

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

RODRIGO PEREIRA GONÇALVES

ESTUDO NUMÉRICO DO EFEITO DE PROPRIEDADES MECÂNICAS E DO ATRITO
NO FENÔMENO DE SHAKEDOWN

ESTUDO DE CASO: CONTATO ESFERA-PLANO SUBMETIDO A CARREGAMENTO CÍCLICO

VITÓRIA

2017

RODRIGO PEREIRA GONÇALVES

**ESTUDO NUMÉRICO DO EFEITO DE PROPRIEDADES MECÂNICAS E DO ATRITO
NO FENÔMENO DE SHAKEDOWN**

ESTUDO DE CASO: CONTATO ESFERA-PLANO SUBMETIDO A CARREGAMENTO CÍCLICO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, na área de concentração Ciência e Engenharia dos Materiais: Tribologia.
Orientador: Prof. Dr. Cherlio Scandian.

VITÓRIA

2017

RODRIGO PEREIRA GONÇALVES

**ESTUDO NUMÉRICO DO EFEITO DE PROPRIEDADES MECÂNICAS E DO
ATRITO NO FENÔMENO DE SHAKEDOWN**

ESTUDO DE CASO: CONTATO ESFERA-PLANO SUBMETIDO A CARREGAMENTO CÍCLICO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, na área de concentração Ciência e Engenharia dos Materiais. Subárea: Tribologia.

Aprovada em 29 de setembro de 2016.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Cherlio Scandian - Orientador
Universidade Federal do Espírito Santo

Prof. Dr. Roberto Martins de Souza - Co-orientador
Universidade de São Paulo

Prof. Dr. Washington Martins da Silva Junior - Examinador Externo
Universidade Federal de Uberlândia

AGRADECIMENTOS

Sucintamente, gostaria de agradecer aos professores Dr. Cherlio Scandian e Dr. Roberto Martins de Souza pela confiança, apoio e orientação, aos meus pais e familiares por todo o suporte recebido durante esta jornada e aos amigos verdadeiros, os quais sempre acreditaram na minha capacidade e que poderei contar com a amizade para o restante de minha vida.

RESUMO

Materiais, quando submetidos a carregamentos cíclicos, podem inicialmente responder plasticamente e, após uma determinada quantidade de ciclos de carregamento, passar a ter uma resposta perfeitamente elástica. A esta transição de comportamento se dá o nome de shakedown. Uma das aplicações que pode se beneficiar de uma análise shakedown é o contato roda-trilho de uma ferrovia. Um diagrama shakedown que relaciona carga e atrito pode ser utilizado para prever a resposta dos materiais em contato quando submetidos a diversas condições de operação, possibilitando a escolha de parâmetros operacionais que melhor atendam a necessidade da ferrovia, garantindo uma boa frenagem e capacidade de carga, aliados a uma boa vida útil dos trilhos e a um consumo adequado de combustível. Este trabalho é um estudo inicial do shakedown no contato roda-trilho. Assim, ele objetiva realizar um estudo numérico da influência de diferentes propriedades mecânicas e do atrito no fenômeno shakedown, considerando uma configuração mais simples, qual seja, o contato esfera-plano quando submetido a um carregamento cíclico unidirecional. Utilizou-se o software comercial ABAQUS afim de simular um carregamento cíclico de elementos axissimétricos, esfera rígida sobre um semi-espaço deformável, através do método dos elementos finitos. Foram analisados efeitos de tensão de escoamento, coeficiente de atrito, grau de encruamento e modelo de encruamento. Os resultados indicam que quanto mais resistente é o material solicitado (maior tensão de escoamento), mais rápido o shakedown é alcançado. Para as condições analisadas, o atrito se mostra prejudicial ao fenômeno shakedown, aumentando a quantidade de ciclos de carregamento necessários para sua estabilização. Já o encruamento teve uma influência benéfica, facilitando o acontecimento do fenômeno. Os modelos de encruamento isotrópico e cinemático linear mostraram-se inadequados para análise shakedown em condições que envolvem alta deformação plástica, não sendo capazes de prever a plasticidade incremental (ratchetting). Já o modelo de encruamento cinemático não-linear mostrou-se adequado para todas as condições simuladas.

Palavras-chave: shakedown, atrito, método de elementos finitos, modelos de encruamento.

ABSTRACT

Materials subjected to cyclic loading can initially respond plastically and, after a certain amount of load cycles, begin to have a perfectly elastic response. This transition in behavior is called shakedown. One of the applications that can benefit from a shakedown analysis is the wheel-rail contact of a railroad. A shakedown diagram relating load and friction can be used to predict the response of materials in contact in various conditions, allowing the choice of parameters that meet the needs of the railway, ensuring good braking and load capacity, combined with good service life of rails and suitable fuel consumption. This work is intended to be an initial study of shakedown in the wheel-rail contact. To this end, it aims to carry out a numerical study of the influence of different mechanical properties and friction in the shakedown phenomenon considering the case of a sphere-plan contact submitted to unidirectional cyclic loading. Commercial software ABAQUS was used in order to simulate the cyclic loading of axisymmetric elements, rigid sphere on a deformable half-space, using the finite element method. Analyses considered the effects of yield stress, friction coefficient, degree of strain hardening and the strain hardening model. Results indicate that the more resistant the material (higher yield stress), the faster the shakedown stabilization. For the conditions studied, friction is detrimental to the shakedown event, increasing the amount of loading cycles required for its stabilization. Strain hardening has a beneficial influence, facilitating the occurrence of the phenomenon. The isotropic and linear kinematic hardening models proved to be inadequate to reproduce conditions that involve high plastic deformation, preventing the prediction of incremental plasticity. The non-linear kinematic hardening model was adequate for shakedown analysis in all simulated conditions.

Keywords: shakedown, friction, finite elements method, strain hardening models.

LISTA DE FIGURAS

<p>Figura 1 - Ilustração esquemática de (a) corpo rolando sobre uma superfície horizontal com o respectivo diagrama de corpo livre e (b) um corpo deslizando sobre uma superfície. Fonte: (HUTCHINGS, 1992). Nota: Editado pelo autor.....</p>	21
<p>Figura 2 - Distribuições de tensões na área de contato carregada simultaneamente com forças normal e tangencial. Tensões mostradas através do método de fotoelasticidade. Fonte: (POPOV, 2010).</p>	23
<p>Figura 3 - Imagem das franjas de interferência entre lentes. (a) sem carregamento. (b) sob efeito de carregamento. Fonte: (JOHNSON, 1994). Nota: Editado pelo autor.</p>	24
<p>Figura 4 - Diferentes formas de resposta ao carregamento cíclico: (a) perfeitamente elástica, (b) shakedown, (c) plasticidade cíclica, (d) ratchetting. Fonte: (WILLIAMS, 2005). Nota: Editado pelo autor.</p>	25
<p>Figura 5 - Modelo da forma com que as deformações cisalhantes de ratchetting acumulam em um contato roda-trilho. Fonte: Autor.</p>	27
<p>Figura 6 - Modelo de um cilindro rígido deslizando sem atrito sob um semi-espaço perfeitamente elasto-plástico. σ_{xx}, σ_{yy} e σ_{xz} configuram o campo de tensões provenientes da carga P; ρ_{xy} e ρ_{yy} são tensões residuais. Δu_{xx} é o deslocamento superficial aplicável no teorema de Koiter. Fonte: (WILLIAMS, 2005). Nota: editado pelo autor.....</p>	29
<p>Figura 7 - Tensões abaixo de uma linha de carga Hertiziana. (a) Linhas de máximo valor de tensão de cisalhamento no plano x-z. (b) Distribuição das tensões diretas σ_{xx}, σ_{yy} e da tensão de cisalhamento τ_1 ao longo do plano x-z. Fonte: (WILLIAMS, 2005). Nota: editado pelo autor.....</p>	30
<p>Figura 8 - Tensões internas para o caso de um cilindro rígido deslizando sem atrito sobre um semi-espaço perfeitamente elasto-plástico. Linhas sólidas: tensões internas em uma profundidade $z = 0,5a$, constituídas da tensão de cisalhamento σ_{xz} e das tensões diretas σ_{xx} e σ_{yy}. Linhas pontilhadas: Tensões com adição das tensões residuais ρ_{xx} e ρ_{yy} após o estabelecimento do regime estacionário. Fonte: (WILLIAMS, 2005). Nota: Editado pelo autor.....</p>	31

Figura 9 - Diagrama shakedown onde a máxima pressão de contato permitida (normalizada pela tensão de escoamento em cisalhamento) é plotada em relação ao coeficiente de atrito. As regiões abaixo das curvas podem ser consideradas seguras. A curva A ilustra o caso mais conservador onde o limite elástico do material nunca é excedido: Curva B mostra o efeito do fenômeno Shakedown em um material elasto-plástico ideal. Fonte: (WILLIAMS, 2005). Nota: editado pelo autor.	35
Figura 10 - Diagrama shakedown com as zonas de plasticidades cíclica e incremental delimitadas. Fonte: (PONTER et al., 1985). Nota: Editado pelo autor.....	36
Figura 11 - Redução da zona de plasticidade cíclica com o aumento do coeficiente de atrito. (a) $\mu = 0,1$; (b) $\mu = 0,2$. Fonte: (PONTER, et al., 1985). Nota: Editado pelo autor.....	37
Figura 12 - Taxa de acumulação de deformação plástica unidirecional em função da profundidade e da razão $p_0/p_s = \mu p_0/k$. Fonte: (BOWER e JOHNSON, 1989). Nota: Editado pelo autor.....	38
Figura 13 - Modelo de encruamento isotópico. Representação no campo de tensões e em tensão-deformação plástica. Fonte: (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994). Nota: Editado pelo autor.....	39
Figura 14 - Modelo de encruamento cinemático linear. Representação no campo de tensões e em tensão - deformação plástica. Fonte: (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994). Nota: Editado pelo autor.....	40
Figura 15 - Representação do efeito Bauschinger. σ_t e σ_c são respectivamente tensões de escoamento em tração e compressão. Fonte: (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994). Nota: Editado pelo autor.....	41
Figura 16 - Modelo de encruamento cinemático não linear. (a) três dimensões, (b) tração-compressão. Fonte: (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994). Nota: Editado pelo autor.....	42
Figura 17 - Sobreposição de vários modelos cinemáticos. Fonte: (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994). Nota: Editado pelo autor.	43
Figura 18 - Diagrama shakedown onde a máxima pressão de contato permitida (normalizada pela tensão de escoamento em cisalhamento) é plotada em relação ao coeficiente de atrito local. As regiões abaixo das curvas podem ser consideradas	

seguras. A curva A ilustra o caso mais conservador onde o limite elástico do material nunca é excedido: Curva B mostra o efeito do fenômeno Shakedown em um material elasto-plástico ideal. A curva C mostra a performance adicional disponível caso o material sofra um encruamento cinemático. Fonte: (WILLIAMS, 2005). Nota: editado pelo autor.....	44
Figura 19 - Exemplo de um encruamento combinado. Encruamento anisotrópico (rotação da superfície) sobreposto em encruamentos cinemático (translação) e isotrópico (redução de tamanho). Fonte: (MORETON et al, 1983) apud (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994).	45
Figura 20 - Mudança na área de contato durante o rolamento de um disco coroadado sobre um disco cilíndrico. Fonte: (HEARLE, 1984) apud (KAPOOR e JOHNSON, 1992). Nota: Editado pelo autor.....	46
Figura 21 - Mudança na distribuição de pressão conforme a mudança na área de contato. (a) Inicial (quase Hertziana). (b) No shakedown (quase Kunert). (c) Distribuição de pressão idealizada (Kunert). Fonte: (KAPOOR e JOHNSON, 1992). Nota: Editado pelo autor.....	47
Figura 22 - Limites shakedown em rolamento puro calculados para as distribuições de Hertz e Kunert. Fonte: (KAPOOR e JOHNSON, 1992). Nota: Editado pelo autor....	47
Figura 23 – Variação do limite shakedown em relação ao índice de plasticidade do material solicitado. h e dp são, respectivamente, máxima altura da aspereza e desvio padrão. Fonte: (KAPOOR et al., 1994). Nota: Editado pelo autor.	48
Figura 24 - Geometria axissimétrica utilizada nas análises. Esfera rígida sobre semi-espaço deformável. Fonte: Autor.	50
Figura 25 - Aplicação da carga no ciclo de carregamento. Fonte: Autor.	51
Figura 26 - Curvas de deformação plástica indicando os três graus de encruamento em um material com tensão de escoamento igual a 500 Mpa. Fonte: Autor.	52
Figura 27 - Malha do semi-espaço deformável utilizada nas análises de elementos finitos. Elementos da malha decrescem de tamanho conforme se aproximam do contato. Fonte: Autor.	53
Figura 28 - Campos de tensão equivalente para as condições $\sigma_e = 300 \text{ MPa}$, $\mu = 0,3$, ENC 1 e ECNL. (a) Fim do carregamento do 1º ciclo, (b) Fim do descarregamento do 1º ciclo. Fonte Autor.	57

- Figura 29 - Progressão do campo da tensão de cisalhamento (S_{12}) ao longo do carregamento para a configuração $\sigma_e = 300 \text{ MPa}$, $\mu = 0,3$, ENC 1 e ECNL. (a) $0,25P$, (b) $0,5P$, (c) $0,75P$ e (d) P . Fonte: Autor. 59
- Figura 30 - Progressão do campo de deformação plástica equivalente (PEEQ) ao longo do carregamento para a configuração $\sigma_e = 300 \text{ MPa}$, $\mu = 0,3$, ENC 1 e ECNL. (a) $0,25P$, (b) $0,5P$, (c) $0,75P$ e (d) P . Fonte: Autor. 60
- Figura 31 - Curva tensão-deformação equivalentes para a configuração $\sigma_e = 300 \text{ MPa}$, $\mu = 0,3$, ENC 1, ECNL e 16 ciclos de carregamento. Fonte: Autor. 61
- Figura 32 - Curvas tensão-deformação equivalentes. Análises realizadas sob as condições $\mu = 0,3$, ENC 1, ECNL e 16 ciclos de carregamento. (1) $\sigma_e = 150 \text{ MPa}$, $\sigma_e = 300 \text{ MPa}$, $\sigma_e = 500 \text{ MPa}$. Fonte: Autor. 62
- Figura 33 - Ampliação, no gráfico da Figura 33, evidenciando o período contemplado entre o final do primeiro carregamento até o final do último ciclo de carregamento. (a) $\sigma_e = 150 \text{ MPa}$, (b) $\sigma_e = 300 \text{ MPa}$. Nota: Apesar de escalas diferentes, as diferenças de tensão e deformação, na ordenada e na abscissa, são as mesmas para os dois gráficos. Fonte: Autor. 63
- Figura 34 - Curvas tensão-deformação equivalentes para um material sob as condições 850 MPa, ENC 1, ECNL e 14 ciclos de carregamento. (a) $\mu = 0$, (b) $\mu = 0,3$, (c) $\mu = 0,5$. Fonte: Autor. 65
- Figura 35 - Fluxo de material na zona crítica no final do primeiro carregamento. $\sigma_e = 500 \text{ MPa}$, $\mu = 0$ e ENC 1. Fonte: Autor. 66
- Figura 36 - Curvas tensão-deformação equivalentes para um material sob as condições $\sigma_e = 500 \text{ MPa}$, $\mu = 0,3$, ECNL e 16 ciclos de carregamento. (a) ENC 0, (b) ENC 1 e (c) ENC 2. Fonte: Autor. 67
- Figura 37 - Curvas tensão-deformação equivalentes para um material sob as condições $\sigma_e = 150 \text{ MPa}$, $\mu = 0,3$, ENC 1 e 16 ciclos de carregamento. (a) EI, (b) ECL e (c) ECNL. Fonte: Autor. 69
- Figura 38 - Ampliação das curvas da Figura 38 no período contemplado entre o final do primeiro carregamento até o final do último ciclo de carregamento. (a) EI, (b) ECL e (c) ECNL. Fonte: Autor. 70

Figura 39 - Curvas tensão-deformação equivalentes para um material sob as condições $\sigma_e = 1250 \text{ MPa}$, $\mu = 0,3$, ENC 1 e 12 ciclos de carregamento. (a) EI, (b) ECL e (c) ECNL. Fonte: Autor..... 71

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Diferentes tensões de escoamento, graus de encruamento e modelos de encruamento analisados durante as simulações. Fonte: Autor.	51
Tabela 2 - Curvas de deformação plástica para cada grau de encruamento. Fonte: Autor.	52
Tabela 3 - Matriz de simulações para análise da influência da tensão de escoamento no fenômeno shakedown. Fonte: Autor.	54
Tabela 4 - Matriz de simulações para análise da influência do coeficiente de atrito no shakedown. Fonte: Autor.	55
Tabela 5 - Matriz de simulações para análise da influência do grau de encruamento no shakedown. Fonte: Autor.	55
Tabela 6 - Matriz de simulações para análise da influência do modelo de encruamento no shakedown. Fonte: Autor.	56

LISTA DE SÍMBOLOS

P - Carga normal

F_{at} - Força de atrito

μ - Coeficiente de atrito

a - Largura de semi-contato

p_0 - Máxima pressão de contato

P^* - Carga normal por unidade de comprimento

E^* - Módulo de Young reduzido

ν - Coeficiente de Poisson

k - Tensão de escoamento em cisalhamento simples

Δu_{xx} - Deslocamento superficial

$\sigma_{xz(máx)}$ - Tensão de cisalhamento máxima

$q(x)$ - Tração atuando na área de contato

Q - Campo de tensões trativas

ϵ_p - Deformação plástica

X - Backstress

C - Módulo de encruamento cinemático

γ - Taxa com que o módulo de encruamento cinemático decresce com o aumento progressivo da deformação plástica

