

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE DINÂMICA
COM RECUPERAÇÃO DE TENSÕES PARA
MATERIAIS COM GRADAÇÃO FUNCIONAL:
SIMULAÇÃO NUMÉRICA E VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL

CARLOS ALBERTO DUTRA FRAGA FILHO
VITÓRIA, OUTUBRO DE 2007.

CARLOS ALBERTO DUTRA FRAGA FILHO

**ANÁLISE DINÂMICA
COM RECUPERAÇÃO DE TENSÕES PARA
MATERIAIS COM GRADAÇÃO FUNCIONAL:
SIMULAÇÃO NUMÉRICA E VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL**

Dissertação submetida ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Espírito Santo, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

**ORIENTAÇÃO : PROF. DR. FERNANDO CÉSAR MEIRA MENANDRO
CO-ORIENTAÇÃO : PROF^a. DR^a. RIVÂNIA HERMÓGENES PAULINO DE ROMERO**

VITÓRIA, OUTUBRO DE 2007.

Dados Internacionais de Catalogação da Publicação (CIP)
(Biblioteca Central da Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

Fraga Filho, Carlos Alberto Dutra, 1974-

Análise Dinâmica com Recuperação de Tensões para Materiais com
Gradação Funcional: Simulação Numérica e Validação Experimental.

Carlos Alberto Dutra Fraga Filho. -2007.

139 f.:il.

Orientador: Fernando César Meira Menandro.

Co-orientadora: Rivânia Hermógenes Paulino de Romero.

Dissertação (mestrado)- Universidade Federal do Espírito Santo,
Centro Tecnológico.

1. Material com gradação funcional. 2. Caracterização.
3. Validação Experimental. I. Menandro, Fernando César Meira. II. Romero,
Rivânia Hermógenes Paulino de. III. Universidade Federal do Espírito Santo.
Centro Tecnológico. IV. Título.

CDU:621

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE DINÂMICA
COM RECUPERAÇÃO DE TENSÕES PARA
MATERIAIS COM GRADAÇÃO FUNCIONAL:
SIMULAÇÃO NUMÉRICA E VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL

Carlos Alberto Dutra Fraga Filho

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Fernando César Meira Menandro - Orientador
Universidade Federal do Espírito Santo - UFES

Prof^a. Dr^a. Rivânia Hermógenes Paulino de Romero - Co-orientadora
Universidade Federal do Espírito Santo - UFES

Prof. Dr. Geraldo Rossoni Sisquini - Membro interno
Universidade Federal do Espírito Santo -UFES

Prof. Dr. Luiz Carlos da Silva Nunes - Membro externo
Universidade Federal Fluminense - UFF

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Espírito Santo como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Vitória (ES), Outubro de 2007.

”[...] Não é dos fortes a vitória,
Nem dos que correm melhor
Mas dos fiéis e sinceros,
Como nos diz o Senhor”.

Victory Through Grace

(Fanny Jane Crosby (1820-1915),
(John Robson Sweney (1837-1899))).

À minha família.

Em especial à minha filha Amanda, que esteve em meus pensamentos durante todo o tempo.

À minha mãe, que esteve ao meu lado durante todo o tempo.

À Fernanda, uma pessoa especial em minha vida.

Agradecimentos

Ao Professor Fernando César Meira Menandro pela dedicada e paciente orientação.

Aos Professores Rivânia Hermógenes Paulino de Romero e Juan Sergio Romero, que exerceram co-orientação ou acompanharam proximamente o desenvolvimento do trabalho, os quais têm conhecimento das barreiras que tiveram que ser paulatinamente vencidas para que fosse alcançado um resultado científico final satisfatório.

Aos Professores Osvaldo Cominelli, Marcelo Macedo, Cherlio Scandian, Márcio Coelho, Geraldo Sisquini, Rogério Ramos, Temístocles Luz, Flávio José da Silva e Angelo Gil, que colaboraram através da discussão de idéias ou da cessão de laboratórios e equipamentos.

Aos Professores Fernando Avancini e Fernando Lordêllo, que gentilmente cederam as instalações do Laboratório de Ensaios de Materiais de Construção (Lemac) para a prensagem de materiais e realização de ensaios dinâmicos.

Ao Professor Edson José Soares que, com sua experiência e sincero interesse, motivou-me nos momentos de dificuldade.

Em especial, aos servidores Iury (Departamento de Engenharia Mecânica), Maria José e Celina (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica), com os quais convivi durante os 04 últimos anos.

Ao Centro de Engenharia Henkel, na pessoa do Sr. Demétrio Santos, pelas informações prestadas acerca de sua linha de adesivos compatíveis à colagem de materiais metálicos e pela doação subsequente.

Ao Laboratório de Fabricação do Centro Federal de Educação Tecnológica do Espírito Santo (em Vitória), na pessoa do Sr. Renilto, pelo uso de máquinas para a preparação de corpos de prova.

Aos servidores dos Laboratórios de Ensaio de Materiais de Construção, de Dinâmica de Sistemas Mecânicos e Estruturas e de Tecnologia Mecânica da Universidade Federal do Espírito Santo.

Aos alunos dos cursos de graduação e de pós-graduação em Engenharia Mecânica da UFES que demonstraram interesse pelo trabalho.

A Deus, que me concedeu forças, saúde, determinação e espírito de perseverança para prosseguir até o final.

Resumo

Este trabalho teve como objetivos o projeto e a fabricação de amostras de materiais cujos comportamentos, sob carregamentos mecânicos, fossem próximos aos dos materiais com gradação funcional (com variação contínua das propriedades); a realização de ensaios mecânicos dinâmicos a partir das amostras produzidas; e a obtenção de resultados de simulação para carregamentos dinâmicos, visando à validação de um modelo numérico proposto por pesquisadores desta universidade para a caracterização de materiais com gradação funcional.

O estudo dividiu-se nas seguintes fases: confecção dos corpos de prova, adoção do modelo de viga composta para os corpos de prova produzidos, preparação e realização de ensaios mecânicos dinâmicos, obtenção de resultados analíticos para o problema de carregamento, definição da modelagem numérica aplicada ao problema e realização de simulações dos carregamentos mecânicos.

Os resultados experimentais, analíticos e numéricos alcançados apresentam comportamento similar para todos os corpos de prova testados. A frequência natural de vibração, obtida por qualquer dos métodos (experimental, analítico, numérico) difere em no máximo 15,4313%. O método numérico proposto apresenta-se, portanto, adequado à modelagem de materiais em camadas.

Abstract

The objective of this work was to design and the manufacture samples of materials with behaviors, under mechanical loads, similar to functionally graded materials (with continuous variation of the structural properties); to perform dynamic mechanical experiments, with the produced samples; and to obtain results of simulation for dynamic loads, in order to validate a numerical model proposed by researchers of this university for the characterization of the functionally graded materials.

The study it was divided in the following phases: confection of the specimens, adoption of the composed beam model for the produced specimens, preparation and realization of dynamic mechanical experiments, obtention of analytical results for the vibration problem, definition of the numerical model applied to the problem and numerical simulation of mechanical loads.

The experimental, analytical and numerical results show similar behavior for all tested specimens. The natural vibration frequency, despite the method of obtention (experimental measurement, analytical development, numerical simulation), difers at most by 15,4313%. The proposed numerical technique is found, thus, to be adequate to the modeling of layered materials.

Lista de Figuras

1.1	FGM. Deposição de camadas sucessivas de materiais pelo processo <i>Plasma Spray</i> . Reproduzida de [7].	4
1.2	Ilustração mostrando as vantagens da utilização dos FGMs. Variação de propriedades ao longo da espessura de um FGM metal-cerâmico.	5
2.1	Máquina de soldagem Tartílope AS - desenvolvida pelo Labsolda/UFSC, utilizada na soldagem MIG/MAG - 1ª tentativa de fabricação de corpo de prova. Na imagem inferior detalhe da bobina de aço inoxidável AISI 308.	22
2.2	Chapa de aço carbono AISI 1020 ponteadada - 05 pontos em cada lado - para receber passes de soldagem.	23
2.3	Pistola de soldagem em posição inicial para início da operação.	24
2.4	Lâmina de aço carbono 1020, com deposição de quatro passes de aço inoxidável AISI 308. Corpo de prova imediatamente após ter sido efetuado o despontamento.	25
2.5	Aplainamento do corpo de prova produzido por soldagem MIG/MAG.	26
2.6	Corpo de prova (aço carbono AISI 1020/ aço inoxidável AISI 308) após o aplainamento, apresentando transição não-plana.	27
2.7	Segunda tentativa de produção de corpo de prova. Lâmina de aço carbono AISI 1020, sobre a qual se verteria chumbo fundido.	28
2.8	Recipiente contendo chumbo no estado líquido.	29
2.9	Chumbo líquido sendo vertido sobre a lâmina de aço carbono AISI 1020.	30
2.10	Imagem mostrando a separação entre a lâmina de aço carbono AISI 1020 e o chumbo solidificado, causada pela baixa molhabilidade.	31
2.11	Prensa Amsler utilizada na prensagem das lâminas metálicas.	33

2.12	Preparação do corpo de prova nº 03. Lâminas metálicas cortadas e limpas, prontas para o recebimento do adesivo em suas faces de contato. À frente das mesmas, a área de prensagem.	35
2.13	Preparação do corpo de prova nº 03. Lâminas com junção por adesivo prensadas por 60 horas.	36
2.14	Faces superiores e inferiores dos corpos de prova prensados (em ordem seqüencial, corpos de prova nºs 01, 02, 03 e 04).	37
2.15	Faces laterais dos corpos de prova prensados (de forma seqüencial, os corpos de prova nºs 01, 02, 03 e 04).	37
2.16	Corpos de prova aptos para os ensaios (de forma seqüencial, os corpos de prova nºs 01, 03 e 04).	39
2.17	Secção homogeneizada da viga composta. Reproduzida de [23].	43
2.18	Distribuição de tensões na viga homogeneizada. Reproduzida de [23].	43
2.19	Distribuição das tensões e deformações em uma barra composta por dois materiais. Reproduzida de [23].	44
2.20	Homogeneização dos corpos de prova. Na coluna (a) as secções transversais com as dimensões originais; na coluna (b) as novas dimensões dos corpos de prova homogeneizados. As dimensões estão em milímetros.	45
2.21	Detalhe do engastamento. Vista lateral.	51
2.22	Detalhe do engastamento. Vista superior. Vê-se o sensor de aceleração fixado na última posição definida sobre o corpo de prova para a captação de sinais.	51
2.23	Sistema de aquisição de sinais, tratamento e análise de dados. Sala do Laboratório de Ensaios de Materiais de Construção da Universidade Federal do Espírito Santo.	52
2.24	Diagrama esquemático do sistema de aquisição de sinais, tratamento e análise dos dados.	53
2.25	Linhas de posição para aquisição de sinais marcadas nos corpos de prova.	54
2.26	Primeiro modo de vibração de uma viga engastada em uma de suas extremidades e com carga aplicada na extremidade livre. Mostrada a linha neutra quando se atinge a deflexão máxima.	54
2.27	Macroelemento composto por elementos bilineares quadriláteros. Pontos nodais (●) e pontos de superconvergência (+). (a) 2×2 ; (b) 2×1 . Reproduzida de [1] e [2].	63

2.28	Ilustração. Malha gerada para o corpo de prova nº 01, com 1656 nós e 1375 elementos. As dimensões dos quadriláteros, em milímetros, em cada subdomínio, são mostradas na ilustração.	65
2.29	Ilustração. Malha gerada para o corpo de prova nº 03, com 1932 nós e 1650 elementos. As dimensões dos quadriláteros, em milímetros, em cada subdomínio, são mostradas na ilustração.	65
2.30	Ilustração. Malha gerada para o corpo de prova nº 04, com 5510 nós e 4950 elementos. As dimensões dos quadriláteros, em milímetros, em cada subdomínio, são mostradas na ilustração.	66
3.1	Corpo de prova nº 01. Sinal de aceleração no tempo. Este é um dos 10 sinais adquiridos na 1ª posição de fixação do acelerômetro (40 mm).	68
3.2	Corpo de prova nº 01. Sinal de aceleração no tempo. Este é um dos 10 sinais adquiridos na 2ª posição de fixação do acelerômetro (100 mm).	68
3.3	Corpo de prova nº 01. Sinal de aceleração no tempo. Este é um dos 10 sinais adquiridos na 3ª posição de fixação do acelerômetro (160 mm).	69
3.4	Corpo de prova nº 01. Sinal de aceleração no tempo. Este é um dos 10 sinais adquiridos na 4ª posição de fixação do acelerômetro (220 mm).	69
3.5	Transformada Rápida de Fourier (FFT) do sinal de aceleração. Corpo de prova nº 01. Posição do sensor de aceleração: 100mm.	71
3.6	Transformada Rápida de Fourier (FFT) do sinal de aceleração. Corpo de prova nº 01. Posição do sensor de aceleração: 220mm.	71
3.7	Deslocamento da extremidade da viga ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 50 passos).	74
3.8	Deslocamento da extremidade da viga ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 100 passos).	75
3.9	Deslocamento da extremidade da viga ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 300 passos).	75
3.10	Deslocamento da extremidade da viga ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 500 passos).	76
3.11	Deslocamento da extremidade da viga ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 700 passos).	76
3.12	Deslocamento da extremidade da viga ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 1000 passos).	77
3.13	Deslocamento da extremidade da viga ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 1200 passos).	77

3.14	Transformada Rápida de Fourier (FFT) aplicada aos resultados de deslocamentos da extremidade da viga no tempo (respostas de simulação). Corpo de prova n° 04 ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 50 passos).	78
3.15	Transformada Rápida de Fourier (FFT) aplicada aos resultados de deslocamentos da extremidade da viga no tempo (respostas de simulação). Corpo de prova n° 04 ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 100 passos).	79
3.16	Transformada Rápida de Fourier (FFT) aplicada aos resultados de deslocamentos da extremidade da viga no tempo (respostas de simulação). Corpo de prova n° 04 ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 300 passos).	79
3.17	Transformada Rápida de Fourier (FFT) aplicada aos resultados de deslocamentos da extremidade da viga no tempo (respostas de simulação). Corpo de prova n° 04 ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 500 passos).	80
3.18	Transformada Rápida de Fourier (FFT) aplicada aos resultados de deslocamentos da extremidade da viga no tempo (respostas de simulação). Corpo de prova n° 04 ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 700 passos).	80
3.19	Transformada Rápida de Fourier (FFT) aplicada aos resultados de deslocamentos da extremidade da viga no tempo (respostas de simulação). Corpo de prova n° 04 ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 1000 passos).	81
3.20	Transformada Rápida de Fourier (FFT) aplicada aos resultados de deslocamentos da extremidade da viga no tempo (respostas de simulação). Corpo de prova n° 04 ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 1200 passos).	81
3.21	Tendência dos valores de freqüências obtidos por simulação numérica, para diversos números de passos. Corpo de prova n° 01 ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s).	83
3.22	Tendência dos valores de freqüências obtidos por simulação numérica, para diversos números de passos. Corpo de prova n° 03 ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s).	83
3.23	Tendência dos valores de freqüências obtidos por simulação numérica, para diversos números de passos. Corpo de prova n° 04 ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s).	84

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Histórico	3
1.2	Modelagem	6
1.3	Falhas	7
1.4	Efeito suavizador de tensões	9
1.5	Caracterização de FGMs	10
1.5.1	Identificação de Parâmetros Mediante Carregamento Mecânico ($E_{estático}$, $E_{dinâmico}$, ρ)	10
1.5.2	Modelo Micromecânico	12
1.5.3	Análise de Campos de Tensões e de Deslocamentos com Emprego do Método dos Elementos Finitos (FEM)	16
1.5.4	Estimação de Propriedades com Utilização de Penetração	17
1.5.5	Caracterização do FGM Através da Propagação de Ondas Elásticas, Utilizando Técnica de Redes Neurais (NN)	18
2	Modelagem Proposta	20
2.1	Confecção dos Corpos de Prova	21
2.1.1	Materiais e Métodos	21
2.1.2	Resultados	38
2.2	Modelagem da Viga Composta	42
2.2.1	Resultados da Homogeneização	44
2.3	Solução Geral da Equação Diferencial	46
2.4	Ensaio Dinâmico	50

2.4.1	Objetivos	50
2.4.2	Procedimento Experimental	50
2.4.3	Resultados Experimentais	55
2.5	Modelagem Numérica	58
2.5.1	Problema Transiente	58
2.5.2	Problema Direto	62
2.5.3	Pós-Processamento para Recuperação de Tensões	62
2.5.4	Malhas	64
2.5.5	Resultados Numéricos	66
3	Resultados e Discussão	67
3.1	Resultados Experimentais	67
3.2	Resultados Analíticos	73
3.3	Resultados Numéricos	74
3.4	Discussão	85
4	Considerações Finais e Sugestões	88
	Referências Bibliográficas	91

Lista de Tabelas

1.1	Modelos Micromecânicos Utilizados para a Avaliação de Propriedades de Compósitos e de FGMs	13
2.1	Prensagem de Chapas Metálicas	34
2.2	Razões entre espessuras dos adesivos e dos corpos de prova	38
2.3	Medidas de Espessuras dos Corpos de Prova Aptos para os Ensaios	40
2.4	Corpos de Prova Aptos para Ensaios	41
2.5	Propriedades dos Corpos de Prova Homogeneizados	46
2.6	Massas dos Corpos de Prova e do Sensor de Aceleração	56
2.7	Malhas de Elementos Finitos Geradas para os Corpos de Prova	64
3.1	Frequências Naturais Médias para o Corpo de Prova n° 01 - 1° Modo de Vibração	70
3.2	Frequências Naturais Médias para o Corpo de Prova n° 03 - 1° Modo de Vibração	72
3.3	Frequências Naturais Médias para o Corpo de Prova n° 04 - 1° Modo de Vibração	72
3.4	Frequências Naturais para o 1° Modo de Vibração - Resultados Experimentais .	73
3.5	Frequências Naturais para o 1° Modo de Vibração - Resultados Analíticos . . .	73
3.6	Frequências Naturais (Hz) Obtidas por Simulação Numérica - 1° Modo de Vibração ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s).	82
3.7	Frequências Naturais (Hz) para o 1° Modo de Vibração - Obtidas por Simulação Numérica	84
3.8	Frequências Naturais (Hz) para o 1° Modo de Vibração Obtidas por Diferentes Métodos	85

3.9	Frequências Naturais (Hz) Obtidas pelos Métodos Experimental e Analítico e Suas Diferenças Percentuais (em Relação aos Resultados Experimentais) - 1º Modo de Vibração	85
3.10	Frequências Naturais (Hz) Obtidas pelos Métodos Experimental e Numérico e Suas Diferenças Percentuais (em Relação aos Resultados Experimentais) - 1º Modo de Vibração	86
3.11	Frequências Naturais (Hz) Obtidas pelos Métodos Analítico e Numérico e Suas Diferenças Percentuais (em Relação aos Resultados Analíticos) - 1º Modo de Vibração	86

Nomenclatura

E - módulo de Young

$E_{dinâmico}$ - módulo de Young dinâmico

C_l - velocidade das ondas longitudinais

W_f - fração em peso da fase dispersa

I - momento de inércia em relação ao eixo centroidal

$y_{máx}$ - deflexão máxima

t - instante de tempo

M - matriz de massa

C - matriz de amortecimento viscoso

K - matriz de rigidez

F - vetor força

F_0 - vetor força no instante inicial

\mathbf{u} - vetor de deslocamentos

$\dot{\mathbf{u}}$ - vetor de velocidades

$\ddot{\mathbf{u}}$ - vetor de acelerações

u_0 - deslocamento inicial

\dot{u}_0 - velocidade inicial

\mathbf{u}_n - aproximação para \mathbf{u} no tempo n

$\dot{\mathbf{u}}_n$ - aproximação para $\dot{\mathbf{u}}$ no tempo n

$\ddot{\mathbf{u}}_n$ - aproximação para $\ddot{\mathbf{u}}$ no tempo n

$\tilde{\mathbf{u}}_n$ - deslocamento no tempo n (modelo preditor-corretor de Newmark e método α)

$\tilde{\dot{\mathbf{u}}}_n$ - velocidade no tempo n (modelo preditor-corretor de Newmark e método α)

$\tilde{\ddot{\mathbf{u}}}_n$ - aceleração no tempo n (modelo preditor-corretor de Newmark e método α)

Δt - intervalo de tempo

\hat{M} - matriz de massa (método α)

D - matriz de deslocamento ou de deformação

p - vetor de parâmetros elásticos e de amortecimento

R - resíduo

n - vetor normal unitário na superfície

b - vetor de forças por unidade de volume

d - vetor de deslocamentos nodais

t_n - vetor de tensões na face Γ

Símbolos gregos:

ν - coeficiente de Poisson

σ_c - tensão crítica para a propagação de uma trinca elíptica

ρ - densidade do material

ρ_m - densidade média da amostra

α - coeficiente de expansão térmica

ν_2 - concentração volumétrica da segunda fase

σ_x - tensão de tração em um ponto da secção transversal da viga na direção x

ϵ_x - deformação linear na direção x

γ - coeficiente para o modelo preditor-corretor de Newmark

β - coeficiente para o modelo preditor- corretor de Newmark

σ - tensor de tensão

ω - frequência natural de vibração

ξ - fator de amortecimento

Ω - domínio

Γ - contorno

Capítulo 1

Introdução

A Ciência e a Engenharia dos Materiais dedica-se ao estudo de materiais avançados que atendam a requisitos de projetos específicos. Na classe dos materiais compósitos, os com gradação funcional (identificados pela sigla FGMs) vêm sendo objeto de pesquisas no que tange ao desenvolvimento de novas formas de processamento e de caracterização (identificação de parâmetros mediante prévia definição de solicitações de trabalho: campos de tensões mecânicas; campos térmicos, elétricos e magnéticos ou combinações destes; solicitações de deslocamentos, velocidades, acelerações etc).

O campo de aplicações dos FGMs tem se tornado amplo. A definição de suas especificações, bem como de suas formas de processamento, de forma economicamente acessível, atendendo ao mesmo tempo aos padrões de precisão e de confiabilidade necessários ao bom desempenho, é um recente desafio para a ciência. Através do projeto, do processamento de amostras e da realização de ensaios mecânicos deu-se prosseguimento a um trabalho científico desenvolvido por pesquisadores desta Universidade Federal do Espírito Santo ([1] e [2]) para a caracterização de materiais compósitos com gradação funcional. Nesta etapa, a obtenção de resultados experimentais consistiu num valioso subsídio para concluir-se sobre a validade de um método numérico proposto.

Este capítulo apresenta uma breve história dos materiais com gradação funcional, incluindo

características peculiares, métodos de fabricação, principais aplicações, vantagens de utilização, formas de modelagem propostas e um estudo sobre falhas. Na segunda metade do capítulo, são descritos resumidamente cinco métodos distintos utilizados para a caracterização dos FGMs: (1) Identificação de Parâmetros mediante Carregamento Mecânico ($E_{estático}$, $E_{dinâmico}$, ρ), (2) Modelo Micromecânico, (3) Análise de Campos de Tensões e de Deslocamentos com Emprego do Método dos Elementos Finitos (FEM), (4) Estimação de Propriedades com Utilização de Penetração e (5) Caracterização do FGM através da Propagação de Ondas Elásticas, Utilizando Técnica de Redes Neurais (NN).

No capítulo 2, expõe-se pormenorizadamente a modelagem aplicada no presente trabalho, em todas as suas fases. A confecção dos corpos de prova (com os diferentes métodos de fabricação propostos), a modelagem teórica da viga composta para os corpos de prova produzidos, os ensaios dinâmicos realizados (desde a preparação dos equipamentos até a apresentação qualitativa dos resultados alcançados), a modelagem numérica adotada nas simulações dos carregamentos mecânicos dinâmicos (com a técnica de pós-processamento para recuperação de tensões) e, por fim, a análise qualitativa dos resultados numéricos obtidos são os temas abordados neste capítulo.

O capítulo 3 dedica-se à apresentação dos resultados finais da pesquisa e à discussão dos mesmos. Apresentam-se resultados experimentais de acelerações e frequências naturais para os corpos de prova considerados aptos para a realização dos ensaios mecânicos dinâmicos. Os resultados dos cálculos analíticos das frequências naturais de vibração para os diferentes corpos de prova e, por fim, os resultados numéricos de deslocamentos e acelerações, bem como suas transformadas de Fourier (e as conseqüentes avaliações das frequências) são também apresentados.

No capítulo 4, Considerações Finais e Sugestões, realiza-se uma análise global dos resultados e tecem-se comentários finais acerca destes, além de serem apresentadas sugestões para trabalhos futuros.

1.1 Histórico

Os compósitos tradicionais são materiais constituídos de duas ou mais fases homogêneas distintas e possuindo interfaces de separação entre si. As propriedades desses materiais dependem das propriedades de cada uma das fases-componentes (no caso de um material bifásico, matriz e fase dispersa), de suas quantidades relativas, de suas formas, de suas orientações e de suas distribuições. Quando carregados termo-mecanicamente, estão sujeitos a excessivos níveis de tensões induzidas e a suas conseqüências, ou seja, surgimento e propagação de trincas interfaciais, levando à fratura. Tendo como motivação a necessidade de solução desse problema [3], bem como de se obterem materiais com propriedades combinadas superiores para aplicações específicas, iniciou-se no Japão, a partir de meados da década de 50 do século passado, o emprego de materiais com textura controlada, que foram nomeados *functionally gradient materials*, recebendo a abreviatura FGM. No ano de 1995, em conseqüência do Terceiro Simpósio Internacional sobre FGMs (1994 - Lausanne, Suíça), o nome foi alterado para *functionally graded materials* (materiais com gradação funcional), por questões gramaticais e descritivas. Tratam-se de materiais com variação espacial na composição, que passaram a ser utilizados entre as fases do compósito com o objetivo de evitar a falha. Através da utilização deste tipo de material, as tensões induzidas pelo carregamento foram minimizadas e o aparecimento e a propagação das trincas frenados. Passaram a constituir, em primeira instância, um mecanismo de prevenção de falhas; e, secundariamente, uma nova opção de materiais que proporcionam propriedades distintas em diferentes regiões de suas geometrias.

