UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE

LEANDRA GONÇALVES DOS SANTOS

PADRÕES NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA: uma possibilidade a partir do uso de software de computação gráfica

Vitória

2016

Leandra Gonçalves dos Santos

PADRÕES NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA: uma possibilidade a partir do uso de software de computação gráfica

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação da Universidade Federal do Espírito Santo - PPGE/CE/UFES, como requisito para obtenção do título de Doutor em Educação na linha de pesquisa Educação e Linguagens: Matemática.

Orientadora: Professora Doutora Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner.

Vitória

2016

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
(Biblioteca Setorial de Educação,
Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

Santos, Leandra Gonçalves dos, 1975-
S237p Padrões na aprendizagem matemática : uma possibilidade a partir do uso de software de computação gráfica / Leandra Gonçalves dos Santos. – 2016.
240 f. : il.

Orientador: Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner.
Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Educação.

1. Aprendizagem. 2. Computação gráfica. 3. Educação – Matemática. 4. Ensino fundamental. 5. Percepção de padrões. 6. Projetos científicos – Educação. 7. Tecnologia educacional – Projetos. I. Santos-Wagner, Vânia Maria Pereira dos, 1955-. II. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro de Educação. III. Título.

CDU: 37

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

LEANDRA GONÇALVES DOS SANTOS

PADRÕES NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA: UMA POSSIBILIDADE A PARTIR DO USO DE SOFTWARE DE COMPUTAÇÃO GRÁFICA

Tese apresentada ao Curso de Doutorado em Educação da Universidade Federal do Espírito Santo como requisito parcial para obtenção do Grau de Doutor em Educação.

Aprovada em 29 de fevereiro de 2016.

COMISSÃO EXAMINADORA

Professora Doutora Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner
Universidade Federal do Espírito Santo

Professora Doutora Gerda Margit Schutz Foerste
Universidade Federal do Espírito Santo

Professora Doutora Denise Meyrelles de Jesus
Universidade Federal do Espírito Santo

Professora Doutora Sandra Aparecida Fraga da Silva
Instituto Federal do Espírito Santo

Professora Doutora Maria Alice Veiga Ferreira de Souza
Instituto Federal do Espírito Santo

Professora Doutora Maria Isabel Piteira do Vale
Instituto Politécnico de Viana do Castelo

AGRADECIMENTOS

A **Deus** por me carregar no colo durante todas as tempestades e bonanças que passei no percurso e na conclusão deste estudo.

À minha família pelo incentivo. Em especial, à minha mãe Dalcemir e meu pai Luiz, pela compreensão ao me ausentar dos programas de família. Agradeço pelas incessantes orações, pedindo a proteção divina ao meu favor.

À minha orientadora Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner pela amizade, compreensão, dedicação e ensinamentos. São mais de dez anos de convívio, aprendizado e superação de desafios.

Aos colegas da turma de doutorado pelas amizades conquistadas.

Aos colegas Geraldo e Messenas pelos diálogos estabelecidos e pela amizade consolidada nesses anos juntos.

Às professoras da banca examinadora que contribuíram para a conclusão desse trabalho.

Às colegas Thiarla e Simone que se dispuseram em dar suas generosas e oportunas contribuições.

Ao Fundo de Apoio à Ciência e Tecnologia do Município de Vitória – FACITEC – pelo fomento da pesquisa.

RESUMO

A pesquisa de doutorado constituiu-se na investigação em educação matemática das potencialidades de aprendizagem de um grupo de dez estudantes, de 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, participantes do Projeto de Iniciação Científica Júnior [PIBIC Jr], de uma escola do município de Vitória, no estado do Espírito Santo. Esse estudo aconteceu entre julho de 2013 e fevereiro de 2014. Objetivou explorar tarefas matemáticas que auxiliassem os estudantes a encontrar padrões e regularidades e que os ajudassem a chegar à generalização de ideias matemáticas. Ainda, almejou identificar as estratégias dos estudantes ao resolver tarefas de padrões e representá-las com software de computação gráfica. Os procedimentos metodológicos fundamentaram-se na pesquisa qualitativa no campo da educação matemática. A investigação observou as representações que os estudantes apresentaram no processo de aprendizagem para a formalização e generalização de padrões matemáticos e computacionais. Utilizou-se para isso, durante o Projeto de Iniciação Científica Jr, dois softwares de computação gráfica, o Sweet Home® e o Auto Cad®. Os aportes teórico-metodológicos dos estudos de padrões têm origem nos trabalhos de Vale e Pimentel. Tall, Skemp, Vygotsky, dentre outros, que contribuíram para a compreensão das representações matemáticas realizadas pelos alunos ao resolver uma tarefa matemática. Para os estudos das imagens computacionais, Azevedo e Conci, bem como, Tall, contribuíram na compreensão da identificação de padrões matemáticos em tais imagens. Nossos resultados indicaram que os estudantes aprendem de forma instrumental e apresentam dificuldades de representar a generalização de forma a encontrar o termo geral. Nas tarefas computacionais, embora os estudantes identificassem os conceitos matemáticos e padrões necessários para resolver essas tarefas, eles sentiam dificuldades em explicitar verbalmente e em representar os conceitos e imagens envolvidos. Apesar disso, eles fizeram as imagens solicitadas com a ajuda dos softwares computacionais e chegaram por tentativa e erro às representações das imagens. Entretanto, quando eles recebiam uma imagem ou uma tarefa computacional já resolvida, eles não conseguiam representar essa imagem computacional por meio de um conceito matemático ou de uma fórmula geral. Com isso, nosso estudo salienta a relevância de se trabalhar sistematicamente tarefas de padrões matemáticos e associá-las às ideias e representações matemáticas e computacionais. Portanto, nossa tese é que os alunos participantes do PIBIC Jr sentiram-se motivados a aprender conceitos matemáticos e a resolver tarefas computacionais e desenvolveram competências cognitivas e emocionais de pesquisadores júnior. Ademais, eles buscaram estratégias para resolverem tarefas matemáticas de padrões, mas evidenciaram dificuldades em identificar matematicamente o termo geral. Assim, conseguiram identificar os elementos matemáticos na computação gráfica, mas tiveram dificuldades de representar imagens e associá-las a padrões matemáticos relacionados com essa tarefa computacional.

Palavras-chave: Educação Matemática. Padrões Matemáticos. Computação Gráfica. Ensino Fundamental. Projeto de Iniciação Científica Júnior.

ABSTRACT

The doctoral research was a study in mathematics education that investigates the potentialities of learning of a group of tem students from 8th and 9th grades from fundamental schooling, participating in a Junior Scientific Initiation Project [PIBIC Jr] from a municipal school of Vitoria, in the state of Espírito Santo. This study took place from July 2013 until February 2014. It aimed to explore mathematical tasks that helped students to find out patterns and regularities and helped them to come up with generalizations of mathematical ideas. It still aimed to identify students' strategies to solve pattern tasks and represent them with graphical computing software. The methodological procedures had their background on qualitative research in the field of mathematics education. The inquiry observed the representations that students showed in the process of learning to formalize and generalize mathematical and computational patterns. It has used, for this matter, during the Junior Scientific Initiation Project, two graphical computational software, the Sweet Home® and the Auto Cad®. The theoretical-methodological foundations from the studies of patterns come from the work from Vale and Pimentel. Tall, Skemp, Vygotsky, among others, that contributed to the comprehension of the mathematical representations done by the pupils when solving a mathematical task. For the studies of computational images, Azevedo and Conci, as well as Tall, contributed in the comprehension of the mathematical patterns' identification in such images. Our results indicate that the students learn in an instrumental way and show difficulties to represent a generalization and to find the general term. In the computational tasks, even though the students identified the mathematical concepts and patterns necessary to solve the tasks they still felt difficulties in explicating verbally and in representing the concepts and images involved. However, they made the images requested with the help of the computational software and they arrived by trial and error in the representations of the images. Nonetheless, when they received an image of a computational task already done, they were not able to represent this computational image by means of a mathematical concept or a general formula. With this, our study calls attention to the relevance of working on a routine basis with mathematical patterns tasks as well as to link those ideas involved with their mathematical and computational representations. Therefore, our thesis is that the pupils participating at PIBIC Jr felt themselves motivated to learn mathematical concepts and to solve computational tasks and also developed cognitive and emotional competences of junior researchers. In addition to that, they tried to find out strategies to solve the mathematical patterns tasks, but exhibited difficulties to identify the general term. In this way, they were able to perceive the mathematical elements from graphical computation, but they had trouble to represent images and to associate them to mathematical patterns related with this computational task.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Patterns. Graphical Computation. Fundamental Schooling. Junior Scientific Initiation Project.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SIGLAS

FACITEC – FUNDO DE AMPARO A CIÊNCIA E TECNOLOGIA
ISO - INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION
PCN – PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS
PIBIC Jr. – PROGRAMA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA JÚNIOR
PISA - PROGRAMME FOR INTERNATIONAL STUDENT ASSESSMENT
UFES – UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Este estudo foi realizado no âmbito do Curso de Doutorado em Educação, na linha de pesquisa Educação e Linguagens: Matemática, na Universidade Federal do Espírito Santo. Teve como foco as temáticas de padrões, regularidades e generalizações em matemática. Em termos gerais, o estudo investigou e analisou possibilidades de aprendizagem matemática a partir da exploração de padrões matemáticos em tarefas matemáticas e também com o uso de softwares de computação gráfica. Neste estudo, consideramos que padrões matemáticos expressam o sentido de algo que funciona em matemática segundo um modelo ou regra, de algo que se repete, e que envolve alguma regularidade. Também identificamos em padrões matemáticos que conceitos matemáticos foram usados como, por exemplo, modelos de operações, modelos de resolução de exercícios matemáticos, parâmetros, regras e fórmulas matemáticas. Aparecem também em sequências numéricas, onde fomos efetuando alguns cálculos aritméticos e onde regularidades foram identificadas.

Em termos mais específicos o estudo analisou as estratégias de dez estudantes, (quatro estudantes de 8º ano e seis estudantes de 9º ano), participantes de um Projeto de Iniciação Científica Júnior (PIBIC Jr.) ao resolverem tarefas de padrões matemáticos. Identificou também aprendizagens e descobertas matemáticas e computacionais evidenciadas no percurso desse projeto. Dessa maneira, o estudo decorreu da abordagem de um problema diagnosticado nas salas de aulas e que envolveu as seguintes dificuldades: a) reconhecer padrões matemáticos; b) chegar ao termo geral de um padrão; e c) associar o conhecimento de padrões matemáticos aos padrões computacionais.

Nosso interesse, portanto, se ateve a investigar como os estudantes resolviam tarefas que envolvessem padrões numéricos e geométricos e de que forma chegavam à generalização desses padrões. Nesse processo, acompanhamos também o desenvolvimento desses estudantes na resolução de tarefas em que precisassem encontrar regularidades em padrões computacionais. Esse percurso metodológico, de cunho qualitativo, rendeu-nos vários questionamentos que nos levaram ao estudo de autores como Tall (2003); Skemp (1976); Vale (2009), dentre outros. As dificuldades que emergiram em sala de aula e as leituras realizadas motivaram a realização desse estudo, a delineação da problemática de pesquisa, de nossas hipóteses de trabalho, objetivos e perguntas.

1.1 Motivação do Estudo

> Tendo em vista que a identidade se dá exatamente dentro das relações e interações que o homem exerce com sua história e meio social será também na escola que essa identidade irá se formar (OLTRAMARI, KAWAHALA, 1998, p. 20).

Nossa motivação vem se construindo ao longo da jornada enquanto professora de matemática, com as necessidades de aprimorarmos nossos estudos, vinculando-os ao meio social e ao contexto escolar do estudante. Dessa forma, nossa identidade vem se constituindo com as experiências e interações experimentadas, ao longo dos anos, nos contextos escolares por onde passamos (OLTRAMARI; KAWAHALA, 1998).

Nessa jornada docente, vivemos experiências em que precisamos estudar e/ou reforçar teorias que nos ajudassem a interagir com o meio social onde estávamos inseridos. Isso fez com que vivenciássemos as dificuldades de estudantes de escolas públicas em aprenderem álgebra, conforme já defendiam Lins e Gimenez (1997). Essa nossa vivência resultou no trabalho investigativo de mestrado (SANTOS, 2007), com o título "Introdução do pensamento algébrico: um olhar sobre professores e livros didáticos de matemática", no ano de 2007.

Na ocasião, comprovamos que os estudantes possuem dificuldades na álgebra escolar, principalmente ao se depararem com a generalização em matemática. Ainda, constatamos que a abordagem trazida pelo livro didático não favorece o desenvolvimento do pensamento algébrico se, e somente se, o professor desempenhar o papel de mediador na aprendizagem da álgebra. A partir desse trabalho de mestrado nosso legado, enquanto docente, tornou-se, então, o de ensinar a álgebra de maneira que as dificuldades encontradas pelos estudantes do ensino fundamental fossem minimizadas. Para que isso acontecesse, trabalhamos para que estudantes experimentassem, ao longo desses anos, por exemplo:

a) Jogos: como forma de construir conhecimentos matemáticos e de revisar tais conhecimentos aprendidos pelo aluno (BRASIL, 2014). Destacamos o jogo Mancala[1] que trabalha cognitivamente no estudante o processo de contagem e divisão (com resto diferente de zero).

Figura 1: Alunos jogando Oware (2009).
Fonte: Própria autora.

Ainda, o “jogo da velha” com a finalidade de explorar as operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e radiciação. Outros modelos de jogos também foram utilizados, de modo que, a partir da aplicação de propriedades fundamentais da matemática (tais como, o algoritmo de divisão), o estudante pudesse chegar à generalização matemática.

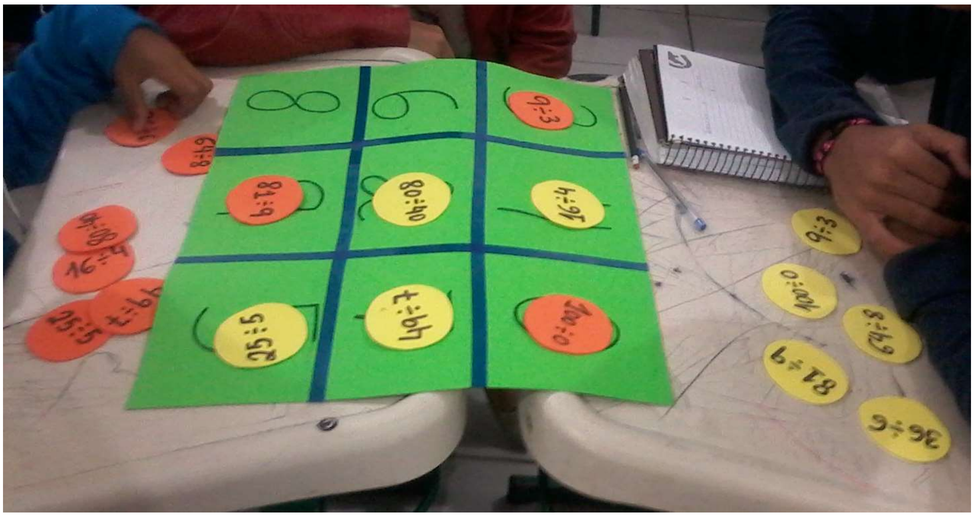


Figura 2: Alunos jogando “o jogo da velha” (2015).
Fonte: Própria autora.

---

[1] Jogo de origem africana e que traduz a maneira que a cultura do povo africano utiliza para a semeadura. Veja detalhes em: http://www.jogos.antigos.nom.br/mancala.asp

b) Resolução de problemas: que exigem desde a interpretação textual à representação matemática do problema (representações textuais, simbólicas, geométricas e algébricas). Nessa perspectiva, a possibilidade de utilizar os tipos de problemas matemáticos, tais como, exercícios de conhecimento; exercícios algorítmicos; problemas de aplicação; problemas de pesquisa aberta e situações problemas (POLYA, 1978) são necessários para o desenvolvimento do pensamento algébrico e matemático do estudante. Álgebra associada à geometria, a representação algébrica com o uso de símbolos e de signos e a álgebra associada à informática. Tendo como objetivo, ajudar estudantes do ensino fundamental no aprendizado da álgebra ensinamos e exploramos o conhecimento matemático em tarefas envolvendo, por exemplo: (i) o estudo da generalização do cálculo da área de polígonos e não polígonos, a observação das propriedades matemáticas na simetria de figuras geométricas, a generalização e aplicação da fórmula do cálculo do juro simples e composto, o raciocínio lógico e estatístico nos jogos e na probabilidade, dentre os outros conteúdos que fazem parte do currículo de matemática desses estudantes.

c) Álgebra associada à geometria, a representação algébrica com o uso de símbolos e de signos e a álgebra associada à informática. Com o objetivo de ajudar estudantes do ensino fundamental no aprendizado da álgebra, ensinamos e exploramos o conhecimento matemático em tarefas que envolviam, por exemplo: (i) o estudo da generalização do cálculo da área de polígonos e não polígonos, (ii) a observação das propriedades matemáticas na simetria de figuras geométricas, (iii) a generalização e aplicação da fórmula do cálculo do juro simples e composto, (iv) o raciocínio lógico e estatístico nos jogos e na probabilidade, dentre os outros conteúdos que fazem parte do currículo de matemática desses estudantes.

d) A exploração desses e de outros conteúdos matemáticos, experimentando diversas metodologias com os estudantes, tais como, a resolução de problemas (POLYA, 1978), a utilização de material concreto (LORENZATO, 2006), a utilização dos jogos (IMENES, 2008), utilização de computadores e calculadoras (COXFORD; SHULTE, 1995), dentre outros, despertou-nos para uma outra questão investigativa: a geometria dinâmica. Essa última se difere da geometria euclidiana, pois, aproveita a experiência que o estudante possui com o computador e com os games para explorar os 'alicerces do edifício geométrico' (LOPES; NASSER, 1996).

Além do que foi exposto anteriormente, a figura seguinte apresenta os denominados 'alicerces do edifício geométrico' esquematizado por Lopes e Nasser (1996) e resume o que buscamos fazer e explorar com os alunos na aprendizagem da geometria escolar.

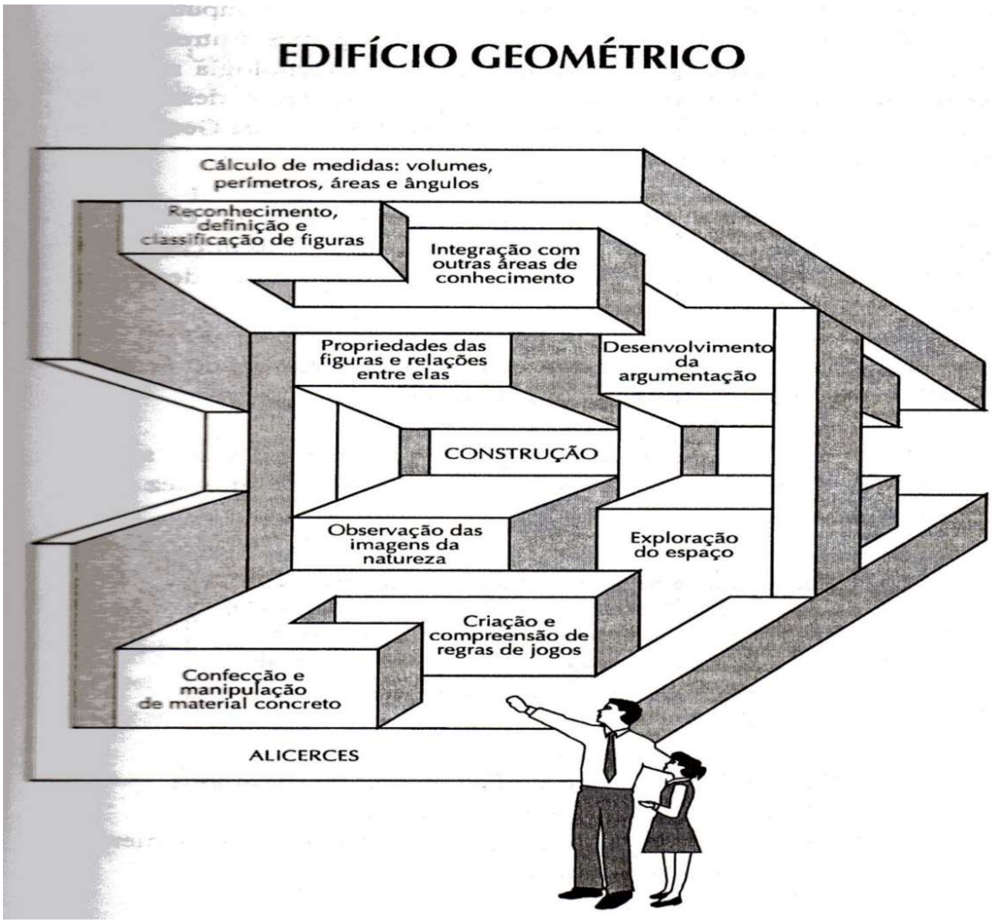


Figura 3: Esquema que representa a geometria além da euclidiana, a geometria dinâmica

Fonte: (LOPES; NASSER, 1996).

Ao longo de nossa jornada docente, constatamos que a ação dos estudantes, ao executarem as tarefas de matemática, é a de buscarem regularidades e regras. Isso acontece, pois eles buscam estratégias que os levem ao aprendizado. Assim, procuram chegar a alguma compreensão dos problemas a partir da determinação de regras, modelos e regularidades. Observamos, portanto, estudantes que buscavam pela materialização dos conceitos por meio da representação de desenho e de imagens mentais ao se depararem com a generalização matemática. Ou seja, eles recorriam a modelos de representações (MACHADO, 2003) para mostrar ou justificar sua aprendizagem em matemática. Por exemplo, no estudo de proporcionalidade com o grupo de estudantes de 8º e 9º anos, as estratégias para demonstrarem suas aprendizagens configuraram-se na construção de representações mentais de suas moradias.

As estratégias dos alunos evidenciaram a representação de suas moradias com desenhos. Em seguida mediram, calcularam a área e o perímetro e montaram suas moradias, utilizando os conhecimentos do cálculo de escala numérica. Estratégias como essas foram recorrentes e ajudaram-nos a iniciar investigações em salas de aula em torno da abstração e da generalização de conceitos matemáticos, utilizando como suporte a geometria ou desenhos geométricos. Logo, consideramos com essas experiências investigativas em sala de aula, a constituição do nosso problema de pesquisa para esse estudo de doutoramento. Ou seja, em várias tarefas matemáticas o estudante recorria a estratégias que o levassem a perceber as regras e os padrões com intuito de transpor seus processos mentais e chegar à generalização matemática.

1.2 Problema de Investigação

O problema de investigação foi se constituindo, portanto, a partir de quatro aspectos principais: a) nossa experiência como professora e pesquisadora; b) as dificuldades dos alunos com o conteúdo matemático, de modo geral, e com a álgebra em particular; c) as observações das estratégias que os alunos utilizavam para perceber regras, padrões e chegar à generalização matemática e; d) a necessidade de um trabalho integrado que envolvesse aritmética, álgebra e geometria.

Como dissemos anteriormente, enquanto docente de matemática e pesquisadora da temática do ensino de álgebra, nosso trabalho voltou-se para a aprendizagem de álgebra, buscando maneiras de ensiná-la sem tornar sua compreensão difícil para os estudantes (BOOTH, 1995). Pois as dificuldades se revelavam em nossa sala de aula e reforçavam os que os estudos científicos e as avaliações nacionais e internacionais já divulgavam a esse respeito.

Estudos científicos e avaliações nacionais e internacionais indicam que os estudantes têm dificuldades desde interpretar símbolos operatórios, algébricos até efetuar operações com esses símbolos e resolver problemas que envolvam manipulação simbólica (LINS; GIMENEZ, 1997). Em aritmética, o eixo de estudos está no conceito de número, nas operações e na apresentação de respostas numéricas e suas propriedades. Em geometria, o foco de investigações está em encontrar procedimentos para sua aplicação em sala de aula (SANTOS, 2009), em identificar as causas de seu abandono no ensino de matemática ao longo da história (CRESCENTI, 2005; FRAGA, 2004), e em mostrar sua contextualização com o mundo à nossa volta (DOMINGOS, 2010).

Uma das questões que tem nos causado preocupação é justamente a falta de uma integração entre álgebra, aritmética e geometria no ensino de matemática. Mas, ao longo de nossa trajetória temos nos motivado a investigar, em salas de aula, as conexões entre a álgebra e geometria, aritmética e geometria, aritmética e álgebra. Conexões essas necessárias para que haja aprendizado. Havendo a aprendizagem matemática acreditamos que os estudantes conseguem demonstrá-la, utilizando vários modelos de representações conforme experiência vivida em sala de aula.

No decorrer desses anos constatamos a importância de se trabalhar de forma integradora, no ensino da matemática, a álgebra, a geometria e a aritmética. Diante disso, as atividades em que utilizamos a geometria como mecanismo de aprendizagem nos mostra que a visão geométrica, muitas vezes, ajuda o estudante na compreensão da álgebra e de seu pensamento algébrico. Na atuação enquanto docente, acreditamos que ao ensinarmos matemática devemos buscar integrar o conhecimento do estudante ao conhecimento matemático curricular. E por meio do conhecimento escolar e com a utilização de ferramentas e recursos ajudar o estudante a desenvolver seu conhecimento matemático. Pensamos que o estudo de padrões com auxílio de recursos didáticos tecnológicos nos proporciona a integração da imagem mental com o concreto (PAIS, 2013), da imagem com a aritmética, da imagem com a matemática algébrica e geométrica, da imagem com a matemática computacional.

Tal pensamento foi reforçado com a nossa pesquisa de mestrado, em que investigamos o pensamento algébrico em turmas do ensino fundamental, com professores de ensino fundamental e analisamos livros didáticos de matemática. Concluímos no estudo que a pesquisa no campo algébrico nos dá evidências de que o desenvolvimento do pensamento algébrico do estudante deve ser explorado com atividades que envolvam padrões, regularidades e generalizações (SANTOS, 2007).

Sendo assim, temos que estudantes do ensino fundamental possuem dificuldades com habilidades relevantes para aprendizagem de matemática. Tais dificuldades estavam estampadas nos índices das avaliações e estudos e também em nossa sala de aula. Verificamos também a necessidade de um trabalho integrado de álgebra/aritmética/geometria. Além disso, refletimos sobre como os alunos procuravam por regularidades e padrões para resolver situações problemas e chegar às generalizações matemáticas. Essas reflexões nos levaram a pensar que atividades que envolvessem padrões, regularidades e generalizações poderiam contribuir para a aprendizagem matemática dos estudantes.

Em relação ao conhecimento geométrico, por exemplo, é importante levar o estudante a educar o seu olhar para a matemática como "a ciência dos padrões" (DEVLIN, 2002, p. 9). Esse é um método inovador que gera aprendizagens principalmente no modo do aluno ver e representar situações matemáticas. Para tanto é preciso mediar essa aprendizagem com o uso de recursos diversos, em uma ação cíclica de ensinar – aprender, aprender – ensinar (CARRAHER, 1992). Isto nos motiva a pensar a matemática em uma perspectiva da valorização do pensamento matemático avançado do estudante presentes no conhecimento matemático para a vida (TALL, 1993). Com isso, é possível reforçar elos e conexões entre o conteúdo matemático aprendido e o pensamento matemático necessário, que ajudem os estudantes em suas habilidades de resolverem problemas matemáticos em seu cotidiano.

Assim, fomos construindo nosso foco de estudo na inserção de padrões na aprendizagem matemática em que regularidades e generalizações estão conectados no currículo da escola básica. E estes estão intrinsecamente conectados ao estudo de aritmética, álgebra e geometria. Atualmente torna-se essencial que tarefas no ensino de matemática abordem essas temáticas e procurem identificar conexões entre temas matemáticos. Argumentamos, assim, por acreditarmos, como Devlin (2002), que a matemática é a ciência dos padrões e que podemos ajudar o estudante a aprender matemática por meio do estudo de padrões e utilização de tecnologias computacionais.

1.2 Questões de Investigação

Nesse estudo, nosso problema constituiu-se em investigar a dificuldade que o estudante possui em reconhecer padrões matemáticos, em determinar a regularidade de padrões matemáticos e a partir deles chegar à generalização matemática. Essas considerações aliadas ao trabalho desenvolvido durante o Projeto de Iniciação Científica Júnior (PIBIC Jr.), contribuíram para a construção de nossas questões de investigação. Durante o referido projeto, em 2013/2014, que se tornou palco de nossa pesquisa, os estudantes resolveram tarefas matemáticas em que procuraram padrões, encontraram regularidades e estabeleceram generalizações. Essas tarefas abrangeram contextos algébricos, geométricos e trigonométricos. Como forma de promover um aprendizado significativo e inovador, nossa proposta foi a de inserir tarefas que abarcassem o contexto e as vivências dos estudantes[2], além de levá-los a descobertas matemáticas e computacionais. As questões que emergiram dessa experiência foram as seguintes:

a) Que aprendizagens e descobertas matemáticas e computacionais foram evidenciadas pelos alunos participantes do Projeto de Iniciação Científica Júnior (PIBIC Jr.)?
b) Que estratégias os estudantes utilizaram para resolver tarefas de padrões matemáticos no percurso do PIBIC Jr.?

1.3 Hipóteses Metodológicas de Investigação

Reiterando o que já colocamos anteriormente, em nossa prática docente tivemos a experiência de trabalhar com padrões para promover o pensamento algébrico (SANTOS, 2007). E, nossa experiência é endossada por Pereira (2013, p. 78) que

[2] Estamos fazendo menção a geração multimídia (BAIRRAL, 2007), ou seja, jovens atraídos e motivados pelas tecnologias computacionais e que utilizamos como recurso na aprendizagem matemática.

enfatiza que o trabalho com padrões permite que os alunos desenvolvam a capacidade de generalização, fator que consideramos primordial na aprendizagem de matemática. Com isso, nossas hipóteses metodológicas de investigação constituem-se de suposições de trabalho que foram desenvolvidas a partir de nossas experiências de ensino de matemática. Portanto, acreditamos que é possível:

A) Aprender conceitos matemáticos a partir do estudo de padrões com o auxílio de tecnologias computacionais permitem que o estudante faça descobertas e amplie sua aprendizagem matemática.
B) Pensar em estratégias para resolver tarefas de padrões possibilita ao estudante desenvolver sua capacidade de estabelecer conexões matemáticas e identificar padrões.

1.4 Objetivos da Investigação

1.4.1 Objetivo Geral

Investigar e analisar possibilidades de aprendizagem matemática a partir de padrões matemáticos e do uso software de computação gráfica.

1.4.2 Objetivos Específicos

(1) Analisar estratégias dos estudantes participantes do PIBIC Jr. ao resolverem tarefas de padrões matemáticos.
(2) Identificar aprendizagens e descobertas matemáticas e computacionais evidenciadas no percurso do Projeto de Iniciação Científica Junior (PIBIC Jr.).

1.5 Organização Geral do Trabalho

Essa tese encontra-se estruturada em cinco quatro capítulos. O capítulo 1 é constituído por esta *Introdução.* Neste capítulo apresentamos o problema de pesquisa, as hipóteses iniciais de trabalho e os objetivos a serem alcançados. Em seguida, temos o capítulo 2 referente a revisão de literatura e marco teórico. Nele discutimos sobre o papel do ensino de padrões matemáticos no currículo brasileiro, a importância da resolução de problemas no ensino de matemática e da elaboração de tarefas que permitam tornar o aprendizado de matemática mais significativo em sala de aula. Além disso, em aspectos gerais, dissertamos sobre a importância do tratamento das representações simbólicas e visuais para uma aprendizagem significativa. E nossa ênfase está na abordagem do conceito de padrões e como este aparece nas tarefas de sala de aula e em livros didáticos. Ainda, discutimos a relevância do uso das tecnologias nas aulas de matemática, a utilização de softwares de computação gráfica e consequentemente de tecnologias que nos ajudaram alcançar nossos resultados. No capítulo três, intitulado “Trajetória metodológica da pesquisa”, narramos todo o percurso da pesquisa. Ainda nesse capítulo, temos o “Tratamento e análise de dados coletados” dispomos da análise de algumas das tarefas utilizadas na investigação e resolvidas pelos estudantes. No capítulo quatro encerramos nosso trabalho com nossas considerações finais da investigação em padrões, as contribuições desta pesquisa para o campo de pesquisa educação matemática. Ainda, dissertamos sobre alguns riscos ao utilizarmos tecnologias em sala de aula e cuidados para que as intervenções pedagógicas possam promover aprendizagem matemática. E por fim, dissertamos sobre possíveis caminhos futuros de pesquisa.

2 REVISÃO DE LITERATURA E MARCO TEÓRICO

> Em muitos aspectos da vida somos atraídos para as regularidades e amiúde tentamos interpretar situações procurando, ou mesmo impondo, padrões. Este aspecto é também visível na Matemática, pois podemos afirmar que um dos objectivos da Matemática é descobrir a regularidade onde parece vingar o caos, ou seja, no meio da desordem e confusão extrai-se a estrutura e a invariância (VALE; PIMENTEL, 2009, p. 6).

Em nossa revisão de literatura sintetizamos ideias de autores que nos ajudaram a compreender o tema e a analisar as tarefas dos dez jovens estudantes participantes do PIBIC Jr. Comecemos com o autor Devlin (2002) que define a matemática como "a ciência dos padrões". Ele nos convence acerca desse conceito, pois o justifica exemplificando da seguinte forma:

> O que o matemático faz é examinar "padrões" abstractos – padrões numéricos, padrões de formas, padrões de movimento, padrões de comportamento, etc. Esses padrões tanto podem ser reais como imaginários, visuais ou mentais, estáticos ou dinâmicos, qualitativos ou quantitativos, puramente utilitários ou assumindo um interesse pouco mais que recreativo. Podem surgir a partir do mundo à nossa volta, das profundezas do espaço e do tempo, ou das atividades mais ocultas da mente humana (DEVLIN, 2002, p. 9).

A exemplo disso temos os números inteiros que Devlin (2002) explica ser o resultado do 'reconhecimento de padrões no mundo à nossa volta". Vemos esses padrões quando fazemos a associação de "um quadro", "um ovo", "uma flor" ao padrão de unidade. O conjunto dos números naturais N = {1, 2, 3, 4, ...} pertence aos números da contagem, que utilizamos constantemente em nosso dia-a-dia. E essa forma 1, 2, 3, ... é a forma simbólica, com algarismos indo-arábicos, em que representamos esse padrão. Ou seja, conseguimos associar os números naturais à contagem de elementos. Nesse caso os números estão ordenados e o padrão observado ou descrito pelos números constitui em cada um deles é maior que o anterior em 1 unidade (DEVLIN, 2002).

Não podemos esquecer que a história das civilizações egípcia, grega, babilônia, chinesa, dentre outras nos mostra o quanto tais povos buscaram padrões para determinar seus sistemas de escritas numéricas (BOYER, 1996; EVES, 2004). O desenvolvimento da matemática primitiva ocorreu principalmente ao longo dos grandes rios da África e Ásia, tais como o rio Tigre, Nilo, Eufrates, dentre outros. De acordo com Eves (2004), grandes sociedades como a Mesopotâmia e o Egito estabeleceram-se ao redor desses rios. Diante do desenvolvimento desses povos a matemática era utilizada para atender as demandas de suas atividades, ou seja, principalmente para contribuir na produção agrícola e engenharia. Com isso, "a ênfase inicial da matemática foi dada à aritmética e à mensuração prática" (EVES, 2004, p. 20). Ou seja, cada civilização desenvolveu sua forma de representar a matemática por meio de símbolos que determinavam suas linguagens escritas.

Devlin (2002, p. 16) considera outros padrões tais como, "padrões de igualdade e de desigualdade, padrões formados pelos números primos e compostos". Já autores como Conway e Guy (1999) consideram ainda os padrões formados pelos quadrados perfeitos, números octaédricos, números cúbicos, etc. Estudos comprovam que esses padrões constituem a teoria dos números (DEVLIN, 2002; BENTLEY, 2009; VALE, PIMENTEL, BARBOSA, FONSECA, SANTOS, CANAVARRO, 2006; SANTOS, 2014). Pois, a teoria dos números integra os estudos das propriedades dos elementos que formam os conjuntos numéricos. Por exemplo:

a) 1,3, 6, 9 ... nesse caso se perguntarmos qual o padrão, a resposta seria um padrão de contagem onde cada um deles é maior que anterior 3 unidades.
b) 0, 2, 6, 8, 10, ... nesse padrão de contagem cada número é maior que o anterior 2 unidades.

Analisando esses dois exemplos vemos que podemos descrever os padrões de forma abstrata ou "formal", pois a "descrição matemática é a mais adequada" (DEVLIN, 2002), para representarmos notações simbólicas e conceitos matemáticos. Ou seja, no exemplo (a) podemos escrever abstratamente o padrão da seguinte forma

$n + 3 = m$ ou $m = n+ 3$, sendo que $m > n$ e $n \neq 0$

No exemplo (b) o padrão escrito na forma abstrata pode ser representado por

$$m = n + 2, \text{ com } n < m$$

Há padrões em que a sua concepção torna-se mais confortável quando a vemos representada numericamente, outro geometricamente ou representada de forma algébrica. Ou seja, considerando que a matemática é a "ciência dos padrões"

(DEVLIN, 2002, p. 19) e tudo que vemos há matemática, então a forma que vemos a realidade implica em diferentes formas de descrevê-la nossa realidade. Concluímos que, podemos descrever nosso entorno, representando-a em diferentes modelos (visuais, mentais, numéricos etc.).

Certamente, em nossos estudos encontramos relevância na concepção conceitual dos números na abordagem de Devlin (2002), pois o autor acredita que esse fato "marca a última etapa do processo do reconhecimento do padrão do número de elementos de um conjunto" (DEVLIN, 2002, p. 16). Logo, entendemos que padrões é algo abstrato e, o padrão matemático é abstrato a tal ponto que, para "falar dele é necessário exemplificar" (DEVLIN, 2002, p. 16). Com isso, buscamos na história da matemática alguns exemplos que nos levaram a considerar a 'matemática como a ciência dos padrões'.

Vários fatos históricos evidenciam que representemos o mundo conforme o vemos a partir de nossas concepções. Por exemplo, o matemático Tales de Mileto (século VI a. C.; Grécia) desenvolveu suas investigações representando suas deduções matemáticas (EVES, 2004) de forma geométrica. Por meio de suas investigações, *surgiram* dois famosos padrões matemáticos, cujos conceitos são:

- Um círculo é dividido em duas partes iguais por qualquer um dos seus diâmetros.

- Os lados de triângulos semelhantes são proporcionais.

Segundo Eves (2004, p. 115) "devemos aos pitagóricos" o desenvolvimento do raciocínio postulacional da geometria amplamente utilizado na matemática moderna. Como "mercador, homem de negócios" (BOYER, 1996, p. 31) Tales de Mileto dedicou seus momentos finais de vida, calculando a altura de uma pirâmide através da sombra. Sua forma demonstrativa de ver o seu entorno ganhou reputação (EVES, 2004, p. 95) tornando-o o precursor da geometria demonstrativa.

Os pitagóricos são responsáveis pela dedução algébrica de alguns padrões, demonstrando-os geometricamente. O mais famoso dele é: "Em qualquer triângulo retângulo, o quadrado do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos outros dois lados" (DEVLIN, 2002, p. 21), denominado de teorema de Pitágoras. Os pitagóricos conseguiram demonstrar o padrão e sua regularidade, geometricamente (BARBOSA, 1993), conforme figura abaixo:

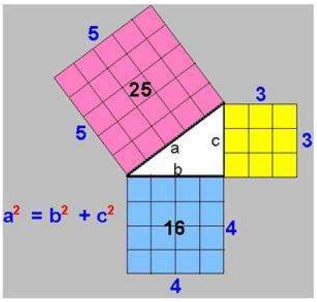


Figura 4: Teorema de Pitágoras relaciona o comprimento da hipotenusa de um triângulo retângulo com o comprimento dos outros dois lados.

Fonte: curious-math.blogspot.com.br

Algebricamente, dados um triângulo retângulo com lados *a, b, c*; sendo *a* hipotenusa e igual a 5 e os outros catetos b e c iguais, respectivamente a 3 e a 4 então o padrão percebido pelos pitagóricos em sua representação algébrica é $a^2 = b^2 + c^2$. Ou seja, particularizando temos $(5)^2 = (3)^2 + (4)^2$. Resolvendo a sentença temos que 25 = 9 + 16, chegando a uma sentença afirmativa 25 = 25!

Enquanto os egípcios e babilônicos ficaram séculos fazendo registros de sua linguagem em papiros e tabuletas de barro, respectivamente, a civilização grega se desenvolveu e utilizou a álgebra geométrica na resolução de problemas (STRUIK,1989). A resolução dos problemas propostos era apresentada de forma geométrica devido à grande obra de Euclides (aproximadamente 300 a.C.). Nos dias de Euclides o uso da álgebra geométrica tinha grande significado. *O* "raciocínio algébrico de Euclides era expresso totalmente numa forma geométrica" (Struik, 1989, p. 92).

Desse modo, se observarmos nosso entorno seja a natureza em suas formas (figura 2), seja na criação humana (figura 3) encontramos diversos padrões.

Figura 5: Padrão apresentado pela imagem de uma Flor.
Fonte: Própria autora (2011).

Igualmente ao pensamento de Devlin (2002), consideremos que, ao observarmos uma flor[3] ou o mundo à nossa volta entramos no campo em que usamos a geometria para descrever alguns padrões que denominamos de visuais (DEVLIN, 2002). Segundo o autor,

> Os nossos olhos apreendem outros padrões, padrões visuais não tanto de formas mas de figuras. Os padrões de simetria são disso mesmo exemplos evidentes. A simetria de um floco de neve ou de uma flor está claramente relacionada com a regularidade geométrica óbvia desses objetos. O estudo da simetria representa um dos aspectos mais profundos e mais abstractos da forma (DEVLIN, 2002, p. 151).

De certo, a simetria possui sua complexidade, principalmente quando a justificamos algebricamente pela teoria dos corpos[4] (LIMA, 2005; BARBOSA, 1993; DEVLIN, 2002). Um dos padrões que observamos na imagem da flor é a simetria reflexional (BARBOSA, 1993). Ou seja, uma imagem construída a partir da translação de elementos geométricos. Veja exemplo:

---

[3] John H. Conway e Richard K. Cury (1999) na obra intitulada "Livros dos Números" explicam sobre os padrões presentes nas flores e esmiúçam com detalhes sobre a filotaxia, estudo do arranjo das folhas.

[4]Em matemática, teoria dos grupos é o ramo que estuda as estruturas algébricas chamadas de grupos. De forma mais poética, "teoria dos grupos é o ramo da matemática que responde à questão "o que é simetria?" O conceito de grupo é fundamental para a álgebra abstrata: outras bem conhecidas estruturas algébricas, como os anéis, corpos, e espaços vetoriais, podem todas ser vistas como grupos dotados de operações e axiomas adicionais. Grupos ocorrem em todas as partes da matemática, e os métodos da teoria dos grupos influenciaram fortemente vários ramos da álgebra. Grupos são usados na Matemática e nas ciências em geral para capturar a simetria interna de uma estrutura na forma de automorfismos de grupo. Uma simetria interna está normalmente associada com alguma propriedade invariante, e o conjunto de transformações que preserva este invariante, juntamente com a operação de composição de transformações, forma um grupo chamado um grupo de simetria. https://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_dos_grupos acesso em 2016.

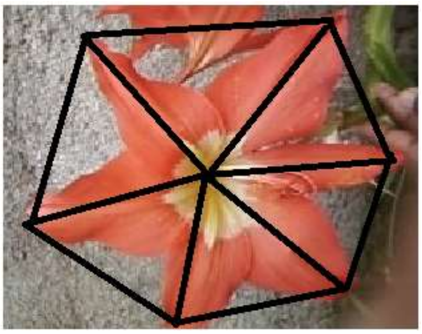


Figura 6: Estrutura simétrica de uma flor.
Fonte: Própria autora (2015).

Outro padrão observado na figura da flor é o padrão fractal[5] (ver síntese no Anexo K). Também podemos explorar a figura geométrica, nesse caso o hexágono e até comparar com outras formações geométricas de flores similares e distintas. Do mesmo modo, ao olharmos a figura de uma estrutura arquitetônica conseguimos enxergar nela alguns padrões, a exemplo da simetria reflexional ao redor do eixo (BARBOSA, 1993), como na figura a seguir. Nela, observamos uma das propriedades da simetria que é a formação da figura a partir do reflexo de um de seus lados.

Vale e Pimentel (2009) afirmam, somos atraídos e buscamos regularidades e vivemos buscando padrões e regularidades em nossas relações cotidianas. Com isso, a maioria das produções realizadas pelo homem resulta em produtos decorrentes de padrões e regras convencionados a partir do modelo de cada produto. A figura abaixo representa a imagem de uma edificação arquitetônica, exemplo de produto realizado pelo homem. Sua construção seguiu regras e padrões matemáticos; regras e padrões arquitetônicos, dentre outros padrões que foram seguidos para que o modelo final fosse essa arquitetura. A relevância dessa imagem está na simetria da arquitetura. Isso significa que, quando os padrões são aplicados, seguindo os critérios e propriedades matemáticas, o resultado é uma imagem matematicamente simétrica.

---
[5] O autor Ruy Madsen Barbosa (2005) em sua obra intitulada "**Descobrindo a geometria fractal"** explica, o assunto, com riquezas de detalhes teóricos e ainda, discute atividades que podem ser aplicadas em sala de aula.

Figura 7: Museu da Vale e sua estrutura arquitetônica Simetria na.
Fonte: Fotógrafo Italo Martins, Vitória (2015).

Com isso, podemos concluir que,

> (...) a matemática é resposta às pulsões de sobrevivência e de transcendência, que sintetizam a questão existencial da espécie humana. A espécie cria teorias e práticas são as bases de elaboração de conhecimentos e decisões de comportamento, a partir de representações da realidade. As representações respondem à percepção de espaço e tempo (D AMBROSIO, 1996, p. 27).

Vale e colegas portugueses (2009) também consideram a matemática como a *ciência dos padrões.* Assim compreendemos que a ideia de padrões funciona como um dos elementos centrais da matemática, e os estudiosos da área procuram identificar a ordem dentro da desordem, ou do caos, de pensamentos e fatos que desejam provar ou compreender matematicamente. Os autores portugueses citados seguem afirmando que o conceito de padrão "é usado quando nos referimos a uma disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se detectam regularidades (VALE et al. 2009, p. 6)". Eles ainda dizem que os números 1,1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... aparentam estar dispostos ao acaso, mas existe uma ordem nesta sequência numérica oculta por uma lei de formação que permite determinar o próximo número na sequência de Fibonacci.

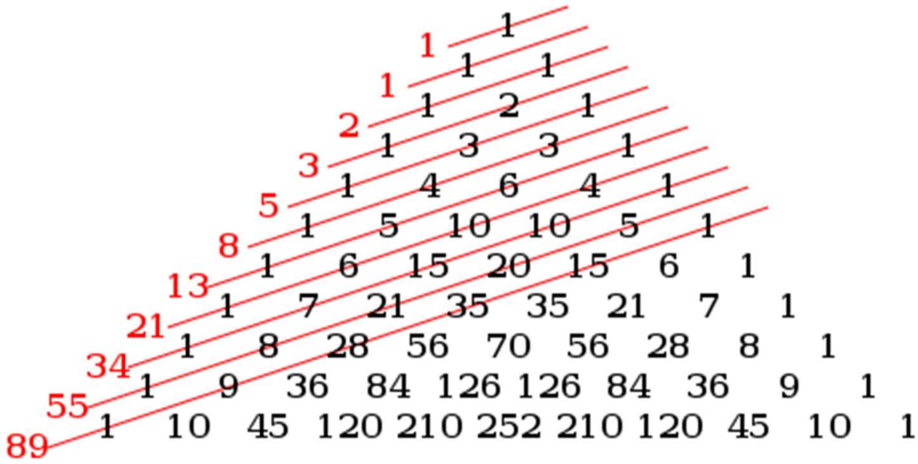


Figura 8: Sequência de Fibonacci.
Fonte: Internet (2015).

Vale e Pimentel (2012) destacam a importância de clarificar o processo de se estudar padrões, principalmente nas atividades matemáticas em que se permitem explorar os conhecimentos dos estudantes desde os processos de contagem até a generalização. Pois, as atividades geram

> consistência entre essas representações, permite o enriquecimento da compreensão da estrutura matemática subjacente, conduzindo, de modo mais eficaz, a conjetura e generalização, a explicação e argumentação, e, em última analise, a prova. (VALE; PIMENTEL, 2012, p. 1).

O estudo de padrões a partir da observação de regularidades visuais, em pictogramas ou em geometria e, nas sequências numéricas, possibilita que o estudante identifique regularidades e generalize, estabelecendo uma conexão com a álgebra. Nossa principal hipótese é que os documentos de currículo por séries/anos e de diretrizes curriculares das escolas básicas no Brasil sugerem de forma tímida o estudo de padrões e regularidades (BRASIL, 2001).

Vale e Barbosa (2009), exemplificam modelos de padrões de repetição, padrões de crescimento, padrões numéricos, padrões de contagens, padrões visuais e geométricos e sequências para descobrir e generalizar padrões. Educadores matemáticos de vários países têm investigado padrões e regularidades no currículo de matemática em diversos níveis de ensino (ALVARENGA; VALE, 2008; ORTON, 2009; ORTON, 2009; VALE; BARBOSA, 2009; VALE et al., 2009; WARREN, 2009). Constatamos que existem dificuldades para estudantes identificarem regularidades e perceberem generalizações (SANTOS, 2007; SANTOS; SANTOS-WAGNER, 2009).

Notamos nas investigações estudadas que, tanto a capacidade quanto a familiaridade de o estudante perceber, identificar ou visualizar padrões, regularidades e generalizações, são fatores que dificultam a compreensão tanto de álgebra quanto de geometria. Como em nossos estudos temos investigado, ao longo desses anos, tópicos de matemática que dependem diretamente da base matemática de aritmética, álgebra e geometria, nós resolvemos investigar as ideias e pensamentos de alguns estudantes de diferentes níveis escolares quando resolvem atividades matemáticas relacionadas a padrões.

Quando Lins e Gimenez (1997) fazem menção da necessidade de reformulação do ensino de álgebra, notamos que, um dos procedimentos seria explorar com os estudantes padrões e regularidades, utilizando a geometria como recurso didático auxiliar para se chegar a uma generalização algébrica (SANTOS, 2007). Identificamos padrões nos vários níveis de ensino. Muito embora, no currículo de matemática da rede de ensino da Prefeitura Municipal de Vitória[6], sua ênfase seja pontual, conforme nos indica o quadro do ANEXO L.

Quando buscamos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) referência a padrões e generalizações, observamos que o documento enfoca o assunto de padrões quando se precisa recorrer ao ensino de álgebra com a finalidade de identificar regularidades e com a finalidade de ajudar o estudante a chegar à generalização em matemática, como exposto a seguir.

> Por meio deste critério o professor verifica se o estudante é capaz de utilizar representações algébricas para expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas e regularidades observadas em algumas sequências numéricas, assim como construir procedimentos para calcular o valor numérico de expressões algébricas simples (BRASIL, 1998).

A implementação dada pelo documento gera uma discussão que é dada a partir da forma da representação da álgebra, pois os PCN preveem a representação da álgebra na forma de padrões numéricos. E que exigem sua formação em modelos, a citar, em modelos na forma geométrica. Visto que,

> Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver alguns aspectos da álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que as atividades algébricas serão ampliadas. Pela exploração de situações-problema, o estudante reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas,

[6] Consideramos esse currículo pois, foi nesse município que realizamos nossa pesquisa.

> modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas) (BRASIL, 1998).

Deste modo, os estudos de padrões geométricos são relevantes no currículo de matemática, assim,

> O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os estudantes costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o estudante a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc. (...) No que diz respeito ao campo das figuras geométricas, inúmeras possibilidades de trabalho se colocam. Por exemplo, as atividades de classificação dessas figuras com base na observação de suas propriedades e regularidades. (BRASIL, 1998, p. 51)

O livro didático tem sido um dos recursos mais utilizados como recurso na aprendizagem da geometria e da álgebra escolar. Em muitas vezes o livro didático tem desempenhado um papel central e determinante no currículo escolar, principalmente no currículo de matemática (SANTOS, 2007). Perde, assim, a sua função de ser apenas um material complementar para professores e estudantes e torna-se um orientador curricular. São os problemas de matemática presentes em livros didáticos que nos influenciam no dia-a-dia escolar. Mas, embora recorramos ao livro didático, nos deparamos com alguns questionamentos, na esfera político curricular e político escolar, que apresentamos no esquema a seguir:

Figura 9: Engrenagens de concepções da pesquisadora.
Fonte: Própria autora (2014).

Essas engrenagens indicam como nossas indagações estão mentalmente processadas desde os estudos e planejamentos iniciais dessa investigação. Elas mostram um modo contínuo e circular no processo de ensino e aprendizagem de matemática no que diz respeito a padrões. Ou seja, cognitivamente, a forma como professores e estudantes conseguem identificar padrões matemáticos estão intrinsecamente ligados à como esses professores apresentam e ensinam tarefas matemáticas de padrões para os estudantes, e da forma como esses estudantes aprendem e resolvem as mesmas. Ainda, acreditamos que o professor que tem um saber matemático articulado para o ensino de padrões consegue apresentar tarefas sobre o assunto de forma abrangente. Ademais, ajudam o estudante a desenvolver habilidades aritméticas, algébricas e geométricas de forma a minimizar suas dificuldades comprovadas nesses campos (BARBOSA, 2007; TREVISANI, 2012). Além desses argumentos constatamos, no caminhar da pesquisa, algo que nos instiga: o fato do professor regente ou futuro professor utilizar o livro didático como fonte curricular quase única na prática pedagógica. Acreditamos que isso gera um ciclo em que o estudante, consequentemente, torna-se um adepto do livro didático. Constatamos essas preocupações e as representamos no diagrama a seguir:

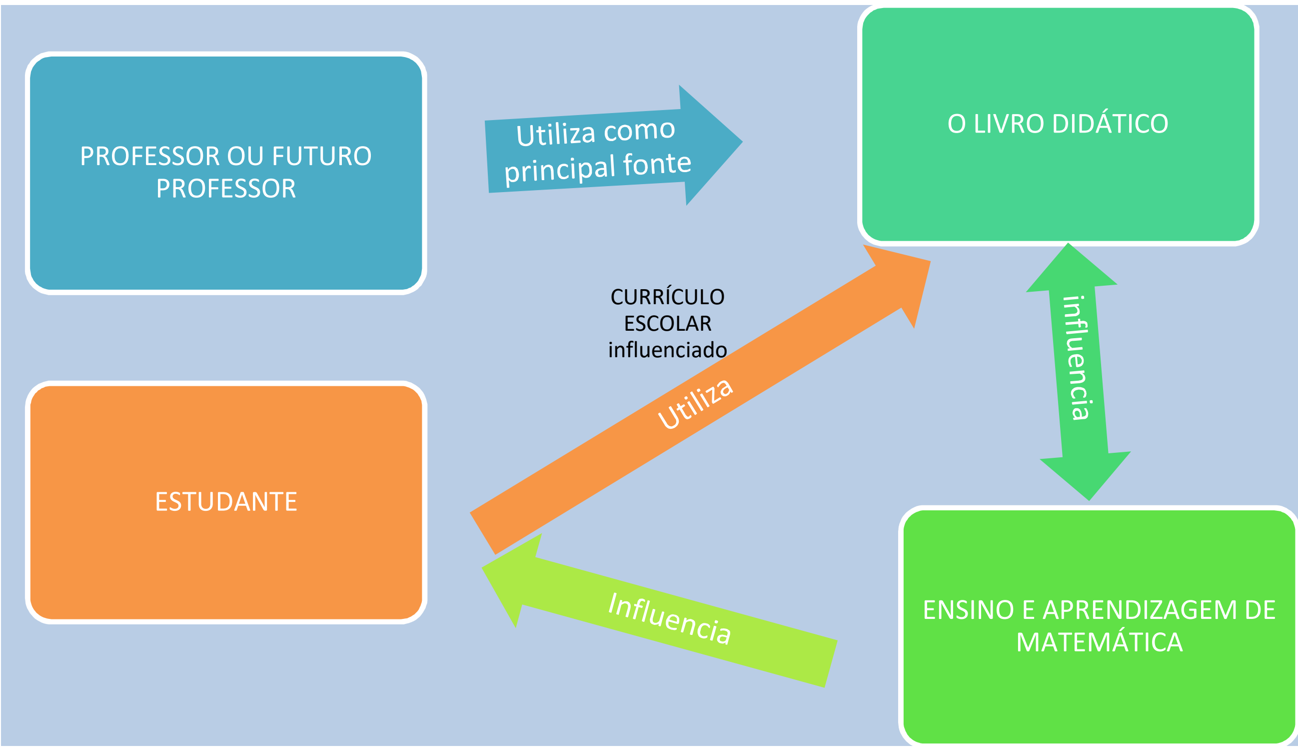


Figura 10: Demonstração da influência do livro didático.
Fonte: Própria autora (2014).

Nosso contexto de pesquisa permeou esse esquema. Com isso, uma de nossas preocupações está em sabermos como os livros didáticos de matemática citam, explicam e exemplificam o assunto de padrões, regularidades e generalizações. Pois, nós, professores ou futuros professores, utilizamos o livro didático como um dos guias curriculares de nosso trabalho em sala de aula. Torna-se, assim, uma ferramenta essencial ao ensino e à aprendizagem de matemática[7] (SANTOS, 2007).

Grande parte de livros didáticos produzidos atualmente trazem uma diversidade de maneiras de se ensinar e de se aprender conteúdos (em nosso caso de matemática). Além disso, apresentam diferenciadas estratégias de ensino utilizando recursos tecnológicos, visuais etc. Levando em consideração essa forte influência construída em torno do livro didático[8] é que justificamos como coletamos as tarefas matemáticas para serem aplicadas aos estudantes nesse estudo.

Em relação ao campo de conhecimento: padrões matemáticos, defendemos o viés da busca por livros que se inspiram nas inovações científicas e que introduzem conteúdos mais atualizados, propõem tarefas que instiguem o aprendizado do estudante. Assim, o livro também oferecerá desafios nesse campo de conhecimento possibilitando ao professor um crescimento intelectual e profissional. Quando um livro didático se caracteriza pela tendência da inovação ele ainda tende a explorar consideravelmente as representações visuais.

Além dos autores já citados e de outros no decorrer desse texto, ressaltamos que foram lidos vários trabalhos que tratam sobre a temática de padrões e sua abordagem na sala de aula. Alguns abordam experiências de professores com atividades de padrões relacionadas ao pensamento algébrico, aritmético e a generalização desses padrões feitas por alunos. Outros trazem abordagens teóricas que nos ajudaram no percurso de análise de dados que foram coletados. São eles:

[7] As políticas públicas e pesquisas tais como Santos (2007) e Lopes (2000) comprovam que o professor de matemática do Ensino Fundamental utiliza o livro didático como o principal guia curricular.

[8] Cabe salientar que, alguns livros didáticos tornam-se berço de vários problemas, pois, em suas apresentações didáticas não enfatizam adequadamente a relação de registros de representação e a relevância da figura para a visualização e exploração em matemática (Almouloud et al, 2004).

