UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

BERNADETE VERÔNICA SCHÄEFFER HOFFMAN

O USO DE DIFERENTES FORMAS DE COMUNICAÇÃO EM AULAS DE MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL

VITÓRIA
2012

BERNADETE VERONICA SCHÄEFFER HOFFMAN

O USO DE DIFERENTES FORMAS DE COMUNICAÇÃO EM AULAS DE MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação, na linha de Educação e Linguagens, sublinha de Linguagem Matemática, vinculada ao campo científico de Educação Matemática.

Orientadora: Professora Doutora Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner.

VITÓRIA
2012

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

BERNADETE VERÔNICA SCHAEFFER HOFFMAN

O USO DE DIFERENTES FORMAS DE COMUNICAÇÃO EM AULAS DE MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Educação da Universidade Federal do Espírito Santo como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Educação.

Aprovada em 28 de novembro de 2012.

COMISSÃO EXAMINADORA

Professora Doutora Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner
Universidade Federal do Espírito Santo

Professora Doutora Denise Meyrelles de Jesus
Universidade Federal do Espírito Santo

Professor Doutor Carlos Eduardo Ferraço
Universidade Federal do Espírito Santo

Professora Doutora Sandra Aparecida Fraga da Silva
Instituto Federal de Educação

Professora Doutora Maria de Lurdes Serrazina
Instituto Politécnico de Lisboa

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
(Biblioteca Central da Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

H699u

Hoffman, Bernadete Verônica Schäeffer, 1959-
O uso de diferentes formas de comunicação em aulas de matemática no ensino fundamental / Bernadete Verônica Schäeffer Hoffman. – 2012.
290 f. : il.

Orientadora: Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner.
Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Educação.

1. Ensino fundamental. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3. Leitura. 4. Escrita. 5. Oralidade. 6. Análise de interação em educação. 7. Aprendizagem. I. Santos-Wagner, Vânia Maria Pereira dos. II. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro de Educação. III. Título.

CDU: 37

Dedico esse trabalho às pessoas que se encantavam com as minhas descobertas, respeitavam os espaços em que brincava de escolinha quando criança e me ensinaram a valorizar a arte de ser professor: a minha mãe Hilda (in memoriam) e meu pai Martim.

Ao meu marido e fiel companheiro Adenísio; ao meu filho Adenísio Jr.; e aos meus irmãos: Ervídio, José e Lourdes que souberam compreender esse momento de buscas de novos saberes em minha vida.

Às professoras e aos alunos participantes do estudo.

AGRADECIMENTO

Muitas portas se abriam... Era preciso entrar e explorar o desconhecido. Muitas vezes, mesmo sabendo que essas explorações do novo dependiam de nós mesmos, em vários momentos precisaríamos partilhar esforços com pessoas próximas de nosso convívio pessoal e institucional. Assim chegou a hora e agradeço

A DEUS

Primeiramente a Deus, pelos dias e noites concedidos para que não me faltassem forças nesse caminhar. E agradeço também pelos bons encontros, que durante toda a minha vida, me fariam conquistar novas aprendizagens e novas compreensões.

A MINHA FAMÍLIA

Ao meu velho pai Martim, que orando por mim, até hoje se emociona com cada nova conquista em minha vida. Ao meu esposo Adenísio e ao meu filho Adenísio Jr. pela compreensão em minhas ausências, oferecendo todo o seu apoio e companheirismo nos momentos em que precisava.

A MINHA ORIENTADORA PROFESSORA Drª. VÂNIA MARIA PEREIRA DOS SANTOS-WAGNER

De forma especial, porque acreditou em minha capacidade de desenvolver esse estudo em educação matemática, mesmo sabendo de minha formação na área de língua portuguesa. Obrigado por me possibilitar alguns conhecimentos do conteúdo matemático e conhecimentos pedagógicos dessa disciplina. Estes me tornarão capazes de ensinar e aprender matemática de forma diferente nos anos iniciais do ensino fundamental. Obrigado pela oportunidade de cursar o Mestrado e, através dele, realizar vários bons encontros. Eles mudaram a minha forma de compreender a realidade em que estou inserida, contribuindo para que possa ajudar alunos e professores da escola pública a torná-la um espaço de possibilidades e de conquistas.

À PROFESSORA Drª. SANDRA FRAGA DA SILVA

Pela oportunidade de participar em sua pesquisa e de conquistar, a partir de então, novos espaços de aprendizagens.

À PROFESSORA Drª. ISABEL CRISTINA RABELO GOMES

Por várias orientações e oportunidades de ricas trocas no GEEMES e pelo reforço positivo nas produções escritas.

AOS PROFESSORES: Dr. CARLOS EDUARDO FERRAÇO E Drª. DENISE MEYRELLES DE JESUS

Por lerem esse trabalho e contribuir com sugestões para melhorá-lo, e também por contribuírem para a maneira como, hoje, compreendo a vida, a diversidade cultural e a maneira de *fazer a educação,* através do privilégio de cursar suas disciplinas.

À PROFESSORA DRª. LURDES SERRAZINA

Por ler esse trabalho e com ele contribuir, trazendo a sua visão de outras realidades e compreensões.

AO PROFESSOR DR. IGUATEMI RANGEL

Pelos momentos de crescimento proporcionados em grupos de estudo, anteriores ao mestrado, decisivos para a minha volta à vida acadêmica.

ÀS PROFESSORAS MARIA QUEIROZ NADER E GISELE CASOTTI

Pelas muitas aprendizagens que me proporcionaram ao conferirem a redação final desse relatório, por meio de um trabalho apreciativo e carinhoso.

AOS PROFESSORES E ALUNOS PARTICIPANTES DO ESTUDO

Aos professores Val, Gezi e RJ que nos abriram suas portas para que pudéssemos aprender juntos durante toda a pesquisa e às professoras Diva e Linda que também participaram em momentos significativos. O meu muito obrigado de coração, porque tornaram esse trabalho muito mais significativo. Pela primeira vez, deixei de olhar apenas para a minha sala de aula e dirigi o olhar para outras práticas, e com elas aprendi “outros jeitos de ser professor”.

AOS AMIGOS:

As minhas amigas de caminhada Thiarla e Célia Verônica, que tanto me ensinaram em longas conversas; aos meus incansáveis colegas e amigos Thais, Cátia e Wellington que muitas portas me ajudaram a abrir; especialmente, a Daniel e Alexsandra que tantas aprendizagens me proporcionaram não medindo esforços para me auxiliarem; aos amigos do grupo de estudos, em especial a Bruna, pela presença incansável e pelo interesse em aprendizagens matemáticas que possam transformar a sala de aula em espaço, de fato, em que o aluno encontre o prazer de ensinar e aprender.

Aos meus fieis amigos de sempre, Eridan Suelena da Silva Araújo Hoffman, Ermínia Egídio, Sônia Luzia Nunes Maia, Geraldo Maia e Leonora Schäeffer Carreta, pela compreensão que demonstraram quando, nos momentos difíceis, com eles não estive. O meu muito obrigado por todo apoio que sempre me dispensaram.

Não sei se a vida é curta ou longa para nós, mas sei que nada do que vivemos tem sentido, se não tocarmos o coração das pessoas.
Muitas vezes basta ser: colo que acolhe, braço que envolve, palavra que conforta, silêncio que respeita, alegria que contagia, lágrima que corre, olhar que acaricia, desejo que sacia, amor que promove.
E isso não é coisa de outro mundo, é o que dá sentido à vida. É o que faz com que ela não seja nem curta, nem longa demais, mas que seja intensa, verdadeira, pura enquanto durar. Feliz aquele que transfere o que sabe e aprende o que ensina.
Cora Coralina
(http://pensador.uol.com.br/poemas)

RESUMO

Este estudo, inserido no campo da educação matemática, foi desenvolvido no Programa de Pós-Graduação do Centro de Educação da Universidade Federal do Espírito Santo – PPGE/CE/UFES. Desenvolvemos uma investigação qualitativa do tipo pesquisa-ação com práticas colaborativas que buscavam responder ao questionamento central: o que nós, professores, compreendemos da aprendizagem matemática do aluno quando trabalhamos com diferentes formas de comunicação? Para respondê-la, inserimo-nos em três escolas municipais de Serra e Vitória, atuando junto a três professores e suas turmas, a saber, duas turmas de 5º ano e uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental. A produção de dados aconteceu entre maio e dezembro de 2011, em 98 encontros que incluíram: momentos de conversas e planejamentos com os professores; aulas ministradas pelos professores regentes observadas por nós; e aulas ministradas por nós observadas por eles. As compreensões construídas nessas atuações se deram a partir do diálogo com autores que teorizam sobre educação; educação matemática; matemática; leitura, escrita e oralidade como formas de comunicação em matemática. Os experimentos de ensino desenvolvidos nas três escolas sugerem que práticas de diferentes técnicas de leitura ajudaram na compreensão de textos com linguagem matemática, dentre estes os textos de resolução de problemas, ampliando conhecimento também em outras disciplinas escolares. Ao falar e escrever sobre um conceito matemático em outros gêneros discursivos, o aluno organizava seu pensamento de forma a melhor compreendê-lo e aprofundava entendimento de conceitos. Ainda tivemos indícios de que formas variadas de comunicação matemática, tais como a representação pictórica na construção de algoritmos não formais, estimularam a resolução de problemas desafiadores enquanto o aluno criava estratégias próprias de solução. O estudo ainda permitiu aprendizagens aos professores, possibilitando-lhes compreender pensamentos e sentimentos do aluno em relação à matemática. Isso favoreceu o desenvolvimento de atividades em que alunos pudessem ressignificar crenças e sentimentos em relação à disciplina através de tarefas de caráter lúdico. Enfim, a pesquisa sugere que alunos e professores aprendem matemática com significado ao entrelaçar diferentes formas de comunicação e construir pequenas comunidades de aprendizagem, em que se oportunizam várias interações em aulas de matemática, tais como, (a) interação aluno/aluno, (b) interação aluno/professor/conhecimento, (c) interação professor/aluno/texto e (d) interação aluno/texto/aluno. Essas interações levavam professores à compreensão do que alunos sabiam e não sabiam, possibilitavam-lhes reflexões sobre práticas docentes e indicavam-lhes possibilidades de intervenções nos processos de ensino, aprendizagem e avaliação de matemática.

Palavras-chave: Ensino fundamental; matemática – estudo e ensino; leitura; escrita oralidade; análise de interação em educação; aprendizagem.

ABSTRACT

This study, of the field of mathematics education, was developed in the Graduate Education Program of Center of Education at Federal University of Espírito Santo – PPGE/CE/UFES. We have developed a qualitative inquiry as an action research with collaborative practices that seek to answer the main question: What do we comprehend from pupil’s mathematics learning when we work with different forms of communication? In order to answer it we worked with three municipal schools from Serra and Vitória, acting together with three teachers and their classrooms, respectively, two 5th grade classes and one 6th grade class from elementary school system. The data produced took place between May and December 2011, in 98 meetings that included: moments of conversations and planning with the teachers, teachers’ lessons observed from us, and teachers’ observations from our taught lessons. The understandings built up from these performances happened through the dialogue with authors who theorize about education; mathematics education; mathematics; reading, writing and speaking as forms of mathematics communication. The teaching experiments developed in the three schools suggest that the practices of different reading techniques helped to text understanding in mathematics language, among them problem solving texts, also expanding knowledge in other school subject areas. By speaking and writing about a mathematical concept in other discursive genres, the pupil organized his/her thinking in a way to better understand it and also broadened concept understandings. We still had evidences that diverse forms of mathematics communication, such as pictorial representations in the construction of non formal algorithms, have stimulated challenging tasks of problem solving while the student created its own solution strategies. The study also allowed teachers’ learning, while letting them understand pupil’s thoughts and feelings towards mathematics. This favored the development of activities in which students could give new meanings to beliefs and feelings about the subject through the use of playful tasks. Finally, the research suggests that students and teachers learn mathematics with meaning by intertwining various forms of communication and building small learning communities, in which diverse interactions are proposed in mathematics lessons, such as, (a) interaction between student/student, (b) interaction between student/teacher/knowledge, (c) interaction between teacher/ student/text, and (d) interaction between student/text/student. These interactions led teachers to the comprehension of what pupils knew and did not know, allowed them reflections about the teaching practices, and indicated possibilities of intervention in the processes of mathematics teaching, learning and assessment.

Keywords: Elementary school system; mathematics – study, reading, writing and speaking; interaction analysis in education; learning.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

CAPÍTULO I:
INTRODUÇÃO: PORTAS PARA O PASSADO E PARA O FUTURO

As portas

A porta que se abre
Deixa entrar a boa presença [...]
Mesmo entreaberta pela mania
Ainda assim é vão da esperança
Abertura para a vida

A porta fechada
É um não ao fluir do destino [...]
Lacre das potencialidades
Do que podia ter sido
E nunca foi ou será
É bloco inerte e entristecido

A porta quebrada [...]
É obra de fuga do traidor
Ou símbolo do abandono.
Ivan César[1]

Este estudo nasceu do desejo de usar leitura e escrita em aulas de matemática. Mas à medida em que as portas se abriam, nos centramos na exploração sistemática do potencial dessas e de outras formas de comunicação para aprendizagem matemática.

Ressaltamos que o sonho de investigar o potencial de leitura e escrita em matemática trazia em si o desejo de que esta pesquisa acontecesse na sala de aula, no dia a dia do aluno e com toda a turma. Isso significaria *fazer com*, *estar com*, atuando como amigos críticos (LEITE, 2002), inserindo-nos no ambiente da sala de aula para colaborar com os processos de ensino e aprendizagem e partilhar saberes (HOFFMAN, GEEMES, 2006-2009; SANTOS-WAGNER, GEEMES, 2006-2012; SILVA, 2009). Teríamos que conquistar professores que estivessem dispostos a “assumir-se como sujeitos colaboradores, implicados, abertos ao diálogo, bem como dispostos a fazer tentativas e acompanhar/avaliar movimentos" (JESUS; ALMEIDA; OLIVEIRA; VIEIRA, 2009, p. 4). Queríamos nos envolver em atividades pedagógicas para observarmos de perto, com o olhar de pesquisador, o que compreendemos de aprendizagens matemáticas de alunos ao utilizarmos diferentes formas de

[1] Disponível em <www.overmundo.com.br/banco/as-portas> Acesso em jan. 2012.

comunicação nas aulas. E esperávamos, também, aprender junto com o professor como torná-las viáveis, porque sabíamos da complexidade do uso de leitura e escrita no cotidiano escolar em aulas que consideram a ligação de saberes. Trazíamos, assim, outras hipóteses: a nossa ação influenciaria e seria influenciada enquanto construiríamos ao lado de nossos colaboradores aprendizagens que pudessem operar mudanças, ainda que sutis, em nossa própria prática, de nossos pares e alunos envolvidos. Esperávamos contribuir para aprendizagens matemáticas com significado, na medida em que buscássemos um ensino menos fragmentado, que contemplasse habilidades de leitura e escrita. Além disso, acreditávamos que essa estratégia despertaria o aluno para aprendizagens em matemática com a possibilidade de ressignificar crenças e concepções sobre a disciplina e sobre si mesmo como aprendiz. Mas essas hipóteses de trabalho teriam que ser validadas por meio da pesquisa, já que dialogávamos com vários autores, entre eles Santos (2009), na mesma linha de Santos (1997), que assim se expressa:

> A escrita pode ser vista tanto como instrumento para atribuir significados e permitir apropriação de conceitos quanto como uma ferramenta alternativa de diálogo, na qual o processo de avaliação e reflexão sobre a aprendizagem é continuamente mobilizado (SANTOS, 2009, p. 128).

Concordamos com esse pensamento porque, trabalhar na perspectiva anteriormente colocada, pressupunha novas formas de avaliar e refletir sobre ensinar e aprender. A nossa experiência em sala de aula por mais de 30 anos mostrou-nos o potencial que escrita, leitura e oralidade possuem, para que os alunos aprendam e desenvolvam raciocínios em todas as disciplinas. Percebemos também, que essas práticas têm sido pouco aproveitadas em outras áreas para construção de conceitos ou como alternativas de diálogo, para mediar processos de aprendizagem.

A nossa experiência de aluno, em que buscávamos a solução de um problema, partindo da leitura, principal ferramenta[2] de que dispúnhamos, dava-nos a convicção de que a sua exploração sistemática em aulas de matemática tornaria o aluno mais autônomo. A outra ferramenta igualmente importante para a nossa formação foi a escrita, que em nossa história, era a única forma de estabelecer o diálogo com professores. Era ela que revelava o que sabíamos e o que não sabíamos, mediante correspondências quinzenais com o Instituto Universal Brasileiro, quando

---

[2] Utilizamos a palavra ferramenta no sentido de instrumento intelectual de apropriação histórica e cultural na acepção de Leontiev (LEONTIEV, 1978).

cursávamos Madureza Ginasial. Essa formação nos "capacitaria" para integrarmos o corpo docente que atuava no interior do Espírito Santo em finais da década de 1970. Vale lembrar que essa realidade era viva e presente em quase todo o interior do Brasil, como mostra Foerste (2005). Mais tarde, já na década de 1980, obteríamos o curso de magistério pelo Projeto HAPRONT - Habilitação do Professor Não Titulado, em caráter semipresencial. Essas experiências de formação em serviço estão no limiar de nossa constituição do profissional que nos tornaríamos. Nelas, a força da leitura e da escrita se revelaria essencial longe do aparato tecnológico dos dias atuais, como caminho para a Universidade. Pertencemos a uma sociedade *escriturística* que sente a energia dessa fantástica criação do homem para o bem e para o mal. Segundo Certeau (1994), a força da escrita carrega em si o poder de reproduzir domínios políticos, econômicos e administrativos, mas também permite que tomemos parte deles, a partir do momento em que a conquistamos. O poder da escrita "define o código da promoção socioeconômica e domina, controla ou seleciona segundo suas normas todos aqueles que não possuem esse domínio da linguagem" (p. 230). E nessa longa caminhada de efetivo trabalho em sala de aula, especialmente com turmas de segundo ciclo do Ensino Fundamental, sempre estivemos muito próximos dos problemas de leitura e escrita de nossos alunos. Envolvidos diretamente nesse *sistema escriturístico,* seríamos nós os executores ou produtores dos que se beneficiariam dele ou não. Por isso, conscientes dessa força e da importância que a aquisição da escrita carrega para o aluno da escola pública, acreditamos que a sua conquista deve ser facultada a todos e em todas as disciplinas escolares. E cremos que se a escrita for oportunizada em matemática, ajudará em sua aprendizagem e contribuirá para a justiça cognitiva discutida por Santos (2007), uma vez que matemática também é vista como disciplina que exclui (LORENZATO, 2006).

Como professor de escola multisseriada, nos anos 1980, na região serrana de Santa Leopoldina, hoje Santa Maria de Jetibá, durante quase dez anos, trabalhávamos com os conteúdos escolares de maneira integrada. Vivenciávamos situações em que o conhecimento escolar era menos fragmentado dentro de um ambiente de aprendizagem em que a preocupação com a linguagem era constante. Uma das razões para esse cuidado era o fato de as crianças falarem como língua mãe um dialeto específico de sua comunidade de origem. Nessa realidade, era necessário usar interdisciplinaridade e trabalho cooperativo em todas as disciplinas. Essa forma de conduzir as aulas permitia que alunos construíssem conhecimento, gradativamente, surpreendendo o professor em determinadas situações. Como exemplo disso, citamos alunos que resolviam situações-problema propostas a outro nível de escolaridade. Era comum ouvirmos: “Professora, posso resolver o problema da 4ª série? Eu sei fazer!” Normalmente, dividíamos o quadro e colocávamos tarefas em níveis diferenciados. Vale lembrar que o único recurso que possuíamos naquele espaço/tempo, às vezes, era o quadro e o giz. Assim, a inserção no mesmo ambiente de aprendizagem possibilitava aos alunos de séries diferenciadas formarem estruturas mentais mais complexas em matemática. Ou seja, alunos de 1ª, 2ª e 3ª séries compreendiam e aprendiam situações matemáticas de modo natural. Enquanto ouviam o professor e colegas interagindo e falando sobre compreensões de raciocínios matemáticos que se formavam, internalizavam alguns conceitos que lhes serviriam de base para futuras aprendizagens. Naquele contexto, sem jamais termos ouvido falar em Vygotsky (2007/1984), já usávamos, intuitivamente, suas ideias na interação de alunos de diferentes níveis e isso possibilitava o crescimento de cada um dentro de seu potencial.

De 1990 até 2010, o trabalho em sala de aula em uma Escola Municipal de Vitória com alunos de segundo ciclo do Ensino Fundamental nos oportunizou novas experiências. Se, por um lado sentíamos uma relativa facilidade de comunicação devido à língua, ficávamos intrigados diante de problemas de leitura, escrita e raciocínio lógico matemático que se evidenciavam em alguns alunos. Inicialmente, pensávamos que o fato de trabalhar com turmas seriadas facilitasse a aquisição dessas competências. No entanto, a realidade, nesse novo ambiente que conhecíamos, se revelava mais complexa e reflexões sobre ela se faziam necessárias. E estas seriam possibilitadas em uma Escola Estadual de Ensino Fundamental na mesma época, de 1995 a 2006, em outra experiência, como coordenador de disciplina no contraturno. Nessa escola, entre outras atividades, participávamos dos conselhos de classe, às vezes, no papel do pedagogo que a escola não possuía. Nesses momentos notávamos que as avaliações de professores mostravam disparidade entre os desempenhos de alunos em língua portuguesa e matemática nos anos iniciais. Era comum o bom aproveitamento de alunos em língua portuguesa e, baixo em matemática; ou o contrário, bom desempenho em matemática e, insatisfatório em língua portuguesa. Os desempenhos nessas disciplinas vistos, separadamente, nas séries iniciais nos incomodavam. Em nossa vida profissional, nunca lidamos muito bem com as imposições que nos obrigam trabalhar com as disciplinas isoladamente. O conhecimento não é algo que possa ser compartimentado e assimilado em separado pelo aprendiz, como se fossem pastas armazenadas em um computador (MORIN, 2000).

Tivemos ainda outra experiência na Educação de Jovens e Adultos - [EJA], no turno noturno de uma Escola Estadual por cerca de dois anos, entre 2001 e 2003, ao trabalharmos com a língua portuguesa com turmas de 7ª e 8ª séries (atuais 8º e 9º anos). Mais uma vez percebíamos que, praticamente, os mesmos problemas de escrita e leitura que se evidenciam nos anos iniciais também estavam nos finais, mostrando que o trabalho com a língua materna deve ser iniciado desde cedo e acompanhar toda a vida escolar do aluno, em todas as disciplinas.

Causa-nos inquietude ouvirmos nossos colegas professores de matemática de 5ª a 8ª série (atual 6º ao 9º ano) questionar o ensino de língua portuguesa, quando o aluno não consegue interpretar uma tarefa em matemática. Consideramos que as defasagens apresentadas por esses alunos são oportunidades que nos permitem trabalhar com leitura e interpretação. Por muitas vezes percebemos, em nossa experiência, que essas oportunidades surgem, especialmente, em aulas de matemática devido ao vocabulário empregado, próprio de sua linguagem, como atestam vários pesquisadores (CURI, 2009; FONSECA; CARDOSO, 2009). Assim sendo, requer do professor uma concepção de matemática interdisciplinar, conectada com outros saberes e menos centrada em cálculos. Existem possibilidades de exploração de matemática recreativa que proporcionam motivações para leitura como, por exemplo, os desafios de lógica (LORENZATO, 2006; SANTOS, 1997). E essas práticas de leitura, poderiam ser aliadas a práticas regulares de escrita que contribuiriam na comunicação do conhecimento matemático, possibilitando a autoavaliação e a comunicação entre professor e aluno. Posteriormente, observamos que essa preocupação também está nas considerações preliminares dos Parâmetros Curriculares Nacionais [PCN], em que lemos:

> No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a "falar" e a "escrever" sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados.– [PCN] (BRASIL, 1997a, p. 19).

Mesmo considerando que o PCN (BRASIL, 1997a) foi produzido em outra conjuntura política, notamos que há preocupação com um ensino de matemática mais voltado para os aspectos da comunicação e compreensão, estimulando a oralidade. E nossa experiência de formação no ensino não regular nos fez sentir o quanto essa habilidade é importante. É pela fala que o aluno, normalmente, externiza dificuldades e potencialidades, e, portanto, deve ser oportunizada. Guardar dúvidas sem comunicá-las pode criar lacunas na aprendizagem matemática que dificultarão o futuro desempenho. Concordamos com Lorenzato (2006), quando diz que é preciso "auscultar o aluno" (p. 15), permitindo que nos comunique as suas dificuldades, e, como professores, estarmos atentos a elas. E, nesse ato de comunicação, também os silêncios nos informam sobre algo, quando sabemos apreciá-lo. Entretanto, mesmo com essas convicções, notamos que de alguma forma, não estávamos formando alunos capazes de utilizar o conhecimento matemático, compreendendo-o e expressando-o com clareza. Chegávamos a essa conclusão a partir de avaliações que recebíamos de professores de 5ª a 8ª séries (ou 6º ao 9º anos), o que mostra serem essas questões complexas e merecedoras de reflexão.

Em 2006, em busca de respostas para essas inquietações, ingressamos em um grupo de estudos em educação matemática no Espírito Santo [GEEMES] idealizado pela professora Vânia Maria Pereira Santos-Wagner. Esse grupo tem o objetivo de incluir professores de ensino fundamental, médio e superior, estudantes de graduação, mestrado e doutorado interessados em aprender a investigar sobre a prática docente e a se conhecerem profissionalmente. No subgrupo do qual fizemos parte, de 2006 até início de 2009, coordenado pelas professoras Sandra da Silva e Vânia Santos-Wagner, éramos parceiros em uma investigação sobre aprendizagens de professores. Tivemos oportunidade de aprender e construir conhecimentos juntos, iniciando um processo de observar e refletir sobre nossas práticas, pensamentos e sentimentos envolvidos no ato de ser e atuar como professor (SILVA, 2009). E essa experiência, para nós muito significativa, nos levaria a continuar no grupo mais amplo, desde 2010 até a presente data. Esse grupo ampliado abrange professores e estudantes da Universidade Federal do Espírito Santo (UFES) e do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), e professores de redes públicas e privadas do estado do Espírito Santo. Atualmente, o GEEMES possui quatro objetivos principais: conhecermo-nos como professores; refletirmos sobre nossas próprias crenças e concepções como professores que ensinam matemática; aprendermos a investigar em sala de aula; e aprofundarmos conhecimentos de conteúdo matemático. Foi a participação nesse grupo que nos fez refletir, com novo olhar, sobre práticas pedagógicas em sala de aula. Por isso ingressamos em 2010 no curso de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação da UFES (PPGE/UFES) e buscamos aprender a realizar experiências de pesquisa que explorassem o potencial de leitura, escrita e oralidade em aulas de matemática, com o olhar de professor-pesquisador.

1.1 JUSTIFICANDO O PROBLEMA

Em nossos estudos, estabelecemos diálogos com profissionais de educação matemática que procuram compreender usos, potencialidades e dificuldades de articular escrita e matemática. Exemplos aparecem nos trabalhos de Powell e Bairral (2006), Lopes e Nacarato (2009), Santos (1993,1997) e Santos-Wagner (2001). Como esses pesquisadores, acreditamos que as potencialidades de leitura e escrita na matemática precisam ser divulgadas e exploradas na sala de aula, entrando e contagiando os atores nos espaços escolares.

Nosso olhar se voltou para a matemática porque sabemos, por experiência, que continua ainda uma disciplina decisiva para futuras escolhas, conforme a concepção de quem ensina e de quem aprende. Estudos demonstram que essas concepções podem ser construídas por meio de experiências obtidas pelo indivíduo nos primeiros anos de escolaridade (GÓMEZ CHACÓN, 2003). Para que essas experiências sejam positivas, para que o aluno não sinta medo de errar e reconheça o erro como parte da aprendizagem, torna-se necessário que tenha outra relação com o conteúdo matemático. Consideramos que um processo de construção de conhecimento com reflexão em que o aluno veja significado nas aulas, também será facilitado com práticas regulares de oralidade, leitura e escrita.

Em nossa prática, desde os tempos da escola multisseriada no interior, já fazíamos uso do texto construído junto com o aluno, em todas as disciplinas. Possibilitávamos ao aluno a recriação de situações-problema para depois trocá-las entre os colegas, constatando, assim, que as aulas se tornavam dinâmicas e menos centradas na memorização. Ao conhecermos a professora Vânia, observamos que sempre enfatizava a importância do registro escrito pelos alunos em aulas de matemática. Ela também reforça a importância de o próprio professor fazer registros em planejamentos e reflexões posteriores sobre aulas, a respeito de potencialidades e fragilidades que encontra ao refletir sobre a prática. Assim, ampliamos experiências em sala de aula, que nos mostraram ser, de fato, uma possibilidade para a construção de conceitos e para a verificação do que se aprendeu e do que necessita de novas abordagens. Em algumas dessas experiências com a elaboração de problemas por alunos, verificamos falhas na formação de conceitos referentes às operações de multiplicação e divisão ou campo multiplicativo. Como exemplo, citamos a utilização da propriedade comutativa da multiplicação em qualquer situação e a desconsideração do resto nas divisões inexatas para a obtenção de respostas em situações-problema (HOFFMAN; SANTOS-WAGNER, 2010). Ainda verificamos que os alunos operavam corretamente o algoritmo, embora revelassem não ter a compreensão das ideias relacionadas às operações de divisão e multiplicação (HOFFMAN; SANTOS-WAGNER, 2011). Isso nos motivou, inicialmente, no sentido de delimitar a proposta de investigação ao campo multiplicativo. Porém, na pesquisa definitiva nos adequamos às necessidades dos espaços escolares que nos atenderam e abrangemos os temas de: ideia de número e operações básicas, e resolução de problemas.

Assim sendo, trabalhamos com oralidade, leitura, escrita e representação pictórica ou icônica em atividades que almejavam clarear ideias matemáticas envolvendo os temas citados em aulas de matemática em três turmas de ensino fundamental de três escolas da rede pública. Atuamos em duas turmas de 4ª série (5º ano), uma de

Vitória e outra da Serra, e em uma turma de 5ª série (6º ano) de Vitória. Nossa investigação foi realizada de forma que estivéssemos diretamente envolvidos no processo de ensino aprendizagem, atuando com o aluno ao lado do professor regente. Cremos que os processos de ensino e aprendizagem estejam interligados e interfiram um no outro o tempo todo e por isso os consideramos um conjunto inseparável (SANTOS, 1997). Precisávamos vivenciar mais e aprender junto a outros professores, somente assim, avaliaríamos o sonho ou a utopia de ver leitura, escrita e oralidade entrelaçadas em aulas de matemática, praticadas também por outros professores. Para isso, saímos de nossa sala e conquistamos outros espaços, captando limitações e possibilidades que emergem em um trabalho que não se prende apenas ao ensino de cálculos, mas explora o conhecimento como um todo. Trabalhamos, portanto, em uma perspectiva que valoriza as potencialidades do aluno porque lhe permite que se expresse de várias formas e assim, buscamos respostas para a seguinte questão norteadora: **O que nós, professores, compreendemos da aprendizagem matemática do aluno, quando trabalhamos com diferentes formas de comunicação?**

E para nos ajudar a encontrar respostas para essa pergunta, guiamo-nos por algumas questões auxiliares que tentamos responder separadamente, por uma questão de ordem prática (Ver Figura 1). Entretanto, os processos de comunicação na sala de aula, às vezes, se davam de forma simultânea sob a forma de escritas, leituras, diálogos, mímicas, representações corporais e gráficas, produzindo conhecimentos que se interligavam. Em todos esses processos de comunicação desenvolvidos, dávamos especial atenção à relação de afetividade nas interações entre aluno/professor/aluno de forma que ao longo do processo de pesquisa, também se constituiria em pergunta auxiliar para a questão central. Vale lembrar que essa relação de afetividade passou a ser entendida por nós como a relação que se constrói na percepção do outro como legítimo ser da convivência, que o afeta e o questiona sobre suas potencialidades e fragilidades, dentro da filosofia da diferença (MATURANA, 1998). Tal compreensão coaduna com as ideias de Gómez Chacón (2003) que aponta a afetividade entre aluno/professor/conteúdo em matemática, como motivadora para o prazer de ensinar e de aprender. Apostávamos em que, ao trabalhar com diferentes linguagens em matemática, seria possível criar novos sentidos para a disciplina, fazendo com que os alunos se sentissem capazes de aprender. Desse modo, considerando o modelo de Silva (2009), construímos o esquema de perguntas a seguir:

O que nós, professores, compreendemos da aprendizagem matemática do aluno quando trabalhamos com diferentes formas de comunicação?

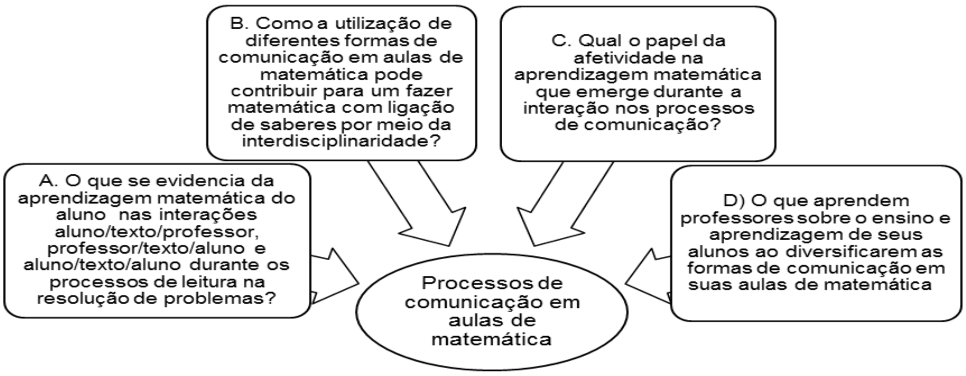


Figura 1: Esquema de perguntas da pesquisa

Na tentativa de responder às questões, acima relacionadas, nosso trabalho se pautou nos seguintes objetivos específicos:

A. Reconhecer como a utilização de diferentes técnicas de leitura mediadas pelo professor contribui para a compreensão do aluno em textos com linguagem matemática.

B. Oportunizar aprendizagens matemáticas com significado por meio de diferentes formas de comunicação.

1) Observar evidências de construção de sentidos e de significados na leitura de textos que veiculam a linguagem matemática.

2) Apontar evidências de aprendizagem matemática em textos escritos.

3) Identificar raciocínios do aluno expressos por estratégias próprias e/ou representação pictórica em resolução de problemas.

C. Constatar evidências da importância de relações de afetividade que permeiam a aprendizagem matemática.

D. Refletir, como professores, sobre o que podemos aprender da aprendizagem matemática do aluno, ao utilizarmos diferentes formas de comunicação em aulas.

1.2 APRESENTAÇÃO DA ESTRUTURA DO TRABALHO

Introduzimos os capítulos com a metáfora das portas, inspirados no trabalho de pesquisa de Silva (2009), do qual fomos participantes. Essa pesquisadora identifica os passos dados em seus estudos com janelas: janelas que se abrem, janelas cobertas, janelas entreabertas e outras. Janelas, que se abrem, inevitavelmente, permitem a entrada livre de novos ares que se misturam aos já existentes, com novos aromas e frescores. A metáfora é perfeita para descrever o que acontece em um trabalho de pesquisa no qual levamos toda a nossa história; e com as vozes que habitam em nós tentamos produzir novas compreensões. Por isso, em nossa caminhada, pensamos em portas pelas quais passamos e havemos de passar. Portas pelas quais passamos no passado; portas que ainda estão abertas esperando a nossa volta; portas entreabertas por onde ainda queremos passar e portas que abrimos, porém ainda não passamos dos primeiros passos que permitem o acesso a um saber sempre transitório. Talvez por isso, na ânsia de buscá-lo, antecipamo-nos e abrimos mais portas do que nos fosse possível adentrar e hoje estamos conscientes de que nenhuma pode ser fechada. Do umbral de cada uma, somente flashes se vislumbram do nosso sonho de compreender um pouco mais o que, de fato, acontece em aulas de matemática ao darmos ao aluno a oportunidade de se expressar de várias formas.

Em síntese, no primeiro capítulo intitulado *Intodução: portas para o passado e para o futuro,* mostramos ao leitor uma primeira visão do que se constitui o nosso estudo. Ele registra um pouco de nossa história e motivação, a justificativa do estudo, os questionamentos e objetivos.

No segundo capítulo, *A teoria: caminhando por portas que se abrem* relatamos o diálogo que construímos com as pesquisas já realizadas, envolvendo diferentes processos de comunicação em matemática (leitura, escrita e oralidade). Também ressaltamos a compreensão que construímos sobre esses processos de comunicação, visando ao que dizem teóricos sobre cada um deles e o seu papel para a formação geral do aluno. Ainda apresentamos estudos a respeito de número, quatro operações e resolução de problemas. Destacamos enfim, a base que nos permitiu a compreensão dos dados produzidos caminhando por portas que se abriam.

No terceiro capítulo, *Metodologia: descobrindo as portas para a caminhada,* apresentamos um pouco das orientações teórico-metodológicas e os passos dados em nosso estudo. Talvez essa tenha sido a porta mais desafiadora pela qual passamos: compreender o processo de pesquisa em si e aprender a pesquisar. Fizemos uma discussão das escolhas metodológicas e mostramos uma panorâmica do desenrolar da pesquisa: os espaços, os participantes, o método, os instrumentos e as categorias de análise.

No quarto capítulo, *Abrindo as portas para as compreensões*, destacamos algumas análises de aprendizagens construídas durante o processo de pesquisa. Dividimos o capítulo em subcapítulos e tentamos guiar o olhar de pesquisador para os dados produzidos em cada uma das realidades pesquisadas. Realçamos a importância da leitura focalizada, por meio do diálogo professor/texto/aluno para a compreensão da linguagem matemática e da escrita como fonte de diálogo sobre indícios do que o aluno sabe e o que não sabe em matemática. Evidenciamos a importância da afetividade na aprendizagem como elemento motivador para o autoconceito e a importância de se inserir em aulas outras formas de linguagem na aprendizagem matemática.

Finalmente, no capítulo intitulado *Os resultados: aprendizagens construídas e as portas ainda abertas* realizamos uma viagem de volta pelas aprendizagens construídas, pelos desdobramentos da pesquisa e pelas implicações pedagógicas. Também trouxemos as reflexões que foram possíveis por meio deste estudo para nós professores envolvidos, bem como os questionamentos que ainda surgiram.

CAPÍTULO II:
A TEORIA: CAMINHANDO POR PORTAS QUE SE ABREM

Neste capítulo apresentamos leituras que nortearam o trabalho desde a revisão de literatura à fundamentação teórica, com o objetivo de proporcionar ao leitor compreensão de ideias, teorias e visões que o subsidiam. Iniciamos com nossas compreensões sobre formas de comunicação, centrando o nosso olhar sobre oralidade, leitura e escrita e seu papel na aprendizagem matemática do aluno, por meio da ligação de saberes. Apresentamos trabalhos sobre número e operações básicas (adição e subtração, multiplicação e divisão ou campo aditivo e campo multiplicativo, respectivamente). E incluimos leituras sobre resolução de problemas, que foi nossa área de atuação para explorar ideias matemáticas com ampliação do sentido de número, em diferentes tipos de textos. Entrelaçados com esses temas, dialogamos com as teorias de Vygotsky, que subsidiam as ideias de mediação e interação social na construção do conhecimento e o seu papel na aprendizagem. Finalizamos com leituras de autores a respeito de afetividade na aprendizagem matemática e reflexões sobre a própria prática em uma perspectiva na qual a aprendizagem do aluno e a do professor caminham lado a lado.

2.1 FORMAS DE COMUNICAÇÃO EM MATEMÁTICA: ORALIDADE, LEITURA E ESCRITA

O que são formas de comunicação? Entendemos a comunicação como “a capacidade de trocar ou discutir ideias, de dialogar, com vista ao bom entendimento entre pessoas” (FERREIRA, 2005, p. 226). Em nosso trabalho, as formas ou meios de comunicação pensados contemplam a oralidade, a leitura, a escrita e a representação pictórica na acepção de Santos (2009):

> A comunicação pode ser entendida [...] como todas as formas de discursos, linguagens utilizadas por professores e alunos para representar, informar, falar, argumentar, negociar significados. Uma atividade não unidirecional, mas entre sujeitos, cabendo ao professor a responsabilidade de encorajar os alunos e neles despertar o interesse e a participação ativa (SANTOS, 2009, p. 117).

Esse mesmo autor, comentando Menezes (1995)[3], fala da comunicação em aulas de matemática “abarcando todas as interações (orais e escritas) que alunos e professores podem estabelecer recorrendo à língua materna e à linguagem matemática” (p. 117). E é esse tom que o nosso estudo assume ao questionar o que compreendemos sobre a aprendizagem matemática do aluno ao trabalharmos com diferentes formas de comunicação. Neste sentido, nos detivemos em entender o que vem a ser oralidade, leitura e escrita e como esses processos de comunicação são interpretados por alguns autores.

2.1.1 Oralidade

Ao consultar o *Dicionário Essencial da Língua Portuguesa,* encontramos a seguinte definição para oralidade: “Qualidade ou natureza do que é oral; exposição oral”; e para as definições do que é *oral*, lemos na mesma obra: “Relativo ou pertencente à boca; [...] falado e não escrito; vocal; feito de viva voz” (SACCONI, 2001, p. 663). Com base nessas definições, pensamos a oralidade como aquilo que o indivíduo revela durante a interlocução ao emitir a voz para expressar o que pensa para si mesmo e para outros.

Vygotsky (2007/1984) afirma que é pela fala que a criança descobre e compreende o meio em que vive e amplia a sua percepção do mundo. Esta surge do desejo e da necessidade de resolver atividades práticas e se desenvolve pela imitação das ações do adulto na interação, conferindo significado às palavras, o que afirma a sua condição de ser social. O autor afirma que as crianças pequenas, ao realizarem

---

[3] MENEZES, L. A importância da pergunta do professor na aula de matemática. In: PONTE, J. P. et al. (Org.). **Desenvolvimento profissional dos professores de matemática.** Que formação? Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciencias da Educação, 1995.

tarefas práticas que as desafiam, falam ao fazê-lo. Não só não conseguem abster-se da fala como esta começa a fazer parte da solução, portanto nos estágios de desenvolvimento, a fala é tão importante quanto a ação, pois é por meio dela que coordena os seus movimentos. Porém, não é importante apenas para crianças pequenas porque essa necessidade se aprofunda em estágios mais avançados em que a “fala passa a ter a função planejadora” (VIGOTSKY, 2007/1984, p. 31). De acordo com Vygotsky, a fala acompanha a criança por todo o desenvolvimento e é por meio dela que adquire a “capacidade de engajar-se em operações complexas” (p. 31) Seria contra a sua própria condição de criança em crescimento esperar que se mantivesse estática durante avaliações ou outras atividades matemáticas em sala de aula. Ao dirigir-se ao adulto ou ao colega para lhe pedir ajuda, desenvolvendo uma ação, desenvolve a função interpessoal. A partir daí, fala para si mesma e desenvolve a função intrapessoal em que passa a guiar a sua ação de acordo com a sua fala interior, coordenando as próprias ações. Essa fala passa a dirigir, determinar e dominar o curso da ação levando a criança a atingir estágios cada vez mais complexos de descobertas.

Moreira (1999) e Moysés (1997) também nos mostram que o desenvolvimento cognitivo se dá na socialização e na conversão de relações sociais em funções mentais. E isso acontece por meio da mediação ou “atividade mediada indireta” (MOREIRA, 1999, p.108) que conduz aos processos de internalização ou “reconstrução interna de uma operação externa de atividades e comportamentos sócio-históricos e culturais...”. Essa internalização se realiza com a utilização de instrumentos, algo que pode servir para fazer alguma coisa; e signos, algo que significa alguma coisa. Moreira (1999), no estudo da teoria de Vygotsky, enumera três tipos de signos: indicadores, icônicos e simbólicos. Desses signos, o mais importante é a palavra. A linguagem escrita, falada e matemática são sistemas de signos e o uso desse aparato é que vai possibilitar o desenvolvimento do ser criança ou adulto. Quanto mais o indivíduo usar esses signos, mais aprimorará a sua capacidade psicológica.

Essa teoria levada para a aprendizagem matemática significa possibilitar a aplicação desses signos e instrumentos na sala de aula de forma apropriada, para que ocorra a interação social, que conduz à construção de significados socialmente compartilhados. Isso pressupõe deixar que as crianças falem sobre o que pensam, o que sabem e o que não sabem. É durante esses momentos que se negociam significados possibilitando que os conceitos espontâneos das crianças se aproximem dos conceitos científicos. A criança traz as suas ideias e certifica-se das compreensões que construiu nos momentos de interlocução oral, validando-as ou refazendo-as; o que equivale a dizer que há um “intercâmbio de significados” nessa interação (MOREIRA, 1999).

Os processos de internalização de aprendizagens se dão do ambiente exterior para o interior do indivíduo, à proporção que se efetua a mediação sendo por meio de um livro ou outro recurso que o meio ofereça. À medida que o aluno reconstitui internamente informações que lhe vêm desse recurso, ele as internalizará. Mas isso só será possível se operar sobre essas informações falando, pensando ou escrevendo para que ocorra reestruturação. Certamente, quanto mais possibilidades de comunicação social houver entre alunos ou entre aluno e professor, durante os processos de ensino e aprendizagem, mais esse processo poderá ser facilitado. Expondo um dos estágios da internalização, Vygotsky (2007/1984) nos mostra que

> um processo interpessoal é transformado num processo intrapessoal. Todas as funções no desenvolvimento da criança aparecem duas vezes: primeiro no nível social, e, depois, no nível individual; primeiro entre pessoas (interpsicológica), e, depois no interior da criança (intrapsicológica). [...] Todas as funções superiores originam-se das relações reais entre indivíduos humanos (VYGOTSKY, 2007/1984, p. 64).

O autor ainda afirma que a internalização de conceitos é um processo longo, em que, sucessivas vezes o indivíduo interage com a situação colocada. Em processos de aprendizagem, é importante que se repitam procedimentos didáticos com estratégias diferentes em várias situações, para que possa acontecer essa ação interpsicológica e, posteriormente, intrapsicológica. Isso vai ao encontro do que Santos-Wagner (GEEMES, 2006-2012) enfatiza em suas falas, ao alertar o professor para não restringir atividades didáticas a eventos esporádicos. A professora recomenda que se utilizem sequências didáticas em diversos momentos que possibilitem interações em que o aluno fale sobre o que compreendeu ou não, para que a reestruturação de saberes seja possível do nível interpessoal ao intrapessoal.

Ao explorarmos os atos de fala em sala de aula, acreditamos que o aluno possa ser capaz de aprender assuntos considerados desafiadores, desde que receba suporte cognitivo, atuando no que Vygotsky (2007/1984) chama de zona de desenvolvimento proximal. Ou seja, o autor postula que se ajude o aluno a ir além daquilo que conseguiria realizar por si mesmo dentro do seu estágio de desenvolvimento real. Oferecer ao aluno apenas aquilo que já domina não seria aprendizagem, na real acepção da palavra. Segundo Moreira (1999), estudioso de Vygotsky,

> o único bom ensino é aquele que está à frente do desenvolvimento cognitivo e o dirige. Analogamente, a única boa aprendizagem é aquela que está avançada em relação ao seu desenvolvimento. A aprendizagem orientada para níveis de desenvolvimento já alcançados não é efetiva, do ponto de vista do desenvolvimento cognitivo (MOREIRA, 1999, p.118).

Concordamos com esse pensamento ao apostar que o aluno pode compreender situações matemáticas desafiadoras, quando mediamos a sua compreensão pelo diálogo. Vygotsky (2007/1984) também ressalta que há momentos em que a criança se encontra em estágios menos férteis e sensíveis de desenvolvimento. Tal assertiva explica por que a criança fala, inteligentemente, durante uma resolução de problemas, mas subitamente para e se dirige ao adulto pedindo suporte. É comum encontrarmos situações de sala de aula em que isso acontece. O professor reage com perplexidade, porque acabou de explicar a situação. No entanto, ao resolver um problema, qualquer obstáculo, segundo o autor, pode interromper os esforços da criança e ela pode interromper a atividade. O apelo verbal mostra que houve uma lacuna na compreensão da atividade que executou. “Ao fazer a pergunta, a criança mostra que, de fato, formulou um plano de ação para solucionar o problema em questão, mas é incapaz de realizar todas as operações necessárias” (VIGOTSKY, 2007/1984, p. 32). Em outras palavras, a pergunta existe porque houve a atividade mental que precisa da palavra para lhe servir de guia. Estimular formas orais de comunicação em sala de aula permitirá ao aluno o seu desenvolvimento e, ao professor avaliar em que medida esse desenvolvimento acontece. Tentar inibir a oralidade seria contraproducente e quase inviável, uma vez que as crianças têm necessidade natural de falar para si mesmas e para outrem.

2.1.2 Leitura

Smole e Diniz (2001) dizem que a leitura é espaço comum entre todas as disciplinas, por essa razão, abrimos a reflexão sobre a responsabilidade do professor de matemática na exploração dessa forma de comunicação, com ponderações dessas autoras. Conscientes dos desafios que impõem, assim se expressam:

> Compreender um texto é uma tarefa difícil, que envolve interpretação, decodificação, análise, seleção, antecipação e autocorreção. Quanto maior a compreensão do texto, mais o leitor poderá aprender a partir do que lê. Se há uma intenção de que o aluno aprenda através da leitura, não basta simplesmente pedir para que ele leia, nem é suficiente relegar a leitura às aulas de língua materna; torna-se imprescindível que todas as áreas do conhecimento tomem para si a tarefa de formar o leitor (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 70).

Em matemática, damos especial atenção aos sentidos ligados à questão semântica, ou seja, relacionados à captação dos significados matemáticos das palavras e à compreensão do que o autor do texto quis expressar. É quando se revela a importância da interação professor/aluno/texto nas comunidades de aprendizagem dialogando sobre o texto matemático. Ao falarmos ou escrevermos, queremos ser compreendidos, e é claro que as questões sociais estão envolvidas no momento em que se faz a interpretação. A compreensão, ou não, dos enunciados discursivos escritos ou orais, em qualquer teste, pode ser determinante em várias situações da vida diária. Os enunciados são decisivos na compreensão de tarefas matemáticas, como mostra Curi (2009), comentando o resultado de uma pesquisa em matemática que explora, basicamente, os comandos de exercícios e problemas. A pesquisa realizada com alunos do 2° ano do ensino médio constatou que alunos não tinham autonomia de pensamento para compreensão desses textos em matemática, sem ajuda do professor mediando a leitura.

Marcuschi (2008) afirma que todas as teorias de compreensão de um texto se inserem em dois paradigmas: “(1) compreender é codificar ou (2) compreender é inferir”. O primeiro se refere à decifração do código linguístico e pressupõe uma compreensão objetiva, e o segundo toma a compreensão como atividade inferencial como um trabalho construtivo, criativo e sociointerativo. Para o autor, os dois modelos não são excludentes porque, na verdade, um complementa o outro. Para que exista o diálogo leitor/texto/autor é preciso que haja decodificação ou captação da intencionalidade do texto. A inferência seria a geração de informação semântica nova fundamentada na informação semântica velha, num dado contexto. Seria, a partir do texto no contexto, construir uma nova representação semântica. Essa abordagem está de acordo com o que nós acreditamos, ao levarmos para a sala de aula de matemática, textos em que possibilitamos ao aluno a sua leitura com várias técnicas. Em seguida, conduzimo-lo a refletir sobre a intencionalidade do texto, para depois mediar os processos de inferência, quando o aluno é levado a ler além do que está escrito, muitas vezes, recriando situações matemáticas. O texto matemático de uma atividade de resolução de problemas pode ser explorado com novas conjecturas que levem o aluno a construir novas informações. Nesse sentido, Curi (2009) esclarece:

> O texto leva o leitor a mudar de uma posição passiva para uma posição interativa, a deixar a posição de passividade diante do texto e começar a interagir com ele, criando o sentido do texto, a partir da sua intenção de leitura. Essa interação leva a interpretação do texto. [...] a interpretação depende dos conhecimentos do leitor, da sua intenção e dos outros elementos do contexto (CURI, 2009, p. 141).

Percebemos que também essa autora, toma a leitura como um ato interativo e inferencial. Recomenda o trabalho de exploração do texto em matemática com o levantamento de conhecimentos prévios, localizando palavras-chave, identificando e trocando informações sobre termos ou temas desconhecidos. Defende a frequência de gêneros textuais variados em aulas de matemática, como as notícias, as receitas, os textos explicativos dos livros didáticos, as regras de jogos, os enunciados de problemas, os textos interpretativos a partir de gráficos e outros. Com objetivos claros, “se o texto é motivador para o assunto matemático ele vai ampliar o assunto estudado” (p. 142) e “pode promover o encontro de culturas que é um fato tão presente como o próprio fenômeno da vida”. Porém, Curi (2009) afirma, categoricamente, que não basta transferir essa responsabilidade para o professor de língua portuguesa e nem recomendar o uso do dicionário. É um trabalho que precisa ser abraçado pelo professor de matemática. Smole e Diniz (2001, p. 80) já comentaram o assunto, ao afirmarem que “ser um leitor em matemática permite compreender outras ciências e fatos da realidade, além de perceber relações entre diferentes tipos de texto”.

Silva (2005) assevera que todo esforço deve ser feito por uma sociedade, para que todos os seus membros se tornem pessoas capazes de usufruir dos benefícios de uma sociedade letrada. Somente nos tornamos conhecedores de nós mesmos mediante o contato com o mundo e este nos vem por meio da leitura. O nosso diálogo com outras culturas e outros saberes se torna possível através dela, de maneira que nenhuma outra forma de comunicação permitiria, embora não desmereça outras. O autor ressalta que o saber na escola chega quase que potencialmente pela leitura do livro didático, razão para que se promovam atividades de aproveitamento desse recurso, com leituras de caráter inferencial. Isto é, levar o aluno a ler além do texto, e projetar o seu conhecimento no mundo e dele apreendê-lo. Pressupõem-se, assim, tarefas em sala de aula em que dialoguem aluno/texto/autor/professor aproveitando, inclusive, o livro didático de matemática que, muitas vezes, traz informações ricas com possibilidades de construção de sentidos para as situações matemáticas. E enfatiza: “O situar-se do Homem no mundo somente é possível de ser realizado através de linguagens específicas, que fazem circular o sentido” (SILVA, 2005, p. 94).

Fonseca e Cardoso (2009), em consonância com Curi (2009), mostram que é fundamental desenvolver no aluno desde os anos iniciais, as habilidades de comunicação e reflexão sobre diferentes discursos presentes nos textos matemáticos. Recomendam especial atenção à compreensão dos termos, que possam comprometer a compreensão, levar a conceitos mal formados ou constituir-se em vícios de linguagem. Assim se expressam:

> Parece-nos urgente que professores, pesquisadores e formadores dirijam suas atenções para o delicado processo de desenvolvimento de estratégias de leitura para o acesso a gêneros textuais próprios da matemática escolar. A leitura e a produção de enunciados de problemas, instrução para exercícios, descrições de procedimentos, definições, enunciados de propriedades, teoremas, demonstrações, sentenças matemáticas, diagramas, gráficos, equações, etc. demandam e merecem investigação e ações pedagógicas específicas que contemplem o desenvolvimento de estratégias de leitura e análise de estilos, a discussão de conceitos e de acesso aos termos envolvidos, trabalho esse que o educador matemático precisa reconhecer e assumir como sua responsabilidade (FONSECA; CARDOSO, 2009, p. 65).

Existe um vocabulário que é próprio da linguagem matemática presente em alguns textos como, por exemplo, “desconto”, “consecutivo” e outros que precisam ser elucidados e interpretados em aulas de matemática. Todavia, as autoras lembram que leitura nessa disciplina deveria levar o aluno à construção de conceitos próprios da matemática, de acordo com necessidades escolares, sem distanciar-se da realidade da matemática do dia a dia. Fonseca e Cardoso (2009) dizem que é lamentável que haja textos matemáticos utilizados na escola que, uma vez fora dela, o aluno nunca mais veja. Ainda defendem que deveríamos criar o hábito da leitura em aulas de matemática, não apenas para a aquisição de informações sobre o conteúdo matemático, mas para criar as possibilidades de associações de ideias que trariam novos conhecimentos em outras áreas, com dinamismo e prazer.

2.1.3 Escrita

Fischer (2009) argumenta que a escrita define o *homo sapiens* como *sapiens* moderno. Certeau (1994) diria que para o bem e para o mal somos seres inseridos em uma sociedade *escriturística*. Essa invenção, cuja autoria se desconhece, remonta há mais de seis mil anos e continua fascinando a todos até a presente data. A sua conquista nos tempos modernos é imprescindível e alcançou a sofisticação que os meios modernos de comunicação lhe conferem, entretanto, "continua sendo um artifício, um instrumento imperfeito aparentemente modelado, ainda que à primeira vista, para reproduzir a fala humana" (FISCHER, 2009, p. 10). Talvez por isso, na escola, a sua conquista ainda imponha desafios. Ela não é apenas a reprodução da fala. Carrega em si a importância e o poder de transformar a vida do indivíduo que a possui. De acordo com o autor:

> A escrita é, no entanto, muito mais do que a *pintura da voz* como queria Voltaire. Tornou-se a suprema ferramenta do conhecimento humano (ciência) agente cultural da sociedade (literatura), meio de expressão democrática e informação popular (a imprensa) e uma forma de arte em si mesma (caligrafia) para mencionar apenas manifestações (FISCHER, 2009, p. 10, grifo do autor).

A conquista desse instrumento na escola merece algumas considerações. Vygotsky (1993/1987, p. 84, grifo do autor) nos instiga a pensar com uma pergunta retórica: "Por que razão a escrita torna-se difícil para a criança em idade escolar, a ponto de, em certos períodos, existir uma defasagem de seis a oito anos entre a sua *idade linguística* na fala e na escrita?". O autor responde ao mostrar que a escrita é algo novo que a criança precisa adquirir, repetindo todos os estágios pelos quais passou a fala. Mas não é só isso. Entre a fala e a escrita se estabelece um abismo, porque uma é natural ou adquirida, naturalmente, na vivência da criança sem que ela tome consciência dos sons que produz; e a outra é artificial e mecânica, porque precisa ser ensinada e motivada em um processo consciente. Assim, segundo o autor, a escrita não repete a história do desenvolvimento da fala, pois possui função linguística distinta que difere da fala oral, tanto na estrutura como no funcionamento, exigindo alto grau de abstração. Sobre ela, assim se refere:

> É a fala em pensamento e imagens apenas, carecendo das qualidades musicais, expressivas e de entoação da fala oral. Ao aprender a escrever, a criança precisa se desligar do aspecto sensorial da fala e substituir palavras por imagens de palavras. Uma fala apenas imaginada, que exige simbolização de imagem sonora por meio de signos escritos (isto é um segundo grau de representação simbólica), deve ser naturalmente muito mais difícil para a criança do que a fala oral, assim como a álgebra é mais difícil do que a aritmética (VYGOTSKY, 1993/1987, p. 85).

O autor ainda argumenta que, além da abstração, outra dificuldade é a não presença física de um interlocutor. A escrita seria, assim, destinada a alguém imaginário e não alguém que interage no ato da comunicação. Durante a fala oral, os motivos dos interlocutores determinam o seu rumo, naturalmente, sem ser dirigida. Ao passo que, na escrita, somos obrigados a criar a situação ou a representá-la por nós mesmos, o que nos leva a um “distanciamento da situação real” (VIGOTSKY, 1993/1987, p.85).

Bakhtin (2003) considera que não existe enunciação sem interlocutor. Ela é o produto da interação de dois indivíduos, socialmente, organizados, mesmo que esse interlocutor não seja real. Quando escrevemos, pensamos em quem nos irá ler. A palavra escrita ou falada sempre é dirigida a alguém. As leituras de Bakhtin (2003) nos fazem depreender que a palavra é uma espécie de ponte lançada entre mim e os outros. Se ela se apoia sobre mim numa extremidade, na outra se apoia sobre o meu interlocutor. Tanto Vygotsky como Bakhtin concordam em que a linguagem escrita ou falada é um processo interativo. Assim sendo, precisa ser mediado pelo professor de forma que se criem diálogos entre professor/aluno/texto/interlocutor, significando, na prática da sala de aula, não deixar o aluno sozinho em suas produções, oportunizá-las - a escuta e a fala -, em todas as disciplinas, inclusive a matemática.

Santos (1997) argumenta que a escola deve dar ao aluno oportunidades de se alfabetizar em matemática, com aptidão de fazer uso dela em qualquer situação e em diferentes discursos. Ampliando a linha de raciocínio de Vygotsky, argumenta que a formação de conceitos em matemática é aprofundada pela linguagem, daí a importância de criarmos um ambiente em que alunos se comuniquem em sala de aula por escrito ou oralmente. Ao usar a linguagem escrita ou falada, o aluno põe em prática os conhecimentos já adquiridos e os aprofunda, pois a necessidade de "explicar com palavras para nós próprios e para as outras pessoas aperfeiçoa o processo de construção de significados de conceitos, pois estes procedimentos linguísticos auxiliam a formação de conceitos" (SANTOS-WAGNER, 2001, p.154).

Na mesma linha, escrevem os autores Powell e Bairral (2006), que abordam o conhecimento matemático que emerge da escrita. Ao se referirem ao discurso matemático, ressaltam que matematizar é um processo inerente ao ser humano. Dessa forma, gesticulamos, falamos ou escrevemos, quando queremos expressar ideias matemáticas. Logo, a matemática não está separada de processos discursivos como durante muito tempo essa disciplina foi vista. A escrita pode ser um recurso para a aprendizagem matemática que não tem sido explorada tanto quanto deveria em aulas.

Em experiências práticas com alunos de graduação em matemática, Powell e Bairral (2006) verificaram que a utilização da escrita tem trazido benefícios. Essas experiências ajudaram no processo de "matematização" desses alunos e no processo de metacognição, em que o aluno repensava seus próprios pensamentos enquanto realizavam a releitura de seus textos. A uma das modalidades de escrita exploradas nesse estudo chamaram de escrita livre. Nessa etapa, o aluno é convidado a escrever livremente sobre um tópico escolhido, antes ou depois de uma aula de matemática, em cinco a dez minutos, sem nenhuma preocupação com a sintaxe ou ortografia. Nesse processo, evidencia sentimentos, registra dificuldades e deixa perpassar suas ansiedades, que, às vezes impedem a aprendizagem. Pode mostrar ao professor informações sobre si mesmo que talvez não fizesse de outra forma. E essas podem ser importantes no diálogo professor/aluno porque "nossas vivências, predisposições e emoções, presentes e anteriores interferem em nosso aprendizado" (POWELL; BAIRRAL, 2006, p.15). De posse dessas informações, o professor pode tomar decisões sobre como agir em determinadas situações que travam processos cognitivos.

A exploração da escrita em matemática ainda faz parte de estudos recentes. A professora Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner (SANTOS, 1993; SANTOS, 1997; SANTOS-WAGNER, 2001) - uma das pioneiras na sua defesa - apresenta ideias, hoje compartilhadas com vários autores. Como exemplo, ela ressalta a importância de levar o aluno a dar justificativas orais ou escritas para a forma como solucionou um problema matemático proposto. Segundo a autora, além de ajudar o aluno a organizar seu pensamento, leva-o a desenvolver autonomia ao justificar os procedimentos que empregou no desenvolvimento das atividades. Assim, aprende a argumentar e defender ideias, o que leva o aluno a desenvolver a sequência argumentativa. A autora ainda fala da importância de suscitar no educando a criação de tarefas matemáticas, formulando questões como exercícios, problemas e outros na forma escrita. Ao fazê-lo "ele atingiu um nível de conhecimento matemático mais elaborado e completo do que quando simplesmente resolve as questões matemáticas propostas pelo professor e/ou livro texto" (SANTOS, 1997, p.19).

Outra forma de escrita em matemática, recomendada pela autora é fazer uso de mapas conceituais. Utilizados com frequência na sala de aula, acompanhados de textos explicativos, ajudarão o planejamento do professor e mostrarão onde sua atuação deverá ser mais efetiva. Mapas conceituais em matemática podem evidenciar problemas de escrita e de raciocínio matemático do aluno, facilitando intervenções do professor. Constituem-se em um recurso de escrita e de representação pictórica que podem ser utilizados com criatividade, também, de forma coletiva em sala de aula (HOFFMAN; SANTOS-WAGNER, 2011). Outros gêneros sugeridos são cartas a alunos que estiveram ausentes, explicando os conteúdos trabalhados ou explicitando por que não os aprendeu; criação de escritas livres; diálogos; histórias em quadrinhos; músicas em ritmo de que gostem ou poesias, envolvendo conceitos aprendidos. Todos esses tipos de texto podem contribuir para comunicar ao professor o que o aluno sabe e o que não sabe em matemática. E ainda podem evidenciar sentimentos em relação à disciplina por serem escritas mais expressivas, em que o aluno escreve livremente.

Para Santos (1997), a potencialidade da escrita em matemática é a possibilidade de uma avaliação mais efetiva, que permite novas intervenções no processo educativo por meio do diálogo que poderá surgir a partir do texto escrito do aluno. Caracteriza-se por uma forma alternativa de avaliação, dentro de uma “concepção de educação e de ensino de matemática mais inovadora, que valorize a criatividade, a intuição, e os processos de raciocínio e de aquisição de conceitos, tanto quanto o formalismo e o produto final” (SANTOS, 1997, p. 5). Dessa forma, é possível diminuir as tensões provocadas pelas avaliações ao final do processo que privilegiam a linguagem formal em detrimento de uma avaliação que contemple o diferente. Em nosso estudo, vemos ser oportuno praticar a escrita como forma de munir o aluno com uma das ferramentas mais expressivas que contribui na conquista de justiça cognitiva. Trazê-la para o contexto da matemática pode significar a possibilidade de contribuir para que o aluno tome posse desse instrumento de poder e de autonomia, o que para nós é muito caro. Cremos que todas as formas de linguagem devem ser oferecidas em todas as áreas do conhecimento, para que não se reproduza o silenciamento da diferença (SANTOS, 2007).

Na prática da sala de aula, trabalhar com a escrita em matemática pode parecer desafiador. Uma alternativa seria o texto coletivo, como algumas experiências bem sucedidas têm mostrado (HOFFMAN; SANTOS-WAGNER, 2010; SILVA, 2009). Os momentos de produção coletiva revelam-se ricos porque as dificuldades inerentes à produção do texto em si passam a ser observadas por todos, ao buscarem a melhor maneira de expressar-se. Exemplo, em uma produção, a partir de um tema trabalhado em sala de aula, os alunos podem sugerir as ideias que serão apresentadas. Com a intervenção do professor, essas ideias são submetidas novamente ao grupo, que as seleciona, organizando melhor as sequências e pensamentos. Nessa atividade, ditam para o professor, enquanto observam: a paragrafação e a pontuação; a coesão e a coerência; e, ao mesmo tempo, a ortografia. Também têm oportunidade de rever o estilo e sugerir mudanças que lhes pareçam mais adequadas, enquanto ficam atentos à coerência do conhecimento matemático que querem expressar. Essa é uma estratégia didática bastante produtiva, pois permite que a dificuldade de observar vários aspectos, simultaneamente, seja dividida e coordenada por todos. É um momento em que autores se transformam em interlocutores, na medida em que as ideias são discutidas no grupo e o aluno assume diferentes papéis enunciativos. Vários tipos de texto podem ser assim elaborados, inclusive servindo de modelos para produções individuais encorajando alunos a produzir mais.

As produções coletivas em matemática também podem propiciar a familiaridade com os diferentes gêneros “no qual o discurso se realiza escolhendo aquele que for apropriado a seus objetivos e à circunstancia enunciativa em questão” (BRASIL, 1997b, p. 65). Ao levar a escrita para a matemática, contibuimos para o exercício da escolha da forma como o aluno deve se expressar em diferentes momentos, de acordo com o receptor de seu texto. Pela nossa experiência, sabemos que é possível trabalhar, em matemática, com várias modalidades em que o discurso escrito se materializa. Existe a possibilidade trabalhar nessa disciplina com os alunos redigindo cartas pessoais, receitas, histórias de ficção ou não, poemas, e-mails, textos explicativos, enunciados de exercícios, textos de opinião ou de argumentação, entre outros tantos.

O nosso trabalho serve-se de variados gêneros textuais para veicular, construir, formar ou tecer conhecimentos matemáticos, também no sentido de alargar as possibilidades de desenvolver habilidades linguísticas na escola básica, de forma interdisciplinar. A diversidade discursiva em matemática foi pensada na acepção de autores como Lopes e Nacarato (2009a; 2009b), cujas obras reúnem artigos de vários educadores em recentes estudos sobre a escrita, a leitura e a oralidade em matemática. São textos que trazem elucidações de vários pesquisadores sobre a necessidade da completude das disciplinas de língua portuguesa e matemática, mostrando que um trabalho na linha da ligação de saberes enriquece a aprendizagem matemática e também a língua materna.

2.2 CONCEITO DE NÚMERO E OPERAÇÕES BÁSICAS

Como o nosso estudo aborda aprendizagens matemáticas de alunos de 5º e 6º ano, sentimos a necessidade de compreender melhor a ideia de número que constitui a base dos conceitos do sistema de numeração decimal e das operações. Kamii (1990) e Lorenzato (2008) nos explicam como é formado pela criança o conceito de número. MacIntosh, Reys e Reys (1992) trabalham com o de sentido de número de maneira mais ampla. Para esses autores, a construção do sentido de número é complexa até para ser definida e deve ser desenvolvida, pensando sobre números em situações do dia a dia em atividades variadas que façam sentido para a criança. Esses autores definem o sentido de número como

> o entendimento geral de uma pessoa de número e operações junto com a capacidade e inclinação para usar esse entendimento em maneiras flexíveis para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias úteis para lidar com números e operações. Isso reflete uma inclinação e uma habilidade para usar números e métodos quantitativos como um meio de comunicar, processar e interpretar de informações. Isso resulta em uma expectativa de que números sejam úteis e que matemática tenha uma certa regularidade (MACINTOSH, REYS, REYS, 1992, p. 3, tradução nossa).

Para os autores acima, o sentido de número é construído pelo aprendiz em sua vivência em um processo longo, contínuo e gradual que se inicia muito antes da vida escolar do aluno. E a escola deve contribuir para sua formação desenvolvendo habilidades em matemática que o capacitem a utilizá-las em seu dia a dia. Dizem que é irônico que num tempo em que a matemática, como um processo de percepção, é muito mais valorizada pela sociedade, ainda se privilegiem nas escolas regras, algoritmos e fórmulas. Citam, como exemplo, um aluno que sabia o resultado de 37 + 25 por meio de um processo mental em que utilizou a decomposição, fazendo 37 + 20 + 5, mas não saberia como chegar a esse resultado através da aplicação do algoritmo. Colocou, então, o resultado obtido para a operação e proibiu o pesquisador de dizer ao professor como chegou ao resultado, ou não receberia a nota.

MacIntosh, Reys e Reys (1992) apontam três componentes para a compreensão do sentido de número: conhecimento e facilidade com números; conhecimento de e facilidade com operações e aplicação desse conhecimento; aplicação de conhecimento de e facilidade com números e operações em contextos computacionais. Pressupomos que a aquisição do sentido de número é uma habilidade a ser conquistada ao longo da vivência do indivíduo na escola e fora dela em atividades interligadas. Entretanto, essa habilidade será mais facilmente desenvolvida se conduzirmos o aluno a pensar sobre números, conhecendo seus usos, regularidades, propriedades, raciocínios envolvidos nas operações e compreensão sobre escolhas de estratégias necessárias para a resolução de problemas.

Kamii (1990) é seguidora das ideias de Piaget e acredita que o conhecimento de número trazido pela criança, ao iniciar a educação infantil, deva ser explorado e ampliado nos anos iniciais do ensino fundamental, para que construa o que seria a base para o sentido de número. Kamii (1990) explica que essa construção envolve três tipos de conhecimento: físico, social e lógico-matemático. O conhecimento físico refere-se ao que é observável pela criança, por exemplo, ela pode ver e perceber dois objetos; conhecimento social é o que aprende com as pessoas, como o nome do número que é uma convenção; e o conhecimento lógico-matemático, que é abstrato e se refere à ideia que se faz desse número. O que representa o número é uma relação criada na mente da criança por meio da abstração empírica (pelos sentidos) e da abstração reflexiva, construída por cada criança de forma totalmente particular e individual.

A abstração empírica consiste na percepção de objetos e de suas propriedades, imediatamente observáveis; e a abstração reflexiva envolve a construção de relações entre os objetos. Esses dois tipos de abstração são interdependentes, ou seja, um não existe sem o outro. Para que o sujeito estabeleça uma relação que não está fisicamente colocada entre dois objetos (abstração reflexiva), ele deve, primeiramente, utilizar-se dos sentidos (abstração empírica). As propriedades observáveis dos objetos o conduzirão a essa relação. Na abstração empírica, o aluno centra a sua atenção em uma propriedade e ignora as outras, ele pode ver dois conjuntos com quantidades de elementos diferentes e apontar qual deles tem mais, ou menos, o que é observável e pertence ao conhecimento físico. Na abstração reflexiva teria que pensar nessa diferença, colocando os dois conjuntos em relação, caracterizando o conhecimento lógico-matemático. Um exemplo concreto seria observar como crianças maiores

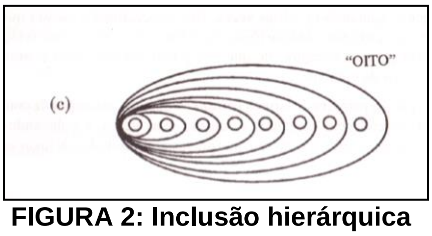


FIGURA 2: Inclusão hierárquica (KAMII; LEVINGSTON, 1995, p. 24)

manipulam o material dourado. A manipulação dos cubinhos favorecerá a observação pelos sentidos e contribuirá para a compreensão das relações de troca da base dez. Colocando as quantidades de cubinhos em relação, construindo equivalências e comparações pode abstrair o conceito de composição, decomposição e inclusão hierárquica, primeiro, empiricamente, e depois, reflexivamente.

Kamii e Levingston (1995) dizem que a construção da ideia de número se dá por meio de duas relações básicas: ordem e inclusão hierárquica. A ordem diz respeito a uma coordenação mental dos objetos de forma a incluí-lo uma única vez, em um processo de contagem, não, necessariamente, tendo que deslocá-lo espacialmente. A inclusão hierárquica consiste na compreensão de que um número engloba os seus antecessores. Como exemplo, vejamos, na figura 2, o esquema utilizado pela autora para oito elementos: a criança deve construir a ideia de que em 8 estão contidos 7 + 1, 6 + 2 e assim por diante. Essa construção é fundamental para que compreenda, posteriormente, todo o sistema de numeração decimal que tem por base a inclusão dos grupos de dez. Nessa situação, a autora recomenda que essas noções sejam trabalhadas com muito cuidado e sem pressa na educação infantil e também nos anos iniciais do ensino fundamental. Fica evidente que, quando crianças maiores apresentam problemas na compreensão de relações entre números, é possível que conceitos básicos de composição e inclusão de números não tenham sido bem construídos.

Em nossa pesquisa, as reflexões de Kamii (1990), Kamii e Levinsgton (1995) e de outros autores fornecem o suporte para a compreensão de como a criança constrói relações numéricas em resolução de problemas e outras atividades envolvendo números. E isso ocorre, nessas atividades, ao apresentar o que MacIntosh, Reys e Reys (1992) chamam de habilidade para fazer operações com as suas próprias estratégias.

Lorenzato (2008) ressalta que a exploração do conhecimento matemático das crianças deve levar em consideração sete processos mentais básicos: correspondência, comparação, classificação, sequenciação, seriação, inclusão e conservação. Lembra que esse é o alicerce para a compreensão de todo o sistema numérico. Sem ele, o aluno pode até apresentar as respostas que o professor espera, mas não as compreenderá. O que se vê, normalmente, nas escolas é a preocupação com a leitura e escrita de numerais sem a preocupação mais ampla da compreensão da ideia de número.

Lorenzato (2008) também chama a atenção para a leitura e escrita de números que não são tarefas fáceis para as crianças, quando ultrapassam 9. Há números como o 10, 11... Até o 15, que fogem da lógica da escrita recebendo nomes especiais. Não se diz *dez e zero*, *dez e um*, *dez e dois*, como por exemplo, *dez e seis* (dezesseis) ou *dez e oito* (dezoito). Ao conseguirem abstrair essa lógica das palavras compostas, precisam voltar ao *vinte e um, vinte e dois*. E ao chegar em 200 precisam voltar e refazer todo o pensamento novamente. As reflexões, aliando a morfologia das palavras ao conhecimento de número, também podem ajudar a compreender o sistema de numeração. Por exemplo, em nossa experiência, é muito comum as crianças maiores escreverem 205 como 2005 porque pensam em 200, que falaram, ao dizer oralmente *200* e *5*. A análise da leitura e da escrita, ao lado da construção da lógica por trás dos reagrupamentos, e o papel do zero podem ajudar a evitar confusões desse tipo, tão comuns na fase de aquisição da leitura e escrita de números.

O autor ainda recomenda atenção às funções do número e seus usos como: localizador (nos endereços); identificador (nas datas); ordenador (indicar a ordem de um apartamento); quantificador (numeração, quantidade de elementos de um conjunto); numerosidade ou cardinalidade (o número como quantidade total. Exemplo: 43 crianças); ordinalidade (número como final de contagem, por exemplo: ele é o 4º filho); cálculo (número como resultado de operações); e medida (como resultado de mensuração). Lorenzato (2008) ressalta que “trabalhar com o conceito de número é um processo longo e complexo, ao contrário do que se pensava até há pouco tempo quando se privilegiava o reconhecimento dos numerais” (p. 32). Diferentes atividades em que aparecem essas funções ajudarão a criança a estabelecer as relações entre elas para aprender a ideia de número e seus usos. Por isso devem ser frequentemente realizadas em sala de aula.

Outro elemento importante destacado por Lorenzato (2008) é a conceituação do zero. É comum vermos o zero ensinado à criança como sendo o sinônimo de “nada”. Na verdade, ele representa a ausência da quantidade e, provavelmente, é com essa concepção que as crianças já chegam à escola. É recomendável que, na série de ordenação, não se comece pelo zero, pois a contagem surge de uma necessidade. Logo, quando não possuímos nada para contar, ela não se justifica. Assim, o ideal é trabalhar com o conceito de zero como um número que tem a função de guardar o lugar de outros números em operações. Quando a criança começa a conhecer os agrupamentos de 10 e efetuar as trocas no sistema de numeração decimal, perceberá que, ao escrever o número 10, sozinho, o número 1 somente vale uma unidade, e com o zero ele passa a valer uma dezena. Isso confere ao zero um valor poderoso que, enquanto guarda o lugar de outras unidades, potencializa o valor de um, sendo percebido pelas crianças em agrupamentos futuros em que fizer composição de números. Além disso, facilitará a compreensão dos reagrupamentos nas operações básicas, principalmente, se a criança teve contato com a expressão "pedir emprestado". Ela passará a compreender melhor o que acontece em questões em que o zero aparece no minuendo.

Spinillo e Magina (2004) ao falarem de alguns mitos que se criam na educação matemática no ensino fundamental, ressaltam que ensinar o sistema de numeração, iniciando-se com números menores, pode não ser sempre a melhor forma. Em suas pesquisas, notaram que crianças de seis anos já conseguiam inferir que números como 16, por exemplo, eram compostos de 10 + 6 pela linguagem "dez-e-seis" e, inclusive, questionavam por que 11 não seria "dez-e-um", ao invés de onze. As crianças já faziam a análise morfológica, de que falávamos anteriormente. A essa conclusão teriam chegado ao terem observado uma tabela com todos os números de 1 a 100 em que liam vinte e um, vinte e dois... Trinta e um, trinta e dois e outros. As pesquisadoras argumentam que tais descobertas não teriam sido possíveis, se os alunos fossem levados a compreender apenas quantidades pequenas de 1 a 10, e depois de 1 a 20, e assim por diante. Ressaltam que a aprendizagem dos números requer conciliar atividades de contagem, manipulação de material concreto com reflexão, representação escrita ou pictórica e exploração da linguagem. Todas essas atividades em conjunto, acontecendo repetidas vezes, é que vão facilitar a aprendizagem do conceito de número.

> O que garante a compreensão do sistema numérico não é a quantidade de informação que é fornecida de uma única vez (dez números de cada vez) nem tampouco a quantidade representada pelo número ou quantos dígitos tem o número (menores que 10). O que garante a compreensão é

> apresentar e discutir com os alunos, [...], o sistema como um todo, tornando aparente as regularidades, e não as irregularidades (SPINILLO; MAGINA, 2004).

Spinillo e Magina (2004) ainda comentam que experiências variadas devem ser propiciadas ao aluno para que pense sobre números grandes e pequenos em situações-problema que aparecem na vida diária. Concordamos com as autoras, porque as crianças já levam para a sala de aula muitos conhecimentos sobre números que são adquiridos em suas vivências desde cedo. Cabe ao professor problematizar esses conhecimentos, fazendo a reflexão sobre eles e criando atividades dentro do universo de compreensão da criança. Foi nessa perspectiva que pensamos a construção da ideia de número em nossos estudos.

- **Ideias envolvidas nas operações básicas**

A pesquisa de Silva (2009) confirma o que dizem vários pesquisadores em educação matemática (SANTOS, 1997; SELVA, 2009; SPINILLO; MAGINA, 2004) sobre a presença intensiva das operações básicas em salas de aula dos anos iniciais. Porém, não se sabe ao certo até que ponto professores e alunos compreendem as ideias envolvidas nessas operações, mais conhecidas como quatro operações básicas ou adição, subtração, multiplicação e divisão. Essas operações são, também, agrupadas em campos conceituais por autores que seguem as ideias de Vergnaud[4] (ARRAIS, 2009; CORREA; SPINILLO, 2004; MUNIZ, 2009). Para esses autores, as operações de adição e subtração formam o campo conceitual aditivo por estarem em estreita conexão e “trazem a marca de um axioma básico: o todo é igual à soma das partes” (ARRAIS, 2009, p.15). Em torno desse axioma, se estruturam ideias dessas operações: juntar/separar, ganhar/perder e transformar. As operações de multiplicação são compreendidas dentro de um campo de conceitos por eles denominado de campo multiplicativo e possuem como invariante a relação fixa entre duas variáveis. Assim como no campo aditivo, possuem ideias envolvidas que se interconectam. Segundo Silva (2009), podem ser assim apresentadas: grupos equivalentes, multiplicação comparativa, proporção e combinatória.

---

[4] VERGNAUD, G. “La théorie des champs conceptuels”. In: **Recherches en Didactique desmathématiques**, Vol.10.2.3, Grenoble, Ed. La pensée sauvage, 1990.

