

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO  
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E NATURAIS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM PSICOLOGIA

SIRLEY TRUGILHO DA SILVA

SORTE? LÓGICA? MODELOS DE SIGNIFICAÇÃO E A NOÇÃO DE  
ACASO DE ADULTOS ALUNOS DO PROEJA

Vitória

2014

SIRLEY TRUGILHO DA SILVA

SORTE? LÓGICA? MODELOS DE SIGNIFICAÇÃO E A NOÇÃO DE  
ACASO DE ADULTOS ALUNOS DO PROEJA

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Psicologia do Centro de Ciências Humanas e Naturais da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para a obtenção do grau de Doutor em Psicologia, sob a orientação da Professora Doutora Claudia Broetto Rossetti.

UFES

Vitória, Agosto de 2014

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)  
(Biblioteca Central da Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

---

S586s Silva, Sirley Trugilho da, 1979-  
Sorte? Lógica? Modelos de significação e a noção de acaso  
de adultos alunos do Proeja / Sirley Trugilho da Silva. – 2014.  
236 f. : il.

Orientador: Claudia Broetto Rossetti.

Tese (Doutorado em Psicologia) – Universidade Federal do  
Espírito Santo, Centro de Ciências Humanas e Naturais.

1. Psicologia genética. 2. Psicologia do desenvolvimento. 3.  
Significação (Psicologia) – Modelos. 4. Educação de adultos. 5.  
Jogos eletrônicos. 6. Teoria dos jogos. I. Rossetti, Claudia  
Broetto. II. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro de  
Ciências Humanas e Naturais. III. Título.

CDU: 159.9

---

SORTE? LÓGICA? MODELOS DE SIGNIFICAÇÃO E A NOÇÃO DE ACASO DE

ADULTOS ALUNOS DO PROEJA

SIRLEY TRUGILHO DA SILVA

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dra. Claudia Broetto Rossetti (Orientadora)

Universidade Federal do Espírito Santo

---

Profa. Dra. Maria Thereza Costa Coelho de Souza

Universidade de São Paulo

---

Profa. Dra. Simone Chabudee Pylro

Universidade de Vila Velha

---

Profa. Dra. Cláudia Patrocínio Pedroza Canal

Universidade Federal do Espírito Santo

---

Prof. Dr. Sávio Silveira de Queiroz

Universidade Federal do Espírito Santo

Vitória, 29 de agosto de 2014.

## AGRADECIMENTOS

*Há pessoas que nos fazem voar.*

*A gente se encontra com elas e leva um bruto susto.*

*Primeiro, porque o vento começa a soprar dentro da gente, e de lá,*

*de cantos escondidos de nossas montanhas e florestas internas,*

*aves selvagens começam a bater as asas,*

*e a gente não sabia que tais entidades mágicas moravam dentro de nós,*

*e elas nos surpreendem, e nós nos descobrimos mais selvagens,*

*mais bonitos, mais leves, com uma vontade incrível de subir até as alturas,*

*saltando, saltando de penhascos, pendurados numa asa-delta*

*(Acho que o nome disso é fé).*

*Rubem Alves*

### *À família*

Agradeço pela paciência e apoio constantes de meu esposo e pelo milagre compartilhado em nossa filha, a quem sou devedora por todas as horas em que precisei me ausentar para trabalhar neste projeto.

A minha mãe devo não apenas a vida, mas a valorização dos estudos e o apoio afetuosos e práticos no cotidiano, desde a infância e ainda hoje, pelo que lhe sou eternamente grata.

Doze anos atrás, por ocasião de minha formatura, fui agraciada com um carimbo em que meu pai mandou gravar: “Dra. Sirley Trugilho / Psicóloga”. Agradei, mas disse-lhe que não poderia aceitar esse título naquele momento, mas que um dia cursaria o doutorado para fazer jus a ele. Dou graças a Deus por permitir que

ele pudesse presenciar meu ingresso no curso e por todo o incentivo que em sua vida sempre tive para o aprimoramento constante. Graças e saudades.

*À professora orientadora*

Claudia Broetto Rossetti, pela motivação e orientação num percurso que se iniciou no Estágio Supervisionado na Graduação, passando pelo Mestrado e até esse momento, em uma relação não apenas de ensino e aprendizagem, mas de desenvolvimento. Obrigada!

*Aos componentes da banca*

Agradeço à professora Maria Thereza Costa Coelho de Souza especialmente pela disponibilidade de vir a Vitória e pela apresentação e o compartilhamento do software *Missão Cognição*.

À professora Simone Chabudee Pylro, agradeço especialmente pelo companheirismo no mestrado e doutorado, pelo estímulo a me aventurar no doutorado e pelas inúmeras contribuições na construção do projeto que resulta nesta tese.

Sou grata à professora Cláudia Patrocínio Pedroza Canal pela disposição de ler criticamente este texto, cooperando para as reflexões necessárias e por indiretamente contribuir para a construção dos parâmetros de análise.

Ao professor Sávio Silveira de Queiroz, que juntamente com o professor Antônio Carlos Ortega participou da banca de qualificação desta tese, e também de minha banca no mestrado, sou grata por todas as observações sempre muito pertinentes.

*À equipe e aos colegas do Programa de Pós-Graduação em Psicologia*

Sou grata a todos os professores do Programa que sempre me estimularam não apenas a conhecer, mas a ir além, fornecendo oportunidades para tanto ao longo do meu processo de formação.

Agradeço aos colegas do curso, em especial a Hugo Cristo pela parceria no desenvolvimento do jogo Soma dos Dados e pelas reflexões teóricas, mesmo pelo *facebook*, bem como às amigas Milena Fiorim de Lima e Andreia Mansk Boone Salles, companheiras desde a graduação, pelo incentivo mesmo nas horas de dúvidas, por tudo que compartilhamos e pela oportunidade de crescermos juntas.

Aos colegas do grupo de orientação, pela ajuda mútua nas leituras e releituras, escritas e reescritas, dividindo sucessos e fracassos, alegria e sofrimento, sou muito grata aos que conosco conviveram nesses quatro anos e meio de percurso.

À secretária do programa, Maria Lucia Ribeiro Fajóli, por seu atendimento sempre prestativo e sua habilidade e carinho na escuta.

*À equipe e aos colegas do Ifes*

À equipe do Núcleo de Gestão Pedagógica do Ifes pela paciência, compreensão e colaboração, obrigada! Entre esses, particularmente a Leessanny Carlesso dos Santos Lirio e a Edna Graça Scopel pela acolhida no curso e prestatividade em tudo que se fez necessário para a coleta. Edna, sem seu auxílio essa pesquisa não teria sido possível, obrigada! Também gostaria de agradecer a Camila Caminoti Brunhara, estagiária no núcleo e auxiliar de pesquisa indispensável e prestimosa na coleta e transcrição dos dados. Obrigada!

Aos companheiros de outros setores do Ifes, em especial à Terezinha de Jesus Lyrio Loureiro, colega psicóloga e amiga, que nos ajudaram em nossas reflexões e lidares, apoiando e incentivando sempre nossa caminhada, mesmo nas situações mais difíceis, obrigada!

Agradeço a equipe de gestão do campus Vitória, pelo apoio e compreensão sempre que foi preciso.

Aos docentes do curso que colaboraram para a realização da coleta de dados, sou muito agradecida.

Agradeço, finalmente e de forma mais especial, aos alunos que participaram desta pesquisa, que se dispuseram a compartilhar do pouco tempo que dispunham para colaborar conosco, obrigada!

*A todos que de alguma forma me auxiliaram nesse projeto, mesmo não sendo aqui citados, muito obrigada!*

## SUMÁRIO

RESUMO .....	12
ABSTRACT.....	14
RÉSUMÉ .....	16
1. APRESENTAÇÃO .....	19
1.1 Objetivos da Tese.....	35
1.1.1 <i>Objetivo Geral</i> .....	35
1.1.2 <i>Objetivos Específicos</i> .....	35
1.2 Aspectos Metodológicos da Tese.....	36
1.2.1 <i>Contexto e Participantes</i> .....	36
1.2.2 <i>Instrumentos e Procedimentos</i> .....	38
1.2.3 <i>Aspectos de Organização da Tese</i> .....	41
2. PRIMEIRO ESTUDO - MODELOS DE SIGNIFICAÇÃO E REPRESENTAÇÕES PRÉVIAS: IMPLICAÇÕES NO DESENVOLVIMENTO ADULTO .....	43
2.1 Resumo .....	44
2.2 Abstract.....	45
2.3 Introdução .....	45
2.4 Representações prévias e equilibração na aprendizagem e desenvolvimento adulto.....	47
2.5 Modelos de significação na aprendizagem e desenvolvimento adulto .....	54
2.6 Conclusão.....	61
2.7 Referências.....	62
3. SEGUNDO ESTUDO - PROCEDIMENTOS E SIGNIFICAÇÕES DE ALUNOS DO PROEJA EM UM JOGO DE COMPUTADOR SOBRE COMBINAÇÕES .....	67
3.1 Resumo .....	68
3.2 Abstract.....	69
3.3 Introdução .....	69
3.4 Método .....	75
3.4.2 <i>Participantes</i> .....	75
3.4.2 <i>Instrumentos</i> .....	76
3.4.3 <i>Procedimentos</i> .....	82
3.4.4 <i>Análise de Dados</i> .....	84
3.5 Resultados .....	85

3.6 Considerações finais .....	105
3.7 Referências.....	106
4. TERCEIRO ESTUDO - “ESSE JOGO NÃO TEM LÓGICA!” NOÇÃO DE PROBABILIDADE E SIGNIFICAÇÕES DE ADULTOS NO PROEJA.....	111
4.1 Resumo .....	112
4.2 Abstract.....	113
4.3 Introdução .....	114
4.4 Método.....	123
4.4.1 <i>Participantes</i> .....	123
4.4.2 <i>Instrumentos</i> .....	123
4.4.3 <i>Procedimentos</i> .....	128
4.5 Resultados e Discussão .....	129
4.6 Considerações finais .....	145
4.7 Referências.....	147
5. QUARTO ESTUDO - MODELOS DE SIGNIFICAÇÃO E SUA RELAÇÃO COM A COMPREENSÃO DO ACASO POR ADULTOS .....	152
5.1 Resumo .....	153
5.2 Abstract.....	154
5.3 Introdução .....	155
5.4 Método.....	168
5.5 Resultados e Discussão .....	170
5.6 Considerações Finais .....	187
5.7 Referências.....	188
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	192
7. REFERÊNCIAS DA TESE .....	209
APÊNDICES.....	215
Apêndice A. Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.....	216
Apêndice B. Questionário sobre familiaridade com computador e prática de jogos de computador .....	218
Apêndice C – Classificação em níveis dos participantes no jogo <i>LikidGaz</i> .....	220
Apêndice D – Classificação em níveis nas tabelas de desempenho referentes ao jogo <i>Lucky Cassino</i> .....	222
Apêndice E - Classificação em níveis nas tabelas de desempenho referentes ao jogo <i>Soma dos Dados</i> .....	226
Apêndice Digital – Registro das transcrições, planilhas eletrônicas dos jogos e tabelas de análise de dados. ....	232

ANEXOS .....	233
Anexo A – Descrição dos níveis de compreensão do jogo <i>Lucky Cassino</i> (Pylro, 2012, p. 189-191) .....	234

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Classificação dos participantes e desempenho nas partidas e situações-problema .....	132
Tabela 2 – Distribuição do espaço amostral do resultado da soma de dois dados.....	164
Tabela 3 - Classificação em níveis dos participantes nas 1ª partida e 1ª parte das situações-problema no jogo <i>LikidGaz</i> .....	220
Tabela 4 - Classificação em níveis dos participantes na 2ª partida do no jogo <i>LikidGaz</i> e 2 últimas situações-problema .....	221
Tabela 5 – Níveis de compreensão do jogo, tipificação e quantificação dos erros.....	222
Tabela 6 – Procedimentos e observações individuais durante cada partida e nível do jogo <i>Soma dos Dados</i> .....	227

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tela inicial do jogo <i>Likid Gaz</i> .....	77
Figura 2 - Quadro com as cinco situações-problema do jogo <i>LikidGaz</i> .....	81
Figura 3 – Modelo ilustrativo do processo de abstração reflexionante.....	119
Figura 4 – Jogo <i>Lucky Cassino</i> (print de tela) .....	124
Figura 5 – Situações-problema do jogo <i>Lucky Cassino</i> .....	127
Figura 6 – Conjunto de telas do jogo <i>Soma dos Dados</i> .....	166
Figura 7 – Situação-problema 5 do jogo <i>Soma dos Dados</i> .....	169

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Exemplo de registro de uma partida do <i>Likid Gaz</i> na planilha eletrônica subjacente ao jogo .....	80
Quadro 2 - Resumo dos modelos de significação e condutas no jogo .....	99
Quadro 3 - Exemplo de parte do registro de uma partida do <i>Lucky Cassino</i> na planilha eletrônica...	126
Quadro 4 - Acurácia das respostas e julgamento das situações-problemas apresentadas. ....	225
Quadro 5- Respostas e julgamento das situações-problemas apresentadas.....	231

Silva, Sirley Trugilho da. *Sorte? Lógica? Modelos de significação e a noção de acaso de adultos alunos do Proeja*. Vitória, 2014. 236p. Tese de Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Psicologia, Centro de Ciências Humanas e Naturais, Universidade Federal do Espírito Santo.

## RESUMO

Esta tese se propôs investigar a lógica inferencial das ações e suas significações em situações que mobilizam as noções de composição probabilística e acaso, bem como o papel dos modelos de significação no funcionamento cognitivo de adultos. Participaram 12 estudantes adultos jovens da classe popular, voluntários, de ambos os sexos, de um curso técnico integrado ao Ensino Médio da Educação de Jovens e Adultos. Foram realizados três encontros, individualmente, com registro em áudio e planilha eletrônica, utilizando-se dois jogos, o *Likid Gaz* e o *Lucky Cassino*, do software *Missão Cognição* (Haddad-Zubel, Pinkas & Pécaut, 2006), e o jogo *Soma dos Dados* (Silva, Rossetti & Cristo, 2012). Os procedimentos da tarefa foram adaptados de Silva e Frezza (2011): 1) apresentação do jogo; 2) execução do jogo; 3) entrevista semiestruturada; 4) aplicação de três situações-problema com intervenção segundo o Método Clínico; 5) nova partida do jogo; e 6) realização de outras duas situações-problema sem intervenção do Método Clínico. Elaboraram-se níveis de análise heurística, compreensão dos jogos e modelos de significação a partir da identificação de particularidades de procedimentos e significações nos jogos. O primeiro estudo examinou as implicações dos modelos de significação e representações prévias no pensamento do adulto, considerando que o sujeito organiza suas representações ou esquemas prévios relativos a um objeto na forma de modelos de significação em função do grau de complexidade e novidade da tarefa e de sua estrutura lógico matemática, que evoluem por meio do processo de equilíbrio; para o que precisa da demanda a significar esse aspecto da

realidade. O segundo estudo investigou a noção de combinação deduzível evidenciada no jogo *Likid Gaz*, identificando o papel dos modelos de significação na escolha dos procedimentos, implicando na rejeição de condutas de sistematização ou enumeração. Houve predominância dos níveis iniciais de análise heurística do jogo. O terceiro estudo examinou a noção de probabilidade observada no jogo *Lucky Cassino*, no qual a maioria dos participantes teve um nível de compreensão do jogo intermediário, com maior diversidade de modelos de significação em relação aos outros jogos, embora com predominância dos mais elementares. A síntese das noções de combinação, probabilidade e acaso foi explorada no quarto estudo pelo jogo *Soma dos Dados* (Silva, Rossetti & Cristo, 2012), identificando-se que uma limitação para adequada compreensão das ligações imbricadas nessas noções é a implicação significativa – se aleatório A, então indeterminado  $\neg D$  (notação  $A \rightarrow \neg D$ ), com construção de pseudonecessidades e pseudo-obrigações ou mesmo necessidades locais, generalizadas inapropriadamente. A resistência ou obstáculos do objeto deveria provocar perturbações, mas a estrutura cognitiva, o ambiente social e os modelos culturais, e a afetividade podem interferir nesse processo.

Palavras-chave: Psicologia Genética. Desenvolvimento Adulto. Modelos de significação. Acaso. Jogos de Computador.

Silva, Sirley Trugilho da. *Luck? Logic? Models de Signification and the notion of chance in adult students of Proeja*. Vitória, 2014. 236p. Doctoral Dissertation – Graduate Program in Psychology, Center for Human and Natural Sciences, Federal University of Espírito Santo.

## ABSTRACT

This thesis set out to investigate the inferential logic of actions and their meanings in situations that mobilize notions of probabilistic composition and chance, as well as the role of models of meaning in adults' cognitive functioning. The participants were young adults of the working class, volunteers, of both sexes, students of a technical course integrated into Secondary Education for Youth and Adults. Three meetings were held individually, recorded in audio and in an electronic spreadsheet, using two games, *Likid Gaz* and *Lucky Cassino*, from the software *Mission Cognition* (Haddad-Zubel, Pinkas & Pécaut, 2006) and a game *Two Dice Sum*, developed for the research. The procedures of the task were adapted from Silva and Frezza (2011): 1) presentation of the game; 2) game play; 3) semi-structured interview; 4) application of three problem-situations with intervention according to the Clinical Method; 5) new match; and 6) completing two other problem-situations without intervention by the Clinical Method. Levels of heuristic analysis, understanding of games and models of signification were elaborated by identifying particulars of procedures and meanings in the games. The first study examined the implications of the models of signification and previous representations in adult thought, considering that the subject organizes his/hers representations or previous schemes for an object in the form of models of signification depending on the degree of complexity and novelty of the task and his/hers logical mathematical structure, which evolve by the process of equilibration; for which he/she needs the demand to significate that aspect of reality. The second study investigated the notion of the deductible combination evidenced in the game *Likid Gaz*, identifying the role of

models of signification in the choice of procedures, implying the rejection of conducts of systemization or enumeration. There was a predominance of the initial levels in the heuristic analysis of the game. The third study examined the notion of probability observed in the game *Lucky Casino* in which most participants had an intermediate level of understanding of the game, with greater diversity of models of signification in relation to other games, but with predominance of the most elementary. The synthesis of the notions of combination, probability and chance was explored in forth study by the *Two Dice Sum* game, identifying that a limitation for proper understanding of these intertwined notions connections is the significant implication – if random A, then undetermined  $\neg D$  (notation  $A \rightarrow \neg D$ ), with construction of pseudonecessities and pseudo-obligations or even local needs, inappropriately generalized. The objects resistance or obstacles should cause disturbances, but the cognitive structure, social environment and cultural models, and affection can interfere within this process.

Keywords: Genetic Psychology. Adult Development. Models of Signification. Chance. Computer Games.

Silva, Sirley Trugilho da. *Chance? Logique? Les modèles de signification et la notion du hasard d'adultes étudiants de Proeja*. Vitória, 2014. 236p. Thèse de Doctorat – Programme de Spécialisation en Psychologie, Center de Sciences Humaines et Naturelles, Université Fédérale de Espírito Santo.

## RÉSUMÉ

Cette thèse se propose à investiguer la logique inférentielle des actions et leurs significations lors de situations qui entraînent les notions de composition de probabilité et hasard, tel que le rôle des modèles de signification en ce qui concerne le fonctionnement cognitive des adultes. Douze étudiants de classe populaire, hommes et femmes, d'un lycée technique pour jeunes et adultes, ont participé volontairement à cette recherche. Trois rendez-vous ont été faits, individuellement, avec des enregistrements audio et des grilles électroniques. Deux jeux ont été utilisés: le *Likid Gaz* et le *Lucky Cassino*, du logiciel *Missão Cognição* (Haddad-Zubel, Pinkas & Pécaut, 2006), et le jeu *Soma dos dados* (Silva, Rossetti & Cristo, 2012). Les procédures de la tâche ont été adaptés de Silva et Frezza (2011): 1) présentation du jeu; 2) exécution du jeu; 3) entretien semi-structuré; 4) application de trois situations-problème, avec intervention selon la Méthode Clinique; 5) nouvelle partie du jeu; et 6) réalisation de deux autres situations-problème sans intervention de la Méthode Clinique. Des niveaux d'analyse heuristique, compréhension des jeux et modèles de signification ont été élaborés à partir de l'identification des particularités des procédures et significations dans les jeux. Le premier étude a examiné les implications des modèles de signification et représentations préalables dans la pensée de l'adulte, en considérant que le sujet organise ses représentations ou schémas préalables par rapport à un objet sous la forme de modèles de signification en fonction du degré de complexité et nouveauté de la tâche, bien que de sa structure logique mathématique, qui évoluent par le processus d'équilibration, pour cela le sujet a besoin de la demande à

signifier cet aspect de la réalité. Le deuxième étude a recherché la notion de combinaison déductible évidencié dans le jeu *Likid Gaz*, en identifiant le rôle des modèles de signification lors du choix des procédures, ce qui amène à la réjection de conduites de systématisation et énumération. Il y avait une prédominance des niveaux initiales d'analyse heuristique dans ce jeu. Le troisième étude a examiné la notion de probabilité observée dans le jeu Lucky Casino, dont la majorité de participants ont eu un niveau intermédiaire de compréhension du jeu, avec plus de diversité de modèles de signification en relation aux autres jeux, bien que les plus élémentaires on prédominé. La synthèse des notions de combinaison probabilité et hasard a été exploré lors du quatrième étude par le jeu Soma dos Dados (Silva, Rossetti & Cristo, 2012), en identifiant qu'une limitation pour la compréhension adéquate des liaisons imbriquées dans ces notions est l'implication signifiant – si aléatoire A, alors indéterminé  $\neg D$  (notation  $A \rightarrow \neg D$ ), avec la construction de pseudo-nécessités et pseudo-obligations, ou même des nécessités locales, généralisées de façon inapproprié. La résistance ou les obstacles de l'objet devait provoquer des perturbations, mais la structure cognitive, l'environnement social et les modèles culturels, et l'affectivité, peuvent interférer dans ce processus.

Mots-clés: Psychologie Génétique, Développement Adulte, Modèles de Signification, Hasard, Jeux d'ordinateur.

*“A inteligência se estrutura funcionando”*

(Piaget no prefácio do livro de A. Rey *L'intelligence pratique...*)

*“O acaso é um conceito mais fundamental do que a causalidade.”*

(Max Born, 1948)

## 1. APRESENTAÇÃO

Grande parte de nosso cotidiano envolve tomada de decisões baseadas em considerações probabilísticas. Ao pensar em que roupa devemos vestir pela manhã, abrimos a janela e verificamos como está o tempo, observamos a quantidade de nuvens no céu, consideramos a estação do ano e a previsão meteorológica que ouvimos na noite anterior e fazemos, então, nosso próprio prognóstico se o dia será quente ou frio, chuvoso ou ensolarado. Esse processo que não leva mais do que poucos segundos (dependendo da agenda do dia!), fundamenta uma decisão que determinará se ficaremos em uma situação de conforto térmico ou se sentiremos frio ou calor nas próximas horas. Apesar de todo avanço da ciência meteorológica não é possível fazer uma previsão do tempo com 100% de acurácia. Ainda assim, costumamos acertar mais do que errar.

Outras tantas vezes, no entanto, nesse e em outros contextos, nossas ações demonstram concepções e aplicações errôneas das noções de aleatoriedade e probabilidade. Assim é que todos os anos milhares de brasileiros apostam na Mega Sena, mesmo que a chance de se fazer uma sena em uma única aposta de acordo com informação disponibilizada pela Caixa Econômica Federal seja de uma em 50.063.860. Frequentemente procedimentos ou cálculos usados pelos jogadores parecem até fundamentados em conceitos científicos, por exemplo, quando o apostador considera as dezenas que saíram mais ou menos vezes para fazer sua aposta. Uma análise mais cuidadosa observando a teoria da probabilidade, no entanto, revela a incorreção desse procedimento específico, pois resultados anteriores não determinam resultados futuros em um jogo aleatório, já que os eventos nesse caso são governados pelo acaso.

Até mesmo matemáticos podem cometer erros ao avaliar problemas do dia a dia que envolvem situações probabilísticas, como exemplificado por Mlodinow (2009) em sua exposição e explicação da reação popular à análise de Marilyn von Savant do paradoxo de

Monty Hall, do programa *Let's make a deal*<sup>1</sup>. Nesse programa, havia um prêmio escondido atrás de uma das três portas apresentadas, devendo o participante escolher a porta na qual acreditava estar o prêmio. Tipicamente após a primeira escolha, o apresentador abria uma das portas não escolhidas, mostrando que o objeto desejado não se encontrava nela, e perguntava se o competidor gostaria de trocar a porta escolhida. Ao ser indagada sobre se seria mais vantajoso trocar de porta, permanecer com a primeira escolhida, ou se era indiferente, Savant respondeu que era mais vantajoso trocar de porta, o que até mesmo o Paul Érdos, um dos maiores matemáticos do século contestou.

Ora, explica Mlodinow (2009), inicialmente havia a mesma chance do prêmio estar em qualquer porta ( $1/3$  para cada). No entanto, quando o apresentador abria uma das portas para mostrar que o prêmio não estava nela, o evento deixava de ser completamente aleatório, pois ele sabia que não havia nada ali. Se a pessoa houvesse “chutado” na porta certa da primeira vez, continuava tendo  $1/3$  de chance de acertar. No entanto, ela teria  $2/3$  de chance de ter “chutado” na porta errada em sua primeira escolha, ou seja, a chance de ela haver errado é o dobro da probabilidade de ela ter acertado. Uma vez que o evento não era mais aleatório devido a intervenção do apresentador, era mais vantajoso que o convidado modificasse sua escolha inicial.

No entanto, mesmo após essa explicação o autor supracitado relata ser muito comum que haja certa relutância na aceitação do argumento apresentado, mesmo porque há considerável chance de o evento considerado mais provável não ocorrer, pois a incerteza quando aos resultados é característica do próprio conceito de probabilidade.

É frequente o relato de professores acerca do insucesso no ensino da Teoria de Probabilidades na escola, pois além de intuições errôneas persistirem após as aulas, (e aqui há implicações mais sérias), mesmo pessoas que conseguiram aprender a teoria com sucesso,

---

<sup>1</sup> Programa que estreou na TV americana em 1963 e se espalhou pelo mundo.

escolhem não usá-la em situações do cotidiano, como por exemplo, em situações de jogo (Prediger, 2008).

Ora, considerando que para Piaget o desenvolvimento explica a aprendizagem, que é função daquele, uma vez que a estrutura cognitiva não é apenas o resultado da experiência física e não pode ser obtida por reforço externo, sendo alcançada pelo processo de equilíbrio interna, ou seja, por autorregulação (Piaget, 1972), talvez seja possível relacionar a dificuldade de aprendizagem desse conteúdo a uma questão de desenvolvimento, uma vez que o pensamento probabilístico a nível científico requer as chamadas noções combinatórias, características do período operatório formal, último dos estágios do desenvolvimento humano (Piaget & Inhelder, 1976).

No entanto, muitos autores entendem que a hipótese defendida por Piaget valoriza demasiadamente o papel das estruturas cognitivas em detrimento da educação e da cultura no desenvolvimento humano, e que esta seria uma limitação profunda desse quadro teórico (Lourenço, 1994). Como resultado dessas críticas ferrenhas, se no passado certa parte da pedagogia se apropriou da teoria piagetiana dos estágios de desenvolvimento cognitivo para organizar uma estrutura curricular baseada na idade, relacionando-a ao nível de desenvolvimento e conferindo-lhe uma ênfase que não estava presente na teoria, hoje se observa um movimento contrário na educação, o de buscar antecipar cada vez mais o ensino e aprendizagem dos conteúdos, provavelmente também em resposta às pesquisas que supostamente “provariam” que Piaget subestimou a capacidade cognitiva das crianças (Lourenço, 1994).

Acompanhando essa tendência, no Brasil busca-se situar o ensino de conteúdos relacionados à teoria das probabilidades no currículo de matemática a partir do 2º ciclo do Ensino Fundamental. No entanto, a necessidade de mais pesquisas para embasar o *Plano Curricular Nacional* (PCN) de 1997 no que se refere ao bloco *Tratamento de Informações*

indicados a integrar o currículo da escola básica é ressaltada, por exemplo, pelo grupo de pesquisa sobre Processo de Ensino e Aprendizagem em Matemática (Peamat) da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) em seu projeto de pesquisa *Processo de ensino e aprendizagem envolvendo raciocínio estatístico e probabilístico*<sup>2</sup>.

Contudo, pouco se faz referência a questões do desenvolvimento humano, ou mesmo ao funcionamento do pensamento em investigações dessa área. Buscando nos grupos de pesquisa cadastrados na Plataforma Lattes, encontrou-se apenas o *Sigma-T Pesquisa e Desenvolvimento em Educação Matemática* com uma linha de pesquisa sobre o Modelo de Campos Semânticos (Vergnaud, 1990) em sua relação com a produção de significados e a probabilidade. A maioria dos grupos procura examinar métodos de ensino, sequências didáticas, e outros fatores ligados mais diretamente ao ensino.

Seria possível a aprendizagem e compreensão plena desse conteúdo antes da construção das noções combinatórias, como parece defender a posição da educação matemática atual? Investigando sistematicamente a influência da aprendizagem na aquisição de estruturas relativas às operações concretas no livro *Aprendizagem e conhecimento*, Piaget e Gréco (1959/1974) constataram que a aprendizagem produz, no máximo, e apenas em um número muito restrito de sujeitos, a construção de uma estrutura apenas parcial e não generalizável, concluindo que:

a aprendizagem exerce a atividade do sujeito num conteúdo de intuições, que ela torna mais móveis, e que permite articular umas às outras. A passagem à operação, quer dizer, à estrutura de conjunto, exigiria alguma coisa a mais [...] basta-nos supor que é necessário, para que a estrutura seja acabada, quer dizer “fechada”, alguma coisa a mais ou algo diferente da repetição de um exercício referente a conteúdos específicos. (Piaget e Gréco, 1959/1974, p. 235).

---

<sup>2</sup> <http://www.pucsp.br/pensamentomatematico/peamat.html>

Ou seja, segundo essa posição, a atividade do sujeito na aprendizagem dos conceitos ligados à probabilidade estaria relacionada as suas intuições probabilísticas, que poderiam por meio do ensino tornarem-se mais flexíveis e interligadas, no entanto, elas não estariam reunidas ainda em um sistema, com tudo o que isso implica.

Há diversas tentativas de se explicar a dificuldade na realização de tarefas do cotidiano que mobilizam o pensamento probabilístico mesmo após aprendizagem formal. Mlodinow (2009) propõe que esta poderia ser uma questão evolutiva, que teria priorizado o desenvolvimento do pensamento determinista, em prejuízo do probabilístico. Prediger (2008), por sua vez, afirma que as intuições probabilísticas e conhecimentos anteriores ao ensino escolar coexistiriam com o conhecimento científico adquirido na escola, sendo aplicados conforme o contexto. Investigando crianças que haviam estudado sobre a Teoria das Probabilidades em sua classe de matemática, Prediger (2008) verificou na prática de jogos com seus alunos que estes usaram predominantemente suas intuições e conhecimentos anteriores, ao invés dos conceitos e procedimentos que haviam aprendido na escola.

Segundo essa autora, a permanência do uso das intuições de probabilidade após o ensino formal no jogo de dados explica-se pelo fato de a Teoria das Probabilidades funcionar de acordo com a lei dos grandes números, não predizendo com certeza os resultados em uma pequena quantidade de lançamentos. Assim, as respostas intuitivas continuariam a ser funcionais para o sujeito em suas situações cotidianas e por isso seriam tão persistentes.

No entanto, se observarmos os experimentos sobre a origem da noção de acaso desenvolvidos por Piaget e Inhelder (1951/s.d), constatamos que os sujeitos no nível III raciocinam acertadamente sobre questões probabilísticas mesmo em atividades com poucos elementos, quando, por exemplo, são capazes de afirmar em que coleção de cartas há mais chance de encontrar um tento marcado com uma cruz no verso, como pode ser visto no exemplo a seguir:

LUT (12;5) Pergunta 10 (1/3 e 2/5): É mais fácil aqui (2/5) porque assim são duas probabilidades contra três, e lá uma contra duas. Precisaria haver quatro sem cruces lá para ficar igual. Então, já que há uma de menos, é mais fácil.

E (2/5) com (3/8)? (Ele conta nos dedos) – É igual... Não (então, por si mesmo, sem nenhuma sugestão anterior, ele dispõe a coleção 2/5 sob a forma de uma cruz à frente de um tento sem cruz, e a segunda cruz a frente de dois elementos sem cruz). Não, em 2/5 é mais fácil. (Piaget & Inhelder, 1951/s.d, p.223, 224).

A noção de probabilidade está implicada juntamente com as operações combinatórias, na evolução da noção de acaso. De fato, a construção das operações combinatórias torna possível o desenvolvimento da noção de probabilidade, pois “ao subordinar a todas as combinações possíveis (segundo um modelo multiplicativo e não apenas aditivo) as disjunções efetuadas no seio das coleções misturadas, é que ela constrói as noções de probabilidade.” (Piaget & Inhelder, 1951/s.d, p. 227).

Observa-se a existência de intuições de probabilidade desde muito cedo na criança, contudo acompanhando o estudo piagetiano supracitado observa-se que a quantificação das probabilidades se estrutura muito mais tardiamente. Embora já no estágio operatório concreto a criança seja capaz de executar algumas operações que envolvem a noção de aleatoriedade, é apenas no estágio operatório formal que é possível raciocinar cientificamente sobre questões versando sobre probabilidades (Piaget & Inhelder, 1951/s.d).

Considerando a persistência de intuições probabilísticas equivocadas no adulto com aprendizagem escolar sobre a Teoria das Probabilidades face ao que foi apresentado, é possível teorizar que para além da questão do desenvolvimento cognitivo e da aprendizagem, ou seja, da lógica operatória, na concepção do acaso no pensamento probabilístico seria importante pesquisar outros fatores que podem ajudar a explicar tal fenômeno, como a lógica inferencial das ações, buscando, por exemplo, evidenciar as implicações significantes, as

razões que os sujeitos constroem na perspectiva das significações, ou seja, qual o papel da resistência do objeto na elaboração das significações e destas em relação à compreensão daquele.

Nossa hipótese é que nos processos de pensamento que envolvem a noção do acaso em sua relação com a probabilidade possa ocorrer mesmo em adultos o seguinte fenômeno identificado por Piaget:

Nós encontramos em sujeitos jovens ligações de “pseudonecessidade” (por exemplo, quando o “geral” se confunde com o “necessário”); encontramos nas pesquisas sobre as significações as conjunções de “pseudo-obrigações”, quando o sujeito admite como necessárias conjunções que não o são. (Piaget, 1980/2004, p. 303 – tradução nossa).

Nesse caso, há uma tendência em considerar um acontecimento provável (geral) como necessário, o que leva a uma implicação incorreta, que dificultaria a apreensão desse conceito. Parece que para alguns sujeitos, o termo aleatório implica em impossibilidade de determinação, que por sua vez, implica em impossibilidade de previsão, de modo que se torna difícil aceitar que um acontecimento é previsível, sem ser, ao mesmo tempo, determinado.

Na verdade, como afirma Ara (2006, p. 33),

[...] estamos habituados a raciocinar em situações em que, quando as premissas são verdadeiras e nosso raciocínio é válido, podemos afirmar categoricamente nossas conclusões. Isto é, uma argumentação válida nos fornece uma classe de conclusões, as quais são totalmente verdadeiras, desde que as respectivas premissas também o sejam. Uma inferência probabilística, por outro lado, pertence a uma classe de conclusões que, referindo-se a um conjunto de realizações, pode para um caso particular ser falsa, mesmo que as premissas sejam verdadeiras.

Nesse trabalho Ara analisou livros didáticos brasileiros, percebendo que estes em sua maioria parecem basear-se em uma concepção determinística da realidade, enfatizando o

aspecto matemático e regras em detrimento da construção dos significados dos conceitos. Ele concluiu que o caráter marcadamente determinista do ensino contribui para a não familiaridade dos alunos com fenômenos aleatórios, não porque eles não os experienciem em suas vivências cotidianas, mas pela formação de uma visão distorcida da realidade.

Tal visão de mundo baseada no determinismo físico de Laplace, ou seja, que considera o universo como composto por leis que se descobertas proporcionarão a capacidade de prever seus fenômenos, foi prevalente até o desenvolvimento da física quântica, que pouco (se é que) se faz presente na educação básica atual, ainda é, portanto, bem presente. Tal concepção pode implicar que se uma lei é conhecida, é possível prever com certeza o resultado, e assim, forma-se o juízo de que o que é calculável como mais provável, deverá certamente ocorrer.

A autora do presente trabalho tem observado na prática de alguns jogos que mobilizam o pensamento probabilístico que mesmo em situações nas quais a pessoa está raciocinando nesses termos, ela espera que suas previsões sejam sempre acuradas e surpreende-se quando ocorre um resultado do jogo diferente do que havia sido por ela previsto aplicando a Teoria das Probabilidades. Isso ocorreu mesmo entre pessoas participando de uma disciplina num curso de pós-graduação *stricto sensu*, portanto, entre adultos com conhecimento escolar do conteúdo.

Retomando a tentativa de explicar esse fenômeno, pode-se partir da suposição de que há uma implicação significativa estabelecida – se aleatório A, então indeterminado  $\neg D$  (notação  $A \rightarrow \neg D$ ) – que coordena todas as demais implicações nas relações construídas ao redor desta, levando a pseudonecessidades e pseudo-obrigações – se provável (P), então não aleatório (notação  $P \rightarrow \neg A$ ), se não aleatório então determinado (notação  $\neg A \rightarrow D$ ), logo se provável, então determinado (notação  $P \rightarrow D$ ).

Dessa forma, mesmo diante de uma perturbação do sistema, ou seja, de resultados do jogo que contrariam suas previsões, o sujeito dependendo de sua estrutura cognitiva pode ser incapaz de compensar adequadamente tal perturbação por estar preso às pseudonecessidades e obrigações derivadas da implicação significativa, ficando restrito a condutas Alfa e Beta<sup>3</sup>, de modo que a equilibração não é majorante, logo, não é construtiva, não havendo superação do conflito.

As questões que a presente pesquisa se propôs investigar, portanto, são:

1. Se o avanço do funcionamento da inteligência demanda implicações progressivamente dedutivas, com o desenvolvimento convergente da função de explicação levando o sujeito às necessidades lógicas, estudar a lógica inferencial das ações de adultos e suas significações em situações que mobilizam as noções de composição probabilística e acaso contribui para uma melhor compreensão do funcionamento cognitivo no sujeito psicológico nessas circunstâncias?
2. Como se organizam os modelos de significação elaborados por adultos em situações de jogos eletrônicos que mobilizam as noções de composição probabilística e acaso frente às resistências desse objeto?
3. Considerando que “implicações entre ações [...] só se manifestam em momentos de obstáculos ou de conflitos a serem superados.” (Piaget, 1980/1996, p. 142), o uso de situações-problemas após o jogo seria suficiente para instigar desequilíbrios cognitivos, permitindo que na busca pelas explicações de suas respostas e/ou ações durante o jogo se evidencie os modelos de significação elaborados pelo sujeito em seu estado inicial e sua possível evolução?

---

<sup>3</sup> Conduta Alfa: neutralização da perturbação, portanto equilíbrio entre assimilação e acomodação; Conduta Beta: início de integração da perturbação sob forma de variação no interior do sistema reorganizado, portanto equilibração entre subsistemas. (Piaget, 1978, p. 20).

Há poucas pesquisas no Brasil seguindo uma perspectiva piagetiana sobre o funcionamento cognitivo do adulto na perspectiva do sujeito psicológico, em especial daqueles com uma trajetória escolar de descontinuidade, matriculados em um curso de Educação de Jovens e Adultos (EJA). No Espírito Santo, há cadastrado na Plataforma Lattes apenas um grupo de pesquisa certificado na Universidade Federal do Espírito Santo (Ufes) com pesquisadores do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (Ifes) sobre Educação de Jovens e Adultos e Educação Profissional na Cidade e no Campo. Esse grupo tem várias linhas de pesquisa, no entanto, nenhuma delas se propõe a investigar aspectos do pensamento lógico do adulto. Na verdade, até onde foi possível investigar, nenhum grupo brasileiro de pesquisa ligado a EJA tem essa proposta.

Atuo no Ifes como psicóloga lotada no Núcleo de Gestão Pedagógica desde 2006 e grande parte da motivação para a realização do presente trabalho se relaciona a vivência que tenho tido desde então atendendo aos alunos dos cursos de ensino médio do Proeja<sup>4</sup> (Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Jovens e Adultos). O Proeja propõe a integração da educação profissional à educação básica, tendo sido criado como resposta à necessidade de ampliação das vagas no sistema público de ensino ao sujeito jovem e adulto que não ainda concluíra a Educação Básica. O Governo Federal instituiu no âmbito federal o primeiro Decreto do Proeja nº 5.478, de 24 de junho de 2005. Hoje é regido pelo Decreto nº 5840, 13 de julho de 2006, os Documentos Base do Proeja e o projeto pedagógico integrado.

A demanda trazida por esses adultos ao atendimento psicológico compreende questões de saúde mental (ansiedade, depressão, adicção, etc.); dificuldades de aprendizagem; conflitos com colegas, professores, familiares; *bullying*; preconceitos vivenciados; violência

---

<sup>4</sup> A presente pesquisa foi realizada com alunos de um curso do Proeja na forma de educação profissional técnica integrada ao ensino médio na modalidade de educação de jovens e adultos. Mais informações em: [http://portal.mec.gov.br/index.php?Itemid=562&catid=259:proeja-&id=12288:programa-nacional-de-integracao-da-educacao-profissional-com-a-educacao-basica-na-modalidade-de-educacao-de-jovens-e-adultos-proeja&option=com\\_content&view=article](http://portal.mec.gov.br/index.php?Itemid=562&catid=259:proeja-&id=12288:programa-nacional-de-integracao-da-educacao-profissional-com-a-educacao-basica-na-modalidade-de-educacao-de-jovens-e-adultos-proeja&option=com_content&view=article).

doméstica; problemas financeiros; impossibilidade de conciliar o tempo que tem com as atividades e papéis que precisam desempenhar; etc.

Em diversas situações no cotidiano escolar, em sala de aula, na escuta desses estudantes, nas intervenções com jogos de regras no atendimento individual, em diálogo com nossa equipe de trabalho no Ifes, entre outras, tenho observado em vários casos a dificuldade de compreensão e interpretação das tarefas propostas, principal queixa dos professores. Entretanto, o que mais me chama a atenção é encontrar uma aparente desorganização do pensamento explicitado por esses adultos em seus procedimentos e explicações, e, principalmente, em como isso parece se estender a uma desordem quase caótica muitas vezes do modo de vida, o que parece evidenciar uma concepção deficiente da influência do acaso e suas limitações no cotidiano dessa pessoa.

Além dessas colocações, a evasão desse público no Ifes é preocupante, sendo que o fracasso escolar apresenta-se nos atendimentos como um dos principais fatores que faz o aluno pensar em abandonar o curso, o que torna premente a identificação dos processos que produzem esse fracasso. A questão da evasão na EJA se faz presente nas discussões nacionais, como pode ser observado no acompanhamento dos fóruns de educação. No Ifes, *campus* Vitória, por exemplo, turmas de Proeja nas quais 40 alunos se matricularam para um curso de quatro anos integrando ensino médio de dois anos com ensino técnico de mais dois anos, terminam a primeira parte do curso com apenas quatro ou cinco alunos. Isso levou a instituição a criar uma “matrícula intermediária” pela qual novos alunos passavam a integrar aquelas turmas, numa tentativa aparente de equilibrar indicadores educacionais, como quantitativo de alunos por professores, mas que acaba mascarando a evasão do curso. Uma nova proposta foi feita alterando a estrutura curricular dos cursos de modo a integrar disciplinas do ensino médio e técnico em todos os módulos, visando melhorar esse quadro.

A evasão escolar nos cursos do Proeja no Ifes é analisada em um artigo de Ferreira e Oliveira (2010). Neste, as autoras observam que o conteúdo é a maior das dificuldades apontadas nas entrevistas realizadas com os alunos evadidos. Um ponto que surge em uma análise preliminar do fenômeno é o número muito elevado de reprovações nas disciplinas de física, química, matemática e biologia, as que mais reprovam nos cursos do Proeja. Analisando os semestres de 2006/2 e 2007/1, as referidas autoras encontraram um índice de reprovação e dependência de mais de 50% entre esses alunos (Ferreira & Oliveira, 2010).

Entre as questões que surgem ao se debruçar sobre esse fenômeno, pode-se indagar se há alguma especificidade na aprendizagem de tais conteúdos que justifique esse índice de fracasso tão elevado nessa população. Estaria a questão no sujeito? Haveria alguma particularidade no desenvolvimento cognitivo do adulto do Proeja que dificultaria essa aprendizagem? Estariam os conhecimentos prévios interferindo na aprendizagem dos novos conteúdos? Ou estaria a questão no objeto? Poderíamos dizer que haveria conteúdos mais “resistentes” à assimilação?

Poucos pesquisadores dentro da perspectiva piagetiana no Brasil procuraram investigar questões como essas (Mendes, 2007; Ortiz, 2002; Farinaccio, 2006; Franco, 1999), sendo que a maior parte destes propõe realizar um diagnóstico operatório do aluno, talvez numa tentativa de encontrar alguma particularidade no desenvolvimento cognitivo do adulto do Proeja que poderia explicar essa dificuldade de aprendizagem.

Especificamente estudando matriculados na EJA, Mendes (2007) fala sobre o adulto como sujeito cognitivo, e de como é possível que não generalize algumas estruturas de conhecimento para aplicá-las com formalidade às situações-problema que vivencia, ficando preso às limitações operatórias concretas. Ela afirma ser preciso rever a prática do professor para que esta facilite o desenvolvimento cognitivo do aluno.

Ortiz (2002) em sua dissertação realiza um diagnóstico operatório de adultos da EJA por meio das provas piagetianas clássicas, chegando a um resultado surpreendente: dos 35 participantes, cinco foram classificados como pré-operatórios, 27 estariam em transição entre o período pré-operatório e o operatório concreto, enquanto que apenas três estariam no estágio operatório concreto.

Por sua vez, Farinaccio (2006) investigando estratégias de resolução de problemas por crianças, adolescentes e adultos da EJA por meio de aplicação de provas piagetianas e outros problemas, constatou que a maioria dos adultos participantes estava no nível operatório concreto. Mesmo a classificação no nível operatório formal não garantiu uma resposta satisfatória às perguntas das situações-problema, de forma que a autora considera que falta a esses alunos um processo de mediação mais eficaz para que possam estabelecer relações entre os significantes de forma a produzir significados no que se refere ao conteúdo escolar.

Tanto Farinaccio (2006) como Ortiz (2002) destacam o papel da escola como o lugar que pode oportunizar ao sujeito situações privilegiadas para a construção do raciocínio abstrato, explicando dessa forma, a falta de sucesso dos alunos da EJA nesse tipo de pensamento, uma vez que a maioria contava com um histórico pessoal de pouca escolarização e fracasso escolar.

No entanto, uma pesquisa anterior realizada por Franco (1999) com adultos de pouca escolarização da zona rural de São Paulo chegou a um resultado diferente, embora o autor não tenha visado especificamente avaliar o desenvolvimento cognitivo dos participantes, e sim os processos lógicos subjacentes a seu pensamento. Ao invés de utilizar as provas piagetianas clássicas, ele entrevistou os adultos segundo o método clínico piagetiano, indagando sobre aspectos do cotidiano daqueles lavradores, encontrando que todos os sujeitos entrevistados organizavam seu pensamento de forma operatória, e alguns mesmo de forma operatório-formal.

Contudo, quando os sujeitos tinham que resolver uma situação do tipo analogia, a maioria não conseguia operar formalmente, o que Franco explica pela interferência do conteúdo linguístico. Considerando, como Piaget, que o raciocínio formal é fruto da abstração reflexionante, e esta não é desencadeada apenas na escola, discorda, assim, da posição de Farinaccio (2006) e Ortiz (2002). Ele teoriza que muitas vezes a operatoriedade se encontra ausente na investigação do pensamento desses sujeitos exatamente pela interferência do conteúdo linguístico nas estratégias de investigação utilizadas pelos pesquisadores.

Dorneles (2013) investigou um programa de intervenção para aprendizagem de processos de adição, subtração e cálculo relacional com alunos adultos do Proeja/FIC<sup>5</sup> do ensino fundamental. A autora constatou que os alunos desconhecem a relação inversa entre adição e multiplicação e, portanto, o número de intervenções proposto (quatro) foi insuficiente. No entanto, a autora destaca que o trabalho e as relações sociais foram fatores importantes de sucesso nas participantes que evidenciaram progresso na aprendizagem durante a intervenção.

Observa-se que grande parte das pesquisas embasadas na perspectiva piagetiana que investigam o pensamento do adulto do Proeja concentram-se no exame do desenvolvimento das estruturas lógico-matemáticas do sujeito, e conseqüentemente, sua classificação operatória, de modo que a discussão nesses trabalhos muitas vezes fica limitada a esse aspecto.

Chamando a atenção para o fato de não ser possível generalizar a idade de construção do raciocínio operatório formal, e de que essa, portanto, pode não ser a única forma de caracterizar o pensamento na adolescência, Ortega e Santos (2009) atentam para a necessidade de que novas investigações correlacionem as características de funcionamento

---

<sup>5</sup> Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos, Formação Inicial e Continuada com o Ensino Fundamental (PROEJA FIC), como iniciativa da Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica - SETEC do Ministério da Educação, em 2009 pelo Ofício Circular nº 40 GAB/SETEC/MEC, disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&task=doc\\_download&gid=1498&Itemid=>](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&task=doc_download&gid=1498&Itemid=>)

cognitivo do adolescente com situações concretas de vida. É possível extrapolar que isso também seja necessário no caso de adultos, especialmente quando se considera os alunos da EJA, em suas especificidades de marcas socioculturais e trajetórias escolares de descontinuidade (Oliveira, Scopel & Ferreira, 2013).

Buscando uma aproximação com a problemática da aprendizagem dos conteúdos escolares como entrave a sua assimilação pelo aluno da EJA, e considerando pesquisas anteriores que indicaram a dificuldade desses sujeitos em operar com conhecimentos abstratos (Mendes, 2007; Farinaccio, 2006; Ortiz, 2002, etc.), a presente tese partiu da suposição de que o nível de abstração desses conteúdos poderia estar relacionado ao problema. Para avaliar tal hipótese, realizou-se um levantamento inicial dos conteúdos considerados mais difíceis nas matérias de química, física, biologia e matemática na visão de alunos e professores, bem como a que estes atribuíam tal dificuldade (Silva e Rossetti, 2011).

Participaram 19 alunos voluntários do Proeja que estudaram todo o ensino médio na instituição pública investigada e nove professores voluntários desses cursos que já haviam ministrado pelo menos uma disciplina durante o mínimo de um semestre letivo. Os alunos preencheram um questionário assinalando ordenadamente até três conteúdos mais difíceis de cada disciplina e a razão da dificuldade, havendo a alternativa “outro” em todas as questões. Os professores preencheram um modelo similar.

Em biologia, composição química da célula, reino monera e taxonomia (10,4%) foram os mais assinalados pelos alunos e professores, só diferindo em ordem de importância de taxonomia antes do reino monera no caso dos professores (33%). Em física, alunos assinalaram eletromagnetismo (10%) e carga elétrica (8%) os professores, força (22%). Em química, alunos assinalaram estequiometria (10%), balanceamento e química orgânica (8%) e, os professores, gases, ligação covalente, constante de Avogadro e cálculos químicos (25%). Em matemática, os alunos assinalaram função logarítmica (16,3%), noções de

estatística, relações geométricas no triângulo retângulo e teorema de Pitágoras (12%), enquanto os professores assinalaram função logarítmica (33%), relações geométricas no triângulo retângulo (33%) e função exponencial (25%).

