



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS FLORESTAIS

DIEGO PIVA CEZANA

**APLICAÇÃO DO MODELO DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS NO
PLANEJAMENTO DA COLHEITA FLORESTAL**

JERÔNIMO MONTEIRO – ES
FEVEREIRO – 2013

DIEGO PIVA CEZANA

**APLICAÇÃO DO MODELO DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS NO
PLANEJAMENTO DA COLHEITA FLORESTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Florestais do Centro de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Espírito Santo, como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Ciências Florestais na Área de concentração Ciências Florestais.

Orientador: Prof. Dr. Gilson Fernandes da Silva
Co-orientador: Prof. Dr. Alexandre Rosa dos Santos
Co-orientador: Prof. Dr. Nilton César Fiedler

JERÔNIMO MONTEIRO – ES
FEVEREIRO – 2013

**APLICAÇÃO DO MODELO DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS NO
PLANEJAMENTO DA COLHEITA FLORESTAL**

Diego Piva Cezana

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Florestais do Centro de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Espírito Santo, como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Ciências Florestais na Área de concentração Ciências Florestais.

Aprovado em 22 de Fevereiro de 2013.

Prof. Dr. Gilciano Saraiva Nogueira
DEF – UFVJM
(Membro Externo)

Prof. Dr. Adriano Ribeiro de Mendonça
DEF – UFES
(Membro Interno)

Prof. Dr. Alexandre Rosa dos Santos
DEF – UFES
(Co-orientador)

Prof. Dr. Nilton Cesar Fiedler
DEF – UFES
(Co-Orientador)

Prof. Dr. Gilson Fernandes da Silva
DEF – UFES
(Orientador)

*À minha família,
que sempre me deu apoio
incondicional, dedico...*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por ter sempre iluminado meu caminho e me dado estas graças.

Aos meus pais Chico e Eliete, e ao meu irmão Douglas pelos ensinamentos, carinho, dedicação, confiança e toda força e apoio que recebi durante toda a vida. Aos avós, tios e primos das famílias Piva e Cezana, por todo o companheirismo e apoio.

Agradeço a todos os professores que de uma forma ou outra contribuíram para a minha formação e de forma especial aos Professores Dr. Gilson Fernandes da Silva, Alexandre Rosa dos Santos e Nilton César Fiedler, por terem aceitado me apoiar neste trabalho, pela partilha do saber e pelo estímulo ao meu crescimento e conhecimento. Aos professores Antonio Almeida de Barros Junior e Edmar Hell Kampke pelo auxílio na programação.

Aos companheiros que já passaram pela República Vira-Latas, por estarem ao meu lado nos momentos de festa e nos momentos difíceis. Aos colegas de laboratório pela parceria, ajuda, troca de conhecimentos e momentos de lazer. À galera da Striker JJ pelo companheirismo, amizade, treinos e hematomas. E a todas as pessoas que estiveram presentes durante esta minha jornada.

Aos colegas do laboratório de Mensuração e Manejo Florestal pelo auxílio e troca de experiências.

À Universidade Federal do Espírito Santo e ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Florestais, pela oportunidade concedida.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela concessão da bolsa de Mestrado que foi de grande importância para realização do curso.

À Fibria Celulose S.A., pela oportunidade no desenvolvimento da dissertação, fornecimento dos dados e ajuda em vários momentos.

BIOGRAFIA

DIEGO PIVA CEZANA, filho de Francisco Cezana e Eliete Piva, nasceu em Itamaraju, Bahia, no dia 19 de abril de 1989.

Concluiu o ensino médio no Centro Federal de Educação Tecnológica da Bahia (UNED-Eunápolis) em 2005.

Em março de 2006 ingressou no curso de Engenharia Florestal da Universidade Federal do Espírito Santo, obtendo graduação em fevereiro de 2011.

Ingressou no Programa de Pós-Graduação em Ciências Florestais da Universidade Federal do Espírito Santo em março de 2011, concluindo em fevereiro de 2013.

Em outubro de 2012 foi contratado pela Klabin S.A. como analista de planejamento florestal.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: Mapa da região de estudo.....	18
FIGURA 2: Grafo $G=(V, A)$ representando os nós como os plantios e os arcos como custos de colher a área j após a área i	26
FIGURA 3: Representação do resultado de otimização de um problema envolvendo duas frentes de colheita e sete talhões a serem colhidos gerando sub-rotas.....	50
FIGURA 4: Fluxograma metodológico para geração das rotas ótimas para as frentes de colheita.....	63
FIGURA 5: Rotas referentes à solução ótima do cenário 1 para o problema exemplo.....	66
FIGURA 6: Rotas referentes à solução ótima do cenário 2 para o problema exemplo.....	70
FIGURA 7: Rotas referentes à solução ótima do cenário 3 para o problema exemplo.....	73
FIGURA 8: Rotas referentes à solução ótima do cenário 4 para o problema exemplo.....	76

LISTA DE TABELAS

TABELA 1: Informações sobre os talhões considerados no problema exemplo.....	19
TABELA 2: Demandas de matéria prima de cada destino da madeira, consideradas no problema exemplo.....	20
TABELA 3: Produtividade das frentes de colheita em m ³ /dia.....	20
TABELA 4: Custos referentes à realização de cada tipo de atividade por frente de colheita em R\$/m ³	20
TABELA 5: Custos de transporte rodoviário da madeira por faixa de quilometragem.....	21
TABELA 6: Matriz de distâncias (em Km) entre as origens das frentes de colheita (Oa e Ob), os talhões e os destinos da madeira colhida, sendo que os destinos podem ser a fábrica (Fab), o porto (Por) ou a serraria (Ser).....	22
TABELA 7: Matriz de custos em reais de locomoção das frentes de colheita do povoamento <i>i</i> para o povoamento <i>j</i>	28
TABELA 8: Exemplo selecionado para representar a restrição de contenção de fluxo	39
TABELA 9: Resultado da otimização do Cenário 1, mostrando as variáveis escolhidas, o volume colhido no talhão em questão, seu custo parcial e o número de dias gastos para realizar tal atividade.....	65
TABELA 10: Custo, em reais, estimado de transporte ($ct_{j,l}$) da madeira do talhão <i>j</i> até seu destino final para os diferentes modais de transporte.....	69
TABELA 11: Resultado da otimização do Cenário 2, mostrando as variáveis escolhidas, o volume colhido no talhão em questão, seu custo parcial e o número de dias gastos para realizar tal atividade.....	69
TABELA 12: Resultado da otimização do Cenário 3, mostrando as variáveis escolhidas, o volume colhido no talhão em questão, seu custo parcial e o número de dias gastos para realizar tal atividade.....	72
TABELA 13: Resultado da otimização do Cenário 4, mostrando as variáveis escolhidas, o volume colhido no talhão em questão, seu custo parcial e o número de dias gastos para realizar tal atividade.....	75
TABELA 14: Resumo dos custos, volume enviado para o porto e distância percorrida das soluções dos quatro cenários.....	78

TABELA 15: Dias necessários para a realização da rota solução para cada cenário.....80

TABELA 16: Custos totais dos cenários em uma solução onde não haja diferença nos modais de transporte.....80

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	v
BIOGRAFIA	vi
LISTA DE FIGURAS	vii
LISTA DE TABELAS	viii
RESUMO	xii
ABSTRACT	xiii
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. OBJETIVO GERAL.....	2
1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	3
2. REVISÃO DE LITERATURA	4
2.1. PESQUISA OPERACIONAL	4
2.2. PROGRAMAÇÃO LINEAR.....	5
2.3. PROGRAMAÇÃO INTEIRA (PI).....	8
2.4. MODELO DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS.....	9
3. METODOLOGIA	15
3.1. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA.....	15
3.2. BASE DE DADOS	16
3.3. OBTENÇÃO DA MATRIZ DE DISTÂNCIAS.....	21
3.4. FORMULAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO.....	23
3.4.1. Função Objetivo	26
3.4.2. Restrição de Partida	36
3.4.3. Restrição de Parada	36
3.4.4. Restrição de Exclusividade	37
3.4.5. Restrição de Contenção de Fluxo	37
3.4.6. Restrição de Capacidade de Colheita	40

3.4.7. Restrição de Demanda da Serraria.....	42
3.4.8. Restrição de Demanda do Modal Marítimo.....	44
3.4.9. Restrição de Demanda para Celulose.....	46
3.4.10. Restrição de Eliminação de Sub-Rotas.....	50
3.4.11. Restrição de Integralidade.....	52
3.5. MÉTODO DE SOLUÇÃO.....	53
3.6. DESCRIÇÃO DOS CENÁRIOS.....	53
3.6.1. Cenário 1.....	53
3.6.2. Cenário 2.....	53
3.6.3. Cenário 3.....	56
3.6.4. Cenário 4.....	59
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	65
4.1. APRESENTAÇÃO DOS CENÁRIOS.....	65
4.1.1. Cenário 1.....	65
4.1.2. Cenário 2.....	69
4.1.3. Cenário 3.....	72
4.1.4. Cenário 4.....	75
4.2. COMPARAÇÃO DOS CENÁRIOS.....	78
5. CONCLUSÕES.....	82
6. BIBLIOGRAFIA.....	83

RESUMO

CEZANA, Diego Piva. **Aplicação do modelo de roteamento de veículos no planejamento da colheita florestal**. 2013. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Espírito Santo, Jerônimo Monteiro-ES. Orientador: Prof. Dr. Gilson Fernandes da Silva. Co-orientadores: Prof. Dr. Alexandre Rosa dos Santos e Prof. Dr. Nilton César Fiedler.

O objetivo deste trabalho foi avaliar a viabilidade de se utilizar o modelo de roteamento de veículos no planejamento da colheita florestal. Para isto, foi proposto um problema exemplo envolvendo dez talhões a serem colhidos, duas frentes de colheita, dois modais de transporte da madeira e quatro possíveis atividades a serem realizadas nos talhões (primeiro ou segundo desbastes, corte raso para serraria ou corte raso para celulose) com diferentes objetivos a fim de avaliar a eficiência do modelo em diferentes cenários de planejamento. O problema foi desenhado com onze restrições e com a função objetivo no sentido de minimizar os custos totais. Assim, com a base de dados disponível foi possível idealizar um problema de planejamento florestal representativo da realidade e desenvolver um modelo de otimização eficaz que apresentou resultados adequados em todos os cenários avaliados.

Palavras-chave: Planejamento Florestal, Roteirização, Otimização, Programação Inteira.

ABSTRACT

CEZANA, Diego Piva. **Application of vehicle routing problem on the forest harvest planning**. 2013. Dissertation (Master's degree on Forest Science) – Federal University of Espírito Santo, Jerônimo Monteiro-ES. Adviser: Prof. Dr. Gilson Fernandes da Silva. Co-Advisers: Prof. Dr. Alexandre Rosa dos Santos and Prof. Dr. Nilton César Fiedler.

The aim of this study was to evaluate the feasibility of using vehicle routing problem in planning of forest harvesting. For this, it was proposed an example problem involving ten stands to be harvested, two harvest teams, two modes of wood transportation and four possible activities to be performed in stands (first or second thinning, clear cutting for timber or pulpwood clearcutting) with different goals in order to evaluate the efficiency of the model in different planning scenarios. The problem was designed with eleven constraints and the objective function to minimize the total costs. Thus, with the available database it was possible to design a forest management problem representative of reality and develop an optimization model which showed effective results suitable in all scenarios evaluated.

Keywords: Routing, Forest Planning, Integer Program.

1. INTRODUÇÃO

O setor florestal brasileiro vem tendo sua importância reconhecida nos últimos anos devido a sua contribuição econômica, social e ambiental para o país. A princípio, com apoio de políticas fiscais ao reflorestamento na década de 1960 e pelos programas nacionais de siderurgia a carvão vegetal e de celulose e papel. De acordo com a Associação Brasileira de Produtores de Florestas Plantadas – ABRAF (2012), o valor bruto da produção florestal brasileira em 2011 foi 4% superior ao ocorrido em 2010, o que indica franco crescimento do setor.

Ao se tratar do setor florestal, as etapas de colheita e transporte são consideradas atividades de grande importância, pois chegam a representar mais que 50% dos custos totais da madeira posta na indústria (MACHADO; LOPES, 2000). Desta maneira, processos que apresentem reduções de custo nestas etapas causam grande impacto econômico na atividade florestal.

Desta forma, as técnicas de pesquisa operacional se mostram uma ferramenta interessante para o setor, pois, a partir destas, é possível obter informações que subsidiem decisões em relação ao agendamento da colheita florestal.

Segundo Mitchell (2004), o agendamento da colheita florestal tem por objetivo responder a perguntas do tipo: quando colher os povoamentos?; quais frentes de colheita irão colher cada povoamento?; e em que sequência os povoamentos serão colhidos? Com isso, existem particularidades em relação à formulação de modelos de programação linear a partir desses problemas.

Uma opção para o agendamento da colheita florestal é a utilização dos Problemas de Roteamento de Veículos (PRV) – *Vehicle Routing Problem (VRP)*. De acordo com Diaz (2007), o Problema de Roteamento de Veículos é o nome dado a uma série de problemas onde o objetivo é encontrar a rota de menor custo para uma frota de veículos, com base em um ou vários depósitos, visitar uma série de cidades ou clientes dispersos geograficamente.

Uma metodologia utilizada para resolução de problemas de roteamento de veículos é a programação linear (PL). A programação linear tem como finalidade a resolução de problemas de otimização, distribuindo e alocando os

recursos da melhor forma possível e surgiu durante a segunda guerra mundial devido à necessidade de redução de esforços humanos ligados a problemas militares. (HILLIER; LIEBERMAN, 2006).

No caso da programação linear, as variáveis de decisão podem possuir valores fracionários, entretanto, há situações em problemas reais em que a utilização desse tipo de variável não faz sentido. Nestes casos, utiliza-se uma restrição que faz com que as variáveis sejam inteiras, o que caracteriza uma variação da programação linear em programação linear inteira (PI). Há ainda um caso especial de PI no qual a variável apresenta apenas os valores zero ou um, ou seja, são binárias (HILLIER; LIEBERMAN, 2006).

Embora a modelagem de problemas de programação linear e de programação inteira seja parecida, sua resolução se dá de forma distinta. A primeira é resolvida por algoritmos como o *Simplex*, que é capaz de resolver problemas grandes e complexos. Ao passo que para resolução de problemas de programação inteira são utilizados algoritmos exatos como o *branch-and-bound*, *branch-and-cut* e *implicit enumeration* que são limitados a problemas de pequeno porte (RODRIGUES, 2001; GOMIDE, 2009).

Assim, a principal diferença entre a resolução de problemas de programação linear e problemas de programação inteira se encontra na eficácia e eficiência dos algoritmos utilizados. Os algoritmos que resolvem problemas de PL são capazes de gerar soluções para problemas de porte elevado em tempo razoável, enquanto os algoritmos de resolução em PI levam um tempo elevado e podem nem chegar à solução ótima (RODRIGUES, 2001).

No Brasil, alguns trabalhos foram desenvolvidos envolvendo a utilização de técnicas de programação inteira relacionadas ao planejamento florestal, dentre estes, cabe citar: Silva et al. (2003); Rodrigues et al. (2003; 2004a; 2004b; 2006); Faccio e Rangel (2009); Gomide et al. (2010) e Binoti et al.(2012).

1.1. OBJETIVO GERAL

Tendo em vista a complexidade do planejamento da colheita florestal, situação essa que envolve um grande número de variáveis e possibilidades, este trabalho teve como objetivo geral, tomando-se como base modelos de

roteamento de veículos, propor um modelo de otimização eficaz para produzir soluções as melhores possíveis para essa atividade.

1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Idealizar um problema de planejamento da colheita florestal com base em uma situação real e envolvendo dados do mundo real.

Propor um modelo de otimização capaz de representar o problema de planejamento proposto da forma a mais fidedigna possível.

Avaliar o desempenho do modelo de otimização proposto em face de diferentes objetivos de modo a verificar a eficácia do mesmo sob diferentes cenários de planejamento.

2. REVISÃO DE LITERATURA

Até o início da década de 1960, o consumo madeireiro no Brasil era quase que exclusivamente suprido por florestas nativas. A lei de incentivos fiscais proporcionou um impulso para ampliação das áreas com plantios florestais. Assim como qualquer empresa, o objetivo das empresas florestais é obter retorno financeiro, com a maximização dos lucros.

Quando se trabalha em algum setor da cadeia produtiva que não produz o produto final e sim matéria-prima, como é o caso de empresas florestais que visam a produção de celulose, geralmente objetiva-se a minimização dos custos florestais e não a maximização do lucro, já que a madeira não será vendida. Para definição da melhor estratégia para otimização dos custos, a pesquisa operacional é uma ferramenta com grande potencial.

2.1.PESQUISA OPERACIONAL

A Pesquisa Operacional (PO) envolve pesquisa sobre operações, sendo assim aplicada a problemas em relação ao desenvolvimento de atividades em alguma organização. A PO tem sido aplicada a diversas áreas como transporte, construção, medicina e governo (HILLIER; LIEBERMAN, 2010).

O início da Pesquisa Operacional é atribuído à década de 1940, durante a Segunda Guerra Mundial, quando diversos cientistas, como George B. Dantzig e Marshal Wood, foram contratados pelo governo britânico e americano para resolver problemas de alocação de recursos escassos (MENON, 2005; HILLIER; LIEBERMAN, 2010).

O sucesso do uso da pesquisa operacional no empreendimento bélico, fez com que após a guerra surgisse o interesse de outras organizações em aplicar tal técnica. Com isso, no início dos anos 1950 a PO havia sido introduzida em organizações comerciais, industriais e governamentais (HILLIER; LIEBERMAN, 2010). Ainda segundo estes autores, dois fatores foram cruciais para o rápido crescimento da PO no período pós Segunda Guerra.

O primeiro foi o grande número de cientistas que se interessou em pesquisar e desenvolver a técnica, fazendo com que se obtivessem melhorias substanciais. Um exemplo dessas melhorias é o método *simplex* desenvolvido por George B. Dantzig em 1947 e diversas outras ferramentas como programação linear, programação dinâmica e teoria das filas que já se encontravam em um estágio bem desenvolvido antes do final da década de 1950. O segundo fator foi a revolução computacional que proporcionou uma maior capacidade de cálculo, possibilitando a resolução de problemas que seriam inviáveis de serem resolvidos sem auxílio computacional.

Hoje em dia, a pesquisa operacional é considerada tão importante que existem diversas associações dedicadas ao estudo e desenvolvimento dessa técnica como SOBRAPO – “Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional”, ALIO – “Associação Latino-Iberoamericana de Pesquisa Operacional”, IFORS – “International Federation of Operational Research Societies”.

2.2. PROGRAMAÇÃO LINEAR

O termo Programação Linear (PL) não está diretamente relacionado com a programação de computadores como o próprio nome pode sugerir, até por que surgiu por volta da década de 1950 quando o computador era uma ferramenta de difícil acesso. Neste contexto, a palavra programação se tratava de um termo militar relacionado com planos de treinamento e suprimento logístico e a palavra linear indica que são utilizadas inequações (restrições) lineares para definir um plano medido por uma função linear (MATOUSEK; GÄRTNER, 2007).

A programação linear está relacionada com o planejamento de atividades a fim de atingir um resultado ótimo de acordo com o melhor objetivo especificado a partir de um modelo matemático baseado em inequações lineares (HILLIER; LIEBERMAN, 2010). De acordo com Goldberg e Luna (2000), para que um sistema qualquer possa ser representado por um modelo de PL, este deve possuir as características de proporcionalidade, não negatividade, aditividade e separabilidade.

A hipótese de proporcionalidade indica que o valor da função objetivo e a quantidade de recurso consumido por determinada atividade são

proporcionais ao nível desta atividade. Assim, não são aceitos expoentes diferentes de 1 (um) para as variáveis em um problema de PL. Pela característica de não negatividade, pode-se utilizar qualquer proporção de um dado recurso para desenvolver uma atividade em um nível não negativo. A hipótese de aditividade exige que o valor total de uma função qualquer seja representado pela soma das contribuições individuais associadas a cada atividade e graças à característica de separabilidade pode-se identificar o custo específico de cada atividade (GODBARG; LUNA, 2000; HILLIER; LIEBERMAN; 2010). Há ainda a hipótese de divisibilidade, que garante que as variáveis de decisão podem assumir quaisquer valores não-negativos, inclusive valores não-inteiros (HILLIER; LIEBERMAN, 2010).

Para representar um problema real no âmbito da pesquisa operacional, são utilizados modelos matemáticos, que são segundo Goldbarg e Luna (2000), “representações simplificadas da realidade que preservam, para determinadas situações e enfoques, uma equivalência adequada”. Um modelo matemático de PL possui a seguinte estrutura básica (RODRIGUES, 1997):

$$\text{Min ou Max: } Q(x) = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \dots + c_{ij}x_{ij}$$

Sujeito a:

$$a_{11}x_{11} + a_{12}x_{12} + \dots + a_{1n}x_{1n} \leq b_1$$

$$a_{21}x_{21} + a_{22}x_{22} + \dots + a_{2n}x_{2n} = b_2$$

...

$$a_{n1}x_{n1} + a_{n2}x_{n2} + \dots + a_{nn}x_{nn} \geq b_n$$

$$x_{ij} \geq 0, \text{ para todo } i \text{ e } j$$

Em que:

x_{ij} = variável de decisão;

c_{ij} = coeficiente de custo;

a_{ij} = coeficiente tecnológico;

b_n = nível da n-ésima restrição.

Em um problema de programação linear, três partes estão sempre presentes, são elas: função objetivo, restrições quaisquer e as restrições de

não-negatividade. A função objetivo indica o objetivo final do tomador de decisão, podendo esta ser maximizada ou minimizada, no modelo exemplo apresentado acima, pode ser visualizada na primeira equação. As restrições quaisquer estão relacionadas com os recursos disponíveis para realização das tarefas e são representadas por equações e inequações e são representadas pelas equações intermediárias no modelo. As restrições de não-negatividade garantem que não haverá variáveis com valor menor que zero e no modelo acima é representado pela última inequação (MOREIRA, 2007).

Para resolução de problemas de programação linear, George Dantzig desenvolveu em 1947 o algoritmo *simplex*, considerado o primeiro algoritmo eficiente na resolução de problemas de PL além de ter sido considerado, segundo Matousek e Gärtner (2007), um dos dez algoritmos mais importantes do século vinte.

O método utiliza-se de procedimentos de álgebra linear para, a partir de uma solução viável inicial identificar novas soluções de valor igual ou melhor que a solução concorrente por meio de um processo iterativo e seguindo um critério definido na função objetivo (minimizar ou maximizar). Assim, há um conjunto infinito de soluções viáveis que formam um plano. Nesse caso, a solução ótima estará em um dos extremos deste plano (GOLDBARG; LUNA, 2000).

Com o desenvolvimento do algoritmo *Simplex* e a maior disponibilidade de computadores, a PL passou a ser capaz de resolver problemas cada vez maiores e complexos, sendo que na área florestal as primeiras aplicações de PL ocorreram no início da década de 1960 e a partir de então passaram a ser cada vez mais utilizadas (BUONGIORNO; GILLES, 1987).

A programação linear é uma técnica aplicada a uma série de problemas florestais como regulação florestal, ordenação de florestas, problemas em indústrias, planejamento econômico e proteção florestal (LEUSCHNER, 1984 citado por RODRIGUES, 1997). No ramo florestal, diversas pesquisas vem sendo desenvolvidas utilizando a programação linear como: Paula Junior e Pereira (1980); Rodriguez e Lima (1985); Seixas e Widmer (1993), Rodrigues (1997), Rodrigues et al. (1998), Rodrigues et al. (1999), Rodrigues (2001), Sousa et al. (2002), Berger et al.

(2003), Silva et al. (2003), Mello et al. (2005), Leão (2010), Piassi (2011), Lima et al. (2011).

Apesar do potencial da programação linear no meio florestal, existem alguns problemas que não podem ser resolvidos com esta técnica. Um desses casos ocorre quando é necessário aplicar alternativas de manejo a cada talhão ou unidade produtiva e não se deseja dividir este talhão. A característica de divisibilidade da programação linear torna-se então um entrave para este tipo de problema e de acordo com Silva et al. (2003), a resolução por PL com posterior arredondamento não é uma estratégia viável.

Quando se deseja resolver problemas que envolvam variáveis inteiras, deve-se utilizar de alguns artifícios nos modelos de programação linear para torná-los modelos de Programação Inteira (PI).

2.3. PROGRAMAÇÃO INTEIRA (PI)

A programação linear inteira, ou apenas programação inteira (PI), é uma variação da PL, que trabalha com variáveis inteiras, ferindo o princípio da divisibilidade da Programação Linear. De fato, há casos do mundo real em que as variáveis de decisão fazem sentido apenas se assumirem valores inteiros. Assim, a modelagem de problemas de PI se assemelha com a PL exceto pela adição de restrições de inteireza (HILLIER; LIEBERMAN, 2010).

Se algumas variáveis, porém não todas, forem inteiras temos um caso de Programação Inteira Mista (PIM), ou seja, há variáveis inteiras e contínuas no mesmo problema. Há ainda casos em que as variáveis assumem apenas valores 0 (zero) ou 1 (um), que é a chamada programação inteira Binária ou apenas Programação 0-1 (WOLSEY, 1998).

Embora a modelagem de problemas de programação inteira seja parecida com a modelagem de problemas de programação linear, a solução de modelos de PI é mais complicada. Isso ocorre em função de que grande parte dos problemas de programação inteira são identificados como *NP-Hard*, que são caracterizados pelo grande número de soluções possíveis que devem ser avaliadas (HILLIER; LIEBERMAN, 2010).

Ainda segundo estes autores, em problemas com n variáveis há 2^n soluções que devem ser verificadas. Esse crescimento exponencial é uma das

maiores dificuldades para resolução dos problemas de PI. Assim, ao se considerar problemas de grande porte, como os que normalmente ocorrem em uma empresa florestal, depara-se com uma grande dificuldade de resolução por meio dos métodos enumerativos.

Goldbarg e Luna (2000) dividem as técnicas de solução de problemas de programação inteira em três categorias: técnicas de enumeração (*branch-and-bound* e enumeração implícita); técnicas de corte (cortes inteiros, cortes combinatórios, cortes de interseção, método de decomposição de benders); e técnicas híbridas (*branch-and-cut*, teoria de grupo). Dentre estas, a técnica que vem sendo mais utilizada é o *branch-and-bound*.

Com a dificuldade de se encontrar a solução ótima dos problemas de programação inteira, a utilização de heurísticas torna-se uma alternativa viável para a determinação de boas soluções.

2.4. MODELO DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS

Uma opção para o planejamento da colheita florestal é a utilização dos modelos conhecidos como problemas de roteamento ou roteirização de veículos (PRV) – *Vehicle Routing Problem (VRP)*. Embora os termos roteamento e roteirização não sejam encontrados nos dicionários de língua portuguesa, tem sido utilizados como tradução para o termo *routing* ou *routeing* em língua inglesa, que referem-se à determinação de rotas para veículos de determinada frota (CUNHA, 2000).

De acordo com Bochtis e Sorensen (2009), o PRV passou a ser utilizado na área agrária muito recentemente, já que o uso da pesquisa operacional nesse setor tem sido mais intenso nas áreas em atividades relacionadas ao transporte dos produtos finais e não às atividades operacionais.

O problema de roteamento de veículos é conhecido também como modelo de transporte, isso porque há um grande número de aplicações deste tipo de problema envolvendo transporte de mercadorias. Entretanto isso não impede que esse modelo seja utilizado em problemas com características diferentes (HILLIER; LIEBERMAN, 2010).

De acordo com Diaz (2011), o problema de roteamento de veículos é o nome dado a uma série de problemas onde o objetivo é encontrar a rota de menor custo para uma frota de veículos, com base em um ou vários depósitos, visitar uma série de cidades ou clientes dispersos geograficamente. Ainda segundo esses autores, cada rota deve ser percorrida por apenas um veículo, cada cliente deve ser visitado apenas uma vez, a demanda não deve ultrapassar a capacidade de cada veículo e o veículo deve partir e voltar a partir de um depósito.

O VRP é uma variação do clássico modelo do caixeiro viajante – *Travelling Salesman Problem* (TSP) – que se refere ao problema de um vendedor visitar uma série de cidades passando por cada uma apenas uma vez e percorrendo a menor distância possível (LOESCH; HEIN, 2009). Ao adicionar uma restrição relacionada à capacidade ao problema do múltiplo caixeiro viajante obtém-se o VRP (MENEGUZZI, 2011).

De modo geral, uma solução de VRP consiste na determinação de um conjunto de rotas, cada uma percorrida por um único veículo que sairá de um depósito e retornará para o mesmo no fim do processo, de modo que a demanda de todos os clientes seja cumprida, todas as restrições operacionais sejam satisfeitas e o custo seja mínimo (TOTH; VIGO, 2001).

Segundo Toth e Vigo (2001), o modelo de roteamento de veículos pode ser representado por um grafo no qual os arcos representam os trechos de estrada e os vértices correspondem às junções de estrada, depósitos e clientes. Neste caso cada arco está associado a um custo, que geralmente representa a distância ou o tempo de percurso do trecho de estrada.

A formulação básica para o modelo de roteirização de veículos pode ser feita da seguinte maneira (TOTH; VIGO, 2001):

$$\min \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij} \quad (\text{Eq.1})$$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V \setminus \{0\} \quad (\text{Eq.2})$$

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (\text{Eq.3})$$

$$\sum_{i \in V} x_{i0} = K \quad (\text{Eq.4})$$

$$\sum_{j \in V} x_{0j} = K \quad (\text{Eq.5})$$

$$\sum_{i \notin S} \sum_{j \in S} x_{ij} \geq r(S) \quad \forall S \subseteq V \setminus \{0\}, S \neq \emptyset \quad (\text{Eq.6})$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in V \quad (\text{Eq.7})$$

Em que:

i, j : clientes e depósitos;

c_{ij} : custo associado ao arco (i, j) , representando o custo de sair de i e ir até j ;

x_{ij} : variável de decisão;

K : conjunto de veículos;

V : conjunto de vértices em que:

V_0 refere-se ao depósito;

$V \setminus \{0\}$, os clientes;

$r(S)$: número mínimo de veículos necessários para atender a demanda de todos os clientes do conjunto S .

A variável de decisão (x_{ij}) assume valor 1 (um) quando o veículo movimenta-se do vértice i para o vértice j e valor zero caso em qualquer outra situação. A função objetivo (Eq.1) visa a minimização do custo global da roteirização. As restrições (Eq.2) e (Eq.3) impõem que cada cliente seja visitado apenas uma vez, ou seja, existe apenas um arco de entrada e um arco de saída de cada vértice. Analogamente, as restrições (Eq.4) e (Eq.5) referem-se à entrada e saída do depósito, ou seja, todos os veículos devem sair e retornar para o mesmo local. A restrição chamada de *capacidade de corte* (Eq.6) faz uma relação entre a solução e a capacidade dos veículos. Finalmente, a restrição (Eq.7) exige que as variáveis sejam binárias.

O modelo acima está relacionado ao clássico modelo de ACVRP – *Assimetric Capacited Vehicle Routing Problem* – entretanto, de acordo com McCarl e Spreen (2012), não se pode afirmar que este modelo esteja completo. Segundo os mesmos autores, muitas vezes surge uma dificuldade conhecida

como sub-rotas. Os autores citam um exemplo considerando cinco cidades onde a solução ótima é $x_{12}=1$; $x_{23}=1$; $x_{31}=1$; $x_{45}=1$; $x_{54}=1$. Esta é a solução ótima, entretanto, nota-se que existem duas rotas diferentes uma onde o veículo sai do ponto 1, passa para o 2, para o 3 e em seguida volta para o primeiro e uma outra rota na qual o veículo parte do ponto 4 segue para o 5 e retorna ao ponto 4.

