

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**RAFAEL MARIN FERRO**

**ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS DE AÇO SUPORTES DE  
MÁQUINAS ROTATIVAS**

VITÓRIA  
2014

RAFAEL MARIN FERRO

**ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS DE AÇO SUPORTES DE MÁQUINAS  
ROTATIVAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, na área de concentração Estruturas.

Orientador: Walnório Graça Ferreira

VITÓRIA  
2014

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)  
(Biblioteca Setorial Tecnológica,  
Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

---

F395a Ferro, Rafael Marin, 1985-  
Análise dinâmica de estruturas de aço suportes de máquinas rotativas / Rafael Marin Ferro. – 2014.  
120 f. : il.

Orientador: Walnório Graça Ferreira.  
Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

1. Vibração. 2. Aço - Estruturas. 3. Modelagem computacional. 4. Dinâmica das máquinas. I. Ferreira, Walnório Graça. II. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Tecnológico. III. Título.

CDU: 624

---

RAFAEL MARIN FERRO

**ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS DE AÇO SUPORTES DE MÁQUINAS  
ROTATIVAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, na área de Estruturas.

Aprovada em 07 de Novembro de 2014.

**COMISSÃO EXAMINADORA**



---

Prof. Dr. Walnório Graça Ferreira  
Doutor em Engenharia Civil  
Orientador - UFES



---

Profa. Dra. Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani  
Doutora em Engenharia Civil  
Membro Interno - UFES



---

Prof. Dr. Romilde Almeida de Oliveira  
Doutor em Engenharia Civil  
Membro Externo - UCP

---

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus pela força concedida para concretização deste trabalho.

Ao professor Walnório Graça Ferreira, pelos ensinamentos transmitidos, pela orientação, pela dedicação, pela confiança e pelo incentivo.

Aos meus pais, familiares e principalmente a minha Esposa Silvia, pelo incentivo, pelo apoio nos momentos mais difíceis e pela compreensão das minhas ausências.

Ao IFES e os colegas de trabalho, pelo incentivo e apoio.

A SAE (Sistemas de Análise Estrutural) pela licença do Software Strap durante as pesquisas.

Aos professores e colegas da área de Estruturas do curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito Santo, pela agradável convivência durante a realização deste trabalho.

Ao CNPq e à CAPES pelo apoio para o desenvolvimento desta pesquisa.

A todos, que direta ou indiretamente contribuíram para realização deste trabalho.

## RESUMO

Uma análise dinâmica adequada é necessária para verificação de estruturas suportes de equipamentos mecânicos visando assegurar não somente o conforto humano dos usuários como também boas condições para o funcionamento dos equipamentos da estrutura. Em recentes estudos de dinâmica estrutural e dinâmica de equipamentos, verifica-se a dificuldade de realizar modelos reais de estruturas suportes de máquinas rotativas. Considerando que as duas áreas têm o estudo comum na análise das vibrações produzidas pelas cargas dinâmicas é necessário um estudo confrontando as duas áreas, onde serão considerados os carregamentos dinâmicos provocados pelas máquinas rotativas, indicados pelos fabricantes, na verificação das estruturas de aço suportes. O estudo é baseado no levantamento das condições reais de operação de máquinas rotativas como bombas, compressores e ventiladores, visando à correta aplicação das cargas dinâmicas produzidas pelos equipamentos aplicadas nas estruturas suportes. Com os dados de velocidade, aceleração, frequência e conseqüentemente a vibração estabelecidos, são gerados modelos computacionais das estruturas suportes. Os modelos das estruturas com as cargas dos equipamentos aplicadas, são realizados com o auxílio do Software strap. Gera-se no seu módulo de dinâmica, modelos de estruturas de aço suportes com ligações Rígidas, Flexíveis (Rotuladas) e parcialmente rígidas ou flexíveis (Semirrígidas). Assim aplica-se as cargas de um modelo de máquina rotativa, no caso será utilizada uma bomba centrífuga, e visualiza-se qual estrutura suporte terá o melhor desempenho com confiabilidade em relação aos limites normativos prescritos para as respostas dinâmicas. Para efeito de dimensionamento, considera-se perfis laminados comumente utilizados em estruturas suportes de máquinas rotativas utilizadas em indústrias reais.

**Palavras chaves:** Análise dinâmica, Vibração, Máquinas rotativas, Estrutura de aço suporte, Modelagem e simulação computacional.

## **ABSTRACT**

Adequate dynamic analysis is needed to check for Support Frame Structures of mechanical equipment to ensure not only the human user comfort as well as good conditions for the operation of equipment structure. Recent studies of Structural Dynamics and Dynamics of equipment see the difficulty in performing real models of Support Frame Structures of Rotating Machinery. Both areas have in common study Analysis of Vibrations produced by Dynamic Loads is necessary a study comparing the two areas, which are considered the dynamic loads caused by rotating machinery in checking Support Frame Structures.. This thesis is based on a survey of the real operating conditions of Rotating Machines such as pumps, compressors and fans, targeting the correct application of Dynamic Loads produced by the equipment applied in Support Frame Structures. With the data of speed, acceleration, frequency and consequently vibration, the set will be generated Computational models of Support Frame Structures. Models of Structures with loads of equipment applied, carried out with the aid of software strap. Will be generated, in Dynamic Module, models of Support Frame Structures with connections rigid, pinned or semi-rigid. Varying loads of a model of Rotating Machinery, this study will use a centrifugal pump we can see which have the best Support Frame and Performance with enhanced reliability in relation structure versus vibration. For the purpose of design models, we use Support Frame Structures of rotating machines used in real Industries models.

**Keywords:** Dynamic Analysis; Vibration; Rotating Machinery; Support Frame Structures, Modeling and Computer Simulation.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 01: Estrutura de aço dimensionada no software.....	14
Figura 02: Estrutura dimensionada no Módulo de Dinâmica do software.....	16
Figura 03: Exemplo de moto-bomba utilizado em projetos industriais.....	22
Figura 04: Estrutura suporte com ligações rígidas de vários equipamentos.....	23
Figura 05: Escala modificada de REIHER e MEISTER (LENZEN, 1996) .....	31
Figura 06: Pórtico elevado.....	35
Figura 07: Modelo conceitual.....	35
Figura 08: Efeito de movimento do solo sob a estrutura.....	37
Figura 09: Resposta para vibração livre não-amortecida.....	38
Figura 10: Resposta para vibração livre de um sistema com amortecimento subcrítico.....	40
Figura 11: Variação do coeficiente de amplificação dinâmica com o amortecimento e frequências – Adaptação de CLOUGH, R. W., PENZIEN, J.(1995).....	42
Figura 12: Razões máximas de resposta para três tipos de impulso.....	43
Figura 13: Reta pxu.....	47
Figura 14: Efeito das vibrações. Muszynska (2005) .....	53
Figura 15: Rotor com massa desbalanceada.....	63
Figura 16: Mecanismo tipo manivela simples.....	64
Figura 17: Gráfico das componentes da força desbalanceada - $P_0\text{sen}(\Omega t)$ e $P_0\text{sen}(\Omega t + \pi/2)$ . Kamei (2010) .....	69
Figura 18: Gráfico da resultante da força desbalanceada - $P = P_0\text{sen}(\Omega t) + P_0\text{sen}(\Omega t + \pi/2)$ . Kamei (2010) .....	69
Figura 19: Projeto do Motor Elétrico.....	75
Figura 20: Motor elétrico.....	76
Figura 21: Desenho do conjunto Moto-Bomba.....	76
Figura 22: Bomba Hidráulica.....	76
Figura 23: Conjunto Moto-Bomba.....	77
Figura 24: Estrutura suporte dimensionada.....	78
Figura 25: Estrutura suporte detalhada – Vista Superior.....	78
Figura 26: Estrutura suporte detalhada – Vista Longitudinal X1 (1-1 e 2-2).....	79
Figura 27: Estrutura suporte detalhada – Vista Transversal X3 (A-A, B-B e C-C)....	79
Figura 28: Tela do software com os 3 modelos de estrutura.....	80
Figura 29: Tela do software com o modelo unifilar.....	80
Figura 30: Tela do Software com o modelo renderizado.....	81
Figura 31: Indicação dos Nós da estrutura.....	81
Figura 32: Indicação das propriedades de cada barra.....	82
Figura 33: Indicação da aplicação dos Pesos Nodais dos Conjuntos no modelo.....	83
Figura 34: ligação rígida.....	84
Figura 35: ligação semirrígida.....	84
Figura 36: ligação flexível.....	84

Figura 37: Modelo com ligações rígidas (Modelo I).....	85
Figura 38: Modelo com ligações rígidas (Modelo I) – Vista Longitudinal (X1).....	85
Figura 39: Modelo com ligações rígidas (Modelo I) – Vista Transversal (X3).....	86
Figura 40: Modelo com ligações semirrígidas (Modelo II).....	86
Figura 41: Modelo com ligações semirrígidas (Modelo II) – Vista Longitudinal (X1).....	87
Figura 42: Modelo com ligações semirrígidas (Modelo II) – Vista Transversal (X3).....	87
Figura 43: Modelo com ligações flexíveis (Modelo III).....	88
Figura 44: Modelo com ligações flexíveis (Modelo III) – Vista Longitudinal (X1).....	88
Figura 45: Modelo com ligações flexíveis (Modelo III) – Vista Transversal(X3).....	89
Figura 46: Detalhe do nó rígido e o diagrama de momentos. Barbosa (2006) .....	89
Figura 47: Detalhe do nó semirrígido e o diagrama de momentos. Barbosa (2006).....	89
Figura 48: Detalhe do nó flexível e o diagrama de momentos. Barbosa (2006).....	89
Figura 49: Modelo de ligação rígida.....	90
Figura 50: Modelo de ligação semirrígida.....	91
Figura 51: Modelo de ligação flexível.....	91
Figura 52: Força dinâmica 1 aplicada ao modelo.....	93
Figura 53: Força dinâmica 2 aplicada ao modelo.....	94
Figura 54: Força dinâmica 3 aplicada ao modelo.....	94
Figura 55: Força dinâmica 4 aplicada ao modelo.....	95
Figura 56: Deslocamentos em X1 da combinação 1 no nó 52.....	96
Figura 57: Deslocamentos em X2 da combinação 1 no nó 52.....	96
Figura 58: Deslocamentos em X3 da combinação 2 no nó 54.....	96
Figura 59: Deslocamentos em X2 da combinação 2 no nó 54.....	96
Figura 60: Deslocamentos em X1 da combinação 1 no nó 52.....	97
Figura 61: Deslocamentos em X2 da combinação 1 no nó 52.....	97
Figura 62: Deslocamentos em X3 da combinação 2 no nó 54.....	97
Figura 63: Deslocamentos em X2 da combinação 2 no nó 54.....	97
Figura 64: Deslocamentos em X1 da combinação 1 no nó 52.....	98
Figura 65: Deslocamentos em X2 da combinação 1 no nó 52.....	98
Figura 66: Deslocamentos em X3 da combinação 2 no nó 54.....	98
Figura 67: Deslocamentos em X2 da combinação 2 no nó 54.....	98
Figura 68: Deslocamentos em X1 da combinação 1 no nó 10.....	96
Figura 69: Deslocamentos em X2 da combinação 2 no nó 12.....	96
Figura 70: Deslocamentos em X3 da combinação 1 no nó 32.....	96
Figura 71: Deslocamentos em X2 da combinação 2 no nó 35.....	96
Figura 72: Deslocamentos em X1 da combinação 1 no nó 10.....	97
Figura 73: Deslocamentos em X2 da combinação 2 no nó 12.....	97

Figura 74: Deslocamentos em X3 da combinação 1 no nó 32.....	97
Figura 75: Deslocamentos em X2 da combinação 2 no nó 35.....	97
Figura 76: Deslocamentos em X1 da combinação 1 no nó 10.....	98
Figura 77: Deslocamentos em X2 da combinação 2 no nó 12.....	98
Figura 78: Deslocamentos em X3 da combinação 1 no nó 32.....	98
Figura 79: Deslocamentos em X2 da combinação 2 no nó 35.....	98
Figura 80: Modo de vibração 5 - Modelo I.....	100
Figura 81: Modo de vibração 5 - Modelo II.....	101
Figura 82: Modo de vibração 5 - Modelo III.....	101
Figura 83: Desloc. em X1 da combinação 1 no Nó 52 da estrutura rígida.....	102
Figura 84: Desloc. em X2 da combinação 1 no Nó 52 da estrutura rígida.....	103
Figura 85: Desloc. em X1 da combinação 1 no Nó 52 da estrutura semirrígida.....	104
Figura 86: Desloc. em X2 da combinação 1 no Nó 52 da estrutura semirrígida.....	104
Figura 87: Desloc. em X1 da combinação 1 no Nó 52 da estrutura rotulada.....	103
Figura 88: Desloc. em X2 da combinação 1 no Nó 52 da estrutura rotulada.....	103

## LISTA DE TABELAS

Tabela 01: Velocidade permissível para vibrações transientes em edifícios de acordo com a DIN 4150-3 (1999) .....	56
Tabela 02: Valores de qualidade de balanceamento ISO 1940-1 (1986) .....	67
Tabela 03: Excentricidade de desbalanceamento .....	70
Tabela 04: Excentricidade de desbalanceamento para geradores .....	71
Tabela 05: Excentricidade de desbalanceamento para motores de indução .....	71
Tabela 06: Excentricidade de desbalanceamento para motores elétricos (NEMA)..	71
Tabela 07: Excentricidade de desbalanceamento para motores de grande indução (NEMA) .....	71
Tabela 08: Critérios de severidade das vibrações de máquinas. ....	73
Tabela 09: Amplitudes admissíveis de vibração de acordo com a velocidade do equipamento, Srinivasulu e Vaidyanathan (1976).....	74
Tabela 10: Folha de Dados do Motor Elétrico.....	75
Tabela 11: Aplicação de massa nos nós dos conjuntos moto-bomba.....	83
Tabela 12: Frequências naturais da estrutura rígida.....	93
Tabela 13: Carregamentos Dinâmicos aplicados aos Nós.....	94
Tabela 14: Deslocamentos dos Modelos gerados no software (mm) .....	101
Tabela 15: Frequências naturais.....	102

## LISTA DE SÍMBOLOS

$f_e$  - Força restauradora elástica proporcional ao deslocamento

$f_d$  - Força de dissipação

$f_i$  - Força de inércia

$K$  - Rigidez

$u$  - Deslocamento

$\dot{u}$  - Velocidade

$\ddot{u}$  - Aceleração

$u^T$  - Deslocamento do solo

$u_s$  - Deslocamento da base

$E$  - Módulo de Elasticidade do Aço

$I$  - Momento de inércia

$L$  - Comprimento

$C$  - Amortecimento

$M$  - Massa

$\omega$  - Frequência circular

$f$  - Frequência Cíclica

$T$  - Período de vibração livre

$\rho$  - Amplitude de vibração

$\theta$  - Ângulo de fase

$\xi$  - Taxa de amortecimento

$\omega_D$  - Frequência Natural amortecida

$p_0$  - Carregamento harmônico de amplitude

$\Omega$  - Frequência forçada

$D$  - Coeficiente de amplificação dinâmica

$\beta$  - Fator de amplificação dinâmica

$R_{max}$  - Razão de resposta

$N$  - Força normal

$\Phi$  - Modo de Vibração

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>17</b>
<b>1.1 Análise dinâmica das estruturas.....</b>	<b>17</b>
<b>1.2 Vibrações mecânicas devido ao carregamento das máquinas rotativas.....</b>	<b>20</b>
<b>1.3 Equipamentos mecânicos industriais e suas fundações.....</b>	<b>21</b>
<b>1.4 Objetivos.....</b>	<b>22</b>
1.4.1 Objetivo geral.....	22
1.4.2 Objetivos específicos.....	22
<b>1.5 Justificativa.....</b>	<b>24</b>
<b>1.6 Estrutura da dissertação.....</b>	<b>28</b>
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>29</b>
<b>2.1 Introdução.....</b>	<b>29</b>
<b>2.2 Pesquisa sobre análise dinâmica de bases suportes de equipamentos.....</b>	<b>29</b>
<b>2.3 Pesquisas sobre vibrações em estruturas.....</b>	<b>33</b>
<b>2.4 Consideração dinâmica no projeto de estruturas suportes: Um grau de liberdade.....</b>	<b>37</b>
2.4.1 Vibrações livres não amortecidas.....	40
2.4.2 Vibrações livres amortecidas.....	41
2.4.3 Carregamento Harmônico.....	43
2.4.4 Carregamento de Impacto.....	44
2.4.5 Carregamentos gerais: integração numérica no tempo.....	45
<b>2.5 Consideração dinâmica no projeto de estruturas suportes: Vários graus de liberdade.....</b>	<b>47</b>
2.5.1 Introdução ao método dos deslocamentos na dinâmica.....	47
2.5.2 Vibrações livres não amortecidas.....	50
2.5.3 Ortogonalidade e equações desacopladas.....	52

2.5.4	Superposição modal.....	53
<b>3</b>	<b>CONSIDERAÇÕES PARA O PROJETO DE ESTRUTURAS DE AÇO SUPORTES – RECOMENDAÇÕES.....</b>	<b>55</b>
<b>3.1</b>	<b>Generalidades.....</b>	<b>55</b>
<b>3.2</b>	<b>Critérios relativos à verificação de estruturas.....</b>	<b>56</b>
<b>3.3</b>	<b>Norma brasileira – Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios: NBR 8800 (2008).....</b>	<b>56</b>
<b>3.4</b>	<b>Norma Alemã - As vibrações em edifícios - Parte 3: Efeitos sobre estruturas: DIN 4150-3 (1999).....</b>	<b>57</b>
<b>3.5</b>	<b>Norma Britânica - Avaliação e mensuração da vibração em edifícios - Parte 1: Guia para medição de vibrações e de avaliação dos seus efeitos sobre edifícios: BS 7385-1 (1990).....</b>	<b>58</b>
<b>4</b>	<b>CONSIDERAÇÕES SOBRE O CARREGAMENTO DINÂMICO.....</b>	<b>59</b>
<b>4.1</b>	<b>Cargas das fundações e equipamentos.....</b>	<b>59</b>
<b>4.2</b>	<b>Cargas estáticas.....</b>	<b>59</b>
4.2.1	Peso próprio.....	59
4.2.2	Sobrecargas.....	59
4.2.3	Cargas de vento.....	60
4.2.4	Cargas sísmicas.....	60
4.2.5	Cargas estáticas de operação.....	60
4.2.6	Cargas de manutenção e construção.....	61
4.2.7	Cargas térmicas.....	61
<b>4.3</b>	<b>Dinâmica de rotores de máquinas alternativas e rotativas.....</b>	<b>61</b>
4.3.1	Generalidades.....	61
4.3.2	Fundamentos da dinâmica de rotores.....	63
4.3.3	NBR 8008 (1983) – Balanceamento de corpos rotativos.....	64
4.3.4	Euro Código 1, Parte 3: Ações induzidas por guindastes e máquinas (2002).....	64
4.3.5	Forças decorrentes de máquinas alternativas.....	65

4.3.5.1	Máquinas com um cilindro.....	65
4.3.5.2	Máquinas com mais de um cilindro.....	66
4.3.6	Quantificação do desbalanceamento.....	66
4.3.7	Forças desbalanceadas em máquinas rotativas.....	68
4.3.7.1	Peso do rotor.....	70
4.3.7.2	Excentricidade efetiva.....	70
4.3.7.3	Força desbalanceada segundo fórmulas empíricas.....	72
<b>4.4</b>	<b>Critérios relativos à verificação de equipamentos mecânicos rotativos.</b>	<b>73</b>
4.4.1	Norma Internacional - Vibração mecânica de máquinas com velocidades de operação de 10 a 200 rev / s - Base para Padrões de Avaliação de Norma: ISO 2372 (1974).....	73
4.4.2	Manual de fundações de máquinas, Srinivasulu e Vaidyanathan(1980).....	74
<b>5</b>	<b>MODELAGEM DO CARREGAMENTO DINÂMICO.....</b>	<b>75</b>
<b>5.1</b>	<b>Características dos equipamentos e da estrutura.....</b>	<b>75</b>
<b>5.2</b>	<b>Modelo estrutural investigado.....</b>	<b>81</b>
5.2.1	Introdução.....	81
5.2.2	Modelo estrutural do suporte.....	82
<b>5.3</b>	<b>Modelo numérico-computacional.....</b>	<b>84</b>
5.3.1	Considerações iniciais – Aplicação dos pesos nodais.....	84
<b>5.4</b>	<b>Modelos computacionais.....</b>	<b>85</b>
5.4.1	Modelo com ligações rígidas (Modelo I) .....	86
5.4.2	Modelo com ligações semirrígidas (Modelo II) .....	87
5.4.3	Modelo com ligações flexíveis (Modelo III) .....	89
<b>5.5</b>	<b>Modelos das ligações.....</b>	<b>90</b>
5.5.1	Modelo das ligações Rígidas (Modelo I).....	92
5.5.2	Modelo das ligações Semirrígidas (Modelo II).....	92
5.5.3	Modelo das ligações flexíveis (Modelo III).....	93

<b>6</b>	<b>ANÁLISE DINÂMICA DA ESTRUTURA.....</b>	<b>94</b>
<b>6.1</b>	<b>Aspectos gerais – Análise modal.....</b>	<b>94</b>
<b>6.2</b>	<b>Descrição do carregamento dinâmico - Cálculo das forças dinâmicas do equipamento.....</b>	<b>94</b>
<b>6.3</b>	<b>Análise dinâmica dos conjuntos Motos-Bomba 1 e 2.....</b>	<b>96</b>
6.3.1	Análise dinâmica do modelo I - com ligações rígidas.....	97
6.3.2	Análise dinâmica do Modelo II – com ligações semirrígidas.....	98
6.3.3	Análise dinâmica do Modelo III - com ligações flexíveis.....	100
<b>6.4</b>	<b>Análise dinâmica da estrutura.....</b>	<b>101</b>
6.4.1	Análise dinâmica do modelo I - com ligações rígidas.....	102
6.4.2	Análise dinâmica do Modelo II – com ligações semirrígidas.....	103
6.4.3	Análise dinâmica do Modelo III- com ligações flexíveis.....	104
<b>7</b>	<b>ANÁLISE DAS AMPLITUDES, FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAÇÃO.....</b>	<b>106</b>
<b>7.1</b>	<b>Análise das amplitudes.....</b>	<b>106</b>
<b>7.2</b>	<b>Análise das frequências naturais.....</b>	<b>107</b>
<b>7.3</b>	<b>Análise dos modos de vibração.....</b>	<b>108</b>
7.3.1	Modos de vibração - Modelo I.....	109
7.3.2	Modos de vibração - Modelo II.....	109
7.3.3	Modos de vibração - Modelo III.....	110
<b>7.4</b>	<b>Análise Dinâmica do regime transiente dos três modelos.....</b>	<b>110</b>
<b>8</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>113</b>
<b>9</b>	<b>SUGESTÕES.....</b>	<b>115</b>
<b>10</b>	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>116</b>

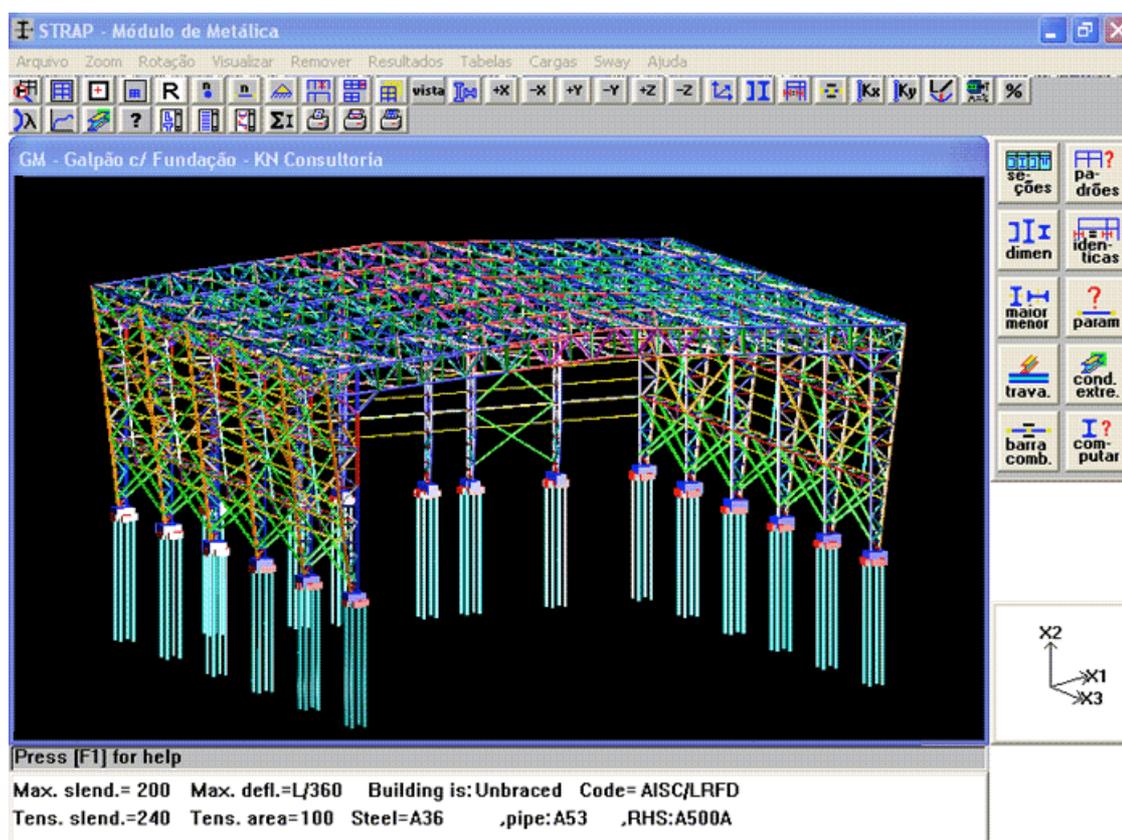
## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1 Análise dinâmica das estruturas

A dinâmica de estruturas estuda os movimentos dos corpos provocados por forças a eles aplicadas e também as forças que provocam os movimentos nas estruturas.

Estruturas de concreto e aço, Figura (01) são compostas por elementos sujeitos à esforços cuja configuração inicial deve-se manter razoavelmente próxima das configurações desejadas durante os movimentos introduzidos por fontes excitadoras. Assim, os movimentos de uma estrutura devem ser suficientemente pequenos em torno de uma configuração inicial projetada.

Figura 01: Estrutura de aço dimensionada no software



Considerando uma aplicação de cargas e esforços feita de maneira lenta, com velocidades desprezíveis, é razoável não levar em conta o aparecimento de forças de inércia. Com isso, a análise dessas estruturas é feita de forma quase estática, onde na maioria das vezes desconsidera-se o efeito dos movimentos sobre o equilíbrio (análise estática). De outra forma, devemos considerar resultados de

movimentos oscilatórios em torno da configuração inicial da estrutura projetada com efeitos que podem ser indesejados. Esses movimentos podem levar a reações e esforços internos solicitantes maiores que os determinados estaticamente e a permanência de seres humanos sobre a estrutura pode se tornar desconfortável. Também os movimentos podem afetar o funcionamento de equipamentos apoiados as estruturas ou ainda pessoas e equipamentos nas imediações dessa podem ser afetados pelo seu movimento.

Assim, as características básicas da análise dinâmica de uma estrutura são:

- Cargas, reações, deslocamentos, deformações e esforços internos variam com o tempo, com velocidades não desprezíveis;
- Além das cargas aplicadas, reações e esforços internos (que se equilibram numa situação estática) participam também do equilíbrio, forças de inércia (relacionadas com a massa da estrutura) e forças que dissipam energia (amortecimento);
- As análises não levam, via de regra, a um resultado único (estático), mas a um histórico de resposta.

Situações em que se deve pensar na possibilidade ou necessidade de análise dinâmica de estruturas são, entre outras:

- Fundações de máquinas e equipamentos;
- Estruturas submetidas ao tráfego de veículos ou público;
- Estruturas submetidas ao movimento rítmico de pessoas;
- Efeito de sismos (terremotos) sobre estruturas;
- Efeito de vento sobre estruturas;
- Efeito de impactos e explosões sobre estruturas;
- Efeito de ondas do mar sobre estruturas como correntes marítimas.

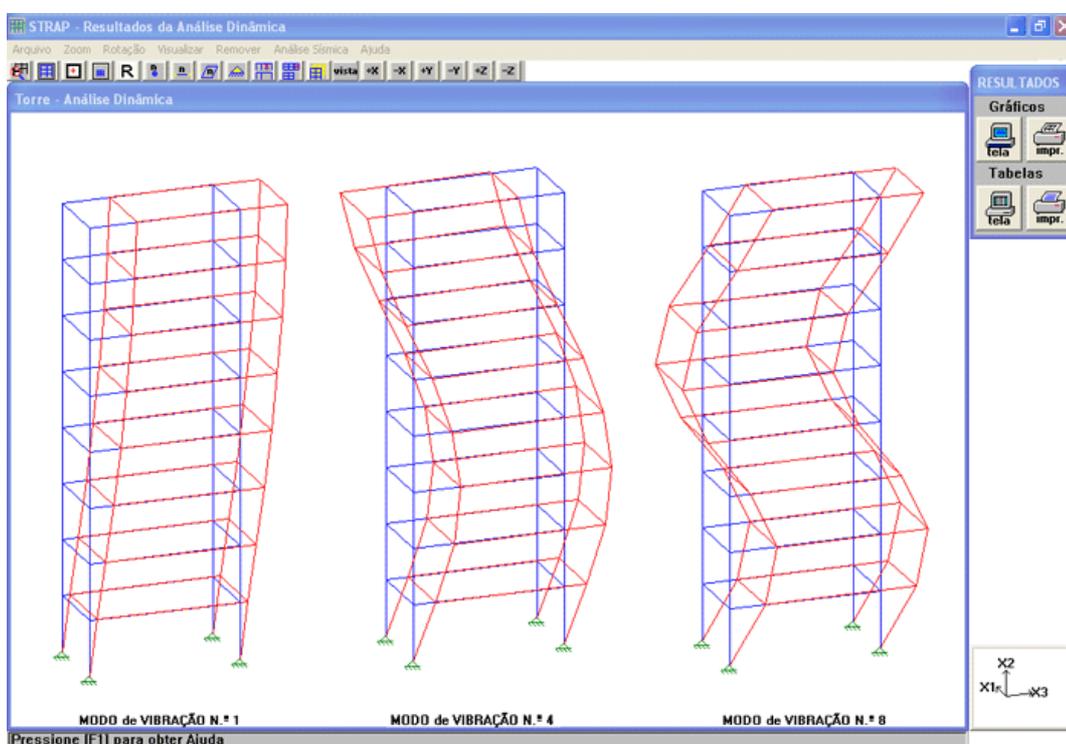
A análise dinâmica de estruturas, como também a análise de qualquer outro corpo físico, passa pela criação de uma série de modelos que permitam converter essa entidade pré-estabelecida, de forma complexa, em algo que os recursos mentais humanos possam compreender e modelar. Assim, no princípio, transforma-se a estrutura real em um modelo físico (ou conceitual), por simplificações como barras, placas, apoios idealizados, materiais de comportamento simplificado,

massas pontuais, etc. A partir de então, constrói-se um modelo matemático, um sistema de equações relacionando as características da estrutura, introduzindo as leis da mecânica. Na fase final, procura-se resolver essas equações por vias analíticas ou numéricas.

No caso da dinâmica das estruturas, o modelo matemático a que se chega é constituído de sistemas de equações diferenciais em que o tempo tem papel fundamental. Isso é bem diferente do caso estático, em que se recai em sistemas de equações algébricas.

Atualmente, os processos de modelagem matemática e de solução numérica foram transformados pelo advento da computação através de programas de modelagem, Figura (02). Outro processo, talvez ainda mais importante, que ocorreu em função do desenvolvimento dos computadores, foi o desenvolvimento do método dos elementos finitos e a facilidade de acesso aos computadores, proporcionado pelo lançamento dos microcomputadores pessoais.

Figura 02: Estrutura dimensionada no Módulo de Dinâmica do software



## 1.2 Vibrações mecânicas devido ao carregamento das máquinas rotativas

Vibrações de equipamentos mecânicos, como máquinas rotativas, devem ser rigidamente controladas de acordo com a aplicação e os critérios de normas técnicas existentes e que ainda estão em estudos e devem ser utilizadas como uma base das condições de funcionamento de equipamentos mecânicos, sobretudo no caso de manutenções preditivas.

Em seus estudos, Soeiro (2008) mostra que a manutenção preditiva é um formato de manutenção onde se considera que em equipamentos ou máquinas, geralmente em regime de operação, deve ocorrer o monitoramento contínuo e programado com o objetivo de detecção de falhas como desbalanceamento, desalinhamento, folgas generalizadas, má fixação, campo elétrico desequilibrado, etc.

Desgaste prematuro de seus componentes, quebras inesperadas de peças, fadiga estrutural do equipamento e de sua base suporte, desconexão de partes e até uma possível parada do equipamento não programada, são as falhas nas máquinas que ocasionam vibrações excessivas de partes do equipamento e podem provocar danos aos processos industriais. Assim esse formato de manutenção permite indicar a operação do equipamento com máxima eficiência durante sua vida útil, minimizando os custos de manutenção.

Para efetuar o controle dos fenômenos de vibração devem ser seguidos três procedimentos diferenciados, considerando o último como o foco do estudo:

- Eliminação das fontes: balanceamento, alinhamento, troca de peças defeituosas, aperto de bases soltas, etc.
- Isolamento das partes: colocação de um elástico amortecedor de modo a reduzir a transmissão da vibração a níveis toleráveis.
- Atenuação da resposta: alteração da estrutura (reforços, massas auxiliares, mudança de frequência natural, etc.).

