



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO  
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENERGIA**

**RODRIGO XAVIER DE ALMEIDA LEÃO**

**MODELOS COMPUTACIONAIS ULTRASSÔNICOS  
COM ÊNFASE NA EMULSÃO O/A**

**SÃO MATEUS – ES  
2015**

**RODRIGO XAVIER DE ALMEIDA LEÃO**

**MODELOS COMPUTACIONAIS ULTRASSÔNICOS COM ÊNFASE NA  
EMULSÃO O/A**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Energia do Centro Universitário Norte do Espírito Santo, da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Energia, na área de concentração em Engenharia, Tecnologia e Gestão.

Orientador: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Maria de Fátima Pereira dos Santos

SÃO MATEUS – ES  
2015

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)  
(Biblioteca Central da Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

---

L433m Leão, Rodrigo Xavier de Almeida, 1985-  
Modelos computacionais ultrassônicos com ênfase na  
emulsão O/A / Rodrigo Xavier de Almeida Leão. – 2015.  
120 f. : il.

Orientador: Maria de Fátima Pereira dos Santos  
Dissertação (Mestrado em Energia) – Universidade Federal  
do Espírito Santo, Centro Universitário Norte do Espírito Santo.

1. Energia. 2. Ultrassom. 3. Emulsão. 4. Física matemática. 5.  
Métodos de simulação. I. Santos, Maria de Fátima Pereira dos. II.  
Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Universitário  
Norte do Espírito Santo. III. Título.

CDU: 620.9

---

*“É você olhar no espelho  
Se sentir um grandíssimo idiota  
Saber que é humano, ridículo, limitado  
Que só usa dez por cento de sua  
Cabeça animal”*

(Raul Seixas)

## **AGRADECIMENTO**

Agradeço primeiramente a Deus, por ter sempre me mostrado o caminho e agido nos momentos mais importantes da minha vida.

Agradeço à minha noiva Elza Cléa por estar sempre ao meu lado e ter sempre me apoiado, me mostrando e ensinando coisas da vida que a física e a matemática não são suficientes para explicar. Te amo!

Agradeço à minha orientadora professora Maria de Fátima por ter confiado em mim e em meu trabalho. Por ter me disponibilizado seu tempo e compartilhado seu conhecimento. Muito obrigado!

Agradeço ao professor Luiz Gabriel por me apontar o caminho a seguir e como corrigir os erros que surgiam no desenvolvimento do trabalho.

Agradeço ao professor Cezar Augusto Bizzi, que apesar dos contratemplos que surgiram, disponibilizou tempo para ler, entender e se deslocar de tão longe para discutir meu trabalho.

Agradeço à professora Gisele, que com seu jeito exigente me fez entender a importância de um trabalho bem feito.

Por último, mas não menos importante, agradeço à minha família e amigos de verdade, cuja passagem pela minha vida foi fundamental para que me tornasse a pessoa que sou hoje.

**Muito obrigado a todos!!!**

# SUMÁRIO

---

SUMÁRIO .....	v
LISTA DE FIGURAS.....	vii
LISTA DE TABELAS .....	xi
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS.....	xiii
RESUMO .....	xv
ABSTRACT .....	xvi
1. INTRODUÇÃO .....	1
2. OBJETIVOS.....	5
2.1 Objetivo Geral .....	5
2.2 Objetivos Específicos .....	5
3. REVISÃO DA LITERATURA.....	6
3.1 A importância do petróleo na matriz energética mundial .....	7
3.2 A água produzida .....	7
3.2 Emulsões.....	8
3.4 Propriedades do Ultrassom .....	12
3.4.1 Princípio de Huygens e a Teoria do Raio .....	14
3.4.2 Velocidade de propagação do ultrassom ( $v$ ).....	15
3.4.3 Pressão Acústica e Intensidade .....	17
3.4.4 Reflexão e Refração de Ondas .....	18
3.4.5 Impedância Acústica ( $Z$ ).....	20
3.4.6 Campo de Ondas Estacionárias .....	23
3.4.7 Atenuação e Absorção .....	29
3.4.8 Espalhamento ou dispersão .....	32
3.4.9 Cavitação .....	33
3.5 Equipamentos de Ultrassom.....	35
3.5.1 Geração do Ultrassom e o Efeito Piezoeletrico .....	35
3.5.3 Banhos Ultrassônicos .....	36
3.5.3 Sondas Ultrassônicas.....	37
3.6 Aplicação do Ultrassom na Separação de Fases .....	38

3.7	Forças Atuantes Sobre as Partículas da Fase Dispersa na Presença de um Campo Ultrassônico.....	40
4.	<b>MATERIAIS E MÉTODOS .....</b>	<b>42</b>
4.1	Aplicação da Equação de Bessel para Simulação de Ondas Estacionárias em Membrana Circular.....	43
4.2	Simulação do Banho de Ultrassom na Presença de Materiais.....	44
4.2.1	Amostras.....	44
4.2.2	Construção do Modelo Computacional .....	45
5.	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>53</b>
5.1	Modelo Computacional para Ondas Ultrassônicas Estacionárias em Membrana Circular com Base na Solução das Equações de Bessel .....	54
5.2	Modelo Computacional para Estimativa de Eficiência de Separação de Fases sob Ação de Campo Ultrassônico na Presença de Materiais .....	58
5.2.1	Análise dos Resultados Experimentais.....	58
5.2.2	Análise da Frequência .....	61
5.2.3	Resultados Aplicando o Modelo Computacional .....	64
6.	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>82</b>
7.	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>84</b>
8.	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>85</b>
	<b>ANEXO A: EQUAÇÕES DESENVOLVIDAS PARA APLICAÇÃO DA LEI DE SNELL APLICADAS AO MODELO COMPUTACIONAL .....</b>	<b>90</b>

## **LISTA DE FIGURAS**

---

<b>Figura 1:</b> Representação esquemática dos processos de quebra de emulsão .....	11
<b>Figura 2:</b> Princípio de Huygens.....	14
<b>Figura 3:</b> Conceito do raio de onda.....	15
<b>Figura 4:</b> Representação dos fenômenos de reflexão e refração em uma interface que separa dois meios de propagação. Onda incidente (vermelho), refletida (verde) e refratada (azul). .....	19
<b>Figura 5:</b> Cinco momentos de duas ondas idênticas que se propagam uma para a direita (onda a) e outra para a esquerda (onda b) e ao se interceptarem dão origem a uma onda estacionária (onda resultante).....	24
<b>Figura 6:</b> Representação do perfil de uma onda estacionária para os três primeiros modos de vibração (n).....	26
<b>Figura 7:</b> Comportamento das funções de Bessel de ordem 1 a 5. ....	27
<b>Figura 8:</b> Variação do limiar de cavitação para água com e sem a presença de gás.....	35
<b>Figura 9:</b> Vista superior de um banho ultrassônico contendo frasco reacional.....	37
<b>Figura 10:</b> Vista lateral de uma sonda ultrassônica.....	38
<b>Figura 11:</b> Sistema utilizado para o estudo da formação de ondas estacionárias ultrassônicas em um recipiente circular, a partir da solução das funções de Bessel.....	43
<b>Figura 12:</b> Materiais utilizados no trabalho de Ronchi (2014): a) pvc azul, b) pvc branco, c) polipropileno, d) teflon, e) cobre, f) aço (5mm) e g) aço (1mm). ....	44
<b>Figura 13:</b> Esquema de banho ultrassônico, modelo inicial proposto para construção do modelo computacional.....	46
<b>Figura 14:</b> Modelo de construção do algoritmo, considerando apenas o recipiente contendo a emulsão o/a. ....	46
<b>Figura 15:</b> Representação da malha de propriedades do modelo computacional. ....	47
<b>Figura 16:</b> Representação dos raios de onda emitidos pelos transdutores do modelo.....	48
<b>Figura 17:</b> Matriz de propriedades do raio de onda.....	49



<b>Figura 18:</b> Deslocamento do raio de onda no interior da malha.....	49
<b>Figura 19:</b> Parâmetro de saída: energia refletida. ....	52
<b>Figura 20:</b> Fluxograma de funcionamento do modelo computacional. ....	52
<b>Figura 21:</b> Três primeiros modos de vibração possíveis para um transdutor ultrassônico de 24 khz, posicionado no centro de um recipiente cilíndrico. Para cada modo de vibração é apresentado três momentos da onda, representando um período: 200 ms (azul), 800 ms (vermelho) e 1600 ms (roxo). ....	54
<b>Figura 22:</b> Três primeiros modos de vibração possíveis para um transdutor ultrassônico de 1,841 mhz, posicionado no centro de um recipiente cilíndrico. Para cada modo de vibração é apresentado três momentos da onda, representando um período: 200 ms (roxo), 600 ms (vermelho) e 1000 ms (azul).....	55
<b>Figura 23:</b> Gotas de óleo capturadas em ondas estacionárias concêntricas. ....	56
<b>Figura 24:</b> Modelo computacional para um transdutor de frequência 1,841 mhz operando em seu décimo quinto modo de ressonância. Para cada modo de vibração é apresentado três momentos da onda, representando um período: 200 ms (roxo), 600 ms (vermelho) e 1000 ms (azul). ....	56
<b>Figura 25:</b> Modo de vibração alcançado em função do raio do recipiente, para aplicações de transdutores de 1,841 mhz em recipientes cilíndricos contendo água.....	57
<b>Figura 26:</b> Eficiência de separação de fases sob aplicação de campos ultrassônicos de baixa frequência na presença de diversos tipos de materiais, obtidos por ronchi (2014): 35 khz (azul), 45 khz (vermelho) e 130 khz (verde). ....	59
<b>Figura 27:</b> Eficiência de separação obtida para cada material testado por ronchi (2014), juntamente com a diferença de impedância acústica entre cada material e a emulsão. Eficiência de separação: 35 khz (azul), 45 khz (vermelho), 130 khz (verde). Diferença de impedância acústica entre o material e a emulsão (roxo). ....	60
<b>Figura 28:</b> Eficiência de separação de fases na presença de materiais poliméricos para as frequências de 35, 45 e 130 khz. Pvc (azul), teflon (vermelho), polipropileno (verde). ....	61
<b>Figura 29:</b> eficiência de separação obtida na presença de materiais metálicos (aço e cobre), para as frequências de 35, 45 e 130 khz. Aço (azul) e cobre (vermelho).....	62

<b>Figura 30:</b> Eficiência de separação obtida na presença dos materiais pvc, teflon, aço e cobre, nas frequências de 35, 45 e 130 khz. Pvc (verde), teflon (vermelho), aço (roxo) e cobre (azul). .....	63
<b>Figura 31:</b> Energia total refletida obtida a partir do modelo computacional para os materiais testados .....	65
<b>Figura 32:</b> Curvas normalizadas de eficiência de separação a 35 khz obtidas por ronchi (2014) (azul) e energia total refletida obtida pelo modelo computacional (vermelho). .....	66
<b>Figura 33:</b> Curvas normalizadas de eficiência de separação a 45 khz obtidas por ronchi (2014) (azul) e energia total refletida obtida pelo modelo computacional (vermelho). .....	66
<b>Figura 34:</b> Curvas normalizadas de eficiência de separação a 130 khz obtidas por ronchi (2014) (azul) e energia total refletida obtida pelo modelo computacional (vermelho). .....	67
<b>Figura 35:</b> Comparação entre energia absorvida e refletida por: a) polímeros e b) metais. O raio de onda possui uma energia incidente (azul), a energia refletida pelos polímeros é pequena (r), enquanto a energia refletida pelos metais é grande (r).....	70
<b>Figura 36:</b> Comparação entre as curvas de aumento da densidade do campo acústico obtida pelo modelo computacional (vermelho), com a curva de eficiência de separação a 35 khz, obtida por ronchi (2014) (azul).....	71
<b>Figura 37:</b> Traçador de raios mostrando o deslocamento dos raios de onda no interior do recipiente na presença dos materiais: a) pvc, b) teflon, c) polipropileno, d) aço e e) cobre. Os raios de onda que partem dos transdutores possuem cor azul, os raios de onda que surgem devido à refração são apresentados em vermelho, o recipiente é apresentado na cor preta e os materiais no interior do mesmo na cor verde. ....	74
<b>Figura 38:</b> Distribuição da energia acústica no interior do recipiente para os materiais: a) pvc, b) teflon, c) polipropileno, d) aço e f) cobre .....	75
<b>Figura 39:</b> Comportamento da energia do pulso de ondas ultrassônicas no interior do banho ultrassônico no tempo: a) presença de cobre, b) ausência de materiais. Energia inicial liberada pela fonte de onda (azul), energia presente no interior do recipiente (vermelho). ....	76
<b>Figura 40:</b> Energia refletida média para os materiais testados. ....	78
<b>Figura 41:</b> Simulação da densidade do campo acústico na presença de materiais diversos. ....	79

**Figura 42:** Efeito da variação da área dos materiais na densidade do campo acústico em relação a um recipiente na ausência de materiais, na presença de: a) aço e b) polipropileno

.....80

## **LISTA DE TABELAS**

---

<b>Tabela 1:</b> Velocidade do som em diversos meios de propagação .....	17
<b>Tabela 2:</b> Valores de massa específica, velocidade de propagação do som e impedância acústica de alguns materiais.....	21
<b>Tabela 3:</b> Valores de coeficiente de atenuação para alguns materiais.....	30
<b>Tabela 4:</b> Resultados obtidos na redução de $\log$ em banhos de ultrassom na presença de diferentes tipos de materiais.....	45
<b>Tabela 5:</b> Propriedades dos materiais utilizados no modelo computacional .....	48
<b>Tabela 6:</b> Medidas do raio de recipiente que permitem a formação de ondas estacionárias a partir de um transdutor de 24 khz.....	54
<b>Tabela 7:</b> Medidas de raio de recipiente que permitem a formação de ondas estacionárias a partir de um transdutor de 1,841 mhz.....	55
<b>Tabela 8:</b> Resultados obtidos por ronchi (2014), para a separação de fases sob ação de campo ultrassônico, na presença de diversos materiais. ....	58
<b>TABELA 9:</b> Eficiência de separação de fases obtida no trabalho de ronchi (2014), juntamente com algumas propriedades dos materiais testados.....	59
<b>Tabela 10:</b> Resultados do modelo computacional de ondas ultrassônicas na presença de materiais. ....	65
<b>Tabela 11:</b> Resultados do modelo computacional: valores percentuais de energia, relativos à energia inicial da onda, que ficou retida no recipiente, que se perdeu para a superfície, que ficou retida no banho ultrassônico fora do recipiente e que se perdeu através das paredes do banho ultrassônico. ....	68
<b>Tabela 12:</b> Valores percentuais em relação à energia inicial de energia retida no recipiente e energia refletida pelos materiais.....	69
<b>Tabela 13:</b> Aumento de densidade do campo acústico na presença dos materiais testados em comparação a um recipiente livre de materiais. ....	71

<b>Tabela 14:</b> Número de incidências no interior do recipiente para cada material testado. ....	72
<b>Tabela 15:</b> Valor aproximado do ângulo crítico de incidência para uma onda propagando em uma emulsão o/a 10% (m/m). .....	73
<b>Tabela 16:</b> Energia retida no interior do recipiente em função do tempo, na presença de cobre e na ausência de materiais.....	77
<b>Tabela 17:</b> Comparação do aumento de densidade do campo acústico em relação a um recipiente na ausência de materiais para o material aço original e fragmentado.....	81

## LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

---

1.  $\Delta p_m$  \_ Variação de pressão máxima
2.  $\theta_i$  \_ Ângulo de incidência da onda com relação à normal
3.  $\theta_r$  \_ Ângulo da onda refratada com relação à normal
4.  $\theta_s$  \_ Ângulo de onda refletida com relação à normal
5.  $\Delta$  \_ Variação de pressão
6.  $\mu$  \_ Ordem da equação de Bessel
7. a/o \_ Água em óleo.
8.  $c$  \_ Velocidade de propagação da onda em um meio de referência
9.  $E_{ac}$  \_ Densidade do campo acústico
10.  $E_v$  \_ Compressibilidade
11.  $f$  \_ Frequência da onda
12.  $F_{1,ac}$  \_ Força acústica primária.
13.  $I$  \_ Intensidade acústica
14.  $I_0$  \_ Intensidade no ponto inicial
15.  $k$  \_ Número de onda
16.  $k$  \_ Número de onda.
17.  $n$  \_ Modo de vibração da onda estacionária
18. o/a \_ Óleo em água.
19.  $P$  \_ Amplitude da pressão acústica
20.  $P_0$  \_ Pressão acústica no ponto inicial
21.  $p_{est}$  \_ Pressão hidrostática no líquido
22.  $P_i$  \_ Amplitude de pressão acústica da onda incidente
23.  $P_m$  \_ Amplitude de pressão máxima
24. PP \_ Polipropileno
25.  $P_r$  \_ Amplitude de pressão acústica da onda refletida
26.  $P_t$  \_ Amplitude de pressão da onda transmitida
27. PTFE \_ Politetrafluoretileno (Teflon)
28. PVC \_ Policloreto de vinila
29.  $R$  \_ Coeficiente de reflexão de pressão acústica
30.  $R$  \_ Constante termodinâmica do gás
31.  $R$  \_ Raio de uma partícula da fase dispersa.
32.  $R_I$  \_ Coeficiente de reflexão de intensidade acústica
33.  $r_n$  \_ Resistência acústica
34.  $s$  \_ Deslocamento longitudinal
35.  $s_m$  – Amplitude da onda

36.  $T$  \_ Coeficiente de transmissão de pressão acústica
37.  $T$  \_ Período da onda
38.  $t$  \_ tempo
39.  $T_i$  \_ Coeficiente de transmissão de intensidade acústica
40.  $T_{st}$  \_ Tensão superficial na superfície da bolha
41.  $V$  \_ Volume
42.  $x_n$  \_ Reatância acústica
43.  $Z$  \_ Impedância acústica
44.  $\alpha_{mn}$  \_ Raiz da equação de Bessel
45.  $\gamma$  \_ Calor específico do gás no interior da bolha
46.  $\gamma$  \_ Compressibilidade
47.  $\gamma$  \_ Constante do gás equivalente à taxa termodinâmica dos calores específico ( $c_p/c_v$ )
48.  $\theta_c$  \_ Ângulo crítico de incidência
49.  $\lambda$  \_ Comprimento de onda
50.  $\rho$  \_ Densidade
51.  $\sigma$  \_ Razão entre as velocidades de propagação longitudinal da onda ultrassônica nas partículas da fase dispersa e no fluido.
52.  $\omega$  \_ Frequência angular da onda
53.  $T$  \_ Tensão atuante na membrana
54.  $F$  \_ Fator de contraste
55.  $n$  \_ Índice de refração
56.  $v$  \_ Velocidade de propagação da onda
57.  $\mathfrak{B}$  \_ Módulo de cisalhamento
58.  $\mathfrak{G}$  \_ Módulo volumétrico
59.  $\Lambda$  \_ Razão entre as densidades das partículas da fase dispersa e do fluido.
60.  $\alpha$  \_ Coeficiente de atenuação

## RESUMO

---

Neste trabalho é apresentado um estudo simulando o uso de sondas ultrassônicas e banho de ultrassom empregado em emulsões produzidas pela indústria do petróleo, especificamente, as emulsões do tipo óleo em água (o/a) encontradas na água produzida. A primeira parte do estudo consistiu na aplicação de uma solução analítica da equação de Bessel, a fim de estudar a formação de ondas estacionárias de padrão radial em um recipiente cilíndrico contendo emulsão o/a em baixa (24 kHz) e alta (1,841 MHz) frequência, a partir de um transdutor ultrassônico localizado no centro do recipiente. A segunda parte do estudo consistiu na construção e aplicação de um modelo computacional capaz de representar o deslocamento das ondas ultrassônicas no interior de um banho ultrassônico, contendo um recipiente preenchido com emulsão o/a, na presença dos materiais: polipropileno (PP), policloreto de vinila (PVC), politetrafluoretileno (PTFE / teflon), aço e cobre. A solução analítica da equação de Bessel, estimou que para sondas ultrassônicas de frequência 24 kHz, os três primeiros modos de vibração estacionários ocorreriam, respectivamente em recipientes de raio 34,45; 54,01 e 73,60 cm. Quando a simulação foi aplicada para sondas ultrassônicas de frequência 1,841 MHz, estimou que os três primeiros modos de vibração estacionários ocorreriam, respectivamente, em recipientes de raio 0,45; 0,70 e 0,96 cm. Os resultados do modelo computacional, que simulou o deslocamento das ondas ultrassônicas no interior de um banho ultrassônico, mostraram-se de acordo com resultados experimentais. A partir dos resultados foi possível identificar que a presença de materiais no interior da emulsão causa o aumento da densidade do campo acústico que por sua vez aumenta a eficiência dos ultrassons de baixa frequência na remoção da fração de óleo presente nas emulsões. Foi estimado em quantas vezes a presença de um material é capaz de aumentar a densidade do campo acústico, comparado a um recipiente livre da presença de materiais, sendo: 1,47 para o teflon, 2,05 para o PVC, 2,07 para o polipropileno, 2,17 para o alumínio, 2,87 para o cobre, 3,00 para o níquel, 3,01 para o bronze, 3,09 para o aço e 3,72 para o chumbo. A área ocupada pelos materiais no interior do recipiente se mostrou responsável pela quantidade de energia retida no mesmo. A influência da variação da área dos materiais presentes na emulsão também foi discutida a partir de resultados do modelo desenvolvido.



## ABSTRACT

---

*This work proposes a study simulating the use of ultrasonic probes and ultrasound bath applied in emulsions produced by the oil industry, specifically, the emulsions of oil-in-water (o/w) found in produced water. The first part of the study consisted in an analytical solution of the Bessel equation in order to study the formation of the radial pattern of standing waves in a cylindrical container containing the o/w emulsion at low (24 kHz) and high (1.841 MHz) frequency, from an ultrasound transducer located at the center of the container. The second part of the study consisted in the construction and application of a computer model capable of representing the displacement of the ultrasonic waves within an ultrasonic bath containing a container filled with an o/w emulsion, synthesized from petroleum with 13.1 ° API in the presence of materials. The analytical solution of the Bessel equation estimated frequency to 24 kHz ultrasonic probes, the first three stationary vibration modes occur respectively in radius containers 34.45; 54.01 and 73.60 cm. When the simulation was applied to ultrasonic probes frequency 1.841 MHz estimated that three stationary vibration modes occur respectively in containers radius 0.45; 0.70 and 0.96 cm. The results of the computer model simulating the displacement of the ultrasonic waves within an ultrasonic bath proved according to experimental results, permitting identification of the increased density of the acoustic field that occurs due to the presence of material within the emulsion as the main responsible for the high efficiency in the removal of this oil fraction in the emulsions under the action of ultrasonic fields of low frequency. Was estimated as a material is capable of increasing the density of the sound field compared to a container without the presence of materials, being: 1.47 to Teflon, 2.05 to PVC, 2.07 to polypropylene, 2.17 for aluminum, 2.87 to copper, 3.00 to nickel, 3.01 to brass, 3.09 to steel and 3.72 to lead. The area occupied by the material within the container proved responsible for the amount of energy retained therein. The influence of the variation of the area of the materials present in the emulsion was also assessed from the results of the developed model.*

## 1. INTRODUÇÃO

---

O ultrassom é uma onda acústica que possui frequência acima do limite audível ao ser humano. O ultrassom, sendo capaz de transportar uma grande quantidade de energia, encontra aplicações diversas na indústria que podem ser divididas em duas categorias: baixa intensidade e alta intensidade. Aplicações de baixa intensidade ocorrem com o simples propósito de transmitir energia através de um meio, assim é possível obter informação sobre o meio ou transmitir informação através do mesmo. Testes não destrutivos, diagnósticos médicos, holografia acústica e medidas de propriedades elásticas de materiais estão incluídas nesta categoria. Aplicações de alta intensidade afetam deliberadamente o meio de propagação ou seu conteúdo, nesta categoria estão incluídas as terapias e cirurgias médicas, atomização de líquidos, usinagem e limpeza de materiais, soldagem de plásticos e metais, rompimento de células biológicas e homogeneização de materiais (RAICHEL, 2006).

Na medicina, o diagnóstico ultrassônico é realizado a fim de se avaliar a condição dos órgãos internos do paciente. Ondas ultrassônicas são enviadas para dentro do corpo do paciente e são refletidas e espalhadas de várias formas devido às várias estruturas internas do corpo humano. As ondas que retornam no eco são utilizadas para se criar uma imagem da estrutura (ALDRICH, 2007).

O ultrassom também pode ser aplicado em ensaios não destrutivos de materiais como detecção e caracterização de falhas (LAVENDER, 1976), (SATO ET AL., 2007) e medidas de tensões mecânicas aplicadas ao material em tempo real (SHAHBENDER, 1961). Determinação da velocidade de propagação do som e medidas do fator de atenuação em materiais também são possíveis através da aplicação de ondas ultrassônicas (MAURYA, 2014), (LI, ET AL., 2014).

A aplicação do ultrassom, em muitos casos, induz ao fenômeno da cavitação acústica que possui diversas aplicações como a sonoquímica, que lida com reações químicas de alta energia que ocorrem durante a irradiação de um campo ultrassônico em líquidos. A cavitação fornece condições para concentrar a energia difusa do som, o colapso das bolhas provenientes da cavitação forma pontos localizados de elevada temperatura e pressão, sendo de grande contribuição na estequiometria e catalisação de reações (RAICHEL, 2006).

Ondas ultrassônicas também são aplicadas para o tratamento de metais durante resfriamento. Durante o resfriamento do metal, ondas ultrassônicas são aplicadas na remoção de bolhas que podem causar defeitos no material, além disso, efeitos de cavitação são utilizados na redução do tamanho dos grãos do metal permitindo obter um sólido de estrutura granular mais fina do que seria obtido se o resfriamento fosse realizado sem perturbações (RAICHEL, 2006).

O efeito da cavitação também é amplamente utilizado em processos de extração celular. A cavitação causa a quebra das paredes celulares, permitindo a imersão do conteúdo interno da célula no fluido circundante. Este método é aplicado na extração de antígenos ativos para fabricação de vacinas e também no estudo das estruturas celulares (RAICHEL, 2006).

Medidores de vazão ultrassônicos se baseiam no efeito *doppler*. As principais técnicas para medidas de vazão utilizando ultrassom são baseadas na diferença de tempo para um pulso ultrassônico se propagar a favor e contra o fluxo, e medidas de vazão baseadas na deflexão das ondas ultrassônicas causadas pelo fluxo (DALKE; WELKOWITZ, 1960). Medidores de vazão ultrassônicos são utilizados em medidas de vazões de rios, fluidos de trocadores de calor nucleares, líquidos corrosivos, fluxo sanguíneo em veias e artérias e velocidade do vento. Este tipo de medidores possuem a vantagem de introduzir pouca pressão sobre o sistema, são econômicos, de fácil operação, além de serem capazes de operar sobre diversos valores de vazão, pressões e diâmetros de tubulações (RAICHEL, 2006).

O ultrassom vem sendo também estudado como uma técnica eficiente para a manipulação de partículas, podendo vir a ser aplicada diretamente no tratamento de resíduos provenientes da indústria petrolífera.

O petróleo e seus derivados ocupam a maior fração da matriz energética mundial (IEA, 2014), representando a principal forma de energia nos dias atuais e nos próximos anos (OPEP, 2013). O petróleo e seus derivados são, também, a principal forma de energia no Brasil, onde devido às novas descobertas de campos no pré-sal, é esperado que a produção cresça de forma significativa na próxima década (BRASIL, 2014).

Em contrapartida aos valores energéticos e econômicos que o petróleo representa, é importante considerar os impactos ambientais que podem decorrer de tal atividade. Durante a fase de produção do petróleo é inevitável a produção conjunta de água, a qual recebe o nome de água produzida, podendo ser reinjetada

nos poços produtores ou descartada na forma de resíduos. A água produzida possui em sua composição uma fração significativa de óleo e outros produtos nocivos ao meio ambiente, de forma que torna necessário seu tratamento a fim de reduzir possíveis danos ambientais (CONAMA, 2006).

Os processos utilizados na indústria do petróleo para remoção do óleo presente na água produzida são eficientes na remoção do óleo livre e do óleo disperso. Por outro lado, tais processos não são capazes de remover de forma satisfatória a fração de óleo emulsificado, principalmente aqueles que possuem gotas de diâmetro inferior à 10  $\mu\text{m}$ , tornando necessária a aplicação de outros métodos para sua remoção (TOLT T; FEKE, 1993).

Neste contexto, a aplicação do ultrassom vem se mostrando um método eficaz na desestabilização de emulsões, sendo capaz de remover uma fração significativa de óleo e outros contaminantes (GARCIA-LOPEZ; SINHA, 2008), (GARDNER, E. A.; APFEL, R. E, 1993), (PANGU; FAKE, 2004), (RONCHI, 2014), (SINGH; PANDEY, 1991), (STACK; ET AL. 2003), (YANG; TAN, W.; TAN, X. F, 2009) e (YE; ET AL. 2008). A capacidade do ultrassom em desestabilizar emulsões, consiste no fato de que a energia transportada pelas ondas ultrassônicas é responsável pelo surgimento de forças de atração entre as partículas da fase dispersa, facilitando a coalescência das gotas e posterior remoção do óleo. As forças atuantes sobre as partículas da fase dispersa na presença de um campo ultrassônico podem surgir pela formação de campos de ondas estacionárias (YOSIOKA e KAWASIMA, 1955) ou pelo espalhamento gerado a partir da reflexão das ondas ultrassônicas (WEISER; APFEL; NEPPIRAS, 1984).

Neste trabalho, a desestabilização de emulsões o/a através da aplicação de ondas ultrassônicas foi estudada a partir de dois parâmetros: a formação de campos estacionários de ondas ultrassônicas e a separação de fases sob ação de um campo ultrassônico de baixa frequência na presença de materiais.

A formação de campos de ondas estacionárias foi estudada com base na solução analítica da equação de Bessel, que fornece uma solução para a equação do deslocamento de ondas (BUTKOV, 1988), para a propagação de ondas ultrassônicas de altas e baixas frequências em uma membrana circular. A solução da equação permite dimensionar recipientes de formato cilíndrico de forma que estes sejam capazes de formar campos de ondas estacionárias, que por sua vez são responsáveis pela coalescência das gotas de óleo da emulsão.

A separação de fases a partir da aplicação de campos ultrassônicos na presença de materiais foi estudada através da construção de um modelo computacional capaz de simular a propagação da onda ultrassônica no interior de um banho ultrassônico. Os resultados obtidos pelo modelo computacional foram comparados com os resultados obtidos em laboratório no trabalho de Ronchi (2014), o que permitiu determinar os principais parâmetros que devem ser considerados para que se possa alcançar uma alta eficiência na remoção do óleo emulsificado sob ação de um campo ultrassônico de baixa frequência.

## 2. OBJETIVOS

---

### 2.1 Objetivo Geral:

Desenvolver modelos computacionais para o estudo de parâmetros físicos que influenciam na desestabilização das emulsões o/a sob ação de um campo de ondas ultrassônicas.

### 2.2 Objetivos Específicos:

- I. Simular a formação de ondas estacionárias em membrana circular a partir de uma fonte pontual de ondas ultrassônicas, com base nas soluções das equações de Bessel.
- II. Desenvolver um modelo computacional que represente a propagação de ondas ultrassônicas no interior de um banho ultrassônico na presença de materiais de diversas composições.
- III. Aplicar o modelo computacional desenvolvido para simular as condições utilizadas em estudos de laboratório e comparar resultados.
- IV. Determinar os principais parâmetros físicos que interferem na eficiência de separação de emulsões o/a na presença de um campo ultrassônico.
- V. Estimar a eficiência de separação de emulsões na presença de materiais diversos, a partir do modelo computacional desenvolvido.

### **3. REVISÃO DA LITERATURA**

---

*Neste capítulo será apresentado uma breve discussão a respeito da importância do petróleo na matriz energética mundial. Em seguida é apresentado o problema do tratamento da água produzida, resíduo gerado durante a atividade de exploração do petróleo, cujo tratamento é necessário para seu descarte em águas marinhas. Após, será apresentada uma breve discussão dos principais aspectos relacionados a estabilização e desestabilização de emulsões.*

*Em um segundo momento, serão discutidas as propriedades das ondas sonoras, apresentando a derivação das equações envolvidas no deslocamento de uma onda sonora e os principais fenômenos envolvidos em sua propagação.*

*Por fim serão apresentados os principais métodos e propriedades que envolvem a aplicação do ultrassom na desestabilização de emulsões.*

### **3.1 A importância do petróleo na matriz energética mundial**

O petróleo é um recurso natural essencial à vida moderna, além de sua importância na matriz energética mundial é também a matéria prima na produção de inúmeros compostos como plásticos, borrachas sintéticas, tintas, corantes, adesivos, solventes, detergentes, explosivos, produtos farmacêuticos, cosméticos, entre outros (THOMAS, 2001).

Em termos energéticos, de acordo com a Agência Internacional de Energia (IEA, 2014), o óleo e gás representaram no ano de 2012, mais de 52% da matriz energética mundial. De acordo com o relatório produzido pela secretaria da Organização dos Países Exportadores de Petróleo (OPEP, 2013) o óleo e gás serão responsáveis pelos mesmos 52% até o ano de 2035, apesar da previsão de uma queda na participação do óleo e um aumento da participação do gás na matriz energética mundial.

No Brasil, de acordo com o Plano Decenal de Expansão de Energia 2023, desenvolvido pelo Ministério de Minas e Energia (BRASIL, 2014), a demanda por derivados de petróleo, apesar de sofrer uma queda significativa em sua participação na matriz energética nacional nos próximos anos, passando de 41% em 2014 para 39,3% em 2023, continuará sendo a principal fonte energética do país, que atingirá a produção de 4.893 milhões diários.

A previsão de dependência de tal fonte energética, juntamente com as perspectivas de aumento de produção nos próximos anos indicam que o petróleo se manterá, pelo menos em um futuro próximo, como o principal e mais importante segmento da indústria no Brasil e no mundo.

### **3.2 A água produzida**

Apesar da importância econômica do petróleo, é importante considerar os impactos ambientais associados a esta atividade. Durante a produção do petróleo, é inevitável a produção conjunta de água, conhecida como água produzida, água de produção ou água de processo. Esta água que posteriormente poderá ser descartada em mar é composta basicamente dos mesmos constituintes da água do mar, além de uma fração de óleos e graxas, que mesmo após diversos tratamentos, ainda está presente no fluido, podendo vir a se tornar uma fonte significativa de poluição. Além do óleo, outras substâncias potencialmente poluentes podem estar



presentes na água produzida, entre elas: sais inorgânicos, diversos metais e metalóides, radioisótopos e produtos químicos adicionados à água para injeção (IBAMA, 2006).

O parâmetro regulador que determina a quantidade de óleo presente na água produzida é o Teor de Óleos e graxas (TOG). No Brasil, o nível aceitável de (TOG) presente na água descartada é determinado pela resolução nº 393 de 2007 do Conselho nacional do Meio Ambiente (CONAMA), que em seu artigo 5º define que o descarte de água produzida deverá obedecer à concentração média aritmética simples mensal de óleos e graxas de até 29 mg/L, com o valor máximo diário de 42 mg/L (CONAMA, 2007).

A previsão do aumento de produção de petróleo nos próximos anos aponta para um aumento conjunto do volume de água produzida, tanto pela exploração de novas reservas, quanto pelo amadurecimento dos campos atualmente explorados, cujo teor de água produzida pode se aproximar de 100% ao final de sua vida produtiva (PETROBRAS, 2007). Desta forma se torna necessário o estudo de novas tecnologias capazes de remover de forma eficiente a fração de óleo presente na água produzida, principalmente aquele que se encontra na forma emulsionada, cuja remoção requer técnicas mais avançadas.

### **3.3 Emulsões**

As emulsões estão presentes em diversos segmentos da indústria, entre eles: indústria de alimentos, indústria de cosméticos, indústrias agrícolas, indústria farmacêutica e na fabricação de tintas (SCHICK, 1983).

Na indústria do petróleo, são encontradas emulsões do tipo água em óleo (a/o) e do tipo óleo em água (o/a), sendo indesejáveis em ambos os casos. As emulsões do tipo a/o se formam no óleo produzido, sendo sua remoção necessária para atingir os níveis exigidos pelas refinarias. Já as emulsões o/a podem ser encontradas na água produzida, sendo necessário seu tratamento, ou seja, remoção do óleo para que alcance os níveis aceitáveis para posterior reinjeção ou descarte.

