

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO  
CENTRO TECNOLÓGICO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO DA ENGENHARIA MECÂNICA**

**ANDRÉ PIANISSOLLA ZORZAL**

**MEDIÇÃO DE VAZÃO EM ESCOAMENTOS GÁS-LÍQUIDO POR MEIO DA  
TÉCNICA DA DUPLA QUEDA DE PRESSÃO: ANÁLISE DA VARIÂNCIA DOS  
PARÂMETROS DE SAÍDA EM FUNÇÃO DOS PARÂMETROS DE ENTRADA**

VITÓRIA

2014

ANDRÉ PIANISSOLLA ZORZAL

**MEDIÇÃO DE VAZÃO EM ESCOAMENTOS GÁS-LÍQUIDO POR MEIO DA  
TÉCNICA DA DUPLA QUEDA DE PRESSÃO: ANÁLISE DA VARIÂNCIA DOS  
PARÂMETROS DE SAÍDA EM FUNÇÃO DOS PARÂMETROS DE ENTRADA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, na área de Termo-Fluidos.

Orientador: Prof. Dr. Rogério Ramos

Coorientador: Prof. Dr. Márcio Coelho de Mattos

VITÓRIA

2014

ANDRÉ PIANISSOLLA ZORZAL

**MEDIÇÃO DE VAZÃO EM ESCOAMENTOS GÁS-LÍQUIDO POR MEIO DA  
TÉCNICA DA DUPLA QUEDA DE PRESSÃO: ANÁLISE DA VARIÂNCIA DOS  
PARÂMETROS DE SAÍDA EM FUNÇÃO DOS PARÂMETROS DE ENTRADA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, na área de Termo-Fluidos.

Aprovada em 22 de dezembro de 2014.

**COMISSÃO EXAMINADORA**

---

Prof. Dr.: Rogério Ramos — Orientador  
Universidade Federal do Espírito Santo

---

Prof. Dr.: Márcio Coelho de Mattos — Coorientador  
Universidade Federal do Espírito Santo

---

Prof. Dr.: Márcio Martins — Examinador Interno  
Universidade Federal do Espírito Santo

---

Prof. Dr.: Rafael Sartim — Examinador Externo  
Universidade Federal do Espírito Santo

## DEDICATÓRIA

Dedico à minha família.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço, primeiramente, a Deus pela oportunidade que me foi dada e por me iluminar com coragem e determinação para enfrentar este desafio.

Para não correr o risco de injustiça, agradeço de antemão a todas as pessoas que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho, por mais indireta que tenha sido.

Aos colegas e professores das disciplinas da pós-graduação em engenharia mecânica na UFES que trocaram conhecimentos, estes, fundamentais para o entendimento científico e desenvolvimento deste trabalho.

A todos meus familiares e amigos que me incentivaram e torceram para que esse desafio se tornasse realidade.

Em especial, agradeço aos meus pais, Francisco e Sandra Maria, que me deram total apoio não só nesta caminhada como em toda minha vida.

Por último, mas não menos importante, agradeço aos meus orientadores, Rogério e Márcio, pela dedicação e paciência demonstradas durante todo este percurso.

*“Crescer, descobrir... É algo que experimentamos cada dia. Às vezes bom, mas às vezes frustrante. Não importa! Deixe sua luz interior guiá-lo, para fora da escuridão.”*

Bruce Lee

## RESUMO

A medição de vazão em escoamentos multifásicos é um desafio tecnológico atual, apresentando obstáculos principalmente que concernem à incerteza de medição. Dentre as tecnologias aptas a inferir a vazão de cada fase em um escoamento multifásico, a técnica de dupla queda de pressão vem se destacando na indústria. Embora já em utilização no mercado, sistemas de medição multifásica que operam pela técnica de dupla queda de pressão ainda fazem uso de conhecimento proprietário. Com o objetivo de estimar a incerteza de uma medição é importante conhecer a sensibilidade de cada variável em seu processo. Este trabalho é dedicado em avaliar a variância do diferencial de pressão na medição de vazão em escoamentos bifásicos gás-líquido pela técnica de dupla queda de pressão. A avaliação da variância das tomadas de pressão diferencial (parâmetro de entrada do modelo) foi realizada através de perturbações aleatórias e consequentes variabilidades na aferição da fração de gás e da vazão volumétrica total (parâmetros de saída) foram computadas. Encontrou-se que, com uma variabilidade nas quedas de pressão com um desvio padrão (Standard Deviation - SD) de 1%, retorna um SD para a fração de gás de 2,69% a 9,33% e 1,15 a 8,02% para a velocidade, dependendo da condição do escoamento. Foi observado também que são encontrados SD maiores para a fração de gás quando esta é baixa ( $< 0,5$ ) e SD maiores para a velocidade quando a fração de gás é alta ( $> 0,5$ ).

**Palavras-chave:** Medição de vazão. Escoamento multifásico. Escoamento bifásico homogêneo. Gás-líquido. Análise da variância. Variabilidade.

## ABSTRACT

The flow measurement in multiphase flows is a current technological challenge. Challenges that regard mainly the measurement uncertainty. Among the technologies that can measure the flow of each phase in a multiphase flow, dual pressure drop technique has been highlighted in the industry. Although already in use, multiphase metering systems that operates using the double pressure drop technique also make use of proprietary technology. In order to estimate the uncertainty of a measurement, it is important to know the sensibility of each variable in the process. This research is dedicated in evaluating the sensibility of pressure drop in the flow measurement of gas-liquid two-phase flows by double pressure drop technique. The evaluation of the sensibility of the differential pressure taps (input parameter on the model) was performed through random disturbances and the consequent variability in the measurement of the void fraction and the total volumetric flow (output parameters) were computed. It was found that a variability in the pressure drops with a standard deviation (SD) of 1% returns void fraction SD of 2.69% to 9.33%, and 1.15 to 8.02% for the velocity, depending on the flow condition. It was also observed that larger SD for the void fraction are found when the void fraction is low ( $<0.5$ ) and SD larger for velocity when the void fraction is high ( $> 0.5$ ).

**Key-word:** Flow measurement. Multiphase Flow. Homogenous Two-phase Flow. Gas-liquid. Sensibility. Variability.



## LISTAS DE FIGURAS

Figura 1: Representação esquemática de uma medição de vazão quase-estática com perturbações. Fonte: Autor. ....	22
Figura 2: Representação esquemática de uma medição dinâmica de vazão. Fonte: Autor.....	22
Figura 3: Representação esquemática da medição de vazão do medidor MPFM-50 da Agar Corp. Fonte: Manual do Agar MPFM-50.....	24
Figura 4: O fator de fricção em função do número de Reynolds em escoamentos monofásicos completamente desenvolvidos em tubos circulares. Fonte: FOX, et al, 2010. ....	47
Figura 5: Curvas da viscosidade em função da fração de gás para algumas correlações na literatura de um fluido bifásico gás-líquido considerando um escoamento homogêneo. Fonte: Autor. ....	51
Figura 6: Curvas do número de Reynolds pela velocidade e diâmetro ( $ReVD$ ) em função da fração de gás para algumas correlações da viscosidade na literatura considerando escoamento bifásico homogêneo gás-líquido. Fonte: Autor. ....	52
Figura 7: Fluxograma da técnica de dupla queda de pressão. Fonte: Autor. ....	55
Figura 8: Representação esquemática do sistema para a técnica medição bifásica de Wang e Davis. Fonte: Alterado de [DAVIS & WANG, 1994] .....	56
Figura 9: Esquema de Venturi inclinado com a instrumentação de medição. Adaptado de [HASAN, 2010].....	69
Figura 10: Esquema da técnica “Online Flow Density Meter” (trecho reto). Adaptado de [HASAN, 2010].....	72

- Figura 11: Diagrama do fator de fricção em função do número de Reynolds em correlações de escoamento laminar e turbulento como: Colebrook ( $e/D$  diferentes), Blasius e as correlações utilizadas pelos autores tema desta dissertação. Fonte: Autor.....78
- Figura 12: Gráfico das soluções geradas pelo modelo apresentado por Davis e Wang em um escoamento horizontal (considerando a hipótese de escoamento ideal e fator de fricção constante). Fonte: Adaptado de DAVIS & WANG, 1994. ....89
- Figura 13: Representação dos pontos selecionados no artigo de Davis e Wang para comparação com os resultados obtidos neste trabalho. Adaptado de [DAVIS & WANG, 1994] .....90
- Figura 14: Esquema gráfico de simulação cujos parâmetros de entrada são constantes, resultando em soluções constantes. Fonte: Autor .....99
- Figura 15: Esquema gráfico de simulação cujos parâmetros de entrada variam com o tempo resultando em soluções variáveis. Fonte: Autor.....99
- Figura 16: Diagrama da análise da variância com um fluxograma da técnica de dupla queda de pressão com soluções diferentes. Fonte: Autor. ....102
- Figura 17: Representação dos tamanhos do domínio das leituras em simulações com variações nas quedas de pressão. Fonte: Adaptado de [DAVIS & WANG, 1994] .....106

## LISTAS DE TABELAS

Tabela 1: Cálculo da queda de pressão em um escoamento monofásico de água com velocidade de 1 <i>ms</i> em condições do trabalho de Davis & Wang.....	85
Tabela 2: Cálculo do número de Reynolds em um escoamento monofásico de água com velocidade de 1 <i>ms</i> em condições do trabalho de Davis & Wang.....	85
Tabela 3: Cálculo do fator de fricção nas correlações de Blasius, Colebrook e Davis e Wang através do número de Reynolds da Tabela 2. ....	86
Tabela 4: Quedas de pressão e pressões utilizadas no teste monofásico do modelo de Davis e Wang. ....	87
Tabela 5: Dados de entrada no teste monofásico do modelo de Davis e Wang e o conseqüente par solução. ....	88
Tabela 6: Valores de $\alpha$ , $D_0$ dos pontos selecionado, as pressões de cada ponto de acordo com o gráfico da Figura 13 e os valores de $D_0$ e $\xi$ quando aplicado nas equações do modelo exatamente os valores por escala.....	91
Tabela 7: Resultado das equações com pequenas variações em cima dos valores obtidos por escala. ....	91
Tabela 8: Cálculo da queda de pressão em um escoamento monofásico de água com velocidade de 1 <i>ms</i> e condições do aparato de Hasan.....	95
Tabela 9: Cálculo do número de Reynolds em um escoamento monofásico de água com velocidade de 1 <i>ms</i> na garganta e condições do trabalho de Hasan.....	96
Tabela 10: Cálculo do fator de fricção nas correlações de Blasius, Colebrook e Davis & Wang através do número de Reynolds da Tabela 9 e conseqüente perda de carga. ....	96
Tabela 11: Quedas de pressão utilizadas no teste monofásico do modelo de Hasan.	

.....	96
Tabela 12: Dados de entrada no teste monofásico do modelo de Hasan e o consequente par solução. ....	97
Tabela 13: Representação de uma matriz de resultado para a fração de gás com a geração de cinco números nas quedas de pressão da contração e do trecho reto.	105
Tabela 14: Parâmetros fixos em todas as simulações do programa que simula o modelo de Davis e Wang. ....	107
Tabela 15: Resultados das simulações com baixos valores de $D0$ no modelo de Davis e Wang com escoamento na horizontal. Desvio padrão em torno de 0,2% nas quedas de pressão para as simulações com baixa, médias e altas frações de gás. ....	108
Tabela 16: Resultados das simulações com valores intermediários de $D0$ no modelo de Davis e Wang com escoamento na horizontal. Desvio padrão entre 1% e 3% nas quedas de pressão para as simulações com baixas, médias e altas frações de gás. ....	109
Tabela 17: Resultados das simulações com valores grandes de $D0$ no modelo de Davis e Wang com escoamento na horizontal. Desvio padrão entre 1% e 3% nas quedas de pressão para as simulações com baixas e médias frações de gás. ....	110
Tabela 18: Resultados das simulações com valores intermediários de $D0$ no modelo de Davis e Wang com escoamento na horizontal e correção do fator de fricção. Desvio padrão de 1% (também 2% em $\alpha = 0,5$ ) nas quedas de pressão para as simulações com baixas, médias e altas frações de gás. ....	111
Tabela 19: Resultados das simulações com valores grandes de $D0$ no modelo de Davis e Wang com escoamento na horizontal e correção do fator de fricção. Desvio padrão entre 1% e 2% nas quedas de pressão para as simulações com baixas e médias frações de gás. ....	112

## LISTAS DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS

UFES – Universidade Federal do Espírito Santo

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

SD – Desvio padrão (“Standard Deviation”)

$\alpha$  – Fração de gás (“void fraction”)

$\dot{Q}_G$  – Vazão volumétrica de gás em um escoamento bifásico

$\dot{Q}_{TP}$  – Vazão volumétrica total em um escoamento bifásico

$A_G$  – Área da seção transversal ocupada pela fase gasosa

$A_{TP}$  – Área total da seção transversal

$x$  – Qualidade (“quality”)

$\dot{m}_{TP}$  – Vazão mássica total em um escoamento bifásico

$\dot{m}_L$  – Vazão mássica de líquido em um escoamento bifásico

$\dot{m}_G$  – Vazão mássica de gás em um escoamento bifásico

$\dot{m}$  – Vazão mássica

$\rho$  – Massa específica de um fluido;

$\rho_{TP}$  – Massa específica de um fluido bifásico;

$\rho_L$  – Massa específica do líquido em um fluido bifásico gás-líquido;

$\rho_G$  – Massa específica do gás em um fluido bifásico gás-liquido;

$\beta$  – Razão de diâmetros entre a garganta e a tubulação

$C_d$  – Coeficiente de descarga;

$Y$  – Coeficiente de Expansão (Compressibilidade dos gases);

$F_a$  – Fator expansão térmica;

$\Delta p$  – diferencial de pressão entre duas tomadas;

$\Delta P_C$  – queda de pressão em uma contração;

$\Delta P_T$  – queda de pressão em um trecho reto;

$X_{LM}$  – Parâmetro de Lockhart Martinelli

$K_i$  – Coeficiente modificado da mistura

$p$  – Pressão estática do escoamento de um fluido em um ponto de um tubo;

$V$  – Velocidade de escoamento de um fluido em um ponto de um tubo;

$\bar{V}$  – Velocidade média de um escoamento em um tubo;

$z$  – Distância vertical a partir de determinada referência;

$g$  – Constante gravitacional;

$Re$  – Número de Reynolds do escoamento de um fluido;

$Re_{TP}$  – Número de Reynolds do escoamento da mistura bifásica

$D$  – Comprimento do diâmetro da tubulação ou do diâmetro maior em uma contração;

$d$  – Comprimento do diâmetro menor (garganta) em uma contração;

$L$  – Comprimento axial da tubulação e distância entre as tomadas de pressão;

$\mu$  – Viscosidade de um fluido;

$\mu_{TP}$  – Viscosidade da mistura bifásica;

$\mu_L$  – Viscosidade da mistura bifásica;

$\mu_G$  – Viscosidade da mistura bifásica;

$e$  – Rugosidade da parede da tubulação;

$f$  – Fator de fricção;

$T$  – Temperatura;

$u$  – velocidade em equações diferenciais;

$x$  – comprimento na direção axial em equações diferenciais;

$D_0$  – Momento de fluxo (nome encontrado no artigo [DAVIS & WANG, 1994]);

$\tau_w$  – Tensão de cisalhamento média do fluido no escoamento;

$\xi$  – Grupo adimensional do produto do fator de fricção com o comprimento da tubulação dividido pelo seu diâmetro.

$F_{mv}$  – Perda de carga na contração do medidor Venturi;

$F_{mp}$  – Perda de carga em um trecho reto;

$h_t$  – distância entre as tomadas de pressão no medidor Venturi;

$h_p$  – distância entre as tomadas de pressão no trecho reto;

$\Delta P_{hom}$  – Queda de pressão medida por uma célula de medição;

R – Constante do gás (Constante Universal dos Gases dividida pela massa molar do gás);

$\sigma_{\Delta P_C}$  – Desvio padrão da queda de pressão na contração;

$\sigma_{\Delta P_T}$  – Desvio padrão da queda de pressão no trecho reto;

$\sigma_\alpha$  – Desvio padrão da fração de gás do escoamento;

$\sigma_{\bar{v}}$  – Desvio padrão da velocidade do escoamento;



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>19</b>
1.1 MOTIVAÇÃO .....	25
1.2 OBJETIVO .....	27
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	28
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>30</b>
2.1 REVISÃO DE MEDIÇÃO DE ESCOAMENTO MULTIFÁSICO .....	31
2.2 REVISÃO DA MEDIÇÃO DE VAZÃO EM ESCOAMENTOS BIFÁSICOS ATRAVÉS DE MEDIDORES DEPRIMOGENIO .....	36
2.2.1 Sobre-Leitura .....	39
2.3 REVISÃO DA PERDA DE CARGA EM TRECHOS RETOS.....	42
2.3.1 Fator de Fricção em escoamento Monofásico .....	43
2.3.2 Fator de Fricção em escoamento Bifásico.....	48
<b>3 MODELOS E PROGRAMAS .....</b>	<b>53</b>
3.1 MODELO DE DAVIS & WANG .....	56
3.1.1 Variação da Massa Específica no Processo de escoamento .....	58
3.1.2 Modelagem do Processo de Queda de Pressão na Contração .....	60
3.1.3 Modelagem do Processo de Queda de Pressão no Trecho Reto .....	62

3.2 PROGRAMA SIMULADOR DO MODELO DE DAVIS & WANG.....	67
3.3 MODELO DE HASAN .....	68
3.3.1 Modelagem do Processo de Queda de Pressão no Venturi.....	69
3.3.2 Modelagem para Aferição da Fração de Gás através da Queda de Pressão no Trecho Reto .....	71
3.4 PROGRAMA SIMULADOR DO MODELO DE HASAN.....	73
<b>4 VALIDAÇÃO DOS MODELOS E PROGRAMAS .....</b>	<b>75</b>
4.1 O FATOR DE FRICÇÃO NOS MODELOS DE DAVIS & WANG E HASAN ....	76
4.2 SIMULAÇÕES NO MODELO DE DAVIS & WANG .....	79
4.3 SIMULAÇÕES NO PROGRAMA DE HASAN.....	92
<b>5 SIMULAÇÕES, RESULTADOS E ANÁLISE DA VARIÂNCIA.....</b>	<b>99</b>
5.1 METODOLOGIA .....	101
5.2 SIMULAÇÕES NO MODELO DE DAVIS E WANG .....	103
5.2.1 Análise de variância das Quedas de Pressão .....	104
<b>6 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>113</b>
<b>7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>116</b>

## 1 INTRODUÇÃO

“Quando se relata o resultado de medição de uma grandeza física deve-se sempre dar alguma indicação quantitativa da qualidade do resultado, de forma que aqueles que o utilizam possam avaliar sua confiabilidade. Sem essa indicação, resultados de medição não podem ser comparados, seja entre eles mesmos ou com valores de referência fornecidos numa especificação ou numa norma.” [INMETRO, 2008]. Avaliar ou expressar a incerteza é, portanto, um procedimento de ampla aceitação para caracterizar a qualidade de um resultado de uma medição.

Por exemplo, se em um escoamento qualquer há um termopar que acompanha a temperatura deste, quando há uma mudança de temperatura, a resposta do sensor não é imediata. O sensor leva algum tempo para aquecer ou resfriar, e esse período de tempo leva a um atraso na medição, um “delay”, que acaba afetando o tempo de resposta do medidor. Tal fenômeno pode acontecer em qualquer instrumento de medição.

A medição de vazão em escoamentos multifásicos exige mais de um instrumento de medição, normalmente de propriedades físicas e químicas (termopares, pressostatos, resistores e outros) ou até rotações e ultrassom. Isto porque, um medidor de vazão, usualmente para escoamentos monofásicos, não é suficiente para aferir a vazão mássica de cada fase em escoamentos multifásicos. Inclusive, a utilização de medidores monofásicos em escoamentos multifásicos sem a devida correção acarreta em erros na medição, como é observado na medição de gás úmido [STEVEN, 2007].

Dentre as possibilidades de aferir a vazão de cada fase em um escoamento multifásico, estão [BOYER & LEMONNIER, 1996]:

- Realização da aferição da vazão de todas as fases quando o escoamento estiver em seu estado natural (sem perturbação);
- Homogeneização da mistura, para que todas as fases escoem na mesma

- velocidade (escoamento com as fases igualmente dispersas);
- Separação das fases e medição da vazão de cada fase através de técnicas monofásicas de medição.

A primeira possibilidade carrega consigo tecnologias bem avançadas, com um nível financeiro de orçamento e manutenção relativamente alto, à exemplo de correlação cruzada de imagem e medidores por radiação.

A terceira depende muito da tecnologia de separação das fases. Existem técnicas de separação em que exige um determinado tempo para a separação das fases, o que interfere na produção. Além de serem equipamentos volumosamente extensos que acabam sendo abastecidos por mais de uma linha de produção, o que dificulta o monitoramento individual destas linhas, como é o caso do separador de teste na indústria do petróleo. Ainda assim, existem também separadores de fases que não exigem tempo para operar (separação “on-time”), mas também são movidos à avançadas tecnologias e por isso, um alto custo de mercado.

Já a segunda possibilidade, mais simples que a primeira e menos intrusiva do que a terceira, tem uma boa relação, complexidade e exatidão. Um aparato simples com a sequência: misturador, medidor de velocidade, medidor de fração das fases é suficiente para aferir a vazão de cada fase em um escoamento bifásico. Este método tem uma incerteza limitada em função da hipótese de não escorregamento entre as fases. Ribeiro [RIBEIRO, 1996] e Falcone [FALCONE, 2009] defendem que esta é uma hipótese muito forte principalmente quando utilizado medidores deprimogênios (medidores de vazão que utilizam a queda de pressão com obstrução para aferir a vazão de escoamentos monofásicos) para aferir a velocidade o que compromete a exatidão do método. Apesar disso, este estudo está direcionado nesta segunda possibilidade de medição de vazão porque a técnica de dupla queda de pressão está relacionada à homogeneização da mistura.

Logo, neste caso, não apenas um instrumento, mas um conjunto de instrumentos seria utilizado para aferir a vazão de cada fase. E cada um desses instrumentos carrega uma incerteza na sua medição. Mas além da incerteza dos instrumentos, existem também as constantes mudanças e perturbações do processo de

escoamento que passam, por vezes, despercebidas, pois só podem ser observadas em uma escala pequena de tempo. Essas perturbações ocorrem até mesmo em regime permanente (em pequenas escalas de tempo) e principalmente em regime transiente e em certos padrões de escoamento.

A medição de variáveis de processos e parâmetros de processos é um tema cuja importância há muito vem crescendo no âmbito da indústria. Isto ocorre por diversos motivos, dentre os quais podemos citar, como principais, os seguintes:

- a) No que diz respeito à metrologia legal, a necessidade de garantir a qualidade das medições, notadamente sua adequação à rastreabilidade e aos níveis de incerteza estabelecidos, bem como a exatidão, segundo os regulamentos;
- b) No que tange as negociações comerciais e tributação, a necessidade de exatidão e incerteza aceitáveis segundo o mercado e os regulamentos;
- c) No que diz respeito às variáveis de processo propriamente dito, a necessidade de melhor controle e supervisão dos processos industriais, o que afeta, quanto à instrumentação aplicada:
  - O grau e frequência de manutenção, o que se relaciona a disponibilidade da própria instrumentação, e até da instalação em si;
  - O tempo de resposta mínimo necessário ao sistema de medição, bem como sua resposta em frequência;
  - A reprodutibilidade, isto é, o quanto as variáveis não diretamente envolvidas no processo de medição afetam o resultado da medição;

É de se notar que, sob qualquer aspecto, a necessidade de exatidão e incerteza aceitáveis se fazem presentes. Quando se trata, como neste trabalho, de medição de vazão, muitas vezes não se quer apenas saber a vazão em determinado instante, mas comumente o volume ou massa escoado durante certo intervalo de tempo. Neste contexto, o tempo de resposta do sistema de medição é um parâmetro muito importante. Importância que, obviamente, vai depender de quão rápida e com que frequência varia a vazão que se quer ponderar. Considere o exemplo da Figura 1, no qual a média da vazão é estável ao longo do tempo em um determinado patamar e, esporadicamente, muda para outro patamar. Isto ocorre, por exemplo, com a medição

de gás de queima em plataformas (medição de vazão de flare) [MYLVAGANAM, 1989].

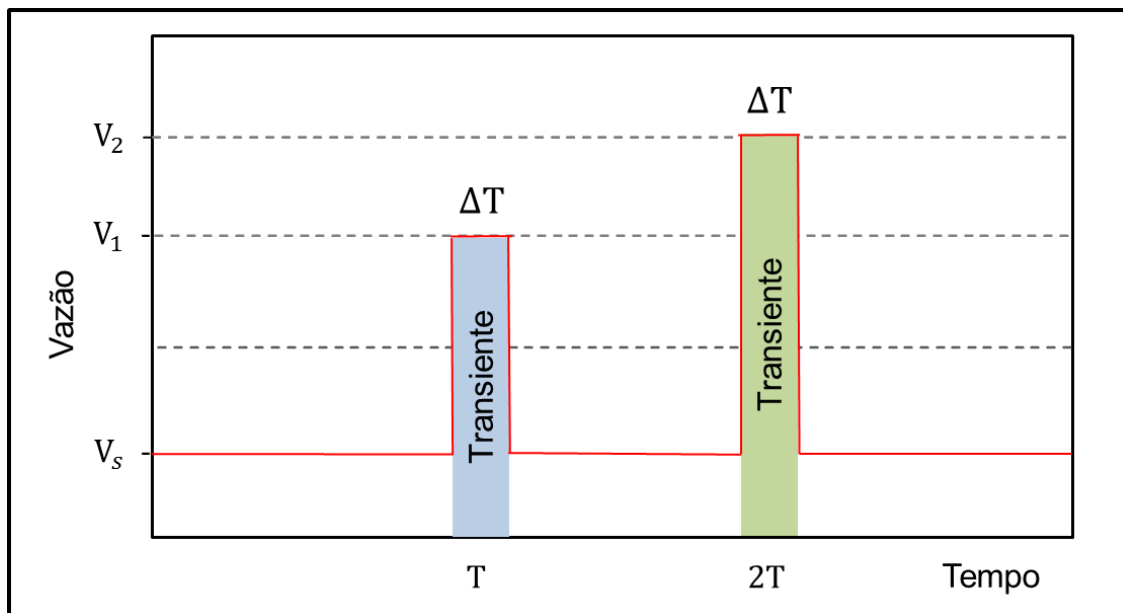


Figura 1: Representação esquemática de uma medição de vazão quase-estática com perturbações. Fonte: Autor.

Nestes casos, como o da Figura 1, o erro na totalização da vazão em certo período vai depender, à grosso modo, da duração dos transientes e da frequência de sua ocorrência. Quanto mais curto e de menor frequência for essas perturbações menor será a incerteza relacionada a essas transiências.

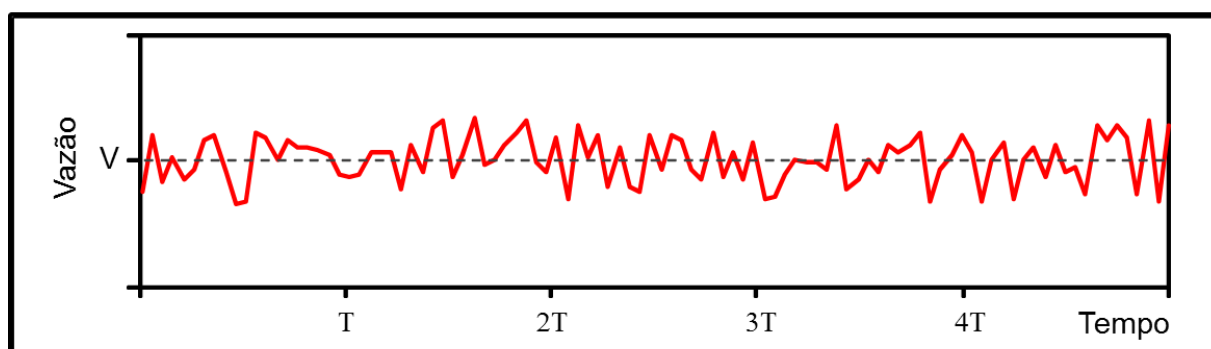


Figura 2: Representação esquemática de uma medição dinâmica de vazão. Fonte: Autor.

Situação bem diferente é a de um parâmetro, em que seu valor apresenta variações bem dinâmicas, como na Figura 2. Neste caso, a resposta em frequência do sistema

de medição assume papel crucial. Não se trata, de o sistema conseguir acompanhar precisamente a variação da vazão real instantaneamente, pois a variação aleatória pode ser devidamente filtrada. Trata-se de, em certo intervalo de tempo, conseguir medir a média da vazão neste intervalo. Obviamente que, quanto menor este intervalo, melhor, desde que isto não implique em um eventual erro sistemático no resultado final da medição.

As considerações das duas situações acima são importantes quando se discute o problema da medição multifásica de óleo, água e gás, fases normalmente presentes na produção dos campos de petróleo. Os diversos padrões de escoamento possíveis, mesmo em estado estacionário (regime permanente), levam a que, para certa fase, as pressões tenham uma variação temporal [BANWART, 2009], [FAIRUZOV, 2012], [BRAUNER, 2013], mesmo que num processo em estado estacionário, mantenham uma média com variância limitada. Nestes casos, a vazão de cada fase se assemelharia, dentro de certa variância, característica de processo conforme a Figura 2.

No entanto, sabe-se que, num processo real, o escoamento pode ser, durante certo intervalo temporal, dominado por uma fase em particular, ou ter ausência de uma delas, como no escoamento por golfadas, o que, em tese, levaria a um padrão mais parecido com o da Figura 1. Assim, um escoamento multifásico real, como se dá na produção de petróleo, não pode ser aproximado por nenhuma das duas situações descritas, o que se torna um desafio para as condições de projeto preestabelecidas quanto às condições de operação.

Tais desafios se tornam ainda maiores quando aplicados métodos baseados em queda de pressão. É que, por estes métodos, estimam-se parâmetros do escoamento a partir das medições das quedas de pressão entre certos pontos, as quais não são constantes, e sofrem, ao longo do tempo, influência do padrão de escoamento continuamente.

Não obstante dos desafios apontados, muitos medidores multifásicos tem como base, medir, de algum modo, um ou mais valores de queda de pressão na linha de medição. Alguns exemplos de medidores com esta metodologia são:

- MPFM-50 Multiphase Flowmeter, da Agar Corp. [AGAR, 2010];
- Alpha VSRD Multiphase Flowmeter, da Weatherford [WHEATHEFORD, 2010];
- Vx Spectra Surface Multiphase Flowmeter, da Schlumberger [SCHLUMBERGER, 2005].