2.2.1 Operações de adição e de subtração

Independentemente da denominação que os autores utilizem para nomear essas operações (NUNES; CAMPOS; MAGINA; BRYANT, 2005; ARRAIS, 2009; SILVA, 2009; ZANON, 2011), eles concordam em que as operações de adição e de subtração apresentam três raciocínios distintos: raciocínio de composição, raciocínio de transformação e raciocínio de comparação. Ainda destacam que o raciocínio de juntar uma parte à outra parte, a fim de obter o todo é protótipo, porque foi construído na experiência cotidiana que permitiu disponibilizar esquemas de ação para a solução. Isso não se verifica quando o aluno precisa subtrair uma parte para obter outra parte. Nesses casos, o raciocínio envolvido é mais complexo e deve ser trabalhado dentro de situações reais variadas, para que o aluno compreenda as suas relações. De acordo com os autores acima citados, podemos apresentar alguns grupos e esquemas inspirados em Arrais (2009), Silva (2009) e Zanon (2011):

1. Situações associadas à ideia de combinar dois estados para obter um terceiro. Nelas identificamos as ideias de juntar e tirar/separar:

Situação	Ideias envolvidas	Operações/esquemas
Em uma sala há 12 meninos e 11 meninas. Quantas crianças há nessa classe?	Juntar/ combinar	Adição 12 + 11 = ?
Em uma classe há 12 meninos e no total são 23 crianças. Quantas são as meninas?	Tirar/ separar	Subtração 12 + ? = 23 ou 23 – 12 = ?
Em uma sala há alguns meninos e 11 meninas. Sabendo que no total há 23 crianças, quantos são os meninos?	Tirar/ separar	Subtração ? + 11 = 23 ou 23 – 11= ?

QUADRO 1: Ideia de combinação

No primeiro exemplo, o aluno apenas junta dois conjuntos, e o raciocínio é simples e desenvolvido em suas vivências, motivo pelo qual Arrais (2009) o chama de raciocínio protótipo. As duas partes são conhecidas (A + B) e ele procura o todo (T).

Nos dois exemplos, que seguem, é dada uma das partes (A ou B) e o todo (T); pede-se que seja encontrada a outra parte. Nesse caso, não temos um raciocínio protótipo, porque a ação de juntar não permite resolvê-lo, e a operação que deverá executar é uma subtração. Entretanto, sabemos que existem crianças que pensam em completar a parte conhecida e contam, a partir dessa parte, A ou B, para chegar ao todo T.

2. Situações associadas à ideia de transformação em que há alteração de um estado inicial, que pode ser positiva ou negativa para um estado final

Situação	Ideias envolvidas	Operação/esquema
Paulo tinha 11 figurinhas. Ele ganhou 6 figurinhas em um jogo. Quantas figurinhas ele tem agora?	Transformação positiva - ganho	Adição 11 + 6 = ?
Paulo tinha 17 figurinhas. Perdeu 6. Com quantas ficou?	Transformação negativa - perda	Subtração 11 - 6 = ?
* No início do jogo Paulo tinha 17 figurinhas. Agora tem 11. O que aconteceu no decorrer do jogo?	Transformação negativa - perda	Subtração 17- ? = 11 ou 17 - 11 = ?
* Paulo tinha algumas figurinhas. Ganhou 6 em um jogo e agora tem 17. Quantas tinha antes de jogar?	Transformação positiva - ganho	Subtração ? + 6 = 17 ou 17 – 6 = ?
* Paulo tinha 11 figurinhas e ganhou algumas. Agora tem 17. Quantas ganhou?	Transformação positiva - ganho	Subtração 11 + ? = 17 ou 17 – 11 = ?
* No início do jogo Paulo tinha algumas figurinhas. Perdeu 6 e agora tem 11. Quantas possuía no início?	Transformação negativa - perda	Adição ? - 6 = 11 ou 6 + 11 = ?

QUADRO 2: Adição e subtração com raciocínio de transformação

As duas situações iniciais pertencem ao que Arrais (2009) chama de raciocínio protótipo ou simples. A situação inicial e a transformação são conhecidas e procura-se o estado final. São ideias de ganho ou perda que o aluno facilmente identifica: se houve ganho, adiciona, e se houve perda, subtrai. Essas situações mudam quando o que procuramos é a transformação ou o estado inicial, ou seja, quando conhecemos uma das partes e o resultado da transformação, mas desconhecemos a outra parte. São as situações que assinalamos acima com asterisco (*) e compreendem situações de raciocínio não protótipo. Às vezes, o aluno percebe que houve ganho, mas para resolver precisa fazer a operação de subtração, ao invés de adição. Ou ao contrário, percebe que houve perda, contudo, para encontrar a solução da situação precisa adicionar, o que é um raciocínio contra intuitivo.

3. Raciocínio de comparação – situações-problema ligadas à comparação de duas quantidades

Nessa modalidade de raciocínio, temos dois grupos, entre os quais se opera a comparação, sendo um o referente e o outro, o referido, com base em uma relação. Nessa relação, os raciocínios não são protótipos (ou simples). É diferente dos raciocínios de composição, em que a criança junta ou tira partes para formar um todo. É diferente também do raciocínio de transformação, em que a criança opera com uma quantidade inicial que se transforma. No raciocínio de comparação, a relação é estática. Em Silva (2009), encontramos suporte mais claro para essas situações, com dois tipos de raciocínio: igualização e comparação quantificada. Envolvem ação e comparação entre grandezas iniciais e finais.

a) Exemplo de "igualização":

Situação	Ideia	Operação/esquema
Paulo tem 12 figurinhas e Carlos tem 20. Quantas figurinhas Paulo tem que ganhar para ficar com o mesmo número de figurinhas?	Comparação positiva	12 + ? = 20 O aluno vai adicionar figurinhas até alcançar a mesma quantidade. Ou o aluno vai procurar descobrir a diferença entre as suas quantidades de figurinhas.
Paulo tem 12 figurinhas e Carlos tem 20. Quantas figurinhas Carlos tem que dar para Paulo ficar com o mesmo número?	Comparação negativa	20 - ? = 12 O aluno vai diminuir figurinhas para alcançar a mesma quantidade.

QUADRO 3: Adição e subtração com ideia de "igualização"

A autora propõe um raciocínio em que a criança opera com a ideia de mudança de quantidade, para que as duas fiquem iguais. A primeira situação, apesar de não ser simples, é realizada por crianças, ao conferirem o troco que recebem ao comprar seus lanches. Ela parte do valor pago e adiciona a diferença para "igualizar" a quantia paga e assim, encontra a diferença (troco). No caso de figurinhas, Paulo e Carlos também poderiam emparelhá-las para procurar resolver os problemas, pensando em igualar uma a uma, cada figurinha que eles possuem. No primeiro problema, as crianças podem procurar identificar a diferença entre elas, como sendo a quantidade que Paulo precisa ganhar, para que fiquem com a mesma quantidade. Já no segundo problema, ao compararem as suas duas quantidades de figurinhas emparelhadas, as crianças identificam a quantidade que Carlos precisa dar para Paulo.

b) Exemplo de comparação entre quantidades:

Situação	Ideia	Operação
Paulo e Carlos conferiram suas figurinhas. Paulo tinha 20 e Carlos tinha 10 a mais. Quantas eram as figurinhas de Carlos?	Comparação positiva	20 + 10 = ? Adição
Paulo tem 12 figurinhas e Carlos tem 7. Quantas figurinhas Carlos tem a menos que Paulo?	Comparação negativa	Subtração 12 - 5 = ?

QUADRO 4: Adição e subtração com ideia de comparação entre quantidades

Nesse raciocínio, o aluno opera com a diferença para mais ou para menos. Para a criança, não é um raciocínio tão fácil como parece. Bastaria que perguntássemos de forma diferente, *quantas figurinhas Paulo tem a mais que Carlos,* no segundo exemplo, para que, induzido pela palavrinha *mais,* o aluno pensaria em fazer uma adição, ao invés de subtração. Nunes e colegas (2005) sugerem que se trabalhe com jogos ou situações concretas da vivência das crianças a fim de conseguirem compreender os problemas aditivos. Um mesmo jogo ou situação problema concreto permite que se variem as perguntas e se explorem ideias de transformação e comparação. Por exemplo*, Paulo tem 12 pontos e seu irmão tem 9. Quantos pontos seu irmão precisa fazer para empatar com ele?* Ou: *Quantos pontos a menos Paulo teria que ter feito para ficar igual a seu irmão?* Quanto mais o professor variar as perguntas, menos o aluno ficará preso às palavras-chave que lhe indicarão o tipo de operação que deverá realizar. Outra recomendação, que os autores fazem, se refere à variação dos problemas. Se oferecermos aos alunos sempre o mesmo tipo de problemas, os alunos deixam de raciocinar para apenas imitar procedimentos operatórios e achar respostas anteriores. E isso pode criar a falsa impressão para o professor de que os alunos compreenderam as situações matemáticas envolvidas. Misturar “problemas diretos com outros de parcela ausente e ainda outros com o minuendo e o subtraendo ausente é uma boa estratégia, que maximiza a necessidade de pensar sobre cada problema” (NUNES et al., 2005, p. 72).

c) Situações em que acontece mais de uma transformação

Há situações em que acontece mais de uma transformação (positiva ou negativa) ou mais de uma combinação (positiva ou negativa). Essas situações são chamadas por alguns autores como problemas de estrutura mista, por exigirem mais de uma operação de adição e subtração (ARRAIS, 2009). Exemplo: *Paula tinha 12 figurinhas. Ganhou mais 10 de sua mãe e 5 de sua amiga. Quantas figurinhas ele tem agora?*

Esse é um problema em que ocorrem duas situações de transformação positiva. Não explicaremos todos os problemas que podem surgir com esse nível de complexidade, pois o nosso trabalho não explora, unicamente, as operações de adição e subtração ou campo aditivo. O que queríamos mostrar é que, nas operações básicas, há vários raciocínios envolvidos e que autores versam sobre eles de diferentes formas. Pensamos que o professor, ao trabalhar com as operações básicas, precisa estar atento para não enfatizar apenas uma das ideias envolvidas, o que poderia conduzir ao reducionismo conceitual de que nos fala Muniz (2009). Esse autor comenta a falta de habilidade de crianças para identificarem o tipo de cálculo necessário em uma atividade de resolução de problemas, e acredita que isso se deve ao fato de não trabalharmos, de forma bastante variada, os diferentes raciocínios envolvidos nas operações básicas.

2.2.2 Operações de multiplicação e divisão

Para entendermos o campo multiplicativo em nossos estudos, procuramos autores que trazem diferentes abordagens, embora concordem em que as estruturas multiplicativas se constituem em um campo de conceitos interligados. Arrais (2009) define as operações de multiplicação e divisão ou campo multiplicativo como

> um conjunto de situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões ou uma combinação das duas operações e o conjunto dos conceitos e teoremas que permite analisar estas situações como tarefas matemáticas (p. 28).

Exatamente, por envolver um campo de conceitos é que, na escola, a operação de divisão costuma ser ensinada por último, pela complexidade que oferece; o que não é a melhor forma. Hoje, já se sabe que explorar a multiplicação e a divisão, simultaneamente, dentro de situações-problema e mostrar as suas interligações facilita a compreensão. Selva (2009) afirma que compreender as operações de multiplicação e divisão ou campo multiplicativo para a criança é, de fato, mais complexo do que desenvolver o raciocínio do campo aditivo onde existe a relação parte-todo e o referente não muda. Isto é, quando a criança juntava ou separava laranjas, o resultado continuava sendo uma quantidade de laranjas. Ou se juntava laranjas com pêssegos, continuava tendo frutas. No caso da multiplicação ou da divisão, o referente dado no problema não é mantido. Exemplo: *Davi tem 12 figurinhas e quer colá-las em 3 páginas de maneira que cada página fique com o mesmo número de figurinhas. Quantas figurinhas deve colar em cada página?* Há nesse problema dois referentes, figurinhas e páginas, e para resolvê-lo é preciso considerar um terceiro referente: figurinhas por página. Construir esse raciocínio requer vários exercícios, para que a criança consiga entender as ideias que estão por trás das situações de multiplicação e divisão. Por isso, é preciso ter bastante atenção e não restringir as atividades apenas aos cálculos numéricos (SELVA, 2009).

Correa e Spinillo (2004) nos fazem refletir, especialmente, sobre as soluções apresentadas pelas crianças aos problemas que envolvem conceitos multiplicativos. Às vezes, professores usam, como parâmetro para avaliação, a solução correta mostrada pela aplicação do algoritmo e nem sempre aquele aluno que acertou, possui clareza sobre todos os conceitos envolvidos. Por outro lado, o aluno pode apresentar estratégias pouco usuais ou incorrer em erros de cálculo, e isso não significar, necessariamente, que não tenha compreendido o conceito. As autoras nos alertam para o fato de que há “dois extremos - entre a solução correta e incorreta -, existem inúmeros modos de resolução que indicam, muitas vezes, opções de resolução mais elaboradas ou elementares” (p. 103). Avaliar até que ponto o aluno compreende conceitos inerentes em resoluções de problemas que envolvem estruturas multiplicativas não é uma tarefa simples. Por isso que é tão importante ouvir o aluno durante as resoluções.

Vale ressaltar que, como outros pesquisadores em educação matemática, as autoras consideram que esses conceitos se formam em um conjunto de atividades e situações e não se pode tratá-los isoladamente, porém organizados em campos conceituais. Nas estruturas multiplicativas não se encontram apenas as operações de multiplicação e divisão, mas várias outras estruturas como a fração, a razão, a proporção e a probabilidade. Em nossos estudos, percebemos que esses conceitos não estão associados a cálculos algorítmicos complexos como, às vezes, vemos na cultura escolar. Muitas dessas noções, o aluno já traz de situações de sua vivência, e as utiliza em situações práticas. Correa e Spinillo (2004) afirmam que saber “fazer contas” não é sempre sinônimo de compreensão de conceitos. Em algumas situações, o professor pensa que o aluno compreendeu um conceito, analisando a sua capacidade de operar com algoritmos. Essa forma de entender os conceitos lógico-matemáticos representa grandes limitações, uma vez que o aluno pode valer-se de várias formas de entender e comunicar o conhecimento matemático no mundo em que vive. Ressaltam que

> operação e algoritmo são conceitos distintos: o algoritmo se refere a um conjunto de procedimentos que leva a execução de uma dada operação; enquanto operação implica transformações realizadas sobre números, quantidades, grandezas e medidas (CORREA; SPINILLO, 2004, p. 105).

Concordamos com as autoras que, para chegar ao algoritmo formal é importante que a criança aprenda a pensar sobre números e relações em situações-problema a partindo de situações conhecidas por elas. Problemas que envolvem o raciocínio multiplicativo requerem mais atenção do professor por serem diferentes dos que envolvem raciocínio aditivo, que implica ações de juntar e separar. Podemos juntar laranjas e maçãs e obter elementos da mesma natureza porque ambas são frutas. Nas situações multiplicativas estão relacionadas grandezas de naturezas distintas. Vejamos dois exemplos inspirados nas autoras:

Uma caixa vem com 12 lápis. Quantos lápis terei se eu comprar 12 caixas?	Lápis Caixas 1 12 12 ?

QUADRO 5: Raciocínio multiplicativo

O problema envolve a correspondência entre duas variáveis: caixas e lápis. Estabelece-se a correspondência entre caixas e lápis, de forma que se a uma caixa correspondem 12 lápis, a 12 caixas deverão corresponder 12 vezes esse número. Em nossas experiências, tem sido muito comum as crianças repetirem as quantidades. Por exemplo aqui fariam 12 + 12 + 12 ... repetindo as parcelas até completarem 12 X 12. Muitos professores e os próprios livros didáticos apresentam essa estratégia de cálculo para a compreensão da multiplicação. Outro exemplo, envolvendo estruturas multiplicativas:

Vovó tem 15 bombons para distribuir entre seus 3 netos. Quantos bombons cada neto receberá?	*Bombons netos* *15 3* *? 1*

QUADRO 6: Raciocínio multiplicativo: distribuição

Novamente, constatamos a relação de correspondência que se estabelece entre duas grandezas distintas, crianças e bombons. Se para 3 crianças se fazem corresponder 15 bombons, para uma criança corresponderá um terço dessa quantidade. Seguindo o raciocínio de Vergnaud (1983), Correa e Spinillo (2004) verificamos que eles mostram serem os problemas de divisão e multiplicação, na verdade, problemas de proporção simples entre duas variáveis em que quatro termos estão envolvidos, sendo um deles igual a um. A utilização desses quadros, em que se colocam os termos em relação, é uma estratégia que temos empregado em nossos estudos e que facilita bastante a compreensão do aluno. Mas, é comum, também as crianças utilizarem a soma de parcelas iguais associada à contagem para resolverem situações de divisão. No exemplo acima, fariam a distribuição dos bombons pela contagem, dando um bombom a cada criança até que acabassem ou fariam corresponder 3 + 3 + 3... Até chegarem a 15, utilizando, portanto, a soma de parcelas iguais também na divisão.

Muitos autores sustentam que a ideia de parcelas iguais é apenas uma estratégia de cálculo que as crianças utilizam para desenvolver a ideia de proporção. Outros a apresentam como uma das ideias mais simples da multiplicação, entre eles o PCN (BRASIL, 1997a), embora alertem para o fato de que essa abordagem não é suficiente. Esse documento recomenda especial atenção no que se refere à comutatividade quando utilizamos a soma de parcelas iguais. Exemplo: *Tenho que tomar 4 comprimidos por dia durante 5 dias.* Posso fazer 4 + 4 + 4 + 4 + 4, onde 4 é o número que se repete e cinco é o número de parcelas, logo 5 X 4. Contudo, não seria possível tomar um pelo outro no contexto real, fazendo 5 + 5 + 5+ 5 ou 4 X 5, embora o resultado fosse o mesmo. Porque na realidade, 5 dias tomando 4 comprimidos por dia é pensado como 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 5 x 4, e os efeitos dessa forma de medicar são diferentes para o paciente e para a doença. Tomar cinco comprimidos por dia durante quatro dias, seria outra situação médica, bem diferente, representada, matematicamente, por 5 + 5 + 5 + 5 = 4 x 5.

Não nos aprofundamos em abordagens diferentes sobre o campo multiplicativo. O que queremos é compreender como crianças, em vários contextos de comunicação, utilizam ideias de multiplicação e divisão para resolverem problemas com a estrutura multiplicativa, explorando ideias envolvidas. Para isso, ainda vale ressaltar que, na divisão, distinguem-se duas ideias principais que nem sempre são consideradas pelos professores: a divisão partitiva e a divisão por quotas ou cotas ou quotativa (SELVA, 2009; SILVA, 2009). Problemas de divisão partitiva são aqueles em que temos um conjunto de elementos que devem ser distribuídos igualmente em um número de partes especificadas no problema. Problemas de divisão por cotas (ou quotativa) são aqueles em que o conjunto de elementos ou o todo é dividido, a partir de cotas definidas no problema. Esses problemas têm implícita a ideia de medida (SANTOS, 1997).

Inspirados em Silva (2009), trazemos algumas ideias básicas de multiplicação e divisão que exploramos em nossos estudos:

1) Situações-problema relacionadas aos grupos equivalentes:

Multiplicação	Divisão partitiva	Divisão quotativa
Davi tem 5 pacotes de figurinhas com 3 figurinhas em cada um. Quantas figurinhas Davi possui?	Davi comprou 5 pacotes de figurinhas e agora tem 15 figurinhas. Quantas figurinhas tem cada pacote?	Davi comprou pacotes de figurinhas e agora tem 15 figurinhas. Se em cada pacote vem 3 figurinhas. Quantos pacotes ele comprou?

QUADRO 7: Exemplos de multiplicação e divisão relacionados à ideia de grupos equivalententes

2) Situações-problema em que está presente a ideia de comparação multiplicativa ou multiplicação comparativa:

Multiplicação	Divisão partitiva	Divisão quotativa
Letícia possui 5 bonecas e Milena possui três vezes mais bonecas que Letícia. Quantas bonecas possui Milena?	Milena possui 15 bonecas. Se ela possui três vezes mais bonecas que Letícia, quantas bonecas Leticia possui?	Milena tem 15 bonecas e Letícia tem 5 bonecas. Quantas vezes é que Milena tem a mais bonecas que Leticia?

QUADRO 8: Exemplos de multiplicação e divisão relacionados à ideia de multiplicação comparativa

3) Situações-problema em que temos as ideias relacionadas à comparação entre razões, envolvendo a ideia de proporção:

Multiplicação	Divisão partitiva	Divisão quotativa
O pai de Davi percorreu com seu carro, em média, 60 Km por hora. Quantos quilômetros percorreu em 5 horas?	O pai de Davi percorreu 300 km em 5 horas. Se manteve sempre a mesma velocidade, quantos quilômetros percorreu por hora?	O pai de Davi percorreu com seu carro 60 km por hora. Quantas horas demorou para percorrer uma distância de 300 quilômetros?

QUADRO 9: Exemplos de multiplicação e divisão relacionados à ideia de razão ou proporção

4) Situações-problema em que temos as ideias de representação retangular ou ideia de área:

Multiplicação	Divisão partitiva	Divisão quotativa
Uma sala de aula possui 6 filas com 5 carteiras cada uma. Quantas carteiras possui essa sala?	Uma sala de aula tem 30 carteiras dispostas em filas com o mesmo número de carteiras. Se temos 5 filas, quantas carteiras tem em cada uma?[5]	

QUADRO 10: Exemplos de multiplicação relacionados à ideia de configuração retangular

5) Situações-problema relacionados à ideia de combinatória ou raciocínio combinatório:

Multiplicação	Divisão partitiva	Divisão quotativa
A professora levou para a escola dois potes de sorvete com dois sabores diferentes e três opções de cobertura. De quantos modos diferentes os alunos puderam servir-se escolhendo um tipo de sorvete e um tipo de cobertura?	A professora ofereceu 6 opções de sorvete com coberturas diferentes. Sabendo que levou dois sabores de sorvete, quantos foram os sabores de cobertura?	

QUADRO 11: Exemplos de multiplicação e divisão relacinados à ideia de combinatória

Em nossas experiências, trabalhamos com várias ideias das operações básicas, sempre a partir do raciocínio do aluno em atividades de escrita, de leitura e de oralidade. Compreendemos que oferecer diferentes situações matemáticas e deixar que os alunos criem ou tragam situações de suas vivências, são ações que ajudam

[5] Silva (2009) comenta que não há distinção entre as ideias da divisão partitiva e quotativa em algumas situações, como a configuração retangular e a ideia de combinatória.

a ampliar o campo conceitual das operações básicas e foi com essa perspectiva que trouxemos as leituras acima.

2.3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Muitos estudiosos em resolução de problemas que hoje ampliam a discussão foram influenciados, de uma forma ou de outra, por George Polya e sua obra “A arte de resolver problemas” (POLYA, 1978/1945). Com ele, nos perguntamos: o que é afinal um problema em matemática? Polya diz que é algo que precisamos resolver e que nos apresenta uma dificuldade inicial para a qual não temos uma solução imediata. Logo, o que é um problema para um, pode não ser para o outro, pois desde o momento que conhecemos procedimentos imediatos para resolvê-lo, ele deixa de ser um problema.

Para que o aluno se torne um resolvedor de problemas, Polya (1978/1945) nos ensina que o professor precisa ajudar seu aluno de maneira discreta e natural, para não tirar dele o sabor da descoberta. Recomenda que essa ajuda seja dada em forma de pistas e perguntas instigadoras que o levem a pensar, de forma que ao estudante caiba uma boa parcela de trabalho. Ajudar o aluno na medida certa seria para ele a tarefa que cabe ao professor, enquanto tenta compreender o que o aluno pensa. As perguntas levariam o aluno a perceber a ação sugerida, desencadeando operações mentais típicas, úteis para a resolução.

Polya (1978/1945) lembra que as indagações principais são genéricas e que é a partir delas que se passa a compreender a situação e estabelecer um plano para resolver questões que podem ser do tipo: (a) Qual é a incógnita? Ou podemos questionar com o aluno de ensino fundamental: o que desejamos calcular? O que desejamos saber nesse problema? O que é desconhecido?; (b) Quais são os dados? Ou de modo equivalente: que informações nós temos no problema? O que já sabemos no problema?; (c) Qual é a condicionante? Ou perguntamos: que outras informações precisamos usar no problema para resolver o mesmo? Que outras condições ou restrições foram informadas no problema? À medida que o aluno trabalha com a resolução de questões matemáticas, ele as utilizará de forma autônoma, aplicando-as a várias situações. E lembra, também que aprendemos pela prática e imitação. Logo, resolver problemas envolve criatividade, mas também implica em conhecimentos prévios construídos pela prática ou observação da prática. Essa assertiva está de acordo com Vygotsky (2007/1984), que afirma que ao imitar, o aluno cria novas estruturas mentais e recria para si as ações que imita.

Polya (1978/1945) enumera quatro fases para a resolução de problemas: compreender o problema; estabelecer um plano de resolução; executar o plano; e fazer o retrospecto, revendo e discutindo a solução. A primeira fase é de grande importância e está diretamente ligada à leitura. As perguntas instigadoras aqui devem motivar o aluno a entender a situação colocada para que compreenda o cálculo relacional, isto é, a operação que deverá realizar. Somente após essa compreensão poderá estabelecer um plano e executá-lo. Contudo, o autor nos alerta no sentido de não atribuirmos a não compreensão de uma situação somente ao aluno. Um bom problema deverá conter um nível de dificuldade condizente com o seu desenvolvimento. Deve ser desafiador, sem ser desestimulante pelo alto nível de dificuldade envolvido ou pelo nível de baixa complexidade.

O retrospecto, quarto passo envolvido, merece algumas considerações especiais. Segundo o autor, é uma das fases mais importantes porque é nela que o aluno revê os passos dados, reavalia estratégias e verifica resultados. É, também, nesse momento que poderá descobrir outras estratégias que apontarão diferentes maneiras de pensar e desenvolver autonomia e criatividade. Esse processo poderá conduzir alunos a uma das frases mais marcantes do autor: “Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema” (POLYA, 1978/1945, p. v).

Em nosso estudo, elegemos a resolução de problemas como caminho, por excelência, que nos possibilitou explorar o potencial da leitura, escrita e oralidade para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático valendo-nos das ideias de Polya e de outros autores que as complementam. Nesse trabalho, o aluno deixa de ser apenas um resolvedor de problemas para se transformar em alguém que também constrói situações-problema, aceita-as e discute desafios. Santos (1997) afirma que ao elaborar questões matemáticas, sozinho ou com a ajuda de colegas, o aluno "conseguiu atingir um nível de conhecimento matemático mais elaborado e completo do que quando simplesmente resolve as questões apresentadas pelo professor e/ ou livro texto" (SANTOS, 1997, p. 19). Nessa autora, buscamos orientações práticas de como trabalhar com esses procedimentos metodológicos de resolução de problemas e também de formulação de outros problemas em aulas de matemática. Fizemos isso ao propormos diferentes estratégias de resolução e discussão, desde problemas simples e diretos até problemas não convencionais ou não rotineiros. Em nossos estudos, a resolução de problemas abre um campo de possibilidades didáticas para construção, aprofundamento e esclarecimento de conceitos inerentes às operações básicas.

Nos últimos anos, a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através de ou via ou por meio de resolução de problemas vem sendo discutida por vários pesquisadores em educação matemática (SANTOS 1993, 1997; SANTOS-WAGNER, 2008; SMOLE; DINIZ, 2001; ONUCHIC; ALLEVATO, 2005). Essas autoras sugerem um trabalho em que o aluno é confrontado com situações de aprendizagem, utilizando seus conhecimentos e experiências prévias em matemática para a resolução de problemas de maneira prazerosa. O aluno cria seus procedimentos de resolução por meio de pistas que o professor lhe fornece na interação com indagações provocativas que lhe apontam formas de pensar sem, contudo, tirar dele o prazer de encontrar soluções. Dessa forma, o trabalho de resolução de situações-problema não é uma tarefa solitária, mas uma oportunidade de trocas e de enriquecimento na interação. É nessa interação constante entre professor/aluno e aluno/aluno que o conhecimento matemático é construído, a partir da curiosidade que passa a ser despertada pelo desejo de descobrir, aprender e fazer matemática.

Explorar o conhecimento matemático por meio dessa metodologia oportuniza o trabalho sistemático com diversas formas de comunicação, na verdade, constituindo-se em "vias de mão dupla" em nossa proposta. As formas de comunicação materializadas em vários gêneros textuais podem trazer para o cenário a resolução de problemas, beneficiando a matemática, assim como o trabalho com ela enriquece a linguagem. Daí a sua riqueza para o desenvolvimento da leitura e escrita nessa disciplina ajudando nos processos de alfabetização. Também a avaliação ganha novo enfoque, passando a ser parte de um processo que não mensura o final do produto, mas o processo de construção. Esta acontece na interação à proporção que os alunos validam ideias, confrontando-as com as suas próprias, as de colegas e as do professor. E dela também faz parte a reflexão do professor sobre a sua própria ação. Se houve aprendizagem, por que houve? Se os alunos não compreenderam as situações propostas, por que isso não aconteceu? Que parte cabe a mim, professor, nesse processo? Santos (1997) nos desafia a pensar um ensino de matemática em que aluno e professor estejam sempre implicados na busca do prazer que o conhecimento pode proporcionar ao afirmar que

> o professor precisa transmitir emoção e vibração enquanto ensina matemática e o aluno precisa sentir-se atraído, curioso e desafiado para aprender conhecimentos matemáticos em sala de aula. Ou seja, o aluno precisa querer ter ação e participação ativa em aula e querer ser responsável por seu processo de aprendizagem. O professor precisa ouvir seus alunos para saber como cada aluno pensa quando resolve atividades, o que cada aluno traz de conhecimento prévio e o que cada estudante já sabe ou não sabe, onde está confuso. O aluno precisa ouvir o professor e os outros alunos, pois a sala de aula de matemática é e deve ser uma comunidade matemática onde todos aprendem através do diálogo, do compartilhar de conhecimentos e dos argumentos bem justificados por conhecimentos já adquiridos (SANTOS, 1997, p. 11).

Portanto, quando a sala de aula se transforma em comunidade de aprendizagem, a avaliação é parte do diálogo construído e passa a ser mais uma forma de apontar outras possibilidades de fazer e pensar matemática.

Onuchic e Allevato (2005), defendem o ensino de matemática através da resolução de problemas porque, segundo elas, a disciplina se torna mais significativa, desenvolvendo o prazer de ensinar e aprender. Dizem que há maiores possibilidades de chegar ao que pesquisadores chamam de alfabetização matemática (LOPES; NACARATO, 2009a; MUNIZ, 2009; SANTOS-WAGNER, 2008). Segundo essas autoras, o ensino da matemática deveria ter como fim

> [...] fazer com que os alunos possam pensar matematicamente, levantar ideias Matemáticas, estabelecer relações entre elas, saber se comunicar ao falar e escrever sobre elas, desenvolver formas de raciocínio, estabelecer conexões entre temas matemáticos e de fora da Matemática e desenvolver a capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005, p. 218).

Santos-Wagner (2008) argumenta que qualquer cidadão deve estar apto a resolver problemas em seu dia a dia, em ambientes escolares ou fora deles. Nos dias atuais, para compreender o mundo e lidar com os desafios impostos, é preciso formar o aluno para ser autor de sua própria aprendizagem. E isso implica ser alfabetizado matematicamente e envolve:

> - Saber quantificar, medir, operar, coletar, construir, ler, interpretar, questionar os dados e/ou gráficos que existem no mundo.
> - Saber formular conjecturas, testar hipóteses e resoluções, argumentar matematicamente. Enfim preparar-se para ser resolvedor de problemas na vida, preparando-se para enfrentar os desafios e as incertezas do futuro. Na verdade, a escola precisa preparar um cidadão para a vida atual e as incertezas e mudanças constantes e aceleradas dos tempos do futuro (SANTOS-WAGNER, 2008, p. 52).

E isso requer um rico repertório de situações-problema rotineiros e não rotineiros. Problemas trazidos pelos manuais escolares ou trazidos por situações reais vivenciadas pelos alunos e provindos de diferentes culturas. O trabalho com compreensão dessas situações é essencial para essa alfabetização matemática de que fala a autora. Para ajudar na interpretação, recomenda que o professor faça uso de diferentes abordagens como a dramatização, por exemplo. É possível que uma única forma de diálogo com o aluno não o leve a compreender a situação colocada, por isso é interessante que se variem essas formas de comunicação incluindo técnicas de leitura variadas.

Das situações-problema abordadas por Santos (1997) e Santos-Wagner (2008), trazemos para o contexto deste estudo problemas complexos que ajudam o aluno a compreender as relações quando há mais de uma operação implicada. Esses problemas são também chamados por outros autores como problemas de estrutura mista (ARRAIS, 2009). Também usamos os desafios que oferecem ao aluno a oportunidade de engajar-se, potencialmente, em atividades de recreação matemática (SANTOS-WAGNER, 2008). Exercitam flexibilidade de pensamento e podem desenvolver o gosto pela matemática por admitirem formas diferentes de pensar. São oportunidades para o aluno exercer sua autonomia e construir estratégias de raciocínio em matemática. Há situações de aprendizagem em que utilizamos mais de um tipo de problema, principalmente, quando fundamentados nas conjecturas dos alunos, criamos novas situações. O grau de complexidade envolvido deve ser gradativamente ampliado, de forma a sempre manter o interesse dos alunos (POLYA, 1978/1945; SANTOS-WAGNER, 2008). Esse interesse é que vai garantir a motivação para a aprendizagem de novas situações. Partimos de uma proposta em que consideramos o ensino por meio da resolução de problemas e não para a resolução de problemas. Para isso, procuramos formar pequenas comunidades de aprendizagem que buscam um *fazer matemática* com significado.

Smole e Diniz (2001) elegem habilidades de ler, escrever e resolver problemas como os alicerces que darão ao aluno a capacidade de adquirir competências em matemática. Defendem que aprender matemática significa sair de uma prática solitária para uma prática solidária de construção ou formação de conceitos na interação. Por isso, o primeiro elemento a ser considerado é o recurso a comunicação, através do qual o aluno revê seu pensamento. Assim se expressam:

> O primeiro e mais importante deles é que ao comunicar ideias e maneiras de agir, o aluno mergulha num processo metacognitivo. Isto é, ele precisa refletir sobre o que fez ou pensou, construir esquemas mais elaborados de pensamento, organizar mentalmente pensamentos e ações, para aprender de novo e com maior qualidade e profundidade (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 11-12).

Como vemos, o caminho proposto também é o de desenvolver processos metacognitivos. Propõem que o desenvolvimento da linguagem matemática seja adquirido mediante a exploração em várias disciplinas que com ela se comunicam. Das recomendações dessas autoras consideramos, especialmente, as teorizações sobre a exploração de textos alternativos em resolução de problemas e a validação das estratégias do próprio aluno nas resoluções. Essas estratégias são fundamentais para a aquisição do algoritmo formal como atestam outros pesquisadores (SELVA, 2009; SPINILLO; MAGINA, 2004). A produção de textos em atividades de matemática se consolida com a formulação de problemas na linguagem própria da criança, oferecendo possibilidades de aprendizagem matemática e também textual. Smole e Diniz (2001), assim como Machado (1993) e Santos (1993, 1997) consideram o trabalho com a língua materna essencial para a compreensão da linguagem matemática. É ela que traduz os enunciados e a linguagem simbólica, e é ela que veicula os comentários e argumentos que sustentam esta ou aquela estratégia de resolução.

As formas de comunicação oral são as mais acessíveis - enquanto a criança não adquiriu a linguagem escrita - e devem ser estimuladas. Verbalizar seu pensamento o ajudará a clarear e aprofundar conceitos e preparar estruturas textuais que, posteriormente, serão feitas, por escrito, com mais coerência. Além disso, os alunos mesmo sabendo ler e escrever, ainda devem aproveitar e usar a oralidade como forma para externalizar pensamentos e ideias usadas para resolver problemas e tarefas matemáticas. Também as representações pictóricas são de grande ajuda para que o aluno construa o entendimento de ideias matemáticas, porque auxiliarão a criança a construir estratégias matemáticas e abrem o caminho para o algoritmo formal (SANTOS, 1997; SELVA, 2009; SPINILLO; MAGINA, 2004).

A construção ou formação de conceitos na interação, através da resolução de problemas, coaduna com as ideias de Vygotsky, anteriormente comentadas. Em nossos estudos, estávamos conscientes de que a formação de conceitos é uma construção complexa que se inicia na criança, no entanto se consolida muito mais tarde com a vivência e a interação com seu meio social. O autor assim se expressa:

> O desenvolvimento dos processos que finalmente resultam na formação de conceitos começa na fase precoce da infância, mas as funções intelectuais que, numa combinação específica formam a base psicológica do processo da formação de conceitos amadurece, se configura e se desenvolve somente na puberdade (VIGOTSKY, 1993/1987, p. 50).

Cabe ao professor, nessa etapa, consciente de que a construção do conhecimento acontece gradativamente, respeitar o desenvolvimento intelectual da criança. Cabe-lhe facilitar a formação de conceitos e explorar as melhores estratégias para a estimulação do intelecto de seus alunos, considerando o que conseguirão realizar com e sem a sua intervenção. Para isso, deverá oferecer desafios compatíveis com o estágio de desenvolvimento em que se encontram, projetando essa aprendizagem para estágios mais avançados. Partimos da compreensão de que a intermediação do educador facilitará a aquisição de novas aprendizagens que só se efetivarão mais tarde, todavia devem ser estimuladas precocemente. E para isso, deverá valer-se dos meios que o ambiente escolar possibilitar, não desperdiçando oportunidades.

2.4 REFLEXÕES SOBRE AFETIVIDADE E SOBRE PRÁTICAS DE SALA DE AULA

Desde o nosso ingresso no GEEMES (2006), iniciamos reflexões mais sistemáticas sobre a importância dos afetos na aprendizagem. Como professores de crianças, sabemos quanta influência pode ter sobre a ação do aluno a maneira como nos reportamos a ele e às suas produções. Todos os professores sabem que o elogio pode ser o “bálsamo para a alma” que traz o sorriso, a satisfação e a abertura para novas conquistas. Cury (2003) diz que “o elogio estimula o prazer, e o prazer abre as janelas da memória” (p. 144) e possuir sempre presente uma palavra elogiosa é como se fosse para o professor o primeiro item de seu manual didático.

Sentimos, contudo, a necessidade de nos debruçarmos sobre o que algumas pesquisas dizem sobre afetividade na aprendizagem, especialmente, em matemática. Gómez Chacón (2003) em sua obra “Matemática emocional: os afetos na aprendizagem matemática” discorre sobre as influências afetivas no conhecimento matemático, e pesquisas recentes confirmam que esse aspecto merece considerações (CASTRO, 2009; ZANON, 2011). A leitura dessas pesquisas serviu-nos de referência para compreendermos a relação afetiva de nossos alunos com a matemática e suas crenças e atitudes frente a ela. Segundo Gómez Chacón (2003), a maneira como o aluno se relaciona com essa disciplina nos anos iniciais pode ser decisiva para a maneira como virá a lidar com ela em sua vida escolar e profissional futura. Isso acontece porque influirá em suas crenças e concepções sobre si mesmo e sobre a disciplina, interferindo no seu autoconceito.

A afetividade em relação à matemática tem sido estudada desde a década de 1980 e hoje estudiosos concordam que está fortemente ligada ao desempenho dos estudantes (CASTRO, 2009; ZANON, 2011). Todos nós professores, com alguma experiência de sala de aula, já presenciamos situações em que alunos dizem odiar essa disciplina, enquanto outros dizem amá-la. O que permeia esse comportamento, segundo pesquisadores, são as experiências que o indivíduo possui com a disciplina nos primeiros anos de escolaridade, ou até no ambiente extraescolar. E pode ser determinante para uma atitude positiva ou negativa frente a essa disciplina.

O ensino e aprendizagem da matemática, inevitavelmente, acontecem de acordo com crenças e concepções dos professores. A forma como esse ensino é concebido pelo professor pode desencadear, no aluno, a crença de que a matemática é uma disciplina difícil de ser aprendida e privilégio de alguns poucos que possuem dom. Por outro lado, pode levar o aluno a vê-la como uma disciplina que lhe permite criar e fazer descobertas. Hoje há uma preocupação de educadores e pesquisadores em educação matemática em fazer com que a sua aprendizagem se torne acessível a todos dentro das diferentes formas de entendê-la e vivenciá-la no contexto sociocultural. Portanto a obra de Gómez Chacón (2003) é de grande importância para entendermos o processo de formação das crenças e concepções sobre a matemática, de forma a diminuirmos mitos e abrirmos possibilidades de um novo pensar sobre a disciplina. Nesse sentido, afirma que

> A relação que se estabelece entre afetos - emoções, atitudes e crenças – e aprendizagem é cíclica: por um lado, a experiência do estudante ao aprender matemática provoca diferentes reações e influi na formação de suas crenças. Por outro, as crenças defendidas pelo sujeito têm consequência direta em seu comportamento em situações de aprendizagem e em sua capacidade de aprender (GÓMEZ CHACÓN, 2003, p. 23).

Desfazer o ciclo que gera as crenças negativas seria ainda, para essa autora, confrontar o aluno com atividades matemáticas compatíveis com o seu desenvolvimento, oferecendo-lhe suporte cognitivo. Isso vem ao encontro de nosso estudo em que, na interação, o aluno descobre que se envolver potencialmente em atividades matemáticas pode gerar o prazer da descoberta e a satisfação de saber-se capaz. Desenvolvemos o nosso trabalho na perspectiva de que todos podem aprender matemática, utilizando-se de variadas formas de comunicar conhecimento matemático.

Além das questões de afetividade, o nosso estudo levou em consideração a reflexão sobre as nossas ações, em relação ao nosso conhecimento matemático e pedagógico. A professora Regina Simões (UFES, 2º semestre, 2011) postula que todo professor é reflexivo e não se concebe uma atividade em sala de aula que não tenha refletividade. Entretanto, precisamos clarear que tipo de reflexão mencionamos, e que tipo de professor reflexivo desejamos e pensamos. Sabemos que o ser humano pensa e reflete quase o tempo todo, ocorrendo muitas vezes de forma automática e sem ter consciência desses pensamentos e reflexões. Experimentamos, em nossa investigação, situações em que o professor, conscientemente, faz o olhar em retrocesso sobre o seu fazer pedagógico em aulas de matemática, ou seja, ele reflete de forma consciente e crítica sobre seus procedimentos de ensino. São experiências que vivenciamos, desde o início de nossa participação no GEEMES (de 2006 a 2012) estendendo-as, também, aos alunos. Assim sendo, levamos os alunos a agirem sob a influência de nossas ações e os estimulamos para que revejam e externalizem seus pensamento e sentimentos de forma reflexiva durante e após a resolução de tarefas matemáticas. Em outros termos, aqui pensamos em reflexão como Silva (2009) ao dizer:

> Acreditamos que quando os professores refletem criticamente sobre si próprios, suas ações, os espaços-tempos nos quais estão inseridos e em todo o processo de ensino, aprendizagem e avaliação podem contribuir para que ocorram mudanças no seu próprio desenvolvimento profissional como também nesse processo no qual está inserido. Por isso, acreditamos que professores precisem se tornar práticos reflexivos, de forma crítica e sistemática (SILVA, 2009, p. 46).

Em nossos estudos, em cada movimento produzido junto aos alunos e professores de suas turmas, interrogávamo-nos sobre o que esses movimentos produziriam. Em que, de fato, as diferentes formas de comunicação contribuiriam ou não para uma aprendizagem mais significativa. Nosso jeito de ser professor, em nós enraizada como se fosse *uma segunda pele,* na acepção de Nóvoa (2000) era questionada em vários momentos, fazendo-nos redirecionar atividades. E, para isso, contávamos com os nossos colaboradores que se tornavam amigos críticos para nos mostrar novas formas de pensar (SILVA, 2009). E acreditamos que, nesse processo, também nós os influenciávamos. Levamos para a nossa pesquisa a influência dos estudos no GEEMES (2006-2012), onde aprendemos a desenvolver uma consciência metacognitiva. Isso pressupunha pensar sobre os próprios pensamentos, o que para Santos (1995), deve incluir vários pontos dos quais destacamos alguns:

> 1. Pensar sobre seu processo de pensamento durante a resolução de problemas;
> 2. Pensar sobre as suas próprias fortalezas e limitações no que diz respeito a certos tópicos matemáticos;
> 3. Pensar sobre seu próprio conhecimento matemático;
> 4. [...]
> 5. Pensar sobre suas próprias atitudes sobre aprendizagem de matemática, o ensino da matemática, e a avaliação tanto como aluno/a quanto como futuro/a professor/a;
> 6. Pensar sobre a influência que suas crenças, concepções e atitudes sobre a matemática e sua pedagogia podem ter nos seus/suas futuros/as alunos/as;
> 7. Pensar sobre a sua própria motivação para aprender matemática e superar dificuldades em matemática em comparação com seu futuro trabalho como professor/a para motivar os/as alunos/as a aprender e a superar as dificuldades de aprendizagem;
> 8. E pensar sobre o monitoramento e controle de seu próprio esforço para resolver problemas matemáticos (SANTOS, 1994, p. 120-121).

Nessa perspectiva, compreender a contribuição de diferentes processos de comunicação na aprendizagem matemática dos alunos também significou compreender a nós próprios e olhar com coragem as fragilidades que se insinuavam nesse processo.

CAPÍTULO III:
METODOLOGIA: DESCOBRINDO AS PORTAS PARA A CAMINHADA

Neste capítulo descrevemos o percurso metodológico da investigação. Discorremos sobre as escolhas metodológicas e, em seguida, apresentamos os cenários ou contextos da pesquisa, o grupo participante e mostramos, em linhas gerais, algumas reflexões sobre a caminhada como pesquisador. Na sequência, mostramos os critérios para a seleção de algumas aulas que se constituíram nos instrumentos principais, e os quadros de categorias que emergiram dessa escolha. Por fim, descrevemos os procedimentos metodológicos na produção e no tratamento de dados.

3.1 AS ESCOLHAS METODOLÓGICAS

> O desenvolvimento da linguagem aprofunda o desenvolvimento conceitual, pois o aluno utiliza a linguagem verbal e/ ou escrita para expressar conceitos já adquiridos. No entanto, observa-se também que o uso da linguagem aliado à necessidade de explicar o entendimento em palavras para nós próprios e para outras pessoas aperfeiçoa o processo de construção de significados de conceitos, pois estes procedimentos linguísticos auxiliam a formar e a aprender conceitos (SANTOS-WAGNER, 2001, p. 164).

Por concordarmos com Santos-Wagner (2001), definimos procedimentos metodológicos guiados em torno dos processos de comunicação em matemática via oralidade, leitura, escrita e outras representações pictóricas ou icônicas. Assim sendo, resolvemos trabalhar em três escolas com três professores e três turmas, no período de maio a dezembro de 2011. Duas escolas estavam localizadas no município da Serra, aqui denominadas de Escola Serra I e Escola Serra II e uma escola estava no município de Vitória, aqui chamada de Escola Vitória. Nas escolas da Serra, nós envolvemos duas turmas de 4ª série/5º ano de ensino fundamental e em Vitória, uma turma de 5ª série/6º ano de ensino fundamental. Colaboraram conosco as duas professoras de séries/anos iniciais dessas turmas, Gezi e Val e o professor de matemática da turma de 6º ano, identificado como RJ, cujas denominações são pseudônimos escolhidos por eles. Nessa caminhada com os professores e as turmas, procuramos respostas para as questões auxiliares vistas anteriormente no capítulo I e para nossa pergunta central: **o que nós, professores, compreendemos da aprendizagem matemática do aluno quando trabalhamos com diferentes formas de comunicação?**

Desenvolvemos uma pesquisa de natureza qualitativa do tipo pesquisa-ação entendida como

> um processo investigativo de intervenção em que caminham juntas prática investigativa, prática reflexiva e prática educativa. Ou seja, a prática educativa, ao ser investigada, produz compreensões e orientações que são imediatamente utilizadas em sua própria transformação, gerando novas situações de investigação (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p. 113).

De acordo com esses autores, a nossa prática de inserirmo-nos no ambiente e observármo-lo para, a partir daí, sugerir atividades que pudessem provocar o movimento do pensamento do nosso grupo participante, teria que se basear na ação e na reflexão. A cada passo que dávamos em nosso trabalho, éramos convidados a nos interrogar, e aos nossos pares sobre o que essas ações produziam no cotidiano daqueles grupos. E que contribuições estávamos dando para um fazer pedagógico que produziria respostas na aprendizagem dos alunos envolvidos. Não poderíamos, em nossa concepção, pensar apenas em nossas ações como pesquisadores. Uma vez que ocupávamos o espaço da sala de aula por várias horas, era preciso pensar em ações que pudessem movimentar saberes que se somariam ao currículo praticado por aqueles atores que fazem a educação. Contribuir para a aprendizagem dos grupos, que nos acolheram, tornar-se-ia um compromisso, à medida que conhecíamos o contexto em que diferentes desafios se impunham. Estávamos conscientes de que esses movimentos de colaboração entre os participantes da pesquisa produziriam mudanças sutis, mas não desmobilizavam o nosso pensamento. Nesse sentido, Jesus e colegas (2009) afirmam que

> na pesquisa ação busca-se a aproximação entre sujeito e objeto, assumindo a colaboração como essencial ao processo de intervenção para descobrir sentidos de realidade. A ênfase está no processo de auto-reflexão coletiva na busca pela superação dos problemas vividos, [...] pesquisadores acadêmicos e pesquisadores da escola buscam transformação das práticas educativas e sociais (JESUS et al., 2009, p. 3).

Os objetivos dos professores das turmas, trabalhando na perspectiva de uma educação voltada para todos os alunos, com suas especificidades, se identificavam com a nossa questão de investigação, fazendo com que buscássemos juntos, soluções viáveis como práticas de sala de aula. Alertados pelos mesmos autores acima citados, corríamos risco do "*afrouxamento* do rigor e da qualidade da pesquisa" (JESUS et al. 2009, p. 4), pois em muitos momentos, veríamos que, como professor/pesquisador, deixávamos falar mais alto a voz do professor.

3.2 A CONTRIBUIÇÃO DO ESTUDO EXPLORATÓRIO

O estudo exploratório realizado entre maio e dezembro de 2010, em duas escolas, nos ajudou a ter mais clareza sobre como pretendíamos conduzir os trabalhos neste estudo definitivo que aqui trazemos. Estávamos, então, "diante de uma problemática ou temática ainda pouco definida e conhecida" (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p. 60) para nós como pesquisa. O estudo nos auxiliou a obter mais informações ou elementos mais esclarecedores e consistentes sobre como realizá-la e sobre o papel do professor pesquisador que agora se caracterizava por um novo olhar.

Esse estudo inicial reforçava nossa hipótese de que um trabalho mais interdisciplinar explorando leitura, escrita e oralidade em matemática, sistematicamente ajudaria na aprendizagem matemática. Entretanto era preciso aguçar esse novo olhar de sistematicidade para compreender as categorias que emergiam do extenso material produzido, trabalhando com essas diferentes formas de comunicação. E queríamos mais do que compreender. Sonhávamos em partilhar essas compreensões com nossos colaboradores, para que novas posturas, ainda que mínimas, se tornassem visíveis nas formas de aprender e ensinar matemática.

Resultados favoráveis desse trabalho inicial (HOFFMAN; SANTOS-WAGNER, 2010, 2011) junto com a professora Val, apesar dos desafios, nos motivaram a continuar com os estudos definitivos em 2011, em uma perspectiva de buscar falar com a escola, a partir de seus atores-autores (SANTOS-WAGNER, GEEMES, 2006-2012; JESUS et al., 2009). Sabíamos que mobilizar o pensamento com ações concretas é o que, de fato, pode trazer reflexos de pequenas mudanças por termos vivido a experiência, enquanto éramos participantes de um estudo com práticas colaborativas (SILVA, 2009). A experiência de reflexão vivida naquele contexto nos motivava para um estudo ao lado de profissionais da educação que buscam soluções para as indagações que surgem em sala de aula, no exercício de sua profissão. Assim sendo, assumimos uma postura de pesquisador que buscava sempre a colaboração como "essencial ao processo de intervenção para descobrir sentidos da realidade" (JESUS et al., 2009, p. 3).

3.3 OS CONTEXTOS ENVOLVIDOS: AS ESCOLAS, AS TURMAS E OS PROFESSORES

Entre o que havíamos planejado em nosso projeto de qualificação e a pesquisa definitiva, havia uma realidade que não se deixava aprisionar. As palavras da professora Denise Meyrelles de Jesus, membro de nossa banca, soavam em nossos ouvidos "leve uma bússola e uma barraca. Antes de erguer a construção definitiva, teste a força dos ventos". Era uma metáfora perfeita que nos faria compreender que, em um trabalho de pesquisa, o replanejamento caminha junto com o processo, enquanto novas compressões surgem.

A primeira adaptação seria revelada na escolha dos espaços. A professora com quem trabalhamos nos estudos exploratórios da escola, que aqui chamamos Serra I, nos informou que não mais exercia atividades com uma única turma em todas as disciplinas. Trabalhava agora com a área de matemática, com três turmas de 5º ano. Isso poderia ser um complicador, uma vez que a nossa proposta se inseria em um trabalho interdisciplinar. Temendo algum imprevisto durante o percurso, aceitamos o convite da professora Val, agora da Escola Serra II, com quem atuamos também no estudo exploratório, em 2010, em Vitória. A professora continuava a mesma dos estudos iniciais, mas a escola e os alunos eram outros.

Iniciamos os encontros nas duas escolas acima citadas, respectivamente, em maio e junho. Em agosto, compreendemos que deveríamos continuar os estudos definitivos no nosso município e incluímos a escola, que chamamos de Escola Vitória. Eram os mesmos alunos com quem trabalhamos em 2009, no 4º ano e que participaram do estudo exploratório em 2010, no 5º ano, quando eram acompanhados pela professora que, no momento, atuava na Escola Serra II. A escolha dessa turma se deu por três motivos: o fato de já conhecermos um pouco os alunos; termos recebido o convite do pedagogo; e termos recebido o aceno positivo do professor da turma. Também pensamos na possibilidade de criar elos de comunicação entre as escolas Vitória e Serra II, tendo em vista que a professora e os alunos da Escola Vitória já se conheciam. Em resumo, nossa pesquisa aconteceu nesses três espaços diferentes aqui denominados: Escola Serra I e Escola Serra II, ambas localizadas em bairros da periferia do município da Serra e Escola Vitória, em bairro de classe média do município de Vitória.

- **As escolas**

A escolha da Escola Serra I como ambiente de pesquisa foi motivada pelo convite da diretora, que conhecíamos. Trabalhávamos nessa unidade de ensino, que atende a alunos de 1º ao 5º ano do ensino fundamental, de 1990 até abril de 2010, quando nos afastamos para os estudos de mestrado na UFES.

FIGURA 3: Escola Serra I - Pátio interno

Em 2011, possuía 680 alunos, distribuídos entre dois turnos: matutino e vespertino. Possui dois pavimentos com 12 salas de aula. Apresenta boa estrutura física, mas não possui quadra de esportes e nem espaço adequado para a realização das aulas de educação física, que acontece em espaços improvisados. Em consequência disso, as salas de aula convivem com intenso barulho, e esse fato dificulta o trabalho e a comunicação em alguns momentos.

FIGURA 4: Escola Serra II

A Escola Serra II foi escolhida para o nosso estudo por conhecermos a professora Val, que atuou conosco no estudo exploratório, em 2010, e nos convidou para prosseguirmos os estudos definitivos, mesmo que não estivesse mais na Escola Vitória. Aceitamos o convite porque consideramos que seria mais fácil continuar os estudos com um professor, que já conhecia um pouco da nossa proposta. Fomos apresentados por ela à equipe pedagógica, que nos acolheu, revelando que gostaria de receber a nossa ajuda, no sentido de melhorar o desempenho da turma.

A escola possui três pavimentos. No primeiro, encontra-se a parte administrativa, quadra de esportes, biblioteca, laboratório de informática e outras repartições. No segundo e terceiro pavimentos, localizam-se as salas de aula. Em 2011, a escola atendia a alunos do 1º ao 9º ano e funcionava em três turnos: matutino, vespertino e noturno com um total de 980 alunos. No turno matutino, ao visitarmos a escola, atendia a 17 turmas, sendo dez do primeiro e segundo ciclo e sete turmas de terceiro e quarto ciclo.

As salas de aula, grandes e bem arejadas, funcionavam como salas-ambiente. Dessa forma, os alunos do terceiro e quarto ciclo transitavam nos horários em que mudavam de disciplina, enquanto o professor lhes aguardava na sala. Percebíamos que essa organização era um complicador para alunos e professores dos anos iniciais, porque a cada 50 minutos eram interrompidos pelo ruído característico dessa movimentação. A sala da professora Val, até outubro, localizava-se no final do corredor do terceiro pavimento, ao lado da sala do coordenador. Segundo a pedagoga, essa localização era estratégica para que pudesse ser acompanhada de perto, devido ao comportamento da turma que exigia cuidados especiais na disciplina, a fim de possibilitar o trabalho mais eficaz do professor. Impossível não associar essa medida legitimada pelas relações de poder abordadas por Foucault[6]. Quase ao final do ano letivo a turma conquistaria nova sala como prêmio pelas mudanças de comportamento apresentadas.

FIGURA 5: Escola Vitória - vista parcial externa

A Escola Vitória é a nossa escola de origem. Nela trabalhamos desde 1991, sempre com alunos do segundo ciclo do ensino fundamental. Em 2010, nos afastamos para cursar o mestrado, reassumindo as nossas funções em 2012. É uma escola de ensino fundamental, pertence à rede municipal e localiza-se em bairro de classe média do município de Vitória. Possui boas instalações físicas com 15 salas de aula, auditório, biblioteca, sala de vídeo, dois laboratórios, duas quadras e completa infraestrutura para diferentes atividades pedagógicas. Abrigava em 2011 dois turnos, matutino e vespertino com um total de 797 alunos, distribuídos entre 29 turmas, de 1º ao 9º ano. O prédio possui apenas um pavimento e as salas de aula são separadas por longos corredores. O espaço mais amplo permite o agrupamento por ciclos, de forma que as atividades desenvolvidas com cada um não interferem na qualidade das atividades do outro, devido ao excesso de movimentação.

- **Os professores**

Gezi era a professora da turma do 5º ano D e trabalhava na Escola Serra I há quatro anos. É professora efetiva da rede municipal da Serra há sete anos e também da rede municipal de Vitória, onde atua com a educação infantil desde 1991. Notamos que gosta do que faz, trata as crianças com respeito e valoriza os esforços de cada aluno. Como profissional é receptiva e curiosa, sempre à procura de novas aprendizagens.

Gezi habilitou-se pelo curso normal no Instituto de Educação Fernando Duarte Rabelo, em Vitória, e fez estudos adicionais em matemática. Em 1993, concluiu o

[6] FOUCAULT, Michel. **Vigiar e punir**: o nascimento da prisão. Petrópolis: Vozes, 1997.

curso de pedagogia pela Faculdade de Ciências Aplicadas Sagrado Coração, em Linhares, em regime semipresencial. Sobre a escolha de matemática como área de atuação nas turmas de 5º ano, disse que foi motivada pelo nosso trabalho de pesquisa, iniciado no estudo exploratório e pelo fato de possuir curso adicional em matemática. Revelou-nos que aprendeu a gostar da disciplina na 7ª série com uma professora que lhe ensinou álgebra. Antes não gostava porque não compreendia alguns conteúdos. Revelou-nos que a sua relação de afetividade com a matemática está relacionada a essa experiência, o que a faria escolhê-la como curso adicional no magistério. E também influenciava a maneira como trabalhava a disciplina com seus alunos.

A professora Val, da Escola Serra II, é formada em Letras-Português com 27 anos de experiência, especificamente, no 5º ano, grande parte vivida em escolas da rede privada. Val é firme, segura e exigente, ao mesmo tempo flexível e sensível diante das questões de aprendizagem que se apresentam no dia a dia do contexto escolar. É metódica e segue uma linha de conduta em que busca o equilíbrio entre métodos tradicionais e construtivistas. Val é receptiva no que se refere às novidades, desde que possa antes avaliá-las criticamente. Gosta de leitura e procura transmitir a seus alunos a sua paixão pela literatura.

Em matemática, gosta de desafiar o aluno e não tem medo de se arriscar em tarefas que exijam procedimentos não convencionais. Valoriza mais o processo de resolução do que o produto final, embora confessasse impaciência para esperar que o aluno construísse estratégias. Defende a utilização do algoritmo como forma de agilizar o pensamento. Porém, acredita que a matemática deve fazer sentido para o aluno, de forma que possa perceber a sua utilidade. É curiosa e busca respostas para questões que lhe desafiam. Para ela, a escola precisa formar o aluno para a vida e munir-lhe de ferramentas com as quais possa fazer as conquistas que almeja. Na Escola Serra II, assumiu uma turma de 5º ano e não dividia as disciplinas. Gosta de trabalhar com apenas uma turma por considerar mais fácil estabelecer o contrato didático e pedagógico entre aluno e professor e possibilitar a atuação interdisciplinar.

O professor RJ atuava na Escola Vitória, como substituto em regime de designação temporária (DT). Abriu-nos as portas gentilmente, para que pudéssemos continuar a nossa pesquisa com os mesmos alunos com que já tínhamos trabalhado. Todavia ressaltou que experiências, envolvendo leitura, escrita e oralidade deveriam ser realizadas por nós. RJ possui longa experiência de trabalho. Capacitou-se como professor de 5ª a 8ª série, em 1978, através do PREMEN - Programa de Expansão e Melhoria do Ensino. Esse programa era nacional e foi estruturado para o aperfeiçoamento do Sistema de Ensino de 1º e 2º Graus e para atender parte dos acordos MEC-USAID[7]. O projeto oferecia cursos semipresenciais de formação de professores para suprir a falta de profissionais habilitados. Em 2001, fez a complementação de sua licenciatura, habilitando-se em matemática para o ensino fundamental e médio, pela UNIG, Universidade de Nova Iguaçu, também por meio de curso não regular.

A Escola Vitória possuía 4 turmas: duas de 6º ano, com cinco tempos de 50 minutos; uma de 7º ano e uma de 8º ano. Eram 18 horas de efetivo trabalho em sala de aula; 5 horas de planejamentos e mais 2 horas destinadas a outras atividades (OA). Nesses horários, ficava à disposição da escola para fazer substituições ou outras atividades que lhe fossem solicitadas. Constatamos que seu horário nos permitia mais acesso para planejamentos conjuntos. Contudo, estranhamos a distribuição dos tempos de aulas do 6º ano, que por não haver aulas geminadas, na quinta-feira levavam-no a entrar duas vezes na sala em horários diferentes. Segundo RJ, essa distribuição foi feita para não cansar o professor e o aluno e já estava assim organizada quando chegou.

Sobre tarefas em matemática, que prefere desenvolver com o 6º ano, RJ afirmava ser a resolução de problemas, pois gosta de ver como o aluno "monta o seu raciocínio". E é uma atividade que também favorece a exploração da leitura, que considera importante, apesar de que em nossos planejamentos, relutasse em trabalhar os conteúdos de forma mais contextualizada. Notamos que era um professor que agia com segurança nos conteúdos abordados. Ele tinha bom domínio de classe, parecia cansado, e já acostumado a um ritmo de trabalho que considerava mais fácil e eficiente. Criou com os alunos um contrato didático e pedagógico no qual o aluno ouvia com atenção o professor. Explicava devagar e

---

[7] MEC-USAID: acordos produzidos nos anos 1960, entre o Ministério da Educação Brasileiro (MEC) e a *United States Agency for International Development* [USAID]. Disponível em < http://www.histedbr.fae.unicamp.br/> Acesso em 18 jun. 2012.

com muita clareza, mas não admitia ser interrompido com perguntas. Sua aula seguia um roteiro tradicional em que o professor explica os conteúdos e passa exercícios de aplicação no quadro ou no livro didático. Em sua presença, todos se comportavam de maneira educada, a aula acontecia de forma tranquila e todos produziam.

- **As turmas**

As turmas com as quais atuamos nos três espaços acima descritos, em 2011, foram: a turma do 5º ano D da Escola Serra I, a turma do 5º ano B da Escola Serra II e a turma do 6º ano A da Escola Vitória. A turma do 5º ano D da Escola Serra I possuía 30 alunos: 21 meninos e 9 meninas, na faixa etária de 10 a 11 anos. Eram os mesmos alunos com quem trabalhamos em 2010, nos estudos exploratórios, então, no 4º ano. Durante os trabalhos, alguns alunos se destacavam pela pontualidade, participação e respostas produzidas (ou não) em nossa pesquisa. Para mostrar exemplos em nosso trabalho, selecionamos alguns dentre os que nos ajudaram, inclusive na escolha de seus pseudônimos: Gigi, Madu, Mayze, Livy e May (meninas); Kel, Gustavo, Thaly, Wiliam, Filipo, Alexy, Pepe, Wezy, Paulino, Raimundo, Joãozinho, Dany, Arty, Valdir e Biel (meninos). Essa turma estava sendo acompanhada pela professora Gezi desde 2010 no 4º ano e demonstrava relações positivas com a matemática. Entendemos que essa relação era cultivada pela professora, com reforço positivo e cuidado, para que o aluno desenvolvesse autoconfiança na aprendizagem dessa disciplina.

Mais da metade dos alunos dessa turma morava em bairros vizinhos e convivia com situações, às vezes, de violência e pouco apropriadas para a sua idade. Em sala eram tranquilos, carinhosos, receptivos e cumpriam as tarefas de sala de aula. Percebemos que não possuíam suporte na realização de tarefas de casa, embora alguns se esforçassem em cumpri-las por eles mesmos. Alguns alunos possuíam defasagens em leitura, escrita e raciocínio lógico matemático. Conversas com a diretora também nos deram pistas para compreender a turma:

> Os alunos não cumprem tarefas de casa. Os pais não ficam em casa e os filhos não têm ninguém que possa ajudá-los. Qualquer criança que fica em casa sem cobranças, prefere brincar. Aquele aluno que precisa de cuidados e não os tem, fica inteiramente entregue aos cuidados da escola que nem sempre consegue dar conta (Fala da diretora em agosto de 2011.).

A diretora disse ainda que a turma D tinha potencialidades e especificidades como qualquer outra da escola, tanto no que se referia ao conteúdo como na questão de disciplina na escola. A professora mencionou necessidade de investimento sério em leitura e escrita e lamentou o fato de que os livros didáticos tenham chegado às suas mãos somente em julho.

As aulas de matemática nessa turma estavam distribuídas em 6 tempos de 50 minutos, sendo dois em aulas geminadas. Para as outras disciplinas possuíam mais três professores. Em vários momentos, constatamos que discussões interessantes ou atividades eram interrompidas em função dessa distribuição do horário escolar. Por outro lado, os alunos se preparariam para a nova realidade que enfrentariam no 6º ano, com várias disciplinas e professores diferentes, segundo a equipe pedagógica da escola.

- **A turma da Escola Serra II**

A turma do 5º ano da Escola Serra II possuía 25 alunos, 10 meninos e 15 meninas. Os alunos que mais aparecerão em nosso estudo, por terem sido mais presentes, são: July, Regiana, Malu, Manu, Maristela, Alyn, Brendy, Reb, Crislay, Rany (meninas); Fabiano, Crys, Adry, Paulinho, Winny, Marcílio, Ive, Luky, Brian, Mathy (meninos). Aqui não havia divisões por área, e a professora Val trabalhava com todas as disciplinas, de forma interdisciplinar, em vários momentos.

Em junho, a professora descreveu os alunos como sendo muito tímidos e com medo de se expor. Segundo ela, encolhiam-se quando se lhes dirigia qualquer pergunta simples, o que pudemos constatar em nossas primeiras observações. Tinham dificuldade para ir ao quadro e explicar procedimentos, preferindo ficar calados enquanto copiavam conteúdos. A professora Val caracterizou a turma como *difícil de ser trabalhada*, pois possuía defasagem em leitura, escrita e raciocínio lógico matemático que lhe desafiava pelo pouco retorno que obtinha. Contou-nos que teve, inicialmente, dificuldades com a disciplina em sala de aula, mas o trabalho de equipe direcionado para essa questão reverteu comportamentos inadequados. A professora acreditava que os alunos possuíam baixa autoestima, podendo ser fruto de experiências anteriores de insucesso escolar. Dentre eles, havia três alunos, entre 13 e 15 anos, que não estavam completamente alfabetizados e possuíam necessidades especiais de aprendizagem atestadas por laudo como dislexia, dislalia, déficit de atenção e lentidão. A professora temia que não conseguíssemos realizar a nossa pesquisa na turma. Entretanto, nós lhe propusemos descobrir juntas, formas de transformar essas características em potencialidades dentro de nossa proposta. E foi nessa perspectiva que a incluímos em nossos estudos.

Faltavam livros e material didático. A biblioteca e o laboratório de informática não estavam liberados para o uso dos alunos, por não possuírem profissionais responsáveis que lhes dessem assistência nesse espaço. A professora Val supriu essa carência, criando em sua sala um cantinho improvisado de leitura. Este funcionava em um ritual bem interessante. Perto do quadro, eram disponibilizados vários livrinhos de literatura infanto-juvenil. As crianças eram convidadas a ler ou folhear um livro de sua escolha, e a professora os imitava. Escolhia um livro, sentava-se e lia. Absorvida pela leitura, não se preocupava em observar se cumpriam ou não a recomendação de ler. Era uma atividade totalmente livre que se constituía em uma oportunidade oferecida para a leitura por prazer, sem que houvesse cobranças. Em vários momentos, observamos como alguns alunos procediam: liam um livrinho até certo ponto e trocavam por outro; apenas folheavam e talvez lessem algumas frases; folheavam distraidamente; liam até acabar o tempo, marcavam a página em que pararam para pegar o mesmo livro no dia seguinte e continuar a leitura ou pediam para levar o livro e continuar em casa; liam até o fim e até pegavam um segundo livro; sugeriam livros para a professora ler diante da turma; liam, oralmente, para a turma e faziam a leitura dramatizada (estas últimas já ao final de nosso trabalho).

Em agosto, a professora estava triste e desanimada, pois considerava que as respostas obtidas na turma não estavam condizentes com o trabalho que realizava. Confidenciou-nos que não sabia mais como ajudar a turma. *Não se interessam por nada, não cumprem tarefas de casa, não trouxeram a pesquisa de ciências que era para hoje... Ontem perguntei: como posso ajudar vocês? Me digam, por favor*... (Professora Val em agosto de 2011). Essa pergunta da professora, buscando o diálogo franco e sincero diante do que considerava ser a sua própria limitação, possibilitaria novos direcionamentos em todo o nosso trabalho. Era um novo começo. Como os alunos tinham ficado calados, nós sugerimos que se fizéssemos a mesma pergunta, solicitando-lhes a resposta escrita, talvez eles nos dissessem algo diferente. E isso mudaria a nossa compreensão sobre como lidarmos com a turma. Juntas solicitamos que nos respondessem, em dez minutos, com um pequeno texto livre: *Em que podemos ajudar vocês?* Usaríamos a escrita aqui como alternativa de diálogo entre o professor/aluno, como nos recomenda Santos (1997). Esse procedimento nos ajudou a compreender um pouco mais quais as expectativas do aluno em relação a nós (Apêndice A).

Constatamos que, em todas as escritas, a preocupação da professora diante das necessidades que se evidenciavam na turma era pertinente. Era preciso voltarmos para a alfabetização, e ao mesmo tempo, pensarmos em preparar esses alunos a fim de que pudessem seguir para o 6º ano, com um mínimo de condições de acompanhar o programa exigido. Em todas as respostas escritas, a palavra *ajuda* apareceu de várias maneiras diferentes. Como exemplo, apresentamos a resposta de July: *eu não quero nada apenas* <u>so asuda</u> [só ajuda] *a nos alegra e isena* [ensina]. Mas o que significava *ajudar* para o aluno e para nós? O que carregava essa palavra em sua essência? Para Vygotsky (1993/1987, p. 132), “uma palavra é um microcosmo da consciência humana”, vinda dessas crianças poderia ser compreendida pelas pistas que elas mesmas nos apontavam, com outras que também apareceram grafadas de diferentes formas: explicar e ensinar. Elas transmitiam a concepção do aluno sobre o que significa ser professor: *aquele que ensina* e que para isso *explica e* assim*, ajuda*.

Os pequenos textos nos davam indícios que estavam conscientes de sua necessidade de ajuda para superar lacunas na aprendizagem. Era como se nos pedissem para que as olhássemos, para que nos deixássemos afetar por elas e não passássemos indiferentes por suas histórias, cujas marcas se delineavam. O nosso desejo de pesquisar a leitura, escrita e oralidade nessa turma não poderia se desprender desse pedido que nos permitimos ouvir e sentir (LARROSA, 2004; LORENZATO, 2006). A professora já atuava de maneira brilhante. Cabia-nos unir forças para contribuirmos significativamente na reconstrução da autoestima desses alunos.

Outro trabalho realizado para compreender as necessidades da turma, ainda nesse mesmo dia, foi realizado com o uso de metáforas, em uma atividade adaptada de

Olive Chapman (2005) e empregada por vários pesquisadores do GEEMES para acessar o pensamento do aluno (por exemplo, ver SILVA, 2009; ZANON, 2011). Deveriam desenhar um animal e um objeto que, para eles, representasse a matemática. Em seguida, explicar por escrito por que os desenharam. Após a realização dessa tarefa, conversaram conosco sobre o significado que atribuíam a esses animais e objetos. Trazemos apenas alguns exemplos da contribuição dessa atividade para a compreensão do pensamento desses alunos (Ver apêndice B). Nessa atividade seis alunos manifestaram que possuíam boa relação com a disciplina, entre eles, as alunas Alyn e Malu que desenharam um quadro com operações e um lápis. Associaram a matemática às atividades como copiar do quadro e fazer operações ou cálculos e não havia evidências de sentimentos negativos. Conversando conosco, disseram que precisam aprender matemática para arranjar emprego e ir para a faculdade. Percebemos que atribuíam valor à disciplina que julgavam necessária para futuras conquistas. Duas alunas ainda disseram que gostavam de ir ao quadro *para aprender mais*. Essa explicação dos desenhos nos forneceu pistas de como explorar mais algumas estratégias: escrever no quadro e explicar como resolveram problemas poderia servir de estímulo.

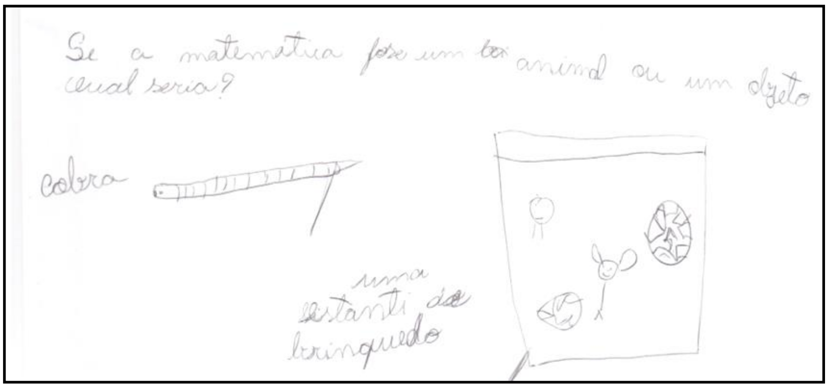


FIGURA 6: Desenhos do aluno Luky epresentando a matemática

Outro grupo formado de quatro alunos nos mostravam desenhos que exigiam atenção. Para eles, a matemática representava um desafio que lhes causava apreensão. Entre eles, destacamos o aluno Luky, que desenhou uma cobra e uma estante de brinquedos. O desenho da cobra e a associação da matemática como algo desagradável contrastavam com a estante de brinquedos. Achamos que não teria entendido a nossa proposta ou que para ele a cobra talvez tivesse um significado, totalmente, diferente daquele que nós lhe atribuímos. Mas explicou que a matemática não é sempre chata. Ela também pode ser legal quando traz atividades interessantes como cruzadinhas. Isso nos mostrou que ele percebia a matemática, às vezes, como algo difícil de que ele não gostava, e, em outros momentos, ele via que podia ser uma atividade agradável. Para que se apagasse a associação da matemática como um monstro para esse aluno, seria importante envolvê-lo em atividades que fizessem com que a percebesse como uma disciplina em que pudesse criar e se divertir, ou uma disciplina presente em sua vida no dia a dia. Assim, talvez, o monstro de que nos fala Rômulo Lins (2005), para esse aluno poderia até continuar a existir, mas não lhe assustasse mais.

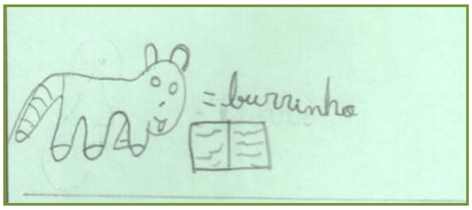


FIGURA 7: Desenhos da aluna July representando a matemática

Ainda destacamos, nessa atividade, a aluna July comentada anteriormente. July desenhou um burrinho e um livro e não explicou, nem por escrito e nem oralmente, por que fez esses desenhos. Ao lhe perguntarmos, apenas sorria e abaixava a cabeça. Estaria sugerindo que a matemática constituía dificuldades e se considerava incapaz de aprender? Ou seria a matemática encontrada nos livros? Enfim, não pudemos interpretar seu desenho, porque não conversou conosco. O sentido que atribuía ao seu burrinho poderia ser completamente diferente do que o era para nós. O livro desenhado ao lado parecia acenar com a possibilidade de querer aprender. Essa aluna nos daria alegrias no decorrer da pesquisa por sempre nos receber com carinho, participar ativamente de todas as atividades e pedir que ficássemos por mais tempo.

No terceiro grupo, enquadramos seis alunos. Entre seus desenhos, apareceram mais cobras ou animais pouco simpáticos que revelavam atitudes negativas. Eram manifestações em que percebíamos que a matemática não era agradável, conforme nos explicariam em conversas após a atividade. Desse grupo, destacamos o aluno Crys. O desenho da cobra foi explicado por ele no diálogo que segue:

> Crys: *A cobra é um animal que pode matar outros animais...É venenosa... [...] se esconde no buraco...*
> P: *E a matemática, como você a associa a uma cobra?*
> Crys: *Na matemática eu pensei sobre o tamanho. Eu acho que pra mim é uma matéria assim, difícil. Pra algumas pessoas é fácil, mas pra mim é a mais difícil...*

Quando falava que a cobra é venenosa e pode até matar é como se pensasse na matemática como algo que não pudesse dominar ou algo que podesse lhe causar mal. E como os outros nove alunos com os quais conversamos depois dessa atividade, Crys confirmou que, para ele, era uma matéria em que sentia dificuldade.

O trabalho do professor deveria ser direcionado para desfazer nesses alunos a crença de que matemática é difícil demais para ser compreendida, como sugere Gómez Chacón (2003).

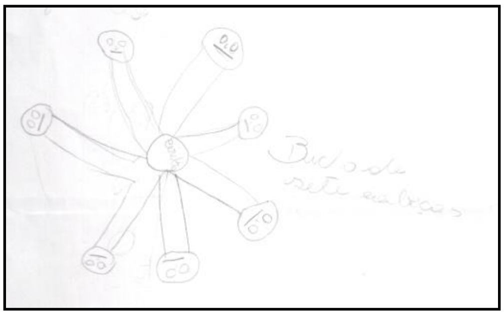


FIGURA 8: Desenhos da aluna Regiana representando a matemática

Ainda nesse grupo, a aluna Regiana desenhou um bicho de sete cabeças e não se dispôs a falar sobre o desenho (Figura 8). Cremos que a imagem fala mais do que as palavras, nesse caso, e resume a análise que fizemos do aluno Crys e dos outros nove alunos acima. Para eles, matemática era sinônimo de complicações. Pesquisas mostram que afetividade e diálogo podem mudar essa compreensão quando se trabalha com atividades que levam o indivíduo a ressignificar a crença que possui sobre a matemática (CASTRO, 2009; GÓMEZ CHACÓN, 2003; ZANON, 2011). Nossas atividades, explorando os processos de comunicação, seriam permeadas pelo objetivo sempre presente de fazer o aluno compreender que poderia aprender matemática. E nessa turma, especialmente, foi a partir dessa reflexão que o nosso estudo fluiria com melhores resultados. Apresentamos alguns exemplos com metáforas nessa turma, por essa atividade ter influenciado no direcionamento do trabalho pedagógico e na produção de dados para a nossa pesquisa.

- **A turma da Escola Vitória**

A turma com que trabalhamos em 2011 nessa escola, era do 6º ano e já conhecíamos um pouco os alunos desde 2009, quando foram nossos, então no 4º ano e no início do 5º ano em 2010 até março. A contar de maio de 2010, voltamos à sala uma vez por semana para os estudos exploratórios. Agora, em 2011, pré-adolescentes compunham uma turma de 33 alunos com novas características. Houve a inclusão de alunos repetentes, e para solucionar distúrbios de comportamento foram feitos alguns remanejamentos.

A turma, em 2011, se mostrava bastante agitada com alunos, entre 11 e 13 anos. Reconhecíamos que apresentavam comportamentos diferentes, de acordo com cada professor. Notamos que se mantinham comportados nas aulas que seguiam uma linha mais tradicional, no entanto, mostravam-se rebeldes em aulas que propunham diálogos e exposição de ideias. Esses momentos pareciam não fazer parte do que compreendiam como um contrato didático, em que falar e ouvir fazia parte da rotina de uma sala de aula. Também dava a impressão de que as regras não estavam claras sobre como se conduzirem em aulas dialogadas. Tal situação tornava a comunicação professor/aluno mais difícil do que era, quando os conhecemos em anos anteriores, na faixa etária entre 9 e 10 anos, mais novinhos e acostumados à rotina dos anos iniciais do ensino fundamental.

Foi necessário que, em vários momentos, discutíssemos com a turma a importância da comunicação em aulas de matemática e maneiras de fazê-la para que alcançássemos o êxito que esperávamos. Parecia que os alunos se acostumaram com aulas de matemática com poucas exposições orais, mais centradas na utilização do livro didático e na retirada de atividades extras do quadro. Todos os professores da turma, pedagogos e coordenadores, em agosto de 2011 descreveram a turma como *muito difícil de ser trabalhada*, *com sérios problemas de indisciplina e defasagem de conteúdos, em consequência desse comportamento.* Recomendavam que os professores devessem agir com muita segurança e seriedade para não perder o domínio da classe.

Em princípio, estranhamos porque a turma, em 2009 e 2010, não tinha essas características. A troca de professores, com estilos e metodologias diferentes no terceiro ciclo, era para o aluno algo novo a que ainda não tinha se acostumado e nem tinha maturidade suficiente para compreender. Em vários momentos, conversamos com a turma sobre essa nova realidade de sala de aula, e os novos papéis que hoje desempenhavam e que exigiam deles mais responsabilidade. Sempre deixávamos claro o quanto acreditávamos neles como alunos capazes de grandes realizações em todas as disciplinas, especialmente, em matemática.

À medida que nosso trabalho na turma avançava, percebíamos que se sentiam estimulados e interessados em desafios matemáticos. Por isso, em nossas experiências trabalhamos com problemas que lhes interessaram, especialmente, na Olimpíada Brasileira de Matemática da Escolas Públicas [OBMEP] (IMPA, 2011). Nesses momentos, reencontramos os nossos antigos alunos que tantas alegrias nos deram em resoluções de situações-problema nos anos anteriores. Como nas outras turmas tínhamos o interesse em que os alunos desenvolvessem atitudes positivas em relação à matemática; por isso, também aqui, em outubro, sondamos as suas crenças, através de metáforas. Apesar de aparecerem desenhos de cobras, as explicações para os sentidos que atribuíam a esses animais, não eram os mesmos que foram atribuídos pelos alunos da Escola Serra II. Deduzimos que os alunos continuavam sem manifestar sentimentos negativos em relação à disciplina, como nos anos anteriores, o que nos deixou particularmente felizes (Apêndice D).

