

**CARLOS EDUARDO SCHMIDT CASTELLANI**

**AMPLIFICADORES RAMAN EM FIBRAS  
MICROESTRUTURADAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica na área de concentração em Telecomunicações.

Orientador: Prof. Dra. Maria José Pontes  
Co-orientador: Prof. Dra. Shirley Peroni  
Neves Cani

**VITÓRIA – ES  
SETEMBRO/2009**

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)  
(Biblioteca Central da Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

---

C348a                    Castellani, Carlos Eduardo Schmidt, 1984-  
                          Amplificadores Raman em fibras microestruturadas / Carlos  
                          Eduardo Schmidt Castellani. – 2009.  
                          79 f. : il.

                          Orientadora: Maria José Pontes.  
                          Co-Orientadora: Shirley Peroni Neves Cani.  
                          Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Espírito  
                          Santo, Centro Tecnológico.

                          1. Raman, Efeito. 2. Amplificadores óticos. 3. Comunicações  
                          ótics. 4. Sistemas de telecomunicação. I. Pontes, Maria José.  
                          II. Cani, Shirley Peroni Neves, 1975-. III. Universidade Federal  
                          do Espírito Santo. Centro Tecnológico. IV. Título.

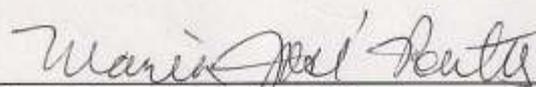
CDU: 621.3

---

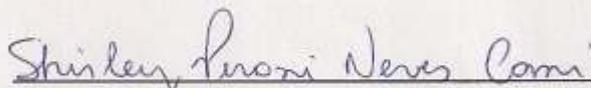
**CARLOS EDUARDO SCHMIDT CASTELLANI**

**AMPLIFICADORES RAMAN EM FIBRAS  
MICROESTRUTURADAS**

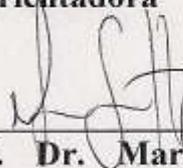
**COMISSÃO EXAMINADORA:**



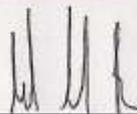
**Prof. Dra. Maria José Pontes**  
**Orientadora**



**Prof. Dra. Shirley Peroni Neves Cani**  
**Co-orientadora**



**Prof. Dr. Marcelo Eduardo Vieira**  
**Segatto**  
**Examinador**



**Prof. Dr. Murilo Araujo Romero**  
**Examinador**

**Vitória - ES, 11 de setembro 2009**

## DEDICATÓRIA

A toda humanidade.

## **AGRADECIMENTOS**

Gostaria de agradecer a todos que de alguma forma me ajudaram no desenvolvimento deste trabalho. Em especial gostaria de agradecer aos meus amigos do LabTel pelos dias agradáveis que passei ali, e principalmente à Zezé, ao Segatto e à Shirley por todo o conhecimento que eles me passaram. Agradeço também a toda minha família por todo o apoio que eles me deram, e finalmente agradeço à CAPES pelo financiamento da minha bolsa que me permitiu ser um aluno em tempo integral.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Exemplo de fibras microestruturadas.....	17
Figura 2 - Secção transversal de uma PCF convencional.....	18
Figura 3 - Fibra microestruturada com núcleo sólido (a) e com núcleo oco (b) obtidas em [15].....	19
Figura 4 - Secção transversal da PCF utilizada nas simulações.....	23
Figura 5 - Dispersão em função do comprimento de onda da PCF utilizada nas simulações.....	24
Figura 6 - Eficiência do ganho de Raman em função do espaçamento em frequência da PCF utilizada nas simulações para o caso de sinal e bombeio co-polarizados.....	25
Figura 7 - Atenuação versus comprimento de onda da PCF utilizada nas simulações.....	26
Figura 8 - Perfil do ganho de Raman em função do deslocamento em frequência para fibras DCF, SMF e fibras com dispersão deslocada – DSF (Dispersion Shifted Fiber).....	30
Figura 9 - Diagrama mostrando a relação entre as modelagens de amplificadores Raman.....	32
Figura 10 - Configuração do amplificador Raman discreto multi-bombeio.....	41
Figura 11 - Ganho médio em função do <i>ripple</i> obtidos com o modelo analítico para 8000 configurações de bombeios diferentes em um amplificador Raman discreto com dois bombeios contra-propagantes. A inserção mostra as configurações com <i>ripple</i> menores do que 1dB.....	43
Figura 12 - (a) Ganho e (b) OSNR em função do comprimento de onda do sinal para o amplificador Raman discreto contra-propagante com multi-bombeio usando uma PCF. (a) Os valores à direita representam a potência de entrada de cada canal e (b) a atenuação da PCF.....	46

Figura 13 - Penalidade de diagrama de olho em função do comprimento de onda dos sinais para os casos apresentados na Fig.12. Aqui $\alpha_{PCF} = 4, 5$ e $6$ dB/km, e $PS = 0, -5$ e $-10$ dBm/canal.....	48
Figura 14 - Diagrama de olho do sinal em $1550.9$ nm para os casos da atenuação da PCF de $5$ dB/km e potência de entrada dos sinais de $-10$ dBm.....	49
Figura 15 - Espaço de solução para a PCF com perda de (a) $3$ dB/km, (b) $4$ dB/km e (c) $5$ dB/km.....	54
Figura 16 - Ganho em função do comprimento de onda dos sinais para todos os casos mostrados na Tabela III: formulação analítica.....	56
Figura 17 - Ganho em função do comprimento de onda dos sinais para todos os casos da Tabela III: modelo numérico.....	58
Figura 18 - Ganho médio (a) e OSNR (b) em função da potência de entrada dos sinais.....	59

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros do sistema.....	41
Tabela 2 – Parâmetros do sistema.....	50
Tabela 3 – Melhores configurações obtidas com o modelo analítico.....	53
Tabela 4 – <i>Ripple</i> e ganho médio obtidos com o modelo numérico .....	58
Tabela 5 – Comparação: modelo numérico vs. modelo analítico .....	62

## LISTA DE SÍMBOLOS

PCF: *Photonic Crystal Fiber* (Fibra de cristal fotônico);

OSNR: *Optical Signal to Noise Ratio* (Relação sinal-ruído ótica);

DCF: *Dispersion Compensating Fiber* (Fibra compensadora de dispersão);

EDFA: *Erbium Doped Fiber Amplifier* (Amplificador a fibra dopada com Érbio);

WDM: *Wavelength Division Multiplexing* (Multiplexação por divisão de comprimento de onda).

PBG: *Photonic Bandgap* (Bandgap fotônico);

SRS: *Stimulated Raman Scattering* (Espalhamento estimulado de Raman);

DSF: *Dispersion Shifted Fiber* (Fibra com dispersão deslocada);

ENLSE: *Extended nonlinear Schrödinger equation* (Equação não-linear de Schrödinger estendida);

ASE: *Amplified spontaneous emission* (Ruído de emissão espontânea);

DRB: *Double Rayleigh backscattering* (Espalhamento duplo de Rayleigh);

SPM: *Self-phase modulation* (Auto-modulação de fase);

XPM: *Cross-phase modulation* (Modulação cruzada de fase);

BVP: *Boundary value problem* (Problema de valor de contorno);

SMF: *Standard single-mode fiber* (Fibra monomodo padrão);

## SUMÁRIO

<b>DEDICATÓRIA.....</b>	<b>I</b>
<b>AGRADECIMENTOS .....</b>	<b>II</b>
<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>III</b>
<b>LISTA DE TABELAS .....</b>	<b>V</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS .....</b>	<b>VI</b>
<b>SUMÁRIO .....</b>	<b>VII</b>
<b>RESUMO .....</b>	<b>IX</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>X</b>
<b>RESUMO.....</b>	<b>XI</b>
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>12</b>
1.1 Comunicações óticas.....	12
1.2 Fibras compensadoras de dispersão .....	12
1.3 Projetando amplificadores Raman .....	14
1.4 Escopo da dissertação .....	15
<b>2 ASPECTOS TEÓRICOS.....</b>	<b>17</b>
2.1 Fibras microestruturadas .....	17
2.1.1 Projeto de uma PCF.....	18
2.1.2 Propagação da luz.....	19
2.1.3 Controle da dispersão .....	20
2.1.4 Atenuação .....	21
2.1.5 Aplicações .....	22
2.1.6 Fibra escolhida .....	23
2.2 Amplificadores Raman .....	27
2.2.1 Espalhamento estimulado de Raman (SRS).....	27
2.2.2 Configurações do amplificador .....	28
2.2.3 Configurações de bombeio .....	29
2.2.4 Perfil de ganho Raman .....	29
2.2.5 Equações de propagação de potência .....	30
2.3 Conclusões .....	31

<b>3</b>	<b>MODELANDO AMPLIFICADORES RAMAN.....</b>	<b>32</b>
3.1	Introdução .....	32
3.2	Modelos numéricos.....	33
3.2.1	Equação não-linear de Schrödinger estendida – ENLSE.....	33
3.2.2	Abordagem de estado estacionário.....	35
3.3	Modelo analítico .....	36
3.4	Conclusões .....	39
<b>4</b>	<b>RESULTADOS.....</b>	<b>40</b>
4.1	Introdução .....	40
4.2	Amplificador utilizado .....	40
4.3	Otimização do amplificador.....	42
4.4	Resultados numéricos .....	44
4.5	Comparação com uma DCF convencional .....	50
4.5.1	- Refinamento da otimização.....	51
4.5.1.1	Resultados da otimização usando o modelo analítico.....	53
4.5.2	Resultados numéricos.....	57
4.5.3	Comparação: modelo numérico x modelo analítico.....	60
4.6	Conclusões .....	62
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>64</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>65</b>
	<b>APÊNDICE A.....</b>	<b>71</b>

## RESUMO

O desenvolvimento de fibras óticas microestruturadas, também conhecidas como fibras de cristal fotônico - PCF (*Photonic Crystal Fibers*), que se deu principalmente na última década, trouxe novas possibilidades no campo da ótica e das telecomunicações devido à sua capacidade de apresentar alguns parâmetros construtivos com valores não convencionais.

No contexto de comunicações óticas, mais precisamente na construção de amplificadores óticos, essas fibras de cristal fotônico também trouxeram algumas novas possibilidades interessantes. As PCFs são capazes de ao mesmo tempo apresentar dispersão muito negativa e alta não-linearidade, permitindo, por exemplo, a construção de amplificadores Raman com altos ganhos e que ainda compensem a dispersão utilizando apenas poucos quilômetros de fibra. As fibras de sílica convencionais necessitam de dezenas de quilômetros para realizar a mesma tarefa.

Aproveitando-se dessa situação, o foco principal desta dissertação é justamente o projeto e o estudo do funcionamento de amplificadores Raman multi-bombeio, que operem como dispositivos discretos fornecendo ganho e compensando a dispersão em toda a banda C, através da utilização de uma PCF. Para projetar tais amplificadores é proposta uma técnica de otimização feita através de uma busca exaustiva baseada em um método de solução analítico de propagação de sinais. A análise desses amplificadores é realizada através de simulações computacionais feitas com modelos numéricos e também analíticos, por meio da verificação dos parâmetros de ganho, *ripple*, relação sinal ruído ótica – OSNR (*Optical Signal-to-Noise Ratio*), e penalidade de diagrama de olho. Seu desempenho é também avaliado em termos de uma comparação com o desempenho de um amplificador Raman funcionando com uma fibra compensadora de dispersão – DCF (*Dispersion Compensating Fiber*) convencional.

## ABSTRACT

The development of microstructured fibers, also known as photonic crystal fibers (PCF), which has happened principally during the last decade, has raised new possibilities on the field of optics and telecommunications due to its capability of presenting some constructive parameters with non conventional values.

In the context of optical communications, more precisely on the construction of optical amplifiers, these photonic crystal fibers also have brought some new interesting possibilities. Due to its capability of at the same time presents very high negative dispersion and high non linearity, it allows for example, the construction of Raman amplifiers with high gains that also compensate dispersion with reduced fiber lengths. The conventional silica-based fibers need tens of kilometers of fiber length to accomplish the same task.

Taking advantage of that situation, the main purpose of this dissertation is exactly the project and the study of multi-pump Raman amplifiers operating as discrete devices providing gain and compensating dispersion over the entire C band, using a PCF. In order to project such amplifiers, an optimization technique made through an exhaustive search based on an analytical solution method for the signal propagation is proposed. The analysis of these amplifiers is made via computational simulations that are done with numerical and also analytical models, by means of the verification of the gain, *ripple*, optical signal to noise ratio (OSNR), and eye penalty parameters. Their performance is also evaluated by comparing the performance of a Raman amplifier operating with a conventional dispersion compensating fiber (DCF).

## RESUMO

La evoluo de la mikro-estrukturitaj optikaj fibroj, ankaŭ konataj kiel fotonikaj kristalaj fibroj - PCF (*Photonic Crystal Fibers*), kio okazis ĉefe dum la lasta jardeko, alportis novajn eblecojn en la optikan kaj en la telekomunan kampon, ĉefe pro sia kapablo prezenti novajn konstruktajn parametrojn prezentante nekutimajn valorojn.

En la kontesto de la optikaj komunikoj, pli precize pri la konstruo de optikaj amplifikiloj, tiaj fotonikaj kristalaj fibroj ankaŭ alportis kelkajn novajn interesajn eblecojn, ĉar ili kapablas samtempe prezenti tre subnulan disperson kaj grandan neliniarecon, ebligante ekzemple, la konstruon de Raman amplifikilojn kun altaj gajnoj kaj kiuj ankaŭ kompensos disperson uzante nur kelkaj kilometroj da fibroj. La tradiciaj silikaj fibroj necesas dekojn da fibraj kilometroj por plenigi tian taskon.

Profitante tiun situacion, la ĉefa propono de tiu ĉi disertacio estas ĝuste la projekto kaj la studo de divers-pumpilaj Raman-amplifikiloj, funkciante kiel diskretaj aranĝaĵoj donante gajnon kaj ankaŭ kompensante disperson en la tuta C-bando, uzante PCF-n. Por projekti tiajn amplifikilojn estas proponita plejboniganta tekniko farita per forkonsuma serĉado kiu estas bazita sur analitika solva metodo de signalaj propagoj. La analizo de tiuj amplifikiloj estas realigata per komputilaj simuladoj faritaj per numeraj kaj analitikaj modeloj, konstatante gajnon, ondecon, optikan signal-bruan rilaton – OSNR (*Optical Signal-to-Noise Ratio*) kaj okulnan diagraman punon. Sia funkciado estas jugita per komparo inter la funkciado de iu Raman-amplifikilon operacianta kun iu tradicia dispersa kompensila fibro – DCF (*Dispersion Compensating Fiber*).

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Comunicações óticas

Um dos principais desafios em comunicações óticas sempre foi a questão de se conseguir enviar sinais cada vez mais longe e com taxas de transmissão de dados cada vez mais altas. Nesse sentido, o desenvolvimento de amplificadores óticos que se deu na década de 90 foi muito importante, pois esses permitiram a transmissão de sinais através de centenas de quilômetros sem a necessidade de se fazer regeneração elétrica, que impactava negativamente na taxa de transmissão.

Inicialmente deu-se preferência aos amplificadores a fibra dopada com Érbio – EDFA (*Erbium Doped Fiber Amplifier*) [1], pois esses eram capazes de fornecer altos valores de ganho com apenas alguns metros de fibra dopada e com lasers de bombeio com potências não muito elevadas. Porém, com o posterior desenvolvimento da tecnologia de lasers, passou-se também a se utilizar amplificadores Raman [2], algumas vezes inclusive em conjunto com um EDFA, configurando um amplificador híbrido [3]. O desenvolvimento de amplificadores óticos viabilizou a utilização na prática de sistemas WDM (*Wavelength Division Multiplexing*), o que permitiu um grande aumento na taxa de transmissão e na capacidade dos sistemas óticos.

Amplificadores Raman, apesar de geralmente apresentarem ganhos inferiores aos obtidos com EDFAs, proporcionam algumas vantagens significativas, como por exemplo, alta flexibilidade na escolha e no uso da banda de sinais, capacidade de se utilizar a fibra já existente, e altos valores de OSNR. Uma combinação adequada dos comprimentos de onda e das potências dos sinais de bombeio utilizados podem fornecer um amplificador com ganhos razoáveis e com um perfil plano ao longo de uma larga faixa espectral.

## 1.2 Fibras compensadoras de dispersão

Apesar dos benefícios trazidos pelos amplificadores óticos, o aumento dos comprimentos dos enlaces de transmissão em conjunto com o aumento das taxas de

transmissão, fez com que a dispersão sofrida pelos sinais ficasse mais intensa e passasse a ser um fator limitante no sistema, precisando agora ser compensada. Geralmente para sinais com taxas superiores a 2,5 Gbps compensar a dispersão passa a ser imprescindível.

Para se resolver esse problema, foi proposta pela primeira vez nos anos 80 a utilização de fibras compensadoras de dispersão que apresentavam valores de dispersão negativos [4], sendo que a sua primeira demonstração experimental aconteceu apenas no início dos anos 90 [5]. Após alguns anos, essas fibras compensadoras de dispersão passaram a ser largamente utilizadas nos sistemas óticos de altas taxas e longas distâncias, normalmente como um dispositivo discreto situado ao final da fibra usada na transmissão.

Essas fibras compensadoras de dispersão, geralmente apresentam uma área efetiva menor do que as fibras convencionais, sendo assim, elas possuem de maneira geral parâmetros de não-linearidades mais elevados, o que as tornam atraente para serem usadas como meio de fornecer amplificação Raman. Dessa maneira, amplificadores Raman normalmente são construídos como dispositivos discretos projetados em enlaces de DCFs, pois assim são capazes de fornecer ganhos relativamente altos e compensar dispersão ao mesmo tempo [6].

Desde então, as DCFs convencionais vem tendo um bom funcionamento nesse contexto de amplificadores Raman discretos, porém, o desenvolvimento de PCFs que se deu principalmente na última década, trouxe novas possibilidades nessa área que não podiam ser exploradas anteriormente. Dentre as suas características únicas, podemos mencionar a capacidade de ter dispersão ajustável [7], dispersão cromática flexível sobre uma larga faixa de comprimentos de onda [8-10], dispersão muito negativa [11,12], operação monomodo em uma banda ultralarga [13], e características de *slope* que combinam com fibras monomodo padrão – SMF (*Standard Single Mode Fiber*) [14,15]. O uso dessas fibras nesse contexto parece ser muito promissor, pois elas podem apresentar, em comparação com DCFs convencionais, valores de dispersão muito mais negativos e ao mesmo tempo valores de área efetiva muito menores, o que possibilita a obtenção de um ganho de Raman ainda mais elevado e o uso de menos

comprimento de fibra para realizar a compensação da dispersão. Como já discutido anteriormente, esses parâmetros, dispersão e área efetiva, são essenciais quando se trata de amplificadores Raman discretos que compensam a dispersão.

Valores significativos de ganho *on-off* em amplificadores Raman com curtos comprimentos de PCF já foram experimentalmente demonstrados [16]. Além disso, recentes investigações mostram vantagens em se utilizar amplificação Raman distribuída em uma PCF em um enlace ótico operando a 10 Gbps em 850 nm [17], assim como também a demonstração de um amplificador Raman discreto em PCF com um ganho líquido de 13,3 dB [18].

Apesar de apresentarem inúmeras características interessantes, as fibras de cristal fotônico possuem também um grave problema que algumas vezes atrapalha o seu uso prático, que é o fato de apresentarem comumente altos valores de perdas [19-21], geralmente da ordem de dezenas de dB/km. Entretanto, o processo de fabricação dessas fibras tem evoluído bastante nos últimos anos [21,22], o que nos faz acreditar que em breve possamos ter PCFs com valores de perda bem mais aceitáveis no que diz respeito ao seu uso em comunicações óticas.

### 1.3 Projetando amplificadores Raman

O funcionamento de um amplificador Raman está intrinsecamente ligado aos valores de potência e de comprimentos de onda dos lasers de bombeio utilizados. Os bombeios são lasers de alta potência que são utilizados apenas para fornecer ganho aos sinais de dados ao longo da transmissão. Ao se ajustar esses parâmetros podemos alterar significativamente o perfil de ganho obtido, portanto, para se projetar um amplificador Raman com determinada característica de ganho e *ripple*, basta que se escolha de maneira adequada esses valores. Entretanto, essa não é uma tarefa simples de ser realizada computacionalmente, pois a propagação de um sinal em uma fibra com amplificador Raman é modelada por uma série de equações diferenciais não-lineares acopladas [2]. Achar numericamente a solução dessas equações já é por si só uma tarefa que exige um razoável esforço computacional, normalmente demandado

um tempo considerável. Por essa razão, quando se fala em projeto e otimização de amplificadores Raman, torna-se interessante o uso de modelagens mais simplificadas, como por exemplo, o uso de um método analítico [23].