Das tecnologias de medição de vazão multifásica atualmente aplicadas, é de interesse aqui, aquela que denominamos de medição por dupla queda de pressão, apontada em diversos pedidos de patentes das décadas de 1990 e 2000 [US 5.461.930, 1995], [US 5.591.922, 1997], [US 5.099.697, 1992], [US 6.332.111 B1, 2001], [EU 0.684.458 A2, 1995], [US 6.378.380, 2002]. Assim como, por exemplo, o medidor MPFM-50, da Agar Corp., que aplica esta metodologia.

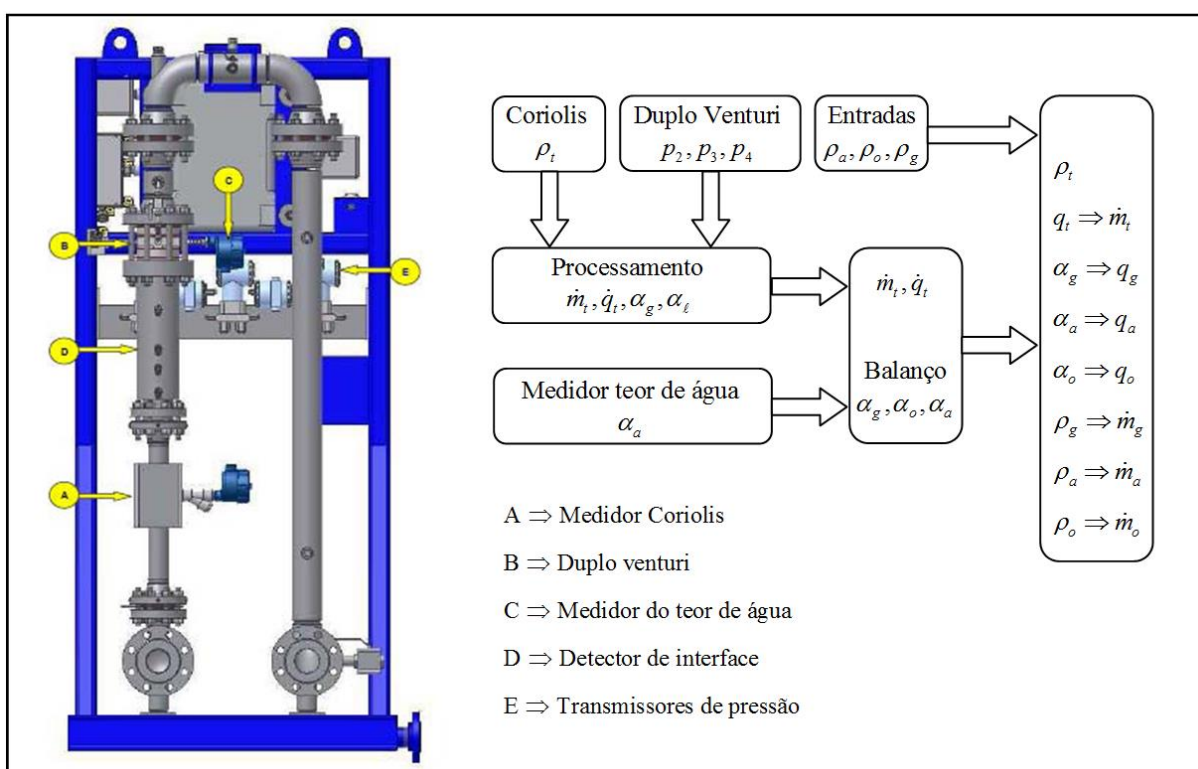


Figura 3: Representação esquemática da medição de vazão do medidor MPFM-50 da Agar Corp. Fonte: Manual do Agar MPFM-50

A Figura 3 apresenta esquematicamente o “modus operandi” básico do medidor MPFM-50 da AGAR Corp., o qual foi projetado para medir escoamento multifásico de gás, óleo e água. A medição pode ser explicada assim:



- Um misturador (T cego) promove a homogeneização da mistura multifásica, a fim de que todas as fases estejam escoando à mesma velocidade e estejam igualmente dispersas;
- Um medidor mássico do tipo Coriolis mede a massa específica da mistura em escoamento e a vazão mássica total da mistura;
- Um medidor Venturi com mais de duas tomadas de pressão permite mensurar a fração volumétrica de gás e a vazão volumétrica total;
- Assim, é possível fazer uma comparação da vazão mássica total e obter a vazão volumétrica de gás e dela a vazão volumétrica de líquido;
- Um medidor de teor de água permite medir a fração de água na mistura. Assim, são computadas a fração volumétrica de água e a fração volumétrica de óleo;
- Sabendo a massa específica do óleo e da água, computa-se a vazão mássica de cada uma dessas fases;

Existem muitas variáveis a ser levadas em conta na medição, até porque o medidor é comercializado como aplicável a qualquer padrão de escoamento. Há, no entanto, muito conhecimento proprietário no sistema e principalmente na operação do elemento que se denomina duplo Venturi, instrumento presente em diversas patentes, conforme está citado aqui. Esta dissertação busca analisar os aspectos da medição da vazão total e da fração de gás considerando, como se propõe em várias patentes, duas medidas de queda de pressão no escoamento. É o que se verá nos capítulos posteriores.

## 1.1 MOTIVAÇÃO

Como já dito, a medição multifásica de vazão, já aplicada em diversas situações, envolve muito conhecimento proprietário. O estudo de diversas técnicas tem sido alvo de muitos estudos nos últimos anos, como se pode notar na revisão

bibliográfica, focalizando tecnologias distintas e aplicações diversas. Uma análise proveniente das primeiras patentes relacionadas à medição multifásica, ainda nos anos 1990 e início dos anos 2000, mostra que elas se baseavam em um processo parecido com aquele comumente aplicado nos elementos deprimogênios (instrumentos que utilizam a queda de pressão) na medição multifásica [US 4.856.344, 1989], [US 5.099.697, 1992], [EU 0.684.458 A2, 1995], [US 5.591.922, 1997], [US 6.332.111 B1, 2001], [EU EP 1.190.220 B1, 2002].

De forma resumida, pode-se dizer que a presença da fase gasosa era entendida como uma perturbação na medição de líquido. Como se sabe, a medição de vazão em escoamento monofásico por elementos deprimogênios relaciona a velocidade média do escoamento (e, por consequência, a vazão) com a queda de pressão provocada por uma restrição. Buscavam-se, então, meios de levar em conta a perturbação da presença da fase gasosa sobre a medição do elemento deprimogênio.

Não se mostrou viável, todavia, ao menos para os casos mais gerais, a busca de uma correção, com base na fração de gás, nas relações dos elementos deprimogênios [DAVIS & WANG, 1994]. Partiu-se, então, para uma modelagem um pouco mais complexa do processo de medição. A sistemática adotada considera a possibilidade de duas equações independentes, ambas a depender da velocidade média da mistura escoada e da fração de gás presente na mistura. A partir destas duas relações, ambas as variáveis são determinadas.

Embora muito se fale desta metodologia de medir, ou inferir, a vazão volumétrica total e a fração de gás, não há tantos estudos de desenvolvimento de modelos deste processo de medição ou inferência propriamente dito (ficou entendido que muito se trata de tecnologia proprietária). Além do mais, não se encontrou, durante a pesquisa, uma análise do quanto este processo de inferência pode levar a medidas dispersas de vazão e fração de gás, mesmo em processos ditos em estado estacionário, nos quais as medidas de pressão, variáveis essenciais do processo, apresentam pequenas variações temporais.

O estudo da variância dos parâmetros na saída do medidor é importante para

avaliação de sua incerteza e, principalmente, da importância relativa de possíveis fontes de incerteza. É esta, portanto, a motivação do trabalho. A escolha da técnica da dupla queda de pressão deve-se aos seguintes:

- É uma técnica que, a despeito de envolver muito conhecimento proprietário e haver poucos modelos literatura, baseia-se fundamentalmente na dinâmica dos fluidos, além da instrumentação envolvida.
- O medidor de maior acessibilidade no momento, o Agar MPFM-50, por exemplo, aplica esta técnica para a detecção da fração de gás e da vazão volumétrica total, como está explicado anteriormente;
- Dentre as técnicas de medição de vazão possíveis, mesmo com suas limitações de incertezas e das hipóteses (que estão descritas posteriormente), esta é uma técnica que usa uma ideia e instrumentos relativamente simples (além de baixo custo relativo).

## 1.2 OBJETIVO

O objetivo principal do trabalho é a avaliação da variância da vazão e da fração de gás no processo de inferência destes parâmetros quando aplicado o método da dupla queda de pressão. Para tanto, objetivos específicos devem ser alcançados, a saber:

- Levantamento do estado da arte em medição gás-líquido envolvendo queda de pressão, e revisão das principais relações paramétricas envolvidas;
- Apresentação e explicitação das modelagens do processo envolvido na medição de vazão gás-líquido por dupla queda de pressão, o que é feito pela a compreensão, avaliação e aplicação de modelos disponíveis na literatura. No âmbito deste trabalho serão discutidas as modelagens de Davis & Wang [DAVIS & WANG, 1994] e Hasan [HASAN, 2010].

- Análise das hipóteses, limitações e pontos críticos dos modelos escolhidos;
- Avaliação da consistência dos resultados em situações limite, como, por exemplo, quando a fração de gás se aproxima de zero e de 100%, a conferir se, nestas situações, os resultados são coerentes com o escoamento monofásico correspondente;
- Desenvolvimento de algoritmo computacional que simule virtualmente o processo de medição, o qual foi denominado de medidor virtual;
- Aplicação do medidor virtual tendo como parâmetros de entrada variáveis com determinada distribuição probabilística e avaliação dos possíveis erros e variabilidade dos resultados de saída, isto é, da medição;

### 1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O trabalho é organizado em três partes com objetivos que se complementam. Na primeira, composta pelos capítulos 2 a 3, são apresentadas a revisão bibliográfica e diversos aspectos da medição de vazão multifásica baseada em queda de pressão. Aqui, além das relações básicas a envolver vazão e queda de pressão, com a abordagem de diversos problemas relacionados a esta metodologia, apresentam-se também as duas abordagens de medição de vazão por dupla queda de pressão.

A segunda parte diz respeito à aplicação das abordagens da técnica da dupla queda de pressão, para avaliação da variabilidade dos parâmetros de saída das medições diante da variabilidade dos parâmetros de entrada, no caso, as quedas de pressão.

Uma terceira parte, e final, que seria os comentários finais da avaliação dos resultados e conclusões sobre a importância da incerteza nos parâmetros de entrada para a medição de vazão em escoamentos multifásicos quando se utiliza modelos de dupla queda de pressão.

Sumarizando, após este capítulo introdutório, segue-se:

- Uma primeira revisão bibliográfica, na qual se procura situar o estado da arte no assunto de medição de vazão em escoamentos multifásicos em geral. Uma segunda revisão bibliográfica, mais profunda, em escoamentos bifásicos gás-líquido quando medidos através de quedas de pressão (capítulo 2);
- Uma revisão detalhada dos dois modelos de dupla queda de pressão a serem investigados. Além da descrição do funcionamento dos programas que simulam os modelos (capítulo 3);
- Capítulo de validação do programa de simulação a ser utilizado na análise da variância com testes de resultados pré-estabelecidos e de resultados publicados na literatura (capítulo 4);
- Resultados das simulações da variabilidade das medições a partir da variabilidade das quedas de pressão tomadas como parâmetros de entrada do processo (capítulo 5);
- Um conjunto de conclusões e sugestões de trabalhos futuros e as referências que serviram de base ao presente trabalho (capítulo 6 e 7, respectivamente);

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A revisão bibliográfica desta dissertação é dividida em três partes. Primeiramente é descrito uma contextualização histórica geral da medição de vazão multifásica. A segunda parte trata especificamente do comportamento da medição de vazão em escoamento bifásico utilizando medidores deprimogênicos. Por último é detalhado a perda de carga em trechos retos com escoamento bifásico. Foi escolhido esse detalhamento porque as patentes e os trabalhos publicados de Davis e Wang [DAVIS & WANG, 1994] e de Hasan [HASAN, 2012] muito se assemelham na combinação dos processos citados na segunda e última parte.

Antes de iniciarmos a revisão de fato, estão declarados a seguir alguns conceitos importantes para o entendimento do assunto medição de vazão multifásica.

A fração volumétrica de gás ( $\alpha$ ) é mais conhecida como fração de vazio “*void fraction*” na literatura. O restante do texto é utilizado o termo fração de gás para designar a fração volumétrica de gás no escoamento.

Em escoamentos bifásicos homogêneos (sem deslizamentos) a relação de vazão volumétrica de gás pela vazão volumétrica total da mistura é a mesma da relação de volume ocupado pelo gás em um volume de controle da mistura (estaticamente) justamente por conta da igual dispersão das fases e a igual velocidade das fases. A relação de área ocupada em uma seção transversal também é igual à relação de vazão pelos mesmos motivos. Isso pode ser observado na Equação ( 1 ).

$$\alpha = \frac{\dot{Q}_G}{\dot{Q}_{TP}} = \frac{Q_G}{Q_{TP}} = \frac{A_G}{A_{TP}} \quad ( 1 )$$

O mesmo ocorre para a relação mássica. A relação de vazão mássica de gás e vazão mássica da mistura é conhecida na literatura como qualidade ( $x$ ) “*quality*”. E pelos mesmos motivos apresentados anteriormente, a relação de vazão mássica é a mesma da relação de massa em um volume de controle [Equação ( 2 )].

$$x = \frac{\dot{m}_G}{\dot{m}_{TP}} = \frac{m_G}{m_{TP}} = \alpha \frac{\rho_G}{\rho_{TP}} \quad (2)$$

Estas relações, equações ( 1 ) e ( 2 ), são importantes para o entendimento das equações em escoamentos bifásicos e estão sempre presentes nos modelos.

Caso o padrão do escoamento da mistura não seja homogêneo (igualmente disperso), as relações das equações ( 1 ) e ( 2 ) podem não ser verídicas por conta do deslizamento entre as fases.

## 2.1 REVISÃO DE MEDIÇÃO DE ESCOAMENTO MULTIFÁSICO

Escoamento multifásico é assunto que diversos pesquisadores já se ocupavam na segunda metade do século passado, sob vários enfoques. Inicialmente o foco era a ocorrência de padrões de escoamento em escoamento bifásico e sua relação de dependência com parâmetros do escoamento como, por exemplo, a inclinação do tubo e as frações de cada fase [HOOGENDOORN, 1959] [EATON, 1967] [MANDHANE, 1974] [TAITEL, 1980].

O enfoque das pesquisas foi se adaptando de acordo com a necessidade dos processos industriais. No início, estudos em geral com escoamentos bifásicos gás-liquido usava-se ar-água [WALLISA, 1973], depois, vapor-água [KUBIE, 1979] e, mais à frente, escoamentos com óleo [ANGELI, 2000].

É de se notar que a escolha dos fluidos nem sempre se ateu ao segmento da indústria, sendo a indústria de petróleo a maior investidora de pesquisa nessa área. No entanto, por questões de segurança e ambientais, em um grande número de estudos foi utilizado como fluido de trabalho ar-água e vapor-água, que inclusive são

utilizados até hoje pelos mesmos motivos.

Paralelamente aos estudos dos padrões de escoamento, desenvolveram-se também estudos sobre a estabilidade de tais padrões [ANDRITSOS, 1987] [KELESSIDIS, 1989] [OMEBERE-IYARI & AZZOPARDI, 2007] [BRAUNER, 2013].

Outro conjunto de estudos alinha um pouco mais a abordagem do escoamento gás-líquido à do escoamento monofásico. É o que ocorre, por exemplo, com os estudos que procuram avaliar o comportamento da perda de carga em instalações com certas condições de escoamento. Nesta linha, vai-se estudar, por exemplo, um coeficiente de fricção bifásico [DAVIS, 1974] [GARCIA, 2007] [SAISORN & WONGWISES, 2008] [SHANNAK, 2008] [FANG, 2012] ou correlações a estimar tais quedas de pressão [BUTTERWORTH, 1975] [HART & HAMERSMA, 1987] [LIU; et al, 2013].

No bojo da Indústria do Petróleo, o escoamento trifásico água-óleo-gás também é alvo de muitos estudos, abarcando, entre outros tópicos, a modelagem teórico-computacional do escoamento [KWON, et al, 2001] [BONIZZI & ISSA, 2003] [CAZAREZ, et al, 2009] [MOUKALLED & DARWISH, 2010], a estabilidade de padrões de escoamento [CHEN & GUO, 1999] [SPEDDING, 2000] [BANNWART, 2009], o ajuste de modelos e de correlações de parâmetros e variáveis do escoamento [TAITEL, 1995] [CHEN & EWING, 1997] [VALLE, 1997].

Se, por um lado, o estudo dos escoamentos multifásicos é alvo de pesquisa desde muito tempo, o mesmo não se dá com a medição de vazão em escoamentos multifásicos. Os primeiros estudos em escoamento multifásicos voltados para medição de vazão são do início dos anos 1990. Desde lá, no entanto, as técnicas de medição de vazão se diversificaram muito, passando a abarcar, além das técnicas dos medidores deprimogênios:

- Imagens obtidas por técnicas ópticas [HOKANEN, 2006] [LAD, 2011] [DIAZ & HUGO, 2013];
- As tomografias por capacitância [MIDTTVEIT, et al, 1992] [ISMAIL, et al, 2005] [YANG, et al, 2011];



- As técnicas nucleares [SIMON, et al, 2003] [PRASSERA, et al, 2005] [IAEA, 2008];
- As técnicas acústicas [WANG, et al, 2003] [ZHENG, 2004] [XIE & ZHIPENG, 2011];

Não obstante destas novas tecnologias de medição, é importante ressaltar que as técnicas de medição de vazão por queda de pressão não foram deixadas de lado. Isto se dá, em boa medida, pelos custos envolvidos nas tecnologias que utilizam imagens (tecnologias acústica, capacitiva e óptica), principalmente quando, para uma incerteza limitada na geração das imagens, se exigirem uma boa resolução temporal e espacial, justamente o que se necessita num escoamento multifásico com altas velocidades [TORCZYNSKI, 1997]. As tecnologias nucleares, embora não utilizem imagens em diversas aplicações, têm a seu desfavor as condicionantes de segurança, variáveis em cada país.

Então, as pesquisas sobre técnicas de medição por queda de pressão devem continuar, até porque o custo destes medidores, em relação às demais tecnologias, os torna atraentes. E como já foi apontado, este é o foco do presente trabalho.

Davis & Wang [DAVIS & WANG, 1994] apresentaram estudo teórico-experimental a envolver escoamento gás-líquido (ár-água). Nele consta equações que relacionam os diversos parâmetros da dinâmica do escoamento. Consideram dois processos distintos de queda de pressão, um dominado por uma variação dinâmica da pressão (contração) e outro dominado por um processo dissipativo (trecho reto). O processo para encontrar a vazão total e a fração de gás do escoamento é iterativo, pois envolve a solução de um sistema de duas equações não lineares, num processo bem semelhante ao descrito na patente US 5.591.922 [US 5.591.922, 1997]. As duas quedas de pressão envolvem três pontos de medição de pressão, sendo um deles (intermediário) comum às duas quedas de pressão medidas. Maiores detalhes sobre o modelo estão descritos no capítulo 3.

Processos bem semelhantes ao descrito por Davis & Wang são abordados em algumas patentes. Na patente US 4.856.344, por exemplo, trabalha-se com duas quedas de pressão (quatro pontos de tomada), mas se leva em conta, também, a contribuição da variação do potencial gravitacional [US 4.856.344, 1989]. O processo desta patente, embora mais antigo, foi objeto da tese de doutorado de

Hasan [HASAN, 2010], tendo o processo, segundo o autor, apresentado exatidão adequada para frações volumétricas de gás inferiores a 17.4% [HASAN, 2012].

Zhang e colaboradores [ZHANG, et al, 2005] apresentam a medição com apenas uma queda de pressão. Para compensar a existência de apenas uma relação, então, combinam o Venturi com um tomógrafo de capacitância que infere a fração volumétrica de gás. Na mesma linha caminharam Oliveira e colaboradores [OLIVEIRA, et al, 2009]. A combinação de elemento deprimogênio com tomografia capacitiva ou raios gama é aplicada em alguns modelos de medidores disponíveis no mercado como, por exemplo, os seguintes:

- MPM Subsea, da FMC Technologies<sup>(R)</sup>;
- Vx Spectra Surface Multiphase Flowmeter, da Schlumberger<sup>(R)</sup>.

Paladino [PALADINO, 2005] fez um extenso estudo sobre o escoamento em medidores de vazão multifásica em medidores tipo pressão diferencial. Aponta, com resultados numéricos, a importância da modelagem da lubrificação nas paredes (p. 222) em elementos do tipo Venturi, o que, certamente, aponta a importância de utilizar-se um coeficiente de fricção adequado na dinâmica global.

Embora não seja um trabalho com foco na medição propriamente dita, mas na modelagem do escoamento, aponta duas outras conclusões interessantes para o estudo da medição de vazão por queda de pressão, a saber [PALADINO, 2011]:

- As forças de massa virtual mostraram grande influência na distribuição das fases ao longo do Venturi, mas apresentaram pouca influência na queda de pressão;
- Por outro lado, as forças na parede (lubrificação) mostraram pouca influência na distribuição de fases e grande influência na queda de pressão ao longo do Venturi.

Bannwart e colaboradores [BANNWART, et al, 2009] discutem a relação entre padrões de escoamento e queda de pressão ao longo de um tubo reto com escoamento água-óleo-gás. Embora não seja um estudo voltado à medição, relações que caracterizam padrões de escoamento são importantes na medição, principalmente quando se utiliza modelos com hipóteses de escoamento homogêneo ou quando o processo de homogeneização à montante do sistema de medição é ineficiente ou não é garantido

(casos de padrão de escoamento golfada e anular, por exemplo).

Sabe-se que um parâmetro importante na dinâmica do escoamento é o deslizamento das fases [BRENNEN, 2005]. Por isto, quando a homogeneização do fluido não pode ser garantida, relações envolvendo o deslizamento são muito importantes. Xu e colaboradores [Xu; et al, 2008] apresentam uma investigação experimental a envolver o deslizamento, as vazões de cada fase e o diâmetro do tubo em que se dá o escoamento, discutindo também a influência da viscosidade do óleo. Spedding [SPEDDING, 2000] apresentou trabalho semelhante, mas em escoamento trifásico.

Embora não se tenha encontrado nos artigos voltados à medição de vazão multifásica, ao menos no levantamento para este trabalho, uma referência explícita a correlações entre parâmetros do escoamento, sabe-se que elas são alvo de muitos estudos e podem ser aplicadas. Woldesemayat e colaboradores [WOLDESEMAYAT; et al, 2007] compilaram um extenso conjunto de correlações a prever a fração volumétrica de gás no escoamento. Apontaram que os modelos de deriva (drift-flux model), em que as fases deslizam uma relação às outras reproduzem resultados experimentais dentro de uma incerteza de até 15%. Para algumas correlações, como a de Dix [apud, WOLDESEMAYAT; et al, 2007], esta incerteza é de 5%.

É importante levar em conta a conclusão de Woldesemayat porque, na maioria dos sistemas de medição, a homogeneização visa justamente a reduzir, quanto possível, o deslizamento entre as fases, situação em que a previsão das correlações tende a ser mais simples.

Boyer e Lemonnier [BOYER & LEMONNIER, 1996] demonstram os erros de medição em função do tamanho das bolhas. Conclui que quanto menores as bolhas menor é o deslizamento entre as fases.

Por fim, importante levar em conta a conclusão de Teniou & Meribout [TENIOU & MERIBOUT, 2011], de que "medidores multifásicos irão substituir os separadores convencionais em muitas aplicações de testes de poços e eliminar a necessidade de instalações espaçosas e caras". É necessário, portanto, assentar o conhecimento para estar em passo com seu desenvolvimento. No caso deste trabalho, dentre as

opções pesquisadas, optou-se pela a dupla queda de pressão pelas razões já expostas na motivação.

Além das pesquisas em geral de escoamento multifásico e sua medição, a área de medição de vazão em gás úmido, com um “novo” tipo de medidor de vazão deprimogênio, o Cone invertido (ou V-Cone), tem sido destacada nos últimos anos por Stewart e Steven [STEWART & STEVEN, 2002] [STEVEN, 2003] [STEVEN, 2004] [STEVEN, 2005] e He [HE, et al, 2012] [HE & BAI, 2014]. Essas pesquisas tentam corrigir com correlações a sobre-estimação da vazão de gás em função do aumento da queda de pressão com a fração de líquido. Conclusões importantes (principalmente em termos fiscais) para a produção de gás natural onde, dependendo das condições, pode haver um aparecimento de umidade carregada fase gasosa ocasionando em erros de medição da vazão de gás.

Mais recentemente tanto Zhang e colaboradores [ZHANG; et al, 2010] quanto Xu e colaboradores [XU; et al, 2013] demonstraram avanços na medição da vazão bifásica em gás úmido utilizando a técnica de dupla queda de pressão. Sabendo que a sobre-leitura da queda de pressão em um medidor deprimogênio é função da fração de gás, propôs a união de dois medidores deprimogênios para aferir a vazão e a fração de cada fase. Zhang com a proposta de duplo Cone Invertido obteve incerteza de 7% para a fração de gás e 10% para a vazão mássica total. Xu com a proposta de um Cone Invertido e um Venturi obteve incerteza de 3% para a vazão de gás.

## 2.2 REVISÃO DA MEDIÇÃO DE VAZÃO EM ESCOAMENTOS BIFÁSICOS ATRAVÉS DE MEDIDORES DEPRIMOGÊNIO

Medição de vazão de escoamentos bifásicos gás-líquido é de interesse em muitos campos da engenharia, como química, engenharia geotérmica, petróleo e energia

nuclear. Embora muitos métodos, incluindo ultrassom, técnica laser, radiação e etc., estão sendo estudados, os métodos de medição de vazão em um escoamento bifásico por medidores deprimogênios receberam notória atenção nas décadas entre 1950 e 1980 [HEWITT, 1978, apud ZHANG, 1992] [REIMANN, 1982, apud ZHANG, 1992].

E as pesquisas continuam até os dias de hoje, principalmente em função da indústria do petróleo que visa substituir o separador de teste para, assim, obter um monitoramento melhor da produção dos poços. O separador de teste normalmente é abastecido por mais de um poço e o monitoramento da produção de cada um destes é muitas vezes realizado com paradas de produção.

Antes da descrição do escoamento bifásico, é relembrada a medição de vazão para escoamento monofásico em medidores deprimogênios, que servirá de base para o entendimento do escoamento bifásico a seguir.

Em um escoamento monofásico, rearranjando a equação de Bernoulli, equação da continuidade e a equação de energia e introduzindo a teoria do coeficiente de descarga  $C_d$ , é possível correlacionar a vazão mássica,  $\dot{m}$ , com a queda de pressão através de um medidor diferencial de pressão pela Equação ( 3 ).

$$\dot{m} = \frac{C_d A Y F_a}{\sqrt{1 - \beta^4}} \sqrt{2 \rho \Delta p} \quad ( 3 )$$

Um fluido qualquer que escoar por um medidor deprimogênio (placa de orifício, Venturi, bocal ou V-cone) pode ter a sua vazão mássica inferida a partir de alguns parâmetros geométricos e fixos ( $A$  e  $\beta$ ) do próprio medidor, e parâmetros que variam dependendo do próprio escoamento e do fluido. O parâmetro  $F_a$  está relacionado à troca de calor do fluido no instrumento, já o parâmetro  $Y$  está relacionado à compressibilidade do escoamento. Se o medidor for considerado adiabático,  $F_a$  é igual à unidade, assim como no escoamento incompressível onde  $Y$  também é igual a um. Caso o escoamento seja adiabático e incompressível, a equação se reduz à Equação ( 4 ).

$$\dot{m} = \frac{C_d A}{\sqrt{1 - \beta^4}} \sqrt{2 \rho \Delta p} \quad (4)$$

O  $\Delta p$  é medido pelo instrumento com manômetros em posições normalizadas para garantir o valor do coeficiente de descarga e da incerteza de medição. A massa específica pode ser definida pela equação de estado do fluido (pressão estática e temperatura), seja ele substância pura ou não, desde que seja monofásica. Já o coeficiente de descarga varia de acordo com o medidor e com o número de Reynolds. Com todos os parâmetros definidos, têm-se a aferição da vazão mássica real de um escoamento monofásico através de medidores deprimogênios. A partir daqui seguiremos com a medição de vazão em escoamentos bifásicos.

Há certo consenso quanto à preferência do medidor Venturi perante a placa de orifício na medição de vazão em escoamentos bifásicos por medidores deprimogênios, como pode ser observado a seguir.

“Comparando com outros tipos de instrumentos deprimogênitos, o Venturi está à frente dos demais porque, este, tem uma influência menor do padrão do escoamento, uma menor perda de carga e necessita de um menor trecho reto a montante e a jusante do escoamento” [LIN, 2003].

“A preferência moderna é ignorar a placa de orifício como um instrumento para medir a vazão de escoamento bifásico, porque ela age como uma barreira para o escoamento do líquido. É recomendado utilizar então o medidor Venturi como é menos provável causar um bloqueio da fase líquida” [STEVEN, 2006].

“O Venturi apresenta vantagens que o torna uma melhor escolha. Vantagens como maior faixa de medição e repetibilidade, além de uma menor perda de carga no instrumento” [HASAN, 2010].

No entanto, como já citado, recentemente o medidor deprimogênio Cone Invetido vem ganhando espaço na área de medição em gás úmido, inclusive pelo próprio Steven.

### 2.2.1 Sobre-Leitura

Uma das primeiras tentativas de correlacionar dados empíricos para escoamentos gás-líquido em tubos e placas de orifício foi o trabalho de Lockhart e Martinelli [LOCKHART & MARTINELLI, 1949]. Foi observado aumentos na queda de pressão à medida que a presença da fase líquida aumentava. Um parâmetro  $X_{LM}$  denominado Lockhart-Martinelli foi elaborado e indica a quantidade de líquido no escoamento.

$$X_{LM} = \frac{\dot{m}_L}{\dot{m}_G} \sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_L}} \quad (5)$$

Seguindo o trabalho de Lockhart e Martinelli, muitos outros trabalhos foram publicados de diferentes fundamentos, com equações semi-empíricas partindo de hipótese de escoamento homogêneo como James [JAMES, 1965], semi-empíricas partindo de hipótese de escoamento separado como Murdock [MURDOCK, 1962] e empíricas de Chisholm [CHISHOLM, 1967]. Estes tentaram correlacionar a queda de pressão com a presença de líquido (Lockhart-Martinelli, fração de gás ou qualidade).