As emulsões são dispersões que apresentam duas fases líquidas imiscíveis, sendo uma fase dispersa em forma de gotas, dentro de uma fase contínua (BINKS, 1998). Salager (1999), define emulsão como um tipo de dispersão que apresenta

uma fase fragmentada líquida (fase dispersa) dentro de uma fase contínua também líquida e imiscível com a primeira.

As emulsões podem ser classificadas de acordo com a polaridade da fase dispersa em relação ao meio dispersante, ou de acordo com o tamanho das gotas da fase dispersa. Voyutsky (1978), classifica as emulsões de acordo com a polaridade:

- i) **Emulsões de primeira ordem:** neste tipo de emulsão, a fase dispersa é constituída de um líquido não polar, enquanto o dispersante é um líquido polar. As emulsões do o/a se enquadram nesta categoria.
- ii) **Emulsões de segunda ordem:** neste tipo de emulsão, a fase dispersa é constituída de um líquido polar, enquanto o dispersante é um líquido não polar. As emulsões do tipo a/o se enquadram nesta categoria.
- iii) **Emulsões múltiplas ou complexas:** neste tipo de emulsão, as gotas da fase dispersas são suficientemente grandes para abrigar em seu interior gotas do meio dispersante. Nesta categoria se enquadram as emulsões água em óleo em água (a/o/a) e as emulsões óleo em água em óleo (o/a/o).

De acordo com Schick (1983), as emulsões podem ser classificadas, de acordo com o tamanho das gotas da fase dispersa em:

- i) **Macroemulsões:** as gotas da fase dispersa possuem diâmetro na faixa de 0,1 – 5  $\mu\text{m}$ , com uma média de 1 – 2  $\mu\text{m}$ . Este tipo de emulsão é apenas cineticamente estável.
- ii) **Nanoemulsões:** as gotas da fase dispersa possuem diâmetro na faixa de 20 – 100 nm. Este tipo de emulsão é apenas cineticamente estável.
- iii) **Emulsões micelares ou microemulsões:** as gotas da fase dispersa possuem diâmetro na faixa de 5 – 50 nm. Este tipo de emulsão é termodinamicamente estável.

Para que a emulsão se forme é ainda necessário um agente emulsificante, sendo crucial para a formação e estabilização da emulsão (BINKS, 1998). Os agentes emulsificantes são espécies químicas que possuem regiões polares e apolares em suas moléculas, possuindo assim afinidade tanto com a água quanto com o óleo. Os emulsificantes se alojam na superfície das gotas da fase dispersa, gerando uma película, ou filme interfacial, que impede o contato das gotas e conseqüentemente a coalescência das mesmas (LEAL-CALDERON; SCHMITT; BIBETTE, 2006) e (CZARNECKI; MORAN, 2005).

A estabilidade das emulsões é afetada por diversos fatores (SCHICK, 1983), (BARNES, 1994) entre eles podemos citar: tensão interfacial, viscosidade da emulsão, diâmetro de gotas da fase dispersa, presença de emulsificantes, temperatura, pH e salinidade.

Os mecanismos de desestabilização das emulsões dizem respeito à quebra das emulsões e consistem na aproximação das gotas da fase dispersa até o momento em que ocorre a coalescência. Durante a coalescência, ocorre efetivamente a ruptura do filme interfacial e a fusão das gotas em outras de maior tamanho e peso, favorecendo a separação das fases (PETROBRAS, 2007). Schick (2014) indica como os principais fenômenos envolvidos na separação de fases:

- i) **Espuma:** este processo ocorre a partir da aplicação de forças externas, como a força gravitacional ou a força centrífuga. A aplicação destas forças faz com que as gotas de maior diâmetro se concentrem na parte superior, ou inferior do recipiente, dependendo se a densidade da fase dispersa for menor ou maior do que da fase contínua.
- ii) **Floculação:** este processo ocorre a partir da agregação das gotas da fase dispersa, formando gotas de diâmetros maiores, sem que haja nenhuma mudança no diâmetro inicial das gotas. A floculação ocorre como resultado da atração de Van de Walls, quando a distância das gotas não é suficiente grande para neutralizar a mesma.
- iii) **Ostwald Ripenig:** com o passar do tempo, as gotas menores se solubilizam no meio contínuo e suas moléculas irão se depositar nas gotas maiores.

Desta forma, com o passar do tempo, a emulsão irá apresentar uma distribuição de gotas maior.

- iv) **Coalescência:** ocorre pelo processo de afinamento e desaparecimento da película de líquido entre duas gotas da fase dispersa, fazendo com que estas se unam em duas ou mais gotas de diâmetros maiores. O caso limite da coalescência é a separação completa da emulsão em duas fases líquidas distintas.
- v) **Inversão de fase:** neste processo ocorre uma inversão entre a fase dispersa e o meio contínuo. Por exemplo, com o passar do tempo ou mudança de condições, uma emulsão o/a pode se tornar uma emulsão a/o.

A Figura 1 mostra um diagrama esquemático dos fenômenos envolvidos na separação de fases.

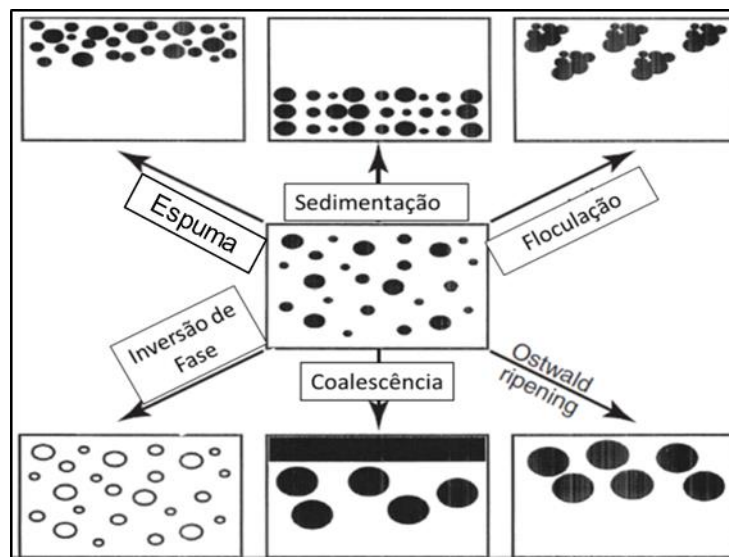


Figura 1: Representação esquemática dos processos de quebra de emulsão. Adaptado de Tadros, Th. F. and Vincent, B. (1983).

O óleo presente na água produzida durante a exploração do petróleo, pode se encontrar em quatro formas: óleo livre, óleo disperso, emulsificado e solubilizado. O óleo livre consiste em gotas de diâmetros maiores que 150  $\mu\text{m}$ , podendo ser facilmente removido por processos mecânicos como sedimentação, *skimming*,

flotação a ar dissolvido, eletrofloculação, coalescência e centrifugação (SRIJAROONRAT; JULIEN; AURELLE, 1999).

O óleo encontrado na fase dispersa, na forma de emulsões instáveis, possui diâmetro de gotas tipicamente entre 50 e 150  $\mu\text{m}$ . Técnicas como a floculação, eletroquímica (MA; WANG, 2006), precipitação por ar dissolvido (THOMA; BOWEN; HOLLENSWORTH, 1999), eletrofloculação e coagulação, vem sendo aplicadas na remoção deste tipo de óleo.

Placas coalescedoras são capazes de remover frações de óleo emulsionado cujo diâmetro de gotas esteja em torno de 30  $\mu\text{m}$ . Hidrociclones são capazes de lidar com emulsões cujo diâmetro de gotas esteja em torno de 15  $\mu\text{m}$ . Flotadores e centrífugas são capazes de remover gotas de óleo que se encontrem na faixa de 10  $\mu\text{m}$ . Para diâmetros de gotas abaixo destes valores é necessário a aplicação de métodos mais avançados de separação (TOLT T; FEKE, 1993).

Neste contexto, o ultrassom vem se destacando como uma nova tecnologia no que diz respeito à desestabilização de emulsões. A energia associada à onda ultrassônica é capaz de atuar sobre as gotas da fase dispersa, aproximando-as e facilitando a coalescência, podendo atingir valores significativos na remoção do óleo emulsionado (GARCIA-LOPEZ; SINHA, 2008), (GARDNER, E. A.; APFEL, R. E, 1993), (PANGU; FAKE, 2004), (RONCHI, 2014), (SINGH; PANDEY, 1991), (STACK; ET AL. 2003), (YANG; TAN, W.; TAN, X. F, 2009) e (YE; ET AL. 2008)

### **3.4 Propriedades do Ultrassom**

A propagação do som é um fenômeno essencialmente ondulatório, podendo ser definido como uma perturbação mecânica que se desloca através de um meio elástico, na velocidade característica desse meio (RAICHEL, 2006).

Ondas sonoras são ondas mecânicas e necessitam de um meio material para a sua propagação. São também ondas longitudinais, isto é, são ondas em que a direção de propagação coincide com a direção de vibração. Uma onda sonora é gerada a partir da variação de pressão em determinado ponto do meio de vibração, causado pela fonte de vibração (HALLIDAY; RESNICK, 1994).

O ultrassom são ondas sonoras que possuem frequência acima do limite audível do ser humano que é na faixa de 20 Hz a 16.000 Hz. Desta forma, os sons abaixo do limite audível (abaixo de 20 Hz) são chamados infrassons e os sons de

frequência acima do limite audível (acima de 16 kHz) são chamados ultrassons (RAICHEL, 2006).

Uma onda sonora pode ser caracterizada por sua frequência, comprimento de onda e amplitude. Desta forma, o deslocamento longitudinal ( $s$ ) de qualquer elemento da onda na posição ( $x$ ) e no tempo ( $t$ ) pode ser expresso pela Equação 1 (HALLIDAY; RESNICK, 1994).

$$s(x, t) = s_m \cos(kx - \omega t) \quad (1)$$

Onde ( $s_m$ ) é a amplitude da onda e representa o deslocamento máximo capaz de ser realizado pela onda e ( $k$ ) é o número de onda angular dado pela Equação 2.

$$k = 2\pi/\lambda \quad (2)$$

Onde ( $\lambda$ ) é o comprimento de onda, definido como sendo a menor distância na qual a configuração da onda repete-se completamente. No Sistema Internacional (SI), as unidades do número de onda e do comprimento de onda são respectivamente: radiano por metro (rad/m) e metro (m). A frequência angular da onda ( $\omega$ ) é expressa pela Equação 3 (HALLIDAY; RESNICK, 1994).

$$\omega = 2\pi/T \quad (3)$$

Onde ( $T$ ) é o período da onda, definido como o menor intervalo de tempo necessário para que a onda realize um ciclo completo. No SI, as unidades da frequência angular e do período são respectivamente: radianos por segundo (rad/s) e segundos (s). A frequência da onda ( $f$ ) é definida pela Equação 4 (HALLIDAY; RESNICK, 1994).

$$f = 1/T \quad (4)$$

A frequência representa o número de vibrações por unidade de tempo executado pela onda ao passar por determinado ponto. No SI a unidade de frequência é o Hertz (Hz), onde: 1 Hz = 1 vibração / segundo.

### 3.4.1 Princípio de Huygens e a Teoria do Raio

De acordo com o princípio de Huygens (HALLIDAY; RESNICK, 1994), todos os pontos de uma frente de onda se comportam como fontes pontuais para ondas secundárias e a nova posição da frente de onda é dada por uma superfície tangente a essas ondas secundárias. A Figura 2 ilustra o princípio de Huygens.

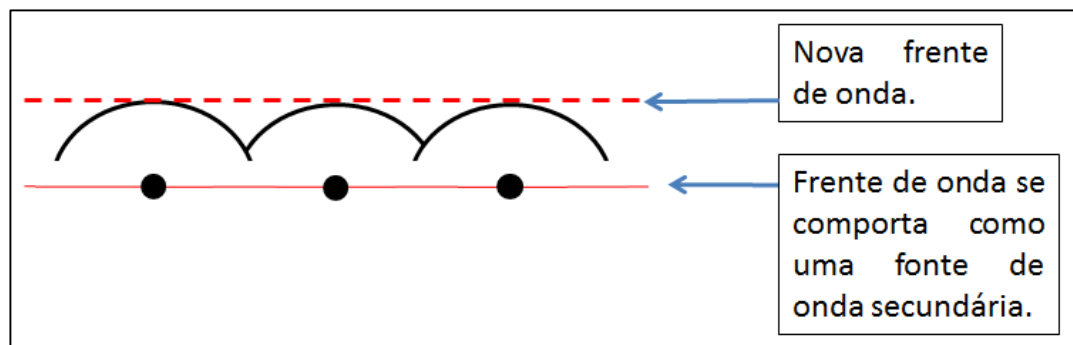


Figura 2: Princípio de Huygens.

A teoria do raio parte do pressuposto que a energia da onda é transportada ao longo de caminhos bem definidos através do meio, permitindo que o deslocamento da onda seja expresso através de raios (KINSLER, et al. 2000).

Partindo do princípio de Huygens (HALLIDAY; RESNICK, 1994), observa-se que todas as perturbações secundárias causadas no meio pela propagação da onda devem interagir umas com as outras, de forma que a maior parte da perturbação é transmitida através do meio com a velocidade de propagação da onda, na direção normal à frente de onda. Desta forma, considera-se que a propagação das perturbações ocorre de forma retilínea ao longo de raios (raio de onda) que são, em qualquer instante de tempo, perpendiculares à frente de onda (BULLEN; BOLT, 1985).

A teoria do raio é uma técnica utilizada para se estudar a variação da direção de propagação da onda no meio, permitindo mostrar graficamente o percurso da onda. A Figura 3 ilustra o conceito do raio de onda.

A aproximação feita para o deslocamento da onda na forma de raios de ondas pode ser aplicada contanto que não haja variações significativas da amplitude e do comprimento de onda em distâncias comparáveis ao comprimento de onda, desta forma a teoria do raio se torna mais precisa para ondas de alta frequência (KINSLER, et al. 2000).

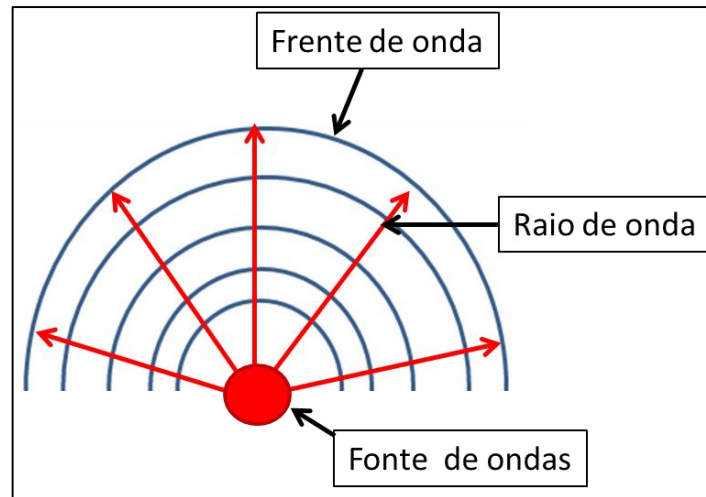


Figura 3: Conceito do raio de onda.

### 3.4.2 Velocidade de propagação do ultrassom ( $v$ )

A velocidade de propagação de uma onda sonora, depende tanto da propriedade inercial do meio, responsável pelo armazenamento de energia cinética, como da propriedade elástica, responsável pelo armazenamento de energia potencial. Em meio fluido ou sólido, a propriedade inercial é representada pela massa específica do meio ( $\rho$ ) e a propriedade elástica, que está associada às compressões e dilatações do meio geradas pela passagem da onda é representada pelo módulo de compressibilidade do meio ( $E_v$ ), que é uma medida de como a variação da pressão afeta a variação relativa na massa específica do meio de propagação (FOX; PRITCHARD; McDONALD, 2010). O módulo de compressibilidade do meio pode ser expresso pela Equação 5 (RAICHEL, 2006).

$$E_v = \frac{dp}{dp/\rho} = \rho \frac{dp}{d\rho} \quad (5)$$

Onde  $(dp/\rho)$  é uma variação relativa causada na massa específica do meio devido a uma variação de pressão ( $dp$ ).

A partir da solução da equação da continuidade e da equação da quantidade de movimento para um volume de controle inercial, considerando que as ondas sonoras se propagam em um processo irreversível e adiabático, ou seja, isoentropicamente, podemos expressar a velocidade do som em qualquer meio



líquido ou sólido pela Equação 6 (FOX; PRITCHARD; McDONALD, 2010) e sua unidade no SI é o metro por segundo (m/s).

$$v = \sqrt{E_v/\rho} \quad (6)$$

Para um gás considerado ideal, a velocidade de propagação do som pode ser obtida pela Equação 7 (RAICHEL, 2006).

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \gamma RT \quad (7)$$

Onde ( $\gamma$ ) é a constante do gás equivalente à taxa termodinâmica dos calores específico ( $c_p/c_v$ ), ( $p$ ) é a pressão do gás em repouso, ( $\rho$ ) a massa específica do gás e ( $R$ ) representa a constante termodinâmica característica do gás e ( $T$ ) a temperatura absoluta do gás.

Para sólidos isotrópicos (materiais amorfos como vidro, argilas fortemente consolidadas, concreto e substâncias policristalinas), que possuam dimensões transversais muito maiores do que o comprimento de onda, a velocidade do som é melhor representada pela *velocidade volumétrica* de acordo com a Equação 8 (KINSLER, 2000).

$$v^2 = \left( \mathfrak{B} + \frac{4}{3} \mathfrak{G} \right) / \rho \quad (8)$$

Onde  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{G}$  são respectivamente os módulos de cisalhamento e volumétricos do material e ( $\rho$ ) a massa específica do meio de propagação.

A velocidade de propagação da onda ( $v$ ) pode ser também expressa em termos de sua frequência ( $f$ ) e comprimento de onda ( $\lambda$ ), de acordo com a Equação 9 (HALLIDAY; RESNICK, 1994).

$$v = \lambda \cdot f \quad (9)$$

A velocidade propagação do som é geralmente maior nos líquidos do que nos gases e maior nos sólidos do que nos líquidos. A Tabela 1 apresenta o valor da velocidade de propagação do som em diversos meios.

Tabela 1: Velocidade do som em diversos meios de propagação. Fonte: (CALLISTER, 2006). (HALLIDAY; RESNICK, 1994), (KINSLER, 2000), (KAYE&LAB, 2014) e (RAICHEL, 2006).

Meio de propagação	Velocidade (m/s)
<b>Gases</b>	
Ar (0°C)	331
Ar (20°C)	343
Hélio	965
Hidrogênio	1284
<b>Líquidos</b>	
Água (0°C)	1402
Água (20°C)	1482
Água do Mar (20°C, 3,5% de salinidade)	1522
<b>Sólidos</b>	
Aço	5.050
Alumínio	5.150
Bronze	3.500
Chumbo	1200
Cobre	3.700
Ferro	3700
Molibdênio	5636
Níquel	4900
Ouro	2030
Platina	2800
Poliestireno	1840
Polipropileno	2.600
Prata	2700
PVC	2.330
Quartzo	5450
Teflon	1.400
Titânio	5164
Vidro	5200
Zinco	3826

### 3.4.3 Pressão Acústica e Intensidade

As vibrações geradas por ondas acústicas em um meio, criam uma pressão em adição à pressão do meio, chamada de pressão acústica. A variação sentida pelo meio de propagação, devido à passagem de uma onda acústica é dada pela Equação 10 (HALLIDAY; RESNICK, 1994).

$$\Delta p = \Delta p_m \text{sen}(kx - \omega t) \quad (10)$$

Onde  $\Delta p_m$  é a amplitude máxima de pressão expressa pela Equação 11:

$$\Delta p_m = (v\rho\omega) s_m \quad (11)$$

Desta forma, à medida que a onda se desloca ela causa compressões e descompressões no meio. Um deslocamento positivo, corresponde a uma rarefação

do meio, causando uma variação de pressão negativa. Um deslocamento negativo, corresponde a uma compressão do meio gerando uma variação de pressão positiva (RAICHEL, 2006).

A intensidade ( $I$ ) de uma onda sonora pode ser entendida como a taxa média por unidade de área na qual a energia é transmitida pela onda para o meio (HALLIDAY; RESNICK, 1994) ou como a taxa por unidade de área do trabalho realizado por um elemento de volume do meio em um elemento adjacente. A unidade no SI para a intensidade é o *watt* por metro quadrado ( $W/m^2$ ) e pode ser expressa pela Equação 12 (KINSLER, 2000):

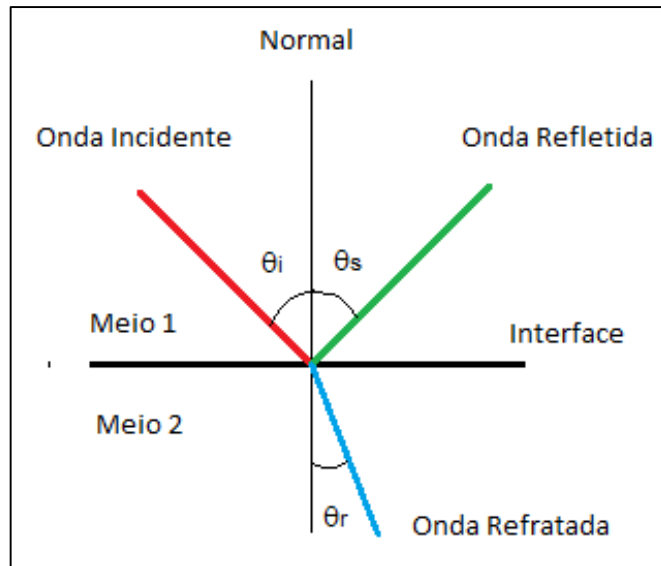
$$I = \frac{p_m^2}{2\rho v} \quad (12)$$

Onde ( $p_m$ ) representa a amplitude de pressão acústica máxima da onda, ( $v$ ) a velocidade de propagação e ( $\rho$ ) a massa específica do meio.

#### 3.4.4 Reflexão e Refração de Ondas

Quando uma onda atravessa uma interface que separa dois meios diferentes de propagação, é observado sobre essa onda os feitos de refração e reflexão. Desta forma parte da onda é refletida de volta para o meio inicial de propagação e parte da onda é refratada para dentro do segundo meio, mudando sua direção de propagação (HALLIDAY; RESNICK, 1994).

A orientação das ondas é medida com relação à direção da normal à interface, que é perpendicular à interface no ponto que ocorre a reflexão e refração das ondas. A Figura 4 ilustra os fenômenos de reflexão e refração.



**Figura 4: Representação dos fenômenos de reflexão e refração em uma interface que separa dois meios de propagação. Onda incidente (vermelho), refletida (verde) e refratada (azul).**

Na reflexão, a onda refletida estará no plano de incidência e terá um ângulo de reflexão, ou de saída ( $\theta_s$ ), em relação à normal sendo igual ao ângulo de incidência ( $\theta_i$ ) (HALLIDAY; RESNICK, 1994). Desta forma, temos na Figura 4 que o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão, de acordo com a Equação 13:

$$\theta_i = \theta_s \quad (13)$$

A refração ocorre devido à mudança de velocidade de propagação da onda quando esta cruza a interface de dois meios distintos, fazendo com que a onda altere sua direção de propagação medida com relação à normal à superfície, a onda refratada estará no plano de incidência e terá um ângulo de refração ( $\theta_r$ ) determinado pela Lei de Snell (RAICHEL, 2006) expressa pela Equação 14:

$$\frac{\text{sen}\theta_i}{v_1} = \frac{\text{sen}\theta_r}{v_2} \quad (14)$$

Onde ( $v_1$ ) e ( $v_2$ ) são as velocidades de propagação da onda sonora nos respectivos meios.

Quando a onda passa de um meio de menor velocidade de propagação para um meio de maior velocidade de propagação, pode ocorrer o fenômeno de reflexão total da onda. Esse fenômeno ocorre quando o ângulo de incidência ultrapassar um valor crítico ( $\theta_c$ ), que matematicamente corresponde a um ângulo de incidência que

resulta em um ângulo de saída da onda refratada superior a  $90^\circ$  em relação à normal, neste caso a onda não sofrerá refração, apenas reflexão (HALLIDAY; RESNICK, 1994b). O ângulo crítico de incidência na interface de dois meios é dado pela Equação 15:

$$\theta_c = \text{sen}^{-1} \left( \frac{v_1}{v_2} \right) \quad (15)$$

Como o seno do ângulo não pode ser maior do que a unidade, observa-se que só é possível que ocorra reflexão total quando a onda muda de um meio de menor velocidade de propagação para um meio de maior velocidade de propagação (HALLIDAY; RESNICK, 1994b).

As frequências de som audíveis apresentam comprimentos de onda muito grandes, tornando difícil a observar o fenômeno de refração, uma vez que se torna necessária a presença de uma interface de tamanho muito superior ao comprimento de onda para que ocorra o fenômeno. Nas frequências ultrassônicas, os comprimentos de onda são extremamente pequenos e o fenômeno de refração ocorre facilmente (RAICHEL, 2006).

### 3.4.5 Impedância Acústica ( $Z$ )

Tipos diferentes apresentam resistência diferente à propagação das ondas sonoras em seu interior, dependendo da resistência do meio às perturbações mecânicas geradas pela onda. Esta propriedade é conhecida como impedância acústica ( $Z$ ), sua unidade no SI é o  $(\text{kg}/\text{m}^2 \cdot \text{s})$  sendo definida como o produto da massa específica do meio ( $\rho$ ) e da velocidade de propagação das ondas sonoras no meio ( $v$ ) de acordo com a Equação 16 (RAICHEL, 2006).

$$Z = \rho v \quad (16)$$

A Tabela 2 apresenta alguns valores de massa específica, velocidade de propagação do som e impedância acústica para alguns materiais.

Tabela 2: Valores de massa específica, velocidade de propagação do som e impedância acústica de alguns materiais. Fonte: (CALLISTER, 2006). (HALLIDAY; RESNICK, 1994), (KINSLER, 2000), (KAYE&LAB, 2014) e (RAICHEL, 2006).

Material	Massa Específica (Kg/m <sup>3</sup> )	Velocidade de propagação	Impedância Acústica (10 <sup>6</sup> kg/m <sup>2</sup> .s)
Aço	7800	5.050	39,39
Água (20 °C)	1000	1482	1,48
Alumínio	2700	5.150	13,91
Ar (20 °C)	1,21	343	0,415 x 10 <sup>-3</sup>
Bronze	8500	3.500	29,75
Chumbo	11300	1200	13,56
Cobre	8930	3.700	33,04
Ferro	7700	3700	28,49
Molibdênio	10220	5636	57,60
Níquel	8800	4900	43,12
Ouro	19320	2030	39,22
Platina	21450	2800	60,06
Poliestireno	1050	1840	1,93
Polipropileno	905	2.600	2,35
Prata	10490	2700	28,32
PVC	1440	2.330	3,36
Quartzo	2650	5450	14,44
Teflon	2170	1.400	3,04
Titânio	4470	5164	23,08
Vidro	2300	5200	11,96
Zinco	7140	3826	27,32

A impedância acústica é determinante na quantidade de energia refletida quando as ondas sonoras são transmitidas de um meio de propagação para outro, sendo que quanto maior a diferença de impedância acústica, maior a quantidade de energia refletida. No caso de pequenas diferenças de impedância acústica, a energia refletida pode representar menos de 1% da energia incidente, sendo que 99% ou mais é transmitida através da interface (LAUGIER; HAIAT, 2010).

A quantidade de energia refletida é definida através dos coeficientes de reflexão ( $R_E$ ) e transmissão ( $T_E$ ) (KINSLER, 2000), de acordo com a Equação 17 e Equação 18:

$$R_E = |\mathbf{R}|^2 \quad (17)$$

$$T_E = 1 - R_E \quad (18)$$

Onde ( $\mathbf{R}$ ) é o coeficiente de reflexão de pressão acústica, que depende do tipo de incidência.

Para uma incidência normal (ângulo de incidência igual a zero), tanto as ondas refletidas como transmitidas serão também normais à interface e o coeficiente de reflexão de pressão é dado pela Equação 19 (RAICHEL, 2006).

$$R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} = \frac{Z_2/Z_1 - 1}{Z_2/Z_1 + 1} \quad (19)$$

Onde ( $Z_1$ ) e ( $Z_2$ ) correspondem às impedâncias acústicas dos meios.

Para uma incidência oblíqua sobre uma interface que separa dois meios fluidos o coeficiente de reflexão é expresso pela Equação 20 (KINSLER, 2000).

$$R = \frac{Z_2/Z_1 - \cos \theta_t / \cos \theta_i}{Z_2/Z_1 + \cos \theta_t / \cos \theta_i} \quad (20)$$

Onde  $\cos \theta_t$  é determinado pela Equação 21:

$$\cos \theta_t = (1 - \text{sen}^2 \theta_t)^{1/2} = [1 - (v_2/v_1)^2 \text{sen}^2 \theta_i]^{1/2} \quad (21)$$

A Equação 21 é conhecida como *coeficiente de reflexão de Rayleigh*. É importante observar três consequências desta equação (KINSLER, 2000).

- ✓ Se a velocidade do meio de propagação original ( $v_1$ ) é maior que a velocidade da onda no meio de propagação para o qual ela se transmite ( $v_2$ ) ou seja,  $v_1 > v_2$ , o ângulo de transmissão ( $\theta_t$ ) é real e menor que o ângulo de incidência. A frente de onda transmitida se aproxima da normal para todos os ângulos de incidência.
- ✓ Se  $v_1 < v_2$  e  $\theta_i < \theta_c$ , onde ( $\theta_c$ ) é o ângulo de crítico, o ângulo de transmissão é novamente real porém maior que o ângulo de incidência. A frente de onda transmitida se aproxima da normal para todos os ângulos de incidência menores que o ângulo crítico.
- ✓ Se  $v_1 < v_2$  e  $\theta_i > \theta_c$ , a onda transmitida assume uma forma especial, pois  $\cos \theta_t$  se torna um valor puramente imaginário. Nesta situação, a onda transmitida irá se propagar paralelamente à interface, não havendo transmissão de energia de um meio para o outro e toda energia da onda é refletida.

No caso de reflexões em superfícies sólidas, devemos considerar a impedância acústica como uma quantidade complexa e devido à diferença na porosidade e estruturas elásticas internas dos vários tipos de sólidos, não há um método simples para análise deste tipo de reflexão.

Três maneiras gerais de se abordar a incidência oblíqua sobre superfícies sólidas são descritas (KINSLER, 2000):

- ✓ Considerar a incidência sobre a superfície sólida de forma similar à incidência sobre uma interface fluido-fluido. Nesta abordagem as Equações 17 a 21 podem ser utilizadas para se obter aproximações dos coeficientes de transmissão e reflexão da onda.
- ✓ Considerar que apenas as ondas refratadas perpendiculares à superfície se propagam de forma efetiva. Um exemplo deste tipo de refração ocorre em sólidos anisotrópicos, nos quais as ondas que se propagam paralelamente à superfície possuem uma velocidade muito inferior àquelas que se propagam de forma perpendicular à mesma. Este tipo de refração também pode ocorrer em materiais isotrópicos nos quais a velocidade de propagação das ondas longitudinais no sólido é pequena quando comparada à velocidade de propagação do fluido adjacente, muitos materiais utilizados para absorção do som em construções (e.g. telhas acústica, painéis perfurados, etc.) se comportam desta maneira.
- ✓ Considerar que a refração da onda se dá em duas novas ondas, uma onda longitudinal viajando em uma direção e uma onda transversal (cisalhante) viajando a uma velocidade menor em uma direção diferente.

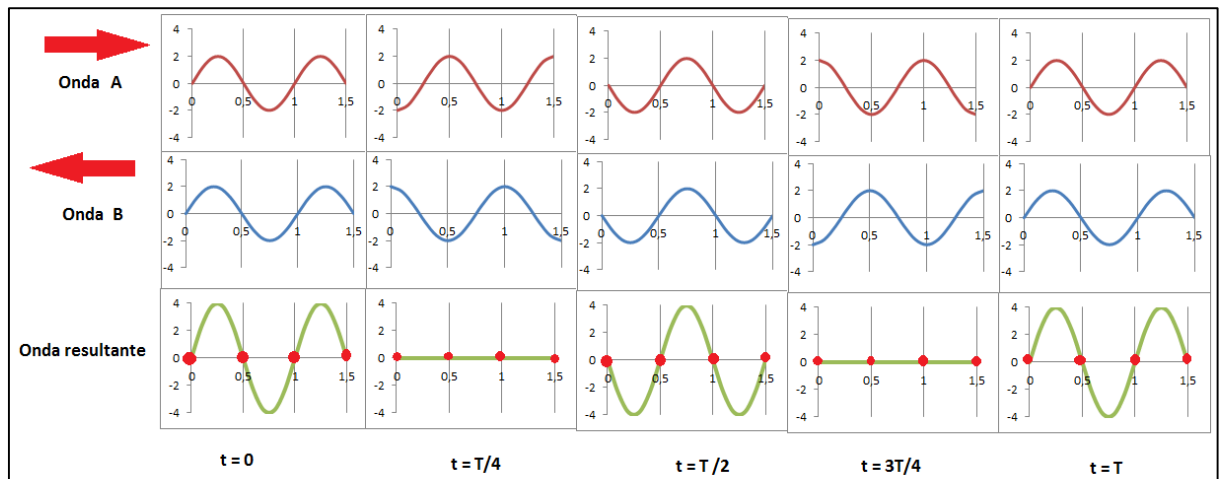
#### **3.4.6 Campo de Ondas Estacionárias**

A formação de ondas estacionárias é um fenômeno que vem sendo estudado para diversas aplicações do ultrassom, dentre elas está a separação de partículas de suspensões e a desmulsificação. As ondas estacionárias representam o resultado da interferência de duas ondas que possuam mesmo comprimento de onda, frequência e amplitude atravessando simultaneamente a mesma região do



espaço se deslocando na mesma direção em sentidos contrários (HALLIDAY; RESNICK, 1994).

A Figura 5 apresenta duas ondas (A e B) de mesmo comprimento de onda, frequência e amplitude que se propagam em direções iguais, porém em sentidos opostos, ao se interceptarem a combinação destas ondas dá origem a uma onda estacionária, representada na figura como a onda resultante.



**Figura 5: Cinco momentos de duas ondas idênticas que se propagam uma para a direita (Onda A) e outra para a esquerda (Onda B) e ao se interceptarem dão origem a uma onda estacionária (Onda resultante). Adaptado de (HALLIDAY; RESNICK, 1994).**

A principal característica da onda estacionária resultante é que há lugares chamados *nós*, onde a onda fica permanentemente em repouso, estes estão representados por pontos vermelhos na Figura 5. Entre dois nodos adjacentes estão os *antinós* ou *ventres*, onde a amplitude da onda é máxima (HALLIDAY; RESNICK, 1994).

A equação onda estacionária resultante pode ser representada pela soma algébrica das equações das ondas originais (HALLIDAY; RESNICK, 1994). Considerando que o deslocamento das ondas A e B são dados pelas Equações 22 e 23:

$$s_A(x, t) = s_m \text{sen}(kx - \omega t) \quad (22)$$

$$s_B(x, t) = s_m \text{sen}(kx + \omega t) \quad (23)$$

A equação da onda estacionária pode ser representada pela Equação 24 (HALLIDAY; RESNICK, 1994).

$$s(x, t) = [2s_m \text{sen}(kx)] \cos(\omega t) \quad (24)$$

A quantidade dentro dos colchetes na equação pode ser vista como a amplitude de oscilação na posição ( $x$ ). Podemos encontrar os *pontos nodais* da onda igualando esse valor a zero, desta forma temos que os *nós* da onda se encontram nas posições, representadas na Equação 25 (HALLIDAY; RESNICK, 1994).

$$x = n \frac{\lambda}{2}, \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (25)$$

Os antinós são as posições onde a onda estacionária possui deslocamento máximo ( $2s_m$ ), representados pela Equação 26 (HALLIDAY; RESNICK, 1994).

$$x = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2}, \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (26)$$

Os antinós estão separados por meio comprimento de onda e estão localizados no ponto médio de dois nós adjacentes.

Podemos obter ondas estacionárias através de uma fonte geradora e um ponto de reflexão, fazendo com que as ondas retornem na direção da fonte. Nesta situação as ondas estacionárias só podem ser geradas em frequências bem definidas, uma vez que nem a fonte nem o ponto de reflexão podem se deslocar. Desta forma é necessário que a distância entre eles ( $l$ ) seja um múltiplo inteiro de meios comprimentos de onda de acordo com a Equação 27:

$$l = n \frac{\lambda}{2}, \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (27)$$

Onde ( $n$ ) são os modos de vibração da onda.

