

**Universidade Federal do Espírito Santo**  
**Centro de Ciências Jurídicas e Econômicas**  
**Programa de Pós-Graduação em Gestão Pública**

**André Manhães Machado**

**Modelo matemático para apoio à gestão da logística de  
empregados de plataformas *offshore* de exploração de  
petróleo**

**Vitória**

**2013**



André Manhães Machado

**Modelo matemático para apoio à gestão da logística de empregados de plataformas *offshore* de exploração de petróleo**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Gestão Pública da Universidade Federal do Espírito Santo como quesito parcial para a obtenção do título de Mestre em Gestão Pública

Universidade Federal do Espírito Santo – UFES

Centro de Ciências Jurídicas e Econômicas

Programa de Pós-Graduação em Gestão Pública

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo de Alvarenga Rosa

Coorientador: Prof. Dr. Leandro Colombi Resendo

Vitória

2013

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)  
(Biblioteca Central da Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

---

M149m Machado, André Manhães, 1985-  
Modelo matemático para apoio à gestão da logística de empregados de plataformas *offshore* de exploração de petróleo / André Manhães Machado. – 2013.  
133 p. : il.

Orientador: Rodrigo de Alvarenga Rosa.  
Coorientador: Leandro Colombi Resendo.  
Dissertação (Mestrado Profissional em Gestão Pública) –  
Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Ciências Jurídicas e Econômicas.

1. Logística. 2. Plataformas de perfuração. 3. Empregados – Transporte. 4. Helicópteros. I. Rosa, Rodrigo de Alvarenga. II. Resendo, Leandro Colombi, 1980-. III. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro de Ciências Jurídicas e Econômicas. IV. Título.

CDU: 35

---

**Modelo Matemático para Apoio à Gestão da Logística de Empregados  
de Plataformas Offshore de Exploração de Petróleo**

**André Manhães Machado**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Gestão Pública da  
Universidade Federal do Espírito Santo como parte dos requisitos necessários à  
obtenção do grau de Mestre.

Aprovado em 16 de setembro de 2013 por:



Rodrigo de Alvarenga Rosa, DSc – UFES - Orientador



Leandro Colombi Resendo, DSc – UFES - Coorientador



Teresa Cristina Janes Carneiro, DSc - UFES



Glaydston Mattos Ribeiro, DSc - UFRJ

*Este trabalho é dedicado às crianças adultas que,  
quando pequenas, sonharam em se tornar cientistas.*

# Agradecimentos

Aos meus pais que muitas vezes sacrificaram seus sonhos para que os meus fossem realizados e, especialmente, a minha mãe que superou seus próprios desafios.

À minha esposa Patricia Stelzer pelo apoio, paciência e incentivo constantes.

Aos professores Rodrigo de Alvarenga Rosa e Leandro Colombi Resendo pela orientação, amizade e principalmente, pela paciência, sem a qual este trabalho não se realizaria.

Aos professores do Mestrado Profissional em Gestão Pública pelos seus ensinamentos e aos funcionários do curso, que durante esses anos, contribuíram de algum modo para o nosso enriquecimento pessoal e profissional.





*“Embora ninguém possa voltar atrás e fazer um novo começo,  
qualquer um pode começar agora e fazer um novo fim.  
(Chico Xavier)”*



# Resumo

O petróleo é a principal fonte energética do mundo contemporâneo, insumo básico de diversos setores econômicos. Com a descoberta do Pré-sal, o Brasil tem a oportunidade de tornar-se um dos maiores produtores de petróleo. Entretanto, para que isso seja alcançado, vários desafios deverão ser superados e, dentre eles, encontra-se o problema de transporte de empregados para operarem as plataformas *offshore*, distantes até 300km de distância da costa brasileira. Os problemas referentes ao deslocamento de empregados por meio de helicópteros são usualmente tratados como o *Capacitated Helicopter Routing Problem* (CHRP). Com base nas restrições de origem e de destino de cada cliente, no número de veículos e na capacidade e restrições de voo dos helicópteros, neste tipo de problema deseja-se minimizar os custos de aluguel de helicópteros mais o custo total de quilômetros voados. A presente dissertação propõe um modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) para o problema de roteirização de helicópteros com base no *Dial-a-Ride Problem* (DARP). Além do modelo apresentado, foram apresentadas duas abordagens para a execução do modelo de forma exata: i) abordagem sem agrupamento, na qual as requisições que possuem origens iguais e destinos iguais são modeladas como requisições distintas e ii) abordagem com agrupamento, na qual requisições que possuem origens iguais e destinos iguais são aglutinados numa nova e única requisição. O modelo matemático foi executado no *software* CPLEX e os resultados mostraram que instâncias com até 25 requisições podem ser resolvidas pela abordagem com agrupamento.

**Palavras-chaves:** *Capacitated Helicopter Routing Problem. Dial-a-Ride Problem. Logística do Petróleo.*



# Abstract

Oil is the main energy source of contemporary world; it is basic inputs of various economic sectors. With the discovery of Brazil pre-salt, there is an opportunity to become one of the largest oil producers. However, to achieve her own goals, Brazil must overcome several challenges, including the problem of transporting employees to operate offshore platforms 300km distant away from the Brazilian coast. Problems related to displacement of employees by helicopters are usually treated as Capacitated Helicopter Routing Problem (CHRP). Based on source and destination restrictions of each client, the number of vehicles, capacity and helicopter flight constraints, this type of problem proposes to minimize the cost of renting helicopters and the total cost of flown kilometers. This dissertation proposes a model of Mixed Integer Linear Programming (MILP) for the helicopters routing problem based on a Dial-a-Ride Problem (DARP). Besides the presented model, we presented two approaches to implementing the model in an exact way: i) non-clustered approach, in which requests that have the same origin and destination are equal modeled as separate requests; and ii) clustered approach, in which requests that have the same origins and destinations are clumped together in a new single request. The mathematical model was implemented in software CPLEX and results showed that instances with up to 25 requests can be resolved in the clustered approach.

**Key-words:** Capacitated Helicopter Routing Problem. Dial-a-Ride Problem. Oil Logistics.



# Lista de ilustrações

Figura 1 – Mapa da localização relativa das plataformas e dos campos de produção	27
Figura 2 – Exemplo de grafos não orientado e orientado	31
Figura 3 – Classificação Geral dos Problemas de <i>Pickup</i> e <i>Delivery</i> segundo Savelsbergh e Sol (1995)	34
Figura 4 – Classificação Geral dos Problemas de <i>Pickup</i> e <i>Delivery</i> segundo Parragh, Doerner e Hartl (2008a), Parragh, Doerner e Hartl (2008b)	37
Figura 5 – Classificação Geral dos Problemas de <i>Pickup</i> e <i>Delivery</i> segundo Savelsbergh e Sol (1995), modificado com a inclusão do problema HPR	62
Figura 6 – Classificação Geral dos Problemas de <i>Pickup</i> e <i>Delivery</i> segundo Parragh, Doerner e Hartl (2008b), modificado com a inclusão do problema HPR	63
Figura 7 – Rotas da Instância E10 (não agrupada)	83
Figura 8 – Rotas da Instância E10 (agrupada)	86
Figura 9 – Rotas da Instância E25 (agrupada)	88
Figura 10 – Rotas da Instância E10 (não agrupada)	116
Figura 11 – Rotas da Instância E10 (agrupada)	119
Figura 12 – Rotas da Instância E15 (não agrupada)	120
Figura 13 – Rotas da Instância E15 (agrupada)	125
Figura 14 – Rotas dos Helicópteros 1 e 2 da Instância E20 (não agrupada)	128
Figura 15 – Rotas dos Helicópteros 3 e 4 da Instância E20 (não agrupada)	129
Figura 16 – Rotas da Instância E20 (agrupada)	130
Figura 17 – Rotas da Instância E25 (agrupada)	131
Figura 18 – Rotas da Instância E30 (agrupada)	132
Figura 19 – Rotas da Instância E35 (agrupada)	133





# Lista de tabelas

Tabela 1 – Posicionamento georreferencial para o aeroporto e plataformas . . . . .	27
Tabela 2 – Distância entre aeroporto, plataformas e campos de produção (em quilômetro) . . . . .	28
Tabela 3 – Síntese do Estado da Arte do <i>Dial-a-Ride Problem</i> . . . . .	57
Tabela 4 – Síntese do Estado da Arte do <i>Helicopter Routing Problem</i> . . . . .	70
Tabela 5 – Valores possíveis para os critérios na construção das instâncias de teste	79
Tabela 6 – Instâncias de teste . . . . .	79
Tabela 7 – Resultados dos testes computacionais por instância . . . . .	81
Tabela 8 – Instância E10 (não agrupada) . . . . .	82
Tabela 9 – Clusterização de E10 . . . . .	84
Tabela 10 – Instância E10 (agrupada) . . . . .	84
Tabela 11 – Clusterização de E25 . . . . .	86
Tabela 12 – Instância E25 (agrupada) . . . . .	87
Tabela 13 – Dicionário de Dados de Instâncias . . . . .	104
Tabela 14 – Dicionário de Dados do Arquivo CPLEX . . . . .	106
Tabela 15 – Requisições da Instância E10 . . . . .	109
Tabela 16 – Requisições da Instância E15 . . . . .	110
Tabela 17 – Requisições da Instância E20 . . . . .	111
Tabela 18 – Requisições da Instância E25 . . . . .	112
Tabela 19 – Requisições da Instância E30 . . . . .	113
Tabela 20 – Requisições da Instância E35 . . . . .	114
Tabela 21 – Instância E10 (não agrupada) . . . . .	115
Tabela 22 – Clusterização de E10 . . . . .	116
Tabela 23 – Instância E10 (agrupada) . . . . .	117
Tabela 24 – Instância E15 (não agrupada) . . . . .	118
Tabela 25 – Clusterização de E15 . . . . .	119
Tabela 26 – Instância E15 (agrupada) . . . . .	121
Tabela 33 – Instância E30 (agrupada) . . . . .	122
Tabela 35 – Instância E35 (agrupada) . . . . .	123
Tabela 27 – Instância E20 (não agrupada) . . . . .	124
Tabela 28 – Clusterização de E20 . . . . .	125
Tabela 29 – Instância E20 (agrupada) . . . . .	126
Tabela 30 – Clusterização de E25 . . . . .	126

Tabela 31 – Instância E25 (agrupada) . . . . .	127
Tabela 32 – Clusterização de E30 . . . . .	127
Tabela 34 – Clusterização de E35 . . . . .	128

# Lista de abreviaturas e siglas

ACO	<i>Ant Colony Optimization</i>
AG	Algoritmo Genético
AM	Algoritmo Memético
CHRP	<i>Capacitated Helicopter Routing Problem</i>
DARP	<i>Dial-a-Ride Problem</i>
DSDARP	<i>Dynamic Stochastic DARP</i>
FPSO	<i>Floating Production Storage and Offloading</i>
GPDP	<i>General Pickup and Delivery Problems</i>
GTS	<i>Granular Tabu Search</i>
HRP	<i>Helicopter Routing Problem</i>
LNS	<i>Large Neighborhood Search</i>
MSA	<i>Multiple Scenario Approach</i>
PDP	<i>Pickup and Delivery Problem</i>
PDPTW	<i>Pickup and Delivery Problem with Time Window</i>
PDVRP	<i>Pickup and Delivery Vehicle Routing Problem</i>
PDTSP	<i>Pickup and Delivery Travelling Salesman Problem</i>
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
SA	<i>Simulated Annealing</i>
SDARP	<i>Single Vehicle Dial-A-Ride Problem</i>
SDVRP	<i>Split Deliveries Vehicle Routing Problem</i>
SPDP	<i>Single Vehicle Pickup and Delivery Problem</i>
S-DARP	<i>DARP with stochastic customer delays</i>
TS	<i>Tabu Search</i>

TSP	<i>Travelling Salesman Problem</i>
TSPCB	<i>Travelling Salesman Problem with Clustered Backhauls</i>
TSPMB	<i>Travelling Salesman Problem with Mixed linehauls and Backhauls</i>
VNS	<i>Variable Neighborhood Search</i>
VRP	<i>Vehicle Routing Problem</i>
VRPB	<i>Vehicle Routing Problem with Backhauls</i>
VRPCB	<i>Vehicle Routing Problem with Clustered Backhauls</i>
VRPDDP	<i>Vehicle Routing Problem with Divisible Delivery and Pickup</i>
VRPMB	<i>Vehicle Routing Problem with Mixed linehauls Backhauls</i>
VRPPD	<i>Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery</i>
VRPSDP	<i>Vehicle Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pickup</i>

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>21</b>
1.1	Objetivos	22
1.1.1	Objetivo Geral	22
1.1.2	Objetivos Específicos	22
1.2	Justificativa	23
1.3	Estrutura da dissertação	23
<b>2</b>	<b>Definição do Problema</b>	<b>25</b>
2.1	Introdução	25
2.2	Conceituação do Problema	25
2.3	Aspectos Restritivos	29
2.4	Considerações Finais	30
<b>3</b>	<b>Fundamentação Teórica</b>	<b>31</b>
3.1	Introdução	31
3.2	Problemas de Roteirização de Veículos	32
3.3	Classificação do <i>General Pickup and Delivery Problems</i> (GPDP) segundo Savelsbergh e Sol (1995)	33
3.4	Classificação do <i>General Pickup and Delivery Problems</i> (GPDP) segundo Parragh, Doerner e Hartl (2008a), Parragh, Doerner e Hartl (2008b)	37
3.4.1	A classe <i>Vehicle Routing Problem with Backhauls</i>	37
3.4.2	A classe <i>Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery</i>	38
3.4.3	Formulação matemática do <i>Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery</i>	39
3.4.3.1	Veículo Único	40
3.4.3.2	Múltiplos Veículos	41
3.5	Considerações Finais	43
<b>4</b>	<b>Revisão Bibliográfica</b>	<b>45</b>
4.1	<i>Dial-a-Ride Problem</i>	45
4.2	Estado da Arte do <i>Dial-a-Ride Problem</i>	46
4.3	Modelo Matemático Proposto por Cordeau (2006) para o DARP	57
4.4	Modelo Matemático Proposto por Rodrigues, Rosa e Resendo (2012) para o DARP	60
4.5	<i>Capacitated Helicopter Routing Problem</i>	62
4.6	Estado da Arte do <i>Helicopter Routing Problem</i> (HRP)	64

4.7	Considerações Finais . . . . .	70
<b>5</b>	<b>Modelo Matemático Proposto . . . . .</b>	<b>71</b>
5.1	Descrição do Modelo Matemático Proposto . . . . .	71
5.2	Restrições de Geração de Sub-rotas . . . . .	76
5.3	Abordagens de Solução . . . . .	76
5.4	Destaques do Modelo Proposto . . . . .	78
5.5	Testes Computacionais . . . . .	78
5.5.1	Instâncias de Teste . . . . .	78
5.5.2	Configuração de Ambiente de Teste . . . . .	80
5.6	Resultados Computacionais . . . . .	81
5.7	Análise das instâncias selecionadas . . . . .	82
5.7.1	Instância E10 sem agrupamento . . . . .	82
5.7.2	Instância E10 com agrupamento . . . . .	83
5.7.3	Instância E25 com agrupamento . . . . .	86
5.8	Análise Geral dos Resultados . . . . .	89
<b>6</b>	<b>Conclusão . . . . .</b>	<b>91</b>
6.1	Trabalhos Futuros . . . . .	92
	<b>Referências . . . . .</b>	<b>93</b>
	<b>APÊNDICE A Definição de dados . . . . .</b>	<b>103</b>
A.1	Arquivo de Definição das Instâncias . . . . .	103
A.2	Arquivo CPLEX . . . . .	103
	<b>APÊNDICE B Instâncias . . . . .</b>	<b>109</b>
B.1	Instância E10 . . . . .	109
B.2	Instância E15 . . . . .	110
B.3	Instância E20 . . . . .	111
B.4	Instância E25 . . . . .	112
B.5	Instância E30 . . . . .	113
B.6	Instância E35 . . . . .	114
	<b>APÊNDICE C Resultados Computacionais . . . . .</b>	<b>115</b>
C.1	Resultados da Instância E10 . . . . .	115
C.2	Resultados da Instância E15 . . . . .	117
C.3	Resultados da Instância E20 . . . . .	117
C.4	Resultados da Instância E25 . . . . .	120
C.5	Resultados da Instância E30 . . . . .	121
C.6	Resultados da Instância E35 . . . . .	122

# 1 Introdução

O petróleo é a principal fonte energética do mundo contemporâneo. A disponibilidade de petróleo e seus derivados têm uma grande importância para a determinação do nível de crescimento econômico das economias nacionais (CANELAS, 2005), pois é o insumo que movimenta as principais indústrias modernas: automobilística, aeronáutica, indústrias de materiais sintéticos e de adubos.

No Estado do Espírito Santo, as pesquisas e exploração de petróleo e gás iniciaram em 1957, no norte do Estado. A primeira descoberta de um campo comercial se deu em 1969, no município de São Mateus, com a produção começando em 1973 (VESCOVI; BONELLI, 2010). Atualmente, conforme relatório da ANP (2012), o Espírito Santo é o segundo maior produtor de petróleo e gás do Brasil, com 369.209 barris de óleo equivalente por dia (boe/d), e mais de 30 campos em exploração ou produção, os quais exigem o transporte diário de empregados e mercadorias por helicópteros a plataformas marítimas. Além disso, o Espírito Santo é um dos estados com potenciais para a exploração do Pré-sal (FERRO; TEIXEIRA; LIMA, 2009).

A exploração do Pré-sal no Espírito Santo exigirá a superação de diversas barreiras técnicas que atualmente compõem, de forma direta ou indireta, a cadeia produtiva da produção de petróleo, pois as descobertas estão a uma distância de até 300 km da costa (FERRO; TEIXEIRA; LIMA, 2009). A logística para o transporte de pessoas desempenhará um papel essencial, devido à necessidade de traslado de pessoas entre a costa e os campos de produção *offshore* (CUNHA, 2011).

Este trabalho analisa o problema de Roteirização de Helicópteros Capacitados (em inglês *Capacitated Helicopter Routing Problem - CHRP*) na bacia do Espírito Santo com objetivo de atendimento de solicitações de transporte entre o aeroporto de Vitória/ES e plataformas *offshore* ou entre plataformas *offshore* ao menor custo possível, por meio de helicópteros, ao mesmo tempo que se assegura o cumprimento de um conjunto de restrições técnicas e operacionais.

Um modelo matemático do CHRP é definido baseando-se no *Dial-a-Ride Problem* (DARP) de Rodrigues, Rosa e Resendo (2012) e Cordeau (2006), com possibilidade de embarcar e desembarcar empregados no aeroporto ou plataformas utilizando helicópteros como meio de transporte. Na elaboração do modelo, tomou-se como base o transporte de empregados por helicópteros da maior empresa petrolífera que atua no estado do Espírito Santo. Uma vez modelado o problema, o mesmo foi testado com dados de teste que simulam o padrão de requisições de transporte na Bacia do Espírito Santo.

Este trabalho também define duas abordagens de resolução usando o modelo ma-

temático proposto:

- a) Uma abordagem de resolução com agrupamento; e
- b) Uma abordagem de resolução sem agrupamento.

A abordagem sem agrupamento trata as requisições de transporte conforme o modelo de [Rodrigues, Rosa e Resendo \(2012\)](#) e de [Cordeau \(2006\)](#), com cada requisição representada por dois nós individuais: o primeiro nó representando o embarque e o segundo representando o desembarque. Nesta abordagem, o modelo matemático é executado diretamente com os dados representando o problema.

A abordagem com agrupamento transforma as requisições que tenham origens iguais e destinos iguais numa única requisição. O agrupamento é realizado por um pré-processamento e o resultado deste é executado no modelo matemático proposto.

## 1.1 Objetivos

### 1.1.1 Objetivo Geral

Desenvolver um modelo matemático para o CHRP, baseado no DARP, para o transporte de empregados que trabalham em plataformas *offshore* entre a base em terra e as plataformas marítimas ou entre as plataformas marítimas.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos incluem:

- Levantar os requisitos no transporte de passageiros por helicópteros entre a base em terra até as plataformas marítimas de petróleo efetuados pela maior operadora de exploração de Petróleo no Estado do Espírito Santo;
- Estudar os problemas de roteirização de veículos e, especificamente, o *Dial-a-Ride Problem* (DARP);
- Estudar os métodos propostos para resolver o *Dial-a-Ride Problem*;
- Estudar os modelos aplicados à roteirização de helicópteros; e
- Propor uma estratégia de formulação para o roteamento de helicópteros, de maneira que o modelo possa resolver problemas reais num tempo de processamento aceitável.



## 1.2 Justificativa

A logística aplicada ao transporte de empregados para plataformas *offshore* é um fator crítico de sucesso para a exploração de petróleo *offshore* e, assim, será um dos desafios na exploração do Pré-sal. Segundo estudos realizados na área de exploração *offshore*, a economia com a otimização no transporte de trabalhadores por helicópteros para plataformas marítimas podem chegar na ordem de milhões por ano. Isso só pode ser alcançado quando tem-se um modelo que permita definir as condições e mensurar as soluções do problema. Assim, esta dissertação visa contribuir com a gestão mais eficiente de logística de apoio à operação e exploração do Pré-sal, através da modelagem do problema de transporte de empregados *offshore* na bacia do Espírito Santo.

## 1.3 Estrutura da dissertação

Esta dissertação está dividida em seis capítulos.

O Capítulo 1 é esta introdução.

No Capítulo 2 é apresentado o problema de estudo deste trabalho.

No Capítulo 3 tem-se a fundamentação teórica dos problemas de roteirização de veículos.

O Capítulo 4 apresenta a revisão bibliográfica deste trabalho.

No Capítulo 5 são expostos o modelo matemático proposto, as abordagens de solução e os resultados dos testes computacionais.

No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões do trabalho, ressaltando as contribuições, seguidas de sugestões e recomendações para o desenvolvimento de pesquisas futuras.



## 2 Definição do Problema

### 2.1 Introdução

A descrição do problema apresentada nas próximas seções foram obtidas com a equipe responsável pelo transporte de passageiros por helicópteros para plataformas *offshore* em Vitória/ES. Nestas reuniões, os seguintes pontos foram levantados com os técnicos que trabalham diariamente com o problema em estudo:

- Informações sobre como o problema é atualmente resolvido pela equipe técnica. Segundo os técnicos, a construção das rotas é feita manualmente utilizando uma planilha Excel;
- Dados sobre como as rotas devem ser construídas e quais restrições são impostas, tais como tempo máximo de voo e distância máxima percorrida permitidos numa mesma rota;
- Informações sobre as restrições operacionais, horário de início dos voos e tempo máximo de retorno;
- Informações sobre o tipo de aeronave utilizada, incluindo velocidade média, capacidade máxima de combustível e número máximo de passageiros; e
- Dados sobre as plataformas marítimas atendidas pelo heliporto de Vitória no Espírito Santo.

### 2.2 Conceituação do Problema

O problema consiste na criação de rotas que atendam as requisições diárias de transporte de passageiros nos campos de produção *offshore* do Espírito Santo, utilizando uma frota homogênea de helicópteros da marca Sikorsky S-76, sujeitas a um conjunto de restrições operacionais. A rota é definida como uma sequência de visitas começando no aeroporto, passando por uma ou mais plataformas marítimas e retornando ao aeroporto. Cada rota é atendida por exatamente um helicóptero. O objetivo é construir rotas que atendam todas as requisições com o menor custo de operação. No problema em análise, o custo de operação é traduzido como a minimização do custo total de utilização dos helicópteros e do custo da distância total percorrida pelas aeronaves na execução das rotas.

As requisições de transporte são recebidas no dia anterior, ou seja, neste problema todas as requisições são conhecidas antes do início do planejamento. Cada requisição define os seguintes parâmetros:

- Um local de origem e um local de destino;
- Ocupação de um assento na aeronave; e
- O peso da requisição, o qual é definido como o peso do passageiro mais o peso da sua bagagem.

Baseando-se na origem e no destino, as requisições podem ser classificadas como:

- requisições aeroporto-plataforma compreendendo requisições com origem no aeroporto e destino numa plataforma;
- requisições plataforma-aeroporto caracterizadas como requisições com origem na plataforma e com destino o aeroporto; e
- requisições plataforma-plataforma definidas como requisições com origem e destino em plataformas marítimas.

Os locais de origem e destino do problema são compostos pelo aeroporto de Vitória/ES e pelas plataformas FPSO (*Floating Production Storage and Offloading*) de produção e campos de produção. As plataformas FPSO são unidades exploradoras móveis, enquanto um campo de produção possui uma localização fixa. Em geral, o termo plataforma é utilizado neste trabalho tanto para referenciar plataformas FPSO quanto campos de produção.

As plataformas FPSO e os campos de petróleo do Espírito Santo que são tratados neste trabalho são:

- a) FPSO P-57
- b) FPSO P-34
- c) FPSO Cidade de Vitória
- d) FPSO Cidade de São Mateus
- e) FPSO Espírito Santo
- f) FPSO Capixaba
- g) Campo Peroá (PER)
- h) Campo Cação (PCA)

Na Figura 1 estão esquematizados as plataformas e os campos de produção em relação à cidade de Vitória.



Figura 1 – Mapa da localização relativa das plataformas e dos campos de produção

Fonte: Adaptado de Zandonadi (2012)

Na Tabela 1 são apresentadas a localização, no formato latitude e longitude, do aeroporto de Vitória/ES, das plataformas e das embarcações em campos de produção obtidos no *website* Marine Traffic (2012) em 07/11/2012.

Tabela 1 – Posicionamento georreferencial para o aeroporto e plataformas

Nome	Código	Latitude	Longitude
AEROPORTO	AER	-20,259455	-40,289076
FPSO P-57	P57	-21,251667	-40,040556
FPSO P-34	P34	-21,260650	-40,019050
FPSO Cidade de Vitória	CV	-20,042120	-39,524780
FPSO Cidade de São Mateus	SM	-19,920300	-39,633400
FPSO Capixaba	CAP	-21,237720	-39,957980
FPSO Espírito Santo	ES	-21,208980	-39,745010
Campo Peroá (PPER)	PER	-19,551389	-39,256389
Campo Cação (PCA)	PCA	-19,098889	-39,653611

Fonte: Marine Traffic (2012)

O posicionamento do aeroporto e plataformas são dados em latitude e longitude. Em face disso, é necessário o cálculo da distância dos locais dois a dois em função das latitudes e longitudes. Na Tabela 2 está a distância (km) entre aeroporto, plataformas e campos de produção.

No problema em análise, a frota de helicópteros é constituída de 5 aeronaves

Tabela 2 – Distância entre aeroporto, plataformas e campos de produção (em quilômetro)

Código	AER	P57	P34	CV	SM	ES	PER	PCA	CAP
AER	0	113,32	114,82	83,36	78,17	119,78	133,63	145,19	114,09
P57	133,32	0	2,44	144,81	153,99	30,99	205,97	242,76	8,69
P34	114,82	2,44	0	144,92	154,35	28,98	206,01	243,38	6,82
CV	83,36	144,81	144,92	0	17,67	131,75	61,36	105,75	140,38
SM	78,17	153,99	154,35	17,67	0	143,76	56,92	91,36	150,34
ES	119,78	30,99	28,98	131,75	143,76	0	191,23	234,83	22,31
PER	133,63	205,97	206,01	61,36	52,92	191,23	0	65,34	201,26
PCA	145,19	242,76	243,38	105,75	91,36	234,83	65,34	0	239,94
CAP	114,09	8,69	6,82	140,38	150,34	22,31	201,26	239,94	0

Fonte: Próprio autor

Sikorsky S-76 que possuem as seguintes configurações técnicas:

- Capacidade máxima de combustível de 1.064 litros;
- Capacidade de até 12 passageiros;
- Capacidade de até 2 tripulantes;
- Consumo médio de combustível de 325 l/h;
- Peso bruto máximo de 5.307 kg;
- Peso da aeronave de 2.940 kg; e
- Velocidade média de 251 km/h.

Os helicópteros iniciam o atendimento a partir do aeroporto e retornam a este ponto inicial após o fim do atendimento. Durante a execução da rota, as seguintes características dos helicópteros devem ser consideradas:

- Consumo de combustível em voo: o consumo de combustível envolvido no traslado de um local a outro, baseado na distância percorrida e na velocidade média da aeronave, deve ser descontado na variável que controla a quantidade de combustível disponível para voo a cada embarque ou desembarque realizado pelo helicóptero. O consumo de combustível não influencia a velocidade média da aeronave, mas deve ser contabilizado para avaliar se a aeronave tem combustível suficiente para realizar toda a rota;
- Consumo de combustível quando parado na plataforma: o consumo de combustível enquanto parado nas plataformas e embarcações nos campos de produção deve ser descontado na variável que controla a quantidade de combustível disponível;

- **Peso bruto da aeronave:** durante o atendimento das requisições, o peso bruto da aeronave, representado como a soma do peso da aeronave, dos passageiros, da tripulação e do peso do combustível não deve ultrapassar o peso bruto máximo da aeronave;
- **Peso do combustível:** deve ser descontado do peso bruto da aeronave, o peso do combustível consumido entre os embarques e desembarques da aeronave. O peso do combustível não tem impacto na velocidade média da aeronave ou no consumo médio de combustível, entretanto, deve ser considerado o peso do combustível consumido pois, conforme a execução da rota, a relação peso do combustível/peso máximo da aeronave torna-se menor, permitindo o embarque de mais pessoas; e
- **Tempo de Execução:** é o tempo para percorrer a rota, considerando o tempo de serviço em cada plataforma ou campo de produção.

## 2.3 Aspectos Restritivos

As seguintes restrições operacionais devem ser respeitadas:

- **Restrições de Segurança:** restrições que garantem a segurança na operação do helicópteros e na execução da rota. Envolvem os requisitos de segurança em relação ao combustível e horários permitidos para voo; e
- **Restrições Técnicas:** restrições referentes às limitações técnicas do helicóptero, tais como velocidade média e capacidade de combustível, e da prestação e operação do serviço nas plataformas e no aeroporto. Neste último caso, pode-se citar o tempo necessário para a aeronave levantar voo no aeroporto e o tempo médio que a aeronave permanece nas plataformas.

As restrições de segurança do problema são:

- **Combustível de segurança:** na execução de cada rota, o helicóptero deve possuir, além do combustível necessário para executar toda a rota, uma reserva de combustível equivalente a 30 minutos de voo;
- **Horário mais tarde para o pouso no aeroporto:** há um horário máximo especificado para o retorno dos helicópteros ao aeroporto, geralmente definido como um minuto antes do pôr do sol;
- **Horário mais cedo para decolagem no aeroporto:** há um horário mínimo para a decolagem de um helicóptero no aeroporto, geralmente definido como um minuto após o nascer do sol;

- Autonomia de voo: cada helicóptero tem um tempo máximo de 5 horas de voo por dia no atendimento a rotas; e
- Tempo máximo de cada rota: o tempo necessário para percorrer cada rota não pode exceder 2 horas e 30 minutos, pois é o tempo máximo que a tripulação pode permanecer em voo em cada rota.

As restrições técnicas do problema compreendem:

- Aproximação: no pouso no aeroporto, deve-se considerar 6 minutos de consumo de combustível e de tempo para a aproximação da aeronave ao aeroporto;
- Quantidade máxima de passageiros: durante a execução da rota, a aeronave não pode ultrapassar o limite de assentos disponíveis para os passageiros;
- Limite de peso da aeronave: durante a execução da rota, o peso total da aeronave não pode exceder o máximo especificado para a aeronave;
- Taxiamento: na decolagem no aeroporto, deve-se considerar 6 minutos de consumo de combustível e de tempo para o taxiamento;
- Tempo de Serviço: o tempo de serviço da aeronave em plataformas é constante, independente da quantidade de passageiros ou plataformas atendidos e, em geral, é definido como 5 minutos. É o tempo necessário para o desembarque/embarque de passageiros. Este tempo deve ser considerado no consumo de combustível, pois a aeronave não é desligada quando pousada na plataforma.

## 2.4 Considerações Finais

Este capítulo apresentou os conceitos e as restrições do problema de estudo deste trabalho. O objetivo é construir rotas que atendam as requisições de transporte com o menor custo possível utilizando uma frota de helicópteros. Este tipo de problema, como será visto no próximo capítulo, é classificado como *Capacitated Helicopter Routing Problem*.



## 3 Fundamentação Teórica

### 3.1 Introdução

A roteirização de veículos pode ser denotada como uma rede de transporte, representação gráfica utilizada para analisar a maneira que produtos, mercadorias ou pessoas se deslocam de um ponto a outro. As informações contidas na rede de transporte são essenciais para diversas aplicações, incluindo as áreas de transporte e logística (NOVAES, 1989).

Segundo Novaes (1989), uma rede de transporte pode ser modelada utilizando grafos. Um grafo  $G(V, E)$  é um par ordenado constituído dos conjuntos  $V$  e  $E$ . O conjunto  $V$  é denominado o conjunto de vértices e representa os locais de maior importância na rede de transporte. O conjunto  $E$  representa os arcos ou arestas do grafo  $G$ , na forma  $(i, j)$ , no qual  $i$  e  $j$  pertencem a  $V$ . Os arcos ou arestas representam as ligações disponíveis entre os locais na rede de transporte. Há dois tipos de grafos: orientado, no qual cada aresta apresenta uma direção e, não orientado, no qual as arestas são interpretadas como bidirecionais.

A Figura 2 representa um grafo orientado e um grafo não orientado.

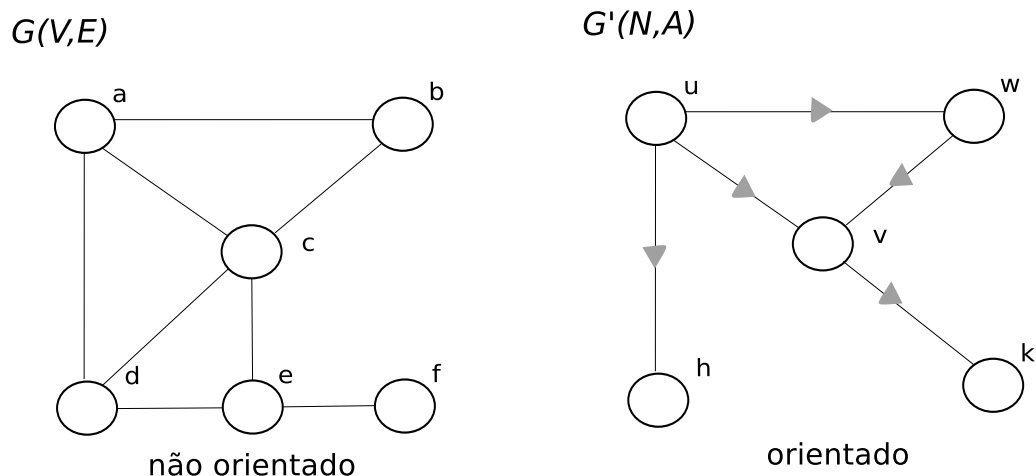


Figura 2 – Exemplo de grafos não orientado e orientado

Fonte: Próprio autor

## 3.2 Problemas de Roteirização de Veículos

Roteirização de veículos é o processo de elaboração de rotas para veículos de uma frota, com o objetivo de visitar um conjunto de clientes geograficamente dispersos, com o menor custo possível (LAPORTE *et al.*, 2000). Os problemas de roteirização de veículos surgem em diversas situações reais, como por exemplo nos campos da saúde pública, transporte público, comércio, indústria e segurança pública.