Autor(a)	Título do trabalho	Ano
Ademir Damazio; Josélia Euzébio da Rosa; Juliana da Silva Euzébio	O ensino do conceito de número em diferentes perspectivas	2012
Ana Barbosa	A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2º ciclo do ensino básico	?
Ana Maria Boavida	O sentido de resolução de problemas	1992
Ana Paula Canavarro; Leonor Santos; Ana Maria Boavida; Hélia Oliveira; Luís Menezes; Suzana Carreira	Investigação em educação matemática: práticas de ensino de matemática	2012
Antônio Borralho; Elsa Barbosa	Padrões e o desenvolvimento do pensamento algébrico	2011
António R. Almeida; Leandro S. Almeida	Processos cognitivos e resolução de problemas em alunos com elevado raciocínio numérico: diferenças entre alunos de maior e menor rendimento escolar	2011
A. Gutierrez, P. Boero (eds.)	The complexity of learning geometry and measurement	2006
Beatriz Silva D'Ambrósio; Ubiratan D'Ambrósio	Formação de professores de matemática: professor-pesquisador	2006
Denise Maria Comerlato	Escrita, representações gráficas e cognição	2004
Marcelo de Carvalho Borba	Calculadoras gráficas e educação matemáticas	1999
Claudia Cristiane Bredariol;	Raciocínios algébricos de alunos do 6º ano ao 8º ano quando resolvem uma situação-problema envolvendo padrões	2013
Cristiane Fernandes de Souza	Um estudo sobre a aprendizagem de alguns conceitos algébricos e geométricos	2006
Dina Alvarenga; Isabel ValeAdair Mendes Nacarato	A exploração de problemas de padrão: um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico	2007
Edi Jussara Candido Lorensatti	Linguagem matemática e Língua Portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos	2009
Elsa Maria de Figueiredo Isabelinho Domingues Barbosa	A exploração de padrões num contexto de tarefas de investigação com alunos do 8º ano de escolaridade	2007
Escola Superior de Educação de Lisboa	Pensamento Algébrico: nos primeiros anos de escolaridade	?
Fabiana Soares de Oliveira	O estudo das sequências através e padrões numéricos	2011
Fernando de Mello Trevisani	Estratégias de generalização de padrões matemáticos	2012
Freddy Hernandez Barajás	A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2º ciclo do ensino básico	2013
Ganne Mulligan; Michael Mitchelmore	Awareness of Pattern and Structure in Early Mathematical Development	2009
Iran Abreu Mendes Cláudia Regina Flores (eds.)	Arte, Matemática e Educação Matemática - REMATEC	2012
Isabel Vale	As tarefas de padrões na aula de matemática: um desafio para professores e alunos	2012
Isabel Vale; Teresa Pimentel; Dina Alvarenga; António Fão	Uma proposta didáctica envolvendo: padrões 1º e 2º ciclos do ensino básico	2011
Isabel Vale; Teresa Pimentel	Um novo-velho desafio: da resolução de problemas à criatividade em matemática	2011
Jinfa Cai; Frank Lester	Por que o ensino com resolução de problemas é importante para a aprendizagem do aluno?	2012
João Pedro da Ponte; Neusa Branco; Ana Matos	Álgebra no ensino básico	2009
José Carrillo	Aportaciones desde la resolución de problemas a la construcción de conocimiento profesional	2000
José Geraldo dos Santos Barbosa	Observação e generalização de padrões	?

José Luiz Cavalcanti	O ensino de Matemática no curso de Pedagogia: investigação de padrões algébricos a partir da resolução de problemas	2011
Juan D. Godino (Director)	Matemáticas para Maestros	2004
Leandra Gonçalves dos Santos	Um estudo exploratório de padrões com alunos do 8º e 9º ano do ensino fundamental	2015
Leonor Santos; João Pedro da Ponte	A prática lectiva como actividade de resolução de problemas: Um estudo com três professoras do ensino secundário	2002
Lilian Nasser e Lucia A. Tinoco (orgs.)	Representações algébricas para generalizações de padrões e para situações geométricas	2004
Lorenzo J. Blanco	Concepciones y creencias sobre la resolúcion de problemas de estudiantes para profesores y nuevas propuestas curriculare	1997
Lourdes de la Rosa Onuchic; Norma Suely Gomes Allevato	Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas	2011
Luanne Silva de Paula Lopes; Renato Paiva Alexandre; Solimá Gomes Pimentel	A busca por padrões e o desenvolvimento do pensamento algébrico	2014
Manuel de Sousa Pereira, José António Fernandes	Estratégias de generalização de padrões de alunos do 7º ano de escolaridade	2012
Maria Elvira Jardim Menegassi; Mercedes Matte da Silva	Análise de problemas envolvendo padrões numéricos	?
Maria Gorete Nascimento Brum	Atividades investigativas para o ensino de matemática para alunos de 5ª série do ensino fundamental	2013
Marja van den Heuvel–Panhuizen	Paper–and–pencil assessment that provides footholds for further instruction needs to break with a number of taboos in assessing mathematical knowledge	2003
Margarida Graça	Avaliação da resolução de problemas: Que relação entre as concepções e as práticas lectivas dos professores?	2003
Miriam Correa da Silva; Mercedes Bêtta Quintano De Carvalho	Relato de experiência sobre padrões matemáticos na resolução de problemas de potenciação	?
Neusa Branco; João Pedro da Ponte	Das Regularidades às Equações Uma Proposta Pedagógica para o 7.º Ano de Escolaridade	?
Neusa Cristina Vicente Branco	O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico	2008
Olive Chapman	Teacher intervention during mathematical problem-solving instruction	1999
Paulo Ferreira do Carmo	A generalização de padrões nos livros didáticos do ensino fundamental - uma análise do desenvolvimento do pensamento algébrico	2013
Paulo Ferreira Correia; José António Fernandes	Estratégias usadas por alunos do 9.º ano de escolaridade na resolução de problemas em Combinatória	2007
Pedro Lucio Barboza; Álvaro Luis Pessoa De Farias	Percepções de futuros professores acerca da matemática, seu ensino e aprendizagem e um caminho para uma pesquisa sobre concepções	2013
Rejane Waiandt Schuwartz Faria	Padrões fractais: contribuições ao processo de generalização de conteúdos matemáticos	2012
Rejane Waiandt Schuwartz Faria; Marcus Vinicius Maltempi	Padrões Fractais: conectando Matemática e Arte	2012
Saddo Ag Almouloud Ana Lucia Manrique Maria José Ferreira da Silva Tânia Maria Mendonça Campos	A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos	2004
Tânia Isabel Duarte Lopes	Padrões no ensino básico	2012
Tânia Aparecida Ferreira Hanke	Padrões de regularidades: Uma abordagem no desenvolvimento do pensamento algébrico	2008
Uldarico Malaspina	El rincón de los problemas	2007

Wagner Marcelo Pommer	A construção dos números irracionais no ensino básico: uma proposta de abordagem envolvendo eixos constituintes dos números reais	2012

Quadro 1: Trabalhos que possuem relação com a temática padrões.

A leitura dos textos acima nos levou a sintetizar as seguintes categorias a serem observadas ara o nosso estudo: **Estratégias que emergem dos estudantes; estratégias de contagem; predisposição para procurar padrões e regularidades; predisposição para formular generalizações.**

Em se tratando das representações em matemática, elas identificam as habilidades cognitivas, conforme graduação de ensino escolar em que se encontra o estudante. Atualmente, estabelecemos relações entre a representação matemática com a aprendizagem matemática. Segundo Duval (2003),

> A originalidade de uma abordagem cognitiva não está em partir dos erros para tentar determinar as concepções dos estudantes e a origem de suas dificuldades em álgebra, (...), neste ou naquele conceito geométrico etc. a originalidade da abordagem cognitiva está em procurar inicialmente descrever o funcionamento cognitivo que possibilite a um estudante compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos e situações de ensino (DUVAL; 2003, p. 12).

As representações em matemática fazem parte do processo cognitivo da formação do conhecimento matemático. O estudante representa um ente matemático conforme seus conhecimentos apreendidos e experimentados em seu momento de vida.

Em se tratando de um ente geométrico, a dificuldade dos alunos em sua compreensão está na ausência da passagem da geometria empírica para a geometria dedutiva (Almouloud et al, 2004). Para tanto, faz-se necessário, para o ensino e para a aprendizagem, a abordagem de conceitos de geometria, seguindo critérios caracterizados por Duval (1995) apud (Almouloud et al, 2004, p. 06) e abordados em nossa pesquisa de campo. São eles:

a) <u>sequencial</u>: é solicitada nas tarefas de construção ou nas de descrição com objetivo de reproduzir uma figura;

b) <u>perceptiva</u>: é a interpretação das formas da figura em uma situação geométrica;

c) discursiva: é a interpretação dos elementos da figura geométrica, privilegiando a articulação dos enunciados através da imersão dos mesmos numa rede semântica de propriedades do objeto;

d) operatória: é uma apreensão centrada nas modificações possíveis de uma figura e na reorganização perceptiva que essas modificações sugerem.

Nosso foco consiste em exemplificar modelos de entes matemáticos utilizados para representar padrões matemáticos. Desse modo, as representações podem ser consideradas como qualquer objeto, figura ou símbolo que atenda às propriedades matemáticas para o fim a que se destina, o que para nós, nessa investigação, pode indicar a eficiência cognitiva do estudante ao aprender conteúdos matemáticos.

Outra abordagem considerada, nesse estudo, foi a aproximação das ideias de Hershkowitz (1994) quanto a discussão das dificuldades que os estudantes possuem na compreensão de conceitos de geometria. Para tanto, devemos fazer a distinção entre *imagem* e *conceito*. Segundo Bernd (2011),

> A *imagem conceitual* de um sujeito a respeito dos objetos geométricos inicia-se caracterizada, apenas, como uma compreensão do mundo físico ao seu redor. O ensino da geometria permite, então, um processo evolutivo para que a imagem conceitual se aproxime do respectivo conceito. Uma instância de dificuldade para a aprendizagem da geometria consiste, então, no fato de que cada indivíduo raciocina de forma muito particular. Como consequência, esse indivíduo pode vir, portanto, a interpretar determinado conceito de maneira a afastar-se da definição formal (BERND, 2011, p. 12).

Certamente, se a compreensão da imagem conceitual do estudante se afastar da definição formal então, segundo Hershkowitz (1994) o protótipo gerado também pode se afastar da imagem formal (resultando com isso, as dificuldades no ensino e na aprendizagem da geometria). Segundo Bernd (2011),

> Pesquisas acerca deste tema concluíram que cada conceito tem atrelado a si algum tipo de exemplo protótipo – um exemplo que apresenta atributos não-críticos, mas que é tido como um modelo a ser seguido pelos demais exemplos deste conceito. Um conceito que possuí um exemplo protótipo é a altura de triângulo, em que o protótipo é dado pela classe de triângulos cuja altura é um segmento interno ao triângulo (BERND, 2011, p. 12).

Concordamos com Hershkowitz (1994) que a construção do ensino de geometria pode ser pensada a partir da relação entre os processos visuais e processos analíticos.

> Os processos visuais devem permitir ao aluno uma variedade de exemplos, de forma que o protótipo não prevaleça sobre o conceito. Os processos de construção de conhecimento de forma analítica são uma decorrência natural de uma boa compreensão visual, de forma a conhecer na totalidade os atributos próprios do conceito (BERND, 2011, p. 13).

Em síntese, a leitura dos trabalhos abaixo relacionados nos ajudaram a definir as categorias relevantes sobre as características dos processos visuais que devem ser consideradas nas análises dos dados coletados nessa investigação. A citar:

Nome	**Título do trabalho**	**Ano**
Ana Maria M. R. Kaleff	Registros semióticos e sua importância para a compreensão de conceitos matemáticos: o estudo de caso de uma professora frente à resolução de um problema introdutório às geometrias não-euclidianas	?
Ana Breda; Lurdes Serrazina; Luís Menezes; Hélia Sousa; Paulo Oliveira	Geometria e medida no ensino básico	2011
Ana Lucia Vaz da Silva	Números reais no ensino médio Identificando e possibilitando imagens conceituais	2011
Arthur Barcellos Bernd	As imagens conceituais e a geometria dinâmica	2011
Bruno Andrade Borges	O infinito na matemática	2015
Cláudia Regina Flores; Débora Regina Wagner; Ivone Catarina Freitas Buratto	Pesquisa em visualização na educação matemática: conceitos, tendências e perspectivas	2012
Conceição Costa; José Manuel Matos; Jaime Carvalho e Silva	A theoretical model for visual-spatial thinking	2009
Daniela Filipa Martinho Mascarenhas; João Sampaio Maia; Tomás Sola Martinez; Francisco Javier Hinojo Lucena	A importância das tarefas de investigação, da resolução de problemas e dos materiais manipuláveis no ensino e aprendizagem de perímetro, área e volume no 5.º ano de escolaridade	2014
David Tall	The Psychology of Advanced Mathematical Thinking	1991
David Tall	Visual organizers for formal mathematics	1995
Diego Fogaça Carvalho; Marinez Meneghello Passos	Representações e associações de ideias com a matemática: um estudo em mapas mentais	2010
Fernanda Scaciota Simões da Silva	O desenho das crianças de 6 a 8 anos: os aspectos cognitivos das primeiras noções topológicas e suas representações	?
Geraldo Bassani	“Na boca da noite, um gosto de sol”: leitura e formação, literatura e ensino, em narrativas de professores de língua portuguesa.	2014
Ileana Maria Greca; Marco Antonio Moreira	Além da detecção de modelos mentais dos estudantes uma proposta representacional integradora	2002
Kay Owens; Cathy Reddacliff; Diane McPhail.	Changing the Teaching of Space Mathematics	2001
Kay Owens	Changing our Perspective on Space: Place Mathematics as a Human Endeavour	?
Marisa da Silva Dias	Formação da imagem conceitual da reta real: um estudo do desenvolvimento do conceito na perspectiva lógica-histórica	2007
Maria Alice Veiga Ferreira de Souza	Solução de problemas: relações entre habilidade matemática, representação mental, desempenho e raciocínio dedutivo	2007

Maria Teresa Pimentel Cardoso	O conhecimento matemático e didáctico, com incidência no pensamento algébrico, de professores do primeiro ciclo do ensino básico: que relações com um programa de formação contínua?	2010
Marco Antonio Moreira	A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área	2002
Maria Teresa de Assunção Freitas	Vygotsky e o conceito de aprendizagem mediada	2010
Marília Prado	Resolução de problemas e representações semióticas: uma experiência no ensino médio inspirada no rali matemático	2015
Marcelo Valentim de Oliveira	Um estudo empírico sobre classificação de símbolos matemáticos manuscritos	2015
Norma Presmeg	Research on visualization in learning and teaching mathematics	?
Léo Júnior Peruzzo; Marcelo Trevisol; André Schons	Linguagem e pensamento: da estrutura ao funcionamento nos processos de aprendizagem	?
P. N. Johnson-laird	Mental Models in Cognitive Science	1980
Rina Hershkowitz	Aspectos Psicológicos da Aprendizagem da Geometria.	1994
Rudimar Baldissera	Significação e comunicação na construção da imagem-conceito	2008
Richard R. Skemp	Relational Understanding and Instrumental Understanding	1976
Walter Spinelli	A construção do conhecimento entre abstrair e contextualizar: o caso do ensino de matemática	2011
Wilian Yuki Honda	Rotulação de símbolos matemáticos manuscritos via casamento de expressões	2013

Quadro 2: Trabalhos de autores com temáticas que dialogam com nossa temática.

As categorias que iremos considerar são:

- Estratégias de imagens pictóricas; reconhecimento visual de propriedades.

O professor Dr. David Orme Tall desenvolveu teorias que nos fornecem base teórica para a pesquisa desenvolvida. David Tall em conjunto com Vinner desenvolveram a teoria de imagem do conceito e da definição do conceito em matemática. Segundo esses autores a imagem do conceito é constituída de toda a estrutura cognitiva do sujeito. Diante do exposto por Tall (1993), os processos mentais dos estudantes podem nos indicar a natureza cognitiva de acordo com os modelos de representações externadas por eles.

É importante observar que Vygotsky considerava que o homem por meio do uso de instrumentos, modifica a natureza, e ao fazê-lo modifica a si mesmo (MOYSÉS, 2012). Nas teorias de Vygotsky, o desenvolvimento do pensamento ocupa um papel fundamental no crescimento intelectual da criança, porém ele depende dos meios sociais e da linguagem. Para Vygotsky "[...] o desenvolvimento do pensamento é determinado pela linguagem, isto é, pelos instrumentos linguísticos do pensamento e pela experiência sociocultural da criança” (VYGOTSKI, 1998, p. 62). E nossa concepção, nessa investigação, é que as representações vindas da computação gráfica elevam o ensino, numa mistura de cientifico e dinamismo. Pois, os estudantes desenvolvem o modelo matemático transpondo-o para o modelo computacional. Por exemplo, para o estudante fazer a atividade de desenhar um objeto a partir do ponto de fuga, antes ele teve que aprender o que é uma projeção e em seguida desenhá-la (MARTINS, 1997). Conhecer e saber representar um ente matemático depende da experiência que o estudante já tivera e que o ajude a conceber geometricamente esse ente matemático.

No entanto, as representações estão atreladas à teoria do conhecimento que para nós o conhecimento não pode ser confundido com acúmulo de dados ou de informações. Segundo Guerra (2001), a informação é descartável, justamente por não ter vínculos nem com outras informações, nem com o conhecimento, mas, sobretudo, por não termos com ela vínculos emocionais. Por exemplo, as redes digitais nos fornecem inúmeras fontes de informações. Mas, do nosso ponto de vista, muitas dessas fontes são apenas recortes de informações, conteúdos fragmentados que podem levar (ou não) a algum conhecimento. Além disso, o conhecimento pode ser caracterizado pela subjetividade, pelo processo de comunicação vivenciado com o meio informativo, mas que o sujeito cognitivo consiga operacionalizar o conhecimento adquirido no cotidiano (PAIS, 2010). Isto posto, o conhecimento leva a aprendizagem. Concordamos com esse autor ao afirmar que

> A formação do conhecimento requer informações obtidas a partir de fontes vivenciadas pelo sujeito, passando por experiências empíricas, pela via silenciosa da leitura e da escrita, pela rapidez e da oralidade, pela solicitude da reflexão individual, pelo tumultuoso debate coletivo, entre várias outras. (PAIS, 2010, p. 22)

Em nosso entendimento, o conhecimento corrobora para a aprendizagem, que está intrinsecamente atrelada a níveis cognitivos complexos. Pois, está imbuída de conceitos em formação ou não, rompimento de paradigmas e superação de obstáculos para a elaboração do conhecimento.

Por exemplo, a projeção de um objeto geométrico depende do conhecimento geométrico de: (i) plano (ii) espaço; (iii) retas; (iv) retas concorrentes etc. do estudante, tal como, observamos na sequência de figuras abaixo.

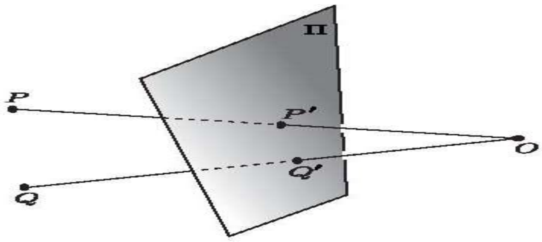


Figura 11: Projeção Cônica.
Fonte: Gomes; Velho, 2004.

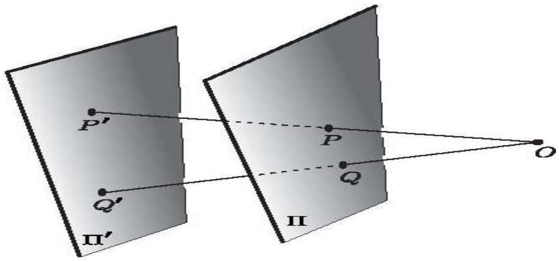


Figura 12: Projeção Cônica.
Fonte: Gomes; Velho, 2004.

A geometria aplicada à computação gráfica decorre da relação de teorias da geometria descritiva[9], com a álgebra linear, com os estudos de vetores. O conhecimento primordial para o estudante que se adentra à computação é a do entendimento da geometria plana (ponto, reta e plano) e da geometria espacial.

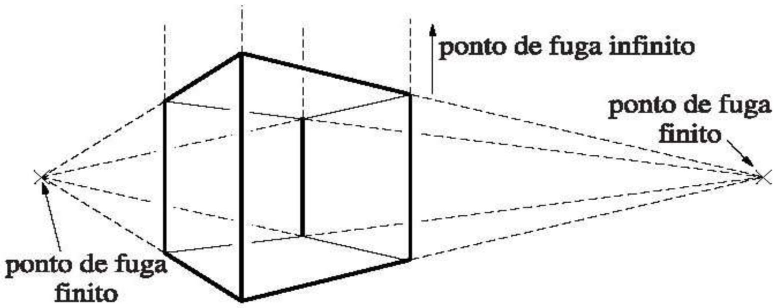


Figura 13: Pontos de fuga na perspectiva de um cubo.
Fonte: Gomes; Velho, 2004.

[9] **Geometria descritiva** é um ramo da geometria que tem como objetivo representar objetos de três dimensões em um plano bidimensional e, a partir das projeções, determinar distâncias, ângulos, áreas e volumes em suas verdadeiras grandezas. Esse método projetivo foi desenvolvido por Gaspard Monge (1746 — 1818) e teve grande impacto no desenvolvimento tecnológico desde a sua sistematização (BOYER, 1996).

Representar o trajeto do olhar ao avistar os vértices de um cubo torna-se mais confortável fazê-lo geometricamente do que algebricamente. Esses exemplos nos mostram algumas representações algébricas que estão representados na forma visual. Pois, existem alguns entes matemáticos que são melhores vistos geometricamente. Outros entes são mais complexos para serem representados visualmente (ALBERNAZ, 2010). Por exemplo, a dificuldade em representar as formas e inter-relacionar visualmente os elementos geométricos no espaço vetorial é facilitada pela utilização das técnicas de imagem por meio do computador (AZEVEDO; CONCI, 2003).

Na atualidade, o homem consegue representar seu entorno além do que exemplificamos nesse texto. Hoje, vemos construções magníficas erguidas a partir da imaginação humana e seu conhecimento matemático de estruturas na engenharia e arquitetura. Grande parte dessas construções são idealizadas com o uso do computador. O homem é o único ser capaz de simular a natureza, o real com o uso de tecnologias.

De certo, a tecnologia sempre esteve ao nosso alcance desde os tempos antigos, como as técnicas próprias usadas com utensílios de pedra, o domínio do fogo e surgimento da linguagem. Nos tempos atuais, as tecnologias computacionais estão representadas pela terminologia de Tecnologias da Informação e Comunicação - TIC (PONTE, 2000). Ela pode também ser classificada de acordo com o campo de estudo, por exemplo, Tecnologia Educacional; Engenharia; Tecnologia Medicinal; Tecnologia Militar e Tecnologia de Defesa. As tecnologias educacionais são utilizadas desde o princípio da educação sistematizada. Ainda hoje, tecnologias tais como: giz, lousa, livros didáticos, são utilizadas nas escolas. Mas, estamos numa era digital em que as inovações tecnológicas tais como computador, *smartphone*, *tablet*, calculadora, planilhas eletrônicas, softwares, programas de banco de dados, dentre outros, já estão sendo usadas na escola. Eles ajudam a melhorar a aprendizagem escolar, criando ambientes virtuais que apoiam o estudante na assimilação de conteúdo (BAIRRAL,2007).

> As TIC poderão ajudar na aprendizagem de muitos conteúdos, recorrendo a técnicas sofisticadas de simulação e de modelação cognitiva baseadas na inteligência artificial. No entanto, não me parece que será desse modo que elas vão marcar de forma mais forte as instituições educativas, mas sim pelas

> possibilidades acrescidas que trazem de criação de espaços de interação e comunicação, pelas possibilidades alternativas que fornecem de expressão criativa, de realização de projectos e de reflexão crítica. (PONTE, 2000, p. 75).

Contudo, consideramos que a tecnologia educacional é uma ferramenta/recurso essencial para o desenvolvimento do estudante na aprendizagem escolar (PAIS, 2010). Sendo que o computador é um dos exemplos de ferramenta tecnológica que tem auxiliado o estudante no desenvolvimento de competências e habilidades. O computador torna-se um dos recursos primordiais na complementação, no aperfeiçoamento e na qualidade de ensino quando auferimos espaços de interações e construções de conhecimentos matemáticos através dele (PAIS, 2010). Nesse contexto de implementação e relevância do uso do computador na sala de aula destacamos a dissertação de mestrado de Maria José Araújo de Souza, orientada pelo professor doutor Hermínio Borges Neto da Universidade Federal do Ceará que investigou a influência do computador no ensino de matemática dando ênfase ao uso do software Cabri-Géométre. SOUZA (2001) conclui em sua pesquisa que, para melhorar a realidade escolar se faz necessário a mudança do currículo escolar, especificamente o de matemática. Pois, o currículo escolar não acompanha a evolução científica e tecnológica.

A revolução e evolução científica e tecnológica tem impactado, transformado e reestruturado o contexto científico e social no mundo. O reflexo mais notável está na profunda transformação observada na economia, no processo produtivo, na organização do trabalho e nas relações intelectuais e sociais. A escola brasileira faz parte desses contextos, no entanto, não acompanha as mudanças tecnológicas com a mesma proporção que ela acontece fora da escola (BORBA & PENTEADO, 2010). Debates em torno da forma pela qual a tecnologia informática é utilizada na escola e as implicações para a formação cidadã, são elencadas por vários autores e teóricos, tal como foi citado acima por Ponte (2000). Além disso, programas governamentais implementam o uso da tecnologia informática na escola com o objetivo de aproximá-la à realidade da sociedade atual. Defendemos nesse trabalho a inserção da informática na escola na perspectiva de desvelar possíveis articulações de conhecimentos matemáticos imbricados nos estudantes ao longo de sua vivência escolar com a tecnologia.

Entendemos que a tecnologia informática vai além de equipamentos, máquinas e computadores. Assim como Lima (1994), compreendemos que a tecnologia é composta de um sistema técnico e de um sistema social. Um depende do outro e são otimizados quando o sistema técnico atende à necessidade social. Ou seja, o sistema técnico é composto pelas técnicas e ferramentas e o sistema social é composto das necessidades, expectativas e sentimentos das pessoas envolvidas e com propósitos no sistema técnico. Logo, concordamos que "é possível distinguir entre tecnologia (conhecimento) e sistema técnico (combinação especifica de máquinas e métodos empregados para obter um resultado desejado)" (ROSINI, 2003, p. 15). Em nossa investigação primamos o conhecimento matemático e as relações cognitivas articuladas usando como suporte didático potencializador a tecnologia informática para analisar as habilidades de sínteses dos estudantes ao representar conhecimentos matemáticos. A aprendizagem matemática torna-se possível com o uso da tecnologia informática (PAIS, 2010), pois,

> (...) os recursos tecnológicos digitais não só redimensionam as condições de acesso às fontes de informação, como também ampliam as situações de aprendizagem, o que significa multiplicar as condições potenciais de acesso à educação escolar. (...) a tecnologia amplia as condições de acesso às fontes de informação, mas não há nenhuma garantia de que tal recurso seja suficiente, por si mesmo, para efetivar a síntese representada pela cognição (PAIS, 2010, p. 21).

Em suma, a aprendizagem depende de vários fatores expostos até o momento. Ressaltamos que, apenas o computador (hardware) não é suficiente para efetivar o aprendizado. Além de necessitarmos do processamento de dados, necessitamos do nível lógico (software) para trabalharmos as informações, edições de textos, automatização de processos. Mas, para tanto, necessitamos conhecer os fundamentos teóricos trazidos pela informação.

Em se tratando do conhecimento matemático por meio da tecnologia informática, por exemplo, o momento em que o estudante insere no software, através do computador, os parâmetros principais de uma equação que define a curva e esse consegue representar o resultado do gráfico, consideramos que o estudante precisou demonstrar complexos níveis cognitivos. Podemos proferir que nesse exemplo o estudante necessita comprovar, pelo menos, os seguintes conhecimentos: - conceito de equação; conceito da equação da determinada curva; da representação gráfica da curva determinada; do software apropriado que irá usar para demonstrar essa representação; ter criticidade para interagir e refutar o resultado.

Em relação às tecnologias de informática nosso foco (nessa investigação) está nos pacotes gráficos que podem ser utilizados como contributo para uma aprendizagem matemática significativa. Segundo Skemp (1976) a aprendizagem é significativa quando o estudante, (i) adquiriu e construiu entendimentos procedimentais (ou instrumentais) e relacionais. Ou seja, o estudante soube explicar os conceitos que aprendeu; (ii) soube usar em tarefas rotineiras, fora da rotina escolar; (iii) soube relacionar este conceito com outros conceitos e; (iv) internalizou estes entendimentos.

Investigações em matemática tem comprovado que as tecnologias, atualmente desempenham papéis importantes para a compreensão de tópicos matemáticos (SHULTE; COXFORD, 1995). Ou seja, ela tem contribuído no desenvolvimento de habilidades e competências matemáticas do estudante em resolução de problemas de matemática, em situações cotidianas, em provas e em refutações matemáticas.

Trazemos, ainda, a relevância de usarmos a tecnologia na aprendizagem de matemática. Em nossa investigação de padrões nossa ferramenta tecnológica para enfatizar o tema está na computação gráfica, pois,

> A computação gráfica é matemática e arte. É uma ferramenta de concepção de arte, assim como o piano ou o pincel. Esta ferramenta proporciona um maior poder de abstração, ajudando na criação de imagens complexas e em muitos casos não imaginadas. [...] A computação gráfica pode ser encarada como uma ferramenta não convencional que permite ao artista transcender das técnicas tradicionais de desenho ou modelagem. Imagens, que exigiriam do artista o uso de uma técnica apurada de desenho, podem ser geradas mais facilmente com auxílio de softwares. [...] Contudo, esses softwares exigem certo nível de conhecimento e treinamento que forçarão o artista a uma complementação do estudo das técnicas de desenho tradicional, com a teoria da computação gráfica e matemática (AZEVEDO; CONCI, 2003, p. 3).

De acordo com a International Organization for Standardization[10] a computação gráfica é “um conjunto de ferramentas e técnicas para converter dados de um dispositivo gráfico através do computador”. E com todas as implicações expostas sobre tecnologias, a computação gráfica é um de seus componentes que possui o objetivo de gerar arte a partir do conhecimento do estudante (AZEVEDO; CONCI,

[10] (ISO – Organização Internacional para Estandardização (ou Padronização)) Disponível em http://www.iso.org/iso/home.html

2003). Pois, os estudantes com a utilização das tecnologias computacionais podem aprimorar o modo como estão acostumados a aprender matemática, ajudando-os em seu desenvolvimento cognitivo.

As atividades no ensino de matemática que associam o uso de computação gráfica têm por objetivo potencializar o conhecimento matemático do estudante e analisar como eles apresentam e representam suas aprendizagens. Além disso, incentivar o fluxo da comunicação (oralidade e escrita), da refutação e exploração de seus conhecimentos matemáticos, tal como afirma SARES (2013),

> o computador, e consequentemente, o programa/software, específico ou não para o ensino, estão dotados de possibilidades cada vez mais numerosas, enriquecedoras e promotoras dos processos cognitivos envolvidos na aprendizagem dos estudantes (p. 42).

Nosso objetivo ao inserir, na investigação, a computação gráfica, foi a de analisar a habilidade cognitiva externada pelo estudante ao pôr em prática seus conhecimentos matemáticos aprendidos quando ele imagina, produz e representa suas concepções matemáticas. A computação gráfica é a parte da tecnologia da informática que gera a imagem. Ela é considerada uma arte, pois depende do conhecimento científico, da habilidade criativa e inventiva do homem, na aplicação de padrões (matemáticos e computacionais).

No campo da computação gráfica é relevante a representação da imagem, pois ela é resultado da correta aplicação de padrões matemáticos. Pois, entendemos a imagem como qualquer forma de representar a visualização de um objeto (pode ser objeto, palavras, fotografia e pensamento). Por exemplo, as imagens geradas a partir de equações, como mostra o exemplo da figura abaixo.

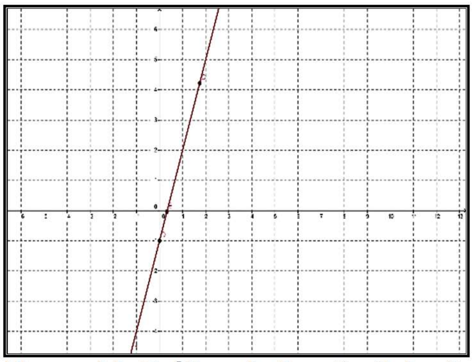


Figura 14: Gráfico da função f(x) = 3x – 1.
Fonte: Própria autora (2015).

A figura acima representa a imagem da função f(x) = 3x – 1 exteriorizada por meio de uma reta no plano. Pois, quando determinamos matematicamente pontos dessa função, podemos localizá-lo no plano cartesiano. Do mesmo modo, se pensarmos na representação algébrica da função acima quando f(x) = 0. Isso requer que demonstremos a imagem da função quando f(x) = 0. E o significado matemático dessa representação pode interpretar a resolução da equação do 1º grau 3x – 1 = 0 e encontrar o valor x que satisfaz esta equação. Possivelmente, a explicação algébrica da função torna-se complexa, a partir do aumento do grau da função. No entanto, o auxílio de softwares de computação gráfica, pode possibilitar a visualização do comportamento de uma função, tornando seu entendimento mais confortável. Logo,

> A habilidade de representar um objeto em várias posições no espaço é fundamental para compreender sua forma. A possibilidade de submetê-lo a diversas transformações é importante em diversas aplicações da computação gráfica. As operações lineares de rotação e translação de objetos são chamadas operações ou transformações de corpos rígidos (AZEVEDO; CONCI, p. 45).

Transformar um objeto por alguma operação nada mais é do que fazer essa operação com todos os seus pontos. Por exemplo a transformação de um quadrado:

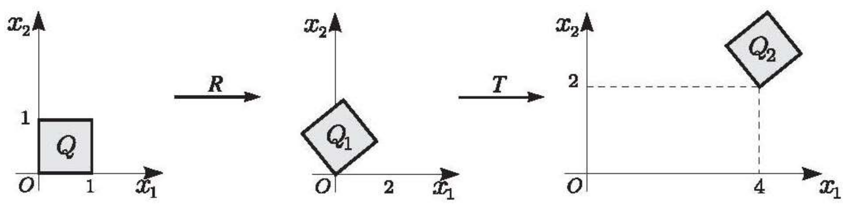


Figura 15: Exemplo de Transformação de objeto. Nesse caso o quadrado.
Fonte: Gomes; Velho, 2004.

Azevedo e Conci (2003) conceituam a *síntese da imagem* como as representações visuais de objetos criados pelo computador a partir das caracterizações geométricas e visuais dos elementos que compõem o objeto. Os autores consideram *processamento de imagem* as técnicas utilizadas e que realçam as características da imagem. E por fim, consideram que a *análise de imagens* seja o critério, o tratamento utilizado (dados e informações) para alcançar as particularidades desejadas da imagem.

A imagem do computador é a representação de uma imagem em uma superfície unidimensional, bidimensional, tridimensional limitada por um conjunto de pontos e seus valores (coordenadas). Esses conjuntos são arranjos de números que constituem a imagem computacional (AZEVEDO; CONCI, 2003). **E uma das áreas de abrangência da imagem computacional é o reconhecimento de padrões matemáticos.** *(Grifo nosso)*

Diante dessas questões temos que compreender que criar um sistema de imagens pelo computador resulta em estabelecermos algoritmos matemáticos que permitem deduzirmos informações de imagens que possam ser interpretadas. E sabemos que isso nem sempre é tarefa fácil, pois essa construção envolve o imbricamento de diversos conhecimentos e em seus vários níveis de complexidade cognitiva. Porém, pesquisadores têm sondado estratégias didáticas com a utilização do computador como recurso nas aulas de matemática de maneira que sejam conhecidos esses níveis de complexidades.

Essa complexidade é minimizada com o advento da inteligência artificial, conhecida como um campo da ciência da computação responsável pelo desenvolvimento de programas que simulam a cognição humana. No entanto, mesmo para elaborar tais programas é preciso se ter o domínio de conhecimentos matemáticos para compor os bancos de dados computacionais, transformando esses dados em imagens digitais, conforme esquema abaixo.

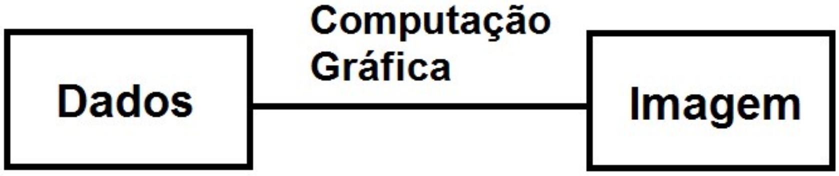


Figura 16: Esquema da composição da Computação Gráfica – Transformação de dados em imagem
Fonte: Própria autora, 2015.

Os principais componentes da computação gráfica são: a síntese de imagens, o *processamento de imagens* e a *análise de imagens* (AZEVEDO; CONCI, 2003). E para a composição da imagem faz-se necessário a inserção de dados, muitos destes, são dados matemáticos. A estrutura computacional que envolve esses elementos está evidenciada na figura a seguir.

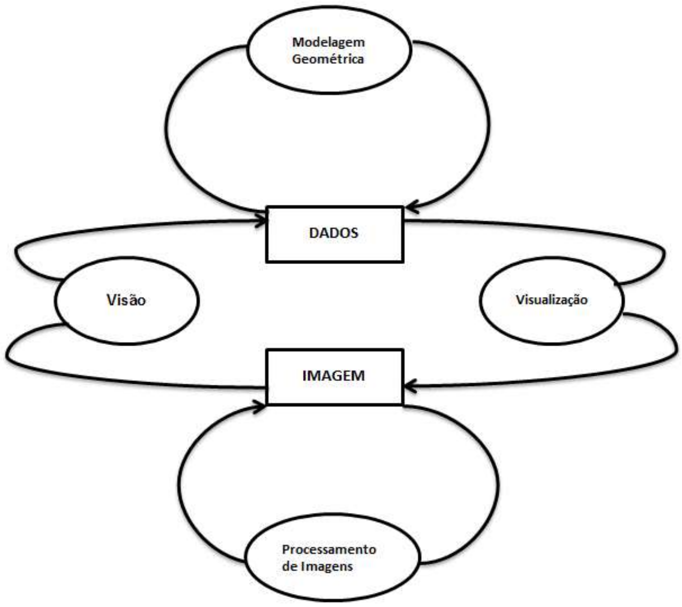


Figura 17: Esquema que constitui a Computação Gráfica.
Fonte: Própria autora, 2015.

Como podemos observar no esquema acima, a escolha do modelo é quem determina o processamento de imagens. Matematicamente, a solução de um problema depende do modelo que se escolhe para compreendê-lo (GOMES; VELHO, 1990) e para se definir o modelo dos objetos que serão representados pela imagem a principal representação é a vetorial. Também podemos usar a representação por matrizes, no entanto, nosso estudo se baseia na teoria introdutória ancorada pelo sistema vetorial.

Para efeitos de representação geométrica, um vetor é basicamente um segmento de reta orientado. Se pensarmos em um vetor (v), 2D (bidimensional), poderemos representá-lo geometricamente como uma seta que vai da origem do sistema de coordenadas, para o ponto (x, y). Ou seja, o vetor tem uma direção, um sentido e um comprimento especificado. Logo, a representação algébrica desse vetor é dada pela expressão: $|V| = \sqrt{x^2 + y^2}$. Quando o vetor é 3D (tridimensional) definido pelas coordenadas (x, y, z), sua representação algébrica é dada pela expressão $|V| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Na computação gráfica vale ressaltar que

> na representação vetorial das imagens, são usados como elementos básicos os pontos, as curvas, as superfícies tridimensionais ou mesmo os sólidos que descrevem os elementos, que formam as imagens sinteticamente no computador. Esses elementos são denominados primitivas vetoriais da imagem. As primitivas vetoriais são associadas a um conjunto de atributos que define sua aparência e a um conjunto de dados que define sua geometria (pontos de controle) (AZEVEDO; CONCI, 2003, p. 15).

Na computação gráfica as transformações geométricas podem ser representadas por equações, envolvendo inúmeras operações aritméticas, mas para facilitar nosso entendimento o sistema vetorial possibilita localizar objetos no plano 2D e no espaço 3D. E o sistema vetorial constitui-se em um padrão matemático. A palavra padrão, em computação gráfica, não se resume ao reconhecimento dos algoritmos computacionais. Mas sim, no que tange ao contexto de imagem que se define em qualquer aspecto que pode ser padronizado na computação gráfica. Ou seja, reconhecer padrões em computação gráfica concerne em procurar “métodos automatizados e informatizados para tarefas humanas repetitivas, exaustivas e sujeitas a falhas” (AZEVEDO, CONCI, LETA, 2008, p. 260).

Em nosso estudo nos atemos no reconhecimento de padrões no processamento de imagem e na aprendizagem automática. Em síntese, o reconhecimento de padrões pode ser igualmente considerado como análise de imagens, pois busca isolar e identificar os componentes de uma imagem a partir de sua representação visual (GONÇALVES FILHO, 1996). E muito desses componentes são objetos matemáticos, conforme dissertaremos mais adiante. Para tanto, precisamos entender a conexão que há entre a computação gráfica, o processamento de imagens, o reconhecimento de padrões e o processamento de dados convencionais, conforme normatização da International Organization for Standardization (ISO), que está ilustrado no esquema da figura seguinte.

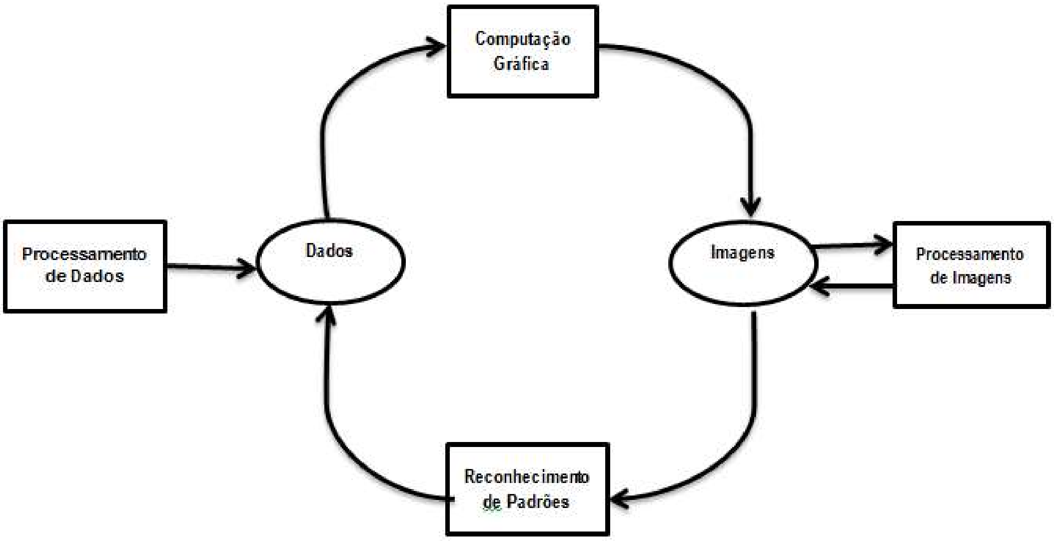


Figura 18: Conexão da Computação Gráfica com seus campos estruturais.
Fonte: ISO/IEC 18035:2003, 2016.

No estudo da computação gráfica para a educação matemática, em nossa interpretação, destacamos dois métodos básicos para as técnicas de classificação de padrões que, conforme Gonçalves Filho (1996), são: técnica supervisionada e técnica não supervisionada. Com base nessas técnicas de classificações de padrões destacam-se duas categorias para reconhecimento de padrões de análise de imagem. Dentre as citadas por estudiosos da área de informática, mencionaremos as que serão relevantes para a interpretação de nossos dados investigativos. São elas:

(a) Método estatístico – recorre aos modelos estatísticos para atribuir características ao padrão.
(b) Método sintático – busca traçar a estrutura dos padrões usando interações de características empregando descrições básicas, chamadas por Azevedo e Conci (2003) de primitivas.

Segundo os autores Azevedo, Conci e Leta (2008) pode-se dizer que

> As técnicas de reconhecimento de padrões têm um vasto leque de aplicações em um grande número de áreas científicas e tecnológicas. Sua diferenciação do reconhecimento de objetos é, principalmente, ter um aspecto mais genérico que eles. Já que o padrão pode descrever aspectos não tão concretos como os objetos e nem mesmo serem distintos ou separáveis (p. 261).

Concordamos com os autores pois, partindo da premissa de nossa investigação com estudantes de 8º e 9º anos do Ensino Fundamental e a teoria básica de computação gráfica, a caracterização do padrão não é tão óbvia para as pessoas que resistem em conhecer as conexões da tecnologia com as várias áreas. Portanto, é relevante nesse tópico, apresentar o método de classificar e reconhecer padrões e suas articulações com a matemática. Dentre a classificação **supervisionada** e a **não-supervisionada**, a que mais se encaixa para o reconhecimento de padrões em educação matemática é a classificação **supervisionada**. Pois, consiste em analisar um "conjunto-padrão" de objetos conhecidos pertencentes a diferentes classes (AZEVEDO, CONCI, LETA, 2008). Essas classes são formadas por um conjunto de critérios (estabelecidos) em que os critérios se distinguem uns dos outros. Assim, consideramos em nossa pesquisa de doutorado as seguintes etapas para o processo de classificação supervisionada, adaptadas do que é proposto pelos autores Azevedo, Conci e Leta (2008):

- escolha de um conjunto-padrão;
- escolha de parâmetros relevantes para serem medidos;
- interpretação das principais características observadas a partir dos parâmetros estabelecidos;
- eliminação dos parâmetros não-relevantes;
- análise do objeto a partir do conjunto-padrão;
- realimentação do aprendizado (a volta comprobatória de todos os critérios).

Essas categorias observadas no trabalho dos autores Azevedo, Conci e Leta (2008), também são abordadas nos trabalhos relacionados no quadro abaixo.

Autor (es)	**Título**	**Ano**
Agustín Carrillo de Albornoz Torres	Matemáticas a través de las Tecnologías de la Información y la Comunicación: Internet y Matemática	2007
Alan Law	GeometryTurned On! Dynamic Software In Learning, Teaching, and Research,	1997
Alessandro Marco Rosini	O uso da tecnologia da informática na educação. Uma reflexão no ensino com crianças.	?
Ana Sofia Tenil Sares	Promoção da literacia matemática no pré-escolar com o apoio da tecnologia educativa	2013
André Nozawa Brito	Aplicação de um procedimento usando a preferência declarada para a estimativa do valor do tempo de viagem de motoristas em uma escolha entre rotas rodoviárias pedagiadas e não pedagiadas	2007

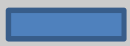
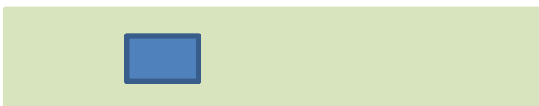
Anna Teresa Fabris	Redefinindo o Conceito de Imagem	1998
Carlos Henrique Aguenta	Inferência de redes de regulação gênica utilizando o paradigma de crescimento de sementes	2011
David Tall	Table of contents Interrelationships between mind and computer: processes, images, symbols	1993
David Tall	Technology and mathematics education: Computer Environments for the Learning of Mathematics	1993
David Tall	Using the computer as an environment for building and testing mathematical concepts: A Tribute to Richard Skemp	1987
David Tall	Graphical Packages for Mathematics Teaching & Learning	1987
David Tall	Building and Testing a Cognitiüe Approach to the Calculus Using Interactive Computer Graphics	1986
David Tall	Table of contents Interrelationships between mind and computer: processes, images, symbols	1993
David Tall	Information Technology and Mathematics Education: Enthusiasms, Possibilities and Realities	1987
David Tall	Biological Brain, Mathematical Mind & Computational Computers (how the computer can support mathematical thinking and learning)	2000
Debora da Silva Soares; Marcelo C. Borba	The role of software Modellus in a teaching approach based on model analysis	2013
Elaine Vieira	Representação Mental: As Dificuldades na Atividade Cognitiva e Metacognitiva na Resolução de Problemas Matemáticos	2001
Glades Miquelina Debei Serra	Contribuições das TIC no ensino e na aprendizagem das ciências: tendências e desafios	2009
Grayce Costa Ribeiro de Oliveira; Lilian Sipoli Carneiro Cañete; Wany Sousa e Silva Campos	Uso das tecnologias de informação e comunicação como recurso pedagógico	?
Luiz Velho	Computação gráfica: imagem.	1995
Luis Moreno-Armella; Stephen J. Hegedus; James J. Kaput	From static to dynamic mathematics: historical and representational perspectives	2008
Marcelo de Carvalho Borba	Calculadoras gráficas e educação matemáticas	1999
Marcus Vinicius de Azevedo Basso; Léa da Cruz Fagundes; Liane Margarida Rockenbach Tarouco; Antônio Carlos da Rocha Costa	Educação Tecnológica e/na Educação Matemática Aplicações da Matemática Elementar na Sala de Aula ou "Focinho de Porco Não é Tomada"	1999
Maria Margarete do Rosário Farias	As representações matemáticas mediadas por softwares educativos em uma perspectiva semiótica: uma contribuição para o conhecimento do futuro professor de matemática	2007
Marly de Menezes Gonçalves	O uso do computador para a representação do espaço: estudo de caso na área de ensino do digital & virtual desing	2009
Patrícia Peck	Boas práticas legais no uso da tecnologia dentro e fora da sala de aula: Guia rápido para as instituições educacionais	2007
Rina Hershkowitz	Aspectos Psicológicos da Aprendizagem da Geometria.	1994
SEED	Diretrizes para o uso de tecnologias educacionais	2010
Gerson Pastre de Oliveira	Generalização de padrões, pensamento algébrico e notações: o papel das estratégias didáticas com interfaces computacionais	2008
I. E. S. El Doctoral	Dinamización matemática: Matemáticas para todos	2007

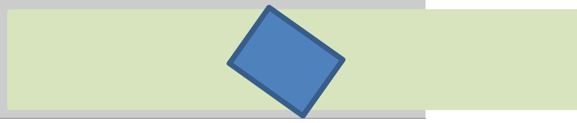
I. E. S.Viera; Clavijo	Dinamización matemática: El año de la Ciencia, Euler y el Día del Libro	2007
Lorena P. Waihricha; Rosângela S. Santos; Acácio D. Rosalena; Bruna Z. Comina; Paola K. Scheidmandela; Paulo R. Pasquettib, Taciana Dôrob	Pesquisa de padrões e suas aplicações em arquitetura e urbanismo: ênfase em geometria fractal	2010
Luis Emílio Caveccioli Dalla Valle	Um modelo para reconhecimento de padrões em imagens de satélites climáticos com base em linguagens formais	2012
Maria Luísa Almeida; Isabel Cabrita	Web 2.0 e padrões na aprendizagem da matemática um estudo de caso no 8º no de escolaridade.	?
Marli Regina Dos Santos; Maria Aparecida Viggiani Bicudo	Compreensões pré-predicativas sobre o espaço geométrico	2014
Marlizete Franco da Silva	Trigonometria, modelagem e tecnologias: um estudo sobre uma sequência didática	2011
Miriam Penteado; Marcelo C. Borba (orgs.); Heloisa da Silva; Telma Gracias	A informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão	2000
Rosana Teresinha Vaccare Braga	Padrões de softwares a partir da engenharia reversa de sistema legados	1998
SEED/PR	Ilustração digital e animação	2010
Thiago Schumacher Barcelos; Ismar Frango Silveira	Pensamento computacional e educação matemática: relações para o ensino de computação na educação básica	?
Tomas Lingerfjard; Mikael Holmiquist	Learning mathematics using dynamic geometry tool	?
Victor Augusto Giraldo	Descrições e conflitos computacionais: o caso da derivada	2004

Quadro 3: Trabalhos de autores que dialogam sobre tecnologias e computação.

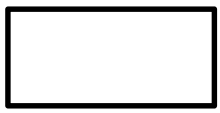
Tais parâmetros serão utilizados para o reconhecimento de padrões em sistema de análise de imagens digitais de nossa pesquisa. Enfatizando que a computação gráfica é baseada num sistema vetorial ou matricial, portanto, o reconhecimento de padrões também pode ser dado quantitativamente (mas, que não constitui foco de nossa pesquisa). Dentro desse contexto, consideramos os fatores *cor* e *textura* da síntese da imagem muito relevantes para a computação gráfica e que se configuraram em um dos focos principais na análise das imagens digitais representadas na resolução de problemas dos estudantes de nossa pesquisa. Observe o exemplo a seguir:

Tabela 1: Interpretações de um problema.

PROBLEMA		Represente com uma imagem um retângulo no plano.
Resposta 1		
Resposta 2		

Resposta 3		
Resposta 4		
RESPOSTA 5		

Nas respostas 1, 2, 3 e 5 há o retângulo no plano. O que nos faz pensar que essas respostas estejam corretas é o fato de visualizarmos as imagens por meio da representação de um desenho. Mas, visualizamos porque usamos cores e texturas para deixar visíveis esses elementos. Afirmamos que a resposta 4 está correta por que o objeto solicitado está ali, porém da mesma cor do plano visível. Na tentativa de fazer o leitor visualizar o objeto a resposta 4 pode ser representada da seguinte maneira:



Então, estamos mostrando parâmetros relevantes para a representação da solução desse problema. Ou seja, o objeto solicitado deve estar delimitado por um sistema de pontos que satisfazem o conceito matemático de retângulo. Na resposta 5 a representação do objeto está sintetizada através de um objeto geométrico tridimensional - o paralelepípedo. Nesse caso, temos que saber se a interpretação da representação da síntese da imagem feita pelo estudante segue os parâmetros estabelecidos. Por exemplo, o estudante representou um paralelepípedo com sua base retangular no plano ou ele reconhece toda a figura como um retângulo? Logo, além da cor e da textura, o conhecimento matemático (definições, conceitos etc.) constitui-se em um outro fator importante que devemos levar em consideração na resolução de problemas que envolvem a computação gráfica nas aulas de matemática.

Alguns pesquisadores de educação matemática, tais como, Tall (1987) e Friske (1995) enfatizam a importância de se escolher pacotes de softwares de computação gráfica que possuem o potencial de destacar, reforçar e construir conceitos matemáticos. Pois, ambos pesquisadores concordam que através da computação gráfica os estudantes podem explorar suas ideias mentais intuitivas até chegar às variáveis mentais mais complexas, tais como a generalização algébrica. Segundo Tall (1987) a aprendizagem matemática acontece quando partimos de uma situação-problema simples, dando ao estudante a sensação de “equilíbrio” e gradualmente vamos provocando conflitos cognitivos que requeiram do estudante uma reconstrução mental, para que haja um novo equilíbrio. Esse processo de interações, construções e reconstruções ao resolver uma situação problema está em consonância com as etapas do processo de classificação supervisionada já descritas anteriormente

Todos esses procedimentos implicam no processo cognitivo do estudante no que tange a aprender os conceitos matemáticos, saber aplicá-los e representá-los com precisão conforme o contexto. Tall (1993) apresenta em seu artigo intitulado “Table of contents interrelationships between mind and computer: processes, images, symbols” [Tabelas de conteúdos inter-relacionados entre mente e computador: processos, imagens, símbolos] a argumentação de que o computador utilizado como ferramenta na aprendizagem matemática ajuda o estudante na realização de suas construções mentais importantes para a formação das concepções do estudante enquanto o computador se encarga de executar os algoritmos necessários. Ou o estudante pode focar desde os processos primários e diferentes, repetindo o procedimento em diferentes sequências até atingir um nível mais complexo de entendimento. Para esse modelo de interatividade Tall (1993) denomina de *Princípio da construção seletiva*. Tall (1993) ainda ressalta que nessas sequências de aprendizagens, da mesma forma, há o processo em que o estudante pode simular os algoritmos computacionais antes mesmo de usar o software. E, ele ainda argumenta que há o processo em que o estudante se concentra em compreender o algoritmo computacional e, em paralelo utiliza os softwares para que os processos de construção de conceitos matemáticos possam ser efetivados, possibilitando a formação de vínculos conceituais (TALL, 1993); (HERSHKOWITZ, BRUCKHEIMER E VINNER, 1994).

Conforme as argumentações postas até o momento, a relevância está nos processos mentais do estudante, de posse do recurso tecnológico, em suas decisões de aplicar os algoritmos que serão processados pelo computador e sintetizado por meio de imagem (TALL, 1993). Por exemplo, a imagem a seguir foi gerada a partir do processamento de dados postos pelo estudante no software de computação gráfica, denominado Sweet Home, utilizado em nossa investigação. A inserção correta de dados matemáticos no computador, que se dispõem em padrões diversos e processam esses dados geram a imagem. A figura abaixo é resultado de vários arranjos de dados e de informações.

Por exemplo, na imagem final (casa) podemos:

(a) Escolher o conjunto-padrão – nesse caso a intersecção de planos convergentes que, por meio de planos coincidentes são delineados para se destacar as figuras geométricas planas.
(b) Escolher os parâmetros para serem medidos – cada segmento de reta que compõe os lados das figuras planas estão em uma escala numérica e medida em metro.
(c) Caracterizar os objetos que compõem o conjunto-padrão – por exemplo, retângulos, quadrados, triângulos, vetores, prismas, dentre outros.

Figura 19: Representação de uma casa com o uso do Sweet Home.
Fonte: Própria autora (2013).

O software AutoCAD é um programa (*software*), que se enquadra no conceito de tecnologia CAD, *Computer Aided Design* ou projeto assistido por computador, que foi criado e comercializado pela Autodesk, Inc. desde 1982. Seu uso tem âmbito mundial e é voltado principalmente para a elaboração de peças de desenho técnico em duas dimensões (2D) e para criação de modelos tridimensionais (3D). Além dos desenhos técnicos, o software vem disponibilizando, em suas versões mais recentes, vários recursos para visualização em diversos formatos (por exemplo 2D e 3D).

O software AutoCAD[11] potencializa a expansão de sua funcionalidade por meio da adição de módulos específicos para desenho arquitetônico. Do ponto de vista da matemática, possui ferramentas de desenho paramétrico e tabela de propriedade dos blocos dinâmicos. Algumas dessas ferramentas foram necessárias para aplicação da investigação em padrões, regularidades e generalizações.

O AutoCAD é um programa de geometria dinâmica, pois, permite que o estudante construa, visualize e compreenda o comportamento geométrico de vários elementos matemáticos (GORINI, 1997). A Geometria Dinâmica consiste no método dinâmico e interativo para o ensino e aprendizagem da geometria e suas propriedades usando ambientes computacionais. Na matemática o termo dinâmico refere-se às ideias de movimento e mudança. Esse software é mais complexo do que o Sweet Home e a manipulação desse software exige que o estudante saiba conceitos matemáticos. Tais como, plano coincidente, entre dois pontos passa apenas uma reta, etc. Além disso, os comandos desse software estão em inglês e em português. Sendo que foram experimentadas as duas versões por esses estudantes. A figura a seguir ilustra a interface do Auto CAD.

[11] Esse software não é gratuito. Mas, existe uma versão básica e gratuita para as pessoas. Maiores detalhes sobre os principais comandos estão na apostila confeccionada para esse PIBIC Jr. Que se encontra no Apêndice.

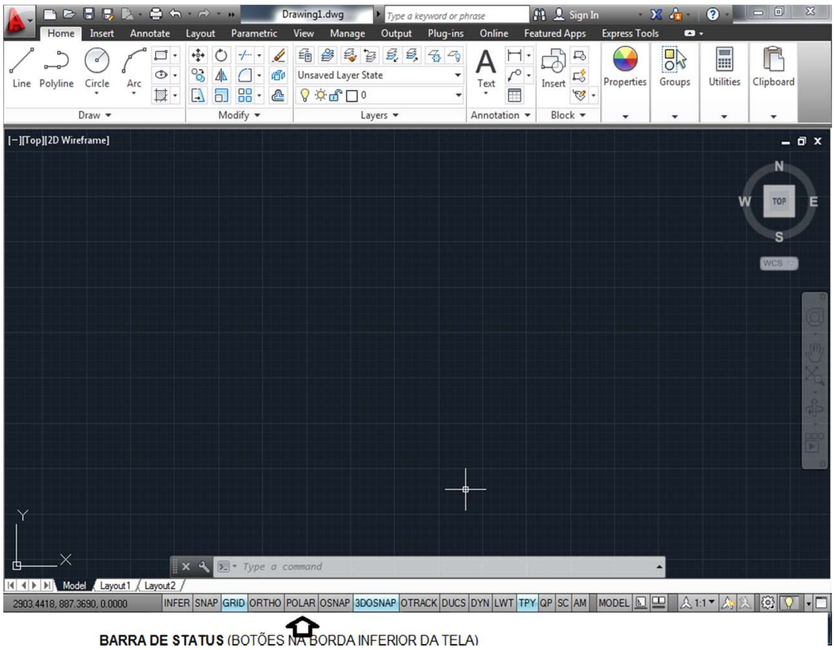


Figura 20: Interface do Auto Cad.
Fonte: Própria autora (2013).