#### 1.4 Escopo da dissertação

Muito esforço tem sido realizado para se projetar a geometria das PCFs visando a construção de fibras com características específicas que atendam a determinadas aplicações. Inclusive muitos estudos com amplificadores Raman baseado em PCFs vêm sendo realizados nos últimos anos [16,19], porém, com maior ênfase no projeto da geometria da fibra, e não no projeto do amplificador. Tendo isso em mente, apesar de utilizarmos uma PCF, o foco principal deste trabalho será o estudo do funcionamento e também do projeto do amplificador Raman em si, e não o projeto da fibra.

A proposta desse trabalho se baseia na investigação do funcionamento de amplificadores Raman discretos multi-bombeio construídos com base em uma PCF, que será utilizada não só para fornecer ganho, mas também para realizar a compensação de dispersão em toda a banda C. Com o intuito de se fazer uma análise mais significativa, será também proposto uma técnica de otimização de amplificadores Raman [24], fundamentada em um método de solução analítico [23], que nos permitirá projetar amplificadores mais eficientes. Sendo assim, será possível avaliar as novas possibilidades em termos de comunicações óticas que surgem com a utilização desse novo tipo de fibra.

Finalmente, será verificada a aplicabilidade prática do uso de PCFs em sistemas óticos para amplificação Raman. Essa verificação será feita através da comparação do desempenho da PCF com uma DCF convencional. Nossas análises serão realizadas com foco nos parâmetros de ganho, *ripple*, OSNR e penalidade de diagrama de olho.

O seguimento da dissertação está dividido da seguinte forma: No capítulo 2 serão discutidos alguns aspectos teóricos das fibras microestruturadas e também dos

amplificadores Raman. No capítulo 3, serão descritos os modelos computacionais utilizados durante a execução desse trabalho, e no capítulo 4 teremos os resultados e suas discussões. Finalmente, a conclusão será apresentada no capítulo 5.

Ao longo do desenvolvimento desse trabalho foram produzidos os seguintes artigos:

- C. E. S. Castellani, S. P. N. CANI, M. J. Pontes, M. E. V. Segatto, “Análise de sistemas ópticos operando com amplificadores Raman discretos com sinais WDM na banda C,” em *MOMAG 2008 – 13º SBMO Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica e o 8 CBMag Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo*, (Florianópolis, 2008).
- G. C. M. Ferreira, C. E. S. Castellani, S. P. N. Cani, M. J. Pontes, S. Tenenbaum, M. E. V. Segatto, “Proposta para a Otimização de Amplificadores Raman Multi-Bombeio.” em *7th International Information and Telecommunication Technologies Symposium*, (Foz do Iguaçu, 2008).
- M. M. J. Martini, C. E. S. Castellani, S. P. N. Cani, M. J. Pontes, M. R. Ribeiro, H. J. Kalinowski, “Multi-pump Optimization for Raman+EDFA Hybrid Amplifiers under Pump Residual Recycling”, aceito para apresentação no INTERNATIONAL MICROWAVE AND OPTOELECTRONICS CONFERENCE - IMOC 2009, (Belém, 2009).
- C. E. S. Castellani, S. P. N. Cani, M. E. Segatto, M. J. Pontes, and M. A. Romero, "Design methodology for multi-pumped discrete Raman amplifiers: case-study employing photonic crystal fibers," *Opt. Express* **17**, 14121-14131 (2009).
- C. E. S. Castellani, S. P. N. Cani, M. E. Segatto, M. J. Pontes, and M. A. Romero, "Numerical Comparison between Conventional Dispersion Compensating Fibers and Photonic Crystal Fibers as Lumped Raman Amplifiers," aceito para publicação na revista *Optics Express* em outubro de 2009.

## 2 ASPECTOS TEÓRICOS

### 2.1 Fibras microestruturadas

As fibras microestruturadas são geralmente fibras de sílica não dopadas e perfuradas por um arranjo periódico de capilares (buracos de ar), como podemos ver na Fig.1. O tamanho de cada capilar, o espaçamento entre eles, e enfim, a geometria na qual eles estão dispostos tem influência significativa nos parâmetros de funcionamento da fibra, como por exemplo, dispersão, área efetiva, birrefringência e parâmetros não lineares. Sendo assim, é possível ajustar os valores desses parâmetros para se atender a um determinado objetivo, apenas pela modificação de sua estrutura construtiva. Muitos trabalhos têm sido desenvolvidos nesse sentido, podendo ser destacados principalmente pesquisas que mostram como alterar adequadamente a geometria da fibra para se obter valores de dispersão específicos [9,11, 15, 25].

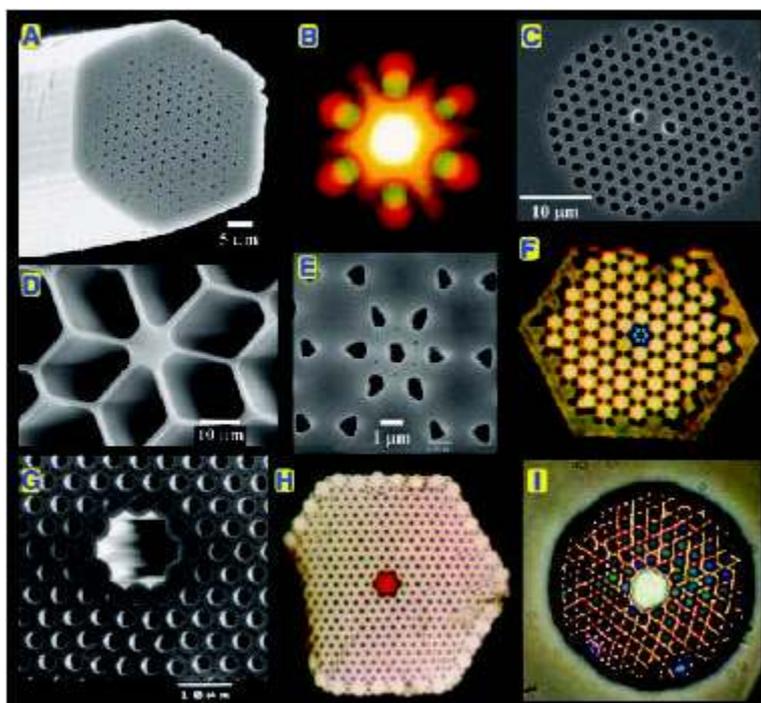


Figura 1 – Exemplos de fibras microestruturadas.

Por serem fibras distintas das fibras convencionais, elas apresentam algumas características que valem a pena mencionar com mais profundidade para podermos compreender mais facilmente o seu funcionamento e como utilizá-la em sistemas óticos, o que será feito a seguir.

### 2.1.1 Projeto de uma PCF

Uma PCF pode, de maneira geral, ser projetada através de dois parâmetros essenciais do seu *design*, que são o diâmetro ( $d$ ) de cada buraco e o espaçamento entre o centro de dois buracos consecutivos, mais conhecido como *pitch* ( $\Lambda$ ), como mostrados na Fig. 2.

A partir desses dois valores e do número de anéis formados pelos capilares pode-se calcular vários outros parâmetros da fibra, como por exemplo, a curva de dispersão e a área efetiva. Entretanto é importante ressaltar que geometrias mais complexas, tendo, por exemplo, valores de  $\Lambda$  e  $d$  diferentes para cada anel já foram experimentalmente construídas [14].

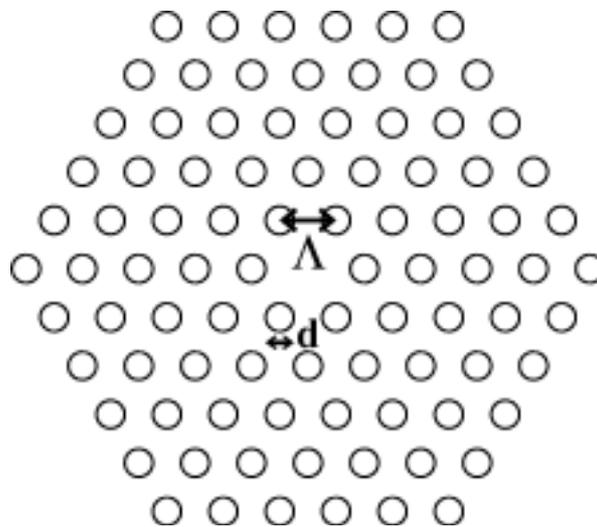
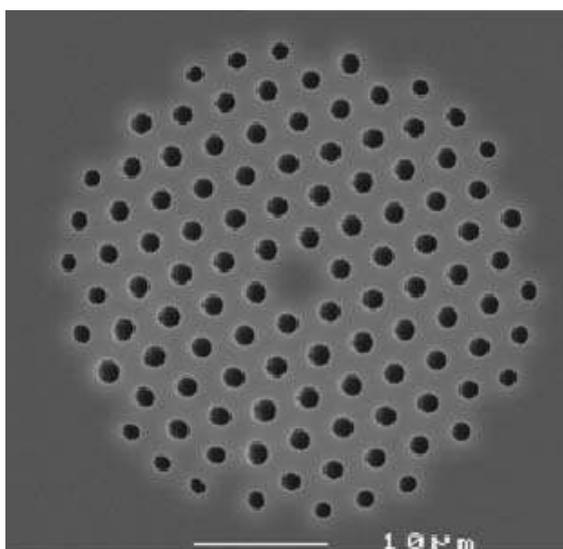


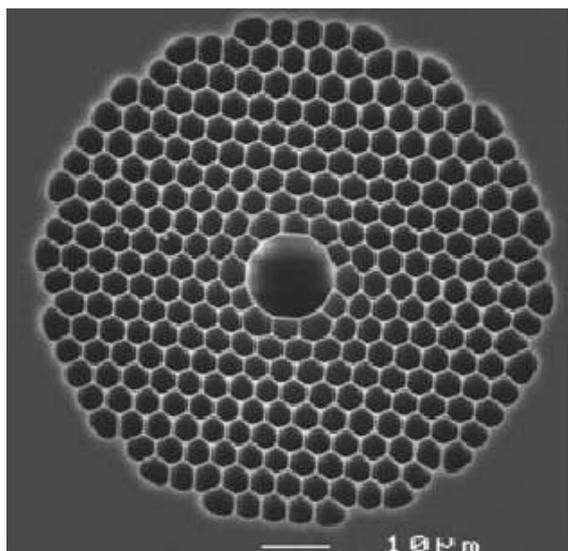
Figura 2 – Seção transversal de uma PCF convencional.

### 2.1.2 Propagação da luz

A propagação da luz em uma PCF pode ser dada de duas maneiras distintas. Em fibras com núcleo sólido o mecanismo de propagação é uma forma modificada da convencional reflexão interna total, que se dá devido à diferença no índice de refração do núcleo e da casca [15]. É importante se notar aqui que não existe um núcleo e uma casca propriamente ditos como existe nas fibras convencionais. O que acontece nas PCFs é que as linhas formadas pelos capilares acabam criando um índice de refração diferente do núcleo, fazendo assim com que essa região funcione como se fosse uma casca. Entretanto, nas fibras microestruturadas com o núcleo oco, a propagação da luz se dá devido à existência de *bandgaps* fotônicos – PBG (*Photonic Bandgap*), causados pelo arranjo periódico dos buracos na estrutura da fibra, que acarreta na proibição da propagação de ondas em certas bandas de frequência em determinadas regiões da fibra [15]. Esse efeito BGP ocorre quando as estruturas periódicas da fibra são da mesma escala dos comprimentos de onda da luz propagante. Essa habilidade das PCFs de inibir a propagação de fótons em frequências estabelecidas tem uma analogia próxima com as propriedades dos semi-condutores [26,27]. Na Fig.3 [15] temos a imagem feita por um microscópio eletrônico de varredura de PCFs convencionais com núcleo sólido (a) e com núcleo oco (b).



(a)



(b)

Figura 3 – Fibra microestruturada com núcleo sólido (a) e com núcleo oco (b) obtidas em [15].

### 2.1.3 Controle da dispersão

A dispersão em PCFs se deve a três fatores: À dispersão cromática intrínseca do material, ao efeito de confinamento do guia de onda e à dispersão do índice de refração efetivo da região da casca [15]. Apesar da dispersão intrínseca do material não poder ser modificada, os outros dois efeitos podem sofrer alterações, permitindo assim a manipulação da curva de dispersão total da fibra.

Um forte confinamento da luz em uma pequena região do núcleo pode ser obtido com o uso de uma casca com alta fração de ar, assim a dispersão de guia de onda resultante pode atuar até mesmo para cancelar a extensa faixa de dispersão negativa existente em fibras de sílica na região visível do espectro [28,29]. Além disso, ajustando-se o espaçamento entre os buracos de ar da casca pode-se alterar o comprimento de onda de dispersão zero da fibra para um valor desejado.

Ao explorar diversos tamanhos para os capilares da fibra podemos ter uma grande variação no índice de refração efetivo da casca [30-35], o que nos permite modificar significativamente a curva de dispersão da fibra, da mesma maneira que ela é modificada pela modulação do perfil do índice de refração da casca nas fibras convencionais.

PCFs com dispersão plana ao longo de uma extensa faixa espectral [36], com valores muito negativos [11,12], e com *slope* de dispersão adequado para se fazer a compensação da dispersão induzida por SMFs [14,15] já foram demonstradas.

#### 2.1.4 Atenuação

As fibras microestruturadas, apesar de apresentarem inúmeras vantagens em relação a outras fibras convencionais, elas tem também algumas características negativas que não são encontradas, por exemplo, em SMFs. Um dos principais problemas dessa fibra, que inclusive é um fator que limita o seu uso em situações práticas, são os seus altos valores de atenuação, que são geralmente da ordem de alguns dB/km, muito acima dos 0,2 dB/km que encontramos na maioria das fibras monomodo padrão.

Os principais fatores de perda existente nesse tipo de fibra são as perdas de absorção causada pela presença de  $\text{OH}^-$  residual na fibra e as perdas de espalhamento [21]. As perdas de absorção são relativamente altas devidas principalmente à complexa estrutura das PCFs, e acredita-se que os íons de  $\text{OH}^-$  sejam introduzidos na fibra de duas formas; ou são os íons que existem intrinsecamente na pré-forma da fibra, ou são provenientes do processo de puxamento. Portanto, no sentido de se diminuir a presença de íons de  $\text{OH}^-$  na fibra é necessário que se tome cuidados especiais nessas duas etapas de fabricação. A absorção de  $\text{OH}^-$  causa picos de perdas próximos a 950 nm, 1250 nm e 1380 nm, sendo que o pico em 1380 nm geralmente não é menor do que 7 dB/km [37], o que significa que a sua contribuição na região de 1550 nm é maior do que as perdas intrínsecas totais da sílica.

As perdas por espalhamento surgem principalmente devido a imperfeições na superfície interior dos buracos de ar na região da casca, e é um fator muito significativo, principalmente para fibras que apresentam pequena área efetiva. Entretanto, se formos capazes de reduzir a aspereza da superfície dos buracos de ar poderemos ter fibras com menos perdas inclusive do que as fibras dopadas convencionais, pois elas sofrem tanto com a concentração quanto com flutuações de

densidade no vidro material da fibra. Porém, conseguir essa redução em fibras de área efetiva muito pequena, geralmente é uma tarefa ainda muito complicada.

Outra fonte de perda nessa fibra é a questão do confinamento da luz no núcleo, pois, dependendo da geometria, parte da luz pode escapar do núcleo, causando as chamadas perdas de confinamento [38], que podem chegar a ser da ordem de dezenas de dB/km. Apesar disso, algumas técnicas de projeto da geometria da fibra, como por exemplo, aumentar a fração de ar da fibra ou aumentar o número de anéis de capilares, pode tornar esse tipo de perda quase que insignificante.

Apesar das perdas nas PCFs serem, em geral, maiores do que são nas fibras convencionais, o processo de fabricação dessas fibras vem evoluindo bastante nos últimos anos [21,22], sendo que inclusive uma PCF com perda total de 0,28 dB/km em 1550 nm já foi experimentalmente obtida, o que nos faz acreditar que em breve poderemos ter fibras microestruturadas com valores de perdas que as tornem acessíveis a inúmeras aplicações na área de telecomunicações.

### **2.1.5 Aplicações**

Devido as suas características únicas, as fibras microestruturadas apresentam diversas aplicações em telecomunicações e na área de fotônica. De imediato, sua capacidade de apresentar alta não linearidade permite o seu uso em dispositivos que necessitam de efeitos não lineares, como por exemplo, amplificadores Raman [17,18], além disso, podem ser utilizadas em EDFAs [39], e também servem para gerar supercontínuos e sólitons [40-42]. Em particular, a possibilidade de se ter áreas modais muito grande ou muito pequena foi explorada para a construção de lasers baseado em fibras [43]. Entre outras coisas, a capacidade de se poder moldar a sua curva de dispersão também faz com que seja muito interessante o uso de PCFs como dispositivo compensador de dispersão [24]. Sensores de temperatura baseados no efeito de birrefringência também já foram propostos com o uso dessas fibras [44].

### 2.1.6 Fibra escolhida

Para se construir um amplificador Raman discreto e que também compense dispersão, é importante que se utilize uma fibra com alto ganho de Raman, e que também tenha dispersão negativa, de preferência com um *slope* de dispersão que seja adequado para realizar a compensação na banda escolhida. Pensando nisso, escolhemos utilizar nas simulações a PCF experimentalmente demonstrada em [14, 15], pois ela preenche todos os pré-requisitos salientados anteriormente. Alguns parâmetros dessa fibra, utilizados nas simulações, foram retirados de [45], onde eles foram originalmente obtidos através da análise de campos, baseada em um método vetorial de elementos finitos. A geometria da PCF escolhida pode ser observada na Fig.4 [15]. Essa geometria foi escolhida justamente para fornecer a fibra um perfil de índice de refração degrau duplo, que é a mesma técnica utilizada nas DCFs para se obter valores de dispersão negativos. Na Fig.4 observa-se que o primeiro anel de capilares apresenta uma fração de ar bem maior do que a do segundo anel, que por sua vez apresenta uma fração de ar menor do que a dos anéis seguintes. Isso ocorre, pois quanto maior a fração de ar menor é o índice de refração obtido. Logo, com essa geometria de capilares temos o perfil do índice de refração com o formato desejado. A quantidade elevada de anéis de capilares foi escolhida para poder evitar as perdas por confinamento.

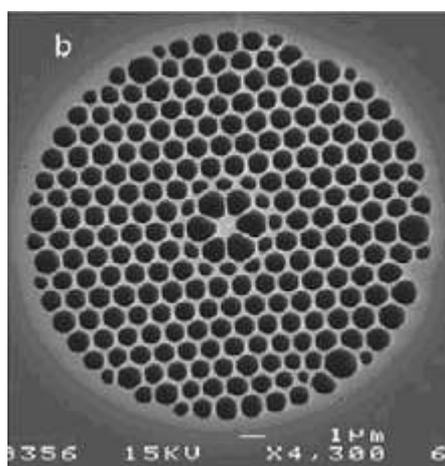


Figura 4 – Secção transversal da PCF utilizada nas simulações.

A curva de dispersão desta fibra está mostrada na Fig.5, e como podemos observar, essa fibra apresenta valores de dispersão muito negativos, como por exemplo,  $-1216$  ps/nm.km para o comprimento de onda de  $1550$  nm, além de ter sido projetada para apresentar um *slope* de dispersão adequado para ser feita a compensação da dispersão introduzida por uma SMF convencional na banda C ( $1530 - 1560$  nm). Valores tão negativos de dispersão tornam essa fibra muito interessante para funcionar como um dispositivo compensador de dispersão, pois com ela apenas poucos quilômetros de fibra já serão suficientes para se compensar totalmente a dispersão introduzida por dezenas de quilômetros de fibras convencionais que tenham baixos valores de dispersão, como é o caso da SMF ( $+17$  ps/nm.km em  $1550$  nm).