Relacionando o comprimento de onda à frequência, encontramos as frequências passíveis de se gerar ondas estacionárias, dado pela Equação 28.

$$f = \frac{v}{2l} n, \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (28)$$

Para cada modo de vibração, o número de pontos nodais é diferente, a Figura 6 apresenta o perfil de uma onda estacionária gerada em diferentes modos de vibração.

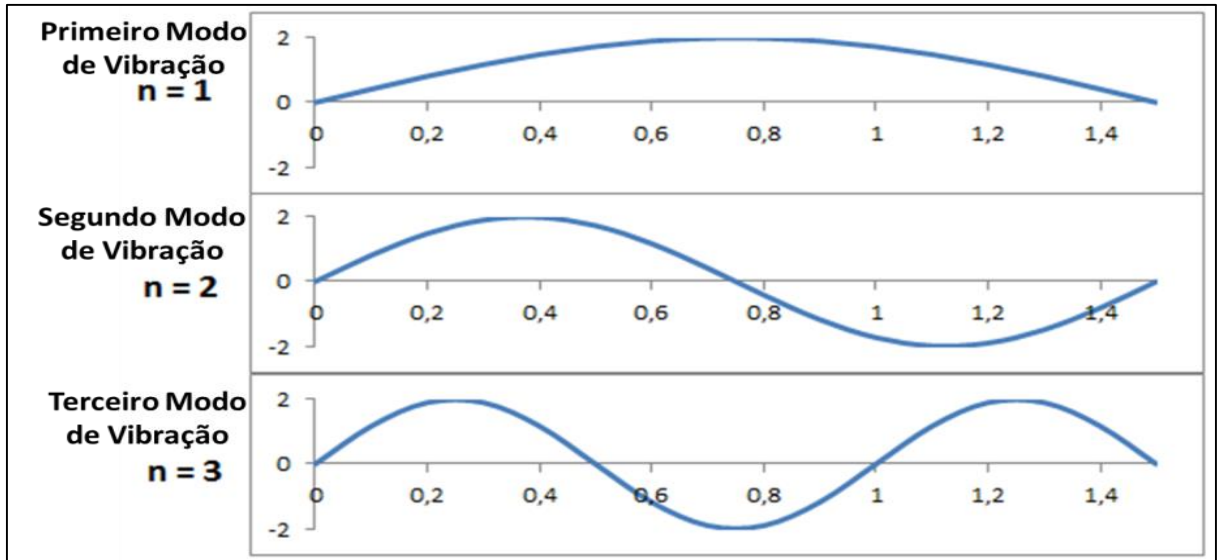


Figura 6: Representação do perfil de uma onda estacionária para os três primeiros modos de vibração (n).

### 3.4.6.1 Ondas Estacionárias em Membrana Circular

No presente trabalho, a formação de ondas estacionárias em uma membrana circular, a partir de uma fonte ultrassônica foi simulada com base na solução da Equação de Bessel.

Para uma fonte pontual de ondas, localizada no centro de um recipiente circular e considerando o meio de propagação como uma membrana, aplicamos as equações de Helmholtz na forma cilíndrica, que por sua vez nos levam à equação ordinária de Bessel apresentada na Equação 29 (BUTKOV, 1988).

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + \left(1 - \frac{\mu^2}{x^2}\right) y = 0 \quad (29)$$

Onde  $\mu$  representa a ordem da equação de Bessel.

Ao considerar a solução da equação diferencial de Bessel sob a forma de uma série de Frobenius, apresentada na Equação 30.

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{s+n} \quad (30)$$

Determina-se a função de Bessel de ordem  $\mu$ , da primeira espécie, apresentada na Equação 31.

$$J_{\mu}(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{k! \Gamma(\mu+k+1) 2^{\mu+2k}} x^{\mu+2k} \quad (31)$$

A série converge para todos os valores de  $(x)$ , não importando o valor de  $(\mu)$ . Se  $(\mu)$  for um inteiro, então  $J_{\mu}(x)$  é unívoca e será uma série de Maclaurin. Se  $(\mu)$  não for inteiro, então  $J_{\mu}(x)$  possuirá um ponto de ramificação na origem (BUTKOV, 1988).

As soluções da equação de Bessel são conhecidas como *funções cilíndricas*, entre estas as mais bem conhecidas são as *funções de Bessel*. Toda função de Bessel (de primeira espécie) possui caráter oscilatório e infinitas raízes. A Figura 7 ilustra o comportamento de várias funções de Bessel de ordem inteira.

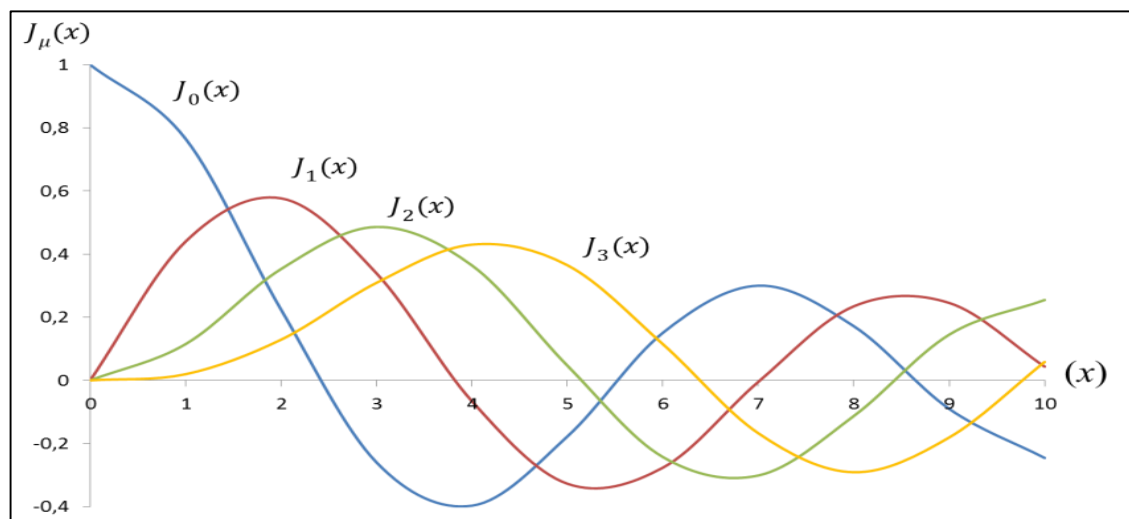


Figura 7: Comportamento das funções de Bessel de ordem 1 a 5.

Para a solução sobre uma membrana circular é necessário considerar a equação da onda em um sistema de coordenadas polares de acordo com a Equação 32.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = \frac{1}{v} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (32)$$

Considera-se a membrana engastada em sua extremidade, de maneira que  $u(r, \theta; t)$  satisfaça a condição de contorno de Dirichlet apresentada na Equação 33.

$$u(a, \theta; t) = 0 \quad (33)$$

Onde  $(a)$  representa o raio da membrana. As condições iniciais consistem em especificar os deslocamentos transversais e as velocidades quando  $t = 0$ , de acordo com as Equações 34 e 35.

$$u(r, \theta; 0) = u_0(r, \theta) \quad (34)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(r, \theta; 0) = v_0(r, \theta) \quad (35)$$

Desta forma obtemos a função do deslocamento da membrana, apresentada na Equação 36.

$$u(r, \theta; t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} J_m \left( \alpha_{mn} \frac{r}{a} \right) [(A_{mn} + \overline{A_{mn}}) \cos m\theta + (B_{mn} + \overline{B_{mn}}) \sin m\theta] \quad (36)$$

Onde  $u(r, \theta; t)$  é a função do deslocamento da onda no meio e  $(a)$  é o raio da membrana. Os coeficientes da Equação 36 são determinados a partir das Equações 37 e 38.

$$A_{mn} = \frac{\int_0^a \int_0^{2\pi} \left[ u_0(r, \theta) - \frac{i}{f_{mn}} v_0(r, \theta) \right] \cos m\theta \cdot r J_m \left( \alpha_{mn} \frac{r}{a} \right) dr d\theta}{\pi a^2 [J_{m+1}(\alpha_{mn})]^2} \quad (37)$$

$$B_{mn} = \frac{\int_0^a \int_0^{2\pi} \left[ u_0(r, \theta) - \frac{i}{f_{mn}} v_0(r, \theta) \right] \sin n\theta \cdot r J_m \left( \alpha_{mn} \frac{r}{a} \right) dr d\theta}{\pi a^2 [J_{m+1}(\alpha_{mn})]^2} \quad (38)$$

Onde  $(f)$  representa a frequência de vibração da fonte.

Apenas as funções de Bessel de ordem zero são capazes de gerar ondas estacionárias de padrão radial, outras ordens geram outros padrões de ondas estacionárias.

Considerando uma membrana circular engastada nas extremidades e que a distribuição inicial dos deslocamentos e das velocidades exibe simetria radial, de acordo com as Equações 39 e 40.

$$u_0 = u_0(r) \quad (39)$$

$$v_0 = v_0(r) \quad (40)$$

A solução da equação de Bessel de ordem zero, afim gerar ondas estacionárias com um padrão radial nesta membrana é dada pela Equação 41 (BUTKOV, 1988).

$$u(r, t) = \sum_{n=1}^{inf} J_0 \left( \alpha_{0n} \frac{r}{a} \right) [A_{0n} e^{if_0} + \bar{A}_{0n} e^{-if_0}] \quad (41)$$

Onde o coeficiente  $A_{mn}$  é expresso pela Equação 42:

$$A_{0n} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^a \left[ u_0(r, \theta) - \frac{i}{f_{mn}} v_0(r, \theta) \right] r J_0 \left( \alpha_{0n} \frac{r}{a} \right) dr d\theta}{2\pi a^2 [J_1(\alpha_{0n})]^2} \quad (42)$$

Onde ( $J_0$ ) é a função de Bessel de ordem zero e ( $\alpha_{0n}$ ) são as raízes desta função.

Para uma fonte de frequência fixa localizada no centro de uma membrana circular, as ondas estacionárias serão geradas apenas para determinados raios da membrana, a relação entre os raios e frequências passíveis de gerar ondas estacionárias de padrão radial é dada pela Equação 43 (BUTKOV, 1988).

$$f_{0n} = \alpha_{0n} (v/a) \quad (43)$$

### 3.4.7 Atenuação e Absorção

A atenuação é a perda de energia pela onda à medida que esta se distancia da fonte geradora. Os dois principais mecanismos responsáveis pela atenuação são a absorção e o espalhamento. Se onda se propaga em um meio composto por diversas camadas, a atenuação ocorre principalmente devido aos fenômenos de

difração, reflexão e refração. Devido à difração, uma frente de onda acústica emitida a partir de uma fonte irá aumentar seu diâmetro à medida que a onda se propaga, ocasionando perda de intensidade à medida que esta se afasta da fonte. Perdas por reflexão e refração ocorrem devido às diferenças de impedância acústica na interface das camadas (RAICHEL, 2006).

Em geral, a atenuação ultrassônica devido à difração é caracterizada por uma equação exponencial decrescente da pressão acústica ( $P$ ) e intensidade acústica ( $I$ ) em função da distância da fonte ( $x$ ), de acordo com a Equação 44 (LAUGIER; HAIAT, 2010).

$$P = P_0 e^{-\alpha x} \quad e \quad I = I_0 e^{-2\alpha x} \quad (44)$$

Onde  $P_0$  e  $I_0$  são, respectivamente, a pressão e a intensidade acústicas na posição inicial. Nesta equação,  $\alpha$  representa o coeficiente de atenuação de pressão, que é dependente da frequência, e possui unidade ( $\text{cm}^{-1}$ ). Em gráficos nos quais são plotados valores de  $\alpha$  pela frequência, é comum utilizar a unidade  $\text{dB} \cdot \text{cm}^{-1}$  para  $\alpha$  e  $\text{dB} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{MHz}^{-1}$  para a frequência. A unidade de conversão de  $\text{cm}^{-1}$  para  $\text{dB} \cdot \text{cm}^{-1}$  esta de acordo com a Equação 45 (LAUGIER; HAIAT, 2010).

$$\alpha[\text{dB} \cdot \text{cm}^{-1}] = 8,686[\text{cm}^{-1}] \quad (45)$$

Alguns autores utilizam  $\alpha$  como o coeficiente de atenuação da intensidade dependente da frequência ( $I = I_0 e^{-\alpha x}$ ), neste caso a unidade de conversão se torna  $\alpha[\text{dB} \cdot \text{cm}^{-1}] = 4,343[\text{cm}^{-1}]$ .

A Tabela 3 apresenta valores do coeficiente de atenuação para alguns materiais à temperatura de 20° C e frequência de 10 MHz.

**Tabela 3: Valores de coeficiente de atenuação para alguns materiais. Fonte: (KAYE&LAB, 2014).**

Material	Coefficiente de atenuação $\alpha$ ( $\text{cm}^{-1}$ )
Alumínio	0,004
Vidro	0,02
Quartzo	0,000127
Aço	0,0494

A atenuação da onda ultrassônica também ocorre quando a onda se passa de um meio de propagação para outro, processo no qual ocorre a absorção. A absorção se caracteriza quando o meio de propagação transforma parte da energia da onda em outros tipos de energia como o calor (HENDEE; RITENOUR, 2002) A absorção de ondas ultrassônicas em sólidos é atribuída a diferentes fatores como imperfeições no sólido, absorção em materiais ferromagnéticos e ferroelétricos, absorção causada por interações elétron-fônon, absorção por interação fônon-fônon e outras (RAICHEL, 2006).

Materiais que atenuam a intensidade das ondas sonoras são chamados absorvedores acústicos. Estes materiais são utilizados em projetos de acústica (e.g. isolamento sonoro de uma sala), sendo responsáveis por reduzir a intensidade das ondas refletidas pelo material. De modo geral, materiais mais densos, são menos absorptivos que materiais menos densos. Meios porosos, em condições normais de temperatura e pressão, são altamente absorptivos. Isto ocorre pois uma parte maior da energia penetra no material antes que a primeira reflexão ocorra, fazendo com que a onda fique aprisionada nos poros do material onde dispersa sua energia (KUCZMARSKI; JOHNSTON, 2011).

A atenuação está diretamente relacionada com a frequência, e é descrita pela chamada relação de Kramers-Kronig (KRONIG, 1926), (KRONIG; KRAMERS, 1928), LANDAU; LIFSHITZ, 1958) e (MANGULIS, 1964). Para frequências ultrassônicas, esta relação é dada pelas Equações 46 e 47, respectivamente.

$$K_1(f) - K_1(\infty) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{f' K_2(f')}{f'^2 - f^2} d\omega' \quad (46)$$

$$K_2(f) = -\frac{2\omega}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{K_1(f') - K_1(\infty)}{f'^2 - f^2} d\omega' \quad (47)$$

Onde  $K_1(f)$  e  $K_2(f)$  são as partes real e imaginária da compressibilidade do meio de propagação, que são dependentes da frequência ( $f$ ). Estudos mostram que em geral, o aumento da frequência de propagação causa um aumento do coeficiente de atenuação e estes dois parâmetros possuem uma relação aproximadamente linear (UMCHID, 2008), (O'DONNEL; JAYNES; MILLER, 1978), (O'DONNEL; JAYNES; MILLER, 1981).



Outros estudos indicam que uma significativa redução no coeficiente de atenuação ocorre na temperatura crítica de supercondutividade do meio de propagação (BARDEEN; COOPER; SCHRIEFFER, 1957), (MORSE, 1958). A redução da atenuação ocorre também em metais à baixa temperaturas na presença de campos magnéticos (RAYLEIGH, 1877).

### **3.4.8 Espalhamento ou dispersão**

O fenômeno de espalhamento ou dispersão resulta da interação entre uma onda ultrassônica e partículas que estejam presentes no meio. No caso destas partículas possuírem propriedades físicas diferentes do meio de propagação, como densidade ou elasticidade, seu movimento oscilatório em resposta à passagem da onda será diferente, causando a emissão de uma onda secundária denominada onda de espalhamento (KINSLER, 2000).

O problema do espalhamento da luz e do som foi resolvido pela primeira vez por Lord Rayleigh (RAYLEIGH, 1877) e, portanto, recebeu o nome de espalhamento Rayleigh. O regime de espalhamento de uma única partícula irá depender das suas dimensões quando comparada ao comprimento de onda.

No caso em que o comprimento de onda é muito inferior às dimensões da partícula, ocorre uma reflexão especular, obedecendo a lei de Snell da reflexão (item 3.4.4). No caso do comprimento de onda ser da mesma ordem de grandeza ou superior às dimensões da partícula, ondas de espalhamento serão formadas. Para espalhamentos no qual a partícula possui dimensões muito inferiores ao comprimento de onda, a intensidade das ondas de espalhamento será proporcional à quarta potência da frequência da onda incidente e à sexta potência do tamanho da partícula, ou seja, o quadrado de seu volume (MORSE, 1968).

O espalhamento está diretamente associado à aplicação do ultrassom na desestabilização de emulsões. O espalhamento causado pela incidência das ondas ultrassônicas com as gotas da fase dispersa da emulsão, são responsáveis pelo surgimento de forças acústicas entre as gotas (WEISER; ET AL. 1994), fazendo com estas se atraiam, facilitando a coalescência.

### 3.4.9 Cavitação

O fenômeno da cavitação ocorre em regiões de um meio líquido sob efeito da passagem de uma sonora de alta amplitude e variações rápidas de pressão (altas frequências) (RAICHEL, 2006).

Durante a passagem de uma onda sonora em um meio fluido, o meio fluido fica sujeito às oscilações dos ciclos de pressão e rarefação (ou descompressão) da onda acústica. Durante o ciclo de compressão, a distância média entre as moléculas do fluido diminui, ao passo que no ciclo de rarefação, a distância média entre as moléculas do fluido aumenta. Se a pressão negativa sofrida pelo líquido durante o ciclo de rarefação for suficientemente grande, de forma que a distância entre as moléculas do fluido supere a distância molecular crítica necessária para manter o fluido coeso, espaços vazios ou cavidades irão se formar no interior do fluido dando origem ao fenômeno de cavitação (MASON; LORIMER, 2002).

O fenômeno de cavitação ocorre mais facilmente quando há presença de gás no meio fluido. Quando a amplitude de pressão da onda é suficientemente grande e o raio inicial da bolha é menor que o raio crítico ( $R_c$ ), determinado pela Equação 48, a bolha colapsa durante a fase de compressão, causando o fenômeno denominado cavitação (GÓMEZ; FRANCISCO, 1980).

$$R_c = \frac{1}{\omega} \sqrt{3\gamma \frac{(p_{est} + \frac{2T_{st}}{R_c})}{\rho}} \quad (48)$$

Na Equação 48, ( $p_{est}$ ) é a pressão hidrostática no líquido, ( $\gamma$ ) o calor específico do gás no interior da bolha e ( $T_{st}$ ) a tensão superficial na superfície da bolha.

A quantidade de energia liberada pela cavitação depende da cinética de crescimento e colapso das bolhas. A energia liberada tende a aumentar com o aumento da tensão superficial e diminuir com a pressão de vapor do líquido. A água, comparada a outros líquidos possui uma alta tensão superficial, sendo assim um meio eficiente para a cavitação, podendo se tornar ainda mais eficiente pela adição de 10% de álcool, causando uma apreciável redução na pressão de vapor (RAICHEL, 2006).

A temperatura no interior de uma bolha que sofra cavitação pode ser extremamente alta, aproximadamente 5000K com pressões próximas de 2000 atm. Quando a implosão de uma bolha ocorre, as altas pressões e temperaturas das

bolhas são liberadas na forma de ondas de choque. Este mecanismo tem sua principal aplicação na limpeza ultrassônica de materiais, pois na presença de superfícies rígidas, a combinação de alta pressão, temperatura e velocidade, faz com que qualquer contaminante presente na superfície seja removido (MASON; LORIMER, 2002).

Alguns fatores que podem afetar a cavitação são a viscosidade, a frequência da onda acústica e a temperatura (MASON; LORIMER, 2002), descritos a seguir:

- **Viscosidade:** A viscosidade afeta diretamente as forças coesivas que atuam no fluido, forças estas que devem ser superadas para que a cavitação ocorra. Desta forma, quanto maior a viscosidade, maior deve ser a pressão gerada pelo ciclo negativo da onda acústica para que ocorra o fenômeno da cavitação.

Os efeitos da viscosidade sobre a pressão necessária para que ocorra a cavitação, apesar de não serem insignificantes, são pequenos. De forma que um aumento em 10 vezes da viscosidade faz com que seja necessário um aumento de apenas 30% do valor da pressão acústica para que o fenômeno ocorra.

- **Frequência:** Para que as forças coesivas entre as moléculas do fluido sejam superadas, de forma que o fluido se rompa formando as bolhas da cavitação, é necessário que o ciclo de pressão negativa seja aplicado por um determinado tempo sobre o fluido. À medida que a frequência da onda acústica aumenta, menor o tempo de exposição das moléculas de fluido ao ciclo de pressão negativa, fazendo com que seja necessária uma intensidade maior da onda acústica para que a cavitação ocorra.

A intensidade mínima necessária para se estabilizar a cavitação é denominada limiar de cavitação. A Figura 8 mostra como o limiar de cavitação varia em função da frequência para líquidos com e sem a presença de gás. De forma geral, o limiar de cavitação normalmente aumenta com o aumento da pressão e diminui com o aumento da temperatura (HUNTER; BOLT, 1955).

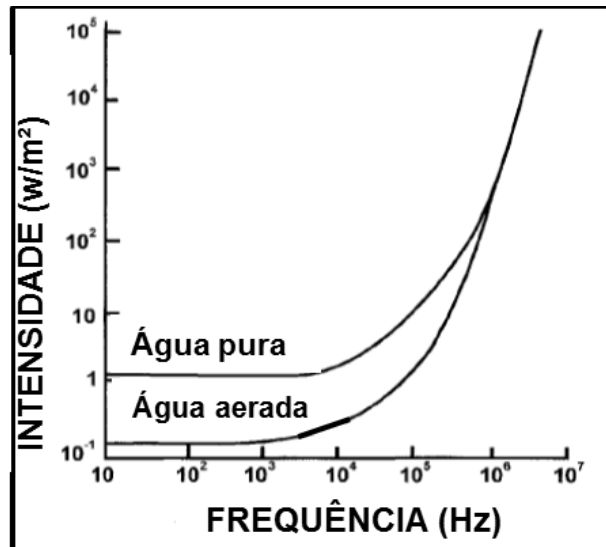


Figura 8: Variação do limiar de cavitação para água com e sem a presença de gás. Fonte: Adaptado de (RAICHEL, 2006).

- **Temperatura:** Variações de temperatura no fluido afetam principalmente sua viscosidade e tensão interfacial de forma inversamente proporcional. Ou seja, a redução nos valores de temperatura faz com que estas propriedades elevem seus valores. Desta forma, reduções nos valores de temperatura fazem com que a pressão do ciclo negativo da onda acústica necessária para que ocorra a cavitação seja maior.

### 3.5 Equipamentos de Ultrassom

#### 3.5.1 Geração do Ultrassom e o Efeito Piezoelétrico

A piezoelectricidade é uma propriedade existente em uns poucos materiais cerâmicos que consiste na produção de eletricidade a partir da aplicação de pressão sobre o material. A polarização é induzida e um campo elétrico é estabelecido a partir da aplicação de forças externas. O processo oposto também é válido, sendo que a aplicação de um campo elétrico sobre o material faz com que esse sofra uma deformação mecânica (MASON; LORIMER, 2014).

Os materiais piezoelétricos são utilizados em transdutores, dispositivos que convertem energia mecânica em elétrica e vice-versa. Materiais que possuem propriedades piezoelétricas incluem os titanatos de bário e chumbo ( $\text{PbZrO}_3$ ), o diidrogeno fosfato de amônio ( $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$ ) e o quartzo. É uma propriedade

característica de materiais que possuem estruturas cristalinas complexas e baixo grau de simetria (CALLISTER, 2006).

Ondas acústicas podem ser geradas a partir da aplicação de uma voltagem sobre um cristal piezoelétrico, fazendo com que este sofra uma deformação em sua estrutura e estando imerso em um meio fluido, transmite essa perturbação para o meio como forma de variação de pressão gerando ondas acústicas. Se as expansões e contrações do cristal ocorrerem mais de 16.000 (dezesseis mil) vezes por segundo (referente a uma frequência de 16 KHz), uma onda ultrassônica contínua será gerada, se a tensão for aplicada por um tempo muito curto, o cristal irá ressoar na sua própria frequência de ressonância produzindo apenas um pulso (ALDRICH, 2007).

Um transdutor acústico é um equipamento capaz de gerar e receber ondas sonoras, funcionando basicamente como um conversor de energia, transformando energia elétrica, mecânica ou térmica em energia acústica. Um transdutor é dito reversível quando é capaz de operar nos dois sentidos. De acordo com Raichel (2006), os transdutores podem ser divididos em cinco categorias: osciladores de cristal reversíveis que operam através do efeito piezoelétrico, transdutores magnetostritivos baseados no fenômeno da magnetostricção, receptores e geradores mecânicos, transdutores eletromagnéticos, cujo funcionamento é limitado às baixas frequências e outros tipos como transdutores químicos, térmicos e óticos.

Os transdutores são utilizados na fabricação de equipamentos que possuem a finalidade de emitir ondas ultrassônicas, entre eles estão os banhos ultrassônicos e as sondas ultrassônicas, descritos nos itens (3.5.2) e (3.5.3), respectivamente.

### **3.5.2 Banhos Ultrassônicos**

Os principais equipamentos utilizados para o emprego do ultrassom em laboratório são as sondas e os banhos ultrassônicos. Ambos os sistemas normalmente operam em uma faixa de frequência fixa que depende do tipo de transdutor utilizado na fabricação.

O banho ultrassônico consiste em um tanque de forma retangular oco aberto na parte superior cuja parte interna é coberta com material metálico. Os transdutores responsáveis pela emissão das ondas ultrassônicas são localizados normalmente na parte inferior do tanque. A principal aplicação dos banhos ultrassônicos consiste na

limpeza de superfícies por meio da cavitação. A Figura 9 apresenta um banho ultrassônico contendo um frasco reacional.



**Figura 9: Vista superior de um banho ultrassônico contendo frasco reacional.**

A forma mais comum de utilização do banho ultrassônico é a imersão do frasco reacional na água sônica pelo banho, sendo que a energia produzida pelo banho deve ter intensidade suficiente para penetrar as paredes do recipiente. Vale ressaltar que uma melhor transferência de energia para o interior do recipiente reacional é obtida com a utilização de recipientes que possuam o fundo plano, evitando a reflexão das ondas sonoras (MASON; LORIMER, 2002).

As principais vantagens do banho ultrassônicos são a capacidade de se obter uma distribuição de energia uniforme sobre o recipiente reacional e a não necessidade de adaptação dos recipientes reacionais. As principais desvantagens são a baixa potência quando comparado a uma sonda ultrassônica, baixo controle de temperatura e o fato de a posição do recipiente reacional no interior do banho influenciar na capacidade de sonificação (MASON; LORIMER, 2002).

### **3.5.3 Sondas Ultrassônicas**

As sondas ultrassônicas são constituídas de uma haste metálica com um transdutor pontual em sua extremidade. As sondas ultrassônicas são meios eficientes para se induzir cisalhamento intenso e altas tensões em líquidos. Desta forma, as principais aplicações das sondas ultrassônicas consistem em homogeneização de misturas, dispersão, redução de tamanho de partículas,

extração e reações químicas (HIELSCHER ULTRASOUND TECHNOLOGY, 2014). A Figura 10 apresenta uma sonda ultrassônica.



Figura 10: Vista lateral de uma sonda ultrassônica.

Procedimentos envolvendo a utilização de sondas ultrassônicas são realizados inserindo a sonda diretamente no recipiente reacional. A intensidade de sonicação e a amplitude das ondas podem ser determinadas a partir do controle de potência da sonda. As sondas ultrassônicas normalmente trabalham na faixa de frequência de 20 a 40 kHz (MASON; LORIMER, 2002).

De acordo com Mason e Lorimer (2002) a principal vantagem da sonda ultrassônica é a alta potência. As desvantagens incluem a frequência fixa e o baixo controle de temperatura.

### 3.6 Aplicação do Ultrassom na Separação de Fases

A aplicação do ultrassom na separação de fases vem sendo reportada como uma técnica eficiente e promissora. A partir da aplicação de um transdutor ultrassônico em um recipiente previamente projetado é possível observar a formação de ondas estacionárias ultrassônicas (RUSINKO, 2001) que por sua vez geram forças sobre as partículas do meio disperso (YOSIOKA; KAWASIMA, 1955), (WEISER; APFEL; NEPPIRAS, 1984), (ZHENG; APFEL, 1995) agrupando-as e facilitando a coalescência.

Pangu e Fake (2004) descrevem bem esta técnica em seu trabalho, no qual ondas estacionárias foram formadas no interior de uma câmara retangular, na presença de meios porosos de diversas composições, que tinham a finalidade de

funcionar como filtro. Os meios porosos testados eram constituídos dos seguintes materiais: vidro, alumínio e poliéster. A câmara era então preenchida com uma emulsão o/a, com diâmetro de gotas de 1 a 15  $\mu\text{m}$ , sobre a qual foi aplicado um campo ultrassônico de 680 kHz.

Através deste mecanismo, foram obtidas eficiências de separação em torno de 52% na presença de vidro, 55% na presença de alumínio e 75% na presença de poliéster. A diferença de impedância acústica entre os materiais constituintes dos meios porosos e a emulsão foi apontado como um dos principais fatores responsáveis pela diferença de eficiência entre os meios.

Garcia-Lopez e Sinha (2008) aplicaram a mesma técnica de formação de ondas estacionárias sobre emulsão o/a, utilizando além de um recipiente retangular um recipiente cilíndrico, porém sem a presença de um meio poroso. Neste trabalho, ondas estacionárias de frequências entre 1,3 e 2,4 MHz foram aplicadas, sendo possível observar o rápido deslocamento das gotas de óleo em direção aos pontos nodais das ondas estacionárias. Além disso, observou-se que variações de frequência, potência do transdutor e função de onda são variáveis importantes no que diz respeito à separação de emulsões a partir da aplicação de um campo acústico estacionário.

Ye, *et al.* (2008) utilizou ondas acústicas estacionárias na dessalgação e desidratação do óleo cru. No referido trabalho, um campo acústico de frequência 10 kHz foi aplicado, obtendo uma remoção de água de 92,6% e remoção de sal de 87,9%.

A separação de fases também pode ser alcançada através da aplicação de um campo ultrassônico sobre a mistura sem haver necessariamente a formação de ondas estacionárias pré determinadas. Singh e Pandey (1991), aplicaram esta técnica sobre uma emulsão a/o, alcançando valores de extração da água de até 75%.

Ronchi (2014), aplicou campos ultrassônicos de baixa frequência (entre 35 e 125 kHz) sobre uma emulsão o/a, na presença de diversos tipos de materiais, obtendo altos valores de extração de óleo.

A combinação do ultrassom com a eletrólise também é capaz de atingir valores consideráveis na separação de fases. Stack, *et al.* (2003) aplicou ondas estacionárias ultrassônicas de frequência 40 kHz sobre uma emulsão o/a, combinado com um campo elétrico de 24 V, obtendo 100% de remoção de óleo.



### 3.7 Forças Atuantes Sobre as Partículas da Fase Dispersa na Presença de um Campo Ultrassônico

A aplicação de um campo ultrassônico sobre uma mistura é responsável pelo surgimento de forças que atuam sobre a fase dispersa promovendo a aglutinação da mesma, facilitando sua coalescência e posterior extração. As duas forças atuantes sobre as partículas da fase dispersas são a força acústica primária e a força acústica secundária.

A força acústica primária é descrita no trabalho de Yosioka e Kawasima (1995). A força acústica primária surge quando a mistura é exposta a um campo ultrassônico em estado de ressonância, contanto que o raio da partícula seja menor que o comprimento de onda do campo. A força acústica primária depende das densidades e velocidades de propagação da onda ultrassônica tanto nas partículas dispersas quanto no fluido, através destes parâmetros é possível calcular o fator de contraste ( $F$ ), dado pela Equação 49.

$$F = \frac{\Lambda + 2(\Lambda - 1)/3}{1 + 2\Lambda} - \frac{1}{3\sigma^2\Lambda} \quad (49)$$

Onde ( $\Lambda$ ) é a razão entre as densidades da partícula e do fluido e ( $\sigma$ ) a razão entre as velocidades de propagação longitudinal da onda ultrassônica na partícula e no fluido.

O fator de contraste é utilizado para se determinar a força acústica primária ( $F_{1,ac}$ ), apresentada na Equação 50.

$$F_{1,ac} = 4\pi R^3 k E_{ac} F \sin(2kx) \quad (50)$$

Onde ( $R$ ) é o raio da partícula, ( $k$ ) é o número de onda do campo ultrassônico, ( $x$ ) é a distância entre dois pontos nodais e ( $E_{ac}$ ) a densidade do campo acústico atuante. A força acústica primária atua em direção paralela à propagação do campo acústico e faz com que as partículas se movam em direção aos nós ou antinós do campo acústico. O sentido de deslocamento irá depender do valor do contraste acústico. Se ( $F > 0$ ), as partículas se deslocam em direção a um nodo de pressão; se ( $F < 0$ ), as partículas se deslocam em direção a um antinodo de pressão.

A força acústica secundária, descrita no trabalho de Weiser et al. (1994) surge devido ao espalhamento originado das reflexões sofridas pelas ondas ultrassônicas. A força acústica secundária é descrita pela Equação 51.

$$F_{2,ac} = \frac{k^2 E_{ac}}{2\pi} \left(1 - \frac{\gamma_{p1}}{\gamma_f}\right) \left(1 - \frac{\gamma_{p2}}{\gamma_f}\right) \frac{V_{p2} V_{p1}}{d^2} \quad (51)$$

Onde  $(\gamma_f)$  e  $(\gamma_p)$  são as compressibilidades do fluido e da partícula, respectivamente.  $(V_p)$  é o volume da partícula e  $(d)$  a distância entre os centros de duas partículas.

Ambas as forças acústicas possuem o mesmo efeito sobre as partículas da fase dispersa, fazendo com que estas se aproximem e se aglutinem formando gotas de maiores tamanhos, tornando possível sua extração. Desta forma se torna relevante um estudo dos principais aspectos capazes de aumentar a intensidade destas forças e conseqüentemente, aumentando a eficiência de extração da fase dispersa.

Vale ressaltar que tanto a força acústica primária quanto a força acústica secundária são diretamente proporcionais ao valor da densidade do campo acústico presente. Esta observação será fundamental na análise dos resultados deste trabalho.

## 4. MATERIAIS E MÉTODOS

---

*Neste capítulo serão apresentados os materiais, amostras e métodos utilizados neste trabalho.*

*Serão descritos os parâmetros utilizados no estudo da formação de ondas estacionárias ultrassônicas em recipientes cilíndricos, contendo emulsão o/a, através da solução computacional das funções de Bessel para uma membrana circular.*

*Será também descrita a elaboração de um modelo computacional de propagação da energia de ondas ultrassônicas no interior de um banho ultrassônico na presença de diversos tipos de materiais, os resultados do modelo foram comparados com resultados experimentais do trabalho de Ronchi (2014), realizado na Universidade Federal do Espírito Santo (UFES) no qual foi avaliada a eficiência de separação da emulsão o/a através da aplicação de um campo ultrassônico na presença de diversas composições, englobando tanto metais quanto materiais poliméricos.*

*A comparação dos resultados experimentais com os resultados do modelo computacional permitiu identificar as principais propriedades dos materiais que são responsáveis pela eficiência na separação da emulsão.*

*Todas as simulações foram realizadas no software Matlab (8.1.0.604), utilizando um notebook Acer com processador Intel Core i5-3230M de 2.6 GHz e memória RAM de 6 GB DDR3.*

#### 4.1 Aplicação da Equação de Bessel para Simulação de Ondas Estacionárias em Membrana Circular

Afim de representar a formação de ondas estacionárias em uma emulsão o/a, a partir de uma fonte de ondas ultrassônicas localizada no centro de um recipiente cilíndrico, foi implementada uma solução analítica da equação de Bessel (item 3.4.6.1).

A Figura 11 ilustra o sistema estudado. O sistema é constituído do recipiente, da emulsão em seu interior e de um transdutor ultrassônico localizado em seu centro. O transdutor é responsável pela geração das ondas ultrassônicas que se propagam pela emulsão, refletem no recipiente e retornam em direção ao transdutor, formando as ondas estacionárias.