3.4 AS AÇÕES DESENVOLVIDAS NAS ESCOLAS E A PRODUÇÃO DE DADOS

Nossos primeiros movimentos nos três espaços foram como observadores. Precisávamos compreender qual era o contrato didático e pedagógico entre o professor e a turma e como o professor conduzia as suas aulas. Compreendemos o contrato didático como um acordo que incorpora as normas sociais de atos e atitudes, na sala de aula, combinados entre professor e alunos de forma explícita ou implícita, para que a partir daí, pudéssemos fazer o nosso planejamento conjunto e sugerir sequências didáticas. Seguimos um roteiro muito parecido nas três escolas que incluía os primeiros contatos por meio de conversas com o professor e a equipe escolar; leitura da ficha de matrícula dos alunos; observações de algumas aulas; planejamentos das sequências didáticas, abordando o conteúdo que o professor sugeria (SANTOS-WAGNER, 2000); ações desenvolvidas junto à turma diretamente ou com a ajuda do professor regente; ações desenvolvidas pelo professor com a nossa ajuda; registros das experiências em caderno de bordo e no gravador; conversas com o professor após as aulas e retomada de algumas ações; leituras e consultas a fontes diversas; conversas com o orientador; e novas ações junto às turmas com novas reflexões (SANTOS-WAGNER, 2010-2011; SILVA; 2009). Os conteúdos desenvolvidos em cada escola centraram-se na exploração e aprofundamento das ideias de número e das operações básicas, principalmente, das estruturas multiplicativas das operações de multiplicação e divisão. O trabalho pedagógico aconteceu por meio da resolução de problemas, mas as abordagens diferiram por se tratar de três realidades distintas. Realizávamos um processo investigativo de intervenção em que caminhavam juntas as práticas investigativa, reflexiva e educativa, nas quais não perdemos de vista os comportamentos que queríamos formar. Fiorentini e Lorenzato, (2006) ilustram esse processo por meio da espiral autorreflexiva formada por ciclos sucessivos como mostra a figura 9 a seguir:

Planejamento ⇒ Ação ⇒ Observação ⇒ Registros ⇒ Sistematização/Reflexão/Análise ⇒ Avaliação ⇒ Planejamento de novas ações ⇒ Novas ações ⇒ Novas observações ⇒ Novos registros ⇒ Novas análises e avaliações ⇒ e assim por diante...

Figura 9: Espiral autorreflexiva dos movimentos na pesquisa-ação inspirado em Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 113)

Na Escola Serra I, tínhamos que nos adaptar ao tempo disponível da professora que atendia a três turmas dos anos iniciais. Entre maio e dezembro de 2011, tivemos 32 encontros, dos quais 8 se destinaram a conversas, planejamentos e avaliações; 9 foram somente de observações; e 15 foram de participações nas atividades desenvolvidas junto ao aluno (Apêndice E). Vale ressaltar que os horários de conversas e planejamentos aconteciam em espaços/tempos que as circunstâncias permitiam: nos corredores, na sala de aula ao final das aulas, no estacionamento e em espaços fora da escola combinados previamente. Poucos aconteciam nos horários próprios para o planejamento do professor. Contudo, a professora já introduzia em seu planejamento muitas de nossas sugestões de exploração sistemática de diferentes formas de comunicação, desde os nossos estudos exploratórios em 2010. Citamos como exemplo o trabalho desenvolvido com idosos, no qual exploramos a aprendizagem matemática com base em situações reais, envolvendo a escrita (HOFFMAN; et al., 2012).

Na Escola Serra II, a professora trabalhava com todas as disciplinas e foi possível transitar entre elas com mais tempo. De junho a dezembro de 2011, estivemos na escola em 34 encontros. Destes, 11 destinaram-se a conversas e planejamentos; 3 a observações de aulas dadas pela professora sem a nossa participação; e 20 aulas em que atuamos diretamente ou participamos ativamente das aulas da professora. Ressaltamos que apenas computamos como encontros de conversas aqueles que se destinaram, especificamente, para tal. Na verdade, as conversas entre pesquisador e professor aconteciam todos os dias em que atuávamos antes, durante e depois, nos momentos possíveis (Ver Apêndice F).

Na Escola Vitória, nosso trabalho foi realizado nos espaços/tempos do professor de matemática em conexões com os horários de língua portuguesa, em alguns momentos. Os conteúdos foram planejados com o professor com ênfase na resolução de problemas e atividades de multiplicação (Apêndice G). Do total de 31 encontros realizados na escola, entre agosto e dezembro de 2011, foram: 10 destinados a conversas e planejamentos; 19 de participação ou de atuação direta com a turma; e 2 de observação. Entre 25/11 a 09/12/2011, desenvolvemos uma atividade especial que consistia em uma apresentação de peça teatral, por iniciativa da professora de língua portuguesa, a partir das nossas sugestões de trabalhar de forma interdisciplinar em matemática. Desde então, tivemos encontros com o grupo que ensaiou a peça, quase diariamente. Esses eram realizados nos horários dos professores de matemática e de língua portuguesa, em horários de aulas vagas deixadas por outros professores e no contraturno. As conversas com o professor regente aconteciam, também, quase diariamente, nos horários de planejamento, nos intervalos, nos horários de recreio e mesmo em sala.

3.5 ENCONTROS NA CAMINHADA COM OS PARTICIPANTES E A QUESTÃO DA PESQUISA

Na caminhada, que construímos nessas três escolas, muitos desafios se colocaram para nós. O maior de todos foi vencer a nossa própria limitação de pesquisador iniciante implicado nessas três realidades. A nossa crença de que um trabalho em matemática, que priorizasse diversas formas de comunicação podesse contribuir para a aprendizagem matemática, ligando saberes, somente se fortaleceria se conseguíssemos produzir pequenas mudanças. Era preciso observar, propor, ouvir, agir e reagir, calar e compreender. O que é possível fazer em cada ambiente? Como poderia a experiência em um espaço enriquecer o outro, e que articulações seriam possíveis nos espaços/tempos de que dispúnhamos? Víamo-nos como nos diz Barbier (2007), constantemente na necessidade de desempenhar um papel "profissional numa dialética que articula a implicação e o distanciamento, a afetividade e a racionalidade, o simbólico e o imaginário, a mediação e o desafio, a autoformação e a heteroformação, a ciência e a arte" (p.18).

A nossa experiência como professor nos levava inevitavelmente ao prazer do *fazer com* junto ao aluno, de mergulhar na prática e nos deixar envolver pela alegria de suas conquistas. E nesse prazer, não tomávamos, às vezes, o devido distanciamento como pesquisador para compreender, de fato, o que ocorria na investigação e se respondíamos ou não nossa questão. Ao sairmos das escolas, sentíamos o peso de nossa limitação e, por vezes, pensávamos haver uma dicotomia entre os papéis de pesquisador e professor, os quais não conseguíamos compreender isoladamente. Foi quando a voz da professora Regina Helena Simões, da disciplina História da Educação (2011/2), soou em nosso auxílio, fazendo-nos entender que jamais deixaríamos de ser professores. O olhar de pesquisador em educação só seria possível, partindo da compreensão do que é ser professor em toda a sua complexidade. Começávamos a compreender melhor nossa orientadora, quando nos pedia que não perdêssemos de vista a pesquisa. Constatávamos, então, as mudanças que começavam a emergir, muito sutis, como flashes em cada uma das realidades estudadas. Era a hora de aprofundar, mas já não era mais possível, o tempo se esvaíra.

Em cada espaço/tempo pesquisado, víamos prioridades diferentes. Entretanto, todos tinham em comum a pressão do tempo, do programa de ensino, a expectativa dos pais, do professor e do próprio aluno. Somemos a isso a iminência das avaliações do PAEBES – Programa de Avaliação Básica do Espírito Santo e IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica, que aconteceriam em outubro. O pesquisador não poderia ser mais um elemento com que o professor devesse se preocupar. Teríamos que nos transformar em alguém, que de alguma forma, viesse a contribuir no cumprimento da agenda do professor, sem deixá-lo ainda mais ansioso. A nossa preocupação em não fugir do cotidiano escolar nos induzia a trabalhar com atividades variadas, sem repetirmos algumas que pudessem servir para triangular dados. Perderíamos em profundidade, talvez, na pesquisa, mas ganharíamos em um trabalho pedagógico que contribuísse com o professor na conquista de seus objetivos. Assim sendo, mesmo cientes de que a qualidade da investigação não seria determinada pelo número de atuações, o sentimento de incompletude nos conduziu a um trabalho intenso junto aos participantes, que resumimos no quadro a seguir:

TOTAL DE ENCONTROS E CARGA HORÁRIA DEDICADA À PRODUÇÃO DE DADOS								
Escola / Atuação	Serra I		Serra II		Vitória		Total	
	Enc.	Horas	Enc.	Horas	Enc.	Horas	Enc.	Horas
Plan./Conv.	8	09h40min	11	12h05min	10	09h20min	29	31h05min
Observações	9	10h40min	3	04h10min	2	01h30min	14	16h20min
Participações	15	19h10min	20	45h30min	19	19h35min	54	84h15min
Total	32	39h30min	34	61h45min	31	30h25min	97	131h40min

QUADRO 12: Encontros por escola e carga horária

"À força de lembrar o essencial em nome do urgente, acaba-se por esquecer a urgência do essencial". A epígrafe de Morin[8] utilizada por Barbier (2007, p. 25) para iniciar o capítulo I em "Pesquisa-ação" resume bem a nossa caminhada na produção "de dados em nossa pesquisa. Como professores, víamos urgências de ações pedagógicas nas turmas que acreditávamos que poderiam melhorar o desempenho em leitura, escrita e raciocínio lógico matemático. E como pesquisadores, esquecíamos às vezes, de parar para interpretar, com a devida profundidade, o que acontecia nesses processos de comunicação que veiculavam o conhecimento matemático. Isso tornaria o nosso trabalho muito mais árduo em etapas posteriores.

[8] MORIN, Edgar. **Introduction à la pensée complexe** [Intodução ao pesamento complexo]. Paris: E. S. F., 1990. Communication et complexité [comunicação e complexidade].

3.6 OS INSTRUMENTOS E OS PROCEDIMENTOS

➢ **A escolha das aulas**

Como tínhamos um volume muito grande de aulas e informações, escolhemos em cada escola as aulas que possuiam atividades que melhor respondiam aos nossos questionamentos, no que se refere à utilização da escrita, leitura e oralidade. Com a ajuda de nossa orientadora, atribuímos notas de 1 a 5 às aulas, segundo respostas que emergiam como potencialidades dessa preanálise (Apêndices E, F, e G). Assim, essas aulas escolhidas se tornaram os meios por excelência para verificarmos se alcançamos nossos objetivos. Entre outras, incluímos as que criaram elos de comunicação entre os espaços pesquisados. Por exemplo, incorporamos as aulas nas quais ex-alunos se comunicaram com seu antigo professor por meio de cartinhas que veiculavam conhecimentos matemáticos. Dessas aulas, utilizamos os diálogos produzidos, gravados e transcritos em sala durante as aulas; imagens que registraram momentos dessas aulas; trabalhos produzidos em folhas ou nos cadernos; e informações produzidas por meio de conversas e observações dos professores e alunos ao longo do período em que estivemos em campo (SANTOS-WAGNER, 2012).

Segue o quadro de aulas escolhidas para análise:

ESCOLA	DATA/DURAÇÃO	ATIVIDADES DESENVOLVIDAS
Serra I	25/07/ 2011 – 50 minutos	Exploração de linguagem matemática em texto jornalístico
	26/07/2011 – 50 minutos	Resolução de problemas, envolvendo os números do texto jornalístico
	22/09/2011 – Duas aulas de 50 minutos	Resolução de problemas em jogo de computador
	1/08/2011; 02/08/2011; 08/08/2011; 23/08/2011; 30/08/2011 – 5 aulas de 50 minutos	Revisão de leitura e escrita, composição e decomposição de números grandes e história dos números.
Serra II	29/08/ 2011 – Três aulas de 50 minutos	Jogo de matemática em grupos
	09/09/2011 – Uma aula de 50 minutos	Elaboração de problemas, a partir de tirinhas de humor

	25/09/2011 – Três aulas de 50 minutos	Resolução de problema formulado por aluno da turma (o faquir) – ideia associada à configuração retangular
	03/10/2011 – Três aulas de 50 minutos	Resolução de problema enviado por aluno da Escola Vitória – exploração do raciocínio aditivo e multiplicativo.
	16/09/11 – 1h20 min	Exploração do poema de cordel: "Consumidor consciente".
	19/09/11 – Três aulas de 50 minutos	Exploração do poema *O grande pecado de Lampião e sua peleja para entrar no céu* (Leitura, elaboração de mapa conceitual e elaboração de poema coletivo).
Vitória	29/08/11 e 30/08/2011 Duas aulas de 50 minutos	Resolução de problema do tipo desafio (OBMEP/2011)
	05/08/11 – 1h20min	Escrita de cartinhas para ex-professora
	06/09/2011 – 50 minutos	Resolução de problema não convencional
	05/10/ 2011 – 50 minutos	Resolução de problema do tipo desafio enviado pela turma da Escola Serra II:
	19/11/ 2011 Duas aulas de 50 minutos	Leitura do livro: *O grande pecado de Lampião e sua peleja para entrar no céu.*
	09/12/2011 – 1h20min	Apresentação da peça teatral sobre o livro

QUADRO 13: Aulas escolhidas para análise por escola

- **Produção e tratamento dos dados produzidos**

As aulas que ministrávamos eram planejadas juntamente com o professor. O seu desenvolvimento era registrado em gravador de áudio, e momentos marcantes eram fotografados. Nos intervalos, fazíamos anotações de nossas impressões durante a aula e também acrescentávamos informações que nos vinham das observações dos professores sobre alguns episódios em nosso diário de bordo. As tarefas realizadas em folhas ou cadernos de alunos eram igualmente fotografadas ou digitalizadas. Posteriormente, longas horas foram dispensadas à transcrição de áudio que garantiram a fidedignidade dos diálogos produzidos em aulas. Esses dados foram registrados em computador em forma de relatos com reflexões para, posteriormente, serem analisados e discutidos com nossa orientadora, colegas pesquisadores.

A preanálise das aulas selecionadas nas três escolas permitiu-nos identificar categorias de análise para compreender a aprendizagem matemática do aluno. Agrupamos as mesmas em um quadro único, embora se refiram a instrumentos diferenciados, pois os eixos em torno dos quais consideramos a emergência dessas categorias são a leitura, escrita ou representação pictórica e oralidade. Foi olhando para essas categorias que construímos compreensões que discutiremos no capítulo IV, também com o olhar voltado para as aprendizagens do professor como consequência desse movimento. E, para facilitar a localização dessas categorias em torno dos eixos citados, ainda as agrupamos, de acordo com dois temas comuns: ideia de número; e resolução de problemas.

<table>
<tr><th>TEMAS</th><th>EIXOS EMERGENTES/ CATEGORIAS</th></tr>
<tr><td>Ideia de número</td><td>
1. Conhecimento matemático revelado ou construído pelos processos de leitura: evidenciados na leitura e compreensão de textos inseridos no livro didático ou em paradidáticos:

a) Identificação da linguagem matemática: evidenciada pelas atitudes do aluno durante a leitura.
b) Fragilidades na compreensão das ideias matemáticas: conceitos não claros evidenciados pelos processos de leitura.
c) Motivação para a leitura: evidenciada nas atitudes do aluno diante do texto;
d) Identificação da linguagem matemática presente no texto lido evidenciada na compreensão do conceito de número e seus usos.
e) Construção de sentidos para as ideias matemáticas presentes no texto: evidenciada pela compreensão do sentido do número no texto e de suas implicações com a realidade.

2. Conceitos em formação revelados pelas tarefas de escrita: escrita livre, escrita direcionada e coletiva:

a) Utilização de vocabulário específico ou alternativo para expressar ideias matemáticas: evidenciado em textos que mostram que o aluno de alguma forma começa a compreender a estrutura do sistema de numeração como, por exemplo, as trocas da base dez; o papel do zero; o valor posicional do algarismo.
b) Utilização de vocabulário alternativo, deixando implícito alguns conceitos matemáticos: são aqueles textos em que o aluno se expressa em sua linguagem, mas deixa indícios de que alguma aprendizagem foi efetuada, abrindo espaço para negociação de significados.
c) Evidência de conceitos ainda não claros na escrita: são os textos com ideias confusas que demonstram que o aluno não compreendeu a estrutura básica do sistema de numeração decimal ou conteúdos trabalhados pelo professor.
d) Presença de tópicos matemáticos estudados: evidenciadas nas cartinhas em forma de lista de conceitos.
e) Evidência de poucos conhecimentos matemáticos: são os textos que se limitam a descrever uma atividade ou relação pessoal com ela, sem expressar ideias matemáticas.
f) Presença de concepções sobre a matemática: evidenciadas no texto em que o aluno expressa o que pensa sobre a matemática.
g) Afetividade em relação à matemática, comunicada através da escrita: evidenciada pelos sentimentos positivos ou negativos expressos no texto do aluno.
h) Afetividade em relação ao professor de matemática: evidenciada por meio de sentimentos expressos no texto.
i) Coerência com o tema na escrita dos poemas coletivos: evidenciado nas sugestões discutidas durante o momento da criação.
j) Presença de conhecimento matemático expresso nos poemas: evidenciado nas construções das paráfrases
k) Participação do aluno no momento da escrita: evidenciada no momento da criação coletiva de textos com sugestões dos alunos.
</td></tr>
<tr><td>Resolução</td><td>1. Processos de comunicação envolvendo a leitura de textos mediada em</td></tr>
</table>

de problemas	**resolução de problemas**: a) **Compreensão dos números envolvidos possibilitada pela discussão oral**: evidenciada nas falas dos alunos que atribuíam significado aos números grandes através da discussão. b) **Descoberta de relações numéricas na resolução de problemas a partir da interação**: evidenciada nos diálogos que mostravam a compreensão de regularidades numéricas. c) **Identificação de conceitos matemáticos presentes em texto lido**: evidenciadas na percepção do aluno das ideias matemáticas presentes no texto. d) **Identificação das informações relevantes no texto do problema**: evidenciada na percepção do aluno das ideias-chave explícitas e implícitas que lhe permitiriam resolver o problema. e) **Solução do problema após interação aluno/aluno e aluno/professor**: são as resoluções apresentadas pelo aluno após as intervenções na leitura do problema, com perguntas instigadoras feitas pelo professor ou após conversas do aluno com o professor e/ou colegas. f) **Indícios de compreensão de conceitos do raciocínio aditivo (combinar e transformar) e subtrativo (comparar e complementar):** evidenciados no diálogo entre aluno e professor durante resolução de problemas em jogo de computador. g) **Uso de vocabulário específico ou alternativo**: evidenciado nas falas do aluno (utilização de sua própria linguagem) para expressar um conceito em formação durante a resolução dos problemas sugeridos no jogo. h) **Estratégias alternativas utilizadas pelo aluno**: estratégias próprias às quais chegam, mentalmente, com ampliação de procedimentos de cálculo exato ou aproximado pelo conhecimento de regularidades dos fatos fundamentais ou de propriedades das operações. **2. A ajuda da escrita e representação pictórica na resolução de problemas:** **a) Preocupação com a aplicação do algoritmo**: evidenciada nas tentativas de resolução dos alunos enquanto constroem significados para os números envolvidos. b) **Solução apresentada após interação com a utilização de estratégias próprias**: evidenciada na utilização de representações alternativas (operações, representações icônicas ou pictóricas ou outras próprias do algoritmo não formal). c) **Utilização de fragmentos de textos com intuito de clarear conceitos matemáticos**: são palavras ou representações pictóricas utilizadas na resolução de problema matemático para expressar raciocínios em construção. d) **Reestruturação do raciocínio através da escrita após a resolução**: são textos em que o aluno reconstrói por escrito o caminho percorrido na resolução do problema, mostrando desenvolvimento de metacognição.

QUADRO 14: Categorias comuns que emergiram da preanálise das aulas escolhidas nas três escolas

CAPÍTULO IV:
ABRINDO PORTAS PARA AS COMPREENSÕES

> Consideramos matematizar um processo construtivo, fortalecido pela interação pessoa-grupo, no qual ideias matemáticas constituem diferentes significações e são por elas constituídas (Lins e Gimenez[9] 1997), a partir do que gesticulam, desenham, escrevem ou qualquer outra maneira de representar e comunicar nosso pensamento (POWELL; BAIRRAL, 2006, p.15).

Iniciamos com essa citação, por trazer em sua essência um pouco do que mostramos em nossas análises. São alguns episódios de aulas e conversas selecionados em cada espaço/tempo da pesquisa, que melhor ilustram compreensões sobre processos de comunicação em aulas de matemática. Essas interpretações foram feitas, segundo perspectivas teóricas apontadas no capítulo II e a partir das informações dos dados produzidos. Buscamos coerência na interpretação e análise que contempla leitura, escrita, representação pictórica e oralidade na exploração de dois temas comuns aos três espaços do estudo: ideia de número e resolução de problemas.

Tentamos "guiar o nosso olhar de curiosidade e [...] sistematicidade" (SILVA; SANTOS-WAGNER, 1999, p. 21), estruturando este capítulo em três subcapítulos, de acordo com as atividades desenvolvidas em cada escola. Dessa forma, indagamos sistematicamente nas três turmas: **O que nós, professores, compreendemos da aprendizagem matemática do aluno quando trabalhamos com diferentes formas de comunicação?**

Utilizamos as categorias colocadas no final do capítulo III para interpretarmos as informações obtidas nas diversas tarefas matemáticas usadas nas aulas selecionadas. E para melhor compreensão do leitor, sublinhamos as frases que evidenciam essas categorias ou que aludem a elas.

[9] LINS, G.; GIMENEZ, R. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.** Campinas: Papirus, 1997.

4.1 ABRINDO AS PORTAS DA ESCOLA SERRA I

A escola pública é o nosso "lugar". Não importa quão distante a vida nos tenha levado estamos presos a esse "lugar" chamado escola.
FERRAÇO (2002, 159)

A transcrição da realidade que aqui registramos traz o nosso olhar e a nossa voz pela qual se ouvem muitas outras. Estas nem mesmo nós identificamos, mas estão aqui substanciadas neste texto, que pretende ser científico, à medida que os eventos descritos encontram um depósito ou deixam um rastro de interpretação (FLICK, 2004).

4.1.1 O significado de número na exploração de texto jornalístico

Essa aula foi desenvolvida pela professora Gezi em julho de 2011, com 30 alunos presentes em sala. Constitui-se também em um exemplo de como a professora incorporou, em sua prática, a nossa proposta, desde os estudos exploratórios em 2010. E mostrou como práticas de leitura de textos em outros gêneros têm potencial, quando são exploradas para a compreensão de significados matemáticos. Essa aula acrescentou significado aos conteúdos e ajudou na formação do conceito de número. A professora usou o livro didático do aluno[10] que trazia o texto extraído da revista Veja, de uma publicação de agosto de 2002 (Anexo I).

Conversas posteriores com a professora revelaram que seus objetivos eram semelhantes aos nossos: fazer com que o aluno compreendesse a ideia de número e seus usos em textos jornalísticos; fazer reflexão sobre a utilização de números grandes na vida diária e criar o argumento para estudar sua escrita. Posteriormente, ao observarmos os PCN (BRASIL, 1997a), vimos que a aula da professora contemplava também um dos objetivos gerais desse documento em que esperamos que o aluno do ensino fundamental seja capaz de ‘‘posicionar-se de maneira crítica,

---

[10] PADOVAN, D.; GUERRA, I. C.; MILAN, I. **Projeto Prosa:** matemática, 5º ano. São Paulo: Saraiva, 2008.

responsável e construtiva nas diferentes situações sociais, utilizando o diálogo como forma de mediar conflitos e de tomar decisões coletivas'' (p. 7).

O texto sob o título *A terra pede socorro* falava das condições ambientais no planeta. A leitura permitiu ao aluno o diálogo com realidades diferentes e possibilitou reflexões sobre as inter-relações que ocorrem no meio ambiente, atingindo toda a humanidade. Também estava de acordo com um dos objetivos gerais de matemática para o ensino fundamental em que se espera que o aluno seja capaz de “identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta...” (BRASIL, 1997a, p. 51). Esses objetivos já citados seriam alcançados através da leitura dos números envolvidos no texto e contribuiriam para que o aluno fosse capaz de

> fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número possível de relações entre eles, utilizando para isso o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico); selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente (BRASIL, 1997a, p. 51).

A professora trabalhou com a ampliação do significado do número natural pelo seu uso em situações-problema e a partir de seus diferentes usos no contexto social.

- **Motivação para a leitura, identificação de ideias matemáticas presentes no texto e construção de significados e/ou sentidos matemáticos**

A professora deu cinco minutos para que os alunos relessem o texto que dera como tarefa de casa. Depois pediu que lhe dissessem sobre o que o texto falava. Notamos que nem todos os alunos liam, evidenciando que, nesse momento, nem todos estavam motivados para ler um texto grande. Gezi lhes disse que encontrariam, no texto, informações relacionadas a números grandes, que lhes mostrariam como estes estão presentes na realidade. Eles veriam algumas consequências da poluição e seu alcance em diferentes regiões do mundo. Era uma forma de conduzir a interpretação para os objetivos da leitura. A professora agia consciente de que nela “o leitor realiza um trabalho ativo de construção de significado do texto a partir dos seus objetivos, do seu conhecimento sobre o assunto...” (BRASIL, 1997a, p. 53).

Vale esclarecer que Gezi planejou usar esse texto informativo em aula de matemática com possibilidades interdisciplinares, contemplando o que considerou possível realizar em aulas de 50 minutos. Assim sendo, não fez uma exploração maior do vocabulário e do tema antes da leitura para servir de motivação. Constatamos que essa motivação somente aconteceu para alguns alunos à medida que o texto era discutido oralmente, na interação aluno/texto/aluno e aluno/texto/professor. O primeiro exemplo disso, observamos nesses comentários baixinhos de dois alunos (pseudônimos escolhidos sempre pelos alunos), enquanto um virava para trás:

> Pepe: *Uma nuvem de venenos de 3 quilômetros!*
> Alexy: - *Que que tem! É nuvem!*
> Pepe: *Mas cai na chuva...*
> Alexy: *Cai, mas você não leu? Tá lá longe no Japão!*

No diálogo que conseguimos captar identificamos, pela expressão, que Pepe fez a Identificação da linguagem matemática presente no texto lido, porque evidenciou em sua fala a compreensão da ideia de medida expressa pelo número que designava o tamanho da nuvem. Começava a se preocupar com os efeitos negativos que podia causar ao cair com a chuva. O outro aluno não demonstrava preocupação. Talvez Alexy tenha lido somente o começo do texto e não o compreendeu, integralmente, e por isso, não se importava. Tinha noção da distância em que o fenômeno acontece e o considerava longe, portanto, no sentido que construía, não lhe representaria perigos. Como só pensava nas consequências imediatas, de acordo com os seus conhecimentos e valores, uma notícia como essa não era relevante porque não acontecia no Brasil. O aluno Pepe, mesmo ciente dessa distância, nos forneceu indícios de que tem noção do impacto ambiental que uma nuvem desse tamanho pudesse causar ao mundo. A noção de distância e de medida da nuvem tinha para os dois alunos significados diferentes, de acordo com os seus conhecimentos prévios e sua maneira de interpretar o mundo e a realidade. Agiam de acordo com a categoria: construção de sentidos ou significados para as ideias matemáticas presentes no texto.

Essa mesma categoria se evidenciou no debate com a sala toda sobre o aumento do nível do mar, em consequência do derretimento das geleiras. Esse foi o assunto mais comentado. Dois alunos informaram que viram reportagens, anunciando que algumas cidades muito próximas ao mar poderiam submergir e pensaram na cidade de Vitória, que tem regiões muito próximas. *Então o mar vai cobrir a casa de quem mora perto?* – Perguntaram alguns, construindo novos significados, evidenciando que começavam a fazer inferências. A professora comentou que isso, realmente, pode acontecer, mas não se dará de um dia para o outro. Será um processo longo, e os habitantes se deslocarão em tempo, se forem informados e se tiverem condições de se prevenirem. Porém, nem por isso, devemos descuidar do meio ambiente, porque é responsabilidade de todos o que vier a acontecer no futuro. Também comentaram sobre o desaparecimento de animais como os ursos polares. Eram os significados que alguns alunos construíam para os números que expressavam os fenômenos: *o aumento de 10 centímetros do nível do mar* e a *temperatura da Terra pode aumentar 5,8 graus Celsius...*

A *nuvem de venenos* chamou a atenção, devido à imagem que ilustra o texto. O que são esses venenos e de onde vêm, foi outra discussão bem proveitosa porque permitiu a exemplificação dos poluentes produzidos em nossa região. Foi destacado também que, em outros tempos, a poluição que nos atingia já foi até pior e que a divulgação ajudou na conscientização sobre os males que pode causar e quais providências foram tomadas. A professora esclareceu que é muito bom que divulguemos o que está acontecendo no mundo, leiamos sobre isso e mostremos o tamanho dos problemas. A atuação da professora vai ao encontro do que Curi (2009) nos fala sobre a importância de levarmos textos de diversos gêneros, entre eles os jornalísticos, para a aula de matemática. São veículos de comunicação que defrontam o aluno, às vezes, com informações que somente são entendidas com a correta compreensão da linguagem matemática. O aluno aprende matemática, enquanto realiza um trabalho de construção de significados para o texto lido. O diálogo originado nele extrapolava as informações decodificadas. Nessa aula, começavam a fazer inferências por meio de Informações novas que eram construídas em um ato construtivo, criativo e sociointerativo, criando elos entre saberes. Marcuschi (2008, p. 248) ao comentar sobre compreensão de leitura, assegura que "o sentido não está nem no texto nem no leitor, e sim numa complexa relação entre os três e surge como efeito de uma negociação".

A professora pediu que lessem a legenda: *Uma nuvem de poluentes do tamanho de três Brasis e com 3 quilômetros de espessura cobre uma parte da Ásia, onde vive um quinto da humanidade.* Em seguida, perguntou se consideravam grande ou pequena essa extensão. No diálogo dos alunos antes mostrado, reconhecemos que tinham noção dos números envolvidos e reagiram de acordo com a sua compreensão. Contudo, esses significados só ficariam mais claros na interação, agora com a professora, quando refletiam sobre o que significava o tamanho *três Brasis*. A professora pediu que olhassem o mapa-múndi e depois imaginassem o tamanho, pensando no que já conheciam do Brasil. Alunos intervinham com mais informações e construíram novo diálogo, agora, com a professora:

> Biel: *A professora de História disse que o Brasil é o 5º maior país do mundo.*
> PG: *Exatamente, tem grandes estados como Amazonas, Pará e Mato Grosso que a gente nem conhece, são mais de 8 milhões de quilômetros quadrados! E a nuvem é do tamanho de três Brasis! E a espessura? O que significa a palavra espessura?*

Era o esforço para que o aluno imaginasse o tamanho da nuvem de poluentes baseando-se na ideia do triplo, três vezes mais ou multiplicação comparativa. Era preciso refletir sobre os termos matemáticos no texto, para que o aluno compreendesse que se tratava de uma nuvem cuja espessura ou altura era de três quilômetros. *E o que significam três quilômetros?* A compreensão dessa medida fazia com que mais alunos se interessassem pelo texto. Logo, <u>a motivação para a leitura se vinculava à construção de significados para a linguagem matemática</u>. Os números envolvidos deixavam de ser apenas símbolos matemáticos para instigá-los e levá-los à compreensão em contexto. E isso foi possível na atuação da professora que fazia a intermediação (VYGOTSKY, 2007/1984), induzindo os alunos a focalizar as informações como vemos no seguinte diálogo:

> Pepe e Biel: *São três mil metros*.
> Fely: *Ainda bem que tá lá longe!*
> PG: *É, mas essa nuvem não fica só lá não. O que se fala dessa nuvem?*
> Outro aluno: *Fala que ela anda meio mundo em uma semana!*
> PG: *Pois é, então esses venenos não ficam somente no local em que são produzidos, o vento leva e pode trazer consequências em vários lugares do mundo. Além do efeito estufa, pode trazer doenças.*

O aluno que antes não se preocupara dizendo que a nuvem estava longe, ouvia com atenção. Talvez, nesse momento, ele pensasse no que significava a expressão *meio mundo,* literalmente, associando-a à distância que imaginava que ficava o Japão.

Nessa discussão, estavam presentes ideias de área, volume e fração. A professora preparava os alunos para que construíssem estruturas mentais que possibilitassem a compreensão desses conceitos em outras aulas. Eram as ideias de número e seus usos, como medida e quantidade, discutidos e fundamentados em situações do contexto social, como recomendam Nunes e colegas (2005).

Lins e Gimenez (1997, p. 16) afirmam que "quando lidamos com números grandes, na rua (imprensa escrita e falada), importa mesmo a ordem de grandeza: mil, milhão, trilhão." A professora Gezi explorava essa ideia trazida pelo texto da imprensa escrita que usava a linguagem acessível mais parecida com a linguagem da rua. Exemplo disso foi outra informação matemática que lhes chamou a atenção: 500 mil pessoas podem morrer em consequência da poluição na Índia. O texto favorecia à compreensão da ideia de grandes quantidades que expressam a cardinalidade. Uma exclamação se fez ouvir, quando a professora pediu ao aluno que relesse o parágrafo onde localizou essa informação. Silva (2005) postula que "o compreender deve ser visto como uma forma de ser, emergindo através das atitudes do leitor diante do texto, assim como através do seu conteúdo, ou seja, o texto como uma percepção ou panorama dentro do qual os significados são atribuídos" (p. 44). Cada aluno ali construía a sua ideia de quantidade, particularmente atrelada ao símbolo matemático, a partir de uma informação trazida por um texto, em uma forma particular de comunicação diferente do falar e ouvir.

A ideia de cardinalidade ou de quantificar elementos é completamente abstrata, como nos mostram autores como Kamii (1990) e Lorenzato (2008). Cada criança constrói a sua ideia de número de acordo com as relações que consegue criar por abstração reflexiva. Como é de supormos, pensarmos em quantidades grandes que exigem um esforço maior, se estas não estiverem vinculadas a uma situação real para o aluno podem não ter significado algum. Talvez a exploração numérica no texto facilitasse a compreensão por haver a presença de informações referentes que ajudavam a criar esses significados. Em alguns casos, falar para o aluno ler ou escrever os números 3 000 ou 500 000 parece uma atividade, totalmente, mecânica e sem sentido. Levá-los a pensar nas quantidades representadas por esses numerais por meio dos referentes presentes no texto é estimular o pensamento deles, conforme nos recomendam autores como Carraher (1983) e Lorenzato

(2008). E foi essa a contribuição que a leitura do texto jornalístico propiciou aos alunos e que a professora Gezi, apropriadamente, utilizou.

Concluímos que tivemos indícios sutis, pelas reações acima descritas que alguns alunos compreenderam a ideia de número e seus usos a partir da leitura e dos diálogos em classe. Esses alunos se comportaram de acordo com as categorias listadas para a compreensão da ideia de número. É evidente que a interiorização do significado de número só se daria com outras atividades complementares. A leitura seria um disparador para novas atividades que viriam - e ajudou nesse processo.

- **Os cálculos escritos a partir do texto**

Essa aula foi ministrada pela professora Gezi em 26 de julho em continuidade à aula sobre a ideia de número com o texto jornalístico. Para a análise desses dados, utilizamos as categorias construídas para a resolução de problemas. Os alunos, inicialmente, copiavam atividades do livro didático por cerca de 20 minutos:

> *Estes problemas foram criados com base no texto das páginas 22 e 23 do livro. Leia-os e procure solucioná-los. Se quiser, utilize a calculadora.*
>
> 1. *Sabendo que a área total do Brasil corresponde a 8 514 215 km², calcule o tamanho aproximado da nuvem de poluentes que cobre parte da Ásia.*
> 2. *Sabendo que a população mundial em 2000 era de 6 067 000 000 habitantes calcule quantos habitantes são diretamente afetados por essa nuvem de poluentes, de acordo com a matéria* (PADOVAN; GUERRA; MILAN, 2008, p. 25).

Em seguida, dirigiram-se à professora e perguntaram com uma frase bastante conhecida por todos nós: *O que que é pra fazer?* Até esse momento, ao circularmos pela sala, observamos que nenhum aluno encontrou <u>soluções apresentadas através da compreensão da leitura do enunciado</u>. Nenhum aluno percebeu que compreenderia a tarefa ao voltar ao texto da aula anterior, ou seja, não leu, atentamente, o início da tarefa ou não entendeu o enunciado do problema. A professora então leu a atividade e explicou que os alunos deveriam voltar a ler o texto para que compreendessem e resolvessem os problemas. Após essa explicação, eles se conscientizaram que não conseguiriam resolver os problemas se não voltassem ao texto. Gezi pediu que relessem, silenciosamente, e depois localizassem especificamente os parágrafos que falavam do assunto abordado no problema. Era uma importante estratégia de leitura. Ao tentarem localizar os parágrafos, os alunos, inevitavelmente, voltariam ao texto como um todo. Após alguns minutos, a professora refez as perguntas da aula anterior que se referiam ao tema abordado e o que a poluição causa, segundo o texto. Essa atitude de levar o aluno a se focalizar nas informações relevantes, conduziu-os à solução do problema e trouxe de volta o sentido atribuído aos números em questão. Todavia, foi um procedimento que somente houve após a interação professor/aluno. Depois, voltaram ao texto do primeiro problema, lendo-o oralmente, em coro: *sabendo que a área total do Brasil corresponde a 8 514 215 km^2, calcule o tamanho aproximado da nuvem de poluentes que cobre parte da Ásia.* Os alunos silenciaram por um tempo e a professora perguntou:

> PG: *E, então quem é que achou o parágrafo que fala do tamanho da nuvem?*
> *A: - Eu sei, tá aqui debaixo da foto.*
> *PG- Muito bem! Podem ler alto. [...] Alguém sabe como pode descobrir o tamanho dessa nuvem?*
> *Arty e Pepe: Eu sei, é três vezes esse número aí! Apontava o mapa desenhado pela professora.*

Em seguida a professora repetiu a leitura enfatizando a expressão *três Brasis,* enquanto mostrava o mapa do Brasil, que desenhou de forma estilizada, escrevendo sobre ele o número 8 514 215 km^2. A ênfase da professora fez os alunos Arty e Pepe, imediatamente, concluírem que o tamanho da nuvem correspondia ao triplo da extensão territorial do Brasil. Outros alunos enquanto ouviam o diálogo se apropriavam das ideias e começavam os cálculos em seus cadernos. Mesmo não diretamente envolvidos nos diálogos mostravam soluções que surgiam da interação.

FIGURA 10: Representação pictórica: ajuda na compreensao do texto

No diálogo acima, verificamos como a professora conduziu a aula levando os alunos a destacarem uma informação importante no texto. De imediato, Gezi repetiu e enfatizou a expressão *três Brasis*. O suporte linguístico levava o aluno a procurar em seu repertório por palavras associadas à multiplicação, o que lhe fez deduzir que seria três vezes *o tamanho* do Brasil. Além desse suporte, de que nos falam Spinillo e Magina (2004), a professora usou o desenho do mapa. Essa representação os ajudou a compreender a linguagem, utilizando-a como referência para o *número* *grande* que exprimia a extensão territorial do Brasil. Dessa forma clareava para o aluno a ideia de triplo ou de multiplicação comparativa. A representação pictórica transformara os dados abstratos em dados compreensíveis. Representava o movimento do raciocínio que o aluno faria no papel, partindo do movimento do raciocínio da professora no quadro. Esse episódio ilustra o comportamento, de acordo com a categoria: <u>a solução dos problemas propostos era compreendida, após interação aluno/aluno e aluno/professor.</u>

- **Um olhar sobre as produções dos alunos a partir da leitura**

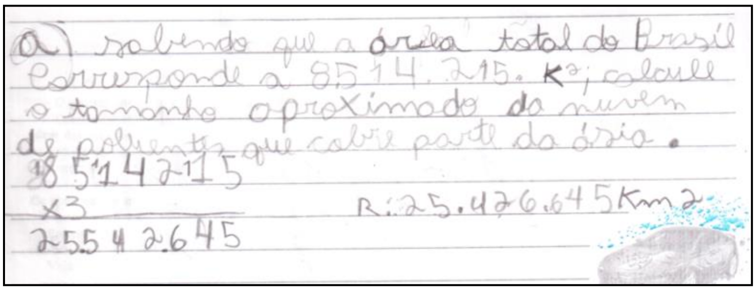


FIGURA 11: Solução do aluno Luigy

Na figura 11, vemos a resolução do problema feita por Luigy. Ele fez o cálculo pela soma de parcelas iguais, mas apagou quando a professora corrigiu no quadro e aplicou o algoritmo da multiplicação. Ao lhe perguntarmos por que o fez, respondeu: *É porque é assim que é o certo!* - Perguntamos se percebeu que tinha o mesmo resultado, ele confirmou, mas completou a explicação: *Deu, mas a professora falou que é de vezes!* Esse aluno percebe o professor como a autoridade do saber. Mesmo compreendendo que o resultado estava correto, preferiu fazer o que ela recomendava. Notamos esse comportamento também em outros alunos, o que ainda denotava falta de autonomia de pensamento ou confiança em si mesmos.

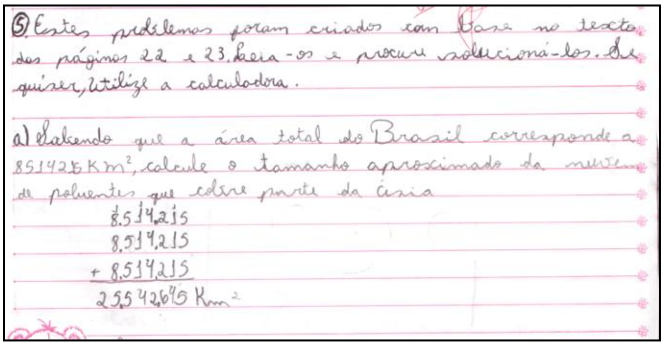


FIGURA 12: Solução da aluna Mayze

A aluna Mayze representou uma exceção (Figura 12). Também realizou a soma de parcelas iguais, mas não alterou sua estratégia demonstrando mais autonomia intelectual, o que se confirma nesse diálogo em que lhe perguntamos por que fez a operação de adição:

> Mayse: *É porque se são três Brasis, então, um, mais um, mais um...*
> P: *E porque não fez como a professora?*

> Mayse: *Porque dá a mesma coisa*.
> P: E se fossem *seis Brasis?*
> *Mayse: Eu ia fazer mais um, mais um, mais um... Seis vezes.*
> *P: E se fossem nove?*
> *Mayse: Vixe! A conta ia ficar muito comprida. Aí eu ia fazer de vezes... Mas eu não sei tabuada.* Ia fazer um monte de pauzinhos...
> P: E como você fez aqui em cima para calcular três vezes oito, também fez pauzinhos? – mostramos a sua operação.
> Mayse: Não, eu contei nove, dez...

No diálogo, instigávamos a aluna para ver se entendia a ideia da multiplicação e se saberia aplicar o algoritmo, quando precisasse. Concluímos que tinha clareza do que significa e também sabia em que situações poderia utilizar essa operação. A não aplicação do algoritmo da multiplicação era uma escolha que ela fazia naquele momento porque julgava que não precisaria da tabuada. Talvez ainda lhe faltasse clareza sobre como obter os fatos fundamentais da multiplicação ou não os tivesse memorizado pelo estudo da tabuada, visto que somente mencionou a possibilidade de utilizar tracinhos ou contar dedos. <u>A partir da interação feita pelo professor auxiliando-os na leitura com instigações orais e representações no quadro conseguiram criar estratégias que aliaram aos procedimentos algorítmicos.</u>

O que poderia ter enriquecido ainda mais os processos de comunicação teria sido a socialização das estratégias dos alunos no quadro e a exploração do cálculo aproximado da nuvem. A palavra “aproximado” no texto do problema foi ignorada e toda a discussão foi direcionada para o cálculo numérico exato, usando o algoritmo. Isso mostra que ainda temos uma preocupação maior com cálculos exatos na matemática escolar, como nos mostram Lins e Gimenez (1997), em detrimento do que acontece no dia a dia, fora da escola. Na matemática da rua seria suficiente que disséssemos haver uma nuvem de quase 25 milhões de quilômetros quadrados. Perdemos uma excelente oportunidade de ampliar o conhecimento sobre números e de aproximar ainda mais a matemática da realidade. Além disso, facilitaria o cálculo e ajudaria na compreensão da ideia de multiplicação.

O segundo problema envolvia uma divisão com a ideia de fração de quantidade numérica de conjunto discreto de elementos que a maioria somente conseguiu resolver com a ajuda da professora no quadro. Os alunos não tinham clareza na utilização do algoritmo da divisão e sua exploração com números grandes trazia ainda mais dificuldades. Como não era objetivo da professora que os alunos dominassem as operações de divisão com números grandes, ela deixou claro que existem situações em que esse tipo de operação faz sentido, e que, para isso podem valer-se de uma calculadora. O que nos interessou, particularmente, foi a reação dos alunos ao constatarem que o número envolvido era de pessoas atingidas pela poluição. Essa reação mostrava mais uma vez que o texto inicial ajudava na construção de significados. A leitura do problema foi feita em voz alta por mais de um aluno, enquanto a professora auxiliava. Ninguém conseguia ler o número que representava bilhões nesse problema:

b) Sabendo que a população mundial em 2000 era de 6 067 000 000 habitantes calcule quantos habitantes são diretamente afetados por essa nuvem de poluentes, de acordo com a matéria.

A professora então mostrou que teriam que nomear as classes da direita para a esquerda. Observávamos fragilidades na compreensão das ideias envolvidas na leitura de números grandes**.** Talvez no ano anterior, somente tivessem trabalhado com números até a classe dos milhares ou desenvolvido poucas tarefas com números grandes. E sabemos, por experiência, que a ideia dos reagrupamentos da base 10 não é facilmente compreendida pelos alunos. Em seguida, a professora os conduziu de volta ao texto para compreenderem o problema com a pergunta: *O que o texto diz sobre os habitantes atingidos pela poluição?* Os alunos, novamente, localizaram as frases que expressavam a abrangência da poluição e discutiram o significado de 1/5: *Trata-se da formidável nuvem de poluentes que se estende do Japão ao Afeganistão, no sentido leste-oeste, e da China à Indonésia, no sentido norte-sul, abrangendo uma área em que vive um quinto da humanidade.*

A professora fez a localização dos países citados no mapa, e, após, discutiram como calcular um quinto da população mundial através de outro exemplo em que Gezi desenhou o mapa-múndi de forma estilizada para dividi-lo em cinco partes.

> PG: *O que é que se faz para saber o valor de 1/5?*
> Aluno: *Divide no meio* – respondeu um aluno.
> PG: *No meio, não*...
> Naty: E só dividir por 5!

A aluna Naty mostrava que já tinha alguma noção de fração, mas talvez não estivesse clara a natureza dos conjuntos, o que verificamos a seguir. A professora foi ao mapa-múndi desenhado e fez a divisão dele em cinco partes. Explicou que era apenas uma aproximação, porque para termos frações, precisamos ter partes iguais e o seu desenho não permitia isso com facilidade. Mas, não explicou que estavam dividindo a população e não o espaço físico. Tratava, assim, o conjunto de quantidade de natureza discreta como se fosse um conjunto de natureza contínua. Ou seja, ela tinha um conjunto de elementos que não podem ser subdivididos, dependendo do divisor, pois envolvia a população do mundial, como se fosse um conjunto contínuo, que no exemplo dela, abrangia o espaço físico do planeta, ou seja, a superfície do planeta. E este pode ser medido em unidades de comprimento ou de área ou de volume e pode ser subdividido se o divisor for um dos fatores (SANTOS; REZENDE, 1996). A professora Gezy nem percebeu que isso confundia as ideias de fração e que o recurso ao desenho fora inapropriado. Armou a operação de divisão e esperou que a efetuassem individualmente. Aparentemente, queria que o aluno compreendesse o processo de cálculo de 1/5 da população, mas faltou analisar o contexto, sobre o que conversaríamos depois. Nesse momento, interessava-nos a leitura dos números grandes, pois notamos que ninguém conseguia ler o resultado da operação que a professora ajudou a realizar no quadro colocando pontos para separar as classes: 1.213.400.000. Era uma evidência de que deveriam aprofundar o trabalho com números grandes.

Ao circularmos pela sala, antes da ajuda da professora para a realização da operação de divisão no quadro, vimos que quase todos tentaram resolvê-la pelo algoritmo, procurando a solução para um quinto da população mundial. Mas quase ninguém conseguiu efetuá-la. Era uma operação grande demais para ser resolvida por crianças sem calculadora. Exigia muito cuidado com o grande número de zeros envolvidos. Poderia ter explorado as ideias de composição e decomposição para a efetuação da divisão, mas deduzimos que os alunos teriam que utilizar esse processo primeiro com números menores para compreenderem essas ideias. Em nossas conversas, a professora também fez a mesma análise aceitando que mais explorações com números grandes deveriam ser feitas. Essa conclusão a levaria a fazer novos planejamentos voltados para o domínio das habilidades de ler, escrever, compor e decompor números com estratégias mais simples. O comportamento dos alunos nas atividades relacionadas à leitura trouxe à tona uma etapa da aprendizagem ainda não completa. O que está de acordo com a categoria fragilidades na compreensão de ideias matemáticas, porque conceitos ainda não claros foram evidenciados pelos processos de leitura.

A professora se mostrava sensível aos problemas de aprendizagem que se evidenciavam, quando etapas não eram totalmente vencidas na construção de conceitos. Portanto, sabia da necessidade de novas intervenções com outros materiais para clarear e aprofundar o sentido numérico dos alunos. Sugerimos à professora, também, que trabalhasse com a história dos números: Como surgiram? Será que sempre na história houve a necessidade de números tão grandes? Contarmos aos alunos essa história dos números poderia auxiliar nesse aprofundamento.

4.1.2 Os números em novo enfoque: planejamento

Em nosso planejamento conjunto, em 1 de agosto de 2011, discutimos os direcionamentos pedagógicos que deveriam focar em fragilidades de aprendizagem e compreensão identificadas em aulas anteriores. Planejamos atividades, como nos recomenda Lorenzato (2008), que levassem à compreensão do sentido de número de maneira não linear, para proporcionar ao aluno que pensasse em números grandes e pequenos. Era preciso suscitar a curiosidade do aluno sobre escrita e leitura desses números, para que usasse a matemática para compreender o mundo estimulando o seu interesse, curiosidade e espírito de investigação a fim de resolver problemas. E dessa forma precisaria ter clareza sobre o sistema de numeração decimal. As dificuldades existentes nas operações básicas somente seriam alcançadas se aprofundassem a compreensão sobre os números.

Alunos não compreendiam o algoritmo da divisão, e a pedagoga tinha nos alertado, em uma de nossas primeiras reuniões, que poderia ser a falta de compreensão sobre os reagrupamentos. "Às vezes precisam *abaixar o zero* e não sabem o que significa esse zero" (Pedagoga da escola em maio de 2011). Recursos didáticos como o *dinheiro chinês,* citado por Carraher (1983) ou material dourado poderiam ajudar nessa compreensão. Entretanto, para trabalharmos a divisão com esses recursos seria necessário um retorno ao sistema de numeração decimal. Outro recurso relembrado e confeccionado pela professora Gezi foi o Quadro Valor do Lugar (QVL) ou Cartaz Valor do Lugar (CVL). Trata-se de um quadro em forma de cartaz de pregas em que são localizadas as ordens e as classes que podem ser representadas por fichas ou até com as peças do material dourado. O mesmo recurso também pode ser feito com caixas e outros materiais utilizáveis para o reagrupamento das unidades.

Combinamos que envolveríamos os alunos na confecção das fichas, utilizando folhas de papel cartão que seriam usadas no Quadro Valor do Lugar (QVL) para a compreensão dos reagrupamentos e da lógica da base dez. A professora resolveu utilizar o material dourado aliado ao QVL. Até a primeira classe poderia encaixar as peças nas pregas do cartaz. Esperava que, ao trabalhar com o material concreto, compondo a primeira classe, os alunos seriam capazes de abstrair os reagrupamentos subsequentes. Apresentamos a ideia do “jogo do nunca” (CARRAHER, 1983) e propusemos confeccionar o material a fim de ser utilizado.

A professora sabia que precisaria, além do material concreto, levar outros materiais impressos para que os alunos pudessem fazer exercícios de fixação e exploração do conteúdo por meio da leitura e escrita. Haveria a necessidade de sistematização dessas construções e informações que surgiriam da aula com o material manipulável. Agia de acordo com o que dizem Spinillo e Magina (2004) ao alertarem para o uso de material concreto ser aliado a diferentes formas de representação durante a construção de um conceito matemático. Assim, as unidades, dezenas e centenas seriam representadas com números, palavras ou símbolos que dariam sentido aos recursos manipulativos. Pequenos textos ilustrados retirados de Imenes, Jakubovic e Lelis (1995) cumpririam esse papel de resumir, sistematizar e fixar o que se pretendia construir de entendimento sobre o sistema de numeração decimal com variados recursos. Sugerimos à professora, que antes de trabalhar com esses textos, fizesse uma produção coletiva com os alunos em que empregariam o seu próprio vocabulário para depois confrontar o texto produzido com os textos didáticos, sendo, também possível usar a escrita livre (POWELL; BAIRRAL, 2006). A leitura dessas escritas serviria de fixação do que se aprendeu ou de revelação do que não se aprendeu para o professor e para o próprio aluno. Em todas as abordagens, recomendamos que fizesse o uso de diferentes gêneros textuais, inclusive que introduzisse a linguagem poética. Seriam alternativas variadas de comunicar o conhecimento em construção. Na sequência, seriam trabalhadas a resolução e formulação de novos problemas pelos alunos. Trabalharíamos na busca dos objetivos previstos para o primeiro ciclo do PCN que é “construir o significado do número natural a partir de seus diferentes usos no contexto social, explorando situações-problema que envolvam contagens, medidas e códigos numéricos” (BRASIL, 1997a, p. 47). Ampliá-los-íamos, de acordo com o desempenho do aluno voltando aos “números grandes”.

Trazemos, a seguir, alguns episódios das aulas que se seguiram a esse planejamento.

- **Escrita livre: conceitos matemáticos ligados à ideia de número**

Os exemplos aqui trazidos referem-se às aulas de 02 de agosto e de 22 de agosto de 2011. A primeira aula mostrou-nos como a professora trabalhou com os reagrupamentos no QVL e com material dourado em uma aula expositiva dialogada. A professora disse que fariam uma revisão do conteúdo explorado no início do ano envolvendo números. Em seguida, reapresentou o material dourado, colocando-o sobre a mesa; fixou na lousa o Quadro Valor de Lugar (QVL ou cartaz de pregas) e desenhou outro maior com o objetivo de estender os debates às classes mais altas. Como havia apenas uma caixa com o material dourado, pequenos grupos se revezariam em sua ajuda com as manipulações e demonstrações para a sala toda. Seguiram-se várias atividades em que os alunos eram convidados a manipular o material e produzir escritas numéricas no quadro, explorando as ideias de composição e decomposição e de inclusão hierárquica como mostra na figura 13. Da mesma forma procederam com as fichas recortadas para a manipulação do QVL. Houve bastante destaque para o papel do zero - como o número que guarda a posição de outro (LORENZATO, 2008). Ao final da aula, produziram atividades escritas direcionadas e escritas livres que mostraram

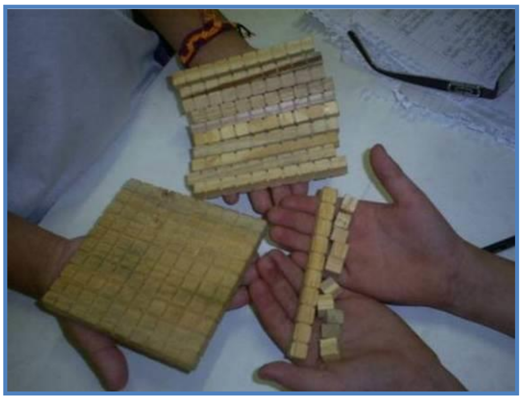


FIGURA 13: Material dourado: ideias de composição e inclusão

aprendizagens, mas também evidenciaram que ainda se fariam necessárias outras incursões para que construíssem, aprofundassem ou reconstruíssem o sentido numérico.

Como informamos, as atividades escritas aconteceram em dois momentos após a manipulação do material manipulável. A primeira foi a escrita livre por 10 minutos e foi realizada por 22 alunos. O que verificamos é que escrever livremente sobre um tema em matemática representava um desafio para os alunos, cujos textos produzidos não passavam de quatro linhas. A atividade escrita, orientada para respostas diretas nos moldes do livro didático, contou com boa participação e cerca de 50% de acertos, conforme observações nossas antes da correção no quadro. As escritas livres favoreceram um olhar mais aprofundado sobre aprendizagens em formação, por isso várias atividades, incluindo o mesmo conteúdo e outros, aconteceram durante várias aulas. Somente conseguimos espaço para exploração das escritas livres com os alunos em 22 de agosto, após outra aula de revisão, envolvendo o sistema de numeração com material concreto.

Durante essa revisão, interagimos diretamente com os alunos, devolvendo-lhes as suas produções. Dissemos que estavam boas, embora alguns alunos tivessem se equivocado com informações; agora que já tinham aprendido mais, deveriam reler e rever o que escreveram. Logo após, deveriam reescrever o texto, fazendo as correções onde verificassem equívocos. Evocamos, também, conhecimentos que aprenderam em língua portuguesa e deveriam ser usados em qualquer produção escrita como: pontuação, uso de iniciais maiúsculas e grafia de palavras conhecidas. Teriam agora 15 minutos e poderiam perguntar, se tivessem dúvidas. Salientamos que revissem, principalmente, o que tinham escrito sobre os números. Na escrita livre inicial tínhamos deixado o aluno escrever sem muitas recomendações; agora na segunda tarefa já esperávamos que fizesse uma escrita com base em sua leitura crítica.

Após alguns minutos, circulamos pela sala e constatamos que muitos simplesmente copiavam o que tinham feito no primeiro texto; alguns nem sequer tínhamos motivado para essa tarefa e poucos realmente a revisavam. Talvez essa fosse a primeira vez que realizavam uma atividade desse tipo, e revisar escritas não é uma tarefa fácil. Quando a aula terminou, 17 alunos nos retornaram a atividade.

Escolhemos algumas dessas produções realizadas nesses dois momentos (2 de agosto e 22 de agosto) para exemplificação do que se evidencia da aprendizagem do aluno, ao utilizar a escrita livre como forma de comunicação. Para melhor compreensão do leitor, tentamos agrupá-las em torno das categorias que emergiram de sua análise. Trouxemos apenas um texto digitalizado de cada exemplo e transcrevemos o outro.

a. Utilização de vocabulário específico ou alternativo para expressar ideias matemáticas

Dos treze textos nessa categoria, apresentamos três de alunos que eram bastante assíduos em nossas atividades. Sublinhamos as frases mais significativas para melhor compreensão. No segundo texto, sublinhamos apenas as alterações.

➢ **Texto do aluno Valdir:**

1º texto (2 de agosto):

Eu aprendi que as classes e as ordens são infinitas e os números também.
Aprendi também que as unidades só chegam até 9 quando chegam ha 10 viram dezena, o mesmo acontece com a centena e milhar (sem pontuação).
Nas classes esistem unidades sinples, milhar, milhão, bilhão. As ordens tem unidade sinples dezenas e centenas sinples

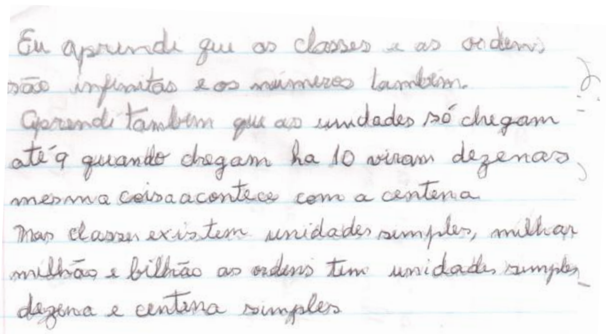

Eu aprendi que as classes e as ordens
são infinitas e os números também.
Aprendi tambem que as unidades só chegam
até 9 quando chegam ha 10 viram dezenas
mesma coisa acontece com a centena
Nas classes existem unidades simples, milhar
milhão e bilhão as ordens tem unidades simples
dezena e centena simples

FIGURA 14: Segundo texto do aluno Valdir com reescrita

2º texto (22 de agosto):

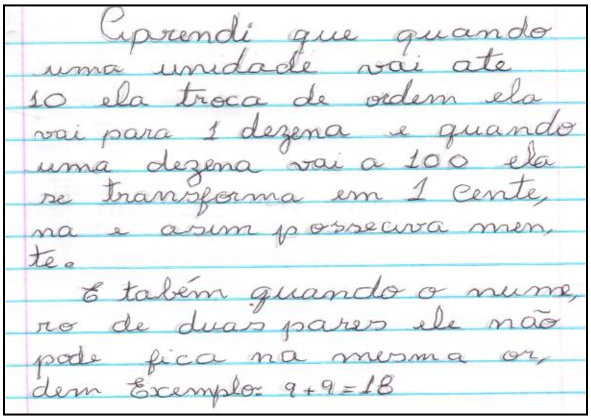
Eu aprendi que as classes e as ordens são infinitas e os números também. Aprendi tambem que as unidades só chegam até 9 quando chegam ha 10 viram dezenas mesma coisa acontece com a centena. Nas classes existem unidades simples milhar, milhão e bilhão as ordens tem unidades simples dezenas e centena simples.

QUADRO 15: Texto com transcrição do aluno Valdir

O aluno Valdir começou seu primeiro texto de forma coerente. Na segunda frase, quando diz que as unidades só chegam a 9, parece que quer nos comunicar que sabe que a partir de nove terá um número formado de dois dígitos e que terá transformações. Não ficou muito claro, por isso conversamos depois com o aluno e em sua fala revelou-nos que sabe que as unidades continuam sendo unidades, mas agrupadas em 10 formam um grupo chamado dezena. E o que sobra das dezenas, vai sempre ficar na casa da unidade, apesar de que todos os elementos continuam sendo unidades. Tinha, portanto, clareza da ideia de inclusão, mas não soube comunicar, corretamente, essa ideia por escrito. Constatamos que tinha a noção de reagrupamentos da base dez e que necessitaria de mais atividades para que se sentisse seguro em comunicá-la por escrito. Em seu segundo texto, exceto na ortografia, não modificou suas ideias matemáticas. Reafirma sua noção da estrutura de ordens e classes e as nomeia. O que nos permite dizer que faz <u>utilização de vocabulário específico para expressar ideias matemáticas nesse conteúdo</u>, mas as ideias escritas não clarearam entre a primeira e a segunda produção.

- **Texto do aluno Biel:**

O aluno Biel não está no mesmo nível de compreensão do aluno Valdir, como pedemos ver no quadro 6 abaixo.



Aprendi que quando
uma unidade vai ate
10 ela troca de ordem ela
vai para 1 dezena e quando
uma dezena vai a 100 ela
se transforma em 1 cente,
na e asim possecuva men,
te.
E tabém quando o nume,
ro de duas pares ele não
pode fica na mesma or,
dem Exemplo: 9+9=18

FIGURA 15: Texto reescrito do aluno Biel

1° texto (2 de agosto):

<u>Aprendi</u> que quando <u>uma unidade se transforma em 10 ele se forma em 1 dezena e quando uma dezena chega em 10 se transforma em 1 centena</u> e asim <u>posseciva mente</u> (sucessivamente) *E também tem ordem e classe. E que um numero de duas pares não ponde fica na mesma casa.*

2° texto (imagem ao lado – 22 de agosto):

Aprendi que quando uma unidade vai ate <u>10 ela troca de ordem ela vai para 1 dezena</u> e quando <u>uma dezena vai a 100 ela se transforma em 1 centena</u> e asim posseciva mente (sucessivamente).
E tabém quando o numero de duas pares ele não pode fica na mesma ordem. Exemplo 9+9 =18

QUADRO 16: Texto com transcrição do aluno Biel

Biel parece compreender os reagrupamentos da base dez e a noção de ordem e classe, mas as ideias não estão claras. Admitimos que começa a utilizar vocabulário específico, no entanto, não consegue empregá-lo corretamente na escrita. Quando fala em número *de duas pares* que não fica na *mesma casa ou ordem,* como corrige na reescrita, refere-se ao número de dois dígitos. No segundo texto, que ele tenta deixar mais claro, exemplifica com 9 + 9 = 18, mostrando que tem ideia do reagrupamento em unidade e dezena, embora não saiba explicá-lo em palavras. A ideia de transformação em sucessivos grupos dez vezes maiores parece implícita no segmento, *quando uma dezena vai a 100 ela se transforma em 1 centena e assim posseciva mente* (sucessivamente). No que se refere à escrita, o aluno Biel fez poucas correções na ortografia. No segundo texto, comete desvios ortográficos que não cometeu no primeiro (a palavra *também*, por exemplo).

- **Texto do aluno Felipo**

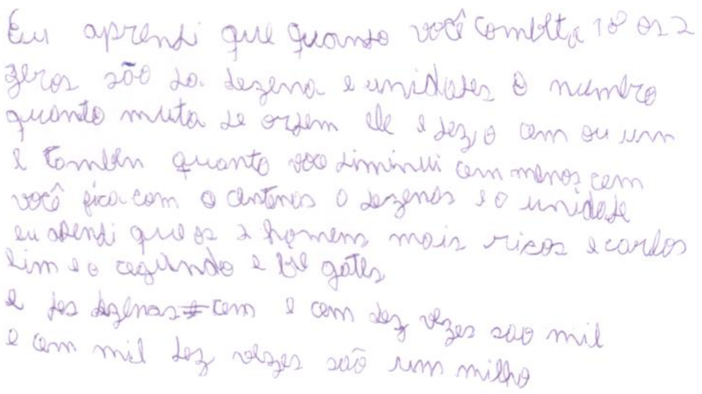

Eu aprendi que quando você combelta 100 os 2
zeros são da dezena e unidades o numero
quanto muta de ordem ele e dez o cem ou um
e tamben quanto você diminui cem menos cem
você fica com 0 centenas 0 dezenas e 0 unidade
eu apendi que os 2 homens mais ricos e carlos
lim e o cegundo e bil gates
e des dezenas ≠ cem e cem dez vezes são mil
e cem mil dez vezes são um milho

FIGURA 16: Texto do aluno Felipo sem reescrita

1º texto (sem reescrita): *<u>Eu aprendi</u> que quando você <u>combeta 100 os 2 zeros são da dezena e unidades</u> <u>o numero quanto muta de ordem ele e dez o cem ou um</u> e tamben <u>quanto você diminui cem menos cem você fica com 0</u>* (zero) *<u>centena 0</u>* (zero) *<u>dezena e 0</u>* (zero) *<u>unidade</u> eu apendi que os 2 homens mais ricos e carlos lim e o cegundo e bil gates e <u>des dezenas</u>* (rasura) *<u>cem e cem 10 vezes sao mil e cem mil dez vezes são um milho</u>*

QUADRO 17: Texto do aluno Felipo com transcrição

O texto do aluno Felipo, que vemos no quadro 7 abaixo, desafia o professor a não desistir de sua leitura já na primeira frase, em que precisamos decifrar que o seu “8”, na verdade, são os zeros de cem. Apesar de confusa, a primeira frase mostra que compreende a função do zero na numeração. Na segunda frase, nos dá indícios de que sabe que em 111, por exemplo, cada algarismo que muda de ordem adquire um valor diferente, quando diz *muta de ordem ele e dez o cem ou um*. São as noções de valor posicional, embora não consiga verbalizar esse conceito como um adulto nem usar pontuação em seus pensamentos. No final, acena com um conhecimento perfeito, quando quer dizer que cem mil, dez vezes, formam um milhão. Esse aluno não realizou a reescrita porque faltou. Esse texto deveria ter sido levado ao quadro para reelaboração com toda a turma para que as ideias sugeridas pudessem ficar claras, o que lamentavelmente não foi realizado.

Concluimos que os alunos fazem a <u>utilização de vocabulário específico para expressar ideias matemáticas</u> ao expressarem o que compreenderam sobre a composição de números grandes. Tal situação ocorreu, apesar das barreiras de escrita alfabética, estruturação linguística, coerência e coesão presente nos pequenos textos. Mas dos 13 textos interpretados nessa categoria, apenas dois tinham o nível de clareza do texto de Valdir. Embora usassem vocabulário específico de matemática, todos os outros alunos apresentavam algum problema para externalizar em palavras uma compreensão clara do sistema de numeração decimal. Quanto à reescrita, esperávamos demais. Os alunos não estavam acostumados a esse tipo de atividade e reescrever um texto não é uma tarefa simples, além disso, não fazia parte da rotina deles na turma.

b) Evidência de conceitos ainda não claros na escrita: ideias confusas

Nessa categoria tivemos duas produções assim categorizadas por se encontrarem em nível ainda mais problemático. Trazemos o texto de Madu, também por ser uma aluna sempre presente em nossas aulas:

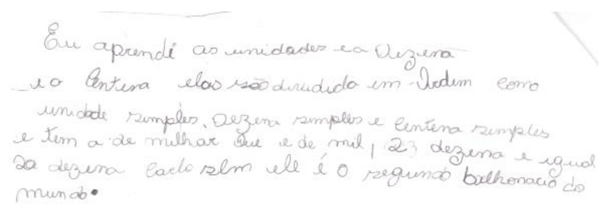

Eu aprendi as unidades e a dezena e a centena elas são dividido em Ordem como unidade simples, dezena simples e centena simples e tem a de milhar que é de mil, 2 dezena e igual 20 dezena Carlo slm ele é o segundo bilhonario do mundo.

FIGURA 17: Texto da aluna Madu sem reescrita

1º texto (imagem):

Eu aprendi as unidades e a dezena e a centena elas são dividida em Ordem <u>como a unidade simples e tem a de milhar Que é a de mil, 2 dezena e igual a 20</u> dezena Carlo Slm ele é o segundo bilhonario do mundo.

2º texto:

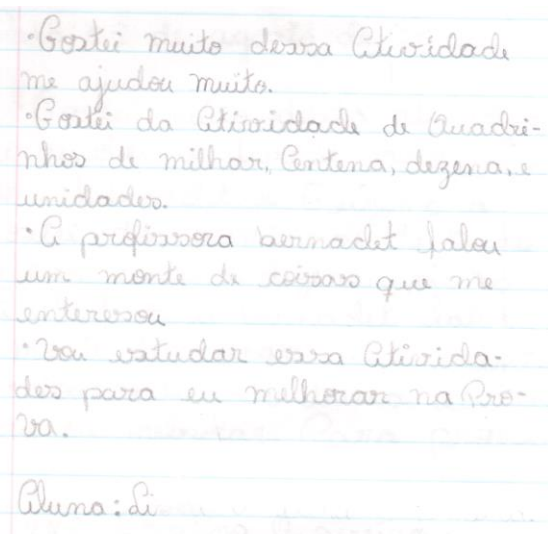
<u>Eu aprendi</u> Na Quela aula <u>as unidades</u> <u>simples e as dezenas e centenas e milhar</u> e <u>Milhos e Bilhos</u>. <u>Como 3 centenas é igual, há 300</u> 50 dezenas é igula há 5 eu descobrir que o homem mais rico do mundo É o Carlos slim, Ele e o segundo Bilhonário do mundo. Eu achei que foi mais dificiu foi <u>a casa do milhar e do milhões</u> - <u>Com 3 centenas mas 5 dezenas</u> <u>300 + 50 = 350</u>

QUADRO 18: Texto da aluna Madu

Madu mostra pouca compreensão sobre o que representam as classes no primeiro texto. Pode ser dificuldade de conceituação ou falta de habilidade linguística para expressar o que entende por ordem e classe. Apesar de confuso, o seu texto traz algumas noções dos reagrupamentos. Em sua segunda escrita, após novas reflexões sobre o sistema de numeração decimal, ela introduz elementos que mostram que sabe que há milhões e bilhões, embora não fale mais nada sobre essas classes. Demonstra noção da estruturação do sistema de numeração decimal quando diz que 3 centenas é igual a 300. Seu texto, como os outros, era um convite ao diálogo professor/aluno/conhecimento em novas abordagens sobre o sistema de numeração. Em sua frase final, ao fazer a decomposição das parcelas da adição, confirma que tem noção das ideias de composição e inclusão, mesmo lhe faltando habilidades linguísticas para se expressar. Assim sendo, <u>evidencia conhecimentos ainda não claros</u> (ou confusos), deixando implícito que aprendizagens matemáticas estão em formação.

c) Evidência de poucos conhecimentos matemáticos

Nessa categoria, tivemos dois textos, dos quais selecionamos, como exemplo, o da aluna Livy, também bastante assídua. Vejamos seu texto no quadro abaixo:


·Gostei muito dessa Atividade
me ajudou muito.
·Gostei da Atividade de Quadri-
nhos de milhar, Centena, dezena, e
unidades.
·A professora bernadet falou
um monte de coisas que me
enteresou
·Vou estudar essa Ativida-
des para eu milhorar na Pro-
va.

Aluna: Li

FIGURA 18: Primeiro texto da aluna Livy

1º texto (imagem):

. Gostei muito dessa Atividade me ajudou muito.
. Gostei da Atividade de <u>Quadrinhos de Milhar, Centena, dezena, unidades.</u>
. A professora bernadet falou um monte de coisas que me enteresou.
Vou estudar essa Atividades para eu melhorar na Prova.

2º texto:

Gostei muito desta atividade me ajudou e aprendi mais Atividade com bernadete e Gezi
Gostei da atividade <u>de quadrinhos milhar, centena, dezena, e unidade.</u>
. A professora bernadete falou um monte de coisas que me enteresou. Vou estudar essa atividade para eu melhorar. Para prova.

QUADRO 19: Texto da aluna Livy

A aluna Livy revela, em sua escrita, poucos conhecimentos matemáticos. Powell e Bairral (2006) comentam que as produções em matemática iniciam dessa forma. Os alunos se limitam a descrever uma atividade ou relação pessoal com ela, sem expressar ideias matemáticas. Livy começa o texto com uma afirmação positiva sobre a atividade matemática, o que é importante para as relações de afetividade. Reafirma seu compromisso de estudar, mas apenas cita os termos unidade, dezena e centena, sem que tenhamos qualquer indício do que compreende sobre eles.

As análises apresentadas evidenciam que esses alunos possuem alguma noção de número, mas necessitam de mais intervenções pedagógicas, inclusive com atividades de escrita, para que eles se familiarizem com essa forma de comunicação do conhecimento matemático. Kamii e Levingston (1995) e Lorenzato (2008) nos alertam que a ideia de número não é simples e demanda tempo para que a criança consiga abstraí-la. Normalmente, as crianças aprendem o sistema de numeração pela contagem, sem que etapas anteriores sejam respeitadas, e se estruture o campo conceitual de número. Em algumas escritas, verificamos que provavelmente ideias como a de inclusão, seriação e operacionalização numérica talvez não tenham sido bem formadas em etapas anteriores. McIntosh, Reys e Reys (1992) dizem que é preciso trabalhar com o sentido de número, em atividades variadas como aparecem no dia a dia. Seria necessário trabalhar com esse conteúdo em espiral, com idas e vindas em atividades diversas para que o conhecimento de número fosse ampliado. Essa verificação se tornou possível com a atividade de escrita nesses dois momentos. Essa atividade foi uma tarefa diferente de avaliação, que nos informou sobre os pensamentos dos alunos e nos evidenciou tanto entendimentos quanto pensamentos confusos deles (SANTOS, 1997). Às vezes, nas avaliações tradicionais só pedimos ao aluno que componha ou decomponha números ou faça a leitura e escrita destes, sem sabermos como, de fato, eles pensam ou compreendem o assunto.

Concluindo, escrever sobre um conceito em formação é uma tarefa complexa até para adultos. E a atividade proposta por nós, de explorar material concreto em aulas expositivas dialogadas, para depois escrever sobre o que aprenderam, não foi suficiente. Para formar conceitos é preciso trabalhar várias vezes com um mesmo conteúdo em diferentes abordagens, inclusive a atividade escrita deveria ter sido explorada mais vezes de várias formas. O material produzido era riquíssimo, mas precisava de outras explorações, principalmente coletivas. Essa observação foi passada por nós para a professora que levou, em consideração, essa avaliação para novos planejamentos. Em dado momento nos diria sobre a escrita: “A escrita serve para mostrar o que o aluno não sabe. Eu nunca tinha pensado nisso. Estamos acostumados a considerar apenas o que o aluno sabe. Achei isso muito interessante!” (2º semestre de 2011). Era essa a riqueza que os pequenos textos nos forneciam: pensar sobre os indícios expressos do que o aluno sabia e do que não sabia, para daí intervir e repensar a forma como desenvolvemos os conteúdos (SANTOS, 1997). Embora não possamos afirmar sobre aprendizagens, ou não, eram pistas que norteavam os processos de ensino, aprendizagem e avaliação.

Percebemos que os alunos, em seus textos, utilizam linguagem própria para se expressarem. Portanto, é necessário que se dê retorno ao aluno de forma natural, sem exigências que possam tolher essa forma de expressão, possibilitando a negociação de significados, articulando a linguagem materna com a linguagem matemática na comunicação das ideias (SOARES; TORICELLI; ANDRADE, 2008). Devido à complexidade que essa tarefa escrita impõe, há alunos que apenas descrevem uma atividade sem evidenciar conhecimentos matemáticos, como a aluna Livy fez. O que poderia desmotivar professores ao propor atividades de escrita em matemática. Santos (1997), Powell e Bairral (2006) e Santos (2009) nos alertam que, a princípio os alunos irão proceder dessa forma. Somente com a prática constante de escrita, eles articularão melhor o pensamento em qualquer disciplina.

4.1.3 História dos números: aprendizagens reveladas em textos coletivos

Essas reflexões se referem às aulas de 8 e 30 de agosto, 01 de setembro e 17 de novembro 2011. A escrita dos números grandes precisaria de um novo elemento motivador. Talvez os alunos devessem ainda brincar com os números e fazer atividades pedagógicas mais variadas. Tínhamos conversado sobre isso com a professora na aula passada e pedimos aos alunos que fizessem pesquisas sobre a história dos números. O objetivo era despertar a curiosidade sobre números para aprofundar compreensões, trabalhando o conteúdo em espiral, como nos recomenda Lorenzato (2006). Assim, incompreensões seriam sanadas à medida que novas atividades fossem introduzidas. Lançamos aos alunos algumas questões, para pesquisas: com apenas dez símbolos chamados de algarismos, podemos escrever infinitos números. Quem será que criou um sistema tão inteligente? E antes desses números, será que havia outros? Como as pessoas contavam antigamente? Havia a necessidade de números grandes?

A pesquisa histórica oportunizou leitura, escrita e novas compreensões sobre esse conteúdo. A história da matemática não foi apenas "um item a mais a ser incorporado ao rol de conteúdos, que muitas vezes não passa da apresentação de fatos ou biografias de matemáticos famosos" (BRASIL, 1997a, p. 23), mas um recurso a mais para aprender matemática. Nessa aula do dia 8 de agosto, os alunos leram e discutiram as pesquisas trazidas, enquanto Gezi fazia a localização, no mapa-múndi, dos povos egípcios, dos maias, dos romanos e dos árabes. Os alunos iam ao quadro e representavam diferentes números, fazendo a análise da lógica da numeração romana, egípcia e maia. Trocaram ideias sobre o emprego desses sistemas ainda em nossos dias. Falaram também sobre vantagens e desvantagens de cada um, como por exemplo, a falta de um símbolo para representar o zero na numeração romana. Dramatizaram, compararam e imaginaram como teriam sido os primeiros registros e significados desses sistemas. Em seguida, realizaram atividades copiadas do livro didático.

a) Texto coletivo em forma de relatório resumido

Após trocarem informações sobre suas pesquisas, construíram um texto coletivo, auxiliados pela professora Gezi, como fechamento das exposições orais, ainda no mesmo dia, porém em outra aula. Tivemos acesso a esse texto coletivo pelos cadernos dos alunos, em momentos posteriores. Reproduzimos partes desse texto abaixo:

> *Resumo da história dos números*
> *Antes da escrita, há muitos anos atrás, o homem inventou uma maneira de contar os objetos utilizando pedras, nó nas cordas riscando nos ossos etc...*

> *Para registrar quantidades maiores ficou complicado. A solução foi trocar 10 pedrinhas por uma pedra maior. Mas não deu certo porque teriam que carregar pedras maiores.*
> *Surgiu então a ideia de trocar objetos para representar as unidades, dezenas e centenas.*
> *A partir daí, outros povos inventaram o seu sistema de contar.*
> *No norte da África os egípcios criaram [...]*
> *Depois vieram os maias que viveram na América central. Eles representaram os números da seguinte forma [...]*
> *Dos antigos sistemas de numeração, o dos romanos foi o mais difundido.*
> *Ainda hoje é usado em [...]*

Ao fazer com os alunos os registros em forma de relato resumido da história dos números, a professora saiu da lógica de apenas ler, comentar ou fazer algumas perguntas no caderno. Reproduziram o texto em seus cadernos e o ilustraram com algumas criações numéricas dos povos. Notamos que Gezi respeitou as ideias dos alunos e registrou os fatos ou acontecimentos de forma que fizessem sentido. A sequência lógico-temporal de fatos históricos talvez pudesse ser questionada, mas a professora foi feliz na produção conjunta, porque não os localizou por datas. Era uma criação de vários tempos e espaços, e isso estava claro. Essa produção poderia ser relida, em momentos posteriores em que esse conhecimento lhes fosse solicitado. E criava neles o hábito de fazer resumos, gênero discursivo que os acompanharia em várias situações de escrita, em sua vida escolar e fora dela.

b) Aprendizagens na elaboração de poema coletivo

A produção desse poema aconteceu em três momentos: após revisão da exploração da professora Gezi sobre a história dos números, em 30 de agosto; após a aplicação “do jogo do nunca dez”, em 1 de setembro; e em 17 de novembro, quando elaboramos a reescrita. Esses momentos ocorreram em aulas de 50 minutos, com cerca de 28 alunos presentes. Faziam parte da sequência didática que planejamos para a compreensão do sistema de numeração, utilizando várias formas de comunicação. Em seu dia a dia, entre essas aulas, a professora trabalhou com diversos recursos e exercícios de aplicação, pois as escritas livres em aulas anteriores revelaram que os alunos ainda não expressavam, com clareza, as ideias da estruturação do sistema de numeração decimal. Oferecemo-nos para contribuir com a criação do poema coletivo, com o objetivo de construir e/ou reconstruir conceitos jogando com o sistema de numeração decimal ao parafrasear poemas de cordel.