Tal fenômeno não é desejado na solução deste tipo de problema já que o interessante seria uma única rota passando por todos os pontos e por fim, voltando ao primeiro. Para isso, é necessário adicionar novas restrições que impedem o surgimento das sub-rotas no modelo.

Dantzig et al. (1952 citados por Laporte, 1992) apresenta a seguinte restrição como opção para eliminar as sub-rotas:

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in \bar{S}} x_{ij} \geq 1 \quad S \subset V, \quad 2 \leq |S| \leq n-2 \quad (\text{Eq.8})$$

Onde:

$$\bar{S} = V \setminus S,$$

Nota-se que todo vértice i pertencente a S é a origem de um arco ligado a outro nó de S ou um vértice de \bar{S} . A interpretação geométrica da “restrição de conectividade” (Eq.8) é que S não pode ser desconectado, assim, nesta formulação são necessárias $2^n - 2n - 2$ restrições adicionais para o controle das sub-rotas (LAPORTE, 1992).

No entanto este tamanho pode ser menor, já que de acordo com Pataki (2003), nem todas as inequações precisam ser impostas desde o início, podendo assim utilizar o seguinte procedimento: primeiramente gera-se o problema desconsiderando a eliminação das sub-rotas; em sequencia trata-se as sub-rotas geradas no modelo; gera-se novamente o problema; repete-se até que nenhuma sub-rota seja gerada.

Mille et al. (1960, citados por Laporte, 1992) propuseram uma formulação, chamada de MTZ em homenagem aos autores, que diminuía o número de restrições de eliminação de sub-rotas às custas da adição de variáveis extra (u_i):

$$u_i - u_j + (n-1)x_{ij} \leq n-2 \quad i, j=2, \dots, n, i \neq j \quad (\text{Eq.9})$$

$$1 \leq u_i \leq n-1 \quad i=2, \dots, n \quad (\text{Eq.10})$$

A restrição (Eq.9) garante que na solução não haja sub-rotas em um conjunto $S \subseteq V \setminus \{1\}$ e por isso, não há nenhuma rota envolvendo menos que n vértices. A restrição (Eq.10) faz com que as variáveis u_i sejam utilizadas apenas para rotas viáveis (LAPORTE, 1992). As vantagens da formulação MTZ segundo Pataki (2003) são o seu tamanho reduzido (são necessárias $n^2/2$ restrições extra) e a possibilidade de priorizar a visitação de determinados vértices, adicionado um termo $-\alpha u_i$ à função objetivo, onde $\alpha > 0$.

Entretanto, Pataki (2003) afirma que problemas razoavelmente grandes (com pelo menos 50 vértices) não podem ser resolvidos utilizando a formulação MTZ pois sua relaxação LP é muito fraca. Desrochers e Laporte (1991 citados por Laporte, 1992) asseguram que a restrição (Eq.9) pode ser reforçada adicionando alguns termos ao lado esquerdo da inequação, podendo então ser escrita assim:

$$u_i - u_j + (n-1)x_{ij} + \beta_{ji}x_{ji} \leq n-2 \quad (\text{Eq.11})$$

Onde inicialmente $\beta_{ji} = 0$.

Procura-se o maior valor possível de β_{ji} que faça com que Eq.11 continue sendo uma inequação válida. Na solução ótima, x_{ji} pode assumir apenas os valores 0 ou 1 (LAPORTE, 1992).

A partir do modelo básico de VRP surgiram diversas variações de acordo com as especificidades de cada situação, como o tamanho e a composição da frota, restrição em relação ao horário de atendimento, natureza (determinística ou estocástica), a localização da demanda, capacidade dos veículos e outras variações (CUNHA, 2000). Goldberg e Luna (2000) citam algumas variações do VRP:

- Problema do carteiro chinês;
- Problema do carteiro chinês capacitado;
- Problema do caixeiro viajante;
- Problema de alocação de veículos capacitado;
- Problema de alocação de veículos capacitado com restrições de janela de tempo;
- Problema de coleta e entrega;
- Problema de coleta e entrega com restrições de janela de tempo;

- Problema de alocação de veículos com múltiplos depósitos;
- Problema de alocação de veículos com múltiplos depósitos e restrições de janelas de tempo;
- Problema de alocação de veículos com depósito único e múltiplos veículos;
- Problema de alocação de veículos com múltiplos depósitos e múltiplos veículos;
- Problema de alocação de veículos periódico;
- Problema de alocação de veículos periódico com restrição de janelas de tempo;
- Problema de alocação de veículos com entregas fracionadas.

Segundo Carić et al. (2008), o problema de roteirização de veículos, assim como grande parte dos problemas de otimização de natureza combinatória, enquadra-se na classe conhecida como *NP-hard*. Dessa forma, torna-se difícil encontrar a solução ótima deste tipo de problema de forma exata. Assim, afirmam que a utilização de métodos heurísticos são uma opção, e de acordo com Genteal et al. (2001) os principais tipos de meta-heurística que vem sendo utilizadas para solução de VRP são: *Simulated annealing*; *Deterministic annealing*; Busca tabu; Algoritmo Genético; Colônia de formigas e Redes neurais.

Como trabalhos desenvolvidos nos últimos anos utilizando o problema de roteamento de veículos pode-se citar como exemplo os seguintes: Pimenta (2001); Campbell e Savelsbergh (2004); Heinen e Osório (2006); Sosa et al. (2007); Lopes et al. (2010); Novaes et al. (2011), Meneguzzi (2011); Li et al. (2011).

3. METODOLOGIA

3.1. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

As atividades de colheita e transporte são essenciais para as empresas do setor florestal por garantirem que a madeira que está no campo possa ser utilizada como matéria prima em indústrias em localidades as vezes distantes.

O processo de colheita e transporte florestal na empresa onde esta pesquisa se realizou engloba quatro atividades principais:

- Corte raso para celulose: talhões destinados à produção de celulose, sendo que a madeira é enviada para a fábrica localizada em Aracruz, ES;
- Corte raso para serraria: em talhões onde algumas árvores possuem as características necessárias para seu aproveitamento na serraria, localizada no distrito de Posto da Mata, município de Nova Viçosa, BA;
- Desbastes: talhões destinados à produção de madeira serrada passam por cortes parciais que visam promover o crescimento das árvores remanescentes. Sendo realizados dois desbastes. Quando as árvores desbastadas não apresentam as características necessárias para sua utilização como madeira serrada, estas são enviadas para fabricação de celulose em Aracruz, ES.

Na época do corte raso para serraria, nem toda a madeira pode ser utilizada efetivamente na serraria. Deste modo, para efeito de planejamento, é utilizado um fator de 23,61% de aproveitamento do volume para serraria localizada em Posto da Mata, BA, sendo que o restante é enviado para fabricação de celulose em Aracruz, ES.

Como o objetivo desta pesquisa não foi o levantamento detalhado dos dados relacionados à colheita, optou-se por utilizar o mesmo fator de aproveitamento de madeira para serraria que é utilizado pela empresa.

Como o volume de madeira a ser colhido na empresa é elevado, a colheita não é feita por uma única equipe, existindo assim mais de uma área sendo colhida ao mesmo tempo.

Para o transporte da madeira colhida do talhão até a serraria é utilizado o modal rodoviário e o transporte é feito por carretas. Para envio até a fábrica de celulose, pode-se utilizar o modal rodoviário ou o modal marítimo sendo a

madeira enviada por balsas de um porto localizado em Caravelas, BA, para o porto localizado em Aracruz, ES.

O objetivo principal deste estudo foi modelar o problema descrito no sentido de otimizar o processo de colheita florestal, minimizando o custo total de colheita e transporte de um talhão j após o talhão i pela frente de colheita k e enviar a madeira pelo modal l .

3.2. BASE DE DADOS

Para a elaboração do modelo, foi utilizada uma base de dados de tamanho reduzido, ou seja, de menor complexidade para que pudesse ser encontrada a solução ótima do problema e para que os resultados sejam visualizados com mais facilidade a cada alteração no modelo. Na Figura 1 é apresentado um mapa da região de estudo indicando a localização da fábrica de celulose, da serraria, dos portos e dos talhões utilizados no problema exemplo.

A base de dados foi composta por um arquivo vetorial poligonal, no formato *shapefile*, contendo informações sobre o tipo de produto e o volume de madeira a ser colhida em dez talhões sujeitos a quatro diferentes atividades:

- Celulose: refere-se ao corte raso do talhão cujo destino da madeira será a fábrica de celulose localizada em Aracruz, ES;
- Serraria: refere-se ao corte raso do talhão realizado aproximadamente aos 12 anos após o plantio. Considerando-se que as toras que atendem às exigências mínimas de qualidade serão enviadas para a serraria localizada no distrito de Posto da Mata, município de Nova Viçosa, BA e as toras que não apresentam as características necessárias para utilização na serraria serão utilizadas para a fabricação de celulose na fábrica de Aracruz, ES;
- Primeiro desbaste: refere-se ao volume de madeira retirado no primeiro desbaste de um talhão, acontece por volta dos 4,5 anos após o plantio e tem como finalidade a produção de madeira sólida. Esta madeira é enviada para a fábrica de celulose localizada em Aracruz, ES, pois as toras ainda não apresentam as dimensões mínimas para seu aproveitamento como madeira serrada, por isso, mesmo o talhão tendo

por objetivo a produção de madeira para serraria, o produto dos desbastes é enviado para a fábrica de celulose;

- Segundo desbaste – refere-se ao volume de madeira retirado no segundo desbaste de um talhão, ocorre por volta dos 8 anos após o plantio e tem como finalidade a produção de madeira sólida. Como as toras ainda não apresentam as dimensões mínimas para serem utilizadas na serraria, estas são enviadas para a fábrica de celulose localizada em Aracruz, ES.

Tal base de dados é ainda composta por um arquivo vetorial linear, no formato *shapefile*, contendo informações sobre as estradas da região. São necessários ainda informações sobre as frentes de colheita como produtividade volumétrica média e custos de colheita para cada frente de colheita. Na Tabela 1 são apresentadas as principais características dos talhões considerados no problema exemplo.

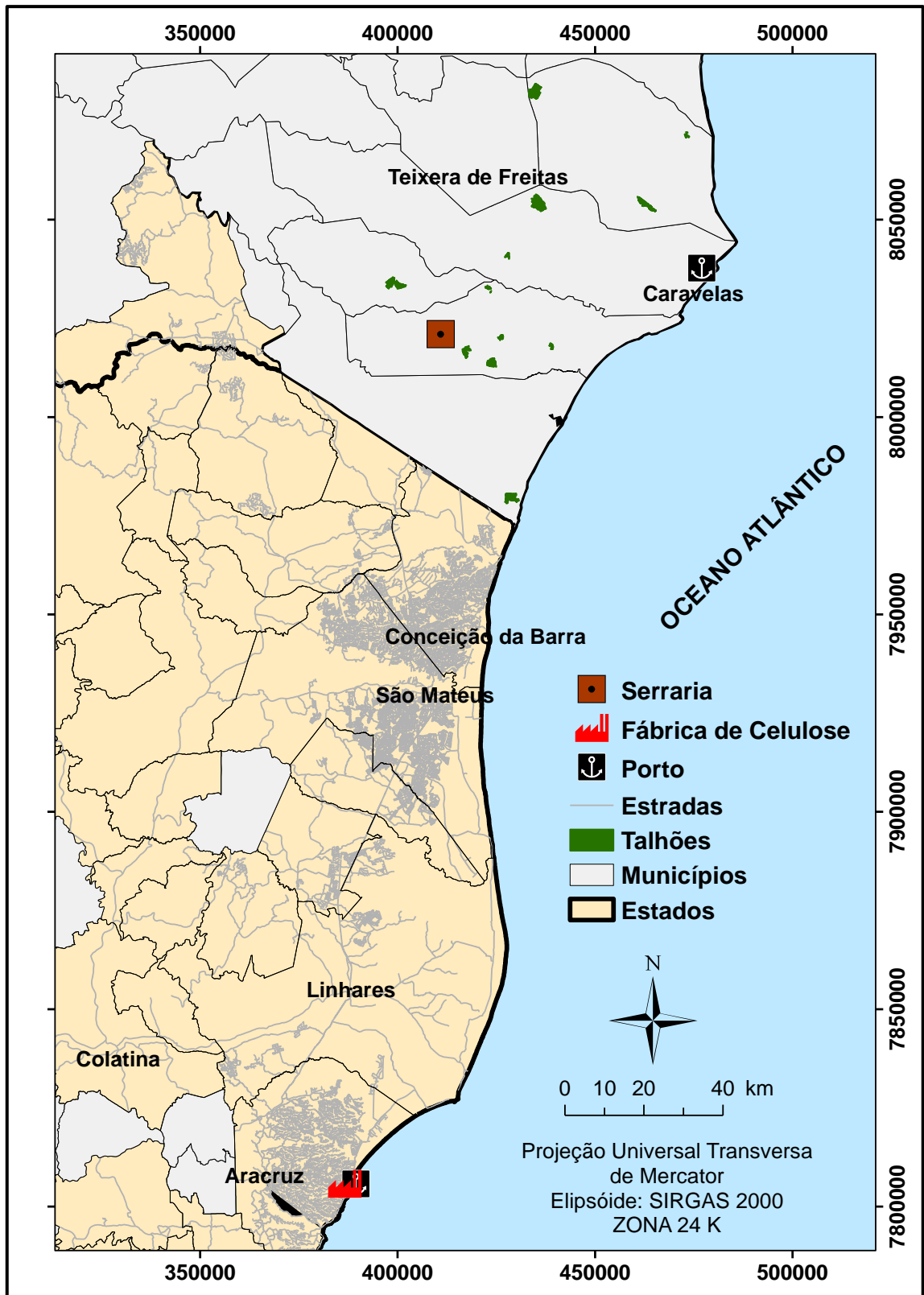


FIGURA 1: Mapa da região de estudo.

A coluna “Atividade” informa o tipo de intervenção que a equipe de colheita realizará em determinado talhão no ano referente ao planejamento. A informação contida na coluna “Volume” da Tabela 1 refere-se à quantidade de

madeira que será colhida em talhão. Estes valores foram obtidos por meio de inventários florestais .

TABELA 1. Informações sobre os talhões considerados no problema exemplo

Talhão	Atividade	Volume(m³)	Idade (anos)
1	Celulose	56000	7
2	Celulose	106000	6
3	Celulose	95000	6
4	Serraria	45000	12
5	Serraria	110000	12
6	Serraria	12000	12
7	Primeiro Desbaste	5000	4
8	Primeiro Desbaste	6000	5
9	Segundo Desbaste	4500	8
10	Segundo Desbaste	6000	8

Os volumes colhidos nos talhões destinados às atividades de “Celulose”, “Primeiro desbaste” e “Segundo desbaste” são integralmente enviados à fábrica de celulose da empresa localizada em Aracruz, ES, seja por modal rodoviário ou por modal marítimo. Do volume total colhido em talhões destinados à “Serraria” apenas 23,61% possui as características adequadas para sua utilização como matéria prima e é, necessariamente, enviada para a serraria pelo modal rodoviário. Já o restante (76,39%) segue para fábrica de celulose pelo modal rodoviário ou pelo modal marítimo.

Para desenvolver o método de otimização da colheita, foi proposto um modelo de porte reduzido no sentido de tornar a sua interpretação e análise facilitada. A partir desse momento, esse modelo será chamado de “modelo exemplo”.

Na empresa existem demandas de madeira que devem ser atendidas para manter o funcionamento de fábrica e serraria. Para o modelo exemplo, as demandas reais foram proporcionalmente diminuídas, tal como mostrado na Tabela 2. As demandas mínimas indicam o volume necessário para que a empresa realize suas atividades enquanto a demanda máxima refere-se à quantidade total suportada pelo destino da madeira em questão.

TABELA 2: Demandas de matéria prima de cada destino da madeira, consideradas no problema exemplo

Demanda	Volume	
	Mínimo	Máximo
Modal Marítimo	150.000	250.000
Madeira para Serraria	15.000	-
Madeira para Celulose	380.000	-

Para a formulação do modelo exemplo, foram consideradas duas frentes de colheita hipotéticas trabalhando para colherem os dez talhões ao longo do ano. Procurou-se representar uma frente mais moderna e uma mais antiga, sendo que a primeira frente de colheita possui máquinas mais modernas, maior tecnologia, menor tempo e custo de manutenção apresentando maior produtividade e um custo operacional inferior em relação à segunda.

Na Tabela 3 são apresentados os valores de produtividade das equipes de colheita considerados no problema exemplo enquanto na Tabela 4 é possível verificar os custos de colheita considerados no problema exemplo. Lembrando que não foram realizados levantamentos detalhados destes custos, os valores utilizados não representam necessariamente a realidade, o objetivo foi verificar o comportamento do modelo diante de uma situação onde as frentes de colheitas apresentam características distintas entre si.

TABELA 3: Produtividade das frentes de colheita em m³/dia

Frente	Celulose	Serraria	Primeiro Desbaste	Segundo Desbaste
1	1000	900	250	180
2	850	700	180	100

TABELA 4: Custos referentes à realização de cada tipo de atividade por frente de colheita em R\$/m³

Frente	Celulose	Serraria	Primeiro Desbaste	Segundo Desbaste
1	22	30	24	27
2	25	32	27	30

Para fins de planejamento, é utilizada uma tabela de custos de transporte rodoviário para cada faixa de distância. Estes valores são apresentados na Tabela 5.

TABELA 5: Custos de transporte rodoviário da madeira por faixa de quilometragem

Distância (km)	R\$/m³	Distância (km)	R\$/m³	Distância (km)	R\$/m³
0 – 1	1,00	131 – 141	13,00	271 – 281	25,00
1 – 11	2,00	141 – 151	14,00	281 – 291	26,00
11 – 21	3,00	151 – 161	15,00	291 – 301	27,00
21 – 31	4,00	161 – 171	16,00	301 – 311	28,00
31 – 41	6,00	171 – 181	16,50	311 – 321	29,00
41 – 51	6,00	181 – 191	17,00	321 – 331	29,50
51 – 61	7,00	191 – 201	18,00	331 – 341	30,00
61 – 71	7,50	201 – 211	19,00	341 – 351	31,00
71 – 81	8,00	211 – 221	20,00	351 – 361	32,00
81 – 91	9,00	221 – 231	21,00	361 – 371	33,00
91 – 101	10,00	231 – 241	22,00	371 – 381	34,00
101 – 111	10,50	241 – 251	23,00	381 – 391	35,00
111 – 121	11,00	251 – 261	23,50	391 – 401	36,00
121 – 131	12,00	261 – 271	24,00	401 – 411	36,50

Para o cálculo do custo de transporte pelo modal marítimo, é necessário considerar o custo do transporte da madeira por meio de carretas do talhão até o porto de Caravelas, BA, mais um custo fixo de R\$ 23,50/m³ de madeira para percorrer os 275 km de transporte marítimo do porto de Caravelas, BA, até o porto de Aracruz, ES, mais uma última parcela de transporte feita por carretas do porto de Aracruz, ES, até a fábrica de celulose.

3.3. OBTENÇÃO DA MATRIZ DE DISTÂNCIAS

A base cartográfica da empresa representa os plantios por meio de projetos e talhões. Para a pesquisa em questão, talhões de um mesmo projeto destinados à mesma atividade foram agrupados em um mesmo polígono.

A fim de padronizar o local ao qual o sistema de informações geográficas tomará como referência para cada polígono para obtenção da

matriz de distâncias, foi considerado o ponto central de cada polígono utilizando a ferramenta *centroide* do *software ArcGis 10* (ESRI, 2010).

Como existem vários caminhos possíveis para a locomoção de uma frente de colheita k entre um talhão i e um outro talhão j , foi considerada a rota viável de menor distância entre os dois talhões para composição da matriz de distâncias. Para obtenção da matriz de distâncias, foi utilizada a ferramenta *Network Analyst*, uma extensão do programa *ArcGis 10* (ESRI, 2010).

Deste modo, a partir do arquivo vetorial linear, no formato *shapefile*, das estradas, foi possível gerar uma matriz de distância entre os talhões programados para serem colhidos no ano de 2011. Na Tabela 6 pode-se observar a matriz de distâncias utilizada no problema exemplo.

TABELA 6: Matriz de distâncias (em Km) entre as origens das frentes de colheita (Oa e Ob), os talhões e os destinos da madeira colhida, sendo que os destinos podem ser a fábrica (Fab), o porto (Por) ou a serraria (Ser)

	Oa	Ob	Fab	Por	Ser	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Oa	0														
Ob	78,1	0													
Fab	316,8	260,0	0												
Por	68,9	100,9	339,6	0											
Ser	68,3	22,5	252,5	91,0	0										
1	40,0	88,3	327,0	37,2	78,5	0									
2	51,3	96,6	328,3	99,6	79,9	73,7	0								
3	134,0	77,2	221,1	156,9	69,7	144,2	145,6	0							
4	76,5	46,9	277,1	112,1	25,8	99,4	87,3	94,3	0						
5	71,1	11,0	257,7	93,9	14,0	81,2	86,1	75,0	36,4	0					
6	74,3	118,5	357,2	40,2	108,7	54,7	62,9	174,4	122,3	111,5	0				
7	58,3	20,4	269,9	81,2	21,4	68,5	82,6	87,1	43,8	24,1	98,7	0			
8	58,1	37,9	269,7	80,9	21,2	68,2	70,3	86,9	34,2	27,4	98,5	25,4	0		
9	47,4	48,0	286,5	71,4	38,1	58,7	58,2	103,7	45,5	41,0	88,9	28,2	23,0	0	
10	58,9	28,0	278,7	81,7	37,5	69,0	87,5	95,9	60,0	35,0	99,3	18,2	30,3	33,1	0

Observa-se que os pontos (Oa) e (Ob) estão relacionados com as origens das frentes de colheita 1 e 2 respectivamente, ou seja, com a última área colhida por aquela frente de colheita antes do início do planejamento. Já os pontos Fab, Por e Ser estão relacionados com o destino do produto colhido em cada talhão, respectivamente Fábrica, Porto e Serraria. Observa-se que a madeira que tem o destino “Fab” seguirá até a fábrica exclusivamente pelo modal rodoviário, assim como a madeira com destino “Ser” será enviada para a serraria. Já a madeira com destino “Por”, que será enviada para o porto, seguirá

pelo modal rodoviário do talhão de origem até o porto e na sequência a viagem ocorrerá pelo modal marítimo até a fábrica.

3.4. FORMULAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO

Para a presente pesquisa, na área de colheita florestal, cada frente de colheita, incluindo todas as máquinas e pessoal, foi considerada um veículo e cada povoamento a ser colhido considerado um cliente. Um diferencial neste caso em relação ao Problema de Roteamento de Veículos (PRV) clássico é que os veículos não necessitam sair de um depósito e voltar para o mesmo ao fim do processo de roteirização, já que o maquinário das frentes de colheita permanece no campo durante todo o processo.

Deste modo, o ponto de partida de cada veículo (frente de colheita) foi a última área colhida por ela antes do início do planejamento.

Assim, o modelo matemático do problema de roteamento de veículos utilizado para nesta pesquisa, é uma adaptação do modelo proposto por Toth e Vigo (2002), como segue:

$$\text{Min } Q = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^2 c_{i,j,k,l} x_{i,j,k,l} \quad (\text{Eq.12})$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^p \sum_{l=1}^2 x_{o_k,j,k,l} = 1 \quad k = 1, 2 \quad (\text{Eq.13})$$

$$\sum_{i=1}^p \sum_{l=1}^2 x_{i,T,k,l} = 1 \quad k = 1, 2 \quad (\text{Eq.14})$$

$$\sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 x_{i,j,k,l} = 1 \quad i = o_k, 1, 2, \dots, p \quad (\text{Eq.15})$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^p \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 x_{i,j,k,l} - \sum_{\substack{i=o_k \\ i \neq j}}^p \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 x_{i,j,k,l} = 0 \quad i = j = 1, 2, \dots, p \quad k = 1, 2 \quad (\text{Eq.16})$$

$$\sum_{i=o_k}^p \sum_{j=1}^p \sum_{l=1}^2 g_{i,j,k,l} x_{i,j,k,l} \leq 365 \quad k = 1, 2 \quad (\text{Eq.17})$$

$$H_{\min.mar} \leq \sum_{i=0_k}^p \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^2 v_j x_{i,j,k,2} \leq H_{\max.mar} \quad (\text{Eq.18})$$

$$\sum_{i=0_k}^p \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 vs_j x_{i,j,k,l} \geq H_{ser} \quad (\text{Eq.19})$$

$$\sum_{i=0_k}^p \sum_{i=1}^p \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 vc_j x_{i,j,k,l} \geq H_{cel} \quad (\text{Eq.20})$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} \sum_{l=1}^2 x_{i,j,k} \leq |S| - 1 \quad k=1,2; S \subset V, 2 \leq |S| \leq V \quad (\text{Eq.21})$$

$$x_{i,j,k,l} \in \{0,1\} \quad (\text{Eq.22})$$

Em que,

Q : custo total do planejamento da colheita florestal para o período de um ano;

i, j : povoamentos;

k: frentes de colheita;

l: modal de transporte da madeira colhida, sendo 1= rodoviário; 2 = marítimo;

p: número total de talhões;

$c_{i,j,k,l}$: custo para realização da colheita no povoamento j após colher o povoamento i com a frente de colheita k e enviar a madeira pelo modal l ;

$x_{i,j,k,l} \in \{0,1\} \dots (i, j = 0_k, 1, 2, \dots, p; k = 1, 2; l = 1, 2)$: $x_{i,j,k,l} = 1$ caso o povoamento j seja colhido após povoamento i com a frente de colheita k e a madeira enviada pelo modal l ; e $x_{i,j,k,l} = 0$, caso contrário;

0_k : ponto de partida da frente de colheita k ;

T: define a ultima área i a ser colhida pela frente de colheita k ;

$g_{i,j,k}$: dias necessários para que a frente de colheita k colha o talhão j após a colheita do talhão i ;

vs: volume de madeira para serraria;

vc: volume de madeira para celulose;

v_j : volume total a ser colhido no talhão j ;

$H_{\min.mar}$, $H_{\max.mar}$: demandas mínima e máxima para modal marítimo respectivamente;

H_{ser} : demanda de madeira para serraria;

H_{cel} : demanda de madeira para celulose;

$|S|$: número de talhões envolvidos em uma rota;
S: conjunto de talhões presentes em uma rota possível;
V: conjunto de todos os talhões;

Interpretando as equações acima, nota-se que a função objetivo (Eq.12) visa minimizar o custo total da colheita e transporte florestal no período de um ano. A restrição (Eq.13) garante que as rotas das frentes de colheita se iniciarão no ponto o_k , ou seja, na última área colhida pela frente de colheita k antes do início do planejamento. A restrição (Eq.14) define qual será o último talhão a ser colhido pela frente de colheita k durante o período de planejamento. A restrição (Eq.15) faz com que cada talhão seja colhido apenas uma vez por uma única frente de colheita e a madeira seja enviada apenas por uma opção de composição do modal rodoviário. A restrição (Eq.16) garante a “contenção de fluxo”, ou seja, quando um talhão i é selecionado para ser colhido por uma frente de colheita k , o próximo talhão j selecionado deve sempre partir do talhão i e ser colhido pela frente de colheita k . A restrição (Eq.17) exige que a quantidade de madeira programada para colheita para cada frente ao longo do ano não seja maior que sua capacidade total. A restrição (Eq.18) faz com que o volume de madeira transportado pelo modal marítimo mantenha-se dentro de uma faixa adequada. A restrição (Eq.19) garante que o volume colhido de madeira para serraria, seja maior ou igual a sua demanda. A restrição (Eq.20) garante que o volume colhido de madeira para celulose, seja maior ou igual a sua demanda. A restrição (Eq.21) impede a geração de sub-rotas e por fim, a restrição (Eq.22) garante que as variáveis de decisão sejam binárias.

O modelo proposto faz com que as frentes de colheita realizem uma rota ao longo dos talhões programados para o planejamento anual de modo que o custo global da colheita seja o menor possível, considerando-se como limitante a capacidade de colheita de cada frente. Desta forma, o problema consiste em definir um conjunto $R = \{1, \dots, n\}$ de rotas, sendo n a quantidade de frentes de colheita utilizadas no planejamento (Figura 2).

Os p plantios a serem colhidos são representados pelo conjunto V que define os vértices de um grafo $G = (V, A)$, e o custo de locomoção entre estes

plantios representam os arcos A deste grafo (Figura 2), sendo $c_{i,j,k}$ o custo de colher a área j após a colheita da área i pela frente de colheita k . É importante ressaltar que para cada destinação da madeira (Fábrica, Serraria, Porto) existe uma demanda associada H . Além disso, cada povoamento poderá ser colhido apenas uma vez, por uma única frente de colheita e sua madeira enviada ao destino por uma única opção de modal de transporte.

Na seqüência, as equações do modelo são descritas detalhadamente.

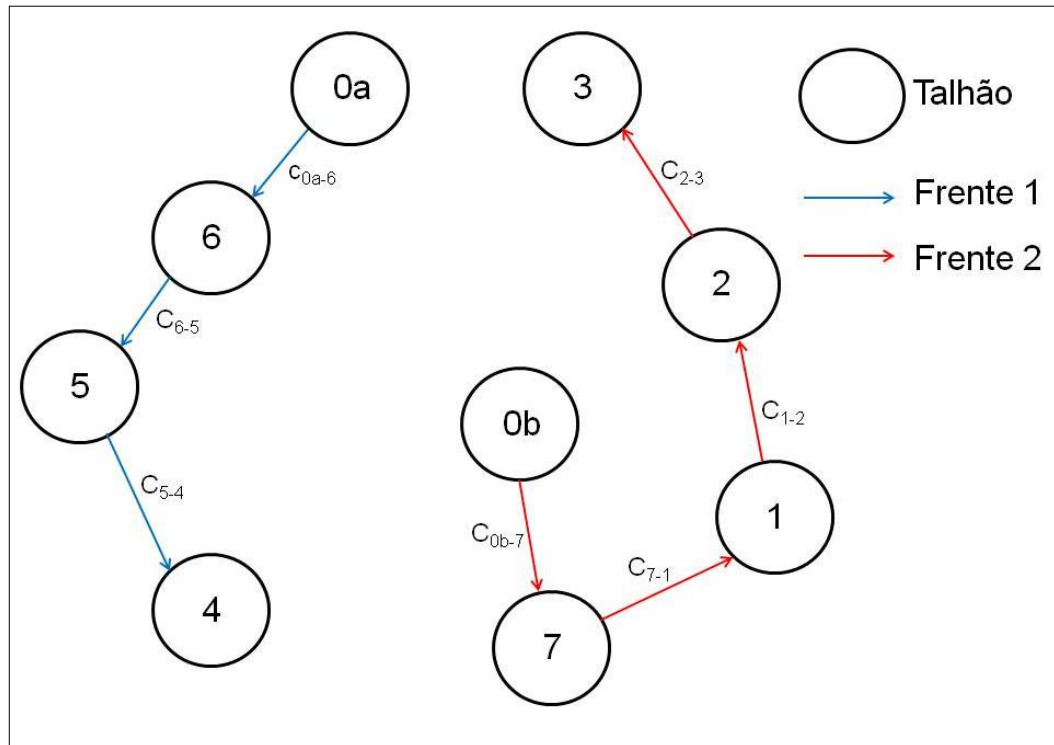


FIGURA 2: Grafo $G=(V, A)$ representando os nós como os plantios e os arcos como custos de colher a área j após a área i .

3.4.1. Função Objetivo

Para encontrar os coeficientes utilizados na função objetivo (Eq.12) do modelo, foi necessário obter os custos referentes à colheita do povoamento j após a colheita do povoamento i pela frente de colheita k enviando a madeira colhida pelo modal l , podem ser divididos em:

- custo de deslocamento da frente de colheita k do povoamento i até o povoamento j ;
- custo de colheita do povoamento j pela frente de colheita k ; e

- custo de transporte da madeira colhida do povoamento j até a fábrica, serraria ou porto.