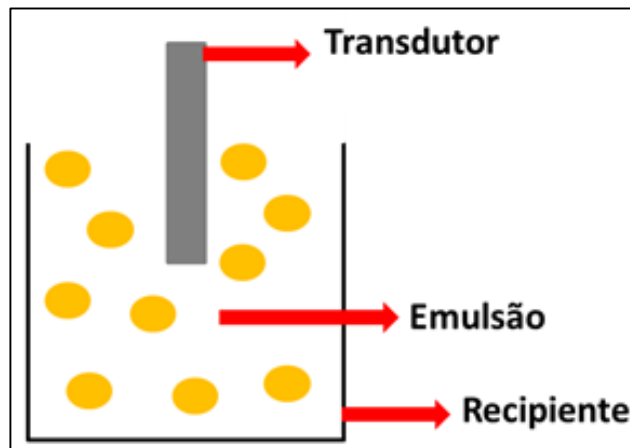


Figura 11: Sistema utilizado para o estudo da formação de ondas estacionárias ultrassônicas em um recipiente circular, a partir da solução das funções de Bessel.

A solução das funções de Bessel foi aplicada sobre uma emulsão 10% (m/m), considerada como uma membrana de raio ( $a$ ) e cuja velocidade de propagação das ondas ultrassônicas foi obtida a partir do modelo de Urick (URICK, 1947), sendo estimada em 1490 m/s.

A condição de contorno considera a extremidade fixa da membrana e as condições iniciais consideram que a membrana possui velocidade e deslocamento iniciais nulos de acordo com as condições impostas no item (3.4.6.1).

Para o sistema proposto, foram gerados dois modelos computacionais, um para transdutores de 24 kHz (baixa frequência ultrassônica) e outro para transdutores de 1,841 MHz (alta frequência ultrassônica).

## 4.2 Simulação do Banho de Ultrassom na Presença de Materiais

### 4.2.1 Amostras

Em seu trabalho, Ronchi (2014) elaborou uma emulsão sintética do tipo o/a de concentração 1% (m/m), a emulsão contava ainda com NaCl, MgCl<sub>2</sub> e CaCl<sub>2</sub> em sua composição, representando de forma realista as águas de produção advindas dos campos de petróleo. A emulsão apresentou uma distribuição de diâmetro de gotas em torno de 10 µm.

A emulsão preparada foi então submetida a banhos de ultrassom de mesma potência nas frequências de 35, 45 e 125 kHz, na presença de cinco tipos diferentes de materiais: policloreto de vinila (PVC), azul e branco; polipropileno (P.P.); tetrafluoretileno (Teflon); cobre; e, aço (dois diferentes diâmetros). Os materiais são apresentados na Figura 12.

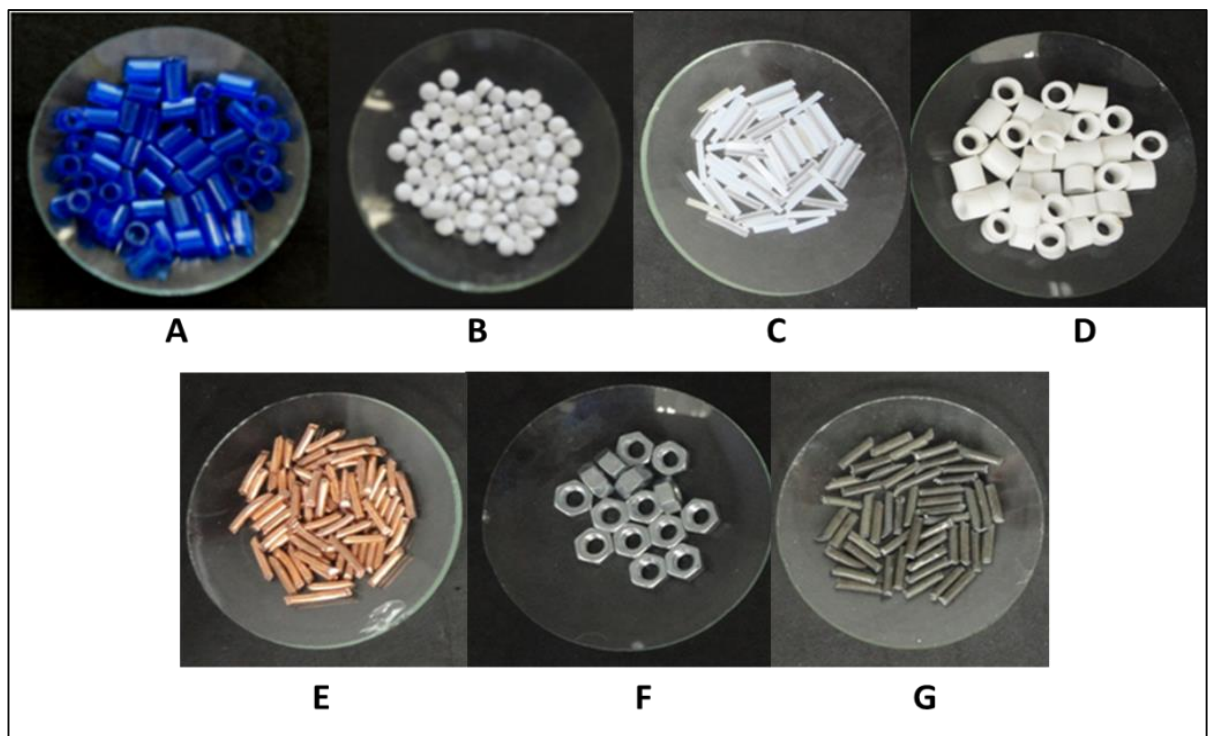


Figura 12: Materiais utilizados no trabalho de Ronchi (2014): A) PVC azul, B) PVC branco, C) Polipropileno, D) Teflon, E) Cobre, F) Aço (5mm) e G) Aço (1mm).

O processo de separação foi conduzido preenchendo a parte interna do banho ultrassônico com água, dentro do qual foi colocado o recipiente contendo a emulsão e o material utilizado na separação. A eficiência de separação obtida na

presença de cada tipo de material é apresentada na Tabela 4 em função da porcentagem de redução do TOG presente nas emulsões.

**Tabela 4: Resultados obtidos na redução de TOG em banhos de ultrassom na presença de diferentes tipos de materiais. Fonte: (Ronchi, 2014).**

<i>Material / Frequência</i>	<i>Redução de TOG (%)</i>						
	<i>PVC azul</i>	<i>PVC branco</i>	<i>Teflon</i>	<i>Polipropileno</i>	<i>Cobre</i>	<i>Aço (1 mm)</i>	<i>Aço (5 mm)</i>
<b>35 kHz</b>	19,56	63,19	23,77	41,04	87,66	83,19	85,83
<b>45 kHz</b>	29,81	37,25	46,81	40,81	77,94	79,83	80,93
<b>30 kHz</b>	25,53	26,35	22,00	41,95	30,57	50,47	47,35

A partir dos resultados deste trabalho, foi feito um levantamento das propriedades dos materiais utilizados incluindo composição e propriedades acústicas. A partir da análise destes dados foi possível determinar as principais propriedades dos materiais que influenciavam na eficiência da separação de fases. O levantamento destas propriedades serviu de base para a construção do modelo computacional.

## **4.2.2 Construção do Modelo Computacional**

### **4.2.2.1 Layout do Modelo**

A Figura 13 apresenta o layout inicial proposto pra a construção do modelo computacional.

O modelo é constituído de um equipamento de banho ultrassônico, com bordas de alumínio e dois transdutores. Os transdutores estão localizados na parte inferior do banho ultrassônico e são responsáveis pela emissão dos raios de onda (item 3.4.1) que transmitem a energia da onda no interior do banho ultrassônico.

O interior do banho ultrassônico é preenchido com água, dentro da qual está mergulhada o frasco reacional (recipiente) que será sonicado. O frasco reacional é preenchido com a emulsão o/a dentro da qual são mergulhados os materiais.

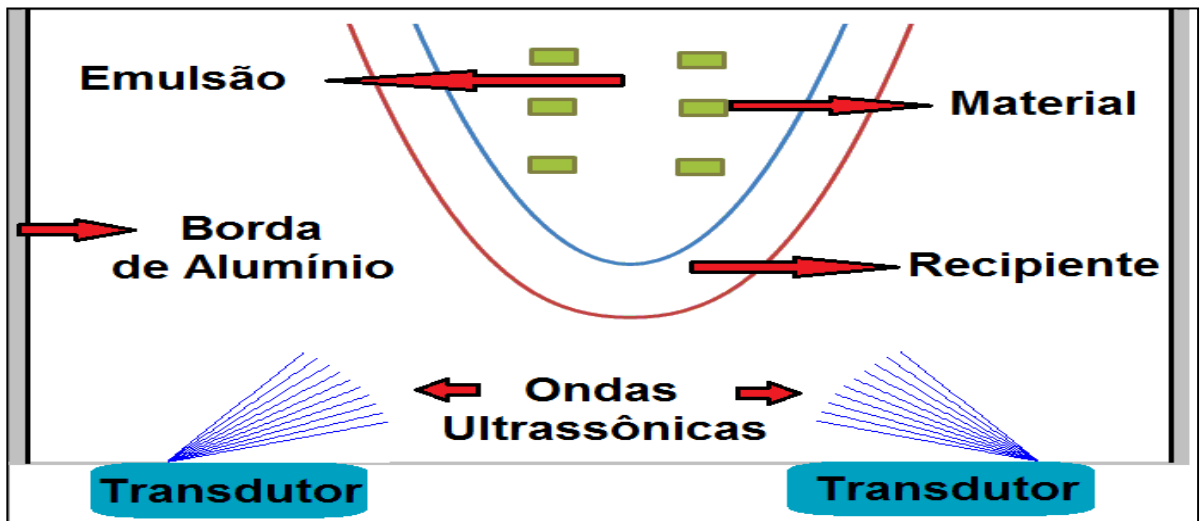


Figura 13: Esquema de banho ultrassônico, modelo inicial proposto para construção do modelo computacional.

A frequência e potência do banho ultrassônico não dependem do tipo e do número de transdutores utilizados. Deste modo, considerou-se que a potência do ultrassom fosse suficiente para penetrar nas paredes do frasco e então transmitir as ondas ultrassônicas para o interior do frasco. Desta forma, tendo em vista um modelo para comparação da eficiência de separação entre os diversos materiais, o sistema foi otimizado como mostra a Figura 14, visando principalmente reduzir o número de operações necessárias e conseqüentemente o tempo computacional.

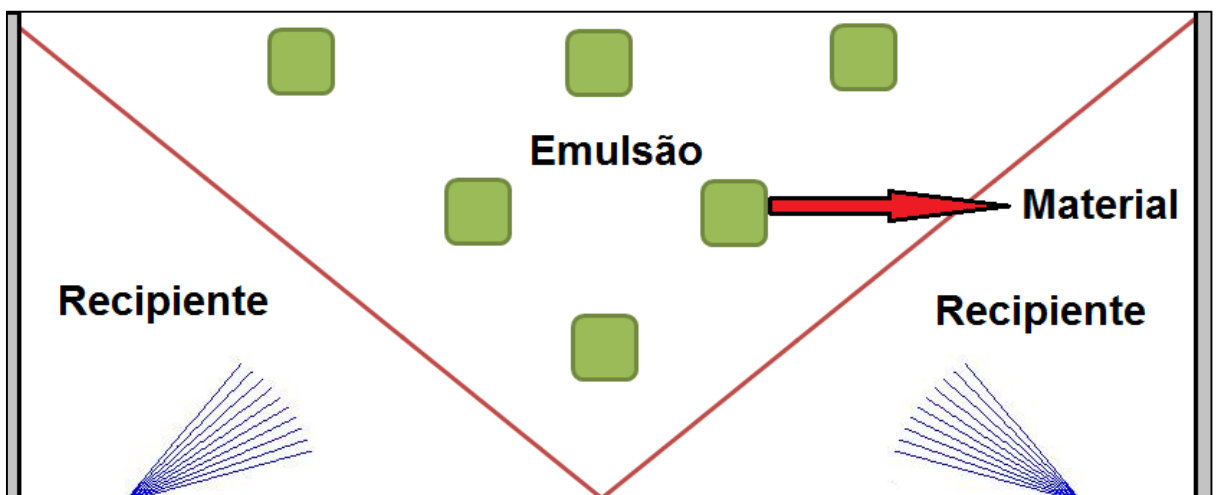


Figura 14: Modelo de construção do algoritmo, considerando apenas o recipiente contendo a emulsão o/a.

O layout final do modelo é limitado apenas ao recipiente de separação, contendo a emulsão e os materiais e nos raios de ondas que chegam até o

recipiente. A fim de reduzir a complexidade no cálculo do ângulo de incidência das ondas, necessário para a aplicação da lei de Snell (item 3.4.4), a forma do recipiente foi alterada passando de uma forma parabólica para uma forma triangular mantendo assim uma inclinação constante.

Partindo da suposição que as ondas ultrassônicas geradas pelos transdutores na base do banho incidem por toda a área do recipiente, de acordo o princípio de Huygens (item 3.4.1), a fonte de ondas ultrassônicas foi inserida na borda do recipiente.

#### 4.2.2.2 Metodologia de Modelagem Computacional

No modelo proposto foi inserido uma malha de forma quadrada, representada como uma matriz no algoritmo. Cada elemento da malha representa uma região infinitesimal contendo as propriedades dos constituintes do modelo que podem ser acessadas a partir de matriz de propriedades presente no algoritmo.

No centro de cada elemento da malha foi inserido o valor da velocidade do som, impedância acústica e inclinação com relação ao eixo coordenado do respectivo material presente naquela região. A Figura 15 apresenta o modelo juntamente com a malha de propriedades. A malha apresentada na Figura 15 esta superdimensionada, uma vez que seria impossível a visualização da malha em tamanho real.

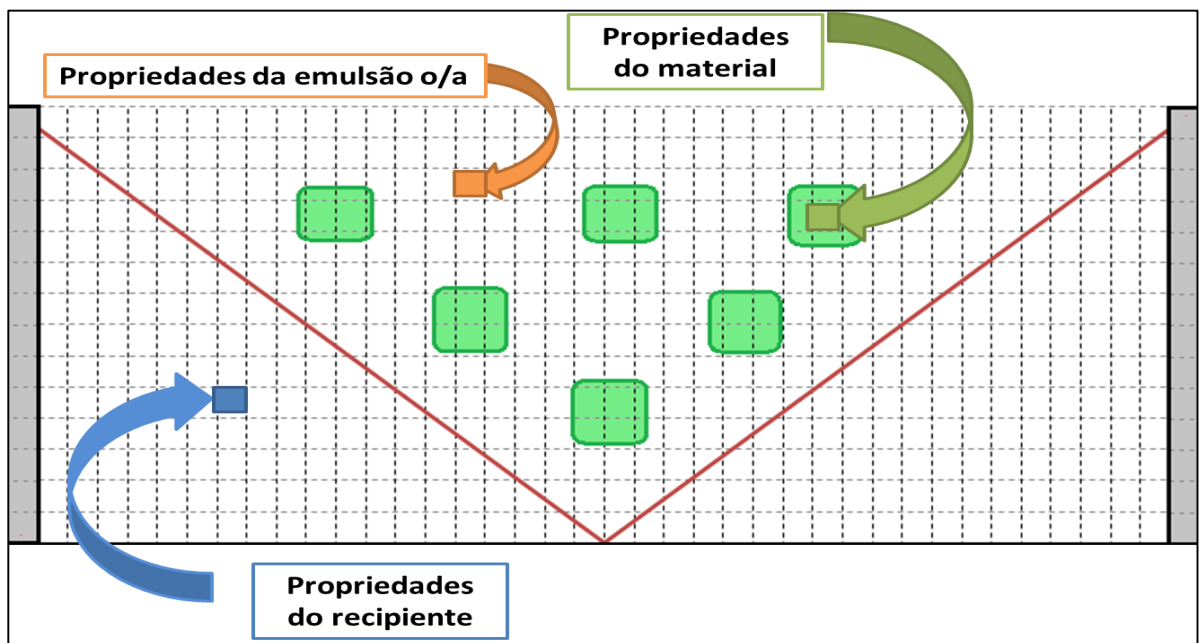


Figura 15: Representação da malha de propriedades do modelo computacional.



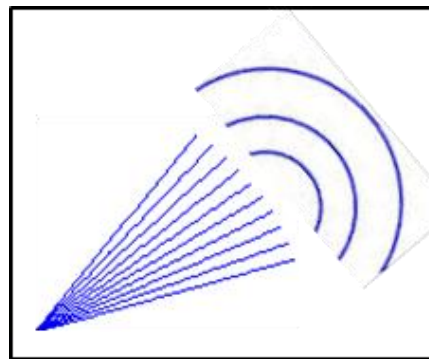
A Tabela 5 apresenta o valor das propriedades inseridas na malha do modelo, incluindo outros materiais além daqueles usados por Ronchi (2014).

**Tabela 5: Propriedades dos materiais utilizados no modelo computacional.**

<b>Materiais</b>	<b>Densidade Kg/m<sup>3</sup></b>	<b>Velocidade de propagação do ultrassom (m/s)</b>	<b>Impedância Acústica (10<sup>6</sup> kg/m<sup>2</sup>.s)</b>
PVC	1440	2.330	3,355
Polipropileno	905	2.600	2,353
Teflon	2170	1.400	3,038
Cobre	8930	3.700	33,04
Aço	7800	5.050	39,39
Alumínio	2700	5.150	13,91
Bronze	8500	3.500	29,75
Chumbo	11300	1200	13,56
Níquel	8800	4900	43,12

#### 4.2.2.3 Fonte de Raios de Onda

Nas simulações realizadas cada transdutor é responsável pela emissão de dez raios de onda, totalizando vinte raios de onda. A Figura 16 apresenta os raios de onda emitidos por um transdutor.



**Figura 16: Representação dos raios de onda emitidos pelos transdutores do modelo.**

A partir dos dados relativos à potência do banho ultrassônico utilizado no trabalho de Ronchi (2014) foi determinado a energia de  $0,279 \mu \text{ J/L}$  para cada raio de onda, totalizando  $2,79 \mu \text{ J/L}$ , considerando o tempo de simulação.

Para cada raio de onda que trafega no interior da malha, para cada intervalo de tempo, são salvos em uma matriz de propriedades do raio: as coordenadas cartesianas, inclinação do raio com relação aos eixos coordenados e a energia do raio. A Figura 17 ilustra a matriz de propriedades do raio de onda.

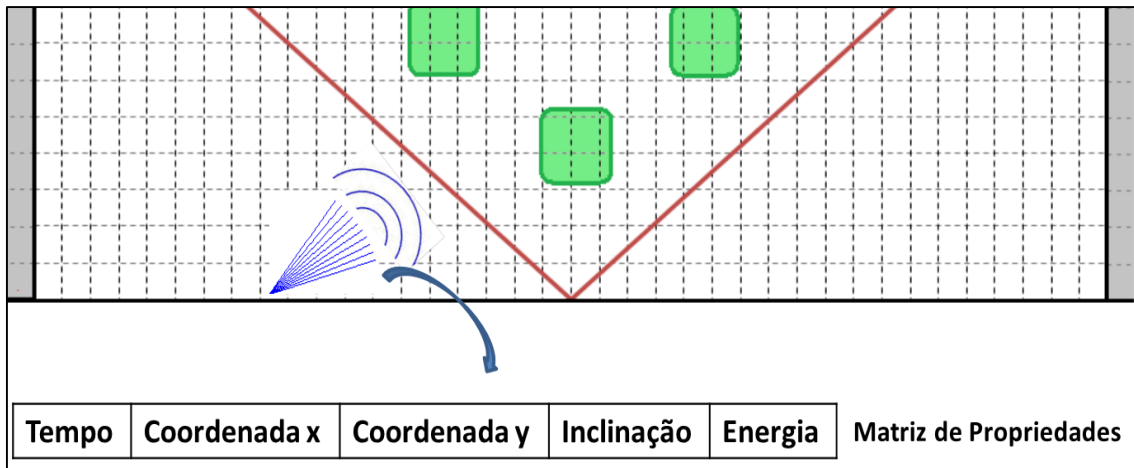


Figura 17: Matriz de propriedades do raio de onda.

O deslocamento do raio de onda dentro do modelo, parte do princípio de que o raio sempre se encontra no interior de um dos elementos da malha, sendo sempre possível buscar as propriedades contidas neste elemento. O deslocamento das ondas dentro do modelo é representado na Figura 18.

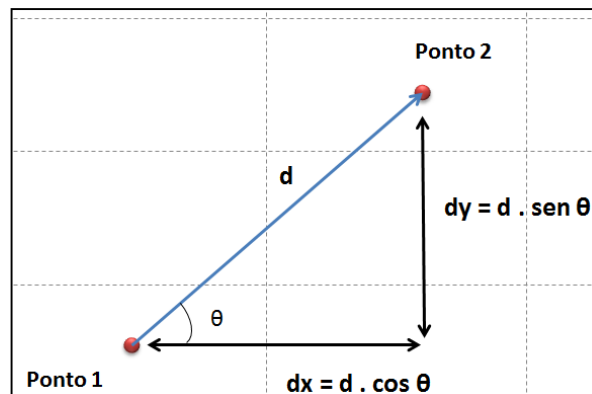


Figura 18: Deslocamento do raio de onda no interior da malha.

O deslocamento do raio de onda é realizado buscando-se na matriz de propriedades do raio a posição inicial (Ponto 1), além da inclinação e a velocidade do raio neste ponto.

O deslocamento ( $d$ ) do raio foi calculado a partir da multiplicação do valor da velocidade do raio no ponto 1 ( $V_1$ ) pelo intervalo de tempo da simulação ( $\Delta t$ ), conforme Equação 52.

$$d = V_1 \cdot \Delta t \quad (52)$$

O deslocamento do raio de onda nas direções horizontal ( $dx$ ) e vertical ( $dy$ ) foi determinado a partir da decomposição do deslocamento ( $d$ ) de acordo com as Equações 53 e 54, respectivamente.

$$dx = d \cdot \cos \theta \quad (53)$$

$$dy = d \cdot \sin \theta \quad (54)$$

As posições relativas aos eixos x e y do ponto 2 foram determinadas pelas Equações 55 e 56 respectivamente.

$$P_{x2} = P_{x1} + dx \quad (55)$$

$$P_{y2} = P_{y1} + dy \quad (56)$$

#### 4.2.2.4 Deslocamento da onda entre elementos que possuam diferentes velocidades de propagação da onda sonora

Nos casos em que as velocidades de propagação dos pontos 1 e 2 são diferentes, alguns fenômenos devem ser considerados. O raio de onda sofrerá um desvio do seu ângulo de propagação e ocorre o surgimento de uma frente de onda refletida.

A inclinação da onda refletida é idêntica à inclinação da onda incidente, já a inclinação da onda refratada é obtida aplicando-se a lei Snell (item 3.4.4). O cálculo para a inclinação de saída da onda refratada se altera, dependendo tanto da inclinação da onda quanto da inclinação da interface, para este modelo foram determinadas quatorze condições de incidência, totalizando noventa e quatro equações que são apresentadas no Anexo A.

A energia das ondas refletidas e refratas foram determinadas pela diferença de impedância acústica entre os meios separados pela interface de propagação.

As energias presentes nos raios de onda refletidos ( $E_{reflex}$ ) e refratados ( $E_{refrat}$ ) foram determinadas através das Equações (17) a (20). A energia para os raios refletidos e refratados, em função da energia da frente de onda incidente ( $E_{incid}$ ) utilizando as variáveis do modelo, são determinados pelas Equações 57 e 58.

$$\begin{cases} R = \left( \frac{Z_2/Z_1 - \cos \theta_t / \cos \theta_i}{Z_2/Z_1 + \cos \theta_t / \cos \theta_i} \right)^2 \\ E_{reflex} = E_{incid} \cdot R \end{cases} \quad (57)$$

$$\begin{cases} T = 1 - R \\ E_{refrat} = E_{incid} \cdot T \end{cases} \quad (58)$$

#### 4.2.2.5 Parâmetros de Saída

Com base na análise de dados, foram selecionados alguns parâmetros de saída para o modelo, parâmetros estes que provavelmente apresentam influência sobre a eficiência da separação de fases. Estes parâmetros de saída foram registrados para todos os materiais testados na simulação, com objetivo de definir quais dentre eles apresentam maior relação com a eficiência da separação.

Todas as medidas de energia do modelo foram realizadas de forma percentual em relação à energia inicial dos raios de onda emitidos pela fonte. Os parâmetros de saída registrados estão descritos a seguir:

- a) **Perda percentual de energia para a superfície:** representa o percentual de energia que após ser emitida pela fonte, atravessa o recipiente e se perde para a superfície.
- b) **Retenção percentual de energia no recipiente:** representa o percentual de energia que atinge o recipiente e fica aprisionada no interior do recipiente durante todo o tempo da simulação.
- c) **Perda percentual de energia pela lateral do banho:** representa a fração de energia emitida pelos transdutores que atravessa as paredes de alumínio do banho ultrassônico. Esta fração de energia é muito pequena, ficando em torno de 0,05% da energia inicial.
- d) **Número de incidências internas:** representa o número de incidências sofridas pelos raios de onda no interior do frasco reacional.
- e) **Energia total refletida:** quando a onda sonora, se propagando no interior do recipiente atinge os materiais presentes, sua energia é distribuída entre as ondas refletida e refratada que são criadas como mostra a Figura 19. A

energia total refletida representa a soma de toda energia refletida pelos materiais no interior do recipiente de separação.

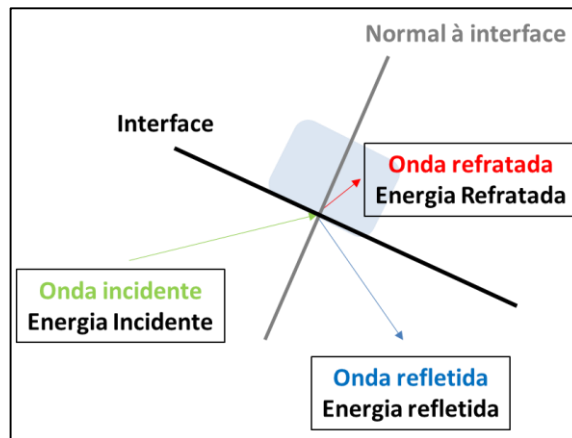


Figura 19: Parâmetro de saída: energia refletida.

- f) **Energia refletida média:** a energia refletida média é determinada dividindo a energia total refletida pelo número de incidências.

#### 4.2.2.6 Fluxograma de funcionamento do modelo computacional

A Figura 20 apresenta um fluxograma que explica o funcionamento do modelo computacional.

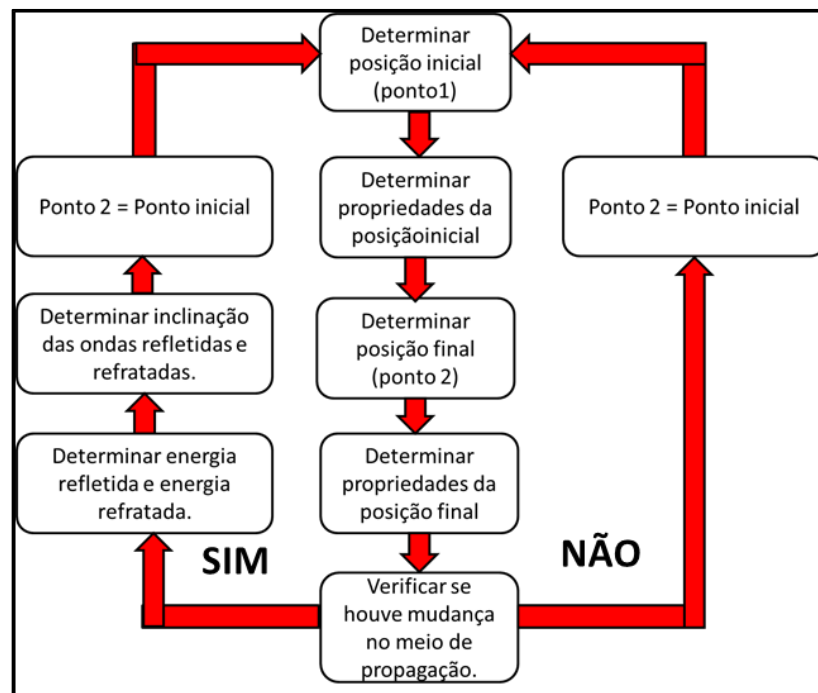


Figura 20: Fluxograma de funcionamento do modelo computacional.

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

---

*Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos no trabalho.*

*Em um primeiro momento serão apresentados os resultados obtidos a partir da implementação da solução analítica da equação de Bessel para estudo da formação de ondas estacionárias em recipientes cilíndricos contendo emulsão o/a.*

*Em um segundo momento serão apresentados os resultados obtidos a partir do modelo computacional que simula a propagação das ondas ultrassônicas no interior de um banho ultrassônico.*

*Os resultados obtidos pelo modelo computacional possibilitaram determinar os parâmetros mais significativos no que diz respeito à separação da emulsão o/a sobre ação de um campo ultrassônico na presença de materiais.*

## 5.1 Modelo Computacional para Ondas Ultrassônicas Estacionárias em Membrana Circular com Base na Solução das Equações de Bessel

De acordo com o modelo proposto, a formação de ondas estacionárias, a partir de um transdutor de 24 kHz posicionada no centro de um recipiente cilíndrico, só foi possível caso o recipiente possua dimensões de acordo com as apresentadas na Tabela 6.

Tabela 6: Medidas do raio de recipiente que permitem a formação de ondas estacionárias a partir de um transdutor de 24 kHz.

Modo de Vibração da Onda Estacionária (n)	1	2	3	4	5	6	7
Raio (cm)	34,45	54,01	73,60	93,19	112,79	132,40	152,00

Para transdutores de baixas frequências ultrassônicas, já para o primeiro modo de vibração, é necessário um recipiente de grandes dimensões. Além do mais, para se obter modos de vibração mais altos, são necessários recipientes de dimensões ainda maiores, sendo que cada modo de vibração superior exige um aumento em torno de 20 cm no raio do recipiente. A Figura 21 apresenta o modelo gerado para um transdutor de 24 kHz, para os três primeiros modos de vibração.

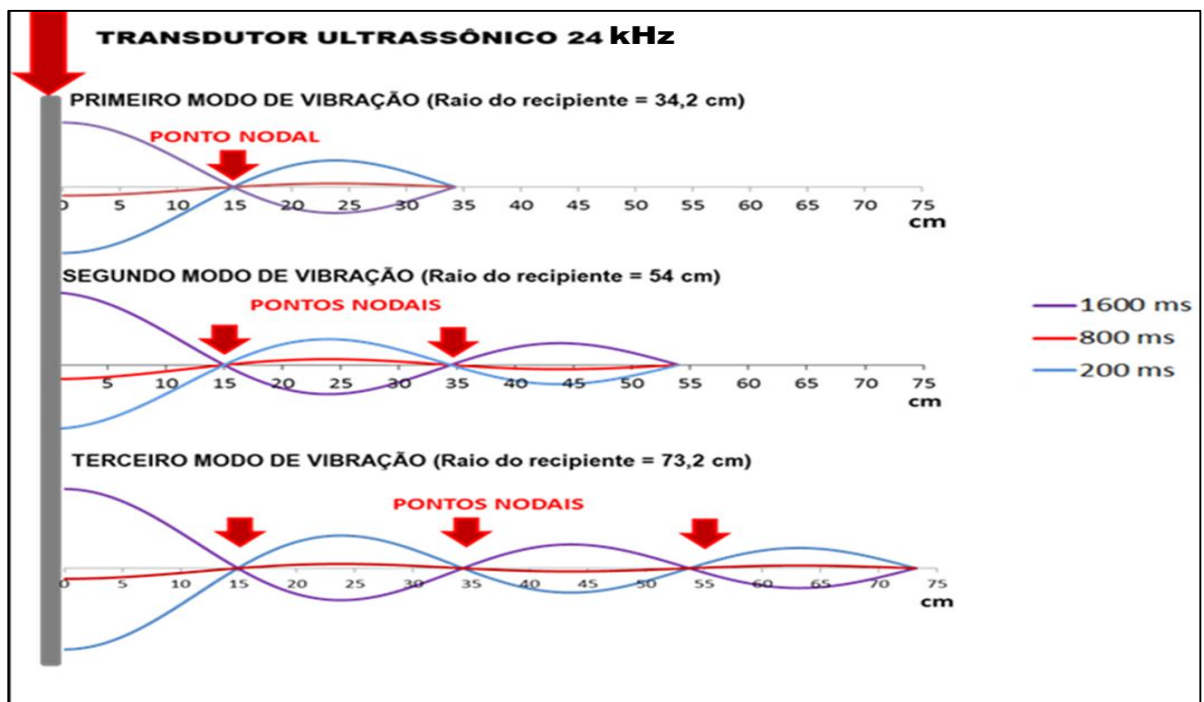


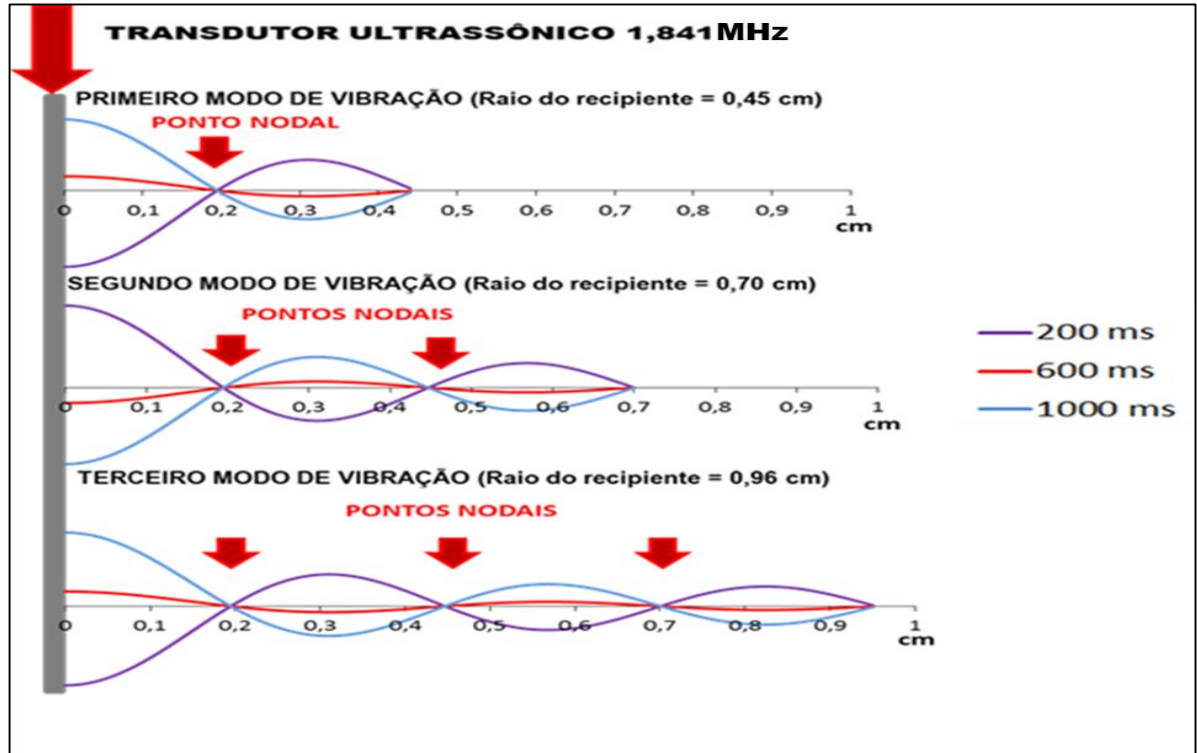
Figura 21: Três primeiros modos de vibração possíveis para um transdutor ultrassônico de 24 kHz, posicionado no centro de um recipiente cilíndrico. Para cada modo de vibração é apresentado três momentos da onda, representando um período: 200 ms (azul), 800 ms (vermelho) e 1600 ms (roxo).

Para um transdutor de frequência 1,841 MHz, de acordo com o modelo, a formação de ondas estacionárias só foi possível para recipientes de dimensões que estejam de acordo com a Tabela 7.