$\dot{\epsilon}^{pl}$ - Taxa de deformação plástica equivalente

σ_e - Tensão de escoamento

LISTA DE SIGLAS

FEM - Método de elementos finitos

EI - Encruamento Isotrópico

ECL - Encruamento cinemático linear

ECNL - Encruamento cinemático não-linear

ENC 0 - Grau de encruamento 0

ENC 1 - Grau de encruamento 1

ENC 2 - Grau de encruamento 2

PEEQ - Deformação plástica equivalente

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	17
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	20
2.1 TRIBOLOGIA	20
2.1.1 <i>Atrito</i>	21
2.2 MECÂNICA DO CONTATO.....	23
2.2.1 <i>Teoria de Hertz.....</i>	23
2.2.2 <i>Comportamento dos materiais sob efeito de carregamento cíclico.....</i>	25
2.3 FENÔMENO SHAKEDOWN	27
2.3.1 <i>A influência das tensões residuais.....</i>	29
2.3.2 <i>A influência do atrito.....</i>	34
2.3.3 <i>A influência do encruamento</i>	38
2.3.3.1 <i>Encruamento Isotrópico</i>	39
2.3.3.2 <i>Encruamento cinemático linear</i>	40
2.3.3.3 <i>O efeito Bauschinger</i>	40
2.3.3.4 <i>Encruamento cinemático não - linear</i>	41
2.3.3.5 <i>Encruamento combinado</i>	45
2.3.4 <i>A influência da geometria de contato.....</i>	45
2.3.5 <i>Trabalhos recentes utilizando FEM para estudar shakedown</i>	48
3 DESCRIÇÃO DO MODELO DE ELEMENTOS FINITOS	50
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES	57
4.1 CAMPOS DE TENSÕES E DEFORMAÇÕES.....	57
4.2 A INFLUÊNCIA DA TENSÃO DE ESCOAMENTO	61
4.3 A INFLUÊNCIA DO ATRITO	64
4.4 A INFLUÊNCIA DO GRAU DE ENCRUAMENTO DO MATERIAL	66
4.5 A INFLUÊNCIA DO MODELO DE ENCRUAMENTO ANALISADO	68
5 CONCLUSÕES	72

6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	74
7 REFERÊNCIAS	75

1 INTRODUÇÃO

O estudo da tribologia possui grande influência na economia e desenvolvimento tecnológico de um país. Holmberg e Erdemir (2015) estimaram que cerca de 20% de toda energia produzida no mundo é perdida na dissipação pelo atrito. Jost (1990) diz que a atenção adequada à tribologia, no que se refere à educação, pesquisa e aplicações, poderiam levar à economia de 1,3 a 1,6% do produto nacional bruto de um país.

Uma alternativa tecnológica, afim de solucionar problemas tribológicos, é a utilização de uma análise shakedown na confecção de projetos estruturais que envolvam carregamentos cíclicos. Shakedown pode ser entendido como um processo pelo qual um material submetido a um carregamento cíclico deixa de responder plasticamente e passa a responder ao carregamento de maneira elástica. Entretanto, a maioria dos projetos estruturais que envolvem carregamentos cíclicos desconsidera o fenômeno shakedown e se baseia em uma análise elástica ou uma análise limite. Uma análise elástica não explora por completo a capacidade de carga do material. Por outro lado, uma análise limite considera uma tensão de ruptura (colapso estático) assumindo que o carregamento aplicado na estrutura é proporcional e independente do tempo, o que não ocorre na prática, pois carregamentos reais de maneira geral não são nem monotônicos, nem proporcionais. Uma análise shakedown define fronteiras para a fadiga de baixo ciclo e a plasticidade incremental, sendo, desta forma, mais segura e eficiente em situações que envolvam carregamentos cíclicos.

O primeiro teorema shakedown foi formulado por Bleich em 1932, o teorema estático foi estendido por Melan em 1936 e o teorema shakedown cinemático foi postulado por Koiter em 1960. Desde então, o estudo do fenômeno shakedown se expandiu em diversas direções. Limites shakedown para materiais perfeitamente elasto-plásticos sujeitos a rolamento cíclico e rolamento com parcela de deslizamento, foram obtidos, respectivamente, por Johnson (1962, 1994) e Johnson e Jefferis (1963). Kappor e Johnson (1992) estudaram o efeito da mudança na geometria de contato e observaram um aumento do limite shakedown conforme as superfícies em contato aumentavam sua

conformidade. Kapoor e Williams (1994) analisaram o comportamento do material, em um deslizamento de um semi-espaço encruado e observaram a dependência do limite shakedown com a dureza do material solicitado e a rugosidade de sua superfície.

Em adição ao limite shakedown, o conhecimento do comportamento do material quando solicitado acima do limite shakedown é crítico para o entendimento da falha de um material sujeito a carregamento cíclico. Merwin e Johnson (1963) realizaram uma análise aproximada do fluxo plástico em materiais perfeitamente elasto-plásticos sujeitos a rolamento cíclico acima do limite shakedown. Bhargava et al. (1985) analisaram a deformação de um semi-espaço elasto-plástico submetido a rolamento repetitivo utilizando o método de elementos finitos (FEM) e obtiveram resultados similares aos de Merwin e Johnson, com exceção ao incremento de deformação cisalhante residual. Ponter et al. (1985) utilizaram um teorema cinemático para analisar rolamento e deslizamento repetitivos de pontos de contato, estabelecendo fronteiras entre plasticidades cíclica e incremental. Bower e Johnson (1989) examinaram o efeito do encruamento cinemático não-linear na plasticidade incremental atuante nas superfícies e sub-superfícies de materiais submetidos a rolamentos e deslizamentos repetitivos. Posteriormente, Bower e Johnson (1991) empregaram um modelo de encruamento cinemático não-linear para analisar o limite shakedown e a deformação plástica em trilhos sujeitos a um carregamento cíclico. Yu et al. (1993) usaram uma técnica analítica e FEM para determinar o limite shakedown e os campos de tensão e deformação em rolamento elasto-plástico 2D, enquanto Kulkarni et al. (1990, 1991) utilizaram um modelo tridimensional de FEM para examinar o desenvolvimento de tensões residuais e deformação plástica em materiais perfeitamente elasto-plásticos e com encruamento cinemático linear sujeitos a carregamentos cíclicos abaixo e acima do limite shakedown.

Uma das aplicações na indústria que pode se beneficiar de uma análise shakedown é o contato roda-trilho. O contato entre roda e trilho é usualmente submetido a cargas normais e tangenciais. Forças longitudinais surgem através da tração da locomotiva, já forças laterais são resultantes do desalinhamento entre as rodas e os trilhos durante as curvas (BOWER e JOHNSON, 1991). De maneira geral, somente um deslizamento parcial acontece entre rodas e trilhos, mas em condições de carregamento extremo ou curvas

muito acentuadas o contato pode acontecer em condições de deslizamento puro (KALOUSEK et al, 1982). O coeficiente de atrito no contato deve ser controlado. Um alto atrito no contato leva, em geral, a uma deterioração mais rápida do trilho e a um maior consumo de combustível. Entretanto, ele também não poder ser muito baixo, afim de garantir uma frenagem eficiente. Nesta complexa combinação de fatores que configuram o contato roda-trilho, onde ciclos de carregamento não-proporcionais e atrito estão presentes, a análise shakedown se mostra mais adequada, por prever todos estes fatores envolvidos. Um diagrama shakedown que relaciona carga e atrito pode ser utilizado para prever a resposta de um material sob diversas condições de operação. Pode-se, então, escolher um conjunto de parâmetros que melhor atendam a necessidade da aplicação, garantindo uma boa frenagem e capacidade de carga, aliados a uma boa vida útil dos trilhos e a um consumo adequado de combustível.

Devido à complexidade geométrica e mecânica do contato roda-trilho, no âmbito da abordagem shakedown, partiu-se inicialmente para um estudo numérico da influência de diferentes propriedades mecânicas e do atrito no fenômeno shakedown, de uma configuração mais simples: contato esfera-plano submetido a carregamento unidirecional cíclico, sendo este o objeto deste trabalho.

Para alcançar esse objetivo, o trabalho foi organizado da seguinte maneira: no capítulo 2 foi feita uma revisão bibliográfica apresentando os conceitos físicos do fenômeno shakedown e dos parâmetros que o influenciam, assim como das áreas da ciência julgadas importantes para esta temática, como tribologia e mecânica do contato; as características do modelo de elementos finitos utilizado no trabalho são descritas no capítulo 3; no capítulo 4 os resultados são apresentados e discutidos confrontando-os com a literatura pertinente; no capítulo 5 as conclusões e considerações finais sobre o trabalho são apresentadas; no capítulo 6 são apresentadas sugestões para trabalhos futuros; finalmente, no Capítulo 7, as referências bibliográficas utilizadas ao longo de todo o trabalho são exibidas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 TRIBOLOGIA

O termo tribologia refere-se à ciência e tecnologia de superfícies que interagem em movimento relativo e de temas e práticas relacionadas” (JOST, 2006). Ela abrange primariamente o estudo do atrito, desgaste e lubrificação e é um tema altamente interdisciplinar.

Fenômenos tribológicos são sistêmicos, ou seja, dependem fortemente das condições do tribossistema em que estão atuando. Atrito e desgaste não são propriedades intrínsecas dos materiais e são influenciados pela interação de diversos fatores, dentre os quais tem-se, por exemplo: tipo de movimento relativo, geometria de contato, velocidade de deslizamento, temperatura, além das propriedades mecânicas, físicas e químicas dos materiais e de suas superfícies.

O atrito é a resistência ao movimento relativo, surgindo a partir de interações dos sólidos na área real de contato e é dependente do par de materiais em contato e do tribossistema (ZUM GAHR, 1987).

Desgaste é a alteração causada a uma superfície sólida pela perda ou deslocamento de material devido ao movimento relativo entre esta superfície e uma substância ou substâncias (ASTM G40-13, 2013).

A Lubrificação pode ser definida como o processo ou técnica utilizada na aplicação de uma camada chamada lubrificante com a finalidade de reduzir o atrito e o desgaste entre duas superfícies sólidas em movimento relativo separando-as parcialmente ou completamente. Esta camada lubrificante pode ser constituída por uma variedade de líquidos, sólidos ou gases, puros ou misturas.

2.1.1 Atrito

O atrito se expressa na forma de uma resistência ao movimento relativo entre duas superfícies através de uma força que atua no sentido contrário ao movimento, sendo esta denominada força de atrito. A Figura 1 ilustra um esquema da força de atrito para os casos de rolamento (a) e deslizamento (b), sendo P a carga normal e F_{at} a força de atrito.

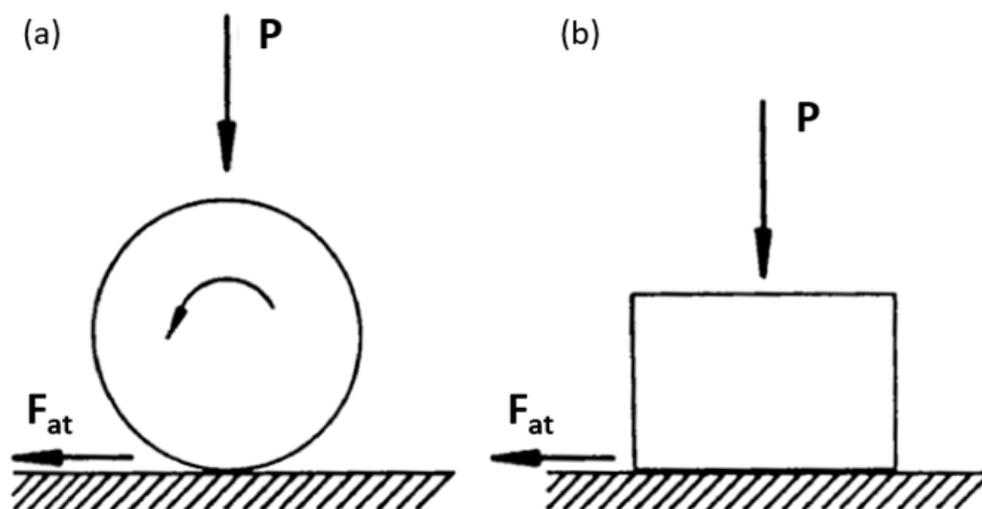


Figura 1 - Ilustração esquemática de (a) corpo rolando sobre uma superfície horizontal com o respectivo diagrama de corpo livre e (b) um corpo deslizando sobre uma superfície. Fonte: (HUTCHINGS, 1992). Nota: Editado pelo autor.

A relação adimensional entre a força de atrito F_{at} entre dois corpos e a força normal P que comprime estes corpos é conhecida por coeficiente de atrito $\mu = F_{at}/P$. Existem dois tipos de coeficiente de atrito: o estático que é relacionado com a resistência para o início do movimento, e o cinético ou dinâmico, que expressa a resistência à continuidade do movimento relativo após este ser estabelecido (BLAU, 2001). Por motivos de simplificação, ao longo deste trabalho, coeficiente de atrito cinético ou dinâmico será chamado apenas de coeficiente de atrito μ .

O atrito foi estudado pioneiramente por Da Vinci, Amontons e Coulomb que estabeleceram as chamadas “Leis do Atrito”:

- A força de atrito é proporcional à força normal;

- A força de atrito é independente da área aparente de contato;
- A força de atrito é independente da velocidade de deslizamento.

Entretanto, diversos tribossistemas não obedecem as leis do atrito. Isso se deve à não consideração da natureza dissipativa da força do atrito. Blau (2009) cita onze maneiras diferentes de se dissipar a energia do atrito:

- Calor proveniente do atrito;
- Criação/ruptura das ligações adesivas;
- Ordenamento/desordenamento de moléculas na superfície;
- Deformação elástica de um ou ambos os sólidos;
- Geração de ondas sonoras ou vibrações;
- Deformação plástica de um ou ambos os sólidos;
- Fratura de um ou ambos os sólidos;
- Criação de defeitos ou transformações de fases em um ou ambos os materiais;
- Promoção de reações químicas superficiais;
- Perdas viscosas no meio interposto (se existir);
- Compressão ou redistribuição dos debrís de desgaste interfacial.

Assim como o atrito, o coeficiente de atrito não é uma propriedade do material, e sim uma resposta do sistema. Portanto, inúmeras variáveis podem afetar o coeficiente de atrito (BLAU, 2009).

Como a energia pode ser dissipada de diversas formas, dois pares deslizantes exibindo o mesmo coeficiente de atrito podem ter taxas de desgaste muito diferentes, pois a energia é dividida de forma diferente (BLAU, 1998). Dessa forma, a avaliação isolada de coeficiente de atrito ou desgaste não fornece uma descrição confiável do que realmente está acontecendo no contato.

2.2 MECÂNICA DO CONTATO

A mecânica do contato é definida como o estudo da deformação de sólidos que se tocam em um ou mais pontos (JOHNSON, 1994; POPOV, 2010). Os princípios da mecânica do contato podem ser aplicados em áreas como o contato roda-trilho, dispositivos de acoplamento, sistemas de frenagem, rolamentos, conformação mecânica, e muitos outros.

São aspectos centrais da mecânica do contato as pressões e a adesão, agindo perpendicularmente à superfície de contato, e as tensões provenientes do atrito, agindo de maneira tangencial entre as superfícies.

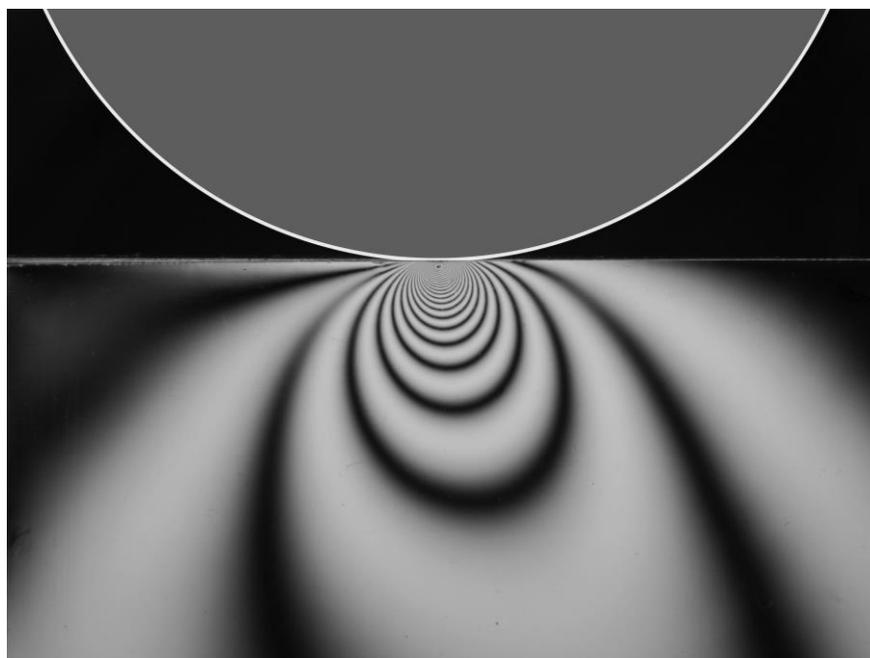


Figura 2 - Distribuições de tensões na área de contato carregada simultaneamente com forças normal e tangencial. Tensões mostradas através do método de fotoelasticidade. Fonte: (POPOV, 2010).

