## UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO CENTRO TECNOLÓGICO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

# FELIPE CARVALHO BUNGENSTAB

# ESTIMATIVA DE RECALQUES DE SAPATAS APOIADAS EM SOLOS ARENOSOS – UMA ABORDAGEM PROBABILÍSTICA

VITÓRIA/ES 2011

### FELIPE CARVALHO BUNGENSTAB

# ESTIMATIVA DE RECALQUES DE SAPATAS APOIADAS EM SOLOS ARENOSOS – UMA ABORDAGEM PROBABILÍSTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito Santo como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil, na área de concentração em Geotecnia.

Orientador: Prof<sup>a</sup> Kátia Vanessa Bicalho, Ph.D.

Co-orientador: Prof. Rômulo Castello Henriques Ribeiro, D.sc.

VITÓRIA/ES 2011 Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP) (Biblioteca Central da Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

Bungenstab, Felipe Carvalho, 1986-

B942e Estimativas de recalques de sapatas apoiadas em solos arenosos : uma abordagem probabilística / Felipe Carvalho Bungenstab. – 2011. 206 f. : il.

> Orientadora: Kátia Vanessa Bicalho. Coorientador: Rômulo Castello Henriques Ribeiro. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

1. Solos arenosos. 2. Fundações (Engenharia). 3. Recalque de estruturas. 4. Confiabilidade (Engenharia). 5. Probabilidades. I. Bicalho, Kátia Vanessa. II. Ribeiro, Rômulo Castello Henriques. III. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Tecnológico. IV. Título.

CDU: 624

#### Felipe Carvalho Bungenstab

### ESTIMATIVA DE RECALQUES DE SAPATAS APOIADAS EM SOLOS ARENOSOS – UMA ABORDAGEM PROBABILÍSTICA

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Civil do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Aprovada em 25/ 10 / 2011 por:

KatialanissoBicallo

Profa. Dra. Kátia Vanessa Bicalho Doutora em Engenharia Civil Orientadora - UFES

Prof. Dr. Rômulo Castello Henriques Ribeiro Doutor em Engenharia Civil Co-orientador - UFES

mo

Prof. Dr. Bruno Teixeira Dantas Doutor em Engenharia Civil Examinador Interno - UFES

hor O

Prof. Dr. Nelson Aoki Doutor em Engenharia Civil Examinador Externo -EESC

Dedico esta obra à minha família, aos meus orientadores e aos que crêem na perseverança como uma vitória.

### AGRADECIMENTOS

À Deus, por tudo.

Aos meus pais pelo incentivo, mesmo nos momentos difíceis e no enfrentamento dos maiores obstáculos, sempre com palavras de amor e apoio.

Ao meu irmão pelas palavras de força e motivação.

À professora orientadora Kátia Vanessa Bicalho, pela dedicação, incentivos e orientação durante todo o período de trabalhos.

Ao professor co-orientador Rômulo Castello Henriques Ribeiro que esteve sempre à disposição desta pesquisa com suas opiniões e sugestões imprescindíveis.

Aos professores Nelson Aoki e Bruno Dantas pela disponibilidade e prontidão em participar da banca examinadora deste trabalho e pelas valiosas discussões e sugestões propostas.

Ao professor colaborador Adelmo Inácio Bertoldi pela disponibilidade em atendimento a dúvidas e a colaboração no trabalho.

A todos os professores que me foram referência no período de graduação.

Ao técnico do laboratório de mecânica dos solos Miguel Caxias pela amizade e disponibilidade.

A todos os que, durante esta caminhada, estiveram ao meu lado, como amigos, incentivando e apoiando nos momentos mais difíceis, e, compartilhando alegrias nos momentos de vitórias.

### RESUMO

BUNGENSTAB, F. C. *Estimativas de recalques de sapatas apoiadas em solos arenosos – uma abordagem probabilística*. 2011. 206 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2011.

Este trabalho aborda a análise probabilística de recalques de sapatas apoiadas em solos arenosos, concentrando-se na curva de solicitação (representada pelos recalques previstos com carga de serviço). Para isso, são discutidas três metodologias que utilizam os métodos do Segundo Momento de Primeira Ordem (FOSM), Segundo Momento de Segunda Ordem (SOSM) e simulação de Monte Carlo (MCS) para os cálculos de média e de variância dos recalques previstos segundo a equação proposta por Schmertmann (1970). A curva de variabilidade da resistência (recalques limites) é, simplificadamente, considerada constante para determinados valores limites. O módulo de deformabilidade  $(E_{Si})$  é suposto variando conforme a proposição de estratificação do solo, sendo a única variável aleatória independente analisada. Como exemplo de aplicação dessas metodologias é discutido um caso fictício de obra na região da Grande Vitória/ES, em que foi utilizado o processo de melhoramento do solo através de estacas de compactação de areia e brita pelo método Franki. Verifica-se que os métodos SOSM e MCS apresentam razoável similaridade nas simulações realizadas e o FOSM subestima os resultados devido à negligência dos termos de ordens superiores da série de Taylor. Também observa-se que a profundidade onde ocorre a maior influência na variância dos recalques depende da variação dos valores de  $E_{Si}$  nos horizontes analisados, com forte influência da distribuição do fator  $I_Z$  do método de Schmertmann (1970), sendo, desta forma, geralmente em torno de B/2 abaixo da cota de assentamento da sapata. Essas propostas de análise probabilística podem contribuir para o conhecimento do grau de incerteza envolvido nas previsões de recalque, conduzindo a projetos mais confiáveis e possivelmente menos conservadores.

PALAVRAS-CHAVE: Solos arenosos, fundações (engenharia), recalque de estruturas, confiabilidade (engenharia), probabilidades.

### ABSTRACT

BUNGENSTAB, F. C. *Estimated settlements of footings in sands – a probabilistic approach.* 2011. 206 p. M. Sc. Thesis (M.Sc. in Civil Engineering) Federal University of Espírito Santo, Vitória - Brazil, 2011.

This research discuss about probabilistic settlement analysis of footings in sands, focusing on the load curve (estimated settlements). For this purpose, three methodologies that take the First Order Second Moment (FOSM), Second Order Second Moment (SOSM) and Monte Carlo Simulation (MCS) methods for calculating mean and variance of the estimated settlements using the equation proposed by Schmertmann (1970) are discussed. The resistance variability curve (limit settlements) is assumed to be constant for some specific values. The deformability modulus  $(E_{Si})$ is considered varying according to the division of the soil into sub-layers and it is analyzed as the only independent random variable in process. As an example of the application of these methodologies, an unreal simplified case work in state of Espirito Santo, Brazil, on the use of compaction piles of sand and gravel, driven by Franki-type equipment, for densifying marine sandy soil, is discussed and evaluated. Results of the simulations indicate that there is significant similarity between SOSM and MCS methods and that the FOSM method underestimates the results due to the non-consideration of the high orders terms in Taylor expansion series. It has been also observed that the depth which the major variance contribution occurs is dependent of the  $E_{Si}$  values in the layer analyzed, with strong influence of the  $I_Z$  distribution factor, from Schmertmann (1970). The proposed probabilistic analyses may contribute to the knowing of the uncertainty in settlement estimations that can lead to more safety geotechnical design.

KEYWORDS: Sandy soils, foundations (engineering), settlement of structures, reliability (engineering), probabilities.

# LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ADD-IN	Suplemento acessório para software
ASTM	American Society for Testing and Materials – Sociedade Americana para
	Testes e Materiais
CAF	Cota de assentamento das fundações = $C.A.$
COV	Coeficient of variation - Coeficiente de variação = CV
CPT	Cone Penetration Test – Ensaio de Penetração de Cone
DMT	Dilatometer Marchetti Test – Ensaio do Dilatômetro de Marchetti
ES	Estado do Espírito Santo
fdp	Função densidade de probabilidade
FEM	Finite Element Method – Método dos Elementos Finitos
FOSM	First Order Second Moment – Método do Segundo Momento de Primeira
	Ordem
F.S.	Fator de segurança
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IJSN	Instituto Jones dos Santos Neves
PD	Penetrômetro Dinâmico
PEM	Point Estimated Method – Método das Estimativas Pontuais
PMT	Pressurometer Test – Ensaio Pressurométrico
MCS	Monte Carlo Simulation – Método da Simulação de Monte Carlo
NAVFAC	Naval Facilities Engineering Command – Departamento de Engenharia da
	Marinha Estadunidense
NBR	Norma Brasileira Regulamentadora
NtRand	(Numerical Technologies Random Generator for Excel) – Gerador de
	números aleatórios para o Excel
SOSM	Second Order Second Moment – Método do Segundo Momento de Segunda
	Ordem
SPT	Standart Penetration Test – ensaio de sondagem à percussão = SP
SOF	Scale of Fluctuation – escala de flutuação do parâmetro

# LISTA DE SÍMBOLOS

В	Largura da sapata
$p_{\rm F}$	Probabilidade de ruína da fundação, considerando o ELU
$f_S(S)$	Função densidade de probabilidade da solicitação
$f_R(R)$	Função densidade de probabilidade da resistência
$p_{\rm E}$	Probabilidade de ocorrência de recalques inadmissíveis, considerando o
	ELS
$\rho(x)$	Função densidade de probabilidade dos recalques previstos
$\rho_{lim}(x)$	Função densidade de probabilidade dos recalques inadmissíveis
ε <sub>x</sub>	Deformação específica na direção de x
ΔL	Deslocamento relativo entre duas partículas
L	Distância entre duas partículas
t	Tempo (em anos)
ρ	Recalque total previsto
$ ho_i$	Parcela correspondente ao recalque imediato
$ ho_a$	Parcela correspondente ao recalque por adensamento
$ ho_s$	Parcela correspondente ao recalque secundário
$\mathcal{E}_{l}$	Deformação específica no eixo da tensão principal maior
Es	Módulo de deformabilidade do solo
$\Delta \sigma_l$	Variação da tensão maior nos planos principais
$\Delta \sigma_2$	Variação da tensão intermediária nos planos principais
$\Delta\sigma_3$	Variação da tensão menor nos planos principais
μ	Coeficiente de Poisson do solo
Z	Profundidade do solo
$\Delta q_s$	Acréscimo de tensão induzido no solo
R	Raio da área carregada sobre o solo (teoria da elasticidade)
$I_p$	Coeficiente de influência que depende do coeficiente de Poisson $\mu$ e do raio
	R ao ponto onde é avaliado o recalque
$\sigma_z$	Carregamento uniaxial na direção de z
ε <sub>h</sub>	Deformação específica do solo na direção horizontal

ε <sub>v</sub>	Deformação específica do solo na direção vertical
N <sub>SPT</sub>	Índice de resistência à penetração do ensaio SPT
N <sub>SPT,60</sub>	Índice de resistência à penetração do ensaio SPT para a energia padrão de
	60%
q <sub>c</sub>	Resistência de ponta do ensaio CPT
α	Fator na correlação entre $E_s x q_c$
Κ	Fator na correlação entre $E_s x N_{SPT}$
q <sub>25</sub>	Capacidade de carga para um recalque limite de 25 mm
q <sub>125</sub>	Capacidade de carga para um recalque limite de 125 mm
Iz	Fator de influência nas deformações (Schmertmann, 1970 e Schmertmann
	et al. 1978)
$D_f$	Profundidade de assentamento da fundação
σ*	Acréscimo de tensão aplicado pela sapata (Schmertmann, 1970 e
	Schmertmann et al. 1978)
q	Tensão geostática existente no solo à profundidade de $D_{\rm f}$
$\Delta_Z$	Espessura de cada subcamada considerada homogênea (Schmertmann,
	1970 e Schmertmann et al. 1978)
$C_1$	Fator que considera o embutimento da sapata no solo (Schmertmann, 1970
	e Schmertmann et al. 1978)
$C_2$	Fator que considera o efeito de recalque com o tempo (Schmertmann, 1970
	e Schmertmann et al. 1978)
$\sigma_{_{v}}$	Tensão vertical em $I_{zmáx.}$ (Schmertmann et al. 1978)
δ	Escala de flutuação de um parâmetro geotécnico
ξ(z)	Propriedade do solo na profundidade z
t(z)	Função da tendência de variação do parâmetro
w(z)	Componente que representa a flutuação do parâmetro, atribuída a sua
	variabilidade intrínseca
Ni	Número de iterações do método MCS
$V[E_S]$	Variância total de E <sub>S</sub>
$V_1[E_S]$	Contribuição em $V[E_S]$ referente à variabilidade intrínseca do solo e da
	medição;

$V_2[E_S]$	Contribuição em $V[E_S]$ referente às correlações empíricas
$V_3[E_S]$	Contribuição em $V[E_S]$ referente à incerteza estatística.
V[ρ]	Variância total do recalque
σ[ρ]	Desvio-padrão amostral do recalque
Ε[ρ]	Esperança ou média do recalque
$q_{adm}$	Tensão admissível no terreno de fundação
$q_d$	Resistência de ponta do ensaio PD
$K_m$	Fator de melhoramento médio do solo após o processo de compactação
Cr	Compacidade relativa = densidade relativa $(D_R)$
γ	Peso específico do solo
Ø'	Ângulo de atrito interno do solo
$V_1[\rho]$	Contribuição em $V[\rho]$ referente à variabilidade intrínseca do solo e dos
	erros de medição
$V_2[\rho]$	Contribuição em V[p] referente às correlações empíricas
$V_3[\rho]$	Contribuição em V[p] referente à incerteza estatística.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Curvas de solicitações e resistências e de coeficientes de segurança para o caso de análise de confiabilidade no ELU de uma fundação (Aoki et al., 2002)25
Figura 1.2. Curvas de solicitações e resistências para o caso de análise de confiabilidade no ELS de uma fundação
Figura 1.3. Curvas de solicitações e resistências para o caso de análise de confiabilidade no ELS estudada neste trabalho
Figura 2.1. Definição de deformação em um sistema particulado (Lambe e Whitmann, 1969)
Figura 2.2. Recalques de uma fundação superficial sob carregamento vertical centrado (Velloso e Lopes, 2004; apud Soares, 2005)
Figura 2.3. Coeficiente de influência para o recalque de um carregamento uniforme sobre uma área circular, para o caso de profundidade infinita do meio elástico (Terzaghi, 1943)
Figura 2.4. Tensões de contato e recalques para sapatas em areias: (a) tipo flexíveis e (b) tipo rígidas (Das, 2009)
Figura 2.5. Módulos de deformabilidade obtidos de curvas tensão x deformação (Bowles, 1996)
Figura 2.6. Fator de influência na deformação vertical (Schmertmann, 1970)50
Figura 2.7 Fator de influência na deformação vertical (Schmertmann et al., 1978)52
Figura 2.8. Definições de movimentos de fundação (Burland et al., 1977)54
Figura 2.9. Valores limites para distorções angulares (Bjerrum, 1963)57
Figura 2.10. Exemplo de análise comparativa de recalques entre dois casos (A e B) com distribuições de probabilidade e médias diferentes
Figura 2.11. Incertezas na estimativa de propriedades geotécnicas (Kulhawy, 1992; apud Phoon et al., 1995)
Figura 2.12. Análise de recalques de um caso de fundação rasa (Gimenes e Hachich, 1992)
Figura 2.13. Variabilidade intrínseca do solo (Phoon et al., 1995)

Figura 2.14. Comparação de recalques medidos no final da construção e recalques previstos pelo método de Burland e Burbidge (1985) (Duncan, 2000)
Figura 2.15. Gráfico para análise probabilística de previsão de recalques (Sivakugan e Johnson, 2004)
Figura 2.16. Probabilidade de excedência para diferentes valores de recalques, segundo o método de Burland e Burbidge (1985) (Zekkos et al., 2004)
Figura 3.1. Procedimento para aplicação dos métodos probabilísticos que utilizam o <i>FOSM</i> e o <i>SOSM</i>
Figura 3.2. Cenário geotécnico para a simulação de avaliação do método MCS110
Figura 3.3. Variação de $E[\rho]$ (em %) em função do número de iterações e do $COV[E_{Si}]$ , utilizando o método <i>MCS</i> aplicado à equação de Schmertmann (1970)111
Figura 3.4. Variação de $\sigma[\rho]$ (em %) em função do número de iterações e do $COV[E_{Si}]$ , utilizando o método <i>MCS</i> aplicado à equação de Schmertmann (1970)111
Figura 3.5. Procedimento para aplicação do método probabilístico que utiliza o <i>MCS</i>
Figura 3.6. Casos estudados para a 1 <sup>a</sup> Situação (variação de $COV[E_{Si}]$ com a profundidade)
Figura 3.7. Casos estudados para a $2^a$ Situação (variação de $E_{Si}$ com a profundidade)
Figura 3.8. Distribuição de $V[\rho_i]$ com a profundidade para o 1º caso
Figura 3.9. Contribuição (em %) de cada nível em $V[\rho]$ para o 1º caso119
Figura 3.10. Distribuição de $V[\rho_i]$ com a profundidade para o 2º caso
Figura 3.11. Contribuição (em %) de cada nível em $V[\rho]$ para o 2º caso121
Figura 3.12. Distribuição de $V[\rho_i]$ com a profundidade para o 3º caso
Figura 3.13. Contribuição (em %) de cada nível em $V[\rho]$ para o 3º caso122
Figura 3.14. Distribuição de $V[\rho_i]$ com a profundidade para o 4º caso
Figura 3.15. Contribuição (em %) de cada nível em $V[\rho]$ para o 4º caso124
Figura 3.16. Distribuição de $V[\rho_i]$ com a profundidade para o 5° caso

Figura 3.17. Contribuição (em %) de cada nível em $V[\rho]$ para o 5° caso125
Figura 3.18. Polinômios de Taylor de ordens superiores (até a décima ordem) desenvolvidos ao redor de $E_S=5$ MPa para a função $f(E_S)=1/E_S$
Figura 3.19. Comparativo entre as esperanças (médias) dos recalques previstos através da aplicação dos métodos <i>FOSM</i> , <i>SOSM</i> e <i>MCS</i> à equação de Schmertmann (1970), com valores de $COV[E_S]$ entre 0 e 100%
Figura 3.20. Comparativo entre os desvios-padrão dos recalques previstos através da aplicação dos métodos <i>FOSM</i> , <i>SOSM</i> e <i>MCS</i> à equação de Schmertmann (1970), com valores de $COV[E_S]$ entre 0 e 100%
Figura 3.21. Distribuição de $V[\rho]$ com a profundidade para a comparação entre os métodos <i>FOSM</i> , <i>SOSM</i> e <i>MCS</i> , segundo um <i>COV</i> [E <sub>S</sub> ] =100%133
Figura 3.22. Contribuição (em %) de cada nível em $V[\rho]$ para a comparação entre os métodos <i>FOSM</i> , <i>SOSM</i> e <i>MCS</i> , segundo um <i>COV</i> [E <sub>S</sub> ] =100%133
Figura 3.23. Desvios-padrão previstos versus a variação do módulo de deformabilidade, para os métodos <i>FOSM</i> , <i>SOSM</i> e <i>MCS</i> aplicados à equação de Schmertmann (1970), para <i>COV</i> = 100%.
Figura 4.1. Espírito Santo: Posição geográfica, dimensões e limites (Fonte: IJSN, 2011)
Figura 4.2. Espírito Santo: Modelo digital de elevação (Fonte: IJSN, 2011)137
Figura 4.3. Perfil geotécnico típico de Itaparica, Vila Velha/ES (Castello e Polido, 1982)
Figura 4.4. Perfil geotécnico típico de Vitória/ES (Castello e Polido, 1986)138
Figura 4.5. Perfil geotécnico típico do terreno para o estudo de caso (Moraes, 2008)
Figura 4.6. Locação das estacas de compactação e dos ensaios SPT e PD realizados no terreno natural e após a compactação para a obra do estudo de caso (Moraes, 2008)141
Figura 4.7. Resumos estatísticos dos ensaios PD realizados no terreno natural e no terreno compactado (Moraes, 2008)
Figura 4.8. Exemplo de considerações para o cálculo dos recalques na sapata com B=4,2m. Situações (a) solo normalmente consolidado e (b) solo sobreconsolidado147

Figura 4.17. Distribuição da variância dos recalques com a profundidade para a sapata com B=2,0m, nos casos antes e após a compactação e solo normalmente consolidado......158

Figura 4.24. Contribuição de  $V_3[\rho]$  em  $V[\rho]$  versus a largura da fundação para o caso geral, na situação após a compactação, considerando a realização de *n* ensaios tipo PD......167

Figura 4.25. Contribuição média (em %) de  $V_1[\rho]$ ,  $V_2[\rho]$  e  $V_3[\rho]$  em  $V[\rho]$  para o caso geral, nas situações antes e após a compactação e solo normalmente consolidado......168

Figura 4.37. Comparação das probabilidades de excedência ( $\rho > 25$  mm) segundo a distribuição lognormal, previstas através dos métodos *FOSM*, *SOSM* E *MCS* para a consideração de solo normalmente consolidado na situação após a compactação......177

Figura A.1. Exemplos de funções de densidade de probabilidade normais ou gaussianas...192

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1. Valores do coeficiente de Poisson (Bowles, 1996)
Tabela 2.2. Faixa geral para valores de módulo de elasticidade de areias (Das, 2009)42
Tabela 2.3. Correlações do tipo E <sub>s</sub> x N <sub>SPT</sub> (Cordeiro, 2004)43
Tabela 2.4. Correlações do tipo E <sub>s</sub> x N <sub>SPT</sub> (Das e Sivakugan, 2007)43
Tabela 2.5. Valores típicos de $\alpha = E_S/q_c$ (Coduto, 2001; apud Cordeiro, 2004)45
Tabela 2.6. Correlações do tipo E <sub>S</sub> x q <sub>c</sub> (Das e Sivakugan, 2007)45
Tabela 2.7. Valores de K em função do tipo de solo (Schmertmann, 1970)
Tabela 2.8. Valores da relação K=q <sub>c</sub> /N <sub>SPT</sub> (Teixeira e Godoy, 1996; apud Cintra et al., 2003)
Tabela 2.9. Valores máximos de deformação do solo de fundação – edifícios com paredesresistentes ou pórticos sem diagonais (Novais Ferreira, 1976)
Tabela 2.10. Escalas de flutuação de algumas propriedades geotécnicas (Phoon et al., 1995)
Tabela 2.11. Coeficiente de variação para alguns resultados de ensaios comuns de campo(Phoon e Kulhawy, 1996; Phoon, 2008)
Tabela 2.12. Coeficiente de variação de parâmetros geotécnicos e ensaios in situ (Duncan, 2000)
Tabela 2.13. Erros de medição em ensaios de campo (Orchant et al., 1988; apud Phoon et al., 1995)
Tabela 2.14. Probabilidades de que os recalques previstos sejam maiores que os recalques mais prováveis (computados através de estudos anteriores), baseadas na distribuição lognormal dos recalques (Duncan, 2000)
Tabela 3.1. Dados geotécnicos para a simulação de avaliação do método MCS110
Tabela 3.2. Casos analisados nas duas situações (variação de $E_{Si}$ e $COV[E_{Si}]$ com a profundidade)
Tabela 4.1. Investigações geotécnicas realizadas no caso de obra

Tabela C.1. Dados geotécnicos para o cálculo dos recalques na sapata B=2,0m......199

Tabela C.6. Cálculo determinístico (método *FOSM*) dos recalques na sapata com B=2,0m, no caso geral – solo normalmente consolidado, depois da compactação......203

# SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA	23
1.1 OBJETIVOS	27
1.1.1 Objetivo geral	27
1.1.2 Objetivos específicos	28
1.2 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	30
2.1 RECALQUES	
2.1.1 Teoria da elasticidade aplicada à previsão de recalques	
2.1.2 Fatores importantes nas equações de previsão de recalques	34
2.1.3 Estimativas do módulo de deformabilidade de solos arenosos a partir	dos ensaios
SPT e CPT	41
2.2 RECALQUES DE SAPATAS EM SOLOS ARENOSOS	47
2.2.1 Métodos existentes	47
2.2.1.1 O método de Schmertmann (1970)	49
2.2.1.2 O método de Schmertmann et al. (1978)	51
2.2.1.3 Avaliação dos métodos de previsão de recalques	53
2.2.2 Recalques limites	54
2.3 ANÁLISES PROBABILÍSTICAS EM ENGENHARIA GEOTÉCNICA	59
2.3.1 Estatística básica – alguns conceitos	61
2.3.1.1 Inferência estatística	61
2.3.1.2 Probabilidades	62
2.3.2 Incertezas em engenharia geotécnica	64
2.3.2.1 Estatísticas das propriedades geotécnicas do solo	65
2.3.2.2 Variabilidade intrínseca dos solos	74
2.3.2.3 Incertezas de medição	75
2.3.2.4 Incertezas nas transformações de modelo	78
2.3.2.5 Variabilidade espacial dos solos	79
2.3.3 Incorporando incertezas em análises geotécnicas -métodos probabilíst	ticos80

2.3.3.1 O método do segundo momento de primeira ordem – FOSM81
2.3.3.2 O método do segundo momento de segunda ordem – SOSM82
2.3.3.3 O método da simulação de Monte Carlo (MCS)
2.3.4 Análises probabilísticas de recalques de sapatas em areias – estudos
anteriores
2.3.5 Análise crítica dos métodos probabilísticos e dos estudos anteriores91
3 ANÁLISE PROBABILÍSTICA DE RECALQUES DE SAPATAS EM SOLOS
ARENOSOS - METODOLOGIAS AVALIADAS94
3.1 AVALIAÇÃO DAS INCERTEZAS NO MÓDULO DE DEFORMABILIDADE DO
SOLO
3.2 OS MÉTODOS QUE UTILIZAM A SÉRIE DE TAYLOR100
3.2.1 O Método FOSM aplicado à equação de Schmertmann (1970)100
3.2.2 O Método SOSM aplicado à equação de Schmertmann (1970)102
3.2.3 Procedimento para a utilização dos métodos103
3.3 O MÉTODO QUE UTILIZA A SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO (MCS)109
3.3.1 O Método MCS aplicado à equação de Schmertmann (1970)109
3.3.2 Procedimento para a utilização do método112
3.4 UTILIZANDO A EQUAÇÃO DE SCHMERTMANN ET AL. (1978)115
3.5 APRECIAÇÃO DAS METODOLOGIAS ADOTADAS115
3.5.1 Simulações para análise da influência de $E_{Si}$ e $COV[E_{Si}]$ na metodologia que utiliza
o método FOSM115
3.5.2 Vantagens e desvantagens das metodologias que utilizam o FOSM e o
<i>SOSM</i>
3.5.3 Vantagens e desvantagens da metodologia que utiliza o método MCS
3.6 COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS FOSM, SOSM e MCS130
4. APLICAÇÃO DOS MÉTODOS PROBABILÍSTICOS AVALIADOS – ESTUDO DE

4.3 CONSIDERAÇÕES PARA AS ANÁLISES REALIZADAS	142
4.3.1 Análises para o solo considerado normalmente consolidado	
4.3.1.1 Análise determinística	149
4.3.1.2 Análise probabilística	156
4.3.2 Análises para o solo considerado sobreconsolidado	
4.3.2.1 Análise determinística	
4.3.2.2 Análise probabilística	170
4.4 COMPARAÇÃO ENTRE OS TRÊS MÉTODOS PROBABILÍSTICOS AF	PLICADOS AO
ESTUDO DE CASO	174
5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS	178
5.1 CONCLUSÕES	
5.2 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS	
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	
APÊNDICE A – FUNÇÕES DENSIDADE DE PROBABILIDADE	NORMAL E
LOGNORMAL	191
APÊNDICE B – PROCESSO DE MELHORAMENTO DE SOLOS A	ATRAVÉS DE
ESTACAS DE COMPACTAÇAO	195
APÊNDICE C – EXEMPLO DOS CÁLCULOS REALIZADOS PARA A S	APATA COM
B=2,0M – MÉTODOS <i>FOSM</i> E <i>SOSM</i>	199

### 1 INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA

De acordo com a NBR 6122/2010, os projetos geotécnicos de fundações devem ser desenvolvidos para o atendimento aos estados limites último (ELU) e de serviço (ELS). O estado limite último representa os mecanismos que conduzem ao colapso da fundação e são, basicamente, verificados pela capacidade de carga em relação à ruptura do solo de fundação, podendo ser calculado através de métodos teóricos ou empíricos, utilizados numa abordagem convencional baseada em coeficientes de segurança. A análise do estado limite de serviço deve assegurar que o valor do efeito das ações (por exemplo, o recalque previsto) seja igual ou inferior ao valor limite de serviço (admissível) do efeito dessas ações (por exemplo, recalque aceitável). A capacidade de carga admissível da fundação será, então, o menor valor da tensão calculada considerando esses dois critérios.

Para o caso de sapatas assentes em solos arenosos, os recalques são fatores dominantes no dimensionamento geotécnico, exceto para casos de ocorrência de solos muito fofos e de fundações de pequena dimensão, geralmente, com B<1,5m (Schmertmann, 1970; Milititsky et al., 1982 e Sivakugan e Johnson, 2002). De Mello (1975) também ressaltou a importância da análise de recalques como critério para o dimensionamento de fundações por sapatas, considerando a influência do tipo de solo (para areias e siltes o critério de ruptura só é condicionante para sapatas muito pequenas) e o aumento de porte e grau de exigência das construções (níveis de recalques e fissuramentos admissíveis que afetem cada vez menos a superestrutura).

Os métodos usuais para previsão desse tipo de recalques são semi-empíricos e utilizam os resultados dos ensaios de campo para correlações com o módulo de deformabilidade, entre eles: CPT e SPT. Os resultados das previsões realizadas através desses diferentes métodos indiretos, entretanto, são muito divergentes sendo, geralmente, maiores que os recalques medidos no campo, levando a projetos geotécnicos conservadores (Jeyapalan e Boehm, 1986; Tan e Duncan, 1991; Papadoulos, 1992; Sivakugan et. al. 1998).

Segundo Sivakugan e Johnson (2004), a grande dispersão encontrada para a comparação

entre os recalques previstos por diferentes métodos e os medidos no campo pode ser devido à variabilidade associada aos solos, à falta de acurácia dos modelos de previsão ou ao módulo de deformabilidade derivado dos resultados de penetração dos ensaios de campo. Entretanto, essa dispersão permanece sem quantificação evidente, já que a maioria dos estudos anteriores que buscaram comparar os métodos de previsão utilizou análises estatísticas básicas para essa realização (usualmente pela determinação de média dos recalques previstos e medidos). Tal quantificação pode ser melhor entendida através da associação de análise probabilística à essas previsões.

Estudos probabilísticos ou de confiabilidade e de avaliação de risco têm se tornado mais populares na engenharia geotécnica apenas nas últimas décadas (Sivakugan e Johnson, 2004), sendo que análises como a de previsões de recalques ou capacidade de carga quanto à ruptura do solo de fundação ainda são usualmente realizadas de forma determinística, considerando apenas a média das propriedades geotécnicas envolvidas nos cálculos e fatores para minoração parcial/total dos parâmetros/resultados encontrados, em favor da segurança. Tais análises não incorporam quaisquer efeitos de variabilidade dos parâmetros do solo e estruturais, erros envolvidos no processo estimativo e limitações teóricas atribuídas a cada modelo de cálculo, resultando na falta de conhecimento das incertezas associadas às previsões realizadas, o que pode originar projetos conservadores (fatores de segurança com valores excessivos) ou subdimensionados (com possibilidade de ruína ou colapso da obra). Assim, qualquer tentativa de quantificação dessas fontes de incerteza e de sua incorporação aos resultados das previsões geotécnicas através de análises probabilísticas é, de certo, de grande valia.

A maioria dos trabalhos existentes na literatura geotécnica sobre análises probabilísticas trata do ELU, representando a probabilidade de ruína ou colapso das fundações. De acordo com Aoki et al. (2002), essa probabilidade é função da posição relativa e do grau de dispersão das curvas de densidade de probabilidade da solicitação  $f_S(S)$  e da resistência  $f_R(R)$ , conforme apresentado na figura 1.1, tal que:

$$p_F = \int_0^\infty F_R(R) \cdot f_S(S) dx \qquad [1.1]$$

onde:  $f_S(S)$  é a curva densidade de probabilidade da solicitação, que representa a variabilidade da solicitação, relacionada com as combinações de cargas e variabilidade da magnitude do valor das ações; e  $f_R(R)$  é a curva densidade de probabilidade da resistência, que representa a variabilidade da resistência, relacionada com a variabilidade da capacidade de carga geotécnica.



Figura 1.1. Curvas de solicitações e resistências e de coeficientes de segurança para o caso de análise de confiabilidade no ELU de uma fundação (Aoki et al., 2002).

Esse mesmo conceito de probabilidade também pode ser aplicado ao ELS das fundações (figura 1.2). Para o caso da consideração do recalque de sapatas, a probabilidade de ruína passa a representar a probabilidade de ocorrência do efeito das ações (recalque previsto com carga de serviço,  $\rho(x)$ ) em relação ao limite de serviço do efeito dessas ações (recalques limites ou inadmissíveis,  $\rho_{lim}(x)$ ). Assim, as funções de densidade de probabilidade das solicitações e das resistências assumem a variabilidade dos recalques previstos e dos recalques limites ou inadmissíveis, respectivamente.



Figura 1.2. Curvas de solicitações e resistências para o caso de análise de confiabilidade no ELS de uma fundação.

A probabilidade de ocorrência de recalques inadmissíveis será então:

$$p_E = \int_0^\infty \rho(x) . \rho_{\rm lim}(x) . dx \qquad [1.2]$$

Para o caso de recalques de sapatas assentes em solos arenosos, o cálculo dos recalques previstos ( $\rho$ ) pode ser realizado através de métodos estimativos, como: Schmertmann (1970), Schmertmann et al. (1978), Burland e Burbidge (1985), Berardi e Lancellotta (1991). Observa-se, entretanto, que os efeitos da interação solo-estrutura devem ser considerados, quando conveniente. Já a avaliação dos recalques limites ( $\rho_{lim}$ ) pode ser realizada através de três maneiras distintas, segundo Negulescu e Foerster (2010):

- Métodos empíricos observacionais;
- Métodos que usam os princípios da engenharia estrutural;
- Métodos de modelagem numérica.

Em recente estudo, Zhang e Ng (2005) examinaram a variabilidade dos deslocamentos limites de estruturas e propuseram funções de distribuição de probabilidade desses deslocamentos para pontes de aço e pontes de concreto, edifícios em fundações superficiais e profundas.

Este trabalho, aborda a análise probabilística de recalques de sapatas apoiadas em solos arenosos, concentrando-se na curva de solicitação (representada pelos recalques previstos com carga de serviço) assumindo, simplificadamente, que a variabilidade da curva de resistência é nula, ou seja, que essa curva é degenerada para uma reta constante para determinados valores limites, conforme a figura 1.3.

Sendo assim, a probabilidade de ocorrência de recalques inadmissíveis passa a ser dada por:

$$p_E[\rho \ge \rho_{\lim}] = \int_{\rho_{\lim}}^{\infty} \rho(x) dx \qquad [1.3]$$



Figura 1.3. Curvas de solicitações e resistências para o caso de análise de confiabilidade no ELS estudada neste trabalho.

As integrais das equações (1.1, 1.2 e 1.3) são, por vezes, difícies de serem solucionadas, principalmente nos casos em que as análises probabilísticas são realizadas em termos de muitas variáveis aleatórias. Para a avaliação desses casos, são utilizadas aproximações analíticas (ou métodos de confiabilidade). Este trabalho apresenta três metodologias para essa finalidade, que utilizam os métodos do Segundo Momento de Primeira Ordem (*FOSM*), Segundo Momento de Segunda Ordem (*SOSM*) e da Simulação de Monte Carlo (*MCS*) aplicados à equação de previsão de recalques proposta por Schmertmann (1970), para a caracterização da curva de variabilidade

A associação de análise probabilística aos recalques previstos pode ser um grande indicativo, ao engenheiro geotécnico, da variabilidade do solo e das incertezas advindas dessas previsões, aumentando a confiabilidade das tomadas de decisão nesses casos.

#### **1.1 OBJETIVOS**

### 1.1.1 Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho é contribuir para o entendimento da análise da probabilidade de ocorrência de recalques inadmissíveis de sapatas assentes em solos arenosos.

São estudados três métodos probabilísticos (Segundo Momento de Primeira Ordem, Segundo Momento de Segunda Ordem e Simulação de Monte Carlo) aplicados à equação de previsão de recalques proposta por Schmertmann (1970), sendo que a função de variabilidade dos recalques limites é considerada uma reta (constante). O solo é suposto estratificado, onde a única variável aleatória independente analisada é o módulo de deformabilidade.

### 1.1.2 Objetivos específicos

São objetivos específicos desta dissertação:

- Comparar essas três metodologias (FOSM, SOSM e MCS) aplicadas à equação de Schmertmann (1970) para a análise probabilística do ELS, considerando a probabilidade de excedência de valores de limites recalques de sapatas isoladas e assentes em perfis de solos arenosos, quanto ao desempenho e à facilidade de aplicação;
- Ilustrar a aplicação dessas metodologias em um estudo de caso de obra em que foi utilizada a técnica de melhoramento de solo através de estacas de compactação de areia e brita pelo método Franki. Simplificadamente, considerou-se uma fundação com sapatas de geometria e carregamento constantes, isoladas e assentes em perfil de solo arenoso estratificado, com módulo de deformabilidade variável com a profundidade;
- Apresentar uma forma final de análise da probabilidade de excedência de valores de limites de recalques dos resultados encontrados.

### **1.2 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO**

A presente dissertação é estruturada da seguinte forma:

O capítulo 2, de revisão bibliográfica, encontra-se dividido em duas partes: a primeira apresenta e discute sucintamente a teoria da elasticidade e os fatores que influenciam diretamente a previsão de recalques de sapatas em solos arenosos. É realizada uma breve discussão sobre o

estado da arte envolvendo essas metodologias de previsão e também são mostradas duas delas, semi-empíricas, baseadas nos resultados do ensaio de campo CPT (Schmertmann, 1970; Schmertmann et al., 1978). Os deslocamentos limites para sapatas em areias também são comentados. Na segunda parte, apresentam-se os procedimentos envolvidos na concepção das análises probabilísticas em engenharia geotécnica, introduzindo conceitos básicos de inferência estatística e probabilidades, identificando e descrevendo as fontes de incerteza nas estimativas dos parâmetros de cálculo e apresentando os métodos probabilísticos para a incorporação dessas incertezas nas análises de confiabilidade. Também é apresentada uma revisão baseada nos estudos anteriores sobre a aplicação de métodos probabilísticos na previsão de recalques de sapatas em solos arenosos.

O capítulo 3 apresenta e discute 03 (três) metodologias para análise de probabilidade da ocorrência de recalques inadmissíveis de sapatas apoiadas em solos arenosos, que utilizam os métodos probabilísticos *FOSM*, *SOSM* e *MCS* aplicados à equação de Schmertmann (1970), sendo que a função de variabilidade dos recalques limites é considerada constante.

O capítulo 4 ilustra a aplicação dos métodos probabilísticos em um caso fictício de obra no município de Vila Velha/ES, onde foi utilizado o processo de melhoramento de solo através de estacas de compactação de areia e brita pelo processo Franki. Os resultados obtidos nesse estudo de caso são analisados e discutidos sob os enfoques determinístico e probabilístico.

O capítulo 5 apresenta as conclusões obtidas no trabalho e algumas sugestões para pesquisas futuras.

### 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo de revisão bibliográfica é dividido em duas partes. A primeira apresenta e discute sucintamente a teoria da elasticidade e os fatores que influenciam diretamente a previsão de recalques de sapatas em solos arenosos. É realizada uma breve discussão sobre o estado da arte envolvendo essas metodologias de previsão de recalques e também são mostradas duas delas, semi-empíricas, baseadas nos resultados dos ensaios de campo CPT (Schmertmann, 1970; Schmertmann et al., 1978). Os recalques limites para sapatas em areias também são comentados.

Na segunda parte, são apresentados os procedimentos envolvidos na concepção de análises probabilísticas aplicadas à engenharia geotécnica, na qual são introduzidos alguns conceitos estatísticos básicos, identificadas e descritas as fontes de incertezas nas estimativas dos parâmetros geotécnicos e os métodos probabilísticos (*FOSM*, *SOSM* e *MCS*) para a incorporação dessas incertezas nas análises de confiabilidade. Também é apresentada uma revisão baseada em estudos anteriores sobre a aplicação de métodos probabilísticos na previsão de recalques de sapatas em solos arenosos.

### **2.1 RECALQUES**

Segundo Lambe e Whitman (1969), o conceito de deformação aplicado aos solos pode ser entendido com o auxílio da figura 2.1, onde a deformação específica ( $\varepsilon_x$ ) é definida pela razão do deslocamento relativo  $\Delta L$  entre duas partículas e a distância inicial L, entre elas. As deformações experimentadas por um elemento (ou massa) de solo são resultado dos movimentos relativos entre as partículas que o compõe. Tais deformações ocorrem devido a variações no seu estado de tensões efetivas e, quando causam deslocamentos verticais (para baixo) da massa de solo subjacente às fundações (sapatas, por exemplo), dá origem ao que se conhece por recalque da fundação.



Figura 2.1. Definição de deformação em um sistema particulado (Lambe e Whitmann, 1969).

As deformações nos solos ocorrem através do rolamento e do deslizamento das partículas, que produzem variação no índice de vazios da massa de solo e da quebra de grãos, que produz alteração em sua composição estrutural (Bowles, 1996). A relação tensão x deformação é tipicamente elasto-plástica e não-linear, ou seja, além da limitação de validade da lei de *Hooke* para esse caso, o descarregamento ou o alívio de tensão de uma massa de solo previamente carregada ou tensionada não indica total recuperação das deformações sofridas por ela, permanecendo uma parcela residual.

Os recalques podem ser classificados, de acordo com a figura 2.2, de duas maneiras distintas: imediatos e de adensamento. O primeiro deles ocorre para situações em que o solo permite a drenagem imediata da água presente nos poros (no caso da existência de algum grau de saturação) e o movimento das partículas ocorre de maneira instantânea (t=0) à aplicação do carregamento. No segundo caso, que ocorre para solos com baixa permeabilidade (argilas e siltes), o recalque final é a soma dos recalques imediatos, de adensamento (dissipação gradativa de poro-pressão com aumento proporcional de tensão efetiva) e da parcela do recalque secundário devido ao efeito *creep*, que ocorre devido à deformação do esqueleto do solo sem o acréscimo de tensão efetiva. Para o caso especial de argilas ainda existe o caso de recalque imediato não-drenado. De uma forma geral, o recalque total é, então, dado por:

$$\rho = \rho_i + \rho_a + \rho_s \tag{2.1}$$

onde:  $\rho_i$  é o recalque imediato;  $\rho_a$  é o recalque por adensamento e  $\rho_s$  é o recalque secundário.



Figura 2.2. Recalques de uma fundação superficial sob carregamento vertical centrado. (Velloso e Lopes, 2004; apud Soares, 2005).

### 2.1.1 Teoria da elasticidade aplicada à previsão de recalques

A maioria dos métodos comumente utilizados para as estimativas de recalques de sapatas advém de aproximações da teoria da elasticidade linear, segundo a Lei de *Hooke* (apresentada na equação abaixo), na qual o solo é considerado um material elástico, homogêneo e isotrópico.

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E_s} \left[ \Delta \sigma_1 - \mu (\Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3) \right]$$
[2.2]

sendo:  $\mathcal{E}_1$  = deformação específica no eixo da tensão principal maior,  $\mathcal{E}_S$  = módulo de elasticidade,  $\mu$  = coeficiente de Poisson e  $\Delta \sigma_1$ ,  $\Delta \sigma_2$  e  $\Delta \sigma_3$  as variações das tensões maior, intermediária e menor nos planos principais.