Materiais com gradação funcional são, sinteticamente, compósitos com gradientes de composição, com propriedades e microestrutura variando gradualmente na direção da espessura, de uma superfície à outra do material. A gradação funcional permite que se obtenham em um só material propriedades mecânicas, térmicas e elétricas distintas, definidas pelas frações volumétricas das fases, ponto a ponto. As combinações possíveis de classes de materiais em FGMs são diversas: metal-cerâmica, cerâmica-polímero, polímero-cerâmica.

O processamento desses materiais baseia-se em fundamentos de metalurgia do pó. Atual-

mente, novas técnicas de fabricação vêm sendo empregadas: *Plasma Spray* (PS), *Spark Plasma Sintering* (SPS) e deposição de vapor por feixes de elétrons ([4], [5], [6] e [7]). A figura 1.1 apresenta um FGM produzido por deposição de camadas sucessivas de materiais pelo processo *Plasma Spray*.

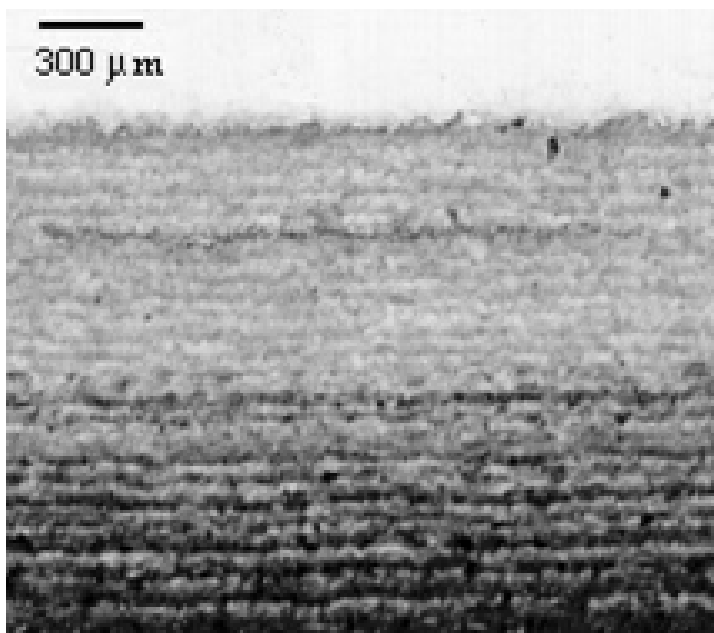


Figura 1.1: FGM. Deposição de camadas sucessivas de materiais pelo processo *Plasma Spray*. Reproduzida de [7].

FGMs compostos por matrizes metálicas com partículas cerâmicas dispersas são os mais largamente utilizados, preenchendo especificações de elevadas resistências a altas temperaturas (à oxidação, à corrosão, ao desgaste), de elevada tenacidade à fratura, de isolamento térmico (barreira térmica), de condutividades térmicas variantes num mesmo material. Esses materiais avançados possuem diversas aplicações em engenharia, tais como: vasos de pressão, fuselagens e componentes de aeronaves, sistemas de propulsão, turbinas, ferramentas de corte, trocadores de calor, veículos aeroespaciais, tribologia, implantes biomédicos e indústria óptica e odontológica.

Recentemente, foi desenvolvida uma nova classe de FGMs chamados ativos. Nestes materiais, as desigualdades entre as propriedades elétricas e elásticas são minimizadas ao longo da gradação contínua. Um FGM ativo possui um material ferro-elétrico, ou piezoelétrico, como uma de suas fases. Estes materiais têm aplicação em dispositivos eletromecânicos, popularmente conhecidos como *smart systems* [8].

A figura 1.2 ilustra as vantagens da utilização de um FGM, no aspecto da combinação de propriedades ao longo da espessura de um material metal-cerâmico.



Figura 1.2: Ilustração mostrando as vantagens da utilização dos FGMs. Variação de propriedades ao longo da espessura de um FGM metal-cerâmico.

1.2 Modelagem

No trabalho de Banks-Sills et al. [9] são apresentados diferentes propostas de modelagem de um material com gradação funcional. Sejam x a direção do comprimento e y a direção da espessura do material.

Na primeira proposta, a microestrutura é modelada por fibras retangulares e a fração volumétrica dos materiais varia ao longo das regiões.

Na modelagem por camadas, as propriedades de cada camada são obtidas pelo método generalizado das células [10]. As propriedades do material serão definidas referenciando-se a cada camada. Assume-se que as camadas são preenchidas por partículas e que as densidades são obtidas pela regra das misturas.

Na modelagem por mudança contínua na estrutura, as propriedades do material variam ao longo da espessura, de acordo com a posição do ponto considerado (coordenada y), sendo geralmente descritas por uma regra exponencial ou de potência. O módulo de Young (E) e o coeficiente de Poisson (ν) tornam-se, desta forma, funções dos módulos de elasticidade e dos coeficientes de Poisson dos materiais que formam as camadas do FGM, definidas pela coordenada y em questão, [1] e [2].

O compósito ainda pode ser visto como um sanduíche, obtido pela superposição de finas camadas de materiais homogêneos e isotrópicos, com a variação de suas características ocorrendo de uma camada para outra. Cada camada corresponde a uma fase do material compósito. Neste modelo, as falhas se iniciam tipicamente nas interfaces, constituindo-se estas regiões num importante ponto de controle das propriedades de toda esta classe de materiais, [11].

1.3 Falhas

Segundo a Teoria de Griffith [13], desenvolvida na década de 20 do século passado, existem defeitos ou trincas muito pequenas, microscópicas, no interior do corpo de um material. Esses defeitos deterioram a resistência à fratura, pois uma tensão aplicada pode ser amplificada ou concentrada na extremidade. A amplificação de tensão pode também ocorrer em descontinuidades internas de dimensões macroscópicas (por exemplo, vazios), em arestas vivas e em entalhes de grandes estruturas, sendo mais significativa em materiais frágeis do que em materiais dúcteis. A fratura ocorrerá quando, com a aplicação de uma tensão de tração, a resistência à tração teórica do material for excedida na extremidade de um daqueles defeitos existentes. A Teoria de Griffith da Fratura Frágil estabeleceu um valor de tensão crítica (σ_c) para a propagação de uma trinca elíptica, relacionado com o módulo de elasticidade do material, com o comprimento da trinca e com as energias de superfície específica e de deformação plástica associada à extensão daquela.

Na quinta década do século XX, G. R. Irwin definiu o termo G_c , conhecido por taxa crítica de liberação de energia de deformação, que é um outro critério de propagação das trincas (uma outra expressão para o critério de Griffith).

A tenacidade à fratura (K_c) é um valor crítico de um fator de intensidade de tensão, relacionado à tensão aplicada e ao comprimento da trinca. Por definição, a tenacidade à fratura é uma propriedade que representa a medida da resistência de um material à fratura frágil quando uma trinca está presente.

O principal modo de falha de materiais compósitos é a fratura frágil. Tensões residuais surgem nestes materiais durante o resfriamento, devido à diferença de coeficientes térmicos da matriz e da fase dispersa. Adicionalmente, tensões são induzidas pelo efeito combinado do carregamento termo-elétrico-mecânico. Quando o compósito é aquecido, surgem novas tensões térmicas. As propriedades elétricas também variam com a mudança de temperatura. O carregamento mecânico induz tensões analisadas segundo a teoria de Griffith.

A existência de um estado de tensões residuais inicial no material, resultante do processo de fabricação a temperaturas elevadas, não pode ser desprezada. Isto porque tensões residuais térmicas na região próxima à interface, entre duas camadas sucessivas de material, podem constituir-se num fator de relevância no mecanismo de fratura, devido à modificação que provocam no campo de tensões na ponta das trincas. Na referência [14] é apresentado um estudo onde fica evidente a relação existente entre a tenacidade à fratura e a extensão das trincas tanto para um material homogêneo como para um compósito cerâmico com duas fases (bimaterial).

Através da análise do gráfico, conclui-se que a tenacidade à fratura não varia significativamente ao longo da camada do compósito (*layered composite*). Então a significativa variação da tenacidade à fratura é atribuída às tensões residuais, causadas pelas diferenças de valores dos coeficientes térmicos entre as camadas.

De forma sucinta, a introdução de uma gradação em um material altera seu mecanismo de fratura comparativamente a um material homogêneo devido a: 1) alteração do campo de tensões ao redor das trincas, causada pela variação espacial das propriedades mecânicas; 2) variação espacial da tenacidade à fratura; 3) alteração do mecanismo de propagação das trincas, causado pelas mudanças de composição e de microestrutura na região com gradação; 4) tensões residuais resultantes do processamento do material [15].

Butcher et al. [16], realizaram testes de fratura utilizando as seguintes amostras: FGM, homogênea e composta por dois materiais (bimaterial).

A utilização de FGMs resulta na minimização das tensões induzidas pelo carregamento, incrementa os valores de tenacidade à fratura e atenua a propagação das trincas.

1.4 Efeito suavizador de tensões

Trabalhos anteriores mostraram resultados obtidos a partir da utilização de uma camada com graduação entre duas fases de materiais homogêneos distintos.

Chakraborty e Gopalakrishnan [17] realizaram análise dinâmica em uma viga engastada (composta de três camadas distintas de materiais, sendo a intermediária de FGM). O efeito térmico-mecânico combinado não foi considerado, ou seja, as tensões foram induzidas apenas pelo carregamento mecânico e somente o efeito térmico externo na forma de deformação foi considerado. O trabalho referenciado descreve toda a modelagem. Foi mostrada a suavização de tensões mecânicas nas interfaces do material compósito, devido à existência da camada com graduação funcional.

Tilbrook et al. [15] mostraram o efeito suavizador de tensões entre camadas de um bimatéria metal-cerâmico, com o uso para altas temperaturas, com a utilização de uma interface com graduação. Neste caso, o aparecimento de fissuras e de trincas superficiais devido às tensões residuais induzidas termicamente é evitado.

Joshi et al. [8], baseados na teoria de Euler-Bernoulli, apresentaram resultados de distribuições de tensões em um FGM ativo - composto por uma camada de substrato, uma camada com graduação e uma camada de material piezoelétrico - sujeito à ação de campos elétricos e térmicos, ao longo do modelo axial adotado. Os resultados obtidos mostraram o efeito suavizador de tensões.

1.5 Caracterização de FGMs

Existe a necessidade de desenvolvimento métodos confiáveis para a medição das propriedades dos materiais com gradação funcional, seja na fase de projeto, seja após a fabricação ou em serviço. Nas subseções posteriores, serão revisados alguns artigos científicos que propuseram métodos para a caracterização de FGMs.

O objetivo final deste trabalho é a validação do método numérico proposto por Paulino, Romero e Menandro, em 2005, através da comparação entre resultados de análise experimental dinâmica com resultados alcançados por simulação numérica – proposta pelos autores. (A descrição básica desse método encontra-se na subsecção 2.5.3).

1.5.1 Identificação de Parâmetros Mediante Carregamento Mecânico

$$(E_{estático}, E_{dinâmico}, \rho)$$

Butcher et al. [16], produziram um compósito com matriz polimérica preenchido por partículas cerâmicas. Propriedades elásticas (E , ν e ρ) e térmicas dos materiais (α) eram conhecidas. Pela técnica de fundição por gravidade, foi obtida uma amostra com variação contínua da fração volumétrica dos materiais ao longo do comprimento 'y'.

Os módulos de Young foram obtidos através de ensaios não-destrutivos utilizando pulsos ultrassônicos.

As velocidades das ondas longitudinais (C_l) foram medidas em posições fixas através do lançamento de pulsos através da espessura da amostra e captura dos ecos. Desta maneira, foram medidos os tempos de duração de suas incidências, e com um transdutor foram medidas as espessuras médias do material.

Desde que ambos, os módulos de Young e as densidades locais médias, variem ao longo do comprimento do FGM, os valores de velocidades das ondas também o farão. Essas velocidades de propagação de ondas longitudinais são indicadores indiretos dos módulos de Young.

Na referência [16] foi encontrada uma distribuição de valores para as velocidades das ondas ao longo do comprimento do FGM.

Com o objetivo de obtenção de valores de módulos de Young a partir dos resultados anteriormente atingidos, foram utilizadas amostras homogêneas em forma de tiras com diferentes, porém constantes, frações em peso do material de preenchimento. Essas amostras foram separadamente fundidas e velocidades de ondas medidas ao longo das mesmas. A relação entre os dois parâmetros é aproximadamente parabólica. Em seguida, as amostras foram submetidas a testes de deflexão como em vigas em balanço, sujeitas a carregamentos quase-estáticos nas extremidades livres. Através da teoria elementar da deflexão de vigas, os módulos de Young foram determinados, a partir de cargas e deflexões medidos. Foi plotado um gráfico dado por módulo de Young versus fração em peso da fase dispersa ($E_{estático} \times W_f$). A relação encontrada foi também parabólica. A densidade média (ρ_m) de cada uma das amostras homogêneas foi determinada a partir das medições de seus volumes e massas.

O passo seguinte do método apresentado por Butcher et al. consistiu na obtenção de uma curva paramétrica, usada para determinar a variação espacial do módulo de Young na amostra de FGM. A partir do conhecimento da correspondência entre valores quase-estáticos dos módulos de Young e as velocidades das ondas, a variação do módulo de elasticidade no FGM fundido foi então determinada e plotada. Desta forma, foram visualizados os valores e as relações entre os módulos de Young em diferentes posições do FGM.

De forma complementar, pelo uso dos dados de densidade média do material e de velocidades das ondas, valores dinâmicos de módulos de Young ($E_{dinâmico}$) também foram obtidos a partir da relação:

$$C_l = \sqrt{\frac{E_{dinâmico}(1 - \nu)}{\rho_m(1 - \nu)(1 - 2\nu)}} \quad (1.1)$$

A partir dos gráficos e de estudos preliminares versando sobre coeficientes de Poisson para o compósito estudado (variando entre 0,33 – 0,37, assumido constante e igual a 0,35), $E_{dinâmico}$ foi determinado para cada uma das amostras homogêneas. Os valores encontrados foram plota-

dos em função das velocidades das ondas. Existe uma relação linear entre as duas grandezas.

Os valores encontrados dos módulos de Young são maiores para carregamento dinâmico. As razões entre os módulos no caso dinâmico e estático são de 1,65 para as amostras de puro epóxi, e de 1,30 para as amostras com as maiores concentrações de vidro.

1.5.2 Modelo Micromecânico

A modelagem micromecânica visa à dedução das relações estruturas-propriedades do material. A maioria das técnicas-padrão micromecânicas é baseada na definição de uma célula de volume representativa. O grande avanço desse modelo é a eficiência em fornecer as mais precisas estimativas das propriedades e até mesmo simples análises elasto-plásticas dos componentes do FGM sem vastas ferramentas computacionais. A predição das propriedades do material compósito é alcançada com o uso de simples equações, ao contrário de outros modelos, e o processo computacional é facilmente implementado.

Supõe-se que um pequeno elemento de volume seja suficiente para prever as propriedades do FGM. A cada subcélula é referenciada uma correspondente função de concentração volumétrica da segunda fase (partículas dispersas) - $\nu_2(x,y,z)$. A distribuição da segunda fase para a estrutura é definida por alguma função, com ν_2 variando de 0 a 1, satisfazendo as condições de contorno. As subcélulas são de dimensões pequenas o suficiente para que a estrutura dentro delas possa ser considerada como localmente ortotrópica (com propriedades simétricas em relação a três planos ortogonais locais). Desta forma, elas se tornam elementos de volume de representação local, sendo usadas para definir componentes de tração e de compressão e propriedades locais. A literatura [18] descreve o desenvolvimento completo deste modelo. As propriedades do material são obtidas através do uso de simples equações, ao contrário de outros modelos, e o processo computacional é facilmente implementado.

Volumes de representação local (Local Representative Volume Elements, LRVE) cúbicos são usados para definir componentes de tensão e de deformação e propriedades locais. As

características do material são determinadas pela relação das componentes de tensão sobre as superfícies do LRVE e suas deformações. Uma suposição adicional é feita considerando-se a segunda fase como 'inclusões'. Desta forma, essa fase é transformada em um cubo dentro de cada LRVE, com o volume equivalente igual à concentração do volume da fase nesse LRVE.

A tabela 1.1 apresenta modelos micromecânicos aplicados a compósitos, que podem ser empregados também para FGMs, com algumas adaptações.¹

Tabela 1.1: Modelos Micromecânicos Utilizados para a Avaliação de Propriedades de Compósitos e de FGMs

Modelo ou nome do método	Algoritmo
Critério de Reuss	Explícito
Critério de Voigt	Explícito
Sasaki-Kerner	Explícito
Mori-Tanaka	Explícito
Wakashima-Tsukamoto	Explícito
Hirano (<i>Lógica fuzzy</i>)	Explícito
Aproximação Potencial Coerente (CPA)	Implícito
Método Auto-consistente (SCM)	Semi-explícito
Método das células	Numérico
Tamura	Explícito
Levin (para expansão térmica, somente)	Explícito
Gasik-Ueda (ver próxima subseção)	Explícito

Visando à utilização de um modelo mais simples, com obtenção de estimativas mais exatas das propriedades através da simples análise elasto-plástica dos componentes do FGM sem os Métodos Computacionais dos Elementos Finitos (FEMs), foi desenvolvido por Michael M. Gasik [18] um modelo micromecânico com uma distribuição de fases 3D arbitrária e

¹Uma apresentação a alguns desses métodos é encontrada em [18].

não-linear. O modelo permite a predição das propriedades básicas de um FGM 3D, computa tensões térmicas, e, em situações limites, pode ser usado para pré-avaliar a distribuição dinâmica de tensões e de deformações e comportamento inelástico.

As propriedades do material são obtidas através do uso de simples equações, ao contrário de outros modelos, e o processo computacional é facilmente implementado. Valores de módulos de elasticidade e de condutividade térmica, por exemplo, variam de uma célula a outra de acordo com a concentração volumétrica da segunda fase ν_2 . O módulo de elasticidade em diferentes posições da amostra do material, derivada da geometria do LRVE, pode ser obtida pela solução da seguinte equação:

$$E_{ii} = E_1 \left\{ 1 - \sqrt[3]{\nu_2^2} \left[1 - \frac{1}{1 - \sqrt[3]{\nu_2}(1 - E_1/E_2)} \right] \right\}, \quad (1.2)$$

onde i representa uma das coordenadas dos eixos (x , y ou z).

Campos de tensão também são obtidos através de soluções computacionais, como mostrar-se-á no exemplo a seguir.

1.5.2.1 Exemplo de aplicação: FGM W-Cu

Cálculos de propriedades e análises de tensões elasto-plásticas vêm sendo efetuadas para o sistema tungstênio-cobre, conhecido por ser livre de interações químicas mútuas. Além das propriedades básicas dos compósitos e do material com graduação, a análise elasto-plástica vem sendo efetuada na aplicação específica do FGM W-Cu em um reator de fusão experimental. No Reator Experimental Termonuclear (ITER), os componentes do revestimento de plasma (PFCs) serão submetidos a um alto fluxo de calor, motivo pelo qual a proteção desses componentes é muito importante para o projeto do ITER, especialmente das placas que estarão sujeitas a altas cargas de calor.

Apesar de os PCFs sofrerem a ação de outros fatores (erosão, fuga de elétrons, danos por nêutrons etc.), no estudo apresentado em [18], o principal objetivo foi prever seus comportamentos mediante carga térmica.

Após o trabalho computacional, resultados de propriedades do FGM W-Cu obtidos por Michael M. Gasik, foram comparados com resultados alcançados por outros modelos micromecânicos.

Após a aplicação do algoritmo computacional, a partir de expressões de tensões em função das propriedades dos materiais componentes do FGM, obtiveram-se mapas de tensões elásticas térmicas e de tensões plásticas térmicas nas diferentes regiões do material compósito.

À época da publicação do estudo referenciado, 1998, foram apresentadas limitações ao seu uso, a seguir enumeradas:

1. Tornavam-se necessárias medições experimentais adicionais de tensões residuais, bem como análise FEM, para justificar a aplicação do modelo em análise elástica e plástica de materiais anisotrópicos;
2. O modelo não podia ser aplicado diretamente a materiais reforçados por fibras ou com partículas grandes; aplicação restrita a compósitos reforçados por dispersão.

Os pontos fortes mencionados foram:

1. Permitia a predição de propagação de trincas e análise de fratura. Eram obtidos valores de um tensor de tensão em toda a região, em cada LRVE, e esta informação, podia ser aplicada no cálculo da taxa de liberação de energia à frente dos caminhos de propagação das trincas;
2. O modelo era muito útil para a avaliação de propriedades de FGMs com geometrias simples.

1.5.3 Análise de Campos de Tensões e de Deslocamentos com Emprego do Método dos Elementos Finitos (FEM)

No final do século passado, os principais métodos usados na modelagem de FGMs eram baseados em aproximações por elementos finitos (FEM) e variações. A maioria daqueles usavam modelos discretos, na maioria dos quais não era possível levar—se em consideração uma distribuição de fases anisotrópica.

Paulino, Romero e Menandro, [1] e [2], desenvolveram um método FEM com utilização de elementos isoparamétricos generalizados e de uma nova técnica de pós—processamento por macroelemento para recuperação de tensões. Tornou—se possível incorporar o gradiente de propriedades do material no método, através de uma lei exponencial.

Dois problemas, um estático e um dinâmico, foram resolvidos, com a obtenção dos campos de deslocamento e de tensões resultantes.

Para o problema estático, os valores de tensão encontrados em pontos da amostra concordaram com valores de referência da literatura [19].

Para o segundo problema, a viga foi forçada dinamicamente por uma carga aplicada instantaneamente no tempo $t = 0+$. A resposta dinâmica foi calculada com o método α (método Hilber—Hughes—Taylor).

Para o caso dinâmico, as distribuições de tensões ao longo do tempo concordaram com expectativas teóricas, [19]. Até o início deste trabalho, não haviam sido efetuadas comparações, por escassez de referências sobre comportamento dinâmico de materiais com gradação funcional. O presente trabalho visa suprir, ainda que de forma parcial, esta escassez de referências.

Este método mostra distribuições de tensões ao longo do tempo que são úteis na previsão de falhas em serviço, em limites extremos, principalmente em regiões críticas.

1.5.4 Estimação de Propriedades com Utilização de Penetração

Métodos têm sido desenvolvidos para a estimação das propriedades elásticas dos FGMs através de micropenetração. As referências [20] e [21], por exemplo, dedicam-se ao assunto

No trabalho [20] é apresentada a técnica de medições de cargas-deslocamentos por micropenetração, tanto em materiais homogêneos como em FGMs, com a utilização de penetradores de raios adequados a cada situação.

Após a medição experimental, foi utilizada uma técnica de análise inversa (*Kalman Filter Technique*) para a determinação das propriedades do material, tendo como entrada os dados da relação carga-deslocamentos.

Através da espessura do material, podem ser observadas as variações composicionais de PSZ e de NiCrAlY mudando quase que linearmente com a profundidade do FGM ; e as relações tensão-deformação em vários locais. Como a superfície livre é aproximada, as curvas tensão-deformação tornam-se mais retas para representarem respostas elásticas maiores.

Cálculos adicionais, utilizando técnicas de elementos finitos foram realizadas (a partir das composições estimadas e das constantes dos materiais). A concordância entre os resultados simulados e os medidos foi excelente, mostrando a validade dos parâmetros determinados a partir da análise inversa supracitada.

1.5.5 Caracterização do FGM Através da Propagação de Ondas Elásticas, Utilizando Técnica de Redes Neurais (NN)

Liu et al. [22], motivados pela necessidade de uma técnica rápida e barata para obtenção das propriedades físicas dos FGMs para o projeto e, ainda, para avaliação dos materiais após a fabricação e também em serviço (comparando propriedades dos materiais nesta situação com as projetadas), desenvolveram um método para caracterização dos FGMs por meio da propagação de ondas elásticas com a utilização da Técnica das Redes Neurais. Essa técnica é uma ferramenta para processamento de informação, adaptada, nesta referência, para a caracterização das propriedades dos materiais. É conhecida por sua capacidade de modelar relações complexas e não-lineares entre parâmetros com estrutura e características dinâmicas. Problemas inversos podem ser resolvidos com eficiência.

A caracterização do FGM é feita a partir de respostas dinâmicas de deslocamentos após a aplicação da excitação (os dados de entrada para o método são os deslocamentos dinâmicos sofridos pela superfície da placa quando excitada em sua face superior por uma carga; os resultados são as frações volumétricas ao longo da espessura, que representam a distribuição de propriedades do material). A linha de carga é perpendicular à superfície da amostra; a carga é dependente do tempo.