Segundo Gendreau, Laporte e Séguin (1996), os problemas de roteirização de veículos podem ser definidos como um grafo  $G = (V, A)$ , no qual  $V$  é o conjunto de vértices e  $A$  é o conjunto de arestas conectando os vértices. Um vértice representa o depósito ou a garagem, enquanto o restante dos vértices correspondem a cidades ou a clientes. Além disso, define-se uma matriz  $C = [c_{i,j}]$  de coeficientes representando distâncias, custo ou tempo de traslado do vértice  $i \in V$  ao vértice  $j \in V$ . O número de veículos no problema de roteirização de veículos pode ser tanto constante quanto variável, e a cada veículo  $k$  está associado uma capacidade  $Q_k$ . O objetivo do problema consiste em construir  $m$  rotas de custo total mínimo, começando e terminando no vértice garagem, atendendo a um conjunto de restrições operacionais, de tal maneira que cada cliente seja visitado exatamente uma vez.

A seguir são apresentadas algumas das restrições operacionais encontradas na literatura (GENDREAU; LAPORTE; SÉGUIN, 1996):

1. Restrições de capacidade: cada local  $i \in V$  tem uma demanda  $d_i$  e o total de demanda de uma rota não pode exceder a capacidade do veículo;
2. Restrições de duração: há limites no tempo total ou na distância total da rota executada pelo veículo;
3. Restrições de janela de tempo: cada vértice  $i \in V$  deve ser visitado dentro de um período de tempo chamado janela. A janela  $[a_i, b_i]$  define que o vértice  $i \in V$  deve ser visitado após o instante  $a_i$  e antes do instante  $b_i$ ;
4. A capacidade máxima de assentos num veículo;
5. O transporte especial de passageiros (e.g cadeirantes) disponível num veículo; e
6. Capacidade máxima de peso bruto dos veículos.

Algumas formulações de problemas de roteirização de veículos permitem que uma ou mais restrições operacionais não sejam atendidas, com uma correspondente penalização na função objetivo. Estas requisições são rotuladas na literatura como *soft*.

Gendreau, Laporte e Séguin (1996) discutem que, em certas situações, uma ou mais variáveis dos problemas de roteirização não são conhecidas com exatidão ou são aleatórias.

Neste caso, têm-se uma variação do problema de roteirização chamada estocástica ou aleatória. Estes casos surgem quando, por exemplo, o tempo de viagem e a demanda são aleatórias ou o conjunto de clientes não é conhecido previamente.

Diversos métodos foram propostos para a resolução de problemas de roteirização, tanto algoritmos exatos quanto heurísticas. Entre eles, pode-se citar *Ant Colony* (BULLNHEIMER; HARTL; STRAUSS, 1997), *Simulated Annealing* (CHIANG; RUSSELL, 1996), Algoritmos Genéticos (ALBA; DORRONSORO, 2005), *Tabu Search* (POTVIN *et al.*, 1996; CORDEAU; LAPORTE, 2003), GRASP (KONTORAVDIS; BARD, 1995), LNS (GRUHN, 2005), Sistemas Evolutivos (HOMBERGER *et al.*, 1999), heurística de inserção (BODIN; SEXTON, 1986; TOTH; VIGO, 1997) e solução exata (CORDEAU, 2006).

Nas seções seguintes são descritas duas classificações dos problemas de roteirização de veículos com coleta e entrega: a de Savelsbergh e Sol (1995) e outra a de Parragh, Doerner e Hartl (2008a), Parragh, Doerner e Hartl (2008b).

### 3.3 Classificação do *General Pickup and Delivery Problems* (GPDP) segundo Savelsbergh e Sol (1995)

Nesta seção é apresentando uma visão geral dos problemas de *pickup* e *delivery* seguindo a classificação de Savelsbergh e Sol (1995).

No GPDP, um conjunto de rotas tem que ser construída a fim de satisfazer um conjunto de requisições de transporte. Uma frota de veículos está disponível com capacidade limitada, com cada veículo tendo um local de início e fim. Uma requisição de transporte define o tamanho da carga a ser transportada, o local de embarque (*pickup*) e um local de desembarque (*delivery*) (SAVELSBERGH; SOL, 1995, p. 2).

Segundo Savelsbergh e Sol (1995), há três subtipos principais de problemas GPDP. O primeiro consiste do *Pickup and Delivery Problem* (PDP), no qual cada requisição de transporte especifica um local de origem e um local de destino, sendo que todos os veículos iniciam e terminam no mesmo depósito. O segundo é o *Dial-a-Ride Problem* (DARP), um PDP no qual pessoas são transportada ao invés de carga. Finalmente, o *Vehicle Routing Problem* (VRP), um PDP no qual todas as origens ou todos os destinos das requisições são localizadas no depósito. Na Figura 3 está esquematizado a classificação proposta por Savelsbergh e Sol (1995).

A função objetivo dos problemas GPDP pode variar dependendo do tipo da abordagem. As mais comuns incluem (SAVELSBERGH; SOL, 1995, p. 11):

- Minimizar a duração do atendimento. Consiste em gerar rotas que minimizem

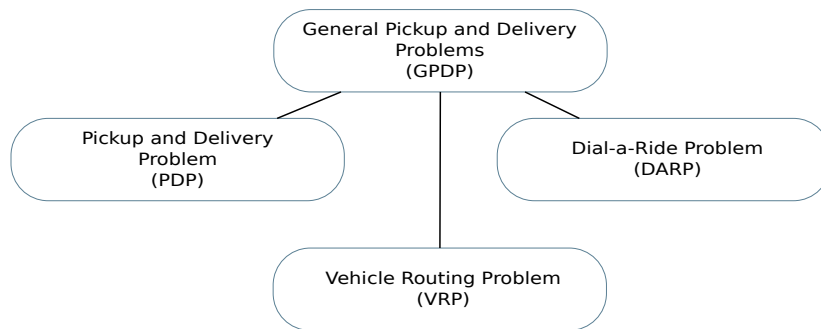


Figura 3 – Classificação Geral dos Problemas de *Pickup* e *Delivery* segundo Savelsbergh e Sol (1995)

Fonte: Próprio autor

o tempo que os veículos necessitam para executar todas as requisições, incluindo tempo de viagem, espera, carregamento e descarregamento;

- Minimizar o horário de finalização. Consiste em minimizar o horário de atendimento da última requisição numa rota;
- Minimizar o tempo de viagem. O tempo de viagem compreende o tempo gasto realmente no traslado entre dois locais diferentes;
- Minimizar a distância percorrida. O objetivo é gerar rotas que minimizem a distância total percorrida;
- Minimizar a inconveniência do cliente. Consiste em minimizar a inconveniência dos clientes em problemas DARP. A inconveniência normalmente é medida como o desvio em relação ao tempo solicitado de *pickup* e/ou *delivery*;
- Minimizar o número de veículos. O objetivo é minimizar a utilização de veículos; e
- Maximizar o lucro. Na operação de frotas de veículos pode ser conveniente recusar algumas requisições de transporte não lucrativas.

Além da classificação, os autores definem um conjunto de características presentes normalmente em problemas GPDP (SAVELSBERGH; SOL, 1995, p.7-10):

- Requisições de transporte estáticas ou dinâmicas. Requisições estáticas são conhecidas antes da execução do problema. Requisições dinâmicas são conhecidas durante a resolução do problema, quando veículos já estão atendendo requisições recebidas previamente;
- Restrições de tempo relacionadas a requisições. As requisições de transporte podem definir janelas de tempo para o *pickup* e/ou para o *delivery*; e

- Restrições de tempo relacionadas a veículos. Normalmente veículos não estão disponíveis o dia inteiro. O problema inclui intervalos de tempo informando o período em que o veículo está disponível para o atendimento de requisições.

Savelsbergh e Sol (1995, p. 3-6) formulam um modelo matemático geral que é capaz de englobar os três tipos de problemas (PDP, DARP e VRP). A formulação é explicada a seguir.

Dado o conjunto  $N$  de requisições de transporte, tem-se:

- Para cada requisição  $i \in N$ , uma carga  $q_i$  tem que ser transportada do conjunto de origens  $N_i^+$  para o conjunto de destinos  $N_i^-$ ;
- As cargas são definidas como positivas para os locais de *pickup* e negativas para locais de *delivery*. A quantidade das cargas da requisição  $i$  nos locais de *pickup* é definida como  $q_i = \sum_{j \in N_i^+} q_j$  e nos locais de *delivery* como  $q_i = - \sum_{j \in N_i^-} q_j$ ;
- Os conjuntos  $N^+ = \cup_{i \in N} N_i^+$  e  $N^- = \cup_{i \in N} N_i^-$  representam os locais de *pickup* e *delivery*, respectivamente. O conjunto  $V = N^+ \cup N^-$  representa todas as localidades atendidas no problema;
- $M$  representa o conjunto de veículos.
- Cada veículo  $k \in M$  tem uma capacidade  $Q_k$ , um local de início  $k^+$  e um local de fim  $k^-$ ;
- Os conjuntos  $M^+ = \{k^+ | k^+ \in M\}$  e  $M^- = \{k^- | k^- \in M\}$  representam os locais de início e fim dos veículos em  $M$ , respectivamente;
- $W = M^+ \cup M^-$  é conjunto de pontos iniciais e finais dos veículos; e
- Para todo  $i, j \in V \cup U$ , os parâmetros  $d_{i,j}$ ,  $t_{i,j}$  e  $c_{i,j}$  representam a distância, o tempo e o custo de se transladar do ponto  $i$  ao  $j$ , respectivamente.

Na formulação matemática do GPDP, um conjunto de variáveis é utilizado:

- $z_i^k$  é igual a 1 se a requisição  $i \in N$  é designada ao veículo  $k \in K$ . Caso contrário, igual a 0;
- $x_{i,j}^k$  é igual a 1 se o veículo  $k$  percorre o caminho de  $i \in N$  a  $j \in N$ . Caso contrário, igual 0;
- $D_i$  especifica o momento de partida no local  $i \in N$ ; e
- $y_i$  especifica a carga do veículo ao chegar no local  $i \in N$ .

O problema matemático consiste em minimizar uma função  $f(x)$ , dadas as seguintes restrições:

$$\text{Minimizar: } f(x) \quad (3.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k \in M} z_i^k = 1 \quad \forall i \in N \quad (3.2)$$

$$\sum_{j \in V \cup W} x_{l,j}^k = \sum_{j \in V \cup W} x_{j,l}^k = z_i^k \quad \forall i \in N, l \in N_i^+ \cup N_i^-, k \in M \quad (3.3)$$

$$\sum_{j \in V \cup \{k^-\}} x_{k^+,j}^k = 1 \quad \forall k \in M \quad (3.4)$$

$$\sum_{j \in V \cup \{k^+\}} x_{j,k^-}^k = 1 \quad \forall k \in M \quad (3.5)$$

$$D_{k^+} = 0 \quad \forall k \in M \quad (3.6)$$

$$D_p \leq D_q \quad \forall i \in N, p \in N_i^+, q \in N_i^- \quad (3.7)$$

$$D_j \geq (D_i + t_{i,j})x_{i,j}^k \quad \forall i, j \in V \cup W, k \in M \quad (3.8)$$

$$y_{k^+} = 0 \quad \forall k \in M \quad (3.9)$$

$$y_l = \sum_{k \in M} Q_k z_i^k \quad \forall i \in N, l \in N_i^+ \cup N_i^- \quad (3.10)$$

$$y_j = (y_i + q_i)x_{i,j}^k \quad \forall i, j \in V \cup W, k \in M \quad (3.11)$$

$$x_{i,j}^k \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in V \cup W, k \in M \quad (3.12)$$

$$z_i^k \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N, \forall k \in M \quad (3.13)$$

$$D_i \geq 0 \quad \forall i \in V \cup W \quad (3.14)$$

$$y_i \geq 0 \quad \forall i \in V \cup W \quad (3.15)$$

As Restrições 3.2 exigem que cada requisição seja designada a exatamente um veículo. As Restrições 3.3 garantem que cada veículo somente entra ou saia do local  $l$  se ele atende uma requisição que começa ou termina em  $l$ . As Restrições 3.4 e 3.5 garantem que o veículo comece e termine no local correto. As Restrições 3.9 a 3.11 e 3.15 compreendem as restrições de capacidade do problema. As Restrições 3.6 a 3.8 e 3.14 formam as restrições de precedência.

A formulação anterior compreende as restrições básicas de todos os problemas de GPDP. Os casos especiais de PDP, DARP e VRP podem ser gerados a partir dela definindo alguns propriedades dos conjuntos  $W$ ,  $N_i^+$  e  $N_i^-$ :

- *Pickup and Delivery Problem* (PDP) : É um caso especial do GPDP quando se tem  $|W| = 1$  e  $|N_i^+| = |N_i^-| = 1$  para todo  $i \in N$ , em que  $|\cdot|$  representa o tamanho do conjunto em questão;

- *Dial-a-Ride Problem* (DARP): É um caso especial do GPDP fazendo  $|W| = 1$ ,  $|N_i^+| = |N_i^-| = 1$  e  $q_i = 1$  para todo  $i \in N$ ; e
- *Vehicle Routing Problem* (VRP): É um caso especial do GPDP quando se tem  $|W| = 1$ ,  $|N_i^+| = |N_i^-| = 1$ ,  $W = N^+$  ou  $W = N^-$  para todo  $i \in N$ .

### 3.4 Classificação do *General Pickup and Delivery Problems* (GPDP) segundo Parragh, Doerner e Hartl (2008a), Parragh, Doerner e Hartl (2008b)

O objetivo desta seção é apresentar uma visão geral do problemas de *pickup* e *delivery* seguindo a classificação de Parragh, Doerner e Hartl (2008a), Parragh, Doerner e Hartl (2008b).

Nesta classificação o GPDP é dividido em duas classes distintas. A primeira classe compreende todos os problemas em que os bens a serem entregues devem ser carregados em um ou mais depósitos e os bens a serem coletados devem ser entregues em um ou mais depósitos. Esta classe é denominada *Vehicle Routing Problem with Backhauls* (VRPB). A segunda classe compreende todos aqueles problemas nos quais os bens são transportados entre locais de coleta e entrega, chamados de *pickup* e *delivery*. Esta classe é definida como *Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery* (VRPPD).

Na Figura 4 está esquematizado a classificação dos problemas de *pickup* e *delivery*.

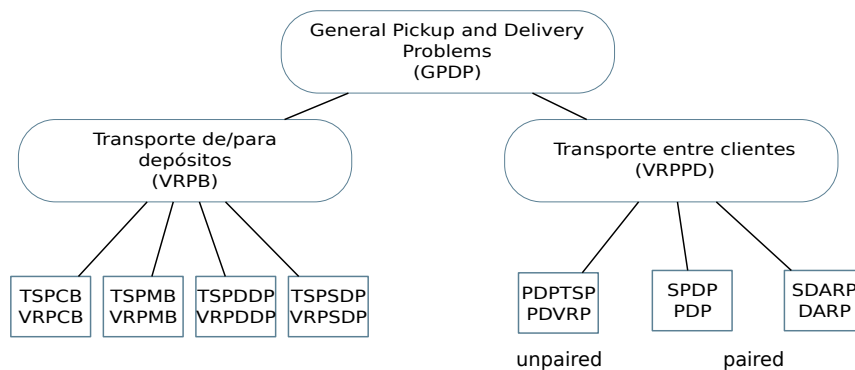


Figura 4 – Classificação Geral dos Problemas de *Pickup* e *Delivery* segundo Parragh, Doerner e Hartl (2008a), Parragh, Doerner e Hartl (2008b)

Fonte: Próprio autor

#### 3.4.1 A classe *Vehicle Routing Problem with Backhauls*

A classe VRPB compreende os problemas de roteirização nos quais bens são transportados a partir de um ou mais depósitos em direção aos clientes, e bens são coletados de

clientes e direcionados para um ou mais depósitos. Nesta classe, os clientes que recebem bens são chamados de *linehaul* e os que têm bens coletados de *backhaul*.

A classe VRPB é composta por quatro subtipos. Nos dois primeiros subtipos, um cliente somente pode ser *linehaul* ou *backhaul*, mas não os dois ao mesmo tempo. Nos dois últimos subtipos, um cliente é tanto um *linehaul* quanto *backhaul*, ou seja, o mesmo cliente pode receber e entregar bens simultaneamente (PARRAGH; DOERNER; HARTL, 2008a).

O primeiro subtipo é constituída dos problemas *Vehicle Routing Problem with Clustered Backhauls* (VRPCB) e *Travelling Salesman Problem with Clustered Backhauls* (TSPCB). Nestes problemas, exige-se que um grupo de clientes *linehaul* sejam atendidos antes de quaisquer clientes *backhaul*. O VRPCB denota o problema com vários veículos e TSPCB o problema com somente um veículo (PARRAGH; DOERNER; HARTL, 2008a).

O segundo subtipo compreende os problemas *Travelling Salesman Problem with Mixed linehauls and Backhauls* (TSPMB) e *Vehicle Routing Problem with Mixed linehauls Backhauls* (VRPMB). Nestes problemas não há a exigência de precedência entre *linehaul* ou *backhaul*, ou seja, a sequência de visitas a clientes pode misturar coleta e entrega de mercadorias. O VRPMB denota o problema com vários veículos, enquanto o TSPMB o problema com somente um veículo (PARRAGH; DOERNER; HARTL, 2008a).

O terceiro subtipo compreende os problemas nos quais os clientes estão associados simultaneamente com uma quantidade de *linehaul* e *backhaul*. Nestes problemas é possível que o mesmo cliente seja visitado duas vezes, uma para a entrega de bens e outra para a coleta. Os problemas deste subtipo são definidos como *Travelling Salesman Problem with Divisible Delivery and Pickup* (TSPDDP) e *Vehicle Routing Problem with Divisible Delivery and Pickup* (VRPDDP) para o caso de um único veículo e múltiplos veículos, respectivamente (PARRAGH; DOERNER; HARTL, 2008a).

O quarto subtipo é definido como o conjunto de problemas nos quais os clientes são tanto *linehaul* quanto *backhaul*. Neste subtipo, exige-se que os clientes sejam visitados somente uma vez, diferentemente do terceiro subtipo, o qual permite múltiplas visitas. Os problemas desta classe são classificados como *Travelling Salesman Problem with Simultaneous Delivery and Pickup* (TSPSDP) e *Vehicle Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pickup* (VRPSDP) para o caso de veículo único e múltiplos veículos, respectivamente (PARRAGH; DOERNER; HARTL, 2008a).

### 3.4.2 A classe *Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery*

A classe *Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery* (VRPPD) é constituída dos problemas nos quais um bem é transportado entre um ponto de coleta e entrega, chamados de *pickup* e *delivery*, respectivamente. Esta classe é dividida em quatro subti-



pos.

O primeiro subtipo refere-se a problemas nos quais os locais de *pickup* e *delivery* não estão casados, denominado na literatura como *pickup* e *delivery unpaired*. Isso significa que um bem coletado em qualquer ponto de *pickup* pode ser usado para atender qualquer local de *delivery*. Considera-se que os bens transportados são homogêneos. Este subtipo é constituído do *Pickup and Delivery Travelling Salesman Problem* (PDTSP) para o caso de veículo único e *Pickup and Delivery Vehicle Routing Problem* (PDVRP) para o caso com múltiplos veículos (PARRAGH; DOERNER; HARTL, 2008b).

O segundo subtipo compreende os problemas *Pickup and Delivery Problem* (PDP) e *Dial-a-Ride Problem* (DARP), nos quais os locais de *pickup* e *delivery* estão casados, ou como é denominado na literatura *paired*. Ambos problemas consideram o transporte de bens entre locais de *pickup* e *delivery*. Entretanto, no PDP o item transportado é uma mercadoria, enquanto que no DARP é realizado o transporte de pessoas. Isso implica, neste último, a inclusão de restrições referentes a inconveniência dos usuários. Parragh, Doerner e Hartl (2008b) definem o caso de veículo único para o PDP e DARP como *Single Vehicle Pickup and Delivery Problem* (SPDP) e *Single Vehicle Dial-A-Ride Problem* (SDARP), respectivamente.

### 3.4.3 Formulação matemática do *Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery*

Nesta seção é descrita a formulação matemática dos problemas VRPPD com um ou mais veículos conforme sistematizado por Parragh, Doerner e Hartl (2008b).

Os problemas VRPPD são definidos num grafo  $G(V, A)$ , no qual  $V = \{0, n + \tilde{n}\} \cup P \cup D$  é o conjunto de vértices e  $A$  é o conjunto de arcos, sendo:

- $n$  : número de vértices de *pickup*;
- $\tilde{n}$  : número de vértices de *delivery*. No caso de *pickup* e *delivery* em *paired*,  $n = \tilde{n}$ ;
- $P$  : conjunto de vértices de *pickup* ou de *backhaul*:  $P = \{1, \dots, n\}$ ;
- $D$  : conjunto de vértices de *delivery* ou de *linehaul*:  $D = \{n + 1, \dots, 2n\}$ ;
- $K$  : conjunto de veículos;
- $q_i$  : demanda ou oferta no vértice  $i \in V$ . Vértices que representam *pickup* têm valor positivo, enquanto vértices de *delivery* possuem valores negativos. Os depósitos inicial e final têm valores iguais a zero;
- $e_i$  : Horário mais cedo que o serviço no vértice  $i \in V$  pode iniciar;

- $l_i$  : Horário mais tarde que o serviço no vértice  $i \in V$  pode iniciar;
- $d_i$  : duração do serviço no vértice  $i \in V$ ;
- $L_i$  : tempo máximo de viagem para o cliente  $i \in V$ ;
- $c_{i,j}^k$  : custo para atravessar do ponto  $i \in V$  ao ponto  $j \in V$ ;
- $t_{i,j}^k$  : tempo para atravessar do ponto  $i \in V$  ao ponto  $j \in V$ ;
- $C^k$  : capacidade máxima do veículo  $k \in K$ ; e
- $T^k$  : tempo máximo de rota do veículo  $k \in K$ .

As variáveis de decisão são:

- $x_{i,j}^k$  : variável binária. Igual a 1 caso o veículo  $k \in K$  trafegue do local  $i \in V$  ao  $j \in V$ . Caso contrário, igual a 0;
- $B_i^k$  : instante em que o veículo  $k \in K$  começa a atender o vértice  $i \in N$ ;
- $Q_i^k$  : carga do veículo  $k \in K$  após visitar o local  $i \in V$ .

### 3.4.3.1 Veículo Único

O modelo geral para todos os problemas da classe VRPPD é baseada numa formulação TSP aberta. O termo aberto significa que o caminho executado pelo veículo não é um ciclo, já que o depósito é denotado por dois vértices distintos.

Dado qualquer conjunto  $S \subseteq V$  e  $\bar{A} = \{(i, j) \in A : i \in S, j \notin S\}$ , a formulação aberta do TSP é dado por:

$$\text{Minimizar: } \sum_{(i,j) \in A} c_{i,j} x_{i,j} \quad (3.16)$$

Sujeito a:

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{i,j} = 1 \quad \forall j \in V \setminus \{0\} \quad (3.17)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{i,j} = 1 \quad \forall i \in V \setminus \{n + \tilde{n} + 1\} \quad (3.18)$$

$$\sum_{(i,j) \in \bar{A}} x_{i,j} \geq 1 \quad \forall \bar{A} \subseteq V \setminus \{n + \tilde{n} + 1\}, S \neq \emptyset \quad (3.19)$$

$$x_{i,j} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (3.20)$$

A Função Objetivo 3.16 minimiza o custo da rota. As Restrições 3.17 e 3.18 garantem que todo vértice seja visitado exatamente uma vez. As Restrições 3.19 mantêm a conectividade da rota.

Além disso, na formulação do modelo com frota unitária, os coeficientes  $c_{i,j}$ ,  $t_{i,j}$ ,  $C$ ,  $T$  e variáveis de decisão  $x_{i,j}$ ,  $Q$ ,  $B$  são representadas sem o  $k$  sobrescrito.

No problema PDTSP, qualquer bem coletado pode ser usado para o atendimento de qualquer entrega. A definição matemática do PDTSP tem a necessidade da inclusão das Restrições 3.21 e 3.22, assegurando que o limite da capacidade do veículo não seja excedido na rota:

$$Q_j = (Q_i + q_j)x_{i,j} \quad \forall (i, j) \in A \quad (3.21)$$

$$\max\{0, q_i\} \leq Q_i \leq \min\{C, C + q_i\} \quad \forall i \in A \quad (3.22)$$

Na definição matemática do SPDP, exige-se que, para cada requisição, o seu vértice de *pickup* seja atendido antes do vértice de *delivery*. Além das Restrições 3.16 a 3.18 e 3.20 a 3.22 anteriores, o SPDP exige as Restrições 3.23 e 3.24, modeladas como Restrições de tempo, assegurando que o vértice de *pickup* de uma requisição seja atendido antes do vértice de *delivery*:

$$B_i \leq B_{n+i} \quad \forall i \in P \quad (3.23)$$

$$B_j \geq (B_i + d_i + t_{i,j})x_{i,j} \quad \forall (i, j) \in A \quad (3.24)$$

Nesta formulação do SPDP, os vértices de *pickup* e *delivery* de uma requisição são denotados por  $i$  e  $n + i$ , respectivamente.

No SDARP é realizado o transporte de pessoas. Em adição às Restrições 3.16 a 3.18 e 3.20 a 3.24, a formulação matemática do SDARP necessita da inclusão das Restrições 3.25 para tratar a inconveniência do usuário:

$$B_{n+i} - (B_i + d_i) \leq L_i \quad \forall i \in A \quad (3.25)$$

A inconveniência do usuário é representada como o tempo máximo que o usuário pode permanecer no veículo desde o embarque até o desembarque. Além disso, em todas as formulações anteriores, janelas de tempo podem ser incluídas com as seguintes Restrições:

$$e_i \leq B_i \leq l_i \quad \forall i \in V \quad (3.26)$$

#### 3.4.3.2 Múltiplos Veículos

Parragh, Doerner e Hartl (2008b) definem o caso geral do VRPPD com múltiplos veículos como uma adaptação do modelo de 3-índices do Cordeau *et al.* (2001):

$$\text{Minimizar: } \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} c_{i,j}^k x_{i,j}^k \quad (3.27)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} x_{i,j}^k = 1 \quad \forall i \in P \cup D \quad (3.28)$$

$$\sum_{(0,j) \in A} x_{0,j}^k = 1 \quad \forall k \in K \quad (3.29)$$

$$\sum_{(i,n+\tilde{n}+1) \in A} x_{i,n+\tilde{n}+1}^k = 1 \quad \forall k \in K \quad (3.30)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{i,j}^k = \sum_{(j,i) \in A} x_{j,i}^k \quad \forall j \in P \cup D, k \in K \quad (3.31)$$

$$B_j^k \geq (B_i^k + d_i + t_{i,j}^k) x_{i,j}^k \quad \forall (i,j) \in A, k \in K \quad (3.32)$$

$$Q_j^k = (Q_i^k + q_j) x_{i,j}^k \quad \forall (i,j) \in A, k \in K \quad (3.33)$$

$$\max\{0, q_i\} \leq Q_i^k \leq \min\{C^k, C^k + q_i\} \quad \forall i \in V, k \in K \quad (3.34)$$

$$x_{i,j} \in \{0, 1\} \quad \forall (i,j) \in A, k \in K \quad (3.35)$$

A Função Objetivo 3.27 minimiza o custo total das rotas. As Restrições 3.28 garantem que cada vértice seja visitado exatamente uma vez. As Restrições 3.29 e 3.30 exigem que todo veículo inicie e termine a sua rota no depósito. A conservação de fluxo é garantida pelas Restrições 3.31. As Restrições 3.32 previnem a formação de sub-rotas. As Restrições 3.33 e 3.34 garantem que a capacidade do veículo não seja excedida durante a sua rota.

No PDP toda requisição define um vértice de *pickup* e um vértice de *delivery*, portanto  $n = \tilde{n}$ . Em adição à formulação com as Restrições 3.27 a 3.35, a definição matemática do PDP exige mais dois conjuntos de restrições. O primeiro, as Restrições 3.36, exigem que o mesmo veículo atenda o *delivery* e *pickup* de uma requisição. A segunda, as Restrição 3.37, garantem que o *pickup* de uma requisição é realizado antes do seu *delivery*:

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{i,j}^k = \sum_{(n+i,j) \in A} x_{n+i,j}^k \quad \forall j \in P, k \in K \quad (3.36)$$

$$B_i^k \leq B_{n+i}^k \quad (3.37)$$

A formulação do DARP com múltiplos veículos é semelhante à formulação com veículo único, exceto pela necessidade da inclusão de inconveniência do usuário, Restrições 3.38, às Restrições 3.27 a 3.37:

$$B_{n+i}^k - (B_i^k + d_i) \leq L_i \quad \forall i \in P, k \in K \quad (3.38)$$

Semelhante ao caso de veículo único, restrições de janela de tempo podem ser incluídas nas formulações anteriores (Restrições 3.39). Além disso, pode-se incluir também as Restrições 3.40 que garantem um tempo máximo na rota dos veículos:

$$e_i \leq B_i^k \leq l_i \quad \forall i \in V, k \in K \quad (3.39)$$

$$B_{n+\tilde{n}}^k - B_0^k \leq T^k \quad \forall k \in K \quad (3.40)$$

### 3.5 Considerações Finais

Este capítulo apresentou a fundamentação teórica dos problemas de roteirização de veículos e analisou as classificações de Savelsbergh e Sol (1995) e Parragh, Doerner e Hartl (2008a), Parragh, Doerner e Hartl (2008b). O capítulo apresentou os modelos matemáticos e mostrou o relacionamento que há entre as classes de problemas nas duas classificações estudadas.

A próxima seção define e apresenta o Estado da Arte para as duas classes de problemas de roteirização de veículos utilizadas neste trabalho: o DARP e o CHRP.



## 4 Revisão Bibliográfica

### 4.1 *Dial-a-Ride Problem*

O DARP pode ser considerado um problema PDP conforme a classificação de Savelsbergh e Sol (1995) ou um problema VRPDDP segundo Parragh, Doerner e Hartl (2008b).

O DARP também pode ser visto com a generalização do problema de coletas e entregas capacitado, o qual foi primeiro analisado por Wilson *et al.* (1971). O DARP é um problema da classe NP-difícil, pois o problema TSP pode ser reduzido ao caso mais simples do DARP (HEALY; MOLL, 1995), quando há somente um veículo.

O problema DARP surgiu de uma aplicação específica, em geral conhecida como serviço de porta a porta, nas quais clientes telefonam solicitando transporte (CUNHA, 2003). São serviços destinados especialmente a cadeirantes, pessoas com dificuldade de mobilidade, com alto grau de dependência ou que não apresentam condições de locomoção autônoma ao utilizarem o serviço de transporte público (CORDEAU; LAPORTE, 2003).

O DARP pode ser dividido em duas classes: estáticos e dinâmicos. Nos problemas definidos como estáticos todas as demandas de serviço são conhecidas por antecedência, antes do planejamento da execução do serviço. Nos problemas dinâmicos, a execução e planejamento do serviço se sobrepõem, pois as requisições ocorrem durante a prestação do serviço. Na prática, um DARP dinâmico raramente existe no mundo real, visto que um subconjunto de solicitações de transporte, normalmente, é conhecida de antemão (CORDEAU; LAPORTE, 2007).

Cordeau (2006) define o DARP como um grafo orientado  $G(V, E)$ . O conjunto de vértices  $V$  é particionado nos conjuntos  $G, P$  e  $D$ , com  $G = \{0, 2n + 1\}$  representando os vértices da garagem,  $P = \{1, 2, \dots, n\}$  o conjunto de vértices de *pickup* e  $D = \{n + 1, n + 2, \dots, 2n\}$  o conjunto de vértices de *delivery*. Uma requisição é representada pelo par  $(i, n + i)$ , com  $i \in P$  e  $n + i \in D$ . Cada vértice  $v_i \in V$  tem associado uma carga  $q_i$ , com  $q_0 = q_{2n+1} = 0$ ,  $q_i = -q_{n+i} \geq 0$  para todo  $i = 1, \dots, n$ . O conjunto de arcos é definido como  $A = \{(i, j) : i = 0, j \in P; \text{ ou } i, j \in P \cup D, i \neq j \text{ e } i \neq n + j; \text{ ou } i \in D, j = 2n + 1\}$ . A capacidade do veículo  $k \in K$  é denotada por  $Q_k$  e a duração máxima da rota do veículo  $k \in K$  é representada por  $T_k$ . O custo de percorrer o caminho do arco  $(i, j)$  com o veículo  $k \in K$  é igual a  $c_{i,j}^k$ , enquanto o tempo de atravessar o arco  $(i, j)$  com o veículo  $k \in K$  é representado pelo valor  $t_{i,j}$ . O tempo total de viagem é denotado por  $L$  e a janela de tempo do vértice  $i$  é definido como  $[e_i, l_i]$ . O DARP consiste em designar os  $m$  veículos em  $G$ , de modo que (ATTANASIO *et al.*, 2004):

1. Toda rota comece e termine no depósito, ou seja, comece no vértice  $v_o$  e termine no vértice  $v_{2n+1}$ ;
2. Para toda requisição  $i$ , os vértices  $v_i$  e  $v_{n+i}$  devem pertencer a uma única e mesma rota, com  $v_i$  visitado antes do vértice  $v_{n+i}$ ;
3. A carga do veículo  $k \in K$  não exceda o limite  $Q_k$  em qualquer momento;
4. O tempo total de viagem do veículo  $k \in K$  não ultrapasse o limite  $T_k$ ;
5. O serviço no vértice  $v_i$  comece no intervalo  $[e_i, l_i]$ ;
6. O tempo de traslado de cada cliente não exceda o limite  $L$ ; e
7. O custo total de roteamento de todos os veículos seja minimizado.

Na literatura, dois tipos de janelas de tempo são consideradas no DARP: *one-sided* e *two-sided*. Janelas de tempo *one-sided* determinam somente o horário de fim de uma janela, sem especificar um horário de início mínimo. Já as janelas de tempo *two-sided* especificam tanto o horário de início mínimo quanto o horário máximo para o atendimento, seja numa operação de *pickup* ou de *delivery* (CORDEAU; LAPORTE, 2003; JAW *et al.*, 1986; HAIDEMANN, 2005).

Segundo Haidemann (2005), os problemas DARP também podem ser classificados na forma como os clientes são atendidos. O primeiro tipo, chamado de *single load*, somente um cliente é atendido por vez. O segundo tipo, chamado de *mixed loads*, diversos clientes são atendidos simultaneamente, com clientes embarcando e desembarcando durante o atendimento das requisições.

A função objetivo do DARP varia conforme a aplicação realizada. Em geral, a função objetivo minimiza o custo total das rotas executadas enquanto busca minimizar a inconveniência do cliente, representada normalmente por alguma medida de tempo sofrida pelos clientes no atendimento das requisições.

Diversos autores estudaram e propuseram modelos matemáticos para o DARP, dos quais podem-se citar Jaw *et al.* (1986), Desrosiers, Dumas e Soumis (1986), Savelsbergh e Sol (1995), Toth e Vigo (1997), Cordeau e Laporte (2003), Cordeau (2006), Karabuk (2009), Parragh (2009) e Rodrigues, Rosa e Resendo (2012). Devido a sua complexidade computacional, a maioria das abordagens são variações de heurísticas ou metaheurísticas. A próxima seção apresenta o Estado da Arte do *Dial-a-Ride Problem*.