O recalque elástico pode ser obtido através da integração da deformação vertical causada no solo pela ação das cargas aplicadas na fundação ao longo de um domínio ou profundidade definida (equação 2.3). Tal obtenção requer que sejam conhecidos a distribuição das tensões ao longo da massa do solo e os valores de módulo de elasticidade (ou de Young) e do coeficiente de Poisson dessa massa.

$$\rho = \int_{0}^{\infty} \varepsilon_z dz \qquad [2.3]$$

A equação 2.3 pode ser resolvida para diferentes condições de contorno, gerando soluções distintas para essas diferentes situações (espessura da camada de solo infinita, semi-infinita, área carregada no formato circular ou retangular, por exemplo). Tais soluções não são abordadas neste

trabalho, mas considere como exemplo a solução para o cálculo do recalque no centro de uma área circular uniformemente carregada sobre um material elástico de profundidade,  $z = \infty$  (Lambe e Whitman, 1969):

$$\rho = \Delta q_s \frac{R}{E_s} I_P$$
[2.4]

onde:  $\Delta q_s$  é acréscimo de tensão uniformemente aplicado numa área de raio R na superfície de um meio elástico; R é o raio da área carregada; I<sub>p</sub> é um coeficiente de influência que depende do coeficiente de Poisson ( $\mu$ ) e do raio ao ponto onde é avaliado o recalque.

O coeficiente de influência I<sub>p</sub> pode ser avaliado de acordo com a figura 2.3:



Figura 2.3. Coeficiente de influência para o recalque de um carregamento uniforme sobre uma área circular, para o caso de profundidade infinita do meio elástico (Terzaghi, 1943).

Apesar de ser fato que o solo não se comporta como um material elástico, homogêneo e isotrópico, é corrente a utilização da teoria da elasticidade para a análise de recalques, tanto pela simplicidade dos cálculos quanto pelas razoáveis aproximações com a realidade, principalmente, para o caso de solos coesivos sobreadensados, nos quais o módulo de deformabilidade pode ser considerado constante com a profundidade (Cintra et al., 2003).

Das (2009) observou que o uso perito de métodos estimativos de recalques baseados na teoria da elasticidade tem apresentado eficácia em projetos, construções e manutenção de estruturas.

Deve ser observado, entretanto, que a proporcionalidade entre tensão x deformação, premissa para a aplicação da teoria da elasticidade linear, só é válida para um nível baixo de tensões que, segundo Terzaghi (1943), é possível tomando o coeficiente de segurança em relação à tensão de ruptura do solo de fundação igual a 3.

De acordo com Rocha Filho e Romanel (1984), a aplicação da teoria da elasticidade para as estimativas de recalque depende de numerosos fatores, tais como:

- Geometria (circular, retangular, corrida) e propriedades (flexibilidade, rugosidade) da fundação,
- Carregamento (intensidade, distribuição, inclinação, por exemplo),
- Geometria do maciço (semi-espaço, camada sobre base rígida rugosa, camadas múltiplas, por exemplo),
- Propriedades elásticas dos solos que formam o maciço (anisotropia, heterogeneidade).

Alguns desses fatores influentes nas estimativas de recalques são abordados a seguir, com alguma ênfase para o caso do recalques de sapatas em solos arenosos.

### 2.1.2 Fatores importantes nas equações de previsão de recalques

Segundo Sivakugan e Johnson (2004), os métodos tradicionais de previsão de recalques reconhecem que a tensão aplicada, o módulo de deformabilidade e a largura da fundação são os fatores que mais afetam os recalques. Dois outros fatores que contribuem, em menor escala, são a forma e o embutimento da fundação. Poulos (2000) observou, entretanto, que a maior dificuldade no exercício da previsão de recalques é a estimativa correta do módulo de deformabilidade.

Bowles (1996) listou dois principais problemas em análises de recalques, que são:

 A determinação do módulo de deformabilidade – mesmo em ensaios de laboratório existem divergências nos valores determinados para E<sub>s</sub>, além da dificuldade na obtenção de amostras indeformadas confiáveis e da variação do módulo dentro da zona de influência das deformações devido à estratificação do solo. São observadas algumas propriedades importantes na determinação de  $E_s$ , quais sejam: anisotropia do solo, histórico de tensões, cimentação (*aging*),

 A determinação de uma distribuição confiável de tensões provenientes do carregamento aplicado, o que dificulta a determinação da zona de influência das deformações.

Outros fatores importantes nessas análises são:

- A adoção da teoria da elasticidade linear, que caracteriza o solo como meio idealmente elástico, homogêneo e isotrópico, apesar de esse ser um material elasto-plástico, anisotrópico e com relação tensão x deformação não-linear (Hachich et al., 1998),
- A interação solo-estrutura, que é usualmente negligenciada em estimativas de recalques realizadas para projetos mais simples.

Alguns desses são brevemente apresentados a seguir:

### a) Rigidez da fundação

A rigidez da fundação está diretamente ligada à distribuição das tensões de contato sapata x solo e, consequentemente, às tensões induzidas na massa do solo. A forma da distribuição de tensão desenvolvida entre uma placa uniformemente carregada e o solo de apoio depende da rigidez da placa e do tipo do solo. A figura 2.4 mostra que em areias os recalques de uma sapata flexível são maiores nas bordas e menores no centro, devido ao efeito de confinamento. Já as tensões de contato no caso de uma sapata rígida devem ser maiores no centro e menores nas bordas, para a ocorrência de recalque uniforme.

As considerações para os cálculos de tensões induzidas no solo, de acordo com os primeiros métodos baseados na teoria da elasticidade, são para carregamento uniformemente distribuído na superfície, o que sugere o caso de sapatas perfeitamente flexíveis.


Figura 2.4. Tensões de contato e recalques para sapatas em areias: (a) tipo flexíveis e (b) tipo rígidas (Das, 2009).

Comparativamente, conforme observado por Mayne e Poulos (1999), a magnitude da deformação no centro de uma placa rígida sob uma camada compressível infinita é de cerca de 0,785 vezes a de uma placa flexível. No caso mais real, as fundações encontram-se no intermédio das considerações de rigidez e flexibilidade perfeitas, sendo que existem na comunidade geotécnica algumas propostas para fatores de correção quanto à esse quesito, conforme pode ser encontrado, por exemplo, em Mayne e Poulos (1999).

# b) Carregamento (magnitude, tipo e posição)

A magnitude do carregamento é diretamente proporcional ao acréscimo de tensões induzido na massa do solo e, conseqüentemente, às deformações causadas por ele. Se esse carregamento for aplicado de forma excêntrica ao centro de gravidade de uma sapata, podem ser gerados momentos expressivos em sua base, ocasionando uma possível rotação. Já a inclinação do carregamento pode ocasionar componentes de força lateral causando possíveis movimentos nessa direção. Carregamentos verticais aplicados no centro de gravidade das sapatas tendem a gerar apenas movimentos verticais da massa de solo.

#### c) Geometria da fundação, embutimento no solo e distância ao indeformável

A influência da geometria da fundação nos recalques de sapatas em solos arenosos diz respeito, principalmente, à zona de influência das deformações e ao módulo de deformabilidade. Um exemplo clássico é o da extrapolação de recalques de placas para sapatas de projeto. O bulbo de tensões gerado pela placa é muito menor que o bulbo gerado pela sapata que, por sua vez, pode ultrapassar profundidades do solo com características distintas das camadas superficiais supostamente envolvidas no ensaio de menor escala. Além disso, nos solos arenosos os recalques não crescem em relação direta com a largura da fundação, porque o módulo de deformabilidade varia com a profundidade, pelo efeito de confinamento. A extrapolação de recalques para sapatas de diferentes tamanhos é, então, tarefa complexa. Cintra et al. (2005) apresentaram um método para extrapolação de recalques de sapatas quadradas assentes na superfície utilizando a equação de Schmertmann (1970) para o caso de meio linearmente não-homogêneo. As considerações foram feitas para uma situação onde o módulo de deformabilidade cresce linearmente com a profundidade.

O efeito de embutimento da fundação, de acordo com Burland (1969, apud Berardi e Lancellotta, 1991) pode ser ignorado sem a ocorrência de erros significativos. Tal efeito tende a gerar um decréscimo na magnitude dos recalques, como pode ser observado de acordo com os métodos de previsão de Terzaghi e Peck (1948), Schmertmann (1970) e Schmertmann et al.(1978), que propuseram em suas formulações fatores de correção quanto à esse quesito. Esses fatores atuam na redução da magnitude dos recalques previstos quando se aumenta a profundidade de embutimento relativa à largura da fundação (Terzaghi e Peck, 1948) ou a tensão geostática existente no solo na cota de assentamento em relação à tensão líquida aplicada na base da sapata (Schmertmann, 1970 e Schmertmann et al., 1978). Para sapatas assentes na superfície do solo, esse fator de correção deve ser desconsiderado.

Quanto à posição da 'superfície indeformável', Cintra et al. (2003) comentaram que podese considerar como última camada de interesse contribuindo com as deformações do solo devido às cargas aplicadas ao maciço, aquela que apresentar recalque inferior a 10% do recalque total calculado (inclusive para essa camada). Assim, essa definição tem um caráter relativo e deve ser aplicada para cada caso em particular.

#### d) Interação solo x estrutura

A interação solo x estrutura condiciona a forma como uma estrutura reage às solicitações ao ser submetida à um carregamento externo, apresentando cargas nas fundações em função das condições particulares do solo de suporte e do tipo da estrutura (Danziger et al., 2005). O que ocorre na realidade é uma redistribuição de esforços da superestrutura que se reflete nas cargas que chegam às fundações, tendendo à uniformização dos recalques, principalmente para fundações com presença de cintamentos.

Os efeitos da interação solo x estrutura não são considerados pelos métodos tradicionais de previsão de recalques de sapatas e são geralmente modelados em programas de elementos finitos, requerendo uma análise multidisciplinar (estrutural e geotécnica). Melhor discussão sobre o assunto pode ser encontrada em Chamecki (1954), Gusmão (1994), Gonçalves (2004) e Danziger et al. (2005). Reis (2000) também é um interessante trabalho, onde foram estudados os efeitos da interação solo-estrutura num caso de obra de três edifícios com fundações superficiais em maciço de solo de argila mole.

## e) Parâmetros de compressibilidade dos solos

Conforme já observado, os métodos de previsão de recalques imediatos baseiam-se na teoria da elasticidade para a análise das deformações do solo, e assim, as suas propriedades de compressibilidade são descritas pelos valores de módulo de elasticidade e pelo coeficiente de Poisson. Neste trabalho, assim como em Cintra et al. (2003), é utilizada a nomenclatura 'módulo de deformabilidade' no lugar de módulo de elasticidade para evidenciar que os solos não são materiais perfeitamente elásticos (Vargas, 1977; Bowles, 1996; Russi, 2007).

É sabido que uma estimativa confiável do módulo de deformabilidade dos solos não é tarefa de realização fácil. A própria forma de avaliação desse parâmetro é bastante discutida, porque o comportamento da curva tensão x deformação é não-linear, o que dá margem à obtenção de vários tipos de módulos (Briaud, 2001), sendo os mais comuns os módulos tangente e secante. Bowles (1996) comentou que, para o caso das análises de ensaios de laboratório, como exemplificado na figura 2.5, a utilização do módulo tangente inicial é mais comum pelos seguintes motivos:

 O solo é elástico apenas no trecho próximo a origem, ou seja, no início do processo de deformação,

- Existe menor divergência entre os pontos plotados nessa região,
- Os maiores valores de módulos são obtidos (geralmente 3 a 5 vezes o valor dos módulos obtidos através de secantes ou tangentes em outros pontos da curva).



Figura 2.5. Módulos de deformabilidade obtidos de curvas tensão x deformação (Bowles, 1996).

Alguns fatores intervenientes na determinação de  $E_s$  em solos arenosos são (Daramola, 1978; apud Milititsky et al., 1982; Rocha Filho e Romanel, 1984; Bowles, 1996): as propriedades das partículas (estrutura, forma, tamanho, distribuição e mineralogia), a compacidade relativa, a cimentação, a presença de finos, a anisotropia e a heterogeneidade do solo. Esses fatores são brevemente comentados a seguir.

As propriedades e o estado de compacidade relativa das areias são fatores importantes na estimativa do módulo de deformabilidade desses solos. A forma e a distribuição do tamanho das partículas e as suas posições relativas influem sobre a densidade do agrupamento (Moraes, 2008). Dependendo desse arranjo, as areias podem adquirir estrutura fofa, compacta ou alveolar, e essa está diretamente ligada à resistência e deformabilidade. Segundo De Mello (1975), quanto mais compacto for um solo, menor será sua deformabilidade, assim como, maior será sua resistência. Isso é: as propriedades de densidade, resistência e compressibilidade andam sempre juntas.

Outros fatores que influenciam a compressibilidade dos solos arenosos são a presença de finos e a cimentação (*aging*). O aumento no teor de finos nos solos arenosos eleva a sua

compressibilidade, assim como o teor de partículas micáceas (Gilboy, 1928; apud Calabar, 2010). Além disso, o conteúdo de finos também aumenta a dependência do recalque com o tempo, pelo efeito *creep*.

Já a cimentação é um processo que, de acordo com Bowles (1996), está presente em todos os solos, parecendo estar diretamente relacionado com o envelhecimento (*aging*). Bowles (1996) observou que, para amostras utilizadas em laboratório, deve ser dispendido cuidado, uma vez que, esses efeitos de cimentação e *aging* são mais pronunciados em larga escala, ou seja, com maior quantidade de solo e, consequentemente, maior área de contato entre grãos. A cimentação dos grãos geralmente decorre de processos químicos e promove nos solos arenosos uma espécie de 'coesão' que aumenta consideravelmente o seu módulo de deformabilidade.

A anisotropia e a heterogeneidade atuam, principalmente, na caracterização da nãohomogeneidade (de tensões ou induzida) do módulo de deformabilidade com a profundidade. Bowles (1996) comentou que praticamente todos os depósitos naturais de solos são anisotrópicos e heterogêneos. Essa anisotropia é produzida pela combinação da deposição das partículas do solo durante a sua formação, também chamada de anisotropia intrínseca, e pelo estado de tensões (histórico de tensões).

Nos solos arenosos, o arranjo das partículas e a tensão de confinamento, devido à sua formação geológica, induzem ao crescimento do módulo de deformabilidade com a profundidade. De acordo com Rocha Filho e Romanel (1984), dentre os casos de não-homogeneidade possíveis de serem estudados através da teoria da elasticidade, a literatura concentrou-se, basicamente, nos casos onde a função de  $E_s$  varia com a profundidade linear, hiperbólica e exponencialmente.

A compressibilidade das areias também é influenciada pela sobreconsolidação, que pode ser advinda de processos como o de glaciação e ciclos de variação de saturação (Briaud, 2001). Na região litorânea do Espírito Santo, acredita-se que os processos de transgressão e regressão marinhos, agentes formadores dos solos na região, tenham causado algum grau de préconsolidação nas camadas arenosas, principalmente da faixa litorânea. A presença de agentes cimentantes (Vargas, 1977) e variação do nível d'água também podem gerar sobreconsolidação. Os solos sobreconsolidados possuem módulos de deformabilidade maiores que os normalmente consolidados porque estão no trecho de recompressão da curva tensão x deformação quando carregados. Esse trecho da curva indica que a deformabilidade do solo é menor para um nível de carregamento menor ou igual à tensão de pré-consolidação.

Outro parâmetro de deformabilidade componente das análises de recalques é o coeficiente de Poisson. Considere, por exemplo, um carregamento uniaxial ( $\sigma_z$ ) aplicado em um cilindro elástico não-confinado, onde naturalmente haverá compressão vertical e expansão lateral. O coeficiente de Poisson pode ser definido como a relação entre as deformações específicas lateral e vertical, assim:

$$\mu = -\frac{\varepsilon_h}{\varepsilon_v}$$
[2.5]

Esse coeficiente não é abordado neste trabalho, entretanto, alguns valores típicos são apresentados na tabela 2.1.

Tipo do Solo	μ
Maioria dos solos argilosos	0,4-0,5
Solos argilosos saturados	0,45-0,50
Solos não-coesivos medianamente compactos a compactos	0,3 - 0,4
Solos não-coesivos fofos a medianamente compactos	0,2-0,35

Tabela 2.1. Valores típicos para o coeficiente de Poisson (Bowles, 1996).

# 2.1.3 Estimativas do módulo de deformabilidade de solos arenosos através dos ensaios de campo SPT e CPT

O módulo de deformabilidade dos solos pode ser obtido diretamente por ensaios de laboratório ou indiretamente por correlações empíricas através de ensaios de campo. A obtenção do módulo de deformabilidade através de ensaios de laboratório não é abordada neste trabalho.

Quanto à sua obtenção por correlações através de resultados dos ensaios de campo, são consideradas apenas as que são derivadas dos ensaios SPT e CPT.

Segundo Das (2009), um grande número de correlações entre o módulo de deformabilidade e os resultados dos ensaios SPT e CPT foram desenvolvidas no passado. Essas correlações, entretanto, são muito criticadas pela comunidade geotécnica e, de acordo com Kulhawy e Mayne (1990), existe grande dispersão de resultados, sendo que essa obtenção deve ser apenas uma aproximação inicial.

Algumas faixas de valores característicos de E<sub>s</sub> para areias são apresentadas na tabela 2.2.

tipo de solo	Es (KN/m²)
Areia média e grossa	
fofa	25,000-35,000
medianamente compacta	30,000-40,000
compacta	40,000-45,000
Areia fina	
fofa	20,000-25,000
medianamente compacta	25,000-35,000
compacta	35,000-40,000
Areia siltosa	
fofa	8,000-12,000
medianamente compacta	10,000-12,000
compacta	12,000-15,000

Tabela 2.2. Faixa geral para valores de módulo de deformabilidade de areias (Das, 2009).

O *Standard Penetration Test* ou Ensaio de Penetração Dinâmica consiste no método de investigação de solos mais conhecido e utilizado na prática geotécnica mundial (Décourt, 2002), principalmente, pela rapidez, baixo custo, equipamento necessário bastante simples (facilidade de reposição de peças e transporte ao canteiro) e por prescindir de mão-de-obra altamente especializada (Jardim, 1987). As estimativas do módulo de deformabilidade dos solos através dos resultados do ensaio SPT são, entretanto, muito criticadas. Apesar disso, essas correlações são largamente utilizadas na prática geotécnica, principalmente quando os resultados do ensaio SPT são a única informação disponível para projeto. Algumas dessas correlações são apresentadas nas tabelas 2.3 e 2.4.

Equação (E <sub>s</sub> dado em MPa)		Observação	Referência(s)	
1	Es= 0,5.N <sub>60</sub>	Areias com finos	Kulhawy e Mayne (1990)	
2	Es= 1,0.N <sub>60</sub>	Areias limpas N.C.	Kulhawy e Mayne (1990)	
3	Es= 1,5.N <sub>60</sub>	Areias limpas S.C.	Kulhawy e Mayne (1990)	
4	E <sub>s</sub> = 0,545.N <sub>60</sub> + 7,5	Areias limpas N.C.	Bowles (1996)	
5	$E_{SC} = E_{NC} \cdot \sqrt{OCR}$	Areias limpas S.C.	Bowles (1996)	
6	$E_{s} = 5.\sqrt{OCR} + 1.2.N_{60}$	Areias limpas	Coduto (2001)	

Tabela 2.3. Correlações do tipo  $E_{s} \ x \ N_{SPT}$  (Cordeiro, 2004).

Tabela 2.4. Correlações do tipo E<sub>s</sub> x N<sub>SPT</sub> (Das e Sivakugan, 2007).

Referência	Correla	ção	Tipo de solo
Schultze and Melzer (1965)	$E_{s} = \left(246.2 \log N_{60} - 263.4 \frac{\sigma'_{o}}{p_{a}} + 375.6 \pm \right)$	$57.6 \left  \left( \frac{\sigma'_o}{p_a} \right)^{0.522} \text{ para } 0 \le \frac{\sigma'_o}{p_a} \le 1.2 \right $	areias secas
Webb (1960)	$\frac{E_s}{P_a} = 5(N_{60} + 15)$		areias
Wepp (1969)	$\frac{E_S}{p_a} = 3.33(N_{60} + 5)$		areias argilosas
Ferrent (1963)	$\frac{E_s}{P_a} = 7.5(1 - v^2)N_{60}$		areias
Begemann (1974)	$\frac{E_s}{P_a} = 40 + C(N_{60} - 6) \text{ para } N_{60} > 15$ $\frac{E_s}{P_a} = 40 + C(N_{60} + 6) \text{ para } N_{60} < 15$	C = 3 para siltes com areias e 12 para pedregulhos com areia	siltes com areia a pedregulhos com areia
Trofimenkov (1974)	$\frac{E_s}{P_a} = (350 \text{ a} 500) \log N_{60}$		areias

As limitações e críticas existentes na comunidade geotécnica a respeito das estimativas de módulo de deformabilidade dos solos a partir dos resultados do ensaio SPT não são apresentadas ou discutidas nesse trabalho. Entretanto, é importante ressaltar que a maioria das correlações apresentadas foi desenvolvida considerando a energia padrão (energia teórica produzida pela queda do martelo) do ensaio SPT de 60%, que é a energia praticada pelos equipamentos utilizados nos Estados Unidos e em outras regiões do mundo (Odebrecht, 2003). Dessa forma, para as estimativas de  $E_s$  realizadas a partir de resultados de ensaios SPT executados no Brasil, deve ser utilizado o valor de  $N_{SPT}$  corrigido para a energia padrão de 60%. Tal correção deve ser

realizada considerando a energia praticada pelo equipamento de referência brasileira (ou de utilização no Brasil). A equação de correção é:

$$N_{SPT60} = \frac{E_{BR} \cdot N_{SPTBR}}{60}$$
 [2.6]

onde:  $N_{SPT,60}$  é o valor de  $N_{SPT}$  para a energia de 60%; e  $N_{SPT, BR}$  é o valor de  $N_{SPT}$  da energia  $E_{BR}$ , praticada no Brasil.

No Brasil, a energia comumente aferida com o equipamento normatizado pela NBR 6484/2001 gira em torno de 72% (Décourt, 1989). A NBR 6484/2001 reconhece que as empresas que possuem equipamentos de sondagem fora das especificações dessa norma devem apresentar o valor médio da energia transferida à haste quando da aplicação do golpe com o martelo. No estado do Espírito Santo, não existem registros de medições dessa energia de ensaio, sendo que a experiência local é a utilização da energia adotada como padrão para os equipamentos brasileiros normatizados.

Segundo Lee e Salgado (2002), enquanto o ensaio SPT é ainda largamente utilizado, o ensaio CPT tem se tornado popular por inúmeras razões, incluindo o menor nível de incertezas associadas aos valores de  $q_c$  em comparação com N<sub>SPT</sub>. As correlações para a estimativa de  $E_S$  a partir de  $q_c$  são geralmente dadas na forma da equação:

$$E_s = \alpha . q_c \tag{2.7}$$

onde:  $\alpha$  é um fator que pode ser avaliado de acordo com a tabela 2.5.

Descrição	Classificação	α
Areia limpa, N.A., sem envelhecimento ( < 100 anos)	SW ou SP	2,5 – 3,5
Areia limpa, N.A., envelhecida ( > 3000 anos)	SW ou SP	3,5 – 6,0
Areia limpa, S.A.	SW ou SP	6,0 – 10,0
Areia siltosa ou areia argilosa, N.A.	SM ou SC	1,5
Areia siltosa ou areia argilosa, S.A.	SM ou SC	3,0

Tabela 2.5. Valores típicos de  $\alpha = E_S/q_c$  (Coduto, 2001; apud Cordeiro, 2004).

Das e Sivakugan (2007) reuniram algumas correlações entre  $E_S \ge q_c$ , que são apresentadas na tabela 2.6.

Referência	Equação	Tipo de Solo
Schultze and Melzer (1965)	$E = \left(301.1\log q_c - 382.3\frac{\sigma'_o}{\rho_a} + 60.3 \pm 50.3\right) \left(\frac{\sigma'_o}{\rho_a}\right)^{0.522} \text{ para } 0 \frac{\sigma'_o}{\rho_a} 0.8$	Areia seca
Webb (1969)	$E/q_c = 2.5(q_c + 30)$ $E/q_c = 1.67(q_c + 15)$	Areias saturadas Areias argilosas saturadas
Buisman (1940)	$E = 1.5q_c$	Areias
Schmertmann (1970)	$E = 2q_c$	Areias
Schmertmann et al. (1978)	$E = 2,5q_c$ (deformação axisimétrica) $E = 3.5q_c$ (deformação plana)	Areias normalmente consolidadas
Vesic (1970)	$E = 2(1 + D_r^2)q_c$	Areias
Bachelier and Parez (1965)	$E = \alpha q_c \qquad \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 0.8 \text{ a } 0.9 \text{ para areia pura ; } 1.3 \text{ a } 1.9 \text{ para areia siltosa ;} \\ 3.8 \text{ a } 5.7 \text{ para areia argilosa ; e } 7.7 \text{ para argila mole} \end{array} \right.$	todos os solos
DeBeer (1965)	$E = 1.5q_c$	Areias
DeBeer (1974)	$E = 1.5q_c \text{ (para } q_c > 3 \text{ MN/m}^2\text{)}$ $E = 3q_c \text{ (para } q_c < 3 \text{ MN/m}^2\text{)}$ $E = \alpha q_c (1.5 < \alpha < 2)$	Areias (prática na Grécia) Areias (prática no Reino Unido)
Trofimenkov (1964)	$E = 2.5q_c$	Areias (limite inferior)
Trofimenkov (1974)	$E = 3q_c$ $E = 7q_c$	Areias Argilas (prática na ex-URSS)
Thomas (1968)	$E = \alpha q_c  (\alpha = 3 \ a \ 12)$	Areias
Bogdanovi (1973)	$E = 1.5q_c (\text{para } q_c > 4 \text{ MN/m}^2)$ $E = 1.5 \text{ a } 1.8q_c (\text{para } 2 \text{ MN/m}^2 < q_c < 4 \text{ MN/m}^2)$ $E = 1.8 \text{ a } 2.5q_c (\text{para } 1 \text{ MN/m}^2 < q_c < 2 \text{ MN/m}^2)$ $E = 2.5 \text{ a } 3.0q_c (\text{para } 0.5 \text{ MN/m}^2 < q_c < 1 \text{ MN/m}^2)$	Areia e areia pedregulhosa Areia siltosa saturada Silte argiloso com areia siltosa, e areia siltosa saturada com silte

Tabela 2.6. Correlações do tipo  $E_s x q_c$  (Das e Sivakugan, 2007).

No caso de inexistência de resultados na forma de  $q_c$ , as estimativas de  $E_S$  também podem ser realizadas a partir de correlações entre os valores de  $q_c$  e  $N_{SPT}$ , dadas conforme a relação:

$$E_s = \alpha.K.N_{SPT}$$
[2.8]

onde: K é um valor tabelado, que é:

$$K = \frac{q_c}{N_{SPT}}$$
[2.9]

Schmertmann (1970) propôs a utilização da tabela 2.7 para a estimativa de K ressaltando, entretanto, que essa é apenas uma tabela expediente e conservadora e que os valores apresentados são assumidos independentes da profundidade, da compacidade relativa e das condições do nível d'água. Outros valores propostos de K são apresentados na tabela 2.8.

Tipo de solo	K
Siltes e siltes arenosos	0,20
Areias limpas, finas e médias e areias pouco siltosas	0,35
Areias grossas e areias pouco pedregulhosas	0,50
Areias pedregulhosas e pedregulhos	0,60

Tabela 2.7. Valores de K em função do tipo de solo (Schmertmann, 1970).

Tabela 2.8. Valores da relação K=q<sub>c</sub>/N<sub>SPT</sub> (Teixeira e Godoy, 1996; apud Cintra et al., 2003).

Solo	K
areia com pedregulhos	1,1
Areia	0,9
areia siltosa	0,7
areia argilosa	0,55
silte arenoso	0,45
Silte	0,35
argila arenosa	0,3
silte argiloso	0,25
argila siltosa	0,2

# 2.2 RECALQUES DE SAPATAS EM SOLOS ARENOSOS

Para os solos arenosos, principalmente limpos (menos de 5% de teor de finos), considerase que os recalques ocorrem imediatamente com a aplicação do carregamento, embora alguns autores (Schmertmann, 1970; Schmertmann et al., 1978; Burland e Burbidge, 1985) considerem também a ocorrência de deformações do solo ao longo do tempo, algo parecido com o efeito *creep* das argilas.

Segundo Poulos (2000), a análise de recalques para fundações superficiais apoiadas em solos arenosos é usualmente realizada através de métodos estimativos que advêm desde fundamentações puramente empíricas até complexas análises de elementos finitos.

Como, na prática geotécnica corrente, a obtenção de amostras indeformadas em areias para ensaios de laboratório é tarefa dispendiosa e raramente conduzida com sucesso (Baldi et al., 1989; Bowles, 1996), tanto pela dificuldade na moldagem da amostra quanto pela preservação de suas características de compacidade relativa e histórico de tensões, e a utilização de *softwares* computacionais para simulação de modelos mais realísticos para os solos não é tão popular (principalmente para projetos usuais), os métodos de previsão que utilizam correlações com os resultados dos ensaios de campo (SPT, CPT, DMT, PMT) têm sido largamente preferidos e utilizados.

# 2.2.1 Métodos existentes

Os métodos para estimativa de recalques de sapatas em solos arenosos comumente utilizados na prática geotécnica são semi-empíricos, isso é, utilizam resultados dos ensaios de campo e combinam os fundamentos da teoria da elasticidade (Nova e Montrasio, 1991; Fellenius e Altaee, 1994). Poulos (2000) observou que um grande número de métodos tem sido desenvolvido, contudo, estudos que comprovam a precisão dessas estimativas continuam divergentes e elusivos.

Desde o surgimento do primeiro método estimativo (Terzaghi e Peck, 1948) diversos outros modelos foram e têm sido desenvolvidos e modificados na tentativa de melhorar a descrição do comportamento do sistema sapata x solo de fundação durante a manifestação das deformações do solo, sendo que a relação entre o recalque previsto e o recalque medido é um importante fator na aceitação dessas novas formulações. Porém, Fahey (1998; apud Elhakim, 2005) observou que a acurácia dos métodos de previsão de recalques é limitada devido à negligência dos efeitos da não-linearidade da resposta tensão x deformação do solo.

Segundo Milititsky et al. (1982), caso sejam consideradas todas as modificações feitas aos métodos básicos, mais de 20 diferentes métodos baseados no ensaio SPT foram apresentados, aproximadamente, entre 1947 e 1982. Já Douglas (1986) relatou a existência de mais de 40 diferentes modelos.

A variedade de métodos de previsão divulgados na comunidade geotécnica pôde ser exemplificada com a realização do encontro para previsão de recalques '*Settlement'94 Prediction Session*' acontecido no ano de 1994, na *Texas A & M University*, em Texas nos EUA. Durante esse encontro, foi proposto aos participantes (16 acadêmicos e 15 consultores) que fossem realizadas previsões de capacidade de carga para os recalques limites de 25 mm e 125 mm ( $q_{25}$  e  $q_{125}$ ) para cinco sapatas que posteriormente foram levadas à ruptura, através de testes de carga. Essas sapatas foram assentes num terreno onde foram realizados ensaios SPT, CPT, PMT, DMT e caracterização completa do solo arenoso em laboratório. Foram utilizados pelos participantes um total de 22 diferentes métodos, sendo que os propostos por Schmertmann (1970), Schmertmann et al. (1978), Burland e Burbidge (1985) e Elementos Finitos foram os preferidos. Além disso, os valores previstos de carga, indicando que esses métodos de previsão de recalques utilizados geraram resultados conservadores.

Atualmente, com a crescente utilização de ferramentas tecnológicas, diferentes autores têm proposto novas equações baseadas em redes neurais e nos métodos numéricos de elementos finitos e diferenças finitas, nos quais a simulação computacional do comportamento do solo permite a inclusão de mais parâmetros geotécnicos nas análises, que passam a adotar modelos

mais realísticos dos solos, inclusive não-lineares. Entretanto, segundo Nova e Montrasio (1991), a razão da popularidade da teoria da elasticidade é clara: devido à sua simplicidade. Os métodos constitutivos elasto-plásticos e não-lineares combinados com elementos finitos permitem uma modelagem mais correta do comportamento da fundação, mas o seu uso ainda é muito caro para a maioria dos problemas práticos.

Alguns dos métodos clássicos existentes para a previsão de recalques de sapatas em solos arenosos são: Terzaghi e Peck (1948), Meyerhof (1956), Alpan (1964), Terzaghi e Peck (1967), Peck e Bazaraa (1969), D'Apolonia e D'Apolonia (1970), Schmertmann (1970), Parry (1971), Schultz e Sherif (1973), Peck, Hanson e Thornburn (1974), Schmertmann (1978), NAVFAC (1982), Burland e Burbidge (1985), Berardi e Lancellotta (1991), Mayne e Poulos (1999).

Segundo Das e Sivakugan (2007), alguns dos métodos mais conhecidos e discutidos pela comunidade geotécnica são os propostos por: Terzaghi e Peck (1948), Schmertmann (1970), Schmertmann et. al. (1978), Burland e Burbidge (1985), Berardi e Lancellotta (1991) e Mayne e Poulos (1999). Lee e Salgado (2002) relataram que os métodos propostos por Schmertmann (1970) e Schmertmann et al. (1978) são muito populares devido, em parte, à sua simplicidade.

A seguir são apresentados os métodos semi-empíricos para estimativas de recalques baseados nos resultados dos ensaios CPT (Schmertmann, 1970; Schmertmann et al., 1978) utilizados como referência neste trabalho.

# 2.2.1.1 O método de Schmertmann (1970)

O método de Schmertmann (1970) é baseado na teoria da elasticidade e subdivide o solo de fundação em semi-espaços elásticos, homogêneos e isotrópicos, de módulo de deformabilidade  $E_s$ , constante. Através de análises numéricas (elementos finitos), teóricas e experimentais, foi proposta a introdução de um fator simplificado de influência da deformação vertical  $I_z$ , e definida a sua distribuição com a profundidade (figura 2.6). O fator  $I_z$  é dependente da localização geométrica do ponto considerado e do coeficiente de Poisson do solo.



Figura 2.6. Fator de influência na deformação vertical (Schmertmann, 1970).

O gráfico da figura 2.6 indica que a deformação máxima do solo ocorre a uma profundidade z = B/2 da cota de apoio (D<sub>f</sub>) da sapata e que essas deformações diminuem até a profundidade z = 2B, onde podem ser consideradas desprezíveis. Não existe distinção para os casos de sapatas quadradas ou corridas.

A equação para o cálculo do recalque parte dos princípios da teoria da elasticidade. Considerando que o recalque é a integral das deformações do solo na direção de z, tem-se:

$$\int_{0}^{\infty} \varepsilon_{z} dz \approx \sigma * \int_{0}^{2B} \left( \frac{I_{z}}{E_{s}} \right) dz$$
[2.10]

A aproximação da integral da equação 2.10 para um somatório, além de simplificar o problema, permite a divisão do solo em subcamadas. Assim, o recalque previsto fica:

$$\rho = C_1 C_2 \sigma * \sum_{i=1}^n \left( \frac{I_{zi}}{E_{si}} \Delta zi \right)$$
[2.11]

sendo:  $\sigma^* = \sigma - q$ , o acréscimo de tensão aplicado pela sapata, onde  $\sigma$  = tensão atuante sob a sapata e q = tensão geostática existente no solo à profundidade de D<sub>f</sub>;  $\Delta z$  = espessura de cada subcamada considerada homogênea e C<sub>1</sub> e C<sub>2</sub> são coeficientes empíricos.

O coeficiente C<sub>1</sub> considera o embutimento da sapata no solo e é:

$$C_1 = 1 - 0.5 \left(\frac{q}{\sigma^*}\right) \ge 0.5$$
 [2.12]

Já o coeficiente C<sub>2</sub>, que considera o efeito de recalque com o tempo, é:

$$C_2 = 1 + 0.2 \log\left(\frac{t}{0.1}\right)$$
 [2.13]

sendo: t= tempo em anos após a aplicação da carga. Para o cálculo de recalques imediatos, devese considerar  $C_2=1$ .

Os valores de módulo de deformabilidade ( $E_{Si}$ ) para cada subcamada do solo, podem ser estimados através de correlação com ensaio CPT, tal que:

$$E_{si} = 2q_{ci} \tag{2.14}$$

sendo:  $q_{ci}$  = resistência média de ponta do ensaio de cone CPT, para a subcamada *i*.

Schmertmann (1970) também observou que, quando não se dispõe de resultados  $q_c$  do ensaio de cone CPT, a avaliação de  $E_{Si}$  pode ser realizada indiretamente a partir dos resultados  $N_{SPT}$  do ensaio SPT. Essa correlação já foi apresentada na equação 2.8.

# 2.2.1.2 O método de Schmertmann et al. (1978)

Schmertmann et al. (1978) introduziram modificações ao método original de 1970, distinguindo sapatas corridas (deformações planas) de sapatas quadradas (axissimetria). O gráfico do fator de influência da deformação vertical ( $I_z$ ) apresentado na figura 2.7, também foi modificado e adaptado para cada caso. Para sapatas corridas a profundidade até onde ocorrem deformações é tomada como o dobro daquela considerada para sapatas quadradas. O valor

máximo de  $I_z$  ocorre em profundidades diferentes, sendo B e B/2, respectivamente, e passa a ser dado por:

$$I_{z\max} = 0.5 + 0.1 \sqrt{\frac{\sigma^*}{\sigma_v}}$$
[2.15]

sendo:  $\sigma_v$  = tensão vertical em I<sub>zmáx</sub>.

Notando que, devido ao efeito de confinamento, o módulo de deformabilidade é 40% maior no caso de deformação plana em relação ao caso axissimétrico, recomendou-se novas correlações para  $E_{si}$ , tal que:

$$E_{si} = 2.5q_{ci}$$
, para sapatas quadradas [2.16]

$$E_{si} = 3.5q_{ci}$$
, para sapatas corridas [2.17]



Figura 2.7. Fator de influência na deformação vertical (Schmertmann et al., 1978).

Para a avaliação de recalques de sapatas retangulares, deve-se resolver o problema para os dois casos (de sapata quadrada e corrida) e, em seguida, interpolar os resultados obtidos.

# 2.2.1.3 Avaliação dos métodos de previsão de recalques

Alguns trabalhos precedentes buscaram estudar os métodos de estimativa de recalques, comparando deterministicamente os diferentes valores recalques previstos por cada um deles e os valores de recalques medidos no campo (Meyerhof, 1965; Jorden, 1977; Milititsky et al., 1982; Jeyapalan e Boehm, 1986; Tan e Duncan, 1991; Papadoulos, 1992; Sivakugan et al., 1998; Poulos, 2000; Caputo, 2009 e Bungenstab et al., 2010).

A conclusão da maioria desses estudos é que existe uma grande variabilidade nos resultados para a previsão de recalques segundo diferentes métodos e, que, geralmente essa previsão é conservadora, sendo que a dificuldade na escolha de utilização do método de melhor desempenho permanece sem solução evidente (Milititsky et al.,1982). Além disso, a comparação entre os recalques previstos e medidos mostrou que os diferentes métodos foram desenvolvidos a fim de atingir objetivos distintos, sejam eles: confiabilidade e precisão, grandezas proporcionalmente inversas (Tan e Duncan, 1991).

Segundo Sivakugan e Johnson (2004), a grande dispersão encontrada para a comparação entre os recalques previstos por diferentes métodos e os medidos no campo pode ser devido à variabilidade associada aos solos, à falta de acurácia dos modelos de previsão, ou ao módulo de deformabilidade derivado dos resultados de penetração dos ensaios de campo. Entretanto, a maioria dos estudos anteriores sobre comparação de métodos de previsão utilizou análises estatísticas básicas para essa realização (usualmente pela determinação de média dos recalques), permanecendo essa variabilidade sem quantificação evidente. Tal quantificação pode ser melhor entendida através da consideração de incertezas e análise probabilística associada à essas previsões de recalques.

Verifica-se que os métodos de previsão de recalques devem ser utilizados com critério, sendo a adoção dos valores finais de projeto responsabilidade do engenheiro geotécnico.

# 2.2.2 Recalques limites

Burland et al. (1977) observaram que há, basicamente, três critérios que devem ser satisfeitos na limitação de movimentos de fundações, que são: aparência visual, funcionalidade e estabilidade. Contudo, a quantificação dos movimentos admissíveis e dos danos estruturais associados às construções é uma tarefa complexa (Burland et al., 1977), principalmente porque depende de inúmeros fatores, como: interação solo-estrutura, utilização da estrutura, fissuramento prejudicial, vibração e distorções que limitam a segurança ou a utilização da estrutura em particular, tal que, esses movimentos admissíveis só podem ser determinados para cada estrutura em particular (Meyerhof, 1994).

Os movimentos das fundações podem ser representados de algumas maneiras distintas, que devem ser convenientemente identificadas. Burland e Wroth (1974) propuseram a definição de alguns termos relacionados ao movimento das fundações que podem ser avaliados juntamente com a figura 2.8.



Figura 2.8. Definições de movimentos de fundação (Burland et al., 1977).

Da figura 2.8, tem-se basicamente que:

(a)  $\rho$  é o recalque de um ponto da estrutura,  $\delta \rho$  é o recalque diferencial ou relativo entre dois pontos da estrutura,  $\theta$  é a rotação relativa entre dois pontos da estrutura e  $\alpha$  é a deformação angular de um trecho da estrutura;

(b)  $\Delta$  é a deflexão relativa e  $\Delta$ /L é a razão de deflexão;

(c)  $\omega$  é a rotação ou desaprumo quando o edifício se comporta como um corpo rígido e  $\beta$  é a distorção angular.

De acordo com Novais Ferreira (1976), dependendo do tipo da construção, essa poderá ser afetada principalmente pelo recalque máximo, pela inclinação e pelos recalques diferenciais. Burland et al. (1977) comentaram que decisões importantes de projetos são frequentemente tomadas com base na arbitrariedade de recalques totais e diferenciais.

Segundo Negulescu e Foerster (2010), a avaliação dos recalques ou dos movimentos de fundações que podem causar danos às construções pode ser realizada através de três maneiras distintas:

- Métodos empíricos observacionais,
- Métodos que usam os princípios da engenharia estrutural,
- Métodos de modelagem numérica.

Dentre os métodos empíricos observacionais, Skempton e Macdonald (1956) apresentaram um trabalho pioneiro, baseado na observação de 98 casos reais de obra descritos pela literatura. Os resultados, baseados em valores de distorção angular, recalques diferenciais e recalques máximos, podem ser observados na tabela 2.9. O valor limite de  $\beta = 1/300$  foi recomendado para o aparecimento de trincas em paredes de edifícios. Também foi observado que valores de  $\beta$  maiores que 1/150 podem indicar o aparecimento de danos estruturais.

Note que a tabela 2.9 apresenta valores de deslocamentos com e sem coeficientes de segurança. Fica claro assim que o conceito de valores limite ou inadmissíveis para os recalques

previstos (com cargas de serviço) também é de grande importância para a segurança das fundações. Tal conceito está ligado aos recalques que não são suportados pela estrutura (não aceitáveis) e, portanto, que comprometem a sua utilização normal. Quando associados a algum coeficiente de segurança, esses valores limites de recalques passam a ser valores limites admissíveis. Os valores limites de recalques divulgados na literatura devem ser verificados quanto à existência ou não de fatores de minoração em favor da segurança, para que sejam adotados como valores limites admissíveis, em caso de avaliação determinística do ELS.

Tabela 2.9. Valores máximos de deformação do solo de fundação - edificios com paredes resistentes ou pórticos sem diagonais (Novais Ferreira, 1976).

Critério		Fundações isoladas Ensoleiramentos vigados				
(5		G)	1/300 (0,0033 1)			
Distorção angular	(S2)		0,002 l ou 0,001 l			
		(S1)		1 3/4" (4,5 cm)		
	Argila	(S2)	1 1/2" (3,8 cm)			
Maior recalque		(G)	2" (5,1 cm)	2,2" (5,6 cm)		
diferencial	Areia	( <b>S</b> 1)	1 1/4" (3,2 cm)			
		(S2)	1" (2,5 cm)			
		(G)	1" (2,5 cm)	1,2" (3,0 cm)		
	Argila	(S1)	3" (7,6 cm)	3 a 5" (7,6 a 12,7 cm)		
Recalque máximo		(S2)	2 1/2" (6,4 cm)	2 1/2" a 4" (5,4 a 10,2 cm)		
		(G)	4" (10,2 cm)	Valores (S) muito conservativos tanto mais quanto mais rígida a fundação		
	Areia	( <b>S</b> 1)	2" (5,1 cm)	2 a 3" (5,1 a 7,6 cm)		
		(S2)	1 1/2" (3,8 cm)	1 1/2" a 2 1/2" (3,8 a 6,4 cm)		
		(G)	2" (5,1 cm)	Valores (S) muito conservativos		

(S1) Valores segundo Skempton e Mac Donald (1956) - sem coeficiente de segurança.
(S2) Valores segundo Skempton e Mac Donald (1956) - com coeficiente de segurança.
(G) Valores segundo Grant *et alli* (1947).