O ponto de aplicação é escolhido na superfície superior da placa FGM e as respostas na forma de deslocamentos são medidas em pontos da amostra ao longo do tempo.

A caracterização das propriedades do material é feita através das frações volumétricas. Tão logo estas sejam conhecidas, as propriedades podem ser obtidas pela regra das misturas.

O Modelo de Rede Neural adaptado para a caracterização do FGM é alimentado pelos deslocamentos dinâmicos medidos, sofridos pela placa quando sujeita à aplicação da força excitadora. Um conjunto das frações volumétricas ao longo do material (*initial training samples*) é inicialmente suposto. A partir desses dados, o Modelo NN caracterizará uma distribuição de frações volumétricas ao longo do material. Um Método Numérico Híbrido Modificado (*Modified HNM*), alimentado pela distribuição de frações volumétricas inicialmente suposta, é

usado para calcular os deslocamentos da placa de FGM. Após a comparação entre os valores dos deslocamentos medidos e calculados, os últimos poderão ser aceitos (determinado-se uma distribuição das frações volumétricas para o FGM) ou não: conduzindo a um ajuste no conjunto das frações volumétricas supostas, e a uma nova tentativa de solução.

Capítulo 2

Modelagem Proposta

A proposta deste trabalho foi confeccionar corpos de prova, através da união de diferentes materiais, ensaiá-los dinamicamente e efetuar simulações numéricas para, a partir da concordância dos resultados experimentais e de simulação (inicialmente, uma expectativa), demonstrar a adequação da metodologia de simulação numérica proposta ([1] e [2]), para os materiais com variação contínua das propriedades.

Será descrito neste capítulo todo o desenvolvimento do trabalho. Desde as primeiras tentativas de definição de um processo para a confecção dos corpos de prova (passando pela adoção do modelo de viga composta para a obtenção de propriedades dos corpos de prova homogeneizados, e por toda a preparação e execução dos ensaios dinâmicos) até a apresentação da modelagem numérica. Para tanto, de forma a tornar o conteúdo mais claro e apreciável, a modelagem será apresentada nas seções: confecção dos corpos de prova, modelagem da viga composta, ensaios dinâmicos e modelagem numérica.

2.1 Confecção dos Corpos de Prova

Visando à fabricação dos corpos de prova FGMs, segundo o modelo de camadas sucessivas (função degrau de gradação funcional), foram realizadas tentativas de fabricação através de três diferentes processos: soldagem MIG/MAG, fundição de chumbo sobre um substrato de aço e prensagem de chapas metálicas com junção por adesivos, até ser obtido resultado satisfatório.

2.1.1 Materiais e Métodos

A soldagem MIG/MAG com uso de aço inoxidável AISI 308 como material de adição, foi efetuada sobre uma chapa de aço AISI 1020 (revestimento mediante vários passes ao longo do comprimento da amostra – sentido longitudinal), resultando em um corpo de prova com uma interface de transição sem planicidade. O resultado obtido após a operação de usinagem (aplainamento) não foi satisfatório. Esta tentativa foi executada no Laboratório de Tecnologia Mecânica, do Departamento de Engenharia Mecânica da UFES (LabTecMec).

A figura 2.1 mostra a máquina de soldagem utilizada na soldagem MIG/MAG.

As figuras 2.2 e 2.3 mostram, respectivamente, o metal-base (chapa de aço AISI 1020) com ponteamto e a pistola na posição inicial de soldagem.

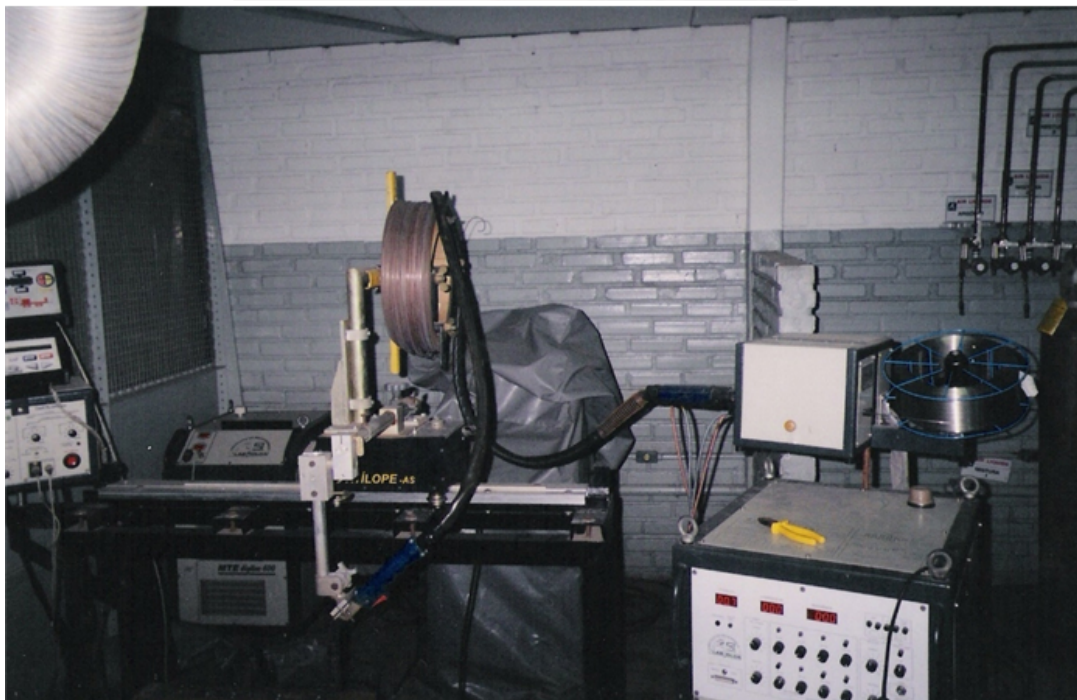


Figura 2.1: Máquina de soldagem Tartilope AS - desenvolvida pelo Labsolda/UFSC, utilizada na soldagem MIG/MAG - 1ª tentativa de fabricação de corpo de prova. Na imagem inferior detalhe da bobina de aço inoxidável AISI 308.



Figura 2.2: Chapa de aço carbono AISI 1020 ponteadada - 05 pontos em cada lado - para receber passes de soldagem.

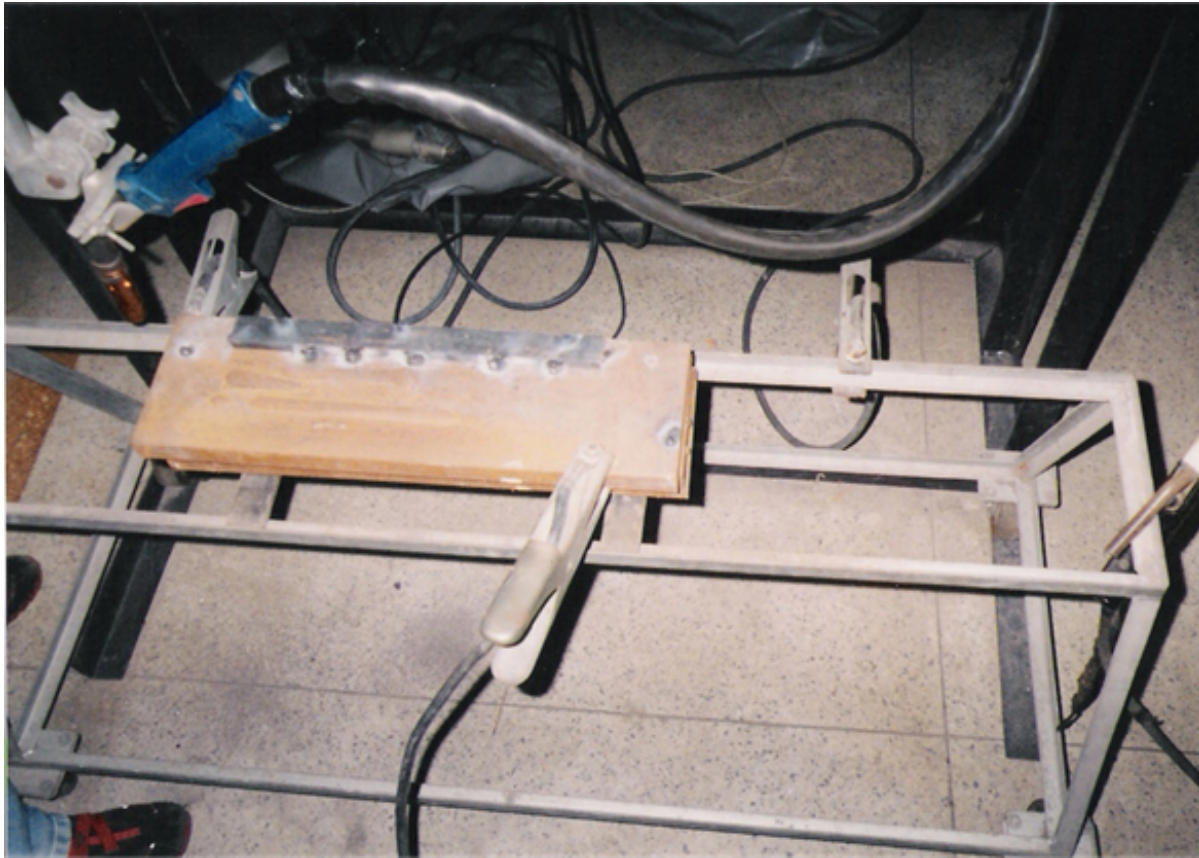


Figura 2.3: Pistola de soldagem em posição inicial para início da operação.

A figura 2.4 mostra o corpo de prova produzido - por deposição de aço inoxidável 308, em 04 passes de soldagem - em momento posterior ao desponteamento.



Figura 2.4: Lâmina de aço carbono 1020, com deposição de quatro passes de aço inoxidável AISI 308. Corpo de prova imediatamente após ter sido efetuado o desponteamento.

A figura 2.5 apresenta as operações de usinagem (aplainamento) às quais foi submetido o corpo de prova.



Figura 2.5: Aplainamento do corpo de prova produzido por soldagem MIG/MAG.

A figura 2.6 mostra o corpo de prova produzido por soldagem MIG/MAG, com interface de transição não-plana.

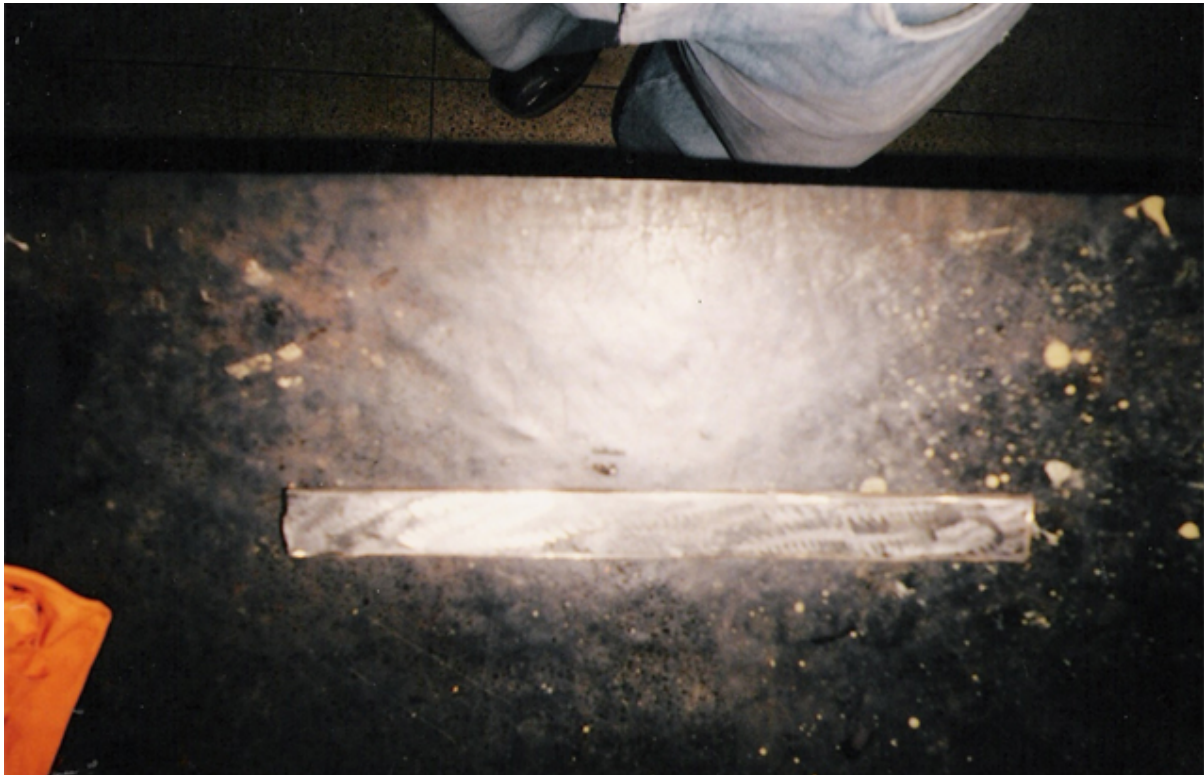


Figura 2.6: Corpo de prova (aço carbono AISI 1020/ aço inoxidável AISI 308) após o aplainamento, apresentando transição não-plana.

Haja vista o insucesso da tentativa de fabricação por soldagem MIG/MAG, tencionou-se obter o corpo de prova útil aos ensaios dinâmicos através de vazamento de chumbo fundido sobre um substrato de aço comum ao carbono AISI 1020. Após a fundição de chumbo com uso de maçarico oxi-acetilênico, o metal foi vertido sobre a chapa de aço. As figuras seguintes apresentam detalhes do processo proposto. A figura 2.7 mostra a chapa de aço AISI 1020 sobre a qual seria vertido o chumbo fundido.



Figura 2.7: Segunda tentativa de produção de corpo de prova. Lâmina de aço carbono AISI 1020, sobre a qual se verteria chumbo fundido.

Na figura 2.8 vê-se o chumbo, fundido pela ação da chama oxi-acetilênica, no interior de um recipiente de aço inoxidável.



Figura 2.8: Recipiente contendo chumbo no estado líquido.

A figura 2.9 mostra o chumbo líquido sendo vertido sobre o metal-base.



Figura 2.9: Chumbo líquido sendo vertido sobre a lâmina de aço carbono AISI 1020.

A baixa molhabilidade do chumbo resultou numa não aderência da camada solidificada deste material sobre a superfície do metal-base (a camada de chumbo fundida, no final do resfriamento, descolou-se da superfície do aço comum ao carbono). A junção das duas fases metálicas não foi obtida.

A figura 2.10 apresenta o resultado insatisfatório do processo: a separação ocorrida entre a chapa de aço a camada de chumbo solidificado, causada pela baixa molhabilidade.



Figura 2.10: Imagem mostrando a separação entre a lâmina de aço carbono AISI 1020 e o chumbo solidificado, causada pela baixa molhabilidade.

A terceira tentativa de definição de um método de fabricação viável para os corpos de prova foi a prensagem de chapas metálicas, mediante junção obtida pelo uso de adesivos para metais. Esta tentativa, bem sucedida, teve etapas executadas em vários locais: Laboratório de Fabricação do Cefetes - Sede (Vitória), LabTecMec, Laboratório de Ensaio de Materiais de Construção da UFES (Lemac), Laboratório de Dinâmica de Sistemas Mecânicos e Estruturas da UFES (LabDin).

No primeiro passo, as chapas dos metais (aço comum ao carbono AISI 1020, aço inoxidável AISI 304, alumínio, cobre e latão) foram cortadas em formas retangulares, com o uso de guilhotina, nas seguintes dimensões: 20 mm de largura e 300 mm de comprimento (com desvio superior máximo de 2,0 mm), no Laboratório de Fabricação do Cefetes/Unidade Vitória.

Em seguida, a fabricação prosseguiu nas instalações do Lemac. As superfícies das chapas retangulares dos diferentes metais, foram preparadas para a aplicação dos adesivos (as chapas de aço AISI 1020, com oxidação superficial, receberam um lixamento manual - lixa para metais nº 220 - e as chapas dos demais materiais um leve lixamento para retirada de sujeira e impurezas superficiais). Uma posterior limpeza com solvente adequado (álcool isopropílico) foi realizada em todas as chapas. Os adesivos foram aplicados nas superfícies de contato dos diferentes metais. Os materiais, na forma de lâminas unidas por adesivos nas interfaces, foram prensados.

Os adesivos utilizados foram: (1) adesivo acrílico Loctite 326 e (2) adesivo Loctite 496, selecionados seguindo critérios de compatibilidade com os metais a serem unidos. O tempo de prensagem para todos os corpos de prova foi de 60 horas. Após as prensagens, os tempos totais de cura à temperatura ambiente (24 horas para o adesivo Loctite 496 e 72 horas para o adesivo acrílico Loctite 326, ambos à temperatura ambiente, conforme dados do fabricante) foram respeitados pelo repouso dos corpos de prova sobre superfícies planas.

A prensa utilizada no processo é mostrada na figura 2.11. (Prensa Hidráulica Amsler, carga máxima 200 ton, com escalas de 20, 50, 100 e 120 ton).

A caracterização dos corpos de prova produzidos, com dados sobre materiais, adesivos utilizados, cargas e tempos de prensagem encontra-se na tabela 2.1.

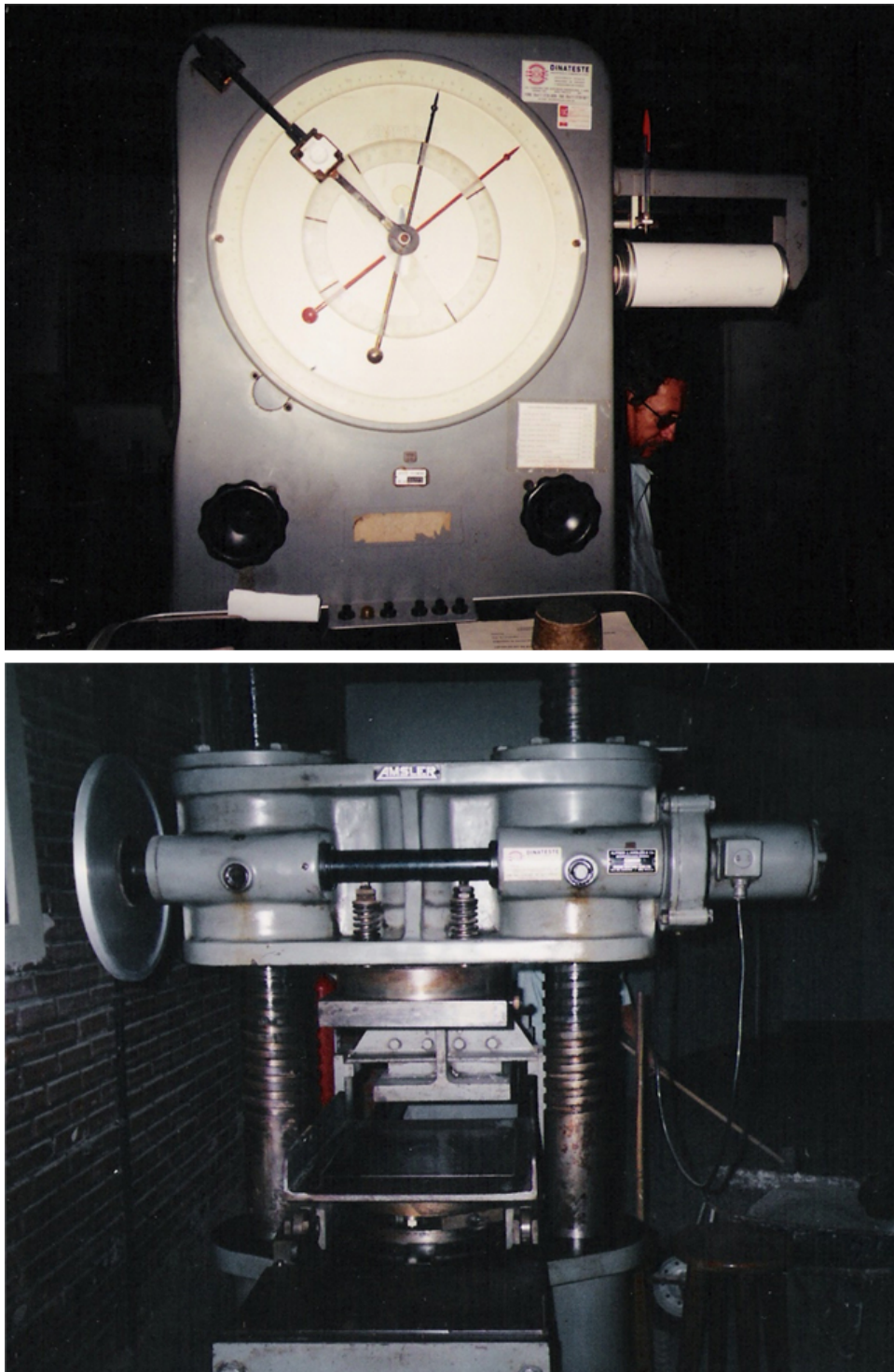


Figura 2.11: Prensa Amsler utilizada na prensagem das lâminas metálicas.

Tabela 2.1: Prensagem de Chapas Metálicas

C. PROVA N°	MATERIAL A	MATERIAL B	MATERIAL C	ADESIVO	CARGA DE PRENSAGEM (ton)	TEMPO DE PRENSAGEM (h)
1	AÇO CARBONO AISI 1020 (ESP. 2mm)	LATÃO AMARELO (ESP. 1,2 mm)	—	ACRÍLICO LOCTITE 326, SEM USO DE ATIVADOR	3,5	60
2	LATÃO AMARELO (ESP. 1,2 mm)	AÇO INOXIDÁVEL AISI 304 (ESP. 2,5 mm)	—	ACRÍLICO LOCTITE 326, SEM USO DE ATIVADOR	^a	60
3	ALUMÍNIO (ESP. 3,5 mm)	COBRE (ESP. 1,8 mm)	—	LOCTITE 496	4,5	60
4	AÇO CARBONO AISI 1020 (ESP. 2mm)	COBRE (ESP. 1,8 mm)	AÇO CARBONO AISI 1020 (ESP. 2mm)	LOCTITE 496	3,0	60

^a APLICAÇÃO DE PRESSÃO, POR MEIO DO REPOUSO DE UMA MASSA DE 15 kgf SOBRE A SUPERFÍCIE SUPERIOR(AÇO INOXIDÁVEL AISI 304)

Como etapa final do processo de fabricação, efetuou-se a usinagem dos corpos de prova, visando à obtenção das dimensões finais requeridas (20mm de largura e 300mm de comprimento). Para os corpos de prova n^{os} 01, 02 e 03, a operação efetuada para obtenção da largura desejada foi a limagem manual de ambas as superfícies laterais com auxílio de morsa de bancada para fixação. Para o corpo de prova n^o 04 foi efetuado um fresamento longitudinal em ambas as superfícies laterais. Todos os corpos de prova foram serrados manualmente para obtenção do comprimento final desejado (projetou-se um comprimento de engastamento entre 20-25mm).

A figura 2.12 apresenta lâminas de metais cortadas e limpas, prontas para o recebimento de adesivos (preparação do corpo de prova n^o 03).

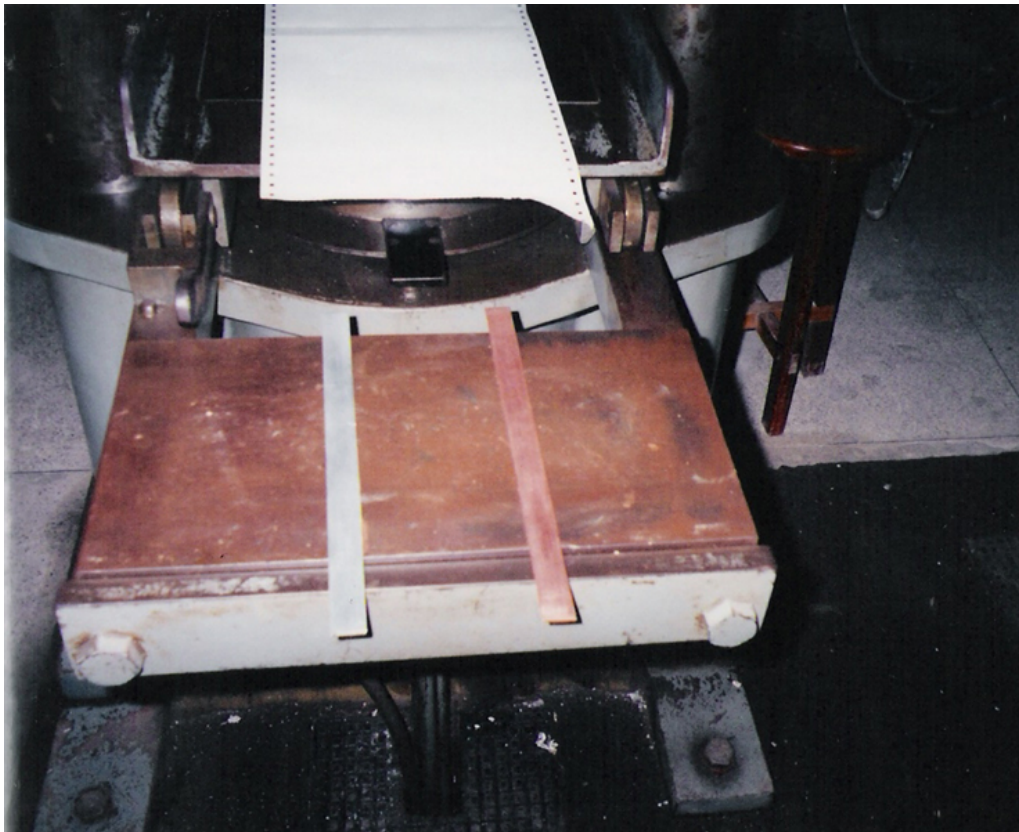


Figura 2.12: Preparação do corpo de prova n^o 03. Lâminas metálicas cortadas e limpas, prontas para o recebimento do adesivo em suas faces de contato. À frente das mesmas, a área de prensagem.