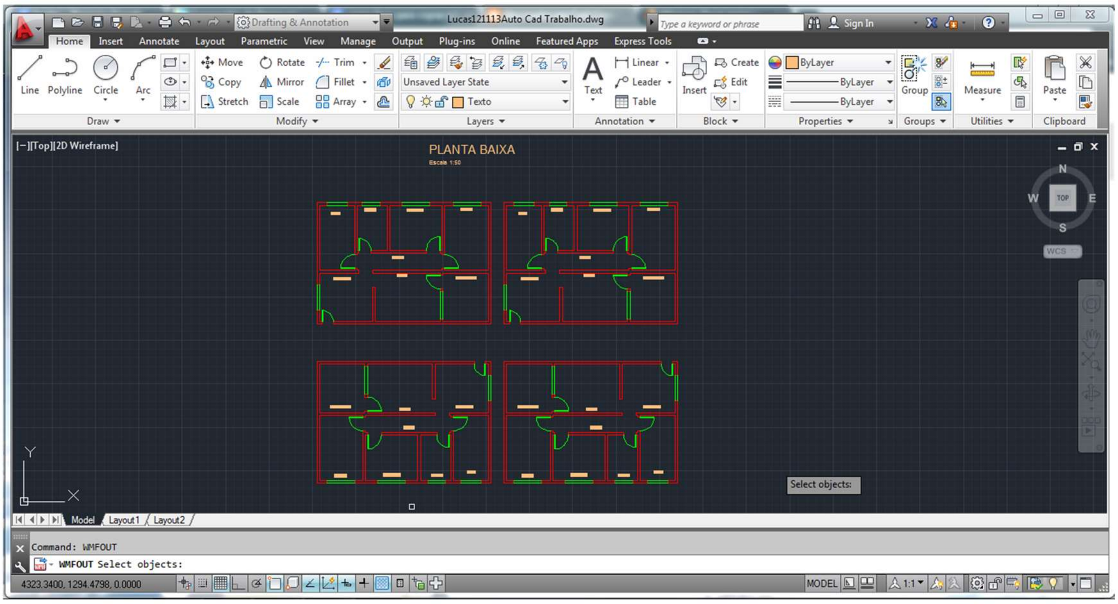


Figura 21: Exemplo de Planta Baixa.
Fonte: Arquivo da autora (2013).

O *Sweet Home 3D* é um programa (*software*) de modelagem em três dimensões (3D) desenvolvido pela NetEkspert Ltda. e é inteiramente gratuito. É implementado em uma linguagem de programação que pode ser alterada por desenvolvedores (*open source* ou fonte aberta). O *software* é voltado para projetos de design de interiores (como, por exemplo, construção de planta baixa de residências em 2D e com visualização em 3D).

O ambiente de utilização multimídia do Sweet Home 3D é de fácil manuseio para o usuário e lhe permite obter resultados rápidos e com boa qualidade. Nele há inúmeros ambientes visuais que ajudam o estudante observar a geometria e a álgebra por trás da criação de mobílias e do layout da planta da casa. Toda construção realizada pelo usuário no software é caracterizada em um ambiente 2D. Uma característica do Sweet Home é que o estudante não precisa ter conhecimentos básicos da geometria tridimensional. Pois, o próprio programa transforma sua construção em 2D para 3D. O uso desse software ajudou os estudantes nos cálculos, por exemplo, de áreas e escalas. No estudo de padrões esse software ajudou o estudante no pensar padrões de crescimentos quando determinava a escala do desenho e no cálculo de cada cômodo da casa, na lei de formação matemática para o cálculo e para o desenho do telhado (conforme ângulo de inclinação do telhado e modelo do telhado escolhido).

Sweet Home 3D versão 4.1[12] é um software livre. É um aplicativo gratuito de design de interiores que ajuda o cidadão a desenhar planta de uma casa em 2D e distribuir os móveis na planta. Além disso, permite uma visualização em 3D. Inúmeros planos ajudam a desenhar o layout da planta de uma casa. As paredes dos quartos podem ser desenhadas sobre o plano da imagem de uma planta já existente. Após, feito o desenho das paredes, pode-se arrastar e soltar móveis dentro da planta da casa a partir de um bloco organizado por categorias. Qualquer alteração na planta 2D da casa é atualizada na visão em 3D. Além disso, Sweet Home 3D pode ser executado sob as plataformas Windows, Mac OS X 10.4 a 10.8, Linux e Solaris, e está traduzido em 24 diferentes idiomas[i].

Interface do Usuário[13]

Ao abrir a janela do Sweet Home 3D, ele fornece condições do usuário editar o design interior de uma casa. A janela é dividida em quatro painéis que podem ser redimensionados, com uma barra de ferramenta no topo, como mostrado na figura abaixo.

---

[12] O software está disponível em http://www.sweethome3d.com/pt/. A apostila com explicação de como funciona o software está no Apêndice.

[13] Utilizamos usuário como palavra sinônima à palavra desenhista, e vice-versa.

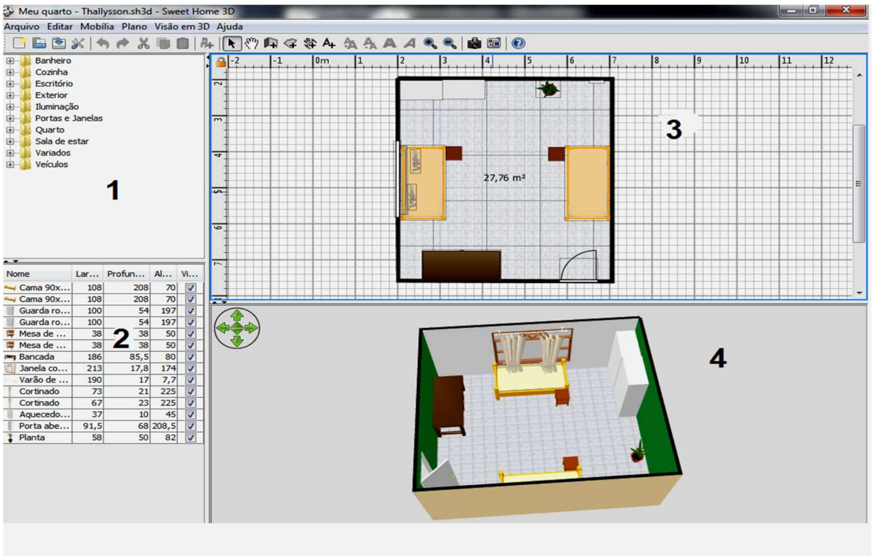


Figura 22: Interface do programa Sweet Home. Planta baixa.
Fonte: própria autora (2013).

O trabalho de Fernando de Mello Trevisani, intitulado “Estratégias de generalização de padrões matemáticos”. Em seu trabalho, de cunho qualitativo, Trevisani (2012) busca compreender as estratégias que estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental utilizam para generalizar padrões com o uso de um software denominado MiGen. Na experiência Trevisani (2012) retrata a utilização do software para o trabalho com padrões e aborda as estratégias utilizadas por esses alunos para chegarem a generalização de padrões de tarefas realizadas. O autor conclui que é possível, por meio desse software, identificar três estratégias evidenciadas por seus alunos do 7º ano ao resolverem as tarefas. As estratégias citadas por Trevisani (2012, p. 25) são:

> A estratégia da diferença visa utilizar múltiplos da diferença entre o número de elementos de termos consecutivos (STACEY, 1989; SASMAN et al., 1999; LANNIN, 2006; BARBOSA, 2010). Na estratégia termo unidade, uma figura da sequência é fixada e múltiplos do total de elementos dessa figura são utilizados para se calcular o que é pedido. Ou seja, um determinado valor, múltiplo de outro valor conhecido na sequência, é utilizado para calcular o que se pede, assumindo que o problema representa uma situação de proporcionalidade direta (STACEY, 1989; SASMAN et al., 1999; LANNIN et al., 2006; BARBOSA, 2010). Por fim, na estratégia explícita busca-se construir uma regra que permita calcular de imediato qualquer valor de qualquer termo da sequência (SASMAN et al., 1999; LANNIN et al., 2006; BARBOSA, 2010)

Em nossa investigação (a) reconhecemos as formas de entendimento de matemática expresso pelos estudantes; (b) delimitamos o que pretendíamos ensinar e o nível de compreensão que queríamos promover; (c) reconhecemos diferentes vertentes conceituais que o estudo pode nos levar, gerando novos problemas de pesquisa, introduzindo novas informações e nos indicando outros caminhos no desenrolar da pesquisa.

Nessa investigação a escolha dos pacotes gráficos, software AutoCAD® e software Sweet Home®, seguiu alguns critérios, tais como, adequação às ferramentas de ensino, metodologia de ensino que pudesse contribuir para a formação cidadã e intelectual do estudante e disponibilidade de hardware na escola. Esses softwares ajudam os estudantes em sua formação cidadã e na preparação profissional para adentrarem em Cursos de Engenharias, de Desenho Industrial, de Artes Gráficas, de Estilismo, de Moda, de Arquitetura e Urbanismo. Esses e outros cursos formam um conjunto de profissões que estão ligados ao espaço cognitivo de representações gráficas. Além disso, estão definidos para a sociedade dentro de um grupo de ideologias da modernidade e da pós-modernidade como profissões elitizadas (SANTOS; CUNHA, 2009).

3 TRAJETÓRIA METODOLÓGICA DE PESQUISA

3.1 Projeto Piloto

Relatamos aqui os passos anteriores à pesquisa definitiva. Ou seja, os planejamentos iniciais para pesquisa e a experiência que tivemos ao executarmos o projeto piloto. No primeiro semestre do ano de 2013, recorremos à turma do 8º período de Licenciatura Plena em Matemática Universidade Federal do Espírito Santo[14], como forma de encontrarmos respostas às inquietações iniciais e para planejarmos a investigação sobre padrões. Ficamos um semestre letivo, com um total de 17 (dezessete) aulas, ao longo de 18 semanas de aula. Todo esse percurso está relatado no APÊNDICE A (que o denominamos de prelúdio).

O Prelúdio foi primordial para amadurecermos em relação ao tema de investigação e para delinearmos os caminhos a seguir, por se tratar de uma pesquisa inédita no estado. O resultado do Prelúdio, nos evidenciou a relevância de estarmos naquele espaço universitário, de inferirmos na formação daqueles futuros professores (muitos deles já atualmente exercendo a profissão) e levarem a conhecer, identificar e praticar conceitos matemáticos e tarefas matemáticas tendo o olhar voltado para matemática como a "ciência dos padrões". Além disso, a oportunidade de dialogarmos com esses futuros professores em 2013 propiciou-nos subsídios para nós enquanto pesquisadoras de enxergarmos que o ensino de matemática na universidade está voltado para a visão da generalização como sinônimo da aplicação de fórmulas. Os resultados nos mostrou que os estudantes universitários buscaram problemas matemáticos que exigissem o raciocínio algébrico, processos metodológicos de resolução que implicassem na representação do problema com signos, símbolos algébricos e a matematização por meio da generalização algébrica.

Com todo o arcabouço de informações seguimos para a investigação definitiva, que está descrita nos próximos itens.

[14] Essa busca deu-se sob o consentimento e a autorização escrita da professora regente.

3.2 Procedimentos Metodológicos

A coleta de dados consistiu em uma sequência de atividades sobre a temática de padrões trabalhada com um grupo de dez estudantes do Ensino Fundamental II, de uma escola do município de Vitória, participante do PIBIC JR., fomentado pelo FACITEC. Esse projeto teve duração no período do mês julho de 2013 ao mês de fevereiro de 2014. Além disso, outras informações foram coletadas por meio de questionários e entrevistas. Os dados foram registrados semanalmente no diário de bordo da pesquisadora antes dos dias de atividades do projeto, durante os encontros com os estudantes e posteriormente. Os estudantes também efetuaram registros durante e depois de cada encontro em seus diários de bordo como pesquisadores "juniores" na Iniciação Científica. Os alunos ainda executaram tarefas no computador tais como projeções de casas, pavimentações, dentre outras tarefas de padrões voltadas para computação gráfica.

3.2.1 Questionários, entrevistas e diário de campo

Durante a execução do projeto de pesquisa, utilizamos questionários, entrevistas e o diário de campo. Inclusive, com o objetivo de iniciar esses estudantes no campo da pesquisa científica, enquanto participavam do Projeto de Iniciação Científica Jr. (PIBIC Jr.). Desse modo, os estudantes tiveram aulas sobre os aspectos gerais da metodologia de pesquisa. Cada estudante possuía seu diário de campo em que fazia suas anotações, colocações e avaliações das aulas e dos diálogos feitos entre eles e com a professora-pesquisadora. Ressaltamos que, durante a execução do PIBIC Jr., entrevistamos os estudantes participantes formalmente com gravadores e/ou informalmente.

3.2.2 Atividades

Para a coleta de dados aplicamos atividades relacionadas a padrões, regularidades e generalizações matemáticas. O objetivo principal da escolha dessas tarefas consistiu em trabalharmos o conhecimento matemático do estudante no que se diz respeito à aplicação dos padrões, das regularidades, processando a generalização matemática e sua aplicação em softwares de computação gráfica. Esses últimos "têm o potencial de acentuar, reforçar e construir conceitos e habilidades técnicas" (FRISKE, 1995).

As atividades foram escolhidas considerando o conhecimento matemático e as habilidades matemáticas necessárias para manipular o software Auto CAD® ou Sweet Home®. Selecionamos tais tarefas em livros didáticos, dissertações e também as elaboramos a partir de nossa experiência docente. Para tanto, levamos em conta o ano que os dez jovens cursavam e as habilidades que se esperariam deles. Além disso, destacamos as habilidades referentes a padrão, regularidades e generalizações conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1997).

Os estudantes resolveram várias atividades relacionadas à aritmética, álgebra e geometria. Escolhemos algumas para compor a tese. As tarefas matemáticas estão diretamente relacionadas à aplicação no software. Ou seja, escolhemos problemas matemáticos que seriam exigidos para a compreensão e utilização dos softwares escolhidos para essa investigação. Antes de aplicarmos as tarefas, os estudantes responderam a questionários, com a finalidade de verificarmos que ideias e conhecimentos matemáticos esses estudantes traziam e que expectativas eles possuíam com o curso. Depois foram aplicadas questões relacionadas a padrões. Esses questionários e tarefas aplicadas serão abordados mais detalhadamente no próximo capítulo. A título de exemplo, seguem algumas das tarefas aplicadas.

- *Exemplos de tarefas*

Nesse tópico, apresentaremos exemplos de atividades selecionadas para compor a tese. Os problemas matemáticos a seguir foram retirados da tese de Modanez (2003). Assim como Modanez (2003), esperamos, na resolução dessa tarefa, que os estudantes: a) façam representações mentais; b) tracem o rabisco no caderno mostrando a continuação da sequência ou as representações mentais; c) identifiquem a sequência de padrões e; d) cheguem ao termo geral da sequência.

Data: Agosto de 2013.

<u>Atividade:</u> "Explorando padrões"

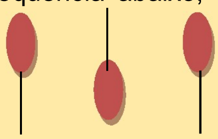
<u>Objetivos Gerais:</u>

- ✓ Investigar as estratégias dos estudantes para encontrar os termos da sequência e fazer associações matemáticas.
- ✓ Analisar os conhecimentos matemáticos do estudante.

✓ Analisar a capacidade de generalização do estudante.

Objetivo Específico: investigar os diferentes tipos de representações matemáticas utilizadas pelo estudante, bem como o grau de conhecimento matemático no processo de interpretação, compreensão e visualização na resolução da tarefa.

Problema: Observe a sequência abaixo, descubra sua regra e continue desenhando:



Explorando o Problema:

a) Qual o 12º elemento da sequência?
b) Qual o 23º elemento da sequência?
c) E o 54º elemento?
d) Como você descreveria a regra de formação desta sequência?

Quadro 4: modelo de tarefa.

Data: Agosto de 2013.

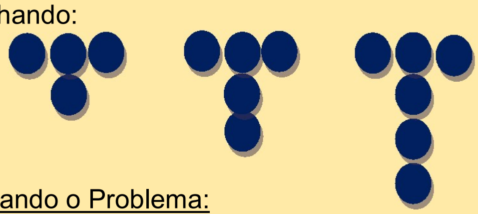
Atividade: "Explorando padrões"

Objetivos Gerais:

✓ Investigar as estratégias dos estudantes para encontrar os termos da sequência e fazer associações matemáticas.
✓ Analisar os conhecimentos matemáticos do estudante.
✓ Analisar a capacidade de generalização do estudante.

Objetivo Específico: investigar os diferentes tipos de representações matemáticas utilizadas pelo estudante, bem como o grau de conhecimento matemático no processo de interpretação, compreensão e visualização na resolução da tarefa.

Problema: Observe a sequência abaixo, descubra sua regra e continue desenhando:



Explorando o Problema:

a) Desenhe a próxima figura da sequência. Quantas bolinhas têm?
b) Desenhe a 7ª figura da sequência. Quantas bolinhas ela tem?
c) Construa uma tabela relacionando a posição de cada figura com o seu número de bolinhas.
d) A 16ª figura tem quantas bolinhas?
e) E a 25ª figura?

O que fazer para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura da sequência? Escreva uma regra.

Quadro 5: Modelo de tarefa.

Encontramos essas atividades e outras similares, também apresentadas em livros didáticos, na dissertação de Modanez (2003), no trabalho de Lopes (2004) e em Vale & Pimentel et al (2009). Caracterizadas como o padrão de repetição, essa atividade pretende levar o estudante à percepção visual e à associação da posição numérica com o objeto.

Data: setembro de 2013.

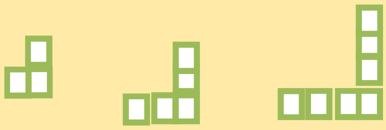
Atividade: **"Explorando padrões"**

Objetivos Gerais:

- ✓ Investigar as estratégias dos estudantes para encontrar os termos da sequência e fazer associações matemáticas.
- ✓ Analisar os conhecimentos matemáticos do estudante.
- ✓ Analisar a capacidade de generalização do estudante.

Objetivo Específico: investigar os diferentes tipos de representações matemáticas utilizadas pelo estudante, bem como o grau de conhecimento matemático no processo de interpretação, compreensão e visualização na resolução da tarefa.

Problema: Observe a sequência de figuras abaixo:



Explorando o Problema:

a) Desenhe a próxima figura da sequência. Quantos quadradinhos ela tem?
b) Desenhe a 5ª figura da sequência. Quantos quadradinhos ela tem?
c) Construa uma tabela relacionando a posição de cada figura com o seu número de quadradinhos.
d) A 11ª figura tem quantos quadradinhos?
e) E a 17ª figura?
f) Como descobrir a quantidade de quadradinhos de qualquer figura da sequência? Escreva uma regra.

Quadro 6: Modelo de tarefa.

Barbosa (2009) denomina essas figuras de *poliminós.* Consistem em figuras planas geradas pela conexão de quadrados congruentes pelo menos um lado. Esse tipo de exercício está presente em vários livros didáticos, tanto de ensino fundamental I como de ensino fundamental II. Nos anexos dessa tese, apresentamos outros exemplos de atividades de padrões que foram aplicadas durante a pesquisa. Os exemplos de tarefas abaixo estão relacionados aos softwares de computação gráfica.

Data: novembro de 2013.

Atividade: "Construa o croqui de sua casa"

Objetivos Gerais:

- ✓ Investigar as estratégias dos estudantes para desenhar a imagem da casa em planta baixa.

Objetivo Específico: investigar o conhecimento matemático no processo de interpretação, compreensão e visualização na resolução da tarefa.

Problema: Determine a área de sua casa.

Explorando o Problema:

Desenhe uma planta baixa utilizando o Auto CAD.

Quadro 7: Modelo de tarefa.

Outro exemplo de atividade:

Data: outubro de 2013. **Atividade:** "Construa o croqui de sua casa" **Objetivos Gerais:** ✓ Investigar as estratégias dos estudantes para desenhar a imagem da casa em planta baixa. **Objetivo Específico:** investigar o conhecimento matemático no processo de interpretação, compreensão e visualização na resolução da tarefa. **Problema:** Determine a área de sua casa. Explorando o Problema: Desenhe no Sweet home sua casa.

Quadro 8: Modelo de tarefa.

3.2.3 Registros no diário de campo

Os diários de campo da professora-pesquisadora e dos estudantes fizeram parte dos instrumentos utilizados para a coleta de dados. Os alunos faziam as anotações em seus cadernos das observações e avaliações de cada aula. Depois digitavam e encaminhavam o diário de campo para a professora-pesquisadora.

Esse procedimento de coleta de dados ajudou-nos a entender melhor a compreensão e/ou procedimento de resolução de tarefas matemáticas dos estudantes. Assim também, as observações e apontamentos oriundos de nossos conhecimentos, concepções e ideias enquanto professora e pesquisadora contribuíram para a análise das entrevistas gravadas e transcritas no processo de pesquisa.

3.2.4 Registro de imagem, áudio e vídeo

Durante as aulas do PIBIC Jr., utilizamos como um dos instrumentos de coleta de dados a gravação em áudio e vídeo. Uma câmera fotográfica digital, uma câmera de aparelho celular e um gravador de áudio serviram como instrumentos de captura de imagem, gestos, falas e sons. Utilizamos o gravador de áudio em algumas aulas do projeto e nas entrevistas individuais com estudantes. As fotografias, por sua vez, contribuíram para o resgate e registro do momento.

3.3 O Olhar sobre os Dados segundo a Pesquisa Qualitativa

A análise de dados foi realizada por meio de tabulação e categorização de dados conforme Fiorentini e Lorenzato (2006). Como critério de análise evidenciamos a identificação de ideias de padrões, regularidades e generalizações desenvolvidas pelos estudantes ao fazerem as atividades, ao responderem os questionários e ao participarem das entrevistas. A análise inicial tomou como base as respostas escritas e os diálogos dos estudantes. Em seguida, identificamos a maneira como o estudante resolvia as atividades, explicitava suas ideias de resolução de padrões, de regularidades e de generalizações. Logo após, foi feita outra etapa de análise à luz dos autores estudados.

Na análise das respostas dos estudantes em entrevistas e dos diálogos com o grupo de estudantes, verificamos se eles:

I. Evidenciavam suas ideias de como exploram padrões, regularidades em geometria e álgebra com as atividades aplicadas;
II. Manifestavam seus raciocínios e estratégias de resolução de tal modo que fosse possível inferir e compreender seus pensamentos e conhecimentos matemáticos.

Com a realização do prelúdio (APÊNDICE A) de nossa caminhada no campo da pesquisa pudemos destacar vários resultados favoráveis para investigarmos a temática. No entanto, o olhar seria para estudantes do Ensino Fundamental. Por esse motivo, um estudo exploratório se fez necessário, para o aprendizado, a priori, em pesquisa qualitativa. Reconhecemos a importância, nesse estudo exploratório de vivenciar a experiência de coletar dados e fazer análises preliminares, bem como de verificar a adequação de procedimentos metodológicos pensados para essa investigação (FIORENTINI; LORENZATO, 2006; SILVA; SILVA-SANTOS-WAGNER, 1999; 2009).

A seguir relatamos o estudo exploratório feito com estudantes do Ensino Fundamental II após a aprovação do Projeto de Iniciação Científica Júnior pelo FACITEC, com o objetivo de identificarmos o entendimento desses estudantes a respeito de padrões e delimitarmos a metodologia de trabalho. A tabela abaixo sintetiza os pilares de nossa pesquisa.

Quadro 9: Triangulação de dados da pesquisa.

HIPÓTESES DE TRABALHO	PERGUNTAS	OBJETIVOS	Procedimentos de coleta de dados	Procedimentos de ANÁLISE
Aprender conceitos matemáticos a partir do estudo de padrões com o auxílio de tecnologias computacionais permitem que o estudante faça descobertas e amplie sua aprendizagem matemática. Pensar em estratégias para resolver tarefas de padrões possibilita ao estudante desenvolver sua capacidade de estabelecer conexões matemáticas e identificar padrões.	Que aprendizagens e descobertas matemáticas e computacionais foram evidenciadas pelos alunos participantes do Projeto de Iniciação Científica Júnior (PIBIC Jr.)? Que estratégias os estudantes utilizaram para resolver tarefas de padrões matemáticos no percurso do PIBIC Jr.?	Investigar e analisar possibilidades de aprendizagem matemática a partir de padrões matemáticos e do uso software de computação gráfica. Analisar estratégias dos estudantes participantes do PIBIC Jr. ao resolverem tarefas de padrões matemáticos. Identificar aprendizagens e descobertas matemáticas e computacionais evidenciadas no percurso do Projeto de Iniciação Científica Junior (PIBIC Jr.).	- Documentos curriculares. - Entrevistas semiestruturadas com os estudantes. - Diálogos. - Questionários. - Tarefas exploratórias escritas. - Diário de Bordo. - Utilização do computador com Software de computação gráfica.	- Leitura dos documentos curriculares. - Análise das concepções dos estudantes com o ensino de padrões. - Caracterização das estratégias ao resolver tarefas. - Verificação da forma de registros de representações feitas pelos estudantes ao resolverem as tarefas em seus cadernos e diários de bordo. - Apresentação oral e utilização dos softwares para representar algumas tarefas.

4 TRATAMENTO E ANÁLISE DE DADOS COLETADOS

Apresentaremos aqui dados coletados em aulas investigativas com 10 (dez) estudantes do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental que fizeram parte do Programa de Iniciação Científica Júnior (PIBIC Jr.), fomentado pelo Fundo de Apoio à Ciência e Tecnologia do munícipio de Vitória no Estado do Espírito Santo, no período de junho de 2013 a fevereiro de 2014. Considerando tais dados, apresentaremos também nossa análise tendo por base os teóricos, as teses, as dissertações e os artigos que nos inspiraram durante a pesquisa de campo e a escrita deste texto. Os dados coletados em nossa pesquisa são constituídos por:

- ✓ Questionários aplicados (04).
- ✓ Problemas matemáticos propostos para serem realizados no caderno e na lousa (Acima de 20).
- ✓ Tarefas propostas para serem resolvidas no caderno e representadas no computador (10).
- ✓ Tarefas realizadas com a utilização das ferramentas régua, transferidor e par de esquadros (05).
- ✓ Diário de campo da pesquisadora (1).
- ✓ Diário de campo de cada estudante (10).
- ✓ Filmagem de vídeo com câmera *Sony,* celular *Nokia* e Smartphone Samsung (10 filmagens).
- ✓ Gravação de áudio feita com celular *Nokia,* Smartphone *Samsung* e gravador de mão *Panasonic (10).*

As análises e resultados expostos referem-se a alguns dados coletados na pesquisa cujo foco foram as atividades em que emergiram possíveis respostas de nossos questionamentos e que deram sequência aos objetivos e conclusão da pesquisa.

4.1 Análises dos questionários

Durante um pouco mais de 6 (seis) meses acompanhamos de perto os estudantes do PIBIC Jr., o cotidiano da escola e desses alunos com aulas no turno oposto ao que estudavam; observamos suas reações, concepções e emoções, dificuldades diante dos desafios que se apresentavam.

Nosso primeiro resultado relevante está relacionado às respostas ao primeiro questionário (APÊNDICE B), aplicado no primeiro dia de aula no PIBIC Jr. As questões tinham como objetivo diagnosticar as competências e habilidades aritméticas e algébricas dos estudantes, avaliar o conhecimento aritmético e algébrico presente em sua memória instantânea dos estudantes e instigá-los em relação às suas concepções e prontidão para o ensino da aritmética e álgebra. As respostas desse primeiro questionário indicam que os dez estudantes possuíam boas expectativas para o projeto.

Em relação a primeira pergunta do questionário *O que desejam aprender com este projeto,* as respostas estão indicadas na Tabela.

Tabela 2: Resposta de questionário.

Estudantes	Ano/Série	O que desejam aprender com este projeto?
Daniel	9º	Aprender a utilizar a matemática nas questões do dia a dia e me preparar para o mercado de trabalho.
Diego	8º	Eu desejo aprender a resolver melhor questões de matemática e aprender novos conceitos matemáticos.
Gal	8º	Eu pretendo aprender coisas novas. Coisas que talvez eu não tivesse a oportunidade de aprender se não fosse o projeto.
Jonas	9º	Eu desejo aprender coisas novas, que possam me ajudar no futuro.
Kátia	8º	Quero aprofundar mais nos estudos na matemática, melhorar o meu conhecimento sobre a matemática e conhecer cada dia um pouco mais sobre ela.
Laura	9º	Desejo aprender a mexer no AutoCAD, e aprender um pouco de computação gráfica já que pretendo seguir no ramo da engenharia.
Tercio	9º	Eu desejo aprender como mexer no auto CAD, e também melhorar minha relação com a matemática que não é lá essas coisas.
Unielen	9°	Aprender a utilizar a matemática nas questões do dia a dia e me preparar para o mercado de trabalho.

Constatamos que os 10 (dez) estudantes expressam o desejo de aprender algo com o projeto de matemática. Gómes Chacón (2003) trata o desejo como componente das emoções; é um sentimento eminente, que influi diretamente na concepção humana. Mesmo com pontos de vistas diferentes os estudantes quando indagados informalmente demonstravam a empolgação do momento, de serem escolhidos para participarem do projeto, de terem a possibilidade de aprender um pouco mais de conteúdos curriculares específicos da matemática. Esses sentimentos expressos no primeiro dia de encontro investigativo demonstram um pouco das concepções dos estudantes e, ainda que consideradas como “espontâneas” *a priori*, indicam a forma como os estudantes pensam (GAROFALO, 1989 apud SEGURADO; PONTE, 1998). Mais adiante, poderemos verificar se essas concepções fazem-se presentes ao longo do projeto e se elas influenciam o estudante em seu modo de resolver os problemas de matemática Garofalo (1989 apud SEGURADO & PONTE, 1998). Com essas primeiras respostas, esquematizamos na figura a seguir, alguns indícios de concepções de aprendizagem e de reconhecimento da necessidade de se aprender matemática.

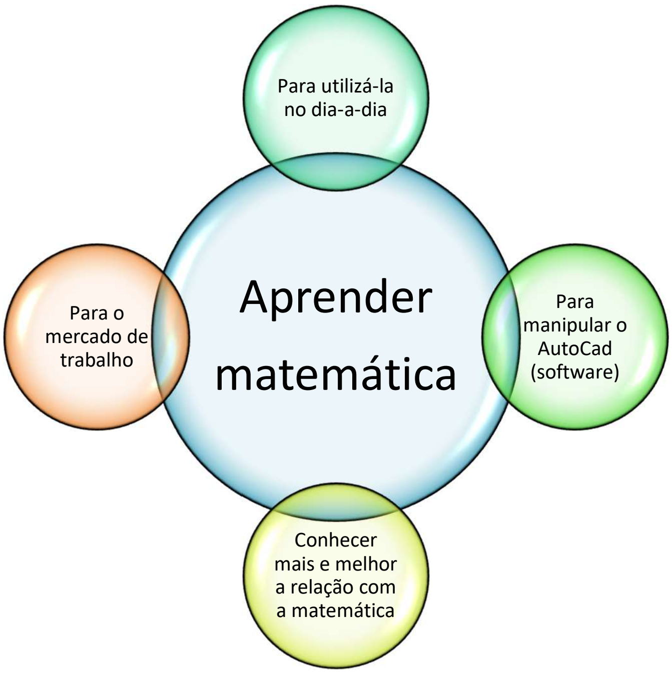


Figura 23: Indicativo da concepção de aprendizagem do estudante em relação ao projeto.
Fonte: Própria autora (2013).

Essas expectativas são comuns para estudantes escolhidos, pela escola[15], para participarem de um projeto que envolve tecnologia informática e matemática. Ademais, na posição de professoras-pesquisadoras inseridas no projeto, vivenciando

[15] A escola definiu critérios para escolher os dez estudantes que foram bolsistas com fomento do FACITEC. Dentre os critérios de seleção o estudante deveria ter aptidão para o uso de software de computação gráfica, ter bom desempenho escolar e ser participativo nas ações escolares.

todo o cotidiano escolar, percebemos que ao analisarmos esses dados dispomos de uma concepção construtivista do processo.

A segunda questão solicitava uma relação de tópicos que o estudante gostou de aprender em aritmética. Além disso, solicitava o seguinte: *Apresente algum exemplo de tarefa aritmética que você sabe resolver ou de um conceito matemático que aprendeu em aritmética.* Nosso objetivo ao elaborarmos a segunda questão foi o de diagnosticar tópicos de matemática presentes no cognitivo desses estudantes. Para essa segunda questão consideramos como base teórica Gómes Chacón (2003) que em seu estudo utilizou perguntas geratrizes para diagnosticar crenças e motivações de estudantes em relação a matemática. Consideramos também a teoria de que a aritmética está relacionada ao estudo dos números e as operações que podem ser realizadas com eles (TOLEDO; TOLEDO, 1997) e que esses estudantes possuem crenças de que a aritmética permeia todo o tipo de tarefa matemática que exige a manipulação do numeral com operações aritméticas. As respostas a segunda questão indicadas a seguir nos indicam o que acabamos de discutir:

Estudante ***Daniel (9º ano)***: Juros simples e juros compostos. Pois juros está em vários momentos, como uma compra, um empréstimo, compra e venda de imóveis, entre vários outros.

Exemplo: Um homem fez um empréstimo de R$ 2000,00 no banco, a uma taxa de 5% ao mês, durante 3 meses. Quanto o homem pagará se for empregado juros simples? E juros compostos?

Aluna **Unielen** ***(9º ano)***: Juros simples e juros compostos. Pois juros está em vários momentos, como uma compra, um empréstimo, compra e venda de imóveis, entre vários outros.

Exemplo: Um homem fez um empréstimo de R$ 2000,00 no banco, a uma taxa de 5% ao mês, durante 3 meses. Quanto o homem pagará se for empregado juros simples? E juros compostos?

Os estudantes Daniel e Unielen reconheceram a aritmética no problema envolvendo juros. Além disso, apresentaram o mesmo problema, sendo que responderam individualmente as questões. Conversamos com esses estudantes para validação dos dados, após primeira leitura das respostas deles, e constatamos que Daniel e Unielen estavam reproduzindo os ensinamentos das aulas de matemática[16] que

[16] Pois, ao estabelecermos diálogos com a professora regente do 8º e 9º ano, comprovamos que os estudantes responderam conforme a memória recente (o que estava sendo ensinado, pela professora deles, na ocasião).

estavam tendo naquele momento. Ou seja, sem maior empenho intelectual, os estudantes optaram em responder conforme a influência e impacto escolar que estavam vivenciando. Ademais, exteriorizaram uma prática de aprendizagem em que estudantes seguem procedimentos e técnicas de memorização e algoritmização para a resolução de tarefas, a partir de um problema modelo.

A seguir, analisaremos as respostas dos estudantes Diego, Luiz e Geraldo.

Estudante ***Diego (8º ano)***: Frações e números decimais são os que eu mais gosto. Todas as vezes que comparamos, dividimos, repartimos e etc. estamos fazendo fração.
Exemplo: 12 dividido por 3 = 4 isto e uma fração. Números decimais são todos os números que tem vírgula e um número depois da vírgula. Exemplo: *1,5 2,5 11,5* etc.

Estudante **Luiz *(9º ano)***: Gostei de Adição, subtração, multiplicação, divisão de números naturais, inteiros, racionais.

Exemplos: $-1 + (-5) = -1 - 5 = -6$

Estudante ***Geraldo (9º ano)***: Gostei de soma, subtração, multiplicação e divisão.

Os estudantes Diego, Luiz e Geraldo indicaram que além de perceberem a aritmética nesses assuntos, também gostam deles. Percebemos que quando Diego cita frações e números decimais, ele faz uma demonstração associando a ideia de números à sua representação em forma de número com vírgula. Ele aplica intuitivamente o conceito de fração como divisão entre dois números naturais. Quando fizemos a devolutiva dessa questão para o estudante, entendemos que ele pensa um número com vírgula como resultado da partição (daí ele usa a palavra divisão) feita entre dois números naturais.

Em suas respostas o estudante Luiz destaca os números com outra cor, em suas anotações no caderno e no computador, com o objetivo de mostrar que existe uma regra de sinais a ser seguida quando adicionamos e subtraímos números inteiros. Além disso, o estudante Luiz cita as quatro operações, classificando os conjuntos numéricos que ele entende pertencer à aritmética.

O estudante Geraldo apenas sintetiza do que gosta e fica implícito que a aritmética se resume as quatro operações. Então na devolutiva, questionamos sua resposta e o estudante, com a fisionomia de que sua reposta foi óbvia, interpela que as quatro operações só podem ser realizadas com números!

Nos quadros a seguir temos as respostas dos estudantes Jonas, Gal e Tércio.

Estudante *Jonas (9º ano):* Ex.: Calcule a média anual de Carlos na disciplina de Matemática com base nas seguintes notas bimestrais: *1º Bimestre = 6,0; 2º Bimestre = 9,0; 3º Bimestre = 7,0; 4º Bimestre = 7,0* ↔

Ma= (6,0 + 9,0 + 7,0 + 7,0)/4

Ma=39/4

Ma=9,75

Aluna ***Gal (8º ano):*** Eu gostei de tudo. Ex.: Em uma empresa existem cinco faixas salariais divididas de acordo com a tabela a seguir: Determine a média de salários da empresa.

Grupos	Salário
A	R$ 1.500,00
B	R$ 1.200,00
C	R$ 1.000,00
D	R$ 800,00
E	R$ 500,00

MS = (1500 + 1200 + 1000 + 800 + 500) / 5

MS = 5000 / 5

MS = 1000

A média salarial da empresa é de R$ 1.000,00.

Estudante ***Tércio (9º ano):*** Média Aritmética é uma coisa simples aonde se soma e depois se dividi pela quantidade de participantes. Ex.: Em uma sala um estudante tiro 6, o outro tiro 7, e o outro 9. Como calcular a média, soma-se as notas e se divide pela quantidade de estudantes.

6 + 7 + 9/3 = 7,3

Trazemos o bloco de respostas desses três estudantes porque eles direcionaram suas respostas para média aritmética. Intuitivamente buscaram respostas mais próximas da realidade escolar deles. Os três estudantes se empenharam em mostrar os procedimentos para resolverem os exemplos que deram.

Mas, abaixo, a aluna Laura expõe sua preferência em mexer com porcentagem e raiz. E, essa atitude nos mostra que Laura, do mesmo modo que os demais estudantes, apresenta sua habilidade em manipular números de uma forma procedimental.

Aluna ***Laura (9º ano)*****:** Na área da aritmética eu prefiro mexer com porcentagem, raiz quadrada, etc. Ex.: Calcular *10% de 300.* $\frac{\mathbf{10}}{\mathbf{100}}.\mathbf{300=30}$

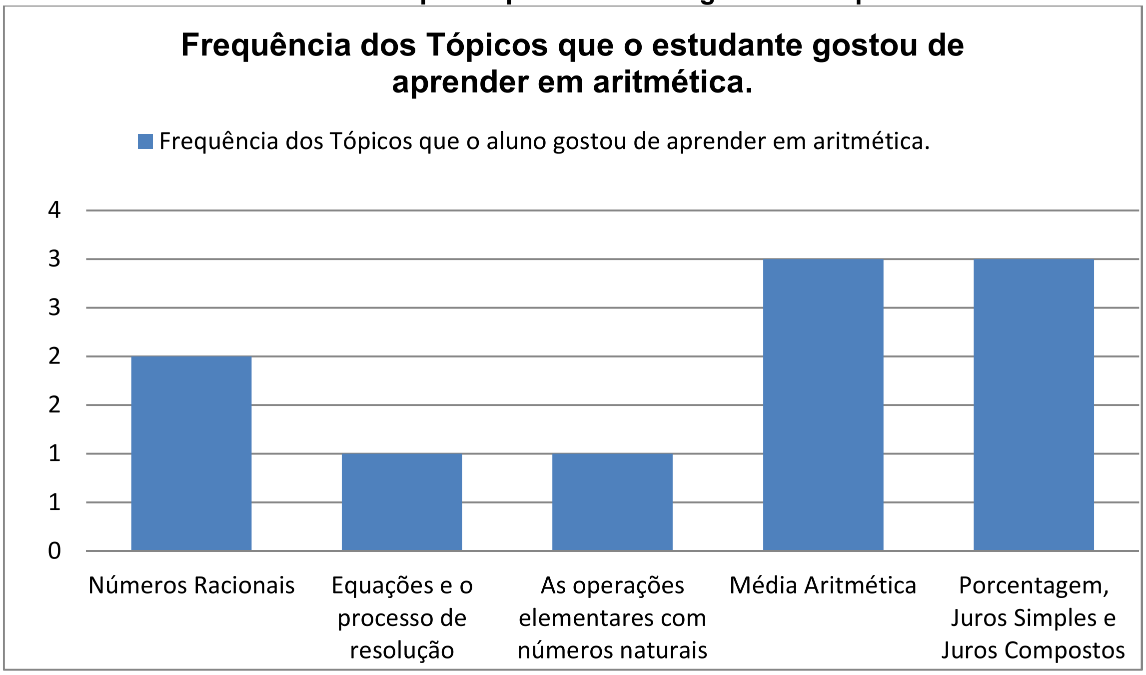
A aluna Kátia foi a única que explicitamente confundiu as expressões numéricas com equações. Aliás, ela traz uma nova definição para expressão numérica: *são equações com divisão, multiplicação, adição e subtração.* Um erro grave e que se torna comum em estudantes do ensino fundamental. Pois, a maioria deles, desde o primeiro ano, vivenciam um currículo de matemática voltado para a manipulação de números, com ênfase nos procedimentos para se resolver problemas de matemática.

Aluna ***Kátia (8º ano):*** Equações com divisão, multiplicação, adição e subtração. Aprendi também que numa equação aritmética que contém divisão, multiplicação, devemos resolvê-las primeiro do que a adição e subtração. Ex.:

$5 + 9.3 - 24 : 6 =$
$= 5 + 27 - 24 : 6 =$
$= 5 + 27 - 4 =$
$= 32 - 4 =$
$= 28$ Resultado: 28

Em síntese, ao aplicarmos essa questão para os dez estudantes, constatamos que para eles aritmética está relacionada à resolução de problemas que precisam fazer cálculos com números. Além disso, indicaram o domínio desses conceitos de modo procedimental (SKEMP, 1976) quando exemplificaram e resolveram as questões. Outro fator importante é que os dez estudantes, ao responderem a questão, evidenciaram os conteúdos curriculares de matemática que estavam trabalhando naquele momento escolar em 2013. E quando questionados posteriormente em 2013, na devolutiva em grupo, os estudantes lembraram que o mais importante seria demonstrar seus ‘últimos’ conhecimentos matemáticos. Ou seja, para o ano de ensino que eles estavam relembrar o que eles dizem “continhas” seria muito “primário”. O gráfico a seguir pode nos auxiliar a visualizar as respostas dos estudantes à referida questão.

Gráfico 1: Tópicos que estudantes gostam de aprender.



Mesmo que nosso objetivo fosse o de diagnosticar tópicos de matemática presentes no cognitivo desses estudantes, o gráfico nos dá uma síntese dos assuntos de matemática mais presentes no pensamento dos estudantes naquele momento.

A dificuldade dos estudantes no campo algébrico tem sido a preocupação de estudiosos, pois temos constatado em resultados de pesquisas e de diferentes programas de avaliação que envolvem o conhecimento algébrico, índices que designam críticas ao ensino de matemática. As dificuldades em álgebra compreendem: a carência de uma reformulação do currículo escolar (HOUSE, 1995; LINS & GIMENEZ, 1997) e os problemas nas concepções sobre álgebra em professores e em estudantes (USISKIN, 1995), dentre outros.

Com base nisso, na próxima questão, nosso objetivo foi o de diagnosticar tópicos de matemática, especificamente, de álgebra. Segue a questão: *Diga que assuntos você gostou de aprender em álgebra. Apresente algum exemplo de exercício ou atividade algébrica que você sabe resolver e gosta de resolver.* As respostas dos estudantes foram as seguintes:

Aluna **Unielen *(9º ano)*:** Álgebra é o estudo das equações e métodos de como resolvê-las. Equações de 1º Grau, a de 2º Grau, e a de 3º Grau usando a fórmula de BASKARA. Exemplo:

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$
$$\Delta = b^2 - 4.a.c$$
$$\Delta = 25 - 24$$

$\Delta = 1$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2}$

$x' = \frac{5-1}{2} \leftrightarrow x' = \frac{4}{2} \leftrightarrow x' = 2$

$x'' = \leftrightarrow x'' = \frac{6}{2} \leftrightarrow x'' = 3$

Aluna ***Gal (8º ano):*** Eu gostei muito de aprender a fórmula de Bhaskara. Exemplos:

A) $x^2 - 5x + 6 = 0$

B) $x^2 + 8x + 16 = 0$

C) $2x^2 - 8x = 0$

Aluna ***Kátia (8º ano)****:* Qual o valor da expressão algébrica $2x^2 + 4x - 10$ com o valor de $x = 6$.

$2.6^2 + 4.6 - 10 =$

$= 2.36 + 24 - 10$

$= 72 + 24 - 10$

$= 96 - 10$

$= 76.$ Resultado: 76

Aluna ***Laura (9 ºano):*** Equação do 2º grau fórmula de Bhaskara, sistema. Exemplo:

$x = \frac{-(12) \pm \sqrt{36}}{2.1}$

$x = \frac{-12 \pm 6}{2}$

$x' = \frac{-12+6}{2} = \frac{-6}{2} = -3$

$x'' = \frac{-12-6}{2} = \frac{-18}{2} = -9$

Estudante ***Tércio (9º ano):*** Álgebra é o estudo das equações e métodos de como resolvê-las Equações de 1º Grau, a de 2º Grau, e a de 3º Grau usando a formula de BHASKARA. Exemplo:

$x^2 - 5x + 6 = 0$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
$\Delta = b^2 - 4.a.c$	$x = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2} \leftrightarrow x' = \frac{5-1}{2} \leftrightarrow x' = \frac{4}{2} \leftrightarrow x' = 2$
$\Delta = 25 - 24$	
$\Delta = 1$	$x'' = \frac{5+1}{2} \leftrightarrow = x'' = \frac{6}{2} = x'' = 3$

Estudante ***Daniel (9º ano)***: Teorema de Pitágoras; Cálculos de área; Bhaskara. Exemplo:

$ax^2 + bx + c = 0$

$2x^2 + 14x + 49 = 0 \leftrightarrow (a = 2;\ b = 14;\ c = 49).$

Utilize a formula de Bhaskara para descobrir o valor de x.

Os estudantes *Daniel (9º ano),* Unielen *(9º ano)*, *Tércio (9º ano), Gal (8º ano), Laura (9º ano) e Kátia (8º ano)* apresentam suas respostas, mostrando as equações do 2º grau como tópico de álgebra. Segundo House (1995),

> Há muito tempo, a álgebra desfruta de um lugar de destaque no currículo de matemática, representando para muitos estudantes tanto a culminação de anos de estudo de aritmética como início de mais anos de estudo de outros ramos da matemática (1995, p. 1).

Isso nos mostra que os estudantes estão construindo a imagem conceitual da equação do 2º grau (TALL, 1993; SKEMP, 1976; THOMPSON, 1997) priorizando como verdade o que achavam ser verdadeiro. Concordamos com o autor considerando que, ao conversarmos com os estudantes, na validação dos dados, eles diziam "a álgebra, professora, é fazer as operações com as letras, ao invés de usar os números". Em relação à álgebra, tivemos muitos debates com os estudantes.

Estudante ***Diego (8º ano)***: Letras substituem valores iguais.
Exemplo: $3x + 7x + 23x - 4x = 29x$

Estudante ***Luiz (9º ano)***: Eu gostei mais de equações. Exemplo:

$$x + 4 - 6 = 0$$
$$x + 4 = 6 + 0$$
$$x = 6 - 4 + 0$$
$$x = 6 - 4$$
$$x = - 2$$

Estudante **Geraldo *(9º ano)***: Exemplo:

$$2x - 15 = -3x$$
$$2x + 3x = +15$$
$$5x = 15$$
$$x = 15:5$$
$$x = 3$$

Estudante ***Jonas (9º ano):*** Adição Algébrica de radicais: Exemplo:

$$3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

As respostas da terceira pergunta, os diálogos que tivemos com os estudantes, após analisarmos seus resultados, indicaram que suas emoções matemáticas relacionavam-se com os conteúdos e as tarefas recentemente estudadas. O estudo do Teorema de Pitágoras e a resolução de uma Equação do 2º Grau aparecem entre os conteúdos nas respostas ao questionário. Identificamos, portanto, que os estudantes valorizavam a temática que estavam estudando no momento e, no momento da devolutiva da pesquisa, mostravam empolgação ao perceberem que se lembravam das fórmulas, por exemplo. Segundo Menduni (2003, p. 29) as emoções podem interferir na atitude dos estudantes. Entendemos que esses assuntos citados causaram boas emoções e por serem assuntos estudados recentemente foram mais fáceis de serem lembrados.

Nossa análise também indicou que o estudo de padrões com esses estudantes traria contribuições, pois regularidades e generalizações perpassavam as suas respostas. Embora nenhum deles explicitasse na primeira questão interesse e/ou dúvidas sobre o que seria PADRÕES, pois, na entrevista foi explicado sobre o tema e do que consistiria o projeto. O resultado dessa primeira investigação diagnosticou a teoria de resposta para cada questão dada, bem como aquilo que o estudante evidenciava em sua memória, em relação aos conhecimentos matemáticos. Em nossa análise não consideramos apenas o conhecimento matemático emergente na/da memória, mas se os exemplos estavam corretos, a coerência das respostas dos estudantes e o perfil de erros e acertos. Acreditamos que, com esse questionário e com os objetivos propostos, nos aproximamos e adequamos o planejamento às competências, habilidades e aptidões dos estudantes em álgebra para as atividades futuras envolvendo o software.

Notamos que esses 10 estudantes sentiram-se empolgados em aprender algo novo em matemática, na visão deles, principalmente pela utilização do recurso software. Atualmente os recursos multimídias são os que mais atraem os jovens. A utilização de computadores, iphones e outros têm melhor aceitação do que a leitura de um livro ou a escrita de um texto, utilizando papel e lápis. Um dos motivos, portanto, do entusiasmo desses estudantes em participarem do PIBIC Jr., estava na atratividade, curiosidade e desafio da tarefa de manipular recursos e instrumentos que exigem uma gama de conhecimentos lógicos computacionais e conhecimentos matemáticos. Isso tudo dosado com a idade desses jovens, que possuem a genialidade de estarem (pela própria idade e pela própria condição de serem jovens) curiosos e que não permitem se intimidar com o desafio proposto “no uso” de tecnologias computacionais.

Quando analisamos as respostas dos dez estudantes constatamos que: as crenças, pontos de vista e preferências a respeito da matemática e de seu ensino estavam refletidas. Observamos que os estudantes tinham, naquela ocasião, boa expectativa em relação a aprender a matemática que possivelmente não aprenderiam na escola. E ainda, demonstram expectativas em relação à computação gráfica e à preparação para o mercado de trabalho. Com isso, o planejamento da professora orientadora projetou-se conforme as expectativas desses estudantes. De modo que os objetivos e as perguntas da investigação fossem respondidos. E que as atividades voltadas para os padrões matemáticos atendessem, de fato, às expectativas do estudante referentes ao conhecimento matemático que envolve a computação gráfica.

Com base nessa tarefa inicial, projetamos nossas ações procedimentais na pesquisa, bem como os instrumentos e ferramentas de investigação que relacionavam nossas hipóteses, nossos objetivos, nossas perguntas com as expectativas dos estudantes. Além disso, foi possível complementar nosso foco de pesquisa em relação ao uso de alguns pacotes gráficos que promovem uma compreensão de aspectos importantes da álgebra (como variável), trigonometria (como relação entre ângulos e fenômenos periódicos) e representações geométricas (como múltiplos conceitos).

As tarefas investigativas realizadas pelos estudantes foram analisadas e ponderadas pela professora-pesquisadora à luz do referencial teórico que escolhemos para a pesquisa. Ressaltamos que, dada a grande quantidade de dados, tornou-se inviável colocarmos todos na síntese final.

Figura 24: Imagem do momento em que os estudantes resolviam um dos questionários.
Fonte: Própria autora (2013).

Em síntese não foi possível comprovar, com as respostas dos estudantes, as habilidades que eles devem ter para formalização e abstração conforme traz Godino (2004, p. 28)

> Desde una perspectiva pedagógica -y también epistemológica-, es importante diferenciar el proceso de construcción del conocimiento matemático de las características de dicho conocimiento en un estado

avanzado de elaboración. La formalización, precisión y ausencia de ambigüedad del conocimiento matemático debe ser la fase final de un largo proceso de aproximación a la realidad, de construcción de instrumentos intelectuales eficaces para conocerla, analizarla y transformarla. Ciertamente, como ciencia constituida, las matemáticas se caracterizan por su precisión, por su carácter formal y abstracto, por su naturaleza deductiva y por su organización a menudo axiomática. Sin embargo, tanto en la génesis histórica como en su apropiación individual por los alumnos, la construcción del conocimiento matemático es inseparable de la actividad concreta sobre los objetos, de la intuición y de las aproximaciones inductivas activadas por la realización de tareas y la resolución de problemas particulares. La experiencia y comprensión de las nociones, propiedades y relaciones matemáticas a partir de la actividad real es, al mismo tiempo, un paso previo a la formalización y una condición necesaria para interpretar y utilizar correctamente todas las posibilidades que encierra dicha formalización.

No tópico a seguir trazemos as análises de atividades realizadas ao longo do PIBIC Jr. Dentre todas as tarefas aplicadas durante a investigação tivemos o critério de selecionarmos as tarefas que envolvem padrões, as tarefas que envolvem a computação gráfica. A seguir apresentamos as análises de tarefas que envolvem padrões de contagem, visuais, crescentes, dentre outros.

4.2 Análises de resoluções de tarefas

4.2.1 Da tarefa 1

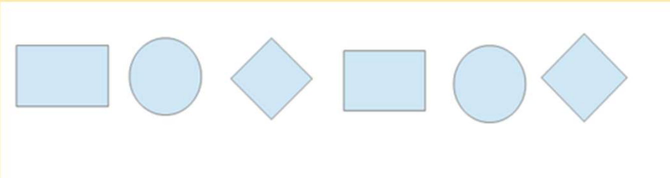
As atividades exploratório-investigativas são concebidas como; Atividades ou problemas nos quais os estudantes envolvem-se em processo de soluções, buscando estratégias próprias, experimentando conjecturas e hipóteses a respeito das diversas partes que compõem o problema, discutindo-as com seus colegas e reelaborando-as no contexto prático no qual se insere o problema. [...] A mediação do professor no desenvolvimento da aula será de fundamental importância na constituição da característica exploratório-investigativa de uma atividade ou um problema de Matemática. O professor ao mediar o processo educativo por meio de atividades exploratório investigativas cria situações desafiantes, através dos recortes dessas atividades em vários problemas intermediários que possibilitam aos estudantes deslocarem-se muitas vezes da atividade ou problema principal, olhando-o e percebendo-o sob uma outra perspectiva, possibilitando-lhes a busca de novos caminhos e a reavaliação constante de suas estratégias e objetivos, enfim, envolvendo-os, cada vez mais, no processo de construção do conhecimento matemático (FARIA, 2007 apud SILVA, MISKULIN, ESCHER, 2006, p. 3).

Nesse tópico analisaremos algumas tarefas de padrões que encontramos nos trabalhos de Imenes (2010); Devlin (1997); Modanez (2003); Barbosa (1993); Vale e Barbosa (2009); Vale e Pimentel (2009). Nossa sequência didática (GUIMARÃES;

GIORDAN, 2011), elaborada no planejamento das aulas investigativas[17], e que se encontra nos anexos deste texto, contempla e valoriza a perspectiva sociocultural dos estudantes, dos grupos dos estudantes, da professora, entendendo que nessas interações serão produzidos e reproduzidos novos conhecimentos (VIGOTSKY, 2007).

Escolhemos as tarefas de três estudantes para comporem a síntese final da pesquisa. A escolha dos estudantes está relacionada ao empenho deles em resolver as tarefas, explicitando detalhes, dúvidas, argumentações, contra argumentações e anotações de seus diários de bordo. Então, nas análises que se seguem, colocaremos em exposição as respostas das alunas Kátia (8º ano), Unielen (9º) e Laura (9º).

Data: 22/08/2013
Atividade 1: Observe a sequência abaixo:



Objetivos Gerais:
- Investigar a capacidade de generalização do estudante;
- Analisar as estratégias dos estudantes para enfrentar e resolver o problema;
- Investigar a capacidade de visualização do estudante frente a tarefa.

Objetivo específico: investigar os diferentes modos de interpretação, compreensão e visualização do estudante ao resolver a tarefa

Problema: descubra a regra e continue desenhando

Explorando o problema:

a) Qual o 12º elemento da sequência?

b) Qual o elemento que ocupa a 18ª posição na sequência?

c) E o que ocupa a 21ª posição?

d) O que você observa em relação ao losango e às posições ocupadas por ele?

e) Como você descreveria a regra de formação desta sequência?

[17] Ressaltando que os estudantes do PIBIC Jr. foram preparados para serem jovens pesquisadores. Em todas as aulas nosso contrato didático foi estabelecido com os estudantes que, juntos escrevíamos em nossos cadernos de campo: tema, assunto da aula, objetivos, perguntas, metodologia, coleta de dados, análises, conclusão e bibliografias. Ademais, as tarefas que escolhemos eram investigações em educação matemática.

Quadro 10: Modelo de tarefa.

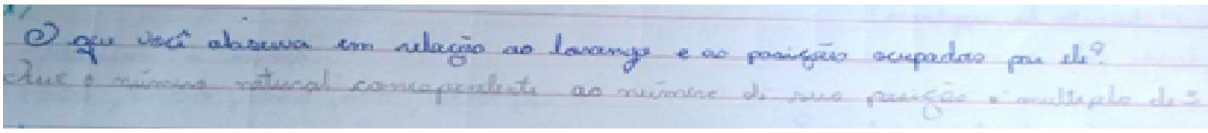
Quando aplicamos essa atividade, as alunas Kátia (8º ano), Unielen (9º) e Laura (9º) acertaram facilmente a regra da questão. As alunas observaram que a posição do losango é múltipla de 3. A partir desse conhecimento, montaram a estratégia para conhecer sua 12ª, 18ª e 21ª posição. Ou seja, associam à posição da figura do losango a sequência numérica 1, 3, 6, 9, 12, ...

Essa tarefa não exige um raciocínio matemático complexo para o estudante. É uma tarefa fácil para reconhecer o padrão de repetição. Mas, para encontrar a lei de formação do problema as alunas apenas conseguem a partir da análise da posição da figura inicial da sequência figurativa (o retângulo).

Conforme Vale e Pimentel (2009, p. 14) os padrões de *repetição* são uma ideia muito presente no conceito de padrão. E nessa atividade as alunas encontraram com facilidade a repetição. Quando pedimos as alunas para explicar *a relação* do losango e a posição que ele ocupa, na resposta (no item c) Kátia (8º ano), Unielen (9º) e Laura (9º) o raciocínio usado, por elas envolve um conjunto numérico dos múltiplos de 3. Da seguinte maneira:

3x1; 3x2; 3x3; 3x4; 3x5; 3x6; ...

Dessa forma, o motivo que se repete em relação a posição do losango já fora revelado pelas alunas (o losango ocupa a posição múltipla de 3).



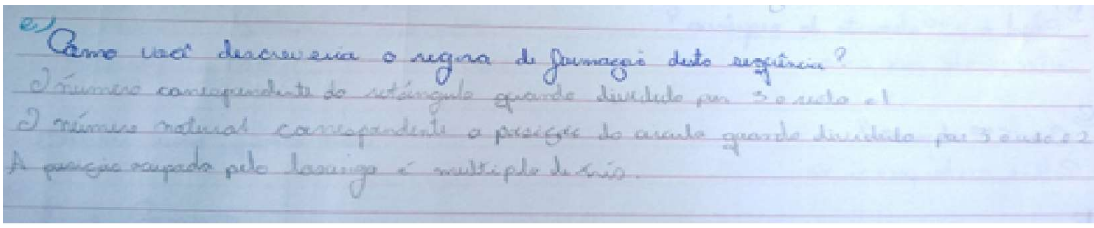
Segundo Vale e Pimentel (2009, p. 14) é importante que o estudante identifique o motivo de repetição, pois "permite que os estudantes organizem o seu pensamento e façam a distinção entre os padrões de repetição e os de crescimento". Quando as alunas identificaram o padrão a partir do que elas viram na sequência pictórica e a associaram a um conjunto numérico crescente, entendemos que as alunas:

(a) Procederam uma associação mental de representação de imagens;
(b) Verbalizaram sua estratégia por meio da representação numérica.
(c) Identificaram que há um padrão de crescimento na sequência pictórica dada. Nesse caso as alunas pensaram no padrão como uma sucessão de termos que se repetem em que a ordem principal é a posição do losango.