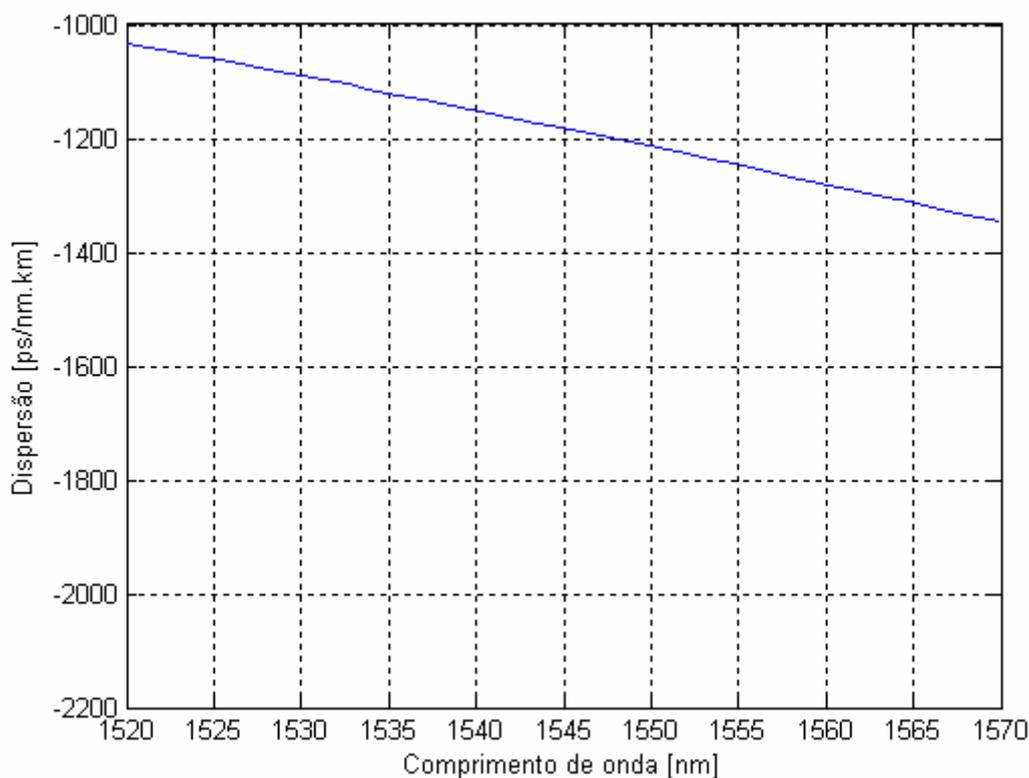


Figura 5 – Dispersão em função do comprimento de onda da PCF utilizada nas simulações [45].

A eficiência do ganho de Raman ( $C_r$ ), que é medido em  $W^{-1}km^{-1}$ , pode ser obtido através da relação  $C_r \equiv \gamma_r / A_{eff}$ , onde  $\gamma_r$  é o ganho de Raman que depende do meio material, e  $A_{eff}$  é a área efetiva da fibra. O perfil de  $C_r$  para o caso de sinal e

bombeio co-polarizados, para a PCF estudada, pode ser visto na Fig.6. Vale entretanto ressaltar que para sinais e bombeios não-polarizados a amplitude da curva pode diminuir significativamente, porém, seu perfil permanece praticamente inalterado.

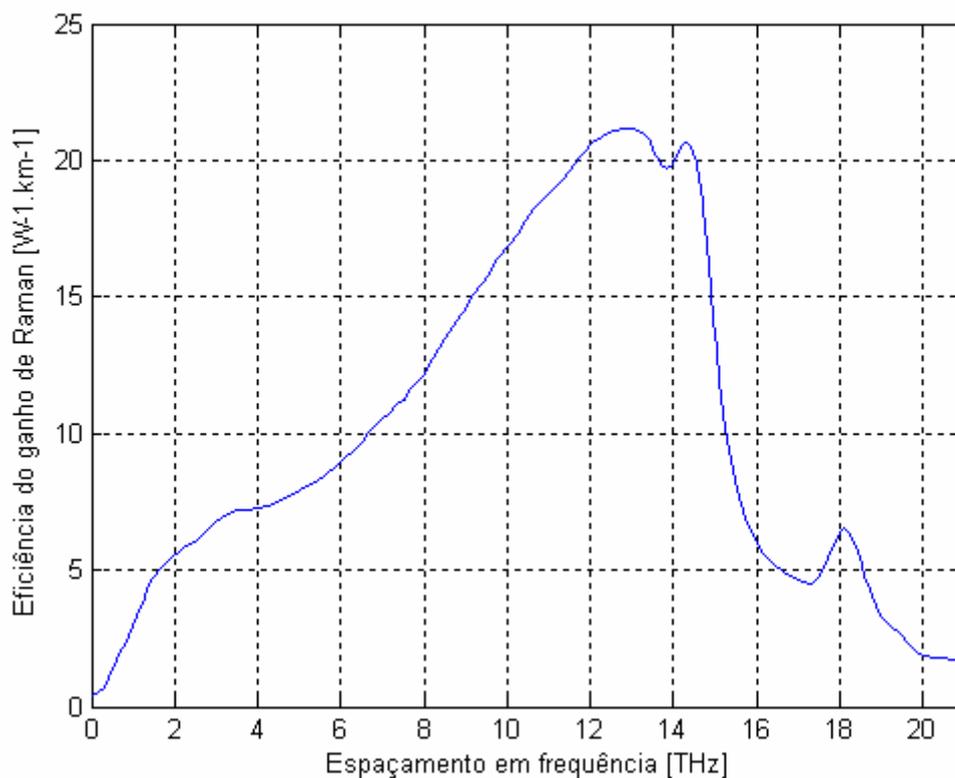


Figura 6 – Eficiência do ganho de Raman em função do espaçamento em frequência da PCF utilizada nas simulações para o caso de sinal e bombeio co-polarizados [45].

Como podemos observar na Fig.6, temos para a PCF em questão uma eficiência de ganho de Raman bastante elevada, com o pico de  $21 W^{-1}.km^{-1}$ , que chega a ser aproximadamente 48 vezes maior do que o de uma SMF ( $0,43 W^{-1}.km^{-1}$ ). Essa diferença se dá devido ao fato dessa PCF apresentar uma área efetiva muito pequena, por exemplo, de apenas  $1,81 \mu m^2$  no comprimento de onda de 1550 nm. Esse valor a torna excelente para servir como meio de fornecer amplificação Raman.

A PCF que foi construída experimentalmente apresenta um valor muito elevado de perda total, da ordem de algumas dezenas de dB/km, o que obviamente impossibilita o seu uso como amplificador ótico. Entretanto, nos últimos anos houve muitos progressos no processo de fabricação desse tipo de fibra [21,22], portanto já é

de se esperar que hoje em dia, ou em um futuro próximo, poderemos ter uma PCF com essa mesma geometria, porém com valores de perdas muito mais reduzidos. Partindo dessa idéia, usaremos nas nossas simulações um patamar inicial de perda de 5 dB/km para o comprimento de onda de 1550 nm. Essa suposição já foi, inclusive, feita em [45]. O perfil de atenuação utilizado foi o de uma PCF com estrutura regular obtida em [22] apenas acrescido ao patamar de 5 dB/km, como pode ser observado na Fig.7.

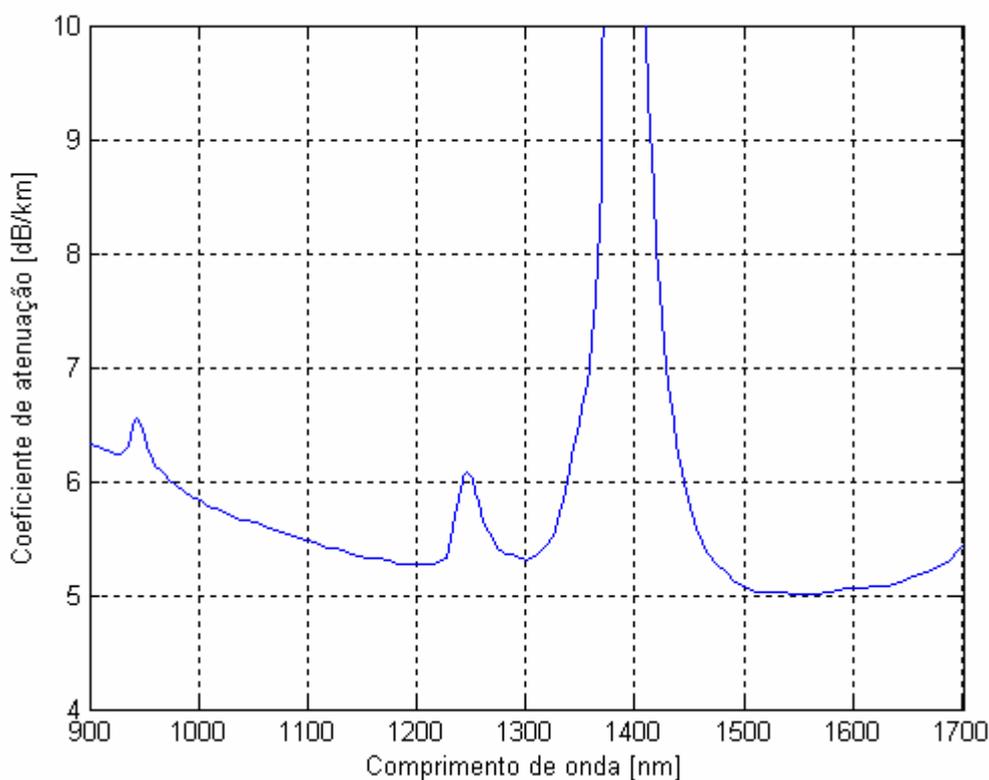


Figura 7 – Atenuação versus comprimento de onda da PCF utilizada nas simulações.

Vale ressaltar que valores de perda para PCFs de até 0,28 dB/km já foram experimentalmente obtidos [21]. Entretanto esses valores não são usuais quando se trata desse tipo de fibra, e só podem ser obtidos nos dias de hoje para algumas condições especiais, como por exemplo, em fibras com áreas efetivas não muito pequenas. Valores de perdas mais usuais são da ordem de algumas unidades de dB/km, o que torna a nossa suposição de 5 dB/km um valor bastante plausível de ser obtido em um futuro não tão distante.

## 2.2 Amplificadores Raman

Um amplificador Raman consiste basicamente em um laser de bombeio com alta potência, normalmente na ordem de centenas de mW, injetado em uma fibra ótica em um comprimento de onda em torno de 100 nm abaixo dos sinais que serão amplificados. No entanto, para se obter um melhor desempenho com o amplificador normalmente utiliza-se mais do que apenas um laser de bombeio, aumentando assim tanto a banda de amplificação quanto o ganho. Essa amplificação se dá através do efeito conhecido como espalhamento estimulado de Raman – SRS (*Stimulated Raman Scattering*).

Amplificadores Raman geralmente não tem capacidade de fornecer ganhos tão elevados quanto os EDFAs. Porém, eles apresentam algumas vantagens interessantes, como por exemplo, a capacidade de se utilizar a própria fibra instalada para compensar as perdas (não é necessário inserir módulos adicionais e nem dopar a fibra com outros elementos químicos), a capacidade de proporcionar ganho em qualquer comprimento de onda simplesmente pela escolha adequada do comprimento de onda do bombeio, e a possibilidade de ampliar a banda de amplificação simplesmente adicionando-se novos bombeios. Pode-se chegar a ter uma banda de amplificação de até 100 nm.

O seu mecanismo de funcionamento e também as suas possíveis configurações são apresentados a seguir.

### 2.2.1 Espalhamento estimulado de Raman (SRS)

O efeito do espalhamento estimulado de Raman pode ser entendido como uma troca de energia entre fótons da luz incidente e moléculas do meio físico. A luz ao se propagar vai interagindo com as moléculas da fibra e com isso vai sofrendo espalhamento, que pode ser tanto elástico, quanto inelástico. No espalhamento elástico não há troca de energia, os fótons são apenas desviados, porém mantendo sua frequência original, como é o caso do espalhamento de Rayleigh [1]. Entretanto, no caso do espalhamento inelástico, parte da energia do fóton fica armazenada na

molécula após a colisão, e assim ele é espalhado com uma energia menor do que a inicial. Da mecânica quântica temos a equação  $E = h.f$  onde  $E$  é a energia do fóton,  $h$  é a constante de Planck e  $f$  é a frequência da onda, que nos mostra que o fóton ao perder energia passa a se propagar com uma frequência menor. Sendo assim, o espalhamento inelástico causa na luz uma mudança de frequência, ou de comprimento de onda. Um exemplo desse espalhamento é o próprio efeito Raman.

Esse espalhamento se dá naturalmente de forma aleatória, pois os fótons são espalhados com fases e em direções que não são pré-definidas. Porém, na presença de outro sinal que esteja no comprimento de onda do fóton espalhado, esse fóton será “estimulado” a ser emitido em fase com esse sinal, ou seja, amplificando-o. Esse é o espalhamento estimulado de Raman (SRS), o fenômeno no qual se baseia o funcionamento dos amplificadores Raman.

## 2.2.2 Configurações do amplificador

Existem de uma maneira geral dois tipos principais de amplificador Raman, o distribuído e o discreto. O amplificador Raman distribuído é estabelecido quando o laser de bombeio é colocado na própria fibra na qual o sinal será transmitido, transferindo assim energia ao longo de toda a transmissão, pelo menos enquanto o bombeio apresentar valores de potência ainda elevados. Já o amplificador Raman discreto, ou concentrado, consiste em se colocar o laser de bombeio em uma fibra separada, que se situa normalmente no final da fibra por onde o sinal será originalmente transmitido, concentrando assim toda a amplificação nessa região.

A principal vantagem da amplificação distribuída é o fato de apresentar valores de OSNR muito elevados, chegando a ser às vezes inclusive maior do que 40 dB [6]. Porém, como a transmissão de sinais normalmente é feita através de SMFs (grande área efetiva), o ganho obtido com esses amplificadores quase sempre é muito pequeno. A amplificação discreta, apesar de ser mais susceptível a ruídos e efeitos não lineares, apresenta muitas vantagens em relação à outra, pois pode-se utilizar como meio de amplificação alguma fibra que tenha uma área efetiva bem pequena, ou seja,

alta eficiência do ganho de Raman, como por exemplo DCFs ou PCFs. Desta maneira ganhos bem mais elevados podem ser obtidos com essa configuração, que é o principal propósito de um amplificador. Além disso, essa fibra discreta pode ao mesmo tempo ser utilizada também para outros fins, como por exemplo, para se compensar a dispersão, que é exatamente o caso que será estudado nesse trabalho.

### **2.2.3 Configurações de bombeio**

Quanto aos bombeios, existem três tipos de configurações básicas: Bombeio co-propagante, contra-propagante, e bi-direcional. O co-propagante é a configuração em que o bombeio é injetado no início da fibra e, portanto, se propaga no mesmo sentido do sinal. Já o contra-propagante é exatamente o contrário, pois nesta configuração o bombeio é colocado no final da fibra, se propagando na direção oposta a dos sinais. O amplificador bi-direcional ocorre quando existe bombeio sendo injetado simultaneamente tanto no início quanto no final da fibra, propagando-se em ambos os sentidos.

Em termos de ganho, não há muita diferença entre a configuração co e contra-propagante, o que muda é que o amplificador co-propagante apresenta valores de ruído ligeiramente mais baixos e o contra-propagante é um pouco menos susceptível a efeitos não lineares. O amplificador bi-direcional, por ser uma combinação dos dois, apresenta características e defeitos de ambos.

### **2.2.4 Perfil de ganho Raman**

O perfil típico do ganho Raman, mais precisamente da eficiência de ganho de Raman ( $C_r$ ), para alguns tipos de fibra pode ser visto na Fig.8. Diferentes tipos de fibra, por apresentarem áreas efetivas e concentração de dopantes diferentes, podem apresentar valores de ganho de pico diferentes, porém, o formato da curva permanece sem grandes alterações. No caso das PCFs, cada geometria diferente acarreta em um valor de ganho de pico diferente, porém com perfis com formatos parecidos com os

das curvas mostradas na Fig.8, o que pode ser notado na curva de ganho da PCF em questão nesse trabalho, que foi mostrada na Fig.6. Podemos perceber também que o valor de pico sempre ocorre para frequências de bombeio e sinais separadas de aproximadamente 13,1 THz. Na banda C, isso corresponde a cerca de 100 nm de diferença.

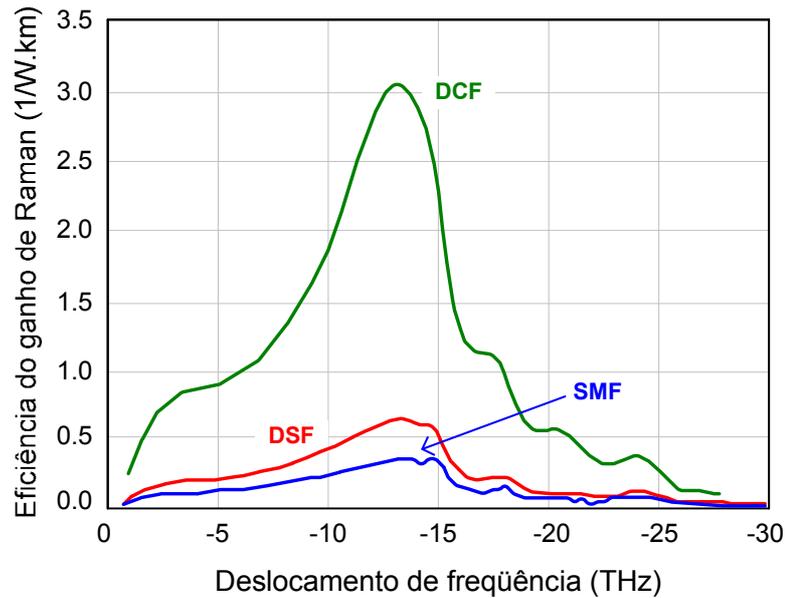


Figura 8 - Perfil do ganho de Raman em função do deslocamento em frequência para fibras DCF, SMF e fibras com dispersão deslocada – DSF (*Dispersion Shifted Fiber*).

### 2.2.5 Equações de propagação de potência

A propagação de potência em amplificadores Raman pode ser obtida de forma simplificada pelas equações 1 e 2 [2], onde  $P_p$  e  $P_s$  são as potências de bombeio e de sinal respectivamente,  $\alpha_{s/p}$  é a atenuação no comprimento de onda do sinal (s) e do bombeio (p) e  $w_{s/p}$  é a frequência angular também para o sinal (s) e para o bombeio (p).

$$\frac{dP_s}{dz} = C_r P_p P_s - \alpha_s P_s \quad (1)$$

$$\pm \frac{dP_p}{dP_z} = -\frac{w_p}{w_s} C_r P_p P_s - \alpha_p P_p \quad (2)$$

Os métodos utilizados para solucionar essa equação, bem como outros métodos que solucionam equações mais completas como a que descreve a propagação de campo elétrico em amplificadores Raman, serão detalhadamente mostrados no Capítulo 3.

### 2.3 Conclusões

Neste capítulo foram apresentados conceitos básicos sobre fibras microestruturadas e também sobre amplificadores Raman importantes para o desenvolvimento deste trabalho. Foi mostrado, por exemplo, o que é uma PCF, como a luz se propaga nela, e também foram apresentadas algumas características físicas intrínsecas ao seu funcionamento. A PCF escolhida para esse trabalho foi detalhadamente descrita. Sobre amplificadores Raman vimos o seu mecanismo de funcionamento (SRS), alguns tipos de configurações, e também as curvas de ganho e suas equações de propagação de potência.

### 3 MODELANDO AMPLIFICADORES RAMAN

#### 3.1 Introdução

A modelagem de amplificadores Raman, como sintetizada no diagrama da Fig.9, geralmente é feita usando-se um método estendido das equações não lineares de Schrödinger – ENLSE (*Extended nonlinear Schrödinger Equation*) [46-48] ou então usando-se alguma aproximação de estado-estacionário [48-50]. Métodos numéricos são então utilizados para se analisar a evolução de campos elétricos na modelagem ENLSE. Efeitos como a depleção de bombeio, dispersão, ruído de emissão espontânea – ASE (*Amplified Spontaneous Emission*), espalhamento duplo de Rayleigh – DBR (*Double Rayleigh Backscattering*) e efeitos não-lineares como auto-modulação de fase – SPM (*Self Phase Modulation*) e modulação cruzada de fase – XPM (*Cross-Phase Modulation*), estão totalmente computados no método ENLSE. A OSNR e a penalidade de diagrama de olho também podem ser calculadas com essa abordagem.