A partir daí, numerosas propostas de escoamento em orifícios (Placa de Orifício, Venturi e Bocal) para misturas gás-líquido foram desenvolvidas. Grande parte dessas equações podem ser arranjadas pela Equação (6).

$$\dot{m}_{TP} = \frac{C_d A Y F_a}{\sqrt{1 - \beta^4}} K_i \sqrt{2 \rho_i \Delta p} \quad (6)$$

Pode-se notar que a diferença entre a Equação (3) da Equação (6), está no termo  $K_i$ , que é conhecido de coeficiente modificado do gás ou líquido. O subscrito  $i$  pode ser tanto G para gás quanto L para líquido ( $K_G$  e  $\rho_G$  para gás e  $K_L$  e  $\rho_L$  para líquido), dependendo do tipo e da característica do escoamento. Se o escoamento tiver o parâmetro Lockhart-Martinelli baixo é usual utilizar o subscrito G de gás, mas, para

casos de baixa qualidade é usual utilizar o subscrito L de líquido.

O parâmetro  $K_i$  é dependente principalmente da qualidade ou da fração de gás e da razão de densidades gás-líquido. Esse coeficiente tem diferentes formas e expressões (propostas por diferentes autores).

Para se determinar o valor de  $K_i$  experimentalmente, a metodologia utilizada mais comum dentre os autores é descrita a seguir. Mistura das fases à montante do medidor, ao qual serão realizados os testes, com medição da vazão de cada fase à montante da mistura (com medidores monofásicos adequados à cada fase). O medidor é posto logo após a mistura das fases e assim comparar as quedas de pressão medidas com as vazões de cada fase aferidas pelos medidores de escoamentos monofásicos antes da mistura.

Com isso, sabe-se à priori a vazão mássica de cada fase, a vazão mássica total (por conservação da massa, soma-se as duas vazões) além de parâmetros importantes como a fração de gás e a qualidade. Então, são realizados os testes, com diferentes condições na tentativa de correlacionar os valores de vazão de referência (medidores monofásicos) e os valores da queda de pressão medida e assim calibrar o medidor com uma expressão para o  $K_i$ .

Com a hipótese de que o escoamento bifásico homogêneo se comporta como escoamento monofásico, a Equação ( 4 ) pode ser usada substituindo a massa específica do fluido como mistura da Equação ( 7 ) ou ( 8 ) [STEVEN, et al, 2002].

$$\rho_{TP} = \frac{1}{\frac{x}{\rho_G} + \frac{1-x}{\rho_L}} \quad (7)$$

$$\rho_{TP} = \alpha \rho_G + (1 - \alpha) \rho_L \quad (8)$$

Ao utilizar a Equação ( 6 ), o  $K_i$  e  $\rho_i$  em escoamento bifásico pode ser escolhido como  $K_G$  e  $\rho_G$  deverá ter a forma da Equação ( 9 ) para ser coerente com a Equação ( 4 ) de escoamento monofásico.



$$K_G = \sqrt{\frac{1}{\frac{\rho_L}{\rho_G} + x \left(1 - \frac{\rho_G}{\rho_L}\right)}} \quad (9)$$

Esta é a correlação mais simples para escoamento bifásico. No entanto, é até hoje usada como critério de comparação.

James [JAMES, 1965] usou a teoria de escoamento homogêneo para correlacionar a queda de pressão medida com a vazão mássica da mistura. Percebeu uma sobre-leitura da queda de pressão à medida que a fração de líquido aumenta e definiu uma correção na correlação de escoamento homogêneo.

Zhang e colaboradores [Zhang, et al, 1992] continuou o raciocínio de James e refinou seu resultado encontrando erros menores

Murdock, [MURDOCK, 1962], empregou um modelo semi-empírico de escoamento separado e encontrou experimentalmente uma relação de 1,26 entre a razão da queda de pressão provocada pela mistura com a queda de pressão provocada pela fase gasosa e a razão da queda de pressão provocada pela fase líquida com a queda de pressão apenas do gás. Com isso, propôs uma correlação para aferir a vazão de gás em uma mistura.

Chisholm [Chisholm, 1969] desenvolveu uma correlação para escoamentos bifásicos, considerando o escorregamento das fases. Foi assumido mistura incompressível, sem mudança de fase durante o processo de medição (fração de gás constante) e desprezado perdas de atrito.

Lin [LIN, 1982] foi originalmente desenvolvido em placas de orifício para escoamentos estratificados em geral. E como Chisholm, Lin considera o efeito de deslizamento em sua correlação.

Já de Leeuw [de LEEUW, 1992] propôs uma correlação para gás úmido utilizando Venturi. de Leeuw defende que a sobre-leitura não está somente relacionada ao parâmetro Lockhart-Martinelli, mas também ao número de Froude ( $Fr_G$ ) e ao padrão

de escoamento.

Com o medidor Venturi, Steven [STEVEN, 2002] compara as correlações e confirma experimentalmente o excelente desempenho da correlação de de Leeuw. Ao fim propõe uma nova correlação para um tamanho diferente de Venturi.

Lide e colaboradores [LIDE; et al, 2006] compararam essas correlações que preveem a queda de pressão da mistura pela fração de gás para escoamentos em baixa pressão. Segundo eles, o modelo de escoamento homogêneo nessas condições obtêm bons resultados, as vezes melhores que os das próprias correlações.

Dos anos 2000 em diante pôde-se observar que essas correlações tomaram o sentido de corrigir a vazão mássica de gás em escoamentos de gás úmido.

## 2.3 REVISÃO DA PERDA DE CARGA EM TRECHOS RETOS

Nesta seção, há uma revisão envolvendo o fator de fricção (ou fator de atrito), que é um parâmetro associado à queda de pressão por dissipação (perda de carga). A seção está dividida em dois tópicos. O primeiro está focado em relacionar a queda de pressão com o fator de fricção e revisa historicamente os avanços científicos de correlações da literatura para o fator de fricção em escoamentos monofásicos.

O segundo tópico descreve diferenças do fator de fricção em escoamentos monofásicos e escoamentos bifásicos. No capítulo 4 é relatada a abordagem dos autores Davis e Wang e Hasan quanto ao fator de fricção em seus experimentos durante a validação do programa que simula seu modelo.

### 2.3.1 Fator de Fricção em escoamento Monofásico

Através da equação de Bernoulli, Equação ( 10 ), obtida da integração da equação de Euler ao longo de uma linha de corrente para escoamento em regime permanente, incompressível e sem atrito, podemos conhecer a energia mecânica total (cinética, potencial e de pressão) de um fluido durante seu escoamento em um duto. Com a hipótese de escoamento sem atrito e as outras citadas, essa energia é constante em qualquer ponto da linha de corrente do escoamento [FOX, et al. 2010].

$$\frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = constante \quad (10)$$

Considerando a hipótese do atrito viscoso, é esperado que essa energia decrescesse continuamente à jusante do escoamento. Ao escoar de um ponto a outro no interior de um duto, seja por diferencial de pressão ou potencial, o fluido perderá energia devido ao atrito com a superfície interior do duto e entre as moléculas do próprio fluido. A energia mecânica é constantemente convertida em energia térmica. Ou seja, para pontos diferentes do escoamento, a energia mecânica do fluido não será a mesma e decrescerá na direção do escoamento [FOX, et al. 2010].

Estabelecendo um ponto 1 à montante e um ponto 2 à jusante sabemos que, com a dissipação, a energia mecânica à montante é superior à jusante, conforme demonstrado na Equação ( 11 ). [FOX, et al. 2010]

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 > \frac{p_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \quad (11)$$

Essa perda de energia é denominada queda de pressão ou perda de carga distribuída, *hl*. Considerando um escoamento incompressível, em regime permanente e em um tubo de área constante, a velocidade média do escoamento em pontos diferentes é a mesma pela conservação da massa. Logo, com a perda de

carga, a Equação ( 11 ) se transforma na Equação ( 12 ) [FOX, et al. 2010].

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} + g(z_1 - z_2) = hl \quad (12)$$

Se o escoamento do fluido é na direção horizontal,  $z_1 = z_2$ , assim, chega-se a Equação ( 13 ). Daí, o termo “queda de pressão”.

$$\frac{\Delta p}{\rho} = hl \quad (13)$$

A mudança de direção do escoamento do fluido também causa perda de energia como em entradas, acessórios, variações de áreas, conexões e entre outras. Estas perdas são denominadas perdas de carga locais.

Neste trabalho, não entraremos em detalhe sobre as perdas de carga locais. Mas, é importante frisar que para fins de projetos hidráulicos ou transporte de fluidos, tanto as perdas locais quanto as distribuídas são incluídas no dimensionamento de bombas e são consideradas em seus cálculos.

Com um diferencial de pressão em um tubo, o fluido escoar, mas não com um perfil de velocidade uniforme e invíscido. Em um escoamento, as moléculas do fluido em contato com a superfície interna da parede do duto apresenta velocidade zero. Estas partículas interagem com as vizinhas através da viscosidade, retardando o escoamento. No escoamento turbulento, surgem os vórtices que também “dissipam” energia, afinal, é uma energia que não é aproveitada no transporte do fluido. Essa é umas das razões que a perda de carga em escoamentos turbulentos é maior do que em escoamentos laminar quando próximos à faixa de transição [FOX, et al. 2010].

No escoamento laminar completamente desenvolvido em um tubo horizontal, a queda de pressão é analiticamente dada pela Equação ( 14 ) [FOX, et al. 2010].

$$hl = \left(\frac{64}{Re}\right) \frac{L V^2}{D} \quad (14)$$

Não é possível chegar a uma equação analiticamente no escoamento turbulento completamente desenvolvido. Experimentalmente, nota-se que a perda de carga causada em um tubo horizontal de área constante, depende do diâmetro,  $D$ , do comprimento,  $L$ , da rugosidade do tubo,  $e$ , da velocidade média do escoamento,  $\bar{V}$ , da massa específica,  $\rho$ , e da viscosidade do fluido,  $\mu$ . Estas dependências podem ser representadas algebricamente pela Equação ( 15 ) [FOX, et al. 2010].

$$\Delta p = \Delta p(D, L, e, \bar{V}, \rho, \mu) \quad (15)$$

Fazendo a transformação dos parâmetros da Equação ( 15 ) para alguns grupos adimensionais, têm-se a Equação ( 16 ) [FOX, et al. 2010].

$$\frac{\Delta p}{\rho \bar{V}^2} = \varphi \left( Re, \frac{L}{D}, \frac{e}{D} \right) \quad (16)$$

Onde  $\varphi$  é uma função arbitrária. Sabe-se experimentalmente que a perda de carga adimensional é diretamente proporcional a  $L/D$ . E como, a função  $\varphi$  é indeterminada, será introduzida a potência de dois na velocidade média para tornar equivalente à energia cinética por unidade de massa substituindo  $\varphi$  por  $\omega$ . Junto a isso, com a Equação ( 13 ), temos as equações ( 17 ) e ( 18 ).

$$\frac{hl}{\frac{1}{2} \bar{V}^2} = \frac{L}{D} \omega \left( Re, \frac{e}{D} \right) \quad (17)$$

$$hl = f \frac{L \bar{V}^2}{D} \quad f = \omega \left( Re, \frac{e}{D} \right) \quad (18)$$

A função  $\omega \left( Re, \frac{e}{D} \right)$  é definida como fator de fricção  $f$ . Relembrando a Equação ( 14 ) da perda de carga para escoamento laminar, podemos observar que o fator de atrito é igual a  $64/Re$  e, portanto, só depende do número de Reynolds. Para escoamentos turbulentos, a análise do fator de atrito é mais complexa e o fator é determinado experimentalmente através de correlações empíricas.

Nikuradse conduziu uma notável série de medições com tubos lisos e rugosos, para um amplo range do número de Reynolds [apud MOODY, 1944]. Seu estudo é referência na engenharia hidráulica e ainda serve como base para novas expressões do fator de fricção.

Após o trabalho de Nikuradse, novas equações para o fator de fricção foram estudadas, como a de Colebrook [COLEBROOK, 1939]. A expressão de Colebrook é, até os dias de hoje, usada para estimar o fator de atrito. Ela cobre muito bem a faixa de transição de laminar para turbulento e também cobre tanto tubos lisos quanto rugosos. A equação proposta por Colebrook é a Equação ( 19 ).

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0 \log \left( \frac{e/D}{3,7} + \frac{2,51}{Re\sqrt{f}} \right) \quad (19)$$

Seguindo o trabalho de Colebrook, Moody elaborou um diagrama que mostra várias curvas do fator de atrito, incluindo a de escoamento laminar, em função do número de Reynolds para cada rugosidade relativa  $e/D$ , com escoamentos completamente desenvolvidos em tubos circulares [MOODY, 1944]. Esse diagrama é conhecido como Diagrama de Moody e nele é possível correlacionar os aspectos relacionados ao número de Reynolds e a rugosidade relativa para o fator de fricção. Como por exemplo, que  $f$  diminui com o aumento de  $Re$ , que  $f$  aumenta com o aumento de  $e/D$  e que a partir de determinado  $Re$ , o  $f$  passa a ser constante para cada  $e/D$  tal como visto na Figura 4.

Note que a Equação ( 19 ) é implícita para  $f$ , portanto, necessita-se de processos de convergência numérica para encontrar seu valor. Autores na literatura [HAALAND, 1983] [SWAMEE & JAIN, 1976] [CHEN, 1979] [BLASIUS, 1913, apud MOODY, 1944] encontraram expressões explícitas para  $f$ , mas com condições de range no número de Reynolds e rugosidade relativa a serem tomadas, e sempre comentam a proximidade de sua correlação com a de Colebrook ou Nikuradse em seus resultados.

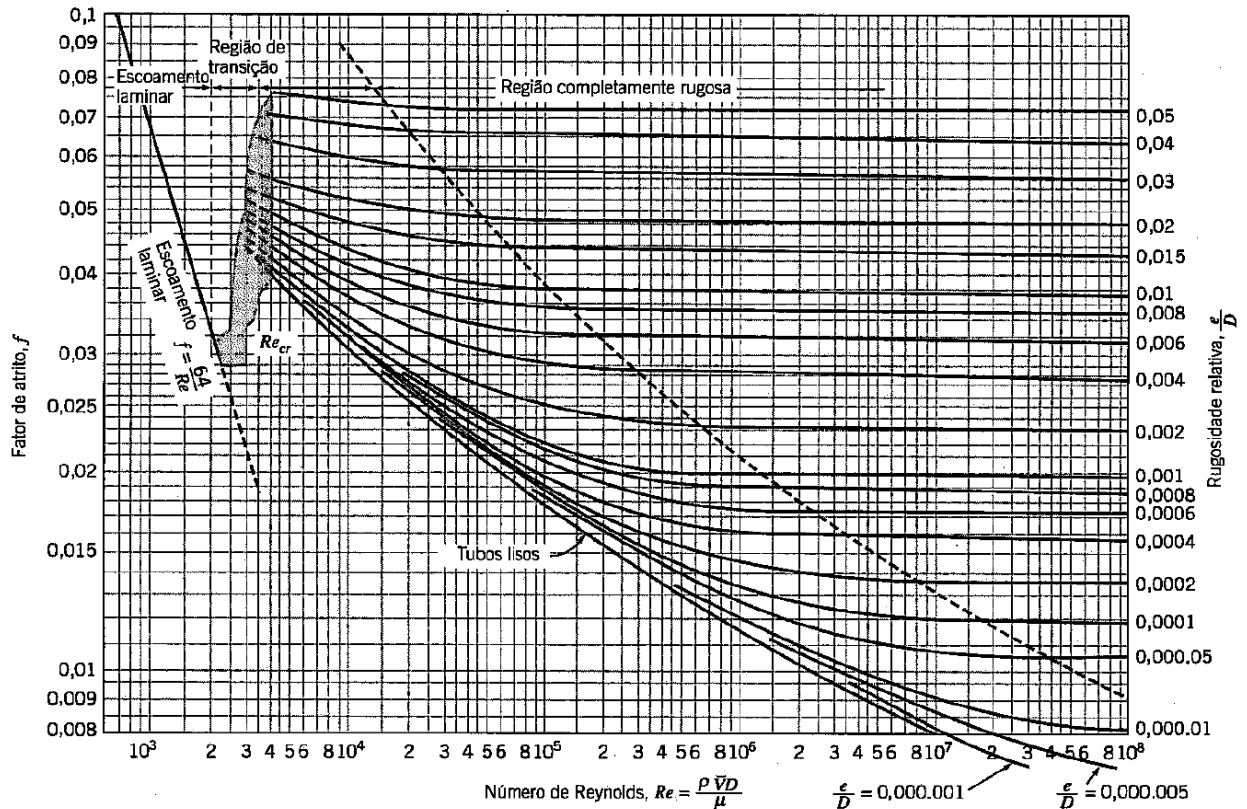


Figura 4: O fator de fricção em função do número de Reynolds em escoamentos monofásicos completamente desenvolvidos em tubos circulares. Fonte: FOX, et al, 2010.

A expressão de Blasius, a mais simples, só foi “consagrada” décadas após sua publicação [BLASIUS, 1913, apud MOODDY, 1944]. Ela varia apenas com o número de Reynolds ( $Re < 10^5$ ) e só apresenta bons resultados para tubos lisos. A expressão de Blasius também é utilizada até hoje pela praticidade e foi incorporada nos estudos da camada limite turbulenta e também em fluidos não-newtonianos. A expressão de Blasius é mostrada na Equação ( 20 ).

$$f = \frac{0,316}{Re^{0,25}} \quad (20)$$

Na faixa de transição de laminar para turbulento, as equações de Colebrook e Nikuradse têm bons resultados. Mas Nian–Sheng Cheng fez uma revisão de equações propostas para essa região com outros pesquisadores e propôs uma nova equação para essa região [NIAN–SHENG CHENG, 2008].

### 2.3.2 Fator de Fricção em Escoamento Bifásico

Neste tópico está descrito sobre a estimativa do fator de fricção em um escoamento bifásico.

A perda de carga em escoamentos bifásicos homogêneos não é muito diferente da perda de carga em escoamento monofásico. A ideia é a mesma, inclusive a equação a ser utilizada. A diferença está no número de Reynolds, um adimensional que engloba parâmetros geométricos ( $D$ ), dinâmica do escoamento ( $\bar{V}$ ) e propriedades físicas ( $\rho, \mu$ ) do fluido. Neste caso, para definir o número de Reynolds em um escoamento bifásico homogêneo, é necessário o conhecimento desses parâmetros.

Em escoamentos bifásicos, em vista dos diversos padrões de escoamentos, o número de Reynolds varia com a posição radial e axial. Isso é perceptível no escoamento bifásico separado ou intermitente com golfadas em que o escoamento tem predominância de apenas uma fase dependendo do ponto. No caso do escoamento bifásico separado na horizontal, o líquido escoar na parte inferior e o gás na parte superior podendo haver ainda deslizamento das fases. Já no escoamento de golfadas (intermitente), há uma separação axial entre a fase dispersa e a fase contínua onde, por exemplo, o escoamento tem bolhas grandes escoando no centro encobertas pela fase líquida. Essa variação pontual da razão entre as forças inerciais pelas forças viscosas (número de Reynolds) também é perceptível em outros padrões de escoamento como o anular.

No caso de escoamento bifásico homogêneo, igualmente disperso e sem deslizamento, é estimada uma média, entre a fase gasosa e a líquida, dos parâmetros que caracterizam o fluido. O perfil de velocidade é considerado sem deslizamento entre as fases com um perfil uniforme da velocidade média do escoamento ( $\bar{V}$ ). A massa específica também pode ser equacionada por uma média ponderada da fração de gás ou qualidade pela Equação ( 7 ) e ( 8 ).

Aliás, isso só aumenta a semelhança do modelo de escoamento bifásico



homogêneo ao escoamento monofásico. Então o número de Reynolds para escoamentos bifásicos ( $Re_{TP}$ ) homogêneos tem a mesma equação de escoamento monofásico, porém, considerando a média dos parâmetros para escoamento bifásico (massa específica  $\rho_{TP}$  e viscosidade  $\mu_{TP}$  de uma mistura), como mostra a Equação ( 21 ) [BEATTIE & WHALLEY, 1981] [PEHLIVAN; et al, 2006].

$$Re_{TP} = \frac{\rho_{TP} \bar{V} D}{\mu_{TP}} \quad ( 21 )$$

A partir do número de Reynolds encontrado pela Equação ( 21 ), pode-se utilizar as equações ( 19 ) ou ( 20 ) de Colebrook ou Blasius, respectivamente, para encontrar o tal fator de fricção em escoamento bifásico homogêneo.

Porém, a viscosidade da mistura aqui seria ainda um impasse. A viscosidade média em um escoamento bifásico homogêneo não tem a mesma unanimidade dos demais parâmetros. No entanto, há diversas propostas na literatura que estimam o que seria a média desta variável ( $\mu_{TP}$ ).

Saisorn & Wongwises pesquisaram e testaram as diferentes propostas na literatura de viscosidade média de um escoamento bifásico homogêneo presente na literatura [SAISORN & WONGWISES, 2008]. Da mesma forma fez Spedding [SPEDDING; et al, 2007]. As propostas incluem:

- Owen [OWEN, 1961, apud SAISORN & WONGWISES, 2008]

$$\mu_{TP} = \mu_L \quad ( 22 )$$

Segundo Owen [OWEN, 1961, apud SAISORN & WONGWISES, 2008], a viscosidade dos gases são tão menores que as dos líquidos que podem ser desprezadas e por isso, é uma proposta bem simples.

É fácil perceber que essa proposta não funcionaria bem com alta fração de gás, quando se tem volumetricamente mais gás. Afinal, para mistura de alta fração de gás ou qualidade, o líquido ocupa um pequeno espaço em qualquer seção do tubo

em que a mistura está escoando.

Em seguida algumas correlações propostas levam as frações das fases, ou a qualidade, em consideração.

- Equação de McAdam [McADAM; et al, 1942, apud SAISORN & WONGWISES, 2008 ].

$$\frac{1}{\mu_{TP}} = \frac{x}{\mu_G} + \frac{(1-x)}{\mu_L} \quad (23)$$

- Equação de Lin [LIN, 1991, apud SAISORN & WONGWISES, 2008 ].

$$\mu_{TP} = \frac{\mu_G \mu_L}{\mu_G + x^{1,4}(\mu_L - \mu_G)} \quad (24)$$

- Equação de Cicchitti [CICHITTI et al., 1960, apud SAISORN & WONGWISES, 2008 ]

$$\mu_{TP} = x\mu_G + (1-x)\mu_L \quad (25)$$

- Equação de Duckler [DUCKLER et al., 1964, apud SAISORN & WONGWISES, 2008 ]

$$\mu_{TP} = \alpha \mu_G + (1 - \alpha)\mu_L \quad (26)$$

- Equação de Beattie & Whalley [BEATTIE & WHALLEY, 1982]

$$\mu_{TP} = \alpha \mu_G + (1 - \alpha)(1 + 2,5 \alpha)\mu_L \quad (27)$$

Para encontrar o número de Reynolds em um escoamento bifásico Shannak [SHANNAK, 2008] separa as forças inerciais e viscosas de cada fase como é visto na Equação ( 28 ). Com esse número de Reynolds, propõe ainda uma nova equação

(diferente de Blasius e Colebrook) para estimar o fator de fricção da mistura.

$$Re_{TP} = \frac{\rho_L \bar{V}_L^2 D^2 + \rho_G \bar{V}_G^2 D^2}{\mu_L \bar{V}_L D + \mu_G \bar{V}_G D} \quad (28)$$

A fim de visualizar como seria o comportamento das viscosidades e do número de Reynolds em função da fração de gás, foram elaborados dois gráficos. Ambos com propriedades da água para a fase líquida e o ar para a fase gasosa. O gráfico da Figura 5 mostra as curvas de cada correlação de viscosidade citadas acima. Já o gráfico da Figura 6 apresenta como se comporta o número de Reynolds (desconsiderando a velocidade e o diâmetro  $Re/\bar{V}D$  ou  $\rho/\mu$ ) ao importar cada correlação de viscosidade também em função da fração de gás.

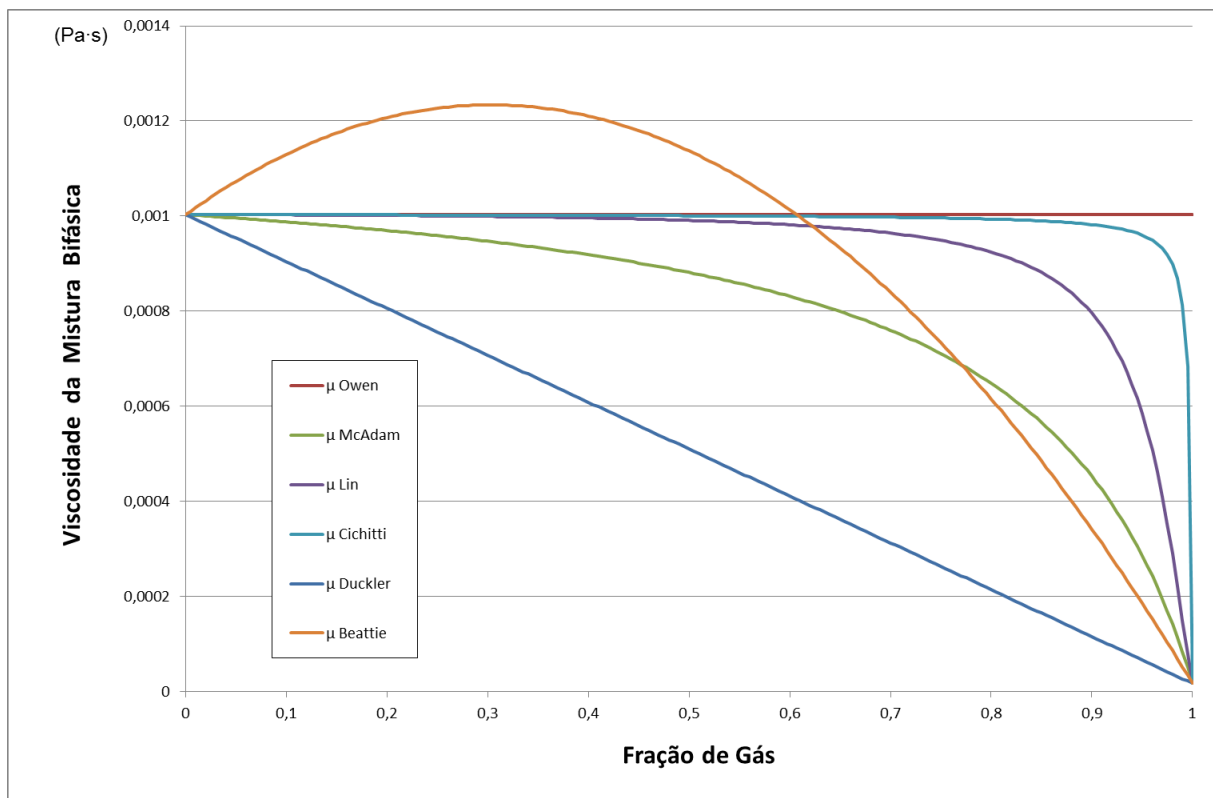


Figura 5: Curvas da viscosidade em função da fração de gás para algumas correlações na literatura de um fluido bifásico gás-líquido considerando um escoamento homogêneo. Fonte: Autor.

Nos capítulos de simulações aplicaremos as correlações utilizadas pelos respectivos autores (Davis & Wang e Hasan) para reproduzir seus resultados. Não foi realizada uma comparação de resultados alterando apenas as correlações de viscosidade.

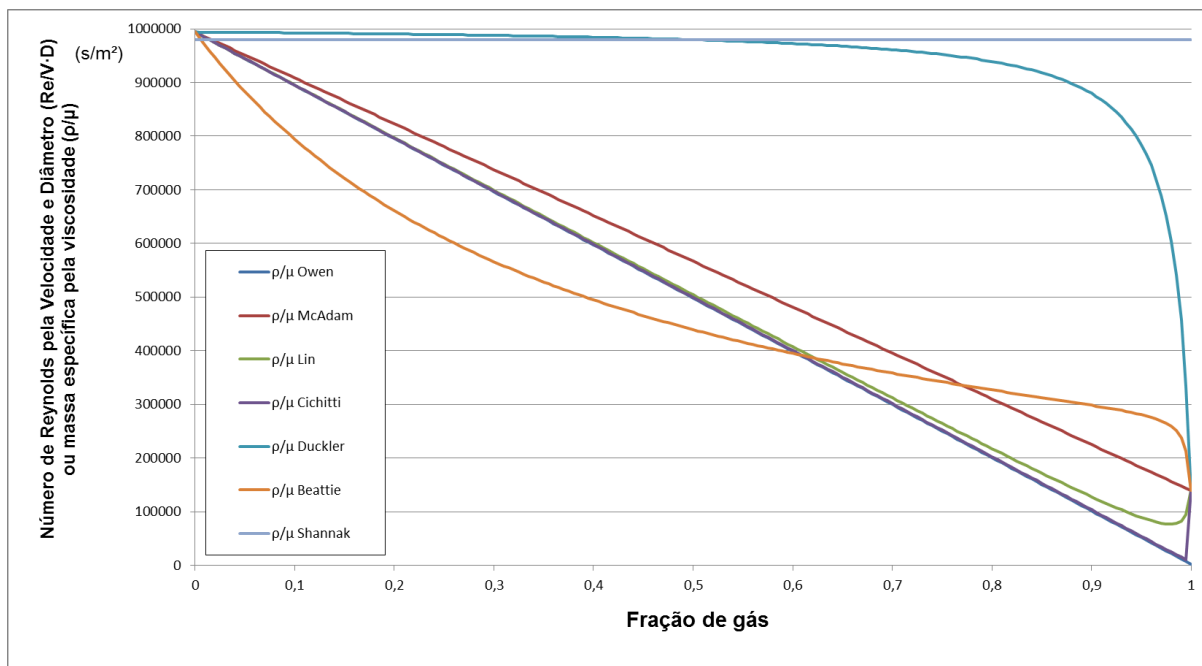


Figura 6: Curvas do número de Reynolds pela velocidade e diâmetro ( $Re/V_D$ ) em função da fração de gás para algumas correlações da viscosidade na literatura considerando escoamento bifásico homogêneo gás-líquido. Fonte: Autor.