### 1.3 Equipamentos mecânicos industriais e suas fundações

De acordo com o ACI 351.3R (2004) as máquinas classificam-se em:

- a) Máquinas rotativas: Que incluem turbinas a gás, a vapor, etc., turbo compressores e turbo bombas, ventiladores, motores e centrífugas;
- b) Máquinas alternativas: Que incluem motores e compressores a diesel, nas quais tem-se um pistão movendo-se num cilindro que interage com um fluido por meio do movimento de um eixo manivela;
- c) Máquinas de impacto: Nessa categoria estão inclusos os martelos de forjamento e algumas prensas de conformação metálica, que operam por meio de impacto ou choque entre as diferentes partes do equipamento;
- d) Outros tipos de máquinas: tais como britadores e máquinas trituradoras de sucata de metal.

As máquinas são classificadas quanto à velocidade de operação em:

- a) máquinas de velocidade ( $v$ ) muito baixa:  $v < 100$  rpm;
- b) máquinas de velocidade ( $v$ ) baixa:  $100 \text{ rpm} \leq v \leq 1500$  rpm;
- c) máquinas de velocidade ( $v$ ) média:  $1500 \text{ rpm} \leq v \leq 3000$  rpm;
- d) máquinas de alta velocidade ( $v$ ):  $v > 3000$  rpm.

Assim, inúmeros fatores são levados em consideração para o projeto de fundações para equipamentos mecânicos industriais:

- O tipo de máquina.
- O local onde será instalado.
- O tipo de fundação.
- Os equipamentos auxiliares que serão instalados.
- As cargas a que estarão submetidas, antes, durante e após montagem.
- O acesso ao equipamento para operação e manutenção, etc.

## **1.4 Objetivos**

### **1.4.1 Objetivo geral**

Esse trabalho visa à análise do efeito do carregamento dos equipamentos mecânicos sobre estruturas de aço suportes presentes no ambiente industrial. Assim, rigidezes iniciais serão estabelecidas para os principais tipos de ligações entre perfis metálicos que são considerados no projeto dessas estruturas de aço capazes de suportar os equipamentos com melhor desempenho em relação ao carregamento dinâmico provocado pelos equipamentos nas estruturas suportes.

O estudo faz a análise de um modelo numérico computacional de uma estrutura de aço suporte de bombas centrífuga movidas por motores elétricos, ou conjunto moto-bomba, considerando que a sua ocorrência, ou de equipamentos com suas características, é muito comum na indústria em geral.

### **1.4.2 Objetivos específicos**

O objetivo específico principal é utilizar um conjunto generalizado de motor elétrico e uma bomba centrífuga, considerando modelos e marcas de alguns fabricantes mais utilizados nas indústrias em geral, onde as forças de excitação geradas por esse conjunto moto-bomba são definidas na melhor forma de aplicação no modelo desenvolvido no Software Strap, considerando as indicações de normas, especificações e recomendações de projeto.

Optou-se por analisar um modelo numérico computacional de uma estrutura de aço suporte de dois conjuntos motos-bomba, um no sentido transversal da estrutura e outro no sentido longitudinal da estrutura, onde os dados necessários para o carregamento dinâmico foram retirados dos catálogos dos fabricantes e os elementos estruturais são dimensionados.

Em virtude do projeto estrutural em aço do suporte apresentar vários graus de liberdade, o modelo numérico é analisado utilizando-se um programa para análise estrutural baseado no método dos elementos finitos (MEF). A análise é feita através de modelos computacionais com diferentes níveis de simplificação. Dessa forma são gerados os diferentes modelos. Serão gerados no software, no seu módulo de dinâmica, modelos de Estruturas de aço suportes com ligações Rígidas, Flexíveis

(Rotuladas) e Parcialmente Rígidas ou Flexíveis (Semirrígidas). Assim mantendo o carregamento dinâmico do conjunto Moto-Bomba e com isso visualizando qual estrutura suporte terá o melhor desempenho com confiabilidade em relação aos limites normativos prescritos para as respostas dinâmicas.

A análise da resposta no tempo foi obtida pela superposição dos modos de vibração, onde para a análise dinâmica da estrutura efetuou-se o cálculo dos 10 primeiros modos de vibração, de modo a atingir a frequência de operação dos equipamentos, e em seguida definiram-se as forças dinâmicas dos equipamentos sobre esta para a obtenção das máximas amplitudes e assim verificar qual estrutura suporte obteve o melhor desempenho baseado nas condições recomendadas nas normas e estudos.

Considerando que esses conjuntos motos-bomba são equipamentos muito utilizados na indústria de uma forma geral, onde os efeitos da excitação dinâmica são muito comuns em estruturas de aço suportes, espera-se que a forma de aplicação dos carregamentos e consideração desses modelos gerados, possam ser utilizadas em trabalhos futuros por outros engenheiros ou profissionais envolvidos no cálculo de dinâmica em projetos industriais.

## 1.5 Justificativa

O desenvolvimento tecnológico e científico que vem ocorrendo ao longo das últimas décadas na construção civil e industrial continua evoluindo considerando um melhor conhecimento dos materiais, novas técnicas construtivas e novos modelos de produção, sobretudo no aprimoramento dos processos de cálculo.

Assim, o desenvolver de novos projetos com estruturas de aço se torna a cada dia mais responsável por promover maior industrialização da construção civil, onde se considera a utilização de peças pré-fabricadas e pré-montadas incluindo o maior controle de qualidade, influenciando o aparecimento de obras com grandes vãos e com o tempo de construção reduzido.

Escolas de engenharia e empresas, cada vez mais, desenvolvem soluções estruturais mais leves, com menor custo de produção, com maior velocidade de construção e maior gama de aplicação. Esse desenvolvimento acaba gerando estruturas mais esbeltas, flexíveis e com baixo fator de amortecimento, tornam-se mais suscetíveis a problemas de dinâmica com níveis de vibração indesejáveis.

Considerando ainda ações como de ventos, explosões, terremotos, tráfego de veículos, movimentação de pessoas, ação de equipamentos, ondas, escoamento turbulento de fluidos, podem aparecer mais de uma característica do carregamento, como a intensidade, o sentido, a direção e a posição, que são variáveis ao longo da vida útil da estrutura.

Em sua dissertação, Assunção (2009) mostra que as estruturas devem resistir às combinações de carregamentos mais críticas previstas para toda a sua vida útil com certa reserva de segurança. Aos carregamentos mais comuns, consideram-se o peso próprio da estrutura, as ações acidentais, as sobrecargas previstas, os recalques, as variações de temperatura e as ações decorrentes da natureza. Assim, para que o dimensionamento de estruturas sujeitas a vibrações fique de acordo com critérios desenvolvidos nas normas técnicas vigentes, uma análise dinâmica estrutural deve ser realizada.

Em projetos industriais, de forma geral, como as plataformas ou pórticos metálicos, que estão sujeitos a ações dinâmicas provenientes dos mais diversos

tipos de equipamentos envolvidos nos processos de produção de cada setor ou área industrial, devem ser realizadas análises dinâmicas.

Como ilustração, na Figura (03) apresenta-se um conjunto moto-bomba utilizado em projetos industriais.

Figura 03: Exemplo de moto-bomba utilizado em projetos industriais



Considerando à crescente demanda de projetos industriais nos últimos anos com a utilização de estruturas mais esbeltas e com uma exigência maior em relação ao conforto das pessoas e o bom desempenho das máquinas, pesquisas na área de vibração de estruturas são cada vez mais desenvolvidas. E ainda que os projetos industriais possuam uma grande quantidade de acessórios como vasos de pressão, de tubulações, salas de controle do equipamento, entre outros, que fazem parte de um conjunto de equipamentos onde há a necessidade de máquinas rotativas, estes estudos cada vez mais vêm considerando os diversos carregamentos nos modelos estruturais.

As máquinas rotativas têm seu efeito dinâmico provocado pelo desbalanceamento do rotor, ou seja, a concentração de massa fora do eixo de rotação do rotor, com isso, vibrações harmônicas são causadas pelo desbalanceamento gerando várias condições dinâmicas na estrutura. A estrutura suporte deve ser dimensionada de forma a prevenir que vibrações com limites inaceitáveis sejam transmitidas às estruturas envolvidas nas proximidades, respeitando as amplitudes e acelerações máximas em função do equipamento e dos

critérios tanto do conforto humano quanto do bom desempenho dos equipamentos e estruturas suportes.

A análise dinâmica em estruturas submetidas a carregamentos dinâmicos, como as vibrações geradas por equipamentos mecânicos rotativos, é de forma geral um processo de difícil aplicação pela grande maioria dos engenheiros mecânicos e civis e os que atuam na área de projetos estruturais. Dificuldades como na quantificação do carregamento de representação da excitação dinâmica, na determinação real das causas e efeitos das vibrações sobre as estruturas, pessoas e equipamentos e ainda a energia necessária para dissipar esta excitação. Considerando essas dificuldades, a maioria dos engenheiros projetistas de estruturas geralmente superestima as estruturas de forma a considerar os carregamentos dinâmicos como carregamentos estáticos multiplicados por fatores de amplificação dinâmica.

A Figura (04) apresenta uma estrutura suporte de vários equipamentos com cargas dinâmicas, utilizada em áreas industriais.

Figura 04: Estrutura suporte de vários equipamentos



Por outro lado, ainda os fabricantes de máquinas preocupam-se, de forma geral, somente com o bom desempenho e funcionamento de seus equipamentos, e ainda omitem, ou não têm dados suficientes, como alguns dados necessários para o

cálculo das estruturas que suportam estes equipamentos, como as forças dinâmicas reais geradas por estas máquinas. Com isso, as estruturas suportes, se não projetadas adequadamente, podem causar falhas no equipamento e na própria estrutura. Assim os danos geram paradas da produção para manutenções como troca de componentes mecânicos e de reforço da estrutura, o que acarreta em custos para as empresas. O fato de algumas estruturas suportes apresentarem custos muito inferiores, quando comparados aos custos dos equipamentos, é um fator muito comum para que não haja um dimensionamento dinâmico efetivo.

Na pesquisa de Assunção (2009), suas hipóteses simplificadoras contemplam de forma satisfatória o dimensionamento estático, mas não levam em consideração efeitos dinâmicos importantes como o conforto e a resistência à fadiga. Uma análise desse tipo pode resultar em superdimensionamento das estruturas como mencionado anteriormente e o risco de as mesmas possuírem frequências fundamentais próximas à frequência da excitação.

No período de desenvolvimento desta pesquisa, percebeu-se que a análise de vibração de estruturas de aço suportes de máquinas rotativas é um assunto pouco estudado. A maioria das pesquisas encontradas considera a análise dinâmica de estruturas constituídas totalmente em concreto ou estruturas mistas submetidas a carregamentos dinâmicos provocados por movimentos de pessoas ou veículos, e aborda apenas suportes como fundações em concreto de máquinas e equipamentos dentro dos projetos comerciais e industriais.

. Considera-se ainda que em projetos industriais e comerciais, existe de fato a ocorrência de vibração em estruturas, causando recorrentes problemas em equipamentos devido as vibrações das bases suportes, e nunca considerando de fato que em grande parte, os efeitos são causados devido ao dimensionamento incorreto da estrutura suporte dos equipamentos.

## **1.6 Estrutura da dissertação**

O capítulo 1 apresenta uma introdução sobre a análise dinâmica de estruturas e as influências das vibrações mecânicas devido o carregamento de equipamentos mecânicos sobre as estruturas de aço suportes. Apresenta também a justificativa do projeto incluindo os objetivos gerais e específicos.

No capítulo 2 será feito uma revisão bibliográfica com grande amplitude teórica, com base em livros renomados, normas nacionais e internacionais amplamente reconhecidas, artigos científicos, dissertações de mestrado e teses de doutorado, para a assimilação de conceitos fundamentais ao entendimento da dinâmica estrutural e vibrações de equipamentos mecânicos.

No capítulo 3 são apresentadas as considerações normativas para o projeto de estruturas de aço suportes com suas generalidades, critérios relativos à verificação de estruturas e ainda as considerações sobre algumas normas como a Norma brasileira – Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios: NBR 8800 (2008).

No capítulo 4 são apresentadas as considerações do carregamento dinâmico, mostrando as principais cargas e a dinâmica de rotores de máquinas alternativas e rotativas.

O capítulo 5 faz a modelagem do carregamento dinâmico mostrando as características dos equipamentos, das estruturas e os modelos computacionais.

Os capítulos 6 e 7 mostram respectivamente a análise dinâmica da estrutura e análise das frequências naturais e modos de vibração para cada modelo considerado no projeto.

Os capítulos 8, 9 e 10 mostram respectivamente as conclusões, sugestões e referências.

## **2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **2.1 Introdução**

O estudo da análise dinâmica das estruturas é um tema consolidado por inúmeros autores, pesquisadores e livros como Craig (2006) e Clough e Penzien (2003), esse último com forte influência em um contexto internacional. Assim, baseado em pesquisas recentes, esta dissertação, utiliza-se principalmente as notações e os conceitos básicos de dinâmica das estruturas descritas em Brasil (2013).

Nesse sentido existe uma preocupação crescente com o desempenho das máquinas suportadas por estruturas de aço, a resistência dessas estruturas suportes sob excitações transmitidas por aquelas máquinas, e também a segurança e o conforto das pessoas que trabalham em locais sujeitos as vibrações, onde a vibração é um fenômeno constante encontrado em diversos equipamentos mecânicos como as máquinas rotativas. Várias pesquisas abordam temas voltados a esses aspectos, além de normas que dão embasamento para profissionais que atuam nas áreas de vibrações e dinâmica das estruturas.

### **2.2 Pesquisas sobre análise dinâmica de bases suportes de equipamentos**

O desenvolvimento de métodos desenvolvidos para a análise de estruturas submetidas a ações dinâmicas, se faz mais importante e necessário, considerando os frequentes problemas de vibração excessiva em estruturas causados por inúmeras situações, mas principalmente por carregamentos de equipamentos mecânicos que ocorrem atualmente. Esses métodos servem para orientar e dar como base na elaboração de projetos ou, ainda, dar suporte na detecção e correção de problemas de vibração em estruturas existentes, sempre prezando o estado limite último e também o estado limite de utilização ou serviço, e assim garantindo o conforto dos usuários e o bom desempenho das máquinas.

Brasil (2013) cita que a formação geral dos engenheiros civis é baseada geralmente dentro de uma visão estática das estruturas, o que leva a ignorar que o tempo passa. A dinâmica das estruturas se ocupa do efeito da passagem do tempo

e suas consequências sobre as estruturas considerando a energia cinética e a presença de forças de inércia.

Livros clássicos como Barkan (1962), Richart et al (1970) e Arya et al (1984), de uma forma mais detalhada e consistente, também auxiliam no cálculo de fundações de máquinas, e são referências em inúmeros trabalhos publicados no assunto. Richart et al (1970) mostram as informações básicas e importantes e ainda os itens que devem ser verificados no cálculo das fundações das máquinas, como as amplitudes admissíveis de deslocamento ou velocidades para as máquinas, estruturas e pessoas. Srinivasulu e Vaidyanathan (1976) fazem um detalhamento dos princípios da análise, projeto e construção de fundações de máquinas de diferentes tipos.

O fato é que existe uma complexidade na avaliação do real comportamento dinâmico de estruturas e equipamentos e ainda há necessidade de integrar outros conhecimentos que englobem as diversas áreas inerentes a análise dinâmica e vibração, tais como estruturas, mecânica, fundações, mecânica dos solos e também outras para a análise e dimensionamento dos elementos de fundação de máquinas. Em estudos feitos por Almeida Neto (1989), Milet (2006) e Machado (2010), e outros realizados no Brasil e no mundo, mostram a busca pelo entendimento e domínio dos métodos usados em projetos de fundações de máquinas.

Sobre a resistência das estruturas suportadas por equipamentos, a DIN 4150-3 apud GERB (1994), norma alemã, fornece bons níveis permitidos para velocidade de partícula para vibrações transientes, levando em conta o tipo de estrutura e também o intervalo de frequência. Em estruturas industriais, a norma alemã considera velocidades de até 50 mm/s para frequências entre 50 Hz e 100 Hz, no nível da fundação para que não ocorram danos estruturais, e considera no andar mais alto da edificação o limite de até 40 mm/s em qualquer frequência para que não haja riscos de danos.

Em suas pesquisas, Almeida Neto (1989) verificou que estruturas aporricadas podem ser consideradas com suas bases engastadas nos modelos matemáticos, quando a amplitude desejada da estrutura estiver vinculada a frequências de operação elevadas, devido a interação solo-estrutura ter uma maior influência nas

frequências naturais mais baixas. Cita a importância de que muitas fundações de máquinas têm projetos baseados em “regras empíricas”, mas nem sempre fundamentadas, fornecidas por fabricantes onde a maioria delas estabelece que a massa da fundação deve ser  $m$  vezes a massa das partes móveis ou  $n$  vezes a massa da própria máquina, excluindo-se características importantes como os parâmetros do solo conforme Mcneill (1969). Este procedimento não mais se justifica em virtude dos avanços nas áreas de dinâmica estrutural e dinâmica dos solos que possibilitam prever, com relativa precisão, o comportamento de uma fundação de máquina submetida a excitações dinâmicas.

Almeida Neto (1989) ainda alerta que é importante que muitas das simplificações adotadas decorram do procedimento normal de se considerar os equipamentos mecânicos e a fundação como sistemas dinâmicos independentes. Ou seja, quando a máquina é estudada, as bases que a suportam são admitidas deslocáveis, enquanto no modelo da fundação, desprezam-se as propriedades de rigidez e amortecimento da máquina, considerando-se apenas sua massa e os esforços transmitidos. Mostra ainda que em termos gerais, a análise dinâmica de uma fundação de máquina envolve: definição dos critérios de desempenho da fundação, determinação dos esforços dinâmicos gerados pela máquina, levantamento do perfil de solo e a avaliação de seus parâmetros e cálculo da resposta dinâmica da fundação e a verificação posterior com base nos critérios de desempenho.

Milet (2006) mostra conceitos básicos da análise dinâmica de fundações de máquinas, relacionados a alguns métodos analíticos disponíveis de projeto e mostra algumas recomendações de projeto e prescrições normativas.

Lu e Law (2006) indicam uma metodologia para identificar a força no domínio do tempo com base na sensibilidade. Onde consideram que as forças de entrada, assim como qualquer função periódica desconhecida, podem ser aproximadas por séries de Fourier e as respostas sensitivas são calculadas no domínio do tempo e usadas para atualização dos parâmetros da força dinâmica. Com base em estudos numéricos e com a verificação experimental de uma barra com ação sujeita a uma excitação senoidal, verifica-se que na metodologia o ruído e os erros iniciais do modelo podem ser negligenciados, apresentando alta precisão nos resultados.

Vale ressaltar que Ferreira (2002) em seus estudos mais elaborados, indicou que para encontrar a resposta no campo da análise dinâmica das estruturas, as análises podem ser realizadas tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência, onde cada análise deve ser realizada de acordo com a predominância. Por exemplo, na situação solo-estrutura prevalece a análise no domínio da frequência. Em outra análise, Kamei (2010) considerou que para os efeitos dinâmicos causados por equipamentos mecânicos sobre estruturas suportes as análises de vibração forçada devem ser realizadas no domínio do tempo. Ainda Pretti (2012) em sua recente pesquisa diz que a análise dinâmica no domínio do tempo é mais indicada ao nível dos projetos estruturais, considerando-se que todo o trabalho é realizado somente com os recursos da matemática dos números reais, enquanto a análise no domínio da frequência faz uso dos números complexos, conhecimento, normalmente, pouco familiar aos profissionais de projeto.

Assunção (2009) evidencia que para o sucesso da análise do comportamento dinâmico das estruturas suporte de equipamentos é imprescindível que se tenham as informações necessárias junto ao fabricante do equipamento. Considera ainda que a norma europeia EUROCODE 1 (2002), na seção de ações induzidas por máquinas, auxilia nas características destas informações a serem requeridas e determina, para os casos mais simples, a força dinâmica gerada por máquinas com partes rotativas.

Machado (2010) cita que ainda não há uma norma da ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) que trate especificamente deste assunto, por ser um assunto pouco estudado no Brasil. Colaborou para a evolução das análises do comportamento de fundações submetidas a vibrações de máquinas, utilizando como referência algumas normas internacionais como as DIN 4024-1, 4024-2, 4150-1 e 4150-3 e na norma Petrobras N-1848 - Projeto de Fundações de Máquinas, além das normas da ABNT NBR 7497, 10273, 6122, 6484, respectivamente sobre vibrações, fundações, ensaios de estruturas resistentes a sismos e outras aplicáveis ao assunto.

Rimola (2010) conclui que analisar estruturas submetidas a carregamentos dinâmicos, principalmente devidos às vibrações em equipamentos mecânicos é uma dificuldade encontrada por grande parte dos engenheiros civis que atuam na área de

projetos estruturais, onde esta dificuldade consiste, principalmente, na quantificação do carregamento representativo da excitação dinâmica, a energia necessária para dissipar esta excitação e a determinação precisa das causas e efeitos das vibrações sobre as estruturas e as pessoas. E ainda considera que devido a estas dificuldades, os engenheiros estruturais geralmente ignoram o problema ou consideram hipóteses com carregamentos estáticos multiplicados por fatores de amplificação dinâmica para suprir o efeito dinâmico.

### **2.3 Pesquisas sobre vibrações em estruturas**

Garcia (2005) diz que a análise de vibração é uma ferramenta poderosa no diagnóstico de problemas em máquinas e que existem muitas maneiras de se obterem os dados de vibração e apresentá-los para detectar e identificar os problemas específicos em máquinas rotativas.

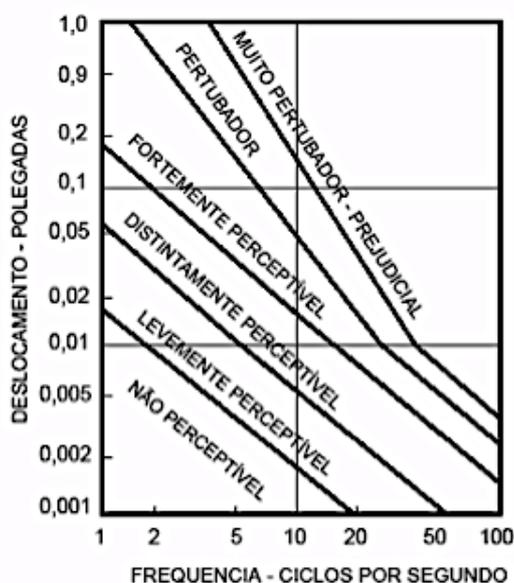
Na área de vibração de fundações existe um número considerável de pesquisas, teóricas e experimentais. E o número de trabalhos publicados é considerável, mas muitos engenheiros continuam com dificuldade de selecionar informações importantes para a análise de uma fundação de máquina. E ainda considerando que as informações são apresentadas em forma não familiarizada ao engenheiro, os novos estudos exigem uma revisão completa dos conceitos básicos da dinâmica para que algumas delas possam ser empregadas no projeto.

No Brasil, a Norma Regulamentadora (NR), NR 15 - Vibrações - anexo nº 8 (1983) trata da exposição a vibrações mecânicas em ambiente de trabalho, e toma por base as recomendações da “Internacional Organization for Standardization” (ISO), ISO 2631 e da ISO 5349. Porém, vários órgãos têm adotado a DIRETIVA EUROPÉIA (2002), que estipula os níveis de ação e os limites de exposição para vibrações em mãos e braços e vibrações de corpo inteiro.

Reiher e Meister (1946) desenvolveram uma escala, Figura (05), para determinação dos níveis de aceitabilidade de pisos. Nessa escala, as vibrações são classificadas em diversos patamares, em termos de amplitude e frequência. A escala foi desenvolvida a partir de ensaios experimentais submetendo um grupo de

peças em pé a vibrações permanentes, com a frequência variando entre 1Hz e 100Hz.

Figura 05: Escala modificada de Reiher e Meister (Lenzen, 1996)



Lenzen (1996) verificou que a escala desenvolvida por Reiher e Meister (1946) ainda não considerava a influência do amortecimento sobre a percepção humana a vibrações. Em seus estudos no laboratório, modificou a escala de Reiher e Meister (1946). A escala modificada apresentou bons resultados em pisos com fatores de amortecimento de até 5%.

Pereira (2005) faz um estudo sobre os níveis de vibração relacionados à percepção e ao conforto humano, com destaque na adequabilidade de edificações quanto às vibrações, tendo como objetivo gerar curvas relacionadas à percepção e ao conforto humano quanto à vibração através de experimentos de laboratório e comparando os resultados encontrados para os limites de vibração com outros trabalhos e com a norma ISO 2631/2 (1989).

Souza et al (2007) em um sistema baseado em um motor desbalanceado, construíram um protótipo que permite observar possíveis danos estruturais ocasionados pelo fenômeno de ressonância, e também permitindo que sejam realizadas comparações com sistemas estruturais mais complexos. E também, o experimento apresentado, devido a sua simplicidade e praticidade, pode ser utilizado

como instrumento de análise em salas de aula, ajudando desta forma a melhor compreensão dos fenômenos relacionados à vibração de sistemas.

A “Internacional Organization for Standardization” (ISO), ISO 2372 (1974) estabelece limites de velocidade e classes de máquinas, foca o bom funcionamento das máquinas, com a severidade de vibração variando de bom a inaceitável. A ISO 1940-1 (1986) também estabelece limites para desbalanceamento e graus de qualidade de balanceamento para rotores rígidos de acordo com o tipo de rotor.

Bloch e Geitner (1994), em seu estudo sobre falhas de máquinas mostram o procedimento de obter e considerar as amplitudes de vibração para todas as frequências presentes nas estruturas, e talvez seja a mais útil de todas as técnicas de análise. Estima-se que 85% dos problemas que ocorrem em máquinas rotativas possam ser identificados a partir da análise no domínio da frequência. Segundo Vance (1998), as frequências presentes no sinal de vibração medido constituem algumas das informações mais úteis obtidas para diagnosticar problemas da dinâmica da rotação.

Em uma relação direta entre vibração estrutural causada por uma máquina Assunção (2009) em sua pesquisa engloba as características e condições mais importantes de uma análise dinâmica em estruturas reticuladas elevadas, onde são alocados equipamentos para os processos industriais. Foi desenvolvido um estudo com as principais causas de ações dinâmicas oriundas da operação de equipamentos industriais e analisou uma estrutura aporticada suportando uma peneira vibratória, cuja principal fonte de excitação era um sistema rotativo com massa propositalmente desbalanceada para provocar os movimentos característicos do equipamento. E assim demonstrou que o modelo computacional, onde se representam as molas helicoidais de apoio do equipamento, com a massa do equipamento e sua força dinâmica atuando no topo da mola, é o mais adequado para simular a transmissão de esforços e a contribuição da massa vibrante nas respostas da sua estrutura aporticada.

Complementado o trabalho de Assunção (2009), Rimola (2010) mostra que para o dimensionamento de estruturas sujeitas a vibração sejam atendidos os critérios apresentados nas normas técnicas em vigor, deve-se realizar uma análise

dinâmica, que consiste na manipulação das propriedades dinâmicas dos sistemas estruturais, tais como a massa, a rigidez e o amortecimento estrutural.

Zhou e Shi (2001) afirmam que a eliminação de vibração de máquinas rotativas é um importante problema de engenharia. Em seu estudo, apresentam uma revisão do trabalho de pesquisa desenvolvido que trata do balanceamento ativo de rotores em tempo real e do controle ativo de vibração de máquinas rotativas, bem como a modelagem dinâmica e técnicas de análise de sistemas rotativos. Os autores relatam que o maior problema encontrado pelo esquema de controle ativo de vibração é o número limitado de atuadores para controlar um número ilimitado de modos de vibração.

Assim consideramos que os movimentos vibratórios dos equipamentos mecânicos são, muitas vezes, necessários e desejáveis, mas seus efeitos nas estruturas, nas pessoas e no próprio equipamento são indesejáveis e devem ser controlados.

De acordo com Rimola (2010) um dos efeitos dinâmicos de máquinas com partes rotativas ocorre pelo desbalanceamento do rotor, ou seja, a concentração de massa fora do eixo de rotação do rotor. Este desbalanceamento ocorre devido a vários fatores gerando vibrações harmônicas. A estrutura de apoio deve ser projetada de forma a prevenir que vibrações inaceitáveis sejam transmitidas ao ambiente, respeitando as amplitudes e acelerações máximas em função do equipamento e dos critérios de conforto humano.

Na maioria dos casos, os fabricantes de máquinas omitem informações importantes para o cálculo das estruturas que os suportam, como as forças dinâmicas reais geradas por estas máquinas e que se preocupam somente com o desempenho e o bom funcionamento de seus produtos. Assim, mesmo avaliando que os custos das estruturas suportes são insignificantes em relação aos custos dos equipamentos, caso as estruturas suportes não sejam projetadas corretamente, podem acarretar falhas na estrutura ou no próprio equipamento e assim os danos gerados têm consequências como paradas de produção para intervenções ou para troca de componentes mecânicos ou reforço estrutural, o que costuma ser muito mais oneroso e complexo.

Os próximos capítulos fazem uma breve consideração sobre dinâmica, baseado nos estudos de Brasil (2013).

#### **2.4 Consideração dinâmica no projeto de estruturas suportes: Um grau de liberdade**

Considere um pórtico elevado sobre quatro pilares suportando um perfil de caixa de massa qualquer conforme a Figura (06). Com a intenção de facilitar as análises e focar a atenção sobre os fenômenos importantes, considera-se um modelo conceitual mínimo e construído conforme a Figura (07). Inicia-se estudando o problema somente em um plano, assim a caixa propriamente dita será considerada com uma massa pontual  $M$  fixada à extremidade de uma coluna única (com rigidez  $K$  equivalente às quatro colunas originais), de massa desprezível e inextensível. Assim, se impedirmos a rotação da massa  $M$ , o único movimento possível dessa massa será no sentido horizontal e designado por  $u$ , conforme Figura 07. Nota-se então, que o modelo inicial como um sistema contínuo, de infinitos graus de liberdade, foi reduzido a um modelo conceitual de apenas um grau de liberdade. Isto é, uma única coordenada dá a configuração de todo o sistema.

Figura 06: Pórtico elevado

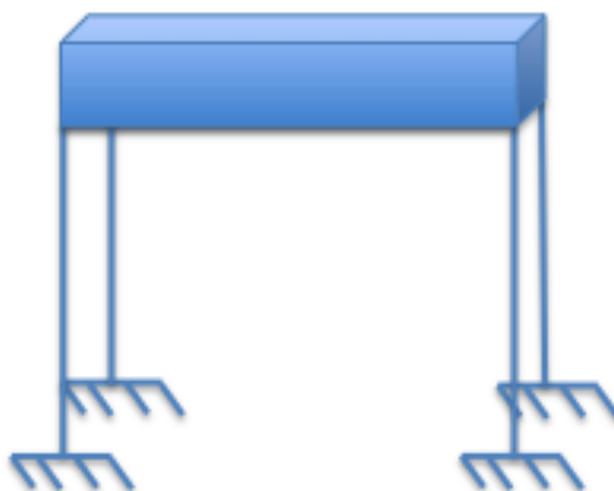
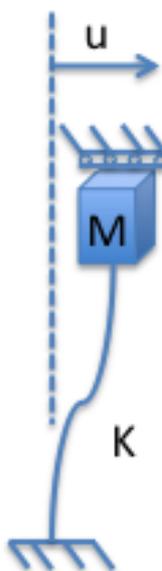


Figura 07: Modelo conceitual



Deve-se agora desenvolver um modelo matemático, pelo uso das leis da mecânica. Se for aplicada uma força horizontal  $P(t)$  à caixa, as colunas reagem com uma força restauradora elástica proporcional ao deslocamento  $f_e = Ku$ . Neste caso,  $k = 4(12EI/L^3)$ , sendo  $EI$  a rigidez à flexão de uma das colunas e  $L$  a sua altura. Devido ao atrito, sempre presente nas estruturas reais, aparece também uma força de dissipação (amortecimento), que vamos considerar proporcional à velocidade  $f_d = C\dot{u}$  (o ponto sobre a variável representa derivada primeira no tempo). Pela segunda Lei de Newton, a soma das forças aplicadas a uma massa corresponde a uma força de inércia igual ao produto da massa pela aceleração  $f_i = M\ddot{u}$  (os dois pontos representam derivada segunda no tempo) no sentido contrário, onde surge a Equação (1).

$$f_i = P(t) - f_e - f_d \quad (1)$$

Mudando a posição das variáveis da Equação (1), esta se torna a conhecida forma da equação do movimento de um sistema de um grau de liberdade, a equação diferencial ordinária (EDO), no caso a Equação (2).

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = P(t) \quad (2)$$

Um caso particular de interesse em outros estudos de dinâmica, é o efeito de movimento do solo sob a estrutura, conforme Figura (08). É o caso dos sismos

(terremotos), em que deslocamento total da massa suspensa da caixa é a soma do deslocamento do solo subjacente, devido ao sismo, com o deslocamento relativo da massa em relação à base conforme a Equação (3).

$$u^T(t) = u_s(t) + u(t) \quad (3)$$

Onde:

$u_s(t)$  é o deslocamento da base em relação a estrutura

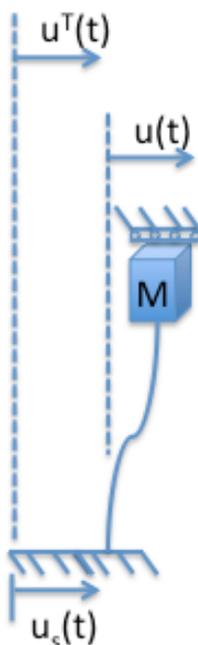
Assim, a força de inércia,  $f_i$ , considerando o caso de sismos, passa a ser conforme a Equação (4).

$$f_i = M\ddot{u}^T = M(\ddot{u}_s + \ddot{u}) \quad (4)$$

Onde:

$\ddot{u}_s(t)$  é a aceleração da base em relação a estrutura

Figura 08: Efeito de movimento do solo sob a estrutura



Como estamos supondo que nenhuma outra força está sendo aplicada, a EDO fica conforme a Equação (5).