Sendo assim, os coeficientes da função objetivo (Eq.12) podem ser encontrados a partir da seguinte equação (Eq.23):

$$c_{i,j,k,l} = cd_{i,j} + cc_{k,j} + ct_{j,l} \quad (\text{Eq.23})$$

Em que,

$c_{i,j,k,l}$: custos referentes à colheita do povoamento j após a colheita do povoamento i pela frente de colheita k e enviando a madeira pelo modal l ;

$cd_{i,j}$: custo de deslocamento de uma frente de colheita do povoamento i até o povoamento j ;

$cc_{j,k}$: custo de colheita do povoamento j pela frente de colheita k ;

$ct_{j,l}$: custo de transporte da madeira colhida do povoamento j até seu destino pelo modal l .

Para o cálculo dos custos ($cc_{j,k}$) de colheita do talhão j com a frente de colheita k , multiplicou-se o volume de madeira existente no talhão pelo custo de cada frente de colheita realizar aquela atividade, por exemplo: O Talhão 3 é destinado à produção de madeira para celulose e possui um volume de 95.000,00 m³ de madeira para este fim; o custo para a frente de colheita 1 realizar a atividade de corte raso para celulose é de R\$ 22,00/m³ (Tabela 4) enquanto o custo para realizar a mesma atividade com a frente 2 é de R\$ 25,00/m³. Assim, o custo de colher o talhão 3 com a frente 1 é de $cc_{3,1} = R\$ 2.090.000,00$ e o custo de colher o talhão 3 com a frente 2 é de $cc_{3,2} = R\$ 2.375.000,00$.

Por sua vez, para obtenção dos valores de $cd_{i,j}$ e $ct_{j,l}$ se faz necessária a utilização de uma matriz de distâncias entre os povoamentos. Tal matriz de distância foi obtida a partir do arquivo vetorial linear, no formato *shapefile* de estradas utilizando o *software ArcGis 10* (ESRI, 2010).

Assim, de posse da matriz de distâncias, foi utilizado o valor de custo de R\$ 25,00/km para a mudança de uma frente de colheita entre os plantios, e a matriz de custos de locomoção da frente de colheita é apresentada na Tabela 7.

Nota-se que a matriz de custo de locomoção das frentes de colheita (Tabela 7) foi obtida multiplicando a distância entre os povoamentos (Tabela 6) pelo custo de locomoção (R\$ 25,00).

Como as frentes de colheita em momento algum do planejamento visitarão os destinos (porto, serraria, fábrica), não há sentido dos mesmos aparecerem na matriz de custos de locomoção de frentes de colheita. Além disso, pode-se observar que ao custo de locomoção de frentes de colheita entre os pontos *Oa* e *Ob* não é atribuído valor algum. Este fato se justifica por estes pontos serem as origens de cada frente de colheita, assim estas áreas já foram colhidas, não havendo sentido elas serem visitadas novamente.

TABELA 7: Matriz de custos em reais de locomoção das frentes de colheita do povoamento *i* para o povoamento *j*

	Oa	Ob	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Oa	0											
Ob	1936,5	0										
1	1001,1	2206,3	0									
2	1283,2	2413,9	1841,6	0								
3	3350,5	1930,1	3604,4	3639,2	0							
4	1911,9	1171,6	2484,9	2182,9	2357,0	0						
5	1777,2	275,4	2031,1	2152,0	1874,0	909,7	0					
6	1857,1	2962,3	1368,7	1573,1	4360,4	3057,7	2787,1	0				
7	1457,9	510,7	1711,8	2064,7	2176,9	1095,4	603,6	2467,8	0			
8	1451,6	946,5	1705,5	1756,8	2171,8	853,8	684,5	2461,5	635,1	0		
9	1184,7	1199,4	1467,1	1455,7	2593,5	1137,2	1024,2	2223,1	704,9	574,6	0	
10	1472,2	700,6	1726,1	2188,2	2398,6	1498,8	876,1	2482,1	455,0	758,6	828,4	0

Como exemplo, observa-se que o custo de mudança de uma frente de colheita qualquer do talhão 8 para o talhão 3 é de $cd_{8,3} = R\$ 2171,80$, assim, o custo de mudança do talhão 3 para o 8 permanece o mesmo, já que trata-se de uma matriz simétrica.

Em relação ao custo de transporte da madeira para seu destino final, em plantios destinados à celulose, a madeira colhida é integralmente enviada a fábrica, existindo duas opções de transporte: o modal rodoviário e o modal marítimo. No primeiro caso, a madeira é transportada por carretas do povoamento até a fábrica; na segunda opção ela é transportada por carretas até o porto de Caravelas, de onde segue em balsas até o porto em

Aracruz, ES. A partir de então é transportada por carretas por mais 6,2 km até a fábrica.

Em plantios destinados a produção de madeira para serraria, apenas 23,61% da madeira é efetivamente enviada à serraria em Posto da Mata, BA, necessariamente via carretas, ou seja, sob esta parcela da madeira colhida não há opção de modal marítimo para envio do produto. Entretanto, em relação aos 76,39% do volume de madeira do talhão que será destinado à celulose, têm-se as mesmas duas opções dos plantios destinados à celulose: Modal Rodoviário ou Modal Marítimo.

Para auxiliarmos o cálculo do custo de transporte da madeira até seu destino ($ct_{j,l}$) deve ser utilizada uma matriz de custos de transporte rodoviário entre os plantios e a fábrica, porto e serraria. Ao valor encontrado para o custo de transporte até o porto de Caravelas, BA, é adicionado o custo de transporte de mais 6,2km, referente à distância a ser percorrida entre o porto de Aracruz, ES, e a fábrica, além de um valor fixo de R\$ 23,50/m³ referente à perna marítima percorrida entre o porto de Caravelas, BA e o porto em Aracruz, ES.

Deste modo, considere o talhão 3, destinado à produção de madeira para celulose, com um volume de 95.000,00m³. Por ter como finalidade a produção de celulose, todo o volume do plantio é enviado para a fábrica, podendo assim seguir por dois modais l o modal rodoviário ($l=1$) ou o modal marítimo ($l=2$). Caso a primeira opção seja escolhida, deve ser percorrida uma distância de 221,1km (Tabela 6) o que gera um custo de R\$ 21,00/m³ (Tabela 5), assim o custo ($ct_{3,1}$) de transporte da madeira do talhão 3 ($j=3$) pelo modal rodoviário ($l=1$) é de R\$ 1.995.000,00.

Caso a segunda opção de modal de transporte da madeira de celulose ($l=2$) fosse selecionada, a madeira seria transportada por carretas do talhão 3 até o Porto de Caravelas (156,9km) e do porto em Aracruz até a fábrica de celulose (6,2km), assim a distância de transporte rodoviário seria de 163,1km o que corresponde a um custo de R\$ 16,00/m³, ou seja, R\$ 1.520.000,00. À distância percorrida em balsas é atribuído um custo de R\$ 23,50/m³, o que equivale a R\$ 2.232.500,00. Deste modo, o custo ($ct_{3,2}$) de transporte da madeira colhida no talhão 3 utilizando a segunda opção de modal rodoviário é de $ct_{3,2} = R\$ 1.520.000,00 + 2.232.500,00 = R\$ 3.752.500,00$.

Deve-se atentar para as áreas destinadas a atividade de corte raso para serraria, já que em tais talhões parte da madeira irá para a serraria por meio do transporte rodoviário e outra parte seguirá para a fábrica de celulose por uma das duas opções de modal de transporte. Como exemplo, para cálculo do custo de transporte de madeira de um talhão de serraria será observado o talhão 4.

Este talhão possui um volume total de 45.000 m³ de madeira. Deste total, 23,61% será aproveitado para serraria, ou seja, 10.624,5 m³. Este volume será necessariamente transportado por carretas até a serraria. Como este talhão se encontra a uma distância de 25,8km (Tabela 6) o custo de transporte da madeira até a serraria é de R\$ 4,00/m³ (Tabela 5). Assim o custo de transporte da madeira do talhão 4 até a serraria é de R\$ 42.498,00.

Seguindo raciocínio semelhante, à porção de madeira destinada a celulose (34.375,5 m³) existem duas opções de transporte até a fábrica, a primeira é pelo modal rodoviário, onde deve ser percorrida uma distância de 277,1 km (Tabela 6) o que gera um custo de R\$ 25,00/m³ (Tabela 5). Assim o custo de transporte da madeira para celulose pelo modal rodoviário é de R\$ 859.387,50, de modo que o custo ($ct_{4,1}$) de transporte da madeira colhida no talhão 4 utilizando a primeira opção de modal rodoviário é de $ct_{4,1} = R\$ 42.498,00 + R\$ 859.387,50 = R\$ 901.885,50$.

Caso a madeira do talhão 4 destinada à produção de celulose fosse transportada pelo modal marítimo ($l=2$), seria transportada por carretas do talhão 4 até o porto de Caravelas (112,1km) e do porto de Aracruz até a fábrica de celulose (6,2km), assim a distância de transporte rodoviário seria de 118,3km o que corresponde a um custo de R\$ 11,00/m³, ou seja, R\$ 378.130,50. À distância percorrida em balsas é atribuído um custo de R\$ 23,50/m³, o que equivale a R\$ 807.824,25. Assim, o custo referente à porção de celulose do talhão 4 seria de R\$ 1.185.954,75 (R\$ 378.130,50+ R\$ 807.824,25). Desse modo, o custo ($ct_{4,2}$) de transporte da madeira colhida no talhão 4 utilizando a segunda opção de modal rodoviário é de $ct_{4,2} = R\$ 42.498,00 + R\$ 1.185.954,75 = R\$ 1.228.452,75$.

Nota-se que a diferença entre os valores de $ct_{4,1}$ e $ct_{4,2}$ existe apenas no que diz respeito ao transporte da porção de madeira destinada à celulose.

Isto ocorre pois esta é a única porção em que se tem opção de escolha em relação ao modal de transporte. Ao passo que o custo de transporte da fração de serraria é igual tanto em $ct_{4,1}$ quanto em $ct_{4,2}$ (R\$ 42.498,00).

Após o cálculo dos custos parciais detalhados anteriormente, pode-se chegar ao valor do coeficiente de custos de cada variável $x_{i,j,k,l}$. Como exemplo, considere a variável $x_{8,3,1,2}$ que corresponde à colheita do talhão 3 ($j=3$) após o talhão 8 ($i=8$) pela frente de colheita 1 ($k=1$) e de modo que a madeira colhida seja enviada à fábrica pelo modal 2 ($l=2$). Para obtenção do custo $c_{8,3,1,2}$ deve-se somar os custos $cd_{8,3}$; $cc_{3,1}$; e $ct_{3,2}$. Assim:

$$c_{8,3,1,2} = cd_{8,3} + cc_{3,1} + ct_{3,2} \quad (\text{Eq.24})$$

Substituindo pelos valores encontrados para cada custo parcial pode-se encontrar o seguinte:

$$c_{8,3,1,2} = R\$2.167,42 + R\$2.090.000,00 + R\$3.752.500,00 = R\$5.844.667,40 \quad (\text{Eq.25})$$

Deste modo, a função objetivo para o presente problema foi escrita da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \text{MIN } Q = & 5460841,62X_{1_2_1_1} + 4088604,37X_{1_3_1_1} + \\ & 2328741,90X_{1_4_1_1} + 5830524,09X_{1_5_1_1} + 671705,54X_{1_6_1_1} + \\ & 241711,82X_{1_7_1_1} + 289705,48X_{1_8_1_1} + 239967,05X_{1_9_1_1} + \\ & 313726,09X_{1_10_1_1} + 2885841,62X_{2_1_1_1} + 4088639,20X_{2_3_1_1} + \\ & 2328439,87X_{2_4_1_1} + 5830644,95X_{2_5_1_1} + 671909,85X_{2_6_1_1} + \\ & 242064,65X_{2_7_1_1} + 289756,82X_{2_8_1_1} + 239955,72X_{2_9_1_1} + \\ & 314188,15X_{2_10_1_1} + 2887604,37X_{3_1_1_1} + 5462639,20X_{3_2_1_1} + \\ & 2328613,99X_{3_4_1_1} + 5830367,02X_{3_5_1_1} + 674697,18X_{3_6_1_1} + \\ & 242176,86X_{3_7_1_1} + 290171,79X_{3_8_1_1} + 241093,52X_{3_9_1_1} + \\ & 314398,64X_{3_10_1_1} + 2886484,90X_{4_1_1_1} + 5461182,87X_{4_2_1_1} + \\ & 4087356,99X_{4_3_1_1} + 5829402,66X_{4_5_1_1} + 673394,49X_{4_6_1_1} + \\ & 241095,38X_{4_7_1_1} + 288853,77X_{4_8_1_1} + 239637,19X_{4_9_1_1} + \\ & 313498,83X_{4_10_1_1} + 2886031,09X_{5_1_1_1} + 5461151,95X_{5_2_1_1} + \\ & 4086874,02X_{5_3_1_1} + 2327166,66X_{5_4_1_1} + 673123,90X_{5_6_1_1} + \\ & 240603,58X_{5_7_1_1} + 288684,54X_{5_8_1_1} + 239524,19X_{5_9_1_1} + \\ & 312876,13X_{5_10_1_1} + 2885368,74X_{6_1_1_1} + 5460573,05X_{6_2_1_1} + \\ & 4089360,38X_{6_3_1_1} + 2329314,69X_{6_4_1_1} + 5831280,10X_{6_5_1_1} + \end{aligned}$$

242467,82X_6_7_1_1 + 290461,49X_6_8_1_1 + 240723,06X_6_9_1_1 +
314482,10X_6_10_1_1 + 2885711,82X_7_1_1_1 + 5461064,65X_7_2_1_1 +
4087176,86X_7_3_1_1 + 2327352,38X_7_4_1_1 + 5829096,58X_7_5_1_1 +
672804,62X_7_6_1_1 + 288635,05X_7_8_1_1 + 239204,92X_7_9_1_1 +
312455,02X_7_10_1_1 + 2885705,48X_8_1_1_1 + 5460756,82X_8_2_1_1 +
4087171,79X_8_3_1_1 + 2327110,77X_8_4_1_1 + 5829177,54X_8_5_1_1 +
672798,29X_8_6_1_1 + 240635,05X_8_7_1_1 + 239074,64X_8_9_1_1 +
312758,55X_8_10_1_1 + 2885467,05X_9_1_1_1 + 5460455,72X_9_2_1_1 +
4087593,52X_9_3_1_1 + 2327394,19X_9_4_1_1 + 5829517,19X_9_5_1_1 +
672559,86X_9_6_1_1 + 240704,92X_9_7_1_1 + 288574,64X_9_8_1_1 +
312828,42X_9_10_1_1 + 2885726,09X_10_1_1_1 + 5461188,15X_10_2_1_1 +
4087398,64X_10_3_1_1 + 2327755,83X_10_4_1_1 + 5829369,13X_10_5_1_1 +
672818,90X_10_6_1_1 + 240455,02X_10_7_1_1 + 288758,55X_10_8_1_1 +
239328,42X_10_9_1_1 + 2885001,11X_OA_1_1_1 + 5460283,24X_OA_2_1_1 +
4088350,48X_OA_3_1_1 + 2328168,88X_OA_4_1_1 + 5830270,19X_OA_5_1_1
+ 672193,93X_OA_6_1_1 + 241457,92X_OA_7_1_1 + 289451,58X_OA_8_1_1
+ 239684,72X_OA_9_1_1 + 313472,19X_OA_10_1_1 + 5778841,62X_1_2_2_1
+ 4373604,37X_1_3_2_1 + 2418741,90X_1_4_2_1 + 6050524,09X_1_5_2_1 +
695705,54X_1_6_2_1 + 256711,82X_1_7_2_1 + 307705,48X_1_8_2_1 +
253467,05X_1_9_2_1 + 331726,09X_1_10_2_1 + 3053841,62X_2_1_2_1 +
4373639,20X_2_3_2_1 + 2418439,87X_2_4_2_1 + 6050644,95X_2_5_2_1 +
695909,85X_2_6_2_1 + 257064,65X_2_7_2_1 + 307756,82X_2_8_2_1 +
253455,72X_2_9_2_1 + 332188,15X_2_10_2_1 + 3055604,37X_3_1_2_1 +
5780639,20X_3_2_2_1 + 2418613,99X_3_4_2_1 + 6050367,02X_3_5_2_1 +
698697,18X_3_6_2_1 + 257176,86X_3_7_2_1 + 308171,79X_3_8_2_1 +
254593,52X_3_9_2_1 + 332398,64X_3_10_2_1 + 3054484,90X_4_1_2_1 +
5779182,87X_4_2_2_1 + 4372356,99X_4_3_2_1 + 6049402,66X_4_5_2_1 +
697394,49X_4_6_2_1 + 256095,38X_4_7_2_1 + 306853,77X_4_8_2_1 +
253137,19X_4_9_2_1 + 331498,83X_4_10_2_1 + 3054031,09X_5_1_2_1 +
5779151,95X_5_2_2_1 + 4371874,02X_5_3_2_1 + 2417166,66X_5_4_2_1 +
697123,90X_5_6_2_1 + 255603,58X_5_7_2_1 + 306684,54X_5_8_2_1 +
253024,19X_5_9_2_1 + 330876,13X_5_10_2_1 + 3053368,74X_6_1_2_1 +
5778573,05X_6_2_2_1 + 4374360,38X_6_3_2_1 + 2419314,69X_6_4_2_1 +
6051280,10X_6_5_2_1 + 257467,82X_6_7_2_1 + 308461,49X_6_8_2_1 +

254223,06X_6_9_2_1 + 332482,10X_6_10_2_1 + 3053711,82X_7_1_2_1 +
5779064,65X_7_2_2_1 + 4372176,86X_7_3_2_1 + 2417352,38X_7_4_2_1 +
6049096,58X_7_5_2_1 + 696804,62X_7_6_2_1 + 306635,05X_7_8_2_1 +
252704,92X_7_9_2_1 + 330455,02X_7_10_2_1 + 3053705,48X_8_1_2_1 +
5778756,82X_8_2_2_1 + 4372171,79X_8_3_2_1 + 2417110,77X_8_4_2_1 +
6049177,54X_8_5_2_1 + 696798,29X_8_6_2_1 + 255635,05X_8_7_2_1 +
252574,64X_8_9_2_1 + 330758,55X_8_10_2_1 + 3053467,05X_9_1_2_1 +
5778455,72X_9_2_2_1 + 4372593,52X_9_3_2_1 + 2417394,19X_9_4_2_1 +
6049517,19X_9_5_2_1 + 696559,86X_9_6_2_1 + 255704,92X_9_7_2_1 +
306574,64X_9_8_2_1 + 330828,42X_9_10_2_1 + 3053726,09X_10_1_2_1 +
5779188,15X_10_2_2_1+4372398,64X_10_3_2_1 + 2417755,83X_10_4_2_1+
6049369,13X_10_5_2_1 + 696818,90X_10_6_2_1 + 255455,02X_10_7_2_1 +
306758,55X_10_8_2_1 + 252828,42X_10_9_2_1 + 3054206,31X_OB_1_2_1 +
5779413,87X_OB_2_2_1+4371930,11X_OB_3_2_1+ 2417428,57X_OB_4_2_1
+ 6048768,40X_OB_5_2_1 + 697299,12X_OB_6_2_1 +
255510,68X_OB_7_2_1 + 306946,46X_OB_8_2_1 + 253199,42X_OB_9_2_1 +
330700,55X_OB_10_2_1 + 5937837,29X_1_2_1_2 + 5846101,19X_1_3_1_2 +
2830607,63X_1_4_1_2 + 6805229,99X_1_5_1_2 + 728115,05X_1_6_1_2 +
284208,82X_1_7_1_2 + 340702,75X_1_8_1_2 + 264711,90X_1_9_1_2 +
358723,79X_1_10_1_2 + 2885837,29X_2_1_1_2 + 5846133,55X_2_3_1_2 +
2830303,15X_2_4_1_2 + 6805348,39X_2_5_1_2 + 728316,90X_2_6_1_2 +
284559,19X_2_7_1_2 + 340751,63X_2_8_1_2 + 264698,10X_2_9_1_2 +
359183,38X_2_10_1_2 + 2887601,19X_3_1_1_2 + 5939633,55X_3_2_1_2 +
2830478,41X_3_4_1_2 + 6805071,60X_3_5_1_2 + 731105,37X_3_6_1_2 +
284672,55X_3_7_1_2 + 341167,75X_3_8_1_2 + 265837,05X_3_9_1_2 +
359395,01X_3_10_1_2 + 2886479,13X_4_1_1_2 + 5938174,65X_4_2_1_2 +
5844849,91X_4_3_1_2 + 6804104,66X_4_5_1_2 + 729800,11X_4_6_1_2 +
283588,49X_4_7_1_2 + 339847,15X_4_8_1_2 + 264378,15X_4_9_1_2 +
358492,63X_4_10_1_2 + 2886026,99X_5_1_1_2 + 5938145,39X_5_2_1_2 +
5844368,60X_5_3_1_2 + 2829030,16X_5_4_1_2 + 729531,18X_5_6_1_2 +
283098,35X_5_7_1_2 + 339679,59X_5_8_1_2 + 264266,81X_5_9_1_2 +
357871,59X_5_10_1_2 + 2885365,65X_6_1_1_2 + 5937567,50X_6_2_1_2 +
5846855,97X_6_3_1_2 + 2831179,21X_6_4_1_2 + 6805984,78X_6_5_1_2 +
284963,61X_6_7_1_2 + 341457,54X_6_8_1_2 + 265466,69X_6_9_1_2 +

359478,58X_6_10_1_2 + 2885708,82X_7_1_1_2 + 5938059,19X_7_2_1_2 +
 5844672,55X_7_3_1_2 + 2829216,99X_7_4_1_2 + 6803801,35X_7_5_1_2 +
 729213,01X_7_6_1_2 + 339631,19X_7_8_1_2 + 263948,64X_7_9_1_2 +
 357451,59X_7_10_1_2 + 2885702,75X_8_1_1_2 + 5937751,63X_8_2_1_2 +
 5844667,40X_8_3_1_2 + 2828975,65X_8_4_1_2 + 6803882,59X_8_5_1_2 +
 729206,94X_8_6_1_2 + 283131,19X_8_7_1_2 + 263818,63X_8_9_1_2 +
 357755,39X_8_10_1_2 + 2885461,90X_9_1_1_2 + 5937448,10X_9_2_1_2 +
 5845087,05X_9_3_1_2 + 2829256,65X_9_4_1_2 + 6804219,81X_9_5_1_2 +
 728966,09X_9_6_1_2 + 283198,64X_9_7_1_2 + 339568,63X_9_8_1_2 +
 357822,83X_9_10_1_2 + 2885723,79X_10_1_1_2 + 5938183,38X_10_2_1_2 +
 5844895,01X_10_3_1_2 + 2829621,13X_10_4_1_2 + 6804074,59X_10_5_1_2 +
 729227,98X_10_6_1_2 + 282951,59X_10_7_1_2 + 339755,39X_10_8_1_2 +
 264072,83X_10_9_1_2 + 2884995,78X_OA_1_1_2 + 5937275,44X_OA_2_1_2
 + 5845843,82X_OA_3_1_2 + 2830031,15X_OA_4_1_2 +
 6804972,63X_OA_5_1_2 + 728599,97X_OA_6_1_2 + 283951,45X_OA_7_1_2
 + 340445,39X_OA_8_1_2 + 264426,10X_OA_9_1_2 +
 358466,42X_OA_10_1_2 + 6255837,29X_1_2_2_2 + 6131101,19X_1_3_2_2 +
 2920607,63X_1_4_2_2 + 7025229,99X_1_5_2_2 + 752115,05X_1_6_2_2 +
 299208,82X_1_7_2_2 + 358702,75X_1_8_2_2 + 278211,90X_1_9_2_2 +
 376723,79X_1_10_2_2 + 3053837,29X_2_1_2_2 + 6131133,55X_2_3_2_2 +
 2920303,15X_2_4_2_2 + 7025348,39X_2_5_2_2 + 752316,90X_2_6_2_2 +
 299559,19X_2_7_2_2 + 358751,63X_2_8_2_2 + 278198,10X_2_9_2_2 +
 377183,38X_2_10_2_2 + 3055601,19X_3_1_2_2 + 6257633,55X_3_2_2_2 +
 2920478,41X_3_4_2_2 + 7025071,60X_3_5_2_2 + 755105,37X_3_6_2_2 +
 299672,55X_3_7_2_2 + 359167,75X_3_8_2_2 + 279337,05X_3_9_2_2 +
 377395,01X_3_10_2_2 + 3054479,13X_4_1_2_2 + 6256174,65X_4_2_2_2 +
 6129849,91X_4_3_2_2 + 7024104,66X_4_5_2_2 + 753800,11X_4_6_2_2 +
 298588,49X_4_7_2_2 + 357847,15X_4_8_2_2 + 277878,15X_4_9_2_2 +
 376492,63X_4_10_2_2 + 3054026,99X_5_1_2_2 + 6256145,39X_5_2_2_2 +
 6129368,60X_5_3_2_2 + 2919030,16X_5_4_2_2 + 753531,18X_5_6_2_2 +
 298098,35X_5_7_2_2 + 357679,59X_5_8_2_2 + 277766,81X_5_9_2_2 +
 375871,59X_5_10_2_2 + 3053365,65X_6_1_2_2 + 6255567,50X_6_2_2_2 +
 6131855,97X_6_3_2_2 + 2921179,21X_6_4_2_2 + 7025984,78X_6_5_2_2 +
 299963,61X_6_7_2_2 + 359457,54X_6_8_2_2 + 278966,69X_6_9_2_2 +

$$\begin{aligned}
& 377478,58X_{6_10_2_2} + 3053708,82X_{7_1_2_2} + 6256059,19X_{7_2_2_2} + \\
& 6129672,55X_{7_3_2_2} + 2919216,99X_{7_4_2_2} + 7023801,35X_{7_5_2_2} + \\
& 753213,01X_{7_6_2_2} + 357631,19X_{7_8_2_2} + 277448,64X_{7_9_2_2} + \\
& 375451,59X_{7_10_2_2} + 3053702,75X_{8_1_2_2} + 6255751,63X_{8_2_2_2} + \\
& 6129667,75X_{8_3_2_2} + 2918975,65X_{8_4_2_2} + 7023882,59X_{8_5_2_2} + \\
& 753206,94X_{8_6_2_2} + 298131,19X_{8_7_2_2} + 277318,63X_{8_9_2_2} + \\
& 375755,39X_{8_10_2_2} + 3053461,90X_{9_1_2_2} + 6255448,10X_{9_2_2_2} + \\
& 6130087,07X_{9_3_2_2} + 2919256,65X_{9_4_2_2} + 7024219,81X_{9_5_2_2} + \\
& 752966,09X_{9_6_2_2} + 298198,64X_{9_7_2_2} + 357568,63X_{9_8_2_2} + \\
& 375822,83X_{9_10_2_2} + 3053723,79X_{10_1_2_2} + 6256183,38X_{10_2_2_2} + \\
& 6129895,01X_{10_3_2_2} + 2919621,13X_{10_4_2_2} + 7024074,59X_{10_5_2_2} \\
& + 753227,98X_{10_6_2_2} + 297951,59X_{10_7_2_2} + 357755,39X_{10_8_2_2} + \\
& 277572,83X_{10_9_2_2} + 3054202,44X_{OB_1_2_2} + 6256407,53X_{OB_2_2_2} \\
& + 6129424,92X_{OB_3_2_2} + 2919292,31X_{OB_4_2_2} + \\
& 7023472,30X_{OB_5_2_2} + 753706,63X_{OB_6_2_2} + 298005,68X_{OB_7_2_2} \\
& + 357941,73X_{OB_8_2_2} + 277942,26X_{OB_9_2_2} + \\
& 375696,25X_{OB_10_2_2} + 1X_{1_T_1} + 1X_{2_T_1} + 1X_{3_T_1} + 1X_{4_T_1} + \\
& 1X_{5_T_1} + 1X_{6_T_1} + 1X_{7_T_1} + 1X_{8_T_1} + 1X_{9_T_1} + 1X_{10_T_1} + \\
& 1X_{1_T_2} + 1X_{2_T_2} + 1X_{3_T_2} + 1X_{4_T_2} + 1X_{5_T_2} + 1X_{6_T_2} + \\
& 1X_{7_T_2} + 1X_{8_T_2} + 1X_{9_T_2} + 1X_{10_T_2}
\end{aligned}$$

Nota-se nas últimas variáveis do modelo a existência dos pontos $j=T$. Estes na verdade não são pontos reais, trata-se de uma estratégia adotada na modelagem para determinar o último ponto a ser colhido por determinada frente de colheita. Tomando como exemplo a variável $x_{4,T,1}$ caso o valor desta seja 1 (um), pode-se afirmar que a última área a ser colhida pela frente de colheita 1 será o talhão 4.

A todas estas variáveis de finalização da rota de uma frente de colheita foi atribuído coeficiente 1. Desta forma, por todas terem valor igual, o modelo não favorecerá a escolha de determinado ponto de parada, sendo o último ponto definido, assim como os demais, de acordo com o mínimo global.

A adoção deste artifício de modelagem foi necessária devido à restrição de contenção de fluxo (Eq.16), que determina que a próxima área a

ser colhida deva partir da anterior. No último talhão do planejamento não há uma próxima área. Assim o problema não geraria uma solução viável, por isso foram criadas estas variáveis de parada.

3.4.2. Restrição de Partida

A restrição de partida (Eq.13) garante que a rota de cada frente de colheita k sempre inicie no último talhão colhido no ano anterior (O_k). Esta restrição apresenta-se da seguinte forma:

$$X_{OA_1_1_1} + X_{OA_2_1_1} + X_{OA_3_1_1} + X_{OA_4_1_1} + X_{OA_5_1_1} + X_{OA_6_1_1} + X_{OA_7_1_1} + X_{OA_8_1_1} + X_{OA_9_1_1} + X_{OA_10_1_1} + X_{OA_1_1_2} + X_{OA_2_1_2} + X_{OA_3_1_2} + X_{OA_4_1_2} + X_{OA_5_1_2} + X_{OA_6_1_2} + X_{OA_7_1_2} + X_{OA_8_1_2} + X_{OA_9_1_2} + X_{OA_10_1_2} = 1$$

$$X_{OB_1_2_1} + X_{OB_2_2_1} + X_{OB_3_2_1} + X_{OB_4_2_1} + X_{OB_5_2_1} + X_{OB_6_2_1} + X_{OB_7_2_1} + X_{OB_8_2_1} + X_{OB_9_2_1} + X_{OB_10_2_1} + X_{OB_1_2_2} + X_{OB_2_2_2} + X_{OB_3_2_2} + X_{OB_4_2_2} + X_{OB_5_2_2} + X_{OB_6_2_2} + X_{OB_7_2_2} + X_{OB_8_2_2} + X_{OB_9_2_2} + X_{OB_10_2_2} = 1$$

Assim, para cada frente de colheita, todas as variáveis que saem da origem (O_k) são somadas e o total deve ser igual a um, o que garante que cada frente de colheita partirá de uma única origem definida.