2.2.1 Teoria de Hertz

Hertz foi o pioneiro em analisar as tensões e deformações entre dois corpos sólidos em contato. O estudo do contato entre os corpos deu início quando ele, utilizando duas lentes de vidro em contato, notou uma franja de interferência entre as lentes e, dessa forma, sugeriu que o contato entre as superfícies das lentes gerava uma deformação

elástica devido à pressão entre elas. A Figura 3 mostra as franjas de interferência entre lentes, como as notadas por Hertz (JOHNSON, 1994).

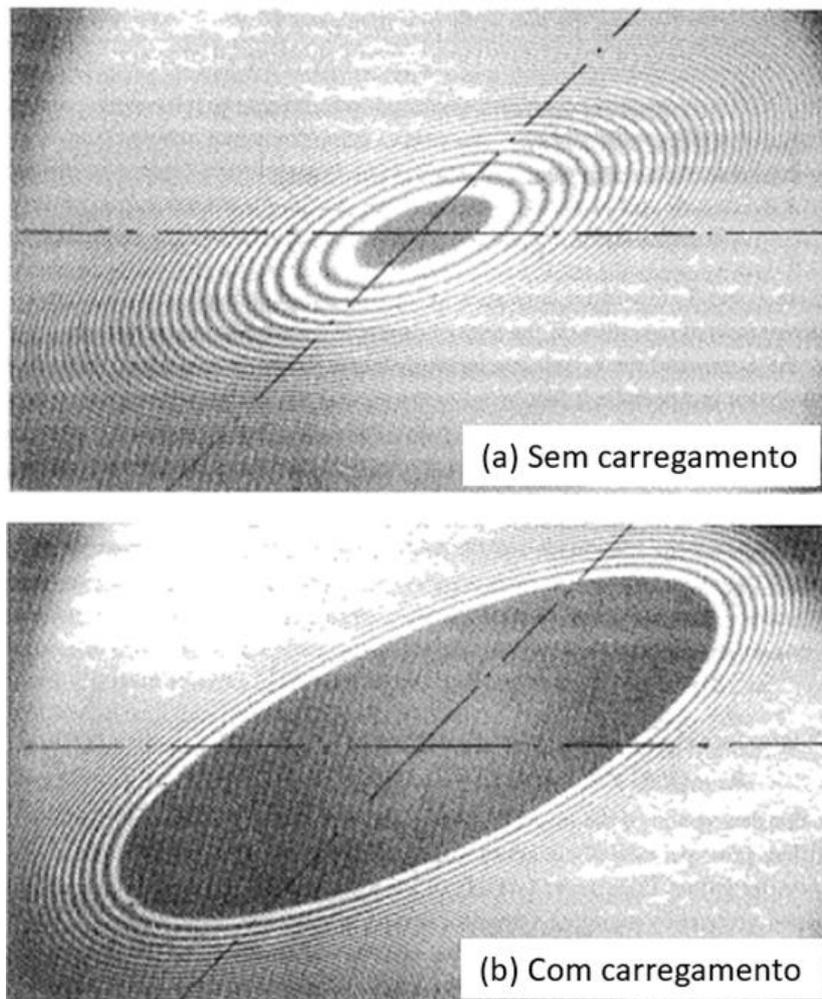


Figura 3 - Imagem das franjas de interferência entre lentes. (a) sem carregamento. (b) sob efeito de carregamento. Fonte: (JOHNSON, 1994). Nota: Editado pelo autor.

As seguintes simplificações foram feitas na determinação das soluções de problemas de contato formuladas por Hertz:

- As deformações são pequenas e restritas pelo limite elástico;
- As superfícies em contato são contínuas e não-conformes (implicando que a área de contato real é muito menor do que as dimensões características dos corpos em contato);
- Cada corpo pode ser considerado um semi-espço elástico;
- O contato entre as superfícies é livre de atrito.

Apesar das considerações listadas acima, a teoria de Hertz é diversas vezes aplicada em sistemas que envolvem plasticidade e atrito. Mesmo se tratando de uma aproximação, em alguns casos é possível realizar análises envolvendo plasticidade e atrito e obter resultados satisfatórios.

2.2.2 Comportamento dos materiais sob efeito de carregamento cíclico

O carregamento, atuando no contato, pode ser monotônico ou cíclico e sua diferenciação implica diretamente na resposta do material. No caso de um carregamento cíclico, objeto de estudo deste trabalho, é possível a ocorrência de um fenômeno de transição em que o material passa de um comportamento inicialmente plástico para um perfeitamente elástico, fenômeno esse conhecido como shakedown.

As diferentes respostas que um material sob efeito de carregamento cíclico pode apresentar são ilustradas na Figura 4. Se a carga é suficientemente pequena para que nenhum elemento do material atinja o escoamento, então a resposta do material será completamente elástica ao longo de todo conjunto de ciclos de carregamento, Figura 4a.

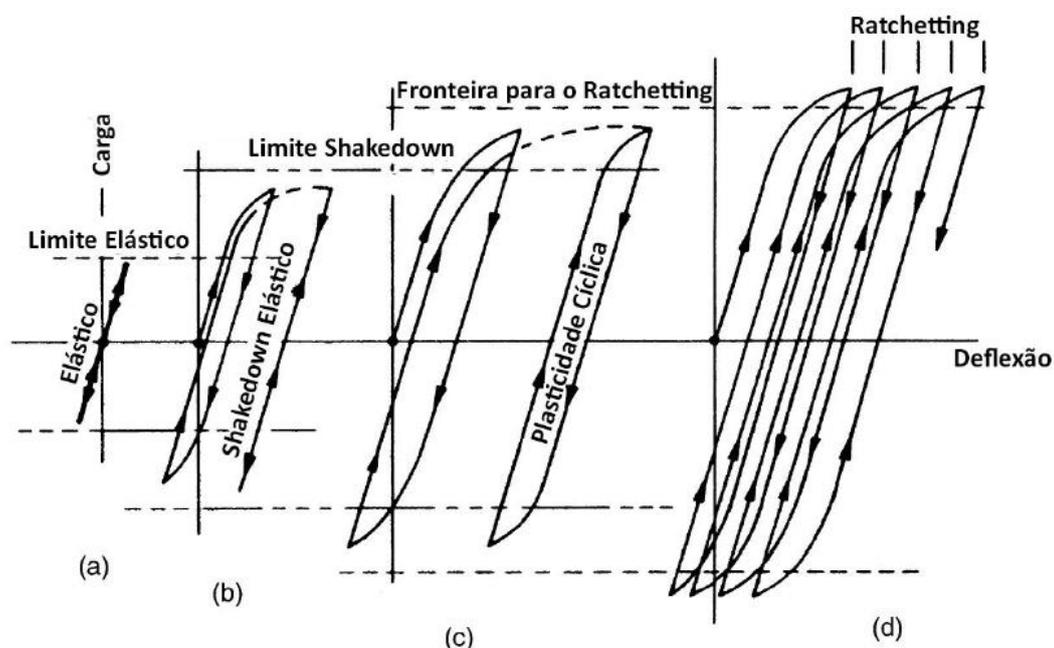


Figura 4 - Diferentes formas de resposta ao carregamento cíclico: (a) perfeitamente elástica, (b) shakedown, (c) plasticidade cíclica, (d) ratchetting. Fonte: (WILLIAMS, 2005). Nota: Editado pelo autor.

Acima do limite elástico, deformação plástica ocorrerá no material solicitado ao menos na primeira aplicação de carga. Contudo, por causa do desenvolvimento de tensões residuais, encruamento e uma possível mudança na geometria de contato, o material pode alcançar, no regime estacionário, uma resposta completamente elástica, denominada shakedown, Figura 4b. Entretanto, existe uma carga máxima acima da qual o fenômeno shakedown não é mais possível, conhecida como "limite shakedown". A aplicação repetitiva de um carregamento, que exceda esse limite, causará repetida deformação plástica no estado estacionário (WILLIAMS, 2005).

Acima do limite shakedown o material pode apresentar dois comportamentos: plasticidade cíclica e incremental (ratchetting). Na plasticidade cíclica, o material fica submetido a um ciclo fechado de deformação plástica no regime estacionário, não havendo incremento líquido de deformação plástica entre os ciclos de carregamento, Figura 4c. Esse ciclo ocorre quando a região de escoamento está confinada abaixo da superfície e envolta de material que ainda não atingiu seu limite elástico. Esse "recobrimento" de material elástico atua impedindo o crescimento líquido de deformação plástica entre os ciclos de carregamento e a região mais solicitada acaba submetida a um ciclo fechado de deformação plástica (PONTER et al., 1985). Materiais submetidos à plasticidade cíclica, em geral, falham por fadiga de baixo ciclo.

Na plasticidade incremental, também conhecida como ratchetting, o escoamento ocorre na superfície, de forma que o material estaria "livre" para acumular deformação plástica a cada ciclo de carregamento, Figura 4d. A Figura 5 detalha como as deformações cisalhantes de ratchetting acumulariam em um contato roda-trilho. Quando submetidos a plasticidade incremental, o material nucleia prematuramente algum defeito ou falha por esgotamento plástico, sendo, dessa forma, uma condição mais severa do que a plasticidade cíclica.

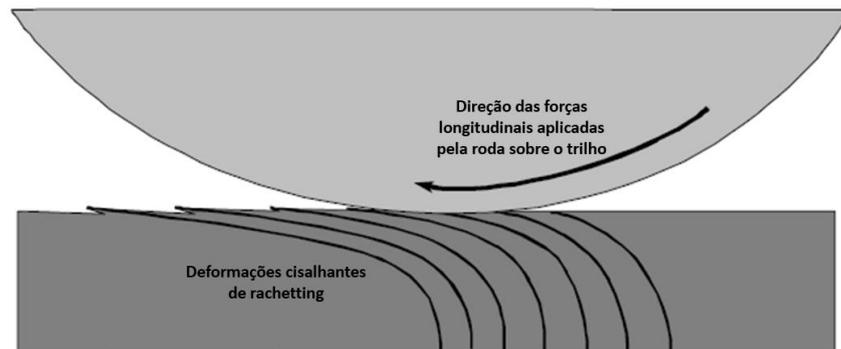


Figura 5 - Modelo da forma com que as deformações cisalhantes de ratchetting acumulam em um contato roda-trilho. Fonte: Autor.

2.3 FENÔMENO SHAKEDOWN

Considera-se, inicialmente, uma estrutura submetida a um carregamento cíclico, que se deforma plasticamente durante a primeira aplicação de carga. Nestas condições, shakedown pode ser definido como o processo que leva esta estrutura a atingir, após uma determinada quantidade de ciclos, um estado estacionário em que a resposta do material é perfeitamente elástica (KAPOUR e JOHNSON, 1992).

Muitos contatos demonstram evidências de deformação plástica sob a ação de cargas repetitivas e podem sofrer o processo de shakedown. O comportamento real desses contatos é complexo. A primeira passagem de um carregamento que exceda o limite elástico do material de um ou de ambos os corpos em contato dá origem a três efeitos separados, cada um dos quais tende a inibir a deformação plástica em ciclos de carregamento subsequentes e contribuem para o acontecimento do shakedown (KAPOUR e JOHNSON, 1992):

- (i) Tensões residuais são introduzidas;
- (ii) O material pode encruar e;
- (iii) A área de contato pode mudar, possibilitando uma redução na pressão de contato.

Outro parâmetro que influencia no fenômeno shakedown é o atrito. De maneira geral, um tribossistema que possui um maior coeficiente de atrito tende a apresentar um menor limite shakedown.

Duas abordagens podem ser utilizadas para obter o limite shakedown. A primeira é analítica e faz uso dos teoremas shakedown estático e cinemático postulados, respectivamente, por Melan e Koiter para obter fronteiras superior e inferior do limite shakedown:

- (i) O teorema estático, devido à Melan afirma que: se qualquer campo de tensões residuais no regime estacionário, que satisfaça as condições de equilíbrio, possa ser encontrado de forma que em nenhum momento o limite de escoamento é ultrapassado, então shakedown ocorrerá. Este teorema fornece uma fronteira inferior do limite shakedown (WILLIAMS, 2005);
- (ii) O teorema cinemático, devido à Koiter afirma que: shakedown não ocorrerá caso, no regime estacionário, exista um ciclo cinematicamente admissível de deformação plástica em que o trabalho realizado pelas cargas externas exceda o trabalho de dissipação plástica interna. Este teorema proporciona, assim, uma fronteira superior do limite shakedown (WILLIAMS, 2005);

A aplicação desses teoremas fornece fronteiras para o limite shakedown. Em alguns casos, é feito um refino nos resultados para que as duas fronteiras tendam ao encontro e, assim, o limite exato é estabelecido (WILLIAMS, 2005).

A segunda abordagem é numérica, o componente é modelado, por exemplo, por meio de uma malha de elementos finitos. A carga é aplicada para que as tensões internas e as componentes de deformação de cada elemento da malha possam ser determinadas. A carga é então removida e, assim, as deformações e tensões residuais são avaliadas. Na próxima aplicação de carga o efeito de tensões residuais, encruamento e mudança na geometria de contato é considerado. O processo é então repetido até que um estado estacionário seja alcançado em que as deformações e tensões residuais não tenham

mais influência de um ciclo para o próximo (WILLIAMS, 2005). Esta abordagem será objeto de estudo no presente trabalho.

2.3.1 A influência das tensões residuais

Afim de demonstrar como diferentes parâmetros influenciam fisicamente no acontecimento do fenômeno shakedown, será feita uma análise analítica baseada nos teoremas de Melan e Koiter para obter o limite shakedown para a o caso de um cilindro rígido deslizando sem atrito sobre um semi-espaço perfeitamente elasto-plástico, Figura 6.

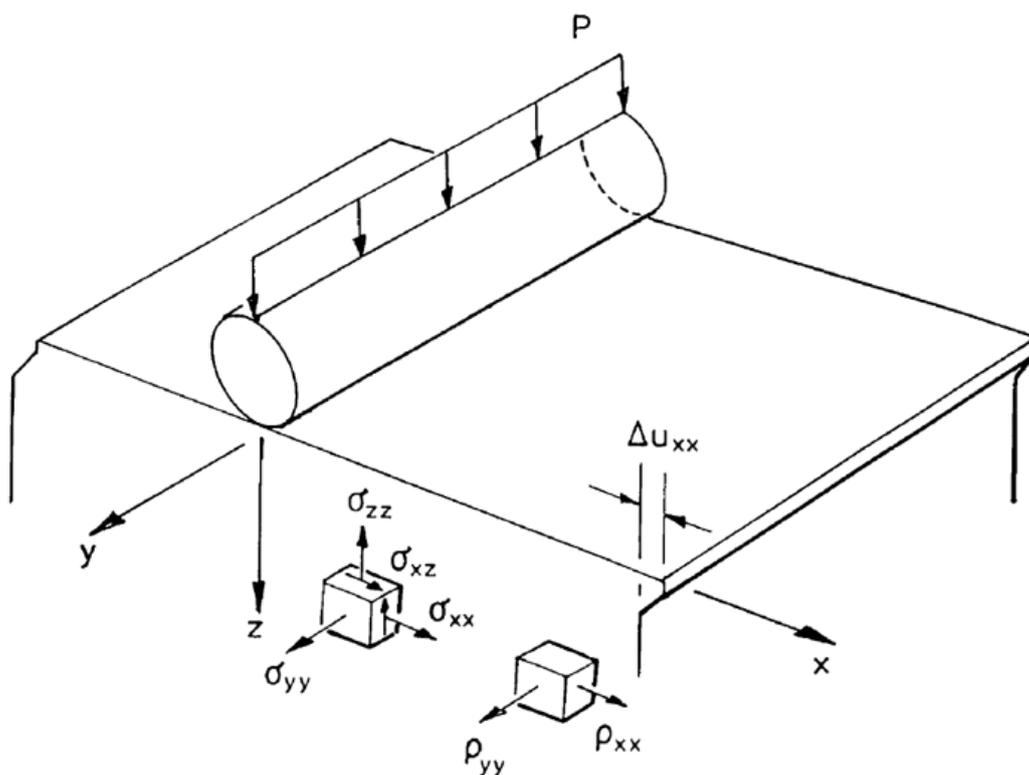


Figura 6 - Modelo de um cilindro rígido deslizando sem atrito sob um semi-espaço perfeitamente elasto-plástico. σ_{xx} , σ_{yy} e σ_{zz} configuram o campo de tensões provenientes da carga P ; ρ_{xx} e ρ_{yy} são tensões residuais. Δu_{xx} é o deslocamento superficial aplicável no teorema de Koiter. Fonte: (WILLIAMS, 2005).
Nota: editado pelo autor.

Em um contato hertziano, ao menos em um material inicialmente livre de tensões residuais e sob efeito de um coeficiente de atrito inferior a 0,3, o elemento de material submetido à máxima tensão de cisalhamento, e assim o local onde se nucleia o escoamento, ocorre na sub-superfície do material, Figura 7.