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = P(t) = -M\ddot{u}_s \quad (5)$$

Com isso, tudo se passa como se fosse aplicada à massa suspensa uma força de intensidade igual ao valor da massa multiplicado pelo histórico das acelerações do solo, e esse histórico, para alguns terremotos usados como padrão.

### 2.4.1 Vibrações livres não amortecidas

Desprezando-se o atrito e adotando força nula, os únicos movimentos possíveis se devem às condições iniciais de deslocamento,  $u_0$ , e de velocidade,  $\dot{u}_0$ . A EDO passa a ser conforme as Equações (6) e (7).

$$M\ddot{u} + Ku = 0, \quad (6)$$

ou

$$\ddot{u} + \omega^2 u = 0 \quad (7)$$

Onde:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (8)$$

A Equação 8 é a frequência circular não amortecida do sistema (em rad/s). E a frequência cíclica, ou natural (em Hz, ou ciclos por segundo) é conforme a Equação (9).

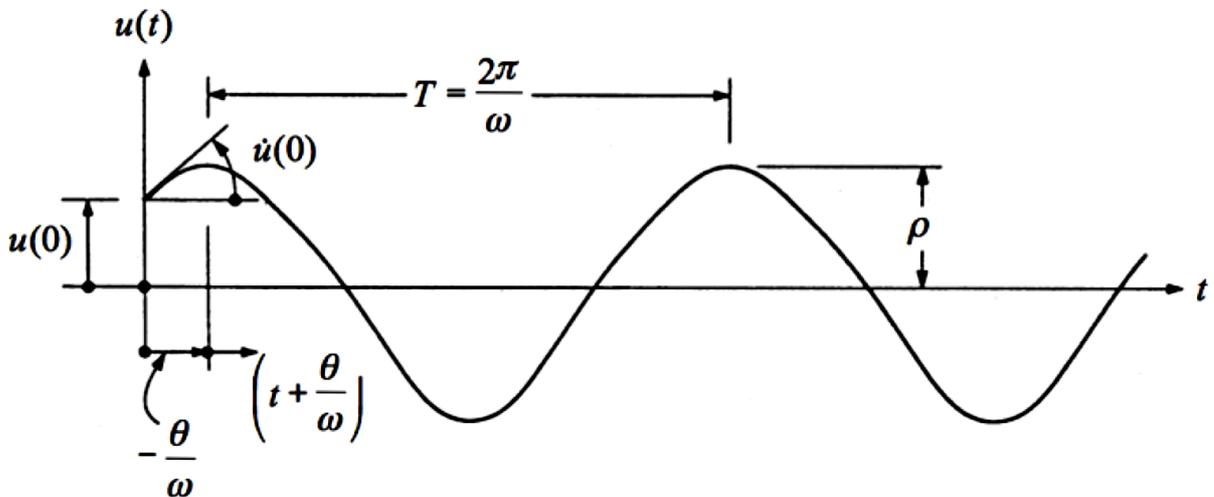
$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (9)$$

O inverso da frequência natural é o período de vibração livre, ou natural (em segundos), conforme a Equação (10).

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (10)$$

Ou seja, ao se colocar em movimento a estrutura conforme estamos considerando, ela vibrará harmonicamente com frequência  $f$ , isto é, repetirá o movimento certo número de vezes em cada segundo de acordo com a Figura (09). O período  $T$  é o intervalo de tempo entre os picos desse movimento. Tanto a frequência como o período são propriedades da estrutura e são chamados de “naturais”.

Figura 09: Resposta para vibração livre não-amortecida. Adaptado de Brasil (2013)



Essa resposta harmônica, dependente das condições iniciais, e pode ser escrita de acordo com a Equação (11).

$$u(t) = \rho \cos(\omega t + \theta) \quad (11)$$

Considera-se ainda a amplitude de vibração conforme a Equação (12) e o ângulo de fase conforme a Equação (13).

$$\rho = \sqrt{u_0^2 + \dot{u}_0^2} \quad (12)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left[ \frac{-\dot{u}_0}{\omega u_0} \right] \quad (13)$$

#### 2.4.2 Vibrações livres amortecidas

Com a presença do amortecimento, como é necessário nas estruturas reais, passa-se a ter a EDO conforme as Equações (14) e (15).

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = 0 \quad (14)$$

$$\ddot{u} + 2\xi\omega\dot{u} + \omega^2u = 0 \quad (15)$$

Onde  $\xi$  é a “taxa de amortecimento” (em geral bem menor que 1, no caso normal de sistemas com amortecimento subcrítico) dada pela Equação (16).

$$\xi = \frac{C}{2M\omega} \quad (16)$$

Assim a frequência natural amortecida tem a solução da EDO conforme a Equação (17).

$$u(t) = e^{-\xi t} \rho \cos(\omega_D t + \theta) \quad (17)$$

Onde  $\omega_D = \omega \sqrt{1 - \xi^2}$  é a frequência amortecida.

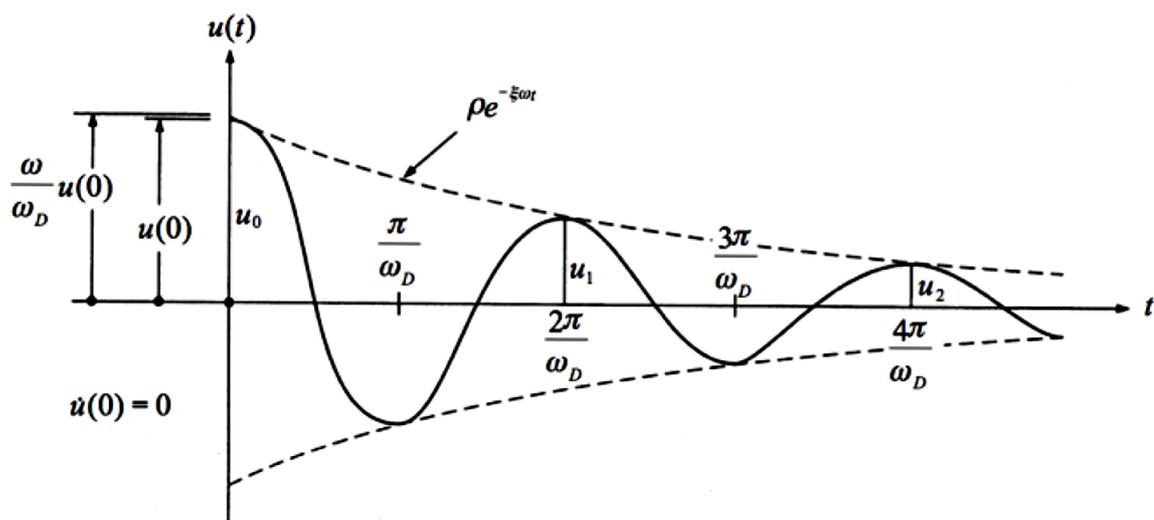
A amplitude de vibração é dada pela Equação (18) e o ângulo de fase dado pela Equação (19).

$$\rho = \sqrt{u_0^2 + \left(\frac{\dot{u}_0 + \xi \omega u_0}{\omega_D}\right)^2} \quad (18)$$

$$\theta = -\tan^{-1} \left[ \left( \frac{\dot{u}_0 + \xi \omega u_0}{\omega_D u_0} \right) \right] \quad (19)$$

Nota-se na Figura (10) que o movimento harmônico resultante diminui rapidamente de amplitude devido à exponencial negativa que multiplica  $\rho$  e que sua frequência é ligeiramente diminuída pelo amortecimento, ou seja, o correspondente período é ligeiramente aumentado.

Figura 10: Resposta para vibração livre de um sistema com amortecimento subcrítico. Adaptado de Brasil (2013)



### 2.4.3 Carregamento harmônico

Considerando agora, o caso de um sistema amortecido sob carregamento harmônico de amplitude  $p_0$  e frequência forçada  $\Omega$ , leva-se à EDO conforme a Equação (20). E assim, se a Equação (20) for dividida pela massa do sistema  $M$ , e utilizando as Equações (16) e (8), tem-se a Fórmula (21).

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = p_0 \text{sen}\Omega t \quad (20)$$

$$\ddot{u} + 2\xi\omega\dot{u} + \omega^2 u = \frac{p_0}{M} \text{sen}\Omega t \quad (21)$$

O histórico de resposta tem duas fases ao longo do tempo. A primeira é chamada transiente, em que uma vibração livre amortecida, cujas características dependem das condições iniciais, sobrepõem-se à resposta forçada, e tende ao desaparecimento. A segunda é a resposta em regime permanente. Nela, a vibração livre inicialmente sobreposta desaparece devido ao amortecimento, levando a uma resposta harmônica, com mesma frequência do carregamento, porém fora de fase, também em virtude do amortecimento, com o deslocamento na forma da Equação (22)

$$u(t) = \rho \text{sen}(\Omega t - \theta) \quad (22)$$

Onde a amplitude fica conforme a Equação (23) e o e ângulo de fase fica conforme a Equação (24).

$$\rho = \frac{p_0}{K} \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \quad (23)$$

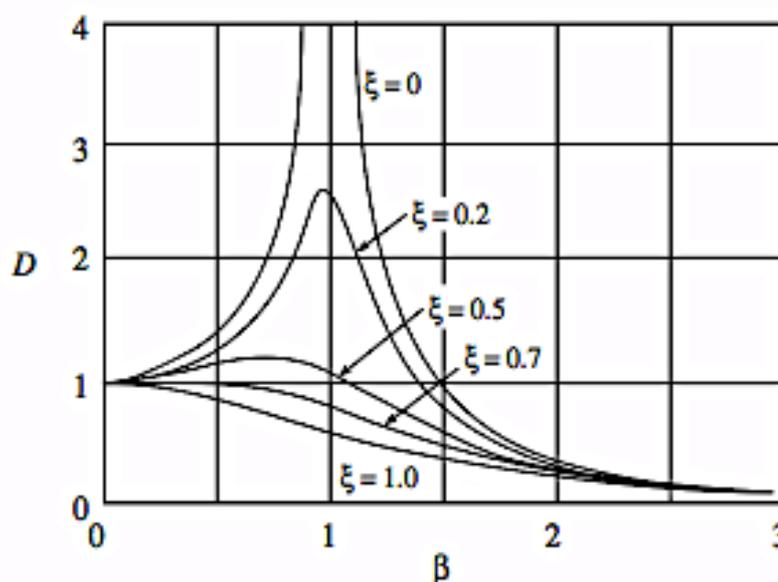
$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{2\xi\beta}{1-\beta^2} \right) \quad (24)$$

Assim  $\beta = \frac{\Omega}{\omega}$  é a relação entre a frequência forçada e a frequência natural e pode-se observar que, como já dito, é um movimento harmônico com frequência igual à da excitação e amplitude igual à resposta estática  $\frac{p_0}{K}$  multiplicada por um “coeficiente de amplificação dinâmica” na forma da Equação (25).

$$D = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \quad (25)$$

É muito importante entender como essa amplificação depende do amortecimento e da relação entre a frequência da excitação e a natural do sistema, conforme Figura (11). Em particular, quando essas frequências se aproximam ocorre a chamada ressonância, com amplitudes crescendo até atingir uma amplificação de  $D(\beta = 1) \frac{1}{2\xi}$ .

Figura 11: Variação do coeficiente de amplificação dinâmica com o amortecimento e frequências – Adaptação de CLOUGH, R. W., PENZIEN, J. (1995).



Além disso, quando (razoavelmente abaixo da ressonância),  $D$  tende a 1, isto é, a resposta dinâmica é praticamente igual à estática. Já quando (razoavelmente acima da ressonância),  $D$  tende rapidamente para zero. Assim, excitações harmônicas de alta frequência quase não afetam o sistema.

#### 2.4.4 Carregamento de impacto

A resposta de uma estrutura a uma carga de impacto (explosões, choques, etc) depende de duas coisas:

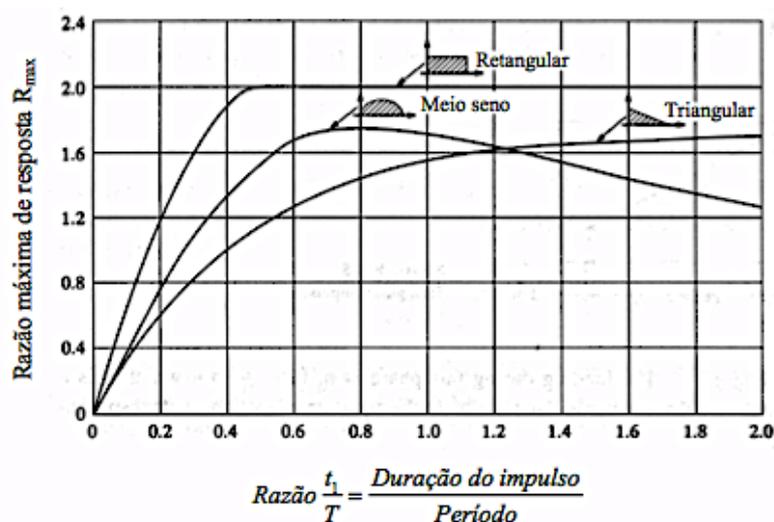
- a) a forma do histórico de variação da força de impacto ao longo do tempo (retangular, triangular, meio seno, etc.);
- b) a duração desse histórico quando comparado com o período natural de vibrações livres da estrutura  $t_i / T$ .

Dada a curta duração dos impactos usuais, os mecanismos de dissipação de energia (amortecimento) não têm papel relevante da intensidade máxima da resposta e podem ser ignorados. A forma mais útil de analisar o problema é o uso de uma “razão de resposta” definida como a Equação (25).

$$R_{max} = \frac{u_{max}}{p_0/K} \quad (25)$$

Onde a Equação (25) significa a razão entre o deslocamento dinâmico máximo e o deslocamento obtido pela aplicação estática da amplitude máxima  $p_0$  da carga de impacto. Essa razão pode ser extraída da Figura (12), como função da forma do pulso e da razão de sua duração pelo período natural da estrutura.

Figura 12: Razões máximas de resposta para três tipos de impulso. Adaptado de Brasil (2013).



Conforme visto na Figura (12) acima, que no caso de pulso retangular (amplitude constante de força  $p_0$ ) para duração do pulso  $t_1$  maior que 40% do período natural  $T$  a resposta máxima é duas vezes maior que a resposta estática. Talvez tenha se originado desse fato uma antiga regra prática de usar um “coeficiente de impacto” 2 para cargas dinâmicas.

#### 2.4.5 Carregamentos gerais: integração numérica no tempo

De acordo com Brasil (2013) resultados fechados para a dinâmica só existem para certos tipos bem particulares de carregamentos. Para os demais, os recursos computacionais disponíveis são poderosos o suficiente para se poder prescindir desses resultados.

Assim, o recomendado é integrar diretamente as EDO numericamente, passo a passo, no tempo conforme o método das diferenças finitas. Nesse método, como em outros, divide-se o tempo de análise em passos  $\Delta t$  de duração muito pequena (da ordem de  $T/20$ ). Suponha-se conhecido o deslocamento  $u_t$  em um instante  $t$  e  $u_{t-1}$  no instante anterior  $t-\Delta t$ . Assim o método prevê o deslocamento  $u_{t+\Delta t}$  no instante posterior  $t + \Delta t$ . Para tanto, usamos as seguintes aproximações de diferenças finitas para a velocidade no instante  $t$ , conforme a Equação (26) e para a aceleração, neste mesmo instante, conforme a Equação (27).

$$\dot{u}_t \cong \frac{u_{t+\Delta t} - u_{t-\Delta t}}{2\Delta t} \quad (26)$$

$$\ddot{u}_t \cong \frac{u_{t+\Delta t} - 2u_t + u_{t-\Delta t}}{(\Delta t)^2} \quad (27)$$

A seguir, essas aproximações são substituídas na equação de equilíbrio dinâmico nesse instante  $t$ , conforme a Equação (28) e assim obtendo, após separação no membro esquerdo do deslocamento desconhecido e no direito os deslocamentos conhecidos nesse instante e no anterior, conforme a Equação (29).

$$M\ddot{u}_t + C\dot{u}_t + Ku_t = P_t \quad (28)$$

$$\hat{K}u_{t+\Delta t} = \hat{P}_t \quad (29)$$

Com isso temos a rigidez equivalente conforme a Equação (30) e a carga equivalente do passo conforme a Equação (31).

$$\hat{K} = \frac{M}{(\Delta t)^2} + \frac{C}{2\Delta t} \quad (30)$$

$$\hat{P}_t = P_t - \left[ k - \frac{2M}{(\Delta t)^2} \right] u_t - \left[ \frac{M}{(\Delta t)^2} - \frac{C}{2\Delta t} \right] u_{t-\Delta t} \quad (31)$$

Com a equação (29), determina-se numericamente o deslocamento no passo seguinte a um instante em que se conheçam os valores atuais do deslocamento e da carga. Como também é necessário conhecer o deslocamento no passo anterior, há um problema no instante inicial da análise em que, obviamente, não se tem esse deslocamento no passo anterior. Para contorná-lo, partindo das condições iniciais de deslocamento  $u_0$  e velocidade  $\dot{u}_0$  conhecidas no tempo  $t_0$ , determinamos a aceleração inicial  $\ddot{u}_0$  substituindo na equação do movimento, conforme a Equação (32):

$$\ddot{u}_0 = \frac{P_0 - C\dot{u}_0 - Ku_0}{M} \quad (32)$$

Assim, a aceleração permanece constante no primeiro intervalo de tempo e obtemos o deslocamento  $u_1$  no instante  $t_1$  integrando duas vezes a aceleração, obtemos a Equação (33), e seguindo, o processo é automático.

$$\begin{aligned} \ddot{u}_1 &= \ddot{u}_0 \\ \dot{u}_1 &= \ddot{u}_0 \Delta t + \dot{u}_0 \\ u_1 &= \frac{\ddot{u}_0 (\Delta t)^2}{2} + \dot{u}_0 \Delta t + u_0 \end{aligned} \quad (33)$$

Existem outros métodos de integração numérica, como o de Newmark, o de Wilson, o de Runge-Kutta, etc, contudo a maioria já está implementada de forma otimizada nos programas de elementos finitos. O método de diferenças finitas mostrado, mesmo considerando a sua simplicidade, é o mais utilizado em problemas de grande porte que exigem grande massa de cálculos em supercomputadores. Exemplos são as complexas simulações de interação fluido estrutura.

## **2.5 Consideração Dinâmica no projeto de estruturas suportes: Vários graus de Liberdade**

### **2.5.1 Introdução ao Método dos Deslocamentos na Dinâmica**

Brasil (2013) aborda que o problema de se calcular uma estrutura, na estática, pode ser colocado na forma: dado certo carregamento encontrar a posição deformada da estrutura devida a esse carregamento e, a partir daí, achar os esforços internos nas partes dessa estrutura. Para uma estrutura de qualquer tamanho prático, esse procedimento não é possível de ser feito manualmente, requerendo o uso de métodos numéricos programados em computadores. A maioria dos programas disponíveis para tanto, baseiam-se no método dos deslocamentos.

Nesse método, em linhas gerais, a estrutura é dividida em um número grande de elementos unidos em nós, cujos deslocamentos são as incógnitas do problema a serem determinadas. Para fixar idéias, pensa-se numa treliça plana. Os deslocamentos de cada um dos seus nós livres nas direções horizontais e verticais são as incógnitas. Assim, com  $N$  nós livres, têm-se  $n=2N$  incógnitas (os deslocamentos nulos dos apoios, conhecidos, não são incógnitas). Uma forma

conveniente de trabalhar com esse número grande de valores é colocá-los na forma de uma coluna com  $n$  linhas chamada vetor dos deslocamentos:

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_n \end{Bmatrix}$$

Da mesma forma, no caso mais geral, teríamos a possibilidade de ter também  $n=2N$  componentes de forças externas aplicadas em cada um dos  $N$  nós livres (na direção vertical e horizontal) que são os dados conhecidos do problema (as reações nos apoios são desconhecidas). Novamente é conveniente colocar esses valores na forma de uma coluna com  $n$  linhas chamada vetor de carregamento:

$$\mathbf{p} = \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ \vdots \\ p_n \end{Bmatrix}$$

A relação entre os esforços elásticos restauradores internos e os deslocamentos é conforme a Equação (34).

$$f_e = Ku \tag{34}$$

Assim, podemos considerar e construir a chamada matriz de rigidez, com  $n$  linhas e  $n$  colunas:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & \dots & K_{nn} \end{bmatrix}$$

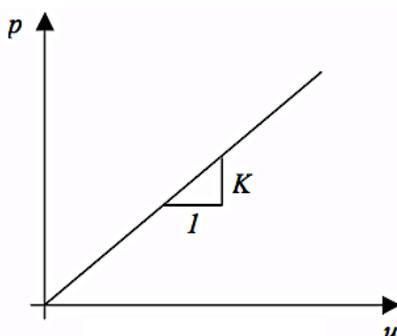
É a relação que resolve o problema estático, chamada Equação de equilíbrio, iguala o vetor de carregamentos ao vetor de forças elásticas restauradoras, na forma da Equação (35).

$$p = f_e = Ku \tag{35}$$

A expressão Rigidez fica, assim, conceitualmente colocada: quanto maior a rigidez maior a força necessária para conseguir provocar certo deslocamento. Cada um dos coeficientes dessa matriz tem o conceito físico que segue:  $K_{ij}$  o esforço restaurador elástico na direção de  $u_i$  devido à imposição de deslocamento unitário na direção de  $u_j$ , mantidos nulos os demais deslocamentos.

Em um problema de um grau de liberdade (apenas uma incógnita e uma força), temos a função linear conforme a Equação (35). A rigidez  $K$  é a inclinação da reta  $pxu$ , ou, ainda, é o quanto de força a mais se deve aplicar para aumentar o deslocamento de um valor unitário, como mostrado na Figura (13).

Figura 13: Reta  $pxu$ .



No caso geral de  $n$  graus de liberdade a solução da equação de equilíbrio passa pela utilização de métodos numéricos de solução de sistemas de equações. De qualquer forma, o importante é perceber que conhecidos os deslocamentos dos nós inicial e final de cada elemento da treliça pensada inicialmente, saberemos o quanto ele mudou de comprimento e, em consequência, qual a força normal  $N$  a que está sujeito, lembrando-se da lei de Hooke conforme a Equação (36).

$$N = \frac{EA}{L_0} \Delta L \quad (36)$$

Onde  $E$  é o módulo de elasticidade do material,  $A$  é a área da seção transversal da barra,  $L_0$  é o comprimento original do elemento e  $\Delta L$  a sua mudança de comprimento.

No problema dinâmico, em que as velocidades não são desprezíveis, temos também o vetor das forças de dissipação de energia (amortecimento), conforme a Equação (37).

$$f_d = C\dot{u} \quad (37)$$

Onde identificamos a matriz de amortecimento na forma:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix}$$

E também se considera que os coeficientes têm o conceito físico:  $C_{ij}$  a força de amortecimento na direção de  $\dot{u}_i$  devido à imposição de velocidade unitária na direção de  $\dot{u}_j$ . Pela segunda lei de Newton, surge, também, o vetor das forças de inércia, para equilibrar as forças aplicadas, na forma da Equação (38).

$$f_i = M\ddot{u} \quad (38)$$

Onde se indica a matriz de massa na forma:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & \dots & M_{1n} \\ M_{21} & M_{22} & \dots & M_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ M_{n1} & M_{n2} & \dots & M_{nn} \end{bmatrix}$$

E por fim considera-se que os coeficientes têm o conceito físico:  $M_{ij}$  a força de inércia na direção de  $\ddot{u}_i$  devido à imposição de aceleração unitária na direção de  $\ddot{u}_j$ .

Reunindo-se essas forças todas numa equação de equilíbrio dinâmico temos o sistema de equações diferenciais que governa o problema dinâmico conforme a Equação (39).

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = p \quad (39)$$

### 2.5.2 Vibrações Livres Não Amortecidas

Desprezando-se o amortecimento, considerando o vetor de carregamentos nulo e imaginando que o sistema é posto em movimento apenas por condições iniciais de deslocamentos e/ou velocidades não nulos, recaímos na Equação (40) do movimento homogêneo.

$$M\ddot{u} + Ku = 0 \quad (40)$$

As soluções são formas  $\hat{u}$  chamadas modos de vibração livre não amortecida em que todas as coordenadas do sistema variam harmonicamente no tempo, todas

na mesma frequência, chamadas frequências de vibração livre não amortecida, todas na mesma fase, ou seja, conforme a solução da Equação (41).

$$u = \hat{u} \cos(\omega t - \theta) \quad (41)$$

Derivando essa solução duas vezes no tempo, substituindo na equação do movimento e cancelando-se a função harmônica, recai-se no sistema de equações algébricas homogêneas na forma da Equação (42) e para que sejam possíveis soluções não triviais, o determinante da matriz entre colchetes deve ser nulo na forma da Equação (43).

$$[K - \omega^2 M] \hat{u} = 0 \quad (42)$$

$$\det[K - \omega^2 M] \hat{u} = 0 \quad (43)$$

Assim resultando numa equação polinomial de grau  $n$  na variável  $\omega^2$ , conhecida como equação de frequência. As  $n$  soluções  $\omega_i$ , neste caso, são reais e positivas e são as frequências naturais do sistema. Usualmente, denota-se por  $\omega_1$  a menor delas e, pela ordem, até a maior  $\omega_n$ . A seguir, substitui-se cada um desses valores de frequência, um de cada vez, no sistema de equações algébricas homogêneas. Tratam-se, agora, de sistemas indeterminados. Para poder calcular os modos correspondentes a cada frequência é necessário arbitrar uma das componentes. Uma possível forma de fazer isso é fazer a primeira coordenada de cada modo unitária. Com esse valor assumido, as outras coordenadas poderão ser determinadas univocamente. Assim, poderemos determinar os  $n$  modos de vibração e colecioná-los numa matriz modal  $n \times n$ , cujas colunas são os  $n$  modos de vibração livre não amortecidos, normalizados:

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 & \dots & \phi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \dots & \phi_{1n} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \dots & \phi_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_{n1} & \phi_{n2} & \dots & \phi_{nn} \end{bmatrix}$$

Deve-se ter em mente que as coordenadas modais não têm unidades, sendo apenas proporções em referência à coordenada arbitrada.

### 2.5.3 Ortogonalidade e Equações Desacopladas

Os modos de vibração livre não amortecidos possuem a propriedade de serem ortogonais com relação às matrizes de rigidez e de massa, Equações (44), (45), (46) e (47). Assim,

$$\phi_r^T K \phi_s = 0 \quad (r \neq s) \quad (44)$$

$$\phi_r^T K \phi_s = K_r \quad (r = s) \quad (45)$$

$$\phi_r^T M \phi_s = 0 \quad (r \neq s) \quad (46)$$

$$\phi_r^T M \phi_s = M_r \quad (r = s) \quad (47)$$

Onde o escalar  $K_r$  é a rigidez modal do  $r$ -ésimo modo, e o escalar  $M_r$  é a massa modal do  $r$ -ésimo modo. A frequência de vibração livre desse modo pode ser calculada por  $\omega_r^2 = \frac{K_r}{M_r}$ .

Pela propriedade de ortogonalidade dos modos com relação à matriz de massas chega-se à matriz diagonal de massas modais. Pela propriedade de ortogonalidade dos modos com relação à matriz de rigidez chega-se à matriz diagonal de rigidezes modais.

O sistema original de equações do movimento pode ser desacoplado pela substituição de variáveis:

$$u = \Phi y = \sum_{r=1}^n \phi_r y_r$$

Onde:  $y$  é o vetor das respostas modais  $y_r$  a serem multiplicadas por cada um dos modos a fim de reconstituir a resposta nas coordenadas originais.

Consegue-se, assim,  $n$  equações de movimento de um grau de liberdade, uma para cada modo, substituindo na Equação (21) e ficando na forma geral da Equação (48).

$$\ddot{y}_r + 2\xi_r \omega_r \dot{y}_r + \omega_r^2 y_r = \frac{P_r}{M_r} \quad (48)$$

Onde:  $P_r = \phi_r^T p$  são as cargas modais.

Na equação de movimento modal,  $\xi_r$ , a taxa de amortecimento modal do

$r$ -ésimo modo, e é calculada como  $\xi_r = \frac{C_r}{2M_r\omega_r}$ , na hipótese de os modos de vibração serem também ortogonais à matriz de amortecimento.

Essa condição não se verifica, em geral, a não ser que essa matriz de amortecimento seja uma combinação linear das matrizes de massa e rigidez, como no caso do chamado amortecimento de Rayleigh na forma geral da Equação (49).

$$C = a_0M + a_1K \quad (49)$$

Esses fatores multiplicativos, que satisfazem as condições de ortogonalidade buscada, podem ser obtidos impondo taxas de amortecimento arbitrariamente escolhidas para dois modos quaisquer escolhidos (o primeiro e o segundo, por exemplo) e resolvendo o sistema:

$$\begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_1} & \omega_1 \\ \frac{1}{\omega_2} & \omega_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix}$$

#### 2.5.4 Superposição Modal

De acordo com Brasil (2013), a seguir apresenta-se a sequência completa de trabalho para se fazer a análise dinâmica de uma estrutura discretizada em  $n$  graus de liberdade pelo Método da Superposição Modal:

**Passo 1:** Equações do Movimento.

Determina-se as equações do movimento nas coordenadas físicas  $u$ :

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = p$$

**Passo 2:** Determinação das frequências e modos de vibração livre.

Resolve-se:

$$[K - \omega^2 M]\hat{u} = 0$$

E obtêm-se as frequências ( $r=1$  até  $n$ ) e a matriz modal  $\Phi$ .

**Passo 3:** Determinação das massas modais e carregamentos modais.

Para cada modo  $r$  determina-se a massa modal e a carga modal:

$$M_r = \Phi_r^T M \Phi_s$$

$$P_r = \phi_r^T p$$

**Passo 4:** Escrever as Equações do Movimento desacopladas.

Para cada modo  $r$  determina-se:

$$\ddot{y}_r + 2\xi_r \omega_r \dot{y}_r + \omega_r^2 y_r = \frac{P_r}{M_r}$$

**Passo 5:** Determinação da resposta em cada modo.

Nesse passo, aplica-se o que se sabe de análise dinâmica de sistemas de um grau de liberdade. Cada equação modal corresponde a um vibrador de 1 grau de liberdade para o qual já temos soluções analíticas fechadas ou podemos integrar numericamente no tempo. Obtemos, com isso,  $n$  históricos de resposta independentes  $y_r(t)$ , para  $r=1$  até  $n$ .

Se as condições iniciais do sistema não forem nulas, isto é, se temos deslocamentos iniciais  $u_0$  e/ou velocidades iniciais  $\dot{u}_0$ , têm que transformar esses vetores nos deslocamentos e velocidades iniciais modais:

$$y_r(0) = \frac{\phi_r^T M u_0}{M_0}$$

$$\dot{y}_r(0) = \frac{\phi_r^T M \dot{u}_0}{M_0}$$

**Passo 6:** Determinação da resposta nas coordenadas físicas do problema. Conhecidas as respostas nas coordenadas modais, encontra-se a resposta nas coordenadas físicas pela superposição:

$$u(t) = \sum_{r=1}^n \phi_r y_r(t) = \Phi y(t)$$

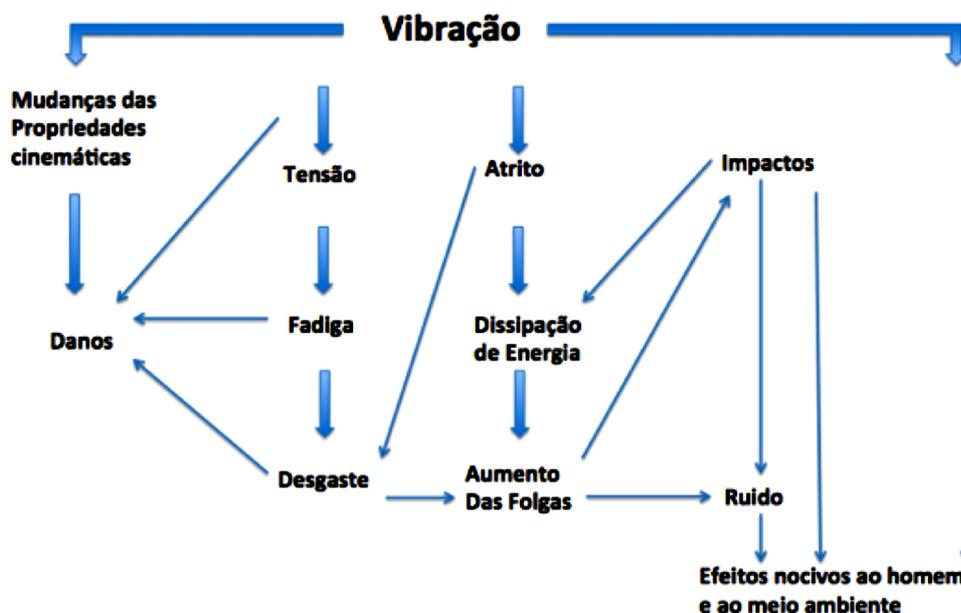
### 3. CONSIDERAÇÕES PARA O PROJETO DE ESTRUTURAS DE AÇO SUPORTES – RECOMENDAÇÕES

#### 3.1 Generalidades

Há algum tempo, considerava-se que o efeito de cargas dinâmicas sobre as estruturas civis poderia ser considerado através de majoração das cargas estáticas. Contudo, com o passar dos tempos, verificou-se que essas considerações não representavam de forma correta o efeito das cargas dinâmicas na estrutura, visto que, a análise dos efeitos causados por uma carga dinâmica difere muito da análise dos efeitos causados por uma carga estática.