As principais razões de não aprendizagem assinaladas pelos alunos foram: grau de dificuldade dos conteúdos (17%), dificuldade de aprendizagem, abstração do conteúdo e pouco tempo para aprender (12,5% cada). Já os professores assinalaram abstração (25%) e dificuldade dos conteúdos (11%) e dificuldade de aprendizagem dos alunos (25%). É importante ressaltar que entre as alternativas possíveis de serem assinaladas nessa questão, também estavam “Os professores não conseguem explicar bem”; “Não consigo entender”, “Aprendi antes de um jeito diferente”; “Imaginava que funcionassem de outra forma”; “Não vejo utilidade para esses conteúdos”; “O método de ensino utilizado pelos professores é inadequado”; “Os professores precisariam de mais tempo para ensinar”.

Esse breve levantamento confirma a dificuldade de operação com conhecimentos abstratos na visão de estudantes e professores, e ainda a questão da dificuldade desses mesmos conteúdos e também de aprendizagem dos alunos. Seria possível usar esses dados para de uma forma até um tanto simplista, relacioná-los com as pesquisas sobre avaliação operatória de alunos da EJA supracitadas, considerando que o nível de abstração dos conteúdos seria um problema para essas pessoas, pois a maioria não estaria ainda atuando num nível operatório formal nas atividades escolares. No entanto, na perspectiva piagetiana as estruturas lógico-matemáticas não são o único fator a determinar o desempenho do sujeito. Há que se considerar outros fatores, como, por exemplo, os diferentes níveis hierárquicos de significação possíveis em determinado conteúdo (Silva, 2009).

Isso não implica uma desconsideração da importância das estruturas, uma vez que estas são condições de possibilidade de ação do sujeito (Inhelder & Caprona, 1990). Assim, de forma alguma podem ser ignoradas, uma vez que marcam o limite inferior ou superior das

respostas, mas “a elaboração da significação demanda mais esforço do que a ação concreta, pois exige uma organização das ações no pensamento.” (Silva, 2009, p.45).

Considerando-se essa discussão, é possível afirmar a relevância do presente estudo que busca investigar nessa população noções próprias ao período operatório formal, relacionadas a um dos conteúdos identificados como mais difíceis no levantamento feito, bem como os processos de significação relacionados a tais noções, por meio de situações virtuais, já que o raciocínio no período das operações formais que deve possibilitar “o manejo das hipóteses e o raciocínio sobre proposições destacadas da constatação concreta e atual” (Piaget & Inhelder, 1974 , p. 103).

## **1.1 Objetivos da Tese**

### **1.1.1 *Objetivo Geral***

Investigar a lógica inferencial das ações e suas significações em situações que mobilizam as noções de composição probabilística e acaso e o papel dos modelos de significação no funcionamento cognitivo de adultos alunos do Proeja.

### **1.1.2 *Objetivos Específicos***

- I. Examinar as implicações dos modelos de significação e representações prévias no pensamento do adulto;
- II. Investigar nos participantes a noção de combinação deduzível evidenciada no jogo de computador *Likid Gaz*;
  - a. Identificar particularidades de procedimentos e significações no referido jogo;
  - b. Elaborar os níveis de análise heurística e modelos de significação do jogo;
  - c. Classificar os participantes de acordo com os níveis propostos para o *Likid Gaz*;

- III. Estudar a noção de probabilidade observada nos participantes no jogo de computador *Lucky Cassino*;
  - a. Apresentar particularidades de procedimentos e significações no referido jogo;
  - b. Especificar os modelos de significação evidenciados no *Lucky Cassino*;
  - c. Classificar os participantes de acordo com os níveis propostos para o jogo;
- IV. Investigar nos participantes a síntese das noções de combinação, probabilidade e acaso no jogo de computador *Soma dos Dados*;
  - a. Identificar particularidades de procedimentos e significações no referido jogo;
  - b. Elaborar níveis de compreensão de jogo e modelos de significação para o jogo;
  - c. Classificar os participantes de acordo com os níveis propostos para o jogo.

## **1.2 Aspectos Metodológicos da Tese**

O foco desse trabalho é o sujeito psicológico na perspectiva da Epistemologia Genética Piagetiana, de modo a “descobrir a dinâmica das condutas do sujeito, os seus fins, a escolha dos meios e os controles, as heurísticas próprias do sujeito.” (Inhelder & Caprona, 1996, p. 21). Esse sujeito conhecedor ativo e construtor é mais bem compreendido em sua interação com o objeto quando é considerado juntamente com suas intenções e afetos, com as finalidades que atribui às tarefas, visando descobrir seu modo de significar a tarefa e as formas de realizá-la, o “como-fazer” idiossincrático, em relação a sua estrutura cognitiva.

### **1.2.1 Contexto e Participantes**

Participaram da pesquisa 12 estudantes adultos jovens do sexto ao oitavo módulo do Curso Técnico em Segurança do Trabalho Integrado ao Ensino Médio de Educação de Jovens e Adultos (Proeja) de um dos *campi* do Ifes na grande Vitória, sendo seis do sexo masculino e

seis do sexo feminino, entre vinte e quarenta anos de idade, cujos nomes fictícios e idade à época da coleta de dados são: Ada (40), Celia (40), Caio (22), Clara (28), Eder (23), Edson (39), Igor (20), Iara (23), Marco (36), Rita (26), Ruti (31) e Zoe (36).

Esse curso foi escolhido, pois seu currículo contempla do primeiro ao quarto módulos os conteúdos do ensino médio relacionados à probabilidade e combinação, e no sexto módulo prevê a disciplina de estatística, que também aborda esses conteúdos. Dessa forma, garantiu-se que todos os participantes já haviam tido acesso ao ensino escolar das noções estudadas.

Embora pudesse ser interessante para fins de análise excluir da presente pesquisa alunos que houvessem apresentado dificuldade na aprendizagem desses conteúdos, por exemplo, analisando o registro de notas do sistema e observando aqueles que obtiveram nota insuficiente para aprovação, escolheu-se por não fazê-lo, face à diminuta quantidade de alunos nessas turmas, devido à evasão e também porque poder-se-ia gerar inadvertidamente um viés de pesquisa.

Os participantes possuem baixa renda, como é característico do público atendido pelo Proeja no Ifes. Na verdade, a oportunidade de ampliação da escolarização e profissionalização desse público, aumentando sua chance de inserção no mundo do trabalho é apontada como uma das principais características desse programa, segundo Oliveira, Scopel e Ferreira (2013) em sua análise sobre a experiência do Proeja nessa instituição. Ainda segundo as autoras, manifesta-se no instituto além do preconceito latente, a desconsideração das especificidades desse público por alguns docentes em suas práticas pedagógicas observadas quando, por exemplo, se simplifica o conteúdo ao extremo, assumindo mesmo antes do contato com o aluno uma visão de que seriam incapazes de assimilá-lo em sua complexidade, ou quando se trabalha didaticamente o mesmo conteúdo com os alunos do Proeja tal qual é feito com os alunos adolescentes do Ensino Médio, ou os jovens do Ensino Técnico.

Auxiliar a melhor caracterizar algumas particularidades desse público do ponto de vista da psicologia do desenvolvimento para embasar o trabalho pedagógico e docente foi o principal critério para escolha de estudar esses sujeitos, tendo em vista à escassez de pesquisas sobre aspectos funcionais do pensamento, principalmente dentro de uma perspectiva piagetiana com esse grupo.

### **1.2.2 Instrumentos e Procedimentos**

Inicialmente houve uma reunião com a pedagoga, coordenador e professores do curso para explicação do projeto de pesquisa, antecedida pela obtenção da autorização de pesquisa da instituição e aprovação pelo Comitê de Ética em pesquisa do Ifes. As atividades de coleta de dados ocorreram no ano letivo de 2012, tanto no contraturno, quanto em horário de aula, como previamente acordado com os professores, tendo em vista a dificuldade relatada em experiências anteriores de fazer com que o público alvo frequente a escola em outro momento, já que a maioria desempenha outras atividades.

O projeto de pesquisa foi apresentado em cada turma e os 12 alunos que se voluntariaram e participaram de todas as atividades da pesquisa assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice A), e responderam ao questionário sobre familiaridade com uso do computador e prática de jogos eletrônicos (Apêndice B).

Foram realizados três encontros com todos os participantes individualmente, com registro em áudio e planilha eletrônica, sendo que em cada um deles foi realizada uma entrevista semiestruturada, utilizando-se um jogo de computador e cinco situações-problema construídas para a pesquisa. Dois jogos, o *Likid Gaz* e o *Lucky Cassino*, fazem parte do *software Missão Cognição*, elaborado por Haddad-Zubel, Pinkas e Pécaut (2006), baseado em provas piagetianas clássicas. O outro jogo, *Soma dos Dados* (Silva, Rossetti & Cristo, 2012) foi desenvolvido para a presente pesquisa, uma vez que não se encontrou uma versão

virtual desse jogo que permitisse o registro dos dados por meio de planilha eletrônica, o que é feito automaticamente também nos dois primeiros jogos. Os jogos e suas situações-problema são descritos em pormenores nos respectivos estudos, conforme aspectos de organização da tese (Item 2.3).

Tais jogos mobilizam ao mesmo tempo, mas em grau e de modo diferenciado as noções de acaso, probabilidade e combinação: o jogo *Likid Gaz* requer a dedução das combinações, o jogo *Lucky Cassino* a quantificação das probabilidades, e o jogo *Soma dos Dados* sintetiza as três noções. Isso permite uma sobreposição que contribui para a validade interna da tese como um todo, evidenciando como articulam as implicações significantes nesses diferentes contextos. Em todos os jogos o sucesso do jogador está sujeito não apenas à adoção dos procedimentos adequados, mas também à influência do acaso.

Outro ponto importante é que o uso desses jogos buscou assegurar que os participantes seriam apresentados a uma situação igualmente nova pra todos, mesmo comportando representações virtuais de objetos ou conteúdos já vivenciados em sua realidade cotidiana, tais como os dados ou as urnas do jogo *Lucky Cassino* que se assemelham aquelas utilizadas em sorteios e bingos.

O método clínico Piagetiano (Piaget, 1947/2005a; Carraher, 1989; Delval, 2002), foi utilizado para coleta e análise dos dados, para melhor explorar as intuições, entendimentos e procedimentos no jogo. Para isso, seguiu-se a proposta metodológica sugerida por Silva e Frezza (2011) para pesquisa com adultos, de forma que cada encontro teve o seguinte formato:

- I. O jogo foi apresentado e suas regras foram explicadas;
- II. Os participantes jogaram uma partida dos jogos propostos, seguindo a ordem: *Lucky Cassino* no primeiro encontro; *Likid Gaz* no segundo encontro e *Soma dos Dados* no

terceiro encontro. Durante a partida, as intervenções da pesquisadora se limitaram àquelas mais gerais no sentido de facilitar a compreensão do jogo e de suas regras;

III. A pesquisadora realizou entrevistas semiestruturadas, investigando a compreensão do conceito trabalhado no jogo e sua aplicação neste, conforme detalhado em cada estudo. O objetivo dessa primeira etapa foi efetuar uma “foto” inicial “do modelo de significação do adulto a fim de investigar o grau de novidade que o conteúdo representa para o sujeito.” (Silva & Frezza, 2011, p. 199);

IV. Seguiu-se a aplicação das três primeiras situações-problema referentes ao jogo aplicado. Nesses momentos foram realizadas intervenções segundo o método clínico piagetiano, de modo a observar o movimento dos modelos, como que gravando um “filme”, objetivando além de demarcar as significações atribuídas às ações, “evidenciar o grau de complexidade que [o] conteúdo representa para o sujeito.” (Silva & Frezza, 2011, p. 200);

V. Os participantes jogaram mais uma partida dos jogos propostos para o encontro, na qual novamente a pesquisadora limitou as intervenções a dirimir possíveis dúvidas dos jogadores;

VI. No último momento de cada encontro, foram realizadas as duas últimas situações-problema referentes ao jogo aplicado, sem a aplicação do método clínico, ou seja, as intervenções da pesquisadora limitaram-se a clarificar a resposta do participante, caso essa gerasse ambiguidade de compreensão. Esta última “foto” caracteriza-se por apresentar-se de forma diferente da situação inicial, embora mantenha o mesmo conteúdo, o que possibilita “averiguar a coerência e a autenticidade dos procedimentos e significações elaborados (...) [e] evidenciar qual das estratégias, propriamente, o sujeito considera como a mais adequada”. (Silva & Frezza, 2011, p. 200).

O número de partidas (duas) se justifica tendo em vista a necessidade de limitar o tempo total de cada encontro, tendo em vista o fato de que a limitada disponibilidade dos

participantes tornou necessário que a coleta de dados ocorresse na maioria das vezes em horário de aula e as dificuldades nos jogos e intervenções com as situações-problema que contribuíam para aumentar o tempo de cada encontro. Pesquisadora e auxiliar de pesquisa fizeram a observação dos participantes na execução das provas e jogos, realizando o registro manual das respostas às situações-problema, e anotando as observações pertinentes no diário de campo e gravando em áudio todos os encontros.

### ***1.2.3 Aspectos de Organização da Tese***

Esta tese foi estruturada de modo a fornecer ao leitor a contextualização inicial de seu problema de pesquisa, objetivos e método de investigação na Apresentação. Boa parte da revisão de literatura, as discussões teóricas e os resultados da pesquisa são apresentados em formato de artigos científicos, compreendendo quatro estudos, cada um direcionado a um grupo de objetivos específicos.

O primeiro estudo “*Representações prévias e modelos de significação: implicações no pensamento do adulto*”, de cunho teórico, prepara e fundamenta as discussões que se seguirão nos demais, não as esgotando. Considerando as reflexões encontradas na revisão de literatura sobre a contribuição do modelo da equilibração para o estudo do desenvolvimento cognitivo e aprendizagem do adulto, partindo da noção de representações prévias e seu impacto na aprendizagem, propõem-se a complementaridade dos modelos de significação para compreensão de aspectos funcionais do pensamento do adulto, ponderando sobre suas implicações no desenvolvimento e aprendizagem.

Cada um dos estudos a seguir traz os resultados de um dos jogos que serviram de instrumento para a realização da presente pesquisa. O segundo estudo “*Procedimentos e significações de adultos em um jogo de computador sobre combinações*” apresenta os

resultados referentes ao jogo “*Likid Gaz*”, discutindo a relação entre procedimentos de sistematização, a noção de combinatória, significação e afetividade.

O terceiro estudo, “*Esse jogo não tem lógica!: Noção de probabilidade e significações de adultos do Proeja*” situa a construção da noção de probabilidade no contexto das operações formais, discutindo o papel da experiência em relação com a abstração reflexionante, o processo de equilibração e significação. Investiga-se como sujeitos adultos com escolarização atípica, mas que tiveram instrução escolar sobre a teoria das probabilidades agem e significam no jogo “*Lucky Cassino*”.

No quarto e último estudo “*Modelos de significação e sua relação com a compreensão do acaso por adultos*” apresenta-se possíveis explicações encontradas na literatura para a difícil apreensão e aplicação do raciocínio probabilístico mesmo para adultos escolarizados, que são contrapostas a visão da psicologia genética. Segundo a tese defendida nesta pesquisa, tais dificuldades se devem tanto ao próprio objeto que se afasta e resiste às aproximações do sujeito, quanto por tanto limitações em nível estrutural e funcional, relacionadas principalmente ao processo de construção das necessidades lógicas e das implicações significantes. Sustentando essa hipótese explicativa, apresentam-se os resultados da pesquisa feita com o jogo “*Soma dos Dados*”.

A síntese e a relação entre os estudos são feitas nas Considerações Finais, que também discute as limitações, generabilidade e implicações do presente trabalho, sugerindo novos problemas em função dos resultados obtidos. Cada estudo apresenta suas referências ao seu final, e as Referências da Tese apresentadas após as Considerações Finais compreende apenas os trabalhos abordados em suas outras partes.

Por razões inerentes ao modelo de organização adotado, é inevitável que ocorram certas repetições, especialmente nos tópicos de método e referências dos estudos considerados em conjunto.

## **2. PRIMEIRO ESTUDO**

**MODELOS DE SIGNIFICAÇÃO E  
REPRESENTAÇÕES PRÉVIAS:  
IMPLICAÇÕES NO DESENVOLVIMENTO ADULTO**

## **Modelos de significação e representações prévias: implicações no desenvolvimento adulto**

---

### **2.1 Resumo**

A psicologia genética permite avanços significativos na compreensão de aspectos funcionais do pensamento do adulto ao se considerar concomitantemente as representações prévias em relação ao modelo de equilíbrio piagetiano, em conjunto com a teoria dos modelos organizadores de pensamento, especificamente, dos modelos de significação. Dessa forma, o presente estudo objetiva examinar as implicações dos modelos de significação e representações prévias no pensamento do adulto. A atividade cognitiva depende do nível de desenvolvimento e novidade dos problemas que se colocam ao sujeito – ressaltando-se a inseparabilidade entre o caráter de estabilidade do conhecimento e da exigência de superação. Entendemos que o sujeito organiza suas representações ou esquemas prévios relativos a um objeto na forma de modelos de significação, em função do grau de complexidade e novidade da tarefa e de sua estrutura lógico matemática. Por meio do processo de equilíbrio tais modelos podem evoluir ou se manter, dependendo da conduta de compensação do desequilíbrio cognitivo. Isso implica na diversidade quanto ao desenvolvimento e, portanto, processos de pensamento do adulto, o que sugere a relevância de investigações que procurem entender melhor os fatores intervenientes não só nas construções das estruturas (formas), mas no funcionamento cognitivo do sujeito psicológico, de modo a possibilitar ações de intervenção para promoção de desenvolvimento, conhecimento e aprendizagem, situações nas quais ele possa significar esse aspecto particular da realidade, construindo o modelo de significação apropriado.

**Palavras-chave:** Psicologia genética. Desenvolvimento adulto. Modelo mental. Modelos de significação. Representações prévias.

## 2.2 Abstract

Genetic psychology enables significant advances on understanding functional aspects of adult thinking when considering together the prior representations regarding the Piagetian equilibration model, and the theory of cognitive organizing models, specifically, the models of signification. Therefore, this study aims to consider the implications of the models of signification and previous representations in adult thought. Cognitive activity depends on the level of development and the novelty of the problems that the subject faces - proviso the inseparability amid the character of stability of knowledge and the necessity of overcoming. We understand that the subject organizes representations or previous schemes for an object in the form of models of meaning, depending on the degree of complexity and novelty of the task and the subject's logical mathematics structure. Through the equilibration process such models can evolve or persist, depending on the conduct of compensation of cognitive unbalance. This implies diversity in terms of the development and therefore of the thinking processes on adults, suggesting the relevance of research that seeks to better understand the factors involved not only in the construction of structures (forms), but also in the cognitive functioning of the psychological subject, so as to allow intervention activities to promote development, knowledge and learning situations in which the adult may make meaning for this particular aspect of reality, constructing an appropriate model of meaning.

**Keywords:** Genetic Psychology. Adult development. Mental model. Models of signification. Representations.

## 2.3 Introdução

O papel dos conhecimentos ou representações prévias na aprendizagem tem sido investigado sobre diversas perspectivas: da epistemologia genética, construtivista,

cognitivista, histórico-cultural, etc., destacando-se a linha de pesquisa sobre mudança ou transformação conceitual, profícua, por exemplo, na área de Ensino de Ciências, Matemática e Saúde (Halldén, Scheja & Haglund, 2013; Moreno et al. 1999; Legendre, 1998).

Diferentemente de Piaget que se interessou pelo erro sobre a perspectiva de seu papel no desenvolvimento (desde a aplicação dos testes de inteligência no laboratório de Binet, passando por seus estudos sobre as representações infantis e em toda sua teoria) esse campo tradicionalmente se interessa prioritariamente pelos erros em relação com a aprendizagem. Assim, grande parte dos trabalhos publicados na área, como um dos pioneiros de Fischbein (1975) no caso de problemas ligados ao conceito de probabilidade, busca identificar a razão das concepções errôneas (*misconceptions*), chamadas intuitivas ou ingênuas, e como estas interferem na aprendizagem formal dos conceitos científicos e em suas aplicações.

Mais recentemente, problematizações nesse campo de pesquisa trazem propostas de alteração do ponto central de análise. diSessa & Sherin (1998) sugerem uma modificação do foco: ao invés de abordar as concepções errôneas dos aprendizes e como modificá-las de modo a facilitar a aprendizagem, os pesquisadores deveriam investigar a forma como os participantes veem a tarefa a ser realizada. Assim, o foco das ações de intervenção visaria às coordenações de classe (um tipo específico de conceitos) dos aprendizes, de modo que os conhecimentos ou representações prévias perderiam sua relevância em prol das coordenações de classe que permitiriam a observação dos dados, identificação e integração dos invariantes.

Nesse movimento de questionamento do campo, a abordagem intencional, orientada inicialmente com base nos escritos piagetianos sobre a representação do mundo na criança, surge procurando estudar os processos de construção de significado nos contextos de aprendizagem, ressaltando a dependência do contexto para execução da tarefa devido à significação dada à atividade pelos aprendizes (Halldén, Scheja & Haglund, 2013).

No que se refere especificamente ao pensamento e à aprendizagem do adulto, defendemos a tese de que a psicologia genética, como uma teoria do desenvolvimento cognitivo, em seus aspectos estruturais e funcionais, permite avanços no campo da teoria e intervenção ao se considerar concomitantemente as representações prévias em relação ao modelo de equilibração piagetiano e a teoria dos modelos organizadores mentais, embasados ultimamente na epistemologia genética, especificamente, dos modelos de significação.

## **2.4 Representações prévias e equilibração na aprendizagem e desenvolvimento adulto**

O termo representações prévias utilizado no presente estudo refere-se àquelas que se apoiam “num sistema de conceitos ou esquemas mentais (operativos ou pré-operativos)” (Dongo-Montoya, 2008, p. 135). Esquemas mentais podem ser definidos como o conjunto estruturado ou organizado das características generalizáveis de uma ação, tendendo a assimilar elementos do meio, fornecendo-lhes ao mesmo tempo o seu significado funcional, e se adaptando a esses novos elementos ou acomodando suas peculiaridades<sup>6</sup>.

Nessa concepção as representações mentais não são cópias dos objetos, uma vez que o “conhecimento lida com as transformações de um estado em outro, cada um sendo, ao mesmo tempo, o ponto de chegada e de partida das reais transformações” (Piaget, 1968, p. 281<sup>7</sup> - tradução nossa), sendo construído constantemente em um processo não de interiorização reprodutiva do exterior, e, sim, usando o mecanismo interno autorregulatório da equilibração.

Desse modo, ao conhecer, o organismo assimila o objeto às suas estruturas ou esquemas, com acomodação das estruturas do sujeito aos atributos do objeto, ou seja, o esquema (ou estrutura) de assimilação é mais ou menos modificado de acordo com o efeito

---

<sup>6</sup> [http://www.fondationjeanpiaget.ch/fjp/site/presentation/index\\_notion.php?PRESMODE=1&NOTIONID=239](http://www.fondationjeanpiaget.ch/fjp/site/presentation/index_notion.php?PRESMODE=1&NOTIONID=239)

<sup>7</sup> Knowledge deals with the transformations from a state into another one, each other being, at the same time, the point of arrival and the starting point of actual transformation.

dos objetos que são assimilados. Assim, “a adaptação cognitiva, como a adaptação biológica, consiste, então, em um equilíbrio entre a assimilação e a acomodação. Como já vimos, não há assimilação sem acomodação. Mas devemos insistir enfaticamente no fato que não existe acomodação sem assimilação.” (Piaget, 1968, p. 286 – tradução nossa<sup>8</sup>).

Logo, nenhum conhecimento tem um começo absoluto, pois se insere nos esquemas anteriores e retorna, por consequência a assimilar novos conhecimentos, em um processo em espiral, de modo que “... o progresso do conhecimento não consiste somente em uma adição de informações e supõe necessariamente uma descentração sistemática como condição para a própria objetividade.” (Piaget, 1968, p. 287 – tradução nossa<sup>9</sup>). Da mesma forma como não há gênese absoluta, não pode haver término no sentido de um fim absoluto. Se o possível para o sujeito marca o início de uma gênese, o necessário construído e integrado a um sistema mais ou menos fechado marca sua completude, mas é preciso considerar que todo necessário se apoia em ‘razões’<sup>10</sup> que mesmo válidas, pedem contrapartes mais profundas (Piaget, 1977).

Essa contínua sucessão de aberturas e fechamentos decorre da lei geral da equilíbrio entre diferenciações e integrações (Piaget, 1977). Dessa forma, a atividade cognitiva consiste em contínuas superações e inovações por meio das adaptações – equilíbrio dinâmico entre assimilações e acomodações, dependente do nível de desenvolvimento e novidade dos problemas que se colocam ao sujeito – ressaltando-se a inseparabilidade entre o caráter de estabilidade do conhecimento e da exigência de superação (Piaget, 1978).

Assim, nessa perspectiva, conhecimento implica desenvolvimento de estruturas cognitivas, o que não é o caso da aprendizagem: “conhecer é modificar, transformar o objeto,

---

<sup>8</sup> L’adaptation cognitive, comme l’adaptation biologique, consiste donc en un équilibre entre l’assimilation et l’accommodation. Comme nous venons de le voir, il n’y a pas d’assimilation sans accommodation. Mais il faut insister avec force sur le fait qu’il n’existe pas non plus d’accommodation sans assimilation.

<sup>9</sup> [...] le progrès des connaissances ne consiste pas seulement en une addition d’informations et suppose nécessairement une décentration systématique en tant que condition de l’objectivité elle-même.

<sup>10</sup> Conceito definido posteriormente por Piaget (1980/2004) e trabalhado mais a frente no presente estudo.

e compreender o processo dessa transformação e, conseqüentemente, compreender o modo como o objeto é construído” (Piaget, 1972). A aprendizagem propriamente dita seria o conhecimento, em geral, adquirido pela experiência mediada, induzido por meio de um estímulo, mas este é sempre antecedido pela estrutura, pois a própria percepção do estímulo enquanto um observável depende da estrutura cognitiva. Essa aprendizagem juntamente com o processo de equilibração constituiria a aprendizagem no sentido amplo (Becker, 2010).

Sendo a construção do conhecimento um processo ativo, no qual o organismo precisa equilibrar assimilação e acomodação, compensando as perturbações externas ao seu sistema cognitivo, chegamos ao mais importante motor do desenvolvimento, a equilibração, uma das preocupações centrais de Piaget (Ramozzi-Chiarottino, 2010; Inhelder, Garcia & Vonèche, 1978), cujos mecanismos autorreguladores são explicados de forma precisa e concisa no trecho a seguir:

a) quando uma perturbação considerada como tal intervém no curso das atividades do sujeito, este procura compensá-la; b) esta reação compensadora, não se limitaria no plano cognitivo a um simples regresso ao estado anterior, já que a atividade perturbada se torna por isso mesmo perturbável, e que a partir de então há que consolidá-la, o que significa completá-la ou melhorá-la; c) esta exigência de superação que implica uma abertura antecipadora sobre novos possíveis (mesmo que não intervenha senão sob a forma de tendência, procura ou tateios, sem precisar quais os meios eventuais, é especial no domínio do comportamento, em oposição a homeostacias puramente fisiológicas; d) desde o início que a reação compensadora cognitiva é orientada para o aperfeiçoamento, o que implica, desde o plano do possível, uma tendência para a construção, já que a atividade perturbada é considerada como perfectível; e) a regulação cognitiva aparece assim nas suas origens como o aperfeiçoamento possível de uma atividade que se insere a si mesma, por isso, num

leque mais dilatado dos possíveis; e f) quanto às atualizações, elas equivalem assim aos processos Alfa, Beta, Gama; Alfa: neutralização da perturbação, portanto equilíbrio entre assimilação e acomodação; Beta: início de integração da perturbação sob forma de variação no interior do sistema reorganizado, portanto equilíbrio entre subsistemas; e, Gama: antecipação das variações possíveis com o equilíbrio entre as diferenciações e a integração num sistema total. Nestes três casos, a equilíbrio é “majorante” e, portanto construtiva. (Piaget, 1978, p. 20, 21).

O desequilíbrio cognitivo, portanto, é condição necessária para o desencadeamento da reação de retroalimentação da equilíbrio, permitindo “uma abertura para novos possíveis relativamente aos quais a noção de equilíbrio ganha sentido, daí decorrendo uma hierarquia de relações.” (Piaget, 1978, p. 13). Assim é que começam os estudos sobre a forma de equilíbrio que liga o real ao possível e ao necessário, cujas fases Piaget (1978) descreve como as da:

a) Indiferenciação: a indiferenciação inicial do real e do necessário é chamada de “pseudonecessidade”, o que caracteriza as limitações do possível, que pouco se diferencia do real, qualificando um equilíbrio mais falso que verdadeiro;

b) Diferenciações: ocorrem por “multiplicações dos possíveis e conquistas das necessidades devidas às composições estruturais.” (Piaget, 1978, p. 18);

c) Integração: o real (entendido como conjunto dos “fatos”) é absorvido nos seus dois polos. “É, portanto, o equilíbrio do possível e do necessário (relações entre possíveis) que produz à explicação do real ao subordinar-se-lhe por intersecções crescentes (...) constituindo o instrumento das reequilibrações a abertura para novos possíveis.” (Piaget, 1978, p. 18, 19);

É no pensamento operatório-formal que ocorre a subordinação do real ao possível, sendo esta sua principal característica do ponto de vista funcional, uma vez que o equilíbrio no período das operações concretas é limitado pela concepção do possível unicamente como

extensão direta do real (Piaget & Inhelder, 1976). Assim, torna-se possível ao sujeito negar uma experiência perceptiva em razão de sua impossibilidade hipotética, ou seja,

o sujeito não se limita a notar as relações que parecem impor-se a ele, entre os elementos dados, mas para não ser logo em seguida contraditado por fatos novos, procura desde o início englobar essas relações aparentemente reais no conjunto das concebidas por ele como possíveis. (Piaget & Inhelder, 1976, p. 183).

Assim, as situações estáticas e transformações características de um período anterior às operações, dá lugar a um equilíbrio que subordina as situações às transformações, de modo que a estrutura operatória concreta atinge a reversibilidade ao compensar as transformações em jogo. As limitações desse equilíbrio estão tanto na forma das operações, quanto na resistência do conteúdo, sendo esta superada com instrumentos mais complexos de coordenação do pensamento operatório-formal, ligados pelas operações de segunda potência (operações sobre operações) e combinatória “pelas quais a lógica das proposições chegará a situar o real num conjunto de transformações possíveis” (Piaget & Inhelder, 1976, p. 192) enriquecida pela inferência dedutiva.

Dessa forma, Piaget considera ser a estrutura de conjunto das operações formais como a forma de equilíbrio final das estruturas cognitivas, no “sentido em que não mais se modificará durante o resto da existência, ainda que seja integrada em sistemas mais amplos (lógicas polivalentes) e que reúna num sistema único os agrupamentos até então sem ligações operatórias entre si” (Piaget & Inhelder, 1976, p. 247). Podemos depreender disso, portanto, que o desenvolvimento cognitivo continua, pois essa estrutura abre um conjunto de possibilidades, implicando não apenas nas operações e esquemas efetivamente construídos, mas também em uma série de transformações virtuais que podem surgir a partir das necessidades e razões buscadas.

Ora, para Piaget a abstração reflexionante é a chave do caráter construtivo da equilibrção por autorregulação que permitiria tal desenvolvimento contínuo (Piaget, 1968). A abstração reflexionante implica sempre em construção, pois para abstrair uma propriedade de um objeto, de certa ação ou operação não é suficiente apenas dissociar tal propriedade e aquelas que se negligencia, é necessário também que esta seja construída em um plano diferente da ação ou operação. Na abstração empírica isso não se coloca, uma vez que se trata de uma propriedade derivada do objeto e assimilada pelo sujeito tal como é. No caso de abstração reflexionante, que se apoia sobre as formas e todas as atividades cognitivas do sujeito, ao contrário: se este abstrai uma propriedade ou forma localizada em um plano P1, então ele deve transpô-la a um plano superior P2 em uma "reflexão" em um sentido quase físico do termo (reflexionamento). É preciso reconstruir esta propriedade ou forma sobre o novo plano para que ela possa ser nele assimilada, o que requer um novo trabalho de inteligência ou pensamento, que desta vez será uma "reflexão" em um significado cognitivo (Piaget, 1977/1995).

O conhecimento construído no plano superior nesse processo de diferenciação (reflexionamento) precisa ser integrado ao plano inferior (reflexão) necessariamente por generalização, conduzindo a formação de leis gerais de composição, em um processo em espiral, o que torna a abstração reflexionante necessariamente construtiva, criando e incorporando a novidade e mantendo ao mesmo tempo a integralidade do sistema cognitivo, em um sistema dialético (Piaget, 1977/1995).

Buscando desenvolver um pouco melhor alguns aspectos que não ficaram claros tanto na lógica operatória, quanto no modelo de equilibrção inicialmente proposto, Piaget investiu nos últimos anos de sua produção, no estudo da dialética “enquanto construção de novas interdependências que constituem o aspecto inferencial de equilibrção e que procedem por implicações entre ações enquanto portadoras de significação” (Piaget, 1980/1996).

Destarte, Legendre (1998) defende o potencial que o modelo de equilíbrio Piagetiano tem para trabalhar o tema da aprendizagem e desenvolvimento no adulto. Se para Piaget (1972) a aprendizagem está subordinada ao desenvolvimento, a autora propõe que há uma “natureza essencialmente dialética das relações entre aprendizagem e desenvolvimento: o desenvolvimento condiciona a aprendizagem impondo-lhe certos limites, mas, em contrapartida, a aprendizagem contribui para o desenvolvimento obrigando a uma reconstrução dos adquiridos anteriores” (Legendre, 1998, p. 210).

Concordamos com a autora até certo ponto, pois o próprio processo de equilíbrio, a abstração reflexionante, com a geração de novidades que possibilitam à aprendizagem contribuir para o desenvolvimento, depende do nível cognitivo atual do sujeito. Como afirma Becker (2010) a aprendizagem pode acelerar ou atrasar o desenvolvimento, mas não identificar-se com ele ou substituí-lo. Cabe ressaltar que nos sujeitos adultos há que se considerar a relevância da experiência e transmissão social não só para seu desenvolvimento, mas também para a aprendizagem.

Investigando processos de adição, subtração e cálculo relacional com alunos adultos do Proeja FIC<sup>11</sup>, Dorneles (2013, p. 92) encontrou em seus resultados evidências da importância do trabalho e das relações sociais no processo de aprendizagem, pois os únicos participantes a se beneficiar das ações de intervenção foram aqueles envolvidos ativamente no trabalho e na comunidade, explicando que estes “propiciam a construção de conhecimentos prévios importantes para novas aprendizagens.”

Pensamos que a intervenção produz resultado nesses casos porque tais sujeitos conseguiram construir um tipo particular do conhecimento, a operação, ação significativa interiorizada que modifica o objeto de conhecimento. Ora, como afirma Becker (2010, p.16),

---

<sup>11</sup> Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos, Formação Inicial e Continuada com o Ensino Fundamental (PROEJA FIC), como iniciativa da Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica - SETEC do Ministério da Educação, em 2009 pelo Ofício Circular nº 40 GAB/SETEC/MEC, disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&task=doc\\_download&gid=1498&Itemid=>](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&task=doc_download&gid=1498&Itemid=>)

“a operação só pode surgir da representação com significado, ou seja, aquela que representa a ação ou a experiência que se estruturou graças a essa ação”, usando meios de natureza implicativa, não mais causal.

## 2.5 Modelos de significação na aprendizagem e desenvolvimento adulto

Podemos pensar, como propõe Ramozzi-Chiarottino (2010), que na teoria piagetiana sobre o desenvolvimento cognitivo antes de 1977 havia uma dicotomia entre dois modelos não totalmente integrados: o modelo abstrato, do funcionamento, da estrutura (lógico-operatório) e o empírico, da gênese (equilibração). Segundo a referida autora, Piaget só soluciona esse problema três anos antes de sua morte, com a elevação do conceito de implicação significativa ao estatuto de modelo, em *Essai sur la nécessité* (1977). Nesse momento, Piaget verificou que “o sujeito constrói inferências, compreende as inferências dos outros e avalia ambas como verdadeiras ou falsas, não apenas a partir de sua correspondência ao real, mas do ponto de vista de certa coerência interna (não-contradição) [...]” (Ramozzi-Chiarottino, 2010, p. 24).

Assim começa o estudo da lógica das significações, das quais Piaget (1977) elege como operação central fundamental a implicação significativa, uma forma de conexão responsável pela coordenação de esquemas desde os níveis mais iniciais, caracterizada como “(...)  $p$  implica  $q$  (notação  $p \rightarrow q$ ) se uma significação  $s$  de  $q$  está englobada na de  $p$  e se esta significação comum  $s$  é transitiva.” (Piaget & Garcia, 1997, p. 13 – tradução nossa). Assim, um significado implica em outro, cujas relações determinam uma necessidade específica, desde que o sujeito compreenda suas razões.

Ora, se toda implicação envolve um processo de dedução, no caso específico das implicações significantes, “a dedução se processa (com as técnicas da lógica e da matemática) em um sistema no qual tenha sido possível exprimir significações.” (Hegenberg,

1991, p. 31). A hipótese de Piaget (1977) é que os esquemas são construídos a partir dos possíveis, ao que se segue a constituição dos significados, em um processo naturalmente interdependente.

Por consequência, como afirma Silva (2009) mesmo que um adulto particular tenha construído uma estrutura de pensamento operatório-formal, ele precisa ainda elaborar e organizar o conjunto de implicações significantes sobre cada conteúdo particular de modo a poder deduzir sobre o real e significar uma situação específica. Assim, esse autor irá propor a existência de modelos de significação como organizadores do pensamento do adulto. Tais modelos são formados por implicações significantes - “sistemas pequenos, localizados, entre os quais se constituem, bem antes das estruturas operatórias, as primeiras formas de necessidade, as quais chamaremos de implicações significantes.” (Piaget, 1977, p. 240).

Esse tema pode ser contextualizado na tradição de investigações piagetianas. Embora tenha dirigido seu trabalho para o sujeito epistêmico e as estruturas do conhecimento, Piaget demonstrou algumas preocupações funcionais, dentre elas a identificação dos invariantes funcionais e os estudos dos processos de equilíbrio majorante (Inhelder & Cellérier, 1996). A busca de mecanismos funcionais dentro do quadro teórico da epistemologia genética é encontrada, particularmente de forma constante na análise da obra de uma de suas mais constantes colaboradoras de pesquisa, Barbel Inhelder (1913-1997), que buscou integrar o estudo dos procedimentos por meio de análises microgenéticas à investigação das macroestruturas do conhecimento (Marchand, 2000), propondo os esquemas como interface entre macrogênese e microgênese, uma vez que estes “comportam tanto uma dimensão procedimental quanto estrutural” (Inhelder & Cellérier, 1996, p. 414).

Embora partilhando o interesse nos mecanismos funcionais do sujeito psicológico, e com algumas similaridades, as pesquisas sobre significação diferem em objetivo e método se comparadas àquelas realizadas por Inhelder e colaboradores, uma vez que as últimas

objetivavam investigar as teorias das crianças implícitas a suas ações por meio de atividades pouco estruturadas e com pouca intervenção do pesquisador, enquanto as primeiras buscam investigar a significação consciente do adulto de uma situação, processo que demanda mais esforço e exige maior intervenção e instrumentos de pesquisa mais elaborados (Silva, 2009).

As investigações sobre significações, e mais especificamente, acerca dos aspectos inferenciais das ações foram continuadas nos anos finais de funcionamento do Centro Internacional de Epistemologia Genética (CIEG), sendo suas últimas pesquisas publicadas por Gil Henriques (2004) em “*La formation des raisons*”. Em um texto inédito publicado no referido volume, Piaget conceitua razões como “uma das significações do objeto ou do evento considerado, mas uma significação que conduz às outras por implicações significantes. [...] comporta uma coordenação entre implicações.”<sup>12</sup> (Piaget, 2004/1980, p. 307 – tradução nossa).

Dessa forma, o estudo das razões permitiu a expansão do modelo piagetiano para uma lógica inferencial das ações, tornando possível estudar mais detalhadamente os aspectos inferenciais e implicativos do pensamento (Silva, 2009). No entanto, opta-se, seguindo decisão desse mesmo autor, por usar o termo significação porque esta “parece ligar-se mais a uma ideia de processo enquanto que a razão remete a uma dimensão de maior acabamento, como um caso particular de uma significação mais elaborada” (Silva, 2009, p.48).

Com relação às pesquisas brasileiras quanto ao tema dos processos de significação na perspectiva piagetiana, observa-se uma relativa escassez de trabalhos. Franco (1999) investigou relações entre a lógica operatória de adultos vivendo em ambiente rural e a lógica das significações, identificando que os sujeitos eram capazes de operar formalmente em problemas relacionados ao seu cotidiano, mas tinham dificuldade em trabalhar com problemas de silogismo, o que pode ser explicado considerando as próprias afirmações de

---

<sup>12</sup> “Une des significations de l’object ou de l’événement considere, mais une signification qui entraîne lês autres par implications signifiantes. [...] comporte une coordination entre implications.”

Piaget (1972), mas que o autor relaciona também às significações construídas e aos conteúdos abordados, bem como à interferência de fatores linguísticos. É importante observar ainda que tanto Franco, quanto outros pesquisadores brasileiros nessa tradição enfatizaram mais as decorrências educacionais dos seus achados, do que suas implicações em termos do desenvolvimento humano.

Magalhães (1999) pesquisou o jogo cara-a-cara, com crianças entre 7 e 13 anos, discutindo a interdependência entre processos de aprendizagem e desenvolvimento, a construção da significação (incompatibilidade e negação) e a conexão entre predicado, conceito, juízo e interferência, ou seja, o círculo dialético (Piaget, 1980/1996). Sua pesquisa, entretanto, não focou os processos de significação implicante, restringindo-se aos aspectos dialéticos do jogo pesquisado.

Há também o trabalho de Moro (2004) que pesquisou a importância dos processos de significação na aprendizagem da matemática, mais especificamente estudando notações infantis em tarefas de igualização e de repartição de grandezas matemáticas. Nessa investigação a autora buscou identificar a significação das notações elaboradas na apreciação das relações psicogenéticas entre aquelas estruturas, colocando em evidência o processo de transformação conceitual, que é uma linha de pesquisa forte na interface entre epistemologia e educação, conforme abordada na introdução do presente estudo. Utilizou além da teoria piagetiana, a teoria de campos conceituais de Vergnaud (1990), bastante similar a teoria dos Modelos Organizadores, mas que tem como principal foco: a identificação de continuidades e descontinuidades do conhecimento do ponto de vista dos conteúdos; as relações entre conceitos como conhecimento explícito e invariantes operatórios como componentes implícitos do comportamento; e também a relação entre significado e significante. Essa teoria compartilha de uma série de pressupostos comuns à epistemologia genética e é bastante utilizada na área de educação matemática, ciências e tecnologias.

Um dos trabalhos mais relacionados com o presente estudo foi o de Silva (2009), que investigou como adultos universitários significam problemas envolvendo operações aritméticas elementares (adição e subtração), frações e geometria plana (superfície e perímetro de quadriláteros). Para tanto, em um primeiro momento, propôs aos participantes que resolvessem exercícios escolares referentes ao conteúdo, descrevendo o que faziam. Em seguida, aplicou uma situação experimental com material concreto, utilizando o método clínico, indagando sobre as explicações dos procedimentos adotados. Por fim, pediu que se comparasse o cálculo realizado e o procedimento usado para resolver a tarefa.

Nos resultados dessa pesquisa, foi possível identificar uma variedade de condutas frente aos problemas, influenciadas pelos graus de complexidade e novidade da tarefa e explicadas pelos Modelos de Significação. Silva (2009, p. 27) afirma que “a significação elaborada pelo conjunto dos esquemas organiza-se sob a forma de modelos através dos quais é possível interpretar a realidade, atribuir-lhe sentido e elaborar meios de explicar as situações”. Um modelo de significações pode ser caracterizado, assim, como um grupo de implicações significantes elaboradas para significar a realidade, considerando-o como “uma forma de organização dos significados em função da capacidade de responder a uma situação específica” (Silva, 2009, p. 29), compreendendo-se que deve haver uma organização específica de modelos em função dos conteúdos.

Tais modelos foram baseados nos Modelos Organizadores de Moreno et al. (1999), que por sua vez fundamentaram-se nos modelos mentais de Johnson-Laird (1994), embora inspirados na Epistemologia Genética. Nessa obra, os autores investigam o papel do conteúdo (que consideram ser um aspecto negligenciado por Piaget no estudo da forma / estrutura), juntamente com as particularidades do pensamento, propondo que a decalagem<sup>13</sup>

---

<sup>13</sup> “Um primeiro tipo de decalagem, dita “horizontal” refere-se a constatação segundo a qual o que é adquirido em um plano do desenvolvimento (por exemplo, a ação) deve ser reconstruído em um outro plano (aqui, do pensamento concreto). Um segundo tipo de decalagem, dita horizontal concerne ao fato de que uma noção (por exemplo, peso) pode ser mais tardia do que outra (a de substância), enquanto que as estruturas operatórias

(horizontal) não é uma exceção, mas uma constante no desenvolvimento do pensamento, ocorrendo sempre em função da novidade e especificidade do conteúdo.

É dessa forma que tais estudos se identificam ao mesmo tempo em que se diferenciam de investigações que abordam o processo de equilibração e/ou tomada de consciência, tais como Santos (2011), Canal (2008), Fiorot (2006), entre outros. A construção de significados em dada situação depende da atribuição dos esquemas construídos àquela realidade e evolui simultaneamente ao processo de tomada de consciência.

Assim, Silva (2009) e Bovet (1999) depreendem desse referencial que o pensamento do adulto apresenta uma estrutura poderosa, comportando mobilidade e agilidade de raciocínio. Descrevendo o pensamento do adulto, Bovet (1999, p. 306) afirma ser este diferente do pensamento infantil principalmente no sentido de uma maior mobilidade na exploração do problema proposto, o que implica na apresentação de mais perguntas do que de respostas. Ademais constata como conclusão de sua experiência: “os adultos mostram-se surpreendentemente conscientes dos limites de suas reflexões e insatisfeitos com suas tentativas de construir um modelo explicativo.”.

Nossas pesquisas (Silva, 2014), no entanto, não confirmam a generalização de tais conclusões, possivelmente pelo conteúdo investigado – probabilidade, combinação e acaso – e pela diferença no público pesquisado – adultos estudantes do ensino médio integrado com um curso técnico na modalidade de ensino de jovens e adultos, ao invés de universitários. O pensamento lógico matemático de que é capaz o sujeito, juntamente com a resistência do objeto (conteúdos) tem interferência não apenas nos modelos de explicação da realidade construídos (modelos de significação), como também nas compensações nas reações às perturbações e desequilíbrios (condutas  $\alpha\beta\gamma$ ) adotadas ou não no processo de equilibração.

---

implicadas em ambas aquisições são formalmente as mesmas.” (Noções. Decalagem. < [http://www.fondationjeanpiaget.ch/fjp/site/oeuvre/index\\_notions\\_3.php](http://www.fondationjeanpiaget.ch/fjp/site/oeuvre/index_notions_3.php)> - tradução nossa).

Consideramos que os conteúdos assimilados pela abstração reflexionante são condição necessária para que os processos de pensamento possam se desenvolver, aplicar, generalizar e modificar. Ora, uma vez que nosso sistema de ensino na educação básica principalmente de jovens e adultos costuma minimizar o papel do acaso na realidade física, visando talvez simplificar os conteúdos escolares, pensamos que isso pode contribuir para um atraso no desenvolvimento, pois “[...] às variações do meio o sujeito responde com esquemas, cada vez mais diferenciados, numerosos e coordenados entre si.” (Becker, 2010, p. 101). Ou seja, um ensino simplificado, que não promove a tomada de consciência, limita a construção dos processos de pensamento que possibilitam tais alunos enfrentar a resistência dos objetos na significação de situações nas quais se coloca de forma mais marcante a influência do acaso nos processos. Como afirma Parrat-Dayan (1999, p. 32):

[...] na perspectiva construtivista, o conhecimento implica uma inter-relação ativa e produtiva entre os significados que a criança [e adulto] possui e os aspectos da realidade externa que vão permitir a construção de novos significados. Esses significados não constituem a lógica do sujeito e sim modelos interpretativos que o sujeito constrói e que lhe permitem apreender a realidade.

O papel do objeto se torna mais marcante em situações nas quais o resultado é função do acaso porque o *feedback* da experiência física não é condição suficiente para confirmar a adequação do pensamento lógico-matemático e/ou modelo de significação nos quais a ação do sujeito se embasou. Em tais circunstâncias é possível que ações logicamente incorretas produzam resultados positivos e vice versa, de modo que o sujeito é confrontado em primeira instância, na verdade, com a força ao invés da acurácia de suas convicções. Dessa forma, um adulto que já tenha construído adequadamente a noção de acaso, compreendendo-o dentro de um sistema dedutível, não deverá considerar o resultado negativo como uma perturbação cognitiva, tendo já construído um modelo de significação apropriado à situação, ou, se o

fizer, possivelmente adotará condutas de compensação que permitirão um novo modelo mais adequado.

## **2.6 Conclusão**

Baseados na perspectiva piagetiana, consideramos “que o desenvolvimento não se produz no vazio, mas se estabelece a partir de situações problemáticas complexas.” (Parrat-Dayan, 1999, p. 31). Dessa forma, tendo em vista o sujeito psicológico, não podemos compreender um processo de desenvolvimento uniforme – o fato de todo adulto ter o potencial de operar no nível operatório formal não significa que todos adultos tenham desenvolvido tal estrutura cognitiva.

Isso implica a diversidade quanto ao desenvolvimento e, portanto, processos de pensamento do adulto, o que sugere a relevância de investigações que procurem entender melhor os fatores intervenientes não só nas construções das estruturas (formas), mas no funcionamento cognitivo do sujeito psicológico, de modo a possibilitar ações de intervenção para promoção de desenvolvimento, conhecimento e aprendizagem.

Entendemos que o sujeito organiza suas representações ou esquemas prévios relativos a um objeto na forma de modelos de significação, em função do grau de complexidade e novidade da tarefa e de sua estrutura lógico-matemática. Por meio do processo de equilibração tais modelos podem evoluir ou se manter, dependendo da conduta de compensação do desequilíbrio cognitivo. Entretanto, os modelos de significação podem ocasionar a não percepção de observáveis, ou mesmo de situações de conflito cognitivo, o que pode contribuir para limitar as possibilidades de desenvolvimento.

Retomando Becker (2010, p. 16) “a operação só pode surgir da representação com significado”, ou seja, o conhecimento, a experiência lógico-matemática, um dos fatores do

desenvolvimento, só se produz por meios implicativos, dependendo do processo de significação da realidade. Assim, a aprendizagem por si só, não basta. Por conseguinte, não é uma questão de buscar identificar quais são as concepções equivocadas que o adulto construiu com relação a certo conteúdo, perspectiva da abordagem de mudança conceitual. Para que ele possa efetivamente conhecer, ser capaz de aplicar esse conhecimento em sua vida, edificando a consciência transitivo-crítica freiriana<sup>14</sup>, enfim, se desenvolver, é necessário lhe proporcionar situações nas quais ele possa significar esse aspecto particular da realidade, construindo os modelos de significação apropriados para tanto.

## 2.7 Referências

- Becker, F. (2010). *O Caminho da Aprendizagem em Jean Piaget e Paulo Freire: da ação à operação*. Rio de Janeiro: Vozes.
- Bovet, M. (1999). Explicações e Mudanças em Adultos. In M. Moreno, G. Sastre, M. Bovet & A. Leal (Org.) *Conhecimento e mudança: os modelos organizadores na construção do conhecimento* (pp. 287-323). Campinas/ São Paulo: Moderna/ Editora da Universidade de Campinas.
- Canal, C. P. (2008). *Menos com menos dá mais? Análise de desempenho de alunos de 6ª e 8ª séries do ensino fundamental no jogo Mattix*. (Tese de Doutorado). Recuperado de [http://www.btdt.ufes.br/tde\\_busca/arquivo.php?codArquivo=652](http://www.btdt.ufes.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=652)
- diSessa, A. A. & Sherin B. L. (1998). What Changes in Conceptual Change? *International Journal of Science Education*, 20 (10), 1155-1191. Recuperado de <http://www.sesp.northwestern.edu/docs/publications/190728965744ad846e5a4a9.pdf>

---

<sup>14</sup> É a representação dos fatos e coisas como se dão na existência empírica, em suas correções causais e circunstanciais. A da causalidade autêntica ocorre com a consciência crítica e está subordinada a sua análise, por isso seu caráter da transitividade. (Freire, 1967).