## 4.2 Estado da Arte do *Dial-a-Ride Problem*

Psaraftis (1980) desenvolveu um algoritmo de programação dinâmica para o DARP com veículo único e requisições imediatas. Nesta formulação, todo cliente deve ser aten-



dido o mais breve possível. A função objetivo é minimizar a combinação ponderada do tempo necessário para atender todos os clientes e o valor total de insatisfação dos clientes. A insatisfação é definida como uma função linear do tempo que cada cliente espera para ser atendido e do tempo que ele permanece no veículo até o seu destino. O algoritmo proposto foi capaz de resolver problemas com até 10 requisições. Em Psaraftis (1983), uma versão modificada do algoritmo de programação dinâmica é aplicado ao DARP com veículo único e janelas de tempo.

No trabalho de Cullen, Jarvis e Ratliff (1981) foi proposto um método iterativo para o DARP com frota homogênea usando um modelo de partição de conjunto. O algoritmo é decomposto em duas fases: *clustering* e *chaining*. Na fase de *clustering* são construídos *clusters* que atendem todas as requisições dos clientes. Devido à quantidade de *clusters* factíveis, um algoritmo de geração de colunas é utilizado para resolver o problema de particionamento de conjuntos. Na fase de *chaining*, um subconjunto dos *clusters* criados são unidos criando as rotas de *pickup* e *delivery*. Em ambas fases há iteração humana com o algoritmo. Os testes computacionais foram executados em 3 instâncias com até 50 requisições, com resultados iguais ou superiores à melhor solução conhecida.

Sexton e Bodin (1985a), Sexton e Bodin (1985b) propuseram um novo método ao DARP com horário de *delivery* especificado pelo cliente, usando a decomposição de *Benders* para resolver uma formulação de programação não linear, separando os componentes de *clustering* e *routing* do problema. A função objetivo é minimizar a inconveniência dos clientes, a qual é definida como a soma ponderada do desvio de tempo de *delivery* e o tempo excedente de viagem dos clientes. O método proposto foi testado em dados reais das cidades Gaithersburg, Marylande e Baltimore, nos quais as requisições variam de 7 a 20 clientes. Os testes computacionais mostraram que o método é rápido e robusto quando comparado com outros algoritmos.

No trabalho de Desrosiers, Dumas e Soumis (1986), um algoritmo de programação dinâmica é aplicado ao DARP estático com janelas de tempo. Os estados possíveis são reduzidos eliminando aqueles que são incompatíveis com as janelas de tempo, capacidade de veículos e a precedência de atendimento. Estes critérios de eliminação são eficientes quando a janela de tempo é curta e a capacidade do veículo é pequena. O método proposto foi capaz de resolver instâncias com até 40 requisições.

Jaw *et al.* (1986) propuseram uma heurística para o DARP com janela de tempo e restrições de qualidade de serviço. A heurística utiliza a abordagem de inserção de requisições, com uma função multiobjetivo minimizando tanto o custo de operação no transporte quanto a inconveniência dos clientes, representada por desvios nas janelas de tempo e tempo de transporte. Inicialmente, os clientes são ordenados na ordem crescente do início da janela de *pickup*. Em seguida, as requisições são adicionados à solução con-

forme o critério de inserção mais barato. Nos experimentos computacionais, a heurística foi testada em dois conjuntos de dados, o primeiro com 250 clientes, com 4 ou 5 veículos, e o segundo com instâncias reais com 2.617 clientes e 28 veículos. O tempo de execução para o conjunto simulado foi de, aproximadamente, 20 segundos, enquanto que para os dados reais foi de 12 minutos.

Healy e Moll (1995) formularam uma nova busca local aplicada ao DARP chamada *sacrificing*. A heurística proposta alterna entre fases de otimização e sacrifício. A primeira fase consiste em encontrar o mínimo local utilizando uma busca local com o tamanho da viagem como objetivo primário. A segunda fase, de sacrifício, busca soluções superiores à solução atual segundo o critério de sacrifício. Nesta fase, o objetivo é um fator relativo do tamanho da viagem da solução atual com o tamanho da sua vizinhança. A heurística foi testada em instâncias geradas aleatoriamente de 10 até 100 usuários.

Ioachim *et al.* (1995) desenvolveram uma heurística usando o algoritmo de *mini-clustering* para o DARP com frota heterogênea e janelas de tempo. O método utiliza geração de colunas para criar os *mini-clusterings* e um procedimento de construção de solução inicial que reduz em, aproximadamente, 40% o tempo de processamento. O algoritmo foi testado em instâncias com até 250 requisições e comparado a uma heurística de inserção paralela com *mini-clustering*. Além disso, foi testado numa instância real com 2.545 requisições, obtendo um tempo de viagem 5,9% melhor quando comparado com a heurística paralela.

Madsen, Ravn e Rygaard (1995) analisaram o problema DARP com frota heterogênea, janelas de tempo e função multiobjetivo. Os autores propuseram uma heurística utilizando o método de inserção de requisições. A função multiobjetivo considera o tempo total de viagem, número de veículos utilizados, tempo de espera total, o desvio total do tempo de atendimento solicitado e o custo total das rotas. A heurística foi testada em instâncias reais com solicitações de clientes da cidade de Copenhague envolvendo até 24 veículos e 300 usuários. A heurística foi capaz de encontrar soluções boas em pouco tempo de execução.

Borndörfer *et al.* (1997) propuseram um algoritmo *cluster-first, route-second* para o problema DARP com frota heterogênea e janelas de tempo para o atendimento de pessoas com limitações de locomoção na cidade de Berlim. O método utiliza a abordagem de partição de conjuntos para o *clustering* e *routing*. Na primeira fase, o *clustering*, são construídos segmentos de possíveis rotas que atendam mais de um cliente ao mesmo tempo. O objetivo desta fase é reduzir o espaço de busca e utilizar mais a capacidade de veículos. Na fase de *routing*, os segmentos de rotas são encadeados para produzir rotas que respeitam todas as restrições do problema. O problema de *clustering* pode ser resolvido otimamente enquanto o problema de *routing* é resolvido aproximadamente utilizando um algoritmo de *branch-and-bound*. Os resultados computacionais mostraram que é possível

resolver satisfatoriamente problemas com até 100 veículos e 1.500 requisições por dia.

Toth e Vigo (1997) examinaram o problema de transporte de deficientes físicos na cidade de Bolonha, Itália. O problema consiste num conjunto de requisições, frota heterogênea (miniônibus, carros e táxis) e restrições operacionais. Os autores propuseram uma heurística de inserção paralela rápida e efetiva que é capaz de, em poucos segundos, encontrar soluções boas para problemas do mundo real num computador pessoal. A heurística de inserção tenta inserir uma requisição dado um conjunto inicial de rotas. Caso não seja possível mais inserir uma requisição, uma nova rota é criada com um novo veículo da frota. Caso não haja mais veículos disponíveis, o algoritmo utiliza veículos extras ou táxis, porém com penalizações na solução. Uma vez construída uma solução inicial com a heurística de inserção, um procedimento de *Tabu Thresholding* é aplicado à solução com objetivo de melhorá-la. Os testes computacionais foram executados com instâncias com requisições variando de 276 até 312 requisições, mostrando uma grande melhora em relação a soluções construídas manualmente.

Baugh, Kakivaya e Stone (1998) aplicaram a metaheurística *Simulated Annealing* (SA) ao DARP, usando a abordagem *cluster-first, route-second*. O *clustering* é executado utilizando a heurística SA, enquanto que o *routing* é efetuado utilizando um algoritmo de vizinhança mais próxima. Os testes computacionais foram executados num conjunto de dados reais com 300 clientes e num conjunto de dados gerados com 25 clientes. Os autores alegam que a heurística proposta fornece resultados muito próximos ao ótimo global.

Cordeau e Laporte (2003) formularam uma metaheurística *Tabu Search* (TS) para a versão estática do DARP com múltiplos veículos. A heurística parte de uma solução inicial  $s_0$ , construída designando aleatoriamente requisições a rotas começando e terminando no depósito. A cada iteração  $t$  do algoritmo, a heurística parte da solução corrente  $s_t$  para vizinhança  $N(s_t)$  de  $s_t$ . Atributos de soluções recentemente visitadas são declaradas *tabu* por uma quantidade determinada de iterações e não são considerados como opções válidas de vizinhas de  $s_t$ . A definição de vizinhança de  $s$  é baseada no atributo  $U(s) = \{(i, k) : \text{requisição } i \text{ é designado ao veículo } k\}$ . Assim, a vizinhança de  $N(s_t)$  de  $s_t$  é constituída de todas as soluções alcançáveis de  $s_t$  ao se remover o atributo  $(i, k)$  de  $U(s_t)$  e o substituí-lo por  $(i, k')$ ,  $k \neq k'$ . Segundo os autores, a heurística proposta é flexível e pode ser adaptada para tratar problemas com vários depósitos ou frota heterogênea.

Diana e Dessouky (2004) apresentaram uma heurística de inserção paralela com *regret* para resolver o DARP com janelas de tempo e frota homogênea. No método proposto, uma solução é construída a partir de uma sequência de inserções de requisições utilizando a heurística *regret*. Inicialmente, todas as requisições são ordenadas conforme o tempo ascendente de *pickup*. Depois, o algoritmo entra num laço de repetição, no qual para cada requisição não atendida, calcula-se o menor custo de inserção destas em cada rota disponível. Após isso, calcula-se o *regret* de cada requisição, definido como

a soma das diferenças de todos os custos de inserção e o menor custo inserção de uma requisição. O *regret* assim definido é a medida de um preço potencial a ser pago caso uma requisição não seja atendida. O modelo desenvolvido tem uma função objetivo multicritério, minimizando a soma ponderada da distância total percorrida pelos veículos, as penalizações por excesso de tempo por cliente e o tempo por veículo. O algoritmo proposto foi testado em instâncias reais com 500 a 1000 requisições. Os autores relataram a efetividade do modelo proposto quando comparando a compensação entre qualidade de solução e tempo computacional.

Attanasio *et al.* (2004) paralelizaram a metaheurística TS proposta por Cordeau e Laporte (2003) para resolver uma versão dinâmica do DARP. O método proposto funciona da seguinte forma: (i) uma solução estática é construída com base nas requisições conhecidas inicialmente no início do horizonte de planejamento. (ii) Quando uma nova requisição chega, o algoritmo realiza uma verificação de exequibilidade, isto é, busca uma solução que seja factível com a inclusão da nova requisição. Nesta fase, o método gera novas soluções a partir da inclusão aleatória da nova requisição. Caso alguma destas soluções aleatórias seja factível, o procedimento passa para o próximo passo. Caso contrário, o procedimento executa o TS, em paralelo, nas soluções inactíveis geradas aleatoriamente, na esperança de encontrar uma solução factível. (iii) Uma vez que a verificação decida ou não pela inclusão da requisição, o método proposto tenta melhorar a solução atual com a metaheurística TS. A heurística proposta foi testada em vinte instâncias geradas aleatoriamente e seis instâncias do mundo real. Os resultados computacionais mostraram que a paralelização para atendimento dinâmico das requisições DARP diminuiu a quantidade de requisições recusadas.

Cordeau (2006) propôs um método exato utilizando *branch-and-cut* para resolver o DARP com múltiplos veículos, frota heterogênea e garagem única. Os resultados foram obtidos a partir de cenários gerados aleatoriamente com no máximo 48 clientes. O modelo do Cordeau (2006) será apresentado em maiores detalhes na Seção 4.3.

Jorgensen, Larsen e Bergvinsdottir (2006) adaptaram a heurística Algoritmo Genético (AG) para o DARP com frota homogênea, depósitos múltiplos, restrições de tempo *soft* e função multiobjetivo. A heurística proposta utiliza o modelo *cluster-first, route-second*, com o AG aplicado na fase de *clustering* e uma heurística de vizinhança mais próxima no *routing*. A função objetivo é multicritério, minimizando a soma ponderada do tempo total de transporte, o tempo de excesso e espera que cada passageiro incorre. Os resultados dos testes computacionais foram comparados aos obtidos por Cordeau e Laporte (2003), e no geral, a heurística proposta obtém valores melhores para o tempo de transporte e espera dos clientes, enquanto Cordeau e Laporte (2003) conseguem resultados melhores na duração da rota.

Wong e Bell (2006) desenvolveram uma heurística de inserção modificada para o

DARP com frota heterogênea, janelas de tempo e multicapacidade. A heurística proposta é eficiente e rápida, desenvolvida para resolver problemas práticos enfrentados no transporte de pessoas idosas e que necessitam de cuidados médicos. De forma geral, o método ordena as requisições em função de um critério de dificuldade (da requisição mais difícil para a mais fácil) e utiliza a heurística paralela de inserção baseada no algoritmo de [Jaw et al. \(1986\)](#). Posteriormente, uma busca local de pós-otimização é aplicada a solução gerada, com o intuito de melhorar a solução retornada pela inserção paralela. Os testes computacionais mostraram que a nova heurística é eficiente quando comparada aos algoritmos clássicos.

[Xiang, Chu e Chen \(2006\)](#) analisaram o DARP com frota heterogênea, janelas de tempo e agendamento de motoristas a veículos. Neste estudo, os motoristas possuem habilidades distintas e isso é considerado na designação do mesmo a veículos. Os autores propuseram uma heurística em duas fases. A primeira realiza a construção de uma solução utilizando uma heurística de inserção. Na segunda, chamada de aprimoramento, um conjunto de buscas locais é aplicado à solução da primeira fase juntamente com um estratégia de diversificação para escapar de um mínimo local. Nesta fase, as buscas locais realizam permutações de requisições intrarotas e interrotas, ou seja, permutam requisições numa mesma rota e entre rotas, respectivamente. Os testes computacionais mostraram que o método proposto é capaz de resolver problemas em larga escala com restrições complexas e é independente da solução gerada inicialmente.

[Calvo e Colorni \(2007\)](#) descreveram uma heurística simples, rápida e efetiva baseada em [Calvo \(2000\)](#) para o DARP com multiveículos. A heurística constrói um grafo auxiliar tendo, ao invés de dois, somente um nó por requisição. Cada novo arco, conectando novos nós neste grafo auxiliar, tem uma função de custo associada medindo a distância e espaço entre os dois clientes. Este novo grafo é obtido do problema original usando transformação não triviais, isto é, o conjunto de restrições do problema original são relaxadas e usadas para construir a função de custo no grafo auxiliar. Uma heurística de designação de requisições é utilizada no grafo auxiliar, gerando uma solução próxima da viável. A partir da solução inviável, são aplicadas dois métodos que a transforma numa solução viável. A heurística proposta foi aplicada num conjunto de dados gerados a partir da rede de *Milan*, mostrando-se rápida e eficiente.

[Melachrinoudis, Ilhan e Min \(2007\)](#) analisaram o problema de transporte de pacientes na área metropolitana de Boston, no qual diversos centros de atendimento realizavam o agendamento de requisições de pacientes isoladamente e com veículos próprios. Os autores propuseram um modelo matemático de programação linear inteira mista para o DARP com requisições dupla (*inbound* e *outbound*), janelas de tempo *soft*, múltiplos depósitos e multiveículos. A função objetivo é minimizar a combinação convexa do custo de transporte total e a medida de inconveniência dos clientes. Este último, consiste no

excesso de tempo que o cliente permanece numa viagem, o atraso no *pickup* ou atraso/a-diantamento no *delivery* de clientes. Os autores adaptaram a metaheurística TS para resolver o problema. O método proposto foi utilizado para comparar os benefícios de um centro especializado no atendimento de requisições em relação ao sistema atual, no qual diversos centros individuais atendem seus próprio pacientes e roteiam seus próprios veículos.

Karabuk (2009) apresentou uma heurística, baseada no método de geração de colunas, para resolver o problema enfrentado por uma autoridade de trânsito numa cidade de médio porte no Estados Unidos. O modelo proposto trata do DARP com janelas de tempo e restrições de precedência. O algoritmo de geração de colunas é modificado para incluir o conceito de duas fases *clustering-first, routing-second*. Na primeira fase, *clustering*, os clientes são agrupados e na segunda fase, *routing*, são criadas rotas de veículos para os clientes agrupados na primeira fase. Os testes computacionais foram executados com instâncias reais e problemas com até 680 requisições e 48 veículos podem ser resolvidos dentro de 2% de otimalidade. De um forma geral, houve uma melhora média de 12% nas soluções encontradas.

Mauri e Lorena (2009) descreveram em seu estudo um modelo matemático multiobjetivo, minimizando o custo de transporte e a inconveniência dos clientes por meio de penalizações nas soluções, usando a heurística *Simulated Annealing* para a versão estática do DARP. A heurística foi testada em instâncias disponíveis publicamente e comparadas a outros métodos de resolução para o DARP.

Parragh (2009) desenvolveu uma heurística para resolver o DARP com restrições relacionadas ao motorista, usuários e veículos heterogêneos. Isto envolve, por exemplo, a designação de motoristas e pessoal adicional a veículos e a designação de paradas para o almoço. Nesta formulação o tempo máximo de viagem são considerados implicitamente, construindo janelas de tempo tanto nos locais de *pickup* quanto nos locais de *delivery*. O método proposto utiliza uma combinação da heurística *Variable Neighborhood Search* (VNS) e geração de colunas para resolver o problema. Os testes computacionais foram executados com instâncias com até 54 requisições.

Beaudry *et al.* (2010) analisaram o DARP dinâmico e com frota heterogênea que surge em grandes hospitais. Neste problema as requisições envolvem três tipos diferentes de transporte (assentos, cama e cadeira de rodas) e veículos de vários tipos. Os autores adaptaram a heurística *Tabu Search* proposta por Cordeau e Laporte (2003) para resolver o problema.

Gupta *et al.* (2010) abordaram o problema de planejamento de transporte de pessoas com deficiências para duas agências estaduais norte-americanas. Os autores discutem a pressão que existe para a prestação do serviço com o menor custo possível enquanto deseja-se a maximização da qualidade do serviço. Além disso, neste problema táxis podem

ser utilizados como recurso adicional no atendimento de requisições. Os autores propuseram duas abordagens com o objetivo de melhorar a eficiência e estimar o benefício a partir de dados reais fornecidos pelas agências estaduais. A primeira abordagem otimizou rotas desenvolvidas no final de cada dia. A segunda abordagem testou o benefício de se utilizar táxis como prestadores de serviços adicionais. Os resultados dos testes mostraram que a otimização das rotas no final do dia representava um ganho de, aproximadamente, 5% dos custos operacionais. Quando se analisou rotas individualmente, a abordagem mostra uma melhora na eficiência da rota de 5%. A segunda abordagem identifica quais passageiros podem ser atendidos mais economicamente utilizando táxis. A partir dos dados reais, os autores identificaram que a utilização de táxis torna-se viável e capaz de melhorar a eficiência na prestação do serviço.

[Hyttiä et al. \(2010\)](#) desenvolveram um modelo estocástico para o DARP com veículo único usando o modelo *Erlang's Loss*. O modelo foi executado computacionalmente para avaliar os *trade-offs* entre a variação na taxa de *pickups* e tempo de atendimento médio do cliente, conforme a capacidade de assentos no veículo.

[Parragh, Doerner e Hartl \(2010\)](#) aplicaram a metaheurística *Variable Neighborhood Search* (VNS) ao DARP. O VNS desenvolvido parte de uma solução inicial  $s_{init}$  construída usando como base o procedimento proposto por [Cordeau e Laporte \(2003\)](#), mas com modificações no algoritmo para refletir em  $s_{init}$  as restrições de janela de tempo e distância espacial. A solução  $s_{init}$  obtida torna-se a solução titular  $s$  do VNS. Então, a heurística entre num laço de repetição até que uma condição de parada seja alcançada. Em cada iteração deste laço, uma solução  $s'$  é gerada a partir da vizinhança  $N_k(s)$  de  $s$ . Em seguida, uma busca local é aplicada a  $s'$  produzindo uma solução  $s''$ . Se  $s''$  é melhor que  $s$ , então  $s''$  torna-se a nova solução titular  $s$  e o procedimento continua com a primeira vizinhança  $k = 1$ . Caso contrário,  $s$  não é substituída e a próxima vizinhança (maior) é usada na iteração seguinte  $k = k + 1$ . Se  $k$  ultrapassa um valor máximo de iterações  $k_{max}$ , a busca retorna à vizinhança  $k = 1$ . A metaheurística foi aplicada a dois conjuntos de dados. No primeiro conjunto, os resultados obtidos foram, em média, 0,26% melhores que as soluções atuais, mas no geral obteve-se 16 novas soluções ótimas. No segundo conjunto, no qual a maioria das restrições podem ser relaxadas, o procedimento conseguiu obter resultados, em média, 71,79% melhores.

[Faria et al. \(2010\)](#) formularam um modelo para o DARP no transporte de pessoas com deficiência na cidade de São José dos Campos, São Paulo. Os autores propuseram a aplicação de um algoritmo de roteamento e uma heurística de inserção paralela para resolver o problema. Os testes computacionais foram executados em programas desenvolvidos em Excel e Visual Basic para a simulação com dados reais. O método proposto foi capaz de atender até 56% das requisições.

[Calvo e Touati-Moungla \(2011\)](#) propuseram um método baseado na *Granular Tabu*

*Search* (GTS) para resolver o DARP com veículos heterogêneos e janelas de tempo. O método proposto parte de uma solução inicial construída com o algoritmo proposto por Calvo e Colorni (2007) e utiliza a metaheurística GTS para melhorá-lo. Inicialmente, o método transforma o grafo original de nós de *pickup* e *delivery* num grafo auxiliar de clientes, o qual é menor que o original. Cada novo arco no grafo auxiliar contém a distância entre dois clientes. Neste novo grafo, um problema de designação é definido e resolvido, fornecendo diversas informações da solução, a mais útil sendo a matriz de custo reduzido, a qual mostra quão perto um cliente está do outro. A GTS utiliza esta informação de distância entre clientes para guiar a busca local. Os testes computacionais foram executados em instâncias geradas aleatoriamente com até 500 requisições.

Garaix *et al.* (2011) analisaram o problema DARP dinâmico com função objetivo de maximização da taxa de ocupação de passageiros. O problema surgiu numa zona rural francesa, no qual se encoraja que os habitantes locais se encontrem mais frequentemente e assim desenvolvam ou mantenham coesão social. A taxa de ocupação é definida como os tempos de viagem dos passageiros dividido pelo tempo total de viagem dos veículos. Os autores propuseram dois métodos de solução baseados em geração de colunas aplicados a uma formulação de partição de conjuntos, no qual a função objetivo é o quociente de duas funções lineares. Nos testes computacionais, os métodos propostos foram capazes de resolver, em poucos segundos, um largo conjunto de instâncias de vários tipos com até 200 requisições.

Ho e Haugland (2011) analisaram o DARP estocástico, no qual usuários estão presentes com uma dada probabilidade. Os autores propuseram um procedimento de busca de vizinhança eficiente e aplicaram as heurísticas *Tabu Search* (TS) e busca local ao problema. Os testes computacionais mostraram que a TS encontrou soluções viáveis para todas as instâncias de testes e um custo consideravelmente menor se comparado à busca local, e o procedimento de busca de vizinhança é muito mais rápido que outros métodos diretos.

Heilporn, Cordeau e Laporte (2011) propuseram um novo algoritmo exato para o DARP chamado *DARP with stochastic customer delays* (S-DARP) para problemas nos quais o horário de embarque dos clientes não pode ser conhecido com precisão. Isso surge, em especial, nos casos de paciente em hospitais ou centros de assistência médica, no qual o horário que o cliente está disponível no local de embarque não pode ser conhecido previamente com exatidão. Em função disso, no modelo proposto o horário de embarque das requisições são definidas estocasticamente. O algoritmo SDARP consiste na geração *a priori* de um caminho Hamiltoniano que minimiza o custo esperado da rota realmente executada pelo veículo utilizando o algoritmo inteiro *L-shaped*. Os resultados computacionais mostraram que o algoritmo fornece soluções ótimas para instâncias de tamanhos pequenas e médias. Observou-se que modelar os atrasos estocasticamente levou a uma



redução de 33% do custo da solução esperada.

Häme (2011), baseando-se nos trabalhos de Psaraftis (1980), Psaraftis (1983), desenvolveu um algoritmo exato para encontrar a rota ótima para o problema do DARP com janelas de tempo, frota unitária e requisições dinâmicas. A solução proposta utiliza uma função objetivo generalizada do *Travelling Salesman Problem* (TSP), na qual a combinação ponderada de tempo necessário para servir todos os clientes e o grau de insatisfação experimentada pelos clientes é minimizada. A construção da rota é feita utilizando uma versão otimizada do procedimento de inserção de requisições. Segundo o autor, o algoritmo mostrou-se capaz de tratar qualquer função objetivo para roteamento dinâmico e, conforme o tamanho do problema, pode-se diminuir o espaço de busca para que um ótimo local seja encontrado.

Schilde, Doerner e Hartl (2011) formularam um modelo matemático para o *Dynamic Stochastic DARP* (DSDARP) com o transporte de retorno estocástico. Os autores analisaram o problema de transporte de pacientes na Áustria, realizado pela Cruz Vermelha Austríaca, no qual é comum a realização de uma viagem de retorno de pacientes, posteriormente, ao atendimento de uma requisição de serviço com destino a hospitais. Utilizando os dados históricos de pacientes, modelou-se a inclusão dinâmica de demandas de transporte conforme o recebimento de novas requisições. Os autores adaptaram as metaheurísticas *Variable Neighborhood Search* (VNS) e *Multiple Scenario Approach* (MSA) e as compararam com suas contrapartes sem a demanda estocástica. Os resultados encontrados mostram que as novas metaheurísticas produzem resultados melhores, em média, de 11,12% a 25,86% e 1,35% a 9,98% para o VNS e MSA, respectivamente.

Parragh (2011) analisou o problema DARP com frota heterogênea que surge no atendimento de pacientes pela Cruz Vermelha Australiana (CRA). A CRA distingue três tipos de usuários para o transporte: sentado, maca e cadeira de rodas. O autor propôs duas formulações de programação linear inteira mista com 2-índices e 3-índices para o problema. Um aspecto essencial na formulação 2-índices é a inclusão da diferenciação de capacidade de um veículo com base no arco que ele percorre. Além disso, todas inequações propostas para o DARP com frota homogênea são adaptadas para a nova formulação e empregadas num algoritmo de *branch-and-cut* baseado em 2-índices e 3-índices. O autor também adaptou a heurística *Variable Neighborhood Search* proposta por Parragh (2009) para resolver a formulação proposta. O método heurístico encontrou soluções com alta qualidade e instâncias com até 40 requisições foram resolvidas otimamente.

Berbeglia, Cordeau e Laporte (2012) propuseram um novo algoritmo híbrido para o DARP dinâmico, combinando um algoritmo exato de programação por restrições (PR) e a metaheurística Tabu Search (TS) na solução do problema. A abordagem proposta constrói uma solução inicial com as demandas conhecidas de antemão e utiliza a heurística TS para melhorar continuamente esta solução. As requisições em tempo real são avaliadas, em

paralelo, pela heurística TS e o algoritmo PR para decidir se são aceitas ou rejeitadas. O objetivo do TS é melhorar a solução corrente com a inclusão da nova requisição, enquanto o PR tem como função encontrar um solução viável da instância do problema ou identificá-la como inviável. Uma nova requisição é só aceita pelo algoritmo quando ou o TS ou PR encontra uma solução viável do problema. Os autores relatam que a execução em paralelo dos algoritmos superam a execução isolada de cada um.

[Chevrier et al. \(2012\)](#) propuseram três Algoritmos Evolucionários (AE) híbridos para o DARP com frota heterogênea e janelas de tempo *soft*. A função objetivo é multicritério, minimizando três variáveis do problema: (i) a quantidade de veículos; (ii) os atrasos experimentados pelos clientes; e (iii) o tempo de viagem dos veículos. Os autores modificaram três heurísticas AE, incluindo uma busca local no passo de mutação de cada AE. O método proposto foi executado em três conjuntos de dados contendo instâncias reais e gerados automaticamente. Os autores relataram que os resultados dos testes computacionais mostram que as metaheurísticas AE hibridizadas obtêm resultados melhores que os métodos AE originais.

[Rodrigues, Rosa e Resendo \(2012\)](#) adaptaram o modelo proposto por [Cordeau \(2006\)](#) para o transporte de cadeirantes com janelas de tempo, múltiplos veículos e frota homogênea. A função objetivo minimiza o custo de atendimento das demandas, representado pelo tempo de viagem. O modelo foi executado em diversos cenários e mostrou que cenários com até 20 clientes podem ser resolvidos otimamente. O modelo de [Rodrigues, Rosa e Resendo \(2012\)](#) será melhor explicado na Seção 4.4.

[Zidi et al. \(2012\)](#) analisaram o caso estático do DARP com frota homogênea, função objetivo multicritério, minimizando o custo total do transporte e a qualidade do serviço, composta pelo tempo de serviço e locais visitados por cada cliente. Os autores propuseram a aplicação do *Multi-Objective Simulated Annealing* (MOSA) à formulação anterior do DARP. Esta formulação do SA é aplicável a funções objetivos multicritério, quando o resultado buscado do problema é um conjunto de soluções denominado de ótimo de Pareto. Os testes computacionais produziram soluções competitivas em relação aos resultados de [Cordeau e Laporte \(2003\)](#), mas com tempo de processamento melhor.

A Tabela 3 resume os trabalhos apresentados nesta seção.

Tabela 3 – Síntese do Estado da Arte do *Dial-a-Ride Problem*

Ano	Autor(es)	Proposta
1980	Psaraftis	Programação dinâmica
1983	Psaraftis	Programação dinâmica e janelas de tempo
1981	Cullen, Jarvis e Ratlif	Método iterativo usando <i>clustering</i> e <i>chaining</i>
1985	Sexto e Bodin	Programação não linear usando <i>clustering</i> e <i>chaining</i>
1986	Desrosiers, Dumas e Soumis	Programação dinâmica
1986	Jaw <i>et al.</i>	Heurística de inserção de requisições
1995	Healy e Moll	Heurística busca local
1995	Ioachim <i>et al.</i>	Heurística de <i>mini-clustering</i> com geração de colunas
1995	Madsen, Ravn e Rygaard	Heurística de inserção de requisições
1995	Borndörfer <i>et al.</i>	Partição de conjuntos com <i>clustering</i> e <i>routing</i>
1997	Toth e Vigo	Heurística de inserção de requisições
1998	Baugh, Kakivaya e Stone	SA
2003	Cordeau e Laporte	TS
2003	Diana e Dessouky	Heurística de inserção paralela de requisições
2004	Attanasio <i>et al.</i>	TS paralelizado
2006	Cordeau	<i>Branch-and-cut</i>
2006	Jorgensen, Larsen e Bergvinsdottir	AG
2006	Wong e Bell	Heurística de inserção de requisições
2006	Xiang, Chu e Chen	Heurística com inserção de requisições e busca local
2007	Calvo e Colorni	Heurística baseada em grafos
2007	Melachrinoudis, Ilhan e Min	Programação linear inteira mista
2009	Karabuk	Heurística baseada em geração de colunas
2009	Mauri e Lorena	SA
2009	Parragh	Heurística baseada em VNS e geração de colunas
2010	Beaudry <i>et al.</i>	TS
2010	Gupta <i>et al.</i>	Heurística de inserção e Programação Linear
2010	Hyytiä <i>et al.</i>	Modelo estocástico
2010	Parragh, Doerner e Hartl	VNS
2010	Faria <i>et al.</i>	Algoritmo de roteamento e heurística de inserção de requisições
2011	Calvo e Touati-Mongala	GTS
2011	Garaix <i>et al.</i>	Geração de colunas
2011	Häme	Algoritmo exato
2011	Heilporn, Cordeau e Laporte	Algoritmo exato
2011	Ho e Haugland	TS
2011	Parragh	Programação linear inteira mista e heurística VNS
2011	Schilde, Doerner e Hartl	Heurísticas VNS e MSA
2012	Berbeglia, Cordeau e Laporte	Algoritmo híbrido de programação exata e TS
2012	Chevrier <i>et al.</i>	AG
2012	Rodrigues, Rosa e Rosendo	Programação linear inteira mista
2012	Zidi <i>et al.</i>	MOSA

Fonte: Próprio autor

A proposta deste trabalho é baseado no trabalho de [Rodrigues, Rosa e Resendo \(2012\)](#), o qual é baseado no trabalho de [Cordeau \(2006\)](#). Assim, ambos são apresentados nas próximas seções.

### 4.3 Modelo Matemático Proposto por Cordeau (2006) para o DARP

O modelo matemático proposto por [Cordeau \(2006\)](#) para representar o DARP supõe a existência de  $n$  requisições de transporte (clientes) a serem atendidos por uma

frota de  $k$  veículos. Cada requisição define um local  $i$  de de embarque e um local  $n + i$  de desembarque. Define-se  $P$  como os locais de embarque,  $U$  os locais de desembarque,  $G^-$  o conjunto de garagens de origem,  $G^+$  o conjunto de garagens de destino e  $N = P \cup U \cup G^+ \cup G^-$  como o conjunto de todos os locais.

Cada cliente  $i \in P$  define se irá sozinho ou com um acompanhante, isto é, o número  $q_i$  de assentos necessários no atendimento daquela requisição. O cliente também define dois intervalos de tempo  $[e_i, l_i]$  para o atendimento na origem e  $[e_{n+i}, l_{n+i}]$  para o atendimento no destino. Tem-se  $q_i > 0$  e  $q_i = -q_{n+i}$ .

Há um tempo máximo de viagem  $R_i$  associado a cada cliente  $i$ . O tempo do serviço de embarque ou desembarque do cliente num local  $i$  é definido por  $s_i$ .

Cada veículo  $k \in K$  tem um quantidade de assentos  $Q_k$  e um tempo máximo de duração  $T_k$  no atendimento da rota. A rota começa numa garagem  $g_k^- \in G^-$  e termina numa garagem  $g_k^+ \in G^+$ .

Entre dois pontos  $i, j \in N$ ,  $i \neq j$ , têm-se os parâmetros  $d_{i,j}$  representando a distância entre  $i$  e  $j$ ,  $t_{i,j}$  o tempo de viagem de  $i$  a  $j$  e  $c_{i,j}$  representando o custo de deslocamento de  $i$  a  $j$ .

A capacidade  $Q_k$  do veículo  $k \in K$  não pode ser excedida em nenhum local visitado e o início do serviço de todos os locais  $i, n + i \in N$  devem estar dentro das janelas de tempo  $[e_i, l_i]$  e  $[e_{n+i}, l_{n+i}]$ , respectivamente.

Além disso, as seguintes variáveis de decisão são definidas:

- $x_{i,j}^k$  : variável binária. Igual a 1 caso o veículo  $k \in K$  trafegue do local  $i$  ao  $j$ ,  $i, j \in N$ . Caso contrário, igual a 0;
- $B_i^k$  : instante que o veículo  $k \in K$  começa a atender o nó  $i \in N$ ;
- $Q_i^k$  : número de assentos ocupados após o veículo  $k \in K$  visitar o nó  $i \in N$ , sendo que  $Q_i^k = 0$  se  $i \in G^- \cup G^+$  e  $Q_i^k = Q_{i-1}^k + q_i$  se  $i \in P \cup U$ ; e
- $R_i^k$  : tempo máximo de viagem de cada cliente dentro do veículo  $k \in K$ .