Assim, características inerentes a cada tipo de atividade que geram uma excitação dinâmica, devem ser consideradas como carregamentos que possuem frequência, amplitude e forma, levando os sistemas estruturais a diferentes tipos de perturbações. A Figura (14), modificada do trabalho de Muszynska (2005), mostra o procedimento do efeito das vibrações sobre as estruturas, o homem e o meio ambiente.

Figura 14: Efeito das vibrações. Adaptação de Muszynska (2005)



Vibrações em obras industriais quando não considerada nos projetos ou mesmo quando não são analisadas preditivamente, podem causar avarias e danos

aos equipamentos mecânicos, às estruturas suportes destes equipamentos, ao meio ambiente e às pessoas que fazem uso frequente dessas estruturas.

Assim, a seguir serão apresentadas normas que se referem à análise de estruturas submetidas a ações dinâmicas e critérios relativos à análise do conforto humano e desempenho dos equipamentos mecânicos.

### **3.2 Critérios relativos à verificação de estruturas**

De acordo com Rimola (2010) os efeitos das vibrações em estruturas são influenciados por diversos fatores característicos das excitações dinâmicas (como por exemplo, o tipo de atividade que está causando a vibração, duração da vibração, frequência da excitação, amplitude da vibração, entre outros) e por características inerentes à estrutura (como por exemplo, o amortecimento, as frequências naturais e seus respectivos modos de vibração, etc.).

Verifica-se ainda, que mesmo quando a estrutura encontra-se dentro de todos os limites de resistência e conforto, devem ser avaliados também os efeitos sobre a fadiga estrutural, onde na maioria dos casos, determinados tipos de materiais, quando submetidos a ações cíclicas, podem sofrer ruptura para níveis de carregamento inferiores ao limite de escoamento.

### **3.3 Norma Brasileira – Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios: NBR 8800 (2008)**

A norma brasileira, NBR 8800 (2008), indica que estruturas de pisos formadas por grandes vãos e baixo amortecimento podem resultar em vibrações que provocam desconforto durante as atividades humanas normais e causar prejuízo no bom funcionamento de equipamentos.

A NBR 8800 (2008) recomenda que em nenhum caso a frequência natural da estrutura do piso seja inferior a 3 Hz e para estruturas com problemas de vibração em pisos, o projetista deverá recorrer a uma análise dinâmica que leve em conta os seguintes fatores:

a) As características e a natureza das excitações dinâmicas, como por exemplo, as decorrentes do caminhar de pessoas, de atividades rítmicas, de máquinas com partes rotativas, etc.;

- b) Os critérios de aceitação para conforto humano em função do uso e ocupação das áreas do piso;
- c) A frequência natural da estrutura do piso;
- d) A razão de amortecimento modal;
- e) Os pesos efetivos do piso.

A NBR 8800 (2008) indica e recomenda, para análises mais precisas, algumas normas e especificações nacionais e internacionais, além de bibliografia especializada, como WYATT (1989); CEB (1991); MURRAY, ALLEN, UNGAR, (2003).

### **3.4 Norma Alemã - As vibrações em edifícios - Parte 3: Efeitos sobre estruturas: DIN 4150-3 (1999)**

A norma alemã DIN 4150-3 (1999) fornece valores limites de velocidade de vibração de partícula em mm/s, levando em consideração o tipo de estrutura e o intervalo da frequência da excitação.

As três classes de edificações a que a norma se refere são:

- a) Edifícios industriais;
- b) Habitações;
- c) Monumentos de construções delicadas.

As frequências são analisadas em três intervalos, a saber: valores inferiores a 10 Hz, valores entre 10 e 50 Hz e valores entre 50 e 100 Hz. A norma DIN 4150-3 (1999) recomenda que, para frequências acima de 100 Hz, a estrutura suporta níveis altos de vibração.

Para estruturas de instalações industriais, a DIN 4150-3 (1999) admite velocidades de até 50 mm/s para frequências entre 50 e 100 Hz, no nível da fundação para que não ocorram danos estruturais, enquanto que para o pavimento mais elevado da edificação admite-se até 40 mm/s em qualquer frequência, sem riscos de danos.

Na avaliação dos danos estruturais provocados pelas vibrações do terreno, os valores limites de velocidade admissíveis para diversos tipos de construção, em função da frequência são apresentados na Tabela (01).

Tabela 01: Velocidade permissível para vibrações transientes em edifícios de acordo com a DIN 4150-3 (1999)

Velocidades Permissíveis (mm/s)				
Tipo de Estrutura	Nível da Fundação			Nível mais alto da Edificação
	Frequências			Qualquer Frequência
	< 10 Hz	10 – 50 Hz	50 – 100 Hz	
Industrial	20	20 – 40	40 – 50	40
Residencial	5	5 – 15	15 – 20	15
Construções mais sensíveis a vibrações (Ex.: monumentos)	3	3 – 8	8 – 10	8

Valores de frequências superiores a 100 Hz podem ser aceitos nas partes mais elevadas das edificações. Outros valores, medidos abaixo dos limites especificados anteriormente são considerados não danosos à estrutura.

A DIN 4150-3 (1999) é reconhecida e aceita por toda a comunidade europeia como norma padrão. Diversos países europeus desenvolveram normas próprias, baseadas ou relacionadas à DIN 4150-3 (1999).

### **3.5 Norma Britânica - Avaliação e mensuração da vibração em edifícios - Parte 1: Guia para medição de vibrações e de avaliação dos seus efeitos sobre edifícios: BS 7385-1 (1990)**

A norma britânica BS 7385-1 (1990) define três tipos de danos em edificações: danos estéticos, danos menores e danos maiores ou estruturais. Esses valores são baseados em termos de velocidade máxima e frequência.

A norma BS 7385-1 (1990) admite um limite de velocidade de 50 mm/s (medido na base do edifício) em qualquer frequência para que não ocorram danos em estruturas industriais apertadas sujeitas a vibrações contínuas, em que se observa amplificação dinâmica na resposta.

## **4. CONSIDERAÇÕES SOBRE O CARREGAMENTO DINÂMICO**

### **4.1 Cargas das fundações e equipamentos**

Nos projetos de fundação de equipamentos o mais importante é limitar a movimentação da estrutura suporte, considerando os deslocamentos e amplitudes que não comprometam o desempenho satisfatório do equipamento, e também não afete quem trabalhe sobre ou próximo as estruturas.

Assim, alguns pontos devem ser verificados:

- Os parâmetros de velocidade crítica do rotor, grau de equilíbrio e amplitude de vibração aceitável;
- Forças dinâmicas geradas pela máquina sob as condições de operação e seus mecanismos de transferência para a fundação;
- Forças adicionais geradas sob emergência ou em situações de falha como forças transientes em paradas, testes, construção, manutenção, falhas de mancais, entre outros.

Esses fatores definem as cargas do conjunto estrutura-suporte e equipamento. As cargas estáticas são consideradas referentes ao peso da máquina e dos equipamentos auxiliares, e as cargas dinâmicas são consideradas referentes ao equipamento quando em operação gerando forças dinâmicas de desequilíbrio.

### **4.2 Cargas estáticas**

#### **4.2.1 Peso próprio**

É constituído considerando o peso da máquina e dos equipamentos auxiliares como tubos, válvulas e ainda peso da fundação. Os pesos da máquina e dos equipamentos auxiliares são, ou deveriam ser fornecidos pelos seus respectivos fabricantes, que comumente fornecem ainda a distribuição das cargas sobre os pontos de apoio na fundação.

#### **4.2.2 Sobrecargas**

São cargas constituídas considerando o movimento de pessoas, peso de equipamentos, materiais e outros que podem ser aplicados diretamente a estrutura.

Os valores típicos são recomendados pela NBR 8800 (2008) voltados para edificações residenciais e industriais e ACI 351.3R (2004).

#### **4.2.3 Cargas de vento**

Cargas de vento são consideradas quando a estrutura suporte da máquina estiver exposta às ações do mesmo. As cargas de vento que incidem nas superfícies das máquinas, equipamentos auxiliares e estruturas suportes das mesmas, devem ser analisadas de acordo com a região em que a máquina está instalada, segundo a NBR-6123 (1988) também voltados para edificações residenciais e industriais.

#### **4.2.4 Cargas sísmicas**

As fundações de máquinas localizadas em áreas sujeitas a sismos devem considerar as cargas inerentes a esse efeitos conforme a NBR-15421 (2006).

#### **4.2.5 Cargas estáticas de operação**

Cargas estáticas de operação consideram o peso dos equipamentos e estruturas auxiliares ligados à mesma como tubulações, materiais em processamento e ainda as variações térmicas na máquina e na estrutura. Consideram também forças e torques desenvolvidos em algumas máquinas entre o mecanismo acionador, um motor elétrico e o equipamento, como uma bomba centrífuga.

De acordo com Dalbone (2012) em seu estudo da normalização brasileira para dimensionamento de fundações de máquinas, quando o mecanismo de acionamento da máquina é separado da máquina, como um motor elétrico, um motor alternativo ou uma turbina à gás ou vapor, surge um torque na máquina acionada. Este torque atua entre as máquinas acionada e acionadora com a mesma magnitude, porém em direções opostas. É considerada atuando na fundação em direção vertical passando pela linha de centro da máquina. O valor do torque pode ser obtido conforme prática recomendada, Equação (50) do ACI 351.3R-04 (2004):

$$NT = \frac{9650Ps}{f_0} \quad (50)$$

Onde:

$NT$  - torque normal (N.m);

$P_S$  – força transmitida pelo eixo à conexão (kW);

$f_0$  – velocidade de operação (rpm).

#### **4.2.6 Cargas de manutenção e construção**

São cargas de natureza temporária e também devem ser consideradas no projeto das fundações elevadas e ocorrem durante as obras de instalação e montagem. Podemos citar guindastes, empilhadeiras, talhas, etc. As cargas de manutenção e construção podem ocorrer durante a vida útil da fábrica quando da realização da manutenção ou substituição de componentes do equipamento, etc. De forma geral são fornecidas pelo fabricante do equipamento.

#### **4.2.7 Cargas térmicas**

São as cargas que podem causar nas estruturas ou equipamentos expansões e contrações. Ocorrem devido às mudanças de temperatura, em função das solicitações da máquina e da estrutura suporte. Caracterizam-se por solicitações nas fundações e com isso importantes para o projeto dos chumbadores e bases de fixação dos equipamentos.

### **4.3 Dinâmica de rotores de máquinas alternativas e rotativas**

#### **4.3.1 Generalidades**

Na concepção de um projeto de base suporte de máquinas alternativas e rotativas é necessário verificar o comportamento vibratório dos rotores destas máquinas. Ou seja, considerando a grande incidência destes equipamentos em obras industriais, devemos estudar a dinâmica de rotores. Ao se analisarem os atuais programas de manutenções corretivas ou preditivas, vibrações por dinâmica de rotores já não são mais aceitáveis, considerando os altos custos de execução empregados para aquisição dos equipamentos e suas estruturas suportes. Considerando também o tempo necessário para possíveis modificações, o que significa a máquina e a fábrica paradas, problemas financeiros podem ser gerados.

De acordo com Kamei (2010) dentre os diversos fatores que contribuem para a transferência da energia de rotação para os movimentos vibratórios da máquina, o mais conhecido é, certamente, o desbalanceamento do rotor que é o eixo rotativo onde podem estar acoplados elementos como engrenagens e outros elementos mecânicos.

Os rotores são apoiados em mancais que são os responsáveis pela ligação entre a parte móvel e a estrutura fixa de uma máquina rotativa. Além de absorvedor de energia, outra importante função dos mancais é o de guiar ou restringir movimentos durante a rotação do eixo. Devido ao desbalanceamento, a força atuando no centro de gravidade puxa o eixo para fora da linha que une os dois mancais, obrigando o eixo a girar fletido. Este movimento é chamado de movimento de precessão.

As vibrações do rotor podem ser síncronas, quando a velocidade de rotação for igual à velocidade orbital, e assíncronas quando forem diferentes. O processo de balanceamento de rotores é um dos fatores mais importantes para a minimização das vibrações em motores elétricos, pois dependendo do nível destas vibrações, pode-se gerar fadiga ou falha prematura no motor ao longo de sua vida útil, assim como comprometer todo ou parte de uma instalação onde o motor for instalado.

O processo de balanceamento faz melhorar a distribuição de massa de um corpo, de modo que este gire sobre seus mancais sem forças de desbalanceamento, mantendo as vibrações e as solicitações dinâmicas de acordo com limites adequados ao funcionamento da máquina. O balanceamento da máquina pode ser atingido até certo limite, já que após este processo o rotor ainda apresentará imperfeição na distribuição de massa, chamada desbalanceamento residual.

Podemos mencionar que não existe uma relação direta entre o desbalanceamento residual e nível de vibração da máquina, o qual depende de muitos fatores como, por exemplo, a massa da carcaça, a rigidez dos mancais, a ocorrência de ressonâncias, etc. De qualquer maneira existem níveis admissíveis de desbalanceamento residual, compatíveis com a boa prática de projetos de máquinas. As normas que seguem no Capítulo 4.3 tratam da qualidade de balanceamento de rotores rígidos.

### 4.3.2 Fundamentos da dinâmica de rotores

Na simulação numérica da dinâmica de rotores, a formulação de um modelo matemático que represente um sistema rotativo requer o conhecimento prévio de parâmetros de projeto, como dimensões e dados dos materiais. O sucesso de um projeto de uma máquina rotativa consiste principalmente em:

- Evitar velocidades críticas, se possível;
- Minimizar a resposta dinâmica nos picos de ressonância, caso seja necessário;
- Passar por uma velocidade crítica;
- Evitar instabilidade;
- Minimizar as vibrações e as cargas transmitidas à estrutura da máquina durante todo o intervalo de operação.

As velocidades críticas pelas quais uma máquina pode passar até atingir sua rotação de trabalho tornam-se um dos grandes inconvenientes na dinâmica de rotores. Nessas velocidades, o eixo da máquina pode atingir grandes amplitudes de vibração que podem causar danos irreversíveis nos mancais e demais componentes do rotor.

No caso de um rotor com o eixo em material convencional, os caminhos possíveis para reduzir a amplitude nas velocidades críticas são: Balancear o rotor, que significa ir direto à fonte do problema, contudo, dificilmente se consegue balancear um rotor com perfeição.

Podemos ainda alterar a velocidade de rotação da máquina, distanciando-a das velocidades críticas, ou alterar a velocidade crítica através da variação da rigidez dos mancais. Se a máquina opera próximo da velocidade crítica e esta velocidade é imprescindível, a solução é adicionar amortecimento externo ao rotor. Esta propriedade pode ser utilizada na dinâmica de rotores, onde se necessitam reduzir as amplitudes de vibração quando este é excitado em uma de suas velocidades críticas. É ainda necessário dispor de hipóteses simplificadoras que viabilizam o modelo numérico, sem, contudo, descaracterizar o seu comportamento.

### 4.3.3 NBR 8008 (1983) – Balanceamento de corpos rotativos

A Norma NBR 8008 (1983) fornece o desbalanceamento residual admissível para rotores em função do tipo de máquina (quanto maior for a massa do rotor, tanto maior é o desbalanceamento admissível) e da rotação nominal (o desbalanceamento residual admissível varia inversamente com a velocidade de operação).

### 4.3.4 Euro código 1, Parte 3: Ações induzidas por guindastes e máquinas (2002).

A norma europeia Euro código 1 (2002), na seção de ações induzidas por máquinas, auxilia nas características destas informações a serem requeridas e determina, para os casos mais simples, a força dinâmica gerada por máquinas com partes rotativas. A representação gráfica deste caso é conforme Figura (15).

$$F = m_R \Omega^2 e = m_R \Omega (\Omega e) \quad (51)$$

onde:

$F$  é a força livre do motor (Força dinâmica)

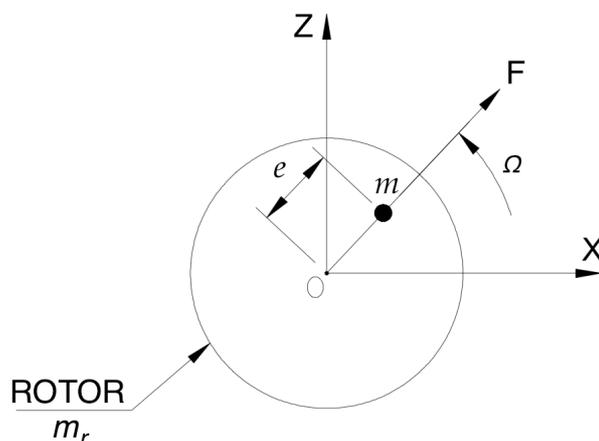
$m_R$  é a massa do rotor

$\Omega$  é a frequência circular do rotor

$e$  é a excentricidade da massa do rotor

$\Omega e$  é a medida do balanceamento do rotor

Figura 15: Rotor com massa desbalanceada

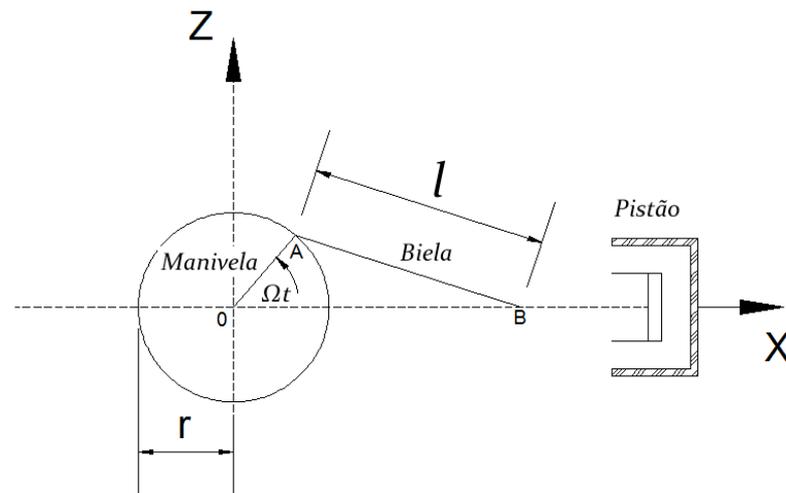


### 4.3.5 Forças decorrentes de máquinas alternativas

#### 4.3.5.1 Máquinas com um cilindro

Mostra-se na Figura (16) o mecanismo do tipo manivela simples que exemplifica uma máquina alternativa.

Figura 16: Mecanismo tipo manivela simples



Segundo Figura (16), tem-se:

$$F_z = m_1 r \Omega^2 \text{sen}(\Omega t) \quad (52)$$

$$F_x = (m_1 + m_2) r \Omega^2 \text{cos}(\Omega t) + m_2 \frac{r^2 \Omega^2}{l} \text{cos}(2\Omega t) \quad (53)$$

onde:

$$m_1 \cong \frac{m_m + m_b}{2} \quad (54)$$

$$m_2 \cong m_p + \frac{m_b}{2} \quad (55)$$

sendo:

$F_x$  a força inercial desbalanceada que surge ao longo da direção  $x$ , isto é, ao longo da direção do pistão;

$F_z$  é a força inercial desbalanceada que surge na direção  $z$ , isto é, na direção perpendicular ao movimento do pistão;

$r$  é o raio da manivela;

$l$  é o comprimento da biela;

$m_m$  é a massa da manivela;

$m_b$  é a massa da biela;

$m_p$  é a massa do pistão.

#### 4.3.5.2 Máquinas com mais de um cilindro

Para máquinas com mais de um cilindro, tem-se:

$$F = 1,11 \times 10^{-3} W r \Omega (\cos \theta + r/L \cos 2\theta) \quad (56)$$

onde:

$F$  é a força desbalanceada ou inercial (em N);

$W$  é o peso da parte alternativa de um cilindro (em N);

$r$  é o raio da manivela (em m);

$\Omega$  é a frequência do cilindro (em rad/s);

$L$  é o comprimento da biela (em m);

$\theta$  é a inclinação entre a manivela e o eixo do pistão.

A força desbalanceada máxima corresponde a  $\theta = 0$ . Assim, tem-se:

$$F_{m\acute{a}x} = 1,11 \times 10^{-3} W r f (1 + r/L) \quad (57)$$

onde:

$F_1 = 1,11 \times 10^{-3} W r f$  é a máxima força primária

$F_2 = F_1 (r/L)$  é a máxima força secundária

De acordo com a norma Petrobras N-1848, pode-se verificar os esforços primários e secundários (forças e momentos) que surgem em máquinas alternativas de um ou mais cilindros de acordo com diferentes arranjos de manivelas.

#### 4.3.6 Quantificação do desbalanceamento

O desbalanceamento é caracterizado por um ponto pesado, ou seja, uma massa adicional situada a certa distância do eixo de rotação do rotor. E assim sempre quantificado por massa versus distância, com unidade [g.mm].

O rotor deve sofrer um balanceamento de forma que atinja um mínimo aceitável. Este mínimo admissível é chamado nas normas de Desbalanceamento Residual Permissível e tem o símbolo “ $U$ ” e unidade [g.mm].

$$U = \text{massa}(m) \times \text{distância} [g.mm] \quad (58)$$

O desbalanceamento residual permissível depende da massa do rotor  $m$ , com isso, quanto mais pesado o rotor, maior poderá ser o residual. Define-se então o desbalanceamento residual específico que vale o desbalanceamento residual permissível dividido pela massa do rotor e tem o símbolo “ $e$ ”. Que fica entendido como desbalanceamento por cada quilo de massa do rotor.

$$e = \frac{U}{\text{massa do rotor}[kg]} \left[ \frac{g.mm}{kg} \right] \quad (59)$$

Quanto maior a rotação do rotor, menor deve ser o desbalanceamento residual, pois a força centrífuga aumenta com o quadrado da rotação  $F_{cent} = me\Omega^2 [N]$

Onde:

$m$  é a massa do rotor desbalanceada

$\Omega$  é a frequência da excitação em rad/s.

Conforme verificado em Kamei (2010), baseado em muitos anos de experiência, os especialistas decidiram que o produto da rotação em radianos/segundo pelo desbalanceamento residual específico deve ser constante, ou seja, para aumentar a rotação tem que diminuir o resíduo específico:

$$G = e\Omega = \text{constante} \left[ \frac{g.mm}{kg.s} \right] \quad (60)$$

Devido a grande variedade de rotores foi atribuído para cada tipo de rotor um valor para a constante  $G$ . Esta constante foi normalizada de 4000 a 0,4 em função do tipo do rotor e sua aplicação.  $G$  é chamada de Qualidade de Balanceamento.

A Tabela (02) reproduz a indicação da norma ISO 1940-1 (1986) Balance Quality of Rotating Rigid Bodies.

Tabela 02: Valores de qualidade de balanceamento ISO 1940-1 (1986)

Grau de qualidade de balanceamento	Excentricidade x frequência, mm/s	Tipo de máquina
G 4000	4000	Dieseis marítimos pesados com numero impar de cilindros
G 1600	1600	Motores de 2 cilindros pesados
G 630	630	Motores de 4 cilindros pesados
G 250	250	Dieseis rápidos com 4 cilindros
G 100	100	Dieseis com 3 ou mais cilindros (carros, caminhões e locomotivas)
G 40	40	Rodas de carros e motores rápidos de 6 ou mais cilindros
G 16	16	Máquinas de moer, máquinas agrícolas
G 6.3	6,3	Partes de máquinas industriais, Turbinas marítimas, cilindros de máquinas de papel, ventiladores, rotores de bombas, rotores Elétricos médios e grandes
G 2.5	2,5	Turbinas a gás e vapor, discos de computadores, turbo-compressores, motores elétricos
G 1	1	Gravadores de fita e toca discos, Motores pequenos
G 0.4	0,4	Giroscópios

#### 4.3.7 Forças desbalanceadas em máquinas rotativas

Agora se verificam as forças desbalanceadas em máquinas rotativas, foco deste estudo, entretanto não serão abordados os casos com mais de um eixo girando sobre a mesma máquina, devido o baixo fator de aplicação. Com isso, a força excitante que surge devido ao funcionamento de uma máquina rotativa desbalanceada é dada por:

$$F = m_{rt}e\Omega^2 = m_{rt}(e\Omega)\Omega \quad (61)$$

onde:

$F$  é a força excitadora (kN);

$m_{rt}$  é a massa do rotor (kg);

$e$  é a excentricidade efetiva (distância do centro de gravidade do rotor ao eixo de rotação) (m);

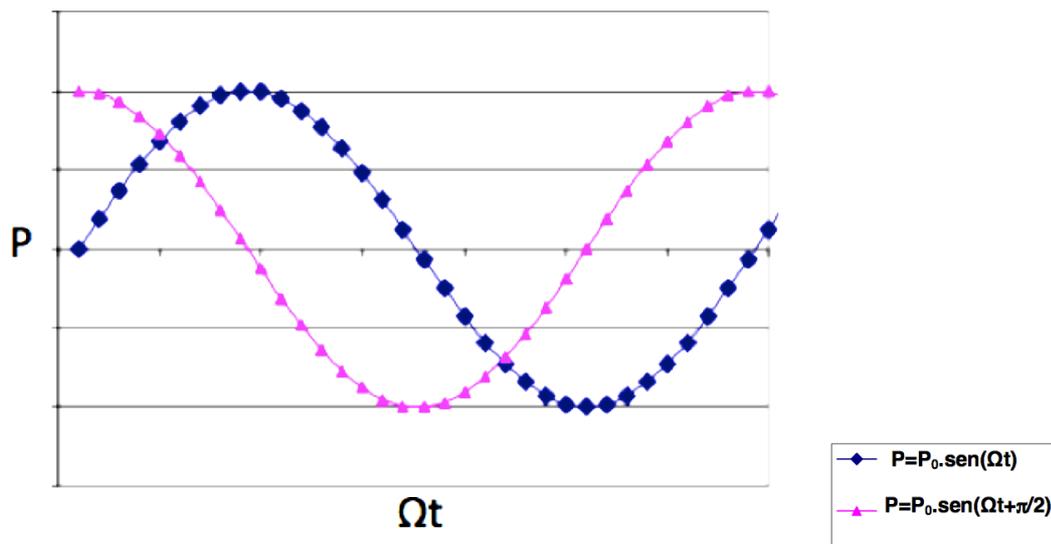
$e\Omega$  é a qualidade de balanceamento (m/s).

De acordo com Brasil (2012), para uma força desbalanceada girando em torno de um eixo, o procedimento para que tenhamos esta força atuando no plano

vertical, de modo a apontar “todas” as direções é aplicar esta força em duas direções ortogonais entre si, uma na direção horizontal com fase  $t_0$  igual a zero e outra na direção vertical com fase  $t_0$  igual a  $\frac{1}{4}$  do período de vibração desta força desbalanceada. Assim, à medida que o tempo avança, teremos uma variação de duas forças de modo que a composição destas resultará na força desbalanceada, pois uma estará sendo multiplicada por " $\text{sen}(\omega t)$ " e a outra por " $\text{sen}(\omega t + \pi/2)$ ", e enquanto uma for máxima a outra será nula, e vice-versa.

As duas situações podem ser visualizadas nas Figuras (17) e (18) onde temos a resultante da Força desbalanceada no eixo das Ordenadas e função do Tempo no eixo das Abscissas.

Figura 17: Gráfico das componentes da força desbalanceada -  $P_0 \text{sen}(\Omega t)$  e  $P_0 \text{sen}(\Omega t + \pi/2)$ . Kamei (2010)



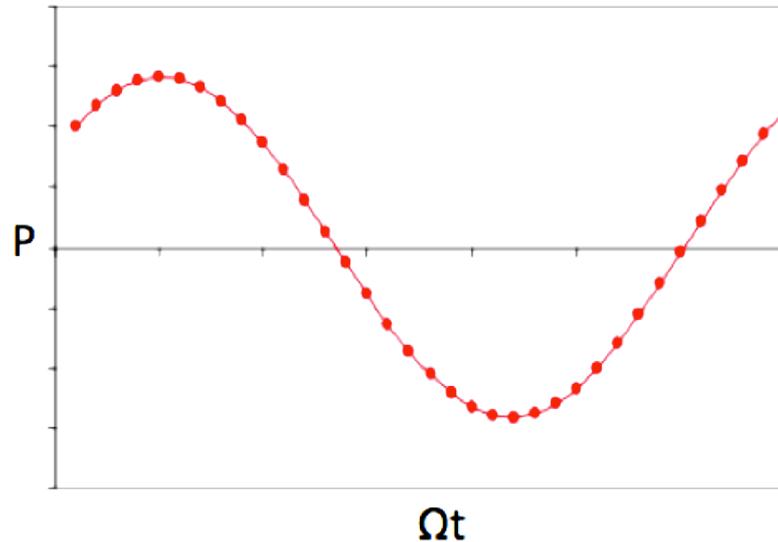
Dessa forma sempre teremos a soma vetorial simulando a força de desbalanceamento girando em torno do eixo do mancal.

O valor da força dinâmica, esta descrito abaixo.

$$P = P_0 \text{sen}(\Omega t) + P_0 \text{sen}(\Omega t + \pi/2) \quad (62)$$

Figura 18: Gráfico da resultante da força desbalanceada

$$P = P_0 \text{sen}(\Omega t) + P_0 \text{sen}(\Omega t + \pi/2). \text{ Kamei (2010)}$$



#### 4.3.7.1 Peso do rotor

Os fabricantes de equipamentos devem fornecer o peso do rotor. De acordo com Machado (2010) se por algum motivo, não se obtiver o peso do rotor através de dados fornecidos pelo fabricante, é razoável adotar para o peso do rotor cerca de 18% do peso da máquina.

#### 4.3.7.2 Excentricidade Efetiva

Os fabricantes de máquinas rotativas de alguma forma não fornecem com certa frequência, a magnitude e a direção das forças desbalanceadas, alegando de que as máquinas são perfeitamente balanceadas. Contudo, as máquinas não são perfeitamente balanceadas e este desbalanceamento fica mais significativo com o passar dos anos de uso e desgaste. A Tabela (03) fornece valores de projeto de excentricidades para máquinas rotativas com frequências de operação até 3000 rpm.

Tabela 03: Excentricidade de desbalanceamento

<b>VELOCIDADE DE OPERAÇÃO (rpm)</b>	<b>EXCENTRICIDADE (mm)</b>
750	0,178 – 0,4064
1500	0,1016
3000	0,0254

A norma API 686 (2004) sugere as excentricidades especificamente para compressores rotativos, geradores e motores de indução tipo “enrolamento em gaiola”.

Para os compressores deve-se utilizar a fórmula abaixo:

$$e = \alpha \sqrt{\frac{1200}{\Omega}} < 1,0 \quad (63)$$

onde:

$\alpha$  é uma constante e deve ser considerada igual a 0,5 na época da instalação e igual a 1,0 após alguns anos de operação;

$\Omega$  é a frequência da máquina (rpm);

$e$  é a excentricidade (em mil\*).

\*1 mil = 0,001 polegada

Para geradores a norma API 686 (2004) sugere a Tabela (04).

Tabela 04: Excentricidade de desbalanceamento para geradores

<b>VELOCIDADE MÁXIMA (rpm)</b>	<b>EXCENTRICIDADE (mm)</b>
Até 8000	0,0254
8000 a 12000	0,01905
Acima de 12000	<0,01905

Por fim, o API 686 (2004) sugere a Tabela (05) para motores de indução tipo “enrolamento em gaiola”:

Tabela 05: Excentricidade de desbalanceamento para motores de indução

VELOCIDADE SÍNCRONA (rpm)	EXCENRICIDADE (mm)	
	Mancais Elásticos	Mancais Rígidos
720 – 1499	0,0254	0,0318
1500 – 3000	0,0191	0,0254
> 3000	0,0127	0,0127

Segundo o NEMA MG1 (2011), as excentricidades para motores elétricos convencionais e para motores de grande indução estão representadas respectivamente pelas Tabelas (06) e (07).

Tabela 06: Excentricidade de desbalanceamento para motores elétricos (NEMA)

VELOCIDADE (rpm)	EXCENRICIDADE (mm)
3000 – 4000	0,0127
1500 – 2999	0,01905
1000 – 1499	0,0254
< 1000	0,03175

Tabela 07: Excentricidade de desbalanceamento para motores de grande indução (NEMA)

VELOCIDADE (rpm)	EXCENRICIDADE (mm)
≥ 3000	0,0127
1500 – 2999	0,0254
1000 – 1499	0,0318
≤ 999	0,0381

#### 4.3.7.3 Força desbalanceada segundo fórmulas empíricas

Segundo a norma DIN 4024-1 (1988), a força desbalanceada é apresentada pela fórmula a seguir:

$$F = 0,5gm_0\left(\frac{\Omega}{3000}\right) \quad (64)$$

Onde:

$F$  é a máxima força desbalanceada;

$m_0$  é a massa do rotor;

$\Omega$  é a frequência da máquina (rpm).

Por fim, sendo  $\delta$  a razão entre a frequência natural da fundação e a frequência da máquina, tem-se uma força estática equivalente à força desbalanceada, dada por:

$$F_{est} = 1,5 \frac{\delta^2}{\delta^2 + 1} g m_0 \left( \frac{\Omega}{3000} \right) \quad (65)$$

#### 4.4 Critérios relativos à verificação de equipamentos mecânicos rotativos

Os critérios de verificação relativos à equipamentos mecânicos rotativos serão apresentados a seguir.