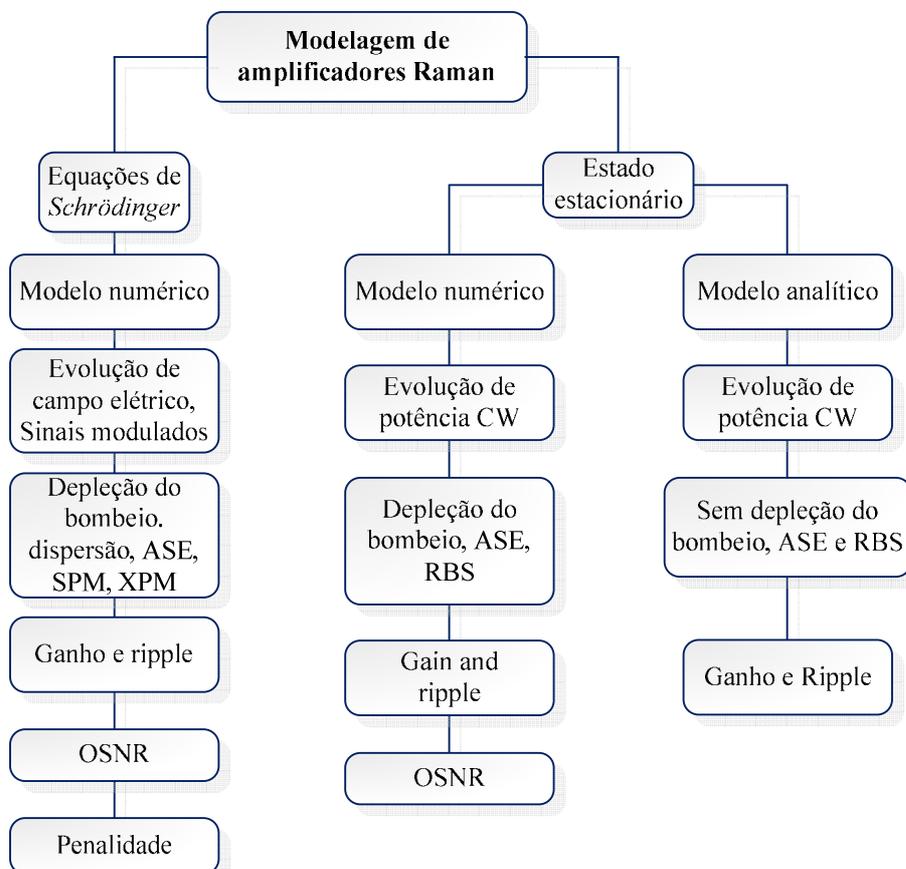


Figura 9 – Diagrama mostrando a relação entre as modelagens de amplificadores Raman.

Considerando a modelagem apenas de estado estacionário, ou seja, a propagação apenas de potência e não de sinais modulados, tanto soluções numéricas quanto analíticas podem ser aplicadas. Entretanto, quando essa solução é feita por métodos numéricos, efeitos como a depleção do bombeio, ASE e RBS podem ser incluídos. Já nos métodos analíticos, esses efeitos são apenas parcialmente computados ou então até mesmo desconsiderados.

No entanto, apesar de algumas aproximações serem necessárias em abordagens analíticas, essas técnicas permitem a avaliação de ganho e *ripple* com certa precisão e com um tempo computacional muito reduzido, o que é extremamente importante quando se quer projetar um amplificador Raman multi-bombeio explorando-se uma extensa faixa de valores de comprimentos de onda e potências de bombeio.

### **3.2 Modelos numéricos**

Como discutido acima, existem de maneira geral dois tipos de abordagens numéricas usadas para solucionar a propagação de sinais em sistemas óticos. Por um lado temos o método ENLSE que é baseado na evolução de campos eletromagnéticos, e que nos permite obter, por exemplo, a penalidade de diagrama de olho sofrida por um sinal modulado. Por outro lado temos a abordagem de estado estacionário que é baseada apenas na evolução de potência. Para melhor compreensão, ambos os métodos estão detalhados a seguir.

#### **3.2.1 Equação não-linear de Schrödinger estendida – ENLSE**

A evolução dos sinais e dos bombeios em termos de análise temporal e espacial pode ser computada usando-se a equação não-linear de Schrödinger [46], dada pela Eq. (3), que pode ser resolvida, por exemplo, através do método do *split step* Fourier ou por um método de diferenças finitas [46].

$$\begin{aligned}
\frac{\partial A_{\nu}^{\pm}}{\partial z} - d_{ref,\nu} \frac{\partial A_{\nu}^{\pm}}{\partial t} + \frac{j}{2} \beta_{2\nu} \frac{\partial^2 A_{\nu}^{\pm}}{\partial t^2} - \frac{j}{6} \beta_{3\nu} \frac{\partial^3 A_{\nu}^{\pm}}{\partial t^3} = \mp \frac{\alpha_{\nu}}{2} A_{\nu}^{\pm} \\
+ j\gamma_{\nu} \left[ |A_{\nu}^{\pm}|^2 + \left( \sum_{\sigma=1}^{N_C} 2|A_{\sigma}^{\pm}|^2 \right) - 2|A_{\nu}^{\pm}|^2 \right] A_{\nu}^{\pm} \\
\pm A_{\nu}^{\pm} \sum_{\mu>\nu} \frac{C_{R_{\mu\nu}}}{2\Gamma} |A_{\mu}^{\pm}|^2 \\
\mp A_{\nu}^{\pm} \sum_{\mu<\nu} \frac{\nu}{\mu} \frac{C_{R_{\nu\mu}}}{2\Gamma} |A_{\mu}^{\pm}|^2 \\
\mp A_{\nu}^{\pm} \sum_{\mu<\nu} \frac{\nu}{\mu} \frac{C_{R_{\nu\mu}}}{2\Gamma} \left[ 1 + \frac{1}{\exp\left[\frac{h(\nu-\mu)}{kT}\right] - 1} \right] 2N_{E_{\mu}}.
\end{aligned} \tag{3}$$

$A_{\nu}$  é a amplitude complexa dos sinais e dos bombeios, onde os sobrescritos + e – denominam a direção de propagação da onda, na direção  $z$  positivo e  $z$  negativo respectivamente. O tempo é designado por  $t$ ,  $z$  é o comprimento da fibra e  $\gamma_{\nu}$  é o parâmetro não-linear. O coeficiente de atenuação é  $\alpha_{\nu}$ , as frequências lineares são  $\nu$ ,  $\mu$  e  $\sigma$  e o número total de amplitudes complexas que se propagam ao longo da fibra (incluindo sinais e bombeios) é dado por  $N_C$ . A eficiência do ganho de Raman entre as frequências  $\mu$  e  $\nu$  é dada por  $C_{R_{\mu\nu}} = g_{\mu\nu} / A_{eff\mu}$ , onde  $g_{\mu\nu}$  é o ganho de Raman na frequência  $\nu$  devido ao bombeio na frequência  $\mu$ , e  $A_{eff\mu}$  é a área efetiva da fibra na frequência  $\mu$ . A potência de ruído devido a emissão espontânea em uma banda  $\Delta\nu$  em torno da frequência  $\nu$  é dada por  $N_{E\nu} = h\nu\Delta\nu$ , onde  $h$  é a constante de Planck. A temperatura absoluta da fibra é dada por  $T$ , a constante de Boltzmann por  $k$  e o fator de polarização por  $\Gamma$ , que é assumido como sendo 2 para sinais e bombeios despolarizados [32]. O termo  $d_{ref,\nu}$  é relacionado à diferença entre as velocidades de grupo do canal de referência e a dos outros canais (*walk-off*) e  $\beta_{3\nu}$  é relacionada a dispersão de alta ordem. Neste trabalho, para solucionar numericamente a equação de

Schrödinger foi-se utilizado uma técnica baseada no método do *split step* Fourier, como mostrado em [46,48].

Esse método baseado na ENLSE é a técnica mais completa e também mais precisa de se avaliar o desempenho de amplificadores Raman, pois é a técnica que permite a inclusão de um maior número de efeitos, justamente por se tratar de um método de solução para a propagação de sinais modulados, nos permitindo assim, por exemplo, medir a influência de efeitos dispersivos e ruidosos diretamente através do cálculo da penalidade de diagrama de olho. A principal desvantagem dessa técnica é o seu elevado tempo de execução, que chega a ser da ordem de dezenas de horas, tratando-se de computadores convencionais, para o caso de termos muitos sinais e/ou potências de bombeio muito elevadas envolvidos na simulação. Justamente por isso, quando são desejados resultados provenientes apenas da evolução de potência, as técnicas de estado estacionário passam a serem mais interessantes.

### 3.2.2 Abordagem de estado estacionário

Da Eq.(3) é possível se obter as equações não-lineares acopladas que governam a evolução de potência de bombeios e sinais ao longo de  $z$ , dadas pela Eq.(4), que nada mais é do que uma forma mais completa das Eq.(1) e (2), com mais efeitos incluídos.

$$\begin{aligned}
 \frac{dP_v^\pm}{dz} = & \mp \alpha_v P_v^\pm \pm \varepsilon_v P_v^\mp \pm P_v^\pm \sum_{\mu > \nu} \frac{C_{R,\mu\nu}}{\Gamma} \cdot (P_\mu^+ + P_\mu^-) \\
 & \pm 2N_{E,\nu} \sum_{\mu > \nu} \frac{C_{R,\mu\nu}}{\Gamma} \cdot (P_\mu^+ + P_\mu^-) \cdot T_N \mp P_v^\pm \sum_{\mu < \nu} \frac{\nu}{\mu} \frac{C_{R,\mu\nu}}{\Gamma} \cdot (P_\mu^+ + P_\mu^-) \\
 & \mp P_v^\pm \sum_{\mu < \nu} \frac{\nu}{\mu} \frac{C_{R,\mu\nu}}{\Gamma} 4N_{E,\mu} \cdot \left[ 1 + 1 / \left( \exp \left[ \frac{h(\mu - \nu)}{kT} \right] - 1 \right) \right].
 \end{aligned} \tag{4}$$

Na Eq.(4)  $P_\nu$  e  $P_\mu$  representam a potência ótica nas frequências  $\nu$  e  $\mu$ , respectivamente, que podem ser frequências tanto de sinais quanto de bombeios. Essa equação, que proporciona os alicerces para o desenvolvimento do modelo analítico utilizado nesse trabalho, pode ser resolvida numericamente através de algum método de solução de problema de contorno – BVP (*Boundary value problem*) [51].

A partir da solução dessa equação podemos obter resultados de ganho e de ruído, ainda com boa confiabilidade, com muito menos esforço computacional do que é necessário para o método baseado na ENLSE. Entretanto, por termos aqui apenas propagação de potência, resultados que sejam baseados, por exemplo, na análise do diagrama de olho não podem ser obtidos, que é o caso, por exemplo, da dispersão e de alguns efeitos não lineares.

A análise numérica de estado estacionário apesar de ser bem mais rápida do que a análise da evolução de campos, ainda necessita de certo tempo de execução, que para alguns casos como, por exemplo, quando temos altas potências de bombeio e muitos sinais propagantes, chega a ser da ordem de dezenas de minutos para computadores convencionais, o que inviabiliza o seu uso quando queremos, por exemplo, simular milhares de configurações distintas. Tarefas como essa só podem ser realizadas em um tempo acessível se tivermos disponível um método de solução analítico para o problema, e exatamente por isso essa abordagem analítica, apesar de inevitavelmente conter algumas simplificações, é de tão grande importância.

### 3.3 Modelo analítico

Nesse trabalho, com o intuito de se projetar amplificadores Raman eficientes, ou seja, escolher adequadamente os comprimentos de onda e as potências dos bombeios utilizamos um processo de otimização, que será mais bem explicado no capítulo 4, baseado em uma busca exaustiva simulando milhares de configurações de bombeios diferentes. Como visto anteriormente, modelos numéricos, mesmo os de estado estacionário, consomem muito tempo e não são adequados para tal tarefa, por isso foi-se usado um modelo analítico [23] para se atingir esse objetivo.

A abordagem analítica utilizada considera as interações bombeio-bombeio e sinal-bombeio, e também leva em consideração efeitos que dependem do comprimento de onda, como variações da área efetiva e variações no valor de atenuação dos sinais. No entanto, desconsidera a depleção sofrida pelo bombeio devido aos sinais, os efeitos de ruído (ASE e DRS), e também a variação da atenuação dos bombeios em função do comprimento de onda. Apesar disso, há casos em que tais simplificações não influenciam significativamente o cálculo de ganho [48].

A evolução de potência para um amplificador Raman com bombeio contra-propagante, considerando três frequências diferentes, é dada pelas seguintes equações:

$$\frac{dP_\sigma}{dz} = \alpha P_\sigma - \frac{C_{R,\sigma\mu} P_\mu}{\Gamma} P_\sigma - \frac{C_{R,\sigma\eta} P_\eta}{\Gamma} P_\sigma, \quad (5)$$

$$\frac{dP_\eta}{dz} = \alpha P_\eta - \frac{C_{R,\eta\mu} P_\mu}{\Gamma} P_\eta + \frac{\eta C_{R,\sigma\eta} P_\sigma}{\sigma \Gamma} P_\eta, \quad (6)$$

$$\frac{dP_\mu}{dz} = \alpha P_\mu + \frac{\mu C_{R,\eta\mu} P_\eta}{\eta \Gamma} P_\mu + \frac{\mu C_{R,\sigma\mu} P_\sigma}{\sigma \Gamma} P_\mu. \quad (7)$$

Os subscritos  $\mu$ ,  $\eta$  e  $\sigma$  denotam as frequências dos bombeios.  $P_{\mu,\eta,\sigma}$  se refere a potência ótica dos bombeios, e  $\alpha$  é o valor de atenuação dos bombeios, que nesse modelo é independente do comprimento de onda.

Com a intenção de computar a interação entre frequências com o refinamento permitido pela inclusão da depleção provocada pelos bombeios e outras interações existente entre eles, as equações de propagação são inicialmente agrupadas em pares. Aqui apenas o efeito da atenuação é calculado. A potência atenuada é dada então pela Eq.(8) onde  $P_{\mu,\eta,\sigma}(L)$  é a potência de bombeio de entrada, lançada em  $z = L$ , sendo  $L$  o comprimento total da fibra.

$$P_{\mu,\eta,\sigma}(z) = P_{\mu,\eta,\sigma}(L) \exp[-\alpha(L-z)] \quad (8)$$

Após isso, uma terceira interação entre bombeios entre o primeiro par de lasers de bombeio é calculado substituindo-se a potência atenuada  $P_\mu$  e  $P_\eta$  em (5).

Resolvendo a equação diferencial resultante obtém-se  $P_\sigma^{(1)}(z)$ , que dá a evolução de potência de  $P_\sigma$  após rodar-se a primeira iteração. Um procedimento semelhante é adotado para obter-se  $P_\eta^{(1)}(z)$  e  $P_\mu^{(1)}(z)$ .

A segunda iteração é calculada substituindo-se  $P_\eta^{(1)}(z)$  e  $P_\mu^{(1)}(z)$  em (5);  $P_\sigma^{(1)}(z)$  e  $P_\mu^{(1)}(z)$  in (6); enquanto  $P_\sigma^{(1)}(z)$  e  $P_\eta^{(1)}(z)$  são substituídos em (7). Logo,  $P_\sigma^{(2)}$ ,  $P_\eta^{(2)}$ , e  $P_\mu^{(2)}$  dão, respectivamente, expressões analíticas para a evolução dos bombeios após a segunda iteração. Mais detalhes a respeito da dedução dessas equações são apresentados no Apêndice A e também podem ser encontrados em [23].

Após considerar interações entre três frequências de bombeio arbitrárias, uma expressão analítica geral para  $N$  bombeios contra-propagante é obtida. Essa expressão é dada pela Eq.(9)

$$\begin{aligned}
 P_\rho(z) &= P_\rho(L) \exp[-\alpha(L-z)] \\
 &\exp \left[ \sum_{\psi > \rho} \left[ A(\rho, \psi) \frac{1 - \exp[\Lambda(z)B(\psi, \varphi)]}{B(\psi, \varphi)} \right] \right] \\
 &\exp \left[ \sum_{\psi < \rho} \left[ \frac{-\rho}{\psi} A(\rho, \psi) \frac{1 - \exp[\Lambda(z)B(\psi, \varphi)]}{B(\psi, \varphi)} \right] \right].
 \end{aligned} \tag{9}$$

onde  $A(\rho, \psi) = C_{R, \rho \psi} P_\psi(L)$ ,  $B(\psi, \varphi) = \sum_{\varphi < \psi} \psi C_{R, \psi \varphi} P_\varphi(L) / \varphi - \sum_{\varphi > \psi} C_{R, \psi \varphi} P_\varphi(L)$  e  $\Lambda(z) = -(1 - \exp(-\alpha(L-z))) / \Gamma\alpha$ .

Nessa equação,  $\rho$ ,  $\psi$ , e  $\varphi$  são frequências óticas dos bombeios, e  $P_\rho$  é a potência do bombeio. A partir dela, pode-se facilmente mostrar, como descrito em [23], que o ganho dos sinais pode ser obtido pela Eq.(10), onde  $\nu$  é a frequência ótica do sinal e  $N_p$  é o número total de bombeios.

$$G(\nu, L) = \exp[-\alpha_\nu L] \exp \left[ \int_0^L \left( \sum_{N_p} \frac{C_{R,\rho\nu}}{\Gamma} P_\rho(z) dz \right) \right]. \quad (10)$$

Essa abordagem analítica, apesar de incluir algumas simplificações, em muitos casos nos dá valores de ganho com razoáveis precisões, o que possibilita o seu uso como uma ótima ferramenta para se obter uma boa estimativa inicial do comportamento de um amplificador Raman.

### 3.4 Conclusões

Neste capítulo vimos que temos basicamente três maneiras de se modelar amplificadores Raman. Numericamente calculando a evolução de campo elétrico dos sinais, que nos permite a inclusão de muitos efeitos e também a obtenção inclusive do diagrama de olho do sinal; numericamente através de uma abordagem de estado estacionário, que nos permite apenas a propagação de potências; e também através de um modelo analítico que, apesar de simplificado, nos permite fazer boas estimativas iniciais com extrema rapidez.

Durante o desenvolvimento restante do trabalho, são utilizados as três abordagens. Primeiramente o modelo analítico é utilizado para se simular milhares de configurações de bombeios diferentes com o intuito de se escolher as melhores para se fazer o resto do estudo baseando-se nelas, ou seja, a rapidez dessa abordagem é utilizada para se fazer o projeto do amplificador Raman. Com o amplificador projetado, os modelos numéricos, que obviamente são mais precisos, são utilizados para termos resultados mais confiáveis e também para podermos analisar mais parâmetros como a penalidade de diagrama de olho e a OSNR.

## 4 RESULTADOS

### 4.1 Introdução

A análise dos resultados será feita em duas etapas. Como dito anteriormente, primeiramente é projetado um amplificador Raman multi-bombeio utilizando-se de uma metodologia de otimização baseada no modelo analítico descrito na Seção 3.3, e a seguir os modelos numéricos propostos e descritos nas Seções 3.2.1 e 3.2.2 são utilizados a partir da configuração de bombeio projetada para um melhor e mais preciso entendimento do funcionamento do amplificador.

Em uma primeira análise, o desempenho de um amplificador Raman discreto com dois bombeios contra-propagantes é examinado em termos da sua capacidade de fornecer ganho com baixos valores de *ripple*, da sua OSNR e também da compensação de dispersão realizada. Nessa análise varia-se a potência de entrada dos sinais e também o valor da atenuação total da fibra.

Em um segundo momento, o uso da PCF como meio de amplificação e compensação de dispersão é comparado com o uso de DCFs convencionais para verificar a viabilidade do uso dessas fibras nesse contexto. Nessa etapa verificaremos até quanto o processo de fabricação de PCF tem que ser aperfeiçoado, ou seja, as perdas totais têm que diminuir, para que seja mais vantajoso o uso das fibras microestruturadas no lugar das DCFs convencionais.

### 4.2 Amplificador utilizado

Todo o estudo foi feito considerando um amplificador Raman discreto com dois bombeios contra-propagantes utilizando a PCF descrita na Seção 2.1.6 para simultaneamente fornecer ganho e compensar a dispersão introduzida pelo sistema. A Fig.10 mostra o setup do amplificador utilizado na nossa investigação. O transmissor WDM (*Wavelength Division Multiplexing*) contém 20 sinais igualmente espaçados na banda C, cada um transmitindo informação a uma taxa de 10 Gbps. A SMF utilizada como meio de transmissão tem 70 km e a PCF utilizada para fornecer ganho foi

projetada para ter 1 km de comprimento, exatamente o necessário para se ter a compensação total da dispersão introduzida pela SMF. A configuração contra-propagante foi usada para garantir que o sinal seja menos afetado por efeitos não lineares, considerou-se o bombeio despolarizado com fator de polarização igual a 2 [52]. É importante mencionar que valores de ganho substancialmente mais elevados podem ser obtidos se o estado de polarização dos sinais e dos bombeios for mantido constante, ou seja, fator de polarização igual a 1. Infelizmente, isso não é fácil de ser obtido experimentalmente. A Tabela I resume alguns dos parâmetros utilizados em nossa análise.