As lâminas, após receberem adesivos em suas faces internas, foram prensadas, conforme mostra a figura 2.13.

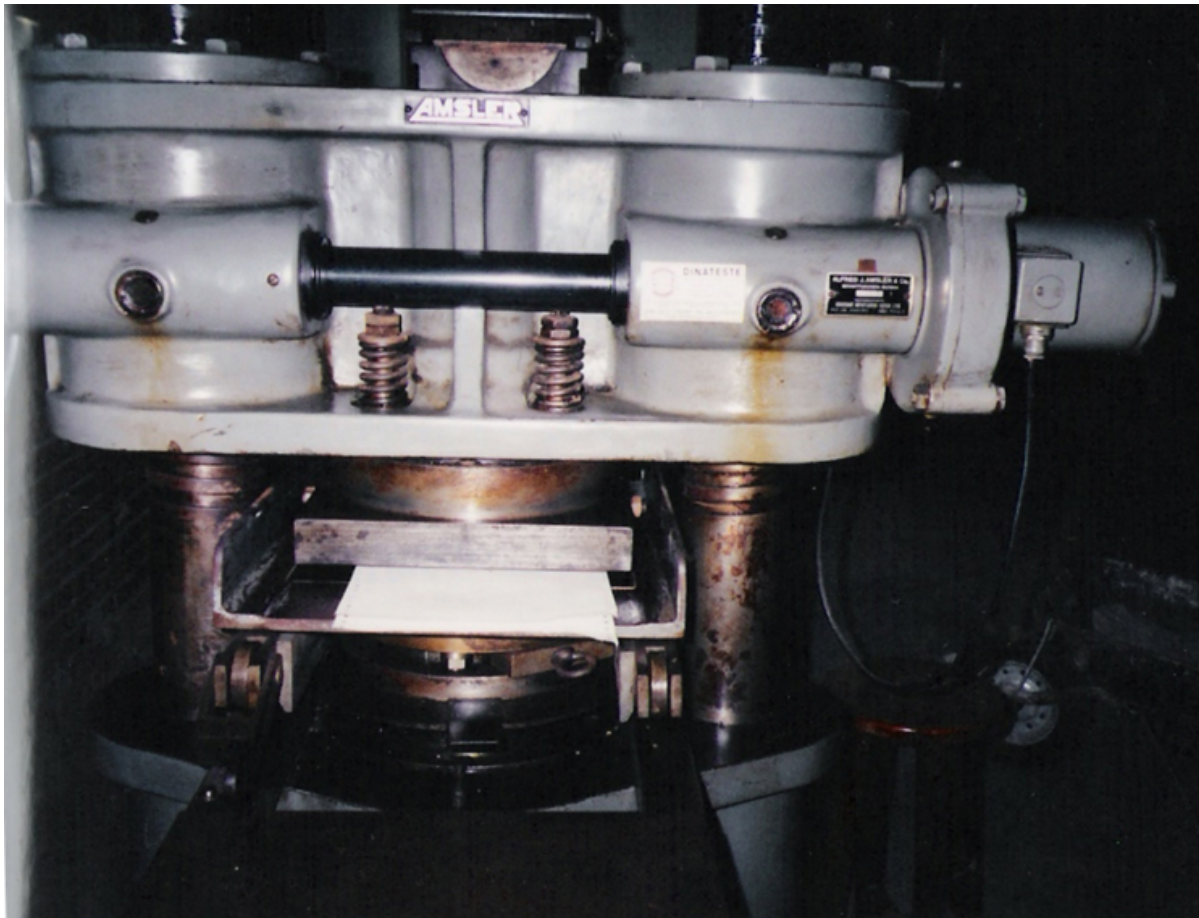


Figura 2.13: Preparação do corpo de prova nº 03. Lâminas com junção por adesivo prensadas por 60 horas.

As figuras 2.14 e 2.15 mostram as faces dos corpos de prova produzidos por prensagem.

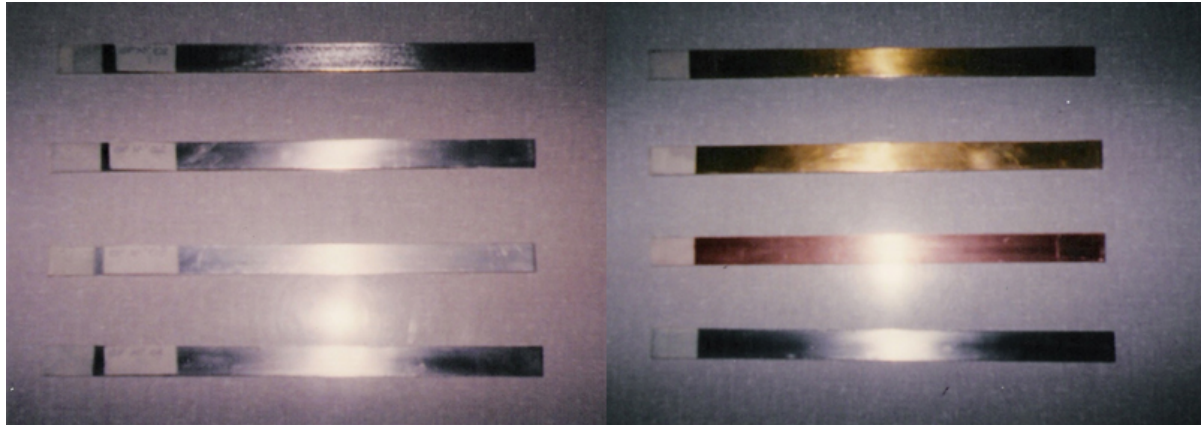


Figura 2.14: Faces superiores e inferiores dos corpos de prova prensados (em ordem seqüencial, corpos de prova n^{os} 01, 02, 03 e 04).

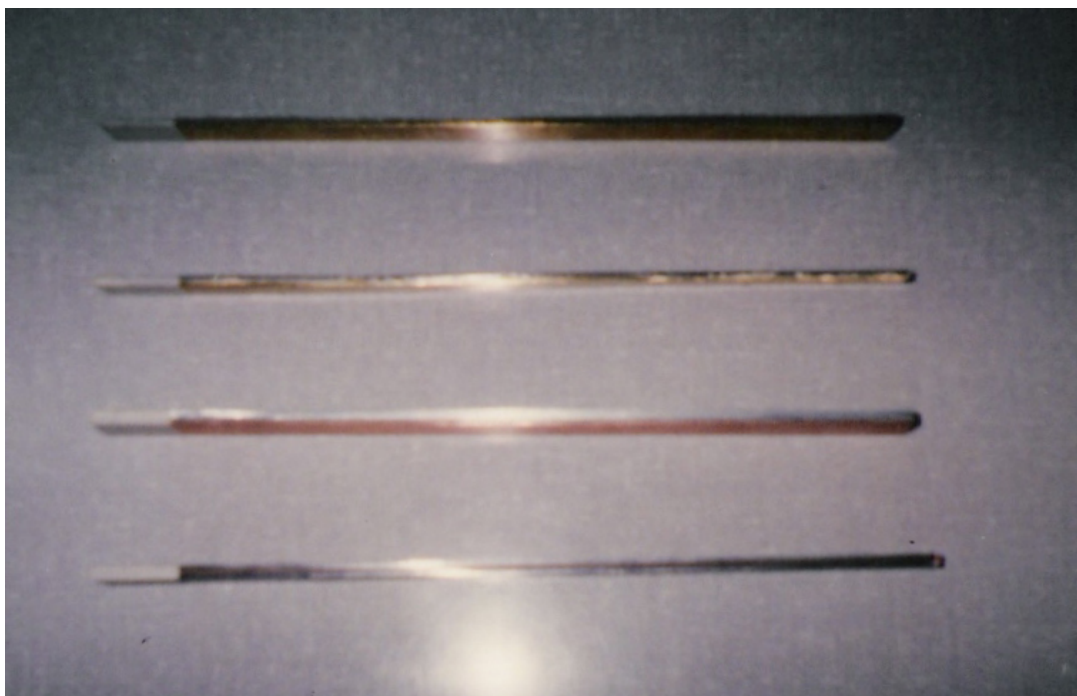


Figura 2.15: Faces laterais dos corpos de prova prensados (de forma seqüencial, os corpos de prova n^{os} 01, 02, 03 e 04).

2.1.2 Resultados

Os corpos de prova aprovados para os ensaios foram obtidos mediante emprego de adesivos para materiais metálicos sobre as superfícies das chapas, seguido por prensagem mecânica com cargas superiores a 3 toneladas. Na tentativa de se efetuar a prensagem com carga inferior àquele valor e sem a utilização da prensa mecânica não foram obtidos resultados satisfatórios. A prensagem do corpo de prova n° 02 foi efetuada através de aplicação de pressão, por meio de uma massa de aproximadamente 15 kgf sobre sua superfície superior. Como resultado desta operação, ocorreu um empenamento do mesmo, motivo pelo qual foi reprovado para os ensaios dinâmicos.

Verificou-se que os corpos de prova aptos para os ensaios possuíam superfícies planas e espessuras com pouca variação ao longo de todas as suas dimensões.

O critério que considerou os corpos de prova produzidos por junção com uso de adesivos aptos para os ensaios mecânicos dinâmicos é exposto a seguir: minimizar a razão entre as espessuras médias do adesivo e as espessuras de cada lâmina de metal em cada corpo de prova, bem como a razão entre a espessura média do adesivo e a espessura média total de cada corpo de prova produzido. A tabela 2.2 mostra os resultados gerais encontrados.

Tabela 2.2: Razões entre espessuras dos adesivos e dos corpos de prova

C. P. N°	ESPESSURA MÉDIA TOTAL (mm)	ESPESSURA MÉDIA DO ADESIVO (mm)	$\frac{\text{ESP. ADESIVO}}{\text{ESP. LÂMINA}^*}$ (%)	$\frac{\text{ESP. ADESIVO}}{\text{ESP. TOTAL}}$ (%)
1	3,53	0,33	16,50 27,50	9,35
3	5,21	0,11	3,24 6,47	2,11
4	4,91	0,055 (para cada camada)	3,67 3,06 3,67	2,24

* Os corpos de prova de n^{os} 01 e 03 possuíam 02 lâminas de metais; e o de n^o 04, 03 lâminas.

Os valores máximos encontrados foram para o corpo de prova n° 01, de 27,50% e 9,35%, respectivamente. Ambas as razões foram consideradas satisfatórias para a obtenção de resultados dinâmicos representativos para os corpos de prova produzidos.

A figura 2.16 exibe as imagens dos corpos de prova considerados aptos para a realização dos ensaios dinâmicos.



Figura 2.16: Corpos de prova aptos para os ensaios (de forma seqüencial, os corpos de prova n^{os} 01, 03 e 04).

Na tabela 2.3, estão as medidas de espessuras dos corpos de prova a serem ensaiados. Foram realizadas 10 medições de espessura ao longo de cada um dos comprimentos.

A tabela 2.4 descreve os corpos de prova com aptidão para os ensaios e apresenta suas propriedades.

Tabela 2.3: Medidas de Espessuras dos Corpos de Prova Aptos para os Ensaios

CORPO DE PROVA N°	MEDIDAS DE ESPESSURAS										ESPESSURA MÉDIA (mm)	DESVIO PADRÃO (mm)	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1	3,60	3,50	3,60	3,55	3,50	3,50	3,50	3,55	3,50	3,50	3,50	3,53	0,04
3	5,15	5,20	5,25	5,20	5,25	5,20	5,20	5,20	5,20	5,20	5,25	5,21	0,03
4	5,00	5,10	4,80	4,85	4,85	4,85	4,85	4,90	4,90	4,90	4,95	4,91	0,09

Tabela 2.4: Corpos de Prova Aptos para Ensaios

CORPO DE PROVA N°	MATERIAIS	PROPRIEDADES			ESPESSURAS (mm)	ESPESSURA MÉDIA TOTAL (mm)	ESPESSURAS MÉDIAS DO ADESIVO (mm)	LARGURA MÉDIA (mm)	COMP. ÚTIL (mm)
		E (GPa)	Coefficiente Poisson	densidade (kg/m ³)					
1	AÇO AISI 1020	205	0,29	7,87 × 10 ³	2,00	3,53	0,33	19,60	275,00
	LATÃO ^a	110	0,38	8,67 × 10 ³	1,20				
3	ALUMÍNIO ^b	69	0,33	2,71 × 10 ³	3,40	5,21	0,11	19,66	275,00
	COBRE ^c	115	0,34	8,89 × 10 ³	1,70				
4	AÇO AISI 1020	205	0,29	7,87 × 10 ³	1,50	4,91	0,11 ^d	19,80	275,00
	COBRE ^c	115	0,34	8,89 × 10 ³	1,50				
	AÇO AISI 1020	205	0,29	7,87 × 10 ³	1,80				

^a24000 (low brass) - 78,5 - 81,5 Cu, 0,05 Fe (mín), 0,05 Pb (mín), 20 Zn

^bLiga 1100 (A91100) - 99,0 Al (mín), 0,20 Cu (máx)

^cC11000 (cobre eletrolítico tenaz) - 99,90 Cu (mín), 0,04 O (máx)

^dDois películas de 0,055 mm cada uma.

2.2 Modelagem da Viga Composta

O objetivo da adoção do modelo de viga composta foi a obtenção de propriedades representativas dos corpos de prova (confeccionados com dois ou mais materiais), especificamente módulos de Young e momentos de inércia, para o cálculo de frequências naturais, mediante utilização de soluções analíticas. Para o entendimento do método adotado para a homogeneização dos corpos de prova FGMs, fabricados segundo o modelo de camadas sucessivas, torna-se importante que seja feita uma breve revisão sobre a Teoria da Resistência dos Materiais para flexão elástica em barras constituídas de vários materiais [23]. Para as situações de carregamentos dinâmicos descritos neste trabalho, os resultados calculados definiram valores seguros para as tensões e deformações máximas suportadas pelos corpos de prova ensaiados, na região elástica.

Seja uma barra de secção transversal constante, feita de dois materiais homogêneos de módulos de Young E_1 (superior) e E_2 (inferior), respectivamente. A deformação normal ϵ_x varia linearmente com a distância y do eixo neutro da secção. A linha neutra, porém, não passa pelo baricentro da secção transversal. Uma forma de se fazer a análise de tensões na barra é através de sua homogeneização. Os passos deste procedimento são:

1. Calcular o fator de alargamento $n = E_1/E_2$;
2. multiplicar a largura do elemento da parte inferior da barra pelo fator n calculado (se $n > 1$, alargamento; se $n < 1$, estreitamento). Esta mudança dimensional deve ser efetuada na direção paralela à linha neutra.

A nova secção transversal da viga composta obtida pela aplicação do modelo é chamada de secção homogeneizada.

A secção homogeneizada representa a secção transversal de uma barra feita de material homogêneo com módulo de Young E_1 . Desta forma, com uma nova geometria deve-se determinar a posição da linha neutra, localizada no centróide da secção homogeneizada. A tensão em

qualquer ponto desta secção fictícia será:

$$\sigma_x = \frac{-My}{I}, \quad (2.1)$$

onde M é o momento fletor, y é a distância à superfície neutra e I é o momento de inércia da secção homogeneizada em relação ao eixo centroidal.

As tensões nos pontos localizados na parte superior da secção transversal da barra composta original podem ser obtidas pela expressão de σ_x . As tensões nos pontos localizados na parte inferior da barra composta original são obtidas pelos valores de σ_x nos pontos, multiplicados por n .

As figuras 2.17 e 2.18 mostram respectivamente a secção homogeneizada da viga composta e a distribuição de tensões na viga homogeneizada.

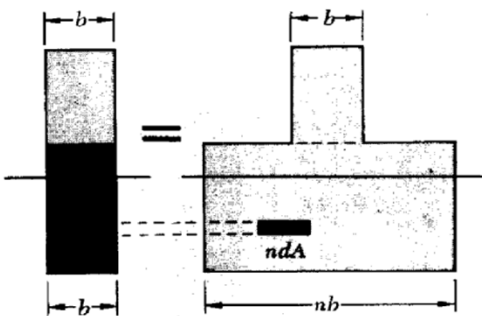


Figura 2.17: Secção homogeneizada da viga composta. Reproduzida de [23].

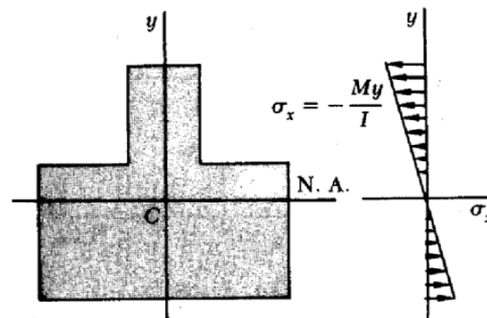


Figura 2.18: Distribuição de tensões na viga homogeneizada. Reproduzida de [23].

De forma análoga, as deformações de uma barra de secção composta também podem ser obtidas utilizando a secção homogeneizada.

A figura 2.19 apresenta a distribuição de tensões e deformações em uma viga composta bimaterial.

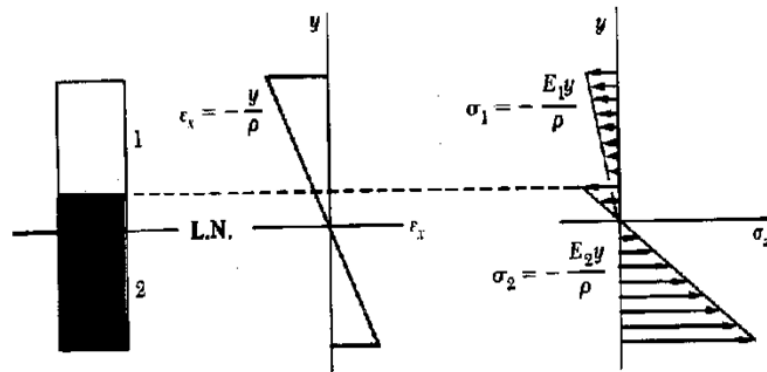


Figura 2.19: Distribuição das tensões e deformações em uma barra composta por dois materiais. Reproduzida de [23].

2.2.1 Resultados da Homogeneização

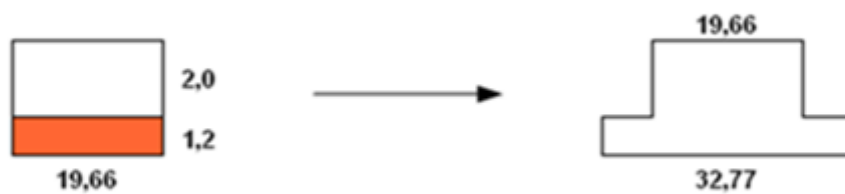
As secções transversais dos corpos de prova foram homogeneizadas. Desta forma, módulos de Young para amostras equivalentes às dos compósitos puderam ser definidos. A partir das novas dimensões, foram calculados momentos de inércia em relação aos eixos centroidais de cada um dos corpos de prova.

A figura 2.20 apresenta, esquematicamente, o processo de homogeneização dos corpos de prova. Na coluna (a), encontram-se as secções transversais originais e, na coluna (b) as secções transversais homogeneizadas. (Note-se que as dimensões após a homogeneização sofreram variação apenas nas larguras - alargamento ou estreitamento).

CORPO DE PROVA Nº 01



CORPO DE PROVA Nº 03



CORPO DE PROVA Nº 04



- AÇO AISI 1020
- LATÃO
- ALUMÍNIO
- COBRE

Figura 2.20: Homogeneização dos corpos de prova. Na coluna (a) as secções transversais com as dimensões originais; na coluna (b) as novas dimensões dos corpos de prova homogeneizados. As dimensões estão em milímetros.

Desta forma, foram definidas propriedades para os três corpos de prova, equivalentes às dos corpos de prova homogeneizados, conforme mostra a tabela 2.5.

Tabela 2.5: Propriedades dos Corpos de Prova Homogeneizados

Nº do Corpo de Prova	Homogeneização	Módulo de Young ($\times 10^9$ Pa)	I ($\times 10^{-11}$ m ⁴)
01	Latão	110	7,2731
03	Alumínio	69	27,5380
04	Cobre	115	31,7264

2.3 Solução Geral da Equação Diferencial

A equação geral para a viga engastada com carga aplicada na extremidade livre é:

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = \frac{-1}{a} \frac{\partial^4 y}{\partial t^4}, \quad (2.2)$$

$$a = (EI/\rho A)^{1/2}, \quad (2.3)$$

onde

E = módulo de Young

I = momento de inércia em relação ao eixo centroidal

ρ = densidade do material

A = área da secção transversal

A solução da equação diferencial pode ser escrita:

$$y = \phi(x).p(t), \quad (2.4)$$

A solução espacial é:

$$\phi(x) = A \cosh(\beta x) + B \sinh(\beta x) + C \cos(\beta x) + D \sin(\beta x). \quad (2.5)$$

A solução temporal é:

$$p(t) = a_1 \cos(\omega t) + a_2 \sin(\omega t). \quad (2.6)$$

Seja

$$\beta^4 = \frac{\omega^2}{a^2}. \quad (2.7)$$

As condições iniciais e de contorno são:

$$\text{Em } x = 0: y = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial y}{\partial x} = 0.$$

$$\text{Em } x = L: M = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0, \quad V = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} = 0.$$

$$\text{Em } x = L: y = 4,5 \text{mm (deflexão inicial)}.$$

$$\text{Em } t = 0: \frac{\partial y}{\partial t} = 0, \quad \text{logo } p(t) = a_1 \cos(\omega t).$$

Substituindo as condições de contorno na solução geral :

$$x = 0, y = 0 : A = -C$$

$$x = 0, \frac{\partial y}{\partial x} = 0 : B = -D$$

$$\phi(x) = A[\cosh(\beta x) - \cos(\beta x)] + B[\sinh(\beta x) - \sin(\beta x)]. \quad (2.8)$$

$$x = L, \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 :$$

$$\beta^2 [A \cosh(\beta L) + B \sinh(\beta L) - C \cos(\beta L) - D \sin(\beta L)] = 0$$

$$A \cosh(\beta L) + B \sinh(\beta L) - C \cos(\beta L) - D \sin(\beta L) = 0$$

$$A = \frac{-B[\sinh(\beta L) + \sin(\beta L)]}{[\cosh(\beta L) + \cos(\beta L)]} \quad (2.9)$$

$$x = L, \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} = 0 :$$

$$\beta^3 [A \sinh(\beta L) + B \cosh(\beta L) + C \sin(\beta L) - D \cos(\beta L)] = 0$$

$$A[\sinh(\beta L) - \sin(\beta L)] + B[\cosh(\beta L) + \cos(\beta L)] = 0 \quad (2.10)$$

Substituindo a condição inicial espacial na solução geral:

$$x = L, y = 0,0045 \text{ m} :$$

$$0,0045 = \frac{B \{[\sinh(\beta L) - \sin(\beta L)][\cosh(\beta L) + \cos(\beta L)] - [\sinh(\beta L) + \sin(\beta L)][\cosh(\beta L) - \cos(\beta L)]\}}{[\cosh(\beta L) + \cos(\beta L)]}$$

(OBS.: $a_1 = 1$, logo $p(t) = \cos(\omega t)$)

$$B = \frac{0,0045[\cosh(\beta L) + \cos(\beta L)]}{\{[\sinh(\beta L) - \sin(\beta L)][\cosh(\beta L) + \cos(\beta L)] - [\sinh(\beta L) + \sin(\beta L)][\cosh(\beta L) - \cos(\beta L)]\}}$$

$$A = \frac{-0,0045[\sinh(\beta L) + \sin(\beta L)]}{\{[\sinh(\beta L) - \sin(\beta L)][\cosh(\beta L) + \cos(\beta L)] - [\sinh(\beta L) + \sin(\beta L)][\cosh(\beta L) - \cos(\beta L)]\}}$$

Combinando as equações (2.9) e (2.10), escreve-se:

$$\frac{\cosh(\beta L) + \cos(\beta L)}{\sinh(\beta L) - \sin(\beta L)} = \frac{\sinh(\beta L) + \sin(\beta L)}{\cosh(\beta L) + \cos(\beta L)}$$

Que se reduzem a:

$$\cosh(\beta L) \cdot \cos(\beta L) + 1 = 0. \text{ (Equação transcendental)} \quad (2.11)$$

Para o primeiro modo de vibração:

$$\beta L = 1,8751,$$

$$\omega = \frac{1,8751^2}{L^2} \sqrt{\frac{EIL}{M}}, \quad (2.12)$$

$$F_n = \frac{\omega}{2\pi}. \quad (2.13)$$

onde

L = comprimento da viga

E = módulo de Young

I = momento de inércia em relação ao eixo centroidal

M = massa da viga

ω = frequência natural (rad/s)

F_n = frequência natural (Hz)

A Solução Geral da Equação Diferencial é:

$$\mathbf{Y}(\mathbf{x}, t) = \{\mathbf{A}[\cosh(\beta \mathbf{x}) - \cos(\beta \mathbf{x})] + \mathbf{B} \{[\sinh(\beta \mathbf{x}) - \sin(\beta \mathbf{x})]\} \} \cdot \cos(\omega t). \quad (2.14)$$

2.4 Ensaios Dinâmicos

2.4.1 Objetivos

Com a realização de ensaios mecânicos dinâmicos, objetivou-se a obtenção de resultados experimentais característicos dos movimentos vibratórios livres de cada um dos corpos de prova FGMs fabricados e aprovados; a realização de estudo comparativo entre os resultados obtidos por experimentação com os resultados de saída de simulação numérica; a conclusão sobre a validade do modelo dinâmico proposto por Paulino, Romero e Menandro, [1], para caracterização de materiais com gradação funcional.