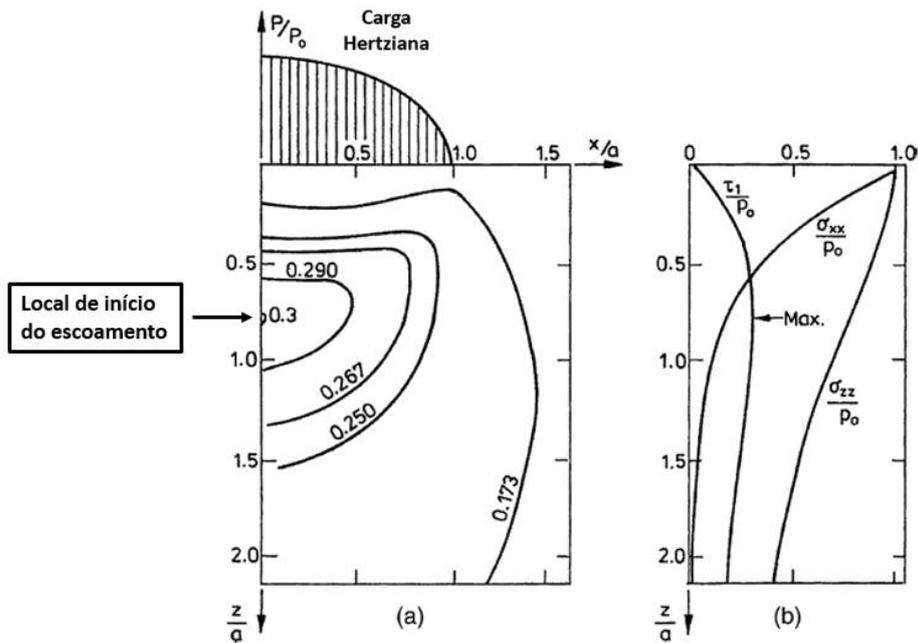


Figura 7 - Tensões abaixo de uma linha de carga Hertziana. (a) Linhas de máximo valor de tensão de cisalhamento no plano x-z. (b) Distribuição das tensões diretas σ_{xx} , σ_{yy} e da tensão de cisalhamento τ_1 ao longo do plano x-z. Fonte: (WILLIAMS, 2005). Nota: editado pelo autor.

As tensões de contato provenientes da pressão de um cilindro rígido deslizando sem atrito sobre um semi-espaco perfeitamente elasto-plástico seguem a teoria de Hertz. A pressão normal $p(x)$ na interface é distribuída semi-elípticamente de acordo com:

$$(1) \quad p(x) = p_0 \sqrt{1 - x^2/a^2}$$

A largura de semi-contato a e a máxima pressão de contato p_0 são dados por:

$$(2) \quad a = \sqrt{4P^*R/\pi E^*}$$

$$(3) \quad p_0 = \sqrt{P^*E^*/\pi R}$$

Onde R é o raio do cilindro, P^* é a carga por unidade de comprimento e E^* é o módulo de Young reduzido, dado por $E^* = \{(1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2\}^{-1}$. Os índices "1" e "2" indicam os dois materiais em contato. As tensões internas abaixo de tal distribuição podem ser calculadas, como por exemplo em Sackfield e Hills (1983). A Figura 8 mostra tais tensões (linhas sólidas) para a condição de um cilindro rígido deslizando sem atrito sobre um semi-espaco perfeitamente elasto-plástico, em uma profundidade $z = 0,5a$;

a razão para a escolha dessa profundidade ficará clara quando examinar-se a aplicação do teorema de Melan.

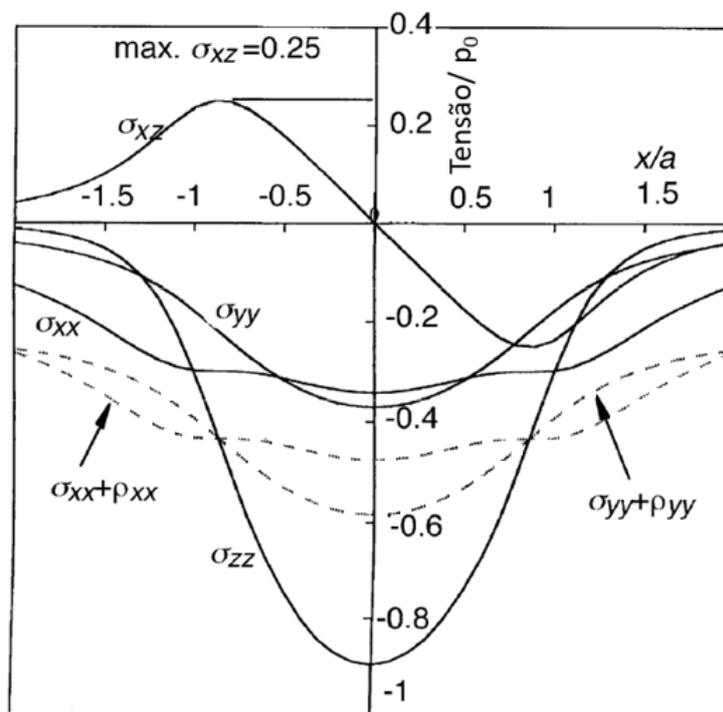


Figura 8 - Tensões internas para o caso de um cilindro rígido deslizando sem atrito sobre um semi-espaço perfeitamente elasto-plástico. Linhas sólidas: tensões internas em uma profundidade $z = 0,5a$, constituídas da tensão de cisalhamento σ_{xz} e das tensões diretas σ_{xx} e σ_{yy} . Linhas pontilhadas: Tensões com adição das tensões residuais ρ_{xx} e ρ_{yy} após o estabelecimento do regime estacionário. Fonte: (WILLIAMS, 2005). Nota: Editado pelo autor.

Em um deslizamento sem atrito, onde tensões trativas não são aplicadas na interface, as curvas apresentadas na Figura 8 podem ser entendidas como uma expressão do histórico de carregamento de um elemento do material ao longo de um ciclo de carregamento (JOHNSON, 1962).

O valor da razão p_0/k , definida como fator intensidade de carga, onde k é a tensão de escoamento do material em cisalhamento simples, em que algum elemento do material é carregado além do limite elástico, depende do critério de escoamento adotado.

Por exemplo, usando o critério da máxima tensão de cisalhamento de Tresca, fica claro pelos perfis de tensão da Figura 7, que a tensão de cisalhamento máxima tem magnitude de $0,3p_0$ e ocorre a uma profundidade de $0,78a$. Assim, Tresca implicaria um $k = 0,3p_0$ para o primeiro escoamento e um valor crítico de $p_0 = 3,3k$.

O critério de Von Mises envolve uma tensão fora do plano principal e, assim, é influenciado pelo coeficiente de Poisson. Considerando $\nu = 0,3$, chega-se ao primeiro escoamento a uma profundidade de $0,7a$ e um valor crítico de $p_0 = 3,1k$.

A aplicação do teorema de Melan requer, em adição ao conjunto de tensões ilustradas pelas linhas sólidas na Figura 8, um sistema de tensões residuais constituído por ρ_{xx} , ρ_{yy} , etc. A hipótese do estado plano de deformações elimina ρ_{xy} e ρ_{yz} e faz com que os componentes restantes sejam independentes de y . Se a deformação plástica é assumida constante e contínua, a superfície do semi-espaco continuará plana e as tensões residuais devem ser independentes de x . Finalmente, para que as tensões residuais estejam em equilíbrio com a superfície livre de tração, ρ_{zz} e ρ_{xz} não podem existir. Assim, o único sistema de tensões residuais possível se reduz a (JOHNSON, 1994):

$$(4) \quad \rho_{xx} = f_1(z);$$

$$(5) \quad \rho_{yy} = f_1(z);$$

$$(6) \quad \rho_{zz} = \rho_{xy} = \rho_{yz} = \rho_{xz} = 0$$

As tensões principais devido à combinação das tensões de contato e das tensões residuais são dadas por (JOHNSON, 1994):

$$(7) \quad \sigma_1 = \frac{1}{2}(\sigma_{xx} + \rho_{xx} + \sigma_{zz}) + \frac{1}{2}[(\sigma_{xx} + \rho_{xx} - \sigma_{zz})^2 + 4\sigma_{xz}^2]^{1/2};$$

$$(8) \quad \sigma_2 = \frac{1}{2}(\sigma_{xx} + \rho_{xx} + \sigma_{zz}) - \frac{1}{2}[(\sigma_{xx} + \rho_{xx} - \sigma_{zz})^2 + 4\sigma_{xz}^2]^{1/2};$$

$$(9) \quad \sigma_3 = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) + \rho_{yy}$$

Seguindo o teorema de Melan, é possível escolher qualquer valor para as tensões residuais em qualquer profundidade afim de evitar o escoamento. Assim, ρ_{yy} pode ser escolhida afim de fazer com que σ_3 seja uma tensão principal intermediária. Dessa forma, para evitar o escoamento pelo critério de Tresca, tem-se (JOHNSON, 1994):

$$(10) \quad \frac{1}{4}(\sigma_1 - \sigma_2)^2 \leq k^2;$$

$$(11) \quad \frac{1}{4}(\sigma_{xx} + \rho_{xx} - \sigma_{zz})^2 + \sigma_{xz}^2 \leq k^2$$

O critério claramente não pode ser obedecido caso $\sigma_{xz} > k$, mas pode ser satisfeito no caso em que $\sigma_{xz} = k$, quando $\rho_{xz} = \sigma_{zz} - \sigma_{xx}$. A condição limite para o escoamento ocorre no ponto em que σ_{xz} é máximo. Em um contato sem atrito, $\sigma_{xz(máx)} = 0,25p_0$ ocorre a uma profundidade $z = 0,5a$, Figura 8. Assim, na iminência do escoamento tem-se $k = 0,25p_0$ e uma fronteira inferior do limite shakedown $p_0/k \geq 4$.

Para aplicar o teorema cinemático de Koiter, deve-se postular um mecanismo aceitável de colapso incremental. Supondo um cisalhamento plástico ao longo do plano paralelo à superfície de contato, se o deslocamento superficial é Δu_{xx} , então o trabalho realizado pelas tensões elásticas é $\sigma_{xz} \times \Delta u_{xx}$ e o trabalho interno de dissipação plástica é $k \times \Delta u_{xx}$ (WILLIAMS, 2005). A fronteira superior do limite shakedown provem do equacionamento dessas quantidades, ou seja, $\sigma_{zx} = k$, mas já que $\sigma_{xz(máx)} = 0,25p_0$, tem-se $k = 0,25p_0$ e uma fronteira superior para o limite shakedown $p_0/k \leq 4$.

No caso analisado até o momento, Figura 6, os limites inferior e superior são idênticos e descrevem o “verdadeiro” limite shakedown.

A importância prática do fenômeno shakedown pode ser então avaliada comparando as pressões e, portanto, as cargas necessárias para causar o primeiro escoamento e a exigida no estado estacionário quando o campo de tensões residuais é estabelecido.

Usando o critério de escoamento Tresca, o fator intensidade de carga para o primeiro escoamento é 3,3, enquanto o limite shakedown é 4. Uma vez que a linha de carga P^* é proporcional a p_0^2 , a razão entre as cargas necessárias para que ocorra escoamento no regime estacionário e no primeiro carregamento é (WILLIAMS, 2005):

$$(12) \quad \left(\frac{P_S}{P_Y}\right)^2 = \left(\frac{4}{3,3}\right)^2 = 1,47$$

Ou seja, uma carga 47% maior do que aquela que causa o 1° escoamento pode ser suportada sem subsequente escoamento, em situações de carga repetitiva. É importante frisar que até o momento são desconsiderados fatores como atrito, encruamento e mudança na geometria no contato, portanto, este ganho de performance deve-se exclusivamente à introdução de tensões residuais.

2.3.2 A influência do atrito

No contato em deslizamento onde há atrito, a tração proveniente do atrito $q(x)$ atuando na área de contato é dada por (WILLIAMS, 2005):

$$(13) \quad q(x) = \mu p_0 \sqrt{1 - x^2/a^2}$$

O campo de tensões provenientes dessa tração também pode ser calculado, como em Sackfield e Hills (1983), e pode ser utilizado para o cálculo do fator intensidade de carga (p_0/k) necessário para causar o primeiro escoamento, utilizando o critério de Tresca ou Mises, de maneira semelhante ao deslizamento sem atrito.

No caso de carregamento repetitivo, shakedown é novamente possível e pode ser investigado pela superposição do campo de tensões trativas provenientes de $Q = \int q(x)dx$, sobre as tensões provenientes da carga P , além de um campo de tensões residuais. O critério é o mesmo do já apresentado, o shakedown é governado pelo máximo valor de σ_{xz} do campo. O limite shakedown pode então ser levantado para diferentes coeficientes de atrito e, assim, pode ser elaborado um diagrama shakedown, conforme apresentado na Figura 9.

Com o diagrama shakedown elaborado, pode-se então prever o comportamento do material sob efeito de carregamento cíclico para um dado coeficiente de atrito:

- Se o ponto de operação fica abaixo da curva A (limite elástico), nenhum elemento do material atinge o escoamento, e o material responderia elasticamente;
- Entre as curvas A e B, um material perfeitamente elasto-plástico escoará inicialmente, mas atingirá o shakedown em regime permanente. A elevação da curva B em relação a A indica a contribuição das tensões residuais para o shakedown;
- Se o ponto de operação está acima da curva B, o limite shakedown é excedido e então ocorrerá deformação plástica em cada ciclo de carregamento.

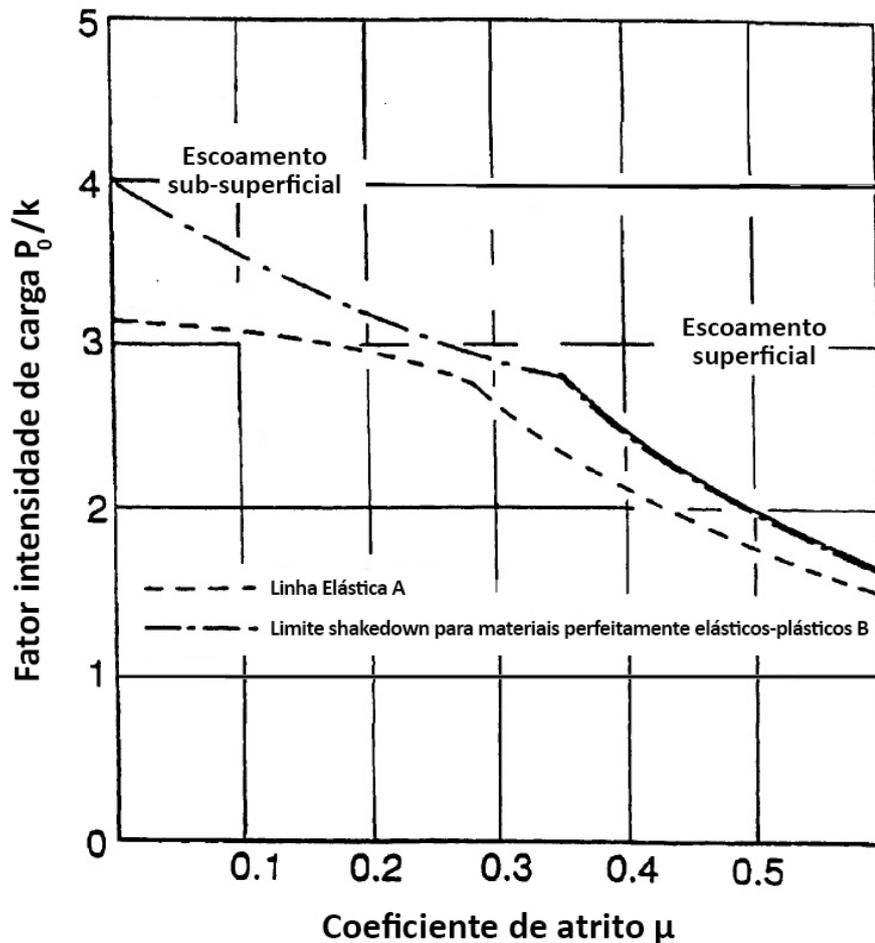


Figura 9 - Diagrama shakedown onde a máxima pressão de contato permitida (normalizada pela tensão de escoamento em cisalhamento) é plotada em relação ao coeficiente de atrito. As regiões abaixo das curvas podem ser consideradas seguras. A curva A ilustra o caso mais conservador onde o limite elástico do material nunca é excedido: Curva B mostra o efeito do fenômeno Shakedown em um material elasto-plástico ideal. Fonte: (WILLIAMS, 2005). Nota: editado pelo autor.

Para valores de μ menores do que aproximadamente 0,3, $\sigma_{xz(máx)}$ ocorre abaixo da superfície, um pouco acima em relação ao contato sem atrito. Quando o valor excede aproximadamente 0,3, $\sigma_{xz(máx)}$ ocorre na superfície (WILLIAMS, 2005). Dessa forma, o coeficiente de atrito é fator determinante para que o escoamento seja sub-superficial ou superficial.

A Figura 10 apresenta um diagrama shakedown onde as regiões de plasticidades cíclica e incremental são delimitadas. Nela, demonstra-se que a região de plasticidade cíclica ocorre em condições de baixo coeficiente de atrito (escoamento sub-superficial), sendo necessária a aplicação de um carregamento superior ao limite shakedown para que o

locus de escoamento progrida da sub-superfície para a superfície, quando o material passaria a apresentar plasticidade incremental.