Baseado nas definições expostas anteriormente, [Cordeau \(2006\)](#) propõe a seguinte formulação matemática do problema:

$$\text{Minimizar: } z = \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{i,j} x_{i,j}^k \quad (4.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N} x_{i,j}^k = 1 \quad \forall i \in P \quad (4.2)$$

$$\sum_{j \in N} x_{i,j}^k - \sum_{j \in N} x_{n+i,j}^k = 0 \quad \forall i \in P, k \in K \quad (4.3)$$

$$\sum_{j \in N} x_{g_k^-, j}^k = 1 \quad \forall k \in K \quad (4.4)$$

$$\sum_{j \in N} x_{j,i}^k - \sum_{j \in N} x_{i,j}^k = 0 \quad \forall i \in p \cup D, k \in K \quad (4.5)$$

$$\sum_{j \in N} x_{i,g_k^+}^k = 1 \quad \forall k \in K \quad (4.6)$$

$$Q_j^k \geq (Q_i^k + q_j) x_{i,j}^k \quad \forall k \in K, i, j \in N \quad (4.7)$$

$$B_j^k \geq (B_i^k + s_i + t_{i,j}^k) x_{i,j}^k \quad \forall k \in K, i, j \in N \quad (4.8)$$

$$R_i = B_{n+1}^k - (B_i^k + s_i) \quad \forall i \in P, k \in K \quad (4.9)$$

$$B_{g_k^+}^k - B_{g_k^-}^k \leq T_k \quad \forall k \in K \quad (4.10)$$

$$e_i \leq B_i^k \leq l_i \quad \forall k \in K, i \in N \quad (4.11)$$

$$t_{i,n+i} \leq R_i^k \leq R_i \quad \forall k \in K, i \in P \quad (4.12)$$

$$\max(0, q_i) \leq Q_i^k \leq \min(Q_k, Q_k + q_i) \quad \forall i \in N, k \in K \quad (4.13)$$

$$x_{i,j}^k \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in N, k \in K \quad (4.14)$$

A Função Objetivo 4.1 do modelo proposto minimiza o custo total da rota. As Restrições 4.2 e 4.3 garantem que cada requisição será atendida somente por um veículo e que os locais de embarque e desembarque de uma requisição serão atendidos pelo mesmo veículo.

As Restrições 4.4 a 4.6 garantem que a rota de cada veículo  $k \in K$  começa e termina na garagem. Nesta formulação tem-se  $g_k^- = g_k^+$ , ou seja, a garagem de origem e destino são iguais.

As Restrições 4.7 e 4.8 garantem os cálculos corretos dos horários e carregamentos dos veículos. As Restrições 4.9 representam o tempo de viagem dos clientes, o qual é limitado pelas Restrições 4.12. As Restrições 4.11 e 4.13 garantem a não violação das janelas de tempo e da capacidade dos veículos, respectivamente. As Restrições 4.10 limitam o tempo de duração de cada rota. As Restrições 4.14 definem que a variável  $x_{i,j}^k$  deve ser binária.

No modelo anterior, segundo Cordeau (2006), o número de variáveis pode ser reduzido por meio da agregação das variáveis  $B_i^k$  na variável  $B_i$ , tendo em vista que

apenas um veículo atenderá o local  $i \in N$ , sendo desnecessário uma variável para cada veículo. O autor também propõe a diminuição do tamanho do problema pela eliminação de arcos da garagem para uma local de desembarque, de um local de desembarque para seu local de embarque, entre outros.

#### 4.4 Modelo Matemático Proposto por Rodrigues, Rosa e Resendo (2012) para o DARP

Rodrigues, Rosa e Resendo (2012) adaptaram o modelo DARP proposto por Cordeau (2006) para o atendimento do transporte público de cadeirantes da prefeitura de Vitória - ES.

Os autores definem um modelo com  $n$  requisições de transporte (clientes) a serem atendidas por uma frota de  $kn$  veículos. O DARP é definido num grafo completo  $G = (N, A)$ , no qual  $N = Nos \cup NosDrop \cup C_g$ ,  $Nos = \{1, \dots, n\}$  e  $NosDrop = \{n+1, \dots, 2n\}$  e  $A = N \times N$ .  $Nos$  e  $NosDrop$  são os conjuntos de nós de embarque e desembarque, respectivamente.  $C_g = \{0, 2n+1\}$  é definido como o conjunto de garagens, em que 0 e  $2n+1$  representam a garagem de início e final, respectivamente. O conjunto  $K = \{1, \dots, kn\}$  representa a frota de veículos, com cada veículo com uma capacidade  $cap_k$ . Tem-se  $|K| = kn$ .

Cada requisição de transporte especifica um local  $i \in N$  e  $n+i \in N$  de embarque e desembarque, respectivamente. Para cada nó  $i \in N$  é associado uma capacidade unitária  $q_i$  de passageiros, com  $q_i = -q_{n+i}$  para todo  $i \in \{1, \dots, n\}$  e uma duração do serviço  $d_i$ , com  $d_i = d_{n+i}$  para todo  $i \in \{1, \dots, n\}$ . As garagens possuem  $d_0 = d_{2n+1} = 0$  e  $q_0 = q_{2n+1} = 0$ .

Cada local  $i \in N$  tem associado uma janela de tempo  $[e_i, l_i]$ , no qual  $e_i$  e  $l_i$  representam o início e final da janela de tempo, respectivamente. Entre os locais  $i$  e  $j$ ,  $i, j \in N$ , têm-se um custo  $c_{i,j}$  representado o tempo ou distância necessários para percorrer o caminho de  $i$  a  $j$ .

As seguintes variáveis de decisão são definidas:

- $x_{i,j}^k$  : variável binária. Igual a 1 caso o veículo  $k \in K$  trafegue do local  $i$  ao  $j$ ,  $i, j \in N$ . Caso contrário, igual a 0;
- $B_i^k$  : instante que o veículo  $k \in K$  começa a atender o nó  $i \in N$ ;
- $Q_i^k$  : número de assentos ocupados após o veículo  $k \in K$  visitar o nó  $i \in N$ ; e
- $xb^k$  : variável binária com  $xb^k = 1$  se o veículo  $k \in K$  é utilizado e  $xb^k = 0$ , caso contrário.

O modelo de programação linear inteira mista é definido como:

$$\text{Minimizar: } z = \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{i,j} x_{i,j}^k \quad (4.15)$$

Sujeito a:

$$xb^k = \sum_{j \in N} x_{0,j}^k \quad \forall k \in K \quad (4.16)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N} x_{i,j}^k = 1 \quad \forall i \in Nos \quad (4.17)$$

$$\sum_{j \in N} x_{i,j}^k - \sum_{j \in N} x_{n+i,j}^k = 0 \quad \forall i \in Nos, n+i \in NosDrop, k \in K \quad (4.18)$$

$$\sum_{j \in Nos} x_{0,j}^k \leq 1 \quad \forall k \in K \quad (4.19)$$

$$\sum_{j \in N} x_{j,i}^k - \sum_{j \in N} x_{i,j}^k = 0 \quad \forall i \in NPD, k \in K \quad (4.20)$$

$$\sum_{i \in NosDrop} x_{i,2n+1}^k \leq 1 \quad \forall k \in K \quad (4.21)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} x_{i,j}^k \leq |S| - 2 \quad \forall k \in K \quad (4.22)$$

$$Q_j^k \geq (Q_i^k + q_j) x_{i,j}^k \quad \forall k \in K, i, j \in N \quad (4.23)$$

$$Q_i^k \leq cap_k \quad \forall k \in K, i \in N \quad (4.24)$$

$$Q_{2n+1}^k = 0 \quad \forall k \in K \quad (4.25)$$

$$Q_0^k = 0 \quad \forall k \in K \quad (4.26)$$

$$B_j^k \geq (B_i^k + d_i + t_{i,j}^k) x_{i,j}^k \quad \forall k \in K, i, j \in N \quad (4.27)$$

$$e_i \leq B_i^k \leq l_i \quad \forall k \in K, i \in N \quad (4.28)$$

$$x_{i,j}^k \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in N, k \in K \quad (4.29)$$

$$xb^k \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K \quad (4.30)$$

$$Q_j^k \geq 0 \quad \forall j \in N, k \in K \quad (4.31)$$

A Função Objetivo 4.15 minimiza o custo total de viagem. As Restrições 4.16 relacionam as variáveis  $xb^k$  e  $x_{0,j}^k$ . Dessa forma, estas restrições controlam o número de veículos que saem da garagem. As Restrições 4.17 exigem que cada requisição seja atendida exatamente uma vez. As Restrições 4.18 garantem que o embarque e desembarque seja realizado pelo mesmo veículo.

As Restrições 4.19 a 4.21 garantem que a rota do veículo comece e termine numa garagem. As Restrições 4.22 não permitem a geração de subrotas na formulação.

As Restrições 4.23 a 4.26 obrigam que não exista carga nos veículos nas garagens e que não seja excedido o número máximo de passageiros após o atendimento de cada local.

As Restrições 4.27 garantem a consistência do tempo no atendimentos das requi-

sições. As Restrições 4.28 garantem a não violação da janela de tempo das requisições. As Restrições 4.29 e 4.30 garantem que as variáveis  $x_{i,j}^k$  e  $xb^k$  sejam binárias, respectivamente. Finalmente, as Restrições 4.31 exigem que o número de passageiros no veículo  $k \in K$  após visitar o nó  $j \in N$  seja maior ou igual a zero.

## 4.5 Capacitated Helicopter Routing Problem

Segundo Rosero e Torres (2006), o *Helicopter Routing Problem* (HRP) é definido pelos autores Savelsbergh e Sol (1995) e Torres (2004) como o problema que consiste na construção de rotas factíveis a serem percorrida por helicópteros a fim de satisfazer requisições de transporte. De acordo com esta definição, o problema HRP pode ser classificado como mais um caso do *General Pickup and Delivery Problems* (GPDP).

Na classificação original proposta por Savelsbergh e Sol (1995), o GPDP subdivide-se em três tipos de problemas: *Pickup and Delivery Problem* (PDP), *Dial-a-Ride Problem* (DARP) e *Vehicle Routing Problem* (VRP). O acréscimo do HRP incluiria mais um problema nesta classificação. A Figura 5 representa a nova classificação com a inclusão do HRP.

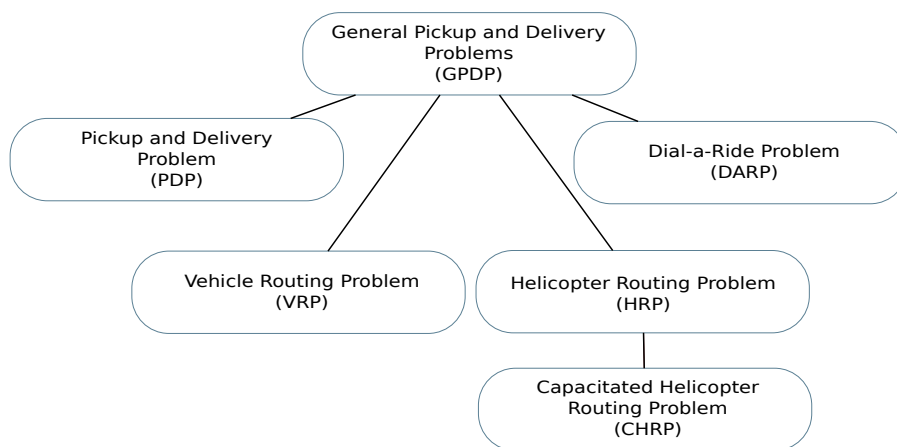


Figura 5 – Classificação Geral dos Problemas de *Pickup* e *Delivery* segundo Savelsbergh e Sol (1995), modificado com a inclusão do problema HPR

Fonte: Próprio autor

Timlin e Pulleyblank (1992) modelaram em seu trabalho o HRP como um DARP com veículo único e sem restrições de janelas de tempo. Segundo esta classificação, o problema HRP pode ser incluído como um subtipo de DARP no modelo proposto por Parragh, Doerner e Hartl (2008b). Na Figura 6 está esquematizado o novo modelo com a inclusão do HRP.

Um caso especial do HRP é o CHRP (*Capacitated Helicopter Routing Problem*) (TIMLIN; PULLEYBLANK, 1992). O CHRP é um problema em que o helicóptero



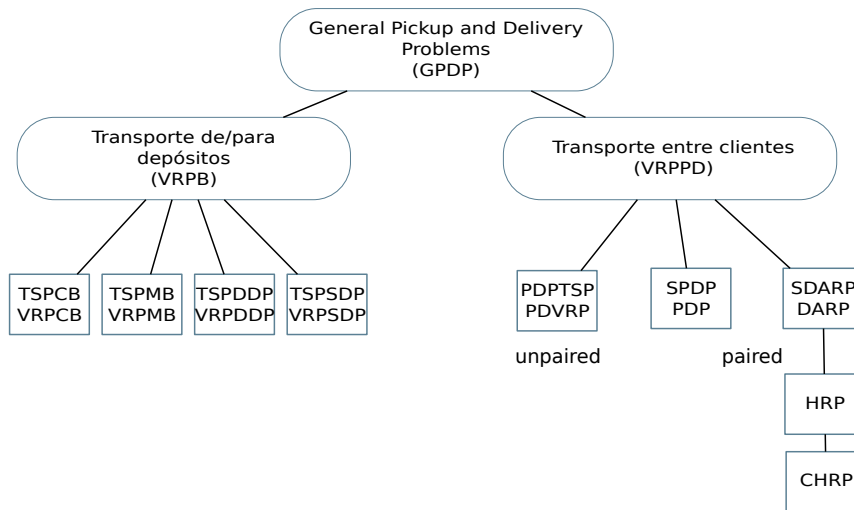


Figura 6 – Classificação Geral dos Problemas de *Pickup* e *Delivery* segundo Parragh, Doerner e Hartl (2008b), modificado com a inclusão do problema HPR

Fonte: Próprio autor

tem uma capacidade de peso fixa e cada requisição tem uma carga associada ao trajeto embarque-desembarque. A função objetivo no CHRP é encontrar uma rota com o menor caminho sem sobrecarregar o peso da aeronave. Nas Figuras 5 e 6 anteriores, o CHRP é mostrado como um subtipo de HRP.

Um das aplicações CHRP consiste na programação de rotas no transporte de empregados para plataformas de exploração de petróleo em alto mar. Segundo Kaiser (2007), helicópteros têm sido o principal meio de transporte de pessoas para e de instalações *offshore* por mais de 60 anos.

Muitos dos campos petrolíferos no Brasil já estão localizados em zonas *offshore* e o desenvolvimento da tecnologia de produção em águas profundas aumentará este número. Nos campos da Bacia de Campos, dezenas de milhares de trabalhadores vivem em habitações *offshore*. A cada dia, centenas de trabalhadores são transportados através das plataformas *offshore* antes e depois de seu turno. O principal modo de transporte da tripulação é realizado via helicópteros e, devido ao alto custo envolvido, este serviço é fornecido por companhias logísticas terceiras (ROMERO; SHEREMETOV; SORIANO, 2007).

Apesar dos problemas GPDP atraírem muita atenção na comunidade científica por causa da sua aplicabilidade no transporte rodoviário, ferroviário e aquaviário, entretanto, pouco trabalho foi realizado sobre o transporte de helicópteros, apesar do custo que representa o transporte de pessoas para plataformas *offshore* (ROMERO; SHEREMETOV; SORIANO, 2007).

O *Helicopter Routing Problem* é um problema NP-difícil, visto que ele também

pode ser visto como o problema *Split Deliveries Vehicle Routing Problem* (SDVRP) (DROR; TRUDEAU, 1989; DROR; LAPORTE; TRUDEAU, 1994), o qual foi provado ser NP-difícil quando a capacidade do veículo é maior ou igual a 3 (ARCHETTI; MANSINI; SPERANZA, 2001).

Dos autores que trabalharam sobre a roteirização de helicópteros, pode-se citar Timlin e Pulleyblank (1992), Torres (2004), Armstrong-Crews e Mock (2005), Moreno *et al.* (2005) e Menezes *et al.* (2010). A próxima seção apresenta o Estado da Arte do *Helicopter Routing Problem*.

## 4.6 Estado da Arte do *Helicopter Routing Problem* (HRP)

Galvão e Guimarães (1990) propuseram uma heurística interativa de roteamento de helicópteros, com minimização do custo de operação, para o transporte de tripulação nas plataformas *offshore* na Bacia de Campos, Rio de Janeiro. A heurística considera dois conjuntos de restrições. O primeiro conjunto consiste das restrições operacionais, compreendendo restrições de capacidade do helicóptero, capacidade do tanque de combustível, peso do helicóptero e quais tipos de helicópteros podem pousar em cada ponto do mar. O segundo conjunto restringe-se a questões de segurança, estabelecendo que o helicóptero deve carregar combustível suficiente para realizar sua rota mais 45 minutos de reserva. A função objetivo minimiza a distância total percorrida e maximiza a ocupação nos helicópteros. A heurística constrói rotas adicionando helipontos adjacentes, minimizando a distância total percorrida, conforme o algoritmo descrito por Galvão e Guimarães (1987). O método proposto foi construído para ser utilizado interativamente, com o usuário escolhendo a frota de aeronaves a ser utilizada. Os programadores de voo usam a heurística interativamente para testar diferentes configurações e então optam pela melhor solução. Os autores ressaltaram os problemas enfrentados com a implantação do sistema, principalmente, o relacionamento interpessoal com os operadores manuais de voo.

Timlin e Pulleyblank (1992) analisaram o problema de roteirização de helicópteros para o atendimento de 45 plataformas *offshore* de um campo petrolífero na Nigéria, explorado pela Mobil. Os autores relatam que, neste problema, todos os dias um conjunto de plataformas devem ser visitadas para a verificação da produção de petróleo e inúmeras pessoas devem ser transportadas entre um par especificado de plataformas. O objetivo é encontrar uma solução que atenda todas as demandas de transporte e minimize a distância total percorrida. Os autores propuseram duas heurísticas para o problema. A primeira supõe um cenário no qual a capacidade de carga do helicóptero não é considerada. A segunda contempla a restrição de carga do helicóptero na construção da solução do problema. As duas heurísticas propostas utilizam um procedimento de inserção guloso, inserindo as requisições de maior custo na solução final antes das requisições

de menor custo. Segundo os autores, após testes extensivos das heurísticas propostas, a Mobil inseriu os procedimentos propostos num sistema de *software* amigável, tornando-se parte integral do dia a dia da empresa. Os autores estimaram que a economia obtida pela otimização das rotas efetuadas pelas heurísticas gire em torno de U\$ 500.000,00 por ano.

Sierksma e Tijssen (1998) analisaram o HRP como um VRP com demandas para troca de passageiros em plataformas, tempo de viagem limitado pelo raio de ação do helicóptero e função objetivo minimizando a distância total percorrida pelas aeronaves. A principal diferença em relação ao VRP está na troca dos passageiros numa plataforma que não precisa ser realizada pelo mesmo helicóptero. Os autores construíram dois tipos de planejamento: de longo prazo e curto prazo. O planejamento de longo prazo foi modelado como um problema de programação linear e resolvido utilizando a técnica de geração de colunas. Entretanto, como a solução precisa ser inteira, os autores aplicaram um procedimento de arredondamento na solução relaxada para obter um solução factível. O planejamento de curto prazo utiliza uma heurística de *cluster-and-route*. A abordagem é diferente da usual, pois primeiro ele realiza um agrupamento de plataformas e posteriormente constrói rotas que atendam os grupos construídos anteriormente. Além disso, os autores propuseram um conjunto de heurísticas para pós-otimização. Os procedimentos propostos foram testados com 51 plataformas e 11 instâncias, simulando a troca de passageiros na plataforma continental holandesa.

Barbarosoglu, Ozdamar e Cevik (2002) propuseram um modelo matemático de planejamento logístico de helicópteros em operações de resgate. O modelo utiliza uma metodologia multicritério e hierárquica para resolução de duas formulações de programação linear inteira mista. O primeiro nível consiste de um modelo para decisões táticas, envolvendo a designação de pilotos a helicópteros e número de viagens para cada helicóptero. O segundo nível compreende as decisões operacionais, incluindo roteamento de aeronaves com múltiplas viagens, restrições de reabastecimento, transbordo e agendamento dos resgates. Os dois níveis hierárquicos, tático e operacional, são agrupados através de um procedimento de coordenação com objetivo de gerar soluções factíveis e não dominantes. O modelo proposto foi testado usando dados de resgate do Exército Turco utilizando o pacote comercial GAMS 2.50 XA Solver.

Torres (2004) analisou o problema de construção de uma rota ótima para o HRP com veículo único. O autor propôs uma metaheurística baseada em Algoritmo Genético (AG) que constrói soluções factíveis a partir de uma heurística de inserção, baseada em prioridade sobre o uso de recursos do helicóptero. Os testes computacionais mostraram que a metaheurística proposta obteve resultados iguais ou melhores que as rotas obtidas manualmente e, em alguns casos, obteve rotas que economizaram mais de 20% de tempo e distância.

Armstrong-Crews e Mock (2005) analisaram o problema de roteamento de heli-

cópteros no Alasca (EUA), local de pouca infraestrutura, mas que depende fortemente da pesca e do turismo natural. Por isso, helicópteros são utilizados para visitar estes sítios e, devido ao custo de combustível, soluções ótimas ou subótimas são essenciais. O problema foi modelado como um VRP com veículo único e múltiplos depósitos. Os nós dos VRP visitados podem ser sítios, depósitos de combustível ou ambos. Os autores propuseram um Algoritmo Genético (AG) com um genoma simples e uma nova técnica de *crossover* com o propósito de produzir melhores soluções. Os resultados computacionais mostraram que o procedimento proposto obteve soluções próximas à ótima para instâncias pequenas e, para problemas médios, soluções razoáveis.

[Hernadvolgyi \(2004\)](#) exemplificou um caso particular de roteamento de helicópteros para a troca de empregados em plataformas *offshore* realizado por uma única aeronave. O problema foi modelado como uma problema de ordenamento sequencial cujo objetivo é achar um caminho hamiltoniano de peso mínimo num grafo direcionado com pesos nos arcos e nós. O problema também pode ser visto como um caso particular do TSP assimétrico.

[Moreno et al. \(2005\)](#) desenvolveram uma heurística para resolver o problema de planejamento de voo de helicópteros, no atendimento de requisições de transporte em plataformas *offshore* na Bacia de Campos para a empresa de economia mista Petrobras. O problema descrito consiste de um conjunto de helicópteros, duas bases (dois aeroportos), plataformas *offshore* e um conjunto de requisições de transporte com horário de partida determinado associado a plataformas. O objetivo do problema é construir um conjunto de rotas nas quais cada voo comece e termine numa base (aeroporto), a capacidade do helicóptero não seja excedida na sua rota e que um tempo mínimo de intervalo entre os voos seja respeitado para cada helicóptero. Além disso, há restrições quanto ao número de pousos/decolagens que cada plataforma pode receber e, cada helicóptero deve ter uma pausa ao meio-dia para o almoço do piloto. A função objetivo é minimizar o custo das rotas.

Diferentemente dos problemas descritos na literatura, o problema analisado consiste em desenvolver um conjunto de rotas para um dia de operação, gerando diversos problemas de roteirização sequenciais. Os autores apresentaram dois modelos de programação linear inteira mista. O primeiro modelo é baseado num modelo de rede de fluxo multiproduto, tendo número de restrições e variáveis polinomiais. O segundo modelo tem número exponencial de variáveis e pode ser visto como uma decomposição do primeiro. Segundo os autores, ambos modelos são difíceis de resolver, e por isso, uma heurística foi desenvolvida para resolver o problema. A heurística proposta usa uma formulação inteira mista com, exponencialmente, muitas colunas. O procedimento consiste em construir, inicialmente, dois conjuntos grandes de colunas, obtendo uma boa solução para o problema de programação inteira e aplicando uma busca local para encontrar a melhor solução. Os

testes computacionais foram executados em instâncias reais, com variações no número de demanda. Os autores relataram que a heurística proposta foi capaz de gerar soluções melhores que as geradas manualmente e para todas as instâncias, a média de redução no custo e no tempo foram de 15% e 8%, respectivamente.

Rosero e Torres (2006) desenvolveram uma metaheurística baseada em *Ant Colony Optimization* (ACO) para o problema de roteamento de helicópteros com aeronave única. A função objetivo consiste em minimizar a distância total da rota enquanto atende todas as requisições, segundo as restrições de capacidade e de precedência de visita. O método proposto é dividido em dois subproblemas. No primeiro, a metaheurística ACO é utilizada para sequenciar as requisições de transporte conforme a precedência definida. No segundo subproblema, uma heurística de inserção é empregada para encontrar os nós de inserção factíveis de origem e destino de um passageiro. Os resultados dos testes computacionais mostraram que as soluções encontradas comparam-se às obtidas manualmente e usando Algoritmos Genéticos proposto por Torres (2004).

Moreno, Aragão e Uchoa (2006) em seu trabalho apresentaram uma heurística, usando geração de colunas, para o planejamento de rotas de helicópteros no atendimento de requisições de transporte entre o aeroporto e plataformas *offshore* na Bacia de Campos, Rio de Janeiro. A formulação do problema segue as mesmas restrições definidas no trabalho de Moreno *et al.* (2005). O problema HRP é resolvido usando uma heurística para um modelo de programação linear inteira mista conforme proposta por Moreno *et al.* (2005), mas adaptada com um procedimento de geração de colunas para melhorar a qualidade da solução. Um procedimento de pós-otimização é aplicado à solução, encontrando soluções mais seguras e com custo mais reduzido. O algoritmo foi executado em 8 instâncias reais coletadas durante as fases de teste do algoritmo. Os autores relataram que o método se mostrou mais rápido e estável que o proposto por Moreno *et al.* (2005), apesar do algoritmo falhar em 2 das 8 instâncias utilizadas.

Romero, Sheremetov e Soriano (2007) analisaram o HRP como um problema de PDP para o transporte de pacotes e pessoas. Os autores propuseram um método em dois estágios. No primeiro estágio, chamado planejamento, encontra-se a melhor jornada para um dado helicóptero. A jornada nesta fase é definida como uma sequência de *pickups* e *deliveries*. Esta fase é resolvida usando uma heurística de construção. O segundo estágio, chamado de alocação, consiste em encontrar as melhores alocações de pacotes ou passageiros a helicópteros, minimizando a distância total percorrida. Este estágio é resolvido via Algoritmo Genético (AG). Os autores consideraram um cenário de 70 passageiros e 5 helicópteros. A solução foi testada em uma instância com solução ótima conhecida e dados reais fornecidos pela *Petróleos Mexicanos* (PEMEX). O método proposto foi capaz, para alguns intervalos de parâmetros, de encontrar a solução ótima do problema.

Velasco *et al.* (2009) analisaram o problema de PDP usando um helicóptero e sem

janelas de tempo para o transporte de pessoas em plataformas *offshore*. O método proposto de solução utiliza Algoritmo Memético (AM). O AM é um Algoritmo Genético no qual a geração descendente é processada por uma busca local para substituir a solução atual. No modelo proposto, cada cromossomo é um sequência de nós sem delimitadores de rotas. A heurística utiliza uma versão adaptada do *split* proposto Prins (2004). O *split* é um procedimento polinomial que permite a divisão dos cromossomos em rotas que satisfaçam as restrições do problema. A população inicial do AM é construída usando heurísticas de construção e aprimoramento que encontram boas soluções em tempo razoável. O objetivo do problema é construir um conjunto de rotas factíveis satisfazendo todas as requisições e minimizando a duração total das rotas. O algoritmo foi testado em instâncias reais fornecidas por um companhia petrolífera e em dados gerados aleatoriamente. Em geral, o AM mostrou-se eficiente. Em média, as soluções para os dados reais apresentaram uma melhora de até 18% para 70% dos casos.

Menezes *et al.* (2010) desenvolveram um sistema de planejamento de voos para a Petrobras, usando helicópteros, para o atendimento de requisições de transporte para plataformas *offshore*, seguindo um conjunto de diretrizes nos roteamento de aeronaves, aprimorando a segurança e minimizando o custo operacional. O problema consiste na programação diária de voos nos aeroportos de Rio de Janeiro e Espírito Santo. Cada aeroporto tem uma frota de aeronaves e seus próprios planejadores. Os planejadores de voo programam os voos e designam os passageiros com um dia de antecedência, baseando-se nas demandas de transporte e disponibilidade de aeronaves. As demandas de transporte compreende todas as requisições de transporte com o mesmo horário de partida e destino. As rotas geradas devem respeitar um conjunto de restrições operacionais relativas ao uso dos helicópteros como capacidade, tempo de voo, intervalo mínimo de tempo entre voos para uma mesma aeronave, número máximo de pousos/decolagens numa rota por helicóptero, horário de almoço para os pilotos, no qual os helicópteros devem estar na base.

A função objetivo do problema é multicritério: uma soma ponderada do número atendido de requisições, geração de rotas seguras minimizando o número de pousos/decolagens, minimização do custo total na operação dos helicópteros e minimização do tempo total de voo. Os autores modelaram matematicamente a programação de voos como um problema de programação linear inteira mista, produzindo um modelo matemático com bilhões de variáveis correspondendo a todas as possibilidades de designação de voos a cada helicóptero. Devido a complexidade do modelo gerado, os autores propuseram a aplicação da técnica de geração de colunas ao problema. O algoritmo proposto decompõem o problema na geração de voos únicos para cada helicóptero e então agrupa estes voos. O agrupamento é realizado utilizando um modelo de programação inteira que constrói uma sequência de voos para cada helicóptero, assegurando o atendimento de todas as restrições de tempo e requisições de transporte. Posteriormente, um procedimento de

pós-otimização é aplicado, redesignando os passageiros para voos selecionados, removendo passageiros extras e reduzindo o número de voos e pousos. Os autores descreveram que o método proposto foi capaz de reduzir em 18% o número de pousos, de 8% o tempo de voo total e de 14% o custo total. Segundo os autores, isso representa uma economia anual de 20 milhões de dólares.

Motta, Vieira e Soletti (2011) aplicaram a metaheurística Algoritmo Genético (AG) para o problema de roteamento de helicóptero em plataformas *offshore*. O modelo proposto consiste de 5 plataformas e um depósito, considerando o peso máximo, velocidade média e autonomia máxima do helicóptero como restrições. O sistema foi planejado para ser utilizado como uma ferramenta de ajuda para os pilotos no planejamento das rotas, possibilitando que sejam geradas soluções conforme as necessidades encontradas em operações diárias. A implementação AG foi realizada para resolver o *Travelling Salesman Problem* (TSP) e a configuração do cromossomo representa os locais de visita na ordem seguida pelo helicóptero. O primeiro e último genes sempre representam o aeroporto, enquanto os genes intermediários representam as plataformas *offshore*. Adicionalmente, cada gene tem um peso que é aplicado à função de avaliação, com o propósito de avaliar se a aeronave é capaz de prosseguir para outra plataforma ou deve retornar para o aeroporto para reabastecimento. Os testes computacionais foram executados em dados reais. Os autores ressaltaram que a abordagem não foi capaz de gerar soluções ótimas e que a função de avaliação necessita de melhorias.

Qian, Gribkovskaia e Sr (2011) analisaram o problema HRP para plataformas *offshore* incluindo critérios de segurança de passageiros. Os autores desenvolveram um modelo matemático, baseado na análise dos acidentes de helicópteros, que ajuda no planejamento de rotas a fim de minimizar o número esperado de fatalidades. O modelo matemático usado é baseado nos *Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery* (VRP) de Montané e Galvão (2006) e no *Vehicle Routing Problem* (VRP) de Kara, Kara e Yetis (2007). O problema consiste em criar rotas que visitem cada instalação *offshore* exatamente uma vez. A função objetivo minimiza o número esperado de fatalidades. Testes computacionais foram executados em dois conjuntos de instâncias usando dados geográficos reais. Os autores alegam que o modelo proposto gera um conjunto de soluções que permite a escolha ideal entre tempo de viagem e segurança dos passageiros.

Qian *et al.* (2012) modelaram o problema de transporte de empregados *onshore* para plataformas *offshore* usando helicópteros. Os autores propuseram uma função objetivo que minimiza o risco para passageiros e pilotos, expressa como o número de fatalidades durante o pouso, decolagem e voo em cruzeiro. Os autores propuseram e analisaram três políticas de voo utilizando a função objetivo proposta: uma política de voo direta, uma política de voo Hamiltoniana e uma política de voo geral. Na política de voo direta, cada heliponto *offshore* é servido por uma rota exclusiva, ou seja, o número de rotas é igual

ao número de plataformas *offshore*. Na política de voo Hamiltoniana, cada plataforma *offshore* é visitada exatamente uma vez. Na política de voo geral um heliponto *offshore* pode ser visitado duas vezes, uma vez como *pickup* e outra vez como *delivery*. Os modelos foram resolvidos usando a metaheurística *Tabu Search*. Os resultados dos testes computacionais mostraram que o risco de transporte de passageiros pode ser reduzido com o aumento do tempo de viagem, mas que em contrapartida, aumenta o risco de fatalidade do piloto. A análise comparativa entre políticas também evidenciou que a política de roteamento direto é ótima para os passageiros, enquanto a política Hamiltoniana é a melhor para os pilotos.

A Tabela 4 resume os trabalhos apresentados nesta seção.

Tabela 4 – Síntese do Estado da Arte do *Helicopter Routing Problem*

Ano	Autor(es)	Proposta
1990	Galvão e Guimarães	Heurística interativa
1992	Timlin e Pulleyblank	Heurísticas gulosas
1998	Sierksma e Tijssen	Programação linear e heurística de <i>cluster-and-route</i>
2002	Barbarosoglu, Ozdamar e Cevik	Modelo exato
2004	Torres	AG
2004	Armstrong-Crews e Mock	AG
2004	Hernadvolgyi	Modelo exato
2005	Moreno <i>et al.</i>	Programação linear inteira mista e heurística de busca local e geração de colunas
2006	Rosero e Torres	ACO
2006	Moreno, Aragão e Uchoa	Geração de colunas
2007	Romero, Sheremetov e Soriano	AG
2009	Velasco <i>et al.</i>	AM
2010	Menezes <i>et al.</i>	Programação linear inteira mista
2011	Motta, Vieira e Soletti	AG
2011	Qian, Gribkovskaia e Sr	Modelo exato
2012	Quian <i>et al.</i>	TS

Fonte: Próprio autor

## 4.7 Considerações Finais

Este capítulo apresentou o Estado da Arte para o *Dial-a-Ride Problem* (DARP) e para o *Capacitated Helicopter Routing Problem* (CHRP). Os trabalhos propostos para estes problemas compreendem modelos matemáticos e, principalmente, metaheurísticas.

Os modelos matemáticos de Rodrigues, Rosa e Resendo (2012) e de Cordeau (2006) para o DARP foram analisados minuciosamente. A proposta de Rodrigues, Rosa e Resendo (2012) será usada no próximo capítulo como modelo para o CHRP deste trabalho.



## 5 Modelo Matemático Proposto

### 5.1 Descrição do Modelo Matemático Proposto

O modelo matemático proposto para o CHRP em estudo é baseado no modelo DARP desenvolvido por [Rodrigues, Rosa e Resendo \(2012\)](#) e [Cordeau \(2006\)](#) para o atendimento de pessoas com deficiência física. O modelo sofreu adaptação para a inclusão de restrições referentes ao CHRP, como restrições de tempo máximo de voo, distância máxima percorrida permitida, capacidade de combustível, peso das pessoas e peso máximo em voo das aeronaves.

No modelo proposto têm-se um conjunto  $R$  de requisições de transporte,  $|R| = n$ , a serem atendidas por no máximo  $|K|$  helicópteros. O DARP pode ser representado como o grafo completo  $G(N,A)$  em que  $N = N_P \cup N_D \cup N_G$ , com  $N_P = \{1, 2, \dots, n\}$ ,  $N_D = \{n + 1, n + 2, \dots, 2n\}$ ,  $N_G = \{0, 2n + 1\}$  e  $A = N \times N$ .  $N_P$  e  $N_D$  representam os nós de *pickup* e de *delivery*, respectivamente. O conjunto  $N_G$  é constituído dos nó 0, representando o local de partida dos helicópteros e o nó  $2n + 1$ , o local de destino dos helicópteros no final na rota, ambos representando o aeroporto de Vitória/ES.

