

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM PRODUÇÃO VEGETAL

**AVALIAÇÃO DE MODELOS DE *TAPER* NÃO
SEGMENTADOS E SEGMENTADOS NA ESTIMAÇÃO
DA ALTURA E VOLUME COMERCIAL DE FUSTES
DE *Eucalyptus* sp.**

CARLOS ALBERTO MARTINELLI DE SOUZA

**ALEGRE
ESPÍRITO SANTO - BRASIL
FEVEREIRO - 2007**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM PRODUÇÃO VEGETAL

**AVALIAÇÃO DE MODELOS DE *TAPER* NÃO
SEGMENTADOS E SEGMENTADOS NA ESTIMAÇÃO
DA ALTURA E VOLUME COMERCIAL DE FUSTES
DE *Eucalyptus* sp.**

CARLOS ALBERTO MARTINELLI DE SOUZA

Dissertação apresentada à Universidade Federal do Espírito Santo, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Produção Vegetal, para obtenção do título de Mestre em Produção Vegetal.

Orientador: Prof. Dr. Gilson Fernandes da Silva

Co-orientador: Prof.Dr. Alexandre Cândido Xavier

**ALEGRE
ESPÍRITO SANTO - BRASIL
FEVEREIRO – 2007**

AVALIAÇÃO DE MODELOS DE *TAPER* NÃO SEGMENTADOS E SEGMENTADOS NA ESTIMAÇÃO DA ALTURA E VOLUME COMERCIAL DE FUSTES DE *Eucalyptus* sp.

CARLOS ALBERTO MARTINELLI DE SOUZA

Dissertação apresentada à Universidade Federal do Espírito Santo, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Produção Vegetal, para obtenção do título de Mestre em Produção Vegetal.

Aprovada: 15 de fevereiro de 2007.



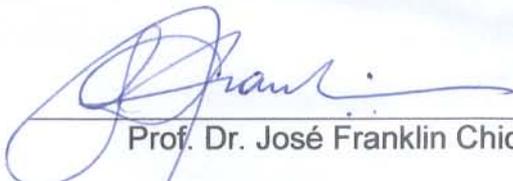
Prof. Dr. Agostinho Lopes de Souza

Universidade Federal de Viçosa - UFV



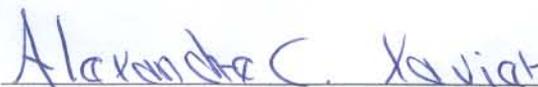
Prof. Dr. Carlos Pedro Boechat
Soares

Universidade Federal de Viçosa -
UFV



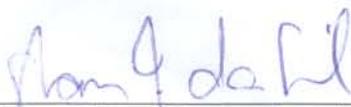
Prof. Dr. José Franklin Chichorro

Centro de Ciências Agrárias - UFES



Prof. Dr. Alexandre Cândido Xavier

Centro de Ciências Agrárias -
UFES
(Co-orientador)



Prof. Dr. Gilson Fernandes da Silva
Centro de Ciências Agrárias - UFES
(Orientador)

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
(Biblioteca Central da Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

S729a Souza, Carlos Alberto Martinelli de, 1979-
Avaliação de modelos de *taper* não segmentados e segmentados na
estimação da altura e volume comercial de fustes de *Eucalyptus* sp /
Carlos Alberto Martinelli de Souza. – 2007.
107 f. : il.

Orientador: Gilson Fernandes da Silva.

Co-Orientador: Alexandre Cândido Xavier.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Espírito Santo,
Centro de Ciências Agrárias.

1. Levantamentos florestais. 2. Eucalipto. 3. Produtos florestais. I.
Silva, Gilson Fernandes da. II. Xavier, Alexandre Cândido. III.
Universidade Federal do Espírito Santo. Centro de Ciências Agrárias. IV.
Título.

CDU: 63

1. DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho ao único que é:
Onipotente, onipresente e onisciente, DEUS.
À minha irmã, sobrinha e afilhada.
Aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

Agradeço imensamente ao meu primeiro orientador Prof. Dr. Flávio Lopes Rodrigues (In memorian), que foi um dos grandes e principais incentivadores do início desta trajetória. Agradeço muito ao meu orientador Gilson Fernandes da Silva, pela grande oportunidade oferecida em um momento bastante delicado, e que gentilmente se propôs a compartilhar parte do seu vasto conhecimento sobre a ciência florestal. Ao co-orientador Alexandre Cândido Xavier, que foi fundamental para uma boa execução das atividades propostas.

Aos professores Aderbal, Edson, Edvaldo, Jair, José Tarcísio, Julião, Lourdes, Mauro, Nilton Fiedler, Paulo César, Pezopane, Roberto, Sebastião e Schetino, todos de alguma forma deram sua contribuição.

Às secretárias Clemilda, Eliane, Madalena, Rose e Therezinha.

Aos funcionários Acácio, Alessandro, Alvacir, Delmir, Elizângela, Francisco Amaral, Marise, Valquíria e Venilton.

Aos meus pais Dilmar Martinelli de Souza e José Barboza de Souza Filho, peças fundamentais na minha vida, à minha irmã Karla e minhas sobrinhas Maria Eduarda e Sáskia que complementam a estrutura familiar que é o refúgio e fonte de alegria. Agradeço também à Luana Bassini Crivellaro que fez parte de todo esse processo e foi uma ótima conselheira e amiga em horas onde o cansaço e as angústias pareciam falar mais alto, você também tem sua parcela de responsabilidade no sucesso desse trabalho. Também os meus sinceros agradecimentos aos seus pais, padastro, irmão, tios, primos, avô (Wander) e avó (Dona Dirce).

Às famílias Barboza e Martinelli representadas pelos vovôs e vovós e tios Creuza, Jorge e Ismênia, Marcos, Penha e Domício, Roberto, Vera e Jomar, Ailton,

Dirce, Leninha e Zé, Nilcéia e Humberto, Vera e Lourenço, Vanderson, Vanessa e Vânia.

Aos meus primos Cristiano (Tio Roy), Fabrício, Gustavo (não tem nem como comentar a amizade desses três), Júnior, Mara e Carlão, Marcelo e Kátia, Mazinho, Samara, Samira (nova irmã), Ricardo, Rogério e Tati.

À galera da Gurigica, Adelmo, Andrezinho, Betinho, Bruno, Carlinhos, Eduardo, Geraldinho (Padrinho), Guilherme, Jorginho (cunhado), Marcelo, Marcelo Negão, Marcos, Patrícia, Peterson (In memorian), Reinel, Reinaldo, Renam, Rodrigo, Rogério, Ricardo (engenheiro tocador) e Vandinho.

Aos companheiros de CCA-UFES, Adriana, Cristiane, Davi, Dênis, Geovana, Guilherme, Iasmin, Isabela, Felipe, Kenedi, Klayton, Marcelo, Márcio (Viana), Octávio, Ronivaldo, Vinícius e Wagner (Batoré).

Aos amigos de CCA-UFES e Alegre, Adriano (meleca), André (Parmalat professor de humildade), Eduardo (Duum), Fábio, Farlem, Ismael, Malcon, Mazinho, Paula, Paulinho Ferramenta, Rafael (Altoé), Rafael (Itabirito), Rafael (Jovem), Renato (Anchieta), Ricardo (cabeção), Rodrigo (Batata), Romildo, Rone, Seu Zé, Toreta.

Aos companheiros do mestrado, Adriano, Fabiana, Fabrício, Fernandão, Idalúcia, Izaías, Janaína, Karla, Lucélio, Maria Cristina, Marcílio, Mileide, Pedro, Rone e Sandro.

As mais novas amigas, Nanda, Renata e Roberta.

Aos departamentos de Engenharia Florestal e Engenharia Rural do CCA-UFES e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela concessão da bolsa.

Cada pessoa citada sabe qual o grau de importância na minha vida e formação.

2. BIOGRAFIA

Carlos Alberto Martinelli de Souza, filho de Dilmar Martinelli de Souza e José Barboza de Souza Filho, nasceu a 22 de junho de 1979, em Vitória, estado do Espírito Santo.

Em 1985, iniciou suas atividades escolares na escola de 1º e 2º Prof. João Bandeira, entre os anos de 1995 e 1999 foi aluno do curso técnico em Agrimensura da Escola Técnica Federal do Espírito Santo e, em 2000, ingressou no curso de Engenharia Florestal da Universidade Federal do Espírito Santo, graduando-se em março de 2005.

No mesmo mês de março de 2005, iniciou o Curso de Mestrado em Produção Vegetal, na Universidade Federal do Espírito Santo, defendendo dissertação em 15 de fevereiro de 2007.

RESUMO

SOUZA, Carlos Alberto Martinelli de, M.Sc., Universidade Federal do Espírito Santo, Fevereiro de 2007. **Avaliação de modelos de *taper* segmentados e não segmentados na estimação da altura e volume comercial de fustes de *Eucalyptus* sp.** Orientador: Prof. Dr. Gilson Fernandes da Silva. Co-orientador: Prof. Dr. Alexandre Cândido Xavier.

Este trabalho foi realizado com os objetivos de verificar a acurácia das estimativas das equações geradas a partir dos modelos segmentados e não segmentados para estimar altura comercial, volume comercial e volumes parciais ao longo do fuste de *Eucalyptus* sp. Para isso foram cubadas rigorosamente 41 árvores de um talhão com área de 4,31 ha de um plantio homogêneo com idade de 16 anos, proveniente de propagação seminífera. O espaçamento inicial de plantio foi 3 x 3 m, sendo realizado dois desbastes seletivos aos 8,6 anos de idade. Para o conjunto total de dados foram ajustados seis modelos não segmentados e três modelos segmentados. Os modelos não segmentados testados foram os de Demaerschalk (1972), Ormerod (1973), Schoepfer (1966), Hradetzky (1976), Garay (1979) e Biging (1984). Os modelos segmentados testados foram os de Max & Bukhart (1976), Demaerschalk & Kozak (1977) e Parresol et al. (1987). A acurácia dos modelos foi avaliada através da análise gráfica dos resíduos, do coeficiente de determinação, do erro padrão da estimativa, do *bias* (B), da média das diferenças (MD) e do desvio-padrão das diferenças (DPD). Com base nas estatísticas foi elaborado um *ranking* objetivando definir o modelo que propiciasse estimativas mais exatas das variáveis analisadas. Considerando a variável altura comercial, as equações referentes aos modelos não segmentados de Biging e Schoepfer são aqueles que apresentam maior acurácia, seguidas das equações referentes aos modelos de Hradetzky e

Garay. Em relação ao volume comercial, os resultados são semelhantes aos encontrados para a altura comercial, com uma pequena diferença, isto é, a equação referente ao modelo não segmentado de Garay fornece estimativas mais acuradas que para a altura comercial, e os modelos de Demaerschalk e Ormerod apresentam tendência a superestimar o volume das árvores com DAP < 45 cm. Em se tratando dos volumes das toras, a equação obtida a partir do modelo de Biging apresenta melhores resultados ao longo do fuste. Dentre os modelos segmentados, a equação referente ao modelo de Max & Bukhart fornece estimativas mais acuradas em relação às equações dos outros modelos para todas variáveis avaliadas. A equação referente ao modelo de Parresol et al. apresenta estimativas tendenciosas para altura comercial e o volume comercial, e em relação ao volume das toras tem melhor resultado entre 25% e 35% da altura total.

Palavras-chave: inventário florestal, eucalipto, multiprodutos.

ABSTRACT

SOUZA, Carlos Alberto Martinelli de, M.Sc., Universidade Federal do Espírito Santo, Fevereiro de 2007. **Evaluation of *taper* models no segmented and segmented in the esteem of the height and merchantable volume of bole of *Eucalyptus* sp.** Advisor: Prof. Dr. Gilson Fernandes da Silva. Co-advisor: Prof. Dr. Alexandre Cândido Xavier.

This work was carried out with the objectives of verifying the accuracy of models segmented and no segmented to esteem commercial height, commercial volume and volumes along the bole of *Eucalyptus* sp. The base of data used was composed by 41 trees rigorously cubed of a stand with area of 4,31 of a homogeneous planting with 16 year-old age, originated from seed propagation. The initial spacing used in the planting was of 3 x 3 m, being made two selection thinning to the 8,6 years of age. Six models no segmented and three models segmented were adjusted for the total data set. The models no segmented tested were the one of Demaerschalk (1972), Ormerod (1973), Schoepfer (1966), Hradetzky (1976), Garay (1979) and Biging (1984). The models segmented tested were the one of Max & Bukhart (1976), Demaerschalk & Kozak (1977) and Parresol et al. (1987). The accuracy of the models was evaluated through the graphical analysis of the residues, the determination coefficient, the standard error estimate, the bias (B), the average of the differences (MD) and standard deviation of the differences (DPD). Based on statistics a "ranking" was elaborated to detect the model that propitiated perfected estimates of the analyzed variables. Among the models no segmented in the estimate of the commercial height, the models of Biging and Schoepfer present the best results being considered very good, being followed by the models of Hradetzky and Garay that also have good results. In terms of commercial volume the results are

similar to the of the commercial height, with a small difference, the model of Garay present considerable improvement, but the four mentioned models have very good results, and the models of Demaerschalk and Ormerod present tendency to overestimate for trees with smaller DAP < 45 cm. Treating of the volumes of the logs the model of Biging has larger stability in general. Among the segmented models, the Max & Bukhart model is superior to the other in all varied appraised followed for the model of Demaerschalk & Kozak. The model of Parresol et al. has very tendentious results except the estimate of volumes of logs between 25% and 35% and 35% and 45% of the total height.

Key words: forest inventory, eucalipto, multiproducts

CONTEÚDO

	Página
RESUMO	vi
ABSTRACT	viii
1. INTRODUÇÃO	1
2. REVISÃO DE LITERATURA	3
2.1. Considerações iniciais	3
2.2. Inventário florestal para multiprodutos.....	4
2.3. Funções de <i>taper</i>	6
2.3.1. Modelos não segmentados.....	8
2.3.2. Modelos segmentados.....	10
3. REFERÊNCIAS	14
<p style="text-align: center;">CAPÍTULO 1 AVALIAÇÃO DE MODELOS DE <i>TAPER</i> NÃO SEGMENTADOS NA ESTIMAÇÃO DA ALTURA E VOLUME COMERCIAL DE FUSTES DE <i>Eucalyptus</i> sp.</p>	
Resumo	18
Abstract	19
1. INTRODUÇÃO	20
2. MATERIAL E MÉTODOS	22
2.1. Área de estudo.....	22
2.2. Coleta de dados	22
2.3. Modelos não segmentados avaliados.....	23
2.4. Avaliação dos modelos.....	26
3. RESULTADOS E DISCUSSÃO	28
3.1. Estatísticas das equações ajustadas.....	28
3.2. Análises gráficas e das estatísticas dos resíduos das equações ajustadas para os modelos não segmentados na estimativa da altura comercial (d = 28cm)	29
3.3. Análises gráficas e das estatísticas dos resíduos das equações ajustadas para os modelos não segmentados na estimativa do volume comercial (d = 28cm)	32

3.4.. Análises gráficas e das estatísticas dos resíduos das equações ajustadas para os modelos não segmentados na estimativa das toras	35
4. CONCLUSÕES	46
5. REFERÊNCIAS	47
CAPÍTULO 2 - AVALIAÇÃO DE MODELOS DE <i>TAPER</i> SEGMENTADOS NA ESTIMAÇÃO DA ALTURA E VOLUME COMERCIAL DE FUSTES DE <i>Eucalyptus</i> sp.	
Resumo	49
Abstract	50
1. INTRODUÇÃO	51
2. MATERIAL E MÉTODOS	54
2.1. Área de estudo.....	54
2.2. Coleta de dados	54
2.3. Modelos segmentados avaliados.....	55
2.4. Avaliação dos modelos.....	58
3. RESULTADOS E DISCUSSÃO	61
3.1. Estatísticas das equações ajustadas.....	61
3.2. Análises gráficas e das estatísticas dos resíduos das equações ajustadas para os modelos não segmentados na estimativa da altura comercial (d = 28cm).....	62
3.3. Análises gráficas e das estatísticas dos resíduos das equações ajustadas para os modelos não segmentados na estimativa do volume comercial (d = 28cm)	64
3.4. Análises gráficas e das estatísticas dos resíduos das equações ajustadas para os modelos não segmentados na estimativa do volume das toras comercial (d = 28cm).....	66
3.5. Análises do ranking estabelecido a partir das estatísticas das equações ajustadas para os modelos não segmentados e segmentados na estimativa da altura comercial (d = 28cm).....	75
3.6. Análises gráficas e das estatísticas dos resíduos das equações ajustadas para os modelos segmentados na estimativa do volume comercial (d = 28cm)	76
4. CONCLUSÕES	78
5. REFERÊNCIAS	79
6. ANEXOS.....	81
7. CONCLUSÕES GERAIS.....	94

1. INTRODUÇÃO

As exportações brasileiras de produtos florestais, em 2006, totalizaram cerca de US\$ 8 bilhões, sendo US\$ 4,0 bilhões de celulose e papel; US\$ 3,31 bilhões de madeira e manufaturas; e US\$ 1 bilhão de móveis. Os setores de celulose e papel e de madeira e manufaturas exportaram US\$ 731 milhões a mais do que no ano de 2005 (SBS – www.sbs.org.br). A maior parte desses produtos é oriunda de florestas plantadas com espécies dos gêneros *Pinus* e *Eucalyptus*, o que dentre outras, apresenta a vantagem de diminuir a pressão que é imposta sobre as florestas naturais, principalmente a amazônica. Estas florestas, normalmente, estão vinculadas a empreendimentos empresariais, nos quais a tônica do negócio e a agregação de renda são cada vez maiores.

Uma alternativa de uso para esses plantios, é atender as demandas do mercado de múltiplos produtos da madeira. Visto que, quando um empreendimento tem produção de apenas um tipo de produto, este fica refém das oscilações do preço de mercado de tal produto, o que não é interessante do ponto de vista econômico. No entanto, é crucial para planejar a produção da floresta, que sejam quantificados tais produtos, pois, desta forma, pode-se prever se haverá ou não continuidade e escala no fornecimento de matéria-prima.

Segundo Angelo et al. (1997), a maximização da renda proveniente do uso de florestas comerciais tem sido a preocupação de muitos investigadores florestais. A diversificação na oferta de produtos é um parâmetro essencial na mensuração do desenvolvimento florestal. Não há dúvida de que, para propiciar diferentes usos ao tronco de uma árvore, é necessário conhecer sua forma, a qual determinará o método de processamento.

Quanto mais se agrega valor aos produtos madeireiros advindos da floresta mais se torna necessário o uso das funções de *taper*, com as quais pode-se estimar o número de toras de qualquer diâmetro mínimo comercial com comprimentos previamente especificados, assim como suas alturas e volumes (RIOS,1997).

Várias modelos foram desenvolvidas para esse fim, no entanto, seu aprimoramento e uma melhor compreensão do comportamento deles às diferentes condições de climáticas, topográfias, edáficas e silviculturais dos empreendimentos florestais no Brasil são lacunas a serem estudadas e mais bem compreendidas, para que haja um uso mais eficiente dessas funções.

Diante do exposto, este trabalho tem como objetivo avaliar modelos de *taper* não segmentados e segmentados para estudo do afileamento de árvores de *Eucalyptus sp.*

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1. Considerações iniciais

Na condição atual de um dos principais produtores e exportadores mundiais de celulose, o Brasil conta com algumas vantagens competitivas em relação aos seus concorrentes. Entre essas vantagens, destacam-se a disponibilidade de grandes áreas com possibilidade de reflorestamento, as menores idades de corte em relação às idades de outros grandes produtores e o baixo custo de madeira e de mão-de-obra em várias regiões do país. Diante disso, a área ocupada por espécies florestais plantadas no Brasil, é consideravelmente grande, com destaque para os plantios de espécies dos gêneros *Eucalyptus* e *Pinus* para fabricação de celulose e papel.

Apesar dessas vantagens, a oscilação no preço da celulose e papel e o baixo preço do carvão fizeram com que as grandes empresas florestais pensassem em usos alternativos para a madeira proveniente de reflorestamentos. Vários outros fatores, como escassez e alto preço das madeiras nativas e pressões ecológicas, contribuíram para o crescimento do consumo dos eucaliptos como produtos sólidos (JUNIOR, 2003).

Segundo Ferreira (1999), é difícil uma empresa manter-se no mercado se não procurar adequar-se as técnicas a que ele exige em tempos modernos. Nesse sentido, é preciso que o produto seja otimizado e maximizado, para que possa obter o máximo rendimento possível, que será transformado em lucro no final do processo. Uma forma de conseguir essa maior rentabilidade é através do sortimento, que permite a destinação de cada parte da tora ao seu uso mais rentável, haja visto

que a madeira serrada possui um valor agregado maior do que a madeira para celulose ou energia.

Ainda de acordo com Ferreira (1999), o interessante nesse sistema de utilização da matéria-prima é que de um mesmo fuste de uma árvore se consegue extrair madeira para laminação, serraria, celulose e energia, sendo essa a melhor possibilidade de remuneração do produto advindo de povoamentos florestais. Estudos mostram que em países de tradição florestal, cerca de 95% das árvores colhidas são aproveitadas. Sendo que 16% são destinadas ao uso para energia, 20% à fabricação de produtos sólidos da madeira, 36% à conservação de fibras em celulose ou chapas de madeira e o restante para a co-geração ou produção de vapor.

2.2. Inventário florestal para multiprodutos

Na literatura, é possível encontrar várias formas diferentes de definir inventário florestal, todas com um mesmo sentido. Como exemplo pode-se citar a definição de Campos & Leite (2002), na qual o inventário florestal trata dos procedimentos de obter informações quantitativas e qualitativas de um povoamento florestal.

Em outra definição, Bertola (2002) afirma que, inventários florestais são executados com o objetivo de fornecer estimativas precisas de volume de madeira, as quais podem ser traduzidas como a quantidade de madeira por unidade de área, bem como a sua distribuição dentro desta área.

De acordo com Pélico Neto & Brena (1997), inventário florestal é uma atividade que visa obter informações qualitativas e quantitativas dos recursos florestais existentes em uma área pré-definida.

Ainda segundo esses autores, com a evolução da tecnologia e da crescente necessidade de informações mais detalhadas sobre as áreas florestais, os inventários tornaram-se mais complexos e passaram a informar muitos detalhes adicionais, que simplesmente o volume de madeira existente na floresta, e se diversificaram as informações dos diferentes tipos de volume resultantes do inventário, como: o volume total, o volume comercial e os volumes comerciais para fins específicos.

Uma das maneiras de se quantificar o volume de madeira para as diferentes classes de qualidade do fuste é através do uso de funções de *taper* associadas a técnicas de otimização, como a programação dinâmica, por exemplo. No Brasil, os trabalhos de Leite et al. (1995), Lima et al. (1997), Soares et al. (2003) e Arce et al. (2004) utilizaram técnicas de otimização na quantificação de multiprodutos.

Manejadores florestais responsáveis por *marketing*, estudo de operação e planejamento da toragem requerem informações detalhadas do potencial de produção e distribuição do tamanho das toras que resultam da colheita dos povoamentos (DEADMAN & GOULDING, 1978). Na Nova Zelândia, com o intuito de quantificar madeira utilizável pelas serrarias, foi desenvolvido pelo Instituto Florestal de Pesquisa daquele país (Forest Research Institute – <http://www.forestresearch.co.nz>) um sistema denominado MARVL (*Method for Assessment of Recoverable Volume by Log Types*). Este sistema teve origem no trabalho realizado por Deadman & Goulding (1978) e poderia ser traduzido como “Método para Avaliação de Volumes Utilizáveis de Madeira”. O trabalho desses autores teve como objetivo principal avaliar a influência da qualidade do fuste e a especificação de preferências para o uso do mesmo sobre a produção de madeira de uma árvore e do povoamento. Usando os dados de inventário, associados com métodos de otimização baseados em programação dinâmica, o MARVL procura estimar o potencial máximo de produção para cada fuste levando em consideração os dados quantitativos e qualitativos do inventário. Portanto, com o uso dessas duas técnicas, o inventário teria como resultado final quantidades de madeira para cada classe de qualidade do fuste, considerando, ainda, que seu uso fosse o mais otimizado possível, ou seja, a madeira seria traçada em tamanhos determinados pela indústria de modo que os resíduos seriam os menores possíveis.

Porém, quando se realiza os inventários florestais, mensurar variáveis de interesse como diâmetro ou altura comercial diretamente no povoamento antes da colheita torna-se não operacional. Mas, como essas informações são essenciais nos programas de seccionamento do fuste, elas podem ser estimadas por funções de afilamento.

Essas funções caracterizam-se por sua grande flexibilidade e dinâmica. A função de afilamento, que considera todo o fuste, pode ser empregada para estimar volumes com diversos fins, ou seja, volume para laminação, para serraria, celulose e

energia, bastando para isso especificar os diâmetros limites de utilização, o DAP e a altura das árvores.

2.3. Funções de *taper*

As funções de *taper* ou de afilamento de são uma excelente opção para quantificação dos sortimentos dos povoamentos florestais. A gama de informações que propiciam tem levado ao desenvolvimento de diferentes técnicas de modelagem do perfil dos fustes das espécies florestais.

De acordo com Campos & Leite (2002), o termo *taper* (afilamento do fuste) é utilizado para expressar a taxa de decréscimo do diâmetro ao longo do fuste. Estudos de *taper* se baseiam em equações que permitem estimar diâmetro em qualquer altura ao longo do fuste, a partir das variáveis, DAP (diâmetro à altura do peito) e altura total.

Segundo Prodan (1997), modelos de afilamento constituem uma importante ferramenta estatística de uso corrente na determinação dos perfis de troncos, pois permitem ao usuário estimar três características básicas das árvores: diâmetro em qualquer ponto do fuste; altura total ou a que se encontra em um diâmetro limite especificado no fuste e o volume entre pontos quaisquer do fuste.

As aplicações dessas funções se constituem em um poderoso instrumento para avaliar biológica e economicamente o maciço florestal e a resposta às práticas de manejo executadas, já que permite valorar de maneira detalhada quanto renderá o povoamento florestal (FISCHER, et al., 2001).

Para Demaerschalk & Kozak (1977), modelos para descrição do perfil de fustes, embora de grande aplicabilidade, seriam mais bem utilizados com os avanços computacionais, que eram incipientes naquela época. Dessa forma, embora as bases teóricas das funções de afilamento sejam bastante antigas, sua aplicabilidade é recente, uma vez que os maiores impulsos no sentido de torná-las usuais no dia-a-dia, só aconteceram a partir dos avanços da informática.

Vários são os modelos de *taper* utilizados na atualidade, sendo que o melhor ou pior desempenho desses modelos é em função das características da população para qual se pretende empregá-los e das pressuposições básicas para qual foi desenvolvido o modelo. Esse fato justifica a sua constante avaliação para o uso em

condições específicas. Dentre os vários tipos de modelos existentes, Lima (1986) destacou os seguintes:

- Modelos Polinomiais: são empregadas técnicas de regressão no ajuste das equações, em que normalmente a variável dependente é dada pela razão entre os diâmetros superiores e o diâmetro medido a 1,30 m do solo (d/DAP) ou, algumas vezes, a variável dependente é expressa pelo quadrado da razão destes diâmetros $(d/DAP)^2$. As variáveis independentes são expressas por razões de alturas comerciais e total (h/H), principalmente. Segundo Rios (1997), a dificuldade desses modelos em explicar as alterações na base da árvore levou à implementação de modelos polinomiais de grau elevado, Com destaque nesse caso, o modelo de Kozak et al. (1969).
- Modelos Sigmoidais: são fundamentados no fato das funções permitirem pontos de inflexão, bem como apresentarem característica de grande flexibilidade no ajuste dos dados observados de diferentes relações biológicas. Essas equações normalmente são derivadas da função Chapman-Richards, e são apresentadas por Garay (1979) e Biging (1984). Rios (1997) acrescenta que os modelos sigmoidais utilizam transformações de variáveis de modo que o modelo se assemelhe à forma natural dos troncos. Trata-se de expressões que geram um perfil semelhante a uma curva sigmóide.
- Modelos Compatíveis: são assim chamados em razão da compatibilidade nas estimativas entre equações de *taper* e equações de volume. A compatibilidade é verificada integrando-se as áreas seccionais ao longo do tronco, produzindo estimativas semelhantes àquelas obtidas pela equação de volume, da qual a equação de *taper* foi derivada. Um procedimento compatível com as equações de volume foi desenvolvido por Demaerschalk (1972).