- Dongo-Montoya, A.O. (2008) Representações e construção do conhecimento. *Schème*, 1 (1), jan/jun., 134-152. Recuperado de <http://www2.marilia.unesp.br/revistas/index.php/scheme/article/viewFile/556/440>
- Dorneles, C. L. (2013) *Adição, subtração e cálculo relacional: uma intervenção com alunos do Proeja FIC/ Ensino Fundamental*. (Dissertação de mestrado). Recuperada de <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/69936>
- Fiorot, M. A. (2006) *Como aprendem os que ensinam e como ensinam os que aprendem? Um estudo com professoras no contexto do jogo traverse*. (Tese de Doutorado). Recuperada de [http://portais4.ufes.br/posgrad/teses/tese\\_455\\_.pdf](http://portais4.ufes.br/posgrad/teses/tese_455_.pdf)
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.
- Franco, S. R. K. (1999). *Lógica operatória e lógica das significações em adultos do meio rural: um estudo piagetiano e seu significado educacional*. (Tese de doutorado não publicada). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- Freire, P. (1967). *Educação como prática da liberdade*. Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra.
- Halldén, O., Scheja, M., & Haglund, L. (2013). The contextuality of knowledge: An intentional approach to meaning making and conceptual change. In S. Vosniadou (Ed.), *International handbook of research on conceptual change* (pp. 509-532). 2<sup>nd</sup> edition. London: Taylor & Francis Group, Inc. Recuperado de <http://books.google.com.br/books>
- Hegenberg, Leonidas. (1991). A lógica e a teoria de Jean Piaget: a implicação significativa. *Psicologia USP*, 2(1-2), 25-32. Recuperado de [http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1678-51771991000100003&lng=pt&tlng=pt](http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1678-51771991000100003&lng=pt&tlng=pt)
- Henriques, G. et al. (2004). *La formation des raisons: étude sur l'épistemogénèse*. Sprimont, Belgique: Pierre Mardaga editeur.

- Inhelder, B. & Cellérier, G. (1996) *O percurso das descobertas da criança: pesquisa sobre as microgêneses cognitivas* (J. G. Rego, Trad.). Lisboa: Instituto Piaget. (Trabalho original publicado em 1992).
- Inhelder, B.; Garcia, R. & Vonèche, J. (1978). *Epistemologia genética e equilíbrio* (J. C. Jesuíno, Trad.). Lisboa: Livros Horizonte. (Trabalho original publicado em 1977).
- Johnson-Laird, P.N. (1994). Mental models and probabilistic thinking. *Cognition*, 50, 189-209.
- Legendre, M. F. (1998) *A contribuição do modelo da equilíbrio para o estudo da aprendizagem no adulto*. In C. Danis & C. Solar (Org.). *Aprendizagem e Desenvolvimento de Adultos* (J. Chaves, Trad.). (pp. 155-216). Lisboa: Stória.
- Magalhães, L. do A. M. de. (1999) *O jogo cara a cara em crianças de 7 a 13 anos: uma análise construtivista*. (Dissertação de mestrado não publicada). Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Marchand, H. (2000). From the diagnostics of reasoning in the mentally disabled to the microgenetic study of the processes of discovery: Bärbel Inhelder's contribution toward a global understanding of the subject. *The genetic epistemologist*, 28 (4), 2-8. Recuperado de: <http://www.piaget.org/GE/2000/GE-28-4.html>
- Moreno, M. et al. (1999) *Conhecimento e mudança: os modelos organizadores na construção do conhecimento*. Campinas/ São Paulo: Moderna/ Editora da Universidade de Campinas.
- Moro, M. L. F. (2004) Notações da matemática infantil: igualar e repartir grandezas na origem das estruturas multiplicativas. *Psicologia Reflexão e Crítica*, 17 (2), 251-266 . Recuperado de <http://www.scielo.br/pdf/prc/v17n2/22477.pdf>
- Parrat-Dayan, Silvie (1999). A Teoria de Piaget sobre a Causalidade. In M. Moreno, G. Sastre, M. Bovet & A. Leal (Org.) *Conhecimento e mudança: os modelos organizadores*

na construção do conhecimento (pp. 23-34). Campinas/ São Paulo: Moderna/ Editora da Universidade de Campinas.

Piaget, J. (1968). Le Point de Vue de Piaget. *International Journal of Psychology. Journal International de Psychologie*, 3 (4), 281-299. Recuperado de <http://leadserv.u-bourgogne.fr/files/filemanager/users/witt-arnaud/Le%20point%20de%20vue%20de%20Piaget.pdf>

Piaget, J. (1972). Desenvolvimento e aprendizagem (P. F. Slomp, Trad.). Development and learning. In C. S. Lavattelly & F. Stendler (Org.), *Reading in child behavior and development*. New York: Hartcourt Janovich. (Trabalho original publicado em 1964, tradução em língua portuguesa para fins didáticos).

Piaget, J. (1977). Essai sur la nécessité. *Archives de Psychologie*, 175 (45), 235-251. Recuperado de: [http://www.fondationjeanpiaget.ch/fjp/site/textes/VE/JP77\\_essaiSurLaNecessite.pdf](http://www.fondationjeanpiaget.ch/fjp/site/textes/VE/JP77_essaiSurLaNecessite.pdf)

Piaget, J. (1978). A Equilíbrio; Observações finais In B. Inhelder, R. Garcia, & J. Vonèche (Org.), *Epistemologia genética e equilíbrio* (J. C. Jesuíno, Trad.) (pp. 15-22; 152-157). Lisboa: Livros Horizonte. (Trabalho original publicado em 1977).

Piaget, J. (1995). *Abstração reflexionante: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais* (F. Becker & P. B. G. da Silva, Trad.). Porto Alegre: Artes Médicas. (Trabalho original publicado em 1977).

Piaget, J. (1996). *As formas elementares da dialética*, (F. M. Luiz, Trad.) (L. de M. Coord.). São Paulo: Casa do Psicólogo. (Trabalho original publicado em 1980).

Piaget, J. (2004) La raison em tant qu'objectif de la compréhension (CIEG, janvier 1980). In G. Henriques, G. et al. (Org.) *La formation des raisons: étude sur l'épistemogenèse* (pp. 307-310). Sprimont (Belgique): Pierre Mardaga editeur.

- Piaget, J. & Inhelder, B. (1976). *Da lógica da criança à lógica do adolescente* (D. M. Leite, Trad.). São Paulo: Ed. Pioneira. (Trabalho original publicado em 1970).
- Ramozzi-Chiarottino, Z. (2010). Piaget segundo seus próprios argumentos. *Psicologia USP*, São Paulo, 21 (1) Recuperado de [http://www.revistasusp.sibi.usp.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1678-51772010000100002&lng=pt&nrm=iso](http://www.revistasusp.sibi.usp.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1678-51772010000100002&lng=pt&nrm=iso)
- Santos, C. C. (2011). *Análise microgenética de aspectos cognitivos e afetivos em idosas: uma proposta teórica e metodológica*. (Tese de doutorado). Recuperada de [http://portais4.ufes.br/posgrad/teses/tese\\_5128\\_.pdf](http://portais4.ufes.br/posgrad/teses/tese_5128_.pdf)
- Silva, J. A. (2009). *Modelos de significação e pensamento lógico matemático: um estudo sobre a influência dos conteúdos na construção da inteligência*. (Tese de doutorado). Recuperada de <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/15523>
- Silva, S. T. (2014). *Sorte? Lógica? A noção de acaso de adultos do Proeja*. (Tese de doutorado não publicada), Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (23), 133-170. Recuperado de : <http://rdm.penseesauvage.com/>

### **3. SEGUNDO ESTUDO**

## **PROCEDIMENTOS E SIGNIFICAÇÕES DE ALUNOS DO PROEJA EM UM JOGO DE COMPUTADOR SOBRE COMBINAÇÕES**

## **Procedimentos e significações de alunos do Proeja em um jogo eletrônico sobre combinações**

---

### **3.1 Resumo**

O objetivo desse estudo foi investigar os modelos de significação, procedimentos e razões em um jogo de computador que envolve a noção de combinatória em situação de incerteza. Doze adultos do Proeja (Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Jovens e Adultos) jogaram uma partida do jogo *Likid Gaz*, respondendo a uma entrevista semiestruturada e a três situações-problemas, conduzidas segundo o Método Clínico. Jogaram então mais uma partida, respondendo a outras duas situações-problemas. As condutas foram analisadas e classificadas em níveis de análise heurística do jogo e segundo os modelos de significação encontrados, predominando em ambas os níveis mais elementares, o que pode ser explicado pela complexidade do conteúdo e da tarefa, considerando-se a interferência de aspectos afetivos. Os modelos de significação atuam na escolha dos procedimentos, implicando na rejeição de ações de sistematização ou enumeração, pilares da compreensão da combinatória. Sugerem-se fatores importantes para a facilitação da assimilação desse conteúdo e que futuras pesquisas investiguem como a afetividade interage com o sistema de procedimentos no sujeito psicológico.

**Palavras-chave:** Psicologia genética. Combinatória. Acaso. Jogos de computador. Educação de Jovens e Adultos.

### 3.2 Abstract

The aim of this study was to investigate the models of signification, procedures and reason in an electronic game involving the notion of combinatorics under uncertainty. Twelve adults in Proeja (National Program for the Integration between Professional and Basic Education for Young People and Adults) played a match of the game *Likid Gaz*, responding to a semi-structured interview and three problem-situations, conducted under the Clinical Method. Then they played one more game, answering two other problem-situations. The conducts were analyzed and classified into levels of heuristic analysis of the game and according to the models of signification found, predominating in both the most basic levels, which can be explained by the complexity of the content and task, considering the interference of affective aspects. The models of signification act on the choice of procedures implying the rejection of actions of systematization or enumeration pillars of combinatorial understanding. Important factors to facilitate the assimilation of this content are suggested along with that future research investigate how affectivity interacts with the system procedures in psychological subject.

**Keywords:** Genetic Psychology. Combinatorics. Chance. Computer game. Education of young people and adults.

### 3.3 Introdução

Durante nosso curso de vida aprendemos a combinar elementos para conseguir resultados: nas brincadeiras, na culinária, na arte, entre outros, pois em todos os domínios humanos, a combinação se faz presente. Não é comum, no entanto, que façamos cálculos combinatórios, ou que precisemos exaurir as combinações possíveis para algo em nossos afazeres cotidianos, mesmo porque dificilmente eles se inscrevem em um conjunto finito de elementos.

Cientificamente, por sua vez, a combinação e a análise combinatória como um todo são utilizadas na matemática e em diversas áreas tais como estatística, logística, programação, genética, etc.

Assim, a combinação no contexto da educação matemática traz um novo desafio a algo aparentemente corriqueiro. A dificuldade no ensino e na aprendizagem desse conteúdo é vivenciada por professores e alunos, sendo justificada em diversos estudos por: aspectos estruturais do desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático; dificuldades em enumerar todas as possibilidades de combinação; o momento tardio e a forma como esse conteúdo é trabalhado no currículo; estratégias de ensino unicamente por fórmulas; a estrutura multiplicativa da operação; dificuldade na compreensão dos invariantes da operação; dificuldade na sistematização dos procedimentos; intuições equivocadas; interpretação do problema; modelo combinatório (seleção, partição, distribuição) implícito ao problema, entre outros (Batanero, Navarro-Pelayo & Godino, 1997; Roa, 2000; Soares & Moro, 2006; Pessoa & Borba, 2010; Barreto & Borba, 2011; Pessoa & Santos, 2012; Duro, 2012).

Assim, considerando a psicogênese do raciocínio combinatório e as teorias sobre o ensino da combinação matemática baseadas especialmente em Vergnaud (1990), pesquisas com estratégias de ensino e intervenção sobre o processo de ensino e aprendizagem da combinatória (produto cartesiano, permutações, arranjos e combinações) destacam quatro pilares para sua compreensão: a enumeração, os invariantes conceituais, a sistematização e a generalização (Pessoa & Santos, 2012). O ensino de estratégias de enumeração e sistematização para resolução de problemas de análise combinatória mostrou-se promissor, conforme uma intervenção preliminar, realizada com alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA) por Barreto e Borba (2011).

Na perspectiva psicológica do desenvolvimento humano, a combinatória se circunscreve como componente fundamental do raciocínio operatório formal, uma vez que

constitui base da lógica das proposições (Piaget & Inhelder, 1951/s.d; 1976). As operações combinatórias são explicitadas pela “possibilidade de ligar todas as maneiras de associação ou correspondências de base, a fim de tirar as relações de implicação, de disjunção, de exclusão, etc., que constituem essas ligações” (Piaget & Inhelder, 1976, p. 81), não necessariamente por meio da aprendizagem ou aplicação de sua fórmula matemática, e, sim, por um método de ação.

A estreita correlação entre tais operações e as operações proposicionais fica evidente no experimento de mistura de substâncias apresentado por Piaget e Inhelder (1976, p. 91), pois “ao mesmo tempo em que o sujeito combina os elementos ou fatores dados no contexto experimental, combina os enunciados proposicionais que exprimem os resultados de tais combinações de fatos, e assim constrói o sistema das operações binárias (...)”.

As operações de combinação, permutação e arranjo foram estudadas por Piaget e Inhelder no contexto do estudo da construção da noção de acaso e do pensamento operatório-formal (1951/s.d.; 1976). Tais autores atestam a possibilidade do aparecimento das operações combinatórias matemáticas independente do ensino escolar, como também da combinatória proposicional, já que fazem parte do mesmo mecanismo operatório formal. O ensino formal desse conteúdo, no entanto, é defendido por Fischbein (1975) e outros autores como condição necessária para a evolução das intuições primárias para as secundárias, e, portanto, para o desenvolvimento da capacidade de operação combinatória.

A relevância da compreensão dos aspectos estruturais do raciocínio combinatório para a educação matemática no Brasil tem sido demonstrada por pesquisas tais como a de Soares e Moro (2006) no Ensino Fundamental e Duro (2012) no Ensino Médio, investigando aspectos estruturais do desenvolvimento das operações combinatórias em crianças, adolescentes e adultos, na perspectiva da educação matemática e da epistemologia genética, averiguando como tais sujeitos resolviam problemas multiplicativos de produto cartesiano (no caso dos

alunos do ensino fundamental) ou por aplicação e análise de provas experimentais concretas (em se tratando de alunos do ensino médio).

No campo da psicologia do desenvolvimento, por sua vez, várias pesquisas abordam a avaliação estrutural dessa noção, como a de Pylro (2012) que investigou com provas piagetianas e jogos de computador a noção de permutação e quantificação de probabilidades em adolescentes com e sem indícios de Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade (TDAH), e em cujo trabalho o leitor pode encontrar uma revisão compreensiva das pesquisas com uso da Escala de Desenvolvimento do Pensamento Lógico (EDPL) de Longeot no Brasil, e, que, portanto, investigaram a noção combinatória na perspectiva de avaliação cognitiva.

Dentre os trabalhos com tal escala, destacamos o de Silva (2008) que usou o jogo *Quarto* como método de intervenção com adolescentes no ensino médio, avaliando positivamente sua eficácia na resolução de problemas matemáticos, dentre eles, um sobre combinação. O jogo *Quarto*, aliás, possui uma combinatória que lhe é inerente, como bem apresenta Borges (2012), embora este tenha explorado em sua pesquisa não a combinatória, mas a construção da noção de tempo em adolescentes. Outro trabalho que avaliou a noção de permutação e quantificação de probabilidades na EDLP em conjunto com um jogo (*Torre de Hanói*) em adolescentes, foi o de Teixeira (1982).

Consideramos, no entanto, que juntamente à perspectiva estrutural, avaliativa, da noção, há que se investigar os procedimentos do sujeito psicológico ao executar uma tarefa combinatória em uma perspectiva funcional, partindo do pressuposto epistemológico de que procedimento e estrutura são indissociáveis (Piaget & Inhelder, 1979; Inhelder & Caprona, 1996), posto que caso não há oposição entre função e estrutura; uma estrutura cognitiva é estrutura de um funcionamento (Gréco, 2010). Observamos na revisão da literatura que mesmo nos casos nos quais o estudo e sistematização dos procedimentos são realizados, as

pesquisas geralmente procuram identificar a estrutura (avaliação) ou erros e incompreensões dos alunos para construir estratégias de ensino do conteúdo.

Ao examinar as relações entre procedimento e estrutura, Piaget e Inhelder (1979) apontam para uma série de duplas análogas, que a seguir correlacionam. Dentre elas, gostaríamos de nos deter no par ação e significação. Se a ação corresponde à intervenção física ou mental do sujeito sobre os objetos, a significação, por sua vez, é “o que podemos fazer com ele”, o que podemos dizer ou pensar dos objetos (Piaget & Garcia, 1997), considerando que a significação provém de um esquema, e todo esquema resulta de uma ação. Há aí, portanto, uma relação em dupla espiral, com processos ascendentes e descendentes de organização da atividade cognitiva. Nessa obra póstuma, Piaget propõe com Garcia uma lógica das significações, que antecederia e prepararia a lógica operatória.

O estudo das significações permite, portanto, apreciar o papel dos conteúdos na construção da inteligência (Silva, 2009), principalmente considerando, como propõe tal autor, sua organização em modelos organizadores, modelos de significação, cuja função seria fornecer um referencial antecipatório e dedutivo dos procedimentos a serem adotados para certa tarefa, exercendo um papel chave na organização do pensamento do adulto. Ora,

[...] todo observável está sempre vinculado a uma interpretação e esta comporta necessariamente, de um lado significações, mas também, por outro lado, vínculos inferenciais entre estas em conformidade com as precedentes. E essas inferências, implícitas, bem como explícitas, não poderiam consistir, desde suas formas elementares, senão em implicações entre significações, ou seja, entre esquemas de ação (Piaget & Garcia, 1997, p. 13).

O estudo das significações relacionadas às operações de combinação, no entanto, estaria incompleto se não investigasse também, a noção de acaso, uma vez que a crença no papel determinante deste pode influenciar os procedimentos, principalmente quanto à

sistematização, como é nossa tese. Ora, se a prática dos jogos de azar foi o que motivou o estudo e desenvolvimento inicial das teorias de análise combinatória e estatística, isso ocorreu somente a partir do século XVI d.C., quando Gerolamo Cardano escreveu o manuscrito *O livro dos jogos de azar*, o qual é o primeiro a versar sobre a teoria da aleatoriedade, incorporando um princípio hoje chamado de Lei do Espaço Amostral (Mlodinow, 2009), numa tentativa de sistematizar acerca do que parecia imprevisível.

A crença de que algo poderia ser antecipado e previsto matematicamente, mesmo que dependesse do acaso, já defendia no século I a.C. por Cícero, estadista e filósofo romano, é algo ainda hoje negado por muitas pessoas, não só no jogo, como em outras situações. Assim é que, ao apresentar um jogo de dados como tarefa à sua classe de matemática do Ensino Fundamental, que havia acabado de estudar certo conteúdo sobre probabilidade, Prediger (2008) ouviu de uma aluna: “Você quer que eu faça com probabilidade ou com meu pensamento normal?”.

Essa pesquisadora afirma que as intuições probabilísticas e conhecimentos anteriores ao ensino escolar coexistiriam com o conhecimento científico adquirido na escola, sendo aplicados conforme o contexto, como na prática de jogos na qual predominou o uso das intuições e conhecimentos anteriores. Ela explica a permanência do uso das intuições de probabilidade após o ensino formal no jogo de dados, por exemplo, pelo fato de a Teoria das Probabilidades ser uma lei dos grandes números, não predizendo com certeza os resultados em um pequeno número de lançamentos. Assim, as respostas intuitivas continuariam a ser funcionais para o sujeito em suas situações cotidianas e por isso seriam tão persistentes. Pensamos que há outros processos envolvidos que não apenas a funcionalidade de tais respostas, como, por exemplo, os esquemas prévios, os modelos de significação para a situação, dentre outros.

Desse modo, para além da questão do desenvolvimento das estruturas cognitivas e da aprendizagem, ou seja, da lógica operatória, para melhor compreender o pensamento probabilístico pensamos ser necessário pesquisar a lógica inferencial das ações, estudando mais a fundo os procedimentos e as razões ou justificativas das condutas na perspectiva das significações. Por conseguinte, o presente estudo teve por objetivo investigar os modelos de significação, procedimentos e razões em um jogo de computador que envolve a noção de combinatória em situação de incerteza.

### **3.4 Método**

#### **3.4.2 *Participantes***

Participaram do presente estudo 12 voluntários, de ambos os sexos (F = 6 e M = 6), adultos jovens, entre 20 e 40 anos de idade, inclusive, moradores da grande Vitória, com renda salarial familiar entre um e três salários mínimos, estudantes do curso Técnico em Segurança do Trabalho Integrado ao Ensino Médio para Jovens e Adultos, no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo.

O convite para participação foi feito nas turmas dos três últimos módulos desse curso, durante o ano letivo de 2012, compondo a amostra os alunos voluntários dentro da faixa etária e módulos selecionados e que participaram dos três encontros da pesquisa maior do qual o presente estudo faz parte. Todos já haviam estudado conteúdos do Ensino Médio relacionados à probabilidade e combinação, além da disciplina de Estatística, de acordo com o currículo do curso escolhido.

A extensão de tempo de cada encontro necessário para coleta de dados, bem como os afazeres do grupo do qual se compôs a amostra, constituído em grande parte por

trabalhadores, resultaram em obstáculos significativos para composição da amostra, que perfaz aproximadamente 10% do total de alunos matriculados, desconsiderando o critério de exclusão de idade.

### 3.4.2 *Instrumentos*

Essa pesquisa constitui-se como parte de um estudo mais amplo que envolveu a realização de três encontros para coleta de dados por meio de três jogos de computador e de situações-problema propostas pela pesquisadora para cada jogo. Nessa investigação foi utilizado o jogo *LikidGaz*, que faz parte do *software Missão Cognição*, elaborado por Haddad-Zubel, Pinkas e Pécaut (2006), versão dublada em Portugal.

Os instrumentos de pesquisa estão detalhados, conforme segue.

a) Questionário de familiaridade com o uso do computador: Um breve questionário foi aplicado para investigar a familiaridade do participante com jogos de computador e com o computador (Apêndice B), tendo em vista o uso de instrumentos informatizados. As questões sobre prática de jogo abordaram o uso, motivação, preferência, plataforma utilizada, local e frequência de jogo. Perguntou-se ainda sobre a posse de um computador, a habilidade e frequência de uso deste.

b) Jogo *Likid Gaz*: Baseado no segundo experimento apresentado no capítulo sete do livro *Da Lógica da Criança à lógica do Adolescente* (Piaget & Inhelder, 1976), o jogo apresenta-se de forma mais simplificada do que a prova clássica, uma vez que no jogo há apenas a necessidade de descoberta das combinações que revelem as cores, mas não de comprovação das hipóteses. Na prova clássica, o experimento de combinação de corpos químicos coloridos e incolores usando indicadores, há quatro compostos que devem ser combinados, sendo que a cor resulta da combinação de dois destes, havendo a possibilidade

de a cor surgir também em uma combinação com três dos quatro compostos. No caso do jogo, são cinco símbolos que devem ser combinados para produzir as cores.

A Figura 1 apresenta a tela inicial do jogo:



Figura 1 – Tela inicial do jogo *Likid Gaz*

Ao parar o mouse sobre a estação *LikidGaz*, aparece um quadro no canto superior direito da tela no qual se lê: “*Na estação LikidGaz os carburantes são feitos a pedido. Cada nave tem o seu carburante*”. Clicando com o mouse na estação, uma animação mostra a nave aterrissando e o jogador escuta a mensagem ao mesmo tempo em que outra animação demonstra as ações correspondentes ao que é falado:

Podes misturar os carburantes clicando sobre os diferentes botões. A ordem da tua escolha não é importante. Para ver se com a tua mistura encontraste o carburante da cor certa, confirma clicando sobre o teclado. Sempre que efetuas uma mistura, a tua escolha fica inscrita no registro da bomba. Tu podes consultar o registro quando quiseres clicando sobre a seta vermelha, e desenrolá-lo clicando sobre as setas do lado. Quando encontrares a mistura certa, a nave partirá. Uma pequena ajuda: a gasolina verde obtém-se misturando as cores azul e amarela.

Em seguida, ao mesmo tempo em que o narrador fala, aparece na tela a seguinte mensagem: “*A regra das misturas da gasolina perdeu-se. Tenta encontrar o carburante necessário para cada uma das três naves: amarela, azul e verde*”.

Enquanto o áudio apresenta o texto acima, uma animação mostra as ações citadas no texto ocorrendo na tela. Vê-se o exemplo de uma combinação mal sucedida de dois símbolos, seguida da consulta ao registro da bomba, e de outra combinação bem sucedida. Há cinco símbolos de cor vermelha que o jogador deve combinar para encontrar a gasolina (carburante) apropriada à cada nave: ☾ □ ○ △ ☆ (lua, quadrado, círculo, triângulo e estrela). Quando o jogador clica sobre o botão do símbolo, sua cor se apaga, como pode ser visto na Figura 1 **Error! Reference source not found.** Se a mistura for correta, aparece a cor correspondente à cor da nave que está na tela e ela parte, surgindo a próxima nave. Se a mistura for incorreta, aparece um X vermelho no visor. Se o jogador encontrar o combustível apropriado para outra nave que não seja aquela em cujo nível correspondente se encontra, aparece aquela cor no visor, seguida da mensagem: “*Oh, encontraste um carburante, mas para outra nave! Clica em continuar*”. Ou seja, acusa-se a formação do combustível da outra nave, mas continua a ser necessário que o jogador encontre a mistura correta para aquela nave em cujo nível está.

As combinações efetuadas ficam armazenadas no registro da bomba, sendo que aquelas combinações que não resultam em combustível ficam incolores, e aquelas que resultam em combustível para alguma nave, ficam registradas com a cor da nave correspondente. Assim, é possível a um jogador que tenha achado a cor azul antes da amarela, retomar no registro da bomba a combinação correta para a nave azul no momento em que dela precisar. Da mesma forma, ao chegar no terceiro nível, que visualizando as combinações que resultaram nas cores amarela e azul, encontre imediatamente a combinação correta para produzir a cor verde.

As naves aparecem sempre na mesma sequência, amarela, azul e verde, correspondendo aos três níveis do jogo. A mistura dos dois primeiros níveis é composta de dois símbolos cada, ou seja, o jogador deve combinar dois dentre os cinco símbolos em cada tentativa até que descubra a combinação que resultará naquela cor. No nível três faz-se necessário que o jogador combine todos os símbolos correspondentes à cor amarela, juntamente com todos os símbolos correspondentes à cor azul. O jogador recebe no início do jogo a informação de que a gasolina verde obtém-se misturando as cores amarela e azul, sendo que quando erra por algumas vezes essa última combinação, aparece a imagem de Piaget e o áudio informa: *“Lembra-te da ajuda que já te demos: a gasolina verde obtém-se misturando as cores azul e amarela”*. É necessário completar os três níveis para ganhar.

A mistura do nível três pode, portanto, ser composta com três a cinco elementos, dependendo dos resultados anteriores. Essa se constituiu como uma das grandes dificuldades do jogo, pois muitos participantes entendiam que não poderiam misturar mais do que dois símbolos, uma vez que o exemplo dado na animação introdutória do jogo mostra essa quantidade e em nenhum outro momento do jogo se fala que é possível misturar mais do que dois símbolos. De fato, é possível fazer essa mistura, mas apenas porque combinando os dois símbolos corretos não importa para o jogo que a eles seja acrescentado outro.

As informações sobre as jogadas efetuadas e seus resultados, bem como o tempo são registradas automaticamente em uma planilha eletrônica. O Quadro 1 traz um dos registros efetuados como exemplo. As tentativas são numeradas de 1 a 6, sendo esta reiniciada caso não se descubra a combinação alvo. Tentativas que produzem a combinação correta recebem a numeração 0 (zero). Os símbolos são representados por números, conforme sua sequência da esquerda para a direita, de 1 a 5. O resultado 0 (zero) indica erro, enquanto que 1 (um) significa acerto. Observa-se que esse é um jogo relativamente rápido, pois essa partida durou pouco mais que 10 minutos.

Nível	Tentativa nº	Tempo (segundos acumulados)	Combinação de líquido alvo	Combinação de líquido escolhida	Resultado
1	1	137	[1, 2],[1, 2, 5]	4,1	0
	2	163	[1, 2],[1, 2, 5]	4,2	0
	3	181	[1, 2],[1, 2, 5]	5,3	0
	0	202	[1, 2],[1, 2, 5]	2,1	1
Nível	Tentativa nº	Tempo (segundos acumulados)	Combinação de líquido alvo	Combinação de líquido escolhida	Resultado
2	1	232	[4, 3],[4, 3, 5]	4,2	0
	2	244	[4, 3],[4, 3, 5]	5,1	0
	3	259	[4, 3],[4, 3, 5]	2,4	0
	4	288	[4, 3],[4, 3, 5]	2,3	0
	5	317	[4, 3],[4, 3, 5]	3,1	0
	6	365	[4, 3],[4, 3, 5]	5,4	0
	1	405	[4, 3],[4, 3, 5]	1,2	0
	0	449	[4, 3],[4, 3, 5]	4,3	1
Nível	Tentativa nº	Tempo (segundos acumulados)	Combinação de líquido alvo	Combinação de líquido escolhida	Resultado
3	1	504	[1, 2, 4, 3]	1,2,5	0
	2	549	[1, 2, 4, 3]	1,2,4	0
	3	576	[1, 2, 4, 3]	2,3,4	0
	0	604	[1, 2, 4, 3]	1,2,4,3	1

Quadro 1 - Exemplo de registro de uma partida do *Likid Gaz* na planilha eletrônica subjacente ao jogo

c) Situações-Problema: Macedo, Petty e Passos (2000) ao falar sobre o uso de jogos de regras para intervenção, descrevem as situações-problema como importantes instrumentos de intervenção, que apresentam, em geral, as seguintes características:

- (a) são elaboradas a partir de momentos significativos do próprio jogo; (b) apresentam um obstáculo, ou seja, representam alguma situação de impasse ou decisão sobre a melhor ação a ser realizada; (c) favorecem o domínio cada vez maior da estrutura do jogo; (d) têm como objetivo principal promover análise e questionamento sobre a ação de jogar, tornando menos relevantes o fator sorte e as jogadas por ensaio e erro (Macedo, Petty & Passos, 2000, p.21).

Assim, foram propostas cinco situações-problema baseadas nessa proposta e construídas a partir de representações gráficas de momentos do jogo, em níveis crescentes de dificuldade, conforme a Figura 2:

- 1) O jogador está usando alguma estratégia para ganhar o jogo? Como você sabe? Existe outra forma de jogar melhor? / Possível contraposição: Interessante, outra pessoa me disse seria melhor combinar os símbolos em sequência, porque fica mais fácil de controlar as combinações. Você acha que ela estava certa ou errada? Por quê?



- 2) O jogador está jogando bem? Como você sabe? Se você fosse continuar o jogo, o que faria a seguir? Por quê?



- 3) O jogador está jogando bem? Como você sabe? Se você fosse continuar o jogo, o que faria a seguir? Por quê?



- 4) Qual deverá ser a próxima jogada? Como você sabe?



- 5) O jogador teve sorte, jogou bem ou os dois? Analisando o registro das jogadas na Figura, o que você pode usar para dizer que ele teve sorte e/ou que ele jogou bem?



Figura 2 - Quadro com as cinco situações-problema do jogo *LikidGaz*

d) Entrevista semiestruturada: O pesquisador seguiu o seguinte roteiro: O que é combinação para você? Pode dar um exemplo de combinação no jogo? Por que você acha que esse é um exemplo de combinação?

e) Diário de campo: O registro das atividades desenvolvidas, bem como de observações pertinentes acerca do comportamento de cada aluno: suas atitudes para com o jogo, estratégias utilizadas, etc., em um diário de pesquisa.

### 3.4.3 *Procedimentos*

Após aprovação no Comitê de Ética em Pesquisa do Ifes (processo 103/11), ocorreu uma reunião com a pesquisadora, pedagogas e alguns professores do curso para exposição do projeto de pesquisa e estabelecimento de acordo quanto à liberação das aulas para participação dos alunos. No entanto, mesmo com esse apoio, foi difícil conseguir a adesão dos alunos, até por consequência de duas greves (2011 e 2012), o que fez com que o período de coleta de dados tenha se estendido de 2011/2 a 2012/2.

A pesquisa da qual esse estudo faz parte, compreendeu três encontros, com a participação da pesquisadora e de auxiliares de pesquisa, em uma sala reservada. Em cada encontro utilizou-se um jogo de computador relacionado à noção de acaso, sendo que no primeiro foi entregue e assinado o Termo de Esclarecimento Livre e Esclarecido, TCLE (Apêndice A) e preenchido o questionário de familiaridade com o uso do computador. A coleta de dados do presente estudo ocorreu no segundo encontro.

Para registro das informações foi feita a gravação em áudio das entrevistas e da aplicação das situações problemas; o apontamento de informações complementares em diário de campo, preenchido pela pesquisadora e por uma auxiliar de pesquisa; além das gravações da planilha eletrônica subjacente ao jogo.

O método clínico Piagetiano (Piaget, 1947/2005a; Carraher, 1989; Delval, 2002) foi utilizado na coleta de dados, com uma adaptação da proposta metodológica sugerida por Silva e Frezza (2011) para o emprego desse método em pesquisa com adultos. Assim, o encontro teve seguinte formato:

- I. Explicação do jogo e de suas regras;
- II. Execução de uma partida do jogo, durante a qual as intervenções se limitaram àquelas mais gerais no sentido de facilitar a compreensão do jogo e de suas regras;
- III. Realização das entrevistas semiestruturadas, conforme roteiro descrito no subtópico anterior. O objetivo dessa primeira etapa foi efetuar uma “foto” inicial “do modelo de significação do adulto a fim de investigar o grau de novidade que o conteúdo representa para o sujeito.” (Silva & Frezza, 2011, p. 199);
- IV. Aplicação das três primeiras situações-problema referentes ao jogo. Nesse momento foram realizadas intervenções segundo o método clínico piagetiano, de modo a observar o movimento, como que gravando um “filme”, objetivando além de demarcar as significações atribuídas às ações, “evidenciar o grau de complexidade que [o] conteúdo representa para o sujeito.” (Silva & Frezza, 2011, p. 200);
- V. Execução da segunda partida do jogo, durante a qual as intervenções se limitaram àquelas mais gerais no sentido de facilitar a compreensão do jogo e de suas regras;
- VI. Resolução da segunda parte das situações-problema referentes ao jogo, sem a utilização do método clínico. Essa última “foto” caracteriza-se por se apresentar de forma diferente da situação inicial, embora com conteúdo compatível ao anterior, possibilitando “averiguar a coerência e a autenticidade dos procedimentos e significações elaborados (...) [e] evidenciar qual das estratégias, propriamente, o sujeito considera como a mais adequada”. (Silva & Frezza, 2011, p. 200).

#### 3.4.4 *Análise de Dados*

As gravações em áudio foram transcritas na íntegra (Apêndice Digital), de forma a possibilitar a categorização dos dados e análise na perspectiva microgenética qualitativa do método clínico piagetiano. A construção dos níveis de análise heurística do jogo foi feita por meio da leitura cuidadosa das transcrições, aliadas a análise das planilhas eletrônicas de registro das partidas e dados anotados no diário de campo, em conjunto com a literatura de referência. Baseamo-nos na evolução dos possíveis, conforme Piaget (1985); no desenvolvimento das operações de combinação e da noção de acaso (Piaget & Inhelder, 1951/s.d) e na prova de combinação de corpos químicos coloridos e incolores (Piaget & Inhelder, 1976). De igual modo, também foi-nos referência a construção dos níveis de compreensão do jogo “Lua Vermelha”, também componente do *software Mission Cognition* feita por Pylro (2012); e dos níveis de análise heurística do jogo Mattix realizada por Canal e Queiroz (2012), baseados por sua vez no livro de Piaget *As Formas Elementares da Dialética* (1980/1996).

Para identificar os modelos de significação evidenciados na amostra pesquisada, adotamos o protocolo de análise proposto por Silva e Frezza (2011), com adaptações, de modo a primeiramente identificar os principais esquemas iniciais sobre o tópico, estabelecendo o grau de novidade da tarefa, para em seguida analisar os procedimentos/estratégias de jogo e as implicações construídas foram apontados a fim de denotar o grau de complexidade da questão para o sujeito, para examinar a coerência dos procedimentos/estratégias verificadas, após a intervenção pelo método clínico.

Ressalta-se que tal construção não delimitou *a priori* a constituição de três níveis, uma vez que parte da perspectiva funcional, e não estrutural, mas considerou-se que “o número de níveis e modelos de significação a serem encontrados depende do grau de precisão

da coleta de dados. De fato, pode-se chegar a infinitos níveis, caso analisemos as minúcias das condutas.” (Silva & Frezza, 2011, p.202).

É importante deixar claro que esse processo foi realizado segundo a perspectiva piagetiana, considerando que

[...] quer escolhamos o vocabulário das implicações, relativizações, interdependências ou sínteses, o motor constante de qualquer progresso, de um nível ao seguinte ou no decorrer da interrogação de um mesmo sujeito, consiste em uma composição transitiva das implicações que conduzem a ligações do tipo lógico-superior: “Se  $x \rightarrow y$  e se  $y \rightarrow z$  então  $x \rightarrow z$ .”, ou ainda “se  $x \rightarrow y_1$  ou  $y_2$ ” e “se  $y_1 \rightarrow z_1$  ou  $z_2$ ” então.... etc. Quanto à superação [...] é resultado das combinações novas de implicações. [...] Só há superação dialética, por oposição à empírica ou mesmo simplesmente discursiva [...] se há construção de uma forma nova, seja ela ligada ou não à interpretação renovada de um observável, e construção endógena, devido à composição das implicações (Piaget, 1980/1996, p. 142, 143).

Ou seja, os modelos de significação encontrados foram organizados em um nível crescente de complexidade lógica das implicações significantes, considerando tanto o progresso evolutivo de um mesmo sujeito durante a pesquisa, como também o conjunto resultante da análise de todos os participantes.

### **3.5 Resultados**

A análise de dados do questionário de familiaridade com o uso do computador permitiu verificar que todos os participantes possuíam pelo menos uma unidade em casa, e eram capazes de operá-lo as funções do dia a dia. Todos já haviam jogado algum tipo de jogo eletrônico, embora apenas três participantes o fizessem com certa frequência.

A entrevista semiestruturada tinha por objetivo a composição da “foto” inicial, de modo a identificar e listar os principais esquemas iniciais sobre o tópico, para a estabelecer o grau de novidade da tarefa para o sujeito. Surpreendentemente nenhuma das respostas à questão “O que é combinação?” abordou de maneira matemática o conceito de combinação, apesar do estudo formal desse conteúdo em, pelo menos, duas disciplinas.

Os participantes responderam que combinar era juntar, colocar junto (Ada, Celia, Iara, Marco, Rita e Ruti) ou misturar (Caio, Clara, Edson, Eder, Igor ou Zoe). Todos conseguiram exemplificar com uma situação de jogo, preferencialmente a mistura das cores, exceção feita aos participantes Ada, Celia, Marco e Rita, que mencionaram juntar as formas. No entanto, a maioria não conseguiu justificar porque esse seria um bom exemplo de combinação, afirmando não saber ou fugindo completamente do tema. Das quatro respostas mais estruturadas, três foram inadequadas: Celia justificou dizendo que eram duas formas juntas; Rita apenas especificou os dois subconjuntos que usou para dividir os símbolos do jogo, formas espaciais (lua e estrela) e formas matemáticas (quadrado, semicírculo e triângulo); e Ruti declarou que era uma sequência, como na combinação do verde que ao invés de usar quatro ou cinco, usam-se três. Na outra resposta, Caio disse que a combinação das formas resultava nas cores.

Nenhum dos participantes referiu-se a termos como conjuntos, agrupamentos; ou mesmo a fórmulas, cálculos e procedimentos para resolução de problemas. Uma resposta que indicasse a apropriação dos conceitos matemáticos nos esquemas prévios deveria trazer na justificativa a explicação de que as cinco formas deveriam ser agrupadas em subconjuntos de dois ou mais elementos, e que as combinações produziriam as cores, ou de que os subconjuntos de cores amarela e azul deveriam ser combinadas para produzirem o verde, por exemplo.

Essa aparente novidade dos conteúdos para os sujeitos sugere que o ensino formal dessas operações foi assimilado de maneiras distintas: A primeira seria por meio de acomodação, na forma de criação de novos esquemas que não foram generalizados, de modo que os esquemas anteriores continuaram possíveis de serem ativados em situações como as trazidas pelo jogo em questão. A segunda seria de assimilação deformante devido a uma impossibilidade relacionada à estrutura cognitiva atual do sujeito. Em ambos os casos, já se sinaliza que os esquemas ativados não corresponderam ao que se esperaria pela idade e instrução formal dos participantes, o que será discutido e justificado posteriormente.

Os níveis de análise heurística do jogo *Likid Gaz*, que seguem detalhados e exemplificados, foram propostos de modo a melhor qualificar o desempenho dos participantes no jogo. Na compreensão da noção do acaso, e, portanto, dos fenômenos aleatórios e probabilísticos, ressalta-se a correspondência de três períodos sucessivos (níveis 1, 2 e 3) com os níveis de evolução das operações lógico-aritméticas e das operações combinatórias (Piaget, 1951/s.d.). No primeiro período há ausência das operações, correspondendo aos conhecimentos intuitivos; o segundo período compreende as operações concretas e o último, as operações formais. Da mesma forma, há um paralelismo marcante entre os níveis de evolução dos possíveis e a sucessão de níveis operatórios (Piaget, 1985).

#### **Nível 1A – Ausência de Sistema**

I. Sistematização de Procedimentos: O jogador não procura qualquer sistema para associar um símbolo ao outro e se limita a associar ao acaso dois símbolos quaisquer. Caso não tenha atingido a combinação correta, examina se ainda são possíveis outras combinações.

II. Tipo de Análise: Cada combinação é considerada isoladamente, quadro a quadro, uma vez que há ausência do estabelecimento de relações entre as partes e o todo, pois o possível é ainda analógico.

III. Compreensão e Aplicação das Regras do Jogo: A compreensão dos predicados ou das regras do jogo é falha, de modo que o jogador repete combinações já feitas ou por ignorar a informação de que não importa a ordem dos símbolos para as combinações ou por não utilizar o recurso de visualização das jogadas já efetuadas. Assim, caso encontre o combustível apropriado para a nave azul ou verde enquanto busca o combustível para a nave amarela o jogador não utiliza essa informação no momento apropriado no jogo, ao invés disso, continua a fazer combinações aleatórias.

IV. Estratégias de jogo: O jogador afirma que não existem estratégias para jogar bem, ou que é incapaz de identificá-las, pois que o resultado é significado por ele como produto unicamente do acaso.

[Zoe respondendo a 1ª situação problema] – *“Ah eu não sei! Esse jogo é meio complicado porque não sei depende dos símbolos, não sei o que os símbolos quer dizer, quer dizer alguma cor, alguma coisa? Não sei!”*.

V. Noção do Acaso: Considera o acaso como irreduzível às operações dedutivas, de modo que a sorte é o único fator percebido para adoção de procedimentos e justificativa de resultados.

[Rita, respondendo a 1ª situação problema, contraposição] – *“Não! Eu estava tentando fazer isso também [seguindo essa estratégia], depois de um tempão que fiquei parada pra perceber um pouco o jogo, e não deu certo!”*.

VI. Inferências e deduções lógicas: Não são imediatamente evidentes, nem relatadas pelos jogadores. Não há generalização de descobertas, ou seja, na segunda partida no terceiro nível o jogador continua a fazer combinações ao acaso, mesmo tendo resolvido com êxito tal problema na primeira partida, o que aponta para uma não compreensão dos procedimentos.

[Rita, respondendo a 4ª situação problema] – *“Quadrado, estrelinha e bolinha será? Porque pelo que eu entendi tem que misturar as cores! Ah eu não sei, misturei tudo!”*

*Eu peguei, pior que não tem nada haver com a explicação! Tá na vez que tem que misturar o azul com o amarelo! Isso que eu entendi...”. – “Ai você ia misturar as três? Três símbolos?” – “É! Pegasse um... porque aqui, no caso desse jogo ali, pelo o que eu vi, o quadrado se repete, não sei se foi o quadrado, se é o círculo, acho que é o quadrado que se repete! Uma outra coisa, aqui já tá diferente! Por isso que eu falei que ia pegar uma estrela, tipo uma estrela ou uma lua e misturar com esse daqui!”. – “O quadrado?” – “Uhum!”.*

### **Nível 1 B – Associações Aleatórias sem Diferenciação entre Possibilidades e Necessidades**

I. Sistematização de Procedimentos: O jogador ainda não procura um sistema ordenado para associar um símbolo ao outro, mas às vezes mantém um elemento em duas jogadas seguidas, depois muda tudo. Esse esboço de organização é inconstante e não mencionado pelo sujeito em suas explicações, ou a explicação menciona algo que o jogador efetivamente não faz.

II. Tipo de Análise: A ação ainda visa mais o êxito do que à busca da compreensão de um sistema lógico subjacente ao jogo.

III. Compreensão e Aplicação das Regras do Jogo: O jogador já compreende parte das regras e os predicados do jogo, agindo de acordo com elas a maior parte do tempo, mas ainda repete combinações já feitas ou inverte a ordem dos símbolos.

IV. Estratégias de jogo: Algumas estratégias para jogar bem são mencionadas, mas elas ainda não correspondem a operações e são justificadas pelo jogador com base no sucesso de certa jogada. Por exemplo, inverter a ordem de sequência dos símbolos para encontrar o resultado mais rápido.

V. Noção do Acaso: Considera o acaso como irreduzível às operações dedutivas, de modo que a sorte ainda é o fator preponderante para adoção de procedimentos e justificativa

de resultados. Mesmo que o sujeito não nomeie ou aceite a nomeação da sorte, suas respostas e ações no jogo indicam a crença em uma determinação, de forma que diz ser possível saber a combinação certa (embora não na primeira jogada), mas não consegue dizer como. O resultado que é apenas um entre os diversos possíveis, é visto como necessário. O questionamento sobre isso não incomoda o sujeito.

[Marco, respondendo a situação problema] – *“Apesar dele ter acertado um, mas ele errou... continuava que ele estava, é... repetiu mais a lua do que as outras, é... do que as outras peças que tem aqui! Porque no caso quando dava errado eu pegava e invertia, já não jogava a lua primeiro, e aqui no caso ele estava sempre repetindo a lua por isso que dava certo! (...)”* – “Bom, uma outra pessoa achou que essa pessoa deu azar, mas que ela estava jogando bem, porque ela foi tentar variar todos os elementos: tentou primeiro a combinação de lua com qualquer um dos dois, não deu certo! Ai ela descartou! Bom eu já sei que a combinação não é lua com outra coisa! Ai ela começou ver a combinação do quadrado com outra coisa, ai encontrou um! Então daí é continuar a checar né, já sabia que não era mais nem lua, nem quadrado né, ela continuaria agora a fazer a combinação do o circulo com os outros! Você acha que esse pensamento, é um bom pensamento? É uma boa estratégia? Não é uma boa estratégia? O que é que você pensa?” – *“Ah, esse pensamento também pode ser uma boa estratégia, porque tem várias possibilidades de dar certo, mas também tem várias possibilidades de continuar dando errado! Igual que tava aqui, que ela errou mais do que acertou!”*.

VI. Inferências e deduções lógicas: Os resultados das combinações já efetuadas disponíveis para consulta no registro da bomba não são utilizados para informar a próxima jogada, ou seja, mesmo que o jogador consulte o registro de jogadas, não realiza sobre elas inferências lógicas para o jogo. No terceiro nível do jogo, ao buscar o combustível para a

nave verde, faz as combinações com um dos símbolos que constituem a combinação apropriada para a nave amarela e outro da combinação para a nave azul, mas mesmo sendo informado de que pode fazer combinações com mais de dois símbolos, não consegue chegar sozinho imediatamente à conclusão de que deve combinar todos os símbolos das combinações prévias para conseguir a cor verde.

## **Nível 2 A** – Associação sistemática de um elemento com todos os outros

I. Sistematização de Procedimentos: A construção dos possíveis concretos possibilita a formação de encaixes e conexões que permitem certo ordenamento nos procedimentos, ou seja, alguma ordem é introduzida no sistema. Assim é que o jogador escolhe um elemento que associa com todos os outros, mas face ao fracasso, essa tentativa é abandonada, seguindo-se outras combinações aparentemente aleatórias, mas às quais o sujeito concede certa ordem quando indagado sobre seus procedimentos.

[Caio, respondendo a 3ª situação problema] “(...) *por exemplo, estou usando semicírculo, usando o semicírculo duas vezes, na terceira vez que eu for usar, eu já uso outra forma no lugar dele com outra, uso outra forma totalmente diferente, mas com, tipo, na última forma que eu usei, eu uso semicírculo e quadrado, ai eu já coloco quadrado e outra coisa!*”.

II. Tipo de Análise: Embora consiga estabelecer sequências curtas de combinações com pareamento lógico, estas são, no conjunto, assistemáticas, sem dimensão da totalidade dos possíveis concretos.

III. Compreensão e Aplicação das Regras do Jogo: Quase não comete erros quanto à compreensão das regras do jogo, excetuando-se inversões e repetições.

IV. Estratégias de jogo: Identifica estratégias, mas ainda não as aplica ao longo de toda a partida. O jogador já consegue identificar estratégias para jogar bem, mas esses conceitos

ainda não estão em equilíbrio, assim, embora concorde que a associação sistemática de elementos é uma boa estratégia para o jogo, em outra situação na qual analisa um jogo que demonstra uso dessa estratégia, diz que o jogador jogou mal porque não teve resultado satisfatório.

[Caio, respondendo a 3ª situação problema] – *“Ele tentou todas as formas possíveis de combinação com semi-circulo ele tentou! Então, você pode perceber que depois que ele mudou pro quadrado, que nem eu falei, eu iria usar, por exemplo, eu ia usar semi-circulo, quadrado; semi-circulo, bolinha, aqui. Ai não deu! Eu já ia usar bolinha, quadrado; bolinha, triângulo (...) e assim sucessivamente!”*.

V. Noção do Acaso: Compreende que há o caso como explicação possível, mas ainda não necessariamente deduzível: uma vez que o sujeito não tem a dimensão da totalidade dos possíveis e considera cada combinação isoladamente, sabendo da impossibilidade de prever o resultado individual, ele considera equivocadamente que o sistema como um todo seja imprevisível. Assim, a variação de formas nas combinações efetuadas é vista como a melhor estratégia para o sucesso.

VI. Inferências e deduções lógicas: Não aplica todas as deduções possíveis tendo em vista as informações disponíveis. No terceiro nível do jogo, ao buscar o combustível para a nave verde, faz as combinações com um dos símbolos que constituem a combinação apropriada para a nave amarela e outro da combinação para a nave azul, mas mesmo sendo informado de que pode fazer combinações com mais de dois símbolos, não consegue chegar imediatamente à conclusão de que deve combinar todos os símbolos das combinações prévias para conseguir a cor verde.

**Nível 2 B** – Procura de um sistema de combinações  $n$  a  $n$  ainda empíricas

I. Sistematização de Procedimentos: Inicia-se a conjunção entre o possível e o necessário, de modo que com a construção dos possíveis abstratos o sujeito começa a compreender o conjunto de símbolos como uma totalidade das quais cada símbolo é apenas exemplo ou representante. Assim, o jogador procura seguir um sistema, por exemplo, associando os símbolos da periferia para o centro, ou vice-versa, mas segue empiricamente, de modo que pode esquecer alguma combinação, pois seu sistema não permite controlar a exaustão de todas as combinações para determinado símbolo.

II. Tipo de Análise: Considera a totalidade dos possíveis concretos, mas ainda não é capaz de analisar o sistema como uma totalidade.