3.4.3. Restrição de Parada

Esta restrição define qual será o último talhão a ser colhido pela frente de colheita k durante o período de planejamento. Para isso, como valor de j , é utilizado um ponto T (término), sendo que este não se trata de um ponto real, ou seja um local existente, e sim um ponto virtual de custo de deslocamento igual a 1 para todo talhão i e frente de colheita k . Assim, quando $x_{i,T,k} = 1$ pode-se dizer que a frente de colheita k terá como último talhão do planejamento o

ponto i , de onde não partirá para colher outra área durante o período planejado. A restrição ficou escrita da seguinte maneira:

$$X_{1_T_1} + X_{2_T_1} + X_{3_T_1} + X_{4_T_1} + X_{5_T_1} + X_{6_T_1} + X_{7_T_1} + X_{8_T_1} + X_{9_T_1} + X_{10_T_1} = 1$$

$$X_{1_T_2} + X_{2_T_2} + X_{3_T_2} + X_{4_T_2} + X_{5_T_2} + X_{6_T_2} + X_{7_T_2} + X_{8_T_2} + X_{9_T_2} + X_{10_T_2} = 1$$

3.4.4. Restrição de Exclusividade

A restrição de exclusividade (Eq.15) faz com que cada talhão seja colhido apenas uma vez por uma única frente de colheita e a madeira seja enviada apenas por uma opção de composição do modal de transporte. Esta restrição é escrita de maneira análoga para cada talhão j . Assim, o exemplo que se segue ilustra como ficou esta restrição para $j=1$.

$$\begin{aligned} &X_{OA_1_1_1} + X_{2_1_1_1} + X_{3_1_1_1} + X_{4_1_1_1} + X_{5_1_1_1} + \\ &X_{6_1_1_1} + X_{7_1_1_1} + X_{8_1_1_1} + X_{9_1_1_1} + X_{10_1_1_1} + \\ &X_{OA_1_1_2} + X_{2_1_1_2} + X_{3_1_1_2} + X_{4_1_1_2} + X_{5_1_1_2} + \\ &X_{6_1_1_2} + X_{7_1_1_2} + X_{8_1_1_2} + X_{9_1_1_2} + X_{10_1_1_2} + \\ &X_{OB_1_2_1} + X_{2_1_2_1} + X_{3_1_2_1} + X_{4_1_2_1} + X_{5_1_2_1} + \\ &X_{6_1_2_1} + X_{7_1_2_1} + X_{8_1_2_1} + X_{9_1_2_1} + X_{10_1_2_1} + \\ &X_{OB_1_2_2} + X_{2_1_2_2} + X_{3_1_2_2} + X_{4_1_2_2} + X_{5_1_2_2} + \\ &X_{6_1_2_2} + X_{7_1_2_2} + X_{8_1_2_2} + X_{9_1_2_2} + X_{10_1_2_2} = 1 \end{aligned}$$

Para os demais talhões j deve-se proceder da mesma maneira. Como a equação utiliza variáveis binárias, ao se exigir que o somatório seja igual a 1 (um), apenas uma variável será escolhida, ou seja, apenas uma opção de como agir sobre a colheita de cada talhão poderá ser selecionada.

3.4.5. Restrição de Contenção de Fluxo

A restrição (Eq.16) garante a “contenção de fluxo”, ou seja, quando um talhão i é selecionado para ser colhido por uma frente de colheita k , o

próximotalhão/ selecionado deve sempre partir do talhão i e ser colhido pela frente de colheita k . Abaixo é apresentado o exemplo desta restrição para o talhão 1:

$$\begin{aligned} & X_{OA_1_1_1} + X_{2_1_1_1} + X_{3_1_1_1} + X_{4_1_1_1} + X_{5_1_1_1} + \\ & X_{6_1_1_1} + X_{7_1_1_1} + X_{8_1_1_1} + X_{9_1_1_1} + X_{10_1_1_1} + \\ & X_{OA_1_1_2} + X_{2_1_1_2} + X_{3_1_1_2} + X_{4_1_1_2} + X_{5_1_1_2} + \\ & X_{6_1_1_2} + X_{7_1_1_2} + X_{8_1_1_2} + X_{9_1_1_2} + X_{10_1_1_2} - \\ & X_{1_2_1_1} - X_{1_3_1_1} - X_{1_4_1_1} - X_{1_5_1_1} - X_{1_6_1_1} - X_{1_7_1_1} \\ & - X_{1_8_1_1} - X_{1_9_1_1} - X_{1_{10}_1_1} - X_{1_2_1_2} - X_{1_3_1_2} - \\ & X_{1_4_1_2} - X_{1_5_1_2} - X_{1_6_1_2} - X_{1_7_1_2} - X_{1_8_1_2} - X_{1_9_1_2} \\ & - X_{1_{10}_1_2} - X_{1_T_1} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & X_{OB_1_2_1} + X_{2_1_2_1} + X_{3_1_2_1} + X_{4_1_2_1} + X_{5_1_2_1} + \\ & X_{6_1_2_1} + X_{7_1_2_1} + X_{8_1_2_1} + X_{9_1_2_1} + X_{10_1_2_1} + \\ & X_{OB_1_2_2} + X_{2_1_2_2} + X_{3_1_2_2} + X_{4_1_2_2} + X_{5_1_2_2} + \\ & X_{6_1_2_2} + X_{7_1_2_2} + X_{8_1_2_2} + X_{9_1_2_2} + X_{10_1_2_2} - \\ & X_{1_2_2_1} - X_{1_3_2_1} - X_{1_4_2_1} - X_{1_5_2_1} - X_{1_6_2_1} - X_{1_7_2_1} \\ & - X_{1_8_2_1} - X_{1_9_2_1} - X_{1_{10}_2_1} - X_{1_2_2_2} - X_{1_3_2_2} - \\ & X_{1_4_2_2} - X_{1_5_2_2} - X_{1_6_2_2} - X_{1_7_2_2} - X_{1_8_2_2} - X_{1_9_2_2} \\ & - X_{1_{10}_2_2} - X_{1_T_2} = 0 \end{aligned}$$

Ao se interpretar esta restrição, pode-se dizer que o somatório de todas as variáveis que chegam a determinado talhão j com a frente de colheita k menos o somatório de todas as variáveis que partem deste mesmo talhão j com a frente de colheita k deve ser igual à zero. Por existirem duas frentes de colheita no exemplo, foram escritas duas equações para o talhão 1. Procedese da mesma maneira para os demais talhões.

Pode-se notar então a importância das variáveis de parada $x_{i,T,k}$. Suponha por exemplo que a solução gerada por meio do modelo indique que o talhão 1 seja o último talhão a ser colhido neste planejamento e que este será colhido pela frente de colheita 2 (Tabela 8). O somatório referente à primeira coluna apresenta as possibilidades de colheita do talhão 1 pela frente 2 após a colheita dos talhões 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 ou após partir da origem Ob . O

contrário acontece com assubtrações, onde são retratadas as possibilidades de deslocamento partindo do talhão 1 para os demais.

Nota-se que existe uma variável a menos na terceira coluna em relação à primeira. Isso ocorre porque no primeiro caso, em todas as situações deve-se escolher o modal de transporte da madeira ($l=1$ ou $l=2$) enquanto na terceira coluna o valor da variável $X_{1_T_2}$ significa apenas que não haverá colheitas após o talhão 1, não havendo sentido definir sobre qual modal enviar madeira, já que não existe madeira em T .

TABELA 8: Exemplo selecionado para representar a restrição de contenção de fluxo

Variável	Valor	Variável	Valor	Resultado
+ X_0B_1_2_1	0	- X_1_2_2_1	0	0
+ X_2_1_2_1	0	- X_1_3_2_1	0	0
+ X_3_1_2_1	0	- X_1_4_2_1	0	0
+ X_4_1_2_1	0	- X_1_5_2_1	0	0
+ X_5_1_2_1	0	- X_1_6_2_1	0	0
+ X_6_1_2_1	1	- X_1_7_2_1	0	1
+ X_7_1_2_1	0	- X_1_8_2_1	0	0
+ X_8_1_2_1	0	- X_1_9_2_1	0	0
+ X_9_1_2_1	0	- X_1_10_2_1	0	0
+ X_10_1_2_1	0	- X_1_2_2_2	0	0
+ X_0B_1_2_2	0	- X_1_3_2_2	0	0
+ X_2_1_2_2	0	- X_1_4_2_2	0	0
+ X_3_1_2_2	0	- X_1_5_2_2	0	0
+ X_4_1_2_2	0	- X_1_6_2_2	0	0
+ X_5_1_2_2	0	- X_1_7_2_2	0	0
+ X_6_1_2_2	0	- X_1_8_2_2	0	0
+ X_7_1_2_2	0	- X_1_9_2_2	0	0
+ X_8_1_2_2	0	- X_1_10_2_2	0	0
+ X_9_1_2_2	0	- X_1_T_2	1	-1
+ X_10_1_2_2	0			0
	1		-1	0

Como a restrição de exclusividade garante que qualquer talhão j pode ser selecionado uma única vez, se fossem escolhidas as variáveis $X_{9_1_2_2}$ e $X_{6_1_2_1}$ ao mesmo tempo, por exemplo, tal restrição não seria respeitada. Dessa forma, não é possível selecionar mais de uma variável em cada coluna da Tabela 8.

Observa-se que ao subtrair o somatório das variáveis da primeira coluna pelo somatório da terceira coluna chega-se ao valor zero, o que atende à restrição de contenção de fluxo e, no caso, indica que a última área a ser colhida pela frente de colheita 2 é o talhão 1. Supondo a mesma situação, caso a variável de término de rota $X_{1_T_2}$ não estivesse no modelo, o somatório seria diferente de zero, o que tornaria o modelo inviável.

Apesar de garantir o fluxo da colheita, esta restrição não impede a geração de sub-rotas pelo modelo, sendo necessária a adição destas restrições.

3.4.6. Restrição de Capacidade de Colheita

A restrição (Eq.17) está relacionada com a capacidade de colheita de cada frente, ou seja, o tempo (em dias) gasto para que frente de colheita k colha o talhão j após colher o talhão i . Para isso, a Tabela 3 de produtividade de cada frente por atividade é utilizada.

Tomando-se como exemplo a frente de colheita 2, que ao realizar a atividade de serraria tem a produtividade de $700\text{m}^3/\text{dia}$, nota-se que para a colheita do talhão 4, que possui um volume de 45.000m^3 , esta frente gastaria 64,29 dias.

A distância entre um talhão e o próximo a ser percorrida também afeta a produtividade da frente de colheita. Considerando que uma frente de colheita seja transportada de um talhão para outro a uma velocidade média de $2,5\text{km}/\text{hora}$ (valor utilizado para efeito de planejamento) e considerando o deslocamento de uma frente de colheita do talhão 2 para o talhão 4, que encontram-se a 87km de distância entre si, seriam gastas 34,8 horas o que equivale a 1,45 dia de viagem.

Tendo em vista o exposto, para colher o talhão 4 após o talhão 2 com a frente de colheita 2 ($x_{2,4,2,1}$) seriam gastos 65,74 dias, sendo 64,29 referentes à colheita do talhão 4 e 1,45 referente ao deslocamento do talhão 2 para o talhão 4 que estão separados por uma distância de 87km (Tabela 6).

Ressalta-se então que a soma de todas as atividades realizadas por cada frente de colheita ao longo do ano não deve ultrapassar o número de dias

previstos para serem trabalhados. Como neste caso, foi considerado que as frentes de colheita trabalhariam todos os dias durante um ano, o somatório não deve ser maior que 365 dias. Deste modo, para a frente de colheita 1, esta restrição foi escrita da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 &107,2X_{1_2_1_1} + 97,4X_{1_3_1_1} + 51,6X_{1_4_1_1} + 123,5X_{1_5_1_1} + \\
 &14,2X_{1_6_1_1} + 21,1X_{1_7_1_1} + 25,2X_{1_8_1_1} + 25,9X_{1_9_1_1} + \\
 &34,4X_{1_{10}_1_1} + 57,2X_{2_1_1_1} + 97,4X_{2_3_1_1} + 51,4X_{2_4_1_1} + \\
 &123,6X_{2_5_1_1} + 14,3X_{2_6_1_1} + 21,3X_{2_7_1_1} + 25,2X_{2_8_1_1} + \\
 &25,9X_{2_9_1_1} + 34,7X_{2_{10}_1_1} + 58,4X_{3_1_1_1} + 108,4X_{3_2_1_1} + \\
 &51,5X_{3_4_1_1} + 123,4X_{3_5_1_1} + 16,2X_{3_6_1_1} + 21,4X_{3_7_1_1} + \\
 &25,4X_{3_8_1_1} + 26,7X_{3_9_1_1} + 34,9X_{3_{10}_1_1} + 57,6X_{4_1_1_1} + \\
 &107,4X_{4_2_1_1} + 96,5X_{4_3_1_1} + 122,8X_{4_5_1_1} + 15,3X_{4_6_1_1} + \\
 &20,7X_{4_7_1_1} + 24,5X_{4_8_1_1} + 25,7X_{4_9_1_1} + 34,3X_{4_{10}_1_1} + \\
 &57,3X_{5_1_1_1} + 107,4X_{5_2_1_1} + 96,2X_{5_3_1_1} + 50,6X_{5_4_1_1} + \\
 &15,1X_{5_6_1_1} + 20,4X_{5_7_1_1} + 24,4X_{5_8_1_1} + 25,6X_{5_9_1_1} + \\
 &33,9X_{5_{10}_1_1} + 56,9X_{6_1_1_1} + 107,0X_{6_2_1_1} + 97,9X_{6_3_1_1} + \\
 &52,0X_{6_4_1_1} + 124,0X_{6_5_1_1} + 21,6X_{6_7_1_1} + 25,6X_{6_8_1_1} + \\
 &26,4X_{6_9_1_1} + 34,9X_{6_{10}_1_1} + 57,1X_{7_1_1_1} + 107,3X_{7_2_1_1} + \\
 &96,4X_{7_3_1_1} + 50,7X_{7_4_1_1} + 122,6X_{7_5_1_1} + 14,9X_{7_6_1_1} + \\
 &24,4X_{7_8_1_1} + 25,4X_{7_9_1_1} + 33,6X_{7_{10}_1_1} + 57,1X_{8_1_1_1} + \\
 &107,1X_{8_2_1_1} + 96,4X_{8_3_1_1} + 50,5X_{8_4_1_1} + 122,6X_{8_5_1_1} + \\
 &14,9X_{8_6_1_1} + 20,4X_{8_7_1_1} + 25,3X_{8_9_1_1} + 33,8X_{8_{10}_1_1} + \\
 &56,9X_{9_1_1_1} + 106,9X_{9_2_1_1} + 96,7X_{9_3_1_1} + 50,7X_{9_4_1_1} + \\
 &122,9X_{9_5_1_1} + 14,8X_{9_6_1_1} + 20,4X_{9_7_1_1} + 24,3X_{9_8_1_1} + \\
 &33,8X_{9_{10}_1_1} + 57,1X_{10_1_1_1} + 107,4X_{10_2_1_1} + 96,5X_{10_3_1_1} + \\
 &50,9X_{10_4_1_1} + 122,8X_{10_5_1_1} + 14,9X_{10_6_1_1} + 20,3X_{10_7_1_1} + \\
 &24,5X_{10_8_1_1} + 25,5X_{10_9_1_1} + 56,6X_{OA_1_1_1} + 106,8X_{OA_2_1_1} \\
 &+ 97,2X_{OA_3_1_1} + 51,2X_{OA_4_1_1} + 123,4X_{OA_5_1_1} + \\
 &14,5X_{OA_6_1_1} + 20,9X_{OA_7_1_1} + 24,9X_{OA_8_1_1} + 25,7X_{OA_9_1_1} \\
 &+ 34,3X_{OA_{10}_1_1} + 107,2X_{1_2_1_2} + 97,4X_{1_3_1_2} + 51,6X_{1_4_1_2} + \\
 &123,5X_{1_5_1_2} + 14,2X_{1_6_1_2} + 21,1X_{1_7_1_2} + 25,1X_{1_8_1_2} + \\
 &25,9X_{1_9_1_2} + 34,4X_{1_{10}_1_2} + 57,2X_{2_1_1_2} + 97,4X_{2_3_1_2} + \\
 &51,4X_{2_4_1_2} + 123,6X_{2_5_1_2} + 14,3X_{2_6_1_2} + 21,3X_{2_7_1_2} + \\
 &25,1X_{2_8_1_2} + 25,9X_{2_9_1_2} + 34,7X_{2_{10}_1_2} + 58,4X_{3_1_1_2} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&108,4X_{3_2_1_2} + 51,5X_{3_4_1_2} + 123,4X_{3_5_1_2} + 16,2X_{3_6_1_2} + \\
&21,4X_{3_7_1_2} + 25,4X_{3_8_1_2} + 26,7X_{3_9_1_2} + 34,9X_{3_{10}_1_2} + \\
&57,6X_{4_1_1_2} + 107,4X_{4_2_1_2} + 96,5X_{4_3_1_2} + 122,8X_{4_5_1_2} + \\
&15,3X_{4_6_1_2} + 20,7X_{4_7_1_2} + 24,5X_{4_8_1_2} + 25,7X_{4_9_1_2} + \\
&34,3X_{4_{10}_1_2} + 57,3X_{5_1_1_2} + 107,4X_{5_2_1_2} + 96,2X_{5_3_1_2} + \\
&50,6X_{5_4_1_2} + 15,1X_{5_6_1_2} + 20,3X_{5_7_1_2} + 24,4X_{5_8_1_2} + \\
&25,6X_{5_9_1_2} + 33,9X_{5_{10}_1_2} + 56,9X_{6_1_1_2} + 107,0X_{6_2_1_2} + \\
&97,9X_{6_3_1_2} + 52,0X_{6_4_1_2} + 124,0X_{6_5_1_2} + 21,6X_{6_7_1_2} + \\
&25,6X_{6_8_1_2} + 26,4X_{6_9_1_2} + 34,9X_{6_{10}_1_2} + 57,1X_{7_1_1_2} + \\
&107,4X_{7_2_1_2} + 96,4X_{7_3_1_2} + 50,7X_{7_4_1_2} + 122,6X_{7_5_1_2} + \\
&14,9X_{7_6_1_2} + 24,4X_{7_8_1_2} + 25,4X_{7_9_1_2} + 33,6X_{7_{10}_1_2} + \\
&57,1X_{8_1_1_2} + 107,1X_{8_2_1_2} + 96,4X_{8_3_1_2} + 50,5X_{8_4_1_2} + \\
&122,6X_{8_5_1_2} + 14,9X_{8_6_1_2} + 20,4X_{8_7_1_2} + 25,3X_{8_9_1_2} + \\
&33,8X_{8_{10}_1_2} + 56,9X_{9_1_1_2} + 106,9X_{9_2_1_2} + 96,7X_{9_3_1_2} + \\
&50,7X_{9_4_1_2} + 122,9X_{9_5_1_2} + 14,8X_{9_6_1_2} + 20,5X_{9_7_1_2} + \\
&24,3X_{9_8_1_2} + 33,8X_{9_{10}_1_2} + 57,1X_{10_1_1_2} + 107,4X_{10_2_1_2} + \\
&96,5X_{10_3_1_2} + 50,9X_{10_4_1_2} + 122,8X_{10_5_1_2} + 14,9X_{10_6_1_2} + \\
&20,3X_{10_7_1_2} + 24,5X_{10_8_1_2} + 25,5X_{10_9_1_2} + 56,6X_{OA_1_1_2} + \\
&106,8X_{OA_2_1_2} + 97,2X_{OA_3_1_2} + 51,2X_{OA_4_1_2} + \\
&123,4X_{OA_5_1_2} + 14,5X_{OA_6_1_2} + 20,9X_{OA_7_1_2} + \\
&24,9X_{OA_8_1_2} + 25,7X_{OA_9_1_2} + 34,3X_{OA_{10}_1_2} \leq 365
\end{aligned}$$

Raciocínio semelhante foi utilizado para escrever esta restrição para a segunda frente de colheita.

3.4.7. Restrição de Demanda da Serraria

A restrição (Eq.19) garante que o volume colhido de madeira para serraria, seja maior ou igual a sua demanda. De acordo com a Tabela 2 a serraria apresenta apenas demanda mínima, ou seja, não há necessidade de incluir uma equação de limite máximo, assim esta restrição foi escrita como segue:

$$\begin{aligned}
&10624,5X_{OA_4_1_1} + 25971X_{OA_5_1_1} + 2833,2X_{OA_6_1_1} + \\
&10624,5X_{1_4_1_1} + 25971X_{1_5_1_1} + 2833,2X_{1_6_1_1} +
\end{aligned}$$

10624,5X_2_4_1_1 + 25971X_2_5_1_1 + 2833,2X_2_6_1_1 +
 10624,5X_3_4_1_1 + 25971X_3_5_1_1 + 2833,2X_3_6_1_1 +
 25971X_4_5_1_1 + 2833,2X_4_6_1_1 + 10624,5X_5_4_1_1 +
 2833,2X_5_6_1_1 + 10624,5X_6_4_1_1 + 25971X_6_5_1_1 +
 10624,5X_7_4_1_1 + 25971X_7_5_1_1 + 2833,2X_7_6_1_1 +
 10624,5X_8_4_1_1 + 25971X_8_5_1_1 + 2833,2X_8_6_1_1 +
 10624,5X_9_4_1_1 + 25971X_9_5_1_1 + 2833,2X_9_6_1_1 +
 10624,5X_10_4_1_1 + 25971X_10_5_1_1 + 2833,2X_10_6_1_1 +
 10624,5X_OA_4_1_2 + 25971X_OA_5_1_2 + 2833,2X_OA_6_1_2 +
 10624,5X_1_4_1_2 + 25971X_1_5_1_2 + 2833,2X_1_6_1_2 +
 10624,5X_2_4_1_2 + 25971X_2_5_1_2 + 2833,2X_2_6_1_2 +
 10624,5X_3_4_1_2 + 25971X_3_5_1_2 + 2833,2X_3_6_1_2 +
 25971X_4_5_1_2 + 2833,2X_4_6_1_2 + 10624,5X_5_4_1_2 +
 2833,2X_5_6_1_2 + 10624,5X_6_4_1_2 + 25971X_6_5_1_2 +
 10624,5X_7_4_1_2 + 25971X_7_5_1_2 + 2833,2X_7_6_1_2 +
 10624,5X_8_4_1_2 + 25971X_8_5_1_2 + 2833,2X_8_6_1_2 +
 10624,5X_9_4_1_2 + 25971X_9_5_1_2 + 2833,2X_9_6_1_2 +
 10624,5X_10_4_1_2 + 25971X_10_5_1_2 + 2833,2X_10_6_1_2 +
 10624,5X_OB_4_2_1 + 25971X_OB_5_2_1 + 2833,2X_OB_6_2_1 +
 10624,5X_1_4_2_1 + 25971X_1_5_2_1 + 2833,2X_1_6_2_1 +
 10624,5X_2_4_2_1 + 25971X_2_5_2_1 + 2833,2X_2_6_2_1 +
 10624,5X_3_4_2_1 + 25971X_3_5_2_1 + 2833,2X_3_6_2_1 +
 25971X_4_5_2_1 + 2833,2X_4_6_2_1 + 10624,5X_5_4_2_1 +
 2833,2X_5_6_2_1 + 10624,5X_6_4_2_1 + 25971X_6_5_2_1 +
 10624,5X_7_4_2_1 + 25971X_7_5_2_1 + 2833,2X_7_6_2_1 +
 10624,5X_8_4_2_1 + 25971X_8_5_2_1 + 2833,2X_8_6_2_1 +
 10624,5X_9_4_2_1 + 25971X_9_5_2_1 + 2833,2X_9_6_2_1 +
 10624,5X_10_4_2_1 + 25971X_10_5_2_1 + 2833,2X_10_6_2_1 +
 10624,5X_OB_4_2_2 + 25971X_OB_5_2_2 + 2833,2X_OB_6_2_2 +
 10624,5X_1_4_2_2 + 25971X_1_5_2_2 + 2833,2X_1_6_2_2 +
 10624,5X_2_4_2_2 + 25971X_2_5_2_2 + 2833,2X_2_6_2_2 +
 10624,5X_3_4_2_2 + 25971X_3_5_2_2 + 2833,2X_3_6_2_2 +
 25971X_4_5_2_2 + 2833,2X_4_6_2_2 + 10624,5X_5_4_2_2 +
 2833,2X_5_6_2_2 + 10624,5X_6_4_2_2 + 25971X_6_5_2_2 +

$$\begin{aligned}
& 10624,5X_{7_4_2_2} + 25971X_{7_5_2_2} + 2833,2X_{7_6_2_2} + \\
& 10624,5X_{8_4_2_2} + 25971X_{8_5_2_2} + 2833,2X_{8_6_2_2} + \\
& 10624,5X_{9_4_2_2} + 25971X_{9_5_2_2} + 2833,2X_{9_6_2_2} + \\
& 10624,5X_{10_4_2_2} + 25971X_{10_5_2_2} + 2833,2X_{10_6_2_2} \geq 15.000
\end{aligned}$$

Observa-se que para escrever esta restrição foram utilizadas apenas variáveis, onde $j=\{3,4,5\}$, o que corresponde aos talhões destinados ao corte raso para serraria. Cabe observar também que o coeficiente destas variáveis é o volume destes talhões multiplicados por 0,2361, ou seja, os 23,61% do volume do talhão que são destinados à serraria.

3.4.8. Restrição de Demanda do Modal Marítimo

A restrição (Eq.18) faz com que o volume de madeira transportado pelo modal marítimo mantenha-se dentro de uma faixa adequada. De acordo com a Tabela 2 esta faixa de demanda é de 150.000 a 250.000m³ anuais, assim, esta restrição foi escrita da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
250.000 \geq & 106000X_{1_2_1_2} + 95000X_{1_3_1_2} + 34375,5X_{1_4_1_2} + \\
& 84029X_{1_5_1_2} + 9166,8X_{1_6_1_2} + 5000X_{1_7_1_2} + 6000X_{1_8_1_2} + \\
& 4500X_{1_9_1_2} + 6000X_{1_{10}_1_2} + 56000X_{2_1_1_2} + 95000X_{2_3_1_2} + \\
& 34375,5X_{2_4_1_2} + 84029X_{2_5_1_2} + 9166,8X_{2_6_1_2} + \\
& 5000X_{2_7_1_2} + 6000X_{2_8_1_2} + 4500X_{2_9_1_2} + 6000X_{2_{10}_1_2} + \\
& 56000X_{3_1_1_2} + 106000X_{3_2_1_2} + 34375,5X_{3_4_1_2} + \\
& 84029X_{3_5_1_2} + 9166,8X_{3_6_1_2} + 5000X_{3_7_1_2} + 6000X_{3_8_1_2} + \\
& 4500X_{3_9_1_2} + 6000X_{3_{10}_1_2} + 56000X_{4_1_1_2} + 106000X_{4_2_1_2} \\
& + 95000X_{4_3_1_2} + 84029X_{4_5_1_2} + 9166,8X_{4_6_1_2} + \\
& 5000X_{4_7_1_2} + 6000X_{4_8_1_2} + 4500X_{4_9_1_2} + 6000X_{4_{10}_1_2} + \\
& 56000X_{5_1_1_2} + 106000X_{5_2_1_2} + 95000X_{5_3_1_2} + \\
& 34375,5X_{5_4_1_2} + 9166,8X_{5_6_1_2} + 5000X_{5_7_1_2} + 6000X_{5_8_1_2} \\
& + 4500X_{5_9_1_2} + 6000X_{5_{10}_1_2} + 56000X_{6_1_1_2} + \\
& 106000X_{6_2_1_2} + 95000X_{6_3_1_2} + 34375,5X_{6_4_1_2} + \\
& 84029X_{6_5_1_2} + 5000X_{6_7_1_2} + 6000X_{6_8_1_2} + 4500X_{6_9_1_2} + \\
& 6000X_{6_{10}_1_2} + 56000X_{7_1_1_2} + 106000X_{7_2_1_2} + \\
& 95000X_{7_3_1_2} + 34375,5X_{7_4_1_2} + 84029X_{7_5_1_2} +
\end{aligned}$$

9166,8X_7_6_1_2+ 6000X_7_8_1_2 + 4500X_7_9_1_2 + 6000X_7_10_1_2 +
56000X_8_1_1_2 + 106000X_8_2_1_2 + 95000X_8_3_1_2 +
34375,5X_8_4_1_2 + 84029X_8_5_1_2 + 9166,8X_8_6_1_2 +
5000X_8_7_1_2 + 4500X_8_9_1_2 + 6000X_8_10_1_2 + 56000X_9_1_1_2 +
106000X_9_2_1_2 + 95000X_9_3_1_2 + 34375,5X_9_4_1_2 +
84029X_9_5_1_2 + 9166,8X_9_6_1_2 + 5000X_9_7_1_2 + 6000X_9_8_1_2 +
6000X_9_10_1_2 + 56000X_10_1_1_2 + 106000X_10_2_1_2 +
95000X_10_3_1_2 + 34375,5X_10_4_1_2 + 84029X_10_5_1_2 +
9166,8X_10_6_1_2 + 5000X_10_7_1_2 + 6000X_10_8_1_2 +
4500X_10_9_1_2 + 56000X_OA_1_1_2 + 106000X_OA_2_1_2 +
95000X_OA_3_1_2 + 34375,5X_OA_4_1_2 + 84029X_OA_5_1_2 +
9166,8X_OA_6_1_2 + 5000X_OA_7_1_2 + 6000X_OA_8_1_2 +
4500X_OA_9_1_2 + 6000X_OA_10_1_2 + 106000X_1_2_1_2 +
95000X_1_3_1_2 + 34375,5X_1_4_1_2 + 84029X_1_5_1_2 +
9166,8X_1_6_1_2 + 5000X_1_7_1_2 + 6000X_1_8_1_2 + 4500X_1_9_1_2 +
6000X_1_10_1_2 + 56000X_2_1_1_2 + 95000X_2_3_2_2 +
34375,5X_2_4_2_2 + 84029X_2_5_2_2 + 9166,8X_2_6_2_2 +
5000X_2_7_2_2 + 6000X_2_8_2_2 + 4500X_2_9_2_2 + 6000X_2_10_2_2 +
56000X_3_1_2_2 + 106000X_3_2_2_2 + 34375,5X_3_4_2_2 +
84029X_3_5_2_2 + 9166,8X_3_6_2_2 + 5000X_3_7_2_2 + 6000X_3_8_2_2 +
4500X_3_9_2_2 + 6000X_3_10_2_2 + 56000X_4_1_2_2 + 106000X_4_2_2_2
+ 95000X_4_3_2_2 + 84029X_4_5_2_2 + 9166,8X_4_6_2_2 +
5000X_4_7_2_2 + 6000X_4_8_2_2 + 4500X_4_9_2_2 + 6000X_4_10_2_2 +
56000X_5_1_2_2 + 106000X_5_2_2_2 + 95000X_5_3_2_2 +
34375,5X_5_4_2_2 + 9166,8X_5_6_2_2 + 5000X_5_7_2_2 + 6000X_5_8_2_2
+ 4500X_5_9_2_2 + 6000X_5_10_2_2 + 56000X_6_1_2_2 +
106000X_6_2_2_2 + 95000X_6_3_2_2 + 34375,5X_6_4_2_2 +
84029X_6_5_2_2 + 5000X_6_7_2_2 + 6000X_6_8_2_2 + 4500X_6_9_2_2 +
6000X_6_10_2_2 + 56000X_7_1_2_2 + 106000X_7_2_2_2 +
95000X_7_3_2_2 + 34375,5X_7_4_2_2 + 84029X_7_5_2_2 +
9166,8X_7_6_2_2 + 6000X_7_8_2_2 + 4500X_7_9_2_2 + 6000X_7_10_2_2 +
56000X_8_1_2_2 + 106000X_8_2_2_2 + 95000X_8_3_2_2 +
34375,5X_8_4_2_2 + 84029X_8_5_2_2 + 9166,8X_8_6_2_2 +
5000X_8_7_2_2 + 4500X_8_9_2_2 + 6000X_8_10_2_2 + 56000X_9_1_2_2 +

$$\begin{aligned}
& 106000X_{9_2_2_2} + 95000X_{9_3_2_2} + 34375,5X_{9_4_2_2} + \\
& 84029X_{9_5_2_2} + 9166,8X_{9_6_2_2} + 5000X_{9_7_2_2} + 6000X_{9_8_2_2} + \\
& 6000X_{9_10_2_2} + 56000X_{10_1_2_2} + 106000X_{10_2_2_2} + \\
& 95000X_{10_3_2_2} + 34375,5X_{10_4_2_2} + 84029X_{10_5_2_2} + \\
& 9166,8X_{10_6_2_2} + 5000X_{10_7_2_2} + 6000X_{10_8_2_2} + \\
& 4500X_{10_9_2_2} + 56000X_{OB_1_2_2} + 106000X_{OB_2_2_2} + \\
& 95000X_{OB_3_2_2} + 34375,5X_{OB_4_2_2} + 84029X_{OB_5_2_2} + \\
& 9166,8X_{OB_6_2_2} + 5000X_{OB_7_2_2} + 6000X_{OB_8_2_2} + \\
& 4500X_{OB_9_2_2} + 6000X_{OB_10_2_2} \geq 150.000
\end{aligned}$$

Nota-se que para escrever esta restrição foram utilizadas apenas variáveis com $l=2$ o que corresponde à opção de enviar a madeira colhida para a fábrica de celulose pelo modal marítimo. Observa-se ainda que o coeficiente destas variáveis é o volume total dos talhões, exceto no caso dos talhões destinados à serraria, onde o coeficiente é o volume do talhão multiplicado por 0,7639, ou seja, os 76,39% do volume do talhão que é destinado à produção de celulose.