➢ A dinâmica da aula

Começamos a aula manifestando que também gostamos de rever a história dos números e que aprendermos ainda mais sobre essa fantástica criação do homem. E, então, provocamos: *Eu sei que vocês fizeram poemas com a professora de língua portuguesa, alguém gostaria de ler? E se nós fizéssemos um poema falando do sistema de numeração parecido com o que vocês fizeram?* Vários alunos se ofereceram para ler suas produções. À medida que nos encantávamos e aplaudíamos, mais alunos se manifestavam e quase todos os poemas foram lidos. Estavam orgulhosos porque em nossa aula viam uma oportunidade de mostrar o que tinham produzido. Concordamos com o que afirma Leal (2003) que não se formam escritores sem levar em consideração o "para quê" se escreve. Nesse momento, o aluno tinha um ouvinte, alguém que se comprazia com a sua leitura, dando sentido à sua escrita. Seguem dois exemplos dessas produções feitas em outra aula e lidas na aula de matemática:

> *Meu nome é Ramon/ Eu tenho dez anos/ E tô me apresentando/ Eu moro em Carapina/ Bem longe de Colatina* (1º aluno).
> *Meu nome é Amanda/ Não gosto da Madona/ Sim, sou patricinha/ Mas não gosto de saia curtinha/ Sempre vou na praia/ Mas bem comportadinha [...] Sou também impaciente/ Mas sei ser obediente/ Sou uma patricinha /Um pouco diferente...* (2ª aluna).

Após a leitura, analisamos o começo dos poemas lidos. Quase todos iniciavam assim: *Meu nome é... Eu sou... Eu gosto...* Eram versos curtos e descritivos com a presença de algumas rimas. Sugerimos, então, que no canto do quadro colocássemos um banco de palavras que poderiam ser usadas no poema sobre os números. Pedimos que pensassem na história dos números estudada e em algumas características do sistema. Os alunos sugeriam e nós escrevíamos: numeração, sistema, dezena, unidade, centena, milhar, milhões, adição, subtração, multiplicação, maias, romanos, indo-arábicos, egípcios, contar, somar, pedrinhas, cordas, dedos, risquinhos e outras.

Em seguida, adaptando sugestões de Santos (1997) sobre a estilização de músicas, poesias e crônicas, propusemos que começassem o poema parafraseando os textos de cordel que elaboraram falando deles mesmos. Agora iríamos brincar de "faz de conta"; seríamos o sistema de numeração decimal (eu poético). Como nos descreveríamos? Envolvidos nessa atmosfera lúdica, <u>muitos alunos se</u>

manifestavam e tivemos que contê-los para que esperassem até que pudéssemos ouvir todas as ideias. Assim, como em uma tempestade de ideias, escrevíamos no quadro frases ditadas por eles que se constituiriam em versos. Em seguida, selecionávamos junto com a turma, a sequência em que poderiam ser inseridos. Às vezes, também, nós construíamos frases e as submetíamos à eles para seleção. Dessa forma, compusemos a primeira parte ainda sem reescrita:

> *Meu nome é sistema de numeração/ Conto infinitas coisas/ Nunca chego à finalização/ Na América Central os maias /Já criaram seu sistema de numeração/ Mas ele era decimal? Não, mas não era tão mau/ Povos antigos contavam pedrinhas/ Para conferir ovelhinhas/ Coitado do pastor!/ O saco fazia um horror!/ Mas que povo inteligente/ Trocou dez pedrinhas/ Por uma pedra maior/ Para salvar a gente!* (Poema coletivo - 30 de agosto)

Nessa primeira parte já vimos que internalizaram algumas informações sobre a história dos números (VYGOTSKY, 1993/1987; 2007/1984). Trouxeram a ideia do infinito, mostrando que sabiam que há elementos incontáveis. Mostravam saber que há outros sistemas de numeração, o que está implícito no segmento: *ele era decimal?* Quando diziam, *trocou dez pedrinhas por uma pedra maior para salvar a gente,* falavam da abreviação das representações. Demonstravam que têm a primeira compreensão de dezena e da representação simbólica. A segunda estrofe foi construída em 1 de setembro, após a aula que colocou em prática o "jogo do nunca" (GOMES; ZANON, 2010), como vemos na imagem da figura 19. Nessa aula, tiveram outra oportunidade de explorar a compreensão do sistema de numeração, efetuando trocas, primeiro na base quatro e depois na base dez. É possível que, para muitos, a atividade com o jogo tenha sido, simplesmente, uma forma diferente de brincar, porque cada aluno ali construía seus próprios sentidos durante essa atuação. Mas, para outros, as relações de troca ficaram mais claras e eles as relacionavam com outros materiais manipuláveis. Isso percebemos na frase de Alexy ao transpor os 10 feijõezinhos do jogo para uma forminha e depois as 10 forminhas para um pratinho: *Já sei é igual como faz com os cubinhos, quando forma dezena.*

FIGURA 19: "Jogo do nunca": relações de troca da base dez

A professora tinha sempre a preocupação de aliar atividades construtivas, como o jogo, com atividades tradicionais como as que aparecem nos livros didáticos. Chamava os alunos ao quadro para representar escritas numéricas, enquanto fazia com eles reflexões que ajudassem a compreender as conexões entre o jogo e os conceitos que desejava formar. Em seguida, realizavam escritas no caderno em exercícios, buscados por ela em várias fontes. Gezi, intuitivamente, agia de acordo com Vygotsky (2007/1984), consciente de que seriam necessárias várias atividades, para que o aluno internalizasse conceitos.

Após a aula do jogo, com a mesma metodologia da aula passada, os alunos construíram a segunda parte do poema coletivo. Pedimos que relembrassem tudo o que estudamos sobre números. Relemos a primeira parte elaborada do poema e informamos que depois continuaríamos com o mesmo raciocínio. Para formar os versos, pedíamos que construíssem frases curtas, com, no máximo, três, quatro a cinco palavras. Eles sabiam da não obrigatoriedade da disposição de rimas e não buscávamos uma metrificação precisa. Queríamos que externassem conhecimentos matemáticos construídos nas aulas sobre números, por meio dessa forma de linguagem. Abaixo, transcrevemos a continuação do poema também em sua primeira versão.

> *Os egípcios também tinham/ Sua maneira de contar/ Um era o bastão/ Dez, o calcanhar/ Uma centena/ Era rolinho de corda/ Que entrava em cena/ E a flor de lótus, 10 centenas!/ E os romanos lá na Europa.../ Vieram com suas notas/ A unidade era I/ E a dezena estava aí/ Representada pelo xis/ E todos tinham nariz...* (Poema coletivo – 1 de setembro de 2011).

Nessa parte do poema, deixavam evidente que compreendem que cada cultura tinha a sua forma de representar a numeração ao fazerem alusão aos romanos e aos egípcios. Também compreenderam a simbologia da unidade, dezena e centena que é a essência do sistema decimal. Trouxeram no poema o que aprenderam em aulas anteriores sobre números e isso nos possibilitava uma avaliação diferente com a percepção de que começavam a internalizar aprendizagens (SANTOS, 1997).

Em um exercício coletivo de escrita, uns ajudaram aos outros a coordenarem aspectos como selecionar palavras, formar as frases, de acordo com a mensagem que se pretendia transmitir, grafar e revisar. E se tornou uma tarefa agradável porque estavam parafraseando um poema que construíram, falando sobre si mesmos. A nossa interação se deu no sentido de movimentar o pensamento matemático de forma que se tornaria o objeto de reflexão desse texto de caráter descritivo. Talvez, nesse momento de criação e de descontração, muito pouco dos conceitos propriamente ditos tenham ficado claros. Talvez, na linha de raciocínio de Vygotsky (1993/1987; 2007/1984), em momentos posteriores, o poema se transformasse em um signo mediador para acessar o pensamento do aluno, quando inquirido sobre a estrutura do sistema de numeração decimal.

Concluindo, podemos dizer que se evidenciava a motivação para a leitura, como descrevemos acima, e boa participação dos alunos no momento da criação. Mostraram coerência com o tema e evidenciaram conhecimentos matemáticos. Em alguns momentos se desviaram do tema, enquanto se perdiam na busca de palavras que rimassem. Nesses momentos, era preciso que lhes trouxéssemos de volta para o foco do texto. Para nós, adultos, esse poeminha pode não representar muito, todavia para a criança, que inicia a sua aprendizagem nesse gênero textual, pode representar um pequeno passo em direção a formas de expressão mais criativas.

- **A reescrita:**

Esse momento aconteceu somente em 17 de novembro, em uma aula de 50 minutos, com 25 alunos presentes. Nessa aula, tivemos como objetivo: por meio da leitura crítica do poema, refletir sobre a construção histórica da ideia de número com novas oportunidades de leitura e escrita, desenvolvendo conceitos matemáticos. Colocamos o poema completo no quadro, exatamente, como foi construído antes, enquanto os alunos o localizavam em seus cadernos. Lembramos-lhes que tiveram boas aulas com a professora Gezi sobre a história dos números, e assim revisões sobre conceitos envolvidos no sistema de numeração foram refeitas. A professora voltou ao mapa-múndi, localizando as regiões de cada povo que contribuiu com a história dos números, com especial atenção para a localização do Egito. Grandes ideias foram gestadas na África e muito pouco se fala sobre isso. Por isso, pedimos, novamente, que pesquisassem e trouxessem informações sobre a contribuição desse povo para a aprendizagem matemática.

Após a revisão da história, voltamos a refletir sobre o nosso sistema de numeração, suas origens e sua organização decimal. Alunos pareciam, de novo, ficar entusiasmados com a ideia de poder escrever infinitos números com apenas 10 símbolos. Recordamos a base de troca do nosso sistema e como jogamos o jogo do nunca. Em seguida, foi feita a leitura do poema em forma de jogral, líamos um verso e os alunos respondiam com outro. Ao terminarmos, pediram para repetirmos, invertendo a ordem de quem lia primeiro. Novamente, evidenciava-se o interesse e a participação dos alunos nesse tipo de leitura. Em seguida, pedimos que nos dissessem se o poema estava com ritmo, se as rimas estavam bem construídas, se gostaram da leitura ou se teria algum verso que poderiam melhorar. Perguntamos se estavam presentes alguns assuntos que foram discutidos em aulas anteriores que falavam de números e se estavam claros. Era o momento em que fariam a leitura crítica. Viram que, às vezes, se podem encurtar versos ou inverter palavras para que o texto fique mais bonito. Não falamos de técnicas de construção de poemas com mais profundidade. Era apenas mais uma possibilidade que ofereceríamos de comunicar conhecimentos construídos em matemática e em língua portuguesa.

Após esses momentos de reflexão, com pincel colorido, fazíamos as intervenções sugeridas. Abaixo transcrevemos a nova versão do poema que contou com boa participação de vários alunos; destacaram-se Arty, Gigi, Biel, Uily, Felipo e Madu:

> ***A invenção dos números***
>
> *Meu nome é numeração/ Sistema de numeração!/ Conto milhões de coisas/ Tento chegar ao infinito/ E nunca chego à finalização/ Na América Central os Maias/ Já criaram sua numeração,/ Mas ele era decimal?/ Não, mas não era tão mau,/ Era vigesimal!/ Povos antigos contavam pedrinhas/ Pra conferir ovelhinhas/ Coitado do pastor,/ O peso era um horror!/ Mas que povo inteligente!/ Trocou dez pedrinhas/ Por uma pedra maior/ Pra salvar a gente!/*
>
> *Os egípcios também tinham/ Sua maneira de contar/ Um era o bastão,/ Dez bastões,/ Um calcanhar!/ E uma centena?/ Era rolinho de corda/ Que entrava em cena/ Valendo dez calcanhares!/ E dez centenas?/ Era a flor de Lótus/O nosso mil.../ E o Bill/ Tem mais de mil!/ Os romanos lá na Europa/ Vieram com suas notas/ A unidade era I/ E a dezena estava aí/ Representada pelo Xis/ Um xis pedia bis/ Mas só podiam três xis!E não foram os únicos/ Também egípcios pediam bis/ Na sua maneira de contar/ E muito ajudar/ Lá no Norte da Mãe África.*

Com a mesma técnica, chamada de tempestade de ideias, escolheram um título que a primeira versão não possuía. Revisaram o primeiro verso, dividindo-o em dois, mas permaneceu a paráfrase do início de seus poemas de cordel, feitos em língua portuguesa. Nas ideias da matemática, conduzimos os alunos à reflexão sobre os versos: *Conto infinitas coisas/Nunca chego à finalização.* Era uma forma mais criativa de falar sobre um conceito importante de número que é a ideia de infinito. Quando os alunos sugeriram esses versos, passaram-nos a ideia de que compreendem que não podem contar até o fim. Embora talvez não entendam, totalmente a ideia de infinito, sabem que existem elementos incontáveis. Na nova versão, acharam melhor substituir a construção anterior por *Conto milhões de coisas/ Tento chegar ao infinito/ E nunca chego à finalização*. Os novos versos escolhidos com a turma expressaram melhor a ideia de infinito pelo senso comum.

Ao falar dos maias demonstraram conhecimento de que antes do nosso sistema de numeração, outro povo já possuía o seu. Quando o confrontam ao decimal sabem ver a diferença de base de agrupamentos. Evidenciam que, ao trabalhar com as trocas no jogo do nunca, construíram estruturas mentais que lhes permitem fazer a distinção entre um sistema de numeração de base dez e o de outra base. Mas, na versão anterior não falavam da base 20. Agora já tinham mais informações e poderiam acrescentar mais um verso*: ele era vigesimal.*

Nas construções escritas coletivas, o professor sugere termos cujos significados são negociados. Foi o que fizemos com o termo *vigesimal*. Os alunos compreendiam a ideia da base vinte dos maias, em que eles usavam os dedos dos pés e das mãos para efetuarem a troca, ao completar uma pessoa. Cabia-nos lhes dar apoio para ampliação do vocabulário.

A Ideia das pedrinhas, novamente, levava à construção histórica do sistema de numeração. Eles expressavam a ideia de evolução do sistema em sua linguagem simples por meio dos versos: *Coitado do pastor! O saco fazia um horror! Mas que povo inteligente/ trocou dez pedrinhas/ Por uma pedra maior /Para salvar a gente!* Na reescrita apenas inseriram a palavra *peso* em substituição a *saco,* mostrando que alguns já possuíam ideias mais claras. A construção continuava, expressando o conhecimento de onde foram gestadas as primeiras ideias de um sistema de trocas, que são a base de vários sistemas de numeração.

Ao falarem dos egípcios, continuavam expressando a mesma ideia e verificavam que a base dez, mais uma vez, estava presente. O jogo de palavras ligado a ideia da multiplicação por dez amplia a compreensão do aluno, à medida em que fala sobre esse conceito de forma lúdica (VYGOTSKY,1993/1987). Em grupos, se apoiavam em seus pares e arriscavam mais sugestões, vencendo a timidez que os assaltava, quando precisavam se expressar individualmente, de forma oral. Ao falarem do milhar representado pela flor de lótus, vários alunos falaram em coro frases que originariam novos versos: *Era a flor de Lótus/ O nosso mil.../ E o Bill/ Tem mais de mil.* Ressurgia o nome de Bill Gates, trazido nas pesquisas em que estudaram sobre números grandes e discutiram, criticamente, a sua necessidade para expressar cifras milionárias.

Ao rever a parte em que falavam dos romanos, os alunos perceberam haver outra lógica. Então, para continuar o poema, procuraram palavras que rimassem com *xis*. Sugeriram *giz*, *nariz* e outras, mas agora na revisão, lembraram-se de *bis*. O que essas palavras têm a ver com o sistema de numeração romana? – Instigávamos. E assim recordaram que *bis* significa duas vezes, logo associaram-na às repetições dos símbolos. E sabiam que, no sistema romano, o mesmo símbolo só se repete três vezes, o que motivou a sugestão *mas só podiam três xis!* Ao voltarem aos egípcios, descobriram semelhanças nas repetições. E, então, finalizaram com a nossa ajuda, inserindo uma informação sobre o povo africano e sua importância para a matemática. A localização das informações históricas nos mapas trouxe mais reflexão e enriqueceu o poema com a inclusão dos versos finais. Podemos dizer que explorar os números nessa forma de escrita - em que compartilham ideias, ouviam uns aos outros, liam e reliam enquanto criavam, coletivamente -, entremeavam-se conhecimentos matemáticos e linguísticos, em todo o processo de criação e revisão coletiva do poema.

Como vimos, é possível trabalhar em matemática com formas diferenciadas de linguagem. Não é preciso ser poeta, cordelista ou erudito. Moysés (1997), que discute as ideias de Vygotsky, afirma que todos têm capacidade criativa e que a sua exploração deve ser pensada pelos educadores. A criança exterioriza mais a sua criatividade porque inibe menos a sua fantasia do que o adulto. Os momentos de criação coletiva podem se tornar possibilidades de pensar em situações novas. Um aluno pode dizer que a numeração *quebrou o nariz*, mas outro pode dizer que o *xis pede bis* em uma alusão aos múltiplos de dez na numeração romana. Cada um constrói os seus próprios sentidos. É possível que muito pouco das ideias matemáticas sejam expressas nas primeiras tentativas de exploração escrita em outros gêneros, porém não deve inibir a possibilidade de seu uso. É importante lembrar que essa tarefa de escrita e outras devem acontecer com frequência em sala de aula para que se tornem rotinas. Ou seja, é preciso que diferentes tarefas escritas se repitam, tornem-se rotineiras nas aulas, ou pouco beneficiarão a aprendizagem de matemática.

4.1.4 Jogo de computador: outras formas de pensar sobre números

Essa aula aconteceu em 22 de setembro de 2011, em 1h40min, no laboratório de informática. Foi também uma aula em que exploramos o sentido numérico por meio de outra linguagem. Inicialmente, foi observada por nós e dirigida pela professora regente da turma. No decorrer da atividade, nos inserimos para fazer com o aluno algumas intervenções orais que julgamos oportunas. Em nossos procedimentos, realizamos observações de como o aluno interagia com a máquina; de como interagia com seus pares e de como reagia com as nossas intervenções junto a ele, durante essa aula no laboratório. Em todos esses momentos, registramos imagens e redigimos detalhes que analisamos posteriormente. Ao relermos esses relatos e discutirmos percepções preliminares com nossa orientadora, delimitamos algumas categorias de análise. Essas categorias nos apontam a importância do papel da comunicação em uma atividade de resolução de problemas e foram listadas no capítulo III. Assim, olhando para a nossa questão central, indagamos especificamente nessa aula: *o que se evidencia de aprendizagem matemática sobre as ideias de adição e subtração quando os alunos interagem com o professor na resolução de problemas, durante as etapas de um jogo de computador?*

- **Examinando alguns episódios**

A aula no laboratório de informática nos possibilitou a compreensão de como esse espaço pode ser usado para explorar formas de comunicar e construir conhecimentos apoiados na oralidade e escrita. Isso vai ao encontro do que recomendam os PCN, em seus objetivos gerais para o ensino fundamental, que é “comunicar-se matematicamente, [...] descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas” (BRASIL, 1997a, p. 51-52). A tarefa computacional se trata de uma atividade de resolução de problemas em que alunos deveriam utilizar as ideias de juntar e comparar para obter respostas. Somariam pontos de acordo com a sua habilidade em trabalhar com as ideias de adição (combinar e transformar) e subtração (comparar e complementar) ou ideias do campo aditivo, como consideram alguns autores (ARRAIS, 2009; BRASIL, 1997; NUNES, CAMPOS, MAGINA; BRYANT, 2005). Nessa atividade, foi possível observar o desenvolvimento de estratégias dos alunos de um nível mais elementar com o uso de referentes externos como os dedos, por exemplo, para chegarem ao cálculo mental, explorando as regularidades do sistema numérico.

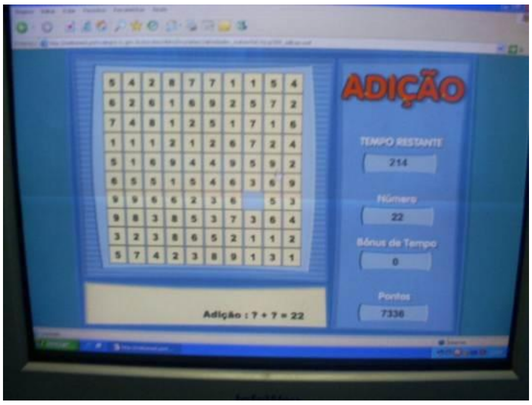


FIGURA 20: Computador: jogos educativos

Ao chegarem à sala, os alunos foram apresentados à tarefa que fariam em duplas. Era um jogo de adição em que deveriam fazer operações para descobrir o número escondido (Fig. 20). Na tela, apareciam vários números repetidos de zero a dez. No canto inferior, como mostra a imagem, aparecia uma operação de adição com os números das parcelas escondidos. Ex.: ? + ? = 22. O aluno deveria clicar nos números que formariam uma expressão, ex. 5 + 5 + 8 +... = 22. Esta poderia ter várias parcelas, conforme os números que escolhessem para, ao final, compor o número 22. Os subtotais apareciam na tela acima da expressão dada no momento do jogo, de forma que facilitava ao aluno adicionar e verificar se chegavam ao total, desenvolvendo as ideias de composição e de comparação. Se o aluno clicasse nos números corretos que totalizassem 22, somaria pontos e lhe seria dada outra operação. Enquanto errasse, não conseguiria seguir adiante e atrasaria a sua pontuação. Baseada nessa lógica da máquina, a professora recomendou: *cliquem aleatoriamente em qualquer número, até vocês acertarem, não percam tempo*. *Para cada operação, você dispõe de apenas três minutos, fique atento à contagem de tempo que aparece no visor*.

Consideramos essa tarefa no computador como uma atividade de resolução de problemas, pois envolvia uma questão matemática que o aluno precisaria resolver, sem possuir, de imediato, o conhecimento de procedimentos necessários. Pensamos assim com base em Santos-Wagner (2008), que define problema como uma atividade, para a qual o aluno não possui uma estratégia ou procedimento de resolução inicial e precisa encontrá-los. Os alunos fariam essa busca de resolução ao interagir com a máquina que lhes daria um reforço positivo imediato, na acepção de Skinner (1972), e novas operações lhe seriam propostas, cada vez mais complexas, desafiando-os a seguir em frente. Logicamente, esse reforço também poderia ser aversivo, caso a criança errasse por vezes sucessivas e não tivesse ninguém para com ela interagir, favorecendo-lhe descobertas ou caminhos alternativos. Mas, era aqui que nos encontrávamos com Santos (1997), porque os alunos eram levados a trabalhar cooperativamente, em duplas, competindo com outros, em atividades agradáveis e não solitárias.

- **Indícios de aprendizagens possibilitadas pelas interações.**

Observamos por algum tempo os alunos clicando aleatoriamente. Alguns acertavam, outros não. Aproximamo-nos de Gigi, uma aluna que trabalhava sozinha, e perguntamos: P: - *O que é que você está fazendo para acertar?* Gigi: – *Nada eu só vou clicando...*

A observação da atividade da aluna nos levou a concluir que ela deveria fazer a operação: ? + ? = 36 e clicava em 2 + 2 + 2 + 1 + 1..., e em outros números pequenos. Quando o espaço destinado pelo computador encheu, sua operação foi cancelada, porque ela não atingira 36. Percebemos que na nova tentativa, aconteceu a mesma coisa. A aluna sequer focava sua atenção no total que deveria alcançar. Aparentemente, não parava para pensar *o que é 36, como posso obter 36*. Ou talvez o computador lhe apresentasse tudo muito rápido sem lhe dar tempo de pensar. Provavelmente, nem mesmo tivesse atinado que deveria somar números que dessem 36. Ela estava seguindo o comando da professora que pedira que clicassem rapidamente nos números porque o computador tinha um tempo de espera, se errasse ou demorasse cancelaria a operação. A professora talvez tenha tido a intenção de dizer que poderiam escolher os números, aleatoriamente, para começar, e a partir daí, esperava que descobrissem a lógica do jogo que apresentava composição dos números. Contudo, muitos alunos, como Gigi, simplesmente, clicavam em números sem compreender o que estavam fazendo ou quem sabe, sem pensar no que estavam querendo conseguir nesse jogo. Resolvemos instigar a aluna:

P: *Você precisa somar números para dar 40* (agora o computador já pedia 40), *não é? E se você tentasse um número maior, de 9 em 9 ou 8 em 8 ao invés de contar de 2 em 2?* – Ela nos olhou como se quisesse dizer: *Mas eu não estou contando!* – Constatamos que não possuía nenhuma estratégia de cálculo mental e que talvez nem mesmo tivesse compreendido a tarefa do jogo. Seguiu a nossa sugestão e clicou em 9 + 9 = 18, e nós vibramos com ela.

P: *Oba! 18! Já está mais perto! Continue!* – Estimulada pela nossa vibração, clicou em 9 de novo, *9 + 9 + 9 = 27* - *Legal, 27! E agora, quanto falta para chegar ao 40?* - Gigi clicou novamente no número 9 chegando agora a 36. Na empolgação, parece que continuou clicando em números altos, porém mostrando ainda não saber que para completar a tarefa, precisava comparar seu subtotal com o objetivo do jogo que era atingir 40. Seguira a nossa sugestão de clicar em números maiores, mas ainda não sabia por quê. Na verdade, só transferiu a sugestão de escolha para um número maior. Continuou clicando em 9 sem considerar o subtotal que tinha e quanto precisaria para chegar a 40 e, logicamente, ultrapassou sem entender que deveria totalizar o número 40. Na verdade, antes de lhe dar a sugestão de clicar em números maiores, deveríamos tê-la feito refletir por que o faria e ter lhe perguntado o que achava que precisava fazer nesse jogo. Poderíamos ter pedido que parasse um pouco mais o jogo, para nos ouvir primeiro, talvez tivéssemos conseguido fazê-la compreender melhor ideias de composição e de comparação que estavam implicadas na tarefa.

P: *Por quê? Que será que aconteceu?* – Perguntamos e ela finalmente concluiu: Gigi: *Será que passou?* P: *Quando você tinha 36 e colocou mais 9 o que aconteceu?* – Ela começou a contar nos dedos, que é uma estratégia natural para chegar ao outro número. O que mostrava que começava a compreender que deveria chegar ao número 40, mas não parecia conhecer os fatos fundamentais do tipo 6 e 4 totalizam 10 ou pensar nas outras possibilidades de totalizar 10. E pensar nas situações parecidas para totalizar 20 ou 30 ou 40. Ou seja, parecia desconhecer esses fatos fundamentais de adição para saber utilizá-los em diferentes situações. Finalmente, disse Gigi: *É, passou...* – Essa conclusão evidencia que compreendeu a regra do jogo e precisava comparar seus subtotais com o total solicitado no jogo, vinculada à ideia de composição e inclusão hierárquica de números. E isso nos era confirmado pela sua ação, a partir daí. Percebíamos que já não fazia cliques sem sentido. Se tivesse, por exemplo, ? + ? = 24, clicava em 8 + 9 + 3 = 20 e parava para contar nos dedos até completar 24, clicando em 4, por exemplo. Às vezes, ainda errava a contagem, embora soubesse, agora, que estava procurando totalizar ou compor o número que lhe era solicitado no jogo. E cada vez que ela acertava, demonstrávamos a nossa alegria, dando-lhe mais ânimo para continuar. Seus olhos agora brilhavam e começava a competir com os meninos que estavam na frente. Nosso diálogo com sugestões e perguntas, que lhe fizessem pensar, foi fundamental para que descobrisse uma estratégia básica - poderia contar para encontrar o complemento. Esperávamos que agora descobrisse, por si só, outras maneiras de formar números. Ainda lhe dissemos que tinha várias maneiras de compor um mesmo número e lhe mostramos algumas.

O que pode ter sido estimulante para Gigi talvez fosse a nossa reação quando a víamos acertar. Utilizávamos a psicologia do afeto[11] de que nos fala Moysés (1997), comentando sobre obra inacabada de Vygotsky em que se afirma

> que por trás do processo de internalização há um motivo que emana do campo afetivo. Ou seja, o aparecimento das relações cognitivas necessárias à realização daquele processo é forçado pelos estados emocionais e pelas necessidades afetivas do sujeito (MOYSÉS, 1997, p. 30).

Segundo essa autora, vários são os exemplos conhecidos em que uma criança repete comportamentos, que são festejados pelos adultos, porque lhes atribuem significado, como quando a criança aprende a falar. A partir do momento que Gigi atribuiu o significado que nós queríamos que atribuísse, reagíamos com alegria e vibração, levando-a a querer compreender a tarefa e assim provocando em nós a mesma reação. Dessa forma, Gigi foi impelida a descobrir estratégias de cálculo para jogar e começar um processo de internalização da ideia de comparação de seus subtotais com o total apresentado na tela do jogo de computador. Ela iniciava a

---

[11] *A psicologia do afeto* é comentada por Moysés (1997) como uma importante obra inacabada de Vygotsky citada em LEONTIEV, A. N. The problem of the activity in the history of soviet psychology. *Soviet Psychology* nº 1. Jan. /Fe. 1989, v. 27, pp. 22-39.

construção do conceito de complemento de um número, por exemplo, se tivesse que realizar operações sucessivas de adição para encontrar um total de 40, poderia pensar em 7 + 7 + 7 + 7 = 35 e notar, ainda pela contagem, que agora só faltariam 5. Os estados emocionais a ajudariam a internalizar novas formas de compor e comparar números. Isso tudo confirma o que nos fala também Gómez Chacón (2003) sobre a importância da afetividade na aprendizagem matemática.

- **Os alunos Aly e Arty**

Após concluirmos que Gigi conseguiria um bom desempenho, com as suas próprias estratégias, interrompemos nossas intervenções e aproximamo-nos dos alunos Aly e Arty, que estavam liderando a pontuação, e perguntamos:

P: *Como vocês fazem para chegar rapidinho ao resultado?*- Aly: *Quando o número é alto, eu clico logo nos números altos e vou somando. Quando chego perto vejo quanto falta e completo.* - P: *E você o que faz? -* Arty: *Eu ajudo ele contar. Depois a gente troca e ele me ajuda.*

Os dois alunos desenvolviam corretamente uma estratégia de cálculo para a resolução de um problema que envolvia raciocínio aditivo, ao contrário do que acontecia, inicialmente, com Gigi. Percebiam que quando tivessem um número maior como 46, por exemplo, poderiam clicar 9 + 9 + 9 + 9 + 9 = 45, e assim 45 + 1 = 46. Usavam o raciocínio de composição de números e em seguida, pelo raciocínio de comparação e complementação, compreendiam que somente faltava 1. Notamos que Arty e Aly já tinham desenvolvido estratégias de cálculo mental em algumas operações que envolviam fatos mais simples. Constatamos que utilizavam regularidades como a ideia de dobro, triplo ou quádruplo, talvez ainda de forma meio inconsciente. Ao se aproximarem do total, eles já sabiam fazer o complemento mentalmente muitas vezes sem a ajuda de referentes externos como os dedos. Cada um desses alunos <u>usava estratégias próprias às quais chegava, mentalmente, com ampliação de procedimentos de cálculo exato ou aproximado</u>. E para isso, <u>utilizava conhecimento de regularidades dos fatos fundamentais ou de propriedades das operações.</u>

Esses processos de comunicação empregados durante o jogo oportunizaram aos alunos, na prática, buscar quanto faltava para alcançar o número que era o objetivo. Assim sendo, as professoras ao escolherem essa atividade agiam de acordo com o que nos recomenda o documento do PCN sobre o jogo, ao comentar que

> além de ser um objeto sociocultural em que matemática está presente, o jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos; supõe *um fazer sem obrigação externa imposta*, embora demande exigências, normas e controle (BRASIL, 1997a, p. 35, grifo do autor).

Geralmente, as ideias de comparação numérica em situações problema aparecem com perguntas sobre *quem tem mais* ou *quem tem menos*. Às vezes, não perguntamos quanto falta a uma grandeza para alcançar a outra, por exemplo, tenho 30 e preciso chegar a 42, como aparecia nessas situações do jogo. Os livros didáticos, às vezes, trazem probleminhas desse tipo, mas não os repetem variando as perguntas ou gerando outras situações, como sugerem Nunes e colegas (2005). Cabe ao professor, junto com o aluno, criar outros problemas orais ou escritos rotineiros ou não rotineiros, que possam ser provocados por uma situação dada no livro, tornando-a mais rica.

As situações de jogo em nossa experiência poderiam ter sido reformuladas na sala de aula para internalização dos conceitos, que os alunos começavam a formar durante a atividade. Reformulações orais poderiam ter sido feitas, a partir das operações que apareciam na tela, gerando novas. Exemplo, Gigi precisa formar o número 30, ela já tem 18, quanto falta? Se Gigi clicar em 6 mais duas vezes completará 30, quanto ela já tem? E assim por diante. O professor poderia ter avaliado até que ponto seus alunos se moviam com facilidade ou não, no campo aditivo (utilizando as ideias de adição e subtração mencionadas anteriormente), levando para a sala de aula algumas questões que foram formuladas pelo computador. Os alunos Arty e Aly já pareciam dominar os fatos fundamentais básicos, e o computador limitava esses cálculos à escolha de números de apenas um dígito. Na sala de aula, poderiam ter sido criadas situações mais desafiadoras, levando o próprio aluno a fazer proposições orais ou escritas. Por exemplo, já tenho 65 e quero chegar em 102, como posso fazer? Eles teriam que ampliar o seu repertório de cálculo, explorando mais as regularidades do sistema numérico como, por exemplo, contar de 10 em 10 e 5 em 5, que é a estratégia de cálculo mental mais utilizada. No exemplo acima, talvez fizessem 65 + 10 + 10 + 10 = 95, e depois 95 + 5 = 100, e 100 + 2 = 102. E assim por diante.

Mostramos nesta análise apenas dois dos diálogos construídos com alunos durante um jogo de computador que explorava ideias de adição e subtração. O primeiro mostra como essa interação foi importante, para que a aluna descobrisse a lógica do jogo e, consequentemente, pudesse começar a construir as ideias de composição e comparação de números que integram o campo aditivo. O segundo nos deu evidências de como dois alunos pensavam e como poderíamos ampliar as estratégias de cálculo mental com eles, a partir da compreensão que já demonstravam. A observação ainda mostrou como os alunos que levantavam de seus lugares para conversar com outras duplas influenciavam seus colegas, ao lhes falarem sobre suas estratégias. A aula utilizando esse jogo como uma atividade de resolução de problemas envolveu vários diálogos entre alunos e entre professor e alunos. E culminou com uma atividade de escrita livre em que os alunos falavam de suas descobertas e estratégias. Também nela sentimos a importância da interação como forma de estimular o aluno a refletir sobre suas ações e reestruturar ideias para que, tanto o jogo quanto a tarefa de redigir, cumprissem suas funções pedagógicas de desenvolver o raciocínio aditivo. O jogo para esse fim foi uma ótima escolha da professora que conduziu seus alunos a trabalhar de forma prazerosa. E também os incentivou a desenvolverem estratégias de cálculo mental partindo de seus esquemas de ação, que compreendia o uso de estratégias simples, como utilizar alguns fatos básicos de adição e a contagem com o uso de referentes externos, como os dedos.

Evidenciou-se nos diálogos construídos alguns procedimentos que auxiliavam os alunos a jogar, a entender a lógica da tarefa e a aprender matemática. Por exemplo, ler a tela e compreender as expressões que propunha; pensar em estratégias de resolução e falar sobre elas eram procedimentos que ajudavam os alunos. Isso levava o aluno a descobrir o raciocínio de composição e comparação de números, na medida em que ouvia e interagia com os colegas ou com o professor. O jogo pelo jogo talvez não possibilitasse aprendizagens tão significativas. A escolha de jogos educativos deve ser feita com critérios claros e com objetivos bem definidos, devendo o professor considerar potencialidades e limitações desse recurso. Com essa atenção, o laboratório de informática pode se tornar uma extensão da sala de aula, com possibilidades de exploração de outras formas de comunicação em aulas de matemática para a formação ou ampliação ou transferência de conceitos. E tudo que acontecer neste ambiente deve ser comentado e explorado em outros momentos de sala da aula para que complementem e enriqueçam o processo de ensino e aprendizagem de matemática.

4.1.5 Aprendizagens reveladas na escrita de cartinhas

A escrita e leitura de carta pessoal foi uma atividade realizada nas três escolas e revelava-se um recurso promissor. Por meio desse gênero discursivo, oportunizamos práticas de escrita que nos mostravam aprendizagens, interesses e necessidade de novas intervenções. Na Escola Serra I, foi realizada em 6 de dezembro, como resposta às cartinhas dos alunos da Escola Serra II que lhes enviaram probleminhas. A resposta deveria, também, incluir questões matemáticas. Trazemos aqui apenas dois exemplos que mostram a evolução nessa forma de comunicação, revelando aprendizagens matemáticas e de língua materna.

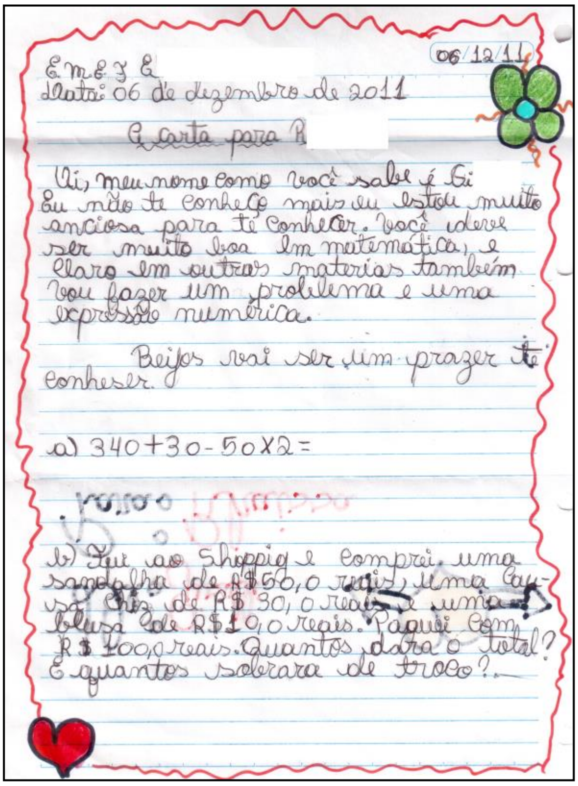

06/12/11
E.M.E.F. E
Data: 06 de dezembro de 2011
A carta para R
Oi, meu nome como você sabe é Gi
Eu não te conheço mais eu estou muito anciosa para te conhecer. você deve ser muito boa em matemática, e claro em outras materias também vou fazer um problema e uma expressão numérica.
Beijos vai ser um prazer te conheser.
a) 340+30-50X2=
b) Fui ao Shoppig e comprei uma sandalha de R$50,0 reais, uma camisa Chiz de R$ 30,0 reais e uma blusa de R$10,0 reais. Paguei com R$ 100,0 reais. Quantos dara o total? E quantos sobrara de troco?

FIGURA 21: Cartinha de Gigi para aluno da escola Serra II com elaboração de problema

Os alunos estavam ansiosos porque iriam conhecer a turma que lhes enviara cartinhas com probleminhas para resolver. Estávamos promovendo o encontro das três turmas pesquisadas para a apresentação da peça teatral na Escola Vitória. Percebemos que as produções se tornaram espontâneas e a escrita melhorou significativamente, em relação ao que observávamos durante o ano. Vejamos, como exemplo, a cartinha da aluna Gigi (Figura 21), com a transcrição a seguir:

> *EMEF 06/12/11*
>
> *06/12/2011 Data: 6 de dezembro de 2011*
>
> *Carta para Rh.*
>
> *Oi, como você sabe meu nome e Gi.*
> *Eu não te conheço mais eu estou muito anciosa para te conhecer. Você deve ser muito boa em matemática, e claro em outras materias também. Vou fazer um probleminha e uma expressão numérica.*
> *Beijos vai ser um prazer te conheser.*
> *a) 340 + 30 – 50 X 2 =*
> *b) Fui ao shoppig e comprei uma sandalha de R$50,0 reais, uma calsa chiz de R$ 30,0 reais e uma blusa de R$ 10,0 reais. Paguei com R$ 100,0 reais. Quantos dara o total? E quanto sobrara de troco?* [sic.].

A aluna propõe duas questões matemáticas. A primeira é uma expressão numérica armada com coerência dentro do que estudara com a professora e com os exemplos que vira no livro didático. De acordo com as regras de resolução das expressões numéricas sem sinais de associação, é preciso multiplicar, inicialmente, para depois efetuar a adição e subtração. A aluna nos dá indícios de que sabe se mover dentro desse raciocínio, colocando números na multiplicação cujo resultado não excederia os 370 de que precisaria subtrair, evidenciando clareza na ideia de inclusão. A segunda é a elaboração de um problema, envolvendo operações de adição e de subtração. Mostra coerência nos valores colocados para cada item comprado e no valor que oferece para pagar. Evidencia que o trabalho com a ideia de número contribuiu para a clareza de alguns conceitos das operações de adição e subtração, pois os aplica em uma situação-problema de forma coerente. Fez duas perguntas também pertinentes, o que mostra familiaridade com esse tipo de texto, trabalhado em vários momentos durante as experiências e pela professora. Ao escrever as quantias, usou a vírgula e colocou apenas um zero nas casas decimais, o que ainda atesta pouca familiaridade com esse conteúdo. Poderíamos dizer que alcançamos um de nossos objetivos que seria orientar o aluno para ser também um formulador, propositor ou elaborador de problemas e, não apenas, um resolvedor como nos diria Santos (1997).

A escrita ao mesmo tempo em que surgia como possibilidade de aprendizagens matemáticas era praticada para o exercício desse gênero discursivo. A redação revela que se expressa, quase corretamente, na cartinha. Gigi fez a introdução, saudou o colega que ainda não conhecia, escreveu a mensagem no corpo da carta e inseriu as atividades matemáticas sugeridas. Somente se esqueceu da despedida. Utilizou, corretamente, as letras maiúsculas e cometeu poucos desvios ortográficos. Estes são mais perceptíveis nos estrangeirismos expressos nas palavras shopping e jeans, que ela escreve como *shoppig* e *chiz.*

Deduzimos que houve evolução da produção escrita quando retroagimos o olhar para como essa aluna se expressava antes, em outros momentos. Apresentamos como exemplo a escrita livre realizada por essa aluna em 22 de setembro de 2011 (Figura 22). Nela explicava seus procedimentos e estratégias no jogo de computador, registrado anteriormente. Em seguida, justificava porque identificava a matemática com uma formiga (atividade com metáforas realizada ao final dessa aula):

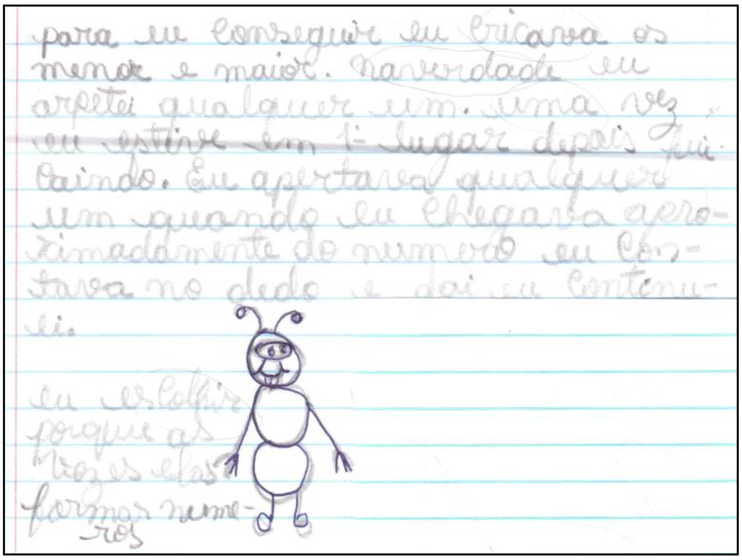


FIGURA 22: Texto de escrita livre da aluna Gigi

para eu conseguir eu cricava os menor e maior. Naverdade eu arpetei qualquer um. Uma vez eu estive em 1º lugar depois fui caindo. Eu apertava qualquer um quando eu chegava aproximadamente do numero eu contava no dedo e dai eu continuei.
eu escolhir porque as vezes elas formar numeros (frase ao lado do desenho da formiga).

Vemos que a aluna inicia o texto sem iniciais maiúsculas e ainda não percebe o espaçamento entre palavras. Além disso, os desvios ortográficos são mais presentes. O leitor pode constatar no texto original que essas tarefas voltavam para o aluno com as palavras assinaladas, a fim de proceder à reescrita. Conversávamos sobre as suas produções, para que o texto não se tornasse uma atividade fechada em si mesma.

As escritas das cartinhas, em dezembro, já não exigiam tantas intervenções. Víamos, na prática, que esse *outro* a quem passava a palavra, na acepção de

Bakhtin[12], era um estímulo para que o aluno redigisse com cuidado e sua escrita se tornasse inteligível. Constatamos, ao longo das experiências, que as atividades com cartinhas motivavam o aluno a escrever com mais esmero e mais clareza. E isso se estendia às ideias matemáticas que a cartinha veiculava. É o que observamos, também, nessa cartinha do aluno Biel:

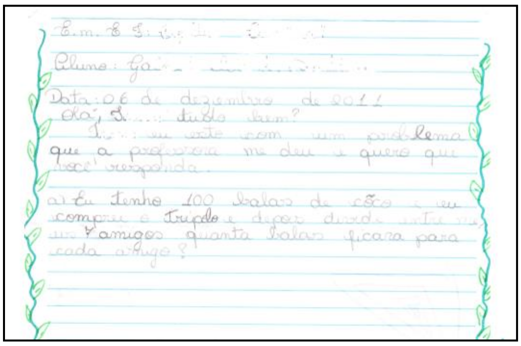


FIGURA 23: Cartinha do aluno Biel para aluno da Escola Serra II

E. M. e F
Alunos G
Data 06 de dezembro de 2011.
Olá I, tudo bem?
I eu esto com um problema que a professora me deu e quero que você responda.

a) *Eu tenho 100 balas de côco e eu comprei o triplo e depois dividi entre us 7 amigos quantas balas para cada amigo?* [sic.].

Como vemos, Biel iniciou a cartinha corretamente e se comunicou com clareza. Inseriu a atividade matemática com a elaboração de um pequeno problema de estrutura mista (com duas operações), envolvendo ideias de multiplicação e divisão. Também elaborou a pergunta de forma coerente, embora não utilizasse a pontuação correta. Ainda possui outros desvios na escrita. Entretanto, se olharmos para suas produções em outros momentos, podemos sentir também que houve crescimento na forma como se comunicava na linguagem materna e na linguagem matemática (Ver página 111). Isso confirma a nossa análise e foi atestado pela professora Gezi na avaliação no encontro final, em 7 de dezembro de 2011:

> *Eu fiquei muito feliz em ver como escreveram bem as cartinhas. Acho que conseguimos fazer com que se expressassem e comunicassem ideias matemáticas sem muitas dificuldades. Escreveram bem melhor do que no início de nossas atividades... (Professora Gezi).*

Das 25 produções elaboradas, em todas evidenciava-se a presença da linguagem específica da matemática com evidência de conceitos matemáticos em formação. Evidentemente, algumas necessitavam de nossa mediação para sanar incoerências.

[12] BAKHTIN, M. **Estética da criação verbal**. Introdução e tradução do russo Paulo Bezerra. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

Assim, finalizamos as análises dos dados produzidos e selecionados na Escola Serra I. Usamos apenas alguns exemplos dos muitos trabalhos que desenvolvemos com leitura, escrita e oralidade em matemática para explorar a ideia de número. Acreditamos que apontamos algumas respostas para a nossa questão sobre **o que nós, professores, compreendemos da aprendizagem matemática do aluno quando trabalhamos com diferentes formas de comunicação.** O que verificamos é que a utilização sistemática desses processos de comunicação representaram possibilidades a mais, dentre outras, que ajudaram à formação de conhecimentos matemáticos, articulando-os com outros na extensa rede de saberes.

Nesse trabalho com a professora Gezi, ficou uma reflexão especial sobre a escrita, por termos conseguido explorar menos do que esperávamos para a aprendizagem matemática. Contudo, dentro do espaço que tínhamos, essa forma de comunicação revelou-se um instrumento de avaliação poderoso, na medida em que favoreceu a reflexão do professor sobre aprendizagens (ou não aprendizagens) realizadas pelo aluno. Com base nessa compreensão, novos direcionamentos foram dados ao trabalho envolvendo a ideia de número. Algumas das frases mais significativas da professora Gezi em nossas conversas confirma a importância desse trabalho colaborativo:

> *Eu nunca tinha pensado em levar o aluno a escrever para mostrar o que não sabe. A gente sempre quer que o aluno mostre o que sabe, mas precisamos saber é do que ele ainda precisa saber... Achei legal isso do aluno escrever nem que seja uma linha... A gente podia ter feito mais* (professora Gezi em setembro de 2011).

No final deste trabalho investigativo em sala de aula, estávamos mais cientes das oportunidades perdidas e falamos sobre isso. Por exemplo, reescritas não realizadas coletivamente, como mostramos nas análises da escrita livre ou discussões não feitas, como o cálculo aproximado em resoluções de problema. “Não se pode remontar ao tempo primordial, não se pode voltar atrás e aproveitar uma ocasião perdida” (CERTEAU, 1994, p. 99), mas podemos, mesmo sabendo que as ocasiões são singulares, levar essas reflexões para novos espaços e explorar novas táticas para um hábil aproveitamento do tempo. É o que se conclui nessa frase da professora Gezi quando a visitamos para conferir dados: “Estou ansiosa para voltar a trabalhar com todas as disciplinas. Acho que vou aproveitar muita coisa do que fizemos juntas” (Gezi em dezembro de 2012). Era esse o movimento do pensamento que queríamos provocar.

4.2 ABRINDO AS PORTAS DA ESCOLA SERRA II

Na escola Serra II, a professora trabalhava com todas as disciplinas e foi possível transitar entre elas, realizando um trabalho mais interdisciplinar. Nosso estudo, explorou ideias das operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão por meio de atividades variadas, com a resolução e formulação de problemas, a partir de diferentes gêneros textuais. Também abordou crenças e concepções sobre a matemática através de metáforas e atividades lúdicas, como jogos e elaboração de poema. Nas intervenções que fizemos, alternávamos ou aliávamos a presença sistemática de diferentes formas de comunicação como leitura com técnicas variadas; escrita de pequenos textos individuais, em duplas ou coletivos; representação pictórica e oralidade.

Nosso trabalho, nessa escola, se iniciou em junho de 2011, mas percebemos sensíveis mudanças a partir de agosto 2011, ao desenvolvermos sistematicamente questões de afetividade. Elas se mostraram fundamentais para que o trabalho fluísse. Por isso, iniciamos as análises dos dados produzidos nesse espaço a partir desse trabalho, de acordo com o quadro de categorias de nossa metodologia.

4.2.1 Jogo de matemática envolvendo resolução de problemas

A aula, envolvendo jogo de matemática (SILVA, 2009), de 29 de agosto, foi escolhida porque representou um ponto crucial para relações afetivas nessa disciplina. Foi planejada e fundada na reflexão de alguns pontos: anseios dos alunos por atividades mais criativas, evidenciados em atividade escrita; compreensão construída pelas metáforas sobre o que representava a matemática para os alunos; e anseios da professora por atividades que estimulassem os alunos a ler fazendo inferências. Essa aula representou a conquista da turma, no que se refere à construção de laços de afetividade e também de comprometimento com a realização das tarefas que se seguiriam desde então. Os alunos passaram a participar mais, a nos receber com mais carinho e pediam que ficássemos durante mais tempo, sempre que visitávamos a sala.

- **O planejamento do jogo**

O jogo consistia em uma competição de resolução de problemas com atividades que exigiam raciocínio simples; atividades de nível médio de complexidade; e atividades mais desafiadoras, conforme nos recomenda Santos (1997). Deveria ser desenvolvido em grupos que competiriam entre si, em 1h30min, e todos os membros trabalharam em equipe para que houvesse a compreensão das atividades. Avaliaríamos as situações no momento em que o grupo estivesse de acordo e solicitasse a apreciação do professor. Nesse momento, recebiam fichas com a pontuação, de acordo com o número de acertos: vermelha, 100% de acertos, 4 pontos; azul, 75% de acertos, 3 pontos; verde, 50% de acertos, 2 pontos; e amarela, 25% de acertos, 1 ponto. Venceria o grupo que alcançasse maior número de pontos. E as regras principais que deveriam seguir eram: ler, compreender e resolver os problemas; construir a solução em grupo, administrando conflitos cognitivos e emocionais (SANTOS, 1993).

A professora Val teve dúvidas sobre como formar os grupos para que todos se entrosassem ativamente, uma vez que possuía alunos não alfabetizados. Uma atividade em que há competição, por si só já poderia se tornar excludente para alguns alunos. E queríamos que todos se sentissem capazes, então era preciso equilibrar os grupos de forma que as habilidades de um componente pudessem servir para estimular as de outro, sem que houvesse disputas internas. Era preciso despertar o sentimento de equipe de tal forma que cada conquista fosse celebrada como sendo do grupo e não uma conquista individual (SANTOS; 1997).

Decidimos formar os grupos escolhendo alguns líderes e obedecendo alguns critérios, como responsabilidade, comprometimento, seriedade no cumprimento de tarefas e espírito de liderança, inclusive explicando esses critérios. Esses líderes sorteariam os componentes e os ajudariam durante a realização da atividade, ouvindo e testando suas sugestões. A professora lembrou que havia alunos que não eram alfabetizados, mas que possuíam raciocínio matemático bem desenvolvido. Logo, se o grupo os ajudasse na leitura, os colaria em condições de apresentar boas soluções em atividades de resolução de problemas.

- **A realização do jogo**

Os alunos foram organizados em seis grupos de 4 e receberam as instruções, de forma bem clara, como funcionaria. Cada grupo deveria resolver várias tarefas, envolvendo ideias das operações básicas, principalmente de multiplicação. As regras do desenvolvimento foram escritas no quadro, todos leram e nos certificamos se as tinham compreendido ou não, por meio de perguntas. Somente depois de ler, solicitariam a nossa ajuda durante o jogo. Com isso, esperávamos conduzir o aluno a ler os textos instrucionais com mais autonomia. Em experiências anteriores, percebemos que esperavam do professor a leitura desses textos, ficando a atividade condicionada à leitura e à explicação do professor. Por isso, agora a leitura e a compreensão da tarefa eram regras do jogo.

Trouxemos alguns episódios para a análise, desenvolvidos sempre com a mesma dinâmica durante 1h30min: o grupo recebia uma folha com algumas atividades de resolução de problemas ou de “quebra-cabeças”; lia a atividade e discutia entre os participantes o que deveria ser feito; interagia conosco se precisasse; apresentava uma ou mais soluções; recebia a ficha com a pontuação conquistada e pegava outra para recomeçar. Venceria o grupo com o maior número de pontos.

a) A conquista de Paulinho: afetividade e evidências de aprendizagem

A primeira atividade se constituía em dois “quebra-cabeças com multiplicação” retirados da coleção *Matemática divertida* (PATILLA, 1999, p. 8). O primeiro, denominado “Salada de frutas e... números”, pedia que os alunos resolvessem multiplicações e trocassem os resultados por letras que se encontravam em uma tabelinha. Assim, descobririam nomes de frutas, por meio de suas habilidades de multiplicação. A segunda denominada “Favo de mel múltiplo” pedia que, com números da tabuada de 6, descobrissem os caminhos que poderiam ser seguidos por uma abelha, para chegar a uma flor.

Entregamos a atividade e não explicamos o que deveriam fazer. A primeira pergunta que ouvimos foi: *O que que é pra fazer?* Respondemos que deveriam ler e descobrir juntos. Uns deveriam explicar para os outros com suas palavras até que todos tivessem compreendido.

O aluno Paulinho, ainda não totalmente alfabetizado, embora já fosse um rapazinho de quatorze anos, não queria juntar-se ao grupo que lhe caberia por sorteio. Normalmente, mantinha-se calado nas aulas, afastado dos colegas, fazendo atividades que se resumiam a cópias. Não insistimos e lhe entregamos a primeira atividade para que trabalhasse sozinho. Alguns minutos depois, enquanto observávamos outros grupos, Paulinho acenava mostrando que já terminara. Com agradável surpresa, verificamos que efetuara as multiplicações e localizara as letras, também já descobrira um caminho para a abelha. Precisava descobrir o nome das frutas e necessitaria de algum tipo de mediação. Dirigimo-nos a ele com muita vibração, dizendo que ele foi o primeiro e sua atuação poderia fazer seu grupo conquistar a primeira ficha vermelha. Assim sendo, deveria, rapidamente, juntar-se ao grupo para que já pudessem pegar a próxima tarefa. Graças a ele, o grupo poderia sair à frente. Falamos com tal alegria que Paulinho, pela primeira vez em nossas aulas se deixava contagiar e mostrava-se feliz. Pegou suas coisas e juntou-se aos colegas que o receberam felizes e ansiosos a fim de lhes explicar como fizera. Em seguida, afastamo-nos para que não ficasse inibido ao explicar sua solução.

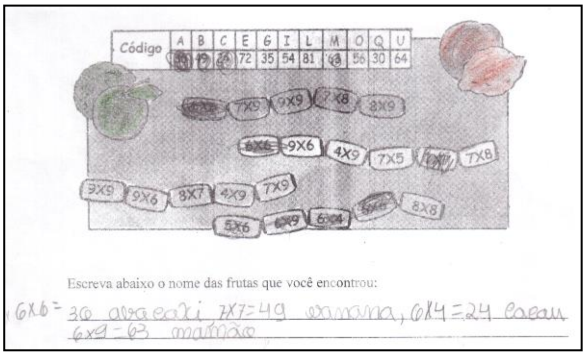


FIGURA 24: Multiplicação e alfabetização

À distância, observamos que usava os dedos para explicar como calculou 6 X 6, localizando a resposta e a primeira letra. Alguns o imitaram; outros faziam tracinhos em rascunhos, usando a representação icônica para a descoberta dos fatos fundamentais da multiplicação. Constatamos que o conceito de multiplicação começava a se estruturar, partindo de estruturas aditivas em que somavam grupos iguais (seis grupinhos de seis risquinhos), como afirmam Correa e Spinillo (2004). Essas estratégias seriam fundamentais para a compreensão da multiplicação e para o processo de memorização que se seguiria. Os componentes do grupo resolviam as multiplicações envolvidas e as conferiam com os resultados obtidos por Paulinho. Esse primeiro momento na resolução dessa atividade foi decisivo para as tarefas que se seguiriam para o aluno Paulinho. Embora ainda estivesse bastante tímido, participava e mostrava-se ansioso por receber novas tarefas, dar conta delas rapidamente e somar pontos. Esse aluno evidenciava estar sob o impacto do que Gómez Chacón (2003, p. 141) chama de “expressão da satisfação pelo processo terminado e a solução encontrada” .

O que fez esse aluno mudar de atitude foi sentir-se como alguém que podia dar contribuições. Passava a construir um sentimento de confiança em si mesmo, desde o momento que se sentiu capaz de executar a tarefa e ainda ajudar o seu grupo a conquistar a primeira ficha vermelha (de maior valor). Paulinho, normalmente, se isolava dos demais porque não lia fluentemente e sentia vergonha. Nessa atividade, o seu raciocínio matemático mais desenvolvido pela sua vivência, o colocava no grupo como alguém que tinha algo a partilhar. Sozinho, não conseguiria ordenar as letras para formar os nomes das frutas, todavia, nessa atividade já não se envergonhava ao mostrar sua fragilidade. Como seus colegas aprenderam algo com ele, aceitou que o ajudassem na leitura e escrita porque estavam fazendo trocas e, assim, se sentiu valorizado, podendo, inclusive, despertar o seu interesse em ler e escrever.

Vale notar que buscávamos alcançar um importante objetivo do PCN: desenvolver o “conhecimento ajustado de si mesmo e o sentimento de confiança em suas capacidades afetiva, [...], cognitiva, ética, estética, de inter-relação pessoal e de inserção social, [...] na busca de conhecimento...” (BRASIL, 1997a, p. 7). Era uma atividade de matemática simples, mas bastante apropriada para a aquisição da leitura e, ao mesmo tempo, desenvolver o raciocínio multiplicativo. E a dinâmica de grupo facilitava o exercício do respeito às diferenças e o desenvolvimento da capacidade de cada um, valorizando potencialidades que poderiam completar um ao outro. Ou seja, atingia diferentes níveis de aprendizagem daquele grupo. Esse episódio <u>ilustra a importância da afetividade na interação entre alunos. O trabalho</u>

<u>com os colegas contribuiu para a formação do autoconceito de Paulinho como um aluno capaz em resolver tarefas matemáticas e ajudou-o a envolver-se na aprendizagem de língua portuguesa</u>.

b) O bom humor como motivador para o raciocínio matemático

Outra atividade desenvolvida nesse jogo foi retirada do livro de Smole e Diniz (2001, p. 104). A escolha dessa atividade se deu por ajudar o aluno a compreender problemas não convencionais. Esse tipo de atividade pode ser leve, com um toque de humor, quebrando a sisudez atribuída à matemática por alguns alunos. Esses problemas requerem deles uma segunda leitura do texto mais atenciosa, procurando ver dados que a primeira leitura pode não oferecer. E exige também um pensamento mais aberto que lhe permita procurar respostas diferentes daquelas a que está acostumado normalmente (SANTOS, 1997). A atividade ilustrada com a figura 26 era a seguinte:

FIGURA 25: Cérbero

Isso é um cérbero. Cada vez que uma de suas cabeças está doendo, ele tem que tomar quatro comprimidos. Hoje as suas três cabeças tiveram dor. Mas o frasco estava no fim e ficou faltando comprimidos para uma cabeça. Quantos comprimidos havia no frasco? (SMOLE; DINIZ, 2004, p. 104).

QUADRO 20: Problema não convencional

Esperávamos que os grupos fizessem uma leitura para além do que estava escrito, mas talvez esperássemos demais. Fizemos várias provocações do tipo: *O que diz o problema?-* Pergunta a que eles respondiam: - *Diz que hoje todas as cabeças do cérbero estavam doendo...* - *E o que acontecia quando as cabeças doíam?* - Respondiam sempre com as respostas óbvias: - *Tinha que tomar 4 comprimidos para cada cabeça que doía!* - Eles tinham entendido bem a frase que afirmava quantos comprimidos seriam necessários e sabiam que faltavam comprimidos, mas não percebiam que o *faltar* poderia significar um comprimido, ou dois ou três. Logo, o frasco poderia ter 9, 10 ou 11 comprimidos. Só conseguiam pensar em 4 comprimidos para cada cabeça. E, portanto, quase todos responderam que, no frasco, havia 8 comprimidos. Insistíamos para que pensassem em outras soluções, mas não conseguiam enxergá-las. Foi somente a aluna July, do mesmo grupo do aluno Paulinho, que sugeriu dividir os comprimidos entre as cabeças de outra forma: duas cabeças ficariam com três comprimidos e uma, com dois.

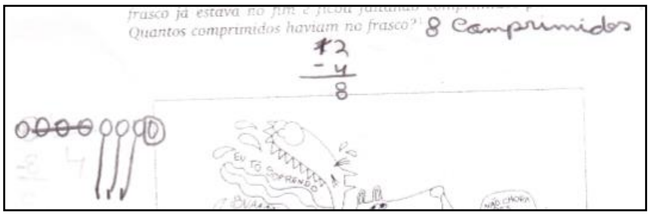


FIGURA 26: Solução apresentada pelo grupo de July

O grupo, inicialmente, fez a subtração em que pensou: se faltam compridos para uma cabeça, faltam 4, então sobraram 8. E depois fez a distribuição desses 8 comprimidos restantes com desenhos, como mostra a imagem (Figura 26), explicando-nos, oralmente, a sua interpretação. Era um raciocínio solidário e, perfeitamente, lógico do ponto de vista da matemática, mas não oferecia outra resposta para a pergunta que o problema fazia, *quantos comprimidos havia no frasco*. Além disso, mudava a lógica do texto. Não mais faltariam comprimidos para uma cabeça, mas para todas as cabeças. De qualquer forma, esse grupo acenou com uma possibilidade de pensar de maneira diferente, baseada em suas vivências com a divisão solidária. E foi importante, por desencadear a compreensão de outras possíveis respostas com a nossa provocação. Essas discussões se veem no diálogo a seguir:

> P: *E se tivesse 9 comprimidos, teria comprimidos para todas as cabeças? Tentem pensar como July.*
> Alunos: *Não, ia faltar, porque se cada uma precisa de 4, então são 12*.
> P: *Muito bem, então é possível que a resposta fosse 9?*
> Alunos: *Sim uma cabeça só ia ter um... Ah, então se fossem 10... Ia ter dois...*

A partir desse momento, vários alunos riram, ao se darem conta que não pensaram no óbvio. Entenderam ser necessária uma segunda leitura para alcançar informações que, às vezes, não estão escritas e sim sugeridas. Agora mostravam respostas e divisões, de acordo com o texto: poderiam ser 9, 10 ou 11 comprimidos. July estava muito feliz, porque tivera a ideia de distribuir de forma diferente, mostrando que *faltar* poderia ter outros significados. Valorizamos muito a atitude diferenciada dessa aluna diante do problema e mostramos que há situações em que mais de uma solução é possível, e que essa pode ser buscada de diversas formas.

Valorizávamos não apenas a comunicação da resposta certa, conscientes de “que o conhecimento matemático é fruto de um processo de que fazem parte a imaginação, os contraexemplos, as conjecturas, as críticas, os erros e os acertos” (BRASIL, 1997a, p. 24).

July era mais uma aluna tímida dessa turma que, normalmente, abaixava a cabeça quando lhe dirigíamos a palavra. A atividade, aparentemente, simples que oferecemos nessa aula, mas que exigia sair da atitude passiva diante do texto, deu-lhe a oportunidade de mostrar outra interpretação. E vê-la valorizada como desencadeadora do que seriam as outras respostas que esperávamos, trazia ao seu rosto visível satisfação. Com mais esse exemplo, evidenciamos a importância das relações de afetividade na aprendizagem matemática desencadeada pela valorização da tentativa de resolução. Essas relações se construíam durante os processos de comunicação em aula e revelavam-se elementos motivadores para formação de uma nova consciência de si mesmos. Eram indícios de que deveríamos desenvolver atividades, sistematicamente, em que essas relações fossem reforçadas. Mais importante do que saber o que o aluno pensa sobre matemática e sobre si mesmo, seria envolvê-lo em atividades que pudessem mudar essa relação de afetividade. Nesse sentido, nos alerta Gómez Chacón (2003):

> É necessário proporcionar e favorecer experiências produtivas e construtivas nos alunos. Estes ocasionalmente, experimentarão a perplexidade, a confusão ou o bloqueio, mas deverão aprender respostas para essas emoções negativas, utilizando-as para transformar a direção e a qualidade do afeto e voltar para a rota positiva da diversão, do prazer, do regozijo e da satisfação. Deveríamos revalorizar a experiência do estudante com estados afetivos intensamente positivos (GÓMEZ CHACÓN, 2003, p. 142).

Essa linha de pensamento é que faria Paulinho, do exemplo anterior (p. 141-142), também participar dos trabalhos que seriam realizados. E para modificar no aluno crenças sobre si mesmo, essas relações deveriam ser, constantemente, observadas e trabalhadas, não bastariam eventos ocasionais.

c) A descoberta da importância do resto da divisão

A terceira atividade propunha a resolução de um problema, envolvendo o raciocínio multiplicativo:

> Uma perua escolar precisa levar 17 crianças para casa. As crianças estão com pressa de ir embora, mas a perua só pode levar 3 crianças dessa escola de cada vez. Quantas viagens a perua terá que fazer para transportar todas as crianças? (SMOLE; DINIZ , 2001, p.133).

Na verdade, esse problema não foi uma boa escolha se considerarmos o contexto pouco real. Nenhuma perua escolar transporta apenas três crianças. Ou passaria em outra escola com outras prioridades? Era uma situação que também favoreceu discussões críticas com o aluno. Quando o escolhemos, pensamos apenas nas ideias envolvidas: divisão de um conjunto de natureza discreta (conjunto enumerável que não pode ser subdividido, dependendo do divisor). Ou seja, 17 não é múltiplo de 3, logo não vai permitir uma divisão exata por 3 porque não é divisor de 17. O problema apresentava a ideia da divisão quotativa ou por quotas, também denominada divisão com a ideia do "quantos cabem" (BRASIL, 1997a; SELVA, 2009; SILVA, 2009). Nessa divisão, é dado um valor de um conjunto maior (17) que deve ser dividido em partes, cujo valor é determinado em cotas (3). Segundo Selva (2009), os problemas de divisão por quotas costumam ser mais complexos para as crianças por não trabalharem com a ideia de distribuir, que já trazem de suas vivências e são menos explorados na escola. Talvez por isso, somente um grupo o resolvesse aplicando o algoritmo da divisão. Os outros construíram outras formas de raciocínio, mas o maior obstáculo se revelava no reconhecimento do resto como elemento importante.

Todos apresentavam como resposta, 5 viagens. Alguns, inseguros diziam que sobravam 2. Instigávamos: *E o que vocês acham que poderia ser feito então? Quem são os 2 que sobram como resto da divisão? O que é que estamos dividindo?* Após essas reflexões, perceberam que estavam dividindo crianças que seriam levadas para casa em grupos de três, logo *a sobra* eram crianças. E essas duas crianças que sobraram não vão para casa? Como vai ser? Seguiu-se a esse questionamento uma discussão bem calorosa em que várias sugestões foram dadas: *sentar no colo; ir em pé; o pai vai buscar; vão ficar esperando*... Diante de todas as situações, devolvíamos a pergunta, dizendo que crianças não podem viajar em pé; não é possível fazer transporte escolar com excesso de passageiros e outras.

Nessas soluções apresentadas, traziam as suas histórias. Baseavam-se em respostas possíveis que viam acontecer em situações semelhantes. Para eles, era comum, crianças viajarem no colo ou serem esquecidas na escola até tarde. Logo, era preciso discutir uma por uma as possibilidades encontradas e admitir que fossem, de fato, soluções. Mas era preciso ir além e mostrar por que não eram viáveis e que resposta a matemática da escola poderia ajudá-los a eleger como correta. Enquanto fazíamos questionamentos com um grupo, os outros ficaram atentos à solução que procurávamos. Era a oportunidade de todos marcarem pontos no jogo. E quando um aluno disse: *o jeito é a perua voltar e pegar essas duas crianças em mais uma viagem*, todos identificaram essa possibilidade como razoável e concluíram que seriam necessárias 6 viagens.

O episódio acima mostra como a discussão oral foi importante para os alunos compreenderem a importância do resto na divisão em uma situação em que havia uma quantidade de natureza discreta. Várias probabilidades existiam para a solução, como vimos, e que certamente seriam usadas na matemática da rua e legitimada por ela, como afirmam Lins e Gimenez (1997). A solução mais apropriada foi alcançada através do diálogo, com respeito às soluções propostas por eles. E é essa a proposta dos autores acima citados: que se proceda ao diálogo entre a matemática escolar e a matemática da rua, legitimando os dois saberes. Antes da discussão, armaram vários raciocínios alternativos para a não aplicação do algoritmo da divisão, como veremos a seguir. Contudo não conseguiam extrair deles a resposta que precisavam. A solução somente foi alcançada na discussão oral, de acordo com a categoria <u>solução do problema após interação aluno/aluno e aluno/professor</u>.

d) Algoritmos alternativos: caminho para a formalização

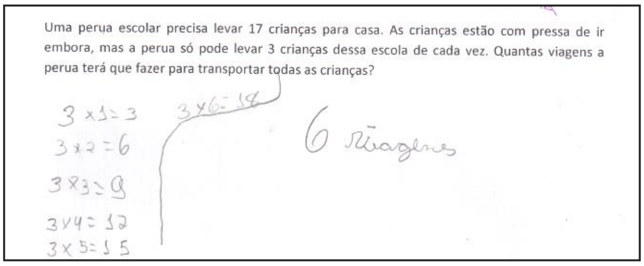


FIGURA 27: Resolução do primeiro grupo: raciocínio inverso

Dos raciocínios usados para a resolução, destacamos quatro para interpretarmos aqui. O primeiro grupo reconheceu a relação da multiplicação com a divisão por meio da tabuada como vemos na resolução da Figura 27. Os alunos perceberam que teriam que fazer vários grupos de 3 e utilizaram o raciocínio inverso da divisão, movendo-se corretamente no campo multiplicativo. O que se confirma em suas explicações:

Alunos: *A gente fez grupos de três na tabuada e viu que nenhum dá 17, ou é o 5 que dá 15 ou é o 6 que dá 18...*
P: *E porque vocês colocaram a resposta 6?*
Alunos: *Porque tem que levar todo mundo, então na última viagem só vão 2...*

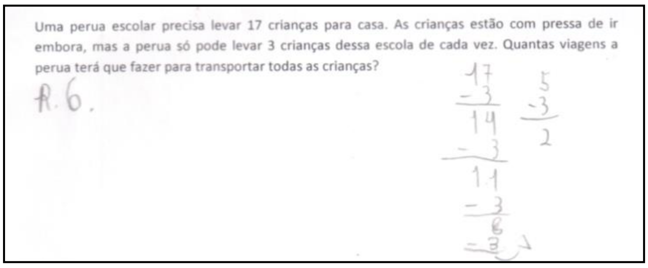


FIGURA 28: Solução do segundo grupo: raciocínio subtrativo

O diálogo confirma que compreenderam a ideia da divisão de conjuntos com quantidades discretas nessa situação. O segundo grupo movimentou-se no raciocínio do "quantos cabem". Partiu do número dado, 17, e fez sucessivas operações de subtração. Assim constatou que "cabem 5 vezes o 3 em 17", mas sobravam 2 crianças, concluindo, após nossa discussão, que seriam necessárias 6 viagens. Esse grupo utilizou o raciocínio aditivo, subtraindo parcelas iguais até chegar ao resto 2, contou as operações e concluiu que precisava de 5 viagens com a perua lotada e mais uma para levar as duas crianças que sobravam. Depois respondeu sucintamente, como vemos na Figura 28.

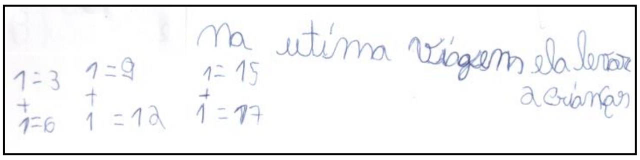


FIGURA 29: Solução do grupo de Paulinho

O terceiro grupo era o de Paulinho. Esses alunos armaram um raciocínio com uma simbologia totalmente própria, como vemos na Figura 29. Dificilmente um professor de matemática não se assustaria diante da estranha expressão: 1 = 3 + 1 = 6 1 = 9 = + 1 = 12   1 = 15 + 1 = 17. Jamais isso seria possível em matemática e, provavelmente, não daríamos crédito a um cálculo operatório com tais registros e empregando esses símbolos numéricos com outra lógica. No entanto, ao conversar com os alunos, eles nos revelaram que quando fizeram 1 = 3 + 1 = 6 estavam se referindo *a um grupo de três alunos mais um grupo*, e, portanto seis alunos; *um grupo de seis alunos mais um,* seriam nove alunos e assim por diante. Ou seja, eles fizeram a distribuição, agrupando números e usando sinais de igual, atribuindo outros signifcados e pensando em outra lógica.

Esse raciocínio, embora não expresso na forma correta na escrita matemática, é particularmente interessante porque usou a ideia de um para muitos, de que nos falam Correa e Spinillo (2004): uma viagem para levar três crianças, mais uma

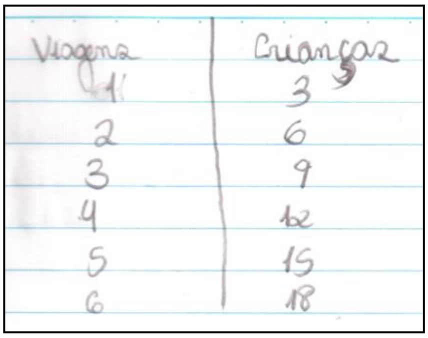


FIGURA 30: Tabela para compreensão do raciocínio multiplicativo

viagem para transportar 6, mais uma viagem para levar 9 e assim por diante até chegar em 15. Após a discussão sobre o resto, concluiram que para 17 pessoas precisariam de mais uma viagem. A nossa tarefa de professores foi lhes mostrar a tabela, como sugerem as autoras. Quando chegassem aos 18, as 17 crianças estariam contempladas, como mostra a nova resolução ao lado feita por eles (Figura 30). Era preciso incentinvar essas crianças a redigir o que pensavam, mas também fazê-los compreender que precisariam usar símbolos numéricos de forma que outros pudessem compreender e o que registraram. Comparando a tabela perceberam que seus registros anteriores estavam confusos e concluíram que essa nova forma de escrever dava mais clareza na comunicação do raciocínio. Sugerimos ainda redigir em palavras, explicando suas etapas de cálculo.

Como vemos, o raciocínio estava perfeito, faltando o uso apropriado dos símbolos matemáticos e a formalização da divisão. Mais uma vez Paulinho nos surpreendia. Não alfabetizado completamente, resolvia situações de divisão no contexto extraescolar, mas faltavam-lhe mecanismos para se expressar corretamente no papel, usando a lógica dos símbolos matemáticos. Lins e Gimenez (1997) afirmam ser esse um grande desafio: como trazer a matemática da rua para dentro da escola, sem desqualificá-la? Valorizar o que o aluno traz sem deixar de lhe oportunizar o conhecimento formal, pressupõe diálogo e negociação de significados. Isso é possível em salas mais solidárias, onde há espaço para a escuta e para um segundo olhar sobre o que o aluno apresenta (LORENZATO, 2006). O que diz aquela tentativa de resolução que parece não ter significado algum para nós, acostumados às abstrações ou à aplicação do algoritmo formal? De novo, seria preciso desacelerar e permitir que a experiência de fato acontecesse (LARROSA, 2004). E para isso, ensinar matemática seria muito mais do que oferecer tarefas, cumprindo um programa escolar. Permitir a fala, a tentativa, o ensaio e erro, o diálogo e a escuta, de fato. Esse episódio ilustra o comportamento de acordo com a categoria solução apresentada após interação com a utilização de estratégias próprias: evidenciada na utilização de representações alternativas clareadas na interação.

Evidentemente, essas situações seriam revistas, posteriormente, mostrando ao aluno que existe uma operação formal que encurta esse caminho, onde mostramos como resolver a divisão pelo algoritmo com dois processos diferentes. Nesses momentos, percebemos a satisfação dos alunos ao notarem que sabiam efetuar divisões. O que ainda lhes faltava era encontrar caminhos mais rápidos. E nós acreditamos, assim como vários autores, entre eles Terezinha Nunes (2011), que a formalização com a aplicação do algoritmo somente fará sentido quando o aluno tiver compreendido as ideias envolvidas nas operações.

d) Evidências de ressignificação de crenças sobre a matemática

Ao final da atividade envolvendo o jogo, pedimos que avaliassem oralmente a aula que tiveram. Vários alunos disseram que adoraram a oportunidade de aprender muitas coisas. Todos em sua avaliação ressaltaram, especialmente, que foi bom ganhar um prêmio pelo desempenho e pelo esforço. O aluno Crys que, na atividade envolvendo metáforas, explicou a sua dificuldade, também nos disse: *eu achei muito legal, assim junto, um ajuda o outro e fica fácil..*. <u>Estávamos tendo indícios de que poderiam mudar a sua crença sobre a matemática</u> como uma atividade difícil de aprender. Sabíamos que era somente um começo. Crys ainda deveria ser confrontado com várias outras atividades, mas alguma coisa começava a mudar na maneira como via uma tarefa matemática.

E foi também a primeira vez em que vimos Winy, que tinha as mesmas características de Paulinho, alegre, oferecendo-se para ajudar o grupo. Como tinham metas a cumprir vinculadas à conclusão das atividades, sentiam-se estimulados a encontrarem respostas no grupo, somando esforços para alcançá-las e pegar outra. A dinâmica estimulava o trabalho de equipe, incluía todos e as diferenças potencializavam experiências que depois foram compartilhadas. Várias soluções foram testadas com ajuda mútua. As regras claras e a obrigatoriedade de que todos os membros deveriam se envolver nas atividades possibilitaram aos colegas descobrirem uns nos outros como poderiam complementar o que não sabiam na interação (SANTOS, 1997). Foi uma das aulas em que mais participaram e, desde esse dia, passaram a pedir mais aulas de matemática.

Na aula seguinte, pedimos que escrevessem em dez minutos, livremente, como tinha sido o jogo de matemática. Também nessa atividade mostraram a sua satisfação, apesar de não evidenciarem conceitos aprendidos. Entretanto, faziam apreciações ou descreviam a experiência, deixando evidências de como a sua relação com a matemática estava mudando. Vejamos como se expressou a aluna July:

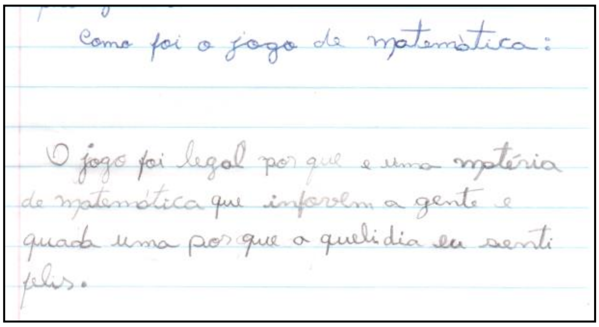

Como foi o jogo de matemática:
O jogo foi legal por que e uma matéria de matemática que infovem a gente e quada uma por que a queli dia eu senti felis.

FIGURA 31: Avaliação de July

O jogo foi legal por que e uma matéria de matemática que infovem (envolvem) *a gente e quada uma por que aqueli dia eu senti felis* (Figura 31).

A escrita dessa aluna nos permite depreender que a atividade a envolveu. Diz que se sentiu motivada a buscar soluções e que isso a deixou feliz. A frase *aquele dia eu senti felis [sic]* pode ser um alerta para repensarmos a respeito de estratégias de ensino que adotamos ao procurar ensinar matemática. A aluna July demonstra que, quando a atividade é envolvente, existe motivação e participação. Já o aluno Luky assim se expressou:

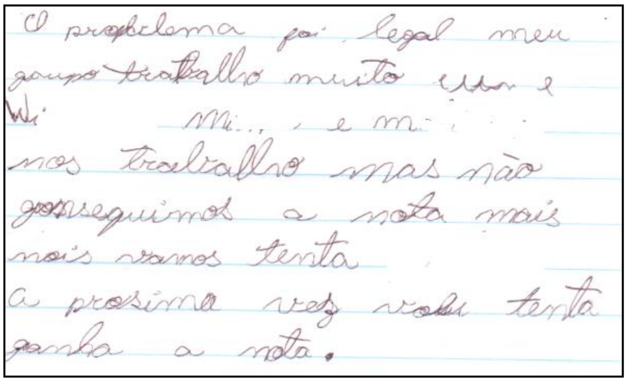

O problema foi legal meu grupo trabalho muito eu e W. M e M nos trabalho mas não gonseguimos a nota mais nois vamos tenta a prosima vez vou tenta ganha a nota.

FIGURA 32: Avaliação do aluno Luky

O problema foi legal meu grupo trabalho muito eu e o W, M e M nos trabalho mas não gonseguimos a nota mais nois vamos tenta A prosima vez vou tenta ganha a nota (Luky, Figura 32).