O conjunto  $K$  representa os  $|K|$  helicópteros disponíveis. Cada helicóptero  $k \in K$  possui os seguintes parâmetros:

- a)  $a^k$  : capacidade em peso da tripulação;
- b)  $g^k$  : capacidade máxima de combustível;
- c)  $f^k$  : tempo máximo de voo;
- d)  $s^k$  : capacidade máxima de assentos para passageiros;
- e)  $p^k$  : peso do helicóptero;
- f)  $P^k$  : limite de peso do helicóptero durante o voo;
- g)  $z^k$  : consumo médio de combustível por hora;
- h)  $v^k$  : velocidade média do helicóptero em voo;
- i)  $M_T^k$  : tempo necessário para o taxiamento do helicóptero na saída do aeroporto;
- j)  $M_A^k$  : tempo necessário para a aproximação do helicóptero na chegada ao aeroporto;
- k)  $M_S^k$  : tempo de segurança do helicóptero. Este parâmetro exige que para toda a rota que o helicóptero  $k \in K$  execute, ele tenha a capacidade de voar mais  $M_S^k$  minutos além do necessário para executar a rota. Isto implica que deve existir

uma quantidade mínima de combustível no helicóptero  $k \in K$  ao retornar à garagem;

- l)  $H_{sr}^k$  : horário mínimo do dia no qual o helicóptero pode de levantar voo;
- m)  $H_{sd}^k$  : horário máximo de retorno do helicóptero ao aeroporto;
- n)  $\alpha^k$  : custo de utilizar o helicóptero  $k \in K$  numa rota qualquer;
- o)  $\beta^k$  : custo de utilização do helicóptero por distância percorrida; e
- p)  $\theta^k$  : conversão de litros de combustível para peso do combustível.

Cada nó  $i \in N$  do problema tem os seguintes parâmetros:

- a)  $q_i$  : a quantidade de passageiros;
- b)  $w_i$  : o peso do passageiro e bagagem;
- c)  $c_{i,j}$  : distância entre os nós  $i, j \in N$ ; e
- d)  $d_{i,j}$  : tempo de serviço no nó  $j \in N$  quando se parte do nó  $i \in N$ .

Cada requisição  $r(i, j)$ ,  $i, j \in N$ , especifica um local  $i$  de embarque (*pickup*) e um local  $j = i + n$  de desembarque (*delivery*). Os locais de embarque e desembarque são constituídos pelas localidades aeroporto de Vitória/ES e plataformas marítimas. Para cada arco  $(i, j)$  representando um caminho possível entre nós, tem-se um custo  $c_{i,j}$  representando a distância entre os locais  $i$  e  $j$ . Caso um ponto de embarque ou desembarque possua mais de um passageiro, cada passageiro será representado por um novo nó e o tempo de serviço  $d_{i,j}$  e distância  $c_{i,j}$  entre estes nós serão nulos. Além disso, tem-se pelo modelo matemático que  $\forall i \in N$ ,  $q_i = -q_{n+i}$  e  $w_i = -w_{n+i}$ .

O parâmetro  $d_{i,j}$  representa o tempo de serviço no nó  $j$  quando o helicóptero parte do nó  $i$ . É necessário a informação de origem  $i$ , pois no modelo matemático o tempo de serviço numa plataforma  $p$  é fixo, independente do número de passageiros atendidos na plataforma. Assim, é preciso computar o tempo de serviço numa plataforma somente quando o helicóptero está partindo de outra plataforma, ou seja,  $d_{i,j} > 0$  somente se  $c_{i,j} > 0$ .

Nos modelos de [Rodrigues, Rosa e Resendo \(2012\)](#) e [Cordeau \(2006\)](#) não existem requisições que partem ou chegam na garagem. Porém, no problema em estudo é possível que passageiros saiam ou entrem na garagem. Em função disso, o seguinte algoritmo é executado para tratar destes casos:

- Para toda requisição que tem como origem o aeroporto, nó 0, é adicionado um novo nó  $i$  em  $N_P$  que representa o embarque desta requisição tendo  $c_{0,i} = 0$  e  $d_{0,i} = 0$ , ou seja, a distância e o tempo de serviço do nó  $i$  em relação ao aeroporto são nulos. Além disso, dados os nós  $i, j \in N$  representando o embarque de passageiros no

aeroporto, tem-se  $c_{i,j} = 0$  e  $d_{i,j} = 0$ , ou seja, a distância e tempo de serviço entre os nós  $i$  e  $j$  também são nulos; e

- Para toda requisição que tem como destino o aeroporto, nó  $2n + 1$ , é adicionado um novo nó  $i$  em  $N_D$ , representando o desembarque desta requisição, com  $c_{i,2n+1} = 0$  e  $d_{i,2n+1} = 0$ , ou seja, a distância e o tempo de serviço do nó  $i$  em relação ao aeroporto são nulos. Além disso, dados os nós  $i, j \in N$  representando o desembarque de passageiros no aeroporto, tem-se  $c_{i,j} = 0$  e  $d_{i,j} = 0$ , ou seja, a distância e tempo de serviço entre os nós  $i$  e  $j$  também são nulos.

As variáveis de decisão do problema são:

- $x_{i,j}^k$  : variável binária. Igual a 1 caso o helicóptero  $k \in K$  voe do local  $i$  ao  $j$ ,  $i, j \in N$ . Caso contrário, igual a 0;
- $u^k$  : variável binária. Igual a 1 caso o helicóptero  $k \in K$  seja utilizado. Caso contrário, igual a 0;
- $B_i^k$  : instante que o helicóptero  $k \in K$  começa a atender o nó  $i \in N$ ;
- $Q_i^k$  : número de assentos ocupados após o helicóptero  $k \in K$  visitar o nó  $i \in N$ ;
- $W_i^k$  : o peso dos passageiros (passageiros e bagagens), peso da tripulação e peso do helicóptero  $k \in K$  após visitar o nó  $i \in N$ ; e
- $F_i^k$  : a quantidade de combustível do helicóptero  $k \in K$  ao visitar o nó  $i \in N$ ;

Baseado nas definições expostas anteriormente, propõe-se a seguinte formulação matemática do problema:

$$\text{Minimizar: } m = \sum_{k \in K} \alpha^k u^k + \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \beta^k c_{i,j} x_{i,j}^k \quad (5.1)$$

Sujeito a:

$$u^k = \sum_{j \in N_P} x_{0,j}^k \quad \forall k \in K \quad (5.2)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N} x_{i,j}^k = 1 \quad \forall i \in N_p \quad (5.3)$$

$$\sum_{j \in N} x_{i,j}^k - \sum_{j \in N} x_{n+i,j}^k = 0 \quad \forall i \in N_p, k \in K \quad (5.4)$$

$$\sum_{j \in N_P} x_{0,j}^k \leq 1 \quad \forall k \in K \quad (5.5)$$

$$\sum_{j \in N} x_{j,i}^k - \sum_{j \in N} x_{i,j}^k = 0 \quad \forall i \in N_p \cup N_D, k \in K \quad (5.6)$$

$$\sum_{j \in N_D} x_{i,2n+1}^k \leq 1 \quad \forall k \in K \quad (5.7)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{i,j}^k \leq |S| - 1 \quad S \subset N, |S| \geq 2, \forall k \in K \quad (5.8)$$

$$Q_j^k \geq (Q_i^k + q_j)x_{i,j}^k \quad \forall k \in K, i, j \in N \quad (5.9)$$

$$Q_i^k \leq s^k \quad \forall k \in K, i \in N \quad (5.10)$$

$$Q_0^k = 0 \quad \forall k \in K \quad (5.11)$$

$$Q_{2n+1}^k = 0 \quad \forall k \in K \quad (5.12)$$

$$W_j^k \geq (W_i^k + w_j)x_{i,j}^k \quad \forall k \in K, i, j \in N \quad (5.13)$$

$$W_i^k + \theta^k F_i^k \leq P^k \quad \forall k \in K, i \in N \quad (5.14)$$

$$F_j^k \leq (F_i^k - z^k \frac{C_{i,j}}{v^k} - z^k d_{i,j})x_{i,j}^k \quad \forall k \in K, i, j \in N \quad (5.15)$$

$$F_i^k \leq g^k \quad \forall k \in K, i \in N \quad (5.16)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} (\frac{C_{i,j}}{v^k} + d_{i,j})x_{i,j}^k \leq \frac{F_0^k}{z^k} - M_T^k - M_A^k - M_S^k \quad \forall k \in K, i, j \in N \quad (5.17)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} (\frac{C_{i,j}}{v^k} + d_{i,j})x_{i,j}^k \leq f^k \quad \forall k \in K \quad (5.18)$$

$$B_j^k \geq (B_i^k + d_{i,j} + \frac{C_{i,j}}{v^k})x_{i,j}^k \quad \forall k \in K, i, j \in N \quad (5.19)$$

$$B_{i+n}^k \geq B_i^k \quad \forall k \in K, i \in N_P \quad (5.20)$$

$$B_0^k \geq H_{sr}^k x_{0,j}^k \quad \forall k \in K, j \in N \quad (5.21)$$

$$H_{sd}^k \geq B_{2n+1}^k x_{i,2n+1}^k \quad \forall k \in K, i \in N \quad (5.22)$$

$$x_{i,j}^k \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K, i, j \in N \quad (5.23)$$

$$u^k \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K \quad (5.24)$$

$$Q_i^k \geq 0 \quad \forall k \in K, i \in N \quad (5.25)$$

$$W_i^k \geq p^k + a^k \quad \forall k \in K, i \in N \quad (5.26)$$

$$F_i^k \geq z^k M_S^k \quad \forall k \in K, i \in N \quad (5.27)$$

A Função Objetivo do modelo proposto 5.1 minimiza o custo de operação dos helicópteros utilizados para atender as requisições mais o custo da distância percorrida por cada helicóptero. As Restrições 5.2 relacionam as variáveis  $u^k$  e  $x_{0,j}^k$ , determinando quais helicópteros são utilizados.

As Restrições 5.3 garantem que todas as requisições sejam atendidas. As Restrições 5.4 exigem que o mesmo helicóptero faça o embarque e desembarque do passageiro. As Restrições 5.5 a 5.7 exigem que a rota de cada helicóptero utilizado comece e termine no aeroporto. As Restrições 5.8 proíbem que sejam geradas sub-rotas, sendo  $S$  um subgrafo de  $G$  e  $|S|$  o número de vértices de  $S$ .

As Restrições 5.9 e 5.10 garantem que a quantidade de assentos ocupados no helicóptero  $k \in K$  não passe do limite máximo de assentos  $s^k$ . As Restrições 5.11 e 5.12 exigem que o helicóptero saia e entre na garagem, nós  $N_G = \{0, 2n + 1\}$ , com zero passageiros, pois na modelagem matemática do problema, os nós de requisições que partem ou chegam na garagem (aeroporto) são representados como nós em  $N_P$  ou  $N_D$ , respectivamente, com distância zero em relação à garagem.

As Restrições 5.13 representam o fluxo de peso dos passageiros após a visita de cada nó. As Restrições 5.14 garantem que o limite de peso do helicóptero  $k \in K$  após a visita de cada nó  $i \in N$  não exceda o limite máximo  $P^k$ .

As Restrições 5.15 calculam o consumo de combustível do helicóptero após a visita de cada nó em função da distância percorrida e do tempo de serviço no nó visitado. O termo  $z^k \frac{c_{i,j}}{v^k}$  representa a quantidade de combustível consumida devido ao tempo necessário para percorrer  $c_{i,j}$  na velocidade média  $v^k$ . O termo  $z^k d_{i,j}$  quantifica a quantidade de combustível consumida enquanto o helicóptero está estacionado na plataforma  $j$ . As Restrições 5.16 exigem que a quantidade de combustível em cada nó esteja abaixo do limite máximo de combustível  $g^k$  que o helicóptero  $k \in K$  pode abastecer.

As Restrições 5.17 garantem que o tempo necessário para percorrer a distância da rota pelo helicóptero  $k \in K$  na velocidade média  $v^k$  mais os tempos de serviço  $d_{i,j}$  seja menor ou igual a soma do tempo máximo de voo, representada pela capacidade inicial de combustível  $F_0^k$  dividida pelo consumo médio por tempo  $z^k$  menos os tempos  $M_T^k$ ,  $M_A^k$  e  $M_S^k$  representando o tempo de taxiamento, o tempo de aproximação e o tempo de segurança, respectivamente.

As Restrições 5.18 determinam que o tempo da rota percorrida pelo helicóptero  $k \in K$  na velocidade média  $v^k$  seja menor ou igual ao tempo máximo de voo  $f^k$  do helicóptero.

As Restrições 5.19 modelam o momento de visita do helicóptero no local  $j$  em função do tempo de serviço  $d_{i,j}$  e do tempo necessário para percorrer o trajeto  $c_{i,j}$  na velocidade média  $v^k$ . As Restrições 5.20 garantem que o helicóptero  $k \in K$  visita o nó de embarque  $i \in N$  antes do nó de desembarque  $i + n \in N$ .

As Restrições 5.21 garantem que o helicóptero somente saia do aeroporto após o horário  $H_{sr}^k$ . As Restrições 5.22 exigem que o helicóptero retorne ao aeroporto antes do horário  $H_{sd}^k$ .

As Restrições 5.23 a 5.27 definem as variáveis  $x_{i,j}^k$  e  $u^k$  como binárias,  $Q_i^k$  como maior ou igual a zero,  $W_i^k$  como maior ou igual a soma do peso do helicóptero e da tripulação e  $F_i^k$  como maior ou igual a quantidade de combustível necessária para voar o tempo de segurança  $M_S^k$ .

Devido às Restrições 5.9, 5.13, 5.15, 5.19 e 5.22 a formulação apresentada é não

linear . Contudo, estas restrições podem ser linearizadas incluindo uma constante em cada equação. Definindo  $L_Q \geq \max\{s^k, s^k + q_i\}$ ,  $L_w \geq \max\{p^k, p^k + w_i\}$ ,  $L_F \geq \max\{g^k\}$  e  $L_B \geq \max\{H_{sd}^k\}$ , as equações anteriores podem ser reescritas e substituídas pelas seguintes equações, respectivamente:

$$Q_j^k \geq Q_i^k + q_j - L_Q \cdot (1 - x_{i,j}^k) \quad \forall k \in K, i, j \in N \quad (5.28)$$

$$W_j^k \geq W_i^k + w_j - L_W \cdot (1 - x_{i,j}^k) \quad \forall k \in K, i, j \in N \quad (5.29)$$

$$F_j^k \leq F_i^k - z^k \frac{C_{i,j}}{v^k} - z^k d_{i,j} + L_F \cdot (1 - x_{i,j}^k) \quad \forall k \in K, i, j \in N \quad (5.30)$$

$$B_j^k \geq B_i^k + d_{i,j} + \frac{C_{i,j}}{v^k} - L_B \cdot (1 - x_{i,j}^k) \quad \forall k \in K, i, j \in N \quad (5.31)$$

$$B_{2n+1}^k \leq H_{sd}^k + L_B \cdot (1 - x_{i,j}^k) \quad \forall k \in K, i \in N \quad (5.32)$$

## 5.2 Restrições de Geração de Sub-rotas

As Restrições de fluxo 5.5 a 5.8 garantem que a solução obtida seja acíclica, começando na garagem 0 e terminando na garagem  $2n + 1$ . Nas Restrições 5.8, o conjunto  $S$  representa as sub-rotas do modelo matemático, ou seja, subgrafos cíclicos de  $G(N, A)$ .

O conjunto  $S$  deve ser conhecido antes da execução do modelo. Entretanto, gerar todas as possibilidade de sub-rotas para o problema é computacionalmente inviável, pois a quantidade de subgrafos de  $G(N, A)$  é exponencial em relação ao número de nós de  $G(N, A)$ .

Neste trabalho, a seguinte estratégia é usada para garantir que a solução obtida para o modelo matemática proposto não contenha ciclos:

- Geração de sub-rotas prováveis: as sub-rotas que envolvem somente nós em  $N$  com distância zero entre si são incluídas no conjunto  $S$  antes da execução do modelo. Estas sub-rotas tem uma probabilidade maior de aparecer em alguma solução pois a função objetivo minimiza a distância percorrida; e
- Reexecução do modelo: caso a execução do modelo retorne uma sub-rota na solução, o modelo é novamente reexecutado com esta sub-rota incluída no conjunto  $S$  das Restrições 5.8.

## 5.3 Abordagens de Solução

Este trabalho propõe duas abordagens de solução:

- a) Abordagem de solução sem agrupamento;

b) Abordagem de solução com agrupamento.

Na abordagem sem agrupamento, toda requisição de transporte  $r$  tem os nós de embarque  $i \in N$  e desembarque  $j = i + n$ ,  $j \in N$ , representados como nós no grafo  $G(N,A)$  do DARF. Isso implica que os nós  $i$  e  $j$  estão associados a somente uma requisição do modelo matemático proposto.

A abordagem com agrupamento agrega as requisições com origens e destinos iguais. Dado o conjunto de requisições  $R$ , uma requisição  $r(i, j) \in R$  e definindo o conjunto de agrupamento de  $r(i, j) \in R$  como  $C_{r(i,j)} = \{r_c(i_r, j_r) \in R \wedge i_r = i \wedge j_r = j\}$  e  $|C_{r(i,j)}| \leq y$ ,  $y \in \mathbb{N}$ , a abordagem de agrupamento de requisições executa o seguinte algoritmo no conjunto de requisições  $R$ :

#### Listagem 5.1 – Procedimento de Clusterização

```

1  procedure CL(R : conjunto de requisições, y : número natural)
2  begin
3      T = R;
4      Rc = ∅;
5      while T ≠ ∅ do
6          Seja r(i, j) ∈ T e Cr(i,j) o maior conjunto de
              agrupamento de r(i, j) com |Cr(i,j)| ≤ y;
7          Seja rc(k, l) uma nova requisição em Rc;
8          Faça wk = -wl = ∑ wi, ∀s(i, j) ∈ Cr(i,j);
9          Faça qk = -ql = ∑ qi, ∀s(i, j) ∈ Cr(i,j);
10         k = i;
11         l = j;
12         T = T - Cr(i,j);
13         Rc = Rc ∪ {rc(k, l)};
14     end-while;
15     return Rc;
16 end;
```

O procedimento CL constrói um novo conjunto de requisições  $R_c$  a partir do conjunto original de requisições  $R$ . Inicialmente, o algoritmo cria uma estrutura de controle  $T$  contendo as requisições  $R$  do modelo matemático. Enquanto houver requisições  $r(i, j) \in T$ , o procedimento cria uma nova requisição  $r_c(k, l)$  para representar as requisições do conjunto  $C_{r(i,j)}$  de  $r(i, j)$ . A nova requisição  $r_c(k, l)$  tem origem em  $i$  e destino em  $j$ , o peso como a soma dos pesos das requisições em  $C_{r(i,j)}$  e o número de assentos que a requisição necessita como a soma do número de assentos das requisições em  $C_{r(i,j)}$ . Se a requisição  $r(i, j)$  é a única com a origem em  $i$  e destino em  $j$ , pela definição do conjunto de agrupamento, tem-se  $C_{r(i,j)} = \{r(i, j)\}$ , ou seja, o conjunto de agrupamento

de  $r(i, j)$  é unitário e constituído da própria requisição  $r(i, j)$ . Por fim, o algoritmo retira as requisições  $C_{r(i,j)}$  da estrutura de controle  $T$  e inclui a requisição agrupada  $r_c(l, k)$  no conjunto  $R_c$ .

O parâmetro  $y$  define o tamanho máximo que um agrupamento pode ter no algoritmo CL. Este parâmetro deve ser inferior à menor capacidade de assentos na frota de helicópteros, pois caso contrário, é possível que requisições agrupadas não sejam atendidas por serem maiores que a capacidade dos helicópteros.

A abordagem com agrupamento utiliza o conjunto de requisições  $R_c$ , retornado pelo procedimento CL, como o conjunto de requisições do modelo matemático proposto. A utilização do agrupamento diminui o espaço de busca do problema, permitindo a resolução de problemas maiores com *gaps* menores.

## 5.4 Destaques do Modelo Proposto

O modelo matemático proposto possui as seguintes características ausentes nos modelos de [Rodrigues, Rosa e Resendo \(2012\)](#), [Cordeau \(2006\)](#) e [Timlin e Pulleyblank \(1992\)](#):

- A modelagem de consumo de combustível;
- Restrições de capacidade de peso, combustível e tempo de voo máximo dos helicópteros;
- Restrições de segurança dos helicópteros;
- Múltiplos helicópteros; e
- A possibilidade de passageiros com requisições com origem ou destino na garagem.

## 5.5 Testes Computacionais

### 5.5.1 Instâncias de Teste

Os testes computacionais usaram um conjunto de instâncias que avaliaram as propostas de solução conforme os seguintes parâmetros:

- Parâmetro  $R_c$  : Número de requisições presentes na instância de teste;
- Parâmetro  $P_c$  : Número de plataformas atendidas na instância de teste; e
- Parâmetro  $H_c$  : Número de helicópteros disponíveis para roteamento no teste.



A Tabela 5 mostra os valores possíveis para os parâmetros citados anteriormente.

Tabela 5 – Valores possíveis para os critérios na construção das instâncias de teste

Parâmetro	Função	Valores
$R_c$	Número de requisições	10, 15, 25, 30 e 35
$P_c$	Número de plataformas	6 a 8
$H_c$	Número de helicópteros	6

Fonte: Próprio autor

O número de requisições  $R_c$  assume valor inteiro no intervalo de 10 a 35. Como será mostrado, o número de requisições  $R_c$  é o parâmetro que apresenta mais impacto no processo de solução, conseqüentemente, impactando no custo computacional da solução da instância. O número de helicópteros  $H_c$  representa o número de helicópteros disponíveis para serem usados na instância. O critério  $P_c$  representa o número de plataformas que estão presentes na instância.

As instâncias do conjunto de testes são nomeadas seguindo a nomenclatura  $ER_c$ , pois o critério  $R_c$  é o mais importante. Na Tabela 6 estão exibidas as instâncias utilizadas neste trabalho.

Tabela 6 – Instâncias de teste

Instância	$R_c$	$H_c$	$P_c$
E10	10	6	6
E15	15	6	7
E20	20	6	7
E25	25	6	7
E30	30	6	8
E35	35	6	8

Fonte: Próprio autor

As instâncias são definidas num arquivo de texto utilizando o conceito de seções e propriedades, proposto por este trabalho. Este formato permite o preenchimento de todas as informações necessárias que compõem uma instância: (i) informações dos helicópteros disponíveis; (ii) informações das requisições, como peso, local de origem e destino; (iii) informações das plataformas e aeroporto, como latitude e longitude; (iv) informações gerais, como a constante de conversão litro/peso do combustível, horário mínimo para decolagem no aeroporto e horário máximo para pouso no aeroporto. No Apêndice A é apresentado um exemplo do arquivo usado para definir as instâncias de testes.

Um *script* na linguagem Python foi desenvolvido para converter o arquivo da instância definido no formato anterior para o formato de arquivo que a ferramenta CPLEX espera. Este *script* realiza todos os cálculos necessários que teriam que ser realizados

manualmente caso se escrevesse diretamente no formato CPLEX, baseado em matrizes. O *script* em Python realiza:

- Clusterização das requisições (opcional);
- O cálculo da distância entre as plataformas e/ou aeroporto;
- Constrói a matriz de tempo de serviço nas plataformas e aeroporto;
- Constrói a matriz de distância;
- Constrói o vetor de fluxo de assentos. Este vetor representa a quantidade de pessoas que entram ou saem em cada nó no modelo matemático;
- Constrói o vetor de fluxo de peso. Este vetor representa o fluxo de peso que entra ou sai do helicóptero em cada nó no modelo matemático; e
- Constrói os vetores de características dos helicópteros. Estes vetores representam a velocidade média, consumo médio de combustível, capacidade máxima de peso, capacidade máxima de combustível e os tempos de aproximação, taxiamento e segurança dos helicópteros.

O *script* em Python tem a opção de produzir um arquivo no formato do CPLEX com as requisições agrupadas ou não agrupadas, ou seja, o *script* funciona como um pré-processamento que permite a geração de dois métodos de solução usando o mesmo modelo matemático. O Apêndice A contém um exemplo de um arquivo gerado pelo *script*.

### 5.5.2 Configuração de Ambiente de Teste

Os testes computacionais foram executados numa máquina Linux 2.8 com 8 cores de 2,3 GHz e 8GB de RAM. As abordagens com agrupamento e sem agrupamento propostas foram executadas no CPLEX 12.4. As seguintes parametrizações foram alteradas no CPLEX antes da execução de cada instância:

- Consumo máximo de memória RAM de 7GB;
- Utilização de espaço em disco após o consumo de 7GB de RAM. O consumo de espaço em disco foi limitado a 30GB; e
- Tempo máximo de execução de 2 horas para as instâncias E10, E15, E20, E25 e E30 e 3 horas para a instância E35.

## 5.6 Resultados Computacionais

Na Tabela 7 são apresentados os resultados dos testes computacionais para as instâncias de testes usando as abordagens sem agrupamento e com agrupamento. A coluna  $I$  denota o nome da instância. As instâncias são nomeadas da forma "En", onde  $n$  representa o número de requisições presentes na instância sem agrupamento. A coluna  $R_c$  representa o número de requisições na instância presentes para aquela abordagem. A coluna  $H_c$  mostra o número de helicópteros disponíveis na instância. A coluna  $T$  mostra o tempo de execução da abordagem no CPLEX correspondente a linha da instância. A coluna  $FO$  representa o valor da função objetivo obtido para a instância. A coluna  $H_u$  mostra o número de helicópteros presentes na solução encontrada e a coluna  $GAP$  mostra o *gap* na solução obtida. Os dados da execução de cada instância são mostrados para a abordagem sem agrupamento e com agrupamento nas colunas SAG e CAG, respectivamente. O valor *nr* para as colunas  $FO$ ,  $H_u$  e  $GAP$  denota que para a abordagem sem agrupamento não foi possível encontrar uma solução.

Tabela 7 – Resultados dos testes computacionais por instância

I	$H_c$	SAG					CAG				
		$R_c$	$T$	$FO$	$H_u$	$GAP$	$R_c$	$T$	$FO$	$H_u$	$GAP$
E10	6	10	30min	2128	2	0%	7	15s	2128	2	0%
E15	6	15	2h	2128	2	7,35%	10	11min	2128	2	0%
E20	6	20	2h	4613	4	15,61%	10	12min	2128	2	0%
E25	6	25	2h	<i>nr</i>	<i>nr</i>	<i>nr</i>	12	1,6h	2128	2	0%
E30	6	30	2h	<i>nr</i>	<i>nr</i>	<i>nr</i>	14	2h	3200	3	37,1%
E35	6	35	1,5h	<i>nr</i>	<i>nr</i>	<i>nr</i>	18	2,2h	3368	3	40,5%

Fonte: Próprio autor

Observando os resultados apresentados na Tabela 7, percebe-se que a abordagem sem agrupamento conseguiu resolver somente a instância E10, enquanto a abordagem com agrupamento resolveu quatro das seis instâncias. Além disso, exceto pela primeira instância E10, a abordagem sem agrupamento utiliza toda a janela de execução de 2 horas. A instância E35, diferentemente das outras instâncias, possui um horizonte de execução de 3 horas. Na abordagem com agrupamento esta instância executou em 2,2 horas e terminou com *gap* de 40,5%, pois o consumo de memória chegou ao limite configurado no CPLEX.

A abordagem com agrupamento conseguiu resolver a maioria das instâncias, sendo quatro instâncias com *gap* igual a zero e duas instâncias com *gap* maior que zero, enquanto que a abordagem sem agrupamento conseguiu resolver somente a instância E10.

Desses resultados, já é possível constatar os ganhos que a abordagem com agrupamento proposta tem sobre a abordagem sem agrupamento.

## 5.7 Análise das instâncias selecionadas

Visando apresentar os resultados alcançados, inicialmente são apresentados os resultados das instâncias E10 e E25 para explicar a análise de cada instância e posteriormente é realizada uma exposição de todos os resultados alcançados de maneira global.

A instância E10 foi escolhida pois foi resolvida pelas duas abordagens, enquanto a instância E25 foi resolvida somente pela abordagem com agrupamento.

No Apêndice C estão os resultados para as outras instâncias apresentadas na Tabela 7.

### 5.7.1 Instância E10 sem agrupamento

A Tabela 8 apresenta a solução para a instância E10 quando executada na abordagem sem agrupamento de requisições. A abordagem sem agrupamento resolveu esta instância utilizando dois veículos com 0% de *gap*.

Tabela 8 – Instância E10 (não agrupada)

Helicóptero	Nó predecessor $i$	Nó sucessor $j$	$Q_j$	$B_j$	Localidade $j$
H1	0	7	1	7,25h	Aeroporto
	7	2	2	7,25h	Aeroporto
	2	8	3	7,25h	Aeroporto
	8	17	2	7,93h	Campo Cação
	17	18	1	7,93h	Campo Cação
	18	10	2	8,30h	Campo Peroá
	10	12	1	8,65h	FPSO Cidade de Vitória
	12	6	2	8,83h	FPSO Cidade de São Mateus
	6	20	1	9,14h	Aeroporto
	20	16	0	9,14h	Aeroporto
	16	21	0	9,14h	Aeroporto
H2	0	5	1	7,25h	Aeroporto
	5	3	2	7,25h	Aeroporto
	3	1	3	7,25h	Aeroporto
	1	11	2	7,83h	FPSO Espírito Santo
	11	9	3	7,83h	FPSO Espírito Santo
	9	15	2	7,83h	FPSO Espírito Santo
	15	4	3	7,83h	FPSO Espírito Santo
	4	13	2	8,06h	FPSO P-57
	13	19	1	8,51h	Aeroporto
	19	14	0	8,51h	Aeroporto
	14	21	0	9,51h	Aeroporto

Fonte: Próprio autor

O primeiro helicóptero, H1, parte do aeroporto (AER), passando pela plataforma no Campo de Cação (PCA), a plataforma no Campo de Peroá (PCA), a FPSO de Cidade de Vitória, a FPSO de São Mateus (SM) e retorna ao ao aeroporto (AER). O segundo helicóptero, H2, realiza o caminho partindo do aeroporto (AER), passando pela FPSO Espírito Santo (ES), Plataforma P-57 e retornando ao aeroporto (AER). O helicóptero H2 realiza uma rota que demora mais de 37 minutos em relação à rota de H1, apesar do helicóptero H2 visitar uma plataforma/campo de produção a menos que o H1.

Na Figura 7 são mostradas as rotas obtidas para a instância E10 quando executada na abordagem sem agrupamento de requisições. Analisando o mapa de rotas na Figura 7, nota-se que as rotas executadas pelos helicópteros levam passageiros do aeroporto para plataformas ou pegam passageiros nas plataformas e levam ao aeroporto. Esta instância não contém requisições com origem e destino em plataformas.

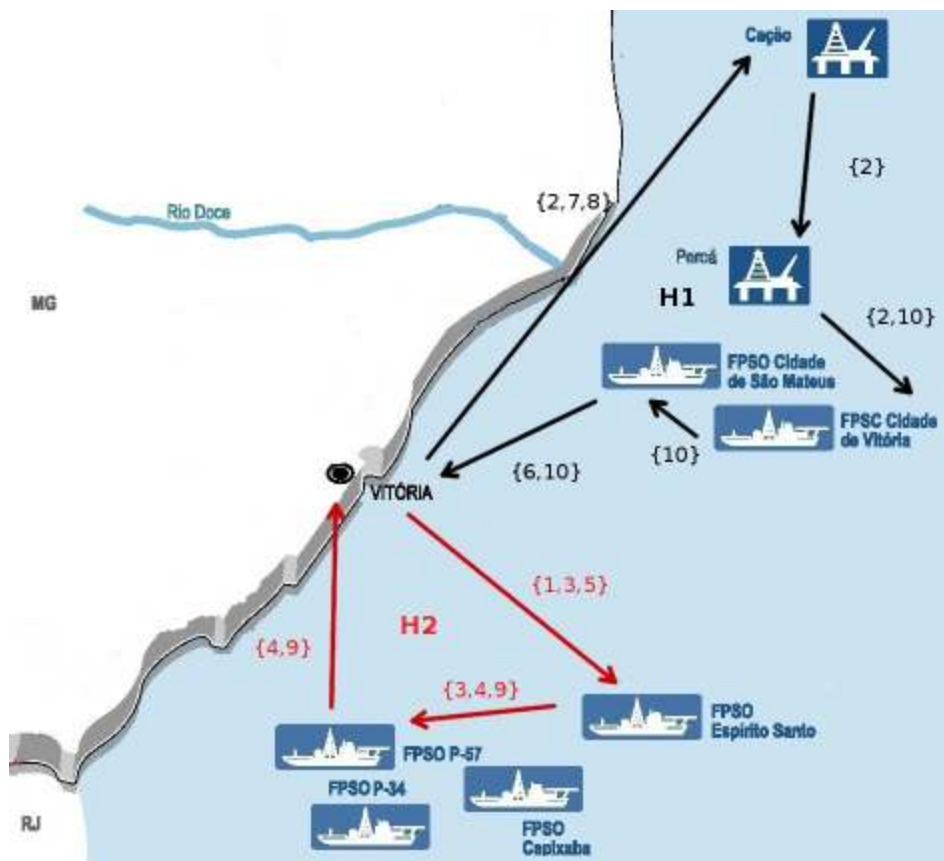


Figura 7 – Rotas da Instância E10 (não agrupada)

Fonte: Adaptado de Zandonadi (2012)

### 5.7.2 Instância E10 com agrupamento

A Tabela 9 apresenta a aglutinação de requisições utilizada na abordagem com agrupamento para a instância E10. O agrupamento de E10 permite a redução de 10 requisições para 7 requisições.

Tabela 9 – Clusterização de E10

Cluster nó $i$	Nós agrupados
1	10
2	4 e 9
3	7 e 8
4	6
5	1 e 5
6	3
7	2

Fonte: Próprio autor

A Tabela 10 apresenta a solução para a instância E10 utilizando a abordagem com agrupamento de requisições. De forma análoga à instância E10 não agrupada, os helicópteros H1 e H2 possuem o mesmo tempo de viagem dos helicópteros da abordagem não agrupada.

Tabela 10 – Instância E10 (agrupada)

Helicóptero	Nó predecessor $i$	Nó sucessor $j$	$Q_j$	$B_j$	Localidade $j$
H1	0	7	1	7,25h	Aeroporto
	7	3	3	7,25h	Aeroporto
	3	10	1	7,97h	Campo Cação
	10	1	2	8,30h	Campo Peroá
	1	4	3	8,63h	FPSO Cidade de São Mateus
	4	14	2	8,81h	FPSO Cidade de Vitória
	14	8	1	9,14h	Aeroporto
	8	11	0	9,14h	Aeroporto
	11	15	0	9,14h	Aeroporto
H2	0	6	1	7,25h	Aeroporto
	6	5	3	7,25h	Aeroporto
	5	13	2	7,81h	FPSO P-57
	13	12	0	8,03h	FPSO Espírito Santo
	12	2	2	8,03h	FPSO Espírito Santo
	2	9	0	8,51h	Aeroporto
	9	15	0	8,51h	Aeroporto

Fonte: Próprio autor

O helicóptero H1 da abordagem com agrupamento executa uma rota semelhante à rota do helicóptero H1 da abordagem sem agrupamento, exceto pela sequência de visitas da FPSO Cidade de Vitória e FPSO São Mateus. Analisando a rota do helicóptero H1 com agrupamento, tem-se a seguinte sequência de trechos:

- Vitória - Cação: formado pelos nós *agrupados* 3 e 7. O nó *agrupados* 3 é aglutinação dos nós 7 e 8 originais. O nó *agrupado* 7 representa o nó original 2. Logo, este percurso é formado pelos nós originais {2,7,8};
- Cação - Peroá: formado pelo nó *agrupado* 7, representando o nó original 2. Neste percurso é realizado o transporte da requisição original {2}.

