispensa discussões mais rigorosas.

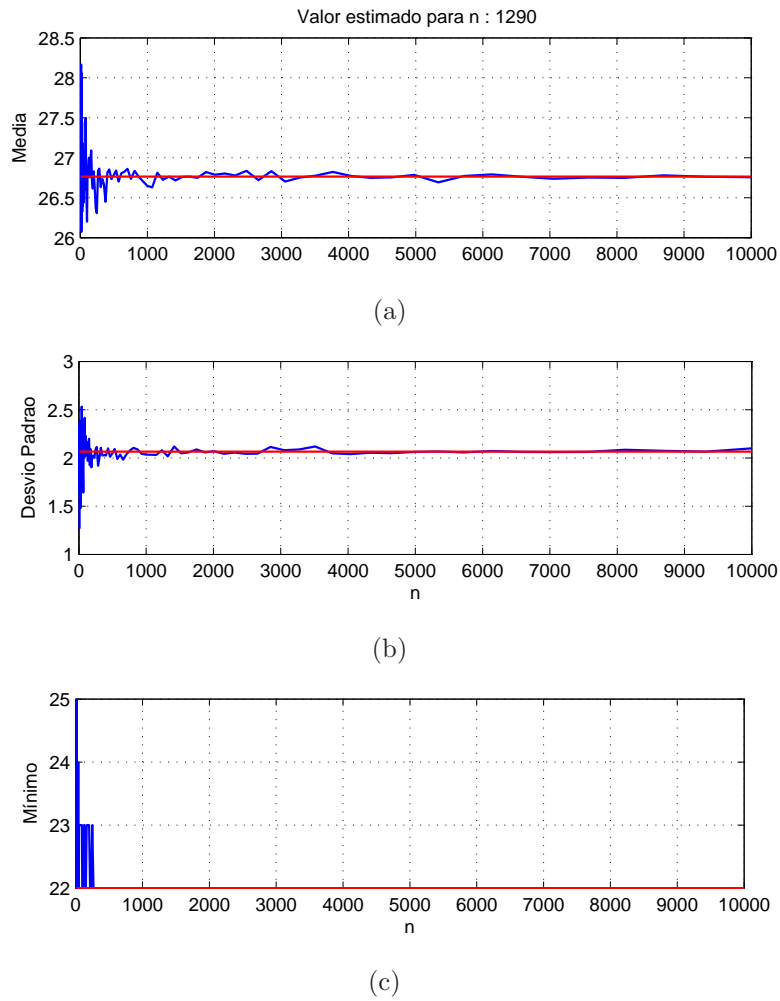


Figura 17: Rede de 9 nós - Convergência em função do tamanho de amostra. (a) média amostral, (b) desvio padrão amostral e (c) mínimo amostral.

5.2 Anéis Hierárquicos de Outras Configurações

Primeiramente fixamos o número de nós da rede e uma matriz de demanda de tráfego. Defina N sendo o número de nós da rede e T a matriz $N \times N$ de demanda de tráfego cujas coordenadas t_{sd} recebem valores de um vetor de coordenadas inteiras V se $i \neq j$ e zero caso contrario.

Por simplicidade, estamos considerando que todos anéis de hierarquia inferior possuem o mesmo número de nós. Para número de nós, 24, 60 e 120, escolhemos alguns possíveis tamanhos de anéis de hierarquia 1 para realizar nossa análise, por exemplo, para o caso de 24 nós, vamos analisar redes com 3, 4, 6 e 8 super-nós.

A matriz de demanda de tráfego escolhida possui os valores das coordenadas uniformemente distribuídas de $\{1, 2, 4\}$. Também realizamos o mesmo experimento para uma matriz de demanda de tráfego cujas coordenadas estão uniformemente distribuída entre os valores de $\{1, 1, 2, 2, 2, 16\}$, como os resultados foram análogos, omitimos sua discussão.

Para cada par nó & Super-nó realizamos o mesmo procedimento que foi feito com o caso da rede HSHR de 9 nós, com pequenas adaptações:

Geramos aleatoriamente uma coleção de 100.000 topologias, calculamos os congestionamentos da cada uma. Geramos também um histograma para verificar se a distribuição amostral se mantém semelhante à distribuição normal. O resultado foi positivo, exceto em alguns casos que houve uma leve assimetria à esquerda. Tal assimetria não atrapalha nossos estudos, conforme será discutido mais a frente.

Calculamos o tamanho da amostra para estimação da média. Fixamos que o mínimo do tamanho da amostra seja igual a 1.000 topologias para aumentar a precisão uma vez o processamento de 1.000 é extremamente rápido.

Construímos uma tabela com a média e o desvio padrão normalizado das médias amostrais, desvios amostrais e mínimos amostrais referente a 500 amostras, além disso, a tabela consta o menor congestionamento encontrado nas 500 amostras e a distância, em quantidades de desvios padrões, da média do mínimo até média amostral.

Geramos os gráficos de convergência da média amostral, desvio padrão amostral e mínimo amostral para demonstrar a eficiência do método e a velocidade de convergência.

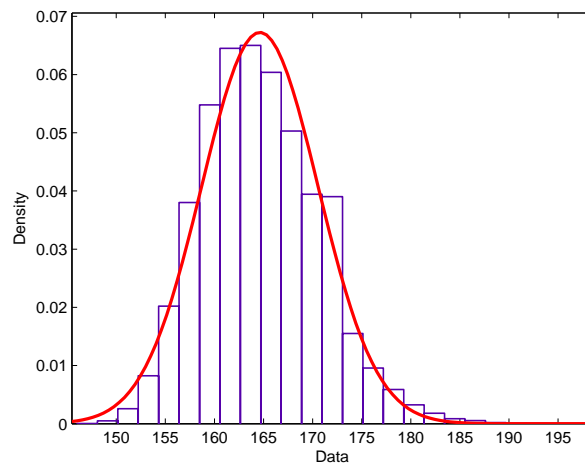
Nos 3 tamanhos de redes verificamos que o comportamento dos resultados se mantem, e destacamos:

- A média e o desvio padrão convergem de forma extremamente rápida. Com amostras relativamente pequenas, alcançamos ínfima variação destas estatísticas.
- O mínimo amostral converge de forma mais lenta, porém o mínimo entre as 100.000 topologias é encontrado com menos de 10.000 topologias analisadas.
- Alcançamos a menor média e, conseqüentemente, o menor mínimo no conges-