##### 4.4.1 Norma Internacional - Vibração mecânica de máquinas com velocidades de operação de 10 a 200 rev / s - Base para Padrões de Avaliação de Norma: ISO 2372 (1974)

Para o bom funcionamento das máquinas rotativas, a ISO 2372 (1974) estabelece limites de vibração que dependem da potência da máquina e do tipo de fundação. As vibrações são medidas em pontos das superfícies das máquinas que operam com frequência na faixa de 10 a 1000 Hz. A Tabela (08) apresenta as faixas de classificação:

Tabela 08: Critérios de severidade das vibrações de máquinas. Adaptada de ISO 2372 (1974)

Faixas de severidade de vibração	Classe das máquinas			
	Classe I	Classe II	Classe III	Classe IV
Velocidades em mm/s				
0,28	Bom	Bom	Bom	Bom
0,45				
0,71				
1,12	Permissível	Permissível	Permissível	Permissível
1,8				
2,8	Tolerável	Tolerável	Tolerável	Tolerável
4,5				
7,1	Inaceitável	Inaceitável	Inaceitável	Inaceitável
11,2				
18				
28				
45				

onde:

Classe I - máquinas pequenas de até 15 kW;

Classe II - máquinas médias de 15 kW a 75 kW quando rigidamente montadas, ou acima de 300 kW com fundações especiais;

Classe III - grandes máquinas com fundação rígida e pesada, cuja frequência natural não exceda a velocidade da máquina;

Classe IV - grandes máquinas que operam com velocidade acima da frequência natural da fundação, como as turbo-máquinas.

#### 4.4.2 Manual de fundações de máquinas. Srinivasulu e Vaidyanathan (1976)

Srinivasulu e Vaidyanathan (1976) fornece uma tabela mais simples de valores limites de amplitudes de vibrações para diversos tipos de máquinas. A Tabela (09) apresenta os valores propostos por Srinivasulu e Vaidyanathan (1976).

Tabela 09: Amplitudes admissíveis de vibração de acordo com a velocidade do equipamento. Adaptado de Srinivasulu e Vaidyanathan (1976)

Tipo de máquina	Amplitude permissível (cm)
Máquina de baixa velocidade (até 500 rpm)	0,02 a 0,025
Fundações de martelos	0,1 a 0,12
Máquinas de alta velocidade:	
a) 3000 rpm	
i. Vibrações verticais	0,002 a 0,003
ii. Vibrações horizontais	0,004 a 0,005
b) 1500 rpm	
i. Vibrações verticais	0,004 a 0,006
ii. Vibrações horizontais	0,007 a 0,009

Assim, foram apresentadas algumas normas de projeto referentes aos limites de vibração em estruturas submetidas a excitações provenientes de máquinas rotativas, verificando o efeito das vibrações sobre essas estruturas e ainda os efeitos dos equipamentos mecânicos.

## 5. MODELAGEM DO CARREGAMENTO DINÂMICO

### 5.1 Características dos Equipamentos e da Estrutura

O modelo utilizado é composto por 2 conjuntos motos-bomba (Motor elétrico e um bomba hidráulica) montados sobre uma plataforma (Pórtico Espacial), um deles com seu eixo orientado transversalmente ao pórtico e o segundo com seu eixo orientado longitudinalmente. Para a realização das análises efetuadas no decorrer deste estudo, foram utilizados os dados dos motores de acordo com a Tabela (10). As Figuras (19) e (20) mostram o detalhe do Motor Elétrico. As Figuras (21) e (23) mostram o conjunto e a Figura (22) a bomba.

Dados do Motor Elétrico:

Massa Total:  $M_{Tm} = 9.448 \text{ kg}$

Qualidade do desbalanceamento:  $G = 2,5 \text{ mm/s}$

Frequência de Operação:  $f = 60 \text{ Hz}$

Figura 19: Projeto do Motor Elétrico

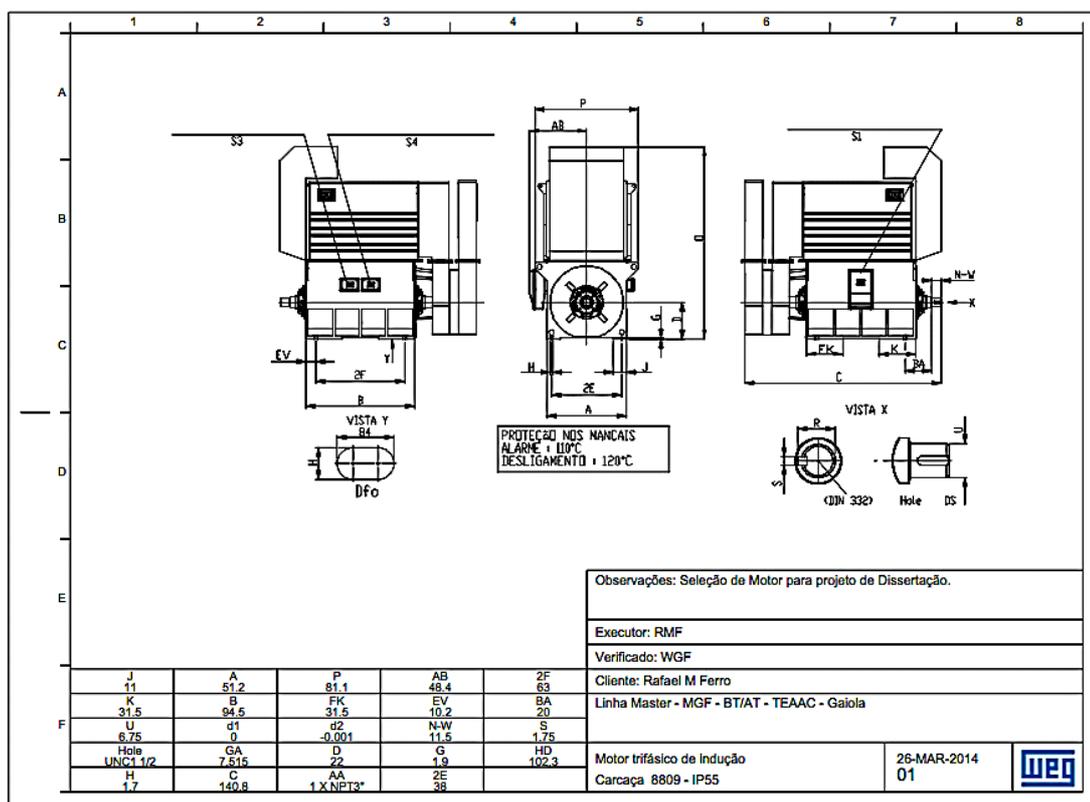


Tabela 10: Folha de Dados do Motor Elétrico

	<b>IFES/UFES</b>		No.: 01		
			Data: 26-MAR-2014		
<b>FOLHA DE DADOS</b> <b>Motor trifásico de indução - Rotor de gaiola</b>					
Cliente		: Rafael M Ferro			
Linha do produto		: Linha Master - MGF - BT/AT - TEAAC - Gaiola			
Carcaça		: 8809			
Potência		: 1500 HP			
Frequência		: 60 Hz			
Polos		: 12			
Rotação nominal		: 595			
Escorregamento		: 0,83 %			
Tensão nominal		: 4160 V			
Corrente nominal		: 215 A			
Corrente de partida		: 1200 A			
Ip/In		: 5,6			
Corrente a vazio		: 101 A			
Conjugado nominal		: 17986 Nm			
Conjugado de partida		: 90 %			
Conjugado máximo		: 210 %			
Categoria		: B			
Classe de isolamento		: F			
Elevação de temperatura		: 80 K			
Tempo de rotor bloqueado		: 24 s (quente)			
Fator de serviço		: 1,00			
Regime de serviço		: S1			
Temperatura ambiente		: -20°C - +40°C			
Altitude		: 1000			
Proteção		: IP55			
Massa aproximada		: 9448 kg			
Momento de inércia		: 167,77 kgm <sup>2</sup>			
Nível de ruído		: 85 dB(A)			
	Dianteiro	Traseiro	Carga	Fator potência	Rendimento (%)
Rolamento	NU232C3/6232C3	NU232C3	100%	0,76	95,1
Intervalo de lubrificação	4500 h	4500 h	75%	0,71	95,3
Quantidade de graxa	280 g	70 g	50%	0,59	94,9
Observações: Seleção de Motor para projeto de Dissertação.					

Figura 20: Motor Elétrico



Figura 21: Desenho do conjunto Moto-Bomba

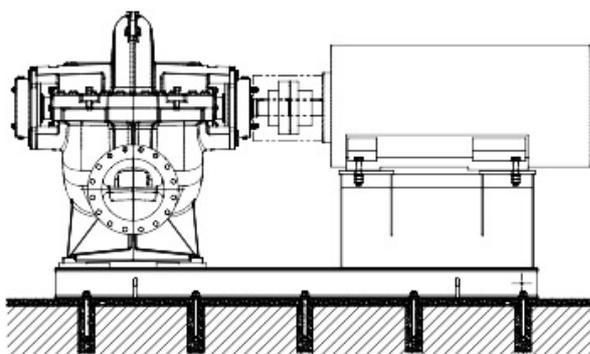


Figura 22: Bomba Hidráulica



Dados da Bomba KSB RDLO 350 575:

Massa Total:  $M_b = 2.600 \text{ kg}$

Qualidade do desbalanceamento:  $G = 2,5 \text{ mm/s}$

Frequência de Operação:  $\Omega = 60 \text{ Hz}$

Massa do Rotor:  $M_R = 6.100 \text{ Kg}$  (considera-se uma divisão geométrica da massa total dos dois equipamentos motor e bomba e distribuindo metade dessa massa no rotor)

Figura 23: Conjunto Moto-Bomba (CMB)



Dados da Estrutura:

A Figura (24) mostra a estrutura suporte renderizada sem a bomba, e as Figuras (25), (26) e (27) mostram a estrutura detalhada com os perfis e medidas principais.

Figura 24: Estrutura suporte dimensionada

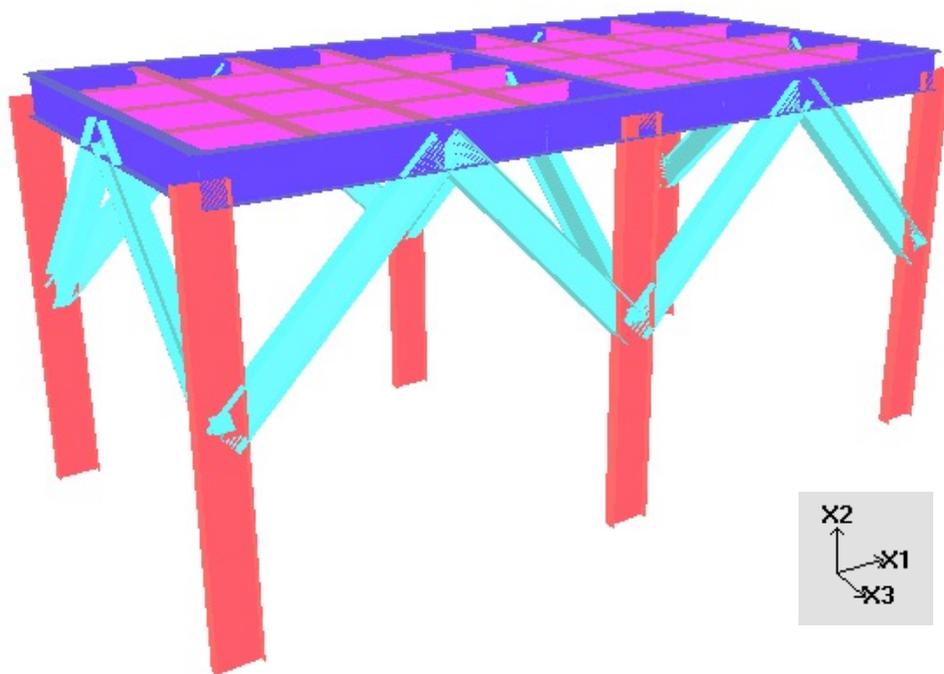


Figura 25: Estrutura suporte detalhada – Vista superior

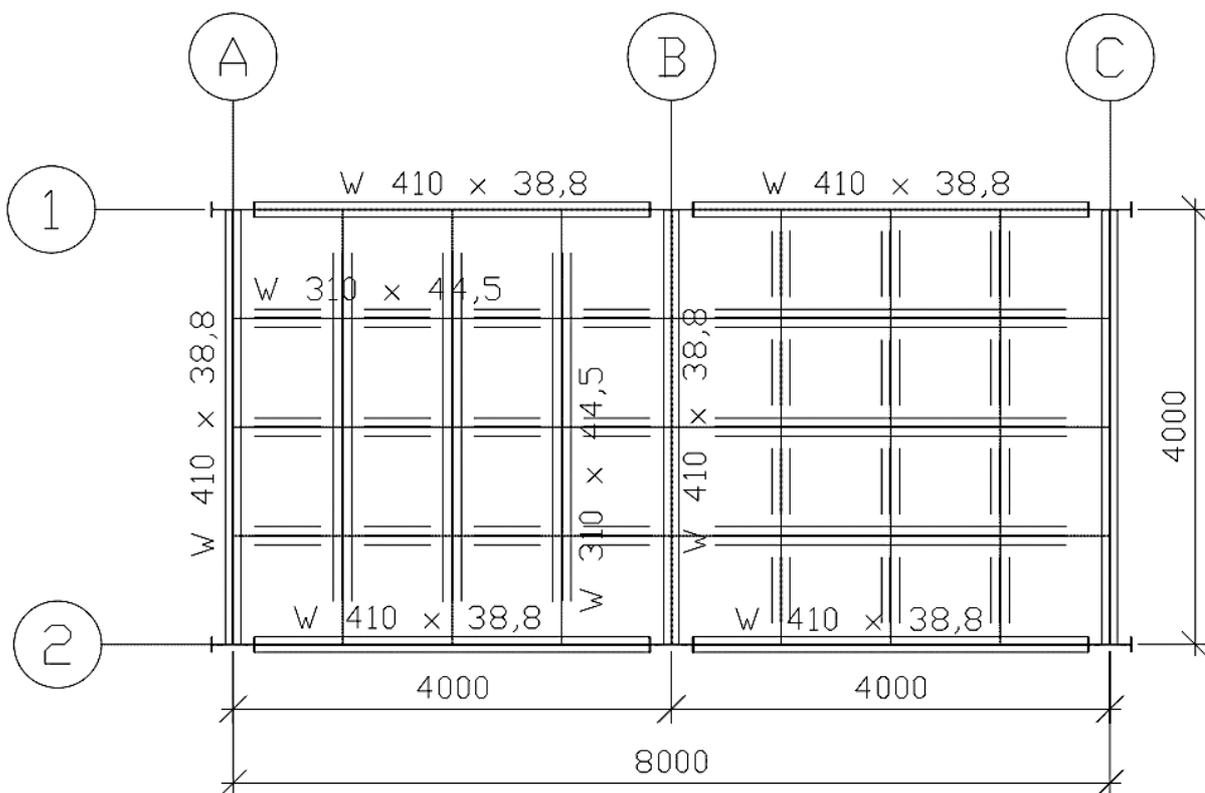


Figura 26: Estrutura suporte detalhada – Vista longitudinal X1 (1-1 e 2-2)

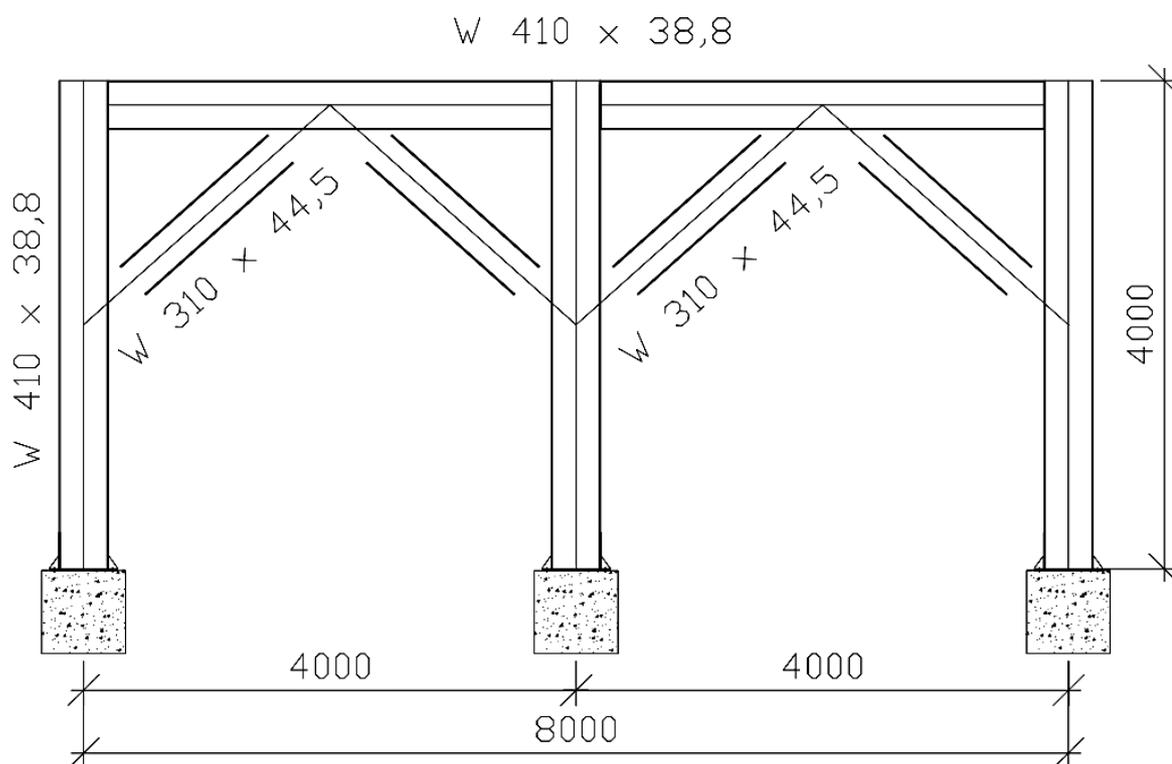
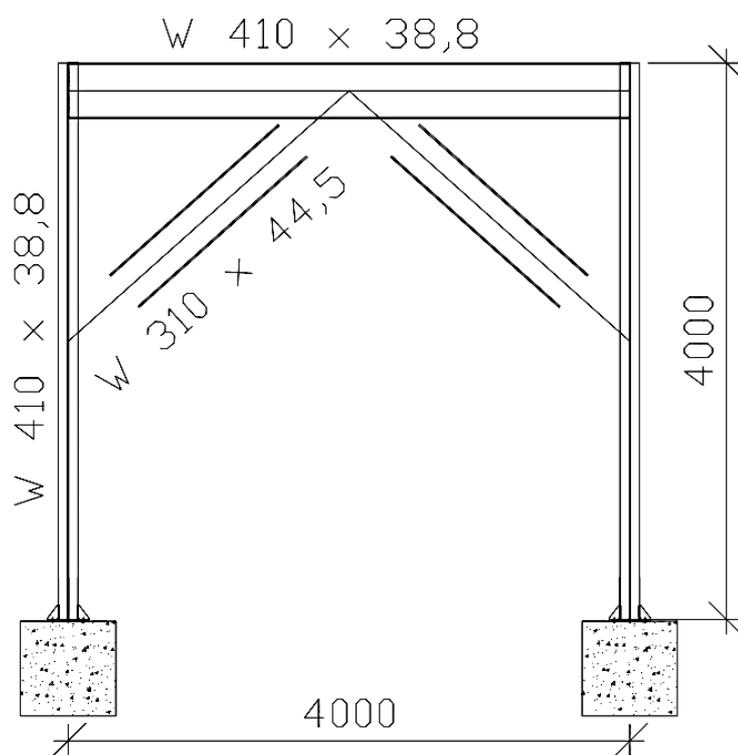


Figura 27: Estrutura suporte detalhada – Vista transversal X3 (A-A, B-B e C-C)



## 5.2 Modelo estrutural investigado

### 5.2.1 Introdução

A modelagem da estrutura realizada com o software, visto nas Figuras (28), (29) e (30) consiste de um Pórtico Espacial composto de elementos finitos de barras para as vigas e pilares. As vigas e pilares foram subdivididos em 4 partes. As bases dos pilares foram engastadas às suas fundações.

Figura 28: Tela do software com os 3 modelos de estrutura

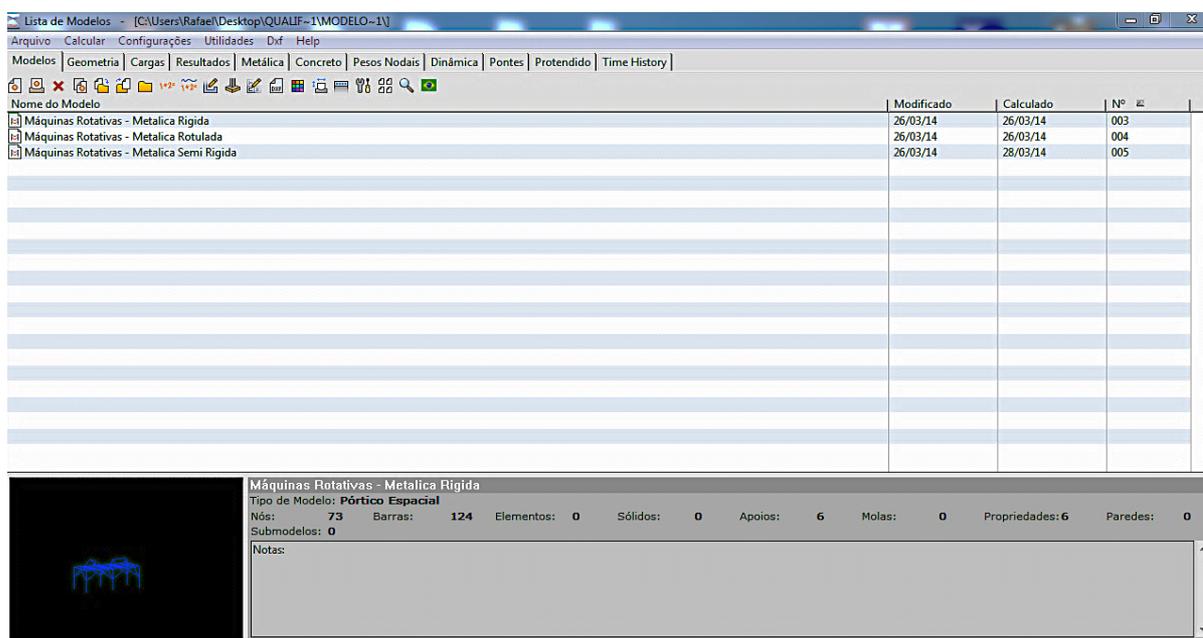


Figura 29: Tela do software com o modelo unifilar

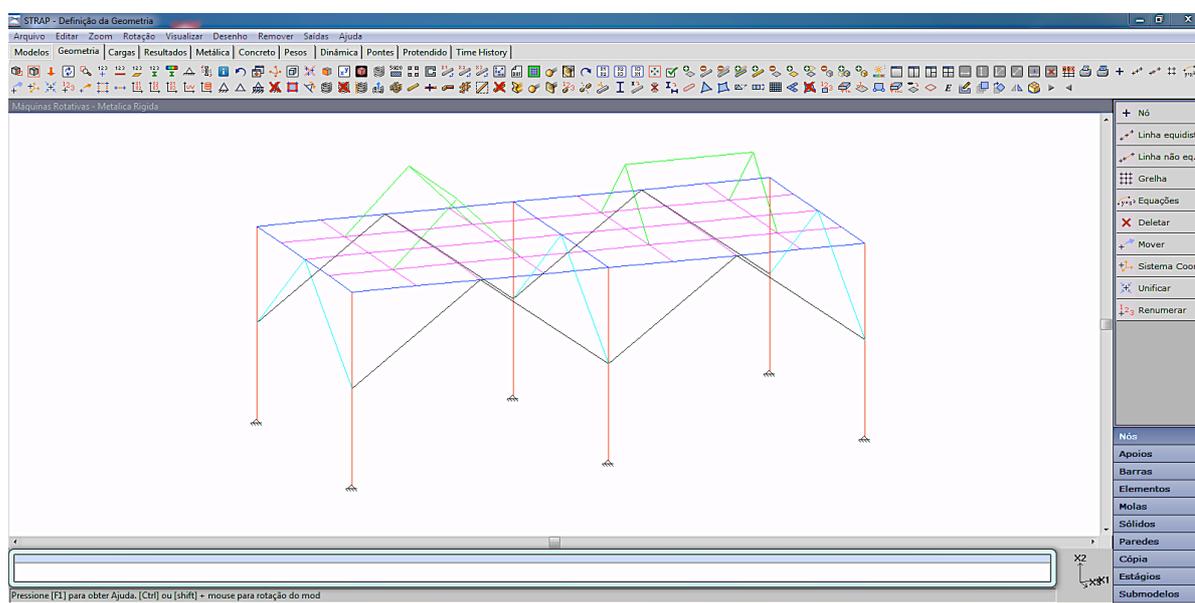
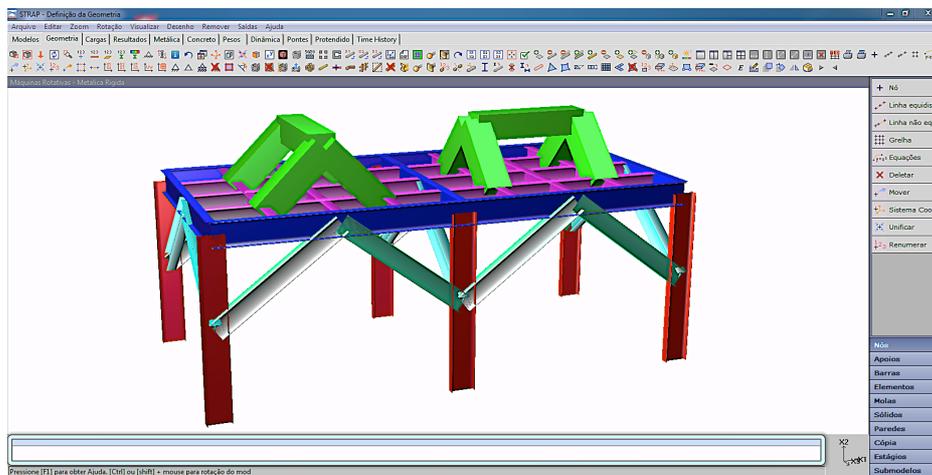


Figura 30: Tela do software com o modelo renderizado



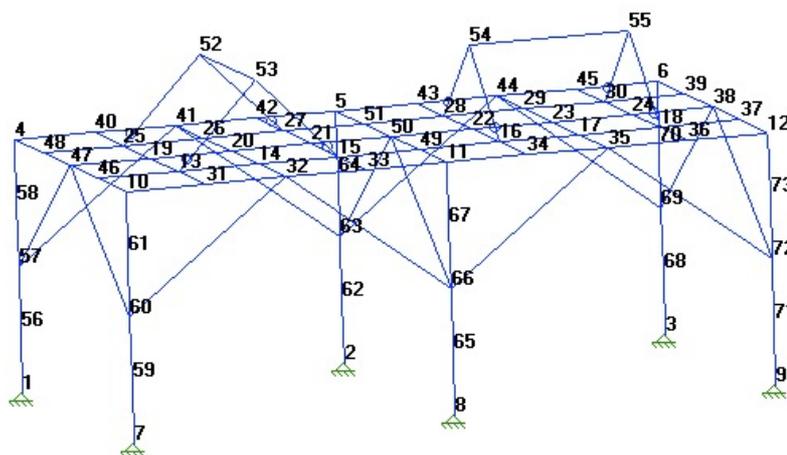
Foi criada uma estrutura auxiliar de Nós 52, 53, 54 e 55, conforme Figura (31), e barras nas posições dos mancais e na altura dos eixos dos motores, de modo que pudessem ser aplicadas as massas e as forças dinâmicas destes.

Para a análise dinâmica da estrutura foi efetuado o cálculo dos 10 primeiros modos de vibração, de modo a atingir a frequência de operação dos equipamentos, e em seguida foram definidas as forças dinâmicas dos equipamentos sobre esta para a obtenção das máximas amplitudes.

### 5.2.2 Modelo estrutural do Suporte

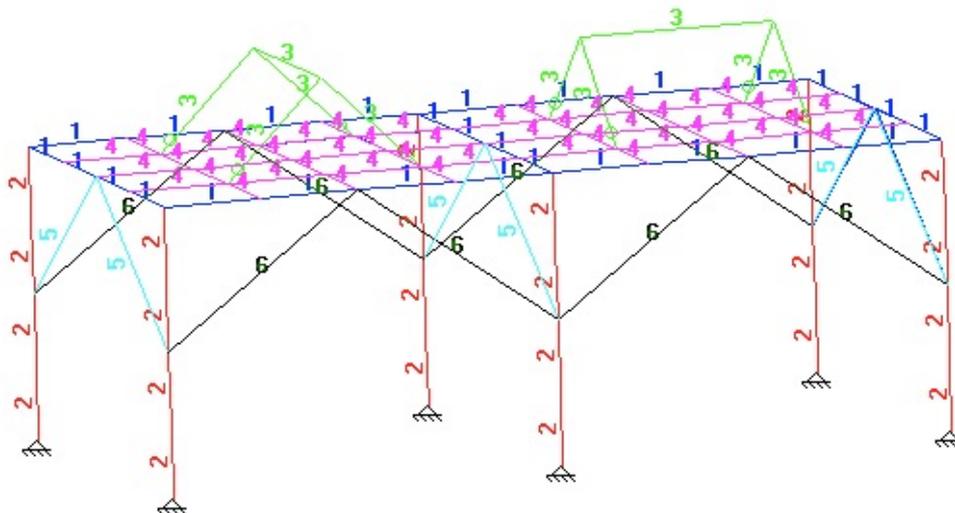
Segue abaixo o modelo, Figura (31), com os nós definidos no software:

Figura 31: Indicação dos Nós da estrutura



Para o Pórtico consideramos os seguintes perfis de acordo com a Figura (32):

Figura 32: Indicação das propriedades de cada barra



Propriedades 1 e 2:

Perfil W410x38,8

Propriedade 3:

Perfil geométrico retangular com propriedades do aço com o peso total do conjunto moto-bomba.

Propriedade 4, 5 e 6:

Perfil W380x44,5

O coeficiente de amortecimento foi adotado igual a 0,8% conforme sugere Brasil (2013) para estruturas de aço.

### 5.3 Modelo numérico-computacional

#### 5.3.1 Considerações iniciais – Aplicação dos Pesos Nodais

A distribuição das massas dos equipamentos depende da posição dos centros de gravidade dos equipamentos, dos rotores e da forma como estes equipamentos estão apoiados sobre a estrutura.

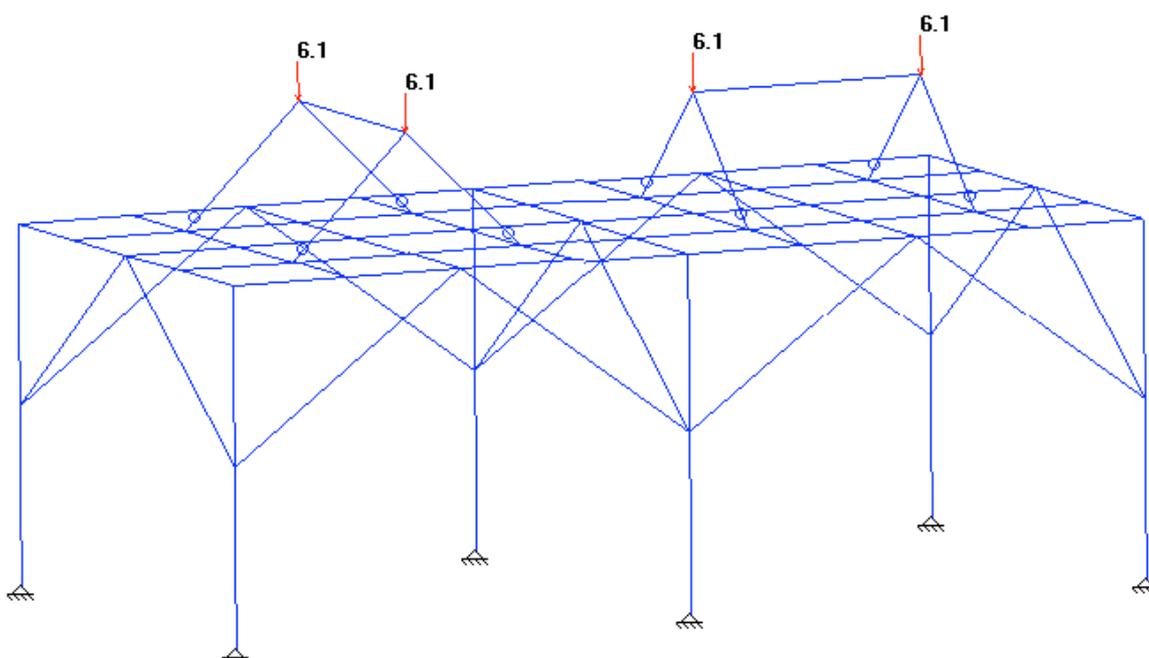
No modelo a massa total de cada conjunto moto-bomba, ou CMB, é considerada de 12.200kg, conforme Tabela (11), e foi inteiramente aplicada nos pontos de apoio de seu eixo.

Tabela 11: Aplicação de Massa nos Nós dos Conjuntos Moto-Bomba

Conjunto	Ponto de aplicação	Massa
CMB1	Nós 52 e 53	12.200 kg
CMB2	Nós 54 e 55	12.200 kg

A massa da estrutura foi aplicada em seus Nós na forma de Pesos Nodais, conforme a Figura (33) (O peso próprio dos perfis é considerado, contudo não esta visualizado).

Figura 33: Indicação da aplicação dos pesos nodais dos conjuntos no modelo.