III. Compreensão e Aplicação das Regras do Jogo: Não evidencia erros quanto à compreensão das regras do jogo.

IV. Estratégias de jogo: Aplica e relata estratégias lógicas para resolver o problema, de modo que o jogador tenta construir uma sequência de combinação de símbolos, usando o recurso do jogo de visualizar as combinações já efetuadas para evitar repetições na procura do sistema, fazendo para tanto uso frequente do registro da bomba. Ao analisar jogadas feitas por outro jogador é capaz de inferir qual deveria ser a próxima jogada de modo a se ter sucesso, extrapolando uma estratégia de jogo.

V. Noção do Acaso: Compreende que há o caso como explicação possível, mas ainda não necessariamente deduzível: uma vez que o sujeito não tem a dimensão da totalidade dos possíveis e considera cada combinação isoladamente, sabendo da impossibilidade de prever o resultado individual, ele considera equivocadamente que o sistema como um todo seja imprevisível. Assim, a variação de formas nas combinações efetuadas é vista como a melhor estratégia para o sucesso.

VI. Inferências e deduções lógicas: Realiza inferências adequadas e deduções lógicas, de modo que é capaz de realizar abstrações pseudo-empíricas, indo além do caráter concreto do

jogo. Assim, no terceiro nível do jogo, ao buscar o combustível para a nave verde, consegue chegar sozinho à conclusão de que deve combinar todos os símbolos das combinações prévias para conseguir a cor verde.

### **Nível 3 A** – Formação de combinações sistemáticas $n$ a $n$

I. Sistematização de Procedimentos: O sujeito desenvolve um sistema durante o jogo para que possa organizar todas as combinações possíveis, de modo a não se esquecer de nenhuma, e consegue ordenar suas jogadas segundo esse ao longo de toda a partida. O jogador persiste em seu sistema, mesmo que não obtenha sucesso imediato em encontrar a combinação.

II. Tipo de Análise: Análise do sistema como uma totalidade.

III. Compreensão e Aplicação das Regras do Jogo: Não evidencia erros quanto à compreensão das regras do jogo.

IV. Estratégias de jogo: É capaz de analisar as situações de jogo apresentadas, identificando nelas o uso ou não de estratégias por parte do jogador, e identificando adequadamente a influência do fator sorte, mas não sua preponderância para resolução do problema. O jogador segue uma ordem e utiliza as informações do registro da bomba para tanto, mas não precisa consultá-lo com tanta frequência, pois o próprio sistema adotado assegura a realização de todas as combinações.

[Ruti, respondendo a 3ª situação problema] – “Ah eu acho que está [jogando bem]! Ele aqui, ele está na primeira ainda, só que ele ainda não conseguiu acertar a cor do amarelo, ele já tentou várias formas, né!” – “Como é que você sabe que ele está jogando bem?” – “Ele tá tentando as combinações por sequência, ele tentou todas as combinações com a, com os primeiros símbolos a luzinha, depois ele tentou, tá tentando todos com o quadrado, vai eliminando!”

V. Noção do Acaso: Compreende a influência do acaso como um dos fatores no resultado do jogo, rejeitando-o como o fator preponderante para o sucesso. Considera que a incerteza que caracteriza o aleatório não exclui a possibilidade de dedução lógica probabilística em certos casos.

VI. Inferências e deduções lógicas: O jogador consegue realizar uma rede complexa de inferências, de forma que seu desempenho no jogo é qualitativamente melhor quando comparado ao nível 2 B. Faz sem qualquer influência externa a combinação de todos os elementos que resultaram nas cores amarela e azul para obter a cor verde no terceiro nível do jogo.

### **Nível 3 B – Equilibração do sistema**

I. Sistematização de Procedimentos: O desenvolvimento da organização do sistema para garantir que serão efetuadas todas as combinações é anterior ao início do jogo, ou seja, todas as jogadas do sujeito são organizadas dentro desse sistema. O jogador persiste em seu sistema, mesmo que não obtenha sucesso imediato em encontrar a combinação.

II. Tipo de Análise: Análise do sistema como uma totalidade

III. Compreensão e Aplicação das Regras do Jogo: Identificação, aplicação e análise de estratégias.

IV. Estratégias de jogo: Não evidencia erros quanto à compreensão das regras do jogo.

V. Noção do Acaso: Compreende a influência do acaso como um dos fatores no resultado do jogo, rejeitando-o como o fator preponderante para o sucesso. Considera que a incerteza que caracteriza o aleatório não exclui a possibilidade de dedução lógica probabilística em certos casos.

VI. Inferências e deduções lógicas: Rede complexa de inferências. A novidade desse nível face ao anterior é a rapidez da compreensão do sistema de organização por parte do sujeito.

Assim, conforme a proposta metodológica, os participantes foram avaliados quanto a esses níveis em dois momentos, o primeiro deles considerando a 1ª partida jogada e as respostas da entrevista semiestruturada e das três primeiras situações-problema. A segunda avaliação considerou a segunda partida e as respostas às duas últimas situações-problema. Eles foram avaliados separadamente em cada categoria de descrição dos níveis, para que fossem classificados em determinado nível tanto na 1ª partida quanto na 2ª partida<sup>15</sup>.

No primeiro momento nove dos 12 participantes foram classificados no nível 1, sendo quatro deles no 1A (Célia, Eder, Rita e Zoe) e cinco no 1 B (Ada, Edson, Igor, Iara e Marco); dois alunos foram classificados no 2 A (Caio e Clara) e apenas uma no 2 B (Ruti). No segundo momento de avaliação, Célia, Eder e Zoe passaram para o nível 1 B e o restante permaneceu no mesmo nível, embora com mudanças em determinadas categorias.

Chama atenção não só que em um grupo de adultos, apenas três dos doze participantes fossem classificados acima do nível 1, mas também falas como as de Zoe, de que o jogo era difícil porque ela não sabia o que os símbolos significavam, se uma cor ou outra coisa. Isso aponta para a incompreensão do próprio conceito de variável, sobre o qual repousa grande parte da álgebra, e que implica na dificuldade de se operar na lógica hipotético-dedutiva, fundamental aos conteúdos do Ensino Médio.

Outros autores encontraram resultados semelhantes (Pylro, 2012; Silva, 2009), relacionados principalmente a questões estruturais, dificuldade de sistematização e organização da tarefa, bem como à tarefa em si. Silva (2009) credita tais resultados à novidade e à complexidade encontradas e a organizações próprias dos objetos, de modo que os esquemas mobilizados não estariam ainda adequados à situação. Assim, tentaremos explicar esses resultados combinando-os com a análise dos modelos de significações no

---

<sup>15</sup> Ver tabela apresentada no Apêndice C.

estudo desses procedimentos. Primeiramente, ressalta-se que o jogo proposto constitui-se em uma tarefa complexa, pois propõe como objetivo a dedução de três combinações, na ordem apropriada, que pode ser variável em número de elementos, já que a terceira combinação é formada pelas duas anteriores, podendo conter três ou quatro símbolos, enquanto que as primeiras combinações são feitas com dois. Assim, podemos dizer que os procedimentos para sua resolução comportam encadeamentos, no sentido de sucessão de etapas.

Para se descobrir as combinações alvo nesse jogo é preciso por um processo de descarte, eliminar as combinações inapropriadas. Ou seja, ao mesmo tempo em que o sujeito precisa identificar que a finalidade do jogo é achar a combinação para cada cor, é necessário que ele a negue, pois os procedimentos iniciais devem se encadear no sentido de encontrar um sistema que permita fazer todas as combinações possíveis, para que ao se descartar as combinações incorretas encontre-se aquela que irá resultar na cor desejada. Se não houver a negação da finalidade do jogo o descarte não fará sentido para o sujeito, o que impedirá a visão de totalidade na compreensão do problema.

Importa destacar que se coloca ao sujeito não uma contradição entre enunciados, mas entre ações: ele deve executar uma ação que lhe parece contraditória, o que é muito mais difícil, pois a síntese das ações contraditórias deve integrá-las em um novo sistema total (Piaget, 1980/1996). Assim, à resistência a sugestões nesse sentido durante as situações-problema com uso do método clínico podem ser explicadas também pelo fato de que as implicações em que consiste o aspecto inferencial da equilibração levam às significações das operações “assumidas” pelo sujeito na autorregulação de suas ações, de forma que “as implicações entre essas significações estão protegidas das contradições, uma vez que as ações e operações assim significadas já o estão pelo fato de a contradição entre duas ações equivaler à impossibilidade de efetuá-las.” (Piaget, 1980/1996, p. 209).

Dessa forma, nos parece que os aspectos teleonômicos são fundamentais para explicar os procedimentos adotados pelos participantes. Tais aspectos implicam na avaliação cognitiva sobre as ações e sobre os objetos, a fim de atingir o fim:

No domínio pragmático, quando há aplicação de conhecimentos, a atribuição de significações é acompanhada por uma atribuição de valores. Em acréscimo, a questão central do controle é a seguinte: “Terei conseguido? Qual é a próxima atividade a empreender? Que fazer agora para atingir a finalidade?” Assim nos ligamos mais a um controle prático que ao controle que assegura a coerência de um sistema de conhecimentos. O controle prático refere-se às avaliações que o sujeito opera para assegurar a pertinência de suas ações em face da situação. Pode supor-se que uma lógica precoce da significação, tal como foi esboçada por Piaget e Garcia (1987), é acompanhada, no sujeito, por avaliações que lhe permitem julgar a pertinência das suas ações em relação a uma situação (Inhelder & Caprona, 1996, p. 47).

Ora, em situações nas quais o resultado depende não só das ações diretas do sujeito, sendo influenciado pelo acaso, se as avaliações do sujeito ainda são limitadas estruturalmente pelos co-possíveis ou possíveis concretos, seus julgamentos são necessariamente parciais, de modo que lhe parece que suas ações são as mais adequadas para resolver o problema, resistindo a evidências contrárias, o que explica que apenas três participantes tenham mudado de nível de análise heurística do jogo entre a primeira e a segunda avaliação.

Justamente por ter seu resultado influenciado pelo acaso, a tarefa proposta pareceu ativar os esquemas relacionados aos procedimentos em jogos de azar, embora não se enquadre nesse tipo de jogo. A crença de que a existência de um aspecto aleatório no jogo implica em que a sorte lhe seja necessária, constrói uma pseudonecessidade, que leva a inferência de que este seja um jogo de azar e aos correspondentes juízos acerca desse tipo de jogo. Isso fica mais claro no Quadro 2.

MODELOS DE SIGNIFICAÇÃO	CARACTERÍSTICAS	CONDUTAS NO JOGO
1. Determinismo: sorte ou azar é igual a jogar bem	<ul style="list-style-type: none"> <li>• As combinações entre os elementos não se relacionam entre si, antes são consideradas em sua unicidade;</li> <li>• Não há tentativa de sistematização;</li> <li>• Centração no resultado rápido como indicativo de bom desempenho;</li> <li>• Afirma-se ser mais difícil encontrar a primeira combinação, pois depende da sorte, o que não ocorre com as outras;</li> <li>• Combinações que não produzem cores são percebidas como erros;</li> <li>• Julga-se que o que é aleatório não pode ser deduzido (acaso irredutível às operações dedutivas), de forma que a sorte ou azar é a explicação mais citada para o sucesso.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Repetes combinações várias vezes, no mesmo nível, inclusive;</li> <li>• Tendo encontrado a combinação para aquela cor no nível anterior, não a repete no momento apropriado, mesmo que consulte o registro;</li> <li>• Não é possível identificar tentativas de sistematização minimamente consistentes;</li> <li>• Faz inversões repetidamente, sem perceber que a ordem dos elementos não influencia, apesar do aviso no início do jogo e mesmo quando as inversões resultam em cor, ou seja, mesmo vendo que <math>1 + 2 = \text{azul}</math> e <math>2 + 1 = \text{azul}</math>, não deduz que a ordem não importa.</li> </ul>
2. Aumentar a variação	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A inferência que a combinação de 5 elementos resultaria em um número muito alto leva ao juízo de que a combinação n a n seria muito demorada ou custosa, de forma que esse procedimento é significado como uma estratégia ruim;</li> <li>• Há o juízo de que aumentar a variação de símbolos aumenta a probabilidade de acerto da combinação;</li> <li>• Julga-se que o que é aleatório não pode ser deduzido (acaso como irredutível às operações dedutivas), mas é possível aumentar a chance de sucesso usando algumas estratégias, ao mesmo tempo em que conta com a sorte para alcançar o resultado;</li> <li>• A demora no alcance dos objetivos (resultado) é vista como insucesso, mau desempenho, mesmo que resultante do acaso, o que resulta no abandono da tentativa de sistematização em prol de outra que lhe permita ver mais diversidade de formas no registro.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Há tentativa de sistematização com a combinação de um elemento com outro por duas jogadas, quando o jogador aleatoriamente escolhe outro elemento para combinar por outras duas jogadas (mantém uma forma e troca outra);</li> <li>• Não há descarte de combinações que não produziram resultados, porque cada nível é visto como novo jogo, assim, ao mudar de nível, o jogador repete as combinações ineficazes anteriormente;</li> <li>• O registro é consultado, mas não é usado de forma dedutiva, a menos no caso de resultados positivos para os níveis seguintes;</li> <li>• Há repetições e inversões.</li> </ul>
3. É possível combinar dedução e sorte	<ul style="list-style-type: none"> <li>• É possível minimizar a influência do acaso no resultado final por meio de operações dedutivas (estratégias);</li> <li>• Combinações aditivas esquematizadas;</li> <li>• Identifica o descarte e sequenciamento (sistematização) como estratégias e afirma que mesmo que demore, a pessoa tem mais chance de sucesso;</li> <li>• Para jogar bem não é preciso ter sorte, porque sucesso não é sinônimo de bom desempenho.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Há tentativa de sistematização com combinação de um símbolo associado a todos os outros, mesmo que com falhas, ou a combinação de um elemento com outro por duas jogadas, quando o jogador aleatoriamente escolhe outro elemento para combinar por outras duas jogadas;</li> <li>• Não há repetições, embora possa haver inversões;</li> <li>• Identifica repetições e inversões como erros.</li> </ul>

Quadro 2 - Resumo dos modelos de significação e condutas no jogo

No primeiro modelo estão os jogadores do nível 1 de análise heurística do jogo, que significaram o sucesso no jogo mais como uma questão de sorte ou azar, de forma que não desenvolveram ou citaram espontaneamente estratégias dedutivas de jogo, principalmente no campo da sistematização das combinações.

[Eder, respondendo a 5ª situação-problema] *“Teve sorte!”*. – *“Teve sorte? Como é que você sabe?”*. – *“Porque para encontrar a combinação pra ligar, achar o combustível que está na máquina, tem que ter sorte pra achar.”*.

[Ada, respondendo a 5ª situação-problema] *“Num ele jogou e noutra teve sorte! Jogou bem e teve sorte!”*. – *“Como é que você sabe?”*. – *“Porque todo jogo pra você joga bem tem que ter a sorte (risos)”*. – *“E, olhando isso aqui, o que você pode olhar pra me dizer que ele teve sorte, por exemplo?”*. – *“Foi ele ter achado as misturas né! Assim pelos brancos sem... Só achou as misturas direto! É só achou mistura direto! Depois aqui só precisava achar verde né!”*. – *“E tem alguma coisa que pode me dizer que ele jogou bem?”*. – *“Acho que não tem nada a dizer não! (risos)”*. – *“Alguma coisa que mostre no registro que mostre que ele jogou bem ou mal.”*. – *“Ai eu acho que a imagem dele foi a sorte mesmo! (risos)”*. – *“Então ele jogou bem ou mal?”*. – *“Ai tá meio difícil professora, esse jogo que você jogou. (risos) Não sei, foi sorte mesmo.”*.

Alguns como Eder, deixam explícito o juízo de que para achar o combustível é preciso ter sorte. Observamos que em outros participantes, como Ada, dizem que o jogador jogou bem e teve sorte, mas não são capazes de definir esse jogar bem. Ela não cita espontaneamente uma estratégia de jogo, embora “admita” as estratégias citadas durante a intervenção com o método clínico nas três primeiras situações-problema. No entanto, observamos que durante as duas partidas ela não tenta o uso de um sistema, mesmo que empírico, e em sua resposta na última “foto”, vemos que ela significa a importância da sorte como decisiva para o sucesso não só nesse, mas em todos os jogos.

Em outros jogadores a significação da sorte pode ser percebida pela ênfase posta no fato de que o jogador teria jogado mal devido às várias combinações má sucedidas, mesmo que não houvesse erro lógico (repetições ou inversões) nestas. Quando se apresenta a combinação sistemática dos elementos, ele afirma que perderia muito tempo com essa forma de jogar. Além disso, o jogador também afirma que é possível estar consciente de que determinada combinação “vai dar certo”, embora não consiga explicar de que forma seria possível deduzir isso. Tais participantes recusam às vezes os termos sorte ou azar, dizendo que o jogador não teve azar, que ele realmente jogou mal por não ter encontrado logo as combinações corretas, ou que não acreditam em sorte. No entanto, conferem um caráter quase mágico a esse saber:

[Edson, respondendo sobre como continuaria a partida, 2ª situação-problema] –“*A estrela mais o círculo!*”. –“*Que estão no meio e que tá no final?*”. –“*No final. No meio e no final pra ver que daria certo! Ai depois tentaria outro, o amarelo que ai a estrela, o quadrado e a estrela, o triangulo e a estrela porque daria certo*”.

Duas participantes (Rita e Zoe) afirmaram que todos os jogadores hipotéticos das situações-problema avaliadas jogaram bem, identificando e validando como boas as estratégias por eles usadas, as que não produziram resultados rápidos inclusive. Elas estão classificadas nesse modelo de significação porque pelo conjunto de suas respostas e análise das partidas jogadas percebemos que na verdade não conseguiram compreender o jogo (o que afirmam literalmente), e pensam que todas as formas de jogar são boas porque elas produzirão resultado positivo em algum momento, isso já está determinado.

No segundo modelo estão aqueles participantes classificados no Nível 2 A de análise heurística do jogo que afirmam estar usando um sistema, que realmente se manifesta, mesmo que de forma temporária e fragmentada (a análise das jogadas mostra a instabilidade dos critérios para organização deste) cujo objetivo é produzir mais variação de símbolos nas

combinações, e que é percebido pelos jogadores como mais apropriado do que a sistematização  $n \times n$  das combinações. Podemos ver isso claramente nas respostas de Caio, citadas anteriormente para exemplificar características do nível 2 A.

Houve caso de oscilação entre esses modelos. Assim, percebemos em uma das participantes, Clara, que na 1ª situação problema afirma ter usado a estratégia de combinar a lua com outros símbolos, mas que para o primeiro elemento “é mais sorte mesmo”. Na sequência, ela já afirma que se fosse para ela continuar a jogada:

[Clara, respondendo a 2ª situação-problema] –*“Eu ia tentar outra combinação sem ser nenhuma dessas aqui né, que não estava aqui! Talvez eu tentaria fazer, colocaria a bolinha redonda aqui, o círculo com a lua”*. [...] –*“Então você faria isso por quê?”*. –*“Ah uma estratégia! Jogaria como se fosse uma estratégia mesmo! Já que a ordem dos caracteres não interferem na cor, eu ia fazer uma jogada onde o caractere, no caso que eu disse foi estrela e o quadrado que ainda não teria sido jogado aqui, ai eu tentaria fazer essa estratégia!”*.

Ela compreende devido a tentativas e resultados na primeira partida do jogo, que a ordem dos símbolos não importa, e mantém a descrição da estratégia que usou na análise da terceira situação problema.

O terceiro modelo de significações pode ser encontrado na única participante no Nível 2 B de análise heurística do jogo. Ela considera que o uso da sistematização foi indicativo de jogar bem, ao contrário das outras estratégias identificadas por ela mesma nas situações-problemas anteriores. Embora na 1ª situação-problema ela diga *“Nas primeiras mesmo você tem que ir fazendo tentativas, as outras cores que vem depois é mais fácil! Mas nas primeiras você tem que ir fazendo tentativas mesmo!”*, o que seria característica do um modelo tipo 1, observamos que ela não se refere a primeira combinação, mas usa o plural. Por suas ações no

jogo, pensamos que ela se refere à possibilidade de deduzir o verde e/ou repetir a combinação que tenha achado em nível anterior.

Observamos que a sistematização das combinações é rejeitada nos modelos de significação iniciais não apenas por demorar muito tempo para trazer resultados, como também por produzir menos variação das formas, tendo em vista o juízo de que maior variação de formas nas combinações resulta em maior probabilidade em encontrar o resultado em menos tempo.

A ausência ou recusa da sistematização no sentido da procura por combinações sistemáticas  $n \times n$ , portanto, pode ser explicada não apenas por uma estrutura lógico-matemática ainda não formal, ou por uma deficiência de método de estudo/ ensino, mas também pelo modelo de significação que organiza o pensamento frente a uma tarefa/ conteúdo que envolve a noção do acaso. Ora, se o sujeito estabelece o juízo de que o acaso é o principal determinante para o sucesso em determinada tarefa, o que ele conseguiria nessa perspectiva com a sistematização?

Sabemos que o possível resulta das construções do sujeito, não sendo imediatamente observável, ou seja, não é uma característica independente do objeto em si, mas depende da ação para constituir-se enquanto tal. Ou seja, as propriedades do objeto são inseridas em interpretações que se devem às ações do sujeito. (Piaget, 1985). Entendemos que tais interpretações se relacionam necessariamente às significações.

Ora, a significação de uma ação “se define ‘pelo que se consegue com elas’ em função das transformações que produzem nos objetos ou nas situações.” (Piaget & Garcia, 1997, p. 148, 149, tradução nossa). A sistematização é uma ação que geralmente produz organização, padronização, o que pode facilitar tarefas de dedução, por exemplo, mas que não se teria efeito em tarefas cujo resultado é incerto, o que pode ser uma das razões para os participantes terem considerado que esta não seria uma boa estratégia para o jogo.

Ademais, é preciso considerar um componente afetivo que possivelmente interferiu nesse aspecto. Os participantes são alunos de um curso para jovens e adultos que não cursaram o Ensino Médio no tempo “regular”, cuja trajetória escolar é marcada por uma relação de descontinuidade. Assim, podemos inferir que é bem provável que a rapidez, o tempo na execução de uma tarefa tenha adquirido uma dimensão afetiva importante para essas pessoas. Procedimentos significados como custosos em termos de tempo são abandonados por esse motivo, e uma das razões mais citadas na terceira situação-problema como justificativa para dizer que a estratégia sistemática do jogador não era boa foi de que ele estava demorando muito, e mesmo que estaria errando muito, pois tentativas mal sucedidas foram percebidas como erros.

Todo comportamento tem aspectos afetivos (energéticos) e cognitivos (estruturantes), podendo a afetividade tanto acelerar como retardar “o desenvolvimento da inteligência, modificar seus conteúdos, mas não produzir novas estruturas.” (Piaget, 1954/2005b, p. 103, tradução nossa). Explicando a posição piagetiana, Souza (2002, p. 82) afirma que a afetividade fornece conteúdos e significados para o sujeito, mas não é constituinte de sua capacidade assimiladora: é fundamental “no oferecimento de objetivos e metas para as ações de conhecimento e na criação de interesses (...) [mas incapaz de] criar novas formas de organização da atividade dos indivíduos, função esta exercida pela inteligência.”.

Isso levanta um ponto de pesquisa para futuros estudos e discussões: como a afetividade interage com o sistema de procedimentos no sujeito psicológico? Ao fornecer conteúdos e significados, qual é o seu papel nas construções dos modelos de significação? A hipótese Piagetiana é de que ela tem um papel funcional fundamental na organização do pensamento, o que ainda precisa ser mais investigado.

### 3.6 Considerações finais

Foi possível identificar que os modelos de significação atuam na escolha dos procedimentos a serem empregados na tarefa, implicando, por exemplo, na rejeição de ações de sistematização ou enumeração, pilares da compreensão da combinatória. Os participantes responderam de forma predominantemente ingênua, mesmo com educação formal sobre o tema, o que pode ter ocorrido porque houve acomodação na forma de criação de novos esquemas que não foram generalizados para a situação de jogo ou porque houve assimilação deformante devido a uma insuficiência na estrutura cognitiva.

O fato de serem alunos da educação de jovens e adultos por si não justifica a prevalência de modelos mais elementares de significação encontrados, mesmo porque pesquisas anteriores de Silva (2009) sobre conteúdos matemáticos básicos encontraram muitos problemas de significação em adultos no ensino superior, mas é provável que outros grupos pesquisados tenham diferentes níveis prevalentes. Pesquisas com um número maior de participantes provavelmente encontrarão maior variedade de modelos de significação, o que não invalida os modelos encontrados.

Pensamos que às hipóteses de regressão estrutural ou decalagem para os resultados encontrados nesse grupo deve ser contraposta à possibilidade de que estes sejam explicados pela forma de organização em função das coordenações do objeto, ou seja, das particularidades desse conteúdo e tarefa. O conteúdo investigado, combinatória em situação de incerteza, apresentado por um jogo de computador, coloca obstáculos particulares à sua assimilação, requerendo, assim, que se desenvolvam novos modos para organizar o pensamento frente a ele.

Mesmo havendo a capacidade geral da estrutura cognitiva de compreender e assimilar o conteúdo, é necessário que o sujeito desenvolva as formas de significá-lo, de forma a

atender suas particularidades. Ora, significar não se limita a compreender do ponto de vista lógico, de entender os argumentos, pois

envolve uma construção inferencial que implica a atribuição de esquemas aos objetos ou situações. (...) construir uma significação implica ter esquemas disponíveis para serem atribuídos ao experimento. (...) Quando o sujeito precisa elaborar uma nova significação, esta não deriva diretamente das operações lógico-matemáticas, mas da interação estrutura-objeto. (Silva, 2009, p. 158, 159, 161).

O papel do aleatório nessa tarefa constitui uma particularidade desse conteúdo que o torna mais desafiador à assimilação por suas implicações na interação, uma vez que impossibilita uma avaliação apropriada da adequação dos procedimentos à tarefa, uma vez que o resultado comporta um elemento de incerteza. Assim, se estruturalmente o sujeito está limitado aos co-possíveis ou possíveis concretos, seus julgamentos são necessariamente parciais, e como a situação não permite sua adequada avaliação, a intervenção somente com o método clínico pode não ser suficiente para produzir mudanças.

Portanto, situações que permitam interação estrutura-objeto com sistemas menores, construídas de modo a facilitar a análise de adequação dos procedimentos à tarefa, o mais familiares possíveis, ou seja, o mais próxima possível ao seu contexto de vida, tem maior chance de sucesso em facilitar a assimilação desse conteúdo, de modo que procedimentos como enumeração e sistematização sejam generalizados adequadamente a esquemas e tarefas que envolvam essa noção.

### **3.7 Referências**

Batanero, C., Navarro-Pelayo V. & Godino, J. D. (1997). Effect of the Implicit Combinatorial Model on Combinatorial Reasoning in Secondary School Pupils.

- Educational Studies in Mathematics*, 32(2), 181–199. Recuperado de <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/Implicitmodel.htm>
- Barreto, F. L. S. & Borba, R. E. de S. R. (2011). Intervenções de combinatória na educação de jovens e adultos. *Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*, Recife. Recuperado de <http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/XIICIAEM/artigos/876.pdf>
- Borges, A. G. (2012). *Tempo, adolescência e jogo*. (Dissertação de mestrado). Recuperada de <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/47/47131/tde-17092012-155145/pt-br.php>
- Canal, C. P. P. & Queiroz, S. S. de (2012) Dos níveis de compreensão aos níveis de análise heurística: novas contribuições conceituais e suas influências metodológicas sobre a psicologia genética que utiliza jogos de regras. In C. B. Rossetti & A. Garcia (Org.), *Cognição, afetividade, e moralidade: estudos segundo o referencial teórico de Jean Piaget* (pp. 119-136). São Paulo: Casa do Psicólogo.
- Carraher, T. N. (1989) *O método clínico: usando os exames de Piaget*. São Paulo: Cortez Editora.
- Delval, J. (2002) *Introdução à prática do Método Clínico: descobrindo o pensamento das crianças* (F. M. Trad.). Porto Alegre: Artmed.
- Duro, M. L. (2012). *Análise combinatória e construção de possibilidades: o raciocínio formal no ensino médio* (Dissertação de mestrado). Recuperada de <http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/49729/000836304.pdf>
- Fischbein, E. (1975). *The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.
- Gréco, P. (2010). Prólogo de la obra de Jacqueline Bideaud. *CPU-e, Revista de Investigación Educativa* (10), 2-15. Recuperado de [http://www.uv.mx/cpue/num10/inves/greco\\_prologo\\_bideaud.html](http://www.uv.mx/cpue/num10/inves/greco_prologo_bideaud.html)

- Haddad-Zubbel, R., Pinkas, D. & Pécaut, S. (2006). *Mission cognition* (versão em Língua Portuguesa) [software]. (L. Morgado, Trad. Coimbra: Universidade de Coimbra). Fribourg: Université de Fribourg.
- Inhelder, B. & Caprona, D. (1996). Em direção ao construtivismo psicológico: Estruturas? Procedimentos? Os dois são indissociáveis. In B. Inhelder & G. Cellérier (Org.) *O percurso das descobertas da criança: pesquisa sobre as microgêneses cognitivas* (pp.19-63). Lisboa: Instituto Piaget. (Trabalho original publicado em 1992).
- Macedo, L.; Petty, A. L. S. & Passos, N. C. (2000). *Aprender com jogos e situações-problema*. Porto Alegre: Artmed.
- Mlodinow, L. (2009). *O andar do bêbado: como o acaso determina nossas vidas* (D. Alfaro, Trad.). Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed.
- Pessoa, C. A. dos S. & Borba, R. E. de S. R. (2010). O desenvolvimento do raciocínio combinatório na escolarização básica. *Em Teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*. 1, (1), 1-22. Recuperado de <http://www.gente.eti.br/emteia/index.php/emteia/index>
- Pessoa, C. A. dos S. & Santos, L. T. B. dos. (2012) Estudo de caso: como duas crianças passam a compreender a combinatória a partir de intervenções? *Revista Eletrônica de Educação*. UFSCar, 6 (1), 358-382. Recuperado de <http://www.reveduc.ufscar.br>
- Piaget, J. (1985) *O possível e o necessário: evolução dos possíveis na criança* (B. M. de Albuquerque, Trad.). Porto Alegre: Artes Médicas. (Trabalho original publicado em 1981).
- Piaget, J. (1996) *As formas elementares da dialética* (F. M. Luiz, Trad.). São Paulo: Casa do Psicólogo. (Trabalho originalmente publicado em 1980).

- Piaget, J. (2005a). *A Representação do Mundo na Criança: com o concurso de onze colaboradores* (A. U. Sobral Trad., com colaboração de M. S. G. Aparecida]. São Paulo: Ideias & Letras. (Trabalho original publicado em 1947).
- Piaget, J. (2005b). *Inteligencia y afectividad* (M. S. Dorín, Trad.). Buenos Aires: Aique Grupo Editor. (Trabalho original publicado em 1954).
- Piaget, J. & García, R. (1997). *Hacia una lógica de significaciones* (E. Ferreiro, Trad.). Barcelona: Editorial Gedisa. (Trabalho original publicado em 1987).
- Piaget, J. & Inhelder, B. (s.d.). *A origem da ideia do acaso na criança* (A. M. Coelho, Trad.). Rio de Janeiro: Record Cultural. (Trabalho original publicado em 1951).
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1976). *Da lógica da criança à lógica do adolescente* (D. M. Leite, Trad.). São Paulo: Editora Pioneira. (Trabalho original publicado em 1970).
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1979). *Procedimento e estrutura* (Silva, J. A. Trad.). In *Archives de psychologie*, 47 (18), 165-175. Recuperado de: <https://grupos.ufrgs.br/pipermail/edp-53-l/attachments/20091213/1544e547/attachment-0001.pdf>.
- Prediger, S. (2008) Do you want me to do it with probability or with my normal thinking? Horizontal and vertical views on the formation of stochastic conceptions. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 3 (3), 126-154. Recuperado de <http://www.iejme.com>.
- Pylro, S. C. (2012). *Avaliação de noções operatórias em adolescentes com e sem indícios de déficit de atenção e hiperatividade* (Tese de doutorado). Recuperada de [http://www.bdt.d.ufes.br/tesesimplificado/tde\\_arquivos/14/TDE-2013-06-04T144751Z-1155/Publico/Simone%20Chabudee%20Pylro.pdf](http://www.bdt.d.ufes.br/tesesimplificado/tde_arquivos/14/TDE-2013-06-04T144751Z-1155/Publico/Simone%20Chabudee%20Pylro.pdf)
- Roa, R. (2000) *Razonamiento combinatorio em estudantes com preparación matemática avanzada* (Tese de doutorado). Recuperada de <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/TesisRoa.pdf>

- Silva, M. J. C. (2008). *As estratégias no jogo Quarto e suas relações com a resolução de problemas matemáticos* (Tese de doutorado). Recuperada de: <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000447567>
- Silva, J. A. (2009). *Modelos de significação e pensamento lógico matemático: um estudo sobre a influência dos conteúdos na construção da inteligência* (Tese de doutorado). Recuperada de Recuperada de <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/15523>
- Silva, J. A. da & Frezza, J. S. (2011). Aspectos metodológicos e constitutivos do pensamento do adulto. *Educar em revista*, (39), 191-205. Recuperado de [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0104-40602011000100013&lng=en&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-40602011000100013&lng=en&nrm=iso)
- Soares, M. T. & Moro, M. L. (2006). Níveis do raciocínio combinatório e problemas de produto cartesiano na escola fundamental. *Educação Matemática Pesquisa*, (8) 99-124. Recuperado de [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0102-37722009000100002&lng=en&tlng=pt](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-37722009000100002&lng=en&tlng=pt). 10.1590/S0102-3772200900010000
- Souza, M. T. C. C. de (2002). As noções de sujeito e objeto na obra de Jean Piaget. In L. M. Simão, M. T. C. C. de Souza & N. E. Coelho Junior (Org.). *Noção de Objeto, concepção de sujeito: Freud, Piaget e Boesch* (pp. 53-84). São Paulo: Casa do Psicólogo.
- Teixeira, L. R. M. N. (1982). *Permutação, quantificação de probabilidades e jogo torre de Hanói: análise comparativa em escolares do 2º grau* (Dissertação de mestrado não publicada), Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (23), pp. 133-170. Recuperado de : <http://rdm.penseesauvage.com/>

## **4. TERCEIRO ESTUDO**

**“ESSE JOGO NÃO TEM LÓGICA!”**

NOÇÃO DE PROBABILIDADE E SIGNIFICAÇÕES DE  
ADULTOS DO PROEJA

## “Esse Jogo não tem Lógica!”: Noção de Probabilidade e Significações de Adultos do Proeja

---

### 4.1 Resumo

O pleno desenvolvimento da noção de probabilidade necessita da construção das operações combinatórias e cálculo de proporções, o que a situa no período das operações formais. Considerando que nem todos os adultos chegam a construir tal estrutura, ou pelo menos não a aplicam inicialmente em todos os domínios, isso implicaria que alguns teriam dificuldade em operar sobre e compreender as composições probabilísticas, embora o cotidiano apresente diversas oportunidades de experiências físicas que mobilizam essa noção. Explicações cognitivistas para a persistência de intuições equivocadas mesmo no raciocínio probabilístico de adultos escolarizados são apresentadas e discutidas em relação à perspectiva da epistemologia genética, argumentando-se que, mesmo secundária em relação à equilibração no desenvolvimento cognitivo, o papel da experiência, principalmente da lógica matemática, é fundamental na construção das operações, e, portanto, das significações e que a natureza das relações de acaso dificultaria a atribuição da causalidade. Investigou-se essas relações por meio do *Lucky Cassino*, um jogo de computador que mobiliza a noção de probabilidade, conjugado a uma entrevista semiestruturada e a cinco situações-problemas, em pesquisa realizada com doze adultos com escolarização atípica, alunos no Ensino Médio Proeja (Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Jovens e Adultos). A maioria dos participantes foi classificada nos níveis de compreensão do jogo propostos por Pylro (2012) correspondentes ao pensamento operatório concreto, demonstrando na entrevista semiestruturada dificuldade na compreensão da noção de probabilidade. Foram identificados quatro modelos de significação, sendo que a maioria dos participantes foi classificada nos modelos mais elementares. O desenvolvimento da

compreensão da noção de probabilidade aquém do esperado pela idade e escolarização pode ser explicado pelas implicações significantes construídas, junto com a evolução dos possíveis em termos da estrutura cognitiva dos participantes, e por métodos educacionais que juntamente com o contexto social apresentam uma demanda insuficiente para a explicação do real por parte do sujeito, o que não contribui suficientemente para seu desenvolvimento cognitivo.

**Palavras-chave:** Psicologia genética. Desenvolvimento adulto. Probabilidade. Modelos de significação. Jogo de computador.

## 4.2 Abstract

The full development of the notion of probability requires the construction of combinatorial operations and calculation of proportions, which puts it in the period of formal operations. Considering that not all adults come to build such a structure, or at least do not initially apply it in all areas, that would imply that some people would have difficulty in operating on and understanding probabilistic compositions, even though everyday life presents several opportunities for physical experiences that mobilize this notion. Cognitive explanations for the persistence of misleading intuitions even in probabilistic reasoning of educated adults are presented and discussed in relation to the perspective of genetic epistemology, and we state that, even though it's secondary to the equilibration in the cognitive development, the role of experience, especially logic mathematical, is essential in building operations, and therefore the meaning and the nature of chance relationships would hinder the attribution of causality. We investigated these relations through *Lucky Casino*, a computer game that mobilizes the notion of probability in conjunction with a semi-structured interview and five problem-situations in a study carried out with twelve adults with atypical schooling, students in high

school Proeja (National Program for the Integration between Professional and Basic Education for Young People and Adults). Most of the participants were classified in the levels of game understanding proposed by Pylro (2012) corresponding to concrete operational thinking, demonstrating in the semistructured interview difficulty in understanding the notion of probability. Four models of signification were identified, and the majority of participants were classified in the most basic models. The development of understanding of the notion of probability below the expected by age and schooling can be explained by the significant implications built, along with the evolution of the possible in terms of the cognitive structure of the participants, and educational methods that together with the social context present an insufficient demand to explain reality by the subject, which does not contribute in a sufficient way to their cognitive development.

**Keywords:** Genetic psychology. Adult development. Probability. Models of signification. Computer game.

### 4.3 Introdução

Na perspectiva da epistemologia genética considera-se que algumas operações e/ou noções cognitivas só se desenvolvem completamente a partir do período operatório formal, em consequência das novas possibilidades de construções facultadas pela abertura dos possíveis devido a sua virtualização e a efetivação de operações que se baseiam em operações, ou seja, operações de segunda potência. Esse seria o caso da noção de probabilidade, cuja plena evolução necessita das operações combinatórias e cálculos de proporções.

Isso não significa que em outros estágios do desenvolvimento não seja possível aprender ou executar tarefas relacionadas ao pensamento probabilístico, porém a

compreensão e aplicação acurada das noções de probabilidade requer uma estrutura de raciocínio operatório formal. O sujeito pode ser capaz de fazer, no sentido de efetuar, operações matemáticas, mas não de compreender, de assimilar plenamente as consequências da teoria e suas aplicações, pois tal processo é de natureza implicativa “[...] no sentido das ligações entre significações, portanto, da ‘implicação significativa’ ou implicação no sentido amplo e não apenas entre proposições [...]” (Piaget, 1978, p.176). Logo, compreender é “conseguir dominar, em pensamento, as mesmas situações até poder resolver os problemas por elas levantados em relação ao porquê e ao como das ligações constatadas e, por outro lado, utilizadas na ação.” (Piaget, 1978, p. 176).

O raciocínio operatório formal é caracterizado pela lógica das proposições, mecanismo baseado nas estruturas do reticulado, uma combinatória, e pelo grupo das quatro transformações, com as operações de identidade (I), negação (N), reciprocidade (R) e correlação (C), formando o grupo INRC, cuja estrutura integra em um único sistema as duas formas de reversibilidade: negação e reciprocidade (Piaget & Inhelder, 1976).

As operações combinatórias são explicitadas pela “possibilidade de ligar todas as maneiras de associação ou correspondências de base, a fim de tirar as relações de implicação, de disjunção, de exclusão, etc., que constituem essas ligações” (Piaget & Inhelder, 1976, p. 81), não necessariamente conhecendo ou aplicando sua fórmula matemática, e, sim, um método de ação.

Há uma estreita correlação entre tais operações e as operações proposicionais: no experimento de mistura de substâncias apresentado por Piaget e Inhelder (1976, p.91), “ao mesmo tempo em que o sujeito combina os elementos ou fatores dados no contexto experimental, combina os enunciados proposicionais que exprimem os resultados de tais combinações de fatos, e assim constrói o sistema das operações binárias (...)”.

Piaget e Inhelder (1976) afirmam que o período operatório-formal é possível a partir da adolescência, uma vez que depende do desenvolvimento de certas estruturas cerebrais, no entanto, não se deve condicioná-lo a essa faixa etária uma vez que a maturação do sistema nervoso determina apenas possibilidades e impossibilidades em certo ambiente social, que é indispensável para a construção ou não dessas estruturas.

Discutindo dados de pesquisas a respeito desse período, Piaget afirma que

Todos os sujeitos normais atingem o estágio ou estrutura das operações formais se não entre 11-12 anos até 14-15 anos, em todo caso, entre 15-20 anos. Entretanto, eles atingem esse estágio em diferentes áreas, de acordo com suas aptidões e suas especializações profissionais. (Piaget, 1972a, p.163, tradução nossa).

Ademais ele declara que o meio social “pode acelerar ou retardar o aparecimento de um estágio, ou mesmo impedir sua manifestação.” (Piaget, 1983, p. 235). Também Machado (2003), confirmando tais argumentos, afirma que o raciocínio formal não parece ser desenvolvido universalmente, nem é possível generalizar as idades médias de sua construção. Além disso, a forma como cada pessoa atinge esse estágio pode ser diferente, mobilizando diferentes competências e que, embora essa seja apenas uma das várias formas de raciocínio válidas, a organização de nossa sociedade atual faz com que as pessoas que não raciocinam formalmente tendam a estar em desvantagem.

Talvez não tão surpreendentemente, portanto, encontramos no Brasil adultos ainda presos a uma forma de raciocínio transdutivo, pré-operatória, pré-conceitual, um pensamento mágico-fenomenista, chamado por Freire (1967) de “consciência mágica” completamente dominada, na medida em que capta os fatos que considera superiores à sua própria consciência (correspondendo à pseudonecessidade piagetiana), e de “consciência ingênua”, a qual, por sua vez acredita dominar os fatos por crer-se superior a eles (correspondente às pseudo-impossibilidades), ou como Becker (2010) explicita, a pessoas que ainda não

construíram um sistema de relações lógico-operatórias que organize suas experiências, antes, suas experiências coordenam as percepções, que exercem função deformante.

Dizemos que esses sujeitos estão presos a essa estrutura, não continuando o desenvolvimento lógico das estruturas de raciocínio porque consideramos como Ramozzi-Chiarottino (2010, p. 11) que

A conquista da própria identidade e da liberdade é possível ao ser humano graças à ação no meio e à tomada de consciência dos sistemas de significação nos quais essa ação se insere. É graças a isso que o homem pode transformar a si mesmo e transformar o mundo em que vive.

Da mesma forma, Ramozzi-Chiarottino (1994) refere-se a crianças que devido à marginalização urbana não conseguiram representar adequadamente o real. Também Pylro (2012) encontrou adolescentes com desempenho pré-operatório investigando a noção de permutação e quantificação de probabilidades em adolescentes com e sem indícios de Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade (TDAH) com provas piagetianas e jogos de computador, dentre eles o *Lucky Cassino*, utilizado na presente pesquisa.

Para Piaget, há quatro fatores principais que explicam o desenvolvimento humano, sendo cada qual necessário, mas não suficiente para tanto: 1) a maturação; 2) a experiência, física e lógico-matemática (mediante abstração empírica e reflexionante); 3) a transmissão social e; 4) a equilibração. Gostaríamos de nos deter na relação da experiência com a equilibração, considerado como o fator preponderante no desenvolvimento, discutindo como esses fatores se relacionam ao processo de desenvolvimento do adulto.

A experiência física consiste em agir sobre os objetos para descobrir sobre suas propriedades, realizando uma abstração empírica, a qual extrai suas informações dos objetos como tais ou das ações do sujeito como características materiais, portanto, de maneira geral, dos observáveis. (Piaget, 1977/1995). Nesse caso, a característica abstraída do objeto é prévia

à ação do sujeito e “visa a um conteúdo em que os esquemas se limitam a enquadrar formas que possibilitarão captar tal conteúdo” (Piaget, 1977/1995, p.5). É o tipo mais elementar de abstração, cuja novidade graças a ela inferida pode levar a contradições e que é integrada sempre em um conjunto espaço-temporal.

A experiência lógico-matemática, por sua vez, está ligada às ações do sujeito, não aquelas dirigidas ao objeto por si mesmo, no sentido de que se apoia sobre as construções do sujeito desde o começo das coordenações gerais das ações, até que se atinjam as operações, quando a coordenação das ações pode acontecer pela dedução e construção de estruturas abstratas. (Piaget, 1972b). Becker (2010) ressalta que a experiência física e lógico-matemática são processos do desenvolvimento indissociáveis, ou seja, em toda experiência física há um quadro / forma que concerne à experiência lógico-matemática e, reciprocamente, essa última é acompanhada em segundo plano pela experiência física resultante da submissão do objeto à ação do sujeito.

Da mesma forma, a abstração reflexionante se sustenta sobre as formas e todas as atividades cognitivas, efetuando com o reflexionamento, por meio de diferenciações, a projeção em um nível cognitivo superior (B) do que retira do patamar inferior (A), ao mesmo tempo em que com a reflexão, por meio da integração, ela deve “reconstruir sobre o plano B o que foi colhido do plano de partida A, ou pôr em relação os elementos extraídos de A com os já situados em B”. (Piaget, 1977/1995, p. 6). São exemplos das “formas” engendradas pela abstração reflexionante: a noção de ordem, ordenamento, seriação; a generalização, as negações ou inversões; a quantificação das extensões para as classes e das diferenças para as relações assimétricas e as seriações; a reversibilidade; pensamento reflexivo, etc. (Becker, 2010). A Figura 3 apresentada a seguir ilustra o processo de abstração reflexionante:

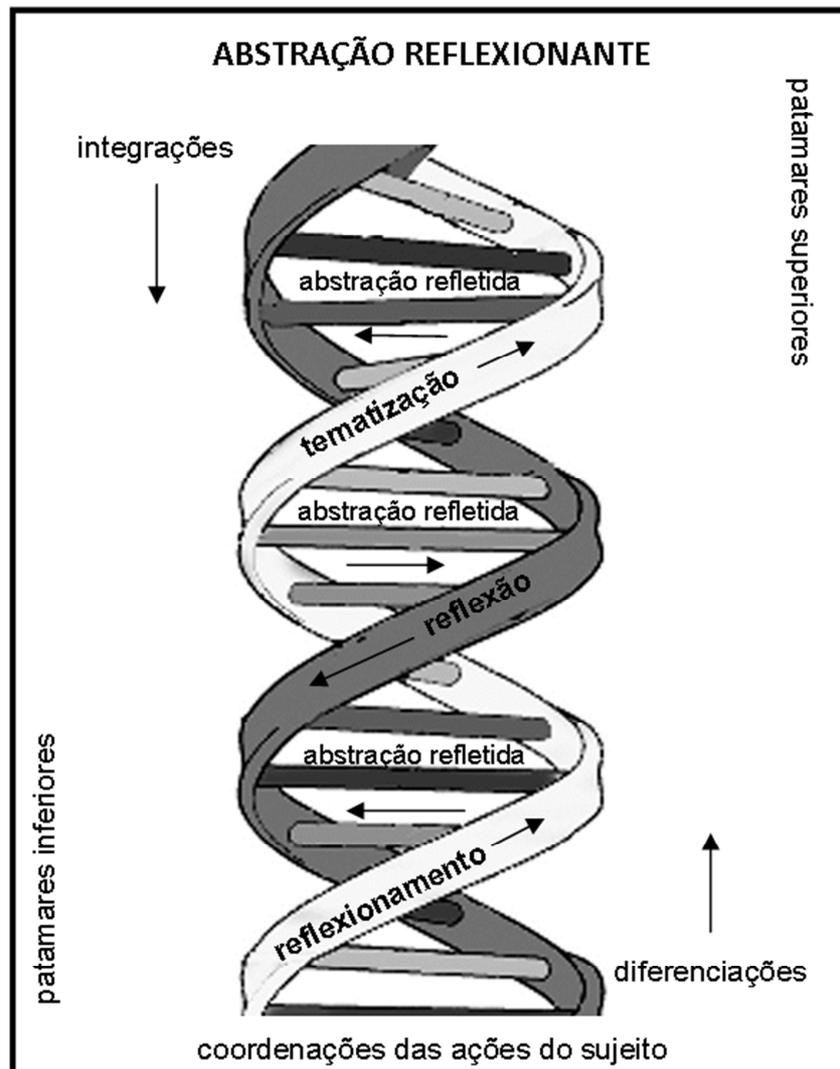


Figura 3 – Modelo ilustrativo do processo de abstração reflexionante

A abstração reflexionante ocorre em todos os níveis do desenvolvimento, mas é apenas com a tomada de consciência, que consiste em uma conceituação, que ocorre a chamada abstração refletida: uma reflexão sobre a reflexão. Em todos os níveis de desenvolvimento é possível ao sujeito realizar construções por meio de abstrações reflexionantes, embora nos níveis iniciais sejam mais frequentes as abstrações empíricas e pseudo-empíricas, nas quais a pessoa precisa apoiar-se constantemente sobre seus resultados constatáveis.

Dolle (1981, p. 63) considera a abstração reflexionante como o fator decisivo do equilíbrio cognitivo. Resistindo o objeto à assimilação do sujeito, ocorre um desequilíbrio cognitivo, “a acomodação procura compensar o desequilíbrio e a abstração reflexionante reestrutura os processos de assimilação que vão realizar uma forma superior de equilíbrio, patamar por patamar”. Considerando que a equilibração toma a forma da abstração reflexionante no nível da representação (Becker, 2010) observamos sua relevância para este que é o fator central na promoção do desenvolvimento humano.

Os desequilíbrios cognitivos podem ser causados por vários fatores, entre os quais o atraso das negações em relação às afirmações, o que provoca uma falha nas compensações. Eles podem se manifestar por 1) conflitos entre o sujeito e os objetos, devido à acomodação insatisfatória, pela falha das previsões durante as experiências, ou por defasagens temporais entre acomodações a áreas diversas; 2) conflitos entre subsistemas, devidos a falha transitória da coordenação (assimilação e acomodação recíprocas) especificamente em caso de defasagem temporal entre suas construções; 3) desequilíbrio entre a diferenciação e a integração, quando esta continua, de início, insuficiente. (Piaget, 1977/1995).

Para o processo de equilibração que visa superar ou compensar os desequilíbrios, promovendo o desenvolvimento, são necessárias três condições: 1) capacidade durável de acomodação dos esquemas aos objetos com diferenciação progressiva dos esquemas; 2) assimilação recíproca dos esquemas em subsistemas e destes entre si, conservando-se e enriquecendo-se mutuamente; 3) integração de subsistemas em totalidades caracterizadas por suas leis de composição, com conservação à medida que suas propriedades diferenciadas podem ser reconstruídas em função do sistema total. (Piaget, 1977/1995).

Assim, observamos que se a experiência é um fator secundário em relação à equilibração no desenvolvimento cognitivo, seu papel (principalmente da experiência lógico-matemática) é fundamental na construção das operações, e, portanto, das significações,

considerando que a operação é em si uma ação significativa, que “só pode surgir da representação com significado, ou seja, aquela que representa a ação, ou à experiência que se estruturou graças a essa ação. A representação com significado é aquela que deriva da ação.” (Becker, 2010, p.16). Na verdade, qualquer ação ou operação comporta significações solidárias pelas implicações entre as ações ou operações abarcando suas significações (Piaget & Garcia, 1997).