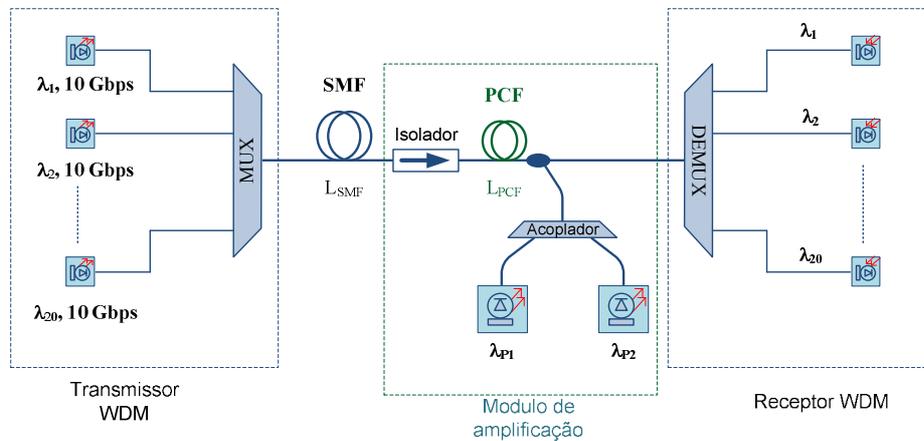


Figura - 10. Configuração do amplificador Raman discreto multi-bombeio.

Tabela I. Parâmetros do sistema.

	SMF	DCPCF
$A_{eff}(\lambda = 1550 \text{ nm})$ ( $\mu\text{m}^2$ )	76,30	1,81 [45]
$D(\lambda = 1550 \text{ nm})$ (ps/nm.km)	17	-1216 [45]
Eficiência de ganho Raman de Pico ( $\text{W}^{-1}\text{km}^{-1}$ )	0,43	21,00
Largura de banda de ruído $\Delta\nu$ (nm)	0,1	0,1
$L$ (km)	70	1

### 4.3 Otimização do amplificador

A otimização feita para os amplificadores Raman, não foi baseada em nenhuma heurística específica, foi feita apenas uma busca exaustiva, simulando-se milhares de configurações aleatórias e escolhendo-se a mais adequada. O importante aqui é mencionar que como simulações de amplificadores Raman normalmente são custosas computacionalmente, essas buscas com milhares de configurações geralmente não podem ser efetuadas em um tempo acessível de alguns minutos. Nesse trabalho, essa tarefa só pôde ser realizada graças à utilização do modelo analítico descrito na Seção 3.3. Essa nova metodologia é justamente uma das principais contribuições desse trabalho, e foi recentemente publicada em [24].

Todo esse processo consiste basicamente em três etapas. Primeiramente, definimos a configuração que será utilizada, a banda que será amplificada, a quantidade de canais de entrada e o número de lasers de bombeio. Em seguida, definimos uma faixa de comprimentos de onda dos bombeios e outra faixa de potências de bombeio, nas quais esses parâmetros poderão variar aleatoriamente para cada configuração diferente. Nessa etapa também é definida a quantidade de diferentes configurações que serão testadas. Na última etapa o modelo analítico é executado para cada configuração que foi determinada aleatoriamente e o ganho médio e o *ripple* de cada uma é mostrado em um gráfico ganho  $\times$  *ripple* para todos os pontos testados. A partir dessa “nuvem de pontos”, pode-se escolher um amplificador que tenha alguma característica específica. Normalmente escolhe-se amplificadores com altos ganhos e baixos valores de *ripple*.

É necessário lembrar, porém, que esse modelo analítico apesar de ser confiável em muitos casos, é para ser usado apenas como uma aproximação inicial. Portanto, é importante que a configuração de bombeio escolhida a partir desse método seja testada posteriormente por modelos numéricos mais robustos caso uma maior precisão nos resultados seja necessária.

No projeto do nosso amplificador da banda C, combinações de bombeio com comprimentos de onda,  $\lambda_{p1}$  e  $\lambda_{p2}$ , variando aleatoriamente entre 1410 nm e 1460 nm e

potências variando de 100 mW a 450 mW foram testadas. Essas faixas de valores foram escolhidas devido ao fato de que a maioria dos lasers de bombeio disponíveis com custos relativamente baixos estão nesta faixa. A Fig.11 mostra o ganho médio em função do *ripple* para 8000 configurações diferentes. Foi considerada a atenuação da PCF exatamente a da Fig.6 apresentando 5 dB/km em 1550 nm. Foram necessários apenas 29,8 segundos em um computador com processador INTEL 2,64 GHz e 2 GB de memória RAM para avaliar todos os pontos mostrados no espaço de solução da Fig.11, mostrando a extrema rapidez dessa metodologia.

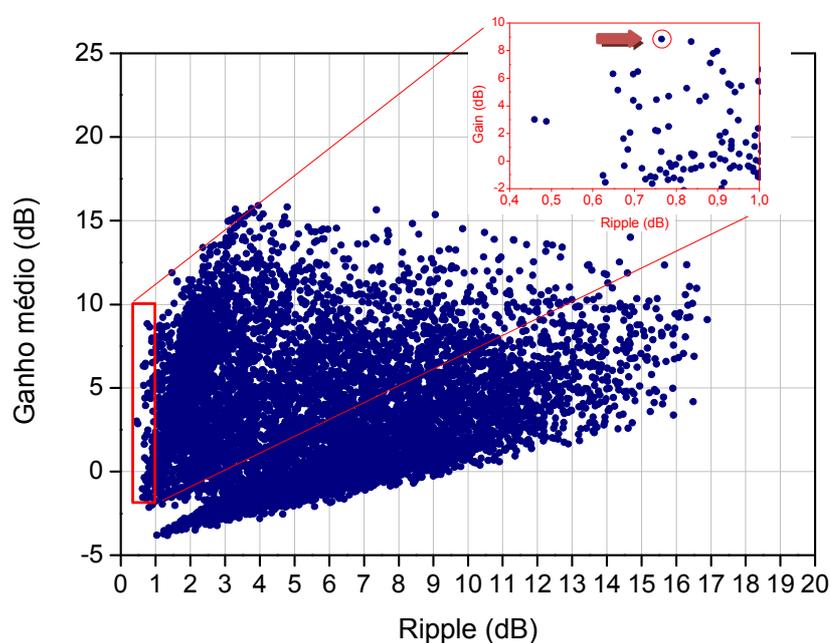


Figura 11 - Ganho médio em função do *ripple* obtidos com o modelo analítico para 8000 configurações de bombeios diferentes em um amplificador Raman discreto com dois bombeios contra-propagantes. A inserção mostra as configurações com *ripple* menores do que 1dB.

Como pode ser notado na Fig.11, é possível se projetar amplificadores Raman em PCFs com vários valores de ganho e *ripple*. O ganho médio pode variar de -5 a +15 dB, enquanto o *ripple* de 0,5 até 17 dB, dependendo da combinação dos lasers de bombeio. Um olhar mais atento a esses dados mostra que 0,68 % das configurações apresentam ganhos entre 0 e 9 dB, e *ripple* entre 0 e 1 dB. A proporção aumenta para 8,63 % se o *ripple* escolhido variar entre 0 e 2 dB.

Dentre as 8000 possibilidades estudadas foi escolhida a que apresentou o ganho mais elevado e com um valor de *ripple* menor do que 1 dB. A inserção na Fig.11 mostra o espaço de solução escolhido com as configurações de *ripple* abaixo de 1 dB. Os comprimentos de onda e as potências de bombeio escolhidas foram, respectivamente,  $\lambda_{p1} = 1422,4$  nm,  $\lambda_{p2} = 1451,9$  nm e  $P_{p1} = 238,9$  mW,  $P_{p2} = 435,2$  mW. Para essa configuração, o ganho médio obtido foi de 8,83 dB com um *ripple* de 0,76 dB.

É importante mencionar que não foi citado nenhum valor de potência de entrada para os sinais, pois as simplificações feitas no modelo analítico são indiferentes à inclusão desse parâmetro. Isto significa que com o modelo analítico estamos estabelecendo valores de ganho para amplificadores que funcionam em sua região linear, antes de atingir a saturação, que ocorre devido principalmente ao uso de potências de bombeio muito elevadas.

Com a configuração de bombeios já escolhida, podemos agora fazer a análise sistêmica do desempenho do amplificador com modelos numéricos, incluindo assim mais parâmetros de entrada, como a potência de entrada dos sinais, e efeitos de perda, como ASE e DRS, tendo resultados mais precisos, que nos permitirão gerar dados mais confiáveis.

#### 4.4 Resultados numéricos

Com a configuração obtida a partir do modelo analítico através do processo de busca exaustiva, temos agora a disposição um amplificador otimizado que nos permite fazer um estudo mais consistente sobre amplificadores Raman em uma PCF. Com o intuito de analisar o seu uso como dispositivo fornecedor de ganho e também compensador de dispersão, iremos verificar os parâmetros de ganho, *ripple*, OSNR e também a penalidade de diagrama de olho. Portanto, nessa etapa utilizaremos o modelo numérico baseado na ENLSE descrito na Seção 3.2.1, pois é o único que nos permite fazer análises com a propagação de sinais modulados. Cada um dos 20 sinais WDM foi modulado no formato de não retorno a zero – NRZ (*Non return to zero*)

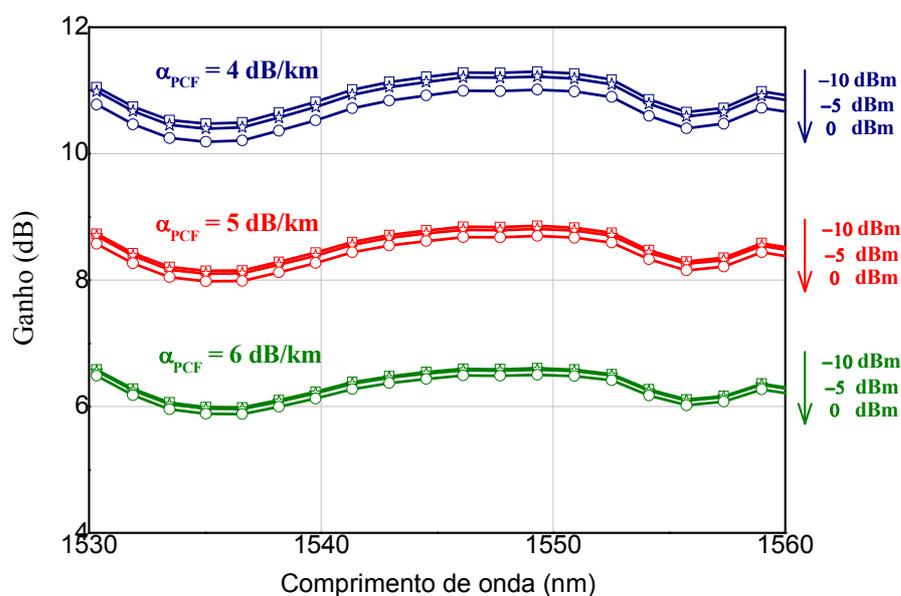
com 64 bits aleatórios transmitidos a uma taxa de 10 Gbps. Um número maior de bits não foi utilizado devido ao esforço computacional adicional que isso causaria na implementação do método *split step* Fourier. Todo o estudo foi realizado para potências dos sinais na entrada da SMF ( $P_S$ ) de 0, -5 e -10 dBm, e para valores de atenuação da fibra ( $\alpha_{PCF}$ ) de 4, 5 e 6 dB/km no comprimento de onda de 1550 nm. Vale lembrar que na formulação numérica a atenuação da fibra é uma função do comprimento de onda.

A Fig.12(a) mostra o ganho do amplificador em função do comprimento de onda para os três valores de potência de entrada do sinal e para os três valores de atenuação da PCF. Nela podemos perceber que ao alterar a potência de entrada dos sinais não houve uma mudança muito significativa nos valores de ganho, significando que o amplificador está funcionando em sua região linear. A respeito da atenuação, vemos claramente que fibras com valores de  $\alpha_{PCF}$  mais elevados apresentam ganhos mais reduzidos, o que é uma conclusão um tanto quanto óbvia já que o bombeio passa a ser mais fortemente atenuado, transferindo assim menos energia para os sinais. Entretanto, a mudança do valor de atenuação não alterou significativamente o *ripple* do ganho, ou seja, o formato da curva permaneceu aproximadamente o mesmo.

Além disso, é importante notar que para todos os casos obtivemos um ganho bastante plano, com *ripple* abaixo de 0,83 dB, mostrando que o amplificador projetado, em termos de planicidade do ganho, funciona para amplificar toda a banda C sem a necessidade de se utilizar algum dispositivo adicional como, por exemplo, um filtro ótico ou um laser de bombeio extra. Outro detalhe interessante é que o ganho médio e o *ripple* para o sinal com potência inicial de entrada de -10 dBm e atenuação 5 dB/km foram, respectivamente, 8,5 dB e 0,71 dB, mostrando uma boa concordância com os valores obtidos com o modelo analítico, que foram de 8,83 dB e 0,76 dB respectivamente para o ganho médio e para o *ripple*.

Na Fig.12(b) pode-se observar a OSNR para todos os 20 canais WDM. Como se pode notar, valores mais elevados de OSNR podem ser obtidos para potências de entrada dos sinais mais elevadas, o que acontece devido ao fato de que sinais de entrada com pouca potência tem valores mais próximas das potências de ruído, e como

os dois são amplificados juntamente, a relação entre eles, ou seja, a OSNR, fica mais baixa. É importante perceber também que o valor de atenuação da PCF não influenciou de forma efetiva nem no formato e nem na magnitude da curva de OSNR. Relações sinal-ruído ligeiramente maiores podem ser obtidas com fibras de menor atenuação, pois nelas o sinal permanece com potências mais elevadas por mais tempo, porém essa diferença não foi muito significativa. Apesar dessas considerações, é essencial notar, entretanto, que todos os valores de OSNR obtidos ficaram acima de 28 dB, que já é em si um ótimo resultado, mostrando que o amplificador projetado não sofre significativamente de penalidades devido ao ruído para nenhum dos casos estudados. Além disso, ficou mostrado que valores de OSNR próximos a 40 dB podem ser obtidos para o amplificador em questão.



(a)

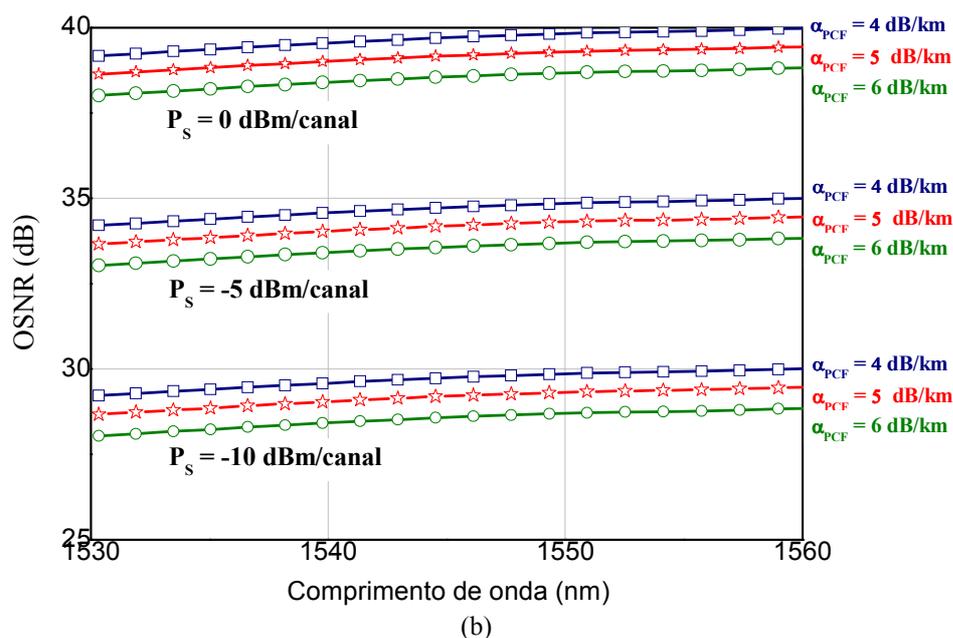


Figura 12 - (a) Ganho e (b) OSNR em função do comprimento de onda do sinal para o amplificador Raman discreto contra-propagante com multi-bombeio usando uma PCF. (a) Os valores à direita representam a potência de entrada de cada canal e (b) a atenuação da PCF.

Na Fig.13 podemos ver a penalidade de diagrama de olho em função do comprimento de onda dos 20 canais WDM para os casos mostrados na Fig.12. Como se pode observar, penalidades de olho muito próximas a zero foram obtidas para todos os canais ao longo da banda C, o que significa que a dispersão introduzida pelos 70 km de SMF foi praticamente totalmente compensada pela PCF. A Fig.12 sugere também que o amplificador projetado, para o caso de 20 canais WDM operando a uma taxa de 10 Gbps na banda C, pode funcionar sem ter o seu desempenho significativamente deteriorado por ruídos e efeitos não lineares.

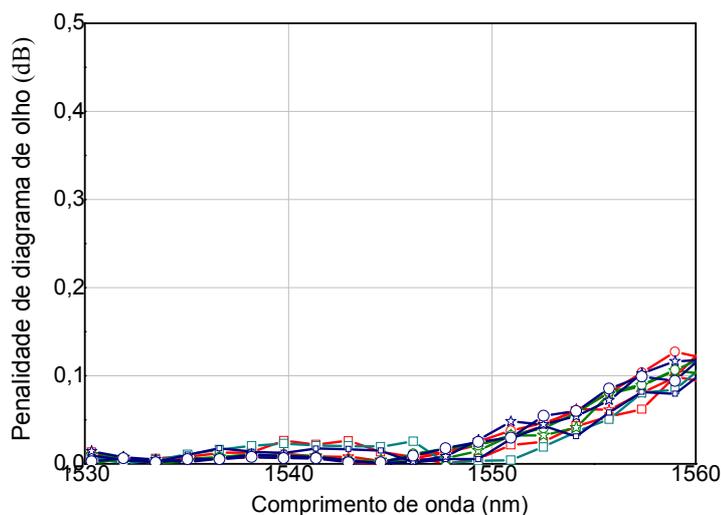


Figura 13 - Penalidade de diagrama de olho em função do comprimento de onda dos sinais para os casos apresentados na Fig.12. Aqui  $\alpha_{PCF} = 4, 5$  e  $6$  dB/km, e  $P_s = 0, -5$  e  $-10$  dBm/canal.

Para uma melhor visualização do resultado mostrado na Fig.13, temos na Fig.14 o diagrama de olho do canal em 1550,9 nm logo após a PCF, para uma atenuação da fibra de 5 dB/km e potência de entrada dos sinais de -10 dBm. Podemos ver claramente que a dispersão foi totalmente compensada e que ruídos e efeitos não lineares de fato não deterioraram o diagrama de olho. É importante ressaltar que resultados como os da Fig.13 e da Fig.14 só puderam ser obtidos graças ao uso do método numérico baseado na ENLSE que permite a simulação de sinais modulados e não apenas de propagação de potência.

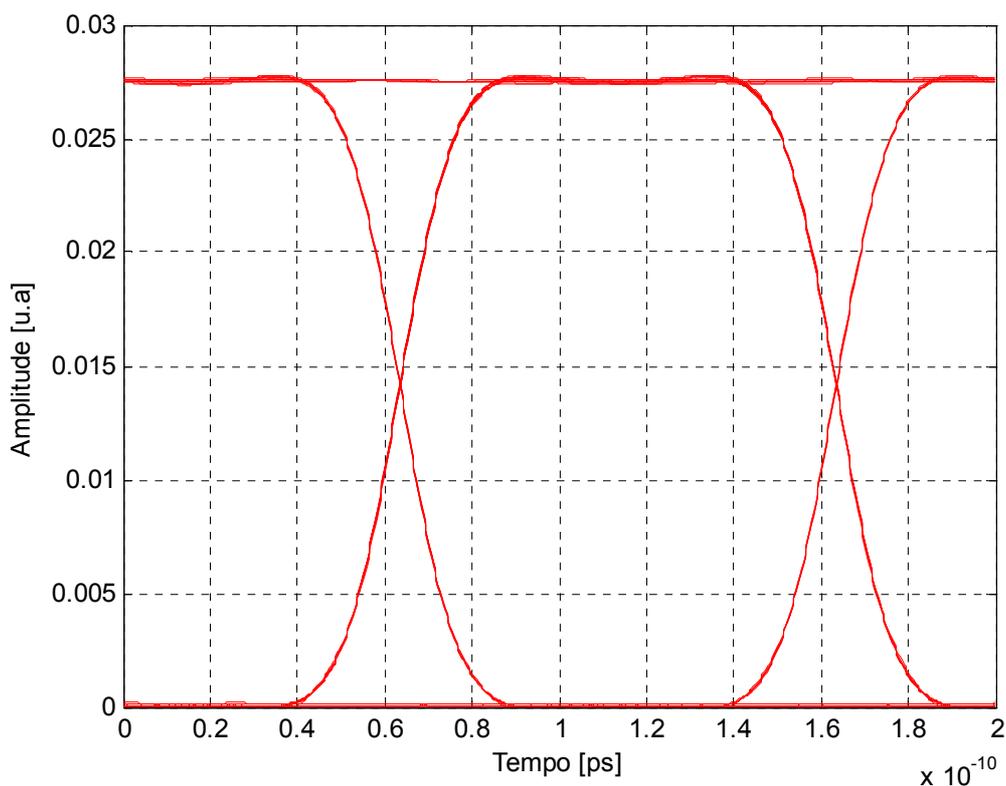


Figura14 - Diagrama de olho do sinal em 1550,9 nm para os casos da atenuação da PCF de 5 dB/km e potência de entrada dos sinais de -10 dBm.