O item seguinte da tarefa possibilitou que os estudantes pensassem em processos de generalização, a partir da associação que elas fizeram com o conjunto numérico. Observe a figura a seguir:

Após esses processos mentais e de verbalização para a resolução da tarefa a aluna Laura (9º) responde à questão *como você descreveria a regra de formação da sequência?* da seguinte maneira:

> Aluna Laura (9º ano): O número correspondente do retângulo quando dividido por 3 o resto é 1. O número natural correspondente a posição do círculo quando dividido por 3 o resto é 2. A posição ocupada pelo losango é múltipla de três.



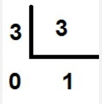
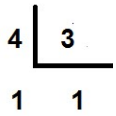
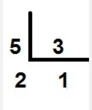
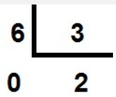
Ou seja, a aluna Laura (9º ano) fez outras associações matemáticas. O raciocínio dela foi o seguinte: Se o losango ocupa a posição que é múltipla de três então a posição de qualquer losango dividido por três terá resto igual a zero.

$$\begin{array}{l|l} \mathbf{p} & \mathbf{3} \\ \cline{2-2} \mathbf{0} & \mathbf{n} \end{array}$$

Onde p é posição do losango. Dessa forma, a aluna associou aos outros objetos a divisão por 3 e os possíveis restos, o que podemos visualizar na Tabela abaixo.

Tabela 3: Desenvolvimento cognitivo do estudante ao resolver a tarefa.

Objetos	***Posição***	***Associação matemática da aluna***
	1	
	2	

	3	
	4	
	5	
	6	

Conforme o pensamento da aluna, se dividirmos a posição do objeto por 3 e o resto for 1 significa que o objeto dessa posição é um retângulo. Se o resto dessa divisão for 2 significa que o objeto da posição é um círculo e se o resto for zero então o objeto é um losango. Mesmo sendo uma tarefa simples que não exige muito esforço do estudante, as alunas Kátia (8º ano) e Unielen (9º ano) responderam da seguinte forma:

> Aluna Kátia (8º ano): para continuar a sequência tem que dividir pelo maior divisor da sequência (1, 2, 3).
> Aluna Unielen (9º ano): Números múltiplos de 3 sempre estarão na terceira posição.

Essas respostas demostraram que as alunas não conseguiam representar em suas escritas a regra de formação. Ou seja, deixaram evidências de que havia erros em seus processos mentais, por isso não conseguiam formalizar a regra. Quando fizemos a discussão com todo o grupo e nas devolutivas, essas duas alunas verbalizaram seu entendimento de forma coerente. Elas entenderam a lógica do problema, no entanto, não demonstraram imaginar uma possibilidade de descobrir o enésimo objeto dessa sequência e que estratégias matemáticas utilizariam para encontrar esse objeto. Assim, entendemos que se faz necessário trabalhar o reconhecimento matemático do estudante, na resolução das tarefas, exercitando a capacidade de generalizar e de chegar ao termo geral com mais facilidade.

4.2.2 Da tarefa 2

A tarefa a seguir foi escolhida porque a ideia de sua resolução estava associada a uma das tarefas computacionais.

Data: 22/08/2013.

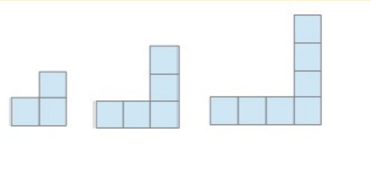
<u>Atividade:</u> "Explorando padrões 2"

<u>Objetivos Gerais:</u>

- ✓ Investigar as estratégias dos estudantes para encontrar os termos da sequência.
- ✓ Analisar os conhecimentos matemáticos do estudante.
- ✓ Analisar a capacidade de generalização do estudante.

<u>Objetivo Específico:</u> investigar os diferentes tipos de representações matemáticas utilizadas pelo estudante, bem como o grau de conhecimento matemático no processo de interpretação, compreensão e visualização na resolução da tarefa.

<u>Problema:</u> Observe a sequência abaixo



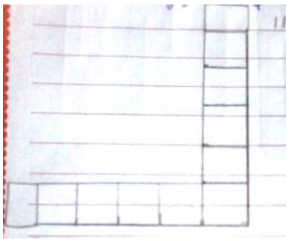
<u>Explorando o Problema:</u>

a) Desenhe a próxima figura da sequência. Quantos quadradinhos ela tem?
b) Desenhe a 5ª figura da sequência. Quantos quadradinhos ela tem?
c) Construa uma tabela relacionando a posição de cada figura com o seu número de quadradinhos.
d) A 11ª figura tem quantos quadradinhos?
e) E a 17ª figura?
f) Como descobrir a quantidade de quadradinhos de qualquer figura da sequência? Escreva uma regra.

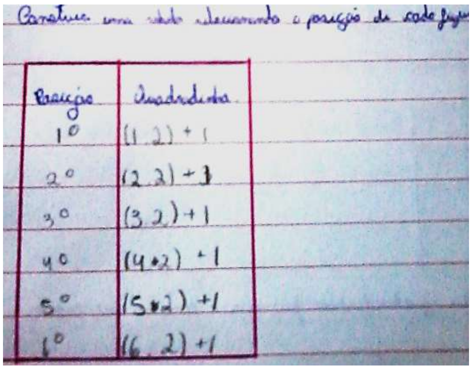
Quadro 11: Modelo de tarefa.

Essa é uma tarefa de padrões matemáticos que envolve crescimento. Encontramos esse problema nas obras de Barbosa (1993) e Modanez (2003). Segundo Vale e Pimentel (2009, p. 16) “a descoberta de padrões contribui para o desenvolvimento da abstração e de outras capacidades matemáticas, a citar o pensamento algébrico”. Espera-se que ao resolver essa questão o estudante reconheça, ao menos, que “cada termo muda de forma previsível em relação ao anterior” (VALE; PIMENTEL, 2009, p. 16). E que a partir dessa previsão o estudante consiga explorar as maneiras de se encontrar o termo geral dessa tarefa.

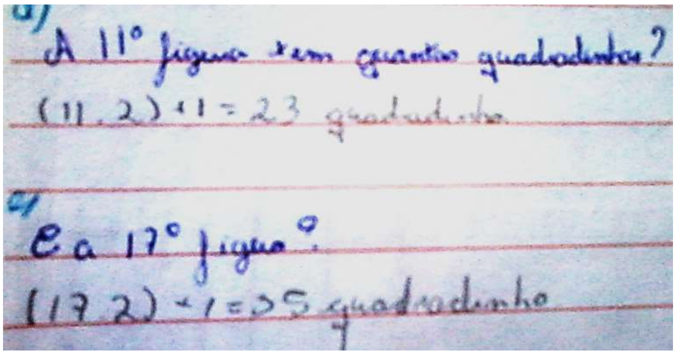
Durante as aulas investigativas os estudantes exploraram o problema seguindo a lógica de desenhar o próximo termo no caderno. Cabe ressaltar que todos os estudantes resolveram individualmente as questões. Acompanhamos cada um no momento da exploração do problema e o modo pelo qual cada um representou no caderno a interpretação da tarefa. Todos os estudantes responderam, sem muitas dificuldades, o item <u>*a*</u> e o item <u>*b*</u>. Assim, todos desenharam no caderno a próxima figura.



Em particular, teremos um olhar para a resolução desta tarefa realizada pelas alunas Kátia (8º ano); Laura (9º ano) e Unielen (9º ano). No item c as alunas responderam da seguinte maneira:



Nos itens d e e as alunas responderam sem muitas dificuldades, usaram o método do cálculo numérico para encontrarem 11ª e a 17ª figura.



E no item f as alunas Kátia (8º ano); Laura (9º ano) e Unielen (9º ano) responderam da seguinte forma:

> Unielen (9º ano): Multiplique o número da sequência por 2 e adicione 1.
>
> Laura (9º ano): Basta multiplicar por 2 o número correspondente ao da posição e adicionar mais 1.
>
> Kátia (8º ano): Eu entendi que você pega o número da sequência multiplica ele duas vezes e adiciona mais um número

Essa questão de padrão de crescimento explora a representação numérica a partir da manipulação das figuras pictóricas e possibilita que o estudante encontre as expressões algébricas. Na resolução dessa tarefa, as alunas demonstraram que seu pensamento matemático abstrato em relação à generalização matemática, ainda está insipiente para as habilidades (BRASIL, 1998) que esperávamos delas. As estratégias utilizadas para resolução dessa questão foi recorrer ao desenho (representação pictórica) e, em seguida, à contagem dos quadradinhos que compõem a figura. As alunas desenharam sem demonstrar uma organização espacial e utilizaram o processo de contagem de figuras. Quando a tarefa exige o raciocínio matemático (POWELL, 2006) e o pensamento algébrico do estudante percebemos que sua compreensão em generalizar a situação torna-se mais complexa[18]. Outrossim, a atitude das alunas ao resolverem essas tarefas que aplicamos[19], demonstraram que o ensino e aprendizagem de geometria, bem como o trabalho com o pensamento algébrico ainda precisa ser mais explorado em sala de aula.

Na resolução dessa questão esperávamos que os dez estudantes, pelo menos: a) soubessem representar algebricamente o problema quando resolveram individualmente; b) conseguissem representar algebricamente o problema depois que fizemos várias discussões com todo o grupo de estudantes[20]; c) criassem situações ao tentar resolver novamente as questões, individualmente; d) Além disso, que pudessem imaginar outras alternativas de resolução.

Nesse problema, Barbosa (1993, p. 83) denomina as figuras de *poliminós* e nos apresenta o seguinte conceito: *poliminós* – “um polígono é um n-minó se, e somente se, é composto de n quadrados congruentes conectados pelo menos por um lado”. Na prática, utilizamos os chamados *poliminós* nas pavimentações. Em uma das tarefas posteriores do PIBIC Jr. o estudante precisou desse conhecimento para encontrar o padrão no plano, ao representar uma determinada pavimentação utilizando o software. Por isso, a relevância da tarefa que envolve padrões de crescimento. A imagem-conceito dos estudantes ainda estava em associar a posição do objeto na sequência a um número. Esperávamos do estudante a habilidade de, a

[18] Complexa no sentido ser mais elaborada matemática.
[19] Aplicamos outras atividades. Não foi possível colocá-las nessa etapa de trabalho.
[20] Fizemos a devolutiva dessas questões com todos os dez estudantes, em grupo, após a correção e debate individual.

partir da expressão numérica, definir termos genéricos e chegar, por exemplo, a seguinte generalização:

Quantidade de quadradinho na figura = 2. p + 1, onde p é a posição da figura.

Tivemos que fazer essa inferência, em nosso debate em grupo, pois após várias discussões, ainda percebíamos a lacuna da passagem da aritmética para algébrica (LINS; GIMENEZ, 1997). Para aqueles estudantes do 8º e 9 º ano tornou-se o momento oportuno para compreender a existência dessas lacunas. Uma de nossas preocupações é que pela teoria da Taxonomia de Aprendizagem – Taxonomia de Bloom, esses estudantes ainda estão no nível de *Conhecimento* e *Compreensão*[21]. No desenvolvimento da tarefa esperávamos que acontecesse, conforme o que ocorreu na pesquisa de Modanez (2003), que o estudante estivesse no nível de análise de Bloom que consiste em distinguir, classificar e relacionar pressupostos, hipóteses, evidências.

4.2.3 Da tarefa 3

Data: 25/08/2013

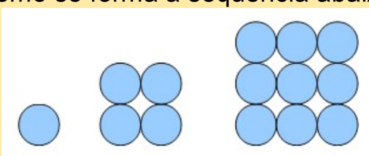
Atividade: "Explorando padrões 3"

Objetivos Gerais:

- ✓ Investigar as estratégias dos estudantes para encontrar os termos da sequência e fazer associações matemáticas.
- ✓ Analisar os conhecimentos matemáticos do estudante.
- ✓ Analisar a capacidade de generalização do estudante.

Objetivo Específico: investigar os diferentes tipos de representações matemáticas utilizadas pelo estudante, bem como o grau de conhecimento matemático no processo de interpretação, compreensão e visualização na resolução da tarefa.

Problema: Observe como se forma a sequência abaixo



Explorando o Problema:

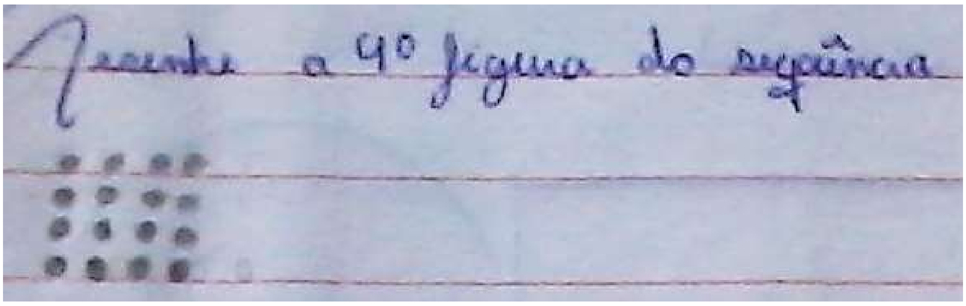
[21] Nível de conhecimento: O estudante irá recordar ou reconhecer informações, ideias e princípios na forma em que foram aprendidos. Nível de Compreensão: o estudante traduz, compreende ou interpreta a informação com base em conhecimento prévio.

a) Desenhe a 4ª figura da sequência.
b) Desenhe a 6ª figura da sequência. Quantas bolinhas ela tem?
c) Construa uma tabela relacionando a posição de cada figura com o seu número de bolinhas.
d) A 10ª figura tem quantas bolinhas?
e) E a 21ª figura?
f) O que fazer para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura da sequência? Escreva uma regra.

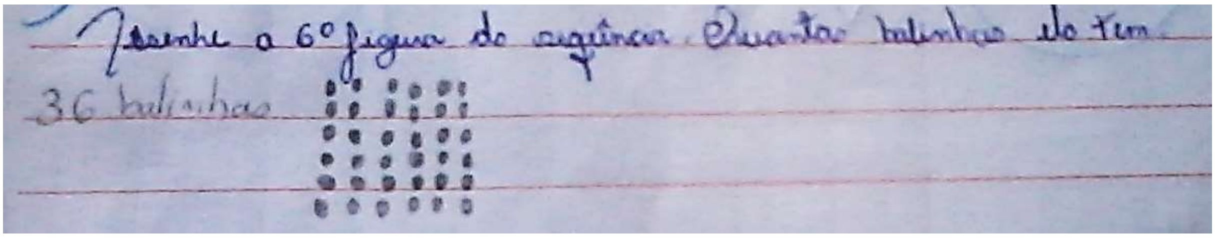
Quadro 12: Modelo de tarefa.

Essa é uma tarefa que encontramos nas obras de Barbosa (1993), Modanez (2003) e Vale e Pimentel (2009). Barbosa (1993) considera um padrão que pode ser usado no formato de pentaminós e sua aplicação prática está nas pavimentações e nos mosaicos. Modanez (2003) utilizou em sua pesquisa com o objetivo de trabalhar o pensamento algébrico do estudante por meio da resolução dessa tarefa induzindo-o a generalização. Vale e Pimentel (2009) classifica esse padrão como de crescimento e que são de grande relevância na aprendizagem matemática, na transição da aritmética para álgebra (LINS; GIMENEZ, 1997).

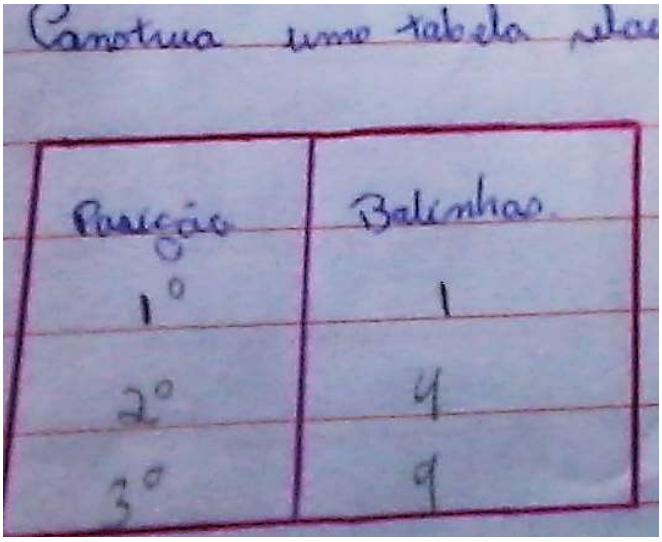
Ao resolverem essa tarefa os estudantes viram de imediato o padrão. E conforme Vale e Pimentel (2009 apud LEE & FREIMAN, 2006, p. 17): “ver um padrão é um primeiro passo necessário na exploração de padrões.” Os estudantes reconheceram o padrão e verbalizaram a respeito do que viram e, em seguida, recorreram ao desenho para representarem a verbalização. Por último, ao sistema de contagem para representarem numericamente. Logo, essa atividade apresenta o potencial de explorar o visual do estudante (representação visual), a escrita e verbal e a representação numérica e algébrica. Além disso, ao verbalizar individualmente e ao interagir em grupo, os estudantes explicaram suas compreensões em relação a tarefa. O item **a** foi resolvido da seguinte forma pelos estudantes.



No item **b** tivemos a seguinte resposta;



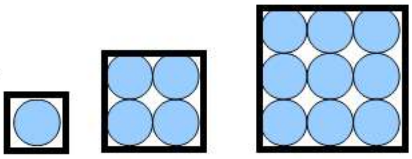
A forma de resposta nos levou a pensar na representação mental que os estudantes fizeram ao apresentar a solução dessas tarefas. Ou seja, as representações internas e as representações externas (MOYSES, 2012, p. 74). Segundo a autora, as representações internas são frutos do contexto e "têm a função de circunscrever os elementos pertinentes ao problema considerado. Enquanto que as representações externas estão diretamente ligadas às internas" (p. 74). Na solução dessa tarefa de padrão visual, os estudantes puderam utilizar os recursos de mediação (as representações pictóricas, escritas, imagens mentais, descrições mentais), como encontramos em Vygotsky (2007), para que fizessem a conexão com padrões numéricos e consequentemente, chegassem à generalização da tarefa, conforme figura abaixo.

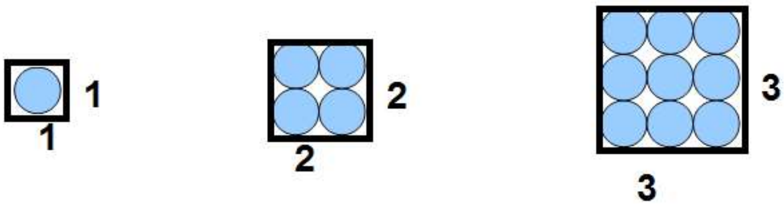


A prática da interação das tarefas com cada estudante individualmente e de socialização com todo o grupo ajudou-nos a compreender as respostas desses estudantes. Durante a discussão, Laura (9º ano) explicou da seguinte forma:

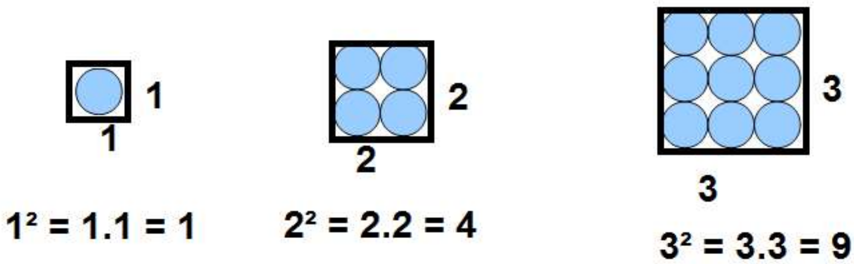
> Laura (9º ano): professora esse exercício é fácil, primeiro é só a gente olhar que as bolinhas formam um quadrado. Então é só a gente pensar na área do quadrado que é x².

Na devolutiva individual com a estudante, podemos comprovar o processo mental representado pela fala de Laura (9º). O diálogo com ela nos permitiu inferir que ela conectou à imagem ao conceito matemático (TALL, 2003) ao resolver a tarefa. Ou seja, a aluna fez a seguinte associação:

a) Visualizou o padrão de crescimento, saindo do modelo pictórico para o modelo geométrico: 
b) Associou a imagem conceitual do número do quadrado perfeito
c) Associou ao modelo geométrico ao conceito matemático: - todo quadrado possui seus lados iguais e todos os seus ângulos internos formam 90º.
d) Associou a quantidade de bolinhas na horizontal e na vertical com a posição do objeto na sequência.
e) Associou a quantidade de bolinhas na horizontal e na vertical ao valor numérico que corresponde ao tamanho do lado do quadrado. E, percebeu que o padrão é válido para os objetos que se seguem.

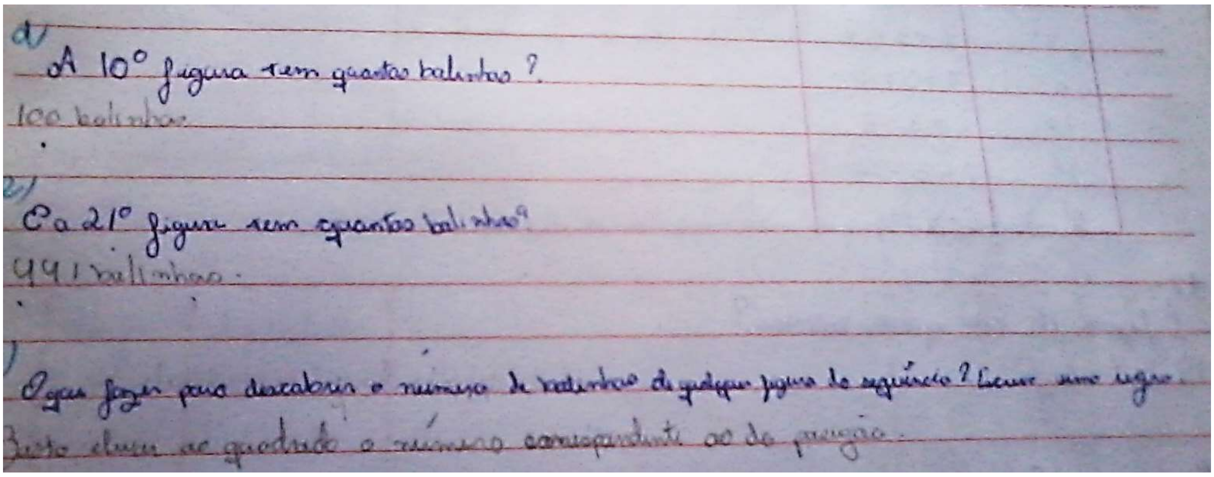


f) Se todas as análises interpretativas da aluna seguiram corretas então ela concluiu que, para encontrar a quantidade de bolinhas inseridas na imagem do quadrado, então, basta usar a fórmula que determina a área do quadrado:



A partir dessa representação mental a aluna concluiu que para os outros itens da tarefa, o pensamento é análogo. Respondendo de forma direta os itens <u>d</u>; <u>e</u>, chegando a seguinte conclusão no item <u>d</u>:

Laura (9º ano): *Basta elevar ao quadrado o número correspondente ao da posição*



Essa tarefa indicou o pensamento recorrente dos estudantes para fazer a conexão entre a imagem projetada em suas mentes (representação mental) com a representação numérica – conceitual. Mesmo que essa tentativa seja a de se chegar a generalização matemática, de se trabalhar o pensamento algébrico dos estudantes, eles ainda demonstram o nível da generalização de forma retórica, uma preocupação com os procedimentos para se encontrar a solução da tarefa. Ainda, a resolução dessas tarefas possibilitou que os estudantes demonstrassem conhecimentos matemáticos já aprendidos e a sua utilidade na prática.

Portanto, nas resoluções das tarefas de padrões os estudantes indicaram, pela Taxonomia de Bloom, que estão no nível de Aplicação em relação ao domínio cognitivo. Pois, nessa fase da investigação os estudantes demonstraram:

- **Conhecimento** ⟶ pois, reconhecem e lembram de informações.
- **Compreensão** ⟶ pois, interpretam, traduzem ou resumem informação.
- **Aplicação** ⟶ pois, usam informações em situações diferentes do contexto original do aprendizado.

Na resolução dessas tarefas, pelos estudantes, não encontramos indícios dos níveis cognitivos mais elevados, de acordo com a Taxonomia de Bloom, tais como, análise, síntese e por última avaliação. Com isso, nossa sequência didática no PIBIC Jr. foi explorar teoricamente e com tarefas temas matemáticos que ressaltassem a aprendizagem de reconhecimento de padrões matemáticos, encontrar a regularidade e a generalização da tarefa. As tarefas serviram para criar o elo entre conhecimento geométrico, conhecimento algébrico e conhecimento computacional e suas aplicações.

Constatamos com essa pesquisa a ausência da exploração de postulados importantes da geometria e, com isso, noções básicas de desenho geométrico e geometria descritiva que poderiam estar no currículo de matemática da escola do Ensino Fundamental. A tese de Gonçalves (2009) traz indicações de se trabalhar a representação de espaço usando o computador. No entanto, antes dessa indicação, os estudantes precisaram conhecer teoricamente e matematicamente o conceito de espaço. As aulas e tarefas seguiram alguns critérios: utilizamos sequências didáticas planejadas para que os estudantes chegassem ao estágio de representar imagens no computador sem muitas dificuldades. Sendo assim, as tarefas consistiram em:

- Entenderem a ideia de ponto, reta e plano (2D e 3D).
- O desenho aleatório de pisos residências.
- Analisar os padrões para a colocação de ladrilhos em pisos residências.
- Medir o plano do piso de toda a residência.
- Trabalhar a medida e a escala numérica.
- Desenhar a planta baixa (plano do piso).
- Dividir os cômodos da residência.
- Calcular as áreas dos cômodos.
- Desenhar no computador a planta baixa da casa bem como dividir os cômodos.
- Representar esses desenhos no computador usando software apropriado.
- Aprendendo sobre computação gráfica que fora ensinado.
- Construção da casa usando o software Sweet Home.

Procurar compreender as respostas dos estudantes nessas tarefas, no primeiro momento do curso, nos sugeriu algumas categorias de análise, tais como:

demonstração de representações mentais; habilidade de identificar padrões na sequência; e representação do termo geral.

Tabela 4: Categorias

Categorias	Atividade 1	Atividade 2	Atividade 3
Demonstração de representações mentais	A maioria dos alunos consegue demonstrar	Todos conseguem representar com desenhos	Todos conseguem
Habilidade de identificar padrões na sequência	A maioria identifica de forma retórica.	Apenas dois alunos	A maioria identifica de forma retórica.
Representação do termo geral		Apenas dois alunos	

Fonte: Própria autora (2015).

As análises das respostas dos estudantes evidenciaram que os alunos pensavam e demonstravam seus conhecimentos matemáticos na forma de:

- ✓ *Compreensão Instrumental* (SKEMP, 1976) – ao observar cada estudante individualmente percebemos que eles se preocupavam em apresentar procedimentos de resolução de tarefas. Observamos os seguintes procedimentos: (a) resolveram a primeira tarefa de padrões. Encontraram a generalização de forma retórica. (b) resolveram a segunda tarefa de padrões. Como a temática da aula era padrões matemáticos, eles entenderam que a "fórmula" que usaram na primeira tarefa, utilizariam em todas as demais tarefas que tivessem a palavra padrões matemáticos. Esse fenômeno na aula do PIBIC Jr. nos dá indícios de que os estudantes demonstram aprendizagem matemática baseada na compreensão instrumental (SKEMP, 1976)[22] e na memorização. Pois, não estavam acostumados a resolverem tarefas com enfoque na temática padrões. E sim, na aplicação de teorias e fórmulas matemáticas.

[22] Pois, como o próprio autor afirma, torna-se difícil com a exploração de algumas tarefas de padrões avaliar se o estudante teve a compreensão instrumental ou a compreensão relacional (SKEMP, 1976, p. 12).

- ✓ Retórica apoiando-se mais em argumentos discursivos do que em simbologias matemáticas ou linguagem matemática. Mesmo quando utilizavam figuras pictóricas os alunos demonstravam ter um conhecimento, a priori, intuitivo de padrões matemáticos.

Esses momentos de exploração de padrões foram relevantes para serem trabalhados, principalmente ao analisarmos como o estudante associou suas representações e sintetizou seus conhecimentos matemáticos na resolução de tarefas matemáticas. Esse primeiro momento do PIBIC Jr. foi planejado para preparar os estudantes a lidarem com padrões visuais, de crescimento, contagens visuais, sequências numéricas, sequências algébricas e sequências computacionais. Além disso, prepará-los para analisar suas representações na tela do computador (como imagem) e as interpretações dessas imagens a partir da representação mental pensadas e aprendidas por eles.

As análises das próximas atividades fazem parte do segundo momento da pesquisa. Esse momento de pesquisa consistiu na apresentação e representação de tarefas feitas pelos alunos, utilizando os softwares Sweet Home® e Auto Cad®. Para chegarmos a esse momento o estudante passou por processos didáticos-pedagógicos e metodológicos[23]. Esses processos abarcam a sondagem de conteúdos matemáticos que emergiram à necessidade da pesquisa, tais como, grandezas e medidas (escalas), áreas e volumes, geometria plana, geometria espacial, visão espacial, simetria, projeções de objetos (ponto de fuga, perspectivas) e trigonometria (seno, cosseno e tangente). Então, as representações computacionais apresentadas a seguir, exigem o conhecimento dos tópicos acima. Durante o PIBIC Jr., foram explorados esses conteúdos com os estudantes para que pudessem potencializar as habilidades necessárias para o momento de lidarem com a computação gráfica.

4.3 Análises de representações usando o software *SWEET HOME®*

> Os softwares são instrumentos de ensino que têm o potencial de acentuar, reforçar e construir conceitos e habilidades técnicas da álgebra envolvendo gráficos (FRISKE, 1995).

[23] Conforme descrevemos no capítulo da trajetória metodológica da pesquisa.

Em nosso estudo, a computação gráfica serviu para trabalhar a percepção do estudante e do professor quando analisaram imagens bidimensionais, discutindo sobre possíveis erros na confecção da imagem. Além disso, serviu para possibilitar uma interação amigável com objetos em ambientes visuais. Segundo Azevedo e Conci (2003),

> A percepção de "espacialidade" de uma imagem pode ser vista como a capacidade que o ser humano tem de distinguir a forma, as cores, a textura e a relação espacial existente entre os objetos de uma porção do mundo real (p. 20).

Nesse tópico, apresentaremos algumas tarefas em que os estudantes representam suas moradias, utilizando o software ***Sweet Home®***. Nosso objetivo com essas tarefas foi *identificar as estratégias dos estudantes ao resolver tarefas de padrões e representá-las com software de computação gráfica.* E nossa pergunta de investigação para esse momento era *Como os estudantes apresentam e representam na computação gráfica o aprendizado de padrões e generalizações matemáticas?*

Aula (01/10/2013):

Atividade: "Representação de minha casa com o software *Sweet Home®*"

Objetivos Gerais:
Verificar os conhecimentos matemáticos e computacionais dos estudantes ao resolverem a tarefa.

Objetivo Específico: Identificar as estratégias dos estudantes ao resolver tarefas de padrões e representá-las com software de computação gráfica.

Problema: Esperamos que nessa fase do PIBIC Jr, os estudantes tenham a habilidade de utilizar os conhecimentos matemáticos e aplica-los na utilização dos softwares.

Explorando o Problema:

a) Faça o croqui da planta baixa e da fachada principal de sua casa.

b) Determine as áreas dos cômodos que compõem sua casa.

c) Represente sua casa no computador utilizando o software *Sweet Home®.*

d) Que padrões matemáticos e computacionais você consegue identificar no desenho projetado?

e) Que conceitos básicos de matemática você consegue identificar?

Quadro 13: Modelo de tarefa.

Sabemos que as representações visuais resultam de nossa complexidade cognitiva (TALL, 1986, 1987, 1988). Consideramos que as representações constituem sínteses de nossas buscas em externar nossos conhecimentos socioculturais, matemáticos etc. (GONÇALVES, 2009). As representações computacionais tornam-se mais complexas, pois vêm de síntese de complexidades cognitivas associadas ao conhecimento computacional e da habilidade de interagir com o computador (AZEVEDO; CONCI; LETA, 2008). Com isso, nessa fase do PIBIC Jr., nossa interação com os estudantes foi intensificada para que pudéssemos trabalhar (dialogando com eles individualmente, em grupo, com tarefas de matemática) a compreensão dos alunos, ao resolverem as tarefas propostas e aproximá-los da categoria que Bloom nomeia como nível de *síntese* e em seguida o nível de *análise.*

- **Análise** ⟶ habilidade de separar o todo em partes até que seja possível formar relações, mas que sejam claras (FERRAZ; BELHOT, 2010).

Com essa tarefa, reforçamos que entender diferentes modos representação requer do estudante e também do professor o aprendizado do conteúdo matemático. Na resolução do item (a) a aluna Laura (9º ano) apresentou o seguinte resultado:

a) Faça o croqui da planta baixa e da fachada principal de sua casa.

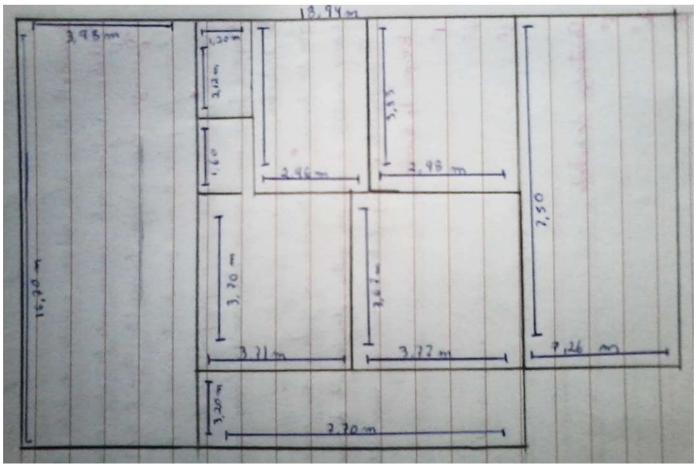


Figura 25: Representação da moradia em planta baixa com as medidas em metros.
Fonte: Acervo da pesquisadora (2013)

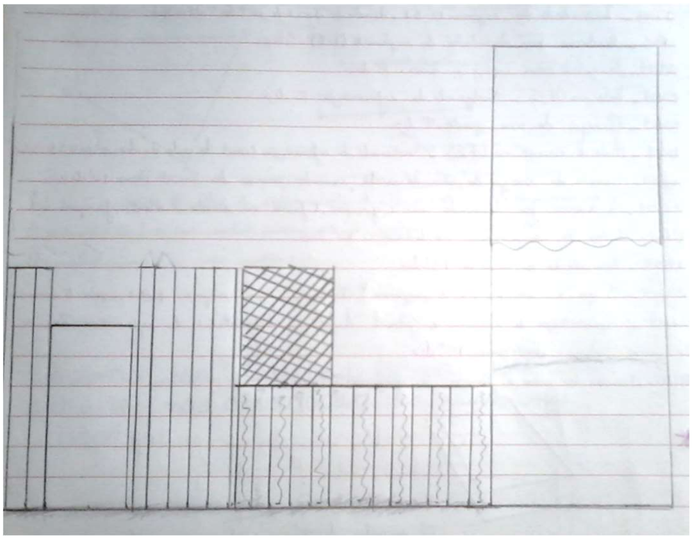


Figura 26: Representação da moradia desenho da fachada.
Fonte: Acervo da pesquisadora (2013)

Comparando o croqui da casa da estudante com a foto tirada *in loco* podemos observar que o senso espacial da estudante pode ser considerado como intuitivo. Veja:

Figura 27: Imagem arquitetônica de uma moradia.

b) Determine as áreas dos cômodos que compõem sua casa.

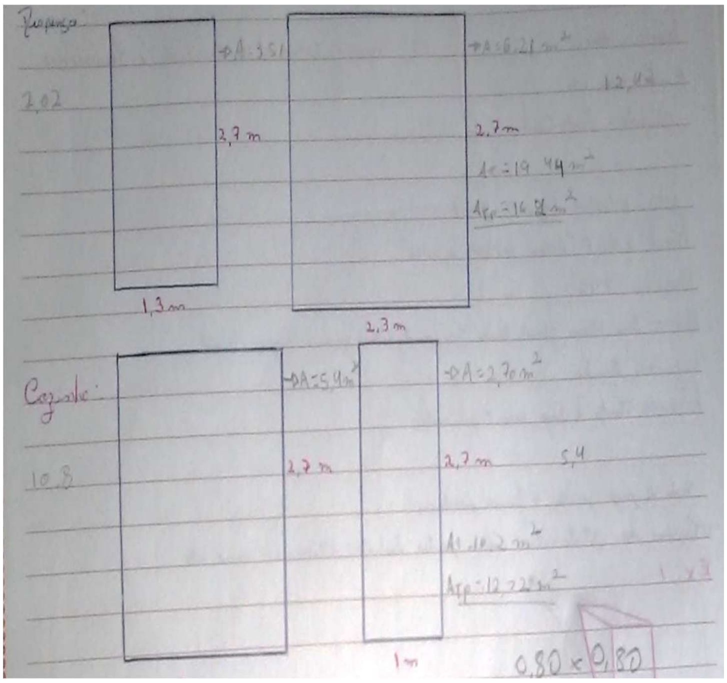


Figura 28: Representação da moradia em planta baixa.
Fonte: Acervo da pesquisadora (2013)

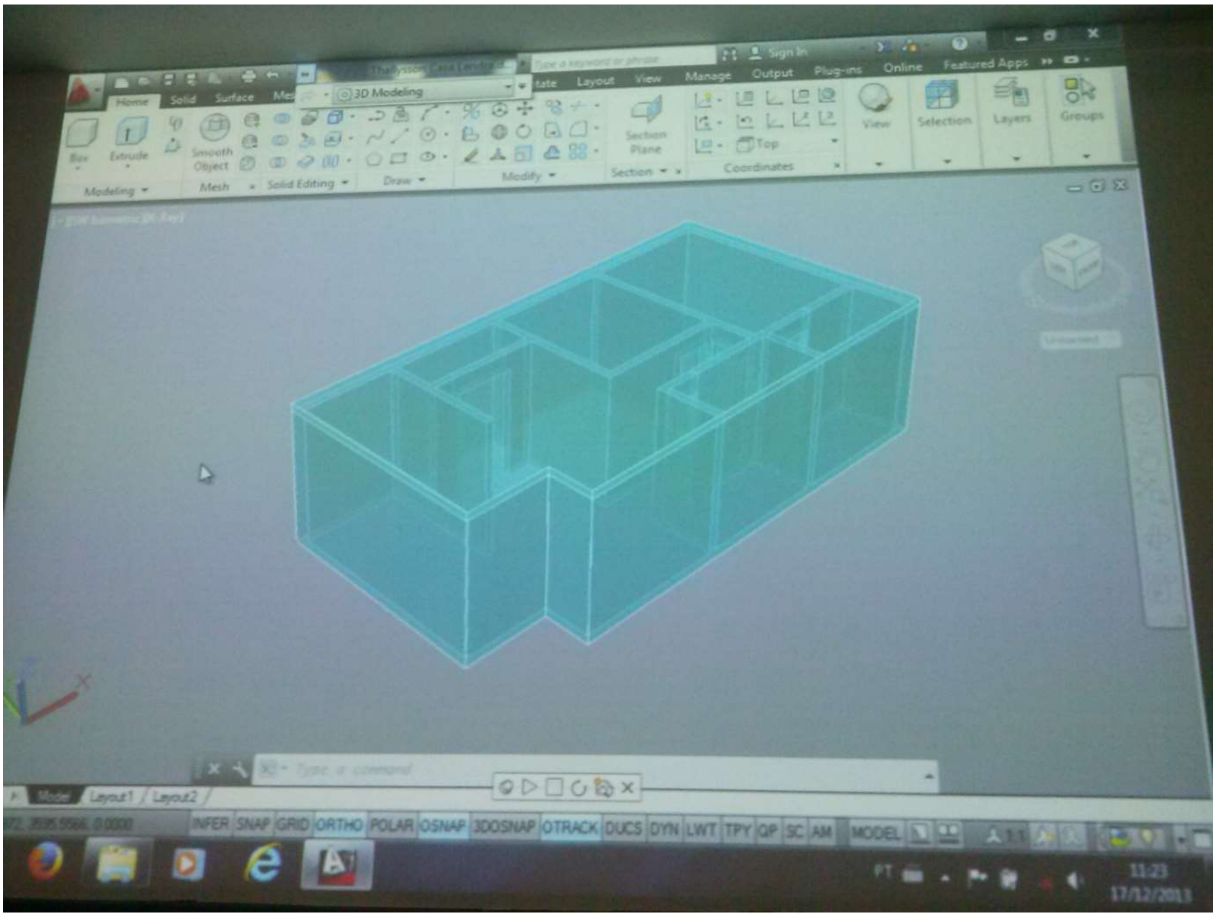


Figura 29: A representação em 3D de uma moradia, desenhada no AutoCAd®.
Fonte: própria autora.

Autores tais como, Friske (1998); Azevedo & Conci (2003); dizem que para se aprender a projetar utilizando a computação gráfica é necessário que o estudante/usuário tenha conhecimento prévio/intuitivo da Geometria Dinâmica, representada no Desenho Técnico. Constata-se isso nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL; 1998) para o Ensino Fundamental (EF), que essa disciplina foi suprimida e/ou diluída na matemática escolar no conteúdo de Geometria, de forma bem resumida e simplória. Ou seja, o estudante do Ensino Fundamental apenas desenvolve uma visão superficial da construção geométrica de alguns tópicos do Desenho Técnico, por exemplo, usar régua e esquadro na construção de triângulos.

Segundo Lins e Gimenez (1997) a passagem da aritmética para a álgebra é muito complexa para o estudante. Por exemplo, para o estudante de ensino fundamental perceber e compreender que a expressão $x + 7 = 3x - 2$ admite um número desconhecido que satisfaz essa igualdade e que esta mesma situação matemática pode representar uma reta em um plano bidimensional é um processo que envolve várias etapas cognitivas. Isso requer que o professor tenha um conhecimento matemático e um conhecimento pedagógico-matemático mais amplo e articulado entre si para permitir que ele explore com seus estudantes os significados matemáticos associados com essa igualdade. Além disso, o professor precisa ter conhecimento de estratégias de resolver problemas e entendimento da matemática e da computação ou do uso de tecnologias, para esse caso.

Acredita-se que para ensinar álgebra, geometria e aritmética pode-se utilizar vários métodos e instrumentos, desde que estes estejam embasados teoricamente. Logo, diante da proposta de Friske (1995), utilizou-se sua sugestão de ensinar álgebra usando o computador, com software apropriado para essa situação. Por exemplo, manipular software para a construção de gráficos de funções, construções de planos, construção de plantas baixas de casas etc.

Esses e outros apontamentos resultaram nessa tarefa, respondidas abaixo.

c) Represente sua casa no computador utilizando o software *Sweet Home®.*

Figura 30: Planta Baixa de uma Moradia desenhada por um dos estudantes através do Sweet Home.

Fonte: Diário de bordo

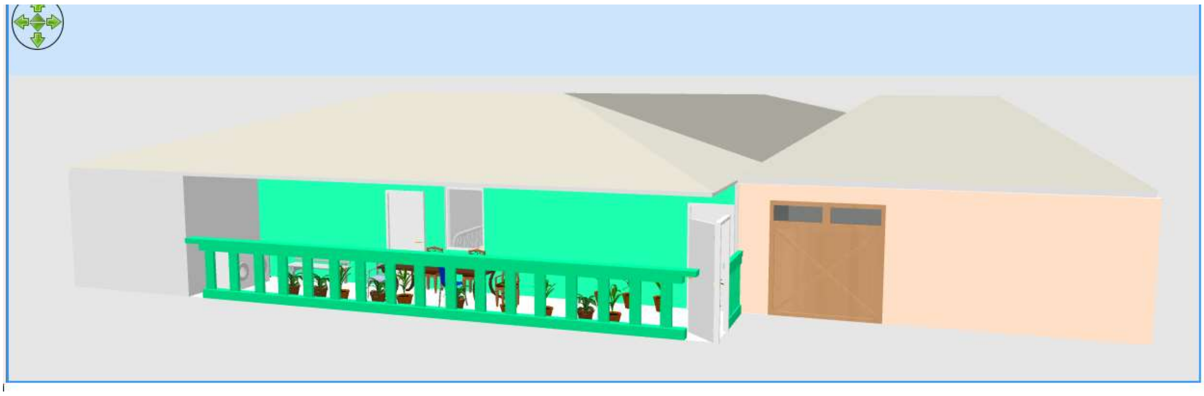


Figura 31: Moradia desenhada por um dos estudantes através do Sweet Home.

Fonte: Diário de bordo

a) Que padrões matemáticos e computacionais você consegue identificar no desenho projetado?

Laura (9º ano): *Planos coincidentes para modificar os planos de base. No Sweet Home construindo mais um próximo nível os planos são coincidentes, porém se olhar na visão 3d eles são paralelos. O Sweet Home também possibilita a criação de planos sobre o plano de base para poder configurar determinada área do plano de base sem modificar as outras áreas; Dimensões para poder medir a largura das paredes internas, para poder calcular o perímetro e área de determinado cômodo. E a sequência de mobília que aparecem no Sweet Home, que são as mobílias que comumente temos em casa.*

b) Que conceitos básicos de matemática você consegue identificar?

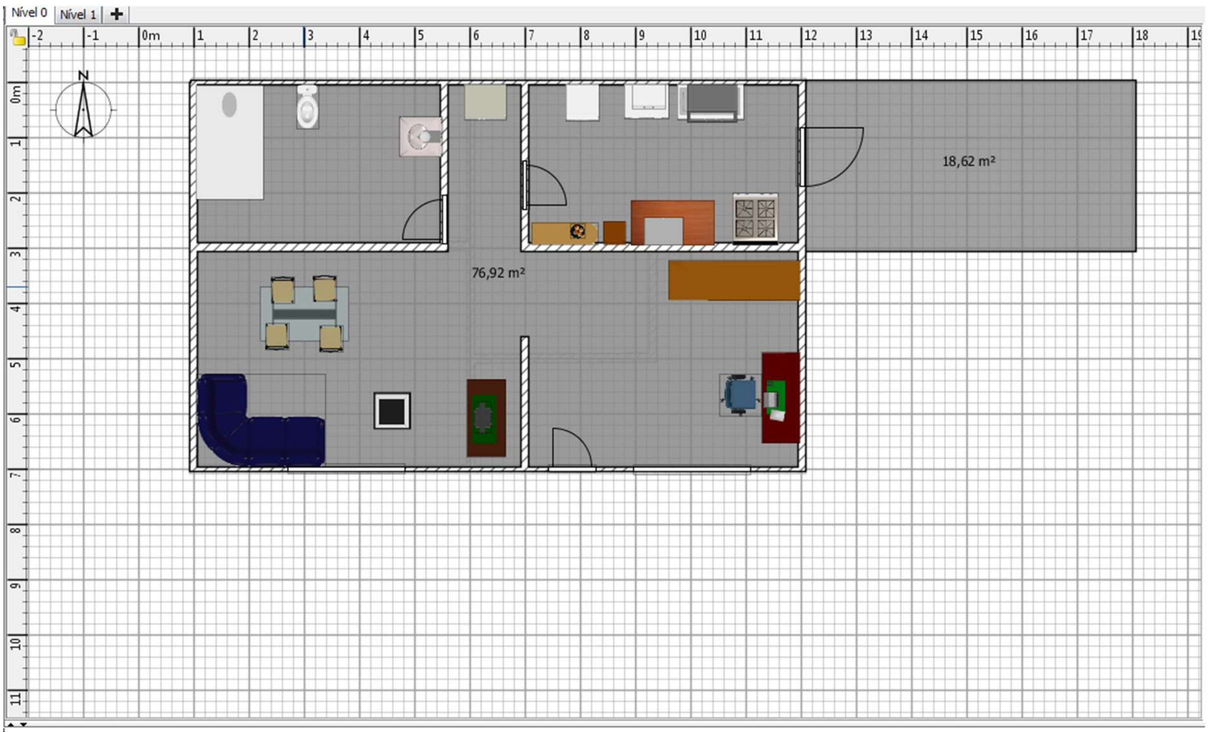
Laura (9º ano): *Quando tivemos que desenhar o telhado de uma casa, foi necessário aprendermos na matemática, como calcular a inclinação do telhado. Para calcular o valor de cada lado de um triângulo qualquer que só apresente o valor de 1 lado e o valor dos 3 ângulos. Isso porque a vista frontal do telhado é um triângulo. A professora nos ensinou a relação entre os lados de um triangulo retângulo e os lados do mesmo. Com isso, pudemos aplicar os cálculos trigonométricos na construção de telhado no AutoCAD.*

Solicitamos que cada estudante fotografasse a fachada da casa para que pudéssemos comparar o resultado da tarefa que envolve o software *Sweet Home®*.

Eis a fotografia da casa de Laura

Figura 32: Imagem real da casa de Laura.
Fonte: Diário de bordo.

A aluna Unielen (9º ano) responde a tarefa **"Representação de minha casa com o software *Sweet Home®*"** conforme imagens abaixo.



,,

Figura 33: Planta baixa de uma moradia.
Fone: Própria autora.

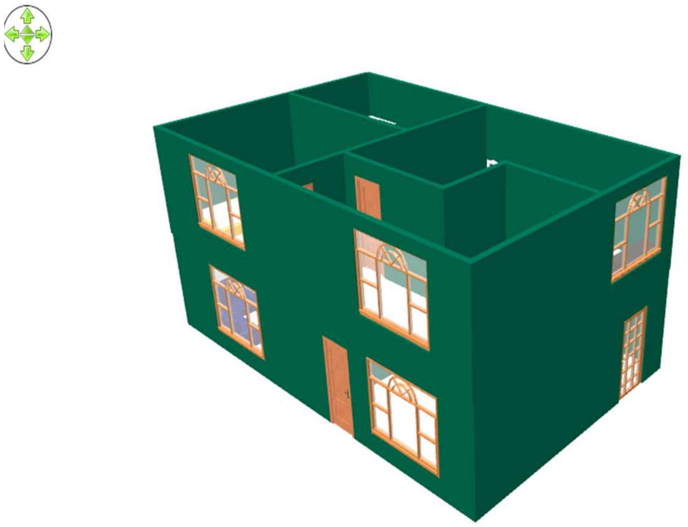


Figura 34: Residência projetada com a utilização do sweet home
Fonte: Própria autora.

Comparando com a casa projetada por Unielen (9º ano) com a casa construída temos,

Figura 35: Imagem da casa da estudante.
Fonte: Arquivo da pesquisadora (2016).

Abaixo apresentamos o resultado do aluno Luiz (9º ano).

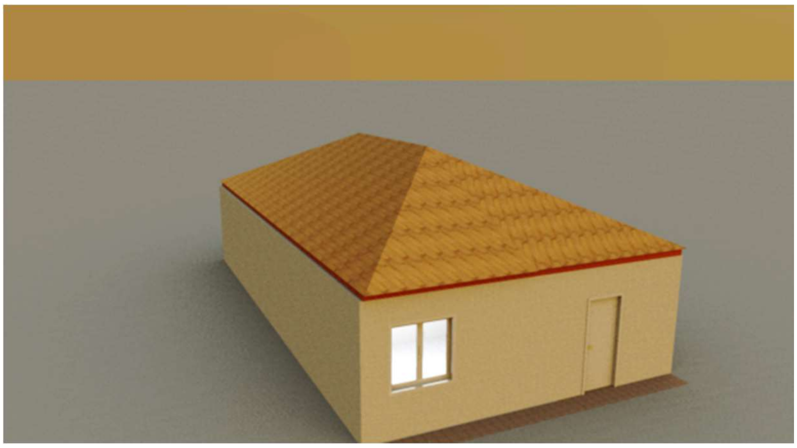


Figura 36: Moradia projetada no Sweet Home.
Fonte: Própria autora.

Em seu depoimento o estudante Luiz (9º ano) explica:

> No início eu não conseguia visualizar todos os detalhes e não sabia direito como era cada coisa e onde elas ficavam. Mas, observei que, conforme a professora havia orientando, seria melhor eu ter feito primeiro o croqui no meu caderno pra depois passar ele para o computador. Análise de dados: Eu acho que eu deveria ter usado o caderno primeiro pra fazer um rascunho, pois assim eu teria visualizado melhor os detalhes da casa. E a análise teria sido mais bem discutida.

No depoimento Luiz (9º ano) deixa claro que sua atitude de não responder o item (a) e seguir direto para o item (c) trouxe dificuldades na compreensão de aplicar seus conhecimentos matemáticos associados ao conhecimento do software. A empolgação que esse Luiz (9º ano)[24] mostrava ao manipular o software contagiava os colegas, pois ele demonstrou dominar rapidamente a manipulação do software (os comandos computacionais e para que eles serviam). Mas nesse momento do depoimento Luiz (9º ano) nos deixa claro que nessa tarefa seguir a sequência didática posta pela tarefa implica em ajudar o estudante em seu processo de assimilação (VIGOTSKY, 2007). Outra análise que fazemos do depoimento do aluno é que quando ele declara que ***eu não conseguia visualizar todos os detalhes e não sabia direito como era cada coisa e onde elas ficavam*** nos mostra a complexidade cognitiva do aluno. Mesmo se apropriando de conhecimentos matemáticos e nos dá pistas de que suas apropriações ainda estavam em "caixinhas", Luiz (9º ano) não associava os conhecimentos aprendidos aos conhecimentos computacionais. A demonstração de internalização indicada nos estudos de Vygotsky (2007) está indicada no depoimento

[24] O aluno mostrava-se empolgado pois, gostava de desenvolver jogos computacionais e vender pela internet. Hoje Luiz (9º ano) está morando na Suíça com sua mãe com pretensão de estudar Design Gráfico em uma escoda desse país.

e ao dialogarmos durante a devolutiva da tarefa. Pessoalmente o aluno fica constrangido e arrependido por não resolver a tarefa seguindo o critério de escrever no caderno suas interpretações da tarefa dada.

O ato de interpretar e escrever suas intepretações no caderno antes de “passar” para o computador faz com que o estudante passe por categorias que consideramos relevantes para o aprendizado. São elas:

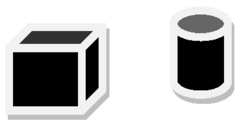
- ✓ Apresentar modelos que representam a interpretações, de forma escrita, geométrica, algébrica, estatística etc.
- ✓ Internalização – a reconstrução mental do que foi aprendido em matemática.
- ✓ A elaboração e aplicação de conceitos matemáticos.
- ✓ Conceito – imagem.
- ✓ Imagem do conceito.

O estudante Tercio (9º ano) tal como Luiz (9º ano) pulou as duas etapas da tarefa.

No diário de bordo do aluno Tercio (9º ano) ele escreve o seguinte relato em relação a essa tarefa:

Estudante ***Tercio (9º ano):***

Analisando meu Desenho: Eu percebi que no meu desenho existem quadrados e retângulos, retas paralelas e sólidos geométricos. Percebi também essas duas formas na telinha do muro e nas janelas. Ex.: Cilindro e cubo



Regiões planas e seus contornos. Nesse contorno eu percebi que tem a ver com as paredes contornando o plano base.

Percebi grandezas e medidas: Comprimento e superfície. O meu desenho tem uma certa relação mais não tão aparente por que esse conceito é usado para calcular-se alguma área ou perímetro.
Simetria. Eu encontrei simetria nas janelas e nas portas e nas telhas coloniais. Ex.: Isto é simetria.
Grandezas e medidas: massas e Capacidades - Essa é outra relação que não tá tão aparente mais ela aparece na hora de se calcular.

A princípio não entendemos as reflexões do diário de bordo do aluno Daniel (9º ano) em relação a mesma tarefa. Ele escreveu da seguinte forma:

Atividade que encontrei

Uma caixa de presente lembra um cubo. Quando “sua casca’’ forma 6 partes. Nessas partes temos algumas de suas partes tem suas faces que são chamadas de regiões planas e cada face tem seu controle. O que isso tem a ver com o que estou estudando? Resposta: Nossas casas também têm formatos de cubos, também tem seus contornos (paredes) e seus planos.

A realização de atividades com o computador após nossas sequências didáticas explicativas, com interações da investigadora com os estudantes individualmente, em grupo e a devolutiva individual e em grupo foi relevante para que os estudantes pudessem mostrar autonomia e habilidades de justificar, analisar, sintetizar (FERRAZ, 2010).

Encerramos esse tópico com o relatório da aluna Unielen (9º ano). No relato da aluna consta o olhar que ela teve em relação ao curso, as aprendizagens, a relação dela com a matemática, as interações com os colegas, com a pesquisadora etc. Nosso objetivo é que o leitor tenha um resumo do que foi e do que aconteceu no PIBIC Jr. e que essa investigação é uma parte do que foi o PIBIC Jr.. Ainda, exibir na íntegra o discurso do sujeito de pesquisa.

Aluna ***Unielen (9º ano):***

A experiência de ser participante do projeto foi importante para a capacitação profissional e pessoal, bem como proporcionou a oportunidade de interação entre o grupo o que tornou o trabalho muito gratificante. Durante o projeto desenvolvido tivemos a oportunidade de conhecer e utilizar softwares, tais como o Sweet Home e o AutoCAD, que nos proporcionou conhecimentos necessários na elaboração de plantas baixas, níveis de andares, faxadas de imóveis e cálculos com os quais nos foi permitido utilizar os softwares.

Este trabalho tem como objetivo relatar as experiências obtidas no decorrer do projeto Padrões no Ensino e na Aprendizagem da Geometría e da Álgebra Com o Uso de Softwares de Computação Gráfica da FACITEC sob a orientação da professora Leandra Gonçalves, no qual foi ensinado o funcionamento dos softwares Sweet Home e AutoCAD, a matemática dentro dos padrões e das sequências, cálculos de áreas, perímetros e inclinação de telhados de acordo com o estilo de telha desejado.

As primeiras aulas do projeto foram feitas online, o que achei muito interessante, pois foi algo preparatório para a primeira aula onde nos reunimos pessoalmente. O primeiro encontro foi divertido e proveitoso pois todos tiveram a oportunidade de se conhecer melhor, e na hora da atividade todos tiveram a chance de falar e mostrar como foi resolvido,compartilhando as experiências. Fizemos atividades de sequência e demos pequenas aulas para crianças do integral, o que foi uma experiência bem legal e divertida. Lá também nos separamos em grupos e tivemos aulas com alunos da UFES, todos nós nos divertimos e aprendemos com eles. Quando foi introduzido o Sweet Home no projeto, as aulas foram divididas em duas, uma teórica e outra prática. As aulas teóricas sempre eram feitas na sala, com ajuda de projetor de slides para tirar as dúvidas e mostrar as ferramentas do programa Sweet Home e como eram usadas. Para fazer as construções nesse soft, era necessário que fosse feito um plano antes de ser construido as paredes, pois isso delimitava que o imóvel não flutuasse e que fosse possível à colocação de texturas de piso. O plano pode ser colocado um sobre o outro, o primeiro para encontrar a área total do imóvel e o segundo para delimitar o tamanho do cômodo e a textura dos pisos. As práticas eram divididas entre a sala de aula e em casa, onde treinavamos o que foi aprendido e faziamos os deveres pedidos pela professora. Ouve uma desistência entre os alunos escolhidos, e logo entrou um outro aluno. O primeiro desenho que fizemos foi o pátio da escola, mas primeiro desenhamos no caderno o que conseguiamos ver, isso é chamado de croqui. Com o croqui, tivemos uma visão mellhor de como era o pátio e passamos o desenho para o Sweet Home, muitos tiveram dificuldades pois foi a primeira experiência que tiveram com o programa, mas não foi a primeira vez que eu havia utilizado o Sweet Home. Fomos para a UFES, mas não deu certo as tentativas pois os computadores estavam com vírus e muito lentos, muitos deles estavam sem uso e chegavamos lá tarde, e não havia produção, então voltamos as nossas aulas normais dentro da escola. O segundo desenho foi feito da mesma maneira, primeiro desenhando no caderno, sempre utilizando régua e depois passado para o programa, que no caso foi o nosso quarto. O terceiro desenho no Sweet Home foi o mais interessante, pois foi o da nossa própria casa, fizemos novamente o croqui no caderno da planta baixa, o que nos mostra a visão de cima para baixo e desenhamos a visão frontal dela, depois medimos a casa com uma trena e depois medimos cada cômodo, colocando os resultados no desenho feito no caderno, e passamos para o programa com a medida original da casa, fazendo o mais realista possível cada detalhe no programa. A minha casa de certo modo foi complicado de fazer pois são dois andares, mas a professora me ajudou a fazer. Quando todos tinham feito, houve uma apresentação para mostrar o projeto da casa de cada um. A professora e os próprios alunos foram encontrando defeitos e qualidades no desenho de cada um, servindo para mostrar e ajudar quem estava com dúvidas ainda sobre o Sweet Home e cada projeto serviu de exemplo para o outro. Aprendemos como transformar uma figura plana em uma figura 3D utilizando o ponto de fuga. O ponto de fuga é colocado a uma certa distância da figura e ele representa a nossa visão, como se estivessemos olhando aquela figura daquele determinado ponto. Traçamos linhas auxiliares dos vértices da imagem para o ponto, escolhemos uma medida e a marcamos em cada uma das linhas a partir dos vértices e ligamos cada marcação, apagamos as linhas auxiliares e vemos a figura em 3D.