Pelos experimentos de Saisorn & Wongwises [SAISORN & WONGWISES, 2008], ao se comparar a queda de pressão prevista e a medida, as correlações de McAdam e de Beattie & Whalley apresentaram os melhores resultados e a de Cicchitti obteve as maiores discrepâncias para a viscosidade de uma mistura em um escoamento bifásico homogêneo.

No trabalho de Spedding [SPEDDING; et al, 2007] também foram encontrados bons resultados para a correlação de Beattie e Whalley e resultados ruins para as correlações de Cicchitti.

Alternativamente Garcia [GARCIA; et al, 2003] através de equações do fator de fricção para fluido “power law” (não-newtoniano) propôs correlações para fatores de fricção em escoamentos bifásicos gás-líquido com óleos pesados. Uma correlação universal (qualquer padrão de escoamento) e outras que seriam utilizadas à depender de qual padrão o escoamento se encontra.

### 3 MODELOS E PROGRAMAS

Neste capítulo, estão descritas as modelagens apresentadas pelos trabalhos publicados pelos autores, Davis & Wang [DAVIS & WANG, 1994] e Hasan [HASAN, 2010] separadamente. É acompanhada por um embasamento teórico, analisando as equações utilizadas pelos autores como um passo a passo.

Mas antes do detalhamento dos modelos dos autores, estão descritos resumidamente os algoritmos que ambos os modelos utilizam para aferir a vazão bifásica.

Apesar de conter um equacionamento extenso, a ideia de medir a vazão de cada fase pela técnica de dupla queda de pressão é bem simples. Ambos autores trabalham com duas quedas de pressão, geralmente uma de trecho reto proveniente da dissipação e outra de contração (ou Venturi) proveniente da troca de energia.

Dadas as condições do escoamento tais como estado (pressão e temperatura de escoamento), fluido de trabalho (gás e líquido), geometria dos processos (ou geometria do próprio medidor), sabe-se (seção 2.2) que a queda de pressão em um elemento deprimogênio depende da velocidade média e da fração de gás do escoamento (ou qualidade), como observa-se na Equação ( 29 ).

$$\Delta P_c = f(\bar{V}, \alpha) \quad (29)$$

Já no trecho reto a queda de pressão também é função da velocidade média e da fração de gás do escoamento (como é observado na seção 2.3). Temos então uma segunda equação de queda de pressão, a Equação ( 30 ).

$$\Delta P_T = g(\bar{V}, \alpha) \quad (30)$$

Se as pressões, ou quedas de pressão, são medidas por instrumentos, temos então duas equações e duas incógnitas, a velocidade e a fração de gás. Como se tratam

de equações implícitas, não é possível usar o método da substituição, que seria isolar uma variável em função da outra em uma equação e substituí-la na outra equação para assim obter a solução.

Foi utilizado um método numérico para a solução das equações dos dois modelos. É possível isolar a velocidade em função da queda de pressão em uma das equações. Dessa forma, a velocidade agora depende da fração de gás e a queda de pressão através de uma expressão qualquer  $\varphi$ .

$$\bar{V} = \varphi(\Delta P_C, \alpha) \quad (31)$$

Substituindo a velocidade na Equação ( 30 ) a expressão agora relaciona as quedas de pressão com a fração de gás. Nesta expressão é inviável isolar a fração de gás em função das quedas de pressão porque a Equação ( 32 ) é implícita. Neste ponto opta-se por comparar os dois membros da expressão em função da fração de gás. O valor da fração de gás em que não há diferenças na igualdade sugere ser a solução da simulação.

$$\omega(\Delta P_C, \Delta P_T, \alpha) = \pi(\Delta P_C, \Delta P_T, \alpha) \quad (32)$$

Com isso, pode-se dizer que, reorganizando a Equação ( 32 ), para o cálculo da solução da simulação para a fração de gás o erro tende a zero, como pode ser visto na Equação ( 33 ).

$$Erro = \omega(\Delta P_C, \Delta P_T, \alpha) - \pi(\Delta P_C, \Delta P_T, \alpha) \quad (33)$$

Agora, é suficiente utilizar um método numérico para encontrar qual fração de gás cujo erro apresenta tolerância aceitável e pré-estabelecida, dada as condições impostas na simulação. A partir deste resultado obtém-se a velocidade pela Equação ( 31 ). Com o par fração de gás e velocidade (além da condição imposta) é possível conhecer a vazão mássica de cada fase.

Assim, para o cálculo da fração de gás, primeiramente a fração de gás é definida

como um vetor de mil números e ordenados de 0 a 1. O erro da Equação ( 33 ) é calculado para cada termo de vetor e plotado em um gráfico (erro em função da fração de gás) para visualização. No gráfico é possível enxergar a curva do erro saindo de um valor positivo para um negativo ou vice versa (existe uma raiz). O gráfico não tem utilidade em encontrar a solução, serve apenas para percepção visual da solução, um auxílio para verificar e validar o funcionamento do método numérico.

Como a curva do erro tem um comportamento estável, é uma função (cada valor da fração de gás tem apenas um valor do erro) e tem apenas uma raiz, o método numérico utilizado foi o da bisseção. Em todas as simulações a solução encontrada pelo método foi verificada e validada pelo gráfico, o que torna o método realmente eficaz.

Logo, a medição de vazão pela técnica de dupla queda de pressão parte de uma ideia simples. Resumindo: O conjunto dos parâmetros geométricos, medidos e das propriedades do fluido tem uma solução para a velocidade média e a fração de gás como pode ser observado no esquema da Figura 7.

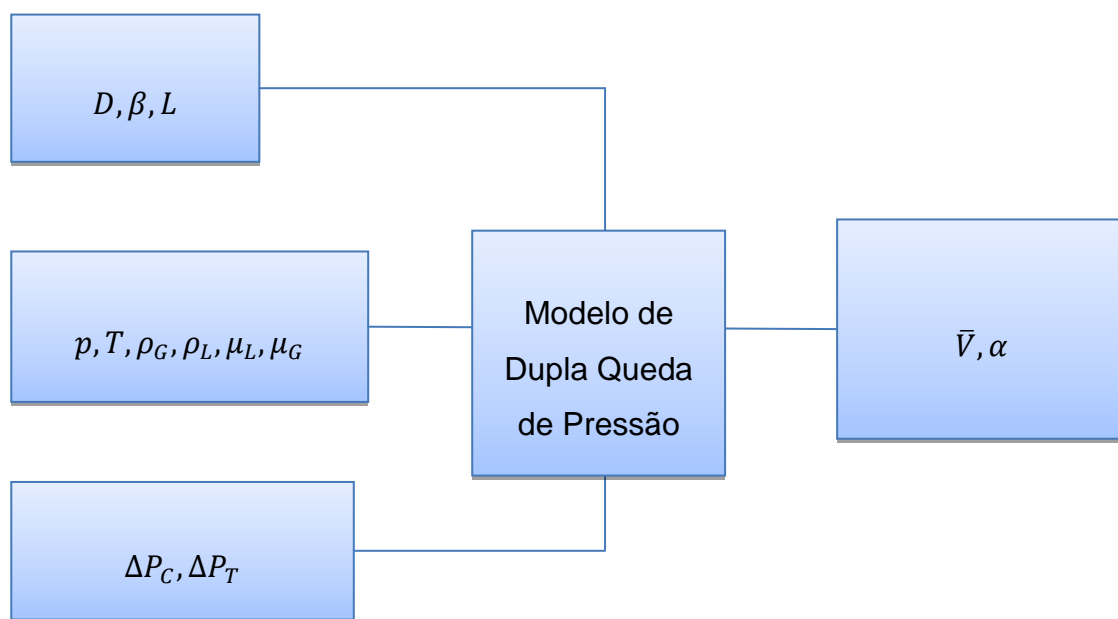


Figura 7: Fluxograma da técnica de dupla queda de pressão. Fonte: Autor.

Ambos os modelos de Davis e Wang e Hasan seguem esse fluxograma, assim como as patentes citadas na revisão. As diferenças entre os dois modelos e as patentes estão nas equações que os regem.

### 3.1 MODELO DE DAVIS & WANG

Nesta seção é apresentada a modelagem da técnica de medição proposta por Davis e Wang [DAVIS & WANG, 1994]. A análise de um extenso conjunto de patentes [EU 0.684.458 A2, 1995], [US 5.591.922, 1997], [US 6.332.111 B1, 2001], [EU EP 1.190.220 B1, 2002] mostra que elas aplicam, com certas modificações, o mesmo princípio da técnica aqui descrita, principalmente nas patentes publicadas até 2002. A apresentação completa da modelagem do processo envolvido na técnica de medição permite um conjunto de ponderações sobre ela.

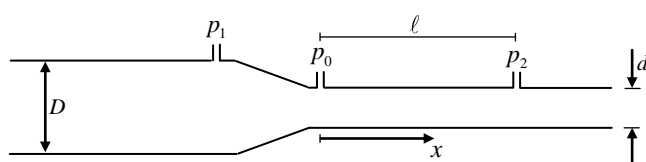


Figura 8: Representação esquemática do sistema para a técnica de medição bifásica de Wang e Davis. Fonte: Alterado de [DAVIS & WANG, 1994]

A técnica de medição proposta por Davis e Wang é aplicável a um escoamento bifásico líquido-gás e utiliza dois processos de queda de pressão, como demonstrada na Figura 8. Os processos utilizados pela pesquisa de Davis e Wang são:

- Uma queda de pressão eminentemente dinâmica, com uma contração, o que ocorre, na Figura 8, entre os pontos de pressão  $p_1$  e  $p_0$ .
- Uma queda de pressão dominada por um processo de dissipação, como



ocorre, na Figura 8, entre os pontos de pressão  $p_0$  e  $p_2$ .

Estes processos, de variação dinâmica da pressão e da perda de carga, tem uma modelagem muito bem estabelecida para escoamentos monofásicos, notadamente para escoamentos incompressíveis, hipótese certamente bem definida em escoamento de líquidos. Davis e Wang partem do princípio de que a fase gasosa, quando misturada no líquido, gera perturbações no equacionamento que regem o escoamento.

A presença da fase gasosa faz que o fluido (mistura) não seja mais incompressível, hipótese geralmente considerada em escoamentos monofásicos de líquidos. O fluido, então, passa a ser compressível e a massa específica do fluido é dependente da pressão. Ou seja, a massa específica da mistura varia no decorrer do escoamento, mesmo em trecho reto com seção transversal constante, por causa da perda de carga. Assim, as equações que regem o escoamento da mistura devem levar em conta tal variação da massa específica.

Dessa forma, as equações que definem os processos tanto de contração quanto de perda de carga em trechos retos em um escoamento bifásico sofrem alterações por conta da compressibilidade da fase gasosa. Logo, nessas alterações, é incorporado um parâmetro que define a quantidade da fase gasosa na mistura. Esse parâmetro é conhecido como qualidade (fração mássica) ou fração de gás (fração volumétrica), Davis e Wang utilizaram em seu equacionamento a fração de gás.

As seções seguintes repassam a modelagem proposta por Davis e Wang [DAVIS & WANG, 1994]. Aqui, a descrição da modelagem está mais detalhada em comparação ao próprio artigo. Em alguns momentos da descrição do modelo, Davis omite certos passos importantes para o entendimento do modelo. Ao final, apresenta-se um conjunto de ponderações a seu respeito.

### 3.1.1 Variação da Massa Específica no Processo de Escoamento

A massa específica da mistura em escoamento homogêneo é ponderada como na Equação ( 34 ).

$$\rho_{TP} = (1 - \alpha) \rho_L + \alpha \rho_G \quad (34)$$

Se reescrevermos a Equação ( 34 ) em um ponto qualquer  $x = 0$  e isolarmos a massa específica do líquido obtemos a Equação ( 35 ).

$$\rho_{TP0} = (1 - \alpha_0) \rho_L + \alpha_0 \rho_{G0} \Rightarrow \rho_L = \frac{\rho_{TP0} - \alpha_0 \rho_{G0}}{1 - \alpha_0} \quad (35)$$

Supondo que a expansão da fase gasosa seja politrópica, é possível obter a massa específica do gás em qualquer ponto ou pressão desde que se conheça a massa específica em algum ponto ou pressão ( $x = 0$ ), visto na Equação ( 36 ).

$$\frac{p}{\rho_G^n} = \frac{p_0}{\rho_{G0}^n} \Rightarrow \rho_G = \rho_{G0} \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (36)$$

Considerando as equações ( 35 ) e ( 36 ), a Equação ( 34 ) pode ser reescrita na forma da Equação ( 37 ).

$$\rho_{TP} = (1 - \alpha) \frac{\rho_{TP0} + \alpha_0 \cdot \rho_{G0}}{(1 - \alpha_0)} + \alpha \rho_{G0} \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (37)$$

Por outro lado, a conservação da massa total nos leva a Equação ( 38 ).

$$\rho_{TP} A u = \rho_{TP0} A_0 u_0 \quad (38)$$

E a expansão da fase gasosa permite escrever a Equação ( 39 ).

$$p (\alpha A u)^n = p_0 (\alpha_0 A_0 u_0 )^n \quad (39)$$

Das equações ( 38 ) e ( 39 ), obtêm-se a Equação ( 40 ).

$$\alpha = \alpha_0 \frac{\rho_{TP}}{\rho_{TP0}} \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (40)$$

Ao substituir a Equação ( 40 ) na Equação ( 37 ), resulta na Equação ( 41 ).

$$\rho_{TP} = \left( 1 - \alpha_0 \frac{\rho_{TP}}{\rho_{TP0}} \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{1}{n}} \right) \frac{\rho_{TP0} - \alpha_0 \cdot \rho_{G0}}{1 - \alpha_0} + \alpha_0 \frac{\rho_{TP}}{\rho_{TP0}} \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{1}{n}} \rho_{G0} \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (41)$$

Resolvendo a Equação ( 41 ) para a variável  $\rho_{TP}$ , obtêm-se a Equação ( 42 )

$$\rho_{TP} = \rho_{TP0} \left[ 1 - \alpha_0 + \alpha_0 \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{1}{n}} \right]^{-1} \quad (42)$$

A Equação ( 42 ) é de suma importância no modelo de Davis e Wang. Nela é perceptível a compressibilidade da massa específica, que varia de acordo com a pressão. Substituindo a Equação ( 42 ) na Equação ( 40 ) se chega à Equação ( 43 )

$$\alpha = \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{1}{n}} \alpha_0 \left[ 1 - \alpha_0 + \alpha_0 \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{1}{n}} \right]^{-1} \quad (43)$$

Com isso, através da Equação ( 43 ) podemos notar que a fração de gás em qualquer ponto é função da pressão e da própria fração de gás conhecida em um determinado ponto.

### 3.1.2 Modelagem do Processo de Queda de Pressão na Contração

Considerando a contração suficientemente curta, a variação de energia potencial gravitacional no processo pode ser desprezada. Considerando também que, no processo de contração, as forças viscosas são pequenas diante das forças inerciais, o escoamento é regido pela Equação ( 44 ) [FOX, et al, 2010].

$$\frac{dp}{dx} + \rho u \frac{du}{dx} = 0 \quad (44)$$

Recordando a Equação ( 42 ) e fazendo ( $n = 1$ ), a Equação ( 44 ) pode ser reescrita na forma da Equação ( 45 ).

$$\rho_{TP0} u du = - \left[ 1 - \alpha_0 + \frac{\alpha_0 p_0}{p} \right] dp \quad (45)$$

A integração direta da Equação ( 45 ) resulta na Equação ( 46 ).

$$\frac{\rho_{TP0} u_0^2 - \rho_{TP0} u_1^2}{2} = (1 - \alpha_0)(p_1 - p_0) + \alpha_0 p_0 \ln \left( \frac{p_1}{p_0} \right) \quad (46)$$

Com a conservação da massa que exige  $\rho_{TP1} A_1 u_1 = \rho_{TP0} A_0 u_0$ , obtém-se a Equação ( 47 ).

$$\frac{\rho_{TP0} u_0^2}{2} \left[ 1 - \left( \frac{\rho_0 A_0}{\rho_1 A_1} \right)^2 \right] = (1 - \alpha_0)(p_1 - p_0) + \alpha_0 p_0 \ln \left( \frac{p_1}{p_0} \right) \quad (47)$$

Substituindo a massa específica da Equação ( 42 ) na Equação ( 47 ), tem-se a Equação ( 48 ).

$$\begin{aligned} \frac{\rho_{TP0} u_0^2}{2} \left[ 1 - \left( 1 - \alpha_0 + \frac{\alpha_0 p_0}{p_1} \right)^2 \left( \frac{A_0}{A_1} \right)^2 \right] \\ = (1 - \alpha_0)(p_1 - p_0) + \alpha_0 p_0 \ln \left( \frac{p_1}{p_0} \right) \end{aligned} \quad (48)$$

Definindo  $D_0' = \frac{\rho_{TP0} u_0^2}{p_0}$  e substituindo na Equação ( 48 ) e fazendo alguns ajustes temos a Equação ( 49 ). A Equação ( 49 ) é a equação no processo de contração ideal para escoamento bifásico gás-líquido do modelo de Davis e Wang [DAVIS & WANG, 1994].

$$\frac{D_0'}{2} \left[ \left( 1 - \alpha_0 + \frac{\alpha_0 p_0}{p_1} \right)^2 \left( \frac{A_0}{A_1} \right)^2 - 1 \right] = (1 - \alpha_0)(1 - p_1/p_0) - \alpha_0 \ln \left( \frac{p_1}{p_0} \right) \quad (49)$$

A Equação ( 49 ) fornece uma relação entre o parâmetro  $D_0$  (velocidade  $u_0$ ), a fração de gás  $\alpha_0$  e a razão de pressão  $p_1/p_0$ . A fração de gás em qualquer outra pressão (ou ponto) pode ser calculada pela Equação ( 43 ), desde que se conheça a fração de gás em algum ponto (ou pressão).

Como dito no início da seção, a Equação ( 49 ) é resultado da hipótese de não dissipação durante a queda de pressão na contração. Sabe-se que a dissipação acarreta em uma velocidade menor que aquela calculada pela Equação ( 49 ). Pode-se, então, da mesma forma que comumente se faz em escoamento monofásico, prever um coeficiente de correção ( $\phi_n$ ), que é análogo ao coeficiente de descarga, de modo a estimar uma velocidade média do escoamento mais próxima da real. Este coeficiente de correção dependerá, é claro, da fração de gás no escoamento.

Assim, voltando à Equação ideal ( 49 ), substituindo o parâmetro ideal  $D_0$  por um real  $D_0'$ , a relação entre os dois é  $D_0 = \phi_n^2 D_0'$ . Da mesma forma que a Equação ( 49 ) relaciona a fração de gás, razão de pressão e velocidade ideal média, a equação ( 50 ) relaciona a fração de gás, razão de pressão e velocidade real média.

$$\frac{D_0}{2} \left[ \left( 1 - \alpha_0 + \frac{\alpha_0 \cdot p_0}{p_1} \right)^2 \left( \frac{A_0}{A_1} \right)^2 - 1 \right] = \phi_n^2 \left[ (1 - \alpha_0) \left( 1 - \frac{p_1}{p_0} \right) - \alpha_0 \ln \left( \frac{p_1}{p_0} \right) \right] \quad (50)$$

No trabalho de Davis e Wang [DAVIS & WANG,1994], o parâmetro  $\phi_n$  foi ajustado experimentalmente e foi notado uma curva em relação a fração de gás do escoamento. Além da relação com a fração de gás, foi observado por Davis e Wang que o tipo de contração altera os valores da curva. Davis e Wang testaram dois tipos de contração, uma contração abrupta e outra contração cônica mais alongada, gradual. A Equação ( 51 ) revela as curvas encontradas nos experimentos de Davis e Wang.

$$\phi_n = 0,34 \alpha_0^2 - 0,328 \alpha_0 + 0,9; \text{ mudança de área gradual.} \quad (51)$$

$$\phi_n = 0,571 \alpha_0^2 - 0,413 \alpha_0 + 0,702; \text{ mudança de área abrupta.}$$

### 3.1.3 Modelagem do Processo de Queda de Pressão no Trecho Reto

O equilíbrio dinâmico das forças do escoamento pode ser descrito de acordo com a Equação ( 52 ) [DAVIS, 1974].

$$\tau_w + \frac{d}{4} \frac{dp}{dx} + \left( \rho u \frac{d}{4} \right) \frac{du}{dx} + \frac{\rho g d \text{ sen}(\theta)}{4} = 0 \quad (52)$$

Onde  $\tau_w = f \rho u^2 / 2$  é a tensão de cisalhamento média do fluido de mistura homogênea.

Como a seção do tubo é constante, a conservação da massa leva a que  $\rho u$  seja

constante, resultando a Equação ( 53 ).

$$\rho \frac{du}{dx} = -u \frac{d\rho}{dx} \Rightarrow \rho u \frac{du}{dx} = -u^2 \frac{d\rho}{dx} \quad (53)$$

Utilizando a Equação ( 42 ), e tomando  $n = 1$ , chega-se na Equação ( 54 )

$$\frac{d\rho}{dp} = \frac{\rho_{TP0}}{\left(1 - \alpha_0 + \alpha_0 \frac{p_0}{p}\right)^2} \frac{\alpha_0 p_0}{p^2} \quad (54)$$

Assim a Equação ( 53 ) resulta na Equação ( 55 ).

$$\rho u \frac{du}{dx} = - \frac{\rho_0 \alpha_0 p_0 u^2}{\left(1 - \alpha_0 + \alpha_0 \frac{p_0}{p}\right)^2} \frac{1}{p^2} \frac{dp}{dx} \quad (55)$$

Lembrando que  $\rho_{TP0} \left(1 - \alpha_0 + \alpha_0 \frac{p_0}{p}\right)^{-1} = \rho$  e que  $\rho u = \rho_{TP0} u_0$ . E a partir disso, a Equação ( 55 ) se torna a Equação ( 56 ).

$$\rho u \frac{du}{dx} = - \frac{\rho_{TP0} \alpha_0 p_0 u_0^2}{p^2} \frac{dp}{dx} \quad (56)$$

Voltando à Equação ( 52 ) tem-se a Equação ( 57 ).

$$f \frac{\rho u^2}{2} + \frac{d}{4} \frac{dp}{dx} - \frac{d}{4} \frac{\rho_{TP0} \alpha_0 p_0 u_0^2}{p^2} \frac{dp}{dx} + \frac{\rho g d \text{sen}\theta}{4} = 0 \quad (57)$$

A Equação ( 57 ) pode ser reescrita na forma da Equação ( 58 ).

$$\frac{dp}{dx} = \frac{-\frac{4}{d} \left( f \frac{\rho u^2}{2} + \frac{\rho g d \text{sen}\theta}{4} \right)}{1 - \frac{\rho_{TP0} \alpha_0 p_0 u_0^2}{p^2}} \quad (58)$$

Definindo a coordenada adimensional  $\xi = \frac{x.f}{d}$ , tem-se  $\frac{d\xi}{dx} = \frac{f}{d}$ . E assim chega-se à Equação ( 59 ).

$$\frac{dp}{d\xi} = \frac{-\left(2\rho u^2 + \frac{\rho_{TP} g d \operatorname{sen}\theta}{f}\right)}{1 - \frac{\rho_{TP0} \alpha_0 p_0 u_0^2}{p^2}} \quad (59)$$

Define-se  $F_0 = \frac{u_0^2}{g d \operatorname{sen}\theta}$  e, como já feito na Equação ( 49 ),  $D_0 = \frac{\rho_{TP0} u_0^2}{p_0}$ .

$$\frac{dp}{d\xi} = \frac{-\left(2\rho u^2 + \frac{\rho_{TP} u_0^2}{f F_0}\right)}{1 - \frac{\alpha_0 p_0 \rho_{TP0} u_0^2}{p^2}} = \frac{-\left(2\rho_{TP} u^2 + \frac{\rho_{TP} u_0^2}{f F_0}\right)}{1 - \alpha_0 D_0 \left(\frac{p_0}{p}\right)^2} \quad (60)$$

Os termos do numerador da Equação ( 60 ) são reescritos pela Equação ( 61 ).

$$\begin{cases} 2\rho_{TP} u^2 = 2\rho_{TP} \left(\frac{\rho_{TP0} u_0}{\rho_{TP}}\right)^2 = \frac{2 p_0}{\rho_{TP}/\rho_{TP0}} \frac{\rho_{TP0} u_0^2}{p_0} = 2 p_0 D_0 \left(1 - \alpha_0 + \alpha_0 \frac{p_0}{p}\right) \\ \frac{\rho_{TP} u_0^2}{f F_0} = p_0 \frac{\rho_{TP0} u_0^2}{p_0} \frac{1}{f F_0} \frac{1}{\left(1 - \alpha_0 + \alpha_0 \frac{p_0}{p}\right)} = \frac{p_0 D_0}{f F_0} \frac{1}{\left(1 - \alpha_0 + \alpha_0 \frac{p_0}{p}\right)} \end{cases} \quad (61)$$

Assim, a Equação ( 60 ) pode ser reescrita na forma da Equação ( 62 ).

$$\frac{dp}{d\xi} = \frac{-\left(2 p_0 D_0 \left(1 - \alpha_0 + \alpha_0 \frac{p_0}{p}\right) + \frac{p_0 D_0}{f F_0} \frac{1}{\left(1 - \alpha_0 + \alpha_0 \frac{p_0}{p}\right)}\right)}{1 - \alpha_0 D_0 \left(\frac{p_0}{p}\right)^2} \quad (62)$$

Definindo uma pressão normalizada  $\hat{p} = p/p_0$  tem-se a Equação ( 63 ).

$$\frac{d\hat{p}}{d\xi} = -\frac{2 D_0 (1 - \alpha_0 + \alpha_0 \hat{p}^{-1}) + \frac{D_0}{f F_0} \frac{1}{(1 - \alpha_0 + \alpha_0 \hat{p}^{-1})}}{1 - \alpha_0 D_0 \hat{p}^{-2}} \quad (63)$$



A Equação ( 63 ) pode ser resolvida por separação de variáveis, resultando na Equação ( 64 ).

$$\int_{\xi_1}^{\xi_2} d\xi = - \int_1^{\hat{p}_2} \frac{1 - \alpha_0 D_0 \hat{p}^{-2}}{2 D_0 (1 - \alpha_0 + \alpha_0 \hat{p}^{-1}) + \frac{D_0}{f F_0} \frac{1}{(1 - \alpha_0 + \alpha_0 \hat{p}^{-1})}} d\hat{p} \quad (64)$$

Esta integral é a mesma encontrada em um trabalho de Davis anterior ao trabalho tema desta dissertação [DAVIS, 1974]. Isto só confirma que o modelo de Davis e Wang [DAVIS & WANG, 1994] acompanha esta sequência de equações. Houve uma mudança a partir daqui na modelagem de Davis e Wang que é explorada a seguir.

A solução desta integral no trabalho de Davis e Wang [DAVIS & WANG, 1994] é em termos diferente da utilizada nesta dissertação. Em algumas primeiras simulações do modelo foram encontrados resultados incoerentes. No artigo de Davis e Wang foram encontrados diversos erros de digitação e impressão. Optou-se por encontrar a solução da integral da Equação ( 64 ) (que foi encontrada em sua pesquisa anterior [DAVIS, 1974]) de outra forma. A solução desta integral foi resolvida no software MAPLE. A solução diverge na combinação dos termos, mas entende-se que não deve divergir nos resultados devido à sua individualidade.

Os erros encontrados inicialmente foram interpretados como erros de digitação ou impressão. Assim, com o auxílio do software MAPLE, foi possível a solução da integral ( 64 ). A solução pode ser observada na Equação ( 65 ), que foi simplificada com os termos contidos no conjunto de equações ( 66 ).

$$\xi_2 - \xi_0 = \left\{ \frac{A}{D_0} \left[ \Delta \hat{p} - \frac{2 \Delta^2}{a_1} \tan^{-1} \left( \frac{a_1 \hat{p}}{\Delta} + b_1 \right) \right] + \left( \frac{B}{D_0} - \frac{1}{4} \right) \ln(\hat{p}^2 + a_2 \hat{p} + b_2) \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \ln(\hat{p}) + \left( \frac{B}{D_0} - \frac{1}{4} \right) \ln \left( \frac{\alpha_0 D_0}{\Delta} \right) \right\}_1^{\hat{p}_2} \quad (65)$$

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \sqrt{\frac{F_0 f}{2}} & b_1 &= 2(1 - \alpha_0) a_1 & \Delta &= \frac{2 \alpha_0 a_1^2}{b_1^2 + 1} \\ a_2 &= 4(1 - \alpha_0) \Delta & b_2 &= 2 \alpha_0 \Delta & A &= -\frac{1 - \alpha_0}{\alpha_0} \\ B &= \frac{\Delta}{2} - \frac{\Delta^2}{\alpha_0 F_0 f} \end{aligned} \right\} \quad (66)$$

Então, sendo  $x_2 - x_0 = l$ , a Equação (65) se torna a Equação (67).

$$\begin{aligned} \frac{f l}{d} &= \frac{A}{D_0} \left[ \Delta(\hat{p}_2 - 1) - \frac{2 \Delta^2}{a_1} \tan^{-1} \left( \frac{a_1 \hat{p}_2}{\Delta} + b_1 \right) + \frac{2 \Delta^2}{a_1} \tan^{-1} \left( \frac{a_1}{\Delta} + b_1 \right) \right] \\ &\quad + \left( \frac{B}{D_0} - \frac{1}{4} \right) \ln \left( \frac{\hat{p}_2^2 + a_2 \hat{p}_2 + b_2}{1 + a_2 + b_2} \right) + \frac{1}{2} \ln(\hat{p}_2) \end{aligned} \quad (67)$$

A Equação (67) pode ser reescrita na forma da Equação (68).

$$\begin{aligned} \frac{f l}{d} &= \frac{1}{D_0} \left[ \Delta A (\hat{p}_2 - 1) - \frac{2 A \Delta^2}{a_1} I + B \ln \left( \frac{\hat{p}_2^2 + a_2 \hat{p}_2 + b_2}{1 + a_2 + b_2} \right) \right] + \frac{1}{2} \ln(\hat{p}_2) \\ &\quad - \frac{1}{4} \ln \left( \frac{\hat{p}_2^2 + a_2 \hat{p}_2 + b_2}{1 + a_2 + b_2} \right) \end{aligned} \quad (68)$$

Onde  $I = \tan^{-1} \left( \frac{a_1 \hat{p}_2}{\Delta} + b_1 \right) - \tan^{-1} \left( \frac{a_1}{\Delta} + b_1 \right)$ .

O fator de fricção  $f$  foi estimado por Davis e Wang experimentalmente em diversas condições e direcionado para uma correlação. Foi observado pelos autores que o fator de fricção se comporta diferente de acordo com o tipo de contração à montante do trecho reto. Portanto, na verdade são duas correlações, uma para contração abrupta e outra para contração cônica (similar à da contração).