- c) Peroá - FPSO Cidade de São Mateus: formado pelos nós *agrupados* 1 e 7. O nó *agrupado* 1 embarca em Peroá e representa o nó original 10. Neste percurso são transportadas as requisições originais {2,10};
- d) FPSO Cidade de São Mateus - FPSO Cidade de Vitória: este percurso é constituído pelos nós *agrupados* {1,4,7}. O nó *agrupado* 4 representa o nó original 6. Neste percurso é realizado o transporte dos nós originais {2,6,10}; e
- e) FPSO Cidade de Vitória - Vitória: neste trecho são transportados os nós *agrupados* 1 e 4. Estes nós representam as requisições originais {6,10}.

O helicóptero H2 com agrupamento executa a rota inversa do helicóptero H2 na abordagem sem agrupamento. Analisando a rota do helicóptero H2 com agrupamento, tem-se a seguinte sequência de trechos:

- a) Vitória - FPSO-34: formado pelos nós *agrupados* 6 e 5. O nó *agrupado* 6 é o nó original 3. O nó *agrupado* 5 representa a aglutinação dos nós originais 1 e 5. Logo, este trecho é formado pelos nós originais {1,3,5};
- b) FPSO-34 - FPSO Espírito Santo: formado pelo nó *agrupado* 5, representando os nós originais 1 e 5. Neste percurso é realizado o transporte das requisições originais {1,5}; e
- c) FPSO Espírito Santo - Vitória: formado pelo nó *agrupado* 2 que representa os nós originais {4,9}.

Os resultados obtidos para a abordagem com agrupamento são os esperados, pois tanto a abordagem sem agrupamento quanto a abordagem com agrupamento resolvem a instância E10 com *gap* de 0%.

Na Figura 8 são mostradas as rotas obtidas para a instância E10 com agrupamento. A análise é análoga à realizada para a instância sem agrupamento. Entretanto, na solução com agrupamento é possível destacar que, devido ao fato de não existirem requisições com origem e destino em plataformas, a rota inversa das soluções ótimas para a instância E10 são também ótimas.

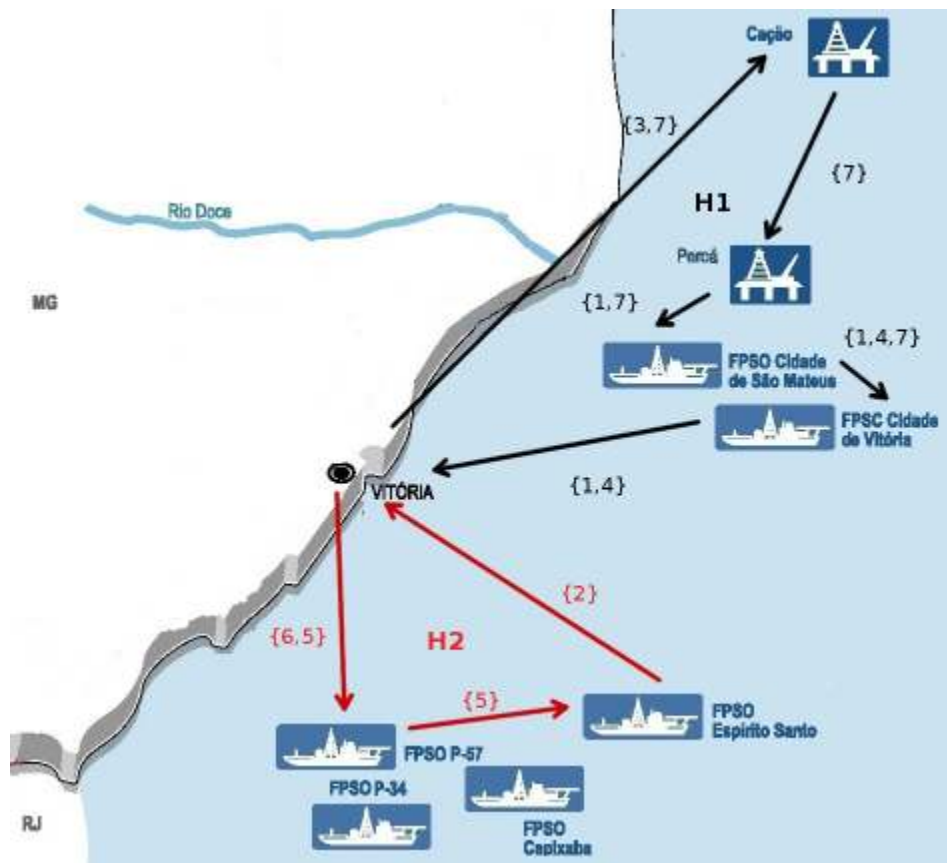


Figura 8 – Rotas da Instância E10 (agrupada)

Fonte: Adaptado de Zandonadi (2012)

### 5.7.3 Instância E25 com agrupamento

A instância E25 somente foi resolvida pela abordagem com agrupamento. A Tabela 11 mostra a aglutinação de nós para a instância E25, possibilitando a redução de 25 requisições para 12 requisições.

Tabela 11 – Clusterização de E25

Cluster nó <i>i</i>	Nós agrupados
1	25
2	6 e 24
3	7, 8, 13 e 23
4	1, 5, 18 e 22
5	21
6	10, 14, 16 e 20
7	15 e 19
8	2 e 17
9	12
10	11
11	4 e 9
12	3

Fonte: Próprio autor



A Tabela 12 apresenta a solução utilizando a abordagem com agrupamento para a instância E25. Analisando a solução apresentada na Tabela 12, o primeiro helicóptero, H1, parte do aeroporto (AER), seguindo para a FPSO Espírito Santo, FPSO Capixaba (CAP), FPSO P-57 (P57) e retorna ao aeroporto (AER). O segundo helicóptero, H2, parte do aeroporto (AER), passando sequencialmente pela FPSO Cidade de São Mateus (SM), FPSO Cidade de Vitória (CV), Campo de Produção Peroá (PER), Campo de Produção Cação (PER) e retorna ao aeroporto (AER). A rota de H1 é semelhante à rota H2 da instância E10 (não agrupada), exceto que a instância E25 contém requisições para a FPSO Capixaba, a qual não está presente na instância E10. Por causa disso, a rota executada pelo helicóptero H1 retorna às 8,62h, ao invés de 8,51h na rota H2 de E10.

Tabela 12 – Instância E25 (agrupada)

Helicóptero	Nó predecessor $i$	Nó sucessor $j$	$Q_j$	$B_j$	Localidade $j$
H1	0	7	2	7,25h	Aeroporto
	7	12	3	7,25h	Aeroporto
	12	4	7	7,25h	Aeroporto
	4	5	8	7,83h	FPSO Espírito Santo
	5	11	10	7,83h	FPSO Espírito Santo
	11	16	6	7,83h	FPSO Espírito Santo
	16	17	5	8,03h	CAP
	17	19	3	8,03h	CAP
	19	24	2	8,17h	FPSO P-57
	24	23	0	8,62h	Aeroporto
	23	25	0	8,62h	Aeroporto
H2	0	9	1	7,25h	Aeroporto
	9	8	3	7,25h	Aeroporto
	8	3	7	7,25h	Aeroporto
	3	2	9	7,67h	FPSO Cidade de São Mateus
	2	21	8	7,67h	FPSO Cidade de São Mateus
	21	1	9	7,84h	FPSO Cidade de Vitória
	1	20	7	7,84h	FPSO Cidade de Vitória
	20	10	8	8,20h	Campo Peroá
	10	6	12	8,20h	Campo Peroá
	6	22	11	8,57h	Campo Cação
	22	15	7	8,57h	Campo Cação
	15	18	3	9,14h	Aeroporto
	18	14	1	9,14h	Aeroporto
	14	13	0	9,14h	Aeroporto
13	25	0	9,14h	Aeroporto	

Fonte: Próprio autor

Na Figura 9 estão esquematizadas as rotas executadas pelos helicópteros da instância E25 com agrupamento. Na instância E25 há requisições com origem e destino em plataformas, representadas pelos nós *agrupados* 5 (origem FPSO Espírito Santo e destino FPSO Capixaba) e 10 (origem Campo de Produção Peroá e destino Campo de Produção Cação). Apesar disso, a rota executada pelo helicóptero H1 tem o mesmo tempo do helicóptero H2 da instância E10 com agrupamento. Isso mostra que o modelo conseguiu atender uma nova demanda não presente nas instâncias anteriores sem o acréscimo de novas aeronaves ou no aumento do tempo de execução da rota.

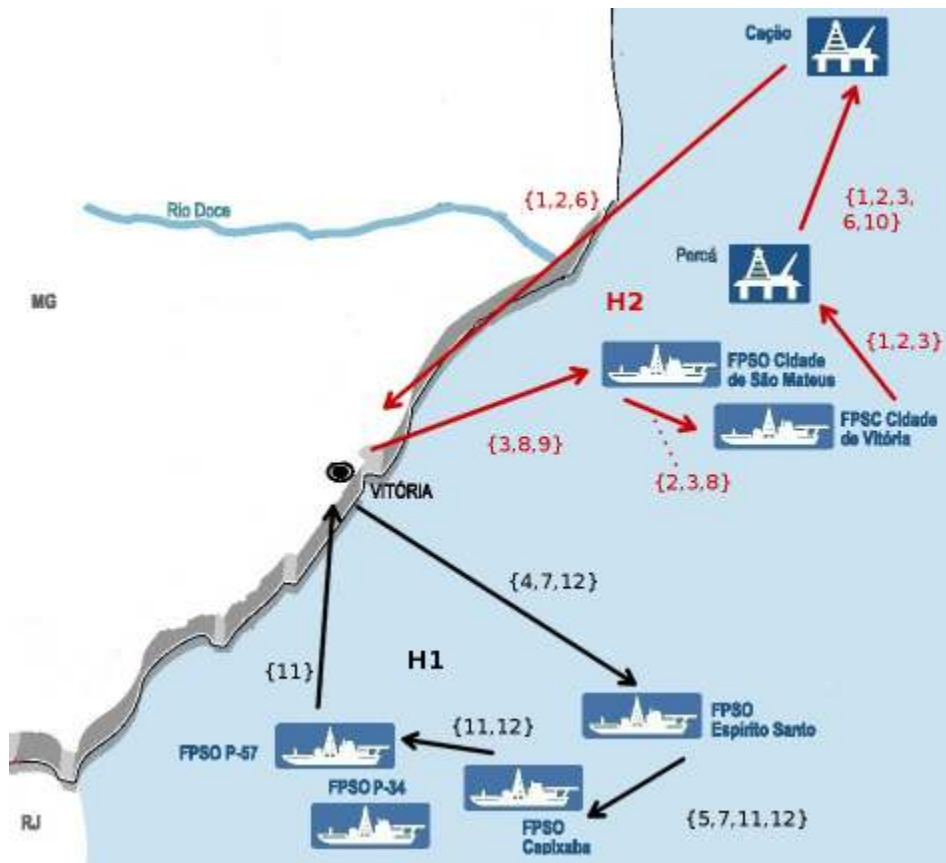


Figura 9 – Rotas da Instância E25 (agrupada)

Fonte: Adaptado de Zandonadi (2012)

## 5.8 Análise Geral dos Resultados

Os resultados das soluções da abordagem com agrupamento e sem agrupamento são similares para instâncias com até dez requisições. Contudo, para instâncias com mais de dez requisições, a abordagem com agrupamento mostra-se mais robusta, retornando soluções com *gap* de 0% e em menor tempo.

As rotas obtidas pela abordagem com agrupamento são tão boas ou melhores que as rotas criadas pela abordagem sem agrupamento. De fato, para as instâncias que as duas abordagens terminaram com *gap* de 0%, as rotas em termo de tempo e custo são equivalentes.



## 6 Conclusão

Esta dissertação teve como objetivo propor um modelo matemático para o transporte de empregados embarcados entre a base em terra e as plataformas *offshore*, utilizando uma frota de helicópteros, para o atendimento de requisições na Bacia do Espírito Santo.

Apresentou-se uma fundamentação teórica dos problemas de roteirização de veículos utilizando as classificações de Savelsbergh e Sol (1995) e Parragh, Doerner e Hartl (2008a), Parragh, Doerner e Hartl (2008b). As classes DARP e CHRP foram analisadas e relacionadas às classificações estudadas. Além disso, uma revisão bibliográfica e o Estado da Arte para as classes de problema DARP e CHRP foram apresentados.

O modelo matemático proposto é baseado no DARP de Rodrigues, Rosa e Resendo (2012) e Cordeau (2006). Destaque-se no modelo a inclusão de restrições ausentes no modelos originais como a modelagem de consumo de combustível, restrições de capacidade de peso e restrições de segurança.

O trabalho também propôs duas abordagens de resolução usando o modelo matemático, chamadas abordagem sem agrupamento e abordagem com agrupamento, que foram desenvolvidas em função do agrupamento ou não de requisições com origens iguais e destinos iguais.

As abordagens de solução sem agrupamento e com agrupamentos foram testadas num conjunto de instâncias de teste. Os testes computacionais mostraram que a abordagem de requisições com agrupamento conseguiu resolver quatro das seis instâncias de teste. A abordagem sem agrupamento de requisições resolveu somente uma das seis instâncias, ou seja, exceto por uma instância, todas as instâncias terminaram com *gap* superior a 0%. De maneira geral, a abordagem com agrupamento mostrou-se superior à abordagem sem agrupamento, resolvendo a maioria das instâncias de teste e obtendo resultados iguais ou melhores à abordagem sem agrupamento.

O modelo desenvolvido pode ser utilizado pelas empresas que operam no transporte de empregados na bacia do Espírito Santo como uma ferramenta de apoio logístico aplicado ao transporte de empregados para plataformas *offshore*, permitindo que o gestor conduza uma otimização no uso dos recursos disponíveis frente às necessidades de transporte aéreo.

## 6.1 Trabalhos Futuros

O CHRP é um campo de estudo pouco explorado, apesar dos obstáculos logísticos que este tipo de transporte enfrenta. Assim, este trabalho pode ser continuado de diversas formas, tais como:

- a) Inclusão de novas restrições ao problema, como horário de almoço para tripulação, janelas de atendimento e tempo máximo de voo dos usuários;
- b) Análise detalhada de novas instâncias com cenários que contemplem a utilização de frota heterogênea;
- c) Análise econômica e financeira das soluções obtidas pelo modelo; e
- d) Aplicação de metaheurísticas ao problema modelado com o objetivo de resolver instâncias maiores.

## Referências

- ALBA, E.; DORRONSORO, B. The exploration/exploitation tradeoff in dynamic cellular genetic algorithms. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Institute of Electrical and Electronics Engineers, v. 9, n. 2, p. 126–142, Apr 2005. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/TEVC.2005.843751>>. Citado na página 33.
- ANP. *Boletim da Produção de Petróleo e Gás Natural*. Brasília: [s.n.], 2012. 25 p. Citado na página 21.
- ARCHETTI, C.; MANSINI, R.; SPERANZA, M. *The Split Delivery Vehicle Routing Problem with Small Capacity*. East Lansing, Michigan, 2001. 20 p. Acessado em: 13/02/2013. Disponível em: <[http://neo.lcc.uma.es/vrp/wp-content/data/articles-/Claudia\\\_Renata.pdf](http://neo.lcc.uma.es/vrp/wp-content/data/articles-/Claudia\_Renata.pdf)>. Citado na página 64.
- ARMSTRONG-CREWS, N.; MOCK, K. Helicopter routing for maintaining remote sites in alaska using a genetic algorithm. In: *Proceedings of the 20th national conference on Artificial intelligence - Volume 4*. AAAI Press, 2005. (AAAI'05), p. 1586–1587. ISBN 1-57735-236-x. Disponível em: <<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=1619566.1619568>>. Citado 2 vezes nas páginas 64 e 65.
- ATTANASIO, A.; CORDEAU, J.-F.; GHIANI, G.; LAPORTE, G. Parallel tabu search heuristics for the dynamic multi-vehicle dial-a-ride problem. *Parallel Comput.*, Elsevier Science Publishers B. V., Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands, v. 30, n. 3, p. 377–387, mar. 2004. ISSN 0167-8191. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.parco.2003.12.001>>. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 50.
- BARBAROSOGLU, G.; OZDAMAR, L.; CEVIK, A. An interactive approach for hierarchical analysis of helicopter logistics in disaster relief operations. *European Journal of Operational Research*, v. 140, n. 1, p. 118–133, July 2002. Disponível em: <<http://ideas.repec.org/a/eee/ejores/v140y2002i1p118-133.html>>. Citado na página 65.
- BAUGH, J. W. J.; KAKIVAYA, D.; STONE, J. Intractability of the dial-a-ride problem and a multiobjective solution using simulated annealing. *Engineering Optimization*, v. 30, n. 2, p. 91–124, 1998. Citado na página 49.
- BEAUDRY, A.; LAPORTE, G.; MELO, T.; NICKEL, S. Dynamic transportation of patients in hospitals. *OR Spectrum*, Springer-Verlag, v. 32, n. 1, p. 77–107, Jan 2010. Citado na página 52.
- BERBEGLIA, G.; CORDEAU, J.-F.; LAPORTE, G. A hybrid tabu search and constraint programming algorithm for the dynamic dial-a-ride problem. *INFORMS Journal on Computing*, Institute for Operations Research and the Management Sciences, v. 24, n. 3, p. 343–355, Aug 2012. Citado na página 55.
- BODIN, L. D.; SEXTON, T. *TIMS studies in the management sciences*. [S.l.]: North-Holland ; Distributed by Elsevier Science Pub. Co., Amsterdam ; New York : New York, N.Y. :, 1986. 73–86 p. Citado na página 33.

BORNDÖRFER, R.; GRÖTSCHER, M.; KLOSTERMEIER, F.; KÜTTNER, C. *Telebus Berlin: Vehicle Scheduling in a Dial-a-Ride System*. Takustr.7, 14195 Berlin, 1997. Citado na página 48.

BULLNHEIMER, B.; HARTL, R. F.; STRAUSS, C. An improved ant system algorithm for the vehicle routing problem. *Annals of Operations Research*, v. 89, p. 319–328, 1997. Citado na página 33.

CALVO, R. W. A new heuristic for the traveling salesman problem with time windows. *Transportation Science*, INFORMS, Institute for Operations Research and the Management Sciences (INFORMS), Linthicum, Maryland, USA, v. 34, n. 1, p. 113–124, fev. 2000. ISSN 1526-5447. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1287/trsc.34.1.113.12284>>. Citado na página 51.

CALVO, R. W.; COLORNI, A. An effective and fast heuristic for the dial-a-ride problem. *4OR*, Springer-Verlag, v. 5, n. 1, p. 61–73, Mar 2007. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s10288-006-0018-0>>. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 54.

CALVO, R. W.; TOUATI-MOUNGLA, N. A matheuristic for the dial-a-ride problem. In: *Proceedings of the 5th international conference on Network optimization*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2011. (INOC'11), p. 450–463. ISBN 978-3-642-21526-1. Disponível em: <<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=2040817.2040870>>. Citado na página 53.

CANELAS, A. L. de S. *Evolução da Importância Econômica da Indústria de Petróleo e Gás Natural no Brasil: contribuição a variáveis macroeconômicas*. Rio de Janeiro: [s.n.], 2005. 131 p. Citado na página 21.

CHEVRIER, R.; LIEFOOGHE, A.; JOURDAN, L.; DHAENENS, C. Solving a dial-a-ride problem with a hybrid evolutionary multi-objective approach: Application to demand responsive transport. *Appl. Soft Comput.*, Elsevier Science Publishers B. V., Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands, v. 12, n. 4, p. 1247–1258, abr. 2012. ISSN 1568-4946. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.asoc.2011.12.014>>. Citado na página 56.

CHIANG, W.-C.; RUSSELL, R. A. Simulated annealing metaheuristics for the vehicle routing problem with time windows. *Annals of Operations Research*, Springer-Verlag, v. 63, n. 1, p. 3–27, Feb 1996. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/BF02601637>>. Citado na página 33.

CORDEAU, J.-F. A branch-and-cut algorithm for the dial-a-ride problem. *Operations Research*, Institute for Operations Research and the Management Sciences, v. 54, n. 3, p. 573–586, May 2006. Citado 16 vezes nas páginas 21, 22, 33, 45, 46, 50, 56, 57, 58, 59, 60, 70, 71, 72, 78 e 91.

CORDEAU, J.-F.; DESAULNIERS, G.; DESROSIERS, J.; SOLOMON, M. M.; SOUMIS, F. The vehicle routing problem. In: TOTH, P.; VIGO, D. (Ed.). Philadelphia, PA, USA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2001. cap. VRP with Time Windows, p. 157–193. ISBN 0-89871-498-2. Disponível em: <<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=505847.505854>>. Citado na página 41.



CORDEAU, J.-F.; LAPORTE, G. A tabu search heuristic for the static multi-vehicle dial-a-ride problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, Elsevier, v. 37, n. 6, p. 579–594, Jul 2003. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1016/S0191-2615\(02\)00045-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0191-2615(02)00045-0)>. Citado 8 vezes nas páginas 33, 45, 46, 49, 50, 52, 53 e 56.

\_\_\_\_\_. The dial-a-ride problem: models and algorithms. *Annals of Operations Research*, Springer-Verlag, v. 153, n. 1, p. 29–46, Jun 2007. Citado na página 45.

CULLEN, F. H.; JARVIS, J. J.; RATLIFF, H. D. Set partitioning based heuristics for interactive routing. *Networks*, Wiley Blackwell (John Wiley & Sons), v. 11, n. 2, p. 125–143, Jun 1981. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1002/net.3230110206>>. Citado na página 47.

CUNHA, C. B. d. Um modelo matemático para o problema de seqüenciamento e programação de visitas de gerentes de banco. *Gestão & Produção*, SciELO, v. 10, n. 2, Aug 2003. Citado na página 45.

CUNHA, M. Logísticas no pré-sal. *Cais do Porto*, 2011. Acessado em: 13/01/2012. Disponível em: <<http://www.caisdoporto.com/v2/listagem-materias-detalhe.php?id=28idMateria=439>>. Citado na página 21.

DESROSIERS, J.; DUMAS, Y.; SOUMIS, F. A dynamic programming solution of the large-scale single-vehicle dial-a-ride problem with time windows. *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, v. 6, p. 301–325, 1986. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 47.

DIANA, M.; DESSOUKY, M. A new regret insertion heuristic for solving large-scale dial-a-ride problems with time windows. *Transportation Research Part B*, v. 38, n. 4, p. 539–557, 2004. ISSN 1568-4946. Citado na página 49.

DROR, M.; LAPORTE, G.; TRUDEAU, P. Vehicle routing with split deliveries. *Discrete Applied Mathematics*, Elsevier, v. 50, n. 3, p. 239–254, May 1994. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1016/0166-218X\(92\)00172-I](http://dx.doi.org/10.1016/0166-218X(92)00172-I)>. Citado na página 64.

DROR, M.; TRUDEAU, P. Savings by split delivery routing. *Transportation Science*, Institute for Operations Research and the Management Sciences, v. 23, n. 2, p. 141–145, May 1989. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1287/trsc.23.2.141>>. Citado na página 64.

FARIA, A.; YAMASHITA, M.; TOZI, L. A.; SOUZA, V. J.; JR, I. B. Dial-a-ride routing system: the study of mathematical approaches used in public transport of people with physical disabilities. In: *Proceedings of 12th World Conference on Transport Research Society*. [S.l.: s.n.], 2010. ISBN 978-989-96986-1-1. Citado na página 53.

FERRO, F.; TEIXEIRA, P.; LIMA, P. C. R. *Os desafios do Pré-Sal*. Brasília, 2009. 63 p. (Cadernos de Altos Estudos, 5). Acessado em: 13/02/2013. Disponível em: <<http://www2.camara.leg.br/a-camara/altosestudos/pdf/Livro-pre-sal.pdf>>. Citado na página 21.

GALVÃO, R.; GUIMARÃES, J. An algorithm for helicopter routing in the support of offshore oil exploration. In: *Proceedings of the XX Brazilian OR Symposium*. [S.l.: s.n.], 1987. p. 96–108. Citado na página 64.

GALVÃO, R. D.; GUIMARÃES, J. The control of helicopter operations in the brazilian oil industry: Issues in the design and implementation of a computerized system. *European Journal of Operational Research*, v. 49, n. 2, p. 266–270, 1990. Disponível em: <http://EconPapers.repec.org/RePEc:eee:ejores:v:49:y:1990:i:2:p:266-270>. Citado na página 64.

GARAIX, T.; ARTIGUES, C.; FEILLET, D.; JOSSELIN, D. Optimization of occupancy rate in dial-a-ride problems via linear fractional column generation. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 38, n. 10, p. 1435–1442, Oct 2011. Citado na página 54.

GENDREAU, M.; LAPORTE, G.; SÉGUIN, R. Stochastic vehicle routing. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 88, n. 1, p. 3–12, Jan 1996. Citado na página 32.

GRUHN, A. G. V. Large neighborhood search for rich VRP with multiple pickup and delivery locations. In: *in Proceedings of the 18th Mini EURO Conference on VNS (MEC-VNS*. [S.l.: s.n.], 2005. Citado na página 33.

GUPTA, D.; CHEN, H.-W.; MILLER, L. A.; SURYA, F. Improving the efficiency of demand-responsive paratransit services. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Elsevier, v. 44, n. 4, p. 201–217, May 2010. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.tra.2010.01.003>. Citado na página 52.

HAIDEMANN, H. P. *O Problema Dial-a-ride Estático: Estudo de Caso para o Transporte Escolar*. São José dos Campos: [s.n.], 2005. Citado na página 46.

HÄME, L. An adaptive insertion algorithm for the single-vehicle dial-a-ride problem with narrow time windows. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 209, n. 1, p. 11–22, Feb 2011. Citado na página 55.

HEALY, P.; MOLL, R. A new extension of local search applied to the dial-a-ride problem. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 83, n. 1, p. 83–104, May 1995. Disponível em: [http://dx.doi.org/10.1016/0377-2217\(93\)E0292-6](http://dx.doi.org/10.1016/0377-2217(93)E0292-6). Citado 2 vezes nas páginas 45 e 48.

HEILPORN, G.; CORDEAU, J.-F.; LAPORTE, G. An integer l-shaped algorithm for the dial-a-ride problem with stochastic customer delays. *Discrete Applied Mathematics*, Elsevier Science Publishers B. V., Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands, v. 159, n. 9, p. 883–895, jun. 2011. ISSN 0166–218X. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.dam.2011.01.021>. Citado na página 54.

HERNADVOLGYI, I. T. *Automatically generated lower bounds for search*. Tese (Doutorado), Ottawa, Ont., Canada, Canada, 2004. AAINR01708. Citado na página 66.

HO, S. C.; HAUGLAND, D. Local search heuristics for the probabilistic dial-a-ride problem. *OR Spectrum*, Springer-Verlag New York, Inc., Secaucus, NJ, USA, v. 33, n. 4, p. 961–988, out. 2011. ISSN 0171-6468. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/s00291-009-0175-6>. Citado na página 54.

HOMBERGER, J.; GEHRING, H.; HAGEN, F.; WIRTSCHAFTSINFORMATIK, L.; D-HAGEN; DEUTSCHLAND, B. Two evolutionary metaheuristics for the vehicle

routing problem with time windows. *INFOR*, v. 37, p. 297–318, 1999. Citado na página 33.

HYTTIÄ, E.; AALTO, S.; PENTTINEN, A.; SULONEN, R. A stochastic model for a vehicle in a dial-a-ride system. *Operations Research Letters*, Elsevier, v. 38, n. 5, p. 432–435, Sep 2010. Citado na página 53.

IOACHIM, I.; DESROSIERS, J.; DUMAS, Y.; SOLOMON, M. M.; VILLENEUVE, D. A request clustering algorithm for door-to-door handicapped transportation. *Transportation Science*, Institute for Operations Research and the Management Sciences, v. 29, n. 1, p. 63–78, Feb 1995. Citado na página 48.

JAW, J.-J.; ODONI, A. R.; PSARAFTIS, H. N.; WILSON, N. H. A heuristic algorithm for the multi-vehicle advance request dial-a-ride problem with time windows. *Transportation Research Part B: Methodological*, Elsevier, v. 20, n. 3, p. 243–257, Jun 1986. Citado 3 vezes nas páginas 46, 47 e 51.

JORGENSEN, R. M.; LARSEN, J.; BERGVINSDOTTIR, K. B. Solving the dial-a-ride problem using genetic algorithms. *Journal of the Operational Research Society*, Nature Publishing Group - Macmillan Publishers, v. 58, n. 10, p. 1321–1331, Sep 2006. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1057/palgrave.jors.2602287>>. Citado na página 50.

KAISER, M. J. World offshore energy loss statistics. *Energy Policy*, v. 53, p. 3496–525, 2007. Citado na página 63.

KARA, I.; KARA, B. Y.; YETIS, M. K. Energy minimizing vehicle routing problem. In: *Proceedings of the 1st international conference on Combinatorial optimization and applications*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2007. (COCOA'07), p. 62–71. ISBN 3-540-73555-0, 978-3-540-73555-7. Disponível em: <<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=1779837.1779848>>. Citado na página 69.

KARABUK, S. A nested decomposition approach for solving the paratransit vehicle scheduling problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, Elsevier, v. 43, n. 4, p. 448–465, May 2009. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 52.

KONTORAVDIS, G.; BARD, J. F. A grasp for the vehicle routing problem with time windows. *INFORMS Journal on Computing*, Institute for Operations Research and the Management Sciences, v. 7, n. 1, p. 10–23, Jan 1995. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1287/ijoc.7.1.10>>. Citado na página 33.

LAPORTE, G.; GENDREAU, M.; POTVIN, J.-Y.; SEMET, F. Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem. *International Transactions in Operational Research*, Wiley Blackwell (Blackwell Publishing), v. 7, n. 4-5, p. 285–300, Sep 2000. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1475-3995.2000.tb00200.x>>. Citado na página 32.

MADSEN, O. B. G.; RAVN, H. F.; RYGAARD, J. M. A heuristic algorithm for a dial-a-ride problem with time windows, multiple capacities, and multiple objectives. *Annals of Operations Research*, Springer-Verlag, v. 60, n. 1, p. 193–208, Dec 1995. Citado na página 48.

Marine Traffic. *Marine Traffic*. 2012. Acessado em: 07/11/2012. Disponível em: <http://www.marinetraffic.com>. Citado na página 27.

MAURI, G. R.; LORENA, L. A. N. Uma nova abordagem para o problema dial-a-ride. *Produção*, SciELO, v. 19, n. 1, Apr 2009. Citado na página 52.

MELACHRINOUDIS, E.; ILHAN, A. B.; MIN, H. A dial-a-ride problem for client transportation in a health-care organization. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 34, n. 3, p. 742–759, Mar 2007. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2005.03.024>. Citado na página 51.

MENEZES, F.; PORTO, O.; REIS, M. L.; MORENO, L.; ARAGÃO, M. P. d.; UCHOA, E.; ABELEDO, H.; NASCIMENTO, N. C. d. Optimizing helicopter transport of oil rig crews at petrobras. *Interfaces*, Institute for Operations Research and the Management Sciences, v. 40, n. 5, p. 408–416, Oct 2010. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1287/inte.1100.0517>. Citado 2 vezes nas páginas 64 e 68.

MONTANÉ, F. A. T.; GALVÃO, R. D. A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service. *Computers & Operations Research*, Elsevier Science Ltd., Oxford, UK, UK, v. 33, n. 3, p. 595–619, mar. 2006. ISSN 0305-0548. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2004.07.009>. Citado na página 69.

MORENO, L.; ARAGÃO, M. P. de; UCHOA, E. Column generation based heuristic for a helicopter routing problem. In: *Proceedings of the 5th international conference on Experimental Algorithms*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. (WEA'06), p. 219–230. ISBN 3-540-34597-3, 978-3-540-34597-8. Disponível em: [http://dx.doi.org/10.1007/11764298\\_20](http://dx.doi.org/10.1007/11764298_20). Citado na página 67.

MORENO, L.; ARAGÃO, M. Poggi de; PORTO, O.; REIS, M. Planning offshore helicopter flights on the campos basin. In: *XXXVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO)*. Gramado, Brasil: [s.n.], 2005. p. 96–108. Citado 3 vezes nas páginas 64, 66 e 67.

MOTTA, A.; VIEIRA, R.; SOLETTI, J. Optimal routing offshore helicopter using genetic algorithm. In: \_\_\_\_\_. *2011 6th IEEE Joint International Information Technology and Artificial Intelligence Conference*. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2011. p. 6–9. ISBN 978-1-4244-8622-9. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1109/ITAIC.2011.6030263>. Citado na página 69.

NOVAES, A. G. *Sistemas logísticos: transporte, armazenagem e distribuição física de produtos*. São Paulo: Editora Edgard Blucher, 1989. 372 p. Citado na página 31.

PARRAGH, S. *Ambulance Routing Problems with Rich Constraints and Multiple Objectives*. Tese (Doutorado) — University of Vienna, Faculty of Business, Economics and Statistics, May 2009. Citado 3 vezes nas páginas 46, 52 e 55.

PARRAGH, S. N. Introducing heterogeneous users and vehicles into models and algorithms for the dial-a-ride problem. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Elsevier, v. 19, n. 5, p. 912–930, Aug 2011. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.trc.2010.06.002>. Citado na página 55.

PARRAGH, S. N.; DOERNER, K. F.; HARTL, R. F. A survey on pickup and delivery problems. *Journal für Betriebswirtschaft*, Springer-Verlag, v. 58, n. 1, p. 21–51, Apr 2008. Citado 7 vezes nas páginas 13, 19, 33, 37, 38, 43 e 91.

\_\_\_\_\_. A survey on pickup and delivery problems. *Journal für Betriebswirtschaft*, Springer-Verlag, v. 58, n. 2, p. 81–117, Jun 2008. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s11301-008-0036-4>>. Citado 11 vezes nas páginas 13, 19, 33, 37, 39, 41, 43, 45, 62, 63 e 91.

\_\_\_\_\_. Variable neighborhood search for the dial-a-ride problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier Science Ltd., Oxford, UK, UK, v. 37, n. 6, p. 1129–1138, jun. 2010. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2009.10.003>>. Citado na página 53.

POTVIN, J.-Y.; KERVAHUT, T.; GARCIA, B.-L.; ROUSSEAU, J.-M. The vehicle routing problem with time windows part i: Tabu search. *INFORMS Journal on Computing*, Institute for Operations Research and the Management Sciences, v. 8, n. 2, p. 158–164, Jan 1996. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1287/ijoc.8.2.158>>. Citado na página 33.

PRINS, C. A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 31, n. 12, p. 1985–2002, Oct 2004. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1016/S0305-0548\(03\)00158-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0305-0548(03)00158-8)>. Citado na página 68.