**Tabela 7: Medidas de raio de recipiente que permitem a formação de ondas estacionárias a partir de um transdutor de 1,841 MHz.**

Modo de Vibração da Onda Estacionária (n)	1	2	3	4	5	6	7
Raio (cm)	0,45	0,70	0,96	1,21	1,47	1,73	1,98

Observa-se que para transdutores de alta frequência é possível gerar ondas estacionárias com recipientes de menores dimensões, a partir de 0,45 cm de raio ondas estacionárias já podem ser observadas. Além do mais, para se atingir modos de vibrações superiores não é necessário um aumento significativo das dimensões do recipiente, sendo que para se atingir cada modo superior de vibração é necessário um aumento em torno de 2,5 mm no raio do recipiente, tornando fácil encontrar modos de vibração estacionários. A Figura 22 apresenta o modelo gerado para um transdutor de 1,841 MHz nos três primeiros modos de vibração.



**Figura 22: Três primeiros modos de vibração possíveis para um transdutor ultrassônico de 1,841 MHz, posicionado no centro de um recipiente cilíndrico. Para cada modo de vibração é apresentado três momentos da onda, representando um período: 200 ms (roxo), 600 ms (vermelho) e 1000 ms (azul).**



Garcia-Lopez e Sinha (2008), obtiveram ondas ultrassônicas estacionárias em um recipiente cilíndrico contendo emulsão o/a, utilizando um transdutor ultrassônico de frequência 1,841 MHz. Através da foto apresentada no estudo, é possível identificar 15 pontos nodais (Figura 23), indicando que este trabalho foi realizado no décimo quinto modo de ressonância da fonte.

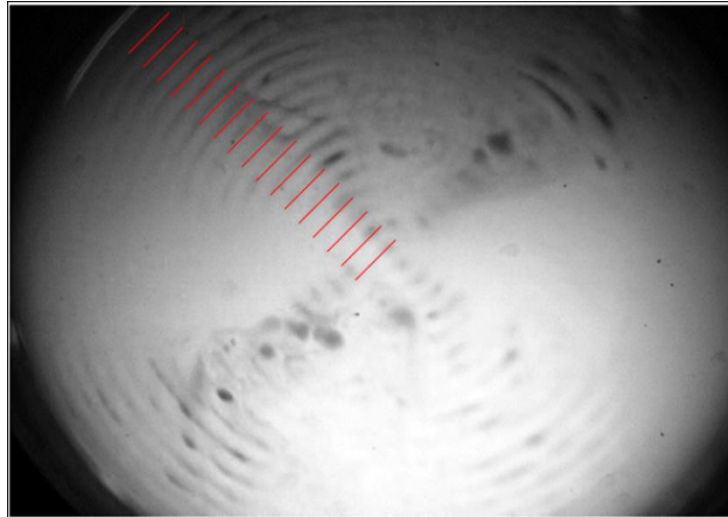


Figura 23: Gotas de óleo capturadas em ondas estacionárias concêntricas. Fonte: (GARCIA-LOPEZ; SINHA, 2008).

A Figura 24 apresenta o modelo computacional gerado para uma sonda de 1,841 MHz em seu décimo quinto modo de vibração.

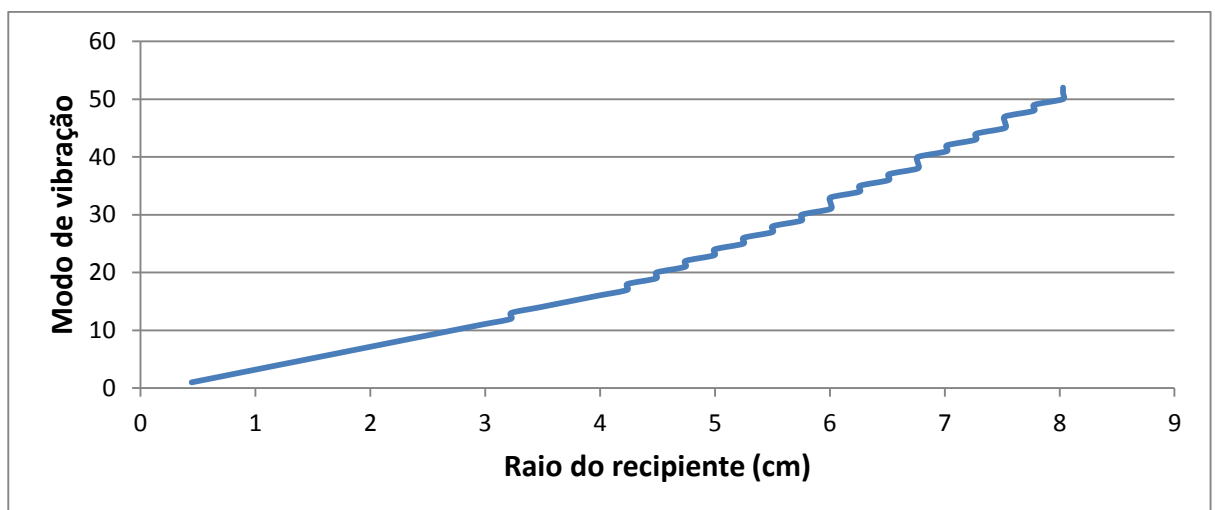


Figura 24: Modelo computacional para um transdutor de frequência 1,841 MHz operando em seu décimo quinto modo de ressonância. Para cada modo de vibração é apresentado três momentos da onda, representando um período: 200 ms (roxo), 600 ms (vermelho) e 1000 ms (azul).

Duas observações podem ser feitas a partir da comparação dos modelos gerados para fontes de baixa frequência (24 kHz) e alta frequência (1,841 MHz). Em primeiro lugar, observa-se que transdutores ultrassônicos de baixa frequência necessitam de recipientes maiores para a formação de ondas estacionárias. Desta forma, quando aplicado em recipiente de raio menor que o necessário para se obter o primeiro modo de ressonância, a energia liberada pelo transdutor se dispersa no interior do recipiente gerando turbulência. Esse mecanismo faz com que os transdutores ultrassônicos de baixa frequência sejam eficientes na estabilização de emulsões. Wang et al. (2006) observou aumento da estabilidade da emulsão quando submetida a um campo ultrassônico de 20 KHz.

Transdutores ultrassônicos de alta frequência necessitam de recipientes de menores raios para se alcançar um campo ultrassônico estacionário, assim, estes transdutores são ideais para o estudo do mecanismo de coalescência das gotas quando submetidas a campos estacionários de ondas ultrassônicas em escala de laboratório.

A segunda observação diz respeito à variação do modo de vibração obtido para diferentes medidas do recipiente. Recipientes de maior raio geram um número maior de pontos nodais, ou seja, o estado estacionário da onda é alcançado em um modo de vibração superior quando comparado aos alcançados em recipientes de menores raios. A Figura 25 apresenta a variação do modo de vibração alcançado em função do raio do recipiente para transdutores de 1,814 MHz em recipientes contendo água.



**Figura 25: Modo de vibração alcançado em função do raio do recipiente, para aplicações de transdutores de 1,841 MHz em recipientes cilíndricos contendo água.**

Outra consideração pode ser feita a partir da análise das equações (6) e (43). Mantida constante a frequência do transdutor, variações na densidade e compressibilidade da membrana alteram o raio necessário para que se atinja determinado modo de vibração.

Um aumento da densidade da membrana faz com que a velocidade de propagação das ondas diminua, possibilitando a formação de ondas estacionárias em frequências mais baixas. Já um aumento da compressibilidade da membrana, causaria o efeito contrário

## 5.2 Modelo Computacional para Estimativa de Eficiência de Separação de Fases sob Ação de Campo Ultrassônico na Presença de Materiais

### 5.2.1 Análise dos Resultados Experimentais

Com o objetivo de determinar os principais parâmetros que influenciam na separação de fases sob ação de um campo ultrassônico, contando com a presença de materiais, foi feita uma análise dos resultados obtidos por Ronchi (2014).

A área de superfície dos materiais é um importante parâmetro para a análise em questão, uma vez que é esperado que quanto maior a área de superfície disponível, maior será o número de reflexões sofridas pelos raios de onda no interior do recipiente. Uma vez que não foi possível determinar a área de superfície dos materiais utilizados por Ronchi (2014) a partir dos dados disponíveis em seu trabalho, para os materiais PVC e Aço, os quais foram realizados dois experimentos com materiais de diferentes dimensões, foi feita uma média da eficiência de separação para comparação com os resultados do modelo, no qual a área dos materiais se mantém constante para todas as simulações. Estes resultados são apresentados na Tabela 8.

**Tabela 8: Resultados obtidos por Ronchi (2014), para a separação de fases sob ação de campo ultrassônico, na presença de diversos materiais.**

Eficiência de Redução do TOG (%)			
Material	Frequência		
	35 kHz	45 kHz	130 kHz
PVC (Média)	41,38	33,53	25,94
Teflon	23,77	46,81	22,00
Polipropileno	41,04	40,81	41,95
Aço (Média)	84,51	80,38	48,91
Cobre	87,66	77,94	30,57

A Figura 26 apresenta graficamente a eficiência de separação obtidas para cada material nas frequências de teste.

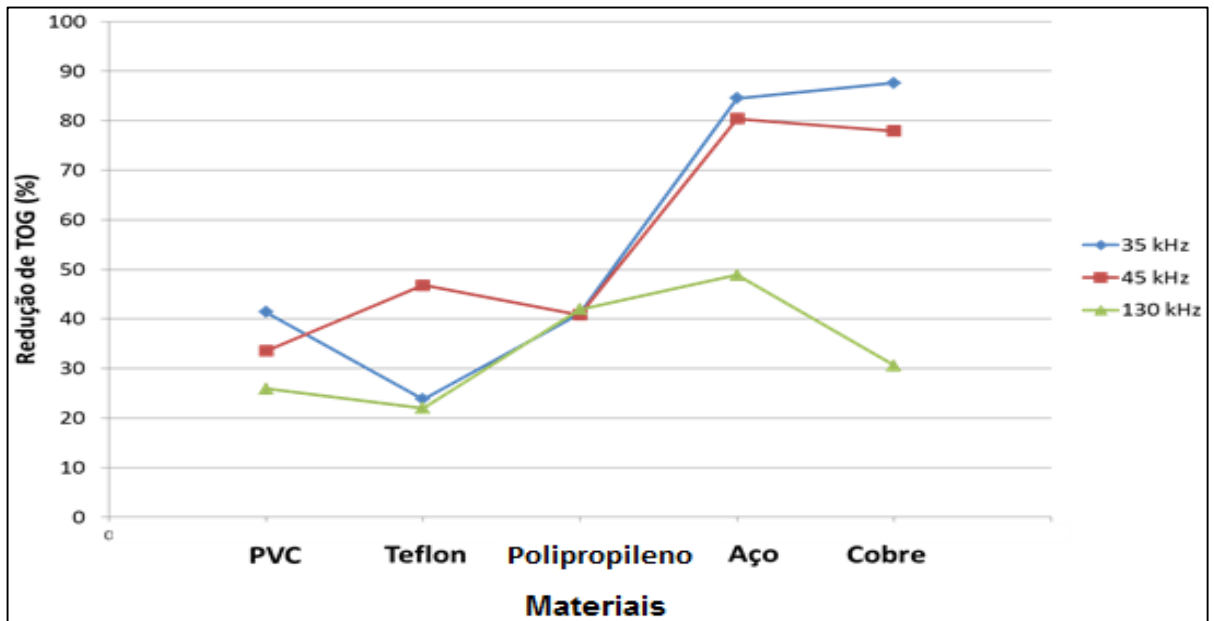


Figura 26: Eficiência de separação de fases sob aplicação de campos ultrassônicos de baixa frequência na presença de diversos tipos de materiais, obtidos por Ronchi (2014): 35 kHz (azul), 45 kHz (vermelho) e 130 kHz (verde).

Primeiramente foi feito um levantamento das propriedades físicas e químicas do material, consideradas de possível relevância apresentados na Tabela 9, juntamente com os resultados de eficiência de redução de TOG obtidos por Ronchi (2014).

Tabela 9: Eficiência de separação de fases obtida no trabalho de Ronchi (2014), juntamente com algumas propriedades dos materiais testados.

Material	Eficiência de Redução do TOG (%)			Propriedades		
	Frequência (kHz)			Tipo	Composição	Impedância Acústica ( $10^6$ Pa.s/m)
	35	45	130			
<b>PVC (Média)</b>	41,38	33,53	25,94	Polímero	C + Cl + H	3,2387
<b>Teflon</b>	23,77	46,81	22,00	Polímero	C + F	5,184
<b>Polipropileno</b>	41,04	40,81	41,95	Polímero	C + H	2,34
<b>Aço (Média)</b>	84,51	80,38	48,91	Metal	Fe - C	39
<b>Cobre</b>	87,66	77,94	30,57	Metal	Cu	33

A literatura indica que a separação de fases na presença de um campo ultrassônico ocorre devido às forças acústicas que são geradas na presença de ondas estacionárias (Yosioka e Kawasima, 1995) ou pela força acústica secundária

gerada no espalhamento das ondas (Weiser *et al.* 1994). Ambos os fenômenos podem ser associados à energia refletida pelos materiais, que por sua vez é diretamente proporcional à diferença de impedância acústica entre os dois meios.

A Figura 27 apresenta a eficiência de separação obtida para cada material juntamente com a diferença de impedância entre o material e a emulsão, a impedância acústica da emulsão foi estimada em  $1,47 \times 10^6$  Pa.s/m a partir da Equação 16. O gráfico é apresentado normalizado, em função do maior valor, para facilitar a comparação de comportamento das curvas.

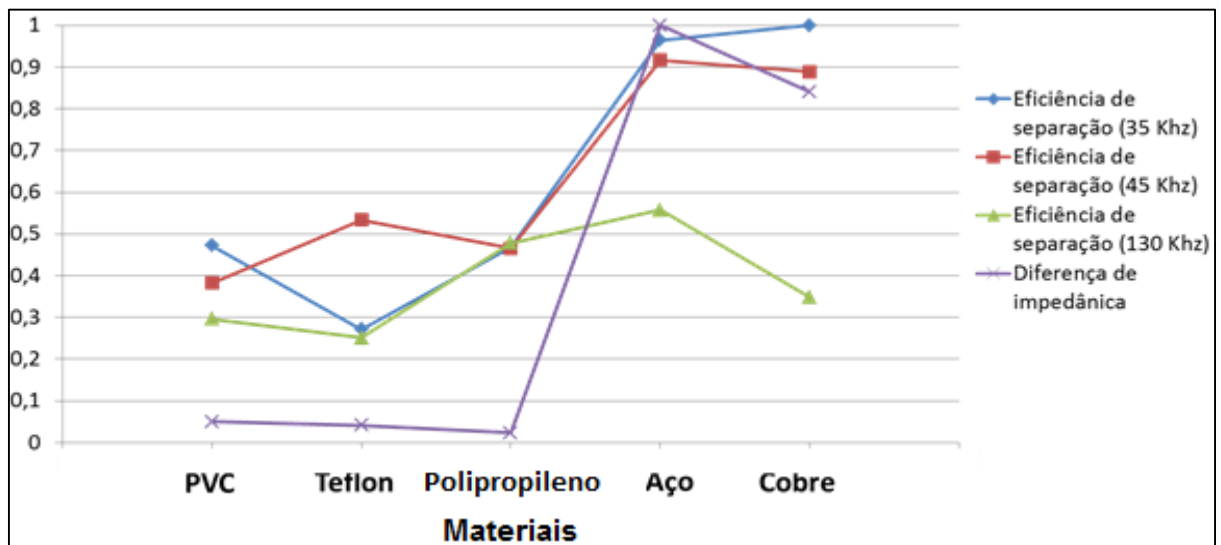


Figura 27: Eficiência de separação obtida para cada material testado por Ronchi (2014), juntamente com a diferença de impedância acústica entre cada material e a emulsão. Eficiência de separação: 35 kHz (azul), 45 kHz (vermelho), 130 kHz (verde). Diferença de impedância acústica entre o material e a emulsão (roxo).

A partir da Figura 27 foi possível identificar uma forte relação entre o comportamento da diferença de impedância acústica e a eficiência de separação obtida para os materiais testados. Este resultado pode ser explicado pelo fato de que quanto maior a diferença de impedância acústica, menos energia é absorvida pelos materiais, fazendo com que uma parcela maior da energia seja mantida no interior da emulsão, aumentando a intensidade das forças acústicas, que por sua vez, são responsáveis pela aglutinação das gotas de óleo.

Foi possível observar também que nas frequências mais baixa (35 e 45 kHz), a eficiência de separação obtida para os metais (aço e cobre) é muito superior às obtidas na presença dos polímeros (PVC, teflon e cobre). Porém para a frequência de 130 kHz, a eficiência de separação na presença de metais diminui

significativamente apontando para uma forte influência da frequência sobre a eficiência de separação principalmente nos materiais metálicos, este efeito é discutido abaixo.

### 5.2.2 Análise da Frequência

O aumento na frequência das ondas ultrassônicas não causa efeito significativo sobre os materiais poliméricos, que para todas as frequências testadas mantiveram a eficiência de separação entre 22% e 47%. A Figura 28 apresenta a eficiência de separação para os materiais poliméricos para as frequências testadas.

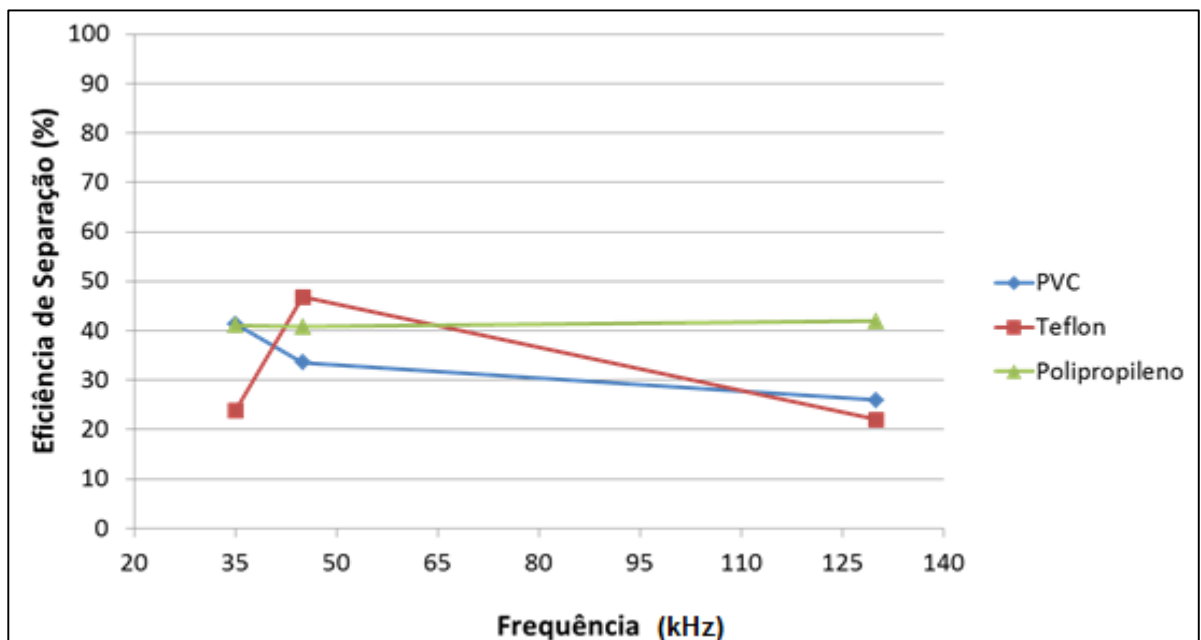


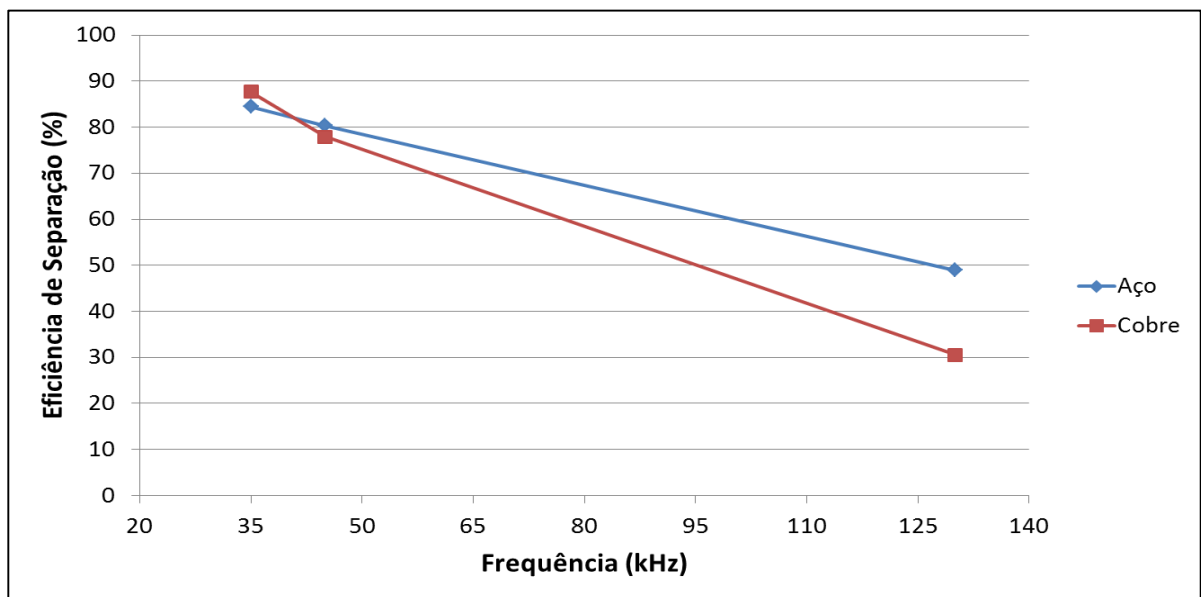
Figura 28: Eficiência de separação de fases na presença de materiais poliméricos para as frequências de 35, 45 e 130 kHz. PVC (azul), Teflon (vermelho), Polipropileno (verde).

Observa-se um comportamento semelhante entre o PVC e o Teflon, sendo que ambos os apresentaram queda quando expostos a um campo ultrassônico de 130 kHz. Por outro lado, o polipropileno apresentou eficiência de separação praticamente constante nas três frequências de teste.

A análise da composição dos três polímeros indica que a diferença fundamental entre o PVC e o teflon, com relação ao polipropileno é a presença de ligações entre o carbono e os elementos flúor (no teflon) e cloro (no PVC), não encontradas no polipropileno, constituído apenas de ligações carbono e hidrogênio. Aparentemente as ligações de carbono com elementos mais eletronegativos são

responsáveis pela maior variação da resposta ao campo acústico. Esta afirmação pode ser reforçada pela maior queda na eficiência de separação do teflon (53%) que apresenta ligações de carbono com flúor quando comparado ao PVC (22,64%) que apresenta ligações de carbono com cloro.

Por outro lado, existe uma influência significativa da frequência sobre a eficiência de separação na presença de metais, a Figura 29 apresenta a eficiência de separação obtida para os metais aço e cobre nas frequências testadas.



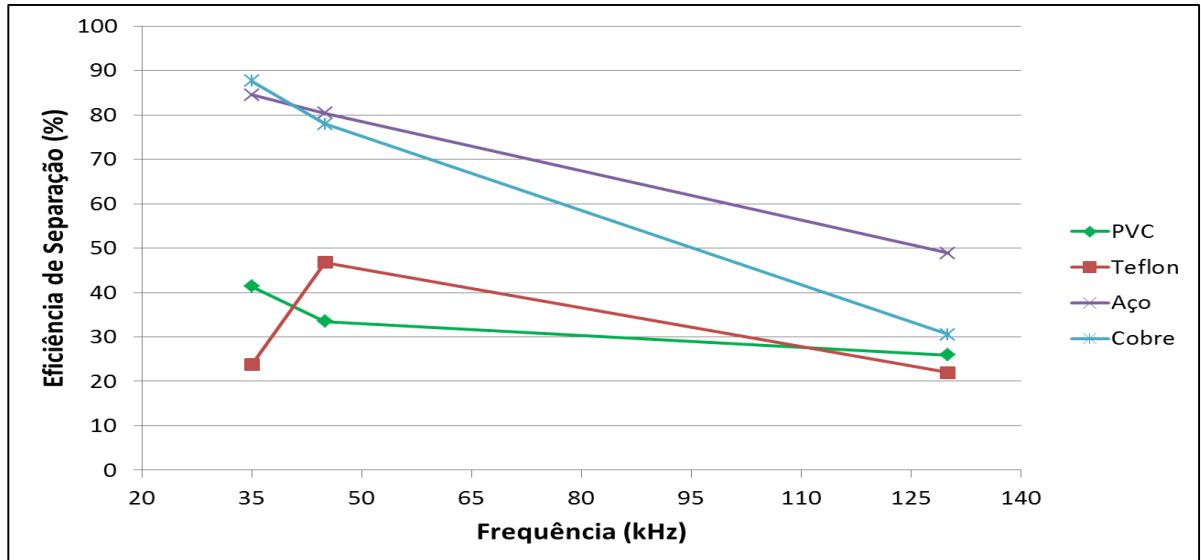
**Figura 29: Eficiência de separação obtida na presença de materiais metálicos (aço e cobre), para as frequências de 35, 45 e 130 kHz. Aço (azul) e cobre (vermelho).**

De maneira geral, observa-se uma queda na eficiência de separação na presença de metais com o aumento da frequência do campo ultrassônico, que ocorre de forma aproximadamente linear, sendo a queda na eficiência de separação na presença do cobre mais acentuada do que na presença do aço.

Uma análise da composição química destes materiais, juntamente com a composição química dos polímeros, indica que a presença de carbono, presente tanto no aço quanto em polímeros, possa ser responsável pela menor variação na eficiência de separação, apresentada pelo aço. Todos os materiais poliméricos apresentam carbono em sua composição e estes sofreram pouca influência da frequência. Da mesma forma, o aço que possui o carbono em sua composição, sofre uma menor influência da frequência quando comparado ao cobre.

De uma forma geral, observa-se que para todos os materiais testados, com exceção de polipropileno, ocorreu uma redução da eficiência de separação com o

aumento da frequência, sendo esta mais acentuada para os metais. A Figura 30 apresenta a eficiência de separação para os materiais PVC, teflon, cobre e aço em função da frequência do campo ultrassônico.



**Figura 30:** Eficiência de separação obtida na presença dos materiais PVC, teflon, aço e cobre, nas frequências de 35, 45 e 130 kHz. PVC (verde), teflon (vermelho), aço (roxo) e cobre (azul).

A queda na eficiência de separação com o aumento da frequência, concorda com a hipótese de que a eficiência de separação está associada à quantidade de energia refletida pelos materiais no interior do recipiente, ou, a capacidade do material de refletir ondas sonoras.

A solução da relação de Kramers-Kronig (KRONIG, 1926), (KRONIG; KRAMERS, 1928), (LANDAU; LIFSHITZ, 1958), (MANGULIS, 1964), para frequências ultrassônicas indica uma relação aproximadamente linear e diretamente proporcional entre o coeficiente de atenuação do meio de propagação e o aumento da frequência. Em frequências superiores, o meio de propagação aumenta a taxa de absorção de energia e conseqüentemente uma parcela menor da energia é refletida em cada incidência da onda. Sendo a energia refletida pelo material proporcional à eficiência de separação obtida na presença dos materiais, é esperado que ocorra uma redução na eficiência de separação e que esta ocorra de forma aproximadamente linear com o aumento da frequência. Este comportamento fica claro principalmente para o aço e o cobre.

Alguns autores discutem a variação do coeficiente de atenuação em função da frequência (UMCHID, 2008), (O'DONNELL; JAYNES; MILLER, 1978),



(O'DONNELL; JAYNES; MILLER, 1981). Umchid (2008) encontrou uma relação linear, inversamente proporcional, entre a frequência e o coeficiente de atenuação do *Pexiglas* (plástico sólido transparente composto de polimetil metacrilato). Pangu e Feke (2004), em um experimento similar ao de Ronchi (2014), encontraram uma baixa eficiência de separação na presença de um meio poroso de alumínio, quando comparado ao vidro e ao poliéster.

Pangu e Feke (2004) trabalharam com uma frequência de campo ultrassônico de 680 kHz, ao analisar os dados de Ronchi (2014) foi possível observar que para uma frequência de 130 kHz, a eficiência de separação na presença de materiais metálicos se aproxima da eficiência de separação dos materiais poliméricos, desta forma é esperado que para frequências mais altas a eficiência de separação na presença de metais seja menor do que na presença de outros tipos de materiais. Outro fator importante foi o de que meios porosos tendem a apresentar uma maior absorção de ondas sonoras (item 3.4.7), o que pode ter contribuído ainda mais para o menor desempenho do meio poroso de alumínio no trabalho de Pangu e Feke (2004).

### **5.2.3 Resultados Aplicando o Modelo Computacional**

A fim de estudar os parâmetros físicos determinantes na eficiência de separação de emulsões o/a na presença de materiais sob ação de um campo acústico, foi criado um modelo computacional capaz de simular o deslocamento das ondas no interior um banho ultrassônico e sua dispersão de energia. As Equações (50) e (51) indicam uma relação direta entre as forças responsáveis pela coalescência das gotas de óleo e a densidade do campo acústico presente, desta forma, o modelo tem como finalidade determinar onde e como a onda ultrassônica dispende sua energia.

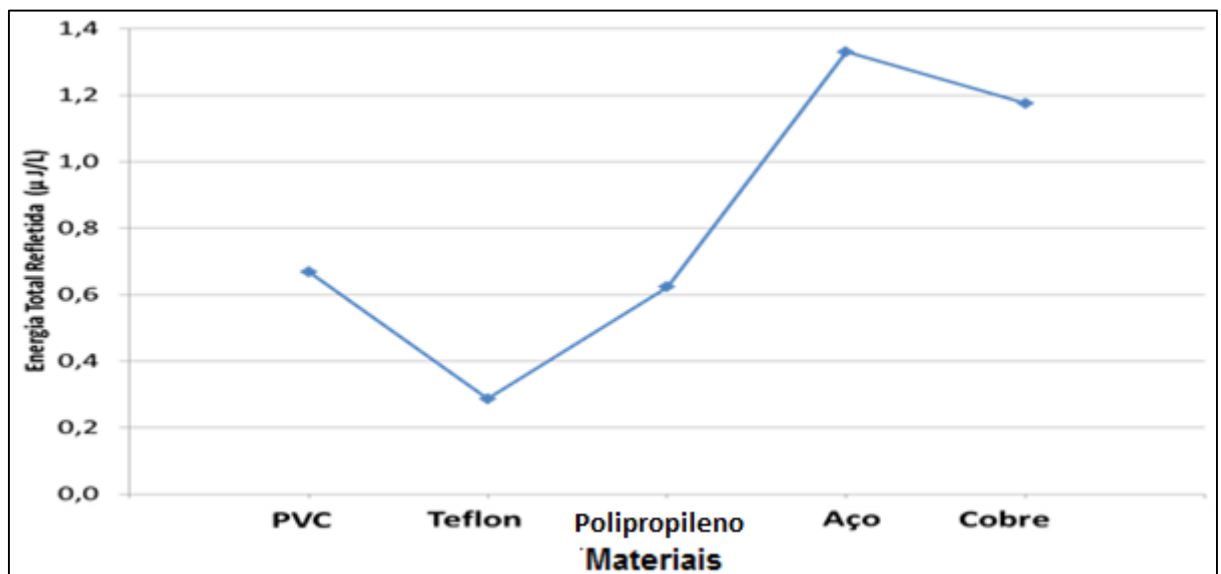
A Tabela 10 apresenta o resultado obtidos através do modelo computacional para os mesmos materiais utilizados no trabalho de Ronchi (2014), estes serão discutidos em seguida, em ordem de relevância.

**Tabela 10: Resultados do modelo computacional de ondas ultrassônicas na presença de materiais.**

Resultados do Modelo Computacional	Materiais				
	PVC	Teflon	PP	Aço	Cobre
Tempo de simulação (ms)	12	12	12	12	12
Energia inicial ( $\mu$ J/L)	2,79	2,79	2,79	2,79	2,79
Número de incidências	77221	5970	399	230	537
Energia perdida para a superfície (%)	45,46	45,35	45,62	45,55	45,56
Energia retida no recipiente (%)	27,74	26,86	30,00	30,37	30,37
Energia retida no banho ultrassônico fora do recipiente (%)	26,74	27,73	24,32	24,02	24,01
Perda pela borda do banho (%)	0,0592	0,060	0,057	0,056	0,056
Energia total refletida ( $\mu$ J/L)	0,67	0,29	0,62	1,33	1,18
Energia reflexão média ( $10^{-3} \mu$ J/L)	0,01	0,05	1,56	5,78	2,19

### 5.2.3.1 Energia Total Refletida

A energia total refletida representa a quantidade de energia refletida pelos materiais durante o tempo de simulação. A Figura 31 apresenta os resultados obtidos.



**Figura 31: Energia total refletida obtida a partir do modelo computacional para os materiais testados.**

A curva de energia refletida apresenta forte semelhança com a curva de eficiência de separação encontrada no trabalho de Ronchi (2014). As Figuras 32 e 33 apresentam, respectivamente, as curvas de eficiência de separação obtidas para

as frequências de 35 kHz e 45 kHz, no trabalho de Ronchi (2014), juntamente com a curva de energia total refletida obtida no modelo computacional. Todos os valores foram normalizados em função do maior valor para facilitar a comparação entre as curvas.

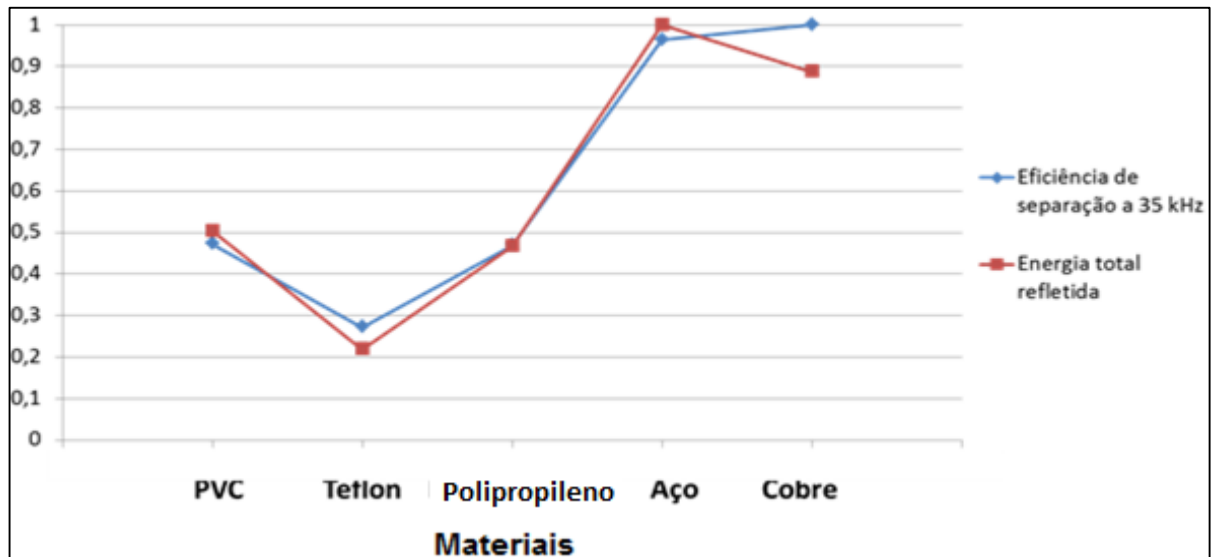


Figura 32: Curvas normalizadas de eficiência de separação a 35 kHz obtidas por Ronchi (2014) (azul) e energia total refletida obtida pelo modelo computacional (vermelho).