Esse aluno se referiu à pontuação máxima obtida através da conquista das fichas coloridas, como *a nota*. Diz que trabalharam muito e na próxima vez vai ser diferente. Não se sente desmotivado porque não ganhou, pelo contrário, afirma que, da próxima vez vai tentar ganhar. Sabíamos do cuidado que deveríamos ter ao aplicar atividades em que os alunos competissem entre si. O esforço de todos deveria ser compensado para que não houvesse desmotivação. Por isso, todos os prêmios atribuídos aos grupos foram iguais. A única diferenciação foi a ordem de entrega. Em atividades que envolvem jogos, a relevância está “no desafio genuíno que provocam no aluno que gera interesse e prazer” (BRASIL, 1997a, p. 36). No entanto, a psicologia nos mostra também que é preciso ser cauteloso com o reforço (SKINNER, 1972). Se, por um lado, o ganhador fica cada vez mais estimulado a ganhar, o que perde sucessivas vezes pode ter um reforço aversivo. Isso vem ao encontro do que diz Gómez Chacón (2003) sobre a repetição do fracasso, que pode gerar no aluno a crença de que ele não tem capacidade de aprender matemática.

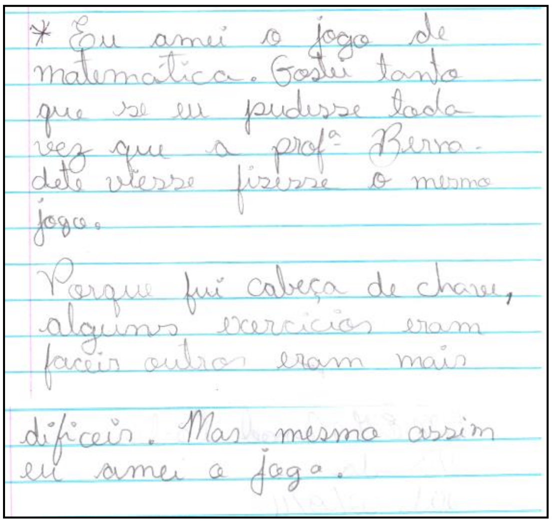

* Eu amei o jogo de matematica. Gostei tanto que se eu pudesse toda vez que a profª Berna-dete viesse fizesse o mesmo jogo.
Porque fui cabeça de chave, alguns exercícios eram faceis outros eram mais dificeis. Mas mesmo assim eu amei o jogo.

FIGURA 33: Texto de avaliação da aluna Reb

Aluna Reb: *Eu amei o jogo de matemática. Gostei tanto que se eu pudesse toda vez que a professora B viesse fisesse o mesmo jogo.*
Porque fui cabeça de chave, alguns exercícios eram faceis outros eram mais dificeis. Mas mesmo assim eu amei o jogo (Figura 33).

Essa aluna deixa transparecer toda a sua empolgação com o jogo. Mostra que as tarefas difíceis não lhe tiraram a vontade de participar de outros desafios como esse. Sentiu-se especialmente valorizada por ter sido “cabeça de chave”, a estratégia que abraçamos para garantir que competissem em igualdade de condições e que aprendessem a trabalhar em equipe.

Essa aula foi importante para o nosso estudo porque mostrou a importância de se valorizar a comunicação em matemática e o trabalho em equipe. Os alunos compreenderam o texto do problema não convencional mediante as interações que fizemos; descobriram soluções para o problema da divisão observando a importância do resto em divisões de conjuntos discretos, a partir da discussão em grupo e conosco; viram as suas formas de raciocínio comunicadas através de escritas próprias, sendo valorizadas e confrontadas com a matemática formal; e, finalmente, mostra como é possível ressignificar crenças em relação à matemática, quando os alunos atuam de forma solidária e se sentem engajados em resolver questões matemáticas em situações que deem prazer.

4.2.2 Elaboração de problemas a partir de tirinhas de humor

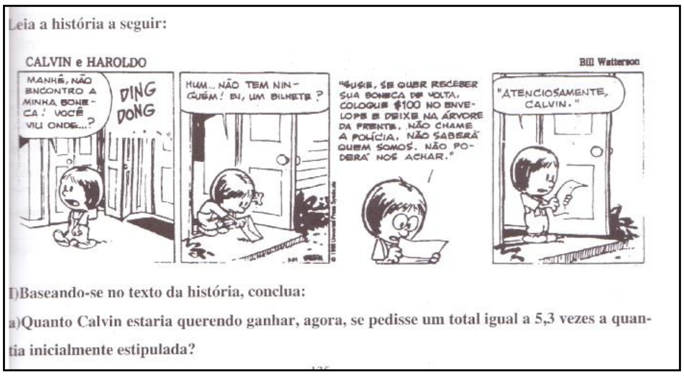


FIGURA 34: Resolução de problemas com tirinhas (SANTOS, 1997, p. 135)

As aulas compreendendo tirinhas de humor aconteceram em 09/09, 25/09 e 7/10/2011. Constituíam-se em respostas ao pedido dos alunos em terem momentos de educação artística. Era uma forma de proporcionar criatividade em matemática e, ao mesmo tempo, perseguir o objetivo de explorar a aprendizagem matemática com outras formas de linguagem. Adaptando sugestão de Santos (1997), levamos tirinhas de humor e sugerimos que os alunos, em duplas, elaborassem problemas ou perguntas envolvendo matemática, com base na leitura dessas tirinhas. As tirinhas foram retiradas de jornais velhos (*A Tribuna*) e do site arena.ig[13]. Essa aula envolveu três momentos: o primeiro nos forneceu dados sobre o conhecimento matemático que emerge da escrita na atividade de criação de situações-problema; o segundo e o terceiro nos forneceram dados para a compreensão de como essas situações foram interpretadas e resolvidas pelos alunos, mediante a interação aluno/aluno e aluno/professor.

- **O desenvolvimento da aula**

Depois de conversar com os alunos e sondar seus conhecimentos sobre histórias em quadrinhos e tirinhas de humor, apresentamos a tirinha (Figura 34) de Santos (1997, p. 135). Alguns alunos leram e releram para a turma até que todos percebessem o humor na “carta que se dizia anônima assinada”. Observaram o formato do texto que combina linguagem visual e verbal e discutiram as características desse gênero textual. Mostramos, então, que a autora fazia perguntas envolvendo o conteúdo matemático que se constituía em situações-problema para serem resolvidos. Em seguida, sugerimos que, em duplas, tentassem criar probleminhas relacionados a algumas tirinhas que escolhessem, tentando envolver a ideia de multiplicação. Recomendamos que não os resolvessem para que pudessem ser trocados entre os colegas para a resolução. Durante cerca de 10 minutos, os alunos leram, conversavam entre si, mas demonstraram insegurança em

[13] <http://forum.arenaig.ig.com.br> Acesso em 8/9/2011

relação ao que deveriam fazer. Estimulamos, então as duplas para que nos dissessem o que tinham lido nas tirinhas, o que as imagens sugeriam e como poderiam pensar em situações matemáticas. Como exemplo, trazemos o diálogo com os alunos que receberam a tirinha com o Garfield.

> Fabiano: *Pode ter sido o cachorro.*
> P: *Vamos pensar então no que pode ter acontecido a Garfield após o tombo? Vocês podem desenhar a sequência ou pensar em alguma coisa que envolva números.*
> Ive: *Acho que Garfield deve ter ficado todo machucado e foi parar no hospital de gatos.*
> P: *Isso é uma boa ideia. E o que acontece quando vamos parar em um hospital?*
> Ive e Fabiano: Tomamos remédios!
> P: *Muito bem, pensem nessas dosagens, de repente vocês descobrem alguma situação onde poderão colocar uma pergunta envolvendo a ideia de multiplicação.*

Circulamos entre as outras duplas e quando voltamos, a dupla de Ive nos apresentou o seguinte problema, a partir de sua tirinha:

Depois do tombo feio do Garfield, ele foi parar no hospital veterinário, e teve que ficar tomando remédios de tempo em tempo. Ele tinha que tomar 3 comprimidos a cada 2 horas e ele ficou no hospital 168 horas. Quantos comprimidos ele tomou?

FIGURA 35: Problema elaborado pela dupla de Ive e Fabiano

Como vemos, é uma situação-problema que nasceu da leitura criativa do aluno. Mas essa criatividade foi desencadeada pela nossa instigação ao dialogar com eles. Desde então, criaram uma situação em que temos ideias de multiplicação e divisão (campo multiplicativo). Para obter o número de comprimidos tomados por Garfield que seriam administrados de duas em duas horas, teriam que pensar nas relações de proporcionalidade: três comprimidos a cada duas horas, por 168 horas. Quanto à linguagem, empregaram o vocabulário específico e formularam bem a pergunta, que é o que caracteriza o texto de um problema. Podemos dizer que agiram, também, de acordo com as categorias: utilização de vocabulário específico para expressar um conceito matemático em atividade de elaboração de problemas; presença de conceitos do campo multiplicativo e elaboração coerente da pergunta.

Foram elaboradas 11 situações, das quais 10 seguiram o comando de aplicar ideias da multiplicação. Em quase todas, foi importante a nossa presença com perguntas instigadoras para que guiassem o pensamento para situações-matemática. Uma das dificuldades verificadas se constituía na elaboração da pergunta do problema. Identificamos, depois, que talvez isso acontecia porque muda a sequência do texto do problema, que, geralmente, inicia com uma pequena narrativa ou exposição de fatos, para passar para a sequência injuntiva, mudando a linguagem. Em textos de resolução de problema é na pergunta que o autor sintetiza a compreensão da lógica matemática da situação colocada. Como exemplo, podemos citar o problema elaborado pelas alunas July e Raysse, feita ao analisar a tirinha Vereda Tropical. A tirinha satirizava pessoas que falam demais, apresentando uma situação de sequestro em que Odete devia negociar com os sequestradores. As alunas o redigiram a situação da seguinte forma (Figura 36):

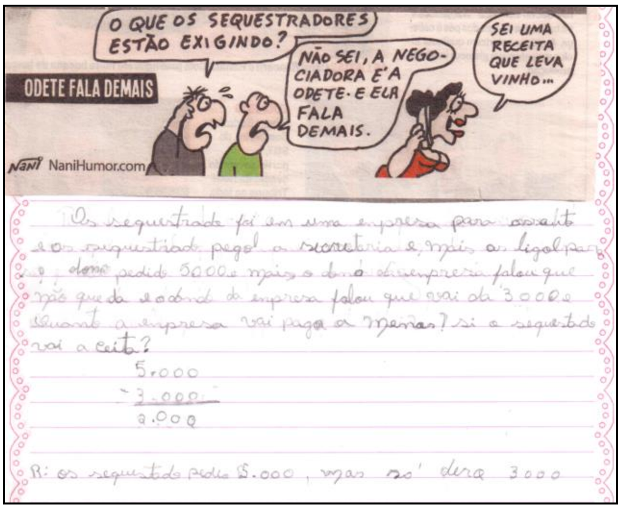


FIGURA 36: Problema elaborado pela dupla de July

Os sequestrado foi em uma empresa para assalto e o sequestrado pegol a cecretaria e mais e ligol pedindo 5000 e mais o dono da empresa falou que não da e so da vai da 3000. Então pagou 2000 reais menos (Figura 36) [sic.].

Foi preciso conversar várias vezes com as alunas para que compreendessem que a historinha elaborada teria que trazer uma tarefa para o leitor. Na primeira tentativa, tinham colocado a conclusão seguindo a lógica do texto narrativo. Após nossas intervenções, chegaram à pergunta, como vemos na figura 36: *quanto a empresa vai paga a menos? Si o sequestado vai aceita?*

FIGURA 37: Elaboração de problema a partir de ilustração

Essa mesma situação, verificamos anteriormente, em agosto, quando July interagia com outro grupo. A atividade propunha elaborar um problema, partindo da ilustração ao lado (IMENES; JAKUBOVIC; LELIS, 1995, p.12). Como vemos, o grupo elabora o problema em forma de historinha: *o menino vai colocar o cachorro para pesar eusubiu* [e subiu] *junto com ele, fico 55 kg e o cachorro desceu o menino ficou e o peso foi 49 kg então 55 kg menos 49 da 6 kg* (Figura 37, página anterior).

Mais atividades desse tipo seriam necessárias para que esses alunos compreendessem a função de um texto de resolução de problemas com informações e questionamento. A escrita deixa evidente que apesar de estarem na turma de 5° ano ainda se encontravam em fase de complementação da alfabetização, necessitando de práticas constantes. Nesse sentido, todas as situações foram revistas por toda a turma, em aulas que se seguiram com reflexão sobre as ideias matemáticas e sobre a língua materna.

Smole e Diniz (2001) afirmam que ao darmos oportunidade aos próprios alunos de formularem problemas, eles perceberão quais dados são relevantes em uma dada situação, qual relação há entre os dados fornecidos e a pergunta. Assim, articularão o texto com a operação que será feita. Além disso, o aluno poderá sentir que tem controle sobre a situação matemática que o fará sentir-se mais confiante diante dela. Na formulação de problemas, a criança empenha-se em pensar nele como um todo, não se detém apenas em números, em palavras-chave ou na pergunta (SMOLE; DINIZ, 2001).

4.2.3 Resolução do problema do colchão de pregos e desdobramentos

Uma das aulas, envolvendo resolução dos problemas elaborados a partir das tirinhas aconteceu em 25/09, abrangendo os três tempos de 50 minutos. Aqui analisamos o exemplo “do problema do faquir” (indiano que pratica a resistência à dor – Figura 38). Esse problema seria agora resolvido em duplas: *O colchão do personagem é feito de pregos. Tem 15 pregos de largura e 25 de comprimento. Quantos pregos tem no colchão todo?* Os alunos autores desse problema tiveram o suporte da professora e já possuíam alguma clareza sobre a ideia de multiplicação

FIGURA 38: Problema elaborado pelas alunas Crislay e Reb

como configuração retangular. Mas saberiam utilizá-la em outras situações? Teriam todos os alunos clareza sobre essa ideia?

Deveriam ler e explicar uns aos outros, o que estava escrito e qual a pergunta que estava sendo feita no problema. Essa era, geralmente, a primeira estratégia de compreensão da leitura que usávamos: ler, localizar informações relevantes e localizar a pergunta para a qual procurariam a resposta (POLYA, 1978/1945; SANTOS-WAGNER, 2008). Esperamos alguns minutos e circulamos entre os grupos para ver a que conclusão chegaram. Todos os grupos, com exceção das autoras, tinham feito 25 + 15 = 40. Sentamo-nos ao lado do grupo de Crys, Thaly e Crislay e iniciamos o diálogo:

P: - *Por que vocês somaram?*
Crys: *Foi ela e não eu!*
Thaly: *Nada disso, foi ele.*
Crys: *Mentira! Foi ela!*

Essa discussão mostrou que esses alunos ainda tinham medo de se expor, achavam que precisavam sempre acertar e que errar era vergonhoso. Aparentemente, pegavam números e faziam a primeira operação que lhes vinha à cabeça sem refletir sobre o que estavam fazendo. Compreender por que erravam, se por falta de atenção, por falta de leitura ou de compreensão da situação matemática colocada, era nosso objetivo por meio do diálogo iniciado. Correa e Spinillo (2004) nos alertam para o fato de olharmos com mais carinho para o que as tentativas de resolução dos alunos nos dizem. Propusemos que lêssemos juntos e depois perguntamos: *E que é que o probleminha pergunta?* - *Quantos pregos tem ao todo?* Não tiveram a dificuldade de localizar a pergunta como acontecera em experiências anteriores que tivemos. Todavia foi necessário que fizéssemos outras intervenções para que constatassem que antes de iniciar a resolução de um problema, é preciso uma leitura cuidadosa. Após essa leitura ainda é necessário e importante verificar se compreenderam o texto lido e se sabem que informações têm e o que se deseja descobrir e calcular. Nessa leitura cuidadosa, as alunas descobriram quantos pregos havia no comprimento e na largura do colchão e voltaram à pergunta. Iniciamos então outro diálogo:

> P: *E como podemos saber quantos pregos tem ao todo, fazendo 25 + 15 como vocês colocaram? Vamos olhar o colchão?*
> Crys: É, tá falando que é ao todo...
> P: Quando vocês somaram 15 + 25, o que é que vocês somaram?
> Crys: *O comprimento e a largura*.
> P: *Como?[...] Poderiam mostrar no desenho o que somaram?*
> Crys, Thaly e Crislay: ... (Silêncio).

Víamos que a palavra “todo”, geralmente, presente em contextos aditivos, os induzia a somar, olhando-nos sem entender. Por isso, às vezes, esperávamos que pensassem para depois continuarmos. Polya (1978/1945) nos alerta para os longos silêncios que podem se instalar nos momentos em que dialogamos com os alunos, durante a resolução de problemas. Queríamos que notassem o que tinham feito, pensando sobre o que fizeram. Finalmente, mostraram timidamente: *Nós somamos isso e isso* - mostraram largura e comprimento. *Então... -* Seguimos com o dedo o que nos mostraram no desenho – *Vocês somaram o comprimento de um lado e a largura de um lado...* Seguiram a trajetória que fizemos, observando o desenho. Antes que completássemos a frase, Crislay disse: *Já sei, tem que somar os outros lados*. – E sem esperar que disséssemos algo, efetuou 15 + 25 + 15 + 25 = 80. Não interferimos, esperaríamos que Crislay descobrisse que o que estava calculando era o perímetro, e não, a área. Outros alunos se aproximaram e os introduzimos:

> P: *Vocês acham que ela está certa? Onde estão esses 80 pregos?*
> *Crys e Thaly: Estão aqui... E aqui fala todo, e todo é mais...*
> *P: No colchão todo?*
> Alunos: ...
> *Crys e Thaly: Estão em volta...*
> P: *Certo, estão em volta. Mas o que o problema pergunta mesmo?*
> Alunos: *Quantos pregos há no colchão todo?*
> P: *E nós já temos essa resposta?*
> Alunos: *Não, ela só somou quantos pregos tem em volta.*
> P: *Certo, vocês somaram os lados e isso se chama perímetro. Mas nós precisamos saber quantos pregos há em todo o colchão, em toda a área. Tem várias carreirinhas aí, não tem? Como podemos descobrir?*
> Alunos: *Contando, tia?*
> P: *Seria uma solução, mas aqui teríamos ainda um outro problema. O indiano está sentado em cima, não podemos ver todos...*

Concordávamos com as sugestões, mas sempre apontávamos outras formas de pensar e continuávamos a instigação: *Veja de novo o desenho: tem 25 pregos somente uma vez? Vamos ver? Tem uma vez, duas vezes...* – Essa foi a intervenção que fez com que pensassem de outra forma e vários alunos que agora nos acompanhavam dissessem: *Ah, é de vezes?*

Ainda não sabíamos se até aí já tinham enxergado que havia 15 X 25 pregos, ou se foi a palavra *vezes* que colocamos em nosso discurso que lhes fez concluir que deveriam multiplicar, mas fizeram a operação correta pelo algoritmo. Percebemos que sabiam efetuar a operação de multiplicação por dezenas, porém não a utilizariam nesse exemplo, sem a nossa intervenção com questionamentos direcionados, provocando que pensassem nas relações numéricas envolvidas. Polya (1978/1945) nos diria:

> Se o professor, tendo observado atentamente, não notar qualquer sinal dessa iniciativa, terá que repetir cuidadosamente todo o diálogo com os estudantes. Ele deve estar preparado para apresentar de novo, com modificações, as indagações não respondidas. Deve também estar preparado para encontrar, muitas vezes, o silêncio desconcertante de seus alunos (POLYA, 1978/1945, p. 7).

Os diálogos com os alunos, perguntando de várias maneiras diferentes, mediados pela observação da ilustração, possibilitaram a conexão com conhecimentos prévios que pudessem utilizar nessa situação. O que ilustra comportamento de acordo com a categoria solução dos problemas propostos compreendida após interação aluno/aluno e aluno/professor. E enquanto interagíamos com a dupla, outros alunos se aproximaram e se apropriaram das discussões tornando o diálogo mais enriquecedor, pois notamos que havia necessidade de ampliar a discussão sobre o que é a ideia de área, a fim de que a internalizassem. Era a emergência de outra categoria: necessidade de ampliação de conceitos matemáticos em formação.

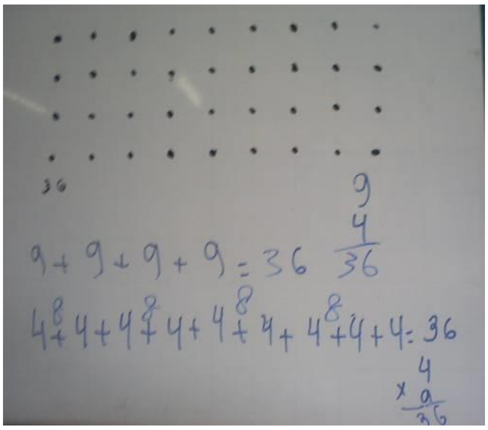


FIGURA 39: Situação mais simples para compreensão da ideia de área

- **Os exemplos em situações mais simples**

Ainda seguindo orientações de Polya (1978/1945), sugerimos aos alunos que pensassem em um colchão com menos pregos na largura e no comprimento e tentassem desenhar. Uma situação mais simples poderia trazer maior compreensão sobre essa ideia de multiplicação. No quadro, desenhamos um colchão com menos pregos, distribuídos da mesma forma que o problema anterior sugeria, como vemos na Figura 39. Voltamos ao diálogo:

> P: *E se fossem 4 pregos de largura e 9 de comprimento?*
> Alunos: *São 9 + 9 + 9 + 9 = 36*
> P: *E se olhássemos na posição vertical?*
> Alunos: *Seria 4+ 4+ 4+ 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4. E dá 36 também*.
> P: *Está certo, aqui temos poucos pregos e é possível fazer assim. Vamos tentar ver de forma diferente? O que é que estamos vendo assim? -* Apontamos na posição horizontal:
> Alunos: *9 + 9 ...*
> P: Ou ... Uma vez, duas vezes... (mostrávamos induzindo o aluno a concluir)
> Alunos: 4 X 9.

Ao ver o desenho, imediatamente, participavam do diálogo denotando compreensão, enquanto apontávamos a posição vertical e horizontal a fim de perceberem que teriam 9 X 4 ou 4 x 9, conforme o ângulo de visão que teriam. Mas quando voltamos ao problema dos pregos e perguntamos quantos pregos havia de comprimento, diziam-nos que tinha 25 + 25 + 25... e na largura 15 + 15 + 15 ... Eles somente conseguiam visualizar a multiplicação como a soma de parcelas repetidas. Então, fazíamos no quadro o que nos sugeriam, para que depreendessem a importância da multiplicação em áreas maiores. Nunes, Carraher e Schliemann (2011) chamam atenção para não restringirmos o ensino da multiplicação como soma de parcelas repetidas, pois os raciocínios envolvidos são muito mais complexos. Por isso, recomendam que sejam oferecidas várias situações de multiplicação e divisão e que deixemos que a criança use os seus esquemas em ação (estratégias). O que se verificará no exemplo da resolução de outro grupo.

- **As interações aluno/aluno na descoberta da ideia de área**

A aluna July fez vários cálculos para a solução de 15 x 25, alguns nos pareceram, totalmente sem nexo, como vemos na Figura 40. Depois de nossas discussões, realizou a operação em que fez 25 + 25 + 25 + 25 + 40 + 40 = 180. Parece que tentou juntar carreiras de pregos do comprimento a algumas somas parciais em que juntava carreiras do comprimento e da largura sem perceber que, ao somar os lados de 15 com os lados de 25, já tinha contado pregos das carreiras de 25. Saiu da lógica da multiplicação e fez um raciocínio bem mais complexo, mas não o concluiu. Na terceira tentativa, após mostrarmos o desenho simplificado acima com 4 x 9, reformulou seu pensamento, todavia insistiu em utilizar a adição de parcelas

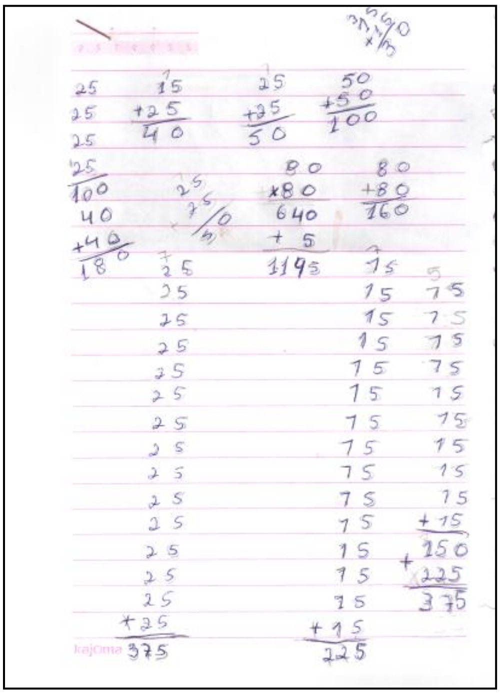


FIGURA 40: Cálculos do grupo de July

iguais. Não a impedimos, queríamos que descobrisse as vantagens da multiplicação como forma de abreviar o raciocínio. A aplicação do algoritmo formal deveria ser visto pelo aluno como um caminho mais rápido e não como a única opção correta. Mais importante do que fazer contas, diriam Nunes, Carraher e Shlieman (2011), é pensar sobre números e descobrir suas regularidades. Após compreender a situação e encontrar a resposta com seus cálculos, a aluna fez questão de confrontá-la com o resultado dos outros colegas, que aplicaram o algoritmo da multiplicação, pedindo para ir ao quadro (Figura 41). Esse procedimento foi bem interessante porque em vários momentos errava e era auxiliada pelo grupo, que inclusive lhe mostrava poder utilizar a propriedade associativa para facilitar a adição, como vemos na imagem citada. Dessa forma, puderam concluir na prática que a adição de parcelas iguais torna, às vezes, o procedimento complexo e quase impraticável, dependendo do número de parcelas. De qualquer forma, o que nos deixou satisfeitos era o fato de que July, tímida, inicialmente, cada vez mais exteriorizava opiniões. Despontava como uma aluna sempre pronta a procurar respostas através de outras formas de raciocínio, fazendo questão de mostrar essa atitude para os colegas, motivando-os. Eram as descobertas possibilitadas pela interação entre eles e conosco, conforme a categoria solução dos problemas propostos compreendida após interação aluno/aluno e aluno/professor.

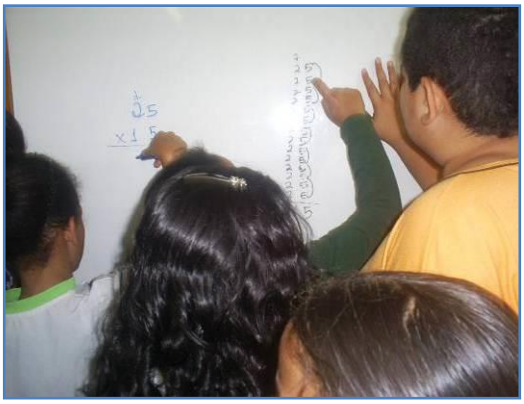


FIGURA 41: July e colegas comparando cálculos de multiplicação

- **Ampliação do conceito de área**

Para ampliar o conceito de área, resolvemos usar como exemplo a própria sala, começando pelo chão. O piso era formado de quadrantes de revestimento monocromático. Pedimos que olhassem no comprimento e na largura do piso plano da sala de aula, ou seja, que olhassem quantos quadrados desse material cobria o piso da sala. Perceberem que tinham 5 x 5 desses quadrantes revestindo essa superfície, ou seja 25 quadrantes. Contavam os lados, calculavam e depois conferiam pela contagem total. Mas o que é área? É sempre assim que calculamos uma área? E se esses quadrantes não fossem todos iguais e dispostos em carreiras, também faríamos esse cálculo? Tínhamos que induzir as crianças à percepção de que área em matemática é a medida da extensão de uma superfície plana, que é uma grandeza, logo a área pode ser representada por um número. Mas como essa sala tinha sido projetada para colocar o piso da sala, as paredes e o teto? O que é que usamos para medir uma área do piso da sala? Conversamos sobre o metro quadrado e o quilômetro quadrado. E os alunos fizeram estimativas sobre a área em metros quadrados de seus quartos e de suas casas. Somente depois disso voltamos à ideia de multiplicação associada com área que estávamos explorando.

FIGURA 42: Relacionando ideia de área

Era possível usar a multiplicação, no caso dos pregos e dos quadrantes (pisos) da sala, porque estavam dispostos, em carreiras iguais no comprimento e na largura. Se estivessem dispostos sem obedecer a esse padrão, não seria possível usar esse tipo de raciocínio. Fazendo analogia com a distribuição dos pregos no colchão, entenderam que essa forma de distribuição, obedecendo à configuração retangular, poderia aparecer em muitos exemplos com objetos enfileirados, lembrando multiplicação retangular com um padrão, que podemos associar ao cálculo de áreas: plantas em canteiros, cadeiras em auditórios, mesinhas de alunos na sala de aula e outros. No diálogo que se seguiu, os alunos descobriram vários exemplos. A professora chamou a atenção de todos para as paredes da sala revestidas de azulejos, e os tijolos arejadores que percebemos na imagem ao fundo, no alto (Figura 42). Ela aproveitou as oportunidades de aprendizagem que o próprio ambiente físico da sala oferecia e enriqueceu a aula. Os alunos foram levados a pensar na importância desses cálculos na vida prática: como teria sido feito o cálculo para a compra dos azulejos para revestir uma parede, uma sala e as salas de toda a escola? Como teriam calculado essa compra, sabendo que as portas e o quadro tomariam espaço dessas paredes? Nessa discussão em que levávamos os alunos a pensar sobre números, tínhamos sempre presente a matemática como atividade humana presente no dia a dia (NUNES, CARRAHER; SCHLIEMANN, 2011). Em seguida, duplas foram orientadas para contarem apenas quantos azulejos havia na altura e no comprimento da parede, objetivando a formulação de problemas por escrito, como vemos na Figura 42. Ao terminarem as operações, contavam para conferir se a multiplicação realmente mostrava o resultado correto. Durante esse processo, validavam as próprias estratégias e identificavam equívocos por eles mesmos. Exemplo de uma dessas elaborações transcrita na íntegra e explicada pelos alunos: *Meu colega contou os azulejos da parede do fundo de minha sala e deu 36 azulejos de comprimento 6 de altura quantos azulejo tem ao todo* (Figura 43) *?*

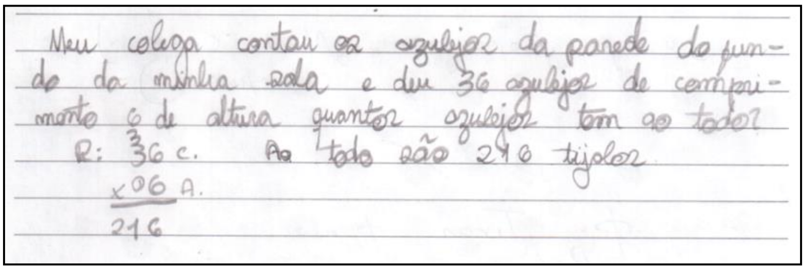


FIGURA 43: Elaboração de Luky e Fabiano

Armaram a operação pelo algoritmo e efetuaram: 6 X 36 = 216. Depois conferiram. Em seguida, Luky e Fabiano nos explicaram como seu grupo tinha pensado.

> Luky: *Eu vi que tem 6 de altura e assim,* - mostrou o comprimento - *tem 36. Então a gente fez 6 x 36. Pra ver se dá mesmo a gente foi contar. E deu 216...*
> P: *E vocês contaram todos os 216 azulejos?*
> Luky: *Não, eu fui contando de 6 em 6.*
> P: *Ah! Então vocês contaram 36 vezes 6.*
> Fabiano: *É a tia deu ideia. E deu certo.*
> *P: E se fosse um prédio inteiro de 10 andares todo revestido de azulejos, precisaria contar?*
> *Luky: Vixe! Só de um lado e de outro e aí fazer de vezes! Mas de cima pra baixo ia ter que contar...*

No diálogo, observamos que Luky iniciou a compreensão da ideia de área da multiplicação ao lhe instigarmos a usá-la em outra situação. Esse comportamento está de acordo com a categoria <u>ampliação de conceitos em formação</u>. Mas para a contagem, valeu-se do suporte da professora Val e, novamente, se apoiou na soma de parcelas iguais. Essa se mostrava a estratégia de cálculo mais fácil para a multiplicação, para esses alunos e, também, a mais explorada pela professora. E para conferir, como vemos na explicação do cálculo, aplicou a comutatividade. Foram criados vários outros probleminhas, inclusive com os tijolos arejadores, contudo, isso não garantia que todos tivessem internalizado a ideia de área, como sempre nos lembra Santos-Wagner (GEEMES, 2011, 2012). Para que o aluno internalize conceitos, estes devem ser trabalhados de várias formas, em diferentes situações e repetidamente. Logo, em vários momentos, as ideias da multiplicação seriam repetidas por nós em nossas experiências, discutindo também a comutatividade. Uma área ocupada por 6 X 36 é a mesma que a de uma área de 36 X 6, no entanto, a disposição dos azulejos seria diferente descrevendo outro desenho retangular. Também conversávamos com a professora sobre a importância de pensar nos contextos em que usamos a multiplicação. Apesar de a propriedade comutativa ser uma estratégia de cálculo, contextualmente, traduz situações diferentes. Isso ainda não estava claro para os alunos. Por exemplo, uma sala onde estivessem dispostas 6 carteiras em 4 filas seria configurada de forma diferente de uma sala em que tivéssemos 4 carteiras em 6 filas, embora o total de carteiras sempre fosse de 24.

O episódio acima mostra como é possível ampliar conceitos em um ambiente de aula, no qual alunos e professores se comunicam de forma natural. Eles observavam e contavam os azulejos de um lado e de outro e formulavam a situação oralmente. Em seguida, faziam a elaboração de um problema, por escrito, em que precisavam recompor o pensamento elaborado. Eles mesmos formulavam e resolviam situações explorando o ambiente da sala de aula, empregando operações que sabiam realizar e depois contavam concretamente para validar raciocínios desenvolvidos (azulejos, pisos e tijolos). Nessa atividade, exploramos a oralidade, leitura e escrita, e ao mesmo tempo, iniciamos a formação do conceito de configuração retangular associado com a ideia de multiplicação.

4.2.4 Resolução do problema do Garfield: ideia de proporção

Essa aula foi ministrada em 7 de outubro. O problema que resolveriam tinha sido criado pelos alunos Ive e Fabiano, e já o mostramos anteriormente. Também foi reproduzido e levado para a sala toda, como o anterior, com a mesma dinâmica:

> *Depois do tombo feio do Garfield, ele foi para o hospital veterinário, e teve que ficar tomando remédios de tempo em tempo. Ele tinha que tomar 3 comprimidos a cada 2 horas e ele ficou no hospital 168 horas. Quantos comprimidos ele tomou?*

Horas	Comprimidos
2	3
168	x

O problema propunha descobrir quantos comprimidos Garfield tomou no total em168 horas, se a cada duas horas tomou três comprimidos. É um problema que seria, talvez, rapidamente resolvido por adultos pela aplicação da regra de três, porque o raciocínio envolvido era de grandezas, diretamente, proporcionais (DANTE, 2010), como mostra a relação expressa no quadro. Para os alunos dessa turma, o problema continha um nível de complexidade maior do que os probleminhas resolvidos anteriormente. O nosso interesse era verificar como reagiriam diante dessa complexidade em um processo de resolução mediada pela nossa colaboração, ou de colegas, incentivando estratégias próprias. Mostramos apenas a resolução de um dos grupos que ilustra a categoria <u>solução do problema, após interação aluno/aluno e aluno/professor.</u>

As alunas Natalina, Malu e Alyn começaram um raciocínio interessante, organizando uma tabela, como vemos na Figura 44. Para Magina, Merlini e Santos (2012) que fazem uma releitura da teoria dos campos conceituais de Vergnaud[14], as alunas utilizaram um raciocínio de proporção simples em que está envolvida uma relação quaternária. Nesta, conhecemos três termos de uma relação de duas variáveis distintas e procuramos uma quarta, como representamos na Figura 45. As autoras classificam essa relação ainda de muitos para muitos (2 comprimidos para cada três horas).

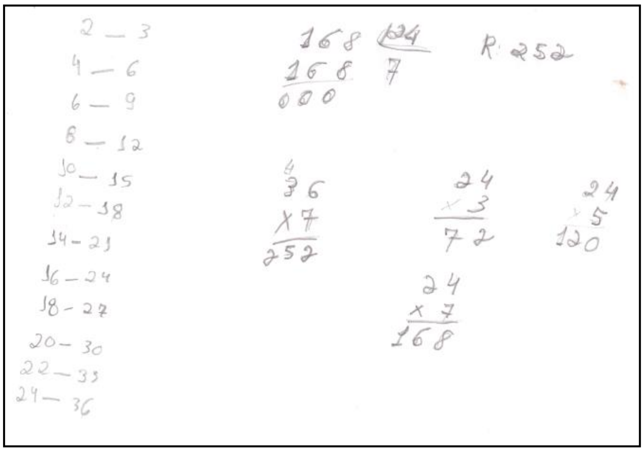


FIGURA 44: Cálculos com ideia de proporção

[14] VERGNAUD, Gerard (1983) Multiplicative structures. In: R. Lesh; M. Landau (Eds.). **Acquisitions of mathematics concepts and procedures.** New York: Academic Press, 1983, pp.127-174.

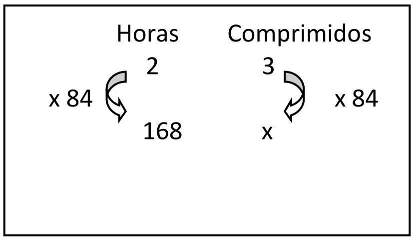


FIGURA 45: Relação muitos para muitos

Na tabelinha, as alunas tiveram a ideia de colocar a cada duas horas mais três comprimidos, o que caracteriza a escalar aditiva utilizada por várias pessoas na matemática fora da escola (SCHLIEMANN; CARRAHER, 1998). Ou seja, cada vez que adicionavam mais um grupo de 2 horas, também somavam um grupo de 3 comprimidos. Sem que interferíssemos, com as suas próprias estratégias, moviam-se no raciocínio de proporção. Fizeram a distribuição dos comprimidos de duas em duas horas, até 24. Começaram um raciocínio perfeito, mas pararam. Era o momento em que se verificaria a importância do diálogo com o professor:

> P: *Vocês fizeram uma tabelinha bem interessante, poderiam explicar?*
> Alyn: *A gente queria ver quanto dá...*
> P: *Quanto dá o quê? Por que vocês pararam em 24?*
> Natalina: É que é um dia...
> P: *Ótimo raciocínio, vocês descobriram quantos comprimidos ele tomou em um dia.*
> Alyn: *É, são 36, mas ele ficou um monte de dia, 168 horas!...*

O número alto se tornara um desafio. Concluiram que a tabela se tornaria muito longa e paravam para pensar em quantos dias Garfield ficou no hospital. Todavia não tinham clareza da ideia da divisão quotativa. Nesse raciocínio, deveriam ver quantas vezes 24 horas caberiam em 168 horas, para descobrir o número de dias e depois multiplicar pelos 36 comprimidos que Garfield tomava em um dia, conforme seus cálculos na tabela. Instigamos novamente, variando as perguntas e respeitando seus silêncios até que arriscassem soluções (POLYA 1978/1945):

> P: *Como podemos descobrir quantos dias ele ficou no hospital? Quantas 24 horas será que ele ficou?*
> Alyna: *De vezes?*
> P: *Como? [...] Quantas vezes será que temos 24 horas em 168 horas?*

Inferimos que Alyn estivesse pensando em descobrir quantas vezes precisaria de 24 para ter 168, mas continuou em silêncio. Diante de novas instigações, começou a fazer tentativas em silêncio, enquanto as colegas observavam. Multiplicou 3 X 24, obtendo 72 e parou para pensar. Encorajamos: - *Muito bem! Em 72 horas temos três dias, não é?* – Essa nossa conclusão fez com que concluísse que deveria fazer outras tentativas. Continuou, então, as multiplicações até descobrir que 7 X 24 é que dava 168, e vibrou com a descoberta: *São 7 dias!*

Notamos que as outras alunas do grupo não estavam alcançando o seu pensamento. Então, pedimos que explicasse para o grupo por que fez essas operações. Alyna: *É pra saber quantos dias tem em 168 horas, por isso faz de vezes. Tem 7, agora se ele toma 36 em um dia é só fazer de vezes...* – Enquanto explicava, fazia 7 X 36, obtendo 252.

As colegas agora a imitavam, mas ainda não tinham compreendido que o que fizeram era uma divisão partindo do raciocínio inverso. Por isso, explicamos a elas e armamos a operação de divisão que, então, conseguiram efetuar com relativa facilidade, mas isso era irrelevante naquele momento. O raciocínio mais complexo, descobrir o número de cotas (24) que cabiam em 168, elas tinham alcançado por tentativa e erro, enquanto pensavam e faziam julgamentos matemáticos. Esse raciocínio revela que elas estavam construindo sentido de número e operações (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992).

Como, anteriormente, mostramos, os alunos usaram o raciocínio inverso para resolver operações de divisão. É por isso que autores como Correa e Spinillo (2004) recomendam que multiplicação e divisão sejam ensinadas de forma integrada. Elas compõem o que Vergnaud chama de campo multiplicativo, por apresentarem conexões muito próximas e raciocínios inversos. Para esses autores, aprender divisão não significa construir um conceito isolado, mas sim construir um conjunto de outros conceitos inter-elacionados que lhe darão sustentação. Fica evidente ser recomendável permitir que as crianças construam suas estratégias e percebam essas conexões, como vimos no exemplo dessas alunas.

Nesse caso, o diálogo foi fundamental para que nós compreendêssemos o que esse grupo pensava. Após essa reflexão, pudemos conduzi-lo a fazer as descobertas que ainda seriam necessárias para concluir o raciocínio. Mostra também o comportamento, de acordo com a categoria <u>solução dos problemas propostos compreendida após interação aluno/aluno e aluno/professor.</u>

4.2.5 Literatura de cordel nas aulas de matemática

Essa aula aconteceu em 16 de agosto, em cerca de 1 hora e 10 minutos. A professora selecionara um texto de literatura de cordel para a nossa exploração em sua turma. Tratava-se de um poema, de autoria de Domingos Alves Neto, que integrava a coletânea de textos de um dos fascículos, *Qualidade de vida e consumo*, da Educação de Jovens e Adultos (BRASIL, 2007). Chegamos à conclusão de que os objetivos dessa aula estavam muito próximos dos descritos na aula que envolveu o texto jornalístico, ministrada pela professora Gezi e apresentada no início deste capítulo. O conceito de número aqui também era focalizado por meio de seus usos, e a aula com a leitura de outro gênero facilitaria uma forma diferente de pensar sobre ele. Transcrevemos abaixo parte desse texto:

> *Consumidor consciente*
> *Recebi uma tarefa/ Que faço com amor/ Falar sobre o direito/ De todo consumidor/ Seja pobre, seja rico/ Não pague "mico"/ Aprenda a dar valor/ O direito é amplo/ Garante a constituição/ De que compra à vista/ Ou mesmo à prestação/ Produto com garantia/ Pro uso ter serventia/ E dever e obrigação.*
> *[...]*
> *Também são trinta dias/ Pra exercer o direito/ Se produto não durável/ Vier já com defeito/ Se durável aumenta/ Nesse caso pra noventa/ Da lei tire proveito/ Caso alguém envie/ Sem a sua solicitação/ Produto ou serviço/ Será demonstração/ Não pode ter cobrança/ Mantenha na lembrança/ Você não tem obrigação*
> *Outro caso abusivo/ É oferta condicionada/ Sendo muito conhecida/ Como venda casada/ "empréstimos com seguro"/ Saia de cima do muro/ Denuncie a palhaçada/ Se por algum motivo/ Sua conta atrasar/ Não seja enganado/ Vou logo te avisar/ A multa é dois por cento/ Não aceite outro aumento.*
> *[...]*
> *Caso alguém lhe cobre/ Um valor indevido/ Você terá direito/ E dinheiro devolvido/ Em dobro de valor/ E pra dar mais sabor/Ainda vem corrigido*
> *[...]* (BRASIL, 2007, p. 28-30).

- **Identificação da linguagem matemática em poema de cordel**

O poema da literatura de cordel fala, de maneira bem humorada, sobre os direitos do consumidor. A professora Val fez a explanação sobre esse tipo de literatura, suas origens e sua importância para o povo do Nordeste. Reforçamos que esse tipo de literatura tanto pode narrar feitos heroicos ou trágicos, como pode satirizar uma situação e/ou servir de informativo para o povo. A professora explorou a forma coloquial da linguagem, as rimas, a poesia, a construção frasal, o vocabulário e a mensagem central do texto. Em seguida, propusemos para a turma uma leitura em forma de diálogo, em que leríamos um verso e os alunos leriam outro. A atenção que essa atividade exigia para que soubessem o momento certo de continuar o diálogo, ajudava na concentração, garantindo boa participação na leitura do texto longo. Aprenderam também a imprimir ao texto a entonação que lhe conferia a característica rítmica de um texto poético

A aluna Alyn lia com entonações que denotavam a interpretação: *A multa é dois por cento/ Não aceite outro aumento.* Outros sorriam enquanto também tentavam imprimir a leveza ao tom que emitiam. Agiam de acordo com a categoria motivação para a leitura que se evidenciava nas atitudes do aluno diante do texto, mostrando que era uma leitura que faziam com gosto. Esta trazia em seu bojo a linguagem matemática que emergia naturalmente, dando sentido ao texto à medida que significados matemáticos eram construídos. Enquanto trabalhávamos na perspectiva de desenvolver a linguagem materna em seus diferentes gêneros discursivos, a matemática fluía dela como parte essencial da linguagem humana. A percepção da professora, ao escolher esse texto e nos sugerir o mesmo, ia ao encontro da análise de Fonseca e Cardoso (2009) ao afirmarem que priorizar a leitura, por prazer, nas aulas de matemática, deveria fazer parte das rotinas escolares.

De forma interdisciplinar, foi discutida a mensagem bem humorada que mostrava o que podemos fazer ao sermos enganados pela propaganda ou pelo consumismo desenfreado. Alguns alunos falavam das experiências de familiares que, em algum momento, foram lesados com frases do tipo: *Ixe! Mamãe já recebeu troco errado um montão de vezes!* Isso mostrava a capacidade do aluno em fazer inferências, uma das preocupações da professora, solicitando-nos que contribuíssemos com atividades, para que o aluno desenvolvesse essa capacidade. Quando o aluno pensava em troco errado, podia pensar em valores envolvidos e o que isso significava para quem é lesado e para quem se beneficia. Ainda tiveram a oportunidade de explorar a estrutura do poema com suas estrofes e rimas, observando um estilo próprio e a estrutura linguística. Essa leve apreciação expunha para o aluno como o texto de um poema permite ao escritor expressar-se livremente, criar palavras e transgredir normas da língua padrão.

Após as observações da linguagem, pedimos aos alunos que nos mostrassem as partes do poema em que o poeta *esperava que soubéssemos matemática.* Não tiveram dificuldades para localizar estrofes que reliam, agora, com fluidez: *Caso alguém lhe cobre/ Um valor indevido/ Você terá o direito/ E o dinheiro devolvido/ Em dobro de valor/ E pra dar mais sabor/ Ainda vem corrigido* (BRASIL, 2007, p. 30). Agora era o momento da reflexão sobre a linguagem matemática que constatamos a partir do diálogo a seguir:

> *P: E o que significa em dobro de valor?*
> *Alunos: Significa que é duas vezes tanto.*
> P: *E se fosse o triplo?*
> *Alunos: Seriam três vezes mais!*
> *Crys: – E se fosse quatro vezes, como se chama?*

No diálogo acima, tínhamos evidências de que os alunos conhecem uma das ideias da multiplicação expressa pela expressão *triplo* ou *três vezes.* Essa ideia é também denominada por alguns autores de multiplicação comparativa, grupos iguais ou equivalentes, porque repete a mesma situação duas ou mais vezes (SILVA, 2009). O aluno Crys é motivado para novas denominações desse tipo de multiplicação que é despertada pela <u>Identificação da linguagem matemática presente no texto lido</u>. O interessante é que antes que continuássemos, eles mesmos agora ampliavam a discussão com perguntas. Vale lembrar que, ao conhecermos os alunos, eles se mostravam tímidos e reservados e, raramente buscavam participação por si mesmos. Percebíamos que o contrato didático entre nós mudava. O diálogo começava a ser iniciado por eles, que se sentiam à vontade e começavam a nos ver como alguém com quem podiam trocar ideias. A sala de aula passava a ser um espaço no qual podiam expressar-se, tirar dúvidas e se mostrarem curiosos. Até a conceituação de *triplo* não tinham dúvidas por se tratar de um conhecimento simplesmente usado em seu dia a dia. Ademais, as palavras que nomeiam os processos de multiplicação até dez se tornam mais complexas e menos comuns. Por isso, respondemos à sua curiosidade até *décuplo*. A leitura do poema levava-os a transitar pela matemática, ao mesmo tempo que ampliavam o vocabulário para <u>construir o raciocínio multiplicativo.</u>

Outros versos localizados foram: *A multa é dois por cento/ Não aceite outro aumento* (BRASIL, 2007, p. 29). Novas discussões foram geradas enquanto escrevíamos no quadro o sentido do número que construíam:

> *P: O que é que vocês entendem por dois por cento? O que significa dois por cento ou 2%?*
> *Alunos: ...*
> *Alyn: Dois de cada cem?*
> *P: Exatamente dois de cada cem, 2% são 2/100. Vamos imaginar uma multa por atraso de 2% ao dia de uma conta de R$100,00, quanto pagaríamos?*
> *Alunos: ...*

Deduzimos que esse conceito não estava claro. A professora Val ainda começava a exploração desse conteúdo e observava, atentamente, a reação da turma diante de nossas indagações. Quando a aluna Alyn arriscou uma resposta, o fez baixinho em forma de pergunta para que validássemos a sua ideia. A segunda pergunta ficou sem resposta, o que nos fez reformulá-la:

> *P: Se atrasarmos uma conta de R$ 100,00 por um dia e tivermos que pagar mais 2% de multa, quanto pagaremos? Dois por cento, dois de cada cem.*
> *Reb: Pagaria 102?*
> P*: Exatamente R$ 102,00. E se fossem dois dias?*
> *Alunos: R$104,00.*
> *P: - E se fossem 3 dias?*
> *Alunos: R$106,00?*

De novo, a resposta veio em forma de pergunta, para que validássemos suas ideias. Como vimos antes, os alunos viam o professor como aquele que detém o saber. Não conquistaram, ainda, a autonomia de pensamento e ficavam inseguros (SANTOS, 1997). Validávamos suas ideias e continuávamos com as indagações. À medida que percebiam que a cada dia de atraso que era acrescentado, aumentava a quantia a ser paga, as respostas vinham mais rápidas e em forma de afirmações. Incorporavam a estrutura da multiplicação pela adição de grupos iguais interiorizando a lógica de que haveria sempre dois a mais. Nesse exercício trabalhávamos com a estrutura da proporcionalidade, utilizando a escalar aditiva de que falávamos antes.

Não falamos de juros compostos. Na verdade, por um dia de atraso pagariam 102 reais; no outro dia, pagariam com um acréscimo de 2% de 102 e assim por diante. Mas, esse seria um assunto mais complexo de matemática financeira que poderíamos explorar em outro momento. O que queríamos com essa discussão era ampliar ideias envolvidas no conceito de número e explorar suas “multifacetas” (LORENZATO, 2008, p. 31). E isso era feito através da operacionalização mental, quando calculavam a porcentagem, pensando em juros simples. Em seguida, criamos outros probleminhas orais com descontos, como aparecem nos anúncios das lojas, envolvendo números fáceis para facilitar o cálculo mental:

> P: - *Se eu comprar uma roupa que custa R$ 100, 00 e obtiver um desconto de 10%, quanto vou pagar?*
> Luky: R$110,00.
> Ive: *Que 110,00! Agora é desconto e não multa, meu!*
> *P: Muito bem e quanto vai ser? Poderia explicar por quê*?
> Ive: *Quando é desconto é menos, então vai dar R$ 90,00*.

A resposta rápida de Luky foi desencadeada pelo fato de ter incorporado a lógica, anteriormente, discutida na multa em que sempre se acrescentavam valores. Nós havíamos saído de uma situação para outra sem preparação e somente veríamos isso mais tarde, refletindo sobre a nossa prática naquela aula. Às vezes, esperamos que o aluno compreenda o que está em nossa cabeça sem clarear para ele o nosso pensamento. De qualquer forma, as discussões foram feitas. O que era a multa? O que era o desconto? Quando haveria acréscimo e quando haveria desconto? Essas ideias não estavam claras. Aproveitamos o conflito cognitivo acima demonstrado e instigamos o aluno Ive para que explicasse o que é o desconto para Luky e os outros colegas, criando uma situação oral em que isso ficaria mais claro. No entanto, ele acabou por ficar sem esclarecer o que é desconto, pois criou outra situação em que havia multa:

> *Ive: Mamãe pagou a conta de luz com 3% de multa, quanto pagou?*
> *P: Será que deu para seus colegas entenderem? Acho que você não disse uma coisa bem importante...*
> *Ive: ...*
> *P: Sobre que valor essa multa será paga?*
> *Ive: Se a conta é de 50,00?*

Partindo desse novo problema, não clareamos a ideia de desconto. Todos os alunos que responderam disseram que seria R$ 53,00, o que não era a resposta correta. Isso nos indicava que precisariam ser trabalhadas as noções de equivalência de números decimais e trabalhar mais com as ideias de proporção. Se de R$100,00, eu pego R$ 3,00, quanto pegarei em R$ 10,00? Seguiu-se uma longa discussão, mas sabíamos que não bastaria. Era um assunto que teria que ser mais explorado. Esses episódios novamente ilustram comportamentos de acordo com a categoria <u>ampliação da formação de conceitos matemáticos,</u> evidenciada na discussão da leitura do texto. O que mostra como o conhecimento matemático podia ser conectado nessas diferentes discussões que foram geradas, desde a leitura do texto poético.

A melhor maneira de explorarmos a porcentagem com alunos dos anos iniciais que conhecíamos pela nossa experiência, era simultaneamente, com explorações de números e frações decimais. Falamos sobre esse assunto com a professora que assim o faria nos dias que se seguiram, inclusive com elaboração de problemas pelos próprios alunos, envolvendo ideias matemáticas do texto: multa, prejuízo, compras a prazo e multiplicação comparativa (dobro, triplo, etc.). A professora alternava explorações, ora com cálculos explorando a parte técnica, ora com explorações livres oralmente e em resolução de problemas, indo ao encontro das recomendações da professora Vânia Santos-Wagner em nossos grupos de estudos (GEEMES, 2006-2012) sobre equilíbrio em abordagens didáticas em sala de aula. O professor não se deve valer unicamente de estratégias construtivistas com excessiva preocupação com a contextualização de tudo. Recomenda levar o aluno a agilizar o pensamento mediante estratégias de cálculo mental e escrito, ao mesmo tempo em que exercita a criação em matemática.

O exercício da leitura de textos de outros gêneros em matemática revelava-se um recurso interessante, de acordo com a nossa hipótese: contribuir para aprendizagens matemáticas com significado, na medida em que buscássemos um ensino menos fragmentado, que contemplasse habilidades de leitura e escrita. Muitas discussões foram geradas, a partir do poema em que conhecimentos matemáticos subsidiavam a compreensão do texto, ao mesmo tempo em que habilidades linguísticas eram trabalhadas contribuindo para a alfabetização. E essa aula deixava-nos, especialmente, felizes, porque partiu do movimento do pensamento provocado pela ação da pesquisa, como mais uma possibilidade de aprendizagem, que a professora introduzia.

- **A leitura por prazer: Lampião**

A leitura envolvendo Lampião, aconteceu em 19 de setembro, de 7h20min às 9h20min, com 20 alunos presentes. Teve como principais objetivos: proporcionar momentos de descontração por meio da leitura; desenvolver o gosto pela leitura; desenvolver a afetividade em matemática por meio de outra linguagem; identificar possíveis vilões em matemática; e criar o argumento para a escrita expressiva parafraseando o poema de cordel, formando conceitos matemáticos.

Trouxemos episódios dessa aula porque nasceu do trabalho da professora em seus momentos de leitura matinal. Focalizou a leitura, a escrita, o conhecimento social, a história e aspectos culturais da vida do nordeste brasileiro em aulas de matemática. As crianças gostavam de ler e vislumbrávamos possibilidades de novas incursões na abordagem matemática, através da literatura. Motivada pelo trabalho realizado com o poema *Consumidor consciente*, a professora Val sugeriu-nos outro livro da literatura de cordel, intitulado *O grande pecado de Lampião e a sua peleja para entrar no céu* (SANTOS, 2005).

Apesar de as crianças já terem lido o livro, apreciaram repetir conosco uma leitura dramatizada. Havia várias personagens, mas as principais eram Lampião e São Pedro. Como o título diz, Lampião chegava às portas do céu, e sua entrada não foi permitida por São Pedro, mas vários santos vinham em sua defesa porque na Terra também fizera boas ações. A sequência narrativa do texto poético apresenta uma divertida discussão entre os santos, o guardião do céu e Lampião. A discussão chega ao auge, quando o "livro da verdade" revela que Lampião cometera um erro imperdoável: não dera esmolas a São Benedito, por não acreditar que houvesse santos negros. A releitura em tom dramático foi feita com boa participação e, naquele momento, constituía-se apenas em um momento de diversão e descontração na aula de matemática.

FIGURA 46: Mapa conceitual coletivo do tipo diagnóstico

- **Identificando na matemática quem seria o vilão: mapa conceitual**

Lampião era um vilão divertido. Ainda nessa mesma aula, precisávamos identificar alguns "vilões" em matemática que poderiam ser tratados de forma lúdica, desmistificando-os. Queríamos também identificar conteúdos que lhes despertassem interesse, o que poderia nos ajudar em futuros planejamentos. Por essa análise, propusemos um mapa conceitual coletivo sobre o que já tinham aprendido em matemática. Seria um mapa conceitual do tipo diagnóstico, definido por Santos (1997), como um retrato instantâneo do que os alunos possuíam em suas mentes, sobre um determinado assunto, naquele momento. Escrevemos no centro do quadro a palavra *matemática*. Em seguida, desenhamos vários balões e pedimos que escrevessem em palavras ou frases o que já tinham aprendido e o que gostariam de aprender ou rever em matemática. Esperávamos ver as crianças fazendo conexões entre os assuntos estudados. Para isso, pedimos que ligassem os balões entre eles de acordo com as relações que observassem.

Sair de suas carteiras e escrever no quadro era uma das atividades da qual passaram a gostar muito. Era um recurso em que emergia a categoria <u>motivação para a escrita</u>. Percebíamos mudanças de comportamento, porque no início das experiências evitavam deslocar-se de suas carteiras para participarem de atividades em que precisariam se expor. Agora, como mostra a Figura 46, dois ou três alunos iam juntos - porque já não continham a ansiedade de esperar para fazê-lo -, expondo ideias sem medo.

a) Concepções reveladas: isso também é matemática?

Após a elaboração, tínhamos um conjunto de palavras, expressões e frases designativas de conteúdos ou conceitos: *contas, multiplicação, divisão, subtração, adição, porcentagem, múltiplos divisores, MMC, MDC, juros, medidas, lucro, prejuízo, gráficos, desafios, números primos; frações decimais, expressão numérica, e raiz quadrada; diferença do preço à vista e a prazo; resolução de problemas*. Também apareceram alguns enunciados ou comandos: *calcule mentalmente, decompor e multiplicar.* Era esse conjunto de enunciações que para eles significava matemática, sem que estabelecessem muitas conexões entre elas. Apenas o balão “contas” estava em comunicação com adição, subtração, multiplicação e divisão. Isso nos mostrava que construíram uma concepção de que em matemática se aprende a fazer contas entendidas como operações básicas, o que evidencia uma crença sobre a matemática. Obtínhamos essa confirmação na frase de uma aluna: *Matemática é fazer continha, problema... Isso também é matemática?*- questionando-nos quando pedimos que copiassem o mapa. Era uma concepção de matemática que tentávamos mudar e ampliar. Queríamos que compreendessem que esses esquemas que faziam eram muito importantes e seria por meio deles que compreenderiam melhor o fazer matemática. E que isso era, sim, matemática, e que eles produziam conhecimentos a partir de sua compreensão. Agíamos de acordo com Gómez Chacón (2003), ao registrar:

> Se um aluno que entende a matemática como cálculo tiver um reforço dessa ideia durante a escola básica, no futuro ele apresentará resistência em realizar tarefas que exijam pensar, manifestando medo, desânimo e vontade de abandoná-las, com pouca afetividade na abordagem e com grande dificuldade. Portanto, não basta conhecer de maneira apropriada os fatos, os algoritmos e os procedimentos para garantir sucesso nesse sujeito. Suas dificuldades de aprendizagem estão nas crenças que têm sobre a matemática e sobre si mesmo. Crenças que configuram a sua visão sobre a matemática (GÓMEZ CHACÓN, 2003, p. 24).

O mapa conceitual era um recurso rico que seria explorado no sentido de ampliar a discussão sobre o que representavam conteúdos listados, e o que era, de fato, fazer matemática. Permitia explorar o que sabiam e o que não sabiam sobre os conteúdos listados, pois era um tipo de avaliação diagnóstica diferente (SANTOS, 1997). Favoreceu a volta a assuntos trabalhados, como a ideia de área, que mostramos estar conectada com a expressão *raiz quadrada,* curiosidade que deixaram transparecer colocando-a no mapa. Apresentamos apenas a discussão que revelou o desafio principal.

b) O vilão

A identificação do *vilão da matemática* para eles emergiu do diálogo que iniciamos a partir da palavra *revisão* escrita no mapa. Pedimos que nos explicassem por que a colocaram.

> *Luky: É que a gente precisa sempre fazer revisão. Tem coisa muito difícil.*
> *P: E o que é que vocês gostariam que nós revisássemos com vocês?*
> *Alunos: Frações, porcentagem, medidas, juros, divisão...*
> Crys: *Divisão não, é chato!*
> *P: Vocês também acham a divisão um conteúdo chato?*
> Alunos: ...
> P: *Então ela é a vilã? Qual é o assunto que você mais erra em provas?*
> Alunos: Ah, é a conta de dividir...

O diálogo deixava claro: a divisão era um obstáculo. As várias respostas para sugestões de revisão escondiam as ideias da divisão. Não poderiam compreender frações, medidas ou porcentagem, se esse conceito não estivesse claro. A recusa de Crys ao enfatizar que não quer rever divisão, porque é chato, mostrava a presença do monstro de que nos fala Lins (2005). Segundo esse autor, muitas dificuldades são criadas, sobretudo se o aprendiz não se permite conhecer alguns conteúdos matemáticos. E por essa recusa, seria criado o que ele chama de "monstros monstruosos" (p. 94), por alimentar a concepção de matemática como uma disciplina difícil e não acessível a alguns alunos.

Somente três alunos disseram que gostavam da divisão. Chegamos, afinal, ao ponto que queríamos: por meio do mapa conceitual e sua exploração, apontavam-nos o que seria para eles um obstáculo a ser vencido em matemática. Partimos para reflexões: *A divisão é necessária? Poderíamos deixar de aprendê-la? E será que é mesmo uma vilã ou nós é que não sabemos lidar com ela?* Todos concordaram que saber dividir é preciso e listaram: *para saber o valor das prestações; para saber o preço certo das coisas; para resolver problemas do tipo que divide as balas e saber quantas vai dar pra cada um.* A ideia mais comum, que é de repartir em partes iguais, estava presente em vários exemplos. Fundamentados nessa exploração, daríamos mais ênfase à resolução de problemas com divisão, explorando estratégias próprias para que compreendessem o processo, como já mostramos antes. E a professora aliava a nossa abordagem aos cálculos algorítmicos para que dominassem a *parte técnica*, como dizia.

c) Escrita coletiva: a divisão em forma de poema de cordel

Para o fechamento dessa aula, resolvemos propor aos alunos uma atividade lúdica: criar um poema inspirado no texto lido, em que o personagem fosse a divisão. Na discussão que seguiu, identificaram a divisão com Lampião, personagem principal do texto. Parecia-lhes a vilã da matemática, mas que, na verdade, tinha utilidades que não poderiam ser ignoradas e talvez não fosse tão complicada. Até Lampião era querido por muitos santos. Enquanto introduzíamos os alunos nessa forma lúdica de pensar, um aluno construiu a primeira paráfrase[15]: *Cadê, cadê a divisão?* Aceitamos a sugestão e incentivamos a turma para que construísse versos engraçados, com palavras que rimassem em ritmo de poesia de cordel.

Lembramos-lhes de que, na nossa historinha não iríamos dar o mesmo fim de Lampião ao nosso personagem. Já sabíamos que precisamos da divisão para

---

[15] Construção frasal parecida com outra que lhe deu origem.

cálculos importantes. Então, os nossos versos poderiam expressar nossa dificuldade para com ela, mas também um plano para dominá-la e, enfim, redimi-la**.** Naquele momento, tentávamos uma atividade criativa e bem humorada que pudesse ressignificar o que os alunos pensavam e sentiam em relação a essa operação. Gómez Chacón (2003) chama de metafeto esse processo de tomada de consciência de suas emoções, em relação à disciplina a fim de regulá-las. Coletivamente, organizamos no quadro um “banco de palavras”, com várias sugestões de termos que se relacionam com a divisão: partes, agrupamentos, reagrupamentos, resto, dividendo, quociente, divisor, dezenas, centenas, unidades, resultado, partilha, medida e outras. Em seguida, começamos o poema coletivo com a paráfrase de *Cadê, cadê Lampião* sugerida pelo aluno. Ouvíamos as ideias e selecionávamos os versos que se ajustavam. Quase toda a turma participou e destacavam-se alunos que normalmente se envolviam menos, como Bray. Era gratificante ver uma atividade coletiva como essa, sendo realizada de forma descontraída com tanta motivação nessa turma. Na aula seguinte, em 23 de setembro, foi realizada a releitura e reescrita coletiva com novas oportunidades de aprendizagem. Abaixo, mostramos as duas versões criadas em dois momentos:

Primeira versão (19 de setembro):	Segunda versão (após reescrita coletiva em 23 de setembro):
Divisão, pensamento em ação	*Divisão, pensamento em ação*
Cadê, cadê a divisão?/ Aquela desgramada/ Pega a gente de surpresa/ E nos dá uma paulada.	*Cadê a divisão?/ Ela é indispensável/ Mas pega a gente de surpresa/ com uma rasteira desagradável*
Cadê, cadê a divisão?/ Vou bater nela!/ Com lápis na mão/ E pensamento em ação.	*Cadê, cadê a divisão?/ Vou me levantar do chão/ Com lápis na mão/ E pensamento em ação*
Cadê, cadê a divisão?/ Repartiu minhas balas/ E levou pro sertão/ Foi de jegão e voltou de caminhão.	*Cadê, cadê a divisão?/ Repartiu minhas balas/ E deu grande confusão/ Fez errado a minha divisão*
Cadê, cadê a divisão?/ Operação inversa da multiplicação/ Trabalha com agrupamentos/ E também distribuição.	*Cadê, cadê a divisão?/ Inversa da multiplicação/ Trabalha com reagrupamentos/ e também distribuição*
Cadê, cadê a divisão?/ Não me traz mais preocupação./ Eu já aprendi a pensar/ E já sei a solução.	*Cadê, cadê a divisão?/ Já não traz preocupação/ Eu já aprendi a pensar/ e já sei a solução*
Cadê, cadê a divisão?/ Te peguei dividendo!Não vai mais me deixar perdendo/ E nem vou ficar sofrendo!	*Cadê, cadê a divisão?/ Te peguei dividendo/ Não vai me deixar perdendo/ Nem vou ficar sofrendo*

Cadê, cadê a divisão?/ Dividendo repartido/ Divisor em ação/ Quociente bem pensado/ E resto não desprezado!	*O dividendo foi repartido/ O divisor está em ação/ O quociente foi bem pensado/ O resto não foi desprezado.* (Poema coletivo)

QUADRO 21: Elaboração de poema coletivo

Não esperávamos que os alunos virassem poetas. O que queríamos era introduzir uma linguagem diferente. Fazer com que o aluno reconhecesse que poderia escrever livremente em matemática e em qualquer disciplina, brincando com as palavras e com os conceitos de forma mais livre. Era uma atividade em que teriam de procurar palavras (substantivos, verbos e adjetivos), que expressassem sentimentos e pensamentos relacionados a um contexto matemático, ainda que fosse de forma totalmente lúdica. Evidentemente, o texto necessitaria de revisão. Santos (1997), que defende a escrita na aprendizagem matemática, argumenta:

> Depois de articular oralmente seus argumentos e ideias é importante que o aluno se habitue a registrar por escrito seu pensamento e se acostume com a ideia de que a versão escrita final nem sempre fica pronta numa primeira tentativa. Colocar ideias no papel de forma bem clara e articulada é um processo longo da caminhada e vai aos poucos sempre melhorando muito (SANTOS, 1997, p. 24).

E foi com esse objetivo que visitamos a sala, na aula de 23 de setembro. Após as reflexões sobre a importância da reescrita dos trabalhos que produzimos, partimos para a revisão do poema elaborado. Para isso, escrevemo-lo novamente no quadro. Teriam que rever os versos, as estrofes, a linguagem utilizada, a coerência e a sequência lógica. Poderiam rever o ritmo e avaliar a melodiosidade. Uma leitura dialogada, novamente, foi feita para que pudessem avaliar a eufonia (som agradável ou harmonia entre vogais e consoantes). Após essa apreciação dos alunos, iniciamos as alterações sugeridas e discutidas, com pincel em outra cor. Estrofe por estrofe analisávamos juntos: teríamos sinônimos para termos pouco elegantes sem que perdesse o sentido matemático que estávamos construindo? Foi o caso de *Cadê, cadê a divisão?/Aquela desgramada/ Pega a gente de surpresa/ E nos dá uma paulada.* Depois de pensarem e discutirem, os alunos chegaram à conclusão que a divisão é importante e não pode ser dispensada, assim não poderiam deixar de aprendê-la e nem desprezá-la. - *Então ela é... Indispensável* – Começamos, e eles concluíam. A troca de uma palavra no poema implicaria a troca de outra para que não se perdessem as rimas. Através da negociação de significados, descobririam novos adjetivos. Assim, tivemos a primeira modificação sugerida por eles: *Cadê, cadê a divisão?/ Ela é indispensável/ Mas pega a gente de surpresa/ Com uma rasteira desagradável.* Notamos que ocorreu uma valorização da operação ao chegarem à palavra *indispensável*, mas continuaram expressando a dificuldade dos alunos em lidar com ela, quando disseram que ela lhes dá uma rasteira inesperada. Juntos escolheram palavras coerentes com o tema, expressando a ideia de reação à dificuldade encontrada. Talvez se iniciasse ali uma ressignificação de crenças sobre a matemática, no que diz respeito ao estudo e compreensão de divisão evidenciada na escolha dos termos para elaboração e na reelaboração.

A terceira estrofe destoava do restante, expressando imaturidade nesse tipo de exercício. No processo de reescrita pareciam amadurecer a linguagem e por isso foram convidados para fazer a sua leitura crítica: *Cadê, cadê a divisão?/ Repartiu minhas balas/ E levou pro sertão/ Foi de jegão e voltou de caminhão.* A ideia de repartir estava correta, o que confirmava a categoria da construção de significados para a divisão, entretanto a linguagem empregada fugia do contexto. Em momentos de criações coletivas é preciso que o professor aceite ao máximo todas as sugestões, conscientes de que as crianças parecem mais criativas porque filtram menos o discurso oral. Moysés (1997), comentando Vygotsky, afirma que a criança tem muito menos controle sobre suas fantasias porque confia nelas. Isso torna a criação coletiva de um poema uma atividade rica, mas também complexa, por exigir a negociação de significados com vistas para o que é um texto literário. Nos PCN para a língua portuguesa temos que

> a literatura não é cópia do real, nem puro exercício da linguagem, nem mera fantasia que se asilou dos sentidos do mundo e da história dos homens. Se tomada como maneira particular de compor conhecimento, é necessário reconhecer que sua relação com o real é indireta. Ou seja, o plano da realidade pode ser apropriado e transgredido pelo plano do imaginário como instância concretamente formulada pela mediação dos signos verbais (BRASIL, 1997b, p. 37).

Por isso, trazíamos o aluno de volta para o nosso foco sempre que se distanciava, através da nossa mediação. Quando sugerimos que imaginassem uma divisão mal feita de um conjunto de balas, perguntamos: O que aconteceria? *Ia dar muita confusão, tia.* Era a resposta óbvia de todos. Assim, ainda de forma um pouco incoerente, alguns alunos reconstruíram a seguinte estrofe: *Cadê, cadê a divisão?/ Repartiu as minhas balas/ E deu grande confusão/ Fez errado minha divisão.*

Segundo Vygotsky (2007/1984), a aprendizagem da escrita inspira cuidados, pois esta sucede a fala e a leitura e é uma das últimas instâncias de comunicação. Ele considera que a escrita somente se desenvolve na cooperação com o adulto e é um processo artificial. Ou seja, enquanto a fala é desenvolvida naturalmente na interação com o meio social, a escrita precisa ser conquistada através de processos de aprendizagem. E esses, às vezes, se tornam fechados em si mesmos, tornando esse ato ainda mais artificial. Por isso, acreditamos que a sua prática em todos os momentos possíveis, em qualquer disciplina, deve ser propiciada sem o rigor da norma culta, em sua fase inicial. O domínio da norma padrão virá com a prática, se as oportunidades forem dadas naturalmente. Nessa perspectiva, na reescrita do poema, sugeríamos mudanças observando o ritmo e o paralelismo gramatical, sem deixar que o lúdico predominasse. Sutilmente, fazíamos mediações junto aos alunos para que não deixassem de pensar nos significados matemáticos que queríamos que alcançassem (VYGOTSYKY, 1993/1987). Para isso, armávamos a operação de divisão com exemplos concretos e os levávamos à reflexão, objetivando que compreendessem o sentido das palavras que empregavam. Como exemplo, citamos os termos das operações (dividendo, divisor, quociente e resto), designando-os em operação que resolvia um pequeno problema oral: tenho R$ 10,00 para repartir igualmente, entre três amigos. A partir da reflexão sobre a operação, terminaram a revisão do último verso.

- **Algumas compreensões possibilitadas pela análise do poema**

Cadê, cadê a divisão? /Inversa da multiplicação
Trabalha com reagrupamentos/ E também distribuição.

Na estrofe acima, os alunos sugeriram versos que mostram a ligação da divisão com a multiplicação. Evidenciavam o conhecimento da prova real (operação inversa) que utilizavam, para verificação da operação de divisão pela professora. Davam-nos pistas de que reconheciam o processo ao usarem o mesmo para chegar aos resultados de problemas que envolviam divisão, como vimos anteriormente. Esse raciocínio de trás para frente possibilitava a percepção das ligações entre essas operações e poderia facilitar a compreensão do algoritmo dessa operação. No que se refere às ideias da divisão, falam apenas da distribuição, que é a ideia de partição. Nos versos *repartiu minhas balas/ e deu grande confusão,* falam em distribuir e sugerem partes iguais, mas em todo o poema não constroem estrofes, falando da divisão por cotas. Exemplo: tenho 15 balas e quero dar 3 a cada colega. Quantas crianças ganharão balas? Selva (2009), assim como o documento dos PCN (BRASIL, 1997a) falam da importância de um trabalho voltado para as duas situações de divisão nas escolas e que, às vezes, o professor não percebe. Os versos do poema mostram os sentidos construídos para a ideia de repartição da divisão mais presente também para esses alunos. E é possível que a presença da ideia de cotas não tenha sido mediada por nós na construção do poema, devido ao fato de termos nos habituado a trabalhar mais com a ideia de repartição, também, em nossas atuações como professoras. Esse olhar sobre algumas de nossas ações se tornava mais aguçado durante as releituras das anotações dos dados produzidos. Era somente agora, nesse retrospecto com um olhar reflexivo, que conseguíamos ver com mais nitidez as nossas próprias atitudes em sala. Oliveira e Serrazina (2002), comentam que: "O pensamento crítico ou reflexivo tem subjacente uma avaliação contínua de crenças, de princípios e de hipóteses face a um conjunto de dados e de possíveis interpretações desses dados" (OLIVEIRA; SERRAZINA, 2002, p. 31).

As duas estrofes seguintes talvez evidenciem preocupação com a aprendizagem da divisão e desejo de dominá-la:

> *Cadê, cadê a divisão?/ Já não traz preocupação/ Eu já aprendi a pensar/ E já sei a solução.*
> *Cadê, cadê a divisão?/ Te peguei dividendo/ Não vai me deixar perdendo/ Nem vou ficar sofrendo.*

Os versos construídos deixam perpassar a necessidade de investimento intelectual ao sugerirem "pensar", revelando suas concepções sobre aprendizagem matemática. Na última estrofe, empregam os termos corretos da operação demonstrando que começam a construir (ou esclarecer) significados para a divisão, a partir do seu uso. Isso também se confirma na penúltima estrofe. A indagação: O que aconteceria se não efetuasse a divisão com exatidão em situações que envolviam dinheiro ou coisas de que gostasse muito, levaram os alunos a pensar nas palavras *perdendo* e *sofrendo* que rimam com *dividendo.* Eram significados que refletem a importância da divisão no dia a dia do aluno. Uma reflexão sobre a ideia de repartição da divisão e seu processo de cálculo foi construída com o aluno durante toda a elaboração e revisão do poema. Ao mesmo tempo, ao escrever as palavras sugeridas, chamávamos a atenção para a sua grafia, envolvendo alunos não alfabetizados completamente, que trabalharam ativamente nessa construção.

Esse exemplo de elaborar um poema matemático mostra como foi possível partir de uma leitura para uma produção escrita. Obviamente, não construíram uma obra prima, mas brincaram de fazer poesia, abordando um conteúdo matemático que para eles não era muito agradável. Foi uma atividade em que pensaram, escolheram as palavras certas, construíram (ou reconstruíram) significados matemáticos e conheceram um pouco das normas desse gênero textual. Em síntese, essa leitura de “O grande pecado de Lampião e sua peleja para entrar no céu” nos dá indícios para pensar que linguagens diferentes facilitam a aprendizagem matemática e de outras áreas. Foram visíveis reações de alunos nessas aulas de que aprendiam e se encantavam com as tarefas. Esses indícios foram percebidos, enquanto liam e se divertiam com o livro, quando criavam o poema inicial, dando forma ao vilão da matemática e tentando desmistificá-lo e na fase final de reescrita e negociação de significados. Contudo, esse trabalho só foi possível na interação aluno/professor/texto em um esforço de construção coletiva de significados (MARCUSCHI, 2008).

4.2.6 Escrita com significado: problema enviado por aluno da Escola Vitória

Essa aula foi ministrada por nós e observada pela professora, em 3 de outubro em 50 minutos. Tínhamos como objetivos: resolver problemas, lendo com compreensão texto não convencional; localizar informações relevantes e excesso de dados; desenvolver o raciocínio multiplicativo e aditivo; descobrir estratégias próprias de resolução; escrever cartinha resposta com nova formulação de situação-problema para alunos do 6º ano, desenvolvendo a escrita com significado.

A aula possui episódios que ilustram como a leitura mediada ajuda a localização de informações relevantes em uma situação-problema. E é um exemplo da valorização da escrita com significado porque envolve a exploração de problemas formulados por alunos do 6º ano, a pedido da professora Val, em resposta às suas cartinhas. Esse trabalho possibilitou a exploração de um texto matemático na linguagem do dia a dia, diferente do que seria encontrado em livros didáticos. Trazendo-o para o contexto de nossa pesquisa, dialogávamos mais uma vez com autores que defendem que o aluno não seja apenas um resolvedor, mas alguém que também propõe questões matemáticas (BRASIL, 1997a; SMOLE; DINIZ, 2001; SANTOS, 1997).

Ao apresentar as situações-problema para os alunos, contamos-lhes o contexto dessas produções e os desafiamos a resolvê-las. Em seguida, deveriam criar outro desafio e reenviar à turma como resposta. Dos problemas solucionados nessa aula, trazemos aqui fragmentos da discussão que envolveu somente o primeiro, de autoria da aluna Rebeca:

> *1. Juliana trabalhava como vendedora de roupas. O preço das blusas era R$ 25,00 a peça, dos vestidos era R$ 50,00 cada, saias R$ 32,00 a peça e bermudas R$ 27,00 a peça. Uma cliente comprou uma blusa, duas saias e quatro vestidos. Pagou tudo no cartão parcelando em 2 X. Quanto a cliente pagou? Qual é o valor de cada parcela?* (Aluna Rebeca- 6º ano A)

Como vemos, essa é uma situação em que há uma loja de roupas, com os preços de cada peça, claramente expressos e uma cliente compra alguns artigos. Há informações sobre a forma de pagamento: Parcelou em duas vezes no cartão, mas não diz se são parcelas iguais e se uma dessas parcelas foi dada como entrada. Observemos que, além dessas informações, o texto traz o preço de uma bermuda que a cliente não comprou. Enfim faz duas perguntas: quanto a cliente pagou e qual foi o valor de cada parcela. Era um problema de estrutura mista, ou seja, sua solução exigia o uso de mais de uma operação com ideias de adição, multiplicação e divisão.

a) Solução apresentada após a localização das informações no texto

A essa altura de nosso estudo os alunos se agrupavam por afinidade, sem que interviéssemos na formação dos grupos que possuíam dois, três e até quatro participantes. Pedimos que lessem o problema silenciosamente. Esperamos alguns minutos e fizemos perguntas relacionadas ao texto:

> P: *O que está escrito no texto do problema?*
> Alunos: *Que Juliana é uma vendedora de roupas.*
> P: *Muito bem, e o que mais?*
> Alyn: *O preço das blusas é R$ 25, 00 e das saias é R$ 32,00.*
> Reb (dirigindo-se a Alyn): *Você esqueceu dos vestido que é R$ 50,00 e as bermudas que é R$ 27,00.*
> P: *Muito bem, e o que mais diz o problema?*

> Alunos: *Fala que uma cliente comprou uma blusa, comprou duas saias e quatro vestidos.*
> P: *Certo, tem mais alguma informação importante?*
> Alunos: *Diz que ela pagou em duas vezes* (transcrição na íntegra).