2.4.2 Procedimento Experimental

Para fins de clareza na exposição, o procedimento experimental foi dividido nas etapas engastamento; aquisição, tratamento e análise dos dados e resultados experimentais.

2.4.2.1 Engastamento

Cada um dos corpos de prova ensaiados foi engastado em uma de suas extremidades (o comprimento utilizado no engastamento foi de 25 mm). Na extremidade livre da viga engastada foi aplicada uma deflexão de 4,5 mm de forma quase-estática. (Foi garantida a restrição a uma flecha maior que aquela através da fixação de um corpo cilíndrico de aço, usinado para este fim, na estrutura de engastamento). A estrutura de engastamento foi fixada sobre uma mesa com o uso de grampos ('sargentos'), para o isolamento de vibrações mecânicas externas. (Desta forma, garantiu-se o estado de repouso da estrutura de engastamento e a não ocorrência de trepidações).

As figuras 2.21 e 2.22 mostram detalhes do engastamento.

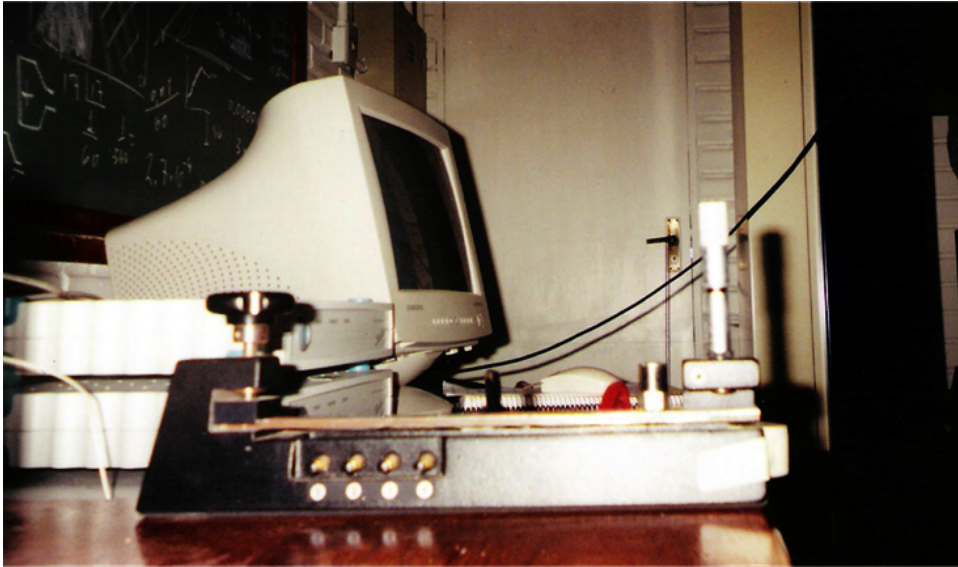


Figura 2.21: Detalhe do engastamento. Vista lateral.

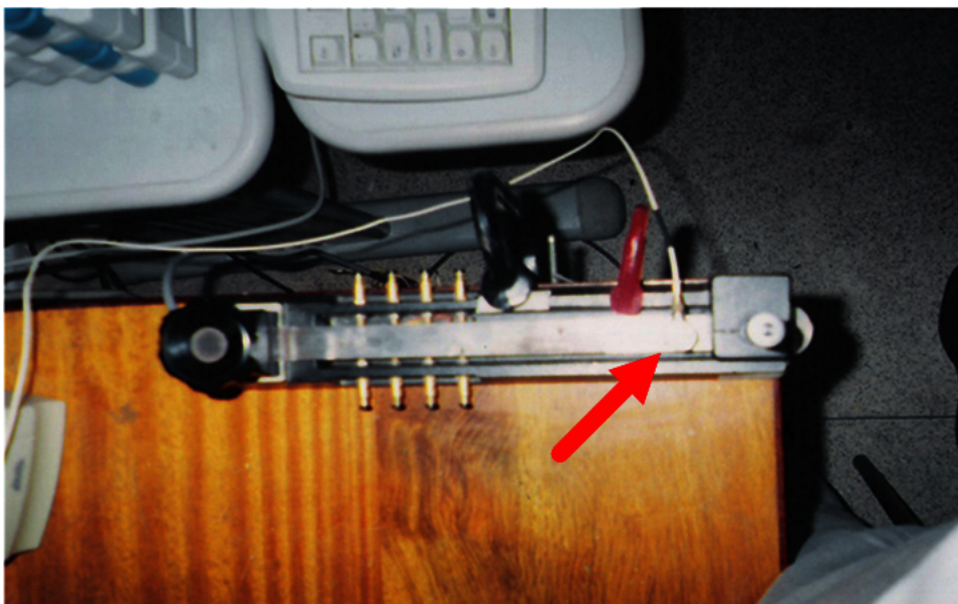


Figura 2.22: Detalhe do engastamento. Vista superior. Vê-se o sensor de aceleração fixado na última posição definida sobre o corpo de prova para a captação de sinais.

2.4.2.2 Aquisição de sinais, tratamento e análise dos dados

Para a aquisição de dados a partir dos movimentos vibratórios livres dos corpos de prova, com posterior tratamento e análise daqueles, foi efetuada a montagem de um sistema de aquisição, tratamento e análise dos dados no Lemac. A figura 2.23 apresenta a montagem dos equipamentos utilizados (abaixo listados).

Equipamentos e ferramentas utilizados:

Sensor de aceleração: DYTRAN 3100A

Galvanômetro: DYTRAN, ganho: $1 \times$

Equipamento para aquisição de sinais: Spider8 HBM, 600Hz

Software para operação do equipamento de aquisição de sinais: Catman

Softwares para tratamentos e análise dos dados: MATLAB, Excel.



Figura 2.23: Sistema de aquisição de sinais, tratamento e análise de dados. Sala do Laboratório de Ensaio de Materiais de Construção da Universidade Federal do Espírito Santo.

Na figura 2.24, é apresentado um diagrama esquemático do sistema de aquisição de sinais, tratamento e análise dos dados.

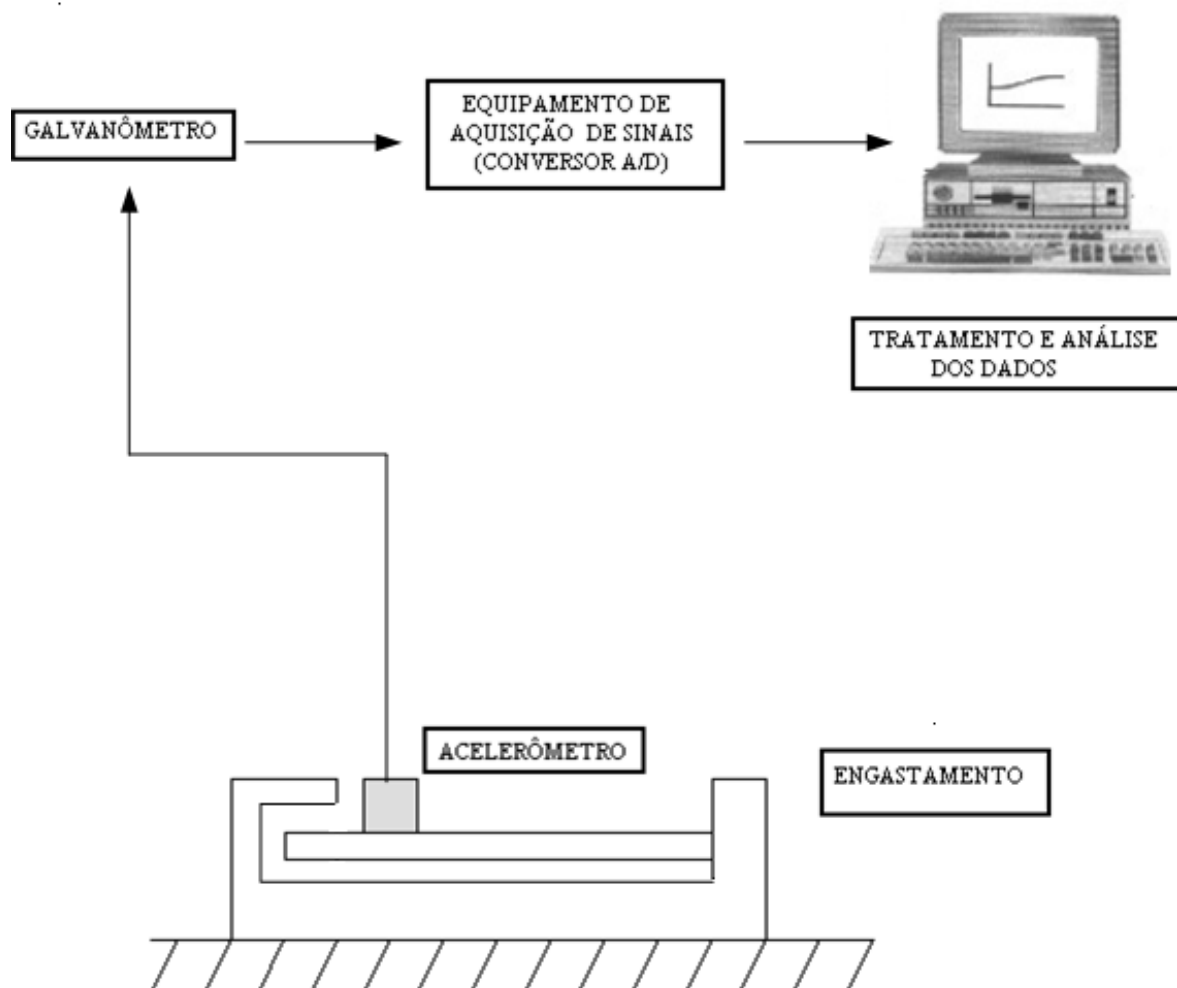


Figura 2.24: Diagrama esquemático do sistema de aquisição de sinais, tratamento e análise dos dados.

A parte inferior do diagrama esquemático mostra uma viga engastada com um sensor de aceleração sobre sua face superior. O posicionamento do sensor, no entanto, sofreu variação na etapa de aquisição de sinais. Sobre os corpos de prova foram marcadas quatro diferentes linhas de posições ao longo dos respectivos comprimentos, como mostra a figura 2.25. As posições foram marcadas através de linhas, medidas a partir da extremidade engastada (40mm, 100mm, 160mm e 220mm).

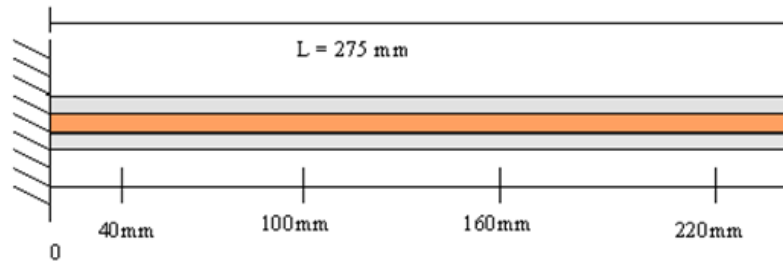


Figura 2.25: Linhas de posição para aquisição de sinais marcadas nos corpos de prova.

Produziu-se, a cada ensaio, na extremidade livre do corpo de prova, uma deflexão de 4,5 mm, de forma quase-estática, sendo esta restrição repentinamente liberada. Para cada um das posições de fixação do sensor de aceleração, foram colhidas 10 amostras de dados (tamanho da amostra: 1200 pontos, tempo de aquisição: 1 segundo). A figura 2.26 ilustra a aplicação da carga, a deflexão na ponta da viga e a linha neutra para aquela deflexão. Focalizou-se o estudo no primeiro modo de vibração da viga.



Figura 2.26: Primeiro modo de vibração de uma viga engastada em uma de suas extremidades e com carga aplicada na extremidade livre. Mostrada a linha neutra quando se atinge a deflexão máxima.

2.4.3 Resultados Experimentais

A partir dos dados amostrais de tempos e de acelerações, foram gerados gráficos para os movimentos vibratórios dos corpos de prova engastados com a ferramenta MATLAB e, com o auxílio das planilhas eletrônicas Excel, foi efetuada análise estatística daqueles. Foram, então, calculados, valores de frequências naturais para cada carregamento. (Os valores de frequências naturais, obtidos através de análise estatística, foram coincidentes com valores obtidos mediante aplicação da Transformada Rápida de Fourier).

Devido à restrição futura que haveria na simulação numérica (que não incorporaria ao modelo efeitos de amortecimento viscoso), os valores encontrados para as frequências naturais através do método experimental (que claramente foram influenciados por efeitos de atrito) sofreram um ajuste para estarem aptas a estudos de análise comparativa com valores obtidos por simulação. A partir dos dados de tempos e de acelerações colhidos, foram localizados para cada amostra os pares de picos de aceleração e seus respectivos instantes de ocorrência. Foram obtidos fatores de amortecimento (ξ) para cada conjunto amostral, a partir da seguinte relação:

$$\ln \frac{a_1}{a_2} = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}. \quad (2.15)$$

onde a_1 e a_2 são dois picos de aceleração sucessivos.

As frequências naturais não amortecidas, F_n , por sua vez, foram obtidas a partir dos valores de frequências naturais amortecidas, F_d , pela aplicação da relação:

$$F_n = \frac{F_d}{\sqrt{1-\xi^2}}. \quad (2.16)$$

Devido à influência da massa do sensor de aceleração nos valores obtidos, também foi efetuada uma correção para cada um dos valores de frequência, conforme método proposto por McConnel [24], brevemente exposto a seguir.

A tabela 2.6 apresenta as massas dos corpos de prova e do sensor de aceleração.

Tabela 2.6: Massas dos Corpos de Prova e do Sensor de Aceleração

Massas ($\times 10^{-3}$ kg)			
Nº Corpo de Prova			Sensor de Aceleração
01	03	04	
135,74	131,52	215,69	47,01

Seja $U_p(x)$ a função de forma normalizada da viga.

$$U_p(x) = \frac{\left\{ \sin(\beta x) - \sinh(\beta x) + [\cosh(\beta x) - \cos(\beta x)] \cdot \frac{[\sin(\beta x) + \sinh(\beta x)]}{[\cos(\beta x) + \cosh(\beta x)]} \right\}}{\left\{ \sin(\beta L) - \sinh(\beta L) + [\cosh(\beta L) - \cos(\beta L)] \cdot \frac{[\sin(\beta L) + \sinh(\beta L)]}{[\cos(\beta L) + \cosh(\beta L)]} \right\}}, \quad (2.17)$$

A função de distribuição de massa da viga $\rho(x)$ é dada por:

$$\rho(x) = \rho + m \cdot \delta(x - x_0), \quad (2.18)$$

onde

ρ = razão entre a massa da viga e seu comprimento L

m = massa do sensor de aceleração

δ = função delta de Dirac

x_0 = posição do sensor de aceleração.

A p-ésima massa modal m_p é dada por:

$$m_p = \int_0^L \rho(x) \cdot U_p^2(x) dx ,$$

$$m_p = \rho \int_0^L U_p^2(x) dx + m \int_0^L \delta(x - x_0) U_p^2(x) dx$$

$$m_p = \rho \int_0^L U_p^2(x) dx + m \cdot U_p^2(x_0) , \quad (2.19)$$

Após a obtenção de (1) m_{p1} (primeira massa modal) e de (2) m_{p2} (segunda massa modal), foram calculadas as freqüências naturais corrigidas, através da seguinte equação:

$$F_{n(\text{corrigida})} = \sqrt{\frac{m_{p2}}{m_{p1}}} \cdot F_n, \quad (2.20)$$

onde

m_{p1} = massa modal da viga sem o acelerômetro

m_{p2} = massa modal com a presença do acelerômetro na posição x (40mm, 100mm, 160mm ou 220mm)

F_n = freqüência natural a ser corrigida

Para análise prévia dos resultados, foi efetuada uma comparação entre resultados experimentais e outros obtidos através de modelagem matemática – problema de autovalor. (Problemas similares de carregamentos dinâmicos de vigas em balanço foram encontrados nas literaturas [25] e [26]). Após a homogeneização das secções transversais dos corpos de prova (modelo de viga composta), foram obtidas as freqüências naturais dos sistemas vibratórios através da

solução de equações diferenciais lineares homogêneas de 4ª ordem. A comparação entre os resultados analíticos e experimentais (representados pela média dos valores de frequências para cada corpo de prova), mostrou uma diferença percentual máxima de 13,5845%, para o corpo de prova n° 4 (viga sanduíche).

As diferenças entre os resultados analíticos e experimentais foram considerados aceitáveis, haja vista os fatores de variabilidade experimental e a existência de finas películas de adesivos entre lâminas de metais adjacentes (que foram desconsideradas na aplicação do modelo de viga composta).

2.5 Modelagem Numérica

A última etapa da modelagem proposta nesta pesquisa, consistiu na realização de simulações de carregamentos dinâmicos. Foi utilizado um modelo numérico por Elementos Finitos (FEM), conforme proposto por Paulino, Romero e Menandro, [1] e [2]. O modelo numérico aplicado apresentou refinamentos adicionais como elementos paramétricos generalizados e técnicas adaptadas de recuperação de tensões, com o objetivo da utilização de uma nova técnica de pós-processamento por macroelemento aplicada a FGMs.

2.5.1 Problema Transiente

A solução do problema não-linear e transiente foi obtida pelo método direto (integração direta no tempo). A análise foi feita para a equação diferencial transiente de um problema hiperbólico, dada pela forma semi-discreta da equação do movimento:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}. \quad (2.21)$$

onde \mathbf{M} é a matriz de massa, \mathbf{C} é a matriz de amortecimento viscoso, \mathbf{K} é a matriz de rigidez, \mathbf{F} é o vetor força e \mathbf{u} , $\dot{\mathbf{u}}$ e $\ddot{\mathbf{u}}$ são os vetores de deslocamento, velocidade e aceleração, respectivamente.

O problema de valor inicial para a equação do movimento, consiste em achar o vetor deslocamento $\mathbf{u} = \mathbf{u}(t)$, com os valores iniciais:

$$u(0) = 0, \quad (2.22)$$

$$\dot{u}(0) = 0. \quad (2.23)$$

O método mais utilizado para a simulação dinâmica é o de Newmark, que consiste nas seguintes equações:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_{n+1} + \mathbf{K}\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{F}_{n+1}, \quad (2.24)$$

$$\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{u}_n + \Delta t \dot{\mathbf{u}}_n + \frac{\Delta t^2}{2} [(1 - 2\beta)\ddot{\mathbf{u}}_n + 2\beta\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}], \quad (2.25)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_{n+1} = \dot{\mathbf{u}}_n + \Delta t [(1 - \gamma)\ddot{\mathbf{u}}_n + \gamma\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}], \quad (2.26)$$

onde \mathbf{u}_n , $\dot{\mathbf{u}}_n$ e $\ddot{\mathbf{u}}_n$ são, respectivamente, aproximações para $\mathbf{u}(t_n)$, $\dot{\mathbf{u}}(t_n)$ e $\ddot{\mathbf{u}}(t_n)$. Os parâmetros β e γ determinam as características de estabilidade e precisão do algoritmo. As equações (2.24), (2.25) e (2.26) são necessárias para determinar as incógnitas \mathbf{u}_{n+1} , $\dot{\mathbf{u}}_{n+1}$ e $\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}$, assumindo que sejam conhecidos \mathbf{u}_n , $\dot{\mathbf{u}}_n$ and $\ddot{\mathbf{u}}_n$ no passo anterior de cálculo. O modelo de implementação utilizado foi o modelo preditor-corretor desenvolvido por Hughes e Reddy. Define-se preditor como:

$$\tilde{\mathbf{u}}_{n+1} = \mathbf{u}_n + \Delta t \dot{\mathbf{u}}_n + \frac{\Delta t^2}{2} (1 - 2\beta)\ddot{\mathbf{u}}_n, \quad (2.27)$$

$$\tilde{\dot{\mathbf{u}}}_{n+1} = \dot{\mathbf{u}}_n + \Delta t (1 - \gamma)\ddot{\mathbf{u}}_n, \quad (2.28)$$

As equações (2.25) e (2.26) podem ser definidas como corretor, ou seja:

$$\mathbf{u}_{n+1} = \tilde{\mathbf{u}}_{n+1} + \beta \Delta t^2 \ddot{\mathbf{u}}_{n+1}, \quad (2.29)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_{n+1} = \tilde{\dot{\mathbf{u}}}_{n+1} + \Delta t \gamma \ddot{\mathbf{u}}_{n+1}. \quad (2.30)$$

Para o início do processo, $\ddot{\mathbf{u}}_0$ pode ser especificado diretamente ou calculado por:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_0 = \mathbf{F} - \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_0 - \mathbf{K}\mathbf{u}_0. \quad (2.31)$$

A relação de recursão que determina $\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}$ é dada por:

$$(\mathbf{M} + \gamma\Delta t\mathbf{C} + \beta\Delta t^2\mathbf{K})\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} = \mathbf{F}_{n+1} - \mathbf{C}\tilde{\dot{\mathbf{u}}}_{n+1} - \mathbf{K}\tilde{\mathbf{u}}_{n+1}. \quad (2.32)$$

Devido à não possibilidade de introdução do amortecimento numérico no método de Newmark sem degradar a ordem de precisão, foi introduzido o método α (Hilber-Hughes-Taylor). Desta forma, as formas das diferenças finitas são retidas pelas equações (2.25) e (2.26), onde a equação discreta no tempo é modificada, da forma mostrada a seguir:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} + (1 + \alpha)\mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_{n+1} - \alpha\mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_n + (1 + \alpha)\mathbf{K}\mathbf{u}_{n+1} - \alpha\mathbf{K}\mathbf{u}_n = \mathbf{F}(t_{n+\alpha}), \quad (2.33)$$

onde $t_{n+\alpha} = (1 + \alpha)t_{n+1} - \alpha t_n = t_{n+1} + \alpha\Delta t$.

Se $\alpha = 0$, este se reduz ao método de Newmark. Se os parâmetros são escolhidos, tais que $\alpha \in [-\frac{1}{3}, 0]$, $\gamma = \frac{(1 - 2\alpha)}{2}$ e $\beta = \frac{(1 - \alpha)^2}{4}$, este resulta em um esquema de segunda ordem de precisão incondicionalmente estável. Entretanto, percebe-se que, quando o parâmetro α diminui, a dissipação numérica aumenta.

A implementação computacional do método α foi efetuada considerando o movimento não-amortecido ($C = 0$), resultando no seguinte equacionamento:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} + (1 + \alpha)\mathbf{K}\mathbf{u}_{n+1} - \alpha\mathbf{K}\mathbf{u}_n = \mathbf{F}(t_{n+\alpha}), \quad (2.34)$$

Utilizando a equação (2.25) e substituindo na equação (2.34) temos que:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} + (1 + \alpha) \left[\mathbf{u}_n + \Delta t\dot{\mathbf{u}}_n + \frac{\Delta t^2}{2} [(1 - 2\beta)\ddot{\mathbf{u}}_n + 2\beta\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}] \right] \mathbf{K} = \mathbf{F}(t_{n+\alpha}) + \alpha\mathbf{K}\mathbf{u}_n, \quad (2.35)$$

arrumando os termos em comum:

$$[\mathbf{M} + (1 + \alpha)\Delta t^2\beta\mathbf{K}] \ddot{\mathbf{u}}_{n+1} = \mathbf{F}(t_{n+\alpha}) + (1 + \alpha) \left[\mathbf{u}_n + \Delta t\dot{\mathbf{u}}_n + \frac{\Delta t^2}{2} (1 - 2\beta)\ddot{\mathbf{u}}_n \right] \mathbf{K}, \quad (2.36)$$

assim o sistema será:

$$\hat{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} = \mathbf{F}(t_{n+\alpha}) + \tilde{\mathbf{u}}_i\mathbf{K}, \quad (2.37)$$

onde

$$\hat{\mathbf{M}} = \mathbf{M} + (1 + \alpha)\Delta t^2\beta\mathbf{K}, \quad (2.38)$$

e o preditor será:

$$\tilde{\mathbf{u}}_i = (1 + \alpha) \left[\mathbf{u}_n + \Delta t \dot{\mathbf{u}}_n + \frac{\Delta t^2}{2}(1 - 2\beta)\ddot{\mathbf{u}}_n \right], \quad (2.39)$$

$$\tilde{\dot{\mathbf{u}}}_i = \dot{\mathbf{u}}_n + (1 + \alpha)(1 - \gamma)\Delta t \ddot{\mathbf{u}}_n, \quad (2.40)$$

$$\tilde{\ddot{\mathbf{u}}}_i = \mathbf{0}. \quad (2.41)$$

Assim:

$$\tilde{\mathbf{u}}_{i+1} = \tilde{\mathbf{u}}_i + (1 + \alpha)\beta\Delta t^2\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}, \quad (2.42)$$

$$\tilde{\dot{\mathbf{u}}}_{i+1} = \tilde{\dot{\mathbf{u}}}_i + (1 + \alpha)\gamma\Delta t \ddot{\mathbf{u}}_{n+1}, \quad (2.43)$$

$$\tilde{\ddot{\mathbf{u}}}_{i+1} = \tilde{\ddot{\mathbf{u}}}_i + \ddot{\mathbf{u}}_{n+1}, \quad (2.44)$$

o corretor será:

$$\tilde{\mathbf{u}}_{i+1} = (1 + \alpha)\mathbf{u}_{n+1} - \alpha\mathbf{u}_n \quad \rightarrow \quad \mathbf{u}_{n+1} = \frac{\tilde{\mathbf{u}}_{i+1} - \mathbf{u}_n}{(1 + \alpha)} + \mathbf{u}_n, \quad (2.45)$$

$$\tilde{\dot{\mathbf{u}}}_{i+1} = (1 + \alpha)\dot{\mathbf{u}}_{n+1} - \alpha\dot{\mathbf{u}}_n \quad \rightarrow \quad \dot{\mathbf{u}}_{n+1} = \frac{\tilde{\dot{\mathbf{u}}}_{i+1} - \dot{\mathbf{u}}_n}{(1 + \alpha)} + \dot{\mathbf{u}}_n \quad (2.46)$$

$$\ddot{\mathbf{u}} = \tilde{\ddot{\mathbf{u}}}. \quad (2.47)$$

2.5.2 Problema Direto

Considerou-se um sistema linear dinâmico com n graus de liberdade:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{F}(t), \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{D}\mathbf{u}(t), \\ \mathbf{u}(0) = \mathbf{u}_{ij}, \\ \dot{\mathbf{u}}(0) = \dot{u}_0. \end{array} \right. \quad (2.48)$$

onde \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} são matrizes de massa, amortecimento e de rigidez. Os vetores \mathbf{u} e \mathbf{F} correspondem, respectivamente, ao campo de deslocamentos e ao carregamento externo aplicado ao sistema. A matriz \mathbf{D} é a matriz de deslocamento ou de deformação.