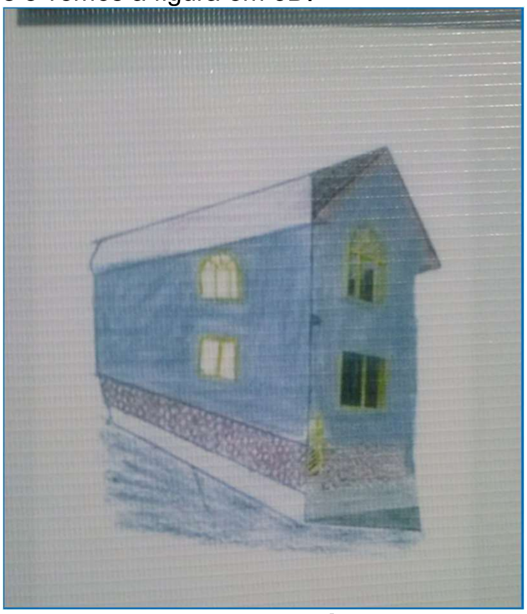


Figura 37: Imagem gerada com a técnica de ponto de fuga.
Fonte: Própria autora.

Essa etapa do projeto foi a mais simples e a mais divertida de se fazer. Entramos no AutoCAD fazendo uma pesquisa sobre o programa, depois Leandra passou uma apostila para que aprendessemos os comandos e tirassemos dúvidas enquanto faziamos as atividades em casa e para treinarmos como se utilizava cada um dos comandos. Fizemos várias atividades de padrão e depois reproduzimos os desenhos no AutoCAD, utilizando cada medida dada para que fosse possível a reprodução perfeita de cada padrão dado. Nós fomos a feira de Ciência e Tecnologia, onde tivemos um estande para mostrar para as pessoas que visitaram a feira o nosso trabalho. Mostramos como utilizamos o Sweet Home e o ponto de fuga, fizemos vários desenhos para mostrar como se trabalhava com o ponto de fuga e usavamos notebooks e um monitor para mostrar o trabalho feito no soft Sweet Home. Expomos na amostra cultural da escola, onde usamos o laboratório de informática para a exposição, onde usamos o projetor de slide e os desenhos feitos com o ponto de fuga. Tivemos uma palestra com o Anderson, onde ele entrevistou cada aluno e Vânia foi passando algumas atividades para os alunos que já tinham sido entrevistados por ele. As atividades passadas por Vânia eram sobre sequência e padrões. Também houve a apresentação em forma de palestra das atividades passadas pela Leandra, na qual fizemos um conjunto habitacional no Sweet Home e no AutoCAD. Após as apresentações dos trabalhos, Anderson fez uma palestra para mostrar alguns comandos do AutoCAD. Aprendemos a calcular o telhado usando o seno, cosseno e o tangente, sendo seno (SEN): cateto oposto (CO) ao ângulo observado dividido pela hipotenuza (H), cosseno (COS): cateto adjacente(CA) ao ângulo observado dividido pela hipotenuza e tangente (TG): cateto oposto ao ângulo observado dividido pelo cateto adjacente. No AutoCAD desenhamos plantas baixas e como seria se vissemos a cobertura de uma casa, quantas águas teria o telhado, e como seria a faxada da casa. Tivemos mais uma palestra com o Anderson, onde ele ensinou como usar a Isometria no AutoCAD e como inserir os blocos, essa aula foi bem divertida e fiquei honrada de entregar o certificado de participação do palestrante em suas mãos.Tivemos um dever após a palestra onde tivemos que desenhar usando a isometria e que de certo modo foi bem complicado no começo, mas depois ficou mais facil de fazer.

Figura 38: Imagem feita com os conhecimentos do Sweet Home.
Fonte: Própria autora.

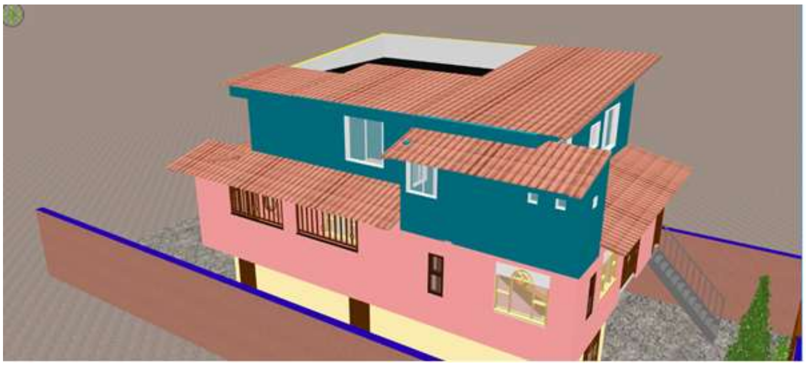


Figura 39: Moradia projetada com Sweet Home.
Fonte: Própria autora.

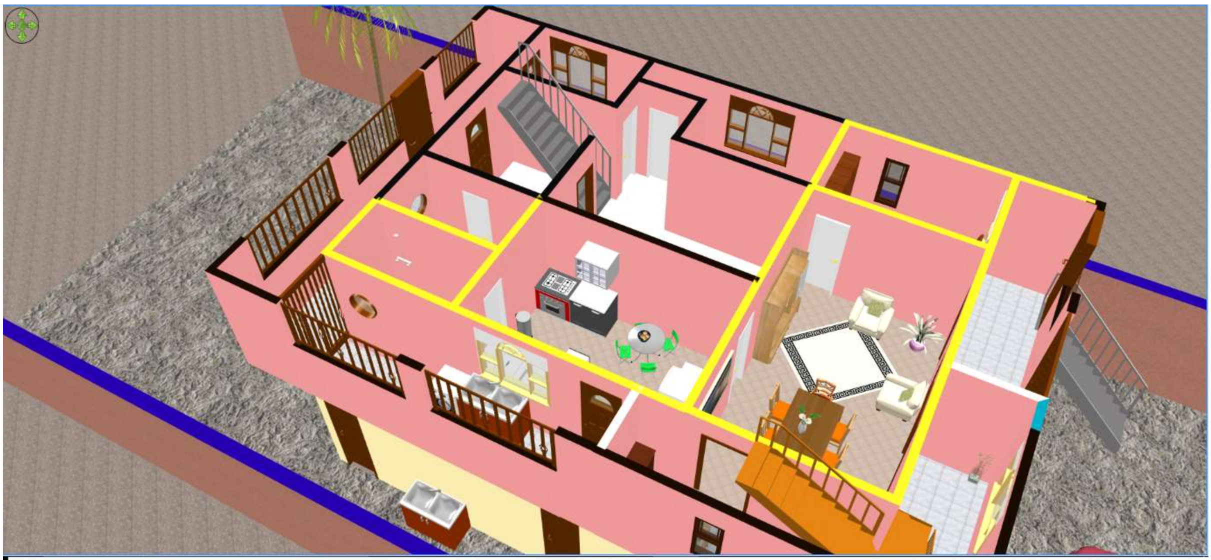


Figura 40: Projeção 3D de uma moradia.
Fonte: Própria autora.

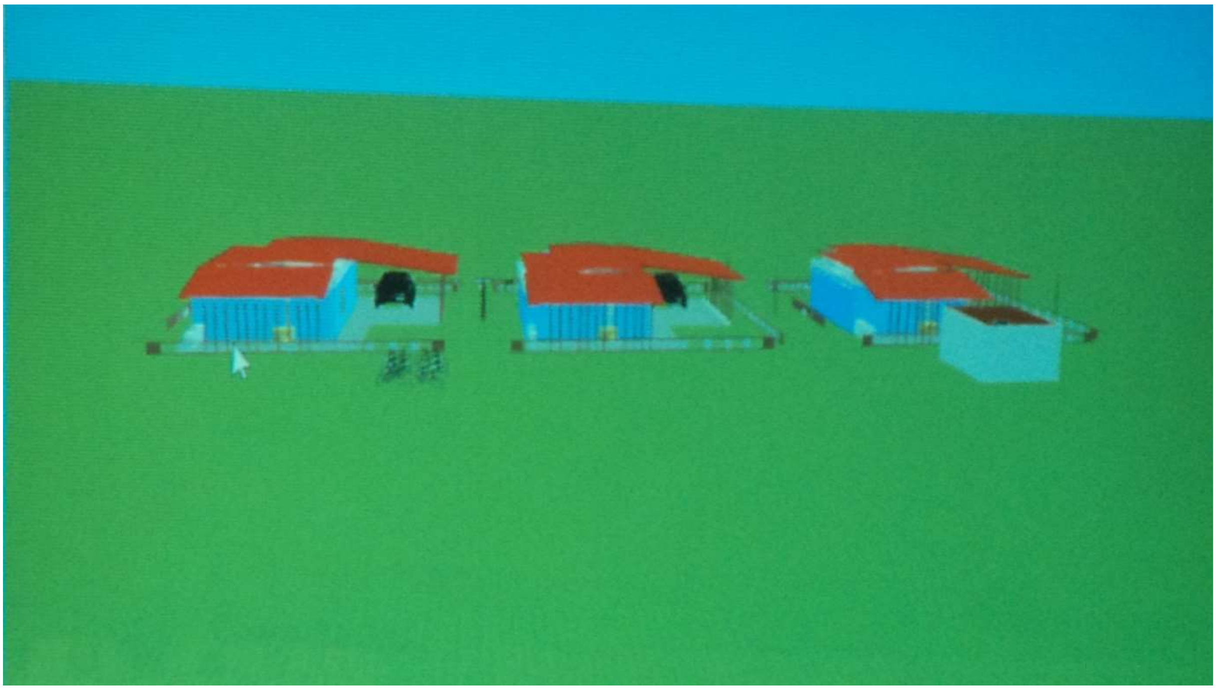


Figura 41: Imagem de moradias projetado por um dos alunos.
Fonte: Própria autora.

4.4 Resultados

Essa investigação consistiu em investigar 10 (dez) estudantes do 8º e 9º ano que participaram do Projeto de Iniciação Científica Jr, de uma escola do município de Vitória no estado o Espírito Santo. Nosso estudo investigativo analisou como esses estudantes resolvem atividades matemáticas que exigem desde o pensamento matemático até o pensamento algébrico. A sequência de tarefas matemáticas elaboradas para esse momento foi embasada nos trabalhos divulgados pelas professoras Vale, Pimentel (2009), Barbosa (1997), Modanez (2003) e livros didáticos. Nossas perguntas de pesquisa foram:

a) **Que aprendizagens e descobertas matemáticas e computacionais foram evidenciadas pelos alunos participantes do Projeto de Iniciação Científica Júnior (PIBIC Jr.)?**
b) **Que estratégias os estudantes utilizaram para resolver tarefas de padrões matemáticos no percurso do PIBIC Jr.?**

Em relação às perguntas tivemos os seguintes resultados:

Os estudantes utilizam como estratégias a contagem numérica e visual para perceber e encontrar padrões e regularidades. Em suas estratégias de contagem os alunos usam muito pouco raciocínio mental, usam a escrita retórica e numérica e recorrem a recursos tais como calculadora, para fazer registros no caderno e para anotarem suas argumentações. Esses estudantes têm a dificuldade de chegar à generalização de uma sequência de padrões na forma algébrica, mas conseguem representar essa generalização na linguagem de escrita retórica. Além disso, os estudantes nos dão indícios de que aprenderam de forma instrumental, pois a postura deles ao resolverem as tarefas que envolvia trigonometria era a de resolver a partir de um modelo (fórmula), procedimento conhecido. Percebemos a ausência de maturidade do estudante em identificar se o padrão é de crescimento, é visual, é crescente linear etc. Pareceu-nos que essa caracterização é para ser identificada pelo professor e não pelo estudante. Logo, a categoria que intitulamos como: **identificar padrões a partir das concepções** foi alcançada pelo estudante (aconteceu de forma natural).

Os resultados observados nas tarefas que envolveram a computação gráfica nos mostram que apesar desses estudantes pertencerem a uma geração multimídia, lidar com o conhecimento específico de matemática associado ao conhecimento computacional é complexo. Observamos que os alunos aprenderam e desenvolveram habilidades na manipulação dos softwares a alcançarem os resultados de representação de imagens, analisar a imagem processada e gerada pelo computador. É interessante enfatizarmos que nas tarefas de padrões matemáticos os estudantes se preocupavam em representar o processo de resolução da tarefa na linguagem numérica ou visual, escrito no caderno. Mas, nas tarefas computacionais, inicialmente os estudantes tentavam resolver as tarefas diretamente no computador. Após muitos erros os estudantes optaram por essa estratégia tiveram dificuldades de aprendizagem e de concluíram a tarefa. Quando perceberam a importância do registro no caderno, do planejamento de estratégias para se resolver a tarefa computacional, eles compreenderam a importância de não pularem etapas no processo de aprendizagem. Em relação a identificação de padrões nas tarefas computacionais os alunos reconheceram elementos visuais e conteúdos matemáticos que percebiam conter padrões matemáticos. Logo, a aprendizagem de identificar padrões em imagens computacionais, consideramos que os estudantes resolvem de forma intuitiva. Associar e analisar a imagem e analisar se o conceito matemático está relacionado a imagem é uma tarefa complexa para ser identificada. Mas, a associação do conceito à imagem reproduzida o estudante identifica de forma intuitiva. Pois, o estudante demonstra uma postura instrumental frente à aprendizagem matemática. A seguir indicamos as estratégias percebidas nos estudantes ao resolverem as tarefas.

- **De padrões matemáticos - Estratégias observadas**

- O estudante busca por um padrão fazendo tentativas numéricas com a finalidade de encontrar uma razão (fator comum) para o termo seguinte.

- O estudante busca representar, por meio de desenho, o termo seguinte.

- o estudante verbaliza (oralmente) ou anotando no diário de bordo sua generalização do padrão encontrado.

- O estudante discute o resultado com os colegas

- O estudante apenas pensa no termo geral quando provocado ou quando a tarefa exige a aplicação direta do termo geral.

- **Padrões computacionais - Estratégias observadas**

- O estudante faz tentativas por acertos e erros realizados, direto, no próprio computador.
- O estudante planejar no diário de bordo passo a passo para a construção da imagem computacional.
- O estudante busca estudar os padrões (características de cada elemento computacional) para representa-lo corretamente como imagem computacional.
- O estudante discute os resultados obtidos com os demais colegas.

A seguir observamos, como resultado dessa investigação, uma categoria que não fora prevista, mas que se tornou latente nas práticas dos alunos e em seus depoimentos (Veja tópico Impacto da pesquisa):

- **Importância sócio- cultural para educação matemática - Estratégias e/ou atitudes percebidas nos estudantes**

- O estudante demonstra prontidão para aprender novos conceitos matemáticos.
- O estudante manifesta amadurecimento cognitivo do estudante.
- O estudante explorar a criação de projetos computacionais.
- o estudante demonstra aprender conceitos computacionais.
- O estudante aprende a aplicar conceitos computacionais.
- O estudante aprender a planejar uma investigação científica (aprimorando a responsabilidade, ordem, organização e pontualidade).
- O estudante aprende a resolver problemas matemáticos, tomando como base o senso investigativo.
- O estudante almeja a capacitação profissional e pessoal.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A realização dessa investigação permitiu vivenciarmos experiências interessantes e inovadoras na escola. A proposta de investigarmos um grupo de dez alunos participantes do PIBIC Jr. fortificou os laços da escola com a busca pelo conhecimento científico. Aconteceu uma simbiose de papéis, ao mesmo tempo em que estávamos atuando como mestres e investigadores, estávamos agindo como aprendentes, vivenciando com os sujeitos da pesquisa cada fenômeno da arte de conhecer. Cada sequência didática, cada passo e estratégia de investigação foram planejadas e discutidas com os estudantes e com a orientadora. Ademais, todas as etapas de transcrição de dados escritos, assim como os dados transcritos gravados em áudios e vídeos esse processo foi lento, longo e denso. Tudo isso foi nos envolvendo em uma enorme quantidade de dados que dificultaram a escolha e seleção de informações que seriam centrais para a composição desse relato final de pesquisa.

O contexto dessa pesquisa foi ímpar, pois precisamos ir além do que propomos inicialmente. Passeamos por conhecimentos de matemática e de tecnologia/computação que estudantes de 8º e 9º anos não teriam acesso em seu contexto escolar. É relevante citar nossa concordância com Giraldo (2004), quando disserta que, em uma pesquisa na qual a computação é coadjuvante na aprendizagem matemática, emergem obstáculos epistemológicos na prática do conhecimento e da aprendizagem. Ademais, existem também riscos na implementação pedagógica do computador para a aprendizagem matemática. Prevendo esse fato, adotamos como estratégia pedagógica a discussão com os estudantes e com a orientadora do planejamento de cada encontro investigativo. A importância de se discutir o planejamento não eximiu os sujeitos da pesquisa de terem dificuldades, especialmente para sintetizarem e caracterizarem algumas tarefas o conceito da imagem obtida em. Mostrou-lhes, entretanto, que representar o que pode ser óbvio através de meios computacionais, pode ser mais complexo do que se possa imaginar.

Com isso, não nos poupamos do enfrentamento das dificuldades advindas de nossas estratégias de trabalho escolhidas te, pois nos indicaram caminhos que levassem os estudantes a querer aprender e conhecer outros conceitos matemáticos e computacionais. Ou seja, usamos estratégias que nos indicaram caminhos epistemológicos (GUTIÉRREZ; BOERO, 2006) para concluirmos a investigação. Ainda temos outras perguntas que surgiram ao longo da pesquisa e que carecem de respostas, mas temos evidências de que é preciso ir além da instrução e da transmissão de saberes. Torna-se necessário compreender e acolher os diversos modos de pensar dos estudantes e de como conseguem verbalizar suas estruturas mentais em relação à representação de entes matemáticos tendo como recurso coadjuvante a tecnologia de informática.

Ao planejarmos a realização do PIBIC Jr., precursor da pesquisa de doutorado, de cunho qualitativo, prevíamos que surgissem algumas dificuldades, principalmente pela complexidade da temática que envolve padrões, regularidades e generalizações, tendo a utilização de softwares. Nesse sentido, a realização do estudo exploratório foi fundamental para prever possíveis dificuldades e desafios, e tentar minimizá-los ou saná-los antes mesmo que ocorressem. Essa estratégia nos ajudou na discussão teórica e na utilização de instrumentos que mais se aproximavam da realidade escolar e intelectual dos estudantes participantes.

A pesquisa qualitativa envolvendo a aplicação da matemática diretamente na construção gráfica, utilizando computadores nos propiciou momentos ímpares em que o estudante percebeu o cálculo que realizou, sendo representado por conjuntos de planos, tomando formas e, finalmente, sendo visualizado por meio de um desenho/imagem. A relevância desse estudo, portanto, está em propiciar ao estudante do ensino fundamental o desenvolvimento de habilidades em resolver cálculos algébricos, cálculo mental e em melhorar sua percepção geométrica, que não seriam estudados explorados em seu currículo escolar. Os momentos com esses estudantes do PIBIC Jr., permitiram-nos conhecer suas potencialidades em dialogar matematicamente, fazer conjecturas e elaborar um projeto de pesquisa (como pesquisadores juniores). Eles demonstraram habilidades de calcular mentalmente, de estabelecer processos de contagens e escrever suas conclusões. Embora soubessem escrever algumas de suas conclusões constatamos que a generalização e os padrões devem ser mais explorados com esses estudantes. Entretanto convém destacar que na apreciação dos estudantes eles aprenderam e conseguiram atingir os objetivos do projeto, além de ficarem felizes pelos resultados.

A primeira dificuldade prevista e vivenciada nessa pesquisa foi a utilização de computadores ao realizar as atividades com o software. Em relação ao trabalho com software Auto CAD®, tornou-se necessária a revisão de alguns conteúdos matemáticos para a aplicação dos comandos do software, a fim de que o resultado fosse correto matematicamente e graficamente corretos. Lidar com a máquina exige do usuário e do pesquisador por isso, tivemos pequenos atrasos no tempo de resposta das atividades de nossos estudantes

Sugerimos que as tarefas realizadas em pesquisa que envolvam tecnologias computacionais utilizem a metodologia de desenvolver tarefas individuais, em dupla e em grupo. Assim, os resultados gerados favorecem um melhor diálogo, discussão e socialização para a pesquisa e para o pesquisador.

Salientamos a relevância de utilizarmos o software Auto CAD®, pois ele contribuiu para o processo de identificar regularidades, chegar à generalização de conteúdos matemáticos e de representá-lo geometricamente. A riqueza e complexidade do Auto CAD® e também do Sweet Home® estão no seu dinamismo em envolver o estudante na construção, visualização e manipulação das representações geométricas. Essa interação dos estudantes com os softwares permitiu que explorassem tópicos de matemática e que aprendessem sobre as aplicações de conteúdos matemáticos em outras áreas.

Os softwares Auto CAD® e Sweet Home® causaram, inicialmente, um estranhamento nos estudantes. O Auto CAD®, especialmente, exige que o estudante conheça a geometria ensinada na disciplina denominada de 'Desenho Técnico'[25]. As características desse software são peculiares e exigem do usuário habilidades matemáticas e computacionais. Por essa razão incentivamos que os estudantes manuseassem o software em casa antes de iniciarmos as tarefas do projeto.

Estabelecer um espaço de discussão e de interação com o grupo de alunos e a interação com a tecnologia foi uma estratégia fundamental na coleta de dados. Essa

[25] O desenho técnico saiu de muitos currículos dos cursos de Licenciatura Plena em Matemática do Brasil. Com isso, consideramos que muitos professores de matemática têm sua formação 'afetada' quando nos referimos a ensinar a geometria demonstrativa, explorando as provas e as refutações de propriedades de entes geométricos.

estratégia favoreceu o processo de ensino e aprendizagem de matemática. Vale ressaltar que nossa investigação foi prazerosa e influenciou os alunos em seus estudos futuros, por exemplo: (a) todos esses estudantes foram aprovados com boas notas no ensino fundamental em 2013 e em 2014; (b) e alguns deles foram aprovados em escolas técnicas estaduais e federais no estado do Espírito Santo em 2015 e em 2016 (conforme tabela abaixo).

Tabela 5: Escolhas profissionais dos estudantes após o PIBIC Jr.

Estudantes	**Escola – Ensino Médio**	**Cursos que escolheram para prosseguirem seus estudos após o** projeto.
Daniel	Técnica Estadual	Curso de Rede de Computadores
Diego	Ensino Médio B.	
Gal	Técnica Estadual	Curso Técnico de Eletrotécnica
Geraldo	Técnica Federal	Curso técnico de Porto
Jonas	Técnica Estadual	Curso técnico de Mecânica Industrial
Kátia	Ensino Médio B.	
Laura	Técnica Estadual	Curso técnico de Mecânica Industrial
Tercio	Técnica Federal	Curso técnico Meio Ambiente
Unielen	Técnica Estadual	Curso técnico de Administração de Empresas
Luiz[26]	Técnica Estadual	Curso técnico de Eletrotécnica

5.1 CONTRIBUIÇÕES PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O estudo de padrões é um tema emergente no currículo de matemática. Nossa pesquisa contribuiu para a educação matemática ao trazer uma proposta de fomentar a discussão em torno da inserção de tarefas que envolvam padrões em todos os níveis de ensino. Essa investigação comprovou que o estudante necessita lidar com tarefas matemáticas que o levem a maior conscientização de suas potencialidades. E também, destacou limitações dos estudantes com tarefas que exigem representação de padrões, regularidades e generalizações. Entretanto, essas dificuldades citadas tornaram os estudantes capazes de elaborar questionamentos a partir de suas experiências matemáticas e procurar outros caminhos de aprendizagens. Com isso, os estudantes puderam vislumbrar outras oportunidades com essa experiência que é do PIBIC Jr. Por exemplo, notaram a aplicação desses conhecimentos nas

[26] O estudante Luiz iniciou o curso técnico em eletrotécnica, mas no momento está com sua mãe estudando design gráfico na Suíça.

engenharias, computação e em práticas do dia a dia. Ou seja, parece que esses estudantes que experienciaram essas metodologias no PIBIC Jr ficaram bem preparados intelectualmente e socialmente para agir como pesquisadores juniores. Isso está de acordo com que D`AMBROSIO (1996) argumenta que a escola deve preparar o estudante intelectualmente e socialmente para entender tanto a matemática escolar como a matemática do mundo. Esses estudantes poderão perpetuar saberes matemáticos a outros e, com isso, poderão se interessar em adentrar no campo científico da matemática.

Os modelos matemáticos utilizados na computação gráfica só aparecem em sua plenitude através dos diversos gráficos e imagens produzidos na tela do computador. Isso faz com que a implementação dos diversos modelos e métodos matemáticos na computação gráfica seja um dos problemas peculiares da matemática quando usada. Assim, concordamos com Tall (1987, 1990) que os pacotes gráficos, em sua totalidade, desempenham um relevante papel para a matemática, por ampliarem a visão matemática do estudante. Por outro lado, constatamos na pesquisa de BORBA; PENTEADO (2010) que estamos ampliam as fronteiras da pesquisa em matemática, consequentemente, da educação matemática

5.2 RISCOS NA IMPLEMENTAÇÃO DA FERRAMENTA/RECURSO: COMPUTADOR

Sabemos que, mesmo com as tecnologias de informática mais sofisticadas na escola, essas não são capazes de promover mudanças consideráveis para o ensino (BAIRRAL, 2007). Além disso, a mera utilização das tecnologias em sala de aula ou na escola não implica o surgimento de novas concepções e práticas pedagógicas. Atualmente são disponibilizados na escola vários recursos. No entanto, há limites em seu uso, principalmente, em compreender que o computador é um recurso que pode enriquecer os ambientes de aprendizagens (BAIRRAL, 2007). Muitos ainda utilizam os recursos tecnológicos como meio de sofisticar o ensino. Mas ainda não conseguem incorporar a relação e correlação de interpretações de representação de entes matemáticos por meio do uso de tecnologias aprimorando, dessa forma, a aprendizagem do estudante. Um dos desafios que enxergamos é a ausência do saber incorporar os recursos tecnológicos promovendo uma relação direta com a aprendizagem, com a mudança de concepções matemáticas a partir da utilização desses recursos tecnológicos/computacionais (AURICCHIO, 1978). Outra dificuldade é em sintetizar os conhecimentos a partir das informações postas pela informática.

Em nossa investigação percebemos a informática em uma perspectiva sociocultural (PAIS, 2010), pois a consideramos uma ferramenta insipiente em relação à: (1) questão da qualidade de equipamentos, (2) falta de aquisição de programas apropriados à realidade escolar; (3) ausência de capacitação dos professores para a utilização e socialização adequada dos conhecimentos matemáticos associados à informática.

Os riscos na implementação dos recursos/ferramentas computacionais devem ser controlados através de esforços conjuntos que envolvem recursos técnicos (novas metodologias, mão de obra, especializações) e recursos humanos (professores, funcionários, estudantes e comunidade). O computador como ferramenta/recurso no ensino e na aprendizagem ajuda na transformação educacional, por exemplo, entender culturas, aumentar à curiosidade de professores, de estudantes etc. (AURICCHIO, 1978; MORAES; ALONSO-SAHM; MATTIAZZO-CARDIA; UENO, 2008). Conforme afirma D'Ambrósio (1996) o uso de computadores possibilita não apenas reconhecer nos experimentos, uma fonte de ideias matemáticas e um campo para apresentação de resultados. Mas sim, um lugar onde permanentemente ocorrerá a confrontação entre a teoria e a prática.

A sociedade está em constante mudança, principalmente quando nos referimos ao estado de conhecimento (PINO, 2010). Por exemplo, atualmente temos maior facilidade em provar e refutar teoremas, preposições matemáticas utilizando a computação. A computação gráfica tem especial atenção em nossa pesquisa, pois utilizamos programas de computadores como ferramenta para a mediação do conhecimento matemático. Esses programas exigiram do aluno conhecimentos matemáticos para sua execução.

Percebemos nas escolas a tendência de se estranhar o novo principalmente quando o assunto é inovação tecnológica com utilização de novos programas computacionais. Embora haja o estranhamento, reconhecemos que o recurso das tecnologias atrelado a práticas educacionais seguidas de intervenções metodológicas e pedagógicas ajudam no desenvolvimento da aprendizagem cognitiva do estudante. Nossa defesa nessa investigação foi a de mostrarmos que é possível aprender matemática com intermediação do computador. Cabe ressaltar que há alguns vieses de riscos que ocorrem na implementação de recursos tecnológicos. Riscos que acontecem quando incorporamos esses recursos tecnológicos sem os conhecimentos necessários que nos permita estabelecer as relações entre os entes matemáticos aprendidos com a representação computacional verificada. E mais, se não soubermos incorporar nossa concepção de se aprender matemática por meio da representação computacional geraremos lacunas na aprendizagem de matemática. Em pormenores, estamos também explicitando que é preciso reconhecer a indispensabilidade dos recursos tecnológicos no ensino escolar atualmente, (seja de computadores, livros eletrônicos, data show, calculadoras, tutoriais multimídias, cursos à distância, dentre outros). Pois, as tecnologias fazem parte de um plano teórico, responsável pela formação e estruturação de ideias que podem gerar novos saberes científico (BAIRRAL, 2007). Nesse projeto adequamos o recurso tecnológico a nossas concepções de ensino de matemática utilizando a computação gráfica e com isso, pudemos oportunizar uma nova experiência para o estudante.

5.3 CAMINHOS FUTUROS

A partir dessa investigação concluímos que é possível a utilização de softwares de computação gráfica como um dos recursos em sala de aula, enfatizando as tarefas com a temática de padrões e as representações mentais da generalização desses padrões. Sentimos, no entanto, a carência de estudos no campo da educação matemática no Brasil que divulguem metodologias eficazes, que utilizam a computação como recurso na mediação da aprendizagem de padrões matemáticos. Ainda sentimos a carência de estudos investigativos que associem teorias de desenvolvimento mental, conhecimento matemático e conhecimento computacional para estudantes do ensino básico. No Brasil, percebemos que a utilização de tecnologias pelos professores em sala de aula é intermitente. Além disso, as experiências com o computador comumente não são compartilhadas com outros professores, nas formações continuadas etc. Encontramos em nossa investigação ‘abismos” entre a teoria divulgada, pelos anúncios governamentais e a realidade escolar. E, alguns desses abismos surgem na investigação como riscos, conforme explicamos anteriormente. Portanto, embora estejamos em uma era tecnológica, multimídia destacamos a carência de estudos, de forma sistematizada que compartilhe caminhos que potencializem a aprendizagem do estudante de forma significativa principalmente quando o ensino de matemática está voltado para o conhecimento da matemática como *a ciência dos padrões*.

5.4 IMPACTOS DA PESQUISA

5.4.1 Na professora pesquisadora

Ser professora de matemática, no contexto atual, é desafiador. Ser pesquisadora com o objetivo de mostrar caminhos para a melhoria do ensino e da aprendizagem matemática, no contexto atual é um sonho. É por meio do sonho que buscamos atingir um ideal que possivelmente não será atingido. Mas, cada conquista em busca deste ideal nos motivou nessa pesquisa. Estar com um olhar além do ensino de matemática e para a melhoria dele nos levou a aprendizagens (culturais, matemáticas, burocráticas etc.). O envolvimento com os estudantes e seus familiares nessa pesquisa nos propiciou criarmos laços de amizades nessa trajetória de pesquisa. Aprendemos muito com esse grupo de jovens. E sintetizamos, repetindo a fala de um autor desconhecido, que diz: “um verdadeiro ideal nunca é plenamente alcançado, mas ajuda a caminhar ao longo da vida.”

4.4.2 Nos estudantes do PIBIC Jr.

Para abordar o impacto do processo de pesquisa para os estudantes, consideramos importante trazer trechos de seus depoimentos, coletados em (24/01/2014) seus diários de bordo[27] e em suas avaliações prévias do curso (retorno do curso). Na voz dos estudantes, o que eles pensaram e sentiram em relação ao projeto. Nosso intuito não é analisar o que disseram, mas que suas falas sejam ouvidas como foram ditas.

Estudante ***Daniel (9º ano):***

[27] Vale ressaltar que em se tratando de PIBIC Jr. com a utilização de computador, foi solicitado ao aluno que além da escrita do diário de bordo no caderno, que o estudante digitasse suas notações. Por esse motivo, muitas das falas e das anotações dos alunos estão digitadas.

O projeto vem com o intuito de nos passar novos conceitos na matemática, sem apenas usar utensílios de escrita (lápis, borracha e folha de papel), mas sim usando também a computação gráfica para alcançar objetivos matemáticos. Com a ajuda de softwares (Sweet home e auto Cad) conseguimos alcançar esses tais objetivos retratados. Nós apresentávamos nossos trabalhos em projetores, que nos proporcionava ter uma visão mais ampla do projeto, e mostrarmos os erros de cálculo cometidos. Com esse recurso apresentamos nossas casas, nossa escola, uma empresa, e outros diversos tipos de residências. Isso foi possível no sweet home, mas no auto cad também é possível mais como sabemos o auto cad é muito mais complexo (tudo completamente manual) você tem fazer a planta baixa toda manual, levantar a casa e se possível fazer os moveis, é muito trabalho, mais todo esse esforço vale a pena no final. Hoje sabemos novas portas do mercado de trabalho que envolva não só a matemática em si, mais também a computação gráfica.

Estudante ***Diego (8º ano):***

Na minha opinião todos os objetivos foram alcançados.

Estudante ***Geraldo (9º ano):***

Eu gostei dos exercícios pois foram bem avaliativos e exploraram nosso conhecimento alguns alunos sentiram dificuldades e eu achei que foi muito bom os exercícios teste. A conclusão que eu chego sobre o projeto foi de que é uma ótima iniciativa para incentivar os adolescentes de escolas onde o ensino não é tão avançado a aprenderem coisas além do seu alcance escolar e de que o projeto também amadurece um pouco a mente dos adolescentes porque pede muito de coisas como responsabilidade, ordem, organização e pontualidade.

Estudante ***Gil (8º ano):***

Desempenhamos um ótimo trabalho aprendemos a mexer no Sweet Home e no AUTOCAD. Isso vai me ajudar bastante, principalmente porque eu descobri há alguns dias que no curso que eu estou fazendo, terei que fazer alguns projetos no AUTOCAD, e como já tenho uma base de como mexer e desenvolver algumas funções do AUTOCAD vai ser mais fácil pra mim.

Estudante ***Jonas (9º ano):***

Nós tivemos um crescimento muito grande mentalmente, somos preguiçosos não posso mentir, mas na hora de pegar pesado nós não deixamos a desejar, no começo revisamos o que já tínhamos aprendido, que foi: equações, gráficos, juros simples juros compostos. Nos outros dias tentamos aplicar tudo que foi citado acima em outras coisas. Nós aprendemos diversos conceitos de matemática sob a computação gráfica dentro de formas geométricas, aprendemos sobre proporcionalidade dos mesmos. Aprendemos até como se falar em uma apresentação, com se explicar matemática, como se explicar a vida, como palavras mudam a razão das coisas, nós aprendemos como se faz a matemática nós aprendemos a resolve-la, aprendemos como a equação pode ser fácil e como dominá-la, aprendemos o que são formas planas e o que são formas espaciais, aprendemos tudo que estava ao nosso alcance. O resultado foi a vitória de todos acabando o projeto sabendo muito de matemática, croquis em Sweet home e Auto CAD, no começo era um grupo de estudos mas depois virou uma família.

Estudante ***Kátia (8º ano):***

Aprendi que o programa sweet home já nos mostra os seus detalhes, precisamos analisar o programa para aprender os comandos que serão necessários para criar um projeto no caso um desenho ou uma planta superior referente a alguma casa, cômodo, apartamento, entre outras coisas. Conclusão: (a) Irei criar através de comandos que me possibilitará criar o que solicitar-me. (b) Área de cada plano através do plano cartesiano, podemos saber exatamente o tamanho milímetro de cada dimensão. (b) Para poder me dar uma certa ideia de como é minha casa olhando de cima, ou seja, irei descrever a minha casa através da vista superior.

Estudante ***Laura (9º ano):***

Fizemos várias atividades de padrão e depois reproduzimos os desenhos no AutoCAD, utilizando cada medida dada para que fosse possível a reprodução perfeita de cada padrão dado. Aprendemos a calcular o telhado usando o seno, cosseno e o tangente, sendo seno (SEN): cateto oposto (CO) ao ângulo observado dividido pela hipotenuza (H), cosseno (COS): cateto adjacente(CA) ao ângulo observado dividido pela hipotenuza e tangente (TG): cateto oposto ao ângulo observado dividido pelo cateto adjacente.

Estudante ***Luiz (9º ano):***

A pesquisa em si foi bem interessante de fazer, teve pontos muito positivos como, a maior parte da pesquisa foi feita numa sala toda climatizada, tivemos intervalos de 10 a 20 minutos, alguns puxões de orelha, algumas aulas perdidas por alguns problemas do dia a dia (mas, que a professora fez a reposição), o local disponibilizado pela escola não era fixo, não estou dizendo que que não foi bom, muito pelo contrário, foi uma experiência maravilhosa que não vou esquecer tão cedo, apesar de não ter conhecido todos da FACITEC e dos centenas de projetos fico feliz por ter sido parte dessa grande família.
Apesar da pesquisa ser complexa resolvemos as questões com facilidade e rapidez, porém restaram algumas dúvidas no final que já foram esclarecidas com a palestra dos professores sobre AutoCAD.
Se eu for escolhido para participar de um projeto no futuro, torço para ele ser como esse foi.

Estudante ***Tercio (9º ano)***:

Eu gostei muito por que a nossa professora passou para nós um roteiro da aula ensinando como se deve fazer o diário de bordo e o que tem que conter nele isso me ajudou bastante, pois eu estava com uma dificuldade para escrever.

Estudante ***Unielen (9º ano):***

A experiência de ser participante do projeto foi importante para a capacitação profissional e pessoal, bem como proporcionou a oportunidade de interação entre o grupo o que tornou o trabalho muito gratificante. Durante o projeto desenvolvido tivemos a oportunidade de conhecer e utilizar softwares, tais como o Sweet Home e o AutoCAD, que nos proporcionou conhecimentos necessários na elaboração de plantas baixas, níveis de andares, fachadas de imóveis e cálculos com os quais nos foi permitido utilizar os softwares. Sob a orientação da professora foi ensinado o funcionamento dos softwares Sweet Home e AutoCAD, a matemática dentro dos padrões e das sequências, cálculos de áreas, perímetros e inclinação de telhados de acordo com o estilo de telha desejado. Na minha opinião, durante esses 6 meses houve muito desempenho e todos se ajudaram, o que nos fez ficar únidos. O que foi passado durante esses meses vai valer para a vida toda, na vida pessoal e profissional de cada um. O resultado final foi alcançado, aprendemos a utilizar os softwares e a matemática por trás de cada elemento para se construir um imóvel.

5.5 APONTAMENTOS

Nesse projeto notamos que seria possível mediar, qualificar e (re)significar a aprendizagem do estudante naquele espaço escolar, tendo um olhar sobre as questões de padrões matemáticos, pensamento algébrico, sem deixar de lado as questões socioculturais[28] dos estudantes. Envolver os estudantes de forma a ressaltar a importância de aprender matemática de forma relacional (SKEMP, 1976), a partir da ideia e conhecimento de padrões é um método desafiador, mas que funciona. A utilização da computação gráfica ou de outras tecnologias desperta a criatividade, a inovação, a criticidade, o desenvolvimento cognitivo do aluno e a autonomia de mostrar (FREIRE, 2002), por meio de suas representações, as apropriações matemáticas internalizadas.

O projeto PIBIC Jr. contribuiu para a formação escolar de dez estudantes de uma escola pública do município de Vitória, no estado do Espírito Santo. Contribuiu na formação profissional desses estudantes. No Seminário de Iniciação Científica Jr. na Prefeitura Municipal de Vitória, em fevereiro de 2014, esse grupo de estudantes provou que a relevância de aprender a matemática vai além da memorização. Consistiu em buscar recursos, meios e ferramentas que nos ajudem a externar nossas aprendizagens e os possíveis conhecimentos matemáticos associados a essas aprendizagens.

Nessa investigação mostramos que é possível ajudar o aluno em sua aprendizagem matemática através da computação gráfica a partir do conhecimento de padrões matemáticos. Mas, mostramos ainda, que é preciso apoiarmos em outros conhecimentos e parcerias para que uma ação inovadora como essa tenha êxito.

Vale ressaltar que a computação gráfica não se resume aos softwares apresentados nessa investigação, há diversos outros, por exemplo, o **Wimplot,** o **Geogebra,** o **MiGen®,** o **SketchUp®** desenvolvidos e distribuídos gratuitamente. Apontamos como uma pesquisa satisfatória, prazerosa para aqueles que gostam e dominam a tecnologia de computador e que conseguem trabalhar seu desenvolvimento cognitivo em prol de um aprendizado com vistas na matemática como uma linguagem de padrões. Não podemos deixar de ressaltar que para fazer pesquisa utilizando novas tecnologias, com vários sujeitos, é preciso o planejamento de metodologias que levem os estudantes a dialogarem, a trabalharem individualmente e em grupo e a compreenderem que é preciso refutar ideias, compartilhá-las e chegar a alguma

[28] Socioculturais porque o PIBIC Jr. contribuiu para a formação acadêmica desses estudantes e para sua formação cidadã.

conclusão. Mesmo que ocorram desafios e riscos, comentados na seção anterior, sobre o uso das tecnologias nos espaços escolares, não devemos encarar a computação como um entrave para o ensino e para a aprendizagem de matemática. Kant (2000) já dizia que o homem é o único ser que precisa ser educado. Por isso, os desafios para a educação humana estarão sempre presentes, e isso, relaciona-se também e especificamente com o ensino de padrões como parte da vida e da educação do homem.

REFERÊNCIAS

ALBERNAZ, J. M. **Mundo visual, desenvolvimento e aprendizagem:** mudanças conceituais e novas abordagens teóricas**.** Vitória: EDUFES, 2010.

ALMOULOUD, S. A.; MANRIQUE, A. L.; SILVA, M. J. F. D.; CAMPOS, T. M. M. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**, São Paulo, n. 27, p. 94-210, set. out. nov.dez. 2004.

ALVARENGA, D.; VALE, I. A exploração de problemas de padrão: um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico. **Quadrante**, Lisboa, v., n. 1, p. 27-55, jun. 2008. Semestral.

AURICCHIO, L. O. **Manual de tecnologia educacional.** Rio de Janeiro: Editoria Francisco Alves, 1978.

AZEVEDO, E.; CONCI, A. **Computação gráfica**: geração de imagens. 11 reimpressão. Rio de Janeiro: Campus, 2003.

BAIRRAL, M. A. **Discurso, interação e aprendizagem matemática:** em ambientes virtuais a distância. Seropédica, Rio de Janeiro: Editora Universidade Rural, 2007.

BARBOSA, E. M. F. I. D. **O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico.** 2008. 112 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade de Évora. Coimbra, 2008.

BARBOSA, R. M. **Descobrindo padrões em mosaicos**. São Paulo: Atual, 1993.

__________. **Descobrindo padrões pitagóricos:** geométricos e numéricos. São Paulo: Atual, 1993.

__________. **Descobrindo a geometria fractal**: para a sala de aula. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

BERND, A. B. **As imagens conceituais e a geometria dinâmica.** 2011.72 f. (Conclusão de Curso de Graduação em Matemática) – Universidade do Rio Grande do Sul. Rio Grande do Sul, 2011.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 4 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

BORRALHO, A. BARBOSA, E. Exploração de padrões e pensamento algébrico. In: VALE, Isabel; BARBOSA, Ana. **Padrões:** múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática. Coimbra: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo, 2009. p. 59-68.

BOOTH, L. R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. **As ideias da Álgebra.** Traduzido por Hygino H. Domingos. São Paulo: Atual, 1995. Cap. 3, p. 23-36.

BOYER, Carl. História da matemática. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRANCO, N. C. V. **O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico.** 2008. 251 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade de Lisboa. Faculdade de Ciências. Departamento de Educação, Coimbra, 2008.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: **Jogos na Alfabetização Matemática**. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2014.

______. Ministério da Educação. **Currículo da Educação Básica das Escolas Públicas do Distrito Federal:** Ensino fundamental 5ª a 8ª série**.** Distrito Federal, 2002.

______. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais:** Educação Básica. MEC/INEP: maio, 2001.

______. Ministério da Educação. **Números da Educação no Brasil.** MEC/INEP: maio, 2003.

______. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

______. Senado Federal. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**: nº 9.394. Brasília: 1996.

COMERLATO, D. **Escrita, representações gráficas e cognição.** Disponível em http://www.pead.faced.ufrgs.br/sites/publico/eixo7/eja/escrita_representacoes_graficas_e_co gnicao__Denise_Comerlato.pdf. Acesso em fevereiro de 2015.

CONCI, A; AZEVEDO, E.; LETA, F. B. **Computação gráfica**: teoria e prática. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008.

CONWAY, J. H.; CURY, R. K. **O livro dos números.** Tradução. José Sousa Pinto. Lisboa: Gradativa, 1999.

COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. **As ideias da álgebra.** Tradução der Hygino H. Domingos. São Paulo: Atual, 1995.

CRESCENTI, E. P. **Os professores de matemática e a geometria: opiniões sobre a área e seu ensino.** 2005. 242p. Tese de doutorado – Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Educação e Ciências Humanas. Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP.

D`AMBROSIO, U. **Educação matemática**: da teoria à prática. Campinas/SP: Papirus, 1996.

_______. **Etnomatemática:** elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

DELEUZE, G.; GUATTARI, F. **Mil platôs.** Coleção de 5 volumes. Rio de Janeiro. Ed. 34, 1996.

DEVLIN, K. **Matemática:** a ciência dos padrões. Tradução Alda M. Durães. Porto: Porto Editora, 2002.

DOMINGOS, J. **Um estudo sobre polígonos a partir dos princípios de Van Hiele.** 2010. 272 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. (Org.) **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003, p. 11-34.

EVES, H. **Introdução à história da matemática.** Tradução Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

FARIA, R. W. S. **Padrões fractais: contribuições ao processo de generalização de conteúdos matemáticos.** 2012. 195f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Rio Claro, São Paulo.

FERRAZ, B. Taxonomia de Bloom: revisão teórica e apresentação das adequações do instrumento para definição de objetivos instrucionais. **Gest. Prod.**, Revista de São Carlos. v. 17, n. 2, pp. 421-431, 2010.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

FRAGA, S. A. **Um estudo sobre triângulos em livros didáticos a partir do movimento da matemática moderna.** 2004. 207 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**. 24. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2002.

FRISKE, J. S. Uso de softwares de computação gráfica no ensino de álgebra. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. **As ideias da álgebra.** Tradução de Hygino H. Domingos. São Paulo: Atual, 1995. Cap. 23, p. 208-212.

GIRALDO, V. A. **Descrições e conflitos computacionais:** o caso da derivada. 2004. 221 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Sistemas e Computação) –

Programa de Pós-Graduação em Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

GODINO. J. D. (Diretor). 2004. **Didáctica de las matemáticas para maestros.** Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidade de Granada. 461 p. (Disponível em www.ugr.es/local/jgodino/)

GÓMEZ CHACÓN, I. M. **Matemática emocional:** os afetos na aprendizagem matemática. Tradução de Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2003.

GOMES, J; VELHO, L. Conceitos Básicos de Computação Gráfica. VII Escola de Computação, São Paulo, 1990.

_______. **Fundamentos da computação gráfica**. IMPA, 2004.

GONÇALVES, M. M. **O uso do computador como meio para representação do espaço:** estudo de caso na área de ensino do digital & virtual design. 2009. 339f. Tese (Doutorado em Arquitetura e Urbanismo) – Faculdade de Arquitetura e Urbanismo. Universidade Estadual de São Paulo, São Paulo.

GONÇALVES FILHO, A. E. I. **Sistema de reconhecimento de objetos para automação industrial.** 1996. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia, PUC-RJ, Rio de Janeiro.

GUERRA, C. G. M. **Ampliando a construção da mente**. Acesso em 17 de dezembro de 2015. (Disponível em: http://www.eps.ufsc.br / ^ cgustavo /transdisciplinar /mente.html#informacao).

GUIMARÃES, Y. A. F.; GIORDAN, M. **Instrumento para construção e validação de sequências didáticas em um curso a distância de formação continuada de professores**. In: VIIII ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS. Campinas, 2011.

HERSHKOWITZ, R. Aspectos Psicológicos da Aprendizagem da Geometria. Boletim GEPEM, n. 32, Rio de Janeiro, 1994.

HERSHKOWITZ, R.; BRUCKHEIMER, M.; VINNER, SHLOMO. Atividades com professores baseadas em pesquisa cognitiva. In: LINDQUIST, M. M., SHULTE, A. P. Aprendendo e ensinando geometria. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo, Ed. Atual, 1994.

HOUSE, P. A. Reformular a álgebra da escola média: por que e como? In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. **As ideias da álgebra.** Tradução de Hygino H. Domingos. São Paulo: Atual, 1995. Cap. 23, p. 1-9.

IMENES, L. M. **Matemática para todos.** Coleção de livros didáticos. São Paulo: Editora Moderna, 2014.

KAWAHALA, E.; OLTRAMARI, L. Discriminação, educação e identidade. In: LIMA, I. C.; ROMÃO, J.; SILVEIRA, S. M. (Org.). **Os negros, os conteúdos escolares e a diversidade cultural.** Núcleo de Estudos Negros, Florianópolis, n. 4, p. 12-24. 1998 (Série Pensamento Negro em Ação).

KANT, I. **Sobre a pedagogia**. Tradução de Francisco Cock Fontanella. Piracicaba: Editora Unimep, 2002.

LIMA, E. L. **Álgebra linear.** Coleção Matemática Universitária, Rio de Janeiro, 2005.

LIMA, J. E. G. Os impactos das novas tecnologias nas empresas prestadoras de serviços**.** São Paulo, **RAE**, v. 34, n. 1, p. 663-681, jan./fev. 1994.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.** Campinas, SP: Papirus, 1997.

LOPES, J. A. **Livro didático de matemática:** concepção, seleção e possibilidades frente a descritores de análise e tendências em educação matemática. 2000. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Educação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo.

LOPES, T. I. D. Padrões no ensino básico. **Ensino da Matemática I**, Coimbra, n., p. 01-33, 30 dez. 2012.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática.** Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

MACHADO, S. D. A. (Org.). 2003). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

MARTINS, I. O papel das representações visuais no ensino-aprendizagem de ciências. In: Encontro de Pesquisa em Ensino de Ciências, 1. Águas de Lindóia (SP). **Atas ...**, 1997, p. 366-373.

MODANEZ, L. **Das sequencias de padrões geométricos à introdução ao pensamento algébrico**. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

MORAES, M. S. S.; ALONSO-SAHM, E. P.; MATTIAZZO-CARDIA, E.; UENO, R. **Educação matemática e temas político-sociais.** Campinas-SP: Autores Associados, 2008.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática.** 11ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

ORTON, A. Reflections on pattern in the mathematics curriculum. In: VALE, I.; BARBOSA, A. (Org.) **Padrões**: múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática/Patterns: multiple perspectives in mathematics education. Viana do

Castelo, Portugal: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo – Projecto Padrões, 2009, p. 15-28.

ORTON, J. Pupil´s perception of shape, pattern and transformations. In: VALE, I.; BARBOSA, A. (Org.) **Padrões**: múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática/Patterns: multiple perspectives in mathematics education. Viana do Castelo, Portugal: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo – Projecto Padrões, 2009, p. 81-101.

PAIS, L. C. **Educação escolar e as tecnologias da informática.** 3 reimpressâo. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

______. **Didática da matemática:** uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PALANGANA, I. C. **Desenvolvimento e aprendizagem em Piaget e Vygotsky:** a relevância social**. 3.** ed. São Paulo: Summus, 2001.

PEREIRA, M. S. Estratégias usadas por estudantes do 7º ano de escolaridade na exploração de padrões. **Quadrante**, Lisboa, v. 22, n. 1, 2013, p. 77-105.

PINO, A. **A criança e seu meio:** contribuição de Vygotsky ao desenvolvimento da criança e à sua educação. São Paulo: EDUSP, 2010.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1946.

PONTE, J. (Ed.), **Educação matemática:** temas de investigação. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1992. p. 185-239.

PONTE, J. P; BROCARDO, J; HÉLIA, O. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005. 152 p.

PONTE, J.; MATOS, A.; BRANCO, N. **Sequências e funções.** Lisboa: Ministério da Educação, Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular, 2009.

PONTE, J. Investigações. In: VALE, I.; BARBOSA, A. (Org.) **Padrões**: múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática/Patterns: multiple perspectives in mathematics education. Viana do Castelo, Portugal: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo – Projecto Padrões, 2009, p. 115-120.

POWELL, A.; BAIRRAL, M. **A escrita e o pensamento matemático:** interações e potencialidades. Campinas, SP: Papirus, 2006.

ROSINI, A. M. O uso da tecnologia da informática na educação. Uma reflexão no ensino com crianças. **Millenium Online**, Revista do ISPV. v. 22, n. 27, 2003.

SANTOS, J. C. **Números.** Porto: Uporto, 2014.

SANTOS, L. G. **Introdução do pensamento algébrico**: um olhar sobre professores e livros didáticos de matemática. 2007. 198f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

SANTOS; L. G.; CUNHA JR., H. Afrodesing construtivo e formação cultural: a expressão gráfica no desenvolvimento de habilidades e competências. In: XIX SIMPÓSIO NACIONAL DE GEOMETRIA DESCRITIVA E DESENHO TÉCNCO; VIII INTERNACIONAL CONFERENCE ON GRAPHICS ENGINEERING FOR ARTS AND DESIGN, 2009, Bauru. **Anais do Graphica**... São Paulo: Faculdade de Arquitetura, Artes e Comunicação - UNESP, 2009. (Publicado em CD-ROM.).

SANTOS; L. G.; SANTOS-WAGNER, V. M. P. A ressignificação da matemática escolar nos espaços urbanos. In: SEMINÁRIO NACIONAL AFRICANIDADES E AFRODESCENDÊNCIA: FORMAÇÃO DE PROFESSORES PARA A EDUCAÇÃO DAS RELAÇÕES ÉTNICAS, 2009, Fortaleza. **Anais** ... Fortaleza: UFC/IFET, 2009. (Publicado em CD-ROM.).

SANTOS, L. S. **Interface da geometria e do origami em aulas de matemática em uma 5ª série.** 2009. 191 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

SANTOS, V. M. P. dos (Org.). **Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática: métodos alternativos.** Rio de Janeiro: UFRJ – Projeto Fundão, 1997.

SANTOS-WAGNER, V. M. P. dos. **Conversas e mensagens da orientadora sobre como elaborar um projeto de pesquisa, desenvolver a pesquisa, analisar as informações obtidas e redigir relato final do estudo**, 2012, 2013, 2014 e 2015.

SARES, A. S. T. **Promoção da literacia matemática no pré-escolar com o apoio da tecnologia educativa.** 158f. Vol. 1. Dissertação (Mestrado em Ciências da Educação) – Escola Superior de Educação Almeida Garrett, Lisboa, Portugal.

SEGURADO, I.; PONTE, J. P. Concepções sobre a matemática e o trabalho investigativo. **Quadrante.** Revista de investigação em educação matemática. Vol. 7, nº 02, p. 5-40, 1998.

SILVA; C. M. S.; SANTOS-WAGNER, V. M. Considerações para os iniciantes em pesquisas em educação matemática e educação do campo. In: SILVA, C. M. S.; SANTOS-WAGNER, V. M.; MARCILINO, O.; FOERSTE, E. **Metodologia da pesquisa em educação do campo**: povos, territórios, movimentos sociais, saberes da terra, sustentabilidade. Vitória, ES: UFES, Programa de Pós-Graduação em Educação, 2009, p. 53-64.

SILVA; C. M. S.; FILHO SIQUEIRA, M. G. **Matemática:** resolução de problemas. Brasília: Liber Livro, 2011.

SKEMP, R. Relational understanding and instrumental understanding. **Mathematics Teaching**, n. 77, p. 20–26, 1976.

SOUSA, M. J. A. **Informática educativa na educação matemática:** estudo de geometria no ambiente do software Cabrí - Géométre. 2001. 198f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.

STRUIK. D. J. **História concisa das matemáticas**. Gradativa Publicações, L. da. Lisboa. 1989.

TALL, D. O. **Using the computer as an environment for building and testing mathematical concepts:** a tribute to Richard Skemp. Artigo in Honour of Richard Skemp. University of Warwick, 1986, pp. 21-36.

______. **Building and testing a cognitive approach to the calculus using interactive computer graphics**. Ph.D. thesis. 1986. University of Warwick.

______. **Graphic calculus I, II, III,** (for BBC compatible computers), Glentop Press, London, 1986.

______. Graphical packages for mathematics teaching & learning. Johnson D.C. & Lovis F. (Ed.) In: **Informatics and the teaching of Mathematics**. North Holland, 1987, pp. 39–47.

______. Concept image and concept definition. **Senior Secondary Mathematics Education,** n. 1983, p. 37–41, 1988.

______. Concept images, generic organizers, computers and curriculum change. **For the Learning of Mathematics**, nº 9, 3, 1989.

______. **Real functions & graphs**: SMP 16-19 (for BBC compatible computers), Rivendell Software, prior to publication by Cambridge University Press, 1989.

______. Interrelationships between mind and computer: processes, images, symbols. David L. Ferguson (Ed.). In: **Advanced technologies in the teaching of mathematics and science.** New York: Springer-Verlag, 1993, pp. 385–413.

______. Technology and mathematics education: computer environments for the learning of mathematics. R. Biehler, R. W. Scholz, R. Sträßer & B. Winkelmann, Kluwer (eds.) In: **Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline.** Academic Publishers: Dordrecht, 1993, pp. 189–199.

______. The psychology of the advanced mathematical thinking. In: TALL, David (Org.). **Advanced mathematical thinking**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991, p. 3–24.

______.**Concept image and concept definition**. 2003. Disponível em: http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/themes/concept-image.html. Acesso em 18 Jan. 2016.

TALL D.O., BLOKLAND P.; KOK D. **A Graphic approach to the calculus, sunburst, pleasantville**, NY. (For IBM compatible computers). (Also published as Graphix in German by Comet Verlag, Duisburg), 1990.

TALL D. O. & WINKELMANN, B. Hidden algorithms in the drawing of discontinuous functions, **Bulletin of the I.M.A,** 24, 1988, pp. 111-115.

THOMPSON, A. G. A relação entre concepção de matemática e de ensino de matemática de professores na prática pedagógica. Tradução de Gilberto F. A. de Melo. **Zetetiké,** Campinas: CEMPEM – FE/Unicamp, v. 5, n. 8, p. 11-44, jul./dez. 1997 (Trabalho foi publicado originalmente em inglês em 1984.).