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 3,09 \ln(\text{Re} \sqrt{f}) - 13,95 ; \text{mudança de área abrupta.} \quad (69)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4,38 \ln(\text{Re} \sqrt{f}) - 26,85 ; \text{mudança de área gradual.}$$

### 3.2 PROGRAMA SIMULADOR DO MODELO DE DAVIS & WANG

O programa tem como finalidade encontrar a raiz solução (velocidade média e fração de gás) a partir de leituras de pressões utilizando as equações do modelo. O algoritmo utilizado para encontrar a raiz solução é descrito a seguir.

Como se observa na seção anterior, as equações ( 50 ) e ( 68 ) relacionam, ambas, a velocidade (ou a vazão) e a fração de gás  $\alpha_0$  com quedas de pressão. As quedas de pressão são medidas por instrumentos, logo as únicas variáveis dependentes nas equações são a velocidade e a fração de gás.

Na Equação ( 50 ) é possível isolar o  $D_0$  (parâmetro que indica a velocidade média do escoamento) em função das variáveis restantes, como pode-se observar na Equação ( 70 ). Porém, o  $D_0$  é um parâmetro que engloba tanto a velocidade quanto a fração de gás já que está relacionado à massa específica da mistura. Já a Equação ( 71 ) relaciona somente a velocidade com os demais parâmetros.

$$D_0 = \frac{2 \phi_n^2 \left[ (1 - \alpha_0) \left( 1 - \frac{p_1}{p_0} \right) - \alpha_0 \ln \left( \frac{p_1}{p_0} \right) \right]}{\left[ \left( 1 - \alpha_0 + \frac{\alpha_0 p_0}{p_1} \right)^2 \left( \frac{A_0}{A_1} \right)^2 - 1 \right]} \quad (70)$$

$$u_0^2 = \frac{2 \phi_n^2 p_0 \left[ (1 - \alpha_0) \left( 1 - \frac{p_1}{p_0} \right) - \alpha_0 \ln \left( \frac{p_1}{p_0} \right) \right]}{\rho_0 \left[ \left( 1 - \alpha_0 + \frac{\alpha_0 p_0}{p_1} \right)^2 \left( \frac{A_0}{A_1} \right)^2 - 1 \right]} \quad (71)$$

O próximo passo do algoritmo é substituir na Equação ( 68 ) todos os termos da velocidade pela raiz quadrada da Equação ( 71 ). Dessa forma a Equação ( 68 ) toma a forma da Equação ( 32 ).

A etapa final do programa é o método numérico para encontrar a raiz da função erro na Equação ( 33 ) e partir da raiz (fração de gás solução) obtemos a velocidade solução a partir da Equação ( 71 ).

Dessa forma, obtemos então o par solução: velocidade e fração de gás, a partir das condições de entrada imposta em uma simulação fictícia.

### 3.3 MODELO DE HASAN

O modelo que utiliza a técnica de dupla queda de pressão para medir escoamento homogêneo bifásico desenvolvido por Hasan [HASAN, 2010] é mais simples que o de Davis e Wang [DAVIS & WANG, 1994].

O modelo de Hasan não inclui a expansão de gás e, portanto não inclui a compressibilidade que torna o equacionamento de Davis e Wang complexo. No entanto, inclui a parcela de energia gravitacional na contração, lembrando, que no modelo de Davis e Wang esta parcela é desprezada porque considera o desnível da altura (em caso de escoamento vertical) na contração ser relativamente pequeno. Mais a frente (tópico 3.3.2) está detalhado que no modelo de Hasan é obrigatório o escoamento ser vertical ou inclinado e inclusive os motivos para tal condição perante o modelo.

### 3.3.1 Modelagem do Processo de Queda de Pressão no Venturi

Como dito anteriormente, em casos de escoamentos homogêneos, as duas fases estão bem misturadas e é assumida a hipótese de que as fases escoam com velocidades iguais. Para aferir as frações de cada fase junto com a velocidade, uma segunda queda de pressão é analisada. Para tal, o Venturi deve ser fixado inclinado como mostra a Figura 9.

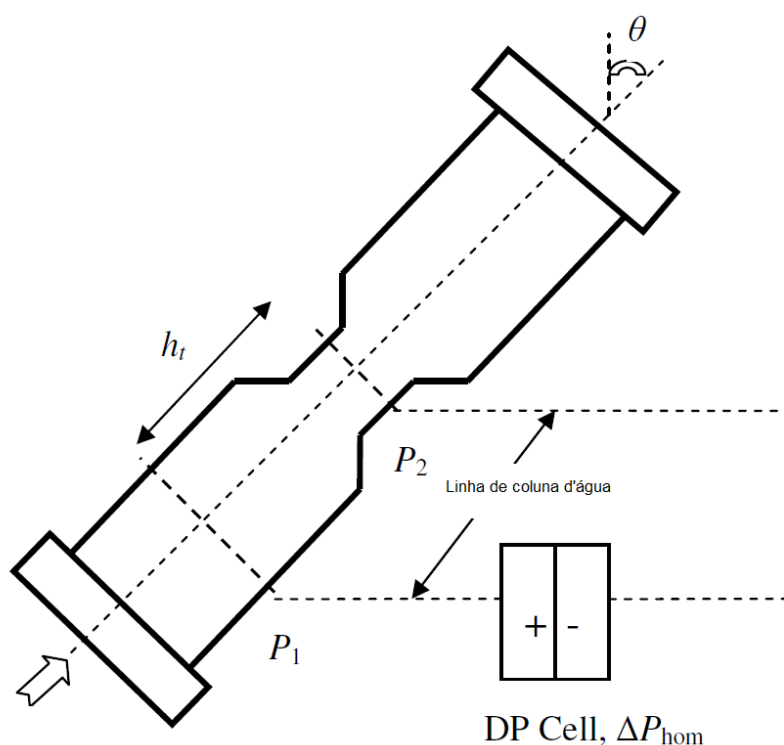


Figura 9: Esquema de Venturi inclinado com a instrumentação de medição. Adaptado de [HASAN, 2010]

Na Figura 9 é possível observar a ideia da medição de vazão proposta com medições de pressão normalizadas (montante e garganta) e inclinação do instrumento. A inclinação é justificada para acrescentar um termo na expressão da pressão, a variação de pressão em um fluido estático como mostra a Equação ( 72 ) proveniente da equação de Bernoulli com perdas.

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho_{TP} (\bar{V}_2^2 - \bar{V}_1^2) + \rho_{TP} g h_t \cos(\theta) + F_{mv} \quad (72)$$

Onde  $F_{mv}$  indica a perda de carga no processo de contração com um escoamento viscoso. O parâmetro  $h_t \cos(\theta)$  é o desnível em altura entre os dois pontos. Logo, pela Equação ( 72 ), a queda de pressão total se dá pela variação da energia cinética, potencial e as perdas por dissipação.

Na Figura 9,  $\Delta P_{hom}$  é a queda de pressão medida por uma célula e  $p_1$  e  $p_2$  as pressões estáticas do escoamento à montante e na garganta respectivamente. A célula é apenas um instrumento para medir a queda de pressão do escoamento ( $p_1 - p_2$ ) que é demonstrada na Equação ( 73 ). O peso da coluna d'água é fixo e, portanto, através da queda de pressão medida pela célula se chega à queda de pressão do escoamento.

$$\Delta P_{hom} = p_1 - p_2 - \rho_L g h_t \cos(\theta) \quad (73)$$

Hasan inclui a queda de pressão medida pela célula em seu equacionamento mesclando a Equação ( 72 ) e ( 73 ) [HASAN, 2010]. Daqui pra frente há uma divergência nessa questão. O equacionamento é prosseguido como se fossem medidas as pressões  $p_1$  e  $p_2$ , da mesma forma como ocorre no trabalho de Davis e Wang [DAVIS & WANG, 1994]. Não é de interesse aqui a maneira como é medida a queda de pressão do escoamento e sim como ela é utilizada.

Da Equação ( 72 ), pode-se isolar a velocidade na garganta através da conservação da massa (incompressível)  $\bar{V}_1 A_1 = \bar{V}_2 A_2$  e chegar na Equação ( 74 ). Que é semelhante à equação da velocidade em escoamentos monofásicos por medidor deprimogênio. O último termo está apenas representando a queda de pressão provocada apenas pela variação da energia cinética, para isso é reduzido do total ( $P_1 - P_2$ ) a variação da energia potencial ( $\rho_{TP} g h_t \cos(\theta)$ ) e a dissipação de energia ( $F_{mv}$ ) durante o processo.

$$\bar{V}_2 = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)}} \sqrt{\frac{2}{\rho_{TP}}} \sqrt{P_1 - P_2 - \rho_{TP} g h_t \cos(\theta) - F_{mv}} \quad (74)$$

Fazendo o mesmo método utilizado na medição de escoamento monofásico, substituindo o termo de dissipação por um coeficiente de descarga e acrescentando a área da garganta, tem-se a equação da vazão volumétrica demonstrada na Equação ( 75 ).

$$Q_v = \frac{C_D A_2}{\sqrt{(1 - \beta^2)}} \sqrt{\frac{2}{\rho_{TP}}} \sqrt{\Delta P_{Vent} - \rho_{TP} g h_t \cos(\theta)} \quad (75)$$

A massa específica da mistura é dada pela Equação ( 34 ). Hasan despreza a contribuição da fase gasosa para a massa específica e utiliza a Equação ( 76 ).

$$\rho_{TP} = \alpha \rho_G + (1 - \alpha) \rho_L \cong \rho_L (1 - \alpha) \quad (76)$$

Aqui podemos observar a relação da velocidade (vazão) com a queda de pressão e a fração de gás (massa específica). Observa-se pela Equação ( 75 ), que para aferir a vazão volumétrica total utilizando um Venturi é necessário conhecer a fração de gás. Para tal, Hasan utilizou a técnica denominada por ele de “online flow density meter” e através dela a estimativa da fração de gás.

### 3.3.2 Modelagem para Aferição da Fração de Gás através da Queda de Pressão no Trecho Reto

Essa técnica só pode ser usada com o Venturi na posição vertical ou inclinada. É

uma técnica atrativa na aferição de fração volumétrica de gás por ter operação simples, não intrusiva e de baixo custo.

A técnica de aferição da fração de gás utilizada por Hasan [HASAN, 2010] está esquematizada na Figura 10. Nada mais é do que a medição da queda de pressão em um trecho reto inclinado com a instrumentação de uma célula de pressão. A inclinação do trecho se faz necessária aqui porque, na proposta de Hasan [HASAN, 2010] a perda de carga não é função da fração de gás, mas está acoplada na queda de pressão pela gravidade.

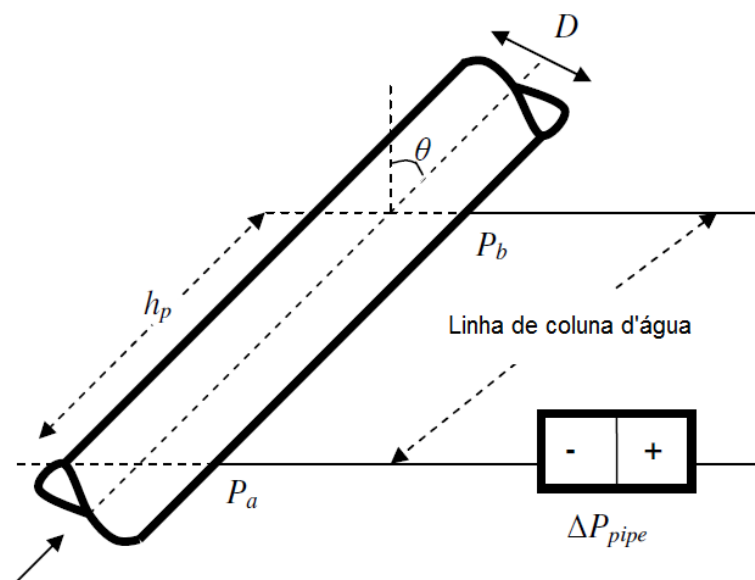


Figura 10: Esquema da técnica “Online Flow Density Meter” (trecho reto). Adaptado de [HASAN, 2010]

A Equação ( 77 ) é o balanço de energia para o escoamento no trecho reto, considerando a energia cinética entre os pontos constante, a partir da Figura 10.

$$p_a - p_b = \rho_{TP} g h_p \cos(\theta) + F_{mp} \quad (77)$$

A dissipação de energia é dada por Hasan pela Equação ( 78 ), Equação da perda de carga proposta por Fanning.



$$F_{mp} = \frac{2 \rho_L h_p f \bar{V}_1^2}{D} \quad (78)$$

Deve-se observar que a Equação ( 78 ) não utiliza a massa específica da mistura, mas a massa específica da água. Essa foi a maneira que Hasan encontrou para isolar a fração de gás na sua segunda de duas equações do modelo de dupla queda de pressão. Nota-se que a fração de gás está contida no termo de variação gravitacional [ $\rho_{TP}$  da Equação ( 77 )] e não na perda de carga. Por isso a razão da necessidade de inclinação do medidor. Em combinação com a Equação ( 34 ) chegamos a Equação ( 79 ), onde temos a fração de gás em função de parâmetros fixos ( $g, h_p, \theta, \rho_L, \rho_G$ ) e os variáveis ( $\Delta P_{pipe}, F_{mv}$ ).

$$\alpha = \frac{F_{mp} + \rho_L g h_p \cos(\theta) - \Delta P_{pipe}}{(\rho_L - \rho_G) g h_p \cos(\theta)} \quad (79)$$

A queda de pressão  $\Delta P_{pipe}$  é medida entre os pontos  $a$  e  $b$ , assim resta apenas a perda de carga que é função apenas da velocidade e do fator de fricção como se pode observar na Equação ( 78 ). Nota-se que ao testar um escoamento na horizontal [ $\cos(\theta) = 0$ ], a Equação ( 79 ) nos diz apenas que o diferencial de pressão no treco reto ( $\Delta P_{pipe}$ ) provém apenas da perda de carga ( $F_{mp}$ ), que por sua vez não tem dependência com a fração de gás. Por esta razão, o modelo de Hasan necessita da inclinação da direção do escoamento (não pode ser na horizontal).

### 3.4 PROGRAMA SIMULADOR DO MODELO DE HASAN

Nesta seção descreve-se o método para encontrar a raiz solução quando se utiliza as duas equações do modelo de Hasan [HASAN, 2010].

Como na seção anterior, se trata de duas equações em dois processos diferentes. Um processo de queda de pressão por variação dinâmica, gravitacional e dissipação. E outro processo de queda de pressão por variação gravitacional e dissipação. Respectivamente, são as equações ( 75 ) e ( 79 ).

A Equação ( 79 ) contém a perda de carga [Equação( 78 )]. Para o fator de fricção, Hasan sugere e demonstra uma curva em função da velocidade do escoamento (homogêneo) para o fator de fricção.

$$f = 0,5976 \bar{V}^2 - 2,8708 \bar{V}^2 + 5,4995 \bar{V}^2 - 5,3911 \bar{V}^2 + 2,8645 \bar{V}^2 - 0,7911 \bar{V}^2 + 0,0976 \bar{V}^2 \quad ( 80 )$$

Sabemos que pela Equação ( 75 ) a velocidade é função da fração de gás e da queda de pressão no Venturi. Logo, se substituirmos a Equação ( 75 ) na Equação ( 79 ) e em seguida a velocidade da Equação ( 75 ) temos a forma da Equação ( 32 ). O processo de solução a seguir é o mesmo do método utilizado no modelo de Davis e Wang, que é utilizar um método numérico para encontrar a fração de gás cuja diferença na igualdade seja zero, vide Equação ( 36 ). A partir da fração de gás solução encontra-se a velocidade solução através da Equação ( 75 ).

## 4 VALIDAÇÃO DOS MODELOS E PROGRAMAS

Os modelos propostos por Davis e Wang [DAVIS & WANG, 1994] e Hasan [HASAN, 2010] para medir a vazão de cada fase, em escoamentos bifásicos de líquidos e gases através da dupla queda de pressão, foram programados no software MATLAB a fim de encontrar uma raiz solução.

Uma maneira de validar os modelos e os programas seria testá-los com dados de experimentos reais. Assim, teríamos as pressões e as quedas de pressão, temperatura e as propriedades dos fluidos (mistura) utilizados junto com a vazão de cada fase e assim comparar com a solução gerada pelos modelos de Davis e Wang e de Hasan. Da mesma forma, podemos também demonstrar a veracidade da simulação dos programas.

Outra maneira seria simular numericamente um escoamento monofásico, por ser um escoamento bem difundido na literatura. Através dele, podemos analisar como se comporta as equações dos modelos forçando a fração de gás igual a zero ou um. Além disso, o escoamento monofásico necessita de apenas uma queda de pressão para se conhecer a vazão. Portanto, é possível estipular uma vazão de uma das fases e as condições do escoamento, e assim prever qual seria a queda de pressão que o escoamento sofreria ao passar por um Venturi (no caso de Davis e Wang, apenas uma contração) e/ou um trecho reto.

Dessa forma, com as pressões ou quedas de pressão de um escoamento monofásico determinadas, os modelos de Davis e Wang e de Hasan para escoamentos bifásicos deverão conter como solução: a vazão pré-determinada e a fração de gás zero ou um, dependendo da condição imposta no teste.

Além do teste monofásico, os resultados encontrados pelos autores são comparados com os resultados gerados pelos programas que simulam os modelos dos respectivos autores na sua mesma condição de entrada. A validação dos programas é iniciada com os testes monofásicos na seção a seguir. E logo após a comparação

com os resultados dos autores.

Antes de testar o programa com condições de escoamento monofásico e pontos contidos nos artigos dos respectivos autores, analisaremos o tratamento que cada um teve com o fator de fricção e as correlações que cada um utilizou.

#### 4.1 O FATOR DE FRICÇÃO NOS MODELOS DE DAVIS & WANG E HASAN

Como vimos na seção 2.3, existem correlações que relacionam o fator de fricção  $f$ , o número de Reynolds  $Re$ , e a rugosidade relativa  $e/D$  para escoamentos turbulentos. As mais famosas e as que iremos destacar neste trabalho são as dos trabalhos de Colebrook, Blasius e as próprias correlações dos autores tema desta dissertação, Davis & Wang e Hasan [equações ( 19 ), ( 20 ), ( 69 ) e ( 80 )] em seus aparatos experimentais.

As expressões matemáticas de Davis & Wang e Hasan foram ajustadas através de experimentos, nas instalações utilizadas pelos autores, considerando as perdas de carga distribuídas e locais destas, como conexões, mudança de área da seção transversal e a própria rugosidade do material da tubulação. Foram experimentos realizados apenas para esse propósito e não são equações que preveem o fator de fricção de uma maneira geral. Servem exclusivamente para as instalações de cada autor respectivamente.

O gráfico da Figura 11, mostra o fator de atrito  $f$  em função do número de Reynolds  $Re$  através das correlações de Colebrook, Blasius, Davis & Wang e Hasan. Foi incluída também a expressão de escoamento laminar para análises, comparações e comentários. A correlação de Colebrook inclui a rugosidade relativa em sua fórmula, com isso, foram escolhidas quatro rugosidades relativas arbitrárias para análises, tal

como no Diagrama de Moody. Das correlações plotadas, apenas a correlação de Colebrook considera a rugosidade relativa, portanto apenas esta tem mais de uma expressão, cada uma considerando rugosidades relativas diferentes.

Davis & Wang apresentam duas correlações. Em seu aparato, o tubo reto, onde foram realizados os experimentos, é seguido após uma contração de área. Foi observado por Davis & Wang que fatores de fricção diferentes foram encontrados para entradas (contrações de áreas) diferentes no tubo reto. Uma correlação para entrada com contração de área cônica e outra entrada com contração de área abrupta. As duas expressões estão apresentadas no gráfico da Figura 11, junto com as demais correlações.

A correlação de Hasan [Equação ( 80 )], apesar de utilizar apenas a velocidade, foi uma correlação estimada com escoamento de água. Desta forma, com as propriedades da água de massa específica e viscosidade junto com a dimensão do diâmetro do tubo reto em seu experimento, foi possível a substituição da velocidade pelo número de Reynolds na correlação de Hasan. Com isso, a correlação de Hasan também é função do número de Reynolds, da mesma forma que as demais.

O gráfico da Figura 11 mostra as curvas dos fatores de fricção em função do número de Reynolds geradas pelas correlações citadas. Nas curvas de Colebrook foram escolhidas arbitrariamente quatro rugosidades relativas. Uma definida como um acabamento rugoso ( $e/D = 0,01$ ), uma de acabamento liso ( $e/D = 0,00001$ ) e dois termos intermediários ( $e/D = 0,001$  e  $e/D = 0,0001$ ). Na Figura 11, o fator de atrito varia de 0 a 0,1. O número de Reynolds foi abrangido de  $5 \cdot 10^2$  a  $5 \cdot 10^5$ , logo tanto o escoamento laminar quanto o turbulento estão sendo abrangidos.

Mas nem todas as correlações estão mostradas em todo este intervalo. A correlação de escoamento laminar é apresentada até o número de Reynolds em zona de transição para escoamento turbulento e a correlação de Hasan não foi plotada em toda a extensão do número de Reynolds porque o próprio autor limita em  $6 \times 10^4$ .

Pelo gráfico da Figura 11, independente dos valores de  $f$  e de  $Re$ , podemos observar certa semelhança nos formatos das curvas. Todas as curvas da Figura 11,

inclusive a de escoamento laminar, tem o formato decrescente ao número de Reynolds e tendem a ser constantes a partir de altos números de Reynolds ( $Re > 5 \times 10^5$ ). À medida que a rugosidade relativa aumenta, percebe-se que as curvas de Colebrook em função de  $Re$  assintotizam em um patamar maior de  $f$ . Como era previsto, a curva de Blasius, segue com muita proximidade à curva de Colebrook para tubos lisos durante toda fase turbulenta do escoamento.

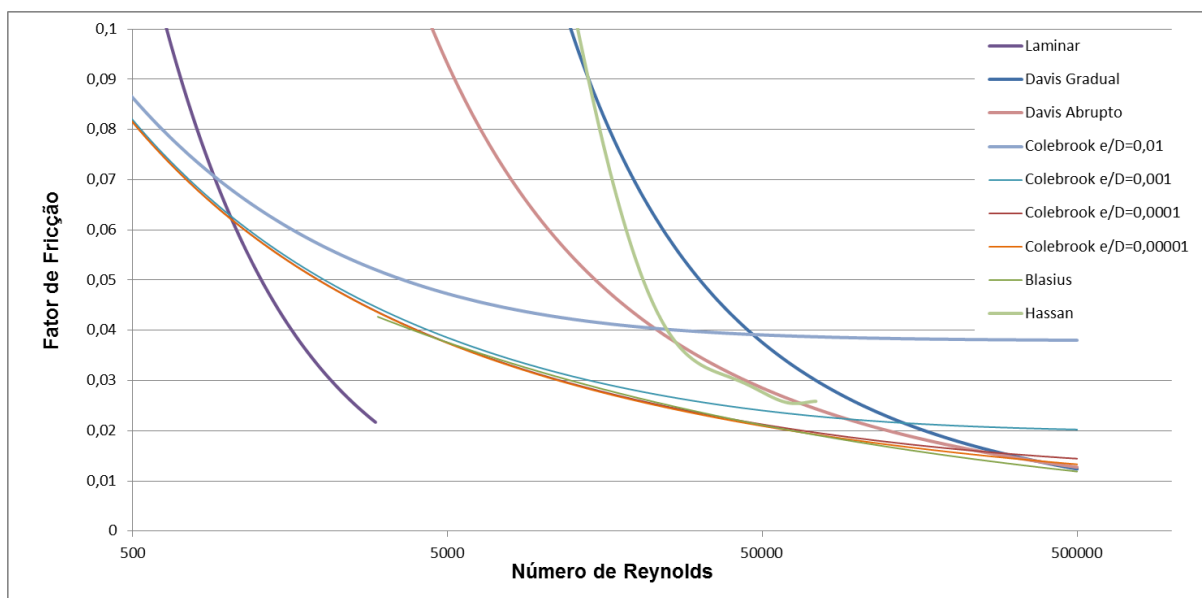


Figura 11: Diagrama do fator de fricção em função do número de Reynolds em correlações de escoamento laminar e turbulento como: Colebrook ( $e/D$  diferentes), Blasius e as correlações utilizadas pelos autores tema desta dissertação. Fonte: Autor.

Já as curvas de Davis & Wang, seguem o formato da curva de escoamento laminar  $f = 64/Re$ , mas deslocada em relação ao número de Reynolds. Como se a curva de escoamento laminar estivesse sido deslocada para a direita. Sendo, os valores dos fatores de fricção para baixos números de Reynolds ( $Re < 5 \times 10^4$ ) estão distantes dos valores previstos pelas curvas de Blasius e Colebrook, inclusive para tubos rugosos e tendem à valores próximos às curvas de Colebrook para tubos lisos e Blasius em altos números de Reynolds ( $Re > 5 \times 10^5$ ).

A curva de Hasan tem um comportamento semelhante das demais e pode se notar que se encontra entres as curvas de Colebrook de rugosidade relativa 0,01 e 0,001 e tem valores bem próximos dos da curva de Davis e Wang para contração abrupta em altos  $Re$ . A curva de Hasan está sempre acima da curva de Blasius, o que indica

a utilização de um material de superfície não lisa.

Vale lembrar que as curvas de Davis e Hasan não devem ser utilizadas para prever o fator de atrito em um projeto de tubulações de uma maneira geral. E acrescentar, que será utilizado as correlações de Davis & Wang e Hasan nas simulações e nas análises da variâncias, por que o intuito do trabalho não é encontrar a melhor correlação para o fator de fricção, e sim, reproduzir os resultados dos respectivos autores e a partir daí avaliar a sensibilidade dos parâmetros de entrada.

## 4.2 SIMULAÇÕES NO MODELO DE DAVIS & WANG

No modelo de Davis e Wang [Davis & Wang, 1994], existem duas quedas de pressão que, juntas, são responsáveis em definir a vazão de cada fase de um escoamento bifásico.

A primeira análise, como na revisão do artigo na seção 3.1.1, é verificar a variação da massa específica caso o escoamento fosse monofásico. A massa específica em um escoamento bifásico homogêneo é dada pela Equação ( 42 ). Em um caso de escoamento monofásico onde o fluido seja apenas líquido, a fração de gás neste caso é zero. Fazendo  $\alpha_0$  igual à zero ( $\alpha_0 = 0$ ), chega-se a Equação ( 81 ).

$$\rho_{TP} = \rho_{TP0} \quad (81)$$

A equação acima diz que a massa específica do líquido é incompressível porque não varia com a pressão como na Equação ( 42 ). Lembrando que estamos falando de compressibilidade do fluido em relação à pressão e não do escoamento que pode ter efeitos de compressibilidade dependendo da sua velocidade.

Com um teste monofásico onde o fluido seja apenas gás, a fração de gás neste caso

é um. Fazendo  $\alpha_0 = 1$ , a Equação ( 42 ) se transforma na Equação ( 82 ).

$$\rho_{TP} = \rho_{TP0} \left[ \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{1}{n}} \right]^{-1} = \rho_{TP0} \left[ \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{n}} \right] \quad (82)$$

A Equação ( 82 ) é a mesma da Equação ( 36 ) para uma expansão politrópica de um gás. Isso demonstra coerência do modelo quanto à massa específica.

Em uma contração ou expansão, em um escoamento monofásico, é válido o uso da equação de Bernoulli, aliado a conservação da massa para obter uma equação da velocidade média do escoamento. Um coeficiente de descarga também é inserido para incluir a perda de carga da contração na equação. Assim, a equação da velocidade média de um escoamento monofásico em uma contração é dado pela Equação ( 83 ) [FOX, et al, 2010].

$$\bar{V} = \frac{C_d}{\sqrt{1 - \beta^4}} \sqrt{\frac{2 \Delta p}{\rho}} \quad (83)$$

Na proposta de Davis e Wang, a contração em um escoamento bifásico é traduzida pela Equação ( 54 ). Foi realizadas simplificações na Equação ( 54 ) para simular escoamentos monofásicos. Caso escoe apenas líquido, a fração de gás,  $\alpha_0$ , deve ser zero,  $\alpha_0 = 0$ . Com isso, vários termos ligados a  $\alpha_0$  são eliminados e nota-se, que a Equação ( 54 ), de Davis e Wang, se transforma na Equação ( 84 ).

$$\frac{D_0}{2} \left[ \left( \frac{A_0}{A_1} \right)^2 - 1 \right] = \phi_n^2 (1 - p_1/p_0) \quad (84)$$

Substituindo  $D_0$  por  $\frac{\rho_0 u_o^2}{p_0}$ , a Equação ( 84 ) fica como a Equação ( 85 ).

$$\rho_{TP0} u_o^2 \left[ 1 - \left( \frac{A_0}{A_1} \right)^2 \right] = 2 \phi_n^2 (p_1 - p_0) \quad (85)$$



Isolando o  $u_o$ , a Equação ( 85 ) se torna a Equação ( 86 ).

$$u_o = \frac{\phi_n}{\sqrt{1 - \left(\frac{A_0}{A_1}\right)^2}} \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho_{TP0}}} \quad ( 86 )$$

Pode-se notar uma grande semelhança da Equação ( 86 ) com a Equação ( 83 ). A única diferença é o parâmetro  $\phi_n$  no lugar de  $Cd$ . No entanto,  $\phi_n$  é exatamente a perda de carga do escoamento na contração, mas que varia com, de acordo com Davis e Wang, a fração de gás (vide seção 3.1.2). Mas com o teste monofásico, o  $\phi_n$  assume a forma de um coeficiente de descarga com valor único sem depender da fração de gás. Dessa forma, é possível entender que a Equação ( 86 ), para um teste monofásico de líquidos, é, na verdade, idêntica à Equação ( 83 ).

Para o teste monofásico considerando escoamento de gás apenas na contração, devemos definir o valor da fração de gás igual a um ( $\alpha_0 = 1$ ) e a Equação ( 54 ) toma a forma da Equação ( 87 ).

$$u_o = \sqrt{\frac{2 p_0 \ln\left(\frac{p_1}{p_0}\right)}{\rho_{TP0} \left[1 - \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^2 \left(\frac{A_0}{A_1}\right)^2\right]}} \quad ( 87 )$$

Não conseguimos relacionar esta equação com nenhuma equação analítica de queda de pressão em uma contração para escoamento de gases. O fator de expansão,  $\varepsilon$ , da norma NBR 5167 adicionado na equação da placa de orifício e Venturi para gases, não tem similaridade com a Equação ( 87 ). A equação do fator de expansão da norma é uma correlação empírica e por isso não é semelhante a do modelo de Davis e Wang que tem embasamento analítico.