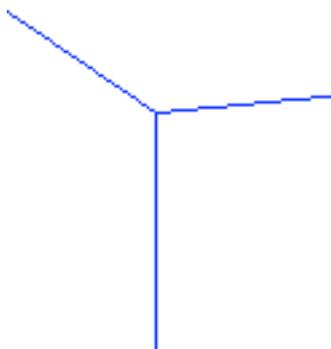


## 5.4 Modelos computacionais

Foram considerados três modelos de ligações no software para as considerações dinâmicas. Assim, as figuras (34), (35) e (36) mostram como o programa indica o tipo da ligação.

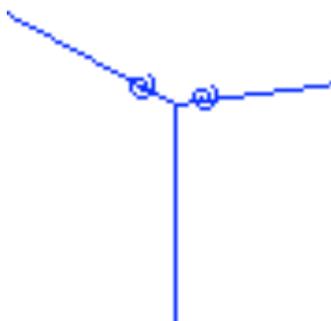
Modelo I (item 5.4.1): Estrutura com as ligações rígidas conforme Figura (34).

Figura 34: ligação rígida



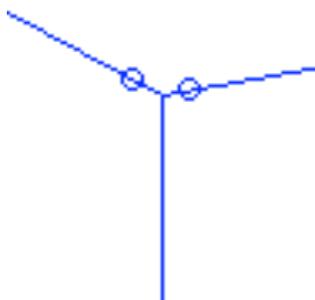
Modelo II (item 5.4.2): Estrutura com as ligações semirrígidas conforme Figura (35).

Figura 35: ligação semirrígida



Modelo II (item 5.4.3): Estrutura com as ligações flexíveis conforme Figura (36).

Figura 36: ligação flexível



#### 5.4.1 Modelo com ligações rígidas (Modelo I)

A Estrutura com ligações rígidas é mostrada em detalhe nas Figuras (37), (38) e (39).

Figura 37: Modelo com ligações rígidas (Modelo I)

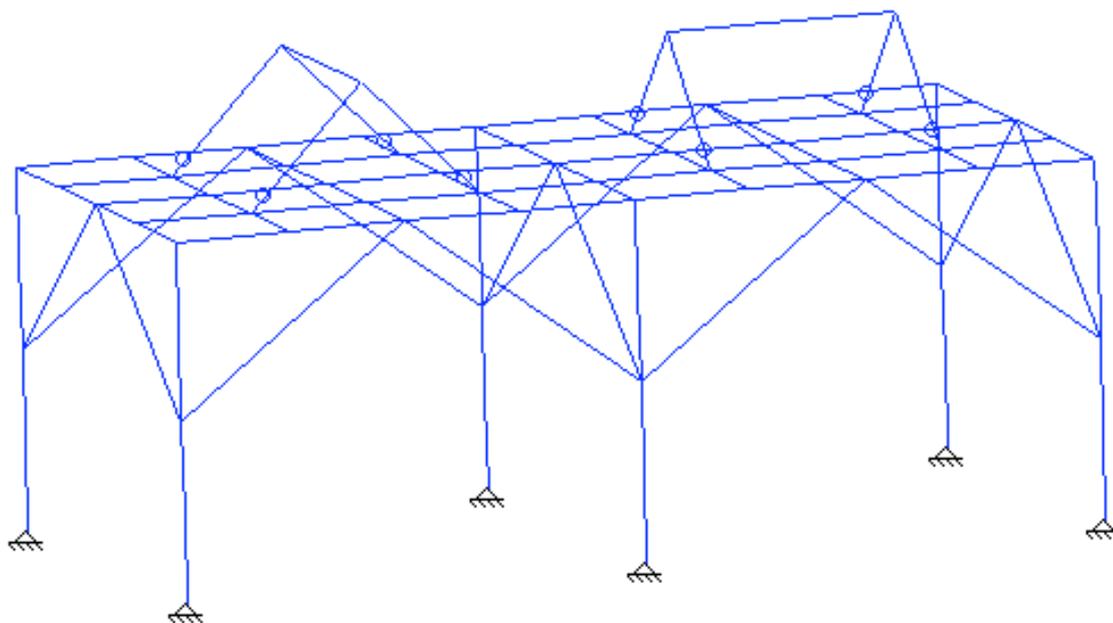


Figura 38: Modelo com ligações rígidas (Modelo I) – Vista longitudinal (X1)

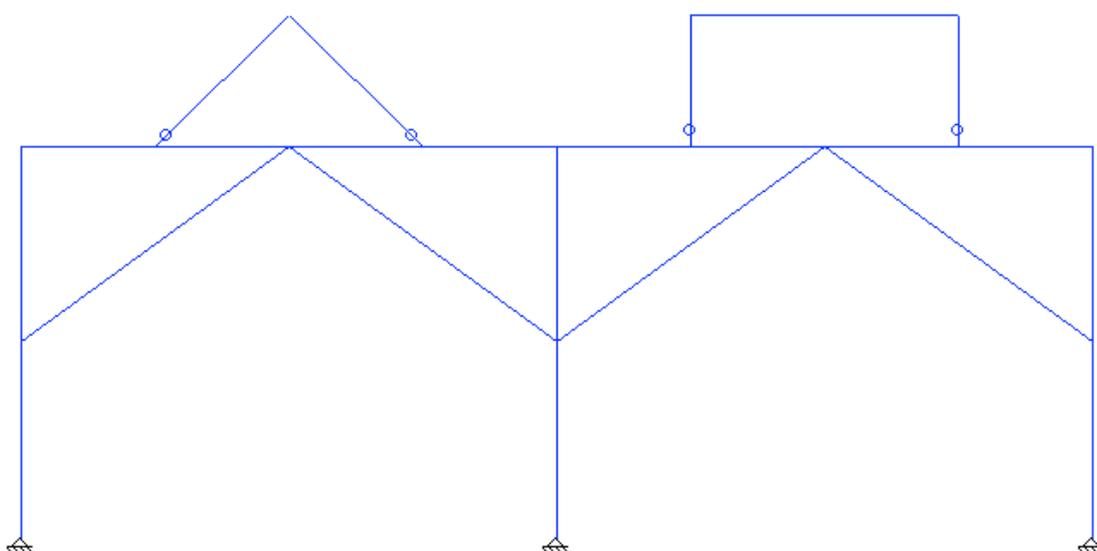
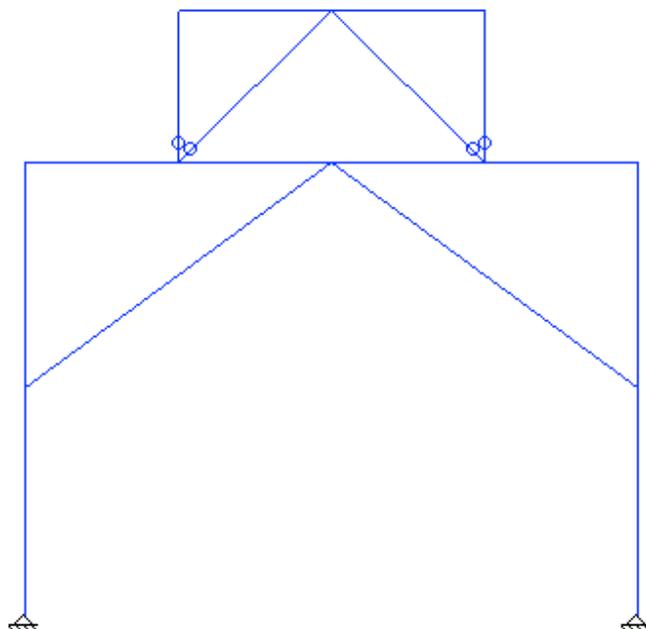


Figura 39: Modelo com ligações rígidas (Modelo I) – Vista transversal (X3)



#### 5.4.2 Modelo com ligações semirrígidas (Modelo II)

A Estrutura com ligações semirrígidas é mostrada em detalhe nas Figuras (40), (41) e (42).

Figura 40: Modelo com ligações semirrígidas (Modelo II)

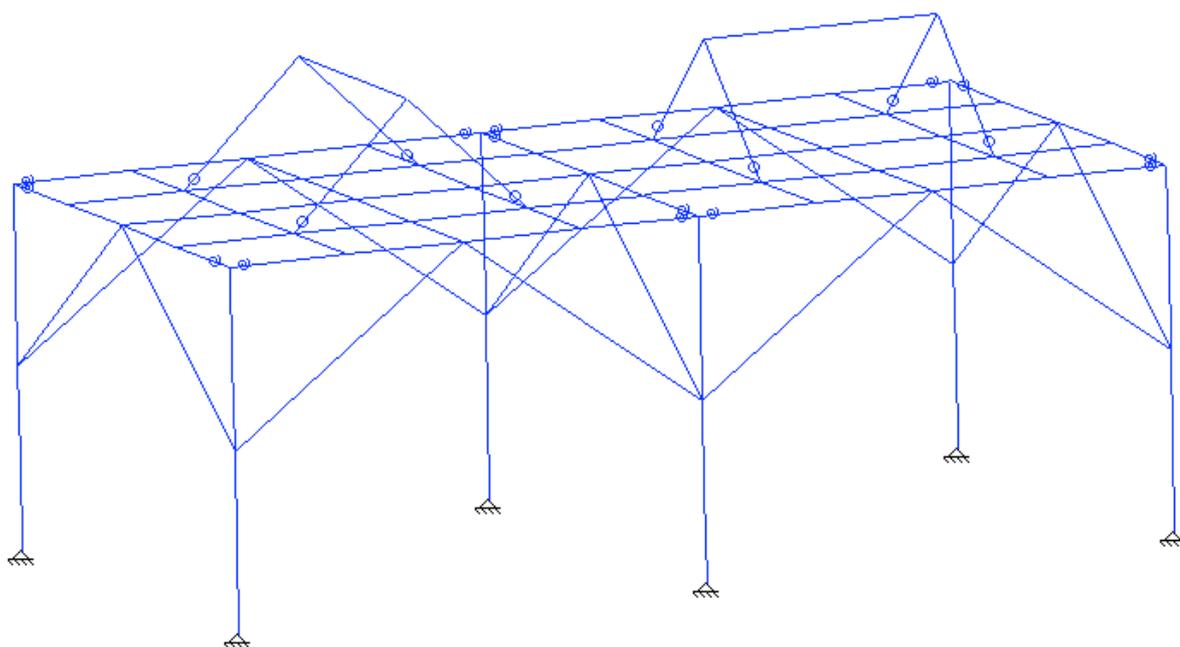


Figura 41: Modelo com ligações semirrígidas (Modelo II) – Vista longitudinal (X1)

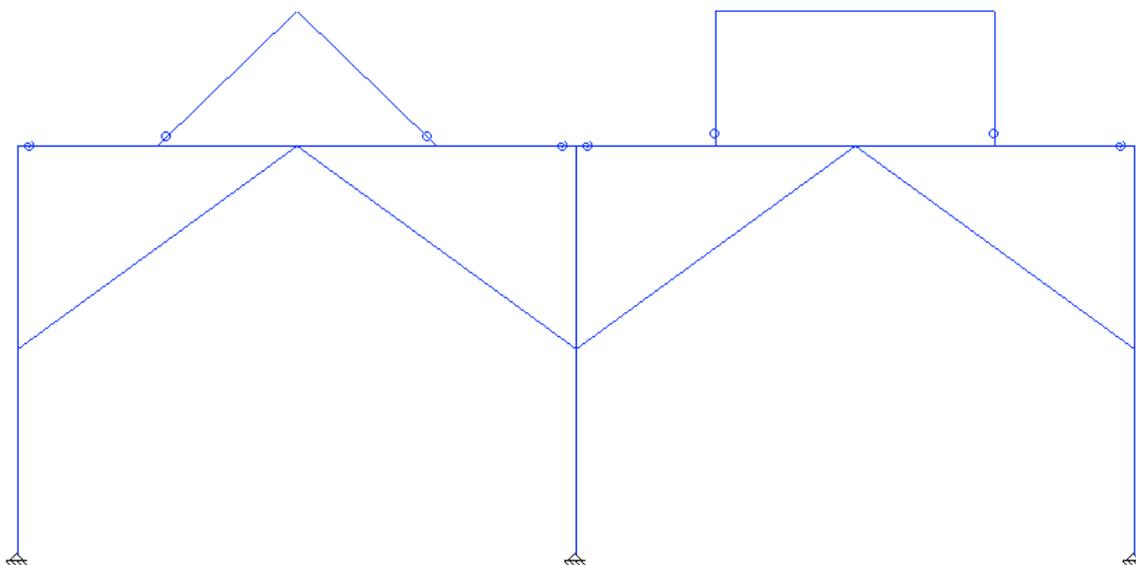
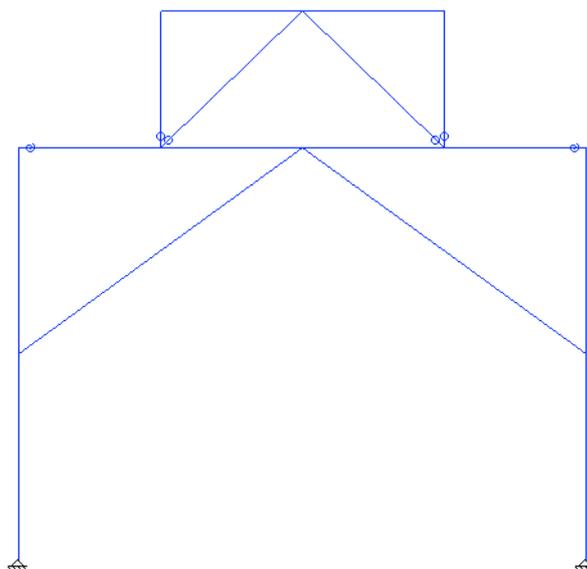


Figura 42: Modelo com ligações semirrígidas (Modelo II) – Vista transversal (X3)



### 5.4.3 Modelo com ligações flexíveis (Modelo III)

A Estrutura com ligações flexíveis é mostrada em detalhe nas Figuras (43), (44) e (45).

Figura 43: Modelo com ligações flexíveis (Modelo III)

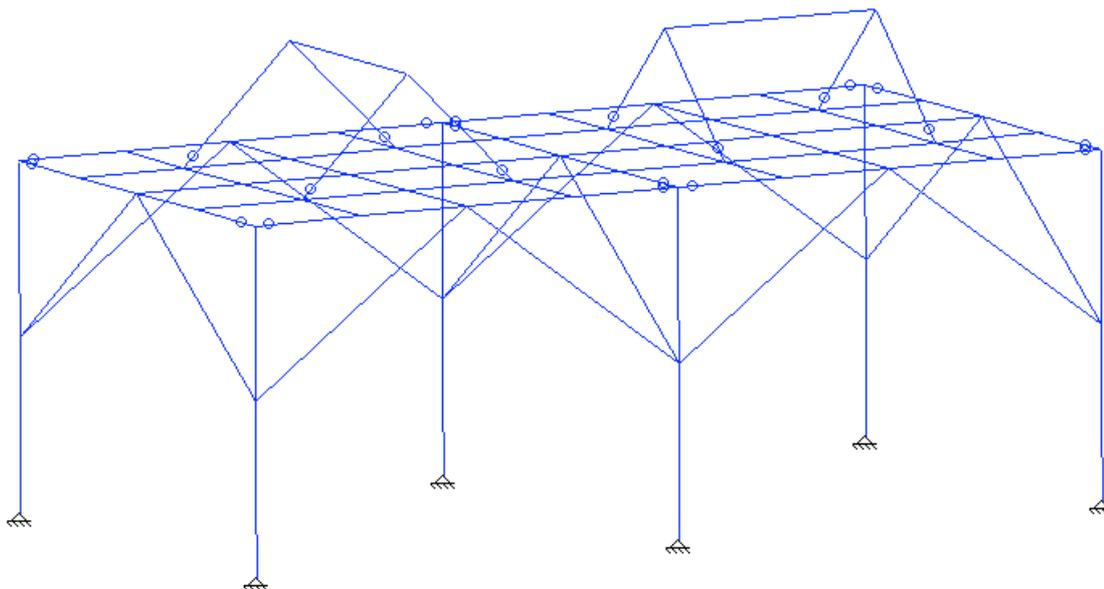


Figura 44: Modelo com ligações flexíveis (Modelo III) – Vista longitudinal (X1)

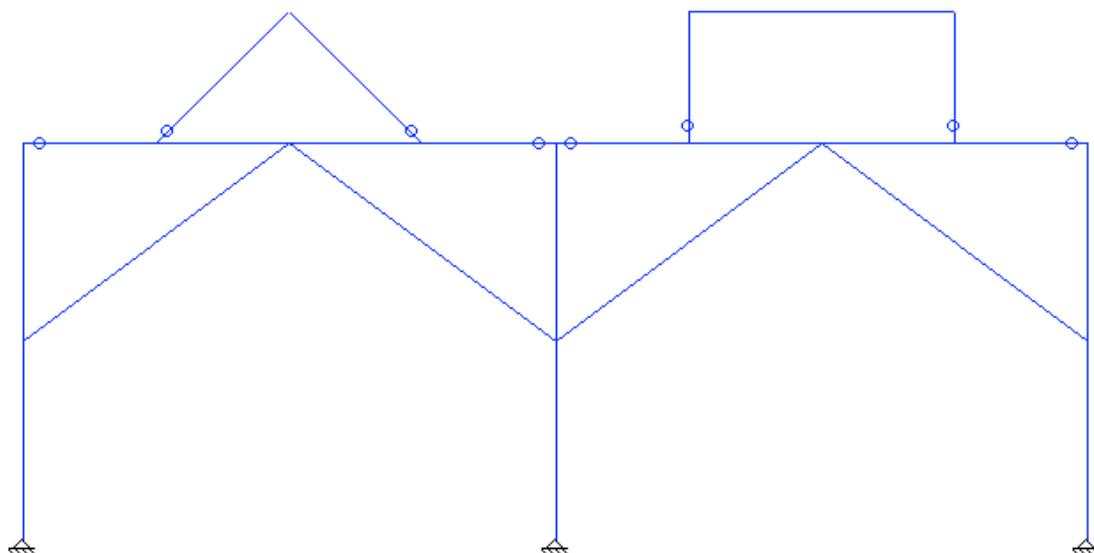
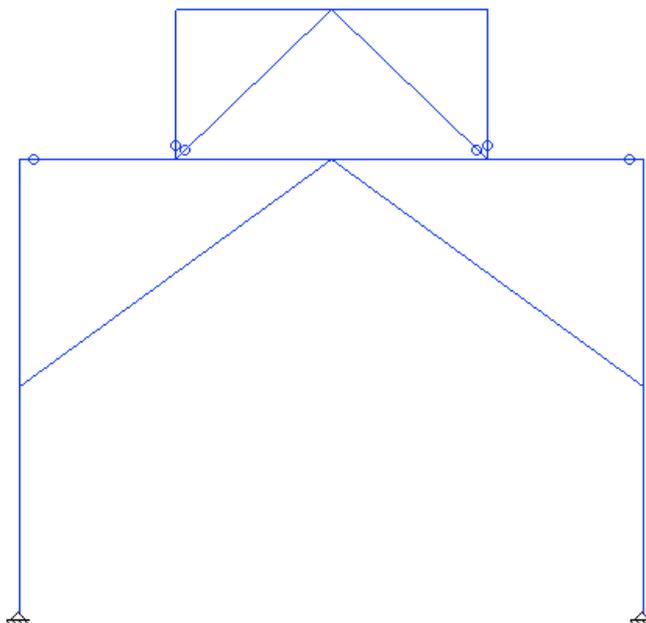


Figura 45: Modelo com ligações flexíveis (Modelo III) – Vista transversal (X3)



### 5.5 Modelos das ligações

De acordo com Barbosa (2006) uma fase importante do desenvolvimento de um projeto em estrutura metálica é direcionada aos componentes que proporcionam a união entre as peças formadoras da estrutura principal.

Os meios de ligação e o arranjo de como vão ser abordadas as forças devem ser pensados previamente de forma a otimizar o projeto aproveitando ao máximo a capacidade de resistência das conexões. Em geral, elas possuem um peso pouco significativo, mas o elevado custo de fabricação e montagem faz com que seja necessário tratá-las minuciosamente, evitando possíveis desperdícios.

Em seus estudos Barbosa (2006) exemplifica os três modelos que são utilizados nesse trabalho. Os modelos de Ligação rígida, flexível e semirrígida são mostrados respectivamente nas Figuras (46), (47) e (48). Nesses modelos também são apresentados os diagramas de momento fletor para cada situação.

Figura 46: Detalhe do nó rígido e o diagrama de momentos. Barbosa (2006)

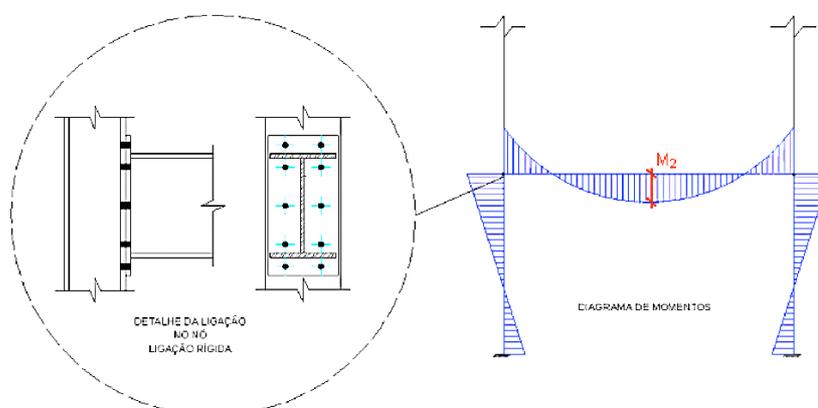


Figura 47: Detalhe do nó semirrígido e o diagrama de momentos. Barbosa (2006)

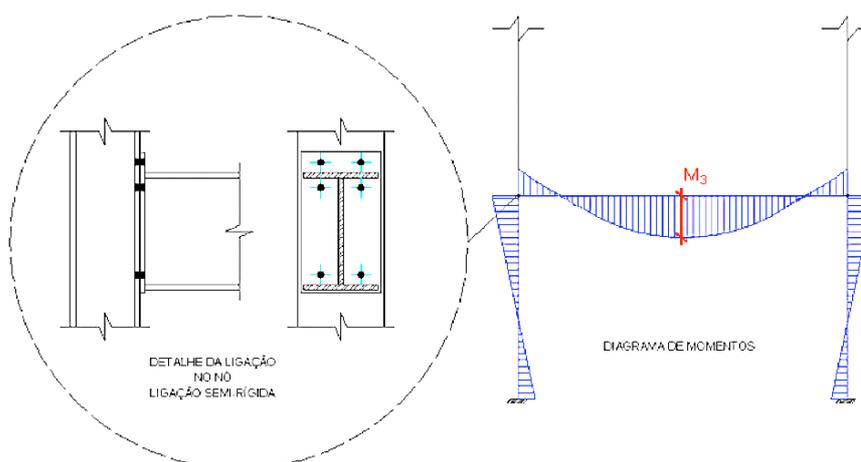
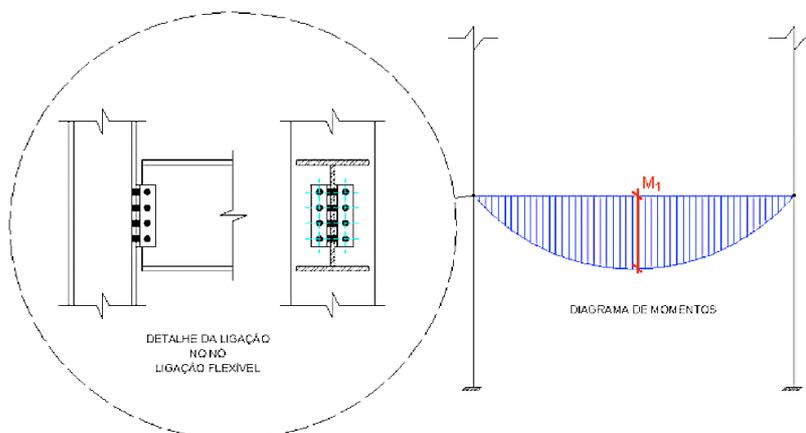


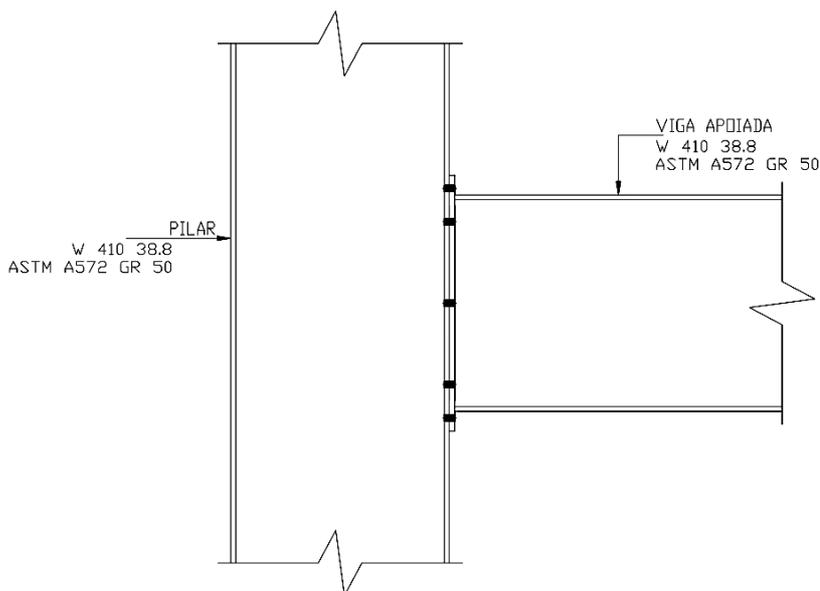
Figura 48: Detalhe do nó flexível e o diagrama de momentos. Barbosa (2006)



De acordo com os perfis utilizados nesse trabalho para a verificação dinâmica da estrutura, nas Figuras (49), (50) e (51) são mostradas os modelos considerados de ligação.

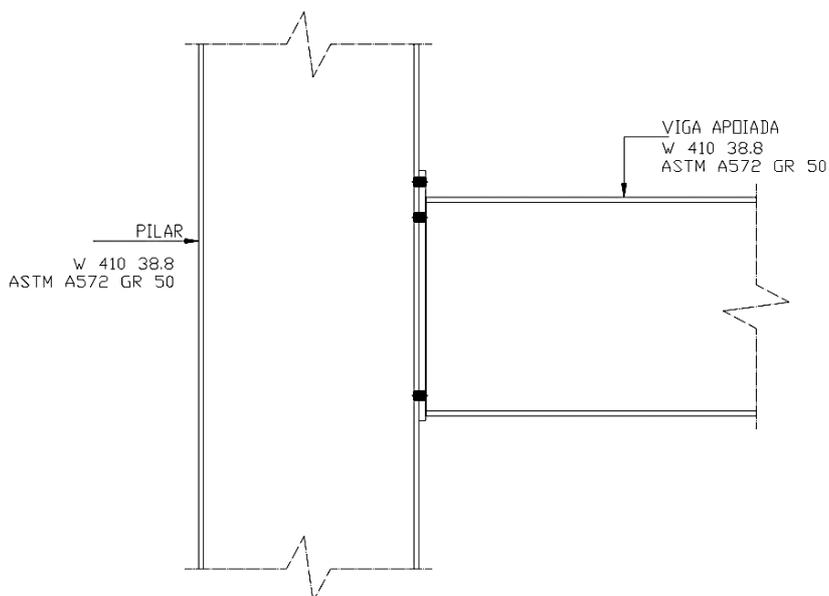
### 5.5.1 Modelo das ligações rígidas (Modelo I)

Figura 49: Modelo de ligação rígida



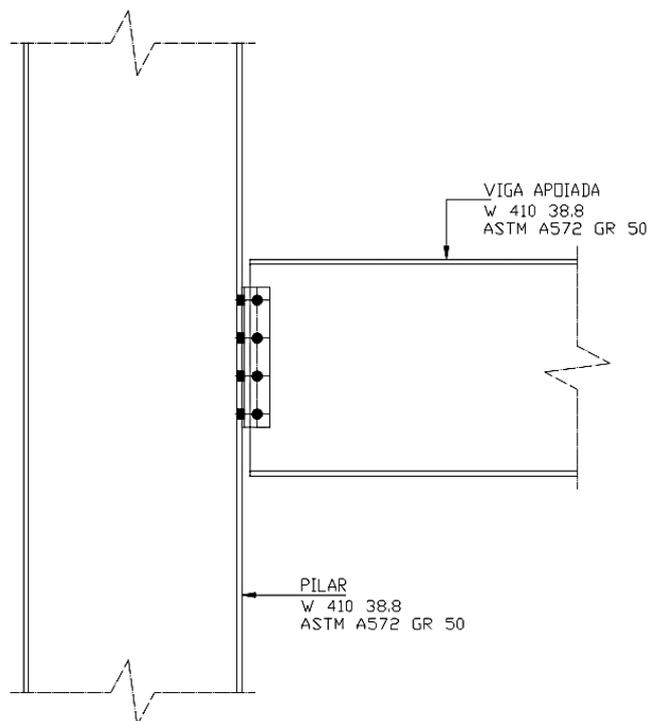
### 5.5.2 Modelo das ligações semirrígidas (Modelo II)

Figura 50: Modelo de ligação semirrígida



### 5.5.3 Modelo das ligações flexíveis (Modelo III)

Figura 51: Modelo de ligação flexível



Uma rigidez rotacional igual a  $3000 \text{ [(tf.metro)/rad]}$  foi adotada para a ligação semirrígida da Figura (50), conforme determinado nos estudos de Jones e Kirby (1980).

## 6. ANÁLISE DINÂMICA DA ESTRUTURA

### 6.1 Aspectos gerais – Análise modal

De acordo com a tabela de frequências naturais da estrutura, conforme Tabela (12), o Quinto modo de vibração da estrutura rígida é o que mais se aproxima da frequência de operação conjunto moto-bomba, nesse caso, de 60Hz.

Tabela 12: Frequências naturais da estrutura rígida

MODOS : Frequências naturais	
Modo	Frequência Natural
N.º	<i>f</i> (Hz)
1	15,565
2	16,942
3	26,339
4	30,456
5	69,206
6	90,844
7	97,535
8	113,984
9	119,749
10	132,185

### 6.2 Descrição do carregamento dinâmico - cálculo das forças dinâmicas do equipamento

O desbalanceamento do conjunto moto-bomba gera uma força centrífuga, a qual depende da massa total do conjunto distribuída nos dois pontos do eixo, da excentricidade entre o centro de gravidade do rotor e o eixo geométrico de rotação, e da velocidade angular do conjunto:

$$F_T = M_{Cmb/2} \cdot G \cdot \Omega = 6100 \cdot (0,0025) \cdot (60 \cdot 2\pi) = 5749,11N \cong 0,58tf$$

Para uma força desbalanceada girando em torno de um eixo, o procedimento para que se tenha esta força atuando no plano vertical, de modo a apontar “todas” as direções é aplicar esta força em duas direções ortogonais entre si, uma na direção horizontal com fase  $t_0$  igual a zero e outra na direção vertical com fase  $t_0$  igual a  $\frac{1}{4}$  do período de vibração desta força desbalanceada. Assim, à medida que o tempo avança, ter-se-á uma variação de duas forças de modo que a composição destas resultará na força desbalanceada, pois uma estará sendo multiplicada por

$sen(\omega t)$ ” e a outra por  $sen(\omega t + \pi/2)$ , e enquanto uma for máxima a outra será nula, e vice-versa. Assim todos esses carregamentos são gerados no módulo “Time History” do Strap. Segue a Figura (52) do primeiro carregamento. Todos os carregamentos são mostrados na Tabela (13) e aplicados conforme as Figuras (53), (54) e (55).