Também existem os modelos segmentados que consistem no uso de sub-modelos justapostos, cada um representando uma porção do tronco. A união dos sub-modelos se dá por meio da imposição de restrições ao modelo geral (RIOS,1997).

Muitos autores enfatizaram que as funções de afilamento apresentam diversas vantagens, principalmente, em relação às equações de volume.

Segundo Scolforo (1997) citado por Pires (2004), as funções de *taper* são opções obtidas de uma forma um pouco mais complexa que as equações de volume, no entanto muito mais flexíveis. Isso porque, através dessas, pode-se quantificar o diâmetro a qualquer altura ou vice-versa, possibilitando encontrar volume total ou comercial para uma mesma árvore e estes volumes com ou sem casca. Nessas estimativas o nível de precisão varia, normalmente, de acordo com a equação ou o modelo utilizado e, ou, com a forma do tronco.

2.3.1. Modelos não segmentados

Dentre as diversas técnicas estatísticas de modelagem, destacam-se os modelos não segmentados, que conseguem aliar eficiência a uma certa simplicidade de aplicação, quando comparados com os modelos segmentados. Esses modelos, que são freqüentemente utilizados no meio florestal, caracterizam-se por um ajuste de regressão que relaciona vários diâmetros tomados ao longo do tronco e respectivas alturas, com DAP (diâmetro à altura do peito) e altura total das árvores. Embora sejam largamente empregados, vários autores afirmam que esses modelos não explicam com propriedade as deformações na base do tronco das árvores.

De acordo com Hradetzky (1976), em seus estudos, uma boa representação do tronco através de polinômios exige uma combinação apropriada de potências e que as mesmas sejam submetidas ao processo de seleção “passo a passo” (*stepwise*), sendo que essas potências variam de 0,005 a 25.

Segundo Borges (1982), o Polinômio do Quinto Grau é utilizado para estimar o volume de toras para serraria e de madeira serrada para *Pinus taeda*, com base em funções de *taper*. Neste trabalho os dados foram agrupados em classes de fator de forma natural, ajustando-se uma função para cada classe em vez de se definir uma única função de forma. O objetivo de tal procedimento foi aumentar a precisão das estimativas do diâmetro ao longo do fuste e do cálculo do volume individual por integração.

Embora o Polinômio do Quinto Grau forneça resultados suficientemente acurados para a maioria dos usos de equações de forma, ele exhibe claras tendências. Parte das deformações da base são explicadas, mas os

diâmetros são geralmente subestimados até cerca de 20% da altura total e superestimados acima de 80% da altura total (Gordon, 1983). O referido autor, trabalhando com *Larix decidua* e *Pinus radiata*, mostrou que, sem alterar a compatibilidade do Polinômio do Quinto Grau, é possível melhorar o modelo através da inclusão de potências mais altas. Neste trabalho foram adicionadas potências que variaram de 6 a 40.

Em seu trabalho, Lima (1986) avaliou a eficiência dos modelos propostos por Biging (1984); Demaerschalk (1973); Kozak et al. (1969) e Ormerod (1973) em árvores de *Pinus elliottii*. Os modelos citados foram avaliados quanto à estimativa de volumes totais e comerciais e de diâmetros e alturas comerciais. O referido autor concluiu que o modelo que se apresentou mais preciso na estimativa do volume total foi o de Kozak et al., e o menos preciso o de Ormerod. O modelo de Demaerschalk mostrou-se satisfatório para estimar todas as variáveis, exceto o volume total, que teve o modelo de Biging como mais adequado.

Testando o desempenho de modelos polinomiais, de razões de volume e de funções *spline* cúbica na estimativa de volumes comerciais, Rios (1997), verificou que os modelos polinomiais proporcionaram estimativas mais acuradas na descrição dos perfis das árvores, onde o Polinômio de Quinto Grau foi superior ao Polinômio de Potências Fracionárias. Em segundo lugar ficaram as razões de volume e as funções *spline* em terceiro. O autor ainda sugere que as equações de afilamento sejam ajustadas por classe diamétrica, que resultará em estimativas mais acuradas.

Testando a acurácia de modelos que melhor descrevem o perfil arbóreo observando as diferentes classes diamétricas e diferentes espécies do gênero *Eucalyptus*, Assis (1998) concluiu que a equação de afilamento de potências fracionárias é mais estável na estimativa dos diâmetros ao longo do fuste, tanto para um ajuste por classe diamétrica quanto para um ajuste de um conjunto de árvores cubadas no estrato. A autora ainda denota que a equação de Amateis e Burkhart (1987) e o Polinômio de Quinto Grau podem ser utilizados com segurança para estimar o diâmetro ao longo do fuste, embora com inferior precisão em relação ao Polinômio de Potência Fracionária, e descreve que a equação de afilamento de Clutter (1980), não é recomendada para estimar diâmetro ao longo do fuste de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla* na região do município de Luiz Antônio, em São Paulo, pois resultou em estimativas pouco acuradas.

Em outro trabalho, Chichorro (2000) para estimar diâmetros ao longo do tronco, optou pelo modelo de Demaerschalk (1972), pois de acordo com as estatísticas de validação consideradas, foi superior aos demais.

Testando modelos não segmentados com dados provenientes de *Eucalyptus* plantados no sul da Bahia, Mendonça (2006) concluiu que os modelos apresentaram tendências nas estimativas das variáveis analisadas, sendo que o modelo de Ormerod (1973) foi o mais preciso para estimar o volume comercial e o modelo de Schoepfer (1966) para estimar a altura comercial.

2.3.2. Modelos Segmentados

Várias literaturas enfatizam que os fustes das árvores são compostos de duas ou três formas diferentes, com a base se aproximando a um neilóide, a porção central a um parabolóide e o topo similar a um parabolóide ou um cone. A idéia de modelos segmentados para estudo do afilamento de árvores não é nova. No Brasil, pode-se citar: Figueiredo-Filho et al., (1996), Rios, (1997), Ferreira, (1999), Figueiredo-Filho et al., (1999), Assis, (2000) e Fischer et al. (2001). É importante ressaltar, entretanto, que a maioria dos trabalhos citados avalia somente a acurácia das equações ajustadas em relação ao diâmetro em qualquer parte do tronco e em relação ao volume comercial, não se preocupando em verificar a acurácia em se estimar a altura para um diâmetro comercial pré-estabelecido.

Segundo Demaerschalk & Kozak (1977), é necessário o uso de diferentes modelos para estudo de *taper*, um para a parte inferior e o outro para a superior das árvores, a fim de obter maior precisão nas estimativas. No entanto, esses autores afirmaram que o número de equações a serem usadas depende muito da forma do perfil das árvores.

Outro procedimento para estudo do afilamento de árvores aplicando modelos segmentados foi sugerido por Max & Bukhart (1976). Nesse caso a descrição do perfil é feita por três submodelos, que são unidos em dois pontos, por imposição de restrições ao modelo. Os submodelos são ajustados para as seções inferior, média e superior do tronco, pois alguns autores admitem que o tronco da árvore pode ser dividido em três seções. Esse modelo é dito quadrático-quadrático-quadrático, sendo um para cada referida seção.

Em um de seus trabalhos, Figueiredo Filho et al. (1996), utilizaram três modelos segmentados e dois não segmentados para estimar diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda* L. Nesse estudo, destacaram-se o modelo segmentado desenvolvido por Demaerschalk & Kozak (1977), e o de Parresol et al. (1987).

Segundo Kirchner et al (1989), a técnica de regressão segmentada surgiu da dificuldade de se encontrar uma única função matemática capaz de descrever todo perfil do tronco, uma vez que cada parte do tronco assemelha-se a uma diferente forma geométrica. Assim, utilizando-se a técnica de regressão segmentada, a curva de cada segmento é gerada pelo método dos mínimos quadrados e os pontos de união de cada segmento são necessariamente harmonizados.

De acordo com Rios (1997), caracterizar o perfil por vários polinômios poderá ser uma medida de risco, pois para cada ponto de ligação deverá haver uma equação com alto grau de precisão, sendo recomendado um estudo prévio da relação entre os diâmetros, nas diferentes posições relativas ao longo do fuste, e a variável Dap para as árvores em estudo. Dessa forma, estimativas ruins naturalmente implicariam em curvas distorcidas, ocasionando erros até maiores que os intrínsecos da metodologia.

Estudando a forma de fustes de *Eucalyptus cloeziana*, Ferreira (1999) comparou a acurácia de oito modelos de afilamento, entre razões de volume e modelos polinomiais segmentados e não segmentados para estimar o diâmetro ao longo dos fustes. Em seus trabalhos, o modelo mais acurado foi o segmentado de Clark et al.(1991), seguido pelo modelo segmentado de Max & Bukhart (1976) e do Polinômio de Potências Inteiras e Fracionárias proposto primeiramente por Hradetzky (1976).

Segundo Thiersch (1999), que avaliou a acurácia de três modelos polinomiais segmentados e dois modelos não segmentados, para representar os perfis dos fustes de clones de *Eucalyptus grandis*, e que para isto, utilizou dados obtidos da cubagem rigorosa, com abate da árvore e a cubagem através do penta-prisma de Wheeler. Os modelos mais acurados foram o de Clark et al. (1991) e o polinômio de potências fracionárias para a cubagem rigorosa tradicional (abate das árvores) e para o penta-prisma, respectivamente. Em segundo lugar ficaram o modelo de Max & Bukhart e o Polinômio de Quinto Grau. E em último lugar, ficou o modelo segmentado de Parresol et al. (1987).

Comparando três modelos polinomiais segmentados e quatro não segmentados na estimativa do diâmetro e volume para árvores da espécie *Pinus taeda*, Assis (2001) concluiu, entre outras coisas, que a representação acurada dos perfis dos fustes dessa espécie, requer ajustes por classe diamétrica, para os modelos segmentados de Clark et al., (1991) e Max & Bukhart (1976) e os não segmentados de Hradetzky (1976) e Goulding & Murray (1976).

É conveniente na abordagem de modelos segmentados, citar as funções *spline*, isso pelo fato de que, alguns autores ao trabalhar com modelos de afilamento segmentados tomaram como restrições para o ajuste e a determinação do(s) ponto(s) de junção entre as funções, nos seus respectivos modelos, princípios semelhantes aos dessas funções.

Matematicamente, *splines* são definidas como sendo polinômios segmentados de grau “n” cujos valores da função da sua primeira “n-1” derivadas contínuas passam nos pontos onde se juntam. As abscissas desses pontos de junção são chamados de “nós” e esses polinômios segmentados são escolhidos para minimizar a curvatura quadrática média (KIRCHNER et al., 1989).

Segundo Liu (1980), aproximação por *spline* consiste na interpolação de uma classe de funções de coordenadas, as quais são descritas como um conjunto de polinômios cúbicos segmentados com junções suavizadas.

O mesmo autor ainda relata que, ao invés de se aproximar uma função $f(x)$ sobre um intervalo $[a,b]$ através de um único polinômio, é possível dividi-lo em “n” subintervalos $[a, x_1]$, $[x_1, x_2], \dots, [x_{n-1}, b]$, e então aproximar $f(x)$ por um polinômio diferente em cada um destes subintervalos. Na determinação da função aproximada $g(x)$, é necessário que:

- em cada subintervalo a função aproximada $g(x)$ seja de grau máximo 3;
- $g(x)$ esteja em concordância com $f(x)$ em cada um dos “n+1” pontos $x_0 = a$, $x_1, \dots, x_{n-1}, x_n = b$;
- a primeira derivada de $g'(x)$ e a segunda derivada $g''(x)$ sejam contínuas nos pontos $[a,b]$.

Quando estas condições são satisfeitas, $g(x)$ é então chamada de função *spline* cúbica.

Alguns trabalhos utilizando funções *splines* para descrever o perfil do fuste de espécies florestais foram realizados por alguns autores. Dentre esses está o

trabalho de Liu (1980) que obteve resultados acurados na estimativa do volume de árvores.

Em estudo com funções *splines* na estimativa de volumes totais e parciais, Kirchner et al., (1989) obtiveram resultados acurados quando comparados aos volumes calculados pelo método de Smalian. Rodriguez & Esteban (1991) citados por Rios (1997), também obtiveram êxito em suas estimativas, recomendando seu uso para estimar volume total e comercial para *Pinus pinaster*.

Em estudo com análise de componentes principais e funções *spline*, Ângelo et al. (1997) concluíram que essas técnicas podem ser um valioso instrumento ao manejador florestal. Verificaram que tal procedimento produziu estimativas satisfatórias da forma do fuste de *Pinus tropicais*.

3. REFERÊNCIAS

AMATEIS, R. L.; BURKHART, H. E. Cubic-foot volume equations for loblolly pine trees in cutover site-prepared plantations. **Southern Journal of Applied Forestry**, Washintong, v. 11, n. 4, p. 190 – 192, nov. 1987.

ANGELO, H. ; CASTRO, L. H. R. ; HOSOKAWA, R. T. ; KIRCHNER, F. F. . Análise de componentes principais e função spline para definir a forma do tronco de *Pinus tropicais*. **Floresta**, Curitiba, v. 25, n. 1/2, p. 55-67, 1997.

ARCE, J. E.; MACDONAGH, P.; FRIEDL, R. A.. Geração de padrões ótimos de corte através de algoritmos de traçamento aplicados a fustes individuais. **Revista Árvore**, v. 28, n.2, p.207-217, 2004.

ASSIS, A. L. de. **Acuracia nas estimativas de volumes comerciais de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla***. Lavras: UFLA, 1998. 183 p. Monografia.

ASSIS, A. L. **Avaliação de modelos polinomiais segmentados e não segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda***. 2000. 198 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2000.

ASSIS, A. L. de; SCOLFORO, J. R. S.; MELLO, J. M. de; ACERBI JÚNIOR, J. W.; OLIVEIRA, A. D. de.. Comparação de modelos polinomiais segmentados e não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*. **Cerne**. v.7, n.1, p.20-40, 2001.

BERTOLA, A. **Uso de fotografias digitais para quantificar o volume sólido de madeira empilhada**. Viçosa: UFV. 2002. Dissertação (mestrado em Ciência Florestal) - UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA, 2002.

BIGING, G. S. Taper equations for second mixed-conifers of Northean California. **Forest Science**, v. 30, n. 4, p. 1103-1117, 1984.

BORGES, J. F. Seccionamento do fuste de *Pinus taeda* L. para obtenção do volume de madeira serrada através da função de forma polinomial. **Floresta**, Curitiba, v.13, n. 1, p.24-25, 1982.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal perguntas e respostas**. Viçosa: UFV, 2002. 402 p.

CLUTTER, J. L. Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. **Forest Science**, Washington, v. 18, n. 3, p. 241-245, 1972.

CHICHORRO, J. F.; RESENDE, J. L. P.; LEITE, H. G. Equações de volume e de *taper* para quantificar multiprodutos da madeira em floresta atlântica. **Revista Árvore**, v.27, n.6, p.799-809, 2003.

DEADMAN, M. W.; GOULDING. A method for assessment of recoverable volume by lo types. **New Zealand Journal of Forestry Science**, v. 9, n. 2, p. 225-239, 1978.

DEMAERSCHALK, J. P. Converting volume equations to compatible taper equations. **Forest Science**, v. 18, n.3, p. 241-245, 1972.

DEMAERSCHALK, J. P. An integrated system for the estimation of tree taper and volume. **Canadian Journal for Research**, vol 3, n.1, p 90-94, 1973.

DEMAERSCHALK, J. P.; KOZAK, A. The whole-bole system: a conditional dual equation system for precise prediction of tree profiles. Canadian Journal for Research, v. 7, p. 488-497, 1977.

FERREIRA, S. O. Estudo da forma do fuste de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus cloeziana*. Lavras: UFLA. 1999. **Dissertação (mestrado em Ciência Florestal) - UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS, 1999.**

FIGUEIREDO FILHO, A.; BORDERS, B. E.; HITCH, K. L.. Taper equations for *Pinus taeda* plantations in southern Brazil. **Forest Ecology and Management**, n.83, p.39-46, 1996.

FIGUEREDO FILHO, A.; SCHAAF, L. B. Comparison between predicted volumes estimated by taper equations and true volumes obtained by the water displacement technique (xylometer). **Canadian Journal of Forest Research, Ottawa**, v. 29, p. 451-461, 1999.

FISCHER, F.; SCOLFORO, J. R. S.; ACERBI JÚNIOR, F. W.; MELLO, J. M. de.; MAESTRI, R. Exatidão dos modelos polinomiais não-segmentados e das razões

entre volumes para representar o perfil do tronco de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, v.11, n.1, p.167-188, 2001.

GARAY, L. **Tropical forest utilization system**. VIII. A taper model for entire stem profile including buttressing. Seathe. Coll. Forest. Resour., Inst. Forest Prod. Univ. Wash., 1979. 64p.

GORDON, A. Comparison of compatible polynomial taper equations. **New Zeland Journal of Forestry Science**, Rotorua, v. 13, n. 2, p.146-155, 1983.

HRADETZKY, J. **Analyse und interpretation statistischer abränger keiten. (Biometrische Beiträge zu aktuellen forschungs projekten)**. Baden: Württemberg Mitteilungen der FVA, 1976. 146p. (Abt. Biometric und Informatik, 21).

INTERPINE FORESTRY INNOVATION. **Marvl in South American Eucalyptus**. Disponível em: <http://www.interpine.co.nz/newsarchive/bra-0200.htm>. Acesso em: 10 nov. 2006.

JUNIOR, L. S.; GARCIA, J. N. Rendimento em madeira serrada de *Eucalyptus urophylla*. **Scientia Forestalis**, n. 63, p. 32-43, jun. 2003.

KOZAK, A.; MUNRO, D. D.; SMITH, J. H. G. Taper functions and their application in Forest inventory. **Forestry Chronicle**, v. 45, n. 4, p. 278-283, 1969.

LEITE, H. G.; CAMPOS, J. C. C.; PAULA JÚNIOR, G. G.. Emprego de um modelo de programação dinâmica para conversão de troncos em multiprodutos da madeira. **Revista Árvore**, v.19, n.4, p.447-465, 1995b.

LEITE, H. G.; GUIMARÃES, D. P.; CAMPOS, J. C. C. Descrição e emprego de um modelo para estimar múltiplos volumes de árvores. **Revista Árvore**, v. 19, n. 1, p. 65-79, 1995.

LIMA, F. **Análise de funções de “taper” destinadas à avaliação de multiprodutos de árvores de *Pinus elliottii***. Viçosa: UFV. 1986. Dissertação (mestrado em Ciência Florestal) - UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA, 1986.

LIMA, D. G. de; LEITE, H. G.; PAULA JÚNIOR, G. G.; SOUZA, A. L.. Um modelo de suporte a decisão sobre multiprodutos de povoamentos de eucalipto. **Revista Árvore**, v.21, n.1, p.35-48, 1997.

LIU, C. J. Log volume estimation with spline approximation. **Forest Science**, Bethesda, v. 26, n. 3, p. 361-369, 1980.

KIRCHNER, F. F.; FIGUEIREDO FILHO, A. F.; SCOLFORO, J. R. S. O uso de funções spline no cálculo de volumes de árvores. **Floresta**: Curitiba, v. 19, n. 1 e 2, p. 116-122, 1989.

MAX, T.A.; BURKHART, H.E. Segmented polinomial regression applied to taper equations. **Forest Science**, Washington, v. 22, n. 3, p. 283-289, 1976.

MENDONÇA, A. R. **Avaliação de uma metodologia para otimização do volume de toras comerciais de Eucalyptus sp. em função da qualidade do fuste.** 2006. 90f. Dissertação (Mestrado em Produção Vegetal) – Universidade Federal do Espírito Santo, Alegre, 2006.

MURPHY, G.; FIRTH, J. G.; SKINNER, M. F. Long-Term Impacts of Forest Harvesting Related Soil Disturbance on Log Product Yields and Economic Potential in a New Zealand Forest. **Silva Fennica**, v. 38, n. 3, p. 279-289, 2004.

ORMEROD, D. W. A simples bole model. **The Forestry Chronicle**, V. 49, n. 3, p.136 – 138, 1973.

PARK, J. Evaluating pruned sawlog quality and assessing sawmill recoveries in New Zealand. **Forest Products Journal**, v. 44, n. 4, p. 43-52, 1994.

PARRESOL, B. R.; HOTVEDT, J. E.; CAO, Q. V. “A Volume and taper prediction system for bald cypress. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 17, n.3, p. 250-259, 1987.

PELLICO NETO, S.; BRENA, D. A. **Inventário Florestal.** Curitiba: UFPR. 1997.

PIRES, L. M. **Ajuste e diagnóstico de modelos estocásticos lineares e não lineares para descrição do perfil longitudinal de árvores.** Lavras: UFLA. 2004. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) – UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS, 2004.

PRODAN, M., PETERS, R., COX, F., *et al.* **Mensura forestal.** San José, Costa Rica: IICA, 1997. 586p.

RIOS, M.S. **A Eficiência das funções polinomiais, da função spline cúbica, e razões de volume para representar o perfil da árvore e estimar os sortimentos de *Pinus elliottii*.** Lavras: UFLA, 1997. 116p. (Dissertação - Mestrado em Engenharia Florestal).

SCHOEPFER, W. **Automatisierung des Masse, Sorten und Wertberechnung stehender Waldbestände Schriftenreihe Bad. [S.I]: Wurt-Forstl.,1966. n.p.**

SOARES, T. S.; VALE, A. B. do; LEITE, H. G.; MACHADO, C. C.. Otimização de multiprodutos em povoamentos florestais. **Revista Árvore**, v.27, n.6, p.811-820, 2003.

SILVA, G. F.; CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. Alternativas para estimar o volume comercial em árvores de eucalipto. **Revista Árvore**, v. 20, n. 4, p. 467-481,1996.

THIERSCH, C. R. **Acuracia dos modelos polinomiais para representar os perfis dos fustes de clones de *Eucalyptus grandis*.** Lavras: UFLA, 1999. 35 p. Monografia.

CAPÍTULO 1

AVALIAÇÃO DE MODELOS DE *TAPER* NÃO SEGMENTADOS NA ESTIMAÇÃO DA ALTURA E VOLUME COMERCIAL DE FUSTES DE *Eucalyptus* sp.

Resumo – Este trabalho teve como objetivo avaliar diferentes modelos na estimativa da altura comercial, volume comercial e volumes ao longo do fuste de *Eucalyptus* sp. de modo a garantir resultados mais exatos na obtenção de multiprodutos. Foram avaliados os modelos de afilamento de Demaerschalk (1972), Ormerod (1973), Schoepfer (1966), Hradetzky (1976), Garay (1979) e Biging (1984). Foram empregados dados de cubagem rigorosa de árvores de *Eucalyptus* sp., com idade de 16 anos, sendo utilizadas 41 árvores-amostra no ajuste das equações. Baseado na análise gráfica dos resíduos e nas estatísticas *bias* (B), média das diferenças (MD) e desvio - padrão das diferenças (DPD) verificou-se que na estimativa da altura comercial os modelos de Biging, Schoepfer e Hradetzky apresentam os melhores resultados, seguidos do modelo de Garay. Em termos de volume comercial, os resultados são semelhantes aos da altura comercial, com uma pequena diferença, o modelo de Garay apresenta melhora considerável, mas os quatro modelos citados têm resultados muito bons, e os modelos de Demaerschalk e Ormerod apresentam tendência a superestimar para árvores com DAP < 45 cm. Em se tratando dos volumes das toras, o modelo de Biging tem maior estabilidade de uma forma geral.

Palavras-chave: multiprodutos, inventário florestal, toras.

CHAPTER 1

EVALUATION OF MODELS OF *TAPER* NO SEGMENTED IN THE ESTIMATE OF THE HEIGHT AND MERCHANTABLE VOLUME OF BOLE OF *EUCALYPTUS* SP.

Abstract - This work had as objective evaluates different models in the estimate of the commercial height, of the volume commercial and the volumes along the bole of *Eucalyptus* sp., in order to guarantee more accurate results in the multiproducts obtaining. It was appraised the models of taper of Demaerschalk (1972), Ormerod (1973), Schoepfer (1966), Hradetzky (1976), Garay (1979) and Biging (1984). It was used data of rigorous scaling of trees of *Eucalyptus* sp., with 16 year-old age, being used 41 tree-samples in the adjustment of the equations. Based in graphical analysis of the residues and in the statistics bias (B), average of the differences (MD), and deviation pattern of the differences (DPD), it was verified that in the estimate of the commercial height the models of Biging and Schoepfer present the best results being considered very good, being followed by the models of Hradetzky and Garay that also have good results. In terms of commercial volume, the results are similar to the of the commercial height, with a small difference, the model of Garay present considerable improvement, but the four mentioned models have very good results, and the models of Demaerschalk and Ormerod present tendency to overestimate for trees with smaller DAP < 45 cm. Treating of the volumes of the logs, the model of Biging has larger stability in general.

Key words: multiproducts, forest inventory, logs

1. INTRODUÇÃO

As funções de afilamento se constituem numa alternativa de quantificação dos sortimentos dos povoamentos florestais. O leque de informações que essas funções podem propiciar e as necessidades crescentes de estimar os sortimentos das florestas têm levado ao desenvolvimento de diferentes técnicas de modelagem do perfil dos fustes das espécies florestais. Esse fato tem justificado a realização de estudos na tentativa de aliar estimativas confiáveis à praticidade de utilização das funções que propiciam tais estimativas.

De acordo com Assis (2000), a obtenção de múltiplos produtos advindos das florestas de produção passa necessariamente pelo conhecimento das características dos povoamentos no que se refere ao ritmo de crescimento e à forma dos indivíduos, bem como dos fatores que afetam essas duas variáveis. Por isso, o desenvolvimento de modelos matemáticos capazes de representar com acurácia os perfis dos fustes tem se tornado uma ferramenta cada vez mais importante dentro dos empreendimentos de base florestal. Devido à sua flexibilidade e ao amplo leque de informações que proporcionam sem aumento nos custos de inventário, as funções de afilamento têm ganhado espaço no meio florestal.

Segundo Rios (1997), o emprego dessas funções é uma consequência natural da evolução do setor florestal no Brasil, onde o aprimoramento das técnicas de inventário, associado à necessidade de flexibilização da informação dos estoques de madeira, desperta um maior interesse na depuração das informações de inventário.

Dentre as diversas técnicas estatísticas de modelagem, destacam-se os modelos não segmentados, que conseguem aliar eficiência a uma certa simplicidade de aplicação, quando comparados com os modelos segmentados. Tais modelos têm

sido estudados e algumas vezes apresentam deficiências na representação da base dos fustes, o que pode comprometer as estimativas. No entanto, há de se considerar as possibilidades de modificações desses modelos, objetivando suprir deficiências. Existem vários estudos sobre o assunto, tendo em vista que o grande impulso na aplicação dessas funções foi devido à popularização das tecnologias na área de informática. Além disso, entre os estudos existentes poucos abordam as estimativas da altura.