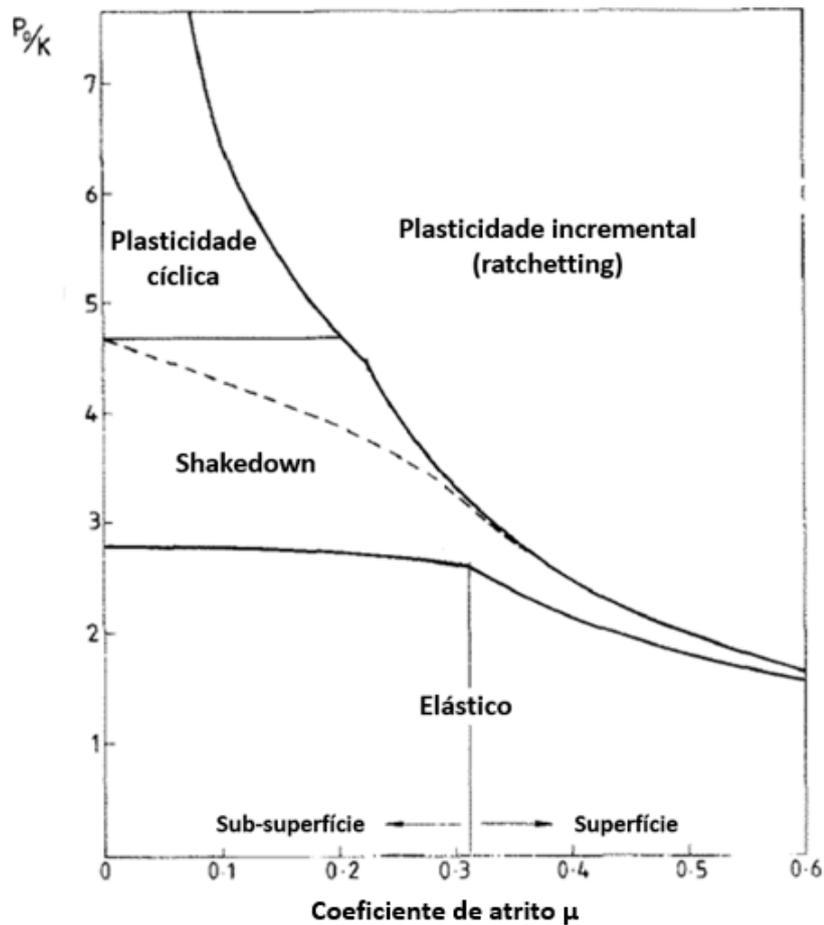


Figura 10 - Diagrama shakedown com as zonas de plasticidades cíclica e incremental delimitadas. Fonte: (PONTER et al., 1985). Nota: Editado pelo autor.

Para coeficientes de atrito maiores, ocorre a transição direta de um resposta em shakedown elástico para a plasticidade incremental. Essa transição de comportamento do material fica mais clara na Figura 11, que demonstra o desaparecimento da zona de plasticidade cíclica com o aumento do coeficiente de tração. Dessa forma, fica evidenciado como um maior coeficiente de atrito contribui para uma resposta do material em plasticidade incremental.

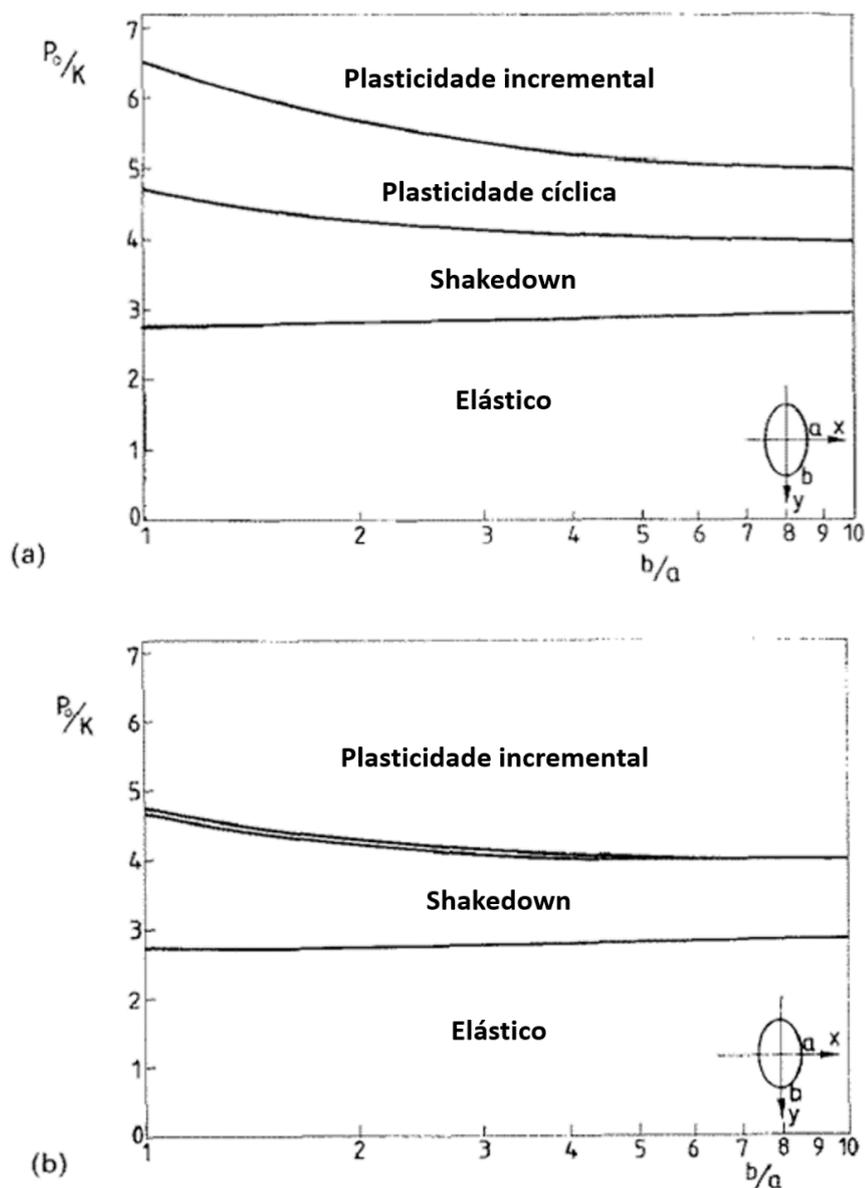


Figura 11 - Redução da zona de plasticidade cíclica com o aumento do coeficiente de atrito. (a) $\mu = 0,1$; (b) $\mu = 0,2$. Fonte: (PONTER, et al., 1985). Nota: Editado pelo autor.

A Figura 12 mostra a deformação cisalhante de ratchetting acumulada por ciclo de carregamento em função da profundidade e da razão p_0/p_s (representando o quanto acima do limite shakedown o carregamento está). É possível observar que, quanto maior for o carregamento acima do limite shakedown, maior é o módulo da deformação cisalhante acumulada por ciclo e maior a profundidade que essa deformação atua. Indicando, assim, que quanto maior for o carregamento acima do limite shakedown maior a tendência de falha do material.

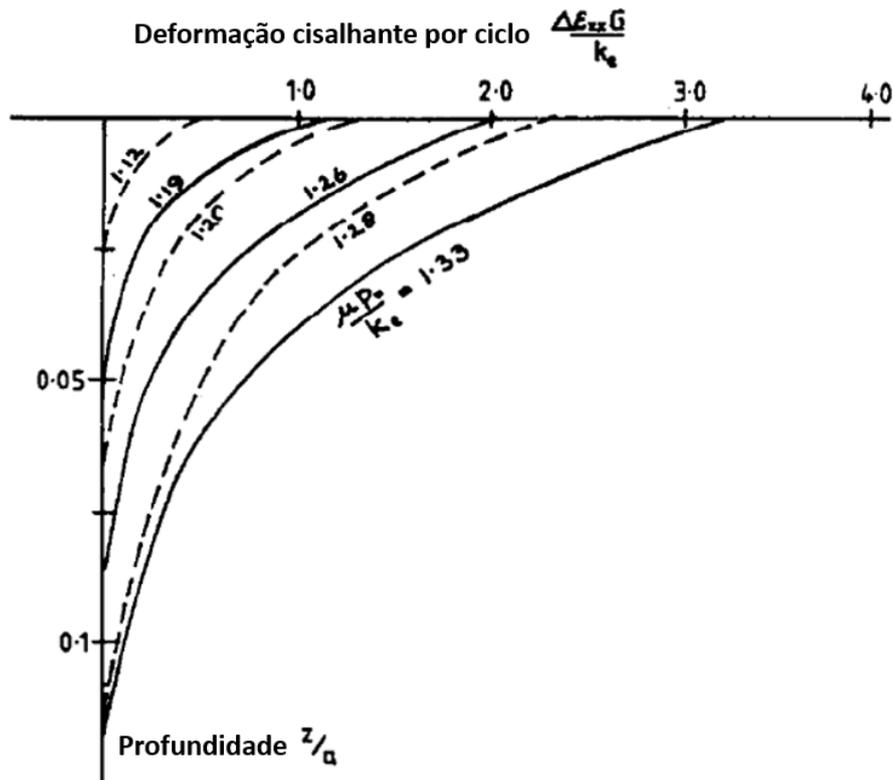


Figura 12 - Taxa de acumulação de deformação plástica unidirecional em função da profundidade e da razão $p_0/p_s = \mu p_0/k$. Fonte: (BOWER e JOHNSON, 1989). Nota: Editado pelo autor.

2.3.3 A influência do encruamento

A maioria dos materiais encrua. O escoamento plástico nos primeiros ciclos de carregamento aumenta a tensão de escoamento efetiva nas aplicações subsequentes de carga, contribuindo dessa forma para que shakedown seja estabelecido.

Existem maneiras diferentes de modelar o encruamento de materiais. Para ser quantitativo, o modelo de encruamento deve ser escolhido e aplicado a uma das técnicas de levantamento de limite shakedown descritas anteriormente. Existem quatro tipos modelo de encruamento principais que podem ser utilizados na análise: Isotrópico, Cinemático linear, Cinemático não-linear e Combinado.

2.3.3.1 Encruamento Isotrópico

Apesar da maioria dos materiais exibirem uma alta anisotropia induzida pelo encruamento, o modelo de encruamento isotrópico é muitas vezes usado. Isto ocorre por sua simplicidade e por causa de sua boa representação para casos envolvendo carregamentos proporcionais, ou seja, quando o vetor representativo da tensão mantém uma direção constante no campo de tensões (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994).

O encruamento isotrópico corresponde a uma expansão uniforme de uma superfície de escoamento inicial. A Figura 13 mostra esquematicamente a evolução dessa superfície no campo de tensões quando submetido a tração-compressão.

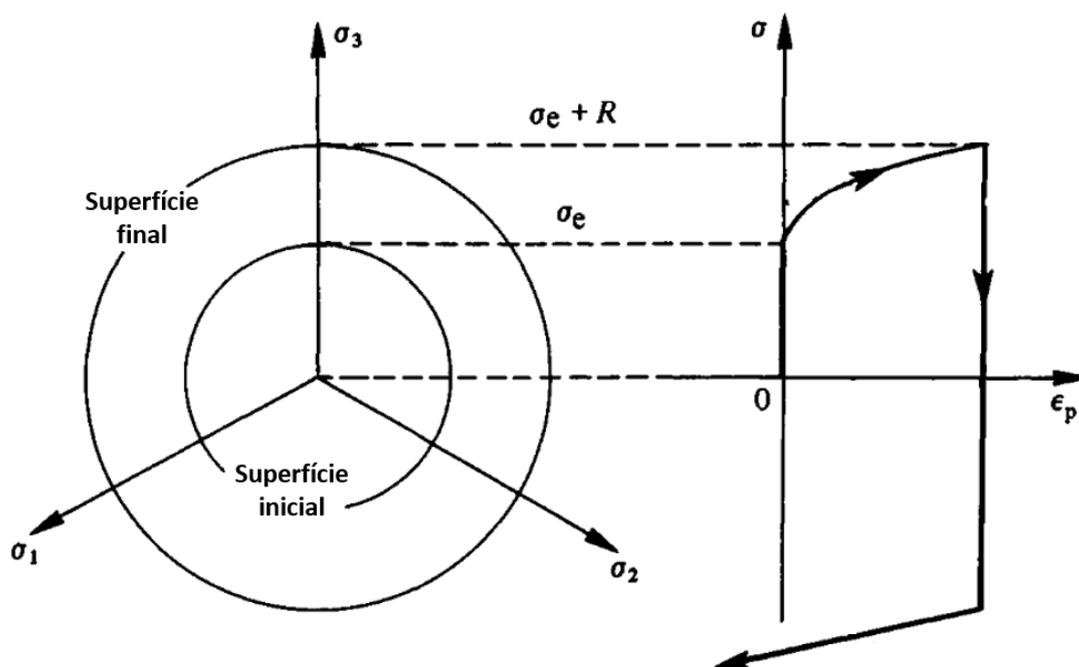


Figura 13 - Modelo de encruamento isotrópico. Representação no campo de tensões e em tensão-deformação plástica. Fonte: (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994). Nota: Editado pelo autor.

Uma lei de encruamento isotrópica geralmente não é útil em situações onde o material é sujeito a carregamento cíclico. Ela não leva em consideração o efeito Bauschinger e, assim, o modelo prevê que após poucos ciclos de carregamento o material simplesmente encruará até que responda elasticamente. Este modelo rejeita a possibilidade de ambas plasticidades, cíclica e incremental (BOWER e JOHNSON, 1991),

(LEMAITRE e CHABOCHE, 1994), (WILLIAMS, 2005), (PHAM, 2011). O efeito Bauschinger será abordado na seção 2.3.3.3.

2.3.3.2 Encruamento cinemático linear

Uma representação útil de um encruamento anisotrópico é a de um encruamento cinemático linear, onde a superfície de escoamento inicial mantém um tamanho constante, mas pode transladar no campo de tensões, Figura 14. A variável de encruamento X , conhecida como backstress, é de natureza tensorial e indica a posição do centro da superfície de escoamento (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994). Apesar do encruamento cinemático linear representar uma aproximação inicial para considerar o efeito Bauschinger, e ser utilizado para modelar carregamentos cíclicos, ele também rejeita a possibilidade de ambas plasticidades cíclica e incremental (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994), (PHAM, 2011).

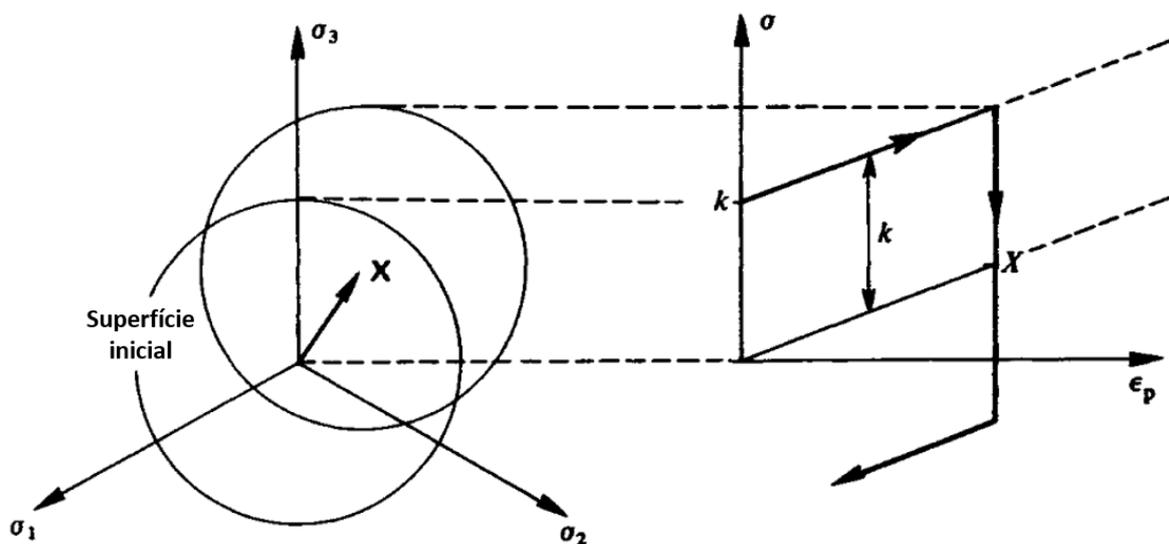


Figura 14 - Modelo de encruamento cinemático linear. Representação no campo de tensões e em tensão - deformação plástica. Fonte: (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994). Nota: Editado pelo autor.

2.3.3.3 O efeito Bauschinger

Se um corpo de prova for deformado plasticamente além do limite de escoamento, segundo uma direção em tração, e depois descarregado até a tensão zero e então

recarregado na direção oposta em compressão, o limite de escoamento em compressão será inferior ao de tração. Esta dependência da tensão de escoamento quanto ao caminho e direção do carregamento é chamada de efeito Bauschinger, Figura 15. Dos dois modelos de encruamento já apresentados, o cinemático linear é o que mais se aproxima do caso real considerando o efeito Bauschinger.

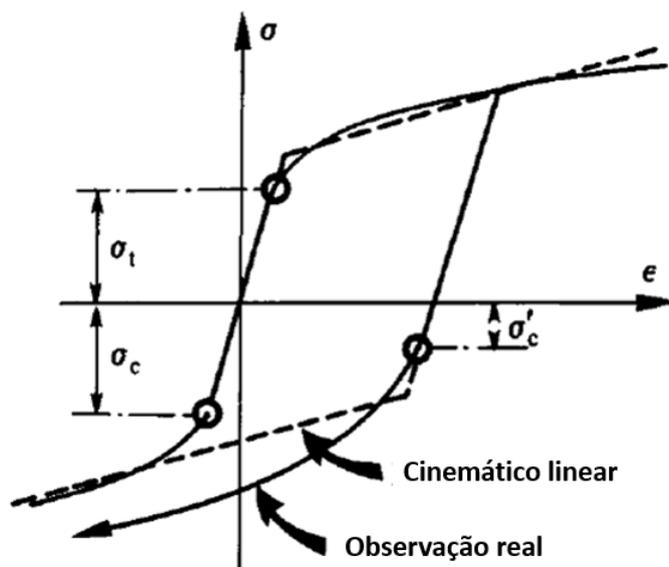


Figura 15 - Representação do efeito Bauschinger. σ_t e σ_c são respectivamente tensões de escoamento em tração e compressão. Fonte: (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994). Nota: Editado pelo autor.