O problema direto consistiu na determinação do campo de deslocamento transiente $\mathbf{u}(t)$, conhecido o carregamento externo. Assumiu-se conhecer previamente o comportamento do material. A equação constitutiva estabeleceu relação entre tensão e deformação para o material em estudo e, ainda mais, é obtido o valor atual do parâmetro da equação. Na equação 2.49, ficou implícito que as propriedades das matrizes \mathbf{C} e \mathbf{K} eram funções de parâmetros (que caracterizam o material da equação constitutiva):

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{K} = \mathbf{K}(\mathbf{p}) \\ \mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{p}). \end{array} \right. \quad (2.49)$$

O vetor \mathbf{p} , que define o material da equação constitutiva, contém parâmetros elástico e de amortecimento.

2.5.3 Pós-Processamento para Recuperação de Tensões

Após a solução do problema, é obtido, geralmente, o campo de tensões através da equação constitutiva. Tal procedimento leva a uma perda de precisão para as derivadas, se comparadas com a variável primal. Para uma aproximação mais precisa da derivada (de grande interesse nos problemas de engenharia), foram desenvolvidas técnicas de recuperação. Através da solução em cada macroelemento, união de elementos vizinhos com arestas comuns (ilustração na figura 2.27), passou-se a tratar de um problema variacional local que envolveu os resíduos da equação

de equilíbrio e a relação constitutiva, em pontos especiais de superconvergência.

O domínio Ω foi decomposto em macroelementos não necessariamente disjuntos. Foram definidos $MT_h^s \subset \mathcal{L}^2(\Omega)$ e $MQ_h^r \subset \mathcal{L}^2(\Omega)$, espaços de elementos triangulares e lagrangianos, respectivamente. A esses espaços fazem parte funções que são polinômios de grau S em cada elemento e classe C^0 em cada macroelemento, porém descontínuo nos contornos do macroelemento. Considerando $Z_h = MT_h^s \times MT_h^s$ ou $Z_h = MQ_h^s \times MQ_h^s$, foi proposta a forma residual de recuperação para a obtenção de uma melhor estimativa do campo de tensões.

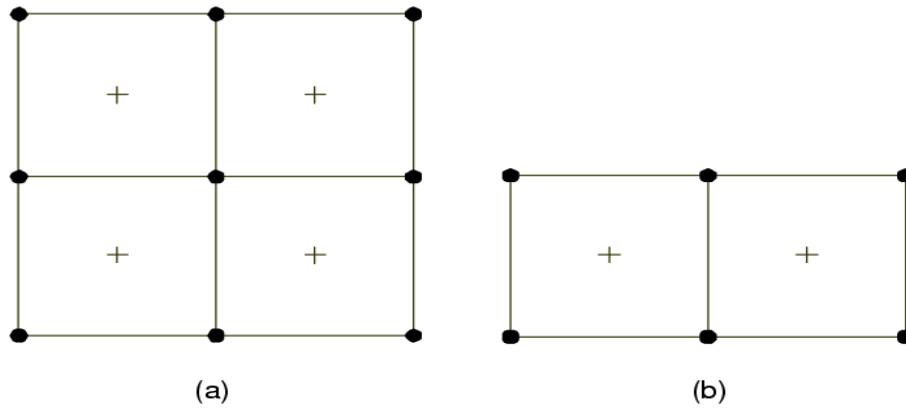


Figura 2.27: Macroelemento composto por elementos bilineares quadriláteros. Pontos nodais (•) e pontos de superconvergência (+). (a) 2×2 ; (b) 2×1 . Reproduzida de [1] e [2].

No caso dinâmico, o problema de valor inicial foi dado:

$$\nabla \cdot \sigma + b - \rho \ddot{u} = 0, \quad (2.50)$$

Com as condições iniciais:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{u}(x, 0) = u_0, \text{ em } \Omega, \\ \dot{\mathbf{u}}(x, 0) = \dot{u}_0, \text{ em } \Omega, \\ \mathbf{u} = u_0, \text{ sobre } \Gamma_0, \\ \sigma \cdot \mathbf{n} = t_n, \text{ sobre } \Gamma_1. \end{array} \right. \quad (2.51)$$

As equações residuais foram dadas por:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \sigma - CBd, \\ R_2 &= \nabla \cdot \sigma + b - \rho \ddot{u}, \\ R_3 &= (\sigma \cdot \mathbf{n} - t_n). \text{ em } \Gamma_1 \end{aligned} \right\} \quad (2.52)$$

Utilizando-se o método dos mínimos quadrados, foi obtida a formulação variacional do problema dinâmico para recuperação de tensões.

2.5.4 Malhas

Foram geradas malhas para a simulação numérica utilizando o Método dos Elementos Finitos. A tabela 2.7 apresenta os números de nós e de elementos existentes nas malhas geradas para os corpos de prova. Foram utilizados elementos quadriláteros com 4 nós locais por elemento.

Tabela 2.7: Malhas de Elementos Finitos Geradas para os Corpos de Prova

Nº do Corpo de Prova	Nº de Nós	Nº de Elementos
01	1656	1375
03	1932	1650
04	5510	4950

As dimensões dos elementos quadriláteros definidos nos subdomínios de cada um dos corpos de prova são apresentados nas figuras 2.28 a 2.30.

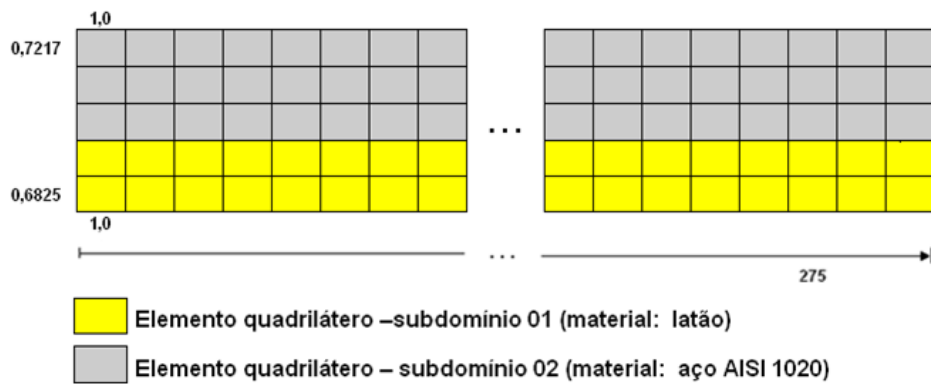


Figura 2.28: Ilustração. Malha gerada para o corpo de prova nº 01, com 1656 nós e 1375 elementos. As dimensões dos quadriláteros, em milímetros, em cada subdomínio, são mostradas na ilustração.

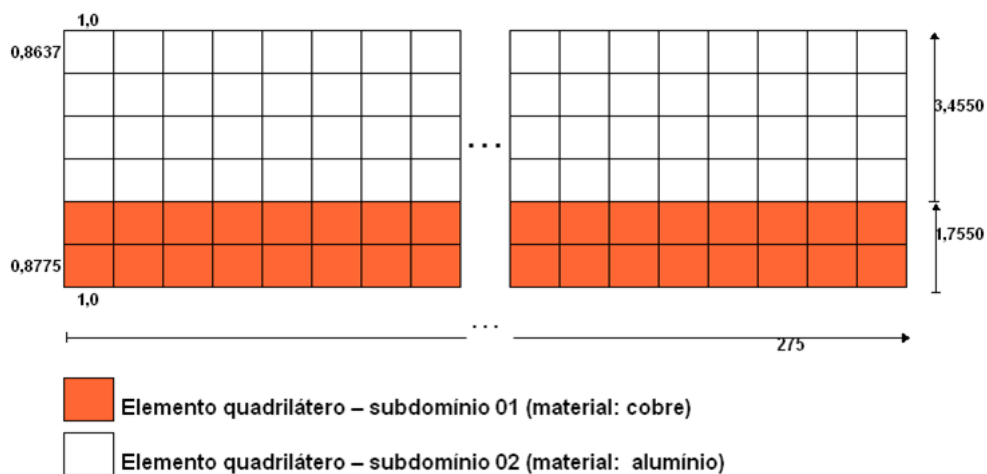


Figura 2.29: Ilustração. Malha gerada para o corpo de prova nº 03, com 1932 nós e 1650 elementos. As dimensões dos quadriláteros, em milímetros, em cada subdomínio, são mostradas na ilustração.

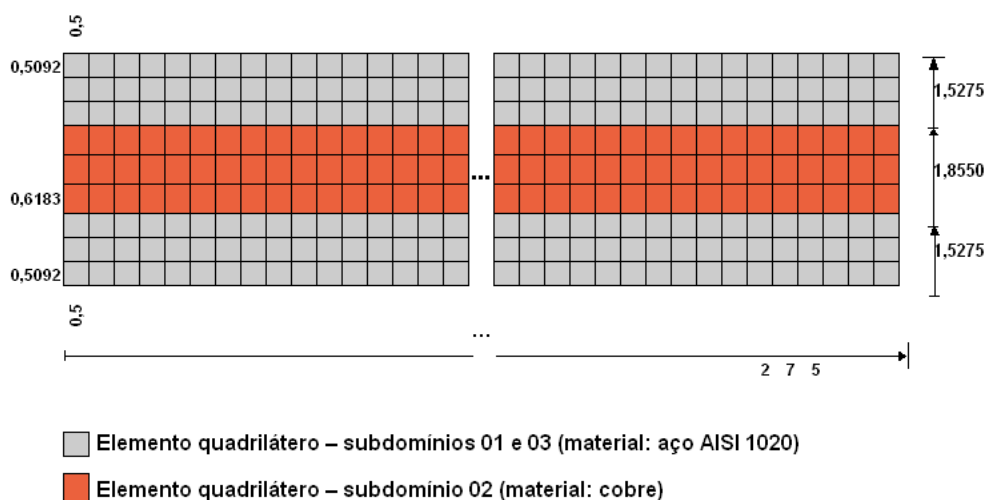


Figura 2.30: Ilustração. Malha gerada para o corpo de prova nº 04, com 5510 nós e 4950 elementos. As dimensões dos quadriláteros, em milímetros, em cada subdomínio, são mostradas na ilustração.

2.5.5 Resultados Numéricos

Após terem sido efetuadas simulações de carregamentos dinâmicos de vigas engastadas com carga aplicada na extremidade livre, para todos os corpos de prova, foram obtidas respostas de deslocamentos no tempo para os movimentos vibratórios livres. A partir desses dados foram gerados gráficos e calculadas frequências para os primeiros modos dos movimentos de vibração. A análise dos resultados numéricos obtidos para as frequências, após comparação com os valores obtidos por experimentação, mostrou uma diferença máxima de 15,4313%, para o corpo de prova nº 04, induzindo à validação da modelagem proposta por Paulino, Romero e Menandro, [1] e [2].

Capítulo 3

Resultados e Discussão

Os resultados deste trabalho são apresentados neste capítulo segundo a divisão: resultados experimentais, resultados analíticos e resultados numéricos, sendo discutidos ao final.

3.1 Resultados Experimentais

Os corpos de prova n^{os} 01, 03 e 04 foram ensaiados dinamicamente. Para cada linha de posição marcada (40mm, 100mm, 160mm e 220mm) foram colhidas 10 amostras de dados de aceleração, no tempo de aquisição de 01 segundo. Nas figuras 3.1 a 3.4, são apresentados sinais de acelerações no tempo para o corpo de prova n^o 01, onde se pode ver o amortecimento das vibrações.

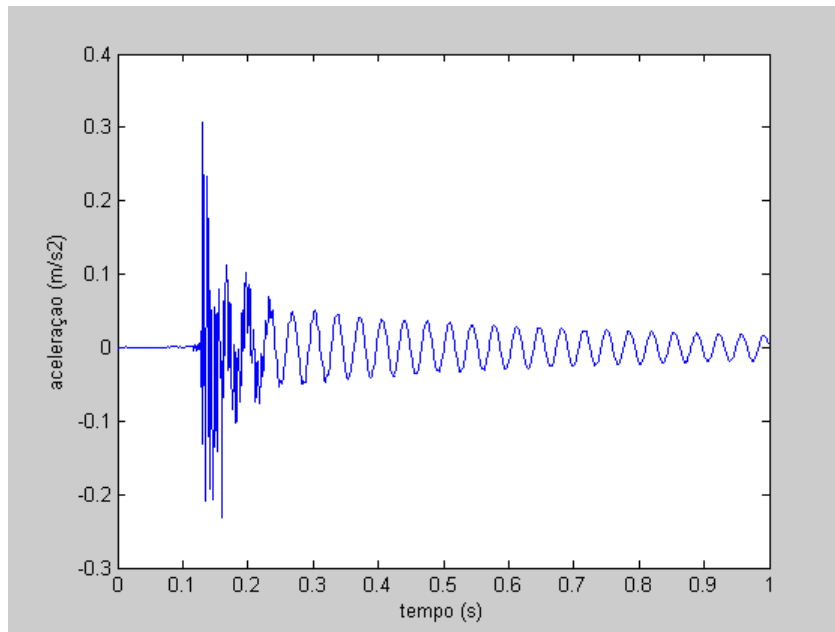


Figura 3.1: Corpo de prova n^o 01. Sinal de aceleração no tempo. Este é um dos 10 sinais adquiridos na 1^a posição de fixação do acelerômetro (40 mm).

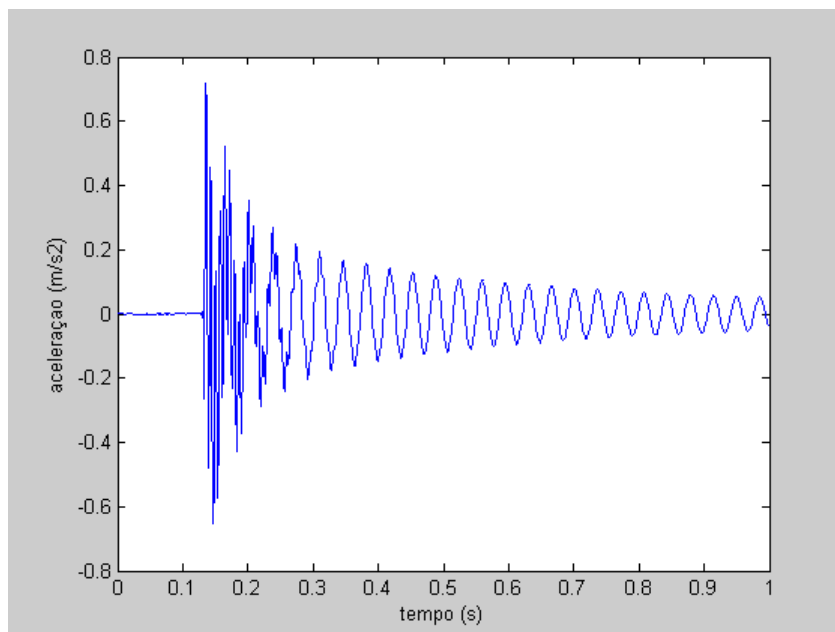


Figura 3.2: Corpo de prova n^o 01. Sinal de aceleração no tempo. Este é um dos 10 sinais adquiridos na 2^a posição de fixação do acelerômetro (100 mm).

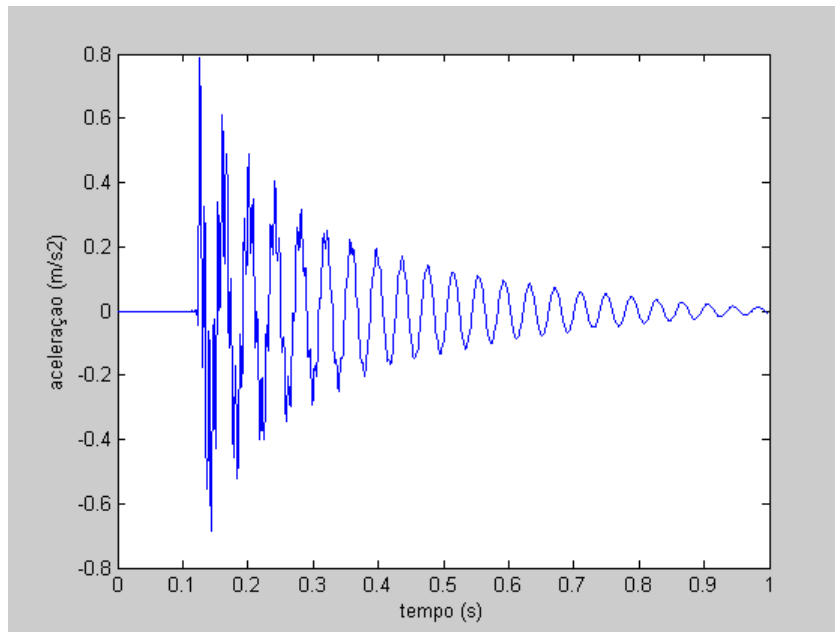


Figura 3.3: Corpo de prova n^o 01. Sinal de aceleração no tempo. Este é um dos 10 sinais adquiridos na 3^a posição de fixação do acelerômetro (160 mm).

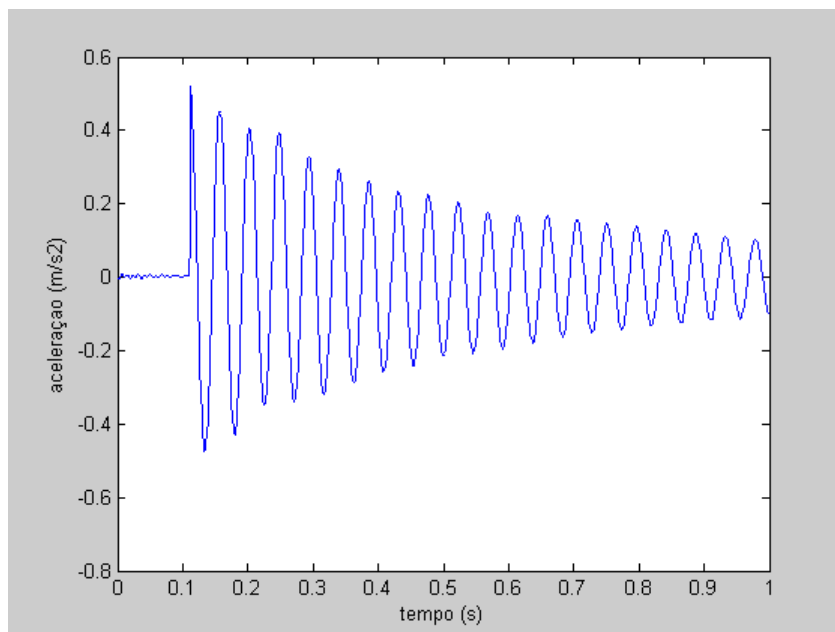


Figura 3.4: Corpo de prova n^o 01. Sinal de aceleração no tempo. Este é um dos 10 sinais adquiridos na 4^a posição de fixação do acelerômetro (220 mm).

Foi efetuada análise estatística dos dados, obtendo-se frequências naturais médias amortecidas para cada posição de aquisição (1º modo de vibração).

Os resultados estatísticos foram confrontados com resultados obtidos pela aplicação da Transformada Rápida de Fourier (FFT) aos dados. Houve concordância entre os resultados.

Devido à necessidade posterior de comparação com resultados de simulações numéricas (onde não seria incorporado o efeito do amortecimento viscoso), as frequências naturais médias amortecidas sofreram um ajuste para o caso não amortecido.

Devido à influência da massa do sensor de aceleração, as frequências médias de vibração foram corrigidas (ver seção 2.4.3).

A tabela 3.1 apresenta resultados de frequências, obtidos por análise estatística, para o corpo de prova n° 01.

Tabela 3.1: Frequências Naturais Médias para o Corpo de Prova n° 01 - 1º Modo de Vibração

Posição (mm)	Frequência natural média amortecida (Hz)	Frequência natural média não amortecida (Hz)	Frequência natural média não amortecida corrigida (Hz)
40	29,1125	29,1144	29,1150
100	28,1802	28,1829	28,3248
160	25,8840	25,8906	27,7885
220	22,7705	22,9066	30,3693

O valor médio das frequências naturais médias não amortecidas corrigidas para este corpo de prova foi de 28,8994 Hz. Este valor foi o resultado experimental adotado para a frequência natural no 1º modo de vibração.

Nas figuras 3.5 e 3.6, são vistas as Transformadas Rápidas de Fourier aplicadas aos conjuntos de dados adquiridos para o corpo de prova n° 01, a partir das posições 100 mm e 220mm, respectivamente. As frequências de vibração lidas nos 1^{os} picos foram de 28,3410 Hz e 22,8111 Hz, em harmonia com os valores contidos na tabela 3.1.

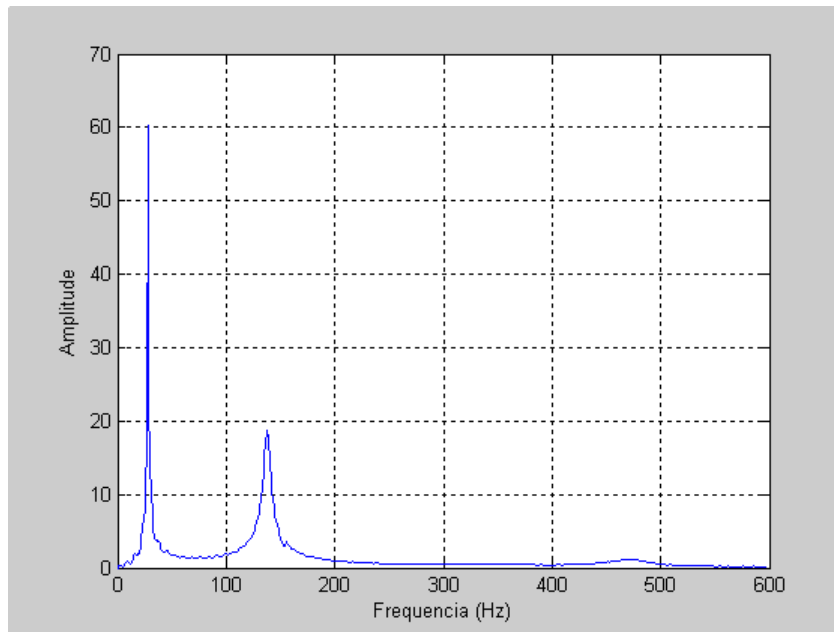


Figura 3.5: Transformada Rápida de Fourier (FFT) do sinal de aceleração. Corpo de prova n° 01.
Posição do sensor de aceleração: 100mm.