O conhecimento da altura comercial de uma árvore para serraria, por exemplo, é essencial em processos de otimização. Imagine que o diâmetro mínimo para serraria seja igual a 28 cm e que o mercado demande de toras de diferentes tamanhos, com três, quatro ou cinco metros, por exemplo. Se a altura onde ocorre o diâmetro comercial de 28 cm for de 20 m, várias alternativas de seccionamento do fuste desta árvore poderão ser realizadas, como retirar quatro toras de cinco metros, ou cinco toras de quatro metros, ou seis toras de três metros. A melhor combinação de tamanhos de toras a serem retiradas dependerá do valor das mesmas e da quantidade pretendida de resíduos resultantes do processo, o que pode ser calculado por técnicas de otimização, como a programação dinâmica. Contudo, na realização de inventários florestais, medir diretamente a altura onde um determinado diâmetro comercial ocorre com a árvore em pé é tarefa difícil. Como esta informação é essencial nos programas de seccionamento do fuste, essa altura pode ser estimada por funções de afilamento.

Portanto, o problema aqui descrito justifica a importância da realização de pesquisas buscando funções de afilamento acuradas na estimação da altura, que é uma variável pouco estudada quando funções desse tipo são pesquisadas. Além disso, o volume comercial a ser estimado dependerá da altura comercial estimada, ou seja, estimativas ruins da altura renderão em estimativas ruins do volume.

Diante disso, o presente estudo foi desenvolvido com os objetivos de:

- avaliar a precisão de seis modelos não segmentados para estimar altura em um diâmetro pré estabelecido;
- avaliar a precisão dos modelos não segmentados na estimativa do volume comercial;
- avaliar a precisão dos modelos não segmentados na estimativa dos volumes das partes do fuste simulando um traçamento das toras.

2. MATERIAL E MÉTODOS

2.1. Área de Estudo

Os dados provenientes deste estudo são de uma área de plantio da empresa Aracruz Celulose S.A., localizada no município de Caravelas, no estado da Bahia, que tem as seguintes coordenadas geográficas: 17° 37' 48" de latitude sul e 39° 15' 41" de longitude oeste de Greenwich.

2.2. Coleta de dados

Para a coleta dos dados foi utilizado um talhão com área de 4,31 ha plantado com *Eucalyptus* sp. com idade de 16 anos, proveniente de propagação seminífera. O espaçamento inicial utilizado no plantio foi 3 x 3 m sendo feito 2 desbastes seletivos aos 8,6 anos de idade, retirando 1 (uma) a cada 5 (cinco) árvores, ficando aproximadamente 250 árvores por hectare ao final do ciclo de corte.

Para fins deste trabalho, foi feita a cubagem rigorosa de 41 árvores para o ajuste dos modelos de *taper*. Foram obtidas duas medidas ortogonais, utilizando uma suta, do diâmetro na altura de 1,30 m e de diâmetros a 0%, 1%, 2%, 3%, 4%, 5%, 10%, 15%, 25%, 35%, 45%, 55%, 65%, 75%, 85% e 95 % da altura total da árvore. O cálculo do volume com casca das seções foi feito empregando-se o método de Smalian. As 41 árvores-amostra foram selecionadas por apresentarem DAP (diâmetro à altura do peito) mínimo de 35 cm. Os modelos foram ajustados com o *software* Statistica 6.0. A Tabela 1 mostra a distribuição de frequência das 41 árvores-amostra utilizadas.

Tabela 1 – Distribuição de freqüência das árvores-amostra, por classes de diâmetro e altura

Classes de altura (m)	Classes de diâmetro (cm)				TOTAL
	37,5	42,5	47,5	52,5	
37	2				2
39	1	2	1		4
41	3	6	6	1	16
43		6	4	1	11
45		1	5		6
47					0
49		1		1	2
TOTAL	6	16	16	3	41

2.3. Modelos não segmentados avaliados

Na literatura, podem-se encontrar diversos modelos que expressam o afilamento das árvores. Para este trabalho foram testados seis modelos bem difundidos no meio florestal. Os seis modelos não segmentados testados são detalhados a seguir:

a) Modelo de Demaerschalk (1972) – Modelo 1

$$\left(\frac{d}{DAP}\right)^2 = 10^{2\beta_0} DAP^{2\beta_1-2} L^{2\beta_2} Ht^{2\beta_3} + \varepsilon$$

$$h = Ht - (d 10^{-\hat{\beta}_0} DAP^{-\hat{\beta}_1} Ht^{-\hat{\beta}_3})^{1/\hat{\beta}_2} + \varepsilon \begin{cases} \text{Se } h = 1,3 \Leftrightarrow d = Dap \\ \text{Se } d = 0 \Leftrightarrow h = Ht \end{cases}$$

$$V = \frac{K 10^{2\hat{\beta}_0} DAP^{2\hat{\beta}_1} Ht^{2\hat{\beta}_3} \left[(Ht - h_1)^{2\hat{\beta}_2+1} - (Ht - h_2)^{2\hat{\beta}_2+1} \right]}{2\hat{\beta}_2+1}$$

em que:

d = diâmetro na altura h (cm); DAP = diâmetro na altura de 1,30 m (cm);

Ht = altura total da árvore (m); h = altura ao longo do fuste da árvore (m);

$L = Ht - h$; V = volume com casca (m³);

h_1 e h_2 = limites da integração; sendo h_1 = altura inferior da seção (m) e h_2 = altura

superior da seção (m); $K = \frac{\pi}{40.000}$;

β_i = parâmetros da regressão, sendo $i = 0, 1, \dots, n$; ε = erro aleatório.

b) Modelo de Ormerod (1973) – Modelo 2

$$\left(\frac{d}{DAP}\right)^2 = \left[\left(\frac{Ht-h}{(Ht-1,3)}\right)\right]^{2\beta_1} + \varepsilon; \quad \hat{h} = Ht - \left[\left(\frac{d}{DAP}\right)^{1/\hat{\beta}_1} (Ht-1,3)\right]$$

$$V = K DAP^2 \left[\frac{1,3-Ht}{2\hat{\beta}_1+1}\right] \left[\left(\frac{h_2-Ht}{1,3-Ht}\right)^{2\hat{\beta}_1+1} - \left(\frac{h_1-Ht}{1,3-Ht}\right)^{2\hat{\beta}_1+1}\right] + \varepsilon$$

Variáveis definidas anteriormente.

c) Modelo de Schöpfer (Polinômio de Quinto Grau - 1966) – Modelo 3

$$\frac{d}{DAP} = \left[\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h}{Ht}\right) + \beta_2 \left(\frac{h}{Ht}\right)^2 + \beta_3 \left(\frac{h}{Ht}\right)^3 + \beta_4 \left(\frac{h}{Ht}\right)^4 + \beta_5 \left(\frac{h}{Ht}\right)^5\right] + \varepsilon$$

$$\hat{V} = K DAP^2 \left[c_0^2 h + c_0 c_1 h^2 + \left(\frac{2}{3} c_0 c_2 + \frac{1}{3} c_1^2\right) h^3 + \left(\frac{1}{2} c_0 c_3 + \frac{1}{2} c_1 c_2\right) h^4 + \left(\frac{2}{5} c_0 c_4 + \frac{2}{5} c_1 c_3 + \frac{1}{5} c_2^2\right) h^5 + \left(\frac{1}{3} c_0 c_5 + \frac{1}{3} c_1 c_4 + \frac{1}{3} c_2 c_3\right) h^6 + \left(\frac{2}{7} c_1 c_5 + \frac{2}{7} c_2 c_4 + \frac{1}{7} c_3^2\right) h^7 + \left(\frac{1}{4} c_2 c_5 + \frac{1}{4} c_3 c_4\right) h^8 + \left(\frac{2}{9} c_3 c_5 + \frac{1}{9} c_4^2\right) h^9 + \frac{1}{5} c_3 c_5 h^{10} + \frac{1}{11} c_5^2 h^{11} \right]_{h_1}^{h_2}$$

em que: p_i = potências do modelo, sendo $i = 0, 1, \dots, n$;

$$c_0 = \hat{\beta}_0; \quad c_1 = \frac{\hat{\beta}_1}{Ht^{p_1}}; \quad c_2 = \frac{\hat{\beta}_2}{Ht^{p_2}}; \quad \dots; \quad c_n = \frac{\hat{\beta}_n}{Ht^{p_n}}.$$

Variáveis definidas anteriormente.

d) Modelo de Hradetzky (Polinômio de Potências Inteiras e Fracionárias - 1976)

– Modelo 4

$$\frac{d}{DAP} = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h}{Ht} \right)^{p_1} + \beta_2 \left(\frac{h}{Ht} \right)^{p_2} + \dots + \beta_n \left(\frac{h}{Ht} \right)^{p_n} + \varepsilon$$

$$V = K DAP^2 \left[c_0^2 h_i + 2c_0 c_1 \left(\frac{h_i^{(p_1+1)}}{p_1 + 1} \right) + 2c_0 c_2 \left(\frac{h_i^{(p_2+1)}}{p_2 + 1} \right) + \dots + \right.$$

$$2c_0 c_{(n-1)} \left(\frac{h_i^{(p_{(n-1)+1}}}{p_{(n-1)} + 1} \right) + 2c_0 c_n \left(\frac{h_i^{(p_n+1)}}{p_n + 1} \right) +$$

$$c_1^2 \left(\frac{h_i^{(2p_1+1)}}{2p_1 + 1} \right) + 2c_1 c_2 \left(\frac{h_i^{(p_1+p_2+1)}}{p_1 + p_2 + 1} \right) + \dots + c_1 c_{(n-1)} \left(\frac{h_i^{(p_1+p_{(n-1)+1}}}{p_1 + p_{(n-1)} + 1} \right) + 2c_1 c_n \left(\frac{h_i^{(p_1+p_n+1)}}{p_1 + p_n + 1} \right) +$$

$$\left. + c_2^2 \left(\frac{h_i^{(2p_2+1)}}{2p_2 + 1} \right) + \dots + 2c_{(n-1)} c_n \left(\frac{h_i^{(p_{(n-1)}+p_n+1)}}{p_{(n-1)} + p_n + 1} \right) + c_n^2 \left(\frac{h_i^{(2p_n+1)}}{2p_n + 1} \right) \right]_{h_1}^{h_2}$$

Variáveis definidas anteriormente.

e) Modelo de Garay (1979) – Modelo 5

$$d = DAP \beta_0 \left[1 + \beta_1 \ln \left(1 - \beta_2 h^{\beta_3} Ht^{-\beta_3} \right) \right] + e_i$$

Variáveis definidas anteriormente.

f) Modelo de Biging (1984) – Modelo 6

$$d = DAP \left\{ \beta_1 + \beta_2 \ln \left[1 - \left(h/Ht \right)^{1/3} \lambda \right] \right\} + e_i$$

em que:

$$\lambda = 1 - e^{(-\beta_1/\beta_2)}$$

Variáveis definidas anteriormente.

Deve-se ressaltar que foram analisadas as estimativas da altura e volume a partir do ajuste do modelo de afilamento na sua forma original. Para a obtenção da altura nos modelos 3, 4, 5 e 6 foi necessário a utilização de processos iterativos. Para isso, foi utilizado o algoritmo de Newton por meio da ferramenta solver do programa Microsoft Excel. Para os modelos 5 e 6, o cálculo do volume foi realizado por meio de integração numérica com o uso do *software* Matlab 6.5.

2.4. Avaliação dos modelos

As equações ajustadas tiveram sua precisão avaliada por meio do coeficiente de determinação (R^2) e do erro padrão da estimativa em percentagem ($S_{yx}\%$). Pelo fato de os modelos estudados apresentarem diferenças em relação a variável dependente, e por existirem neste estudo, modelos lineares e não lineares, o coeficiente de determinação usado foi calculado segundo a metodologia proposta por Kvalset (1985), que atende a todas as condições impostas para comparação entre os modelos com suas eventuais características. Assim o coeficiente de determinação (R^2), foi calculado da seguinte forma:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y - \hat{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}$$

Para fins desse trabalho, foi selecionado o diâmetro mínimo comercial de 28 cm ($d = 28$ cm) utilizado regularmente pela empresa para obtenção de madeira para serraria. Simulando um eventual traçamento das toras e para testar a exatidão das equações ajustadas na estimação do volume das toras traçadas, foram calculados volumes entre o ponto de corte e 10%, entre 10% e 15%, entre 15% e 25%, entre 25% e 35% e entre 35% e 45% da altura total das árvores amostras.

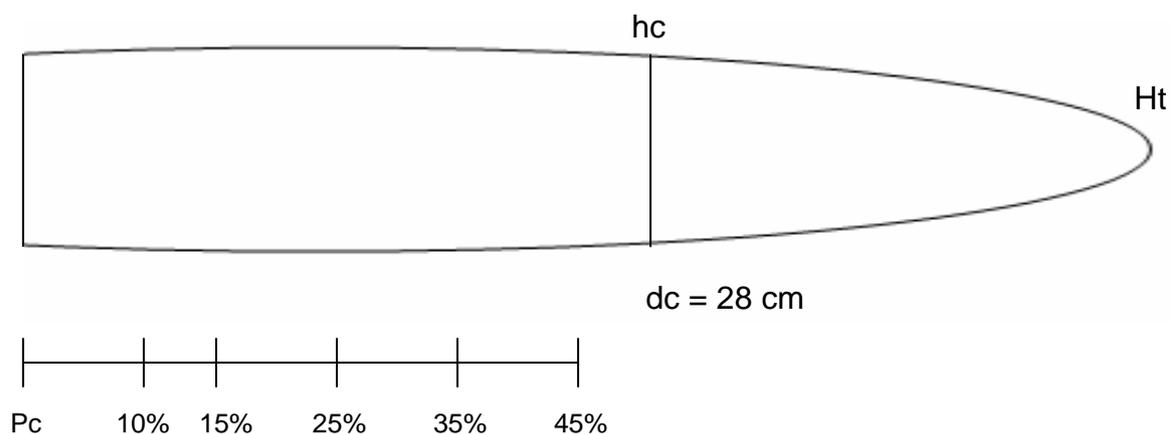


FIGURA 1 – Traçamento do fuste para obtenção de toras.

Pc = Ponto de corte; dc = diâmetro comercial; hc = altura comercial e Ht = altura total.

Para o diâmetro mínimo comercial e para as eventuais partes oriundas do traçamento, foram feitos testes de acordo com a metodologia utilizada por (LIMA, 1986 ; FERREIRA, 1999; ASSIS, 2000; MENDONÇA, 2006).

Primeiramente, foram feitas as análises gráficas dos resíduos. Os valores residuais utilizados na construção dos gráficos são expressos por:

$$\text{Erro (\%)} = \frac{\hat{Y} - Y}{Y} 100$$

em que: \hat{Y} = valores estimados pela equação; e Y = valores observados.

Foram, também, feitos testes complementares (Tabela 2), por meio das seguintes estatísticas: *bias* (B); média das diferenças absolutas (MD) e desvio-padrão das diferenças (DPD). Para cada equação, a exatidão foi examinada para volume e altura comercial considerando o diâmetro mínimo comercial pré-estabelecido. A partir da análise das estatísticas B , MD e DPD , procedeu-se a ordenação das funções segundo o maior ou menor grau de precisão, sendo atribuídos pesos de 1 a 6 de acordo com os resultados das estatísticas obtidas para cada equação e com o diâmetro mínimo comercial em questão. Foi considerado o modelo mais acurado aquele que resultou em menor somatório nas notas para o diâmetro mínimo avaliado. A Tabela 2 apresenta os critérios e respectivas estatísticas para avaliação do ajuste dos modelos.

Tabela 2 - Critérios para avaliação do ajuste e validação dos modelos

Critério	Estimador
<i>Bias</i> (B)	$B = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i}{n}$
Média das diferenças absolutas (MD)	$MD = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - \hat{Y}_i }{n}$
Desvio-padrão das diferenças (DPD)	$DPD = \sqrt{\frac{\left(\sum_{i=1}^n d_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n d_i \right)^2 / n \right)}{n - p}}$

em que: Y_i = valor observado e \hat{Y}_i = valor estimado; n = número de observações; e p = número de parâmetros de cada modelo, $d_i = \left(Y_i - \hat{Y}_i \right)$.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1. Estatísticas das equações ajustadas

Os parâmetros estimados para os modelos avaliados são apresentados na Tabela 2 com o coeficiente de determinação (R^2) e o erro-padrão da estimativa em percentagem ($S_{yx}\%$), para o ajuste feito com todos os dados. Os seis modelos testados apresentam um alto coeficiente de determinação, (superior a 94 %) em todas as situações testadas e também um bom erro-padrão da estimativa ($S_{yx}\%$) que está entre 3% e 9% para todos os modelos. Assim, de acordo com essas estatísticas calculadas, os modelos apresentam precisão satisfatória considerando-se o ajuste da função original. Entretanto, as medidas de precisão mostradas na Tabela 3, embora indiquem bom desempenho das funções ajustadas, não garantem o mesmo desempenho quando as mesmas forem rearranjadas para estimar altura e volume, nesse sentido, novas análises são necessárias para avaliar as funções em relação a essas variáveis.

Tabela 3 – Estatísticas das equações ajustadas em sua forma original

Modelos	Estimativas dos Parâmetros						R ²	S _{Y,X} (%)
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$		
Demaerschalk	0,0492	0,9187	0,7937	0,7380	-	-	94,69%	8,58
Ormerod		0,8116					94,56%	8,69
Schoepfer	1,0823	-2,8216	10,8342	-23,5593	23,3980	-	98,30%	3,82
Hradetzky	18976,70	-18976,70	1,7403	-1,4111	0,2980	8,9874	98,61%	3,44
Garay	0,1565	0,9989	0,0236	-	-	-	98,52%	6,10
Biging	1,1263	0,3715	-	-	-	-	98,28%	6,58

3.2. Análises gráficas e das estatísticas dos resíduos das equações ajustadas para os modelos não segmentados na estimativa da altura comercial (d = 28cm)

Na Figura 2, mostra-se a distribuição dos resíduos referentes aos modelos testados na estimativa da altura comercial.

Os modelos de Demaerschalk e Ormerod apresentaram resultados parecidos tendendo a subestimar a altura comercial para árvores com DAP < 40 cm. O modelo de Garay encontra-se, nesse caso, em uma posição intermediária, pois apresenta melhores resultados que os modelos de Demaerschalk e Ormerod, mas não tão bons quantos os demais modelos, pois tem uma leve tendência em superestimar.

De acordo com os gráficos é possível perceber a semelhança na distribuição dos resíduos para o modelo proposto por Schoepfer, Hradetzky e Biging, que apresentam os melhores resultados dentre os modelos estudados. Mendonça (2006), trabalhando com dados provenientes da mesma região deste estudo e também testando modelos de *taper* não segmentados, concluiu que o modelo de Schoepfer foi o mais apropriado para estimativa da altura comercial, porém no referido trabalho, assim como os outros modelos estudados este também apresenta certa tendenciosidade, além de um maior valor entre os erros que varia entre + ou – 100%.

Lima (1986), em um estudo com a espécie *Pinus elliotti*, concluiu que para a estimativa da altura comercial o modelo de Kozak *et al.* (1969) foi o que apresentou maior precisão ao longo do fuste, tendo o modelo de Biging como o de pior resultado, porém as condições do estudo feito por Lima (1986) foram diferentes das do trabalho aqui proposto, principalmente em relação ao tamanho das árvores que no estudo do referido autor tiveram altura máxima de 24 m e diâmetro máximo de 35

cm, enquanto que no estudo atual tem árvores com altura variando entre 37 e 49 m e o diâmetro à altura do peito mínimo de 35 cm.

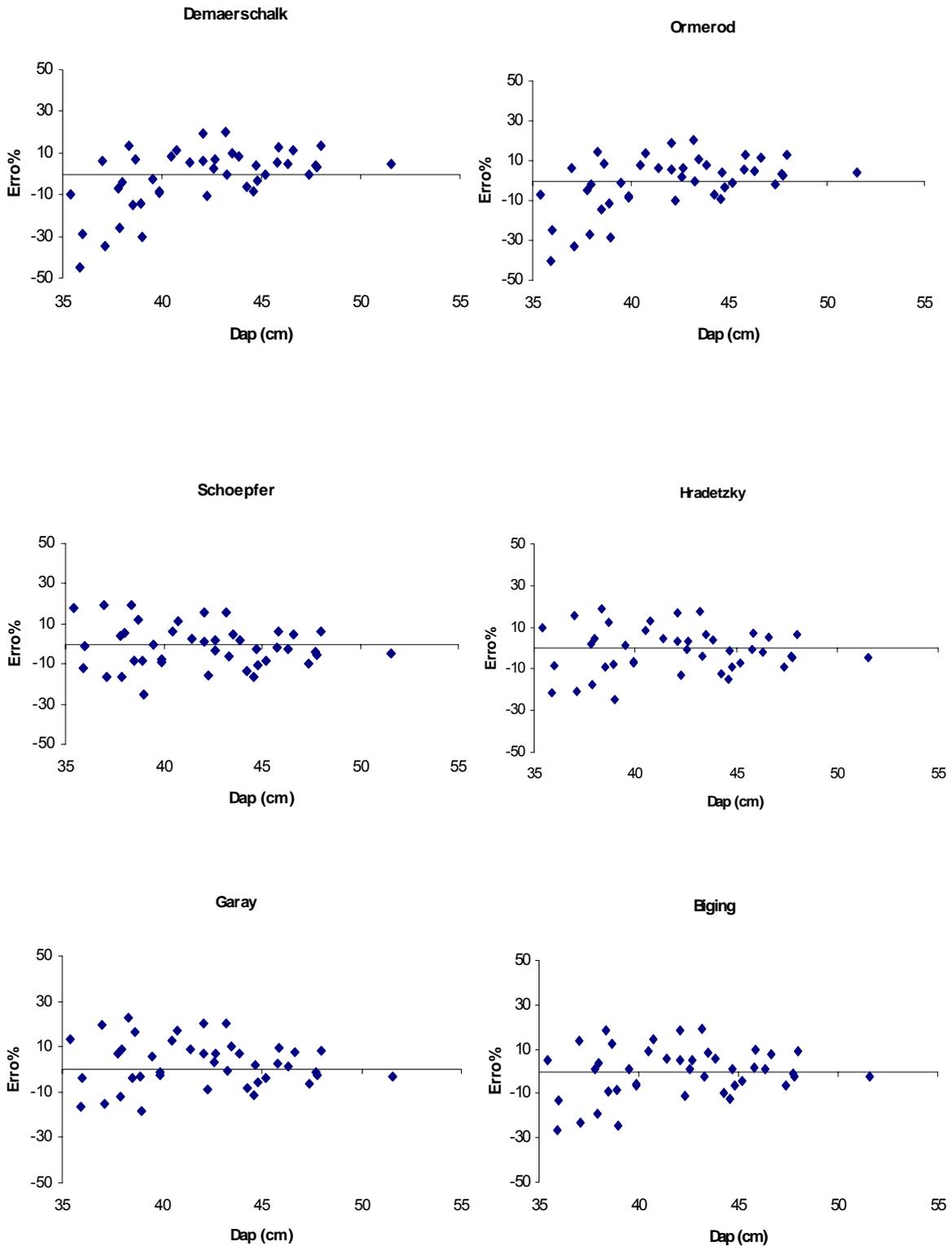


Figura 2 – Distribuição dos resíduos da altura comercial, em porcentagem, em função do DAP, para os modelos de Demaerschalk, Ormerod, Schoepfer, Hradetzky, Garay e Eiging.

A Tabela 4 mostra os resultados das estatísticas e do *ranking* para os seis modelos. Através dos valores apresentados, fica ainda mais clara a semelhança entre aqueles que se destacaram com os melhores desempenhos. De acordo com o *bias*, é possível perceber, principalmente para os modelos de Schoepfer e Hradetzky, a ausência de tendência nas estimativas. Analisando a média das diferenças, percebe-se a precisão dos modelos, já referidos como mais acurados, pois é possível notar os baixos valores residuais, o que confirma que os erros variam em intervalos pequenos. No trabalho de Mendonça (2006), os valores dessa estatística em alguns modelos foram maiores que 2, enquanto que neste estudo o maior valor para esta estatística para a altura comercial foi do modelo de Demaerschalk.

No que se trata do modelo mais acurado, como estas estatísticas se complementam, não é possível afirmar, analisando cada uma de forma isolada, qual é o melhor modelo, pelo fato de que, fazendo a análise geral e com o *ranking* apresentado na Tabela 4, dois modelos têm somatório das notas iguais, ficando empatados, o que reflete a semelhança referida anteriormente. Porém, dentre todas as formas de análise a de maior relevância é aquela feita através da distribuição dos resíduos, que em casos como esse será preponderante na escolha do melhor modelo.

Estes valores foram obtidos de uma amostra aparentemente pequena (41 árvores) e que não representa equitativamente todas as classes de diâmetro, como pode ser notado na Tabela 1. Assim, novos estudos precisam ser realizados para corroborar os resultados aqui encontrados. Mas, o bom desempenho dos modelos neste trabalho, em comparação com aqueles que foram encontrados por Mendonça (2006), que realizou estudos semelhantes na mesma área, sob as mesmas condições, mostram que os resultados aqui encontrados são promissores, o que significa dizer que, com um conjunto de amostras mais amplo pode-se obter avanços. Uma explicação para a melhora do desempenho pode estar na mudança da composição das amostras empregadas nos ajustes dos modelos, que neste trabalho não considera árvores menores que 35 cm de Dap, e no teste de novos modelos como o de Biging, que mostrou desempenho animador para as condições estudadas.

Tabela 4 – Estatísticas *bias* (*B*), média das diferenças absolutas (*MD*) e desvio padrão das diferenças (*DPD*) e o *ranking* para as estimativas da altura comercial

Modelo	Estatísticas			
	<i>B</i>	<i>MD</i>	<i>DPD</i>	<i>Classificação</i>
Demaerschalk	0,2180 (3)	1,6549 (6)	2,1047 (6)	15
Ormerod	0,2804 (5)	1,6121 (5)	1,9868 (5)	15
Schoepfer	-0,0879 (2)	1,4098 (2)	1,7927 (2)	6
Hradetzky	0,0065 (1)	1,4188 (3)	1,8057 (3)	7
Garay	0,6270 (6)	1,4553 (4)	1,8080 (4)	14
Biging	0,2217 (4)	1,4049 (1)	1,7641 (1)	6

Valores entre parenteses referem-se às notas.

3.3. Análises gráficas e das estatísticas dos resíduos das equações ajustadas para os modelos não segmentados na estimativa do volume comercial ($d = 28\text{cm}$)

A Figura 3 mostra os resíduos dos seis modelos estudados para a estimativa do volume comercial.

Assim como aconteceu na estimativa da altura comercial, os modelos de Demaerschalk e Ormerod têm resultados parecidos entre si, porém, diferindo do comportamento dos demais que também apresentam resultados semelhantes. O que pode ser observado, e que é parecido ao que aconteceu na estimativa da altura, é que à exceção dos modelos de Demaerschalk e Ormerod, que têm tendência a subestimar para as árvores com $DAP < 40\text{ cm}$, todos os outros modelos apresentam bons resultados para o conjunto amostral como um todo. É importante salientar que tanto para a estimativa da altura quanto do volume comercial, esses modelos apresentam boa precisão, tornando-os apropriados para este tipo de uso. Assim, como no caso da altura comercial, também é importante ressaltar os resultados encontrados por Mendonça (2006), que em um trabalho semelhante a este, concluiu que o modelo Ormerod foi o mais adequado para estimar o volume comercial, porém, todos os modelos testados naquele trabalho tiveram forte tendência a superestimar o volume. Em seus estudos, Lima (1986) concluiu que o modelo de Biging foi o que estimou melhor o volume.