2.3.3.4 Encruamento cinemático não - linear

Fica evidente que um módulo de encruamento (inclinação da curva tensão-deformação na região plástica) constante, como o do encruamento cinemático linear, não é uma boa representação de um encruamento real. Afim de superar essa limitação, surge o encruamento cinemático não-linear, Figura 16.

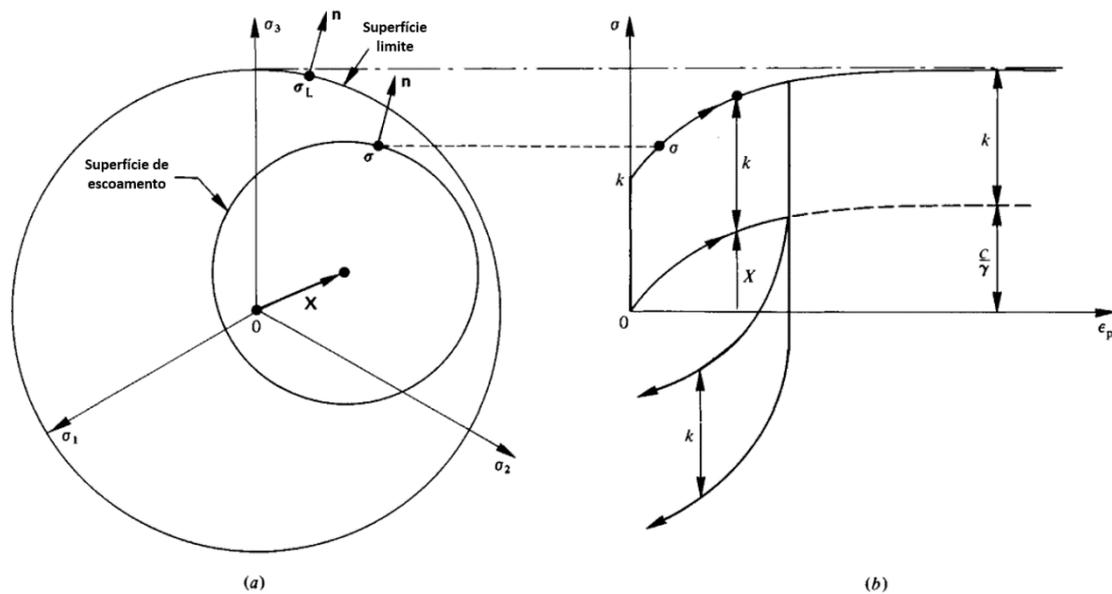


Figura 16 - Modelo de encruamento cinemático não linear. (a) três dimensões, (b) tração-compressão. Fonte: (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994). Nota: Editado pelo autor.

Apesar de não ser capaz de prever a plasticidade cíclica (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994), o modelo de encruamento cinemático não-linear é, sim, capaz de prever a plasticidade incremental (BOWER E JOHNSON, 1991), (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994), (WILLIAMS, 2005), (PHAM, 2011).

O modelo de encruamento cinemático não-linear utilizado neste trabalho provém da combinação de um termo puramente cinemático (lei de encruamento de Ziegler) e um termo de relaxamento que introduz a não-linearidade (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994):

$$(14) \quad \dot{X}_k = C \frac{1}{\sigma_e} (\sigma - X_k)^{\dot{\epsilon}^{pl}} - \gamma X_k \dot{\epsilon}^{pl}$$

Onde C e γ são parâmetros do material e representam, respectivamente, o módulo de encruamento cinemático inicial e a taxa com que este módulo decresce com o aumento progressivo da deformação plástica. $\dot{\epsilon}^{pl}$ é a taxa de deformação plástica equivalente. Quando γ é igual a zero, a lei de encruamento linear de Ziegler é recuperada. Já quando ambos C e γ são iguais a zero, o modelo se reduz a um modelo de encruamento isotrópico.

Apesar dos evidentes aprimoramentos do modelo encruamento cinemático não-linear sobre o linear, ele fornece uma resposta inadequada quando a magnitude da deformação plástica é significativa. Esta deficiência pode ser remediada através da

sobreposição de modelos de encruamento cinemáticos análogos (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994). É possível, por exemplo, reter um encruamento cinemático linear para representar melhor a região de alta deformação, curva X_3 da Figura 17. A sobreposição dos modelos de encruamento pode ser computada como:

$$(15) \quad X = \sum_{k=1}^N X_k$$

Onde N é o número de backstresses.

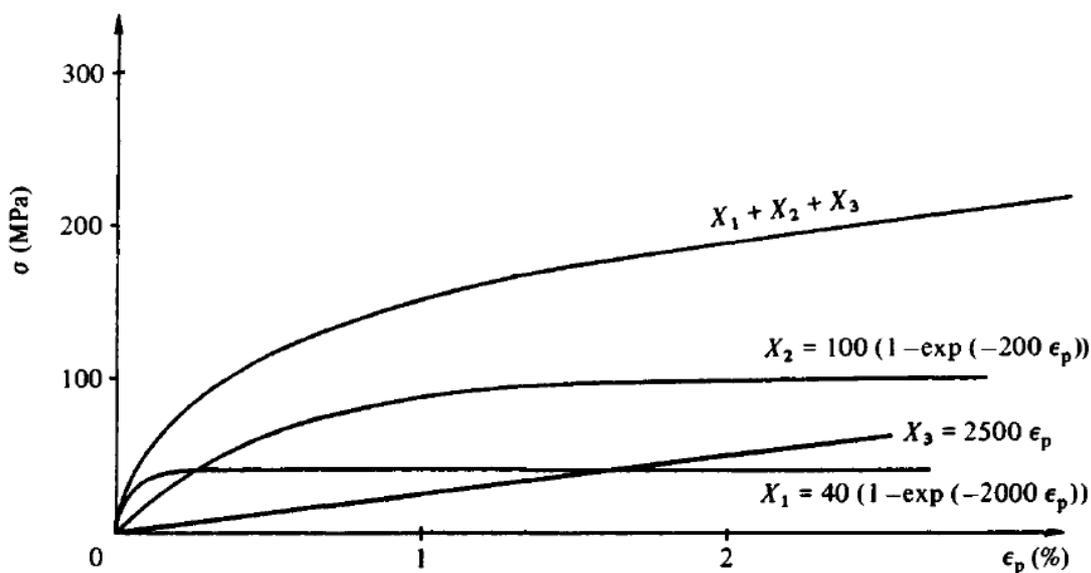


Figura 17 - Sobreposição de vários modelos cinemáticos. Fonte: (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994). Nota: Editado pelo autor.

Outra vantagem proveniente da sobreposição de modelos de encruamento cinemático está relacionada à descrição da plasticidade incremental. Um modelo único cinemático não-linear muitas vezes superestima a plasticidade incremental em comparação com o observado em ensaios experimentais. Isto pode ser mitigado com a sobreposição do modelo cinemático não-linear com um modelo de quase linear ($\gamma \ll C$), levando a uma plasticidade incremental menos pronunciada (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994).

Para o caso de um material que sofre encruamento cinemático, um teorema adicional de shakedown postulado por PONTER em 1976 pode ser utilizado. Este teorema permite a movimentação da superfície inicial de escoamento. Shakedown agora envolve tanto tensões residuais ρ_{xx} , ρ_{yy} , como backstresses X_k . A soma dessas tensões pode ser entendida como um campo de tensões residuais efetivas ρ_{ij}^* , visando a aplicação do

teorema estático de Melan e, assim, obter-se uma fronteira inferior ao limite shakedown (WILLIAMS, 2005). Limites shakedown obtidos através desse procedimento são apresentados como a curva C na Figura 18.

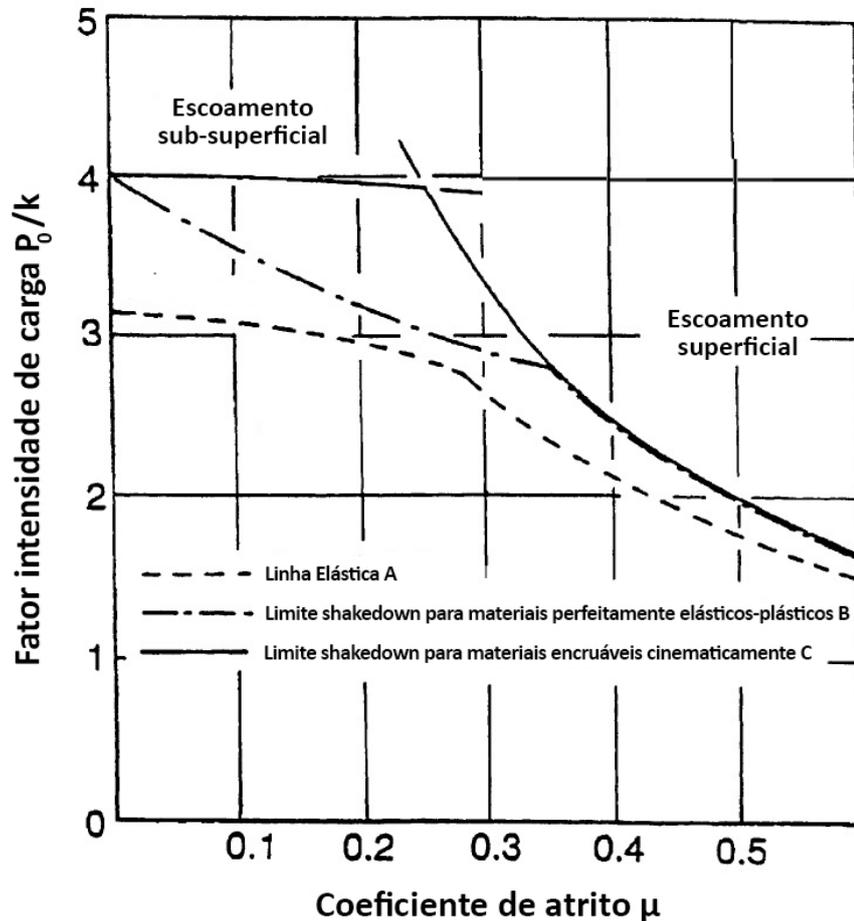


Figura 18 - Diagrama shakedown onde a máxima pressão de contato permitida (normalizada pela tensão de escoamento em cisalhamento) é plotada em relação ao coeficiente de atrito local. As regiões abaixo das curvas podem ser consideradas seguras. A curva A ilustra o caso mais conservador onde o limite elástico do material nunca é excedido: Curva B mostra o efeito do fenômeno Shakedown em um material elasto-plástico ideal. A curva C mostra a performance adicional disponível caso o material sofra um encruamento cinemático. Fonte: (WILLIAMS, 2005). Nota: editado pelo autor.

Na figura 18, condições entre B e C somente resultam em shakedown se o material for capaz de encruar cinematicamente. A elevação da curva C em relação a B indica a contribuição do encruamento ao fenômeno shakedown.

2.3.3.5 Encruamento combinado

Modelos de encruamento mais complexos podem ser utilizados como, por exemplo, um modelo que sobrepõe encruamentos isotrópico e cinemático não-linear. Um modelo combinado desta forma seria, dentre os modelos apresentados, a melhor representação de um encruamento real. Nele, a superfície inicial de escoamento estaria livre para expandir em tamanho e transladar no campo de tensões. A utilização de um modelo combinado prevê a possibilidade de plasticidade cíclica e apresenta uma melhor correlação com a plasticidade incremental observada experimentalmente (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994). Entretanto, sua utilização é complexa e, neste trabalho, a análise ficará restrita aos encruamentos isotrópico e cinemáticos linear e não-linear.

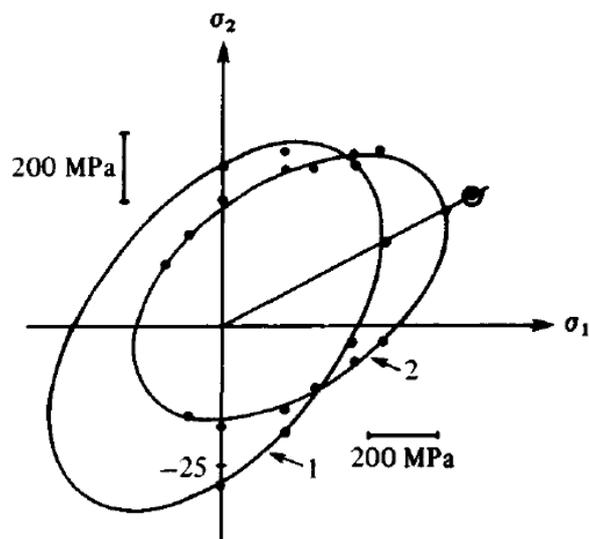


Figura 19 - Exemplo de um encruamento combinado. Encruamento anisotrópico (rotação da superfície) sobreposto em encruamentos cinemático (translação) e isotrópico (redução de tamanho). Fonte: (MORETON et al, 1983) apud (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994).

2.3.4 A influência da geometria de contato

A deformação plástica inicial pode induzir, também, uma mudança na geometria de contato, podendo, dessa forma, contribuir para a ocorrência do shakedown.

Como exemplo, toma-se o caso de uma esfera rígida rolando sobre uma superfície plana elasto-plástica. Caso a carga se encontre acima do limite elástico do material, o

rolamento da esfera produzirá um sulco permanente na superfície. Durante as passagens subsequentes da esfera ao longo da mesma pista, a conformidade entre a esfera e o perfil côncavo do sulco aumenta e, assim, a área de contato aumenta e a pressão diminui. Esta ação claramente contribui para o acontecimento do shakedown.

Experimentos realizados no rolamento repetitivo de discos dentro da mesma pista de desgaste demonstram uma tendência na mudança da área de contato de um perfil elíptico nos primeiros ciclos de carregamento para um perfil retangular após muitos ciclos de carregamento, Figura 20 (HEARLE, 1984) apud (KAPOOR e JOHNSON, 1992).

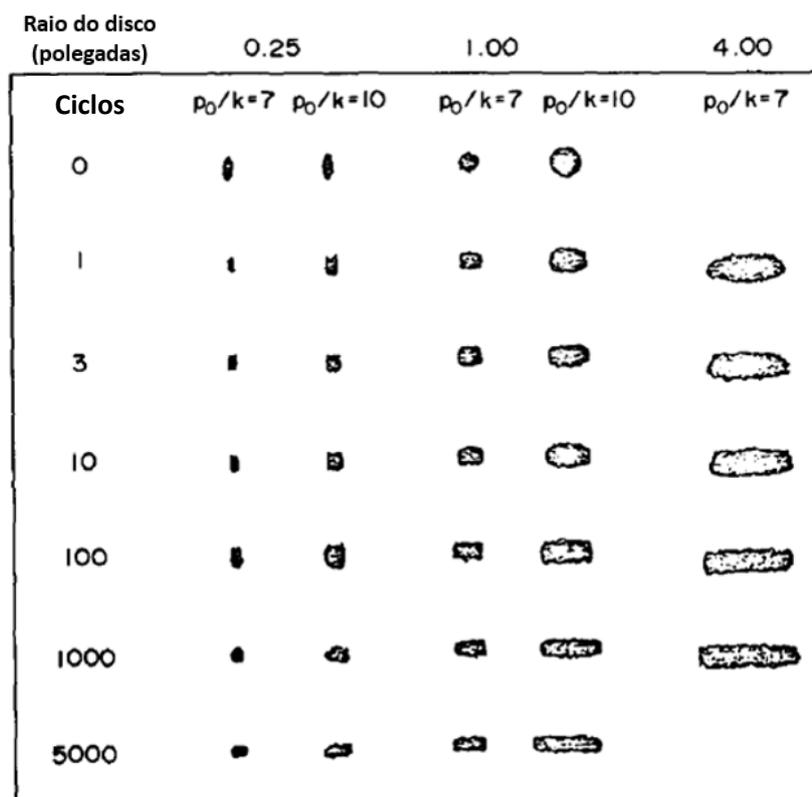


Figura 20 - Mudança na área de contato durante o rolamento de um disco coroadado sobre um disco cilíndrico. Fonte: (HEARLE, 1984) apud (KAPOOR e JOHNSON, 1992). Nota: Editado pelo autor.

A mudança de uma área de contato elíptica para uma retangular implica em uma mudança na distribuição de pressão semi-elipsoidal de Hertz para uma que é semielíptica na direção rolamento e uniforme na direção transversal, fazendo com que a razão b/a (parâmetro de forma) aumente ao longo dos ciclos de carregamento, Figura 21. As tensões em um semi-espaço elástico submetido a tal distribuição de tensão foram estudadas por Kunert, (KUNERT, 1962) apud (KAPOOR e JOHNSON, 1992).