Como Silva (2009), acreditamos que as significações são organizadas em um quadro implicativo que conjuga suas inferências, constituindo um modelo que tem como função principal construir um conjunto antecipatório e dedutivo para as ações a serem empregadas em determinadas situações. Em face de uma tarefa/ conteúdo, o sujeito, portanto, decidiria sua aproximação com base no modelo de significação, que se apoia nos esquemas construídos nas ações e/ou operações em experiências prévias.

Novas situações geram necessidade de acomodações, exigindo certa mobilidade dos sistemas de esquemas que podem sofrer resistência do objeto em função da complexidade da tarefa, de forma que esta, juntamente com a novidade do conteúdo e/ou da tarefa afetam os modelos de significação. Estes “evidenciam as primeiras ligações singulares frente aos objetos para darem origem ao mesmo tempo em que se apoiam, às operações lógico-matemáticas” (Silva, 2009, p.160), o que ajudaria a explicar as divergências de condutas do sujeito psicológico em dado estágio do desenvolvimento cognitivo.

Além de seu papel no primeiro momento de interação com o objeto, a estrutura operatória do sujeito se apresenta e intervém de forma mais marcante na forma como o organismo reage às situações de desequilíbrio cognitivo. Por exemplo, o pensamento operatório formal não admite contradições lógicas, inferências conflitantes, ou sem relação com o sistema de conjunto, o que Silva (2009) supõe ser suficiente para que os participantes de sua pesquisa, mesmo partindo de modelos iniciais diferenciados, atingissem após a

intervenção com o método clínico, o mesmo nível de modelos de significação, o que, no entanto, não ocorreu. O autor justificou que a ausência de esquemas prévios que possibilitassem a construção inferencial pela atribuição destes às situações ocasionou tal fracasso. Entretanto, acreditamos que a estrutura cognitiva não é necessariamente a mesma em todos os adultos, o que pode ter sido mais um fator de interferência nessa pesquisa.

A própria estruturação dos possíveis, fundamental para a fase de formação dos esquemas (nos quais se apoiam os modelos de significação) tem um papel importante que pode interferir nesse processo. De acordo com Piaget (1985) a evolução dos possíveis do ponto de vista funcional compreende o 1) Possível Hipotético (ensaios e erros), que se segue ao 2) Possível Atualizado (selecionado em função de resultados obtidos ou dos esquemas representativos anteriormente organizados); 3) Possível Dedutível (em função das variações intrínsecas) para por fim chegar ao 4) Possível Exigível (acredita realizáveis novas construções, mas sem encontrar ainda os procedimentos adequados).

Já do ponto de vista estrutural teríamos o 1) Possível Analógico, engendrado gradualmente por sucessões analógicas; sucedendo-se o 2) Co-possível Concreto, no qual diversos possíveis a serem atualizados são simultaneamente antecipados; ao que se constrói o 3) Co-possível abstrato, no qual as atualizações são exemplos entre “muitos” dos outros concebíveis; e finalmente o 4) Co-possível “qualquer” em número ilimitado.

Para além dos aspectos estruturais, na compreensão dos mecanismos envolvidos no processo de significação, cremos na centralidade do problema da acomodação, que permite o desenvolvimento progressivo da compreensão da causalidade e das leis naturais, em cujos estudos piagetianos podem-se perceber a atuação dos modelos interpretativos entre as operações do sujeito e a realidade (Parrat-Dayana, 1999). Ainda segundo tal autora, é próprio da causalidade a geração de contradições e desequilíbrios cognitivos.

De forma a contribuir para o esclarecimento das relações discutidas na presente introdução, nos propusemos investigar como sujeitos adultos com escolarização atípica agem e significam em uma atividade que apresenta situações nas quais a causalidade não pode ser imediatamente atribuída, ou seja, quando dá origem a resultados que não podem ser previstos com certeza.

## **4.4 Método**

### **4.4.1 Participantes**

O presente estudo, parte de uma pesquisa maior, contou com 12 participantes voluntários, de ambos os sexos (F = 6 e M = 6), entre 20 e 40 anos de idade, inclusive, com renda salarial familiar entre um e três salários mínimos. Todos eram estudantes finalistas de um curso técnico integrado ao ensino médio para jovens e adultos, no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (Ifes), *campus* Vitória, tendo já estudado os conteúdos escolares de probabilidade e combinação do Ensino Médio e Técnico.

### **4.4.2 Instrumentos**

Essa pesquisa faz parte de uma investigação mais ampla que envolveu três jogos de computador. Nesse estudo foi utilizado o jogo *Lucky Cassino*, que faz parte do CD *Missão Cognição*, elaborado por Haddad-Zubel, Pinkas e Pécaut (2006), versão dublada em Portugal, que segue detalhado, juntamente com os outros instrumentos:

a) Questionário de familiaridade com o uso do computador – Esse instrumento (Apêndice B) foi aplicado, tendo em vista o uso de instrumentos informatizados e consequente necessidade de averiguar a familiaridade do participante com jogos eletrônicos e com o computador.

b) Jogo *Lucky Cassino* – Esse jogo foi desenvolvido com base no capítulo quatro do livro *A origem da ideia do acaso* (Piaget & Inhelder, 1951/s.d.), remetendo à prova das Bilhas, usada por Piaget para avaliar a quantificação das probabilidades. Nessa prova, buscava-se analisar a reação do participante frente a um “milagre”, ou seja, uma situação com resultados probabilisticamente improváveis. A Figura 4 apresenta a tela inicial do jogo.



Figura 4 – Jogo *Lucky Cassino* (print de tela)

Ao parar o mouse sobre o planeta *Lucky Cassino*, aparece um quadro no canto superior direito da tela no qual se lê: “*O rei deste planeta mandou construir um cassino e convida os visitantes a jogar contra ele. Ninguém ganhou dele ainda. Para o vencedor, só a sorte não é suficiente*”. Clicando com o mouse no planeta, uma animação mostra a nave aterrissando neste e o jogador escuta a mensagem ao mesmo tempo em que outra animação demonstra as ações correspondentes ao que é falado: “*Aqui será necessário uma berlinda azul. Observe as berlindas que estão nas bolas. Escolhe uma das bolas, clicando sobre ela. Obteve-se uma berlinda azul. Agora será necessária uma berlinda vermelha. Clicas (cai a azul). Era necessária uma berlinda vermelha! Tu vês: uma berlinda azul. Escolhes. Estás certo, é uma berlinda azul. E nota: Contam-se as jogadas usando as fichas amarelas, se não conseguires preencher o tabuleiro em 20 jogadas, o rei ganhará mais uma vez*”.

Em seguida, ao mesmo tempo em que o narrador fala, aparece na tela a seguinte mensagem: *“O rei está pronto. Tens que preencher o tabuleiro com o menor número possível de jogadas. Pensa antes de escolher a bola. Observa bem para ver em qual tem mais hipótese de tirar uma berlinda da cor correta”*.

Observa-se que se apresentam duas urnas (bolas) ligadas a dois reservatórios de esferas (berlindas) azuis e vermelhas, respectivamente, que são misturadas em cada tentativa. O participante deve escolher em qual urna tem mais chance de obter a cor que precisa, alternando entre vermelha e azul, para preencher um tabuleiro formado de oito peças intercaladas dessas cores, com o menor número de jogadas possível. Durante o jogo, dividido em níveis de dificuldade crescente, podem ocorrer resultados improváveis.

Os níveis são compostos das seguintes situações:

1. Há o mesmo número de bolas azuis e vermelhas dos dois lados (3:3);
2. Há o mesmo número de bolas azuis e vermelhas dos dois lados, porém há o dobro de bolas do nível anterior (6:6);
3. A quantidade de bolas nas urnas pode variar ou permanecer igual (4:2 e 3:3);
4. Há uma maior variação da quantidade de bolas nas duas urnas, em uma situação de não proporcionalidade;
5. A quantidade de bolas de cada cor é representada por números.

O jogador deve passar por todos os níveis do jogo para sair do planeta, mas se ele demonstrar ter muita dificuldade em algum dos níveis, automaticamente pulam-se algumas etapas. Caso o jogador ultrapasse o número de jogadas previsto (20), aparece no canto da tela a imagem de Piaget, em conjunto com a mensagem “Pouca sorte”, e termina-se o jogo.

Uma planilha eletrônica subjacente ao jogo registra automaticamente as jogadas com todas informações sobre o contexto da tela e seus resultados, bem como o tempo de cada tentativa. O Quadro 3 traz um dos registros efetuados como exemplo (já traduzido do original

em francês e reformatado). É possível saber qual a cor desejada na jogada em análise, o quantitativo de esferas de ambas as cores nas duas urnas, e, portanto, qual é a urna mais provável, qual foi a urna escolhida pelo jogador, e se sua ação teve êxito ou não, pois mesmo que ele tenha escolhido a urna mais provável, sua jogada pode ter resultado na esfera de cor indesejada, já que se trata de uma probabilidade, não de uma certeza.

Nível	Tentativas	Tempo (segundos)	Nº de bolas Ver. à Esq.	Nº de bolas Azuis à Esq.	Nº de bolas Ver. à Dir.	Nº de bolas Azuis à Dir.	Urnas mais prováveis	Urnas Escolhidas	Resultado	Êxito	Nº da última casa preenchida
1	1	98	2	1	1	2	0	0	1	1	1
	2	115	3	0	0	3	1	1	1	1	2
	3	126	2	1	1	2	0	0	1	0	2
	4	135	2	1	1	2	0	0	1	1	3
	5	141	1	2	2	1	0	0	1	1	4
	6	150	1	2	2	1	1	1	1	1	5
	7	155	3	0	0	3	1	1	1	1	6
	8	161	2	1	1	2	0	0	1	0	6
	9	167	2	1	1	2	0	0	1	1	7
	10	173	3	0	0	3	1	1	1	1	8

Quadro 3 - Exemplo de parte do registro de uma partida do *Lucky Casino* na planilha eletrônica

c) Situações-problema – Foram propostas cinco situações-problema baseadas na proposta de Macedo, Petty e Passos (2000), construídas a partir de *print screen* de momentos do jogo, em níveis crescentes de dificuldade de modo a promover análise e questionamento da ação de jogar e das razões construídas. A figura apresenta as situações elaboradas.

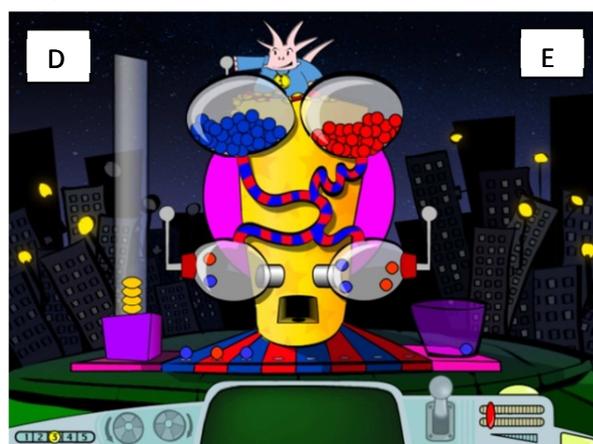
1) Qual é a melhor urna para a próxima jogada? A da esquerda ou a da direita? Por quê?



2) Na próxima jogada, em que urna seria melhor jogar, na da direita ou da esquerda, ou tanto faz? Como você sabe? E se você jogasse, e saísse um resultado diferente do que você tinha pensado, o que iria achar?



3) Pedro pensou que havia mais chance de obter a bola vermelha na urna da esquerda porque havia duas bolas vermelhas nela, enquanto havia apenas uma na urna da direita. O que você acha desse pensamento? Quem teria mais sucesso de retirar a próxima bola vermelha, quem jogasse na urna da esquerda, na urna da direita ou tanto faz? Por quê?



4) Nessa jogada, Paula escolheu a urna da esquerda e caiu uma bola azul. Ela se surpreendeu com esse resultado, porque esperava que uma bola vermelha caísse. Você acha que Paula estava certa ou errada? Por quê? Se fosse você a jogar, que urna você escolheria, a da direita ou esquerda? Por quê?



5) Maria me disse que nessa jogada tanto fazia jogar na urna da esquerda ou da direita, porque há o número de bolas vermelhas nas duas é igual. Sara disse que era melhor jogar na urna da esquerda porque havia menos bolas azuis, e, mais chance de sair bolas vermelhas. Quem você pensa que está certa, ou as duas estão erradas? Por quê?



Figura 5 – Situações-problema do jogo *Lucky Cassino*

d) Entrevista semiestruturada – Visando investigar a compreensão do conceito e aplicação do conceito de probabilidade, foram feitas as seguintes perguntas: O que é probabilidade para você? Pode dar um exemplo de probabilidade no jogo? Por que você acha que esse é um exemplo de probabilidade?

e) Diário de pesquisa – Anotaram-se observações pertinentes acerca das atitudes e condutas do participante para com o jogo, estratégias percebidas, respostas às questões, entre outros.

#### 4.4.3 *Procedimentos*

O projeto foi submetido e aprovado no Comitê de Ética em Pesquisa do Ifes (processo 103/11), sendo realizado no ano de 2012 e parte de 2013. A coleta de dados foi feita em um encontro com a participação da pesquisadora e de auxiliares de pesquisa, em uma sala reservada, iniciando-se com a entrega e assinatura do TCLE, seguindo-se o preenchimento do questionário de familiaridade com o uso do computador, e a primeira partida do jogo. O pesquisador conduzia a entrevista semiestruturada, acompanhada das três primeiras situações-problema e, posteriormente o participante jogava a segunda partida do jogo e respondia as duas últimas situações-problema. Tanto as entrevistas, quanto as aplicações das situações-problema foram gravadas em áudio, com o apontamento de informações complementares em diário de campo, preenchido pela pesquisadora e por uma auxiliar de pesquisa.

O método clínico Piagetiano (Piaget, 1947/2005; Carraher, 1989; Delval, 2002) foi utilizado nas três primeiras situações-problema, seguindo uma adaptação da proposta metodológica sugerida por Silva e Frezza (2011) para pesquisas com adultos.

## 4.5 Resultados e Discussão

O questionário de familiaridade com o uso do computador permitiu verificar que todos participantes tinham acesso digital e eram capazes de usar a máquina para as funções do cotidiano, inclusive para jogar como passatempo.

Considerando que todos os participantes são adultos e estudaram na escola a Teoria das Probabilidades, seria de se esperar um nível mais elevado de tomada de consciência desse conceito, o que não ocorreu, pois somente Caio, Clara e Ruti entre os 12 participantes responderam adequadamente à pergunta “O que é probabilidade?” na entrevista semiestruturada. Entretanto, apenas as respostas de Ada, Celia, Eder e Marco não aludiram de nenhuma forma ao conceito de maior chance de um evento ocorrer, situando a maioria dos participantes em um nível de compreensão parcial do conteúdo.

[Eder, respondendo sobre o que é probabilidade] – *“É... pra dar um número exato”*. – *“Hum. Número exato de quê?”* – *“De algum número! Acho que é isso, a probabilidade de dar exato algum número, uma conta”*.

A maioria dos alunos (9/12) conseguiu citar, mesmo que de forma incompleta, um exemplo de probabilidade no jogo, excetuando-se Ada, Edson e Eder, embora somente Clara, Iara, Marco e Ruti tenham conseguido justificar o exemplo dado adequadamente.

[Iara] – *“Porque sim! É bom porque você tem que acertar as cores, né, e você tem que calcular também ali, ah, aqui tem tanto, aqui tem tanto, aqui é mais fácil sair essa cor aqui do que aqui, entendeu?”*.

[Caio] – *“Bom porque ele dá pra você ver é... basicamente olhando assim, é bem simples, jogo bem simples, mas basicamente só de olhar dá pra você ver qual você pode acertar e qual você não pode.”*.

[Zoe] – *“Por quê? Ah, eu não sei! Eu só sei! Não consigo responder, não sei!”*.

Os participantes conseguiram, mesmo de forma incompleta, identificar uma situação no jogo na qual se pode falar de probabilidade, mas poucos conseguiram justificá-la, posto que essa ação requer uma elaboração mental do conceito, ou seja, é necessário que neste ou em algum momento anterior, tenha ocorrido um processo de abstração refletida.

Podemos dizer que mesmo que os participantes tenham aprendido a quantificação de probabilidades e/ou o cálculo matemático correspondente na educação formal, ou seja, saibam realizar<sup>16</sup>, falta à maioria o conhecimento sobre probabilidade, pois “conhecer é compreender e distinguir as relações necessárias das contingentes: atribuir significado às coisas no sentido mais amplo da palavra, ou seja, levando em conta não só o atual e explícito, como o passado, o possível e o implícito.” (Ramoschi-Chiarottino, 1994, p. 73).

Os participantes foram classificados quanto aos seis níveis de compreensão do jogo, conforme proposta de Pylro (2012)<sup>17</sup> baseada por sua vez nos trabalhos de Piaget e Inhelder (1951/s.d), Teixeira (1982), Macedo (1983) e Souza (1984). Para explicar os tipos de erros durante o jogo, seguindo tipificação proposta por Pylro (2012), usamos a seguinte terminologia:

- DFC-I (Desigualdade dos Casos Favoráveis – Igualdade): o número de bolas na cor desejada é diferente entre as urnas, mas o número total de elementos nas urnas é igual;
- C-I (Certeza – Impossibilidade): Em uma urna só há bolas da cor desejada e na outra urna não há bolas da cor desejada;
- DFCeCP-SP (Desigualdade dos Casos Favoráveis e dos Casos Possíveis – Sem Proporcionalidade): O número de bolas da cor desejada nas urnas é desigual, sem que haja proporcionalidade quanto aos casos favoráveis e possíveis; não há o mesmo total de bolas em ambas as urnas. Esse caso pode ocorrer a partir do 4º nível do jogo;

---

<sup>16</sup> Corresponde ao que Piaget (1978) chama de *réussir* (fazer, concluir com sucesso), quando o sujeito é capaz de fazer o que se propõe, mas não consegue justificar, conceitualizar suas ações por ainda não ter ocorrido a tomada de consciência, um processo ativo que modifica o objeto e que depende dos esquemas de assimilação conceitual usados pelo sujeito para justificar suas ações.

<sup>17</sup> Ver Anexo A.

- I (Igualdade): o número de bolas dos casos desfavoráveis é igual, mas o número de bolas da cor desejada é diferente, de forma que não há o mesmo total em ambas as urnas.

O desempenho de cada um foi apresentado conforme os níveis em que foram classificados, processo esse realizado com base nos procedimentos, quantidade e tipos de erros durante o jogo, bem como a acurácia das respostas e justificativas apresentadas nas situações problema <sup>18</sup>. Apresentaremos inicialmente a classificação em níveis dos participantes, para a seguir analisar o desempenho individual, explicando a classificação realizada.

- Nível 1 B: Ada, Edson e Igor;
- Nível 2 A: Celia, Eder, Marco, Rita e Zoe;
- Nível 2 B: Caio;
- Nível 3 A: Clara e Iara;
- Nível 3 B: Ruti.

A Tabela 1 apresenta de forma condensada os tipos e quantidades de erros cometidos por cada participante durante as partidas, bem como a acurácia de suas respostas e justificativas às situações-problema.

---

<sup>18</sup> Ver as tabelas correspondentes no Apêndice D.

Tabela 1 – Classificação dos participantes e desempenho nas partidas e situações-problema

Part	Nív	Erros nas partidas e Situações-Problemas	Erros totais
Ada	1B	[1°. DFC-I (5) / 2°. DFC-I (1) / 3°. DFC-I (5) / 4°. N/A / 5°. DFC-I (1); I (1); DFCeCP-SP (6). ] [Situações-problema: ❶☑, ☒; ❷☑, ☒; ❸☒]	19
		[1°. DFC-I (3) / 2° - / 3°. DFC-I (2) / 4°. N/A / 5°. DFC-I (1); I (1); DFCeCP-SP (3)] [Situações-problema: ❹☑, ☒; ❺☑, ☒]	9
Celia	2A	[1°. DFC-I (3) / 2°. - / 3°. DFC-I (2) / 4°. S/A / 5°. DFC-I (1); I (2); DFCeCP-SP (2)] [Situações-problema: ❶☑, ☒; ❷☑, ☒; ❸☑]	9
		[1°. DFC-I (3) / 2°. - / 3°. DFC-I (2) / 4°. N/A / 5°. DFC-I (1); I (3); DFCeCP-SP (2)] [Situações-problema: ❹☑; ❺☒]	10
Caio	2B	[Nenhum erro em todos os níveis.] [Situações-problema: ❶☑; ❷☑; ❸☒]	0
		[1°. - / 2°. DFC-I (1) / 3°. - / 4°. N/A / 5°. -] [Situações-problema: ❹☒; ❺☑]	1
Clara	3A	[1°. DFC-I (5) / 2°. DFC-I (10) / 3°. DFC-I (1) / 4°. I (1) / 5°. N/A] [Situações-problema: ❶☑; ❷☑☒; ❸☑]	17
		[1°. - / 2°. - / 3°. DFC-I (2) / 4°. - / 5°. I (1)] [Situações-problema: ❹☒; ❺☑]	3
Edson	1B	[1°. DFC-I (1) / 2°. DFC-I (1); C-I (1) / 3°. DFC-I (2) / 4°. N/A / 5°. DFC-I (3); I (1); DFCeCP-SP (4)] [Situações-problema: ❶☑, ☒; ❷☑, ☒; ❸☒]	10
		[1°. DFC-I (4) / 2°. DFC-I (2) / 3°. N/A / 4°. - / 5°. DFC-I (2); I (2); DFCeCP-SP (5)] [Situações-problema: ❹☑, ☒; ❺☑, ☒]	13
Eder	2A	[1°. FC-I (4) / 2°. - / 3°. DFC-I (2) / 4°. N/A / 5°. DFC-I (1); I (1); DFCeCP-SP (6)] [Situações-problema: ❶☑; ❷☑; ❸☒]	14
		[1°. DFC-I (4) / 2°. DFC-I (1) / 3°. - / 4°. DFC-I (2) / 5°. N/A] [Situações-problema: ❹☒; ❺☑]	7
Igor	1B	[1°. DFC-I (4) / 2°. DFC-I (1) / 3°. DFC-I (1) / 4°. N/A / 5°. DFCeCP-SP (1)] [Situações-problema: ❶☑; ❷☑; ❸☒]	7
		[1°. DFC-I(9); C-I (1) / 2°. N/A / 3°. DFC-I (6) / 4°. DFCeCP-SP (3); I (2) / 5°. DFC-I (1); DFCeCP-SP (2)] [Situações-problema: ❹☒; ❺☒]	24
Iara	3A	[1°. - / 2°. - / 3°. DFC-I (2) / 4°. DFCeCP-SP(1) / 5°. DFCeCP-SP (4)] [Situações-problema: ❶☑; ❷☑; ❸☑]	7
		[1°. DFC-I (3) / 2°. - / 3°. DFC-I (1) / 4°. - / 5°. DFCeCP-SP (1)] [Situações-problema: ❹☑; ❺☑]	5
Marco	2A	[1°. DFC-I (4) / 2°. DFC-I (1) / 3°. DFC-I (2) / 4°. I (2) / 5°. DFCeCP-SP (2)] [Situações-problema: ❶☑; ❷☑; ❸☒]	11
		[1°. DFC-I (1) / 2°. DFC-I (1) / 3°. DFC-I (2) / 4°. N/A / 5°. DFCeCP-SP (2); I (2)] [Situações-problema: ❹☒; ❺☒]	8
Rita	2A	[1°. DFC-I (2) / 2°. - / 3°. DFC-I (1) / 4°. DFCeCP-SP (1); I (1); DFC-I (1) / 5°. -] [Situações-problema: ❶☑; ❷☒; ❸☒]	6
		[1°. DFC-I (2) / 2°. N/A / 3°. - / 4°. DFCeCP-SP (1) / 5°. N/A] [Situações-problema: ❹☒; ❺☑]	3
Ruti	3B	[1°. DFC-I (1); C-I (1) / 2°. - / 3°. DFC-I (1) / 4°. DFC-I (1) / 5°. -] [Situações-problema: ❶☑; ❷☑; ❸☑]	4
		[Nenhum erro em todos os níveis.] [Situações-problema: ❹☑; ❺☑]	0
Zoe	2A	[1°. - / 2°. - / 3°. N/A / 4°. DFCeCP-SP (1) / 5°. DFCeCP-SP (1)] [Situações-problema: ❶☑, ☒; ❷☑, ☒; ❸☒]	2

	[1°. - / 2°. - / 3°. N/A / 4°. DFCeCP-SP(1); I (1) / 5°. DFCeCP-SP (2); DFC-I (1)] [Situações-problema: ④❌; ⑤✅]	5
--	---	---

A primeira linha de cada participante refere-se à 1ª partida e a seguinte à 2ª partida. Os tipos de erros são agrupados por nível. Nas situações-problema, o símbolo ✅ significa acerto e ❌ significa erro; caso apareçam juntos (✅, ❌), significam que a resposta foi correta, mas a justificativa foi inadequada. A sigla N/A (não-avaliada) significa que o jogo automaticamente “pulou” o nível.

O nível 1B corresponde a um desempenho e compreensão do jogo ainda pré-operatório. Ada cometeu um número considerável de erros de todos os tipos exceto em situações de C-I, principalmente na 1ª partida e, embora tenha diminuído a quantidade de erros pela metade na 2ª partida, cometeu os mesmos tipos de erros. Em suas respostas às situações-problema deixou claro que usou um raciocínio perceptivo para resolver as situações, tendo escolhido a urna na qual aparentemente havia uma bola da cor desejada mais próxima do local onde identificou que ocorreria a saída das bolas. Edson justificou seus procedimentos e as suas respostas às situações-problema da mesma forma que Ada, tendo cometido todos os tipos de erros, inclusive C-I, embora em menor quantidade inicialmente, mas cometendo mais erros na 2ª partida.

Igor, por sua vez, foi o participante que teve o pior desempenho em termos de quantidade de erros, aumentando o número de erros na 2ª partida, enquanto a maioria simples dos participantes diminuiu (7 de 12), e os outros cometeram entre 1 e 3 erros a mais. Isso também se refletiu nas situações-problema – ele acertou as duas primeiras resoluções e justificativas, errando as seguintes. Ele pareceu relacionar maior probabilidade à sorte, não diferenciando os dois aspectos: *“Acho que por sorte eu votaria na esquerda, porque as chances aqui são bem maiores, do que na outra [...] aqui você uma tem sorte maior porque tem quatro bolinhas”*. Embora tenha respondido na 3ª situação-problema (proporcionalidade) que jogaria na urna onde havia maior quantidade de bolas, durante a 1ª partida jogou aleatoriamente em tais urnas, e na 2ª partida mostrou uma ligeira preferência em jogar na

urna que apresentava a menor quantidade de bolas. Em ambas as partidas seguidamente escolheu a mesma urna para diversas jogadas em sequência.

O nível seguinte, 2 A corresponde já a um desempenho e compreensão do jogo operatórios. Celia embora tenha acertado a maior parte das situações-problema, justificou suas respostas de forma incorreta, afirmando em alguns casos que seria melhor escolher a urna onde houvesse uma diferença muito maior entre as duas coleções e em outros casos que seria impossível prever, pois o fator determinante seria a sorte, pensamento a que parece chegar frente ao desequilíbrio causado pela ocorrência de resultados não prováveis no jogo, diante dos quais demonstra reação de surpresa verbalmente e pela expressão facial. Ela também cometeu quase todos os tipos de erros, exceto C-I, várias vezes. Curiosamente demonstrou na 3ª situação-problema compreender a proporcionalidade, mas durante o jogo nessas situações escolheu as urnas com menor quantidade nos níveis iniciais e as que com maior quantidade nos níveis finais. Também escolhe uma urna e joga por várias vezes consecutivas nela, especialmente nos níveis finais do jogo, o que parece corroborar a hipótese de que a participante em face de situações nas quais suas previsões não se confirmavam, revertia sua conduta a procedimentos que implicam em crenças pré-operatórias.

Eder cometeu muitos erros na 1ª partida, principalmente nas situações sem proporcionalidade (DFCeCP-SP), o que diminuiu na 2ª partida, provavelmente pelo fato do jogo pular o último nível. Marco também cometeu diversos erros e de quase todos os tipos, exceção do C-I nas duas partidas - a queda da quantidade dos erros na 2ª partida pode ser creditada ao jogo ter pulado o penúltimo nível. Ambos participantes evidenciaram em suas justificativas não terem compreendido a noção de proporcionalidade e também a perturbação com a ocorrência de resultados improváveis que pareceram causar-lhes desequilíbrio cognitivo, ao que igualmente à Celia, responderam escolhendo certa urna e jogando mais vezes nela seguidamente nos níveis finais do jogo.

Considerando-se que o jogo pulou o segundo e último nível na segunda partida, Rita cometeu poucos erros, mas de quase todos tipos, excetuando-se C-I. Os erros nos níveis iniciais seguiram situações nas quais escolheu a urna mais provável e não obteve êxito, o que pode ter afetado sua compreensão e entendimento do jogo. Demonstrou surpresa com resultados improváveis e a não compreensão do conceito de proporcionalidade. Na entrevista inicial ela afirmou: *“Eu não entendi nada no começo! Pelo que eu entendi é quanto mais perto a bolinha estiver no lugarzinho de passar, mais tenho a possibilidade, a probabilidade de estar encaixando nos buraquinhos que ele pediu!”*. Suas respostas às situações-problema mostram a coexistência de justificativas e raciocínios baseados na quantidade e percepção, contradição que pareceu não incomodá-la.

A convivência das explicações contraditórias (quantidade e percepção) da mesma forma não pareceu afetar a Zoe, que também mostrou surpresa frente a resultados improváveis. Zoe também cometeu poucos erros, que aumentaram nos níveis superiores, a maioria em situações nas quais não há proporcionalidade (DFCeCP-SP). Demonstra não compreender a probabilidade proporcional, não apenas na resposta à situação-problema, mas também pelos procedimentos no jogo: em tais situações tendeu a trocar o critério de escolha da urna (maior ou menor quantidade) de acordo com o fracasso ou êxito na situação anterior. Como os participantes desses níveis iniciais de compreensão do jogo, ela evidenciou buscar razões que permitissem creditar razões para o êxito ou fracasso no jogo, não necessariamente seu funcionamento; mesmo usando o termo chance para definir probabilidade, evidenciou não compreender as implicações lógicas decorrentes desse com conceito na indeterminação do resultado no jogo.

No próximo nível (2 B), Caio cometeu um único erro, o qual justificou por falta de atenção. No entanto, demonstrou ainda ter problemas com a proporcionalidade, respondendo incorretamente à 3ª e à 4ª situações-problema, embora nesta última seu erro provavelmente

ocorreu por falta de atenção, pois sua justificativa estava correta. Na primeira partida Caio pareceu jogar aleatoriamente em situações de proporção; na segunda, jogou mais na urna que apresentava maior quantidade de esferas, o que contradiz o que indicou no exemplo de probabilidade no jogo dado por ele na entrevista semiestruturada. Neste exemplo, evidenciou outra contradição, que pareceu perturbá-lo, mas a qual reagiu com uma conduta de equilíbrio alfa, neutralizando a perturbação pela distorção da realidade: *“basicamente as duas são 50%, só que ali era muito mais fácil de eu acertar no caso de uma de cada, do que se eu tentasse na outra [...] se eu tivesse é... duas vermelhas e duas azuis de um lado, e uma azul e uma vermelha do outro, eu tinha assim, tipo assim 25% de chance de acertar de um lado que estavam as duas de cada, e 50% de chance de acertar do outro lado onde estava uma de cada. Então eu optei pelos 50% de chance de acertar!”*. Ele utilizou a mesma justificativa na contraposição a sua resposta à 3ª situação-problema.

A participante com melhor evolução do desempenho no jogo após intervenção com o método clínico foi Clara, classificada no nível 3A. Na 1ª partida grande parte dos erros apareceu simultaneamente, após uma situação de fracasso mesmo com a escolha da urna mais provável. A participante resolveu as questões de proporcionalidade corretamente. Na 2ª situação-problema a aluna relatou sua confusão com o jogo, a surpresa com o resultado menos provável, a hipótese de jogo ter “mudado de critério” e na contraposição, embora inicialmente concordasse que probabilidade não é certeza, disse que em face de um resultado ruim pensaria que isso seria do jogo *“de confundir a gente mesmo! Ou até mesmo um jogo que a gente tem que parar e pensar, porque tem essas coisas que acontece, essa chance de dar certo ou errado, é um desafio né, eu vejo como um desafio esse jogo! Porque parece ser fácil, mas você começa a jogar, aí você joga naquele que tem a probabilidade maior, e acaba não dando certo!”*.

Já Iara, embora respondendo corretamente a todas as situações problemas e cometendo poucos erros, pareceu no jogo ter dificuldade em analisar casos nos quais a diferença de quantidade era menos visível e não havia proporcionalidade (DCFeCP-SP).

A única participante classificada no último nível de compreensão do jogo (3 B) foi Ruti, cujos erros cometidos na primeira partida podem ser creditados à desatenção. Ela demonstrou compreender o conceito de probabilidade já na entrevista inicial, respondendo e justificando corretamente a todas as situações-problema.

Observamos que a maior parte dos participantes não percebeu a contradição entre a incerteza característica da situação de probabilidade e a expectativa de um resultado sempre correspondente ao que foi calculado como evento mais provável, mesmo após a intervenção com o método clínico. Ora, a superação da contradição ocorre por progressivas tomadas de consciência da ação e de seus esquemas, “mediante dois processos solidários: um em extensão (alargamento do referencial), outro em compreensão (relativização das noções).” (Becker, 2010, p. 61). Nesse caso como o dado da experiência pode contradizer a previsão inicial correta do sujeito, a tomada de consciência é dificultada, pois o objeto resiste à acomodação - a negação da aparente contradição (resultado improvável) precisa ser construída.

De modo a melhor caracterizar tal resistência, apresentaremos os modelos de significação construídos, juntamente com a classificação dos participantes distribuídos nestes para, a seguir, discutir as implicações dos resultados.

Procedemos a classificação dos participantes nos níveis de significação a partir, predominantemente, da análise das razões para suas ações apontadas pelos sujeitos em suas respostas às situações problemas colocadas, razões estas que constituem um tipo específico de implicação significativa, mas também por meio da análise de suas ações durante o jogo,

pois muitas vezes há um atraso entre a ação e a conceituação, na qual certos esquemas de ação permanecem inconscientes cognitivamente ao sujeito.

1. ***Há uma lógica determinante*** – O juízo da certeza associada ao cálculo (o resultado é sempre exato) por implicação leva o sujeito ao conceito de probabilidade determinante, ou seja, de que se a probabilidade pode ser quantificada, o evento que se mostra mais provável pela operação matemática ocorrerá com certeza. Assim, confrontado com o resultado da jogada que contradiz sua previsão, ou seja, o cálculo de em que urna haveria maior probabilidade de cair uma esfera da cor desejada, o sujeito conclui que o jogo não segue a lógica da quantificação das probabilidades, e que, por implicação, possui outra lógica de funcionamento, que pode ser descoberta. Isso leva à negação dos caminhos operatórios para solução dos problemas, de modo que suas condutas e reflexões posteriores apresentam características do pensamento pré-operatório, intuitivo, mesmo que o sujeito não esteja limitado à tal estrutura. O jogador escolhe e justifica a escolha da urna (direita ou esquerda) pela proximidade das esferas de cor desejada do que parece ser o local de saída.

[Ada, 1ª situação-problema] - *“É, tá mais próxima! Agora na hora que eu estava jogando, eu fiquei observando essa linha, essa coisa branca aqui, que tava circulando pra cercar elas pra não cair, por isso que eu ia pro outro lado né?”* – *“Uhum!”* – *“Tinha menos, mas eu falei esse círculo aqui, o que ele tá fazendo aqui, ele deve estar cercando as bolinhas! Ai eu...”* (risos) – *“Lá no jogo, quando você estava jogando, você pensou nisso também? Aquela cor que estava mais perto tinha mais chance de cair?”* – *“Sim! Uhum! Foi sempre assim!”* (risos) *E em outra parte também aqui eu tenho duas probabilidades, probabilidades de ter de repente assim de ter a chance... É isso mesmo! É a chance de mais, de conseguir né... Então tem mais chance de eu conseguir a vermelha por ter duas! Porque tem duas... e também porque tá mais,*

*porque aqui se tivesse três, por exemplo, quando tivesse duas e essa aqui na boca, de repente a de cá com menos poderia conseguir melhor, tem vários jeitos!”.*

[Edson, 1ª situação-problema] – “Vendo aqui, é a da direita!” – “Por quê?” – “Porque ela tá próxima a ser caída!” – “Como assim?” – “Ela tá nesse canto aqui assim ó, ela tá vindo aqui, que ela pode...” – “Ah ela tá mais perto do buraquinho ai, de cair?” – “É, tá pronta pra cair!” – [contraposição, apontando justificativa pela quantificação de probabilidades] – “Olha eu acho que pela lógica acho que ele se equivocou um pouco!” – “Ele errou?” – “É, o ato dele de pensar foi certo, mas ao agir pode dar diferente, [...] porque o próximo para ser caído também é o do lado direito!” – “Uhum” [...] – “Porque é o que tá mais próximo! É o que tá próximo do, da caída.” – “É ele pensou também que era o lado direito! Mas a explicação dele de ser o lado direito é que foi diferente né, ele falou que é o lado direito por que aqui tem mais bolinhas vermelhas do que bolinhas azuis!” – “Porque o número assim de cores não se digam qual vai cair, mas sim o que tá em evidência de cair!” – “E o que é que te leva você a pensar que é o fato dela tá mais perto da saída?” – “Porque ela tá em movi... tá praticamente posso dizer que ela está em movimento, ao se girar, ao girar, ao apertar ela vai cair!” – “Assim, mesmo que quando eu aperte, elas girem aqui dentro, você pensa que porque ela tava mais perto antes ai ela tem mais chance de cair?” – “É! Se fosse do lado esquerdo que fosse apertado seria a azul e ia dar errado.”

Podemos classificar nesse nível os participantes que justificaram seus procedimentos unicamente (Ada e Edson) ou predominantemente (Rita e Zoe) com base em dados perceptivos, notadamente a proximidade da bola do local no qual pensavam situar-se a saída da urna. Mesmo atribuir ao mecanismo (por si mesmo ou por indução do pesquisador) a possibilidade de fazer as bolas se movimentarem dentro da urna antes de sua caída, após o

jogador escolher a urna e acionar a alavanca, não foi suficiente para modificar esse raciocínio, mesmo que por implicação lógica tal movimentação necessariamente excluísse qualquer influência de proximidade da bola da cor desejada do local de saída da urna, pois haveria uma mistura. Ressalva-se que no jogo há um som e parece realmente haver tal movimentação naquele momento.

2. *Diferenças pequenas de probabilidade são irrelevantes* – O juízo da certeza associada ao cálculo (o resultado é sempre exato) por implicação leva ao conceito de probabilidade determinante, ou seja, de que se a probabilidade pode ser quantificada, o evento que se mostra mais provável pela operação matemática ocorrerá com certeza. Confrontado com o resultado da jogada que contradiz sua previsão, ou seja, o cálculo de que a urna teria maior probabilidade de cair uma esfera da cor desejada, o sujeito não admitindo a negação do raciocínio probabilístico, mas também incapaz de superar a contradição que o resultado parece lhe propor, por um raciocínio transdutivo, ou seja, inferência não regulada, com ausência de necessidade autêntica, infere que o conceito de probabilidade determinante só pode ser aplicado quando a diferença de probabilidade de ocorrência de dois eventos é alta, nos outros casos é impossível fazer uma previsão lógica, pelo que deve contar com a sorte, compreendida como completa indeterminação.

[Célia, 1ª situação-problema] - *“Como eu calculei que o maior número, só que aí agora que eu fui ver, meu pensamento agora pela experiência que não é questão de mais que cai, eu acho tanto faz! Você entendeu o que eu estou falando?”* [...] – *“O vermelho? Então seria o do lado direito!”* – *“Por quê?”* – *“Porque pela minha visão são duas bolinhas é vermelhinhas e do lado direito é uma só, foi onde eu errei, então antes eu pensaria em apertar o lado direito porque a quantidade é mais né, uma a mais, questão da vermelhinha é... então por isso nesse pensamento, agora eu mudei por que, porque teve uma que teve a mais né do que o lado de cá e não caiu.”* – *“Mas*

então você pensa que sempre que eu tiver uma situação como essa vai cair a bolinha que tiver de menor número?” – *“Não agora penso mais não.”* – “E o que você pensa?” – *“Agora eu tenho de... como eu só foquei só essa parte aqui né. Uhum Essa parte aqui que não foquei não, essa parte ai esquece, entendeu? [...] Então ai já vai o acaso, o evento.”* – “Como assim?” – *“Ai vai pela sorte.”* – “E o que significa dizer que vai pela sorte?” – *“Pela sorte que eu tenho de.. não é aquilo que eu tô analisando, entendeu? É aquele que eu apertar e tiver a sorte pra cair, que vai ser que vai cair. Não é pela vontade, não é pela psicologia, mas é a ocasião aquilo que me fornecer. Entendeu agora?”*.

Tais participantes (Célia, Eder e Igor) demonstraram surpresa frente ao resultado improvável e apresentaram justificativas para a escolha das urnas que ora apontavam para a sorte, ora para uma diferença em quantidade marcadamente maior. Suas ações no jogo na maioria das vezes não refletiam uma escolha baseada no mais provável, e a sequência alta de erros parece apontar para escolhas aleatórias, baseadas na sorte.

3. ***O provável é quantificável, mas incerto só na teoria*** – O juízo da certeza associada ao cálculo (o resultado é sempre exato) por implicação leva ao conceito de probabilidade determinante, ou seja, de que se a probabilidade pode ser quantificada, o evento que se mostra mais provável pela operação matemática ocorrerá com certeza. Confrontado com o resultado da jogada que contradiz sua previsão, ou seja, o cálculo de em que urna haveria maior probabilidade de cair uma esfera da cor desejada, o sujeito fica inicialmente surpreso e questiona se o jogo segue a lógica da quantificação das probabilidades, ou se, por implicação, possui outra lógica de funcionamento. No entanto, a força de sua convicção quanto aos conceitos da teoria faz com que ele continue escolhendo a urna mais provável, de modo que apresenta poucos erros no jogo ou na análise das situações-

problema. Ainda não se encontra em um nível que lhe permita tomar consciência da contradição entre tais esquemas, devido ao que esta lhe permanece inconsciente.

[Clara, respondendo porque ficaria surpresa com um resultado improvável, 2ª situação-problema] – *“Eu ia ficar confusa! [...] É eu ia porque de acordo com o critério de jogo, se for a linha que eu tracei de entendimento do jogo, eu não ia entender o por que teria caído essa bolinha azul!”* – *“Isso aconteceu algumas vezes durante o jogo, né?”* – *“Aconteceu e eu não entendi! Ai eu pensava que até o critério do jogo teria mudado, por ter passado as fases, será que agora eu tenho que jogar onde tem menos bolinhas vermelhas pra cair a bolinha vermelha, ao invés aquela que tem mais! Eu cheguei a pensar nisso!”* [contraposição apresentando a justificativa de incerteza da probabilidade] *“Eu acho que é correto! Quando a gente fala de probabilidade não é uma coisa certa né! É uma questão como diz o jogo é uma chance, se você quer escolher, você sabe que uma tem mais a cor que você precisa e a outra tem menos, provavelmente a gente vai naquela que tem mais aquela coisa que a gente tá querendo, no caso aqui é a bolinha na cor que tá pedindo! Acho que o pensamento dele é certo, eu também concordo com o que ele pensa!”* – *“Então se você tivesse jogando e acontecesse essa situação que você vai jogar mais uma vez, o que você iria pensar?”* – *“Não eu ia pensar que era do jogo mesmo!”* – *“Uhum! Do jogo mesmo como assim?”* – *“Eu sei lá, de confundir a gente mesmo! Ou até mesmo um jogo que a gente tem que parar e pensar, porque tem essas coisas que acontece, essa chance de dar certo ou errado, é um desafio né, eu vejo como um desafio esse jogo! Porque parece ser fácil, mas você começa a jogar, ai você joga naquele que tem a probabilidade maior, e acaba não dando certo! Ai eu penso isso!”* .

Os jogadores nesse modelo de significação (Marco e Clara) cometeram em geral menos erros do que os dos precedentes, uma vez que o fundamento de suas escolhas foi o que era

mais provável. Os erros cometidos podem ser relacionados com problemas conceituais na construção da probabilidade, como no caso de Marco, que demonstrou ainda não ter a noção de proporcionalidade, de modo que não conseguiu resolver tais situações. Clara conseguiu evoluir para esse modelo como resultado da perturbação cognitiva trazida pelos resultados improváveis.

4. ***O provável é quantificável e incerto*** – A certeza não está mais vinculada ao resultado, mas ao processo, pois finalmente o sujeito desprende-se do foco no êxito, dirigindo-o para a compreensão, o funcionamento, o estabelecimento de leis gerais. Está presente o juízo de que a incerteza que caracteriza situações aleatórias ou incertas não exclui a possibilidade de deduções lógicas. Resultados que contrariam seus cálculos podem até provocar inicialmente uma perturbação no sistema, mas esta é rapidamente superada pelo reconhecimento da influência do acaso como um dos fatores determinantes para o resultado do jogo, ao mesmo tempo em que o sujeito o rejeita como o fator preponderante para o sucesso. Por implicação lógica o provável deixa de ser o necessário para constituir-se em um dos possíveis.

[Rute, respondendo a 2ª situação-problema] – “*Na da esquerda!*” – “Por quê?” – “*Porque tem é... quatro vermelhas aqui, e a próxima teria que ser uma vermelha lá embaixo! Então a chance de sair a vermelha seria maior!*” – “E se você jogasse na da esquerda e ao invés de sair uma bola vermelha, saísse uma bola azul! O que você ia pensar?” – “*Saiu porque existe essa possibilidade também! Não é só da vermelha né, a chance de sair a vermelha é maior, mas pode sair a azul também!*”.

Nesse modelo podemos situar Caio, Iara e Ruti, cujas diferenças de desempenho no jogo podem ser relacionadas a uma construção da noção de quantificação de probabilidades ainda incompleta, principalmente a proporcionalidade que parece estar ainda incompleta (Caio e Iara).

Como supúnhamos, a probabilidade apresenta-se como um conteúdo resistente à acomodação, principalmente porque a causalidade não pode ser imediatamente atribuída, ou seja, a situação dá origem a resultados que não podem ser previstos com certeza, o que possivelmente se relaciona ao fato dessa noção só se construir plenamente numa estrutura cognitiva operatório-formal. Também conjecturamos que a evolução dos possíveis, por sua vez, relacionada ao desenvolvimento de tal estrutura, é um dos fatores condicionantes para tanto.

Ora, o possível resulta das construções do sujeito, não sendo imediatamente observável, ou seja, não é uma característica independente do objeto em si, mas depende da ação para constituir-se enquanto tal. Ou seja, as propriedades do objeto são inseridas em interpretações que se devem às atividades do sujeito (Piaget, 1985). Ora, tais interpretações, como as entendemos, se relacionam necessariamente às significações, isso uma vez que a evolução dos possíveis depende dos processos mais amplos de equilíbrio, pois é necessário superar as resistências do real como pseudonecessário por um processo de compensação. Essa superação conduz a um processo de abertura a novos possíveis por inferência, pois, se há uma variação, outras também podem ser possíveis.

Dessa forma, considerando que a dialética constitui o aspecto inferencial de toda equilíbrio, na medida em que há construção de novidades e que esse aspecto inferencial comporta sempre, segundo Piaget (1996) as ligações entre ações ou operações que nunca existem de forma isoladas, ligações essas que são duplamente transformadoras, podemos dizer que as significações interferem na abertura dos possíveis, atrapalhando seu desenvolvimento do ponto de vista funcional e estrutural.

A noção de acaso é especialmente difícil de ser construída, nesse sentido, considerando que há nesses casos, a necessidade de que se considere simultaneamente mais de um possível, sendo o cálculo probabilístico pertinente a qual destes possíveis tem maior

chance de se tornar real. Ora, se o sujeito encontra-se ainda limitado no desenvolvimento dos possíveis do ponto de vista estrutural na primeira etapa, ou seja, do possível engendrado gradualmente em sucessão analógica, quando não há co-possíveis, como poderia escolher dentre os co-possíveis àquele que teria mais chance de ocorrer? É por esse motivo que alguns entendem o mais provável como o certo, o único resultado possível, já que seu raciocínio funciona como que uma sucessão de imagens sobrepostas, uma sucessão de possíveis sobrepostos, mas que não co-existem, um necessariamente elimina o outro.

A explicação baseada no viés perceptivo dada pelos participantes classificados no primeiro modelo de significação é um dos possíveis, que os participantes em níveis superiores puderam imediatamente suprimir e negar porque há outros mais factíveis, ou mesmo logicamente necessários, conforme a evolução funcional dos possíveis em cada sujeito.

Equivocadamente pode-se pensar que a explicação piagetiana do desenvolvimento implicaria que o viés perceptivo do raciocínio seria superado conforme o desenvolvimento cognitivo, no sentido de que desapareceria como possibilidade do pensamento do adulto (Leurox et. al. 2009), mas o que ocorre não é a eliminação desse possível, e sim a compreensão de que este é apenas um entre os possíveis, não mais o necessário, visto que único (caso no primeiro nível de estruturação dos possíveis).

#### **4.6 Considerações finais**

Em princípio a constatação de formas anteriores às operações lógicas em adultos seria preocupante, visto que as mesmas deveriam estar presentes durante a infância. Contudo, além das considerações teóricas tecidas na introdução, Piaget (1985) nos lembra de que tais “pseudonecessidades” ou “pseudo-impossibilidades” podem ser encontradas em toda história

da ciência, como observamos de forma bem detalhada e sistematizada na sua obra em conjunto com Rolando Garcia “Psicogênese e história das ciências” (1983/2011).

Dessa forma, se há limitações que parecem ser de ordem estrutural nos processos de pensamento e procedimentos consequentemente adotados, bem como nas possibilidades de construção dos modelos de significação dos adultos participantes dessa pesquisa, que se fazem sentir na equilibrção cognitiva decorrente da perturbação causada pela resistência do objeto / conteúdo (probabilidade), podemos creditá-la em parte a um sistema educativo que considera facilitar a aprendizagem simplificar ao máximo o conteúdo, modelando uma aquisição por meio de imitação, e desprezando o questionamento não só da realidade, dos fatos em si, mas também das razões, das explicações científicas.

Ora, a construção de razões pelo sujeito é parte do processo de constituição das necessidades por meio das implicações significantes (Piaget, 1977), dos modelos de significação. Quando as razões são apresentadas já prontas e acabadas a pessoa, de modo que ela não as possa questionar, o que isso implica? Primeiramente que o esquema de tal “aprendizagem” pode não ser adequadamente formado, pois a etapa de formação dos esquemas depende dos possíveis estruturais e funcionais do sujeito. Além disso, que o processo de diferenciação e integração que deveria ocorrer pela abstração reflexionante pode não ser satisfatório, de modo que o esquema pode não ser propriamente integrado ao sistema cognitivo do sujeito, por exemplo, por assimilação ou acomodação deformante, se ele for imbuído de uma pseudo-impossibilidade. Ademais, o processo de significação que ocorre após a formação dos esquemas (esta dependendo do possível ao sujeito), sendo interdependentes nessa construção, pode realizar, portanto, ligações inadequadas, construindo pseudonecessidades, ou realizando inferências inapropriadas.

Tal processo educacional ao considerar que o sujeito é incapaz de apreender a realidade em sua complexidade reafirma “a absolutização da ignorância, ademais de ser a

manifestação de uma consciência ingênua da ignorância e do saber, é instrumento de que se serve a consciência dominante para a manipulação dos chamados incultos.” (Freire, 1967, p. 4,5). Ou seja, além de se basear em uma concepção errônea do funcionamento cognitivo, essa educação serve como instrumento para perpetuar a desigualdade social que marca o aluno do Proeja, por exemplo, uma vez que não contribui para desenvolvimento cognitivo do sujeito.