Estes valores devem ser considerados como indicações não rígidas, e só para os edifícios e construções correntes.

Os valores limites admissíveis, segundo Skempton e MacDonald (1956), para os recalques diferencial e total de sapatas isoladas em areias são, aproximadamente, de 25mm e 40mm, respectivamente.

Bjerrum (1963), baseando-se nos estudos de Skempton e Macdonald (1956), recomendou

valores limites de distorção angular para diversos tipos de obra. Os resultados são apresentados na figura 2.9.

Terzaghi e Peck (1967) recomendaram, para solos arenosos, os valores admissíveis de 25 mm para recalque total de sapata isolada e de 20 mm para recalque diferencial.



Figura 2.9. Valores limites para distorções angulares (Bjerrum, 1963).

Burland e Wroth (1974) sugeriram um novo critério para avaliação do deslocamento limite das estruturas, baseando-se na consideração de que o início do fissuramento visível de um determinado material é associado à limitação de sua resistência à tração. O modelo proposto substitui a estrutura por uma viga (idealizada) equivalente, uniforme, elástica, de comprimento L, altura H, e espessura unitária, na qual são limitadas as deformações de flexão e de cisalhamento.

Teixeira e Godoy (1996, apud Cintra et al., 2003, p. 62) observaram que:

'teoricamente, uma estrutura que sofresse recalques uniformes não sofreria danos, mesmo para valores exagerados de recalque total. Na prática, no entanto, a ocorrência de recalque uniforme não acontece, havendo sempre recalques diferenciais decorrentes de algum tipo de excentricidade de carga, ou heterogeneidade do solo. A limitação do recalque total é uma das maneiras de limitar o recalque diferencial'.

Em virtude aos inúmeros fatores que interferem no estabelecimento dos movimentos limites das fundações, Phoon (2008) observaram que esses devem ser analisados através de distribuições de probabilidades. Em recente estudo, Zhang e Ng (2005) examinaram a variabilidade dos deslocamentos limites de estruturas, onde o estabelecimento de distribuições de probabilidade desses deslocamentos foi proposta para pontes de aço, pontes de concreto, edifícios em fundações superficiais e profundas.

É importante lembrar que a adoção de valores limites admissíveis para o deslocamento das fundações, principalmente quando baseados em estudos publicados na literatura, deve ser realizada com cautela e é de inteira responsabilidade do projetista. Não obstante, conforme salientado por Chamecki (1958), os valores admissíveis de recalques diferenciais devem ser calculados e estabelecidos levando em consideração a interação solo-estrutura.

Apesar de este trabalho lidar com a análise de confiabilidade do ELS, onde devem ser consideradas as curvas de variabilidade da solicitação (recalques previstos) e da resistência (recalques limites ou inadmissíveis), foi dado enfoque na curva de solicitação, especialmente, na única variável aleatória independente adotada que é o módulo de deformabilidade do solo. Assumiu-se dessa forma, simplificadamente, que os recalques limites ou inadmissíveis são invariantes. Assim, a curva de resistência utilizada nas análises probabilísticas dos capítulos seguintes degenerou-se para uma reta, onde foram assumidos determinados valores limites. Os valores escolhidos como referência neste trabalho, foram os valores admissíveis (i.e. com fator de segurança) de Skempton e MacDonald (1956) de 25 mm e 40 mm para recalques diferencial e máximo de sapatas apoiadas em areias. Observe que esses não são valores de recalques limites ou inadmissíveis, já que, existe coeficiente de segurança embutido pelos próprios autores (são, portanto, valores limites admissíveis). Tais valores foram adotados, simplificadamente, como inadmissíveis nas análises realizadas, para minimizar a negligência da variabilidade da curva de resistência (dos recalques inadmissíveis).

# 2.3 ANÁLISES PROBABILÍSTICAS EM ENGENHARIA GEOTÉCNICA

A norma brasileira para projetos de fundações NBR 6122/2010 adota a utilização de fatores de segurança global ou parciais para os critérios de análise geotécnica. Segundo Griffiths et al. (2002), coeficientes de segurança representam na verdade, de forma simplificada, a negligência ou o desconhecimento de todos os fatores que, implicitamente, incluem a variabilidade e as incertezas intrínsecas nessas análises. Aoki et al. (2002) destacaram que para análises de segurança e confiabilidade de fundações dever-se-ia levar em conta a forma e a posição relativa das curvas de distribuição estatística de solicitações e resistências, enfatizando que os critérios baseados somente nos coeficientes determinísticos de segurança são inadequados.

Os projetos de fundações superficiais são definidos, basicamente, pelo atendimento aos critérios de ruptura do solo de fundação e verificação de recalques excessivos. De acordo com Schmertmann (1970), Milititsky et al. (1982) e Sivakugan e Johnson (2002), o critério de recalques geralmente prevalece sobre o de ruptura para projetos de sapatas assentes em areias e com larguras maiores que cerca de 1,5m. Conforme já foi discutido, as equações para estimativas desses recalques são usualmente semi-empíricas e utilizam os resultados dos ensaios de campo (CPT e SPT, por exemplo) para a obtenção dos parâmetros de deformabilidade dos solos. Devido à esse fato e a outros que são apresentados a seguir, um alto grau de incertezas é atribuido a cada tipo diferente de metodologia empregada sendo que, a sua quantificação através de análises probabilísticas é, de certo, de grande valia.

Davidovic' et al. (2010) observou que as propriedades geotécnicas de uma massa de solo são heterogêneas, variando de ponto para ponto, mas, como regra geral para cálculos determinísticos, essas propriedades são consideradas as mesmas dentro de um domínio definido e o efeito de sua variabilidade é, consequentemente, desprezado. É sabido, entretanto, que a consideração simplificada da média das propriedades pode levar a conclusões incertas sobre o comportamento real do solo e, além disso, o conhecimento e a utilização de análises probabilísticas permite a avaliação do grau de confiabilidade dos projetos.

Fenton et al. (1996) relatou que é intuitivo pensar que a variabilidade dos parâmetros do solo utilizados para a previsão de recalques afeta significativamente os cálculos para recalques totais e diferenciais das fundações, sendo essa variabilidade, portanto, fonte de incertezas para tomadas de decisões subseqüentes. Segundo Das e Sivakugan (2007), uma das maiores fontes de incertezas na previsão de recalques está na avaliação correta do módulo de deformabilidade.

Para exemplificar a análise probabilística do ELS, na previsão de recalques, considere a figura 2.10, que ilustra um cenário geotécnico em dois casos (A e B) distintos. A análise das curvas de densidade de probabilidade permite avaliar a dispersão dos resultados em torno das médias dos recalques previstos, calculados pelos métodos de previsão para o caso de solos arenosos. A média dos recalques previstos no caso (A) é de 15 mm, menor que no caso (B), onde é de 20 mm. Entretanto, devido à alta variabilidade dos dados em torno da média (alto desvio-padrão), a probabilidade de que o recalque previsto pelo caso (A) exceda um determinado valor máximo limite, por exemplo, de 25mm (dada pela área sob a curva de distribuição) é maior. Numa análise determinística, o caso (A) deveria ser aceito por apresentar menor valor médio do recalque previsto. Contudo, ao associar a análise probabilística à tomada de decisões incluindo, por exemplo, a análise da variabilidade do módulo de deformabilidade do solo ( $E_s$ ), o caso (B) indicaria maior confiabilidade, apesar do maior valor médio previsto.



Figura 2.10. Exemplo de análise comparativa de recalques para dois casos (A e B) com distribuições de probabilidade e médias diferentes.

Para análises de confiabilidade em engenharia geotécnica, como a exemplificada na figura 2.10, é necessário, no mínimo, o conhecimento da média e da variância dos parâmetros de interesse e da função de desempenho (Whitman, 2000; Ribeiro 2008), sendo que, a correta descrição desses parâmetros e a escolha e utilização de modelos estatísticos adequados são as maiores dificuldades dessas análises (Goldswhorty, 2006).

#### 2.3.1 Estatística básica – alguns conceitos

# 2.3.1.1 Inferência estatística

A inferência estatística é o processo de fazer afirmações acerca de uma população através de informações contidas em uma amostra extraída dessa população. A população deve ser entendida como um conjunto de elementos que compartilham de, pelo menos, uma característica em comum e sobre a qual incide o estudo estatístico, podendo essa ser finita ou infinita. Por exemplo, o número de seções transversais de um pilar de um edificio caracteriza uma população infinita e o número de pilares de um andar do edificio pode ser analisado como uma população finita. De maneira geral, consideram-se populações infinitas aquelas que possuem um número muito grande de elementos. A amostra é um subconjunto de observações selecionadas a partir da população para obtenção de seus parâmetros desconhecidos, devendo ter representatividade para que as inferências estatísticas sejam válidas. Utiliza-se uma amostra da população e não a população toda por diversos motivos, por exemplo: alto custo, tempo despendido ou impossibilidade de estudar todos os elementos da população.

Uma amostragem (procedimento de retirada de amostras da população) é dita aleatória quando associada ao mecanismo de casualidade e, dessa forma, a seleção de uma amostra é um experimento aleatório, sendo cada observação dessa amostra o valor observado de uma variável aleatória. O número de observações realizadas é chamado de tamanho da amostra e deve ser representativo da população de estudo.

A inferência estatística é dividida em duas grandes áreas: a estimação de parâmetros e os testes de hipótese. A estimação de parâmetros é a observação e obtenção de parâmetros das amostras aleatórias, a fim de inferir sobre o comportamento da população de interesse. Frequentemente, as informações principais a serem obtidas das amostras são a média e a variância. Já os testes de hipótese estão relacionados com a aceitação ou não de uma afirmação acerca de algum parâmetro estimado para a população. Esses testes também podem ser utilizados para avaliar uma afirmação acerca da distribuição de probabilidades de uma variável aleatória ou de uma função de desempenho.

As análises de probabilidade para uma população finita ou infinita são geralmente realizadas utilizando distribuições de probabilidades de referência dessa população e isso só é possível através da obtenção de informações sobre os parâmetros das amostras extraídas da mesma.

# 2.3.1.2 Probabilidades

A análise probabilística consiste na modelagem dos resultados de experimentos que possuem variações aleatórias. Tais variações são causadas pelas variáveis aleatórias que são, por definição, variáveis que associam um número ao resultado de um experimento aleatório.

As variáveis aleatórias podem ser discretas, quando assumem determinados valores dentro de um intervalo finito, ou contínuas, quando assumem quaisquer valores dentro de um mesmo intervalo (finito ou infinito). O conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório é chamado de espaço amostral, que quando dividido em subconjuntos dá origem aos eventos.

A probabilidade de um resultado pode ser interpretada subjetivamente como a possibilidade (ou casualidade) desse resultado ocorrer. As probabilidades de um experimento aleatório são muitas vezes atribuídas como base em um modelo ajustado do sistema em questão (por exemplo, designando as probabilidades na obtenção de resultados igualmente prováveis).

Esse é o processo de interpretação de probabilidades como frequências relativas, que são encontradas, então, dividindo a frequência observada em cada intervalo pelo número total de observações. Para variáveis contínuas, as frequências são usualmente plotadas na forma de gráficos que, por sua vez, servem como base para o ajuste das funções densidade de probabilidades (fdp), que são os modelos matemáticos que descrevem as probabilidades associadas aos possíveis valores da variável aleatória.

Existem na literatura muitas fdp's que podem ser ajustadas a diferentes situações experimentais. O anexo A deste trabalho apresenta as funções de densidade normal e lognormal, correntemente mais utilizadas em análises geotécnicas (Goldsworthy, 2006).

Face ao exposto, algumas definições acerca deste trabalho já podem ser realizadas. Para a verificação do ELS de uma fundação, os objetos de estudo ou características da população que se tem interesse em avaliar são os recalques previstos (solicitação ou demanda) e os recalques limites ou inadmissíveis (resistência ou oferta). Na verdade, neste trabalho em particular, os recalques inadmissíveis são considerados constantes nas análises, não sendo parte do objeto de observação da população. Os recalques previstos, por sua vez, são considerados variáveis aleatórias dependentes ou funções de variáveis aleatórias independentes que são, por exemplo: a geometria e o carregamento da sapata, a profundidade de assentamento, distância ao indeslocável e as propriedades de rigidez do solo. Simplificadamente neste trabalho, os recalques previstos são considerados função apenas do módulo de deformabilidade do solo (única variável aleatória independente).

Como as características observadas da população são os recalques e esses são, por definição os deslocamentos verticais das sapatas, provocados pela deformação do solo de suporte, então, a população para o caso da análise de uma determinada obra, é representada pela totalidade ou conjunto das sapatas da fundação.

O evento de interesse nas análises realizadas nesse trabalho refere-se à probabilidade de os recalques previstos (solicitação) excederem um determinado valor de recalque limite ou inadmissível (resistência), que caracterize a falha do ELS da fundação.

### 2.3.2 Incertezas em engenharia geotécnica

As fontes de incerteza em análises geotécnicas advêm desde os parâmetros do solo até a amostragem e as técnicas de ensaios. De uma maneira geral, todos os parâmetros que não podem ser previstos com precisão podem ser tratados como variáveis aleatórias (Phoon et al., 1995).

Segundo Phoon et al. (1995), as incertezas nas estimativas das propriedades geotécnicas do solo podem ser classificadas de acordo com a figura 2.11. Whitman (2000) agrupou essas fontes de incerteza em dois diferentes grupos, que são das:

- incertezas aleatórias, que são causadas pela variabilidade intrínseca do solo e pelos erros de medição dos ensaios e;
- incertezas sistemáticas, que são devido aos erros estatísticos (das estimativas de dados a partir de amostras não-representativas) e dos erros provenientes da qualidade nas estimativas dos parâmetros (deficiência dos ensaios em medir os parâmetros diretamente, ou incertezas advindas das correlações empíricas para estimativas indiretas).



Figura 2.11. Incertezas na estimativa de propriedades geotécnicas (Kulhawy, 1992; apud Phoon et al., 1995).

As contribuições de cada fonte de incertezas na propriedade do solo podem ser agrupadas considerando aproximação de independência entre suas variâncias (Phoon, 2008), assim:

$$V[X] \approx \left\{ V_{espacial}[X] + V_{medição}[X] \right\} + \left\{ V_{estatistico}[X] + V_{mod elo}[X] \right\}$$

$$[2.18]$$

onde: V[X] é a variância de todas as fontes de incerteza na propriedade X,  $V_{espacial}[X]$  é a variância devido à variabilidade intrínseca de X,  $V_{medição}[X]$  é a variância devida ao erro de medição,  $V_{estatistico}[X]$  é a variância devido ao erro estatístico na média de X,  $V_{modelo}[X]$  é a variância do erro atribuido ao modelo de cálculo de X.

Nas subseções seguintes, essas fontes de incerteza são brevemente discutidas.

#### 2.3.2.1 Estatísticas das propriedades geotécnicas do solo

De acordo com Vanmarcke (1977; apud Jaksa et al., 2004), três parâmetros são necessários para analisar a variabilidade espacial das propriedades do solo, quais sejam: a média, a variância e a escala de flutuação. Além desses três parâmetros, as funções densidade de probabilidade, especialmente aquelas que são relacionadas ao módulo de deformabilidade do solo, e alguns valores encontrados dos parâmetros estatísticos das propriedades geotécnicas na literatura são apresentados a seguir:

# a) Média

Os cálculos de média dos parâmetros podem ser realizados da seguinte forma: Sejam n valores dados de um parâmetro x qualquer, tal que, cada número é denotado por  $x_i$ , onde i = 1, ..., n. A média aritmética é a soma dos valores  $x_i$ 's divididos por n, ou seja:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$
 [2.19]

# b) Variância e desvio-padrão

A dispersão da distribuição dos dados em torno da média é dada pela variância e, consequentemente, pelo desvio-padrão. A variância amostral de um parâmetro pode ser obtida através da equação 2.20.

$$V[X] = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - x)^2}{n - 1}$$
[2.20]

Algumas propriedades são importantes para a avaliação da propagação das variâncias através de algumas análises geotécnicas. Uma relação utilizada neste trabalho, por exemplo, considera que a multiplicação de uma variável aleatória por uma constante K, qualquer, torna a sua variância multiplicada pelo quadrado dessa constante, assim:

$$V[KX] = K^2 . V[X]$$
 [2.21]

O cálculo do desvio-padrão é obtido diretamente pela raiz quadrada positiva da variância, ou seja:

$$\sigma[X] = \sqrt{V[X]}$$
[2.22]

# c) Escala de flutuação do parâmetro – Scale of fluctuation (SOF)

A escala de flutuação ( $\delta$ ) é um importante parâmetro para análise da variabilidade espacial dos solos, segundo Vanmarcke (1983). Esse parâmetro mede a distância onde as propriedades do solo mostram forte correlação, sendo que um valor baixo de  $\delta$  significa uma flutuação rápida dos valores das propriedades em torno da média e um valor alto de  $\delta$  significa uma variação lenta das propriedades em torno da média.

Um exemplo utilizado por Gimenes e Hachich (1992) pode fornecer um melhor entendimento de  $\delta$ . A figura 2.12 representa a variação do módulo de deformabilidade com a profundidade dentro do bulbo de tensões (zona de influência das deformações). P[ $\rho > \rho_C$ ] é a probabilidade de o recalque ( $\rho$ ) exceder um valor crítico ( $\rho_C$ ) pré-determinado. Nos casos (A) e (B) apresentados, a média e a variância dos parâmetros são iguais e constantes com a profundidade, o que indicaria igual probabilidade de excedência do recalque limite. Entretanto, tal probabilidade é maior no caso (B), pois existe uma correlação maior ponto a ponto dentro do bulbo de tensões. Gimenes e Hachich (1992) observaram ainda que a probabilidade de excedência no caso (A) é menor, pois existe maior chance de compensação de valores baixos com valores altos da seqüência (flutuação em escala menor).



Figura 2.12. Análise de recalques de um caso de fundação rasa (Gimenes e Hachich, 1992).

A escala de flutuação é obtida através da função da variância. O procedimento de cálculo pode ser descrito, basicamente, da seguinte forma (Vanmarcke, 1977; apud Ribeiro, 2008):

Primeiramente deve-se calcular a média e o desvio-padrão do conjunto de dados amostrais obtidos. Posteriormente, os pontos adjacentes devem ser agrupados, primeiramente aos pares (n=2) e a seguir para n=3, 4, 5,... n pontos. Para cada agrupamento de pontos realizado devem ser calculados as médias e os desvios-padrão pontuais. Em seguida a função da variância deve ser obtida para cada agrupamento anterior, através da fórmula:

$$\Gamma(n) = \frac{\sigma_{(e)}}{\sigma_{(p)}}$$
[2.23]

sendo:  $\sigma_{(e)}$  o desvio-padrão espacial e  $\sigma_{(p)}$  o desvio-padrão pontual.

Após a obtenção da função da variância para os agrupamentos dos pontos,  $\Gamma(2)$ ,  $\Gamma(3)$ ,...,  $\Gamma(n)$ , deve ser traçado um gráfico do tipo  $\Gamma(n)$  x n. A curva obtida deve se aproximar da curva teórica que é dada na equação 2.24.

$$\Gamma(n) = \sqrt{\frac{\delta}{n\Delta L}}$$
[2.24]

onde:  $\delta$  é a escala de flutuação e  $\Delta$ L é o comprimento total entre pontos numa dada direção.

A escala de flutuação ( $\delta$ ) é definida para um valor de n, cujo valor teórico de  $\Gamma(n)$  se aproxime do valor calculado, assim:

$$\delta = n \Gamma_{(n)}^2 \Delta L \qquad [2.25]$$

Em termos gerais, no caso dos solos, as escalas de flutuação horizontais são geralmente maiores (cerca de 10 vezes) que as verticais, devido ao processo de formação geológico, através de deposição por camadas.

# d) Função densidade de probabilidade das propriedades geotécnicas

A média e a variância das propriedades do solo são um bom indicador da locação e da dispersão de dados na distribuição de probabilidade. Entretanto, em análises de confiabilidade é necessário também estimar a forma dessa função de densidade (Goldsworthy, 2006).

Quando existem dados disponíveis das propriedades ou das funções de interesse é preferível prever a forma da função densidade de probabilidade (fdp) a partir da realização de testes de aderência. Tais testes consistem na verificação de aproximação da distribuição de freqüência empírica ou observada à uma determinada distribuição de probabilidade conhecida. O procedimento é realizado através de um teste de hipótese (por exemplo, teste do Chi-Quadrado ou *Kolmogorov-Smirnov*). Quando não existem dados em quantidade e qualidade suficiente para realização dos testes de aderência, resultados divulgados na comunidade geotécnica, através de estudos anteriores, podem ser consultados e utilizados como aproximação da fdp de determinada propriedade ou função de interesse.

Lee et al. (1983) observaram que a maioria dos parâmetros geotécnicos mostra uma tendência normal de distribuição, mas como comentado por Fenton (1999), a maioria desses

parâmetros é estritamente não-negativa, o que indica uma melhor aproximação com a distribuição lognormal. Outros autores (Lumb, 1966; Hoeksema e Kitanidis, 1985 e Sudicky, 1986) também indicaram que os parâmetros do solo seguem uma boa aproximação com a distribuição lognormal. Bredja et al. (2000) afirmaram que a distribuição lognormal é preferível, observando que é difícil ajustar a distribuição normal aos parâmetros geotécnicos do solo.

Fenton e Griffiths (2002) adotaram em suas análises o módulo de deformabilidade seguindo uma função lognormal. Tal escolha foi justificada pelo fato de o módulo ser um parâmetro estritamente não-negativo (que é uma propriedade da fdp lognormal), enquanto ainda tem-se uma simples relação com a distribuição normal, já que  $\ln[E_S]$  é normal com média  $\mu[\ln E]$  e variância  $V[\ln E]$ .

Goldswhorty (2006) observou que as funções de densidade tipicamente utilizadas em análises geotécnicas são a normal e a lognormal. Entretanto, concluiu através da realização de testes de hipótese do tipo Chi-quadrado, para simulações com solos de propriedades estatísticas diferentes, que a distribuição do módulo de deformabilidade somente possui boa aderência com a distribuição lognormal para solos com baixos valores de COV e SOF.

Segundo Phoon (2008), as propriedades do solo podem seguir diferentes fdp's para diferentes tipos de solo e regiões, mas, fisicamente, elas devem seguir somente distribuições que apresentem valores não-negativos. As distribuições normais ou gaussianas das propriedades do solo são frequentemente adotadas pela facilidade de sua completa caracterização, dada apenas pelos primeiros dois momentos probabilísticos (média e variância). Outras distribuições requerem o conhecimento de momentos de ordens superiores e, isso pode ser uma tarefa dispendiosa. As funções beta e gama também são utilizadas por satisfazerem a condição de limite inferior de valores não-negativos.

# e) Parâmetros estatísticos de propriedades geotécnicas - Literatura

De acordo com Duncan (2000), quando não é possível calcular a variância e o desviopadrão das propriedades do solo, por falta de dados ou ensaios suficientes, é possível utilizar como primeira aproximação os valores de V[X] e  $\sigma$ [X] estimados através de dados existentes na literatura, convenientemente apresentados na forma de coeficiente de variação (COV(%)). O desvio-padrão pode ser calculado através da seguinte equação:

$$\sigma[X] = COV[X].X$$
[2.26]

Segundo Vanmarcke (1982; apud Goldsworthy, 2006), existem na literatura muitos estudos que tratam de estimativas de parâmetros estatísticos das propriedades dos solos. Entretanto, muitos desses trabalhos limitam-se ao primeiro momento estatístico ou média desses parâmetros, porque os modelos probabilísticos não eram utilizados anteriormente.

Phoon et al. (1995) apresentaram um trabalho de investigação das propriedades da variabilidade dos solos, onde os resultados foram apresentados para escalas de flutuação, conforme a tabela 2.10.

Direção da	Propriedade	Solo	No. de	Escala de Flutuação		
Flutuação			estudos	Faixa	Média	
Vertical	Su	argila	5	0.8 - 6.1	2.5	
	q <sub>c</sub>	areia, argila	7	0.1 - 2.2	0.9	
	qT	argila	10	0.2 - 0.5	0.3	
	s <sub>u</sub> (VST)	argila	6	2.0 - 6.2	3.8	
	N	areia	1	-	2.4	
	Wn	argila	3	1.6 - 12.7	5.7	
	WL	argila	2	1.6 - 8.7	5.2	
	γ	argila	1	-	1.6	
	γ	argila	2	2.4 - 7.9	5.2	
Horizontal	q <sub>c</sub>	areia, <mark>a</mark> rgila	11	3.0 - 80.0	47.9	
	qT	argila	2	23.0 - 66.0	44.5	
	s <sub>u</sub> (VST)	argila	3	46.0 - 60.0	50.7	
	Wn	argila	1	-	170.0	
a - s <sub>u</sub> = ten s <sub>u</sub> (VST) q <sub>T</sub> = re ensaio S especifi 1 m = 3	isão de cisalhan = S <sub>u</sub> do ensaio sistência de por SPT; w <sub>n</sub> = umio co efetivo; γ = j .28 ft	nento não-dren o de palheta; o nta corrigida do lade natural; w peso específico	ada (ensaid ada (ensaid CPT ; N = limite d total	de laboratóri incia de ponta = número de g e liquidez; 7 =	o); do CPT; golpes do = peso	

Tabela 2.10. Escalas de flutuação de algumas propriedades geotécnicas (Phoon et al., 1995).

Valores de COV(%) para diversas propriedades do solo são apresentados conforme a tabela 2.11. Duncan (2000) também apresentou valores de COV(%) para alguns parâmetros geotécnicos e ensaios in situ, como é possível observar na tabela 2.12. Dados similares também foram reportados por Lumb (1966, 1974); Harr (1987) e Kulhawy e Trautmann (1996).

É válido ressaltar que os valores de COV apresentados devem ser avaliados e utilizados pelos projetistas com cautela, devendo ser considerados apenas como uma aproximação inicial para os cálculos.

$\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $	Ensaio	Propriedade	Tipo de solo	Média	Unidade	CV(%)
LIargila e silte10% $argila e silte\gamma, \gamma_dargila e silte13-20KN/m³< 10$	CPT VST SPT DMT PMT Lab Index	$\begin{array}{c} q_{T} \\ q_{c} \\ q_{c} \\ s_{u} \\ N \\ A reading \\ A reading \\ B reading \\ B Reading \\ B Reading \\ I_{D} \\ K_{D} \\ E_{D} \\ P_{L} \\ P_{L} \\ E_{PMT} \\ w_{n} \\ W_{L} \\ W_{P} \\ PI \\ LI \\ \gamma, \gamma_{d} \\ D_{r} \end{array}$	argila argila argila argila e areia argila argila areia areia areia areia areia argila e silte argila e silte	0.5-2.5 0.5-2 0.5-30 5-400 10-70 100-450 60-1300 500-880 350-2400 1-8 2-30 10-50 400-2800 1600-3500 5-15 13-100 30-90 15-15 10-40 10 13-20 30-70	MN/m <sup>2</sup> MN/m <sup>2</sup> kN/m <sup>2</sup> kN/m <sup>2</sup> kN/m <sup>2</sup> kN/m <sup>2</sup> kN/m <sup>2</sup> kN/m <sup>2</sup> kN/m <sup>2</sup> kN/m <sup>2</sup> % % % %	<pre>&lt; 20 20-40 20-60 10-40 25-50 10-35 20-50 10-35 20-50 20-60 20-60 20-60 15-65 8-30 6-30 a - a - &lt; 10 10-40; 5 5 7 10 20-50</pre>

Tabela 2.11. Coeficiente de variação para alguns resultados de ensaios comuns de campo. (Phoon e Kulhawy, 1996; apud Phoon, 2008).

Notas: <sup>a</sup>COV = (3-12%)/média <sup>b</sup>A prineira faixa considera a variabilidade total para o método direto de determinação, e a segunda faixa de valores considera a variabilidade total para as determinações indiretas usando os resultados do ensaio SPT.
Propriedade ou ensaio in situ	coeficiente de variação - COV(%)	fonte
peso específico (γ)	3% a 7%	Harr (1984), Kulhawy (1992)
peso específico submerso (7b)	0% a 10%	Lacasse e Nadim (1997), Duncan (1999)
Ângulo de atrito efetivo (¢')	2% a 13%	Harr (1984), Kulhawy (1992)
Tensão de cisalhamento não-drenada (S <sub>u</sub> )	13% a 14%	Harr (1984),Kulhawy (1992), Lacasse e Nadim (1997),Duncan (1999)
Razão (Su/σv')	5% a 15%	Lacasse e Nadim (1997), Duncan (1999)
Coeficiente de compressão (C <sub>C</sub> )	10% a 37%	Harr (1984), Kulhawy (1992), Duncan (1999)
Tensão de pré-adensamento (pp)	10% a 35%	Harr (1984), Lacasse e Nadim (1997), Duncan (1999)
Coeficiente de permeabilidade para argila saturada (k)	68% a 90%	Harr (1984), Duncan (1999)
Coeficiente de permeabilidade de argila parcialmente saturada (k)	130% a 240%	Harr (1984), Benson et al. (1999)
Coeficiente de adensamento (c <sub>v</sub> )	33% a 68%	Duncan (1999)
Número de golpes do Ensaio SPT (Nspt)	15% a 45%	Harr (1984), Kulhawy (1992)
Ensaio CPT elétrico (q <sub>C</sub> )	5% a 15%	Kulhawy (1992)
Ensaio CPT mecânico (q <sub>c</sub> )	15% a 37%	Harr (1984), Kulhawy (1992)
Resistência de ponta do DMT (q <sub>DMT</sub> )	5% a 15%	Kulhawy (1992)
Tensão de cisalhamento não-drenada Ensaio de Palheta (Sy)	10% a 20%	Kulhawy (1992)

Tabela 2.12. Coeficiente de variação de parâmetros geotécnicos e ensaios in situ. (Duncan, 2000).

Segundo Phoon et al. (1995), a maioria dos parâmetros estatísticos das propriedades dos solos reportada na literatura não é adequada para o uso geral, principalmente porque tais estatísticas foram determinadas considerando a análise total da variabilidade dessas propriedades o que, implicitamente, assume uma fonte de incertezas uniforme. Assim, as aplicações desse tipo de estatística só devem ser realizadas para as mesmas circunstâncias (condições do solo, equipamentos de medição, modelos de correlação) em que elas foram obtidas.

Ainda de acordo com Phoon et al. (1995), os coeficientes de variação das propriedades dos solos reportados pela literatura são maiores que os coeficientes relativos à variabilidade intrínseca do solo devido, principalmente, à influência de quatro fatores:

- 1. Os dados de solos de diferentes geologias são unificados nas análises,
- 2. os procedimentos de controle de equipamentos são geralmente insuficientes,
- 3. as tendências determinísticas dos dados não são corrigidas (removidas) e,
- 4. dados do solo que são coletados em períodos de tempo distintos (quando longos).

O primeiro problema pode ser minimizado assegurando que os dados do solo sejam classificados segundo unidades geológicas corretas antes da análise estatística. Assim, as análises devem ser realizadas para um mesmo tipo de solo, com mesma formação geológica. O entendimento da geologia do local e a correta divisão do subsolo em camadas características são de grande importância.

O segundo problema é relacionado às incertezas de medições, que devem ser separadas da variabilidade intrínseca dos solos quando se pretende estender os resultados estatísticos para uso geral (Orchant et al., 1988; apud Phoon et al. 1995). Como a quantificação de incertezas em equipamentos e procedimentos utilizados para amostragem e ensaios geotécnicos não é bem definida, é razoável assumir que essas incertezas sejam minimizadas em caso de dados obtidos em programas de pesquisa, onde se trabalha com equipamentos de qualidade e controle de procedimentos.

O terceiro problema envolve a remoção da tendência determinística dos dados do solo. Por exemplo, considere uma propriedade hipotética do solo variando linearmente com a profundidade sem a consideração de flutuação em torno da linha de tendência. Essa propriedade assume os valores 10, 20 e 30 nas profundidades 1, 2 e 3, respectivamente. Se a tendência linear (óbvia) desses dados não for removida, a média e o desvio-padrão da amostra são avaliados como 20 e 10, respectivamente. Portanto, o COV dos dados do solo é 50%. Uma apropriada remoção da tendência linear dos dados, entretanto, mostra que as flutuações são zero em ambas as três profundidades, e a variabilidade intrínseca é claramente zero. A maioria dos dados estatísticos publicados na literatura geotécnica é baseada em dados originais e, portanto, não consideram a remoção da tendência determinística. Essas informações devem ser utilizadas com cautela, principalmente, porque alguns dos parâmetros geotécnicos exibem tendências de variação com a profundidade em algum grau, como o módulo de deformabilidade para o caso de solos arenosos.

As tendências de variação das propriedades geotécnicas com a profundidade podem ser minimizadas nos casos em que a amostragem no solo seja realizada em intervalos suficientemente pequenos (Campanella et al., 1987). O quarto problema considera a variação das propriedades do solo com o tempo, para o caso de solos nos quais as propriedades são 'sazonais'. Nesse caso, se as amostras são coletadas em curto intervalo de tempo, as propriedades do solo podem ser consideradas invariantes (Rétháti, 1988; apud Phoon et al. 1995). Entretanto, para longos períodos, uma variabilidade adicional deve ser introduzida nos dados para a consideração das mudanças sazonais das propriedades. A adoção da situação mais desfavorável também pode ser utilizada como solução.

#### 2.3.2.2 Variabilidade intrínseca dos solos

O solo é um material particulado que se forma pela combinação de processos geológicos, ambientais e físico-químicos. Alguns desses processos podem modificar as suas propriedades geotécnicas, que passam a variar espacialmente, ou seja, tanto vertical quanto horizontalmente (Phoon et al., 1995). Essa combinação de processos é a responsável pela variabilidade intrínseca dessas propriedades geotécnicas (figura 2.13).



Figura 2.13. Variabilidade intrínseca do solo (Phoon et al., 1995).

Na figura 2.13, é possível observar que a variabilidade espacial do solo pode ser decomposta em duas componentes (Filippas et al., 1988; apud Phoon et al., 1995), tal que:

$$\xi(z) = t(z) + w(z)$$
 [2.27]

onde:  $\xi(z)$  é a propriedade do solo na profundidade z; t(z) é a função da tendência de variação do parâmetro e w(z) é a componente que representa a flutuação do parâmetro, atribuída à sua variabilidade intrínseca.

Uma forma de quantificar a variabilidade intrínseca é a de modelar w(z) como uma variável ou função aleatória homogênea ou estacionária. Uma função é dita estaticamente homogênea se sua média e variância não variarem com a profundidade e se a correlação entre os desvios em duas profundidades diferentes for função apenas da distância entre elas, e não da sua posição. A condição de média constante com a profundidade pode ser atingida desde que os dados das propriedades do solo sejam corrigidos de suas tendências naturais de variação.

Se as condições anteriores forem satisfeitas o desvio-padrão da variabilidade intrínseca do solo e a média do parâmetro podem ser avaliados, conforme as equações abaixo:

$$\sigma[w] = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} [w(z_i)]^2}$$
[2.28]

$$\bar{\xi}(z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \xi(z_i)$$
[2.29]

#### 2.3.2.3 Incertezas de medição

As incertezas de medição advêm da inabilidade dos ensaios geotécnicos em estimar precisamente as propriedades dos solos que são ensaiadas (Goldsworthy, 2006). Tais incertezas podem ser provenientes de duas fontes distintas, que são apresentadas a seguir:

#### a) Erros provenientes dos ensaios (equipamentos, procedimentos e operação)

As incertezas provenientes dos erros de ensaios podem ser divididas em duas categorias: aleatórias e sistemáticas (Fillipas et al., 1988; apud Phoon et al., 1995). As incertezas aleatórias são inerentes ao tipo do ensaio, mas não podem ser atribuídas à variabilidade espacial das propriedades do solo. Sugere-se que a melhor forma de avaliar os efeitos dos erros aleatórios é tomando vários ensaios sob a mesma condição de contorno. Os erros sistemáticos subestimam ou superestimam as propriedades do solo e são, geralmente, devido ao operador, procedimentos de ensaios e qualidade do equipamento utilizado.

De acordo com Phoon et al. (1995), as informações sobre equipamentos e procedimentos de controle durantes os ensaios não são detalhadas suficientemente para permitir uma avaliação quantitativa dos erros de medição. Zekkos et al. (2004), classificaram 27 fontes de incertezas existentes do ensaio SPT, baseados em estudos anteriores, segundo 05 diferentes grupos e ressaltaram que ainda existem muitas dessas incertezas que não foram sequer suficientemente quantificadas.

Como exemplo, as incertezas provenientes do ensaio SPT podem ser avaliadas aplicando valores de COV (%) sobre os resultados do ensaio ( $N_{SPT}$ ). Algumas sugestões dadas de forma simplificada, onde os valores de COV (%) são independentes de  $N_{SPT}$ , são (Zekkos et al., 2004):

- ASTM D1586-99 essa norma norte-americana sugere um valor mínimo de COV de 10%, para resultados N<sub>SPT</sub> obtidos de um mesmo equipamento, condições de ensaio e tipo de solo. Esse é o valor mínimo para o erro inerente induzido pelo ensaio, mesmo quando são seguidos os procedimentos descritos por essa norma;
- Kulhawy e Trautmann (1996) através da observação de várias fontes de incerteza sugeriram que a incerteza total no ensaio SPT pode ser estimada variando o COV entre 14% (melhor cenário) e 100% (pior cenário).

Alguns erros de medição para alguns ensaios *in situ* são apresentados na tabela 2.13, onde é possível verificar comparativamente que o ensaio SPT possui maior incerteza associada em relação ao ensaio CPT.

Ensaio	cov <sup>a</sup> Equip. (%)	COV Proc. (%)	COV Aleatório (%)	cov <sup>b</sup> Total (%)	cov <sup>c</sup> Faixa (%)			
Standard Penetration test (SPT)	5d_75e	5 <sup>d</sup> -75 <sup>e</sup>	12-15	14 <sup>d</sup> -100 <sup>e</sup>	15-45			
Penetração de Cone Mecânico (CPTM)	5	10 <sup>f</sup> -15 <sup>g</sup>	10 <sup>f</sup> -15 <sup>g</sup>	15 <sup>f</sup> -22 <sup>g</sup>	15-25			
Penetração de Cone Elétrico (CPTE)	3	5	5 <sup>f</sup> -10 <sup>g</sup>	7 <sup>f</sup> -12 <sup>g</sup>	5-15			
Ensaio de Palheta (VST)	5	8	10	14	10-20			
Ensaio Dilatométrico (DMT)	tométrico 5		8	11	5-15			
Ensaio Pressurométrico (PMT)	5	12	10	16	10-20 <sup>h</sup>			
Ensaio Pressurométrico automático (SBPMT)	Pressurométrico ático (SBPMT) 8		15 8		15-25 <sup>h</sup>			
<ul> <li>a - COV = desvio-padrão/média</li> <li>b - COV(Total) - [COV(Equip.)<sup>2</sup> + COV(Proc.)<sup>2</sup> + COV(aleatório)<sup>2</sup>]<sup>2</sup>.</li> <li>c - Devido aos dados limitados e ao julgamento envolvendo as estimativas de COVS, as faixas representam as magnitudes prováveis das medidas de erros dos testes de campo</li> <li>d - Caso de melhor cenário para as condições do ensaio SPT</li> <li>e - Caso de pior cenário para as condições do ensaio SPT</li> <li>f - Medidas da resistência de ponta do CPT</li> <li>g - Medidas da resistência lateral do CPT</li> <li>h - É provável que os resultados sejam diferentes para Po, Pf, e PL, mas os dados são insuficientes para esclarecer esta questão</li> </ul>								

Tabela 2.13. Erros de medição em ensaios de campo (Orchant et al., 1988; apud Phoon et al., 1995)

#### b) Incertezas estatísticas

As incertezas estatísticas são resultantes da quantidade insuficiente de dados coletados que podem não representar de maneira adequada a caracterização geotécnica das condições do subsolo. Esse tipo de incerteza afeta principalmente as estimativas ou inferências de média e variância realizadas a partir das amostras coletadas para a população. Na verdade, trata-se mais de um problema de representatividade das condições geológicas que de quantidade de amostras ou ensaios realizados. A avaliação dessa incerteza, considerando amostras independentes, pode ser obtida através da variância na estimativa da média amostral, dada pela equação 2.30 (DeGroot, 1986; apud Goldsworthy, 2006).

$$V[\bar{X}] = \frac{V[X]}{n}$$
[2.30]

onde: V[X] é a variância amostral dos dados e n é o número de amostras.

A equação 2.30 indica que a incerteza estatística pode ser reduzida, simplificadamente, pela realização de maior amostragem (aumento do número de dados coletados). Segundo Baecher e Christian (2003), a utilização dessa equação para a estimativa da incerteza estatística é razoável somente se for considerada a lei dos grandes números<sup>1</sup>. Entretanto, a idéia da amostragem espacial é reforçada, onde a consideração desse tipo de incerteza deve ser função não somente do tamanho das amostras, mas também da distância e da correlação entre elas.

Novamente, de fato, esse tipo de incerteza está relacionado, não somente a quantidade de ensaios realizados, mas, principalmente, à representatividade que esses ensaios podem fornecer da diversidade geológica existente no subsolo analisado.

#### 2.3.2.4 Incertezas nas transformações do modelo

As incertezas na transformação de modelo advêm da transformação dos resultados obtidos nos ensaios realizados nas propriedades geotécnicas de interesse para determinada análise. Essas incertezas são mais evidentes quando advindas de correlações empíricas utilizadas para estimativas de parâmetros geotécnicos a partir dos resultados de ensaios de campo, mas, segundo Phoon e Kulhawy (1999), elas existem mesmo quando os modelos de transformação são obtidos através de relações teóricas, devido às considerações e limitações de adaptação das teorias. As incertezas oriundas das correlações empíricas podem ser caracterizadas, por exemplo, a partir do desvio-padrão da regressão estatística adotada no ajuste de modelos de funções aos dados coletados.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> O princípio fundamental da estatística teórica implica, simplificadamente, que quanto maior o tamanho de uma amostra, as propriedades estatísticas dessa amostra se tornam mais semelhantes às da população que a deu origem (Baecher e Christian, 2003).

No caso da previsão de recalques, quando essa é realizada a partir de resultados de ensaios de campo (CPT ou SPT), as incertezas de transformação do modelo são derivadas das estimativas do módulo de deformabilidade a partir de  $q_c$  ou  $N_{SPT}$ , e podem ser consideradas como o erro na aproximação da regressão adotada para essa transformação.

O método do Segundo Momento de Primeira Ordem (*FOSM*) é usualmente utilizado para as considerações desse tipo de incertezas. Phoon e Kulhawy (1999) propuseram a equação 2.31 para a consideração de diferentes fontes de incerteza na estimativa de uma propriedade geotécnica, incluindo a incerteza referente à transformação de modelo.

$$V[\xi_d] = \left[\frac{\partial T}{\partial ve}\right]^2 \cdot V[_{espacial}] + \left[\frac{\partial T}{\partial m}\right]^2 \cdot V[_{medição}] + \left[\frac{\partial T}{\partial tm}\right]^2 \cdot V[_{mod\ elo}]$$

$$[2.31]$$

onde: T é a função de transformação;  $V[_{espacial}]$ ,  $V[_{medição}]$  e  $V[_{modelo}]$  são as variâncias devido à variabilidade espacial, à medição e à transformação de modelo e *ve*, *m* e *tm* são as variáveis aleatórias responsáveis pelas fontes de incerteza citadas.

#### 2.3.2.5 Variabilidade espacial dos solos

Análises estatísticas convencionais de resultados de ensaios de campo podem indicar que determinado parâmetro do solo segue alguma distribuição de probabilidades. Entretanto, essa distribuição só descreve a população das amostras obtidas e não indica nenhuma informação a respeito de que zonas ou regiões que podem apresentar os maiores ou menores valores. As propriedades do solo não variam aleatoriamente no espaço, mas seguem tendências de variação direcionais que podem ser mensuradas pelas estruturas de correlação espacial. Essas estruturas são usualmente estudadas através da Geoestatística e da teoria de campos aleatórios, expressas em termos de semivariograma e da função de covariância, respectivamente (Elkateb et al., 2002). Segundo Baecher e Christian (2003), a utilização da função de covariância é mais comum em engenharia geotécnica que a utilização do semivariograma. Esse tema é, de acordo com Huber et al. (2009), bem representado por Vanmarcke (1983) e Baecher e Christian (2003).