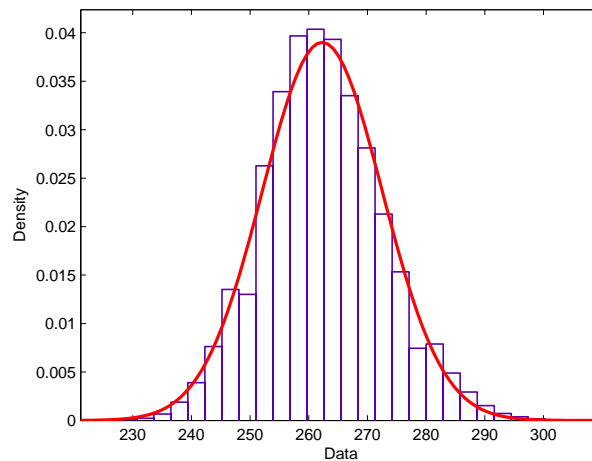
tionamento no anel de hierarquia superior para o caso de 3 super nós nos 3 tamanhos de redes. O pior caso, ou seja, a maior média e o menor mínimo no anel de hierarquia superior e encontrado no caso de 4 super nós e tais estatísticas reduzem gradativamente quando aumentamos o número de super nós. Foi observado no artigo (MAIOLI et al., 2005) e na dissertação de mestrado do Engenheiro Luiz Bueno Pereira, que foi aluno do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFES, que o congestionamento menor estava sendo alcançado no caso de 3 super-nós quando foi implementado a meta-heurística Algoritmos Genéticos. Ficou dúvidas se foi um caso particular da adoção desta meta-heurística. Agora podemos concluir a validade desta afirmação.

5.2.1 Anéis com 24 nós

Para o caso de redes com 24 nós houve, como era esperado, distribuição aproximadamente normal. Os histogramas normalizados das redes 24 nós e 3, 4, 6 e 8 super-nós são dados pela figura 5.3 e 5.2.1.



(a)



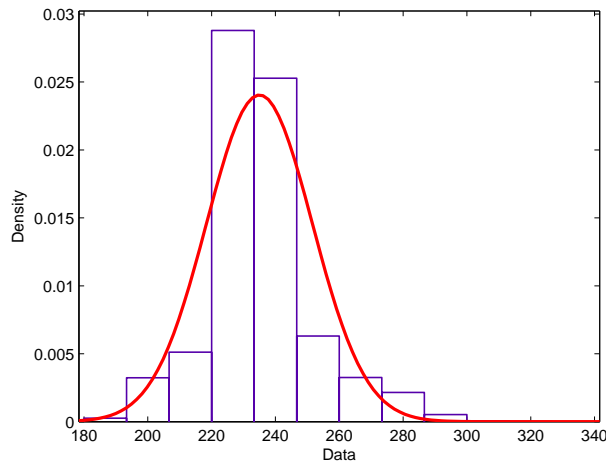
(b)

Figura 18: histogramas normalizados e aproximação por uma distribuição normal.

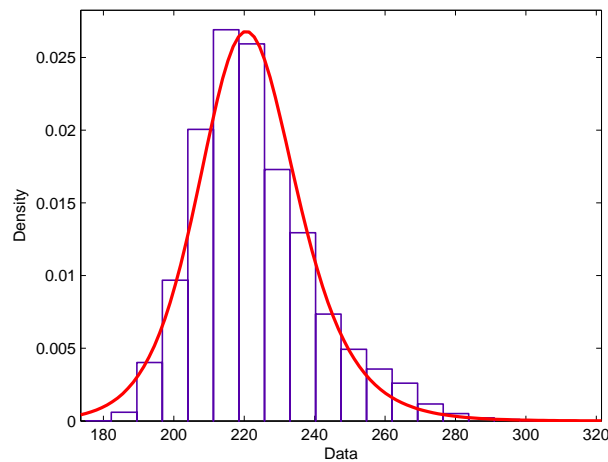
Rede de 24 nós: (a) Com 3 super-nós, (b) Com 4 super-nós

A tabela abaixo apresenta os resultados dos testes para referente ao congestionamento de tráfego no anel de hierarquia superior de uma de rede HSHR de 24 nós, cuja matriz de demanda de tráfego possui seus elementos (fora da diagonal) uniformemente distribuídos entre estes: $\{1, 2, 4\}$.

Para gerar a tabela (2) geramos 500 amostras do tamanho indicado na segunda coluna. Calculamos a média das seguintes estatísticas, média amostral, desvio padrão amostral e mínimo amostral destas 500 amostras. Calculamos também o



(a)



(b)

Figura 19: histogramas normalizados e aproximação por uma distribuição normal.
 Rede de 24 nós: (a) Com 6 super-nós, (b) Com 8 super-nós.

Super Nós	Tamanho Amostra	Média Média	Média Des. Pad.	Média Mínimo	Desvio Média	Desvio Des. Pad.	Desvio Mínimo	Menor Mínimo	Dist.
3	1760	164,6	5,933	149,6	0,024	0,018	0,163	147	2,971
4	2060	262,3	10,230	230,4	0,022	0,016	0,277	223	3,844
6	6760	235,0	16,610	186,7	0,012	0,012	0,120	182	3,190
8	8090	223,0	17,230	182,6	0,011	0,009	0,104	178	2,611

Tabela 2: Congestionamento na hierarquia superior - Rede 24 nós HSHR

desvio padrão normalizado e verificamos que pouco oscilou tais estatísticas. Como o objetivo do VTD proposto é encontrar a topologia que minimize o congestionamento, colocamos na nona coluna o menor mínimo amostral encontrado. Por fim,

na última coluna, calculamos o número de desvios padrões que distam da média dos mínimos até a média das médias amostrais (que é praticamente a média populacional). Supondo que os congestionamentos se distribuem próximos da distribuição normal, então podemos determinar o tão quanto é seleta a solução encontrada. Especificamente para o caso desta tabela, obtemos:

Para o caso de 3 super-nós, $\text{Dist} = 2,971$ desvios padrões. Como $f^*(-2,971) = 0,0015$. Afirmamos, portanto, que a gerando 1760 amostras aleatórias, a melhor destas, possivelmente pertença ao grupo das 0,15% melhores soluções. Para o caso de 4,6 e 8 super nós obtemos, analogamente, $f^*(-3,844) = 0,00006$, $f^*(-3,190) = 0,00007$ e $f^*(-2,611) = 0,0154$. Portanto, o pior caso obteve uma solução que pertence ao conjunto das 1,6% melhores soluções que é um resultado extremamente interessante.