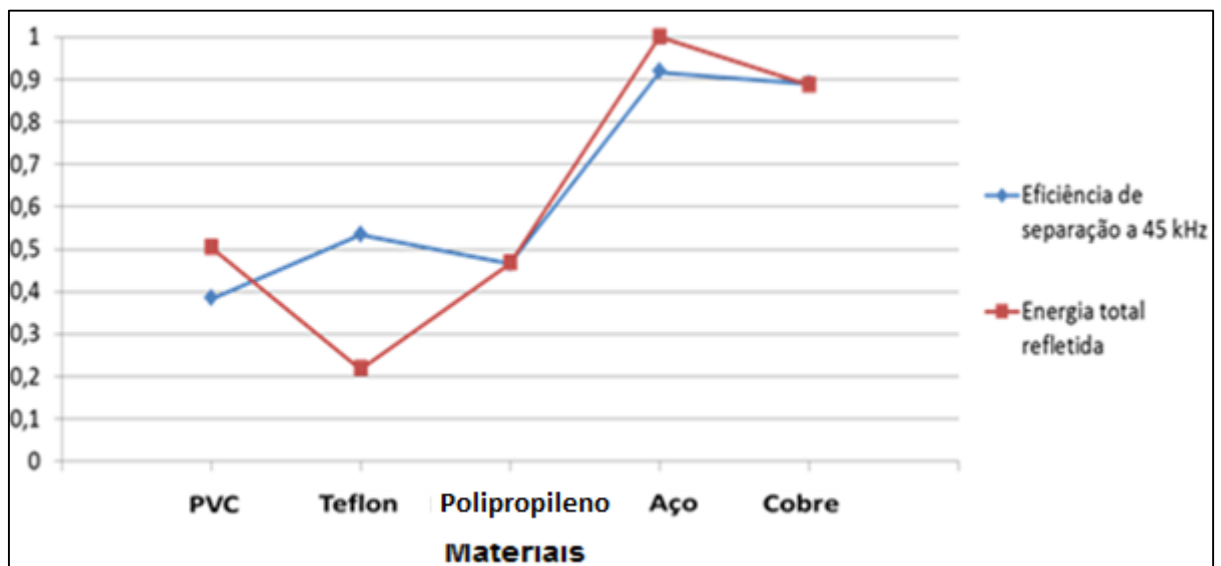


Figura 33: Curvas normalizadas de eficiência de separação a 45 kHz obtidas por Ronchi (2014) (azul) e energia total refletida obtida pelo modelo computacional (vermelho).

A semelhança entre as curvas de eficiência de separação e a energia total refletida obtida no modelo computacional indica uma forte relação entre estes dois parâmetros. Uma concordância maior das curvas foi observada para a frequência de

35 kHz. Este resultado era esperado, uma vez que com o aumento da frequência há alteração do coeficiente de atenuação e conseqüente mudança na energia refletida pelo material. No modelo não foram consideradas efeitos da frequência sobre o coeficiente de atenuação, desta forma é esperado que o modelo concorde com resultados de testes em frequências mais baixas. A comparação dos resultados do modelo com os resultados obtidos por Ronchi (2014), na frequência de 130 kHz, não apresentaram semelhança considerável. A Figura 34 apresenta as curvas normalizadas de eficiência de separação sob campo ultrassônico de 130 kHz, juntamente os resultados obtidos pelo modelo.

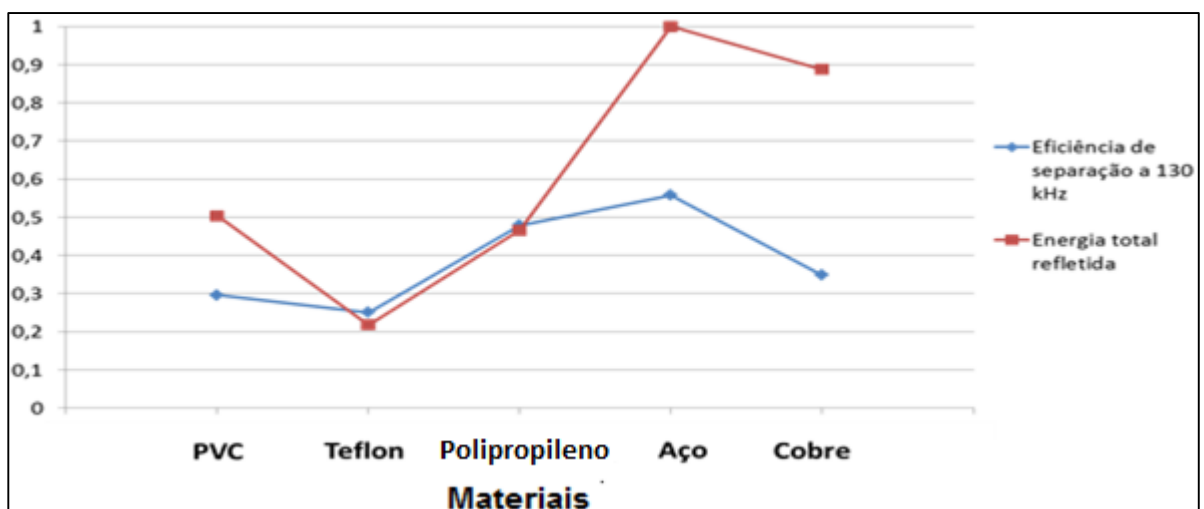


Figura 34: Curvas normalizadas de eficiência de separação a 130 kHz obtidas por Ronchi (2014) (azul) e energia total refletida obtida pelo modelo computacional (vermelho).

A não concordância entre o resultado do modelo com o resultado obtido por Ronchi (2014) ocorre pelo fato de que não foi considerado no modelo o efeito do aumento da atenuação com o aumento da frequência do campo ultrassônico. Desta forma o modelo se ajusta melhor para experimentos realizados em baixas frequência ultrassônicas, frequências iguais ou abaixo de 35 kHz.

### 5.2.3.2 Retenção de Energia no Recipiente

A Tabela 11 apresenta os valores percentuais de energia, em relação à energia inicial liberada pela fonte, que ficou retida no recipiente, que se perdeu para a superfície, que ficou retida no banho ultrassônico porém fora do recipiente e que se perdeu através da borda do banho, durante o tempo de simulação.

**Tabela 11: Resultados do modelo computacional: valores percentuais de energia, relativos à energia inicial da onda, que ficou retida no recipiente, que se perdeu para a superfície, que ficou retida no banho ultrassônico fora do recipiente e que se perdeu através das paredes do banho ultrassônico.**

Resultados do Modelo Computacional	Materiais				
	PVC (Média)	Teflon	PP	Aço (Média)	Cobre
Energia perdida para a superfície (%)	45,46	45,35	45,62	45,55	45,56
Energia retida no recipiente (%)	27,74	26,86	30,00	30,37	30,37
Energia retida no banho ultrassônico fora do recipiente (%)	26,74	27,73	24,32	24,02	24,01
Perda pela borda do banho (%)	0,0592	0,060	0,057	0,056	0,056

A partir da Tabela 11 observou-se que independente do material, a energia retida no recipiente destinado à separação das emulsões não varia significativamente se mantendo entre 27% e 31% da energia inicial. Este resultado aponta para a hipótese de que a quantidade de energia retida no recipiente não depende das propriedades físicas dos materiais presentes e sim das disposições geométricas do sistema em estudo, que não foi alterada.

Por outro lado, as Equações (50) e (51) indicam que as forças responsáveis pela coalescência das gotas de óleo presentes na emulsão são diretamente proporcionais à densidade do campo acústico. Este fato aparentemente está em contraste com os resultados obtidos, uma vez que a quantidade de energia retida no recipiente é praticamente constante para todos os materiais testados. Porém ao analisar de forma conjunta os valores de energia retida no recipiente e os valores de energia refletida pelos materiais é possível concluir que apesar da energia retida no recipiente ser praticamente idêntica para todos os materiais testados, na presença de materiais metálicos, a densidade do campo acústico é superior, pois estes possuem a capacidade de refletir mais energia das ondas sonoras, ao passo que os polímeros tendem a absorver esta energia. Esta questão é discutida com mais detalhes na próxima seção.

### 5.2.3.3 Aumento da Densidade do Campo Acústico por Reflexão

A maior eficiência na separação apresentada por alguns materiais em relação a outros, apesar de praticamente constante a fração de energia que é conservada no interior do recipiente, pode ser explicada por um aumento da densidade do campo acústico devido às reflexões ocorridas na superfície dos materiais presentes.

A força responsável pela coalescência das gotas de óleo é diretamente proporcional à densidade do campo acústico (Equações 50 e 51), desta forma quanto maior a densidade do campo acústico, maior será a fração de óleo extraído da emulsão ao final do processo. O modelo computacional, por sua vez, mostrou que existe forte relação entre a quantidade de óleo extraído da emulsão e a quantidade de energia refletida pelos materiais no interior do recipiente.

Os fatos supracitados indicam que a maior eficiência encontrada na presença dos materiais metálicos é devido ao aumento da densidade do campo acústico que ocorre na presença destes materiais, o aumento da densidade do campo acústico por sua vez é consequência das reflexões da onda na superfície dos materiais. Os metais possuem a capacidade de refletir mais energia acústica, fazendo com que essa se mantenha dentro da emulsão, ao passo que os materiais poliméricos absorvem mais do que refletem esta energia. Desta forma, apesar da energia retida no recipiente ser praticamente constante para todos os materiais, pode-se dizer que os metais são capazes de aproveitar mais esta energia do que os polímeros, apresentando assim um melhor desempenho.

A Tabela 12, apresenta os valores percentuais em relação à energia inicial, de energia retida no recipiente e energia refletida para cada material.

**Tabela 12: Valores percentuais em relação à energia inicial de energia retida no recipiente e energia refletida pelos materiais.**

Resultados do Modelo Computacional	Materiais				
	PVC	Teflon	PP	Aço	Cobre
Energia retida no recipiente (%)	27,74	26,86	30,00	30,37	30,37
Energia total refletida pelos materiais (%)	23,96	10,26	22,34	47,68	42,12

A partir da Tabela 12, foi possível observar que na presença dos materiais metálicos a quantidade de energia refletida é ainda maior do que a quantidade de energia retida no recipiente. Já para os materiais poliméricos a quantidade de energia refletida é menor do que a quantidade de energia retida no recipiente. Desta

forma os materiais metálicos aumentam a densidade do campo acústico de forma mais eficiente que os polímeros.

Valores de energia refletida superiores ao valor de energia retida no recipiente, como ocorre na presença de materiais metálicos, indicam que os raios de onda refletidos por este tipo de material possuem maior energia do que aqueles refletidos pelos materiais poliméricos.

Como exemplo, considere um raio de onda que possui uma quantidade de energia ( $E$ ), na presença de um material que a cada incidência do raio de onda reflete em média 80% da energia e absorve 20%. Para uma primeira incidência deste raio de onda a quantidade de energia refletida seria ( $0,8 E$ ), para uma segunda reflexão, a quantidade de energia refletida seria ( $80\% \times 0,8 E$ ) ou seja ( $0,64 E$ ). Desta forma a quantidade de energia total refletida seria a soma das energias da primeira reflexão com a segunda reflexão totalizando ( $1,44 E$ ).

Ou seja, na Tabela 12, valores de energia total refletida pelos materiais superiores aos valores de energia retida no recipiente, não indicam a criação de energia por parte dos materiais e sim que alguns materiais são capazes de conservar uma maior parte da energia no interior do recipiente ao invés de absorvê-la.

A Figura 35 ilustra o fenômeno. Para materiais metálicos uma maior parte da energia é refletida e pouca energia é absorvida, já os polímeros por sua vez absorvem grande parte da energia da onda e refletem pouca, desta forma, os materiais metálicos mantêm uma quantidade maior de energia no interior do recipiente.

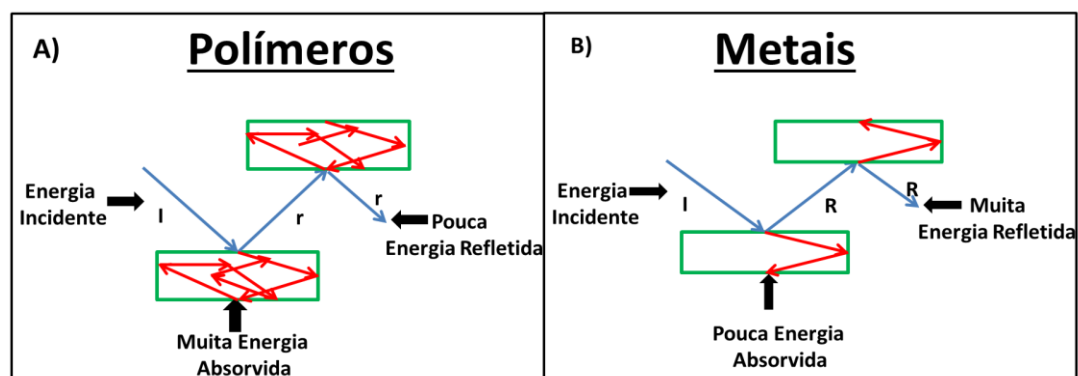


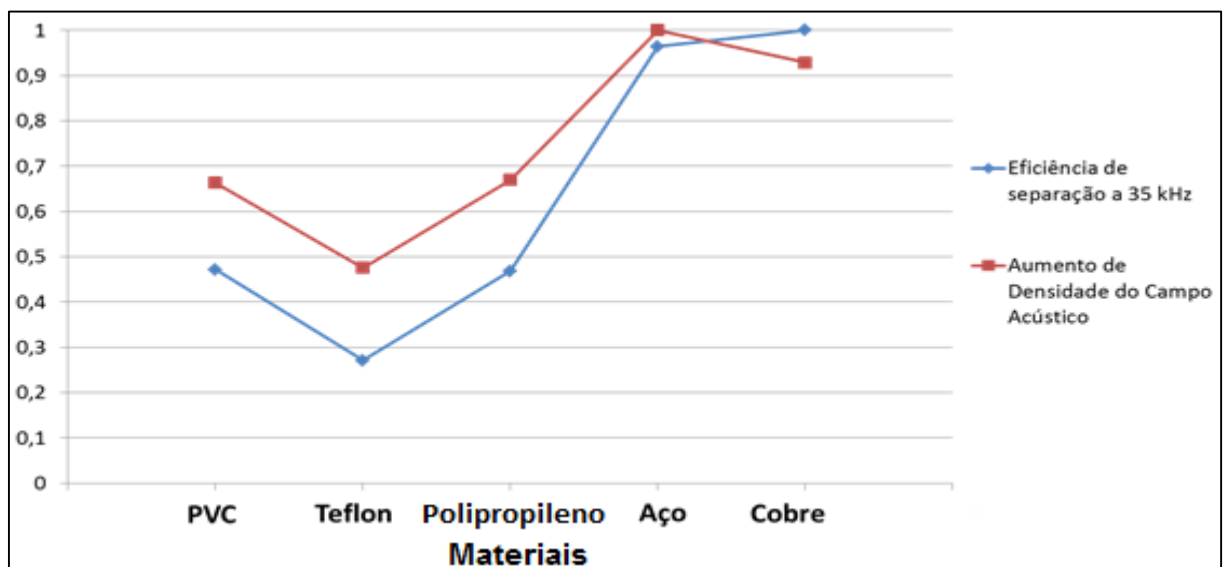
Figura 35: Comparação entre energia absorvida e refletida por: A) Polímeros e B) Metais. O raio de onda possui uma energia incidente (azul), a energia refletida pelos polímeros é pequena ( $r$ ), enquanto a energia refletida pelos metais é grande ( $R$ ).

A partir do modelo computacional foi possível estimar o aumento na densidade do campo acústico em decorrência da presença dos materiais quando comparado a um recipiente apenas com emulsão e sem a presença de materiais. Estes resultados são apresentados na Tabela 13 e representam em quantas vezes a presença do material é capaz de aumentar a densidade do campo acústico em comparação a um recipiente livre de materiais.

**Tabela 13: Aumento de densidade do campo acústico na presença dos materiais testados em comparação a um recipiente livre de materiais.**

VARIÁVEIS	Materiais				
	PVC	Teflon	PP	Aço	Cobre
Aumento de densidade do campo acústico (vezes)	2,05	1,47	2,07	3,09	2,87

A Figura 36 apresenta as curvas normalizadas de aumento de densidade do campo acústico no interior do recipiente, juntamente com a curva de eficiência de separação obtida no trabalho de Ronchi (2014).



**Figura 36: Comparação entre as curvas de aumento da densidade do campo acústico obtida pelo modelo computacional (vermelho), com a curva de eficiência de separação a 35 kHz, obtida por Ronchi (2014) (azul).**

A partir da Figura 36 é possível observar um comportamento semelhante entre as curvas, apontando para uma forte relação entre a eficiência de separação e o aumento da densidade do campo acústico em função da presença dos materiais, sendo provável que este seja o melhor parâmetro para se comparar a eficiência de separação de fases na presença de materiais. Como os efeitos da frequência sobre



o coeficiente de atenuação não foram considerados no modelo computacional, esperava-se que os resultados do modelo fossem proporcionais, porém superiores aos encontrados nos testes em laboratório, uma vez que ao aumentar a frequência do campo acústico os materiais apresentam uma maior tendência em absorver as ondas sonoras.

Através do modelo foi possível estimar que um material perfeitamente reflexivo, ou seja, capaz de refletir toda a energia incidente em sua superfície, aumentaria a densidade do campo acústico em torno de 27 vezes comparado a um recipiente livre da presença dos materiais.

#### 5.2.3.4 Número de Incidências no Modelo Computacional

Cada vez que a onda encontra uma interface que separa dois meios de propagação (emulsão e materiais) esta sofre os fenômenos de reflexão e refração, a quantidade de energia refletida e refratada pela onda depende do ângulo de incidência e da diferença de impedância acústica entre os meios.

Desta forma o número de incidências que ocorrem no interior do recipiente tem influência direta sobre a densidade do campo acústico presente no interior do recipiente, uma vez que um número maior de incidências indica uma fragmentação maior da energia da onda e conseqüente redução da densidade do campo acústico. A Tabela 14 apresenta o número de incidências ocorridas na presença de cada material.

**Tabela 14: Número de incidências no interior do recipiente para cada material testado.**

VARIÁVEIS	Materiais				
	PVC (Média)	Teflon	PP	Aço	Cobre
Número de incidências	77751	6501	525	323	641

Foi possível observar um número maior de incidências na presença de materiais poliméricos quando comparado aos materiais metálicos, exceto para o polipropileno que apresentou um comportamento semelhante ao dos metais. Isto ocorre devido ao fato de a onda possuir uma probabilidade maior de sofrer uma refração quando incide sobre um meio de baixa velocidade de propagação (como os polímeros). Uma vez que para cada refração um novo raio de onda é gerado, um

maior número de raios são gerados na presença de materiais poliméricos aumentando o número de incidências que ocorrem no interior do recipiente.

Por outro lado, a onda tem uma probabilidade muito maior de sofrer reflexão total em um material metálico, uma vez que a velocidade de propagação do som em metais é muito superior à velocidade de propagação do som na emulsão. Como exemplo, para uma onda sonora trafegando em uma emulsão, que incida sobre o aço, o ângulo crítico de incidência fica em torno de  $17^\circ$ , ou seja, qualquer incidência com ângulo superior a  $17^\circ$  causa uma reflexão total, ao passo que para o PVC o ângulo crítico fica em torno de  $40^\circ$ . A Tabela 15 apresenta o valor aproximado do ângulo crítico de incidência para uma onda propagando em uma emulsão o/a, 10% (m/m), que sofra incidência sobre os materiais testados.

**Tabela 15: Valor aproximado do ângulo crítico de incidência para uma onda propagando em uma emulsão o/a 10% (m/m).**

Material	Velocidade Acústica (m/s)	Ângulo Crítico de Incidência
PVC	2330	$40^\circ$
Teflon*	1400	-----
Polipropileno	2600	$35^\circ$
Aço	5050	$17^\circ$
Cobre	5150	$17^\circ$

*\*O Teflon não possui ângulo crítico pois a velocidade de propagação no mesmo é inferior à velocidade de propagação na emulsão.*

A onda refletida na superfície do material retorna para a emulsão, porém a onda refratada vai em direção ao interior do material, onde irá dissipar sua energia na forma de calor. Desta forma, os materiais poliméricos, nos quais ocorrem um maior número de refrações, absorvem uma maior quantidade de energia acústica, já os metais não absorvem muita energia acústica, fazendo com esta seja mantida na emulsão.

A partir do modelo computacional foi possível criar um traçador de raios, que ilustra o deslocamento dos raios de onda no interior do recipiente de separação. Desta forma foi possível observar qualitativamente o número de raios de onda e conseqüentemente a energia da onda, absorvidos por cada material. A Figura 37 apresenta o traçador de raios para todos os materiais testados. Os raios de onda que partem dos transdutores possuem cor azul, enquanto os raios de onda que surgem devido à refração são apresentados em vermelho, o recipiente é apresentado na cor preta e os materiais no interior do mesmo, na cor verde.

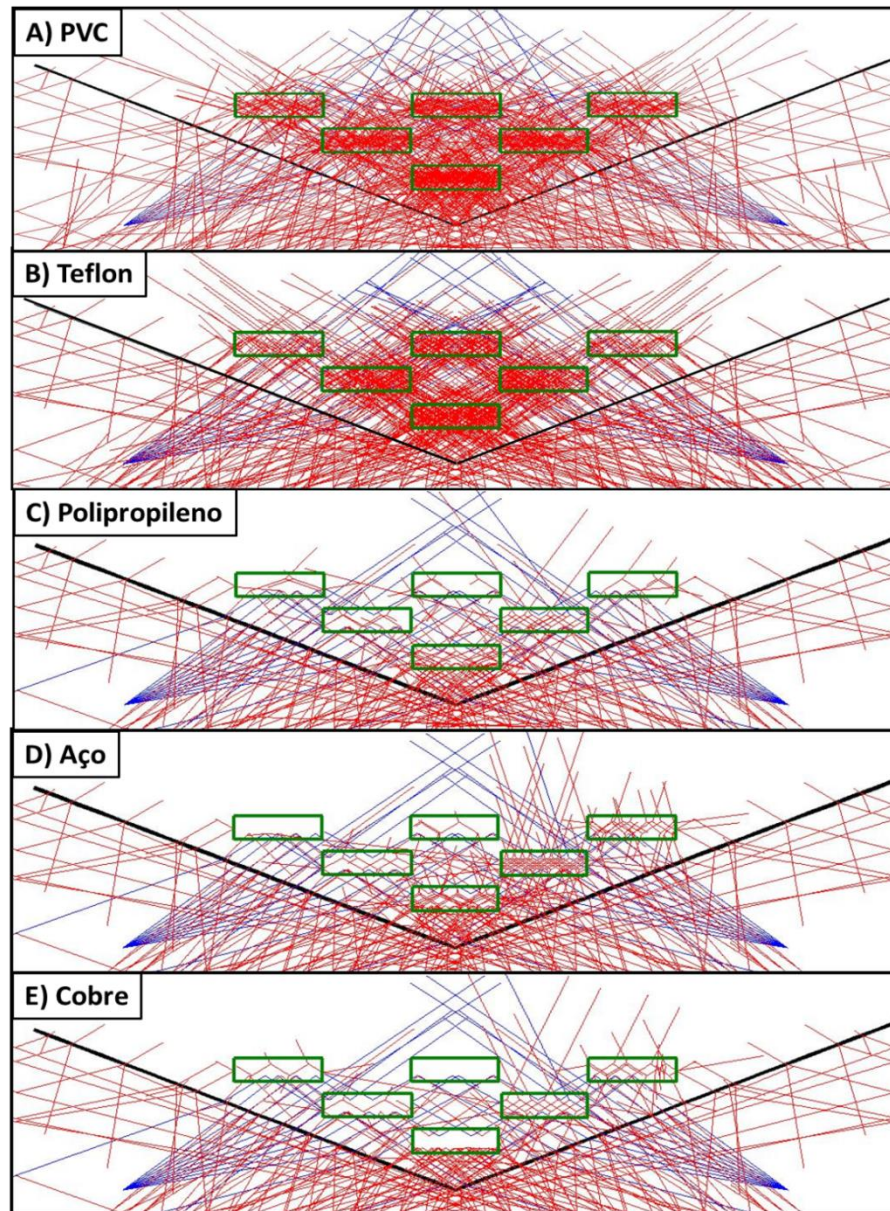


Figura 37: Traçador de raios mostrando o deslocamento dos raios de onda no interior do recipiente na presença dos materiais: A) PVC, B) Teflon, C) Polipropileno, D) Aço e E) Cobre. Os raios de onda que partem dos transdutores possuem cor azul, os raios de onda que surgem devido à refração são apresentados em vermelho, o recipiente é apresentado na cor preta e os materiais no interior do mesmo na cor verde.

A partir da Figura 37 foi possível observar que os materiais poliméricos, principalmente PVC e o teflon, possuem uma grande quantidade de raios de onda refratados em seu interior, ou seja, estes materiais absorvem grande quantidade da energia de onda, ao passo que os materiais metálicos refletem a maior parte dos raios, absorvendo pouca energia.

A Figura 38 apresenta a distribuição da energia no interior do recipiente para os materiais testados e apresenta valores de energia por tempo (Joules/L.s) mantida no interior do recipiente durante o tempo de simulação.

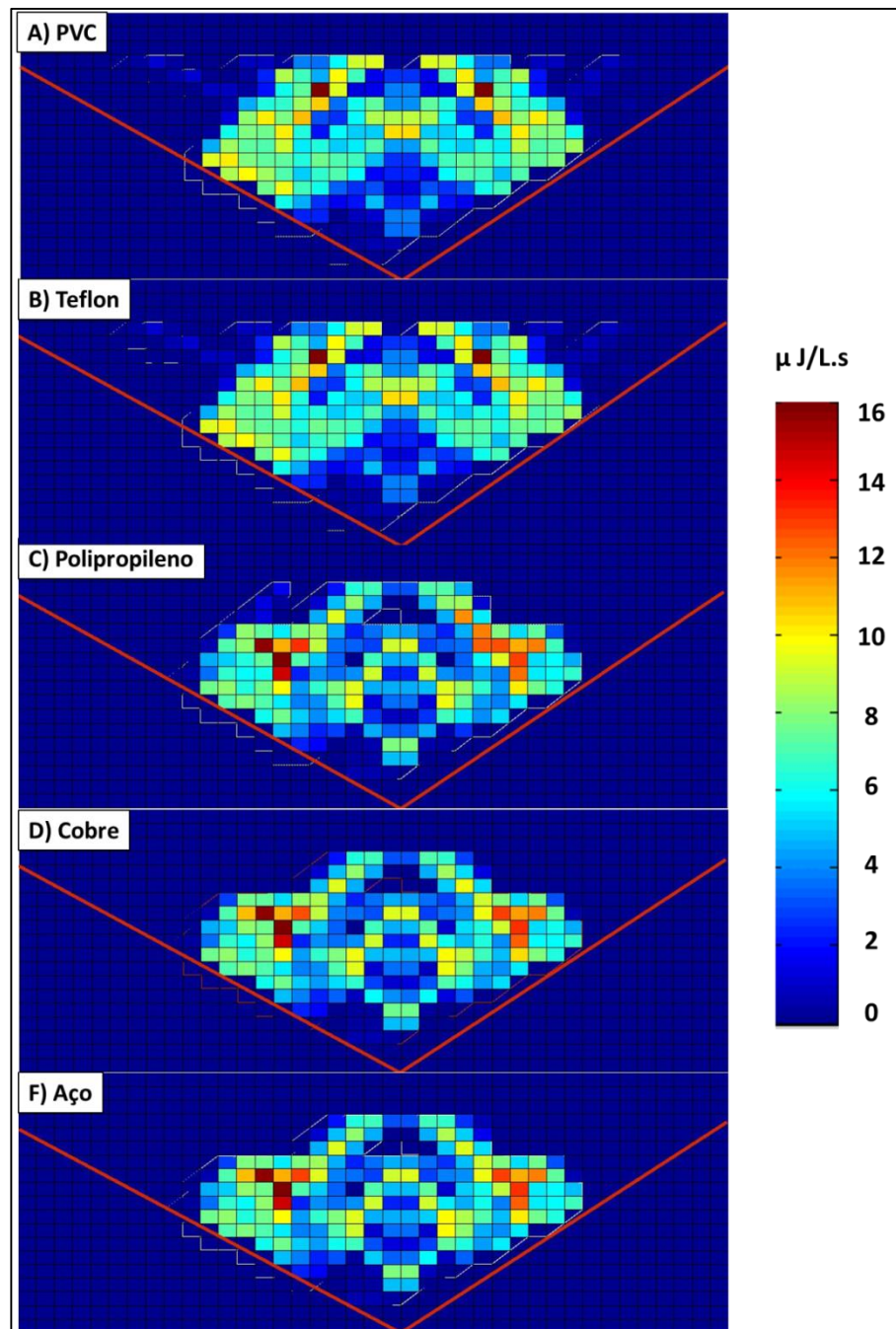


Figura 38: Distriunuição da energia acústica no interior do recipiente para os materiais: A) PVC, B) Teflon, C) Polipropileno, D) Aço e F) Cobre

A partir da Figura 38 foi possível observar que materiais metálicos são capazes de gerar zonas de maior concentração de energia (pontos fortes) do que os materiais poliméricos, reforçando a hipótese de que ocorre um maior aumento da densidade do campo acústico na presença destes materiais.

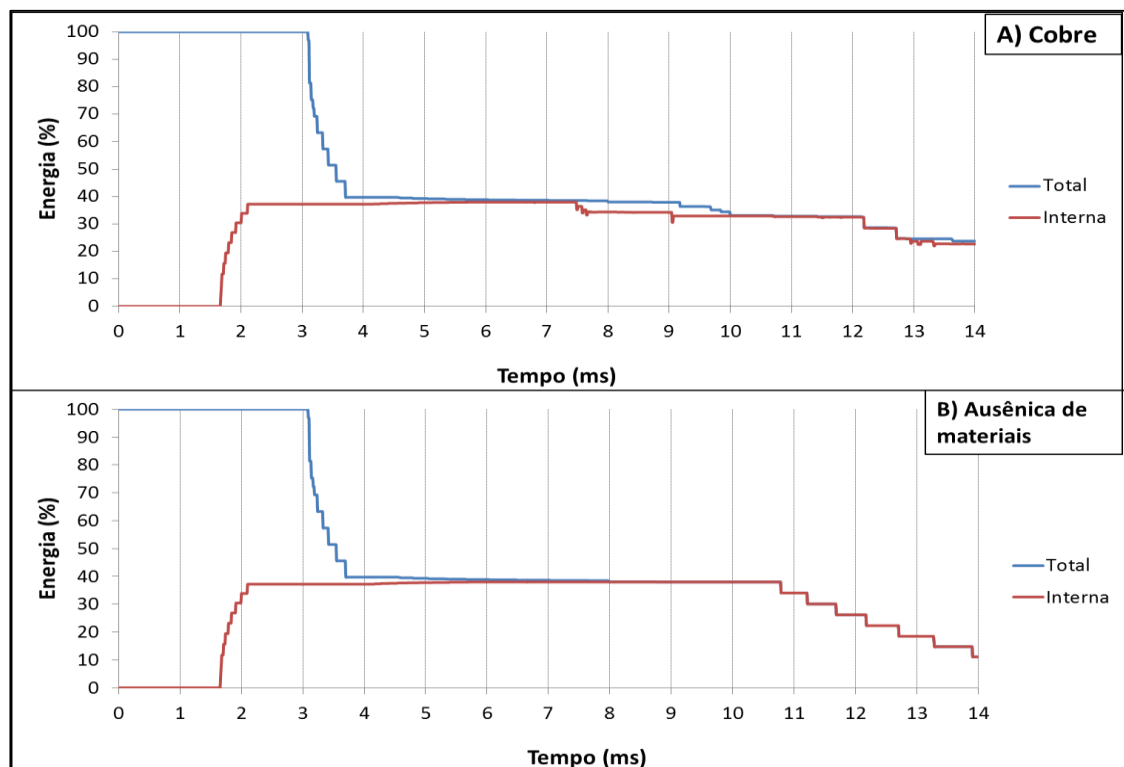


A exceção se encontra para o polipropileno, que apresenta comportamento semelhante aos materiais metálicos. A partir das outras observações realizadas no trabalho, foi possível concluir que o polipropileno se encontra em uma zona de transição e apesar de ser um polímero, apresenta comportamento semelhante ao de materiais metálicos no que diz respeito à absorção e reflexão de ondas acústicas.

A partir da Figura 38 não é possível fazer distinções claras entre o cobre e o aço, isto ocorre devido às limitações da plataforma utilizada para a construção do algoritmo, no que diz respeito ao tamanho da malha utilizada e ao detalhamento da escala de cores.

### 5.2.3.5 Simulação do Comportamento da Energia no Tempo

A Figura 39 indica como a energia do pulso de onda se comporta no tempo, no interior do banho ultrassônico, na presença do material cobre (Figura 39.A) e de um recipiente livre da presença de materiais (Figura 39.B). A linha azul representa a energia inicial liberada pela fonte de onda, enquanto a linha vermelha representa a energia presente no interior do recipiente.



**Figura 39: Comportamento da energia do pulso de ondas ultrassônicas no interior do banho ultrassônico no tempo: A) Presença de cobre, B) Ausência de materiais. Energia inicial liberada pela fonte de onda (azul), energia presente no interior do recipiente (vermelho).**

O comportamento da energia ao longo do tempo, no interior do banho ultrassônico, se mostrou semelhante na presença de todos os materiais testados, sendo o comportamento do cobre suficiente para representar de forma satisfatória o comportamento geral de todos os materiais.

Os dados da Figura 39, são apresentados de forma detalhada na Tabela 16, que apresenta a energia retida no interior do recipiente na presença do cobre e na ausência de materiais em função do tempo.

**Tabela 16: Energia retida no interior do recipiente em função do tempo, na presença de cobre e na ausência de materiais.**

<b>Energia Retida no Recipiente (% de energia inicial)</b>		
<b>Tempo (ms)</b>	<b>Cobre</b>	<b>Ausência de Materiais</b>
3,75	37,20	37,20
7,49	35,23	37,98
10,79	32,66	34,04
13,99	22,73	11,11

A partir da Figura 39 e da Tabela 16 foi possível observar que independente da presença ou não de materiais, a partir do tempo de 3,75 ms toda energia ainda presente no banho ultrassônico, em torno de 37,20% da energia inicial do pulso de onda, ainda se encontra no interior do recipiente.

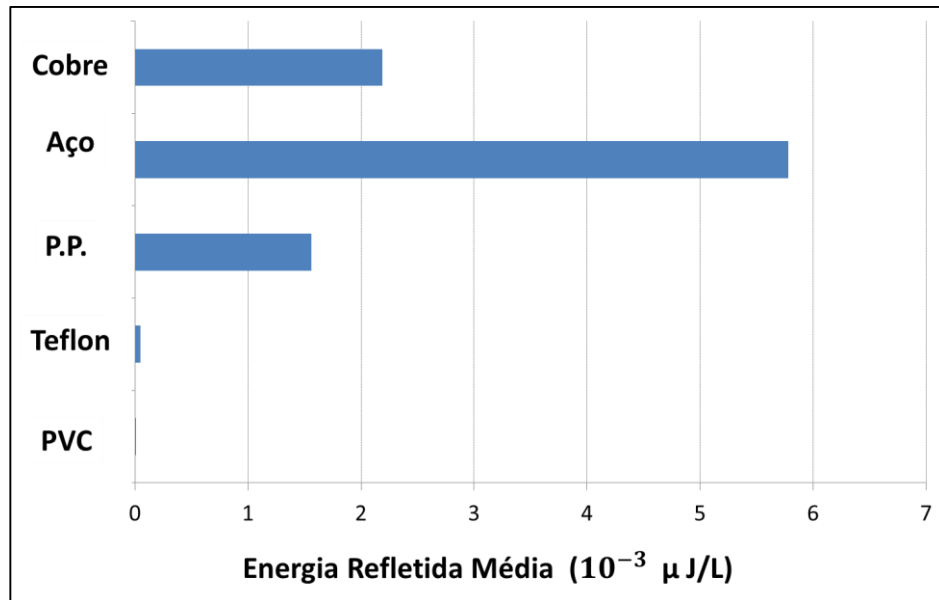
Na presença do cobre, aos 7,49 ms, a energia retida no recipiente sofre uma pequena redução, atingindo 35,23 %, enquanto a energia presente no recipiente na ausência de materiais se mantém praticamente constante.

Na ausência de materiais, a energia presente no recipiente começa a reduzir aos 10,79 ms, ocorrendo de forma muito mais intensa do que aquela observada na presença do cobre. Aos 13,99 ms, a energia retida no interior do recipiente na ausência de materiais é apenas 11,11% da energia inicial ao passo que na presença do cobre, 22,73% da energia ainda se encontra no interior do recipiente.

Tendo todos os materiais apresentado comportamento similar com relação à dispersão da energia da onda no tempo, vale supor que, desconsiderando os efeitos da frequência, esse parâmetro seja dependente apenas da geometria do sistema que não foi alterada.

### 5.2.3.6 Energia Refletida Média

A Figura 40 apresenta a energia média refletida em cada incidência, durante o tempo de simulação, para os materiais testados.