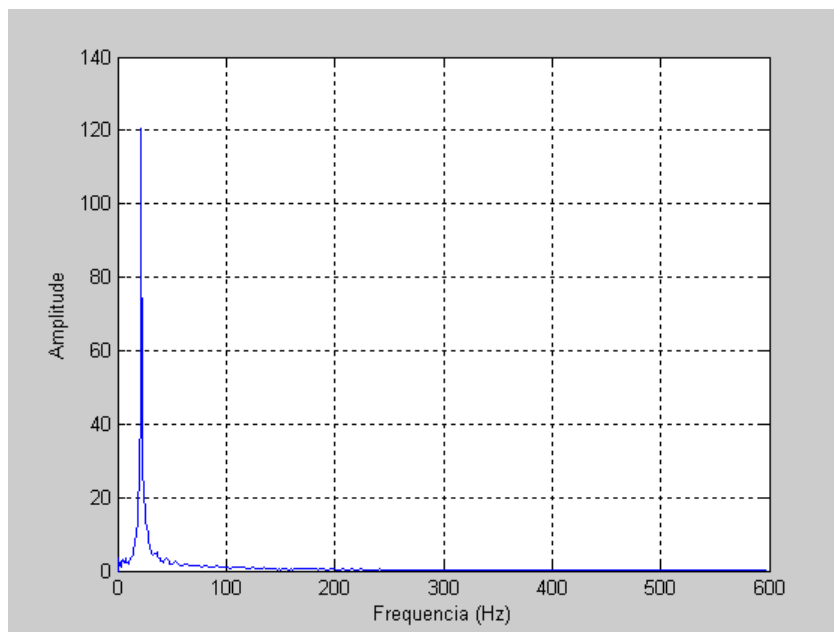


Figura 3.6: Transformada Rápida de Fourier (FFT) do sinal de aceleração. Corpo de prova n° 01.
Posição do sensor de aceleração: 220mm.

A análise estatística e o procedimento de correção dos valores de frequências foram repetidos para os corpos de prova n^{os} 03 e 04. Os valores obtidos são apresentados nas tabelas 3.2 e 3.3.

Tabela 3.2: Frequências Naturais Médias para o Corpo de Prova n^o 03 - 1^o Modo de Vibração

Posição (mm)	Frequência natural média amortecida (Hz)	Frequência natural média não amortecida (Hz)	Frequência natural média não amortecida corrigida (Hz)
40	44,8269	44,8294	44,8303
100	43,5124	43,5205	43,7466
160	39,7617	39,7628	42,7651
220	34,0547	34,0574	45,4641

Tabela 3.3: Frequências Naturais Médias para o Corpo de Prova n^o 04 - 1^o Modo de Vibração

Posição (mm)	Frequência natural média amortecida (Hz)	Frequência natural média não amortecida (Hz)	Frequência natural média não amortecida corrigida (Hz)
40	44,7857	44,8584	44,8590
100	43,7567	43,7723	43,9111
160	41,3562	41,3985	43,3332
220	37,4629	37,4828	45,5513

Os valores médios das frequências naturais médias não amortecidas corrigidas para estes dois últimos corpos de prova foram de 44,2015 Hz e 44,4137 Hz (de n^{os} 03 e 04, respectivamente). Estas frequências também foram confirmadas pela aplicação da Transformada Rápida de Fourier aos dados.

Haja vista a adoção dos valores médios das frequências naturais médias não amortecidas corrigidas como as frequências naturais no 1^o modo de vibração para os corpos de prova

ensaiados, os mesmos se encontram resumidos na tabela 3.4. Tais valores foram considerados, individualmente, como as frequências de vibração de cada corpo de prova.

Tabela 3.4: Frequências Naturais para o 1º Modo de Vibração - Resultados Experimentais

Nº do Corpo de Prova	Frequência natural (Hz)
01	28,8994
03	44,2015
04	44,4137

3.2 Resultados Analíticos

Foram obtidos resultados analíticos para as frequências naturais no 1º modo de vibração através de uma modelagem matemática (problema de autovalor). Problemas similares de carregamentos dinâmicos de vigas em balanço, foram encontrados na literatura [25], [26] e [27].

A aplicação das propriedades dos corpos de prova (tabelas 2.3, 2.5 e 2.6) à solução da equação diferencial linear homogênea de 4ª ordem (seção 2.3) permitiu o cálculo das frequências naturais do sistema.

A tabela 3.5 resume os valores das frequências naturais calculadas analiticamente.

Tabela 3.5: Frequências Naturais para o 1º Modo de Vibração - Resultados Analíticos

Nº do Corpo de Prova	Frequência natural (Hz)
01	29,7899
03	46,6047
04	50,4471

3.3 Resultados Numéricos

Mediante o emprego do modelo proposto por Paulino, Romero e Menandro ([1] e [2]), foram realizadas simulações numéricas com passo de tempo 0,001 segundo e números de passos 50, 100, 300, 500, 700, 1000 e 1200, para os corpos de prova bimetálicos e sanduíche. Valores de deslocamentos dos nós, situados nas pontas dos corpos de prova, no tempo, foram os dados de saída das simulações numéricas. Gráficos foram plotados para cada um dos corpos de prova. As figuras 3.7 a 3.13 mostram as representações gráficas dos dados de saída das simulações numéricas efetuadas para o corpo de prova n° 04.

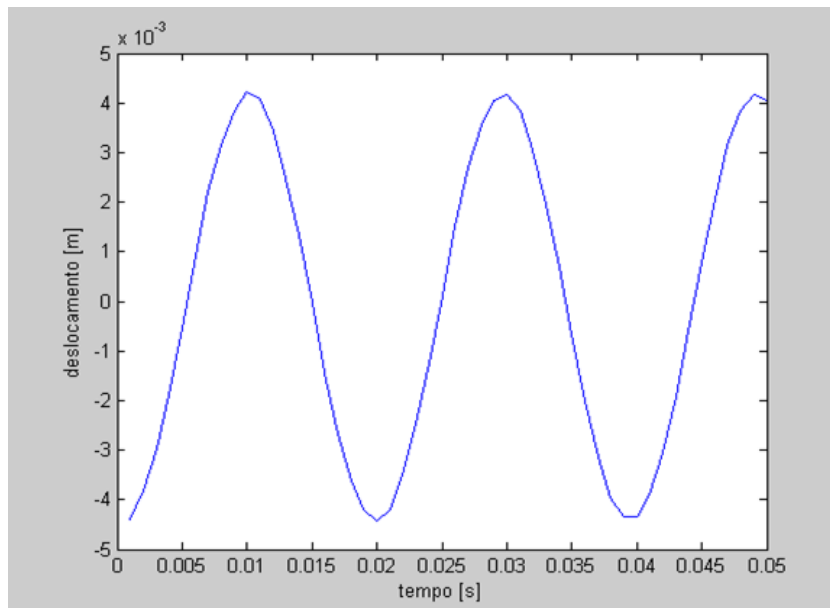


Figura 3.7: Deslocamento da extremidade da viga ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 50 passos).

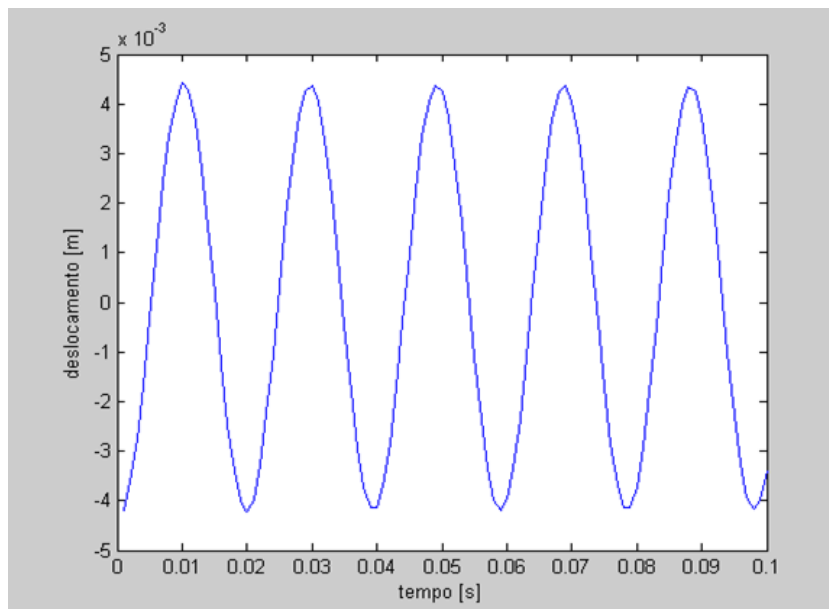


Figura 3.8: Deslocamento da extremidade da viga ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 100 passos).

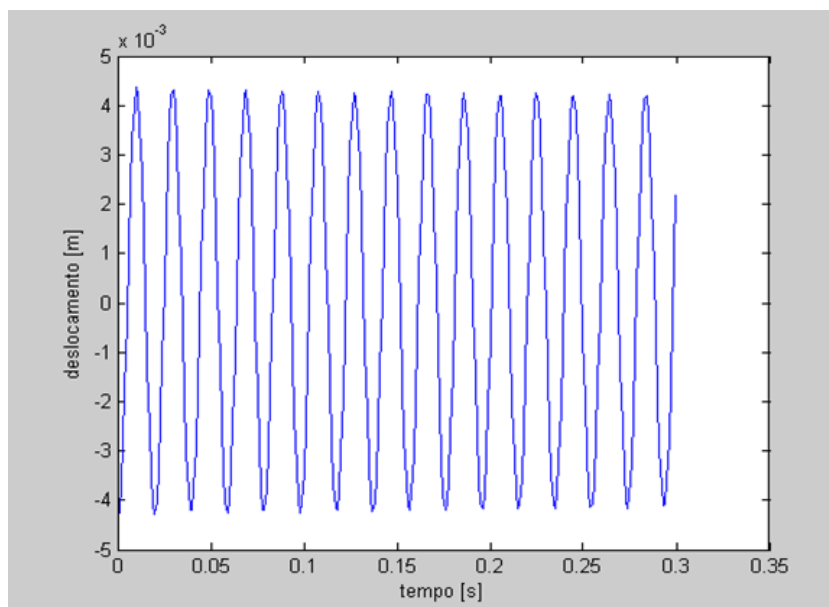


Figura 3.9: Deslocamento da extremidade da viga ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 300 passos).

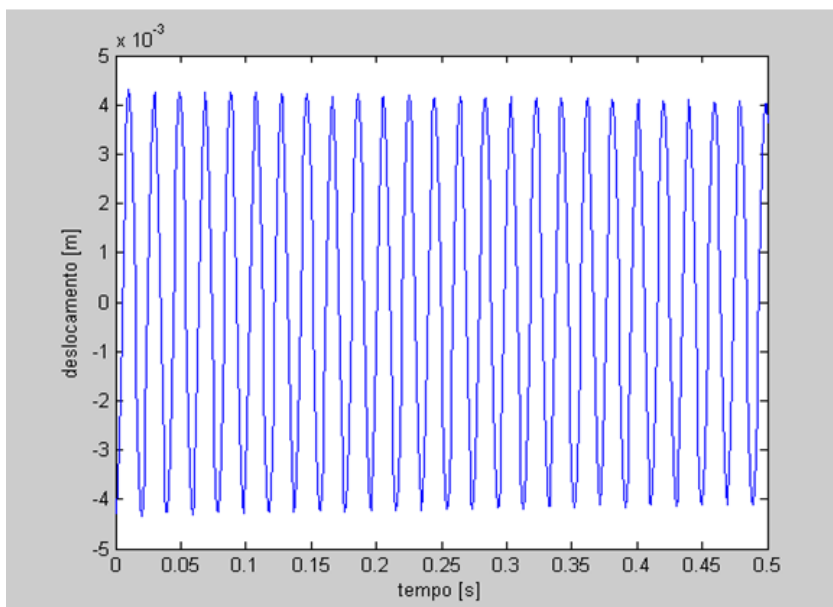


Figura 3.10: Deslocamento da extremidade da viga ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 500 passos).

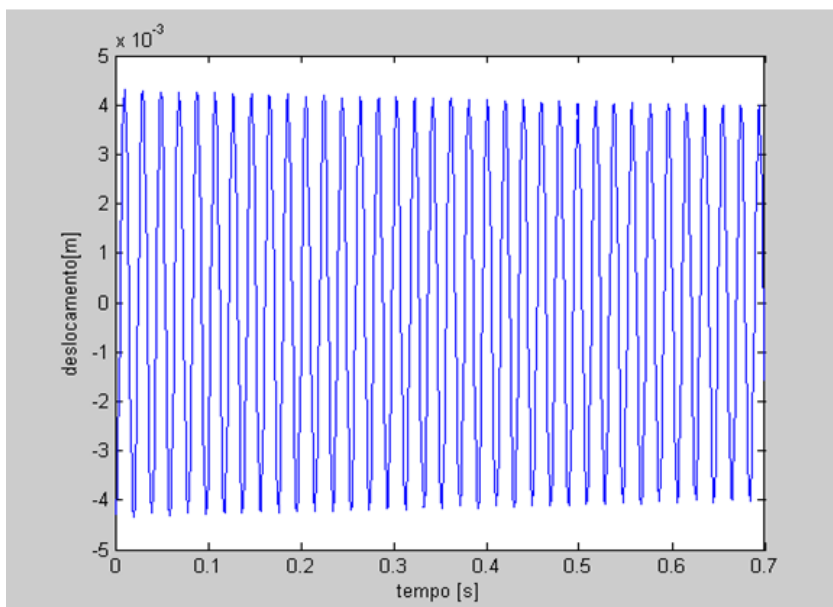


Figura 3.11: Deslocamento da extremidade da viga ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 700 passos).

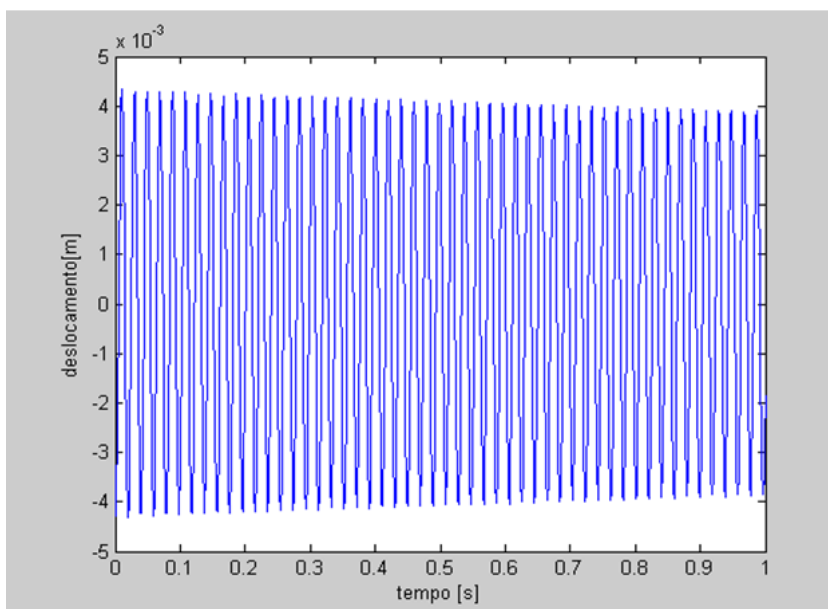


Figura 3.12: Deslocamento da extremidade da viga ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 1000 passos).

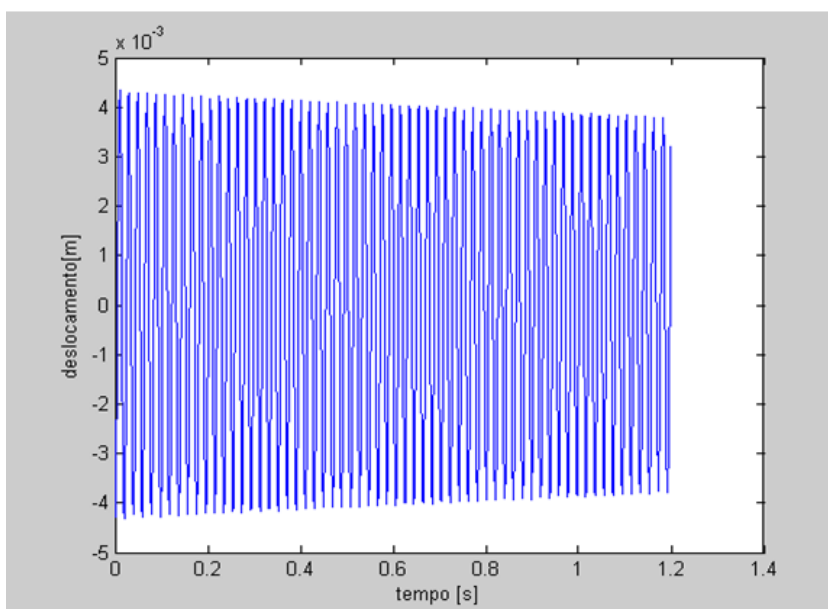


Figura 3.13: Deslocamento da extremidade da viga ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 1200 passos).

Foi aplicada a FFT (Transformada Rápida de Fourier) aos dados de saída das simulações (deslocamentos da extremidade da viga no tempo) e foram obtidas as frequências para o primeiro modo de vibração.

As figuras 3.14 a 3.20 mostram a aplicação da FFT aos dados de saída do corpo de prova n° 04, permitindo a visualização dos picos de frequência.

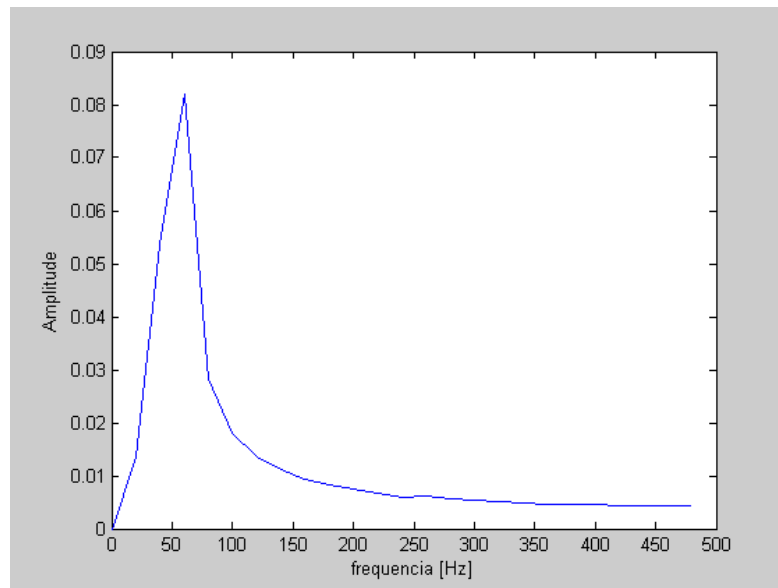


Figura 3.14: Transformada Rápida de Fourier (FFT) aplicada aos resultados de deslocamentos da extremidade da viga no tempo (respostas de simulação). Corpo de prova n° 04 ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 50 passos).

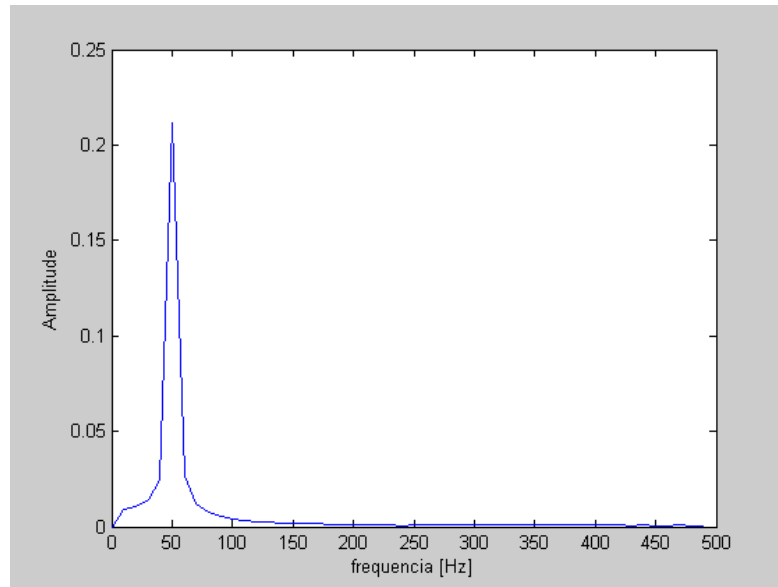


Figura 3.15: Transformada Rápida de Fourier (FFT) aplicada aos resultados de deslocamentos da extremidade da viga no tempo (respostas de simulação). Corpo de prova n° 04 ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 100 passos).

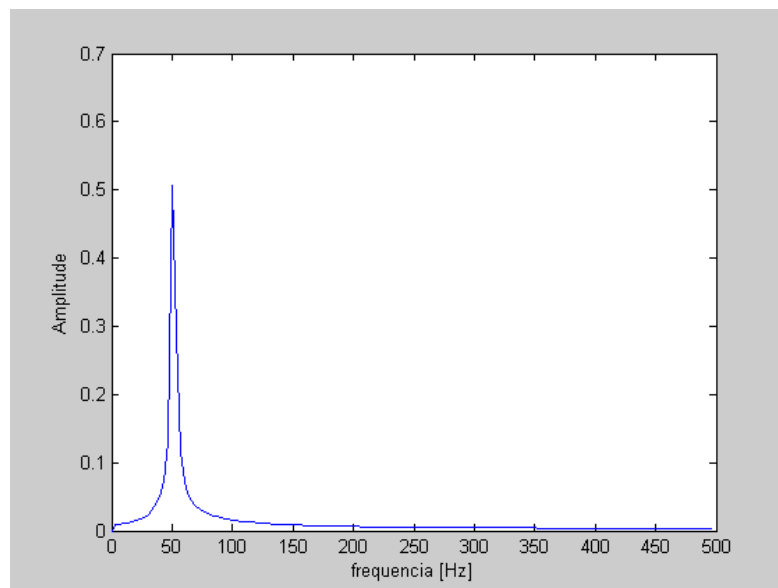


Figura 3.16: Transformada Rápida de Fourier (FFT) aplicada aos resultados de deslocamentos da extremidade da viga no tempo (respostas de simulação). Corpo de prova n° 04 ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 300 passos).

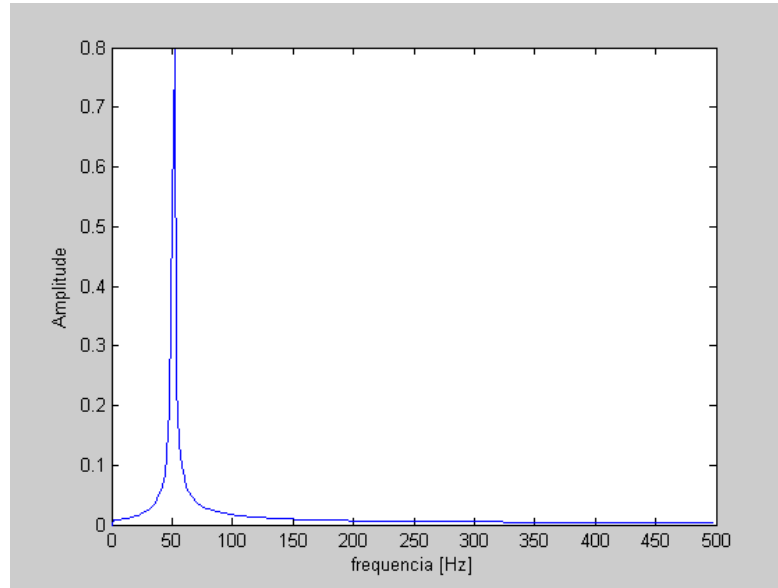


Figura 3.17: Transformada Rápida de Fourier (FFT) aplicada aos resultados de deslocamentos da extremidade da viga no tempo (respostas de simulação). Corpo de prova n° 04 ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 500 passos).

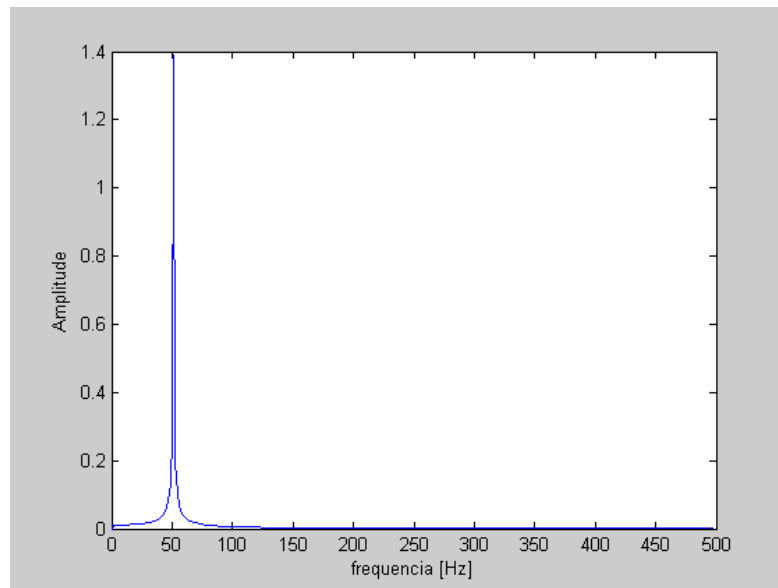


Figura 3.18: Transformada Rápida de Fourier (FFT) aplicada aos resultados de deslocamentos da extremidade da viga no tempo (respostas de simulação). Corpo de prova n° 04 ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 700 passos).