Para Fenton et al. (2005), a variabilidade espacial dos solos possui uma importância diferenciada para cada tipo de análise geotécnica. No caso de análises de estabilidade de taludes, por exemplo, que envolvem trajetórias de menor resistência, a variabilidade espacial torna-se um fator indispensável.

A consideração da variabilidade espacial das propriedades dos solos é comumente realizada por métodos de análises computacionais através de elementos finitos. Os métodos *FOSM*, *SOSM* ou *PEM* não permitem essa consideração de variabilidade, e isso deve ser visto como uma limitação. Tais métodos, entretanto, são bastante úteis para análises de modelos geotécnicos através da variação de parâmetros de entrada, principalmente, no que tange a sua sensibilidade (Griffiths et al., 2002).

#### 2.3.3 Incorporando incertezas em análises geotécnicas - métodos probabilísticos

As incertezas existentes nas propriedades geotécnicas do solo devem ser consideradas nos projetos, através de sua incorporação nos métodos utilizados para as previsões de comportamento da fundação nos estados limites último e de serviço. Isso é realizado com o auxílio dos métodos de confiabilidade.

Baecher e Christian (2003) sugeriram diferentes maneiras para a estimativa de confiabilidade de sistemas, incluindo:

- Método do Segundo Momento de Primeira Ordem (FOSM),
- Método do Segundo Momento de Segunda Ordem (SOSM),
- Método da Simulação de Monte Carlo (MCS),
- Método das Estimativas Pontuais (*PEM*).

Ribeiro (2008) reforçou a idéia de que os métodos de análise de confiabilidade geralmente utilizados em engenharia geotécnica são: *FOSM*, *PEM* e *MCS*.

Os métodos do Segundo Momento de Primeira e Segunda Ordem (*FOSM* e *SOSM*) e da Simulação de Monte Carlo (*MCS*) são apresentados nas subseções seguintes.

#### 2.3.3.1 O método do segundo momento de primeira ordem - FOSM

O método do Segundo Momento de Primeira Ordem ou *First Order Second Moment Method (FOSM)* tem esse nome por ser baseado na aproximação de primeira ordem da série de Taylor para a função de desempenho linearizada em torno da média das variáveis aleatórias e, porque somente considera o segundo momento estatístico (variância) dessas variáveis aleatórias.

Seja a função de desempenho G[X] das variáveis aleatórias  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ...  $x_i$  independentes entre si, tal que: G[X]=G( $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ...  $x_i$ ). Desenvolvendo a função G[X] em torno de sua média e da média das variáveis aleatórias  $x_i$ , segundo a série de Taylor, têm-se (Baecher e Christian, 2003):

$$G[X] = G[\bar{X}] + \frac{1}{!!} \frac{\partial G}{\partial x} (X - \bar{X}) + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} (X - \bar{X})^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 G}{\partial x^3} (X - \bar{X})^3 + \dots$$

$$0^a \text{ ordem } 1^a \text{ ordem } 2^a \text{ ordem } 3^a \text{ ordem }$$

$$(2.32)$$

Truncando a equação 2.32 no seu termo de primeira ordem e manipulando algebricamente a forma originada chega-se a solução para a média (esperança) e para a variância da função de desempenho, assim:

$$E[G(X)] = G[X]$$
 [2.33]

$$V[G(X)] = \left(\dot{G}(X)\right)^2 . V[X]$$
[2.34]

onde: V[X] é a variância amostral da variável aleatória X.

As equações 2.33 e 2.34 são obtidas para funções de desempenho que possam ser representadas apenas pelos dois primeiros momentos estatísticos (média e variância). A aplicação desse método em problemas de confiabilidade requer essa consideração.

No método *FOSM* a função de desempenho G[X] é linearizada em termos da média dos valores de x<sub>i</sub>. Isso significa que, quando G[X] é não-linear, erros significativos são introduzidos pela negligência dos termos de maior ordem da série de Taylor desenvolvida.

Outra limitação importante, segundo Griffiths et al. (2002) é que a correlação espacial das variáveis aleatórias não é levada em consideração nesse método. Por exemplo, se as propriedades geotécnicas de dois solos são idênticas (mesma média e desvios-padrão), entretanto, em um dos solos as propriedades variam rapidamente de ponto a ponto (como se houvesse uma camada fraca nesse solo, por exemplo) e no outro variam lentamente, esse efeito não é considerado.

#### 2.3.3.2 O método do segundo momento de segunda ordem - SOSM

O método *FOSM* trunca a série polinomial de Taylor desenvolvida no termo de primeira ordem e sua aplicação para funções não-lineares pode gerar erros significativos devido à negligência desses termos de ordens superiores. O ajuste necessário então para funções não-lineares seria a consideração de tantos termos quanto fossem necessários para a melhor aproximação do polinômio de Taylor à função desempenho de interesse. Entretanto, é comum truncar a série de Taylor na segunda ordem para ajustar a determinação de média e variância e, assim, o método passa a ser chamado de Segundo Momento de Segunda Ordem ou *Second Order Second Moment (SOSM)*.

A média e a variância da função de desempenho G[X] podem ser obtidas, assumindo o *SOSM*, através da expansão polinomial de Taylor apresentada na equação 2.32, truncando a série até o termo de segunda ordem. Analogamente ao caso anterior, é assumido que a função densidade de probabilidades é representada pelos dois primeiros momentos estatísticos. Assim, a média da função é dada pela equação seguinte:

$$E[G(X)] = G[\bar{X}] + \frac{1}{2} \left( \overset{\bullet}{G}(\bar{X}) \right) V[X]$$
[2.35]

E sua variância é:

$$V[G(X)] = \left(\dot{G}(X)\right)^{2} \cdot V[X] + \frac{1}{2} \left(\dot{G}(X)\right)^{2} \cdot V^{2}[X]$$
[2.36]

Segundo Popstojanova e Kamavaram (2002), para funções de desempenho não-lineares, a precisão de previsão da variância e da média é melhorada no caso de consideração de termos de ordens superiores no desenvolvimento de Taylor. Entretanto, as incertezas provenientes das estimativas amostrais devido, principalmente, ao tamanho limitado das amostras podem gerar erros que excedem os erros introduzidos pela omissão dos termos superiores a segunda ordem. Essa é uma importante questão enfrentada no dia-a-dia da comunidade geotécnica. A quantidade de ensaios geralmente realizados (de campo e laboratório) para a elaboração de projetos geotécnicos em obras correntes é muito aquém da necessária para uma boa caracterização do solo (principalmente do ponto de vista de sua representatividade geológica). A inferência estatística realizada a partir de amostras pequenas e de variabilidade tão complexa, como é o caso dos solos, é dificilmente conduzida com a representatividade adequada.

#### 2.3.3.3 O método da simulação de Monte Carlo (MCS)

O método de Monte Carlo ou *Monte Carlo Simulation Method* (MCS) é baseado na simulação estatística das variáveis aleatórias. Tais variáveis são supostas seguindo uma determinada função densidade de probabilidade e, através de iteração (ou simulação), são gerados n números aleatórios de onde é possível obter e avaliar n cenários estatísticos diferentes.

No caso geral, o método da Simulação de Monte Carlo pode ser descrito da seguinte forma (Hutchinson, 1997, apud Davidòvic et al., 2010):

• Escolha do modelo que produzirá uma solução determinística para o problema,

- Identificação de todas as variáveis aleatórias e escolha dos parâmetros de entrada que serão utilizados para a modelagem das distribuições de probabilidade,
- Realização da iteração (ou simulação) dos parâmetros de entrada de acordo com as distribuições de probabilidade escolhidas,
- Realização da repetição da resolução do problema, considerando as variáveis aleatórias simuladas no passo anterior, utilizando o modelo determinístico escolhido e,
- Determinação dos indicadores estatísticos (média, desvio-padrão e função de densidade) da função de saída ou resultados obtidos.

Para a aplicação desse método é necessário então definir uma fdp para cada variável aleatória de interesse para a realização das iterações, sendo que o sucesso do ajuste do modelo de distribuição é função basicamente da qualidade e da quantidade de amostras (dados) disponíveis. Esse assunto já foi comentado anteriormente.

Dois fatores importantes nas análises através do *MCS* são o erro gerado e o número de iterações a serem realizadas, que são inversamente proporcionais. O número de iterações  $(N_i)$  é dado pela equação abaixo, onde *e* é o erro total e  $\sigma$  é o desvio-padrão da variável aleatória.

$$N_i = \left(\frac{3\sigma}{e}\right)^2$$
 [2.37]

Em geral, modelos matemáticos pouco representativos e grandezas de influência mal caracterizadas podem gerar erros maiores que os advindos do número de simulações. Nesses casos, aumentar radicalmente o número de simulações para reduzir o erro amostral pode não trazer o retorno esperado (Donatelli e Konrath, 2005).

#### 2.3.4 Análises probabilísticas de recalques de sapatas em areias – estudos anteriores

Segundo Elkateb et al. (2002), várias abordagens têm sido realizadas na prática para aplicação de análises de confiabilidade em problemas de engenharia geotécnica, como: na avaliação de liquefação, em análises de estabilidade de taludes e recalques de fundações.

As análises de confiabilidade de equilíbrio limite foram desenvolvidas inicialmente para a avaliação de estabilidade de taludes. Segundo Elkateb et al. (2002), as abordagens geralmente utilizadas para essas análises são através do método do Segundo Momento de Primeira Ordem (*FOSM*) e método das Estimativas Pontuais (*PEM*).

A maioria dos estudos publicados na literatura geotécnica envolvendo análises probabilísticas de confiabilidade trata da avaliação do ELU, com aplicações probabilísticas em análises de estabilidade de taludes, muros de arrimo, ruptura de fundações superficiais e profundas. Alguns trabalhos internacionais importantes são: Christian et al. (1994); Tang et al. (1999) e Duncan (2000). No Brasil, destacam-se, principalmente, os trabalhos sobre análises probabilísticas aplicadas à ruptura de fundações profundas por estacas, onde alguns trabalhos são: Aoki et al. (2002) e Silva (2006). Aplicações em estabilidade de taludes e recalques por adensamento também podem ser encontradas em: Sandroni e Sayão (1992); Guedes (1997) e Ribeiro (2008). Pacheco e Schmidt (1996) também publicaram interessante trabalho com diretrizes para análises estatísticas aplicadas a resultados de ensaios geotécnicos.

Entretanto, de acordo com Phoon (2008), a aplicação de análises de confiabilidade na verificação do ELS parece estar crescendo na literatura recente. Para o caso de análises probabilísticas de recalques de sapatas em solos arenosos, os métodos usualmente adotados consistem na consideração de campos aleatórios para a caracterização do solo com associação dos métodos de elementos finitos e da simulação de Monte Carlo para a descrição e avaliação do problema.

Kuo et al. (2004) relataram que os trabalhos pioneiros na investigação e no desenvolvimento de análises probabilísticas de recalques de fundações em solos com modelagem aleatória espacial foram: Baecher e Ingra (1981); Righetti e Harrop-Williams (1988); Zeitoun e Baker (1992); Paice et al. (1994, 1996) e Fenton e Griffiths (2002). Esses trabalhos utilizaram a análise estocástica de elementos finitos em combinação com a simulação de Monte Carlo. A modelagem dos solos foi realizada através da teoria de campos aleatórios (Vanmarcke, 1983), que assume um meio estacionário (mesma média e variância dentro do domínio do solo). Kuo et al. (2004) ressaltaram ainda que a utilização da teoria de campos aleatórios limita esses modelos

desenvolvidos para apenas uma camada do solo, uma vez que qualquer mudança abrupta no perfil de solo viola a premissa da consideração do meio estacionário.

Duncan (2000) utilizou o método proposto por Burland e Burbidge (1985) para analisar probabilisticamente a previsão de recalques de sapatas em solos arenosos. A análise considerou a probabilidade de excedência dos recalques previstos por esse método em comparação com recalques medidos (observados) em 124 sapatas. A figura 2.14 mostra o gráfico comparativo entre os recalques previstos pelo método de Burland e Burbidge (1985) e os recalques medidos.



Figura 2.14. Comparação de recalques medidos no final da construção e recalques previstos pelo método de Burland e Burbidge (1985) (Duncan, 2000).

O coeficiente de variação associado ao método foi calculado através do desvio-padrão dos dados ao redor da reta  $\rho_p$  (recalques previstos)=  $\rho_m$  (recalques medidos), onde não foram avaliados os recalques medidos menores que 13 mm, por serem considerados de pequena significância prática. O COV encontrado para a reta  $\rho_p = \rho_m$  foi de 67%, para as 54 sapatas com recalques medidos maiores que 13 mm. Tal valor foi fixado como a única fonte de incertezas para avaliação da equação proposta pelo método de Burland e Burbidge (1985), considerando o gráfico apresentado na figura 2.14. Duncan (2000) também desenvolveu a tabela 2.14 que apresenta a probabilidade de um recalque previsto ser maior que um recalque medido, baseado na fdp lognormal. A probabilidade de excedência do recalque previsto pelo método de Burland e Burbidge (1985) pode ser encontrada a partir dos dados da coluna 11.

	Coeficiente de variação dos recalques (Vs)											
SR	5%	10%	15%	20%	25%	30%	40%	50%	60%	67%*	70%	80%
1.10	3%	16%	24%	28%	30%	32%	33%	33%	33%	32%	32%	31%
1.20	0%	3%	10%	15%	19%	22%	25%	27%	27%	27%	27%	27%
1.30	0%	0%	3%	8%	12%	15%	19%	21%	23%	23%	23%	23%
1.40	0%	0%	1%	4%	7%	10%	14%	17%	19%	20%	20%	20%
1.50	0%	0%	0%	2%	4%	6%	11%	14%	16%	17%	17%	18%
1.60	0%	0%	0%	1%	2%	4%	8%	11%	13%	14%	14%	15%
1.70	0%	0%	0%	0%	1%	3%	6%	9%	11%	12%	12%	13%
1.80	0%	0%	0%	0%	1%	2%	4%	7%	9%	10%	11%	12%
1.90	0%	0%	0%	0%	0%	1%	3%	6%	8%	9%	9%	10%
2.00	0%	0%	0%	0%	0%	1%	2%	4%	6%	7%	8%	9%
2.20	0%	0%	0%	0%	0%	0%	1%	3%	4%	5%	6%	7%
2.50	0%	0%	0%	0%	0%	0%	1%	1%	3%	4%	4%	5%
3.00	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	1%	1%	2%ª	2%	3%
Nota: SR = razão dos recalques = recalque possível/recalque provável <sup>a</sup> Recalque de fundações em areias e pedregulhos, previstos através do método de Burland e Burbidge (1985), ou Terzaghi et al. (1996), tem o coeficiente de variação de 67%.												

Tabela 2.14. Probabilidades de que os recalques previstos sejam maiores que os recalques mais prováveis (computados através de estudos anteriores), baseadas na distribuição lognormal dos recalques (Duncan, 2000).

Fenton e Griffiths (2002) apresentaram um método para estimativa da probabilidade associada à previsão de recalques absolutos e diferenciais segundo a aplicação do método dos elementos finitos (*FEM*) e da simulação de Monte Carlo (*MCS*), onde o módulo de deformabilidade foi adotado como a única fonte de incerteza do solo, sendo considerado segundo a teoria de campos aleatórios. O solo foi modelado isotropicamente (isto é, a estrutura de correlação é constante tanto horizontal como verticalmente). As sapatas foram assumidas assentes sobre uma camada única de solo sobrejacente a uma camada rochosa (indeformável). O modelo físico utilizado foi o de deformação plana 2-D segundo o trabalho de Paice et al. (1996) e o módulo de deformabilidade foi considerado segundo a fdp lognormal. Dentre outras conclusões, os resultados indicaram que o recalque de uma sapata isolada é bem representado pela fdp lognormal, se o módulo de deformabilidade também seguir uma fdp lognormal. Já a distribuição dos recalques diferenciais foi considerada conservativa se estimada através da fdp normal.

Sivakugan e Johnson (2002) analisaram estatisticamente os recalques previstos segundo os métodos de Terzaghi e Peck (1967), Schmertmann et al. (1978), Burland e Burbidge (1985) e Berardi e Lancellotta (1994) e concluíram que a razão entre os recalques previstos por esses métodos e os medidos no campo segue a distribuição beta, o que concordou com o estudos realizados por Berardi e Lancellotta (1994), que mostraram que a razão desses recalques é melhor modelada pela fdp beta do que pelas fdp's normal ou lognormal.

Segundo Sivakugan e Johnson (2004), as estimativas de recalques para um mesmo cenário de análise podem gerar resultados distintos dependendo do método empregado de cálculo. Através de 77 resultados de recalques de fundações medidos divulgados por Burland e Burbidge (1985) e analisados estatisticamente por (Sivakugan e Johnson, 2002), foi apresentado um gráfico de probabilidade (figura 2.15) para a comparação dos métodos de Terzaghi e Peck (1967), Schmertmann et al. (1978), Burland e Burbidge (1985) e Berardi e Lancellotta (1994). Tal comparação foi realizada considerando a relação entre os valores de recalques previstos por cada modelo e os valores de recalques medidos apresentados por Burland e Burbidge (1985). Para os recalques previstos, o gráfico permite avaliar a probabilidade de o recalque no campo exceder o valor limite de 25 mm. Foi observado que os métodos de Terzaghi e Peck (1967) e Schmertmann et al. (1978) são os mais conservativos e os métodos de Burland e Burbidge (1985) e Berardi e Lancellotta (1991) sugeriram previsões mais realísticas.



Figura 2.15. Gráfico para análise probabilística de previsão de recalques (Sivakugan e Johnson, 2004).

Zekkos et al. (2004) discutiram acerca da influência das incertezas e variabilidades na performance do ensaio SPT no projeto de fundações. Foi desenvolvida uma análise de confiabilidade, baseada nos métodos *FOSM e SOSM*, para os critérios de ruptura e recalques excessivos. Os autores mostraram que os cálculos determinísticos realizados através de fatores de segurança geram falsa impressão de confiabilidade. Por exemplo, fundações projetadas com fator de segurança igual a 2 podem ser mais seguras que as projetadas com fator de segurança igual a 2, dependendo das condições de cada subsolo. A análise probabilística de recalques realizada por

Zekkos et al. (2004) considerou o dimensionamento da tensão admissivel segundo o critério de recalque máximo de 25 mm e uma probabilidade de 30% de os recalques previstos excederem esse valor máximo. A figura 2.16 mostra a probabilidade de excedência para diferentes valores de recalques estimados segundo a equação de Burland e Burbidge (1985) com 30% de probabilidade de excedência do recalque admissível de 25 mm. Nesta figura, por exemplo, a probabilidade de um recalque estimado ser superior ao valor de 38 mm é de 11,4%.



Figura 2.16. Probabilidade de excedência para diferentes valores de recalques, segundo o método de Burland e Burbidge (1985) (Zekkos et al., 2004).

Fenton e Griffiths (2005) basearam-se em seu estudo anterior (Fenton e Griffiths, 2002) para analisar as distribuições de probabilidade dos recalques total e diferencial de sapatas, modelando o solo como um campo aleatório em 3-D (três dimensões). As considerações básicas de isotropia do solo e do módulo de deformabilidade como única variável aleatória permaneceram as mesmas. Os resultados obtidos para as análises em três dimensões concordaram com o estudo anterior, no caso das simulações realizadas para sapata isolada, indicando que os recalques seguem uma fdp de aproximação lognormal, se o módulo de deformabilidade também seguir a distribuição lognormal. Outra conclusão obtida para o caso de sapatas isoladas é que a utilização da média geométrica do módulo de deformabilidade na região de influência das deformações no solo abaixo da sapata, ao invés da utilização da média aritmética, melhora a precisão das estimativas de recalques. A distribuição bi-variada lognormal indicou boa concordância para o caso de recalques diferenciais entre duas sapatas, consideradas suficientemente afastadas para eliminar qualquer interação mecânica significativa. Para sapatas muito próximas, a utilização da distribuição bi-variada indicou conservadorismo nas análises de probabilidade associadas ao recalque diferencial.

Goldsworthy (2006) apresentou um trabalho bastante completo sobre avaliação de incertezas em engenharia geotécnica. Tendo em vista que o escopo da investigação geotécnica deve ser função das condições geológicas do terreno e do tipo da estrutura, foi discutida a quantificação relativa dos benefícios no projeto de fundações (montante gasto na investigação geotécnica e o montante associado ao risco de ruína da fundação), da variação na quantidade e no escopo de uma investigação geotécnica simulada. Os estudos foram conduzidos através do comparativo entre um projeto de fundações fictício realizado a partir de diferentes escopos de investigação geotécnica de campo (tipo, quantidade e disposição de ensaios) e outro projeto também fictício, realizado para uma situação ideal, onde eram conhecidos os parâmetros de média, desvio-padrão e escala de flutuação de todas as propriedades do solo (esse processo foi simulado através da teoria de campos aleatórios e foi considerado o *benchmark* da pesquisa). Tais análises foram conduzidas considerando apenas o estado de serviço da fundação (na verificação de recalques), onde as incertezas (devido à variabilidade do solo, erros de medição, transformação de modelos e erros advindos da utilização de modelos simplificados de previsão de recalques) foram incorporadas através da simulação de Monte Carlo. As análises indicaram que os recalques aumentam com o aumento da variabilidade do solo, e que para solos com alta escala de flutuação a variabilidade dos recalques é maior.

Quanto ao desempenho da investigação geotécnica na precisão e adequabilidade do conhecimento das propriedades do solo e dos custos associados à probabilidade de ruína da fundação, em termos gerais, os resultados mostraram que o aumento do escopo da investigação geotécnica conduz a uma redução do conservadorismo e da variabilidade no projeto de fundações, levando a projetos com menos riscos e potencialmente com menos custos associados à probabilidade de ruína.

Ribeiro (2008) propôs uma metodologia simples e prática para analisar a probabilidade dos recalques previstos serem superiores a um valor de recalque máximo, utilizando como referência o modelo proposto por Schmertmann et al. (1978). O procedimento se resume nas seguintes etapas:

- Seja n o número de ensaios de campo existentes (CPT ou SPT, por exemplo) e p o número de pilares da edificação analisada;
- Calcular deterministicamente (através do modelo de Schmertmann et al., 1978) os recalques para cada ensaio, obtendo-se um total de n x p resultados de previsão de recalques;
- Caso seja desejável incluir na análise outros fatores, como o parâmetro α (utilizado nas equações para estimativa de E<sub>s</sub> a partir dos resultados q<sub>c</sub>), deve-se proceder de forma análoga. Seja então j, a quantidade de parâmetros α a serem analisados. Então, deve-se calcular um total de n x p x j resultados de previsão de recalques;
- Através dos resultados encontrados para as previsões de recalques, deve-se calcular a média, a variância e o desvio-padrão amostral, de acordo com as equações 2.19, 2.20 e 2.22;
- Segundo a análise dos gráficos de freqüência construídos por Ribeiro (2008) para o caso de obras analisado em seu trabalho, foi observado que a distribuição normal é a que mais se aproxima da distribuição gerada pelo conjunto de dados. Essa distribuição foi proposta para a subseqüente análise de probabilidade, considerando os valores de média e desviopadrão já obtidos.

De acordo com Ribeiro (2008), essa metodologia proposta é semelhante à aplicação do método da Simulação de Monte Carlo, diferenciando-se desse pela não adoção de variáveis independentes como geradores das simulações. Além disso, observou que os resultados obtidos pelo novo método são influenciados pela variabilidade espacial dos parâmetros geomecânicos do solo, pela variabilidade das cargas incidentes nos pilares e pelas tensões atuantes na sapata.

#### 2.3.5 Análise crítica dos métodos probabilísticos e dos estudos anteriores

Os estudos anteriores apresentados para análise probabilística de recalques de sapatas em solos arenosos foram desenvolvidos segundo diferentes cenários. Alguns deles utilizaram dados reais de medição de recalques no campo para comparar a razão entre os recalques previstos e esses recalques medidos e, então, definir sobre a confiabilidade das metodologias empregadas

para as previsões realizadas. Outros deles buscaram modelar o solo da forma mais realística possível, através de modelos computacionais complexos e, trabalharam com a associação dos métodos de Elementos Finitos e da Simulação de Monte Carlo para as suas análises probabilísticas. Até o momento, foram localizados na literatura apenas alguns poucos estudos que abordaram a utilização dos métodos *FOSM* ou *SOSM* para a análise de probabilidade de ocorrência de recalques inadmissíveis de sapatas assentes em solos arenosos.

Os métodos *FOSM* e *SOSM* utilizam os termos de primeira e segunda ordem na série de Taylor da função de desempenho para a estimativa de sua média e variância. Conforme foi discutido anteriormente, eles perdem precisão quando são utilizados em funções de desempenho de ordens superiores, uma vez que, as considerações apenas dos termos de primeira e segunda ordem da série de Taylor implicam na linearização ou na aproximação quadrática, respectivamente, da função desempenho no ponto de análise.

Dentre os métodos existentes na prática geotécnica, os que utilizam o desenvolvimento da série de Taylor são os de melhor aplicabilidade (de mais fácil utilização), principalmente no que tange a simplicidade na consideração de funções de várias variáveis aleatórias. Além disso, tais métodos permitem a avaliação da contribuição relativa de diferentes fontes de incerteza na função de desempenho, o que também é uma grande vantagem.

O método *MCS* é uma ferramenta útil que trabalha com a simulação das variáveis aleatórias do solo, de acordo com a adoção de determinada fdp para cada uma delas, e a resolução do problema para cada variável aleatória simulada, criando diferentes cenários, que representam a variabilidade da ocorrência de cada variável aleatória e seu impacto no resultado final, avaliado com a função de desempenho. As principais desvantagens desse método residem na dificuldade da escolha de uma fdp adequada aos parâmetros geotécnicos do solo e de um número adequado para as iterações das variáveis aleatórias.

Em termos geotécnicos, a maior desvantagem da utilização desses métodos reside na impossibilidade de consideração da variabilidade espacial dos solos, através das estruturas de correlação espacial, sendo que os parâmetros de interesse são tratados simplesmente como variáveis aleatórias dentro dos domínios definidos do solo. Elkateb et al. (2002) e Griffiths et al. (2002) verificaram que as variações das propriedades geotécnicas do solo seguem orientações preferenciais em um padrão que pode ser quantificado utilizando estruturas espaciais de correlação através do método dos elementos finitos, por exemplo. Mas, apesar da não consideração de correlações espaciais ou escalas de flutuação do módulo de deformabilidade do solo, que tendem a reduzir os valores de variância, essas metodologias não são contra a segurança, conforme observado por Gimenes e Hachich (1992).

Como as análises probabilísticas que consideram a variabilidade espacial dos parâmetros do solo são usualmente aplicadas com a utilização dos métodos de elementos finitos, elas acabam se tornando pouco populares na prática geotécnica de projetos. Segundo Kulhawy e Phoon (1996), a escolha do método mais apropriado para determinada análise probabilística é realizada, em questões práticas, considerando a simplicidade e a compatibilidade com a metodologia geotécnica empregada e são essas as considerações que definem se um método simplificado de análise probabilística pode ganhar aceitação entre os profissionais da área.

No capítulo 3 são discutidas e comparadas 03 (três) metodologias para implementação de análise probabilística na previsão de recalques de sapatas em solos arenosos, onde são utilizados os métodos *FOSM*, *SOSM* e *MCS* aplicados à equação de Schmertmann (1970).

## 3 ANÁLISE PROBABILÍSTICA DE RECALQUES DE SAPATAS EM SOLOS ARENOSOS - METODOLOGIAS AVALIADAS

O conceito de probabilidade do ELS de uma fundação requer o conhecimento das curvas de variabilidade da solicitação (recalques previstos com carga de serviço) e da resistência (recalques limites ou inadmissíveis). Conforme apresentado no capítulo 1, este trabalho concentrou-se na avaliação da curva de solicitação considerando, simplificadamente, que a curva de resistência degenerou-se para uma reta, com valores constantes definidos de recalques limites.

Este capítulo apresenta e discute 03 (três) metodologias propostas para análises probabilísticas associadas à ocorrência de recalques inadmissíveis de sapatas apoiadas em solos arenosos, que utilizam os métodos do Segundo Momento de Primeira e Segunda Ordem (*FOSM* e *SOSM*) e da simulação de Monte Carlo (*MCS*) aplicados à equação de Schmertmann (1970), para a avaliação da curva de variabilidade da solicitação.

Em todas as metodologias avaliadas (*FOSM*, *SOSM* e *MCS*) é proposta a estratificação do solo em subcamadas arbitradas segundo o método de Schmertmann (1970). O módulo de deformabilidade, única variável aleatória independente analisada, é suposto variando aleatóriamente dentro de cada subcamada, podendo ser representado através de uma função densidade de probabilidade adequada.

Apesar de não ser uma variável explícita na equação de previsão de recalques utilizada, o coeficiente de Poisson ( $\mu$ ) também é um importante parâmetro relacionado ao fenômeno das deformações do solo, mas será considerado determinístico nas análises avaliadas, pois a sua variabilidade possui um efeito muito pequeno no recalque de sapatas (Fenton et al., 1996). Outros parâmetros assumidos constantes (invariantes) nas análises, por simplificação, são: a geometria e o carregamento da sapata e a geometria das subcamadas do solo de fundação.

Também não são discutidos os erros devido às limitações do método de Schmertmann (1970), ou seja, provenientes das incertezas na concepção teórica desse modelo de previsão.

Assume-se, assim, a hipótese de que esse modelo descreve perfeitamente o fenômeno de recalques analisado.

A análise da variável aleatória é realizada, ilustrativamente, através da adoção de três diferentes fontes de incerteza, que são discutidas na próxima seção e servem como base para a avaliação do módulo de deformabilidade para o estudo de caso apresentado no capítulo 4.

Conforme observado no capítulo 2, seção 2.2.1.1, de acordo com o método de Schmertmann (1970), a região de influência das deformações é definida para sapatas quadradas e corridas (ou retangulares) como sendo uma zona de aproximação triangular limitada à profundidade de 2B abaixo da cota de assentamento da sapata. Tal zona deve ser dividida adequadamente em subcamadas que contribuem individualmente para o recalque previsto total.

As metodologias propostas para a análise probabilística utilizam essa mesma divisão arbitrada do solo em subcamadas para analisar a contribuição de recalques e incertezas provenientes de cada uma delas. Através da consideração de independência, essas estatísticas avaliadas de cada subcamada são somadas para as estimativas da média e da variância do recalque previsto para a sapata. Os fundamentos principais considerados na aplicação dessas metodologias são os seguintes:

 O recalque total previsto (ρ) pelo método de Schmertmann (1970) é igual ao somatório dos incrementos de recalques (ρ<sub>i</sub>) de cada subcamada arbitrada, tal que:

$$\rho = \sum_{i=1}^{N} \rho_i \tag{3.1}$$

sendo:  $\rho_i$  os incrementos de recalques nas subcamadas do perfil do solo, onde: i=1,N e N é o número de subcamadas adotadas para a divisão do solo segundo o método de Schmertmann (1970).

Se os incrementos (ρ<sub>i</sub>) são independentes entre si e V[ρ<sub>i</sub>] é o incremento da variância do recalque na subcamada *i*, então, a variância total do recalque previsto (V[ρ]) também pode

ser definida como o somatório dos incrementos de variância (V[ $\rho_i$ ]) das N subcamadas, ou seja:

$$V[\rho] = \sum_{i=1}^{N} V[\rho_i]$$
 [3.2]

Através das análises propostas, o recalque previsto torna-se uma função da única variável aleatória adotada ( $E_s$ ) e passa a ser definido por seus dois primeiros momentos centrais, que são a esperança (ou média) e o desvio-padrão (raiz quadrada positiva da variância), conforme as equações 3.3 e 3.4, respectivamente.

$$\rho = E[\rho] \tag{3.3}$$

$$\sigma[\rho] = \sqrt{V[\rho]}$$
[3.4]

O interesse final das análises apresentadas neste capítulo é inferir com base na média, no desvio-padrão e numa fdp adequada sobre o comportamento probabilístico do recalque previsto, quanto à ocorrência de valores limites ou inadmissíveis que possam causar danos estruturais.

# 3.1 AVALIAÇÃO DAS INCERTEZAS NO MÓDULO DE DEFORMABILIDADE DO SOLO

Para analisar probabilisticamente os recalques utilizando as metodologias consideradas neste trabalho é necessário, primeiramente, avaliar as incertezas incidentes na variável aleatória, que é o módulo de deformabilidade. Apenas como efeito ilustrativo para aplicação no estudo de caso do capítulo 4, são consideradas três diferentes fontes de incerteza em  $E_{Si}$ , que são:

As incertezas derivadas da variabilidade obtida da resposta dos ensaios de campo (q<sub>c</sub> ou N<sub>SPT</sub>) – ou seja, a soma da variabilidade intrínseca do solo e dos erros de equipamentos e procedimentos de medição dos ensaios CPT ou SPT. Tal variância será chamada de V<sub>1</sub>[E<sub>si</sub>];

- As incertezas provenientes da transformação de modelo ou seja, das correlações empíricas utilizadas para transformar os resultados dos ensaios de campo (q<sub>c</sub> ou N<sub>SPT</sub>) nos parâmetros de projeto, nesse caso, no módulo de deformabilidade (E<sub>S</sub>). Essa variância será chamada de V<sub>2</sub>[E<sub>Si</sub>];
- As incertezas estatísticas provenientes da insuficiência de representatividade dos dados amostrais no campo. Tal variância será chamada de V<sub>3</sub>[E<sub>Si</sub>].

As variâncias  $V_1[E_{Si}]$ ,  $V_2[E_{Si}]$  e  $V_3[E_{Si}]$  são incidentes no módulo de deformabilidade ( $E_{Si}$ ) da subcamada *i* do perfil do solo. Assim, em cada subcamada arbitrada para o perfil do subsolo devem ser avaliadas essas três variâncias separadamente e, em seguida, somadas para a composição da variância total de  $E_{Si}$ , que é  $V[E_{Si}]$ . A contribuição da variância do recalque nessa subcamada será avaliada com a aplicação dos métodos propostos (*FOSM*, *SOSM* ou *MCS*) na equação de Schmertmann (1970) e resultará no valor de  $V[\rho_i]$ . A variância total  $V[\rho]$  do recalque previsto será o somatório de  $V[\rho_i]$  das N subcamadas.

As duas primeiras fontes de incerteza  $V_1[E_S]$  e  $V_2[E_S]$  são visualmente detectáveis nas correlações empíricas que, conforme já apresentado no capítulo 2, são necessárias para transformar os parâmetros medidos no campo ( $q_c$  ou  $N_{SPT}$ ) no parâmetro de projeto ( $E_S$ ). No caso, por exemplo, do uso das correlações do tipo  $E_S \propto q_c$ , a sua forma mais usual é reproduzida na equação abaixo:

$$E_s = \alpha . q_C \tag{3.5}$$

A equação 3.5 apresenta duas variáveis que podem contribuir com as incertezas na estimativa de  $E_s$ , que são ( $q_c \ e \ a$ ) e que representam, respectivamente, as incertezas  $V_1[E_s]$  e  $V_2[E_s]$ . A avaliação dessas fontes de incerteza pode ser realizada tomando o método *FOSM* na equação 3.5. Primeiramente, considerando-se o fator  $\alpha$  como constante, sendo a única variável aleatória o valor de  $q_c$ , obtém-se  $V_1[E_{si}]$ . Em seguida, o fator  $\alpha$  passa a ser a variável aleatória e o valor de  $q_c$  torna-se constante para a obtenção de  $V_2[E_{si}]$ . Dessa forma, as contribuições  $V_1[E_s]$  e  $V_2[E_s]$  são respectivamente:

$$V_{1}[E_{Si}] = \alpha_{m\acute{e}dio}^{2} . V[q_{Ci}]$$
[3.6]

onde:  $V[q_{ci}]$  é a variância amostral dos resultados  $q_{ci}$  dos ensaios CPT, na camada i.

$$V_{2}[E_{Si}] = q_{Ci\,\underline{m}\,\underline{e}\,dio}^{2}.V[\alpha]$$
[3.7]

onde:  $V[\alpha]$  é a variância representativa da transformação de modelo.

Phoon e Kulhawy (1999) propuseram que a obtenção da variância estatística da transformação de modelo fosse realizada a partir da análise de regressão dos dados utilizados para a obtenção da correlação empírica adotada. Entretanto, na maioria dos casos, os dados utilizados para a obtenção dessas correlações empíricas não são publicados, sendo comumente apresentados ou citados apenas as correlações e os tipos de solo sugerido para suas aplicações. Por esse motivo, e também pelo fato de existirem na comunidade geotécnica muitas correlações com a mesma indicação de aplicabilidade (mesmo tipo de solo), a avaliação de  $V_2[E_S]$  é apresentada de outra forma, somente para ilustrar as incertezas geradas pela utilização de correlações empíricas diferentes.

Para o caso das correlações do tipo da equação 3.5, tal avaliação é dada da seguinte maneira: considere, por exemplo, a utilização de três diferentes correlações. Se essas correlações diferem-se entre si exatamente pelo valor de  $\alpha$ , então a variância V[ $\alpha$ ] pode ser calculada através da variância dos valores ( $\alpha_1$ ,  $\alpha_2 \in \alpha_3$ ) adotados segundo cada correlação. Já o valor de  $\alpha_{médio}$  pode ser calculado pela média dos valores de ( $\alpha_1$ ,  $\alpha_2 \in \alpha_3$ ) correspondentes. Os valores de  $\alpha_{médio} \in V[\alpha]$ devem ser utilizados nas equações 3.6 e 3.7. Observe que essa aproximação considera que não são conhecidos os coeficientes de correlação dessas equações, sendo suposto que os valores de  $\alpha$ sejam igualmente possíveis.

Os cálculos para a avaliação das incertezas  $V_1[E_S]$  e  $V_2[E_S]$  nas transformações de modelo representadas pelas correlações do tipo  $E_S \times N_{SPT}$  são realizados considerando a seguinte equação padrão:

$$E_s = \alpha. K. N_{SPT}$$
[3.8]

sendo que, dessa vez, existem três variáveis ( $\alpha$ , K e N<sub>SPT</sub>) que podem contribuir com as incertezas na estimativa de E<sub>S</sub>. Procedendo com a aplicação do método *FOSM* na equação 3.8, para cada variável independente, obtêm-se as variâncias V<sub>1</sub>[E<sub>S</sub>] e V<sub>2</sub>[E<sub>S</sub>] que são, respectivamente:

$$V_1[E_S] = \left(\alpha_{m\acute{e}dio} K_{m\acute{e}dio}\right)^2 . V[N_{SPT}]$$
[3.9]

$$V_2[E_S] = \left(K_{m\acute{e}dio} \cdot \bar{N}_{SPT}\right)^2 \cdot V[\alpha] + \left(\alpha_{m\acute{e}dio} \cdot \bar{N}_{SPT}\right)^2 \cdot V[K]$$
[3.10]

onde: K<sub>médio</sub> e V[K] são a média e a variância amostral dos valores de K adotados.

Percebe-se que na equação 3.10 a variância  $V_2[E_S]$ , devido ao tipo de correlação empírica adotada para a estimativa de  $E_S$ , é composta pela soma das incertezas associadas ao parâmetro K (que transforma o valor de N<sub>SPT</sub> em q<sub>c</sub>) e ao parâmetro  $\alpha$  (que transforma o valor de q<sub>c</sub> em E<sub>S</sub>).

A terceira fonte de incerteza analisada em  $E_s$  é a estatística proveniente da quantidade e representatividade dos dados amostrais. Nesse caso, os dados amostrais são os resultados provenientes dos ensaios CPT ou SPT realizados no campo. Para as análises deste trabalho, simplificadamente, considerou-se que essa fonte de incerteza é função apenas da quantidade de ensaios realizados (tamanho da amostra). Dessa forma, é utilizada a equação de DeGroot (1986; apud Goldsworthy, 2006):

$$V_3[E_s] = \frac{V_1[E_s]}{n}$$
[3.11]

onde:  $V_1[E_S]$  é a variância amostral dos resultados de  $E_S$  estimada a partir dos ensaios de campo e *n* é o número de amostras obtidas nos ensaios de campo (CPT ou SPT).

A equação 3.11 sugere simplificadamente que, fixando-se o valor da variância amostral em torno da média, quanto maior a amostragem, mais confiáveis tornam-se os resultados obtidos.

A composição ou soma das contribuições das fontes de incerteza na variância total da estimativa do módulo de deformabilidade ( $E_{Si}$ ), da subcamada *i* do perfil do solo fica então:

$$V[E_{Si}] = V_1[E_{Si}] + V_2[E_{Si}] + V_3[E_{Si'}]$$
[3.12]

onde:  $V[E_{Si}]$  = variância total de  $E_{Si}$ ;  $V_1[E_{Si}]$  = contribuição em  $V[E_{Si}]$  referente à variabilidade intrínseca do solo e aos erros dos procedimentos de medição;  $V_2[E_{Si}]$  = contribuição em  $V[E_{Si}]$ referente às correlações empíricas e  $V_3[E_{Si}]$  = contribuição em  $V[E_{Si}]$  referente à incerteza estatística.

É válido salientar que este trabalho discute apenas os métodos *FOSM*, *SOSM*, e *MCS* para as análises probabilísticas de recalques. A avaliação das incertezas  $V_1[E_S]$ ,  $V_2[E_S]$  e  $V_3[E_S]$ apresentada é utilizada apenas como ilustração para a obtenção da variância total do módulo de deformabilidade para as análises probabilísticas realizadas no estudo de caso apresentado no capítulo 4.

#### 3.2 OS MÉTODOS QUE UTILIZAM A SÉRIE DE TAYLOR

#### 3.2.1 O Método FOSM aplicado à equação de Schmertmann (1970)

Considere o método de previsão de recalques proposto por Schmertmann (1970), reproduzido na equação abaixo, tomando como única variável aleatória o módulo de deformabilidade ( $E_{si}$ ) da subcamada *i*, arbitrada para o perfil do solo.

$$\rho = C_1 C_2 \sigma * \sum_{i=1}^{N} \left( \frac{I_{zi}}{E_{si}} \Delta_{zi} \right)$$
[3.13]

De acordo com o *FOSM*, a variância do recalque previsto pode ser obtida através do produto entre o quadrado da derivada parcial do recalque previsto ( $\rho$ ) em relação à variável aleatória (E<sub>s</sub>) e a sua variância (V[E<sub>s</sub>]), ou seja:

$$V[\rho] = \left(\frac{\partial \rho}{\partial E_s}\right)^2 V[E_s]$$
[3.14]

Observe que, se os valores de recalque total previsto e de sua variância são a soma das contribuições do recalque e da variância de cada subcamada arbitrada do solo, consequentemente, também devem ser avaliados os valores de módulo de deformabilidade e de sua variância para cada subcamada, separadamente. A equação 3.14 deve assumir então um somatório para a consideração desses incrementos de variância de cada subcamada. Aplicando a equação 3.13 em 3.14, a variância total do recalque assume a forma:

$$V[\rho] = \left[\frac{\partial}{\partial E_s} C_1 C_2 \sigma^* \sum_{i=1}^N \frac{I_{z_i} \Delta_{z_i}}{\bar{E}_{s_i}}\right]^2 V[E_{s_i}]$$
[3.15]

Assumindo os parâmetros C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub> e  $\sigma^*$  constantes, tem-se:

$$V[\rho] = \left[ C_1 C_2 \sigma^* \frac{\partial}{\partial E_s} \left( \sum_{i=1}^N \frac{I_{z_i} \Delta_{z_i}}{\bar{E}_{s_i}} \right) \right]^2 V[E_{s_i}]$$
[3.16]

Através do desenvolvimento da equação 3.16, derivando-a parcialmente em relação à  $E_{si}$ , a variância do recalque previsto assume a sua forma final, assim:

$$V[\rho] = \left[ C_1 C_2 \sigma^* \sum_{i=1}^{N} \frac{I_{z_i} \Delta_{z_i}}{\bar{E}_{s_i}^2} \right]^2 . V[E_{s_i}]$$
[3.17]

O desvio-padrão do recalque previsto será então a raiz quadrada positiva dessa variância.