3.4.9. Restrição de Demanda para Celulose

A restrição (Eq.20) garante que o volume colhido de madeira para celulose, seja maior ou igual à sua demanda. De acordo com a Tabela 2 a fábrica de celulose apresenta apenas demanda mínima, ou seja, não há necessidade de incluir uma equação de limite máximo. Logo, esta restrição foi escrita como a seguir:

$$\begin{aligned}
& 56000X_{OA_1_1_1} + 106000X_{OA_2_1_1} + 95000X_{OA_3_1_1} + \\
& 34375,5X_{OA_4_1_1} + 84029X_{OA_5_1_1} + 9166,8X_{OA_6_1_1} + \\
& 5000X_{OA_7_1_1} + 6000X_{OA_8_1_1} + 4500X_{OA_9_1_1} + \\
& 6000X_{OA_10_1_1} + 106000X_{1_2_1_1} + 95000X_{1_3_1_1} + \\
& 34375,5X_{1_4_1_1} + 84029X_{1_5_1_1} + 9166,8X_{1_6_1_1} + \\
& 5000X_{1_7_1_1} + 6000X_{1_8_1_1} + 4500X_{1_9_1_1} + 6000X_{1_10_1_1} + \\
& 56000X_{2_1_1_1} + 95000X_{2_3_1_1} + 34375,5X_{2_4_1_1} + \\
& 84029X_{2_5_1_1} + 9166,8X_{2_6_1_1} + 5000X_{2_7_1_1} + 6000X_{2_8_1_1} + \\
& 4500X_{2_9_1_1} + 6000X_{2_10_1_1} + 56000X_{3_1_1_1} + 106000X_{3_2_1_1}
\end{aligned}$$

+ 34375,5X_3_4_1_1 + 84029X_3_5_1_1 + 9166,8X_3_6_1_1 +
 5000X_3_7_1_1 + 6000X_3_8_1_1 + 4500X_3_9_1_1 + 6000X_3_10_1_1 +
 56000X_4_1_1_1 + 106000X_4_2_1_1 + 95000X_4_3_1_1 +
 84029X_4_5_1_1 + 9166,8X_4_6_1_1 + 5000X_4_7_1_1 + 6000X_4_8_1_1 +
 4500X_4_9_1_1 + 6000X_4_10_1_1 + 56000X_5_1_1_1 + 106000X_5_2_1_1
 + 95000X_5_3_1_1 + 34375,5X_5_4_1_1 + 9166,8X_5_6_1_1 +
 5000X_5_7_1_1 + 6000X_5_8_1_1 + 4500X_5_9_1_1 + 6000X_5_10_1_1 +
 56000X_6_1_1_1 + 106000X_6_2_1_1 + 95000X_6_3_1_1 +
 34375,5X_6_4_1_1 + 84029X_6_5_1_1 + 5000X_6_7_1_1 + 6000X_6_8_1_1 +
 4500X_6_9_1_1 + 6000X_6_10_1_1 + 56000X_7_1_1_1 + 106000X_7_2_1_1
 + 95000X_7_3_1_1 + 34375,5X_7_4_1_1 + 84029X_7_5_1_1 +
 9166,8X_7_6_1_1 + 6000X_7_8_1_1 + 4500X_7_9_1_1 + 6000X_7_10_1_1 +
 56000X_8_1_1_1 + 106000X_8_2_1_1 + 95000X_8_3_1_1 +
 34375,5X_8_4_1_1 + 84029X_8_5_1_1 + 9166,8X_8_6_1_1 +
 5000X_8_7_1_1 + 4500X_8_9_1_1 + 6000X_8_10_1_1 + 56000X_9_1_1_1 +
 106000X_9_2_1_1 + 95000X_9_3_1_1 + 34375,5X_9_4_1_1 +
 84029X_9_5_1_1 + 9166,8X_9_6_1_1 + 5000X_9_7_1_1 + 6000X_9_8_1_1 +
 6000X_9_10_1_1 + 56000X_10_1_1_1 + 106000X_10_2_1_1 +
 95000X_10_3_1_1 + 34375,5X_10_4_1_1 + 84029X_10_5_1_1 +
 9166,8X_10_6_1_1 + 5000X_10_7_1_1 + 6000X_10_8_1_1 +
 4500X_10_9_1_1 + 56000X_OA_1_1_2 + 106000X_OA_2_1_2 +
 95000X_OA_3_1_2 + 34375,5X_OA_4_1_2 + 84029X_OA_5_1_2 +
 9166,8X_OA_6_1_2 + 5000X_OA_7_1_2 + 6000X_OA_8_1_2 +
 4500X_OA_9_1_2 + 6000X_OA_10_1_2 + 106000X_1_2_1_2 +
 95000X_1_3_1_2 + 34375,5X_1_4_1_2 + 84029X_1_5_1_2 +
 9166,8X_1_6_1_2 + 5000X_1_7_1_2 + 6000X_1_8_1_2 + 4500X_1_9_1_2 +
 6000X_1_10_1_2 + 56000X_2_1_1_2 + 95000X_2_3_1_2 +
 34375,5X_2_4_1_2 + 84029X_2_5_1_2 + 9166,8X_2_6_1_2 +
 5000X_2_7_1_2 + 6000X_2_8_1_2 + 4500X_2_9_1_2 + 6000X_2_10_1_2 +
 56000X_3_1_1_2 + 106000X_3_2_1_2 + 34375,5X_3_4_1_2 +
 84029X_3_5_1_2 + 9166,8X_3_6_1_2 + 5000X_3_7_1_2 + 6000X_3_8_1_2 +
 4500X_3_9_1_2 + 6000X_3_10_1_2 + 56000X_4_1_1_2 + 106000X_4_2_1_2
 + 95000X_4_3_1_2 + 84029X_4_5_1_2 + 9166,8X_4_6_1_2 +
 5000X_4_7_1_2 + 6000X_4_8_1_2 + 4500X_4_9_1_2 + 6000X_4_10_1_2 +

56000X_5_1_1_2 + 106000X_5_2_1_2 + 95000X_5_3_1_2 +
 34375,5X_5_4_1_2 + 9166,8X_5_6_1_2 + 5000X_5_7_1_2 + 6000X_5_8_1_2
 + 4500X_5_9_1_2 + 6000X_5_10_1_2 + 56000X_6_1_1_2 +
 106000X_6_2_1_2 + 95000X_6_3_1_2 + 34375,5X_6_4_1_2 +
 84029X_6_5_1_2 + 5000X_6_7_1_2 + 6000X_6_8_1_2 + 4500X_6_9_1_2 +
 6000X_6_10_1_2 + 56000X_7_1_1_2 + 106000X_7_2_1_2 +
 95000X_7_3_1_2 + 34375,5X_7_4_1_2 + 84029X_7_5_1_2 +
 9166,8X_7_6_1_2 + 6000X_7_8_1_2 + 4500X_7_9_1_2 + 6000X_7_10_1_2 +
 56000X_8_1_1_2 + 106000X_8_2_1_2 + 95000X_8_3_1_2 +
 34375,5X_8_4_1_2 + 84029X_8_5_1_2 + 9166,8X_8_6_1_2 +
 5000X_8_7_1_2 + 4500X_8_9_1_2 + 6000X_8_10_1_2 + 56000X_9_1_1_2 +
 106000X_9_2_1_2 + 95000X_9_3_1_2 + 34375,5X_9_4_1_2 +
 84029X_9_5_1_2 + 9166,8X_9_6_1_2 + 5000X_9_7_1_2 + 6000X_9_8_1_2 +
 6000X_9_10_1_2 + 56000X_10_1_1_2 + 106000X_10_2_1_2 +
 95000X_10_3_1_2 + 34375,5X_10_4_1_2 + 84029X_10_5_1_2 +
 9166,8X_10_6_1_2 + 5000X_10_7_1_2 + 6000X_10_8_1_2 +
 4500X_10_9_1_2 + 56000X_OB_1_2_1 + 106000X_OB_2_2_1 +
 95000X_OB_3_2_1 + 34375,5X_OB_4_2_1 + 84029X_OB_5_2_1 +
 9166,8X_OB_6_2_1 + 5000X_OB_7_2_1 + 6000X_OB_8_2_1 +
 4500X_OB_9_2_1 + 6000X_OB_10_2_1 + 106000X_1_2_2_1 +
 95000X_1_3_2_1 + 34375,5X_1_4_2_1 + 84029X_1_5_2_1 +
 9166,8X_1_6_2_1 + 5000X_1_7_2_1 + 6000X_1_8_2_1 + 4500X_1_9_2_1 +
 6000X_1_10_2_1 + 56000X_2_1_2_1 + 95000X_2_3_2_1 +
 34375,5X_2_4_2_1 + 84029X_2_5_2_1 + 9166,8X_2_6_2_1 +
 5000X_2_7_2_1 + 6000X_2_8_2_1 + 4500X_2_9_2_1 + 6000X_2_10_2_1 +
 56000X_3_1_2_1 + 106000X_3_2_2_1 + 34375,5X_3_4_2_1 +
 84029X_3_5_2_1 + 9166,8X_3_6_2_1 + 5000X_3_7_2_1 + 6000X_3_8_2_1 +
 4500X_3_9_2_1 + 6000X_3_10_2_1 + 56000X_4_1_2_1 + 106000X_4_2_2_1
 + 95000X_4_3_2_1 + 84029X_4_5_2_1 + 9166,8X_4_6_2_1 +
 5000X_4_7_2_1 + 6000X_4_8_2_1 + 4500X_4_9_2_1 + 6000X_4_10_2_1 +
 56000X_5_1_2_1 + 106000X_5_2_2_1 + 95000X_5_3_2_1 +
 34375,5X_5_4_2_1 + 9166,8X_5_6_2_1 + 5000X_5_7_2_1 + 6000X_5_8_2_1
 + 4500X_5_9_2_1 + 6000X_5_10_2_1 + 56000X_6_1_2_1 +
 106000X_6_2_2_1 + 95000X_6_3_2_1 + 34375,5X_6_4_2_1 +

84029X_6_5_2_1 + 5000X_6_7_2_1 + 6000X_6_8_2_1 + 4500X_6_9_2_1 +
 6000X_6_10_2_1 + 56000X_7_1_2_1 + 106000X_7_2_2_1 +
 95000X_7_3_2_1 + 34375,5X_7_4_2_1 + 84029X_7_5_2_1 +
 9166,8X_7_6_2_1 + 6000X_7_8_2_1 + 4500X_7_9_2_1 + 6000X_7_10_2_1 +
 56000X_8_1_2_1 + 106000X_8_2_2_1 + 95000X_8_3_2_1 +
 34375,5X_8_4_2_1 + 84029X_8_5_2_1 + 9166,8X_8_6_2_1 +
 5000X_8_7_2_1 + 4500X_8_9_2_1 + 6000X_8_10_2_1 + 56000X_9_1_2_1 +
 106000X_9_2_2_1 + 95000X_9_3_2_1 + 34375,5X_9_4_2_1 +
 84029X_9_5_2_1 + 9166,8X_9_6_2_1 + 5000X_9_7_2_1 + 6000X_9_8_2_1 +
 6000X_9_10_2_1 + 56000X_10_1_2_1 + 106000X_10_2_2_1 +
 95000X_10_3_2_1 + 34375,5X_10_4_2_1 + 84029X_10_5_2_1 +
 9166,8X_10_6_2_1 + 5000X_10_7_2_1 + 6000X_10_8_2_1 +
 4500X_10_9_2_1 + 56000X_OB_1_2_2 + 106000X_OB_2_2_2 +
 95000X_OB_3_2_2 + 34375,5X_OB_4_2_2 + 84029X_OB_5_2_2 +
 9166,8X_OB_6_2_2 + 5000X_OB_7_2_2 + 6000X_OB_8_2_2 +
 4500X_OB_9_2_2 + 6000X_OB_10_2_2 + 106000X_1_2_2_2 +
 95000X_1_3_2_2 + 34375,5X_1_4_2_2 + 84029X_1_5_2_2 +
 9166,8X_1_6_2_2 + 5000X_1_7_2_2 + 6000X_1_8_2_2 + 4500X_1_9_2_2 +
 6000X_1_10_2_2 + 56000X_2_1_2_2 + 95000X_2_3_2_2 +
 34375,5X_2_4_2_2 + 84029X_2_5_2_2 + 9166,8X_2_6_2_2 +
 5000X_2_7_2_2 + 6000X_2_8_2_2 + 4500X_2_9_2_2 + 6000X_2_10_2_2 +
 56000X_3_1_2_2 + 106000X_3_2_2_2 + 34375,5X_3_4_2_2 +
 84029X_3_5_2_2 + 9166,8X_3_6_2_2 + 5000X_3_7_2_2 + 6000X_3_8_2_2 +
 4500X_3_9_2_2 + 6000X_3_10_2_2 + 56000X_4_1_2_2 + 106000X_4_2_2_2
 + 95000X_4_3_2_2 + 84029X_4_5_2_2 + 9166,8X_4_6_2_2 +
 5000X_4_7_2_2 + 6000X_4_8_2_2 + 4500X_4_9_2_2 + 6000X_4_10_2_2 +
 56000X_5_1_2_2 + 106000X_5_2_2_2 + 95000X_5_3_2_2 +
 34375,5X_5_4_2_2 + 9166,8X_5_6_2_2 + 5000X_5_7_2_2 + 6000X_5_8_2_2
 + 4500X_5_9_2_2 + 6000X_5_10_2_2 + 56000X_6_1_2_2 +
 106000X_6_2_2_2 + 95000X_6_3_2_2 + 34375,5X_6_4_2_2 +
 84029X_6_5_2_2 + 5000X_6_7_2_2 + 6000X_6_8_2_2 + 4500X_6_9_2_2 +
 6000X_6_10_2_2 + 56000X_7_1_2_2 + 106000X_7_2_2_2 +
 95000X_7_3_2_2 + 34375,5X_7_4_2_2 + 84029X_7_5_2_2 +
 9166,8X_7_6_2_2 + 6000X_7_8_2_2 + 4500X_7_9_2_2 + 6000X_7_10_2_2 +

$$\begin{aligned}
& 56000X_{8_1_2_2} + 106000X_{8_2_2_2} + 95000X_{8_3_2_2} + \\
& 34375,5X_{8_4_2_2} + 84029X_{8_5_2_2} + 9166,8X_{8_6_2_2} + \\
& 5000X_{8_7_2_2} + 4500X_{8_9_2_2} + 6000X_{8_10_2_2} + 56000X_{9_1_2_2} + \\
& 106000X_{9_2_2_2} + 95000X_{9_3_2_2} + 34375,5X_{9_4_2_2} + \\
& 84029X_{9_5_2_2} + 9166,8X_{9_6_2_2} + 5000X_{9_7_2_2} + 6000X_{9_8_2_2} + \\
& 6000X_{9_10_2_2} + 56000X_{10_1_2_2} + 106000X_{10_2_2_2} + \\
& 95000X_{10_3_2_2} + 34375,5X_{10_4_2_2} + 84029X_{10_5_2_2} + \\
& 9166,8X_{10_6_2_2} + 5000X_{10_7_2_2} + 6000X_{10_8_2_2} + \\
& 4500X_{10_9_2_2} \geq 380.000
\end{aligned}$$

3.4.10. Restrição de Eliminação de Sub-Rotas

A restrição (Eq.21) impede a geração de sub-rotas, as quais são representadas na Figura 3.

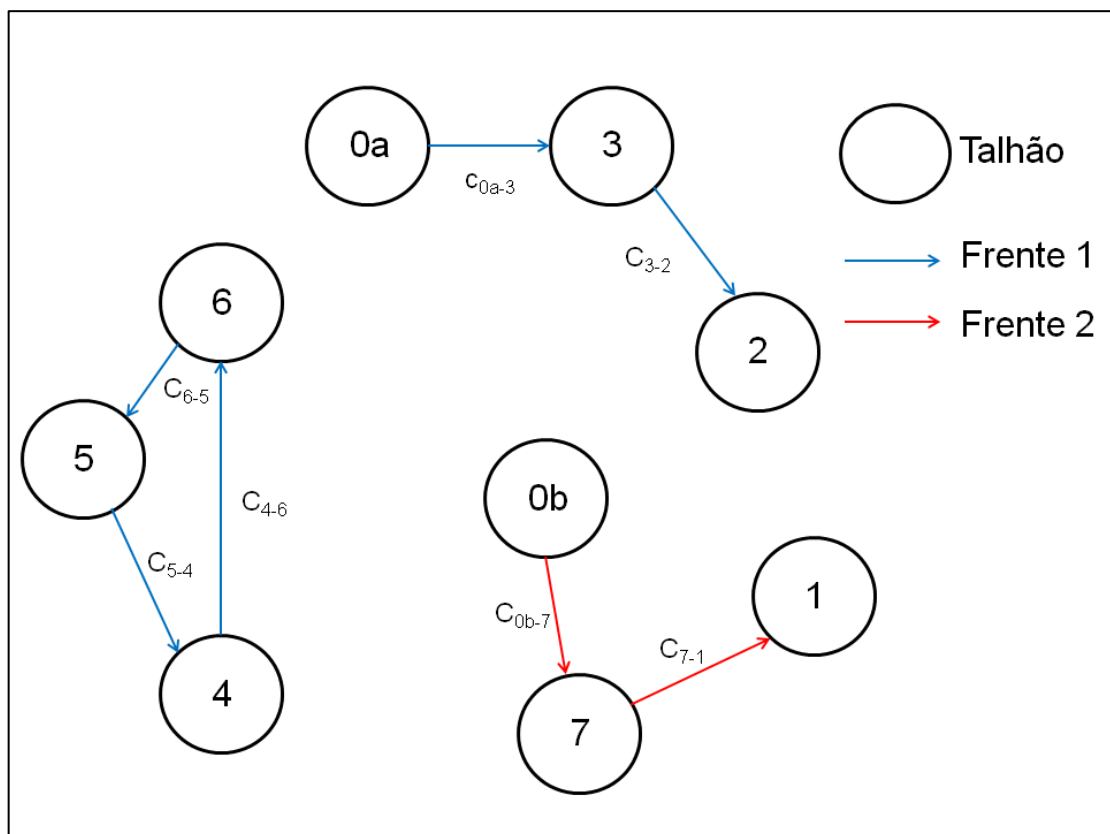


FIGURA 3: Representação do resultado de otimização de um problema envolvendo duas frentes de colheita e sete talhões a serem colhidos gerando sub-rotas

Caso o modelo não contemple restrições de sub-rotas a tendência é de que o resultado a ser gerado seja parecido com o da Figura 3, no qual para a frente de colheita 1, são geradas duas rotas distintas ao invés de uma única rota contínua. Portanto, a sub-rota é a divisão de uma rota em duas ou mais, o que é algo indesejável no caso do problema em questão.

Para a presente pesquisa, essa restrição inclui todas as possibilidades de sub-rotas. Deste modo, cada possibilidade de sub-rota é considerada e uma equação é adicionada ao modelo com o intuito de eliminá-la. Existe um número de sub-rotas $f \cdot \frac{n!}{s!(n-s)!}$ em que f é o número de frentes de colheita, n é o número total de talhões e s o número de talhões que estão envolvidos na sub-rota considerada.

No problema considerado, existe uma origem para cada frente de colheita e dez talhões. Considerando sub-rotas envolvendo dois talhões, há $\frac{10!}{2!(10-2)!} = 45$ equações.

Como são duas frentes de colheita, existem 90 equações para a restrição de geração de sub-rotas envolvendo dois talhões. São considerados apenas os dez talhões e não é considerada a origem pois uma vez que a frente de colheita sai da origem não há nenhuma variável que indique a volta da frente de colheita k para o talhão de origem, já que não há variável com $j=Oa$ ou $j=Ob$.

Existem 2026 possibilidades de geração de sub-rotas para o problema em questão, considerando uma origem para cada frente de colheita, dez talhões e duas frentes de colheita. Uma pequena parte desta restrição é apresentada a seguir:

$$\begin{aligned} X_{1_2_1_1} + X_{2_1_1_1} + X_{1_2_1_2} + X_{2_1_1_2} &\leq 1 \\ X_{1_3_1_1} + X_{3_1_1_1} + X_{1_3_1_2} + X_{3_1_1_2} &\leq 1 \\ X_{1_4_1_1} + X_{4_1_1_1} + X_{1_4_1_2} + X_{4_1_1_2} &\leq 1 \\ X_{1_5_1_1} + X_{5_1_1_1} + X_{1_5_1_2} + X_{5_1_1_2} &\leq 1 \\ X_{1_6_1_1} + X_{6_1_1_1} + X_{1_6_1_2} + X_{6_1_1_2} &\leq 1 \\ X_{1_7_1_1} + X_{7_1_1_1} + X_{1_7_1_2} + X_{7_1_1_2} &\leq 1 \\ X_{1_8_1_1} + X_{8_1_1_1} + X_{1_8_1_2} + X_{8_1_1_2} &\leq 1 \\ X_{1_9_1_1} + X_{9_1_1_1} + X_{1_9_1_2} + X_{9_1_1_2} &\leq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& X_{1_10_1_1} + X_{10_1_1_1} + X_{10_2_1_2} + X_{10_1_1_2} \leq 1 \\
& X_{1_2_1_1} + X_{2_3_1_1} + X_{3_1_1_1} + X_{1_2_1_2} + X_{2_3_1_2} + \\
& X_{3_1_1_2} \leq 2 \\
& X_{1_2_1_1} + X_{2_4_1_1} + X_{4_1_1_1} + X_{1_2_1_2} + X_{2_4_1_2} + \\
& X_{4_1_1_2} \leq 2 \\
& X_{1_2_1_1} + X_{2_5_1_1} + X_{5_1_1_1} + X_{1_2_1_2} + X_{2_5_1_2} + \\
& X_{5_1_1_2} \leq 2 \\
& X_{1_2_1_1} + X_{2_6_1_1} + X_{6_1_1_1} + X_{1_2_1_2} + X_{2_6_1_2} + \\
& X_{6_1_1_2} \leq 2 \\
& X_{1_2_1_1} + X_{2_7_1_1} + X_{7_1_1_1} + X_{1_2_1_2} + X_{2_7_1_2} + \\
& X_{7_1_1_2} \leq 2 \\
& X_{1_2_1_1} + X_{2_8_1_1} + X_{8_1_1_1} + X_{1_2_1_2} + X_{2_8_1_2} + \\
& X_{8_1_1_2} \leq 2 \\
& X_{1_2_1_1} + X_{2_9_1_1} + X_{9_1_1_1} + X_{1_2_1_2} + X_{2_9_1_2} + \\
& X_{9_1_1_2} \leq 2 \\
& X_{1_2_1_1} + X_{2_{10}_1_1} + X_{10_1_1_1} + X_{1_2_1_2} + X_{2_{10}_1_2} + \\
& X_{10_1_1_2} \leq 2 \\
& X_{1_2_1_1} + X_{2_3_1_1} + X_{3_1_1_1} + X_{1_2_1_2} + X_{2_3_1_2} + \\
& X_{3_1_1_2} \leq 2 \\
& X_{1_2_1_1} + X_{2_3_1_1} + X_{3_4_1_1} + X_{4_1_1_1} + X_{1_2_1_2} + X_{2_3_1_2} \\
& + X_{3_4_1_2} + X_{4_1_1_2} \leq 3 \\
& \dots \\
& X_{1_2_2_1} + X_{2_3_2_1} + X_{3_4_2_1} + X_{4_5_2_1} + X_{5_6_2_1} + \\
& X_{6_7_2_1} + X_{7_8_2_1} + X_{8_9_2_1} + X_{9_{10}_2_1} + X_{10_1_2_1} + \\
& X_{1_2_2_2} + X_{2_3_2_2} + X_{3_4_2_2} + X_{4_5_2_2} + X_{5_6_2_2} + \\
& X_{6_7_2_2} + X_{7_8_2_2} + X_{8_9_2_2} + X_{9_{10}_2_2} + X_{10_1_2_2} \leq 9.
\end{aligned}$$

3.4.11. Restrição de Integralidade

A restrição (Eq.22) garante que as variáveis de decisão sejam binárias, ou seja, assumam os valores 0 ou 1. Assim, quando a variável $x_{i,j,k,l}=1$ lê-se que o talhão j será colhido após o talhão i pela frente de colheita k e a madeira para celulose será enviada a fábrica pelo modal l , e $x_{i,j,k,l}=0$ caso contrário.

3.5. MÉTODO DE SOLUÇÃO

Para gerar uma solução para o problema em questão, por se tratar de um problema considerado de pequeno porte, foi utilizado o programa computacional *Cplex* (ILOG, 2008), a partir dos algoritmos *Branch-and-bound* e *Branch-and-cut*, para gerar a solução ótima. Para problemas maiores, o algoritmo exato utilizado por este programa pode não ser capaz de chegar à solução em tempo viável, por se tratar de um problema do tipo *Np-hard*. Assim, outros métodos de busca de solução, como o uso de heurísticas e meta-heurísticas, devem ser considerados.

3.6. DESCRIÇÃO DOS CENÁRIOS

Para a análise do problema de roteamento da colheita florestal, foram propostos quatro cenários diferentes, a fim de verificar a qualidade do modelo proposto.

3.6.1. Cenário 1

O cenário 1 é o modelo original, considerando como função objetivo a redução dos custos totais do planejamento da colheita e utilizando todas as restrições descritas anteriormente.

3.6.2. Cenário 2

No segundo cenário a influência dos custos de colheita foi desconsiderada. Para isso, todos os custos foram considerados únicos e iguais a um. O objetivo foi avaliar o comportamento do modelo sem o uso de um critério adequado para otimização, mas garantindo que todas as restrições sejam atendidas. Abaixo é apresentada a função objetivo para este cenário.

$$X_{OA_1_1_1} + X_{OA_2_1_1} + X_{OA_3_1_1} + X_{OA_4_1_1} + X_{OA_5_1_1} + X_{OA_6_1_1} + X_{OA_7_1_1} + X_{OA_8_1_1} + X_{OA_9_1_1} + X_{OA_10_1_1} + X_{1_2_1_1} + X_{1_3_1_1} + X_{1_4_1_1} + X_{1_5_1_1} + X_{1_6_1_1} +$$

X_1_7_1_1 + X_1_8_1_1 + X_1_9_1_1 + X_1_10_1_1 + X_2_1_1_1 +
X_2_3_1_1 + X_2_4_1_1 + X_2_5_1_1 + X_2_6_1_1 + X_2_7_1_1 +
X_2_8_1_1 + X_2_9_1_1 + X_2_10_1_1 + X_3_1_1_1 + X_3_2_1_1 +
X_3_4_1_1 + X_3_5_1_1 + X_3_6_1_1 + X_3_7_1_1 + X_3_8_1_1 +
X_3_9_1_1 + X_3_10_1_1 + X_4_1_1_1 + X_4_2_1_1 + X_4_3_1_1 +
X_4_5_1_1 + X_4_6_1_1 + X_4_7_1_1 + X_4_8_1_1 + X_4_9_1_1 +
X_4_10_1_1 + X_5_1_1_1 + X_5_2_1_1 + X_5_3_1_1 + X_5_4_1_1 +
X_5_6_1_1 + X_5_7_1_1 + X_5_8_1_1 + X_5_9_1_1 + X_5_10_1_1 +
X_6_1_1_1 + X_6_2_1_1 + X_6_3_1_1 + X_6_4_1_1 + X_6_5_1_1 +
X_6_7_1_1 + X_6_8_1_1 + X_6_9_1_1 + X_6_10_1_1 + X_7_1_1_1 +
X_7_2_1_1 + X_7_3_1_1 + X_7_4_1_1 + X_7_5_1_1 + X_7_6_1_1 +
X_7_8_1_1 + X_7_9_1_1 + X_7_10_1_1 + X_8_1_1_1 + X_8_2_1_1 +
X_8_3_1_1 + X_8_4_1_1 + X_8_5_1_1 + X_8_6_1_1 + X_8_7_1_1 +
X_8_9_1_1 + X_8_10_1_1 + X_9_1_1_1 + X_9_2_1_1 + X_9_3_1_1 +
X_9_4_1_1 + X_9_5_1_1 + X_9_6_1_1 + X_9_7_1_1 + X_9_8_1_1 +
X_9_10_1_1 + X_10_1_1_1 + X_10_2_1_1 + X_10_3_1_1 + X_10_4_1_1 +
X_10_5_1_1 + X_10_6_1_1 + X_10_7_1_1 + X_10_8_1_1 + X_10_9_1_1 +
X_OA_1_1_2 + X_OA_2_1_2 + X_OA_3_1_2 + X_OA_4_1_2 + X_OA_5_1_2
+ X_OA_6_1_2 + X_OA_7_1_2 + X_OA_8_1_2 + X_OA_9_1_2 +
X_OA_10_1_2 + X_1_2_1_2 + X_1_3_1_2 + X_1_4_1_2 + X_1_5_1_2 +
X_1_6_1_2 + X_1_7_1_2 + X_1_8_1_2 + X_1_9_1_2 + X_1_10_1_2 +
X_2_1_1_2 + X_2_3_1_2 + X_2_4_1_2 + X_2_5_1_2 + X_2_6_1_2 +
X_2_7_1_2 + X_2_8_1_2 + X_2_9_1_2 + X_2_10_1_2 + X_3_1_1_2 +
X_3_2_1_2 + X_3_4_1_2 + X_3_5_1_2 + X_3_6_1_2 + X_3_7_1_2 +
X_3_8_1_2 + X_3_9_1_2 + X_3_10_1_2 + X_4_1_1_2 + X_4_2_1_2 +
X_4_3_1_2 + X_4_5_1_2 + X_4_6_1_2 + X_4_7_1_2 + X_4_8_1_2 +
X_4_9_1_2 + X_4_10_1_2 + X_5_1_1_2 + X_5_2_1_2 + X_5_3_1_2 +
X_5_4_1_2 + X_5_6_1_2 + X_5_7_1_2 + X_5_8_1_2 + X_5_9_1_2 +
X_5_10_1_2 + X_6_1_1_2 + X_6_2_1_2 + X_6_3_1_2 + X_6_4_1_2 +
X_6_5_1_2 + X_6_7_1_2 + X_6_8_1_2 + X_6_9_1_2 + X_6_10_1_2 +
X_7_1_1_2 + X_7_2_1_2 + X_7_3_1_2 + X_7_4_1_2 + X_7_5_1_2 +
X_7_6_1_2 + X_7_8_1_2 + X_7_9_1_2 + X_7_10_1_2 + X_8_1_1_2 +
X_8_2_1_2 + X_8_3_1_2 + X_8_4_1_2 + X_8_5_1_2 + X_8_6_1_2 +
X_8_7_1_2 + X_8_9_1_2 + X_8_10_1_2 + X_9_1_1_2 + X_9_2_1_2 +