Com os resultados obtidos até aqui, podemos concluir que a partir da metodologia de otimização apresentada, foi possível projetar amplificadores Raman discretos com dois bombeios contra-propagantes com apenas 1 km de PCF capazes de fornecer ganhos razoáveis, com baixo *ripple*, alta OSNR e que compense totalmente a dispersão introduzida por 70 km de SMF, apresentando assim penalidades de diagrama de olho praticamente nulas. Ficou também demonstrado que de fato é possível se utilizar PCFs para ao mesmo tempo fornecer ganho e fazer a compensação de dispersão em um amplificador Raman discreto. Basta agora verificar quando passa a ser mais vantajoso o uso de uma PCF para esses fins, ao invés do uso de uma DCF convencional.

#### 4.5 Comparação com uma DCF convencional

Até aqui já vimos que fibras microestruturadas podem ser usadas satisfatoriamente como amplificadores Raman discretos, simultaneamente fornecendo ganho e compensando dispersão. Entretanto, DCFs vem sendo utilizadas ao longo dos últimos anos exatamente para o mesmo tipo de aplicação e vem tendo um desempenho também satisfatório. Nesse sentido, é importante se fazer uma comparação entre o desempenho das duas fibras, inclusive para verificar se e quais melhoramentos ainda devem ser feitos no processo de fabricação das PCFs, para que o seu uso possa de fato ser preferencial no lugar das fibras compensadoras de dispersão convencionais.

A PCF utilizada nessa comparação é a mesma que foi utilizada nos resultados anteriores, e que foi descrita em 2.1.6, já os parâmetros da DCF convencional utilizada estão mostrados na Tabela II, juntamente com os parâmetros das outras fibras em questão.

**Table II. Parâmetros do sistema.**

	SMF	PCF	DCF
$A_{eff}(\lambda = 1550 \text{ nm})$ ( $\mu\text{m}^2$ )	76,30	1,81	22,07
$D(\lambda = 1550 \text{ nm})$ (ps/nm.km)	17	-1216	-98
Pico da eficiência do ganho de Raman ( $\text{W}^{-1}\text{km}^{-1}$ )	0,43	21,00	3,20
Banda de ruído $\Delta\nu$ (nm)	0,1	0,1	0,1
$L$ (km)	70,00	1,00	12,15
Atenuação ( $\lambda = 1550 \text{ nm}$ ) (dB/km)	0,19	Variável sobre investigação, referência de 5 dB/km	0,50

É interessante notar que o valor da dispersão em 1550 nm da fibra DCF em questão é aproximadamente 12 vezes menor do que o da PCF, o que significa que é preciso um comprimento total da DCF muito maior do que o da PCF para que a dispersão introduzida por uma SMF seja totalmente compensada. Por exemplo, para o mesmo caso estudado anteriormente, no qual era utilizada uma SMF com 70 km,

precisamos de apenas 1 km de PCF. Porém, com essa DCF passamos a precisar de 12,15 km de fibra, o que já é uma vantagem significativa da fibra microestruturada. Outro detalhe interessante é que a área efetiva da DCF é aproximadamente 12 vezes maior do que a da PCF, fazendo assim com que sua eficiência do ganho de Raman seja muito menor, o que também pode ser constatado a partir da Tabela II. A principal vantagem da DCF é o fato dela apresentar uma atenuação muito mais baixa do que a da PCF. Essa mescla de vantagens e desvantagem torna difícil a escolha de uma fibra ao invés de outra apenas por inspeção, por isso são necessárias as simulações.

Como o parâmetro da PCF que mais deteriora o seu desempenho de fornecer ganho é a sua alta atenuação, a comparação da performance das duas fibras será realizada em função justamente dela. Será verificado até que valor a atenuação da PCF deverá baixar para que o seu uso seja mais eficiente em termos de ganho, ou seja, será estabelecido um valor limite que deverá ser entendido como o objetivo a se chegar no processo de fabricação dessas fibras, que as tornará talvez preferíveis às DCFs.

Toda a comparação será realizada em cima da mesma configuração mostrada anteriormente na Fig.10, só que agora, após a SMF, estudaremos também o caso de se utilizar 12,15 km da DCF descrita na Tabela II ao invés de apenas estudar o caso com 1 km de PCF. A potência de entrada de cada sinal foi estabelecida em  $-10$  dBm. Para termos uma comparação mais significativa, uma nova otimização das fibras será realizada através de uma metodologia baseada no procedimento descrito na Seção 4.3, porém ligeiramente modificado.

#### **4.5.1 - Refinamento da otimização**

Para que os resultados da comparação não sejam influenciados por alguma possível aleatoriedade proveniente do processo de otimização, ou seja, para evitar que o amplificador em uma fibra fique melhor otimizado do que em outra, resolvemos fazer uma pequena alteração na metodologia apresentada na Seção 4.3, garantindo que tanto para a PCF quanto para a DCF teremos amplificadores pelo menos perto da configuração ótima, dado as restrições dos comprimentos de onda e potências dos

bombeios. Para o caso da PCF, cada fibra com valor de atenuação diferente será otimizada separadamente, já que alterando a atenuação podemos também estar modificando a configuração ótima. Começaremos a analisar a PCF a partir da mesma suposição feita anteriormente de 5 dB/km de perda em 1550 nm, e a partir daí reduziremos esse valor em busca do limite desejado.

A otimização agora será realizada da seguinte maneira: novamente são definidas as configurações do amplificador, a banda a ser amplificada e o número de sinais nela contido, bem como o número de bombeios a serem utilizados. A partir daí, uma faixa de valores de potência e comprimentos de onda para os bombeios é estabelecida, nas quais esses parâmetros serão escolhidos de forma aleatória para cada configuração testada. O número de configurações a serem testadas também tem que ser indicado. Com essas definições já feitas, utiliza-se do modelo analítico descrito na Seção 3.3 para se obter os resultados de ganho e de *ripple* para todos os casos selecionados. Até aqui o processo é o mesmo descrito na Seção 4.3 e publicado em [24], porém a partir de agora ocorrem pequenas mudanças. O quanto essas mudanças alteram os resultados anteriores será discutido mais à frente.

Os amplificadores que apresentam os maiores ganhos e baixos valores de *ripple* são agora separados e o histograma dos comprimentos de onda e das potências de bombeio desses amplificadores é verificada. A partir desses histogramas, pode-se perceber onde estão mais concentrados os valores desses parâmetros que tornam o amplificador mais eficiente. Sendo assim, é possível estabelecer uma nova faixa de variação para esses valores que seja bem mais reduzida do que a faixa utilizada anteriormente, tornando assim, o processo de busca mais conciso.

Com essa nova faixa de comprimentos de onda e de potência dos bombeios estabelecida, o mesmo processo de otimização descrito anteriormente começa outra vez, e com os novos resultados de ganho e *ripple* pode-se outra vez fazer a análise do histograma e reduzir ainda mais a faixa de busca utilizada. Esse procedimento de estudo do histograma pode ser feito quantas vezes for necessário. Porém é importante ressaltar que depois de utilizado algumas vezes, o resultado satura e nenhuma melhora

adicional pode ser obtida a partir daí. Nesse ponto consideramos que a combinação de bombesios obtida está provavelmente perto da configuração ótima.

#### 4.5.1.1 Resultados da otimização usando o modelo analítico

Para otimizar a DCF e as PCFs com distintos valores de atenuação, foi estabelecido inicialmente uma faixa de variação para os comprimentos de onda dos bombesios entre 1400 e 1500 nm, e uma faixa entre 100 e 450 mW. Novamente esses valores foram selecionados com a intenção de utilizarmos lasers que sejam relativamente de baixo custo. Para garantir uma maior eficiência do método, o número de configurações testadas dessa vez foi de 150.000.

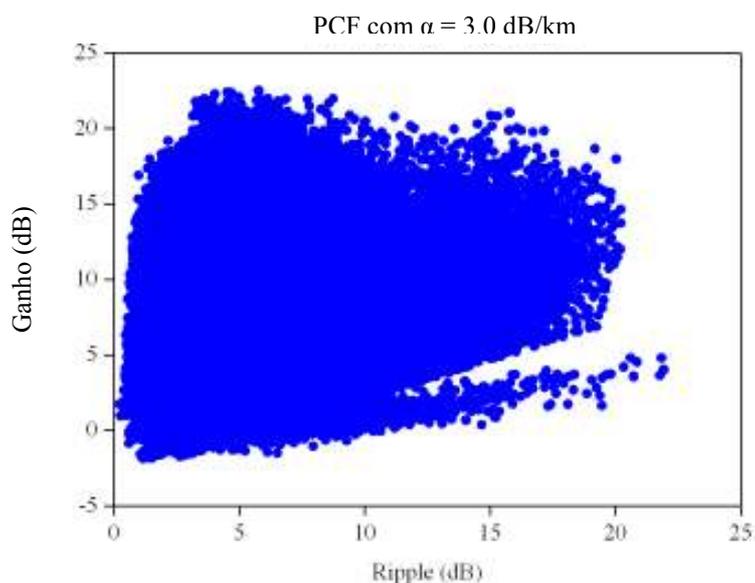
Após a simulação das 150.000 configurações de bombeio, foi feita a análise do histograma, como descrito na Seção 4.5.1 e novos 150.000 casos foram testados a partir daí. Essa redução da faixa de busca através da análise do histograma foi realizada três vezes para cada fibra, pois foi verificado que a partir desse valor, já não houve mais nenhuma melhora minimamente significativa. Sendo assim, ao todo foram testadas 600.000 configurações diferentes para cada fibra. Os resultados obtidos após essa otimização, podem ser vistos na Tabela III.

**Tabela III: Melhores configurações obtidas com o modelo analítico.**

Fibra	Comprimentos de onda dos bombesios (nm)	Potência dos bombesios (mw)	Ganho médio (dB)
DCF	1413,2	319,3	16,2
	1446,7	382,7	
PCF – 5,00 dB/km	1421,5	450,0	12,4
	1451,6	450,0	
PCF – 4,50 dB/km	1421,2	449,7	13,9
	1451,6	449,9	
PCF – 4,00 dB/km	1421,3	449,7	15,4
	1451,6	450,0	
PCF – 3,75 dB/km	1421,3	450,0	16,2
	1451,6	449,9	
PCF – 3,50 dB/km	1421,3	449,8	17,0
	1451,5	449,9	
PCF – 3,00 dB/km	1421,5	415,7	18,0
	1451,4	448,7	

Da Tabela III podemos ver que o desempenho da PCF com atenuação total de 5 dB/km está bem abaixo do desempenho da DCF. Portanto, é de fato necessário baixar o valor de atenuação da fibra para que seu desempenho passe a ser de uso prático. Portanto, foram feitas simulações para PCFs com valores de atenuação de até 3 dB/km. Outra conclusão que podemos tirar da Tabela III, é que o valor de atenuação da PCF que igualou a performance das duas fibras foi o de 3,75 dB/km, que ainda não é um valor extremamente baixo, logo, pode-se esperar que os processos de fabricação dessas fibras possam alcançá-lo em um futuro próximo. É interessante notar também que os valores dos comprimentos de onda e das potências de bombeio das PCFs otimizadas permaneceram praticamente os mesmos para todos os valores de atenuação, apenas uma ligeira mudança pode ser verificada nas potências de bombeio para o caso da PCF com  $\alpha = 3$  dB/km.

Para melhor exemplificar o processo de otimização realizado, temos na Fig.15 três diagramas do ganho médio dado em função da variação de *ripple* com o resultado dos 150.000 pontos para os casos de (a)  $\alpha = 3,0$  dB/km, (b)  $\alpha = 4,0$  dB/km e (c)  $\alpha = 5,0$  dB/km.



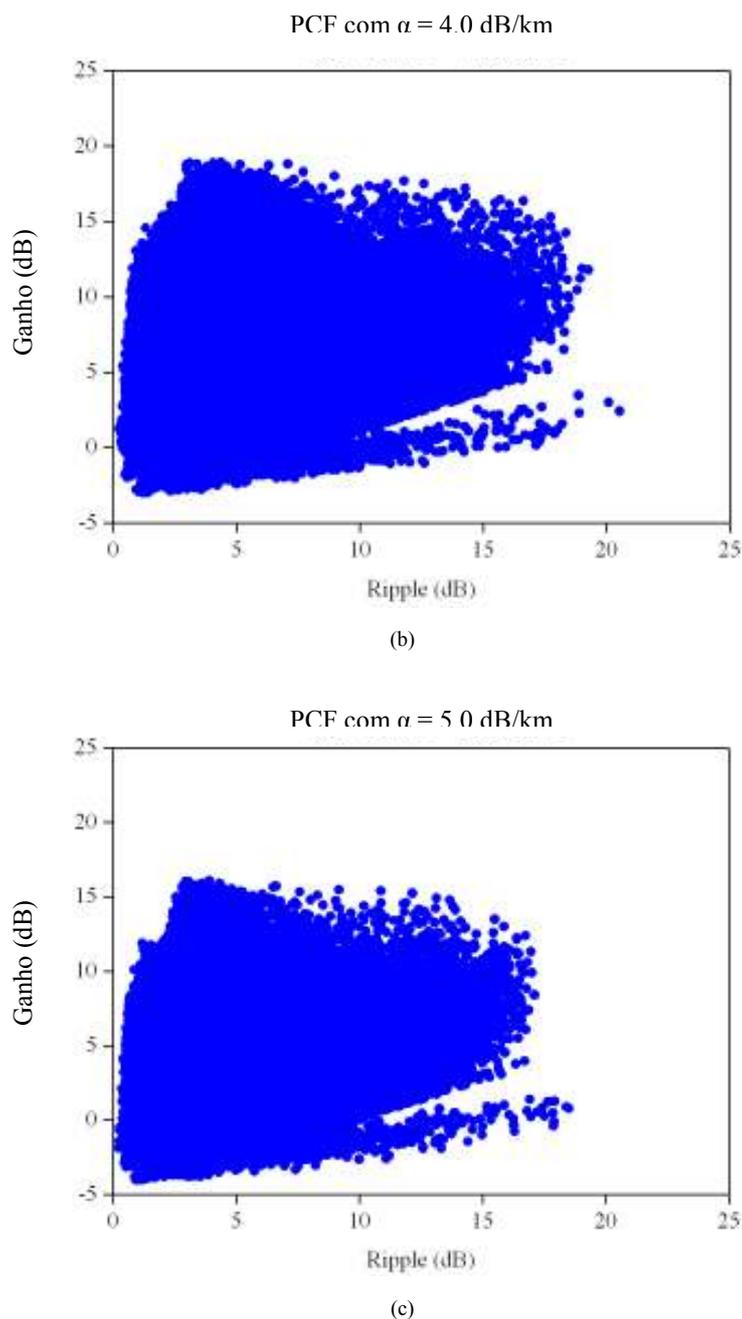


Figura 15 - Espaço de solução para a PCF com perda de (a) 3 dB/km, (b) 4 dB/km e (c) 5 dB/km.

De um ponto de vista de projeto, existe um claro compromisso entre ganho médio e *ripple*. Pode-se perceber claramente que amplificadores que apresentam valores de *ripple* baixos, mesmo nos melhores casos, podem fornecer ganhos apenas moderados. Em contraste, os amplificadores que apresentam valores muito elevados de ganho inevitavelmente sofrem a consequência de apresentar um alto *ripple*. Na Fig.15 podemos ver novamente que as fibras com menor atenuação nos permitem projetar amplificadores com ganhos mais elevados. Outro fato interessante é que a área

ocupada pela “nuvem de pontos” aumenta com a diminuição da atenuação da fibra, o que indica que para esses casos podemos ter amplificadores com uma maior diversidade em termos de sua relação ganho  $\times$  ripple. Entretanto, vale a pena ressaltar que essa maior diversidade se dá, sobretudo em áreas que apresentam valores de ripple elevados, bem acima de 1 dB, área essa que, pelo menos a princípio, não é de muito interesse em comunicações óticas.

Voltando aos casos mostrados na Tabela III, temos na Fig.16 a curva de ganho em função do comprimento de onda para todas as configurações otimizadas obtidas. Uma análise da Fig.16 nos revela que formato espectral das curvas de ganho da PCF não é significativamente afetado pela variação da atenuação, entretanto o mesmo já não ocorre com a amplitude do ganho que, como esperado, é sim modificada. Esses resultados mostram claramente que todos os amplificadores obtidos com esse novo processo de otimização apresentam uma curva de ganho altamente plana, o que é muito importante se considerado o uso de um amplificador em sistemas práticos.

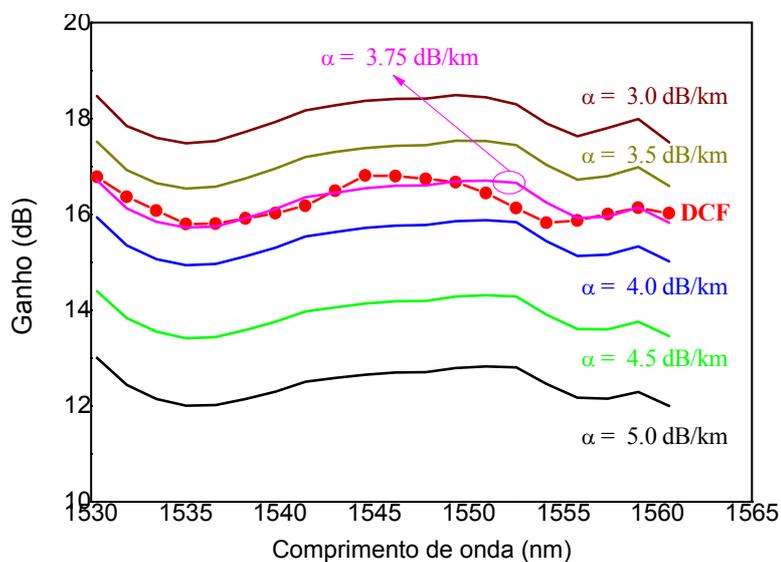


Figura 16 - Ganho em função do comprimento de onda dos sinais para todos os casos mostrados na Tabela III: formulação analítica.

Os resultados obtidos nessa seção, apesar de serem interessantes, principalmente se são entendidos como uma estimativa inicial, eles podem não ter uma precisão muito grande, pois foram obtidos com o uso de uma formulação analítica que

contém algumas inevitáveis simplificações. Portanto, uma análise com uma ferramenta mais robusta passa a ser necessária por questão de confiabilidade, logo, usaremos o modelo numérico descrito na Seção 3.2.2 para testarmos todos os casos descritos na Tabela III.

#### **4.5.2 Resultados numéricos**

Com os amplificadores já devidamente otimizados, pode-se agora utilizar algum modelo numérico para que se possa fazer uma análise mais precisa e também através da verificação de outros parâmetros que não podem ser obtidos com uma formulação analítica. O intuito inicial era o de encontrar o valor de atenuação para a PCF que fizesse com que o amplificador Raman tivesse um desempenho, em termos de ganho, semelhante ao de um amplificador utilizando uma DCF convencional. Tendo em vista esse fim, uma formulação numérica de estado estacionário é suficiente, pois agora não estamos interessados em analisar a propagação de bits na fibra, estamos apenas interessados em fazer uma análise de ganho. Porém, para melhor estudarmos o desempenho do amplificador, será também verificada a OSNR do sistema, já que isso pode ser feito apenas com a abordagem de estado estacionário. O modelo numérico utilizado a partir de aqui será então o que está descrito na Seção 3.2.2.