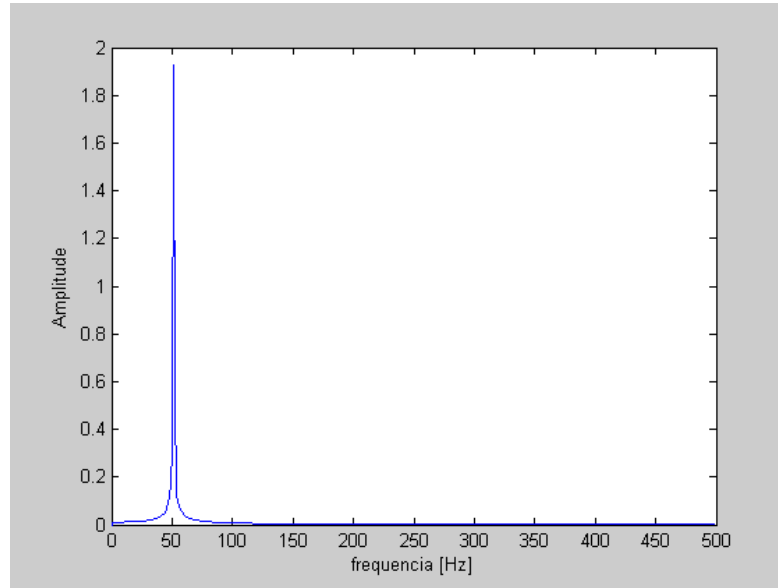


Figura 3.19: Transformada Rápida de Fourier (FFT) aplicada aos resultados de deslocamentos da extremidade da viga no tempo (respostas de simulação). Corpo de prova n° 04 ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 1000 passos).

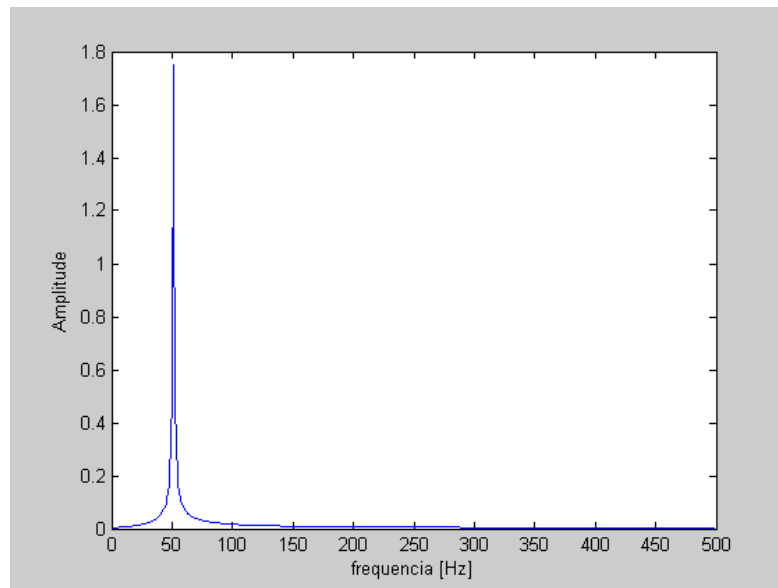


Figura 3.20: Transformada Rápida de Fourier (FFT) aplicada aos resultados de deslocamentos da extremidade da viga no tempo (respostas de simulação). Corpo de prova n° 04 ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s e 1200 passos).

As leituras dos gráficos obtidos com a aplicação da FFT aos dados apresentaram os resultados mostrados na tabela 3.6.

Tabela 3.6: Frequências Naturais (Hz) Obtidas por Simulação Numérica - 1º Modo de Vibração ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s).

Nº de Passos	Nº do Corpo de Prova		
	01	03	04
50	39,7465	39,7465	61,6359
100	30,5300	50,1152	50,1152
300	32,8341	46,6590	50,1152
500	31,6820	47,8111	52,4194
700	32,8341	47,8111	51,2673
1000	32,8341	47,8111	51,2673
1200	32,8341	47,8111	51,2673

A tendência de estabilização dos valores de frequências naturais obtidos por simulação numérica é vista nos gráficos a seguir (figuras 3.21 a 3.23).

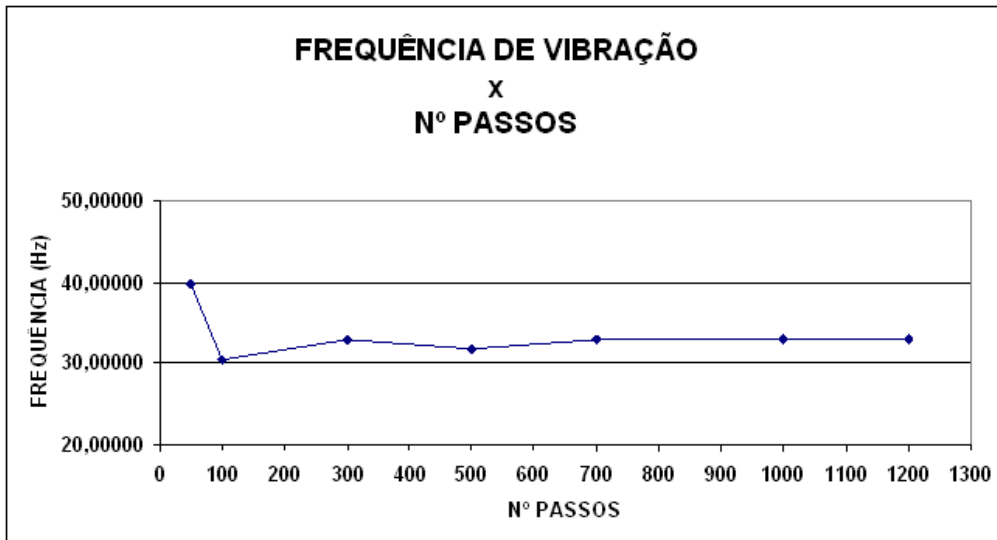


Figura 3.21: Tendência dos valores de freqüências obtidos por simulação numérica, para diversos números de passos. Corpo de prova nº 01 ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s).

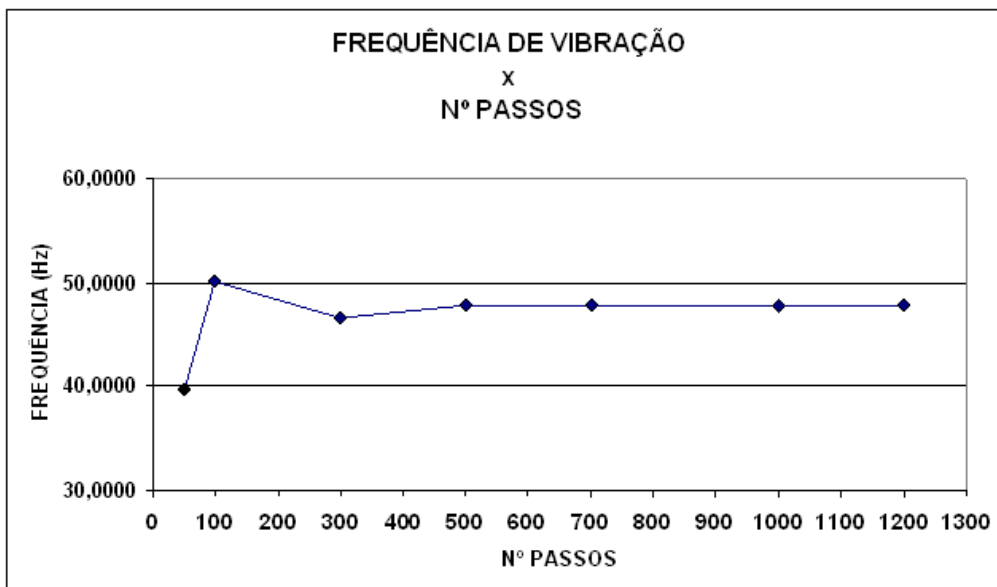


Figura 3.22: Tendência dos valores de freqüências obtidos por simulação numérica, para diversos números de passos. Corpo de prova nº 03 ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s).

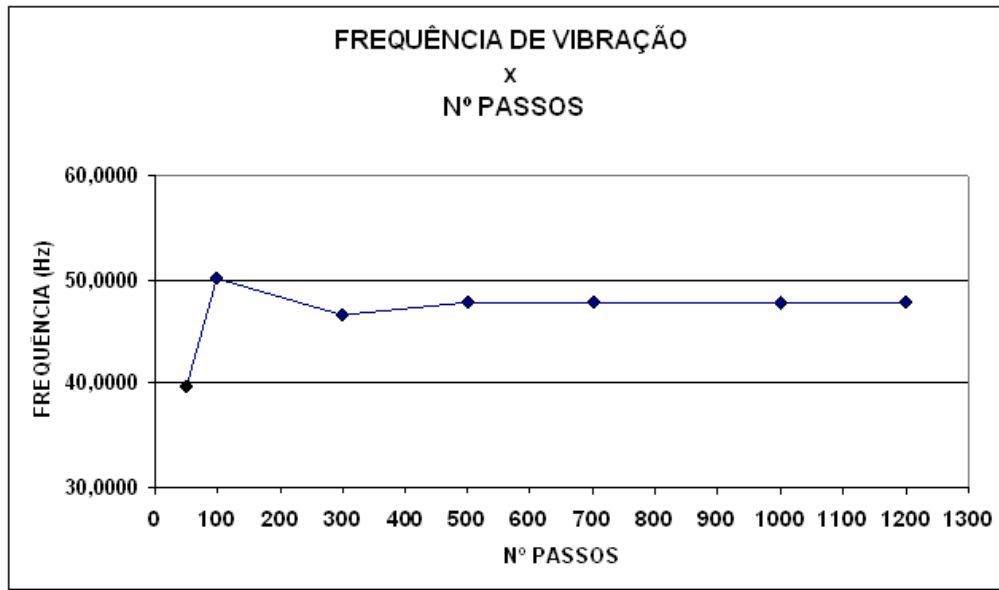


Figura 3.23: Tendência dos valores de frequências obtidos por simulação numérica, para diversos números de passos. Corpo de prova n° 04 ($\Delta t = 1,0 \times 10^{-3}$ s).

A análise dos últimos gráficos apresentados, conjuntamente com a tabela 4.6, conduz à conclusão da tendência de estabilização das frequências naturais de vibração para cada amostra, a partir de um número mínimo de passos de simulação. Estas frequências estabilizadas foram assumidas e tomadas como representativas dos movimentos.

A tabela 3.7 resume os valores das frequências naturais para as vibrações simuladas dos corpos de prova.

Tabela 3.7: Frequências Naturais (Hz) para o 1° Modo de Vibração - Obtidas por Simulação Numérica

Nº do Corpo de Prova	Frequência (Hz)
01	32,8341
03	47,8111
04	51,2673

3.4 Discussão

Os valores das frequências naturais de vibração obtidos por diferentes métodos (experimental, analítico e por simulação numérica) encontram-se na tabela 3.8.

Tabela 3.8: Frequências Naturais (Hz) para o 1º Modo de Vibração Obtidas por Diferentes Métodos

Nº do Corpo de Prova	Experimental	Analítico	Numérico
01	28,8994	29,7899	32,8341
03	44,2015	46,6047	47,8111
04	44,4137	50,4471	51,2673

As tabelas 3.9, 3.10 e 3.11 permitem as comparações entre os resultados experimentais e analíticos, experimentais e numéricos e analíticos e numéricos, respectivamente.

Tabela 3.9: Frequências Naturais (Hz) Obtidas pelos Métodos Experimental e Analítico e Suas Diferenças Percentuais (em Relação aos Resultados Experimentais) - 1º Modo de Vibração

Nº C. Prova	Experimental	Analítica	Diferença (%)
01	28,8994	29,7899	3,0814
03	44,2015	46,6047	5,4369
04	44,4137	50,4471	13,5845

Tabela 3.10: Freqüências Naturais (Hz) Obtidas pelos Métodos Experimental e Numérico e Suas Diferenças Percentuais (em Relação aos Resultados Experimentais) - 1º Modo de Vibração

Nº C. Prova	Experimental	Numérico	Diferença (%)
01	28,8994	32,8341	13,6152
03	44,2015	47,8111	8,1662
04	44,4137	51,2673	15,4313

Tabela 3.11: Freqüências Naturais (Hz) Obtidas pelos Métodos Analítico e Numérico e Suas Diferenças Percentuais (em Relação aos Resultados Analíticos) - 1º Modo de Vibração

Nº C. Prova	Analítico	Numérico	Diferença (%)
01	29,7899	32,8341	10,2189
03	46,6047	47,8111	2,5886
04	50,4471	51,2673	1,6259

Nota-se que as diferenças entre os resultados experimentais (validados pelas soluções analíticas, conforme previamente comentado na subseção 2.4.3) e os numéricos atingiram um percentual máximo de 15,4313%, para o corpo de prova nº04 . Esta diferença permite a validação da simulação numérica, haja vista: a) a existência de fatores de variabilidade experimental, tais como: aplicação do carregamento na ponta da viga pelo experimentador de forma manual repetitiva, fixação do sensor de aceleração no corpo de prova mediante a aplicação de uma camada de cêra de espessura não controlada; b) a necessidade de ajuste dos valores das freqüências naturais amortecidas obtidas na fase experimental para que houvesse possibilidade de comparação com as freqüências naturais do movimento vibratório livre (simulação numérica), o que pode ser uma fonte de erro; e c) aproximações das medidas dos corpos de prova para geração das malhas (as espessuras de adesivos utilizados para a junção dos metais foram divididas à metade em cada junção e substituídas pelo material metálico adjacente para efeitos de definição de dados de entrada para a simulação, devido ao fato de não

serem conhecidas, nem mesmo constarem nos dados do fabricante propriedades como módulo de Young, coeficiente de Poisson etc. para os adesivos).

Capítulo 4

Considerações Finais e Sugestões

Os processos de fabricação de materiais com gradação funcional ainda estão restritos a centros pesquisa mais avançados. O desafio de se fabricar amostras que possuíssem comportamentos próximos aos dos materiais com variação contínua das propriedades, sob carregamentos mecânicos, conduziu a sucessivas tentativas que, pelos resultados alcançados, levaram à adoção do simples modelo de gradação por superposição de multicamadas para a fabricação dos corpos de prova. Para este processo, obtiveram-se suportes material, humano e de equipamentos nas instalações laboratoriais do Centro Tecnológico desta universidade.

O Método dos Elementos Finitos (FEM), por se tratar de um modelo matemático de resolução de equações diferenciais, representa um modelo numérico da solução analítica. Viu-se que tanto o modelo analítico, quanto o experimental, convergiram para os valores de frequências naturais obtidos pela aplicação do FEM. Foi marcante a concordância entre as modelagens numérica e analítica, com uma diferença percentual máxima dos resultados numéricos em relação aos analíticos de 10,2189% para o corpo de prova n^o 01. (Para os corpos de prova n^{os} 03 e 04, as diferenças foram de 2,5886% e de 1,6259%, respectivamente). Este resultado, obtido pela análise dos valores contidos na tabela 3.11, é bastante promissor, uma vez que a modelagem analítica de materiais com gradação funcional reais (com variação contínua da estrutura e, conseqüentemente, das propriedades) é bastante complicada e trabalhosa.

Para serem alcançados resultados analíticos, referências de comparação com os resultados numéricos, foi aplicado o modelo de vigas compostas aos corpos de prova. Justifica-se esta aproximação pela necessidade de obtenção de valores de momentos de inércia e de módulos de elasticidade para aplicação à solução analítica da equação diferencial que descrevia o movimento vibratório. Apesar de a literatura [23] apresentar tal modelagem para carregamentos estáticos, os resultados analíticos encontrados mostraram uma boa adequação para o caso dinâmico - o que pôde inicialmente ser verificado pela comparação com os resultados obtidos experimentalmente).

Os resultados finais apontaram para a adequação do modelo numérico para análise dinâmica de tensões e deformações em materiais com gradação funcional. A análise de frequências mostrou a convergência do método a partir de um determinado número de passos de simulação.

Sugestões Para Trabalhos Futuros

Haja vista a grande dificuldade que existiu para a definição de um processo de fabricação para os corpos de prova FGMs, é de grande valia a continuidade do desenvolvimento de um processo viável para a fabricação de um material compósito com variação contínua das propriedades nesta universidade. Neste trabalho, foi alcançado um simples resultado pela superposição de finas camadas de diferentes materiais, unidas por adesivos industriais, com aplicação de cargas de prensagem (modelo de gradação por superposição de multicamadas, exposto na seção 1.2). A boa concordância entre os resultados das simulações dinâmicas e os resultados experimentais validaram o modelo numérico proposto; porém, a fabricação de um material com mudança contínua das propriedades, segundo um processo adequado (ver literaturas [4], [5], [6] e [7], por exemplo) é fundamental para o avanço das pesquisas sobre o tema FGM nesta instituição.

Também é de suma importância (motivo pelo qual se faz aqui um breve resumo do assunto) incorporar ao modelo o amortecimento viscoso para o movimento vibratório, o que não foi realizado neste trabalho. A matriz de amortecimento \mathbf{C} não foi estimada para a simulação

numérica dinâmica, tendo sido adotado o modelo de movimento vibratório livre para o sistema. Propõe-se, como sugestão para trabalhos futuros, a realização de uma análise modal, com a posterior determinação do amortecimento viscoso segundo o modelo de Rayleigh. Este modelo conduz a uma matriz de amortecimento viscoso \mathbf{C} , a partir de uma proporcionalidade entre as matrizes de massa e de rigidez do sistema. A relação a seguir expressa matematicamente esta assumpção:

$$\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K}, \quad (4.1)$$

onde \mathbf{M} é a matriz de massa, \mathbf{K} é a matriz de rigidez, α e β são constantes a serem determinadas a partir de valores dos fatores de amortecimento ξ e das frequências naturais ω , relacionados aos modos de vibração do sistema.

Em sistemas com muitos graus de liberdade, tornam-se relevantes serem conhecidos os primeiros modos de vibração e os correspondentes valores de ξ e de ω . A partir de uma simples relação existente entre cada par (ξ, ω) , obtém-se um sistema de equações que conduz a uma solução (α, β) , empregada na obtenção da matriz de amortecimento \mathbf{C} . Existem inúmeros pacotes de Análise por Elementos Finitos como SAP, GTSTRUDL, STARDYNE e ANSYS, capazes de efetuar a análise dinâmica do sistema, providenciando valores suficientes para o cálculo da matriz de amortecimento de Rayleigh. Através da técnica exposta na literatura [28], [29], [30], [31] e [32], torna-se bastante simples a obtenção de valores daquelas constantes, anteriormente citadas.

As simulações numéricas também não incorporaram outros efeitos ao carregamento mecânico, com por exemplo o efeito térmico, muito comum nas situações de utilização dos FGMs (corpos que podem estar sujeitos a gradientes de temperatura). Por este motivo, sugestiona-se que não seja simplificado este efeito nas simulações futuras.

Por fim, deverá ser efetuada a análise inversa do problema: tendo como dados de entrada campos de tensão ou mapas de deslocamentos, velocidades ou acelerações. Desta forma, ao término do trabalho, alcançar-se-á o objetivo de identificação de parâmetros para o material, quando submetido a carregamentos mecânicos variados.

Referências Bibliográficas

- [1] Paulino R. H., Romero J. S., Menandro F. C. M., *Recuperação de Tensões e Análise Dinâmica de Materiais com Gradação Funcional*, CILAMCE 2005, 19 a 21 de outubro de 2005, Guarapari–ES.
- [2] Paulino R. H., Romero J., Menandro F. C. M., *A Higher Order Stress Post-Processing for the Elasticity Equation Applied to a Functionally Graded Material (FGM)*, CILAMCE 2004, 10 a 12 de novembro de 2004, Recife–PE (trabalho publicado em anais).
- [3] Miyamoto Y., Kaysser W. A., Rabin B. H., Kawasaki A. , Ford R. G., *Functionally Graded Materials: Design, Processing and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, (1999).
- [4] Camargo D., *Obtenção de Compósitos PSZ-Mo com Gradiente de Composição (FGM) Via Metalurgia do Pó*, Faculdade de Engenharia Química de Lorena Engenharia de Materiais, Tese de Mestrado, 1v., 60p., (1997).
- [5] Ichikawa K., *Functionally Graded Materials in the 21st Century: A Workshop on Trends and Forecasts*, Kluwer Academic Publishers (2000).
- [6] Zubacheva O. A., *Plasma-Sprayed and Physically Vapor Deposited Thermal Barrier Coatings: Comparative Analysis of Thermoelastic Behavior Based on Curvature Studies*, Text, PhDThesis, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Fakultät für Georessourcen und Materialtechnik (2004).

- [7] Thermal Spray Lab. Department of Materials Science & Engineering. State University of New York at Stony Brook. Disponível em: <<http://www.matscieng.sunysb.edu/tsl/fgm/fgm.html>>. Acesso em: 07 set. 2007.
- [8] Joshi S., Abhijit M., Siegfried S., *Numerical Characterization of Functionally Graded Active Materials Under Electrical and Thermal Fields*, Smart Materials and Structures, Vol.12, 571-579, (2003).
- [9] Banks-Sills L., Eliasi R., Berlin Y., *Modeling of Functionally Graded Materials in Dynamic Analyses*, Composites: Part B: Engineering, Vol. 33, 7-15 , (2002).
- [10] Paley M., Aboudi J., *Micromechanical Analysis of Composites by the Generalized Cells Model*, Mechanical Materials, Vol. 14, 127-139, (1992).
- [11] Cirakoglu M., Bhaduri S., Bhaduri S.B. *Evaluation of Interlayer Properties of Functionally Graded Materials*, Ceramic Engineering and Science Proceedings, Vol 22, nº 4, 615-620, (2001).
- [12] Kesler O., Suresh S., Matejicek J., Sampath S., Gnaeupel-Herold T., Brand P., Prask H., *Residual Stress - An Integrated Approach Part 2: Metallic, Composite and Graded Coatings*. Disponível em: <<http://www.matscieng.sunysb.edu/ctsr/nuggets/nugget20>>. Acesso em 15 nov. 2006.
- [13] Callister Jr. W. D., *Ciência e Engenharia dos Materiais: Uma Introdução*, Livros Técnicos e Científicos, 5ª Edição, Rio de Janeiro (2002).
- [14] Moon R. J., Bowman K. J., Trumble K. P., Rödel J., *Fracture Resistance Curve Behaviour of Multilayered Alumina-Zirconia Composites Produced by Centrifugation*, Acta Materialia, Vol. 49, nº6, 995-1003, (2001).
- [15] Tilbrook M. T., Moon R. J., Hoffman M., *Crack Propagation in Graded Composites*, Composites Science and Technology, Vol. 65, Issue 2, 201-220, February 2005.
- [16] Butcher R. J., Rousseau C. E., Tippur H. V., *A Functionally Graded Particulate Composite: Preparation, Measurements and Failure Analysis*, Acta Materialia, Vol. 47, nº 1, 259-268, (1998).

- [17] Chakraborty A., Gopalakrishnan S., *A Spectrally Formulated Finite Element for Wave Propagation Analysis in Functionally Graded Beams*, International Journal of Solids and Structures, Vol. 40, 2421-2448, (2003).
- [18] Gasik M. M., *Micromechanical Modeling of Functionally Graded Materials*, Composite Materials and Science, Vol.13, 42-55, (1998).
- [19] Kim J. H., Paulino G. H., *Isoparametric Graded Finite Elements for Nonhomogeneous Isotropic and Orthotropic Materials*, Journal of Applied Mechanics, Vol. 69, 502-513, (2002).
- [20] Gu Y., Nakamura T., Prchlik L., Sampath S., Wallace J., *Micro-Indentation and Inverse Analysis to Characterize Elastic-Plastic Graded Materials*, Materials Science and Engineering, A345, 223-233 (2003).
- [21] Nakamura T., Wang T., Sampath S., *Determination of Properties of Graded Materials by Inverse Analysis and Instrumented Indentation*, Acta Materialia, Vol. 48, 4293-4306, (2000).
- [22] Liu G. R., Han X., Xu Y.G., Lam K.Y., *Material Characterization of Functionally Graded Material by Means of Elastic Waves and a Progressive-Learning Neural Network*, Composites Science and Technology, Vol. 61, Issue 10, 1401-1411, (2001).
- [23] Beer F. P., Johnston Jr. E. R. , *Resistência dos Materiais*, Editora McGraw Hill Ltda, 2ª Edição, (1989).
- [24] McConnell K. G., *Vibration Testing Theory and Practice*, John Wiley and Sons, Inc., (1995).
- [25] Kuerten R., Zaro M., Gomes L.C., Marranghello M., Batista V.T., *Análise Teórica e Prática da Resposta em Freqüência de Diapasão Mecânico (em Forma de Y) e Comparação com Método Numérico (Via Elementos Finitos)*, Tecnologia, Revista de Engenharia, Energia e Desenvolvimento Sustentável, Vol. 6, nº 2, (Jul/Dez 2005).

- [26] Carrillo O. X. B., *Detecção de Dano a Partir da Resposta Dinâmica da Estrutura: Estudo Analítico com Aplicação a Estruturas do Tipo Viga*, Universidade de São Carlos, Dissertação de Mestrado, (2004).
- [27] Silva N. R. S., *Detecção de Dano Estrutural Por Algoritmos Genéticos e Sensibilidade Modal*, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Dissertação de Mestrado, (2006).
- [28] Bathe K.J., *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey (1982).
- [29] Clough R. W., Penzien J., *Dynamics of Structures*, Mc Graw-Hill Book Company, 7th Printing, (1986).
- [30] Chowdhury I., Dasgupta S., *Computation of Rayleigh Damping Coefficients for Large Systems*, The Electronic Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 8, Bundle 8C, (2003).
- [31] Giosan I., *Dynamic Analysis with Damping for Free-Standing Structures Using Mechanical Event Simulation*, West Coast Engineering Group Ltd. Vancouver, British Columbia, Canada (2006).
- [32] Tita V., *Análise Dinâmica Teórica e Experimental de Vigas Fabricadas a Partir de Materiais Compósitos Poliméricos Reforçados*, Universidade de São Paulo, Dissertação de Mestrado, (1999).