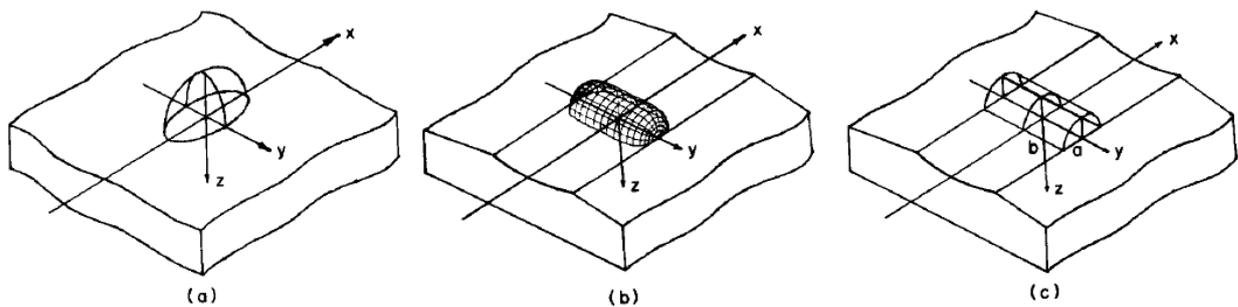


Figura 21 - Mudança na distribuição de pressão conforme a mudança na área de contato. (a) Inicial (quase Hertziana). (b) No shakedown (quase Kunert). (c) Distribuição de pressão idealizada (Kunert). Fonte: (KAPOOR e JOHNSON, 1992). Nota: Editado pelo autor.

Na comparação, os limites shakedown levantados para a distribuição de pressão de Kunert se mostraram maiores em relação aos levantados para a distribuição de pressão de Hertz, como mostrado na Figura 22. Demonstra-se, assim, como a mudança na geometria de contato, e a conseqüente mudança na distribuição de pressão, contribui para o acontecimento do shakedown.

Outro fator que pode influenciar no fenômeno shakedown é o acabamento superficial da superfície solicitada. Um material sujeito a um carregamento cíclico com um melhor acabamento superficial tende a apresentar um maior limite shakedown conforme apresentado na Figura 23.

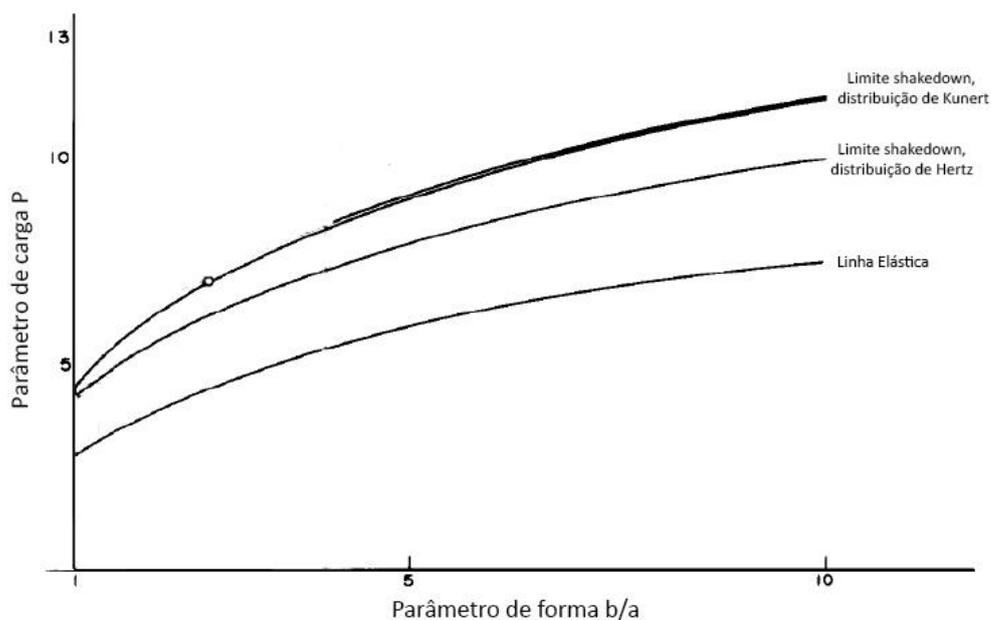


Figura 22 - Limites shakedown em rolamento puro calculados para as distribuições de Hertz e Kunert. Fonte: (KAPOOR e JOHNSON, 1992). Nota: Editado pelo autor.

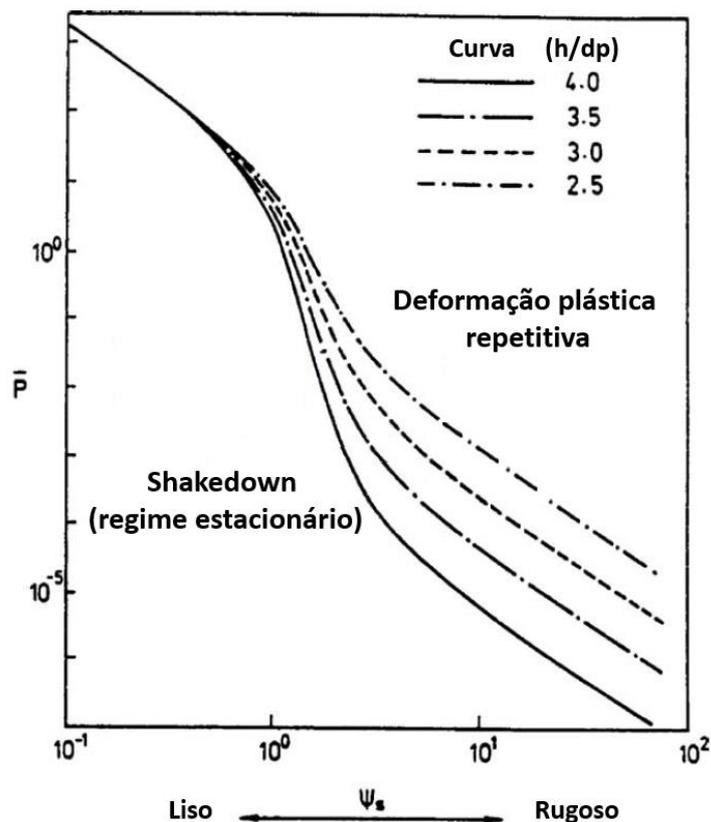


Figura 23 – Variação do limite shakedown em relação ao índice de plasticidade do material solicitado. h e d_p são, respectivamente, máxima altura da aspereza e desvio padrão. Fonte: (KAPOOR et al., 1994). Nota: Editado pelo autor.

2.3.5 Trabalhos recentes utilizando FEM para estudar shakedown

Trabalhos recentes fizeram uso do método dos elementos finitos (FEM) para analisar o comportamento shakedown em diferentes áreas de atuação. ZHU et al. (2014) utilizaram FEM para investigar o estado de tensões e a resposta do material em trilhos ferroviários em três situações de contato: Alta adesão, baixa adesão e deslizamento puro. Obtiveram em todas as análises como resposta material a plasticidade incremental devido aos altos carregamento e coeficiente de atrito presentes no contato roda-trilho. PHAM e STAAT (2014) desenvolveram modelos para análise shakedown de estruturas encruáveis através de um método de plasticidade direta, obtendo resultados muito semelhantes com os previstos em soluções analíticas e numéricas previstas na literatura. Posteriormente PHAM e STAAT (2015) introduziram uma simplificação

diminuindo a complexidade do modelo, apresentando resultados muito semelhantes aos do modelo anterior. Estes trabalhos dão pouca ênfase no que tange à forma com que parâmetros importantes como tensão de escoamento, coeficiente de atrito, grau de encruamento e modelo de encruamento influenciam na resposta material ao carregamento cíclico. Dessa forma, o objetivo deste trabalho foi desenvolver uma análise utilizando FEM afim de estudar com maior detalhe a influência destes parâmetros no fenômeno shakedown.

3 DESCRIÇÃO DO MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

As características das análises de elementos finitos conduzidas neste trabalho serão apresentadas nessa seção. Algumas características são comuns para todas as análises: O software comercial ABAQUS foi utilizado para a realização das simulações e a geometria geral analisada foi sempre axissimétrica, mostrada na Figura 24. Basicamente, o objetivo das análises foi calcular as tensões e deformações atuando no semi-espaco deformável submetido a um carregamento cíclico (compressão-descarregamento), aplicado por uma esfera, para então avaliar como diversos parâmetros influenciam no fenômeno shakedown. Nos modelos, as dimensões da esfera e o carregamento aplicado em seu centro foram os mesmos em todas as análises. A esfera foi considerada rígida com raio de 0,2 mm.

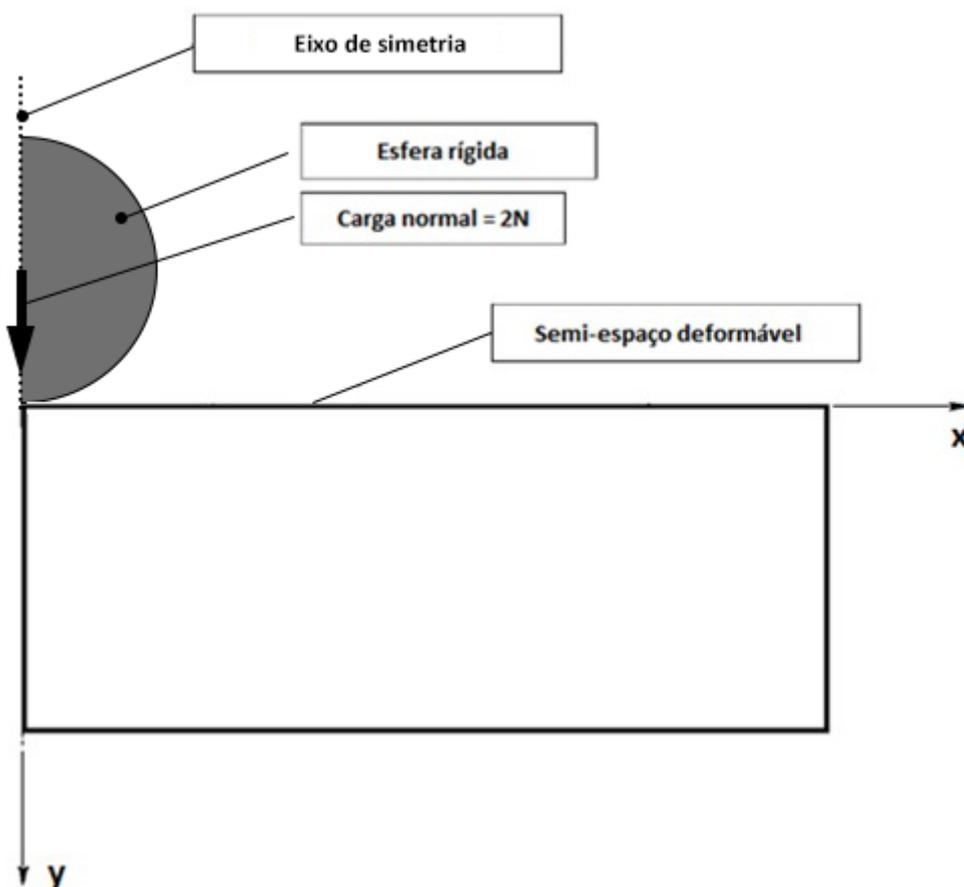


Figura 24 - Geometria axissimétrica utilizada nas análises. Esfera rígida sobre semi-espaco deformável.

Fonte: Autor.

A carga normal em cada ciclo de carregamento foi sempre aplicada seguindo a sequência apresentada na Figura 25, atingindo um valor máximo de 2 N. Os ciclos foram introduzidos através de “steps” de simulação, de forma que um ciclo de carregamento é composto por 2 steps (um de carregamento e outro de descarregamento).

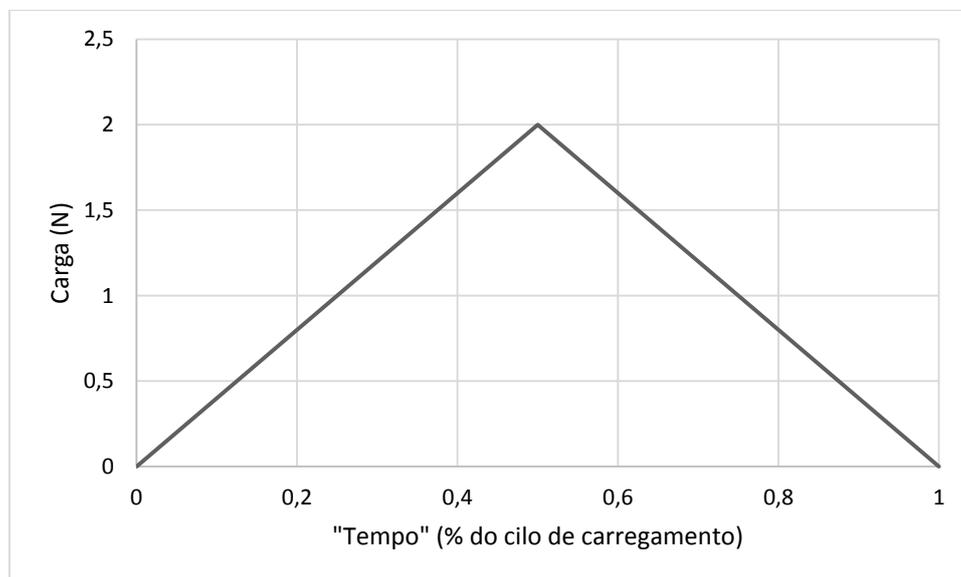


Figura 25 - Aplicação da carga no ciclo de carregamento. Fonte: Autor.

Para o semi-espaço deformável, foi considerado um material modelo (aço) de módulo de elasticidade 201 GPa e coeficiente de Poisson 0,3 em todas análises. Tensão de escoamento, grau de encruamento e modelo de encruamento são características que foram variadas ao longo das simulações, conforme a Tabela 1. As curvas de deformação plástica para cada grau de encruamento são apresentadas na Tabela 2. Como exemplo, a Figura 26 demonstra as curvas para um material com tensão de escoamento igual a 500 MPa.

Tabela 1 - Diferentes tensões de escoamento, graus de encruamento e modelos de encruamento analisados durante as simulações. Fonte: Autor.

Tensões de escoamento avaliadas	Graus de encruamento	Modelos de encruamento
150 MPa	ENC 0	Encruamento Isotrópico - EI
300 MPa	ENC 1	Encruamento Cinemático Linear - ECL
500 MPa	ENC 2	Encruamento Cinemático Não-Linear - ECNL
850 MPa		
1250 MPa		

Tabela 2 - Curvas de deformação plástica para cada grau de encruamento. Fonte: Autor.

ENC 0		ENC 1		ENC 2	
Tensão de escoamento efetiva	Deformação plástica	Tensão de escoamento efetiva	Deformação plástica	Tensão de escoamento efetiva	Deformação plástica
σ_e	0	σ_e	0	σ_e	0
$\sigma_e + 0$	0,05	$\sigma_e + 50$	0,05	$\sigma_e + 150$	0,05
$\sigma_e + 0$	0,1	$\sigma_e + 90$	0,1	$\sigma_e + 230$	0,1
$\sigma_e + 0$	0,15	$\sigma_e + 125$	0,15	$\sigma_e + 300$	0,15
$\sigma_e + 0$	0,2	$\sigma_e + 150$	0,2	$\sigma_e + 350$	0,2
$\sigma_e + 0$	0,25	$\sigma_e + 165$	0,25	$\sigma_e + 380$	0,25

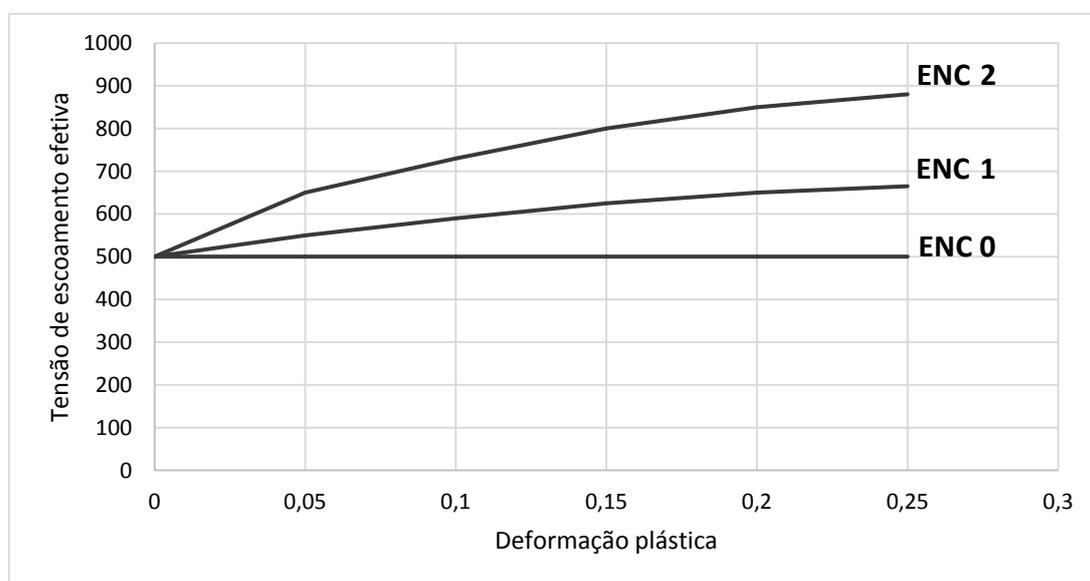


Figura 26 - Curvas de deformação plástica indicando os três graus de encruamento em um material com tensão de escoamento igual a 500 Mpa. Fonte: Autor.