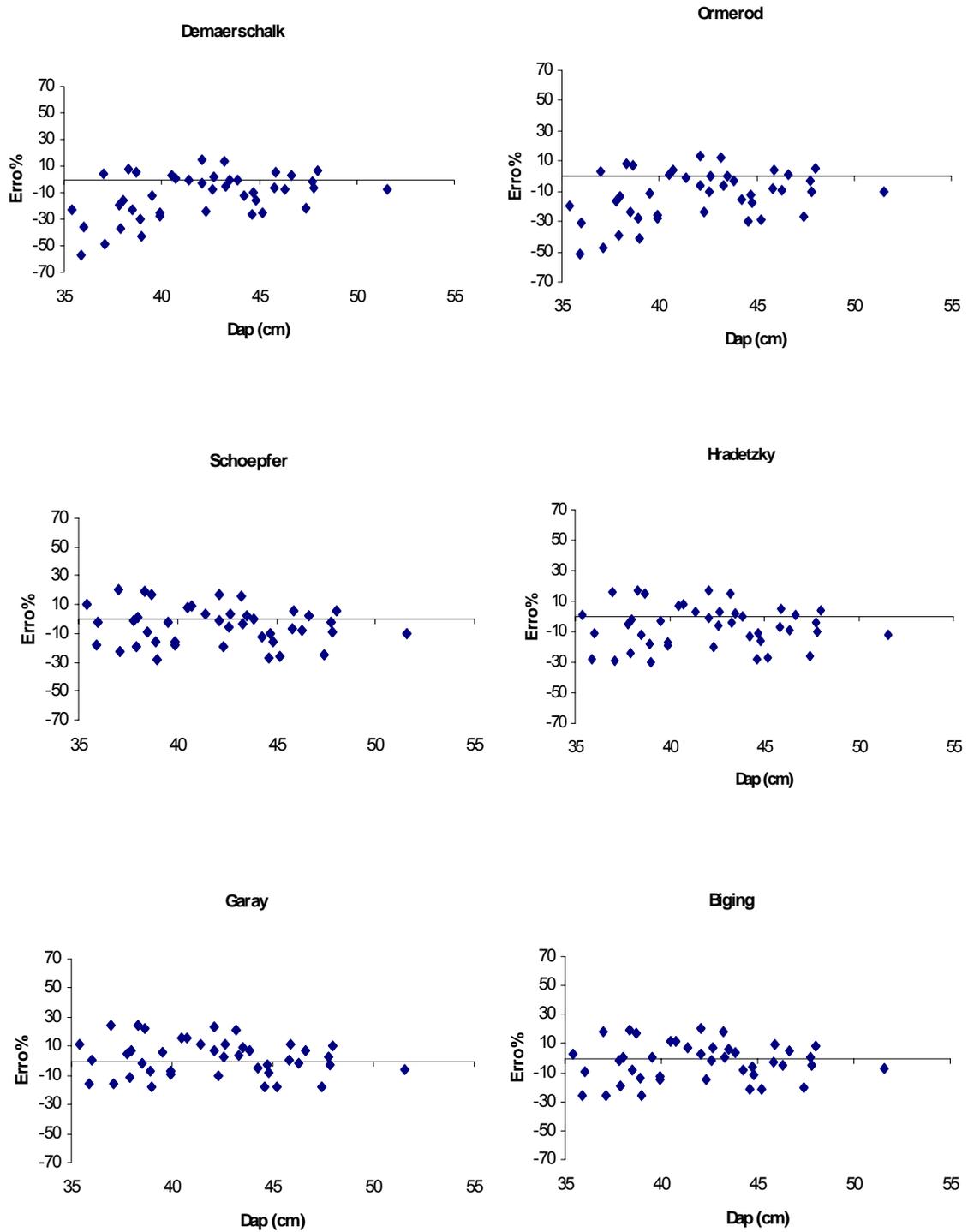


Figura 3 – Distribuição dos resíduos do volume comercial, em porcentagem, em função do DAP, para os modelos de Demaerschalk, Ormerod, Schoepfer, Hradetzky, Garay e Biging.

Na Tabela 5, encontram-se os resultados das estatísticas e o *ranking* utilizados para comparação entre as equações geradas a partir dos modelos estudados na estimativa do volume comercial. O que os valores encontrados mostram são as semelhanças antes percebidas nas análises gráficas que podem ser constatadas pela proximidade dos resultados entre os modelos dentro de cada estatística utilizada.

A principal diferença em relação aos resultados encontrados para a estimativa da altura comercial é que o modelo proposto por Garay apresenta uma melhora em relação aos modelos de Schoepfer e Hradetzky. Leite et al. (2006), comparando alguns modelos de *taper* para descrever o perfil do fuste da espécie *Virola surinamensis*, concluíram que o modelo de Garay foi o mais indicado para quantificar o volume de multiprodutos para essa espécie na região em que o estudo foi realizado.

O modelo de Biging, desta vez, sem nenhum tipo de empate, é segundo do *ranking* e o mais apropriado para a estimativa do volume comercial até 28 cm de diâmetro mínimo, em concordância com a análise de resíduos.

Tabela 5 – Resultado das estatísticas *bias* (*B*), média das diferenças absolutas (*MD*) e desvio padrão das diferenças (*DPD*) e o *ranking* para as estimativas do volume comercial

Modelo	Estatísticas			Classificação
	<i>B</i>	<i>MD</i>	<i>DPD</i>	
Demaerschalk	-0,1340 (5)	0,1951 (5)	0,2018 (3)	13
Ormerod	-0,1505 (6)	0,2064 (6)	0,1971 (1)	13
Schoepfer	-0,0593 (3)	0,1690 (3)	0,2148 (5)	11
Hradetzky	-0,0830 (4)	0,1773 (4)	0,2153 (6)	14
Garay	0,0504 (2)	0,1635 (2)	0,2060 (4)	8
Biging	-0,0149 (1)	0,1612 (1)	0,1991 (2)	4

Valores entre parentes referem-se às notas.

3.4 Análises gráficas e das estatísticas dos resíduos das equações ajustadas para os modelos não segmentados na estimativa das toras

A Figura 4 mostra os resíduos utilizados para o estudo da estimativa do volume para toras tomadas do ponto de corte até 10% da altura total das árvores. Essas toras apresentam um comprimento médio de 4 m.

No caso das toras tomadas nesta parte do fuste, as estimativas são boas em todos os modelos testados. O que deve ser destacado é a melhora dos modelos de Demaerschalk e Ormerod, que mesmo tendendo a subestimar o volume para as toras, apresentam erros que não são tão altos, o que é desejável, principalmente pelo fato dessas toras serem da parte mais inferior do fuste, e por isso o esperado era que o desempenho desses modelos fosse ruins, já que essa é a região onde os fustes têm maiores deformações. Além disso, esses modelos quando se tratou do estudo das variáveis considerando-se a parte comercial do fuste por inteiro, sempre estiveram entre os menos acurados de acordo com os gráficos e as estatísticas.

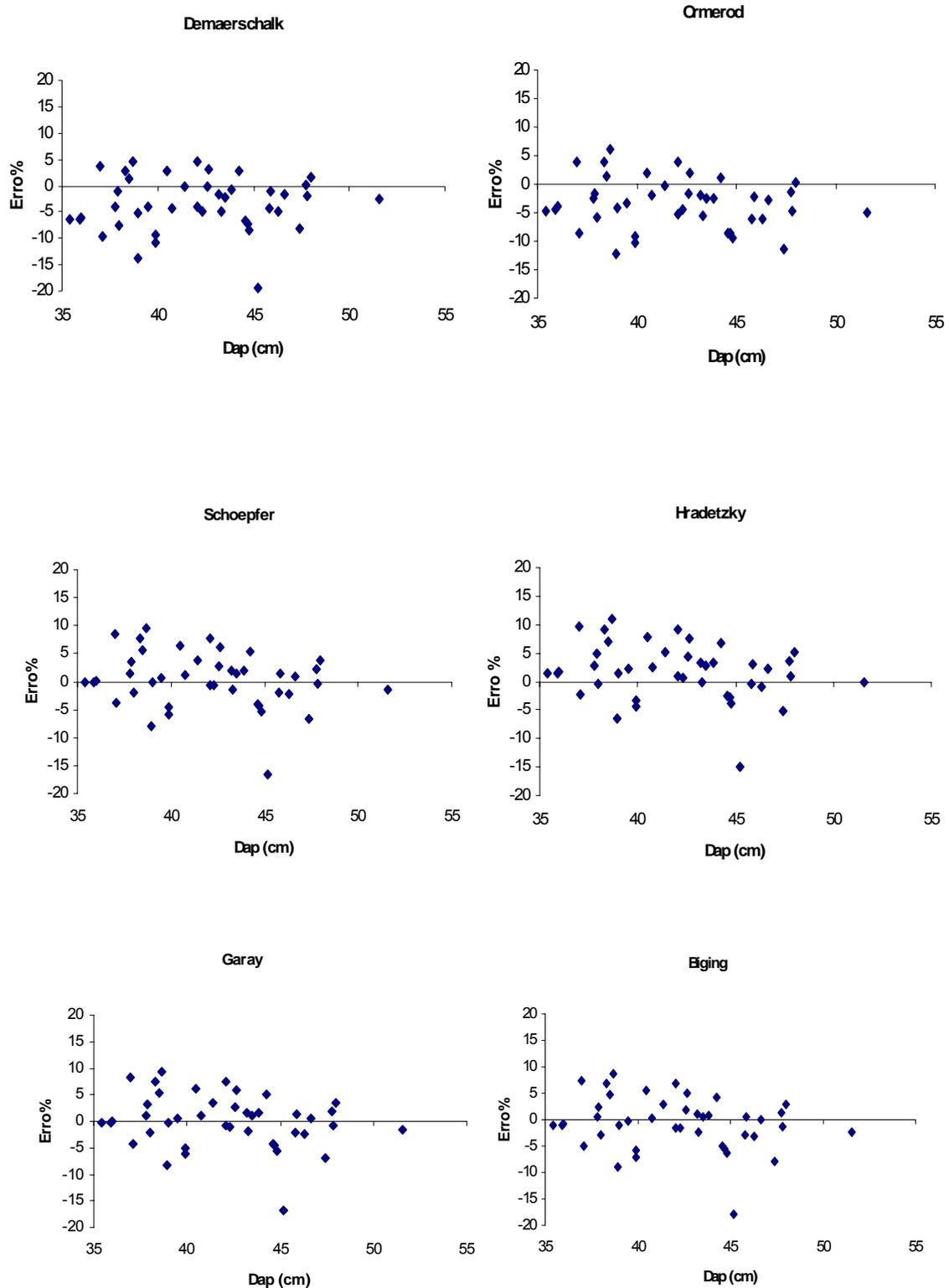


Figura 4 – Distribuição dos resíduos do volume das toras tomadas do toco até 10% da altura total das árvores, em percentagem, em função do DAP, para os modelos de Demaerschalk, Ormerod, Schoepfer, Hradetzky, Garay e Biging.

Na Tabela 6, encontram-se os resultados das estatísticas e o *ranking* utilizadas para comparação entre as equações geradas a partir dos modelos estudados na estimativa do volume das toras tomadas do ponto de corte até 10% da altura total.

Fazendo uma análise dos valores encontrados nas estatísticas, nota-se que os resultados são favoráveis, pois os valores do *bias* (*B*) estão sempre próximos de zero, o que é desejável. Os baixos valores da média das diferenças (*MD*), também demonstram o nível de precisão dos modelos para essas estimativas.

Os somatórios das notas atribuídas a cada valor encontrado nas estatísticas mostram o modelo de Biging como o mais acurado. Mas, de uma forma geral, para toras dessa secção todos os modelos tiveram bons resultados. Comparando o atual trabalho, com os estudos sobre esse assunto realizados por Lima, (1986); Ferreira, (1999); Assis, (2000); Mendonça, (2006); é possível afirmar que ao contrário do que mostram os resultados encontrados por eles, os modelos não segmentados não apresentam problemas em estimar as toras na porção mais inferior do fuste, o que é um resultado interessante pelo fato de que essa parte do tronco é a que tem maiores deformações, e por isso era esperado que as estimativas não fossem tão boas.

Tabela 6 – Resultado das estatísticas *bias* (*B*), média das diferenças absolutas (*MD*), desvio padrão das diferenças (*DPD*) e o *ranking* para as estimativas do volume das toras do ponto de corte a 10% da altura total das árvores

Modelo	Estatísticas			Classificação
	<i>B</i>	<i>MD</i>	<i>DPD</i>	
Demaerschalk	-0,0097 (5)	0,0219 (4)	0,0237 (1)	10
Ormerod	-0,0184 (6)	0,0356 (6)	0,0243 (3)	15
Schoepfer	0,0016 (2)	0,0284 (5)	0,0248 (5)	12
Hradetzky	0,0085 (4)	0,0190 (3)	0,0246 (4)	11
Garay	0,0004 (1)	0,0174 (1)	0,0357 (6)	8
Biging	-0,0031 (3)	0,0175 (2)	0,0238 (2)	7

Valores entre parenteses referem-se às notas.

A Figura 5 traz os resíduos das estimativas do volume das toras entre 10% e 15% da altura total que possuem uma média de 2 m de comprimento.

Pela Figura, observa-se que, de maneira geral, os modelos, exceto o de Garay e Biging, apresentam uma queda de precisão nas estimativas do volume se comparados com o que pode ser observado para as toras do ponto de corte até 10% da altura. O que surpreende, pois espera-se que à medida que há afastamento da base, a deformação do tronco vá diminuindo e as estimativas apresentem melhoras. Os modelos de Demaerschalk e Ormerod tendem a subestimar o volume, enquanto que os modelos de Schoepfer e Hradetzky apresentam tendência contrária, mesmo que não tão evidente à apresentada pelos modelos anteriores.

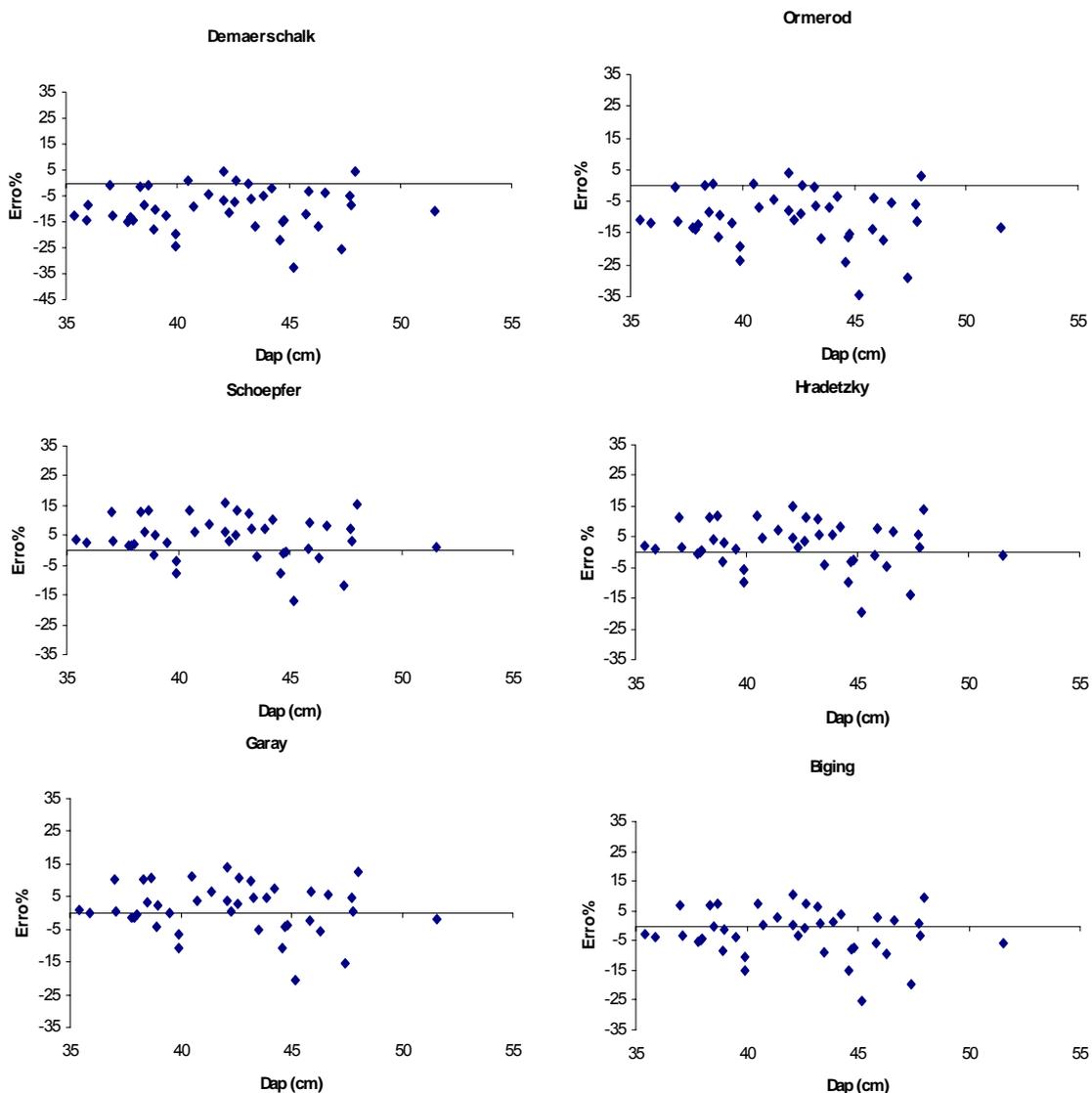


Figura 5 – Distribuição dos resíduos do volume das toras entre 10% e 15% da altura total das árvores, em porcentagem, em função do DAP, para os modelos de Demaerschalk, Ormerod, Schoepfer, Hradetzky, Garay e Biging.

Na Tabela 7, encontram-se os resultados das estatísticas e o *ranking* utilizadas para comparação entre as equações geradas a partir dos modelos estudados na estimativa do volume das toras tomadas entre 10% e 15% da altura total. Em alguns casos, o que apresenta valor menor para uma estatística não repete o resultado em outras. Entretanto cabe ressaltar que a análise de resíduos e as estatísticas calculadas são complementares na escolha do modelo que melhor atenda aos objetivos propostos.

De acordo com o *ranking* apresentado nesta tabela, os modelos de Garay e Biging aparecem como os melhores, o tendo resultados muito próximos.

Tabela 7 – Resultado das estatísticas *bias* (*B*), média das diferenças absolutas (*MD*), desvio padrão das diferenças (*DPD*) e o *ranking* para as estimativas do volume das toras entre 10% e 15% da altura total das árvores

Modelo	Estatísticas			Classificação
	<i>B</i>	<i>MD</i>	<i>DPD</i>	
Demaerschalk	-0,0184 (5)	0,0225 (5)	0,0183 (2)	12
Ormerod	-0,0221 (6)	0,0252 (6)	0,0187 (4)	16
Schoepfer	0,0100 (4)	0,0148 (4)	0,0189 (6)	14
Hradetzky	0,0061 (3)	0,0143 (3)	0,0188 (5)	11
Garay	-0,0038 (1)	0,0137 (1)	0,0184 (3)	5
Biging	-0,0045 (2)	0,0139 (2)	0,0180 (1)	5

Valores entre parenteses referem-se às notas.

A Figura 6 mostra os gráficos de resíduo das estimativas do volume das toras entre 15% e 25% da altura total que possuem uma média de 4 m de comprimento.

Para a estimativa da variável de interesse nessa parte do fuste houve semelhança em relação à secção anterior. Os modelos de Demaerschalk e Ormerod, assim como anteriormente, são tendenciosos, subestimando o conjunto amostral em quase sua totalidade. Já os modelos de Schoepfer e Hradetzky tendem a superestimar o volume para as toras desta parte do fuste, sendo que o de Hradetzky tem uma ligeira superestimativa. O que mais uma vez foi diferente do que era esperado, pois neste caso o afastamento da base é ainda maior.

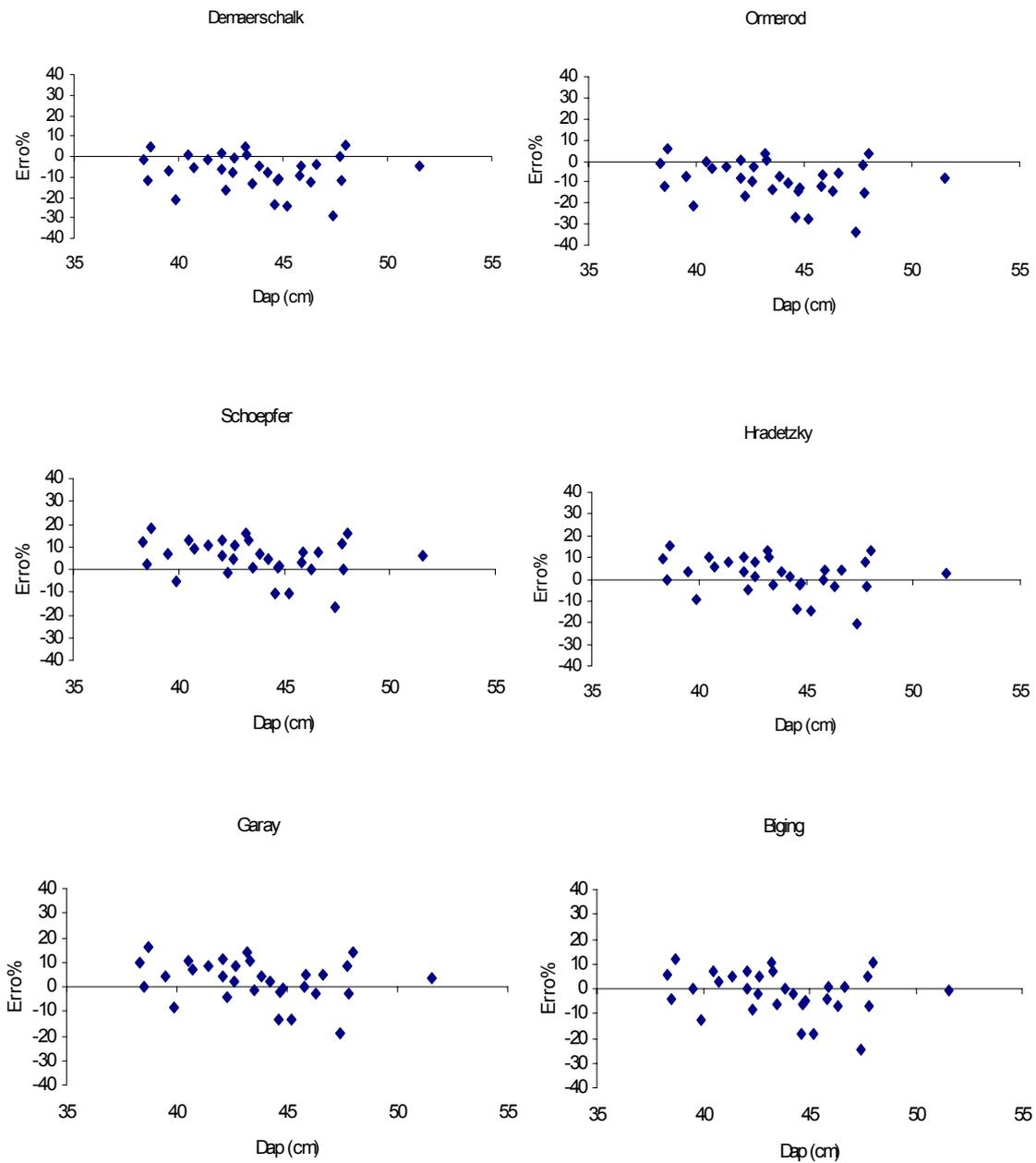


Figura 6 – Distribuição dos resíduos do volume das toras entre 15% e 25% da altura total das árvores, em porcentagem, em função da *DAP*, para os modelos Demaerschalk, Ormerod, Schoepfer, Hradetzky, Garay e Biging.

Na Tabela 8, encontram-se os resultados das estatísticas e o *ranking* que foram utilizadas para comparação entre as equações geradas a partir dos modelos estudados na estimativa do volume das toras tomadas entre 15% e 25% da altura total.

Em concordância com o que foi observado nas análises de resíduos, os valores das estatísticas mostram o que pode ser observado anteriormente. O modelo de Biging apresenta os melhores resultados e os de Demaerschalk, Ormerod e Schoepfer apresentam as piores estimativas. O modelo de Hradetzky apresenta uma melhora em relação à secção anterior, mas ainda inferior à primeira tora.

O *ranking* demonstra que o modelo de Biging é superior aos outros. Por isso, considerando as três toras analisadas até agora, pode-se ressaltar o quanto é bom o desempenho desse modelo, pois em toda região inferior do fuste apresenta boas estimativas do volume. É válido ressaltar que isso é desejável, pois além de ser uma região com maior deformação, é aquela onde as toras apresentam maiores volumes. O fato desse apresentar bom desempenho, pode ser porque é um modelo sigmoidal, e é fundamentado no fato de permitir a existência de pontos de inflexão, bem como apresentar característica de grande flexibilidade no ajuste dos dados observados de diferentes relações biológicas e, com isso, apresentar mudança de concavidade, o que não é observado em modelos polinomiais. E como, neste estudo, as árvores que compõe a amostra são de altura considera superior, em virtude do povoamento ter a finalidade de ser usado para serraria, é natural que elas apresentem ao longo de seu fuste diferentes formas geométricas, vide Figura 1B, o que pode demandar para descrição de seu perfil modelos com essas características.

Tabela 8 – Resultado das estatísticas *bias* (*B*), média das diferenças absolutas (*MD*), desvio padrão das diferenças (*DPD*) e o *ranking* para as estimativas do volume das toras entre 15% e 25% da altura total das árvores

Modelo	Estatísticas			Classificação
	<i>B</i>	<i>MD</i>	<i>DPD</i>	
Demaerschalk	-0,0295 (5)	0,0385 (5)	0,0361 (2)	12
Ormerod	-0,0365 (6)	0,0442 (6)	0,0368 (3)	15
Schoepfer	0,0233 (4)	0,0321 (4)	0,0386 (5)	13
Hradetzky	0,0095 (2)	0,0289 (2)	0,0387 (6)	10
Garay	-0,0134 (3)	0,0299 (3)	0,0372 (4)	10
Biging	0,0048 (1)	0,0275 (1)	0,0107 (1)	3

Valores entre parenteses referem-se às notas.

A Figura 7 mostra os resíduos das estimativas do volume das toras entre 25% e 35% da altura total que possuem uma média de 4 m de comprimento.

O que foi observado é que para as toras tomadas na região mais inferior do fuste as estimativas são melhores do que aquelas das partes acima. Contudo, de uma maneira geral, todas as partes estudadas têm modelos com resultados aceitáveis. Os modelos de Demaerschalk e Ormerod apresentam forte tendência em subestimar os volumes de acordo com os gráficos. Nessa secção do fuste os modelos de Biging e Hradetzky têm uma leve tendência a subestimar o volume, e os modelos de Schoepfer e Garay têm melhores resultados.