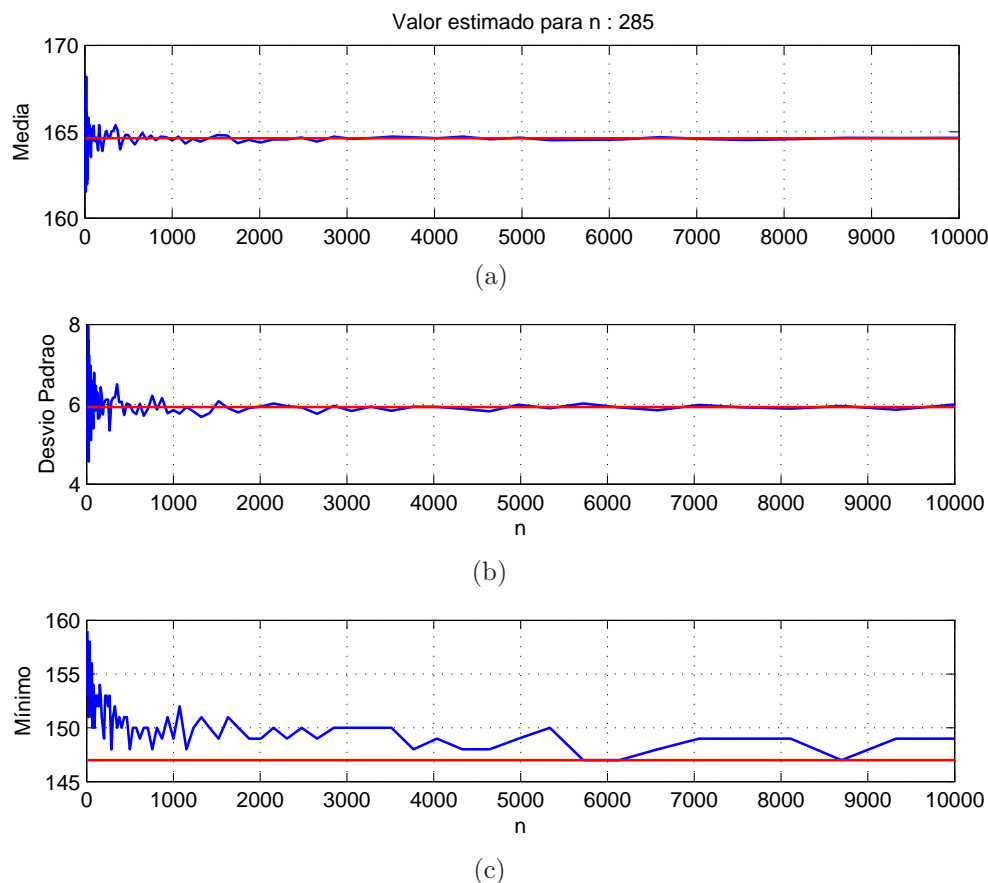


Figura 20: Convergência das estatísticas para rede 24 nós e 3 super-nós.

A figura 5.2.1 representa a análise experimental da convergência da média, desvio padrão e mínimo da rede HSHR de 24 nós e 3 super-nós. A velocidade de con-

vergência da média e do desvio padrão é extremamente rápida. Apesar do mínimo convergir com menor rapidez, o menor congestionamento encontrado, ou até mesmo, a média dos mínimos são ótimos resultados conforme foi comentado e observado na tabela 2. Para os demais casos (para outras quantidades de super-nós) houve o mesmo comportamento.

5.2.2 Anéis com 60 nós

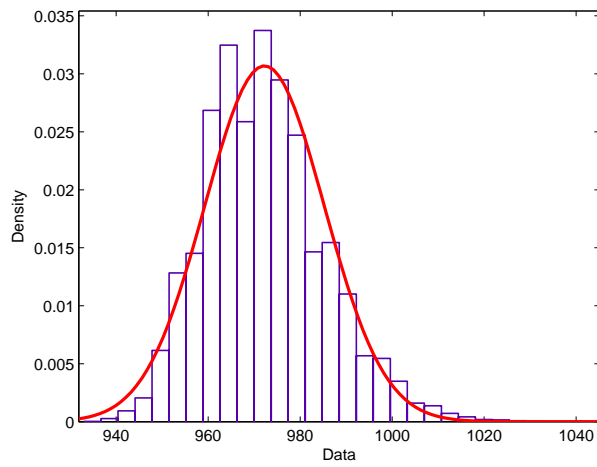
A tabela abaixo apresenta os resultados dos testes para referente ao congestionamento de tráfego no anel de hierarquia superior de uma de rede HSHR de 60 nós, cuja matriz de demanda de tráfego possui seus elementos (fora da diagonal) uniformemente distribuídos entre estes: $\{1, 2, 4\}$.

Super Nós	Tamanho Amostra	Média Média	Média Des. Pad.	Média Mínimo	Desvio Média	Desvio Des. Pad.	Desvio Mínimo	Menor Mínimo	Dist.
3	1000	972,2	13,000	939,6	0,032	0,025	0,186	933	3,018
4	1000	1606,0	21,700	1537	0,030	0,022	0,410	1496	5,059
6	6390	1444,0	99,080	1173	0,012	0,013	0,032	1166	2,808
10	5520	1308,0	83,430	1113	0,013	0,011	0,050	1107	2,406
12	5170	1279,0	78,970	1114	0,013	0,011	0,069	1099	2,285
15	6030	1235,0	82,360	1069	0,014	0,009	0,042	1063	2,088
20	4370	1232,0	69,910	1093	0,014	0,011	0,054	1086	2,085