$X_{9_3_1_2} + X_{9_4_1_2} + X_{9_5_1_2} + X_{9_6_1_2} + X_{9_7_1_2} +$
 $X_{9_8_1_2} + X_{9_{10}_1_2} + X_{10_1_1_2} + X_{10_2_1_2} + X_{10_3_1_2} +$
 $X_{10_4_1_2} + X_{10_5_1_2} + X_{10_6_1_2} + X_{10_7_1_2} + X_{10_8_1_2} +$
 $X_{10_9_1_2} + X_{OB_1_2_1} + X_{OB_2_2_1} + X_{OB_3_2_1} + X_{OB_4_2_1} +$
 $X_{OB_5_2_1} + X_{OB_6_2_1} + X_{OB_7_2_1} + X_{OB_8_2_1} + X_{OB_9_2_1}$
 $+ X_{OB_{10}_2_1} + X_{1_2_2_1} + X_{1_3_2_1} + X_{1_4_2_1} + X_{1_5_2_1} +$
 $X_{1_6_2_1} + X_{1_7_2_1} + X_{1_8_2_1} + X_{1_9_2_1} + X_{1_{10}_2_1} +$
 $X_{2_1_2_1} + X_{2_3_2_1} + X_{2_4_2_1} + X_{2_5_2_1} + X_{2_6_2_1} +$
 $X_{2_7_2_1} + X_{2_8_2_1} + X_{2_9_2_1} + X_{2_{10}_2_1} + X_{3_1_2_1} +$
 $X_{3_2_2_1} + X_{3_4_2_1} + X_{3_5_2_1} + X_{3_6_2_1} + X_{3_7_2_1} +$
 $X_{3_8_2_1} + X_{3_9_2_1} + X_{3_{10}_2_1} + X_{4_1_2_1} + X_{4_2_2_1} +$
 $X_{4_3_2_1} + X_{4_5_2_1} + X_{4_6_2_1} + X_{4_7_2_1} + X_{4_8_2_1} +$
 $X_{4_9_2_1} + X_{4_{10}_2_1} + X_{5_1_2_1} + X_{5_2_2_1} + X_{5_3_2_1} +$
 $X_{5_4_2_1} + X_{5_6_2_1} + X_{5_7_2_1} + X_{5_8_2_1} + X_{5_9_2_1} +$
 $X_{5_{10}_2_1} + X_{6_1_2_1} + X_{6_2_2_1} + X_{6_3_2_1} + X_{6_4_2_1} +$
 $X_{6_5_2_1} + X_{6_7_2_1} + X_{6_8_2_1} + X_{6_9_2_1} + X_{6_{10}_2_1} +$
 $X_{7_1_2_1} + X_{7_2_2_1} + X_{7_3_2_1} + X_{7_4_2_1} + X_{7_5_2_1} +$
 $X_{7_6_2_1} + X_{7_8_2_1} + X_{7_9_2_1} + X_{7_{10}_2_1} + X_{8_1_2_1} +$
 $X_{8_2_2_1} + X_{8_3_2_1} + X_{8_4_2_1} + X_{8_5_2_1} + X_{8_6_2_1} +$
 $X_{8_7_2_1} + X_{8_9_2_1} + X_{8_{10}_2_1} + X_{9_1_2_1} + X_{9_2_2_1} +$
 $X_{9_3_2_1} + X_{9_4_2_1} + X_{9_5_2_1} + X_{9_6_2_1} + X_{9_7_2_1} +$
 $X_{9_8_2_1} + X_{9_{10}_2_1} + X_{10_1_2_1} + X_{10_2_2_1} + X_{10_3_2_1} +$
 $X_{10_4_2_1} + X_{10_5_2_1} + X_{10_6_2_1} + X_{10_7_2_1} + X_{10_8_2_1} +$
 $X_{10_9_2_1} + X_{OB_1_2_2} + X_{OB_2_2_2} + X_{OB_3_2_2} + X_{OB_4_2_2} +$
 $X_{OB_5_2_2} + X_{OB_6_2_2} + X_{OB_7_2_2} + X_{OB_8_2_2} + X_{OB_9_2_2}$
 $+ X_{OB_{10}_2_2} + X_{1_2_2_2} + X_{1_3_2_2} + X_{1_4_2_2} + X_{1_5_2_2} +$
 $X_{1_6_2_2} + X_{1_7_2_2} + X_{1_8_2_2} + X_{1_9_2_2} + X_{1_{10}_2_2} +$
 $X_{2_1_2_2} + X_{2_3_2_2} + X_{2_4_2_2} + X_{2_5_2_2} + X_{2_6_2_2} +$
 $X_{2_7_2_2} + X_{2_8_2_2} + X_{2_9_2_2} + X_{2_{10}_2_2} + X_{3_1_2_2} +$
 $X_{3_2_2_2} + X_{3_4_2_2} + X_{3_5_2_2} + X_{3_6_2_2} + X_{3_7_2_2} +$
 $X_{3_8_2_2} + X_{3_9_2_2} + X_{3_{10}_2_2} + X_{4_1_2_2} + X_{4_2_2_2} +$
 $X_{4_3_2_2} + X_{4_5_2_2} + X_{4_6_2_2} + X_{4_7_2_2} + X_{4_8_2_2} +$
 $X_{4_9_2_2} + X_{4_{10}_2_2} + X_{5_1_2_2} + X_{5_2_2_2} + X_{5_3_2_2} +$
 $X_{5_4_2_2} + X_{5_6_2_2} + X_{5_7_2_2} + X_{5_8_2_2} + X_{5_9_2_2} +$

$$\begin{aligned}
& X_{5_10_2_2} + X_{6_1_2_2} + X_{6_2_2_2} + X_{6_3_2_2} + X_{6_4_2_2} + \\
& X_{6_5_2_2} + X_{6_7_2_2} + X_{6_8_2_2} + X_{6_9_2_2} + X_{6_10_2_2} + \\
& X_{7_1_2_2} + X_{7_2_2_2} + X_{7_3_2_2} + X_{7_4_2_2} + X_{7_5_2_2} + \\
& X_{7_6_2_2} + X_{7_8_2_2} + X_{7_9_2_2} + X_{7_10_2_2} + X_{8_1_2_2} + \\
& X_{8_2_2_2} + X_{8_3_2_2} + X_{8_4_2_2} + X_{8_5_2_2} + X_{8_6_2_2} + \\
& X_{8_7_2_2} + X_{8_9_2_2} + X_{8_10_2_2} + X_{9_1_2_2} + X_{9_2_2_2} + \\
& X_{9_3_2_2} + X_{9_4_2_2} + X_{9_5_2_2} + X_{9_6_2_2} + X_{9_7_2_2} + \\
& X_{9_8_2_2} + X_{9_10_2_2} + X_{10_1_2_2} + X_{10_2_2_2} + X_{10_3_2_2} + \\
& X_{10_4_2_2} + X_{10_5_2_2} + X_{10_6_2_2} + X_{10_7_2_2} + X_{10_8_2_2} + \\
& X_{10_9_2_2} + X_{1_T_1} + X_{2_T_1} + X_{3_T_1} + X_{4_T_1} + X_{5_T_1} + \\
& X_{6_T_1} + X_{7_T_1} + X_{8_T_1} + X_{9_T_1} + X_{10_T_1} + X_{1_T_2} + \\
& X_{2_T_2} + X_{3_T_2} + X_{4_T_2} + X_{5_T_2} + X_{6_T_2} + X_{7_T_2} + X_{8_T_2} \\
& + X_{9_T_2} + X_{10_T_2}
\end{aligned}$$

3.6.3. Cenário 3

Nesse caso, a função objetivo foi escrita com o intuito de minimizar a distância total percorrida pelas frentes de colheita. A finalidade deste cenário foi verificar se o critério da função objetivo, que no primeiro cenário era o custo total, poderia ser substituído pela distância total percorrida pelas frentes de colheita, que é um valor mais simples de ser calculado. Abaixo é apresentada a função objetivo para este cenário.

$$\begin{aligned}
& 73,6 X_{1_2_1_1} + 144,1 X_{1_3_1_1} + 99,4 X_{1_4_1_1} + 81,2 X_{1_5_1_1} + \\
& 54,7 X_{1_6_1_1} + 68,4 X_{1_7_1_1} + 68,2 X_{1_8_1_1} + 58,7 X_{1_9_1_1} + \\
& 69,0 X_{1_10_1_1} + 73,7 X_{2_1_1_1} + 145,6 X_{2_3_1_1} + 87,3 X_{2_4_1_1} + \\
& 86,1 X_{2_5_1_1} + 63,0 X_{2_6_1_1} + 82,6 X_{2_7_1_1} + 70,3 X_{2_8_1_1} + \\
& 58,2 X_{2_9_1_1} + 87,5 X_{2_10_1_1} + 144,2 X_{3_1_1_1} + 145,6 X_{3_2_1_1} + \\
& 94,3 X_{3_4_1_1} + 75,0 X_{3_5_1_1} + 174,4 X_{3_6_1_1} + 87,1 X_{3_7_1_1} + \\
& 86,9 X_{3_8_1_1} + 103,7 X_{3_9_1_1} + 95,9 X_{3_10_1_1} + 99,4 X_{4_1_1_1} + \\
& 87,3 X_{4_2_1_1} + 94,3 X_{4_3_1_1} + 36,3 X_{4_5_1_1} + 122,3 X_{4_6_1_1} + \\
& 43,8 X_{4_7_1_1} + 34,1 X_{4_8_1_1} + 45,5 X_{4_9_1_1} + 59,9 X_{4_10_1_1} + \\
& 81,2 X_{5_1_1_1} + 86,0 X_{5_2_1_1} + 74,9 X_{5_3_1_1} + 36,3 X_{5_4_1_1} + \\
& 111,4 X_{5_6_1_1} + 24,1 X_{5_7_1_1} + 27,3 X_{5_8_1_1} + 40,9 X_{5_9_1_1} + \\
& 35,0 X_{5_10_1_1} + 54,7 X_{6_1_1_1} + 62,9 X_{6_2_1_1} + 174,4 X_{6_3_1_1} +
\end{aligned}$$

122,3 X_6_4_1_1 + 111,4 X_6_5_1_1 + 98,7 X_6_7_1_1 + 98,4 X_6_8_1_1 +
88,9 X_6_9_1_1 + 99,2 X_6_10_1_1 + 68,4 X_7_1_1_1 + 82,5 X_7_2_1_1 +
87,0 X_7_3_1_1 + 43,8 X_7_4_1_1 + 24,1 X_7_5_1_1 + 98,7 X_7_6_1_1 +
25,4 X_7_8_1_1 + 28,1 X_7_9_1_1 + 18,2 X_7_10_1_1 + 68,2 X_8_1_1_1 +
70,2 X_8_2_1_1 + 86,8 X_8_3_1_1 + 34,1 X_8_4_1_1 + 27,3 X_8_5_1_1 +
98,4 X_8_6_1_1 + 25,4 X_8_7_1_1 + 22,9 X_8_9_1_1 + 30,3 X_8_10_1_1 +
58,6 X_9_1_1_1 + 58,2 X_9_2_1_1 + 103,7 X_9_3_1_1 + 45,4 X_9_4_1_1 +
40,9 X_9_5_1_1 + 88,9 X_9_6_1_1 + 28,1 X_9_7_1_1 + 22,9 X_9_8_1_1 +
33,1 X_9_10_1_1 + 69,0 X_10_1_1_1 + 87,5 X_10_2_1_1 + 95,9 X_10_3_1_1
+ 59,9 X_10_4_1_1 + 35,0 X_10_5_1_1 + 99,2 X_10_6_1_1 + 18,2
X_10_7_1_1 + 30,3 X_10_8_1_1 + 33,1 X_10_9_1_1 + 40,0 X_OA_1_1_1 +
51,3 X_OA_2_1_1 + 134,0 X_OA_3_1_1 + 76,4 X_OA_4_1_1 +
71,0 X_OA_5_1_1 + 74,2 X_OA_6_1_1 + 58,3 X_OA_7_1_1 + 58,0
X_OA_8_1_1 + 47,3 X_OA_9_1_1 + 58,8 X_OA_10_1_1 + 73,6 X_1_2_2_1 +
144,1 X_1_3_2_1 + 99,3 X_1_4_2_1 + 81,2 X_1_5_2_1 + 54,7 X_1_6_2_1 +
68,4 X_1_7_2_1 + 68,2 X_1_8_2_1 + 58,6 X_1_9_2_1 + 69,0 X_1_10_2_1 +
73,6 X_2_1_2_1 + 145,5 X_2_3_2_1 + 87,3 X_2_4_2_1 + 86,0 X_2_5_2_1 +
62,9 X_2_6_2_1 + 82,5 X_2_7_2_1 + 70,2 X_2_8_2_1 + 58,2 X_2_9_2_1 +
87,5 X_2_10_2_1 + 144,1 X_3_1_2_1 + 145,5 X_3_2_2_1 + 94,2 X_3_4_2_1 +
74,9 X_3_5_2_1 + 174,4 X_3_6_2_1 + 87,0 X_3_7_2_1 + 86,8 X_3_8_2_1 +
103,7 X_3_9_2_1 + 95,9 X_3_10_2_1 + 99,3 X_4_1_2_1 + 87,3 X_4_2_2_1 +
94,2 X_4_3_2_1 + 36,3 X_4_5_2_1 + 122,3 X_4_6_2_1 + 43,8 X_4_7_2_1 +
34,1 X_4_8_2_1 + 45,4 X_4_9_2_1 + 59,9 X_4_10_2_1 + 81,2 X_5_1_2_1 +
86,0 X_5_2_2_1 + 74,9 X_5_3_2_1 + 36,3 X_5_4_2_1 + 111,4 X_5_6_2_1 +
24,1 X_5_7_2_1 + 27,3 X_5_8_2_1 + 40,9 X_5_9_2_1 + 35,0 X_5_10_2_1 +
54,7 X_6_1_2_1 + 62,9 X_6_2_2_1 + 174,4 X_6_3_2_1 + 122,3 X_6_4_2_1 +
111,4 X_6_5_2_1 + 98,7 X_6_7_2_1 + 98,4 X_6_8_2_1 + 88,9 X_6_9_2_1 +
99,2 X_6_10_2_1 + 68,4 X_7_1_2_1 + 82,5 X_7_2_2_1 + 87,0 X_7_3_2_1 +
43,8 X_7_4_2_1 + 24,1 X_7_5_2_1 + 98,7 X_7_6_2_1 + 25,4 X_7_8_2_1 +
28,1 X_7_9_2_1 + 18,2 X_7_10_2_1 + 68,2 X_8_1_2_1 + 70,2 X_8_2_2_1 +
86,8 X_8_3_2_1 + 34,1 X_8_4_2_1 + 27,3 X_8_5_2_1 + 98,4 X_8_6_2_1 +
25,4 X_8_7_2_1 + 22,9 X_8_9_2_1 + 30,3 X_8_10_2_1 + 58,6 X_9_1_2_1 +
58,2 X_9_2_2_1 + 103,7 X_9_3_2_1 + 45,4 X_9_4_2_1 + 40,9 X_9_5_2_1 +
88,9 X_9_6_2_1 + 28,1 X_9_7_2_1 + 22,9 X_9_8_2_1 + 33,1 X_9_10_2_1 +

69,0 X_10_1_2_1 + 87,5 X_10_2_2_1 + 95,9 X_10_3_2_1 + 59,9 X_10_4_2_1
+ 35,0 X_10_5_2_1 + 99,2 X_10_6_2_1 + 18,2 X_10_7_2_1 + 30,3
X_10_8_2_1 + 33,1 X_10_9_2_1 + 88,2 X_OB_1_2_1 + 96,5 X_OB_2_2_1 +
77,2 X_OB_3_2_1 + 46,8 X_OB_4_2_1 + 11,0 X_OB_5_2_1 + 118,4
X_OB_6_2_1 + 20,4 X_OB_7_2_1 + 37,8 X_OB_8_2_1 + 47,9 X_OB_9_2_1 +
28,0 X_OB_10_2_1 + 73,6 X_1_2_1_2 + 144,1 X_1_3_1_2 + 99,3 X_1_4_1_2
+ 81,2 X_1_5_1_2 + 54,7 X_1_6_1_2 + 68,4 X_1_7_1_2 + 68,2 X_1_8_1_2 +
58,6 X_1_9_1_2 + 69,0 X_1_10_1_2 + 73,6 X_2_1_1_2 + 145,5 X_2_3_1_2 +
87,3 X_2_4_1_2 + 86,0 X_2_5_1_2 + 62,9 X_2_6_1_2 + 82,5 X_2_7_1_2 +
70,2 X_2_8_1_2 + 58,2 X_2_9_1_2 + 87,5 X_2_10_1_2 + 144,1 X_3_1_1_2 +
145,5 X_3_2_1_2 + 94,2 X_3_4_1_2 + 74,9 X_3_5_1_2 + 174,4 X_3_6_1_2 +
87,0 X_3_7_1_2 + 86,8 X_3_8_1_2 + 103,7 X_3_9_1_2 + 95,9 X_3_10_1_2 +
99,3 X_4_1_1_2 + 87,3 X_4_2_1_2 + 94,2 X_4_3_1_2 + 36,3 X_4_5_1_2 +
122,3 X_4_6_1_2 + 43,8 X_4_7_1_2 + 34,1 X_4_8_1_2 + 45,4 X_4_9_1_2 +
59,9 X_4_10_1_2 + 81,2 X_5_1_1_2 + 86,0 X_5_2_1_2 + 74,9 X_5_3_1_2 +
36,3 X_5_4_1_2 + 111,4 X_5_6_1_2 + 24,1 X_5_7_1_2 + 27,3 X_5_8_1_2 +
40,9 X_5_9_1_2 + 35,0 X_5_10_1_2 + 54,7 X_6_1_1_2 + 62,9 X_6_2_1_2 +
174,4 X_6_3_1_2 + 122,3 X_6_4_1_2 + 111,4 X_6_5_1_2 + 98,7 X_6_7_1_2 +
98,4 X_6_8_1_2 + 88,9 X_6_9_1_2 + 99,2 X_6_10_1_2 + 68,4 X_7_1_1_2 +
82,5 X_7_2_1_2 + 87,0 X_7_3_1_2 + 43,8 X_7_4_1_2 + 24,1 X_7_5_1_2 +
98,7 X_7_6_1_2 + 25,4 X_7_8_1_2 + 28,1 X_7_9_1_2 + 18,2 X_7_10_1_2 +
68,2 X_8_1_1_2 + 70,2 X_8_2_1_2 + 86,8 X_8_3_1_2 + 34,1 X_8_4_1_2 +
27,3 X_8_5_1_2 + 98,4 X_8_6_1_2 + 25,4 X_8_7_1_2 + 22,9 X_8_9_1_2 +
30,3 X_8_10_1_2 + 58,6 X_9_1_1_2 + 58,2 X_9_2_1_2 + 103,7 X_9_3_1_2 +
45,4 X_9_4_1_2 + 40,9 X_9_5_1_2 + 88,9 X_9_6_1_2 + 28,1 X_9_7_1_2 +
22,9 X_9_8_1_2 + 33,1 X_9_10_1_2 + 69,0 X_10_1_1_2 + 87,5 X_10_2_1_2 +
95,9 X_10_3_1_2 + 59,9 X_10_4_1_2 + 35,0 X_10_5_1_2 + 99,2 X_10_6_1_2
+ 18,2 X_10_7_1_2 + 30,3 X_10_8_1_2 + 33,1 X_10_9_1_2 + 40,0
X_OA_1_1_2 + 51,3 X_OA_2_1_2 + 134,0 X_OA_3_1_2 + 76,4 X_OA_4_1_2
+ 71,0 X_OA_5_1_2 + 74,2 X_OA_6_1_2 + 58,3 X_OA_7_1_2 + 58,0
X_OA_8_1_2 + 47,3 X_OA_9_1_2 + 58,8 X_OA_10_1_2 + 73,6 X_1_2_2_2 +
144,1 X_1_3_2_2 + 99,3 X_1_4_2_2 + 81,2 X_1_5_2_2 + 54,7 X_1_6_2_2 +
68,4 X_1_7_2_2 + 68,2 X_1_8_2_2 + 58,6 X_1_9_2_2 + 69,0 X_1_10_2_2 +
73,6 X_2_1_2_2 + 145,5 X_2_3_2_2 + 87,3 X_2_4_2_2 + 86,0 X_2_5_2_2 +

62,9 X_2_6_2_2 + 82,5 X_2_7_2_2 + 70,2 X_2_8_2_2 + 58,2 X_2_9_2_2 +
 87,5 X_2_10_2_2 + 144,1 X_3_1_2_2 + 145,5 X_3_2_2_2 + 94,2 X_3_4_2_2 +
 74,9 X_3_5_2_2 + 174,4 X_3_6_2_2 + 87,0 X_3_7_2_2 + 86,8 X_3_8_2_2 +
 103,7 X_3_9_2_2 + 95,9 X_3_10_2_2 + 99,3 X_4_1_2_2 + 87,3 X_4_2_2_2 +
 94,2 X_4_3_2_2 + 36,3 X_4_5_2_2 + 122,3 X_4_6_2_2 + 43,8 X_4_7_2_2 +
 34,1 X_4_8_2_2 + 45,4 X_4_9_2_2 + 59,9 X_4_10_2_2 + 81,2 X_5_1_2_2 +
 86,0 X_5_2_2_2 + 74,9 X_5_3_2_2 + 36,3 X_5_4_2_2 + 111,4 X_5_6_2_2 +
 24,1 X_5_7_2_2 + 27,3 X_5_8_2_2 + 40,9 X_5_9_2_2 + 35,0 X_5_10_2_2 +
 54,7 X_6_1_2_2 + 62,9 X_6_2_2_2 + 174,4 X_6_3_2_2 + 122,3 X_6_4_2_2 +
 111,4 X_6_5_2_2 + 98,7 X_6_7_2_2 + 98,4 X_6_8_2_2 + 88,9 X_6_9_2_2 +
 99,2 X_6_10_2_2 + 68,4 X_7_1_2_2 + 82,5 X_7_2_2_2 + 87,0 X_7_3_2_2 +
 43,8 X_7_4_2_2 + 24,1 X_7_5_2_2 + 98,7 X_7_6_2_2 + 25,4 X_7_8_2_2 +
 28,1 X_7_9_2_2 + 18,2 X_7_10_2_2 + 68,2 X_8_1_2_2 + 70,2 X_8_2_2_2 +
 86,8 X_8_3_2_2 + 34,1 X_8_4_2_2 + 27,3 X_8_5_2_2 + 98,4 X_8_6_2_2 +
 25,4 X_8_7_2_2 + 22,9 X_8_9_2_2 + 30,3 X_8_10_2_2 + 58,6 X_9_1_2_2 +
 58,2 X_9_2_2_2 + 103,7 X_9_3_2_2 + 45,4 X_9_4_2_2 + 40,9 X_9_5_2_2 +
 88,9 X_9_6_2_2 + 28,1 X_9_7_2_2 + 22,9 X_9_8_2_2 + 33,1 X_9_10_2_2 +
 69,0 X_10_1_2_2 + 87,5 X_10_2_2_2 + 95,9 X_10_3_2_2 + 59,9 X_10_4_2_2
 + 35,0 X_10_5_2_2 + 99,2 X_10_6_2_2 + 18,2 X_10_7_2_2 + 30,3
 X_10_8_2_2 + 33,1 X_10_9_2_2 + 88,2 X_OB_1_2_2 + 96,5 X_OB_2_2_2 +
 77,2 X_OB_3_2_2 + 46,8 X_OB_4_2_2 + 11,0 X_OB_5_2_2 + 118,4
 X_OB_6_2_2 + 20,4 X_OB_7_2_2 + 37,8 X_OB_8_2_2 + 47,9 X_OB_9_2_2 +
 28,0 X_OB_10_2_2 + X_1_T_1 + X_2_T_1 + X_3_T_1 + X_4_T_1 + X_5_T_1
 + X_6_T_1 + X_7_T_1 + X_8_T_1 + X_9_T_1 + X_10_T_1 + X_1_T_2 +
 X_2_T_2 + X_3_T_2 + X_4_T_2 + X_5_T_2 + X_6_T_2 + X_7_T_2 + X_8_T_2
 + X_9_T_2 + X_10_T_2

3.6.4. Cenário 4

Este cenário tem como objetivo maximizar a produção, minimizando o número de dias gastos para colher todos os talhões envolvidos no planejamento. A intenção de escrever este cenário é retratar momentos onde haja necessidade de aumentar a quantidade de madeira em estoque, colhendo

assim, o máximo possível independentemente do custo dessa atividade. Abaixo é apresentada a função objetivo para este cenário.

$$\begin{aligned} &107,2 X_{1_2_1_1} + 97,4 X_{1_3_1_1} + 51,6 X_{1_4_1_1} + 123,5 X_{1_5_1_1} + \\ &14,2 X_{1_6_1_1} + 21,1 X_{1_7_1_1} + 25,1 X_{1_8_1_1} + 25,9 X_{1_9_1_1} + \\ &34,4 X_{1_10_1_1} + 57,2 X_{2_1_1_1} + 97,4 X_{2_3_1_1} + 51,4 X_{2_4_1_1} + \\ &123,6 X_{2_5_1_1} + 14,3 X_{2_6_1_1} + 21,3 X_{2_7_1_1} + 25,1 X_{2_8_1_1} + \\ &25,9 X_{2_9_1_1} + 34,7 X_{2_10_1_1} + 58,4 X_{3_1_1_1} + 108,4 X_{3_2_1_1} + \\ &51,5 X_{3_4_1_1} + 123,4 X_{3_5_1_1} + 16,2 X_{3_6_1_1} + 21,4 X_{3_7_1_1} + \\ &25,4 X_{3_8_1_1} + 26,7 X_{3_9_1_1} + 34,9 X_{3_10_1_1} + 57,6 X_{4_1_1_1} + \\ &107,4 X_{4_2_1_1} + 96,5 X_{4_3_1_1} + 122,8 X_{4_5_1_1} + 15,3 X_{4_6_1_1} + \\ &20,7 X_{4_7_1_1} + 24,5 X_{4_8_1_1} + 25,7 X_{4_9_1_1} + 34,3 X_{4_10_1_1} + \\ &57,3 X_{5_1_1_1} + 107,4 X_{5_2_1_1} + 96,2 X_{5_3_1_1} + 50,6 X_{5_4_1_1} + \\ &15,1 X_{5_6_1_1} + 20,4 X_{5_7_1_1} + 24,4 X_{5_8_1_1} + 25,6 X_{5_9_1_1} + \\ &33,9 X_{5_10_1_1} + 56,9 X_{6_1_1_1} + 107,0 X_{6_2_1_1} + 97,9 X_{6_3_1_1} + \\ &52,0 X_{6_4_1_1} + 124,0 X_{6_5_1_1} + 21,6 X_{6_7_1_1} + 25,6 X_{6_8_1_1} + \\ &26,4 X_{6_9_1_1} + 34,9 X_{6_10_1_1} + 57,1 X_{7_1_1_1} + 107,3 X_{7_2_1_1} + \\ &96,4 X_{7_3_1_1} + 50,7 X_{7_4_1_1} + 122,6 X_{7_5_1_1} + 14,9 X_{7_6_1_1} + \\ &24,4 X_{7_8_1_1} + 25,4 X_{7_9_1_1} + 33,6 X_{7_10_1_1} + 57,1 X_{8_1_1_1} + \\ &107,1 X_{8_2_1_1} + 96,4 X_{8_3_1_1} + 50,5 X_{8_4_1_1} + 122,6 X_{8_5_1_1} + \\ &14,9 X_{8_6_1_1} + 20,4 X_{8_7_1_1} + 25,3 X_{8_9_1_1} + 33,8 X_{8_10_1_1} + \\ &56,9 X_{9_1_1_1} + 106,9 X_{9_2_1_1} + 96,7 X_{9_3_1_1} + 50,7 X_{9_4_1_1} + \\ &122,9 X_{9_5_1_1} + 14,8 X_{9_6_1_1} + 20,4 X_{9_7_1_1} + 24,3 X_{9_8_1_1} + \\ &33,8 X_{9_10_1_1} + 57,1 X_{10_1_1_1} + 107,4 X_{10_2_1_1} + 96,5 X_{10_3_1_1} + \\ &50,9 X_{10_4_1_1} + 122,8 X_{10_5_1_1} + 14,9 X_{10_6_1_1} + \\ &20,3 X_{10_7_1_1} + 24,5 X_{10_8_1_1} + 25,5 X_{10_9_1_1} + 56,6 X_{OA_1_1_1} + \\ &106,8 X_{OA_2_1_1} + 97,2 X_{OA_3_1_1} + 51,2 X_{OA_4_1_1} + \\ &123,4 X_{OA_5_1_1} + 14,5 X_{OA_6_1_1} + 20,9 X_{OA_7_1_1} + \\ &24,9 X_{OA_8_1_1} + 25,7 X_{OA_9_1_1} + 34,3 X_{OA_10_1_1} + \\ &107,2 X_{1_2_1_2} + 97,4 X_{1_3_1_2} + 51,6 X_{1_4_1_2} + 123,5 X_{1_5_1_2} + \\ &14,2 X_{1_6_1_2} + 21,1 X_{1_7_1_2} + 25,1 X_{1_8_1_2} + 25,9 X_{1_9_1_2} + \\ &34,4 X_{1_10_1_2} + 57,2 X_{2_1_1_2} + 97,4 X_{2_3_1_2} + 51,4 X_{2_4_1_2} + \\ &123,6 X_{2_5_1_2} + 14,3 X_{2_6_1_2} + 21,3 X_{2_7_1_2} + 25,1 X_{2_8_1_2} + \\ &25,9 X_{2_9_1_2} + 34,7 X_{2_10_1_2} + 58,4 X_{3_1_1_2} + 108,4 X_{3_2_1_2} + \\ &51,5 X_{3_4_1_2} + 123,4 X_{3_5_1_2} + 16,2 X_{3_6_1_2} + 21,4 X_{3_7_1_2} + \end{aligned}$$