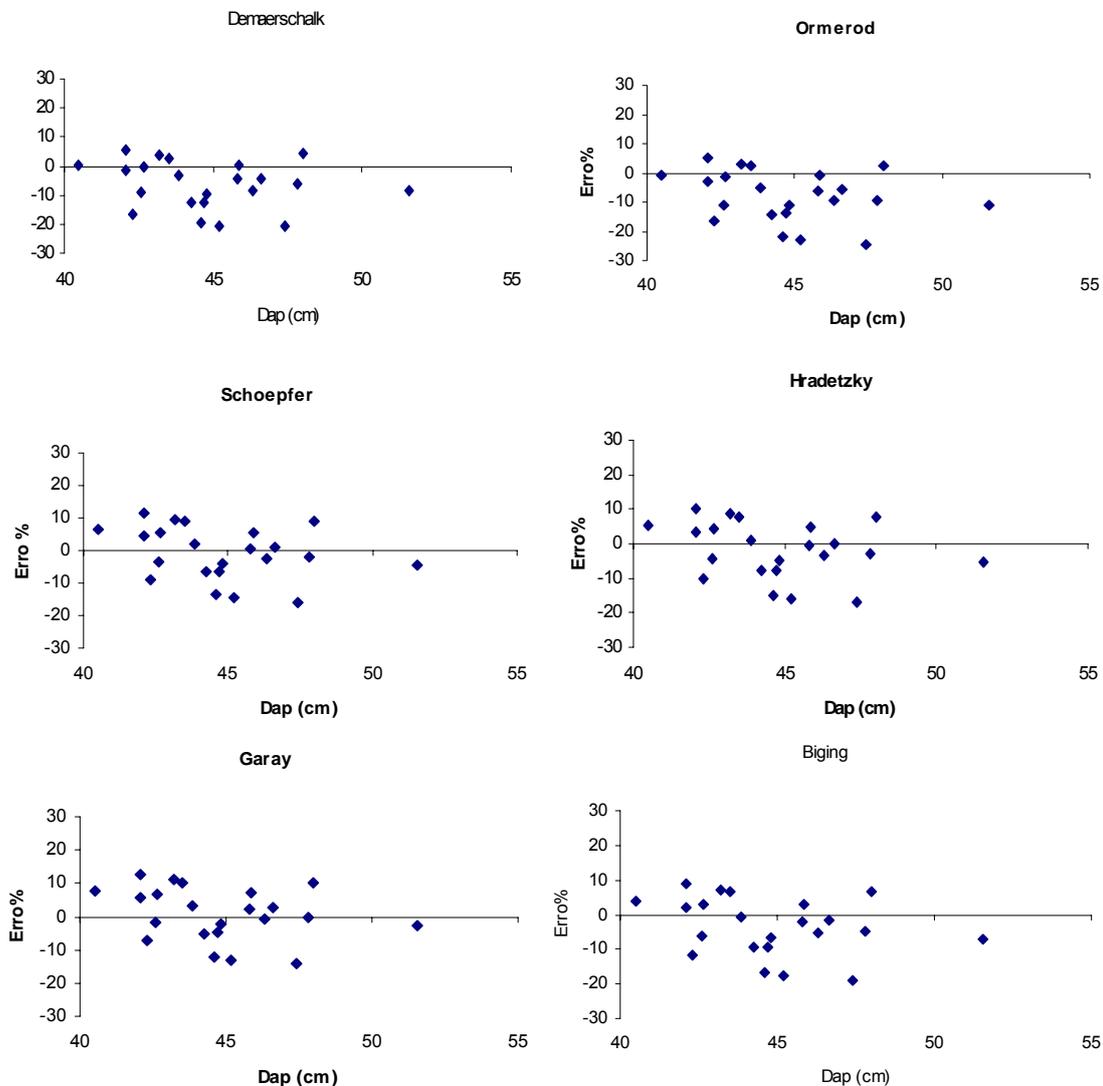


Figura 7 – Distribuição dos resíduos do volume das toras entre 25% e 35% da altura total das árvores, em percentagem, em função do *DAP*, para os modelos de Demaerschalk, Ormerod, Schoepfer, Hradetzky, Garay e Biging.

Na Tabela 9, estão os resultados das estatísticas e o *ranking* utilizadas para comparação entre as equações geradas a partir dos modelos estudados na estimativa do volume das toras tomadas entre 25% e 35% da altura total. O que fica registrado principalmente ao se analisar os valores do bias, é exatamente o que foi observado nas análises de resíduo, os maiores valores da estatística citada são dos modelos de Demaerschalk e Ormerod seguidos dos modelos de Hradetzky e Biging com os demais apresentados, valores menores e mais desejáveis.

O *ranking* mostra o que foi comentado anteriormente para o comportamento dos modelos para toras tomadas nessa parte do fuste. De acordo com a distribuição dos resíduos os modelos de Schoepfer e Garay são os melhores seguidos por Biging e Hradetzky.

Tabela 9 – Resultado das estatísticas *bias* (*B*), média das diferenças absolutas (*MD*), desvio padrão das diferenças (*DPD*) e o *ranking* para as estimativas do volume das toras entre 25% e 35% da altura total das árvores

Modelo	Estatísticas			Classificação
	<i>B</i>	<i>MD</i>	<i>DPD</i>	
Demaerschalk	-0,0214 (5)	0,0301 (5)	0,0294 (3)	13
Ormerod	-0,0273 (6)	0,0344 (6)	0,0290 (1)	13
Schoepfer	-0,0014 (1)	0,0236 (2)	0,0322 (5)	8
Hradetzky	-0,0053 (3)	0,0237 (3)	0,0323 (6)	12
Garay	0,0040 (2)	0,0232 (1)	0,0303 (4)	7
Biging	-0,0109 (4)	0,0252 (4)	0,0291 (2)	10

Valores entre parentes referem-se às notas.

A Figura 8 mostra os resíduos das estimativas do volume das toras entre 35% e 45% da altura total que possuem uma média de 4 m de comprimento.

Assim como aconteceu nas toras da parte mais inferior, os resultados encontrados em todos os modelos são satisfatórios e parecidos em todos os modelos estudados, os erros oscilam em um intervalo muito pequeno, o que é desejável. Também é importante ressaltar que o número de árvores diminuiu em

relação aos estudos das partes anteriores. Isso ocorreu porque à medida que a altura de estudo foi aumentando muitas das árvores apresentaram altura menor do que o limite estabelecido pelo diâmetro comercial.

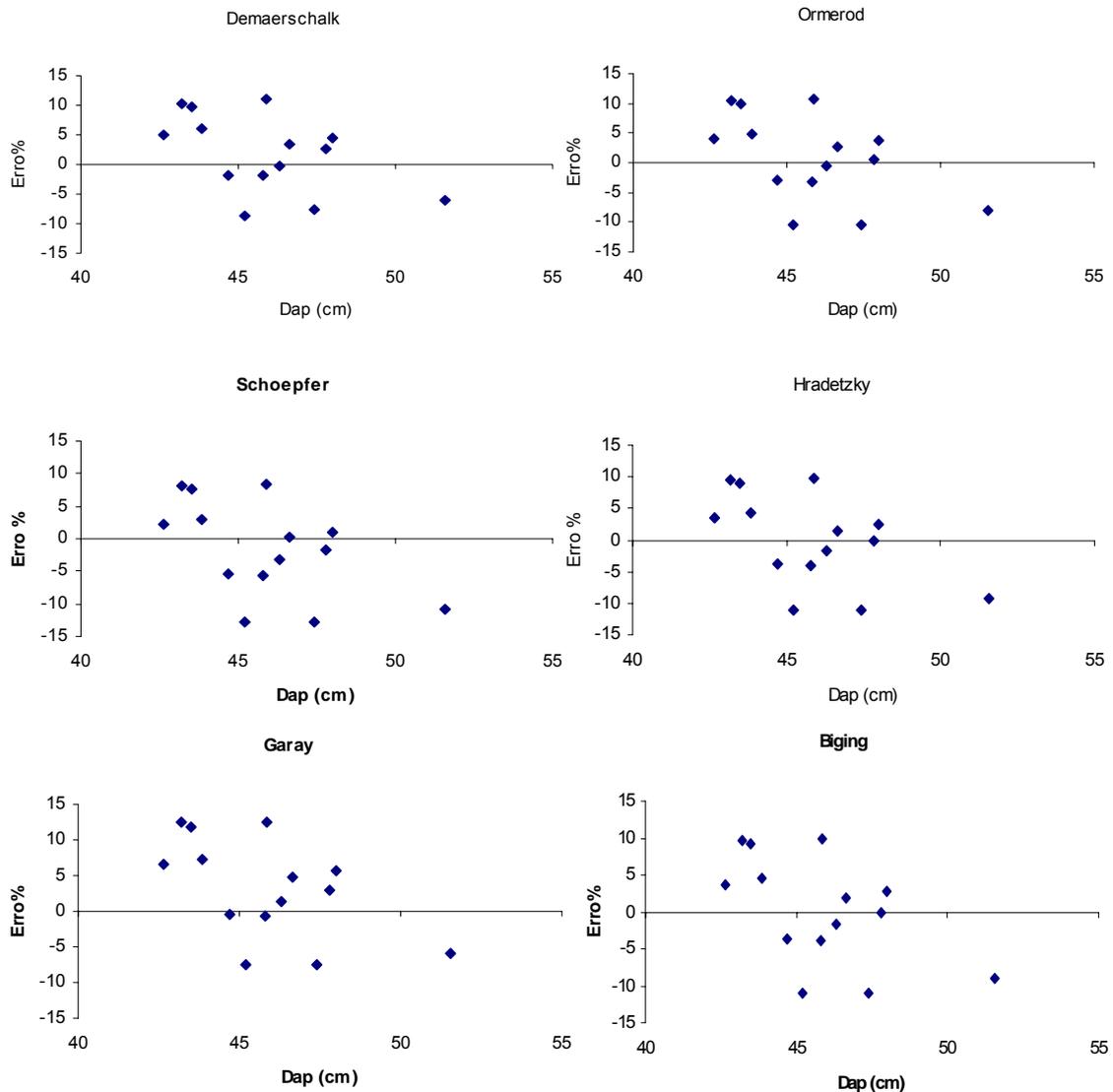


Figura 8 – Distribuição dos resíduos do volume das toras entre 35% e 45% da altura total das árvores, em percentagem, em função da *DAP*, para os modelos de Demaerschalk, Ormerod, Schoepfer, Hradetzky, Garay e Biging.

Na Tabela 10, encontram-se os resultados das estatísticas e o *ranking* que foram utilizados para comparação entre as equações geradas a partir dos modelos estudados na estimativa do volume das toras tomadas entre 35% e 45% da altura total.

O que ocorre aqui é uma semelhança entre os modelos estudados. De acordo com o *ranking* e em concordância com os gráficos, os modelos de Demaerschalk e Hradetzky são os de maior precisão seguidos pelo de Biging, mas todos apresentam bons resultados.

Tabela 10 – Resultado das estatísticas *bias* (*B*), média das diferenças absolutas (*MD*), desvio padrão das diferenças (*DPD*) e o *ranking* para as estimativas do volume das toras entre 35% e 45% da altura total das árvores

Modelo	Estatísticas			Classificação
	<i>B</i>	<i>MD</i>	<i>DPD</i>	
Demaerschalk	0,0068 (5)	0,0185 (1)	0,0243 (2)	8
Ormerod	0,0032 (3)	0,0192 (4)	0,0234 (3)	10
Schoepfer	-0,0045 (4)	0,0191 (3)	0,0302 (6)	13
Hradetzky	0,0001 (1)	0,0189 (2)	0,0299 (5)	8
Garay	0,0106 (6)	0,0206 (5)	0,0249 (4)	15
Biging	0,0003 (2)	0,0279 (6)	0,0137 (1)	9

Valores entre parentes referem-se às notas.

4. CONCLUSÕES

Para as condições em que este estudo foi desenvolvido e de acordo com os resultados encontrados, conclui-se que:

- em relação à altura comercial, os as equações dos modelos de Biging (1984) e Schoepfer (1966) e Hradetzky (1976) apresentam os melhores resultados, seguidos dos modelos de Garay (1979) com os resultados em uma posição intermediária em relação a todos os demais;
- as equações dos modelos de Demaerschalk e Ormerod mostram-se inapropriados para estimar esta variável por apresentarem tendência a subestimar para árvores com DAP < 40cm;
- em se tratando do volume comercial, os resultados são semelhantes aos da altura comercial, com uma pequena diferença, que a equação do modelo de Garay apresenta melhora considerável, porém as equações dos quatro modelos citados têm resultados bons, com o de Biging apresentando uma leve vantagem sobre os outros;
- as equações dos modelos de Demaerschalk e Ormerod, mais uma vez, não apresentam boas estimativas pelos mesmos motivos citados para a altura comercial;
- para os volumes das toras ao longo do fuste, há um revezamento entre os resultados para se saber qual o mais o mais acurado em relação às diferentes partes estudadas, mas, de uma forma geral, o modelo de Biging é o que apresenta melhores resultados, sendo o mais estável de todos.

5. REFERÊNCIAS

- ASSIS, A. L. **Avaliação de modelos polinomiais segmentados e não segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda***. 2000. 198 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2000.
- BIGING, G. S. Taper equations for second mixed-conifers of Northean California. **Forest Science**, v. 30, n. 4, p. 1103-1117, 1984.
- DEMAERSCHALK, J. P. Converting volume equations to compatible taper equations. **Forest Science**, v. 18, n.3, p. 241-245, 1972.
- GARAY, L. **Tropical forest utilization system**. VIII. A taper model for entire stem profile including buttressing. Seatlhe. Coll. Forest. Resour., Inst. Forest Prod. Univ. Wash., 1979. 64p.
- HRADETZKY, J. **Analyse und interpretation statistisher abränger keiten. (Biometrische Beiträge zu aktuellen forschungs projekten)**. Baden: Württemberg Mitteilungen der FVA, 1976. 146p. (Abt. Biometric und Informatik, 21).
- KAVALSETH, T. O. Cautionary note about R^2 . **The American Statistican**, v. 39, n.4, p. 279 – 285, 1985.
- LEITE, H. G., GAMA, J. R. V., CRUZ, J. P., SOUZA, A. L. FUNÇÃO DE AFILAMENTO PARA *Virola surinamensis* (ROLL.) WARB. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.30, n.1, p.99-106, 2006
- LIMA, F. **Análise de funções de taper destinadas à avaliação de multiprodutos de árvores de *Pinus elliottii***. Viçosa: UFV. 1986. Dissertação (mestrado em Ciência Florestal) - UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA, 1986.
- LIU, C. J. Log volume estimation with spline approximation. **Forest Science**, Bethesda, v. 26, n. 3, p. 361-369, 1980.

MENDONÇA, A. R. **Avaliação de uma metodologia para otimização do volume de toras comerciais de Eucalyptus sp. em função da qualidade do fuste.** 2006. 90f. Dissertação (Mestrado em Produção Vegetal) – Universidade Federal do Espírito Santo, Alegre, 2006.

ORMEROD, D. W. A simple bole model. **The Forestry Chronicle**, V. 49, n. 3, p.136 – 138, 1973.

RIOS, M.S. **A Eficiência das funções polinomiais, da função spline cúbica, e razões de volume para representar o perfil da árvore e estimar os sortimentos de *Pinus elliottii*.** Lavras: UFLA, 1997. 116p. (Dissertação - Mestrado em Engenharia Florestal).

SCHOEPFER, W. **Automatisierung des Masse, Sorten und Wertberechnung stehender Waldbestände Schriftenreihe Bad.** [S.l]: Wurt-Forstl., 1966. n.p.

CAPÍTULO 2

AVALIAÇÃO DE MODELOS DE *TAPER* SEGMENTADOS NA ESTIMAÇÃO DA ALTURA E VOLUME COMERCIAL DE FUSTES DE *Eucalyptus* sp.

Resumo – Este trabalho teve como objetivo avaliar o desempenho de diferentes modelos para estimar a altura comercial, o volume comercial e os volumes ao longo do fuste de *Eucalyptus* sp. de modo a garantir resultados mais precisos na obtenção de multiprodutos. Foram avaliados os modelos de afilamento de Max & Bukhart (1976), Demaerschalk & Kozak (1977) e Parresol et al., (1987). Empregou-se dados de cubagem rigorosa de árvores de *Eucalyptus* sp., com idade de 16 anos, sendo utilizadas 41 árvores-amostra no ajuste das equações. Baseado na análise gráfica dos resíduos e nas estatísticas *bias* (B), média das diferenças (MD) e desvio-padrão das diferenças (DPD), verifica-se que o modelo de Max & Bukhart (1976) é superior aos outros em todas as variáveis avaliadas seguido pelo modelo de Demaerschalk & Kozak (1967). O modelo de Parresol et al., tem resultados tendenciosos à exceção da estimativa de volumes de toras entre 25% e 35% e 35% e 45% da altura total.

Palavras-chave: multiprodutos, precisão, reflorestamento.

CHAPTER 2

EVALUATION OF MODELS OF *TAPER* SEGMENTED IN THE ESTIMATE OF THE HEIGHT AND MERCHANTABLE VOLUME OF SHAFTS OF *Eucalyptus* sp.

Abstract - This work had as objective evaluates different models in the estimate of the commercial height, of the volume commercial and volumes along the bole of *Eucalyptus* sp., in orde to guarantee more accurate results in the multiproducts obtaining. It was appraised the models of taper of Max & Bukhart (1976), Demaerschalk & Kozak (1977) and Parresol et al., (1987). Data of rigorous scaling of trees of *Eucalyptus* sp., with 16 year-old age, being used 41 tree-samples in the adjustment of the equations. Based in the graphical analysis of the residues and in the statistics bias (B), average of the differences (MD), and deviation pattern of the differences (DPD) it is verified that the model of Max & Bukhart is superior to the other in all the evaluated variable followed for the model of Demaerschalk & Kozak. The model of Parresol et al. has very tendentious results except the estimate of volumes of logs between 25% and 35% and 35% and 45% of the total height.

Key words: multiproducts, precision, reforestation

1. INTRODUÇÃO

A tendência atual é que parte das plantações florestais sejam utilizadas segundo o conceito de florestas para multiprodutos, em que de um mesmo fuste de uma árvore consegue-se extrair madeira para laminação, serraria, fabricação de papel e celulose e, ainda, aproveitar os resíduos da madeira para fabricação de chapas de fibras e geração de energia, entre outros produtos, sendo essa, provavelmente, a opção que apresente maior possibilidade de remuneração do produto advindo de povoamentos florestais (SOARES, *et al.*, 2003).

Em processos de produção de madeira que se destinam a multiprodutos, os inventários florestais precisam ser mais bem detalhados, pois a precisão das estimativas de estoque é essencial para a eficiência do planejamento da produção florestal. As indústrias que utilizam os multiprodutos da floresta em geral necessitam de dados precisos de volume até um diâmetro comercial pré-definido. De acordo com Lima (1986), a estimativa desse diâmetro é dificultada pela variação da forma do perfil do tronco. Experiências têm demonstrado que cada espécie, em cada estágio de desenvolvimento possui características de afilamento diferenciadas.

De acordo com Max & Bukhart (1976), a utilização de técnicas de regressão segmentada para representar os perfis dos fustes das árvores surgiu da dificuldade de se encontrar uma única função matemática capaz de estimar com acurácia os diâmetros ao longo de todo fuste. Assim, determinados modelos representam bem a porção superior das árvores, mas falham na representação das deformações da base, o que pode comprometer as estimativas do volume, considerando que o maior volume da árvore se concentra na base. Por outro lado, um modelo que represente bem a porção inferior da árvore, mas seja deficiente na estimativa dos diâmetros da parte superior, pode comprometer a saída do inventário em número de toras, que é

uma das inovações das funções de afilamento em relação as equações de volume tradicionais (FIGUEIREDO FILHO et al., 1996).

Os procedimentos de otimização do fuste, tal como a programação dinâmica, são dependentes de boas estimativas de variáveis, como o volume, e por isso, é necessário que se tenha bons modelos para que essas estimativas sejam acuradas. No Brasil, os trabalhos de LEITE et al. (1995); LIMA et al. (1997); SOARES et al. (2003) e ARCE et al. (2004) utilizaram técnicas de otimização na quantificação de multiprodutos.

Considerando que o fuste de uma mesma árvore pode ser semelhante a um ou mais sólidos de revolução, e que a determinação do ponto de transição entre sólidos é subjetiva, a aplicação da regressão segmentada tem por objetivo representar cada porção do tronco por uma função diferente, de modo que sejam perfeitamente harmonizadas através de pontos de ligação. Portanto, segundo Assis (2000), a utilização de duas ou mais funções para representar os perfis das árvores torna os modelos segmentados mais flexíveis que os demais modelos, embora sejam também mais complexos.

As bases teóricas da aplicação dos modelos segmentados ao meio florestal surgiram na década de 70. No entanto, a aplicação dessa técnica em escalas maiores só se tornou possível a partir do desenvolvimento e da popularização de *softwares* que facilitaram os processos de ajuste dos modelos. Trata-se, portanto de uma teoria não tão recente, mas cuja aplicabilidade é recente.

O desenvolvimento da informática viabilizou estudos com esses tipos de modelos. No entanto, a maioria dos trabalhos avalia a acurácia dessas equações em relação ao diâmetro em qualquer parte do fuste e em relação ao volume comercial, não se preocupando em verificar a acurácia em se estimar a altura para um diâmetro comercial pré-estabelecido (MENDONÇA (2006).

Em sistemas de otimização que procuram maximizar o aproveitamento de toras, para produtos sólidos, a estimativa da altura em que ocorre um determinado diâmetro mínimo é de fundamental importância, uma vez que esta variável é essencial para os algoritmos de otimização.

Nesse contexto, o presente estudo foi desenvolvido com os objetivos de:

- avaliar a precisão dos modelos segmentados na estimativa da altura comercial;

- avaliar a precisão dos modelos segmentados na estimativa do volume comercial
- avaliar a precisão dos modelos segmentados na estimativa dos volumes das partes do fuste simulando o traçamento das toras;
- fazer uma comparação entre os modelos não segmentados (capítulo 1) e os segmentados.

2. MATERIAL E MÉTODOS

2.1. Área de Estudo

Os dados deste estudo são provenientes de uma área de plantio da empresa Aracruz Celulose S.A, localizada no município de Caravelas, no estado da Bahia, que tem as seguintes coordenadas geográficas: 17° 37' 48" de latitude sul e 39° 15' 41" de longitude oeste de Greenwich.

2.2. Coleta de dados

Para a coleta dos dados foi utilizado um talhão com área de 4,31 ha plantado com *Eucalyptus* sp. com idade de 16 anos, proveniente de propagação seminífera. O espaçamento inicial utilizado no plantio foi 3 x 3 m, sendo feito 2 dois desbastes seletivos aos 8,6 anos de idade, retirando 1 (uma) a cada 5 (cinco) árvores, ficando ao final do ciclo de corte aproximadamente 250 árvores por hectare.

Para fins deste trabalho, foi feita a cubagem rigorosa de 41 árvores para o ajuste dos modelos de *taper*. Foram obtidas duas medidas ortogonais, utilizando uma suta, do diâmetro na altura de 1,30 m e de diâmetros a 0%, 1%, 2%, 3%, 4%, 5%, 10%, 15%, 25%, 35%, 45%, 55%, 65%, 75%, 85% e 95 % da altura total da árvore. O cálculo do volume com casca das seções foi feito empregando-se o método de Smalian. As 41 árvores amostras foram selecionadas por apresentarem DAP (diâmetro à altura do peito) mínimo de 35 cm. Para o ajuste dos modelos de Max & Bukhart (1976) e Parresol *et al.*, (1987), foi utilizado o *software* SAS e para o

modelo de Demaerschalk & Kozak (1977) o *software* Statistica 6.0. A Tabela 1 mostra a distribuição de frequência das 41 árvores-amostra utilizadas.

Tabela 1 – Distribuição de frequência das árvores-amostra, por classes de diâmetro e altura

Classes de altura (m)	Classes de diâmetro (cm)				TOTAL
	37,5	42,5	47,5	52,5	
37	2				2
39	1	2	1		4
41	3	6	6	1	16
43		6	4	1	11
45		1	5		6
47					0
49		1		1	2
TOTAL	6	16	16	3	41

2.3. Modelos Segmentados

Na literatura, podem ser encontrados diversos modelos que expressam o afilamento das árvores. Para este trabalho foram testados os mais empregados na área florestal. Os três modelos segmentados testados são detalhados a seguir:

a) Modelo de Max & Burkhart (1976) – Modelo 1

$$d_i = D * \left[\beta_1 (X - 1) + \beta_2 (X^2 - 1) + \beta_3 (a_1 - X)^2 I_1 + \beta_4 (a_2 - X)^2 I_2 \right]^{0,5} + e_i$$

em que:

$$I_i \begin{cases} = 1 \text{ se } X \leq a_i; \\ = 0 \text{ se } X > a_i; \end{cases}$$

$X = h_i / Ht$; $i = 1, 2$;

a_1 e a_2 = os pontos de ligação dos polinômios;

d_i = diâmetro comercial (cm); Ht = altura total da árvore (m);

h_i = altura ao longo do fuste da árvore (m); D = diâmetro a 1,3 (m) do solo;

β_i = parâmetros da regressão, sendo $i = 0, 1, \dots, n$; e_i = erro aleatório.

Integrando o modelo que propicia a estimativa do diâmetro em relação a qualquer valor de h_i , tem-se a expressão que permite estimar os volumes comerciais de uma altura h_1 até a altura h_2 . Quando $h_2 = H$ e $h_1 = 0$ tem-se o volume total da árvore.

$$V = KD^2 H \left[\frac{\beta_2}{3} \left(\left(\frac{h_2}{Ht} \right)^3 - \left(\frac{h_1}{Ht} \right)^3 \right) + \frac{\beta_1}{2} \left(\left(\frac{h_2}{Ht} \right)^2 - \left(\frac{h_1}{Ht} \right)^2 \right) - (\beta_1 + \beta_2) \left(\left(\frac{h_2}{Ht} \right) - \left(\frac{h_1}{Ht} \right) \right) - \frac{\beta_3}{3} \left(\left(a_1 - \frac{h_2}{Ht} \right)^3 I_1 - \left(a_1 - \frac{h_1}{Ht} \right) j_1 \right) - \frac{\beta_4}{3} \left(\left(a_2 - \frac{h_2}{Ht} \right) I_2 - \left(a_2 - \frac{h_1}{Ht} \right) j_2 \right) \right]$$

em que: $i = 1, 2$;

$$I_i \begin{cases} = 1 & \text{se } (h_2/H) \leq a_i; \\ = 0 & \text{se } (h_2/H) > a_i; \end{cases}$$

$$J_i \begin{cases} = 1 & \text{se } (h_1/H) \leq a_i; \\ = 0 & \text{se } (h_1/H) > a_i; \end{cases}$$

V = Volume com casca da seção entre h_1 e h_2 (m^3); $K = \frac{\pi}{40.000}$

h_i , Ht , β_i , a_1 e a_2 já foram definidos anteriormente.

b) Modelo de Demaerschalk & Kozak (1977) – Modelo 2

$$d_t = \left[\left(\frac{h/Ht}{RH} \right)^{\beta_1} \beta_2 \left(1 - \frac{h/Ht}{RH} \right) \right] DI$$

$$d_b = \left[\beta_3 - (\beta_3 - 1) \left(\frac{1 - h/Ht}{RHI} \right)^{\beta_3} \right] DI$$

em que:

d_t = diâmetro comercial na parte do fuste abaixo do ponto de inflexão;

d_b = diâmetro comercial na parte do fuste acima do ponto de inflexão;

RH = é a altura relativa do DI ao topo;

RHI = é a altura relativa do DI até o nível do solo;

DI = diâmetro no ponto de inflexão.

h_i , Ht , β_i , já foram definidos anteriormente.

A altura comercial quando ocorre em qualquer ponto abaixo do ponto de inflexão é obtida por:

$$h_i = \left[1 - RHI \left(\frac{\beta_3 - d/DI}{\beta_3 - 1} \right)^{1/\beta_4} \right] Ht,$$

em que:

RHI = é a altura relativa do toco ao DI;

c) Modelo de Parresol et al., (1987) – Modelo 3

$$d_i = D \left\{ Z^2 (\beta_1 + \beta_2 Z) + (Z - a)^2 [\beta_3 + \beta_4 (Z + 2a)] I \right\}^{0,5} + e_i$$

em que:

a = ponto de ligação dos polinômios;

$$I_i = \begin{cases} = 1 & \text{se } Z \geq a_i; \\ = 0 & \text{se } Z < a_i; \end{cases}$$

$$Z = \frac{1}{h_i/Ht}$$

d_i, D, h_i, Ht, β_i , já foram definidos anteriormente.