As novas curvas de ganho em função do comprimento de onda dos sinais para todos os casos mostrados na Tabela III podem ser então observadas na Fig.17. Comparando essas novas curvas de ganho, com as curvas de ganho obtidas anteriormente com o modelo analítico, percebemos que o formato espectral permaneceu praticamente inalterado. A única diferença que ocorreu, foi uma ligeira queda na amplitude do ganho dos amplificadores usando PCF, de aproximadamente 1 dB, o que a princípio pode ser explicado pela ausência de variação da atenuação em função do comprimento de onda de bombeio na formulação analítica. Entretanto, vale ressaltar que para as magnitudes de ganho que estamos trabalhando, essa diferença de apenas 1 dB ainda pode ser considerada como pequena, indicando que as duas formulações, tanto analítica quanto numérica, apresentam uma boa concordância.

Outra questão interessante é que podemos abordar da Fig.17, é que o valor de atenuação que fez com que o amplificador Raman com a PCF tivesse a mesma performance do que o amplificador com a DCF foi agora mais precisamente calculado como sendo de 3,5 dB/km, o que novamente indica a boa concordância dos dois modelos utilizados, pois esse valor está muito próximo do valor de 3,75 dB/km obtido com a abordagem analítica.

Um resumo dos resultados de ganho médio e de *ripple* obtidos com o modelo numérico pode ser visto na Tabela IV. Dela podemos perceber claramente que o nosso objetivo inicial de projetar amplificadores com valores de *ripple* abaixo de 1 dB foi obtido praticamente para todos os casos, apenas a DCF apresentou um valor ligeiramente mais elevado, porém com uma diferença completamente insignificante de 0,08 dB.

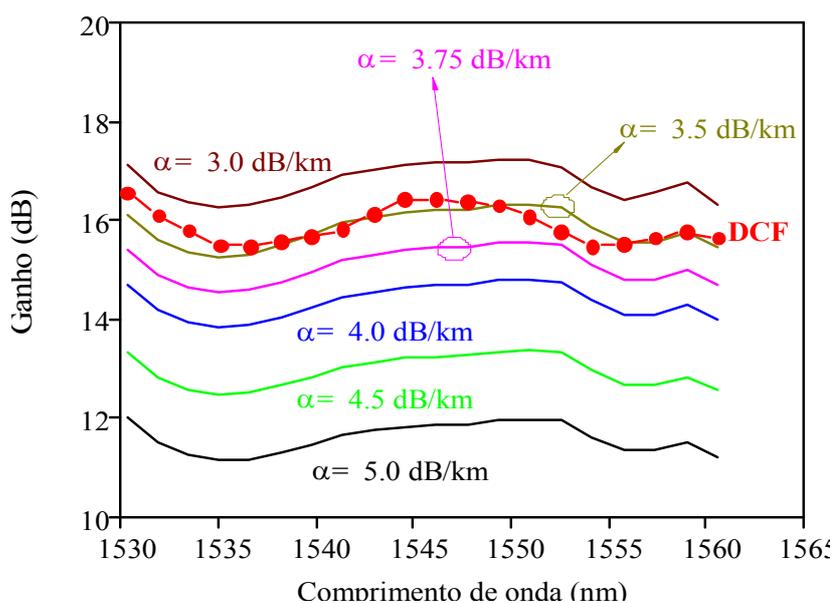


Figura 17 - Ganho em função do comprimento de onda dos sinais para todos os casos da Tabela III: modelo numérico.

Tabela IV – *Ripple* e ganho médio obtidos com o modelo numérico.

Fibra	<i>Ripple</i> (dB)	Ganho médio (dB)
DCF	1,08	15,9
PCF – 5,00 dB/km	0,89	11,6
PCF – 4,50 dB/km	0,90	12,9
PCF – 4,00dB/km	0,93	14,4
PCF – 3,75 dB/km	0,97	15,1
PCF – 3,50 dB/km	0,98	15,8
PCF – 3,00 dB/km	0,99	16,8

A seguir, para um melhor entendimento do funcionamento desses amplificadores, variou-se a potência de entrada de cada sinal entre - 35 dBm e + 10 dBm, e a partir daí verificou-se o ganho médio e a OSNR, como mostrado na Fig.18(a) e 18(b) respectivamente.

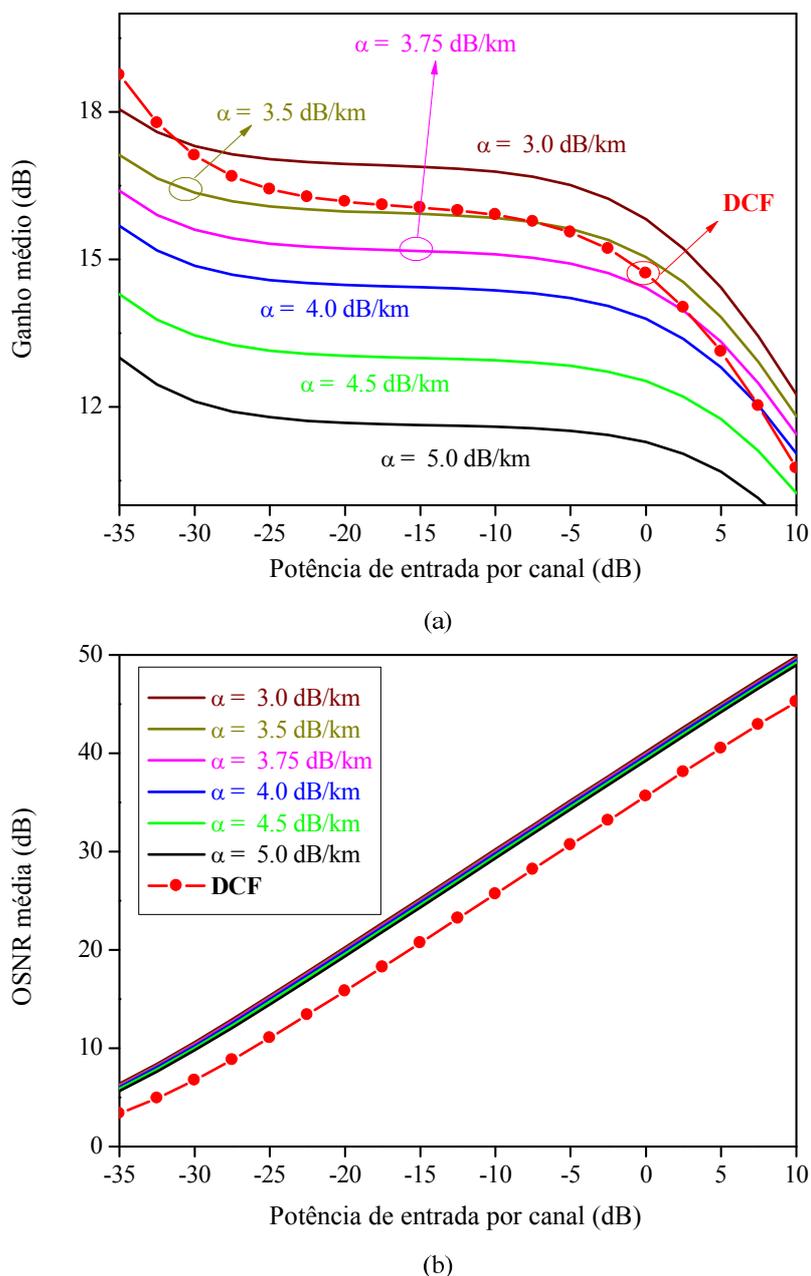


Figura 18 - Ganho médio (a) e OSNR (b) em função da potência de entrada dos sinais.

A Fig.18(a) mostra a típica curva de ganho de um amplificador Raman em função da sua potência de sinal de entrada. Temos um ganho mais elevado para

potências mais baixas, porém, como se pode ver na Fig.18(b), o ganho elevado dessa região acontece principalmente devido a amplificação do ruído, que impede o uso prático de amplificadores operando nessa faixa de potência de entrada. A seguir temos uma região linear, onde o aumento na potência de entrada dos sinais não altera significativamente o valor do ganho médio. Essa é a região preferível para o funcionamento de um amplificador, pois aí ele está relativamente imune a possíveis flutuações do valor da potência dos sinais. Finalmente quando aumentamos muito a potência entramos na faixa de saturação do amplificador, que também não é a mais adequada de ser utilizada, pois nessa região a performance do amplificador é prejudicada pela massiva presença de potência, que além de diminuir o ganho pode provocar também indesejados efeitos não lineares.

Pode-se observar na Fig.18(b) que a OSNR dos amplificadores com PCF não se alterou significativamente com a alteração da atenuação, e se pode verificar também que de uma maneira geral a OSNR do amplificador com DCF está 5 dB abaixo da do amplificador com PCF. Além disso, podemos perceber também que o valor de potência de entrada escolhido para os amplificadores projetados de  $-10$  dBm foi bastante adequado, pois de acordo com a Fig.18(a), para esse caso os amplificadores estão todos na região linear, e de acordo com a Fig.18(b), a OSNR para todos os amplificadores ficou acima de 25 dB, que é um valor bastante razoável.

Outro dado interessante que podemos obter com os resultados desta Seção, é que o aprimoramento na metodologia de otimização de fato nos permitiu obter amplificadores com ganhos mais elevados para as mesmas limitações de *ripple*. Para o caso da PCF com atenuação de 5,0 dB/km em 1550 nm, por exemplo, obtivemos agora um ganho médio de 11,6 dB, aproximadamente 3 dB acima dos 8,5 dB obtidos anteriormente.

#### **4.5.3 Comparação: modelo numérico x modelo analítico**

Na otimização dos amplificadores foi inevitavelmente necessária a utilização do modelo analítico devido a sua extrema rapidez de cálculo, que nos permitiu simular

milhares de amplificadores diferentes em um tempo bastante razoável. Entretanto, esse modelo por possuir algumas simplificações, deve ser visto como um chute inicial, e não como um resultado definitivo. Então, uma rápida comparação entre os resultados obtidos com ele e os resultados obtidos com o modelo numérico de estado estacionário será feita, simplesmente para verificação do quão preciso foram esses chutes iniciais obtidos. A Tabela V mostra exatamente uma comparação, analítica x numérica, entre os resultados de ganho médio e *ripple* obtidos em 4.5.1 e 4.5.2. Como podemos observar os valores de *ripple*, permaneceram praticamente inalterados, sendo que a máxima diferença que ocorreu foi de apenas 0,1 dB para o caso da PCF com atenuação de 5 dB/km. Em relação ao ganho médio, como já discutido anteriormente, os valores para a PCF com o modelo numérico ficaram no geral cerca de 1 dB abaixo, sendo que a máxima diferença foi de apenas 1,2 dB, o que também pode ser considerado como sendo uma diferença pouco significativa, tendo em vista que estamos trabalhando com ganhos acima de 12 dB. O fato do ganho obtido com o modelo numérico para as PCFs ter sido de maneira geral inferior ao ganho obtido com o modelo analítico pode ser explicado pelo fato de que no modelo numérico para cada valor de comprimento de onda do bombeio temos também um coeficiente de atenuação específico, o que não ocorre na modelagem analítica, pois nesta o valor do coeficiente de atenuação do bombeio é invariante com o comprimento de onda.

A partir da Tabela V, vemos que a maior diferença percentual entre os ganhos médios obtidos com o modelo numérico e os obtidos com o modelo analítico foi de apenas 7,75 %, podemos concluir então que o modelo analítico de fato pode ser usado como uma estimativa inicial de precisão bastante razoável, mostrando assim que a nossa metodologia de otimização é uma metodologia bastante confiável.

Tabela V – Comparação: modelo numérico vs. modelo analítico.

Fibra	Ripple (dB) Analítico	Ganho médio (dB) Analítico	Ripple (dB) Numérico	Ganho médio (dB) Numérico	Diferença entre os ganhos (%)
DCF	0,99	16,2	1,08	15,9	1,89
PCF – 5,00 dB/km	0,99	12,4	0,89	11,6	6,90
PCF – 4,50 dB/km	0,99	13,9	0,90	12,9	7,75
PCF – 4,00 dB/km	0,99	15,4	0,93	14,4	6,94
PCF – 3,75 dB/km	0,99	16,2	0,97	15,1	7,29
PCF – 3,50 dB/km	0,99	17,0	0,98	15,8	7,59
PCF – 3,00 dB/km	0,99	18,0	0,99	16,8	7,14

#### 4.6 Conclusões

Neste capítulo mostramos primeiramente uma nova metodologia de otimização de amplificadores Raman baseada em um modelo de solução analítico, e a utilizamos para projetar um amplificador Raman discreto, utilizando 1 km de uma PCF, com dois bombeios contra-propagantes que se mostrou capaz de ao mesmo tempo fornecer ganho com baixo *ripple* e compensar totalmente a dispersão introduzida pelo uso de uma SMF de 70 km.

A seguir, após um pequeno aprimoramento na metodologia de otimização, que de fato melhorou o desempenho dessa metodologia, foi feito um estudo comparativo entre o desempenho de um amplificador Raman utilizando uma PCF com um amplificador Raman utilizando uma DCF convencional. Nesta análise ficou demonstrado que para que o amplificador Raman com a PCF passe a ter um desempenho, em termos de ganho, melhor do que o amplificador com a DCF é necessário que a sua atenuação seja reduzida até um valor de cerca de 3,5 dB/km, o que espera-se que possa ser alcançado em um futuro não muito distante. Apesar desse resultado, vale a pena ressaltar que mesmo para valores de perda mais elevados, com a PCF é necessário um comprimento de fibra bem menor para se realizar a compensação

de dispersão, além dela apresentar uma OSNR ligeiramente maior do que a obtida com a fibra DCF.

Finalmente, uma rápida comparação entre os resultados obtidos com os modelos numérico e analítico foi realizada, e a partir dela pudemos perceber que apesar de algumas ligeiras diferenças, ambos modelos forneceram resultados com uma boa concordância.

## 5 CONCLUSÕES

Nesta dissertação, primeiramente foram apresentados alguns aspectos gerais a respeito das principais características das fibras microestruturadas e também acerca do funcionamento dos amplificadores Raman. A seguir foram apresentadas algumas técnicas de modelagem de amplificadores Raman, tanto analíticas quanto numéricas, que foram utilizadas mais tarde ao longo do estudo apresentado aqui.

A partir de resultados de simulação, conseguimos projetar amplificadores Raman discretos com dois bombeios contra-propagantes utilizando uma PCF de 1 km que apresentou ganhos razoáveis, baixo *ripple*, alta OSNR e que também compensou totalmente a dispersão introduzida por 70 km de uma SMF. O projeto desse amplificador foi feito através de uma metodologia de otimização também desenvolvida durante esse trabalho, baseada em uma formulação analítica.

Em seguida, foi realizado um pequeno aprimoramento na metodologia de otimização, e com novos amplificadores projetados foi feita uma comparação entre o desempenho de um amplificador Raman com PCF e de um amplificador Raman com uma DCF convencional. Verificou-se que a PCF passará a ter um desempenho, em termos de ganho, tão eficiente quanto a fibra DCF apenas quando sua perda total puder ser reduzida a um valor de cerca de 3,5 dB/km. Apesar disso, a PCF apresenta algumas vantagens em relação a DCF como, por exemplo, necessita menor comprimento de fibra para realizar a total compensação da dispersão.

Finalmente concluímos através da comparação dos resultados obtidos com o modelo analítico e resultados obtidos com o modelo numérico, que ambos apresentam, pelo menos para os casos aqui estudados, uma boa concordância. Isto é um indicativo de que a metodologia de otimização com o uso do modelo analítico aqui apresentada é bastante confiável, principalmente se entendida como uma aproximação inicial.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] AGRAWAL, G.P. *Fiber-Optic Communication Systems*. 2<sup>a</sup> Ed., New York, John Wiley & Sons, Inc., 1997.
- [2] HEADLEY C.; AGRAWAL G. P. (editors), *Raman Amplification in Fiber Optical Communication Systems*. N. Y., Elsevier Academic Press, 2005.
- [3] C. L. Zhao, J. Chen, Z. Li, Y. Wang, C. Lu, Y. J. Wen, “Optimization of a Raman/EDFA hybrid amplifier based on dual-order stimulated Raman scattering using a single-pump,” *Opt. Commun.* **265**, 655-658 (2006).
- [4] C. Lin, H. Kogelnik, and L. G. Cohen, “Optical-pulse equalization of low dispersion transmission in single-mode fibers in the 1.3–1.7  $\mu\text{m}$  spectral region,” *Opt. Lett.* **5**, 476–478 (1980).
- [5] J. M. Dugan, A. J. Price, M. Ramadan, D. L. Wolf, E. F. Murphy, A. J. Antos, D. K. Smith, and D. W. Hall, “All-optical, fiber-based 1550 nm dispersion compensation in a 10 Gb/s, 150 km transmission experiment over 1310 nm optimized fiber,” em *Proceedings of the Optical Fiber Communications Conference (OFC)*, (San Jose, CA, 1992), Paper PD14.
- [6] C. E. S. Castellani, S. P. N. CANI, M. J. Pontes, M. E. V. Segatto, “Análise de sistemas ópticos operando com amplificadores Raman discretos com sinais WDM na banda C,” em *MOMAG 2008 – 13<sup>o</sup> SBMO Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica e o 8 CBMag Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo*, (Florianópolis, 2008).
- [7] A. Ferrando, E. Silvestre, and P. Andres, “Designing the properties of dispersion-flattened photonic crystal fiber,” *Opt. Express.* **9**, 687–697 (2001).
- [8] K. Saitoh, M. Koshiba, “Chromatic dispersion control in photonic crystal fibers: application to ultra-flattened dispersion,” *Opt. Express.* **11**, 843-852 (2003).
- [9] L. Shen, W. Huang and S. Jian, “Design of photonic crystal fibers for dispersion related applications,” *J. Lightwave Technol.* **21**, 1644-1651 (2003).

- [10] T. Matsui, J. Zhou, K. Nakajima and I. Sankawa, "Dispersion flattened photonic crystal fiber with large effective area and low confinement loss," *J. Lightwave Technol.* **23**, 4178-4183 (2005).
- [11] L. Yao, S. Lou, H. Fang, T. Guo, H. Li and S. Jian, "High Negative Dispersion and Low Confinement Loss Photonic Crystal Fiber", em *Asia Optical Fiber Communication & Optoelectronic Exposition (OEA)*, (Shanghai, 2007).
- [12] Z. Zhang, Y. Shi, B. Bian, and J. Lu, "Large Negative Dispersion in Dual-Core Photonic Crystal Fibers Based on Optional Mode Coupling", *IEEE Photon. Technol. Lett.* **20**, 1402-1404 (2008).
- [13] T.A. Birks, J.C. Knight, P.St.J. Russell, "Endlessly single-mode photonic crystal fiber", *Opt. Lett.* **22**, 961-963 (1997).
- [14] B. J. Mangan, F. Couny, L. Farr, A. Langford, P. J. Roberts, D. P. Williams, M. Banham, M. W. Mason, D. F. Murphy, E. A. M. Brown, H. Sabert, T. A. Birks, J. C. Knight, P. S. J. Russell, "Slope-matched dispersion-compensating photonic crystal fiber," em *Conference on Lasers and Electro-Optics/International Quantum Electronics Conference and Photonic Applications Systems Technologies*, Technical Digest (CD) (Optical Society of America, 2004), paper CPDD3.
- [15] P. J. Roberts, B. J. Mangan, H. Sabert, F. Couny, and et al., "Control of dispersion in photonic crystal fibers," *J. Opt. Fiber Commun.* **2**, 435-461, (2005).
- [16] Z. Yusoff, J. H. Lee, W. Belarti, T. M. Monro, P. C. Teh e D. J. Richardson, "Raman effects in a highly nonlinear holey fiber: amplification and modulation," *Opt. Lett.* **27**, 424-426 (2002).
- [17] K. Nakajima, C. Fukai, K. Kurokawa, K. Tajima, T. Matsui and I. Sankawa, "Raman amplification characteristics at 850 nm in a silica-based photonic crystal fiber," *IEEE Photon. Technol. Lett.* **18**, 451-453 (2006).
- [18] D. Mongardien, S. Borne, G. Melin, A. Fleureau, S. Lempereur, E. Burov, S. Maerten, C. Simonneau and J.P. Hamaide, 2006, "10 Gbs/s WDM operation of a lumped Raman fiber amplifier using highly non-linear Ge-doped photonic crystal fiber," em *Proceedings of the European Conference on Optical Communications (ECOC'06)*, (Cannes, France, 2006), paper PD Th4.2.6.