Figura 52: Força dinâmica 1 aplicada ao modelo

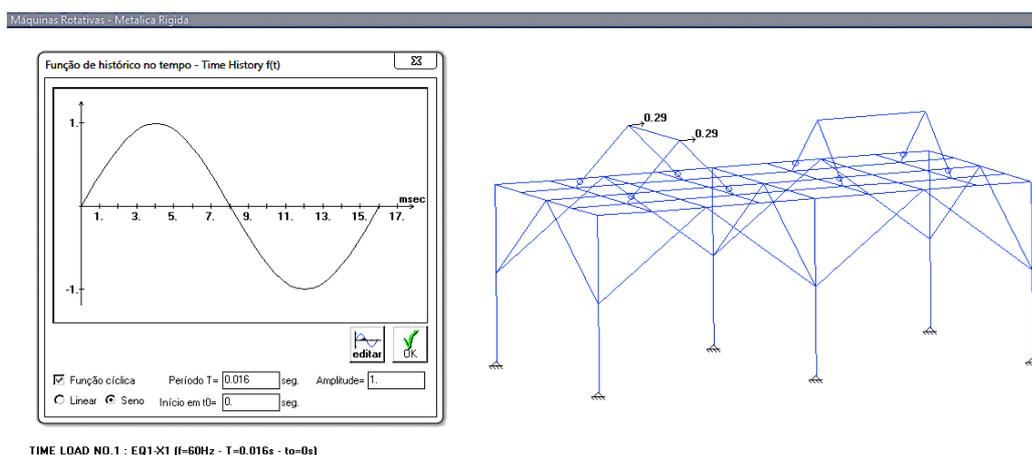


Tabela 13: Carregamentos dinâmicos aplicados aos nós

Carregamentos	Força - Nós	Direção
CMB1-X1 - f=60Hz - T=0.016s - t0=0.00s	0,29 tf - 52/53	X1
CMB1-X2 - f=60Hz - T=0.016s - t0=0.004s	0,29 tf - 52/53	X2
CMB2-X3 - f=60Hz - T=0.016s - t0=0.00s	0,29 tf - 54/55	X3
CMB2-X2 - f=60Hz - T=0.016s - t0=0.004s	0,29 tf - 54/55	X2

Figura 53: Força dinâmica 2 aplicada ao modelo

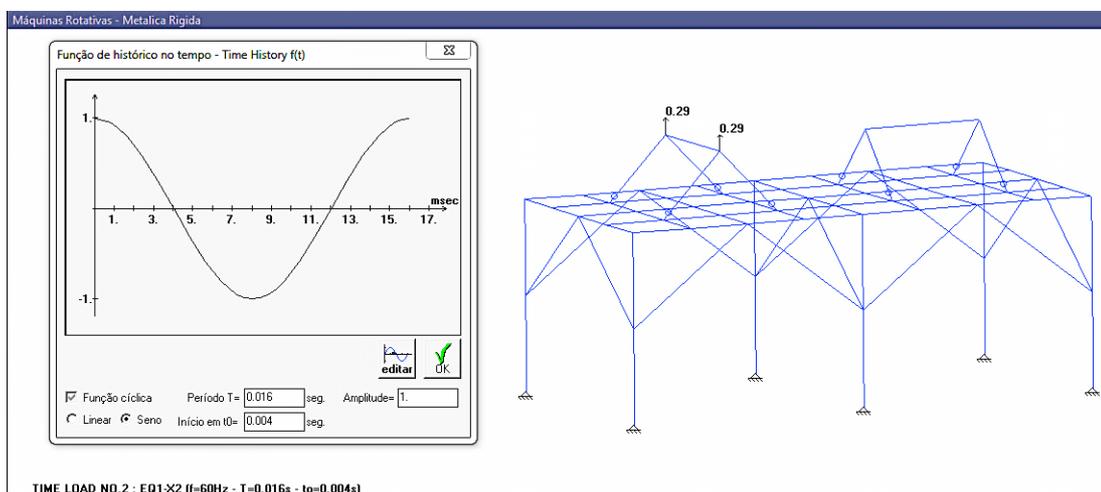


Figura 54: Força dinâmica 3 aplicada ao modelo

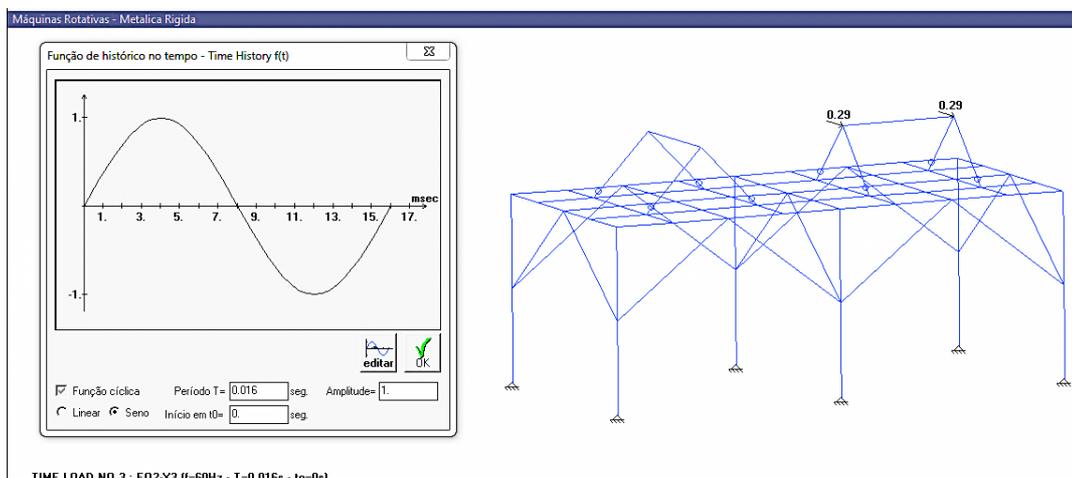
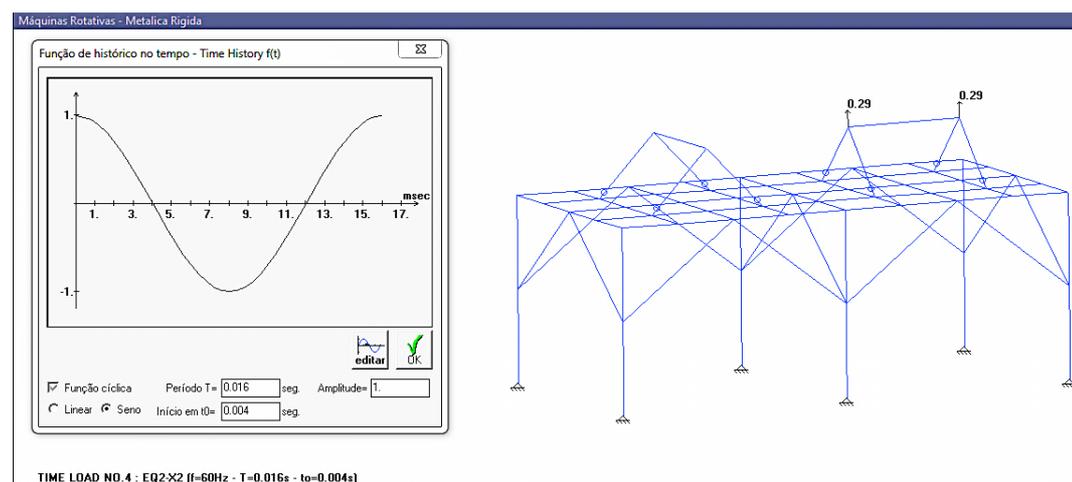


Figura 55: Força dinâmica 4 aplicada ao modelo



### 6.3 Análise dinâmica dos Conjuntos Motos-Bomba 1 e 2

Definidos os dois carregamentos (forças) ortogonais para cada equipamento, deve-se combiná-los no módulo análise dinâmica, de modo que os resultados sejam somados instante a instante de tempo em cada um dos carregamentos dinâmicos. Jamais deve-se somar os resultados máximos deles tomado como carregamentos separados.

Após o carregamento dinâmico aplicado no software, no Módulo "Time History", podemos visualizar as amplitudes nodais máximas em regime permanente de operação, com as respostas no período de 10,0 a 10,1 segundos, nos nós 52, 53,

54 e 55, identificados na Figura (33), assim verificando qual estrutura tem o melhor desempenho na relação carregamento e deslocamento nodal.

Todos os valores das amplitudes apresentadas pelo software estão em metros, e por elas serem muito pequenas, o programa apresenta os valores multiplicados por 1000.

### 6.3.1 Análise dinâmica do modelo I - com ligações rígidas:

A seguir serão identificados da Figura (56) até a Figura (59) os deslocamentos nos nós do modelo I.

Figura 56: Deslocamentos em X1 do CMB 1 no nó 52

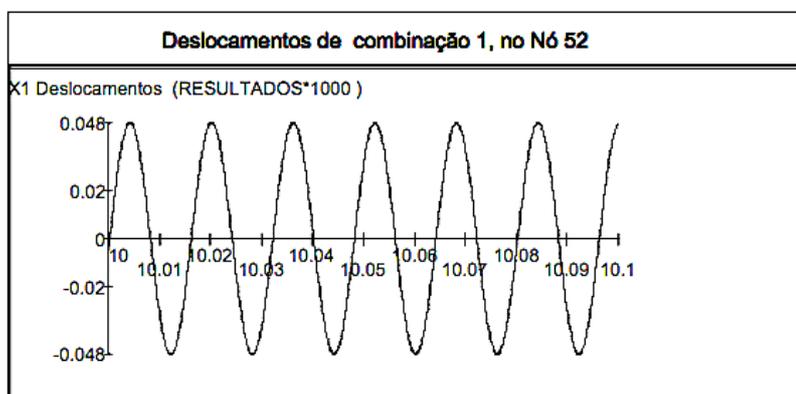


Figura 57: Deslocamentos em X2 do CMB 1 no nó 52

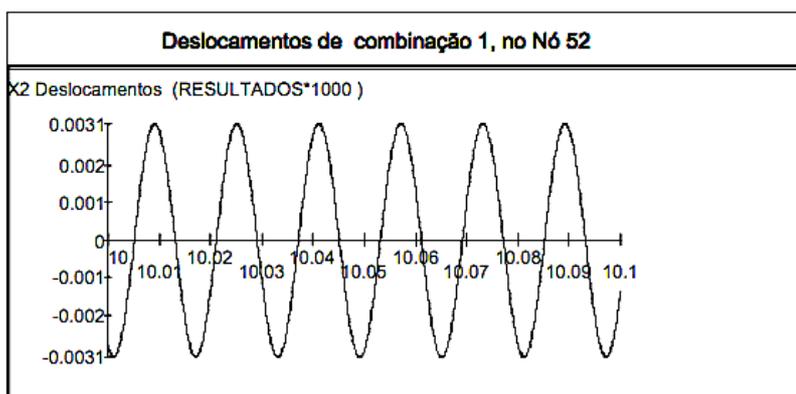


Figura 58: Deslocamentos em X3 do CMB 2 no nó 54

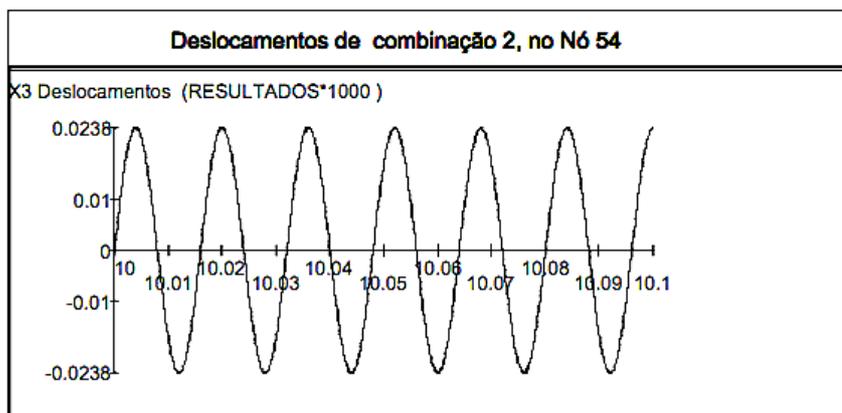
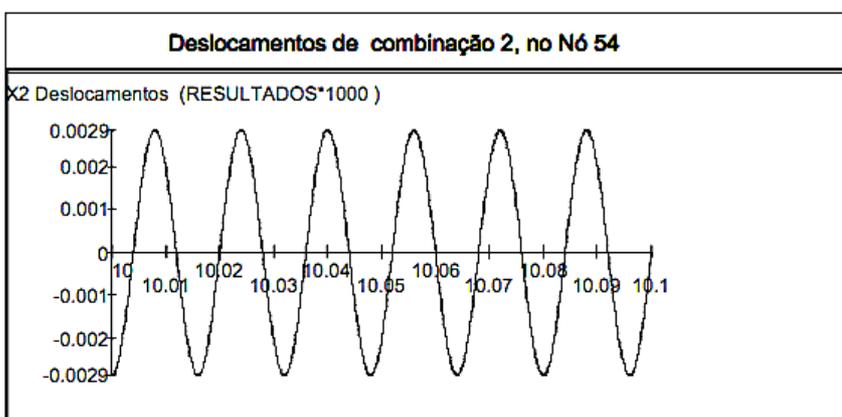


Figura 59: Deslocamentos em X2 do CMB 2 no nó 54



### 6.3.2 Análise dinâmica do modelo II - com ligações semirrígidas:

A seguir serão identificados da Figura (60) até a Figura (63) os deslocamentos nos nós do modelo II.

Figura 60: Deslocamentos em X1 do CMB 1 no nó 52

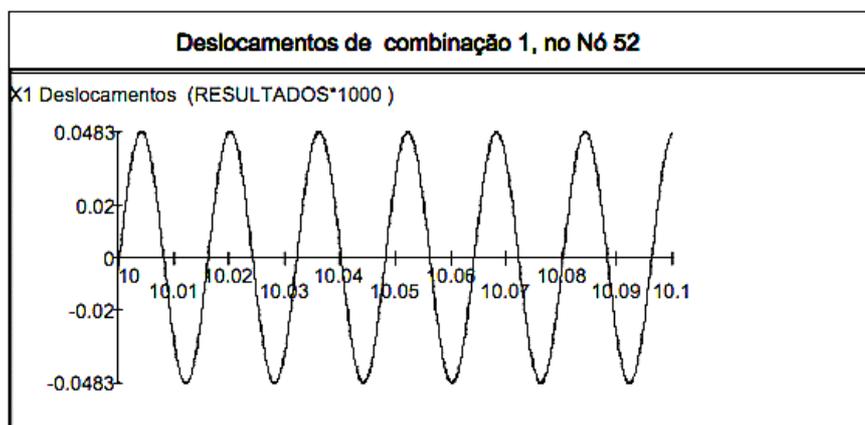


Figura 61: Deslocamentos em X2 do CMB 1 no nó 52

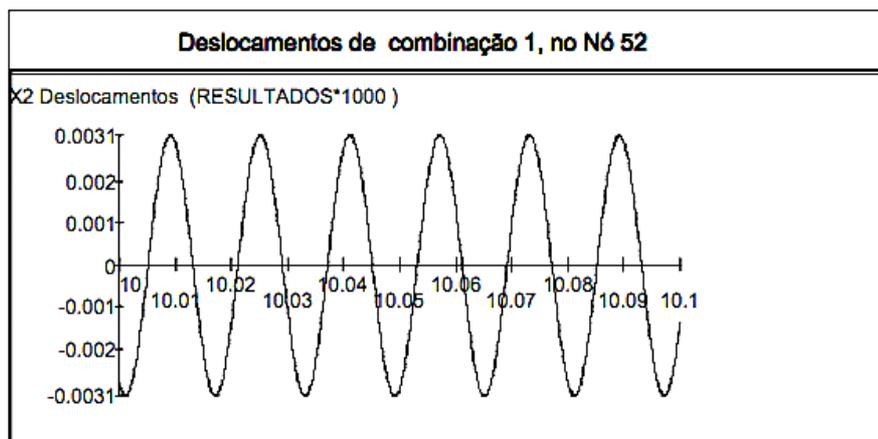


Figura 62: Deslocamentos em X3 do CMB 2 no nó 54

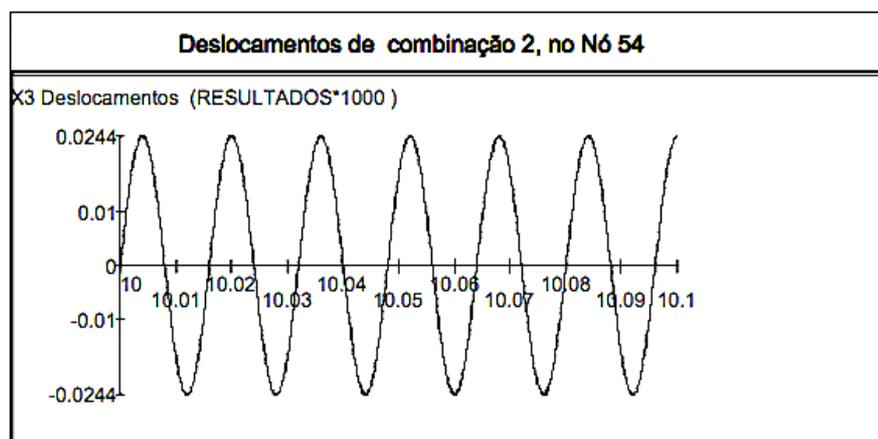
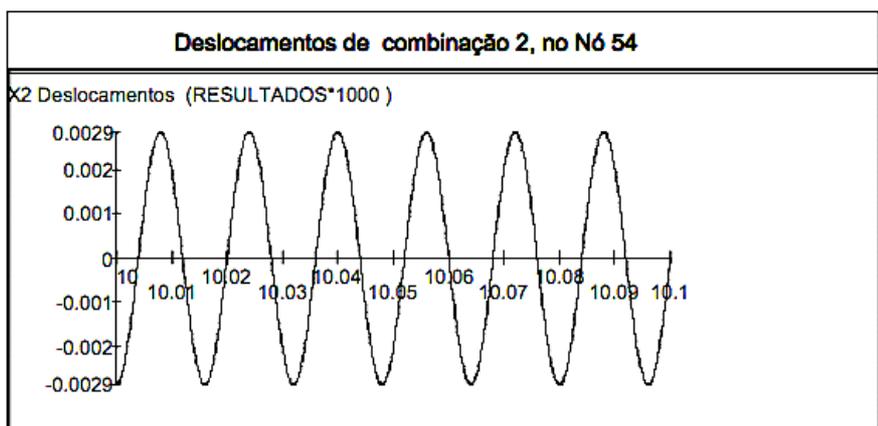


Figura 63: Deslocamentos em X2 do CMB 2 no nó 54



### 6.3.3 Análise dinâmica do modelo III - com ligações rotuladas:

A seguir serão identificados da Figura (64) até a Figura (67) os deslocamentos nos nós do modelo III.

Figura 64: Deslocamentos em X1 do CMB 1 no nó 52

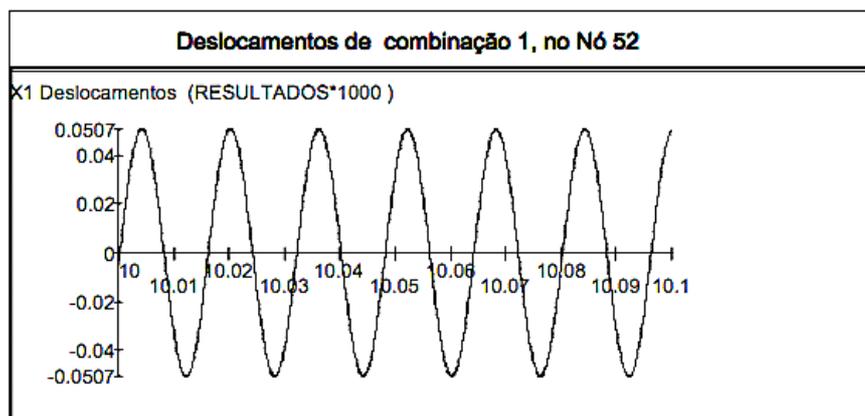


Figura 65: Deslocamentos em X2 do CMB 1 no nó 52

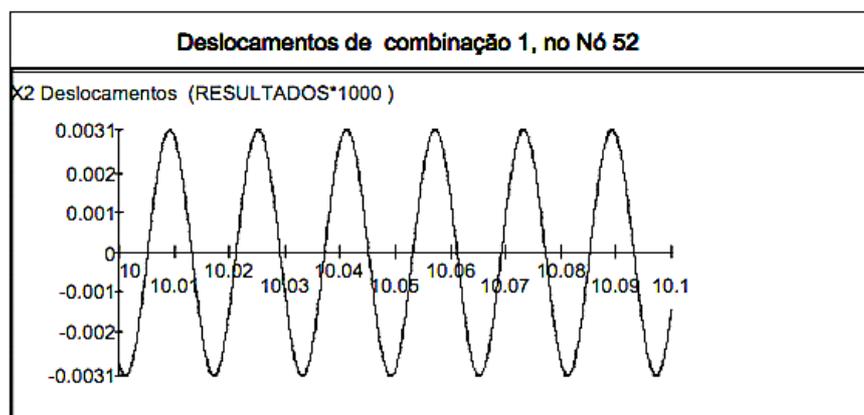


Figura 66: Deslocamentos em X3 do CMB 2 no nó 54

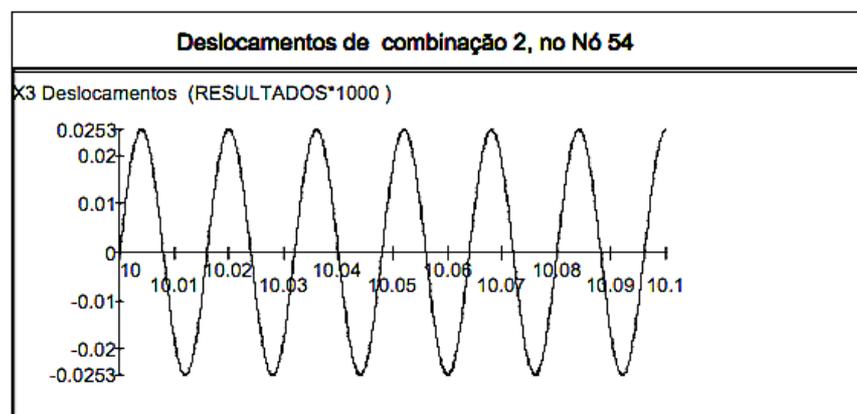
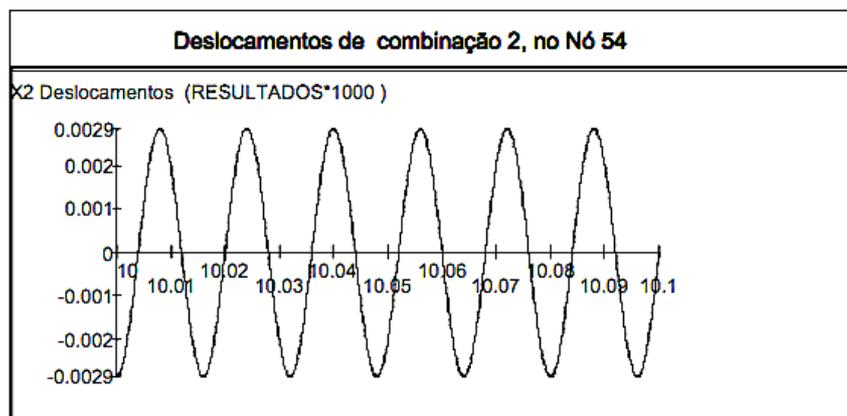


Figura 67: Deslocamentos em X2 do CMB 2 no nó 54



#### 6.4 Análise dinâmica da estrutura

Semelhante ao procedimento realizado no item 6.3, mostraremos algumas velocidades da estrutura para verificação em relação ao conforto estrutural. Assim, após o carregamento dinâmico aplicado no software, no Módulo “Time History”, podemos visualizar as velocidades nodais máximas em regime permanente de operação, com as respostas no período de 10,0 a 10,1 segundos, nos nós 10 e 12 para “pilares” e 32 e 35 para “vigas”.

De acordo com a DIN 4150-3 (1999), para estruturas de instalações industriais, admite-se velocidades de até 50 mm/s para frequências entre 50 e 100 Hz, no nível da fundação para que não ocorram danos estruturais, enquanto que para o pavimento mais elevado da edificação admite-se até 40 mm/s em qualquer frequência, sem riscos de danos.

Novamente, todos os valores das amplitudes apresentadas pelo software estão em metros por segundo, e por elas serem muito pequenas, o programa apresenta os valores multiplicados por 1000.

#### 6.4.1 Análise dinâmica do modelo I - com ligações rígidas:

A seguir serão identificados da Figura (68) até a Figura (71) os deslocamentos nos nós do modelo I.

Figura 68: Deslocamentos em X1 do CMB 1 no nó 10

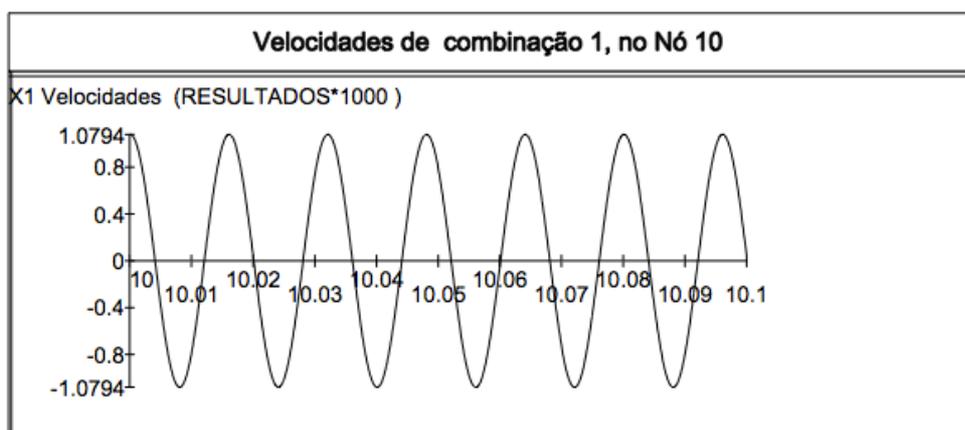


Figura 69: Deslocamentos em X1 do CMB 2 no nó 12

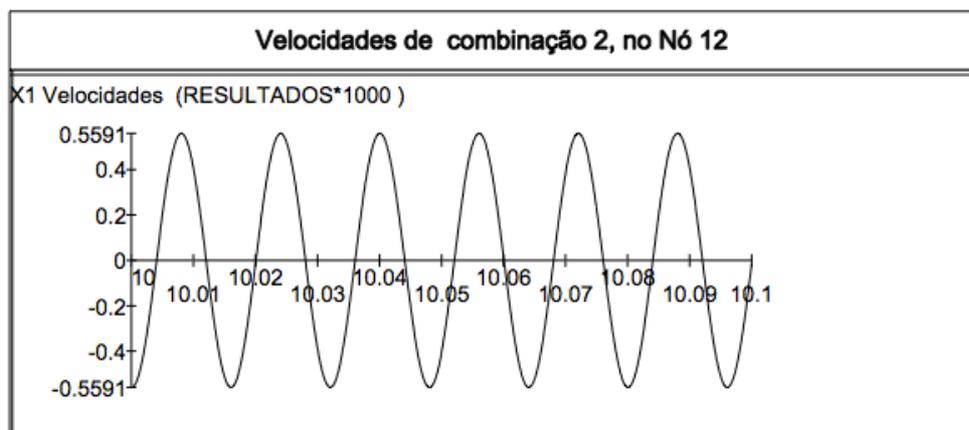


Figura 70: Deslocamentos em X2 do CMB 1 no nó 32

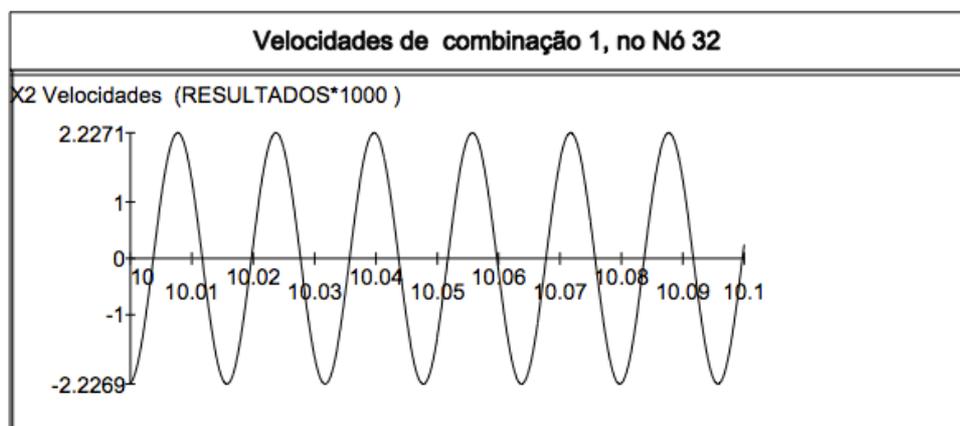
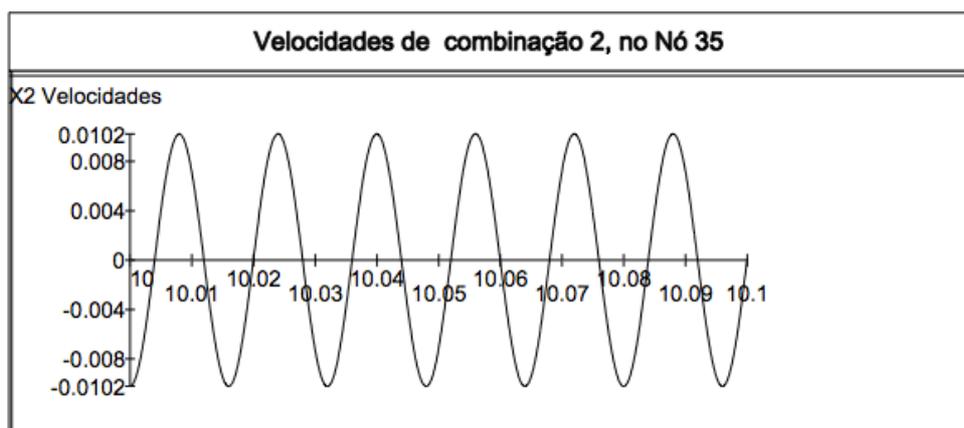


Figura 71: Deslocamentos em X2 do CMB 2 no nó 35



#### 6.4.2 Análise dinâmica do modelo II - com ligações semirrígidas:

A seguir serão identificados da Figura (72) até a Figura (75) os deslocamentos nos nós do modelo II.

Figura 72: Deslocamentos em X1 do CMB 1 no nó 10

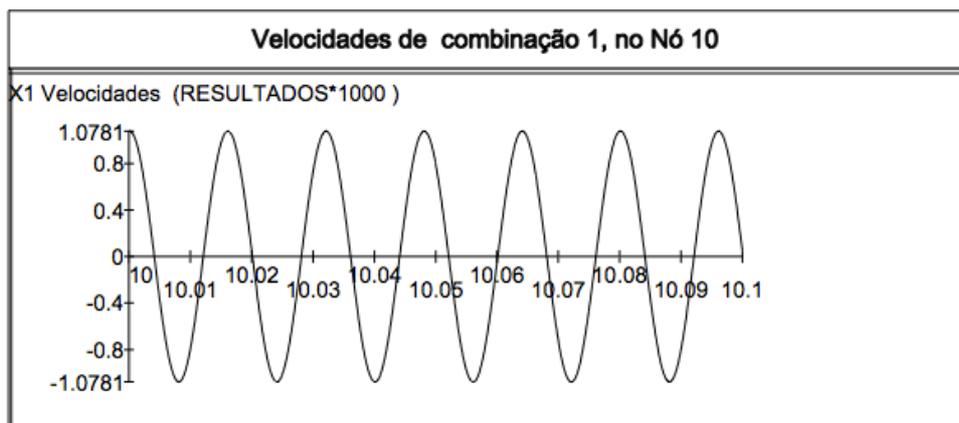


Figura 73: Deslocamentos em X1 do CMB 2 no nó 12

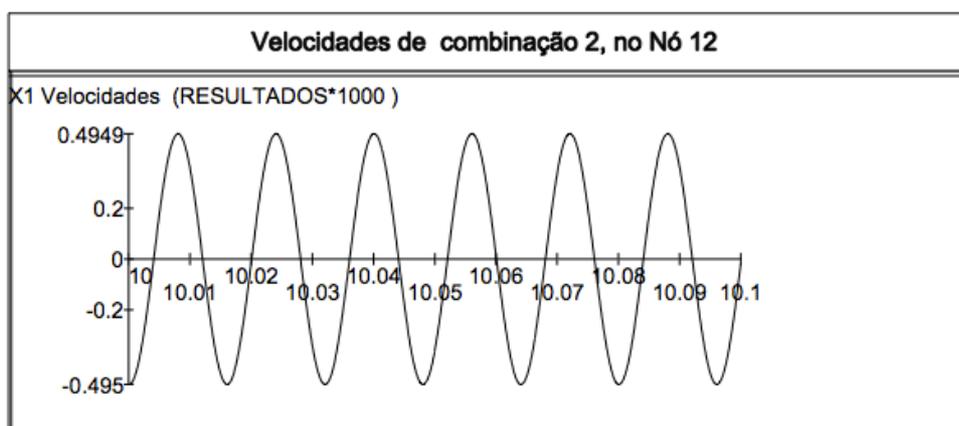


Figura 74: Deslocamentos em X2 do CMB 1 no nó 32

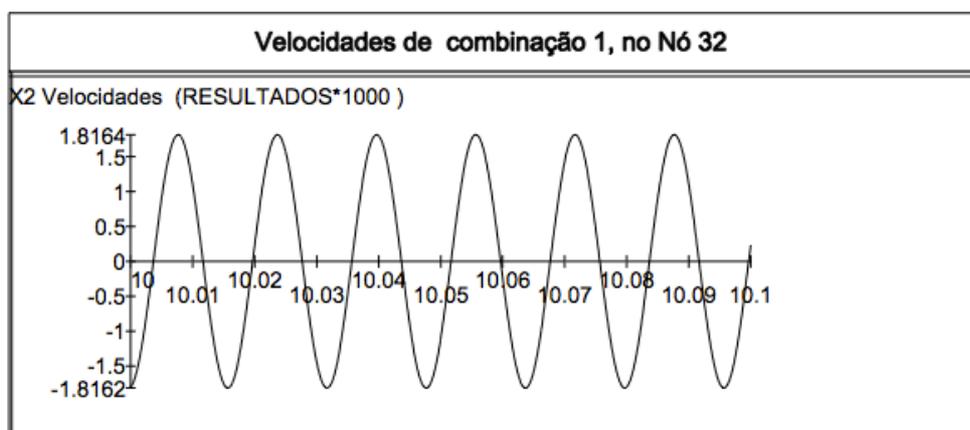
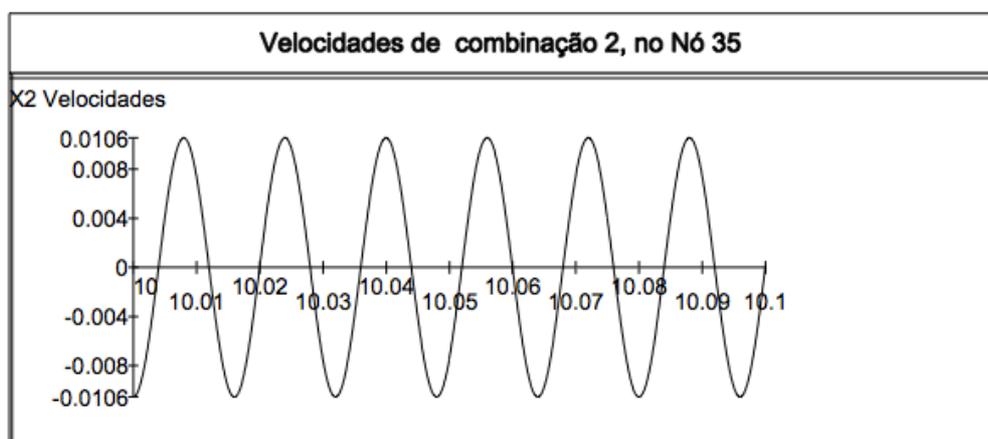


Figura 75: Deslocamentos em X2 do CMB 2 no nó 35



#### 6.4.3 Análise dinâmica do modelo III - com ligações rotuladas:

A seguir serão identificados da Figura (76) até a Figura (79) os deslocamentos nos nós do modelo III.