Integrando-se o modelo que propicia a estimativa do diâmetro para qualquer altura h_i , tem-se a expressão que permite a estimativa dos volumes.

$$V = KH \left\{ \left[\frac{D^2 (\beta_2 + \beta_4 I)}{4} (Z_2^4 - Z_1^4) \right] + \left[\frac{D^2 (\beta_1 + \beta_3 I)}{3} (Z_2^3 - Z_1^3) \right] + \left[\frac{-aID^2 (2\beta_3 + 2a\beta_4)}{2} (Z_2^2 - Z_1^2) \right] + \left[a^2 ID^2 (\beta_3 + 2a\beta_4) (Z_2 - Z_1) \right] \right\}$$

Variáveis definidas anteriormente.

Deve-se ressaltar que foram analisadas as estimativas de volume e altura a partir do ajuste do modelo de afilamento na sua forma original. Para a obtenção da altura nos modelos 1, 2 (quando a altura de interesse ocorreu abaixo do ponto de inflexão) e 3, foi necessária a utilização de processos iterativos, então para isso foi utilizado o algoritmo de Newton por meio da ferramenta solver do programa Microsoft Excel. No modelo 2, quando o volume de interesse ocorreu na parte abaixo do ponto de inflexão, foi obtido através da integração da equação do diâmetro na base. Em caso contrário, foi obtido através da integração numérica da equação do diâmetro acima do ponto de inflexão. Uma descrição mais detalhada sobre a forma de ajuste e obtenção dos parâmetros desejados nos três modelos encontra-se no apêndice deste capítulo.

2.4. Avaliação dos modelos

As equações ajustadas tiveram sua precisão avaliada através do coeficiente de determinação (R^2), e o erro padrão da estimativa em percentagem ($S_{yx}\%$). Pelo fato dos modelos estudados apresentarem diferenças em relação à variável dependente, e por existirem neste estudo, modelos lineares e não lineares, o coeficiente de determinação usado foi calculado segundo a metodologia proposta por Kvalset (1985), que atende a todas condições impostas para comparação entre os modelos com suas eventuais características. Assim, o coeficiente de determinação (R^2) foi calculado da seguinte forma:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y - \hat{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}$$

Para fins deste trabalho, foi selecionado o diâmetro mínimo comercial ($d = 28$ cm) utilizado regularmente pela empresa para obtenção de madeira para serraria, simulando um eventual traçamento das toras e, para testar a exatidão das equações ajustadas na estimação do volume das toras traçadas, foram calculados volumes entre o ponto de corte e 10%, entre 10% e 15%, entre 15% e 25%, entre 25% e 35% e entre 35% e 45% da altura total das árvores amostras.

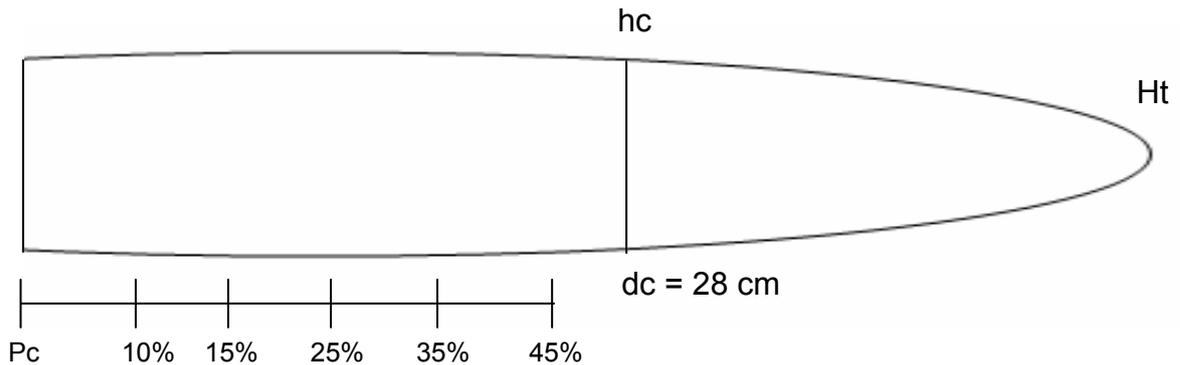


FIGURA 1 – Traçamento do fuste para obtenção de toras.

Pc = Ponto de corte; dc = diâmetro comercial; hc = altura comercial; Ht = altura total.

Para o diâmetro mínimo comercial e para as eventuais partes oriundas do traçamento, foram feitos testes de acordo com a metodologia utilizada por LIMA (1986).

Primeiramente, foram feitas as análises gráficas dos resíduos. Os valores residuais utilizados na construção dos gráficos são expressos por:

$$Erro (\%) = \frac{\hat{Y} - Y}{Y} 100$$

em que:

\hat{Y} = valores estimados pela equação;

Y = valores observados.

Foram, também, feitos testes complementares, por meio das seguintes estatísticas: *bias* (B); média das diferenças absolutas (MD); e desvio-padrão das diferenças (DPD). Para cada equação, a exatidão foi examinada para volume e altura comercial considerando o diâmetro mínimo comercial pré-estabelecido. A partir da análise das estatísticas B, MD e DPD, procedeu-se a ordenação das funções segundo o maior ou menor grau de precisão, sendo atribuídos pesos de 1 a 3 de acordo com os resultados das estatísticas obtidas para cada equação e com o diâmetro mínimo comercial em questão. Foi considerado o modelo mais acurado aquele que resultou em menor somatório nas notas para o diâmetro mínimo avaliado. A Tabela 2 apresenta os critérios e respectivas estatísticas para avaliação do ajuste dos modelos.

Tabela 2 - Critérios para avaliação do ajuste e validação dos modelos

Critério	Estimador
<i>Bias (B)</i>	$B = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i}{n}$
Média das diferenças absolutas (<i>MD</i>)	$MD = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - \hat{Y}_i }{n}$
Desvio padrão das diferenças (<i>DPD</i>)	$DPD = \sqrt{\frac{\left(\sum_{i=1}^n d_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n d_i \right)^2 / n \right)}{n - p}}$

Y_i = valor observado e \hat{Y}_i = valor estimado; n = número de observações; e p = número de parâmetros de cada modelo, $d_i = (Y_i - \hat{Y}_i)$.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1. Estatísticas das Equações Ajustadas

Os parâmetros estimados para os três modelos avaliados são apresentados na Tabela 3 com o coeficiente de determinação (R^2) e o erro-padrão das estimativas em percentagem ($S_{yx}\%$), para o ajuste feito com todos os dados. Fazendo uma análise das medidas de precisão das equações referentes aos três modelos, pode-se observar que praticamente não há diferença entre os coeficientes de determinação e erro padrão das estimativas para os modelos de Max & Bukhart e Demaerschalk & Kozak. Porém a equação referente ao modelo de Parresol et al., tem um menor valor para o coeficiente de determinação e um erro padrão residual com um maior valor em relação aos outros, o que o torna menos apropriado para este estudo, no entanto essas estatísticas não fornecem nenhum indicativo do comportamento dos modelos ao longo do perfil, sendo necessário o cálculo de outras estatísticas, o que proporciona uma análise mais detalhada a fim de se escolher o mais adequado com maior segurança.

Tabela - 3 Estatística das equações ajustadas em sua forma original

Modelos	Estimativas dos Parâmetros						R^2	$S_{Y,X}$ (%)
	α_1	α_2	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$		
M & B	0,0682	0,8823	-6,6811	3,3474	85,6420	-3,1292	99,80%	6,02
D & K	-	-		0,8078	1,2876	-	98,21%	7,07
Parresol	0,8670	-	2,3650	-1,8165	-600,1	230,5	65,67%	20,47

3.2. Análises gráficas e das estatísticas dos resíduos das equações ajustadas para os modelos segmentados na estimativa da altura comercial ($d = 28\text{cm}$)

A Figura 2 contém os resíduos das equações ajustadas dos modelos na estimativa da altura comercial.

Percebe-se que os modelos de Max & Bukhart e Demaerschalk & Kozak apresentam resultados satisfatórios, pois nota-se que não existe tendenciosidade nas estimativas da altura comercial, além disso, os erros calculados ficam na sua grande maioria, contidos em um intervalo máximo de mais ou menos 20%, com várias estimativas se aproximando da exatidão. É importante ressaltar que o modelo de Max & Bukhart, de acordo com a Figura 2, é ainda melhor que os outros, pois apresenta os erros variando em intervalos menores. Ainda de acordo com esta análise gráfica, o modelo de Parresol et al., apresenta certa tendência ao superestimar a altura comercial para as árvores com $DAP < 40\text{ cm}$.

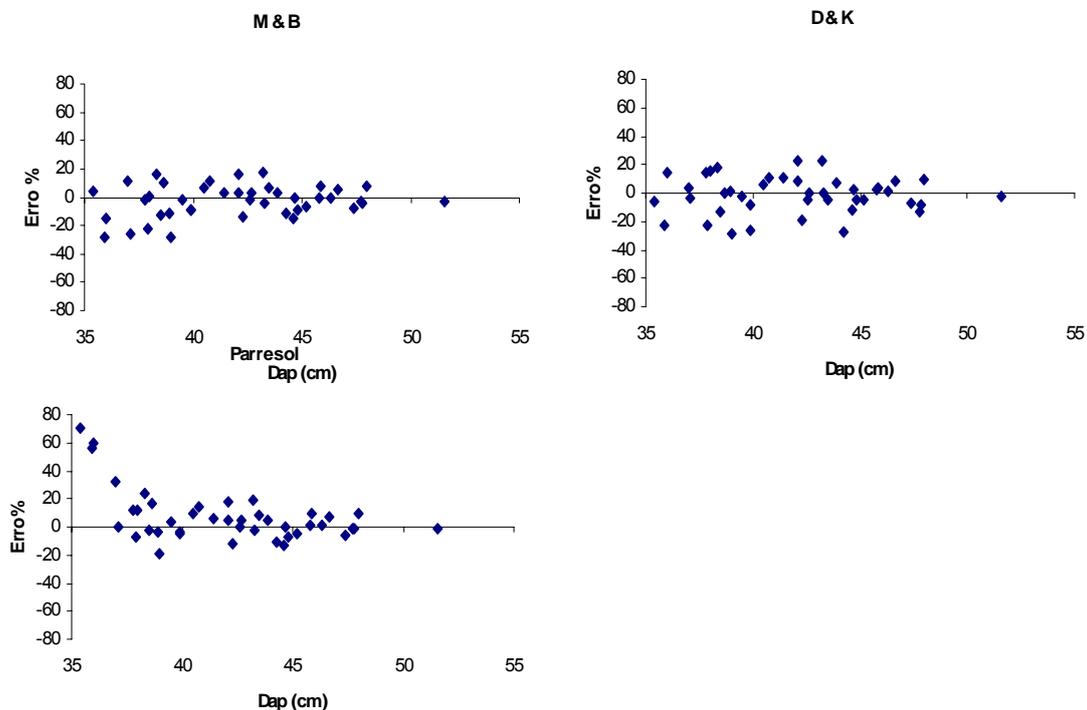


Figura – 2 Distribuição dos resíduos da altura comercial, em porcentagem, em função do DAP, para os modelos de Max & Bukhart, Demaerschalk & Kozak e Parresol et al..

A Tabela 4 mostra as estatísticas e o *ranking* obtidos para os três modelos na estimativa da altura comercial: valores positivos e negativos da estatística *bias* (*B*) indicam superestimativa e subestimativa, respectivamente.

Analisando os dados, verifica-se que o modelo de Max & Bukhart apresenta melhores resultados para altura comercial, apesar do modelo de Demaerschalk & Kozak apresenta um menor valor do *bias* (*B*). Ao se fazer o somatório das notas atribuídas a todas as estatísticas, observa-se uma coerência com a análise residual, ressaltando-se que a diferença entre os modelos de Max & Bukhart e Demaerschalk & Kozak é pequena e os dois mostram resultados satisfatórios. As estatísticas também mostram o que já se havia percebido com relação ao modelo proposto por Parresol et al., confirmando que este modelo, por apresentar tendência na estimativa da altura comercial para árvores com menores valores de Dap, tem um desempenho inferior.

Tabela 4 – Estatística *bias* (*B*), média das diferenças absolutas (*MD*), desvio padrão das diferenças (*DPD*) e o *ranking* para as estimativas da altura comercial

Modelo	Estatísticas			Classificação
	<i>B</i>	<i>MD</i>	<i>DPD</i>	
M & B	-0,1572 (2)	1,4108 (1)	1,7882 (1)	4
D & K	0,0565 (1)	1,6740 (2)	2,1747 (2)	5
Parresol	1,0096 (3)	1,7461 (3)	2,2967 (3)	9

Valores entre parenteses referem-se às notas.

3.3. Análises gráficas e das estatísticas dos resíduos das equações ajustadas para os modelos segmentados na estimativa do volume comercial (d = 28cm)

A Figura 2 apresenta a distribuição residual na estimativa do volume comercial para as equações estimadas para cada modelo.

Nota-se, através da análise dos resíduos, que os modelos têm desempenho menos satisfatório comparando-se com os resultados da altura comercial. Assim como para a variável altura, o modelo de Max & Bukhart tem seus resíduos variando em intervalos menores que os outros modelos e apresenta melhor distribuição dos erros. O modelo de Demaerschalk & Kozak também tem um resultado satisfatório e até semelhante ao de Max & Bukhart salvo um maior intervalo entre os erros. Já o modelo de Parresol et al., apresenta forte tendência em superestimar o volume. Em um trabalho realizado com a espécie *Pinus taeda*, Assis (2000), concluiu que o modelo de Max & Bukhart apesar de apresentar uma pequena tendenciosidade pode ser utilizado para estimar volumes parciais ou totais, e no mesmo estudo a autora também afirma que o modelo de Parresol et al. por apresentar baixa precisão nas estimativas dos diâmetros e dos volumes ao longo de todo o fuste fica descredenciado para estimar estas variáveis nesta região de estudo.

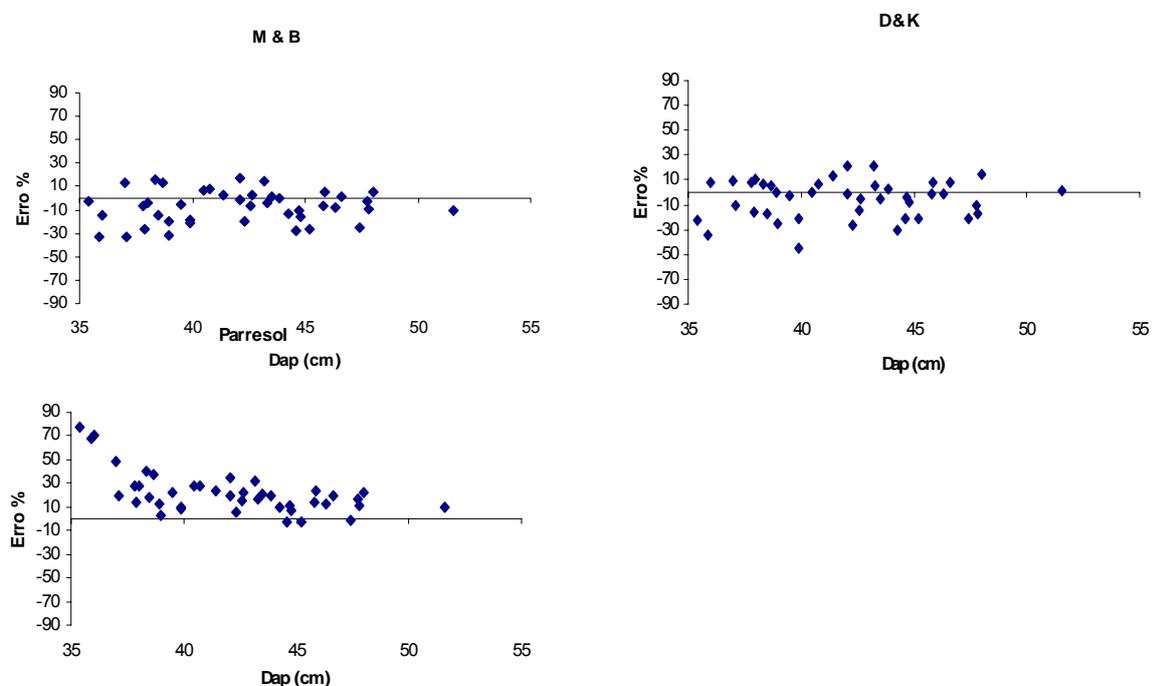


Figura 3 – Distribuições dos resíduos do volume comercial, em porcentagem, em função do DAP, para os modelos de Max & Bukhart, Demaerschalk & Kozak e Parresol et al.

A Tabela 5 apresenta as estatísticas *bias* (*B*), média das diferenças absolutas (*MD*), desvio padrão das diferenças (*DPD*) para estimativa do volume comercial e o ranking estabelecido a partir das estatísticas.

Um fato importante a ser destacado nessa tabela é o *DPD* para a equação do modelo de Parresol et al., que apresenta um valor menor para esta estatística que o modelo de Demaerschalk & Kozak, apesar de mostrar forte superestimação. Isto pode ser explicado pelo fato de que os resíduos gerados pelo modelo de Parresol et al., são menores do que aqueles obtidos pelo modelo de Demaerschalk & Kozak.

Pode-se verificar com clareza pelo *ranking* que foi estabelecido que o modelo de Max & Bukhart é superior aos outros, tendo se apresentado como mais apropriado para estimar esta variável. Também é importante ressaltar que o modelo de Demaerschalk & Kozak teve um resultado favorável e que o de Parresol et al. apresentou tendências.

Tabela 5 – Resultado das estatísticas *bias* (*B*), média das diferenças absolutas (*MD*), desvio padrão das diferenças (*DPD*) e o *ranking* para as estimativas do volume comercial

Modelo	Estatísticas			Classificação
	<i>B</i>	<i>MD</i>	<i>DPD</i>	
M & B	0,0887 (2)	0,1792 (1)	0,2059 (1)	4
D & K	0,0583 (1)	0,1895 (2)	0,2395 (3)	6
Parresol	0,3191 (3)	0,3245 (3)	0,2129 (2)	8

Valores entre parentes referem-se às notas.

3.4. Análises gráficas e das estatísticas dos resíduos das equações ajustadas para os modelos não segmentados na estimativa do volume das toras comerciais ($d = 28\text{cm}$)

A Figura 3 apresenta a análise de resíduos para as estimativas dos volumes das toras contidas entre o ponto de corte até 10% da altura total das árvores. Nesse caso a média de tamanho das toras foi de 4 m. Pela observação desta figura nota-se que todos os modelos apresentam tendências nas estimativas do volume, sendo que os de Max & Bukhart e Parresol et al., de forma geral, superestimam e o de Demaerschalk & Kozak subestima. Porém, o modelo de Max & Bukhart, apesar da tendência apresentada, tem erros indo até no máximo 10%, sendo inferiores aos outros modelos, e o de Parresol et al. novamente apresenta um desempenho pouco satisfatório com todos os erros acima de 25%. Assis (2000), em seus estudos já comprovou que os modelos de afilamento têm grandes tendências nas estimativas de variáveis na base dos fustes, o que pode ser comprovado aqui.

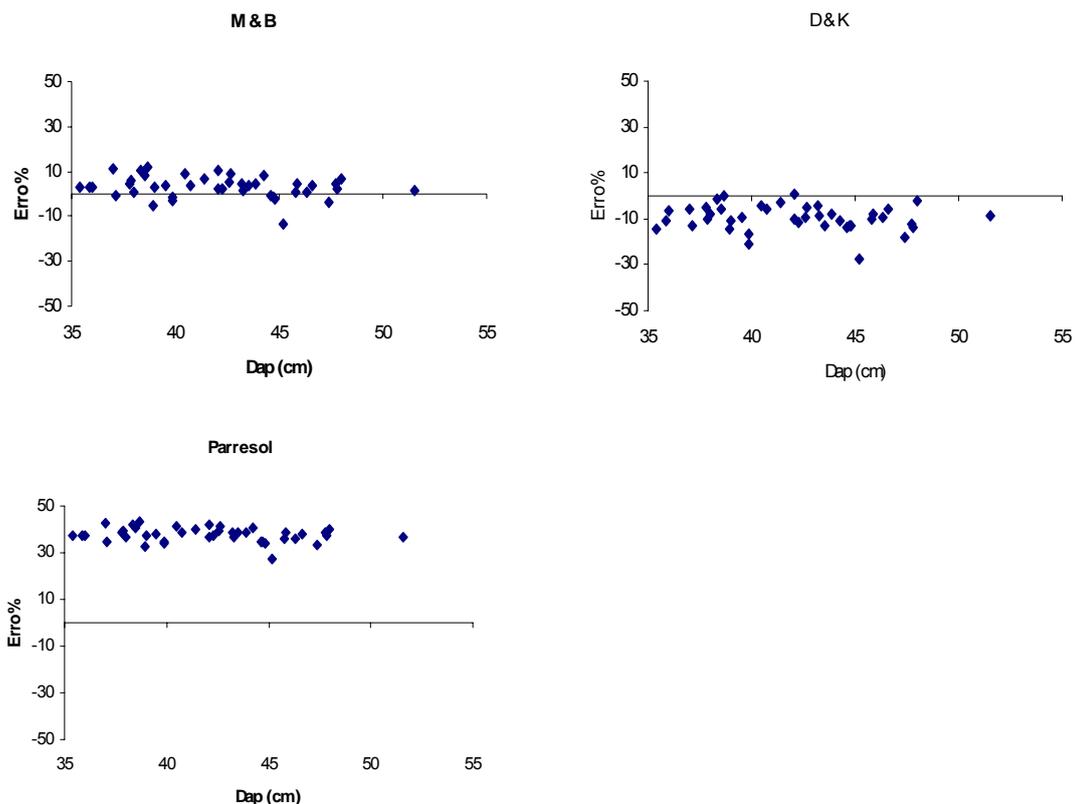


Figura 4 – Distribuições dos resíduos do volume das toras entre o ponto de corte e 10% da altura total das árvores, em percentagem, em função do DAP, para os modelos de Max & Bukhart, Demaerschalk & Kozak e Parresol et al..

A Tabela 6 apresenta as estatísticas *bias* (*B*), média das diferenças absolutas (*MD*), desvio-padrão das diferenças (*DPD*) e o ranking estabelecido a partir dos valores das estatísticas para estimativa do volume das toras entre o ponto de corte e 10% da altura total.

Os resultados contemplam, de modo geral, com o que foi discutido para a Figura 3. O *bias* é positivo para os modelos que superestimam e negativo para o que apresenta subestimação. O modelo de Max & Bukhart, como também pode ser confirmado pela Figura 3, tem um melhor resultado apesar de ter sido tendencioso, mas em comparação com os outros modelos pode ser considerado como melhor para estimar o volume para toras com essa dimensão e nessa posição do fuste.

Tabela 6 – Resultado das estatísticas *bias* (*B*), média das diferenças absolutas (*MD*) e desvio padrão das diferenças (*DPD*) para as estimativas do volume das toras entre o ponto de corte e 10% da altura total das árvores

Modelo	Estatísticas			Classificação
	<i>B</i>	<i>MD</i>	<i>DPD</i>	
M & B	0,0148 (1)	0,0221 (1)	0,0238 (1)	3
D & K	-0,0461 (2)	0,0462 (2)	0,0282 (2)	6
Parresol	0,1837 (3)	0,1837 (3)	0,0446 (3)	9

Valores entre parentes referem-se às notas.

A Figura 5 mostra os resíduos para a estimativa dos volumes das toras com altura indo de 10% até 15% da altura total das árvores. A média de tamanho das toras foi de 2 m, e o que se percebe é uma melhora das estimativas para os três modelos com relação à tora da parte anterior, isto mostra que quanto mais próximo da base pior a estimativa dos modelos. De acordo com a figura, o modelo de Max & Bukhart também é melhor, pois apresenta erros menores para todo conjunto amostral apesar de superestimar de uma forma geral.

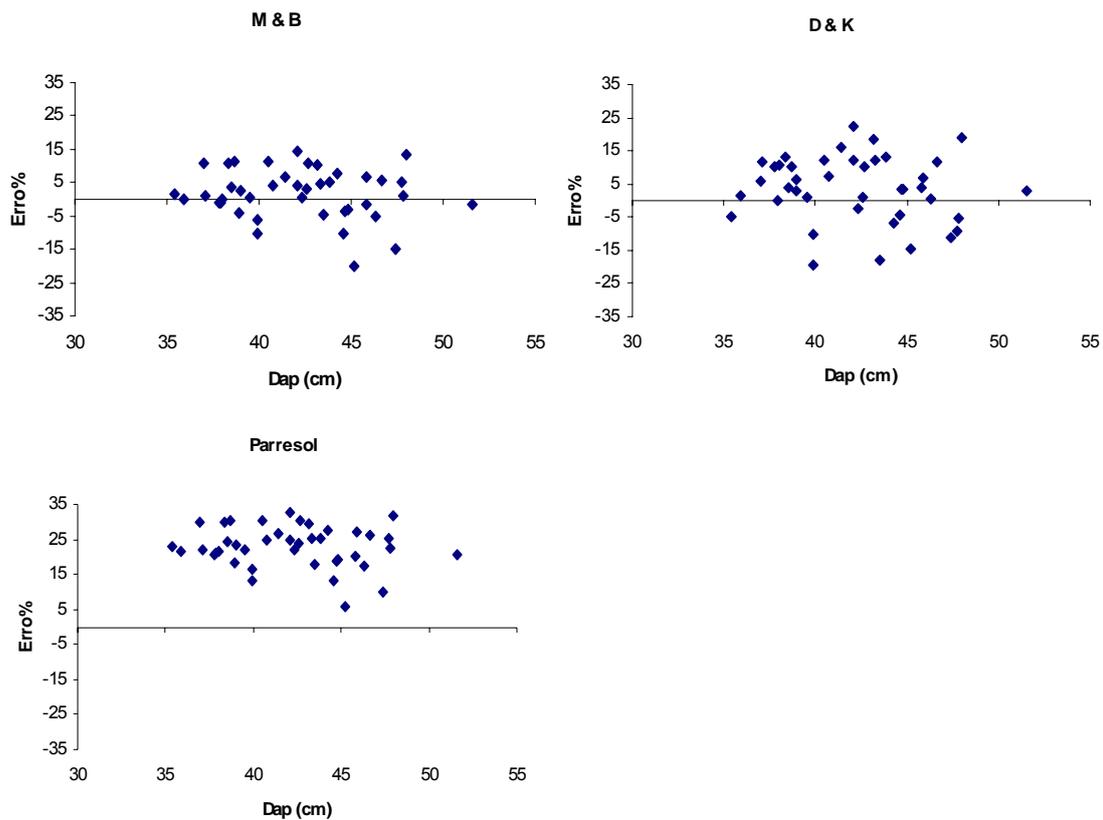


Figura 5 – Distribuição dos resíduos do volume das toras entre 10% e 15% da altura total das árvores, em percentagem, em função do DAP, para os modelos de Max & Bukhart, Demaerschalk & Kozak e Parresol et al..

A Tabela 7 apresenta as estatísticas *bias* (B), média das diferenças absolutas (MD), desvio-padrão das diferenças (DPD) e o *ranking* que foi estabelecido a partir das notas das estatísticas, para a estimativa do volume das toras entre 10% e 15% da altura total.