A aprendizagem como pensamos “implica consciência: muito além da aprendizagem prática, buscamos com Piaget, uma aprendizagem mediante tomadas de consciência – e, com Freire, uma aprendizagem mediante conscientização.” (Becker, 2010, p. 175). Tal aprendizagem é rica em termos de desenvolvimento, não apenas em termos de criar possibilidades, mas em atuar dentro do processo de abstração reflexionante como possibilitadora de significação que permite por integrações, que enseja a consolidação o novo conhecimento às estruturas do sujeito.

## 4.7 Referências

- Becker, F. (2010). *O Caminho da Aprendizagem em Jean Piaget e Paulo Freire: da ação à operação*. Rio de Janeiro: Vozes.
- Carraher, T. N. (1989). *O método clínico: usando os exames de Piaget*. São Paulo: Cortez Editora.
- Canal, C. P. P. & Queiroz, S. S. de (2012) Dos níveis de compreensão aos níveis de análise heurística: novas contribuições conceituais e suas influências metodológicas sobre a psicologia genética que utiliza jogos de regras. In C. B. Rossetti & A. Garcia (Org.), *Cognição, afetividade, e moralidade: estudos segundo o referencial teórico de Jean Piaget* (pp. 119-136). São Paulo: Casa do Psicólogo.

- Delval, J. (2002) *Introdução à prática do Método Clínico: descobrindo o pensamento das crianças* (F. M. Trad.). Porto Alegre: Artmed.
- Dolle, J. M. (1981). *Para compreender Jean Piaget*. Rio de Janeiro: Zahar.
- Freire, P. (1967). *Educação como prática da liberdade*. Editora Paz e Terra, Rio de Janeiro.
- Haddad-Zubbel, R., Pinkas, D. & Pécaut, S. (2006). Mission cognition (versão em Língua Portuguesa) [software]. (Tradução L. Morgado, Coimbra: Universidade de Coimbra). Fribourg: Université de Fribourg.
- Inhelder, B. & Caprona, D. (1996). Em direção ao construtivismo psicológico: Estruturas? Procedimentos? Os dois são indissociáveis. In B. Inhelder & G. Cellérier (Org.) *O percurso das descobertas da criança: pesquisa sobre as microgêneses cognitivas* (pp.19-63). Lisboa: Instituto Piaget. (Trabalho original publicado em 1992).
- Leroux G., Spiess J., Zago L., Rossi S., Lubin A., Turbelin M.-R., et al. (2009). Adult brains don't fully overcome biases that lead to incorrect performance during cognitive development: an fMRI study in young adults completing a Piaget-like task. *Development Science* (12) 326–338.
- Macedo, L. (1983). *Nível operatório de escolares (11-15 anos) conforme a EDPL de Longeot: um estudo intercultural, transversal e longitudinal* (Tese de livre docência não publicada). Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Macedo, L.; Petty, A. L. S. & Passos, N. C. (2000). *Aprender com jogos e situações-problema*. Porto Alegre: Artmed.
- Machado, M. T. M. C. S. (2003). Raciocínio operatório formal: o que se mantém da definição original piagetiana? *Psychologica* (32) 147-169.
- Mlodinow, L. (2009). *O andar do bêbado: como o acaso determina nossas vidas*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed.

- Parrat-Dayan, Silvie (1999). A Teoria de Piaget sobre a Causalidade. In M. Moreno, G. Sastre, M. Bovet & A. Leal (Org.) *Conhecimento e mudança: os modelos organizadores na construção do conhecimento* (pp. 23-34). Campinas/ São Paulo: Moderna/ Editora da Universidade de Campinas.
- Piaget, J. (1972a). *Intellectual evolution from adolescence to adulthood*. Anais da terceira convenção internacional FONEME sobre a educação humana da adolescência à idade adulta, 157-164. Recuperado de [http://www.fondationjeanpiaget.ch/fjp/site/textes/VE/JP70\\_Evolut\\_Intellect\\_Adoles\\_Adulte.pdf](http://www.fondationjeanpiaget.ch/fjp/site/textes/VE/JP70_Evolut_Intellect_Adoles_Adulte.pdf)
- Piaget, J. (1972b). Desenvolvimento e aprendizagem (P. F. Slomp, Trad.). Development and learning. In C. S. Lavattelly & F. Stendler (Org.), *Reading in child behavior and development*. New York: Hartcourt Janovich. (Trabalho original publicado em 1964, tradução em língua portuguesa para fins didáticos).
- Piaget, J. (1977). Essai sur la nécessité. *Archives de Psychologie*, 175 (45), 235-251. Recuperado de [http://www.fondationjeanpiaget.ch/fjp/site/textes/VE/JP77\\_essaiSurLaNecessite.pdf](http://www.fondationjeanpiaget.ch/fjp/site/textes/VE/JP77_essaiSurLaNecessite.pdf)
- Piaget, J. (1978). *Fazer e Compreender* (C. L. de P. Leite, Trad.). São Paulo: EDUSP/Melhoramentos. (Trabalho original publicado em 1974).
- Piaget, J. (1983). A epistemologia genética; Sabedoria e ilusões da filosofia; Problemas de psicologia genética (N. C. Caixeiro, Z. A. Daeir, C. E.A. Di Pietro, Trad.). In *Piaget, Os Pensadores* (Coleção). São Paulo: Abril Cultural.
- Piaget, J. (1985) *O possível e o necessário: evolução dos possíveis na criança* (B. M. de Albuquerque, Trad.). Porto Alegre: Artes Médicas. (Trabalho original publicado em 1981).

- Piaget, J. (1995). *Abstração reflexionante: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais* (F. Becker & P. B. G. da Silva, Trad.). Porto Alegre: Artes Médicas. (Trabalho original publicado em 1977).
- Piaget, J. (1996). *As formas elementares da dialética*, (F. M. Luiz, Trad.) (L. de M. Coord.). São Paulo: Casa do Psicólogo. (Trabalho original publicado em 1980).
- Piaget, J. (2005). *A Representação do Mundo na Criança: com o concurso de onze colaboradores* (A. U. Sobral Trad., com colaboração de M. S. G. Aparecida]. São Paulo: Ideias & Letras. (Trabalho original publicado em 1947).
- Piaget, J. & Garcia, R. (1997). *Hacia una lógica de significaciones* (E. Ferreira, Trad.). Barcelona: Editorial Gedisa. (Trabalho original publicado em 1987).
- Piaget, J. & Garcia, R. (2011). *Psicogênese e História das Ciências* (G. Unti, Trad.). Petrópolis: Vozes. (Trabalho original publicado em 1983).
- Piaget, J. & Inhelder, B. (s.d.). *A origem da ideia do acaso na criança* (A. M. Coelho, Trad.). Rio de Janeiro: Record Cultural. (Trabalho original publicado em 1951).
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1976). *Da lógica da criança à lógica do adolescente* (D. M. Leite, Trad.). São Paulo: Editora Pioneira. (Trabalho original publicado em 1970).
- Prediger, S. (2008) Do you want me to do it with probability or with my normal thinking? Horizontal and vertical views on the formation of stochastic conceptions. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 3 (3), 126-154. Recuperado de <http://www.iejme.com>.
- Pylro, S. C. (2012). *Avaliação de noções operatórias em adolescentes com e sem indícios de déficit de atenção e hiperatividade* (Tese de doutorado). Recuperada de [http://www.bdt.d.ufes.br/tesesimplificado/tde\\_arquivos/14/TDE-2013-06-04T144751Z-1155/Publico/Simone%20Chabudee%20Pylro.pdf](http://www.bdt.d.ufes.br/tesesimplificado/tde_arquivos/14/TDE-2013-06-04T144751Z-1155/Publico/Simone%20Chabudee%20Pylro.pdf)

- Ramozzi-Chiarottino, Z. (1994). *Em busca do sentido da obra de Jean Piaget*. São Paulo: Ática.
- Ramozzi-Chiarottino, Z. (2010). Apresentação. In Becker, F. *O Caminho da Aprendizagem em Jean Piaget e Paulo Freire: da ação à operação* (pp. 11, 12). Rio de Janeiro: Vozes.
- Silva, J. A. (2009). *Modelos de significação e pensamento lógico matemático: um estudo sobre a influência dos conteúdos na construção da inteligência* (Tese de doutorado). Recuperada de Recuperada de <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/15523>
- Silva, J. A. da & Frezza, J. S. (2011). Aspectos metodológicos e constitutivos do pensamento do adulto. *Educar em revista*, (39), 191-205. Recuperado de [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0104-40602011000100013&lng=en&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-40602011000100013&lng=en&nrm=iso)
- Souza, M. T. C. C. (1984). *Operações formais em universitários de diferentes áreas profissionais: uma análise comparativa* (Dissertação de mestrado não publicada). Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Teixeira, L. R. M. N. (1982). *Permutação, quantificação de probabilidades e jogo torre de Hanói: análise comparativa em escolares do 2º grau* (Dissertação de mestrado não publicada). Universidade de São Paulo, São Paulo.

## **5. QUARTO ESTUDO**

# **MODELOS DE SIGNIFICAÇÃO E SUA RELAÇÃO COM A COMPREENSÃO DO ACASO POR ADULTOS**

## Modelos de significação e sua relação com a compreensão do acaso por adultos

---

### 5.1 Resumo

Este estudo investigou a construção dos modelos de significação na mobilização das noções de combinação, probabilidade e acaso pelo jogo de computador *Soma dos Dados* (Silva, Rossetti & Cristo, 2012) e seu papel na compreensão de suas inter-relações do ponto de vista da Psicologia Genética. Um modelo de significação é constituído por significações implicantes organizadas em um quadro assimilador do conteúdo composto por esquemas já construídos, permitindo atribuir significações e exercendo papel ativo nas coordenações do sujeito em direção ao objeto (Silva, 2009). Doze adultos voluntários estudantes de um curso técnico integrado ao ensino médio para jovens e adultos, que já haviam estudado os conteúdos de probabilidade e combinação, participaram da pesquisa. Após jogarem uma partida do jogo, os participantes responderam a uma entrevista semiestruturada e a três situações-problema, jogando em seguida outra partida, e respondendo a outras duas situações-problema. Suas condutas foram analisadas e classificadas em níveis de compreensão do jogo e segundo os modelos de significação encontrados, predominando os níveis mais elementares. Observou-se que uma das principais limitações para adequada compreensão das ligações imbricadas nessas noções é a implicação significativa – se aleatório  $\alpha$ , então indeterminado  $\neg\beta$  (notação  $\alpha \rightarrow \neg\beta$ ) – que coordena as demais implicações construídas ao redor desta, constituindo pseudonecessidades e pseudo-obrigações ou mesmo necessidades locais que são generalizadas inapropriadamente, de modo que o sujeito não procura as razões dos fenômenos, já que em sua concepção, se são aleatórios é impossível sua explicação causal, atribuindo os resultados à sorte ou a intuições que não necessariamente precisam ser lógicas.

**Palavras-chave:** Psicologia genética. Desenvolvimento adulto. Modelos de significação. Concepções errôneas. Acaso.

## 5.2 Abstract

This study investigated the construction of models of meaning in the mobilization of the notions of combination, probability and chance by the Two Dice Sum electronic game and its role in understanding their interrelations from the standpoint of Genetic Psychology. A model of meaning (Silva, 2009) consists of signifying implications organized in an assimilating framework of content comprising schemata already constructed, allowing meaning attribution and exerting an active role in the coordination of the subject toward the object. Twelve adult volunteers, students of a technical course integrated into secondary education for youth and adults, who had studied the content of probability and combination, participated in the study. After playing a round of the game, participants answered a semi-structured interview and the three problem-situations, then played another game, and answered two other problem-situations. Their conducts were analyzed and classified into levels of game understanding and the models of meaning found, predominating the most elementary levels. It was noted that a major limitation for proper understanding of the relations in these intertwined notions is the signifying implication – if random  $\alpha$ , then indeterminate  $\neg\beta$  (notation  $\alpha \rightarrow \neg\beta$ ) – which coordinates the other implications built around it, building pseudonecessities and pseudo-obligations or even local needs that are inappropriately generalized, so that the subject does not demand the reasons of the phenomena, since in his view, if they are random, their causal explanation is impossible, attributing the results to luck or intuition that do not need to be necessarily logical.

**Keywords:** Genetic psychology. Adult development. Signification models. Misconceptions. Chance.

### 5.3 Introdução

O dicionário Aurélio da língua portuguesa online<sup>19</sup> define acaso como “Causa fictícia de acontecimentos que aparentemente só estão subordinados à lei das probabilidades [...] Acontecimento imprevisto”. Nesse caso, o significado da palavra traz a ideia de uma causalidade artificial que o sujeito imbuí à situação. Já o dicionário Aulete<sup>20</sup> apresenta uma série de sentidos atribuídos ao termo, quais sejam:

1. Acontecimento de causa ignorada, não ligado às circunstâncias, e cuja ocorrência não segue nenhum propósito previamente estabelecido; CASUALIDADE.
2. Conjunto de fatos resultantes de causas acidentalmente conectadas entre si.
3. Fil. Condição de imprevisibilidade dos fatos devido ao alcance limitado e limitador do conhecimento humano [Condição que se mantém fiel ao determinismo na compreensão da natureza, portanto anterior às formulações contemporâneas da filosofia e da ciência].
4. Fil. Na visão contemporânea, condição de imprevisibilidade dos fatos ou de sua possível concatenação, dada a grande probabilidade de ocorrência de fatores indeterminados e incertos.; ALEATORIEDADE. adv.
5. Talvez, porventura:
6. Por casualidade; EVENTUALMENTE.
7. Desenvolvimento ou desfecho incerto de um processo; DESTINO; SORTE.

Resumidamente, podemos perceber que a definição de acaso incorpora a diferenciação daquilo que pode ser previsto com certeza daquilo que é imprevisível, ou que pode ser previsto em termos probabilísticos, ou seja, de modo incerto. A noção de probabilidade está implícita, portanto, na compreensão do acaso.

Piaget e Inhelder (1951/s.d) afirmam que o conceito moderno de acaso implica na oposição a dois tipos de causalidade: ao determinismo da causalidade mecânica e à noção de

<sup>19</sup> Disponível em: <<http://www.dicionariodoaurelio.com/Acaso.html>>.

<sup>20</sup> Disponível em: <<http://aulete.uol.com.br/acaso>>.

milagre (sorte e azar), uma vez que esse conceito subentende as leis da mistura (combinatória) e que o milagre seria a negação de tais leis. Por conseguinte, a ideia do acaso e intuição da probabilidade são derivadas e secundárias à pesquisa sobre ordem e causalidade, sendo irreduzíveis às operações reversíveis.

No prefácio e introdução da obra supracitada, Piaget e Inhelder comentam sobre a resistência do acaso ao tratamento das operações, apesar de certa “intuição da probabilidade” que parece existir considerando os problemas que nos traz a realidade cotidiana. Tal intuição, na concepção piagetiana, estaria relacionada ao nível operatório do sujeito, sendo construída ao longo do desenvolvimento. Para a compreensão plena do acaso, é necessária a constituição das operações de reversibilidade. A noção de probabilidade, por sua vez, pressupõe a assimilação do acaso às operações combinatórias. Dessa forma, esse processo só se completa de forma plena ao nível das operações operatório-formais.

Apesar da comprovada dificuldade da apreensão adequada da noção probabilidade mesmo entre adultos, constatando-se inclusive que alguns dos chamados equívocos baseados na intuição probabilística na verdade aumentam com a idade (Fischbein & Schnarch, 1997), alguns pesquisadores visam demonstrar que crianças muito pequenas são capazes de fazer relações probabilísticas, por meio de inferências probabilísticas extensionais, mesmo sem ensino formal (Giroto, 2013; Gonzales & Giroto, 2011; Denison, S., & Xu, F., 2010). Outra perspectiva enfoca a possibilidade de estratégias de ensino para superar os vieses intuitivos do raciocínio probabilístico (*cf.* Prediger, 2008; Nilsson, 2007; Pratt, 2000).

Grande parte desses estudos se baseia na perspectiva da Psicologia Cognitiva. Segundo Johnson-Laird (1994), psicólogos cognitivistas estudaram diversos fenômenos envolvendo o raciocínio probabilístico, sendo alguns dos principais achados que as pessoas parecem não seguir os cálculos proposicionais ao avaliar as probabilidades e que parecem contar com uma variedade de heurísticas para tanto. Ele argumenta que uma forma de

explicar esse tipo de raciocínio seria pelo recurso aos modelos mentais, que propõe ser: “uma representação similar ao resultado de perceber ou imaginar a situação. [...] sua estrutura corresponde à estrutura do que eles representam (como uma imagem visual).”<sup>21</sup> (Johnson-Laird, 1994, p. 191 – tradução nossa), cujas teorias foram construídas para explicar a compreensão verbal, e posteriormente o raciocínio dedutivo. Dessa forma, os modelos mentais podem incluir anotações proposicionais.

Nessa concepção, segundo tal autor, há três previsões principais: uma tarefa será mais difícil quanto mais modelos mentais forem necessários para realizar uma inferência; conclusões errôneas tem mais tendência a estar de acordo com as premissas do que contrárias a elas; e que o conhecimento pode influenciar o processo de raciocínio dedutivo porque os indivíduos tendem a procurar modelos alternativos quando sabem que dada conclusão é impossível. A força das inferências é equivalente à probabilidade da conclusão, visto ser determinada por dois princípios:

1) A conclusão é verdadeira em pelo menos um dos casos possíveis nos quais as premissas são verdadeiras; isto é, a conclusão é, pelo menos, consistente com as premissas. [...] 2) Os casos possíveis nos quais as premissas são verdadeiras, mas a conclusão falsa (ou seja, exemplos contrários) enfraquecem o argumento. Se não houver exemplos contrários, então o argumento é forte ao máximo - a conclusão segue validamente das premissas<sup>22</sup>. (Johnson-Laird, 1994, p. 197).

O referido autor propõe que o julgamento da probabilidade seria feito com estimativa proporcional das chances de cada conclusão possível ser verdadeira, combinando a teoria dos modelos mentais com a abordagem heurística dos julgamentos de probabilidade. Johnson-

---

<sup>21</sup> “a representation akin to the result of perceiving or imagining the situation.[...] their structure corresponds to the structure of what they represent (like a visual image).”

<sup>22</sup> 1) The conclusion is true in at least one of the possible states of affairs in which the premises are true; that is, the conclusion is at least consistent with the premises. [...] 2) Possible states of affairs in which the premises are true but the conclusion false (i.e., counterexamples) weaken the argument. If there are no counterexamples, then the argument is maximally strong - the conclusion follows validly from the premises.

Laird (1994, p. 206) sintetiza, assim, a principal tese de seu artigo: “conhecimentos e crenças gerais, juntamente com descrições de situações, levam a modelos mentais que são usados para avaliar probabilidades<sup>23</sup>.”.

A manutenção desse raciocínio intuitivo sobre probabilidades mesmo após instrução, ou dos chamados erros por vieses cognitivos é explicada de diversas formas, seja com o foco na perspectiva do sujeito ou da situação. Prediger (2008) na linha de estudos sobre mudança conceitual afirma que um dos fatores que poderia explicar esse fenômeno seria a diferença de perspectivas derivadas do foco de atenção perspectiva individual (resultados imediatos) x perspectiva matemática (resultados a longo termo).

Pratt (2000), por sua vez, partindo da perspectiva da cognição situada, explica a não generalização do que foi aprendido em outros contextos porque características da situação externa (setting) proveriam os significados para o conhecimento que lhe parecem estar imbuídos no setting. Além de tais características externas, o sujeito utilizaria o que chama de recursos internos, crenças relacionadas à imprevisibilidade, irregularidade, indirecionabilidade e justiça. Ainda nessa perspectiva, Nilsson (2007) afirma que tais interpretações do sujeito, são dependentes não apenas do contexto conceitual situacional, mas também cultural, parecendo “segurar” os sujeitos, de forma que não conseguem avançar em suas concepções.

Ora, ao falar sobre as críticas à teoria piagetiana de que esta subestimaria a competência das crianças ou que estabeleceriam normas de idade desmentidas pelos fatos, Lourenço (1994, p. 46, 59) afirma que muitos pesquisadores por vezes confundiram “o raciocínio funcional (i.e. perceptivo ou figurativo) e operatório (i.e. inferencial ou lógico)”, quando em suas experiências Piaget cuidou de manter um nível adequado de exigência

---

<sup>23</sup> general knowledge and beliefs, along with descriptions of situations, lead to mental models that are used to assess probabilities.

necessário para “captar exatamente formas distintas de operatividade onde fosse nítida a presença de um elemento de necessidade lógica.”.

Dessa forma, pensamos que muitos dos problemas levantados com relação à apreensão e aplicação do raciocínio probabilístico apontados na presente introdução podem ser explicados alternativamente pelo próprio conteúdo que se afasta e resiste às aproximações do sujeito, e por limitações em nível estrutural e funcional, relacionadas principalmente ao processo de construção das necessidades lógicas e das implicações significantes.

Ora, para Piaget e Inhelder (1951/s.d) o julgamento das probabilidades depende que o pensamento do sujeito seja capaz de considerar um sistema de combinações no qual possa sistematizar os elementos misturados, baseando-se em suas relações quantificadas de partes a partes e de fração. Dessa forma, as noções de acaso e de probabilidade seriam de natureza fundamentalmente combinatória, definida por Piaget & Garcia (1983/2011) como uma classificação de todas as classificações possíveis para certo objeto; seu aspecto lógico é caracterizado por propriedades análogas ao sistema do pensamento operatório-formal: “construção de casos possíveis por dissociação de fatores e negações-variações sistemáticas para controlar os efeitos de combinações que se relacionam em uma totalidade, na qual as mudanças são compensadas por diversas operações.” (Morales & Frisancho, 2013, p.132 – tradução nossa).

Não seria possível atingir o raciocínio probabilístico para além do intuitivo apenas pela aprendizagem. A experiência física da mistura por si só no caso de um sistema de causas desconhecidas e efeitos múltiplos não é capaz de levar a evolução das noções de acaso e de probabilidade, posto que só seja assimilável em sua plenitude de implicações a esquemas operatórios. A qualquer momento do desenvolvimento cognitivo, a vivência dessas situações permite que se observe a variação de frequência: alguns resultados são mais frequentes do

que outros. Nesses casos esse conhecimento intuitivo não é só compatível com razões e implicações insólitas, mas até mesmo contraditórias ao conceito de mistura.

No entanto, essa intuição da frequência ainda carece da compreensão da totalidade, do sistema da combinatória, que não pode se desenvolver na falta de uma estrutura operatória que permita a abstração das diferenciações entre os elementos e generalização destes em um sistema no qual o todo mantém de forma solidária as partes, ou seja, comportando a dedução recíproca entre componentes iniciais e combinação resultante dessa mistura e permitindo sua integração em um sistema ainda mais amplo de considerações dos casos possíveis e necessários. Em outras palavras, “é preciso um quadro das combinações possíveis, que dão significado às combinações observadas realmente, e é necessário um sistema de relações quantitativas entre as diversas categorias que se combinam umas as outras e o conjunto das combinações possíveis.” (Piaget & Inhelder, 1951/s.d, p. 186).

No fim da obra supracitada, Piaget e Inhelder apresentam uma série de considerações sobre o acaso e a probabilidade, deixando claro que investigaram a probabilidade e suas aplicações, a “composição probabilista”, o que difere da teoria matemática da probabilidade que forma um sistema composto somente por operações formais ou hipotético-dedutivas. Sobre o ponto de vista psicológico, consideram que:

a indeterminação própria do acaso se reduz à independência relativa das operações possíveis sobre os mesmos objetos e nos limites de nossas operações usuais sobre o objeto em geral; e essa independência relativa, bem como esses limites móveis demonstram mais seguramente o caráter de adaptação progressiva do pensamento – obrigado a desmembrar os domínios para conquistá-los separadamente – do que a contingência ou não contingência de uma realidade considerada em si mesma. (Piaget & Inhelder, 1951/s.d, p. 321).

Da afirmação de que o pensamento deve separar os domínios para conquistá-los separadamente, podemos inferir que os conteúdos desempenham um papel significativo no funcionamento cognitivo. Gréco, no evento que comemorou os 80 anos de Piaget (Inhelder, B.; Garcia & Vonèche, 1978) afirmou que a epistemologia genética não excluía uma teoria dos conteúdos, ou seja, uma teoria das representações, considerando que as operações do sujeito são exercidas sobre alguns aspectos figurados do real, ou seja, sobre o real observável ao sujeito. Em sua visão, a teoria da equilibração na formulação da época não fornecia a explicação tanto das estruturas quanto de suas regras de funcionamento, pelo menos não simultaneamente.

Ao responder à Gréco, Piaget fez três considerações relevantes a esse respeito: 1) as estruturas são observadas e inferidas a partir dos procedimentos do sujeito; 2) as estruturas não se aplicam da mesma forma a conteúdos e problemas diferentes, ou seja, não há uma generalização imediata em todos os domínios, há decalagens devidas à resistência do conteúdo / problema; e 3) que o problema das relações entre sujeito epistêmico (estrutura) e o sujeito psicológico (funcionamento) estaria ligado à formação dos possíveis e o papel dos procedimentos (*c.f.* Piaget 1986; 1985; 1977).

Retomando sua terceira consideração, desenvolvida no contexto do processo de equilibração, Piaget afirma que pela verificação de que qualquer atualização cognitiva pressupõe uma abertura (ou fechamento) sobre novos possíveis, é necessário se aceitar que:

aquém das generalizações inferenciais relativamente reguladas ou pelo menos dirigidas, existe um sistema de transferências processuais conduzindo o sujeito, face a uma nova situação, a antecipar como que por analogias inconscientes se os problemas que ela levanta poderão ou não ser resolvidos: por outras palavras, ele ainda não conhece o procedimento a seguir, mas em funções de ações anteriores conseguidas ou não, ele tem o ‘sentimento’ que poderá encontrar (ou não) aquilo que desempenha,

evidentemente, um papel no mecanismo de equilibrações majorantes. (Piaget Inhelder, B.; Garcia & Vonèche, 1978, p. 150, 151).

Ora, a investigação de Piaget e Inhelder (1951/s.d) sobre a evolução da noção de acaso e de probabilidade é anterior aos estudos que integram os aspectos estruturais e funcionais na evolução dos possíveis e da necessidade lógica no processo de construção do real para o sujeito (Piaget 1986; 1985; 1977), embora os referidos autores já utilizem tais categorias para a análise que estabelece os estágios do desenvolvimento da ideia de acaso. cremos que podemos ampliar a compreensão da noção do acaso e probabilidade na perspectiva do sujeito psicológico com base nesses últimos trabalhos, ao considerar a interação do possível e necessário no modelo da implicação significativa (Piaget, 1977), e no desdobramento proposto por Silva (2009), os modelos de significação.

As primeiras formas de necessidade lógica são chamadas por Piaget de “implicações significantes”, ligações constantes que podem impor-se no curso das ações, cujo conteúdo e generalidade em extensão são fornecidos pela experiência, enquanto que compreensivamente, o sujeito pode apreender suas razões, o que lhes impõe certo grau de necessidade (Piaget, 1977). Suas condições são explanadas da seguinte forma:

Geralmente podemos dizer que há uma implicação significativa entre dois esquemas  $x$  e  $y$ , tal que  $x \supset y$ , se a consideração (ou uso) de  $x$  implica o de  $y$ , devido ao fato de que o significado de  $y$  é parte do significado de  $x$  ou tem uma característica em comum com o significado de  $x$  (digamos para abreviar “está englobado no significado de  $x$ ”, isto é  $y \subset x$ )<sup>24</sup> (Piaget, 1977, p. 241 – tradução nossa).

A implicação significativa é, assim, um instrumento de coordenação dos esquemas (o significado de um esquema pressupõe o de outros), sendo uma fonte de relações necessárias

---

<sup>24</sup> De façon générale nous dirons qu'il y a implication significative entre deux schèmes  $x$  et  $y$ , soit  $x \supset y$ , si la considération (ou l'emploi) de  $x$  entraîne celle de  $y$  du fait que la signification de  $y$  fait partie de celle de  $x$  ou présente quelque chose en commun avec celle de  $x$  (disons pour abréger: « est englobée dans celle de  $x$  », soit  $y \subset x$ ).

desde que o sujeito compreenda as razões de tal implicação (Piaget, 1977). Ao procurar por tais razões, o sujeito constrói modelos comportando uma significação implicante, retirando os significados dos conteúdos da experiência por meio da abstração, mas também constituindo uma relação de necessidade, isso em todos os níveis. Os possíveis são construídos por meio dos processos de diferenciação enquanto que a necessidade se constitui pelos processos de integração, surgindo, portanto, de composições do sujeito.

Um modelo de significação é constituído por significações implicantes relativas a determinado conteúdo, sendo construído para interpretá-lo compondo “um quadro assimilador formado pelos esquemas construídos, o qual permite atribuir significações aos problemas, controlar, organizar e dirigir a atividade cognitiva do sujeito” (Silva, 2009), ao que acrescentamos: dentro dos limites da estrutura lógico-operatória deste, pois como o referido autor afirma, os modelos de significação resultam da interação mais radical entre a estrutura cognitiva e o objeto. A novidade e complexidade do conteúdo são fatores que, juntamente com a estrutura cognitiva do sujeito, influenciam na elaboração desses modelos.

De modo a investigar como tais desdobramentos teóricos poderiam auxiliar a compreensão de intuições errôneas ligadas ao acaso em sua relação com a probabilidade, escolhemos uma situação que mobilizasse o cálculo da probabilidade da soma de dois dados lançados simultaneamente. Esse é um problema no qual mesmo pessoas com conhecimento sobre a Teoria da Probabilidade e Análise Combinatória cometem erros geralmente relacionados a equiprobabilidade (todos os resultados seriam igualmente prováveis).

Os dados são, talvez, uma das formas mais antigas que se tem de tirar a sorte. Atribui-se a Julio César a frase “*alea jacta est*”, ou seja “a sorte está lançada” – expressão usual nas casas de jogos – ao tomar a decisão de atravessar com suas tropas o rio Rubicão, marcador da divisa entre a Gália e a Itália. É frequente a utilização de dados em vários jogos para realizar uma distribuição aleatória, indicando a vez do participante, ou quantas casas este percorrerá.

Jogos baseados no lançamento simultâneo de dados são antigos – há um relato em O Purgatório, de Dante, com escritos já no século XIV explicando um possível sucesso no jogo com base no princípio de certo resultado ser mais provável ou não dependendo do número de modos pelos possa ser obtido. (Giroto, 2013). De fato, Galileu respondeu problema da não equiprobabilidade de resultado num jogo de soma de três dados (Mlodinow, 2009).

Para o cálculo da probabilidade do resultado da soma no lançamento simultâneo de dois dados, precisamos primeiramente considerar o espaço amostral (Tabela 2):

Tabela 2 – Distribuição do espaço amostral do resultado da soma de dois dados

						
	2	3	4	5	6	7
	3	4	5	6	7	8
	4	5	6	7	8	9
	5	6	7	8	9	10
	6	7	8	9	10	11
	7	8	9	10	11	12

Observamos pela distribuição do espaço amostral que os números mais prováveis são o 7 com a probabilidade de  $6/36$ , seguido dos números 6 e 8 com  $5/36$  e dos números 5 e 9 com  $4/36$ . Os números com menor probabilidade são o 2 e o 12 com apenas  $1/36$ , seguidos dos números 3 e 11 ( $2/36$ ) e por fim os números 4 e 10 ( $3/36$ ).

Uma simples reflexão, sem a necessidade de se realizar listagem de resultados, diagramas ou efetuar cálculos, já possibilitaria a eliminação de resultados extremos como menos prováveis, por exemplo, dois, três, onze e doze. Entretanto, a diferença na probabilidade entre alguns resultados é muito pequena, o que pode contribuir para que seja desconsiderada na prática (Piaget & Inhelder, 1951/s.d).

Embora haja jogos de computador sobre o cálculo da probabilidade da soma de dois dados, muitos deles desenvolvidos com objetivos didáticos, o jogo que utilizamos na presente pesquisa foi gentilmente desenvolvido no *Núcleo de Interfaces Computacionais* (NIC) da Universidade Federal do Espírito Santo, segundo nossas especificações, para fins dessa pesquisa. O Prof<sup>o</sup> Dr<sup>o</sup> Hugo Cristo foi responsável por desenvolver o código e interface do jogo, cujas ilustrações foram criadas por Nane Chan. A Figura 6 apresenta algumas telas do jogo.



Figura 6 – Conjunto de telas do jogo *Soma dos Dados*

Fonte: <http://www.hugocristo.com.br/v32/portfolio/soma-dos-dados/>

O jogo se inicia com uma tela de inicial onde o jogador lê: “*Bem Vindo! Você está sendo desafiado a prever resultados!*”, com o indicativo na parte inferior da tela de que deve apertar a tecla espaço para continuar. Em seguida, as regras são apresentadas destacadas no quadro verde na tela: “*O computador vai lançar dois dados ao mesmo tempo.*” (2º quadro da Figura 6), e quando o jogador aperta a tecla espaço, a mensagem continua: “*e você precisa acertar que número aparecerá como resultado da soma dos números que surgirem em cada dado*”. Nesse quadro há a imagem com o resultado 12 onde havia o ponto de interrogação anteriormente. Segue o texto: “*Você confia em sua capacidade de prever o futuro?*”.

A próxima tela mostra “*O computador questionará sua certeza e você deverá informar o quanto acha está certo na barra deslizante abaixo.*” Aparece uma imagem da

barra deslizante logo abaixo do texto, e o quadro seguinte traz o desafio: “*Você confia em sua capacidade de prever o futuro?*”.

Clicando novamente em espaço, o jogador vê a tela do nível 1 e lê seu objetivo: “*O objetivo desse nível é acertar pelo menos uma previsão em dez tentativas. Mesmo acertando alguma previsão, você deve completar as dez tentativas para passar ao nível dois.*”. A próxima tela mostra a pergunta: “*Qual é a sua previsão do resultado?*”, e abaixo dela todos os resultados possíveis. Na mesma tela também há a questão: “*Você tem certeza sobre a previsão?*” e abaixo dela encontra-se a barra deslizante (ver 3º quadro da Figura 6).

Somente depois que o participante clica no número de sua escolha é que o jogo mostra a simulação do *croupier* lançando os dados seguido dos números em cada dado e do resultado após a igualdade, com a indicação de acerto, caso em que quadro ao lado da previsão do jogador igual ao resultado aparece em verde, com *Ok!* sobre ele, ou ) ou em caso de erro, o quadro mostra o quadro de previsão em vermelho com *Ops!* acima dele (ver último quadro da Figura 6).

O jogador tem o indicativo de que pode apertar a tecla espaço para fazer nova previsão, ou a tecla T para ter acesso a uma tabela de previsões e resultados por turno (ver Figura 7). Quando o jogador completa as 10 tentativas, passa-se ao nível 2 apenas se ele houver acertado pelo menos uma previsão. Caso contrário aparece na tela a mensagem: “*Pouca sorte, tente de novo!*” e o jogo termina. O nível 2 exige uma previsão correta em 8 tentativas e o nível 3, uma previsão acertada em 6 tentativas.

Dados das partidas são automaticamente gravados em uma planilha em cujo título vem a data e horário. São armazenados em cada nível, por turno (tentativa): a previsão do jogador, o resultado, o nível de certeza indicado na barra deslizante e o acerto (1) ou erro (0) da previsão. Segue-se descrição de como esse jogo foi utilizado na seção de método.

## 5.4 Método

Participaram deste estudo 12 adultos voluntários, de ambos os sexos ( $F = 6$  e  $M = 6$ ), entre 20 e 40 anos de idade, inclusive, com renda salarial familiar entre um e três salários mínimos. Todos eram estudantes do curso técnico em segurança do trabalho integrado ao ensino médio para jovens e adultos, no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (Ifes) na grande Vitória, onde residiam, tendo já estudado os conteúdos escolares do ensino médio e técnico de probabilidade e combinação.

Essa foi a terceira etapa de uma pesquisa maior que envolveu a aplicação de três jogos de computador e investigação sobre a construção e significação da noção de acaso com realização de entrevista semiestruturada e o emprego de situações-problema com e sem intervenção pelo método clínico. No primeiro encontro a ênfase da investigação foi a compreensão da probabilidade, no segundo a combinação e no terceiro, o acaso em sua relação com a combinação e probabilidade.

Após serem informados e convidados a participar da pesquisa em sala de aula, os voluntários assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice A) no primeiro encontro da pesquisa, quando preencheram um questionário de familiaridade com o uso do computador (Apêndice B), verificando-se que todos os participantes faziam uso desse dispositivo e de jogos de computador pelo menos ocasionalmente.

O procedimento seguido foi o mesmo em todos os encontros, adaptando de uma proposta de aplicação do método clínico em adultos apresentada por Silva e Frezza (2011). Assim, nesse terceiro encontro, apresentava-se ao aluno o jogo Soma dos dados com suas regras no computador, posto o que se indagava sobre dúvidas, sanadas quando ocorriam. O participante então jogava uma partida do jogo, respondendo a seguir uma entrevista semiestruturada, que constava das seguintes perguntas: 1) “O que é acaso para você?”; 2)

“Pode dar um exemplo de acaso no jogo?” e 3) “Por que você acha que esse é um exemplo de acaso?”.

A seguir o voluntário respondia as três primeiras situações-problema do jogo, com intervenção segundo o Método Clínico piagetiano (Piaget, 1947/2005; Carraher, 1989; Delval, 2002), que foram: 1) “Pensando só nos números possíveis de saírem no jogo Soma dos dados, qual é ou quais são o pior ou os piores números para se apostar? Como você sabe?”; 2) “Qual é o melhor número para se apostar nesse jogo? Como você sabe?” e 3) “Existe uma forma de se jogar bem esse jogo? Como seria?”.

O participante jogava então pela segunda vez, findo o que respondia as outras duas situações-problema sem intervenção do método clínico: 4) “Jeremias estava jogando o jogo Soma dos dados. Em sua primeira jogada, ele apostou no número 11 e ganhou. Ele escolheu bem o número? Como você sabe?” e 5) “Observe essa tabela de previsões e resultados do jogo (Figura 7). O jogador teve sorte, jogou bem ou as duas afirmações são verdadeiras? Analisando o registro das jogadas na figura, o que você pode usar para dizer que ele teve sorte e/ou que ele jogou bem?”.

**Previsões e resultados por turno**

Nível 1			Nível 2			Nível 3		
Turno	Previsão	Resultado	Turno	Previsão	Resultado	Turno	Previsão	Resultado
1	7	11	1	7	6	1	7	7
2	8	3	2	7	4	2	7	9
3	7	7	3	7	8	3	6	11
4	6	11	4	7	8	4	6	6
5	6	4	5	7	7	5	8	6
6	6	9	6	7	8	6		
7	6	6	7	7	8			
8	7	8	8	7	6			
9	7	10						
10	7	5						

[ Tecla E para voltar ao jogo ]

Figura 7 – Situação-problema 5 do jogo *Soma dos Dados*

observações pertinentes acerca das atitudes e condutas do participante para com o jogo, estratégias percebidas, respostas às questões, entre outros em um diário de pesquisa. Foram feitas gravações em áudio, transcritas na íntegra (Apêndice Digital), possibilitando trabalhar os dados na perspectiva do método clínico piagetiano. A construção dos níveis de análise heurística do jogo baseada no trabalho de Canal e Queiroz (2012) foi feita por meio das transcrições, análise das planilhas eletrônicas de registro das partidas e dados anotados no diário de campo, em conjunto com a literatura, considerando especificamente a evolução dos possíveis e dos necessários (Piaget, 1986, 1985, 1977) e o desenvolvimento das operações de combinação e da ideia de acaso (Piaget & Inhelder, 1951/s.d.).

Para identificar e propor os níveis de evolução dos modelos de significação evidenciados nessa pesquisa, baseando-nos em Frezza e Silva (2011), com adaptações, nós consideramos a entrevista semiestruturada para verificar o grau de novidade da tarefa proposta (jogo e sua compreensão); depois identificamos os procedimentos, estratégias de jogo e implicações significantes construídas na primeira partida e resposta as três primeiras situações-problema para ponderar o grau de complexidade dessa tarefa para o sujeito; e então verificamos a coerência e contradições do modelo evidenciado na segunda partida do jogo e respostas as duas últimas situações-problema, após a intervenção pelo método clínico.

## **5.5 Resultados e Discussão**

Para classificar os participantes nos níveis de análise heurística propostos, analisamos seus procedimentos durante as partidas<sup>25</sup>, considerando não só suas estratégias de modo geral, mas verificando por partida e nível se eles haviam feito previsões nos números mais e menos prováveis; se haviam jogado repetidas vezes em dado número, o que indicaria alguma

---

<sup>25</sup> Ver Apêndice E - Classificação em níveis nas tabelas de desempenho referentes ao jogo Soma dos Dados

sistematização de jogo para aumentar a chance de acertar pelo menos uma previsão, de modo a avançar no jogo; e também suas respostas e justificativas destas nas situações-problema. Apresentaremos conjuntamente os níveis propostos e os participantes neles classificados, a discussão pertinente será feita em sequência.

### **Nível 1** – Intuição da raridade de resultados, mas ausência de probabilidade sistemática

I. Sistematização de procedimentos: O jogador ainda não procura um sistema coordenado de jogadas, mesmo que apresente um esboço de tentativas parciais e inconstantes: por vezes mantém uma previsão em duas jogadas seguidas, ou prevê números pares, ou números maiores, mas não mantém tais procedimentos durante a partida. Essa sistematização não é mencionada pelo sujeito em suas explicações, ou a explicação menciona algo que o jogador efetivamente não faz.

II. Tipo de análise: Incompreensão do resultado como sistema de combinações fortuitas, mas integradas em um todo (espaço amostral). A necessidade ainda é local, de modo que a compreensão das relações quantificadas de partes a partes, ou seja, falta a compreensão de que algumas vezes o número final pode ser formado por diferentes combinações dos dados: há 7 combinações que resultam em 7, enquanto o 2 ou 12 só podem ocorrer como resultado de uma combinação de dados.

[Celia, respondendo a 1ª situação-problema] – *“Não sei se tem pior, é muita coisa assim de sorte, não tem pior”*. [contraposição] – *“Eu não sei, acho que não, porque dá número grande e número pequeno, não vi isso não”*.

III. Estratégias de jogo: O jogador geralmente afirma que não existem estratégias para jogar bem, ou diz ser incapaz de identificá-las, pois o resultado é significado por ele como produto unicamente do acaso. Mesmo que chegue a mencionar alguma “estratégia”, ela ainda não corresponde a operações e suas razões correspondem a pseudonecessidades.

IV. Inferências e deduções lógicas: Indução passiva (sentido intermediário, entre transferência e generalização) ou empírica baseada na intuição do frequente e do raro, seja no jogo, ou pela experiência anterior com dados. Há ideia de compensação, no sentido de equilíbrio dos resultados, no caso, que o evento ocorrido (resultado anterior) afetaria o resultado seguinte, seja por razões de simetria perceptiva, de justiça ou de “razão suficiente”. Na busca por razões desenvolve pseudonecessidades, formando intuições sobre o funcionamento do jogo ou poderes de controlar o resultado, seja pela sorte que lhe possibilitaria alcançar um resultado que sabe ser improvável, seja, por exemplo, com a ideia de que poderia afetar o resultado da soma dos dados se fizesse o lançamento real dos dados (se não fosse o computador), pois o faria de certo jeito a poder controlar o resultado.

[Edson, respondendo a 1ª situação-problema] – *“Piores seriam o onze, dez, onze e doze.”* – *“Dez, onze e doze?”* – *“Porque são números fortes e tem que ser uma jogada bem sacada pra ter sua sorte!”*. – *“Como assim?”* – *“Assim, pra ter uma coordenada de dados, pra ver os números possíveis, porque tem número alto, dois dos altos, do dado cinco e seis, ou seis e seis, assim igual dois números fortes de dá, pra dar esse resultado!”*.

[Rita, respondendo a 3ª situação-problema] – *“Porque primeiro a gente não vê nada quando está segurando o dado, a gente não está vendo qual a posição que ele pegou ali para jogar. Porque eu faço assim, eu olho a posição, depois que eu jogo pra saber mais ou menos a posição como vai cair!”*. – *“Você olha a posição? Como assim?”*. – *“Assim, se está em 1 e 1, eu quero que caia 2, porque se cai 2 pra cima, quando eu jogo não vai cair 1 e 1, vai cair 2 e 1, mais ou menos! Ai vai cair um certo e o outro errado”*.

V. Noção do acaso e probabilidade: Considera o acaso como irreduzível às operações dedutivas, de modo que a sorte ainda é o fator preponderante para adoção de procedimentos e

justificativa de resultados. Há intuição de simples frequências, interpretadas subjetivamente, pois o sujeito ainda não construiu a relação entre o acaso e probabilidade. Mesmo que o participante não nomeie ou aceite a nomeação da sorte, suas respostas e ações no jogo indicam que ele acredita nisso.

[Zoe, respondendo a 2ª situação-problema] – “*Não sei! Talvez o 10, 8, 12, 11. Não sei!*”. [contraposição] – “*Eu achei interessante, eu não pensei nisso, pode dar certo da forma como ela pensou [...]* – “Na sua opinião, então, que números seriam melhores para se jogar, ou seria mais sorte, não teria número melhor, o que você acha?”. – “*Pra ser sincera, pra mim é sorte! [risos] porque é uma coisa que você vai adivinhar o que vai sair, você não sabe, você não tem, entendeu, você joga! Como é que eu vou saber se vai, o que vai cair? Não sei! Vou tentar e escolho, de repente, um número que eu acho que caia!*”.

A maioria dos participantes (Ada, Celia, Edson, Eder, Igor, Marco e Zoe) foi classificada nesse nível, que corresponde ainda a um tipo de raciocínio e compreensão pré-operatórios, dominado pelas pseudopossibilidades e pseudonecessidades, ambas características de uma fase inicial de indiferenciação entre o real, o possível e o necessário para o sujeito. Toda pseudonecessidade deriva do fato de uma admissão inicial que o sujeito faz para si de que “se os fatos são o que são, é porque eles *devem* ser assim<sup>26</sup>” (Piaget, 1977, p. 243 – tradução nossa). Uma pseudopossibilidade, por sua vez, consiste em “considerar as propriedades de um setor da realidade como sendo o único possível, sem considerar se são ou não resultantes de uma atualização particular entre várias outras que teriam sido possíveis<sup>27</sup>” (Piaget, 1977, p. 243 – tradução nossa).

<sup>26</sup> Si les faits sont ce qu'ils sont, c'est qu'ils *doivent* être tels.

<sup>27</sup> considerer les propriétés d'un secteur du réel comme seules possibles, en ce secteur, sans demander si elles ne résultent pas d'une actualisation particulière parmi d'autres qui auraient été possibles.

Como consequência desses dois aspectos, o sujeito considera que há razões para o resultado em questão, mesmo que sejam desconhecidas. Dessa forma, tais participantes explicam os resultados frequentemente pela alusão à sorte. Há também uma lacuna que consiste em não perceber que apenas um modelo dedutivo que vá além do observável pode trazer tal razão. Ainda assim, o sujeito pode acreditar ter tal instrumento de dedução, quando na verdade está apenas aplicando uma generalização em extensão dos observáveis: muitas vezes as razões remetiam a observações e generalizações feitas com base nos resultados que haviam percebido no jogo.

Mesmo a intervenção com o método clínico não foi suficiente para promover a construção de relações de necessidades autênticas pela abstração reflexionante. Ora, como afirma Piaget (1978, p. 155), “libertar-se de uma ‘pseudonecessidade’ é ao mesmo tempo anular uma perturbação (= erro respeitante ao que é falsamente considerado como necessário) e preencher uma lacuna (a que escondia essa limitação arbitrária)”, uma vez que tais operações são recíprocas. No entanto, Piaget ressalta que a dinâmica do processo de equilíbrio não se limita a isso, pois as soluções encontradas sempre levantam novos problemas já que um êxito resulta em todos os níveis em uma novidade, mas também, simultaneamente, em uma lacuna virtual, que se tornará real caso as capacidades advindas do novo esquema não se prolongarem num exercício renovado.

## **Nível 2 – Acaso e probabilidades parcialmente quantificadas**

I. Sistematização de procedimentos: Busca certa sistematização, mas sem sucesso porque mesmo superando a generalidade extensional, a justificação dedutiva do sujeito ainda não leva em consideração o sistema como uma totalidade. Assim, o jogador pode fazer um maior número de previsões com números maiores, por exemplo, evitando os extremos, mas

fazendo também jogadas em números improváveis, pois não considera o espaço amostral adequadamente.

II. Tipos de análise: Há um senso mais geral do que no nível anterior, mas as escolhas ainda não denotam uma quantificação probabilística dentro do espaço amostral do jogo. O sujeito entende o conjunto das probabilidades e combinações como uma continuação estatística (sucessão de co-possíveis) em vez de compreender o dinamismo das interferências e das modificações sucessivas. Assim, muitas vezes o jogador não considera a ordem das combinações, por exemplo, que o 3 pode ser formado de duas formas (1,2 e 2,1).

[Clara, respondendo a 1ª situação-problema] – “É o 2, os números menores pra mim! O 2, o 3, o 12 também!”. – “Por que é que eles são números ruins?”. – “Ah que nem o 12, no 12 é... os dois dados teriam que cair um 6, então coincidência ali pra poder tá acertando! E os outros números menores também porque o 1, no caso o 1 não tem, o 2 também tem que ter, os dois dados tinham que cair no número 1, o 3 até poderia acontecer, mas por ser número menor eu acho que é mais difícil!” – “Como assim?” – “Ah quando jogar o dado eu acho que a possibilidade pra cair o 3 tem que ser o 2 e o 1, não tem outro número que vai dar o três, então por isso que eu acho mais difícil pra mim apostar nesses números menores!”

III. Estratégias de jogo: As previsões tendem a se concentrar mais (mas não exclusivamente) nos números centrais, ou seja, exceto 2, 3, 11 e 12, considerando que seriam os mais prováveis. O jogador identifica estratégias, mas ainda não as aplica ao longo de toda a partida, ou essas são contraditórias em relação ao sistema como totalidade, mostrando que esses conceitos ainda não estão em equilíbrio. Sabendo da impossibilidade de prever o resultado individual, o jogador pode considerar equivocadamente que o sistema como um todo seja imprevisível, apontando a variação de previsões como uma boa estratégia.

[Iara, respondendo a 3ª situação-problema] – *“Depende! É quando você tem apenas seis opções, então eu iria pelos números maiores! A probabilidade, pode cair duas vezes o número 5, então a soma é 10, ou duas vezes o 6, 12.”* – “Você poderia falar de um outro jeito, pra tentar ficar mais claro?”. – *“Jogar bem é difícil! Porque você também não sabe o resultado que vai cair né! Então você vai da sorte também, você vai testando, e jogando, e vê quando dá certo! Mas, em minha opinião, quando ele pediu apenas seis tentativas eu iria colocar números maiores, não iria no 3, no 2! Não sei, talvez não pode fazer muito sentido, porque lá no dado tem 6 lados pode cair qualquer um, mas eu iria nos números maiores! Não sei o porquê!”*.

IV. Inferências e deduções lógicas: O sujeito infere que todos os números centrais, ou seja, exceto 2, 3, 11 e 12 seriam mais prováveis, embora em alguns momentos possa ainda fazer a implicação equivocada de que mais combinações resultariam em números maiores. Não aplica todas as deduções possíveis tendo em vista as informações disponíveis.

V. Noção do acaso e probabilidade: Entende ainda o resultado final como um sistema de combinações fortuitas, mesmo que algumas sejam mais prováveis, considerando que o resultado anterior influencia as probabilidades futuras. Compreende o acaso como uma explicação possível, mas ainda não necessariamente deduzível: uma vez que o sujeito não tem a dimensão da totalidade dos possíveis e considera cada resultado isoladamente (co-possíveis), não dentro do espaço amostral de combinações possíveis, ele vê os co-necessários também isoladamente, não estabelecendo a integração adequada.

Foram classificados nesse nível os participantes: Clara, Iara e Rita. Observamos em suas condutas e na busca pelas razões de seus julgamentos e procedimentos os processos de diferenciação pela abertura de possibilidades, bem como a integração destes em um sistema pelos fechamentos ocasionados pelo início de construção das necessidades autênticas em jogo. Ou seja, o sujeito já reconhece que os resultados não são equiprováveis, única situação

na qual poderiam ser creditados à sorte, pois qualquer resultado seria igualmente possível, mas ainda não consegue integrar suas intuições de frequência em um sistema legítimo de relações de probabilidade necessárias porque não consegue considerar simultaneamente todos os possíveis, nem todas as relações de necessidades entre eles.