Tínhamos acostumado os alunos a reconstruírem a situação com as suas próprias palavras, antes de fazer as indagações sobre o que perguntava o problema. Enquanto fazíamos essas interações, andávamos pela sala nos detendo perto de um e de outro, trazendo mais participação de alunos que se mantinham calados. Olhar diretamente para o aluno, às vezes, pode ser um convite para que participe. Finalmente, chamávamos a atenção para a pergunta, como nos orienta o mestre Polya (1978/1945). Percebemos que localizavam apenas a primeira pergunta: *Quanto a cliente pagou?* Insistíamos em que vissem se haveria algo mais e eles avançavam: *Também pergunta qual é o valor de cada parcela.*

Quando o aluno responde exatamente com as mesmas palavras do texto pode ser que talvez ainda não tenha compreendido. Pois, quando compreende, reformula as frases. Mas a professora Val que nos assistia comentou: *Que bom! Isso é uma coisa que já conseguimos com esse trabalho. Antes tinham muita dificuldade em localizar informações no texto. Hoje já fazem isso muito melhor*. Essa avaliação da professora nos dava indícios de que o trabalho focalizando a leitura estava dando resultados significativos na compreensão de textos. Estávamos desenvolvendo um trabalho que ia ao encontro do que diz Curi (2009) ao afirmar que

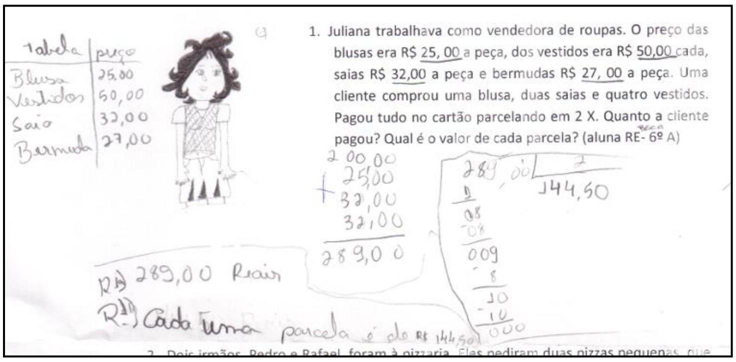


FIGURA 47: Resolução do grupo de Crislay, Reb e Alyn

> hoje há um consenso razoável no sentido de que o desenvolvimento da competência leitora e escritora depende de ações coordenadas nas várias atividades curriculares que a escola organiza, entre elas atividades que podem ser desenvolvidas em aulas de matemática (p. 137).

E essa confirmação, a professora nos dava com o seu comentário sobre a localização de informações. Também foi dada pela maneira como dois grupos de alunos resolveram corretamente o problema, após essa primeira investida na leitura, como vemos na Figura 47. Na releitura, sublinhou as informações principais no texto e construiu uma pequena tabela ao lado para que pudesse visualizar melhor os preços de cada item adquirido. Em pouco tempo, esses alunos nos apresentaram a sua resposta, inclusive obtida pela aplicação do algoritmo. Confirmavam o que a professora nos dissera sobre coordenar atividades em que pensavam sobre os cálculos com outras estratégias aliadas à aplicação do algoritmo. Percebemos que compreenderam o cálculo relacional ao identificar as operações envolvidas e também o cálculo numérico ao partirem para a execução da operação. Como nos diria Selva (2009), os alunos compreenderam e resolveram a situação a <u>partir da leitura do problema na interação aluno/texto/professor</u>.

b) Compreensão de informações específicas em texto não convencional

Para alguns alunos, mais do que compreender um texto, havia um trabalho específico a ser feito para a compreensão do gênero próprio do texto do problema. Este se constitui de pequena narrativa em que elementos da linguagem matemática são introduzidos e requerem uma compreensão dessa linguagem. Fonseca e Cardoso (2009) argumentam que o professor de matemática precisa assumir a responsabilidade de trabalhar com textos em matemática que levem o aluno a compreender sua linguagem própria. Esse exemplo, podemos ver a seguir, na interação com o aluno Crys e seu grupo.

Crys perguntou se antes de fazer o cálculo de quanto a cliente gastou com as compras teria que *fazer de vezes*. Na verdade, já estava multiplicando por dois todos os preços dos itens comprados, até mesmo da bermuda, que nem fora citada nas compras. Pedimos que lesse novamente o problema. Quando chegou ao final pedimos que relesse somente a penúltima frase, bem devagar, e depois dissesse com suas palavras o que leu.

> Crys: *Ela pagou com duas vezes no cartão.*
> P: *Sim, e o que isso quer dizer?*
> Crys: *Que ela não pagou tudo de uma vez?*
> P: *Certo, então como ela pagou?*
> Crys: *Em duas vezes...*

O aluno respondia corretamente, mas não percebia que o procedimento matemático que estava por trás da expressão *2x* nesse problema seria de uma divisão. Olhava-nos como se fosse óbvio o cálculo da multiplicação que fazia. Olhamos ao redor e constatamos que outros alunos procediam da mesma forma. A linguagem utilizada, no texto, pela aluna do 6º ano, os induzia a pensarem que teriam que fazer uma *conta de vezes* e não tinham parado para pensar que relações poderiam estar envolvidas nesse cálculo. A simbologia na matemática para esses alunos mostrava ter força muito maior do que as palavras que acabavam de ler. Pedimos então a Crys que lesse, novamente, a frase toda e iríamos fazer de conta que nós estávamos fazendo a compra e agora iríamos pagar. Ou seja, tentaríamos representar a situação com a ajuda deles. Crys leu de novo: *Pagou tudo no cartão parcelando em 2x (vezes).* Fizemos de conta que lhe entregávamos um cartão e perguntamos: *Agora você é o caixa, o que geralmente acontece quando entregamos um cartão na hora de pagar? Pense no que o problema diz sobre isso.* Crys pensou e vimos que voltava ao texto. Deve ter imaginado a situação e concluiu: *Eles perguntam se é à vista ou a prazo. Ah já sei, ela parcelou um pouco e depois um pouco.* Ele estava próximo agora de compreender a estrutura do cálculo que deveria fazer. Trazer algo concreto como referente ou fazer o aluno pensar na situação, como se a vivenciasse, interpretando o que acontece, às vezes pode ajudar na compreensão de uma situação-problema, como nos recomenda Santos (1997). Parabenizamos a sua descoberta e recomendamos que relesse o texto do problema para compreender o que, de fato, a cliente comprou. Sugerimos isso porque Crys incluíra a bermuda em seus cálculos. Parecia que ainda não localizara todas as informações relevantes no problema.

Afastamo-nos para reconduzir os outros alunos a uma nova leitura e, principalmente, levá-los à compreensão do que significava a expressão *2x*. Perguntamos como se veem normalmente os anúncios em propagandas de lojas: *a vista ou em 6x sem juros; tudo em até 10x*; e outros. Alguns alunos puderam rever em seus cadernos alguns recortes de propaganda que a professora utilizou em suas aulas. Voltamos à mímica e à dramatização com vários outros alunos, e foi assim que alcançaram a compreensão do que significava *pagar em 2x*. Quando olhamos novamente para Crys, percebemos que Fabiano e Luigy se aproximaram dele e conferiam as informações no texto. Esse era um comportamento que muito queríamos formar na turma. Nesse momento, vimos que os alunos por si mesmos buscavam compreender o texto do problema, agindo com mais autonomia. Pudemos ouvir Crys dirigindo-se a Fabiano: *Vê essa frase, lê, tá escrito aqui o que ela comprou...* – Percebemos que o aluno utilizava um procedimento que nós empregávamos com eles ao fazê-los localizarem informações. <u>Ele mostrava que sabia que resolver um</u>

problema significa compreender a situação pela leitura e internalizou a primeira estratégia básica para a resolução de um problema.

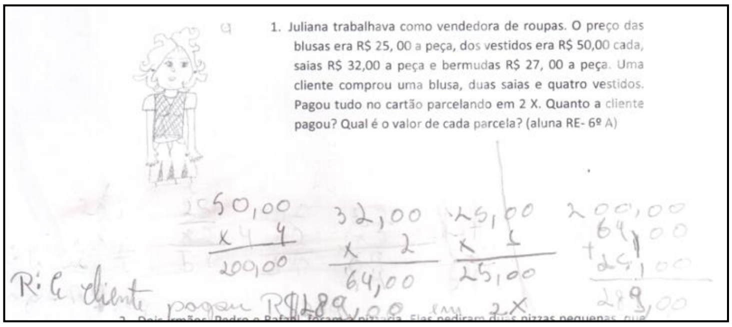


FIGURA 48: Resolução do aluno Crys

Pouco depois, pedimos que explicasse para nós e para seu grupo como resolveu a situação. Ele havia feito, corretamente, os cálculos dos preços das saias e dos vestidos, depois adicionou o valor da blusa (Figura 48). Utilizou a operação de multiplicação em seus cálculos em que fez 2 x 32,00 = 64,00; 4 x 50,00 = 200,00 e 1 x 25, 00 = 25, 00. Estranhamos o cálculo de 1 x 25,00, parecia que não conhecia a propriedade do elemento neutro da multiplicação. Mas ele explicou que só a fez porque *achou mais certo*, sabia que o resultado não mudaria. Novamente, atestava a valorização do algoritmo formal a que se acostumaram. Notamos que não colocara a resposta para a segunda pergunta, mas ele nos surpreendeu novamente com a sua resposta oral que estava corretíssima: *Eu somei tudo e deu 289,00. Aí ela parcelou, então eu fiz assim, não fiz conta, ela pagou R$89,00 de entrada e R$200,00 pagou depois.* Ao fazermos, anteriormente, a dramatização para que entendesse o que significava parcelar, só pensávamos na divisão em partes iguais, embora não a mencionássemos. Crys, no entanto, construía outro significado para o termo *parcelar,* de acordo com suas experiências, o que vai ao encontro do que diz Marcuschi (2008) sobre a construção de sentidos em atividades de leitura. Outra coisa que verificamos foi que sabia a segunda resposta, mesmo não a tendo escrito. Mais uma vez, verificávamos a importância de levar o aluno a falar sobre as suas compreensões (SANTOS, 1997). Se olhássemos apenas para a sua resposta escrita, diríamos que somente compreendeu a metade da questão. Como diria Lorenzato (2008, p. 15), é preciso “auscultar” o nosso aluno.

Era essa a riqueza que uma situação-problema elaborada pelos próprios alunos oferecia. Quando a aluna criou a situação não informou em seu texto como seriam pagas essas duas prestações. Essa ambiguidade não seria encontrada em uma situação elaborada por um livro didático. O problema de Rebeca apresentava a indicação *2x,* como a vemos no dia a dia nas propagandas de lojas. E acreditamos que uma aula de matemática precisa preparar o aluno, para compreender qualquer texto matemático que circula em seu meio.

Ao final da aula, no momento da socialização das estratégias, Crys motivado pela nossa aprovação, mostrou outras maneiras de fazer esse pagamento em duas vezes: pagaria R$100,00 e depois R$189,00, R$ 150,00 e depois R$ 139,00, e várias outras que os colegas o ajudavam, agora, a visualizar. Eram formas de pagamento, bem mais próximas do que acontece no dia a dia. O aluno estava orgulhoso de ter encontrado uma forma diferente de resolver o problema, ajudando o seu grupo e partilhando as descobertas com toda a sala. Crys no início do nosso trabalho dissera que matemática era muito difícil e a associava a uma cobra (Capítulo III). Agora, tínhamos um indício de que poderia estar acontecendo o que Gómez Chacón (2003) chama de *metafeto*. O aluno, após ser auxiliado na compreensão do problema, propôs uma solução válida e o reforço positivo recebido motivou-o a encontrar outras igualmente válidas. Isso poderia influenciar seu autoconceito. Mas, esse processo somente se tornou possível com a percepção de que havia necessidade no suporte à compreensão da leitura que trazia elementos específicos da matemática, a expressão: *parcelando em 2x*, típica da matemática da rua. Nos dois exemplos acima, temos comportamentos, de acordo com a categoria solução dos problemas propostos compreendida após interação aluno/aluno, aluno/professor e aluno/texto/aluno.

Nessa escola, nos episódios aqui descritos, verificamos a importância de aliar o trabalho de leitura, escrita, representação pictórica e oralidade às aulas de matemática. Foi possível que os alunos desenvolvessem nova relação de afetividade, em relação à disciplina de matemática, revendo suas crenças. Também foi possível a prática da leitura e da escrita, tanto para ajudar na aprendizagem matemática como para o desenvolvimento em outras áreas. Para nós, professores, esse estudo permitiu várias reflexões. Uma foi sobre as atividades construtivistas que revelaram sua força como mostramos, mas elas não seriam suficientes, se não houvesse o equilíbrio com

FIGURA 49: Bingo ortográfico

outras atividades tradicionais. Isso está claro na frase da professora em setembro de 2011: *Está dando certo, eu trabalho com a parte técnica e você traz maneiras diferentes de pensar.* Também permitiu a reflexão sobre a importância da afetividade, a importância de ouvir o aluno e a possibilidade de um trabalho realizado com a realidade escolar que tínhamos. Alguns alunos não liam, mas foram inseridos em atividades matemáticas em que pudessem participar e vencer dificuldades de leitura e escrita. Como exemplo, citamos o bingo ortográfico, atividade em que trabalhamos com palavras, anteriormente, grafadas erroneamente em suas produções. O que chama a atenção na atividade, na Figura 49, é a frase colocada no final da cartela de bingo que não fazia parte da atividade orientada: *Eu estudo matemática e sou feliz.*

4.3 ABRINDO AS PORTAS DA ESCOLA VITÓRIA

Atuar como pesquisadora iniciante na Escola Vitória representou um grande desafio em nossa investigação, apesar de termos atuado nessa unidade de ensino como professora desde 1991 até a presente data, e de envolver alunos com os quais trabalhamos em 2009 e 2010. Esse desafio se deveu ao fato de os alunos agora estarem no 6º ano, que compõe o terceiro ciclo do ensino fundamental, no qual o espaço/tempo de fazeres/saberes/sujeitos era inteiramente novo para nós. Por outro lado, trabalhar com a nossa proposta de pesquisa com o professor RJ significou uma aprendizagem diferente porque nos víamos limitados pelo tempo exato de 50 minutos para a aula de matemática. As experiências mais significativas se constituíram na resolução de problemas e em atividades relacionadas à leitura.

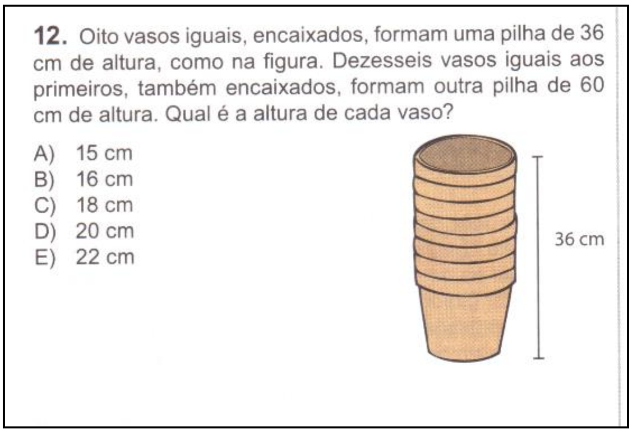
4.3.1 Resolução de problema do tipo desafio

No planejamento de 26 de agosto discutimos com o professor RJ sobre o interesse da turma, evidenciado durante a aplicação dos desafios da prova da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - [OBMEP] (2011), em 16 de agosto de 2011, percebido em nossa observação. Contamos-lhe que desde a 3ª série/4º ano, notávamos que um grupo dessa turma tinha especial interesse por atividades desafiadoras. E em observações de aulas realizadas, anteriormente, na turma, tínhamos percebido ênfase nos cálculos algorítmicos e nas revisões de conteúdos trabalhados nas séries/anos iniciais. Ressalvando o devido valor a essas atividades, dissemos que talvez os alunos estivessem sentindo falta de questões que lhes estimulassem o raciocínio, como os desafios da OBMEP.

Discutimos com o professor RJ sobre a importância que os problemas do tipo desafio podem ter na aprendizagem matemática e sobre o que dizem pesquisadores a respeito desse tipo de atividade. Agíamos, assim, de acordo com Santos (1997), ao afirmar que o trabalho com desafios "ajuda a desenvolver tanto o raciocínio lógico e o senso crítico, quanto a autoconfiança dos alunos de que podem trabalhar com qualquer tipo de questão em matemática" (p.84). Analisamos algumas questões e, dentre elas, escolhemos três para serem exploradas com os alunos na sala de aula. Eram as questões 1, 3, e 12:

> 1. Uma formiguinha andou sobre a borda de uma régua, da marca de 6 cm até a marca de 20 cm. Ela parou para descansar na metade do caminho. Em que marca ela parou?
> 3. Gabriel comprou uma rosa, um cravo e um lírio e quer dar uma flor para cada uma de suas três amigas. Ele sabe que uma amiga não gosta de cravos, outra não gosta de lírios e a terceira não gosta de rosas. De quantas maneiras ele pode distribuir as flores de modo a agradar as três amigas?
> 12. Oito vasos iguais, encaixados, formam uma pilha de 36 cm de altura, como na figura (fig. 50). Dezesseis vasos iguais aos primeiros, também encaixados, formam outra pilha de 60 cm de altura. Qual é a altura de cada vaso?(OBMEP, 2011).

Seguimos os seguintes critérios: uma questão mais fácil que exigia do aluno apenas uma leitura bem feita e raciocínio no campo aditivo (questão 1); uma questão que exigia do aluno leitura atenta e raciocínio combinatório (questão 3); e a questão 12, realmente desafiadora que exigia um raciocínio mais elaborado, uma vez que os alunos não possuíam ainda conhecimentos de álgebra (Figura 50). Apesar de não possuírem esses conhecimentos, esta podia ser resolvida desenvolvendo outro tipo de raciocínio induzido pela leitura da imagem que ilustrava o problema. Esta é a questão que trazemos para análise, escolhida por votação na sala pelos alunos, confirmando a nossa escolha. É um problema que envolve um sistema de equações facilmente resolvido por quem possui conhecimentos de álgebra, e resolvê-lo-ía armando o sistema em que *x* representa o vaso inteiro e *y* representa a borda do vaso embutido:


12. Oito vasos iguais, encaixados, formam uma pilha de 36 cm de altura, como na figura. Dezesseis vasos iguais aos primeiros, também encaixados, formam outra pilha de 60 cm de altura. Qual é a altura de cada vaso?

A) 15 cm
B) 16 cm
C) 18 cm
D) 20 cm
E) 22 cm

36 cm

FIGURA 50: Questão 12 da OBMEP (IMPA, 2011)

$$\begin{cases} x + 7y = 36 \\ x + 15y = 60 \end{cases}$$

Pelo método da substituição, teriam x = 36 – 7y, logo 36 – 7y + 15y = 60 então teriam 8y = 60 – 36, logo 8y = 24, então y = 24/8 então, y = 3

x = 36 – 7y, então x = 36 – 7. 3, logo x = 36 – 21, então x = 15. Logo a resposta para o problema é 15 cm. Essa foi a solução que o professor RJ nos mostrou no planejamento, ressaltando que não acreditava que os alunos resolveriam esse problema. Entretanto, argumentamos que nós o resolvemos, utilizando uma régua para medir a ilustração. Ao fazê-lo percebemos que a metade de 36 (18) correspondia a 6 bordas, logo 18 : 6 = 3. Dessa forma, descobrimos a medida de uma borda. A outra metade correspondia a 1 vaso inteiro mais uma borda, logo um vaso inteiro, seria 18 - 3 = 15. Como conhecíamos os alunos, acreditávamos que poderiam apresentar também soluções criativas e intuitivas.

Por sua vez, elaboradores da avaliação da OBMEP (IMPA, 2011) esperavam que o aluno, observando o desenho, deduzisse que a diferença entre as alturas das bordas das duas pilhas corresponde a 15 – 7. Ou seja, a primeira pilha tem 8 vasos, em que o aluno percebe 1 vaso inteiro e 7 bordas; já a segunda pilha tem 16 vasos em que ele percebe 1 vaso inteiro e 15 bordas. Então, a diferença entre as alturas das bordas é 15 - 7 = 8. Logo, para calcular a altura de uma borda o aluno precisaria calcular a diferença entre as alturas das duas pilhas, dividida pela diferença das alturas das bordas, assim teria a altura de uma borda. Em outras palavras, faria (60 – 36) : 8 = 3 cm. A altura da primeira pilha é a de um vaso mais 7 bordas ou 36 – 7 X 3 = 15.

- **Resolução motivada pelas interações e estratégias próprias**

Essa aula foi ministrada em 29 de agosto, com os seguintes objetivos: observar como os alunos se comportariam diante de um desafio que pudesse ser resolvido na interação aluno/aluno e aluno/professor; observar estratégias próprias dos alunos para o desenvolvimento do pensamento pré-algébrico; motivar os alunos para a busca de soluções de problemas que lhes desafiaram durante a prova da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - [OBMEP] (2011).

Era a nossa primeira participação nas aulas de RJ, e modificamos o ambiente: hoje os alunos se sentariam em duplas. O tempo era menor por ser dia de acolhida na quadra com o Hino Nacional. Todos receberam sua prova da olimpíada com os gabaritos e conferiram ansiosos os resultados. Cumprimentamos os alunos pela participação, ressaltando que, independentemente do resultado obtido, deveriam se sentir vitoriosos porque houve grande dedicação. Recordamos alguns momentos de 2009 e 2010, em que resolviam problemas desafiadores com suas próprias estratégias. Em seguida, perguntamos se gostariam de discutir conosco algumas resoluções dessa prova e confrontamos nossa escolha com a deles, por meio de votação. Reforçamos que, para a resolução de um problema, podemos mobilizar diferentes formas de pensar: utilizar desenhos, contagem, representações icônicas, operações feitas pelo algoritmo ou qualquer coisa que ajudasse a compreender a situação. Dissemos ainda que acreditávamos que eram capazes e que a troca de ideias com o companheiro iria ajudar muito. Aprovaram a nossa sugestão, ainda sugerindo mais duas, a questão 8 e a questão 18 (Anexo II).

Começamos pelo problema dos vasos porque disseram que era a mais desafiadora. Pedimos que lessem o problema e repensassem as estratégias que tinham abordado. Após cinco minutos, aproximamo-nos de uma e de outra dupla que conversava enquanto circulávamos entre as carteiras, fazendo perguntas, conduzindo-as inevitavelmente ao texto, como aconteceu com Larysse e Sara:

> P: *O que é que está escrito no texto do problema?*
> Larysse: *Diz que tem 8 vasos encaixados um no outro e que essa pilha tem 36 cm*.

> P: *E o que mais o problema diz?*
> Sara: *Que se fossem 16 daria 60 cm.*
> P: *Muito bem. E o que é que se pergunta?*
> Larysse e Sara: *Eles querem saber a altura de cada vaso. Mas como, se tá tudo encaixado?*

Essas intermediações na leitura foram feitas com vários alunos e foram fundamentais para a compreensão do texto do problema. Mais uma vez, confirmávamos que uma tarefa de resolução de problemas não pode ser solitária. Intermediávamos a compreensão da situação colocada, levando o aluno a falar sobre ela, como já mostramos em análises das experiências com o 5º ano da Escola Serra II (POLYA,1978/1945; SANTOS-WAGNER, 2008). Também aqui, buscávamos a compreensão, dirigindo a atenção dos alunos para a localização das informações relevantes. O que diferia nesse espaço era o tempo mais curto, e não poderíamos demorar demais esperando que construíssem compreensões, antes de provocá-los com algumas indagações. Por isso, instigamos a percepção visual: *Por que será que tem esses desenhos? Vocês já pensaram nisso? Vocês se lembram de como calculávamos as distâncias entre estados em linha reta quando estávamos ainda na 3ª série, nas aulas de Geografia?*

Com essa forma de instigar os alunos, também agíamos de acordo com vários autores (POLYA, 1978/1945; SANTOS, 1997; SANTOS-WAGNER, 2001), que propõem a mobilização de conhecimentos anteriores para a busca de estratégias na resolução de problemas, transferindo-os para uma nova situação. Esperávamos que recordassem estratégias de resolução em que não pensaram, inicialmente, presos que estavam à aplicação de algoritmos. Instigávamos a leitura dos desenhos que acompanhavam o texto, pois a sua compreensão poderia ser fundamental para a situação colocada. Essa sugestão foi suficiente para que dois alunos mobilizassem conhecimentos sobre a utilização da escala. O professor RJ ouvia a explicação de Athay e Otavy e acenou para que nos aproximássemos. Eles nos explicaram o seguinte:

> Athay: *Se cada borda tem 3 cm, então 3 x 8 são 24 cm de borda, se a pilha tem 36 cm procuramos saber quanto faltava para completar os 36 e vimos que são 12, (que é a parte do vaso sem a borda) assim 12 + 3 = 15*.
> P: E como vocês chegaram aos 3 cm de borda?
> Athay e Otavy: *A gente mediu na escala e vimos que cada risquinho* (milímetro) *representava um cm.*

A solução apresentada parecia satisfazer o problema. Mas era preciso que fossem feitas outras discussões, confrontando-a com estratégias de outros alunos para que pudessem validar o seu resultado. Até aqui tínhamos a primeira evidência - os alunos apresentavam a solução do problema proposto após interação aluno/aluno e aluno/professor mediante estratégias próprias. Os alunos conversavam entre si e ajudavam-se, mutuamente, desde a nossa intervenção que se deu através da localização das informações na leitura do texto e, ao chamarmos a atenção para a leitura das ilustrações. A partir daí, descobriram, por eles mesmos, um caminho que poderia lhes fornecer a resposta certa por meio da intuição. Os alunos utilizaram heurísticas[16] instigadas pelo professor e descobriram a lógica matemática, criando seus próprios métodos. Acreditamos que, trabalhando com a resolução de problemas, dessa forma estamos preparando os alunos para, futuramente, compreenderem melhor o estudo da álgebra. Além disso, a descoberta de soluções por meio da intuição com estratégias próprias fazia com que se sentissem mais autoconfiantes, especialmente por se tratar de um problema da OBMEP que os desafiara. Os PCN para o terceiro ciclo (BRASIL, 1998), em suas orientações de trabalho sobre a ética na matemática, enfatizam a valorização dos saberes do aluno como fundamental para que perceba que é uma disciplina acessível a todos. Assim se expressam:

> Isso ocorrerá à medida que o professor valorizar a troca de experiências entre os alunos como forma de aprendizagem, promover o intercâmbio de ideias como fonte de aprendizagem, respeitar ele próprio o pensamento e a produção dos alunos e desenvolver um trabalho livre do preconceito de que a Matemática é um conhecimento para poucos indivíduos talentosos (BRASIL, 1998, p. 30).

Havia outras soluções que despontavam e que nos eram mostradas pelas duplas, porém, não foi possível a socialização de todas. No momento de nossa primeira participação em aula nessa turma, tivemos a noção da complexidade que significava uma proposta de trabalho como a nossa, com turmas de cerca de 30 alunos e com aulas de 50 minutos. Essas aulas, muitas vezes têm ainda menos tempo, devido a várias situações que nem sempre são previsíveis. Assim sendo, novas discussões seriam feitas no dia seguinte.

- **30/08/2011- Retomando atividade não concluída**

Hoje trabalhamos com nove alunos a menos, pois um grupo estava realizando sua avaliação de recuperação na própria sala. Novamente, dispúnhamos de um tempo

[16] Polya (1987/1945, p. 86) define a heurística moderna como "o processo solucionador de problemas, particularmente as operações mentais, típicas desse processo" utilizadas pelo indivíduo ao resolver questões matemáticas.

menor, porque houve essa necessidade de direcionar a atividade avaliativa do professor RJ. Após alguns minutos de conversa para tentar criar o mesmo ambiente de motivação do dia anterior, retomamos a atividade de resolução do problema dos vasos com os outros 18 alunos. Para revisão e compreensão da atividade, seguimos os passos do dia anterior: leitura silenciosa, leitura silenciosa dirigida, perguntas sobre o texto e explicação de alguns alunos sobre o que compreenderam.

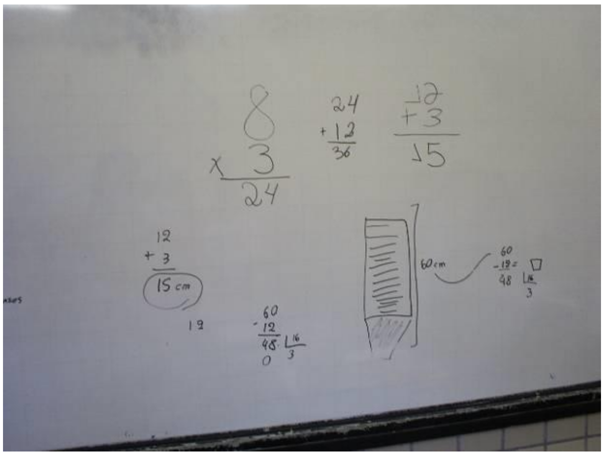


FIGURA 51: Solução dos alunos Athay e Otavy

Em seguida, pedimos que Athay e Otavy mostrassem a resolução feita com a régua no dia anterior, para que a turma com eles interagisse, confrontando soluções possíveis. Ao medirem a reta ao lado da ilustração, os meninos disseram que isso lhes fez pensar em uma escala. E esta mostrava que a barra dos vasos tinha 3 milímetros. Se cada milímetro valia 1 centímetro, então, a escala deveria representar 1mm:1cm e a representação no desenho deveria medir 36 mm. Alguns alunos conferiram, mas não encontraram a medida exata; concluímos, então, que uma representação às vezes não tem medidas tão precisas. De qualquer forma, aceitaram a hipótese de que as barras dos vasos, na ilustração, mediam 3 mm. Após essa verificação, Athay explicou:

> Athay: *Aí eu pensei, eu vou pegar a régua e vou medir, aí eu medi e vi que tinha 3 cm*.
> P: *Mas o que é o cm? Vamos ver na régua o que é um cm?*
> Athay: *Eu medi com esses tracinhos e deu 3*.
> P: *E o que são esses tracinhos da régua?*
> Alunos: *São os milímetros.*
> Athay: *Isso, eu medi e vi que a borda do vaso tinha 3 milímetros, então se fosse 3 centímetros eu teria 3 x 8 porque são 8 bordas, que dá 24 centímetros. E esses 12 aqui... São dos vasos sem a beiradinha, então é só juntar os 3 da beiradinha que a gente descobriu com a régua e assim dá 15.*

No início da explicação, o aluno se equivocou e chamou os milímetros de centímetros. Tivemos que mostrar na régua o que é o centímetro e o que é o milímetro. Após essa interrupção com a reflexão sobre os submúltiplos do metro, percebemos que Athay introduzia a linguagem específica possibilitada pela negociação de significados. Ou seja, abordávamos "o significado de uma determinada palavra através de outra" (VYGOTSKY, 1993/1987, p. 45). Notamos que ele pensou na escala, mesmo sem mencioná-la e mostrou a operação que fez com 24 + 12 = 36, como mostra a imagem. Mas não estava claro em sua explicação que os 12 cm correspondiam à medida do vaso sem a borda. Além disso, falavam baixo e a turma não entendia, então repetíamos o que Athay e Otavy mostravam e fazíamos perguntas aos alunos da turma para introduzi-los na discussão:

> P: E de onde vêm esses 12?
> Nathy: *É, de onde vem* (os 12)?
> P: *E porque eles somaram 12 aos 24?*
> Luky (no fundo da sala respondeu): *Eu entendi. É porque 24 é só das barras do vaso, então 12 é essa parte do primeiro vaso sem a barra, por isso precisa somar com 24 para dar a pilha toda. E se somar 3 que é a barra ao 12 vai dar um vaso.*

Tinham feito a operação de adição, porque compreenderam a ideia de complementação da subtração. Faziam a verificação para se certificarem de que 12, sem a borda, mais 24 das 8 bordas, dava a pilha inteira. Mas para a turma, isso não estava muito claro, o que se verificava na pergunta de Nathy. Sugeriram, então, que se fizesse a verificação para ver se, realmente, cada barra tinha 3 mm. Era uma iniciativa muito interessante que partia dos alunos. Verificar o caminho percorrido e procurar se certificar de que não houve equívocos é um dos passos mais importantes da resolução de um problema (POLYA 1978/1945), principalmente, se forem resolvidos com algum método intuitivo, como foi o caso desses alunos. Era o momento de verificar se havia outros métodos de resolução.

O aluno Lugy sugeriu: *Então, se pegar a pilha grande e tirar 12, que é a parte sem a borda, vai dar as bordas. E se dividir por 16 tem que dar 3...* Pensou no seguinte: se cada vaso sem a borda mede 12, então (60 – 12) : 16 = 3, ou a operação estaria errada. Levantou-se e foi completar o seu raciocínio no quadro, como mostra a imagem anterior. Dessa forma, completava o raciocínio começado pelos alunos Otavy e Athay, conferindo e testando outras lógicas. Tínhamos aqui uma evidência de como a comunicação entre os alunos, em aulas, em que a aprendizagem é um processo mediado pelo professor contribui para a construção do pensamento matemático (VYGOTSKY, 2007/1984). Formavam um grupo que fazia conjecturas e as validavam por meio da escrita no quadro.

Obviamente, havia outro grupo que se desviava com as brincadeirinhas de colegas, como normalmente acontece em salas cheias. Naqueles momentos, era complexo conduzir a atenção da turma em torno de um mesmo objetivo. Por isso, pedimos a vários alunos que repetissem as explicações da dupla para quem ainda dizia que não tinha compreendido. Assim, esses alunos que repetiam as explicações, uns falando para os outros, tinham mais possibilidades de compreender e interiorizar as principais conclusões: Eles tinham um problema no qual era necessário considerar as medidas das bordas e do que restava delas. Ou seja, havia duas incógnitas com as quais teriam que se preocupar. Falando sobre as compreensões que construíam, estavam abrindo caminhos para a compreensão inicial do pensamento algébrico. Conduzindo a sala dessa forma, transformamos os momentos que escapavam do nosso controle (conversinhas paralelas) em novas possibilidades. Nessas verbalizações, ocorria a internalização por meio das explicações que os alunos que compreenderam repetiam, porque reformulavam os seus pensamentos. Ocorria nesse processo o que afirma Santos (1993), comentando Vygotsky, ao afirmar que falar sobre suas conclusões, ajuda o aluno a clarear e aprofundar conceitos, na medida em que força o diálogo interior.

a) Os alunos Vivy e Thiaguinho

Outra solução que apresentamos é a de Vivy e Thiaguinho. No quadro, como mostra a imagem, escreveram: 60 cm = 16 vasos; 36 cm = 8 vasos. E a partir daí, montaram seu raciocínio, fazendo uso também do desenho. Pensaram em duas pilhas separadas sem encaixar uma na outra e explicaram:

> Vivy: *Se deixasse um vaso em cima do outro ia dar 60, mas eu deixei as duas pilhas separadas então eu somei e deu 72, se estivessem encaixadas daria 60, então eu tirei 60 e fiquei com 12.*
> P: *E o que são esses 12?* – Aqui Vivy se perdeu inicialmente*:*
> Vivy: *12 são dois vasos inteiros então eu dividi por 2 que dá 6 e dividi por 2 de novo, que dá 3 e juntei, assim dá 15.*

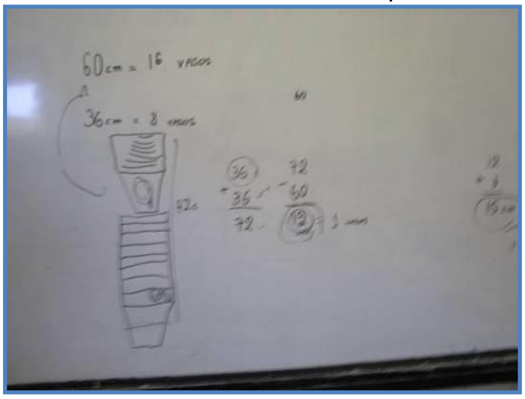


FIGURA 52: Raciocínio dos alunos Vivy e Thiaguinho

Constatamos que Vivy começou um raciocínio interessante, mas a conclusão da outra dupla pode tê-lo induzido a seguir por tentativa e erro, procurando números que pudesse associar e concluir a resposta 15. Resolvemos, então, levá-lo a retomar tudo o que havia feito desde o início, fazendo-o falar e refletir sobre os cálculos que fizera. Acreditávamos que, ao fazê-lo, iria repensar o já pensado e nesse processo talvez pudesse elucidar seu equívoco. Ele repetiu os primeiros passos: pensou em duas pilhas separadas e, por isso, somou 36 + 36 = 72; depois subtraiu 60, que seria a diferença entre a soma das duas pilhas separadas e uma única pilha inteira com todos os vasos encaixados, obtendo 12. Ainda não percebera que esses 12 correspondiam a parte encaixada da segunda pilha, portanto, a parte do vaso sem a borda. Fizemos indagações para que pensasse sobre o processo construído:

> P: *Até aí o seu raciocínio está perfeito, mas eu não entendi porque você fez a divisão, poderia explicar de novo?*
> Vivy: *Eu pensei em dois vasos e dividi por dois. Eu pensei em pilhas separadas, se encaixasse aqui ia dar 60, por isso tirei 60 do 72 e deu 12, que é a diferença...*
> *P: E o que é exatamente essa diferença? Quando você encaixa a outra pilha, o que acontece?*
> Vivy: *Esses 12 somem... Então isso aqui...*
> Thiaguinho: *São a diferença, o resto são as barras.*
> *Lugy: Ah já sei, se encaixa lá em cima essa parte que não tem barra some, e se ela tem 12, então essa aqui embaixo também mede 12.*
> Vivy: Então isso aqui é o vaso, só falta a barra!

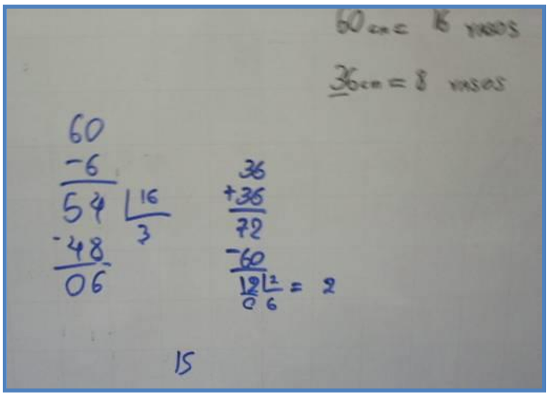


FIGURA 53: Raciocínio de Lugy e colegas

Como vemos acima, outro aluno, Lugy tirava conclusões e entrava na discussão: se o que sumia ao encaixar as duas pilhas que tinha separado equivalia a 12, era evidente que era essa a diferença entre as duas pilhas, a medida do vaso sem a borda. Vivy agora parecia vibrar com a descoberta. <u>Já tinham o valor de uma das incógnitas, então, o que faltava saber era a medida da barra</u>. Ele começara o raciocínio e, intuitivamente, sabia que tinha que operar com essa diferença entre as duas pilhas, mas se perdera. Enquanto falava, mostrava a parte do vaso sem a borda da outra pilha desenhada acima, sem encaixar. <u>E ao falar sobre o que pensou, possibilitou a interlocução com os colegas e com o professor o que fez com que ele mesmo compreendesse melhor o processo de resolução</u>. Para que descobrissem a outra incógnita, instigávamos: *E como vocês podem descobrir a medida da barra, se esses 12 cm são do vaso?*

Enquanto explicavam, outros alunos se manifestavam como Larysse e Anie: *Não entendi. Tá diferente do outro* (referiam-se ao resultado mostrado por Athay anteriormente) *De onde vêm os três que Athay somou?* O equívoco de Vivy ao começar a explicação do seu pensamento fez com que as duas alunas que pareciam ter entendido antes, ficassem confusas. Vivy repetiu o procedimento até ali e à medida que explicava, concluía que estava faltando distribuir o que sobrava dos 12 cm entre as 16 barras, que completavam as duas pilhas. O aluno Henry, que assistia o raciocínio armado por Vivy e Thiaguinho, interferiu, mostrando que deveriam subtrair a medida do vaso sem a barra do total da pilha. Era mais um aluno atraído pela discussão:

> Henry: - Faz 60 - 12, *aí só vai sobrar o que é da barra.*
> Vivy - *Agora já sei. Se todas as barras medem 48 então tem que ver quanto mede cada uma. Então tem que dividir* 48 : 16 = 3*.*
> P: - *E o que são esses três? Poderia falar para as meninas?*
> Vivy: - *É a medida de cada barra. Agora é só fazer 12 + 3 = 15.*

As perguntas e interrupções dos colegas fizeram com que Vivy tivesse que voltar e rever o seu raciocínio, reorganizando seu pensamento várias vezes. Agora, já não eram tentativas de ensaio e erro, mas um raciocínio mais elaborado a partir de conclusões que tirava, utilizando-se de representações pictóricas. Os desenhos funcionaram como signos mediadores, levando-o a concluir, à medida que dialogava com os colegas, que a diferença 12 correspondia ao vaso que desaparecia no encaixe, ao unir as duas pilhas (VYGOTSKY, 1993/1987). Não era a medida referente a dois vasos, como pensara anteriormente, mas a medida de um vaso sem a barra.

Essa aula ilustra a importância da interação professor/aluno e aluno/aluno para a descoberta de estratégias próprias, em situações aparentemente desafiadoras. Foram duas formas diferentes de pensar, com uma mesma conclusão, a partir da comunicação do que pensavam. Ao falarem, exteriorizavam formas de raciocínio que eram captadas por outros colegas ao interagir com o grupo que apresentava uma resolução. Dessa forma, se efetuavam trocas que enriqueciam as aulas, e mostravam que não havia um único raciocínio possível, quando procuravam soluções para um problema. Esses grupos agiram de acordo com as categorias: <u>solução de problemas compreendida com a ajuda da escrita ou representação pictórica</u> e <u>solução dos problemas propostos compreendida após interação aluno/aluno e aluno/professor</u>.

Esses alunos, certamente, se surpreenderiam se tivessem visto a sistematização formal dessa resolução pelo sistema de equações, mas não era o momento. O que queríamos era preparar o aluno para explorar estratégias de resolução que lhe permitissem pensar algebricamente. Lins e Gimenez (1997) afirmam que o desenvolvimento do pensamento algébrico deve ocorrer bem mais cedo, ainda nos anos iniciais da escolarização. E para isso, recomendam que o aluno fale sobre suas conclusões, formule hipóteses e faça afirmações. É essa linguagem que trará significado às fórmulas que aprenderá quando introduzir a linguagem simbólica. A presença do desafio na aula de matemática vai ao encontro do que diz Moysés, que pesquisa as aplicações das ideias de Vygotsky à educação matemática:

> As pesquisas evidenciam que aqueles métodos que mais favorecem o desenvolvimento mental são os que levam o aluno a pensar, que o desafiam a ir sempre mais além. São, sobretudo, aqueles que o levam a começar um processo por meio de ações externas, socialmente compartilhadas, ações que irão, mediante o processo de internalização, transformando-se em ações mentais (MOYSÉS, 1997, p. 44)

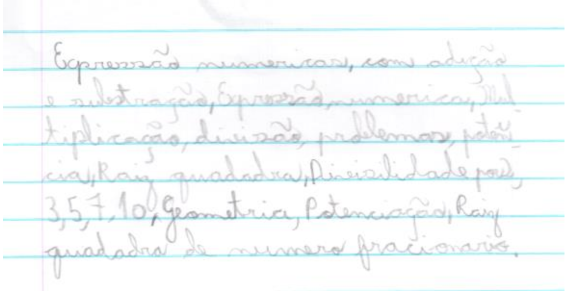
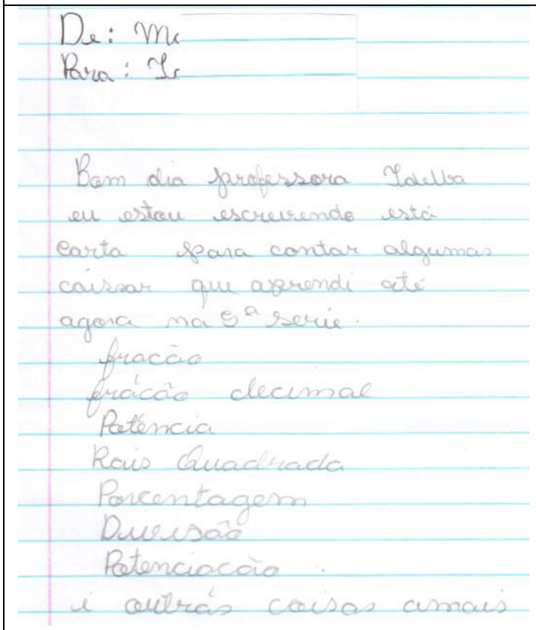
Nos episódios, anteriormente descritos, percebemos a importância de lançar o desafio, mas sem deixar o aluno sozinho. Os mesmos alunos, que se debruçaram sobre o problema, sem compreendê-lo individualmente na prova, agora mediante a mediação do professor e interação com os colegas, foram capazes de apresentar soluções interessantes. O que confirma a nossa hipótese de que a leitura mediada pelo diálogo ajuda a compreender situações matemáticas, a clarear conceitos e pode servir de estímulo para outras aprendizagens.

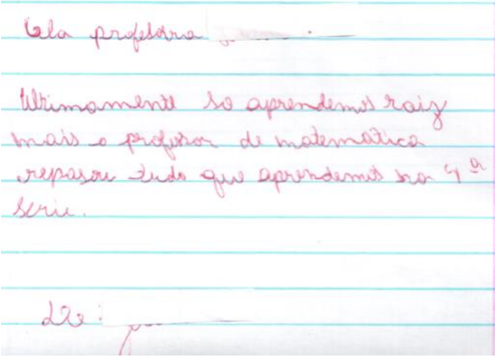
4.3.2 Escrita de cartinhas para as ex-professoras

Esse momento fez parte da aula de 5 de setembro, em que tínhamos como objetivos: identificar conteúdos matemáticos de interesse dos alunos; praticar a escrita expressiva; identificar conhecimentos matemáticos expressos na escrita; produzir dados que evidenciassem a necessidade de intervenções em planejamentos futuros.

A escrita das cartinhas aconteceu após a aula, explorando raciocínio combinatório, nos últimos 15 minutos. Pedimos aos alunos que escrevessem, em folhas, uma cartinha para sua ex-professora, falando de suas aprendizagens no 6º ano em matemática. Vinte e um alunos cumpriram a tarefa. Na verdade, algumas cartinhas produzidas se constituíam em pequenos escritos em forma de bilhetes, porque não continham a estrutura básica de uma carta pessoal. Elementos como: local e data, saudação, corpo, despedida e assinatura somente estavam presentes em duas produções. Analisamos abaixo alguns desses textos, transcritos na íntegra, com exceção dos nomes dos autores, deixados apenas com as iniciais. Essas produções se tornaram significativas, na medida em que estabeleceram diálogo com a professora Val e, indiretamente, com a sua turma em atividades que se seguiriam. Discutimos, a seguir, algumas dessas cartinhas, de acordo com as categorias que emergiram de nossa primeira análise.

a) Presença de tópicos matemáticos estudados

CARTINHAS	TRANSCRIÇÃO
	Cartinha do aluno Luka *Expressões numéricas, com adição e subtração, Expressão numerica, Multiplicação, divisão, problemas, potência, Raiz quadrada, Divisibilidade por 3, 5, 7, 10, Geometria, Potenciação, Raiz quadrada de um número fracionário.*
	Cartinha da aluna Marcy: *De: M* *Para: I* *Bom dia professora I* *eu estou escrevendo esta carta para contar algumas coisas que aprendi até agora na 5ª serie.* *fração* *fração decimal* *Potência* *Rais Quadrada* *Porcentagem* *Divisão* *Potenciação*

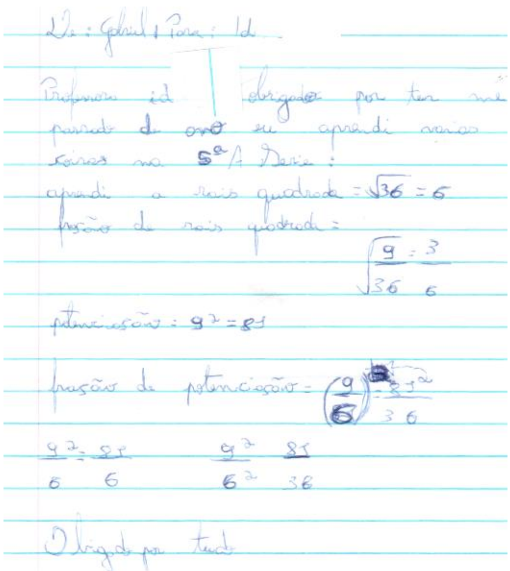
	*Ola professora* *Ultimamente só aprendemos raiz mais o professor de matemática repasou tudo que aprendemos na 4ª serie.* *De: M*

QUADRO 22: Cartinhas de alunos às ex-professoras comunicando aprendizagens

As cartinhas desse primeiro bloco apenas listam conteúdos matemáticos, como vemos no quadro 21. Do total de 21 produções, 20 se encontravam nessa categoria. Escolhemos três exemplos em que os alunos se expressam com clareza, citando conteúdos estudados, sem incluir exemplos. Falam em potenciação, raiz quadrada, frações, mas não nos dão pistas de que tenham clareza sobre esses conteúdos e suas aplicações na matemática ou na vida prática. Era algo que levaríamos em consideração em nossos planejamentos: saberiam empregar os conteúdos estudados em situações-problema? O aluno Mury fala das revisões do conteúdo que, normalmente, acontecem no terceiro ciclo e cita como novidade apenas o estudo da raiz quadrada. Seria um indício de que talvez gostasse de se sentir desafiado para novas aprendizagens ou seria apenas um registro sobre a listagem de conteúdos estudados? O aluno Luka fez uma listinha de conteúdos ou tópicos estudados, incluindo expressões numéricas com as quatro operações. Não delimita as frases, assim não sabemos se as expressões incluem radiciação e potenciação ou se são conteúdos separados. Seu texto é apenas uma lista, não possui nenhuma característica do gênero carta pessoal.

b) Utilização de vocabulário específico com exemplos

A cartinha do aluno Gaby era a única que, além da listagem de conteúdos, trouxe alguns exemplos matemáticos, embora equivocados, como se vê no quadro 22:

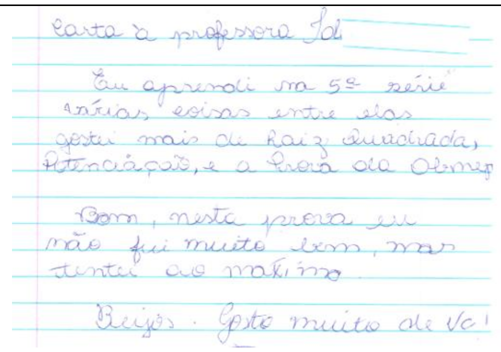
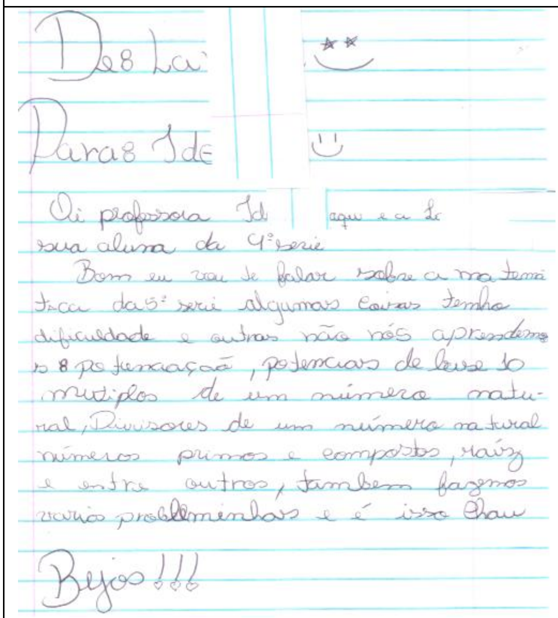
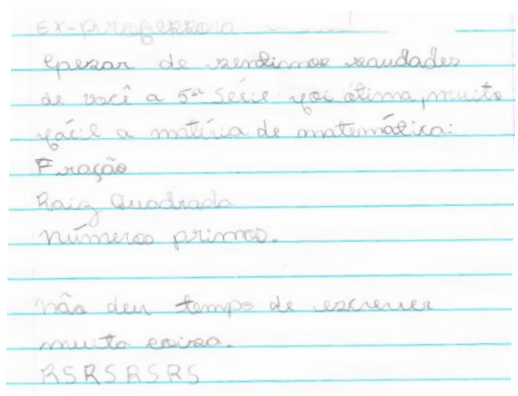
CARTINHAS	TRANSCRIÇÃO
	Cartinha do aluno Gaby: *De Gaby para Ide* *Professora Id obrigado por ter me passado de ano eu aprendi varias coisas na 5ª A Série!* *aprendi a rais quadrada =* $\sqrt{36} = 6$ *fração de rais quadrada =* $\sqrt{\frac{9}{36}} = \frac{3}{6}$ *potenciação =* $9^2 = 81$ *fração de potenciação =* $(\frac{9}{6})^2 = \frac{81^2}{36}$ (conserta a rasura com seta). $\frac{9^2}{6} = \frac{81}{6}$ $\frac{9^2}{6^2} = \frac{81}{36}$ *Obrigado por tudo.*

QUADRO 23: Cartinha do aluno Gaby com exemplos de conteúdos estudados

O aluno Gaby diz que aprendeu raiz e exemplificou alguns cálculos de números naturais e fracionários, utilizando o conceito. Comete equívocos na escrita: o primeiro, quando quer dizer que aprendeu raiz quadrada de uma fração, diz que aprendeu *fração de raiz quadrada*, mas sabe que $\sqrt{36} = 6$. Outro, ao se referir à potenciação de frações diz que aprendeu *fração de potenciação.* Pode ter sido uma simples inversão por desatenção, mas pode ser que esse conteúdo tenha deixado dúvidas. Ao tentar exemplificar a potenciação de frações, em que os dois termos são elevados ao mesmo expoente, parece que tentou usar o exemplo $(\frac{9}{6})^3$. Por algum motivo, desistiu de fazer mais cálculos e colocou o expoente 2, utilizando uma setinha para indicar que $\frac{81}{36}$ é, na verdade, o resultado de $(\frac{9}{6})^2$. De qualquer forma, nos mostra que já aprendeu a raiz quadrada de 81 e 36 que ele usa em três exemplos. Também sabe que potenciação e radiciação são operações inversas. As ideias pareciam não estar completamente claras, mas sua cartinha mostra que esses conteúdos foram trabalhados. Novas explorações seriam planejadas, inclusive para ações junto a outros alunos.

c) Evidências de sentimentos e crenças em relação à matemática

Essa categoria apareceu em sete trabalhos dentre um total de 21 produções. Selecionamos algumas que melhor exemplificam nossas compreensões, pela clareza com que se expressam, no quadro a seguir:

CARTINHAS	TRANSCRIÇÕES
	Cartinha da aluna Anie: *Carta à professora Id* *Eu aprendi na 5 ª série várias coisas entre elas gostei mais de Raiz Quadrada, Potenciação, e a Prova da Obmep* (OBMEP) *Bom, nesta prova eu não fui muito bem, mas tentei ao máximo.* Beijos. Gosto muito de Vc!
	Cartinha da aluna Lary: *De: La* *Para Ide:* *Oi professora I aqui e a L sua aluna da 4ª série* *Bom eu vou te falar sobre a matemática da 5ª série algumas coisas eu tenho dificuldade e outras não nós aprendemos: potenciação, potencias de base 10 mutiplos de um numero natural, Divisores de um número natural números primos e compostos, raiz e entre outros, tambem fazemos varios probleminhas e é isso Chau* *Bejos ! ! !*
	Cartinha da aluna Mily: *Ex-professora* *Apesar de sentirmos saudades de você a 5ª séria foi ótima, muito fácil a matéria de matemática;* *Fração* *Raiz Quadrada* *Números primos.* *Não deu tempo de escrever muita coisa.* *RSRSRSRS*

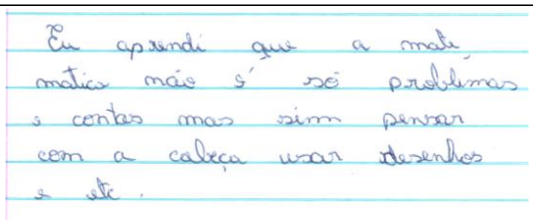
QUADRO 24: Cartinhas: evidência de afetividade em relação à matemática

Nesse bloco, notamos que alunos citam conteúdos matemáticos como os alunos do bloco anterior. O que diferencia essas cartinhas é que usam duas ou três palavras, deixando evidentes sentimentos envolvidos em relação a esses conteúdos. A aluna Lary faz a sua listinha de conteúdos como os outros, mas acrescenta que resolveram probleminhas. E nos comunica que tem “dificuldades” em algumas “coisas” que está aprendendo e outras não. Expressa, assim, uma relação dela com a disciplina. A segunda aluna fala em saudades da professora, o que evidencia que com ela teve boas relações no que se refere à matemática. Diz ainda que a 5ª série é ótima e a matéria é muito fácil. Provavelmente, aprende matemática com facilidade, mas teríamos que conversar com ela para confirmar isso. A aluna Anie fala dos assuntos estudados que gostou mais: raiz quadrada, potenciação e da prova da OBMEP (2011), apesar de nesta, não se sair bem. Isso é interessante porque nos informa que se esforçou e não se mostra frustrada. Como a prova oferecia desafios, pode ser um indício de que gosta de atividades que estimulem o raciocínio. Mostra também, em sua cartinha que tem com a professora uma boa relação afetiva.

Concluindo nossa análise desse bloco, contatamos que relacionam conteúdos ou tópicos sem dar exemplos, mas falam positivamente sobre a matemática. De todas as produções apenas três falavam em algumas dificuldades.

c) Presença de concepções sobre a matemática

Nessa categoria, tivemos apenas uma cartinha que aqui trazemos para alguns comentários:

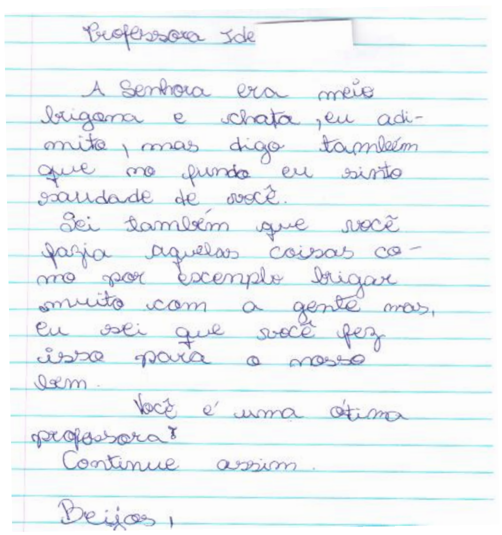
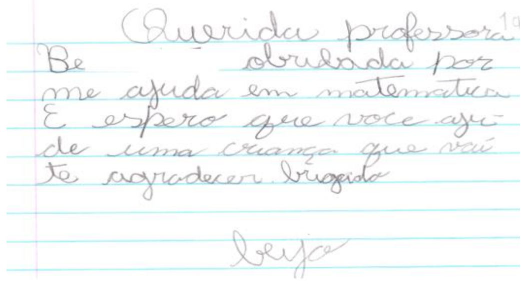
CARTINHA	TRANSCRIÇÃO
 Eu aprendi que a mate- matica não é só problemas e contas mas sim pensar com a cabeça usar desenhos e etc.	Cartinha de Carolyn: *Eu aprendi que a matemática não é só problemas e contas mas sim pensar com a cabeça usar desenhos e etc.*

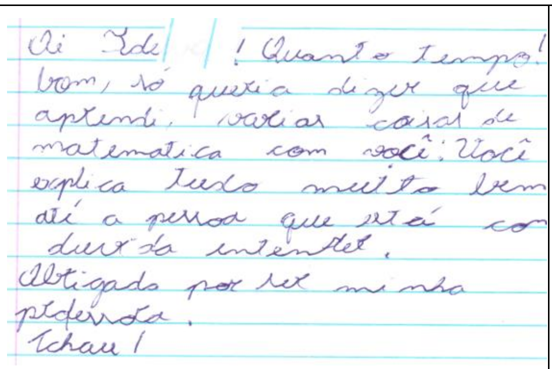
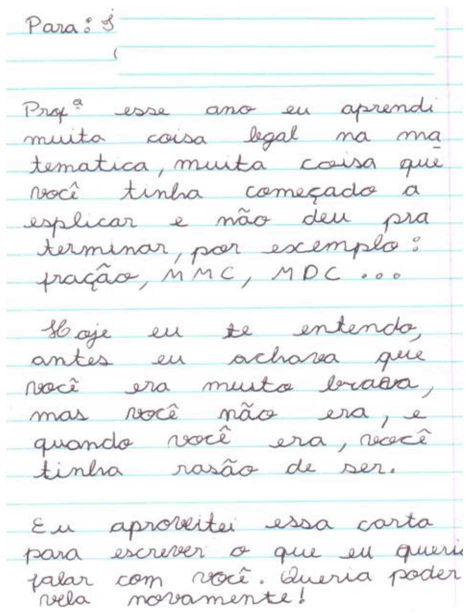
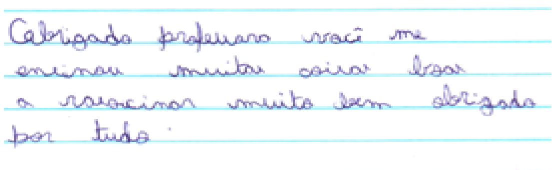
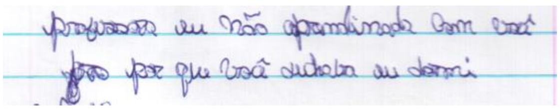
QUADRO 25: Cartinha de Carolyn

A aluna Carolyn destaca-se das demais porque nos revela sua concepção de matemática como algo em que pode utilizar a criatividade. Mostra que associa a disciplina com algo em que precisa pensar e fala em usar desenhos. Percebe que matemática vai além de conta e de problemas. Pode ter sido influenciada pelos trabalhos que desenvolvíamos, em que os estimulávamos a utilizar estratégias criativas de resolução de questões. Vale lembrar que a atividade anterior foi a resolução de um problema de raciocínio combinatório em que trabalharam com desenhos.

d) Afetividade em relação ao professor de matemática

As cartas do quadro 25 também evidenciam conceitos matemáticos em formação, mas possuem, predominantemente, a presença da afetividade em relação ao professor. Do total das cartinhas elaboradas, 14 produções possuíam evidências de afetividade ou em relação ao professor ou em relação à matemática.

CARTINHAS	TRANSCRIÇÕES
	Cartinha de larysse: *Professora Ide,* *A senhora era meio brigona e chata, eu adimito, mas digo também que no fundo eu sinto saudade de você. Sei também que você fazia aquelas coisas como por exenplo brigar muito com a gente mas, eu sei que você fez isso para o nosso bem.* *Você é uma ótima professora! Continue assim.* *Beijos*
	Cartinha de Lulu: *Querida professora Bernadete obribada por me ajuda em matematica E espero que você ajude uma criança que vai te agradecer. brigado* *beijo*

	Cartinha de Kaiky: *Oi Ide! Quanto tempo!* *Bom, só queria dizer que aprendi, varias coisas de matematica com você: Você explica tudo muito bem ate a pessoa que está con duvida entender.* *Obrigado por ser minha professora.* *Tchau!*
	Cartinha de Shary: *Para I* *Profª esse ano eu aprendi muita coisa legal na matematica, muita coisa que você tinha começado a esplicar e não deu pra terminar, por exemplo: fração, MMC, MDC...* *Hoje eu te entendo, antes eu achava que você era muito brava, mas você não era e quando você era, tinha rasão de ser.* *Eu aproveite essa carta para escrever o que eu queria falar com você. Queria poder vela novamente!*
	Cartinha de Athay: *Obrigado professora você me ensinou muitas coisas boas a raciocinar muito bem obrigado por tudo*
	Cartinha de Emy: *Professora eu não aprendinada com você por que você deixava eu dormi*

QUADRO 26: Cartinhas: afetividade em relação ao professor

A primeira e a quarta alunas desse bloco manifestaram em suas cartinhas que nem sempre ficaram felizes com a atitude da professora do ano anterior, mas evidenciam que essa atitude foi uma experiência que deixou marcas. Com maturidade, dizem que sabem que a firmeza da professora era necessária. Percebemos que o convívio com essa professora não foi um encontro qualquer que passou pelas suas vidas.

Mostram que a professora significou um encontro com alguém que se preocupou com elas, que lhes afetou e se deixou afetar. Sabem que a atitude firme da professora aconteceu porque lhe eram importantes. Shary ainda diz que gostaria de revê-la e sentiu necessidade de lhe dizer como se sente hoje. Maturana (2002, p. 16) diz que “todo sistema racional se constitui no operar com premissas previamente aceitas, a partir de uma certa emoção.” Se gostamos de alguém ou de algo nos aproximamos dele, nossas ações serão guiadas por essa emoção provocada por esse alguém ou algo. As pesquisas têm mostrado que a aprendizagem matemática para alguns alunos está diretamente ligada à ação do professor, que tanto pode afastar e criar bloqueios, como atrair (GÓMEZ CHACÓN, 2003). Aprender matemática estaria ligado ao *querer* e, às vezes, esse *querer* poderia ser despertado pelo professor ou o contrário, ser bloqueado por ele.

As cartinhas dos alunos Kaiky e Athay deixam transparecer o seu sentimento de gratidão, reforçando essa análise. O primeiro ressalta que as explicações foram muito boas e que *até quem tem dúvidas, entende.* Isso mostra como a figura do professor para os alunos de anos iniciais é importante para a aprendizagem matemática. Essa análise é reforçada pelo aluno Athay, quando diz que a professora lhe ensinou a pensar. São referências positivas que construíram em seu convívio com a professora e que essa oportunidade de escrita externava. Essas cartinhas, ao serem lidas por nós, professores e pesquisadores envolvidos nessa atividade, reforçavam a nossa convicção sobre a responsabilidade que temos nas relações de afetividade que permeiam a aprendizagem, conforme acena Gómez Chacón (2003).

Outra evidência disso é a cartinha da aluna Lulu. Para ela, matemática é uma disciplina que requer a ajuda do professor para o seu domínio. Mostra-se feliz com essa ajuda que diz ter recebido, pedindo que continue agindo assim, ajudando outras crianças. Evidencia uma solidariedade que mostra sua inteligência emocional. Essa importância do suporte do professor nas questões de aprendizagem matemática que deixa transparecer reforça a análise acima. A mensagem comum de todas as cartas desse bloco é que os alunos reconheciam o professor como aquele que se preocupa com o aluno e que quer que ele aprenda, por isso briga, explica e ajuda.

A cartinha do último aluno, que não era dessa turma em 2009 e 2010, destoava das demais: *Professora eu não aprendi nada com você por que você deixava eu dormi.*

Resumia-se a apenas uma frase, mas bastante reveladora e coerente com as análises, anteriormente, realizadas. É como se tivesse visto na cartinha uma oportunidade de dizer que sentia que o professor não se importava com ele, pois lhe deixava dormir na sala de aula. Ele aponta o afeto como decisivo para não ter “aprendido nada”. Essa análise é coerente com as demonstrações de outros alunos acima, que dizem que hoje entendem porque a professora brigava.

Conhecíamos o aluno Emy de nossas atuações no estudo exploratório em 2010 e sabíamos que era um aluno que, poucas vezes, se interessava em fazer atividades e apresentava comportamento agressivo. Logo, dizer que apenas o afeto foi decisivo em sua aprendizagem, seria ingênuo e irresponsável de nossa parte. Mas cabe aqui uma reflexão. Se, de fato a professora lhe deixava dormir, talvez o tenha feito como única alternativa para garantir a disciplina da turma dentro de suas possibilidades, uma vez que dormindo, o aluno não atrapalhava. Mas seria mesmo a única? Ou isso evidenciaria um comportamento nosso que poderíamos chamar de *razão indolente?*[17] Às vezes, não nos permitimos pensar em possibilidades de trazer um aluno como Emy para atividades que lhe motivassem a aprender. Essa atitude de deixar alunos à margem de nossas preocupações revela a nossa incapacidade de encarar desafios e sair da nossa alienação. Torna-se mais fácil deixar o aluno indisciplinado dormir do que compreender as razões pelas quais o faz. Dessa forma, esse bloco deixava para nós a oportunidade de profundas reflexões sobre a nossa prática em sala de aula. As relações de afetividade professor/aluno em aulas de matemática influenciam nos sentimentos, nas crenças e atitudes frente à matemática. As cartinhas <u>revelam que os alunos acreditam no papel do professor como sendo de grande importância na aprendizagem matemática.</u>

Concluindo, podemos dizer que a atividade com as cartinhas nos deu evidências de quais conteúdos matemáticos estavam sendo trabalhados até então. Das 21 produções, 13 apresentavam listinhas de conteúdos estudados ou revistos, todavia apenas uma apresentava exemplos. Tivemos 14 produções com evidências de sentimentos ou em relação ao professor ou em relação à matemática, dessas também em 6, havia listinhas de conteúdos. Somente uma revelava concepções sobre a matemática. Quanto ao grau de satisfação dos alunos, notamos que continuavam

[17] SANTOS, B. S. **Para um novo senso comum**: a ciência, o direito e a política na transição paradigmática. 8. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

gostando da disciplina, pois ninguém expressou sentimentos negativos em relação a ela. As cartinhas revelavam poucas aprendizagens matemáticas, porém, possibilitaram a prática da escrita expressiva e o diálogo com a turma a partir dela. Mas, sobretudo, motivaram reflexões dos professores envolvidos como sugere Santos (1997).

Segundo Powell e Bairral (2006), escrita expressiva é o pensar alto no papel, que revela o falante, verbalizando o que está em seu pensamento, inclusive permeado por emoções. Vários alunos mostraram-nos um primeiro retrato do que possuíam em suas mentes sobre a matemática do 6º ano, deixando perpassar sentimentos de apreciação e agradecimento ao professor. A escrita das cartinhas cumpriu assim o seu objetivo de nos dar evidências do que seria interessante em novos planejamentos: quase todos falavam em frações e raiz quadrada; alguns mencionavam dificuldades que deveriam ser sondadas, e outros deixavam pistas de que seria interessante trazer desafios para as aulas.

- **Reflexões sobre as escritas produzidas**

Parte das análises mostradas foram discutidas com o professor RJ em 5 de setembro, em nosso planejamento. Entre os conteúdos listados pelos alunos, buscávamos pistas do que seria interessante explorar em nossas próximas atuações, de forma que pudéssemos ajudar o professor, enquanto produzíssemos dados para a pesquisa. Os tópicos que apareciam várias vezes eram: frações, potenciação e raiz quadrada. Optamos por frações, por estarem presentes em quase todas as cartinhas e o professor concordava em que rever a matéria ajudaria a compreensão dos números decimais que logo estudariam. Tínhamos, também, o desejo de aprender com o professor da turma novas maneiras de conduzir a sala durante a resolução de problemas, por isso combinamos que a próxima aula seria dirigida por ele, enquanto nós o ajudaríamos. Queríamos ainda incentivar o professor a trabalhar mais os conteúdos matemáticos através da resolução de problemas. Mas, acabaríamos nos envolvendo diretamente pela dinâmica da aula.

Para as escolhas das atividades, levamos os livros de Smole e Diniz (2001) e Santos (1997). RJ sugeriu o seu livro didático da 5ª série, *Praticando a matemática* (ANDRINI, 1984). Refletimos sobre a importância de não habituar o aluno em compreender apenas um tipo de texto em matemática e do nosso interesse em explorar diferentes leituras. Sugerimos outras abordagens de situações-problema, como por exemplo, textos com excesso de dados ou com a falta deles. Após dialogarmos, decidimos trabalhar com dois tipos de situações-problema. Um elaborado com enunciado de linguagem simples e direta (SANTOS, 1997; ZANON, 2011), com características tradicionais retirado do livro didático usado pelo professor. O outro problema apresentaria características não tradicionais, com uma linguagem menos rotineira, que permitiria ao aluno "um amplo uso dos diferentes recursos de comunicação para estimular, explicar e modelar a situação-problema" (ZANON, 2011, p. 91). A escolha das atividades ainda se respaldou nos objetivos gerais do PCN (BRASIL, 1997a) em que se afirma que, no ensino fundamental, o aluno deverá ser capaz de "utilizar as diferentes linguagens — verbal, matemática, gráfica, plástica e corporal — como meio para produzir, expressar e comunicar suas idéias, [...], atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação (PCN, BRASIL, 1997a, p. 8)". E nos objetivos do terceiro ciclo listados por esse mesmo documento, em que se espera que o aluno seja capaz de

> resolver problemas, consolidando alguns significados das operações fundamentais e construindo novos, em situações que envolvam números naturais e, em alguns casos, racionais; vivenciar processos de resolução de problemas, percebendo que para resolvê-los é preciso compreender, propor e executar um plano de solução, verificar e comunicar a resposta (PCN, BRASIL, 1998, 47).

4.3.3 Resolução de problemas, envolvendo frações

Essa aula aconteceu em 6 de setembro de 2011, em 50 minutos, com 27 alunos presentes. Foi escolhida para análise porque partiu do interesse dos alunos, foi planejada juntamente com o professor e possui episódios que respondem às principais questões auxiliares de nossa pesquisa. Com essa experiência, construímos algumas compreensões sobre a importância dos processos de comunicação utilizados pelos alunos, na busca da solução para o problema não rotineiro, não tradicional e/ou não convencional (SANTOS, 1997; ZANON, 2011), conforme descrito abaixo:

Resolva as situações-problema de acordo com o que você compreendeu:

1) Caio é um garoto de 6 anos e gosta muito de brincar com bolinhas de gude. Todos os dias ele acorda às 8 horas, toma seu café e corre para a casa de seu amigo Júnior para brincar. Caio levou 2 dúzias de bolinhas coloridas para jogar. No final do jogo ele havia perdido um quarto de suas bolinhas e Júnior ficou muito contente, pois agora tinha o triplo das bolinhas de Caio. Quantas bolinhas Júnior tinha ao iniciar o jogo? (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 111).

Em sala, dissemos aos alunos que ajudaríamos o professor a realizar com eles uma atividade que, certamente, iriam gostar, por ser mais desafiadora. RJ entregou a folha, sem recomendações sobre a leitura, com os dois tipos de situações-problema e pediu que fossem resolvidos individualmente. Descrevemos este problema como sendo de estrutura mista, pois abrange conceitos do campo aditivo e multiplicativo, em cinco operações sequenciadas e interligadas. Era preciso saber quantas bolinhas de gude Caio levou, quantas perdeu para seu amigo Júnior, com quantas cada um ficou após o jogo e, finalmente, com quantas Júnior começou o jogo. Para isso começariam com um raciocínio muito simples que poderia ser o de composição das duas dúzias porque não exigiria nenhuma multiplicação, dada a sua pouca complexidade. Em seguida, utilizariam o raciocínio de transformação, que era o da perda, cujos cálculos envolveriam uma complexidade maior. Precisariam compreender a ideia de fração de conjunto discreto ou fração de uma quantidade discreta, para saber quantas bolinhas Caio perdeu. No próximo passo, teriam que se mover no campo multiplicativo compreendendo a comparação estática, que é a ideia do triplo, para novamente retornar ao campo aditivo com o raciocínio de transformação de um estado inicial para uma transformação negativa.

Outra situação nova com que se defrontariam seria o texto do problema. Os alunos teriam que localizar informações relevantes, desconsiderando dados em excesso. Segundo Smole e Diniz (2001), trabalhar com esse tipo de situação rompe com o mito de que todos os dados de um problema devem ser utilizados e, além do mais, “evidencia a importância de ler fazendo com que aprenda a selecionar dados relevantes para a solução de um problema” (p. 110). E queríamos alertá-los para a importância do ato de ler em matemática, contribuindo para minimizar uma prática muito comum em resoluções de problemas que conhecíamos pela nossa experiência, que é a utilização de números para fazer cálculos, sem entender por que os utilizam.

Ao observar por alguns minutos o trabalho individual desenvolvido pelos alunos, constatamos que não apresentariam uma solução para o problema sem que houvesse interação. Iniciava-se, naturalmente, um processo de interações entre alunos que sentavam próximos, apoiados pelo professor. Este utilizava procedimentos para a compreensão da situação colocada, descritos por autores como Polya (1978/1945), Santos (1997) e Santos-Wagner (2008), como sendo os primeiros passos para a resolução de problemas. Isso se verifica pelo diálogo a seguir.

> RJ: *Quantas bolinhas de gude ele levou?*
> Breno: *Ele levou 24.*
> RJ: *Muito bem! E depois, o que aconteceu?*
> Breno: *Ele perdeu ¼.*
> RJ fez sinal afirmativo e dirigiu-se a outro grupo para ouvi-lo:
> Otavy*: Se Junior tem o triplo então ele tem 3 X 18 que dá 54*.
> RJ: *– Sim, mas qual é a pergunta que se faz?*

Percebíamos que eram conduzidos à compreensão do texto através dos questionamentos do professor, e que se enquadravam na categoria <u>solução do problema após interação aluno/aluno e aluno/professor</u>. RJ os levava a compreender a situação colocada com perguntas instigadoras e os conduzia a rever o elemento principal, que é a pergunta para a qual buscávamos uma resposta.

Numa primeira interpretação, percebemos que muitos alunos descartavam os dados desnecessários e sabiam analisar quais informações seriam necessárias para a resolução do problema. A frase *ele acorda às 8 horas* não os confundiu, de forma que podíamos dizer que agiam em consonância com a categoria para a leitura que verificava a sua capacidade de <u>identificação das informações relevantes no texto do problema</u>*.* O excesso de informações apenas se constituiu em elemento complicador para um grupo pequeno, que utilizou as informações *seis anos* e *oito horas* no cálculo. Um grupo sabia que teria que calcular ¼ das bolinhas que Caio perdeu, o que evidenciava que esses alunos construíram a ideia de fração de conjuntos discretos. Para esse cálculo, utilizou o algoritmo da divisão corretamente. Apenas dois alunos desenharam para obter a resposta.

Por meio de intervenções, queríamos que os alunos relessem e pensassem sobre o que já tinham realizado, confrontando os dados que obtiveram com o texto do problema, numa ação para controlar se o problema estava resolvido e para verificar se tinham compreendido todas as informações. Ou seja, os estimulávamos a desenvolver ações metacognitivas (SANTOS, 1997). Como exemplo, citamos a atitude do aluno Thighy e outros que paravam na proposição: *Júnior tem o triplo de 18, então tem 54*, e não compreendiam que a pergunta se referia às bolinhas que Júnior tinha no início, antes de jogar e ganhar as bolinhas de Caio. Isso não estava explícito no texto, logo a dificuldade poderia estar em localizar as informações implícitas. Para isso, insistíamos na pergunta: *Quantas bolinhas os dois amigos tinham no início do jogo?* Às vezes, é importante que se pergunte de forma diferente (POLYA, 1978/1945). Esse exercício de levá-los a reler e refletir os tornava mais capazes de pensar em soluções para o problema dado. Se entregássemos o texto ao aluno, esperando que, por si só, desse conta das dificuldades envolvidas, poderíamos desmotivá-lo. Percebíamos que os alunos que trabalhavam sozinhos começavam corretamente, mas depois se desviavam. Sugerimos, então, que escrevessem em palavras as soluções parciais que encontravam, como nos orienta Santos (1997). Tal atitude poderia fazê-los se lembrarem dos dados que já tinham alcançado para seguir adiante e fazer novas descobertas. Esse foi o caso do aluno Otavy, com quem o professor RJ dialogara no início. Ao registrar, por escrito as suas conclusões, foi-lhe mais fácil chegar à resposta do problema, como vemos na figura 54.

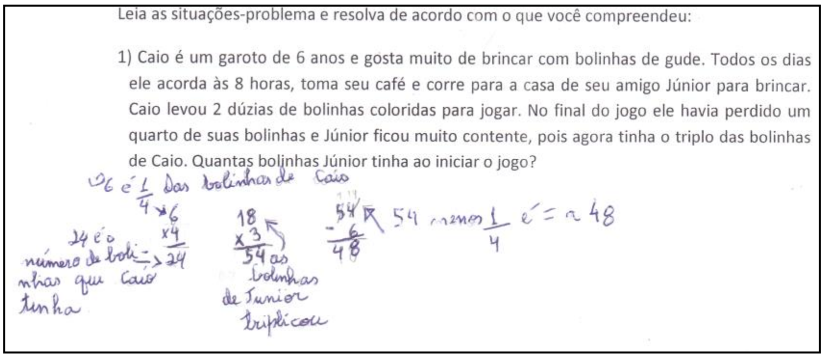
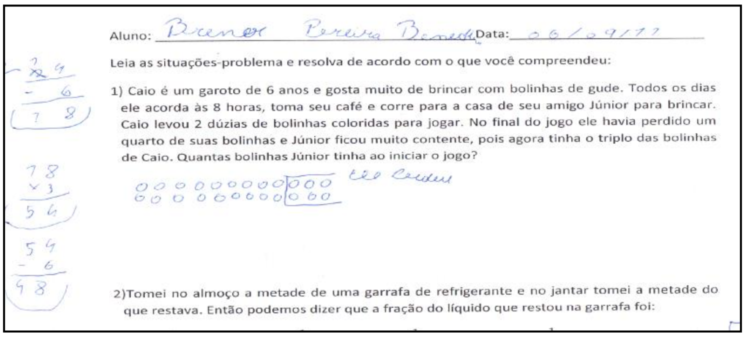


FIGURA 54: Resolução da situação-problema apresentada pelo aluno Otavy

À medida que Otavy registrava, orientávamos para que voltasse à leitura do problema e conferisse se tinha ou não seguido os passos necessários. Procedendo assim, quando terminou a resolução, ao invés de dirigir-se a nós com a frase: "*tá certo?"* utilizada pelos alunos para validarem seus cálculos, disse: *Olha eu consegui, são 48*. A solução apresentada por esse aluno nos mostra a utilização da comunicação escrita, na busca da resposta para o problema proposto. Na sua resolução, emerge a categoria utilização de fragmentos de textos com intuito de clarear conceitos matemáticos. Mas, no que se refere à utilização da leitura, na busca da compreensão do texto do problema, ficou evidente que o aluno se valeu das interações feitas pelo professor e pelos colegas, sendo, dessa forma, agrupado, na categoria que trata da

<u>solução do problema após interação aluno/aluno e aluno professor.</u> Isso evidencia que um trabalho que alia a leitura mediada com o auxílio da escrita ajuda na compreensão de situações-problema que apresentam alguma complexidade.

O aluno Breno utilizou o desenho para o cálculo da fração como vemos na Figura 55. Não descreveu os seus procedimentos por escrito, então pedimos que nos explicasse o seu raciocínio oralmente. Ele assim se expressou: *Caio perdeu 6, então ficou com 18. Júnior agora tem o triplo, então tem 54. E antes de ganhar, no início, então ele tinha 3 X 18, que dá 54, só que menos as que ele ganhou, então eu fiz 54 – 6 = 48*. O raciocínio de Breno nos surpreendeu, porque, normalmente, esse aluno não cumpria as tarefas, segundo nos relatou o professor regente. Sua leitura e interpretação da situação-problema foi como esperávamos. Em sua explicação, reformulou a situação, usando suas próprias palavras. Vejamos, a seguir, a estratégia usada por Breno.