PSARAFTIS, H. N. A dynamic programming solution to the single vehicle many-to-many immediate request dial-a-ride problem. *Transportation Science*, Institute for Operations Research and the Management Sciences, v. 14, n. 2, p. 130–154, May 1980. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 55.

\_\_\_\_\_. An exact algorithm for the single vehicle many-to-many dial-a-ride problem with time windows. *Transportation Science*, Institute for Operations Research and the Management Sciences, v. 17, n. 3, p. 351–357, Aug 1983. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 55.

QIAN, F.; GRIBKOVSKAIA, I.; LAPORTE, G.; SR., O. H. Passenger and pilot risk minimization in offshore helicopter transportation. *Omega*, Elsevier, v. 40, n. 5, p. 584–593, Oct 2012. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.omega.2011.11.003>>. Citado na página 69.

QIAN, F.; GRIBKOVSKAIA, I.; SR., O. H. Helicopter routing in the norwegian oil industry: Including safety concerns for passenger transport. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, Emerald (MCB UP ), v. 41, n. 4, p. 401–415, 2011. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1108/09600031111131959>>. Citado na página 69.

RODRIGUES, P. P.; ROSA, R. de A.; RESENDO, L. C. Proposta de um modelo matemático para o problema dial-a-ride aplicado ao transporte público de cadeirantes. *Transportes*, 2012. ISSN 2237-1346. Acessado em: 13/01/2012. Disponível em: <<http://www.revistatransportes.org.br/anpet/article/view/501>>. Citado 11 vezes nas páginas 21, 22, 46, 56, 57, 60, 70, 71, 72, 78 e 91.

ROMERO, M.; SHEREMETOV, L.; SORIANO, A. A genetic algorithm for the pickup and delivery problem: An application to the helicopter offshore transportation. In: CASTILLO, O.; MELIN, P.; MONTIEL, O.; SEPÚLVEDA, R.; PEDRYCZ, W.; KACPRZYK, J. (Ed.). *Theoretical Advances and Applications of Fuzzy Logic and Soft Computing, Selection of Papers from IFSA 2007*. [S.l.]: Springer, 2007. (Advances in Soft Computing, v. 42), p. 435–444. ISBN 978-3-540-72433-9. Citado 2 vezes nas páginas 63 e 67.

ROSETO, V. B.; TORRES, F. Ant colony based on a heuristic insertion for a family of helicopter routing problems. In: *Conference Proceedings from the Third International Conference on Production Research – Americas’ Region (ICPR-AM06)*. [S.l.: s.n.], 2006. Citado 2 vezes nas páginas 62 e 67.

SAVELSBERGH, M. W. P.; SOL, M. The general pickup and delivery problem. *Transportation Science*, Institute for Operations Research and the Management Sciences, v. 29, n. 1, p. 17–29, Feb 1995. Citado 9 vezes nas páginas 13, 33, 34, 35, 43, 45, 46, 62 e 91.

SCHILDE, M.; DOERNER, K.; HARTL, R. Metaheuristics for the dynamic stochastic dial-a-ride problem with expected return transports. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 38, n. 12, p. 1719–1730, Dec 2011. Citado na página 55.

SEXTON, T. R.; BODIN, L. D. Optimizing single vehicle many-to-many operations with desired delivery times: I. scheduling. *Transportation Science*, Institute for Operations Research and the Management Sciences, v. 19, n. 4, p. 378–410, Nov 1985. Citado na página 47.

\_\_\_\_\_. Optimizing single vehicle many-to-many operations with desired delivery times: Ii. routing. *Transportation Science*, Institute for Operations Research and the Management Sciences, v. 19, n. 4, p. 411–435, Nov 1985. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1287/trsc.19.4.411>. Citado na página 47.

SIERKSMA, G.; TIJSSSEN, G. A. Routing helicopters for crew exchanges on off-shore locations. *Annals of Operations Research*, Springer-Verlag, v. 76, p. 261–286, 1998. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1023/A:1018900705946>. Citado na página 65.

TIMLIN, M. T. F.; PULLEYBLANK, W. R. Precedence constrained routing and helicopter scheduling: Heuristic design. *Interfaces*, Institute for Operations Research and the Management Sciences, v. 22, n. 3, p. 100–111, May 1992. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1287/inte.22.3.100>. Citado 3 vezes nas páginas 62, 64 e 78.

TORRES, F. Un algoritmo genético basado en heurística de inserción para el problema de ruteo de helicópteros. In: *XII Congreso Latino Iberoamericano de Investigación de Operaciones*. Cuba: [s.n.], 2004. Citado 4 vezes nas páginas 62, 64, 65 e 67.

TOTH, P.; VIGO, D. Heuristic algorithms for the handicapped persons transportation problem. *Transportation Science*, Institute for Operations Research and the Management Sciences, v. 31, n. 1, p. 60–71, Feb 1997. Citado 3 vezes nas páginas 33, 46 e 49.

VELASCO, N.; CASTAGLIOLA, P.; DEJAX, P.; GUÉRET, C.; PRINS, C. A memetic algorithm for a pick-up and delivery problem by helicopter. In: *Bio-inspired Algorithms for the Vehicle Routing Problem*. Springer, 2009. p. 173–190. Disponível em: [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-85152-3\\_8](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-85152-3_8). Citado na página 67.

VESCOVI, A. P. V. J.; BONELLI, R. *Espírito Santo: instituições, desenvolvimento e inclusão social*. Vitória, ES, 2010. 464 p. Citado na página 21.

WILSON, N.; SUSSMAN, J.; WONG, H.; HIGONNET, B. *Scheduling Algorithms for dial-a-ride systems*. Cambridge, MA, 1971. Citado na página 45.

WONG, K. I.; BELL, M. G. H. Solution of the dial-a-ride problem with multi-dimensional capacity constraints. *International Transactions in Operational Research*, Wiley Blackwell (Blackwell Publishing), v. 13, n. 3, p. 195–208, May 2006. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1475-3995.2006.00544.x>>. Citado na página 50.

XIANG, Z.; CHU, C.; CHEN, H. A fast heuristic for solving a large-scale static dial-a-ride problem under complex constraints. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 174, n. 2, p. 1117–1139, Oct 2006. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2004.09.060>>. Citado na página 51.

ZANDONADI, D. *Novos terminais e plataformas no Estado*. Espírito Santo: [s.n.], 2012. Acessado em: 02/03/2012. Disponível em: <[http://gazetaonline.globo.com/\\_conteudo/2012/06/noticias/a\\_gazeta/economia/1287494-novos-terminais-e-plataformas-no-estado.html](http://gazetaonline.globo.com/_conteudo/2012/06/noticias/a_gazeta/economia/1287494-novos-terminais-e-plataformas-no-estado.html)>. Citado 14 vezes nas páginas 27, 83, 86, 88, 116, 119, 120, 125, 128, 129, 130, 131, 132 e 133.

ZIDI, I.; MESGHOUNI, K.; ZIDI, K.; GHEDIRA, K. A multi-objective simulated annealing for the multi-criteria dial a ride problem. *Eng. Appl. Artif. Intell.*, Pergamon Press, Inc., Tarrytown, NY, USA, v. 25, n. 6, p. 1121–1131, set. 2012. ISSN 0952-1976. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.engappai.2012.03.012>>. Citado na página 56.





# APÊNDICE A – Definição de dados

## A.1 Arquivo de Definição das Instâncias

O arquivo de definição de instância utilizado neste trabalho é dividido em cinco seções:

- *info*: a seção compreende informações gerais do problema;
- *airport*: define informações sobre o aeroporto;
- *helicopter*: a seção define as informações de cada helicóptero;
- *platform*: a seção compreende as propriedades de cada plataforma; e
- *passenger*: define os atributos de cada passageiro.

A Tabela 13 apresenta o dicionário de dados para estas seções. As seções *helicopter*, *platform* e *passenger* permitem a definição de múltiplos elementos utilizando um indicador de índice  $n$  na forma  $\langle seção \rangle.n.\langle atributo \rangle$ , em que  $id$  identifica  $n$ -ésimo elemento da seção.

Na Listagem A.1 está um exemplo de arquivo utilizado para definir as instâncias de teste.

## A.2 Arquivo CPLEX

A Tabela 14 define os campos utilizados para a definição de variáveis e atributos do arquivo da ferramenta CPLEX.

Na Listagem A.2 está um exemplo do arquivo no formato CPLEX gerado a partir da execução do *script* Python no arquivo mostrado na Listagem A.1.

Tabela 13 – Dicionário de Dados de Instâncias

Nome	Seção	Descrição	Domínio	Unidade
sunrisehour	info	horário de partida mínimo dos helicópteros no aeroporto	[0,24]	[h]
sunrisedown	info	horário de retorno máximo dos helicópteros ao aeroporto	[0,24]	[h]
fueltoweigth	info	constante de conversão de litros de combustível para peso	real positivo	[l/kg]
platnum	info	número de plataformas na instância	inteiro positivo	
helnum	info	número de helicópteros na instância	inteiro positivo	
passnum	info	número de passageiros na instância	inteiro positivo	
name	airport	nome do aeroporto	string	
latitude	airport	latitude do aeroporto	[-90,90]	
longitude	airport	longitude do aeroporto	[-180,180]	
hel. <i>id</i> .maxtime	helicopter	tempo máximo de voo	real positivo	[h]
hel. <i>id</i> .maxcapacity	helicopter	capacidade máxima de assentos	inteiro positivo	
hel. <i>id</i> .maxweight	helicopter	peso bruto	real positivo	[kg]
hel. <i>id</i> .taxitime	helicopter	tempo de taxiamento	real positivo	[h]
hel. <i>id</i> .securitytime	helicopter	tempo de segurança	real positivo	[h]
hel. <i>id</i> .aprovertime	helicopter	tempo de aproximação	real positivo	[h]
hel. <i>id</i> .averagecons	helicopter	consumo médio de combustível	real positivo	[l/h]
hel. <i>id</i> .averagespeed	helicopter	velocidade média	real positivo	[km/h]
hel. <i>id</i> .maxfuel	helicopter	capacidade de combustível	real positivo	[l]
hel. <i>id</i> .crewweight	helicopter	peso total da tripulação	real positivo	[kg]
hel. <i>id</i> .helweight	helicopter	peso do helicóptero	real positivo	[kg]
plat. <i>id</i> .name	platform	nome da plataforma	string	
plat. <i>id</i> .latitude	platform	latitude da plataforma	[-90,90]	
plat. <i>id</i> .longitude	platform	longitude da plataforma	[-180,180]	
pass. <i>id</i> .weight	passenger	peso do passageiro	real positivo	[kg]
pass. <i>id</i> .origen	passenger	local de origem do passageiro	string	[kg]
pass. <i>id</i> .destin	passenger	local de destino do passageiro	string	[kg]

Fonte: Próprio autor

Listagem A.1 – Exemplo de um arquivo representando um cenário com um passageiro

```
1 [info]
2 sunrisehour = 7.250
3 sundownhour = 17.250
4 fueltoweight = 1.0
5 platnum = 3
6 helnum = 1
7 passnum = 1
8 [airport]
9 name = AIRPORT
10 latitude = -20.2594559
11 longitude = -40.2890769
12 [helicopter]
13 hel.0.maxtime = 2.5
14 hel.0.maxcapacity = 12
15 hel.0.maxweight = 5000
16 hel.0.taxitime = 0.1
17 hel.0.securitytime = 0.5
18 hel.0.aproxtime = 0.1
19 hel.0.averagecons = 325
20 hel.0.averagespeed = 251
21 hel.0.maxfuel = 1064
22 hel.0.crewweight = 180
23 hel.0.helweight = 2940
24 [platform]
25 plat.0.name = P34
26 plat.0.latitude = -21.26065
27 plat.0.longitude = -40.01905
28 plat.1.name = VITORIA
29 plat.1.latitude = -20.04212
30 plat.1.longitude = -39.52478
31 ;Cacao
32 plat.2.name = CACAO
33 plat.2.latitude = -19.098889
34 plat.2.longitude = -39.653611
35 [passenger]
36 ;passageiro 0
37 pass.0.weight = 100
38 pass.0.origin = P34
39 pass.0.destin = VITORIA
```

Tabela 14 – Dicionário de Dados do Arquivo CPLEX

Nome	Descrição	Domínio
n	número de requisições	inteiro
k	número de helicópteros	inteiro
Hsr	horário mínimo para o helicóptero sair do aeroporto	real
Hsd	horário máximo de retorno dos helicópteros ao aeroporto	real
theta	constante de conversão de litros de combustível para peso	real
C	matriz $n \times n$ de distância entre os locais de embarque e desembarque	matriz de inteiros
qi	vetor de tamanho $n$ representando o fluxo de assentos em cada local de embarque ou desembarque	vetor de inteiros
wi	vetor de tamanho $n$ representando o fluxo de peso em cada local de embarque ou desembarque	vetor de reais
MaxTime	vetor de tamanho $k$ que define o tempo máximo de voo do $i$ -ésimo helicóptero, $1 \leq i \leq k$	vetor de reais
MaxCapacity	vetor de tamanho $k$ que define a capacidade de assentos do $i$ -ésimo helicóptero, $1 \leq i \leq k$	vetor de inteiros
TaxiTime	vetor de tamanho $k$ que define o tempo de taxiamento do $i$ -ésimo helicóptero, $1 \leq i \leq k$	vetor de reais
ApproxTime	vetor de tamanho $k$ que define o tempo de aproximação do $i$ -ésimo helicóptero, $1 \leq i \leq k$	vetor de reais
SecurityTime	vetor de tamanho $k$ que define o tempo de segurança do $i$ -ésimo helicóptero, $1 \leq i \leq k$	vetor de reais
AvaerageCons	vetor de tamanho $k$ que define o consumo médio de combustível $i$ -ésimo helicóptero, $1 \leq i \leq k$	vetor de reais
AverageSpeed	vetor de tamanho $k$ que define a velocidade média do $i$ -ésimo helicóptero, $1 \leq i \leq k$	vetor de reais
MaxFuel	vetor de tamanho $k$ que define a capacidade máxima de combustível do $i$ -ésimo helicóptero, $1 \leq i \leq k$	vetor de reais
MaxWeight	vetor de tamanho $k$ que define o peso bruto máximo do $i$ -ésimo helicóptero, $1 \leq i \leq k$	vetor de reais
CrewWeight	vetor de tamanho $k$ que define o peso da tripulação do $i$ -ésimo helicóptero, $1 \leq i \leq k$	vetor de reais
HelWeight	vetor de tamanho $k$ que define o peso do $i$ -ésimo helicóptero, $1 \leq i \leq k$	vetor de reais
d	matriz $n \times n$ que representa o tempo de serviço em $j$ quando se parte de $i$ , $1 \leq i, j \leq n$	matriz de reais
subtoursCount	número de sub-rotas no problema	inteiro
subtoursSize	vetor de tamanho <i>subtoursCount</i> que representa o tamanho da $i$ -ésima sub-rotas	vetor de inteiros
subtours	vetor de tamanho <i>subtoursCount</i> representando as sub-rotas	vetor de matrizes

Fonte: Próprio autor

## Listagem A.2 – Exemplo de um arquivo no formato CPLEX

```

1 // SECAO DADOS – INICIO
2 n = 1;
3 k = 1;
4 M = 999999;
5 Y = 999999;
6 Hsr = 7.250;
7 Hsd = 17.250;
8 theta = 1.000;
9 // MATRIZ DE DISTANCIA
10 C = [ [ 9999 114 83 9999 ],
11        [ 9999 9999 144 114 ],
12        [ 9999 144 9999 83 ],
13        [ 9999 9999 9999 9999 ]
14      ];
15 // VETOR DE FLUXO DE ASSENTOS
16 qi = [ 0 1 -1 0 ];
17 // VETOR DE FLUXO DE PESO
18 wi = [ 0 100 -100 0 ];
19 // PARAMETROS DOS HELICOPTEROS
20 MaxTime = [ 2.500 ];
21 MaxCapacity = [ 12 ];
22 TaxiTime = [ 0.100 ];
23 ApproxTime = [ 0.100 ];
24 SecurityTime = [ 0.500 ];
25 AverageCons = [ 325.000 ];
26 AverageSpeed = [ 251.000 ];
27 MaxFuel = [ 1064.000 ];
28 MaxWeight = [ 5000.000 ];
29 CrewWeight = [ 180.000 ];
30 HelWeight = [ 2940.000 ];
31 // MATRIX DE TEMPO DE SERVICO
32 d = [ [0.000 0.110 0.110 0.000 ],
33        [0.000 0.000 0.110 0.000 ],
34        [0.000 0.110 0.000 0.000 ],
35        [0.000 0.000 0.000 0.000 ]
36      ];
37 // SUBTOURS
38 subtoursCount = 0;
39 subtoursSize = [ ];
40 subtours = [ ];

```



## APÊNDICE B – Instâncias

### B.1 Instância E10

A Tabela 16 apresenta as requisições da instância E10.

Tabela 15 – Requisições da Instância E10

Requisição	Origem	Destino	Peso
1	Aeroporto	FPSO Espírito Santo	100
2	Aeroporto	FPSO Cidade de Vitória	130
3	Aeroporto	FPSO P-57	99
4	FPSO Espírito Santo	Aeroporto	132
5	Aeroporto	FPSO Espírito Santo	110
6	FPSO Cidade de São Mateus	Aeroporto	131
7	Aeroporto	Campo Cação	100
8	Aeroporto	Campo Cação	130
9	FPSO Espírito Santo	Aeroporto	122
10	Campo Peroá	Aeroporto	132

Fonte: Próprio autor

## B.2 Instância E15

A Tabela 16 apresenta as requisições da instância E15.

Tabela 16 – Requisições da Instância E15

Requisição	Origem	Destino	Peso
1	Aeroporto	FPSO Espírito Santo	100
2	Aeroporto	FPSO Cidade de Vitória	130
3	Aeroporto	FPSO P-57	99
4	FPSO Espírito Santo	Aeroporto	132
5	Aeroporto	FPSO Espírito Santo	110
6	FPSO Cidade de São Mateus	Aeroporto	131
7	Aeroporto	Campo Cação	100
8	Aeroporto	Campo Cação	130
9	FPSO Espírito Santo	Aeroporto	122
10	Campo Peroá	Aeroporto	132
11	Campo Peroá	Campo Cação	110
12	Aeroporto	FPSO Cidade de São Mateus	131
13	Aeroporto	Campo Cação	111
14	Campo Peroá	Aeroporto	130
15	Aeroporto	FPSO Capixaba	89

Fonte: Próprio autor



### B.3 Instância E20

A Tabela 17 apresenta as requisições da instância E20.

Tabela 17 – Requisições da Instância E20

Requisição	Origem	Destino	Peso
1	Aeroporto	FPSO Espírito Santo	100
2	Aeroporto	FPSO Cidade de Vitória	130
3	Aeroporto	FPSO P-57	99
4	FPSO Espírito Santo	Aeroporto	132
5	Aeroporto	FPSO Espírito Santo	110
6	FPSO Cidade de São Mateus	Aeroporto	131
7	Aeroporto	Campo Cação	100
8	Aeroporto	Campo Cação	130
9	FPSO Espírito Santo	Aeroporto	122
10	Campo Peroá	Aeroporto	132
11	Campo Peroá	Campo Cação	110
12	Aeroporto	FPSO Cidade de São Mateus	131
13	Aeroporto	Campo Cação	111
14	Campo Peroá	Aeroporto	130
15	Aeroporto	FPSO Capixaba	89
16	Campo Peroá	Aeroporto	110
17	Aeroporto	FPSO Cidade de Vitória	131
18	Aeroporto	FPSO Espírito Santo	101
19	Aeroporto	FPSO Capixaba	130
20	Campo Peroá	Aeroporto	99

Fonte: Próprio autor

## B.4 Instância E25

A Tabela 18 apresenta as requisições da instância E25.

Tabela 18 – Requisições da Instância E25

Requisição	Origem	Destino	Peso
1	Aeroporto	FPSO Espírito Santo	100
2	Aeroporto	FPSO Cidade de Vitória	130
3	Aeroporto	FPSO P-57	99
4	FPSO Espírito Santo	Aeroporto	132
5	Aeroporto	FPSO Espírito Santo	110
6	FPSO Cidade de São Mateus	Aeroporto	131
7	Aeroporto	Campo Cação	100
8	Aeroporto	Campo Cação	130
9	FPSO Espírito Santo	Aeroporto	122
10	Campo Peroá	Aeroporto	132
11	Campo Peroá	Campo Cação	110
12	Aeroporto	FPSO Cidade de São Mateus	131
13	Aeroporto	Campo Cação	111
14	Campo Peroá	Aeroporto	130
15	Aeroporto	FPSO Capixaba	89
16	Campo Peroá	Aeroporto	110
17	Aeroporto	FPSO Cidade de Vitória	131
18	Aeroporto	FPSO Espírito Santo	101
19	Aeroporto	FPSO Capixaba	130
20	Campo Peroá	Aeroporto	99
21	FPSO Espírito Santo	FPSO Capixaba	110
22	Aeroporto	FPSO Espírito Santo	131
23	Aeroporto	Campo Cação	111
24	FPSO Cidade de São Mateus	Aeroporto	130
25	FPSO Cidade de Vitória	Aeroporto	89

Fonte: Próprio autor

## B.5 Instância E30

A Tabela 19 apresenta as requisições da instância E30.

Tabela 19 – Requisições da Instância E30

Requisição	Origem	Destino	Peso
1	Aeroporto	FPSO Espírito Santo	100
2	Aeroporto	FPSO Cidade de Vitória	130
3	Aeroporto	FPSO P-57	99
4	FPSO Espírito Santo	Aeroporto	132
5	Aeroporto	FPSO Espírito Santo	110
6	FPSO Cidade de São Mateus	Aeroporto	131
7	Aeroporto	Campo Caçã	100
8	Aeroporto	Campo Caçã	130
9	FPSO Espírito Santo	Aeroporto	122
10	Campo Peroá	Aeroporto	132
11	Campo Peroá	Campo Caçã	110
12	Aeroporto	FPSO Cidade de São Mateus	131
13	Aeroporto	Campo Caçã	111
14	Campo Peroá	Aeroporto	130
15	Aeroporto	FPSO Capixaba	89
16	Campo Peroá	Aeroporto	110
17	Aeroporto	FPSO Cidade de Vitória	131
18	Aeroporto	FPSO Espírito Santo	101
19	Aeroporto	FPSO Capixaba	130
20	Campo Peroá	Aeroporto	99
21	FPSO Espírito Santo	FPSO Capixaba	110
22	Aeroporto	FPSO Espírito Santo	131
23	Aeroporto	Campo Caçã	111
24	FPSO Cidade de São Mateus	Aeroporto	130
25	FPSO Cidade de Vitória	Aeroporto	89
26	Aeroporto	FPSO Cidade de Vitória	110
27	Aeroporto	FPSO Espírito Santo	131
28	Aeroporto	FPSO P-57	101
29	Aeroporto	FPSO P-34	130
30	FPSO Espírito Santo	FPSO Cidade de Vitória	99

Fonte: Próprio autor

## B.6 Instância E35

A Tabela 20 apresenta as requisições da instância E30.

Tabela 20 – Requisições da Instância E35

Requisição	Origem	Destino	Peso
1	Aeroporto	FPSO Espírito Santo	100
2	Aeroporto	FPSO Cidade de Vitória	130
3	Aeroporto	FPSO P-57	99
4	FPSO Espírito Santo	Aeroporto	132
5	Aeroporto	FPSO Espírito Santo	110
6	FPSO Cidade de São Mateus	Aeroporto	131
7	Aeroporto	Campo Cação	100
8	Aeroporto	Campo Cação	130
9	FPSO Espírito Santo	Aeroporto	122
10	Campo Peroá	Aeroporto	132
11	Campo Peroá	Campo Cação	110
12	Aeroporto	FPSO Cidade de São Mateus	131
13	Aeroporto	Campo Cação	111
14	Campo Peroá	Aeroporto	130
15	Aeroporto	FPSO Capixaba	89
16	Campo Peroá	Aeroporto	110
17	Aeroporto	FPSO Cidade de Vitória	131
18	Aeroporto	FPSO Espírito Santo	101
19	Aeroporto	FPSO Capixaba	130
20	Campo Peroá	Aeroporto	99
21	FPSO Espírito Santo	FPSO Capixaba	110
22	Aeroporto	FPSO Espírito Santo	131
23	Aeroporto	Campo Cação	111
24	FPSO Cidade de São Mateus	Aeroporto	130
25	FPSO Cidade de Vitória	Aeroporto	89
26	Aeroporto	FPSO Cidade de Vitória	110
27	Aeroporto	FPSO Espírito Santo	131
28	Aeroporto	FPSO P-57	101
29	Aeroporto	FPSO P-34	130
30	FPSO Espírito Santo	FPSO Cidade de Vitória	99
31	FPSO Capixaba	Aeroporto	145
32	FPSO Capixaba	FPSO Cidade de Vitória	80
33	Aeroporto	FPSO Capixaba	102
34	FPSO Cidade de São Mateus	FPSO P-57	130
35	FPSO Capixaba	FPSO P-57	99

Fonte: Próprio autor

## APÊNDICE C – Resultados Computacionais

Neste anexo são apresentados as soluções para as instâncias de teste para as abordagens com agrupamento e sem agrupamento.

### C.1 Resultados da Instância E10

A Tabela 21 apresenta a solução para a instância E10 quando executada na abordagem sem agrupamento de requisições.

Tabela 21 – Instância E10 (não agrupada)

Helicóptero	Nó predecessor $i$	Nó sucessor $j$	$Q_j$	$B_j$	Localidade $j$
H1	0	5	1	7,25h	Aeroporto
	5	3	2	7,25h	Aeroporto
	3	1	3	7,25h	Aeroporto
	1	11	2	7,83h	FPSO Espírito Santo
	11	9	3	7,83h	FPSO Espírito Santo
	9	15	2	7,83h	FPSO Espírito Santo
	15	4	3	7,83h	FPSO Espírito Santo
	4	13	2	8,06h	FPSO P-57
	13	19	1	8,51h	Aeroporto
	19	14	0	8,51h	Aeroporto
	14	21	0	9,51h	Aeroporto
H2	0	7	1	7,25h	Aeroporto
	7	2	2	7,25h	Aeroporto
	2	8	3	7,25h	Aeroporto
	8	17	2	7,93h	Campo Cação
	17	18	1	7,93h	Campo Cação
	18	10	2	8,30h	Campo Peroá
	10	12	1	8,65h	FPSO Cidade de Vitória
	12	6	2	8,83h	FPSO Cidade de São Mateus
	6	20	1	9,14h	Aeroporto
	20	16	0	9,14h	Aeroporto
	16	21	0	9,14h	Aeroporto

Fonte: Próprio autor

Na Figura 10 são mostradas as rotas obtidas para a instância E10 quando executada na abordagem sem agrupamento.

A Tabela 22 apresenta o agrupamento de requisições para a instância E10.

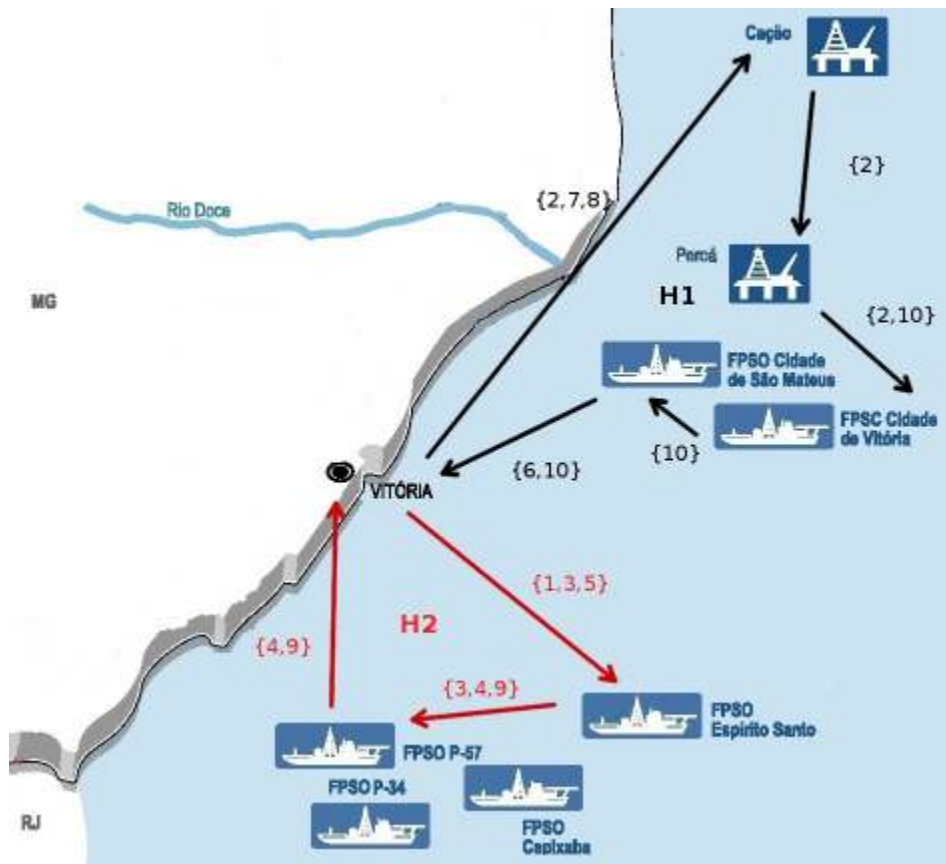


Figura 10 – Rotas da Instância E10 (não agrupada)

Fonte: Adaptado de Zandonadi (2012)

Tabela 22 – Clusterização de E10

Cluster nó $i$	Nós agrupados
1	10
2	4 e 9
3	7 e 8
4	6
5	1 e 5
6	3
7	2

Fonte: Próprio autor

A Tabela 23 apresenta a solução para a instância E10 a partir da abordagem com agrupamento de requisições.

Tabela 23 – Instância E10 (agrupada)

Helicóptero	Nó predecessor $i$	Nó sucessor $j$	$Q_j$	$B_j$	Localidade $j$
H1	0	6	1	7,25h	Aeroporto
	6	5	3	7,25h	Aeroporto
	5	13	2	7,81h	FPSO P-57
	13	12	0	8,03h	FPSO Espírito Santo
	12	2	2	8,03h	FPSO Espírito Santo
	2	9	0	9,75h	Aeroporto
	9	15	0	9,75h	Aeroporto
H2	0	7	1	7,25h	Aeroporto
	7	3	3	7,25h	Aeroporto
	3	10	1	7,97h	Campo Cação
	10	1	2	8,30h	Campo Peroá
	1	4	3	8,63h	FPSO Cidade de São Mateus
	4	14	2	8,81h	FPSO Cidade de São Mateus
	14	8	1	9,14h	Aeroporto
	8	11	0	9,14h	Aeroporto
	11	15	0	9,14h	Aeroporto

Fonte: Próprio autor

Na Figura 23 são mostradas as rotas obtidas para a instância E10 na abordagem com agrupamento.

## C.2 Resultados da Instância E15

Na Tabela 24 é mostrada a solução para a instância E15 não agrupada.

Na Figura 12 são mostradas as rotas para a instância E15 na abordagem sem agrupamento.

A Tabela 25 mostra o agrupamento de nós para a instância E15.

A Tabela 26 é apresentada a solução para a instância E15 na abordagem com agrupamento.

Na Figura 26 são apresentados as rotas dos helicópteros para a instância E15 na abordagem com agrupamento.

## C.3 Resultados da Instância E20

Na Tabela 27 é apresentado a solução encontrada para a instância E20 a partir da abordagem sem agrupamento.

Tabela 24 – Instância E15 (não agrupada)

Helicóptero	Nó predecessor $i$	Nó sucessor $j$	$Q_j$	$B_j$	Localidade $j$
H1	0	5	1	7,25h	Aeroporto
	5	15	2	7,25h	Aeroporto
	15	1	3	7,25h	Aeroporto
	1	3	4	7,25h	Aeroporto
	3	18	3	7,81h	FPSO P-57
	18	30	2	7,95h	Campo Cação
	30	16	1	8,14h	FPSO Espírito Santo
	16	20	0	8,14h	FPSO Espírito Santo
	20	4	1	8,14h	FPSO Espírito Santo
	4	9	2	8,14h	FPSO Espírito Santo
	9	19	1	8,62h	Aeroporto
	19	24	0	8,62h	Aeroporto
	24	31	0	8,62h	Aeroporto
H2	0	7	1	7,25h	Aeroporto
	7	12	2	7,25h	Aeroporto
	12	13	3	7,25h	Aeroporto
	13	2	4	7,25h	Aeroporto
	2	8	5	7,25h	Aeroporto
	8	27	4	7,67h	FPSO Cidade de São Mateus
	27	6	5	7,67h	FPSO Cidade de São Mateus
	6	17	4	8,20h	FPSO Cidade de Vitória
	17	11	5	8,20h	Campo Peroá
	11	14	6	8,20h	Campo Peroá
	14	10	7	8,20h	Campo Peroá
	10	23	6	8,57h	Campo Cação
	23	22	5	8,57h	Campo Cação
	22	26	4	8,57h	Campo Cação
	26	28	3	8,57h	Campo Cação
	28	29	2	9,14h	Aeroporto
	29	25	1	9,14h	Aeroporto
	25	21	0	9,14h	Aeroporto
21	31	0	9,14h	Aeroporto	

Fonte: Próprio autor



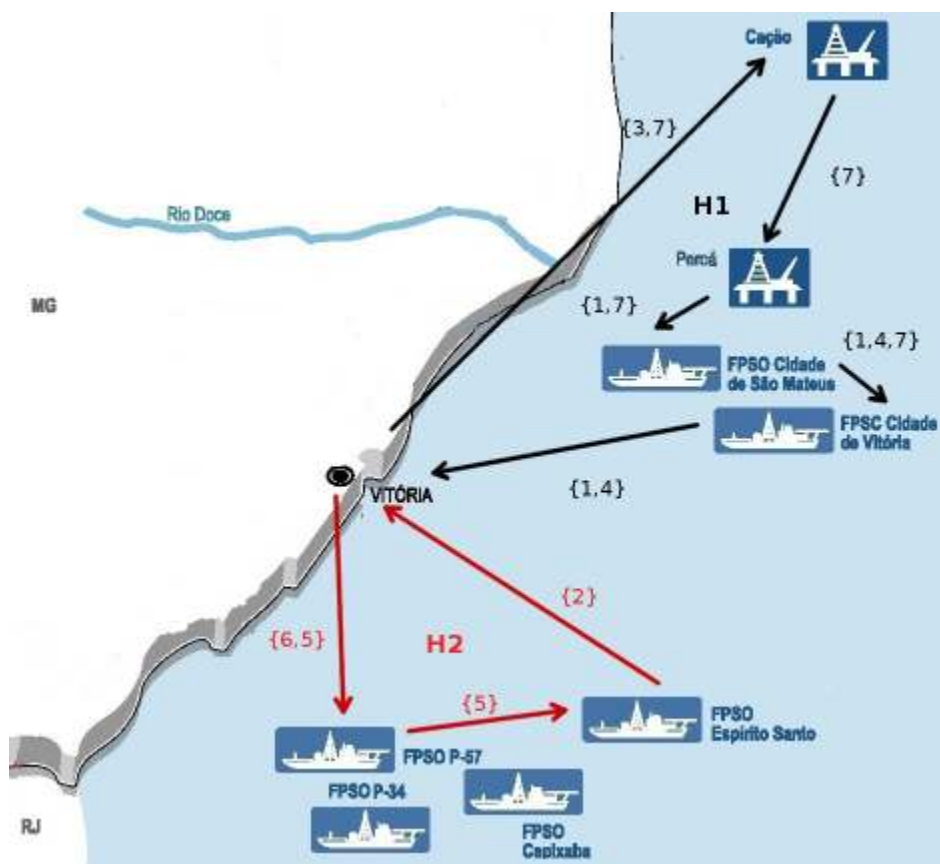


Figura 11 – Rotas da Instância E10 (agrupada)

Fonte: Adaptado de Zandonadi (2012)

Tabela 25 – Clusterização de E15

Cluster nó $i$	Nós agrupados
1	15
2	10 e 14
3	7, 8 e 13
4	12
59	11
6	4 e 9
7	6
8	1 e 5
9	3
10	2

Fonte: Próprio autor

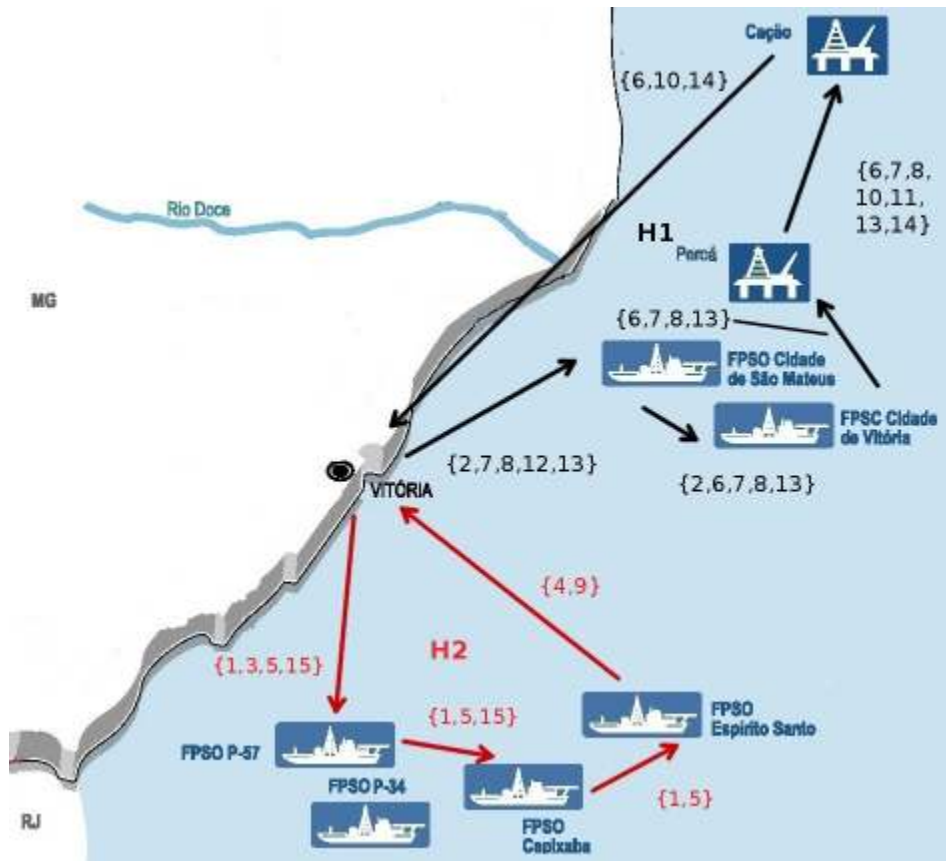


Figura 12 – Rotas da Instância E15 (não agrupada)

Fonte: Adaptado de Zandonadi (2012)

As Figuras 14 e 15 mostram as rotas obtidas para a instância E20 utilizando a abordagem sem agrupamento.