Ficou evidente que o modelo de Davis e Wang para escoamentos bifásicos em uma contração responde analiticamente bem quando condicionado à escoamento monofásico de líquido. Nada pode se dizer quanto ao modelo em escoamento monofásico de gás. A partir daqui, é descrito o teste monofásico na equação de

Davis e Wang para o trecho reto.

A seção 2.3 demonstra como se chega à fórmula da perda de carga para o trecho reto. A perda de carga em escoamento monofásico é dada pela Lei de Darcy já citada pela Equação ( 18 ).

O parâmetro  $f$  é o fator de atrito, que também foi detalhado na seção 2.3. Lembrando, o fator de atrito em escoamento monofásico depende do padrão do escoamento (laminar ou turbulento), do número de Reynolds e da rugosidade relativa (no caso de turbulento).

Caso inclua haja um desnível na altura, a queda de pressão além da perda de carga também constará troca de energia gravitacional. Um escoamento monofásico na vertical tem a equação da queda de pressão da forma da Equação ( 88 ).

$$\Delta p = f \frac{\rho L \bar{V}^2}{D} + \rho g L \quad ( 88 )$$

Na proposta de Davis e Wang em escoamentos bifásicos, a equação que rege essa queda de pressão é mais complexa e implícita para a queda de pressão. A equação proposta por Davis e Wang é uma solução da integral da Equação ( 64 ).

Como foi dito na seção 3.1.3, utilizamos uma solução da integral da Equação ( 64 ) diferente da proposta por Davis e Wang. Analisaremos o teste monofásico pela integral, pois ambas as soluções originam da mesma integral e a complexidade de ambas as soluções acabam impossibilitando a verificação do modelo no teste monofásico. Inclusive, há diversas vezes em que a fração de gás está no denominador, o que ocorre “divisão por zero” quando implantado o teste monofásico para líquidos,  $\alpha_0 = 0$ . Por esses motivos, faremos a análise do modelo em escoamento monofásico pela integral, Equação ( 64 ).

Repetindo o feito na contração e estabelecendo um escoamento monofásico de apenas líquido, a fração de gás  $\alpha_0$  é igual à zero. Com isso, os termos ligados a  $\alpha_0$  são eliminados e a integral ( 64 ) se torna a Equação ( 89 ).

$$\int_{\xi_1}^{\xi_2} d\xi = - \int_1^{\hat{p}_2} \frac{1}{2 D_0 + \frac{D_0}{f F_0}} d\hat{p} \quad (89)$$

Substituindo  $\xi$ ,  $D_0$  e  $F_0$  com orientação na vertical ( $\text{sen}(\theta) = 1$ ) e integrando, a Equação ( 89 ) chega na Equação ( 90 ).

$$\frac{f L}{D} = - \frac{1}{\frac{\rho_{TP0} u_o^2}{p_0} \left( 2 + \frac{g D}{f u_o^2} \right)} (\hat{p}_2 - 1) \quad (90)$$

Com algumas manipulações algébricas e resolvendo para a queda de pressão ( $\Delta p = p_0 - p_2$ ), resulta na Equação ( 91 ).

$$\Delta p = \rho_{TP0} L \left( \frac{2 f u_o^2}{D} + g \right) = \frac{2 f \rho_{TP0} L u_o^2}{D} + \rho_{TP0} g L \quad (91)$$

Novamente, como aconteceu na contração, nota-se uma semelhança entre a Equação ( 91 ) com a Equação ( 88 ). A única exceção aqui é a multiplicação por dois no primeiro termo do lado direito, que na equação ( 88 ) está no denominador e na equação ( 91 ) está no numerador. No entanto, se considerarmos a equação da perda de carga de Fanning ao invés da equação de Darcy-Weisbach, a equação da queda de pressão em escoamento monofásicos líquidos mais a parcela gravitacional fica idêntica à equação ( 91 ), já que na equação de Fanning o fator de atrito é quatro vezes menor que no da equação de Darcy-Weisbach, exatamente o multiplicador que distingue as duas equações. Dessa forma, percebeu-se que a equação utilizada por Davis e Wang em seu modelo e na correlação encontrada por eles é, na verdade, a equação da perda de carga de Fanning.

Estabelecendo um escoamento monofásico de gás na integral ( 64 ) com a fração de gás igual a um, a integral ganha a forma da Equação ( 92 ).

$$\int_{\xi_1}^{\xi_2} d\xi = - \int_1^{\hat{p}_2} \frac{1 - D_0 \hat{p}^{-2}}{2 D_0 (\hat{p}^{-1}) + \frac{D_0}{f F_0} \frac{1}{(\hat{p}^{-1})}} d\hat{p} \quad (92)$$

Como não foi encontrado um equacionamento analítico na literatura semelhante à equação de Davis e Wang na contração com escoamento de apenas gás, a Equação ( 92 ) não foi integrada. Afinal, são necessárias as duas equações (contração e trecho reto) para realizar o teste.

Ou seja, se for estipulado uma velocidade, um fluido no estado líquido (de massa específica conhecida) e os parâmetros geométricos (diâmetros e comprimento de tubo), seria possível calcular os valores das quedas de pressão na contração e no trecho reto. Se utilizarmos essas quedas de pressão junto com os outros parâmetros na entrada do programa, a solução do par velocidade e fração de gás que ele gera deverá ser a da velocidade estipulada e a fração de gás igual a zero.

O teste monofásico foi utilizado para testar o programa que simula o modelo de Davis e Wang. Nele validaremos o algoritmo do programa que simula o modelo, que nada mais é do que a combinação das equações na contração ( 54 ) em conjunto com a equação do trecho reto ( 68 ) dadas nas seções 3.1.2 e 3.1.3.

Os fluidos utilizados no programa são água para o líquido e ar para o gás. Para ter certeza que não é um acaso, foram realizados dois testes monofásicos com escoamento de líquidos, com pressões de escoamentos diferentes. Um teste terá a pressão à jusante do trecho reto  $p_2$  com valor da pressão atmosférica ( $101,325 \text{ KPa}$ ) e no segundo, essa pressão terá o valor de  $1 \text{ MPa}$ .

Os diâmetros foram os mesmos utilizados por Davis e Wang durante seus experimentos. O coeficiente de descarga será o proposto por Davis e Wang para contração gradual com fração de gás igual a zero.

Estipulando uma velocidade média de  $1 \text{ m/s}$  e os parâmetros citados como massa específica da água, diâmetros da bancada de Davis e Wang e coeficiente de

descarga considerando fração de gás igual a zero. Com esses parâmetros foi calculado a queda de pressão dada pela Equação ( 93 ), que nada mais é do que a Equação ( 83 ) explicitando a queda de pressão. Os parâmetros utilizados e a queda de pressão calculada estão na Tabela 1.

$$\Delta p = \frac{\rho \bar{V}^2}{2 C_d^2} (1 - \beta^4) \quad (93)$$

Tabela 1: Cálculo da queda de pressão em um escoamento monofásico de água com velocidade de 1 m/s em condições do trabalho de Davis & Wang.

$d$	0,0254 m
$D$	0,0381 m
$C_d$	0,95
$\rho_L$	997 Kg/m <sup>3</sup>
$\bar{V}$	1 m/s
$\Delta P$	443,25 Pa

Para calcular a queda de pressão no trecho reto, é necessário conhecer o fator de fricção. O fator de fricção varia com o número de Reynolds e o padrão de escoamento (que por sua vez depende de Reynolds). Como é um teste monofásico de água utilizamos a viscosidade igual a  $1,003 \times 10^{-3}$  Pa · s. Com isso, calculamos o número de Reynolds, vide a Tabela 2, e com ele foi revelado um escoamento turbulento. O fator de fricção foi calculado para as correlações de Blasius, Colebrook (duas rugosidades relativas) e a própria correlação de Davis & Wang no caso de contração gradual.

Tabela 2: Cálculo do número de Reynolds em um escoamento monofásico de água com velocidade de 1 m/s em condições do trabalho de Davis & Wang.

$\rho_L$	997 Kg/m <sup>3</sup>
$\bar{V}$	1 m/s
$d$	0,0254 m
$\mu$	0,001003 Pa·s
$Re$	$2,5248 \cdot 10^4$

A Tabela 3 mostra os fatores de atrito encontrados pelas correlações com suas equações descritas na seção 2.3 com o número de Reynolds calculado na Tabela 2. Mostra também a perda de carga relacionada a cada fator de fricção. O comprimento do trecho reto no cálculo da perda de carga foi de 100 diâmetros e com os fatores de fricção calculados foi escolhido arbitrariamente o valor de 0,01 para o teste monofásico. A escolha arbitrária tem o intuito de demonstrar que o programa pode ser executado com qualquer escolha do fator de fricção desde que utilize a sua perda de carga correspondente.

Tabela 3: Cálculo do fator de fricção nas correlações de Blasius, Colebrook e Davis e Wang através do número de Reynolds da Tabela 2.

<b>Correlação</b>	$f$	$\Delta P(P_a)$
<b>Davis</b>	0,01457	2904,86
<b>Colebrook e/D=0,001</b>	0,00670	1335,02
<b>Colebrook e/D=0,00001</b>	0,00613	1221,96
<b>Blasius</b>	0,00627	1249,77
<b>Teste</b>	0,01000	1994

Lembrando que a correlação do fator de fricção de Davis e Wang usa o fator de fricção da equação da perda de carga de Fanning, já os outros usam o fator de atrito da equação de Darcy-Weisbach [Equação ( 18 ) ou ( 88 )]. O fator de fricção da equação de Fanning equivale ao fator de fricção da equação de Darcy-Weisbach dividido por quatro. A Tabela 3 já está atualizada para os fatores de fricção da equação de Fanning em todas as correlações.

Adicionando a queda de pressão provocada pela gravidade (escoamento na vertical com  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ) com o comprimento do trecho reto de 100 diâmetros, temos as a queda de pressão total para o trecho reto; a queda de pressão pela gravidade e a queda de pressão por perda de carga. A Tabela 4 mostra as quedas de pressão na contração e trecho reto calculadas para uma velocidade de  $1 \text{ m/s}$  e as pressões que foram utilizadas no teste. No caso de escoamento na horizontal, a queda de pressão por variação gravitacional é nula, como pode ser observado nas colunas de escoamento horizontal da Tabela 4.

Tabela 4: Quedas de pressão e pressões utilizadas no teste monofásico do modelo de Davis e Wang.

	Escoamento Vertical		Escoamento Horizontal	
$\Delta P$ Contração (Pa)	443,25	443,25	443,25	443,25
$\Delta P$ Gravidade (Pa)	24.842,65	24.842,65	0	0
$\Delta P$ Trecho Reto (Pa)	26.836,65	26.836,65	1.994	1.994
P2 (Pa)	1.000.000	101.325	1.000.000	101.325
P0 (Pa)	1.026.836,65	128.161,65	1.001.994	103.319
P1 (Pa)	1.027.279,90	128.604,90	1.002.437,25	103.762,25

Com essas pressões impostas no programa, a solução encontrada por ele não pode ser outra senão a fração de gás igual a zero e a velocidade igual a 1  $m/s$ .

O programa roda como se houvesse duas fases (água e ar), portanto a massa específica do ar é necessária para rodar o programa. Como o ar é um gás, sua massa específica varia com a pressão e temperatura. A massa específica de um gás pode ser calculada pela Equação ( 94 ).

$$\rho_G = \frac{p}{R T} \quad (94)$$

Onde  $R$  é a constante do gás (para o Ar,  $R = 287 J/kg K$ ), e  $T$  a temperatura (definida como 25 °C ou 298 K). Estes são parâmetros fixos no modelo e a massa específica do ar será tratada no ponto zero ( $\rho_{g0}$ ) como referência.

Os dados já citados (Tabela 1, Tabela 3 e Tabela 4) para o programa rodar, todos, serão reescritos na Tabela 5, incluindo, também, os resultados encontrados.

Como foi declarado, a Tabela 5 mostra dados de entrada e o resultado gerado no programa a partir destes dados. Os resultados não são exatamente o previsto ( $\bar{v} = 1$  e  $\alpha_0 = 0$ ), mas muito próximos porque as pressões de entrada foram aproximadas para uma casa decimal apenas. Essa aproximação divergiu um pouco da condição de escoamento monofásico de líquido, o resultado, com diferenças muito pequenos em relação ao previsto, prova exatamente isso. Pode-se dizer que quanto mais próximo os valores das quedas de pressão estiverem das calculadas, mais próximo

o resultado será do estipulado ( $\bar{V} = 1$  e  $\alpha_0 = 0$ ).

Tabela 5: Dados de entrada no teste monofásico do modelo de Davis e Wang e o consequente par solução.

$d$ (m)	0,0254			
$D$ (m)	0,0381			
$\rho_L$ (kg/m <sup>3</sup> )	997			
$L$ (m)	2,54			
$f$	0,01			
$g$ (m/s <sup>2</sup> )	9,81			
$R$ (J/kg K)	287			
$T$ (K)	298			
	Escoamento Vertical		Escoamento Horizontal	
$p_2$ (Pa)	1.000.000	101.325	1.000.000	101.325
$p_0$ (Pa)	1.026.836,6	128.161,6	1.001.994	103.319
$p_1$ (Pa)	1.027.279,9	128.604,9	1.002.437,3	103.762,3
$\bar{V}$ (m/s)	1,0000608359	1,0000607321	1,000084802	1,00008592
$\alpha_0$	0,0000108403	0,0000098905	0,00017194	0,00017547

Pode se observar também pequenas diferenças nos resultados dos testes considerando a mesma direção (vertical ou horizontal), mesmo utilizando quedas de pressão iguais. Mas isto é esperado porque as pressões estáticas dos testes são diferentes (101,325 e 1000 kPa). A massa específica do gás varia com a pressão de escoamento e o programa calcula uma pequena porção (praticamente desprezível) de gás. É como se o gás utilizado em cada teste fossem de massa específica diferente, gerando essa pequena diferença nos resultados.

Com isso, os resultados bem próximos do previsto na Tabela 5 nos permite afirmar que o programa satisfaz o teste monofásico para escoamento de líquidos. Nesta simulação, pudemos avaliar inclusive a Equação ( 68 ), solução da integral na Equação ( 64 ) e o método numérico utilizado no programa para encontrar a raiz solução a partir de parâmetros de parâmetros de entrada conhecidos.

A próxima etapa de validação do programa, utilizado aqui para simular o modelo de Davis e Wang, é a comparação dos resultados do seu modelo presente no artigo



com resultados gerados pelo programa.

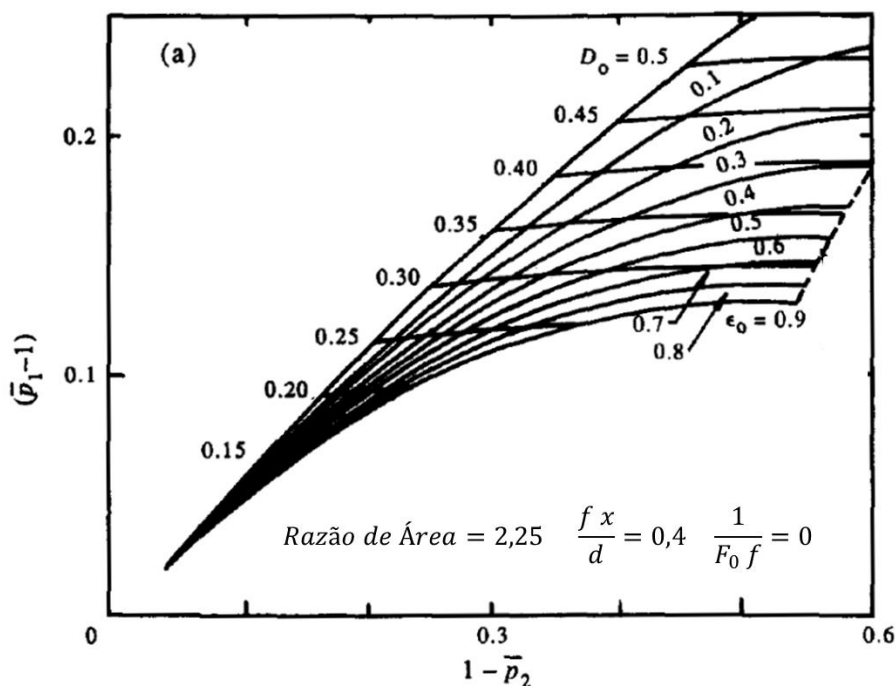


Figura 12: Gráfico das soluções geradas pelo modelo apresentado por Davis e Wang em um escoamento horizontal (considerando a hipótese de escoamento ideal e fator de fricção constante). Fonte: Adaptado de DAVIS & WANG, 1994.

A Figura 12 é um gráfico presente no trabalho de Davis e Wang [DAVIS & WANG, 1994]. Nela é possível observar as soluções que o modelo obtém considerando algumas hipóteses, como escoamento ideal (coeficiente de descarga igual a 1), escoamento horizontal ( $1/F_0 = 0$ ) e fator de fricção constante. Pelo gráfico, podemos observar que cada conjunto de queda de pressão de entrada resulta em uma solução de fração de gás ( $\alpha$ ) e de velocidade ( $D_0$ ), o que reforça que o modelo de equações é individual e cada conjunto dos parâmetros de entrada resulta em apenas uma solução.

A fim de validar o programa, foram selecionados alguns pontos do gráfico para comparação. Com os parâmetros fixos e os diferenciais de pressão na entrada foram comparados os resultados obtidos pelo modelo, de acordo com o gráfico da Figura 12, e com o resultado gerado pelo programa com as mesmas entradas.

Os pontos escolhidos podem ser observados na Figura 13 e os valores das quedas

de pressão adimensionais ( $\bar{p}_1 - 1$  e  $1 - \bar{p}_2$ ) respectivo a cada ponto estão mostrados na Figura 13.

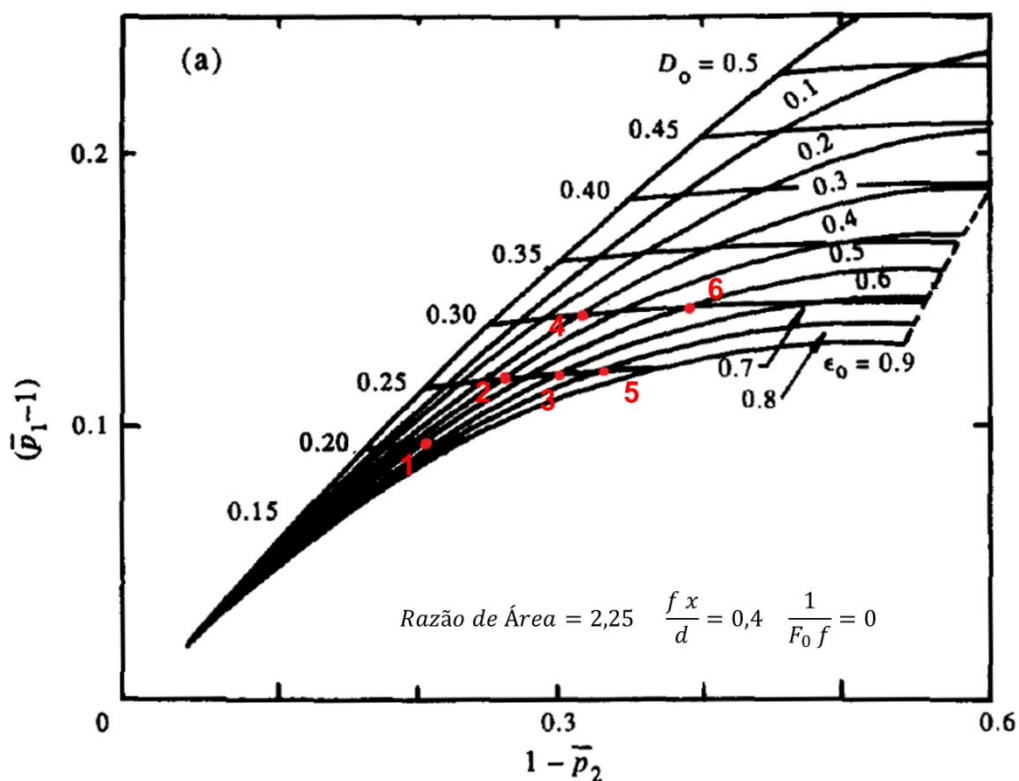


Figura 13: Representação dos pontos selecionados no artigo de Davis e Wang para comparação com os resultados obtidos neste trabalho. Adaptado de [DAVIS & WANG, 1994]

O gráfico da Figura 12 não tem uma resolução bem definida, o que torna difícil a marcação exata no cruzamento entre as linhas de  $D_0$  constante e  $\alpha$  constante. Com isso, é natural que os resultados do programa tenham uma pequena divergência com os resultados no gráfico. A Tabela 6 mostra os valores das pressões obtidas por escalonamento dos eixos para cada ponto escolhido, juntamente com  $\alpha$  e  $D_0$ .

Resolvendo os pontos selecionados por escala no gráfico pode resultar em algum desvio imperceptível ao olho nu, gerando resultados não muito próximos do esperado como pode ser observado na Tabela 6 com variações em torno de 10% para o  $D_0$  e  $\xi$ .

Tabela 6: Valores de  $\alpha$ ,  $D_0$  dos pontos selecionado, as pressões de cada ponto de acordo com o gráfico da Figura 13 e os valores de  $D_0$  e  $\xi$  quando aplicado nas equações do modelo exatamente os valores por escala.

Ponto	$\alpha$	$D_0$	$\bar{p}_2$	$\bar{p}_1$	$D_0$		$\xi$	
					Valor	Desvio	Valor	Desvio
1	0,60	0,20	0.7991	1.0935	0.2214	+10.70%	0.3540	-11.50%
2	0,50	0,25	0.7513	1.1172	0.2772	+10.90%	0.3421	-14.50%
3	0,70	0,25	0.6981	1.1195	0.2765	+10.60%	0.3520	-12.00%
4	0,40	0,30	0.6851	1.1415	0.3355	+11.83%	0.3509	-12.28%
5	0,80	0,25	0.6699	1.1207	0.2762	+10.48%	0.3500	-12.50%
6	0,60	0,30	0.6090	1.1447	0.3343	+11.43%	0.3450	-13.75%

Tabela 7: Resultado das equações com pequenas variações em cima dos valores obtidos por escala.

Ponto	$\bar{p}_1$	$\bar{p}_2$	$\alpha$	$D_0$	$\xi$
1	1.0837	0.7999	0.60	0.1993	0.4005
	-0.90%	+0.10%	0.00%	-0.35%	+0.13%
2	1.1049	0.7430	0.4945	0.2495	0.4004
	-1.10%	-1.10%	-1.10%	-0.20%	0.10%
3	1.1072	0.7016	0.70%	0.2498	0.4010
	-1.10%	+0.50%	0.00%	-0.08%	+0.25%
4	1.1255	0.6885	0.40	0.2991	0.4006
	-1.40%	+0.50%	0.00%	-0.30%	+0.15%
5	1.1084	0.6692	0.8080	0.2498	0.4010
	-1.10%	+0.10%	+1.00%	-0.08%	+0.25%
6	1.1287	0.6151	0.5940	0.2998	0.4025
	-1.40%	+1.00%	-1.00%	-0.07%	+0.63%

Na Tabela 6, observa-se a diferença percentual entre os valores presentes no gráfico de Davis e Wang e os encontrados pelo programa. Variando em pequenas porcentagens os valores das pressões (a maior em destaque é de 1,4%) e  $\xi$ , foi possível obter valores bem próximos daquele encontrado por Davis & Wang na Tabela 7.

Como foi dito, as quedas de pressão dependem de escolher minuciosamente a interseção das linhas de  $\alpha$  constante e  $D_0$  constante. Logo, a própria escolha dos pontos carrega um erro nos valores dos parâmetros de entrada inerente ao processo

de contração gráfica, que por sua vez acarreta em erros na saída apresentados pela Tabela 6. Mas, com pequenas variações computou-se, com valores muito próximos do resultado esperado, como se pode observar na Tabela 7.

### 4.3 SIMULAÇÕES NO PROGRAMA DE HASAN

A averiguação do programa de Hasan foi realizada utilizando a mesma metodologia aplicada ao modelo de Davis e Wang. Primeiramente verificamos o comportamento das equações que regem o modelo ao forçar a fração de gás aos valores extremos (zero e um) a fim de simular a condição de escoamento monofásico. Após a verificação das equações são realizados testes para avaliar os resultados gerados pelo programa.

Hasan [HASAN, 2010] propôs a medição de vazão em escoamentos bifásico homogêneo através da técnica de dupla queda de pressão, muito semelhante à proposta por Davis e Wang. As diferenças são que Hasan não considera a expansão do gás em seu modelo o que o torna bem mais simples.

A primeira equação de Hasan é a Equação ( 75 ), que provém da Equação ( 72 ). A Equação ( 75 ) é bem parecida com a de medição em escoamento monofásico, E nela consta o cálculo da velocidade (ou vazão) em função da queda de pressão medida e a fração de gás (contida na massa específica da mistura).

Se definirmos a fração de gás igual a zero (escoamento de apenas líquido) a Equação ( 75 ) toma a forma da Equação ( 95 ).

$$Q_L = \frac{C_D A_2 \sqrt{2}}{\sqrt{(1 - \beta^2)}} \sqrt{\frac{\Delta P_{Vent} - \rho_L g h_t \cos(\theta)}{\rho_L}} \quad (95)$$

A Equação ( 95 ) é idêntica à Equação ( 83 ). Com algumas modificações algébricas como a multiplicação da área da garganta para explicitar a vazão e a exclusão da variação gravitacional na queda de pressão para casos de escoamento vertical ou inclinado. Isso quer dizer que o equacionamento desse processo quando escoado apenas líquido não viola nenhuma lei ou conceito em escoamentos de fluidos.

Ao definir a fração de gás igual a um na Equação ( 75 ), obtém-se a Equação ( 96 ).

$$Q_L = \frac{C_D A_2 \sqrt{2}}{\sqrt{(1 - \beta^2)}} \sqrt{\frac{\Delta P_{vent} - \rho_G g h_t \cos(\theta)}{\rho_G}} \quad ( 96 )$$

A semelhança da Equação ( 96 ) com a Equação ( 95 ) é clara. O que muda nas duas equações é apenas a fase que esco. Porém, na medição de vazão para escoamento de gás o fator de expansão é diferente de um.

Sabendo disso, poderíamos realizar o teste monofásico de gás com a ressalva de que o fator de expansão neste caso seria fixo igual a um.

A segunda equação para um modelo de escoamento bifásico vem de um processo de dissipação em trecho reto e variações gravitacionais (direção do escoamento inclinada ou vertical) principalmente. A equação que representa a medição neste este processo é a Equação ( 79 ) onde a fração de gás está explicitada em função da queda de pressão medida e a velocidade (termo da dissipação).

O termo de dissipação na proposta de Hasan envolve a massa específica do líquido e não da mistura [função apenas da velocidade, vide Equação ( 80 )], o que permite explicitar a fração de gás na Equação ( 79 ). Essa hipótese é tão forte que os resultados encontrados por Hasan tem boa aceitação apenas quando a fração de gás é inferior a 17,48 ( $\alpha > 17,48$ ), conforme descreve o próprio autor.

Nesse contexto, assim como no modelo de Davis e Wang, o teste monofásico no programa que simula o modelo de Hasan é realizado apenas com escoamento de líquido.

A fração de gás igual a zero na Equação ( 79 ) nos leva à Equação ( 97 ), que apenas confirma que a queda de pressão medida é igual a somas da perda de carga com o peso do fluido já que o escoamento é inclinado ou vertical. E isso não contradiz nenhum conceito físico que impediria a utilização do modelo de Hasan.

$$\Delta P_{pipe} = F_{mp} + \rho_L g h_p \cos(\theta) \quad (97)$$

Abrindo o termo da perda de carga através da Equação ( 78 ) nota-se, pela Equação ( 98 ), que a queda de pressão medida é função apenas da velocidade em escoamento de líquido. E, ainda, a semelhança com a Equação ( 88 ) que, como já dito, é a equação de Darcy. Como em Davis e Wang, Hasan utiliza a equação de Fanning, como se vê na Equação ( 91 ), a sua semelhança maior.

$$\Delta P_{pipe} = \frac{2 \rho_L h_p f \bar{V}_1^2}{D} + \rho_L g h_p \cos(\theta) \quad (98)$$

Da mesma maneira que foi feito na seção 4.1, estipulamos um escoamento monofásico de líquido em duas pressões de escoamento (101,325 e 1.000 *KPa*) a uma velocidade de 1 *m/s* na garganta. No entanto, as dimensões aqui são as mesmas do aparato experimental de Hasan. As pressões escolhidas aqui, só interferem no valor da massa específica do gás na entrada do programa, mas não na interação com as equações, como em Davis e Wang que preveem uma expansão do mesmo no decorrer do escoamento.

Dessa forma, com a velocidade média na garganta estipulada podemos calcular as quedas de pressão nos dois processos, comparar o resultado gerado pelo programa com o estipulado (fração de gás igual a zero e velocidade igual a 1 *m/s*). Diferente de Davis e Wang, o trecho reto no aparato de Hasan fica à montante da garganta. Essa ordem não traz nenhuma diferença em cada modelos. A única diferença é o diâmetro e conseqüentemente a velocidade no trecho reto.

No aparato de Davis e Wang o trecho reto é à jusante da garganta o que torna sua velocidade igual da mesma, inclusive o número de Reynolds. Já no aparato de

Hasan, o trecho reto fica à montante do Venturi e o diâmetro no trecho reto não é o mesmo da garganta e sim o diâmetro maior. Isso em nada interfere na utilização do modelo, porém acaba afetando os cálculos da condição do escoamento como a velocidade e o número de Reynolds no trecho reto.

Tabela 8: Cálculo da queda de pressão em um escoamento monofásico de água com velocidade de 1  $m/s$  e condições do aparato de Hasan.

$d$	0,04572	m
$D$	0,080	m
$ht$	0,6367	m
$C_d$	0,95	
$\rho_L$	997	Kg/m <sup>3</sup>
$\bar{V}_2$	1	m/s
$\Delta P$	6720,72	Pa

A Tabela 8 mostra os parâmetros utilizados para prever a queda de pressão de um escoamento monofásico na condição de fluido água, dimensões do aparato de Hasan e velocidade na garganta (representada como ponto 2) de 1  $m/s$ . Lembrando que o modelo de Hasan é obrigatória a direção inclinada ou vertical. Para os cálculos foram estipulados direção vertical e a distância axial entre as tomadas de pressão no medidor Venturi é representada por  $ht$ .