Figura 76: Deslocamentos em X1 do CMB 1 no nó 10

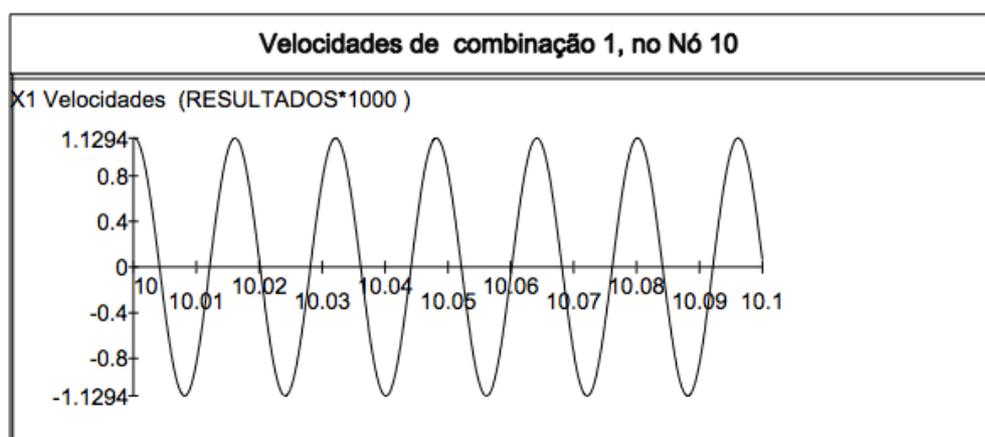


Figura 77: Deslocamentos em X1 do CMB 2 no nó 12

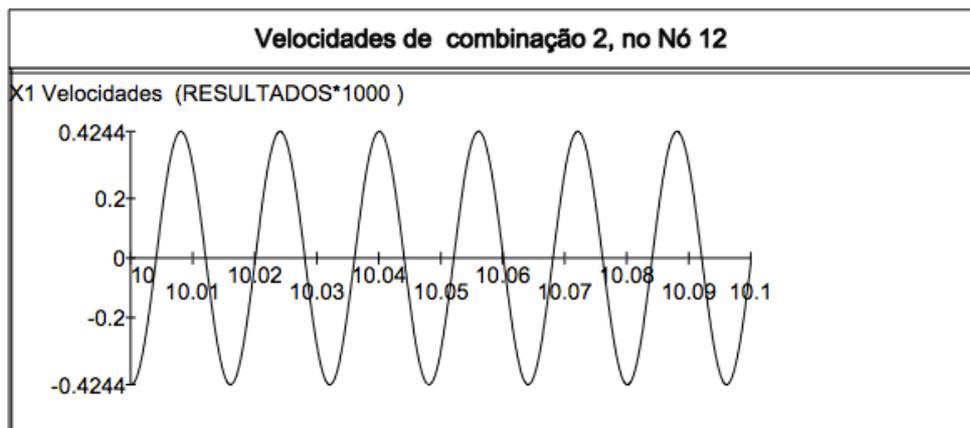


Figura 78: Deslocamentos em X2 do CMB 1 no nó 32

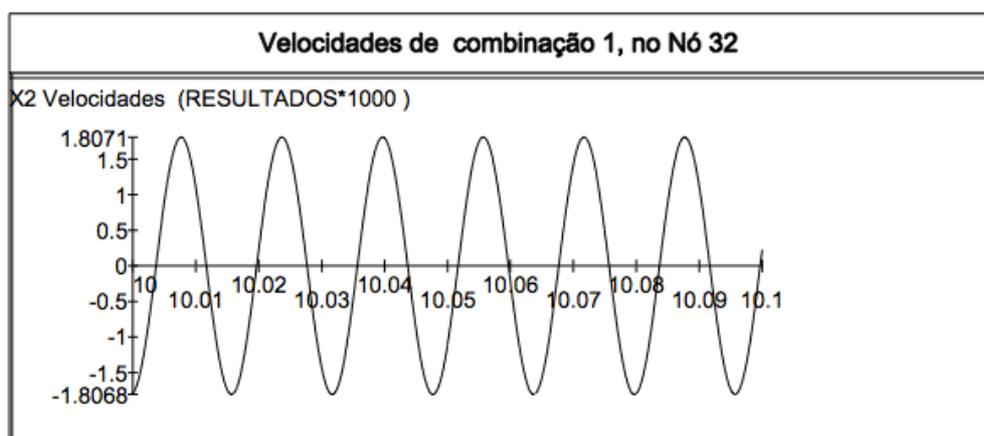
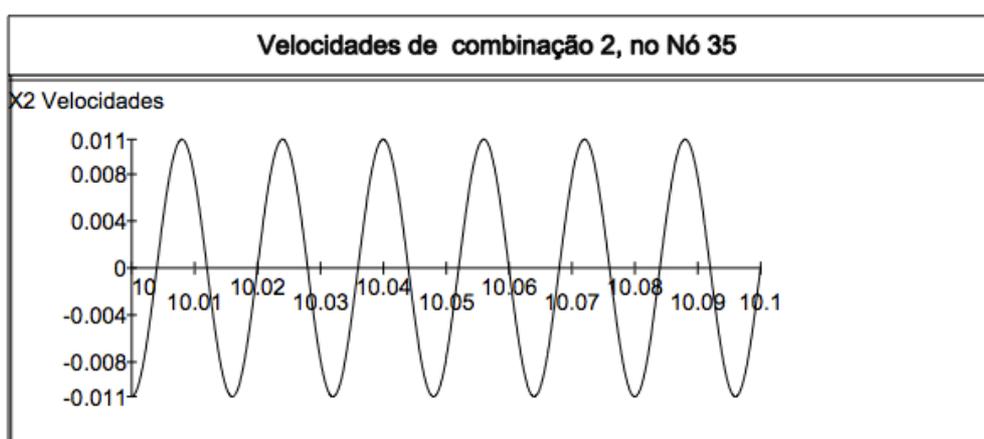


Figura 79: Deslocamentos em X2 do CMB 2 no nó 35



## 7. ANÁLISE DAS AMPLITUDES, FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAÇÃO

### 7.1 Análise das amplitudes

De acordo com as amplitudes, ou deslocamentos, gerados entre as Figuras (56) e (67), para os conjuntos motos-bomba 1 e 2, observamos que os deslocamentos gerados nos três modelos têm uma variação pequena entre as estruturas. Os deslocamentos máximos mostrados nas Figuras (56) a (67) estão resumidos na Tabela (14) e todas dentro dos valores máximos permitidos conforme a Tabela (09) do Manual de fundações e máquinas de Srinivasulu e Vaidyanathan (1976).

Considerando que os Conjuntos motos-bomba 1 e 2 têm sua rotação de 595 rpm conforme visto na Tabela (10), os valores são classificados na Tabela (09) do Manual de fundações e máquinas de Srinivasulu e Vaidyanathan (1976) para Máquinas de alta velocidade com rotações de até 1500 rpm. Os valores máximos da Tabela (09) estão mostrados entre parênteses na Tabela (14) em milímetros.

Tabela 14: Deslocamentos dos Modelos gerados no software (mm)

Deslocamentos por Modelo gerado no software	Deslocamentos em X1 da combinação 1 no Nó 52 (mm)	Deslocamentos em X2 da combinação 1 no Nó 52 (mm)	Deslocamentos em X3 da combinação 2 no Nó 54 (mm)	Deslocamentos em X2 da combinação 2 no Nó 54 (mm)
<b>Análise Dinâmica do Modelo I - Com ligações Rígidas:</b>	0,048 (0,07 a 0,09)	0,0031 (0,04 a 0,05)	0,0238 (0,07 a 0,09)	0,0029 (0,04 a 0,05)
<b>Análise Dinâmica do Modelo II - Com ligações Semirrígidas:</b>	0,0483 (0,07 a 0,09)	0,0031 (0,04 a 0,05)	0,0244 (0,07 a 0,09)	0,0029 (0,04 a 0,05)
<b>Análise Dinâmica do Modelo III - Com ligações Rotuladas:</b>	0,0507 (0,07 a 0,09)	0,0031 (0,04 a 0,05)	0,0253 (0,07 a 0,09)	0,0029 (0,04 a 0,05)

Nos deslocamentos em X1 do CMB 1 no nó 52, a estrutura rígida apresentou melhor desempenho e a estrutura semirrígida o segundo melhor desempenho e a rotulada o pior desempenho.

Nos deslocamentos em X2 do CMB 1 no nó 52, as estruturas rígida, rotulada e semirrígida apresentaram o mesmo desempenho, igual nesse caso.

Nos deslocamentos em X3 do CMB 2 no nó 54, a estrutura rígida apresentou melhor desempenho e a estrutura semirrígida o segundo melhor desempenho e a rotulada o pior desempenho.

Nos deslocamentos em X2 do CMB 2 no nó 54, as estruturas rígida, rotulada e semirrígida apresentaram o mesmo desempenho, igual nesse caso.

Já para a análise dos gráficos das velocidades da estrutura, gerados entre as Figuras (68) e (79), observa-se que a maior velocidade foi na viga do modelo rígido na ordem de 2,227mm/s, onde o permitido seria de até 40mm/s conforme a DIN 4150-3 (1999).

Assim verificamos que a estrutura também tem seu dimensionamento dentro dos limites estabelecidos pelo conforto.

## **7.2 Análise das frequências naturais**

A análise das frequências naturais determinadas com o software mostra que cada frequência natural tem um modo de vibração associado.

Foram observados os 10 primeiros modos com suas respectivas frequências e mostrados na Tabela (15). Observa-se que os valores são bem próximos entre os modelos considerados.

Tabela 15: Frequências naturais

<b>MODOS : Frequências naturais</b>			
<b>Modo</b>	<b>Modelo I</b>	<b>Modelo II</b>	<b>Modelo III</b>
N.º	<i>f</i> (Hz)	<i>f</i> (Hz)	<i>f</i> (Hz)
1	15,565	15,495	15,411
2	16,942	16,908	16,843
3	26,339	26,320	26,249
4	30,456	30,281	30,052
5	69,206	69,175	68,967
6	90,844	90,812	90,658
7	97,535	96,627	95,490
8	113,984	113,556	112,867
9	119,749	119,573	119,312
10	132,185	130,918	129,719

Assim, considerando que os equipamentos trabalham na faixa de 60 Hz, podemos concluir que o modo com a frequência mais próxima de todos os modelos é o 5º modo de vibração, onde todos tem aproximadamente 69 Hz.

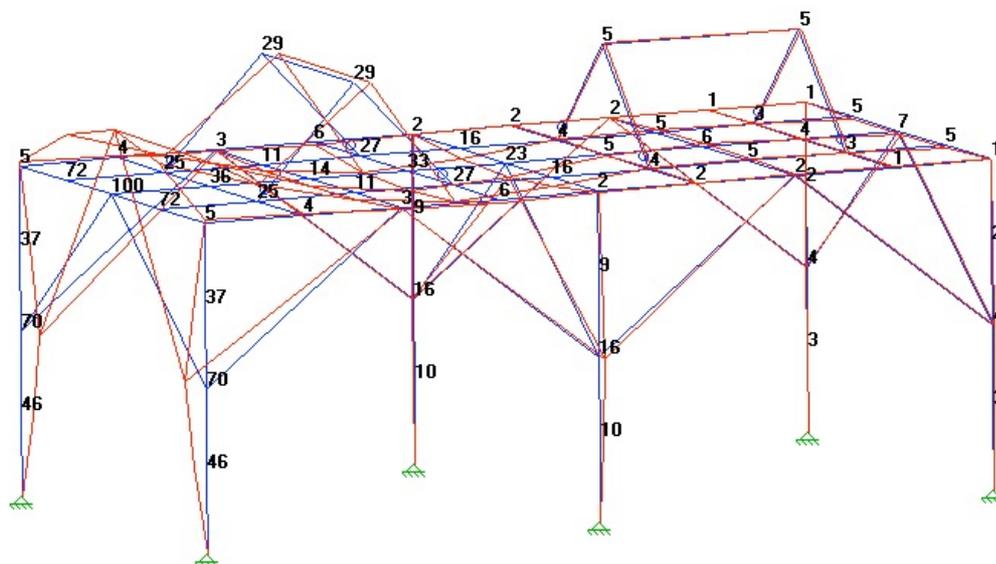
### **7.3 Análise dos modos de vibração**

De acordo com a análise de frequências no item 7.2, observando a predominância de deslocamento do 5º modo de cada modelo, podemos observar o descolamento horizontal de translação em relação aos pilares dos modelos nas Figuras (68), (69) e (70).

Com isso, podemos identificar que o projeto da estrutura suporte pode ser melhor trabalhado no seu contraventamento longitudinal no sentido X1, onde é bem provável que as falhas, caso ocorram, serão causadas por essa predominância de deslocamentos.

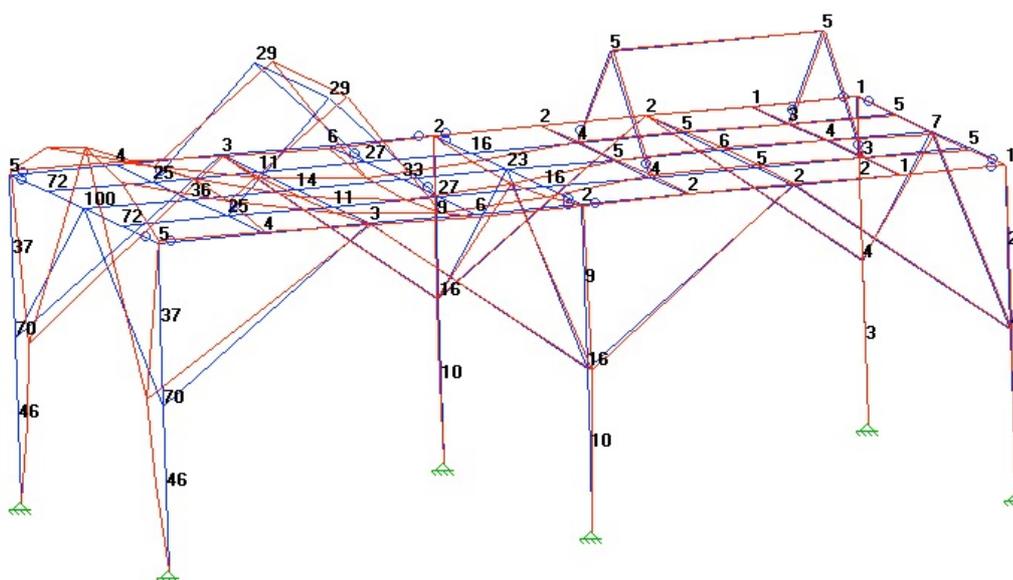
### 7.3.1 Modos de vibração - Modelo I com ligação rígida

Figura 68: Modo de vibração 5 - Modelo I



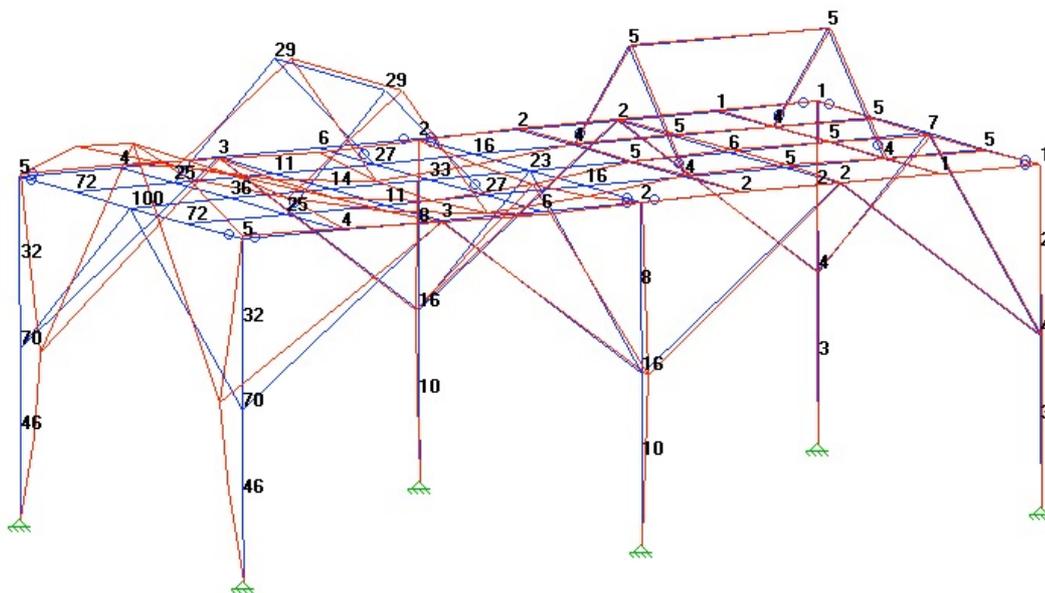
### 7.3.2 Modos de vibração - Modelo II com ligação semirrígida

Figura 69: Modo de vibração 5 - Modelo II



### 7.3.3 Modos de vibração - Modelo III com ligação rotulada

Figura 70: Modo de vibração 5 - Modelo III



### 7.4 Análise dinâmica do regime transiente dos três modelos

Foi estabelecido previamente que não seria verificado a condição de partida dos equipamentos, o regime transiente. Para efeito de verificação operacional mostram-se abaixo, da Figura (71) até a Figura (76), alguns deslocamentos em milímetros dos três modelos em regime transiente de 0 a 1,0 segundo .

Figura 71: Deslocamentos em X1 da combinação 1 no Nó 52 da estrutura rígida.



Figura 72: Deslocamentos em X2 da combinação 1 no Nó 52 da estrutura rígida.

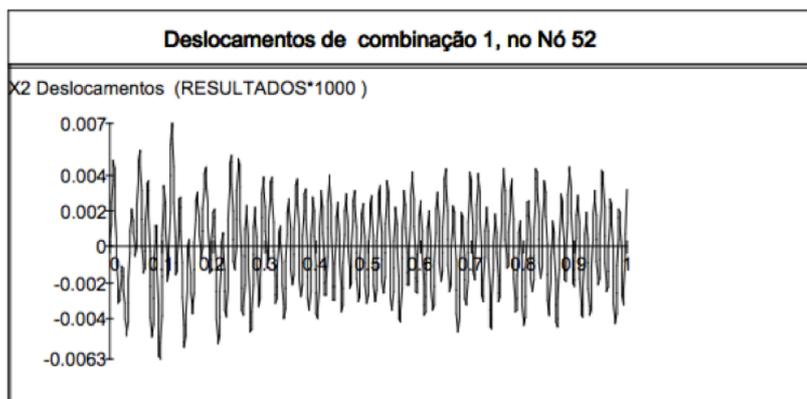


Figura 73: Deslocamentos em X1 da combinação 1 no Nó 52 da estrutura semirrígida.



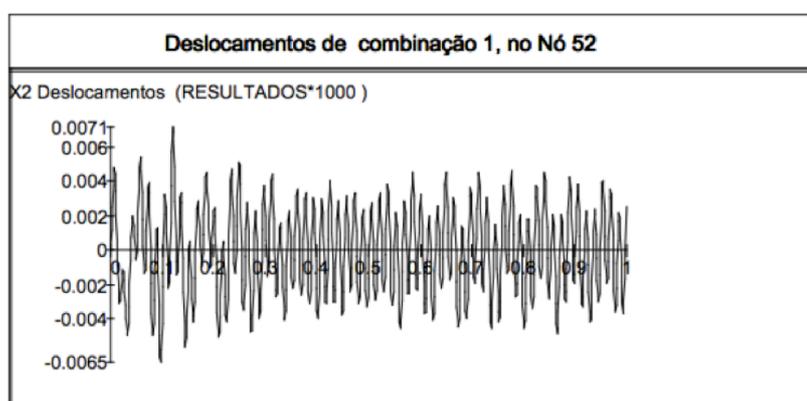
Figura 74: Deslocamentos em X2 da combinação 1 no Nó 52 da estrutura semirrígida.



Figura 75: Deslocamentos em X1 da combinação 1 no Nó 52 da estrutura rotulada.



Figura 76: Deslocamentos em X2 da combinação 1 no Nó 52 da estrutura rotulada.



Assim, conforme mencionado na pesquisa, os deslocamentos de partida, regime transiente, em grande maioria dos projetos ficam dentro da faixa estabelecida para o regime permanente. E no caso dos modelos estudados nesta pesquisa, os deslocamentos estão dentro do permitido conforme o Manual de fundações e máquinas de Srinivasulu e Vaidyanathan (1976).

## 8. CONCLUSÕES

O trabalho mostra que o modelo estrutural analisado tem sua rigidez adequada para a condição dinâmica aplicada. O que se observa na prática, é que intuitivamente, a utilização de estruturas totalmente rígidas, pode ser a melhor solução do ponto de vista estrutural dinâmico. Contudo, verifica-se neste estudo, que nos três modelos, todas as amplitudes ou deslocamentos, estão validados de acordo com os limites estabelecidos pelo Manual de fundações e máquinas de Srinivasulu e Vaidyanathan (1976) e pela NBR 8800 (2008)

Verifica-se que os deslocamentos gerados nos pontos 52 e 54, que consideramos o posicionamento geométrico entre a bomba e o motor elétrico, quando considera-se o efeito do carregamento dinâmico, o sistema estrutural proposto está em uma condição favorável ao bom funcionamento dos equipamentos. Isso indica que caso o projeto seja realizado o funcionamento dos equipamentos não será prejudicado pelo efeito dinâmico.

Na análise estrutural, verifica-se que os deslocamentos estabelecidos pelo carregamento dinâmico nos pontos 10, 12, 32 e 35, estão de muito confortáveis de acordo com os limites estabelecidos pelas normas. Isso indica que a própria estrutura está bem dimensionada em relação ao carregamento dinâmico e também ao se considerar o bom funcionamento do equipamento a estrutura suporte irá garantir o bom funcionamento dos equipamentos.

Ainda, por outra análise do software, os resultados relacionados às velocidades, que não foram mostrados nesse trabalho, também estão de acordo com a Tabela (01) da Norma Alemã - As vibrações em edifícios - Parte 3: Efeitos sobre estruturas: DIN 4150-3 (1999). Por exemplo, a maior velocidade transiente do estrutura rotulada (pior caso) ficou em 34,6 mm/s. A Tabela (01) estabelece um limite de até 40 mm/s para estrutura industrial no nível mais alto da edificação, ou seja, a velocidade mais crítica do modelo está com um valor abaixo do permitido, onde o estudo deixa claro que tanto a estrutura rígida como a semirrígida e ainda a rotulada são suficientemente utilizáveis para a condição dinâmica gerada.

O presente estudo mostra que quando há uma base teórica bem fundamentada e ferramentas computacionais adequadas, a realização do efetivo

cálculo dinâmico da estrutura pode ser, de certa forma, simples e com maior capacidade do engenheiro estrutural indicar qual a melhor estrutura considerando suas ligações. Assim considerando um software como o strap, onde há uma praticidade na sua utilização dentro da pesquisa, os cálculos de dinâmica estrutural podem ser mais confiáveis.

## **9. SUGESTÕES**

A dissertação é sugerida como referência para futuros cálculos de estruturas de suportes de máquinas rotativas submetidas a carregamentos dinâmicos provocados por máquinas rotativas.

Sugere-se o cálculo de estruturas suportes de máquinas alternativas em suas diferentes composições, como as máquinas rotativas alternativas de mais de um cilindro para verificação dinâmica estrutural.

Ainda como sugestão fica a construção real dos modelos em escala industrial onde de fato poderá ser medido e visualizado o carregamento dinâmico e assim poder comparar com os modelos propostos.

## 10. REFERÊNCIAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE – ACI 351.3R – *Foundations for Dynamic Equipment*. USA, 2004.

ALMEIDA NETO, EDGARD SANT'ANNA DE - *Introdução à Análise Dinâmica de Fundações de Máquinas*. Dissertação (Mestrado): Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações. São Paulo. (1989).

API 686 – Recommended Practice for Machinery Installation and Installation Design, second Edition, API (American Petroleum Institute), (2009).

ARYA, S. C.; O'NEILL, M. W.; PINCUS, G. *Design of Structures and Foundations for Vibrating Machines, Theory and Practical Design. Applications for Dynamically Loaded Structures*. Houston, Texas, USA, (1984).

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT, *NBR 8008: Balanceamento de Corpos Rígidos Rotativos – Balanceamento – Procedimentos*. (1983).

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT, *NBR 8800: Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios*. (2008).

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT, *NBR 7497: Vibrações Mecânicas e Choques*, (1984).

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT, *NBR 10273: Vibração Mecânica de Máquinas Rotativas e Alternativas – Requisitos para Instrumentos de Medição de Severidade de Vibração*, (1988).

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT, *NBR 6122: Projeto e Execução de Fundações*, (1996).

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT, *NBR 6123: Forças devidas ao vento em edificações*. (1988).

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT, *NBR 6484: Solo – Sondagem de Simples Reconhecimento com SPT – Método de Ensaio*, (2001).

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT, *NBR 15421: Projeto de Estruturas Resistentes a Sismos – Procedimento*, (2006).

ASSUNÇÃO, T. M. R. C. *Considerações sobre efeitos dinâmicos e carregamentos induzidos por fontes de excitação em estruturas*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, MG, Brasil, (2009).

BARBOSA, G. D., *Influência da flexibilidade das ligações no projeto de estruturas metálicas*, Dissertação de mestrado – UFRS – Porto Alegre, (2006).

BARKAN, D. D., *Dynamics of Bases and Foundations*. New York, McGraw Hill, (1962).

BLOCH, H. P., GEITNER, F. K., *Machinery Failure Analysis and Troubleshooting*, 2 ed. Texas, Gulf Publishing Company, (1994).

BRASIL, REYOLANDO M. L. R. F., SILVA, MARCELO ARAUJO DA – *Introdução à dinâmica das Estruturas para a Engenharia Civil* – São Paulo: Blucher (2013).

BRITISH STANDARD. *BS-7385: Evaluation and measurement for vibration in buildings. Part 1 - Guide to measurement of vibrations and evaluation of their effects on buildings*. (1990).

CLOUGH, R. W., PENZIEN, J. *Dynamics of Structures*. Third Edition. University Avenue Berkeley, California 94704 - USA.: Computers and Structures, Inc., (1995).

CRAIG JR., R. R. *Fundamentals of Structural Dynamics*. Second Edition. New York: John Wiley & Sons, Inc., (2006).

DALBONE, ADILSON RABELLO. *Estudo da normalização brasileira para dimensionamento de fundações de máquinas*. Dissertação – Niterói. (2012).

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. *DIN 4024-1: Machine Foundations; Flexible Structures that Support Machines with Rotating Elements*, (1988).

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. *DIN 4024-2: Machine Foundations; Rigid Foundations for Machinery with Periodic Excitation*, (1991).

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. *DIN 4150-1: Vibrations in Buildings - Part 1: Structural Vibration – Prediction of Vibration Parameters*, (2001).

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. *DIN 4150-2: Vibrations in Buildings - Part 2: Effects on Persons in Buildings*. (1999).

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. *DIN 4150-3: Vibration in buildings - Part 3: Effects on structures*. (1999).

DIRETIVA EUROPEIA - DIRECTIVE 2002/44/EC: *On the Minimum Health and Safety Requirements Regarding the Exposure of Workers to the Risks Arising From Physical Agents (Vibration)* – of the European Parliament and of the Council (2002).

EUROCODE 1: ACTIONS ON STRUCTURES - *Part3: Actions induced by cranes and machinery*; European Committee for Standardization, CEN, Brussels, second draft, (2002).

FERREIRA, W. G; *Análise Dinâmica no Domínio da Frequência de Sistemas Estruturais*, 1ed. Vitória, ES, Editora Enfoque Comunicação e Marketing Ltda, (2002).

GARCIA, MAURICIO SANCHES - *Análise de Defeitos em Sistemas Mecânicos Rotativos a partir da Monitoração de Vibrações* - Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. (2005).

GERB SCHWINGUNGSISOLIERUNGEN GMBH & CO KG - *Vibration Isolation Systems*. 9<sup>o</sup> Edition, German. (1994).

ISO - INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. ISO 1940-1: *Balance quality of rigid bodies* (1986).

ISO - INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. ISO 2372: *Mechanical Vibration of machines whith operating speeds from 10 to 200 rev/s - Basis for specifying evaluation standards* (1974).

ISO - INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. ISO 2631-1: *Mechanical Vibration and Shock - Evaluation of Human exposure to Whole-Body Vibration - Part 1: General Requirements*, 2nd Edition. Geneve.(1978).

ISO - INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. ISO 2631-2: *Evaluation of human exposure to whole-body vibration - Part 2: Continuous and Shock-induced Vibration in Buildings (1 to 80 Hz)*, 1st Edition. Geneve: (1989).

ISO - INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. ISO 4866: *Mechanical Vibration and Shock - Vibration of Building - Guidelines for the measurement of vibrations and evaluation of their effects on buildings*. (1990).

ISO - INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. ISO 5349-1: *Mechanical Vibration – Measurement and Evaluation of Human Exposure to Hand-Transmitted Vibration – Part 1: General Requirements*. (2001).

JONES, S. W., KIRBY, P. A., Effect of Semi-Rigid Connections ons Steel Column Strength. In: *Journal of Construction Steel Research*: Vol.1, N<sup>o</sup>1. (1980).

KAMEI, C. M.; *Análise Dinâmica de Plataformas Industriais Submetidas a Carregamentos Dinâmicos de Equipamentos rotativos*. Vitória, ES, UFES, (2010).

LENZEN, K. H., *Vibration of Steel Joist Concrete Slab Floors*. In: *Engineering journal*, v.3(3), p. 133-136, (1996).

LU, Z., R., E LAW, S., S., *Force identification based on sensitivity in time domain*. *Journal of engineering mechanics*, outubro de (2006). p. 1050-1056

MACHADO, F. G., *Estudo do Comportamento de Fundações Submetidas a*

*Vibrações de Máquinas*. Dissertação de M. Sc. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, (2010).

MCNEILL, R. L., *Machine foundations, International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Soil Dynamics Special Session, Mexico City, Mexico. (1969).

MILET, R. R., *Análise Comparativa de Métodos de Cálculo para Fundações de Máquinas*. Dissertação de M. Sc. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Pernambuco, Brasil, (2006).

MUSZYNSKA, A. *Rotordynamics*. CRC Taylor & Francis Group, New York, (2005).

N 1848 – *Projeto de Fundações de Máquinas*, PETROBRAS, (2008).

NEMA MG1 - (National Electrical Manufacturers Association) - American National Standard - Motors and Generators, (2011).

NR - NORMA REGULAMENTADORA. NR 15 - anexo nº 8: *Vibrações - Alterado pela Portaria SSMT nº 12*, Ministério do Trabalho, Brasil. (1983).

PEREIRA, C. C. G., *Curvas de Percepção e Conforto Humano para Vibrações Verticais*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Ouro Preto. Minas Gerais, MG, Brasil, (2005).

PETROBRAS – PETRÓLEO BRASILEIRO S.A. – N-1848 – REV. C – *Projeto de Fundações de Máquinas*. Rio de Janeiro, Brasil, (2011).

PRETTI, LUIZ ALBERTO., *Vibrações em Pavimentos de Edifícios Originadas Pelas Ações Humanas - Aspectos Normativos e Teóricos*. Vitória, ES, UFES, (2012).

REIHER, H. E, MEISTER, F. J., *The Effect of Vibration on people. Traduzido da Forsch Geb*, p 381-386, Ohio, (1946).

RICHART, F. E., JR., HALL, J.R., JR. E WOODS, R. D., *Vibration of Soils and Foudations*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., (1970). p. 406.

RIMOLA, BRUNO DIAS., *Análise dinâmica de plataformas de aço para produção de petróleo com base na consideração do efeito da interação solo-estrutura*. Dissertação (Mestrado): (2010) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

SOEIRO, N. S. *Curso de Fundamentos de Vibrações e Balanceamento de Rotores*. Notas de aula. Universidade Federal do Pará. Pará, PA, Brasil, (2008).

SOUZA, M. G. de, CICOGNA, T. R., CHIQUITO, A. J. *Excitação dos modos normais de um sistema usando um motor desbalanceado*. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 29, n. 1, p.5-10, (2007).

SRINIVASULU, P.; VAIDYANATHAN, C. V. *Handbook of Machine Foundations*. New Delhi, Índia, (1976).

STRAP, MANUAL. *Structural Analysis Program – Versão 2012*, ATIR Engineering Software Ltda & SAE, (2012).

VANCE, J. M., *Rotordynamics of turbomachinery*, 1 ed. Texas, John Wiley & Sons, Inc., (1988).

ZHOU, S., SHI, J., “Active Balancing and Vibration Control of Rotating Machinery: A Survey”, *The Shock and Vibration Digest* , v. 33, pp. 361-371, (2001).