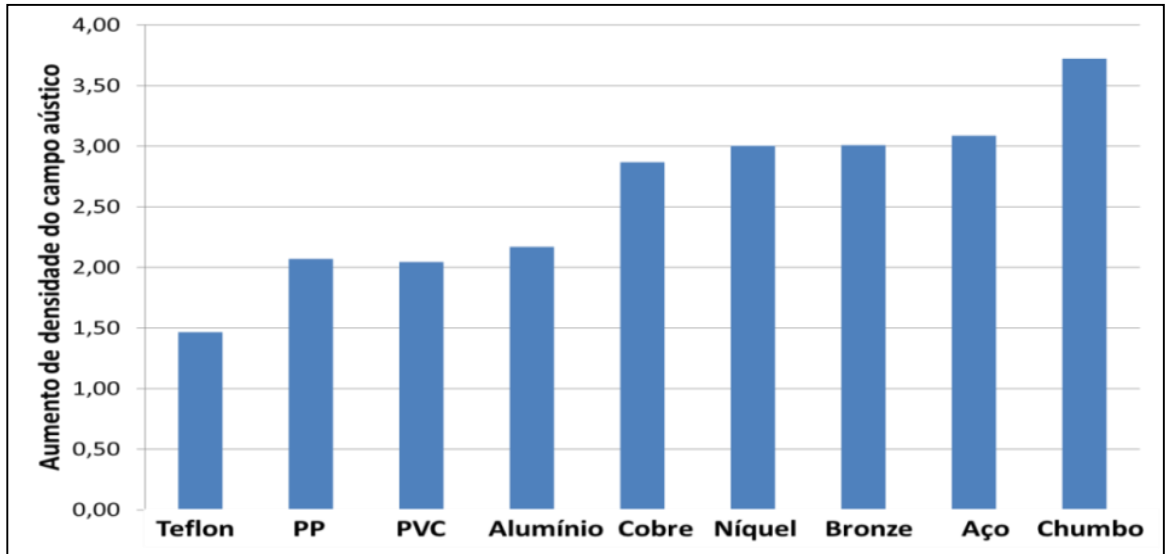
**Figura 40: Energia refletida média para os materiais testados.**

A energia refletida média representa a quantidade energia refletida em média, a cada incidência do raio de onda sobre o material. A partir da Figura 40, observou-se que os materiais metálicos são capazes de refletir uma quantidade maior de energia a cada incidência do raio de onda em sua superfície.

Mais uma vez o polipropileno apresenta comportamento semelhante ao dos metais, possuindo uma energia de reflexão média relativamente alta. Este resultado, novamente, aponta para o fato de que o polipropileno se encontra em uma região de transição, entre os polímeros e os metais no que diz respeito ao comportamento com relação à reflexão e absorção de energia acústica.

### 5.2.3.7 Simulação de Densidade Acústica na Presença de Materiais Diversos

Utilizando o modelo computacional, foram feitos testes para prever o aumento de densidade do campo acústico na presença de diversos materiais. A Figura 41 apresenta os resultados de quantas vezes o material presente no recipiente é capaz de aumentar o campo acústico quando comparado a um recipiente livre da presença de materiais.



**Figura 41: Simulação da densidade do campo acústico na presença de materiais diversos.**

O melhor resultado foi obtido para chumbo, sendo capaz de aumentar a densidade do campo acústico em 3,72 vezes. A maior capacidade do chumbo em aumentar a densidade do campo acústico se dá pelo fato de a velocidade de propagação acústica no chumbo ser elevada, possibilitando a ocorrência de um maior número de incidências críticas do raio de onda. Da mesma forma, o chumbo possui elevado valor de impedância acústica, fazendo com que uma maior quantidade de energia acústica seja refletida por este material e reduzindo a absorção.

Sendo o chumbo um material de fácil acesso, seria ideal para a construção de sistemas de separação de emulsões a partir da aplicação de campos acústicos ultrassônicos na presença de materiais, sendo capaz de obter altos valores de extração da fase dispersa da emulsão.

#### **5.2.3.8 Simulação da Densidade do Campo Acústico em Função da Área dos Materiais**

Utilizando o modelo computacional, foram realizados testes para verificar a influência da variação da área dos materiais na densidade do campo acústico. A Figura 42 apresenta os resultados obtidos para o aço e o polipropileno. A área ocupada pelos materiais é dada em percentual com relação à área do recipiente, sendo que os resultados apresentados até o momento foram obtidos em simulações nas quais a área do material representa 15% da área do recipiente.



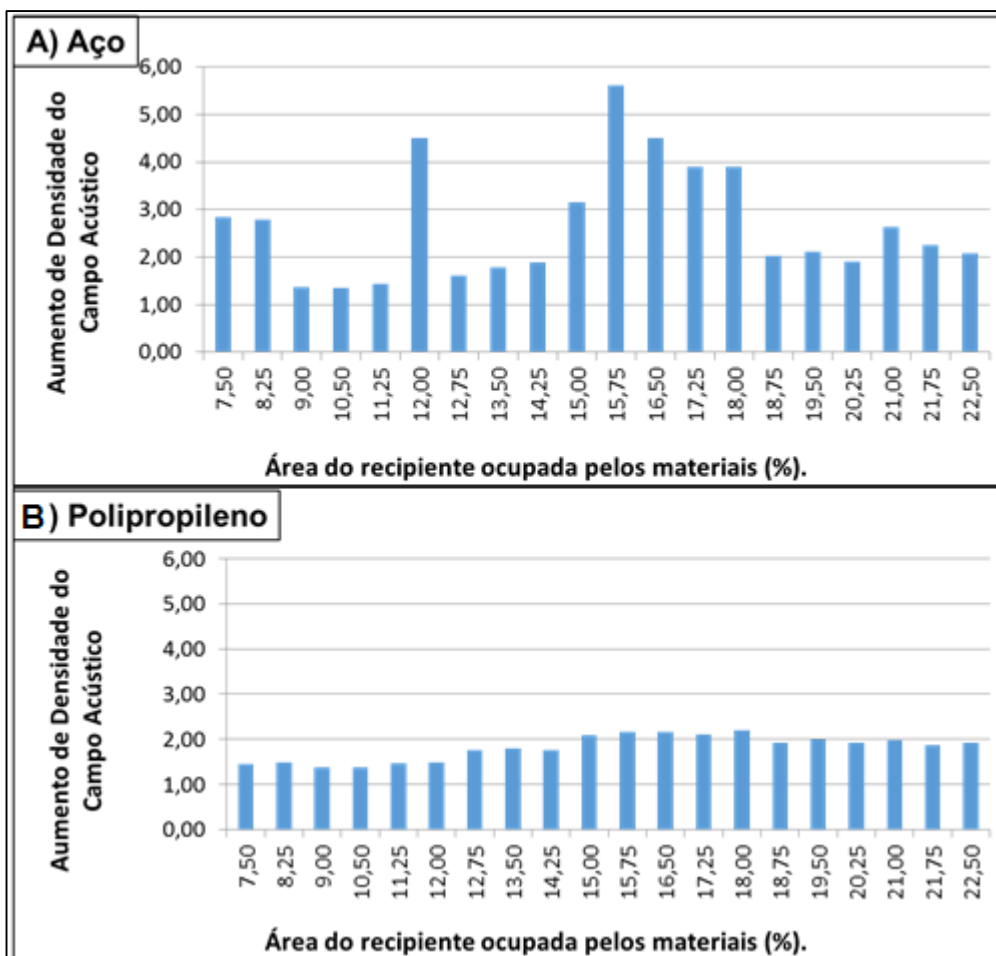


Figura 42: Efeito da variação da área dos materiais na densidade do campo acústico em relação a um recipiente na ausência de materiais, na presença de: A) Aço e B) Polipropileno

Os resultados apresentados na Figura 42 mostram que a variação da área reflete significativamente na capacidade de aumentar a densidade do campo acústico para o aço, sendo possível determinar um máximo quando a área do material ocupa em torno de 15,75 % da área do recipiente, porém não causa interferência significativa para o polipropileno.

A partir das observações já realizadas nas seções anteriores, espera-se que o comportamento encontrado para o aço seja semelhante para outros materiais metálicos e o comportamento encontrado para o polipropileno seja semelhante para outros materiais poliméricos.

### 5.2.3.9 Simulação da Fragmentação do Aço

A partir do modelo computacional foi realizado um teste com o material aço, mantendo a mesma área ocupada pelo material, porém fragmentando o mesmo, de forma que cada parte do material foi dividida em outras duas partes iguais. O resultado é apresentado na Tabela 17.

**Tabela 17: Comparação do aumento de densidade do campo acústico em relação a um recipiente na ausência de materiais para o material aço original e fragmentado.**

<b>Material</b>	<b>Aumento de densidade do campo acústico</b>
<b>Aço original</b>	3,09
<b>Aço fragmentado</b>	3,11

Observa-se que a fragmentação do material, apesar de causar aumento da densidade do campo acústico, esta é quase desprezível. Considerando o erro experimental encontrado por Rochi (2014), que para os dois materiais compostos de aço se manteve entre 18 e 26%, pode-se dizer que a fragmentação do material não interfere na capacidade de aumentar o campo acústico.

Vale ressaltar que a fragmentação faz com que um número maior de peças do material esteja presente no recipiente, porém não altera de forma significativa a área superficial do mesmo, sendo que raios de onda possuem a mesma área disponível para reflexão. Combinando este resultado com os resultados obtidos nas simulações de variação de área (item 5.2.3.8), é possível concluir que a área superficial disponível possui uma influência significativa na capacidade do sistema de aumentar o campo acústico, sendo independente do número de peças do material presentes no interior do recipiente.

## 6. CONCLUSÃO

---

A aplicação da equação de Bessel de ordem zero para simulação da formação de ondas estacionárias em uma membrana circular, assim como o modelo computacional representativo dos raios de onda no interior de um banho ultrassônico se mostraram de acordo com dados experimentais e capazes de determinar propriedades importantes no que diz respeito à separação de emulsões a partir da aplicação de campos acústicos ultrassônicos.

A partir da aplicação da equação de Bessel, foi possível observar que fontes ultrassônicas de baixa frequência necessitam de recipientes de dimensões maiores para a formação do campo estacionário, ao passo que para fontes de alta frequência, o fenômeno pode ser observado em recipientes de dimensões menores.

Modos de vibração superiores apresentam um maior número de pontos nodais e podem ser obtidos aumentando-se o raio da membrana. Para fontes de baixa frequência, os modos de vibração superiores são alcançados a partir de grandes variações no raio da membrana, ao passo que para fontes de alta frequência, os modos de vibração superiores são alcançados a partir de uma pequena variação no raio da membrana.

Com relação às propriedades físicas da membrana, observou-se que variações na densidade ou compressibilidade da membrana modificam as dimensões da membrana necessárias para que se atinja o modo de vibração desejado.

A partir do modelo computacional que representa o deslocamento dos raios de ondas no interior de um banho ultrassônico, foi possível concluir que a presença de materiais no interior do recipiente que contém a emulsão faz com que a energia acústica emitida pela fonte fique retida por mais tempo dentro do recipiente, aumentando a densidade do campo acústico e conseqüentemente aumentando a força de atração entre as gotas da fase dispersa, tornando a separação de fases mais eficiente.

O modelo computacional foi capaz de determinar dois parâmetros que servem de base para comparação da eficiência de separação de emulsões o/a que pode ser obtida na presença de diferentes materiais, sendo eles, o aumento da densidade do campo acústico e a energia refletida média.

A frequência das ondas ultrassônicas tem influência direta sobre a eficiência da separação de emulsões o/a na presença de materiais, uma vez que o aumento da frequência causa aumento do coeficiente de atenuação, fazendo com que mais energia acústica seja absorvida pelos materiais etambém pelo meio de propagação, causando redução da eficiência de separação.

Os metais sofrem uma influência maior da frequência do que materiais poliméricos, provavelmente pela diferença de estrutura cristalina entre estes dois tipos de materiais. Além disto, a partir das observações realizadas, é possível supor que a presença de carbono na composição dos materiais, fazem com que estes sejam mais suscetíveis à variação da frequência e conseqüentemente na capacidade de aumentar o campo acústico.

A separação de fases a partir da aplicação de campo ultrassônico é mais eficiente na presença de materiais metálicos, devido principalmente à grande diferença de impedância acústica destes com a emulsão o que faz com que estes materiais absorvam uma parcela menor da energia acústica presente no meio. Materiais poliméricos, por sua vez tendem a absorver muita energia acústica, fazendo com que a eficiência de separação na presença destes seja baixa.

A partir do modelo computacional foi possível determinar a capacidade dos diversos materiais estudados em aumentar a densidade do campo acústico. Entre eles, o chumbo se mostrou o material com maior capacidade de aumentar o campo acústico, seguido do aço, bronze, níquel, cobre, alumínio, PP, PVC e PTFE.

A geometria do sistema, ou seja, a disposição dos materiais no interior do recipiente também apresentou influência sobre o processo de separação de fases, afetando principalmente a quantidade de energia que é retida no interior do recipiente.

A área superficial disponível pelos materiais presentes na emulsão é de importância significativa na eficiência de separação obtida, sendo possível concluir que existe uma relação ótima entre a área do recipiente e a área dos materiais presentes.

Como conclusão geral, pode-se dizer que separação da emulsão o/a a partir da aplicação de campos ultrassônicos de baixa frequência pode ser eficiente. No entanto, devem ser considerados a geometria adequada do sistema e o tipo de material inserido no interior do recipiente de separação, a fim de aumentar a densidade do campo acústico presente no mesmo.

## **7. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

---

A solução da equação de Bessel, aplicadas neste trabalho, necessita de ajustes referentes à amplitude das ondas estacionárias. Este tipo de ajuste só é possível a partir de medidas da tensão superficial da emulsão. Para que o algoritmo seja capaz de fornecer medidas de eficiência de separação, é necessário inserir equações no que diz respeito à força acústica entre partículas sob ação de um campo ultrassônico.

O modelo computacional para estudo de propagação de raios de ondas ultrassônicas na presença de materiais é capaz de fornecer medidas relativas da eficiência de separação de fases na presença de materiais diversos, porém não fornece medidas da eficiência de separação de fases para um único material. Para este fim é necessário adicionar ao modelo equações com relação à força atuante entre as partículas do meio disperso e também equações que dizem respeito à influência da frequência no coeficiente de atenuação dos materiais.

Uma outra consideração que pode ser inserida no modelo é o estudo da formação de ondas estacionárias durante o deslocamento das ondas no interior do recipiente de separação. Para este fim seria necessário adicionar ao modelo equações no que diz respeito às oscilações das ondas durante seu deslocamento.

O modelo computacional desenvolvido pode ser adaptado para estudos na área de geofísica, como na sísmica e também para estudos na área de ondas eletromagnéticas como na capacidade de absorção de energia por painéis solares.

Vale ressaltar que os aprimoramentos supracitados só poderiam ser realizados a partir da migração do modelo para uma plataforma mais robusta, uma vez que o modelo aplicado neste trabalho, muitas vezes superou a capacidade da plataforma atual.

## 8. REFERÊNCIAS

---

- AGÊNCIA INTERNACIONAL DE ENERGIA (IEA). **Key World Energy Statistics**. França: Chirat, 2014. 80 p. Disponível em: <<http://www.iea.org>>. Acesso em: 31/10/2014.
- ALDRICH, J. E. Basic physics of ultrasound imaging. **Critical Care Medicine**, USA, v. 35, n. 5, p.132-137, 2007.
- BARDEEN, J. B., COOPER, L. N., AND SCHRIEFFER, J. R. Theory of superconductivity. **APS Journals, Physics Review**, v. 108, n. 5, p. 1175 – 1204, 1957. Disponível em: <<http://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.108.1175>>. Acesso em: 21 out. 2014.
- BARNES, H. A. **Colloids Surfaces A** 91: 89-95, 1994.
- BINKS, B.P. **Modern Aspects of Emulsion Science**. USA: Cambridge Royal Society of Chemistry, 1998. 430 p.
- BRASIL. **Plano Decenal de Expansão de Energia 2023**. Ministério de Minas e Energia. Empresa de Pesquisa Energética. Brasília: MME/EPE, 2014
- BULLEN, K. E.; BOLT, B. A. Ray Theory. In: **An introduction to the theory of seismology**. 4 ed. USA: Cambridge University Press, 1985. cap 3, p. 75 – 76.
- BUTKOV, E. **Física matemática**. Rio de Janeiro: LTC, 1988. 724 p.
- CALLISTER, W. D. **Fundamento da ciência e engenharia de materiais: uma abordagem integrada**. 2 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006. 702 p.
- CONAMA (COSELHO NACIONAL DO MEIO AMBIENTE). **Resolução nº 393, de 09 de agosto de 2007**. Dispõe sobre o descarte contínuo de água de processo ou de produção em plataformas marítimas de petróleo e gás natural, e dá outras providências. Disponível em: <<http://www.mma.gov.br/port/conama/legiabre.cfm?codlegi=541>>. Acesso em: 15 out. 2014.
- CZARNECKI, J.; MORAN, K. On the Stabilization Mechanism of Water-in-oil Emulsions in Petroleum Systems. **Energy & fuels**. v. 19, p. 2074-2079, 2005.
- DALKE, H. E. e WELKOWITZ, W. J. **Journal of the Instrument Society of America**, ano 7, n. 10, p. 60, 1960.
- FOX, R. W.; PRITCHARD, P. J.; McDONALD, A. T. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. 7 ed. Rio de Janeiro: LTC Editora, 2010. 709 p.
- GARCIA-LOPEZ, A.; SINHA, D. N. Enhanced. Acoustic Separation of Oil-Water Emulsion in Resonant Cavities. **The Open Acoustics Journal**, v. 1; p. 66-71, 2008.

GARDNER, E. A.; APFEL, R. E. Using Acoustics to Study and Stimulate the Coalescence of Oil Drops Surrounded by Water. **Journal of Colloid and Interface Science**. v. 159. p. 226 – 237, 1993.

GÓMEZ, R. ; FRANCISCO, dir. **Introducción a los métodos de ensayos no destructivos de control de la calidad de los materiales**. 2 ed. Madrid: Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial (INTA), 1980. 766p.

HALLIDAY, D. ; RESNICK, R. **Fundamentos de Física: Gravitação, Ondas e Termodinâmica**. 6 ed. Rio de Janeiro: LTC Editora, 1994. 280 p.

HALLIDAY, D. ; RESNICK, R. **Fundamentos de Física: Óptica e Física Moderna**. 6 ed. Rio de Janeiro: LTC Editora, 1994b. 280 p.

HENDEE , W. R. ; RITENOUR, E. R. **Medical Imaging Physics**. 4 ed. USA: Wiley-Liss, Inc., 2002. 512 p.

HIELSCHER ULTRASOUND TECHNOLOGY. Ultrasonic Homogenizers for Liquid Processing. Disponível em: <<http://www.hielscher.com>>. Acesso em: 25 set. 2014.

HUNTER, T. F. ; BOLT, R. G. **Sonics**. New York: John Wiley & Sons, 1955. 234 p.

INSTITUTO BRASILEIRO DO MEIO AMBIENTE (IBAMA). **Informação técnica ELPN/IBAMA N° 001/2006**. Rio de Janeiro, mar. 2006.

KAYE & LABY, CONSTANTS OF PHYSICAL AND CHEMICAL CONSTANTS. **General physics: The speed and attenuation of sound**. Disponível em: <[http://www.kayelaby.npl.co.uk/general\\_physics/2\\_4/2\\_4\\_1.html](http://www.kayelaby.npl.co.uk/general_physics/2_4/2_4_1.html)>. Acesso em: 06 nov. 2014.

KINSLER, L. E. et al. **Fundamentals of acoustic**. 4 ed. USA: John Wiley & Sons, Inc., 2000. 548 p.

KRONIG, R. ; KRAMERS, H. A. **Absorption and Dispersion in X-Ray Spectra**. Zeits f. Phys. 48, 174. 1928.

KRONIG, R. **On the Theory of Dispersion of X-ray**. J. Opt. Soc. Am. 12. p. 547 – 556, 1926. Disponível em: <<http://www.opticsinfobase.org>>. Acessado em: 15 out. 2014.

KUCZMARSKI, M. A. ; JOHNSTON J. C. **Acoustic Absorption in Porous Materials**. USA: National Aeronautics and Space Administration (NASA), 2011. 20 p.

LANDAU, L. D. ; LIFSHITZ, E. M. **Statistical Physics**. Londre: Addison-Wesley Pub. Co., 1958. 484 p.

LAUGIER, P. ; HAIAT, G. Introduction to the Physics of Ultrasound. In: **Bone Quantitative Ultrasound**. França: Springer Science & Business Media, 2010. Cap. 2.

LAVENDER J. D. **Ultrasonic testing of steel castings**. USA: Steel Founders' Society of America, 1976. 36 p.

LEAL-CALDERON, F.; SCHMITT, V.; BIBETTE, J. **Emulsion Science: Basic Principles**. 2 ed. USA: Springer, 2006. 225 p.

LI, B. et al. Sound velocity measurement using transfer function method. **Journal of physics:condensed matter**, n.14, p. 11337, 25 out. 2002. Disponível em: <[stacks.iop.org/JPhysCM/14/11337](http://stacks.iop.org/JPhysCM/14/11337)>. Acesso em: 02 out. 2014.

MA, H.; WANG, B. Electrochemical Pilot-Scale Plant for Oil Field Produced Wastewater by M/C/Fe Electrodes for Injection. **Journal of Hazard. Mater.** v. 132, p. 237 – 243, 2006.

MANGULIS, V. Kramers-Kronig or dispersion relation in acoustics. **Journal of Acoustic Society of America**, v. 36, p. 221, 1964. Disponível em: <<http://scitation.aip.org>>. Acesso: 21 out. 2014.

MASON, T. J.; LORIMER, J. P. **Applied Sonochemistry: Uses of Power Ultrasound in Chemistry and Processing**. Weinheim: Wiley-VCH, 2002. 293 p.

MAURYA, V. N. et al. Measurement of Ultrasonic Velocity, Density, Viscosity and Refractive Index of Liquids Using Experimental Techniques. **World of Science Journal**, v. 1, n. 2, p. 27-50, 2013. Disponível em: <[http://www.engineerspress.com/index.php?option=com\\_content&view=article&id=213&Itemid=113](http://www.engineerspress.com/index.php?option=com_content&view=article&id=213&Itemid=113)>. Acesso em: 02 out. 2014.

MORSE, P. M. ; INGARD, K. **Theoretical Acoustics**. USA: Princetown University Press, 1968. 927 p.

MORSE, R. W. In: **Progress on Cryogenics**. Mendelssohn, K. Vol. I. London:Heywood.Sternberg, M. S. 1958. Physics Review 110:772.

O'DONNELL, M.; JAYNES, E. T. AND MILLER J. G. General relationships between ultrasonic attenuation and dispersion. **Journal of Acoustic Society of America**, v. 63, p. 1935-1938, 1978. Disponível em: <<http://scitation.aip.org>>. Acesso: 21 out. 2014.

O'DONNELL, M.; JAYNES, E. T. AND MILLER J. G. Kramers-Kronig relationship between ultrasonic attenuation and phase velocity. **Journal of Acoustic Society of America**, v. 69, p. 696-701, 1981. Disponível em: <<http://scitation.aip.org>>. Acesso: 21 out. 2014.

ORGANIZAÇÃO DOS PAÍSES EXPORTADORES DE PETRÓLEO (OPEP). **World Oil Outlook 2013**. Austria: OPEC, Secretariat, 2013.

PANGU , G. D., FEKE, D, L. Acoustically aided separation of oil droplets from aqueous emulsions. Department of Chemical Engineering, Case Western Reserve University, Cleveland, USA 2004.



PETROBRAS. **Processamento Primário de Petróleo**. Rio de Janeiro: Universidade Petrobras, Escola de Ciências e Tecnologias E&P, mar. 2007.

RAICHEL, D.R. **The Science Applications of Acoustics**. 2 ed. USA: Springer Science+Business Media, 2006. 663 p.

RAYLEIGH, J. W. S. **Theory of Sound, Volume One**. Londres: Macmillan and Co., 1877.

RONCHI, R. P. **Avaliação da eficiência do ultrassom no processo de separação de fases em água produzida e em emulsões sintéticas do tipo o/a**. Dissertação (Mestrado em Energia) - Universidade Federal do Espírito Santo, Espírito Santo, 2014

RUSINKO, D. **Design and optimization of an ultrasonic standing wave chamber**. USA: Case Western Reserve University, 2001. 176 p.

SALAGER, J. L. Emulsiones: Propriedades y Formulacion. In: Cuaderno FIRP 231. Mérida: Venezuela, 1993.

SATO, E. et al. Ultrasonic Testing Method for Detection of Planar Flaws in Graphite Material. **Materials Transactions**, Japão, v. 48, n. 6, p. 1227 – 1235, Mai. 2007.

SCHICK, M. J. Encyclopedia of emulsion technology, volume 1, basic theory. **Journal of Polymer Science**. v. 21, p. 680 – 682, 1983. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/pol.13.v21:8/issuetoc>>. Acesso em: 15 out. 2014.

SHAHBENDER, R. A. **Transactions of I. R. E. UE**, 1961.

SINGH, B. P. ; PANDEY, B. P. Ultrasonication for Breaking Water-in-Oil Emulsions. **Indian National Science Academy**, 58, A, n. 3, p. 181 – 194, jun. 1991.

SRIJAROONRAT, P., JULIEN, E., AURELLE, Y. Unstable secondary oil/water emulsion treatment using ultrafiltration: fouling control by backflushing. **Journal of Membrane Science**. v. 159, p.11-20, 1999.

STACK, L. J. et al. Factors influencing the ultrasonic separation of oil-in-water emulsions. **Ultrasonic sonochemistry**, v. 12, pp. 153 – 160, 2005.

THOMA, G. J.; BOWEN, M. L.; HOLLENSWORTH, D. Dissolved Air Precipitation/Solvent Sublation for Oil-Field Produced Water Treatment. **Separation and Purification Technology**. v. 16, p. 101 – 107, 1999.

THOMAS, J. E. **Fundamentos da Engenharia de Petróleo**. 2 ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2001. 267 p.

TOLT T. L.; FEKE, D. L. Separation of Dispersed Phases from Liquids in Acoustically Driven Chambers. **Chem. Eng. Sci.** v. 48. p. 527-540, 1993.

UMCHID, S. Frequency dependent ultrasonic attenuation coefficient measurement. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON BIOMEDICAL ENGINEERING, 3., 2008, Bangkok. **Anais...** Bangkok: Department Of Industrial Physics And Medical Instrumentation, Faculty Of Applied Science, King Mongkut's University Of Technology North Bangkok, 2008. p. 234- 238.

URICK, R.J. A sound velocity method for determining the compressibility of finely divided substances. **Journal of Applied Physics**, v. 18, 1947.

VOYUTSKY, S. **Colloid Chemistry**. Moscou: MIR Publishers. Moscou: 1978. 497 p.

WANG, Z; WANG H.; GUO Q. Effect of Ultrasonic Treatment on the Properties of Petroleum Coke Oil Slurry. **Energy & Fuels**, v. 20; pp. 1959-1964, 2006.

WEISER, M.A.H.; APFEL, R.E.; NEPPIRAS, E.A. Interparticle forces on red cells in a standing wave. **Acustica**, v. 56, p. 114–119, 1984.

YANG, X. G.; TAN, W.; TAN, X. F. Demulsification of Crude Oil Emulsion via Ultrasonic Chemical Method. **Petroleum Science and Technology**. v. 27. p. 2010 – 2020, 2009.

YE, G. ; LU, X. ; HAN, P. ; PENG, F. ; WANG, Y. ; SHEN, X. Application of ultrasound on crude oil pretreatment. **Chemical Engineering and Processing**, v. 47, n. 12, p. 2346–2350, 2008.

YOSIOKA, K.; KAWASIMA, G. Acoustic radiation pressure on a compressible sphere. **Acustica**, v.5, p. 167–173, 1955.

ZHENG X.; APFEL R. E. Acoustic interaction forces between two fluid spheres in an acoustic field. **Journal of the Acoustical Society of America**, v. 97 , p.p. 2218, 1995.

## ANEXO A: EQUAÇÕES DESENVOLVIDAS PARA APLICAÇÃO DA LEI DE SNELL APLICADAS AO MODELO COMPUTACIONAL

Para a construção do modelo computacional que representa o deslocamento dos raios de ondas ultrassônicas no interior de um banho ultrassônico, foi necessário estabelecer as condições de incidência do raio de onda para a aplicação da Lei de Snell.

As equações para o cálculo do ângulo de saída da onda refletida e da onda refrata tomam formas diferentes, dependendo da inclinação da superfície na qual ocorre a incidência e da inclinação do raio de onda ao atingir tal superfície.

A seguir são apresentadas todas as condições consideradas e as respectivas equações desenvolvidas para a construção do modelo computacional.

### A.1. DESENVOLVIMENTO DAS EQUAÇÕES

Considera-se a inclinação da interface entre os dois pontos de propagação como sendo o valor da inclinação do elemento onde se encontra o Ponto 2, esta inclinação será referida como ( $S$ ). A partir da inclinação da interface entre os meios ( $S$ ), da inclinação da frente de onda ( $I_1$ ) e dos valores de velocidade de propagação da onda no Ponto 1 ( $v_1$ ) e do Ponto 2 ( $v_2$ ) determina-se a inclinação da frente de onda no Ponto 2.

Para as equações que serão apresentadas abaixo são aplicadas as seguintes variáveis (Figura 43): inclinação da normal à superfície ( $N$ ), ângulo de incidência da frente de onda com relação à normal ( $\theta_i$ ), ângulo de saída da frente de onda com relação à normal ( $\theta_s$ ), ângulo de saída da frente de onda refratada ( $I_2$ ), ângulo de saída da frente de onda refletida ( $I_{reflex}$ ) e ângulo crítico de incidência ( $\theta_c$ ).

Vale lembrar que o ângulo crítico só existenos casos em que a velocidade de propagação no meio 2 ( $v_2$ ) é maior que a velocidade de propagação no meio 1 ( $v_1$ ) caso de uma incidência crítica não existe frente de onda refratada, apenas uma frente de onda refletida.

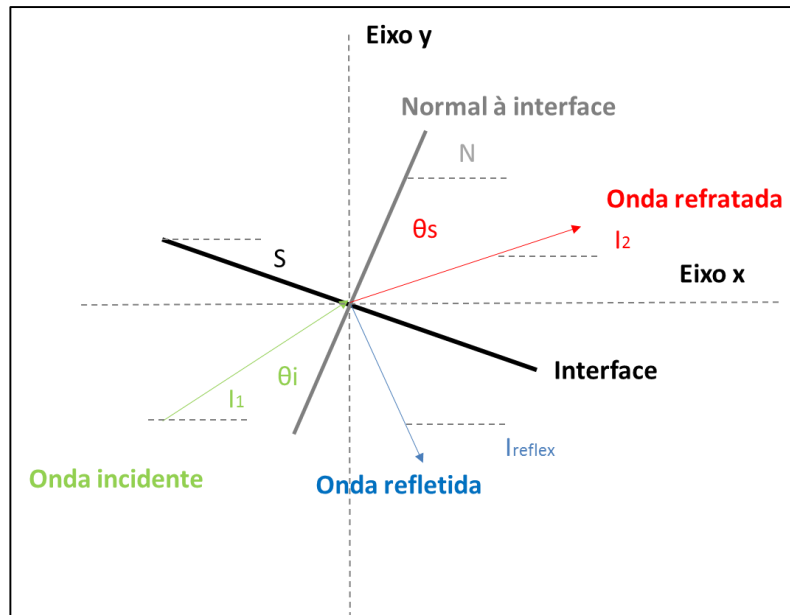


Figura 43: Caso geral de incidência de uma frente de onda sobre uma interface que separa meios de diferentes índices de refração.

**Condição 1: Inclinação negativa da interface ( $S < 0$ )**

A Figura 44 ilustra a condição 1, na qual a inclinação da interface de incidência é negativa e a inclinação da normal a esta interface possui valor positivo.

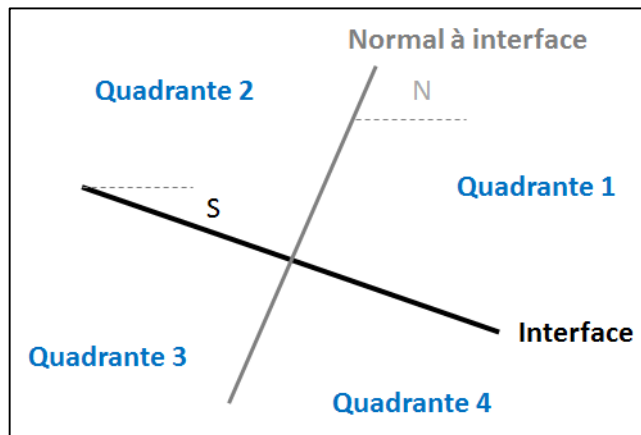


Figura 44: Condição de incidência 1: Superfície com inclinação negativa ( $S < 0$ ).

Nesta situação, a inclinação da normal é determinada pela Equação A.1.:

$$N = S + (\pi/2) \tag{ A.1}$$

A partir da condição 1 são determinadas cinco subcondições, dependendo do quadrante através do qual a onda incidente atinge a interface.

### Condição 1.1: Onda atingindo a interface pelo quadrante 1

A condição 1.1 foi dividida em duas outras subcondições: condição 1.1.1, na qual a onda atinge a interface pelo quadrante 1 inferior e condição 1.1.2, na qual a onda atinge a interface pelo quadrante 1 superior.

#### Condição 1.1.1: Onda atingindo a interface pelo quadrante 1 inferior

A condição 1.1.1 pode ser determinada pela Equação A.2.

$$l_1 > (S + \pi) \text{ e } l_1 \leq \pi \quad (\text{A.2})$$

A Figura 45 ilustra a condição 1.1.1.

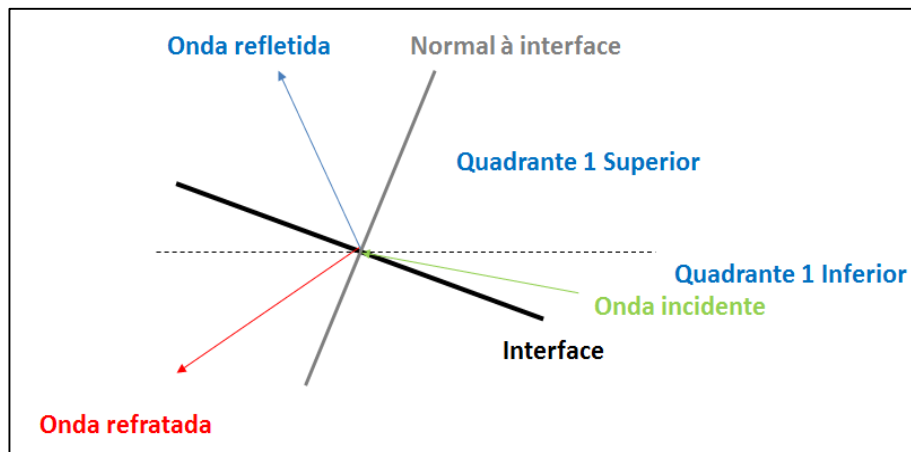


Figura 45: Condição de incidência 1.1.1: Onda atingindo a superfície pelo 1º quadrante inferior.

O ângulo crítico ( $\theta_c$ ) de incidência é obtido pela Equação A.3.

$$\theta_c = \arcsen(n_2/n_1) \quad (\text{A.3})$$

O ângulo de incidência com relação à normal é obtido pela Equação A.4.

$$\theta_i = \pi - l_1 + N \quad (\text{A.4})$$

No caso do ângulo de incidência possuir valor inferior ao ângulo crítico, os valores dos ângulos de saída das ondas refratada e refletida devem ser determinados. O ângulo da onda refrata com relação à normal ( $\theta_s$ ) é obtido pela Equação A.5

$$\theta_s = \arcsen((n_1/n_2) * \text{sen}(\theta_i)) \quad (\text{A.5})$$

No caso do ângulo de saída ser maior que o ângulo da normal à superfície ( $\theta_s > N$ ) o ângulo de saída com relação ao eixo coordenado x ( $I_2$ ) é obtido pela Equação A.6.

$$I_2 = \pi - (\theta_s - N) \quad (\text{A.6})$$

Em caso contrário ( $\theta_s \leq N$ ) pela Equação A.7.

$$I_2 = N - \theta_s - \pi \quad (\text{A.7})$$

O ângulo da onda refletida ( $I_{\text{reflex}}$ ), com relação ao eixo coordenado x é obtido pela Equação A.8.

$$I_{\text{reflex}} = \theta_i + N \quad (\text{A.8})$$

Para todas as condições, caso o ângulo de incidência seja igual ou superior ao ângulo crítico de incidência, não haverá raio de onda refratado, apenas um raio refletido de inclinação  $I_{\text{reflex}}$ .