TINOCO, L. A. A. **Geometria euclidiana:** resolução dos problemas**.** Rio de Janeiro: UFRJ/IM, Projeto Fundão, 2004.

TINOCO, L. A. A. **Geometria euclidiana por meio da resolução de problemas.** Coolab. Victor Giraldo e Beth Belfort. 2ed. Rio de Janeiro: UFRJ/IM, Projeto Fundão, 2004.

TOLEDO, M.; TOLEDO, M. **Didática da matemática – como dois e dois**: construção da matemática. São Paulo: FTD, 1997.

TREVISANI, F. M. **Estratégias de generalização de padrões matemáticos.** 2012. 110f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Rio Claro, São Paulo.

VALE; I. As tarefas de padrões na aula de matemática: um desafio para professores e alunos. **Interacções**, n. 20, pp. 181-207, 2012.

VALE; I.; BARBOSA, A. (Org.). **Padrões**: múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática/Patterns: multiples perspectives and contexts in mathematics education. Viana do Castelo, Portugal: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo – Projecto Padrões, 2009.

VALE, I.; BARBOSA, A.; BORRALHO, A.; BARBOSA, E.; CABRITA, I.; FONSECA, L.; PIMENTEL, T. **Padrões no ensino e aprendizagem da matemática**: propostas curriculares para o ensino básico. Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo, 2009.

VALE, I; PIMENTEL, T. Visual pattern tasks with elementary teachers and students: a didactical experience. In: VALE, I.; BARBOSA, A. (Org.) **Padrões**: múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática/Patterns: multiple perspectives in mathematics education. Viana do Castelo, Portugal: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo – Projecto Padrões, 2009, p. 151-162.

VALE, I.; PIMENTEL, T.; BARBOSA, A.; FONSECA, L.; SANTOS, L.; CANAVARRO, P.; **Números e álgebra**: na aprendizagem da matemática e na formação de professores. Viana do Castelo: Sociedade portuguesa de ciências da educação. Secção de educação matemática, 2006.

VITÓRIA. **Diretrizes Curriculares para o Ensino Fundamental**: matemática. Vitória: SEME/ES, 2004.

VIGOSTSKI, L. S. **A formação social da mente:** o desenvolvimento dos processo psicológicos superiores. Michael Cole (org.) Tradução de José Carlos Neto, Luis Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. 7 ed. São Paulo: Martins Fonte, 2007.

WARREN, E. Patterns and relationships in the elementary classroom. In: VALE, I.; BARBOSA, A. (Org.) **Padrões**: múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática/Patterns: multiple perspectives in mathematics education. Viana do Castelo, Portugal: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo – Projecto Padrões, 2009, p. 29-47.

REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES

BENTLEY, P. **O Livro dos números:** uma história ilustrada da matemática**.** Tradução de Maria Luiza X. de A. Borges. Ver. teor. Samuel Jurkiewicz. 272 págs., Ed. Jorge Zahar, 2009.

BORBA, M.C. **Calculadoras gráficas e educação matemática**. Rio de Janeiro: Ed. Art Bureau, 1999.

CELESTINO, M. R. **Concepções sobre limite:** imbricações entre obstáculos manifestos por estudantes do Ensino Superior. 2008. 208f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

FILHO, L. M. F. (org.). **Pensadores sociais e história da educação.** 3d. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

FOSSA, J. A. **Geometria urbana.** João Pessoa: Editora Universitária/ UFPB, 2003.

GARCIA, R. L. (org.). **Métodos:** Método Contramétodo. São Paulo: Cortez, 2003.

KRULIK, S.; REYS, R. **Problem solvid in school mathematics.** II séries: National Council of Theachers of Mathematics. Yearbook, 1980.

LEE, L., FREIMAN, V. Developing algebraic thinking through pattern exploration. **Mathematics Teaching in the Middle School**. 11, p. 428-433, 2006.

MACEDO, R. S. **Etnopesquisa crítica. Etnopesquisa-formação.** Brasília: Liber Livro Editora, 2006. 179p.

PINHEIRO, P. P. **Boas práticas legais no uso da tecnologia dentro e fora da sala de aula.** Guia rápido para as instituições educacionais. Editora Saraiva. Ano 2007.

PIRES, C. M. C. **Currículos de matemática:** da organização linear à ideia de rede. São Paulo: FTD, 200.

RÊGO, R. G.; RÊGO, R. M.; VIEIRA, K. M. **Laboratório de ensino de geometria.** Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

ZAGO, N.; CARVALHO, M. P D.; VILELA, R. A. T.(Org.). **Itinerários de pesquisa:** perspectivas qualitativas em sociologia da educação. 2 ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2011.

ANEXO – A - FORMULÁRIO PARA AVALIAÇÃO DA AULA

Prefeitura Municipal de Vitória
Secretaria Municipal de Educação
Fundo de Apoio da Ciência e Tecnologia
EMEF XXXXXXXXXXXXXXXX – PIBIC Jr

Professora: Leandra Gonçalves dos Santos
Estudante: Data:

AVALIAÇÃO DA AULA

Nome: ____data: ___________________

Responda as questões a seguir com sinceridade e com compromisso, refletindo criticamente sobre a apresentação que você acabou de assistir/participar.

1. O que você aprendeu com a desenvolvida hoje? Justifique.
2. Quais tópicos ainda geram dúvidas para você ou que poderiam ser revistos? Justifique.
3. Cite pelo menos um ponto que você faria diferente e como você abordaria esse ponto.
4. A atividade realizada contribuiu para um melhor entendimento do conteúdo abordado? Justifique.
5. Em sua opinião, todos os estudantes tiveram o mesmo envolvimento A AULA DE HOJE? Justifique.
6. Cite pontos positivos e negativos da aula de hoje:

(+)
____
____
____

(-)
____
____
____

ANEXO – B - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Universidade Federal do Espírito Santo
Programa de Pós-Graduação em Educação

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado(a) para participar, como voluntário, em uma pesquisa. Após ser esclarecido(a) sobre as informações a seguir, no caso de aceitar fazer parte do estudo, assine ao final deste documento. Desde logo fica garantido o sigilo das informações. Em caso de recusa você não será penalizado(a) de forma alguma.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

Título do Projeto: **Padrões no ensino e na aprendizagem da geometria e da álgebra**.

Pesquisador Responsável: **Leandra Gonçalves dos Santos**

Telefone para contato: **(27)**

Pesquisadores participantes: **Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner / Leandra Gonçalves dos Santos.**

A pesquisa tem o objetivo de investigar as concepções de definições de padrões da EMEF xxxxxxxxxxxxxxx Nossa proposta será dialogar com os estudantes sobre as definições e entendimentos sobre padrões e sobre tópicos relevantes da matemática. Em seguida a de propor atividades de matemática que envolva padrões, ensino de matemática e aprendizagem matemática utilizando a ideia de padrões nos diversos níveis e séries de ensino. Na ocasião, faremos registros por escrito de observação do desempenho dos estudantes e os mesmos farão registros de suas estratégias em cadernos. Ressaltamos que não há nenhum risco para os estudantes participantes da pesquisa e as informações registradas são para fins de estudo. O nome do estudante participante NÃO será divulgado. Se autorizado, existe a possibilidade de publicação dos registros em livro e revista especializada da área de Educação e Matemática. Esclarecemos que não existe qualquer risco para o participante da pesquisa. Portanto, solicitamos a autorização ou recusa do estudante sem que isto leve a qualquer penalidade.
Assinatura do pesquisador:

CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO DA PESSOA COMO SUJEITO
Eu, ____, responsável pelo estudante ____, abaixo assinado, concordo em participar do estudo ____, como sujeito. Fui devidamente informado e esclarecido pelo pesquisador _______________________sobre a pesquisa e os procedimentos nela envolvidos. Foi-me garantido o sigilo das informações e que posso retirar meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve à qualquer penalidade ou interrupção de meu acompanhamento/ assistência/tratamento.
Local e data _______________
_______/_______/_______/
Nome: ______________________________________
Assinatura do sujeito ou responsável: _______________________________________

ANEXO C - SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO À DIREÇÃO DA ESCOLA MUNICIPAL

Universidade Federal do Espírito Santo

Programa de Pós-graduação em Educação

SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO À DIREÇÃO DA ESCOLA MUNICIPAL ____

Leandra Gonçalves dos Santos, aluna de doutorado regularmente matriculada no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Espírito Santo, vem pelo presente solicitar a V. Sª autorização para desenvolver, nesta instituição, uma pesquisa sobre atividades que envolvem padrões matemáticos. Os objetivos da pesquisa são identificar, compreender e analisar as concepções de definições de padrões além de pesquisar sobre as estratégias que os estudantes do 6º ano ao 9º anodo ensino fundamental possuem as atividades relacionadas a padrão. Informamos que o (a) professor (a) da turma será convidada a participar por meio de entrevista e, se aceitar, assinará um termo de Consentimento Livre e Esclarecido. As questões da entrevista serão centradas no processo de ensino-aprendizagem de padrões no currículo escolar. Além disso, os estudantes sujeitos de pesquisa levarão para os responsáveis legais um termo de Consentimento Livre e Esclarecido com as informações devidas.

Gratos pela atenção de V. Sª renovamos nossos votos de estima e consideração.

Atenciosamente,

Leandra Gonçalves dos Santos
(Doutoranda)

Vania Maria Pereira dos Santos-Wagner
(Doutora Orientadora)

ANEXO D – AUTORIZAÇÃO PARA USO DE IMAGENS

Universidade Federal do Espírito Santo

Programa de Pós-graduação em Educação

AUTORIZAÇÃO PARA USO DE IMAGENS

Eu, ____, inscrito no CPF ____________________________________, responsável pelo(a) estudante ____, do(a) ESCOLA ____, AUTORIZO a divulgação de fotos e filmagens desde que sejam feitas e utilizadas:

a) pelos professores da Unidade de Ensino e pela equipe da Universidade Federal do Espírito Santo para fins pedagógicos;

b) pelos professores da Unidade de Ensino e pela equipe da Universidade Federal do Espírito Santo para fins acadêmico-científicos (projetos de pesquisa ou extensão e/ou eventos relacionados a Educação);

c) pela equipe da Universidade Federal do Espírito Santo para fins de divulgação estatísticas a partir do ano de 2013 (em informativos, encartes, folders e sites oficiais do Governo).

_____________-ES, ____ de ______________ de 2013.

____ Assinatura do responsável

ANEXO E – MODELO DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Sequência Didática (SD)			
Título:	Identificação de padrões.		
Público Alvo:	Estudantes do PIBIC Jr.		
Problematização:			
Objetivos Gerais:			
Conteúdos e Métodos			
Aula		***Objetivos Específicos***	

ANEXO F – ATIVIDADE DE PADRÕES

<u>Atividade:</u> "Explorando padrões 6"

<u>Objetivos Gerais:</u>

- ✓ Investigar as estratégias dos estudantes para encontrar os termos da sequência.
- ✓ Analisar os conhecimentos matemáticos do estudante.
- ✓ Analisar a capacidade de generalização do estudante.

<u>Objetivo Específico:</u> investigar os diferentes tipos de representações matemáticas utilizadas pelo estudante, bem como o grau de conhecimento matemático no processo de interpretação, compreensão e visualização na resolução da tarefa.

<u>Problema:</u> Observe como se forma a sequência abaixo

<u>Explorando o Problema:</u>

a) Desenhe a próxima figura da sequência. Quantos quadradinhos formam o contorno dessa figura?

b) Desenhe a 6ª figura da sequência. Quantos quadradinhos formam o contorno dessa figura?

c) E o contorno da 7ª figura tem quantos quadradinhos?

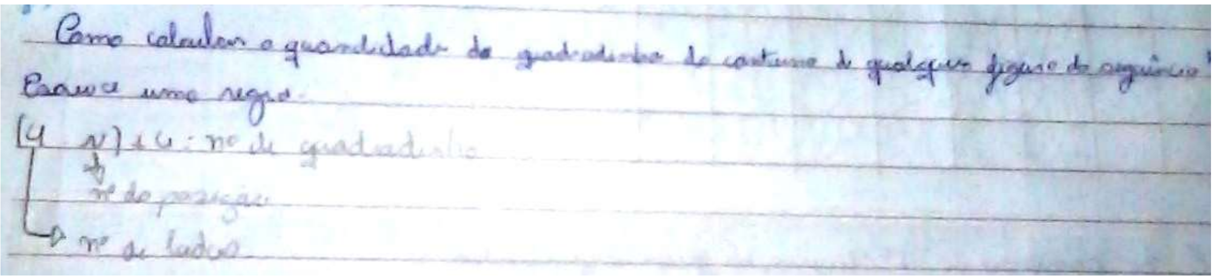
d) Construa uma tabela relacionada a posição de cada figura com o número de quadradinhos no contorno.

e) Há quantos quadradinhos no contorno da 9ª figura?

f) Como calculamos a quantidade e quadradinhos do contorno de qualquer figura da sequência? Escreva a regra.

Quadro 14: Modelo de tarefa.

A resolução da Aluna Laura (9º ano):



Como calcular a quantidade de quadradinhos do contorno de qualquer figura da sequência?
Escreva uma regra.
(4 · N) + 4 = nº de quadradinhos
nº da posição
nº de lados

ANEXO G – ATIVIDADE DE PADRÕES

Atividade: "Explorando padrões 4"

Objetivos Gerais:

- ✓ Investigar as estratégias dos estudantes para encontrar os termos da sequência e fazer associações matemáticas.
- ✓ Analisar os conhecimentos matemáticos do estudante.
- ✓ Analisar a capacidade de generalização do estudante.

Objetivo Específico: investigar os diferentes tipos de representações matemáticas utilizadas pelo estudante, bem como o grau de conhecimento matemático no processo de interpretação, compreensão e visualização na resolução da tarefa.

Problema: Observe como se forma a sequência abaixo

Explorando o Problema:

a) Desenhe a 4ª figura da sequência.
b) Desenhe a 6ª figura da sequência. Quantas bolinhas ela tem?
c) Construa uma tabela relacionando a posição de cada figura com o seu número de bolinhas.
d) A 10ª figura tem quantas bolinhas?
e) E a 21ª figura?
f) O que fazer para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura da sequência? Escreva uma regra.

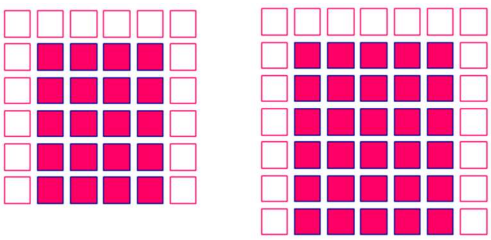
Quadro 15: Modelo de tarefa.

Essa tarefa a aluna Kátia (8º ano) resolve da seguinte maneira:

a) = 16 quadradinhos.

b) = 19 quadradinhos.

c) = 25 quadradinhos.



Nessa atividade a aluna mostra, em seu processo de contagem um padrão de somar + 2 para encontrar o número total de quadradinhos que formam a próxima figura.

a) Tabela:

Tabela 6: Resolução da estudante Kátia.

Nº da figura +2, sendo fig.1=9.	4+2=6	6+2=8	8+2=10	5+2=7	7+2=9
(3.) o número de uma fileira.	3.6=18	3.8=24	3.10=30	3.7=21	3.9=27
-2 das laterais	18-2	24-2	30-2	21-2	27-2
Então o nº do contorno é igual a:	=16	=22	=28	=19	=25

b) 31 quadradinhos.
c) 34 quadradinhos.
d) Conclusão: para descobrir o contorno da figura na questão nº 7, devemos 1º descobrir o número de quadradinhos de uma fileira, depois devemos multiplicar o número por três e logo depois subtrair 2, porque é a soma dos dois cantos e o número que restar será o contorno da figura.

No item *g* a aluna Kátia já demonstra uma tentativa de identificar a lei de formação. Percebemos que os estudantes possuem um processo de contagem, mas não conseguem ainda identificar ou pensar em como generalizar o que foi observado nos procedimentos de contagem. O pensar em generalizar é de forma retórica, conforme a aluna mostra no item d.

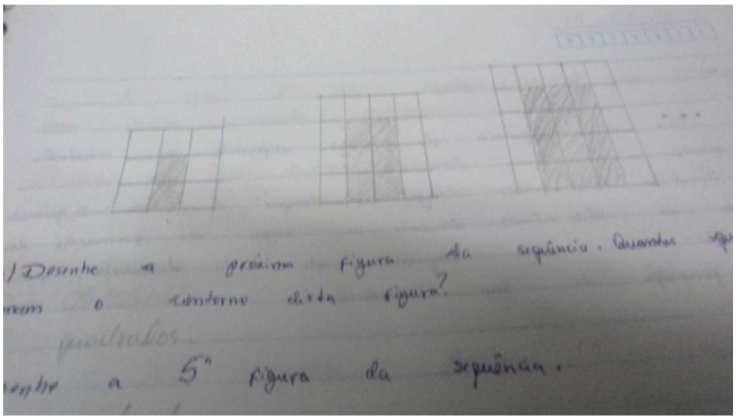


Figura 42: Resolução da atividade pelo estudante. 2013.

ANEXO H – ATIVIDADE DE PADRÕES

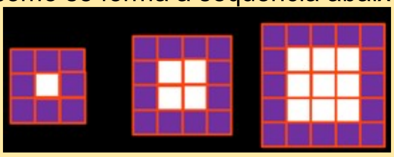
Atividade: "Explorando padrões 5"

Objetivos Gerais:

- ✓ Investigar as estratégias dos estudantes para encontrar os termos da sequência e fazer associações matemáticas.
- ✓ Analisar os conhecimentos matemáticos do estudante.
- ✓ Analisar a capacidade de generalização do estudante.

Objetivo Específico: investigar os diferentes tipos de representações matemáticas utilizadas pelo estudante, bem como o grau de conhecimento matemático no processo de interpretação, compreensão e visualização na resolução da tarefa.

Problema: Observe como se forma a sequência abaixo



Explorando o Problema:

a) Desenhe a próxima figura da sequência. Quantos quadradinhos formam o contorno dessa figura?

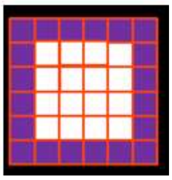
b) Desenhe a 6ª figura da sequência. Quantos quadradinhos formam o contorno dessa figura?

c) Construa uma tabela relacionando a posição de cada figura com o número de quadradinhos que formam seu contorno.

Quadro 16: Modelo de Tarefa.

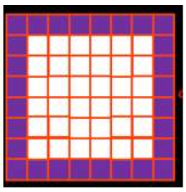
Apresentamos como a aluna Kátia resolveu essa tarefa. Cabe ressaltar que a aluna ao resolver as tarefas ela dialogava com o problema. Quando não conseguia respostas as suas indagações, ela questionava a professora. Essa tarefa ela resolveu da seguinte forma:

a) Desenhe a próxima figura da sequência. Quantos quadradinhos formam o contorno dessa figura?



=contorno 20 quadradinhos

b) Desenhe a 6ª figura da sequência. Quantos quadradinhos formam o contorno dessa figura?



= contorno 28 quadradinhos

c) Construa uma tabela relacionando a posição de cada figura com o número de quadradinhos que formam seu contorno.

Tabela 7: Resolução da atividade pela aluna Kátia (8º ano).

Nº da figura, nº de quadrados por linha e nº total, sendo fig.1= Q-3; T-9	7 Q= 9 T=81	8 10 100	9 11 121	10 12 144
-2	9-2=7	10-2=8	11- 2=9	12-2=10
Resultado multiplica por ele mesmo	49	64	81	100
Para saber o contorno diminui o resultado pelo T	81-49 =32	100-64 =36	121-81 =40	144-100 =44

a) 40 quadradinhos.
b) 44 quadradinhos.
c) Resposta na letra D.

A aluna permanece no método de contagem e não responde adequadamente o item f. Oralmente a aluna ao conversar com a professora pesquisadora respondeu corretamente o item *f*, porém ao registrar por escrito a aluna equivocou-se no processo de contagem.

Abaixo o estudante Jonas (9º ano) resolvendo a questão na lousa.

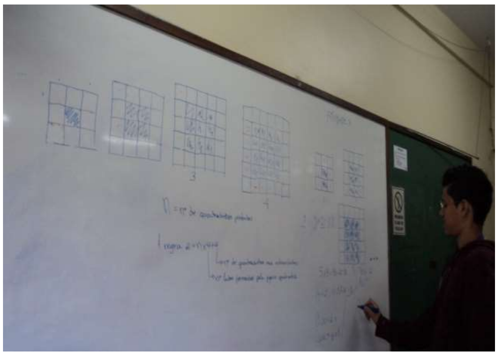


Figura 43: Imagem do estudante resolvendo a tarefa no quadro.
Fonte: Própria autora (2013).

ANEXO I – ATIVIDADE DE PADRÕES

Data: 22/08/2013

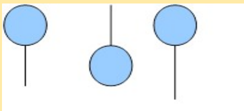
<u>Atividade:</u> "Explorando padrões 5"

<u>Objetivo Geral:</u>

- ✓ Introduzir a ideia de padrões matemáticos.

<u>Objetivo Específico:</u> Investigar as estratégias dos estudantes para encontrar os termos da sequência e fazer associações matemáticas.

<u>Problema:</u> Observe a sequência abaixo, descubra sua regra e continue desenhando:



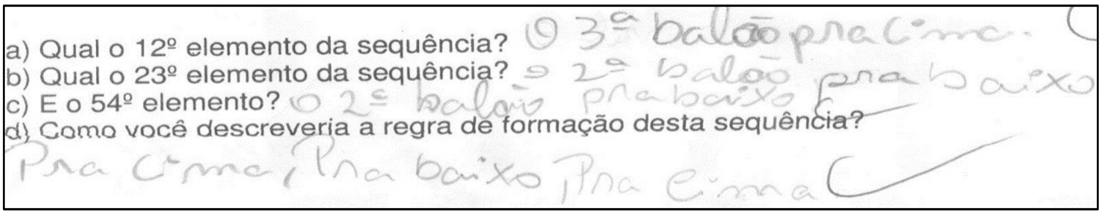
<u>Explorando o Problema:</u>

a) Qual o 12º elemento da sequência?
b) Qual o 23º elemento da sequência?
c) E o 54º elemento?
d) Como você descreveria a regra de formação desta sequência?

Quadro 17: Modelo de tarefa.

Embora a maioria das respostas dos alunos fosse conforme o quadro 3 a seguir, dois alunos se destacaram, descrevendo a regra de formação da sequência da seguinte forma:

> *Laura (9º ano) números ímpares – cabeça para cima e números pares – cabeça para baixo. Ímpar n ϵ Ȥ que não divisível por 2 = n + 1. Par n/2 ϵ Ȥ*
>
> *Kátia (8º ano) Se associarmos os números da posição com o número natural vermos que as colheres viradas para cima têm como número natural correspondente um número ímpar e as colheres viradas para baixo tem como número natural correspondente um número par.*


a) Qual o 12º elemento da sequência? O 3º balão pra Cima.
b) Qual o 23º elemento da sequência? o 2º balão pra baixo
c) E o 54º elemento? O 2º balão pra baixo
d) Como você descreveria a regra de formação desta sequência?
Pra Cima, Pra baixo Pra cima

Quadro 18: Exemplo de Resolução da questão 3.
Fonte: Caderno do aluno (2013).

Essa atividade além de exigir do estudante a habilidade de contar, levam-no a procurar uma generalização matemática. Ou seja, esta tarefa explora a lógica do aluno e a interpretação.

ANEXO J – ATIVIDADE DE PADRÕES.

Aula (17/08/2013): "Quem foi Bhaskara?"

Objetivos Gerais:

- ✓ Verificar os conhecimentos de equação do 2º do estudante no que diz respeito a fórmula de Bhaskara.

Objetivo Específico: Dialogar sobre a importância História da Matemática na aprendizagem de matemática.

Problema: Os estudantes responderam à pergunta do questionário sobre assuntos que gostaram de resolver em álgebra e, consequentemente darem exemplos de tópicos que a lembram. A maioria cita a fórmula de Bháskara. Com isso, reservamos um tempo da aula para perguntar e dialogar o que aprenderam sobre Bhaskara.

Explorando o Problema:

a) Quem foi Bhaskara?
b) Quais contribuições ele trouxe à Matemática?

Quadro 19: Modelo de tarefa.

ANEXO K – FRACTAL

> Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza Matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). [...] Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andarem recebendo informação sobre como conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles (BRAUMANN, 2002, apud PONTE et al., 2005, p. 19).

Contemplar a natureza e suas criações nos motiva a observar regularidades que há nas coisas em nosso entorno. Podemos observar padrões geométricos na natureza, nas construções arquitetônicas, nos tecidos, na música e nas artes, isso nos motiva. A ideia de padrões está sempre atrelada à arte visual, ao figurativo. Isso corrobora para que as pessoas tenham o conhecimento de padrões de forma intuitiva.

O conceito de padrões é utilizado quando nos referimos a uma disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se detectam regularidades. O conceito de padrão está, intrinsecamente, relacionado com a matemática e a termos como: regularidade, sequência, regra ou ordem.

> Na criação desse conhecimento, contudo, interferem processos heurísticos e intervêm a criatividade e o senso estético, do mesmo modo que em outras áreas do conhecimento. A partir da observação de casos particulares, as regularidades são desvendadas, as conjecturas e teorias matemáticas são formuladas. Esse caráter indutivo é, em geral, pouco destacado quando se trata da comunicação ou do ensino do conhecimento matemático (BRASIL, 1998).

A geometria muitas vezes é encarada como óbvia, pois no imaginário de alguns profissionais há um reducionismo em compreender que a geometria é apenas a que se encontra na natureza, resumindo seu estudo a essa ideia (GONÇALVES, 2004). Ainda, há a dificuldade de se articular o conhecimento algébrico com o conhecimento geométrico. No exemplo abaixo podemos ver o ente geométrico. Mas não é fácil perceber quais são as equações algébricas representadas por belas formas geométricas. Tal como o exemplo abaixo.

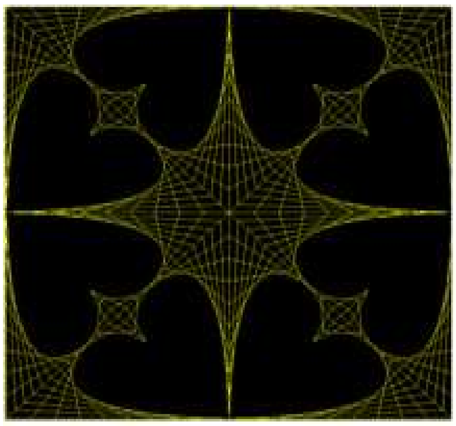


Figura 44: Representações de retas no plano.
Fonte: Própria autora (2009).

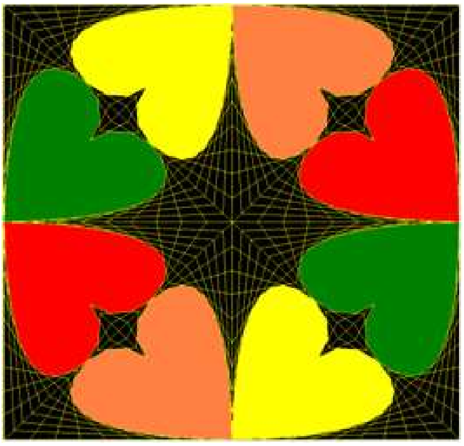


Figura 45: Representações de retas no plano.
Fonte: Própria autora (2009).

Os exemplos acima são resultados da inserção de inúmeras retas no plano utilizando o software WinPlot[29]. A principal função do software é desenhar gráficos de funções de uma ou duas variáveis. Mas, antes de qualquer passo o estudante precisa conhecer as informações matemáticas básicas: ponto, reta e plano. Em seguida, compreender o sistema cartesiano e suas características.

Concordamos com o físico Stephen William Hawking[30] em uma de suas entrevistas e em um de seus livros que diz "A matemática é a linguagem do homem com a

[29] O Winplot foi desenvolvido em 1985 pelo Professor Richard Parris da Philips Exeter Academy. É um software gráfico gratuito de usos múltiplos. Naquela época, o programa era executado no DOS e chamava-se Plot. Com o lançamento do ambiente operacional Windows ® 3.1 o programa foi rebatizado para Winplot.
[30] Nasceu em Oxford no dia 8 de janeiro do ano de 1942. É um físico teórico e cosmólogo britânico e um dos mais consagrados cientistas da atualidade. Doutor em cosmologia foi professor de matemática na Universidade de Cambridge onde é professor emérito, um posto que foi ocupado por Isaac Newton, Paul Dirac e Charles Babbage. Atualmente, é diretor de pesquisa do Departamento de Matemática

natureza", pois, a computação gráfica é resultado da observação da natureza. Por exemplo, a fotografia abaixo registra uma cena da natureza em que essa imagem descreve alguns padrões visuais. O padrão mais evidente é o de simetria. Segundo Devlin (1997, p. 151) o estudo da simetria constitui um dos aspectos mais *profundos e mais abstratos da forma.*

Figura 46: Imagem de uma borboleta.
Fonte: Haissam Massouh, Brasília (2015).

Se fixarmos na borboleta observamos transformações, uma delas a reflexão da imagem. Então podemos imaginar a figura abaixo.

Figura 47: Imagem da simetria de uma borboleta.
Fonte: Própria autora.

Mas, nossa representação fica aquém das transformações matemáticas que estão acontecendo nessa imagem, tal como afirma (AZEVEDO; CONCI, 2003).

Representar a natureza em computadores tem sido matéria de estudo por investigadores e pela curiosidade humana.

Aplicada e Física Teórica (DAMTP) e fundador do Centro de Cosmologia Teórica (CTC) da Universidade de Cambridge, Reino Unido. Fonte: Wikipédia. Acesso em dez. de 2015.

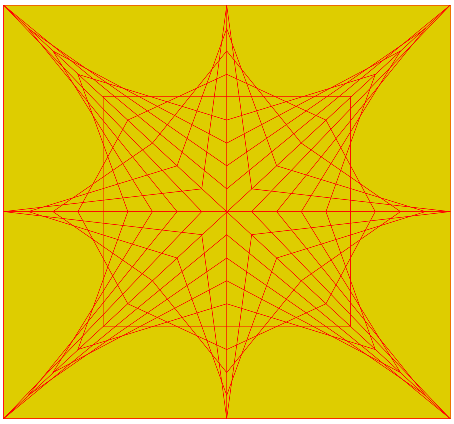


Figura 48: Arte Linear.
Fonte: Própria autora.

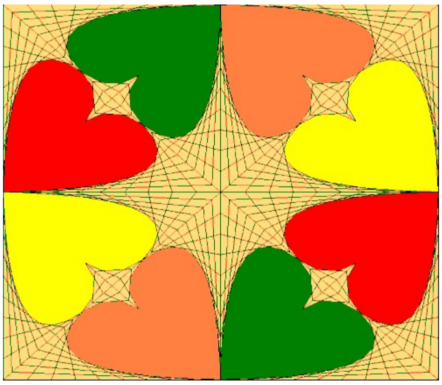


Figura 49: Arte Linear
Fonte: Própria autora.

A geometria dos fractais é outro exemplo de imagem da natureza representada pelo computador e que tem sido objeto de estudos, pois o realismo é mostrado por representação de imagens. A geometria dos fractais pode fornecer a simplificação de formas da natureza, desordem na atmosfera, oscilações do cérebro, variação populacional de espécies etc. (BARBOSA, 2005; AZEVEDO; CONCI, 2003). A figura abaixo retrata a imagem digital de um fractal resultado de estudos do professor doutor Ruy Madsen Barbosa, publicado em seu livro “Descobrindo a geometria fractal” publicado em 2005.

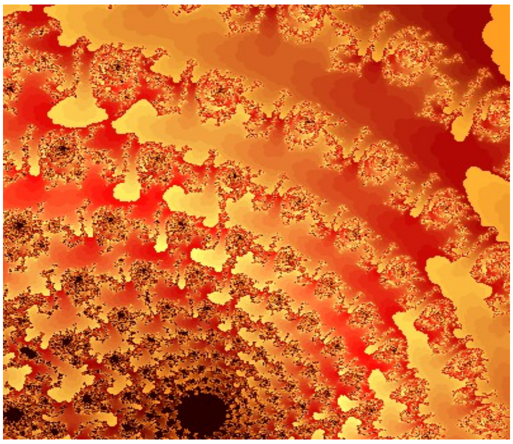


Figura 50: Imagem do Fractal
Fonte: BARBOSA, R. M. (2005).

Nesse livro o autor apresenta como vários aspectos dos fractais podem ser aplicados em diversos níveis de ensino, tais como, com material concreto, jogos e software de computação gráfica. O fractal se constitui de estruturas complexas, que se ordenam aleatoriamente em busca de uma ordem. A exploração de padrões por meio do estudo de fractais consiste na investigação "das relações numéricas de seus elementos, conforme as interações sucessivas, por exemplo, contagem, perímetro etc." (BARBOSA, 2005, p. 71). Farias (2007) fez um estudo epistemológico, com um grupo de futuros professores, das representações matemáticas mediadas com o uso de software educativo, numa perspectiva semiótica. As tarefas utilizadas por Farias (2007) são sequências de fractais, aplicados no ensino do Cálculo Diferencial e Integral. A partir desses exemplos e da base teórica de computação gráfica podemos afirmar que a computação gráfica é uma área que integra a síntese da imagem, o processamento de imagens e a análise de imagens (AZEVEDO; CONCI, 2003).

ANEXO L – COMPONENTE CURRICULAR – MATEMÁTICA / PMV

Quadro 20: Componente curricular – Matemática / PMV

PREFEITURA DE VITÓRIA
SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO
SUBSECRETARIA POLÍTICO PEDAGÓGICA
GERÊNCIA DO ENSINO FUNDAMENTAL

PROPOSTA DE OBJETIVOS - COMPONENTE CURRICULAR: MATEMÁTICA

LEGENDA: (I) Iniciar – (A) Aprofundar - (C) Consolidar

EIXOS	CONCEITOS	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM	ANOS INICIAIS					ANOS FINAIS				ORIENTAÇÕES PEDAGÓGICAS
			1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	
1- NÚMEROS E OPERAÇÕES	**História dos números, sistema de numeração decimal, funções sociais dos números, quantificação, registros e agrupamentos, operações e problemas dos campos aditivo e multiplicativo, números naturais, NÚMEROS INTEIROS, números racionais na forma fracionária e decimal, NÚMEROS IRRACIONAIS E NÚMEROS REAIS..**	1.1 Compreender a História dos Números como criação da humanidade em diferentes espaços tempos (romanos, maias, egípcios,...).	I	A	A	A	A/C					A história dos números precisa ser apresentada em cada ano de acordo com o Conjunto Numérico trabalhado. O intuito é levar os estudantes a perceberem a simplicidade do Sistema de Numeração Decimal (SND) em relação aos demais.
		1.2 Relacionar a História dos Números com os usos que se faz do sistema numérico atual.			I	A	C					
		1.3 Identificar números nos diferentes contextos e funções (código, ordem, quantidade, medida).	I	I/A	A/C	A/C	A/C	A/C	A/C			A Matemática é uma atividade humana, que faz parte da nossa cultura, além de se constituir em uma área do saber, cujos conhecimentos produzidos possibilitam solucionar problemas do cotidiano, sendo necessário, portanto, o desenvolvimento de atividades curriculares que envolvam as crianças em situações articuladas com suas experiências / vivências pessoais, culturais e sociais, valorizando os contextos e as conexões matemáticas. Exemplos de contextos: corpo, família, casa, sala de aula, escola, rua, bairro e cidade, natureza, animais, alimentação, esporte, tempo, jogos e brincadeiras, transportes, temas transversais, etc. Considera-se importante ampliar e consolidar baseado na graduação dos conjuntos numéricos.
		1.4 Quantificar e comunicar quantidades, utilizando estratégias diferenciadas como, por exemplo, correspondência termo a termo, contagem, pareamento, estimativa, etc.	I/A	A/C	A/C							
		1.5 Identificar os algarismos indo-arábicos.	I/A/C									
		1.6 Traçar os algarismos indo-arábicos de modo convencional.	I/A/C									
		1.7 Identificar os antecessores e sucessores dos números.	I	A/C	A/C	A/C	A/C	A/C	C	-		
		1.8 Utilizar a contagem como recurso, em escalas ascendentes e descendentes de um em um, de dois em dois, de cinco em cinco, de dez em dez, etc.	I	A	A	A/C	C	-	-	-		
		1.9 Interpretar, registrar e comparar quantidades representadas no Sistema de	I	A	A	A/C	A/C	A/C	A/C	-		

		Numeração Decimal.										
		1.10 Identificar o conjunto dos números inteiros como uma ampliação do conjunto dos números naturais.							I/A	A/C	C	
		1.11 Compreender a função do zero na organização do sistema de numeração decimal (indo-arábico).	I	A	C	A/C	A/C	A/C				
		1.12 Compreender o valor posicional dos algarismos na composição da escrita numérica.	I	A	C	A/C	A/C	A/C				
		1.13 Relacionar a denominação do número à sua respectiva representação simbólica, pelo menos até à classe das unidades simples.	I	A	C							
		1.14 Relacionar a denominação do número à sua respectiva representação simbólica, conhecendo a classe dos milhões pelo menos até a classe dos bilhões, gradativamente.				I/A	A/C	C				
		1.15 Identificar e compreender o conceito de números pares e ímpares.	I	A	A/C	A/C						
		1.16 Explorar regularidades envolvendo números pares e ímpares.				A	C	C				
		1.17 Compreender o conceito de números ordinais.	I	A/C	A/C	C						
		1.18 Classificar números primos e compostos compreendendo suas relações (expressas pelos termos “é múltiplo de”; “é divisor de”; “é fator de”) e critérios de divisibilidade por						I/A	C			

		2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 e 10.										
		1.19 Resolver situações-problema, com ou sem uso de estratégias convencionais, envolvendo conceito de dúzia.		I	A/C	C						
		1.20 Resolver situações-problema do campo aditivo, com ou sem uso de estratégias convencionais, envolvendo ações de juntar e separar (composição simples).	I	A/C	A/C	A/C	A/C	C	C	C	C	O campo aditivo compreende as operações de adição e subtração.
		1.21 Resolver situações-problema do campo aditivo, com ou sem uso de estratégias convencionais, envolvendo ações de comparar e completar.	I	A	C	A/C	A/C	C	C	C	C	
		1.22 Resolver situações-problema do campo aditivo, com ou sem uso de estratégias convencionais, envolvendo ações de acrescentar e retirar (transformação).	I	A	C	A/C	A/C	A/C	C	C	C	
		1.23 Calcular a adição sem agrupamento, usando a técnica operatória convencional.	I	A/C	A/C			-	-	-		No que diz respeito ao cálculo de adição e subtração, precisamos garantir que até o 5º ano a aprendizagem dos algoritmos seja contemplada utilizando números conforme a classe trabalhada em cada ano.
		1.24 Calcular a adição com agrupamento, usando a técnica operatória convencional.		I	A/C	A/C		-	-	-		
		1.25 Calcular a subtração sem desagrupamento, usando a técnica operatória convencional.	I	A/C	A/C	A/C		-	-	-		
		1.26 Calcular a subtração com desagrupamento, usando a técnica operatória convencional.		I	A/C	A/C	A/C	-	-	-		

		1.27 Resolver situações-problema do campo multiplicativo, com ou sem uso de estratégias convencionais, compreendendo as ideias de adição de parcelas iguais, organização retangular, combinatória, proporcionalidade.	I	A	A	A	A/C	A/C	A/C	A/C	A/C	O campo multiplicativo diz respeito às operações de multiplicação e divisão.
		1.28 Resolver situações-problema do campo multiplicativo, com ou sem uso de estratégias convencionais, compreendendo as ideias de repartir igualmente e de medida (quantos cabem).	I	A	A	A	A/C	A/C	A/C	A/C	A/C	
		1.29 Resolver problemas compreendendo os procedimentos de cálculo mental, estimativa e aproximação envolvendo os conceitos de adição e subtração.	I	A	A	A	C	A/C	A/C	A/C	A/C	
		1.30 Calcular multiplicação e divisão usando as técnicas operatórias convencionais			I	A/C	A/C					
		1.31 Compreender as ideias de potenciação e radiciação e suas representações.						I/A	A/C	A/C	A/C	Problemas que envolvem o princípio multiplicativo podem auxiliar no trabalho com potenciações.
		1.32 Resolver e elaborar problemas envolvendo números em notação científica.								I	A/C	
		1.33 Construir o significado do número racional e de suas representações (fracionárias e decimais) a partir de seus diferentes usos no contexto social.			I	A	A	A/C	A/C	A/C	A/C	
		1.34 Compreender a ideia de fração			I	A	A/C	A/C	A/C			

		como parte-todo (parte do inteiro), todo-parte (divisão) e parte-parte (razão).										
		1.35 Representar graficamente frações (frações de quantidade, fração do inteiro, em reta numerada.).				I	A	C				
		1.36 Ler e escrever frações.				I/A	A/C	C				
		1.37 Compreender a ideia de fração menor que o inteiro (fração própria).				I	A	A/C	A/C			
		1.38 Compreender a ideia de frações impróprias, aparentes e números mistos.				I	A	A/C	A/C			
		1.39 Comparar frações compreendendo equivalências entre elas.				I	A	A/C	A/C			
		1.40 Resolver situações-problema envolvendo frações em sua representação geométrica (desenho) e quantitativa.				I	A	A/C				
		1.41 Calcular adição e subtração de frações com denominadores iguais.				I	A/C	A/C				
		1.42 Calcular adição e subtração de frações com denominadores diferentes pelo princípio da equivalência.					I/A	A/C	A/C			
		1.43 Resolver situações-problema envolvendo adição e subtração de frações.				I	A	A/C	A/C	A/C	A/C	
		1.44 Compreender o conceito de multiplicação de número natural por fração com ou sem o uso de estratégias convencionais					I	A/C	A/C			

		(material concreto).										
		1.45 Compreender o conceito de multiplicação de frações com ou sem o uso de estratégias convencionais					-	I/A/C	A/C			
		1.46 Resolver situações-problema envolvendo a multiplicação de frações de forma convencional.						I/A/C	A/C	A/C	A/C	
		1.47 Compreender a ideia de divisão de fração por inteiro, inteiro por fração e fração por fração com o uso de estratégias convencionais.						I/A	A/C	-		
		1.48 Relacionar fração de denominador 100 à ideia de porcentagem.					I/A	A/C				
		1.49 Resolver problemas envolvendo porcentagem, incluindo a ideia de juros simples e determinação de taxa percentual.						I	A	A/C	A/C	
		1.50 Compreender o uso da vírgula na representação do número decimal relacionando-o ao conhecimento de frações.				I	A	A/C	A/C			
		1.51 Ler e representar números racionais na forma decimal;				I	A	A/C	A/C			
		1.52 Comparar números decimais compreendendo equivalências entre eles.				I	A	A/C	A/C			
		1.53 Realizar operações de adição e subtração em situações-problema aplicando o princípio de equivalência (igualando o número de casas decimais).				I	A	A/C				

		1.54 Compreender e calcular a multiplicação de números decimais por inteiros em situações-problema.				-	I	A/C	A/C			
		1.55 Compreender e calcular a multiplicação de números decimais por decimais em situações-problema.						I/A/C	A/C	C		
		1.56 Compreender e calcular a divisão de números inteiros com resultados decimais em situações-problema.					I	A/C	A/C			
		1.57 Compreender e calcular a divisão de números: decimal por inteiro, inteiro por decimal e decimal por decimal em situações-problema.						I/A/C	A/C	A/C	C	
		1.58 Comparar e ordenar números racionais na forma fracionária e decimal.					I	A/C	A/C	A/C		
		1.59 Resolver problemas de contagem que envolvam o princípio multiplicativo, por meio de diagrama de árvore, tabelas e esquemas.			I	A	A	A/C				Problemas que envolvem o princípio multiplicativo podem auxiliar no trabalho com potenciações.
		1.60 Identificar a existência de números que não podem ser escritos na forma de fração (irracionais).								I	A/C	
		1.61 Identificar o conjunto dos números reais como sendo a união dos conjuntos numéricos dos racionais e dos irracionais									I/A/C	
		1.62 Resolver e elaborar problemas com números reais envolvendo diferentes operações.								I	A/C	

2- ÁLGEBRA	**Atributos e regras de formação de sequencias, regularidades, generalizações e pensamento algébrico.**	2.1 Acrescentar elementos ausentes em sequências de números naturais, objetos ou figuras de acordo com regra pré-determinada (lei de formação da sequência).	I	A	A	A	C	C	C	C	C	Neste eixo o professor pode utilizar atividades que contemple a investigação de regularidades para a identificar padrões.Considera-se importante ampliar e consolidar baseado na graduação dos conjuntos numéricos.
		2.2 Organizar e registrar sequência de numerais em ordem crescente e decrescente.	I	A	C	A/C	A/C	A/C	C	C	C	
		2.3 Construir sequências de números, resultantes da realização de operações sucessivas, por um mesmo número, e descrever a regra de formação.			I	A	C	C	C	A/C	C	
		2.4 Relacionar e representar as regularidades numéricas a partir de sua generalização utilizando o pensamento algébrico.			I	A	A	A	A/C	A/C	A/C	

		2.5 Relacionar e representar o valor desconhecido em situações-problema do campo aditivo ao pensamento algébrico.			I	A	A	A	A/C	A/C	C	
		2.6 Relacionar e representar o valor desconhecido em situações-problema do campo multiplicativo ao pensamento algébrico.			I	A	A	A	A/C	A/C	C	
		2.7 Descrever o que ocorre com uma igualdade ao se adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir seus membros por um mesmo número.							I/A	A/C	A/C	
		2.8 Resolver e elaborar problemas envolvendo equações do 1º grau do tipo ax+ b = c, nos conjuntos numéricos.							I/A	A/C	C	
		2.9 Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas						-	I/A/C			

		grandezas, incluindo escalas em plantas e mapas.										
		2.10 Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em partes desiguais.						I	A/C	A/C	A/C	
		2.11 Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta ou inversa entre grandezas.							I/A/C		-	
		2.12 Resolver equações do tipo A(x) = B(x), sendo A(x) e B(x) expressões polinomiais redutíveis a expressões do tipo ax+ b.							I/A	A/C	C	
		2.13 Resolver e elaborar problemas cujas conversões para a linguagem algébrica resultem em sistemas de equações lineares do 1º grau com duas variáveis.							I	A/C	C	
		2.14 Desenvolver produtos de binômios do tipo $(x \pm y)^2$ e $(x + y).(x - y)$, descrevendo um processo prático para obtenção do resultado.								I/A/C	C	
		2.15 Resolver e elaborar problemas que envolvam equações do 2º grau do tipo $ax^2 = c$ e $(x \pm b)^2 = c$.									I/A/C	
		2.16 Resolver problemas cuja conversão seja uma inequação do 1º grau do tipo $ax+b \leq c$ ou $ax+b \geq c$ e representar o conjunto solução na reta numérica.							I	A/C	C	
		2.17 Compreender função como um tipo de relação de dependência entre duas variáveis, que pode ser									I/A	

		representada graficamente.										
		2.18 Associar uma equação linear de 1º grau com duas variáveis a uma reta no plano cartesiano e relacionar a solução de sistemas de duas equações do 1º grau com duas variáveis à sua representação geométrica.							I	A/C	C	
		2.19 Resolver problemas que envolvam sistemas de duas equações lineares do 1º grau com duas variáveis.							I	A/C		
		2.20 Fatorar expressões do 2º grau, recorrendo aos produtos de binômios.								I/A	A/C	
		2.21 Resolver e elaborar problemas envolvendo equações do 2º grau.									I/A/C	
		2.22 Resolver e elaborar problemas cujas conversões para a linguagem algébrica resultem em sistemas de equações do 2º grau.									I/A/C	
		2.23 Representar graficamente uma equação de 2º grau.									I/A/C	
3- ESPAÇO E FORMA	**Sólidos geométricos, figuras planas, simetria, ângulos, representação no espaço.**	3.1 Identificar e classificar figuras geométricas tridimensionais presentes no cotidiano (sólidos geométricos).	I	A	C	A/C	A/C	A/C				O trabalho com as formas geométricas deve começar pelas formas não planas, porque efetivamente não temos formas planas representadas no mundo em que vivemos. O trabalho com os sólidos geométricos permite ao estudante visualmente perceber sua presença. Ao trabalhar com sólidos geométricos é necessário partir da construção e manipulação
		3.2 Compreender relações entre o número de faces, vértices e arestas de um poliedro.				I	A	A/C				
		3.3 Classificar sólidos geométricos em poliedros e corpos redondos.			I	A	C	C				
		3.4 Reconhecer semelhanças e diferenças entre poliedros (prisma,				-	I/A	A	C			

		pirâmides e outros).										destes.Figuras planas são diferente de figuras bidimensionais. Ex.: Posso ter uma folha que é bidimensional - possui as dimensões comprimento e largura, e não ser plana, se ela estiver dobrada.Precisamos dissociar a ideia de que figura unidimensional e bidimensional são planas e que figura tridimensional é espacial.O trabalho com polígonos deve contemplar também a construção utilizando instrumentos convencionais de desenho (régua, esquadro, transferidor, compasso, etc.)
		3.5 Construir planificação de poliedros.				I	A	A/C				
		3.6 Reconhecer e classificar figuras geométricas bidimensionais.	I	A/C	A/C	A/C	A/C	A/C				
		3.7 Reconhecer figuras geométricas tridimensionais.	-		I	A/C	A/C	A/C				
		3.8 Identificar ângulos retos, agudos e obtusos.				-	I	A/C				
		3.9 Compreender relações entre ângulos (complementares, suplementares e opostos pelo vértice), entre ângulos internos e externos de polígonos.				-			I	A/C		
		3.10 Compreender as relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.				-				I/A	A/C	
		3.11 Reconhecer arcos, ângulo central e ângulo inscrito na circunferência e estabelecer a relação entre eles.				-				I/A	A/C	
		3.12 Reconhecer as condições necessárias e suficientes para obter triângulos semelhantes e utilizar a semelhança de triângulos para estabelecer: as relações métricas no triângulo				-				I	A/C	

		retângulo e as razões trigonométricas.										
		3.13 Identificar condições de inscrição e circunscrição de polígonos em uma circunferência.				-					I/A/C	
		3.14 Compreender relações entre número de lados e diagonais de polígonos.				-			I	A/C		
		3.15 Comparar semelhanças e diferenças entre polígonos e poliedros, considerando o número de lados, medida dos lados e ângulos, faces e vértices.				I	A	A/C	C			
		3.16 Identificar lados paralelos e perpendiculares em polígonos.				I	A	C				
		3.17 Representar objetos sob diferentes pontos de vista.	I	A	A	C	C	A/C	A/C	-		
		3.18 Identificar figuras simétricas.	I	A	A	C	C	C				Explorar que a simetria faz parte do mundo que nos rodeia e que além da reflexão também podem ser trabalhados a rotação (movimento ao redor de um ponto-centro de rotação) e translação (movimento realizado de um ponto ao outro).
		3.19 Identificar a simetria em figuras planas.				I	A/C	C				
		3.20 Reconhecer na simetria as transformações básicas: reflexão, rotação e translação.				I	A/C	C	C			
		3.21 Descrever a localização ou movimentação de pessoas ou objetos.			I	A	C	A/C	C			
		3.22 Representar por meio de desenhos a localização ou movimentação de pessoas ou objetos (mapas, malhas e plantas).			I	A	C	A/C	C			
		3.23 Reconhecer que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° e a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados.						I	A	A/C	C	

		3.24 Reconhecer mediatriz de um segmento e bissetriz de um ângulo como lugares geométricos.								I/A/C		
		3.25 Reconhecer e diferenciar círculo e circunferência, bem como seus elementos: centro, raio, diâmetro e corda.								I	A/C	
4- GRANDEZAS E MEDIDAS	**Tempo, massa, comprimento, capacidade, volume, temperatura, sistema monetário.**	4.1 Resolver situações-problema, utilizando instrumentos de medidas (convencionais e não convencionais) relativos às grandezas mensuráveis de comprimento.	I	A	A	A	A/C	A/C				No trabalho com este eixo pode ser utilizado medidas não convencionais, porém não se deve descartar a contextualização com situações problemas que permitam ao aluno identificar grandezas mensuráveis no seu cotidiano. Portanto, é importante a utilização de instrumentos de medida presentes na realidade: régua, trena, metro, fita métrica, balança, termômetros, recipientes graduados, relógios, entre outros) É necessário refletir com os alunos os diferentes resultados obtidos com medidas não padronizadas e a necessidade de padronização. Também é importante considerar o trabalho com as unidades de medidas mais usuais:Comprimento: mm - cm – m – kmMassa: mg – g – kg O trabalho com perímetro e área deve contemplar os diferentes conjuntos numéricos trabalhados em cada ano.Um bom momento para tratar de perímetro é quando trabalhamos com a operação de adição, bem como o trabalho com área é potencializado quando o inserimos no trabalho com a multiplicação.
		4.2 Compreender o conceito de perímetro.				I	A	A/C	A/C	A/C	A/C	
		4.3 Resolver situações-problema que envolvem a grandeza comprimento e as relações entre as unidades de medida dessa grandeza.				I/A	A	A/C	A/C	A/C	A/C	
		4.4 Calcular o perímetro.				I	A	A/C	A/C	A/C	A/C	
		4.5 Compreender o conceito de área.				I	A	A/C	A/C	A/C	A/C	
		4.6 Calcular a área.				I	A	A/C	A/C	A/C	A/C	
		4.7 Resolver situações-problema, utilizando instrumentos de medidas (convencionais e não convencionais) relativos às grandezas mensuráveis de massa.	I	A	A	A	A/C	A/C				

		4.8 Resolver situações-problema que envolvem a grandeza massa e as relações entre as unidades de medida dessa grandeza.				I/A	A	A/C	A/C	A/C	A/C	
		4.9 Resolver situações-problema, utilizando instrumentos de medidas (convencionais e não convencionais) relativos às grandezas mensuráveis de capacidade/ volume.	I	A	A	A	A/C	A/C	A/C	A/C	A/C	É importante lembrar que capacidade não é uma grandeza de medida, portanto durante o trabalho deve ficar claro a diferença entre capacidade e volume. Também é importante considerar o trabalho com as unidades de medidas mais usuais: Capacidade: ml - l
		4.10 Resolver situações-problema que envolvem a grandeza capacidade e as relações entre as unidades de medida dessa grandeza.				I/A	A	A/C	A/C	A/C	A/C	
		4.11 Compreender o processo de medição, bem como as características do instrumento utilizado para medir.			I	A	C					Trabalho com este eixo pode ser utilizado medidas não convencionais, porém não se deve descartar a contextualização com situações problemas que permitam ao aluno identificar grandezas mensuráveis no seu cotidiano.
		4.12 Compreender o conceito de dia, semana, mês e ano, e como são organizados no calendário.	I	A	A/C	A/C	C					
		4.13 Saber ler horas em relógios digitais.	I	A	C							
		4.14 Saber ler horas em relógios de ponteiros.	I	A	A	A	C					Portanto, é importante a utilização de instrumentos de medida presentes na realidade: régua, trena, metro, fita métrica, balança, termômetros, recipientes graduados, relógios, entre outros)
		4.15 Resolver situações-problema que envolvem intervalo de tempo.			I	A/C	A/C	A/C				
		4.16 Resolver situações-problema que envolvem relações entre unidades usuais de medida de tempo (hora, dia, mês, ano, etc.).				I	A/C	A/C	A/C			É necessário refletir com os alunos os diferentes resultados obtidos

		4.17 Reconhecer grandezas compostas, determinadas pela razão ou pelo produto de duas outras: velocidade (m/s; km/h), aceleração (m/s^2), densidade (g/cm^3; pessoas/km^2) e potência (Kwh).									I	com medidas não padronizadas e a necessidade de padronização.
		4.18 Resolver situações problema que envolvem a grandeza temperatura.			I	A	A	A/C	A/C			
		4.19 Reconhecer as cédulas e moedas brasileiras.	I	A	C							
		4.20 Resolver problemas envolvendo o sistema monetário.	I	A	A	A/C	A/C	C				
		4.21 Resolver e elaborar problemas envolvendo o comprimento da circunferência.								I/A/C	A/C	
5- TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO	**Leitura, compreensão, interpretação e elaboração de tabelas e gráficos.**	5.1 Reconhecer os elementos de um gráfico de colunas, barras e linha (eixos, título, fonte e legenda).				I	A	A/C				O trabalho com coleta de dados deve ser trabalhado desde o Ciclo Inicial da Aprendizagem, pois as crianças já são capazes de elaborar questões mesmo com a mediação do professor. É necessário criar situações nas quais as crianças sejam instigadas a refletir sobre as maneiras de coletar, organizar e interpretar informações. A construção dos gráficos deve ser incentivada mesmo que utilizando procedimentos não convencionais (construir gráficos de setores utilizando tampinhas de garrafa pet, gráficos de barras utilizando caixinhas de fósforo, etc.).
		5.2 Identificar e interpretar informações apresentadas em gráficos e tabelas.	I	A	A/C	A/C	A/C	A/C	A/C	A/C	A/C	
		5.3 Problematizar e resolver situações a partir das informações contidas em tabelas e gráficos.	I	A	A/C	A/C	A/C	A/C	A/C	A/C	A/C	
		5.4 Elaborar questões para coletar dados quantitativos e qualitativos.	I	A	A	A/C	A/C	A/C	A/C	A/C	A/C	
		5.5 Organizar representações próprias para comunicação de dados coletados.	I	A	A	A/C	A/C	A/C	A/C	A/C	A/C	
		5.6 Ler, interpretar e construir diferentes tipos de gráficos (barras, colunas, linhas, setores e pictóricos).			I	A	A	A/C	A/C	A/C	A/C	

		5.7 Resolver problemas, envolvendo noções de probabilidade e possibilidade.	-	-	I	A	A	A/C	A/C	A/C	A/C	
		5.8 Compreender e calcular média, moda e mediana dos dados de uma pesquisa.							I	A/C	A/C	

APÊNDICE A – DESCRIÇÃO DO PROJETO PILOTO

Chegando à Universidade Federal do Espírito Santo, ficamos um semestre letivo investigando como estudantes do sétimo e oitavo períodos do curso de licenciatura plena em matemática, cursando a disciplina de Ensino de Matemática I definem padrões, exemplificam, escolhem e resolvem tarefas de padrões, regularidades e generalizações. Para o momento de indagações que vivenciávamos, em relação a temática padrões, de buscas investigativas e planejamentos para a pesquisa definitiva, a escolha dessa experiência denominamos de *prelúdio* da pesquisa em padrões, regularidades e generalizações e será descrito nesse tópico.

No período do mês de maio do ano de 2013 ao mês de setembro de 2013, desenvolvemos uma pesquisa-ação com a professora regente da disciplina e seus estudantes na Universidade Federal do Espírito Santos. Durante dezessete semanas, participamos do planejamento da professora regente e de suas aulas com os estudantes de Licenciatura Plena em Matemática. Nesse *prelúdio* destacamos três atividades que corroboraram para a pesquisa definitiva: (a) a noção que os licenciandos possuem sobre padrões em matemática; (b) a relevância do livro didático para o licenciando e, (c) as tarefas envolvendo padrões matemáticos, apresentadas por esses futuros professores.

O prelúdio da investigação

Ensino da Matemática I consistiu na disciplina ofertada no primeiro semestre do ano de 2013, para 13 (treze) estudantes de 7º e 8º períodos da Universidade Federal do Espírito Santo. A professora regente colocou em sua ementa que o objetivo geral dessa disciplina consistia em efetuar **Reflexão e crítica à abordagem dos conteúdos previstos para as séries finais do ensino fundamental de escolas do país**. A ementa da disciplina teve como base a Análise crítica dos principais conceitos estudados no Ensino Fundamental a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais e dos Livros Didáticos.

Participamos de todos os planejamentos das aulas com a professora regente e, a partir da segunda semana de aula meu objetivo na pesquisa-ação consistiu em **Identificar a concepção de padrões próprias dos futuros professores e analisar**

suas observações sobre padrões em livros didáticos. As discussões sobre padrões com os futuros professores iniciaram-se a partir dos seguintes questionamentos:

- ✓ *O que são padrões para você?*
- ✓ *A palavra padrão te remete a quê?*
- ✓ *Em que conteúdo de matemática você percebe padrões? Dê exemplos.*

Nas discussões com os estudantes, em suas falas, identificamos as seguintes ideias sobre padrões, indicadas no quadro abaixo.