O valor esperado (médio) do recalque previsto pode ser encontrado através do cálculo determinístico comumente realizado na prática, considerando o somatório das contribuições de

recalque de cada subcamada do solo. Os valores de módulo de deformabilidade devem ser assumidos através de sua média, para cada subcamada. Dessa forma:

$$E[\rho] = \rho = C_1 C_2 \sigma * \sum_{i=1}^{N} \left( \frac{I_{zi} \Delta_{zi}}{\bar{E}_{si}} \right)$$
[3.18]

#### 3.2.2 O Método SOSM aplicado à equação de Schmertmann (1970)

A aplicação do *SOSM* à equação de Schmertmann (1970) é semelhante ao caso anterior (*FOSM*) a menos que, é considerado o termo de segunda ordem da série de Taylor desenvolvida em torno da média da função de desempenho do recalque previsto.

A variância do recalque previsto pode ser obtida através da equação:

$$V[\rho] = \left(\frac{\partial \rho}{\partial \bar{E_s}}\right)^2 \cdot V[E_s] + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \rho}{\partial \bar{E_s}^2}\right)^2 \cdot V^2[E_s]$$
[3.19]

Aplicando a equação 3.13 em 3.19, obtém-se:

$$V[\rho] = \left(\frac{\partial}{\partial \bar{E_s}} C_1 C_2 \sigma^* \sum_{i=1}^n \frac{I_{Z_i} \Delta_{Z_i}}{\bar{E}_{S_i}}\right)^2 V[E_s] + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial \bar{E_s}^2} C_1 C_2 \sigma^* \sum_{i=1}^n \frac{I_{Z_i} \Delta_{Z_i}}{\bar{E}_{S_i}}\right)^2 V^2[E_s]$$

$$[3.20]$$

Através do simples desenvolvimento da equação 3.20, a forma final da variância do recalque previsto é:

$$V[\rho] = \left[C_1 C_2 \sigma^* \sum_{i=1}^{N} \frac{I_{Zi} \Delta_{Zi}}{\bar{E}_{Si}^2}\right]^2 \cdot V[E_{Si}] + 2 \left[C_1 C_2 \sigma^* \sum_{i=1}^{N} \frac{I_{Zi} \Delta_{Zi}}{\bar{E}_{Si}^3}\right]^2 \cdot V[E_{Si}]^2$$
(3.21)

O primeiro termo à direita na equação 3.21 corresponde exatamente à variância calculada através do método *FOSM* e o segundo representa o termo adicional considerado da expansão polinomial de Taylor. Essa observação permite inferir claramente que o método *FOSM* subestima tanto os resultados de variância calculados quanto maior for a importância dos termos de ordens superiores da função de desempenho considerada.

A esperança do recalque é dada através do desenvolvimento da equação abaixo:

$$E[\rho] = \rho[\bar{E_s}] + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 \rho}{\partial \bar{E_s}^2} \right] V[\bar{E}_s]$$
[3.22]

Assim, com a aplicação da equação 3.13 em 3.22 e, desenvolvendo os resultados, a forma final da esperança do recalque previsto fica:

$$E[\rho] = C_1 C_2 \sigma^* \sum_{i=1}^{N} \left( \frac{I_{Zi} \Delta_{Zi}}{\bar{E}_{Si}} \right) + C_1 C_2 \sigma^* \sum_{i=1}^{N} \left( \frac{I_{Zi} \Delta_{Zi}}{\bar{E}_{Si}^3} \cdot V[\bar{E}_{Si}] \right)$$

$$[3.23]$$

Novamente, na equação 3.23, o primeiro termo à direita corresponde à esperança calculada de acordo com o método *FOSM* e o segundo é referente ao termo adicional considerado da série de Taylor (2º termo). Note que, considerando o método *SOSM*, a esperança do recalque previsto não depende somente da média dos valores do módulo de deformabilidade, mas também é função de sua variância amostral.

#### 3.2.3 Procedimento para a utilização dos métodos

A seguir é apresentado um procedimento para a aplicação dos métodos probabilísticos *FOSM* e *SOSM* à equação de previsão de recalques de Schmertmann (1970). Tal procedimento, descrito abaixo, pode ser acompanhado juntamente com a figura 3.1, para melhor entendimento.

#### 1) Definição do tipo da análise e avaliação da região de influência do terreno

Inicialmente, deve ser definido se a análise será em termos de sistema (global) ou de elementos isolados. Caso a análise seja em termos de sistema, deve ser observado que as metodologias assumem, simplificadamente, que todas as sapatas da obra possuem mesma geometria e carregamento e que, portanto, esses parâmetros são constantes (invariantes). As análises possíveis de serem realizadas consideram que:

- A) Em termos de um elemento isolado:
- Cada sapata é analisada individualmente,
- Não é considerada a interação solo-estrutura e a interação entre sapatas adjacentes,
- As propriedades de rigidez do solo (módulo de deformabilidade) são variáveis com a profundidade, através da consideração de estratificação do solo.

B) Em termos de sistema (conjunto de sapatas da fundação):

- O sistema é assumido composto por infinitas sapatas de fundação (consideração fictícia), de geometria e carregamento constantes, isoladas, ou seja, suficientemente afastadas entre si, de tal forma que não sejam relevantes os acréscimos de tensão originados por sapatas adjacentes,
- Não é considerada a interação solo-estrutura,
- As propriedades de rigidez do solo (módulo de deformabilidade) são variáveis com a profundidade, através da consideração de estratificação do solo.

A partir da escolha da análise a ser realizada, deve ser definida a região de influência no terreno que será utilizada para avaliar as incertezas no módulo de deformabilidade do solo. Essa definição pode ser realizada com base no número e na região das sondagens executadas.

#### 2) Estimativa do perfil médio representativo do subsolo e divisão das subcamadas

Esse passo é muito importante. Como as metodologias assumem que a espessura das subcamadas arbitradas é constante (i.e. não é uma variável aleatória independente nas análises),

deve ser arbitrado um perfil médio do subsolo representativo de toda a região de influência definida no passo anterior. Esse perfil deve ser arbitrado com o auxílio das sondagens existentes na zona de influência considerada. Em seguida, deve-se proceder com a avaliação da divisão das subcamadas desse perfil médio, segundo o método de Schmertmann (1970).

É aconselhável dividir o solo em subcamadas tão menos espessas quanto possível. Isso torna as estimativas mais razoáveis, pois, segundo Campanella et al. (1987), a faixa de dados dentro das camadas não é tão elevada e as tendências de variação vertical da propriedade geotécnica com a profundidade é minimizada. Para o caso em que se dispõe de resultados dos ensaios CPT sugere-se a utilização da espessura de 20 cm ou 25 cm para as subcamadas. Já para a disposição de dados através do ensaio SPT, é aconselhável utilizar subcamadas com 100 cm de espessura.

### Avaliação da média e da variância dos resultados dos ensaios de campo considerados (q<sub>c</sub> ou N<sub>SPT</sub>) para cada subcamada do solo

Para cada subcamada arbitrada anteriormente deve-se avaliar a média e a variância dos resultados dos ensaios de campo considerados ( $q_c$  ou  $N_{SPT}$ ). Cada subcamada deverá conter uma média e uma variância para os valores de ( $q_c$  ou  $N_{SPT}$ ) existentes dentro de seus limites.

Observe que, para o caso de existência de dados na forma de  $q_c$  e, sendo procedida a divisão das camadas a cada 20 cm, por exemplo, essas estatísticas podem ser consideradas influenciadas apenas pela variabilidade horizontal do solo, já que, além de verticalmente existir apenas um valor de  $q_c$  para análise dentro dessa subcamada, a espessura correspondente é pequena, o que permite assumir que essa propriedade não varia nessa direção dentro da mesma subcamada. Pode-se considerar, então, que a variabilidade vertical foi assumida a partir da estratificação (divisão das subcamadas) do solo.

## Definição das correlações empíricas utilizadas para a estimativa dos valores de módulos de deformabilidade (E<sub>Si</sub>) das subcamadas a partir dos resultados dos ensaios de campo (q<sub>c</sub> ou N<sub>SPT</sub>)

Nessa etapa, devem ser definidas as correlações empíricas que serão utilizadas para a estimativa dos valores de módulos de deformabilidade ( $E_{Si}$ ) das *N* subcamadas arbitradas a partir dos resultados dos ensaios de campo ( $q_c$  ou  $N_{SPT}$ ).

Caso seja desejável a avaliação da incerteza proveniente das transformações de modelo  $(V_2[E_S])$  na variância total do módulo de deformabilidade  $(V[E_S])$ , devem ser escolhidas mais de uma correlação empírica, a fim de que possam ser avaliadas a média e a variância dos valores de  $\alpha$  e/ou K, conforme apresentado na seção 3.1. No caso de utilização de apenas uma correlação empírica, a fonte de incertezas  $V_2[E_S]$  é automaticamente desconsiderada das análises posteriores.

# 5) Estimativa dos valores de módulo de deformabilidade médios ( $E_{Si}$ ), das variâncias parciais ( $V_1[E_{Si}]$ , $V_2[E_{Si}]$ e $V_3[E_{Si}]$ ) e da variância total $V[E_{Si}]$ para cada subcamada *i* do perfil médio do solo

As estimativas dos valores de módulo de deformabilidade para cada subcamada do perfil do solo devem ser realizadas considerando o valor médio de  $\alpha$  e/ou K obtidos de acordo com as correlações empíricas adotadas no passo 4. Para os cálculos das variâncias parciais e da variância total de E<sub>si</sub> devem ser consultadas as equações apresentadas na seção 3.1.

#### 6) Cálculo da esperança ou média do recalque total previsto (Ε[ρ])

Com os valores médios e as variâncias do módulo de deformabilidade estimados, deve-se proceder com o cálculo da contribuição da esperança (ou média) do recalque previsto de cada subcamada, de acordo com as equações 3.18 (método *FOSM*) ou 3.23 (método *SOSM*). A esperança ou média do recalque total previsto será a soma das contribuições da esperança do recalque de cada subcamada, como sugerem as equações 3.18 ou 3.23. A utilização de planilhas eletrônicas pode melhorar a praticidade desses cálculos.

Note que a avaliação da esperança no caso de aplicação do FOSM é independente de  $V[E_{Si}]$ , ao contrário do caso de aplicação do método que utiliza o SOSM.

#### 7) Cálculo da variância do recalque total previsto (V[ρ])

De forma análoga ao passo anterior, os valores das contribuições da variância do recalque também devem ser avaliados separadamente para cada subcamada arbitrada e, então, somados, como sugerem as equações 3.17 (método *FOSM*) ou 3.21 (método *SOSM*).

#### 8) Cálculo do desvio-padrão do recalque total previsto (σ[ρ])

Após o cálculo da variância do recalque total previsto ( $V[\rho]$ ), o desvio-padrão deve ser obtido a partir de sua raiz quadrada positiva.

# 9) Ajuste de uma função densidade de probabilidade à função de variabilidade do recalque previsto

A partir da determinação dos dois primeiros momentos probabilísticos (média e desviopadrão) do recalque total previsto, que são a soma das contribuições das estatísticas calculadas para cada subcamada arbitrada para o perfil médio do solo, deve-se aplicar uma função de densidade de probabilidades adequada para a posterior análise de probabilidade. Sugere-se que o recalque previsto seja considerado através da função densidade de probabilidade lognormal.

## 10) Análise probabilística do recalque – determinação da probabilidade de ocorrência de valores inadmissíveis

Neste trabalho, para a avaliação da probabilidade de ocorrência de recalques inadmissíveis, a função de variabilidade da resistência é assumida constante, para os valores de 25 mm e 40 mm. Tal avaliação pode ser realizada com o auxílio de planilhas eletrônicas que tenham incorporadas as funções e rotinas para o cálculo de probabilidades.


Figura 3.1. Procedimento para aplicação dos métodos probabilísticos que utilizam o FOSM e o SOSM.

Algumas observações importantes sobre a aplicação dessas metodologias são:

- ✓ Os métodos propostos não assumem a remoção da tendência determinística dos dados, embora essa possa ser realizada. Tal simplificação é razoável se o perfil médio do subsolo for dividido em subcamadas de menor espessura possível, de modo que essa variação da propriedade com a profundidade possa ser minimizada (Campanella et al., 1987);
- É assumido que existe um perfil médio do solo que representa toda a região de influência adotada para as análises probabilísticas, ou seja, a geometria das camadas do subsolo é invariante. Esse perfil deve ser adequadamente escolhido através dos dados existentes de sondagens para que a variabilidade horizontal do solo não seja incorretamente avaliada (horizonte com ocorrência de diferentes tipos de solo, por exemplo).

### 3.3 O MÉTODO QUE UTILIZA A SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO (MCS)

### 3.3.1 O Método MCS aplicado à equação de Schmertmann (1970)

A aplicação do método da simulação de Monte Carlo para a análise probabilística dos recalques utilizando a equação de Schmertmann (1970) é realizada de forma semelhante ao caso dos métodos *FOSM* e *SOSM*. As estatísticas são analisadas individualmente para cada subcamada do solo e, então, considerando-as independentes entre si, é realizada a soma de todos esses resultados individuais (médias e variâncias das subcamadas) para avaliar os resultados totais.

Conforme já visto, o método *MCS* consiste na simulação das variáveis aleatórias e na resolução da equação da função de desempenho para todos os valores simulados dessas variáveis.

Para a realização das simulações e dos cálculos necessários à aplicação do método, neste trabalho foi utilizado o *software* de planilha eletrônica *Microsoft Excel*. Entretanto, tendo em vista que o algoritmo utilizado pelo *Microsoft Excel* para geração de números aleatórios não é confiável (L'Ecuyer, 2001, Apigian e Gambille, 2004; apud Fernandes, 2005), foi assumida a

utilização do suplemento *(add-in)* NtRand *(Numerical Technologies Random Generator for Excel)*, que baseia-se no algoritmo de geração linear de números aleatórios *Mersenne Twister*.

A definição do número de simulações para a convergência de resultados finais confiáveis e das funções de densidade de probabilidade das variáveis aleatórias são as maiores desvantagens dessa metodologia.

O número de iterações foi avaliado através da realização de uma simulação considerando a aplicação da equação de Schmertmann (1970) em um cenário geotécnico com parâmetros definidos conforme a figura 3.2 e a tabela 3.1. Os módulos de deformabilidade foram supostos seguindo uma fdp lognormal e o método *MCS* foi aplicado sete vezes com número de iterações iguais a: 1.000, 1.500, 2.000, 2.500, 5.000, 10.000 e 20.000; e para valores de COV[ $E_{si}$ ] de 10%, 50% e 100%. As figuras 3.3 e 3.4 apresentam os resultados obtidos para os cálculos de esperança (média) e desvio-padrão dos recalques previstos conforme os parâmetros de base e o número de iterações definidos acima.



Figura 3.2. Cenário geotécnico para a simulação de avaliação do método MCS.

Tabela 3.1. Dados geotécnicos para a simulação de avaliação do método MCS.

Dados geotécnicos					
L (m)	0,50	-* (MDa)	0,50		
<b>B</b> (m)	0,50	o" (MIFa)			
C <sub>1</sub>	1,0	E <sub>Si</sub> (MPa)	20		
C <sub>2</sub>	1,0	COV [E <sub>Si</sub> ]	0 - 100%		

É possivel perceber que a variação máxima obtida (dada pela porcentagem da razão entre os valores de  $E[\rho] e \sigma[\rho]$  obtidos para diferentes números de iterações e os valores de  $E[\rho] e \sigma[\rho]$  arbitrados como 'padrão' considerando 1.000 simulações) num intervalo de iterações de 1.000 até 20.000 é de aproximadamente 2% para a esperança e menor que 7,5% para o desvio-padrão do recalque previsto. Considerando esses erros máximos encontrados e, observando que quanto maior o número de iterações maior o esforço computacional e o tempo despendido para as análises, foi adotado o número de 1.000 iterações para os cálculos realizados neste trabalho.



Figura 3.3. Variação de  $E[\rho]$  (em %) em função do número de iterações e do  $COV[E_{Si}]$ , utilizando o método *MCS* aplicado à equação de Schmertmann (1970).



Figura 3.4. Variação de  $\sigma[\rho]$  (em %) em função do número de iterações e do  $COV[E_{Si}]$ , utilizando o método *MCS* aplicado à equação de Schmertmann (1970).

Quanto à adoção da fdp do módulo de deformabilidade, foi considerada a proposição de Bredja et al. (2000), Fenton e Griffiths (2002) e Goldsworthy (2006), sendo assumi-la lognormal. Entretanto, é importante ressaltar que a fdp correspondente à saída dos resultados, ou seja, ao recalque previsto deve ser avaliada segundo teste de aderência, para a correta análise do comportamento probabilístico.

#### 3.3.2 Procedimento para a utilização do método

A aplicação do método da simulação de Monte Carlo à equação de previsão de recalques de Schmertmann (1970) é de entendimento fácil. Os cálculos podem ser realizados em planilhas eletrônicas (*Microsoft Excel*), inclusive com a inclusão do gerador de números aleatórios *NtRand*, ou através de programas de simulações computacionais. O procedimento para a aplicação do método é resumido nas etapas abaixo e de acordo com a figura 3.5.

- 5) Devem ser seguidos os passos de 1 até 5 dos procedimentos de utilização dos métodos FOSM e SOSM. A partir disso, segue-se a sequência abaixo:
- 6) Escolha da função densidade de probabilidade para a realização da simulação da variável aleatória

Após as estimativas dos valores de módulo de deformabilidade  $(E_{Si})$  e de sua variância  $(V[E_{Si}])$  para cada subcamada arbitrada do solo, deve ser procedida a simulação (iteração) dessa variável aleatória. A variável deverá seguir uma determinada função densidade de probabilidade, sendo que a fdp lognormal é utilizada como referência neste trabalho. Para a simulação podem ser utilizados programas de simulação ou planilhas eletrônicas que possuam rotinas adequadas.

### 7) Realizar a simulação da variável aleatória (módulo de deformabilidade)

Os parâmetros de entrada (média e desvio-padrão do módulo de deformabilidade estimado para cada subcamada do solo) devem ser replicado 1.000 vezes, através da geração de

números aleatórios, segundo a fdp lognormal. Neste trabalho, essa simulação foi realizada com o auxílio da planilha eletrônica *Excel, da Microsoft*.

# 8) Proceder com a resolução do problema considerando a equação de Schmertmann (1970)

Com os 1.000 valores replicados do módulo de deformabilidade para cada subcamada, deve-se proceder com a resolução do problema considerando a equação de Schmertmann (1970), sendo que, para cada parâmetro ( $E_{Si}$ ) replicado deve ser obtido um resultado de contribuição do recalque previsto ( $\rho_i$ ). Assim, para as 1.000 iterações de  $E_{Si}$  realizadas devem existir 1.000 valores de  $\rho_i$ , para cada subcamada *i* do solo.

# 9) Analisar as contribuições do recalque previsto e da variância para cada subcamada e para o perfil do solo

A partir dos 1.000 resultados de  $\rho_{i,}$ , calculados no passo anterior, devem ser analisadas as contribuições do recalque previsto e da variância para cada subcamada. Primeiramente calculando a média e a variância para a contribuição dos recalques em cada dessas subcamadas do solo e, em seguida, somando todas essas contribuições de média e variância de cada subcamada individualmente para composição das estatísticas finais (média e desvio-padrão do recalque total previsto) para o perfil do solo.

# 10) Análise probabilística dos recalques – determinação da probabilidade de ocorrência de valores inadmissíveis

Neste trabalho, para a avaliação da probabilidade de ocorrência de recalques inadmissíveis, a função de variabilidade da resistência é assumida constante para os valores de 25 mm e 40 mm. Tal avaliação pode ser realizada com o auxílio de planilhas eletrônicas que tenham incorporadas as funções e rotinas para o cálculo de probabilidades.



Figura 3.5. Procedimento para aplicação do método probabilístico que utiliza o MCS.

### 3.4 UTILIZANDO A EQUAÇÃO DE SCHMERTMANN ET AL. (1978)

A aplicação dos métodos propostos à equação de previsão de recalques proposta por Schmertmann et al. (1978) é similar aos casos anteriormente apresentados. Conforme observado no capítulo 2, seção 2.2.1.2, a atualização proposta por Schmertmann et al. (1978) modifica o diagrama triangular do fator de deformações, dividindo os casos de sapatas corridas e sapatas quadradas. Além disso, a avaliação do módulo de deformabilidade também passa a ser considerada para os dois casos ( $E_S=2,5q_c$ , para sapatas quadradas e  $E_S =3,5q_c$ , para sapatas corridas). Tais modificações não alteram a forma apresentada das equações para a determinação da esperança e da variância dos recalques previstos.

# 3.5 APRECIAÇÃO DAS METODOLOGIAS ADOTADAS

As metodologias apresentadas são discutidas nesta seção. Primeiramente, é realizado um contato inicial com a metodologia que utiliza o *FOSM*, onde são analisadas as influências dos parâmetros  $E_{si}$  e COV  $[E_{si}]$  na avaliação da distribuição da variância  $V[\rho_i]$  de cada subcamada arbitrada no perfil do solo e da sua contribuição na variância total do recalque  $V[\rho]$ . Em seguida, as vantagens e desvantagens da aplicação de cada metodologia para a análise probabilística são discutidas.

# 3.5.1 Simulações para análise da influência de $E_{Si}$ e $COV[E_{Si}]$ na metodologia que utiliza o método *FOSM*

As metodologias apresentadas não consideram a geometria e o carregamento das sapatas da fundação como variáveis aleatórias independentes (sendo assumidos invariantes) e isso é uma limitação. Tal fato implica que essas análises probabilísticas só podem ser avaliadas para cada componente (sapata) individualmente. Contudo, de acordo com Krüger (2008), análises de confiabilidade completas devem incluir tanto estimativas no nível dos componentes quanto para o sistema como um todo. Isso é, para um caso real de obra com fundação por sapatas, as análises

devem ser realizadas para cada sapata e para o conjunto de sapatas da fundação, sendo essa uma avaliação de confiabilidade global. Dessa forma, o uso das metodologias também pode ser interpretado como sendo a análise de confiabilidade de um sistema, desde que, tendo em vista a limitação apresentada, tal sistema seja representado por uma obra fictícia, na qual todas as sapatas têm geometria e carregamento constantes (iguais). É válido ressaltar ainda que as sapatas também são supostas isoladas e que não são considerados os efeitos da interação solo-estrutura.

Ao assumir na equação de Schmertmann (1970) todos os parâmetros constantes, deixando variar apenas os valores médios de  $E_{si}$  e de seus coeficientes de variação (COV  $[E_{si}]$ ) para cada subcamada, é possível, assumindo um mesmo cenário (sapata com geometria e carregamento constantes e mesmo perfil de subsolo), analisar a influência dessas variáveis ( $E_{si}$  e COV  $[E_{si}]$ ) na variância dos recalques individuais V[ $\rho_i$ ] de cada subcamada e na variância V[ $\rho$ ] do recalque total previsto. Para essa simulação, foram assumidas duas situações distintas, quais sejam:

**1<sup>a</sup> Situação:** O parâmetro COV  $[E_{si}]$  varia com a profundidade (z) do solo enquanto o valor médio de  $E_{si}$  é mantido constante para cada subcamada. Os casos analisados para essa situação são apresentados na tabela 3.2 e na figura 3.6.

**2ª Situação:** O parâmetro COV  $[E_{si}]$  é mantido constante para cada subcamada e o valor médio de  $E_{si}$  varia com a profundidade (z) do solo. Os casos analisados são apresentados na tabela 3.2 e na figura 3.7.

		1ª Situação	2ª Situação		
	1º Caso	2° Caso	3º Caso	4º Caso	5° Caso
E <sub>Si</sub>	constante	constante	constante	crescente	decrescente
COV[E <sub>Si</sub> ]	constante	linearmente crescente	linearmente decrescente	constante	constante

Tabela 3.2. Casos analisados nas duas situações (variação de E<sub>Si</sub> e COV[E<sub>Si</sub>] com a profundidade).



Figura 3.6. Casos estudados para a 1ª Situação (variação de COV[E<sub>Si</sub>] com a profundidade).



Figura 3.7. Casos estudados para a  $2^a$  Situação (variação de  $E_{Si}$  com a profundidade).

O cenário geotécnico pré-definido para a análise das duas situações mencionadas acima considera: uma sapata quadrada de dimensões L x B =  $0,60 \times 0,60$  m, com profundidade de assentamento de 1,0 m e tensão aplicada na base de 300 kPa (0,30 MPa). O perfil do solo de fundação foi considerado arenoso, limpo, uniforme e normalmente consolidado, com peso específico de 19 kN/m<sup>3</sup>. Não há presença de nível d'água até a profundidade de 2,2 m (limite da região de influência das deformações, segundo o método de Schmertmann 1970).

As análises para todos os casos apresentados acima foram realizadas através da aplicação do *FOSM* à equação de Schmertmann (1970) e são mostradas a seguir:

• 1° caso: Nesse caso, o valor de  $E_{Si}$  (z) foi mantido constante igual a 10 MPa e foram avaliados diferentes valores de COV  $[E_{Si}]$ , sempre constantes com a profundidade (z).

É possível perceber na figura 3.8 que a distribuição de V[ $\rho$ i] segue aproximadamente a mesma distribuição triangular para o fator de influência nas deformações definido por Schmertmann (1970). Essa distribuição deixa de depender do fator de influência na medida em que se aumenta a variabilidade de COV [E<sub>si</sub>] com a profundidade.

A figura 3.8 mostra que a distribuição obtida sugere que os valores da variância do recalque crescem até um valor máximo que ocorre na profundidade de B/2 abaixo da cota de assentamento sapata e decrescem a partir desse ponto até a profundidade de 2B. Assim como no método Schmertmann (1970), a maior contribuição para a variância do recalque ocorre na profundidade de B/2, ou seja, no nível 2. Isso também é observado na figura 3.9, onde as contribuições da variância do recalque para cada nível são comparadas. As camadas (níveis) 1, 3, 4, 5 e 6 representam cerca de, 5%, 28%, 14%, 5% e 0,5% respectivamente, da magnitude da variância total do recalque, enquanto a camada 2 contribui com, aproximadamente, 47%.



Figura 3.8. Distribuição de  $V[\rho i]$  com a profundidade para o 1º caso.



Figura 3.9. Contribuição (em %) de cada nível em  $V[\rho]$  para o 1º caso.

É possível perceber que uma homogeneização do subsolo no entorno da profundidade de  $V[\rho_i]$  máximo pode diminuir significativamente a variância do recalque previsto e, consequentemente, a probabilidade de ocorrência para valores de recalques inadmissíveis.

2º caso: Nesse caso, E<sub>Si</sub> (z) foi mantido constante e igual a 10 MPa e os valores de COV [E<sub>Si</sub>] foram avaliados segundo uma função linearmente crescente com a profundidade pela equação: COV [E<sub>Si</sub>] = COV [E<sub>0</sub>] + α.z, onde COV [E<sub>0</sub>]=0,1.

Os resultados para a distribuição de  $V[\rho_i]$  de cada nível com a profundidade são mostrados na figura 3.10, onde é possível observar que as curvas atingem magnitudes cada vez maiores proporcionalmente ao aumento do valor do parâmetro  $\alpha$  na equação de COV [E<sub>Si</sub>].

A figura 3.11 indica que as contribuições nos níveis 1 e 2 diminuem com o aumento da declividade da curva de COV  $[E_{Si}]$  (aumento de  $\alpha$ ), e que nos níveis 3, 4 e 5 essas contribuições aumentam. Para variação de  $\alpha$  de 0 até 0,165, as contribuições dos níveis 1 e 2 em V $[\rho]$  diminuem em torno de 4% e 20% e para os níveis 3, 4, 5 e 6 as contribuições aumentam cerca de 2%, 12%, 10% e 2%, respectivamente. Como observado, somente para valores de  $\alpha > 0,075$ , a contribuição do nível 2 para a variância total do recalque previsto deixa de ser a maior, dando lugar ao nível 3. O aumento do valor de E<sub>Si</sub> médio aproxima esse caso ao 1° caso analisado.



Figura 3.10. Distribuição de  $V[\rho_i]$  com a profundidade para o 2º caso.



Figura 3.11. Contribuição (em %) de cada nível em  $V[\rho]$  para o 2° caso.

3º caso: Nesse caso, o valor de E<sub>Si</sub>(z) foi mantido constante e igual a 10 MPa e os valores de COV [E<sub>Si</sub>] foram avaliados segundo uma função linearmente decrescente com a profundidade pela equação: COV [E<sub>Si</sub>] = COV [E<sub>0</sub>] - α.z, onde COV [E<sub>0</sub>]=1,0.

Os resultados para a distribuição de V[ $\rho_i$ ] com a profundidade são mostrados na figura 3.12. É possível observar que a curva sofre 'estreitamento' a partir do segundo nível com o aumento do parâmetro  $\alpha$  na equação de COV [E<sub>si</sub>].

A figura 3.13 indica que as contribuições nos níveis 1 e 2 aumentam com o aumento da declividade da curva de COV  $[E_{Si}]$  (aumento de  $\alpha$ ) e que nos níveis 3, 4, 5 e 6 as contribuições diminuem. Para variação de  $\alpha$  de 0 até 0,185, as contribuições dos níveis 1 e 2 para  $V[\rho]$  aumentam em torno de 6% e 17% e para os níveis 3, 4, 5 e 6 as contribuições diminuem cerca de 7%, 10%, 5% e 0,5%, respectivamente.



Figura 3.12. Distribuição de  $V[\rho_i]$  com a profundidade para o 3º caso.



Figura 3.13. Contribuição (em %) de cada nível em  $V[\rho]$  para o 3º caso.

Novamente, para esse caso analisado, a variação da contribuição de  $V[\rho_i]$  em cada camada, indica que os valores para o nível 2 continuam sendo os maiores e o aumento do valor de  $E_{si}$  médio aproxima esse caso ao 1º caso analisado.

 4º caso: Nesse caso, os valores de E<sub>Si</sub> (z) foram considerados variáveis. Para 0 < z (mm) < 600, o valor de E<sub>Si</sub> foi adotado igual a 10 MPa. Já para 600 < z (mm) < 1200, o valor de E<sub>Si</sub> foi adotado igual a 20 MPa. Foram avaliados diferentes valores de COV [E<sub>Si</sub>], sempre constantes com a profundidade.

Esse caso considerou COV  $[E_{Si}]$  constante com a profundidade e o módulo de deformabilidade  $(E_{Si})$  variando conforme a consideração da existência de uma camada de solo mais deformável  $(E_{Si} = 10 \text{ MPa})$  sobrejacente a uma camada de solo menos deformável  $(E_{Si} = 20 \text{ MPa})$ .

Os resultados nas figuras 3.14 e 3.15 indicam que as contribuições dos três primeiros níveis em V[ $\rho$ ] representam praticamente a totalidade dessa variância, com 94%. Os três últimos níveis (com solo de maior resistência, E<sub>Si</sub>=20 MPa) representam, quando somados, apenas 6% na contribuição total para V[ $\rho$ ].



Figura 3.14. Distribuição de  $V[\rho_i]$  com a profundidade para o 4º caso.



Figura 3.15. Contribuição (em %) de cada nível em  $V[\rho]$  para o 4º caso.

Os resultados sugerem atenção especial para os primeiros três níveis do solo, especialmente os níveis 2 e 3, respectivamente.

• 5° caso: Nesse caso, os valores de  $E_{Si}$  (z) foram considerados variáveis. Para 0 < z (mm) < 600, o valor de  $E_{Si}$  foi adotado igual a 20 MPa. Já para 600 < z (mm) < 1200, o valor de  $E_{Si}$  foi adotado igual a 10 MPa. Foram avaliados diferentes valores de COV [ $E_{Si}$ ], sempre constantes com a profundidade.

Esse caso considerou COV  $[E_{Si}]$  constante com a profundidade e os módulos de deformabilidade  $(E_{Si})$  variando conforme a consideração da existência de uma camada de solo menos deformável  $(E_{Si} = 20 \text{ MPa})$  sobre uma camada de solo mais deformável  $(E_{Si} = 10 \text{ MPa})$ .

As figuras 3.16 e 3.17 indicam que a existência de camadas mais resistentes nos primeiros três níveis implica em redução da contribuição em V[ $\rho$ ] para esse setor, que passa a contribuir com, cerca de, 50%. Os níveis inferiores passam a ter maior importância para contribuição de V[ $\rho$ ], especialmente os níveis 4 e 5, que somados contribuem com aproximadamente 49% dessa variância. Isso implica que, o melhoramento do solo para esses níveis, poderia ocasionar ganho de resistência, assegurando uma redução nos valores de recalque total previsto e de sua variância.



Figura 3.16. Distribuição de  $V[\rho_i]$  com a profundidade para o 5° caso.



Figura 3.17. Contribuição (em %) de cada nível em  $V[\rho]$  para o 5° caso.

Para os quatro primeiros casos analisados (1º caso ao 4º caso) os resultados indicaram que a maior contribuição para a variância dos recalques  $V[\rho]$  advém, geralmente, com maior intensidade do nível 2 do solo, seguindo forte influência do fator I<sub>z</sub>, proposto por Schmertmann

(1970), que admite as maiores contribuições para a deformação do solo na profundidade de B/2 abaixo da cota de assentamento da sapata.

O 5° caso foi, praticamente, o único que apresentou a distribuição das variâncias de recalque com a profundidade destoando visualmente da distribuição das deformações proposta por Schmertmann (1970), onde o nível de maior contribuição em V[ $\rho$ ] deixou de ser o segundo e passou a ser o quarto, evidenciando a região de maior deformabilidade do subsolo.

Essas simulações realizadas pelo *FOSM* evidenciaram que as análises de probabilidade associadas ao método de previsão de recalques de Schmertmann (1970) são altamente dependentes do fator de distribuição de deformações I<sub>z</sub> de Schmertmann (1970) e da média dos valores de E<sub>Si</sub> para cada subcamada do solo. Sendo assim, a contribuição da variância do recalque  $V[\rho_i]$ , da subcamada *i* de um perfil arbitrado do solo, será tão significativa em  $V[\rho]$  quanto mais próxima essa subcamada estiver da profundidade de B/2 abaixo de D<sub>f</sub> e/ou quanto menor for o valor médio do módulo de deformabilidade (E<sub>Si</sub>) estimado para essa mesma subcamada.

#### 3.5.2 Vantagens e desvantagens das metodologias que utilizam o FOSM e o SOSM

Após a apresentação dos métodos probabilísticos que utilizam a série de Taylor (*FOSM* e *SOSM*), é interessante ressaltar algumas vantagens e desvantagens de sua utilização.

Algumas vantagens são:

- As metodologias propostas são de fácil entendimento e de simples aplicação prática (podem ser facilmente desenvolvidas em planilhas eletrônicas, por exemplo), prescindindo da necessidade de utilização de programas de elementos finitos ou cálculos avançados;
- Para casos especiais, como o de comparação de situações do tipo antes e depois, por exemplo, as metodologias avaliadas são suficientes para as análises de confiabilidade, mesmo para os casos em que os resultados não sejam tão precisos;

- As metodologias permitem facilmente a avaliação da contribuição relativa de diferentes fontes de incerteza na função de desempenho e nas variáveis aleatórias;
- O método *FOSM* é bastante útil para avaliar a sensitividade das equações de previsões (projetos) a partir da observação da variabilidade dos parâmetros de entrada, o que também foi observado por Griffiths et al. (2002);
- Apesar de não considerarem a utilização de correlações espaciais ou escalas de flutuação do módulo de deformabilidade do solo, que tendem a reduzir os valores de variância, as metodologias avaliadas não são contra a segurança, conforme observado por Gimenes e Hachich (1992).

Algumas desvantagens da utilização desses métodos também merecem destaque e são:

- A maior desvantagem desses métodos é sem dúvida a negligência da variabilidade espacial do solo, conforme comentado no capítulo anterior;
- Quando esses métodos são utilizados em funções de desempenho de ordens superiores, eles perdem precisão, uma vez que, as considerações apenas dos termos de primeira e segunda ordem da série de Taylor implicam na linearização (*FOSM*) ou na aproximação quadrática (*SOSM*) da função desempenho no ponto de análise. Isso limita a aplicação desses métodos em funções de ordens superiores para variáveis de entrada com alto desvio-padrão relativo (COV). A figura 3.18 ilustra algumas funções de Taylor aproximadas até a décima ordem para a função simplificada f(E<sub>S</sub>) =1/E<sub>S</sub>. É possível perceber que quanto mais distante do ponto de aproximação (adotado nesse exemplo como sendo: E<sub>S</sub>=5 MPa), o que representam altos valores de COV, torna-se necessário utilizar funções de Taylor de maior ordem para melhorar a precisão ou aproximação da função original. Nesse caso, as funções de Taylor de baixa ordem são precisas apenas para baixos valores de COV;



Figura 3.18. Polinômios de Taylor de ordens superiores (até a décima ordem) desenvolvidos ao redor de  $E_S=5$  MPa para a função f( $E_S$ )=1/ $E_S$ .

- A consideração apenas dos dois primeiros momentos estatísticos faz com que os métodos assumam que a forma da função densidade de probabilidade para os recalques é do tipo normal (ou lognormal), dependentes apenas da média e do desvio-padrão;
- Nesses métodos propostos não é considerada a remoção da tendência determinística da variação dos parâmetros geotécnicos do solo com a profundidade. Campanella et al. (1987) mostraram, para um exemplo considerando resultados do ensaio CPT, que esses valores seguem tendências lineares de variação com a profundidade dentro das suas respectivas zonas de influência (camadas do solo). Essa tendência deve ser removida através de análises por regressão, por exemplo, antes que seja procedida qualquer estimativa das estatísticas dos dados. Entretanto, observa-se que para a consideração de subcamadas menos espessas quanto possíveis do perfil do solo reduz essas tendências e a sua remoção pode ser prescindida. Por esse motivo, orienta-se a subdividir o solo em camadas de 20 cm ou 25 cm (para o caso do ensaio CPT) ou de 100 cm (para o ensaio SPT);
- Os métodos supõem que a função de variabilidade do recalque previsto é devida apenas a uma variável aleatória independente, que é o módulo de deformabilidade do solo (E<sub>s</sub>).
  Outros parâmetros como a geometria e o carregamento das sapatas foram considerados, simplificadamente, constantes. Dessa forma, as análises probabilísticas realizadas com as

metodologias são válidas apenas para um elemento de fundação (sapata). Na consideração de um sistema global (conjuntos de sapatas de uma obra, por exemplo), as inferências são automaticamente assumidas para um caso de obra fictício com sapatas isoladas de geometria e carregamento constantes;

 As metodologias também não consideram os efeitos da interação solo-estrutura e da interação entre sapatas.

### 3.5.3 Vantagens e desvantagens da metodologia que utiliza o método MCS

As principais vantagens da utilização dessa metodologia são:

- A possibilidade de ajuste de qualquer fdp aos parâmetros de entrada da função de desempenho;
- A igual possibilidade de ajuste de qualquer fdp aos resultados finais obtidos. Dessa forma, a análise probabilística pode considerar, mais realisticamente, um modelo ajustado segundo os dados existentes para um problema em específico;
- A possibilidade de utilização de programas computacionais de simulação que possibilitem criar uma rotina automatizada dos cálculos.

Já as principais desvantagens são:

- A realização de um grande número de simulações é necessária para a convergência de um resultado final confiável. A metodologia proposta considera a resolução da função de desempenho para cada subcamada arbitrada pelo método de Schmertmann (1970). Dessa forma, o aumento do número de iterações deve ser contemplado para todas as subcamadas, o que pode onerar os cálculos do sistema (utilizando o *Microsoft Excel*), sendo necessária a utilização de computadores ou programas mais robustos;
- O aumento da largura da sapata também deve aumentar a zona de influência das deformações, segundo Schmertmann (1970). Como a proposta da metodologia é de assumir a menor espessura possível para a divisão das subcamadas, o aumento da largura

da sapata também acarreta no aumento da quantidade de subcamadas e, consequentemente, aumento do número de cálculos e iterações. Dessa forma, com o aumento da largura da sapata, a aplicação do método pode se tornar onerosa;

- A análise da contribuição de diferentes fontes de contribuição de incertezas na variável aleatória torna a resolução do problema bastante onerosa, uma vez que, seria necessário resolver o problema para cada fonte de incerteza em separado e somar esses resultados para encontrar a variância total;
- O efeito da variabilidade espacial do solo é igualmente desprezado;
- As limitações referentes às análises probabilísticas e à negligência dos efeitos da interação solo-estrutura e da interação entre sapatas (sobreposição de tensões de sapatas adjacentes) também são semelhantes ao caso anterior.

# 3.6 COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS FOSM, SOSM e MCS

Para analisar comparativamente os três métodos propostos (*FOSM*, *SOSM* e *MCS*) foram realizadas simulações para a equação de previsão de recalques de Schmertmann (1970), através da geração aleatória de valores de  $E_{Si}$ . Os dados principais considerados foram: valor médio de  $E_{Si}$  de 20 MPa para todas as subcamadas e COV [ $E_{Si}$ ] variando entre 0 e 100%, com incrementos de 10%. Dessa forma, a média e o desvio-padrão dos recalques previstos foram calculados com o método de Schmertmann (1970) e comparados entre si para todas as situações. Outras informações utilizadas nessa análise comparativa estão de acordo com a figura 3.2 e a tabela 3.1, apresentadas anteriormente.

Essa avaliação permite a realização do comparativo da aplicabilidade dos métodos que envolvem os polinômios de Taylor (*FOSM* e *SOSM*) e o método da simulação de Monte Carlo (*MCS*). É fato que o truncamento dos termos de primeira e segunda ordem (casos do *FOSM* e *SOSM*) limita a precisão desses métodos de confiabilidade, uma vez que, a função geradora é aproximada por uma linear ou quadrática, respectivamente, no ponto de análise. Para avaliação de pontos muito distantes do ponto de análise (valores de COV elevados) a precisão do método

diminui proporcionalmente à sua simplicidade (não consideração de termos de ordens superiores), para funções de desempenho não-lineares.

As análises utilizando o método *MCS* foram realizadas considerando 1.000 iterações da variável aleatória (módulo de deformabilidade) que foi suposta seguindo a fdp lognormal.

A figura 3.19 mostra os resultados obtidos para os cálculos da esperança (ou média) dos recalques previstos através da equação de Schmertmann (1970) e considerando a aplicação dos três métodos probabilísticos.



Figura 3.19. Comparativo entre as esperanças (médias) dos recalques previstos através da aplicação dos métodos *FOSM*, *SOSM* e *MCS* à equação de Schmertmann (1970), com valores de  $COV[E_S]$  entre 0 e 100%.

Os valores de média dos recalques simulados mostram comportamento semelhante ao observado para os desvios-padrão. Os três métodos convergem para um mesmo resultado, com erro máximo de 4%, para baixos valores de COV  $[E_{Si}]$ , até cerca de 20%. Já para valores de COV  $[E_{Si}]$  acima de 20%, o método *FOSM* subestimou os valores de média, com erro máximo de 50% para COV  $[E_{Si}]$ =100%, e os métodos *SOSM* e *MCS* apresentaram boa similaridade de resultados, com erro máximo de aproximadamente 3% para todos o intervalo de COV  $[E_{Si}]$ .

Analisando o desvio-padrão dos recalques previstos, é possível perceber na figura 3.20 que os três métodos apresentaram resultados convergentes para valores de COV  $[E_{Si}]$  de até aproximadamente 30%, com erro máximo de aproximadamente 6% para o método *FOSM*. Isso

sugere que para situações de baixa variabilidade do parâmetro de entrada (módulo de deformabilidade), os três métodos sejam aplicáveis.

Para valores de COV  $[E_{Si}]$  acima de 30%, o método *FOSM* subestimou, com erro máximo de aproximadamente 50% quando COV $[E_{Si}]$  é 100%, os valores de desvio-padrão dos recalques, uma vez que, os termos de ordens superiores são desconsiderados pela aproximação linear do ponto de análise. Já os métodos *SOSM* e *MCS* apresentaram boa proporcionalidade de resultados, indicando ligeira variação para valores de COV  $[E_{Si}]$  acima de 70% (erro máximo obtido de cerca de 10% para COV $[E_{Si}] = 100\%$ ).