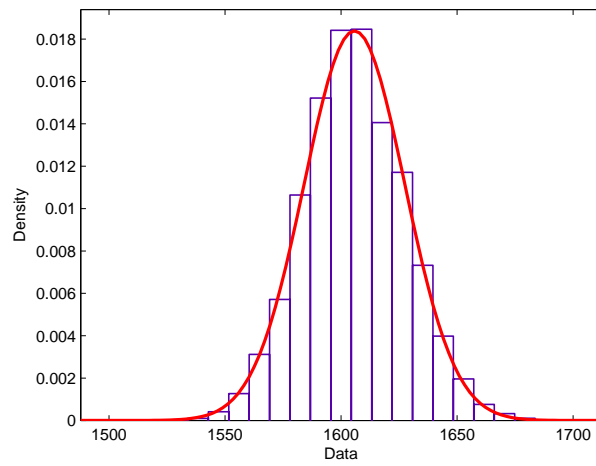
Tabela 3: Congestionamento na hierarquia superior - Rede 60 nós HSHR

Para gerar a tabela (3) utilizamos o mesmo procedimento explicado na seção anterior. Ainda verificamos que pouco oscilou tais estatísticas. Como o objetivo do VTD proposto é encontrar a topologia que minimize o congestionamento, colocamos na nona coluna menor mínimo amostral encontrado. Por fim calculamos o número de desvios padrões que distam da média dos mínimos até a média das médias amostrais. Supondo que os congestionamentos se distribuem próximos da distribuição normal, então podemos determinar o tão quanto é seletivo a solução encontrada. Especificamente para o caso desta tabela, obtemos:

A menor distância é encontrada no caso de 20 super-nós, a saber, Dist=2,085. Neste caso afirmamos que, ao gerarmos 4.370 topologias, ao menos uma delas está entre as 1,8% melhores soluções. Demais configurações possuem resultados ainda melhores conforme tabela (3). Quanto maior o valor da última coluna, melhor é o resultado.



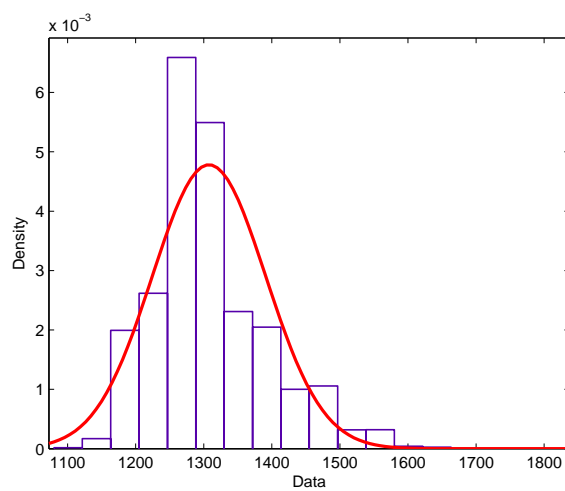
(a)



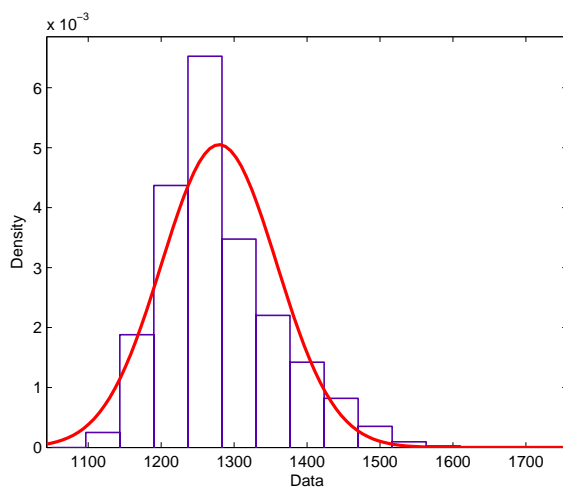
(b)

Figura 21: histogramas normalizados e aproximação por uma distribuição normal.

Rede de 60 nós: (a) Com 3 super-nós, (b) Com 4 super-nós



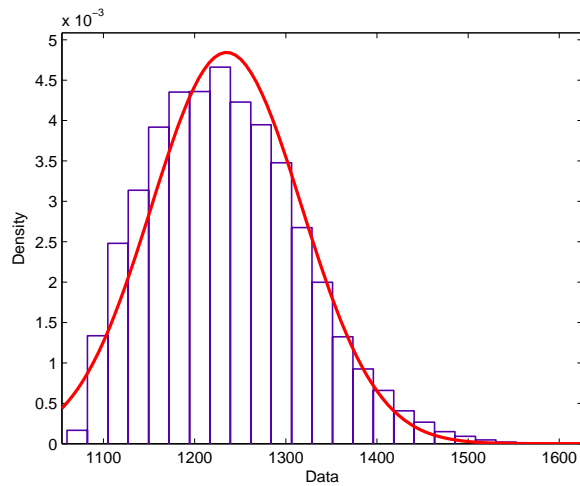
(a)



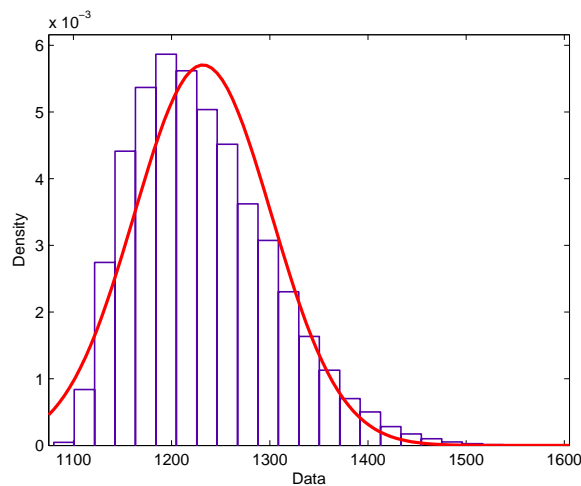
(b)

Figura 22: histogramas normalizados e aproximação por uma distribuição normal.

Rede de 60 nós: (a) Com 10 super-nós, (b) Com 12 super-nós.



(a)



(b)

Figura 23: histogramas normalizados e aproximação por uma distribuição normal.

Rede de 60 nós: (a) Com 15 super-nós, (b) Com 20 super-nós.

Os histogramas normalizados das redes 60 nós e 3, 4, 10, 12, 15 e 20 super-nós são dados pelas figuras 5.2.2, 5.2.2 e 5.2.2.