### **Condição 1.1.2: Onda atingindo a interface pelo quadrante 1 superior**

A condição 1.1.2 pode ser determinada pela Equação A.9.

$$I_1 \geq -\pi \quad \text{e} \quad I_1 < (N - \pi) \quad (\text{A.9})$$

A Figura 46 ilustra a condição 1.1.2.

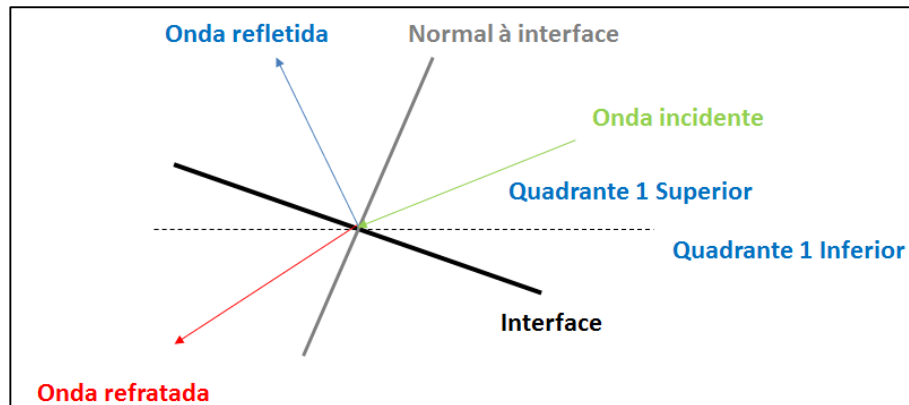


Figura 46: Condição de incidência 1.1.2: Onda atingindo a superfície pelo 1º quadrante superior.

O ângulo crítico ( $\theta_c$ ) de incidência é obtido pela Equação A.10.

$$\theta_c = \arcsen(n_2/n_1) \quad (\text{A.10})$$

O angulo de incidência com relação à normal é obtido pela Equação A.11.

$$\theta_i = -\pi - l_1 + N \quad (\text{A.11})$$

O ângulo da onda refrata com relação à normal ( $\theta_s$ ) é obtido pela Equação A.12.

$$\theta_s = \arcsen((n_1/n_2) * \text{sen}(\theta_i)) \quad (\text{A.12})$$

No caso do ângulo de saída ser maior que o ângulo da normal à superfície ( $\theta_s > N$ ) o ângulo de saída com relação ao eixo coordenado x ( $l_2$ ) é obtido pela Equação A.13.

$$l_2 = \pi - (\theta_s - N) \quad (\text{A.13})$$

Em caso contrário ( $\theta_s \leq N$ ) obtido pela Equação A.14.

$$l_2 = N - \theta_s - \pi \quad (\text{A.14})$$

O ângulo da onda refletida ( $I_{\text{reflex}}$ ), com relação ao eixo coordenado  $x$  é obtido pela Equação A.15.

$$I_{\text{reflex}} = \theta_i + N \quad (\text{A.15})$$

### Condição 1.2: Onda atingindo a interface pelo quadrante 2

A condição 1.2 pode ser determinada pela Equação A.16.

$$I_1 < S \quad \text{e} \quad I_1 > (N - \pi) \quad (\text{A.16})$$

A figura 47 ilustra a condição 1.2.

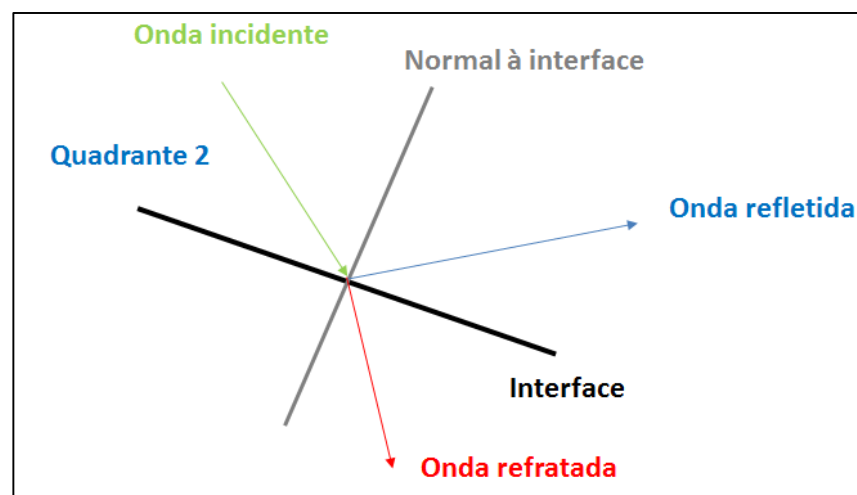


Figura 47: Condição de incidência 1.2: Onda atingindo a superfície pelo 2º quadrante.

O ângulo crítico ( $\theta_c$ ) de incidência é obtido pela Equação A.17

$$\theta_c = \arcsen(n_2/n_1) \quad (\text{A.17})$$

O angulo de incidência com relação à normal é obtido pela Equação A.18.

$$\theta_i = \pi + I_1 - N \quad (\text{A.18})$$



O ângulo da onda refrata com relação à normal ( $\theta_s$ ) é obtido pela Equação A.19.

$$\theta_s = \arcsen((n_1/n_2) * \text{sen}(\theta_i)) \quad (\text{A.19})$$

Ângulo de saída da onda refratada com relação ao eixo x ( $l_2$ ) é obtido pela Equação A.20.

$$l_2 = N + \theta_s - \pi \quad (\text{A.20})$$

O ângulo da onda refletida ( $l_{\text{reflex}}$ ), com relação ao eixo coordenado x é obtido pela Equação A.20.

$$l_{\text{reflex}} = N - \theta_i \quad (\text{A.20})$$

### Condição 1.3: Onda atingindo a interface pelo quadrante 3

A condição 1.3 pode ser determinada pela Equação A.21.

$$l_1 < N \quad \text{e} \quad l_1 > S \quad (\text{A.21})$$

A figura 48 ilustra a condição 1.3.

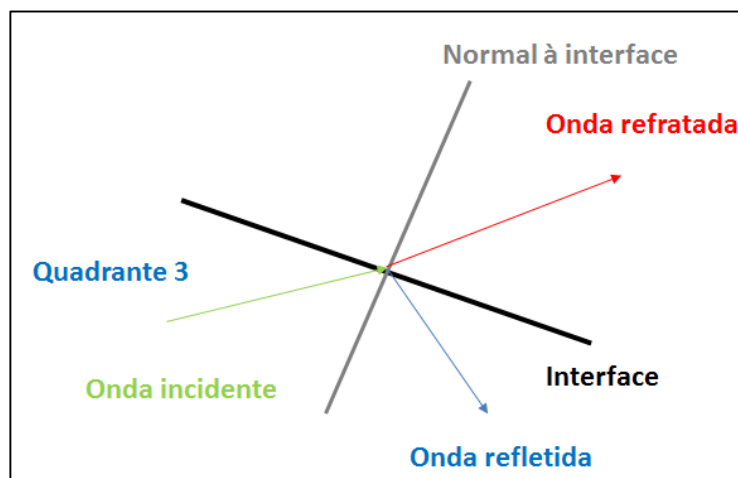


Figura 48: Condição de incidência 1.3: Onda atingindo a superfície pelo 3º quadrante.

O ângulo crítico ( $\theta_c$ ) de incidência é obtido pela Equação A.22.

$$\theta_c = \arcsen(n_2/n_1) \quad (\text{A.22})$$

O ângulo de incidência com relação à normal é obtido pela Equação A.23.

$$\theta_i = N - I_1 \quad (\text{A.23})$$

O ângulo da onda refrata com relação à normal ( $\theta_s$ ) é obtido pela Equação A.24.

$$\theta_s = \arcsen((n_1/n_2) * \text{sen}(\theta_i)) \quad (\text{A.24})$$

Ângulo de saída da onda refratada com relação ao eixo x ( $I_2$ ) é obtido pela Equação A.25.

$$I_2 = N - \theta_s \quad (\text{A.25})$$

O ângulo da onda refletida ( $I_{\text{reflex}}$ ), com relação ao eixo coordenado x é obtido pela Equação A.26.

$$I_{\text{reflex}} = I_1 + 2 \theta_i - \pi \quad (\text{A.26})$$

#### **Condição 1.4: Onda atingindo a interface pelo quadrante 4**

A condição 1.4 é determinada pela Equação A.27.

$$I_1 > N \text{ e } I_1 < (\pi + S) \quad (\text{A.27})$$

A figura 49 ilustra a condição 1.4.

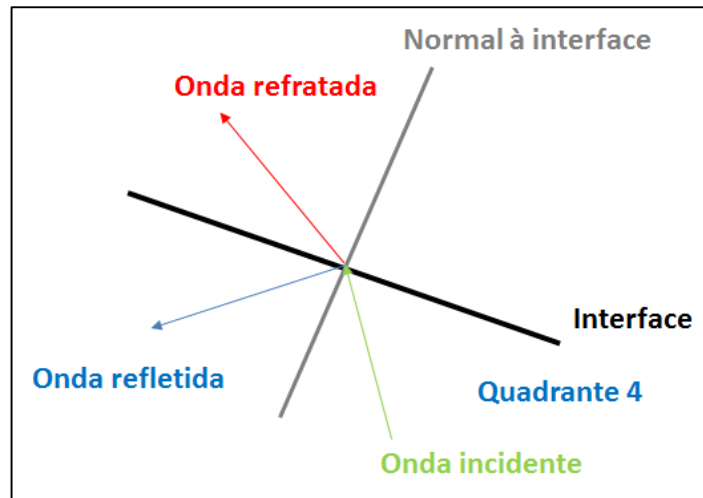


Figura 49: Condição de incidência 1.4: Onda atingindo a superfície pelo 4º quadrante.

O ângulo crítico ( $\theta_c$ ) de incidência é obtido pela Equação A.28.

$$\theta_c = \arcsen(n_2/n_1) \quad (\text{A.28})$$

O angulo de incidência com relação à normal é obtido pela Equação A.29.

$$\theta_i = I_1 - N \quad (\text{A.29})$$

O ângulo da onda refrata com relação à normal ( $\theta_s$ ) é obtido pela Equação A.30.

$$\theta_s = \arcsen((n_1/n_2) * \sen(\theta_i)) \quad (\text{A.30})$$

o ângulo de saída da onda refratada com relação ao eixo x ( $I_2$ ) é obtido pela Equação A.31.

$$I_2 = N + \theta_s \quad (\text{A.31})$$

O ângulo da onda refletida ( $I_{\text{reflex}}$ ), com relação ao eixo coordenado x é obtido pela Equação A.32.

$$I_{\text{reflex}} = I_1 - 2 \theta_i - \pi \quad (\text{A.32})$$

O ângulo da onda refletida deve ainda ser ajustado para o caso de  $I_{\text{reflex}} > \pi$  a partir da Equação A.33.

$$I_{\text{reflex}} = I_{\text{reflex}} - 2\pi \quad (\text{A.33})$$

E para o caso de  $I_{\text{reflex}} < -\pi$  pela Equação A.34.

$$I_{\text{reflex}} = I_{\text{reflex}} + 2\pi \quad (\text{A.34})$$

### Condição 2: Inclinação positiva da interface ( $S > 0$ )

A Figura 50 ilustra a condição 2, na qual a inclinação da interface de incidência é positiva e a inclinação da normal a esta interface possui valor negativo.

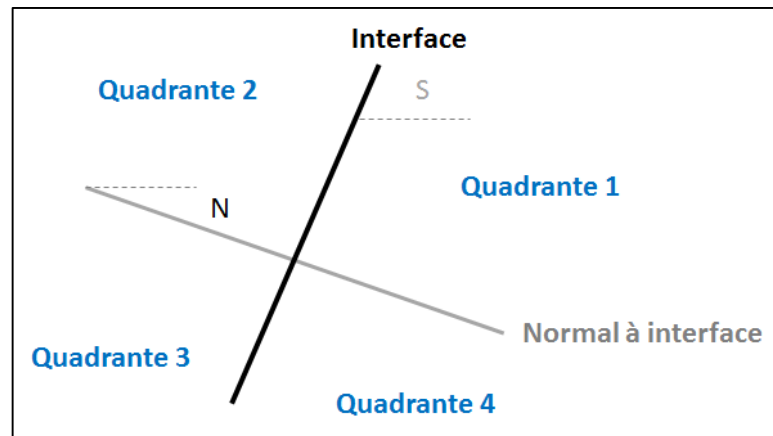


Figura 50: Condição de incidência 1: Superfície com inclinação positiva ( $S > 0$ ).

Nesta situação, a inclinação da normal é determinada pela Equação A.35.

$$N = S - (\pi/2) \quad (\text{A.35})$$

Assim como para a condição 1, também são determinadas subcondições para a condição 2, que dependem do quadrante em que a frente de onda atinge a interface.

#### Condição 2.1.1: Onda atingindo a interface pelo quadrante 1 inferior

A condição 2.1.1 é determinada pela Equação A.36.

$$I_1 > \pi + N \text{ e } I_1 < \pi \quad (\text{A.36})$$

A Figura 51 ilustra a condição 2.1.1.

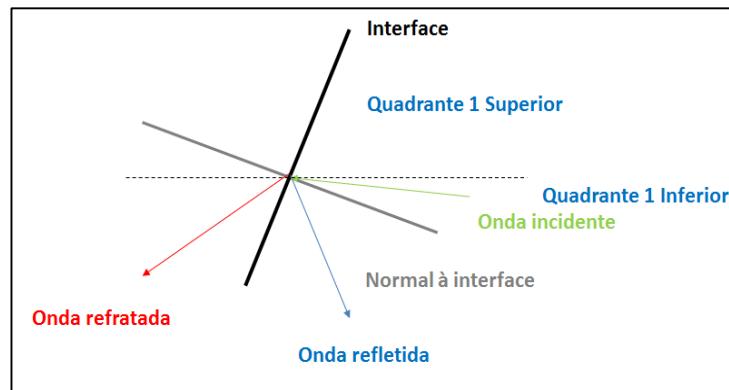


Figura 51: Condição de incidência 2.1.1: Onda atingindo a superfície pelo 1º quadrante inferior.

O ângulo crítico ( $\theta_c$ ) de incidência é obtido pela Equação A.37.

$$\theta_c = \arcsen(n_2/n_1) \quad (\text{A.37})$$

O angulo de incidência com relação à normal é obtido pela Equação A.38.

$$\theta_i = I_1 - N - \pi \quad (\text{A.38})$$

O ângulo da onda refrata com relação à normal ( $\theta_s$ ) é obtido pela Equação A.39.

$$\theta_s = \arcsen((n_1/n_2) * \text{sen}(\theta_i)) \quad (\text{A.39})$$

O ângulo de saída da onda refratada com relação ao eixo x ( $I_2$ ), no caso de  $\theta_s < -N$  é obtido pela Equação A.40.

$$I_2 = \pi + N + \theta_s \quad (\text{A.40})$$

No caso de  $\theta_s \geq -N$  é obtido pela Equação A.41.

$$I_2 = -\pi + N + \theta_s \quad (\text{A.41})$$

O ângulo da onda refletida ( $I_{\text{reflex}}$ ), com relação ao eixo coordenado x é obtido pela Equação A.42.

$$I_{\text{reflex}} = N - \theta_i \quad (\text{A.42})$$

### Condição 2.1.2: Onda atingindo a interface pelo quadrante 1 superior

A condição 2.1.2 é determinada pela Equação A.43.

$$I_1 > -\pi \text{ e } I_1 < (S - \pi) \quad (\text{A.43})$$

A Figura 52 ilustra a condição 2.1.2.

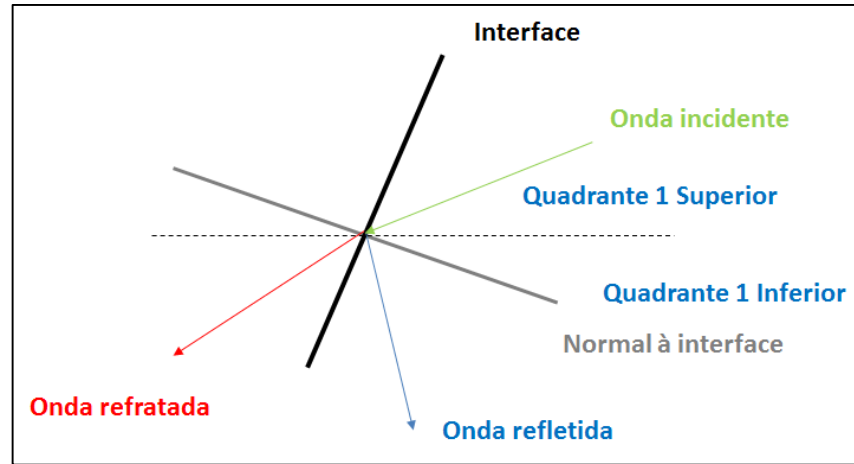


Figura 52: Condição de incidência 2.1.2: Onda atingindo a superfície pelo 1º quadrante superior.

O ângulo crítico ( $\theta_c$ ) de incidência é obtido pela Equação A.45.

$$\theta_c = \arcsen(n_2/n_1) \quad (\text{A.45})$$

O angulo de incidência com relação à normal é obtido pela Equação A.46.

$$\theta_i = I_1 - N + \pi \quad (\text{A.46})$$

O ângulo da onda refrata com relação à normal ( $\theta_s$ ) é obtido pela Equação A.47.

$$\theta_s = \arcsen((n_1/n_2) * \text{sen}(\theta_i)) \quad (\text{A.47})$$

O ângulo de saída da onda refratada com relação ao eixo x ( $I_2$ ), no caso de  $\theta_s < -N$  é obtido pela Equação A.48.

$$I_2 = \pi + N + \theta_s \quad (\text{A.48})$$

No caso de  $\theta_s \geq -N$  é obtido pela Equação A.49.

$$I_2 = -\pi + N + \theta_s \quad (\text{A.49})$$

O ângulo da onda refletida ( $I_{\text{reflex}}$ ), com relação ao eixo coordenado x é obtido pela Equação A.50.

$$I_{\text{reflex}} = N - \theta_i \quad (\text{A.50})$$

### Condição 2.2: Onda atingindo a interface pelo quadrante 2

A condição 2.2 é determinada pela Equação A.51.

$$l_1 < N \quad \text{e} \quad l_1 > (S - \pi) \quad (\text{A.51})$$

A Figura 53 ilustra a condição 2.2.

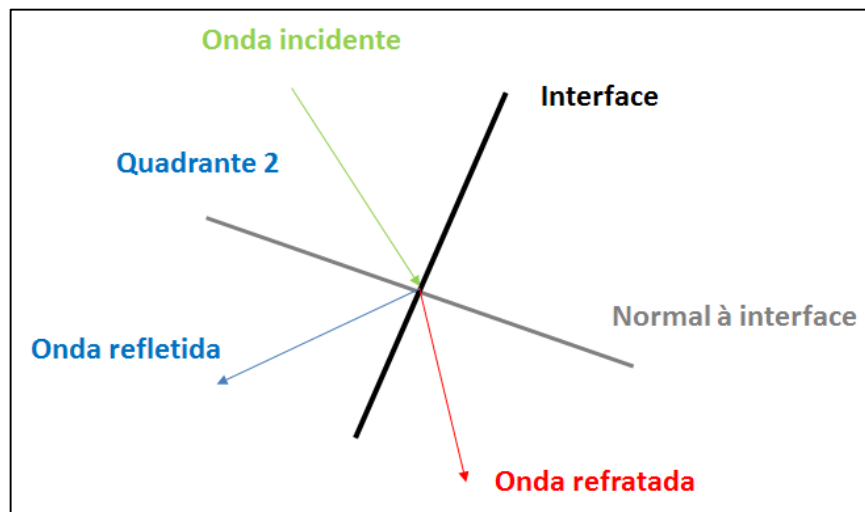


Figura 53: Condição de incidência 2.2: Onda atingindo a superfície pelo 2º quadrante.

O ângulo crítico ( $\theta_c$ ) de incidência é obtido pela Equação A.52.

$$\theta_c = \arcsen(n_2/n_1) \quad (\text{A.52})$$

O ângulo de incidência com relação à normal é obtido pela Equação A.53.

$$\theta_i = N - l_1 \quad (\text{A.53})$$

O ângulo da onda refrata com relação à normal ( $\theta_s$ ) é obtido pela Equação A.54.

$$\theta_s = \arcsen((n_1/n_2) * \sen(\theta_i)) \quad (\text{A.54})$$

O ângulo de saída da onda refratada com relação ao eixo x ( $l_2$ ) é obtido pela Equação A.55.

$$l_2 = N - \theta_s \quad (\text{A.55})$$

O ângulo da onda refletida ( $l_{\text{reflex}}$ ), com relação ao eixo coordenado x, no caso de  $\theta_i \leq -N$  é obtido pela Equação A.56.

$$l_{\text{reflex}} = \pi - (-N - \theta_i) \quad (\text{A.56})$$

No caso de  $\theta_i > -N$  é obtido pela Equação A.57.

$$I_{\text{reflex}} = \theta_i + N - \pi \quad (\text{A.57})$$

### Condição 2.3: Onda atingindo a interface pelo quadrante 3

A condição 2.3 é determinada pela Equação A.58.

$$I_1 < S \quad \text{e} \quad I_1 > N \quad (\text{A.58})$$

A Figura 54 ilustra a condição 2.3.

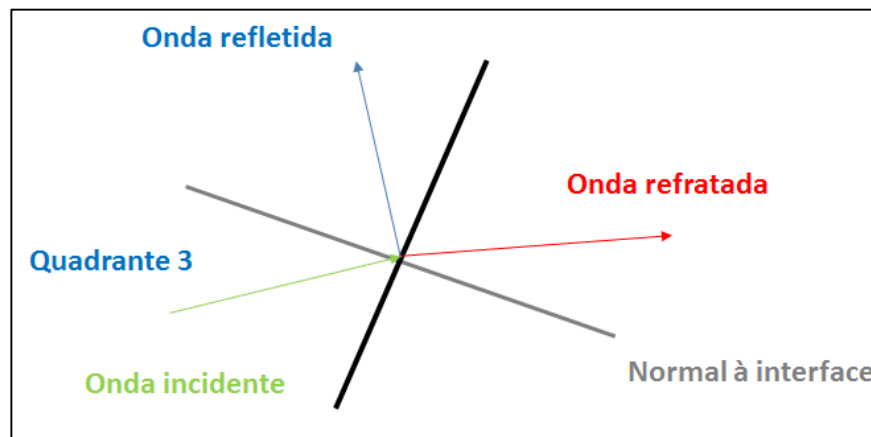


Figura 54: Condição de incidência 2.3: Onda atingindo a superfície pelo 3º quadrante.

O ângulo crítico ( $\theta_c$ ) de incidência é obtido pela Equação A.59.

$$\theta_c = \arcsen(n_2/n_1) \quad (\text{A.59})$$

O angulo de incidência com relação à normal é obtido pela Equação A.60.

$$\theta_i = I_1 - N \quad (\text{A.60})$$

O ângulo da onda refrata com relação à normal ( $\theta_s$ ) é obtido pela Equação A.61.

$$\theta_s = \arcsen((n_1/n_2) * \text{sen}(\theta_i)) \quad (\text{A.61})$$

O ângulo de saída da onda refratada com relação ao eixo x ( $I_2$ ) é obtido pela Equação A.62.

$$I_2 = N + \theta_s \quad (\text{A.62})$$

O ângulo da onda refletida ( $I_{\text{reflex}}$ ), com relação ao eixo coordenado x é obtido pela Equação A.63

$$I_{\text{reflex}} = S + \pi/2 - \theta_i \quad (\text{A.63})$$



### Condição 2.4: Onda atingindo a interface pelo quadrante 4

A condição 2.3 é determinada pela Equação A.64.

$$I_1 < \pi + N \quad \text{e} \quad I_1 > S \quad (\text{A.64})$$

A Figura 55 ilustra a condição 2.4.

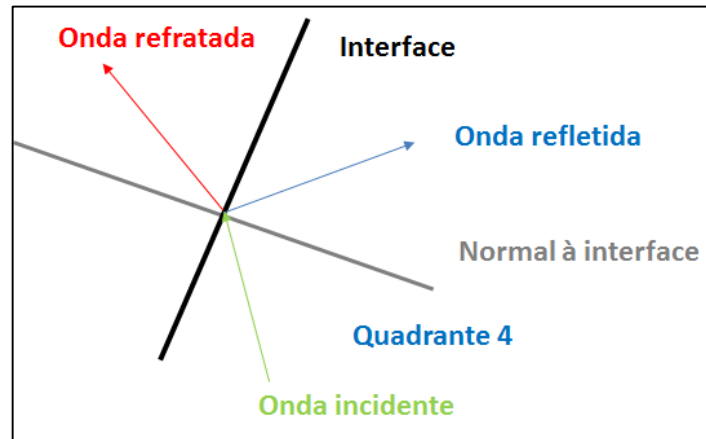


Figura 55: Condição de incidência 2.4: Onda atingindo a superfície pelo 4º quadrante.

O ângulo crítico ( $\theta_c$ ) de incidência é obtido pela Equação A.65.

$$\theta_c = \arcsen(n_2/n_1) \quad (\text{A.65})$$

O angulo de incidência com relação à normal é obtido pela Equação A.66.

$$\theta_i = \pi + N - I_1 \quad (\text{A.66})$$

O ângulo da onda refrata com relação à normal ( $\theta_s$ ) é obtido pela Equação A.67.

$$\theta_s = \arcsen((n_1/n_2) * \sen(\theta_i)) \quad (\text{A.67})$$

O ângulo de saída da onda refratada com relação ao eixo x ( $I_2$ ) é obtido pela Equação A.68.

$$I_2 = S + \pi/2 - \theta_s \quad (\text{A.68})$$

O ângulo da onda refletida ( $I_{\text{reflex}}$ ), com relação ao eixo coordenado x é obtido pela Equação A.69.

$$I_{\text{reflex}} = N + \theta_i \quad (\text{A.69})$$

### Condição 3: Inclinação da interface igual a zero ( $S = 0$ )

A Figura 56 ilustra a condição 3, na qual a inclinação da interface é nula, ou seja, a interface se encontra na horizontal.

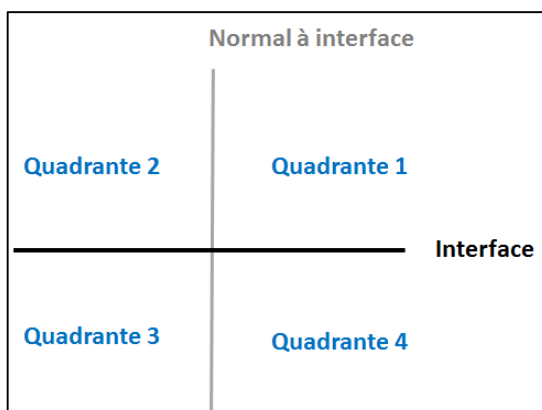


Figura 56: Condição de incidência 1: Superfície com inclinação positiva ( $S > 0$ ).

Nesta situação, a inclinação da normal é obtido pela Equação A.70.

$$N = S + (\pi/2) \quad (\text{A.70})$$

As subcondições para a condição 3 são apresentadas abaixo:

#### Condição 3.1: Onda atingindo a interface pelo quadrante 1

A condição 3.1 é determinada pela Equação A.71.

$$l_1 < -\pi/2 \quad \text{e} \quad l_1 > -\pi \quad (\text{A.71})$$

A Figura 57 ilustra a condição 3.1.

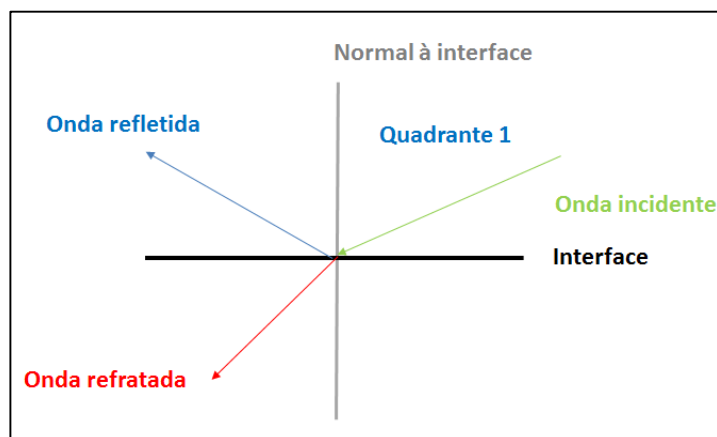


Figura 57: Condição de incidência 3.1: Onda atingindo a superfície pelo 1º quadrante.

O ângulo crítico ( $\theta_c$ ) de incidência é obtido pela Equação A.72.

$$\theta_c = \arcsen(n_2/n_1) \quad (\text{A.72})$$

O ângulo de incidência com relação à normal é obtido pela Equação A.73.

$$\theta_i = -\pi/2 - l_1 \quad (\text{A.73})$$

O ângulo da onda refrata com relação à normal ( $\theta_s$ ) é obtido pela Equação A.74.

$$\theta_s = \arcsen((n_1/n_2) * \text{sen}(\theta_i)) \quad (\text{A.74})$$

O ângulo de saída da onda refratada com relação ao eixo x ( $l_2$ ) é obtido pela Equação A.75.

$$l_2 = -\pi/2 - \theta_s \quad (\text{A.75})$$

O ângulo da onda refletida ( $l_{\text{reflex}}$ ), com relação ao eixo coordenado x é obtido pela Equação A.76.

$$l_{\text{reflex}} = \pi/2 + \theta_i \quad (\text{A.76})$$

### Condição 3.2: Onda atingindo a interface pelo quadrante 2

A condição 3.2 é determinada pela Equação A.77.

$$l_1 < 0 \text{ e } l_1 > -\pi/2 \quad (\text{A.77})$$

A Figura 58 ilustra a condição 3.2.

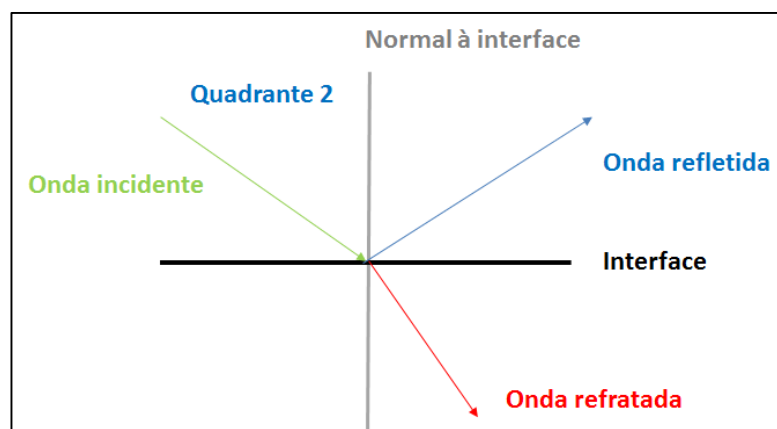


Figura 58: Condição de incidência 3.2: Onda atingindo a superfície pelo 2º quadrante.

O ângulo crítico ( $\Theta_c$ ) de incidência é obtido pela Equação A.78.

$$\Theta_c = \arcsen(n_2/n_1) \quad (\text{A.78})$$

O angulo de incidência com relação à normal é obtido pela Equação A.79.

$$\theta_i = \pi/2 + l_1 \quad (\text{A.79})$$

O ângulo da onda refrata com relação à normal ( $\theta_s$ ) é obtido pela Equação A.80

$$\theta_s = \arcsen((n_1/n_2) * \text{sen}(\theta_i)) \quad (\text{A.80})$$

O ângulo de saída da onda refratada com relação ao eixo x ( $l_2$ ) é obtido pela Equação A.81.

$$l_2 = -\pi/2 + \theta_s \quad (\text{A.81})$$

O ângulo da onda refletida ( $l_{\text{reflex}}$ ), com relação ao eixo coordenado x é obtido pela Equação A.82.

$$l_{\text{reflex}} = \pi/2 - \theta_i \quad (\text{A.82})$$

### Condição 3.3: Onda atingindo a interface pelo quadrante 3

A condição 3.3 é determinada pela Equação A.83.

$$l_1 < \pi/2 \quad \text{e} \quad l_1 > 0 \quad (\text{A.83})$$

A Figura 59 ilustra a condição 3.3.

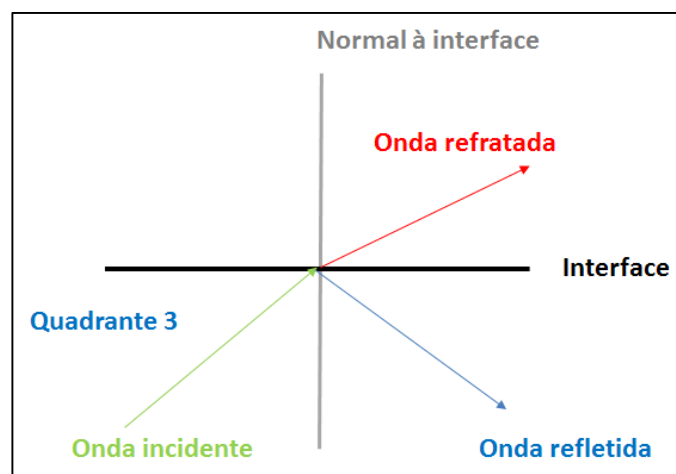


Figura 59: Condição de incidência 3.3: Onda atingindo a superfície pelo 3º quadrante.

O ângulo crítico ( $\theta_c$ ) de incidência é obtido pela Equação A.84.

$$\theta_c = \arcsen(n_2/n_1) \quad (\text{A.84})$$

O ângulo de incidência com relação à normal é obtido pela Equação A.85.

$$\theta_i = \pi/2 - I_1 \quad (\text{A.85})$$

O ângulo da onda refrata com relação à normal ( $\theta_s$ ) é obtido pela Equação A.86.

$$\theta_s = \arcsen((n_1/n_2) * \text{sen}(\theta_i)) \quad (\text{A.86})$$

O ângulo de saída da onda refratada com relação ao eixo x ( $I_2$ ) é obtido pela Equação A.87.

$$I_2 = N - \theta_s \quad (\text{A.87})$$

O ângulo da onda refletida ( $I_{\text{reflex}}$ ), com relação ao eixo coordenado x é obtido pela Equação A.88.

$$I_{\text{reflex}} = \theta_i - \pi/2 \quad (\text{A.88})$$

#### Condição 3.4: Onda atingindo a interface pelo quadrante 4

A condição 3.4 é determinada pela Equação A.89.

$$I_1 < \pi \text{ e } I_1 > \pi/2 \quad (\text{A.89})$$

A Figura 60 ilustra a condição 3.4.

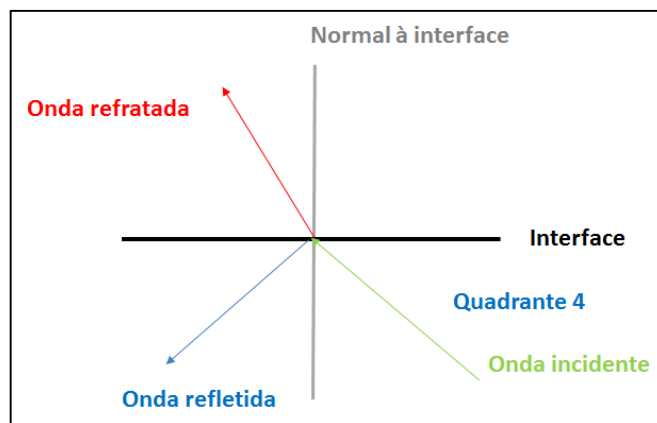


Figura 60: Condição de incidência 3.4: Onda atingindo a superfície pelo 4º quadrante.

O ângulo crítico ( $\theta_c$ ) de incidência é obtido pela Equação A.90

$$\theta_c = \arcsen(n_2/n_1) \quad (\text{A.90})$$

O ângulo de incidência com relação à normal é obtido pela Equação A.91.

$$\theta_i = -\pi/2 + I_1 \quad (\text{A.91})$$

O ângulo da onda refrata com relação à normal ( $\theta_s$ ) é obtido pela Equação A.92.

$$\theta_s = \arcsen((n_1/n_2) * \sin(\theta_i)) \quad (\text{A.92})$$

O ângulo de saída da onda refratada com relação ao eixo x ( $I_2$ ) é obtido pela Equação A.93.

$$I_2 = N + \theta_s \quad (\text{A.93})$$

O ângulo da onda refletida ( $I_{\text{reflex}}$ ), com relação ao eixo coordenado x é obtido pela Equação A.94.

$$I_{\text{reflex}} = -\theta_i - \pi/2 \quad (\text{A.94})$$