Figura 3.20. Comparativo entre os desvios-padrão dos recalques previstos através da aplicação dos métodos *FOSM*, *SOSM* e *MCS* à equação de Schmertmann (1970), com valores de  $COV[E_S]$  entre 0 e 100%.

Os resultados da comparação realizada sugerem que os métodos *SOSM* e *MCS* apresentaram resultados para as estimativas de média e desvio-padrão dos recalques previstos com boa similaridade. O método *FOSM* só possui boa concordância com o método *MCS* para baixos valores de COV  $[E_{Si}]$ . Tal resultado já era esperado, pelo fato de que a aproximação linear gerada pelo truncamento do termo de primeira ordem na série de Taylor limita sua concordância com a função de desempenho, principalmente se ela for não-linear (como é o caso da equação proposta por Schmertmann, 1970).

A distribuição da variância dos recalques com a profundidade para os três métodos também foi avaliada (figura 3.21), para o caso onde o COV  $[E_{Si}]=100\%$ , ou seja, a pior situação

na comparação anteriormente realizada entre os métodos. Novamente, a similaridade entre os métodos *SOSM* e *MCS* é evidente, sendo que, a metodologia que utiliza o método *FOSM* subestimou as contribuições de variância dos recalques em todas as subcamadas (ou níveis) do solo. A figura 3.22 apresenta as porcentagens de contribuição da variância para cada nível, também para a situação de COV  $[E_{si}]=100\%$ . Nesse caso, é possível mostrar que a porcentagem das contribuições permaneceu inalterada para os três diferentes métodos analisados e para quaisquer situações de variabilidade, ou seja, quaisquer valores de COV  $[E_{si}]$  entre 0 e 100%.



Figura 3.21. Distribuição de  $V[\rho]$  com a profundidade para a comparação entre os métodos *FOSM*, *SOSM* e *MCS*, segundo um  $COV[E_S]=100\%$ .



Figura 3.22. Contribuição (em %) de cada nível em  $V[\rho]$  para a comparação entre os métodos *FOSM*, *SOSM* e *MCS*, segundo um  $COV[E_S]=100\%$ .

Tomando a pior situação na comparação entre os métodos (COV  $[E_{Si}]=100\%$ ), novas simulações foram realizadas, dessa vez, para diferentes valores de módulos de deformabilidade médios, mantendo-se o valor de COV $[E_{Si}]$  constante e igual a 100%. Os resultados indicaram que o erro máximo obtido entre os três métodos (de aproximadamente 50% e 3% para os métodos *FOSM* e *SOSM*, respectivamente, em relação ao método *MCS*) permaneceu inalterado com a variação da média do módulo de deformabilidade, sendo independente desse. O comportamento do desvio-padrão dos recalques previstos em função da variação dos valores médios de módulos de deformabilidade pode ser verificado na figura 3.23.



Figura 3.23. Desvios-padrão previstos versus a variação do módulo de deformabilidade, para os métodos *FOSM*, *SOSM* e *MCS* aplicados à equação de Schmertmann (1970), para  $COV[E_S] = 100\%$ .

A escolha do método a ser utilizado na análise probabilística de determinado caso deve ser feita considerando a aplicabilidade de cada um (facilidade de utilização e recursos disponíveis, como computadores e softwares simuladores) e a precisão que se deseja obter nos resultados avaliados. Devem ser consultadas as vantagens e desvantagens de cada método, conforme foi apresentado e discutido nesse capítulo.

# 4 APLICAÇÃO DOS MÉTODOS PROBABILÍSTICOS AVALIADOS – ESTUDO DE CASO DE OBRA NA REGIÃO DA GRANDE VITÓRIA/ES

Este capítulo apresenta uma aplicação dos métodos de análise probabilística de recalques de sapatas, considerando informações de um caso de obra estudado anteriormente por Moraes (2008). Tal obra situa-se na região da Grande Vitória/ES, onde foi utilizada a execução de estacas de compactação de areia e brita pelo processo Franki para melhoramento do solo e viabilização de solução para o projeto geotécnico em fundações diretas por sapatas. A resposta do terreno, no quesito melhoria das características geotécnicas, foi medida através de ensaios SPT e PD, realizados antes e após esse processo de compactação.

Através da comparação das previsões realizadas para as situações inicial e final, foi possível verificar que a execução das estacas de compactação no terreno contribuiram para a diminuição dos valores dos recalques previstos (devido à redução da compressibilidade do solo), dos respectivos desvios-padrão (devido a homogeneização dos recalques) e das probabilidades de ocorrência de valores de recalques inadmissíveis para os casos analisados. Além disso, o aumento da tensão admissível do solo também pôde ser avaliado e comprovado.

## 4.1 DESCRIÇÃO DA REGIÃO (ASPECTOS GEOLÓGICOS E GEOTÉCNICOS)

O estado do Espírito Santo está localizado na região sudeste do Brasil, limitando-se ao no norte com o estado da Bahia, ao sul com o estado do Rio de Janeiro, a oeste com o estado de Minas Gerais e a leste com o Oceano Atlântico (figura 4.1). A área total do estado é de 46.078 km<sup>2</sup> distribuida em 78 municípios, dentre os quais a sua capital Vitória. Sua população residente é de 3.547.013 habitantes (ISJN, 2011) cuja qual, aproximadamente, 50% está presente na região metropolitana da Grande Vitória, que é composta pelos municípios de Vitória, Vila Velha, Cariacica, Viana, Guarapari e Fundão. O clima predominante no estado é o tropical úmido com temperaturas médias anuais elevadas e volume de precipitação superior a 1.400 mm por ano, especialmente no período do verão (GEES, 2011).



Figura 4.1. Espírito Santo: Posição geográfica, dimensões e limites (Fonte: IJSN, 2011).

A hidrografia é marcada pela presença do rio Doce, seu rio de maior importância. A vegetação é composta basicamente de florestas tropicais e vegetação litorânea.

Observando a figura 4.2, é possível perceber que o relevo compreende basicamente dois tipos distintos: as planícies litorâneas (que somam cerca de 40% do território) e os planaltos interioranos, que dão origens à região serrana (GEES, 2011). O relevo litorâneo é infuenciado especialmente pelos fenômenos de transgressão e regressão marinhos ocorridos no período Quaternário e que deram origem aos solos característicos sedimentares bastante variegados.



Figura 4.2. Espírito Santo: Modelo digital de elevação (Fonte: IJSN, 2011).

A obra em estudo localiza-se no município de Vila Velha, região litorânea do estado. Os solos locais são constituídos da mesma origem geológica compostos por sedimentos marinhos do Holoceno (período Quaternário), com camadas de areias superficiais finas à médias, limpas (menos de 5% de material passante na peneira de malha 200), geralmente heterogêneas, apresentando diferentes níveis de compacidade relativa (variando de fofa a compacta) devido, principalmente, às estratificações ocorridas nos períodos de transgressão e regressão do mar. As figuras 4.3 e 4.4 ilustram, segundo Castello e Polido (1982; 1986), perfis típicos das regiões de Vila Velha e Vitória, no estado do ES.



Figura 4.3. Perfil geotécnico típico de Itaparica, Vila Velha/ES (Castello e Polido, 1982).



Figura 4.4. Perfil geotécnico típico de Vitória/ES (Castello e Polido, 1986).

### 4.2 DESCRIÇÃO DO ESTUDO DE CASO (OBRA)

Nesta seção apresenta-se o caso de obra estudado por Moraes (2008). O terreno é localizado na região litorânea do município de Vila Velha/ES, onde foi construído um edifício residencial entre 1992 e 1994, com 10 pavimentos e cargas na fundação variando de 2.400 kN a 5.300 kN.

O terreno caracterizava-se por uma situação inicial com solo de compacidade relativa muito baixa, confirmada através de ensaios de campo SPT e PD realizados préviamente. A solução para fundações por estacas era a única possibilidade, entretanto, apresentava inconvenientes tanto executivos quanto com relação aos custos. Decidiu-se então pela solução de melhoramento das camadas arenosas superficiais do solo através de estacas de compactação de areia e brita, executadas pelo método Franki. Tal procedimento viabilizou a solução em fundações diretas por sapatas, devido ao melhoramento promovido no solo nos níveis considerados (confirmado através de ensaios PD realizados após o melhoramento).

A tabela 4.1 apresenta a quantidade e a disposição dos ensaios realizados tanto no terreno natural quanto após o melhoramento (compactação). Foram realizados 7 ensaios SPT (com profundidade máxima de 25,45m) e 6 ensaios PD (com profundidade máxima de 5,40m) para o terreno natural e 31 ensaios PD (profundidade máxima de 5,0m) para o terreno compactado, no final do processo.

Investigações geotécnicas antes e após a compactação					
Encoire neoline des	Terreno natural		Após a compactação		
Elisalos realizados	PD	SPT	PD	SPT	
Obra 01	06	07	31	0	

Tabela 4.1. Investigações geotécnicas realizadas no caso de obra.

Os perfis de sondagem individuais juntamente com os resultados obtidos para cada ensaio (PD e SPT) realizado são omitidos neste trabalho, mas podem ser encontrados em Moraes (2008).

O perfil geotécnico típico (até a profundidade de 10,0m) apresentado na figura 4.5, indica um terreno natural bastante heterogêneo. O nível d'água apresenta-se na cota -1,00m a partir da superfície. De uma forma geral, existe uma camada de aterro argiloso até a cota -1,00m, de onde inicia-se uma camada de areia de compacidade inicial relativa variável de aproximadamente 10m, que deu origem à divisão do terreno em duas áreas distintas, uma de maior compacidade relativa inicial (área 01) e outra de menor compacidade relativa inicial (área 02). Na área 01, o N<sub>SPT</sub> varia entre 5 e 33 golpes e na área 02 entre 2 e 25 golpes (energia do ensaio considerada de 75%). Vale ressaltar a camada de areia concrecionada por cimentação ferruginosa entre as cotas de -5,50m e 8,00m que confere altos índices de resistência ao solo arenoso presente nesse intervalo.



Figura 4.5. Perfil geotécnico típico do terreno para o estudo de caso (Moraes, 2008).

A distribuição das estacas de compactação executadas para o melhoramento do terreno, bem como a locação dos ensaios SPT e PD realizados no terreno natural e após a compactação são mostrados na figura 4.6. As estacas de compactação foram locadas em função da distribuição das sapatas pré-dimensionadas para o projeto de fundação do edifício. Entretanto, como não foram fornecidas no trabalho de Moraes (2008) as informações sobre as sapatas de projeto, como a geometria e a locação através de coordenadas no terreno, preferiu-se por suprimi-las na exibição da figura 4.6.



Figura 4.6. Locação das estacas de compactação e dos ensaios SPT e PD realizados no terreno natural e após a compactação para a obra do estudo de caso (Moraes, 2008).

Algumas das características principais das estacas de compactação executadas são apresentadas na tabela 4.2.

Estudo de caso	Local	Quantidade de estacas	Nº de bulbos	Total de estacas	Espaçamento entre estacas	Profundidade da base alargada
Obra 1	Vila Velha	4	1	158	1,90 a 2,30m	5,00 a 5,50m
(1 edifício)		8	2		(4,8 a 5,8 diâmetros)	
		117	3			
		29	4			

Tabela 4.2. Características das estacas de compactação executadas na obra. (Moraes, 2008).

Os resumos estatísticos (valores mínimo, médio e máximos) dos resultados  $(q_d)$  dos ensaios PD realizados no terreno natural e compactado podem ser verificados na figura 4.7, onde é evidenciada a melhoria de resistência obtida através do processo de compactação.



Figura 4.7. Resumos estatísticos dos ensaios PD realizados no terreno natural e no terreno compactado (Moraes, 2008).

# 4.3 CONSIDERAÇÕES PARA AS ANÁLISES REALIZADAS

As análises para esse estudo de caso foram realizadas com base nos dados disponíveis no trabalho de Moraes (2008), que são:

✓ Carga mínima e máxima nos pilares da edificação de 2.400 kN e 5.300 kN;

- Tensão admissível do terreno após a compactação de 0,30 MPa (preliminarmente adotada pelo projetista para o pré-dimensionamento das sapatas e distribuição das estacas de compactação);
- ✓ Cota de assentamento das fundações,  $D_f$  = -1,30m a partir do nível do terreno;
- ✓ Ensaios PD iniciais (para o terreno natural) realizados até a profundidade máxima de 5,4 m;
- ✓ Ensaios PD finais (após o processo de compactação) realizados até a profundidade máxima de 5,0 m;
- ✓ Ensaios SPT iniciais (para o terreno natural) realizados até a profundidade de 25,45 m.

Apesar de terem sido divulgadas as informações referentes à tensão admissível preliminar do terreno e as cargas mínima e máxima nos pilares do edifício, a geometria (dimensões B e L), o carregamento e a locação de cada sapata do projeto, bem como a tensão admissível definitiva do terreno não foram apresentadas no trabalho de Moraes (2008).

Dessa forma, as análises determinísticas e probabilísticas de recalques realizadas nesse estudo assumiram algumas simplificações, não refletindo o projeto real adotado pelo projetista geotécnico para essa obra. As simulações foram realizadas em nível de anteprojeto, apenas para representar a aplicabilidade das metodologias avaliadas no capítulo 3.

Assim, através das informações apresentadas acima, realizou-se um pré-dimensionamento das sapatas, admitindo-as quadradas para facilidade dos cálculos, segundo as cargas mínima e máxima atuantes nos pilares da edificação e a tensão admissível preliminar adotada para o terreno pós-compactado:

$$Bmin = \sqrt{\frac{2400}{300}} \approx 2.8m$$
 [4.1]

$$Bm\dot{a}x = \sqrt{\frac{5300}{300}} \approx 4,2m$$
 [4.2]

onde:  $B_{min}$  e  $B_{max}$  são as larguras mínima e máxima das sapatas quadradas.
Portanto, B varia aproximadamente entre 2,5 m a 4,5 m. Esse é o ponto de partida para as análises de anteprojeto apresentadas nesse capítulo. São conhecidas as dimensões mínima e máxima das sapatas e as características geotécnicas do solo de fundação, através dos ensaios CPT e SPT realizados para o terreno no estado natural e após a compactação. Simplificadamente, supôs-se que, como não são conhecidas as posições dos pilares no projeto, as sapatas podem assumir quaisquer posições no terreno. Como Moraes (2008) observou, através da investigação geotécnica inicial realizada no terreno da obra, que havia uma distinção relativamente clara entre duas áreas, sendo: uma de compacidade relativa inicial maior e outra de compacidade relativa inicial menor (conforme mostrado na figura 4.6), as análises para esse anteprojeto fictício consideraram que tais sapatas pudessem ser assentes no terreno de acordo com três casos de áreas distintas: considerando todo o terreno, ou seja, analisando todos os resultados dos ensaios geotécnicos realizados antes e após a compactação – denominado nas análises de 'caso geral'; e considerando separadamente as áreas de menor e maior compacidade relativa inicial e os resultados dos ensaios realizados em cada uma. Assim, pôde ser avaliada a relação entre a variabilidade do solo (quanto ao módulo de deformabilidade) e os recalques previstos, para essas três diferentes considerações de áreas.

Para melhor caracterização das curvas  $\rho$  (mm) x B (m) e q<sub>adm</sub> (KN/m<sup>2</sup>) x B (m), e análise da variação dos recalques com a largura das sapatas, os cálculos foram realizados considerando B(m) variando entre: 0,6; 1,0, 1,5; 2,0; 2,8; 3,0; 3,5; 4,0 e 4,2. Primeiramente, foram obtidos os gráficos  $\rho$  (mm) x B (m) e q<sub>adm</sub> (KN/m<sup>2</sup>) x B (m) para a análise determinística dos recalques previstos e a verificação da tensão admissível estimada para o terreno melhorado com a compactação. Num segundo momento, foram procedidas as análises probabilísticas dos recalques considerando como premissa os valores limites de 25 mm e 40 mm.

No caso das análises probabilísticas, as metodologias apresentadas neste trabalho, conforme apresentado no capítulo 3, possuem a limitação de não consideração da geometria e do carregamento das sapatas da fundação como variáveis aleatórias independentes. Assim, tal consideração (de que esses parâmetros são assumidos 'constantes') implica que as análises probabilísticas realizadas só podem ser avaliadas para cada componente (sapata) individualmente. Contudo, conforme já observado, para um caso real de obra com fundação por sapatas, as

análises de confiabilidade devem ser realizadas no nível do sistema (para o conjunto de sapatas da obra fundação) sendo, então, uma avaliação global. Logo, a consideração simplificada de que a geometria e o carregamento das sapatas são invariantes nas análises, também pode levar as metodologias apresentadas neste trabalho a serem interpretadas como sendo a análise de confiabilidade de um sistema, desde que esse seja representado por um caso de uma obra fictício, que possui todas as sapatas com geometria e carregamento constantes.

Novamente, então, as análises realizadas pelas metodologias propostas podem ser avaliadas de duas maneiras distintas, que são:

- C) Análise em termos de uma sapata isolada:
- Cada elemento (sapata) é analisado individualmente;
- Não é considerada a interação solo-estrutura e a interação entre sapatas adjacentes;
- As propriedades de rigidez do solo (módulo de deformabilidade) são variáveis com a profundidade, através da consideração de estratificação do solo.
- D) Análise em termos do sistema (conjunto de sapatas da fundação):
- O sistema deve ser composto por infinitas sapatas de fundação (consideração fictícia), de geometria e carregamento constantes, isoladas, ou seja, suficientemente afastadas entre si, de tal forma que não sejam relevantes os acréscimos de tensão originados por sapatas adjacentes;
- Não é considerada a interação solo-estrutura;
- As propriedades de rigidez do solo (módulo de deformabilidade) são variáveis com a profundidade, através da consideração de estratificação do solo.

Outras considerações e simplificações que foram tomadas para as análises são:

Para a verificação das melhorias de resistência do solo após o processo de compactação foram comparados os resultados (q<sub>d</sub>) dos ensaios de penetração dinâmica PD realizados antes e após a compactação. Entretanto, o método proposto por Schmertmann (1970) utiliza os resultados (q<sub>c</sub>) do ensaio de cone CPT para as estimativas de módulos de

deformabilidade. Assim, foi adotada a consideração de Waschkowski (1983; apud Moraes, 2008) de que os valores de (q<sub>c</sub>) e de (q<sub>d</sub>) são equivalentes. Dessa forma:  $q_c/q_d \approx 1$ ;

- Tendo em vista que o processo de compactação não é eficiente para os primeiros níveis do solo (Mitchell, 1981; Castello, 1982; Avalle e Carter, 2005; apud Moraes, 2008) e que a cota de assentamento das sapatas foi definida para -1,30 m, a execução do fuste das estacas de compactação foi realizada somente até a cota -2,00 m. O solo entre as cotas -1,30 m e -2,00 m foi posteriormente compactado através de placa vibratória. Entretanto, como os ensaios PD finais foram realizados antes da escavação do terreno para execução das fundações, não dispôs-se dos resultados para a situação final do terreno. Afim de considerar esse melhoramento proporcionado pela ação da compactação através da placa vibratória no trecho do solo entre as cotas -1,30 m e -2,00 m, foi utilizado um fator de melhoramento igual a 4, a ser multiplicado pelos resultados dos ensaios PD realizados no terreno natural;
- A comparação dos resultados (q<sub>d</sub>) dos ensaios PD realizados antes e após o processo de melhoramento indica que houve aumento nos valores de desvios-padrão. Uma possível explicação para esse fato é que as estacas de compactação não foram executadas com a mesma quantidade de bulbos intermediários, conforme mostrado na tabela 4.2. Isso porque as estacas que foram executadas inicialmente encontraram um solo mais fofo e mais propício à essa formação e, à medida em que foram sendo executadas outras estacas, o solo foi tornando-se mais denso, dificultando a formação de novos bulbos. Essa heterogeneidade provocada pela execução do estaqueamento originou um ganho de resistência desigual no terreno;
- Note que para a cota de assentamento da fundação em -1,30 m e sapatas quadradas com B > 1,85 m, a zona limite de deformações prevista por Schmertmann (1970) alcança a profundidade maiores que 5,0 m, que é a profundidade limite dos ensaios PD realizados. Para esses casos, houve a necessidade de utilização dos resultados (N<sub>SPT</sub>) dos ensaios SPT (únicos disponíveis em profundidades maiores que 5,0 m) para as estimativas dos valores de módulos de deformabilidade e de suas respectivas variâncias amostrais. Considerando que os ensaios SPT e PD retornam resultados a cada 100 cm e 20 cm de profundidade, respectivamente, as espessuras adotadas para as subcamadas arbitradas para as previsões de recalques foram de 20 cm (onde havia resultados disponíveis do ensaio PD, ou seja,

para  $z \le 5,0$  m) e, preferencialmente, de 100 cm (onde havia somente resultados disponíveis do ensaio SPT, para z > 5,0 m).

Todas as análises de recalques e tensões admissíveis foram realizadas e comparadas. Primeiramente, considerou-se o perfil do solo normalmente consolidado nas situações antes e após o processo de compactação do terreno. Depois, o solo foi considerado normalmente consolidado na situação antes da compactação e sobreconsolidado na região de influência das estacas de compactação (até a profundidade de 5,0 m) após esse melhoramento. A figura 4.8 exemplifica essas considerações para o caso específico da sapata com B = 4,2 m.



Figura 4.8. Exemplo de considerações para o cálculo dos recalques na sapata B=4,2m. Situações (a) solo normalmente consolidado e (b) solo sobreaconsolidado.

As três diferentes metodologias probabilísticas apresentadas no capítulo 3 foram aplicadas no estudo de caso, entretanto, são apresentados apenas os resultados referentes à aplicação da metodologia que utiliza o *SOSM*. Os resultados de recalques previstos obtidos foram comparados determinística e probabilísticamente através da fdp lognormal para a curva de variabilidade dos recalques previstos. Também foram simuladas e comparadas deterministicamente as tensões

admissíveis segundo os critérios de ruptura e de recalques das fundações. Ao final do capítulo, é mostrada uma comparação entre os resultados obtidos para a aplicação dessas três metodologias, evidenciando os erros de avaliação gerados pelas limitações de cada uma.

## 4.3.1 Análises para o solo considerado normalmente consolidado

Nesse caso, as estimativas dos valores de módulo de deformabilidade foram baseadas nos resultados dos ensaios CPT e SPT realizados no terreno natural e após a compactação, considerando o solo normalmente consolidado. No caso do ensaio CPT, foram utilizadas as transformações da forma:

$$E_s = \alpha.qc$$

[4.3]

onde: foram adotadas, ilustrativamente, três diferentes correlações empíricas que apresentam:  $\alpha_1 = 2,0$  (Schmertmann, 1970);  $\alpha_2 = 2,5$  (Schmertmann et al., 1978) e  $\alpha_3 = 3,5$  (Coduto, 2001). Dessa forma, os valores de média e variância de  $\alpha$  são, então:  $\alpha_{médio} = 2,67$  e V[ $\alpha$ ] = 0,58.

Já para o caso do ensaio SPT, foram utilizadas as transformações do tipo:

$$E_s = K.\alpha.N_{SPT}$$
[4.4]

onde: os valores de  $\alpha$  adotados foram os mesmos anteriormente citados e os valores de K são: K = 0,35 (Schmertmann, 1970) e K = 0,90 (Teixeira, 1993) onde, portanto, os valores de média e variância de K são: K<sub>médio</sub> = 0,625 e V[K] = 0,15.

As análises determinísticas foram realizadas através da simples aplicação da equação de Schmertmann (1970), considerando as estimativas dos valores de módulos de deformabilidade através da média dos parâmetros ( $\alpha_{médio} = 2,67$  e K<sub>médio</sub> = 0,625) e dos valores de q<sub>c</sub> ou N<sub>SPT</sub> para cada subcamada *i* do solo.

Nas análises probabilísticas foram adotados os valores de média e variância dos parâmetros  $\alpha$  e K. A função de variabilidade da resistência foi considerada constante para o cálculo da probabilidade de ocorrência de recalques inadmissíveis, onde se considerou os valores limites de 25 mm, para os recalques diferenciais e de 40 mm, para o recalque absoluto das sapatas isoladas.

## 4.3.1.1 Análise determinística

Devido à limitação das informações do estudo de caso e das metodologias propostas neste trabalho, simplificadamente, assumiu-se que as sapatas analisadas (larguras entre 2,8 m e 4,2 m) podem ocorrer em quaisquer locais no terreno da obra, limitando as regiões de análise aos três casos de área considerados (geral, de maior e menor compacidade inicial). Assim, para analisar deterministicamente o anteprojeto considerado em termos de elementos individuais é interessante conhecer o comportamento dos recalques segundo a largura da fundação e a região de possível localização da sapata no terreno.

Dessa forma, os valores de recalques previstos determinísticamente para as situações de terreno antes e após a compactação e, considerando os três casos: caso geral, maior e menor compacidade relativa inicial foram plotados no gráfico  $\rho$  (mm) x B (m), apresentado na figura 4.9. As previsões realizadas para o terreno natural (antes do processo de compactação) indicam claramente a distinção entre as áreas de maior e menor compacidade relativa inicial observadas por Moraes (2008). Considerando, por exemplo, a análise no caso geral, o recalque previsto é de, aproximadamente, 36,6 mm para sapatas com largura B =2,8 m e máximo de 38,6mm para sapatas com B =4,2 m. A distribuição das curvas de recalques para os três casos analisados (geral, maior e menor compacidade inicial) indica que para fundações com B > 1,25 m ocorre aumento da distorção nos resultados para os recalques previstos conforme aumenta-se a largura da fundação nesses casos, sendo que, para a área de maior compacidade relativa inicial os valores são menores e a curva se mostra mais 'abatida' com o aumento dos valores de B e para a área de



menor compacidade inicial os valores são, naturalmente, superiores e a curva apresenta-se mais 'aberta'.

Figura 4.9. Recalques previstos pelo método Schmertmann (1970) em função da largura da fundação, para as situações de obra antes e após o processo de compactação e solo normalmente consolidado.

Já para o terreno após o processo de compactação, observou-se que os valores de recalques previstos além de terem sofrido grande redução (devido à diminuição da compressibilidade do solo) ficaram muito próximos. Na figura 4.9, os recalques previstos para o caso geral pós-compactação foram de, aproximadamente, 11,2 mm e 15,3 mm, para sapatas com B=2,8 m e B=4,2 m, respectivamente. Entretanto, a maior redução nos valores de  $\rho$  ocorreram para a área de menor compacidade inicial. De fato, segundo Mitchel (1981; apud Moraes, 2008), o processo de compactação por estacas é mais efficiente para solos de compacidade relativa inicial mais baixa, o que justifica essa maior redução de compressibilidade observada da área de menor compacidade relativa inicial em comparação com as outras áreas (caso geral e área de maior compacidade relativa inicial). A eficiência do processo de compactação foi então diferente, o que já havia sido previsto por Moraes (2008), através de comparação entre os fatores de melhoramento médio do solo (K<sub>m</sub>) para o terreno antes e após o processo de compactação, nas áreas 01 (de maior compacidade relativa inicial) e 02 (de menor compacidade relativa inicial), conforme a figura 4.10.



Figura 4.10. Variação do fator K<sub>m</sub> para as áreas 01 e 02 e K<sub>m</sub> médio obtido para a obra (Moraes, 2008).

Além de ter sido mais eficiente para a área de menor compacidade relativa inicial (solo mais fofo) como pode ser observado na figura 4.11, o processo de compactação também foi, geralmente, mais eficiente para sapatas de menor dimensão. Isso porque o bulbo de tensões originado por sapatas maiores atingem profundidades também maiores e, portanto, que não foram influenciadas pelo processo de melhoramento (nessa obra as estacas de compactação atingiram profundidades máximas em torno de 5,0 m). Esse fato também foi observado por Soares (2002). A figura 4.12 apresenta a porcentagem de redução dos recalques para cada sapata onde, as barras representam sapatas isoladas, com larguras variando de B (m)= 0,6; 1,0, 1,5; 2,0; 2,8; 3,0; 3,5; 4,0 e 4,2.



Figura 4.11. Média de redução (em %) dos recalques previstos antes e após o processo de compactação para as três situações do terreno analisadas e solo normalmente consolidado.



Figura 4.12. Redução (em %) dos recalques previstos para cada sapata, antes e após o processo de compactação, considerando as três situações do terreno analisadas e solo normalmente consolidado.

A figura 4.13 mostra a relação entre a distribuição dos fatores de influência para cada largura de sapata considerada no anteprojeto e a zona de influência das estacas de compactação. A cota de assentamento das fundações é -1,30 m a partir da superfície do terreno. As estacas de compactação foram executadas entre as cotas de -2,00 m e -5,00 m, sendo que entre as cotas de -1,30 m e -2,00 m foi procedida compactação do solo através de placa vibratória, entretanto, esses dados não foram disponibilizados (ver consideração sobre fator de melhoramento adotado no item 4.3).

Apesar de ser fato a existência de melhoramento do solo numa profundidade de até 5 diâmetros abaixo da ponta das estacas (Mitchell, 1970; Broms, 1981; apud Moraes, 2008), não foram considerados neste estudo de caso quaisquer fatores de melhoramento para os níveis de solo abaixo da cota -5,00 m, por se tratarem de uma camada de areia concrecionada com média de  $N_{SPT}$  = 58,2.



Figura 4.13. Comparação entre as distribuições de Iz para as sapatas analisadas no anteprojeto e a zona de influência das estacas de compactação.

Para a análise das tensões admissíveis do terreno, elaborou-se o gráfico  $q_{adm}$  (KN/m<sup>2</sup>) x B (m), apresentado na figura 4.14. As tensões foram calculadas para o atendimento ao critério de recalques (limite admissível de 25 mm), através do método de Schmertmann (1970) e ao critério de ruptura do solo de fundação (considerando um fator de segurança igual a 3), através do método de Terzaghi (1943).

Para aplicação da equação de Terzaghi (1943), foram utilizadas as estimativas médias dos parâmetros geotécnicos do solo, dados na tabela 4.3.

Para o cálculo das tensões efetivas verticais considerou-se a camada de aterro e a camada subjacente de areia com pesos específicos de  $\gamma = 16 \text{ kN/m}^3$  e  $\gamma = 19 \text{ kN/m}^3$ , respectivamente. O peso específico da água foi adotado como  $\gamma = 10 \text{ kN/m}^3$ .

Tensão Efetiva Vertical		Terreno antes da compactação				Terreno após a compactação			
		N <sub>SPT</sub>		CR (%) -	Ø'-	N <sub>SPT</sub>		CR (%) -	Ø'-
Prof.(m)	σ' <sub>v</sub> (KN/m²)	N <sub>SPT</sub> (75)	N <sub>SPT</sub> (60)	Skempton (1986)	Meyerhof (1957)	N <sub>SPT (75)</sub>	N <sub>SPT (60)</sub>	Skempton (1986)	Meyerhof (1957)
1.45	20.05	8.3	10.4	56	36	22.2	27.8	92	42
2.45	29.05	6.7	8.4	49	35	21.7	27.1	88	41
3.45	38.05	15.1	18.9	71	38	42.9	53.6	119	46
4.45	47.05	17.0	21.3	73	39	44.1	55.1	117	45
5.45	65.05	30.3	37.9	92	42	30.3	37.9	92	42
Médias				58	37			101	43

Tabela 4.3. Estimativas de parâmetros geotécnicos até a prof. de 5,45 m para o terreno na situação natural e após a compactação (Moraes, 2008).

A figura 4.14 mostra que o dimensionamento das sapatas é, geralmente, comandado pelo critério dos recalques limites admissíveis, o que concorda com o exposto por Schmertmann (1970); Milititsky et al. (1982) e Sivakugan e Johnson (2002). Apenas para sapatas com larguras inferiores a 1,5 m o critério de ruptura é uma condicionante, mas isso não interessa ao estudo de caso, já que, considerando as cargas nos pilares, o anteprojeto de fundações previu inicialmente sapatas com larguras variando entre 2,8 m e 4,2 m, para  $q_{adm} = 0,30$  MPa.



Figura 4.14. Tensões admissíveis previstas pelo critério de recalques (limite de 25mm) através do método Schmertmann (1970) e pelo critério de ruptura segundo Terzaghi (1943) considerando F.S.=3, em função da largura da fundação, para as situações de obra antes e após o processo de compactação e solo normalmente consolidado.

As tensões admissíveis, segundo o critério de recalques, para a situação de terreno natural são muito baixas, geralmente em torno de 180 kN/m<sup>2</sup>. Após o processo de compactação, essas tensões aumentaram na ordem de 222% em média para o caso geral (figura 4.15). O ganho de resistência do solo até a profundidade de 5,45 m pode também ser caracterizado, de acordo com a tabela 4.3, pelo aumento da média dos valores de compacidade relativa (CR) de 58% para 100% e dos valores de ângulo de atrito interno ( $\emptyset$ ) de 37° para 43°.

Para o solo compactado, pode-se inferir do gráfico apresentado na figura 4.14, de maneira conservadora, sem considerar a inversa proporcionalidade entre o aumento da tensão admissível e a largura das sapatas, uma tensão admissível arbitrária de 400 kN/m<sup>2</sup> ou 0,40 MPa para o terreno analisado. Esse valor, ignorando as limitações para os cálculos realizados, justifica a escolha do projetista das fundações (tensão escolhida de 0,30 MPa) quando da necessidade do prédimensionamento das sapatas para distribuição das malhas das estacas de compactação.

Da mesma forma, o aumento médio da tensão admissível do solo na área de menor compacidade inicial e para as sapatas de larguras menores foi, geralmente maior, devido à maior eficiência do processo de compactação para esses casos. A figura 4.15 apresenta a porcentagem média do aumento das tensões admissíveis para cada área analisada.



#### Situações Analisadas

Figura 4.15. Média do aumento das tensões admissíveis (em %) segundo o critério de recalques (limite de 25 mm) para as três situações do terreno analisado e solo considerado normalmente consolidado.

As análises determinísticas para o anteprojeto fictício, realizadas para o caso do terreno antes do processo de compactação, mostraram que os resultados para as previsões de recalques e tensões admissíveis do solo eram incompatíveis com a possibilidade de utilização de fundações diretas por sapatas para a construção do edifício. Após o processo de melhoramento, verificou-se o aumento da resistência do solo (confirmado pelos ensaios tipo PD realizados), que originou a redução dos valores de recalques e o consequente aumento dos valores de tensões admissíveis previstos, indicando, para os casos analisados que:  $\rho < 25$ mm e q<sub>adm</sub>  $\ge 0,30$  MPa, ou seja, uma possível viabilidade para o projeto geotécnico por sapatas.

O conhecimento das incertezas associadas à essas previsões realizadas e a mensuração da probabilidade desses recalques previstos excederem os valores limites de 25 mm e 40 mm são tema da análise probabilistica, apresentada na próxima seção.

## 4.3.1.2 Análise probabilística

As análises probabilísticas permitem a associação das incertezas existentes nas previsões dos recalques determinísticos anteriormente observados, tornando possível uma mensuração da confiabilidade desses resultados. Conforme já observado, tal confiabilidade é resultado da análise da contribuição de diferentes fontes de incerteza presentes em todo o processo estimativo dos recalques.

Para essas análises, foram avaliadas três diferentes fontes de incerteza na variância total dos recalques previstos, sendo que todas elas são incidentes apenas na única variável aleatória independente considerada, que é o módulo de deformabilidade do solo. Essas fontes de incerteza e as implementações para os seus cálculos foram apresentados no capítulo 3, seção 3.1.

Conforme já visto, as metodologias avaliadas para as análises probabilísticas utilizam o formato da equação de Schmertmann (1970) para o cálculo da variância total do recalque através da soma das contribuições das variâncias de cada subcamada arbitrada para o solo. Através da obtenção dessa variância total do recalque previsto, é possível encontrar o seu desvio-padrão

relacionado e, a partir da adoção de uma fdp adequada, proceder com as análises probabilísticas. As metodologias ainda permitem verificar a contribuição relativa da variância de cada subcamada do solo de fundação e de cada fonte de incerteza considerada nos cálculos na variância total do recalque previsto.

Supondo a consideração de análise probabilística para cada sapata individualmente, onde as larguras podem variar entre 2,8 m e 4,2 m, os desvios-padrão totais previstos, plotados versus a largura da fundação são apresentados na figura 4.16. O gráfico mostra que, para a mesma condição de subsolo, os valores de desvios-padrão aumentam com a largura da fundação, assim como os recalques previstos. Para o caso do terreno antes do processo de compactação, esse aumento é mais pronunciado, indicando variação de valores entre as sapatas com B= 0,60 m e B= 4,2 m de, aproximadamente, 5,0 mm para o caso geral. Já para o terreno compactado, essa mesma variação é reduzida para cerca de, 3,5 mm.



Figura 4.16. Desvios-padrão dos recalques previstos versus a largura da fundação, considerando as situações antes e após o processo de compactação e solo normalmente consolidado.

A distribuição da contribuição da variância do recalque nas subcamadas do solo de fundação também pode ser obtida pela aplicação da metodologia probabilística que utiliza o *SOSM*. A figura 4.17 apresenta essa distribuição para o caso da sapata com B= 2,0 m, nas

situações antes e após a compactação. A análise dessa figura juntamente com a figura 4.18 mostra que, por exemplo, para o caso geral antes da compactação, a zona de abrangência da contribuição da variância dos recalques é maior, apresentando cerca de 99% da variância total, na região entre os níveis 2 e 16 (entre as profundidades de 400 mm e 3200 mm abaixo da cota de assentamento da sapata). Após a compactação, essa mesma contribuição reduziu a sua magnitude e a zona de influência, agora entre os níveis 4 e 14 (entre as profundidades de 800 mm e 2800 mm), ou seja, concentrando-se mais na região correspondente a profundidade B/2 abaixo da cota de assentamento da sapata. Na figura 4.17, observa-se a significativa diminuição da magnitude da contribuição das variâncias para cada subcamada do solo.



Figura 4.17. Distribuição da variância dos recalques com a profundidade para a sapata com B=2,0m, nos casos antes e após a compactação e solo normalmente consolidado.



Figura 4.18. Contribuição (em %) de cada nível na variância total do recalque para a sapata com B=2,0m, considerando o caso geral, antes e após a compactação e solo normalmente consolidado.

A curva de variabilidade da solicitação é caracterizada através do cálculo dos recalques médios, dos desvios-padrão previstos e do ajuste de uma fdp adequada à esses dados. Para proceder com as análises probabilísticas de ocorrência de recalques inadmissíveis, a curva de variabilidade da resistência foi assumida, simplificadamente constante (degenerada para uma reta), onde foram adotados os valores de recalques limites de 25 mm e 40 mm.

A melhor forma de definição de uma fdp adequada para a inferência probabilística dos recalques previstos é a realização de testes de aderência, para o ajuste de curvas de densidade de probabilidade conhecidas. Entretanto, como é necessário que existam dados em quantidade e qualidade suficientes, geralmente, são utilizadas fdp's divulgadas de outras análises similares.

Para ilustrar esse procedimento, foram aplicados testes de aderência do tipo Chi-Quadrado aos dados (resultados de recalques previstos) gerados através da resolução do estudo de caso pela simulação de Monte Carlo (método *MCS*). Para tanto, foram simulados 1.000 valores de  $E_{si}$  para cada subcamada do solo, seguindo a distribuição lognormal, a partir das médias e dos desviospadrão calculados para o módulo de deformabilidade. Após essa simulação, foram procedidos os cálculos da contribuição dos recalques e das variâncias para cada subcamada e, em seguida o somatório para obter os valores de recalque previsto e variância total.

Para a aplicação dos testes de aderência na tentativa de ajuste da fdp mais adequada, foram considerados apenas os resultados obtidos para a sapata B= 2,0 m, segundo o caso geral do terreno (considerando todos os resultados dos ensaios de campo).

As análises foram realizadas pelo programa *Easyfit (Distribution fitting software*), da fabricante *MathWave Technologies*. Um exemplo dos resultados obtidos é apresentado na figura 4.19, onde o teste do Chi-quadrado mostrou que as funções de densidade que melhor se ajustam ao conjunto de dados (contribuição do recalque previsto na subcamada 01, para a sapata com B= 2,0m) são a gama e a beta. O teste também não rejeitou a hipótese de a distribuição lognormal se ajustar ao conjunto de dados, com nível de significância de 5%. Já a tentativa de ajuste da distribuição normal foi rejeitada pelo teste de hipótese, nesse caso analisado.



Figura 4.19. Ajuste de curvas de densidade de probabilidade para os recalques calculados segundo os 1.000 valores de E<sub>s</sub> gerados segundo a distribuição lognormal (caso geral, antes do processo de compactação, sapata B=2,0m, subcamada 01)

Observe que os testes foram aplicados para cada subcamada individualmente e o resultado do teste do Chi-Quadrado apontou que, para uma distribuição lognormal do módulo de deformabilidade, as contribuições dos recalques individuais nessas subcamadas seguem uma boa aproximação com a fdp lognormal. Entretanto, nada pode ser concluído acerca da fdp do recalque total (dado pela soma das contribuições dos recalques de cada subcamada), uma vez que, a soma de variáveis aleatórias lognormais não necessariamente origina uma variável de fdp lognormal.

Nesse estudo, foi adotada a fdp lognormal para caracterizar a curva de solicitação (recalque previsto), considerando também que a revisão bibliográfica apresentada no capítulo 2, seção 2.3.2.1, mostrou que essa função de densidade é geralmente utilizada para descrever o comportamento dos recalques previstos. As distribuições gama e beta não são abordadas.

A figura 4.20 ilustra os resultados obtidos para a probabilidade de excedência do valor limite de recalque de 25 mm (pelo método *SOSM*), plotados versus a largura da fundação. É possível perceber que as probabilidades aumentam com o aumento da largura das sapatas (sapatas isoladas, mantendo-se o carregamento constante e as condições geotécnicas do subsolo invariante), o que parece ser razoável, já que, quanto maior a largura das sapatas, mais profunda é a zona de influência das deformações e, consequentemente, é maior o aumento da contribuição dos recalques e das variâncias, nessas subcamadas adicionais. A figura 4.20 indica ainda que para o caso do terreno antes da compactação e para sapatas com B $\geq$  1,5 m, a probabilidade dos recalques previstos excederem o valor limite de 25 mm, dada por P[ $\rho$ > 25 mm], é praticamente de 100% motivada, principalmente, pelos altos valores médios dos recalques previstos.

Após o processo de melhoramento realizado no solo, P[ $\rho$ > 25 mm] tornou-se quase nula para sapatas com B< 2,5 m, o que indica grande confiabilidade para essas estimativas. Para as sapatas com B> 2,5 m, P[ $\rho$ > 25 mm] aumenta com a largura da fundação, chegando aos valores máximos de, aproximadamente 17,6%, 2,1% e 63,8% para a sapata B= 4,2 m, nos casos analisados de área geral, de maior e menor compacidade relativa inicial, respectivamente. Tais valores obtidos para P[ $\rho$ >25 mm] são motivados, principalmente, pelos valores médios de recalque estimados pelo método *SOSM*. Por exemplo, para a sapata B=4,2 m na área de menor compacidade inicial, obteve-se  $\rho$ = 27,2 mm e  $\sigma[\rho]$ = 5,1mm, o que indica pouca confiabilidade para a utilização desse elemento, segundo as considerações adotadas para os cálculos realizados. As análises determinísticas realizadas na seção anterior não evidenciaram esse fato, já que o valor de recalque previsto para essa mesma sapata isolada foi  $\rho$ = 17,6 mm. Isso porque quando o recalque é calculado deterministicamente ele não considera a dispersão dos dados em torno dos valores centrais dos parâmetros, assumindo somente as suas médias. Já a equação para os cálculos da esperança (média) dos recalques pelo método *SOSM*, possui uma parcela referente à variância da variável aleatória e, portanto, o valor calculado por esse método ( $\rho$ = 27,2 mm) é superior ao calculado pelo caso determinístico ( $\rho$  =17,6 mm).

Considerando os resultados da análise probabilística realizada pelo método *SOSM*, pode ser desejável que o anteprojeto para as sapatas seja modificado, afim de que sejam atingidos valores mais confiáveis para P[ $\rho$ > 25 mm], o que obviamente, inclui a premissa de atendimento ao valor máximo de recalque médio previsto de 25 mm.



Figura 4.20. Probabilidade de excedência (ρ>25 mm) segundo a distribuição lognormal, prevista através do método SOSM, para as situações antes e após a compactação e solo normalmente consolidado.