Duas das características da teoria de probabilidade aplicada a situações reais, conforme explanação de Piaget e Inhelder (1951/s.d) são relevantes para análise dessa situação: a negligência de probabilidades bem pequenas e o fato de que o julgamento de uma probabilidade do ponto de vista psicológico pressupõe uma referência a um sistema de distribuição ou de frequência (embora no período pré-operatório possam ocorrer julgamentos de casos isolados) o que deixa de ocorrer no segundo nível da evolução da noção de acaso . Esse sistema de distribuição pode não ser específico em quantidades numéricas, mas comportar frequências tais como: sempre, comumente, raramente, etc.

### **Nível 3 – Dosagem e sistematização das probabilidades globais em relação ao sistema**

I. Sistematização de procedimentos: O jogador compreende que para aumentar suas chances de vencer deve basear suas previsões nos números centrais e repetir o mesmo número até ter pelo menos um acerto que lhe garanta passar ao próximo nível.

[Ruti, respondendo a 5ª situação-problema] – *“É ele tentou usar a estratégia aqui de repetir muito os números né, pra ter mais chance de sair! Eu acho que é uma boa estratégia também, fazer isso!”*.

II. Tipos de análise: O sujeito já é capaz de analisar o sistema como uma totalidade, considerando o espaço amostral como um todo, incluindo a diversidade de combinações que podem produzir certo resultado, mesmo que não consiga quantificar adequadamente.

[Caio, respondendo a 2ª situação-problema] – “7, 6.”. – “Por quê?”. *“Porque eu acho que tem mais possibilidades de acertar esses números! 8 também!”*. – “Mas porque

que teria mais possibilidade de acertar?”. – “Sei lá... acho que só o 8 dá pra tentar de três formas diferentes! [na verdade, 5] Acho que os outros também tem essa possibilidade, mas acho que seria mais fácil cair essas!”.

III. Estratégias de jogo: É capaz de analisar as situações de jogo apresentadas, identificando nelas o uso ou não de estratégias por parte do jogador, e identificando adequadamente a influência do fator sorte, mas não sua preponderância para resolução do problema.

[Caio, respondendo a 5ª situação-problema] – “Ele jogou bem aqui, ele pensou da mesma forma que eu penso, ele jogou entre os números de média, e repetiu bastante esses números! Ai ele foi mais sortudo que eu!” [risos] “por ele repetir mais vezes, ele acertou mais vezes, tipo o 6 ele repetiu quatro vezes, o 7 ele repetiu quatro vezes, foi os dois números que ele acertou! Então ele jogou bem! Jogou bem e teve sorte!”.

IV. Inferências e deduções lógicas: Mesmo que não seja capaz de quantificar as probabilidades para saber que o 7 é o número mais provável, consegue fazer um julgamento graduado de probabilidade situando o intermédio central (6, 7 e 8) como números mais prováveis porque são resultado da maior parte das combinações de resultados individuais dos dados. Assim, suas escolhas demonstram quantificação probabilística sistematizada.

V. Noção do acaso e probabilidade: Compreende a influência do acaso como um dos fatores no resultado do jogo, rejeitando-o como o fator preponderante para o sucesso. Considera que a incerteza que caracteriza o aleatório não exclui a possibilidade de dedução lógica probabilística em certos casos.

Apenas Caio e Ruti formam a classe de participantes enquadradas nesse terceiro nível de compreensão do jogo. Ruti foi a única participante que pareceu se beneficiar bem da intervenção com o método clínico nas três situações-problema iniciais, apresentando marcada

evolução de compreensão e alteração nos procedimentos de jogo. Mesmo que em algumas vezes Caio e Ruti não tenham sido capazes de quantificar a diferença de probabilidade dos resultados mais ou menos prováveis, observamos que isso foi aparentemente devido mais a uma questão de falta de sistematização.

Ora, de acordo com Piaget e Inhelder (1951/s.d) quando o sujeito considera uma probabilidade isolada de dado evento em uma situação que lhe é nova, ele pode tanto fazer referência a experiências anteriores, e, portanto, utilizar o conjunto de frequências dos casos análogos, ou realizar uma construção lógica ou matemática das relações implicadas, quando constrói esse conjunto analisando a situação, seguindo as etapas: 1) esquematização; 2) construção do conjunto das possibilidades no fenômeno; e 3) ponderação desse conjunto. Em ambos os casos faz-se referência a um conjunto em extensão, por meio das quais se compara a situação em análise a outras. Assim, pela mesma razão pela qual “o ‘necessário’ em compreensão corresponde ao ‘sempre’ ou ao ‘todos’ em extensão, assim também os diversos graus do ‘provável’ correspondem biunivocamente aos diversos valores do ‘frequente’ em extensão.” (Piaget & Inhelder, 1951/s.d, p. 328).

Os participantes de forma geral, tanto no nível 3 como no nível 2, tiveram dificuldade em construir o conjunto de possibilidades do fenômeno, ou seja, de considerarem corretamente o espaço amostral, principalmente por ignorarem a importância da ordem dos elementos na quantidade de formas como um resultado poderia sair, o que já foi citado na literatura como uma das dificuldades mais frequentes nesse tipo de problema (Nilsson, 2007).

Consideramos a forma como os participantes responderam a entrevista semiestruturada sobre o que é acaso, com respectivo exemplo no jogo e justificção, como uma tomada de consciência das implicações envolvidas nas intuições de frequência e realidade. Piaget e Inhelder (1951/s.d) encontraram três reações: a falta de compreensão do sentido da palavra acaso (até os 6-7 anos), a ideia de acaso como um evento raro ou

excepcional (6-9 anos) e a sua definição pela interferência de séries causais independentes a partir dos 9 anos.

Apenas uma participante (Ada) trouxe uma definição tautológica do acaso: “*Por acaso que ele aconteceu, então é uma coisa que acontece por acaso*”, mas foi capaz de exemplificar no jogo trazendo o sentido da indeterminação: “*É, por acaso eu acertei, joguei um número e deu ele*”. No entanto, Ada não foi capaz de justificar adequadamente o porquê de aquele ser um bom exemplo: “*Aquele a gente tem que está tentando para ver qual dá certo!*”.

O acaso é significado pelos participantes como algo imprevisível, seja porque pode ou não ocorrer (Clara, Iara, Marco, Ruti e Zoe), por acontecer sem que se espere (Celia e Rita), por não ter uma causa identificável (Caio), por não comportar previsão (Eder), por ligar-se à sorte (Edson e Igor). Muitos não foram capazes de justificar os exemplos adequadamente (Ada, Celia, Caio, e Zelia), mostrando lacunas no processo de implicações.

Caio mostra estar em um momento de transição, de conflito. Ele significa o acaso enquanto aleatório, no entanto, identifica que o jogo não é totalmente aleatório, pois há um padrão, que para ele deve existir:

*“Na verdade tudo tem um porquê, mas é questão de filosofia própria. Ai por isso que nunca tentei especificar o que é acaso! Mas acaso basicamente não sei! Não tenho ideia! [...] Eu não consigo pensar num exemplo de acaso porque eu penso tudo como um padrão, ai eu não consigo ver o acaso!”*. – “Como assim?”. – “*Tipo, o fato de cair entre cinco e nove sempre, não cai número pequeno, números nem tão grandes, pra mim não seria acaso, seria um padrão.*”.

Ao identificar o padrão do jogo, ele foi capaz de construir os possíveis pelo processo de diferenciação da abstração reflexiva, entretanto, não conseguiu fazer o processo de fechamento, de integração desses dados abstraídos (construção de necessidades autênticas)

por causa da implicação significativa de que tudo tem uma razão, portanto, uma explicação, ao mesmo tempo em que não conseguia identificar dentro do padrão dos números uma relação de necessidade probabilística.

Talvez pelo fato dos dados serem tão ligados a tirar a sorte, e dos jogos de dados serem considerados jogos de azar, nem sua utilização como um dos exemplos clássicos nas aulas de probabilidade, ou seja, prever qual é a chance de ocorrer determinado resultado da soma dos dados lançados simultaneamente, foi capaz de modificar a forma como os participantes significaram o conteúdo de probabilidade nessa tarefa. Nem a realização do jogo em uma situação de pesquisa na qual ficava claro no TCLE e no contato inicial com a pesquisadora, de que se conduziriam experimentos investigando como ocorria a aplicação das noções operatórias de probabilidade e permutação, pareceu influir na forma como a tarefa foi realizada.

Foi marcante que nenhum dos participantes demorou mais do que um instante antes de fazerem suas previsões, considerando que além do conteúdo de probabilidades usual do Ensino Médio, os alunos pesquisados também cursaram a disciplina de estatística aplicada, ou seja, certamente já haviam estudado sobre espaço amostral e em tese teriam a noção que como se tratava de um conjunto limitado, a distribuição dos resultados possíveis permitiria identificar os mais prováveis. Embora parecendo não refletir antes de fazer as previsões, muitos foram capazes de realizar uma composição probabilística mesmo que parcial, com base nos resultados da 1ª partida.

Apresentaremos os modelos de significação elaborados contextualizando-os com as falas dos participantes, juntamente com a distribuição destes na classificação dos modelos<sup>28</sup> para, a seguir, discutir as implicações dos resultados.

---

<sup>28</sup> Ver apêndice E

1. *É sorte, mas (e por isso) também intuição* – Todos os resultados são considerados igualmente possíveis, por isso o resultado é aleatório e, portanto, imprevisível, de modo que a sorte é a explicação mais citada para o sucesso. Há uma série de jogos de azar com dados, de modo que a significação de sorte ou azar pode ser atribuída ao objeto e as intuições ou peculiaridades do sujeito são aceitas como pertinentes à situação, justamente porque remetem à sorte ou lhes são subordinadas.

[Ada, respondendo a 3ª situação-problema] – *“É tipo, acho que é tipo a gente adivinhar ‘porrinha’ [risos] Se está com 5 na mão, eu estou com 3, o outro está com não sei quanto, e eu tinha que adivinhar quantas ia juntar”.*

[Celia, respondendo a 2ª situação-problema] – *“Bom acho que o melhor é aquele que você pensa, assim, que tem a intuição, um número maior, porque número muito pequeno assim também é difícil, mas é sorte”.*

[Marco, respondendo a 3ª situação-problema] – *“É ter concentração! Se concentrar no que você tá fazendo, senão acho que não consegue não!”* – *“Como assim ter concentração? Você poderia explicar melhor?”.* – *“É se concentrar no jogo e prestar atenção nos números e na probabilidade de chegar ao número exato, que o computador está pedindo [...]”* – *“[...] em algum momento você chegou a pensar na probabilidade de um número que saísse de ser maior do que outro ou não?”* – *“Não!”.*

A implicação significativa – se aleatório  $\alpha$ , então indeterminado  $\neg\beta$  (notação  $\alpha \rightarrow \neg\beta$ ) – coordena todas as demais implicações nas relações construídas ao redor desta, construindo pseudonecessidades e pseudo-obrigações. No cotidiano os dados também são utilizados para tirar a sorte de forma justa, pois em dados não viciados há a mesma possibilidade de qualquer um dos números (1-6) como resultado, de modo que o sujeito pode generalizar tanto a implicação da equiprobabilidade, como a de justiça para a nova situação. A justiça da situação implicaria uma compensação dos resultados, seja durante a partida, seja na mesma

jogada (um número maior em um dado com um número menor no outro e vice-versa). Dessa forma, o sujeito pode intuir que os números mais prováveis seriam os números centrais, mas não por dedução de que eles concentrariam o maior número de combinações possíveis no espaço amostral possível, e sim porque haveria essa tendência ao equilíbrio por implicação da justiça atribuída.

[Edson, respondendo a 2ª situação-problema] – *“é a metade, entre o 6, o 7, o 8 e também 10, esses são os melhores”*. – *“Por que é que eles são os melhores?”* – *“É porque assim pode dar número quebrado em um, baixo e outro alto, depois de ter dado mais além daquele que foi escolhido”*. – *“Como assim?”* – *“Se eu escolho o 8, cai 5 e 3, aí dá número maior 5 e o número abaixo 3, ou assim 7, 6, até o próprio 9 pode se dizer”*.

Como a aleatoriedade e sorte são considerados fatores determinantes no resultado, não se percebe nas ações no jogo tentativas de sistematização minimamente consistentes e o jogador faz previsões de números cuja frequência nos resultados é muito baixa, tais como 11 e 2, mesmo na segunda partida. Frequentemente escolhe números pouco prováveis.

Esse modelo no qual se situa a maioria dos participantes (Ada, Celia, Eder, Edson, Igor, Marco e Zoe), corresponde ao 1º nível de análise heurística do jogo, o que pode explicar o que parece ser um raciocínio ainda limitado pela não constituição das operações nesse conteúdo, especificamente na situação proposta.

2. ***Intuição de frequência, mas também sorte*** – O somatório dos resultados dos dois dados implica ao sujeito que haveria mais chance de que se tenha como resultado um número mais alto, de modo que os números menores seriam por isso, menos prováveis.

[Iara, respondendo a 1ª situação-problema] – “3 e 2!” – “Por quê?” – “*Porque, não sei, acho que os números pequenos é raro, é raro sair!*” – “Como assim?” – “*Eu percebi que caia, sempre ele jogava números maiores, sempre, sempre 6, 8, 12! Nunca 3, nunca números pequenos, 1! Então eu continuaria! Acho que seria melhor! Eu percebi que nunca caia 2, tipo 1, 3, então sempre números maiores, e números pares também!*”.

A implicação significativa – se aleatório  $\alpha$ , então indeterminado  $\neg\beta$  (notação  $\alpha \rightarrow \neg\beta$ ) – se enfraquece, ao mesmo tempo em que se constrói a possibilidade de que o acaso possa ser explicado pela interferência de séries causais independentes, de modo que alguma causalidade pode ser procurada, passando a ser observável ao sujeito a regularidade de frequências no jogo ou em sua experiência cotidiana como uma necessidade lógica que lhe permite certo nível de certeza em sua previsão. No entanto, ainda está limitado a co-necessidades e co-possíveis concretos, locais, de forma que não procura a razão dessa frequência, que implicaria sua integração no sistema mais amplo do espaço amostral, e em uma lacuna, preenchida pelo sujeito com a atribuição da sorte.

[Clara, respondendo a 3ª situação-problema] – “*Até agora eu acho que é o acaso!*” – “Fale um pouco mais sobre isso.” – “*Ah porque pra mim até agora não consegui uma estratégia, um raciocínio pra poder acertar os números, então acho que até por enquanto seria o acaso, pra poder tá acertando o número que ele vai colocar ali, que ele tá pedindo!*” [contraposição] – “*É, Tá certa sim! Porque que nem a questão que a gente estava até falando do 9 né, até eu falei que teria só uma forma de jogar, depois até voltei atrás, então tem outras jogadas [combinações]. Esses números [8, 9, 10] é que nem da outra vez a gente falou da probabilidade, tem maior probabilidade de acerto, no caso do 10 que a gente falou, então realmente esses números seriam melhor pra jogar!*”.

Destarte, ao mesmo tempo em que conta com a sorte para alcançar o resultado, considera ser possível aumentar a chance de sucesso usando a intuição de frequência, que não é deduzida de um sistema total (espaço amostral), mas abstraída dos resultados presentes (do jogo) ou de experiências anteriores com o uso de dados.

[Rita, respondendo a 1ª situação-problema] – “10, 11 e 12!” – “Por quê?” – “O 2 também é um dos piores! Porque dependendo do jeito que joga o dado nunca dá um resultado assim!”. “Como assim?” – “Não sei! Pelo menos eu quando vou jogar um joguinho assim que precisa de dado, sempre meu número é entre 5, 6, 7, 8! Então assim de repente por acaso dá um com um, que dá 2, assim e o resto..., eu nunca, quer dizer já aconteceu também de dar 12, né, mas no meu caso sempre quando eu jogava num número sempre deu número baixo, do 4 até 8, por aí!”.

Há tentativa de sistematização com a repetição de uma previsão por duas jogadas, quando o jogador aleatoriamente escolhe outro número. Como ainda há implicações ainda fortes de sorte, o participante ocasionalmente prevê resultados menos prováveis.

Esse modelo, correspondente ao segundo nível de análise heurística do jogo, parece ser de transição. Verificamos que as participantes nele enquadradas (Clara, Iara e Rita) alternam momentos em que reverterem a razões do primeiro modelo, e outras vezes avançam com implicações dedutivas do terceiro modelo. Pensamos que isso pode ser explicado pela instabilidade das necessidades que sustentam esse modelo, que parece permitir mais diferenciações do que integrações, considerando que uma das características do processo de equilíbrio é a procura de equilíbrio entre diferenciações (possíveis) e diferenciações (necessidades).

3. *É possível fazer uma dedução probabilística* – a implicação significativa – se aleatório A, então indeterminado  $\neg D$  (notação:  $A \rightarrow \neg D$ ) – recebe o acréscimo da disjunção,

tornando-se condicional: se aleatório A então indeterminado  $\neg D$  ou probabilisticamente determinado PD (notação:  $A \rightarrow \neg D \vee PD$ ). Considera que a incerteza que caracteriza o aleatório não exclui a possibilidade de dedução lógica probabilística em certos casos. Assim, percebe a influência do acaso como um fator inerente ao jogo, mas não lhe atribui a indeterminação, pois como as combinações de resultados possíveis constituem um conjunto finito de elementos, sabe que há resultados mais prováveis do que outros, mesmo que o resultado em uma jogada específica seja incerto. Dessa forma, o sujeito infere ser possível aumentar sua chance de sucesso nas previsões como um todo por meio de operações dedutivas (quantificação das probabilidades), considerando a composição probabilística no sistema completo deduzido do espaço amostral, mesmo que não seja capaz de mentalmente realizar a quantificação das combinações.

[Ruti, respondendo a 2ª situação-problema] – *“Entre o 5 e o 9, eu acho! Que pode ocorrer mais combinações que possa dar neles!”*

[Caio, respondendo a 5ª situação-problema] – *“Ele jogou bem aqui! Somente por ele nessa jogada [partida] aqui, ele pensou da mesma forma que eu penso, ele jogou entre os números de média, e repetiu bastante esses números! Ai ele foi mais sortudo que eu! [risos] Assim, por ele repetir mais vezes, ele acertou mais vezes, tipo o seis ele repetiu quatro vezes, o sete ele repetiu quatro vezes, foi os dois números que ele acertou! Então ele jogou bem! Jogou bem e teve sorte!”*.

O acaso e a probabilidade estão, portanto, integrados em um sistema. Há tentativa de sistematização com repetição de números mais prováveis e não são feitas previsões de números menos prováveis.

Correspondendo ao terceiro nível de análise heurística do jogo, apenas Caio e Ruti integram o grupo de participantes desse modelo, sendo que Ruti evolui para essa compreensão através da intervenção do método clínico, de modo que na segunda partida não

faz qualquer previsão em um número menos provável. Embora Caio já faça desde o início previsões que se concentram apenas nos números mais prováveis, ele ainda não deduz todas as combinações possíveis integradas no espaço de possibilidades quantitativamente. Seu insucesso, ou falta de sorte, como diz na resposta à situação-problema 5 decorre dele significar a variação de tentativas ao invés da repetição sistemática como uma forma de conseguir mais rapidez no resultado, confiando na sorte para tanto.

[Caio, respondendo a 3ª situação-problema] – *“se existe eu ainda não vi! Eu ainda não tenho, não formei nenhuma estratégia! Pode até ter, mas eu ainda não formei não!”*  
 [contraposição] – *“Com certeza! Com certeza! É válido sim! Eu só não vejo, sei lá, tá certo que se ele tentar o mesmo número dez vezes é capaz de cair, claro! Só que eu assim eu acharia mais fácil tentar uma vez cada um! Pelo menos dois números assim! Tipo 7 e 6, 7 e 8! Não ia aumentar a minha probabilidade de acertar né, mas eu acharia de ser mais válidos!”* – “Por quê?” – *“Porque do mesmo jeito que ele pode acertar tentando dez vezes a mesma, eu posso acertar tentando cinco vezes em cada!”*.

## 5.6 Considerações Finais

Julgamos que pensar as relações entre a noção de acaso e probabilidade como sintetizadas no jogo Soma dos Dados considerando ao mesmo tempo a perspectiva estrutural e funcional, enriquecendo a construção do estudo evolutivo da noção empreendido por Piaget e Inhelder (1951/s.d) com os desdobramentos teóricos resultantes de seus últimos trabalhos, permite-nos melhorar a compreensão de como o sujeito psicológico compreende e age em situações nas quais deve lidar com o indeterminado.

Ora, a indeterminação do acaso é sempre relativa, pois cada evento tem um certo coeficiente de probabilidade, uma fração de determinação probabilística, e ao mesmo tempo,

essa indeterminação sempre é relativa a um sistema considerado: “em resumo, do ponto de vista psicológico, a indeterminação própria do acaso se reduz à interdependência relativa das operações possíveis sobre os mesmos objetos e nos limites de nossas experiências usuais sobre o objeto em geral” (Piaget & Inhelder, 1951/s.d, p. 321).

É justamente por meio da significação que atribuímos ao objeto o que podemos fazer com ele, ou seja, quais são as operações possíveis sobre ele, e se atuamos nos limites de nossas experiências usuais sobre o objeto ou conteúdo em questão, é devido não apenas a questão das potencialidades e limitações da estrutura no funcionamento cognitivo, mas, como defendemos, porque os modelos de significação que construímos para dado conteúdos atuam juntamente às representações prévias, aos esquemas já construídos pela coordenação de seus significados.

## 5.7 Referências

- Carraher, T. N. (1989). *O método clínico: usando os exames de Piaget*. São Paulo: Cortez Editora.
- Delval, J. (2002) *Introdução à prática do Método Clínico: descobrindo o pensamento das crianças* (F. M. Trad.). Porto Alegre: Artmed.
- Denison, S., & Xu, F. (2010). Twelve- to fourteen-month-old infants can predict single-event probability with large set sizes. *Developmental Science* (13), 798–803. doi: 10.1111/j.1467-7687.2009.00943.x
- Fischbein, E & Schnarch, D. (1997). The Evolution with Age of Probabilistic, Intuitively Based Misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28 (1), 96-105. Recuperado de <http://www.jstor.org/stable/749665>

- Giroto, V. (2013). Probabilistic Reasoning: racional expectations in young children and infants. In De Neys w. & Osman, M. (eds). *New approaches in reasoning research. Current issues in thinking and reasoning* (87-103). New York: Psychology Press.  
Recuperado de <http://books.google.com/books>
- Gonzales, M. & Giroto, V. (2011). Combinatorics and probability: Six- to ten-year-olds reliably predict whether a relation will occur. *Cognition* (120) 372–379.
- Inhelder, B.; Garcia, R. & Vonèche, J. (1978). *Epistemologia genética e equilibração* (J. C. Jesuíno, Trad.). Lisboa: Livros Horizonte. (Trabalho original publicado em 1977).
- Johnson-Laird, P.N. (1994). Mental models and probabilistic thinking. *Cognition* (50) 189-209.
- Lourenço, O. (1994) *Além de Piaget? Sim, mas devagar!...* Coimbra: Almeidina.
- Mlodinow, L. (2009). *O andar do bêbado: como o acaso determina nossas vidas* (D. Alfaro, Trad.). Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed.
- Morales, J. A. & Frisancho, S. (2013). Operaciones combinatorias en estudiantes universitarios de ciclo inicial. *Schème*, 5 (2), 130-156. Recuperado de <http://www2.marilia.unesp.br/revistas/index.php/scheme/article/viewFile/3575/2764>.
- Nilsson, P. (2007). Different ways in which students handle chance encounters in the explorative setting of a dice game. *Educational Studies in Mathematics*, 66 (3), 293-315.  
doi: 10.1007/s10649-006-9062-0
- Piaget, J. (1977). Essai sur la nécessité. *Archives de Psychologie*, 175 (45), 235-251.  
Recuperado de [http://www.fondationjeanpiaget.ch/fjp/site/textes/VE/JP77\\_essaiSurLaNecessite.pdf](http://www.fondationjeanpiaget.ch/fjp/site/textes/VE/JP77_essaiSurLaNecessite.pdf)
- Piaget, J. (1978). A Equilibração; Observações finais In B. Inhelder, R. Garcia, & J. Vonèche (Org.), *Epistemologia genética e equilibração* (J. C. Jesuíno, Trad.) (pp. 15-22; 152-157). Lisboa: Livros Horizonte. (Trabalho original publicado em 1977).

- Piaget, J. (1985) *O possível e o necessário: evolução dos possíveis na criança* (B. M. de Albuquerque, Trad.). Porto Alegre: Artes Médicas. (Trabalho original publicado em 1981).
- Piaget, J. (1986). *O possível e o necessário: evolução dos necessários na criança* (B. M. de Albuquerque, Trad.). Porto Alegre: Artes Médicas. (Trabalho original publicado em 1983).
- Piaget, J. (2005). *A Representação do Mundo na Criança: com o concurso de onze colaboradores* (A. U. Sobral Trad., com colaboração de M. S. G. Aparecida]. São Paulo: Ideias & Letras. (Trabalho original publicado em 1947).
- Piaget, J. & Inhelder, B. (s.d.). *A origem da ideia do acaso na criança* (A. M. Coelho, Trad.). Rio de Janeiro: Record Cultural. (Trabalho original publicado em 1951).
- Piaget, J. & Garcia, R. (2011). *Psicogênese e História das Ciências* (G. Unti, Trad.). Petrópolis: Vozes. (Trabalho original publicado em 1983).
- Pratt, D. (2000). Making Sense of the Total of Two Dice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31 (5), 602-625. Recuperado de <http://www.jstor.org>
- Prediger, S. (2008). Do you want me to do it with probability or with my normal thinking? Horizontal and vertical views on the formation of stochastic conceptions. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 3 (3), 126-154. Recuperado de <http://www.iejme.com>
- Silva, J. A. da. (2009). *Modelos de significação e pensamento lógico-matemático: um estudo sobre a influência dos conteúdos na construção da inteligência*. (Tese de doutorado). Recuperado de <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/15523>
- Silva, J. A. da; Frezza, J. S. (2011). Aspectos metodológicos e constitutivos do pensamento do adulto. *Educar em revista* (39) 191-205. Recuperado de <http://ojs.c3sl.ufpr.br/ojs/index.php/educar/article/view/14550>

Silva, S. T. da; Rossetti, C. B.; Cristo, H. (2012). Soma dos Dados [software] (versão 0.2).

Vitória: Universidade Federal do Espírito Santo.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando a gama de eventos do cotidiano nos quais é necessário fazer julgamentos e inferências para que se possa lidar com o acaso em sua relação com a probabilidade, bem como as concepções errôneas que se mantêm mesmo em adolescentes e adultos com ensino formal de tais conteúdos, uma investigação sobre a lógica inferencial das ações de adultos e suas significações em situações envolvendo a composição probabilística e o acaso tem o potencial de contribuir para uma melhor compreensão do funcionamento cognitivo nessas circunstâncias.

O foco da presente tese, por conseguinte, foi o sujeito psicológico na perspectiva da epistemologia genética, na dinâmica de suas condutas; de seus fins particulares em tarefas (jogos); da escolha dos procedimentos para vencer e de sua sistematização (ou não); das implicações e significações construídas; enfim, de suas próprias heurísticas. Os participantes foram observados e estudados nesse trabalho, portanto, como sujeitos ativos e criativos, com seus esquemas, conhecimentos e afetos, com as finalidades, significações e valores atribuídos aos jogos e ao conteúdo, sendo compreendidos em sua interação com o objeto, especialmente em suas representações da tarefa e das formas de realizá-la.

A pesquisa foi delineada para examinar as implicações significantes no desenvolvimento das necessidades na procura pela razão dos procedimentos e explicação das situações vivenciadas (jogos) e apresentadas (situações-problemas) por meio do método clínico. Examinou-se o papel da resistência do objeto na elaboração das significações e destas em relação à compreensão do objeto por meio dos modelos de significação.

Para isso, foi necessário primeiramente analisar de que forma os desdobramentos teóricos das últimas produções piagetianas, especificamente os modelos de significação, permitem avançar na compreensão de aspectos funcionais do pensamento do adulto, o que foi feito no primeiro estudo. Os modelos de significação são formas elementares de organização

e ativação de representações ou esquemas prévios relativos a um objeto, dependentes da estrutura lógico-matemática do sujeito, juntamente do grau de complexidade e novidade da tarefa. Em adultos, tais modelos podem evoluir ou se manter, dependendo do processo de equilíbrio, e, portanto, da estrutura lógico-matemática individual.

Como o desenvolvimento não se produz no vazio, mas em um sujeito histórico, em uma sociedade, a estrutura cognitiva do adulto não será necessariamente operatório-formal, de modo que há como se generalizar características funcionais do pensamento do adulto como mobilidade, agilidade de raciocínio e autoquestionamento crítico dos próprios modelos explicativos, como visto em Silva (2009) e Bovet (1999). Isso se faz fundamental na compreensão do pensamento dos participantes desta tese em suas marcas socioculturais, de classe popular e com trajetórias escolares de descontinuidade (Oliveira, Scopel & Ferreira, 2013).

Dessa forma, para estudar como se organizam os modelos de significação elaborados por adultos alunos no Proeja em situações envolvendo as noções operatórias de probabilidade e combinação e como se dá a resistência desses objetos na construção das significações, escolheu-se usar situações de jogos de computador nos quais tais noções são mobilizadas, investigando a compreensão dos participantes da heurística do jogo por meio da análise de seus procedimentos e das razões construídas na busca pela explicação do raciocínio utilizado para responder e justificar as situações-problemas propostas.

O uso de três jogos diferentes nos quais o sucesso depende não apenas da adoção dos procedimentos adequados, mas também é influenciado pelo acaso, reunindo ao mesmo tempo as noções de acaso, probabilidade e combinação, mas em graus diferentes em cada jogo, permitiu uma sobreposição que além de contribuir para a validade interna da pesquisa, evidencia como articulam as implicações significantes tanto em situações nas quais a ênfase é

na dedução de combinações (jogo *Likid Gaz*), de probabilidades (jogo *Lucky Cassino*), e na síntese de ambas (jogo *Soma dos Dados*).

O uso dos jogos de computador selecionados para essa pesquisa buscou assegurar que os participantes seriam apresentados a uma situação igualmente nova pra todos, mesmo comportando representações virtuais de objetos ou conteúdos já vivenciados em sua realidade cotidiana, tais como os dados ou as urnas do jogo *Lucky Cassino* que se assemelham aquelas utilizadas em sorteios e bingos.

Ao mesmo tempo, compreende-se que o jogo de computador apresenta ao sujeito uma realidade virtual, que é diferente da realidade física, o que pode trazer implicações em termos de funcionamento cognitivo e significações construídas pelo sujeito, o que não foi suficientemente explorado pela psicologia. Embora não fosse objetivo específico de sua tese analisar as implicações do jogo de computador como instrumento de investigação funcional do pensamento em comparação com situações concretas, Pylro (2012) usou simultaneamente provas piagetianas e jogos de computador nelas inspirados, ambos do software *Missão Cognição* (Haddad-Zubbel, Pinkas, & Pécaut, 2006), o jogo *Lucky Cassino* (também usado na presente investigação), e o *Lua Vermelha*. Avaliando a noção de permutação e quantificação de probabilidades em adolescentes com e sem indícios de Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade (TDAH), ela encontrou diferenças, principalmente no grupo com indícios de TDAH, entre o desempenho no jogo de computador e na prova piagetiana, citando alguns fatores internos aos jogos utilizados como facilitadores de organização desse grupo entre as possíveis explicações para tanto.

Como o desempenho no grupo sem indícios de TDAH nas provas e nos jogos da pesquisa supracitada foi semelhante, não se poderia generalizar que a situação virtual seria menos complexa cognitivamente para o sujeito do que a concreta. Se a representação virtual parece apresentar-se mais simplificada quando comparada à realidade física, como

demonstrado nos estudos sobre a realidade virtual, e mais recentemente da realidade aumentada, que busca integrar simultaneamente a realidade virtual com a realidade física (Kirner & Tori, 2007), não se pode inferir automaticamente por uma simplificação das demandas cognitivas ao sujeito, mas é bem possível que haja diferenças quanto às mobilizações do pensamento decorrentes da ação nesse plano, o que precisa ser mais investigado.

De fato, alguns autores sugerem que a realidade virtual traz uma pluralidade de representações, com uso de diversos códigos, o que possibilitaria “um conhecimento integrado e multimídia que parece ser o pensamento ideal para o pensamento complexo”, permitindo o diálogo com a incerteza, mas que também pode conduzir o sujeito à perplexidade, induzindo um relativismo cético (Monero & Pozzo, 2010, p. 110).

Como a ação foi investigada nesse contexto (jogos de computador), algumas implicações foram estabelecidas a partir das significações do sujeito com o computador, observando-se algumas vezes esse relativismo cético no sentido de que alguns participantes atribuíam um resultado inesperado a alguma lógica oculta da programação do jogo (*Lucky Cassino*). No jogo *Soma dos Dados*, dois participantes mencionaram a diferença do jogo de computador para a situação real, afirmando que naquele não era possível prever com mais certeza, pois não se pode ver as faces dos dados no momento que antecede a jogada, nem controlar a força com a qual ela é feita (Rita), e também que poderia ser que houvesse uma estratégia para se jogar bem no jogo de computador, mesmo que ele (Edson) não pudesse identifica-la, mas na vida real era uma questão de sorte ou azar.

A relação entre as representações e significações construídas em situação de jogos eletrônicos no que se refere à incerteza e probabilidade precisa ser mais bem investigada. É bastante comum entre os jogadores à expressão “*o jogo está roubando!*” frente a um resultado improvável ou inesperado. O que ele quer dizer com isso? Será que essa inferência

se mantém para outras situações (que não jogos) nas quais interage com uma máquina ou programa? Seria uma forma de atribuir o insucesso a outro fator que não seu desempenho, como se faz na vida real à sorte ou ao azar?

O segundo estudo apresentou a investigação da noção de combinação deduzível evidenciada pelos participantes no jogo de computador *Likid Gaz*, identificando o papel dos modelos de significação na escolha dos procedimentos empregados na tarefa, implicando na rejeição de ações de sistematização ou enumeração. A predominância dos níveis iniciais de análise heurística do jogo pode ser explicada seja por um processo de acomodação na forma de criação de novos esquemas durante a educação formal que não foram generalizados para a situação de jogo ou porque houve assimilação deformante devido a uma insuficiência na estrutura cognitiva.

A prevalência de modelos mais elementares de significação nessa amostra pode não se manter em outros grupos, embora pesquisas anteriores (*cf.* Silva, 2009) tenham encontrado resultados semelhantes em adultos no ensino superior. Investigações com um número maior de participantes provavelmente encontrarão maior variedade de modelos de significação, o que não invalida os modelos encontrados. Essas considerações se aplicam igualmente aos terceiro e quarto estudos, uma vez que essa foi uma das conformidades encontradas.

Tais resultados também podem ser explicados pela forma de organização dos modelos de significação em função das coordenações do objeto, ou seja, das particularidades desse conteúdo e tarefa. O conteúdo implicado na tarefa oferece obstáculos particulares à sua assimilação, requerendo, assim, o desenvolvimento de novas maneiras para organizar o pensamento frente a ele, de modo que a superação desses obstáculos requer que o sujeito desenvolva formas adequadas de significá-lo, o que envolve uma construção inferencial que requer esquemas anteriores disponíveis para tanto.

O papel do aleatório nessa tarefa constitui um obstáculo apresentado por esse conteúdo por impossibilitar uma avaliação apropriada da adequação dos procedimentos à tarefa caso o sujeito ainda esteja restrito em sua estrutura operatória e no processo de construção dos possíveis e necessários, uma vez que o sujeito pode atribuir o fracasso ao acaso. Outra resistência particular do conteúdo se refere à apreensão da limitação da indeterminação do acaso, ou seja, de que nem sempre ele significa a impossibilidade de qualquer tipo de previsão. Na perspectiva do sujeito psicológico pode haver certa determinação na previsão de um evento aleatório por dedução probabilística, uma vez que há a possibilidade da atribuição de probabilidade aos acontecimentos, além do que se faz necessário considerar que a indeterminação desse evento se refere ao sistema de operações considerado no momento.

O terceiro estudo apresentou o exame da noção de probabilidade observada nos participantes no jogo *Lucky Cassino*. Diferentemente do que ocorreu no jogo *Likid Gaz*, a maioria dos participantes teve um nível de compreensão do jogo intermediário, correspondente já a uma estrutura operatória, o que pode ter contribuído tanto para uma diversidade maior de modelos de significação em relação ao que foi identificado nos outros jogos, embora a maioria dos participantes tenha sido classificada nos modelos mais elementares de significação.

É improvável que essa diferença decorra de aprendizagem derivada da própria pesquisa, uma vez que este foi o primeiro dos jogos aplicados, e o último jogo aplicado (*Soma dos Dados*) também evidenciou resultados equivalentes aos encontrados no jogo *Likid Gaz*. Uma possível explicação seria a menor complexidade da tarefa, pois não é necessário que o sujeito ao considerar cada jogada tenha a concepção global um sistema de possibilidades que abarque a situação atual, não se limitando a ela, o que ocorre nos outros jogos.

A síntese das noções de combinação, probabilidade e acaso foi explorada no quarto estudo pelo jogo *Soma dos Dados*, quando foi possível observar que uma das principais limitações para a adequada compreensão das ligações imbricadas nessas noções é a implicação significativa – se aleatório A, então indeterminado  $\neg D$  (notação  $A \rightarrow \neg D$ ) – que coordena todas as demais implicações nas relações construídas ao redor desta, construindo pseudonecessidades e pseudo-obrigações ou mesmo necessidades locais que são generalizadas inapropriadamente, de modo que o sujeito não procura as razões dos fenômenos, já que em sua concepção, se são aleatórios, é impossível sua explicação causal, atribuindo os resultados à sorte ou a intuições que não necessariamente precisam ser lógicas.

Como ele não procura ativamente pelas razões, é mais difícil que construa novas significações que por implicação irão gerar novos modelos mais adequados. A resistência ou obstáculos do objeto deveriam provocar uma perturbação no sistema cognitivo do sujeito, que responderia a este procurando compensar essa perturbação, procurando por outras formas de explicar o fenômeno, que ao serem encontradas possibilitariam a abertura de novos possíveis, com a construção de novos esquemas e também de novas necessidades, com fechamentos. No entanto, se a resistência ou obstáculos do objeto não são observáveis ao sujeito por um desenvolvimento cognitivo ainda incompleto, de modo que ele não as percebe como perturbações, a equilibração não ocorre e os esquemas anteriores são mantidos, pois o sujeito tem a ilusão de ter tido êxito (Piaget, 1977 / 1974).

Quando o sujeito é capaz de perceber o fracasso ou quando ele é evidenciado pela própria tarefa, ele, em tese, procuraria os motivos de sua ocorrência, o que levaria a tomada de consciência dos elementos centrais da interação entre sujeito e objeto, ou seja, dos procedimentos usados para realizá-la (Piaget, 1977 / 1974). Entretanto, há pelo menos três conjuntos de fatores que podem fazer com que o sujeito não procure ativamente os motivos

do fracasso, juntamente com o processo de equilibração: a estrutura cognitiva; o ambiente social e modelos culturais; e a afetividade.

Nos períodos mais iniciais do desenvolvimento cognitivo, o sujeito visa apenas o êxito, portanto, o saber fazer, definido por Piaget (1978) como uma compreensão da tarefa que se limita ao plano da ação. Nesse momento, mesmo que o sujeito seja capaz de realizar a tarefa proposta, não podemos dizer que ele a compreende, posto que não saberia “distinguir as relações necessárias das contingentes: atribuir significado às coisas no sentido mais amplo da palavra, ou seja, levando em conta não só o atual e explícito, como o passado, o possível e o implícito.” (Ramozzi-Chiarottino, 1994, p. 51). Ele não tem consciência das razões do sucesso da ação, e não as procura, visto que não lhe são necessárias, pois está limitado pelas pseudonecessidades e pelos pseudoimpossíveis.

A influência do ambiente social e modelos culturais serão explicadas considerando o tema desta tese. Assim, embora a mecânica newtoniana não seja mais o quadro epistêmico predominante, também não se pode dizer que a mecânica quântica tenha-se constituído um quadro hegemônico. Se o determinismo laplaciano do século XIX não é mais um obstáculo epistemológico para o desenvolvimento científico, tendo sido superado, por exemplo, pela teoria do caos, de Lorenz, teoria da relatividade de Einstein, etc., ainda constitui, paradoxalmente, o modelo predominante a fundamentar os conteúdos escolares e ensino na educação básica brasileira.

Ora, aceitando a tese de Piaget e Garcia no livro *Psicogênese e História das Ciências* (2011/1983, p. 50), de que encontramos uma característica comum na história das ciências e da psicogênese de que “em caso de superação, o superado é sempre integrado ao superante”, seria de se esperar uma mudança profunda nos conteúdos escolares, pois a superação do quadro epistêmico anterior com a incorporação do quadro atual implicaria necessariamente a reconstrução do modelo antigo à luz do atual. No entanto, não é isso que verificamos na

educação básica: a incerteza, o indeterminado é afastado do currículo, pois é visto como um fator complexificador e assim, a realidade é afastada da escola. Dessa forma, a física nesse currículo, por exemplo, pode não possibilitar ao aluno da educação básica a compreensão das tecnologias do século XXI, desenvolvidas a partir dos avanços da física moderna.

Os objetos de conhecimento, dentre eles os conteúdos escolares, são apresentados pela sociedade ao sujeito, de modo que o ambiente social e modelos culturais influenciam fortemente a direção da atenção do sujeito a certos objetos ou situações, a própria situação desses objetos em determinados contextos e não em outros.

O verdadeiro sentido atribuído ao objeto, no contexto de suas relações com outros objetos, pode depender em larga medida do modo como a sociedade modifica as relações entre o objeto e o sujeito. Mas o modo como esse sentido é adquirido depende dos mecanismos cognitivos do sujeito, e não daquilo que o grupo social pode oferecer. (Piaget e Garcia, 2011/1983, p.360).

Ora, em situações do cotidiano cujos resultados são influenciados pelo acaso, principalmente os jogos, encontra-se majoritariamente presente a atribuição de um sentido de sorte, de indeterminação, ao passo que, no contexto escolar, o oposto ocorre. Lembro-me de quando minha irmã ingressou no curso superior de licenciatura e bacharelado em Química, 14 anos atrás, ela ficou muito impressionada com o que um dos seus professores disse no primeiro dia de aula: “Esqueçam tudo o que vocês aprenderam de química no ensino médio: as coisas não são tão simples assim.”.

Isso deriva de um sistema de ensino que ao verificar a dificuldade que os estudantes têm em apreender dado conteúdo, infere que este é muito complexo, devendo ser simplificado para que possa ser assimilado; ou que o aluno possui alguma limitação, e, novamente, que o conteúdo precisa simplifica-lo. Considera-se, assim, que facilitar a

aprendizagem significa simplificar ao máximo o conteúdo, modelando uma aquisição por meio de imitação, por exemplo.

Na perspectiva da Epistemologia Genética o conhecimento é construído exatamente na interação entre o sujeito e o objeto. Se essa interação não está produzindo conhecimento, o que deveria ser questionado é o que, nessa relação, está ocorrendo? Como o sujeito observa e significa esse objeto, considerando que não são cada um em si mesmo o que nos interessa, mas o que eles podem ser nessa relação, falando por isso dos observáveis do sujeito (Obs. S) – o que ele pode observar – e dos observáveis do objeto (Obs. O) – o que ele pode expressar? Como se coordenam tais observáveis, pensando as coordenações do sujeito (Coord. S), como “operações ou procedimentos de organizar, atribuir significação, agir em relação ao que observa” (Macedo, 2012, p. 76) juntamente com as coordenações do objeto (Coord. O), que são operações atribuídas aos objetos.

a estrutura de um objeto lhe pertence, é sua (Coord. O). Mas, do ponto de vista funcional, ela se apresenta por seus observáveis (Obs. O), e depende, simultaneamente das compreensões ou explicações que lhe atribuem um sujeito (individual ou coletivo), nos limites de suas coordenações (Coord. S.). O que o sujeito observa [Obs. S.] depende simultaneamente dos observáveis do objeto (Obs. O) e de suas coordenações. (Macedo, 2012, p. 80).

Ora, “nossas observações dependem de dois aspectos, um cognitivo, relativo ao procedimento (como observar?), e outro afetivo: por quê?, o quê?, para que? [...] Trata-se, nesse sentido, de um problema de presentificação, representação ou simbolização” (Macedo, 2012, p. 70, 71). O sujeito, assim, assimila o objeto por meio das significações que pode observar nele, num processo de abstração reflexionante.

Simplificar o objeto, distanciando-o ainda mais do real, limitando-o em sua apresentação ao sujeito, pode comprometer o processo de interação, porque sujeito e objeto

tem uma relação interagente e interdependente, ainda mais quando tal prática tende a ser frequente, quando se considera o público EJA em suas marcas socioculturais. Dongo-Montoya (1996) e Ramozzi-Chiarottino (1994) como resultado de estudos com crianças em contexto de marginalização urbana e situação de fracasso escolar, concluíram sobre uma dificuldade destas em organizar adequadamente suas representações, estando “prisoneiras do presente” por serem capazes de representar apenas a situação atual.

Isso decorreria de insuficiente solicitação do meio para tal estruturação, de modo que a ação dessas crianças visa o sucesso e não o conhecimento, pois não é demandada a explicar como fizeram e como conseguiram fazer, estacionando em um tipo de raciocínio transdutivo, que vai do particular ao particular, por não conseguirem chegar a operação da identidade ao nível da consciência, devido à desorganização das representações.

Tal cenário estava longe de ser irremediável, podendo ser mudado por intervenções que proporcionassem além de maior variação do real em sua apresentação ao sujeito, tomadas de consciência, significações adequadas construídas no questionamento decorrente da busca de razões, de necessidades. Ou seja, retomando Freire (1967), ações de conscientização, que permitissem aos adultos nos níveis de consciência mágica e ingênua por ele encontrados, condições análogas às crianças das investigações supracitadas, construir a consciência crítica-transitiva, que lhes permitiria não mais aceitar a realidade presente que lhes apresenta como necessária, nem considerar que sua consciência é superior aos fatos, mas analisar criticamente a realidade nos seus aspectos possíveis e necessários.

Considerando que “a significação se origina da organização da experiência vivida” (Ramozi-Chiarottino, 1994, p. 99), o que engloba a organização das representações, é provável que aqueles que adultos hoje correspondem às crianças daquela realidade social retratada, tenham dificuldade para construir modelos de significação apropriados para a situação e desenvolvimento esperado. Pelo que se observa no cotidiano escolar dos alunos no

Proeja, o sistema de ensino muitas vezes continua ainda hoje a ser deficiente em suprir a esses adultos com a solicitação adequada para que possam desenvolver adequadamente tal organização.

O principal problema é que a estratégia de simplificação de conteúdo geralmente está inserida em um modelo de educação que supõe a aprendizagem decorrente da transmissão de conhecimento pelo professor e de sua absorção pelo aluno. Os questionamentos que o professor faz ao invés de promover as significações pela procura ativa do aluno da necessidade daquele modelo, ou seja, de perguntar ao aluno porque aquilo é assim, procuram apenas verificar se o aluno “entendeu” o que ele quis dizer, ou seja, se os observáveis do professor foram aceitos pelo aluno.

Ora, não necessariamente os observáveis do aluno correspondem aos do professor naquela situação, de modo que ele pode reclamar que não entendeu o conteúdo, ao que o professor procede não em uma tentativa de descobrir os observáveis do aluno, pesquisando os possíveis e necessários que levam a essa visão do real, mas uma nova colocação dos seus observáveis de modo ainda mais simplificado. Quando se considera situações como essa se repetindo diversas vezes ao longo da trajetória escolar do sujeito, é de se esperar alguma consequência negativa em relação ao seu desenvolvimento cognitivo.

Pensando no trabalho do psicólogo com as crianças desse grupo, Ramozzi-Chiarottino (1994, p. 100) propõe uma intervenção organizada nas seguintes fases:

- 1) solicitação à criança para estruturar o real, no nível das representações; 2) solicitação para efetuar classificações e seriações, a fim de atingir as operações; 3) solicitação para formular explicações envolvendo o mundo físico e, em particular, os objetos anteriormente estruturados no nível da ação.

Nunca me esqueço de uma das primeiras alunas do Proeja que atendi no Ifes, a quem chamarei de Jaciara. Viúva jovem, na casa dos 30 anos, extremamente ciosa da educação dos

filhos e preocupada por não conseguir muitas vezes ajudá-los nas tarefas e externar o afeto que por eles sentia. Trabalhava como diarista no período matutino, horário dos filhos na escola, e se culpava por não estar com eles no período vespertino, quando estava no Ifes estudando. Sua queixa era a ansiedade e a dificuldade de aprendizagem, e sua frequência aos atendimentos era inconstante devido às complicações em encaixar um horário dentro de todas as atividades que precisava fazer.

Em um dos retornos, Jaciara se queixou bastante da dependência em Física I, falando que deveria ter um bloqueio emocional nessa matéria, porque não conseguia aprendê-la de jeito algum, e que o professor estava novamente explicando lá “um negócio” de metros e polegadas “e não sei mais o quê”, e que aquilo era uma confusão e ela não conseguia entender nada. Depois de interrogar Jaciara e entender qual era o conteúdo, peguei uma fita métrica e lhe mostrei que havia um lado em centímetros e outro em polegadas, explicando que aqui no Brasil usávamos esse sistema, de dividir o tamanho em centímetros, enquanto que nos Estados Unidos o mesmo tamanho era dividido em outros “pedaços” chamados de polegadas.

Ela me disse: *“É isso? Só isso? Mas por que o professor, então, não explicou desse jeito? Se eu soubesse que era isso já tinha aprendido”*. O foco de professor e aluna era o cálculo que deveria ser feito para converter uma medida em outra, enquanto o maior problema não era a conta, mas o fato de Jaciara não ter conseguido significar o cálculo, entender como aqueles dois elementos se relacionavam na realidade que lhe era apresentada. A questão não era um “bloqueio emocional” em Física, embora a ansiedade realmente estivesse presente; nem o aspecto matemático, contrariando o que muito se escuta na escola, de que o problema dos alunos não é a Física, mas a Matemática, os cálculos, na Física – este poderia até se tornar uma dificuldade num segundo momento. Inicialmente, a maior

dificuldade de Jaciara era organizar suas representações, suas significações, de modo a construir modelos de significação que lhe permitissem transitar naquele conteúdo.

Retomando as razões pelas quais o sujeito não procura ativamente os motivos do fracasso, podemos situar a afetividade como o terceiro dos conjuntos de fatores que explicam esse fenômeno. Não foi proposta desta tese tratar da microgênese afetiva, conforme proposta de Santos (2011), ou da análise das condutas e equilíbrio (Macedo, 2009; Queiroz, Macedo, Alves & Garioli, 2009; Queiroz, 2000), o que teria enriquecido muito a análise, mas também a complexidade desta tendo em vista a dimensão do trabalho efetuado. Entretanto, é impossível deixar de considerar o papel da afetividade nos aspectos investigados, posto que afetividade e cognição são indissociáveis para a Psicologia Genética.

Nessa perspectiva, a afetividade pode causar “acelerações ou retrocessos no desenvolvimento da inteligência, pode perturbar seu funcionamento, modificar seus conteúdos, mas não pode produzir, nem modificar as estruturas<sup>29</sup>” (Piaget, 1954/2005b, p. 103). Desenvolvendo a posição piagetiana, Macedo (2009) aponta que a afetividade afeta as direções no processo de interação sujeito e objeto, em ambas as direções, podendo explicar tanto dificuldades do sujeito em relação aos observáveis (modificando os conteúdos) como às coordenações (perturbando o funcionamento da inteligência).