A figura 5.2.3 representa a análise experimental da convergência da média, desvio padrão e mínimo da rede HSHR de 60 nós e 10 super-nós. A velocidade de convergência da média e do desvio padrão é extremamente rápida. Apesar do mínimo convergir com menor rapidez, o resultado encontrado ainda é muito bom conforme foi comentado e observado na tabela 3. Para as demais configurações houve o mesmo

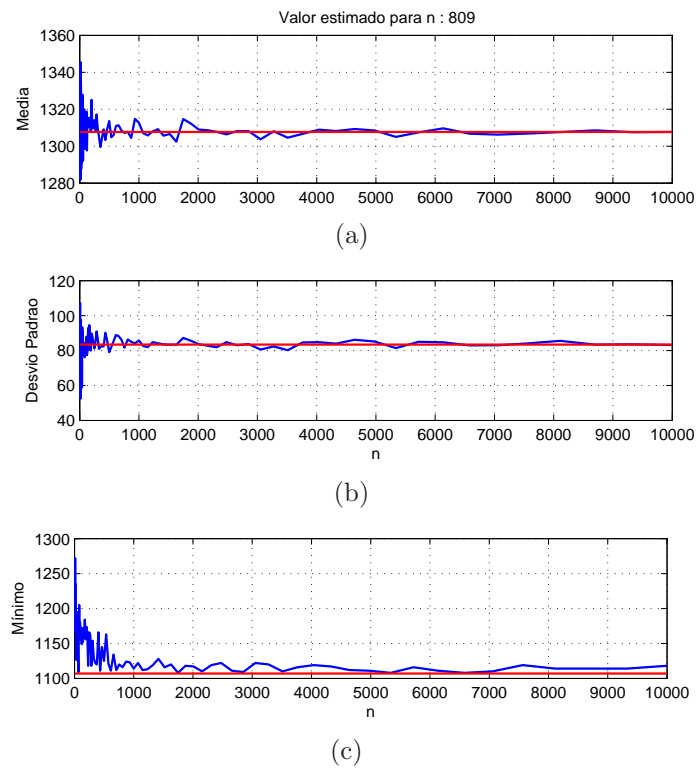


Figura 24: Convergência das estatísticas para rede 60 nós e 10 super-nós.

comportamento.

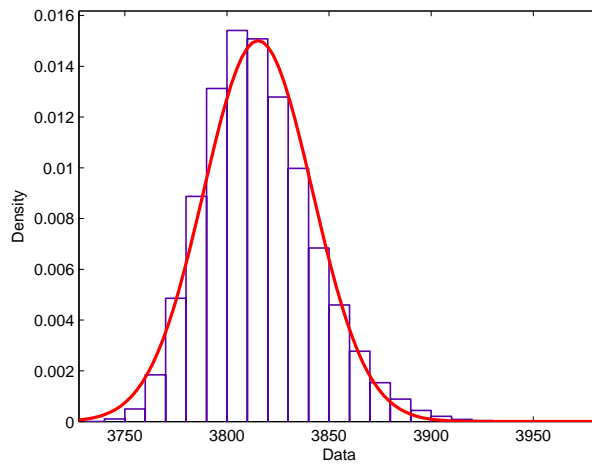
5.2.3 Anéis com 120 nós

Todo estudo feito nas redes de 120 nós são análogos ao estudo feito nas redes de 24 e 60 nós. Os resultados encontrados são dados pela tabela (4) e pelos histogramas e gráficos de convergência a seguir.

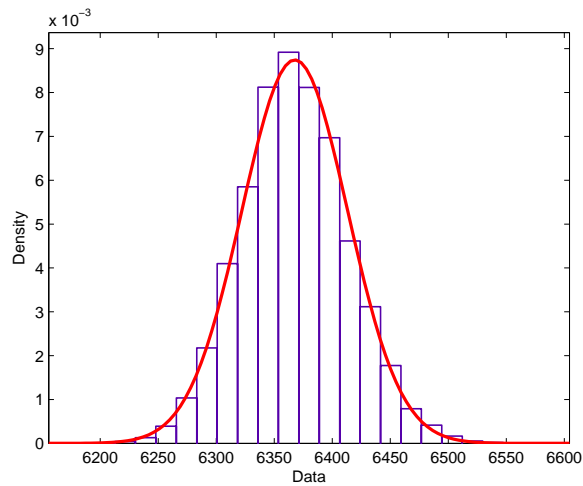
Super Nós	Tamanho Amostra	Média Média	Média Des. Pad.	Média Mínimo	Desvio Média	Desvio Des. Pad.	Desvio Mínimo	Menor Mínimo	Dist.
3	1000	3815	26,6	3748	0,030	0,025	0,185	3736	2,983
4	1000	6368	45,6	6224	0,033	0,024	0,347	6168	4,381
6	5910	5715	377,2	4684	0,013	0,015	0,018	4674	2,759
10	5700	5194	336,8	4416	0,012	0,011	0,030	4400	2,358
12	5650	5095	328,6	4446	0,014	0,011	0,030	4426	2,035
15	6380	4869	334,0	4234	0,013	0,009	0,015	4228	1,920
20	4020	4856	264,1	4347	0,016	0,012	0,044	4325	2,012
24	3420	4789	240,3	4331	0,017	0,013	0,045	4307	2,004
30	2900	4734	218,7	4314	0,019	0,013	0,051	4289	2,033
40	2410	4682	197,1	4302	0,021	0,015	0,054	4278	2,047

Tabela 4: Congestionamento na hierarquia superior - Rede 120 nós HSHR

Podemos observar que, para o caso de redes de 120 nós ocorreu leve assimetria do histograma para esquerda. Nestes casos foi onde ocorreu menor distância entre o mínimo e a média, isto faz com que a classificação de qual grupo dos menores resultados de congestionamento fique super-estimada.