O próximo passo é calcular a queda de pressão desse escoamento no trecho reto (representada como ponto 1). Para isso vamos primeiro calcular o número de Reynolds, avaliar os fatores de fricção em correlações de alguns autores e escolher um fator de fricção arbitrário para o teste monofásico do programa. Respectivamente esses passos estão mostrados nas tabelas Tabela 9 e Tabela 10.

O comprimento do trecho reto no cálculo da perda de carga foi de 1  $m$ . Com os fatores de fricção calculados foi escolhido arbitrariamente o valor de 0,0075 para o teste monofásico. A escolha arbitrária tem o intuito de demonstrar que o teste monofásico do programa pode ser executado com qualquer escolha do fator de fricção desde que utilize a sua perda de carga correspondente.

Tabela 9: Cálculo do número de Reynolds em um escoamento monofásico de água com velocidade de 1 m/s na garganta e condições do trabalho de Hasan.

$\rho_L$	997	Kg/m <sup>3</sup>
$\bar{V}_1$	0,32661225	m/s
$D$	0,080	m
$\mu$	0,001003	Pa.s
$Re$	$2,6 \times 10^4$	

Tabela 10: Cálculo do fator de fricção nas correlações de Blasius, Colebrook e Davis & Wang através do número de Reynolds da Tabela 9 e consequente perda de carga.

Correlação	$f$	$\Delta P(P_a)$
<b>Hasan</b>	0,009629	25,6025
<b>Colebrook e/D=0,001</b>	0,00666	17,7081966
<b>Colebrook e/D=0,00001</b>	0,006085	16,17933579
<b>Blasius</b>	0,006221	16,54184169
<b>Teste</b>	0,0075	19,94166284

Adicionando a queda de pressão provocada pela gravidade (escoamento na vertical com  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ) com o comprimento do trecho reto de 1 m, temos as duas quedas de pressão para o trecho reto total, a queda de pressão pela gravidade e a queda de pressão por perda de carga. A Tabela 11 mostra as quedas de pressão na contração e no trecho reto.

Tabela 11: Quedas de pressão utilizadas no teste monofásico do modelo de Hasan.

$\Delta P$ Contração (Pa)	6720,72
$\Delta P$ Gravidade (Pa)	9780,57
$\Delta P$ Perda de Carga (Pa)	19,94
$\Delta P$ Trecho Reto (Pa)	9800,51

Com essas pressões impostas no programa (contração e trecho reto) a solução gerada deve ser a fração de gás zero e a velocidade na garganta de 1 m/s.

A massa específica do ar pode ser calculada pela Equação ( 94 ). A massa



específica do ar será tratada como constante em qualquer ponto de medição.

Tabela 12: Dados de entrada no teste monofásico do modelo de Hasan e o consequente par solução.

$d$ (m)	0,04572	
$D$ (m)	0,080	
$\rho_L$ (kg/m <sup>3</sup> )	997	
$L$ (m)	1	
$f$	0,0075	
$g$ (m/s <sup>2</sup> )	9,81	
$R$ (J/kg K)	287	
$T$ (K)	293	
$\Delta P$ Venturi (Pa)	6720,7	
$\Delta P$ Trecho Reto (Pa)	9800,5	
$P$ (Pa)	101.325	1.000.000
$\rho_G$ (kg/m <sup>3</sup> )	1,2	11,9
$\bar{V}$ (m/s)	0,99998672	0,99998672
$\alpha_0$	0,00000114	0,00000115

Os dados já citados para o programa rodar, todos, são mostrados na Tabela 12 (Tabela 8, Tabela 10 e Tabela 11), incluindo os resultados encontrados.

Novamente como no teste do programa que simula o modelo de Davis e Wang, os resultados não são exatamente o previsto ( $\bar{V} = 1 \text{ m/s}$  e  $\alpha_0 = 0$ ), mas muito próximos porque as pressões de entrada também foram aproximadas para uma casa decimal apenas. Aqui, a massa específica do gás também foi aproximada e considerada constante.

Com isso, os resultados próximos do previsto na Tabela 12 nos permite afirmar que o programa satisfaz o teste monofásico para escoamento de líquidos. Neste teste, pudemos avaliar inclusive o método numérico utilizado no programa para encontrar a raiz solução a partir dos parâmetros de entrada.

A próxima etapa de averiguação do programa utilizado aqui para simular o modelo de Hasan seria a comparação dos resultados do seu modelo com resultados gerados.

No entanto, devido à falta de informação no trabalho publicado de Hasan, não foi possível comparar o programa com resultados obtidos por Hasan em sua tese de doutorado [HASAN, 2010] e artigos referente à tese [HASAN, 2012].

## 5 SIMULAÇÕES, RESULTADOS E ANÁLISE DA VARIÂNCIA

A análise da variância aqui diz respeito às variações dos parâmetros de entrada durante o processo de medição de vazão em um escoamento multifásico. Nos modelos estudados [DAVIS & WANG, 1994] [HASAN, 2010], caso os parâmetros de entrada sejam constantes, também será constante o resultado calculado pelos programas, como mostra a Figura 7. Isto pode ser melhor visualizado pela Figura 14

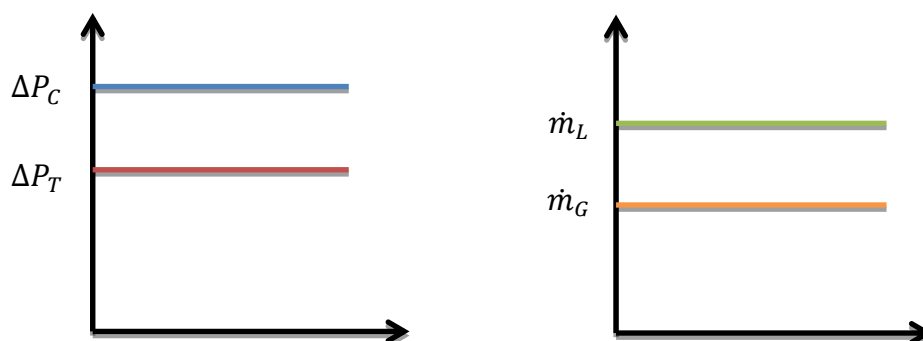


Figura 14: Esquema gráfico de simulação cujos parâmetros de entrada são constantes, resultando em soluções constantes. Fonte: Autor

No entanto, sabemos que escoamentos reais não se comportam desta maneira, pela própria dinâmica do escoamento, seguindo as características da Figura 1 e da Figura 2. As variações nos valores dos parâmetros de entrada acarretam em variações nos valores da saída, como vemos na Figura 15.

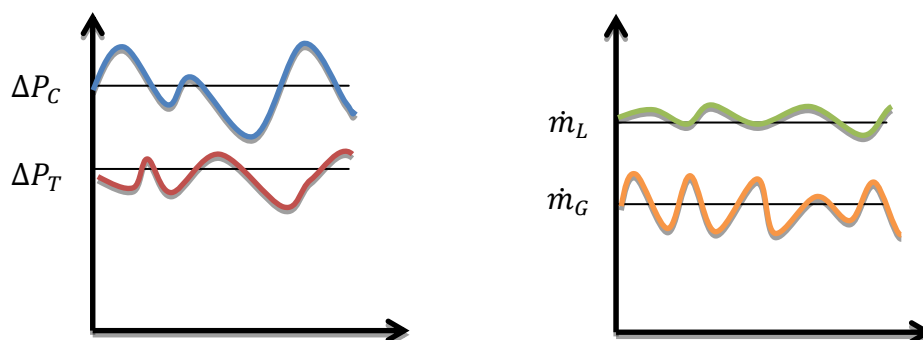


Figura 15: Esquema gráfico de simulação cujos parâmetros de entrada variam com o tempo resultando em soluções variáveis. Fonte: Autor.

A análise da variância tem o objetivo de mensurar quanto à variação das saídas dependem da variação das entradas ou da condição do escoamento. Estamos interessados aqui em averiguar, por exemplo, se a queda de pressão na entrada variar com desvio padrão em torno de 1% por exemplo, qual seria então, o desvio padrão da velocidade e da fração de gás. Também é de interesse descobrir se variações diferentes são encontradas dependendo da condição média do escoamento em análise.

Essas respostas dependem do modelo empregado. Mas como foi observado na revisão bibliográfica (seção 2), lançamentos de patentes para a medição bifásica utilizando a dupla queda de pressão foram datados a partir de meados da década de 90 (justamente o período de publicação do estudo de Davis e Wang [DAVIS & WANG, 1994]).

As patentes se assemelham nas hipóteses e na estrutura física com o trabalho de Davis e Wang, porém pouco pode se dizer das equações do modelo empregado nas patentes por questões proprietárias. No entanto, a data das publicações (com certa cronologia) é um indício muito forte de que os modelos das patentes tem embasamento na pesquisa de Davis e Wang.

Neste quesito, a análise da variância nos parâmetros de entrada em mais de um modelo é importante, principalmente para verificar também se há um consenso entre os modelos quanto à sensibilidade dos parâmetros de entrada. Foi neste sentido que foi encontrado no escopo da tese de doutorado de Hasan [HASAN, 2010], um modelo com características ao modelo de Davis & Wang [DAVIS & WANG, 1994].

As simulações pelo modelo de Hasan [HASAN, 2012] para realizar a análise da variância não foram realizadas (no modelo de Davis e Wang o parâmetro de entrada analisado foi apenas as quedas de pressão).

Nos trabalhos de Hasan [HASAN, 2012] não foi possível encontrar informações (gráficos ou tabelas) suficientes para realizar uma análise com a confiança de que o programa está gerando resultados coerentes. Foi realizado um teste monofásico (com resultados muito próximos), porém, não foi comparado com resultados

publicados que permitem a utilização do programa com a segurança dos seus resultados gerados para a análise da variância.

## 5.1 METODOLOGIA

A metodologia utilizada na análise da variância foi a mesma citada na seção 3. A diferença é que na análise da variância a simulação do programa é realizada mais de uma vez (uma vez para cada valor do parâmetro de entrada em análise). Para isso, foi criado um vetor de valores aleatórios em torno de uma média e um desvio padrão estipulados, através de uma distribuição normal, para o parâmetro em análise. O programa é executado para cada termo do vetor que resulta em uma raiz solução.

Na Figura 16, está esquematizado os parâmetros fixos e o vetor do parâmetro em análise (queda de pressão na contração). Na Figura 16 está exemplificado um caso de análise da variância da queda de pressão na contração ( $\Delta P_1$ ).

Assim, a queda de pressão na contração agora é um vetor que tem média e desvio padrão estabelecidos que, junto com aos demais parâmetros de entrada fixos, geram um vetor de resultados correspondente. O primeiro termo da solução é proveniente do primeiro termo da entrada, o segundo termo da solução é proveniente do segundo termo da entrada e assim por diante.

Com os resultados gerados, o próximo passo é de verificar a variação dos resultados que será feito aqui pelo desvio padrão dos mesmos. É dessa forma que é analisada a variância da saída a partir da variação dos parâmetros de entrada em modelos de dupla queda de pressão para escoamentos bifásicos homogêneos nesta dissertação.

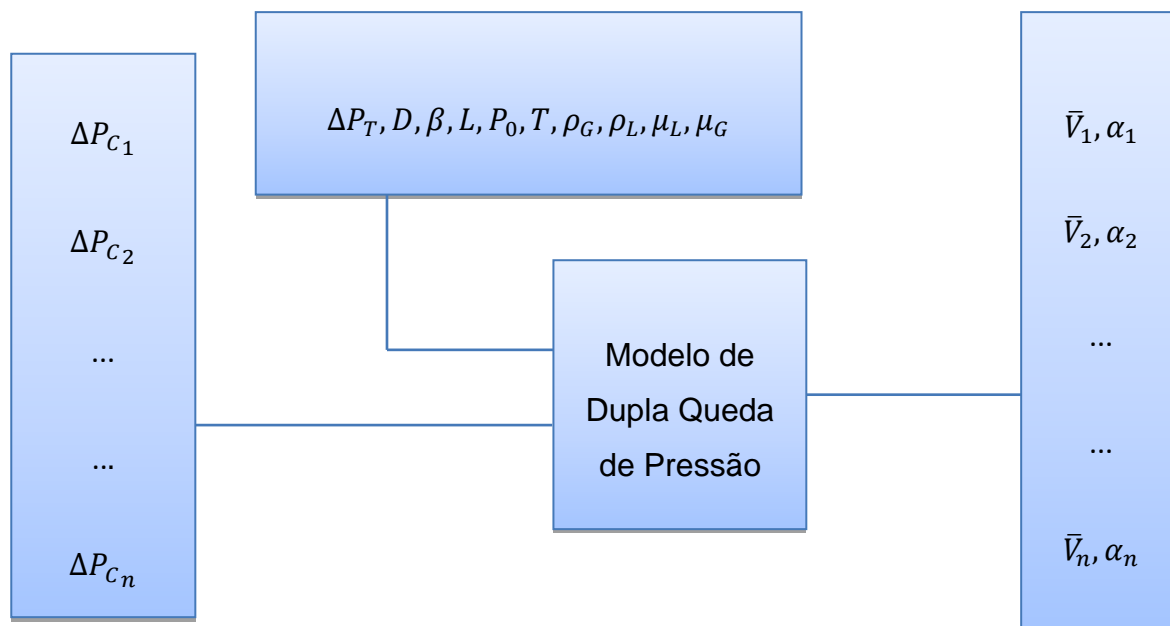


Figura 16: Diagrama da análise da variância com um fluxograma da técnica de dupla queda de pressão com soluções diferentes. Fonte: Autor.

O vetor de entrada é preenchido com valores gerados aleatoriamente por uma distribuição normal. Quanto menos valores forem gerados, menor será a semelhança com uma distribuição normal. Por exemplo, caso sejam gerados três valores para o vetor de entrada apenas, é provável que a média e o desvio padrão se distanciem do estabelecido. Além disso, por ser uma geração aleatória de números, cada execução do programa gera resultados diferentes.

Neste aspecto, foi notado que os valores aleatórios gerados seguem o padrão estabelecido de média e desvio padrão, quando o número de valores gerados passa de 100. Não só seguem a média e o desvio padrão estabelecido como tem muito boa repetitividade nos resultados. Neste contexto, foi definido um vetor de 100 posições para avaliar a variância.

O computador utilizado para realizar as simulações tem as seguintes configurações:

- Processador: Processador Intel® Core™ i7-3632QM (2.2GHz com Intel® Turbo Boost 2.0, 8 Threads, 6Mb Cache);

- Memória Instalada (RAM): Memória 6GB (utilizável 5,88 GB), Dual Channel DDR3, 1600 MHz (1x2Gb + 1x4Gb);
- Tipo de Sistema: Sistema Operacional Windows® 7 Professional 64-Bits;
- Placa de Vídeo: Placa Dedicada AMD Radeon™ HD 7670M, 128-Bit, 1GB;
- Disco Rígido: 750GB SATA (7200 RPM) com 32GB mSATA SSD (para Intel® Smart Response).

A execução de uma simulação com 100 valores do parâmetro de entrada analisado leva menos de um minuto. Uma simulação onde são analisados dois parâmetros simultaneamente (10000 soluções) leva em torno de 25 minutos de processamento. A simulação sem o vetor aleatório (sem variação, todos os valores fixos, idem as simulações da seção 4) tem resposta praticamente imediata.

## 5.2 SIMULAÇÕES NO MODELO DE DAVIS E WANG

O programa que simula o modelo de Davis e Wang [DAVIS & WANG, 1994] foi executado para vários casos estabelecidos arbitrariamente. Casos com direção horizontal ou vertical e diferentes pressões estáticas. Em resumo, foram escolhidos diferentes condições de escoamento para verificar o comportamento da variância para uma dada variável de entrada em cada condição.

As simulações, diferentemente da validação do programa, incluem a correção do fator de fricção. A validação do programa foi realizada com comparações de pontos, através dos gráficos presentes no artigo [DAVIS & WANG, 1994] com escoamento ideal (coeficiente de descarga igual a um) e o fator de fricção constante. No entanto, sabemos que em um mesmo gráfico temos condições bem distintas de escoamentos, o que acarreta ter mais sentido em fatores de fricção variáveis conforme estas condições.

Neste sentido, uma correção do fator de fricção foi incluída no programa. A correlação utilizada foi a do próprio Davis com contração gradual. Com a correção, o programa ao terminar uma execução (parâmetros de entrada fixos e um fator de fricção inicial coerente) obtém um par solução e verifica, a partir desta condição encontrada, qual seria o valor do fator de fricção para esta solução. Reexecuta o programa com o fator de fricção novo e obtém uma nova solução. Este passo é realizado até que o fator de fricção novo seja aproximadamente igual ao anterior (diferença com tolerância de  $10^{-6}$ ).

### 5.2.1 Análise de variância das Quedas de Pressão

Como foi dito, pela dinâmica do escoamento bifásico, as pressões medidas não são constantes no tempo, mesmo em regime permanente. Existem flutuações nas medidas em torno de uma média causadas por essa dinâmica. Seria incoerente, das duas quedas de pressão presentes, variar apenas uma queda de pressão e manter a outra fixa. Logo, dois vetores foram criados, cada um para uma queda de pressão (contração e trecho reto). Cada valor de uma queda de pressão é analisado com todos os valores da outra queda de pressão.

Com isso, ao invés de ser um vetor, nossos resultados formam agora uma matriz em que as colunas representam valores da queda de pressão na contração e as linhas representam valores das quedas de pressão no trecho reto. Como exemplo, uma tabela de resultados para a fração de gás foi criada com cinco valores para cada queda de pressão. Foi utilizada uma geração de 100 números nas simulações, mas a ideia é a mesma que para 5 números.

Ou seja, a Tabela 13 mostra qual seria a fração de gás para cada combinação das quedas de pressão na entrada. O  $\alpha_{32}$  seria a fração de gás resultado da execução do programa quando tem como entrada as pressões  $\Delta P_{T3}$  (queda de pressão no



trecho reto) e  $\Delta P_{C2}$  (queda de pressão na contração). A partir daí, avalia-se o desvio padrão da fração de gás com os valores gerados para as entradas. O mesmo acontece para a velocidade (outro resultado da solução).

Tabela 13: Representação de uma matriz de resultado para a fração de gás com a geração de cinco números nas quedas de pressão da contração e do trecho reto.

$\Delta P_T \backslash \Delta P_C$	$\Delta P_{C1}$	$\Delta P_{C2}$	$\Delta P_{C3}$	$\Delta P_{C4}$	$\Delta P_{C5}$
$\Delta P_{T1}$	$\alpha_{11}$	$\alpha_{12}$	$\alpha_{13}$	$\alpha_{14}$	$\alpha_{15}$
$\Delta P_{T2}$	$\alpha_{21}$	$\alpha_{22}$	$\alpha_{23}$	$\alpha_{24}$	$\alpha_{25}$
$\Delta P_{T3}$	$\alpha_{31}$	$\alpha_{32}$	$\alpha_{33}$	$\alpha_{34}$	$\alpha_{35}$
$\Delta P_{T4}$	$\alpha_{41}$	$\alpha_{42}$	$\alpha_{43}$	$\alpha_{44}$	$\alpha_{45}$
$\Delta P_{T5}$	$\alpha_{51}$	$\alpha_{52}$	$\alpha_{53}$	$\alpha_{54}$	$\alpha_{55}$

A correção do fator de fricção é muito sensível no programa. Por exemplo, durante a correção, um fator de fricção (novo) maior necessitaria de uma queda de pressão no trecho reto maior para representar a mesma solução anterior. Mas na realidade o processo no programa é o inverso. Ao mudar o fator de fricção mantendo as entradas, o par solução que é corrigido. Em alguns casos, as correções no fator de fricção nos leva a uma condição sem solução ou solução inviável ( $\alpha < 0$  ou  $\alpha > 1$ ).

Por esse motivo e pela variação pequena do fator de fricção com as variações na entrada, ficou decidido mantê-lo com um valor fixo em baixas vazões. Em baixas vazões, mesmo com valores fixos para o fator de fricção, dependendo do desvio padrão imposto nas entradas podem ocorrer pontos de solução inviável. Logo, nestes casos o desvio padrão imposto é bem inferior aos demais para que não apareçam esses pontos em uma simulação.

Isto pode ser observado pelo gráfico da Figura 17 como referência. As regiões de baixa vazão (baixos valores de  $D_0$ ) são mais estreitas do que as de altas vazões, o que impede a análise com altos desvios padrão. Escolhendo um ponto de análise e impondo um desvio padrão em uma média de leituras, o domínio deixa de ser um

ponto e se torna uma área (neste caso, um retângulo).

Como a geração é aleatória através de uma distribuição normal, não há como prever o tamanho deste domínio. Na distribuição normal sabe-se que a probabilidade de uma leitura ser próxima à média é maior do que ser distante dela. E quanto menor o desvio padrão maior é esta diferença de probabilidades entre o que é próximo e o que é distante da média. Logo, por estatística, quanto maior o desvio padrão imposto, maior será o domínio desta área.

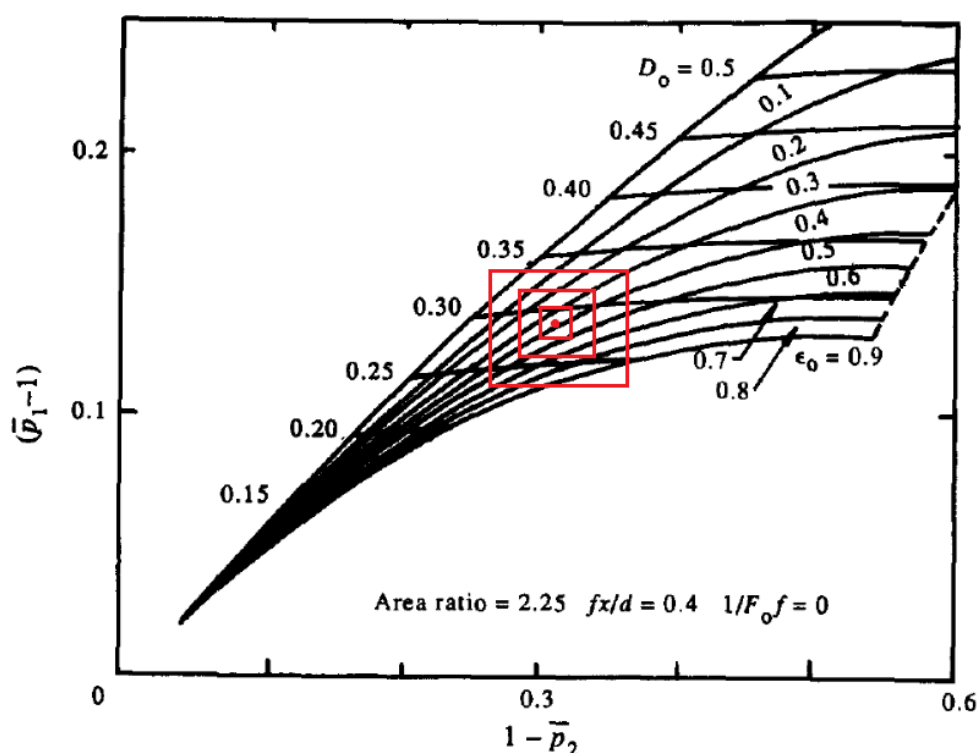


Figura 17: Representação dos tamanhos do domínio das leituras em simulações com variações nas quedas de pressão. Fonte: Adaptado de [DAVIS & WANG, 1994]

Além disso, quanto maior o número de leituras, maior a chance de aparecer uma leitura muito longe da média, apesar de, como dito antes, quanto mais leituras melhor representaria o desvio padrão imposto.

Na Figura 17 podemos observar que em um dado ponto (que representa a média de leituras), dependendo do tamanho do domínio podemos encontrar pontos fora das linhas solução, nos cantos superiores esquerdos e inferiores direito. Isto foi,

inclusive, confirmado nas simulações. Em pequenos valores de  $D_0$ , este domínio precisa ser suficiente para que todas as leituras sejam de solução viável. Por isso, a necessidade de impor um valor muito pequeno para o desvio padrão nestas situações.

As simulações para as análises da variância foram realizadas com a metodologia descrita a seguir. Foram escolhidos pontos, definidos como a média das leituras, em que foram analisadas a variância dos parâmetros de entrada. A escolha foi da forma:  $D_0$  entre valores baixos e altos;  $\alpha$  entre valores baixos e altos; um ou mais valores de desvio padrão.

Tabela 14: Parâmetros fixos em todas as simulações do programa que simula o modelo de Davis e Wang.

$T$	293	K
$R$	287	$J/Kg K$
$g$	9,81	$m/s^2$
$\mu_L$	0,001003	Pa s
$\rho_L$	997	$Kg/m^3$
$d$	0,0254	m
$D$	0,0381	m
$L$	2,54	m
$p_0$	200000	Pa

Alguns parâmetros são repetidos em praticamente todas as simulações. Quando houver alteração nos valores destes parâmetros, o mesmo é relatado nos resultados da simulação em questão. A Tabela 14 mostra os parâmetros que se repetem na maioria das simulações e devem ser levados em conta nas simulações onde não for declarada nenhuma mudança. A temperatura foi considerada de  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  ( $293\text{ K}$ ). Os parâmetros geométricos foram considerados os mesmos valores nos experimentos de Davis & Wang. Foi escolhido arbitrariamente uma pressão estática de  $200\text{ kPa}$ .

Para o modelo de Davis e Wang [DAVIS & WANG, 1994] em escoamento horizontal com as dimensões presentes no artigo ( $d = 0,0254\text{ m}$  e  $D = 0,0381\text{ m}$ ) e trecho reto de comprimento de  $100\text{ }d$ . Foram selecionados os seguintes pontos:

- $D_0$  em torno de 0,1; 0,2 e 0,3.
- $\alpha$  em torno de 0,3; 0,5 e 0,7.
- Desvio padrão à depender do ponto escolhido, em função do tamanho do domínio.

Como foi dito anteriormente, em alguns casos não foi possível a simulação com mais de um valor para o desvio padrão, porque são pontos que só aceitam valores pequenos. Em outros foi possível executar dois valores para o desvio padrão e nos restantes foi possível executar até três valores de desvios padrões.

Como ponto de partida, os resultados para as simulações de baixo valor de  $D_0$  são mostrados na Tabela 15. Cada coluna representa uma fração de gás diferente ( $\cong 0,3$ ,  $\cong 0,5$ ,  $\cong 0,7$ ), mas todas com baixo valor de  $D_0$ . Nesta tabela constam as quedas de pressão utilizadas para gerar as soluções de  $D_0$  e  $\alpha$  desejadas, os desvios padrão desses diferenciais de pressão ( $\sigma_{\Delta P_C}$  e  $\sigma_{\Delta P_T}$ ) e os desvios padrão dos parâmetros de saída ( $\sigma_\alpha$  e  $\sigma_{\bar{v}}$ ).

Tabela 15: Resultados das simulações com baixos valores de  $D_0$  no modelo de Davis e Wang com escoamento na horizontal. Desvio padrão em torno de 0,2% nas quedas de pressão para as simulações com baixa, médias e altas frações de gás.

$\overline{\Delta P_C}$ (Pa)	2500	2500	2500
$\overline{\Delta P_T}$ (Pa)	7570	7625	7690
$\alpha$	0,3135	0,4953	0,7071
$\bar{V}$ (m/s)	3,0096	3,5042	4,5861
$f$	0,006	0,0060	0,0060
$\sigma_{\Delta P_C}$	0,192%	0,202%	0,305%
$\sigma_{\Delta P_T}$	0,196%	0,199%	0,312%
$\sigma_\alpha$	14,85%	9,68%	15,12%
$\sigma_{\bar{v}}$	3,70%	5,30%	9,06%
			10,44%

Nota-se, na Tabela 15, o quão sensível é o modelo para valores mais baixos de  $D_0$ , obtendo desvio padrão acima de 10% na saída quando é imposto um desvio padrão em torno de 0,2% na entrada. Nas colunas de desvio padrão em torno de 0,2% percebe-se um crescimento no desvio padrão da velocidade e um decréscimo no desvio da fração de gás.

Ao aumentar a queda de pressão no trecho reto, estamos transladando um ponto qualquer para à direita (vide a Figura 17). O  $D_0$  permanece praticamente constante nesta operação, como pode ser observado nas suas linhas de valores constantes, aumenta-se a fração de gás e conseqüentemente decresce a massa específica da mistura. E se o  $D_0$  é praticamente constante, a velocidade é aumentada. Logo, é previsível que o desvio padrão da velocidade seja maior quando a condição está mais próxima do gás e que o desvio padrão da fração de gás seja maior quando a condição está mais próxima do líquido.

Agora são mostrados os resultados para um valor de  $D_0$  intermediário ( $D_0 \cong 0,2$ ). Neste caso já foi possível a utilização da correção do fator de fricção na média das leituras. Por ter um desvio padrão muito baixo, foi considerado o mesmo valor do fator de fricção calculado para a média das leituras em todos os conjuntos de leituras de quedas de pressão. Os resultados com  $D_0$  intermediário podem ser observados na Tabela 16.

Tabela 16: Resultados das simulações com valores intermediários de  $D_0$  no modelo de Davis e Wang com escoamento na horizontal. Desvio padrão entre 1% e 3% nas quedas de pressão para as simulações com baixas, médias e altas frações de gás.

$\overline{\Delta P_C}$ (Pa)	16000		16000			16000	
$\overline{\Delta P_T}$ (Pa)	43000		50000			62000	
$\alpha$	0,3040		0,5164			0,7174	
$\bar{V}$ (m/s)	7,4919		8,9113			11,5519	
$f$	0,0049		0,0053			0,0058	
$\sigma_{\Delta P_C}$	1,04%	2,10%	0,92%	1,96%	2,90%	0,95%	1,91%
$\sigma_{\Delta P_T}$	0,91%	2,17%	1,00%	2,14%	2,86%	1,00%	1,92%
$\sigma_\alpha$	9,33%	21,69%	5,37%	11,46%	14,55%	3,13%	6,13%
$\sigma_{\bar{V}}$	1,95%	4,86%	2,74%	6,04%	9,86%	4,06%	8,02%

Os resultados da Tabela 16, apresentam uma sensibilidade menor em relação aos resultados da Tabela 15. A ordem de grandeza no desvio padrão das quedas de pressão foi maior, no entanto, a ordem de grandeza do desvio padrão da fração de gás e da velocidade foram menores. O desvio padrão da fração de gás foi diminuindo à medida que o ponto médio das leituras foi se afastando da linha de escoamento de líquido e se aproximando da linha de escoamento de gás. Na análise

da variância da velocidade acontece o inverso, o desvio padrão aumenta.