Aluno: Breno Pereira
Data:

24 − 6 = 18
18 × 3 = 54
54 − 6 = 48

Leia as situações-problema e resolva de acordo com o que você compreendeu:

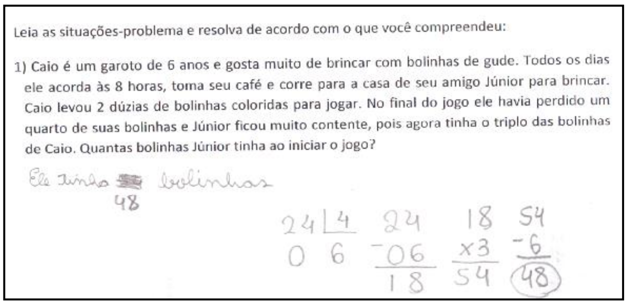
1) Caio é um garoto de 6 anos e gosta muito de brincar com bolinhas de gude. Todos os dias ele acorda às 8 horas, toma seu café e corre para a casa de seu amigo Júnior para brincar. Caio levou 2 dúzias de bolinhas coloridas para jogar. No final do jogo ele havia perdido um quarto de suas bolinhas e Júnior ficou muito contente, pois agora tinha o triplo das bolinhas de Caio. Quantas bolinhas Júnior tinha ao iniciar o jogo?

2)Tomei no almoço a metade de uma garrafa de refrigerante e no jantar tomei a metade do que restava. Então podemos dizer que a fração do líquido que restou na garrafa foi:

FIGURA 55: Solução apresentada pelo aluno Breno

Na solução apresentada pelo aluno Breno, ficou evidente que ele utilizou representações pictóricas como processo de comunicação escrita, a fim de elucidar a resolução para si próprio. Assim sendo, a solução apresentada pelo aluno também se enquadra na categoria <u>utilização de fragmentos de textos com intuito de clarear conceitos matemáticos.</u> No que diz respeito à leitura, assim como o aluno Otavy, Breno encontrou a solução do problema, apropriando-se de interações com seus pares e, também, a partir da identificação de conceitos matemáticos no texto lido. Ou seja, esse aluno apresentou indícios de que sua solução esteja embasada na leitura, estando em coerência com a categoria <u>solução do problema após interação aluno/aluno e aluno/professor</u> em processos mediados na leitura. O aluno estimulado pela nossa demonstração de afeto poderá oferecer o melhor de si em novas situações, porque procurará esse reconhecimento novamente. Breno se esquivava da escrita, como se percebe em sua resolução. No entanto, lhe oportunizamos que se expressasse oralmente e estimulamos as outras estratégias, como o desenho. Acreditamos que a prática constante desse exercício de falar poderá vencer, inclusive, a resistência na escrita. Sabemos pelos estudos de Vygotsky (1993/1987), que a escrita é uma conquista que mobiliza mecanismos cognitivos complexos. A comunicação oral e a escrita para esse autor não seguem os mesmos caminhos. Ao falar, a criança o faz sem pensar, às vezes porque a dinâmica da comunicação se encarrega de direcionar o pensamento. Ao escrever, precisa pensar e organizar esse pensamento antes de fazê-lo, o que exige um distanciamento da situação real, ou seja, "na escrita somos obrigados a criar a situação, ou representá-la para nós mesmos" (p. 85), de forma abstrata. A clareza da comunicação oral é propiciada pelos motivos dos interlocutores diretos que perguntam e questionam. Na escrita, o interlocutor é apenas imaginário e, por isso, dominá-la com clareza exige o exercício de se tornar o seu próprio leitor crítico. E essa não é uma tarefa fácil nem para adultos. Assim sendo, acreditamos que deve ser oportunizada juntamente com outras formas de comunicação em aulas de matemática, pois ajuda na sua aprendizagem na medida em que auxilia o aluno a organizar o seu pensamento; além de colaborar para o desenvolvimento integral do aluno.

O aluno Vivy, que gosta de situações desafiadoras em matemática, fez inicialmente os seus cálculos, encontrando como resposta, 54 bolinhas. A única intervenção que, com ele fizemos, foi pedir que analisasse a sua resposta para ver se respondia à questão. Isso nos mostra que mesmo alunos como Vivy, às vezes, precisam do professor para lhes fazer repensar as situações e analisar se os dados obtidos respondem às questões (POLYA, 1978/1945). No caso do aluno Vivy, foi suficiente pedir que lesse para nós a pergunta do problema. Ele nem bem terminou a frase e já concluiu: *É mesmo, ao iniciar ele ainda não tinha ganhado as 6 bolinhas.* Depois nos entregou suas folhas com uma



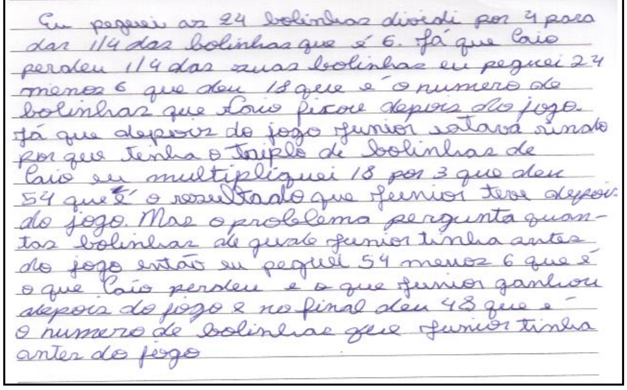
Leia as situações-problema e resolva de acordo com o que você compreendeu:

1) Caio é um garoto de 6 anos e gosta muito de brincar com bolinhas de gude. Todos os dias ele acorda às 8 horas, toma seu café e corre para a casa de seu amigo Júnior para brincar. Caio levou 2 dúzias de bolinhas coloridas para jogar. No final do jogo ele havia perdido um quarto de suas bolinhas e Júnior ficou muito contente, pois agora tinha o triplo das bolinhas de Caio. Quantas bolinhas Júnior tinha ao iniciar o jogo?

Ele tinha 48 bolinhas

24 | 4 = 6, resto 0; 24 − 06 = 18; 18 × 3 = 54; 54 − 6 = 48

FIGURA 56: Solução apresentada pelo aluno Vivy



Eu peguei as 24 bolinhas dividi por 4 para dar 1/4 das bolinhas que é 6. Já que Caio perdeu 1/4 das suas bolinhas eu peguei 24 menos 6 que deu 18 que é o numero de bolinhas que Caio ficou depois do jogo. Já que depois do jogo Junior estava rindo por que tinha o triplo de bolinhas de Caio eu multipliquei 18 por 3 que deu 54 que é o resultado que Junior teve depois do jogo. Mas o problema pergunta quantas bolinhas de gude Junior tinha antes do jogo então eu peguei 54 menos 6 que é o que Caio perdeu e o que Junior ganhou depois do jogo e no final deu 48 que é o numero de bolinhas que Junior tinha antes do jogo

FIGURA 57: Justificativa escrita de procedimentos - aluno Vivy descrição de tudo o que pensou, conforme observamos na figura 57. Esse aluno já avançou no processo de escrita. Após resolver o problema, explicando suas formas de raciocínio oralmente para nós e para os colegas, não encontrou dificuldades para descrever os procedimentos matemáticos utilizados. Pensar sobre essa situação e representá-la por escrito, no momento, era uma tarefa para a qual precisava de outra forma de concentração. Sentou-se e repensou passo a passo, produzindo o texto apresentado e transpondo, com clareza, todo o raciocínio matemático desenvolvido. Podemos dizer que se expressou com termos de linguagem matemática, veiculando-os na linguagem materna com relativa facilidade.

No término da aula, dos 27 alunos presentes, 15 tinham chegado à resposta esperada; 5 tinham iniciado o raciocínio corretamente e 7 ainda não tinham compreendido a situação-problema proposta. Consideramos números razoáveis para a dificuldade em questão. Dentre os 7 alunos que ainda não haviam compreendido o texto, revelaram-se também 2 alunos que se depararam com a dificuldade representada pelo excesso de dados. Entendemos que o grupo de alunos, que armou o raciocínio corretamente, se perdia na hora de calcular um quarto do conjunto discreto. E outro que chegava, corretamente, ao triplo do que Caio tinha, não conseguia voltar à questão que quer saber quantas bolinhas Júnior tinha antes de iniciar o jogo. A socialização e a comunicação dos resultados e das estratégias envolvidas trouxeram à tona a leitura equivocada de alguns alunos e permitiram novas reflexões. Notamos ainda que a ideia de fração de conjunto discreto ou fração de uma quantidade discreta não estava clara durante o processo de resolução. Essa dificuldade se evidenciou em várias tentativas de sistematização, o que nos leva a crer que talvez os alunos não estivessem habituados a usar cálculos que envolvam frações em situações-problema. A experiência nos mostrou que novas intervenções nesse sentido seriam necessárias.

Concluindo, podemos dizer que o trabalho de resolução de problemas com mais esse texto não convencional mostrou-se rico e despertou o interesse dos alunos, na medida em que se faziam interações, explorando várias formas de comunicação. Levar textos com excesso de dados para a aula de resolução de problemas em que precisavam ficar atentos aos mesmos, levou-os a considerar a importância da leitura para a localização de dados relevantes e compreensão de informações implícitas. A leitura mediada por meio de perguntas instigadoras foi importante para a maioria dos alunos que voltavam ao texto para a localização de dados e confronto de soluções parciais.

As diferentes formas de comunicação exploradas nessa aula demonstraram algumas potencialidades. Quando se faz o trabalho de ouvir o aluno sobre o seu entendimento inicial do texto do problema, questionando-o e levando-o a questionar-se, é possível que ele compreenda a situação colocada. Outro aspecto importante a ser ressaltado é que ao diversificarmos as formas de comunicação do conhecimento matemático, elas nos possibilitam compreender o raciocínio de alunos que às vezes ainda não possuem aptidão para escrever ou aplicar algoritmos, como foi o caso do aluno Breno. Esse aluno recorreu aos desenhos e a oralidade para se expressar, após se apropriar das exposições orais feitas por colegas, mas de tal forma que se evidenciou ter estruturado o seu pensamento na formação dos conceitos comunicados.

A escrita ajudou alunos a localizarem resultados parciais e a comunicar seu pensamento para o professor ou para o grupo. Ao descrever os procedimentos por escrito, o aluno desenvolveu a autonomia de raciocínio em matemática. Segundo Santos (1997), "é importante que alunos acostumem-se a apresentar argumentos matemáticos que justifiquem os procedimentos que utilizaram para resolver as atividades" (p. 19). Assim, aprendem a validar o raciocínio empregado independentemente da confirmação do professor. Fica evidente ser importante, em todo o processo de resolução de problemas que o professor sempre pergunte ao aluno "como pensou" ou como pode ter certeza de que o seu raciocínio está correto. Os argumentos listados oralmente serão facilmente transcritos, exercitando-se o gênero argumentativo. Essa prática pode se reverter em beneficio para as outras áreas do conhecimento, principalmente a língua portuguesa.

É notório que aulas de resolução de problemas com textos não convencionais exigem do professor maior envolvimento com a turma e investimento no ouvir, pensar e repensar. Isso significa voltar ao texto sempre com novas motivações, através de perguntas ou pistas que capturem a atenção do aluno. Também significa socialização dos raciocínios construídos com trocas que podem enriquecer a aprendizagem de toda a turma. Esse não é um processo tão simples em turmas grandes, com 50 minutos de aula. Algumas vezes, o retorno à atividade se faz necessário, como aconteceu nessa aula em que tivemos que retornar às explicações, com os alunos que ainda não tinham alcançado a resposta.

4.3.4 Resolução de problema enviado pela turma da Escola Serra II

Essa aula de 50 minutos aconteceu em 5 de outubro. O problema explorado foi enviado pelos alunos da Escola Serra II por meio de cartinha-resposta, elaborada coletivamente. Constituía-se em uma etapa das correspondências trocadas entre os alunos e a professora Val, em que criávamos argumentos para a escrita em aulas de matemática. A aula foi escolhida para análise porque possibilitou reconstruir e aprofundar o significado de número a partir de seus usos através de leitura em uma atividade de resolução de problema. Era mais uma aula pautada nos princípios dos PCN para o terceiro ciclo (BRASIL, 1998), que toma o problema como eixo norteador do processo ensino aprendizagem ao afirmar que

> A situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las (BRASIL, 1998, p. 40).

Reproduzimos o conteúdo da cartinha da forma como a entregamos a cada aluno, após apresentar a cartinha original:

> *Prezados alunos do 6º ano A,*
> *Muito obrigado pelos probleminhas. Nós aprendemos algumas coisas como prestar atenção na leitura, porque se não fizermos isso erraremos os cálculos. No início de um dos problemas, nós não percebemos quantas saias, vestidos e blusas foram comprados porque o número estava escrito por extenso. Também não entendemos que "parcelar em 2 X" significa divisão.*
> *Mudando de assunto, nós também vamos propor um desafio:*
> *A professora foi ao baleiro com R$ 10,00. As balas eram vendidas a "3 por R$ 0,20". Ela queria 90 balas. Ele contou as 90 balas e na hora de dar o troco, procurou a calculadora e não achou. Então lhe deu mais 20 balas. A professora aceitou porque não teve tempo de contar.*
> *a) Quanto o baleiro deveria lhe ter cobrado?*
> *b) Ao lhe dar mais balas pelo troco, quantas deveria ter lhe dado?*
> *Como vocês já estudaram mais do que nós, e se Deus quiser, nós também vamos estar no 6º ano em 2012, vocês poderiam mostrar como resolver de maneira diferente?*
> *Muito obrigado pela atenção e fiquem com Deus!*

5º ano B (Cartinha elaborada em 3 de outubro de 2011 pela turma da professora Val)

Esse problema seria facilmente resolvido pelos alunos que desenvolveram a habilidade de contar por reagrupamentos ou por aqueles que tivessem conhecimento da regra de três. Era um problema que emergia de uma situação real, quando íamos à Escola Serra II e resolvemos comprar balas para oferecer aos alunos, em algumas atividades em que houvesse competição. O baleiro em frente à escola deveria nos vender 50 balas, sendo que vendia *3 balas por vinte centavos.* Ao lhe pagarmos com cinco reais, nos ofereceu como troco mais algumas balas que não contamos. Será que fez os cálculos corretamente? Levamos essa história em forma de um problema dialogado para que as crianças o resolvessem. Como as balas lhes pertenciam, poderíamos ter uma motivação real, pois tinham o direito de saber se estavam ou não recebendo a quantidade correta. A situação motivou os alunos e várias atividades foram desenvolvidas, recriando a situação. Agora a reescreviam e enviavam-na para o 6 º ano, modificando os números envolvidos.

a) A mediação na leitura

Após alguns minutos, lembramos que o probleminha enviado na cartinha precisaria de maior exploração, porque somente um aluno o resolveu sem a nossa intervenção na leitura silenciosa. Constatamos que dependeria de mediações a compreensão das informações matemáticas do texto e do que o aluno precisava fazer. Esse fato foi semelhante ao que ocorreu com problemas para os alunos das turmas de 5º ano das Escolas Serra I e Serra II resolverem. O aluno Mury da turma de 6º ano ofereceu-se para a leitura oral. Constatamos por sua entonação, que essa atividade ainda precisaria ser mais praticada. Acontece que, no momento da leitura oral, principalmente a primeira, o aluno não compreende toda a mensagem lida, a sua preocupação está em pronunciar corretamente as palavras e fazer a leitura em voz alta e clara. Não o interrompemos para não causar inibição. Sutilmente, ajudávamos o aluno com perguntas do tipo: O que diz a cartinha? A quem se dirige? E o que pede que façamos? Dirigíamos o pensamento do aluno para a decodificação da mensagem (POLYA, 1978/1945; SANTOS, 1997; SANTOS-WAGNER, 2008). A inferência, através do diálogo estabelecido com o texto, só aconteceria depois desse processo de decodificação da mensagem dirigida junto com a leitura. Os outros alunos também ajudaram na reconstrução da mensagem com suas próprias palavras. E ao perguntarmos se gostaria de reler somente o probleminha inserido, não só fomos atendidos, como transpareceu em seu semblante que gostou de efetuar a segunda leitura do problema:

> *A professora foi ao baleiro com R$ 10,00. As balas eram vendidas a "3 por R$ 0,20". Ela queria 90 balas. Ele contou as 90 balas e na hora de dar o troco, procurou a calculadora e não achou. Então lhe deu mais 20 balas. A professora aceitou porque não teve tempo de contar.*
> *a) Quanto o baleiro deveria ter lhe cobrado?*
> *b) Ao lhe dar mais balas pelo troco, quantas deveria ter lhe dado?* (Problema inserido na cartinha.)

Esse episódio confirma a categoria <u>processo de leitura facilitado pela interação professor/aluno/texto.</u>

b) Os significados construídos a partir de raciocínios alternativos

O aluno que conhecesse ideias de proporcionalidade pela aplicação da regra de três resolveria esse problema assim:

Balas	Reais
3	0,20
90	x

Neste cálculo faria: (90 X 0,20) : 3 = 6,00. Logo, o baleiro teria que lhe cobrar R$ 6,00. Restaria calcular o número de balas que seriam dadas como troco, com outra operação semelhante. Os alunos que não conheciam essa forma de cálculo e não estavam acostumados a pensar nas relações numéricas envolvidas, não conseguiam aplicar o algoritmo porque se depararam com a dificuldade representada pelo número decimal. É o que percebemos no diálogo de duas alunas conosco:

> Naty: *Mas como vou fazer a conta se não dá para calcular o valor de uma bala? Se dividir R$ 0,20 por 3 para descobrir o valor de uma bala vamos ter um número que não dá exato ou vai dar dá 6 ou vai dá 7...*
> P: *Pois é como será que o baleiro pensou nesses números?*
> Naty: *Como vamos fazer isso, não dá para dividir mais o centavo...*
> P: *Mas talvez não precisa fazer isso. Como será que o baleiro resolveu isso na cabeça dele? Por quanto ele vendia?*
> Larysse e Sara: *Ele vendia 3 por R$ 0,20, mas aqui como que vai fazer isso? Ou a bala custa R$ 0,06 ou custa R$ 0,07 aí 3 balas vai dar ou 0,18 ou 0, 21, não vai dar pra fazer.*
> P: *Será que precisa saber o valor de uma bala?... Será que não existem outras maneiras? Ele vende as balas a 3 por R$ 0,20. Vocês já compraram balas assim?*
> Naty: *Eu já comprei 3 por R$ 0,10. É tipo uma promoção! Mas como?[...]*

O longo diálogo mostra que as alunas estavam habituadas a um único tipo de raciocínio. Esse comportamento está de acordo com a categoria <u>preocupação com a aplicação do algoritmo</u> em problemas que recordam algum tipo já estudado.

Descobririam o valor de uma bala para depois descobrir o valor de quantas quisessem. Era um raciocínio correto, mas encontravam dificuldades por não conseguirem pensar em milésimos do real. Verificávamos que o sentido, que tal cálculo fazia na matemática da rua, lhes era estranho. Por isso, insistiam em fazer R$0,20 : 3, conforme aprenderam na escola. Mas o cálculo não era exato e mesmo percebendo a possibilidade de arredondamentos, estavam inseguras.

Evidenciava-se que a matemática aprendida na escola não lhes ajudava a resolver um problema que trazia a matemática da rua. Nessa linha de raciocínio, Nunes, Carraher e Schliemann (2011) recomendam que essa disciplina seja ensinada na escola como atividade humana. Tanto a matemática formal, com sua precisão científica, como a matemática da rua com seus arredondamentos e aproximações são atividades legitimadas pelo uso, embora diferentes. Preparar o aluno para pensar, matematicamente, seria possibilitar que tivesse acesso a essas diferentes formas de fazer matemática. Seria levar o aluno a compreender suas inter-relações e escolher aquela que lhe permitisse resolver problemas em seu dia a dia, na escola e fora dela. Para isso, teríamos que sair da lógica da aplicação de algoritmos para pensar nos significados construídos em situações que incluem o pensamento matemático. E fazer a ponte entre o conhecimento formal e o não formal seria o caminho para, inclusive, construir significados para os problemas que se resolvem na escola. Nunes, Carraher e Schliemann (2011) observam:

> O problema perde o significado porque a resolução de problemas na escola tem objetivos que diferem daqueles que nos movem para resolver problemas de matemática fora da sala de aula. [...] Perde o significado também porque o que interessa à professora não é o esforço de resolução do problema, mas a aplicação de uma fórmula, de um algoritmo, de uma operação predeterminados pelo capítulo em que o problema se insere ou pela série escolar que a criança frequenta (NUNES; CARRAHER; SCHLIEMANN, 2011, p. 18).

O comportamento das alunas no diálogo conosco evidenciava essa preocupação com a aplicação do algoritmo e com a precisão da matemática escolar, não percebendo outras formas de pensar. Como esse problema seria resolvido pelo baleiro sem calculadora? Pensar sobre os números, que traziam situações da rua, poderia ajudar a refletir mais sobre as suas relações? Que outras maneiras teriam para pensar sobre esses números em questão?

Lorenzato (2008) afirma que conhecer números significa conhecer as suas regularidades, compondo e decompondo por agrupamentos de várias formas. Ademais, os alunos poderiam pensar em contar grupos de três balas, fazendo equivaler R$ 0,20 a cada grupo com três balas. E se tivessem também clareza de que 30 é um terço de 90, ao concluir a quantia correspondente a 30 balas, por exemplo, multiplicariam por três para saber quanto pagar para 90 balas. Esse seria um dos pensamentos possíveis, operando mentalmente com números.

As meninas do diálogo não dispunham ainda de um conhecimento prévio que lhes permitisse pensar de forma diferente nessa situação. Por isso, sugerimos que pensassem em números menores (SANTOS, 1997): E se vocês pensassem em uma quantidade menor de balas, quanto pagariam? Víamos que começavam a considerar a possibilidade, enquanto diziam: 3 balas por R$ 0,20, 6 por R$ 0,40... Era o tipo de pensamento que esperávamos que construíssem, mas que não teriam alcançado sem nossas provocações. Deduzimos que somente uma leitura bem feita também não garantia que resolvessem problemas com mais facilidade. A <u>descoberta de relações numéricas na resolução desse problema começava a se delinear a partir do diálogo construído sobre a compreensão da linguagem matemática do texto.</u>

Outros alunos notaram que poderiam fazer o raciocínio da proporcionalidade. Circulávamos entre os grupos e fazíamos intervenções que os levavam de volta ao texto para não perderem o raciocínio começado. Também pedíamos que lessem a frase que expressava o que os alunos remetentes da cartinha esperavam deles: *Como vocês já estudaram mais do que nós e se Deus quiser nós também vamos estar no 6º ano em 2012, vocês poderiam mostrar como resolver de maneira diferente?* Dizíamos que levaríamos as suas conclusões de volta para os alunos e, de certa forma, isso servia de estímulo para que tentassem resolver o problema. Pouco depois, vários grupos fizeram suas demonstrações de como alcançaram respostas. Para ganhar tempo, utilizávamos a técnica que aprendemos com a professora Val.

FIGURA 56: Socialização de estratégias

Dividimos o quadro em três partes para que três alunos de uma vez pudessem fazer demonstrações como vemos na Figura 58. O primeiro aluno a mostrar sua solução foi Esty. Começou usando o raciocínio de proporção. Quando fez corresponder 9 balas a R$ 0,60, entendeu que poderia encurtar o caminho multiplicando por 10. Percebemos que ele começava a compreender a estrutura da proporcionalidade: R$ 0,20 estão para 3 balas assim como 90 estão para o desconhecido. Se multiplicou 9 por 10, teria que multiplicar também 0,60 por 10. Mas não levou o mesmo raciocínio para o cálculo de quantas balas deveria receber de troco. Verificamos então que esse conceito estava em construção, e ainda precisaria de suporte para manter o raciocínio iniciado (VYGOTSKY, 2007/1984). Abaixo, transcrevemos a explanação que fez escrevendo no quadro e depois explicando para o grupo:

> *Preço das balas:3 balas – 0,20*
> Esty: *Cada número de balas que ela ia comprar ia aumentar 0,20. Então eu cheguei ao 9 assim: 3 por 0,20; 6 por 0,40; 9 por 0,60, então tinha que chegar num número que multiplicado por 9 chegaria ao 90 que foi o número de balas que ela comprou, no caso é o 10 e então 9 x 10 = 90 então 0,60 x 10 = 6,00 é o que deveria pagar.*
> *P: Você multiplicou 0,60 por dez, por quê?*
> *Esty: Se o número de balas cresceu, então o preço também seria maior, então eu também multipliquei por 10.*
> Alunos: *E quantas balas deveria receber de troco?*
> Esty: *10,00 – 6,00 = 4,00, 30 balas.*

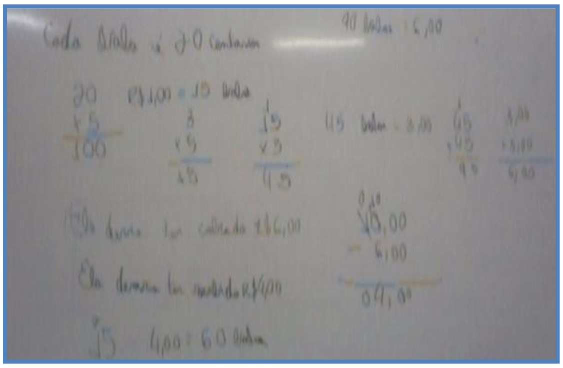


FIGURA 57: Diferentes estratégias de resolução

O primeiro raciocínio estava correto. Ele tinha o número de balas que foram compradas e o valor de três balas. Precisava descobrir o valor das 90 balas. Agora o raciocínio era outro. Ele tinha o valor do troco, R$ 4,00, e necessitava calcular o número de balas a que teria direito em troca dele. Poderia ter começado com o mesmo raciocínio anterior, mas parou e deduziu, erroneamente, que seriam 30. Na exposição dos colegas pode rever a sua conclusão sobre o troco, enquanto explicavam suas estratégias, ajudavam-no na percepção do que faltava para completar seu raciocínio.

c) A explicação de Athay

> Athay: *Cada 3 balas custa R$ 0,20, um real tem 5 x R$0,20 então eu multipliquei e deu 100, esse 100 é um real* (colocou a vírgula). *Aí eu fiz 3 X*

> *15 = 45, então com 3 reais dá 45 balas. Depois eu somei 3,00 + 3,00 = 6,00 e 45 + 45 = 90, então o baleiro deveria ter cobrado R$ 6,00. E o troco não dava 4,00? Então como 1,00 dá 15 balas, são 4 X 15 = 60. Ele deveria ter dado 60 balas de troco.*

Como vemos na exposição, o aluno Athay conhece regularidades dos números e pela composição destes, utilizando a ideia de proporção, nos apresentou um resultado bem claro. Pensou por partes, descobrindo quantas balas receberia por um real. A partir daí, utilizou o raciocínio multiplicativo, já com mais segurança e maturidade. Percebeu que 45 é metade de 90, então bastaria dobrar o número, assim como tinha feito com os R$ 3,00 + R$ 3,00. Esse trabalho de descoberta de soluções por suas próprias estratégias de cálculo conferia ao aluno a agilidade de pensamento de que precisaria para compreender razões e proporções nos anos subsequentes. Quanto mais fossem inseridos nesses cálculos numéricos, mais fácil poderia se tornar essa etapa depois. E a socialização levaria outros alunos a fazerem o mesmo raciocínio por imitação e prática. Polya (1978/1945) afirma que se quisermos que nossos alunos se transformem em resolvedores de problemas, estes devem ter a oportunidade de vivenciar várias situações de resolução, porque a imitação também é aprendizagem.

d) Apresentação de Lugy:

> Lugy: *Eu vi que a divisão não era exata. Se eu dividisse R$ 0,20 por 3 ia dar uma divisão sem fim ia dar 6, 666 toda vida. Aí eu fiz assim: se uma bala custasse R$ 0,20 então eu ia ter que fazer 90 X 0,20 = 18,00, mas era 3 por 20 , então eu dividi por 3 os 18,00 e deu 6,00.*
> *Alunos: E o troco?*
> Lugy: *O troco eu fiz uma tabela. Eu tentei dividir, mas não deu certo. Ia dar uma conta sem fim. Então eu fiz a tabela pra ver quanto dava de bala pra 4 reais*.

O aluno moveu-se com facilidade dentro do raciocínio multiplicativo. Percebeu que dividir R$0,20 por 3 para depois multiplicar por 90 era a mesma coisa que multiplicar primeiro por 90 e depois dividir por 3. Ele, na verdade, aplicou um procedimento de cálculo, que é a regra de três, sem nunca ter ouvido falar nela. Esse foi um momento bem interessante da aula, porque o professor RJ comentou, surpreso, que poucas vezes vira alunos chegarem a essa conclusão apenas instigados a pensar em soluções diferentes. "A gente precisa mesmo ouvir o aluno," dizia-nos maravilhado com as demonstrações dos alunos semelhante ao que comenta Lorenzato (2008). Foi talvez um dos momentos mais marcantes para o professor RJ que com a sua colocação nos mostrava que refletia sobre como proceder em práticas de resolução de problemas.

Para o troco, o aluno Lugy elaborou uma longa tabela, em que fazia corresponder três balas a cada R$ 0,20, como vários outros alunos após as nossas conversas. Ao concluirmos, fizemos com eles algumas indagações. O que a tabela lhes permitiria ver? Era mesmo preciso fazer uma tabela tão longa? Instigávamos o raciocínio multiplicativo e a agilidade de pensamento. Mais uma vez nos valíamos de orientações de Polya (1978/1945), levando o aluno a reexaminar o seu raciocínio. Essa fase do retrospecto, segundo o autor, leva os alunos a fazer "um esforço honesto e ficarem conscientes de terem resolvido bem o problema" (p. 11). O próprio aluno Lugy disse, olhando para a sua tabela:

> Lugy: *Eu poderia ter parado aqui nas 30 balas por 2 reais, se é 30 por 2,00 são 60 por 4,00*.
> Vivy: *Ou também poderia ter parado no 15 que dá 1,00, 4x15 dá 60.*
> *Esty: É mesmo, não são 30, são 60.*
> Athay: *É o que eu fiz...*

O aluno exibiu autonomia e mostrou que pensa e reflete sobre o que faz, sabe que está correto e, portanto, está desenvolvendo habilidades metacognitivas (SANTOS, 1997). Em sua própria resolução, viu outras possibilidades que lhe teriam rendido um raciocínio mais rápido. Ao lhe instigarmos para que olhasse a sua tabela e tirasse outras conclusões, permitíamos que outros alunos também o fizessem, como percebemos na inserção dos alunos Vivy, Athay e Esty no diálogo. Essa é mais uma demonstração de como essas interações entre os alunos na discussão oral do problema possibilitava aprendizagens. Os episódios analisados mostram comportamentos, de acordo com a categoria, solução do problema apresentada com a utilização de estratégias próprias e após interação aluno/aluno e aluno/professor. Isso se evidenciava nos raciocínios construídos e clareados durante as discussões conosco e com os colegas.

As meninas do início compreenderam que poderiam construir outro tipo de raciocínio que não fosse o de encontrar o valor de uma bala, o que confirma as categorias acima. Mas nos pediram que lhes ajudássemos no cálculo: (0,20 : 3) x 90 = 5,999. Uma breve reflexão sobre o papel dos milésimos do real se fez necessária antes que arredondassem para R$ 6,00. Deram-nos a oportunidade de mostrar que os algoritmos também têm a sua importância e precisam estar presentes, no entanto, não é a única forma de pensar e fazer matemática. Enfim, concluíram que, às vezes, é preciso fazer arredondamentos de cálculos e, na matemática da rua eles são muito usados e perfeitamente aceitáveis e legítimos.

Essa aula mostrou ricas trocas e descobertas que se construíram na interação aluno/texto, aluno/texto/professor e aluno/texto/aluno, a partir de uma cartinha enviada por colegas de outra escola. Em todos os momentos, houve a presença sistemática dessas interações na busca de sentidos para a realidade colocada e mostrada no texto lido.

4.3.5 Escrita direcionada: adição e subtração de números decimais

O exemplo que chamamos de escrita direcionada vem da aula de 28 de setembro. Nessa atividade, solicitamos aos alunos que explicassem por escrito para outro que faltou, como deveria proceder no cálculo de adição e subtração de números decimais, dando exemplos. O professor marcara avaliação e deveria fazer a revisão do conteúdo. Como sempre, tínhamos a preocupação de explorar atividades de leitura e escrita que pudessem também ajudar os alunos. Ficamos muito felizes ao notar que de 26 alunos presentes, 22 realizaram a tarefa. Vinte produções evidenciavam, na escrita, alguma compreensão desse conteúdo.

Tivemos 17 alunos que exemplificaram a utilização de números decimais, dentre eles, 15 elaboraram situações-problema. Quatro alunos não realizaram a tarefa e dois deram respostas sem evidenciar noções do conteúdo. Mostramos esses resultados ao professor. Ele nos comunicou que quase todos os alunos tiveram bom desempenho na

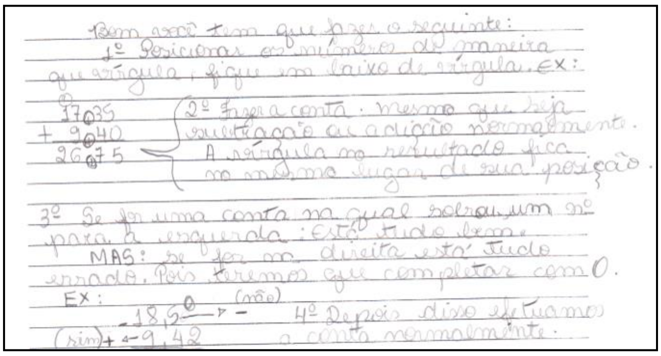

Bem você tem que fazer o seguinte:
1º Posicionar os números de maneira que vírgula, fique em baixo de vírgula. EX:
17,35
+ 9,40
26,75
2º Fazer a conta: mesmo que seja subtração ou adição normalmente. A vírgula no resultado fica no mesmo lugar de sua posição.
3º Se for uma conta na qual sobrou um nº para a esquerda: Está tudo bem. MAS: se for na direita está tudo errado. Pois teremos que completar com 0.
EX:
18,50 (não)
(sim) 9,42
4º Depois disso efetuamos a conta normalmente.

FIGURA 60: Texto de Anie: explicação para adição e subtração de números decimais avaliação escrita proposta por ele. Segue a transcrição da escrita da aluna Anie apoiada no enunciado:

> *O professor RJ ensinou adição e subtração de números decimais. Se você tivesse que explicar para um aluno que faltou, como explicaria? Poderia mostrar como utilizar a subtração e adição de números decimais na resolução de problemas?*
> *Bom você tem que fazer o seguinte:*
> *1º posicionar os números de maneira que a vírgula fique em baixo de vírgula. Ex:*
>
> 17,35
> +9,40
> 26,75
>
> *2º Fazer a conta mesmo que seja subtração ou adição normalmente. A vírgula no resultado fica no mesmo lugar de sua posição.*
>
> *3º Se for uma conta na qual sobrou um nº para a esquerda: Está tudo bem. MAS: se for na direita está tudo errado. Pois teremos que completar com o 0.*
>
> *EX: 0 (não)*
> *-18, 5 → -*
> *(sim) + ← 9, 42*
>
> *4° Depois disso efetuamos a conta normalmente.*

O que depreendemos é que a aluna interiorizou o procedimento de cálculo, contudo pensamos que talvez não tivesse clareza das equivalências entre décimos e centésimos. Exemplo 18,5 = 18,50, porque em sua escrita afirma que se sobrar um número para a *direita está tudo errado*. Por essa razão, conversamos com a aluna, que demonstrou ter conhecimento das equivalências. Disse que escreveu assim para enfatizar a necessidade de se acrescentar o zero, a fim de que fosse possível fazer a operação de subtração. Sempre que possível, conversávamos com os alunos sobre as ideias expressas nos textos, porque podiam evidenciar equívocos ou nas ideias matemáticas ou na forma de expressá-las na língua materna (LOPES; NACARATO, 2009a, 2009b).

Outro exemplo que trazemos é a escrita do aluno Esty, respondendo ao nosso questionamento da seguinte forma:

> *Que adição e subtração de números decimais é igual a adição e subtração de números simples, mas só que nos números decimais existe a vírgula. A vírgula dos números decimais (seja numa conta de adição ou subtração, deve ficar embaixo uma da outra.*
> *Ex: Marcio, Sandra, Hugo e Andreia são amigos. Eles vão a cantina. Marcio tem R$ 9,00. Sandra tem menos R$ 1, 45 dessa quantia. Hugo tem R$ 5,00 a menos do que Marcio e R$ 3,00 a mais do que Andreia que tem R$ 2,00. Quantos reais tem Sandra e Hugo?*

$$
\begin{array}{lrr}
H & 9,00 & 1,00 \\
- & \underline{5,00} & +\underline{3,00} \\
 & 4,00 & 4,00
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{lr}
S & 9,00 \\
 & \underline{1,45} \\
 & 7,55
\end{array}
$$

R: Sandra tem R$ 7, 55 e Hugo tem R$ 4, 00.

Esty mostrou em sua escrita que domina o conteúdo. Explicou os procedimentos de cálculo, falando de como lidar com a vírgula em operações de adição e subtração. Em seguida, elaborou um problema, movendo-se no raciocínio aditivo e subtrativo, empregando as ideias de comparação em que analisou a diferença entre grandezas. Sua escrita mostra que internalizou aprendizagens e as comunicava por escrito com bastante facilidade.

Dentre as escritas produzidas nessa escola, as cartinhas e as outras formas escritas dirigidas com objetivos claros, foram as que tiveram melhor aceitação. Percebíamos que quando havia o interlocutor, essas produções fluíam melhor. <u>Explicar por escrito o que compreendiam a um colega ajudou na aprendizagem e na avaliação do professor, porque o aluno reviu sua aprendizagem, enquanto escrevia.</u> Víamos neste exemplo o que nos diz Santos (1997) e Lopes e Nacarato (2009b) sobre a escrita em matemática. Em particular,

> A ação de escrever permite que se tenha tempo para pensar, processar seus raciocínios, corrigir, rever o que se escreveu e reestruturar sua escrita. Enfim há todo um movimento reflexivo, por parte do escritor sobre a sua aprendizagem (LOPES; NACARATO, 2009b, p. 34).

A atividade também mostrou que o aluno a realizou porque viu nela um significado: *Fazer a revisão do conteúdo que seria abordado na prova*.

4.3.6 Encontro com a língua portuguesa: influências na aprendizagem matemática

Esse encontro se deu, inicialmente, em 19 de novembro de 2011, com duas aulas de 50 minutos. Debates interessantes, em algumas ocasiões, eram interrompidos e nunca conseguíamos ouvir as soluções de todos os grupos, então pedíamos a colaboração da professora de língua portuguesa, solicitando-lhe alguns minutos. A boa receptividade da professora nos fez levar para suas aulas o livro de literatura de cordel, “O grande pecado de Lampião e a sua peleja para entrar no céu” (SANTOS, 2005) trabalhado pela professora Val, da Escola Serra II. Propusemos trabalhar em parceria com a professora de língua portuguesa e explorar a linguagem matemática por meio de outros gêneros textuais, a exemplo do que fazíamos na outra escola. E a professora faria as explorações da linguagem em suas aulas, de acordo com os seus objetivos. Não cumprimos todo esse planejamento como pretendíamos, mas tivemos outros desdobramentos.

Para a aula, reproduzimos o livro e após falarmos sobre a literatura de cordel, propusemos a leitura em forma de teatrinho. Na distribuição das personagens, para nossa surpresa os mais interessados, agora, eram os alunos que mais brincavam nas aulas: Breno e Emy. Candidataram-se a representar personagens importantes: Breno seria Lampião e Emy seria o padre. Eram 22 personagens, além dos cangaceiros, o que garantia participação de todos que quisessem. Quando a leitura começou, a sala, antes agitada, silenciou. Os alunos deixaram-se envolver exatamente pela interpretação de Breno e Emy. Era a primeira vez que Emy participava realmente de nossa aula. Quando o tempo acabou, ninguém queria parar e nos convidaram para prosseguir na próxima aula ainda no mesmo dia e acabar a leitura.

Na última aula, a leitura continuou, mas não conseguimos mais prender a atenção de todos no início. Somente se envolveriam de novo na parte em que Lampião dizia “que não existe santo preto”. Nesse momento até alunos dispersos manifestaram seu repúdio. Logo após, todos silenciaram para a compreensão do desfecho: a denúncia bem humorada do racismo. Agora as reações foram muito significativas e parecidas com as que tínhamos visto na escola Serra II, ao compreenderem a mensagem que trazia. Alguns paravam de interpretar para rir, como se isso não lhes afetasse; outros ficaram chocados e olharam com desconfiança; outros se encolhiam, mas quando viram que o pensamento de Lampião era, exatamente, o motivo que não lhe deixaria entrar no céu, todos manifestaram que ficaram satisfeitos. O silêncio que se seguiu para compreender o desfecho do texto se deveu aos sentidos que cada um construiu para a leitura, de acordo com os seus conhecimentos prévios. Era a compreensão como atividade inferencial, como um trabalho construtivo, criativo e sociointerativo, que naquele momento emergia das atitudes do aluno diante do texto (MARCUSCHI, 2008).

A atividade de leitura ganhava destaque novamente e percebíamos que o esforço para captar o interesse do aluno valera a pena. Os alunos saíam de seus focos de interesse e eram conduzidos ao centro do livro. Silva (2005), sobre o ato de ler, nos dirá que

> ler é em última instância não só uma ponte para a tomada de consciência, mas também um modo de existir no qual o indivíduo compreende e interpreta a expressão registrada pela escrita e passa a compreender-se no mundo (SILVA, 2005, p. 45).

Era o que se percebia na atuação dos alunos Breno e Emy. Não apenas liam, mas interpretavam, gesticulavam e davam a sua voz o tom dramático que a leitura exigia, dando vida às personagens. O comportamento descrito acima revela a emergência da categoria motivação despertada pela construção de sentidos para o texto lido, evidenciada nas reações dos alunos diante do texto.

Os alunos Breno e Emy foram muito aplaudidos pela turma e nunca os tínhamos visto tão autoconfiantes e felizes consigo mesmos. Lembramos ao leitor que Emy era o mesmo aluno que, em sua cartinha para a ex-professora, disse que ela o deixava dormir. A professora mostrou todo seu entusiasmo e insistiu em que a ajudássemos a transformar o livro em pecinha de teatro.

4.3.7 Teatro: encontro das três turmas pesquisadas

Esse encontro, em 9 de dezembro, cumpriu os seguintes objetivos: promover o encontro das três turmas pesquisadas na Escola Vitória; possibilitar aos alunos o encontro dos colegas com os quais se corresponderam em alguns momentos assistindo à peça teatral montada, a partir da leitura de *O grande pecado de Lampião e a sua peleja para entrar no céu;* incluir alunos com problemas de disciplina e déficit de atenção, possibilitando-lhes outra linguagem nas aulas de matemática e língua portuguesa; e mostrar aos alunos, aos pais e aos professores um pouco do trabalho que foi desenvolvido em cada escola.

FIGURA 59: Aluno Breno em cena no papel de Lampião

Foi um momento importante porque mostra que é possível levar para as aulas de matemática linguagens diferentes, como outras possibilidades de aprendizagem. Este foi significativo para os alunos, mas foi muito mais para nós, professores, que desse trabalho construímos várias reflexões. A atividade de leitura realizada com a professora Diva[18], além de despertar alunos, normalmente, desmotivados em aulas de português e matemática, enriqueceu atividades interdisciplinares. A busca espontânea da professora Diva por parceria faria lembrar de Foerste (2005) e Silva (2009), que apontam a importância de aproximação entre universidade e escola básica, na conquista de novas formas de ensinar e aprender. Esse trabalho incluiu alunos vistos na escola como de "comportamento desajustado" como Breno, Emy e Thieguinho, revelando que viriam deles as interpretações mais talentosas. Como exemplo, citamos o aluno Breno que decorou texto de um dia para o outro, de uma peça em que aparecia do início ao fim, durante mais de 30 minutos. Desavenças se instalavam, porque um aluno exigia do outro o melhor desempenho nas expressões corporais e impostação de voz, possibilitando-lhes momentos de aprendizagens autônomas, pois tiveram que aprender a gerir conflitos cognitivos e emocionais. E à medida que se envolviam, cresciam na aceitação uns dos outros e na ajuda mútua, com sugestões de atuações. O teatro ainda ofereceu oportunidades para aproximações de alunos tímidos que poucas vezes se manifestavam em nossas aulas, como Lulu. Essa aluna levou para casa o seu entusiasmo de tal forma que fomos procurados pela mãe, para ressaltar

FIGURA 58: Aluno Thieguinho no papel de São Benedito

---

[18] A professora Diva que ministrava língua portuguesa preferiu ser identificada por seu verdadeiro nome.

a importância desse momento em sua vida escolar.

Antes da peça, a turma de 5º ano da Escola Serra II apresentou seu poema "Cadê, cadê a divisão?" inspirado na leitura do livro. Em seguida, viram como os alunos do 6º ano transformaram a leitura que os empolgara em outra atividade. Relembramos ao leitor que os alunos da Escola Serra II se encolhiam, no início, quando lhes dirigíamos a palavra, e agora subiam ao palco de outra escola e apresentavam um poema que ajudaram a construir em matemática. Não era uma obra prima, mas essa experiência, os alunos, provavelmente, não esquecerão. Não foi um momento que passou como tantos outros. Leram, escreveram e declamaram diante de outros alunos. Superaram expectativas e realizaram o nosso sonho de vê-los dando um pequeno passo em busca da conquista de maior autonomia nos processos de comunicação do conhecimento como um todo. E puderam ver o seu esforço aplaudido.

Ainda envolvemos a Escola Serra II, com a participação especial do aluno Luky no papel de diabinho que levaria Lampião depois de seu julgamento, pelo pecado de racismo. Era o aluno que, no início, nos pedira aulas de arte quando perguntamos como poderíamos ajudá-los. Participou da apresentação final, mesmo tendo ensaiado apenas em sua escola. Deu o máximo de si na apresentação e ainda nos brindaria com uma observação ao final do evento com a seguinte frase: *Tia eu sei quantas cadeiras tem no auditório sem contar todas. Quer ver? Tem 12 assim e 20 assim...* – gesticulava mostrando as filas que ele via na posição horizontal e vertical do ponto de vista em que se encontrava – *então são 60 e do outro lado também... Eu multipliquei.* Errou o cálculo mental, porque 12 X 20 são 240, logo teria 240 cadeiras de cada lado. O que daria um total de 480 cadeiras. <u>Era uma evidência de que as aulas envolvendo a ideia de multiplicação como área em uma representação retangular fizeram com que começasse a interiorizar esse conceito</u>. O que faltava, agora, era trabalhar mais com os cálculos propriamente ditos. E novas oportunidades despontavam nessa sua observação.

A turma da Escola Serra I compareceu acompanhada por outra professora que aproveitaria o teatro, fazendo com eles a sua leitura. A peça possibilitava debates sobre a diversidade, constituindo-se em um disparador para ricas reflexões sobre um imaginário, historicamente, construído que precisava ser ressignificado. Quando mais tarde visitamos essa turma, surpreendemos os alunos contando a história, que viram, para os colegas que não puderam ir e para a professora, com muito entusiasmo. Sabriny não se cansava de repetir que tudo f*oi muito legal.* Viu o Lampião que estava muito bonito, mas tinha um grande pecado... Assim, com essa turma um dos objetivos também foi alcançado: ver a literatura de cordel ganhar vida na peça.

Destacaríamos como consequência desse trabalho a aprovação dos alunos Breno e Thieguinho nas disciplinas de língua portuguesa e matemática, segundo nos confirmaram os professores. Passaram a ter mais responsabilidade com as disciplinas e melhoraram o desempenho. A participação na peça de cinco alunos da turma B, que conosco trabalharam no estudo exploratório, em 2010, motivou a professora Linda, que participou das experiências com essa turma, a se reaproximar de nossos estudos incluindo a escrita na matemática (HOFFMAN; SANTOS-WAGNER, 2011). Novos diálogos sobre formas diferentes de fazer matemática se estabeleceriam nos quais juntos veríamos como explicar a divisão de frações para alunos de recuperação, por exemplo. O nosso *fazer com* motivou os professores que passaram a ressaltar em suas falas a importância de introduzir linguagens alternativas na busca da aprendizagem matemática e da língua portuguesa. Era a reflexão sobre a prática que se instalava fundamentadas nessas ações colaborativas. Realizávamos a “possibilidade de diálogo sobre uma realidade que resiste e com a qual o pesquisador pode *fazer com*” (JESUS et al., 2009, p. 1, grifo dos autores).

Movimentar três escolas para realizar o encontro mostrou que é possível o intercâmbio de ideias e práticas para tornar a escola um espaço aberto e dinâmico. As possibilidades pedagógicas eram grandes e se distanciavam agora de nossa pesquisa. Porém, o encontro fora feito com a paixão que moveu todas as nossas experiências desde o início. Talvez esse momento não fosse produzido para analisar cientificamente, mas para sentir, ouvir e calar. Talvez fosse para guardar como a lembrança de uma possibilidade de aprendizagem em que burlamos a rotina. Ela poderia nos servir de referência do que é possível fazer com a realidade que temos: alunos agitados, alunos semialfabetizados no 5º ano, alunos que se dedicam a aprender a matemática da escola sem encontrar nela o diálogo com a matemática da rua, alunos que pedem ajuda e brilham em atividades diferentes, resumindo tudo em uma frase: *tia, foi muito legal...* Aquele momento, trazia mais do que informação, pois de alguma forma tocou a todos e talvez não se constituísse em “falta de silêncio e de memória” (LARROSA, 2004, p. 157).

Talvez devêssemos ouvir mais e nos encantar mais com aquilo que temos e tentar transformar cada momento que nos parece adverso em nova possibilidade de pensar (CERTEAU, 1994). Talvez em cada uma delas se escondam potencialidades que não conseguimos captar dentre os estímulos fugazes e efêmeros do dia a dia. E foi esse o resultado mais significativo das aulas que envolveram o teatro: reflexões para todos os professores comprometidos com um ensino de matemática mais conectado com outras disciplinas.

CAPÍTULO V:
CONSIDERAÇÕES FINAIS: AS APRENDIZAGENS CONSTRUÍDAS E AS PORTAS AINDA ABERTAS

Neste capítulo apresentamos nossa resposta ao questionamento central da pesquisa: **o que nós, professores, compreendemos da aprendizagem matemática do aluno quando trabalhamos com diferentes formas de comunicação?** Trazemos uma breve reflexão sobre este estudo, nossas respostas aos questionamentos auxiliares e algumas de nossas aprendizagens com a pesquisa e as escolas em que investigamos.

5.1 PORTAS ABERTAS PARA NÓS MESMOS: REFLEXÕES

Os entendimentos possíveis em cada espaço pesquisado sobre os processos de comunicação em matemática têm muito daquilo que queríamos ver, por mais que tentássemos tornar esse olhar livre da perspectiva de nós mesmos. E nesse olhar outros se entrecruzam em um eco de muitas vozes que guiaram o nosso pensamento, ao longo desse caminhar por portas que se abriam. E outras que almejávamos, mas pelas quais não passaríamos do umbral. "As explicações científicas não fazem referência à realidade, independentemente, do observador, razão e emoção são inseparáveis. São elas que formam a corporeidade" nos dizia o professor Carlos Eduardo Ferraço na disciplina de *Questões atuais de educação* (1º semestre, 2010). Assim, as respostas que trazemos são reduções da complexidade com que lidávamos ou aproximações de explicações que acreditávamos ver, enquanto considerávamos o conhecimento formado na relação com o outro.

5.2 PORTAS PARA UMA VIAGEM DE VOLTA: O QUE RESPONDEMOS?

Aqui respondemos às perguntas auxiliares, ordenando-as por itens e subitens, que em muitos momentos se inter-relacionam.

A) O que se evidencia da aprendizagem matemática do aluno nas interações aluno/texto/professor, professor/texto/aluno e aluno/texto/aluno durante os processos de leitura na resolução de problemas?

Nas três escolas, nós constatamos que os alunos tornam-se capazes de interpretar e resolver problemas com níveis diferentes de dificuldades envolvidas, aplicando estratégias próprias ao serem auxiliados nos processos de leitura e compreensão. Na Escola Vitória, oferecemos vários tipos de textos de resolução de problemas: textos com excesso de informação, como o apresentado no capítulo IV, envolvendo frações; textos com linguagem simples e direta, mas com desafios ao pensamento matemático, como os problemas da OBMEP (IMPA, 2011); textos com a estrutura dos problemas do livro didático; e textos de problemas elaborados pelos próprios alunos, utilizando a sua linguagem, como normalmente são veiculados, no dia a dia. Os desafios da Olimpíada não compreendidos sem o suporte cognitivo do professor, ganhavam outro direcionamento, quando com eles interagíamos. Ou seja, problemas rotineiros e desafiadores foram resolvidos adequadamente ao ocorrerem interações entre aluno/texto/professor, professor/texto/aluno e aluno/texto/aluno. Além disso, problemas desafiadores ou não rotineiros ou não convencionais, que antes não motivavam muitos alunos, passaram a ser resolvidos por um maior número de alunos, ao haver essas interações.

Na Escola Serra I, trabalhamos com textos de problemas veiculados no livro didático ou com textos formulados pelos próprios alunos e enviados por colegas. Estes possuíam linguagem mais simples e direta. Mesmo assim, como mostramos no capítulo anterior, a intervenção na leitura se fez necessária para que o aluno compreendesse as ideias matemáticas envolvidas e escolhesse o cálculo numérico que deveria realizar (SELVA, 2009). E na Escola Serra II, também exploramos vários tipos de texto em situações-problema: dialogado em forma de historinha; em textos com excesso de dados; e formulados pelo próprio aluno ou colegas, como mostramos nas análises. Nesses diferentes textos, percebemos a importância de não deixar o aluno a sós. Revelava-se a força da interação de que nos fala Vygotsky (2007/1984), confirmada por Santos (1997) e Silva (2009), quando afirmam que a aprendizagem matemática se efetiva em comunidades de aprendizagem com diálogos compartilhados. Assim sendo, o texto do problema é ponto de partida para o diálogo, compreensão da situação e negociação de significados matemáticos. O texto de resolução de problemas em matemática levou o aluno a fazer inferências, com novas informações construídas por meio da compreensão do texto em debate, de forma interdisciplinar, verificados na resolução e formulação de problemas, a partir da literatura de cordel (LOPES; NACARATO, 2009a, 2009b; MARCUSCHI, 2008; SANTOS, 1997).

As técnicas de leitura desses textos seguiam diferentes orientações de acordo com o estágio de desenvolvimento de leitura em que os alunos se encontravam, como mostramos no capítulo IV. Dentre todas essas técnicas, destacamos: (a) leitura silenciosa como primeiro contato do leitor com o texto; (b) leitura silenciosa dirigida com perguntas ou pistas dadas pelo professor; (c) leitura silenciosa dirigida com mímicas feitas pelo professor; (d) leitura oral feita por um colega e acompanhada pelos demais; (e) leitura em coro oralmente; (f) leitura com representação das ações (dramatização); e (g) reconstrução dos fatos com as próprias palavras dos alunos, a partir da compreensão do texto lido. Todas, em diferentes momentos, revelaram o seu potencial em atividades de resolução de problemas. Confirmaram, assim, a nossa hipótese de que resolver problemas apresentados em diferentes tipos de texto, com níveis diferenciados de complexidade, requer dinâmicas em sala de aula que privilegiem os processos sociointerativos de nossa questão auxiliar. Mesmo para alunos que chegam à resposta sozinhos, nos recomenda Polya (1945/1978, p. 10), o professor precisa fazer com que compreendam que “problema algum fica completamente esgotado. [...] Com estudo e aprofundamento, podemos melhorar qualquer resolução e, seja como for, é sempre possível aperfeiçoar nossa compreensão da resolução”.

Na Escola Vitória, havia momentos em que bastava o professor conduzir a atenção do aluno para o que, de fato, o problema perguntava. Com perguntas instigadoras, fazíamos com que o aluno compreendesse o problema, olhasse para as estratégias que utilizava e revisse a resolução (POLYA, 1978/1945; SANTOS-WAGNER, 2008).

Às vezes, as compreensões surgiam ao ouvir colegas do grupo ler em voz alta; em outras, surgiam durante a leitura oral feita pelo próprio aluno para o professor; e ainda no silêncio, que se seguia após essa leitura oral, em que outras compreensões e pensamentos eram ativados na mente do aluno, fazendo-o retornar ao texto em um encontro silencioso. Havia ainda momentos em que era preciso levá-los a falar sobre o que compreendiam do texto do problema e reconstruir a situação com vocabulário próprio para que alcançassem compreensão. Isso constatávamos em textos de problemas em que havia informações implícitas ou específicas da linguagem matemática, sendo necessária a mediação do professor (VYGOTSKY, 2007/1984). O que é confirmado também por Fonseca e Cardoso (2009), quando dizem que o professor de matemática necessita assumir para si o trabalho de compreensão do texto matemático ao lado dos alunos. A situação matemática expressa nos diferentes textos era compreendida pelos alunos com o uso de várias formas de perguntar, de levar o aluno a pensar sozinho, oferecer pistas ou respeitar os silêncios que entremeavam os diálogos entre professor/alunos (POLYA 1978/1945; SANTOS 1997; SANTOS-WAGNER, 2008). Ainda verificamos, segundo nos relatou o professor RJ, que esse trabalho diversificado com leitura estimulou alunos - antes desmotivados - em tarefas propostas na forma de desafios. As diferentes formas de leitura, usadas em aula, os auxiliaram a compreender situações matemáticas e a sentirem-se capazes de propor soluções.

Na Escola Serra II, as técnicas anteriormente listadas foram empregadas em diferentes momentos. Destas, destacava-se a leitura com a reconstrução do texto com as próprias palavras do aluno e a leitura com dramatização da situação-problema como recomenda Santos (1997). Quando o aluno se imaginava envolvido nas situações apresentadas pelo texto, ativava memórias de suas vivências que faziam com que compreendesse a situação (ver capítulo IV). Essas técnicas de leitura em matemática também contribuíram para complementar a alfabetização de alunos, como mostramos nas análises das atividades, relacionadas ao jogo, em que ler para a compreensão era uma das regras. Acreditamos que a autonomia começava a ser conquistada nesse processo em que o aluno era levado a valorizar a leitura, aprendendo a direcionar o seu olhar para as informações relevantes. E isso nos foi confirmado pela professora Val, ao ressaltar que os alunos passaram a localizar informações relevantes com mais facilidade.

B) Como a utilização de diferentes formas de comunicação em aulas de matemática pode contribuir para um fazer matemática com ligação de saberes por meio da interdisciplinaridade?

a) A contribuição da leitura e seus entrelaçamentos

Em vários momentos vivenciados na pesquisa, nós concluimos que a aprendizagem matemática ganha significado quando a abordamos de forma interdisciplinar. Nas aulas da professora Gezi, na Escola Serra I, temos o exemplo da exploração da ideia de número em texto jornalístico. Os debates favoreceram reflexões sobre as consequências da poluição na Ásia e permitiram transitar entre as disciplinas de Geografia, Língua Portuguesa, Ciências e Matemática. O significado dos números grandes se reconstruía por meio da compreensão do texto com o enfoque sociointerativo, de forma que o aluno percebesse a matemática conectada com a realidade (SKOVSMOSE, 2005). Naquela aula, a atividade explorando a leitura, ia ao encontro do que afirmam os PCN, quando ressaltam que "o conhecimento aprendido não fique indissoluvelmente vinculado a um contexto concreto e único, mas que possa ser generalizado, transferido a outros contextos" (BRASIL, 1998, p. 36). Essa leitura ainda oportunizou a percepção da professora Gezi sobre a necessidade de novas atividades para a compreensão das regularidades do sistema de numeração decimal. Isso se deu ao notar que os alunos não sabiam ler e escrever números grandes, motivando uma sequência didática, com tarefas de revisão, aprofundamento e reconstrução da ideia de número. Assim, práticas de leitura em matemática oferecem, também, possibilidades de reflexão para o professor sobre aprendizagens construídas, ou não, pelo aluno.

Outro exemplo também da Escola Serra I foi o acolhimento de nossa sugestão para o trabalho com a história dos números, em que a professora Gezi partiu da leitura de textos pesquisados por alunos. Estes passaram a perceber a matemática como uma produção cultural da humanidade e desmistificaram a disciplina como um conhecimento estanque, pronto e acabado, mas que permite a criação. Isso é confirmado por educadores matemáticos que nos mostram a importância de que alunos percebam a matemática como criação humana (GÓMEZ CHACÓN, 2003; ZANON, 2011). As reflexões sobre as origens da matemática, através das localizações geográficas dos povos e fatos no mapa também ampliavam a maneira dos alunos lerem e interpretarem a realidade, como vimos na criação do poema coletivo sobre os números. E esses enfoques foram possibilitados através de reflexões com a professora Gezi sobre a introdução da leitura, escrita e oralidade de forma mais sistemática nas aulas de matemática. O que se confirma nesse depoimento:

> *Uma das coisas que passei a fazer por influência de nossas conversas foi trabalhar com a história da matemática. Trabalhei com a lenda do Tangram, com a história dos números, aprofundei a história dos números romanos e agora com a história das medidas. Foi muito bom. Parece que traz mais interesse para a turma. Por isso fui buscar o texto sobre matemática agrária também... (professora Gezi, out. 2011).*

Na escola Serra II, citamos como exemplo a aula em que trabalhamos ideias matemáticas presentes no poema de cordel *Consumidor consciente* (NETO, 2007). A exploração dessa leitura permitiu ao aluno o encontro com a cultura do Nordeste, a compreensão da linguagem desse tipo de literatura e a construção de significados matemáticos que davam sentido ao texto. Multa, juros, prejuízo e direitos do consumidor sustentavam a ideia de porcentagem. Esta seria explorada em resolução de problemas elaborados oralmente e por escrito com os alunos, por nós e pela professora, enquanto atuava sozinha. Essa leitura foi o disparador de outra nesse mesmo gênero: *O grande pecado de Lampião e sua peleja para entrar no céu* (SANTOS, 2005), que motivou a elaboração coletiva de poema sobre a divisão. A mesma leitura ainda seria levada para as outras duas escolas, desenvolvendo novas abordagens dentro das aulas de matemática, materializando-se no teatro na Escola Vitória no final do ano (9 de dezembro de 2011).

Na criação dessa peça teatral na Escola Vitória, os alunos partiram de uma situação de leitura por prazer em aulas de matemática para a exploração de várias formas de linguagem que, indiretamente, motivaram o bom desempenho nessa disciplina. Essa atividade possibilitou o exercício da memorização, impostação da voz, expressão corporal e atenção. Além disso, ajudou alunos a vencerem a timidez adquirindo mais autoconfiança, que é um dos requisitos para a fruição do conhecimento matemático e de qualquer disciplina. Como resultado deste trabalho, podemos citar a mudança de comportamento de alunos como Breno e Thieguinho que passaram a estudar matemática com mais prazer, melhorar o desempenho nesta disciplina e também em língua portuguesa, alcançando aprovação. O bom desempenho na peça, como personagens centrais, valeu-lhes um olhar diferenciado sobre suas produções, por parte dos professores, confirmado nesse depoimento do professor RJ, em dezembro, no encontro final dos professores:

> *Os alunos passaram a se interessar bem mais. Antes não perguntavam nada. [...] trouxe novo ânimo. Veja bem, só tem três alunos que provavelmente ficarão de NOA [Novas Oportunidades de Aprendizagem], 27 passaram direto. Breno passou... Precisa ver como passou a se interessar mais. O trabalho [...] incentivou eles a pensarem mais (Professor RJ/ dezembro de 2011, transcrito na íntegra).*

b) A contribuição da escrita

- **Escrita livre**

Escritas livres são produções de pequenos textos em que o aluno libera seus pensamentos sobre algum assunto (POWELL; BAIRRAL, 2006; SANTOS, 1997). São produções, geralmente, feitas em finais ou início de aulas, com duração de, no máximo, dez a quinze minutos e podem ser revistas para produções mais elaboradas, posteriormente ou não, de acordo com o objetivo. Essa escrita foi utilizada na Escola Serra I e nos mostrou o que os alunos sabiam e o que não sabiam sobre a estrutura do sistema de numeração decimal, após aula expositiva. Constituíam-se em instrumentos de diálogo entre professor e aluno na medida em que revelavam o seu aspecto de avaliação diagnóstica (SANTOS, 1997). Isto é, essas escritas comunicavam ao professor conhecimentos ou dúvidas dos alunos possibilitando que novos direcionamentos pedagógicos fossem feitos nas aulas posteriores. Também foram utilizadas após a realização do jogo de computador em que exploravam conceitos das operações de adição e subtração (campo aditivo ou estrutura aditiva) e permitiu-nos compreender algumas estratégias de cálculo empregadas. Permitiram ainda o olhar sensível do professor sobre o processo de escrita em si, levando-o a contribuir para complementar o processo de alfabetização, com a realização de bingos ortográficos e outras atividades de revisão textual.

Na Escola Serra II, também utilizamos a escrita livre que se mostrou eficiente na comunicação de ideias e sentimentos ao professor, permitindo que fizéssemos o direcionamento de atividades em matemática. Foi explorada após o jogo, em grupo e nos mostrou o que significava aquela atividade para a ressignificação de sentimentos em relação à disciplina. E também oportunizou a prática da escrita em atividades que ajudariam na complementação da alfabetização, como na Escola Serra I.

- **A escrita direcionada**

Chamamos de escrita direcionada àquelas produções que partiram de exercícios que tinham claro, em seu comando, o que se esperava que o aluno fizesse. Aproximam-se do que Powell e Bairral (2006) chamam de escrita transacional. Diferentemente, da escrita livre, era dado ao aluno mais tempo para a sua elaboração para que pudesse refletir sobre o processo de escrever em si e sobre as ideias matemáticas que deveria inserir. Na Escola Vitória, esse tipo de escrita apareceu em atividade, que solicitava ao aluno explicar por escrito, para um colega, que perdera a aula do professor RJ, como fazer operações de adição e subtração de números decimais. Além disso, pedia que o aluno exemplificasse e mostrasse como utilizar essas operações em resolução de problemas. Permitiu ao aluno rever o que sabia sobre o conteúdo, usando a escrita como "uma ferramenta potencial para reforçar essa reflexão conceitual" como afirmam Powell e Bairral (2006, p. 54). Essa tarefa ocorreu dias antes da prova, que seria realizada pelo professor RJ, e tinha o propósito de revisão para o aluno. A tarefa foi realizada por um bom número de alunos e levou-os a repensar o conteúdo. Segundo o professor, quase todos os alunos tiveram bom desempenho na realização da prova sobre os conceitos matemáticos. Isso nos permite dizer que uma atividade de escrita em matemática é bem aceita e contribui para a aprendizagem, quando o aluno vê nela um significado ou um propósito para a sua realização.

As justificativas para os procedimentos de cálculos em resolução de problemas também se constituem em escritas direcionadas. Em nossas experiências, conquistamos cerca de 1/3 dos alunos para a sua realização nas três turmas. Isso nos leva a crer que o aluno não habituado no dia a dia, ou perdendo o hábito desse tipo de atividade, tende a escrever a resposta sem argumentação, exatamente porque não vê significado nessa escrita. Em nossa experiência, era como se vissem, nessa atividade, apenas o objetivo do pesquisador, não vislumbrando outro sentido. O que nos leva a crer que escritas variadas deveriam se constituir em práticas mais presentes no dia a dia em pequenas produções que pudessem introduzir o hábito de argumentar. Em produções de alunos que conquistávamos para essas tarefas, percebíamos que reviam o pensamento construído e o validavam independentemente da opinião do professor, como vimos no texto do aluno Vivy, no capítulo IV, página 218.

- **Os poemas coletivos**

Nas escolas Serra I e Serra II, ainda foi possível brincar de fazer poesia nas aulas de matemática, estilizando poemas de cordel sob adaptação de sugestões de Santos (1997). Cremos que explorar aprendizagens por meio de outra forma discursiva, com mais liberdade para expressar conceitos em formação foi uma atividade bastante rica, pelo seu caráter interdisciplinar. Os alunos empregaram conceitos matemáticos de forma lúdica, enquanto aprendiam a construir versos com ritmo e sonoridade. Escreviam e reescreviam, liam e reliam de forma natural enquanto mediávamos esse processo. Agindo assim, íamos ao encontro do que estudiosos apontam como necessidade de ações coordenadas em várias atividades curriculares para o desenvolvimento das competências de leitura e escrita (LOPES; NACARATO, 2009). E essas, o aluno mais facilmente adquire se considerarmos a escola como o espaço, de fato, para o seu desenvolvimento em todas as disciplinas. Segundo as autoras, anteriormente citadas, hoje é quase consenso entre professores e pesquisadores que essas competências também estão diretamente ligadas à aprendizagem e à comunicação do conhecimento matemático. Assim sendo, escrever poesia em matemática mostrou-se uma possibilidade de aprendizagem em elaborações coletivas, em que os alunos selecionavam palavras, envolvendo conceitos matemáticos em formação, enquanto eram ajudados pelo professor. Os alunos ditavam e o professor escrevia, invertendo os papéis enunciativos. As frases eram selecionadas pelo grupo que as submetia aos critérios anteriormente estabelecidos. Também aspectos linguísticos eram verificados enquanto procediam à revisão.

- **A carta pessoal**

Nas três escolas, a carta pessoal mostrou potencialidades e limites para o intercâmbio de algumas aprendizagens matemáticas que construíam, além de oportunizar a extrapolação do conteúdo. Em algumas cartas expressivas direcionadas, tivemos indícios de que, nesse gênero, as crianças tinham mais facilidade de expressar conceitos matemáticos em construção por se tratar de atividade de escrita em que viam significado. A presença do interlocutor menos artificial, uma vez que as cartas eram enviadas ao professor ou a outros alunos, fazia com que houvesse mais dedicação ao comunicar ideias e isso incluía a matemática. Como uma forma de escrita expressiva, de caráter livre ou direcionado, revelou aprendizagens matemáticas em formação e equívocos conceituais que puderam ser revistos em momentos posteriores (POWELL; BAIRRAL, 2006; SANTOS, 1997).

Em resumo, podemos dizer que as formas de escrita utilizadas tinham como ponto forte em matemática a comunicação ao professor do que o aluno sabia e o que não sabia, para, a partir daí fazer novas intervenções, como mostramos. Ou seja, as tarefas de escrita desempenhavam um relevante papel de atividade avaliativa diagnóstica (SANTOS, 1997) que auxiliava o professor a rever, a repensar procedimentos de ensino e a compreender facilidades ou dificuldades de aprendizagem de alunos. Sendo que as últimas eram compreendidas como ponto de partida que potencializava novas ações. Assim sendo, as escritas eram, também, instrumentos que levariam à reflexão sobre a prática: se o meu aluno não internalizou aprendizagens, onde foi que a minha atuação revelou fragilidades? Como exemplo disso, podemos citar as cartinhas produzidas na Escola Vitória. Inicialmente, surpreendeu-nos o fato de a maioria dos alunos não conhecerem a estrutura desse gênero textual. Reflexões após essa ação nos fariam concluir que talvez não tenhamos praticado essa forma discursiva com a frequência que deveria, ao lecionarmos, no ano anterior, para esses alunos. Outro ponto a refletir é que as cartas iniciais para a ex-professora partiram de um comando, excessivamente, livre e foram as primeiras tarefas escritas em matemática, feita pelos mesmos, após meses de interrupção. Talvez, os alunos de 6º ano precisassem de direcionamentos como os que ocorreram na carta em forma de escrita direcionada para um colega ausente sobre operações com números decimais, antes de uma avaliação. Para que internalizassem aprendizagens sobre como se expressar em uma carta, estas deveriam ser oportunizadas de várias maneiras, de forma sistemática, com mais orientação e praticada na rotina de aulas.

- **A representação pictórica com fragmentos de escrita**

A representação pictórica ou icônica emergiu, naturalmente, ao incentivarmos o aluno durante as nossas interações para que colocassem em prática diferentes maneiras de raciocinar, não se prendendo ao algoritmo formal. Essa forma de comunicar o pensamento matemático do aluno revelou-se importante nas três escolas e se encontra descrito e analisado nos episódios apresentados no capítulo IV. Demonstrou toda a sua força junto aos alunos, em diversos momentos, quando ainda não possuíam o domínio do algoritmo formal. Isso foi exibido na resolução do problema por Breno, no cálculo de frações de quantidade. Também vimos exemplos durante a realização do jogo de matemática na Escola Serra II, em que alunos não completamente alfabetizados desenvolviam raciocínio matemático, criando suas próprias heurísticas, com o auxilio de ícones (tracinhos, bolinhas e outros).

- **A formulação de problemas escritos**

A formulação escrita de problemas pelos alunos talvez tenha sido o gênero discursivo mais utilizado nas três escolas em nossas experiências. Verificamos que nas Escolas Serra I e Serra II, nas primeiras produções, os alunos tinham dificuldade para formular a pergunta do problema. Era como se não compreendessem qual era de fato o objetivo de um texto de problema matemático. Notávamos que o texto seguia a sequência narrativa de uma historinha e a concluíam, às vezes, de forma incoerente ou inserindo a resposta (Veja cap. IV). Talvez isso se deva ao fato de que existe no texto do problema uma mudança de linguagem da sequência narrativa ou expositiva para a sequência injuntiva (MARCUSCHI, 2008). Exemplo: *O menino tinha 25 bolinhas de gude. Então ele jogou e perdeu 10. Calcule quantas tem agora; ou: o que aconteceu? Com quantas ficou?* Em nossas experiências, verificávamos que a pequena narrativa era concluída: *agora ele só tem 15*. Alguns alunos não notavam que a operação mental que realizavam não podia estar toda expressa, deixando essa tarefa ao leitor, que é o que caracteriza o texto de um problema em matemática. Aqui verificávamos a imbricação da linguagem materna e linguagem matemática de que nos fala Machado (1993). Para que os alunos compreendessem as ideias envolvidas no texto de um problema formulado por colegas, foi fundamental, durante as atividades desenvolvidas, que trocassem de cadernos entre si para que uns pudessem resolver questões dos outros. Essa comunicação entre alunos é que permitiria a clareza de ideias, na medida em que eles se questionavam sobre questões e proposições pouco claras que necessitavam de reescrita. Foram fundamentais também os questionamentos que, como professora pesquisadora, fazíamos durante o estudo ao interagir com os alunos, nas três turmas. Estes seriam incorporados em outros momentos pelas professoras Gezi e Val e pelo professor RJ, em suas aulas subsequentes aos momentos específicos da pesquisa.

A atividade de resolução e proposição de problemas foi muito bem aceita e desenvolvida pelos professores. Assim, ao final de nossas visitas, notamos que a tarefa de elaborar situações matemáticas começava a ficar mais clara para os alunos. Juntos, assumíamos uma postura em que sabíamos que

> é preciso estimular a capacidade inventiva e questionadora dos alunos, desenvolvendo na sala um clima de interação e respeito, onde se possa fazer matemática através da possibilidade de questionar, levantar hipóteses, comunicar ideias, estabelecer relações e aplicar conceitos (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 153).

Essas diversas formas de comunicação, leitura, escrita, representação pictórica, sempre mediadas pelo diálogo, muitas vezes se entrelaçavam para a obtenção de raciocínios matemáticos, ao mesmo tempo em que habilidades linguísticas eram formadas. Nas três escolas, tivemos indícios de que se constituíram em pilares de uma aprendizagem matemática em que se considera toda a complexidade envolvida na formação de conceitos. Para Vergnaud (2012, p. 15) “a conceituação matemática fundamenta-se em uma série de objetos e relações que não são apenas numéricas", isso significa trazê-la para o dia a dia do aluno, em situações em que perceba que o tempo todo se utiliza da matemática. O nosso estudo mostrou que é possível construir comunidades de aprendizagem em que o aluno possa pensar matematicamente, construindo seus "teoremas em ação" ou "esquemas em ação" como Vergnaud propõe, referindo-se às estratégias do aluno.

Nesses ambientes de aprendizagem com autoridade compartilhada em que a sala de aula se transformava, o conhecimento não se restringia a uma área especificamente (BRASIL, 1997a, 1997b, 1998; SANTOS, 1997; SILVA, 2009). Transitávamos entre várias disciplinas, a partir da matemática, possibilitando escritas e leituras, enriquecendo experiências e favorecendo não apenas o conhecimento matemático, mas o conhecimento como um todo. Acreditamos que é função de qualquer professor criar possibilidades para praticar a escrita, ainda que avanços sejam pequenos, como mostramos, para que o aluno possa usufruir da força da palavra escrita e não se reproduza o silenciamento da diferença (SANTOS, 2007).

Contudo, vale ressaltar que essas experiências descritas, que abrangem algumas formas de comunicação como a escrita de cartas, as atividades com tirinhas de humor e literatura de cordel, por exemplo, não foram repetidas várias vezes para triangular dados. Surgiram na nossa pesquisa como possibilidades a serem investigadas em profundidade e regularidade em aulas, futuramente, para obtermos outras evidências e confirmar potencialidades na aprendizagem matemática. Acreditamos que essas são as portas ainda abertas em nosso estudo à espera de novas compreensões.

c) A oralidade

A oralidade se entrelaçava em todas as respostas acima colocadas e foi respondida, especialmente, na pergunta A. A criança fala, enquanto realiza suas ações, para si mesma e para os outros. Explorar esse ato natural em matemática é favorecer a negociação de significados e dialogar com o aluno e o saber (VYGOTSKY,1993/1987). Verificamos nas três escolas o que também afirma Curi (2009):

> Uma ferramenta útil ao professor é a comunicação. Por meio da oralidade, vários recursos são ativados, como o afloramento dos conhecimentos prévios dos alunos, as conexões interdisciplinares e as contextualizações possíveis (CURI, 2009, p. 139).

A autora reforça o que diz Santos (1997), quando recomenda que perguntemos aos alunos como pensaram, por que fizeram determinados procedimentos em resoluções de problemas e como podem ter certeza de que o caminho escolhido é o correto. Instigando a fala, o professor terá acesso ao pensamento do aluno para, assim, mediar as intervenções que julgar necessário**.** Além disso, possibilita que o conhecimento matemático seja transposto para outras áreas, atando os nós das redes de saberes como vimos na exploração do texto jornalístico.

C. Qual o papel da afetividade na aprendizagem matemática que emerge durante a interação nos processos de comunicação?

Em todo o nosso trabalho, sentimos como as relações de afetividade, entre professor e aluno, permeiam a aprendizagem matemática (GÓMEZ CHACÓN, 2003). Aqui falamos em afetividade, também, nos refeirindo à capacidade de nos deixar afetar pelo outro e tentar compreendê-lo como legítimo ser da convivência que nos questiona e interpela (MATURANA, 1998). Podemos citar, como exemplo, a valorização de cada pequeno avanço na aprendizagem dos alunos da Escola Serra II, mostrada nas análises da aula envolvendo o jogo de matemática, em agosto de 2011. As relações afetivas trabalhadas naquela atividade, fariam com que alunos como July e Pauly fossem conquistados para o efetivo envolvimento em nosso trabalho. Também podemos citar a participação dos alunos Emy, Breno e Lulu (da Escola Vitória) e Luky (da Escola Serra II) como personagens do teatro. A autoestima conquistada por esses alunos faria com que eles se motivassem para a participação em aulas de matemática e de língua portuguesa.

Na Escola Serra I, as relações de afetividade eram cultivadas pela professora em seu dia a dia. Exemplo disso foi a acolhida aos alunos com a mensagem Feliz metade do ano. A mensagem em PowerPoint possuía 21 slides com frases de reflexão, em que gatinhos simbolizavam diferentes situações. Eram metáforas em que a aprendizagem matemática e a aprendizagem para a vida eram discutidas com leveza, como vemos no slide da figura 63. Enquanto liam, falavam sobre as coisas que lhes deixavam leves e felizes: ter família, bons amigos, rir, ir a festas, divertir-se de forma saudável. Mas a professora Gezi ressaltava que aprender matemática também pode dar prazer, quando aceitamos desafios com otimismo. Era uma leitura diferente que passava a mensagem de que aprenderiam mais no segundo semestre de 2011, e tudo podia se tornar tão agradável como passear com os amigos.

FIGURA 63: Mensagem de otimismo em aula de matemática

Gezi passava uma imagem positiva da matemática, como uma disciplina aprendível, em que bastaria ao aluno querer conquistá-la. Minimizava a impressão que algumas pessoas têm de que matemática é para poucos privilegiados que possuem inteligência acima da média. Lins (2005) afirma que o fracasso de muitos alunos em matemática se deve, às vezes, ao fato de um “não querer aprender” meio inconsciente, que lhes tira a motivação para se aproximarem, de fato, da matemática escolar. Seria como um processo de “autoexclusão induzida” (LINS, 2005, p. 95) em que o aluno não possui motivação nenhuma para aprender, porque considera a disciplina algo que não consegue conquistar. Quando a professora Gezi incorporava, em sua aula de retorno, após as férias de julho, mensagens positivas que são associadas ao processo de aprender matemática, intuitivamente, trabalhava no sentido de diminuir concepções negativas sobre a sua aprendizagem. Também criava com o aluno um elo de afetividade, na medida em que o ouvia e refletia sobre os seus pontos de vista. Além disso, oportunizava a leitura em uma forma diferente de expressão.

Nas três escolas, a nossa atitude de vibração, cada vez que alunos faziam pequenas conquistas, estimulava-os a querer aprender, e novamente, receber esse reforço positivo, como mostramos nas análises de aulas que incluíam jogos ou desafios. Frases que enfatizavam o quanto acreditávamos neles, em sua capacidade de construir seus próprios caminhos e testar hipóteses foram repetidas, constantemente, e mostraram seus efeitos na motivação, como nos confirmou o professor RJ. Concordamos, assim, com autores como Gómez Chacón (2003) que ressaltam a importância de considerar a interação razão-emoção como fator que pode desencadear atitudes positivas em relação à aprendizagem matemática como o autoconceito, por exemplo.

D) O que aprendem professores sobre o ensino e aprendizagem de seus alunos ao diversificarem as formas de comunicação em suas aulas de matemática?

Uma das aprendizagens significativas construídas por todos nós, professores envolvidos nessa pesquisa, foi trabalhar na perspectiva inclusiva, por meio das reflexões sobre a prática. As diferentes formas de comunicação em aulas de matemática possibilitavam a alunos como Breno, Joenvy, Emy e Thieguinho da Escola Vitória e Luky da Escola Serra II, normalmente agitados e pouco receptivos para algumas atividades, se engajarem em outras, como foi o caso do teatro. Este também trouxe para o centro da atividade alunos tímidos, como Mury e Lulu. A atuação desses alunos, revelando o talento para a dramaticidade, despertou o interesse de outros pelo texto e com isso fortalecia a autoconfiança dos que interpretavam. Estávamos proporcionando àqueles alunos uma experiência diferente, que lhes trazia novas motivações.

O aluno Emy representou para nós uma das aprendizagens mais significativas. Raramente participava das aulas e dificilmente silenciava, embora sempre se oferecesse para nos ajudar a resolver problemas práticos. Mudanças de atitude viriam com a leitura do livro do Lampião e com o projeto do teatro. Emy atuou brilhantemente nos ensaios e sugeriu expressões corporais aos outros colegas que, com ele, contracenavam e aprendiam. Mas era inconstante e, às vezes, agressivo. Precisaríamos aprender a administrar vários conflitos emocionais entre o grupo. Era complexo manter a união dos 22 "atores" em torno de um objetivo único com a participação de alunos que, às vezes, se desestabilizavam. Contudo, esse trabalho nos mostrou que essas ações são possíveis quando passamos a enxergar diferenças como potencialidades. A experiência mostrou que são, exatamente, alunos como Emy que se destacam quando utilizamos outras linguagens, proporcionando aprendizagens novas ao grupo todo (SANTOS, 1997).