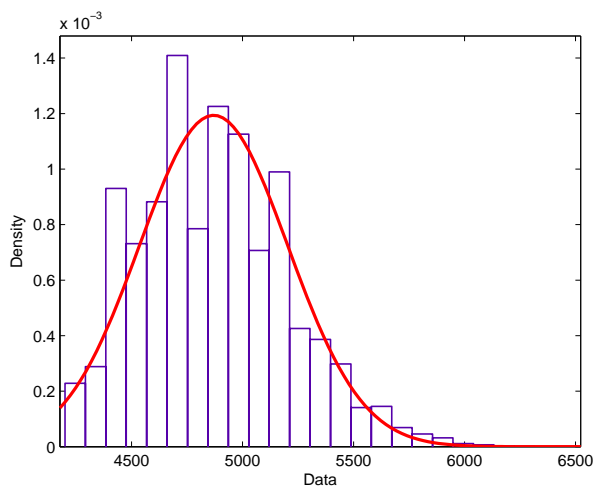
(a)



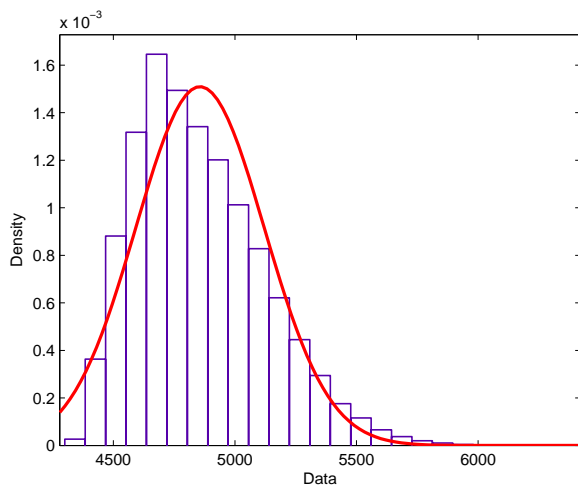
(b)

Figura 25: histogramas normalizados e aproximação por uma distribuição normal.

Rede de 120 nós: (a) Com 3 super-nós, (b) Com 4 super-nós.



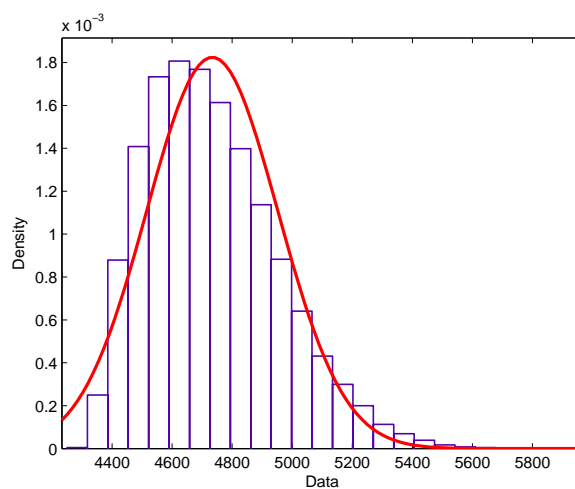
(a)



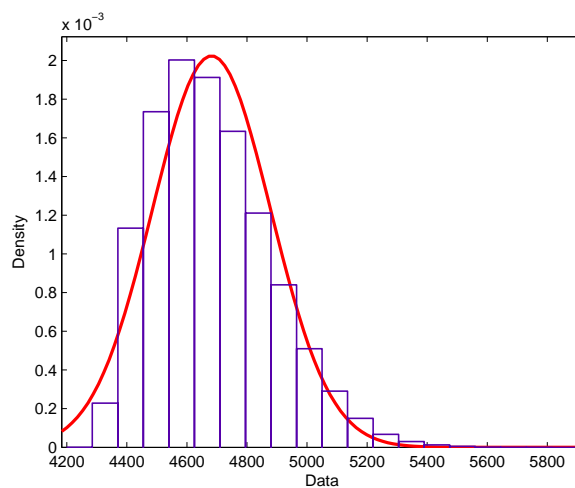
(b)

Figura 26: histogramas normalizados e aproximação por uma distribuição normal.

Rede de 120 nós: (a) Com 15 super-nós, (b) Com 20 super-nós.



(a)



(b)

Figura 27: histogramas normalizados e aproximação por uma distribuição normal.

Rede de 120 nós: (a) Com 30 super-nós, (b) Com 40 super-nós.

Novamente houve rápida convergência nas três estatísticas.

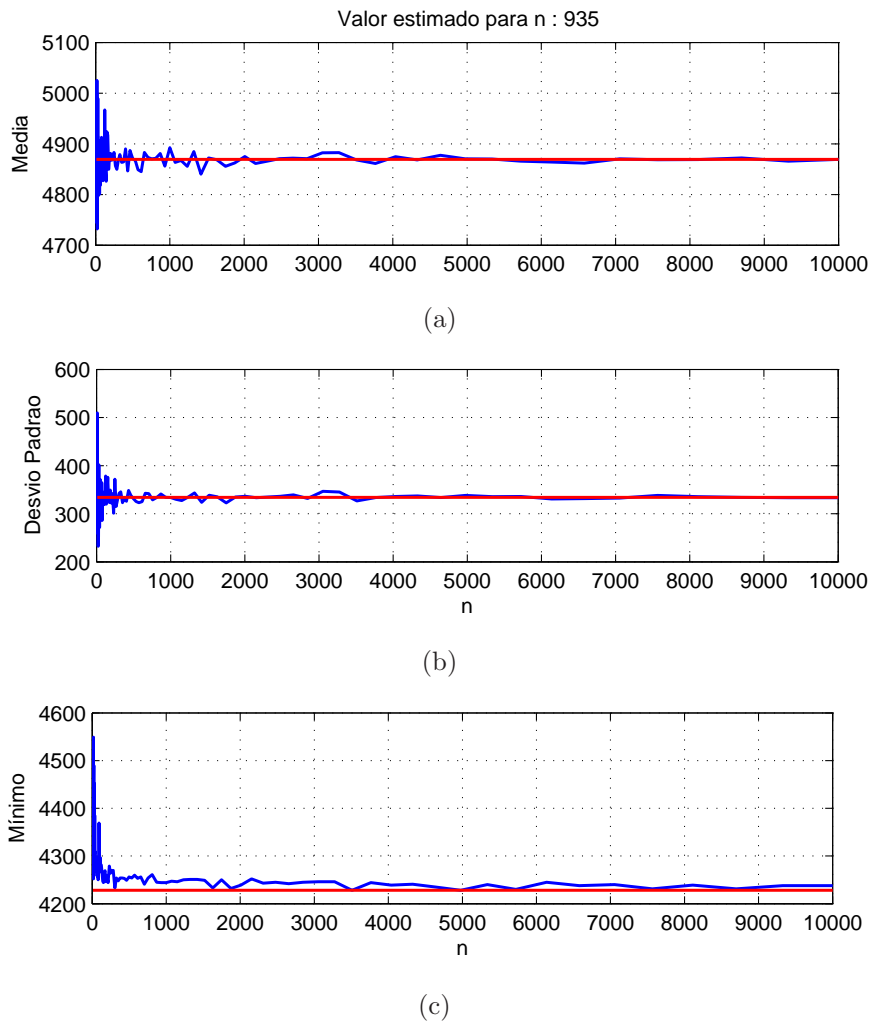
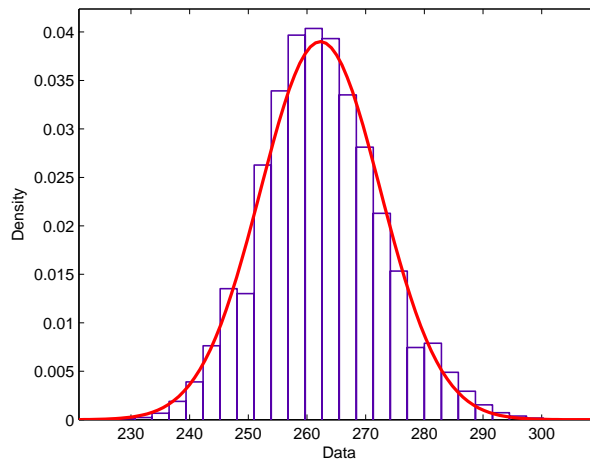