Quadro 21: Definições de padrões externalizados pelos licenciandos

Resposta	*O que são padrões para você?*
A	*É algo que se repete*.
B	*Um modelo a ser seguido*.
C	*Regularidades.*
D	Método para otimizar um processo.
E	Forma comum.

Fonte: Própria autora (2013).

As respostas instantâneas desses estudantes indicam que suas memórias recorrentes seguem suas crenças adquiridas ao longo de sua vida e da formação acadêmica. Pois, embora tentassem buscar outros significados, suas respostas giraram em torno de suas experiências matemáticas. Segundo Gómez Chácon (2003) essas respostas podem ser reações do resultado das inter-relações entre o contexto interativo (no momento da apresentação desses estudantes) a partir da tarefa solicitada a esses estudantes.

No quadro a seguir os estudantes dão dicas de suas concepções em relação a padrões.

Quadro 22: Concepções de padrões dos licenciandos

Resposta	*A palavra padrão te remete a quê?*
Estudantes	Modelo a ser seguido. Exemplo a ser copiado. Regra. Método. "Coisas" que acontecem com uma "frequência". Padrões na natureza.

Fonte: Própria autora (2013).

Os estudantes demonstram que suas ideias sobre padrões entrelaçam o seu próprio significado/sinônimo. Ou seja, suas crenças sobre padrões naquele momento ainda eram incompletas em relação ao conhecimento de padrões matemáticos, mas já nos fornecem alguns indícios do que observam em padrões.

O quadro abaixo indica as respostas dos estudantes obtidas a partir do questionamento.

Quadro 23: Identificação de conteúdos que tratam de padrões

Resposta	*Em que conteúdo de matemática você percebe padrões?*
A	Conjuntos numéricos e Operações
B	Séries, Progressão Aritmética e Geométrica.
C	Sequências, fractais.

Fonte: Própria autora (2013).

Nesse questionamento os estudantes demonstram uma crença inconsciente e também consciente (THOMPSON, 1997) de que nesses conteúdos eles conseguem identificar tipos de padrões. As tarefas seguintes justificam essa análise. Com esses treze estudantes da licenciatura de matemática foi possível observar que a partir dessa aula eles iniciaram um processo de construírem e reconstruírem pensamentos e ideias a respeito da definição de padrões em matemática. Após esta fase de discussão sobre padrões matemáticos, utilizando como literatura Vale e Pimentel (2012) as próximas tarefas desses estudantes consistiram em: (a) ler e identificar nos Parâmetros Curriculares Nacionais [PCN] (BRASIL, 1998) o que aparece direta ou indiretamente sobre padrões em matemática dentro do currículo, (b) analisar uma coleção de livros didáticos de 5ª série a 8ª série ou de 6º ano ao 9º ano escolar de um mesmo autor para identificar as atividades a respeito de padrões eram ou não propostas, e (c) preparar uma sequência didática que tivesse tarefas a respeito de padrões em matemática usando tópicos variados.

Para executar esses três blocos de tarefas os estudantes leram e estudaram a partir de sequência de perguntas norteadoras dadas pela professora-regente e discutiram o PCN (BRASIL, 1998) de 5ª a 8ª séries. A sequência de perguntas ajudou os estudantes na análise dos livros didáticos.

A tarefa sobre o livro didático[31] foi realizada, pelos estudantes, em grupo. Eles ficaram livres para escolherem a coleção de livros didáticos[32] de 5ª a 8ª série, que estavam dispostos na estante do laboratório de matemática da UFES, selecionadas pelos licenciandos. As coleções foram:

Quadro 24: Relação das coleções de livros didáticos

Coleção (6º ao 9º ano)	Autor (es)
Matemática hoje é feita assim	Antônio José Lopes Bigode
Matemática e realidade	Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antônio Machado
Aprendendo matemática	José Ruy Giovanni e Eduardo Parente
Matemática	Luiz Márcio Imenes e Marcio Lellis
Matemática em construção	Oscar Guelli

Fonte: Própria autora, 2013.

A análise feita por um grupo de estudantes sinalizou que a concepção de padrões para alguns deles ainda significava modelo, forma de representação. Veja por exemplo as figuras a seguir:

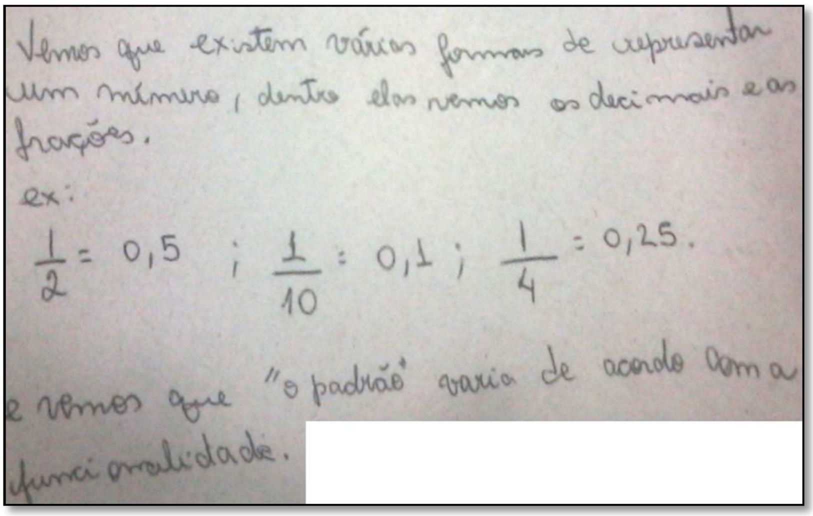
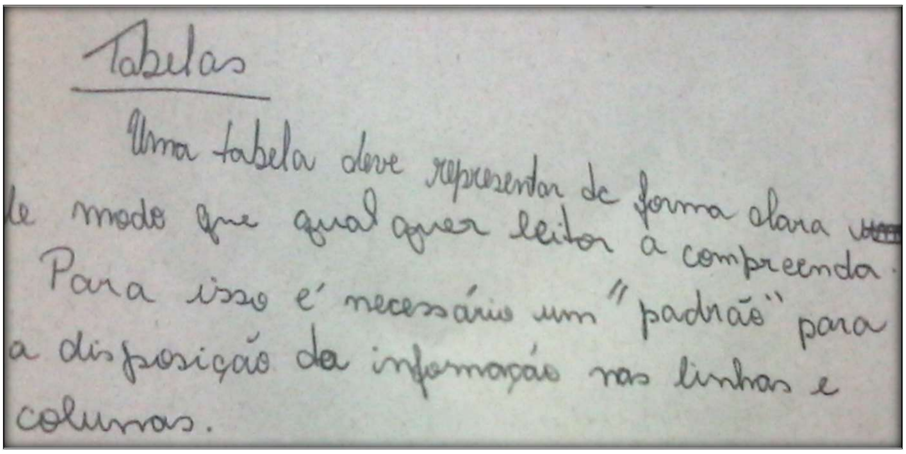


Figura 51: Observações sobre o LD feita por outro licenciando
Fonte: Própria autora (2013).

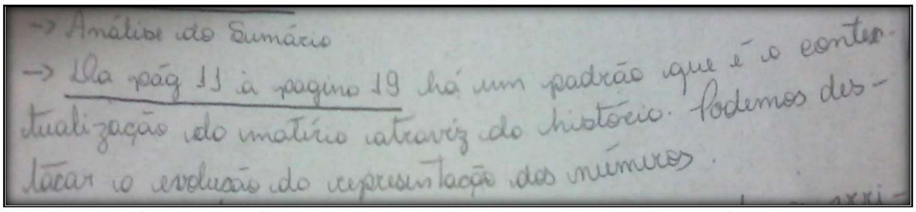
[31] Nessa atividade os estudantes descreveram que antes olharam o sumário em buscas de tópicos que na intuição deles abordaria padrões. Em seguida, folhearam os livros em busca de conteúdos e atividades que pudessem ser observados padrões matemáticos.
[32] Em alguns momentos abreviamos essas palavras representando-a como as iniciais LD.



Tabelas

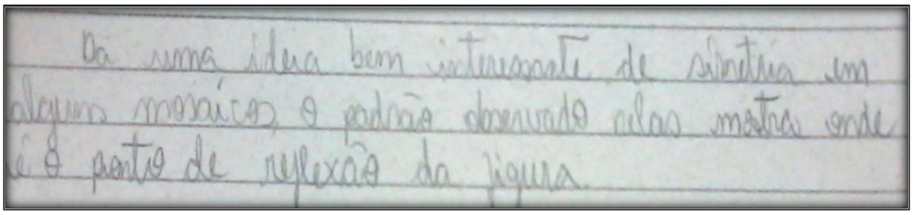
Uma tabela deve representar de forma clara de modo que qualquer leitor a compreenda. Para isso é necessário um "padrão" para a disposição da informação nas linhas e colunas.

Figura 52: Observações sobre o LD feita por outro licenciando
Fonte: Própria autora (2013).



-> Análise do Sumário
-> Da pág 11 à pagina 19 há um padrão que é o contextualização do material através do histórico. Podemos destacar a evolução da representação dos números.

Figura 53: Observações sobre o LD feita por outro licenciando
Fonte: Própria autora (2013).



Dá uma idéia bem interessante de simetria em alguns mosaicos, o padrão observado nas mostras onde é o ponto de reflexão da figura.

Figura 54: Observações sobre o LD feita por outro licenciando
Fonte: Própria autora (2013).

Pontes (1992) destaca que a construção do saber matemático está interligada a concepção que o professor tem sobre o ensino da matemática e sobre suas experiências e vivências anteriores como estudante. Ou seja, para o licenciando em matemática, futuro-professor ter uma visão de ensino de matemática voltada para essa temática de padrões é necessário que já tenha explorado padrões matemáticos ao longo de suas experiências estudantis. A complexidade de se ensinar padrões, regularidades e generalizações estão além dos limites do ensino superior.

Conforme Vale, Pimentel et al.(2009) a argumentação da necessidade de feita para um ensino de matemática voltado para padrões é para que o estudante descubra relações, encontre conexões, faça conjecturas, previsões e generalizações. Para tanto, faz-se necessário que esse ensino de matemática com padrões seja feito desde a educação básica de forma interligada.

A exploração de teorias, a discussão sobre padrões, regularidades e generalizações realizadas com esses estudantes permitiu que explorássemos o tema e fizéssemos conexões entre teoria, prática e saberes matemáticos. Além disso, nossa estadia na universidade, por um semestre letivo, foi determinante nas escolhas teórico-metodológicas da pesquisa definitiva de doutorado.

O próximo passo nesse prelúdio foi o de comprovarmos, na próxima tarefa, se os estudantes escolheriam atividades de padrões como método, ou como regra, ou como processo de generalização, ou como modelo a ser seguido. Os estudantes apresentaram uma sequência didática e nosso objetivo ao analisarmos a apresentação dos exercícios consistiu em: - **verificar como licenciandos de matemática resolvem, ensinam e verificam a possibilidade de generalizações em problemas matemáticos.** A turma foi dividida em quatro grupos e algumas tarefas resolvidas pelos licenciando são apresentadas a seguir.

<table>
<tr><th>Tarefa A</th><th>Enunciado do Problema</th></tr>
<tr><td colspan="2">O mais conhecido gênero de cigarra americana é a <u>Magicicada</u> chamada de cigarra periódica, por possuírem um ciclo de vida bem longo de 13 ou 17 anos. Já que o tempo de vida médio de um inseto é de 50 dias, o menor da natureza. Essas cigarras ficam imersas no solo cavando túneis e possuem uma substância que não as deixam procriar neste ambiente, quando há emergem elas têm o tempo necessário para procriarem e morrerem. E isso acontece em 13 ou 17 anos que é chamado tempo de saturação da espécie. Porém, há vários predadores famintos por essas cigarras os quais possuem um tempo médio de vida de 2 a 6 anos, entre eles estão pássaros, aranhas, vespas, peixes e cobras, considere as cigarras de 17 anos e um tipo de vespa (predador natural da cigarra) que possui um pico populacional de 3 em 3 anos.
(a) Neste ano de 2013 as cigarras de 17 anos saíram para se acasalar, quais serão as próximas 2 vezes que elas sairão? Podemos identificar algum padrão nesta saída? Qual seria a generalização? Poderíamos determinar uma função com estes dados?
(b) As vespas em 1979 estavam em seu pico populacional e fizeram um grande banquete de cigarras. Quando esse banquete ocorrerá novamente? Podemos generalizar essa ocasião?</td></tr>
</table>

Quadro 25: Problema A
Fonte: Própria autora (2013).

O grupo inicia a apresentação afirmando que para eles *padrão* é *generalização*. Em seguida executam a tarefa da seguinte forma:

<table>
<tr><th>Tarefa A</th><th>Resolução do Problema</th></tr>
<tr><td colspan="2">(a) Quando se chega a um número de caso torna-se uma função. Logo, para o Ensino Fundamental é preciso trabalhar com igualdade, o algebrismo, tais como, k € Z. Se as Cigarras saíram em 2013, logo a próxima vez que sairão em 2030 e em 2047. A diferença entre os anos de 2013 e 2030 de 17 anos. Há um padrão de saída das cigarras é de 17 em 17 anos. Padrão enxergado:</td></tr>
</table>

	diferença constante de 17 anos. Padrão enxergado aqui é diferença constante de 17 anos. A generalização desse passo é: Ano base = 2013, ou seja, Ano base + 17.n, se n € N. Se n € N, conseguimos apenas prever o ano de saída. Se n € Z conseguimos além de prever, dizer qual foi qualquer ano de saída. Exemplo: 2013 + 17. (3) = 1962. Generalizando, Ano base + 17.n, n € Z. Percebe-se que a saída das cigarras segue a função f(n) = 2013 + 17.n onde n € Z. Para resolver a questão.
(b)	Se saída das cigarras segue essa função então considerando que elas saíram em 1979, o processo de generalização será: V(k) = 1979 + 3.k; k € Z. Quando 3.k fosse múltiplo de 17 o qual retrataria a coincidência entre a saída das cigarras e o pico populacional de vespas. Logo, 3.k = 3. (17), onde n € Z. E a única forma é o K sendo múltiplo de 17. Ou seja, 17 tem que dividir o k. Logo, o ano de encontro seria: A(n) = 1979 + 51.n; n € Z. Ou seja, elas se encontram de 51 em 51 anos.

Quadro 26: Resolução do problema A
Fonte: Própria autora (2013).

Percebemos que o grupo dá indícios de regularidades matemáticas, estabelecendo um processo de contagem numa sequência numérica para descrever matematicamente os ciclos de vida e morte das cigarras quando coloca a tabela abaixo na lousa.

Tabela 8: Resolução por meio da contagem.

0	2013
1	2013 + 17.1 = 2030
2	2013 + 17.2 = 2047
3	2013 + 17.3 = 2064
4	2013 + 17.4 = 2081
5	2013 + 17.5 = 2098
N	2013 + 17.n = f(n)

Fonte: Própria autora (2013).

Essa estratégia utilizada pelo grupo pode servir para que o estudante determine os termos seguintes. Nessa sequência o grupo defende que é provável levar o estudante à generalização do problema. No entanto, quando o grupo afirma que o problema pode ser resolvido por estudantes do 6º ano, notamos que durante a resolução dessa sequência didática, os estudantes identificam padrões de repetição, contagem, crescimento e decrescimento das cigarras e das vespas. Quando o grupo sistematiza a lei de formação consegue envolver o pensamento algébrico do estudante. No entanto, os estudantes de 6º ano poderão sentir maiores dificuldades para tal conclusão. Visto que, no currículo do 6º ano introduz - se a álgebra por meio do conteúdo *Expressões algébricas.* Nessa sequência didática o grupo poderia ter exemplificado com uma imagem visual, pictórica para facilitar o entendimento do estudante.

Outra sequência didática apresentada e direcionada para turmas do ensino fundamental e que se trata de uma situação que envolve padrão e regularidades matemáticas.

Tarefa B	**Enunciado do problema**
Suponha que Flamengo e Vasco estejam disputando uma premiação de 32000 reais onde, o time que vencer 10 partidas ficará com todo o prêmio. Após o Flamengo vencer 9 partidas e o Vasco 7, a disputa foi cancelada por falta de tempo de ambas as equipes, pois tinham outras competições para disputar. Sabendo que a chance de cada equipe vencer é de 50% e que o prêmio seria proporcionalmente levando em conta a probabilidade de vitória, determine: a) Quantos reais cada time irá ganhar? (b) Agora suponha que o Flamengo tenha vencido 9 e o Vasco 6. Quanto cada um irá ganhar? E se estives 8 a 7 para o flamengo?	

Quadro 27: Problema B
Fonte: Própria autora (2013).

Tarefa B	**Resolução do grupo**
Fla: 9 e Vasco: 7. Pela atividade temos então que	

$$FLA = \begin{cases} \frac{1}{2}, & GANHAR \\ \frac{1}{2}, & PERDER \rightarrow \begin{cases} \frac{1}{4}, & GANHAR \\ \frac{1}{4}, & PERDER \rightarrow \begin{cases} \frac{1}{8} & ganhar \\ \frac{1}{8}, & perder \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

Quem chegar a 10 ganha o jogo. Logo o máximo de jogos são 3.
a) As chances de Vasco e Flamengo ganharem está na resolução dessa expressão:
Fla $\rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$. Com isso, Vasco $\rightarrow$32 000. $\frac{1}{8}$ = 4 000 e Flamengo $\rightarrow$32 000. $\frac{7}{8}$ = 28 000

Quadro 28: Resolução do Problema B
Fonte: Própria autora (2013).

A resolução continua, com o grupo mostrando a relação de sua relação com o triângulo de Pascal.

Nº de jogos $\rightarrow$ 0	1						$2^0 = 1$
	1	1					$2^1 = 2$
	1	2	1				$2^2 = 4$
	1	3	3	1			$2^3 = 8$
	1	4	6	4	1		$2^4 = 16$
	1	5	10	10	5	1	$2^5 = 32$

Embora o triângulo de Pascal seja uma sequência que tenha um padrão, os estudantes tiveram dificuldades em fazer a relação da sequência de Pascal com a situação-problema da aula. Mas, nas atividades apresentadas os estudantes fizeram a tentativa em compreender padrões e regularidades.

Quadro 29:

Tarefa B	Continuação da Resolução
E o estudante então conclui que a chance do Vasco ganhar é de 1. **E passou a estimar se o jogo estivesse 9 a 6, então** **Vasco:**$\frac{1}{16}.32\ 000 = 2\ 000$ **Fla:**$\frac{15}{16}.32\ 000 = 30\ 000$ **Estimou então que o jogo estivesse 8 a 7.** **Vasco:**$\frac{4+1}{16} = \frac{5.32000}{16} = 10\ 000$ **FLA:**$\frac{11.32000}{16} = 22000$	

Continuação da resolução do problema B
Fonte: Própria autora (2013).

Outra tarefa de outro grupo de licenciandos,

Tarefa C	Enunciado do Problema
Em um churrasco há 40 quilos de carne, e: - Durante a primeira hora, havia 20 pessoas, que juntas consumiram 20 quilos da carne (sobrando 20 quilos). E 10 pessoas se foram. - Durante a segunda hora, havia 10 pessoas, que juntas consumiram 10 quilos de carne (sobrando 10 quilos). E 5 pessoas se foram. Admitindo que a cada hora a quantidade de pessoas e carne consumida siga o mesmo padrão das duas primeiras horas, responda: c) Quantos quilos de carne haverá ao final da terceira hora? Quantas pessoas ficaram ao final da terceira hora? d) Qual a quantidade média de carne consumida por pessoa? e) A Quantidade de pessoas e a quantidade de carne consumida são inversamente ou diretamente proporcionais?	

Quadro 30: Problema C
Fonte: Própria autora (2013).

Segue a resolução apresentada com o grupo afirmando que elaborou a tarefa "pensando" em proporcionalidade como padrão.

Tabela 9: Resolução do problema C.

Tarefa C	Resolução			
Hora	Pessoas Início	Fim	Carne Início	Fim
0	20	20	40	40
1	20	10	40	20
2	10	5	20	10
3	10	2,5	10	5

Fonte: própria autora (2013).

A discussão gerada com a apresentação desse exercício foi em relação à terceira hora do evento, a previsão de quantidade de carne no terceiro tempo e consequentemente sobre o cuidado de se elaborar um problema de matemática.

Percebemos que o problema incorrerá nos seguintes conflitos: - na previsão de pessoas que restarão no evento ou na previsão da quantidade de carne consumida. O fato observado é que o grupo tentou elaborar uma tarefa que implicasse em uma sequência numérica e, ainda, de resolvê-la encontrando uma regularidade. No entanto, o contexto criado não condiz com fato matemático estabelecido. Com isso, o grupo tenta mostrar que teve um raciocínio proporcional (VALE; PIMENTEL, 2009), mas os estudantes indicam dificuldades em pensar em padrões matemáticos fazendo uma abordagem voltada ao desenvolvimento, por exemplo, algébrico do estudante.

A partir das leituras feitas em Vale, Pimentel et al (2009), algumas categorias de interpretações de padrões percebidas nas tarefas e apresentações dos licenciandos foram:

Quadro 31: Categorização das tarefas

Categorias	Problema A	Problema B	Problema C
Uso materiais/recursos para concretizar as ideias exploradas	não atendeu	não atendeu	não atendeu
Escolha de tarefas adequadas ao domínio cognitivo de estudantes da série proferida na apresentação	atendeu parcialmente	atendeu parcialmente	atendeu parcialmente
Tarefa que ajuda o estudante a identificar regularidades e padrões	atendeu parcialmente	atendeu	não atendeu
Tarefa que ajuda o estudante a formular generalizações	atendeu	não atendeu	não atendeu
Uso de várias representações para ilustrar a mesma ideia matemática	não atendeu	não atendeu	não atendeu
Enfatiza a visualização dos padrões de mais de uma maneira	não atendeu	não atendeu	não atendeu
Analisa os possíveis erros das tarefas, no momento da resolução das mesmas	não atendeu	não atendeu	não atendeu

Fonte: própria autora (2013).

Legenda: = não atendeu = atendeu parcialmente = atendeu

Com toda essa pesquisa-ação pudemos verificar como estudantes do curso de licenciatura de matemática, do 7º e 8º período, da Universidade Federal do Espírito

Santo resolvem, ensinam e verificam a possibilidade de formular generalizações em problemas relacionados a padrões (geométricos e algébricos).

Nossa questão inicial *(De que maneira os estudantes de licenciatura de matemática pensam sobre e caracterizam padrões matemáticos?)* foi respondida a partir da apresentação das tarefas, discussões em sala de aula e com as argumentações dos estudantes ao resolverem cada tarefa. Com isso, os estudantes mostraram que conseguem escolher problemas matemáticos de padrões de crescimento e sequências que levem o estudante a generalização.

As hipóteses iniciais dessa pesquisa-ação sobre padrões tornam-se infundadas, pois, os licenciandos tinham uma noção intuitiva de padrões e regularidades matemáticas. Mas, não conseguem identificar os padrões. Os estudantes conseguiam identificar a regularidade quando o problema envolvia uma sequência numérica que exige sua generalização ou aplicação direta da fórmula geral.

Com isso, no período em que participamos das aulas dos estudantes universitários, seja no planejamento com a professora da disciplina, seja nas aulas com esses estudantes universitários, constatei, inicialmente, que eles não tiveram contato anteriormente com discussões a respeito de padrões e regularidades matemáticas. Ou seja, há um indicativo de que a abordagem de padrões e regularidades no ensino superior não é discutida com clareza em decorrência do contexto curricular e das finalidades do curso de licenciatura plena de matemática no estado do Espírito Santo. Observamos que seria necessária a conscientização matemática dos estudantes de licenciatura para uma formação voltada para entender a matemática como a *ciência dos padrões.* Essa tarefa não seria fácil, pois dependeria de mudança de currículo do curso de licenciatura de matemática e de entendimento do corpo docente para isso. É preciso entendermos desde o sentido matemático até a sua compreensão nas ciências, especialmente nas ciências matemáticas. Pontes (2009) alerta que a própria palavra padrões nos remete a vários significados dentro e fora da matemática, nas ciências, tecnologias e cotidiano. Por isso, torna-se fácil pronunciá-la. Mas caracterizá-la matematicamente não está evidente.

Nessa parte relatamos detalhes metodológicos a respeito da pesquisa-ação feita com dez estudantes de 7º e 8º períodos de uma turma de Licenciatura em Matemática das disciplinas de Ensino da Matemática, na Universidade Federal do Espírito Santo. Os dados foram coletados por meio de observações de aulas, participação das pesquisadoras em aulas, tarefas propostas aos universitários, gravações em áudio e registros no diário de bordo da pesquisadora. E, a partir das aulas observadas, dos registros e gravações, e das análises de respostas dos estudantes a algumas tarefas procuramos compreender os pensamentos e ideias dos estudantes a respeito de padrões.

APÊNDICE B – MODELO DE QUESTIONÁRIO 01

Prefeitura Municipal de Vitória
Secretaria Municipal de Educação
Fundo de Apoio da Ciência e Tecnologia
EMEF XXXXXXXXXXXXXXX – PIBIC Jr

Professora: Leandra Gonçalves dos Santos
Estudante:

ATIVIDADE 01

Prezado estudante responda com sinceridade, seriedade e atenção.

1. O que desejam aprender com este projeto?

2. Liste os tópicos que gostou de aprender em aritmética. Apresente algum exemplo de tarefa aritmética que você sabe resolver ou de um conceito matemático que aprendeu em aritmética.

3. Diga que assuntos você gostou de aprender em álgebra. Apresente algum exemplo de exercício ou atividade algébrica que você sabe resolver e gosta de resolver.

APÊNDICE C – MODELO DE QUESTIONÁRIO 02

Prefeitura Municipal de Vitória
Secretaria Municipal de Educação
Fundo de Apoio da Ciência e Tecnologia

Professora: Leandra Gonçalves dos Santos
Estudante:

ATIVIDADE 02

1. O que você gostou de aprender em geometria nos últimos anos escolares? Dê algum exemplo de tarefa matemática em geometria.

2. O que você conhece de computação gráfica?

3. Para que serve computação gráfica?

4. O que você deseja aprender de computação gráfica com este projeto?

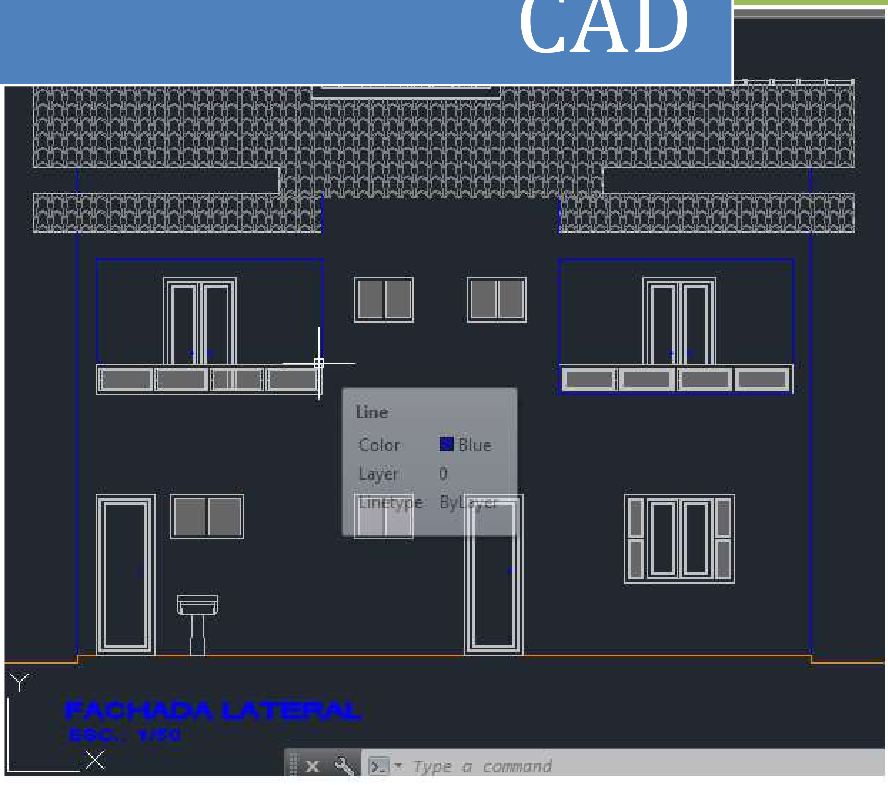
5. Se você fechar os olhos agora, pense no que você acha que vai aprender com esse Projeto de Iniciação Científica. Conte um pouco do que acredita que vai aprender nesse projeto e que vai usar em algum local.

APÊNDICE D – APOSTILA AUTOCAD®

APOSTILA ELABORADA PARA
OS ESTUDANTES

2013

PIBIC Jr. - APOSTILA DE AUTO CAD



Ms. Leandra G. dos Santos

FACITEC - ES

LEANDRA GONÇALVES DOS SANTOS

APOSTILA DE AUTO CAD

Apostila apresentada ao Programa de Iniciação Científica Junior de Vitória, fomentado pelo Fundo de Amparo à Ciência e Tecnologia – FACITEC/ES para auxiliar o estudante no projeto: Padrões no ensino e na aprendizagem da geometria e da álgebra com o uso de softwares de computação gráfica, sob a orientação da professora Doutoranda Leandra Gonçalves dos Santos.

VITÓRIA

2013

AUTOCAD

Conceitos

AUTOCAD é um software do tipo CAD — Computer Aided Design, ou projeto assistido por computador, criado e comercializado pela Autodesk, Inc. desde 1982. É utilizado principalmente para a elaboração de peças de desenho técnico em duas dimensões (2D) e para criação de modelos tridimensionais (3D). Além dos desenhos técnicos, o software vem disponibilizando, em suas versões mais recentes, vários recursos para visualização em diversos formatos. É amplamente utilizado em arquitetura, design de interiores, engenharia mecânica e em vários outros ramos da Indústria. AutoCAD é o nome de um produto, assim como Windows, Office (Word, Excel), etc. Existem outros softwares de CAD como MicroStation, VectorWorks, IntelligentCad; para modelamento tridimensional e paramétrico como Catia, Pro Engineer, Solid Works, Solid Edges, etc.
AUTODESK - é o nome da empresa que desenvolve e comercializa o AutoCAD.

1. TECLAS IMPORTANTES

ESC – SAI DO COMANDO
ENTER – CONFIRMA COMANDO
B. DE ESPAÇO – VOLTA NO COMANDO ANTERIOR // *(às vezes pode funcionar como ESC).*
USE **VÍRGULA** – PARA COORDENADAS

USE **PONTO** – PARA NÚMEROS QUEBRADOS

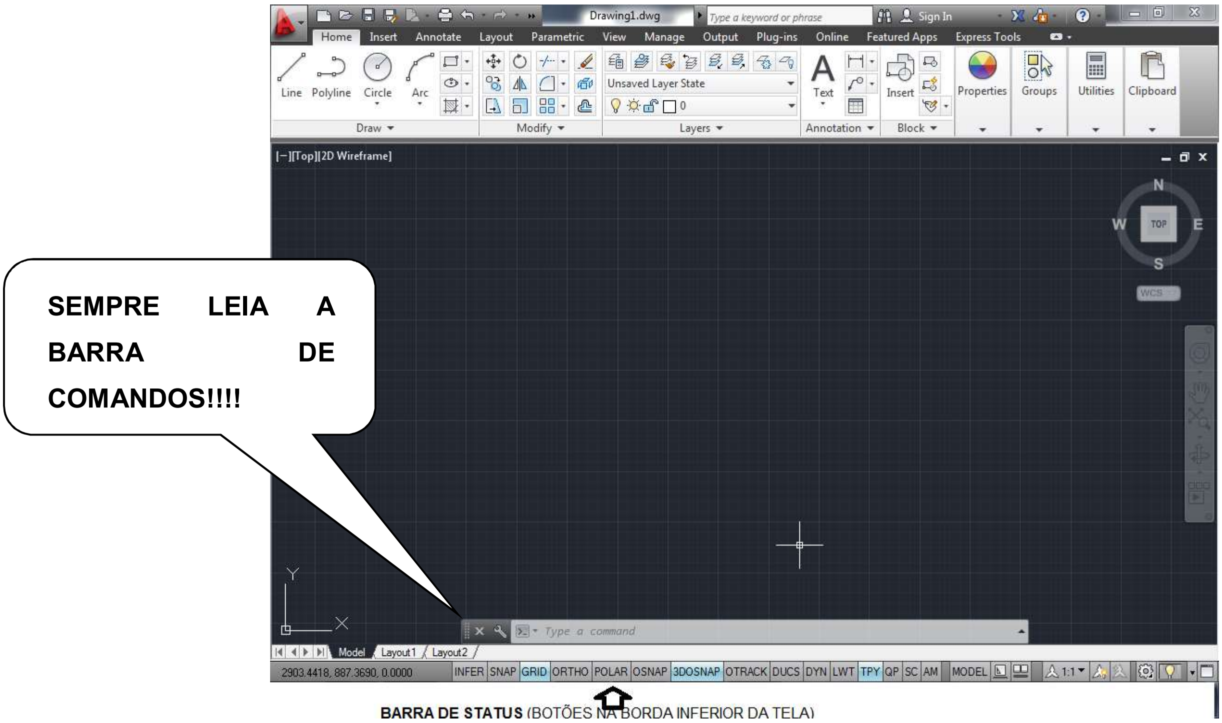
2. MOUSE

BOTÃO ESQUERDO – SELECIONA OBJETOS (com a tecla **SHIFT** apertada, (des)seleciona).
BOTÃO DIRETO – CAIXA FLUTUANTE
RODAR **SCROLL** ("RODINHA") – ZOOM IN > PRA FRENTE / ZOOM OUT > PRA TRÁS
SCROLL PRESSIONADO – "MÃOZINHA QUE ARRASTA TELA"

3. ATALHOS IMPORTANTES

Z + ENTER **E +** ENTER (ZOOM EXTENTS) **>** mostra tudo que está desenhado na área gráfica ou Clique 2x no Scroll
RE + ENTER (REGEN) > regenera imagem ("quando curvas parecem ser retas")
DI + ENTER (DISTANCE) > régua
LI + ENTER (LIST) > lista dados sobre objeto selecionado (selecione objeto e dê ENTER)
CAL + ENTER > calculadora
F2 – Lista os últimos comandos que você acessou ("histórico")

4. BARRA DE STATUS (BOTÕES NA BORDA INFERIOR DA TELA)



BARRA DE STATUS (BOTÕES NA BORDA INFERIOR DA TELA)

*Botões da esquerda para a direita: *(para alternar os *botões entre **Ícones e Nomes**, clique com o Bot. Dir. num deles e clique em "**Use Icons**").*

ORTHO (F8) – Ângulos retos (perpendicular)

POLAR TRACKING (F10) – inclinadas exatas. Pode-se definir o ângulo que queira que o mouse "pule". Botão Direito > settings > Increment Angle – digita ângulo desejado - OK

OBJECT SNAPING (F3) – mostra pontos magnéticos das linhas (endpoint, midpoint…) - Botão Direito > settings > ative ou desative os pontos > OK [OBS: DEIXAR SEMPRE LIGADO!].

OBJECT SNAPING TRACKING (F11) – mostra trilha de pontos da inter-relação de objetos. [OBS: bom deixar ligado].

DYNAMIC INPUT (F12) – coloca opções do prompt na tela, ao lado do cursor.

SHOW/HIDE LINEWEIGHT – mostra/oculta espessura da linha - Botão Direito > settings > escolha espessura.

GRID (F7)

Para editar distância entre pontos:

- GRID – ENTER
- A (*de Aspecto*) – ENTER
- DIGITE O VALOR DA DISTANCIA HORIZONTAL ENTER
- DIGITE O VALOR DA DISTANCIA VERTICAL - ENTER

5. CURSOR E ÁREA GRÁFICA

BOTÃO DIREITO NA PARTE BRANCA DA BARRA DE COMANDOS

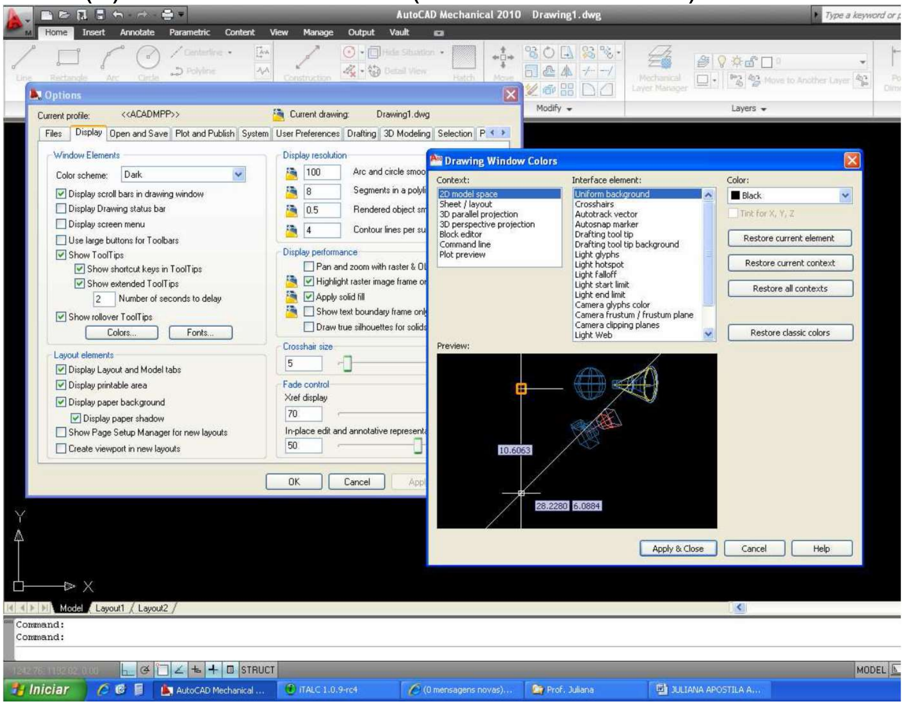
>>>>> Clique em **OPTIONS** ("opções")

- Colocar área gráfica na COR PRETA

Aba DISPLAY > (1) COLORS > (2) Color: BLACK > APLLAY AND CLOSE > APLLAY > OK

- Alterar tamanho do cursor

Aba DISPLAY > (3) CROSSHAIR SIZE (deixar entre 5 e 10)



6. DRAW - (ferramentas que criam desenhos)

I. **LINE (L + ENTER)- [**CLICA – DIRECIONA COM MOUSE (ORTHO LIGADO) – DIGITA VALOR – ENTER]

II. **CIRCLE (C + ENTER) – [**DEPENDE DA OPÇÃO ESCOLHIDA]

III. **ARC (A + ENTER) – [**DEPENDE DA OPÇÃO ESCOLHIDA]

LEMBRAR QUE O CAD TRABALHA NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO

IV. **ELLIPSE (EL + ENTER)**

V. **POLIGONO (POL + ENTER) – [**Determine o número de LADOS] – ENTER

Clique no CENTRO – ENTER

I (de Inscrito) OU C (de Circunscrito) + ENTER

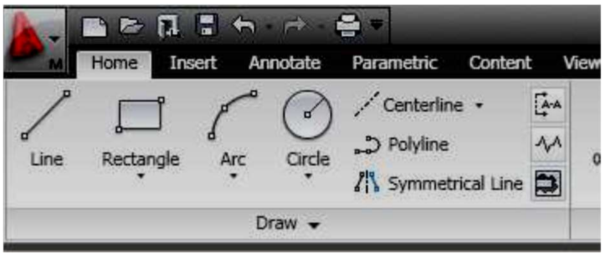
Especifique o RAIO (tamanho do lado) – ENTER

VI. **SPLINE (SPL + ENTER) –** faz linhas sinuosas ("linha de ruptura") - Clique nos pontos ENTER

Obs.: Com o ORTHO (F8) desligado fica mais fácil "controlar" a linha.

Obs.: Depois de pronta, os pontos da linha podem ser editados.

VII. **RETÂNGULO (REC + ENTER) – [**Clique em qualquer ponto] - Digite a coordenada relativa: **@X, Y** (onde X = largura e Y = altura).



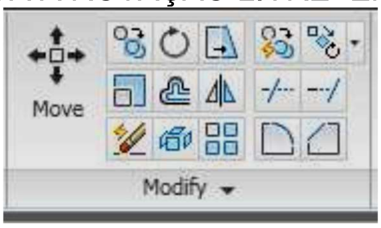
7. **MODIFY – (**ferramentas para modificar desenhos)

I. MOVE (M + ENTER) – [SELECIONA TODOS OS OBJETOS] – ENTER
- CLIQUE NO PONTO BASE PARA MOVER FIGURA SELECIONADA
- CLIQUE NO PONTO DE DESTINO ou DIGITE UM VALOR

II. COPY (CO + ENTER) [USE O ATALHO para fazer várias cópias!].
- SELECIONA TODOS OS OBJETOS – ENTER
- CLIQUE NO PONTO BASE PARA MOVER FIGURA SELECIONADA
- CLIQUE NO PONTO DE DESTINO / ou digite a distância + ENTER

III. ROTATE (RO + ENTER)
- SELECIONA TODOS OS OBJETOS – ENTER
- ESCOLHA UMA ALÇA (PONTO MAGNÉTICO) E ROTACIONE LIVREMENTE **ou** DIGITE O ÂNGULO DE ROTAÇÃO E DÊ ENTER

Pode fazer Rot. E Cópia (Escolha a opção Cópia (**C**+ENTER) antes de digitar valor do ângulo).
OBS: ORTHO LIGADO TRAVA A ROTAÇÃO LIVRE “EM ÂNGULOS RETOS.”.



IV. OFFSET (O + ENTER) – ferramenta que COPIA com DISTÂNCIA definida
- DIGITE A DISTÂNCIA – ENTER
- CLIQUE NO OBJETO QUE DESEJA COPIAR
- CLIQUE PARA O LADO QUE DESEJA COLOCAR A COPIA
- PARA FAZER OUTRAS COPIAS CLIQUE NO OBJETO E DEPOIS CLIQUE NA “DIREÇÃO.”.

V. MIRROR (MI + ENTER) (espelho)
- SELECIONE OS OBJETOS – ENTER
- CLICA NO “EIXO DE SIMETRIA” - EM **2** PTOS (aparentemente nada acontece)! ORTHO LIGADO!

- ENTER

OBS: GERALMENTE APLICA-SE A OBJETOS SIMÉTRICOS
“METADE” DO DESENHO TEM QUE ESTAR PRONTA.

VI. TRIM (TR + ENTER + ENTER) (cortar)
Se CLICAR NA FERRAMENTA (no ícone) – dar apenas 1 ENTER
SE FOR PELO ATALHO (**TR**) DAR 2 ENTER
- CLICA (ou faça seleção verde) ONDE DESEJA CORTAR
OBS: SÓ FUNCIONA EM CRUZAMENTO DE LINHAS E NÃO FUNCIONA EM POLYLINES.

VII. EXTEND (EX + ENTER)

- 1º CLICA NO OBJETO ATÉ ONDE QUER QUE LINHA(S) SEJA(M) “ESTICADA(S)” – ENTER
- CLICA NA(S) LINHA(S) QUE SERÃO “ESTICADAS”

VIII. STRETCH (S + ENTER)

- SELECIONE – ENTER
- CLIQUE NO PONTO BASE
- ARRASTE E CLIQUE OU DIRECIONE E MOUSE E DIGITE UM VALOR E DÊ ENTER.

IX. SCALE (SC + ENTER) - Para escalonar – AUMENTAR ou DIMINUIR - um desenho

- SCALE + ENTER
- SELECIONE FIGURAS QUE IRÁ ESCALONAR – ENTER
- ESPECIFIQUE UM PONTO BASE
- DIGITE O VALOR

(EX: PARA DOBRAR O DESENHO DIGITE: **2** / PARA REDUZIR NA METADE DIGITE: **0.5**).

X. ERASE (E + ENTER)

- SELECIONA OBJETO QUE DESEJA APAGAR – ENTER

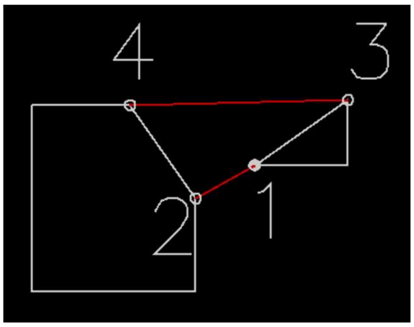
(Ou simplesmente selecione o objeto e DELETE).

XI. EXPLODE (X + ENTER)

CLIQUE NO OBJETO (TEM QUE SER POLYLINE).

XII. ALIGN (AL + ENTER) (para alinhar objetos)

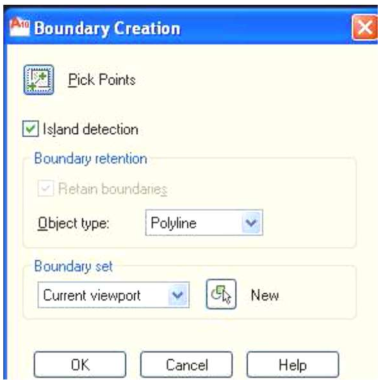
- SELECIONA OBJETO QUE DESEJA MOVER / ALINHAR- ENTER
- SELECIONA PONTO (1) DE REFERÊNCIA DO OBJETO FONTE
- SELECIONA PONTO (2) DE ENCONTRO DO OBJETO DE DESTINO
- SELECIONA PONTO (3) DO OBJ. FONTE
- SELECIONA PONTO (4) DO OBJ. DESTINO
- **ENTER + ENTER.**



XIII. TRANSFORMAR LINHA (**LINE**) EM POLYLINHA (**PLINE**)

BO (Cria POLYLINES) – É o contrário do Explode

- BO + ENTER
- PICK POINTS (1)
- CLICA DENTRO DA ÁREA (a área tem que ser fechada)
- ENTER.



XIV. **PE** (Não importa se é uma área fechada ou não. Ele agrupará as linhas selecionadas).

- PEDIT + ENTER
- Clique em uma linha qualquer (do conjunto de linhas que deseja transformar em PLINE)
- ENTER
- **J** + ENTER (**J**uiz = juntar/agrupar/unir)
- Selecione o conjunto total de linhas (o desenho inteiro)
- ENTER.

***OBS**: Encontramos na barra DRAW a ferramenta "Edit **POLYLINE"** que já cria Polyline automaticamente. Para usá-la, siga o passo-a-passo descrito em PEDIT(acima).*

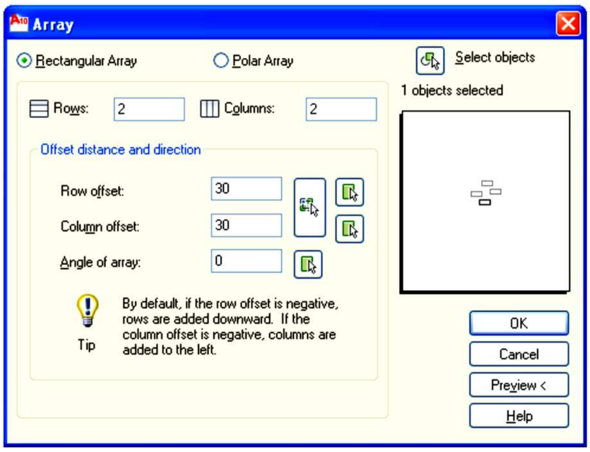
O comando J + ENTER, faz o mesmo que o PE, porém é muito mais prático. Após dar o comando, SELECIONE as linhas que deseja "juntar" e dê ENTER. Pronto!

XV. ARRAY (AR + ENTER) – Versão CAD 2011

FAZ CÓPIAS COM ÂNGULOS e DISTÂNCIAS PREDEFINIDAS

RECTANGULAR ARRAY

- SELECIONE A OPÇÃO "RECTANGULAR ARRAY" (1)
- CLIQUE EM "SELECT OBJECTS" (selecione os objetos – ENTER) (2)
- Entre com o valor ROWS (linhas) e COLUMNS (colunas) (3)
- Entre com o valor ROW OFFSET e COLUMN OFFSET (distância entre linhas e colunas) (4)
- "ANGLE of ARRAY": usado para colocar inclinação (no CAD: ângulos em sentido anti-horário) (5)
- PREVIEW: para pré-visualizar. Se tudo estiver OK: dê ENTER. Para EDITAR: ESC (6)



POLAR ARRAY
- SELECIONE A OPÇÃO “POLAR ARRAY” (1)
- CLIQUE EM “SELECT OBJECTS” (selecione os objetos – ENTER) (2)
- Em “CENTER POINT”: clique no ponto central em que as cópias “girarão” (3)
- METHOD (4): escolha a opção que melhor lhe convier

“Total number os itens & Angle between itens = “Número TOTAL de itens (copias) & ângulo entre itens”

“Total number os itens & Angle to fill” = “Número TOTAL de itens & ângulo para preencher”

“Angle to fill & Angle between itens” = “Ângulo para preencher & ângulo entre itens”

- PREVIEW: para pré-visualizar. Se tudo estiver OK: dê ENTER. Para EDITAR: ESC (5)

OBS: Sentido do **ARRAY** – sempre anti-horário

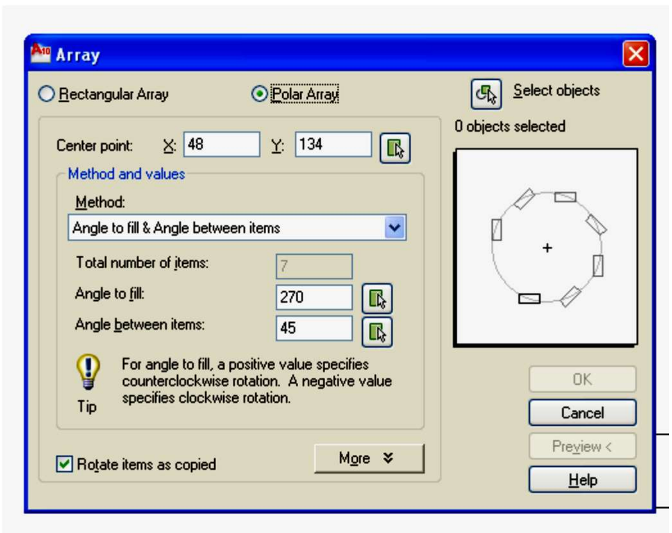
As **COLUNAS** sempre serão colocadas à direita do seu objeto selecionado

As **LINHAS** sempre serão colocadas acima do seu objeto selecionado

(Para inverter os sentidos coloque sinal de negativo “-”)

Para ver esses sentidos, olhe na visualização da própria caixa de diálogo do Array (6)

(7) Opção de rotacionar ou não os ITENS copiados.



XVI. FILLET (F + ENTER) (ferramenta que arredonda cantos)
- DIGITE O ATALHO - ENTER
- R (de Raio) – ENTER

- DIGITE O VALOR DO RAIO – ENTER
- CLIQUE NOS DOIS LADOS

NO CAD MECHANICAL 2011

- DIGITE **F + ENTER (Setup) + ENTER**
- DIGITE O VALOR DO RAIO – ENTER
- CLIQUE NOS DOIS LADOS

XVII. CHAMFER (CHA + ENTER) (ferramenta que faz chanfro)

A) Para medidas LINEARES (Ex.: 15x10)

- DIGITE O ATALHO - ENTER
- **D** (de **Distancia**) – ENTER
- DIGITE O VALOR DA DISTANCIA DA 1ª LINHA – ENTER
- DIGITE O VALOR DA DISTANCIA DA 2ª LINHA – ENTER
- CLIQUE NA 1ª LINHA
- CLIQUE NA 2ª LINHA

B) Para medidas LINEARES E ANGULARES (Ex.: 6x45)

- DIGITE O ATALHO - ENTER
- **A** (de **Angulo**) – ENTER
- DIGITE O VALOR DA MEDIDA **LINEAR** – ENTER
- DIGITE O VALOR DE A MEDIDA ANGULAR – ENTER
- CLIQUE NAS 2 LINHAS

NO CAD MECHANICAL 2011

- DIGITE **CHA + ENTER (Setup) + ENTER**
- DIGITE VALORES DE Comprimento e/ou Angulo
- CLIQUE NOS DOIS LADOS

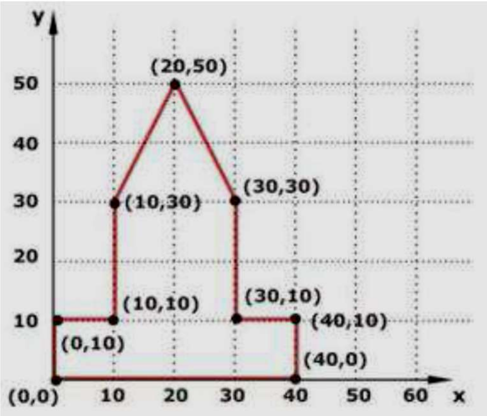
8. DESENHO POR COORDENADAS (X, Y)

1) COORDENADA ABSOLUTA

TEM “0” (ZERO) ABSOLUTO QUE É A BASE PRA TODOS OS PONTOS

LINHA

P1 = 0,0 – ENTER



2) COORDENADA RELATIVA: @ + - X, + - Y

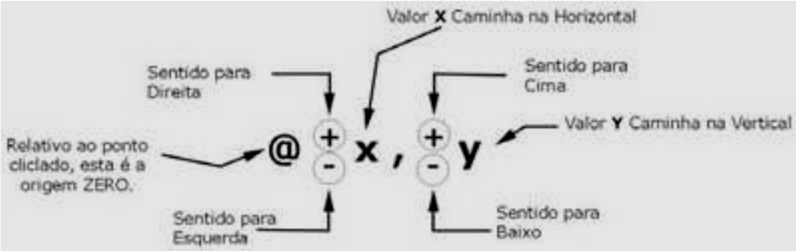
RELATIVA AO ULTIMO PONTO

LINHA

P1 – CLIQUE NA TELA

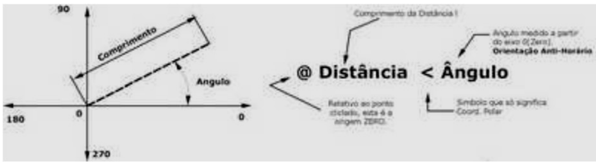
P2 – COORDENADA EM RELAÇÃO A P1

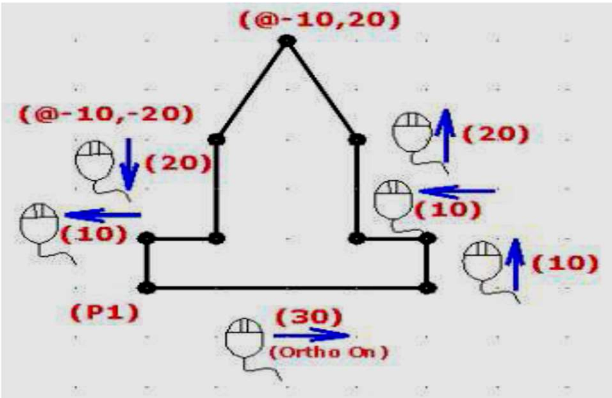
P3 - COORDENADA EM RELAÇÃO A P2



3) COORDENADA POLAR: @ DISTÂNCIA < ÂNGLO

IMPORTANTE: O CAD TEM ORIENTAÇÃO **ANTI-HORÁRIO**





4) COORDENADA AUTOMÁTICA ORTOGONAL
(Prefira sempre essa forma para desenhar. É a mais rápida!)
- LIGUE O “ORTHO” (OBRIGATORIAMENTE)
- CLIQUE EM P1
- PARA O LADO QUE DESEJA QUE A LINHA VÁ, EMPURRE O MOUSE
- DIGITO O VALOR (COMPRIMENTO DA LINHA)
- ENTER

9. DESENHAR PERSPECTIVA ISOMÉTRICA / CURSOR ISOMÉTRICO

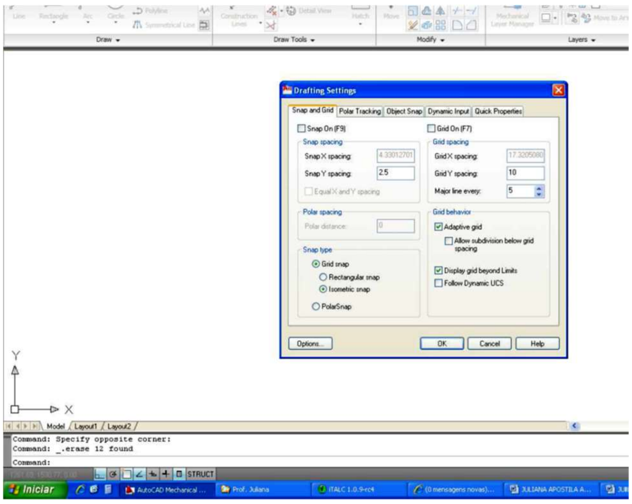
- BOT. DIREITO em “POLAR TRAKING” (1)

- SETTINGS
- Clique na 1ª Aba “SNAP AND GRID” (2)
- Em “SNAP TYPE” selecione a opção “ISOMETRIC SNAP” (3)
- OK
- DEIXE O “ORTHO” LIGADO

A tecla “**F5**” muda a direção do cursor (será usada todo tempo)

DESENHAR FURO REDONDO E ARCO EM PERSP. ISOM. (Utilizando elipse/isocírculo)
- **EL** + ENTER
- **I** (de Isocirculo)+ ENTER
- CLIQUE NO CENTRO
- DIGITE O VALOR DO RAIO
(ACERTE AS SOBRAS COM **TRIM).**
OBS: *A ferramenta CÍRCULO* ***não*** *poderá ser usada com o mesmo efeito da elipse, bem como os vários tipos de ARCO - exceto o -* ***S****tart* ***E****nd* ***D****irection que poderá fazer arco em quadrantes (900) de elipse – linhas auxiliares do tamanho do raio deverão ser utilizadas para marcas* ***S****tar e* ***E****nd.*

Como configurar o CURSOR ISOMÉTRICO:



10. HATCH - (HACHURA)

IMPORTANTE:
a) Somente aplicado em áreas FECHADAS (**NÃO** é necessário que sejam POLYLINES)
b) Antes de entrar no comando, deixar o zoom visualizando toda a área a ser hachurada, mas sem deixar muito pequeno.
BH + ENTER
BOUNDERIES (1)
- Clicar em “PICK POINTS”
- CLICAR DENTRO DA ÁREA

PATTERN (2)
PATTERN – opções predefinidas de hachura
SOLID – chapado / negritado
GRADIENT – gradiente de cores
USER DEFINIED – definição do usuário

PROPERTIES

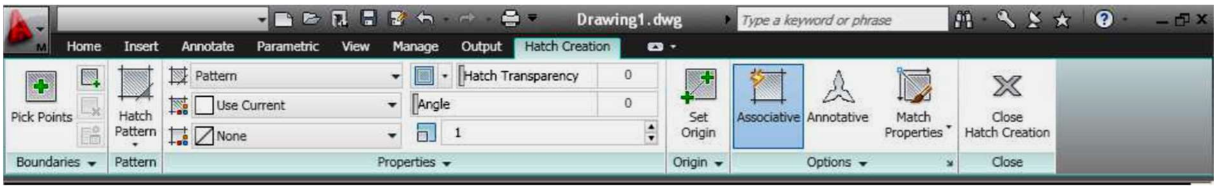
USER DEFINED
ANGLE AND *SCALE (3) (se você escolheu “User Defined”)
Opção “DOUBLE”, dobra sua linha no sentido “contrário”. (90º)
(3) ANGLE: define a angulação
(4) HATCH SPACING: É o valor de espaçamento entrelinhas (Hachura “Definida pelo Usuário”)
PATTERN
(5) HATCH PATTERN *SCALE: fator de ampliação e redução para visualizar hachura aplicada. Caso as linhas da hachura fiquem ou muito ou pouco espaçadas, altere o ***SCALE (5)**
ORIGINS (6)
Se a hachura ficou “torta” ou não começou onde você pretendia, escolha uma das opções

OPTIONS - ISLANDS (7)

- Caso exista áreas dentro de áreas, faça seleção do que deseja hachura.