Aprendemos a olhar de forma diferenciada para produções e interesses dos alunos e avaliá-los de acordo com o que conseguiam produzir nas três escolas. E isso foi possível, porque o movimento do pensamento em torno de um projeto comum, possibilitado pelo ambiente de pesquisa, desencadeava reflexões sobre a prática. Perez (2005, p. 253) nos dirá que "no quadro de um projeto comum, tanto os êxitos como os fracassos são resultados de um grupo. E não responsabilidade individual de cada professor". A avaliação desses alunos passava a ter o olhar não apenas de um professor implicado em uma disciplina. Formara-se uma pequena comunidade na qual percebemos que tanto o professor quanto os alunos estavam engajados, com vontade de ensinar e aprender. O processo se tornara mais importante que o produto (SANTOS, 1997). E isso começava a ser percebido por meio desse novo olhar em retrocesso sobre as ações desenvolvidas (OLIVEIRA; SERRAZINA, 2002; SILVA, 2009) Eram pequenas conquistas, mas podem representar grande diferença na vida escolar desses alunos e de outros que participaram da peça e de outras atividades.

O equilíbrio entre atividades construtivistas e tradicionais foi um tema discutido com os professores durante a pesquisa e reavaliado no encontro final de 7 de dezembro de 2011. Permitir que o aluno construa suas estratégias sem lhe impor o algoritmo formal ainda era visto com alguma desconfiança. Ainda havia estranhamento quando o aluno seguia um caminho em resolução de problemas que não era o esperado pelo professor. Evocamos momentos, que aconteceram durante a pesquisa, que talvez clarearam um pouco mais, que o sentido de número é um processo em construção constante pelo aluno. Esse sentido numérico envolve saber escolher métodos e operações conscientemente de que existem várias maneiras de resolver problemas matemáticos no dia a dia, na escola e fora dela. É o que se confirma nesse diálogo:

> RJ: *As vezes percebo que os alunos colocam a resposta dentro do cálculo, mas não sabem como fazer para chegar a ela.*
> Val: *É mesmo, esses alunos foram meus e eram mestres em fazer isso. Por exemplo em um problema assim: O recreio começa 9:25 e termina as 9:50. Quantos minutos durou? Eles colocam a resposta e depois testam somando.*
> Gezi: *Os alunos fazem o inverso. Vão da resposta e fazem o caminho de volta, mas não sabem construir o caminho para chegar a ela*.
> P: *Na verdade, eles sabem. Eles só não pensam como nós. Por isso precisamos deixar que falem.*
> Val: [...] *Hoje já penso diferente. Nem sempre é preciso ter uma resposta fechada. Existem questões em que é preciso que você chegue a uma resposta final única, mas os caminhos para se chegar a ela podem variar e é preciso ter abertura para isso. Você pode oferecer questões e deixar que o aluno busque a resposta, mas ela não é o mais importante. O importante é o caminho que ele construiu, o raciocínio que elaborou. [...] isso não quer dizer que não tenha que aprender a fazer contas* (7 de dezembro de 2011).

As palavras da professora Val permitiram ricas reflexões. Quando diz que os alunos *colocam a resposta e depois testam,* sabe que isso revela compreensão. Eles não faziam tentativas aleatórias, mas conjecturas que procuravam validar. Permitir essas práticas contribuía para a flexibilidade do pensamento que viria com mais naturalidade para compreender o que acontece na utilização do algoritmo formal. O que se espera é que o aluno saiba escolher os métodos de resolução que melhor resolvam questões, mas isso é um processo longo que requer prática. Portanto as tentativas devem ser encorajadas, valorizadas e discutidas a sua validade e viabilidade na situação a resolver. E assim deixar claro para o aluno que a matemática nos encanta, pois admite a possibilidade de criar e encontrar respostas por caminhos alternativos ao operar e raciocinar por diferentes métodos na resolução. A facilidade com as operações é consequência de um trabalho intensivo em que o aluno é confrontado com diversas situações-problema em que pensa sobre números e suas regularidades enquanto constrói o sentido de número (MCINTOSCH; REYS; REYS, 1992). Vários exemplos, em que isso se verificou durante a investigação e no nosso dia a dia, foram evocados em nosso encontro final em dezembro de 2011, em que um professor contava ao outro o que tinha sido observado na pesquisa e o que poderia ter sido ainda melhor.

Diversificar formas de comunicação em matemática pressupõe ouvir mais o aluno (LORENZATO, 2006). Essa foi uma aprendizagem destacada pelo professor RJ que se encantou em ver os alunos resolverem problemas que envolviam proporção *sem conhecerem a regra de três,* como dizia. Em nós, reafirmou a certeza de que devemos deixar o aluno criar suas soluções e encantar-nos com o resultado, como aconteceu com o aluno Vivy e outros. Estes, após resolverem desafios com seus próprios esquemas, nos procuravam para dizer que descobriram caminhos mais rápidos para as soluções. O que nos mostrava que a vontade de saber ultrapassava os muros da escola, e talvez fosse um indício de que essas crianças estavam começando a cultivar suas próprias flores (NÓVOA, 2000).

Outro exemplo de escuta sensível, como diria Lorenzato (2006), foi-nos possibilitado pela pergunta da professora Val aos seus alunos em agosto de 2011: *Como posso ajudar vocês?* Essa pergunta não foi respondida oralmente, mas o seria por escrito e nortearia o nosso trabalho, a partir de então com atividades de cunho mais pedagógicas do que de pesquisa. E essa escuta nos dava muitas alegrias como o crescimento de July e Luky, por exemplo, e mais, a principal aprendizagem com a qual todos concordamos: aprender significa dar um passo adiante do que se está e isso significa interagir e mediar. A sala de aula deve ser um espaço de criação, de interação, de administração de conflitos cognitivos e emocionais, de desestabilização e equilibração, como nos dizem Santos (1997) e Vergnaud (2012). Ou seja, um espaço para criar e buscar o novo, que às vezes desequilibra as velhas certezas, para em seguida, buscar o equilíbrio novamente, onde o velho e o novo dialoguem. Aprendemos que a sala de aula deve ser espaço de busca e de diálogo, de autoridade compartilhada, como sempre diz nossa professora, Vânia Santos-Wagner.

5.3 OUTRAS PORTAS QUE SE ABRIAM: DESDOBRAMENTOS DA PESQUISA

De volta ao nosso cotidiano em 2012, nada mais seria igual. Traríamos para a nossa sala, as vozes que ouvimos de professores com os quais convivemos no

PPGE/UFES, de nossa orientadora e, sobretudo as vozes de alunos e professores de três escolas diferentes. A volta à sala para atender a 30 alunos do 4º ano, hoje, traria um olhar diferenciado sobre agitações, incapacidade de saber ouvir e manifestações de valores que se chocavam com os nossos. A primeira conquista a ser feita naquele espaço, ainda continuava o de sempre: cativar o aluno e suas famílias, criando elos de parceria e afetividade. E isso deveria ser feito com ações que respondessem suas expectativas. Por um lado, com tarefas escolares que mostrassem a força do conteúdo para as famílias e por outro, com atividades lúdicas que sempre se mostravam satisfatórias na construção de laços afetivos junto à criança. Não seria mais tão simples como sempre foi. Nossas ações refletiam o eco das teorias: ouvir, respeitar e dialogar, sabendo que sentidos diferentes são construídos nas relações que se dão entre aluno e professor. Qual era de fato o interesse de cada aluno a nós confiado? O tempo não espera, a velha certeza de outros tempos e espaços de que a escola precisa cumprir a sua função de ensinar, traria momentos de grande angústia. Todavia, as respostas viriam do equilíbrio novamente conquistado entre essas diferentes formas de pensar a escola em que o velho e o novo se encontram.

FIGURA 64: Cantinho de leitura da professora Val (2011)

FIGURA 65: Leitura por prazer: ajuda na concentração (2012).

Um desses equilíbrios seria conquistado com a adaptação da ideia da professora Val, com o seu momento de leitura por prazer. Nossos alunos de 4º ano não silenciavam para ouvir no início do ano, mas amavam (e amam) a leitura. Então, por que um cantinho enfeitado no canto da sala não causava o mesmo efeito do cantinho improvisado perto da porta da professora Val (Figura 64)? A resposta viria mais uma vez, da ideia utilizada pela professora Val em outra escola: colocar sobre a mesa de cada aluno, um livrinho pré-selecionado, de uma coletânea que eles ajudassem a escolher na biblioteca, construindo a caixa de leitura. Essa ideia trouxe para a nossa sala de aula, em 2012, o que precisaríamos para começar uma calma tarde de aula. Criamos o hábito de começarmos o dia com uma leitura por prazer (Figura 65). O silêncio se fazia de forma natural e 15 minutos depois introduzíamos as atividades do dia letivo. A agitação inicial, gradativamente, cedia lugar à concentração através de uma técnica de leitura diferente.

Em vários momentos, hoje, quando estamos na sala de aula, imagens de procedimentos didáticos adotados pelos três professores se interpõem aos sentidos que construímos através dos estudos e de nossa longa prática. *Se existe um pingo na letra "i" deve ser colocado, é uma convenção da língua e não somos nós que iremos retirar. Regras foram feitas para serem observadas.* Essa frase que se constitui em uma metáfora proferida pela professora Val dirigindo-se aos seus alunos, ouviríamos várias vezes. Agindo assim, desde cedo os acostumava a buscar sempre o estilo padrão que passava a ser incorporado em sua prática. Reavaliamos a importância do equilíbrio com as práticas tradicionais e construtivistas. É preciso dar espaço para o aluno construir, mas sem dispensar boas práticas tradicionais. Incorporar novas ideias não significa dispensar as que funcionam e são necessárias. Algoritmos nos ajudam a agilizar o pensamento, não podemos esperar que o aluno sempre descubra caminhos de resolução em matemática, nós também devemos mostrá-los, e isso várias vezes seria reforçado pela professora Val em nossos encontros. Ressaltava que os resultados obtidos com a sua turma, em que não houve reprovações em matemática, foi fruto de ações coordenadas entre atividades que levem a pensar, oferecidas por nós na pesquisa, e o exercício do cálculo praticado por ela em suas aulas.

Ao visitar a professora Val em sua sala em 2012, ela nos mostrou que inseriu em suas aulas, com a nova turma, práticas desenvolvidas durante nossa pesquisa em 2011. Levou para a sala de aula um forno de micro-ondas e com os alunos fez ovos de Páscoa, explorando ideias de multiplicação. Em seguida, sistematizou através da escrita, as aprendizagens construídas. Segundo ela, inspirou-se em nossa aula prática sobre raciocínio combinatório em que combinávamos sabores de sorvete e coberturas, por ocasião do Dia da Criança, mostrando que as reflexões sobre a prática - que ambas fizemos -, introduziram ideias novas em nossas salas de aula.

Da professora Gezi, vem-nos a imagem da professora doce e firme, sempre pronta a inserir em suas aulas novas sugestões e procurar maneiras de ensinar de forma mais atrativa algum conteúdo. E, sobretudo a sua abertura para novas aprendizagens, lembrando-nos de que somos eternos aprendizes. Ao lhe fazermos uma visita em sua casa em 2012, comunicou-nos que não estava trabalhando com matemática, devido à organização por disciplinas feita pela escola. Mas, reiterou:

> *Achei muito bom trabalhar de forma mais integrada e quero voltar. Levar a matemática de fora da escola para dentro é muito interessante. Nunca esqueço de como trabalhamos com frações quando fizemos a campanha dos panetones para os asilos...* (Referia-se a uma atividade desenvolvida no estudo exploratório em 2010). *Ano que vem quero voltar a trabalhar com todas as disciplinas* (Gezi em outubro de 2012).

Essa observação da professora, relembrando uma atividade em que problematizávamos a distribuição de panetones explorando ideias de frações ia ao encontro do que dizem Onuchic e Allevatto (2005), sobre o ensino de matemática através da resolução de problemas. Segundo elas, “professores que experimentam ensinar dessa meneira nunca voltam a *ensinar dizendo*” (p. 224, grifo das autoras). Ensinar matemática passa a ser prazeroso, também, para o professor quando sente que o aluno compreende melhor, ao ver sentido no que faz.

Do professor RJ, trouxemos a aprendizagem do *fazer com a realidade* na acepção de Certeau (1994): tínhamos 50 minutos, o que é possível fazer de produtivo nessa realidade, saindo do conformismo de apenas copiar e fazer atividades? Hoje, levamos para a sala dos anos iniciais um pouco dessa noção de tempo/espaço, para que as crianças não sintam tanto estranhamento ao chegarem aos anos finais. Tentamos fazer planejamentos que possam ser cumpridos em menos tempo. Outra reflexão que fizemos foi a partir da preocupação de RJ, em levar para o aluno atividades que tivessem sido resolvidas por ele antes. *Em matemática precisamos oferecer segurança,* nos dizia, *podemos esquecer alguma coisa e isso não fica bem...,* reforçava a importância do planejamento e da preparação do professor. Tivemos muitos momentos de aprendizagem do conteúdo da matemática, enquanto preparávamos as atividades que ofereceríamos, trocando ideias sobre como os alunos resolveriam as questões da OBMEP (IMPA, 2011).

5.4 PORTAS AINDA ABERTAS: NOSSAS APRENDIZAGENS COMO PESQUISADOR INICIANTE

O que sabemos é uma gota, o que ignoramos é um oceano.
Issac Newton[19]

Ao nos lançarmos nesse estudo, motivados pela paixão pela leitura e escrita com fortes hipóteses de que sua exploração em matemática ajudaria a aprendizagem matemática, sonhávamos abarcar muito mais do que de fato conseguimos. Por trás do sonho de compreender melhor esses processos na prática, em ambientes que não fossem a nossa sala de aula, estava o desejo de contagiar professores, inclusive do terceiro ciclo, para introduzirem, em suas aulas de matemática as práticas de leitura e escrita de forma sistemática. Por experiência, sabíamos que restringir a preocupação com essas habilidades às aulas de língua portuguesa retarda o processo de aprendizagem. E víamos a matemática como a disciplina por excelência para essas interações, porque possui lugar de destaque no currículo prescrito. Sabíamos, também, que existem entraves, como por exemplo, a própria resistência de professores às práticas de escrita e a dificuldade em si de gerar oportunidades, de fato, em que essa atividade seja feita com significado. Logo, queríamos aprender juntos e em vários momentos mostrados nesse estudo, isso foi feito com êxito.

Acompanhar os professores em seus conteúdos e demandas do cotidiano faria com que não nos alongássemos em experimentar o potencial de formas de comunicação como as cartas, tirinhas de humor e outras. Não foi possível controlar a aprendizagem matemática que emergia desses recursos com mais exatidão, nem usar os mesmos de forma rotineira nos procedimentos de ensino. E estamos conscientes de que possuímos apenas indícios de que os alunos nos comunicaram o que sabiam de matemática com tarefas escritas. Também ficamos sem triangular, adequadamente, os dados obtidos na pesquisa e, portanto, os indícios de aprendizagens matemáticas observados nos alunos não são totalmente confiáveis. Contudo, foi possível oportunizar formas de comunicação em momentos de aulas de matemática, que acreditamos se reverteram para alguma aprendizagem matemática,

[19] Disponível em: <http://timoteo.blogger.com.br/pensamentos.txt>. Acesso em: 10 set. 2012.

na medida em que ajudaram o aluno a compreender melhor enunciados de exercícios e textos de resolução de problemas. Dessa forma, diríamos que apontam possibilidades, mas devem ser mais investigadas com sistematicidade e integradas nas tarefas de rotina de aulas de matemática.

5.5 OS DESAFIOS DA PROPOSTA: POR QUE ALGUMAS PORTAS NÃO SE ABREM?

Hoje compreendemos que trabalhar com a escrita em matemática, para muitos professores, pode não parecer tão motivador quanto para nós. Assim como em qualquer disciplina existem preferências, escrever não é uma tarefa simples. As experiências com a aprendizagem da escrita, assim como outras que o professor teve, influenciam em sua maneira de ensinar e isso é compreensível. Nacarato, Mengali e Passos (2009, p. 24), comentando Gomez Chacón (2003), nos dirão que "o modo como uma professora ensina traz subjacente a ele a concepção que ela tem de matemática, de ensino e de aprendizagem". Assim sendo, se a concepção de um professor ou professora de ensino de matemática está voltada para uma matemática utilitarista, centrada em cálculos, talvez não introduzirá em suas aulas formas mais criativa, envolvendo escritas e leituras.

Constatamos na experiência com o professor RJ, que ele valorizava a nossa proposta e se encantava com resultados mostrados pelos alunos, ao resolverem problemas com estratégias próprias e ao formularem novos problemas ou escreverem livremente. Mas, sempre nos pedia que fizéssemos as intervenções nesse sentido e não se motivava a ministrar uma aula em que inserisse sugestões de nossa proposta. Para o professor RJ, ensinar matemática significava *ensinar caminhos mais rápidos para chegar às soluções* e, em vários momentos, nos disse isso confirmando o que percebemos nas observações de suas aulas. E fazia isso muito bem, explicava com muita clareza, era metódico e seguia etapas. Em nosso encontro de dezembro reafirmou:

> *Gosto de introduzir cálculos de forma metódica. Primeiro trabalho com a adição e depois ofereço problemas; então vou para a subtração e também ofereço problemas; em seguida ofereço problemas onde aparecem as duas operações estudadas. Assim também faço com a multiplicação e a divisão. Tudo em ordem de dificuldade que apresentam. Primeiro somar, depois subtrair, depois multiplicação e divisão. Assim faço com tudo, acho que é mais fácil* (Professor RJ/ dezembro de 2011).

Essa organização das sequências didáticas de forma linear ainda é bastante utilizada por muitos professores, porque julgam ser mais fácil para o aluno e, provavelmente, porque dominam o conteúdo matemático apresentado assim. Pode ser, mas também pode eliminar o que tem de mais belo na matemática, que é a necessidade de pensar e permitir ao aluno o prazer da descoberta e da construção. A linearidade na sequência didática, como RJ a descreve, favorece a aprendizagem de cálculos com algumas aplicações. Mas o aluno saberia utilizá-los em qualquer situação que não estivesse nessa ordem? Nosso encontro final, possibilitou reflexões sobre a necessidade de equilíbrio nas posturas pedagógicas. Na experiência com o 6º ano, percebemos a complexidade que é colocar em prática as inovações que propusemos. Elas, realmente, não teriam lugar todos os dias em uma prática que coloca o professor em constante interação com o aluno e o conhecimento, enquanto atende a cinco turmas diferentes de 50 em 50 minutos. Entretanto, podem ser trazidas em algumas aulas em que se busque equilíbrio entre o velho e o novo, se o professor se dispuser a fazê-lo.

As professoras Val e Gezi relataram experiências em que também ensinam matemática seguindo sequências por nível de dificuldade, mas sempre que possível rompem com a linearidade para introduzir atividades mais desafiadoras. Essa seria também uma reflexão bem interessante sobre a nossa própria prática como professora e pesquisadora. Víamos que privilegiávamos o desafio em detrimento dos exercícios de aplicação, de cálculo mental ou atividades rotineiras. Nossos antigos alunos sentiam o estranhamento e não estavam, devidamente, preparados para atividades rotineiras em matemática oferecidas pelo professor RJ. A nossa aposta política em levar alunos a utilizar, sistematicamente, a leitura e escrita em matemática, como forma de empoderamento não poderia se desvincular de práticas necessárias à aquisição de conceitos e procedimentos básicos. Hoje sabemos que munir o aluno de ferramentas, para utilizar e comunicar conhecimentos matemáticos em língua materna, advém de um trabalho equilibrado entre tarefas matemáticas rotineiras e não rotineiras. Esse equilíbrio é que auxilia e favorece uma aprendizagem completa para o aluno em matemática, podendo ser transposto para outras áreas. Na verdade, é preciso que busquemos equilíbrio entre posturas tradicionais e construtivistas porque todas são possibilidades, mas nenhuma por si só atenderá à complexidade que é ensinar e aprender (SANTOS, 1997).

Levar o aluno a escrever significa valorizar a sua escrita, lendo e interagindo com ele, o que requer do professor que administre seu tempo em favor dessas escritas. De nada adianta conduzir o aluno a escrever, se não lhe dermos o retorno dessa atividade. E isso nem sempre é possível diante de todas as outras prioridades que se impõem no fazer escolar. Os tempos de 50 minutos no terceiro ciclo exigiam de nós a arte de *saber-fazer com* (CERTEAU, 1994). Ou seja, esse era o tempo que tínhamos e isso significava adaptar as nossas atividades para que pudessem ser realizadas nesse limite, sem prejuízos para o aluno. Algumas táticas seriam necessárias para que conseguíssemos nos maravilhar com resultados produzidos: trabalhar em duplas para diminuir o número de produções; revezar as duplas que faziam exposições de seus resultados em resolução de problemas; e pedir a colaboração de outros professores, nos cedendo alguns minutos de seus horários.

5.6 POSSIBILIDADES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Dentre as atividades por nós propostas, percebemos que a resolução e elaboração de problemas ofereceram as oportunidades mais ricas para o trabalho com leitura, escrita e oralidade em matemática. Essas atividades já estavam sendo desenvolvidas pelos professores, com que trabalhamos e estavam presentes nos livros didáticos, embora a sua exploração se desse de maneira que o aluno ficasse um pouco solitário. Coube-nos enriquecê-las com trocas de correspondências entre alunos e turmas ou vinculá-las à jogos. Oferecemos mais oportunidades para a sua exploração com diferentes formas de comunicação, potencializando aprendizagens matemáticas na medida em que aconteciam interações professor/aluno/texto. A riqueza se encontrava na interação das comunidades de aprendizagem em que os diferentes estágios de desenvolvimento da leitura e escrita se transformavam em oportunidades de aprendizagem.

Nas três escolas pudemos verificar a força da exploração da oralidade durante a realização de atividades, falando sobre o que compreendiam e o que não compreendiam, tanto nos processos de leitura como nas produções escritas. Como mostra Vygotsky (2007/1984), os alunos aprendem a direcionar os próprios processos mentais com a ajuda do professor, dos colegas e deles próprios por meio da palavra escrita ou falada. Nossos alunos começavam a regular as próprias ações à medida que desenvolviam as atividades conosco, com os colegas ou individualmente, mas sempre mediante nossa ação de explicar, corrigir, questionar e fazer o aluno explicar. Logo, trabalhar com a leitura e escrita em matemática é possivel, desde que essa interação aconteça. Algumas considerações ainda se fariam necessárias nessas possibilidades:

- **Prudência sem modismos**

Sobre a utilização sistemática da escrita em diferentes gêneros discursivos como a escrita livre, a carta, a justificativa de procedimentos, por exemplo, concluimos que, de fato, podemos criar situações em que haja probabilidade de serem praticadas com significado, como tivemos indícios. Entretanto, os estudos nos fizeram perceber que é uma atividade que deve ser feita rotineiramente e analisada com cuidado, porque envolve complexidades maiores, quando esperamos que o aluno empregue conceitos aprendidos. Ao solicitarmos que escrevessem sobre o que tinham aprendido, teriam que transpor, no texto, o que pensavam, ou seja, passar para a folha em branco a fala interior, que é totalmente compacta e abreviada, segundo Vygotsky (1993/1987). Essa fala compacta para o aluno que escreveu talvez estivesse clara, entretanto para o outro que seria o leitor, o texto materializado teria que explicar plenamente a situação para que se tornasse inteligível. E esse processo só amadurece com a prática constante, integrada no dia a dia da sala de aulas e com mediação do professor. Para contribuir nesse processo, verificamos que a produção de textos coletivos pode ajudar. Nela, as ações de produzir, propriamente dita, grafar e revisar passam a ser partilhadas coletivamente, podendo se constituir em modelos para produções individuais.

➢ O que faríamos de forma diferente

Como pesquisador iniciante, a maior aprendizagem que construímos foi a percepção de que em uma pesquisa é preciso delimitar atividades investigativas a fim de que possamos dar tratamento adequado aos dados coletados e produzidos. Constatávamos, tarde demais, termos aberto várias portas que, a título de pesquisa, não conseguimos fechar. Por exemplo, exploramos vários gêneros textuais e ressaltamos o potencial que emergia da literatura de cordel, da carta pessoal e das tirinhas de humor nas aulas de matemática. Mas, em nenhum desses gêneros nos aprofundaríamos. O nosso trabalho se voltava mais para as ações pedagógicas ditadas pelo fazer escolar do dia a dia. Cada oportunidade de ação pedagógica era por nós abraçada com vigor, sem que nos afastássemos para o olhar de indagação sobre o que esses dados produzidos nos diriam. Era a voz do dia a dia da sala de aula que nos motivava. As perguntas que nos fazíamos durante a pesquisa eram: o que poderíamos fazer naqueles três ambientes que contribuiriam para a aprendizagem dos alunos? Em que poderíamos ajudar o professor? E cremos que de alguma forma isso foi alcançado quando evocamos a frase da professora Gezi, por exemplo: *nossos alunos estão escrevendo melhor* (Dezembro de 2011). Ou da professora Val:

> *Hoje os alunos localizam informações no texto com mais facilidade e tentam resolver problemas do jeito deles. Nos simulados da Prova do PAEBS, percebi que fizeram desenhos. Ainda não chegam ao final com a solução. Mas isso não me interessa. Eu quero ver como o aluno pensa [...] acho que estão bem melhores* [...] (Professora Val em outubro de 2011).

Ao rever esses depoimentos, acreditamos que contribuímos para uma aprendizagem matemática que não excluísse, mas que valorizasse o indivíduo na medida em que ligava saberes, ampliava horizontes e dava voz ao aluno. Enfim, diríamos que a caminhada que construímos hoje, dá-nos a certeza de que como professores que somos, jamais poderemos deixar de aprender e de apostar em um ensino mais acessível a todos. Ainda que a dor de momentos nos faça andar mais devagar. Ainda que os sentidos construídos por nós nos levem a cometer equívocos, eles também são parte da aprendizagem que só comete quem procura a compreensão de si mesmo, como professor, como pessoa, como eterno aprendiz. Por isso, encerramos com a música *Tocando em frente,* pois ela expressa, neste momento presente o que sentimos. E o presente é o único tempo que temos.

> Música: Tocando em frente
> *Cantor e compositor: Almir Sater*

Ando devagar
Porque já tive pressa
E levo esse sorriso
Porque já chorei demais
Hoje me sinto mais forte,
Mais feliz, quem sabe
Só levo a certeza
De que muito pouco sei,
Ou nada sei
Conhecer as manhas
E as manhãs
O sabor das massas
E das maçãs
É preciso amor
Pra poder pulsar

É preciso paz pra poder sorrir
É preciso a chuva para florir
Penso que cumprir a vida
Seja simplesmente
Compreender a marcha
E ir tocando em frente
Como um velho boiadeiro
Levando a boiada
Eu vou tocando os dias
Pela longa estrada, eu vou
Estrada eu sou [...]
Todo mundo ama um dia,
Todo mundo chora
Um dia a gente chega
E no outro vai embora
Cada um de nós compõe a sua história
Cada ser em si
Carrega o dom de ser capaz
De ser feliz [...]

Cada um de nós carrega em si o dom de ser capaz de ser feliz nos diz a música, mas acrescentaríamos que, como professores que somos, cada um de nós também carrega o dom de ser capaz de fazer alguém feliz. E isso pressupõe ouvir, falar, calar, sentir e interagir em vários momentos em que a comunicação se faz no espaço da sala de aula, conscientes de que é preciso aprender sempre, despindo-nos do verniz das velhas certezas.

REFERÊNCIAS

ANDRINI, A. **Praticando a matemática.** Livro didático: 5ª série. São Paulo: Editora do Brasil, 1984.

ARRAIS, U. B. **Expressões aritméticas**: crenças, concepções e competências no entendimento dos professores polivalentes. PUC/ SP, 2006, 178f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

BAKHTIN, M. **Estética da criação verbal**. Tradução Paulo Bezerra. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

BARBIER, R. **A pesquisa-ação na instituição educativa**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editora, 2007.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. Ensino de primeira à quarta séries. Brasília: MEC/SEF, 1997a.

BRASIL. Secretaria de educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: língua portuguesa. Ensino de primeira à quarta séries Brasília: MEC/SEF, 1997b.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Ensino de quinta a oitava séries. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CARRAHER, T. N. (Org.). **Aprender pensando:** contribuições da psicologia cognitiva para a educação. Recife: Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco, 1983.

CASTRO, R. A. **Alunos em dependência em matemática no curso técnico de construção de edifícios integrado com o ensino médio no CEFETES**: uma análise de seus motivos. UFES/ES 2009. 240f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

CERTEAU, M. **A invenção do cotidiano:** artes de fazer. Tradução de Ephraim Ferreira Alves. Petrópolis, RJ: Vozes, 1994.

CHAPMAN, O. (2006). Researching teaching qualitative techniques. **Cadernos de pesquisa em educação**. Vitória, PPGE/ UFES, v. 12, n. 23, jan./jun., 105-135.

CORREA, J.; SPNILLO, A. G. O desenvolvimento do raciocínio multiplicativo em crianças. In: PAVANELLO, R. M. (Org.). **Matemática nas séries inicias do ensino fundamental**: a pesquisa e a sala de aula, v. 2. São Paulo: Biblioteca do educador matemático, Coleção SBEM, 2004, p. 103-127.

CURI, E. Gêneros textuais usados frequentemente nas aulas de matemática: exercícios e problemas. In: LOPES, C.; NACARATO, A. M. (Org.). **Educação**

matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidades. 1. ed. Campinas, SP: mercado de letras, 2009. p. 137-150.

CURY, A. J. **Pais brilhantes, professores fascinantes**. Rio de Janeiro: Sextante, 2003.

DANTE, L. R. **Tudo é matemática.** 3. ed. São Paulo: Ática, 2009. (Programa Nacional do Livro Didático, 2010.

FERRAÇO, C. E. Eu, caçador de mim. In: GARCIA, Regina Leite. (Org.) **Método:** pesquisa com o cotidiano. Rio de Janeiro: DP & A, 2002. p. 157-175.

________. **Notas de aulas da disciplina de Questões Atuais da Educação**. PPGE/UFES. 2010.

FERREIRA, A. B. O. **Dicionário escolar da língua portuguesa**. Coordenação: Marina Baird Ferreira e Margarida dos anjos. Curitiba: Positivo, 2005.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. 2. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2007.

FISCHER, S. R. **História da escrita**. Tradução Mirna Pinsky. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

FLICK, Uwe. **Uma introdução à pesquisa qualitativa**. Tradução Sandra Netz. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2004.

FOUCAULT, Michel. **Vigiar e punir**: o nascimento da prisão. Petrópolis: Vozes, 1997.

FOERSTE, E. **Parceria na formação de professores**. São Paulo: Cortez, 2005.

FONSECA, M. C. R.; CARDOSO, C. de A. Educação matemática e letramento: textos para ensinar matemática e matemática para ler o texto. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (Org.) **Escritas e leituras na educação matemática**. 1. ed.1. reimpressão. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. p. 63-76.

GOMES, I. C.; ZANON. T. X. D. Trabalhando as regras que estruturam o sistema de numeração decimal. In: **XIII ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA:** AS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA, 2009, Jequié. Anais... Jequié, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática / Regional Bahia, 2009. 6 p. (Publicado em CD-ROM).

GÓMEZ CHACÓN, I. M. **Matemática emocional:** os afetos na aprendizagem matemática. Tradução de Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2003.

HOFFMAN, B. V. S. Relatos de encontros e **estudos realizados no GEEMES**. 2006 – 2009, 2009 - 2012.

HOFFMAN, B.V. S., SANTOS-WAGNER, V. M. A exploração da leitura e escrita na resolução de problemas. In: I ENCONTRO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA, VIII ENCONTRO CAPIXABA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2010, Vitória. **Anais**... Vitória: UFES, 2010. 10 p. (Publicado em CD-ROM e resumo, p. 58).

______. A utilização da leitura e escrita como facilitadores na aprendizagem matemática. In: X- ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMATICA, 2010, Salvador. **Anais**... Salvador: SBEM, 2010. 11 p. (Publicado em CD-ROM).

______. Uma exploração com números decimais: diálogos, escritas e leituras. In: 32º ENCONTRO DO PROJETO FUNDÃO, 2011, Rio de Janeiro. Anais... Rio de Janeiro: UFRJ, 2011. 1 p. (Publicado em caderno de resumos).

HOFFMAN, B. V. S.; SANTOS-WAGNER, V. M. P. S da. A exploração da leitura, escrita e oralidade em matemática. In: XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2011, Recife. Anais... Recife: UFPE, 2011, p. 12. (Publicado em CD-ROM).

HOFFMAN, B. V. S.; SANTOS-WAGNER, V. M. P.; ZANON, T. X. D. Processos de comunicação em atividades de resolução de problemas em aulas de matemática. In: III SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMATICA, 2012, Fortaleza. Anais... Fortaleza: UNFCE, 2012, p. 12. (Publicado em CD-ROM).

HOFFMAN, B. V. S. et al. **Gente de muitos anos:** nossa história, nossa cultura. Serra: EMEF. “Elpídia Coimbra”, 2012.

IMENES, L. M. P. JAKUBOVIC, J. LELIS, M. C. **Matemática ao vivo**. 3. ed. São Paulo: Scipione, 1995. (Programa Nacional do Livro Didático).

INSTITUTO DE MATEMATICA PURA E APLICADA [IMPA]. **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas** [OBMEP], 2011. Rio de Janeiro: IMPA, 2011.

JESUS, D. M., ALMEIDA, M. L.; OLIVEIRA, I. M. R.; VIEIRA, A. B. Pesquisa-ação colaborativo-crítica: contribuições para a formação do (a) educador (a). In: SILVA, C. M. S da.; SANTOS-WAGNER, V. M.; MARCILINO, O. T.; FOERSTE, E. **Metodologia da pesquisa em educação do campo**: povos, territórios, movimentos sociais, saberes da terra, sustentabilidade. Vitória, ES: UFES, Programa de Pós-Graduação em Educação, 2009. 14 p. Disponível em: <http://www.ce.ufes.br/ educacaodocampo/down/metodologia.pdf> Acesso em jun. 2012.

KAMII, C.; LEVINGSTON, S. J. **Desvendando a aritmética:** implicações da teoria de Piaget. Tradução de Maria Ragioglio e Camilo F. Ghorayeb. Revisão técnica de Marcelo Cesari Lellis. Campinas, SP: Papirus, 1995.

KAMII, C. **A criança e o número**: implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação com escolares de 4 a 6 anos. Tradução de Regina A. de Assis. 11ª ed. Campinas, SP: Papirus, 1990.

LARROSA, J. Experiência e paixão. In: LARROSA, J. **Linguagem e educação depois de Babel**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

LEAL, L. F. V. A formação do produtor de texto escrito na escola: uma análise das relações entre os processos interlocutivos e os processos de ensino. In: ROCHA, G. VAL, M. G. **Reflexões sobre práticas escolares e produção de texto**: o sujeito autor. Belo horizonte: Autêntica, 2003. P. 53-57.

LEITE, C. A figura do “amigo crítico” no assessoramento/desenvolvimento de escolas particularmente inteligentes. In: **O particular e o global no virar do milênio**: cruzar saberes em educação. Actas do 5º Congresso da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. 2002, Lisboa. Anais... Lisboa: Edições Colibri/Sociedade Portuguesa de Ciências em Educação, 2002. p. 95-100.

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo.** Lisboa: Horizonte, 1978.

LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. **Educação matemática**: pesquisa em movimento. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2005, p. 92-120.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.** Campinas, SP: Papirus, 1997.

LOPES, C.; NACARATO, A. Apresentação. In: LOPES, C.; NACARATO, A. (Org.) **Escritas e leituras na educação matemática.** 1. ed. 1. reimpressão. Belo Horizonte: Autêntica, 2009a, p. 7-13.

LOPES, C.; NACARATO, A. M. (Org.). **Educação matemática, leitura e escrita:** armadilhas, utopias e realidades. 1. ed. Campinas, SP: mercado de letras, 2009b.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática.** Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

______. Educação infantil e percepção matemática. 2. Ed. Campinas, SP: autores associados, Coleção Formação de professores, 2008.

MACHADO, N. J. **Matemática e língua materna**: análise de uma impregnação mútua. 3. ed. São Paulo: Cortez, 1993.

MAGINA, S.; MERLINI, V. L.; SANTOS, A. A estrutura multiplicativa sob a ótica da teoria dos campos conceituais: uma visão do ponto de vista da aprendizagem. In: **III SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMATICA,** 2012, Fortaleza. Anais... Fortaleza: UNFCE, 2012, p. 12. (Publicado em CD-ROM).

MATURANA, H. **Emoções e linguagem na educação e na política**. Tradução de José Fernando campos Fortes. Belo Horizonte: Editora UFMG, 1998.

MARCUSCHI, L. A. **Produção textual, análise de gêneros e compreensão**. São Paulo: Parábola Editorial, 2008.

MCINTOSH, A. REYS, B. J. ; REYS, E. R. A proposed framework for examining basic number sense. **For the learning of mathematics,** 12, 3. Wile Rock, British Columbia, Canadá, nov. 1992. p. 1-10.

MENEZES, L. A importância da pergunta do professor na aula de matemática. In: PONTE, J. P. et al. (Org.). **Desenvolvimento profissional dos professores de matemática.** Que formação? Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciencias da Educação, 1995.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky a educação matemática.** Campinas, SP: Papirus, 1997.

MOREIRA, M. A. **Teorias da aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

MORIN, E**. Complexidade e transdisciplinaridade**: a reforma da universidade e do ensino fundamental. 2. reimpressão. Tradução de Edgar Assis de Carvalho. Natal: Editora da UFRN, 2000.

MUNIZ, C. A. Diversidade dos conceitos das operações e suas implicações nas resoluções de classes de situações. In: Guimarães, G.; Borba, R. (Org.). **Reflexões sobre o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização**. Recife: SBEM, 2009, p. 101-118.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental:** tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

NETO, D. A. E. Consumidor consciente. In: MAZEO, F, J. C.; DEMARCO, D. J.; KALIL, L. (Org.). **Qualidade de vida, consumo e trabalho**. São Paulo: Unitrabalho – Fundação Interuniversitária de Estudos e Pesquisas sobre o Trabalho; Brasília, DF: MEC/SECAD, 2007 – (Coleção Cadernos de EJA).

NÓVOA, Antônio (Org.). **Vidas de professores**. Porto: Porto Editora, 2000. p. 7-30; 79-110.

NUNES. T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. **Na vida dez, na escolar zero**. ed. 16. São Paulo: Cortez, 2011.

NUNES, T; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; BRYANT, P. **Educação matemática 1:** números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2005.

OLIVEIRA, I.; SERRAZINA, L. A Reflexão e o professor como investigador. Em GTI (Grupo de Trabalho de Investigação) (Coord.), **Reflectir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2002, p. 29-42.

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. de C. (Org.). **Educação matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2005, p. 213-231.

PADOVAN, D.; GUERRA, I. C.; MILAN, I. **Projeto prosa:** matemática, 5º ano. São Paulo: Saraiva, 2008.

PATILLA, P. **Multiplicação.** Tradução Gláucia M. C Ourtouké. São Paulo: Companhia Melhoramentos, 1999. (Série Matemática Divertida).

PEREZ, G. Prática reflexiva do professor de matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.) **Educação matemática**: pesquisa em movimento. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2005.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução de Heitor Lisboa de Araujo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978. (Original work published in 1945 in English: How to solve it.).

POWELL, A.; BAIRRAL, M. **A escrita e o pensamento matemático:** interações e potencialidades. Campinas: Papirus, 2006.

SACCONI, L. A. **Dicionário essencial da língua portuguesa.** São Paulo: Atual, 2001.

SANTOS, B. de S. Para além do pensamento abissal: das linhas globais a uma ecologia de saberes. **Revista Crítica de Ciências Sociais**, n. 78, p. 3-47, outubro/2007.

______. **Para um novo senso comum**: a ciência, o direito e a política na transição paradigmática. 8. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

SANTOS, J. R. **O grande pecado de Lampião e sua terrível peleja para entrar no céu.** Ilustrações de Jô Oliveira. Belo horizonte: Dimensão, 2005.

SANTOS, S. A. Explorações da linguagem escrita nas aulas de matemática. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (Org.) **Escritas e leituras na educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. p. 127-141.

SANTOS, V. M. Linguagens e comunicação na aula de matemática. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. **Escritas e leituras na educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009, p. 127-141.

SANTOS, V. M. P. dos. **Metacognitive awareness of prospective elementary teachers in a mathematics content course and a look at their knowledge, beliefs and metacognitive awareness about fractions.** 1993. Tese (Doctoral of Philosophy) – Department of Curriculum and Instruction (Mathematics Education) in the School of Education, Indiana University. Publicado por Associação de Professores de Matemática, Coleção Teses. Lisboa: APM, 1996.

______. (Coord.) **Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática**: métodos alternativos. Rio de Janeiro: Projeto Fundão, Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1997.

SANTOS, V. M. P.; REZENDE, J. F. R. **Números:** linguagem universal. Rio de Janeiro: Editora UFRJ, 1996.

SANTOS-WAGNER, V. M. P. dos. **Tipos de registros e relatos de aulas e de experimentos de ensino**. Projeto Pró-Ciências. Universidade Federal de São Carlos, Maio de 2000.

______. Explorando conceitos matemáticos através de mapas conceituais, linguagem oral e linguagem escrita. In: **Actas do ProfMat 2001**. Rio de Janeiro: Associação de Professores de Matemática, out. 2001. 163-170.

______. **Consciência metacognitiva de futuros professores primários numa disciplina de matemática e um exame de seu conhecimento, concepções consciência metacognitiva sobre frações**. Série Documental Eventos, n. 4, 2ª Parte, INEP, Brasília, n. 4, 2ª parte, p. 1-20, 1994.

_______. **Orientações de como (a) planejar e conduzir uma pesquisa, (b) planejar coleta, produção e interpretação de dados, e (c) redigir o texto final. As orientações ocorreram pessoalmente, via telefone e via email**, 2011, 2012.

______. **Conversas e mensagens da orientadora sobre como redigir projeto de pesquisa, sobre como analisar dados e redigir relato final de pesquisa**. PPGE/UFES. 2010; 2011; 2012.

______. **Resolução de problemas em matemática**: uma abordagem no processo educativo. Boletim GEPEM, Rio de Janeiro, no 53, p. 43-74, jul./dez. 2008.

______. Relatos de encontros e **estudos realizados no GEEMES**. 2006 - 2012.

SCHLIEMANN, A.; CARRAHER, D. W. **A compreensão dos conceitos aritméticos:** ensino e pesquisa. (Org.). São Paulo: Papirus, 1998.

SELVA, A. C. V. A resolução de problemas de divisão: o que já sabemos? Como podemos contribuir para a sala de aula? In: **Reflexões sobre o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização.** GUIMARÃES, G.; BORBA, R. (Org.). Recife: SBEM, 2009. p. 119-129.

SILVA, E. T. **O ato de ler:** fundamentos psicológicos para uma nova pedagogia da leitura. 10 ed. São Paulo: Cortez, 2005.

SILVA, C. M. S. da; SANTOS-WAGNER, V. M. Contribuições para os iniciantes em pesquisas em educação matemática e educação do campo. In: SILVA, C. M. S. da; SANTOS-WAGNER, V.M.; MARCILINO, O. T.; FOERSTE, E. **Metodologia da pesquisa em educação do campo**: povos, territórios, saberes da terra, movimentos sociais, sustentabilidade. Vitória, ES. UFES, Programa de Pós-Graduação em Educação, 2009, p. 53-64.

______. O que um iniciante deve saber sobre pesquisa em Educação Matemátca? **Caderno de Pesquisa do Programa de Pós-Graduação em Educação da UFES**, Vitória, v. 10, n. 19, p. 10-23, jan./jun. 1999.

SILVA, S. A. F da. **Aprendizagens de professoras num grupo de estudos sobre matemática nas séries iniciais.** 2009. 364f**.** Tese (Doutorado em Educação) –

Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

SIMÕES. R. H. **Notas da disciplina História da Educação**, 2011/2.

SKINNER, B. F. **Tecnologia do ensino**. Tradução de Rodolpho Azzi. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1972.

SCOVSMOSE, O. Matemática em ação. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. **Educação matemática:** pesquisa em movimento. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2005. P. 30-57

SMOLE, K . S.; DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

SPINILLO, A. G.; MAGINA, S. Alguns “mitos” sobre a educação matemática e suas consequências para o ensino fundamental. In: PAVANELLO, R. M. (Org.). **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental:** a pesquisa e a sala de aula. v. 2. São Paulo: Biblioteca do educador matemático, Coleção SBEM, 2004, p. 7-35.

SOARES; D. C.; TORICELLI, L.; ANDRADE, J. A. A. A. Polígonos: uma relação entre arte e matemática. In: NACARATO A. M.; GOMES, A. A. M.; GRANDO, R. C. **Experiências com geometria na escola básica**: narrativas de professores em (trans)formação. São Carlos: Pedro & João Editores, 2008, p. 47-66.

VERGNAUD, Gerard**. A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Tradução de Maria Lucia Faria Moro; revisão de Maria Teresa Carneiro Soares. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009. (Originalmente publicado em 1981, sob o título: L`enfant, la mathématique e la réalité).

______. Multiplicative structures. In: R. Lesh 8 M. Landau (Eds.). Acquisitions of mathematics concepts and procedures. New York: Academic Press, 1983, p.127-174.

______. A matemática além dos números. **Pátio, ensino médio**. Brasil: Grupo A Educação S. A, n. 13, p. 14-17, jun./ago. 2012.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. Tradução Jeferson Luiz Camargo. Revisão técnica José Cipola Neto. São Paulo: Martins Fontes, 1993. (Publicado pela primeira vez no Brasil em 1987).

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. Organizado por Michel Cole et al. Tradução de José Cipolla Neto; Luiz Silveira Menna Barreto; Solange Castro Afeche. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007 (Publicado pela primeira vez no Brasil em 1984).

ZANON, T. X. D. **Formação continuada de professores que ensinam matemática**: o que pensam e sentem sobre ensino, aprendizagem e avaliação.

2011. 300f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

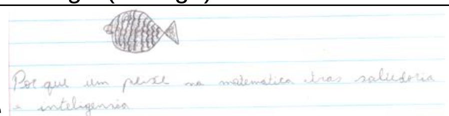
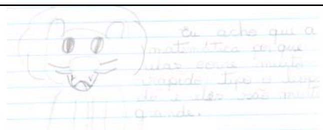
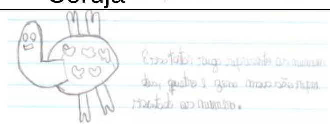
APÊNDICES

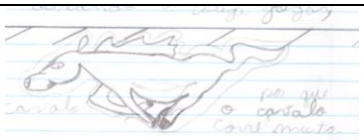
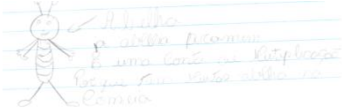
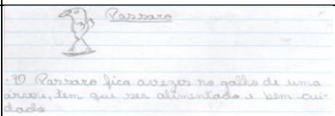
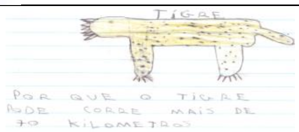
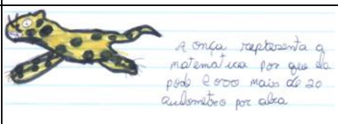
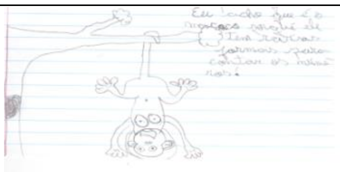
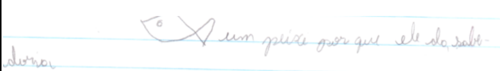
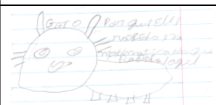
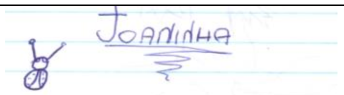
APÊNDICE A: Atividade escrita desenvolvida na Escola Serra II guiada pelo questionamento: O que esperam de nós professores? Como podemos ajudá-los?

Aluno	Transcrição do texto na íntegra
Maristela	*bom você já nos **ajudam** mas a gente só que uma aula mais legal tipo agente arrumar o horários colocar duas aula de artes, três aulas de ciências geografia e historias menos aula de português isso que vocês professoras podem nós **ajuda-los.***
Reb	***Ajudado a tira as duvidas.***
Regiana	Vocês me **ajuda** o suficiente.
Luky	*Voltar a fazer nossa aula de artis que é muito legal as 3 alas **brincar de jogos de leitura** ou **desenhar** A galera fazia bagunça e não deu valor...*
Rany	***que me desse um abraço cada vez que eu vou no quadro**. E daixar as meninas juntas e os meninos separados?* (desenhou três corações e escreveu dentro deles: te amo).
Malu	*gue me **ajude** na matemática guero muito **na matemática**.*
Alyn	*Eu espero ir no quadro todos os dias .Pode me **ajudar na matemática**.*
Bray	*Espero que as professoras continue nos ajudando cada dia mais nos deveres. Me ajudando em ciências, geografia e história*
Aluno que não se identificou	***ensinando***
Outro aluno sem identificação	***insinando** toda a tarefa*
Paulinho	Não respondeu
Fabiano	*para **ajuda** mais na leitura com a leitura vanmo avansa mais e vai da para a prede muita coisa que você pensa com a leitura aprede mais tem veis que eu to lendo e ero a profesora **ajuda***
Crislay	*Para mim você já faz tudo você **espilica** No quadro mesmo que não saiba fazer chama voluntários e passo dever de casa.*
July	*eu não quero nada apenas **so asuda** a nos ale e isena.*
Marcílio	*Vendo as professores uns ajudando sos outros não brigando e nem xingando.*
Crys	*Ajuda **usprenca amateria** e **ajuda** mais o zaluno.*

QUADRO 27: Respostas de alunos para a pergunta: como podemos ajudá-los?

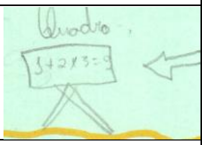
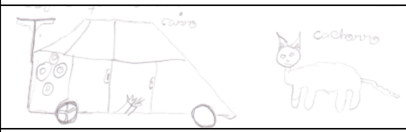
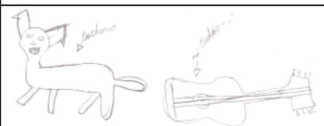
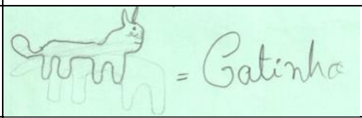
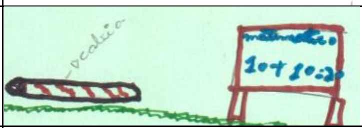
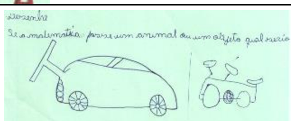
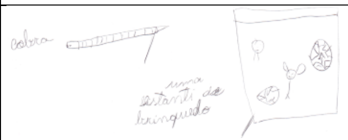
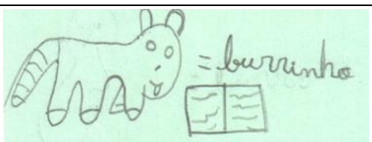
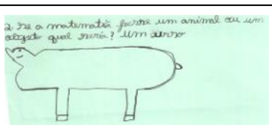
APÊNDICE B: Sondagem de relações de afetividade em relação à matemática realizada na Escola Serra I

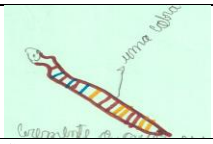
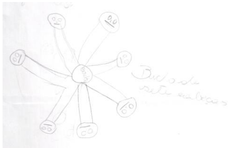
Aluno	**Desenhos**	**Explicaçoes do aluno**
Luigy	*Flomiga* (formiga) 	Não explicou
Malu:	Peixe 	*Porque um peixe na matemática trás sabedoria e inteligência*
Biel	 Leopardo	*Eu acho que é a matemática porque eles corre muito rápido tipo o leopardo e elas são muito grande.*
Filipo	Coruja 	*Não disse por quê.*
Thaly	 Tartaruga	*representa os números dois, quatro e zero mas são representado os numero.*

Dany	Cavalo 	*porque ele corre muito.*
Wiliam	 Raposa	*porque eu adoro a raposa como a matemática.*
Kelvy	Monstro 	*Mostro porque parece o símbolo.*
Valdir	 Leão	*eu desenhei um leão porque ele pensa e corre muito.*
Madu	Abelha 	*Abelha pramim e uma conta de multiplicação porque tem muitas abelha na colméia.*
Livy	 Pássaro	O passaro fica as vezes no galho de uma árvore, tem que ser alimentado e bem cuidado.
Raimundo	Tigre 	*Por que o tigre pode corre mais de 70 quilômetros.*
Joãozinho	 Onça	*A onça representa a matematica porque ela pode correr mais de 20 quilometros por hora.*
Mayze	Macaco 	*Eu acho que é o macaco porque ele tem várias formas para contar os números.*
Gigi	 Formiga	*eu escolhir porque as vezes elas formar numeros eu escolhi a formiga porque eu já vir elas caregando livros é isso.*
Pepe	Borboleta 	*Para mim o animal que representa a matemática é a borboleta. Ela é bonita* (Explicação oral).
Wezy	 Peixe	*um peixe porque ele dá sabedoria*.
Gustavo	Formiga	*Eu desenhei a formiga porque são muitas e representa a matemática*.
Alexy	 Gato	*Por que Ele e rápido e na Matematica temqueser rápido e ágil*.
Arty	Joaninha 	*Matemática é fácil* (explicação oral dada pelo aluno).

QUADRO 28: Resumo de atividades envolvendo metáforas na Escola Serra I

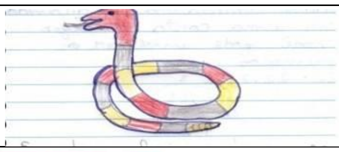
APÊNDICE C: Sondagem de relações de afetividade em relação à matemática realizada na Escola Serra II

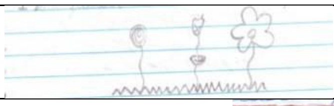
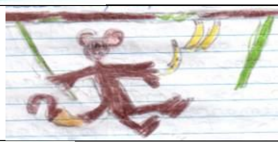
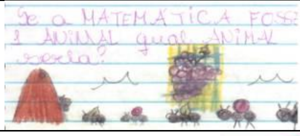
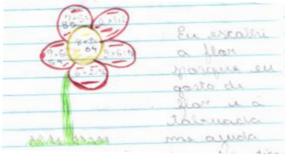
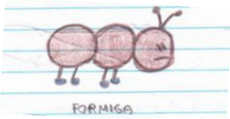
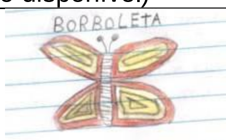
Aluno	Desenhos	Explicação do aluno
Maristela	 Urso	*O urso é bonito, e a matemática também, mas é um pouco difícil...*
Alyn	Quadro 	*Gosto de ir ao quadro aprender mais.*
Marcílio	 Carro e cachorro	*O carro é difícil de montar e o cachorro bravo ataca.*
Paulinho	Elefante 	*É muito grande.*
Crystlay	 Cachorro e violão.	*O cachorro é bravo e o violão é legal. Tem coisa difícil, mas tem coisa legal.*
Rhaisse	Bezerro 	*Não explicou*
Reb	 Gatinho	*Ele é legal.*
Manu	Cachorro e caderno 	*Eu gosto de cachorro e o caderno é para aprender.*
Malu	 Lápis e quadro	*Tem que copiar muita coisa.*
Fabiano	Carro e bicicleta 	*Tem coisa muito difícil como um carro e tem coisa fácil igual a bicicleta.*
Luky	 Cobra e estante de brinquedo.	*Às vezes é muito chata e às vezes é legal, tipo quando faz cruzadinha.*
July	Burrinho e livro. 	Não explicou.
Adry	 Urso	*É bonito, mas é muito grande.*

Rany	Urso 	*Porque matemática é um pouco difícil.*
Crys	 Cobra	*É venenosa, se esconde no buraco... Pode até matar outros animais... Matemática pra mim é difícil, não sei pros outros.*
Regiana	"bicho-de-sete-cabeças" 	Não explicou

QUADRO 29: Resumo das atividades envolvendo metáforas na Escola Serra II

APÊNDICE D: Sondagem de relações de afetividade em relação à matemática: Escola Vitória

ALUNO	DESENHO	EXPLICAÇÃO ORAL OU ESCRITA
Mury	Cobra (Digitalização não disponível)	*É sábia*
Otavy	Cobra (Digitalização não disponível)	*Parece um zero quando está enrolada.*
Anie	 Cobra	*Eu desenhei uma cobra porque a matemática é um bicho que dá bote! (Por exemplo em 1 problema complicado há uma solução que ninguém acha, mas se você for ver é a "COISA MAIS FÁCIL DO MUNDO". [Ou não]*
Naty	Cobra 	*Eu desenhei uma cobra porque ela pode fazer várias formas e ela também mexe com o seu tamanho, metros, centímetros milímetros, etc. ou também as formas etc.*
Gaby	 Cobra	*Desenhei a cobra porque ela é rápida e ágil igual a matemática, quando vemos uma cobra temos que pensar antes de agir.*
Karol	Cobra 	*Desenhei uma cobra porque amo cobras, o jeito fascinante que elas andam as cores e tamanhos, elas usam a língua para se localizar é fascinante.*
Athay	 Gato	*Um gato porque parece um oito.*
Joenvy	Abelha 	*Não explicou.*
Stefy	 Patinhos	*Porque parecem o numero 2 (Explicação oral).*
Guigui	Tartaruga 	*Eu desenhei uma tartaruga porque eu já tive uma lá na minha casa.*

Nícole	 Flores	*Eu amo flores, porque elas são cheirosas e elas enfeitão o ambiente.*
Esty	Macaco 	*O animal que eu escolhi foi um macaco, pois ele é muito divertido e igual a matemática também é uma matéria divertida e legal.*
Larysse	 Formiga	*A formiga, pois ela é uma das criaturas mais organizadas do mundo. Ela também usa a MATEMÁTICA para dividir o seu alimento*.
Marcy	Flor 	*Eu escolhi a flor porque eu gosto de flor e a tabuada me ajuda nas aulas de matematica, Porque cada pétala da flor podemos fases uma tabuada e quanto mais pétala mais tabuada pode ser feita. E isso pode me ajudar*.
Rebeca	Borboleta (Digitalização não disponível)	*Porque uma asa parece o 3 e a outra também e o corpo dela parece o número 1.*
Lary	 Borboleta	*Porque eu acho a borboleta muito sábia e esperta como a matemática*.
Helen	Cachorro 	*Cachorro - Porque ele é Divertido, como a matemática também é.*
Vivy	 Formiga	*Porque é um dos animais mais organizados do mundo.*
Shary	Cachorro 	*Eu desenhei um porque é um animal inteligente e eu gosto e quem sabe matemática é uma pessoa inteligente. E também porque eu amo cachorro é o animal que eu mais gosto. Por isso ele foi o primeiro animal que veio a minha cabeça.*
Emy	Pintinho (Digitalização não disponível)	*Parece um zero.*
Rebeca	Macaco (Digitalização não disponível)	*É um animal inteligente.*
Caio	Dinossauro (Digitalização não disponível)	*Ainda temos muito o que aprender com eles...*
Igor	Onça (Digitalização não disponível)	*Eu escolhi a Onça pintada porque você pode contar as pintas desenhada, só que vai ser difícil!*
Pedrinho	Porco (Digitalização não disponível)	*Parece a matemática* (informação oral).
Thighy	Borboleta 	Não explicou.

QUADRO 30: Resumo das atividades envolvendo metáforas na Escola Serra II

APÊNDICE E: Resumo de atividades com avaliação da relevância das aulas para a pesquisa
Escola: Serra I, professor RJ, turma de 5° ano

Nº	Data e horário	Tipo de atuação	Temas e conteúdos matemáticos abordados	Eixos emergentes	Relevância para a pesquisa (nota de1 a 5)
1º	25/05 – 13h30min às 14h40min.	Conversas com a professora e pedagoga	A proposta de pesquisa, a escolha da turma, o planejamento da professora e a diretriz do município da Serra.		
2º	26/05 – 16h00min às 16h20min	Conversas com a pedagoga	Visão da pedagoga sobre a turma		
3º	26/05 - 16h40min às 17h00min	Conversas com a diretora	Visão da diretora sobre a turma e sobre a escola		
4º	06/06- 13h00min às 13h50min	Observação	Ideia de número e seus usos; produção de texto livre pelos alunos.	Leitura, escrita e oralidade	4
5º	14/06 – 13h00min às 13h50min	Observação	Números grandes em resolução de problemas.	Leitura e oralidade	4
6º	20/06 – 16h00min às 17h30min	Observação	Lendas sobre o tangran; resolução de problemas.	Leitura, escrita e oralidade.	4
7º	21/06 - 13h00min às 13hg50min	Observação	Ideias envolvidas nas quatro operações.	Leitura e oralidade	3
8º	04/07 – 16h00min às 17h20min	Observação	Avaliação escrita: ideia de número; as quatro operações; resolução de problemas; planificação de sólidos.	Leitura e escrita.	3
9º	18/07 – 16h00min às 17h20min	Observação	Leitura de mensagens; reflexões sobre a aprendizagem matemática.	Leitura e oralidade.	4
10º	25/07- 16h00min às 17h20min	Observação	Números grandes em texto jornalístico.	Leitura e oralidade.	5
11º	26/07 – 16h00min às 17h20min	Observação	Resolução de problemas explorando o texto da aula anterior.	Leitura e oralidade.	3
12º	01/08 – 16h00min às 17h20min	Planejamento conjunto	Composição, leitura e escrita de números grandes.		
13º	02/08 – 13h00 às 13h50min	Participação em aulas	Utilização do QVL, material dourado e outros.	Oralidade e escrita	5
14º	08/08 -16h00 às 17h20min	Participação em aulas	Leitura e representação de números grandes; história dos números; escrita livre.	Leitura, oralidade e escrita.	5
15º	22/08 – 16h00min às 17h20min	Participação em aulas	Revisão da composição de números com QVL; revisão dos textos.	Leitura, escrita e oralidade.	5
16º	23/08 – 16h00min às 17h20min	Participação em aulas	Elaboração e resolução de problemas com números grandes.	Escrita e oralidade	5
17º	30/08 - 16h00minh às 16h40min	Participação em aulas	Elaboração de poema coletivo envolvendo a historia e a ideia de número.	Oralidade e escrita	5
18º	01/09 - 13h00min às 14h40min	Participação em aulas	Revisão de conteúdos sobre a ideia de numero; jogo do nunca; continuação do poema coletivo.	Oralidade, leitura e escrita	5
19º	12/09 -	Participação	Matemática agrária; resolução de	Leitura,	4

	16h00min às 17h20min	em aulas	problemas.	oralidade e escrita	
20º	22/09 - 13h00min às 14h40min	Participação em aulas	Exploração de conceitos no campo aditivo com jogo eletrônico; Concepções de professores e alunos sobre matemática.	Leitura, escrita e oralidade.	5
21º	26/09 - 16h00min às 17h20min	Observação	Avaliação escrita dos alunos feita pela professora	Escrita e oralidade.	4
22º	03/10- 16h00min às 17h20min	Participação em aulas	Expressões numéricas com elaboração de problemas.	Escrita e oralidade.	4
23º	06/10 - 16h00min às 17h00min	Participação em aulas	Elaboração de problemas a partir de expressão numérica dada.	Escrita e oralidade.	4
24º	19/10 - 16h00min às 17h20min	Planejamento conjunto	Conteúdos que seriam abordados em jogo: campo multiplicativo.		
25º	20/10- 13h00min às 15h30min	Participação em aulas	Jogo em grupo: ideias da multiplicação; expressões numéricas; e revisão de conceitos.	Leitura, escrita, representação pictórica e oralidade.	4
26º	24/10 - 16h00min às 17h20min	Participação em aulas	Revisão de tarefas não compreendidas no jogo e avaliação escrita.	Leitura, escrita e oralidade.	4
27º	29/10 - 10 minutos	Conversas por telefone	Avaliação de algumas ações pelo pesquisador e professor junto a turma.		
28º	08/11- 17h30min às 19h00min.	Visita à professora em sua casa/ conversas	Avaliação das atividades desenvolvidas e troca de aprendizagens construídas		
29º	17/11 - 13h00min às 14h00min	Participação em aulas	História dos números com a revisão do poema coletivo.		5
30º	30/11 - 13h00min às 14h00min	Participação em aulas	Trocas de cartinhas; Ideias da multiplicação.		5
31º	07/12 – 18h30min às 21:00	Encontro de todos os professores envolvidos fora da escola	Avaliação dos trabalhos desenvolvidos nas três turmas e partilha dos momentos com trocas de ideias e aprendizagens construídas		
32º	09/12-8h40min às 10h00min	Participação – Encontro das três turmas e professores na escola Vitória	Ideias da multiplicação e divisão/ encerramento com teatro		

QUADRO 31: Aulas e encontros realizados na Escola Serra I

APÊNDICE F: Resumo de atividades com avaliação da relevância das aulas para a pesquisa
Escola: Serra II, professora Val, turma de 5º ano

nº	Data e horário	Tipo de atuação	Temas e conteúdos abordados	Eixos emergentes	Relevância da aula (pontuação de 1 a 5)
1º	07/06 – 9h30min às 10h40min.	Conversas	Primeira visita à escola.		
2º	10/06 - 7h10min às 7h30min.	Conversas	Primeira visita à sala de aula.		
3º	13/06 - 7h10min às 8h40min.	Observação	Elaboração de problemas com encartes de propagandas	Leitura e oralidade.	3
4º	14/06 - 7h00min às 9h20min.	Observação	Elaboração e resolução de problemas.	Leitura e oralidade -	3
5º	14/06 - 8h40min às 9h30min.	Conversas com a pedagoga	A visão da turma segundo a pedagoga; consulta às fichas de matrícula.		
6º	20/06 - 7h00min às 9h20min.	Participação em aula	Resolução de problema dialogado envolvendo a matemática da rua (texto não rotineiro).	Leitura e oralidade.	4
7º	21/06 - 6h40min às 7h00min.	Conversas com a professora	As dificuldades encontradas e estratégias para superação.		
8º	21/06 - 7:00 às 9:20	Participação em aula	Elaboração de problema mais simples sob o tema "matemática da rua" a partir do problema trabalhado em 20/06.	Leitura, escrita e oralidade	4
9º	04/07 - 6h40min às 7h00min	Conversas e planej. com a professora	A importância do algoritmo não formal, como caminho para a compreensão do algoritmo formal.		
10º	04/07 - 7h00min às 9h20min	Participação em aula	Revisão e resolução dos problemas elaborados em duplas com a troca de cadernos entre alunos.	Leitura, escrita e oralidade	3
_	05/07 a 28/07	_	Férias e formação continuada da professora.		
11º	29/07 - 7h00min às 9h20min.	Participação em aula	Ideias da multiplicação e divisão explorada em resolução de problemas.	Leitura e oralidade	3
12º	02 /08 – 10h00min às 11h20min	Observação	Operações envolvendo frações impróprias e números mistos	Oralidade e escrita	3
13º	5/08 - 7:00 às 9h20min e 10h00min às 11h20min.	Participação em aula	Sondagem dos interesses dos alunos e do que esperavam de nós professores em atividade escrita. Sondagem de crenças e concepções dos alunos e da professora, através de metáforas, sobre a matemática, leitura, escrita e oralidade; resolução de problemas não rotineiros.	Leitura, escrita, representação pictórica e oralidade	5
14º	15/08 – 7h00min às 9h00min.	Substituição da professora	Resolução de problema explorando raciocínio aditivo (IMENES; LELIS; JAKUBO, 1995, p. 39).	Leitura, oralidade e representação pictórica.	3
15º	16/08 – 9h30min às 10h20min	Conversas e planejamento com a professora	Análise da escrita em que alunos pediam ajuda; planejamento de jogo de resolução de problemas em grupo envolvendo campo		

			multiplicativo e aditivo.		
16º	29/08 – 8h40min às 11h20min.	Participação em aula	Jogo de matemática em grupo em resposta a solicitação de alunos sobre atividades mais criativas.	Leitura, escrita, representação pictórica e oralidade.	5
17º	02/09 – 6h50min às 7h20min.	Conversas	Planejamento de sequência didática que envolvesse divisão e multiplicação com estratégias do próprio aluno.		
18º	02/09 - 7: 20 às 9h20min e 10h00min às 11h20min.	Participação em aula	A divisão e o papel do resto em conjuntos de natureza discreta em resolução de problemas.	Leitura, escrita, representação pictórica e oralidade.	4
19º	9/09 - 10h00min às 11h20min	Participação em aula	Elaboração de problemas a partir de tirinhas de humor.	Leitura, escrita e oralidade.	5
20º	14/09 - 16h00min às 16h15min.	Conversa por telefone	A matemática no poema de cordel		
21º	16 /09 - 8h10min às 9h20min.	Participação em aula	Exploração do texto "Consumidor consciente"; literatura de cordel; presença da matemática no texto.	Leitura, escrita e oralidade.	5
22º	19/09 - 7h00min às 9h20min	Participação em aula	Leitura de poema de cordel: *O pecado de lampião e sua peleja para entrar no céu;* denúncia bem humorada do racismo; mapa conceitual sobre a aprendizagem matemática; elaboração de poema sobre a divisão inspirado no poema de cordel.	Leitura, escrita e oralidade.	5
23º	23/09 - 7h00min às 9h20min.	Participação em aula	Revisão coletiva da escrita do poema.	Leitura, escrita e oralidade.	5
24º	25/09 - 7:00 às 9:20	Participação em aula	Resolução de problemas criados por alunos em aula do dia 09/09 a partir das tirinhas de humor; exploração das ideias de área e de proporção.	Leitura, escrita, representação pictórica e oralidade.	5
25º	03/10 - 7: 00 às 9h20min e 10h00min às 10h40min.	Participação em aula	Resolução de problemas elaborados por aluno da escola Vitória (6º ano).	Leitura, escrita e oralidade.	5
26º	03/10 - 11h20min às 11h40min	Conversas - prof. e pesquisador	Avaliação do trabalho desenvolvido na turma.		
27º	07/10 - 7h00min às 9h20min	Participação em aula	Resolução de problemas criados a partir de tirinhas e exploração da escrita (continuação).	Leitura, escrita e oralidade	5
28º	17/10 - 7h00min às 9h20min.	Participação em aula	Raciocínio combinatório	Leitura, escrita e oralidade	4
29º	19/10 – 7h00min às 9h20min.	Participação em aula	Raciocínio combinatório; elaboração e resolução de problemas e escrita livre.	Leitura, escrita e oralidade	4
30º	21/10 – 7h00min às 9h20min.	Participação em aula	Raciocínio combinatório – continuação com novas estratégias.	Leitura, representação pictórica escrita e oralidade	4
31º	16/11- 8h00min às 11h00min.	Conversas	Avaliação da turma; conferência de dados.		

32º	7h00min às 9h20min e 10h00min às 11h20min	Substituição da professora	Ideias da multiplicação e divisão; mapa conceitual sobre a multiplicação e elaboração de problemas em cartinhas para a Escola Serra II.	Leitura, escrita e oralidade	4
33º	7 de dezembro de 2011- 18h30min às 21h00min.	Encontro de todos os professores envolvidos fora da escola	Avaliação dos trabalhos desenvolvidos em cada escola; partilha de aprendizagens construídas.		
34º	9 de dezembro de 2011- 8h40min às 10h00min.	Observação e participação - Encontro das três turmas e professores na Escola Vitória	Ideias da multiplicação e divisão; Encerramento dos trabalhos com retorno aos participantes; teatro e apresentação de poema.	Leitura, escrita e oralidade	5

QUADRO 32: Atividades desenvolvidas na Escola Serra II

APÊNDICE H: Resumo de atividades com avaliação da relevância das aulas para a pesquisa
Escola: Vitória, professor RJ, turma de 6º ano

Nº	Data e horário	Atuação	Temas ou conteúdos matemáticos	Temas emergentes	Relevância da aula
1º	12/08 - 9h00min às 9h20min	Conversas	Pesquisa sediada no município – novo convite		
2º	15/08 - 10h40min às 11h20min	Conversas	Primeiros contatos com o professor para delineamento da pesquisa.		
3º	16/08 - 7h50min às 8h50min	Observação	Divisão de frações	Escrita	3
4º	22/08 – 7h20min às 70h50min	Observação	Divisão de frações e expressões numéricas envolvendo potência	Escrita	3
5º	22/08 - 10h40min às 11h20min	Conversas	Maior conhecimento sobre a turma e o professor		
6º	26/08 - 10h40min às 11h20min	Planejamento da primeira participação	Desafios da Olimpíada		
7º	29/08 - 7h00min às 7h50min	Primeira participação	Desenvolvimento do pensamento algébrico; exploração do raciocínio multiplicativo.	Leitura, representação pictórica e oralidade.	5
8º	31/08 - 8h40min às 9h25min	Participação em aula	Raciocínio combinatório	Leitura, representação pictórica e oralidade.	4
9º	05 /09 - 7h20min às 8h40min	Participação em aula	Cartinhas para ex-professora: o que estou aprendendo em matemática no 6º ano.	Escrita	5
10º	10h40min às 11h20min	Conversas	Planejamento e reflexão sobre a aula		
11º	06/09 - 7:50 às 8h40min.	Participação em aula	Revisão de conteúdos: problemas envolvendo frações	Leitura, escrita, representação pictórica e oralidade.	5

12º	12/09 - 7h20min às 7h50min.	Participação em aula	A sistematização formal dos problemas da aula anterior	Leitura, escrita e oralidade.	4
13º	13 /09 - 7h50min às 8h40min.	Participação em aula	Leitura das cartinhas das ex-professoras e elaboração de problemas	Leitura e escrita.	5
14º	19/09 – 8h40min as 9h20min.	Atuação sem o professor regente	Descoberta de relações numéricas na tabuada de multiplicação.	Escrita e oralidade.	3
15º	20/09- 7h50min às 9h20min	1ª aula: participação 2ª aula: substituição do professor regente	Resolução de problema elaborado por alunos envolvendo porcentagem; relações numéricas presentes na tabuada de multiplicação.	Leitura, escrita e oralidade.	3
16º	20/09 – 10h40min às 11h20min	5ª aula: substituição do professor regente	Comunicação das descobertas na tabuada através de história em quadrinhos.	Leitura, escrita e oralidade.	3
17º	27/09 - 7h40min às 8:50	Participação em aula	Revisão de equívocos nos textos de problemas elaborados por aluno.	Leitura, escrita e oralidade.	4
18º	28/09 – 8h50min às 9h20min	Participação em aula	Resolução de problemas – Desafio da Olimpíada	Leitura, escrita, representação pictórica e oralidade.	5
19º	05/10 – 7h00min às 7h50min	Participação em aula	Desafios no campo multiplicativo – Problema enviado pela turma da escola Serra II	Leitura, escrita e oralidade.	5
20º	06/10 – 7h00min ÀS 7h50min	Participação em aula	Volta ao desafio do dia 28/09 com diferentes estratégias.	Leitura, escrita e oralidade.	5
21º	18/09 – 7h50min às 8h40min.	Participação em aula	Identificação das ideias da multiplicação em situações-problema (SANTOS, 1997, p.190)	Escrita	4
22º	18/10 – 8h40min às 9h20min e 10h40min às 11h20min.	Participação em aula	Leitura dramatizada: literatura de cordel.	Leitura e oralidade.	5
23º	24/10 – 10h40min às 11h20min	Conversas com o professor	Importância da escrita em matemática; Diários.	Oralidade	4
24º	25/10 – 7h50min às 8h40min	Participação em aula	Entrega das cadernetas que servirão de diários para o aluno; sondagem das crenças e concepções dos alunos sobre matemática.	Oralidade, representação pictórica e escrita.	4
25º	31/10 – 7h00min às 9h00min.	Conversas com o professor e alunos	Recolhimento, observação, troca de ideias com o professor sobre o conteúdo dos diários e retorno ao aluno		
26º	04/11 – 11h00min às 11h20min	Conversas com o professor	Avaliação dos conteúdos dos diários		
27º	06/11 – 7h00min às 7h50min.	Participação com a presença da orientadora.	Ideias da multiplicação e comutatividade	Oralidade e escrita.	3
28º	11/11 – 11h00min às	Conversas com o professor	Retorno dos diários; comentários sobre os conteúdos com o professor e		

	11h20min.		com alunos.		
29º	19/11 – 8h40min às 9h20min e 10h40min às 11h20min.	Participação em aula de língua portuguesa	Releitura jogralizada do poema “O grande pecado de Lampião e sua peleja para entrar no céu”	Leitura e oralidade	5
30º	25/11 – 8h00min às 8h30min.	Conversas com a turma	Divisão dos papéis e montagem da peça de teatro	Leitura e oralidade	4
31º	30/11 -8h40 às 9h20min.	Participação	Adedonha da matemática- jogo criado e coordenado por duas alunas	Escrita e oralidade.	3
32º	07/12 – 18h30 às 21h00min	Encontro dos professores envolvidos na pesquisa fora da escola	Avaliação do trabalho realizado nas três turmas e aprendizagens construídas		
33º	09/12 – 8:40 às 10:00	Participação	Apresentação da peça teatral pela turma do 6º ano com participação do 5º ano da escola serra II; apresentação do poema (5º ano/Serra II) e presença da turma de Serra II – Retorno dos trabalhos realizados.	Oralidade	5

QUADRO 33: Atividades desenvolvidas na Escola Vitória

APÊNDICE H: Autorização dos pais ou responsáveis para a utilização de dados produzidos na pesquisa

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
PPGE- MESTRADO EM EDUCAÇÃO
LINHA DE PESQUISA: EDUCAÇÃO E LINGUAGENS - MATEMÁTICA
MESTRANDA: BERNADETE VERÔNICA SCHAEFFER HOFFMAN
ORIENTADOR: PROF. DRA. VÂNIA MARIA PEREIRA SANTOS-WAGNER

Vitória, 30 de maio de 2012.
Srs. Pais ou Responsáveis:

Como pesquisadores em Educação Matemática, estamos interessados em compreender em que e como a utilização sistemática dos processos de comunicação (leitura, escrita e diálogo) pode ajudar no ensino e aprendizagem da matemática no 2º e 3º ciclos do ensino fundamental. Iniciamos a pesquisa em 2010 e estamos em fase final. Precisamos de sua autorização para a utilização de imagens e trabalhos que produzimos como desdobramento desse estudo para fins acadêmicos. Todas as informações que forem compartilhadas e analisadas permanecerão em sigilo, assim como os nomes e informações para identificar o participante. Para a identificação deste no relato final da investigação, utilizaremos códigos ou pseudônimos.
Desde já agradecemos a todos que colaboraram com este estudo.

Obrigado pela atenção!
Bernadete Verônica Schaeffer Hoffman

Nome do aluno:

( ) Sim, autorizo. ( ) Não autorizo.

Assinatura do responsável:

ANEXOS

ANEXO I: Texto explorado na Escola Serra I

Os números em textos jornalísticos

Uma nuvem de poluentes do tamanho de três Brasis e com 3 quilômetros de espessura cobre uma parte da Ásia, onde vive um quinto da humanidade.

Este texto fala sobre a poluição e o uso predatório dos recursos naturais que aceleram o efeito estufa no mundo. Leia-o com os colegas e o professor.

A Terra pede socorro

Dez anos depois da Eco 92, há pouco para comemorar.
A poluição e o uso predatório dos recursos naturais aceleraram o efeito estufa e a destruição das florestas. Mas existem formas de corrigir esses erros.
O perigo da degradação ambiental causada pelo homem costuma ser representado nas campanhas ambientalistas por animais ameaçados de extinção. O simpático e desajeitado urso panda, que está desaparecendo junto com o seu hábitat nas montanhas da China, é um dos símbolos mais utilizados pelos ecologistas. Neste mo9mento, há um símbolo muito mais tenebroso no ar. Trata-se da formidável nuvem de poluentes que se estende do Japão ao Afeganistão, no sentido norte-sul, abrangendo uma região da Ásia em que vive um quinto da humanidade. De tonalidade marrom e tamanho equivalente a três Brasis, essa nuvem de venenos tem 3 quilômetros de espessura e representa 1,5% da atmosfera na região.
[...] “O perigo é global, já que uma nuvem desse tamanho pode cruzar meio mundo em apenas uma semana”, adverte o alemão Klaus Töpfer, diretor executivo do Programa de Meio ambiente da ONU. O coquetel de partículas de carbono, sulfatos e cinzas orgânicas é resultado das emissões de gases de fábricas, usinas termelétricas e escapamentos dos automóveis. Essa é, digamos, a contribuição industrial para o fenômeno. “o crescimento econômico do sul da Ásia fez com que a poluição dobrasse nos últimos vinte anos”, diz o indiano Victor Ramanathan, coordenador do estudo que desvendou os segredos da nuvem.
[...] Estima-se que 500 000 pessoas moram só naquele país (na Índia) em decorrência de problemas respiratórios causados pelo fenômeno.
[...] o efeito mais terrificante por suas implicações no cotidiano das pessoas talvez seja o aquecimento global. A década de 90 foi a mais quente desde que se fizeram as primeiras medições, no fim do século XIX. Suas conseqüências notáveis foram o derretimento de geleiras nos pólos e o aumento de 10 centímetros no nível do mar em um século.
[...] De acordo com especialistas, se o efeito estufa continuar no mesmo ritmo, a temperatura da Terra pode aumentar 5,8 graus Célcius até 2100. [...]

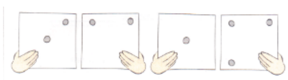
Daniel Hessel Teich. A terra pede socorro. Veja, São Paulo, n. 33, p. 80-86, 21 ago. 2002.

Anexo II: Questoes da OBMEP/2011 trabalhadas na escola Vitória

Questão 1. Uma formiguinha andou sobre a borda de uma régua, da marca de 6 cm até a marca de 20 cm. Ela parou para descansar na metade do caminho. Em que marca ela parou?
A) ( ) 11 cm B) ( ) 12 cm C) 13 cm D) 14 cm E) ( ) 15 cm

Questão 3. Gabriel comprou uma rosa, um cravo e um lírio e quer dar uma flor para cada uma de suas três amigas. Ele sabe que uma amiga não gosta de cravos, outra não gosta de lírios e a terceira não gosta de rosas. De quantas maneiras ele pode distribuir as flores de modo a agradar às três amigas?
A) ( ) 1 B) ( ) 2 C) ( ) 3 D) ( ) 4 E) 6

Questão 8. Jorginho desenhou bolinhas na frente e no verso de um cartão. Ocultando parte do cartão com sua mao, ele mostrou duas vezes a frente e duas vezes o verso, como na figura. Quantas bolinhas ele desenhou?



A) ( ) 3 B) ( ) 4 C) ( ) 5 D) ( ) 6 E) ( ) 8

Questão 18. Um salao de festas comporta 700 pessoas, entre convidados e garçons. Um garçom atende no máximo 10 convidados e todo convidado deve ser atendido por um garçom. Qual o número máximo de pessoas que podem ser convidadas para uma festa nesse salão?

A) ( ) 584 B) ( ) 612 C) ( ) 624 D) ( ) 636 E) ( ) 646