Figura 28: Convergência das estatísticas para rede 120 nós e 15 super-nós.

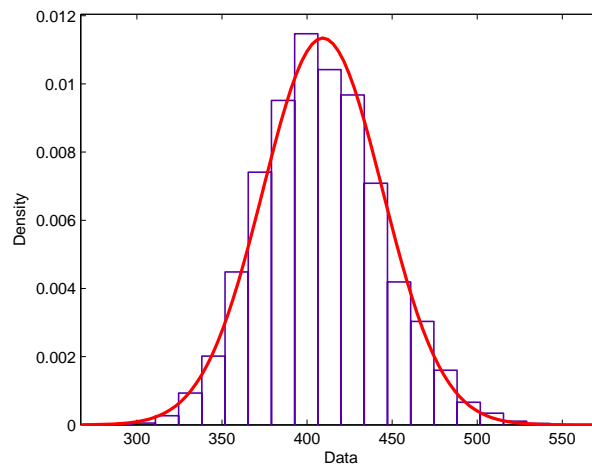
5.3 Comparação com Outra matriz de Demanda

Realizamos os testes para o caso de uma matriz com maior variação nos coeficientes. Escolhemos matrizes com os valores dos coeficientes distribuídos uniformemente entre os seguintes $\{1, 1, 2, 2, 2, 16\}$. Todo experimento chegou a valores e gráficos seguinte o mesmo comportamento e mesma faticidade de encontrar uma boa topologia.

Nesta seção vamos apenas fazer uma comparação com os histogramas para o caso 24 nós e 4 super-nós e mostrar o gráfico de convergência de estatísticas.



(a)



(b)

Figura 29: histogramas normalizados e aproximação por uma distribuição normal. Rede de 24 nós e 4 super-nós: (a) matriz $\{1, 2, 4\}$, (b) matriz $\{1, 1, 2, 2, 2, 16\}$

5.4 Heurística Proposta

Os algoritmos utilizados em nossa análise e a metodologia adotada sugerem a implementação de uma heurística para determinação de uma boa topologia virtual.

O algoritmo consiste em apenas ficar tomando amostras cada vez maior até que uma topologia virtual muito boa seja encontrada ou até que o número máximo de análises seja alcançado.

Uma vez encontrado um resultado pequeno, a probabilidade de encontrar um

resultado ainda menor aumenta, isto sugere que será necessário tomar uma amostra maior do que a amostra anterior para ultrapassar o limite dado pelo último resultado. No algoritmo foi imposto que o menor tamanho para uma amostrar é de 1.000 elementos, pois calcular o congestionamento de tráfego de 1.000 topologias é razoavelmente rápido.

1. Defina:

- (a) A precisão da análise γ (por exemplo 95%);
- (b) $\alpha = 1 - \gamma$;
- (c) O comprimento do erro amostral d (tal que $\varepsilon = d\mu$, por exemplo $d = 0,005$);
- (d) O número máximo de topologias a serem analisadas M ;

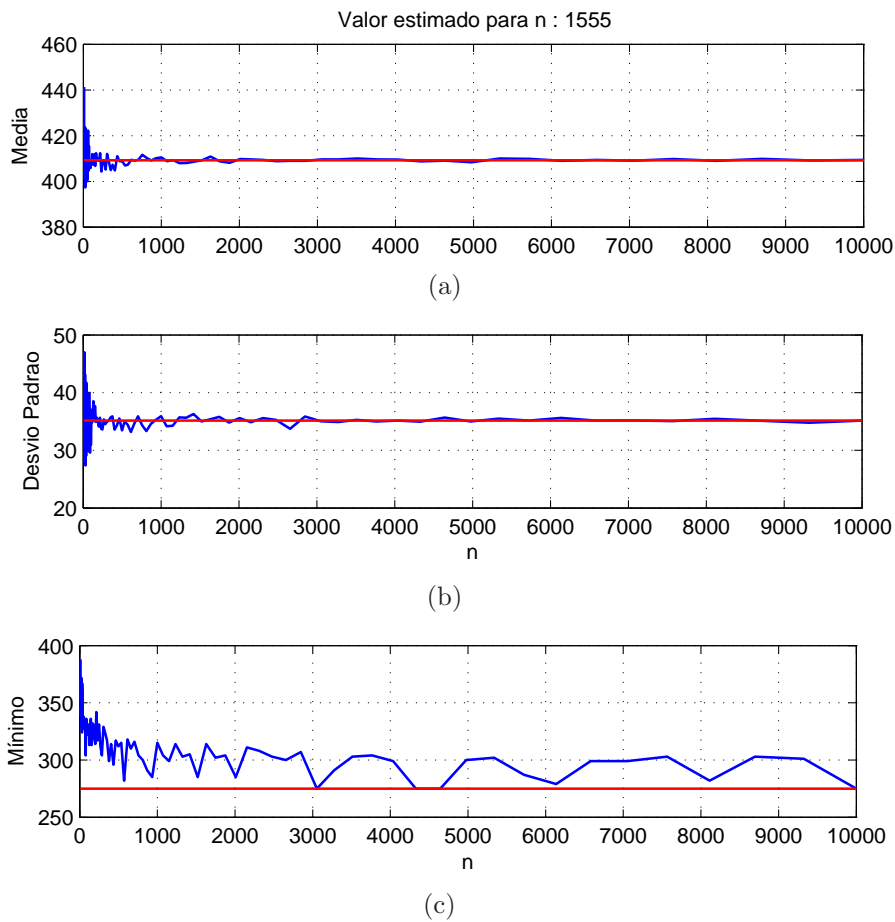


Figura 30: Convergência das estatísticas para rede 24 nós e 4 super-nós com a nova matriz de demanda de tráfego.