Uma alteração possível de ser realizada, por exemplo, seria a variação da cota de assentamento das sapatas nas regiões que apresentaram maiores valores para  $P[\rho > 25 \text{ mm}]$ . Essa alteração poderia ser realizada no intuito de fazer coincidir a região do entorno de B/2 da cota D<sub>f</sub> com as camadas menos deformáveis do subsolo, para que os valores para a contribuição dos recalques e das variâncias sejam menores nesses níveis principais, e assim os valores de  $P[\rho > 25 \text{ mm}]$  sejam comparativamente inferiores. Outra forma de alteração seria a reavaliação

dos parâmetros das correlações para as estimativas dos valores de módulos de deformabilidade, caso tenha-se realizado uma adoção preliminar conservadora (essa alternativa é abordada na subseção seguinte).

Novamente, vale observar que os cálculos realizados neste trabalho não refletem o projeto executivo das fundações para a obra estudada. Foram adotadas as informações básicas apresentadas em Moraes (2008) para a elaboração de um anteprojeto fictício, apenas para efeito ilustrativo da aplicação das metodologias probabilísticas avaliadas neste trabalho, sendo que os cálculos de recalques foram realizados de maneira simplificada.

Os resultados apresentados indicam que as probabilidades calculadas pelo método proposto são fortemente influenciadas pela média dos valores de módulo de deformabilidade (conforme observado no capítulo 3), uma vez que, as probabilidades de excedência diminuíram para o caso compactado, apesar de as variâncias parciais e totais dos módulos de deformabilidade terem aumentado, motivados pelo aumento da variância amostral dos valores de q<sub>c</sub> e N<sub>SPT</sub> para o caso do terreno compactado em relação ao terreno natural.

A figura 4.21 ilustra as curvas densidade de probabilidade da solicitação, para a fdp lognormal, de acordo com duas considerações distintas: (a) para o caso da sapata com B=4,2 m e segundo os três casos analisados (caso geral, de maior e menor compacidade), nas situações antes e após a compactação e (b) para o caso de consideração da média dos recalques previstos para todas as sapatas analisadas no estudo de caso, também segundo os três casos analisados (caso geral, de maior e menor compactação analisados (caso geral, de maior e segundo os três casos analisados (caso geral, de maior e menor compacidade) e nas situações antes e após a compactação.

Conforme visto anteriormente,  $P[\rho > 25 \text{ mm}]$  aumenta com a largura da fundação, sendo que, a pior situação para o estudo de caso é exatamente para as sapatas com B= 4,2 m. A figura 4.21 permite inferir claramente sobre o comportamento dos recalques previstos antes e após a compactação. Como observado, os valores de média e desvios-padrão diminuiram para o caso pós-compactação, o que pode ser observado com o estreitamento das curvas e mudança de posição para a esquerda (devido a diminuição do valor médio dos recalques previstos). Observando o caso (a) da figura 4.21, por exemplo, na situação antes da compactação, é possível perceber que as curvas densidade de probabilidade estão bem dispersas (em torno das médias 54,0 mm; 37,8 mm e 61,6 mm) nos casos geral, de maior e menor compacidade relativa inicial, respectivamente. Além disso, os valores de desvios-padrão indicam curvas mesocúrticas, com P[ $\rho$ > 25 mm], dada pela área sob a curva de distribuição, de 100% para todos os casos. Após a compactação, com a redução dos valores previstos de recalques e desvios-padrão, as curvas se deslocaram para a esquerda (em torno das médias 21,4 mm; 18,8 mm e 27,2 mm, para os casos geral, de maior e menor compacidade relativa inicial, respectivamente), tornando-se mais leptocúrticas.



Figura 4.21. Curvas densidade de probabilidade segundo a distribuição lognormal nas situações antes e após a compactação (a) para a sapata com B=4,2m; (b) para a média dos recalques e desvios-padrão de todas as sapatas analisadas.

Também de grande interesse é a avaliação da probabilidade de excedência considerando diferentes valores de recalques limites, principalmente para os casos de sapatas mais críticas. Considere, por exemplo, o caso da sapata com B= 4,2 m, na área de menor compacidade inicial do terreno. A figura 4.22, indica que antes da compactação, a probabilidade de excedência para valores limites de recalque inferiores a 40 mm é de 100%. Já para o caso após a compactação,  $P[\rho > 40 \text{ mm}]$  é de 1,4%.



Figura 4.22. Probabilidade de excedência para diferentes valores de recalques limites, sapata com B=4,2m, segundo a distribuição lognormal e através do método *SOSM*, para as situações antes e após a compactação e solo normalmente consolidado.

Os resultados apresentados, se avaliados segundo a consideração de uma sapata isolada, devem ser entendidos como a probabilidade de que essa sapata, com a geometria e as condições geológicas do terreno analisada, exceda os valores de recalques limites de 25 mm ou 40 mm. Para esse caso, como podem existir sapatas de diferentes geometrias no terreno, o resultado de  $P[\rho>25 mm]$  pode representar uma potencial ocorrência de recalques diferenciais, já que, conforme comentado por Teixeira e Godoy (1996; apud Cintra et al., 2003), a limitação dos recalques absolutos é uma forma de limitar os recalques diferenciais.

Já a avaliação dos resultados segundo a consideração de um sistema (toda a fundação), indica que a probabilidade de falha do ELS de uma obra fictícia, com sapatas isoladas, de geometria e carregamentos constantes e sob as condições do subsolo analisadas, é maior para o caso simulado de uma obra que tenha todas as sapatas com largura B=4,2 m, assentes no terreno de menor compacidade inicial, sendo que:  $P[\rho>25 \text{ mm}] = 63,8\%$  e  $P[\rho>40 \text{ mm}]=1,4\%$ . Note que a análise considerando apenas um elemento da fundação não implica na confiabilidade do sistema (ou seja, da obra), mas apenas daquele elemento isolado e segundo as considerações e limitações tomadas nesse trabalho.

A contribuição de cada fonte de incerteza considerada no estudo de caso, representada pelas variâncias parciais, também pode ser analisada. A figura 4.23 apresenta as contribuições das variâncias parciais  $V_1[\rho]$ ,  $V_2[\rho]$  e  $V_3[\rho]$  na variância total  $V[\rho]$  dos recalques previstos para o caso geral, nas situações antes e após o processo de compactação. Para a situação antes da compactação é possível perceber que existe uma relação de inversa proporcionalidade entre as variâncias  $V_1[\rho]$  e  $V_2[\rho]$ . A variância  $V_1[\rho]$  contribui com a maior parcela da variância total para sapatas com B>2,0m e a variância  $V_2[\rho]$  assume a maior contribuição para sapatas com B<2,0m. Já contribuição da variância estatística  $V_3[\rho]$  permanece aproximadamente constante e sempre abaixo de cerca de 10%. Após a compactação do solo, há um rearranjo nas contribuições das variâncias parciais, sendo que  $V_1[\rho]$  assume a maior contribuição para praticamente as sapatas de todas as larguras, seguido de  $V_2[\rho]$  e  $V_3[\rho]$ , respectivamente.



Figura 4.23. Contribuição de  $V_1[\rho]$ ,  $V_2[\rho]$  e  $V_3[\rho]$  em  $V[\rho]$  versus a largura da fundação para o caso geral, nas situações antes e após a compactação e solo normalmente consolidado.

Ou seja, essas análises indicam que para o terreno após o processo de compactação, a variabilidade nos valores de  $q_c$  (i.e. referentes à variabilidade intrínseca do solo somada às incertezas de medição) é a maior fonte de contribuição de incertezas na variância total dos recalques previstos para sapatas de quase todas as larguras analisadas. Entretanto, as incertezas correspondentes às transformações de modelo ou correlações empíricas utilizadas também são importantes, principalmente para sapatas com B < 2,0m.

Apesar de apresentar uma pequena contribuição em  $V[\rho]$ , a variância parcial  $V_3[\rho]$ também merece destaque. Na forma como foi avaliada nesse estudo de caso, essa variância é função de  $V_1[\rho]$  e do número *n* de ensaios realizados (dados existentes). Sua contribuição passa a ser significativa quando *n* é muito pequeno ou  $V_1[\rho]$  é muito grande. A figura 4.23 apresentou a variância  $V_3[\rho]$  para o estudo de caso considerando a realização de 06 ensaios PD antes do processo de compactação e 31 ensaios PD realizados para o solo compactado. Se esse número de ensaios para o solo compactado fosse alterado é fato que essa variância também sofreria alteração na significância de sua contribuição em  $V[\rho]$ , como mostrado na figura 4.24, onde a contribuição de  $V_3[\rho]$  atinge o valor máximo de, aproximadamente, 23% para a existência de apenas 02 ensaios realizados após a compactação, mantendo-se constante o valor de  $V_1[\rho]$ .



Figura 4.24. Contribuição de  $V_3[\rho]$  em  $V[\rho]$  versus a largura da fundação para o caso geral, na situação após a compactação, considerando a realização de *n* ensaios tipo PD.

A contribuição média de cada variância parcial na variância total é apresentada na figura 4.25, onde é possível perceber que houve ligeira redução na contribuição média de  $V_1[\rho]$ . A variância  $V_2[\rho]$  sofreu aumento de cerca de 8% na contribuição em  $V[\rho]$ , para o solo compactado.

Já a variância  $V_3[\rho]$ , reduziu a sua influência em  $V[\rho]$  em cerca de 6%, motivada, principalmente, pelo maior número de ensaios PD realizados no terreno compactado.



Figura 4.25. Contribuição média (em %) de  $V_1[\rho]$ ,  $V_2[\rho]$  e  $V_3[\rho]$  em  $V[\rho]$  para o caso geral, nas situações antes e após a compactação e solo normalmente consolidado.

## 4.3.2 Análises para o solo considerado sobreconsolidado

As análises apresentadas anteriormente foram realizadas para a consideração de solo normalmente consolidado nas situações antes e após a compactação. A estimativa do módulo de deformabilidade (E<sub>S</sub>) nas subcamadas foi realizada com os valores de  $\alpha_{médio} = 2,67$  e  $K_{médio} = 0,625$ , obtidos através da média dos valores de  $\alpha$  e K das correlações empíricas adotadas. Entretanto, após a execução das estacas de compactação, é evidente a presença de algum efeito de sobreconsolidação do solo, especialmente na zona de influência desse processo de melhoramento.

As análises nesta subseção simulam o solo com sobreconsolidação após o processo de melhoramento na profundidade de execução das estaca de compactação (nos 5,0 primeiros metros de profundidade) com valor de  $\alpha_{médio} = 6,67$ , obtido através da média dos valores de  $\alpha$  de três novas correlações adotadas, com valores individuais de:  $\alpha_1 = 4$  (Schmertmann,1970)<sup>2</sup>,  $\alpha_2 = 6$  (Coduto, 2001) e  $\alpha_3 = 10$  (Coduto, 2001), dessa vez para solos arenosos sobreconsolidados.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Schmertmann (1970) observou que o valor proposto inicialmente de  $\alpha = 2,0$  deve ser modificado em caso de existência de sobreconsolidação do solo. Portanto, simplificadamente, para a consideração de solo sobreconsolidado nesse estudo de caso, o parâmetro  $\alpha$  foi multiplicado por 2.

Nas profundidades abaixo de 5,0 m, supostamente não influenciadas pelo processo de melhoramento e, onde dispunha-se apenas de ensaios do tipo SPT realizados para o terreno natural, o solo foi considerado normalmente consolidado tanto antes quanto após o processo de melhoramento, mantendo-se o valor de  $K_{médio}$ = 0,625 para as correlações para as estimativas de  $E_{Si}$  nessa região do solo.

#### 4.3.2.1 Análise determinística

A figura 4.26 mostra que o aumento do valor de  $\alpha_{médio}$  de 2,67 para 6,67 (nos primeiros 5,0 m de profundidade para o solo, no caso pós-compactação) potencializou a redução média dos valores de recalques previstos após a compactação em comparação com o terreno na situação natural. Essa redução foi mais pronunciada na área de maior compacidade relativa inicial, onde a média da redução dos recalques foi cerca de 20% maior para o caso de consideração do solo sobreconsolidado. Isso porque o aumento no valor de  $\alpha_{médio}$  potencializa o aumento dos valores de  $E_{Si}$  estimados através das correlações empíricas, o que reduz os valores de recalques previstos, principalmente para as regiões mais resistentes do terreno (área de maior compacidade, onde os ensaios de campo retornaram valores de q<sub>c</sub> e N<sub>SPT</sub> maiores).



Figura 4.26. Comparação da média de redução de recalques (em %) para os três casos do terreno analisados - solo normalmente consolidado e sobreconsolidado.

Para o caso das tensões admissíveis, pelo critério de recalques (recalque máximo admitido de 25 mm), o aumento da porcentagem média é ainda mais pronunciado, como mostrado na figura 4.27. Considerando o caso da área de maior compacidade relativa inicial, por exemplo, a porcentagem média de aumento da tensão admissível é de 563% com a consideração do solo sobreconsolidado após a compactação.



Figura 4.27. Comparação da média do aumento das tensões admissíveis segundo o critério de recalques (em %) para os três casos do terreno analisados - solo normalmente consolidado e sobreconsolidado.

### 4.3.2.2 Análise probabilística

Com a consideração de solo sobreconsolidado, a figura 4.28 mostra a probabilidade de os recalques previstos excederem o recalque limite de 25 mm, versus a largura da fundação para o caso de distribuição lognormal. A variação de  $\alpha_{médio}$  de 2,67 para 6,67 provocou grande redução dessa probabilidade de excedência. Nesse caso, P[ $\rho$ > 25 mm] atingiu os valores máximos de 1,5%, 13/623% e 8,7% para a sapata B=4,2 m nas áreas geral, de maior e menor compacidade relativa inicial, respectivamente.



Figura 4.28. Probabilidades de excedência (ρ>25 mm) segundo a distribuição lognormal, previstas através do método *SOSM*, para a consideração de solo sobreconsolidado nas situações antes e após a compactação.

A avaliação da probabilidade de excedência para diferentes valores de recalques limites ou inadmissíveis é apresentada na figura 4.29, considerando a pior situação, ou seja, para a sapata com B=4,2m na área de menor compacidade relativa inicial. É possível perceber que, após a compactação do terreno,  $P[\rho > 40 \text{ mm}]$  é praticamente nula, em torno de 0,05%.



Figura 4.29. Probabilidade de excedência para diferentes valores de recalques limites, sapata com B=4,20m, segundo a distribuição lognormal, através do método *SOSM*, para o solo sobreconsolidado, nas situações antes e após a compactação.

A figura 4.30 ilustra as curvas de densidade de probabilidade da solicitação, para a distribuição lognormal, segundo duas considerações distintas: (a) para o caso da sapata com B=4,2 m e segundo os três casos analisados (caso geral, de maior e menor compacidade), nas situações antes e após a compactação e (b) para o caso de consideração da média dos recalques previstos das sapatas analisadas no estudo de caso, também segundo os três casos analisados (caso geral, de maior e menor compacidade) e nas situações antes e após a compactação. Conforme já observado, a consideração de sobreconsolidação do solo provoca redução ainda maior nos valores previstos de recalques e desvios-padrão (curvas mais leptocúrticas) para o caso pós-compactação o que, nesses casos, reduziu as probabilidades de excedência para valores de recalques inadmissíveis em todas as sapatas analisadas.



Figura 4.30. Curvas densidade de probabilidade segundo a distribuição lognormal para o solo sobreconsolidado, nas situações antes e após a compactação: (a) para a sapata com B=4,2m; (b) para a média dos recalques e desvios-padrão de todas as sapatas analisadas.

A avaliação desses resultados para a consideração de solo sobreconsolidado deve ser entendida da mesma forma como no caso anterior. Se a análise for entendida em termos de uma sapata isolada, como podem existir sapatas de diferentes geometrias no terreno e as análises são realizadas para cada sapata individualmente, o resultado de P[ $\rho$ >25 mm] pode representar uma potencial ocorrência de recalques diferenciais, sendo que, a análise que apresentou menor confiabilidade foi a observada para sapatas com B=4,2m, assentes na região de menor compacidade relativa inicial do terreno.

Já a avaliação dos resultados em termos do sistema (conjunto de sapatas da obra) indicou que a probabilidade de falha do ELS de uma obra fictícia, com sapatas isoladas, de geometria e carregamentos constantes e sob as condições do subsolo analisadas (agora com a consideração de solo sobreconsolidado) é maior para o caso de uma obra que tenha sapatas isoladas, de largura B=4,2 m, assentes na área de menor compacidade inicial do terreno, sendo:  $P[\rho>25 mm]= 8,7\%$  e  $P[\rho>40 mm]= 0,05\%$ . Novamente, a análise considerando apenas um elemento da fundação não implica na confiabilidade do sistema (i.e. da obra), mas apenas daquele elemento isolado e segundo as considerações e limitações tomadas nesse trabalho.

A contribuição média de V<sub>1</sub>[ $\rho$ ], V<sub>2</sub>[ $\rho$ ] e V<sub>3</sub>[ $\rho$ ] em V[ $\rho$ ] é apresentada na figura 4.31. A comparação para os casos antes e após compactação indica que houve variação significativa nas contribuições das variâncias V<sub>1</sub>[ $\rho$ ] e V<sub>2</sub>[ $\rho$ ], sendo que a primeira reduziu a significância de sua contribuição em V[ $\rho$ ] para 40,5% e a segunda passou a ter maior contribuição, com 55,5%.



Figura 4.31. Contribuição média (em %) de  $V_1[\rho]$ ,  $V_2[\rho]$  e  $V_3[\rho]$  em  $V[\rho]$  para o caso geral, nas situações antes e após a compactação e solo sobreconsolidado.

A variação das contribuições das variâncias parciais com a largura da fundação (figura 4.32) indica que, com a consideração de sobreconsolidação do solo, a variância  $V_2[\rho]$  passa a dominar a contribuição em  $V[\rho]$  para sapatas de todas as larguras na situação do terreno depois da compactação. A variância  $V_3[\rho]$  possui contribuição inferior a 10% da variância total em todos os casos.



Figura 4.32. Contribuição de  $V_1[\rho]$ ,  $V_2[\rho]$  e  $V_3[\rho]$  em  $V[\rho]$  versus a largura da fundação para o caso geral, nas situações antes e após a compactação e solo sobreconsolidado.

# 4.4 COMPARAÇÃO ENTRE OS TRÊS MÉTODOS PROBABILÍSTICOS APLICADOS AO ESTUDO DE CASO

Conforme já observado no capítulo 3, onde foi realizada comparação entre os três métodos probabilísticos propostos em um caso simulado, a análise comparativa realizada para esse estudo de caso mostrou que os métodos *MCS* e *SOSM* também convergiram, aproximadamente para os mesmos resultados de recalques e desvios-padrão previstos. O método

*FOSM* apresentou resultados geralmente inferiores comparativamente, subestimando as previsões realizadas. Tais resultados podem ser verificados nas figuras 4.33 e 4.34, que mostram o comparativo entre as previsões realizadas para o caso do solo normalmente consolidado, segundo a aplicação dos três diferentes métodos propostos para o caso geral (considerando todo o terreno), nas situações antes e após o processo de compactação.



Figura 4.33. Comparativo entre os recalques médios previstos através dos métodos *FOSM*, *SOSM* e *MCS*, para o solo normalmente consolidado, no caso geral (considerando todo o terreno).



Figura 4.34. Comparativo entre os desvios-padrão dos recalques previstos através dos métodos *FOSM*, *SOSM* e *MCS*, para solo normalmente consolidado, no caso geral (considerando todo o terreno).

Os erros médios entre os resultados previstos de recalques para os três métodos propostos são avaliados nas figuras 4.35 e 4.36, onde o método MCS é tomado como padrão de análise. O erro médio máximo obtido para as previsões realizadas com os métodos FOSM e SOSM é de cerca de -24,5% e +3,5%, respectivamente, em comparação com o método MCS, sendo que, o

*FOSM* subestimou todas as previsões. A consequência desses resultados é que  $P[\rho>25mm]$  e  $P[\rho>40mm]$  são subestimados para os casos de utilização do método *FOSM*, e isso é uma limitação que deve ser analisada com cautela.



Figura 4.35. Erro médio (em %) apresentado entre as previsões de recalques realizadas pelos métodos *FOSM* e *MCS*, para o solo normalmente consolidado, nas situações de terreno antes e após a compactação.



Figura 4.36. Erro médio (em %) apresentado entre as previsões de recalques realizadas pelos métodos *SOSM* e *MCS*, para o solo normalmente consolidado, nas situações de terreno antes e após a compactação.

A figura 4.37 exemplifica a consequência da utilização do método *FOSM*, para o caso da consideração do solo normalmente consolidado. Nesse caso,  $P[\rho>25mm]$  para a sapata com B=4,2 m, na área de menor compacidade inicial é de: 2,3%, 63,8% e 67,8% segundo a aplicação dos métodos *FOSM*, *SOSM* e *MCS*, respectivamente.

Tais resultados mostram que a utilização do método *FOSM* pode gerar resultados subdimensionados para a probabilidade de ocorrência de recalques inadmissíveis. Sua utilização

deve, então, ser realizada com cautela, principalmente considerando suas limitações, que podem gerar erros importantes e prejudicar tomadas de decisão subsequentes.



Largura da Fundação, B(m)

Figura 4.37. Comparação das probabilidades de excedência (ρ > 25 mm) segundo a distribuição lognormal, previstas através dos métodos *FOSM*, *SOSM* E *MCS* para a consideração de solo normalmente consolidado, na área de menor compacidade inicial e situação após a compactação.

## 5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

## **5.1 CONCLUSÕES**

Este trabalho comentou acerca de análises probabilísticas de recalques de sapatas em solos arenosos, na verificação do ELS.

No capítulo 3, foram apresentados três diferentes métodos (*FOSM*, *SOSM* e *MCS*) aplicados à equação de previsão de recalques de Schmertmann (1970), para a obtenção de metodologias para análise de probabilidades de recalques de sapatas em solos arenosos. As proposições foram discutidas nos quesitos limitação de aplicabilidade e facilidade de utilização.

As simulações indicaram que o método *FOSM* só é aplicável para baixos valores de COV  $[E_S]$ , aproximadamente menores que 20%. Para altos valores de COV  $[E_S]$ , esse método apresentou resultados subestimados de média e desvio-padrão para os recalques previstos, devido às limitações impostas pela linearização da função de desempenho no ponto de análise em questão (média dos valores estimados de  $E_S$ ). Já os métodos *SOSM* e *MCS* apresentaram boa similaridade para os resultados de média e desvio-padrão em todos os valores simulados de COV  $[E_S]$ , entre 0 e 100%.

Os resultados das simulações realizadas evidenciaram que as metodologias propostas para a análise de probabilidades são altamente dependentes do fator de influência  $I_z$  e da média dos valores de  $E_{Si}$  para cada subcamada do solo. Sendo assim, a contribuição da variância  $V[\rho_i]$ , da subcamada *i* de um perfil arbitrado do solo, será tão significativa em  $V[\rho]$  quanto mais próxima estiver essa subcamada da profundidade B/2 de D<sub>f</sub> ou quanto menor for o valor médio do módulo de deformabilidade ( $E_{Si}$ ) estimado para essa mesma subcamada.

Quanto à utilização, os métodos *FOSM* e *SOSM* requerem menor esforço numérico computacional e também podem ser implementados através de planilhas eletrônicas. As fórmulas podem ser facilmente truncadas nas células dessas planilhas, fazendo variar somente os

parâmetros de interesse, tornando as análises práticas e de fácil similaridade. Além disso, esses métodos permitem facilmente a avaliação de diferentes fontes de incerteza na variância do recalque previsto. Já o método *MCS* requer um grande número de simulações para a convergência de resultados confiáveis. Apesar do número reduzido de iterações analisada nesse trabalho (1.000 iterações) e da possibilidade de aplicação de planilhas eletrônicas e programas de geração de variáveis aleatórias, isso implica grande esforço computacional, proporcionalmente ao tamanho da sapata (quanto maior a sapata, maior a zona de influência das deformações, maior o número de subcamadas e, consequentemente, maior a quantidade de cálculos). A utilização de programas mais avançados de simulação pode tornar essa metodologia mais prática.

Observou-se que as principais limitações das metodologias apresentadas são:

- A não consideração da variabilidade espacial do solo;
- A não avaliação dos efeitos da interação solo-estrutura;
- A consideração apenas do módulo de deformabilidade como variável aleatória independente. Foi considerado, simplificadamente, que outros parâmetros como a geometria e o carregamento das sapatas são invariantes. Isso implica que as metodologias apresentadas só podem ser avaliadas para cada elemento (sapata) individualmente ou para a consideração um sistema (caso de obra fictício, com fundação por sapatas isoladas, de dimensões e carregamentos constantes).

No capítulo 4, foi apresentada uma aplicação dessas metodologias propostas para um anteprojeto fictício de um caso de obra localizado na região da Grande Vitória/ES.

Considerando o solo normalmente consolidado, as análises determinísticas realizadas, para o caso do terreno antes do processo de compactação, mostraram que os resultados para as previsões de recalques e tensões admissíveis do solo eram incompatíveis com a possibilidade de utilização de fundações diretas por sapatas para a construção do edifício. Após o processo de melhoramento, verificou-se o aumento da resistência do solo (confirmado pelos ensaios PD realizados) que originou a redução dos valores de recalques previstos e o consequente aumento dos valores das tensões admissíveis do terreno, indicando que:  $\rho < 25$ mm e q<sub>adm</sub>  $\ge 0.30$ MPa).
Já as análises probabilísticas (pelo método *SOSM*), mostraram que para o terreno antes da compactação, para B  $\geq$ 1,5m, a probabilidade de o recalque previsto exceder o valor limite de 25mm (P[ $\rho > 25$ mm]) era de 100%, motivada pelos altos valores médios dos recalques previstos. Para a análise em termos do sistema (obra) e com o terreno compactado, observou-se que para um caso de obra fictício com fundação por sapatas isoladas, de carregamento e geometria constantes e considerando o cenário definido pelo subsolo analisado, o pior cenário acontece para uma obra com sapatas quadradas de largura B=4,2m, assentes num subsolo definido pela área de menor compacidade inicial, onde ocorreram os maiores valores para P[ $\rho$ >25mm]= 63,8% e P[ $\rho$ >40mm]= 1,4%. Foi utilizada a fdp lognormal para representar a curva de variabilidade da solicitação (recalque previsto).

A consideração do solo sobreconsolidado, isso é, com o aumento do valor de  $\alpha_{médio}$  de 2,67 para 6,67 (nos primeiros 5,0 m de profundidade do solo, no caso pós-compactação) potencializou o aumento da porcentagem média de redução dos valores de recalques previstos (cerca de 20% maior que no caso do solo normalmente consolidado, para a área de maior compacidade relativa inicial), assim como, a porcentagem média de aumento da tensão admissível (375% maior comparativamente, para a área de maior compacidade relativa inicial). A análise probabilística em termos do sistema (obra fictícia) indicou aumento da confiabilidade dos resultados, já que, para o caso do pior cenário de uma obra com sapatas quadradas de largura B= 4,2m assentes num solo definido pela área de menor compacidade relativa inicial, os valores obtidos de P[ $\rho$ >25mm]= 8,7% e P[ $\rho$ >40mm]= 0,05% foram menores comparativamente ao caso do solo normalmente consolidado. Tal fato indicou importante dependência da probabilidade de ocorrência de valores limites com o valor médio do módulo de deformabilidade do solo.

É válido ressaltar que as análises para esse estudo de caso foram realizadas de maneira simplificada (considerando sapatas quadradas, isoladas, desprezando os efeitos da interação entre sapatas e da interação solo-estrutura), não refletindo assim o projeto de fundações definitivo adotado para a obra. Além disso, os parâmetros de deformabilidade foram adotados apenas para representar a aplicação dos métodos probabilísticos discutidos nesse trabalho.

Num âmbito geral, verificou-se que, apesar das limitações estabelecidas pelas

simplificações adotadas na proposição das metodologias, essas podem ser consideradas uma primeira aproximação para avaliação das incertezas (principalmente advindas do solo) na análise do ELS de uma fundação.

A associação de análise probabilística aos recalques previstos pode ser um grande indicativo, ao engenheiro, da variabilidade do solo e das incertezas advindas dessas previsões, aumentando a confiabilidade das tomadas de decisão nesses casos. Assim, qualquer tentativa de quantificação dessas fontes de incerteza e de sua incorporação aos resultados das previsões, através de análises probabilísticas é, de certo, de grande valia, principalmente, para divulgar na comunidade geotécnica a importância da variabilidade existente nas previsões geotécnicas que são, muitas vezes, equivocadamente realizadas de forma determinística.

#### **5.2 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS**

São apresentadas abaixo algumas sugestões para pesquisas futuras:

- Como a região, principalmente nas áreas litorâneas, da Grande Vitória/ES apresenta uma camada de areia bem pronunciada, em torno de uma profundidade de até 5,0 metros, seria de grande interesse avaliar os seus parâmetros estatísticos (calcular as escalas de flutuação e catalogar coeficientes de variação para a variabilidade intrínseca desses solos);
- Medir e avaliar os erros e incertezas provenientes dos equipamentos dos ensaios de campo SPT e CPT, mais utilizados na prática geotécnica no estado do Espírito Santo;
- Avaliar as correlações do tipo  $E_S x q_c e E_S x N_{SPT}$  para areias capixabas;
- A análise da incerteza estatística (proveniente da quantidade de amostras) poderia ser modelada através da análise *Bootstrap*. Esse procedimento é utilizado para o ajuste da variância estimativa baseada em situações onde a amostragem (nº de amostras) é pequena.
- Para a avaliação do ELS de um sistema (conjunto de sapatas de fundação de uma obra), estudar a inclusão de mais variáveis aleatórias independentes na equação de previsão de recalques, como por exemplo: a geometria e o carregamento da fundação.

### **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

ALPAN, I. *Estimating the settlement of foundations on sand*. Civil engineering and public works review, p. 1415-1418, 1964.

AOKI, N.; CINTRA, J. C. A; MENEGOTTO, M. L. Segurança e confiabilidade de fundações profundas. 8th Congresso Nacional de Geotecnia, vol. 2, p. 797-806, Lisboa, 2002.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. NBR 6122: Projeto e Execução de Fundações. Rio de Janeiro, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. NBR 6484: Solo - Sondagens de simples reconhecimentos com SPT - Método de ensaio. Rio de Janeiro, 2001.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING MATERIALS - ASTM D1586: Standard Test Method for Penetration Test and Split-Barrel Sampling of Soils. January, 1999.

BAECHER, G. B.; CHRISTIAN, J. T. *Reliability and statistics in geotechnical engineering*. John Wiley and Sons, Chichester, England, 2003.

BAECHER, G. B.; INGRA, T. S. *Stochastic FEM in settlement predictions*. Journal of the Geotechnical Division, ASCE, Vol. 107, No. GT4, p. 451-463, 1981.

BALDI, G., R. BELLOTTI, V.N. GHIONNA, M. JAMIOLKOWSKI, and D.F.C. LO PRESTI. *Modulus of sands from CPTs and DMTs*. Proceedings, 12<sup>th</sup> International Conference on Soil Mechanics Foundations, Rio de Janeiro, Brazil, p. 165-170, 1989.

BERARDI, R., LANCELLOTTA, R. *Stiffness of granular soils from field performance*. Géotechnique 41, No.1, p. 149-157, 1991.

BJERRUM, L. *Allowable settlement of structures*. Proceedings of the Third European Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering, Wiesbaden, 2, Brighton, England, p. 135-137, 1963.

BOWLES, J. E. Foundation Analysis and Design. McGraw-Hill, Fifth Edition, 1996.

BREDJA, J. J. ET AL. *Distribution and variability of surface soil properties at a regional scale*. Soil Science Society of America Journal, 64, p. 974-982, 2000.

BRIAUD, J. L. Introduction to soil moduli. Geotechnical News, June, Bitech Publishers Ltd, Richmond, B. C., Canada, 2001.

BUNGENSTAB, F. C.; BICALHO, K. V.; CASTELLO, R. R. *Estimativa de recalques em fundações rasas apoiadas em solos arenosos.* XVI COBRAMSEG Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica, Gramado - RS. ID 107, p. 1-8, 2010.

BURLAND, J. B.; BROMS, B.B.; DE MELLO, V. F. B. *Behavior of foundations and structures*. In: International Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering, 9, Tokyo, Vol. 2, p. 495-546, 1977.

BURLAND, J. B.; BURBIDGE, M. C. Settlement of foundations on sand and gravel. Proceedings of Institution of Civil Engineers, Part 1, 78, Dec., p. 1325-1381, 1985.

BURLAND, J. B.; WROTH, C. P. Settlement of buildings and associated damage. State-of-theart review. Proc. Conf. Settlement of Structures, Session 5, Cambridge, England, p. 611-654, 1974.

CALABAR, A. F. *The effects of fines on the behavior of a sand mixture*. Geotechnical and Geological Engineering, Vol. 29, No. 1, p. 91-100, 2010.

CAMPANELLA, R. G.; WICKREMESINGHE, D. S.; ROBERTSON, P. K. *Statistical treatment of cone penetrometer test data*. Department of Civil Engineering, University of British Columbia, Vancouver B.C., Canada, p. 1010-1019, 1987.

CAPUTO, V. Settlement predictions for coarse grained soils based on SPT result. 17<sup>th</sup> International Conference on Soils Mechanics and Geotechnical Engineering, p. 1084-1087, 2009.

CASTELLO, R. R.; POLIDO, U. F. *Densificação de areia com rolo vibratório para fundação direta*. VII COBRAMSEF – 7º Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia de Fundações, Olinda, Recife, PE, Anais..., 1982.

CASTELLO, R. R.; POLIDO, U. F. *Algumas características de adensamento das argilas marinhas de Vitória-ES*. VIII COBRAMSEF – 8° Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia de Fundações, Porto Alegre, RS, Anais..., 1986.

CHAMECKI, S. *Consideração da rigidez da estrutura no cálculo dos recalques da fundação.* Anais do I Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos, Vol. 1, p. 35-80, 1954.

CHAMECKI, S. Novo conceito de 'recalque diferencial admissível'. Anais do II Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos, Vol. 1, p. 3-6, 1958.

CHRISTIAN, J. T.; CHARLES C. L.; BAECHER, G. B. *Reliability applied to slope stability analysis*. Journal of Geotechnical Engineers, ASCE, December, 1994.

CINTRA, J. C. A.; AOKI, N.; ALBIERO, J. H. Tensão admissível em fundações diretas. São Carlos: Rima, 2003.

CINTRA, J. C. A.; AOKI, N.; ALBIERO, J. H. *Extrapolação de recalques de placas para sapatas em areia*. Solos e Rochas, V.28, p. 241-247, 2005.

CODUTO, D. P. Foundation design principles and practices. 2<sup>nd</sup> Ed., New Jersey, Prentice-Hall, Inc., 2001.

CORDEIRO, D. D. Obtenção de parâmetros geotécnicos de areias por meio de ensaios de campo e laboratório. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória/ES, 2004.

DANZIGER, B. R.; CARVALHO, E. M. L.; COSTA, R. V.; DANZIGER, F. A. B. *Estudo de caso de obra com análise da interação solo estrutura*. Engenharia Civil UM (Braga), Portugal, n. 23, p. 43-54, 2005.

D'APOLONIA, D. J.; D'APOLONIA, E. Closure to settlement of spread footings on sand. JSMFE, ASCE, 96 (SM02), p. 754-762, 1970.

DAS, M. B. *Shallow foundations – bearing capacity and settlements*. Taylor and Francis Group, Second Edition, 2009.

DAS, M. B.; SIVAKUGAN, N. Settlements of shallow foundations on granular soil – an Overview. International Journal of Geotechnical Engineering: 1, p. 19-29, 2007.

DAVIDOVIC', N.; PROLOVIC', V.; STOJIC', D. Modeling of soil parameters spatial uncertainty by geostatistics. Architecture and Civil Engineering, Vol. 8, No. 1, p. 111-118, 2010.

DÉCOURT, L. *The standard penetration test, state-of-the-art*. In: XII ICSMFE, Rio de Janeiro, Proceedings...Vol. 4, p. 2405-2416, 1989.

DÉCOURT, L. SPT, SPT-T. A prática brasileira: Vantagens, limitações e críticas. ABMS, São Paulo, 2002.

DE MELLO, V. F. B. *Deformações como base fundamental de escolha da fundação*. Geotecnia, 5(12), Fevereiro/Março, p. 55-75, 1975.

DONATELLI, G. D.; KONRATH, A.C. Simulação de monte carlo na avaliação de incertezas de medição. Revista Ciência e Tecnologia, Vol. 13, N. 25/26, p. 5-15, 2005.

DOUGLAS, D. J. State of the Art. Ground Engineering, 19(2), p. 2-6, 1986.

DUNCAN, J.M. Factors of safety and reliability in geotechnical engineering. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, April: 307-316, 2000.

ELHAKIM, A. F. Evaluation of shallow foundation displacements using soil small –strain stiffness. Tese de Doutorado, Georgia Institute of Technology, Agosto, 2005.

ELKATEB, T.; CHALATURNYK, R.; ROBERTSON, P.K. *An overview of soil heterogeneity: quantification and implications on geotechnical field problems*. Canadian Geotechnical Journal, Vol. 40, p. 1-15, 2002.

FELLENIUS, B. H.; ALTAEE, A. *Stress and settlements of footings in sand*. Proceedings of the ASCE, Conference on Vertical and Horizontal Deformations for Foundations and Embankments, GSP, No. 40, College Station, TX, June 16-18, Vol. 2, p. 1760-1773, 1994.

FENTON, G. A.; PAICE, G. M.; GRIFFITHS, D. *Probabilistic analysis of foundation settlement*. Proceeding of the ASCE Uncertainty'96 Conference, Uncertainty in the Geological Environment: From Theory to Practice, Madison, Wisconsin, August: 651-665, 1996.

FENTON, G. A. *Estimation for stochastic soil models*. ASCE Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 125(6), p. 470-485, 1999.

FENTON, G. A.; GRIFFITHS, D. V. *Probabilistic foundation settlement on spatially random soil*. ASCE Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 128(5), p. 381-390, 2002.

FENTON, G. A.; GRIFFITHS, D. V. *Three-dimensional probabilistic foundation settlement*. ASCE Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 131(2), p. 232-239, 2005.

FENTON, G. A.; GRIFFITHS, D. V.; CAVERS, W. Resistance factors for settlement design. *Canadian Geotechnical Journal*, 42(5), p. 1422--1436, 2005.

FERNANDES, C. A. B. A. Gerenciamento de riscos em projetos: Como usar o Microsoft Excel para realizar a simulação de Monte Carlo. Working paper, p. 1-6, 2005.

GEES - GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO. *Informações gerais sobre a geografia do Espírito Santo.* Disponível em <a href="http://www.es.gov.br/site/espirito">http://www.es.gov.br/site/espirito</a> santo/geografia.aspx>. Acesso em: Maio de 2011.

GIMENES, E. A.; HACHICH, W. Aspectos quantitativos em análises de risco geotécnico. Solos e Rocha, São Paulo, 15, (1), p. 3-9, 1992.

GOLDSWORTHY, J. S. *Quantifying the risk of geotechnical site investigations*. PhD. The University of Adelaide, Australia, January, 2006.

GONÇALVES, J. C. Avaliação da influência dos recalques das fundações na variação de carga dos pilares de um edifício. Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Abril, 2004.

GRIFFITHS, D. V.; FENTON, G. A.; TVETEN, D. E. *Probabilistic geotechnical analysis. How difficult does it need to be?*, Proceedings of the International Conference on Probabilistic in Geotechnics: Technical and Economic Estimation, R. Pottler, H. Klapperich and H. Schweiger (eds.), Graz, Austria, United Engineering Foundation, New York, September, 2002.

GUEDES, M. C. S. *Considerações sobre análises probabilísticas de estabilidade de taludes*. Dissertação de mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 1997.

GUSMÃO, A. D. Aspectos relevantes na interação solo-estrutura em edificações. Revista Solos e Rochas, vol. 17, n. 1 (abril), p. 47-55, 1994.

HACHICH, W.; FALCONI, F. F.; SAES, J. L.; FROTA, R. G. Q.; CARVALHO, C. S.; NIYAMA, S. *Fundações: teoria e prática.* 2. Ed. São Paulo, PINI, 1998, 751 p.

HARR, M. E. Reliability-based design in geotechnical engineering. McGraw-Hill, New York, USA, 1987.

HOEKSEMA, R. J.; KITANIDIS, P. K. Analysis of the spatial structure of properties of selected aquifers. Water Resources Research., 21(4), p. 563-572, 1985.

HUBER, M.; MOELLMANN, A.; BÁRDOSSY, A.; VERMEER, P. A. Contributions to probabilistic soil modeling. Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Probabilistic Workshop, Delft, 2009.

IJSN – Instituto Jones dos Santos Neves (Governo do estado do Espírito Santo). *Dados socioeconômicos - demografia – ES em mapas*. Disponível em <a href="http://www.ijsn.es.gov.br">http://www.ijsn.es.gov.br</a>. Acesso em: Setembro de 2011.

JAKSA, M. B.; YEONG, K. S.; WONG, K. T.; LEE, S. L. *Horizontal spatial variability of elastic modulus in sand from dilatometer*. Proceedings, 9<sup>th</sup> Australia New Zealand Conference on Geomechanics, Auckland, p. 289-294, 2004.

JARDIM, W. F. D. Crítica aos métodos que utilizam o ensaio SPT para previsão de recalques em fundações. Revista Tecnologia, Junho, p. 39-45, 1987.

JEYAPALAN, J. K.; BOEHM, R. Procedures for predicting settlements in sands, settlements of shallow foundations and cohesionless soils: Design and Performance. Ed. WO Martin, ASCE, Seattle, p. 1-22, 1986.

JORDEN, E. E. Settlement in sand method of calculation and factors affecting. Ground Engineering, Japan, 1977.

KRÜGER, C. M. Análise de confiabilidade estrutural aplicada às barragens de concreto. Dissertação de mestrado – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

KULHAWY, F. H.; MAYNE, P. W. *Manual on estimating soil properties for foundation design, final report*, August, Electric Power Research Institute, EPRI EL-6800, 1990.

KULHAWY, F. H.; PHOON, K. K. *Engineering judgment in the evolution from deterministic to reliability-based foundation design*. Proc. of Uncertainty '96, Uncertainty of the Geologic Environment – From Theory to Practice (GSP 58), Ed. C. D. Shackelford, P. P. Nelson and M. J. S. Roth, ASCE, NY, 1996.

KULHAWY, F. H.; TRAUTMANN, C. H. *Estimation of in situ test uncertainty*. Proc. of Uncertainty 96: Uncertainty in the geologic environment: From theory to practice, p. 269-286, 1996.

KUO, Y. L.; JAKSA, M.B.; KAGGWA, W.S.; FENTON, G. A.; GRIFFITHS, D. V.; Goldsworthy, J. S. *Probabilistic analysis of multi-layered soil effects on shallow foundation settlement.* Proceedings of the 9<sup>th</sup> Australia-New Zealand Conference on Geomechanics, Auckland, Vol. 2, p. 541-547, 2004.

LAMBE, T. W.; WHITMAN, R. V. Soil Mechanics. Ed. Wiley and Sons, New York, 1969.

LEE, I. K.; WHITE, W.; INGLES, O. G. *Geotechnical Engineering*. Pittman Publishing Inc, Massachusetts, USA, 1983.

LEE, J.; SALGADO, R. *Estimation of footing settlement in sand*. The International Journal of Geomechanics, Vol. 2, N. 1: p. 1-28, 2002.

LUMB, P. The variability of natural soils. Canadian Geotechnical Journal, 3(2), p. 74-97, 1966.

LUMB, P. *Application of statistics in soil mechanics*. Soil Mechanics – New Horizons, I Lee ed., Butterwhorh and Co (Publishers), London, England, p. 44-111, 1974.

MAYNE, P. W.; POULOS, H. G. *Approximate displacement influence factors for elastic shallow foundations*. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, June, p. 453-460, 1999.

MEYERHOF, G. G. *Penetration tests and bearing capacity of cohesionless soils*. Journal soil mechanics and foundation division, ASCE, Vol. 82, n. SM1, 1956.

MEYERHOF, G. G. Shallow Foundations. Journal, Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, Vol. 91, SM2, 1965.

MEYERHOF, G. G. *Evolution of safety factors and geotechnical limit state design*. The Second Spencer J. Buchanan Lecture, Texas A&M University, Texas, November, 1994.