- [19] S. P. N Cani, C.A deFrancisco, D.H Spadoti, V.E Nascimento, B. H. V Borges e L. C. Calmon and M.A. Romero, "Requirements for efficient Raman amplification and dispersion compensation using microstructured optical fibers," *Fiber Integ. Opt.* **26**, 255-270 (2007).
- [20] K. Digweed-Lyytikainen, C. A. De Francisco, D. Spadoti, A.A. Juriollo, J.B. Rosolem, J.B.M. Ayres Neto, B.V. Borges, J. Canning and M. A. Romero. "Photonic crystal optical fibers for dispersion compensation and Raman amplification: design and experiment," *Microwave Opt. Technol. Lett.* **49**, 872-874 (2007).
- [21] J. Zhou, K. Tajima, K. Nakajima, K. Kurokawa, C. Fukai, T. Matsui and I. Sankawa, "Progress on low loss photonic crystal fibers," *Opt. Fiber Technol.* **11**, 101-110 (2005).
- [22] K. Tajima, J. Zhou, K. Nakajima, and K. Sato, "Ultralow loss and long length photonic crystal fiber," *J. Lightwave Technol.* **22**, 7-9 (2004).
- [23] S. P. Cani, L. C. Calmon, M. J. Pontes, M. R. N. Ribeiro, M. E. V. Segatto, and A.V. T. Cartaxo, "An analytical approximated solution for the gain of broadband Raman amplifiers with multiple counter-pumps," *J. Lightwave Technol.* **27**, 944-951 (2009).
- [24] C. E. S. Castellani, S. P. N. Cani, M. E. Segatto, M. J. Pontes, and M. A. Romero, "Design methodology for multi-pumped discrete Raman amplifiers: case-study employing photonic crystal fibers," *Opt. Express* **17**, 14121-14131 (2009).
- [25] M. J. Uddin, I. A. Khan, M. S. Alam, "Dispersion Analysis of Photonic Crystal Fiber," em *5<sup>th</sup> International Conference on Electrical and Computer Engineering (ICECE 2008)*, (Dhaka, Bangladesh, 2008).
- [26] E. Yablonovitch, "Photonic band-gap structures," *J. Opt. Soc. Am. B.* **10**, 283 (1993).
- [27] S. John, "Localization of light: Theory of photonic band gap materials," em *Photonic Band Gap. Materials*, (C. M. Soukoulis, Ed.), 563-666, *NATO ASI Series: Series E, Applied Sciences* **315**, NATO Scientific Affairs Division, Kluwer, Dordrecht (1996).

- [28] T. A. Birks, D. Mogilevtsev, J. C. Knight, P. S. J. Russell, "Dispersion compensation using single-material fibers," *IEEE Photon. Technol. Lett.* **11**, 674 (1999).
- [29] J. C. Knight, J. Arriaga, T. A. Birks, A. Ortigosa-Blanch, W. J. Wadsworth, P. S. J. Russell, "Anomalous dispersion in photonic crystal fiber," *IEEE Phot. Technol. Lett.* **12**, 807 (2000).
- [30] F. Poli, A. Cucinotta, S. Selleri, L. Vincetti, "Characterisation of microstructured optical fibers for wideband dispersion compensation," *J. Opt. Soc. Am. A* **20**, 1958 (2003).
- [31] F. Poli, A. Cucinotta, S. Selleri, A. H. Bouk, "Tailoring of flattened dispersion in highly nonlinear photonic crystal fibers," *IEEE Photon. Technol. Lett.* **16**, 1065 (2004).
- [32] L. P. Sheng, W. P. Huang, G. X. Chen, S. S. Jian, "Design and optimization of photonic crystal fibers for broad-band dispersion compensation," *IEEE Phot. Techn. Lett.* **15**, 540 (2003).
- [33] F. Gerome, J. L. Auguste, J. M. Blondy, "Design of dispersion-compensating fibers based on dual-concentric-core photonic crystal fiber," *Opt. Lett.* **29**, 2725 (2004).
- [34] Y. Ni, L. Zhang, L. An, J. Peng, C. Fan, "Dual-core photonic crystal fiber for dispersion compensation," *IEEE Photon. Technol. Lett.* **16**, 1516 (2004).
- [35] B. Zsigri, J. Laegsgaard, A. Bjarklev, "A novel photonic crystal fiber design for dispersion compensation," *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **6**, 717 (2004).
- [36] J. Broeng, D. Mogilevtsev, S. E. Barkou, A. Bjarklev, "Photonic Crystal Fibers: A New Class of Optical Waveguides," *Opt. Fiber Technol.* **5**, 305-330 (1999).
- [37] R. T. Bise, D. J. Trevor, E. Monberg, F. DiMarcello, "Impact of preform fabrication and fiber draw on the optical properties of microstructured fibers," *em: Conference Digest of Proc. 51st IWCS/FOCUS*, 339-343 (2002).
- [38] T. P. White, R. C. McPhedran, C. M. de Sterke, "Confinement losses in microstructured optical fibers," *Opt. Lett.* **26**, 1660-1662 (2001).

- [39] A. Cucinotta, F. Poli, S. Selleri, L. Vincetti, M. Zoboli, "Amplification Properties of  $\text{Er}^{3+}$ -Doped Photonic Crystal Fibers," *J. Lightwave Technol* **21**, (2003).
- [40] S. Coen, A. H. L. Chau, R. Leonhardt, J. D. Harvey, J. C. Knight, W. J. Wadsworth, P. St. J. Russell, "Supercontinuum generation by stimulated Raman scattering and parametric four-wave mixing in photonic crystal fibers," *J. Opt. Soc. Amer. B.* **19**, 753–764 (2002).
- [41] W. J. Wadsworth, J. C. Knight, A. Ortigosa-Blanch, J. Arriaga, E. Silvestre, P. St. J. Russell, "Soliton effects in photonic crystal fibers at 850 nm," *Electron. Lett.* **37**, 53–55 (2000).
- [42] A. Bozolan, C. J. S. Matos, C. M. B. Cordeiro, E. M. Santos, J. Travers, "Supercontinuum generation in a water-core photonic crystal fiber," *Opt. Express* **16**, 9671-9676 (2008).
- [43] W. J. Wadsworth, J. C. Knight, W. H. Reeves, P. St. J. Russel, J. Arriaga, " $\text{Yb}^{3+}$  -doped photonic crystal fiber laser," *Electron. Lett.* **36**, (2000).
- [44] K. Wen, R. Wang, M. Wang, J. Li, J. Wang, "A New Temperature Sensor Based on Fiber Bragg Grating in Photonic Crystal Fibers," em *ICCE*, (2008).
- [45] S. K. Varshney, K. Saitoh, M. Koshiba, and P.J. Roberts, "Analysis of a realistic and idealized dispersion-compensating photonic crystal fiber Raman amplifier," *Opt. Fiber Technol.* **13**, 174-179 (2007).
- [46] Govind P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics* (Academic Press, USA, 3rd edition, 2001), Chap.8.
- [47] D. Dahan and G. Eisenstein, "Numerical comparison between distributed and discrete amplification in a point-to-point 40 Gbit/s 40-WDM-based transmission system with three different modulation formats," *J. Lightwave Technol.* **20**, 379-388 (2002).
- [48] S. P. Cani, M. Freitas, R. T. Almeida, and L. C. Calmon, "Raman amplifier performance of dispersion compensating fibers," em *Proceedings of SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC 2003)*, (Iguazu Falls, Brazil, 2003), 553-558.

- [49] H. Kidorf, K. Rottwitt, M. Nissov, M. Ma, E. Rabarijaona, "Pump interactions in a 100-nm bandwidth Raman amplifier," *IEEE Photon. Technol. Lett.* **11**, 530-532 (1999).
- [50] M. Achtenhagen, T. G. Chang, B. Nyman, A. Hardy, "Analysis of a multiple-pump Raman amplifier," *Appl. Phys. Lett.* **78**, 1322-1324 (2001).
- [51] <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/3819-tutorial-on-solving-bvps-with-bvp4c>, acessado em 27/10/2009.
- [52] Y. Aoki, "Properties of fiber Raman amplifiers and their applicability to digital optical communication systems," *J. Lightwave Technol.* **6**, 1225-1239 (1988).

## APÊNDICE A

### SOLUÇÃO ANALÍTICA APROXIMADA PARA O GANHO EM AMPLIFICADORES RAMAN

A evolução de potência de bombeios e sinais ao longo do comprimento da fibra  $z$  em amplificadores Raman é descrita pela equação não-linear acoplada dada pela equação (1).

$$\begin{aligned} \frac{dP_v^\pm}{dz} = & \mp \alpha_v P_v^\pm \pm \varepsilon_v P_v^\mp \pm P_v^\pm \sum_{\mu > \nu} \frac{C_{R,\mu\nu}}{\Gamma} \cdot (P_\mu^+ + P_\mu^-) \\ & \pm 2N_{E,\nu} \sum_{\mu > \nu} \frac{C_{R,\mu\nu}}{\Gamma} \cdot (P_\mu^+ + P_\mu^-) \cdot T_N \mp P_v^\pm \sum_{\mu < \nu} \frac{\nu}{\mu} \frac{C_{R,\mu\nu}}{\Gamma} \cdot (P_\mu^+ + P_\mu^-) \\ & \mp P_v^\pm \sum_{\mu < \nu} \frac{\nu}{\mu} \frac{C_{R,\mu\nu}}{\Gamma} 4N_{E,\mu} \cdot \left[ 1 + 1 / \left( \exp \left[ \frac{h(\mu - \nu)}{kT} \right] - 1 \right) \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

$P_\nu$  e  $P_\mu$  são potências óticas nas frequências  $\nu$  e  $\mu$ , respectivamente, e os sobrescritos + e - denotam bombeio co- e contra-propagante.  $\alpha$  é o coeficiente de atenuação  $\varepsilon$  é o coeficiente de espalhamento de Rayleigh,  $C_{R,\mu\nu} = g_{\mu\nu} / A_{eff,\mu}$  é a eficiência de ganho de Raman entre as frequências  $\mu$  e  $\nu$ , e  $g_{\mu\nu}$  é o ganho de Raman na frequência  $\nu$  devido ao bombeio na frequência  $\mu$ .  $A_{eff,\mu}$  é a área efetiva da fibra ótica na frequência  $\mu$ ,  $N_{E,\mu} = h\mu\Delta_\mu$  é a potência do ruído de emissão espontânea em uma banda  $\Delta_\mu$  em torno da frequência  $\mu$ ,  $h$  é a constante de Planck, e  $k$  é a constante de Boltzmann.  $T$  se refere à temperatura absoluta da fibra, que normalmente é fixada em 300 K, e  $\Gamma$  é o fator de polarização.

Para que a equação (1) possa ser resolvida analiticamente, algumas simplificações têm de ser feitas. Na nossa aproximação a propagação dos sinais é despolarizada da propagação dos bombeios, pois é considerado aqui o regime de pequenos sinais. Isso possibilita incluir na solução a dependência do coeficiente de

atenuação dos sinais com o comprimento de onda, apesar do coeficiente de atenuação dos bombeios permanecer com um valor fixo. Entretanto, a área efetiva tanto dos bombeios quanto dos sinais permanecem dependentes do comprimento de onda utilizado. A ASE e o DRB são desconsiderados nessa aproximação.

Para se obter uma expressão geral para  $N_p$  lasers de bombeio, nossa demonstração considera um amplificador contra-propagante com três frequências de bombeio arbitrárias com as frequências óticas  $\mu$ ,  $\eta$ , e  $\sigma$ , onde  $\mu > \eta > \sigma$ . Essa estrutura representa as interações multi-bombeios, onde  $\mu$  e  $\sigma$  são os comprimentos de onda mais externos e  $\eta$  é um comprimento de onda intermediário entre os outros dois.

### 1) Primeira iteração

As equações (5), (6), e (7) mostram a evolução da potência de bombeio para  $P_\sigma$ ,  $P_\eta$ , e  $P_\mu$  considerando as simplificações de (1) mencionadas anteriormente.

$$\frac{dP_\sigma}{dz} = \alpha P_\sigma - \frac{C_{R,\sigma\mu} P_\mu}{\Gamma} P_\sigma - \frac{C_{R,\sigma\eta} P_\eta}{\Gamma} P_\sigma, \quad (12)$$

$$\frac{dP_\eta}{dz} = \alpha P_\eta - \frac{C_{R,\eta\mu} P_\mu}{\Gamma} P_\eta + \frac{\eta C_{R,\sigma\eta} P_\sigma}{\sigma \Gamma} P_\eta, \quad (13)$$

$$\frac{dP_\mu}{dz} = \alpha P_\mu + \frac{\mu C_{R,\eta\mu} P_\eta}{\eta \Gamma} P_\mu + \frac{\mu C_{R,\sigma\mu} P_\sigma}{\sigma \Gamma} P_\mu. \quad (14)$$

Para se computar as interações entre os lasers de bombeio, eles são primeiramente agrupados em pares e apenas o efeito da atenuação é considerado. A solução para as potências de bombeio atenuadas é dada por  $P_{\mu,\eta,\sigma}(z) = P_{\mu,\eta,\sigma}(L) \exp[-\alpha(L-z)]$ , onde  $P_{\mu,\eta,\sigma}(L)$  é a potência de entrada de bombeio após ter sido lançada em  $z = L$ . O impacto causado no terceiro bombeio por um par de lasers de bombeio atenuados é calculado da seguinte forma. Assumindo que  $P_\mu$  e  $P_\eta$  formam um grupo de bombeios atenuados, ao substituir a potência desses bombeios em (2),  $P_\sigma$  é obtida resolvendo a equação diferencial resultante como mostrado em (5). As equações (6) e (7) são obtidas da mesma forma, onde os sobrescritos representam a primeira interação.

$$P_{\sigma}^{(1)}(z) = P_{\sigma}(L) \exp[-\alpha(L-z)] \exp\left[\frac{1 - \exp[-\alpha(L-z)]}{\Gamma\alpha} (C_{R,\sigma\mu} P_{\mu}(L) + C_{R,\sigma\eta} P_{\eta}(L))\right], \quad (15)$$

$$P_{\eta}^{(1)}(z) = P_{\eta}(L) \exp[-\alpha(L-z)] \exp\left[\frac{1 - \exp[-\alpha(L-z)]}{\Gamma\alpha} \left(C_{R,\eta\mu} P_{\mu}(L) - \frac{\eta C_{R,\sigma\eta}}{\sigma} P_{\sigma}(L)\right)\right], \quad (16)$$

$$P_{\mu}^{(1)}(z) = P_{\mu}(L) \exp[-\alpha(L-z)] \exp\left[\frac{1 - \exp[-\alpha(L-z)]}{\Gamma\alpha} \left(-\frac{\mu C_{R,\eta\mu}}{\eta} P_{\eta}(L) - \frac{\mu C_{R,\sigma\mu}}{\sigma} P_{\sigma}(L)\right)\right]. \quad (17)$$

## 2) Segunda Iteração

A evolução da potência dos bombeios na segunda interação é obtida substituindo-se  $P_{\eta}^{(1)}$  e  $P_{\mu}^{(1)}$  em (2). As equações (5) e (7) são substituídas em (3) e as equações (5) e (6) são substituídas em (4).  $P_{\sigma}^{(2)}$ ,  $P_{\eta}^{(2)}$ , e  $P_{\mu}^{(2)}$  são então a evolução analítica das potências de bombeio depois de resolvidas as equações diferenciais resultantes.

$$P_{\sigma}^{(2)}(z) = P_{\sigma}(L) \exp[-\alpha(L-z)] \exp\left[C_{R,\sigma\mu} P_{\mu}(L) \frac{1 - \exp\left[\Lambda(z) \left(\frac{\mu C_{R,\eta\mu} P_{\eta}(L)}{\eta} + \frac{\mu C_{R,\sigma\mu} P_{\sigma}(L)}{\sigma}\right)\right]}{\mu C_{R,\eta\mu} P_{\eta}(L)/\eta + \mu C_{R,\sigma\mu} P_{\sigma}(L)/\sigma}\right] \exp\left[C_{R,\sigma\eta} P_{\eta}(L) \frac{1 - \exp\left[\Lambda(z) \left(-C_{R,\eta\mu} P_{\mu}(L) + \eta C_{R,\sigma\eta} P_{\sigma}(L)/\sigma\right)\right]}{-C_{R,\eta\mu} P_{\mu}(L) + \eta C_{R,\sigma\eta} P_{\sigma}(L)/\sigma}\right], \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
P_\eta^{(2)}(z) &= P_\eta(L) \exp[-\alpha(L-z)] \\
&\exp \left[ C_{R,\eta\mu} P_\mu(L) \frac{1 - \exp \left[ \Lambda(z) (\mu C_{R,\eta\mu} P_\eta(L)/\eta + \mu C_{R,\sigma\mu} P_\sigma(L)/\sigma) \right]}{\mu C_{R,\eta\mu} P_\eta(L)/\eta + \mu C_{R,\sigma\mu} P_\sigma(L)/\sigma} \right] \\
&\exp \left[ -\eta C_{R,\sigma\eta} P_\sigma(L) \frac{1 - \exp \left[ \Lambda(z) (-C_{R,\sigma\mu} P_\mu(L) - C_{R,\sigma\eta} P_\eta(L)) \right]}{\sigma (-C_{R,\sigma\mu} P_\mu(L) - C_{R,\sigma\eta} P_\eta(L))} \right],
\end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
P_\mu^{(2)}(z) &= P_\mu(L) \exp[-\alpha(L-z)] \\
&\exp \left[ -\mu C_{R,\eta\mu} P_\eta(L) \frac{1 - \exp \left[ \Lambda(z) (-C_{R,\eta\mu} P_\mu(L) + \eta C_{R,\sigma\eta} P_\sigma(L)/\sigma) \right]}{\eta (-C_{R,\eta\mu} P_\mu(L) + \eta C_{R,\sigma\eta} P_\sigma(L)/\sigma)} \right] \\
&\exp \left[ -\mu C_{R,\sigma\mu} P_\sigma(L) \frac{1 - \exp \left[ \Lambda(z) (-C_{R,\sigma\mu} P_\mu(L) - C_{R,\sigma\eta} P_\eta(L)) \right]}{\sigma (-C_{R,\sigma\mu} P_\mu(L) - C_{R,\sigma\eta} P_\eta(L))} \right],
\end{aligned} \tag{20}$$

onde  $\Lambda(z) = -(1 - \exp[-\alpha(L-z)]) / (\Gamma\alpha)$ .

Apenas duas iterações são necessárias para que se possa atingir uma boa aproximação para a evolução das potências de bombeio.

Aplicando-se o procedimento descrito anteriormente para apenas 3 bombeios, uma expressão analítica generalizada para a evolução de suas potências para um número arbitrário  $N_p$  de frequências óticas contra-propagantes é obtida em (11), onde  $\rho$ ,  $\psi$ , e  $\varphi$  são frequências óticas de bombeio.

$$\begin{aligned}
P_\rho^{(2)}(z) &= P_\rho(L) \exp[-\alpha(L-z)] \\
&\exp \left[ \sum_{\psi > \rho} \left[ A(\rho, \psi) \frac{1 - \exp \left[ \Lambda(z) B(\psi, \varphi) \right]}{B(\psi, \varphi)} \right] \right] \\
&\exp \left[ \sum_{\psi < \rho} \left[ \frac{-\rho}{\psi} A(\rho, \psi) \frac{1 - \exp \left[ \Lambda(z) B(\psi, \varphi) \right]}{B(\psi, \varphi)} \right] \right],
\end{aligned} \tag{21}$$

sendo  $A(\rho, \psi) = C_{R, \rho \psi} P_\psi(L)$ , e  $B(\psi, \varphi) = \sum_{\varphi < \psi} \psi C_{R, \psi \varphi} P_\varphi(L) / \varphi - \sum_{\varphi > \psi} C_{R, \psi \varphi} P_\varphi(L)$ .

Assumindo agora a atenuação da fibra como única causadora de depleção para o sinal e substituindo a evolução analítica das potências de bombeio de (11) na equação (1), temos:

$$\frac{dP_\nu}{dz} = -\alpha_\nu P_\nu + \sum_{N_p} \frac{C_{R, \rho \nu} P_\rho^{(2)}(z)}{\Gamma} P_\nu, \quad (22)$$

onde  $P_\nu$  e  $P_\rho^{(2)}$  são, respectivamente, as potências óticas de sinal e bombeio. Logo, a integração de (12) ao longo de  $z$  pode ser usada para se obter o ganho líquido  $G_{net}(\nu, L)$ , para uma dada frequência de sinal  $\nu$ . Note que coeficientes de atenuação  $\alpha_\nu$  individuais são considerados em (13).

$$G_{net}(\nu, L) = \exp[-\alpha_\nu L] \exp \left[ \int_0^L \left( \sum_{N_p} \frac{C_{R, \rho \nu}}{\Gamma} P_\rho^{(2)}(z) dz \right) \right]. \quad (23)$$