- (e) $n_0 = 100$;
- (f) $j = 1$;
2. Enquanto $n_0 + n_1 + \dots + n_j < M$ faça:
- (a) Gere aleatoriamente uma amostra de n_{j-1} topologias, calcule os congestionamentos e guarde a melhor topologia entre todas e defina C_j sendo o congestionamento da melhor topologia até o momento.
- (b) Calcule a distância do melhor congestionamento C_j com a média em números de desvios padrões e a denote por D_j .
- (c) Se $j > 2$ e $D_j > 2,326$ e $C_j < C_{j-1}$ então
- i. Perguntar se está satisfeito com a solução encontrada ou se vai tentar o máximo possível.
 - ii. se estiver satisfeito então Finalize o “Enquanto”
- (d) $j=j+1$;
- (e) Calcule:
- i. Média amostral ($\bar{\mu}_j$);
 - ii. O desvio padrão amostral ($\bar{\sigma}_j$);
 - iii. $n_j = \max \left\{ 1000, j \times \left(\frac{\bar{\sigma}_j z_\gamma}{d \bar{\mu}_j} \right)^2 \right\}$;
3. Mostre a melhor topologia encontrada, o seu congestionamento e a distância deste valor com a média (em quantidades de desvios padrões).

Ao colocarmos o critério $D_j > 2,326$, estamos querendo que a topologia encontrada pertença ao seletor grupo das topologias dos 1% melhores soluções. A determinação deste número é dado pela função de probabilidade acumulada da distribuição normal padrão. $z_{0,01} = -2,326$.

6 *Conclusões*

Com este trabalho conseguimos mostrar que, para este tipo de arquitetura de redes, a busca de uma boa topologia virtual que minimize não é uma tarefa fácil, no ponto de vista computacional. O caso de uma rede com 24 nós e 8 super-nós obteve o maior valor para tamanho de amostra, a saber foi um pouco mais de 8.000 topologias. O processamento e cálculo de 8.000 topologias é uma tarefa rápida, inferior a 15 minutos em um computador doméstico.

Nós conseguimos dá maior formalidade no estudo proposto no artigo (LAVAGNOLI et al., 2007) que foi o motivador desta dissertação.

Na seção de estado da arte há vários artigos que buscam soluções com as meta-heurísticas clássicas, por exemplo, o Algoritmo Genético. Porém estes resultados heurísticos não possuem qualquer tipo de mensurabilidade para saber o tão quanto a solução encontrada está perto da solução ótima, ou ainda, em qual percentual das melhores soluções ela pertence. Este trabalho, além de analisar a dificuldade de encontrar uma boa solução sugere um método para escolha de uma boa topologia com a vantagem da possibilidade de classificar o tão quanto é boa a solução encontrada.

Para trabalhos futuros, pretendemos refazer estes estudos para redes em malhas quaisquer. Já geramos histogramas para o caso em malhas e observamos que, novamente, os dados de distribuem parecido com a distribuição normal.

Referências

- AGRAWAL, G. P. *Fiber-Optic Communication Systems*. Second. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1997.
- ALMEIDA, R. T. R. et al. Design of virtual topologies for large optical networks through an efficient MILP formulation. *Optical Switching and Networking*, v. 3, p. 2–10, 2006.
- BANERJEE, D.; MUKHERJEE, B. Wavelength-routed optical networks: Linear formulation, resource budgeting tradeoffs, and a reconfiguration study. *IEEE/ACM Transactions on Networks*, v. 8, n. 5, p. 598–607, out. 2000.
- CORMEN, T. H.; LEISERSON, C. E.; RIVEST, C. L. *Algoritmos - teoria e prática*. 2. ed. [S.l.]: Editora Campus, 2002.
- DUTTA, R.; ROUSKAS, G. N. On optimal traffic grooming in WDM rings. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, v. 20, p. 110–121, Jan 2002.
- LAVAGNOLI, G. et al. On solving HSHR networks. In: *Proceedings of ConfTele'07*. Peniche-Portugal: [s.n.], 2007.
- MAIOLI, C. et al. The design of hierarchical self-healing rings networks. In: *Proceedings of ConfTele'05*. Tomar-Portugal: [s.n.], 2005. p. 5–8.
- OLIVEIRA, E. et al. A hybrid-combined algorithm approach for the design topologies and flow congestion minimization of optical networks. In: *Proceedings of the 5th Conference on Telecommunications*. Tomar-Portugal: [s.n.], 2005. v. 1, p. 1–4.
- OLIVEIRA, E. et al. Estratégias com algoritmos híbridos para projeto de redes ópticas. In: *Anais do SOBRAPO 2004: XXXVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. São João Del Rei: [s.n.], 2004.
- PEREIRA, L. C. B. et al. Anéis lógicos disjuntos para projeto de topologias virtuais de redes ópticas tolerantes à falhas. In: *MOMAG04: XI Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica e VI Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo*. [S.l.: s.n.], 2004. p. 22–27.
- RAMASWAMI, R.; SIVARAJAN, K. N. Design of logical topologies for wavelength-routed optical networks. *IEEE J. Sel. Areas Communications*, v. 14, p. 840–851, jun. 1996.

RAMASWAMI, R.; SIVARAJAN, K. N. *Optical networks: a practical perspective*. 2. ed. London: Academic Press, 2001.

SHI, J.; FONSEKA, J. P. Hierarchical self-healing rings. *IEEE/ACM Trans. Networking*, v. 3, p. 690–697, dez. 1995.