E por último (em escoamento horizontal), os resultados das simulações com  $D_0$  maior ( $D_0 \cong 0,3$ ) são apresentados pela Tabela 17. Estas simulações também consideraram a correção no fator de fricção na média das leituras e foram fixadas para cada coluna.

A região  $D_0 \cong 0,3$  está na situação que mantendo a queda de pressão na contração constante e aumentando a do trecho reto, não é possível encontrar o escoamento monofásico de gás. As linhas de iso-fração de gás chegam até um máximo na queda de pressão da contração. À exemplo da Figura 17, resultados gerados com fator de fricção constante ( $f l/d = 0,4$ ) e escoamento ideal ( $C_D = 1$ ), a linha de iso-fração igual a 0,8 não chega à  $D_0 = 0,3$ . Neste sentido, as simulações para  $D_0 \cong 0,3$  tem apenas as simulações de 0,3 e 0,5 para a fração de gás.

Tabela 17: Resultados das simulações com valores grandes de  $D_0$  no modelo de Davis e Wang com escoamento na horizontal. Desvio padrão entre 1% e 3% nas quedas de pressão para as simulações com baixas e médias frações de gás.

$\overline{\Delta P_C}$ (Pa)	24000			24000		
$\overline{\Delta P_T}$ (Pa)	65000			80000		
$\alpha$	0,3088			0,48480		
$\bar{V}$ (m/s)	9,1583			10,5063		
$f$	0,0046			0,0048		
$\sigma_{\Delta P_C}$	1,16%	1,90%	3,12%	0,93%	1,91%	3,02%
$\sigma_{\Delta P_T}$	1,01%	1,99%	2,75%	0,97%	2,06%	2,89%
$\sigma_\alpha$	5,61%	10,97%	14,41%	2,69%	5,72%	7,57%
$\sigma_{\bar{V}}$	1,15%	2,29%	3,28%	1,20%	2,59%	3,90%

Da mesma forma como aconteceu nas simulações anteriores, à medida que a queda de pressão no trecho reto aumenta (maior fração de gás) o desvio padrão da fração de gás diminui e o da velocidade aumenta. Este fato ocorreu em três níveis de  $D_0$  e em cada nível com três frações de gás (apenas duas na última) próximas respectivamente. Isto é um indício de que a fração de gás é mais sensível em regiões próximas ao escoamento monofásico de líquido e que a velocidade é mais sensível em regiões próximas ao escoamento monofásico de gás.

Vale lembrar que apenas as simulações com valores de  $D_0$  pequenos não teve correção do fator de fricção. Foi estipulado um valor e executado as simulações. Nas simulações posteriores o fator de fricção foi corrigido para os valores da média das leituras (em cada coluna), porque foi observado que o fator de fricção pouco varia nas simulações, mas essa variação poderia levar a soluções inviáveis, então foram executadas as simulações com o valor encontrado na média das leituras.

Em alguns pontos (geralmente os de  $\alpha$  intermediário e/ou com desvio padrão menor) foi possível executar a simulação com a correção do fator de fricção em todas as leituras. Os resultados podem ser observados nas tabelas Tabela 18 e Tabela 19, onde são analisados os mesmo pontos para  $D_0$  intermediário (Tabela 16) e alto (Tabela 17) respectivamente, mas com a correção do fator de fricção em todas as leituras.

Tabela 18: Resultados das simulações com valores intermediários de  $D_0$  no modelo de Davis e Wang com escoamento na horizontal e correção do fator de fricção. Desvio padrão de 1% (também 2% em  $\alpha \cong 0,5$ ) nas quedas de pressão para as simulações com baixas, médias e altas frações de gás.

$\overline{\Delta P_C}$ (Pa)	16000	16000	16000
$\overline{\Delta P_T}$ (Pa)	43000	50000	62000
$\alpha$	0,3040	0,5164	0,7174
$\bar{V}$ (m/s)	7,4919	8,9113	11,5519
$f$	0,0049	0,0053	0,0058
$\sigma_{\Delta P_C}$	1,09%	1,0892%	1,99%
$\sigma_{\Delta P_T}$	1,00%	1,02%	1,96%
$\sigma_\alpha$	5,62%	2,49%	4,86%
$\sigma_{\bar{V}}$	1,15%	1,300%	2,50%
$\sigma_f$	0,45%	0,507%	0,98%

Foi observado que o desvio padrão na fração de gás e na velocidade é menor quando a correção do fator de fricção (correlação de Davis & Wang) é incluída em todas as leituras (não só na média). O desvio padrão da fração de gás e da velocidade foi menor em todas as leituras.

Mesmo constatando que sua variação é pequena, menor em relação às variações das quedas de pressão, a correção do fator de fricção se mostra um parâmetro

importante para o controle da precisão de uma medição de vazão em escoamentos bifásicos.

Tabela 19: Resultados das simulações com valores grandes de  $D_0$  no modelo de Davis e Wang com escoamento na horizontal e correção do fator de fricção. Desvio padrão entre 1% e 2% nas quedas de pressão para as simulações com baixas e médias frações de gás.

$\overline{\Delta P_C}$ (Pa)	24000		24000	
$\overline{\Delta P_T}$ (Pa)	65000		80000	
$\alpha$	0,3088		0,4848	
$\bar{V}$ (m/s)	9,1583		10,5063	
$f$	0,0046		0,0048	
$\sigma_{\Delta P_C}$	1,01%	1,94%	0,98%	2,01%
$\sigma_{\Delta P_T}$	0,96%	1,92%	0,98%	1,89%
$\sigma_\alpha$	3,65%	7,15%	1,77%	3,44%
$\sigma_{\bar{V}}$	0,75%	1,50%	0,80%	1,55%
$\sigma_f$	0,29%	0,59%	0,30%	0,59%

Um desvio padrão mais alto representa estatisticamente a probabilidade de um domínio maior, o que significa a existência de leituras mais distantes da média, portanto, com variações no fator de fricção maiores. Logo, seria ainda mais coerente utilizar a correção em casos de desvio padrão alto (alta incerteza).



## 6 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

As correlações dos fatores de fricção propostas pelos autores dos modelos foram comparadas com correlações de outros autores e averiguou-se que se enquadram nos limites conceituais propostos da literatura.

As equações dos modelos analisados foram forçadas para as condições extremas (igualando a fração de gás a zero para escoamento monofásico de líquido e igualando a um para escoamento monofásico de gás) e não demonstraram ferir nenhum conceito ou lei física.

Foram realizados testes com parâmetros de entrada previstos para um escoamento monofásico de líquido (em ambos os modelos) e uma comparação de pontos publicados (apenas no modelo de Davis e Wang). Ambos apresentaram resultados bem próximos (Capítulo 4). Isto validou a utilização do programa para simular a variabilidade de um dos parâmetros de entrada, no caso deste trabalho a queda de pressão, e avaliar a variância do mesmo na saída.

A análise da variância (Capítulo 5) foi realizada nos modelos de Davis e Wang para escoamento horizontal ideal, considerando coeficiente de descarga igual a um ( $C_D = 1$ ). As simulações foram realizadas com os parâmetros fixos da Tabela 14 e selecionados pontos com  $D_0$  próximos dos valores 0,1, 0,2 e 0,3 e com a fração de gás próxima de 0,3, 0,5, 0,7. Variações das duas quedas de pressão (contração e trecho reto) foram impostas simultaneamente e os resultados são mostrados nas tabelas Tabela 15 a Tabela 19.

Primeiramente, foi realizado um conjunto de simulações com uma vazão volumétrica baixa sem a correção do fator de fricção (constante em todo conjunto de simulação). Notou-se que variações muito pequenas do diferencial de pressão resulta em grandes variações no resultado, o que era previsto como pode ser observado no gráfico da Figura 17, onde essa condição tem uma região de solução viável muito estreita. Ou seja, as duas soluções extremas (monofásico de líquido e gás) estão

muito próximas uma da outra.

Em seguida, foi realizado simulações com vazões superiores, onde foi possível incluir a correção do fator de fricção para a média das variações e um desvio padrão maior. Obtivemos resultados menos sensíveis da saída em relação à entrada devido à distância dos extremos aumentarem.

Percebeu-se que em um mesmo valor de  $D_0$ , em frações de gás baixas encontram-se desvios maiores para a fração de gás e menores para a velocidade. Frações de gás altas encontram-se desvios menores para a fração de gás e maiores para a velocidade.

Um conjunto de simulações foi realizado ao fim, incluindo a correção do fator de fricção em todas as leituras. Os resultados com a inclusão desta correção obteve desvios para a fração de gás e velocidade menores em comparação com aqueles que foram corrigidos apenas para a média das entradas. Já foi citado que cada condição de escoamento resulta em fatores de fricção diferentes. Logo, é previsto que ao manter este fator no mesmo valor durante as simulações com variações resultaria em desvios maiores.

Isto demonstra a importância de uma correlação do fator de fricção, que traduza ou que seja próxima da realidade, na incerteza e na sensibilidade da medição ao inferir uma vazão em escoamentos bifásicos.

Mais simulações são necessárias para uma conclusão mais completa da variância do diferencial de pressão quando se utiliza modelos de dupla queda de pressão para medir a vazão de escoamentos bifásicos gás-líquido. A simulação com variação de outros parâmetros de entrada como propriedades físicas e geometrias para saber a importância da precisão desses valores em uma medição.

A realização de experimentos que comparem com os resultados deste trabalho é essencial para a confirmação e validação destes resultados.

Os modelos simulados neste trabalho utilizam a hipótese de escoamento bifásico homogêneo, fases igualmente dispersas e velocidade uniforme. O desenvolvimento

de modelos que considerem o deslizamento de fase e padrões de escoamento nos trará resultados que condizem mais com a realidade.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGAR CORPORATION. **MPFM-50 Series Technical Description**. Disponível em: [http://www.agarcorp.com/PDFFiles/Brochure/MPFM\\_50.pdf](http://www.agarcorp.com/PDFFiles/Brochure/MPFM_50.pdf). Consulta em: 02/10/2014.

ANDRITSOS, N.; HANRATTY, T. J.; **Interfacial Instabilities for Horizontal Gas-Liquid Flows in Pipelines**. International Journal of Multiphase Flow, Vol. 13-5, Sep. 1987. p. 583-60

ANGELI, P.; HEWITT, G. F.; **Flow Structure in Horizontal Oil-Water Flow**. International Journal of Multiphase Flow, Vol. 26-7. Jul. 2000. P 1117-1140.

BANNWART, A. C. et al. **Experimental Investigation on Liquid-Liquid-Gas Flow: Flow Patterns and Pressure-Gradient**. Journal of Petroleum Science and Engineering 65. p. 1-13. 2009

BEATTIE, D.R.H; WHALLEY, P.B. **A simple Two-Phase Flow Frictional Pressure Drop Calculation Method**. Int. Journal of Multiphase Flow. Vol 8, p. 83-87 (1982).

BOYER, C.; LEMONNIER, H. **Design of a Flow Metering Process in a Two-Phase Dispersed Flows**. Int. J. of Multiphase Flow, Vol. 22, 4, pp.713-732, 1996

BONZZI M.; ISSA, R. I.; **On the Simulation of Three-Phase Slug Flow in Nearly Horizontal Pipes Using the Multi-Fluid Model**. International Journal of Multiphase Flow, Vol. 29-11. p. 1719-1747. Nov. 2003.

BRAUNER, N.; **Modeling and Control of Two-Phase Phenomena: Liquid-Liquid Two-Phase Flow Systems**. Course notes Udine. Disponível em: <http://www.eng.tau.ac.il/~brauner/brauner.pdf>. Acesso em: 15/07/2014.

BRENNEN, C. E.; **Fundamentals of Multiphase Flows**. Cambridge: Cambridge University Press. 2005. 410 p.

BUTTERWORTH, D.; **Comparision of Some Void-Fraction Relationships for Co-Current Gas-Liquid Flow**. Int. J. Multiphase Flow, Vol. 1. 1975. p. 845-850.

CAZAREZ-CANDIA, O.; MONTOYA-HERNÁNDEZ, D.; VITAL-OCAMPO, A. G. **Mathematical Model For Bubbly Water-Heavy Oil-Gas Flow in Vertical Pipes**. Petroleum Science and Technology, Vol. 27-15, 2009. p. 1715-1726

CHEN, Z.; EWING, R. E.; **Comparison of Various Formulations of Three-Phase**

**Flow in Porous Media.** Journal of Computational Physics, Vol. 132-2. Apr. 1997, p. 362-373.

CHEN, X.; GUO, L.; **Flow Patterns and Pressure Drop in Oil-Air-Water Three-Phase Flow Through Helically Coiled tubes.** International Journal of Multiphase Flow, Vol. 25, Issues 6–7, Sep. 1999, p. 1053-1072

CHISHOLM, D.; SUTHERLAND, L.A. **Prediction of pressure gradients in pipeline systems during two-phase flow.** Symp. on Fluid Mechanics and Measurements in Two-phase Flow, Proc. Instn. mech. Engrs., 184 (1969-1970), pp. 24-32.

COLEBROOK, F.C.; **Turbulent Flow in Pipes, With Particular Reference to the Transition Region Between The Smooth and Rough Pipe Laws.** J. Inst. Civ. Eng. London, 11 (1939), p. 133-156.

DAVIS, M. R.; WANG, D.; **Dual Pressure Drop Metering of Gas-Liquid Mixture Flows.** Int. J. Multiphase Flow Vol. 20, No. 5. 1994. p. 865-884.

DAVIS, M. R.; **Determination of Wall Friction in Vertical and Horizontal Two Phase Flow.** Trans. ASME J. Fluids Engineering 96, 1974. p. 173-179.

de LEEUW, R. **Liquid correction of venturi meter readings in wet gas flow.** In: North sea workshop, 1997.

DIAZ, H. C.; HUGO, R. J. **Experimental Investigation of an Index-Mismatched Multiphase Flow Using Optical Techniques.** (2013). 12 p.

EATON, B.A.; ET AL. **The Prediction of Flow Patterns, Liquid Holdup and Pressure Losses Occurring During Continuous Two-Phase Flow In Horizontal Pipelines.** Journal of Petroleum Technology. Vol. 19, Issue 06. 1967. p.

EUROPEAN PATENT OFFICE. **Multiphase Flow Meter.** Publication Number : 0 684.458 A2. Date of Publication: 27.03.2002. Bulletin 2002/13.

EUROPEAN PATENT OFFICE. **Multiphase Venturi Flow Metering Method.** Publication Number : EP 1.190.220 B1. Date of Publication: 29.11.95. Bulletin 95/48.

FMC TECHNOLOGIES. **Subsea Multiphase Meter - Technical Description.** Disponível: [www.fmctechnologies.com/~/media/MPM/Brochures/0616371MPM%20Subsea.ashx](http://www.fmctechnologies.com/~/media/MPM/Brochures/0616371MPM%20Subsea.ashx). Consulta em: 10/10/2014.

FAIRUZOV, Y. V. *et al.* **Water-Assisted Flow of Heavy Oil in a Vertical Pipe: Pilot-scale Experiments.** Journal of Energy Resources Technology. Vol. 122 (4), 2000. pp. 169-176.

FALCONE, G.; HEWITT, G. F.; ALIMONTI, C. **Multiphase Flow Metering: Principles and Applications**. Developments in Petroleum Science. (2009)

FOX, R. W.; PRITCHARD, P. J.; McDONALD, A. T. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. LTC. Sétima Edição. 2010

GARCÍA, F.; GARCÍA, J. M.; Joseph, D. D.; **Friction Factor Improved Correlations for Laminar and Turbulent Gas-Liquid Flow in Horizontal Pipelines**. International Journal of Multiphase Flow, Vol. 33. 2007. p. 1320-1336.

HART, J.; HAMERSMA, P. J.; **A Pressure Drop Correlation for Gas/Liquid Pipe Flow with a Small Liquid Holdup**. Chemical Engineering Science. Vol. 42-5, 1987. p. 1187-1196.

HART, J.; HAMERSMA, P. J.; FORTUIM, J. M. H.; **Correlations Predicting Frictional Pressure Drop and Liquid Holdup During Horizontal Gas-Liquid Pipe Flow With a Small Liquid Holdup**. International Journal of Multiphase Flow, Vol. 15-6, Nov. 1989. p. 947-964.

HASAN, A. H. A. M.; **Multiphase Flow Rate Measurement Using a Novel Conductance Venturi Meter: Experimental and Theoretical Study in Different Flow Regimes**. PhD. Thesis. University of Huddersfield. 2010. 277 p.

HASAN, A. H. A. M.; **Modeling of homogenous gas-water two phase flow through a Venturi and vertical pipe (A prediction of pressure drop sign change in two phase flow)**. School of Computing and Engineerin Reasearcher's Conference. University of Huddersfield. 2007.

HASAN, A. H. A. M.; et al. **Theoretical and Experimental Study of Bubly Gas-Water Two Phase Flows through a Universe Venturi Tube (UVT)**. International Journal of Information Science and Education. Vol. 2-1, 2012. pp. 43-58.

HE, D.H.; BAI, B.F. **Two-phase mass flow coefficient of V-Cone throttle device**. Experimental Thermal and Fluid Science, Volume 57, September 2014, p. 77-85.

HE, D.H.; BAI, B.F.; XU, Y.; LI, X. **A new model for the V-Cone meter in low pressure wet gas metering**. Measurement. Sci. Technol., Volume 23, (2012), p.1-9.

HOKANEN, M. **Direct Optical Measurement of Fluid Dynamics and Dispersed Phase Morphology in Multiphase Flows**. PhD. Thesis. Tampere University of Technology. Finland. 2006. 193 p.

HOOGENDOORN, C. J.; **Gas Liquid Flow in Horizontal Pipes**. Chemical Engineering Science, Vol. 9- 4, Feb. 1959, p. 205-217.

INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, QUALIDADE E TECNOLOGIA - INMETRO. **Avaliação de Dados de Medição: Guia para a Expressão de Incerteza de Medição.** Brasil, 2008.

IAEA - INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY . **Industrial Process Gamma Tomography.** Report of a Coordinated Research Project. Vienna. 2008. 145 p.

ISMAIL, I et al. **Tomography for Multi-Phase Flow Measurement in the Oil Industry.** Flow Measurement and Instrumentation 16. 2005. pp. 145–155.

KELESSIDIS, V. C.; DUKLER, A. E.; **Modeling Flow Pattern Transitions for Upward Gas-Liquid Flow in Vertical Concentric and Eccentric Annuli.** Int. J. Multiphase Flow, Vol.15-2. 1989. p.173-191.

KUBIE, J.; OATES, H. S.; **Two-Phase Steam-Water flow Through Y-Junctions.** International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 1-4. Dec. 1979. p. 161-167.

KWON, O.; RYOU, S.; SUNG, W.; **Numerical Modeling Study for the Analysis of Transient Flow Characteristics of Gas, Oil, Water, and Hydrate Flow through a Pipeline.** Korean J. Chem. Eng., 18(1), 88-93 (2001).

LAD, N. et al. **Characterization of Multiphase Fluid-Structure Interaction Using Non-Intrusive Optical Techniques.** Journal of Engineering Science and Technology. Vol. 6, No. 2. 2011. pp. 131-145.

LIDE, F.; TAO, Z.; NINGDE, J. **A Comparison of Correlations used for Venturi Wet Gas Metering in Oil and Gas Industry.** Journal of Petroleum Science and Engineering. Vol 57, pp. 247-256. (2007).

LIU, W.; TAMAI, H.; TAKASE, K.; **Pressure Drop and Void Fraction in Steam-Water Two-Phase Flow at High Pressure.** Journal of Heat Transfer, Vol. 135-8. Nov. 2013. 13 p.

MOODY, L.F.; **Friction Factors for Pipe Flow.** (1944). ASME Trans. 66, p. 671-683.

MANDHANE, J.M.; GREGORY, G.A.; AZIZ, K.; **A Flow Pattern Map for Gas-Liquid Flow in Horizontal Pipe.** International Journal of Multiphase, Flow. Vol. 1-4. Oct. 1974. p. 537-553.

MIDTTVEIT, Ø; BERGE, V; DYKESTEEN, E. **Multiphase Flow Metering Using Capacitance Transducer and Multivariate Calibration.** Modeling, Identification and Control. Vol. 13, No. 2. 1992. pp. 65-76.

MYLVAGANAM, K. S.; **High-Rangeability Ultrasonic Gas Flowmeter for**

**Monitoring Flare Gas.** IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, Vol. 36-2. Aug. 1989. p. 144-149.

MOUKALLED, F.; DARWISH, M. A.; **Comparative Assessment of the Performance of Mass Conservation-Based Algorithms for Incompressible Multiphase Flows.** Numerical Heat Transfer-B: Fundamentals: An International Journal of Computation and Methodology. Volume 42, Issue 3, 2010. p. 259-283.

OLIVEIRA, J. L. G.; et al. **Mass Flow Rate Measurements in Gas-Liquid Flows by Means of a Venturi or Orifice Plate Coupled to a Void Fraction Sensor.** Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 33. 2009. p. 253–260.

OMEBERE-IYARI, N. K.; AZZOPARDI, B. J.; **A Study of Flow Patterns for Gas/Liquid Flow in Small Diameter Tubes.** Chemical Engineering Research and Design, Vol. 85-2. 2007. p. 180-192.

PALADINO, E. E.; **Estudo do Escoamento Multifásico em Medidores de Vazão do tipo Pressão Diferencial.** Tese de Doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina. 2005. 262 p.

PALADINO, E. E.; **Computational Modeling of Bubbly Flows in Differential Pressure Flow Meters.** Flow Measurement and Instrumentation. Volume 22-4, Aug. 2011, p. 309–318.

PALADINO, E. E.; **The Effect of the Slip Velocity on the Differential Pressure in Multiphase Venturi Flow Meters.** Flow Measurement and Instrumentation. Volume 22-4, Aug. 2011, p. 309–318.

PEHLIVAN, K.; HASSAN, I.; VAILLANCOURT, M. **An experimental study on two-phase flow and pressure drop in millimeter-size channels.** Applied Thermal Engineering, Vol 26, p. 1506-1514. 2006

PRASSERA, H.-M.; MISAWAB, M.; TISEANUC, I. **Comparison Between Wire-Mesh Sensor and Ultra-fast X-ray Tomography for an Air–Water Flow in a Vertical Pipe.** Flow Measurement and Instrumentation. Vol. 16, No 2/3. 2005, p. 73-83.

RODRIGUEZ, O. M. H.; OLIEMANS, R. V. A.; **Experimental Study on Oil–Water Flow in Horizontal and Slightly Inclined Pipes.** International Journal of Multiphase Flow, Vol. 32-3. Mar 2006. p. 323-343.

SCHLUMBERGER LIMITED. **A New Horizon in Multiphase Flow Measurement.** Disponível:[https://www.slb.com/~media/Files/resources/oilfield\\_review/ors04/win04/05\\_multiphase\\_flow.pdf](https://www.slb.com/~media/Files/resources/oilfield_review/ors04/win04/05_multiphase_flow.pdf). Consulta em: 10/10/2014.



SHANNAK, M B.A. **Friction pressure drop of gas liquid two-phase flow in pipes.** Nuclear Engineering and Design. Vol 238, pp. 3277-3284. (2008).

SIMON, M. et al. **Process Tomography for Multiphase Flow Analysis.** International Symposium on Computed Tomography and Image Processing for Industrial Radiology. Berlin, Germany. 2003.

SPEEDING, P. L. et al. **Flow Pattern, Holdup And Pressure Drop In Vertical and Near Vertical Two- And Three-Phase Upflow.** Trans IChemE. Vol 78. Part A. 2000. p. 404-418.

SPEEDING, P.L.; BENARD, E.; DONNELLY, G.F. **Prediction of pressure drop in multiphase horizontal pipe flow.** International Communications in Heat and Mass Transfer. Vol 33-9, pp. 1053-1062. November 2006

STEVEN, R. N. **V-Cone Wet-Gas Metering.** Colorado Engineering Experiment Station Inc. 2007.

STEVEN, R. N. **Research Developments in Wet Gas Metering with V-Cone Meters,** North Sea Flow Measurement Workshop 2003.

STEVEN R. N. et al. **Wet Gas Metering with V-Cones,** 3rd International South East Asia Hydrocarbon Flow Measurement Workshop, Singapore, March 2004.

STEVEN, R. N. **Wet Gas Metering with a Horizontally Mounted Venturi Meter.** Flow Measurement and Instrumentation. Vol 12, pp. 361-372. UK (2002).

STEVEN R. N. et al. **An Update on V-Cone Meter Wet Gas Flow Metering Research,** Flomeko, Peebles, UK, June 2005.

STEWART, D ;STEVEN, R. et al. **Wet Gas Metering with V-Cone Meters,** North Sea Flow Measurement Workshop 2002, St Andrews, Scotland, UK. Paper No.4.2.

TAITEL, Y.; BORNEA, D.; DUKLER, A. E.; **Modeling Flow Pattern Transitions for Steady Upward Gas-Liquid flow in Vertical Tubes.** AIChE Journal, Vol. 26-3. May 1980. p. 345–354.

TAITEL, Y.; BORNEA, D.; DUKLER, A. E.; **Stratified Three Phase Flow in Pipes.** International Journal of Multiphase Flow, Vol. 21-1, Jan. 1995. p. 53–60.

TENIOU, S.; MERIBOUT, M.; **Multiphase Flow Meters Principles and Applications: A Review.** Canadian Journal on Scientific and Industrial Research Vol. 2-8, Nov. 2011.

TORAL, et al. **Estimating the Liquid Hold-Up in Wet Gas Flow by Analysis of**

**Pressure Fluctuations across a V-Cone**, North Sea Flow Measurement Workshop 2005, Tonsberg, Norway.

TORCZYNSKI, J. R. et al. **Advanced Tomographic Flow Diagnostics for Opaque Multiphase Fluids**. Technical Report. Laboratory-Directed Research and Development. Sandia. 1997.

UNITED STATES PATENT AND TRADEMARK OFFICE. **Measuring Flow in a Pipe**. Patent Number: 4.856.344. Patent Date: Aug. 15, 1989.

UNITED STATES PATENT AND TRADEMARK OFFICE. **Multiphase venture flow metering method**. Patent Number: 6.378.380 B1. Patent Date: Abr. 30, 2002.

UNITED STATES PATENT AND TRADEMARK OFFICE. **Two and Three-Phase Flow Measurement**. Patent Number: 5.099.697. Patent Date: Mar. 31, 1992.

UNITED STATES PATENT AND TRADEMARK OFFICE. **Apparatus and Method for Measuring Two-or Three-Phase Fluid Flow Utilizing one or More Momentum Flow Meters and a Volumetric Flow Meter**. Patent Number: 5.461.930. Patent Date: Oct. 31, 1995.

UNITED STATES PATENT AND TRADEMARK OFFICE. **Method and Apparatus for Measuring Multiphase Flows**. Patent Number: 5.591.922. Patent Date: Jan. 7, 1997.

UNITED STATES PATENT AND TRADEMARK OFFICE. **Method and System for Measuring Multiphase Flow Using Multiple Pressure Differentials**. Patent Number: 6.332.111 B1. Patent Date: Dec. 18, 2001.

UNITED STATES PATENT AND TRADEMARK OFFICE. **Multiphase Mass Flow Meter With Variable Venturi Nozzle**. Patent Number: 6.693.979 B2. Patent Date: Fb. 7, 2006.

VALLE, A.; UTVIK, O. H.; **Pressure Drop, Flow Pattern and Slip for Two Phase Crude Oil/Water Flow: Experiments and Model Predictions**. ICHMT 1997. Disponível em: [www.dl.begellhouse.com/download/article/2da887005cf1fee3/01-5.pdf](http://www.dl.begellhouse.com/download/article/2da887005cf1fee3/01-5.pdf). Consulta em: 25/08/2014.

VISWANATHAN, S.; **Development of a Pressure Drop Model for a Variable Throat Venturi Scrubber**. Chemical Engineering Journal 71 (1998) 153-160

WALLISA, G B.; DODSONA, J. E.; **The Onset of Slugging in Horizontal Stratified Air-Water Flow**. The onset of slugging in horizontal stratified air-water flow. International Journal of Multiphase Flow. Vol. 1-1. Oct. 1973. p. 173-193.

WANG, T. et al. **Doppler Flowmeter for Ultrasound Velocimetry in Multiphase Flow**. Chemical Engineering Journal. Vol. 92. 2003. p. 111-122.

WHEATHERFORD. **Alpha VSRD Multiphase Flowmeter - Technical Description**. Disponível em: <http://www.weatherford.com/dn/WFT141714>. Consulta em: 03/10/2014.

WOLDESEMAYAT, M. A.; GHAJAR, F. J.; **Comparison of Void Fraction Correlations for Different flow Patterns in Horizontal and Upward Inclined Pipes**. International Journal of Multiphase Flow 33 (2007). p. 347–370.

XIE, C.; ZHIPENG, W. **Microwave Doppler System for Multiphase Flow Measurement**. 7th International Symposium on Measurement Techniques for Multiphase Flow. Tianjin, China, 2011.

XU, J-Y. **Experimental Investigation on the Slip between Oil and Water in Horizontal Pipes**. Experimental Thermal and Fluid Science. Vol. 33, 2008, pp. 178-183.

XU, Y.; YUAN,C.; LONG,Z.; ZHANG, Q.; LI, Z.; ZHANG, T. **Research the wet gas flow measurement based on dual-throttle device**. Flow Measurement Instrumentation, 34 2013, pp. 68-75.

YANG, W. et al. **Multiphase Flow Measurement by Electrical Capacitance Tomography**. IEEE International Conference on Imaging Systems and Techniques. Batu Ferringhi, Penang, Malaysia. 2011.

ZHANG, H. J.; LU, S. J.; YU, G. Z. **An Investigation of Two-Phase Flow Measurement with Orifices for Low-Quality Mixtures**. Int. J. Multiphase Flow. Vol. 18-1, pp.149-155, 1992.

ZHANG,Q.; XU, Y.; ZHANG,T. **Metering Wet Gas Based on Dual Differential Pressure of Long-throat Venturi Tube**. Journal of Tianjin University, 45 (2) (2012), pp. 147-153.

ZHANG, H.; YUE, W.; HUANG, Z.; **Investigation of Oil-Air Two-Phase Mass Flow Rate Measurement Using Venturi and Void Fraction Sensor**. Journal of Zhejiang University Science. 2005 6A(6):601-606.

ZHENG, Y.; ZHANG, Q. **Simultaneous Measurement of Gas and Solid Holdups in Multiphase Systems Using Ultrasonic Technique**. Chemical Engineering Science. Volume 59, No 17. 2004. p. 3505–3514.