MILITITSKY, J.; CLAYTON, C. R. I.; TALBOT, J. C. S.; DIKRAN, S. S. *Previsão de recalques em solos granulares utilizando resultados de SPT: Revisão Crítica*. VII Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia de Fundações, Olinda/Recife, Setembro, 1982.

MORAES, M. L. Estacas de compactação para melhoramento de solos arenosos fofos e uso de penetrômetro dinâmico pesado na avaliação dos resultados. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória/ES, Julho, 2008.

NAVFAC - Department of Navy. Soil Mechanics. Design manual 7.1, Alexandria, VA, 1982.

NEGULESCU, C.; FOERSTER, E. *Parametric studies and quantitative assessment of the vulnerability of a RC frame building exposed to differential settlements*. Natural Hazards and Earth System Sciences. Sci., 10, p. 1781-1792, 2010.

NOVA, R.; MONTRASIO, L. Settlements of shallow foundations on sand. Geotécnnique 41, No. 2, p. 243-256, 1991.

NOVAIS FERREIRA, H. Assentamentos admissíveis. In: Geotecnia. SPG, n. 18, p. 53-86, nov.-dez, 1976.

ODEBRECHT, E. *Medidas de energia do ensaio SPT*. (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

PACHECO, M. P.; SCHMIDT, L. Um critério estatístico para interpretação de ensaios geotécnicos. Solos e Rochas, vol. 19, p. 177-188, 1996.

PAICE, G. M.; GRIFFITHS, D. V.; FENTON, G. A. *Influence of spatially random soil stiffness on foundation settlements*. ASCE Spec. Conf. - Settlement '94, A. T. Yeung and G. Y. Felio, eds., ASCE, New York, p.628-639, 1994.

PAICE, G. M.; GRIFFITHS, D. V.; FENTON, G. A. Finite element modelling of settlements on spatially random soil. Journal of geotechnical engineering, ASCE, Vol. 122(9), p. 777-779, 1996.

PAPADOULOS, B. P. Settlements of shallow foundations on cohesionless soils. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 118 (3), p. 377-393, 1992.

PARRY, R. H. G. A direct method of estimating settlements in sand for SPT values. Proc., Symp. on the interaction of the structure and foundation, Birminghan, p. 29-32, 1971.

PECK, R. B.; BAZARAA, A. R. *Discussion of settlement of spread footings on sand*. Journal soil mechanics and foundation division, ASCE, Vol.95, n. SM03, p. 905-909, 1969.

PECK, R. B.; HANSON, W. E.; THORNBURN, T. H. Foundation engineering, 2<sup>nd</sup> ed., Wiley, New York, 1974.

PHOON, K. K.; KULHAWY, F. H.; GRIGORIU, M. D. *Reliability-based design of foundations for transmission line structures*. Rpt. TR-105000, Electric Power Research Inst., Palo Alto, Jul 1995, 380 p., 1995.

PHOON, K. K.; KULHAWY, F. H. *Evaluation of geotechnical variability*. Canadian Geotechnical Journal. 36(4), p. 625-639, 1999.

PHOON, K. K. Reliability-based design in geotechnical engineering, computations and applications. Taylor & Francis, 2008.

POPSTOJANOVA, K. G.; KAMAVARAM, S. *Uncertainty analysis of software reliability based on method of moments*. Lane Department of Computer Science and Electric Engineering, West Virginia University, Morgantown, WV 2, p. 6506-6109, 2002.

POULOS, H. G. Foundations Settlement Analysis – Practice versus Research. 8<sup>th</sup> Spencer J. Buchanan Lecture, November, Texas, 2000.

REIS, J. H. C. *Interação solo-estrutura de grupo de edifícios com fundações superficiais em argila mole*. Dissertação de mestrado – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2000.

RIBEIRO, R. C. H. *Aplicações de probabilidade e estatística em análises geotécnicas*. Tese de doutorado, PUC – Rio de Janeiro, Junho, 2008.

RIGHETTI, G.; HARROP-WILLIAMS, K. *Finite element analysis of random soil media*. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 114(1), p. 59-75, 1988.

ROCHA FILHO, P.; ROMANEL, C. *O recalque de fundações superficiais rígidas sobre meios elásticos linearmente não-homogêneos*. Revista Solos e Rochas, São Paulo, 7, p. 31-49, 1984.

RUSSI, D. Estudo do comportamento de solos através de ensaios de placa de diferentes diâmetros. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria/RS, Junho, 2007.

SANDRONI, S. S.; SAYÃO, A. S. F. J. *Avaliação estatística do coeficiente de segurança de taludes*. 1ª Conferência Brasileira sobre Estabilidade de Taludes, Rio de Janeiro, ABMS, vol. 2, p. 523-535, 1992.

SCHMERTMANN, J. H. *Static cone to compute static settlement over sand*. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, vol.96, n° SM.3, p. 1011-1043, 1970.

SCHMERTMANN, J. H.; HARTMAN, J. P.; BROWN, P. R. *Improved strain influence factor diagrams*. Journal of the Geotechnical Division, ASCE, 104(8), p. 1131-1135, 1978.

SHULTZE, E.; SHERIF, G. *Prediction of settlements from evaluated settlement observations for sand*. Proceedings 8<sup>th</sup> international conference on soil mechanics and foundation engineering, Paris, p. 527-532, 1973.

SILVA, J. L. *Metodologia de projeto de fundações por estacas incluindo probabilidade de ruína*. Dissertação de Mestrado, EESC, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, São Paulo, 2006.

SIVAKUGAN, N.; ECKERSLEY, J.; LI, H. Settlements predictions using neural networks. Australian Civil Engineering Transactions, CE40, p. 49-52, 1998.

SIVAKUGAN, N.; JONHSON, K. *Probabilistic chart for settlements of shallow foundations in granular soils*. Australian Civil Engineering Transactions, CE43, p.19-24, 2002.

SIVAKUGAN, N.; JOHNSON, K. Settlement predictions in granular soils: a probabilistic approach. Géotechnique, LIV (07): p. 499-502, 2004.

SKEMPTON, A. W.; MACDONALD, D. H. *Allowable settlement of buildings*. Proc. Institute of Civil Engineers, Part III, Vol. 5, p. 727-784, 1956.

SOARES, V. B; SOARES, W. C. Estacas de compactação: Melhoramento de solos arenosos com estacas de compactação, João Pessoa, Paraíba, Ed. Paraibana, 176 p., 2004.

SOARES, W. C. *Estacas de compactação para melhoria de solo*. Dissertação de Mestrado. EESC, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, São Paulo, 2002.

SOARES, W. C. Análise de recalques de edifícios em solos melhorados com estacas de compactação. São Carlos, 131 p. Dissertação de mestrado, Escola de engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2005.

SUDICKY, E. A. A natural gradient experiment on solute transport in a sand aquifer: Spatial variability of hydraulic conductivity and its role in the dispersion process. Water Resources Research, 22(13), p. 2069-2083, 1986.

TAN, C. K.; DUNCAN, J. M. Settlement of footings on sands – Accuracy and Reliability. Geotechnical Engineering Congress, v.1, p. 446-455, 1991.

TANG, W. H.; STARKS, T. D.; ANGULO, M. *Reliability in back analysis of slope failures*. Journal of soil Mechanics and Foundation Engineering, Tokyo, October, 1999.

TERZAGHI, K. Theoretical Soil Mechanics. John Wiley and Sons, New York, 1943.

TERZAGHI, K.; PECK, R. B. Soil mechanics in engineering practice. First edition, John Wiley and Sons, New York, 1948.

TERZAGHI, K.; PECK, R. B. *Soil mechanics in engineering practice*. Second edition, John Wiley and Sons, New York, 1967.

VANMARCKE, E. Random Fields: Analysis and Synthesis. The MIT Presss, Cambridge, Massachusetts, USA, 1983.

VARGAS, M. *Introdução à mecânica dos solos*. São Paulo : McGraw Hill do Brasil, 1977. 510 p., 1977.

WHITMAN, R. V. Organizing and evaluating uncertainty in geotechnical engineering. Journal of the Geotechnical and Geoenvironmental, July, p. 583-593, 2000.

ZEITOUN, D. G.; BAKER, R. A stochastic approach for settlement predictions of shallow foundations. Geotechnique, Thomas Telford Ltd, London, Vol. 42(4), p. 617-629, 1992.

ZEKKOS, D. P.; BRAY, J. D.; DER KIEREGHIAN, A. *Reliability of shallow foundation design using the standard penetration test*. Proceedings ISC-2 on Geotechnical and Geophysical Site Characterization, Viana da Fonseca e Mayne (eds.), 2004 Millpress, Rotterdam, ISBN 90 5966 009 9. p. 1575-1582, 2004.

ZHANG, L. M.; NG, A. M. Y. *Probabilistic limiting tolerable displacements for serviceability limit state design of foundations*. Geotechnique, 55(2), p. 151-161, 2005.

## APÊNDICE A – FUNÇÕES DENSIDADE DE PROBABILIDADE NORMAL E LOGNORMAL

Uma função densidade de probabilidade fdp para uma função f(x) pode ser usada para descrever a distribuição de probabilidades de uma variável aleatória contínua X, sendo que a probabilidade de X estar entre a e b é determinada pela integral de f(x) de a até b. Esta fdp pode ser aproximada por um histograma, onde em cada intervalo, a área da barra é igual à freqüência relativa das medidas neste intervalo.

As análises de probabilidade em engenharia geotécnica (ruptura ou deformações) necessitam do conhecimento das *fdp*'s das propriedades do solo (parâmetros de entrada) e das funções de desempenho (resultados de saída), utilizadas para estas análises. As distribuições usualmente utilizadas são a normal ou gaussiana e a lognormal, mas também existem casos de utilização das distribuições tipo beta e gamma. Nesta seção, as distribuições normal e lognormal são brevemente apresentadas. Para maior abordagem sobre estas e outras formas de distribuições probabilísticas existentes, livros de estatística podem ser consultados.

#### A.1 Distribuição normal ou gaussiana

A distribuição normal é uma das mais importantes distribuições estatísticas, também conhecida como gaussiana. Uma variável aleatória é considerada normal, se a sua *fdp* tiver o seguinte formato:

$$f[x,\mu,\sigma] = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} , \text{ para: } -\infty < x < +\infty, \sigma > 0$$
 [A.1]

A esperança e a variância da função distribuição podem ser obtidas através de:

$$E[X] = \mu \tag{A.2}$$

$$V[X] = \sigma^2$$
 [A.3]

A figura a seguir apresenta duas curvas típicas da distribuição normal. É possível perceber como a média e o desvio-padrão alteram o formato das *fdp*'s. As curvas são simétricas em relação à linha vertical  $X=\mu_x$ , enquanto um aumento de  $\sigma[X]$  causa abatimento e aumento dos limites da curva. No caso da *fdp* de maior precisão os dados encontram-se mais próximos da média, e a curva é mais estreita. Já no outro caso, a curva apresenta-se com o formato de sino mais caracterizado, com dados mais longe da média observada.



Figura A.1. Exemplos de funções de densidade de probabilidade normais ou gaussianas.

As probabilidades desta distribuição são calculadas através da padronização da variável aleatória e segundo a transformação da integral da equação apresentada em A.1. A função densidade normal padronizada é da forma  $\mu$ =0 e  $\sigma$ =1 e os resultados são apresentados na forma de tabelas prontas. A variável aleatória padrão é obtida pela seguinte equação:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$
[A.4]

A utilização da distribuição normal tem tido importância devido ao teorema central do limite. Segundo este teorema, toda soma de variáveis aleatórias independentes de média finita e

variância limitada é aproximadamente normal, desde que o número de termos da soma seja suficientemente grande.

#### A.2 Distribuição lognormal

Uma variável X tem uma distribuição lognormal quando o seu logaritmo Y = ln(X) tem uma distribuição normal. Desta forma, a sua função densidade de probabilidade é:

$$f[x,\mu,\sigma] = \frac{1}{x \cdot \sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2} , \text{ para: } x > 0$$
 [A.5]

O valor esperado (ou média) e a variância da função lognormal podem ser obtidos através das equações abaixo:

$$E[X] = e^{\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)}$$
[A.6]

$$V[X] = e^{(\sigma^2 + 2\mu)} e^{\sigma^2} - 1$$
 [A.7]

Se o logaritmo de uma variável aleatória com distribuição lognormal tem distribuição normal, os dados provenientes de uma distribuição lognormal podem ser analisados segundo uma distribuição normal, apenas pela transformação logarítmica destes dados. Esta transformação logarítmica gera apenas resultados positivos (logaritmos são sempre positivos).

As principais características desta distribuição são a de possuir somente valores positivos e seguir os princípios do teorema central do limite, assim como a distribuição normal. A distribuição lognormal aparece comumente a partir do produto de várias variáveis aleatórias (sempre positivas). A figura A.2 apresenta alguns casos de distribuição lognormal, onde o parâmetro  $\mu$  é considerado constante, variando-se apenas o parâmetro  $\sigma$ .



Figura A.2. Exemplos de funções de densidade de probabilidade lognormais, para mesmo valor de  $\mu$  e diferentes valores de  $\sigma$ .

### APÊNDICE B - PROCESSO DE MELHORAMENTO DE SOLOS ATRAVÉS DE ESTACAS DE COMPACTAÇÃO

O caso analisado neste trabalho considerou uma obra onde o terreno natural era de qualidade ruim e necessitou de melhoramento (através de estacas de compactação de areia e brita) para viabilizar as fundações diretas por sapatas.

Para uma análise probabilística, nesse caso, o que se espera do solo no quesito deformação ao final do processo de compactação, é a redução dos valores de recalques e dos desvios-padrão previstos em comparação com a situação de terreno natural.

A figura B.1 exemplifica o que acontece geralmente com os parâmetros de resistência do solo, neste caso, representados pelos valores de  $q_c$ , medidos através do ensaio de cone CPT, nas situações antes e após o processo de compactação. A comparação entre esses resultados permite avaliar que a situação inicial era de um solo de menor resistência (baixa média de  $q_c$ ) e com grande variabilidade de resultados (alto valor de desvio padrão, ou seja, solo mais heterogêneo). A situação final apresenta o mesmo solo com um ganho de resistência (aumento da média de  $q_c$ ) e com menor variabilidade para resultados considerados para as divisões das subcamadas (diminuição do valor de desvio-padrão, solo mais homogêneo).



Figura B.1. Exemplo de resultadoss (q<sub>c</sub>) de ensaios de cone CPT, para situações antes e após o processo de compactação.

#### **B.1** Solos adequados à melhoria

Os solos a serem melhorados (compactados) devem obedecer a alguns critérios prédefinidos para melhor aplicabilidade e eficiência desse processo. Os principais critérios são:

- ✓ Quantidade máxima de finos em torno de 20% (Mitchell, 1970; Van Impe, 1989; Barksdale; Takefumi, 1991; apud Moraes, 2008). A presença de finos aumenta a coesão dos grãos dificultando a quebra da estrutura para o rearranjo das partículas. Além disto, a permeabilidade do solo passa a ser prejudicada, inviabilizando a drenagem de água durante o processo de compactação (Mitchell, 1981). Outro fator importante é a criação de reações viscosas às vibrações impostas pelo processo de compactação (vibração) o que reduz a eficiência do método. (Gusmão Filho; Gusmão, 1994).
- ✓ Compacidade inicial baixa. A estrutura do solo é quebrada mais facilmente para solos mais fracos e o processo de compactação se desenvolve com mais eficiência.

#### **B.2** Procedimento executivo

As estacas de compactação são executadas no Brasil através de método dinâmico (vibrodeslocamento) sendo utilizados equipamentos tradicionais de cravação de estacas, principalmente as do tipo Franki (Moraes, 2008). A figura B.2 exemplifica basicamente o processo empregado. Segundo Soares (2002), o procedimento pode ser descrito da seguinte forma: um tubo de revestimento fechado (com bucha) é introduzido no solo até a profundidade desejada, através da queda de um pilão. Em seguida, após a fixação do tubo e a expulsão da bucha, o material a ser compactado (areia e brita, areia e cimento, ou outra mistura desses materiais) é introduzido no tubo e compactado através da queda do pilão. A medida que o material é compactado, o tubo de revestimento vai sendo retirado, promovendo a densificação do solo. Moraes (2008) observa ainda a formação dos bulbos ou base alargada, promovido através do apiloamento do material granular.



Figura B.2. Execução de estacas de compactação pelo processo Franki (Anderson et al., 1978; apud Moraes, 2008)

A densificação do terreno ocorre com o deslocamento de material de igual volume da estaca, vibrações ocorridas durante a cravação e introdução do material adicional compactado (Mitchell, 1970 e Anderson et al., 1978; apud, Moraes, 2008).

#### **B.3 – Fatores de melhoramentos obtidos**

A principal função desse processo é melhorar as condições do terreno aumentando a compacidade relativa inicial e o ângulo de atrito interno, promovendo também uma homogeneidade do solo na região de influência da melhoria.

Gusmão Filho e Gusmão (1994; apud Moraes, 2008) apresentaram o gráfico da figura B.3, onde é possível perceber que o maior fator de melhoramento obtido  $K_m$ , dado pela relação entre os resultados final e inicial do ensaio SPT, é maior para os casos de valores de N<sub>SPT iniciais</sub> (Ni) menores.

Maiores informações e demais questões referentes a especificação e projeto de estacas de compactação para o melhoramento de solos arenosos fofos podem ser encontradas, por exemplo, em Soares (2002); Soares e Soares (2004); Moraes (2008).



Figura B.3. Efeito da compactação com estacas de areia e brita (Gusmão Filho e Gusmão, 1994; apud Moraes, 2008)

# APÊNDICE C – EXEMPLO DOS CÁLCULOS REALIZADOS PARA A SAPATA COM B=2,0M – MÉTODOS *FOSM* E *SOSM*

Solo normalmente consolidado:

Terreno natural - antes do processo de compactação:

Tabela C.1. Dados go	eotécnicos para	o cálculo dos re	calques na sa	pata B=2,0m
----------------------	-----------------	------------------	---------------	-------------

				Métode	o Schmertm	ann (1970)				
<b>L</b> (mm)	<b>B</b> (mm)	L/B	<b>D</b> <sub>f</sub> (m)	<b>σ</b> (KN/m²)	<b>ɣ</b> (KN/m³)	<b>q</b> (KN/m²)	<b>σ*</b> (KN/m²)	<b>C</b> <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	t (anos)
2000	2000	1	1,3	300	19	18,7	281,3	0,97	1	0,1

Tabela C.2. Cálculo determinístico (método *FOSM*) dos recalques na sapata B=2,0m, no caso geral – solo normalmente consolidado, antes da compactação.

12001000,064,010,581,1322003000,183,810,183,5432005000,304,211,115,4042007000,423,18,2710,1652009000,542,87,3814,64620011000,582,56,5317,76720013000,542,77,1115,19820015000,503,08,0912,36920017000,463,38,8410,401020019000,424,211,207,501120021000,385,715,165,011220023000,347,720,493,321320025000,309,324,892,411420027000,268,823,382,221520033000,149,224,531,471720035000,106,818,131,101920037000,064,913,020,922020039000,023,69,470,42	Camada	Δ <sub>Z(mm)</sub>	Z <sub>Meio da</sub> camada(mm)	Iz	qc	E <sub>S (Mpa)</sub>	I <sub>z</sub> Δ <sub>z</sub> /E <sub>s</sub>
22003000,183,810,183,5432005000,304,211,115,4042007000,423,18,2710,1652009000,542,87,3814,64620011000,582,56,5317,76720013000,542,77,1115,19820015000,503,08,0912,36920017000,463,38,8410,401020019000,424,211,207,501120021000,385,715,165,011220023000,347,720,493,321320027000,268,823,382,221520029000,229,826,001,691620031000,189,224,531,471720035000,106,818,131,101920037000,064,913,020,922020039000,023,69,470,42	1	200	100	0,06	4,0	10,58	1,13
32005000,304,211,115,4042007000,423,18,2710,1652009000,542,87,3814,64620011000,582,56,5317,76720013000,542,77,1115,19820015000,503,08,0912,36920017000,463,38,8410,401020019000,424,211,207,501120021000,385,715,165,011220023000,347,720,493,321320025000,309,324,892,411420027000,268,823,382,221520029000,229,826,001,691620031000,189,224,531,471720035000,106,818,131,101920037000,064,913,020,922020039000,023,69,470,42	2	200	300	0,18	3,8	10,18	3,54
42007000,423,18,2710,1652009000,542,87,3814,64620011000,582,56,5317,76720013000,542,77,1115,19820015000,503,08,0912,36920017000,463,38,8410,401020019000,424,211,207,501120021000,385,715,165,011220023000,347,720,493,321320025000,309,324,892,411420027000,268,823,382,221520029000,229,826,001,691620031000,189,224,441,151820035000,106,818,131,101920037000,064,913,020,922020039000,023,69,470,42	3	200	500	0,30	4,2	11,11	5,40
52009000,542,87,3814,64620011000,582,56,5317,76720013000,542,77,1115,19820015000,503,08,0912,36920017000,463,38,8410,401020019000,424,211,207,501120021000,385,715,165,011220023000,347,720,493,321320025000,309,324,892,411420027000,268,823,382,221520029000,229,826,001,691620031000,189,224,531,471720033000,149,224,441,151820035000,106,818,131,101920037000,064,913,020,922020039000,023,69,470,42	4	200	700	0,42	3,1	8,27	10,16
620011000,582,56,5317,76720013000,542,77,1115,19820015000,503,08,0912,36920017000,463,38,8410,401020019000,424,211,207,501120021000,385,715,165,011220023000,347,720,493,321320025000,309,324,892,411420027000,268,823,382,221520029000,229,826,001,691620031000,189,224,531,471720033000,149,224,441,151820035000,106,818,131,101920037000,064,913,020,922020039000,023,69,470,42 $\Sigma$ 4000mm117,80	5	200	900	0,54	2,8	7,38	14,64
720013000,542,77,1115,19820015000,503,08,0912,36920017000,463,38,8410,401020019000,424,211,207,501120021000,385,715,165,011220023000,347,720,493,321320025000,309,324,892,411420027000,268,823,382,221520029000,229,826,001,691620031000,189,224,441,151820035000,106,818,131,101920037000,064,913,020,922020039000,023,69,470,42 $\Sigma$ 4000mm117,80	6	200	1100	0,58	2,5	6,53	17,76
820015000,503,08,0912,36920017000,463,38,8410,401020019000,424,211,207,501120021000,385,715,165,011220023000,347,720,493,321320025000,309,324,892,411420027000,268,823,382,221520029000,229,826,001,691620031000,189,224,441,151820035000,106,818,131,101920037000,064,913,020,922020039000,023,69,470,42Σ4000mm117.80	7	200	1300	0,54	2,7	7,11	15,19
920017000,463,38,8410,401020019000,424,211,207,501120021000,385,715,165,011220023000,347,720,493,321320025000,309,324,892,411420027000,268,823,382,221520029000,229,826,001,691620031000,189,224,531,471720033000,149,224,441,151820035000,106,818,131,101920037000,064,913,020,922020039000,023,69,470,42Σ4000mm117,80	8	200	1500	0,50	3,0	8,09	12,36
1020019000,424,211,207,501120021000,385,715,165,011220023000,347,720,493,321320025000,309,324,892,411420027000,268,823,382,221520029000,229,826,001,691620031000,189,224,531,471720033000,149,224,441,151820035000,106,818,131,101920037000,064,913,020,922020039000,023,69,470,42Σ4000mm117.80	9	200	1700	0,46	3,3	8,84	10,40
1120021000,385,715,165,011220023000,347,720,493,321320025000,309,324,892,411420027000,268,823,382,221520029000,229,826,001,691620031000,189,224,531,471720033000,149,224,441,151820035000,106,818,131,101920037000,064,913,020,922020039000,023,69,470,42Σ4000mm117.80	10	200	1900	0,42	4,2	11,20	7,50
1220023000,347,720,493,321320025000,309,324,892,411420027000,268,823,382,221520029000,229,826,001,691620031000,189,224,531,471720033000,149,224,441,151820035000,106,818,131,101920037000,064,913,020,922020039000,023,69,470,42Σ4000mm117.80	11	200	2100	0,38	5,7	15,16	5,01
1320025000,309,324,892,411420027000,268,823,382,221520029000,229,826,001,691620031000,189,224,531,471720033000,149,224,441,151820035000,106,818,131,101920037000,064,913,020,922020039000,023,69,470,42Σ4000mm117,80	12	200	2300	0,34	7,7	20,49	3,32
1420027000,268,823,382,221520029000,229,826,001,691620031000,189,224,531,471720033000,149,224,441,151820035000,106,818,131,101920037000,064,913,020,922020039000,023,69,470,42Σ4000mm117.80	13	200	2500	0,30	9,3	24,89	2,41
1520029000,229,826,001,691620031000,189,224,531,471720033000,149,224,441,151820035000,106,818,131,101920037000,064,913,020,922020039000,023,69,470,42 $\Sigma$ 4000mm117.80	14	200	2700	0,26	8,8	23,38	2,22
1620031000,189,224,531,471720033000,149,224,441,151820035000,106,818,131,101920037000,064,913,020,922020039000,023,69,470,42 $\Sigma$ 4000mm117.80	15	200	2900	0,22	9,8	26,00	1,69
1720033000,149,224,441,151820035000,106,818,131,101920037000,064,913,020,922020039000,023,69,470,42 $\Sigma$ 4000mm117.80	16	200	3100	0,18	9,2	24,53	1,47
18 200 3500 0,10 6,8 18,13 1,10   19 200 3700 0,06 4,9 13,02 0,92   20 200 3900 0,02 3,6 9,47 0,42   Σ 4000 mm - - - 117.80	17	200	3300	0,14	9,2	24,44	1,15
19 200 3700 0,06 4,9 13,02 0,92   20 200 3900 0,02 3,6 9,47 0,42   Σ 4000 mm - - - 117,80	18	200	3500	0,10	6,8	18,13	1,10
20 200 3900 0,02 3,6 9,47 0,42   Σ 4000 mm - - - 117.80	19	200	3700	0,06	4,9	13,02	0,92
Σ 4000 mm 117.80	20	200	3900	0,02	3,6	9,47	0,42
	Σ	4000	mm	-	-	-	117,80

**ρ** = **32,05** mm

		CASO GE	RAL - TERR	RENO NATURA	AL (ANTES	DA COMPAG	CTAÇÃO)	
Prof.	<b>q</b> cmédio	V[qc]	σ[qc]	V <sub>1</sub> [E <sub>s</sub> ]	V <sub>2</sub> [E <sub>s</sub> ]	$V_3[E_s]$	V[E <sub>S</sub> ] =V <sub>1</sub> +V <sub>2</sub> +V <sub>3</sub>	E <sub>smédio</sub>
1,40	4,0	0,35	0,59	2,47	9,18	0,41	12,05	10,58
1,60	3,8	1,44	1,20	10,25	8,50	1,71	20,46	10,18
1,80	4,2	1,06	1,03	7,56	10,13	1,26	18,94	11,11
2,00	3,1	0,51	0,71	3,61	5,61	0,60	9,82	8,27
2,20	2,8	0,13	0,37	0,96	4,47	0,16	5,58	7,38
2,40	2,5	0,24	0,48	1,67	3,50	0,28	5,45	6,53
2,60	2,7	0,34	0,58	2,41	4,15	0,40	6,96	7,11
2,80	3,0	1,15	1,07	8,18	5,37	1,36	14,91	8,09
3,00	3,3	1,15	1,07	8,15	6,42	1,36	15,92	8,84
3,20	4,2	4,09	2,02	29,07	10,29	4,85	44,21	11,20
3,40	5,7	13,57	3,68	96,47	18,84	16,08	131,39	15,16
3,60	7,7	25,66	5,07	182,45	34,44	30,41	247,30	20,49
3,80	9,3	51,51	7,18	366,33	50,81	61,05	478,20	24,89
4,00	8,8	36,47	6,04	259,38	44,83	43,23	347,44	23,38
4,20	9,8	21,35	4,62	151,83	55,45	25,30	232,59	26,00
4,40	9,2	17,50	4,18	124,42	49,37	20,74	194,53	24,53
4,60	9,2	14,82	3,85	105,38	49,02	17,56	171,96	24,44
4,80	6,8	13,70	3,70	97,39	26,97	16,23	140,60	18,13
5,00	4,9	9,97	3,16	70,92	13,91	11,82	96,66	13,02
5,20	3,6	2,65	1,63	18,81	7,35	3,13	29,30	9,47
-	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabela C.3. Avaliação das incertezas em  $E_{Si}$  para a sapata com B=2,0m, no caso geral – solo normalmente consolidado, antes da compactação.

Avaliação das incertezas  $V_1[E_S]$ ,  $V_2[E_S]$  e  $V_3[E_S]$ :

#### Cálculo das variâncias - Método FOSM:

v	[p]total		% em v[p]	V₁[ρ]	V <sub>2</sub> [ρ]	V₃[ρ]	% de V₁[ρ] em V[ρ]total	% de V₂[ρ] em V[ρ]total	% de V₃[ρ] em V[ρ]total
	nível 1	0,01	0,06	0,00	0,00	0,01	0,01	0,05	0,00
	nível 2	0,18	1,10	0,09	0,02	0,08	0,55	0,46	0,09
	nível 3	0,33	2,00	0,13	0,02	0,18	0,80	1,07	0,13
	nível 4	1,10	6,62	0,40	0,07	0,63	2,43	3,78	0,41
ē	nível 5	1,63	9,80	0,28	0,05	1,30	1,68	7,84	0,28
JĮ,	nível 6	2,98	17,96	0,91	0,15	1,91	5,50	11,53	0,92
or	nível 7	2,35	14,16	0,81	0,14	1,40	4,90	8,44	0,82
] p	nível 8	2,58	15,54	1,41	0,24	0,93	8,52	5,59	1,42
٩ ا	nível 9	1,63	9,82	0,83	0,14	0,66	5,03	3,96	0,84
> _	nível 10	1,47	8,84	0,96	0,16	0,34	5,81	2,06	0,97
en	nível 11	1,06	6,42	0,78	0,13	0,15	4,71	0,92	0,79
ĩão	nível 12	0,48	2,89	0,35	0,06	0,07	2,14	0,40	0,36
nio	nível 13	0,33	2,00	0,25	0,04	0,04	1,53	0,21	0,26
trib	nível 14	0,23	1,40	0,17	0,03	0,03	1,05	0,18	0,17
out	nível 15	0,07	0,44	0,05	0,01	0,02	0,29	0,10	0,05
Ŭ	nível 16	0,05	0,31	0,03	0,01	0,01	0,20	0,08	0,03
	nível 17	0,03	0,17	0,02	0,00	0,01	0,10	0,05	0,02
	nível 18	0,04	0,23	0,03	0,00	0,01	0,16	0,04	0,03
	nível 19	0,04	0,22	0,03	0,00	0,01	0,16	0,03	0,03
	nível 20	0,00	0,03	0,00	0,00	0,00	0,02	0,01	0,00
<b>V[</b> ρ]	total	16,58	100,00	7,56	1,26	7,76	45,60	46,80	7,60
σ[ρ]	total	4,07	-	-	-	-	-	-	-
COV (%)		12,71	-	-	-	-	-	-	-

Tabela C.4. Cálculo das variâncias dos recalques segundo o método *FOSM*, para a sapata com B=2,0m, no caso geral – solo normalmente consolidado, antes da compactação.

							1		I
Níveis	ρ	V[p]	% em v[ρ] <sub>total</sub>	V₁[ρ]	V <sub>2</sub> [ρ]	V₃[ρ]	% de V <sub>1</sub> [ρ] em	% de V <sub>3</sub> [ρ] em	% de V <sub>2</sub> [p] em
							ν[ρ]τοται	ν[ρ]τοται	ν[ρ]τοται
nível 1	0,34	0,01	0,05	0,00	0,00	0,01	0,01	0,04	0,00
nível 2	1,15	0,25	1,04	0,11	0,02	0,09	0,45	0,36	0,06
nível 3	1,69	0,43	1,77	0,15	0,02	0,21	0,61	0,84	0,09
nível 4	3,16	1,41	5,78	0,45	0,07	0,73	1,83	2,98	0,28
nível 5	4,39	1,96	8,01	0,29	0,05	1,51	1,18	6,19	0,19
nível 6	5,45	3,74	15,29	0,98	0,15	2,23	4,03	9,11	0,63
nível 7	4,70	2,99	12,24	0,89	0,14	1,63	3,64	6,66	0,56
nível 8	4,13	3,75	15,34	1,77	0,25	1,08	7,23	4,41	1,00
nível 9	3,40	2,29	9,37	1,01	0,14	0,76	4,12	3,13	0,59
nível 10	2,76	2,50	10,22	1,41	0,17	0,40	5,77	1,62	0,71
nível 11	2,14	2,28	9,33	1,44	0,15	0,18	5,88	0,73	0,61
nível 12	1,43	1,05	4,28	0,66	0,07	0,08	2,71	0,32	0,28
nível 13	1,16	0,84	3,45	0,55	0,05	0,04	2,27	0,17	0,21
nível 14	0,99	0,53	2,16	0,34	0,03	0,03	1,38	0,14	0,14
nível 15	0,62	0,12	0,50	0,07	0,01	0,02	0,28	0,08	0,03
nível 16	0,53	0,08	0,35	0,05	0,01	0,02	0,19	0,06	0,02
nível 17	0,40	0,04	0,18	0,02	0,00	0,01	0,09	0,04	0,01
nível 18	0,43	0,07	0,29	0,04	0,00	0,01	0,17	0,04	0,02
nível 19	0,39	0,08	0,31	0,05	0,00	0,01	0,20	0,02	0,02
nível 20	0,15	0,01	0,03	0,00	0,00	0,00	0,02	0,01	0,00
Total	39,42	24,45	100,00	10,28	1,34	9,03	42,04	36,95	5,46
σ[ρ]	-	4,94	-	-	-	-	-	-	-
COV (%)	-	12,54	-	-	-	-	-	-	-

Tabela C.5. Cálculo dos recalques e das variâncias dos recalques segundo o método *SOSM*, para a sapata com B=2,0m, no caso geral – solo normalmente consolidado, antes da compactação.

Cálculo dos recalques e das variâncias – Método SOSM:

Solo normalmente consolidado:

### Terreno melhorado - depois do processo de compactação:

Calculo de recalques depois da compactação - CASO GERAL									
Camada	Δ <sub>Z(mm)</sub>	Z <sub>Meio da</sub> camada(mm)	Iz	qc	E <sub>S (Mpa)</sub>	I₂∆₂/E₅			
1	200	100	0,06	15,9	42,31	0,28			
2	200	300	0,18	15,3	40,71	0,88			
3	200	500	0,30	16,7	44,44	1,35			
4	200	700	0,42	9,2	24,56	3,42			
5	200	900	0,54	8,9	23,86	4,53			
6	200	1100	0,58	9,4	25,12	4,62			
7	200	1300	0,54	9,7	25,77	4,19			
8	200	1500	0,50	11,9	31,74	3,15			
9	200	1700	0,46	13,3	35,51	2,59			
10	200	1900	0,42	15,4	41,05	2,05			
11	200	2100	0,38	18,1	48,31	1,57			
12	200	2300	0,34	21,5	57,26	1,19			
13	200	2500	0,30	24,2	64,56	0,93			
14	200	2700	0,26	24,8	66,21	0,79			
15	200	2900	0,22	21,8	58,22	0,76			
16	200	3100	0,18	20,4	54,33	0,66			
17	200	3300	0,14	19,2	51,29	0,55			
18	200	3500	0,10	16,1	43,00	0,47			
19	200	3700	0,06	15,9	42,28	0,28			
20	200	3900	0,02	15,9	42,40	0,09			
Σ	4000	mm	-	-	-	34,34			

Tabela C.6. Cálculo determinístico (método *FOSM*) dos recalques na sapata com B=2,0m, no caso geral – depois da compactação.

	ρ=	9,34	mm
--	----	------	----

	CASO GERAL - TERRENO NATURAL (DEPOIS DA COMPACTAÇÃO)											
Prof.	<b>Q</b> <sub>CMÉDIO</sub>	V[qc]	σ[qc]	V <sub>1</sub> [E <sub>s</sub> ]	V <sub>2</sub> [E <sub>s</sub> ]	V <sub>3</sub> [E <sub>s</sub> ]	V[Es] =V <sub>1</sub> +V <sub>2</sub> +V <sub>3</sub>	ES <sub>MÉDIO</sub>				
1,40	10,0	10,32	3,21	73,40	58,75	2,37	134,51	42,31				
1,60	9,6	9,86	3,14	70,10	53,98	2,26	126,33	40,71				
1,80	9,7	9,86	3,14	70,11	54,70	2,26	127,08	44,44				
2,00	9,2	9,44	3,07	67,13	49,48	2,17	118,77	24,56				
2,20	8,9	9,28	3,05	65,98	46,71	2,13	114,82	23,86				
2,40	9,4	9,58	3,10	68,13	51,76	2,20	122,08	25,12				
2,60	9,7	9,80	3,13	69,66	54,49	2,25	126,39	25,77				
2,80	11,9	12,08	3,48	85,90	82,65	2,77	171,32	31,74				
3,00	13,3	13,49	3,67	95,96	103,44	3,10	202,49	35,51				
3,20	15,4	15,47	3,93	109,98	138,23	3,55	251,76	41,05				
3,40	18,1	17,96	4,24	127,74	191,45	4,12	323,31	48,31				
3,60	21,5	21,61	4,65	153,66	268,92	4,96	427,54	57,26				
3,80	24,2	24,70	4,97	175,67	341,90	5,67	523,23	64,56				
4,00	24,8	25,81	5,08	183,57	359,61	5,92	549,10	66,21				
4,20	21,8	22,60	4,75	160,70	278,05	5,18	443,93	58,22				
4,40	20,4	20,97	4,58	149,14	242,15	4,81	396,09	54,33				
4,60	19,2	19,79	4,45	140,71	215,76	4,54	361,02	51,29				
4,80	16,1	16,31	4,04	116,02	151,71	3,74	271,47	43,00				
5,00	15,9	15,97	4,00	113,57	146,61	3,66	263,84	42,28				
5,20	15,9	15,97	4,00	113,57	147,47	3,66	264,71	42,40				

Tabela C.7. Avaliação das incertezas em  $E_{Si}$  para a sapata com B=2,0m, no caso geral – solo normalmente consolidado, depois da compactação.

#### Cálculo das variâncias - Método FOSM:

v	[ρ]total		% em ν[ρ]	V₁[ρ]	V <sub>2</sub> [ρ]	V₃[ρ]	% de V <sub>1</sub> [ρ] em V[ρ] <sub>total</sub>	% de V <sub>2</sub> [ρ] em V[ρ] <sub>total</sub>	% de V <sub>3</sub> [ρ] em V[ρ] <sub>total</sub>
	nível 1	0,00	0,03	0,00	0,00	0,00	0,02	0,01	0,00
	nível 2	0,00	0,32	0,00	0,00	0,00	0,18	0,14	0,01
	nível 3	0,01	0,64	0,00	0,00	0,00	0,35	0,27	0,01
	nível 4	0,17	12,51	0,10	0,00	0,07	7,07	5,21	0,23
е	nível 5	0,31	22,44	0,18	0,01	0,12	12,89	9,13	0,42
nív	nível 6	0,31	22,42	0,17	0,01	0,13	12,51	9,50	0,40
or	nível 7	0,25	18,15	0,14	0,00	0,11	10,00	7,83	0,32
] p	nível 8	0,12	9,17	0,06	0,00	0,06	4,60	4,42	0,15
d J	nível 9	0,08	5,86	0,04	0,00	0,04	2,77	2,99	0,09
	nível 10	0,05	3,40	0,02	0,00	0,03	1,48	1,87	0,05
en	nível 11	0,03	1,86	0,01	0,00	0,02	0,74	1,10	0,02
ĩão	nível 12	0,01	1,00	0,00	0,00	0,01	0,36	0,63	0,01
uiç	nível 13	0,01	0,59	0,00	0,00	0,01	0,20	0,38	0,01
trib	nível 14	0,01	0,42	0,00	0,00	0,00	0,14	0,27	0,00
ont	nível 15	0,01	0,41	0,00	0,00	0,00	0,15	0,25	0,00
Ŭ	nível 16	0,00	0,32	0,00	0,00	0,00	0,12	0,20	0,00
	nível 17	0,00	0,22	0,00	0,00	0,00	0,09	0,13	0,00
	nível 18	0,00	0,17	0,00	0,00	0,00	0,07	0,10	0,00
	nível 19	0,00	0,06	0,00	0,00	0,00	0,03	0,04	0,00
	nível 20	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
<b>V[ρ]</b>	total	1,36	100,00	0,73	0,02	0,61	53,78	44,49	1,73
σ[ρ]	total	1,17	-	-	-	-	-	-	-
COV (%)	-	12,49	-	-	-	-	-	-	-

Tabela C.8. Cálculo das variâncias dos recalques segundo o método *FOSM*, para a sapata com B=2,0m, no caso geral – solo normalmente consolidado, depois da compactação.

Níveis	ρ	<b>V[ρ]</b>	% em	V <sub>1</sub> [ρ]	V <sub>2</sub> [ρ]	V <sub>3</sub> [ρ]	% de V₁[ρ] em	% de V₂[ρ] em	% de V₃[ρ] em
							V[ρ]total	V[ρ]total	V[ρ]total
nível 1	0,08	0,00	0,03	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00
nível 2	0,26	0,01	0,27	0,00	0,00	0,00	0,14	0,11	0,00
nível 3	0,39	0,01	0,52	0,01	0,00	0,00	0,27	0,21	0,01
nível 4	1,11	0,24	12,73	0,12	0,00	0,08	6,31	4,43	0,17
nível 5	1,48	0,43	22,97	0,22	0,01	0,14	11,59	7,75	0,31
nível 6	1,50	0,42	22,68	0,21	0,01	0,15	11,10	8,07	0,30
nível 7	1,36	0,34	18,28	0,16	0,00	0,12	8,83	6,65	0,24
nível 8	1,00	0,17	8,96	0,07	0,00	0,07	3,93	3,76	0,11
nível 9	0,82	0,11	5,64	0,04	0,00	0,05	2,33	2,54	0,07
nível 10	0,64	0,06	3,22	0,02	0,00	0,03	1,22	1,58	0,04
nível 11	0,49	0,03	1,74	0,01	0,00	0,02	0,60	0,94	0,02
nível 12	0,37	0,02	0,92	0,01	0,00	0,01	0,29	0,53	0,01
nível 13	0,28	0,01	0,54	0,00	0,00	0,01	0,16	0,33	0,00
nível 14	0,24	0,01	0,38	0,00	0,00	0,00	0,11	0,23	0,00
nível 15	0,23	0,01	0,37	0,00	0,00	0,00	0,12	0,22	0,00
nível 16	0,20	0,01	0,30	0,00	0,00	0,00	0,10	0,17	0,00
nível 17	0,17	0,00	0,21	0,00	0,00	0,00	0,07	0,11	0,00
nível 18	0,15	0,00	0,16	0,00	0,00	0,00	0,06	0,08	0,00
nível 19	0,09	0,00	0,06	0,00	0,00	0,00	0,02	0,03	0,00
nível 20	0,03	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Total	10,89	1,87	100,00	0,88	0,02	0,70	47,26	37,75	1,27
σ[ρ]	-	1,37	-	-	-	-	-	-	-
COV (%)	-	12,55	-	-	-	-	-	-	-

Tabela C.9. Cálculo dos recalques e das variâncias dos recalques segundo o método *SOSM*, para a sapata com B=2,0m, no caso geral – solo normalmente consolidado, depois da compactação.

Cálculo dos recalques e das variâncias – Método SOSM:

Resumo dos resultados obtidos:

Tabela C.10. Resumo dos resultados para a aplicação dos métodos *FOSM* e *SOSM* na sapata com B=2,0m, considerando o caso geral – solo normalmente consolidado, antes e depois da compactação.

Coop goral	antes da co	ompactação	depois da compactação			
Caso gerai	FOSM	SOSM	FOSM	SOSM		
ρ (mm)=	<b>ρ (mm)=</b> 32,05		9,34	10,89		
V[ρ] (mm²)=	/[ <b>ρ] (mm²)=</b> 16,58		1,36	1,87		
σ[ρ] (mm)=	4,07	4,94	1,17	1,37		