Para as toras tomadas nessa parte do fuste, os valores do B e da MD são inferiores em relação a estas estatísticas na estimativa do volume para as toras tomadas entre o ponto de corte e 10% da altura total do fuste. Isso mais uma vez comprova a melhora das estimativas de acordo com o afastamento da base. As notas atribuídas de acordo com os valores das estatísticas também confirmam melhor desempenho do modelo de Max e Bukhart e pior do modelo de Parresol et al.

Tabela 7 – Resultado das estatísticas *bias* (*B*), média das diferenças absolutas (*MD*), desvio padrão das diferenças (*DPD*) e o *ranking* para as estimativas do volume das toras entre 10% e 15% da altura total das árvores

Modelo	Estatísticas		
	<i>B</i>	<i>MD</i>	<i>DPD</i>
M & B	0,0047 (1)	0,0159 (1)	0,0183 (1)
D & K	0,0089 (2)	0,0204 (2)	0,0249 (2)
Parresol	0,0527 (3)	0,0527 (3)	0,2352 (3)

Valores entre parentes referem-se às notas

A Figura 6 que tem toras tomadas entre 15% e 25% da altura total apresenta as mesmas com tamanho médio de 4 m. Essa Figura mostra a melhora na estimativa dos volumes, confirmando que, de uma forma geral, os modelos de *taper* segmentados, neste caso, têm maior acurácia à medida que as variáveis estimadas se afastam da base. Nota-se através dos gráficos que, para esta secção do fuste, o modelo proposto por Max & Bukhart é o que melhor estimou o volume seguido do modelo de Demaerschalk & Kozak e do modelo de Parresol et al., que mais uma vez, mostra um resultado tendencioso.

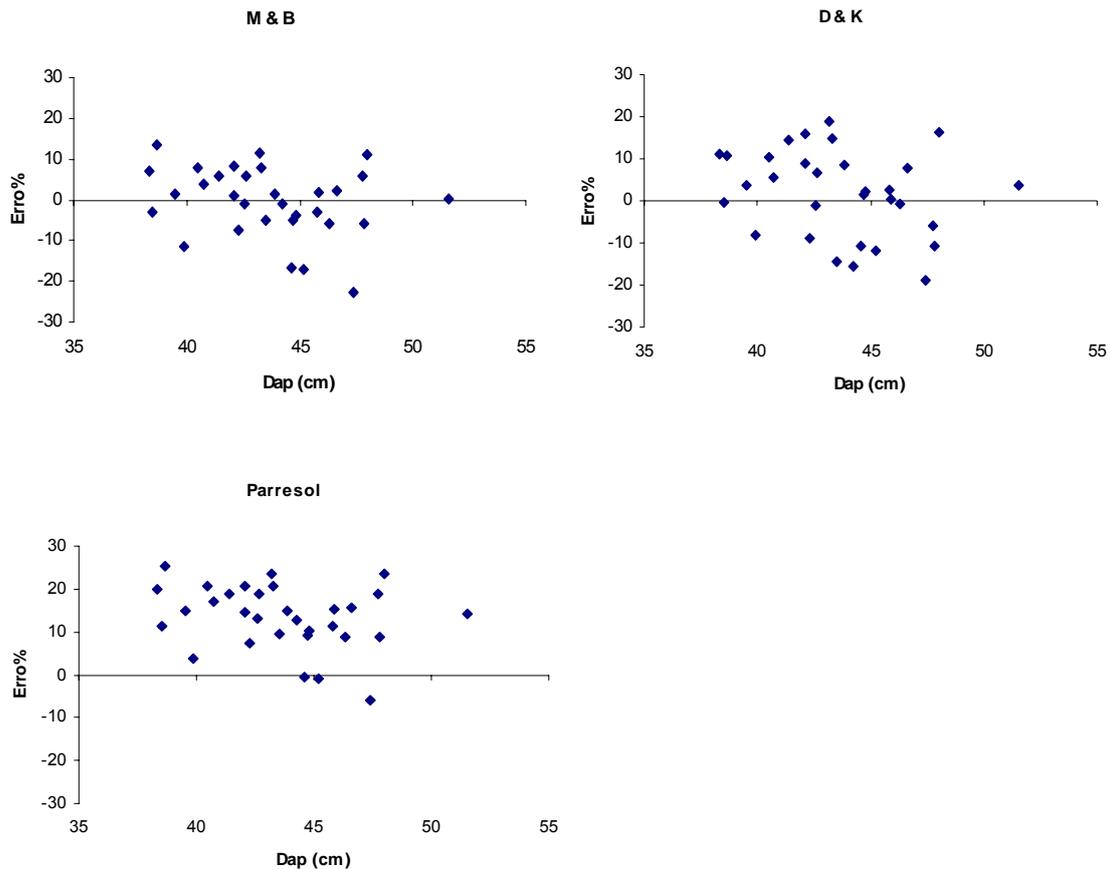


Figura 6 – Distribuições dos resíduos do volume das toras entre 15% e 25% da altura total das árvores, em percentagem, em função do DAP, para os modelos de Max & Bukhart, Demaerschalk & Kozak e Parresol et al..

A Tabela 8 apresenta as estatísticas *bias* (B), média das diferenças absolutas (MD) e desvio padrão das diferenças (DPD) para estimativa do volume das toras entre 15% e 25% da altura total.

O que pode ser percebido pelas estatísticas é o melhor resultado obtido pelo modelo de Max & Bukhart em relação aos outros dois, e principalmente ao modelo de Parresol et al., como pode ser visto anteriormente através das análises de resíduos. Assim com nas estimativas das toras tomadas na secção anterior o modelo de Max & Bukhart apresenta resultados mais satisfatórios em relação aos de Demaerschalk & Kozak e Parresol et al. Além disso, principalmente para esse modelo à estatística *bias* (B) mostra a melhora de desempenho de acordo com o afastamento da base.

Tabela 8 – Resultado das estatísticas *bias* (*B*), média das diferenças absolutas (*MD*) e desvio padrão das diferenças (*DPD*) para as estimativas do volume das toras entre 15% e 25% da altura total das árvores

Modelo	Estatísticas		
	<i>B</i>	<i>MD</i>	<i>DPD</i>
M & B	0,0003 (1)	0,0275 (1)	0,0373 (1)
D & K	0,0093 (2)	0,0371 (2)	0,0472 (2)
Parresol	0,0590 (3)	0,0609 (3)	0,2569 (3)

Valores entre parentes referem-se às notas.

A Figura 7 mostra os resíduos das estimativas do volume das toras entre 25% e 35% da altura total que possuem uma média de 4 m de comprimento.

Através dessa figura, o que pode ser observado é uma melhora na estimativa para o modelo de Parresol et al. que superestima quase que na totalidade do conjunto de amostras, para as toras tomadas nas partes mais inferiores do fuste. Mas apesar da melhora constata-se que ainda existe, pelo referido modelo, tendência a superestimar o volume, porém com uma amplitude de erros menores do que aquela apresentada pelos outros modelos que tendem a subestimar para o grupo de árvores com maior DAP. Nesse caso, os modelos de Max & Bukhart e Demaerschalk & Kozak têm resultados semelhantes com a diferença de que o segundo apresenta erros entre intervalos maiores.

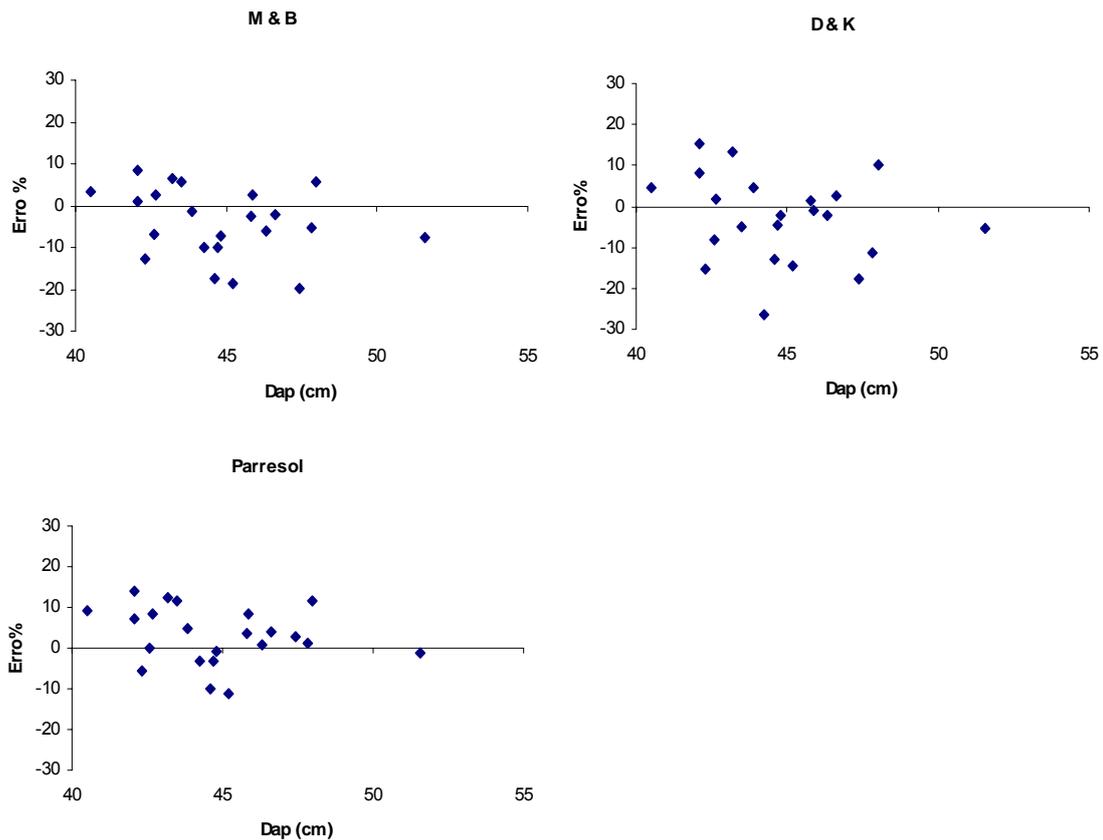


Figura 7 – Distribuições dos resíduos do volume das toras entre 25% e 35% da altura total das árvores, em percentagem, em função do DAP, para os modelos de Max & Bukhart, Demaerschalk & Kozak e Parresol et al..

A Tabela 9 apresenta as estatísticas *bias* (B), média das diferenças absolutas (MD), desvio-padrão das diferenças (DPD) e o *ranking* para estimativa do volume das toras entre 25% e 35% da altura total.

A partir dessa tabela pode-se perceber a melhora que o modelo de Parresol et al. apresenta quando comparado com as estimativas dos volumes das toras tomadas nas secções anteriores, e, quando se faz a comparação entre os modelos nessa parte do fuste, as estatísticas mostram que o referido modelo apresenta melhores resultados, o que ainda não havia acontecido anteriormente.

De acordo com as estatísticas, as notas atribuídas evidenciam a melhora do modelo de Parresol et al. em comparação com os outros modelos. O que mostra que essa melhora se deve ao afastamento da base. Mas, é válido ressaltar que apesar de apresentar melhora nas estimativas, este assim como os outros modelos, apresentam tendências não desejáveis.

Tabela 9 – Resultado das estatísticas *bias* (*B*), média das diferenças absolutas (*MD*), desvio padrão das diferenças (*DPD*) e o *ranking* para as estimativas do volume das toras entre 25% e 35% da altura total das árvores

Modelo	Estatísticas			
	<i>B</i>	<i>MD</i>	<i>DPD</i>	<i>Classificação</i>
M & B	-0,0136 (3)	0,0260 (2)	0,0307 (2)	7
D & K	-0,0089 (1)	0,0298 (3)	0,0394 (3)	7
Parresol	0,0120 (2)	0,0223 (1)	0,0276 (1)	4

Valores entre parenteses referem-se às notas.

A Figura 8 mostra os gráficos de resíduo das estimativas do volume das toras entre 35% e 45% da altura total que possuem uma média de 4 m de comprimento.

O que pode ser notado é a semelhança entre os três modelos, e a grande melhora de todos com maior acurácia na estimativa do volume. Pode-se perceber que à medida que foi aumentada a percentagem da altura total em que são tomadas as referidas estimativas, o número de árvores decresce em quantidade e os modelos melhoram muito na estimativa do volume. O fato do decréscimo no número de árvores se explica pelo fato de que essas medidas foram feitas até onde ocorreu o diâmetro de 28 cm, e para algumas das árvores amostradas esse limite ocorre a menos de 15%, o que evidencia que a 45% da altura total, o número de árvores amostradas seja menor do que a 10%, que inclusive é a única percentagem de altura amostrada que tem todo conjunto de árvores completo.

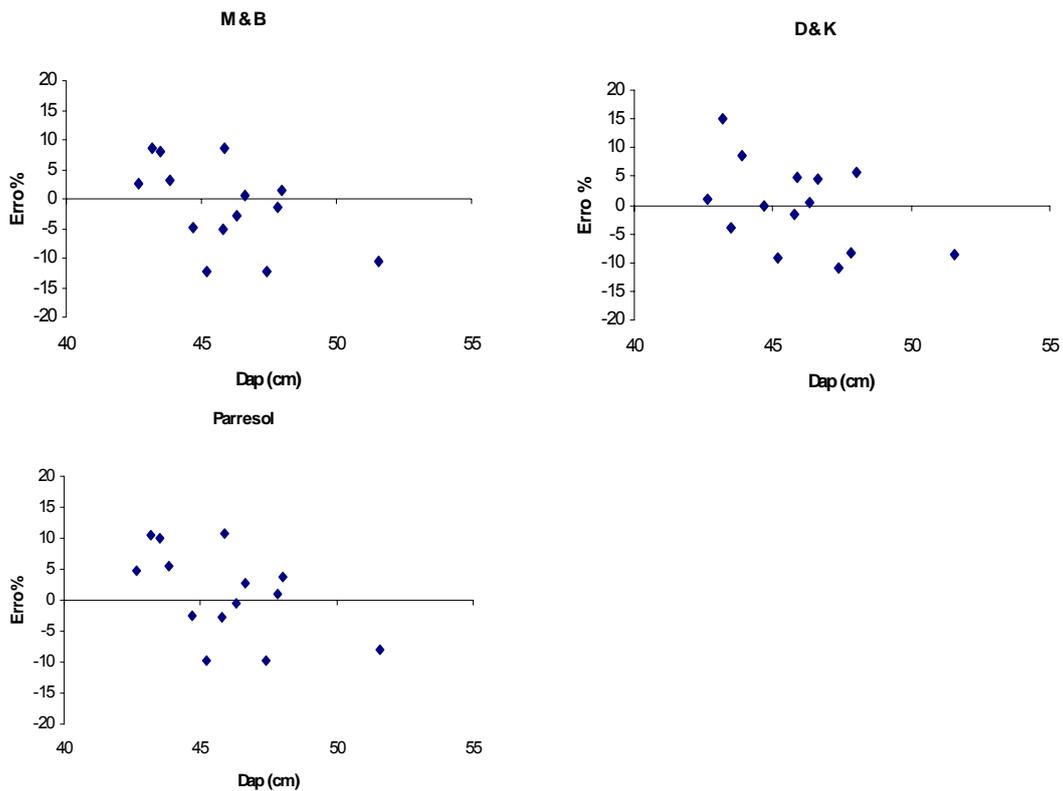


Figura 8 – Distribuição dos resíduos do volume das toras entre 35% e 45% da altura total das árvores, em percentagem, em função do DAP, para os modelos de Max & Bukhart, Demaerschalk & Kozak e Parresol et al..

Os valores das estatísticas indicam o equilíbrio entre os modelos para a estimativa do volume nessa secção. E mais uma vez ressalta-se que os resultados são melhores do que aqueles encontrados na base comprovando a tendência apresentada por esses modelos na parte mais inferior do fuste. As notas que são atribuídas de acordo com as estatísticas mostram o equilíbrio citado anteriormente, o que mostra que para as toras tomadas a essa altura os três modelos se apresentam semelhantes entre si.

Tabela 10 – Resultado das estatísticas *bias* (*B*), média das diferenças absolutas (*MD*) e desvio padrão das diferenças (*DPD*) para as estimativas do volume das toras entre 35% e 45% da altura total das árvores

Modelo	Estatísticas			Classificação
	<i>B</i>	<i>MD</i>	<i>DPD</i>	
M & B	-0,0035 (2)	0,0190 (1)	0,0269 (2)	5
D & K	-0,0003 (1)	0,0193 (3)	0,0279 (3)	7
Parresol	0,0041 (3)	0,0192 (2)	0,0265 (1)	6

Valores entre parenteses referem-se às notas.

3.5. Análises do ranking estabelecido a partir das estatísticas das equações ajustadas para os modelos não segmentados e segmentados na estimativa da altura comercial ($d = 28\text{cm}$)

É bastante oportuna a comparação entre os modelos não segmentados e segmentados a fim de que se tenha uma idéia do desempenho entre os modelos que foram estudados neste trabalho. Para isso a Tabela 11 traz o *ranking* que foi estabelecido a partir das estatísticas que foram apresentadas anteriormente. Foram usados os dois modelos que apresentaram os melhores resultados nas estimativas das variáveis de interesse.

A Tabela 11 mostra o *ranking* estabelecido a partir dos valores das estatísticas para os dois melhores modelos não segmentados e os dois melhores segmentados na estimativa da altura comercial (28 cm). Os modelos não segmentados pelo que pode ser observado no *ranking* nesse caso são melhores do que os segmentados. Tendo os modelos não segmentados um nível de complexidade menor do que os segmentados, e por esse motivo, mais fácil para serem ajustados e manejados, esse resultado é desejável, pois o que se busca em estudos como esse, além de exatidão, é também operacionalidade, pois isto está relacionado com uma boa funcionalidade das atividades que serão desenvolvidas na prática.

Tabela 11 – Notas atribuídas, a partir das estatísticas das estimativas da altura comercial

Estatísticas				
Modelo	<i>B</i>	<i>MD</i>	<i>DPD</i>	<i>Total</i>
Schoepfer	1	2	3	6
Biging	4	1	1	6
M & B	3	3	2	8
D & K	2	4	4	10

Valores entre parenteses referem-se às notas.

3.6. Análises gráficas e das estatísticas dos resíduos das equações ajustadas para os modelos segmentados na estimativa do volume comercial ($d = 28\text{cm}$)

A Tabela 12 mostra o *ranking* estabelecido a partir dos valores das estatísticas para os dois melhores modelos não segmentados e os dois melhores segmentados na estimativa do volume comercial. Do mesmo modo que na estimativa do volume comercial os modelos não segmentados têm melhores desempenhos, sendo que o de Biging é aquele que apresenta o melhor resultado. Isso confirma que, nas condições em que foi realizado este trabalho, os modelos não segmentados, especialmente o de Biging, são aqueles com resultados mais favoráveis.

Tabela 12 – Notas atribuídas, a partir das estatísticas das estimativas do volume comercial

Estatísticas				
Modelo	<i>B</i>	<i>MD</i>	<i>DPD</i>	<i>Total</i>
Garay	2	2	3	7
Biging	1	1	1	3
M & B	4	3	2	9
D & K	3	4	4	11

Valores entre parenteses referem-se às notas.

Ao se observar as estimativas do volume ao longo do fuste das toras tomadas para simular o traçamento também constata-se que, de maneira geral, o modelo de Biging é o que apresenta os melhores resultados.

4. CONCLUSÕES

De acordo com os resultados encontrados, conclui-se que:

- para a estimativa da altura comercial, a equação obtida através do modelo de Max & Bukhart é a que apresentou melhor resultado seguido do modelo proposto por Demaerschalk & Kozak;
- a equação obtida através do modelo de Parresol et al. tem o pior desempenho que os demais, com forte tendência a subestimar a altura comercial;
- em relação ao volume comercial, os resultados são semelhantes aos encontrados para a altura comercial, sendo que para altura os resultados são mais precisos do que para o volume;
- para a estimativa dos volumes das toras ao longo do fuste, a equação obtida através do modelo de Max & Bukhart é a mais precisa, salvo para as toras entre 25% e 35% da altura total, que tem a equação obtida através do modelo de Parresol et al. com um melhor resultado;
- de maneira geral, a equação obtida através do modelo de Max & Bukhart apresenta melhor desempenho entre os modelos testados, tendo em vista as condições em que este estudo foi conduzido;
- comparando-se as equações obtidas através dos modelos não segmentados com as equações obtidas através dos modelos segmentados, tanto na estimativa da altura comercial, volume comercial e no volume das toras os não segmentados apresentam melhores resultados, sendo que o modelo de Biging é o melhor na estimativa das variáveis citadas.

5. REFERÊNCIAS

ARCE, J. E.; MACDONAGH, P.; FRIEDL, R. A.. Geração de padrões ótimos de corte através de algoritmos de traçamento aplicados a fustes individuais. **Revista Árvore**, v. 28, n.2, p.207-217, 2004.

ASSIS, A. L. **Avaliação de modelos polinomiais segmentados e não segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda***. 2000. 198 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2000.

DEMAERSCHALK, J. P.; KOZAK, A. The whole-bole system: a conditional dual equation system for precise prediction of tree profiles. **Canadian Journal for Research**, v. 7, p. 488-497, 1977.

FIGUEIREDO FILHO, A.; BORDERS, B. E.; HITCH, K. L.. Taper equations for *Pinus taeda* plantations in southern Brazil. **Forest Ecology and Management**, n.83, p.39-46, 1996.

KAVALSETH, T. O. Cautionary note about R^2 . **The American Statistician**, v. 39, n.4, p. 279 – 285, 1985.

LEITE, H. G.; CAMPOS, J. C. C.; PAULA JÚNIOR, G. G.. Emprego de um modelo de programação dinâmica para conversão de troncos em multiprodutos da madeira. **Revista Árvore**, v.19, n.4, p.447-465, 1995b.

LIMA, F. **Análise de funções de “taper” destinadas à avaliação de multiprodutos de árvores de *Pinus elliottii***. Viçosa: UFV. 1986. Dissertação (mestrado em Ciência Florestal) - UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA, 1986.

LIMA, D. G. de; LEITE, H. G.; PAULA JÚNIOR, G. G.; SOUZA, A. L.. Um modelo de suporte a decisão sobre multiprodutos de povoamentos de eucalipto. **Revista Árvore**, v.21, n.1, p.35-48, 1997.

MAX, T.A.; BURKHART, H.E. Segmented polynomial regression applied to taper equations. **Forest Science**, Washington, v. 22, n. 3, p. 283-289, 1976.

MENDONÇA, A. R. **Avaliação de uma metodologia para otimização do volume de toras comerciais de *Eucalyptus* sp. em função da qualidade do fuste.** 2006. 90f. Dissertação (Mestrado em Produção Vegetal) – Universidade Federal do Espírito Santo, Alegre, 2006.

PARRESOL, B. R.; HOTVEDT, J. E.; CAO, Q. V. "A Volume and taper prediction system for bald cypress. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 17, n.3, p. 250-259, 1987.

SOARES, T. S., VALE, A. B., LEITE, H. G., MACHADO, C.C. OTIMIZAÇÃO DE MULTIPRODUTOS EM POVOAMENTOS FLORESTAIS. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.27, n.6, p.811-820, 2003.

SOUZA, C. A. M. **Avaliação de modelos não segmentados e segmentados na estimação da altura e volume comercial de fustes de *Eucalyptus* sp.** 2007. 115f. Dissertação (Mestrado em Produção Vegetal) – Universidade Federal do Espírito Santo, Alegre, 2007.

ANEXOS

ANEXO A

1. AJUSTE DO MODELO E DETERMINAÇÃO DOS PONTOS DE JUNÇÃO DO MODELO DE MAX & BUKHART (1976).

1.1. Ajuste do modelo

O ajuste foi feito através do software SAS que utilizou o método dos mínimos quadrados. A rotina de cálculo com a análise de variância é apresentada aqui:

```

/*Rotina para o modelo polinomial segmentado segundo Max & Burkhart*/
libname crt 'c:\claudio\biometria\trabfuncafil\dados\aracruz';
data crt.dados;
infile 'c:\claudio\biometria\trabfuncafil\dados\aracruz\pw.prn';
input arv hi di dap ht f vsmal vc;
run;
    /*The next series will fit the taper equation proposed by Max and Burkhart,1976*/
    /*and create fit statistics to be use for comparision with other models.*/
options nodate nonumber;
data temp;
    set crt.dados;
    rel_ht=hi/ht;
    x=rel_ht;
    x2=rel_ht**2;
    if rel_ht=1 then delete;
run;
proc nlin method=marquardt;
    parms a1=0.05
          a2=0.88
          b1=2.817
          b2=-1.83
          b3=118
          b4=2.665;
    bounds .05<a1<.2;
    bounds .7<a2<.9;
    l1=0;
    l2=0;
    if x<=a1 then l1=1;
    if x<=a2 then l2=1;
    w1=b3*(a1-x)**2;
    w2=b4*(a2-x)**2;
    model di=dap*((b1*(x-1)+b2*(x2-1)+w1*l1+w2*l2)**.5);
    output out=crt1f p=destf r=resf;
proc sort data=crt1f;by hi;
run;

```

The SAS System

The NLIN Procedure

NOTE: An intercept was not specified for this model.

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Approx Pr > F
Regression	6	666681	111113	49243.6	<.0001
Residual	624	1408.0	2.2564		
Uncorrected Total	630	668089			
Corrected Total	629	99828.3			

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits	
a1	0.0682	0.00395	0.0605	0.0760
a2	0.8823	0.0168	0.8493	0.9153
b1	-6.6811	0.9706	-8.5872	-4.7751
b2	3.3474	0.5033	2.3591	4.3358
b3	85.6420	11.7109	62.6441	108.6
b4	-3.1292	0.4846	-4.0809	-2.1775

2.1. Determinação dos Pontos de Junção do Modelo de Max & Bukhart (1976)

Os pontos de junção entre os polinômios atende as condições que são citadas em Max & Bukhart (1976), que diz que a primeira e a segunda derivada dos polinômios sejam contínuas no ponto de junção entre esses polinômios, o que neste caso, se assemelha as restrições das funções splines.

Para encontrar os pontos de junção entre os polinômios, o software SAS através da rotina computacional desenvolvida e dos valores iniciais usados como pontos de partida, faz a busca entre esses dois pontos de união entre os três polinômios do modelo que é dito quadrático-quadrático-quadrático, justamente pelo fato de serem do 2° grau, realizando combinações possíveis entre as alturas relativas ao longo do fuste, de forma que a melhor combinação será aquela que proporcionar um menor erro de acordo com as restrições impostas. Exemplificando, no caso deste trabalho esses pontos encontram-se a aproximadamente 6% e 88% da altura total.

ANEXO B

1. AJUSTE E DETERMINAÇÃO DO MODELO DE DEAMERSCHALK & KOZAK (1977).

Segundo Demaerschalk & Kozak (1977) o fuste das folhosas é constituído por duas figuras geométricas, por isso desenvolveram um modelo constituído de duas equações para estudo de *taper*, sendo uma para a base e outra para o topo, como afirmaram os autores. Os limites entre estas duas figuras é o chamado ponto de inflexão. A equação para descrever a parte que vai do PI (ponto de inflexão) até o topo do fuste é obtida através de ajuste e a equação que vai do PI até o nível do solo tem seus coeficientes obtidos por determinação.

1.1. Ajuste do modelo do topo

O modelo que descreve o perfil do topo é o seguinte:

$$d_t = \left[\left(\frac{h/HT}{RH} \right)^{\beta_1} \beta_2 \left(1 - \frac{h/HT}{RH} \right) \right] DI$$

em que:

d_t = diâmetro comercial na parte do fuste abaixo do ponto de inflexão;

RH = é a altura relativa do DI ao topo;

DI = diâmetro no ponto de inflexão;

h_i = altura comercial;

H_t = altura total;

β_i = coeficientes da equação.