A Tabela 28 mostra o agrupamento da instância E20.

A Tabela 29 representa a solução encontrada para a instância E20 utilizando a abordagem com agrupamento.

A Figura 16 apresenta as rotas da solução da instância E20 na abordagem com agrupamento.

## C.4 Resultados da Instância E25

A Tabela 30 mostra o agrupamento de nós para a instância E25.

A Tabela 31 apresenta a solução utilizando agrupamento para a instância E25.

Na Figura 17 está esquematizado as rotas executadas pelos helicópteros da instância E25 na abordagem com agrupamento.

Tabela 26 – Instância E15 (agrupada)

Helicóptero	Nó predecessor $i$	Nó sucessor $j$	$Q_j$	$B_j$	Localidade $j$
H1	0	10	1	7,25h	Aeroporto
	10	4	2	7,25h	Aeroporto
	4	3	5	7,25h	Aeroporto
	3	20	4	7,69h	FPSO Cidade de Vitória
	20	14	3	7,86h	FPSO Cidade de São Mateus
	14	7	4	7,86h	FPSO Cidade de São Mateus
	7	2	6	8,20h	Campo Peroá
	2	5	7	8,20h	Campo Peroá
	5	13	4	8,57h	Campo Caçã
	13	15	3	8,57h	Campo Caçã
	15	17	2	9,75h	Aeroporto
	17	12	0	9,75h	Aeroporto
	12	21	0	9,75h	Aeroporto
H2	0	1	1	7,25h	Aeroporto
	1	9	2	7,25h	Aeroporto
	9	8	4	7,25h	Aeroporto
	8	18	2	7,83h	FPSO Espírito Santo
	18	6	4	7,83h	FPSO Espírito Santo
	6	11	3	8,03h	Campo Caçã
	11	19	2	8,17h	FPSO P-57
	19	16	0	8,62h	Aeroporto
	16	21	0	8,62h	Aeroporto

Fonte: Próprio autor

## C.5 Resultados da Instância E30

Na Tabela 32 apresenta o agrupamento de nós para a instância E30.

A Tabela 33 contém a sequência de visitas de nós realizadas pelos helicópteros na instância E30 na abordagem com agrupamento.

Helicóptero	Nó predecessor $i$	Nó sucessor $j$	$Q_j$	$B_j$	Localidade $j$
H1	0	5	3	7,25h	Aeroporto
	5	12	4	7,25h	Aeroporto
	12	1	5	7,84h	FPSO Espírito Santo
	1	14	7	7,84h	FPSO Espírito Santo
	14	15	6	8,47h	FPSO Cidade de Vitória
	15	19	3	8,47h	FPSO Cidade de Vitória
	19	6	4	8,47h	FPSO Cidade de Vitória
	6	26	3	8,66h	FPSO Cidade de São Mateus
	26	7	5	8,66h	FPSO Cidade de São Mateus
	7	21	3	8,97h	Aeroporto

	21	20	2	8,97h	Aeroporto
	20	28	0	8,97h	Aeroporto
	28	29	0	8,97h	Aeroporto
H2	0	8	4	7,25h	Aeroporto
	8	10	8	7,88h	Campo Peroá
	10	13	9	7,88h	Campo Peroá
	13	27	8	8,25h	Campo Cação
	27	22	4	8,25h	Campo Cação
	22	24	0	8,83h	Aeroporto
	24	29	0	9,83h	Aeroporto
H3	0	2	1	7,25h	Aeroporto
	2	3	3	7,25h	Aeroporto
	3	11	5	7,25h	Aeroporto
	11	4	10	7,25h	Aeroporto
	4	9	11	7,83h	FPSO Espírito Santo
	9	18	6	7,83h	FPSO Espírito Santo
	18	25	4	8,03h	Campo Cação
	25	23	3	8,03h	Campo Cação
	23	16	2	8,16h	FPSO P-34
	16	17	0	9,29h	FPSO P-57
17	29	0	9,75h	Aeroporto	

Tabela 33 – Instância E30 (agrupada)

Na Figura 18 são apresentadas as rotas dos helicópteros obtidas para a instância E30 usando a abordagem com agrupamento.

## C.6 Resultados da Instância E35

Na Tabela 34 é apresentado o agrupamento de nós da instância E35.

Na Tabela 35 são apresentadas as rotas produzidas pela abordagem com agrupamento para a instância E35.

Helicóptero	Nó predecessor $i$	Nó sucessor $j$	$Q_j$	$B_j$	Localidade $j$
	0	13	4	7,25h	Aeroporto
	13	12	6	7,67h	FPSO Cidade de São Mateus
	12	15	10	8,80h	Campo Peroá

	15	17	11	8,80h	Campo Peroá
	17	35	10	9,17h	Campo Cação
	35	31	6	9,17h	Campo Cação
	31	33	2	9,75h	Aeroporto
	33	30	0	9,75h	Aeroporto
	30	37	0	9,75h	Aeroporto
H2	0	16	1	7,25h	Aeroporto
	16	8	3	7,25h	Aeroporto
	8	7	4	7,25h	Aeroporto
	7	10	7	7,25h	Aeroporto
	10	2	8	7,67h	FPSO Cidade de São Mateus
	2	28	5	7,84h	FPSO Cidade de Vitória
	28	34	4	8,02h	FPSO Cidade de São Mateus
	34	25	3	8,74h	FPSO P-34
	25	1	4	8,88h	Campo Cação
	1	26	2	9,02h	FPSO P-57
	26	19	1	9,02h	FPSO P-57
	19	20	0	9,02h	FPSO P-57
	20	37	0	9,75h	Aeroporto
H3	0	3	3	7,25h	Aeroporto
	3	9	8	7,25h	Aeroporto
	9	4	9	7,81h	Campo Cação
	4	5	10	7,81h	Campo Cação
	5	27	5	8,01h	FPSO Espírito Santo
	27	14	6	8,01h	FPSO Espírito Santo
	14	6	7	8,01h	FPSO Espírito Santo
	6	18	9	8,01h	FPSO Espírito Santo
	18	21	6	8,20h	Campo Cação
	21	32	5	8,20h	Campo Cação
	32	24	4	8,87h	FPSO Cidade de Vitória
	24	11	5	8,87h	FPSO Cidade de Vitória
	11	22	4	8,87h	FPSO Cidade de Vitória
	22	23	3	9,20h	Aeroporto
	23	36	1	9,20h	Aeroporto
36	29	0	9,20h	Aeroporto	
29	37	0	9,20h	Aeroporto	

Tabela 35 – Instância E35 (agrupada)

Tabela 27 – Instância E20 (não agrupada)

Helicóptero	Nó predecessor $i$	Nó sucessor $j$	$Q_j$	$B_j$	Localidade $j$
H1	0	7	1	7,25h	Aeroporto
	7	12	2	7,25h	Aeroporto
	12	17	3	7,25h	Aeroporto
	17	6	4	7,67h	FPSO Cidade de São Mateus
	6	11	5	8,03h	Campo Peroá
	11	37	4	8,35h	FPSO Cidade de Vitória
	37	27	3	8,96h	Campo Cação
	27	31	2	8,96h	Campo Cação
	31	32	1	9,43h	FPSO Cidade de São Mateus
	32	26	0	9,75h	Aeroporto
	26	41	0	9,75h	Aeroporto
H2	0	1	1	7,25h	Aeroporto
	1	15	2	7,25h	Aeroporto
	15	18	3	7,25h	Aeroporto
	18	5	4	7,25h	Aeroporto
	5	4	5	8,88h	FPSO Espírito Santo
	4	35	4	9,07h	Campo Cação
	35	25	3	9,27h	FPSO Espírito Santo
	25	9	4	9,27h	FPSO Espírito Santo
	9	21	3	9,27h	FPSO Espírito Santo
	21	38	2	9,27h	FPSO Espírito Santo
	38	29	1	9,75h	Aeroporto
	29	24	0	9,75h	Aeroporto
24	41	0	9,75h	Aeroporto	
H3	0	13	1	7,25h	Aeroporto
	13	2	2	7,25h	Aeroporto
	2	8	3	7,25h	Aeroporto
	8	22	2	7,69h	FPSO Cidade de Vitória
	22	16	3	8,04h	Campo Peroá
	16	28	2	8,41h	Campo Cação
	28	33	1	8,41h	Campo Cação
	33	14	2	8,78h	Campo Peroá
	14	36	1	9,31h	Aeroporto
	34	34	0	9,31h	Aeroporto
36	41	0	9,31h	Aeroporto	
H4	0	19	1	7,25h	Aeroporto
	19	3	2	7,25h	Aeroporto
	3	23	1	7,81h	FPSO P-57
	23	39	0	7,95h	Campo Cação
	39	20	1	8,86h	Campo Peroá
	20	10	2	8,86h	Campo Peroá
	10	40	1	9,39h	Aeroporto
	40	30	0	9,39h	Aeroporto
30	41	0	9,39h	Aeroporto	

Fonte: Próprio autor

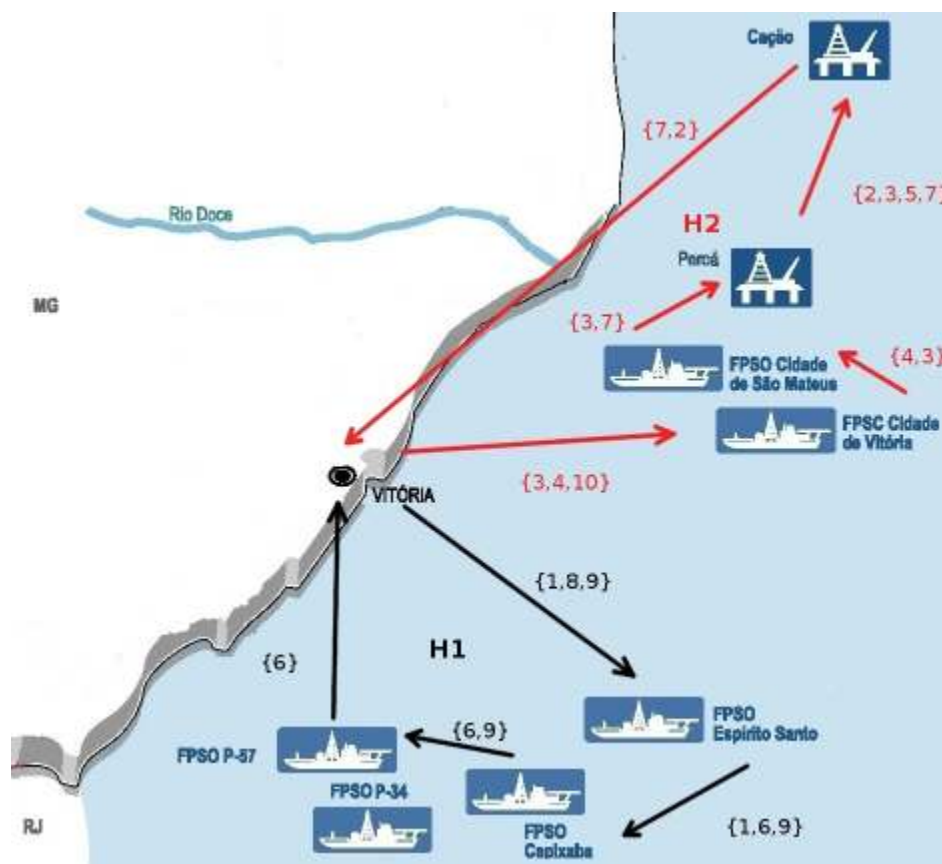


Figura 13 – Rotas da Instância E15 (agrupada)

Fonte: Adaptado de Zandonadi (2012)

Tabela 28 – Clusterização de E20

Cluster nó $i$	Nós agrupados
1	10, 14, 16 e 20
2	15 e 19
3	1, 5 e 18
4	2 e 17
5	7, 8 e 13
6	12
7	11
8	4 e 9
9	6
10	3

Fonte: Próprio autor

Tabela 29 – Instância E20 (agrupada)

Helicóptero	Nó predecessor $i$	Nó sucessor $j$	$Q_j$	$B_j$	Localidade $j$
H1	0	4	2	7,25h	Aeroporto
	4	6	3	7,25h	Aeroporto
	6	5	6	7,25h	Aeroporto
	5	14	4	7,69h	FPSO Cidade de São Mateus
	14	16	6	7,86h	FPSO Cidade de São Mateus
	16	9	4	7,86h	FPSO Cidade de São Mateus
	9	1	8	8,20h	Campo Peroá
	1	7	9	8,20h	Campo Peroá
	7	15	6	8,57h	Campo Cação
	15	17	5	8,57h	Campo Cação
	17	19	4	9,14h	Aeroporto
	19	11	0	9,14h	Aeroporto
	11	21	0	9,14h	Aeroporto
H2	0	2	2	7,25h	Aeroporto
	2	10	3	7,25h	Aeroporto
	10	3	6	7,25h	Aeroporto
	3	20	5	7,81h	FPSO P-57
	20	12	3	7,95h	Campo Cação
	12	13	0	8,14h	FPSO Espírito Santo
	13	8	2	8,14h	FPSO Espírito Santo
	8	18	0	8,62h	Aeroporto
	18	21	0	8,62h	Aeroporto

Fonte: Próprio autor

Tabela 30 – Clusterização de E25

Cluster nó $i$	Nós agrupados
1	25
2	6 e 24
3	7, 8, 13 e 23
4	1, 5, 18 e 22
5	21
6	10, 14, 16 e 20
7	15 e 19
8	2 e 17
9	12
10	11
11	4 e 9
12	3

Fonte: Próprio autor



Tabela 31 – Instância E25 (agrupada)

Helicóptero	Nó predecessor $i$	Nó sucessor $j$	$Q_j$	$B_j$	Localidade $j$
H1	0	7	2	7,25h	Aeroporto
	7	12	3	7,25h	Aeroporto
	12	4	7	7,25h	Aeroporto
	4	5	8	7,83h	FPSO Espírito Santo
	5	11	10	7,83h	FPSO Espírito Santo
	11	16	6	7,83h	FPSO Espírito Santo
	16	17	5	8,03h	Campo Cação
	17	19	3	8,03h	Campo Cação
	19	24	2	8,17h	FPSO P-57
	24	23	0	8,62h	Aeroporto
	23	25	0	8,62h	Aeroporto
H2	0	9	1	7,25h	Aeroporto
	9	8	3	7,25h	Aeroporto
	8	3	7	7,25h	Aeroporto
	3	2	9	7,67h	FPSO Cidade de São Mateus
	2	21	8	7,67h	FPSO Cidade de São Mateus
	21	1	9	7,84h	FPSO Cidade de Vitória
	1	20	7	7,84h	FPSO Cidade de Vitória
	20	10	8	8,20h	Campo Peroá
	10	6	12	8,20h	Campo Peroá
	6	22	11	8,57h	Campo Cação
	22	15	7	8,57h	Campo Cação
	15	18	3	9,14h	Aeroporto
	18	14	1	9,14h	Aeroporto
	14	13	0	9,14h	Aeroporto
13	25	0	9,14h	Aeroporto	

Fonte: Próprio autor

Cluster nó $i$	Nós agrupados
1	30
2	29
3	3 e 28
4	1, 5, 18, 22 e 27
5	2, 17 e 26
6	25
7	6 e 24
8	7, 8, 13 e 23
9	21
10	10, 14, 16 e 20
11	15 e 19
12	12
13	11
14	4 e 9

Tabela 32 – Clusterização de E30

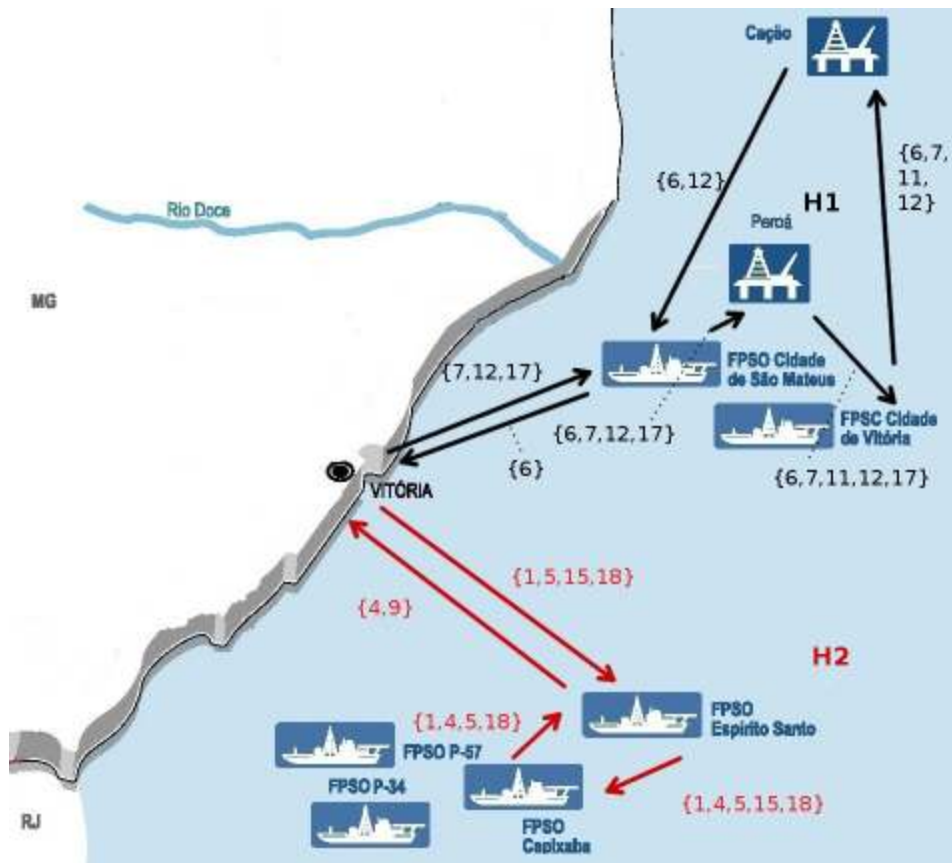


Figura 14 – Rotas dos Helicópteros 1 e 2 da Instância E20 (não agrupada)

Fonte: Adaptado de Zandonadi (2012)

Cluster nó $i$	Nós agrupados
1	35
2	34
3	15, 19 e 33
4	32
5	31
6	30
7	29
8	3 e 28
9	1, 5, 18, 22 e 27
10	2, 17 e 26
11	25
12	6 e 24
13	7, 8, 13 e 23
14	21
15	10, 14, 16 e 20
16	12
17	11
18	4 e 9

Tabela 34 – Clusterização de E35

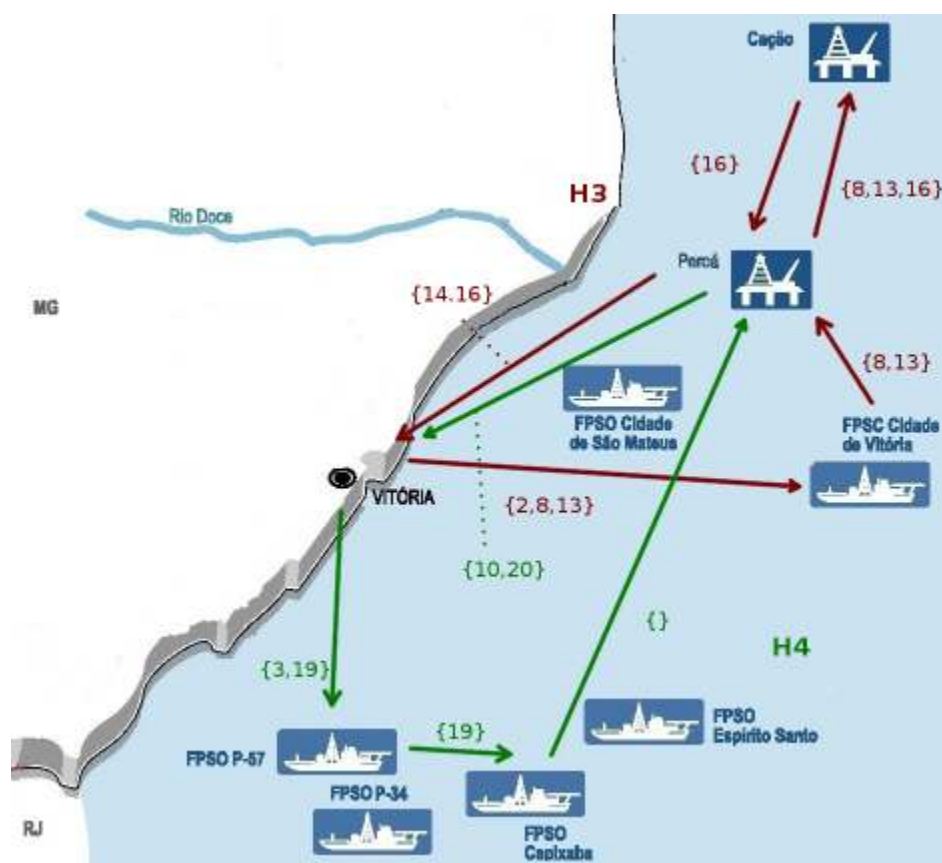


Figura 15 – Rotas dos Helicópteros 3 e 4 da Instância E20 (não agrupada)

Fonte: Adaptado de Zandonadi (2012)

Na figura 19 são apresentados as rotas dos helicópteros na melhor solução encontrada para a instância E30 utilizando a abordagem com agrupamento.

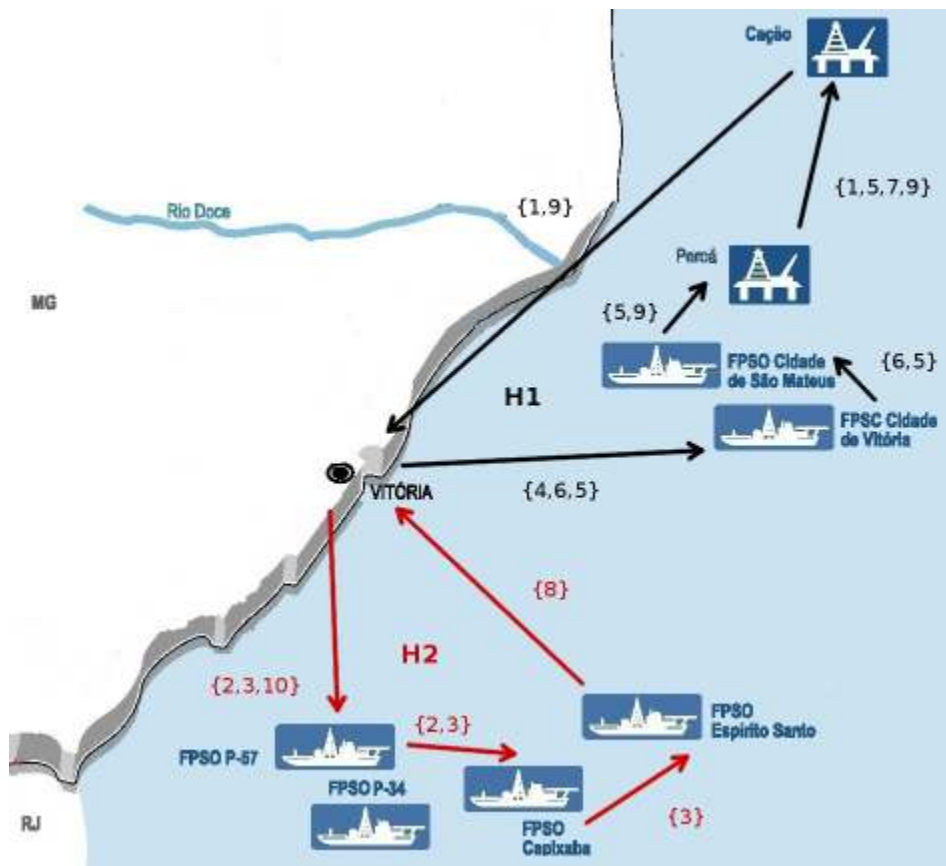


Figura 16 – Rotas da Instância E20 (agrupada)

Fonte: Adaptado de Zandonadi (2012)

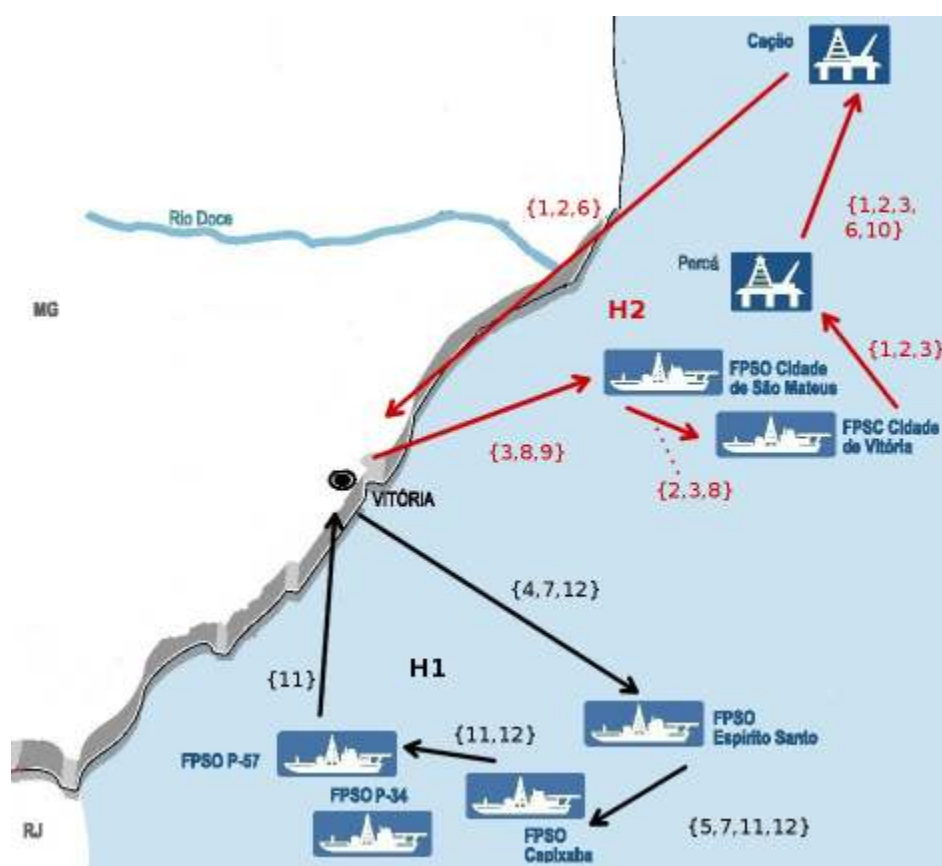


Figura 17 – Rotas da Instância E25 (agrupada)

Fonte: Adaptado de Zandonadi (2012)

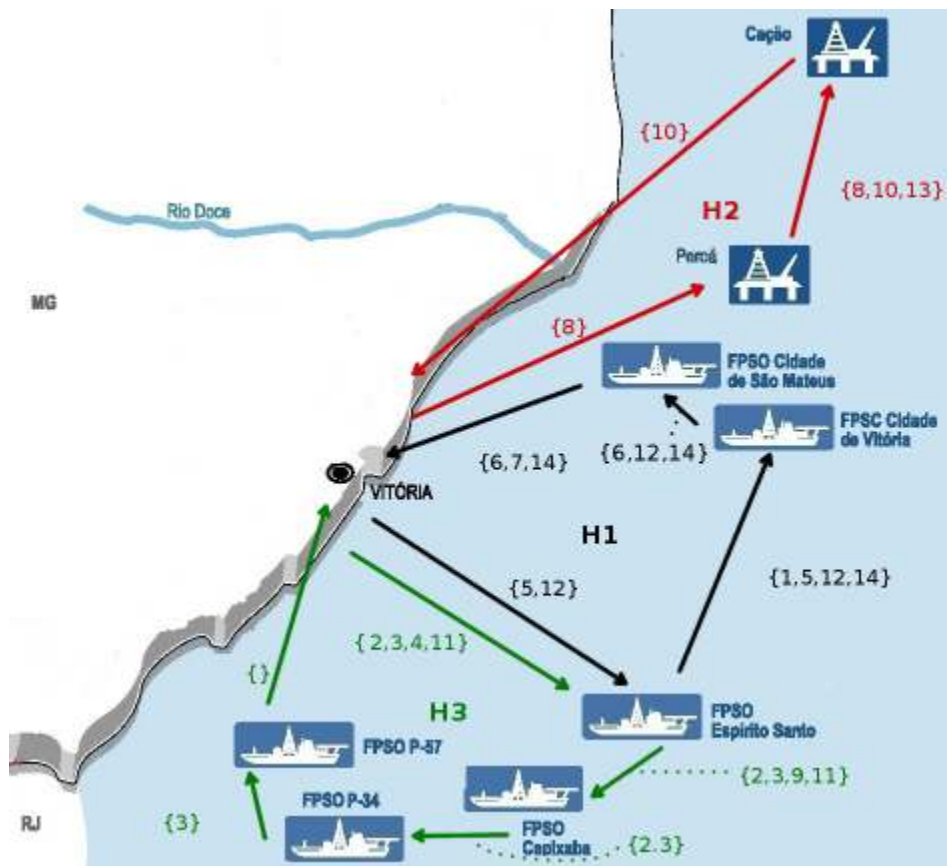


Figura 18 – Rotas da Instância E30 (agrupada)

Fonte: Adaptado de Zandonadi (2012)

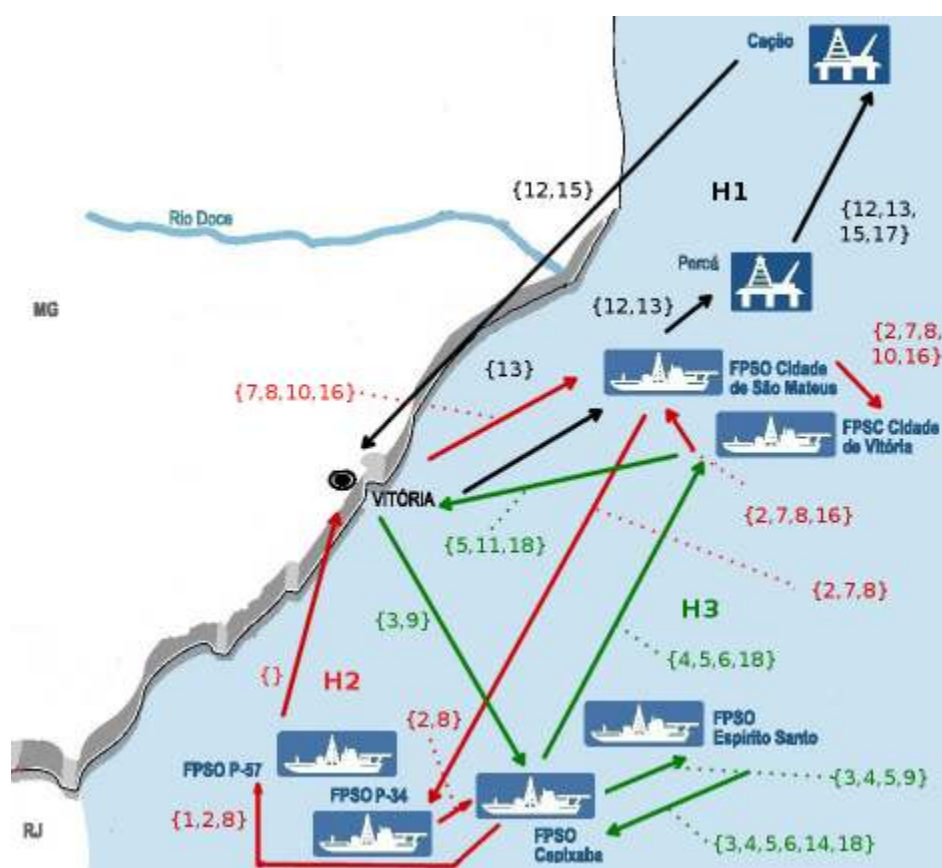


Figura 19 – Rotas da Instância E35 (agrupada)

Fonte: Adaptado de Zandonadi (2012)