Para Piaget (1954/2005b), o aspecto afetivo na conduta do sujeito em relação ao objeto compreende os interesses, esforços, afetos intraindividuais e suas regulações, ou seja, “a afetividade estaria ligada às valorizações de metas, as quais impulsionariam todas as condutas [aspecto energético], desde as do bebê até as do adulto, enquanto a inteligência estaria ligada à estruturação dos meios para que as metas sejam atingidas” (Souza, 2012, p. 142).

---

<sup>29</sup> aceleraciones y de retrocesos en el desarrollo de la inteligencia, puede perturbar su funcionamiento, modificar sus contenidos, pero no puede ni producir ni modificar las estructuras.

Ora, os procedimentos para atingir metas são ações que podem ser valorizadas pelo sujeito, cuja escolha depende tanto da estrutura (aspecto cognitivo), quanto da atribuição de valores (aspecto afetivo) dos sujeitos. Souza (2012, p. 146) resume as definições de Piaget para valor:

- 1) valor é a expansão da atividade do eu na conquista do universo;
- 2) valor é o intercâmbio afetivo com o exterior (objeto ou pessoa);
- 3) valor é o aspecto qualitativo do interesse;
- 4) valores atribuídos às pessoas são o ponto de partida para os sentimentos.

Os valores emergem das trocas afetivas do sujeito com o mundo, “a partir da projeção dos sentimentos sobre os objetos e, posteriormente, como resultado das trocas interpessoais e da intelectualização dos sentimentos, organizados cognitivamente nos processos de desenvolvimento, formando um sistema de valores” (Queiroz, Macedo, Alves & Garioli, 2009, p. 310).

Ora o grupo investigado, os alunos do Proeja, compartilham uma trajetória escolar marcada pela descontinuidade: estão fora do tempo “regular” para se cursar o Ensino Médio, o que deveria ter sido feito na adolescência. Precisam conciliar o período que passam nas escolas e as atividades dela decorrentes com as atribuições do mundo adulto: companheiros, filhos, geração de renda, etc.

Desse modo, a noção de tempo emergiu como um valor central nesse grupo tanto na significação da tarefa quanto na escolha dos procedimentos a serem empregados para resolvê-la: quanto mais rápido melhor, o que demora muito não serve. Isso teve implicações importantes principalmente nos procedimentos de sistematização, de enumeração e descarte de combinações, da constituição do espaço amostral.

Logicamente esses aspectos afetivos só puderam assumir essa significância por estarem associados a uma estrutura cognitiva que não tornava a sistematização uma

necessidade autêntica, uma vez que não são os aspectos afetivos que estruturam a conduta dos sujeitos. No entanto, “a participação dos aspectos afetivos contribui para a manutenção ou afastamento da ação que pode desencadear o desenvolvimento” (Santos e Ortega, 2012, p. 140).

Outro aspecto afetivo importante de uma relação intrínseca desse objeto com o humano em sua necessidade de controle é sorte e as intuições supersticiosas. O determinismo de Laplace é sedutor pela ilusão que se tem de controle, ou seja: se os eventos são aleatórios, não estamos no controle e se estamos no controle eles não são aleatórios, conforme pontua Mlodinow (2009), lembrando dos experimentos de Langer, nos quais embora os participantes afirmassem saber que aqueles fatores não exerciam influência lógica sobre o resultado, eles se comportavam como se isso de fato ocorresse.

Linhares (1999) a partir de uma epistemologia psicanalítica usa o termo “pulsão” para discutir a necessidade humana de se sentir no controle do objeto, e, portanto, da fonte de prazer. Segundo essa autora, a emergência da “pulsão de saber” deve ser compreendida em função do objeto e pela necessidade humana de controle. É bem possível que tal sentimento contribua para as construções de pseudonecessidades e possibilidades que dão ao sujeito a ilusão de controle, e auxiliem no prolongamento dos modelos de significação a elas relacionados, mesmo quando avanços estruturais teriam tornado possível a evolução destes modelos.

Para finalizar, ao falar sobre o determinismo na ciência, Popper (1975) apresenta uma metáfora na qual as nuvens significariam o caos, a imprevisibilidade e um relógio de pêndulo figuraria como símbolo de precisão, regularidade e previsão. Não se pretende apresentar ou discutir a posição do autor sobre o determinismo, mas apropriar-se dessa metáfora para resumir o que se considera central nos resultados e implicações dessa pesquisa.

Encontrou-se variadas visões de mundo entre os participantes, evidenciadas pelos modelos de significação construídos em torno de situações que envolviam acaso e probabilidade. Assim, houve aqueles para quem só existiam nuvens – e imagina-se a desorganização de pensamento que isso implica, correspondendo ao momento de indiferenciação para o sujeito entre o real, o possível e o necessário. Outros alunos julgavam ser relógios todas as nuvens, ajustando sua percepção para condizer com tal juízo, o que implica também problemas para se lidar com o real em seus aspectos de indeterminação, de copossibilidades e necessidades com diferentes graus de previsão. Houve participantes que esperavam ver um relógio e assustavam-se quando no lugar dele entreviam uma nuvem, sem conseguir entender o que havia acontecido de errado, mas certos de que se a nuvem estava lá, era porque se fazia necessária. Até por fim, aqueles que eram capazes de manter em seu campo de visão ambos, nuvens e relógios.

Fazem-se necessárias outras investigações que ampliem o número de participantes, examinando grupos com faixas etárias, escolaridade e realidades sociais diferentes de modo a ampliar a compreensão das relações propostas na presente pesquisa para o sujeito psicológico do acaso, probabilidade e indeterminação. Embora os modelos de significação tenham se mostrado promissores para análise do sujeito psicológico em seus aspectos funcionais, nas particularidades da interação com certos objetos/ conteúdos, aprendizagem e desenvolvimento, é preciso esclarecer mais pormenorizadamente como ele atua na organização do sistema de procedimento em sua relação com o sistema presentativo fechado.

## 7. REFERÊNCIAS DA TESE

- Ara, A. B. (2006). *O ensino de Estatística e a busca do equilíbrio entre os aspectos determinísticos e aleatórios da realidade* (Tese de doutorado). Recuperada de <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-05062007-110845/pt-br.php>
- Bovet, M. (1999). Explicações e Mudanças em Adultos. In M. Moreno, G. Sastre, M. Bovet & A. Leal (Org.) *Conhecimento e mudança: os modelos organizadores na construção do conhecimento* (pp. 287-323). Campinas/ São Paulo: Moderna/ Editora da Universidade de Campinas.
- Carraher, T. N. (1989). *O método clínico: usando os exames de Piaget*. São Paulo: Cortez Editora.
- Delval, J. (2002) *Introdução à prática do Método Clínico: descobrindo o pensamento das crianças* (F. M. Trad.). Porto Alegre: Artmed.
- Dongo-Montoya, A.O. (1996). *Piaget e a criança favelada: Epistemologia Genética, diagnóstico e soluções*. Petrópolis: Vozes.
- Dorneles, C. L. (2013) *Adição, subtração e cálculo relacional: uma intervenção com alunos do Proeja FIC/ Ensino Fundamental* (Dissertação de mestrado). Recuperada de <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/69936>
- Farinaccio, M. (2006). *Estratégias utilizadas por crianças, adolescentes e adultos na resolução de problemas cognitivos: um estudo da EJA* (Dissertação de Mestrado). Recuperada de <http://www.acervodigital.unesp.br/handle/123456789/51727>
- Ferreira, E. B. e Oliveira, E. C. (2010). Entre a Inclusão Social e a Integração Curricular: os dilemas políticos e epistemológicos do PROEJA. *Educação e Realidade*, 35 (1), 87-108.
- Franco, S. R. K. (1999). *Lógica operatória e lógica das significações em adultos do meio rural: um estudo piagetiano e seu significado educacional*. (Tese de doutorado não publicada).

- Freire, P. (1967). *Educação como prática da liberdade*. Editora Paz e Terra, Rio de Janeiro.
- Haddad-Zubbel, R., Pinkas, D. & Pécaut, S. (2006). Mission cognition (versão em Língua Portuguesa) [software]. [Tradução L. Morgado, Coimbra: Universidade de Coimbra]. Fribourg: Université de Fribourg.
- Inhelder, B.; Caprona, D. de. (1990) The role and meaning of structures in genetic epistemology. In: W.F. Overton (Ed.). *Reasoning necessity and logic: Developmental perspectives* (pp. 33-44). Hillsdale, NJ: LEA. Recuperado de <http://books.google.com.br/books>
- Inhelder, B. & Caprona, D. (1996). Em direção ao construtivismo psicológico: Estruturas? Procedimentos? Os dois são indissociáveis. In B. Inhelder & G. Cellérier (Org.) *O percurso das descobertas da criança: pesquisa sobre as microgêneses cognitivas* (pp.19-63). Lisboa: Instituto Piaget. (Trabalho original publicado em 1992).
- Kirner, C. & Siscoutto, R. A. (2007). Fundamentos de Realidade Virtual e Aumentada. In Kirner, C. & Siscoutto, R. A. (Org.). *Realidade Virtual e Aumentada: Conceitos, Projeto e Aplicações* (pp. 02-21). Petrópolis, Editora SBC – Sociedade Brasileira de Computação. Recuperado de [http://www.de.ufpb.br/~labteve/publi/2007\\_svrps.pdf](http://www.de.ufpb.br/~labteve/publi/2007_svrps.pdf)
- Linhares, A. (1999). Observando o invisível: uma epistemologia psicanalítica. *Revista Latinoamericana de Psicopatologia Fundamental* (2). Recuperado de [http://www.fundamentalpsychopathology.org/uploads/files/revistas/volume02/n2/observando\\_o\\_invisivel\\_uma\\_epistemologia\\_psicanalitica.pdf](http://www.fundamentalpsychopathology.org/uploads/files/revistas/volume02/n2/observando_o_invisivel_uma_epistemologia_psicanalitica.pdf)
- Lourenço, O. (1994). *Além de Piaget? Sim, mas devagar!...* Coimbra: Almeidina.
- Macedo, L. de. (2009). Teorias de equilibração e jogo. In L. de Macedo (Org.). *Jogos, psicologia e educação: teorias e pesquisas* (pp. 45-66). São Paulo: Casa do Psicólogo.

- Macedo, L. (2012). Observações, coordenações, leitura e jogo. In. C. B. Rossetti & A. Garcia (orgs.), *Cognição, afetividade, e moralidade: estudos segundo o referencial teórico de Jean Piaget* (pp. 69-89). São Paulo: Casa do Psicólogo.
- Macedo, L.; Petty, A.L.S. & Passos, N.C. (2000). *Aprender com jogos e situações problemas*. Porto Alegre: Artes Médicas.
- Mendes, T. S. (2007). Dificuldades de aprendizagem em adultos: teoria das defasagens cognitivas. *Aprender, caderno de filosofia e psicologia da educação*, (9), 217-142.
- Mlodinow, L. (2009). *O andar do bêbado: como o acaso determina nossas vidas*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed.
- Monereo, Ch. & Pozzo, J. I. (2010). O aluno em ambientes virtuais: Condições, perfil e competências. In C. Coll & O. Monereo (Org). *Psicologia da educação virtual: aprender e ensinar com as tecnologias da informação e comunicação* (N. Freitas, Trad.). (pp. 97-117). Porto Alegre: Artmed.
- Ortega, A. C. e Santos, C. C. (2009) O jogo de regras como recurso para avaliação e intervenção: um estudo piagetiano com adolescentes. *Ciências e Cognição*, 14 (1), 26-49.
- Ortiz, M. F. A. (2002). *Educação de Jovens e adultos: um estudo do nível operatório dos alunos* (Dissertação de Mestrado). Recuperada de <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000248391>
- Oliveira, E. C. de; Scopel, E. G. & Ferreira, M. J. de R. (2013). A Experiência do Proeja: a visão dos múltiplos sujeitos envolvidos no programa do IFES - Campus Vitória. *Revista Brasileira de Educação de Jovens e Adultos* 1(2), 04-32.
- Piaget, J. (1972). Desenvolvimento e aprendizagem (P. F. Slomp, Trad.). Development and learning. In C. S. Lavattelly & F. Stendler (Org.), *Reading in child behavior and development*. New York: Hartcourt Janovich. (Trabalho original publicado em 1964, tradução em língua portuguesa para fins didáticos).

- Piaget, J. (1977). *A tomada de consciência* (E. B. de Souza, Trad.). São Paulo: Melhoramentos; Edusp. (Trabalho original publicado em 1974).
- Piaget, J. (1978). *Fazer e Compreender* (C. L. de P. Leite, Trad.). São Paulo: EDUSP/Melhoramentos. (Trabalho original publicado em 1974).
- Piaget, J. (1996). *As Formas Elementares da Dialética* (F. M. Luiz, Trad.). São Paulo: Casa do Psicólogo. (Trabalho original publicado em 1980).
- Piaget, J. (2004) Rapport scientifique sur lês travaux de l'année 1978-79 ; La raison em tant qu'objectif de la compréhension (CIEG, janvier 1980). In G. Henriques et al. *La formation des raisons: étude sur l'épistemogenèse* (pp. 303-306, 307-310). Sprimont (Belgique): Pierre Mardaga editeur.
- Piaget, J. (2005a). *A Representação do Mundo na Criança: com o concurso de onze colaboradores* (A. U. Sobral Trad., com colaboração de M. S. G. Aparecida]. São Paulo: Ideias & Letras. (Trabalho original publicado em 1947).
- Piaget, J. (2005b). *Inteligencia y afectividad* (M. S. Dorín, Trad.). Buenos Aires: Aique Grupo Editor. (Trabalho original publicado em 1954).
- Piaget, J. & Inhelder, B. (s/d) *A origem da idéia do acaso na criança*. (A. M. Coelho, Trad.). Rio de Janeiro: Record. (Trabalho original publicado em 1951).
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1974). *A psicologia da criança* (O. M. Cajado, Trad.). São Paulo: Difel.
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1976). *Da lógica da criança à lógica do adolescente* (D. M. Leite, Trad.). São Paulo: Editora Pioneira. (Trabalho original publicado em 1970).
- Piaget, J. & Garcia, R. (1997). *Hacia una lógica de significaciones* (E. Ferreira, Trad.). Barcelona: Editorial Gedisa. (Trabalho original publicado em 1987).
- Piaget, J. & Garcia, R. (2011). *Psicogênese e História das Ciências* (G. Unti, Trad.). Petrópolis: Vozes. (Trabalho original publicado em 1983).

- Piaget, J. & Gréco, P. (1974). *Aprendizagem e conhecimento*. São Paulo: Freitas Bastos. (trabalho original publicado em 1959).
- Popper, K. L. (1975). *Conhecimento Objetivo: uma Abordagem Evolucionária* (M. Amado, Trad.). Belo Horizonte: Editora Itatiaia.
- Prediger, S. (2008). Do you want me to do it with probability or with my normal thinking? Horizontal and vertical views on the formation of stochastic conceptions. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 3 (3), 126-154. Recuperado de <http://www.iejme.com>
- Pylro, S. C. (2012). *Avaliação de noções operatórias em adolescentes com e sem indícios de déficit de atenção e hiperatividade* (Tese de doutorado). Recuperada de [http://www.bdt.d.ufes.br/tesesimplificado/tde\\_arquivos/14/TDE-2013-06-04T144751Z-1155/Publico/Simone%20Chabudee%20Pylro.pdf](http://www.bdt.d.ufes.br/tesesimplificado/tde_arquivos/14/TDE-2013-06-04T144751Z-1155/Publico/Simone%20Chabudee%20Pylro.pdf)
- Queiroz, S. S. (2000) *Inteligência e afetividade na dialética de Jean Piaget: um estudo com o jogo da senha* (Tese de doutorado não publicada). Instituto de Psicologia, Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Queiroz, S. S.; Macedo, L.; Alves, A.D; Garioli, D. S. (2009). Afetividade, cognição e conduta na prova operatória de seriação. *Shème*, 2 (3), 295-316. Recuperado de [www2.marilia.unesp.br/revistas/index.php/scheme/article/view/584/468](http://www2.marilia.unesp.br/revistas/index.php/scheme/article/view/584/468)
- Ramozzi-Chiarottino, Z. (1994). *Em busca do sentido da obra de Jean Piaget*. São Paulo: Ática.
- Ramozzi-Chiarottino, Z. (2010). Piaget segundo seus próprios argumentos. *Psicologia USP*, São Paulo, 21, (1). Recuperado de [http://www.revistasusp.sibi.usp.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1678-51772010000100002&lng=pt&nrm=iso](http://www.revistasusp.sibi.usp.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1678-51772010000100002&lng=pt&nrm=iso)

- Santos, C. C. (2011). *Análise microgenética de aspectos cognitivos e afetivos em idosas: uma proposta teórica e metodológica*. (Tese de doutorado). Recuperada de [http://portais4.ufes.br/posgrad/teses/tese\\_5128\\_.pdf](http://portais4.ufes.br/posgrad/teses/tese_5128_.pdf)
- Santos, C. C. & Ortega, A. C. (2012). Relações entre Aspectos Cognitivos e Afetivos em Idosas. *Schème*, 4 (1), 109-148. Recuperado de <http://www2.marilia.unesp.br/revistas/index.php/scheme/article/viewFile/2399/1952>
- Silva, J. A. (2009). *Modelos de significação e pensamento lógico matemático: um estudo sobre a influência dos conteúdos na construção da inteligência*. (Tese de doutorado). Recuperada de <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/15523>
- Silva, J. A. da & Frezza, J. S. (2011). Aspectos metodológicos e constitutivos do pensamento do adulto. *Educar em revista*, (39), 191-205. Recuperado de [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0104-40602011000100013&lng=en&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-40602011000100013&lng=en&nrm=iso)
- Silva, S. T. da e Rossetti, C. B. (2011). *Percepções de professores e alunos do Proeja sobre dificuldades em conteúdos escolares*. In: VII CONPSI, 2011. Anais eletrônicos. Recuperado de <http://www.conpsi7.ufba.br>
- Silva, S. T. da; Rossetti, C. B.; Cristo, H. (2012). Soma dos Dados [software] (versão 0.2). Vitória: Universidade Federal do Espírito Santo.
- Souza, M. T. C. C. de. (2012). Afetividade segundo Jean Piaget: contribuições para a psicologia do desenvolvimento. In. Rossetti, C. B. & Garcia, A. (orgs.), *Cognição, afetividade, e moralidade: estudos segundo o referencial teórico de Jean Piaget*. (pp. 69-89). São Paulo: Casa do Psicólogo.
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (23), 133-170. Recuperado de : <http://rdm.penseesauvage.com/>

## **APÊNDICES**

## Apêndice A. Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

### **TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

---

Você está sendo convidado(a) para participar como voluntário em uma pesquisa. Após ler as informações a seguir, no caso de aceitar fazer parte do estudo, assine ao final desse documento. Essa primeira página é sua e a outra é do pesquisador responsável. Caso não queira participar, você não sofrerá nenhuma consequência negativa. Se tiver qualquer dúvida você pode procurar o Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos do Instituto Federal do Espírito Santo, no qual essa pesquisa foi aprovada, no endereço Avenida Vitória, 1729 – Jucutuquara – Cep 2904 – 780 – Vitória - ES – Fone/Fax +55 27 3331-2119/2217/2203, pelo email [etica.pesquisa@ifes.edu.br](mailto:etica.pesquisa@ifes.edu.br) ou pelo site: [www.ifes.edu.br](http://www.ifes.edu.br).

#### **INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:**

Título do Projeto: “Processos de significações em jogos que envolvem a noção de acaso: um estudo com adultos do Proeja”.

Pesquisador Responsável: Sirley Trugilho da Silva (NGP)

Telefones para contato: +55 27 3331-2148 / 2143

- ◆ Queremos investigar as explicações relacionadas à probabilidade e combinação construídas por estudantes adultos do Proeja durante prática de jogos de computador.
- ◆ Essa pesquisa pode melhorar o entendimento sobre o funcionamento do pensamento relacionado à probabilidade e combinação, para, assim, entender qual o papel do conteúdo (teoria das probabilidades) e do contexto (situação de jogos de computador) nas explicações e sentidos que os estudantes constroem na tarefa realizada.
- ◆ Você irá responder a um questionário sobre sua familiaridade com o computador e jogos de computador. Depois jogará individualmente três jogos no computador e responderá à questões sobre o que pensa naquele momento, por que decidiu em favor daquela jogada, etc. Em seguida, responderá a algumas perguntas sobre situações do jogo representadas por fotos da tela mostrando a situação. Tudo isso será registrado em papel e também gravado em áudio.
- ◆ Você não corre nenhum risco participando dessa pesquisa. Sua participação é importante porque os resultados desse trabalho poderão auxiliar na compreensão do funcionamento do pensamento do adulto no que se refere a questões relacionadas à probabilidade e informação.
- ◆ Essa pesquisa ocorrerá no período letivo de 2011/2 e 2012/1. Tudo que for escrito ou gravado será guardado em pastas que serão arquivadas em armário trancado e não serão utilizadas em seu prejuízo ou de outras pessoas, inclusive na forma de danos à estima, prestígio e prejuízo econômico ou financeiro.
- ◆ Fica garantido, assim à você, o direito de anonimato das informações que conseguirmos na pesquisa, inclusive na divulgação dos resultados da pesquisa em meio impresso (por exemplo, na publicação de um artigo de revista científica) ou por comunicação oral (em um congresso, seminário ou outro evento científico).
- ◆ Você poderá a qualquer momento deixar de participar voluntariamente desse estudo durante ou após sua participação, sem penalidades, perdas ou prejuízos para você mesmo.

**CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO DA PESSOA COMO SUJEITO**

Eu, \_\_\_\_\_, RG/ CPF/ n.º de matrícula \_\_\_\_\_, abaixo assinado, concordo em participar desse estudo como participante. Fui informado e esclarecido pela pesquisadora Sirley Trugilho da Silva sobre a pesquisa, como ela será feita, e também dos possíveis riscos e benefícios que podem surgir como resultado de minha participação. Foi garantido que posso retirar meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve à qualquer consequência negativa para mim.

Local e data

\_\_\_\_\_

Nome e Assinatura do participante:

\_\_\_\_\_

## Apêndice B. Questionário sobre familiaridade com computador e prática de jogos de computador

Este questionário faz parte de um estudo que investiga as explicações relacionadas à probabilidade e combinação construídas por estudantes adultos do Proeja durante prática de jogos de computador. Para isso, é preciso saber sobre a sua familiaridade com o uso do computador e com os jogos de computador. Suas respostas serão usadas anonimamente na divulgação dos resultados da pesquisa. Agradeço sua colaboração.

Nome: \_\_\_\_\_ Módulo: \_\_\_\_\_

### 1) Sexo

- 1.1  Masculino.                      1.2  Feminino.

### 2) Idade

- 2.1  Tenho entre 18 e 20 anos.                      2.2  Tenho entre 20 e 40 anos.

### 3) Você faz uso de jogos de computador?

- 3.1  Sim                                      3.2  Não.

3.3 Por quê? \_\_\_\_\_

### 4) O que você usa para jogar?

- 4.1  Computador.                      4.2  Orkut, facebook, etc.

- 4.3  Internet.                                      4.4  Vídeo games.

- 4.5  Celular.                                      4.6  Fliperamas.

- 4.7  MP 3,4,etc.                      4.8  Outros. Quais? \_\_\_\_\_

### 5) Diga quais os nomes dos jogos de computador de sua preferência?

\_\_\_\_\_

### 1) Onde que você pratica os jogos de computador? (pode assinalar várias opções)

- 6.1  Em casa.                      6.2  Em *lanhouses*.                      6.3  Na casa de amigos.

- 6.4  Na escola.                      6.5  Em qualquer lugar.

6.6  Outro lugar. Qual? \_\_\_\_\_

### 2) Você pratica jogos de computador quantas vezes por semana?

- 7.1  Uma vez por semana.                      7.2  Duas vezes por semana.

- 7.3  Três vezes por semana.                      7.4  Mais de três vezes por semana.

### 3) Em qual dia da semana você tem praticado jogos de computador?

- 8.1 ( ) Dias de semana.                      8.2 ( ) Finais de semana/feriados.  
 8.3 ( ) Dias de semana, finais de semana e feriados.  
 8.4 Por quê? \_\_\_\_\_
- 4) Quantas horas por dia você joga nos dias que usa os jogos de computador?  
 9.1 ( ) Menos de 1 hora .                      9.2 ( ) Entre 1 e 2 horas.  
 9.3 ( ) Entre 2 e 3 horas.                      9.4 ( ) Mais de 3 horas por dia.
- 10) Possui computador em casa?  
 10.1 ( ) Sim.                                      10.2 ( ) Não.  
 10.3 Quantos? \_\_\_\_\_
- 11) Habilidade com o computador  
 11.1 ( ) Sei usar bem.                              11.2 ( ) Sei usar mais ou menos.  
 11.3 ( ) Não sei usar bem.                      11.4 ( ) Nunca usei.
- 12) Há quanto tempo você utiliza computador?  
 12.1 ( ) Menos de 1 ano.    12.2 ( ) 3 até 5 anos.                      12.3 ( ) 1 até 3 anos.  
 12.4 ( ) Mais de 5 anos.    12.5 ( ) Nunca usei.
- 13) Frequência de uso do computador:  
 13.1 ( ) Diariamente.                              13.2 ( ) Três vezes por semana.  
 13.3 ( ) Menos de três vezes por semana                      13.4 ( ) Raramente.  
 13.5 ( ) Nunca usei.
- 14) Você consegue fazer essas tarefas num computador? (pode marcar várias opções).  
 14.1 ( ) Anexar um arquivo ao e-mail.  
 14.2 ( ) Usar programas de busca na internet (*Google, Yahoo, etc.*).  
 14.3 ( ) Usar planilha eletrônica (*Excel ou Calc, etc.*).  
 14.4 ( ) Abrir, salvar, deletar ou imprimir um arquivo.  
 14.5 ( ) Usar programas de comunicação em tempo real (*MSN, ICQ, Skype, etc.*).  
 14.6 ( ) Criar/editar um arquivo.  
 14.7 ( ) Copiar arquivo para CD/pen drive.  
 14.8 ( ) Copiar ou baixar arquivos da Internet.  
 14.9 ( ) Usar Orkut, facebook, etc.  
 14.10 ( ) Jogar jogos de computador (*Paciência, Campo minado, etc.*)
- 15) Você usa as redes sociais (Orkut, facebook, etc.) com que frequência?  
 15.1 ( ) Diariamente.                              13.2 ( ) Três vezes por semana.  
 15.3 ( ) Menos de três vezes por semana                      15.4 ( ) Raramente.  
 15.5 ( ) Nunca usei.

### Apêndice C – Classificação em níveis dos participantes no jogo *LikidGaz*

Tabela 3 - Classificação em níveis dos participantes nas 1ª partida e 1ª parte das situações-problema no jogo *LikidGaz*

Aluno	CATEGORIAS DE NÍVEL						NÍVEL DE ANÁLISE HEURÍSTICA NO JOGO	MODELOS DE SIGNIFICAÇÃO
	I. Construção de um Sistema de Procedimentos	II. Tipo de Análise	III. Compreensão e Aplicação das Regras do Jogo	IV. Estratégias de jogo	V. Noção do Acaso	VI. Inferências e deduções lógicas		
Ada	1 B	1 B	1 A	1 B	1 B	1 B	1 B	1
Celia	1 A	1 A	1 A	1 A	1 A	1 A	1 A	1
Caio	2 A	2 A	2 A	2 A	2 A	2 A	2 A	2
Clara	2 A	2 B	2 A	2 B	2 A	2 A	2 A	2
Edson	2 A	1 B	1 B	1 B	1 B	1 B	1 B	1
Eder	1 A	1 A	1 A	1 A	1 A	1 A	1 A	1
Igor	1 B	1 A	1 B	1 B	1 A	1 B	1 B	1
Iara	2 A	2 A	1 A	1 B	2 A	1 B	2 A	2
Marco	1 B	1 B	1 A	1 B	1 B	1 A	1 B	1
Rita	1 B	2 A	1 A	1 A	1 A	1 A	1 A	1
Ruti	2 A	2 B	3 A	3 A	2 B	2 A	2 B	3
Zoe	1 A	1 A	1 A	1 A	1 B	1 B	1 A	1

Tabela 4 - Classificação em níveis dos participantes na 2ª partida do no jogo *LikidGaz* e 2 últimas situações-problema

Aluno	CATEGORIAS DE NÍVEL						NÍVEL DE ANÁLISE HEURÍSTICA NO JOGO
	I. Construção de um Sistema de Procedimentos	II. Tipo de Análise	III. Compreensão e Aplicação das Regras do Jogo	IV. Estratégias de jogo	V. Noção do Acaso	VI. Inferências e deduções lógicas	
Ada	1 B	2 A	1 B	1 B	1 B	2 A	1B
Celia	1 B	1 B	1 B	1 B	1 B	1 B	1 B
Caio	2 A	2 A	2 A	2 A	2 A	2 A	2 A
Clara	2 A	2 B	2 B	2 A	2 A	2 B	2 A
Edson	2 A	1 B	1 B	1 B	1 B	1 B	1 B
Eder	1 B	1 A	1 B	1 B	1 A	1 B	1 B
Igor	1 B	1 B	1 B	2 A	2 A	1 B	1 B
Iara	2 A	2 A	2 A	1 B	2 A	2 A	1 B
Marco	1 B	1 B	1 B	1 B	1 B	1 A	1 B
Rita	1 B	2 B	1 A	1 A	1 A	1 A	1 A
Ruti	2 A	2 B	2 B	3 A	2 B	2 A	2 B
Zoe	1 A	1 A	1 B	1 B	1 B	1 B	1 B

## Apêndice D – Classificação em níveis nas tabelas de desempenho referentes ao jogo *Lucky Cassino*

Tabela 5 – Níveis de compreensão do jogo, tipificação e quantificação dos erros

Aluno	Nível	Partida	Erros					Total
			Nível 1	Nível 2	Nível 3	Nível 4	Nível 5	
Ada	1B	1	DFC-I (5)	DFC-I (1)	DFC-I (5)	N/A	DFC-I (1); I (1); DFCeCP-SP (6)	19
		2	DFC-I (3)	-	DFC-I (2)	N/A	DFC-I (1); I (1); DFCeCP-SP (3)	9
Celia	2A	1	DFC-I (3)	-	DFC-I (2)	S/A	DFC-I (1); I (2); DFCeCP-SP (2)	9
		2	DFC-I (3)	-	DFC-I (2)	N/A	DFC-I (1); I (3); DFCeCP-SP (2)	10
Caio	2B	1	-	-	-	-	-	0
		2	-	DFC-I (1)	-	N/A	-	1
Clara	3A	1	DFC-I (5)	DFC-I (10)	DFC-I (1)	I (1)	N/A	17
		2	-	-	DFC-I (2)	-	I (1)	3
Edson	1B	1	DFC-I (1)	DFC-I (1); C-I (1)	DFC-I (2)	N/A	DFC-I (3); I (1); DFCeCP-SP (4)	10
		2	DFC-I (4)	DFC-I (2)	N/A	-	DFC-I (2); I (2); DFCeCP-SP (5)	13

<b>Eder</b>	<b>2A</b>	1	DFC-I (4)	-	DFC-I (2)	N/A	DFC-I (1); I (1); DFCeCP-SP (6)	14
		2	DFC-I (4)	DFC-I (1)	-	DFC-I (2)	N/A	7
<b>Igor</b>	<b>1B</b>	1	DFC-I (4)	DFC-I (1)	DFC-I (1)	N/A	DFCeCP-SP (1)	7
		2	DFC-I(9) C-I (1)	N/A	DFC-I (6)	DFCeCP-SP(3) I (2)	DFC-I (1) DFCeCP-SP (2)	24
<b>Iara</b>	<b>3A</b>	1	-	-	DFC-I (2)	DFCeCP-SP(1)	DFCeCP-SP (4)	7
		2	DFC-I (3)	-	DFC-I (1)	-	DFCeCP-SP (1)	5
<b>Marco</b>	<b>2A</b>	1	DFC-I (4)	DFC-I (1)	DFC-I (2)	I (2)	DFCeCP-SP (2)	11
		2	DFC-I (1)	DFC-I (1)	DFC-I (2)	N/A	DFCeCP-SP (2) I (2)	8
<b>Rita</b>	<b>2A</b>	1	DFC-I (2)	-	DFC-I (1)	DFCeCP-SP (1) I (1) / DFC-I (1)	-	6
		2	DFC-I (2)	N/A	-	DFCeCP-SP (1)	N/A	3
<b>Ruti</b>	<b>3B</b>	1	DFC-I (1); C-I (1)	-	DFC-I (1)	DFC-I (1)	-	4
		2	-	-	-	-	-	0
<b>Zoe</b>	<b>2A</b>	1	-	-	N/A	DFCeCP-SP (1)	DFCeCP-SP (1)	2
		2	-	-	N/A	DFCeCP-SP(1); I (1)	DFCeCP-SP (2); DFC-I (1)	5

**Legenda dos tipos de erros** - Desigualdade dos Casos Favoráveis – Igualdade (**DFC-I**); Desigualdade dos Casos Favoráveis e dos Casos Possíveis – Sem Proporcionalidade (**DFCeCP-SP**); Igualdade (**I**); Certeza – Impossibilidade (**C-I**); Não avaliada (N/A) – o jogo automaticamente “pulou” o nível.

Aluno		Situações Problema				
		1	2	3	4	5
Ada	R	✓	✓	✗	✓	✓
	J	Percepção	Quantidade / Percepção	Percepção	Quantidade / Percepção	Percepção
Celia	R	✓	✓	✓	✓	✗
	J	Sorte	Quantidade bem maior	Proporção	É provável	Pouca ≠
Caio	R	✓	✓	✗	✗	✓
	J	Quantidade	Quantidade	Quantidade >	É provável	Quantidade
Clara	R	✓	✓	✓	✗	✓
	J	Quantidade	Quantidade ; Surpresa	Proporção	Surpresa	Quantidade
Edson	R	✓	✓	✗	✗	✗
	J	Percepção	Percepção	Percepção	Percepção	Percepção e erros no jogo
Eder	R	✓	✓	✗	✗	✓
	J	Quantidade	Quantidade	Quantidade <	Surpresa	Quantidade
Igor	R	✓	✓	✗	✗	✗
	J	Quantidade	Quantidade	Quantidade >	Surpresa	Quantidade
Iara	R	✓	✓	✓	✓	✓
	J	Quantidade	Quantidade	Proporção	Quantidade	Quantidade
Marco	R	✓	✓	✗	✗	✗
	J	Quantidade	Quantidade	Quantidade <	Quantidade; Surpresa	Quantidade

<b>Rita</b>	R	✓	✗ (tanto faz)	✗	✗	✓
	J	Quantidade	Percepção e Quantidade	Quantidade <	Surpresa e Percepção	Quantidade
<b>Ruti</b>	R	✓	✓	✓	✓	✓
	J	Quantidade	Quantidade	Proporção	É provável	Quantidade
<b>Zoe</b>	R	✓	✓	✗	✗	✓
	J	Percepção e Quantidade	Percepção e Quantidade	Quantidade >	Surpresa	Quantidade

Quadro 4 - Acurácia das respostas e julgamento das situações-problemas apresentadas.

**Apêndice E - Classificação em níveis nas tabelas de desempenho referentes ao jogo *Soma dos Dados***

Tabela 6 – Procedimentos e observações individuais durante cada partida e nível do jogo *Soma dos Dados*

Aluno	Nível (AH)	Partida 1			Partida 2			Observações		
		Procedimentos	Níveis do jogo			Procedimentos	Níveis do jogo			
			1	2	3		1		2	3
Ada	1	Previu números mais prováveis	4/10	3/8		Previu números mais prováveis	4/10	3/8		Inicia prevendo só com números pares. Após 3º fracasso começa a escolher números ímpares, mas nas duas partidas a preferência é por pares.
		Previu números menos prováveis	6/10	5/8	S/A	Previu números menos prováveis	6/10	5/8	S/A	
		Repetiu números no nível	10 (3x) 8 (2x)	-		Repetiu números no nível	12 (2x)	4 (2x)		
Celia	1	Previu números mais prováveis	4/10	3/8		Previu números mais prováveis	6/10	4/8		Apesar de na situação problema dizer que os números maiores são melhores, não os favorece em suas previsões.
		Previu números menos prováveis	6/10	5/8	S/A	Previu números menos prováveis	4/10	4/8	S/A	
		Repetiu números no nível	8 (3x) 2 (2x)	-		Repetiu números no nível	7 (3x)	7 (2x)		
Caio	3	Previu números mais prováveis	10/10			Previu números mais prováveis	10/10			Apesar de escolher sempre os mais prováveis, alterna quase sempre as previsões, de modo que não consegue acertar nenhuma.
		Previu números menos prováveis	-	S/A	S/A	Previu números menos prováveis	-	S/A	S/A	
		Repetiu números no nível	7 (4x) 6 (3x) 8 (2x)			Repetiu números no nível	8 (4x) 7 (3x) 6 (3x)			
Clara	2	Previu números mais prováveis	7/10	5/8	5/6	Previu números mais prováveis	7/10	7/8	5/6	Escolheu 12 (2x) e 11 na 1ª partida, o 11 na 2ª, mas nenhum dos menores com probabilidades equivalentes (2 e 3).
		Previu números menos prováveis	3/10	3/8	1/6	Previu números menos prováveis	3/10	1/8	1/6	
		Repetiu números no nível	7 (2x) 6 (2x)	7 (2x)	-	Repetiu números no nível	8 (2x) 7 (2x) 9 (2x) 6 (2x)	8 (2x) 9 (2x) 6 (2x)	6 (2x)	

Edson	1	Previu números mais prováveis	7/10	5/8	S/A	Previu números mais prováveis	6/10	5/8	S/A	Escolhe números menos prováveis nos dois extremos (menores e maiores) nas duas partidas, incluindo o 2 e 12.
		Previu números menos prováveis	3/10	3/8		Previu números menos prováveis	4/10	3/8		
		Repetiu números no nível	5 (2x) 8 (2x)	7 (2x)		Repetiu números no nível	8 (2x) 6 (2x)	6 (2x)		
Eder	1	Previu números mais prováveis	5/10	5/8	S/A	Previu números mais prováveis	5/10	3/8	2/6	Escolhe números menos prováveis nos dois extremos (menores e maiores) nas duas partidas, incluindo o 2 e 12.
		Previu números menos prováveis	5/10	3/8		Previu números menos prováveis	5/10	5/8	4/6	
		Repetiu números no nível	5 (2x)	-		Repetiu números no nível	4 (2x) 2 (2x) 7 (2x)	11 (2x)	-	
Igor	1	Previu números mais prováveis	7/10	4/8	3/6	Previu números mais prováveis	3/10	S/A	S/A	Na 1ª partida não escolhe os menos prováveis menores (2-4). Na 2ª partida, só o 4. Repetidamente escolhe os menos prováveis maiores.
		Previu números menos prováveis	3/10	4/8	3/6	Previu números menos prováveis	7/10			
		Repetiu números no nível	6 (3x) 8 (2x)	12(2x) 10(2x)	8(2x)	Repetiu números no nível	10 (3x)			
Iara	2	Previu números mais prováveis	6/10	4/8	3/6	Previu números mais prováveis	5/10	5/8	3/6	Escolheu 12, 11 e 10 diversas vezes, mas apenas uma vez nas duas partidas o 4 e nenhuma vez o 2 e 3. Joga 1x seguida o mesmo número por diversas vezes.
		Previu números menos prováveis	4/10	4/8	3/6	Previu números menos prováveis	5/10	3/8	3/6	
		Repetiu números no nível	8 (4x) 12 (2x)	10(2x) 5 (2x) 11(2x)	S/A	Repetiu números no nível	8 (2x) 12(2x) 10(2x) 6 (2x)	8 (3x) 7 (2x)	8 (2x) 7 (2x)	
Marco	1	Previu números mais prováveis	5/10	5/8	S/A	Previu números mais prováveis	5/10	S/A	S/A	Preferência pelos números maiores, mas não com base em jogadas x resultados, como afirma na situação-
		Previu números menos prováveis	5/10	3/8		Previu números menos prováveis	5/10			

		Repetiu números no nível	12 (2x) 10 (2x)	9 (2x)		Repetiu números no nível	11(2x)			problema
Rita	2	Previu números mais prováveis	7/10	6/8	5/6	Previu números mais prováveis	6/10			Escolhe o mesmo número duas vezes seguidas em diversos momentos, em ambas partidas. Evita os extremos, principalmente os inferiores: escolhe o 11, mas nunca o 3.
		Previu números menos prováveis	3/10	2/8	1/6	Previu números menos prováveis	4/10	S/A	S/A	
		Repetiu números no nível	5 (3x) 4 (2x) 6 (3x)	8 (3x)	8 (2x) 6 (2x)	Repetiu números no nível	4 (2x) 8 (3x) 11(2x) 9 (2x)			
Ruti	3	Previu números mais prováveis	6/10	3/8	4/6	Previu números mais prováveis	10/10	8/8	6/6	Na 1ª partida parece jogar indiscriminadamente. Após intervenção (situações-problema) na 2ª partida escolhe apenas os números centrais. Não joga seguidamente o mesmo n°.
		Previu números menos prováveis	4/10	5/8	2/6	Previu números menos prováveis	-	-	-	
		Repetiu números no nível	9 (2x)	11(2x) 4 (2)	-	Repetiu números no nível	7 (4x) 6 (2x) 9 (2x) 8 (2x)	6 (2x) 9 (2x) 8 (2x)	7 (2x) 8 (2x)	
Zoe	1	Previu números mais prováveis	4/10	4/8		Previu números mais prováveis	6/10	6/8	5/6	Repete em sequência apenas na 1ª partida. Escolhe números menos prováveis nos dois extremos (menores e maiores) nas duas partidas, incluindo o 2 e 12.
		Previu números menos prováveis	6/10	4/8	S/A	Previu números menos prováveis	4/10	2/8	1/6	
		Repetiu números no nível	8 (2x) 10(2x)	8 (2x)		Repetiu números no nível	9 (2x)	5 (2x) 7 (2x)	-	
<p>Legendas: N<sup>os</sup> mais prováveis: 05 a 09. N<sup>os</sup> menos prováveis: 02 a 04 e 10 a 12. S/A: Sem análise – o participante não atingiu o nível.</p>										

Aluno	Resposta e justificativa	Situações Problema				
		1	2	3	4	5
		“Pensando só nos números possíveis de sair no jogo Soma dos dados, qual é ou quais são o pior ou os piores números para se apostar? Como você sabe?”	“Qual é o melhor número para se apostar nesse jogo? Como você sabe?”	“Existe uma forma de se jogar bem esse jogo? Como seria?”	“Jeremias estava jogando o jogo Soma dos dados. Em sua primeira jogada, ele apostou no número 11 e ganhou. Ele escolheu bem o número? Como você sabe?”	“O jogador teve sorte, jogou bem ou as duas afirmações são verdadeiras? Analisando o registro das jogadas na figura, o que você pode usar para dizer que ele teve sorte e/ou que ele jogou bem?”
<b>Ada</b>	R J	<b>*</b> <i>Sorte</i>	<b>Pares</b> <i>Multiplicação (?)</i>	<b>Adivinhar, pares</b> <i>Acerto no jogo</i>	<b>*</b> <i>Depende da forma de pensar e escolher</i>	<b>Sorte</b> <i>O jogo é só pela sorte</i>
<b>Celia</b>	R J	<b>*</b> <i>Sorte</i>	<b>Intuição/ Maiores</b> <i>Sorte</i>	<b>*</b> <i>Sorte</i>	<b>Jogou bem</b> <i>Acertou a previsão</i>	<b>Jogou bem, teve sorte</b> <i>Viu que o 7 estava dando sorte e repetiu</i>
<b>Caio</b>	R J	<b>Extremos: 2, 10, 12</b> <i>Probabilidade de número igual em ambos os dados.</i>	<b>6, 7, 8</b> <i>Mais combinações</i>	<b>*</b> / Repetir alternando <i>Sorte pela variação</i>	<b>Não jogou bem, teve sorte</b> <i>Número grande aparece poucas vezes nos resultados</i>	<b>Jogou bem, teve sorte</b> <i>Repetiu um número médio.</i>
<b>Clara</b>	R J	<b>Menores: 2, 3 e 12</b> <i>Combinações difíceis</i>	<b>8,9</b> <i>Mais combinações</i>	<b>Acaso / Usar os melhores números</b> <i>Maior chance de acerto</i>	<b>Não / Sim</b> <i>Tinha duas chances de acertar</i>	<b>Jogou bem</b> <i>Acertou a previsão</i>
<b>Edson</b>	R J	<b>Maiores: 10, 11, 12</b> <i>Precisaria de números fortes (altos)</i>	<b>6 a 10</b> <i>Resultariam de um n° alto e um n° baixo, se compensam</i>	<b>*</b> / Ficar tranquilo <i>Sorte</i>	<b>Jogou bem</b> <i>Sorte, não escolheria esse número</i>	<b>Sorte</b> <i>Várias combinações pode fazer o 7</i>

<b>Eder</b>	R	<b>5, 9, 2</b>	<b>5 e 6</b>	<b>Fazer cálculos / Dos menores aos maiores</b>	<b>Sorte</b>	<b>Sorte</b>
	J	<i>Sorte</i>	<i>Números menores/ Sorte</i>	<i>Seria possível prever, não sabe calcular</i>	<i>Porque não se sabe a previsão</i>	<i>1 acerto pelo menos em todos os níveis</i>
<b>Igor</b>	R	<b>×</b>	<b>×</b>	<b>×</b>	<b>Sorte</b>	<b>Sorte e jogou bem.</b>
	J	<i>Sorte</i>	<i>Sorte</i>	<i>Sorte</i>	<i>Não consigo prever, é sempre sorte</i>	<i>Repetiu até acertar</i>
<b>Iara</b>	R	<b>Menores: 2, 3</b>	<b>6, 8, 10</b>	<b>Números maiores</b>	<b>Jogou bem</b>	<b>Jogou razoavelmente</b>
	J	<i>Resultados do jogo</i>	<i>Resultados do jogo</i>	<i>Mais combinações</i>	<i>Porque é número grande</i>	<i>O jogo é por acaso, não acredita em sorte</i>
<b>Marco</b>	R	<b>Menores: 1, 2</b>	<b>9, 8, 4, 5</b>	<b>Concentração</b>	<b>Jogou bem</b>	<b>Sorte</b>
	J	<i>Resultados do jogo</i>	<i>Resultados do jogo</i>	<i>Sorte</i>	<i>Acertou a previsão</i>	<i>Escolheu bem</i>
<b>Rita</b>	R	<b>Extremos: 2, 10 a 12</b>	<b>4 a 10</b>	<b>×/ ver resultados</b>	<b>Jogou bem ou teve sorte</b>	<b>Jogou bem</b>
	J	<i>Resultados em outros jogos no dia a dia</i>	<i>Resultados do jogo</i>	<i>Não se pode ver a posição inicial, sorte</i>	<i>O jogo é por acaso, não escolheria</i>	<i>Repetiu um número do meio, baixo.</i>
<b>Ruti</b>	R	<b>Extremos: 2, 3, 12</b>	<b>5 a 9</b>	<b>×</b>	<b>Teve sorte</b>	<b>Jogou bem</b>
	J	<i>Combinações difíceis</i>	<i>Mais combinações</i>	<i>Sorte</i>	<i>É um número grande</i>	<i>Usou a estratégia de repetir o número.</i>
<b>Zoe</b>	R	<b>Menores: 2, 3</b>	<b>10, 8, 12 e 11</b>	<b>×</b>	<b>Jogou bem</b>	<b>Sorte</b>
	J	<i>Menos prováveis</i>	<i>Sorte</i>	<i>Sorte</i>	<i>Acertou a previsão</i>	<i>Repetiu até acertar</i>
<b>Legenda</b>		<i>Modelo de significação 1</i>		<i>Modelo de significação 2</i>		<i>Modelo de significação 3</i>

Quadro 5– Respostas e julgamento das situações-problemas apresentadas

**Apêndice Digital – Registro das transcrições, planilhas eletrônicas dos jogos e tabelas de análise de dados.**

## **ANEXOS**

## **Anexo A – Descrição dos níveis de compreensão do jogo *Lucky Cassino* (Pylro, 2012, p. 189-191)**

**Nível 1** – “Ausência da noção de encaixe reversível”. O sujeito demonstra dificuldade de compreensão na tarefa, desde a compreensão à sua execução, e não evidencia comparações do tipo lógico-aritméticas entre as duas coleções, de modo que é incapaz de estabelecer relações quantitativas entre os elementos da urna, não conseguindo relacionar o possível e o necessário em uma totalidade. Joga aleatoriamente, como se o seu julgamento se baseasse apenas na ideia de pura sorte, de modo que escolhe aleatoriamente entre as duas urnas, ou elege uma única urna ao longo de toda a tarefa, independente do problema proposto. Assim, a escolha pela urna parece ser arbitrária, não podendo ser justificada. (Nível 1 A). Mais adiante, no Nível 1 B já começa a ser capaz de estabelecer comparações intuitivas entre os casos favoráveis e os possíveis, especialmente diante de desproporções mais nítidas entre as duas coleções. Ocasionalmente pode resolver acertadamente situações que apresentem apenas uma variável; ou seja, quando as duas urnas apresentam o mesmo número de casos favoráveis (esferas da cor desejada) ou o mesmo número de casos possíveis (número total de esferas em cada urna). Também pode focar-se na quantidade de esferas favoráveis (azuis ou vermelhas) desconsiderando os outros elementos que compõem as duas urnas, como se a quantidade de casos favoráveis (esferas azuis ou vermelhas) pudesse ser tomada como absoluta. Escolhe a coleção maior por esta conter mais casos favoráveis; ou opta pela menor, apenas por esta conter, p. ex. uma única esfera da cor desejada. Além disso, pode basear sua escolha em uma das urnas por esta ter saído um número maior de vezes (Nível 1 B).

**Nível 2** – “êxito geral das comparações com uma só variável”. Nesse nível o sujeito é capaz de solucionar o problema quando as duas urnas apresentam o mesmo número de casos favoráveis ou o mesmo número de casos possíveis, situações estas que são

predominantemente propostas no nível 1 e 2 do jogo *Lucky Cassino*. Porém, quando o sujeito faz a comparação da quantidade de esferas azuis e vermelhas, não atenta para relação entre a quantidade de esferas favoráveis (azul ou vermelha) e o número total de esferas, em cada uma. O que distingue esse sujeito desse nível, do nível 1B é que ele apresenta justificativas que já contemplam os casos favoráveis, os casos desfavoráveis (cor não desejada) e o total de esferas nas duas urnas. Diante de problemas de proporcionalidade, que podem aparecer a partir do nível 3 do jogo *Lucky Cassino*, ora escolhe a urna com a maior quantidade de esferas favoráveis, ora a com a menor. Ainda não resolve o problema quando este envolve variação do total de esferas e dos casos favoráveis em cada urna. O raciocínio para questões com duas variáveis é ainda inexato por falta de proporcionalidade (Nível 2 A). A resolução de problemas com duas variáveis só será possível no nível 2 B, sendo que esta ainda assistemática e alcançada a partir de tentativas empíricas ou de facilidade perceptiva, ou seja, quando há um número pequeno de esferas nas urnas, mas sem generalização (Nível 2 B).

Nível 3 – “solução das perguntas com duas variáveis”. Por já dispor de um raciocínio proporcional, o sujeito é capaz de apresentar respostas adequadas e sistemáticas a maioria das questões apresentadas nos cinco níveis do jogo *Lucky Cassino*, independente do tipo de problema. Sua análise caracteriza-se pelo estabelecimento de relações entre os casos favoráveis (esferas vermelhas ou azuis) e todas as esferas, na maioria das situações, denotando compreensão das probabilidades no sorteio das esferas em cada urna, ainda que não possa apresentar uma explicação mais sistematizada para tal fato. Já resolve as comparações de probabilidade que aparecem a partir do nível 3 do jogo (Nível 3A). Ao decidir sobre a proporcionalidade de ocorrência de determinada cor de esfera em um único sorteio não toma como referência de análise apenas as esferas favoráveis, mas igualmente as de outra cor e, portanto, dos casos possíveis. É capaz de resolver corretamente todas as

questões em todos os níveis do jogo, aplicando o conceito de probabilidade às suas justificativas. Quase não comete erros e, quando esses se colocam, decorrem de desatenção.