O diâmetro comercial, a altura comercial e a altura total são variáveis mensuráveis em campo. Para determinação do diâmetro no ponto de inflexão (DI), de acordo com os autores, usa-se a análise dos gráficos dos perfis dos fustes das amostras, o RH é obtido através da divisão da distância de onde ocorre o ponto de inflexão ao topo do fuste pela altura total. Todas as variáveis necessárias para o

ajuste do modelo para a parte do topo estão disponíveis e neste trabalho isso foi feito com o *software* Statistic 6.0.

É importante ressaltar que na prática, após o modelo ajustado é necessário que as variáveis a serem mensuradas no campo, para uma boa operacionalidade sejam de fácil obtenção, como por exemplo, o DAP e a altura total, e neste caso é isso que acontece, pois o DI pode ser estimado por um modelo linear, em que: $DI = \beta_0 + \beta_1 DAP + \beta_2 DAP^2$ e o RH por um método iterativo com a utilização de ferramentas como o solver do Microsoft Excel.

Para o ajuste desse modelo que estima o DI tem que ser usados os DIs que foram observados nos gráficos. Também se deve ressaltar que para isso existem as restrições impostas ao modelo que são as seguintes:

- quando a altura comercial for igual a total o diâmetro comercial é zero;
- o diâmetro comercial tem que ser igual ao DI no ponto de inflexão.

1.2. Determinação do modelo da base

O modelo usado para estimativa do diâmetro na base é:

$$d_b = \left[\beta_3 - (\beta_3 - 1) \left(\frac{1 - h / Ht}{RHI} \right)^{\beta_4} \right] DI ;$$

em que:

d_b = diâmetro comercial na parte do fuste abaixo do ponto de inflexão;

RHI = altura relativa do DI ao topo;

DI = diâmetro no ponto de inflexão;

h_i = altura comercial;

Ht = altura total;

β_i = coeficientes da equação.

As variáveis, nesse caso, são obtidas da mesma forma que para o modelo do topo, porém os coeficientes são determinados. No caso do β_3 é através da equação:

$$\beta_3 = \frac{\left(\frac{DAP}{DI}\right) - \left(1 - \frac{Ht - 1,3}{RHI}\right)^{\beta_4}}{1 - \left(1 - \frac{Ht - 1,3}{RHI}\right)^{\beta_4}}$$

No caso do β_4 , este é determinado para cada árvore por um procedimento iterativo que também pode ser feito com o auxílio do solver do Microsoft Excel. As condições para este modelo são: deve ser igual ao DI no ponto de inflexão, ser contínuo com a equação do topo e passar através do DAP na altura do peito.

O coeficiente β_3 garante a condição de que o diâmetro comercial passará pelo DAP, pois fazendo $d_b = DAP$ e desenvolvendo a equação da base depois igualando a equação para determinação do β_3 o que tem-se é que:

$$DAP = \frac{DAP}{DI} DI; \text{ e tem-se que } DAP = DAP \text{ ou no caso } d_b.$$

O coeficiente β_4 garante que as duas equações do topo e da base sejam contínuas no ponto de inflexão, isso ocorre quando a primeira derivada de cada equação é igual no ponto de inflexão.

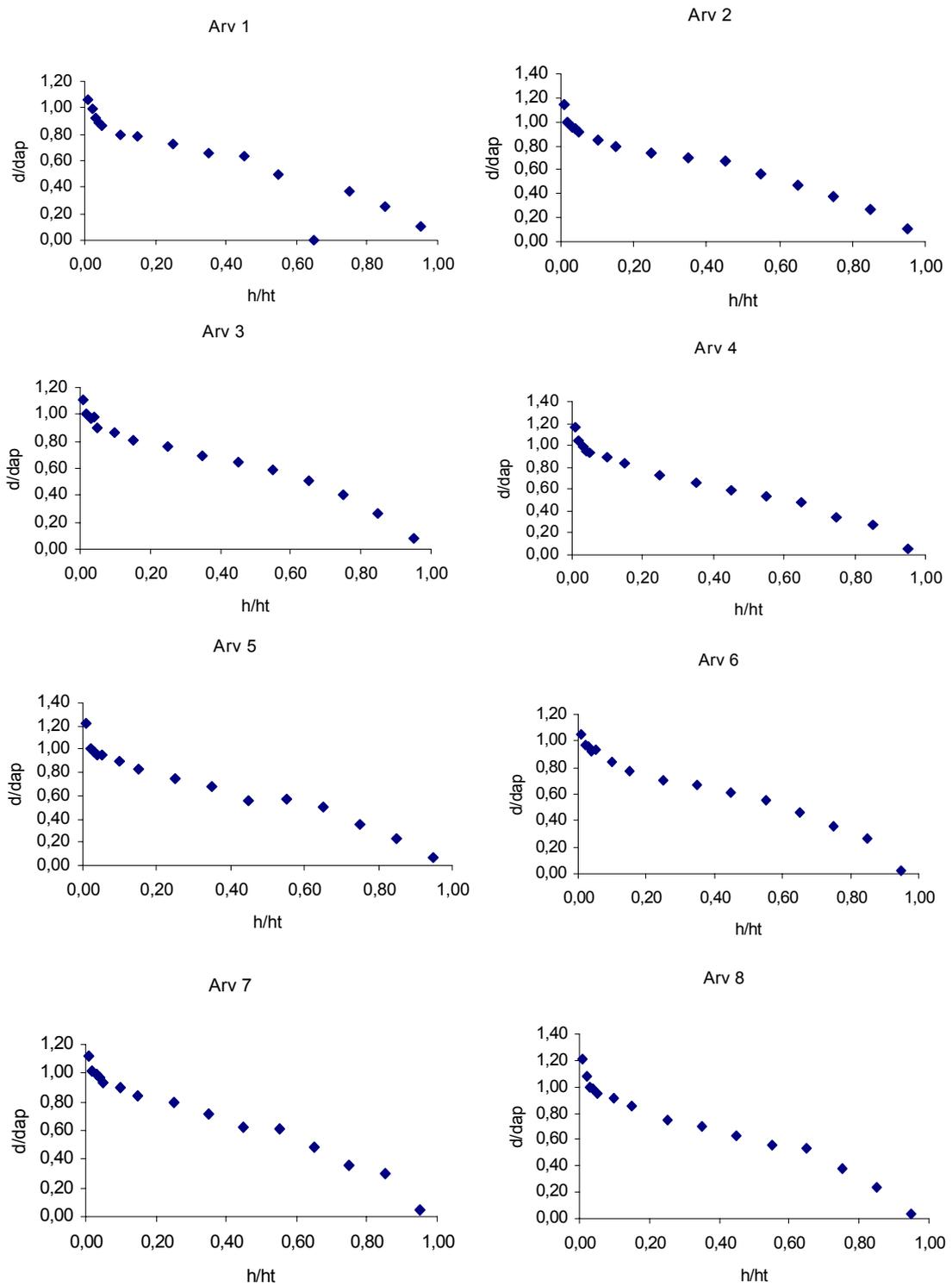
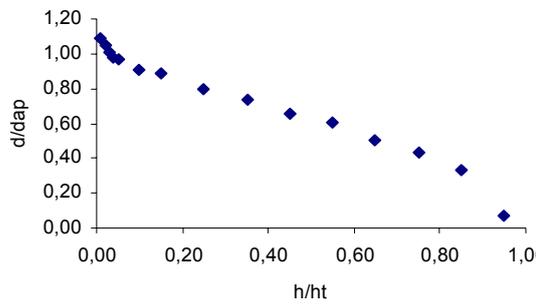


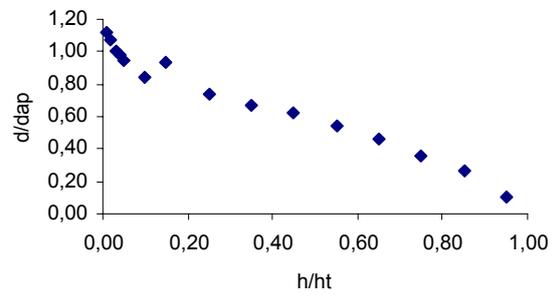
Figura – 1B Perfis das árvores-amostra plotados com os dados da cubagem.

continuação da figura 1B...

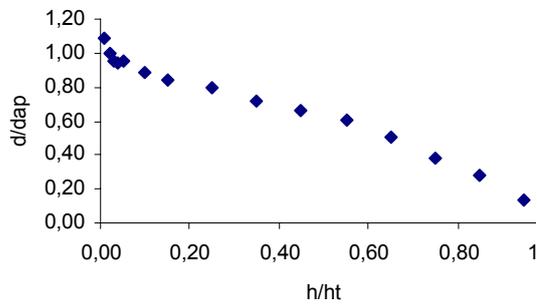
Arv 9



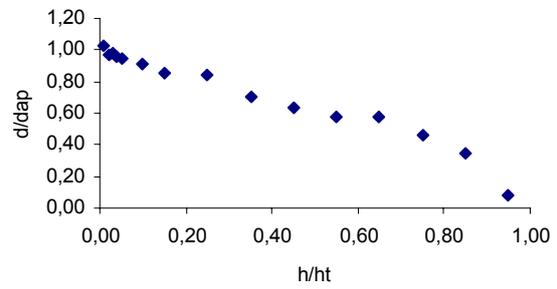
Arv 10



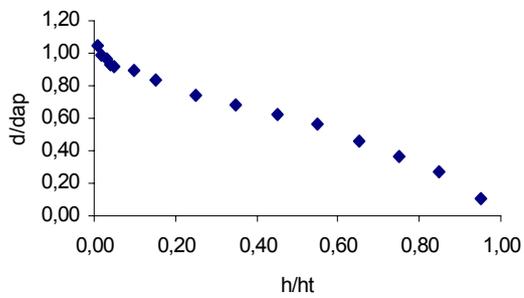
Arv 11



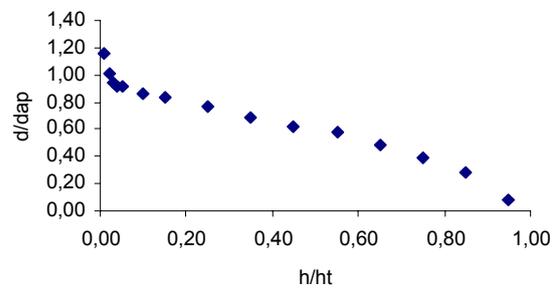
Arv 12



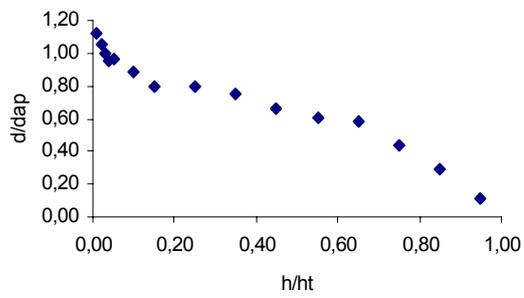
Arv 13



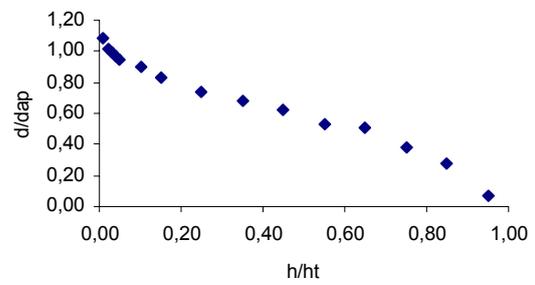
Arv 14



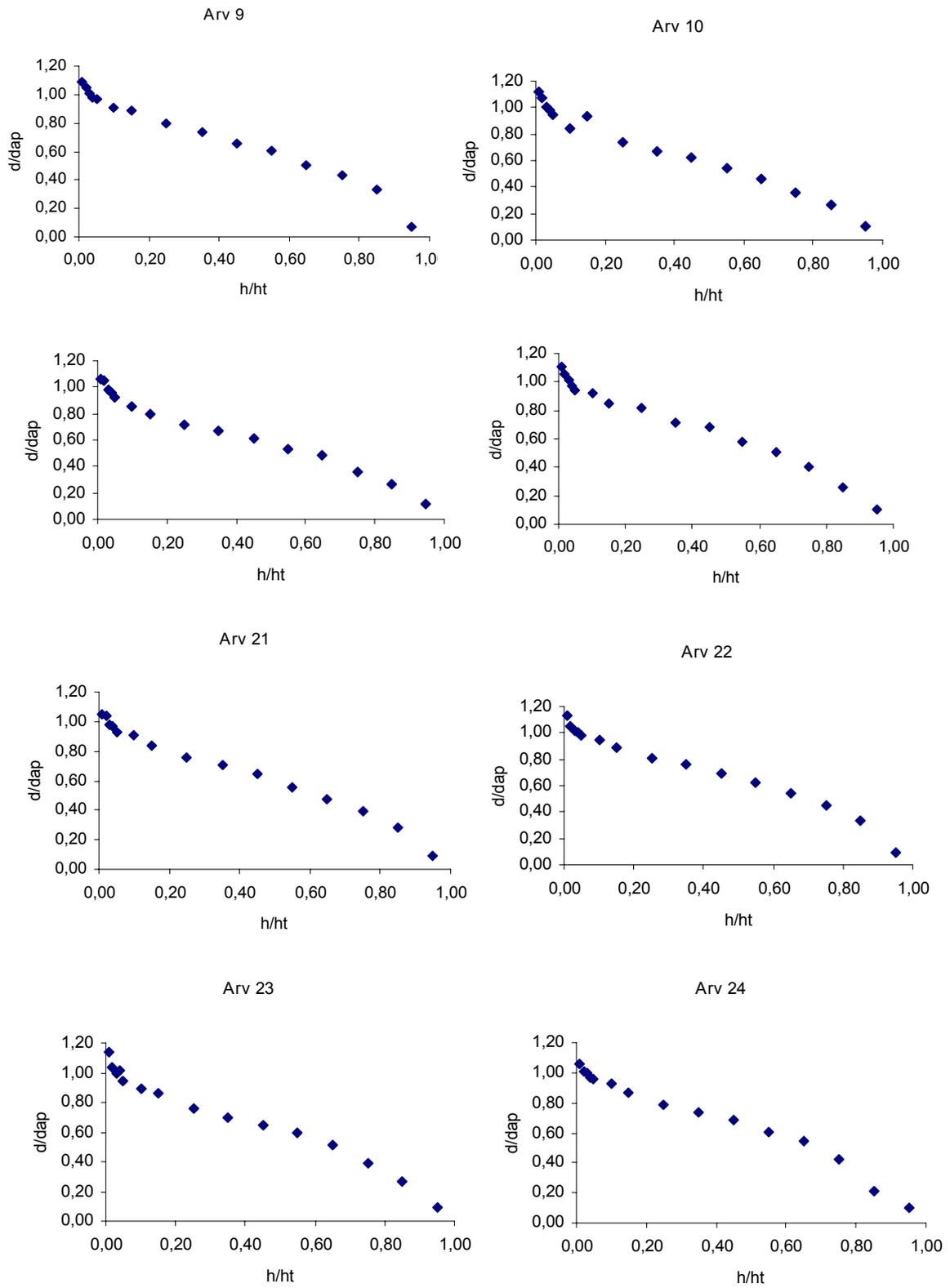
Arv 15



Arv 16

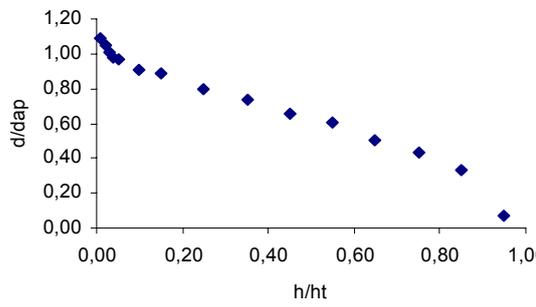


continuação da figura 1B...

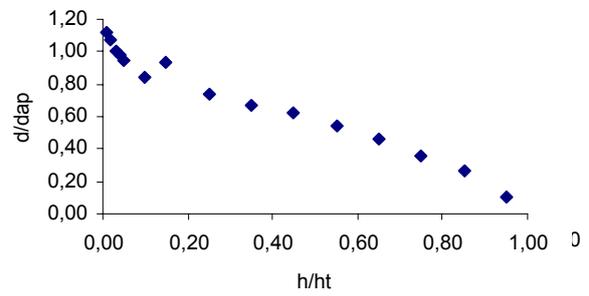


continuação da figura 1B...

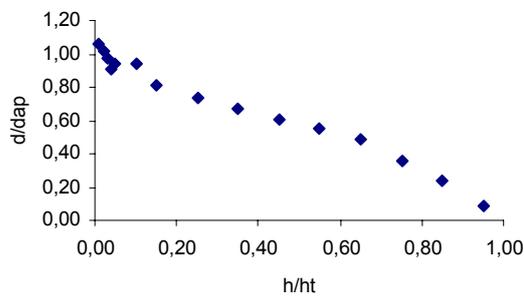
Arv 9



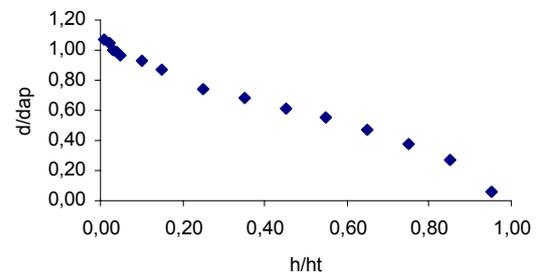
Arv 10



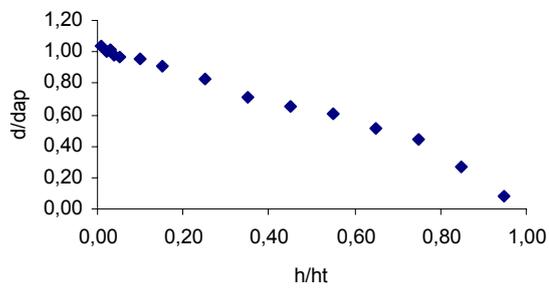
Arv 27



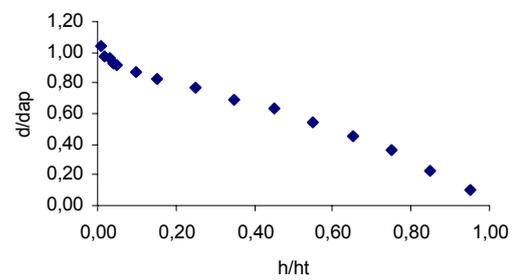
Arv 28



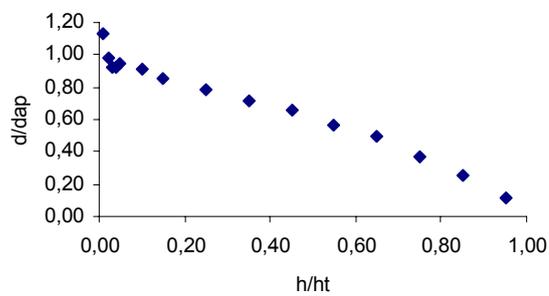
Arv 29



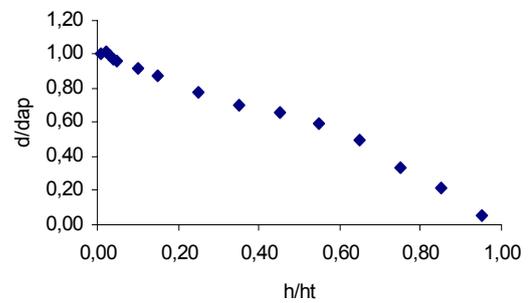
Arv 30



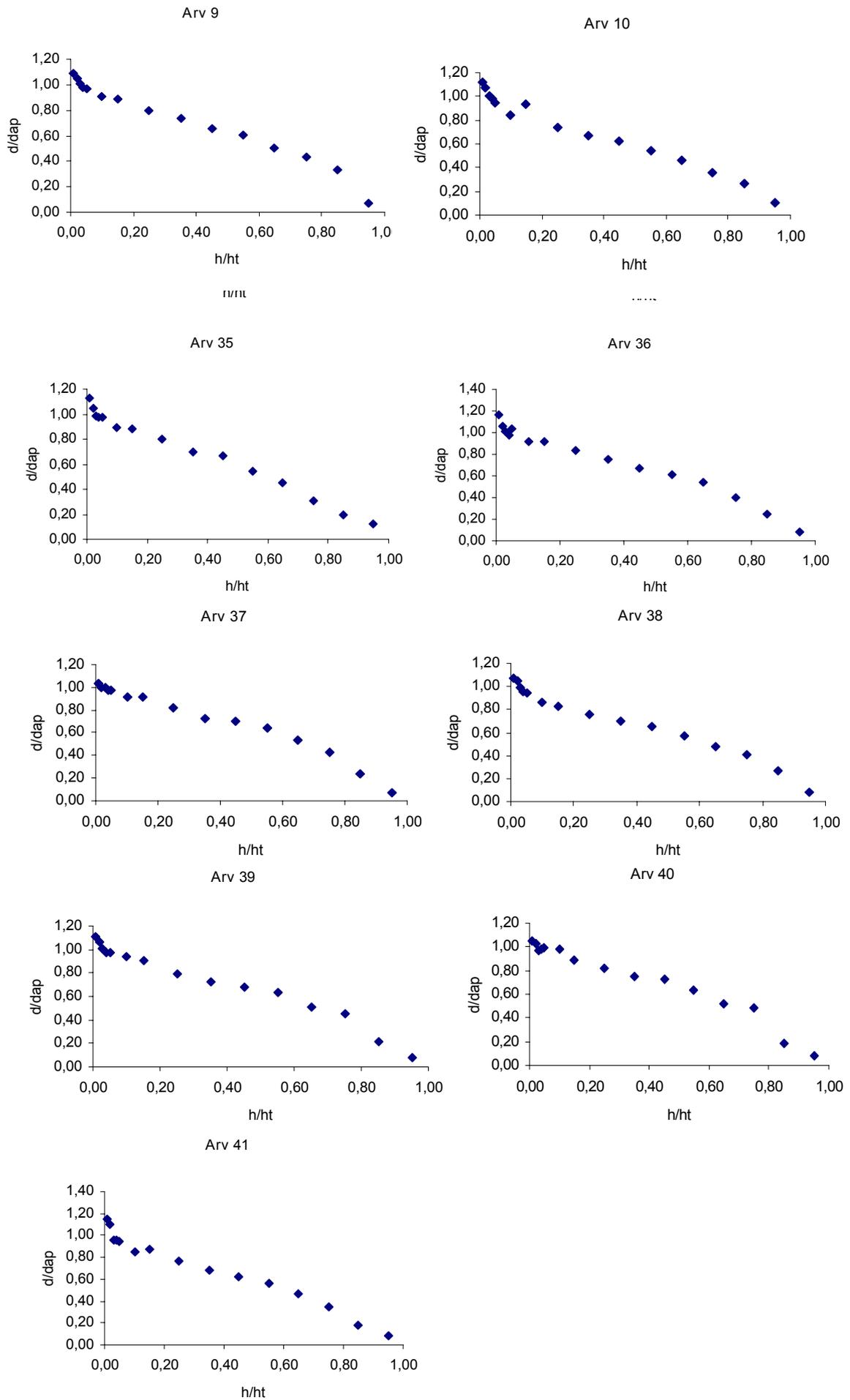
Arv 31



Arv 32



continuação da figura 1B...



ANEXO C

1. AJUSTE DO MODELO E DETERMINAÇÃO DOS PONTOS DE JUNÇÃO DO MODELO DE PARRESIL et al. (1987)

1.1. Ajuste do modelo

O ajuste foi feito através do software SAS que utilizou o método dos mínimos quadrados. A rotina de cálculo com a análise de variância é apresentada aqui:

```
*Rotina para o modelo polinomial segmentado segundo Parresol*/

/*The next series will fit the taper equation proposed by
Parresol,1987*/
/*and create fit statistics to be use for comparision with other
models.*/

options nodate nonumber;

data temp;
  set crt.dados;
  rel_ht=hi/ht;
  x=rel_ht;
  x2=rel_ht**2;
  if rel_ht=1 then delete;
run;

proc nlin method=marquardt;
  parms a1=0.88
        b1=2.817
        b2=-1.83
        b3=118
        b4=2.665;

  I1=0;
  I2=0;
  if x<=a1 then I1=1;
  if x<=a2 then I2=1;
  w1=b3*(a1-x)**2;
  w2=b4*(a2-x)**2;
  model di=dap*((b1*(x-1)+b2*(x2-1)+w1*I1+w2*I2)**.5);

  output out=crtlf p=destf r=resf;
proc sort data=crtlf;by hi;
run;
```

The SAS System
The NLIN Procedure

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Approx Pr > F
Regression	5	666078	133216	41396.3	<.0001
Residual	625	2011.3	3.2181		
Uncorrected Total	630	668089			
Corrected Total	629	99828.3			

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits	
a	0.8670	1.0915	-1.2764	3.0104
b1	2.3650	0.0427	2.2812	2.4489
b2	-1.6185	0.0590	-1.7344	-1.5026
b3	-600.1	265.1	-1120.7	-79.5243
b4	230.5	95.1550	43.6838	417.4

Approximate Correlation Matrix					
	a	b1	b2	b3	b4
a	1.0000000	0.3436342	-0.4373294	-0.8756354	0.8695730
b1	0.3436342	1.0000000	-0.9759788	-0.1582275	0.1553468
b2	-0.4373294	-0.9759788	1.0000000	0.2074188	-0.2035220
b3	-0.8756354	-0.1582275	0.2074188	1.0000000	-0.9999125
b4	0.8695730	0.1553468	-0.2035220	-0.9999125	1.0000000

1.2. Determinação dos Pontos de Junção do Modelo de Parresol et al. (1987)

O ponto de junção entre os polinômios atende as condições que são citadas em Parresol et al. (1987), que diz que a primeira e a segunda derivada dos polinômios sejam contínuas no ponto de junção entre esses polinômios, o que neste caso, se assemelha às restrições das funções splines.

Para encontrar o ponto de junção entre os polinômios o software SAS através da rotina computacional desenvolvida e dos valores iniciais usados como pontos de partida, faz a busca entre o ponto de união entre os dois polinômios do modelo.

7. CONCLUSÕES GERAIS

De acordo com as condições em que foram desenvolvidos os estudos, pode-se concluir que:

- para as equações obtidas através dos modelos não segmentados o de Biging é o que apresenta melhores resultados de uma forma geral, sendo o mais acurado para estimar a altura comercial, o volume comercial e os volumes das toras ao longo do fuste;
- as equações obtidas através dos modelos de Schoepfer, Hradetzky e Garay de maneira geral apresentam bons resultados;
- entre as equações obtidas através dos modelos segmentados o de Max & Bukhart é o que apresenta melhores resultados em todas variáveis à exceção do volume das toras entre 25% e 35% da altura total, portanto este é o modelo entre os segmentados mais recomendável nas condições em que foi conduzido este estudo;
- a equação obtida através do modelo de Demaerschalk & Kozak é depois de Max & Bukhart o que tem melhor desempenho e apresenta boas estimativas nas variáveis analisadas. A equação obtida através do modelo de Parresol et al. só apresenta boas estimativas para o volume de toras entre 25% e 35% e 35% e 45% da altura total;
- comparando-se as equações obtidas através dos modelos não segmentados com as equações obtidas através dos modelos segmentados, tanto na estimativa da altura comercial, volume comercial e volume para as toras, os não segmentados apresentam melhores resultados, dando destaque especial ao modelo de Biging que é melhor nas estimativas das variáveis citadas.