25,4 X_3_8_1_2 + 26,7 X_3_9_1_2 + 34,9 X_3_10_1_2 + 57,6 X_4_1_1_2 +
 107,4 X_4_2_1_2 + 96,5 X_4_3_1_2 + 122,8 X_4_5_1_2 + 15,3 X_4_6_1_2 +
 20,7 X_4_7_1_2 + 24,5 X_4_8_1_2 + 25,7 X_4_9_1_2 + 34,3 X_4_10_1_2 +
 57,3 X_5_1_1_2 + 107,4 X_5_2_1_2 + 96,2 X_5_3_1_2 + 50,6 X_5_4_1_2 +
 15,1 X_5_6_1_2 + 20,3 X_5_7_1_2 + 24,4 X_5_8_1_2 + 25,6 X_5_9_1_2 +
 33,9 X_5_10_1_2 + 56,9 X_6_1_1_2 + 107,0 X_6_2_1_2 + 97,9 X_6_3_1_2 +
 52,0 X_6_4_1_2 + 124,0 X_6_5_1_2 + 21,6 X_6_7_1_2 + 25,6 X_6_8_1_2 +
 26,4 X_6_9_1_2 + 34,9 X_6_10_1_2 + 57,1 X_7_1_1_2 + 107,3 X_7_2_1_2 +
 96,4 X_7_3_1_2 + 50,7 X_7_4_1_2 + 122,6 X_7_5_1_2 + 14,9 X_7_6_1_2 +
 24,4 X_7_8_1_2 + 25,4 X_7_9_1_2 + 33,6 X_7_10_1_2 + 57,1 X_8_1_1_2 +
 107,1 X_8_2_1_2 + 96,4 X_8_3_1_2 + 50,5 X_8_4_1_2 + 122,6 X_8_5_1_2 +
 14,9 X_8_6_1_2 + 20,4 X_8_7_1_2 + 25,3 X_8_9_1_2 + 33,8 X_8_10_1_2 +
 56,9 X_9_1_1_2 + 106,9 X_9_2_1_2 + 96,7 X_9_3_1_2 + 50,7 X_9_4_1_2 +
 122,9 X_9_5_1_2 + 14,8 X_9_6_1_2 + 20,4 X_9_7_1_2 + 24,3 X_9_8_1_2 +
 33,8 X_9_10_1_2 + 57,1 X_10_1_1_2 + 107,4 X_10_2_1_2 +
 96,5 X_10_3_1_2 + 50,9 X_10_4_1_2 + 122,8 X_10_5_1_2 +
 14,9 X_10_6_1_2 + 20,3 X_10_7_1_2 + 24,5 X_10_8_1_2 + 25,5 X_10_9_1_2
 + 56,6 X_OA_1_1_2 + 106,8 X_OA_2_1_2 + 97,2 X_OA_3_1_2 +
 51,2 X_OA_4_1_2 + 123,4 X_OA_5_1_2 + 14,5 X_OA_6_1_2 +
 20,9 X_OA_7_1_2 + 24,9 X_OA_8_1_2 + 25,7 X_OA_9_1_2 +
 34,3 X_OA_10_1_2 + 125,9 X_1_2_2_1 + 114,1 X_1_3_2_1 + 65,9 X_1_4_2_1
 + 158,4 X_1_5_2_1 + 18,0 X_1_6_2_1 + 28,9 X_1_7_2_1 + 34,4 X_1_8_2_1 +
 45,9 X_1_9_2_1 + 61,1 X_1_10_2_1 + 67,1 X_2_1_2_1 + 114,1 X_2_3_2_1 +
 65,7 X_2_4_2_1 + 158,5 X_2_5_2_1 + 18,1 X_2_6_2_1 + 29,1 X_2_7_2_1 +
 34,5 X_2_8_2_1 + 45,9 X_2_9_2_1 + 61,4 X_2_10_2_1 + 68,2 X_3_1_2_1 +
 127,1 X_3_2_2_1 + 65,8 X_3_4_2_1 + 158,3 X_3_5_2_1 + 20,0 X_3_6_2_1 +
 29,2 X_3_7_2_1 + 34,7 X_3_8_2_1 + 46,7 X_3_9_2_1 + 61,5 X_3_10_2_1 +
 67,5 X_4_1_2_1 + 126,1 X_4_2_2_1 + 113,3 X_4_3_2_1 + 157,7 X_4_5_2_1 +
 19,1 X_4_6_2_1 + 28,5 X_4_7_2_1 + 33,9 X_4_8_2_1 + 45,7 X_4_9_2_1 +
 60,9 X_4_10_2_1 + 67,2 X_5_1_2_1 + 126,1 X_5_2_2_1 + 113,0 X_5_3_2_1 +
 64,8 X_5_4_2_1 + 19,0 X_5_6_2_1 + 28,1 X_5_7_2_1 + 33,7 X_5_8_2_1 +
 45,6 X_5_9_2_1 + 60,5 X_5_10_2_1 + 66,7 X_6_1_2_1 + 125,7 X_6_2_2_1 +
 114,6 X_6_3_2_1 + 66,3 X_6_4_2_1 + 159,0 X_6_5_2_1 + 29,4 X_6_7_2_1 +
 34,9 X_6_8_2_1 + 46,4 X_6_9_2_1 + 61,6 X_6_10_2_1 + 67,0 X_7_1_2_1 +

126,0 X_7_2_2_1 + 113,2 X_7_3_2_1 + 65,0 X_7_4_2_1 + 157,5 X_7_5_2_1 +
 18,7 X_7_6_2_1 + 33,7 X_7_8_2_1 + 45,4 X_7_9_2_1 + 60,3 X_7_10_2_1 +
 67,0 X_8_1_2_1 + 125,8 X_8_2_2_1 + 113,2 X_8_3_2_1 + 64,8 X_8_4_2_1 +
 157,5 X_8_5_2_1 + 18,7 X_8_6_2_1 + 28,2 X_8_7_2_1 + 45,3 X_8_9_2_1 +
 60,5 X_8_10_2_1 + 66,8 X_9_1_2_1 + 125,6 X_9_2_2_1 + 113,4 X_9_3_2_1 +
 65,0 X_9_4_2_1 + 157,8 X_9_5_2_1 + 18,6 X_9_6_2_1 + 28,2 X_9_7_2_1 +
 33,7 X_9_8_2_1 + 60,5 X_9_10_2_1 + 67,0 X_10_1_2_1 + 126,1 X_10_2_2_1
 + 113,3 X_10_3_2_1 + 65,2 X_10_4_2_1 + 157,7 X_10_5_2_1 +
 18,7 X_10_6_2_1 + 28,0 X_10_7_2_1 + 33,8 X_10_8_2_1 + 45,5 X_10_9_2_1
 + 67,3 X_OB_1_2_1 + 126,3 X_OB_2_2_1 + 113,0 X_OB_3_2_1 +
 65,0 X_OB_4_2_1 + 157,3 X_OB_5_2_1 + 19,1 X_OB_6_2_1 +
 28,1 X_OB_7_2_1 + 33,9 X_OB_8_2_1 + 45,7 X_OB_9_2_1 +
 60,4 X_OB_10_2_1 + 125,9 X_1_2_2_2 + 114,1 X_1_3_2_2 + 65,9 X_1_4_2_2
 + 158,4 X_1_5_2_2 + 18,0 X_1_6_2_2 + 28,9 X_1_7_2_2 + 34,4 X_1_8_2_2 +
 45,9 X_1_9_2_2 + 61,1 X_1_10_2_2 + 67,1 X_2_1_2_2 + 114,1 X_2_3_2_2 +
 65,7 X_2_4_2_2 + 158,5 X_2_5_2_2 + 18,1 X_2_6_2_2 + 29,1 X_2_7_2_2 +
 34,5 X_2_8_2_2 + 45,9 X_2_9_2_2 + 61,4 X_2_10_2_2 + 68,2 X_3_1_2_2 +
 127,1 X_3_2_2_2 + 65,8 X_3_4_2_2 + 158,3 X_3_5_2_2 + 20,0 X_3_6_2_2 +
 29,2 X_3_7_2_2 + 34,7 X_3_8_2_2 + 46,7 X_3_9_2_2 + 61,5 X_3_10_2_2 +
 67,5 X_4_1_2_2 + 126,1 X_4_2_2_2 + 113,3 X_4_3_2_2 + 157,7 X_4_5_2_2 +
 19,1 X_4_6_2_2 + 28,5 X_4_7_2_2 + 33,8 X_4_8_2_2 + 45,7 X_4_9_2_2 +
 60,9 X_4_10_2_2 + 67,2 X_5_1_2_2 + 126,1 X_5_2_2_2 + 113,0 X_5_3_2_2 +
 64,8 X_5_4_2_2 + 18,9 X_5_6_2_2 + 28,1 X_5_7_2_2 + 33,7 X_5_8_2_2 +
 45,6 X_5_9_2_2 + 60,5 X_5_10_2_2 + 66,7 X_6_1_2_2 + 125,7 X_6_2_2_2 +
 114,6 X_6_3_2_2 + 66,3 X_6_4_2_2 + 158,9 X_6_5_2_2 + 29,4 X_6_7_2_2 +
 34,9 X_6_8_2_2 + 46,4 X_6_9_2_2 + 61,6 X_6_10_2_2 + 67,0 X_7_1_2_2 +
 126,0 X_7_2_2_2 + 113,2 X_7_3_2_2 + 65,0 X_7_4_2_2 + 157,5 X_7_5_2_2 +
 18,7 X_7_6_2_2 + 33,7 X_7_8_2_2 + 45,4 X_7_9_2_2 + 60,3 X_7_10_2_2 +
 67,0 X_8_1_2_2 + 125,8 X_8_2_2_2 + 113,2 X_8_3_2_2 + 64,8 X_8_4_2_2 +
 157,5 X_8_5_2_2 + 18,7 X_8_6_2_2 + 28,1 X_8_7_2_2 + 45,3 X_8_9_2_2 +
 60,5 X_8_10_2_2 + 66,8 X_9_1_2_2 + 125,6 X_9_2_2_2 + 113,4 X_9_3_2_2 +
 65,0 X_9_4_2_2 + 157,8 X_9_5_2_2 + 18,6 X_9_6_2_2 + 28,2 X_9_7_2_2 +
 33,7 X_9_8_2_2 + 60,5 X_9_10_2_2 + 67,0 X_10_1_2_2 + 126,1 X_10_2_2_2
 + 113,3 X_10_3_2_2 + 65,2 X_10_4_2_2 + 157,7 X_10_5_2_2 +

$$18,7 X_{10_6_2_2} + 28,0 X_{10_7_2_2} + 33,8 X_{10_8_2_2} + 45,5 X_{10_9_2_2} + 67,3 X_{OB_1_2_2} + 126,3 X_{OB_2_2_2} + 113,0 X_{OB_3_2_2} + 65,0 X_{OB_4_2_2} + 157,3 X_{OB_5_2_2} + 19,1 X_{OB_6_2_2} + 28,1 X_{OB_7_2_2} + 33,9 X_{OB_8_2_2} + 45,7 X_{OB_9_2_2} + 60,4 X_{OB_10_2_2}$$

Para o desenvolvimento da metodologia descrita, incluindo as etapas realizadas nos programas computacionais *ArcGis 10* (ESRI, 2010) e *Cplex* (ILOG, 2008), pode-se utilizar a sequência apresentada no fluxograma metodológico apresentado na Figura 4.

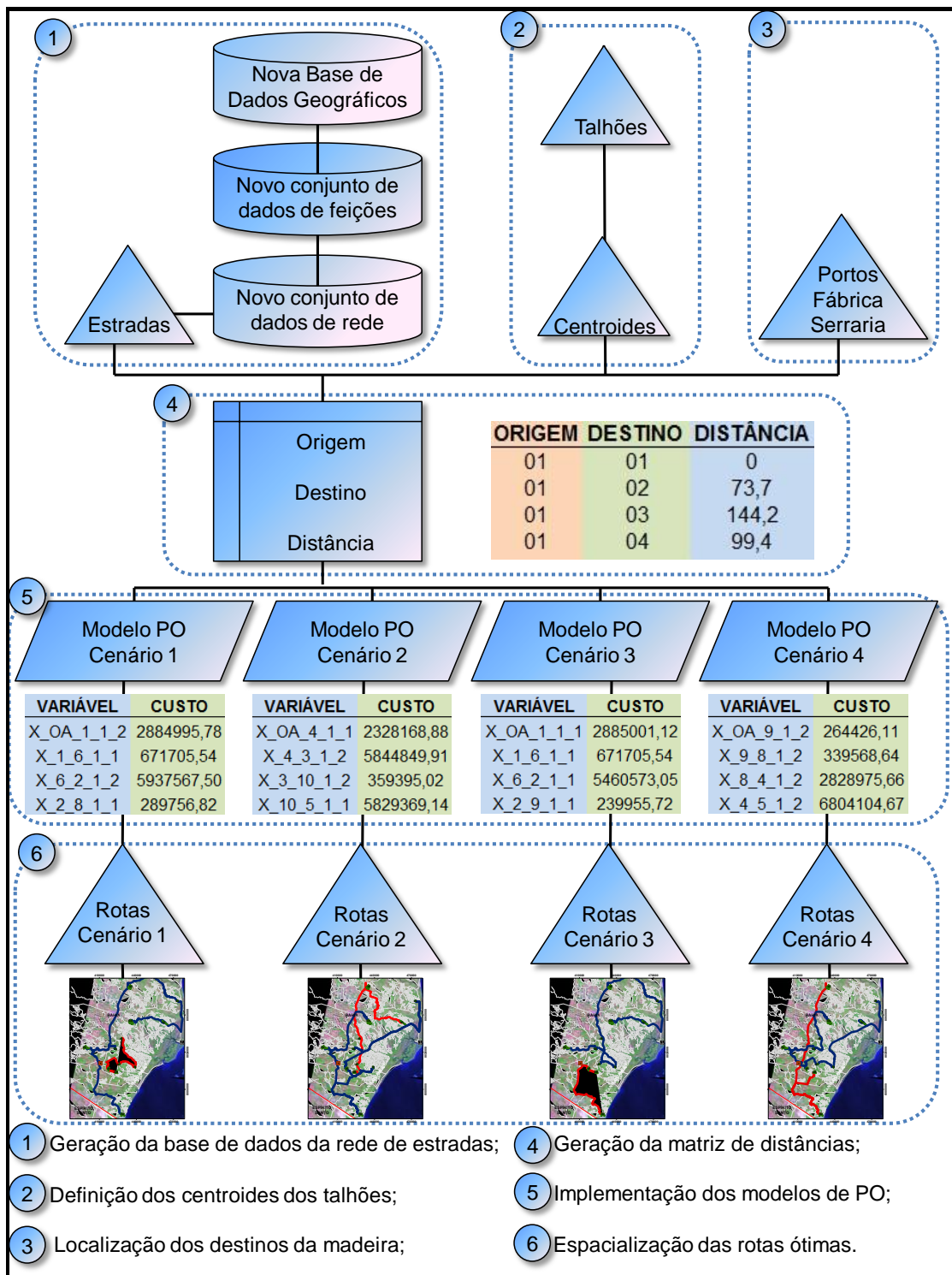


FIGURA 4: Fluxograma metodológico para geração das rotas ótimas para as frentes de colheita.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1. APRESENTAÇÃO DOS CENÁRIOS

4.1.1. Cenário 1

O primeiro Cenário proposto para esta pesquisa inclui todas as restrições presentes no modelo e visa colher todos os talhões previstos em um ano com o menor custo de colheita e transporte possível. Por se tratar de um problema de programação inteira binária, no resultado algumas variáveis possuem o valor 1 (um) e outras o valor 0 (zero), indicando, respectivamente, as variáveis que serão consideradas na solução e aquelas que não serão consideradas. A Tabela 9 apresenta o resultado obtido após a otimização do modelo descrito. São apresentadas apenas as variáveis às quais foi atribuído o valor 1.

TABELA 9: Resultado da otimização do Cenário 1, mostrando as variáveis escolhidas, o volume colhido no talhão em questão, seu custo parcial e o número de dias gastos para realizar tal atividade

	VARIÁVEL	VOLUME (m³)	CUSTO (R\$)	DIAS
Frente de colheita 1	X_OA_1_1_2	56000	2.884.995,78	56,7
	X_1_6_1_1	12000	671.705,54	14,2
	X_6_2_1_2	106000	5.937.567,50	107,0
	X_2_8_1_1	6000	289.756,82	25,2
	X_8_4_1_1	45000	2.327.110,78	50,6
	X_4_3_1_1	95000	4.087.357,00	96,6
	X_3_T_1	-	-	-
	Subtotal	320.000	16.198.493,82	350,3
Frente de colheita 2	X_OB_5_2_1	110000	6.048.768,41	157,3
	X_5_7_2_1	5000	255.603,58	28,2
	X_7_10_2_1	6000	330.455,03	60,3
	X_10_9_2_1	4500	252.828,42	45,6
	X_9_T_1	-	-	-
	Subtotal	125.500	6.887.655,45	291,4
	TOTAL	445.500	23.086.148,87	641,7

O somatório dos valores observados na coluna “CUSTO” da Tabela 9 corresponde ao valor da função objetivo, ou seja, ao custo total da colheita florestal nos talhões indicados no ano de 2011.

Interpretando a primeira linha da Tabela 9, pode-se dizer que a frente de colheita 1 parte da origem para colher o povoamento 1, que contém 56.000 m³ de madeira para celulose, e a madeira é enviada via modal marítimo ($I=2$). O custo desta atividade é de R\$ 2.884.995,78 com duração de aproximadamente 56,7 dias.

Assim, a sequência adotada pela frente de colheita 1 indica que deve-se partir da origem e colher os talhões na seguinte ordem: 1 – 6 – 2 – 8 – 4 – 3. Já para frente de colheita 2, a solução prevê um percurso partindo da origem com a seguinte sequência de talhões para corte: 5 – 7 – 10 – 9. As variáveis $X_{3_T_1}$ e $X_{9_T_2}$ indicam, respectivamente, que o talhão 3 e o talhão 9 serão os últimos a serem colhidos pelas frentes de colheita 1 e 2. Por este motivo, não são atribuídos os valores de volume de madeira colhida ou dias gastos para realização destas atividades na Tabela 9. Tal sequência pode ser melhor visualizada na Figura 5, que apresenta um mapa da região com a sequência a ser adotada por cada equipe de colheita.

Ainda com base na Tabela 9, pode-se verificar que a frente de colheita 1 demorará 350,3 dias para realizar todas as atividades previstas na resposta do modelo percorrendo uma distância de 355,11 km, ao passo que a segunda frente de colheita demorará 291,4 dias e se locomoverá por uma distância de 85,68 km, totalizando 442,92 km percorridos pelas duas frentes de colheita.

Em média, a produtividade da frente de colheita 1, foi de 913,50 m³/dia a um custo médio de colheita e transporte de R\$ 50,62 /m³, ao passo que para a frente de colheita 2, a produtividade média foi de 430,68 m³/dia a um custo médio de R\$ 54,88 /m³.

Nota-se na resposta que o modelo procurou utilizar ao máximo a frente de colheita 1, já que esta realiza as mesmas atividades que a segunda frente de colheita, porém a um custo menor (Tabela 4). Logo, pode-se afirmar que a resposta encontrada parece coerente com o que se esperava, já que por se tratar de um modelo de minimização de custos, ele procura utilizar a frente de colheita menos onerosa.

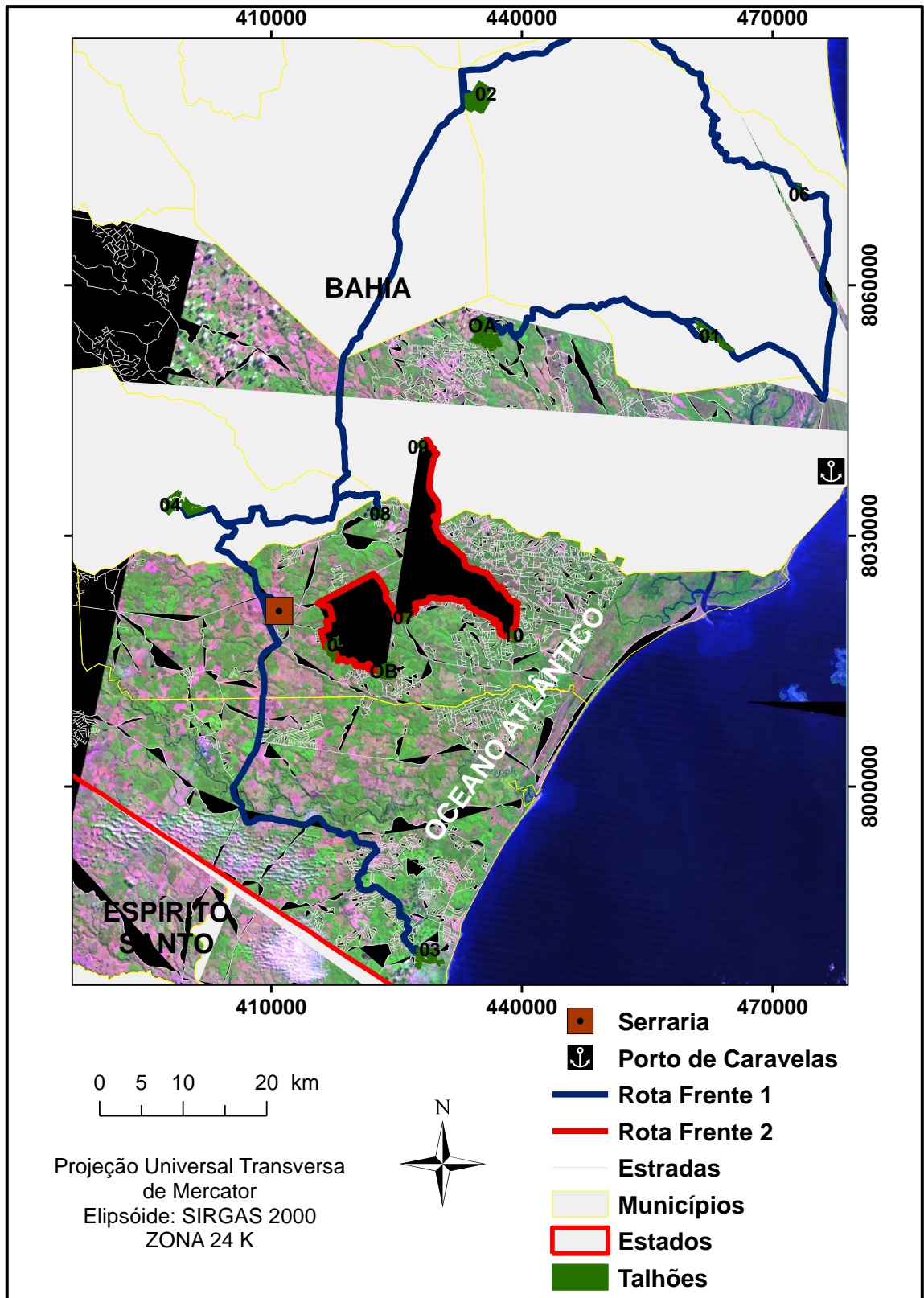


FIGURA 5: Rotas referentes à solução ótima do Cenário 1 para o problema exemplo

Ao analisar a Figura 5 e a Tabela 9, é possível verificar que cada frente de colheita seguiu uma rota contínua, ou seja, a restrição (Eq.21) de eliminação

de sub-rotas funcionou adequadamente para o modelo. Além disso, é visível que a escolha do próximo talhão a ser colhido leva em consideração o talhão colhido anteriormente. Tal observação indica a eficiência da restrição (Eq.16) de contenção de fluxo.

As restrições relacionadas com as demandas da serraria, porto e fábrica foram atendidas. Isso pode ser comprovado somando-se o volume enviado a cada um destes destinos. Os talhões destinados à atividade “Serraria” $j=\{4; 5; 6\}$ possuem juntos um volume de 167.000 m³. Como apenas 23,61% desse volume deve ser efetivamente utilizado pela serraria, o volume enviado para a mesma foi de 39.428,70 m³, suprimindo a demanda de 15.000 m³ anuais necessários para a serraria (Tabela 2).

O modelo indicou ainda que a madeira proveniente dos talhões 1 e 2 deve ser enviada pelo modal marítimo ($l=2$). Admitindo-se que em tais talhões a atividade realizada é o corte raso para celulose, então a madeira destes será toda enviada para a fábrica de celulose em Aracruz, ES. Portanto, a previsão de volume transportado pelo modal marítimo é de 162.000 m³, satisfazendo assim à restrição (Eq.18) de demanda do modal marítimo que indica que este volume deve estar entre 150.000 m³ e 250.000 m³.

Verifica-se ainda, que o volume transportado pelo modal 2 se aproximou do limite inferior estabelecido pela restrição (Eq.18). Este fato pode ser explicado pela natureza do modelo. Em quase todos os talhões o custo do transporte marítimo é superior ao custo pelo modal rodoviário. A exceção é o talhão 1, em que o custo estimado é idêntico, como pode ser observado na Tabela 10. Por se tratar de um modelo que visa à minimização dos custos, o modal rodoviário foi a opção preferida, já que este apresenta um custo inferior.

O volume transportado para a fábrica de celulose corresponde ao volume total colhido nos talhões 1, 2, 3, 7, 8, 9 e 10 além de 76,39% do volume colhido nos talhões 4, 5 e 6, totalizando 406.071,3 m³ o que supre a necessidade de 380.000 m³ estabelecida na Tabela 2.

TABELA 10: Custo, em reais, estimado de transporte ($ct_{j,l}$) da madeira do talhão j até seu destino final para os diferentes modais de transporte

Talhão	Modal		Diferença (%)
	Rodoviário	Marítimo	
1	1.652.000,00	1.652.000,00	-
2	3.127.000,00	3.604.000,00	15,25
3	1.995.000,00	3.752.500,00	88,20
4	976.257,00	1.478.128,50	51,41
5	2.528.493,00	3.503.203,00	38,55
6	310.336,80	366.749,40	18,18
7	120.000,00	162.500,00	35,42
8	144.000,00	195.000,00	35,42
9	117.000,00	141.750,00	21,15
10	150.000,00	195.000,00	30,00

O volume de madeira enviado para a serraria e para a fábrica de celulose foi o mesmo em todos os cenários, respectivamente 39.428,7 m³ e 406.071,3 m³, já que em todos os cenários todos os talhões serão colhidos e o volume em cada talhão é o mesmo. Nota-se, porém, que nada garante que o volume enviado para o porto seja o mesmo para todos os cenários.

4.1.2. Cenário 2

No segundo Cenário proposto para esta pesquisa, ao invés de se utilizar o custo de colheita como coeficiente, foi utilizado o valor 1 (um) para todas as variáveis, simulando assim um processo de escolha sem um critério adequado, garantindo porém que as restrições sejam respeitadas.

Na Tabela 11 são apresentados os resultados obtidos para este Cenário, explicitando as variáveis que receberam o valor 1, o custo e o número de dias gastos para realização da atividade referente à variável.

Como cada variável possui coeficiente igual a 1 (um), o valor da função objetivo foi 12. Entretanto este valor não possui significado importante para a análise, sendo que o valor que deve ser observado é o somatório dos custos, que corresponde à função objetivo do Cenário 1.

Como o previsto, o modelo gerou uma rota para cada frente de colheita, sem o surgimento de sub-rotas. De acordo com este Cenário, a frente de colheita 1 deve partir da origem e passar pelos povoamentos 4 – 3 – 10 – 5

– 6 – 8, enquanto a rota da segunda frente colherá na seguinte ordem 7 – 9 – 2 – 1. Estas rotas estão ilustradas na Figura 6.

TABELA 11: Resultado da otimização do Cenário 2, mostrando as variáveis escolhidas, o volume colhido no talhão em questão, seu custo parcial e o número de dias gastos para realizar tal atividade

	VARIÁVEL	VOLUME (m³)	CUSTO (R\$)	DIAS
Frente de Colheita 1	X_OA_4_1_1	45000	2.328.168,88	51,3
	X_4_3_1_2	95000	5.844.849,91	96,6
	X_3_10_1_2	6000	359.395,02	34,9
	X_10_5_1_1	110000	5.829.369,14	122,8
	X_5_6_1_1	12000	673.123,90	15,2
	X_6_8_1_2	6000	341.457,55	25,6
	X_8_T_1	-	-	-
	Subtotal	274.000	15.340.364,40	346,4
Frente de Colheita 2	X_OB_7_2_2	5000	298.005,68	28,1
	X_7_9_2_2	4500	277.448,65	45,5
	X_9_2_2_1	106000	5.778.455,72	125,7
	X_2_1_2_2	56000	3.053.837,29	67,1
	X_1_T_2	-	-	-
	Subtotal	171.500	9.407.747,43	266,4
	TOTAL	445.500	24.784.111,74	612,8

A solução para este Cenário indicou que a distância a ser percorrida pela frente 1 deve ser de 511,69km, ao passo que a segunda frente de colheita se locomoverá por 180,52km, totalizando 692,21km percorridos pelas duas frentes.

O volume de madeira enviado para a fábrica de celulose pelo modal marítimo foi de 172.500 m³, o que indica que mesmo que o critério utilizado na função objetivo não seja o adequado, a restrição de demanda do porto foi satisfeita, bem como as demais restrições do modelo.

Em média, a produtividade da frente de colheita 1, foi de 791,00 m³/dia a um custo médio de colheita e transporte de R\$ 56,12 /m³, ao passo que para a frente de colheita 2, a produtividade média foi de 643,77 m³/dia a um custo médio de R\$ 54,86 /m³.

Nota-se, que apesar da frente de colheita 1 ser mais produtiva e ter um custo de produção menor, no resposta do cenário 2, o custo médio por m³ de

colheita e transporte foi maior que o da frente de colheita 2. Isto se deve à configuração das atividades e da distância dos talhões para os destinos.

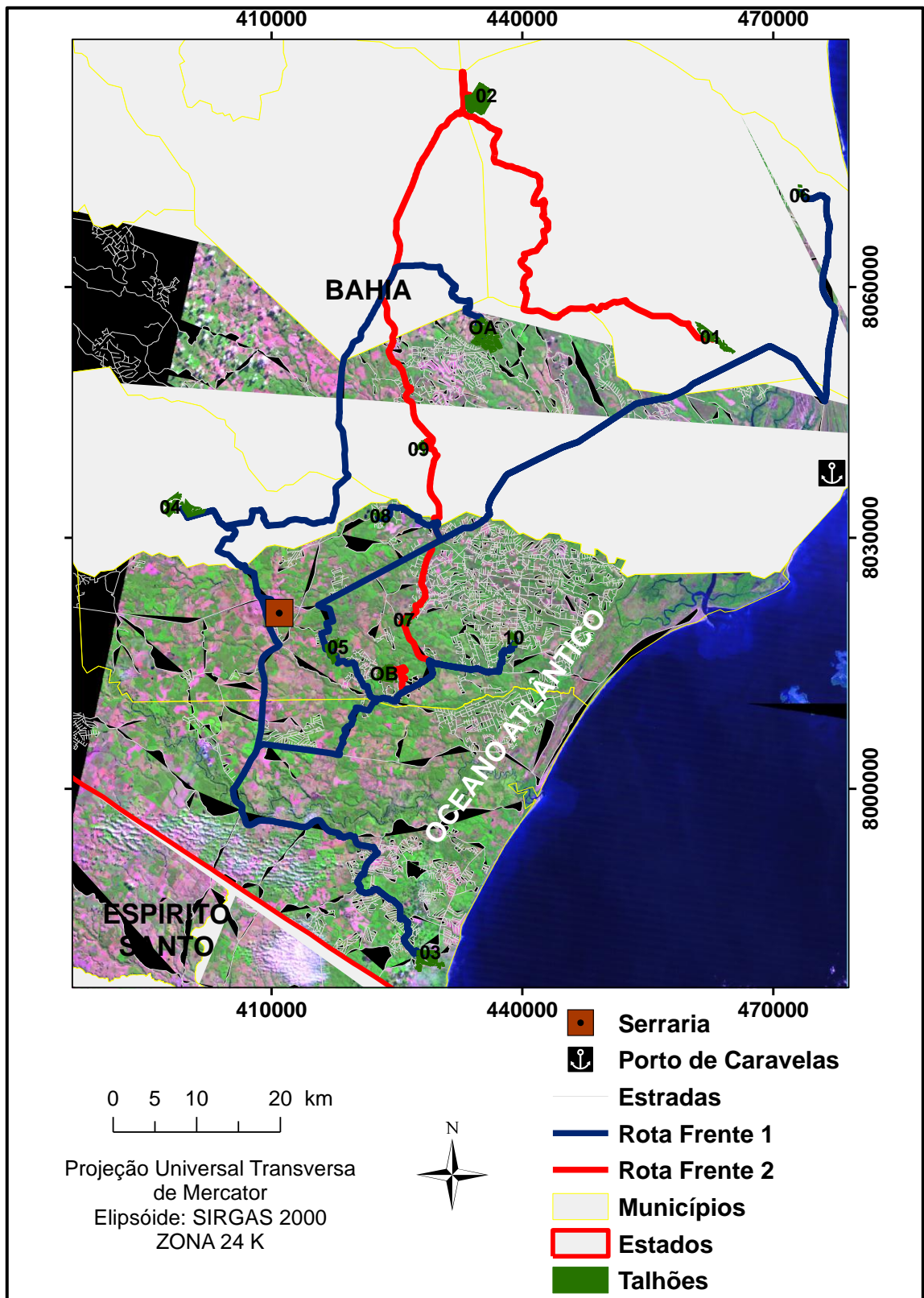


FIGURA 6: Rotas referentes à solução ótima do Cenário 2 para o problema exemplo

4.1.3. Cenário 3

O terceiro Cenário foi desenvolvido com o objetivo de testar o uso da distância como critério de minimização na função objetivo. A intenção ao se fazer isto é definir o critério de otimização mais adequado, já que por ser de mais fácil obtenção, caso o Cenário 3 apresentasse resultados não tão discrepantes aos encontrados no Cenário 1, o uso da distância seria mais interessante como coeficiente que o uso do custo.