EDITANDO HACHURA EXISTENTE

Quando for necessário editar uma hachura já definida no seu desenho, clique 1x sobre a mesma e a barra HATCH CREATION se abrirá para nova edição.
Se clicar 2x uma tela de edição também se abrirá



11 COTAGEM

(DIMENSION)
Utilize as ferramentas disponíveis de acordo com sua necessidade.
Para EDITAR a cota:
- D + ENTER
- MODIFY (1)

De acordo com sua necessidade altere: tamanho de Linha (2), Símbolos e Flecha (3), Texto (4)

Após fazer alterações e ter dado os OK’ de cada Aba, quando a primeira tela reaparecer, clique em **SET CURRENT** (5) e depois em **CLOSE** (6) para que as alterações passem a valer no desenho.

Clicando 2x sobre uma cota podemos editá-la.

Pela caixa de diálogo, que aparece, podemos alterar e inserir símbolos e valores numéricos (Aba GENERAL) - excluir linha de chamada e seta (Aba GEOMETRY)
Ou pode ser: 2 cliques na cota – Vá a **FORMAT – EDIT GEOMETRY**
Lá poderá editar os elementos de linha de cota.
OBS: É possível manipular cada ponto magnético da cota, apenas clicando e arrastando.

12 TEXTO

MT + ENTER (MULTiTEXT) ou T + ENTER

- Clique na área gráfica, definindo uma área retangular.
- Aparecerá uma RÉGUA DE TABULAÇÃO (1) - Escreva seu texto neste espaço
(A tecla ENTER terá função de “parágrafo”, igual ao Word).
- Perceba que na área dos MENUS (2), agora as ferramentas serão de “**TEXT EDITOR”** (Editor de Texto). Através delas, edite seu texto.
*Para **CONFIRMAR** E **SAIR** da ferramenta TEXTO:

- Clique FORA da régua de tabulação OU **CTRL + ENTER**
Sempre que precisar **VOLTAR** E **EDITAR** algum texto:
- Clique nele 2x
- Selecione-o
- Faça suas alterações
- *Confirme e saia da ferramenta.

Ou digite o comando de Edição – ED + ENTER – e clique sobre o texto.
DT + ENTER (DINAMYCTEXT) (utilizado para escrever um único número ou palavra).
- CLICA NO ÍNICIO
- CLICA NA ALTURA

11. LAYER (camadas)

LA + ENTER
(0) – New Layer
(1) – Dê nome ao layer
(2) – Defina uma cor – para isso clique em cima do quadradinho colorido – uma tela se abrirá.
(3) – Linetype (*tipo de linha*) Clique em cima da palavra “Contínuos” – uma tela se abrirá - escolha a linha.
(4) – Linewight (*espessura de linha*) – clique sobre a palavra “Default” - escolha
(a) – Liga e desliga o layer
(b) – Ativa e Desativa o layer - Informações não aparecem na seleção.
(c) – Trava e Destrava layer – cadeado fechado não permite nenhuma modificação no layer.
Após criar a Layer, FECHE (5) o Gerenciador de Propriedades de Layer

Para utilizar o layer criado clique:

Selecione a linha (se caso já a tiver desenhado) e aplique o layer.
Se não desenhou a linha, escolha o layer e a desenhe.

13 BLOCK (BLOCO)

- *CRIANDO BLOCO – Comando:* **B + ENTER**

(1) Dê nome ao BLOCO

(2) Clique em "Select Objects" – Você será levado a área gráfica. Selecione o objeto que quer transformar em bloco e dê ENTER. (Você voltará para a tela de edição).

(3) Dê OK.

(LEIA A BARRA DE COMANDOS).

- Neste momento você será levado novamente à área gráfica para definir no BLOCO o "*Ponto base de Inserção*".
- Escolha e clique num ponto (magnético) do Bloco.

Abrir-se-á uma tela branca de edição do bloco. Feche-a

- Está pronto!
- *INSERINDO BLOCO* – sempre que quiser usar o BLOCO é necessário inseri-lo no desenho!

I + ENTER

(1) Escolha da lista, o BLOCO que deseja usar

(2) Uma pré-visualização será exibida do BLOCO que escolher

(3) Deixe apenas este o item "Insert Point" selecionado *("Scale" e "Rotation" descelecionados)*

(4) Dê OK

A tela gráfica será reexibida para que você clique onde deseja inserir o bloco

- *SALVANDO O BLOCO NO HD*

W + ENTER

Após criar o bloco (B+ENTER) é necessário salvá-lo no seu computador para que o possa usar, sempre que precisar, em qualquer arquivo que abrir.

Caso não salve no seu computador, o bloco só estará disponível no arquivo onde ele foi criado.

(1) Escolha o bloco da lista. Deixe a opção "Block" marcada.

(2) Determine o local onde será salvo o Bloco

(3) OK Pronto!

Sempre que precisar, em qualquer arquivo, você poderá utilizar o bloco que foi salvo (W + ENTER). Basta dar o comando de inserção de Bloco (I + ENTER) e selecionar o bloco - clicando em “Browse”.

(1) e indicar onde ele está salvo.

(4) Este comando (W + ENTER), além de salvar o bloco no HD, pode também CRIAR (o que vimos anteriormente pelo comando B + ENTER) e SALVAR.

Ao selecionar a opção (4) OBJECTS, você procederá da forma como fez no comando B+ENTER, selecionando o objeto e determinando seu BASE POINT

20 OUTROS COMANDOS IMPORTANTES

DONUT (Faz coroas circulares)

- DONUT + ENTER
- DIGITE O DIAMETRO INTERNO
- DIGITE O DIAMETRO EXTERNO
- CLIQUE ONDE DESEJA POSICIONAR O CENTRO

LINETYPE + ENTER

Carrega uma caixa de diálogo mostrando TIPOS de LINHAS.

Oferece a possibilidade de LOAD (“carregar”) linhas para o LAYER MANANGER.

PAINEL “PROPERTIES” (PROPRIEDADES)

Se PROPERTIES não estiver aparecendo conforme mostrado abaixo, você pode ativar essa barra em: **Menu VIEW – Windows TOOLBARS – AutoCAD - PROPERTIES**

Neste painel é possível alterar:

- cor de objeto (seja ele linha, circulo, etc.) (1)
- espessura de objeto (2)
- tipo de linha (3)

Se o tipo de linha desejado não estiver disponível na visualização, clique em “OTHER...”

Clique em LOAD (4)

Escolha a linha desejada da listagem exibida (5)

Dê OK (6) – A linha aparecerá na primeira caixa de diálogo (7). Agora sim, aplique o tipo de linha escolhida no seu desenho.

PAINEL "UTILITIES"

Neste painel é possível encontrar ferramentas que nos ajudarão a **medir** (MESURE) vários tipos de propriedades dos objetos. Também é possível encontrar nele uma CALCULADORA, entre outros utilitários.

P – IMPRESSÃO (PLOT)

IMPRESSÃO MODEL

Clique em PLOT (1) ou

Digite **PLOT + ENTER**

Aparecerá a seguinte caixa de diálogo:

- Em **PAPER SIZE (2**) – *"tamanho do papel"* - escolha o tamanho de papel a ser impresso.

- PLOT AREA (3) *("Área de impressão")*

A opção **DISPLAY** imprimirá o que está aparecendo do seu desenho na área gráfica do CAD.

A opção **WINDOW** te possibilita selecionar no desenho a área que deseja imprimir.

- PLOT SCALE (4) *("Escala a ser impressa")*

Com a opção "**FIT TO PAPER**" *(Caber no papel*) marcada o seu desenho será "forçado" a caber no tamanho de papel escolhido.

Desmarcada a opção FIT TO PAPER, pode-se configurar qual a **ESCALA (SCALE)** que deseja imprimir o desenho.

- PREVIEW (5)

Pré-visualiza sua configuração de impressão (ESC volta para a caixa de diálogo

GERANDO UM PDF (SEM IMPORTAR A ESCALA!)

- Escolha a impressora "DWG to PDF" (6)
- Determine o tamanho do papel que deseja (2)

- Escolha a opção “WINDOW” (3) – *determine um contorno/janela envolta do que deseja imprimir*
- Marque “Center the plot” (7) – *para centralizar o desenho na folha*
- Marque “Fit to paper” (4) – *para forçar o desenho a caber no papel – isso exclui a escala*
- Selecione “MONOCROME” para que o desenho fique todo m preto. (8)
- Escolha a orientação do papel (9)
- Dê OK e determine onde quer salvar o arquivo PDF

IMPRESSÃO PAPER ou LAYOUT

- FAÇA SEU DESENHE NO **MODEL (1) - NA UNIDADE DE MEDIDA QUE DESEJAR (mm, cm, m ...)**
- DESENHE TAMBÉM NO MODEL, A LEGENDA/PRANCHA - EM **MILIMETROS** (mm)
- ALTERNE PARA **LAYOUT (2)**

CLIQUE COM BOT DIR. EM LAYOUT

> PAGE SETUP MANAGER > faça as configurações de papel e deixe a **escala 1:1**

- ATIVE A BARRA DE FERRAM. VIEWPORT. (4)

NO CAD MECHANICAL: MENU VIEW > VIEWPORT

- SELECIONE A FERRAMENTA “VIEWPORT SCALE AREA” (4)

Selecione na tela uma área retangular que será a janela de visualização do MODEL no PAPER **OU,** UTILIZE O ATALHO de VIEWPORT: **MV+ENTER**

- ALTERNE PRA **MODEL** (3)

DIGITE “**Z**” + ENTER

DIGITE A *ESCALA SEGUIDA DE “**XP**” + ENTER

*A ESCALA deve ser digitada da seguinte forma:

Ex: Esc. **1:75** = 10/75XP

O valor “10” antes da barra será utilizado se você desenhou em **centímetros**. Observe a tabela abaixo.

Metro: 1000/nXP

Centímetro: 10/nXP Onde “**n**” é a escala. No exemplo, n=75

Milímetro: nXP

EX: Esc. 5:1 = 50/1 XP

DEPOIS QUE SE DEFINIU A ESCALA (PELO COMANDO ACIMA) **NÃO** UTILIZE O ZOOM DO SCROLL (RODINHA DO MOUSE), POIS ELE AFETARÁ A ESCALA. (Mas se VC O USAR refaça o procedimento acima – Z +ENTER ...)

JÁ A “MAOZINHA” PODE SER USADA PARA ACERTAR O ENQUADRAMENTO DO DESENHO NA VIEWPORT (VP).

Este botão alterna do PAPER pro MODEL
ESTANDO EM **PAPER (3)**
Geralmente, o CAD, no momento em que você cria a VP, gera automaticamente um layer de VP que JÁ está configurado para não ser impresso.
Caso o citado acima não ocorra, proceda assim:
Crie um layer (la + ENTER) de viewport e desative a “Plot” (impressora) dele.
Aplique a VP neste layer!

PARA INSERIR LEGENDA E PRANCHA NA VP
- Em **MODEL (1)** copie (selecione e dê Ctrl + C) o desenho da LEGENDA/PRANCHA
- Em **PAPER (2)** cole (Ctrl + V)
- (NÃO CLIQUE) Digite a coordenada: **-3.17, -3.17**

Sua prancha/legenda se encaixará perfeitamente na VP
Caso não se encaixe, você poderá movê-la, selecionando-a, clicando e arrastando para o local desejado. Depois de inserida a Legenda/Prancha, proceda com as VIEWPORTS do modo que foi ensinado acima.

IMPORTANTE

MENU ANOTATE
BALLONS
CLIQUE NA FERRAMENTA
DIGITE “M”
SELECIONE A LINHA NO DESENHO
DÊ OK NA CAIXA QUE SE ABRIU
CLIQUE SOBRE A LINHA NO LOCAL ONDE QUER A SETA

CLIQUE NO LOCAL ONDE QUER O BALÃO – ENTER
PARA EDITAR - CLIQUE 2X
OPÇÕES _ “BALLOON TYPE” _ “ARROWHEAD”

Obs.: “EXPLODE” desvincula BALÃO de BOM (p/ deletá-lo)

- Símbolo de DIÂMETRO
% % C

- Sumiu MENUS
Digitar: MENLOAD
C/DOC SET/SYS/DAD APL/AULOD/AUTOCAD/RIGZ/ENS/SUPORT
ARQUIVO: ACAD.MNULOAD

APÊNDICE E – MANUAL DE INSTRUÇÃO SWEET HOME®

TUTORIAL

Sweet Home 3D Guia dos Estudantes

PIBIC Jr 2013

VITÓRIA

2013

1. Introdução

Sweet Home 3D é um aplicativo gratuito de design de interiores que o ajudará a distribuir seus móveis em uma planta de uma casa em 2D, permitindo uma visualização em 3D.

Disponível em http://www.sweethome3d.com/pt/, esse aplicativo é destinado a pessoas que procuram realizar um design de interior de maneira rápida, caso estejam se mudando ou apenas para realizar um novo design de uma casa já existente. Inúmeros visuais ajudam você a desenhar o layout da planta de sua casa e/ou móveis. Você poderá desenhar as paredes de seus quartos sobre a imagem de uma planta já existente, e então, poderá arrastar e soltar móveis dentro da planta da casa a partir de um catálogo organizado por categorias. Cada alteração na planta 2D da casa, é simultaneamente atualizada na visão em 3D, para que seja exibido de uma maneira mais realista todo o layout da casa.

Esse guia ensinará a você, como criar uma casa com o Sweet Home 3D versão 4.1. Após descrever a interface do usuário, você aprenderá como desenhar as paredes de sua casa, e como fazer o design dos móveis. O exemplo criado e utilizado nesse tutorial está disponível em http://www.sweethome3d.com/examples/userGuideExample.sh3d.

Para maiores informações, você poderá assistir ao Vídeo Tutorial do Sweet Home 3D e utilizar a ajuda do Sweet Home 3D disponibilizado através do menu *Ajuda* na barra de tarefa da janela do Sweet Home 3D.

Figura 1. Ajuda do Sweet Home 3D

2. Instalação

Sweet Home 3D pode ser executado sob as plataformas Windows, Mac OS X 10.4 a 10.8, Linux e Solaris, e está traduzido em 24 diferentes idiomas. Dependendo de seu sistema, use as instruções a seguir para fazer o download e instalação do Sweet Home 3D:

Windows: Download http://sourceforge.net/projects/sweethome3d/files/SweetHome3D/SweetHome3D-4.1/SweetHome3D-4.1-windows-oc.exe/download (33,7 MB), execute a instalação do programa, e siga as instruções do setup.

Mac OS X: Download http://sourceforge.net/projects/sweethome3d/files/SweetHome3D/SweetHome3D-4.1/SweetHome3D-4.1-macosx.dmg/download (17,2 MB), dê um duplo-clique no arquivo e execute a aplicação do Sweet Home 3D que pode ser encontrada na pasta aberta. Para instalar o Sweet Home 3D, arraste e solte a aplicação na pasta que você escolher.

Linux: Download http://sourceforge.net/projects/sweethome3d/files/SweetHome3D/SweetHome3D-4.1/SweetHome3D-4.1-linux-x86.tgz/download (53,8 MB), descomprimir o arquivo e executar a aplicação do SweetHome3D que pode ser encontrada no diretório onde foi descomprimido. Para instalar o Sweet Home 3D, mova o diretório descomprimido para outro de sua escolha.

Você pode também editar suas casas com o Sweet Home 3D Online. Esse recurso dessa versão é a mesma das versões disponibilizadas para download exceto pelo fato de que suas casas serão salvas em um servidor dessa web site uma vez que estiver registrado.

3. Interface do Usuário

Cada janela do Sweet Home 3D edita o design interior de uma casa e é dividido em quatro painéis redimensionáveis, com uma barra de ferramenta no topo, como mostrado na figura 2.

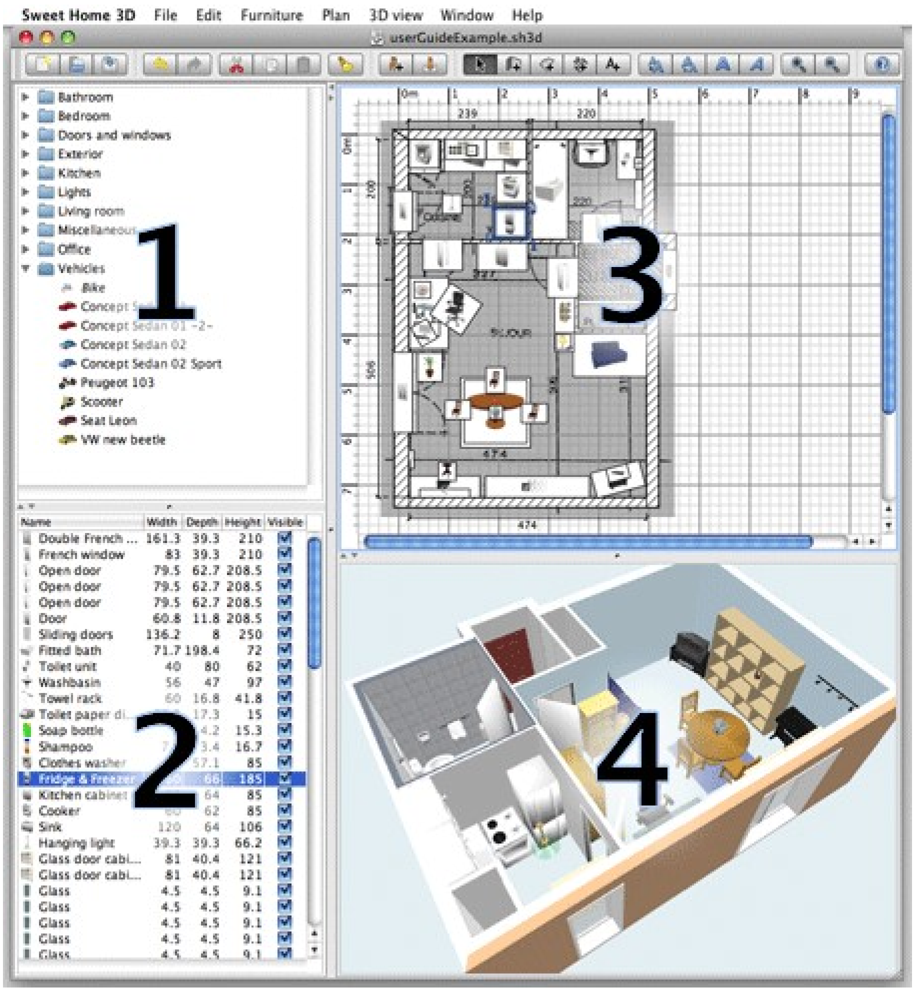


Figura 2. Painéis do Sweet Home 3D

1 O catálogo de móveis
Esse catálogo, organizado em categorias, contém todos os móveis e objetos que você pode adicionar à sua casa. Você poderá exibir o móvel de uma categoria clicando no triângulo ao lado de seu respectivo nome.

2 A lista de móveis da casa
Essa lista contém os móveis de sua casa, onde seus respectivos nomes, tamanho e outras características serão exibidos. Poderá ser organizado clicando nos títulos de cada coluna.

3 A planta da casa
Esse painel exibe sua casa vista por cima. Você pode desenhar as paredes de sua casa com o mouse e fazer o layout com seus móveis sobre ele.

4 A visão 3D da casa
Esse painel exibe sua casa em 3 dimensões. Você pode ver sua casa nesse painel ou também por cima, ou pelo ponto de vista de um visitante virtual.

⚠ Cada painel pode ter um foco (i.e. receber o foco através do teclado), e algumas operações dependerá do painel onde está focado, reconhecível pelo retângulo colorido que envolta o painel; por exemplo, o plano da casa está com o foco na *figura 2*. Para transferir o foco para outro painel, utilize as teclas *Tab* e *Shift + Tab*, ou clique sob o painel que deverá ter o foco.

Todas as modificações feitas na planta da casa podem ser desfeitas/refeitas, clicando nos botões *Desfazer* e *Refazer* na barra de ferramentas. Não hesite em tentar as várias operações propostas pelo programa.

4. Criando uma nova casa

Antes de prosseguir, abra a opção de preferências como mostrado na figura 3, através do menu *Sweet Home 3D > Preferencias...* sob a plataforma Mac OS X ou através do menu *Arquivo > Preferencias...* em outros sistemas operacionais. Verifique a unidade padrão utilizada no programa, a espessura e altura padrão das paredes, e outras preferências.

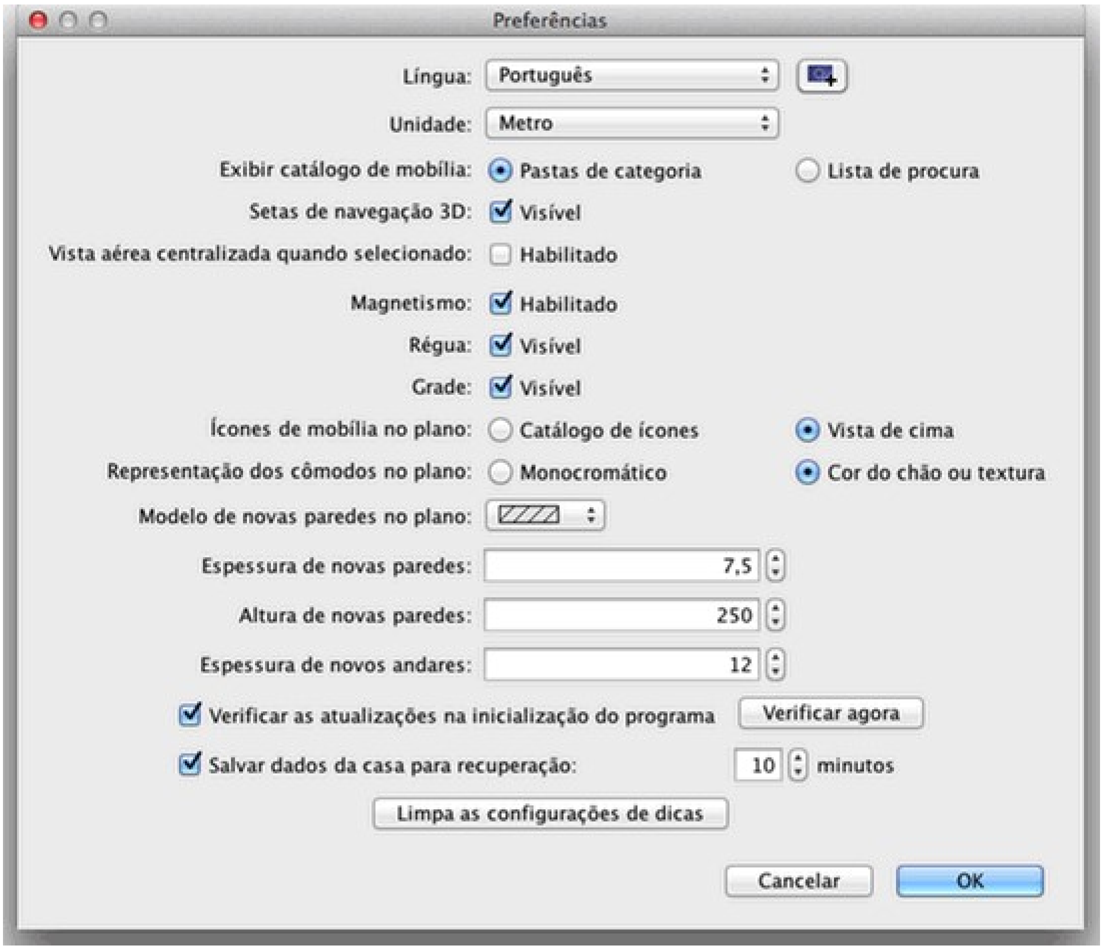
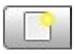


Figura 3. Editando preferências



Para criar uma casa, simplesmente utilize a casa padrão criada pelo Sweet Home 3D ou clique no botão *Nova casa* na barra de ferramentas.

Os passos sugeridos para o design de uma casa no Sweet Home 3D são:

1. Importar sua casa como uma imagem de fundo no painel da planta,
2. Desenhar paredes sobre essa imagem de fundo,
3. Editar nas paredes a espessura, cor e texturas,

4. Adicionar portas e janelas à planta de sua casa e ajustar seu respectivo tamanho, para obter uma visão realística de sua casa vazia.
5. Adicionar móveis na planta de sua casa, ajustar seus respectivos tamanhos e localização, eventualmente utilizando o Modelo em 3D importado,
6. Desenhar os quartos e alterar a cor ou textura do chão e teto,
7. Desenhar as dimensões e adicionar textos na planta de sua casa para documentá-la antes de imprimi-la.

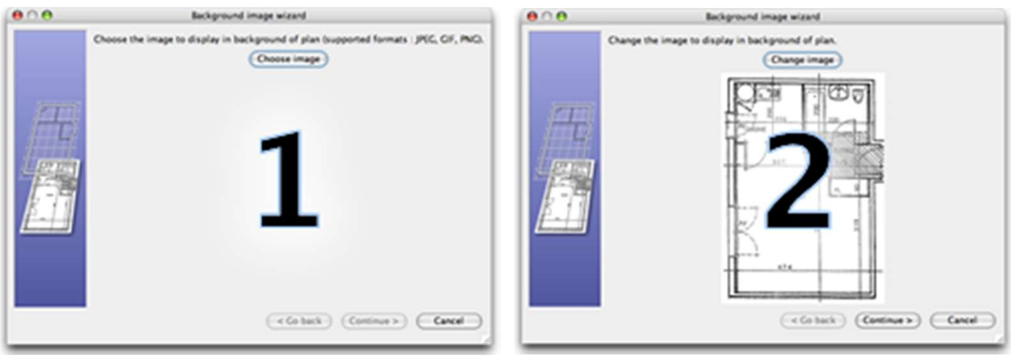
Durante esses passos, você provavelmente navegará na visão em 3D frequentemente para altera o ponto de vista de seu layout.

De qualquer modo, não se esqueça de regularmente salvar o projeto clicando no botão *Salvar casa*. Um arquivo Sweet Home 3D pode ser transferido para outros usuários e poderá conter Modelos em 3D importados que não estão presentes no catálogo default.
Você pode também criar imagens da visão 3D no formato PNG, realizar vídeos 3D através do caminho virtual na sua casa e exportar a visão em 3D de sua casa nos formatos OBJ + MTL.

5. Importando uma casa

Esse primeiro passo não é obrigatório, mas aumentará a velocidade o desenho das paredes de uma casa existente. Sendo assim, tente localizar o modelo de sua casa e imprima-o. Não importe um arquivo muito grande no Sweet Home 3D, a intenção da imagem é apenas para ajudar.

Selecione o menu *Planta > Importar Imagem de Fundo...* para exibir o assistente que ajudará você a escolher uma imagem, como mostrado na figura 4.



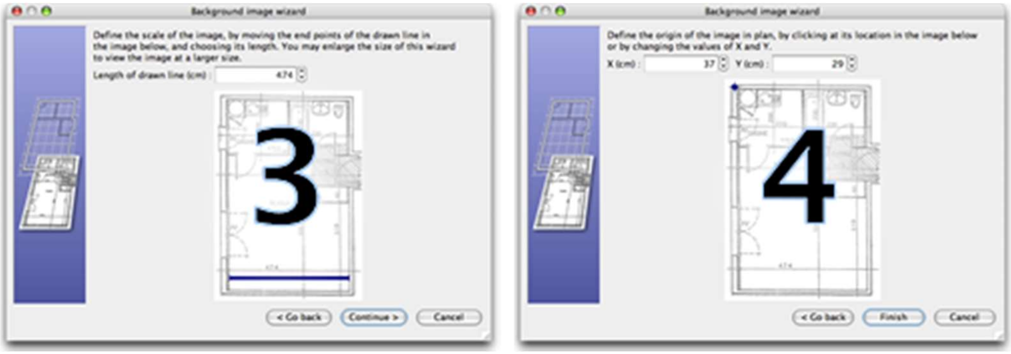


Figura 4. Assistente de importação de imagem de fundo

1 Clique em *Escolher imagem* e escolha sua imagem na caixa de diálogo que é exibido. Sweet Home 3D suporta os formatos BMP, JPEG, GIF ou PNG. A imagem impressa utilizada nesse tutorial está disponível em http://www.sweethome3d.com/examples/userGuideBluePrint.jpg

2 Uma vez que a imagem foi carregada, clique em *Continuar*.

3 Defina a escala da imagem movendo os pontos finais da linha colorida na imagem, de um modo que essa linha alcance um determinado tamanho. Então, digite o tamanho real da linha no campo *Tamanho da linha desenhada*, e clique em *Continuar*.

4 Defina a origem da imagem na planta, isto é, o ponto na imagem que será o ponto (0, 0) na planta da casa. E então clique em *Finalizar*.

Uma vez que o assistente for fechado, sua imagem irá aparecer atrás da planta da casa como demonstrado na figura 5. Se você escolheu uma localização errada, edite-a selecionando no menu *Planta > Alterar imagem de fundo...*

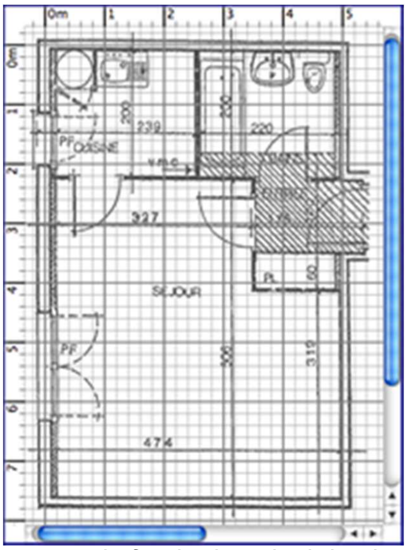
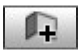
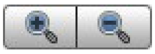


Figura 5. Imagem de fundo do painel da planta da casa

6. Desenhando paredes

 Para desenhar paredes, clique primeiro no botão da barra de ferramentas *Criar paredes*.

Clique na planta da casa do ponto inicial da nova parede, e então clique uma ou duas vezes na planta no respectivo ponto final da parede. Até que você dê um duplo clique ou pressione a tecla *Esc*, cada novo clique indica o ponto oposto da corrente parede e o ponto inicial da próxima parede.



Para ajudar você a desenhar paredes mais precisas, use a barra de ajuda da parede, alinhando linhas e alterando a escala da planta com os botões de *Zoom*. Você pode também informar o tamanho e o ângulo de uma parede criada após pressionar a tecla *enter*.

Não faça portas e janelas enquanto estiver desenhando paredes, pois o Sweet Home 3D irá automaticamente calcular as posições nas paredes onde você irá coloca-las. Como mostrado na figura 6, paredes são simultaneamente desenhadas na planta na visão 3D, e você pode ajustar o ponto de vista no modo de visão em 3D a qualquer hora, movendo o mouse com o botão esquerdo pressionado.

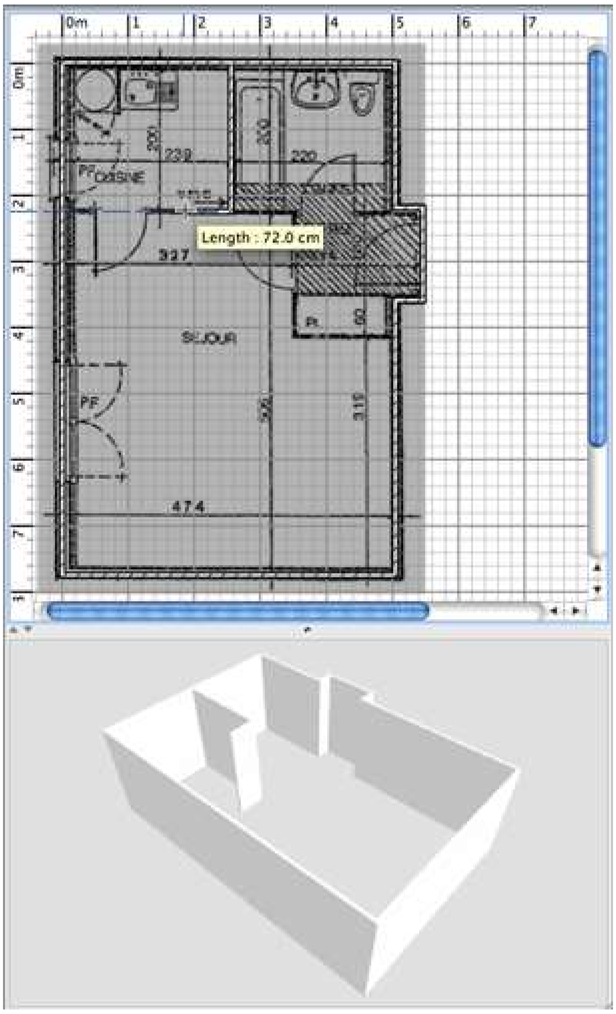
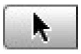


Figura 6. Desenhando paredes

⚠ Para ajudá-lo a desenhar paredes paralelas, o angulo das paredes no andar é um múltiplo de 15° por padrão. Você pode cancelar esse magnetismo segurando a tecla *Alt* durante o desenho, ou desabilitando o magnetismo em preferências.

7. Editando paredes



Clique no botão *Selecionar* na barra de ferramentas, para finalizar o desenho das paredes e utilizar as ferramentas desabilitadas durante o desenho das paredes.
Quando o modo *Selecionar* é escolhido, você pode selecionar um objeto na planta de sua casa clicando sobre ele. Você pode também selecionar um ou mais objetos desenhando uma caixa de seleção envolta dele, ou clicando em cada objeto enquanto pressiona a tecla *Shift*.

Para mover as paredes selecionadas (e outros objetos) na planta da casa, simplesmente segura e solte-o, ou use as setas do teclado. Quando **uma** parede é selecionada na planta, você pode também mover seu respectivo ponto de início e fim com o mouse ou dividi-la em duas paredes a partir do menu *Planta > Dividir parede*. Dois cliques sobre a parede e selecionar *Planta > Modificar paredes...* para modificar a seleção atual das paredes.
Como exibido na figura 7, a caixa de diálogo que é aberta o ajudará a editar as cores ou as texturas dos lados esquerdos e direitos da parede selecionada, e suas espessuras e alturas. Se você preferir importar uma imagem como textura, clique no botão *Importar* e use o assistente de importação para guiá-lo.

Figura 7. Editando atributos das paredes

8. Adicionando portas, janelas e móveis

Para adicionar móveis em sua casa, arraste e solte o móvel do catálogo para a planta da casa ou lista de móveis, como mostrado na figura 8, ou seleciona uma peça no catálogo e clique no botão *Adicionar móvel* na barra de ferramentas.

As peças adicionadas para a casa são selecionadas e desenhadas simultaneamente na lista de móveis, na planta da casa e na visão 3D.

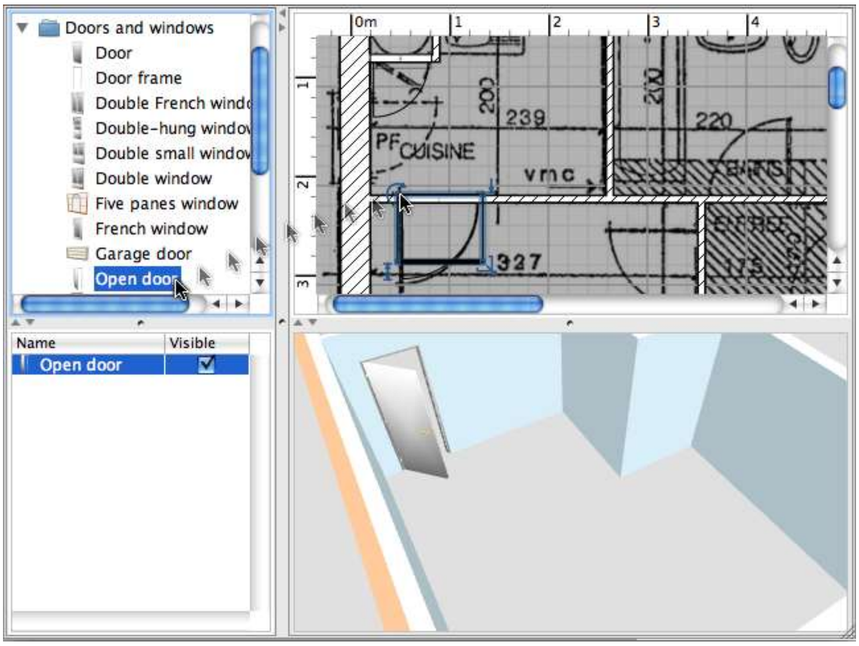


Figura 8. Adicionando portas, janelas e móveis na planta da casa

Primeiro adicione portas e janelas na planta de sua casa para fazer uma visão mais realística de sua casa vazia. Quando o magnetismo está ativo, uma porta ou uma janela solta em uma parede será automaticamente orientada e redimensionada dependendo da orientação, e largura da parede.
A seguir, adicione móveis e ajuste sua localização, ângulo e tamanho. Quando o magnetismo está ativo, um móvel é automaticamente rotacionado.

Quando **uma** peça é selecionada na planta, você pode alterar o seu tamanho, elevação ou ângulo com um dos quatro indicadores que aparecem em cada quina da peça selecionada, como mostrado na figura 9.

Figura 9. Indicadores de um móvel selecionado

1 O **indicador de rotação** exibe a quina que você pode arrastar para rotacionar a peça selecionada. Pressione a tecla *Alt* para habilitar o 15° magnetismo durante a rotação.

2 O **indicador de elevação** exibe a quina que você poderá arrastar para alterar a elevação a partir do chão de uma peça selecionada.

3 O **indicador de altura** exibe a quina que você poderá arrastar para alterar a altura da peça selecionada.

4 O **indicador de tamanho** exibe a quina que você poderá arrastar para alterar o tamanho de uma peça selecionada.

Você pode também dar um duplo clique em um móvel ou selecionar *Móvel > Modificar...* a partir do menu, para modificar as correntes configurações da peça selecionada. Como mostrado na figura 10, a caixa de diálogo ajudará você a editar o nome de um móvel selecionado, sua rotação ângulo, localização, elevação a partir do chão, seu tamanho, sua cor ou textura, a visibilidade e aonde o modelo 3D deverá ser espelhado. Se o item selecionado consiste de um ou mais luzes, a caixa de diálogo irá deixa-lo editar também a potência, mas terá um efeito apenas no nível dois de qualidade em Criação de foto.

Figura 10. Editando atributos de um móvel

⚠ Móveis invisíveis não serão desenhados na planta da casa e Visão 3D, mas continuará aparecendo na lista de móveis para deixar você alterar a visibilidade novamente.

9. Importando Modelos 3D

Se um móvel ou um objeto não foi localizado no catálogo do Sweet Home 3D, você poderá importa um arquivo modelo 3D, e usá-lo em sua casa. Mais de 800 modelos criados por contribuintes podem ser baixados pelo http://www.sweethome3d.com/importModels.jsp, mas você poderá também criar seus próprios modelos com um software como Blender ou Art of Illusion. Sweet Home 3D suporta arquivos em modelo 3D nos formatos OBJ, DAE, 3DS, LWS ou um arquivo ZIP contendo um arquivo nesses formatos.

Escolha *Mobília > Importar mobília...* para abrir o assistente que o auxiliará a escolher e dimensionar o arquivo modelo 3D, como mostrado na figura 11. Sob a plataforma Windows e Mac OS X, você pode também arrastar e soltar um arquivo modelo 3D na janela do Sweet Home 3D para abrir o assistente.

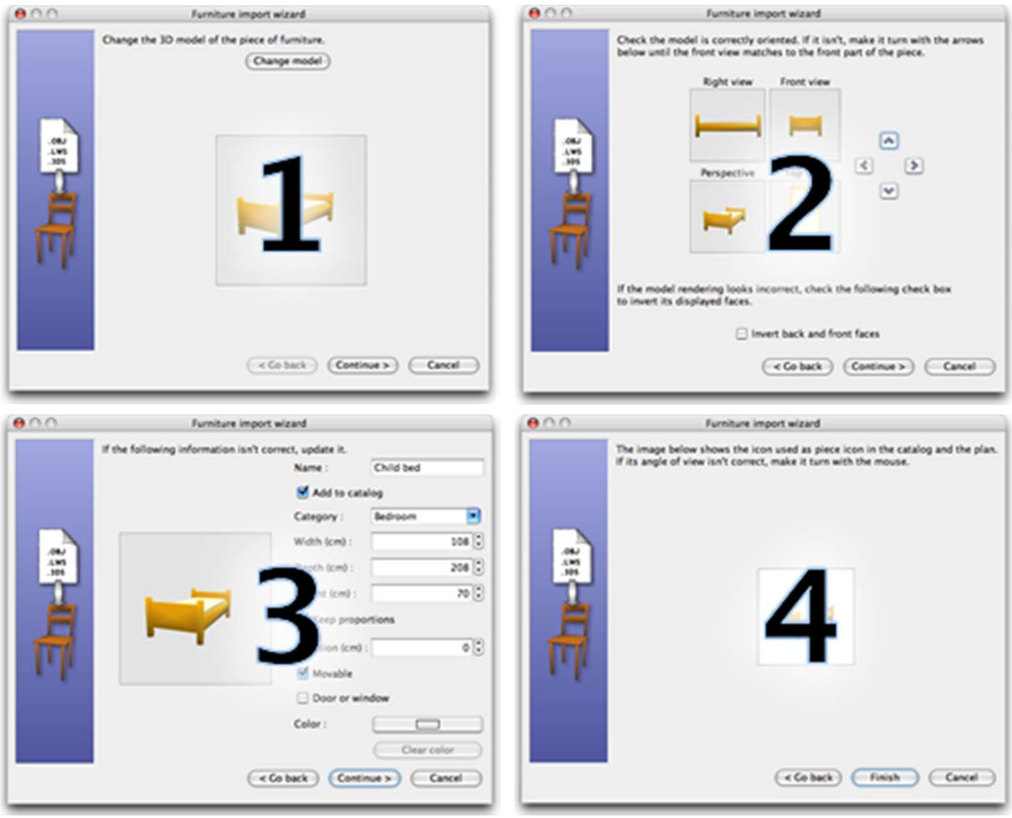


Figura 11. Assistente de importação de móveis

1 Clique em *Escolher modelo* e escolha o arquivo modelo 3D na caixa de diálogo de arquivos. Se você arrastou e soltou em uma janela o arquivo modelo 3D que quer importar, ele será automaticamente selecionado. Uma vez que o modelo está carregado, clique em *Continuar*.

2 Oriente o modelo com as setas de um modo que a parte da frente exiba a frente do modelo 3D, e clique em *Continuar*.

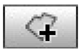
3 Altere caso necessário o nome, tamanho, elevação, a cor do modelo importado e aonde o modelo é móvel. Clique em *Continuar*.

4 Clique no modelo 3D para obter o melhor ponto de vista que será exibido no catálogo de móveis, e na planta da casa. Clique em *Finalizar*.

Uma vez que o assistente de importação de móveis é fechado, o modelo importado aparecerá no catálogo de móveis e/ou na planta da casa e lista de móveis, dependendo das opções que você escolheu. Você pode usar qualquer modelo 3D do catálogo padrão.

⚠ Os modelos propostos em Página de importação de modelos 3D podem também ser importados por um grupo de modelos armazenados em um arquivo SH3F, disponível em *SweetHome3D-modelos* seção em http://downloads.sourceforge.net/sweethome3d/. Para instalar um arquivo SH3F, simplesmente dê um duplo clique nele ou selecione-o após ir ao menu *Móveis > Importar Biblioteca de Móveis*.

10. Desenhando Quartos

 Para desenhar quartos, clique no botão *Criar quartos*.

Criar um novo quarto ou uma nova superfície na planta da casa usando ambas as maneiras:

- Clique em cada canto do quarto, então dê um duplo clique em seu último ponto ou pressione a tecla *Esc* após ter adicionar o último ponto,
- Duplo clique em qualquer lugar dentro de uma superfície fechada existente (i.e. rodeada por paredes), como mostrado na figura 12.

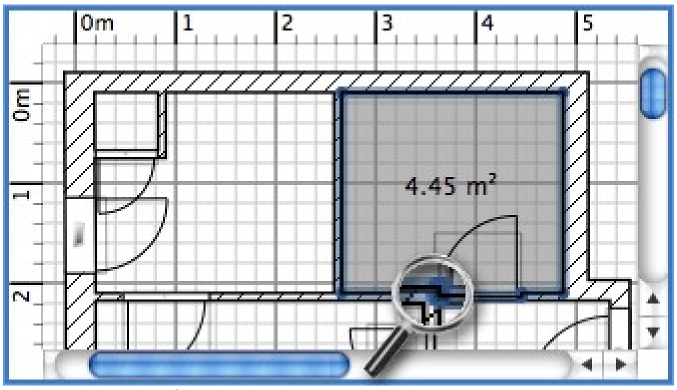


Figura 12. Criando com um duplo clique um quarto

Primeiro desenhe as paredes e adicione portas, antes de desenhar os quartos. Usando esse método, você irá perceber que ficará bem mais rápido criar quartos dando um duplo clique em cada superfície. Note também que um quarto criado com um duplo clique irá incluir um degrau em cada porta colocada nessa parede. Esse recursa assegura que os quartos juntem um em cada corretamente na visão 3D quando as portas entre os quartos estão abertas.

Uma vez que o quarto é criado, você pode modificar seu nome, cor ou textura do chão e o teto, clicando em *Planta > Modificar quartos...*, como mostrado na figura 13.

Figura 13. Editando atributos dos quartos

Quando **um** quarto é selecionado, você poderá também mover cada um dos pontos com o mouse no modo *Seleção*, e alterar a localização dessa área e dos nomes com o indicador desenhado abaixo dos textos.

11. Editando Visão 3D

A qualquer momento durante o desenho de sua casa, você pode alterar a ponte de visão para utilizar a visão em 3D. Duas maneiras diferentes de visão da casa estão disponíveis, o modo padrão selecionado é alterado no menu *Visão 3D* > *Visão Aérea* e o outro modo padrão selecionado é *Visão 3D* > *Visita Virtual*. Em ambos os modos, você poderá usar o mouse ou as setas do teclado para alterar o ponto de vista atual, como mostrado nas figuras 14 e 15.

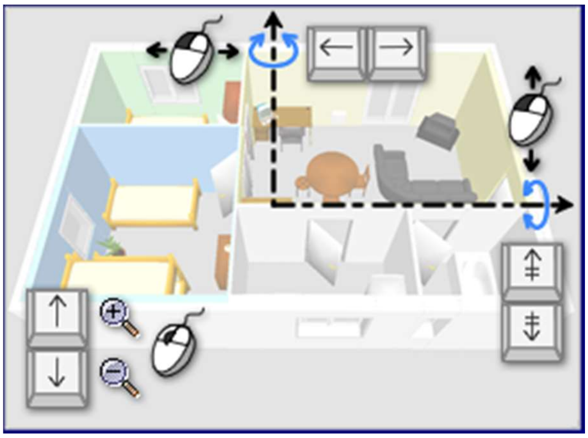


Figura 14. Ações do mouse e teclado no modo de vista aérea

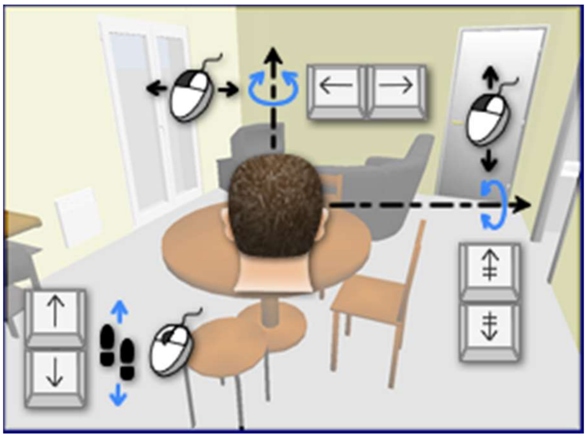


Figura 15. Ações do mouse e teclado no modo visita virtual

Quando o modo de *Visita Virtual* está selecionado: o visitante virtual visto de cima será também desenhado na planta da casa. Sua localização e ângulo é atualizada automaticamente na planta da casa e na visão 3D em cada movimento do visitante. Esse visitante virtual está rodeado por quatro indicadores, como mostrado na figura 16.

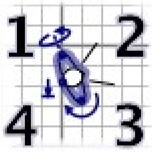


Figura 16. Indicadores do visitante virtual

1 O **indicador do ângulo da cabeça** mostra o ângulo que você pode alterar para mover a cabeça do visitante para cima ou para baixa.

2 O **indicador do campo de visão** mostra o ângulo que é atualmente visto na visão 3D.

3 O **indicador do ângulo do corpo** mostra o ângulo que você pode alterar para mover o corpo do visitante para a esquerda ou para a direita.

4 O **indicador de elevação dos olhos** mostra o ponto em que você pode arrastar para mover para cima ou para baixo o ponto de vista do visitante.

Você também poderá escolher a *Visão 3D > Modificar visão 3D.* a partir do menu para alterar a cor ou textura do solo e céu, o brilho da luz e transparência da parede, como mostrado na figura 17.

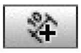
Figura 17. Editando os atributos da visão 3D

Após alterar as cores do teto e do chão, figura 18 mostra duas imagens da tela na visão em 3D da casa desenhada nesse tutorial.

Figure 18. Visão Aérea e Visitante Virtual

12. Outros recursos

Desenhando dimensões

 Para desenhar dimensões, clique primeiro no botão *Criar dimensões*.

Você pode criar uma nova dimensão na planta usando ambas as maneiras:

- Clique no ponto de início da nova dimensão, clique no seu ponto final, então clique uma terceira vez após mover o ponteiro do mouse para escolher a extensão das linhas desenhadas em cada ponto final da linha de dimensão.
- Mova o ponteiro do mouse na borda de um móvel, o lado da parede ou o lado do quarto que você quer, dê um duplo clique para aceitar a dimensão temporária desenhada na planta, e então clique uma terceira vez após escolher a extensão das linhas.

Em ambos os casos, a nova dimensão não terá nenhuma linha de extensão se você não mover o mouse entre o segundo e o terceiro clique.

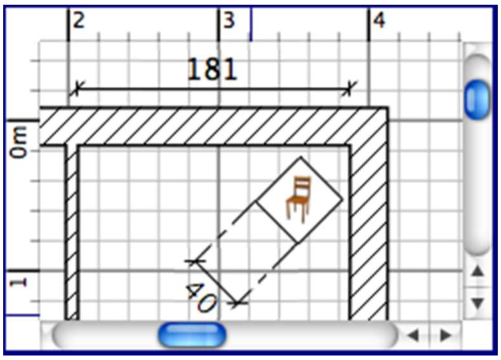
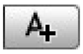


Figura 19. Desenhando dimensões

Adicionando textos

 Para adicionar um texto na planta, clique primeiro no botão *Adicionar textos*.

Clique na localização onde você quer adicionar um texto na planta da casa, e digite o texto na caixa de diálogo que aparecerá.

Figura 20. Um texto livre com estilo em negrito

 A qualquer momento você pode alterar o tamanho e o estilo de um texto selecionado com os botões de estilo de texto.

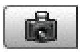
Imprimir

Uma vez que você desenhou sua casa, você pode imprimi-la a partir do menu *Arquivo > Imprimir...* ou *Arquivo > Imprimir em PDF...*, e visualize o resultado a partir do menu *Arquivo > Imprimir visualização...*. Por padrão, o Sweet Home 3D imprime a lista de móveis, a planta e a atual visão 3D da casa, usando o tamanho padrão do papel, margem e orientação.

Para modificar essas propriedades padrão, vá ao menu *Arquivo > Configuração da Página...*, como também poderá modificar a escala da planta impressa, o cabeçalho e o rodapé, como mostrado na figura 21.

Figura 21. Configuração da Página

Criando fotos da visão 3D



Clique na ferramenta *Criar foto* para criar uma imagem de uma visão 3D com o tamanho e proporções de sua escolha, e salve em um arquivo no formato PNG.

Como mostrado na figura 22, o painel usado para criar fotos, deixa você escolher também o nível da qualidade da imagem criada. Com um nível de qualidade rápido, a imagem criada irá parecer como na visão 3D, enquanto com um nível de qualidade melhor, a imagem irá aparentar mais realística. Nos dois melhores níveis de qualidade, você pode gerenciar a iluminação da imagem adicionando luzes com diferentes níveis de potência ou alterando a hora.

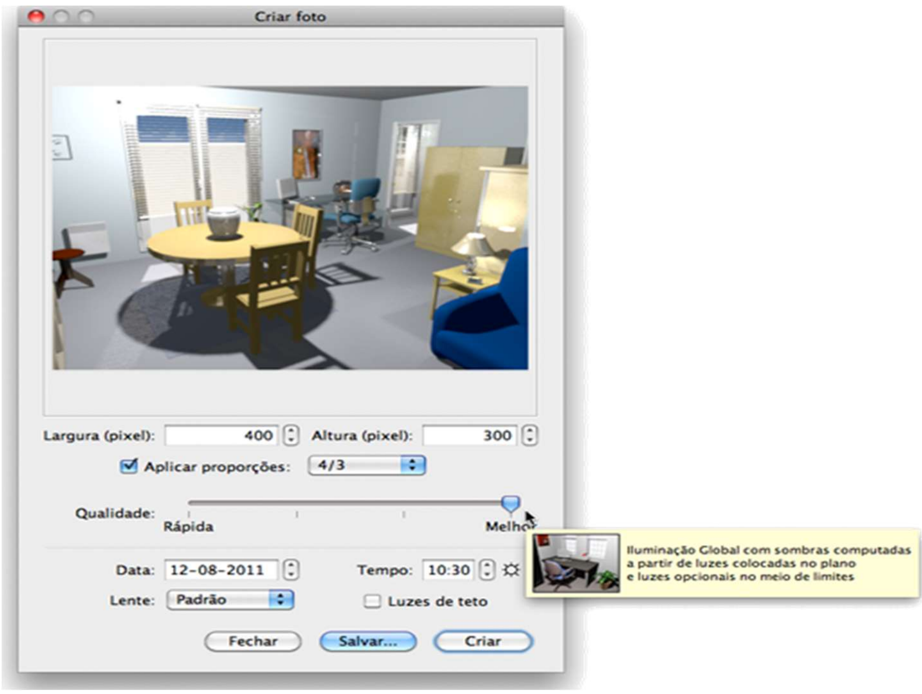


Figura 22. Criando fotos

Calculando uma imagem no melhor nível de qualidade pode levar um longo tempo dependendo de sua casa e qualidade de seu computador. Note que você poderá modificar sua casa durante esse cálculo. Por razões técnicas, apenas um painel *Criar foto* pode ser aberto ao mesmo tempo.

Criando vídeos 3D

Clique na ferramenta *Criar vídeo...* para exibir o painel usado para criar um vídeo a partir de um caminho virtual na visão 3D. Como mostrado na figura 23, esse painel deixa você escolher o formato do vídeo, a respectiva qualidade em um modo similar do painel de criação de fotos.

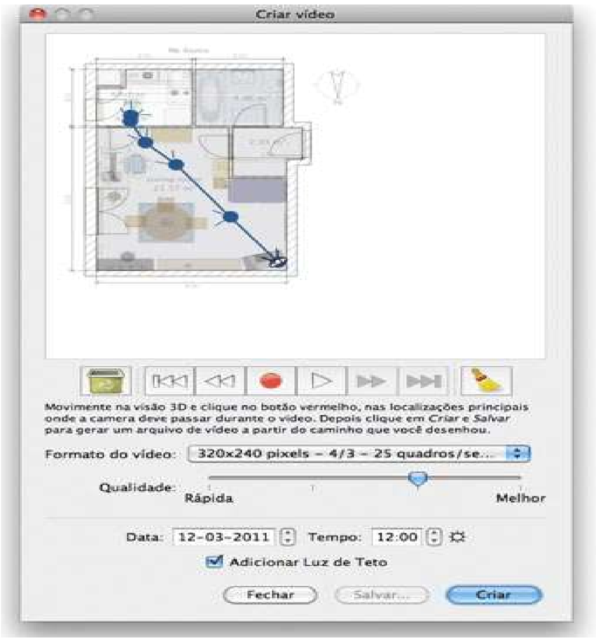


Figura 23. Criando vídeo

Para criar um vídeo, escolha na visão 3D a localização inicial da câmera de vídeo e clique no botão vermelho no painel de criação de vídeo. Em seguida mova da visão 3D para a próxima localização da câmera de vídeo e clique novamente no botão vermelho. Repita esses passos para cada localização na qual a câmera deverá passar durante o vídeo.
A cada vez que você clicar no botão vermelho, um novo ponto é adicionado no painel de criação de vídeo para mostrar a você os caminhos que a câmera percorre. Como o Sweet Home 3D leva em conta também a elevação da câmera, seus 2 ângulos de rotação e os campos de visão, você poderá criar todo tipo de animação. Uma vez que o caminho que você criou está satisfatório, clique no botão *Criar* para começar o cálculo dos frames do vídeo, e então uma vez que o cálculo foi finalizado. Clique no botão *Salvar...* para salvar o vídeo no formato de arquivo do Quicktime. Você pode ver esse vídeo com diferentes ferramentas como o VLC ou colocá-lo em outro formato. As Figuras 24 e 25 mostra dois vídeos cálculos a partir do caminho mostrado na figura 23 e transformado no formato MPEG-4 para que seja disponível a exibição com o flowplayer:

Figura 24. Vídeo com a mesma qualidade da visão 3D

Figura 25. Vídeo com a melhor qualidade

Use os botões de reprodução para verificar aproximadamente o caminho da câmera na visualização em 3D, porque o cálculo de um vídeo pode demorar de alguns minutos a horas, dependendo da sua casa, a qualidade que você escolheu e da qualidade de seu computador.

Exportar para o formato OBJ

Se você quer reutilizar sua cada em algum software 3D como o Blender ou Art of Illusion para implementar essa renderização por exemplo, selecione a partir do menu *Visão 3D > Exportar para o formato OBJ...* e importe o arquivo OBJ gerado nesses softwares. Esse menu irá gravar no arquivo OBJ selecionado a descrição de todos os objetos mostrados na visão 3D, isso irá criar um arquivo MTL descrevendo a cor e finalmente, irá salvar as imagens das texturas que você utilizou. A figura 26 mostra uma renderização pronta no Blender uma vez que algumas luzes foram adicionadas ao cenário.

Figura 26. Renderizando uma casa exportada no Blender

Adicionando plug-ins

Os recursos do Sweet Home 3D podem ser estendido graças aos plug-ins, que você poderá desenvolver por conta própria caso esteja apto a programar em Java. Um plug-in é um arquivo SH3P armazenado na pasta de plug-ins do Sweet Home 3D. Para instalar um arquivo SH3P nessa pasta, simplesmente dê um duplo clique no arquivo sob a plataforma Windows e Mac OS X. Sob Linux, você terá que copiar o arquivo Sh3P na subpasta .eteks/sweethome3d/plugins de sua pasta local caso o duplo clique não funcionar.
Uma vez que o plug-in for instalado, reabra o Sweet Home 3D para deixar o novo menu e/ou os novos botões aparecerem. Por exemplo, o plug-in Rotacionador da Casa adiciona dois itens para o menu *Planta* que permitirá rotacionar todos os itens da planta da casa no sentido horário ou anti-horário.

Para desinstalar um plug-in, remova o arquivo SH3P da pasta de plug-ins do Sweet Home 3D:

- Sob a plataforma Windows Vista / 7 / 8, remova-o da pasta C:\Users*usuario*\AppData\Roaming\eTeks\Sweet Home 3D\plugins,
- Sob a plataforma Windows XP e versões anteriores do Windows, remova-o da pasta C:\Documents and Settings*usuário*\Application Data\eTeks\Sweet Home 3D\plugins,
- Sob a plataforma Mac OS X, remova-o do subpasta Library/Application Support/eTeks/Sweet Home 3D/plugins de sua pasta local,
- Sob a plataforma Linux, remova-o da subpasta. eteks/sweethome3d/plugins de sua pasta local.

Última atualização: 11 de setembro de 2013

---

[i] Para cada tipo de plataforma há instruções disponíveis na Internet, para quem deseja fazer o download e instalação do Sweet Home 3D. Os links estão listados a seguir:

Windows:	http://sourceforge.net/projects/sweethome3d/files/SweetHome3D/Sweet Home3D-4.1/SweetHome3D-4.1-windows-oc.exe/download
Mac OS X:	http://sourceforge.net/projects/sweethome3d/files/SweetHome3D/Sweet Home3D-4.1/SweetHome3D-4.1-macosx.dmg/download
Linux:	http://sourceforge.net/projects/sweethome3d/files/SweetHome3D/Sweet Home3D-4.1/SweetHome3D-4.1-linux-x86.tgz/download

Para quem não quer baixar o software em seu computador há a possibilidade de editar os desenhos online.