Deste modo, na Tabela 12 e na Figura 6 podem ser observadas as rotas para as frentes 1 e 2 que apresentam a menor distância total a ser percorrida. Assim, o valor da função objetivo (412,81 km) representa a distância total percorrida pelas duas frentes de colheita, sendo que 326,83 km seriam percorridos pela frente de colheita 1 e 85,98 seriam percorridos pela frente de colheita 2.

TABELA 12: Resultado da otimização do Cenário 3, mostrando as variáveis escolhidas, o volume colhido no talhão em questão, seu custo parcial e o número de dias gastos para realizar tal atividade

	VARIÁVEL	VOLUME (m ³)	CUSTO (R\$)	DIAS
Frente de Colheita 1	X_OA_1_1_1	6000	2.885.001,12	56,7
	X_1_6_1_1	110000	671.705,54	14,2
	X_6_2_1_1	56000	5.460.573,05	107,0
	X_2_9_1_1	6000	239.955,72	26,0
	X_9_10_1_1	4500	312.828,42	33,9
	X_10_7_1_1	12000	240.455,03	20,3
	X_7_8_1_1	5000	288.635,05	24,4
	X_8_4_1_2	95000	2.828.975,66	50,6
	X_4_T_1	-	-	-
	Subtotal	294.500	12.928.129.60	333,1
Frente de Colheita 2	X_OB_5_2_2	45000	7.023.472,31	157,3
	X_5_3_2_2	106000	6129.368,61	113,0
	X_3_T_2	-	-	-
	Subtotal	151.000	12.928.129.60	270,3
	TOTAL	445.500	26.080.970,51	603,4

A sequência ótima para cada frente de colheita k que reduziria a distância total percorrida pode ser observada na Figura 7. Pode-se perceber que as restrições de partida, término, contenção de fluxo e eliminação de sub-rotas foram respeitadas. Para realização deste processo seriam necessários R\$26.080.970,51.

A frente de colheita 1 deve partir da origem O_a e colher os talhões 1 – 6 – 2 – 9 – 10 – 7 – 8 – 4 , o que necessitará de 333,1 dias, respeitando a restrição (Eq.17) de capacidade de colheita. A frente de colheita 2 deve partir da origem O_b e colher os talhões 5 e 3, sendo necessários 270,3 dias para realização deste processo.

Para este Cenário, a resposta ótima indicou que a madeira a ser destinada para o abastecimento do modal marítimo ($l=2$) deve ser retirada dos talhões 3, 4 e 5. O que corresponde a um volume total de 210.146 m³, satisfazendo os limites de demanda e capacidade estabelecidos na Tabela 2.

Em média, a produtividade da frente de colheita 1, foi de 884,09 m³/dia a um custo médio de colheita e transporte de R\$ 43,90 /m³, ao passo que para a frente de colheita 2, a produtividade média foi de 558,57 m³/dia a um custo médio de R\$ 87,10/m³.

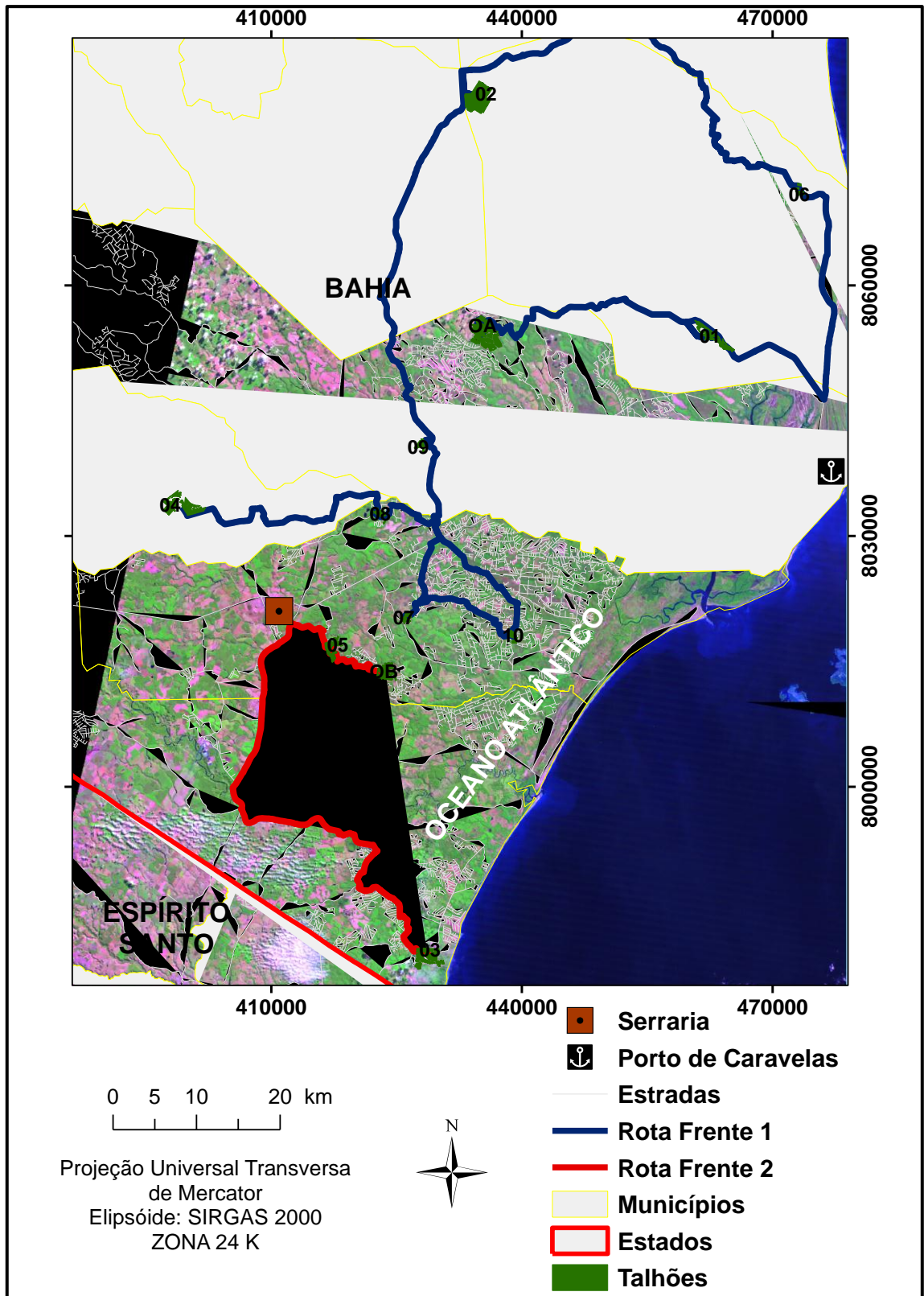


FIGURA 7: Rotas referentes à solução ótima do Cenário 3 para o problema exemplo

4.1.4. Cenário 4

Há algumas situações em que a demanda de madeira é tão grande, que se deve tentar colher o máximo no menor tempo possível independente do quanto esta atividade seja onerosa. Pensando nisso, foi proposto o quarto Cenário, que tem como objetivo a minimização dos dias gastos para colher os talhões propostos no modelo.

A Tabela 13 apresenta os resultados gerados por este modelo, explicitando as variáveis que receberam o valor 1, o custo e o número de dias gastos para realização da atividade referente à variável.

TABELA 13: Resultado da otimização do Cenário 4, mostrando as variáveis escolhidas, o volume colhido no talhão em questão, seu custo parcial e o número de dias gastos para realizar tal atividade

	VARIÁVEL	VOLUME	CUSTO	DIAS
Frente de colheita 1	X_OA_9_1_2	6000	264.426,11	25,8
	X_9_8_1_2	5000	339.568,64	24,4
	X_8_4_1_2	95000	2.828.975,66	50,6
	X_4_5_1_2	45000	6.804.104,67	122,8
	X_5_7_1_2	12000	283.098,36	20,4
	X_7_10_1_2	4500	357.451,59	33,6
	X_10_1_1_1	6000	2.885.726,10	57,2
	X_1_6_1_1	110000	671.705,54	14,2
	X_6_T_1	-	-	-
	Subtotal	283.500	14.435.056,67	349,0
Frente de colheita 2	X_OB_3_2_1	106000	4.371.930,11	113,1
	X_3_2_2_2	56000	6.257.633,55	127,1
	X_2_T_2	-	-	-
	Subtotal	162.000	10.629.563,67	240,2
	TOTAL	445500	25.064.620,33	589,2

A resposta ótima do modelo mostrou um custo de R\$ 25.064.620,33, para colher e transportar a madeira de todos os talhões, sendo que a frente de colheita 1 deve trabalhar 349 dias e a segunda frente de colheita 240,2.

A sequência a ser adotada pela frente de colheita mais produtiva ($k=1$) será Oa – 9 – 8 – 4 – 5 – 7 – 10 – 1 – 6; enquanto a frente de colheita 2 deverá partir da origem Ob, colher na sequência os talhões 3 e 2 e finalizar o processo (Figura 8).

Do total colhido, 187.646 m³ serão enviados para a fábrica de celulose pelo modal marítimo ($l=2$) e esta madeira será retirada dos talhões 2, 4, 5, 7, 8, 9 e 10, mais uma vez, cumprindo com as exigências estabelecidas pela restrição de demanda do porto (Tabela 2).

Em média, a produtividade da frente de colheita 1, foi de 840,97 m³/dia a um custo médio de colheita e transporte de R\$ 50,92 /m³, ao passo que para a frente de colheita 2, a produtividade média foi de 674,44 m³/dia a um custo médio de R\$ 65,62 /m³.

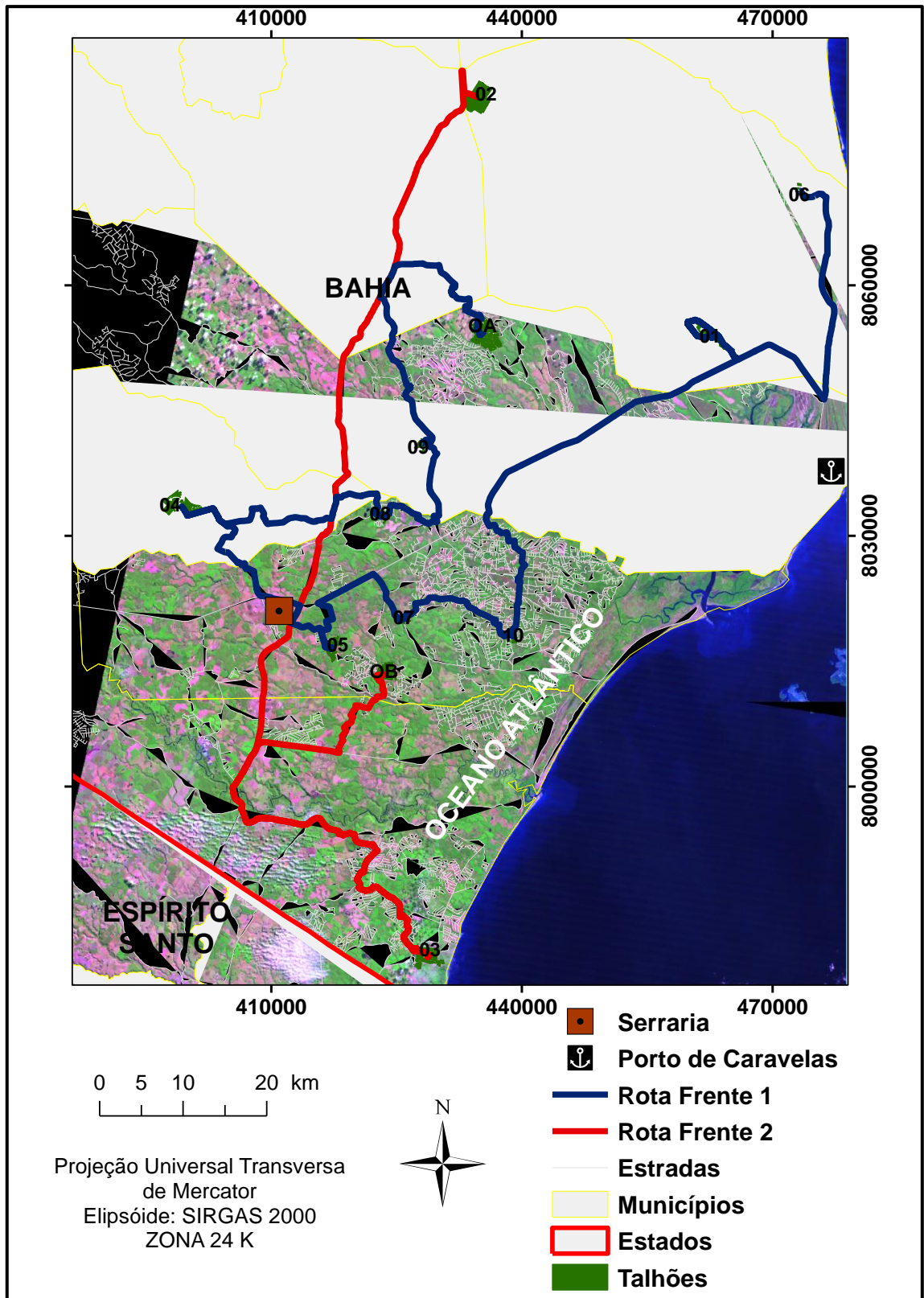


FIGURA 8: Rotas referentes à solução ótima do Cenário 4 para o problema exemplo.

4.2. COMPARAÇÃO DOS CENÁRIOS

Após a apresentação dos resultados obtidos em cada cenário, é feita na sequência uma discussão buscando comparar o desempenho dos cenários e suas influências sobre o processo de colheita florestal, a fim de concluir a respeito de qual seria o modelo ideal para otimização da colheita florestal. As Tabelas 14 e 15 apresentam de forma resumida, os resultados obtidos em cada cenário.

TABELA 14: Resumo dos custos, volume enviado para o porto e distância percorrida das soluções dos quatro cenários

CENÁRIO	CUSTO (R\$)	PORTO (m ³)	DISTÂNCIA (Km)		
			FRENTE 1	FRENTE 2	TOTAL
1	23.086.148,87	162.000	355,1	85,7	442,9
2	24.784.111,74	172.500	511,7	180,5	692,2
3	26.080.970,51	210.146	326,8	86,0	412,8
4	25.064.620,33	187.646	307,1	222,8	529,8

É possível notar que o Cenário 1 é o que apresenta o menor custo, apesar da distância percorrida ser maior que a do Cenário 3, que foi o que apresentou o maior custo. A diferença entre os dois cenários é de R\$ 2.994.821,64, o que equivale em termos percentuais a um aumento de 12,97% no custo ao comparar o Cenário 1 com o Cenário 3. Em uma atividade tão onerosa quanto a colheita florestal, a utilização de ferramentas que possam gerar uma economia desta proporção devem ser consideradas.

Nota-se ainda que a solução que apresentou maior custo foi a do Cenário 3, apesar de ser a que apresentou a menor distância percorrida. Tal fenômeno se deve ao volume enviado pelo modal marítimo, já que o custo de envio pelo modal marítimo para os talhões estudados nesta pesquisa são maiores ou iguais ao custo de envio pelo modal rodoviário. Este resultado se reveste de especial importância, uma vez que muitas vezes a empresa pode acreditar que percorrendo uma menor distância os impactos econômicos podem ser positivos ou insignificantes e os resultados mostram que os

impactos econômicos podem ser bem significativos com um acréscimo de 12,97% no custo final da colheita.

Percebe-se então que um dos fatores de maior influência nos custos de roteamento da colheita florestal é a escolha do modal de transporte. É possível observar que as soluções que apresentaram os menores volumes enviados ao porto, foram as de menor custo total.

Entretanto, o único Cenário onde a solução realmente leva em conta qual talhão deve ser escolhido para envio por determinado modal de transporte é o Cenário 1. Nos demais esta escolha é feita de maneira aleatória, já que o coeficiente das variáveis não muda de acordo como modal de transporte k . Nestes cenários a única exigência feita pelo modelo é que o volume enviado ao porto obedeça à demanda citada na Tabela 2.

A fim de analisar o critério de escolha do modal de transporte nos diferentes cenários, toma-se como exemplo as variáveis $X_{4,3,1,1}$ e $X_{4,3,1,2}$. No Cenário 1, estas possuem coeficientes diferentes, respectivamente R\$ 4.087.357,00 e R\$ 5.844.849,91. Deste modo, a tendência, neste cenário, é que o modelo opte pelas variáveis de menor custo, desde que sejam respeitadas todas as restrições.

Nos Cenários 2, 3 e 4, as variáveis citadas apresentam o mesmo coeficiente. No segundo Cenário, este valor é igual a 1 (um); no Cenário 3, representa a distância entre o talhão 4 e o talhão 3 (94,3 km); e no quarto Cenário o coeficiente representa o número de dias necessários para colher o talhão 3, após a colheita do talhão 4, com a frente de colheita 1 (96,6 dias).

Pode-se então dizer que o Cenário 1 é o modelo ideal para se trabalhar quando existem frentes de colheita com custos diferentes por atividade e modais de transporte diferentes. Foi feita uma nova simulação onde todos os cenários utilizam os mesmos talhões para envio pelo modal marítimo, o que possibilitou analisar o efeito isolado do roteamento das frentes de colheita.

Devido à sua natureza, o Cenário 4 foi que apresentou uma solução onde todos os talhões seriam colhidos utilizando um tempo inferior ao dos demais cenários (Tabela 15). Entretanto, diferente do esperado, e como pode ser visto na Tabela 14, este Cenário apresentou um custo inferior ao do Cenário 3, em que a distância foi minimizada.

TABELA 15: Dias necessários para a realização da rota solução para cada cenário

CENÁRIO	FRENTE 1	FRENTE 2	TOTAL
1	350,3	291,4	641,6
2	346,4	266,4	612,8
3	333,1	270,3	603,4
4	349,0	240,2	589,2

Tal efeito pode ser atribuído à falta de critério nestes cenários em relação à escolha do modal de transporte. Por isso deve-se observar a importância da existência de um critério para a escolha do modal de transporte para envio da madeira de cada talhão no modelo.

Para efeito de comparação, foi feita uma simulação, em que, na solução de todos os cenários os mesmos talhões obtidos na resposta do Cenário 1 foram escolhidos para enviar a madeira para a fábrica pelo modal marítimo. Como o modal de transporte neste caso não apresenta diferença entre os cenários, esta simulação serviu para avaliar os efeitos da roteirização em uma empresa onde exista apenas um modal de transporte e frentes de colheita que apresentem custos diferentes para realização das mesmas atividades. Os valores de custo total de cada cenário podem ser vistos na Tabela 16.

TABELA 16: Custos totais dos cenários em uma solução onde não haja diferença nos modais de transporte

CENÁRIO	CUSTO	DIFERENÇA
1	23.086.148,87	-
2	23.340.381,06	1,10%
3	23.323.898,27	1,02%
4	23.424.825,42	1,45%

Obs.: A diferença é calculada em relação ao aumento do custo do Cenário 1 para o Cenário em questão, ou seja, $\frac{\text{Cenário} - \text{Cenário 1}}{\text{Cenário 1}} \times 100$.

Avaliando os resultados da Tabela 16, percebe-se que em relação à roteirização, sem considerar a influência da escolha do modal para cada talhão, é possível afirmar que o Cenário 4 por exigir que a colheita seja feita da maneira mais rápida possível independentemente dos custos, foi o que

apresentou o maior valor de custo total, aumentando em 1,45% o valor da função objetivo do Cenário 1.

A solução do Cenário 3 foi a que se apresentou mais próxima do valor de custo mínimo. A diferença entre esta solução e a do Cenário 1 se deve ao fato do custo de colheita das frentes serem diferentes entre si (Tabela 4). Caso as frentes de colheita apresentassem custos iguais para as mesmas atividades e só existisse um modal de transporte, a resposta dos Cenários 1 e 3 seria idêntica.

Observa-se que, devido ao Cenário 2 apresentar uma escolha aleatória das respostas contidas na solução do modelo, sua resposta poderia tanto ser igual à solução ótima apresentada pelo Cenário 1, quanto valores próximo ao máximo custo possível atendendo às restrições do modelo.

Tais resultados comprovam a importância da utilização de um modelo de otimização de rotas das frentes de colheita florestal, mesmo em situações onde exista apenas um modal de transporte, pois diferenças em torno de 1% como as encontradas neste trabalho podem representar um montante considerável ao se realizar a otimização tendo em vista os altos custos envolvidos no processo de colheita florestal.

5. CONCLUSÕES

Nas condições em que os estudos foram conduzidos, a análise dos resultados permitiu apresentar as seguintes conclusões:

- Com a base de dados disponível e considerando as demandas de planejamento da empresa, foi possível idealizar um problema de planejamento da colheita florestal representativo da realidade de uma empresa florestal de grande porte.
- Tendo em vista o problema de planejamento da colheita idealizado, foi possível desenvolver um modelo de otimização capaz de representá-lo na busca por soluções ótimas de planejamento.
- O modelo de otimização da colheita florestal desenvolvido mostrou-se eficaz uma vez resolvido por meio de técnicas de solução de modelos de Programação Inteira.
- Finalmente, o modelo de otimização desenvolvido avaliado sob diferentes cenários, indicou que o Cenário 1 configura-se como o modelo ideal para se trabalhar com frentes de colheita com custos diferentes por atividade e modais de transporte diferentes.

6. BIBLIOGRAFIA

ABRAF, **Anuário estatístico da ABRAF 2012 ano base 2011**. ABRAF. – Brasília: 2012. 150p.

BERGER, R.; TIMOFEICZYK JUNIOR, R.; CARNIERI, C.; LACOWICZ, P. G.; SAWINSKI JUNIOR, J.; BRASIL, A. A. Minimização de custos de transporte florestal com a utilização da programação linear. **Floresta**, Curitiba, v. 33, n. 1, p. 53 – 62, 2003.

BINOTI, D. H. B.; BINOTI, M. L. M. S.; LEITE, H. G.; GLERIANI, J. M.; CAMPOS, J. C. C. Regulation of even-aged forest with adjacency constraints. **Forest Policy and Economics**, v. 20, p. 49-57, 2012.

BOCHTIS, D. D.; SORENSEN, C. G. The vehicle routing problem in field logistics: Part II. **Biosystems Engineering**, Denmark, v. 105, n. 2, p. 180-188, 2010.

BUONGIORNO, J.; GILLES, J. K. **Forest management and economics: a primer in quantitative methods**. New York, Collin Macmillan, 1987, 284 p.

CAMPBELL, A. M.; SAVELSBERGH, M. Efficient insertion heuristics for vehicle routing and scheduling problems. **Transportation Science**, v.38, n.3, p.369-378, 2004.

CARIĆ, T.; GALIĆ, A.; FOSIN, J.; GOLD, H.; REINHOLZ, A. A modelling and optimization framework for real-world problems. In.: CARIĆ, T.; GOLD, H. (Ed.) **Vehicle routing problem**. In-Tech, Austria, 2008, p. 15-34.

CUNHA, C. B. Aspectos práticos na aplicação de modelos de roteirização de veículos a problemas reais. **Transportes**, v.8, n.2, p. 51-74, 2000.

DIAZ, B. D. (Comp.). **Solutions Techniques for VRP**. Disponível em: <<http://neo.lcc.uma.es/radi-aeb/WebVRP/>>. Acesso em: 23 nov. 2011.

ENVIRONMENTAL SYSTEMS RESEARCH INSTITUTE (ESRI), 2010. **ArcGIS Professional GIS for the desktop**, versão 10, Estados Unidos.

FACCIO, A. P.; RANGEL S. Geração de padrões de corte n-grupos para a indústria moveleira. **Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática**. v.27, p.41-57, 2009.

GENDREAU, M.; LAPORTE, G.; POTVIN, J. Y. Metaheuristics for the capacitated VRP. In.: TOTH, P.; VIGO, D. (Ed.) **The vehicle routing problem**. Siam, Philadelphia, 2001, p. 129-154.

GOMIDE, L. R. **Planejamento florestal espacial**. 2009, 231 f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

GOMIDE, L. R.; ARCE, J. E.; SILVA, A. C. L. Efeito das restrições espaciais de adjacência no planejamento florestal otimizado. **Floresta**, Curitiba, PR, v.40, n.3, p.573-584, 2010.

HEINEN, M. R.; OSÓRIO, F. S. Algoritmos genéticos aplicados ao problema de roteamento de veículos. **Hífen**, Uruguaiana, v. 30, n. 58, 2006.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à Pesquisa Operacional**. 8. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2006.

ILOG (2008). **CPLEX**. Informações técnicas em: <<http://www.ilog.com/products/cplex/>>.

LAPORTE, G. The traveling salesman problem: Overview of algorithms. **European Journal of Operational Research**, North-Holland, v. 59, p. 231-247, 1992.

LI, J.; CHAI, Y.; YUAN, C. Distributed multi-ant algorithm for capacity vehicle route problem. **Informatica**, v. 35, p. 323-329, 2011.

LIMA, M. P.; CARVALHO, L. M. T., MARTINHAGO, A. Z.; OLIVEIRA, L. T.; CARVALHO, S. P. C.; DUTRA, G. C.; OLIVEIRA, T. C. A. Methodology for planning log stacking using geotechnology and operations research. **Cerne**, Lavras, v. 17, n. 3, p. 309 – 319, 2011.

LEÃO, R. A. **Manejo florestal e planejamento otimizado em pequenas propriedades da Amazônia**. 2010, 27 f. Monografia (Pós-graduação em gestão florestal) – Universidade Federal do Paraná – Curitiba, 2010.

LOESCH, C.; HEIN, N.. **Pesquisa Operacional: Fundamentos e modelos**. São Paulo: Saraiva, 2009.

LOPES, L. P. V.; VIANNA, D. S.; VIANNA, M. de F. D. Heurísticas híbridas para o problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultâneas e janela de tempo. In.: CONGRESSO DE EXCELÊNCIA EM GESTÃO, 6, 2010, Niterói. **Anais...** Niterói: 2010. 22p.

MCCARL, B. A.; SPREEN, T. H.. **Applied mathematical programming using algebraic systems**. Draft Textbook, Texas A&M University. Disponível em: <http://agecon2.tamu.edu/people/faculty/mccarlb/bruce/mccspr/thebook.pdf>>. Acesso em: 04abr. 2012.

MACHADO, C. C.; LOPES, E. S. Análise da influência do comprimento de toras de eucalipto na produtividade e custo da colheita e transporte florestal. **Cerne**, Lavras, MG, v. 6, n. 2, p. 124-129, 2000.

MATOUSEK, J.; GÄRTNER, B. **Understanding and using linear programming**. Springer, 2007. 222 p.

MELLO, A. A.; CARNIERI, C.; ARCE, J. E.; SANQUETA, C. R. Planejamento florestal visando à maximização dos lucros e a manutenção do estoque de carbono. **Cerne**, Lavras, v. 11, n. 3, p. 205 – 217, 2005.

MENEGUZZI, C. C. **Modelo de roteamento de veículos aplicado ao planejamento do inventário florestal**. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Espírito Santo – Jerônimo Monteiro, 2011.

MENON, M. U. **Meta-heurísticas na otimização do sortimento florestal**. 2005, 109 f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná – Curitiba, 2005.

MITCHELL, S. A. **Operational Forest Harvest Scheduling Optimization –A mathematical model and solution strategy**. 2004, 252 f. Tese (Doctor of Philosophy) - University of Auckland, Auckland – New Zealand, 2004.

MOREIRA, D. A. **Pesquisa operacional**: curso introdutório. Thomson Learning. São Paulo. 2007.

NOVAES, A. G.; BURIN, P. J.; BEZ, E. T.; SHOLZ-REITER, B. Roteirização dinâmica de veículos usando simulação e algoritmo genético. **Transportes**, v. 19, n. 3, p. 85-92, 2011.

PAULA JUNIOR, G. G.; PEREIRA, A. R. Dimensionamento de uma frota de caminhões para transporte de carvão vegetal por meio da programação linear. **IPEF**, n. 21, p. 85 – 95, 1980.

PATAKI, G. Teaching integer programming formulations using the traveling salesman problem. **Siam review**, v.45, n.1, p.116-123, 2003.

PIASSI, L. C. **Métodos de regulação florestal no planejamento da produção de madeira**. 2011, 92 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Programa de Pós-Graduação em Ciências Florestais, Universidade Federal do Espírito Santo, Jerônimo Monteiro, 2011.

PIMENTA, D. J. **Algoritmo de otimização para o problema de roteamento de veículos no transporte conjunto de cargas e de passageiros**. 2001. 67f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.

RODRIGUES, F.L. **Regulação de florestas equiâneas utilizando programação linear**. Viçosa: UFV, 1997. 117p. Tese (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. 1997.

RODRIGUES, F. L. **Metaheurística e Sistema de Suporte à Decisão no Gerenciamento de Recursos Florestais**. 2001, 225 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) – Universidade Federal de Viçosa – Viçosa, MG, 2001.

RODRIGUES, F. L.; LEITE, H. G.; SANTOS, H. N.; SOUZA, A. L. Solução de problemas de planejamento florestal com restrições de inteireza utilizando busca tabu. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v.27, n.5, p.701-713, 2003.

RODRIGUES, F. L.; LEITE, H. G.; SANTOS, H. N.; SOUZA, A. L.; SILVA, G. F. Metaheurística algoritmo genético para solução de problemas de planejamento florestal com restrição de integridade. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 28, n. 2, p. 233-245, 2004a.

RODRIGUES, F. L., LEITE, H. G., SANTOS H. N., SOUZA, A. L.; RIBEIRO, C. A. A. S. Metaheurística *simulated annealing* para solução de problemas de planejamento florestal com restrições de integridade. **Revista Árvore**, Viçosa, MG v.28, n.2, p. 247-256, 2004b.

RODRIGUEZ, L. C. E.; LIMA, A. B. H. B. P. M. A utilização da programação linear na determinação de uma estratégia ótima de reforma de um talhão florestal. **IPEF**, n. 31, p. 47 – 53, 1985.

SEIXAS, F.; WIDMER, J. A. Seleção e dimensionamento da frota de veículos rodoviários para o transporte principal de madeira utilizando-se programação linear não-inteira. **IPEF**, n. 46, p. 107- 118, 1993.

SILVA, G. F.; LEITE, H. G.; SILVA, M. L.; RODRIGUES, F. L.; SANTOS, H. N. Problemas com o uso de programação linear com posterior arredondamento da solução ótima, em regulação florestal. **Árvore**, Viçosa, MG, v.27, n.5, p.677-688, 2003.

SOSA, N. G. M.; GALVÃO, R. D.; GANDELMAN, D. A. Algoritmo de busca dispersa aplicado ao problema clássico de roteamento de veículos. **Pesquisa operacional**, v. 27, n. 2, p. 293-310, 2007.

SOUZA, R. A. T. M.; RODRIGUEZ, L. C. E.; SEIXAS, F.; CAIXETA FILHO, J. V. Eficiência e otimização do transporte principal de toras curtas de eucalipto. **Scientia florestalis**, n. 62, p. 130 – 146, 2002.

TOTH, P.; VIGO, D. An overview of vehicle routing problems. In.: TOTH, P.; VIGO, D. (Ed.) **The vehicle routing problem**. Siam, Philadelphia, 2001, p. 1-26.

WOLSEY, L. A. **Integer programming**. Wiley-Interscience, Danvers, 1998.