O software ABAQUS solicita diferentes parâmetros de entrada na escolha do modelo de encruamento a ser utilizado. No caso do encruamento isotrópico, o parâmetro necessário é a curva de deformação plástica do material, conforme as apresentadas na Tabela 2. O modelo de encruamento cinemático linear só aceita uma inclinação na curva de deformação plástica em sua análise. Foram utilizados, então, os primeiros e últimos pontos de cada curva de deformação plástica. Para utilização do modelo de encruamento cinemático não-linear, é necessário o levantamento experimental dos parâmetros C e γ do material a ser analisado. No caso da falta de dados experimentais, o ABAQUS fornece a opção de gerar automaticamente esses parâmetros de forma aproximada, desde que a análise possua uma quantidade pequena de ciclos de

carregamento, a partir das curvas de deformação plástica do material. Devido à falta de valores experimentais de C e γ , e avaliando que uma quantidade relativamente pequena de ciclos de carregamento foi analisada neste trabalho (16 ciclos no máximo), esta foi a opção adotada.

A malha do semi-espaço deformável é mostrada na Figura 27. Ela consiste de 22500 elementos quadráticos, estruturados, axissimétricos, com integração completa, que decrescem de tamanho conforme se aproximam do ponto de contato inicial. A Figura 27 também apresenta as dimensões gerais do semi-espaço deformável e indica que a força foi aplicada diretamente em um ponto de referência (RP) no centro da esfera.

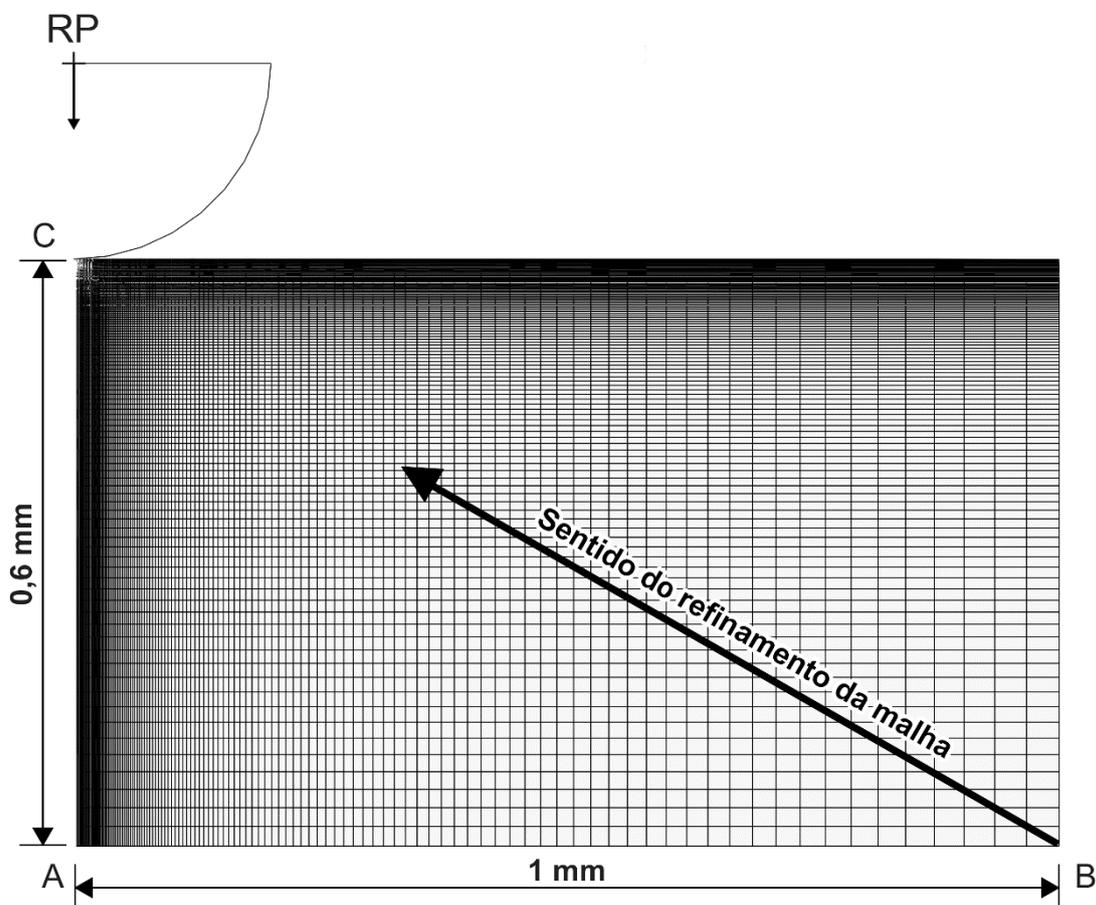


Figura 27 - Malha do semi-espaço deformável utilizada nas análises de elementos finitos. Elementos da malha decrescem de tamanho conforme se aproximam do contato. Fonte: Autor.

Em termos das condições de contorno, foram impostas restrições de movimento em 3 regiões em todas as análises. Para o ponto de referência RP e o eixo de simetria (A-C) foi permitida a movimentação somente ao longo do eixo y , sendo limitada a movimentação ao longo do eixo x e rotação em torno de z . A base (A-B) foi considerada engastada.

No software ABAQUS, a formulação do modelo requer a definição do comportamento das superfícies em contato, que foram modeladas através da definição de um par de superfícies. Uma superfície foi associada à esfera rígida e a outra ao topo do semi-espaço deformável. A definição do contato também requer a definição do coeficiente de atrito. Ao longo das simulações, foram analisados três coeficientes de atrito atuando no contato: $\mu = 0$, $\mu = 0,3$ e $\mu = 0,5$.

Definido o modelo de análise de elementos finitos e suas variáveis para cada condição a ser estudada, é possível montar a matriz de simulações a ser realizada. Ela foi dividida aqui em 4 tabelas, cada uma relacionada ao estudo da influência de um determinado parâmetro no fenômeno shakedown.

Tabela 3 - Matriz de simulações para análise da influência da tensão de escoamento no fenômeno shakedown. Fonte: Autor.

Grupo	Nome	Análise	$\sigma_e (MPa)$	Nº Ciclos	μ	Grau de encruamento	Modelo de encruamento
I	Análise da influência da tensão de escoamento	I.1	150	16	0,3	ENC 1	ECNL
		I.2	300	16			
		I.3	500	16			
		I.4	850	14			
		I.5	1250	14			

Tabela 4 - Matriz de simulações para análise da influência do coeficiente de atrito no shakedown. Fonte: Autor.

Grupo	Nome	Análise	$\sigma_e (MPa)$	Nº Ciclos	μ	Grau de encruamento	Modelo de encruamento
II	Análise da influência do coeficiente de atrito	II.1	300	16	0	ENC 1	ECNL
		II.2	300	16	0,5		
		II.3	500	16	0		
		II.4	500	16	0,5		
		II.5	850	14	0		
		II.6	850	14	0,5		
		II.7	1250	14	0		
		II.8	1250	14	0,5		

Tabela 5 - Matriz de simulações para análise da influência do grau de encruamento no shakedown. Fonte: Autor.

Grupo	Nome	Análise	$\sigma_e (MPa)$	Nº Ciclos	μ	Grau de encruamento	Modelo de encruamento
III	Análise da influência do grau de encruamento	III.1	300	16	0	ENC 0	ECNL
		III.2	300	16	0,3	ENC 0	
		III.3	300	16	0,5	ENC 0	
		III.4	500	16	0	ENC 0	
		III.5	500	16	0	ENC 2	
		III.6	500	16	0,3	ENC 0	
		III.7	500	16	0,3	ENC 2	
		III.8	500	16	0,5	ENC 0	
		III.9	500	16	0,5	ENC 2	
		III.10	850	14	0	ENC 0	
		III.11	850	14	0	ENC 2	
		III.12	850	14	0,3	ENC 0	
		III.13	850	14	0,3	ENC 2	
		III.14	850	14	0,5	ENC 0	
		III.15	850	14	0,5	ENC 2	
		III.16	1250	14	0	ENC 0	
		III.17	1250	14	0	ENC 2	
		III.18	1250	14	0,3	ENC 0	
		III.19	1250	14	0,3	ENC 2	
		III.20	1250	14	0,5	ENC 0	
		III.21	1250	14	0,5	ENC 2	

Tabela 6 - Matriz de simulações para análise da influência do modelo de encruamento no shakedown.

Fonte: Autor.

Grupo	Nome	Análise	$\sigma_e (MPa)$	Nº Ciclos	Modelo de encruamento	μ	Grau de encruamento
IV	Análise da influência do modelo de encruamento	IV.1	150	16	ECL	0,3	ENC 1
		IV.2	150	16	EI		
		IV.3	300	16	ECL		
		IV.4	300	16	EI		
		IV.5	500	16	ECL		
		IV.6	500	16	EI		
		IV.7	850	14	ECL		
		IV.8	850	14	EI		
		IV.9	1250	14	ECL		
		IV.10	1250	14	EI		
		IV.11	1250	12	ECL		
		IV.12	1250	12	EI		

Uma vez que a matriz de simulações e o modelo de elementos finitos são consolidados, conforme apresentado neste capítulo, o software ABAQUS pode, então, ser utilizado para realizar as simulações e obter os resultados das análises shakedown. Estes resultados são apresentados e discutidos no capítulo seguinte.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 CAMPOS DE TENSÕES E DEFORMAÇÕES

Campos de tensão equivalente (tensões de Mises), para os finais do carregamento e do descarregamento do primeiro ciclo, são apresentados na Figura 28. É possível observar, conforme previsto na literatura, a introdução de um campo de tensões residuais ao longo do descarregamento. Este campo se faz presente em todas as análises realizadas. Em teoria, no momento que este campo de tensões residuais deixa de se modificar, de um ciclo de carregamento para o próximo, o regime estacionário é estabelecido e a verificação se o material atinge ou não shakedown pode ser realizada.

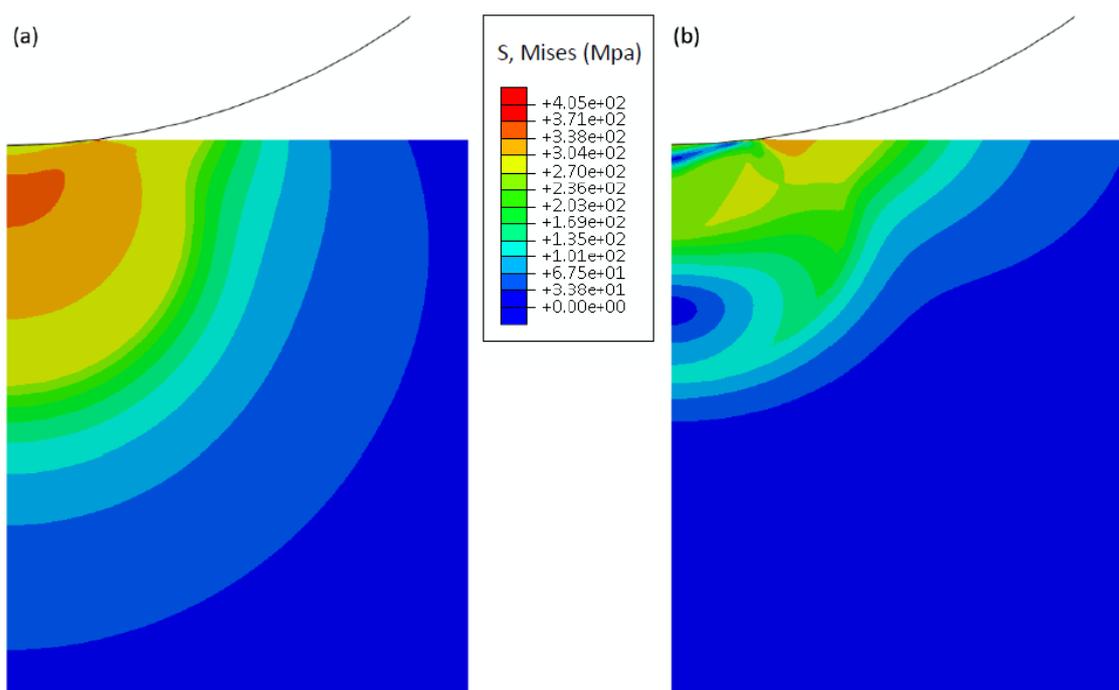


Figura 28 - Campos de tensão equivalente para as condições $\sigma_e = 300 \text{ MPa}$, $\mu = 0,3$, ENC 1 e ECNL. (a) Fim do carregamento do 1º ciclo, (b) Fim do descarregamento do 1º ciclo. Fonte Autor.

A análise da evolução de diferentes parâmetros, sejam tensões ou deformações ao longo dos ciclos de carregamento, pode ser realizada pontualmente. Para tanto, é necessária a escolha de um elemento da malha de elementos finitos para ser analisado. A literatura diz que o shakedown é governado pela máxima tensão de cisalhamento, assim, o elemento de malha a ser escolhido deve ser o submetido a ela. Contudo, este

elemento, bem como o módulo dessa tensão de cisalhamento máxima, varia conforme o carregamento é aplicado. A medida que o carregamento progride em forma de rampa de 0 a 2 N, a região submetida à máxima tensão de cisalhamento tende a transladar do eixo de simetria para a região adjacente à esfera, Figura 29. Já a região submetida à máxima deformação plástica equivalente tende a acompanhar a translação da máxima tensão de cisalhamento, Figura 30. Posto isso, foi escolhido um elemento de malha localizado na região crítica, isto é, região de máxima tensão de cisalhamento e deformação plástica equivalente no fim do primeiro carregamento, para a análise shakedown em todas as simulações realizadas. Esta escolha parte do pressuposto de que se este elemento crítico é submetido a uma deformação plástica inicial, e posteriormente atinge um comportamento elástico, todos os elementos restantes do semi-espaco deformável também responderão elasticamente no regime estacionário.

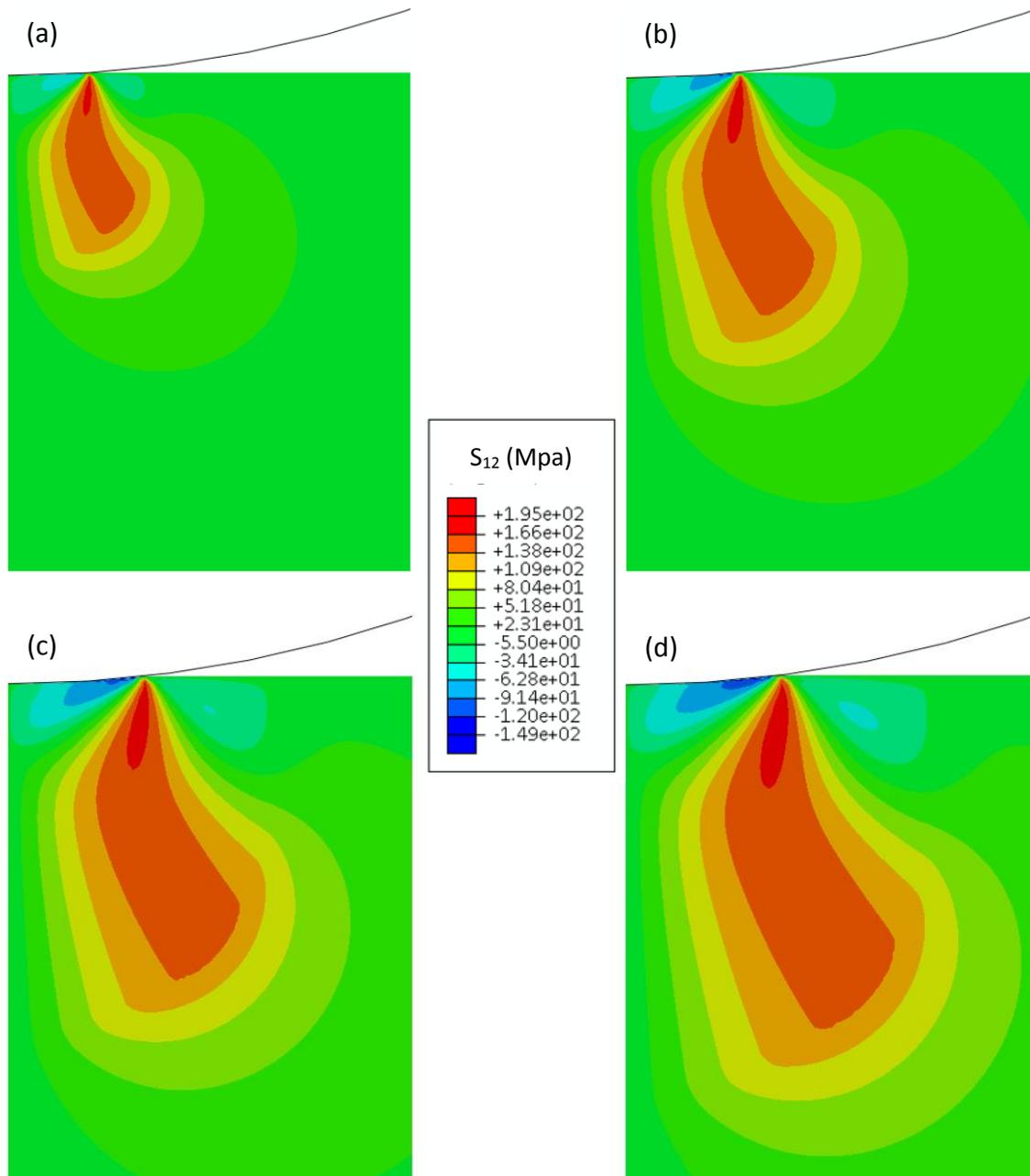


Figura 29 - Progressão do campo da tensão de cisalhamento (S_{12}) ao longo do carregamento para a configuração $\sigma_e = 300 \text{ MPa}$, $\mu = 0,3$, ENC 1 e ECNL. (a) $0,25P$, (b) $0,5P$, (c) $0,75P$ e (d) P . Fonte: Autor.

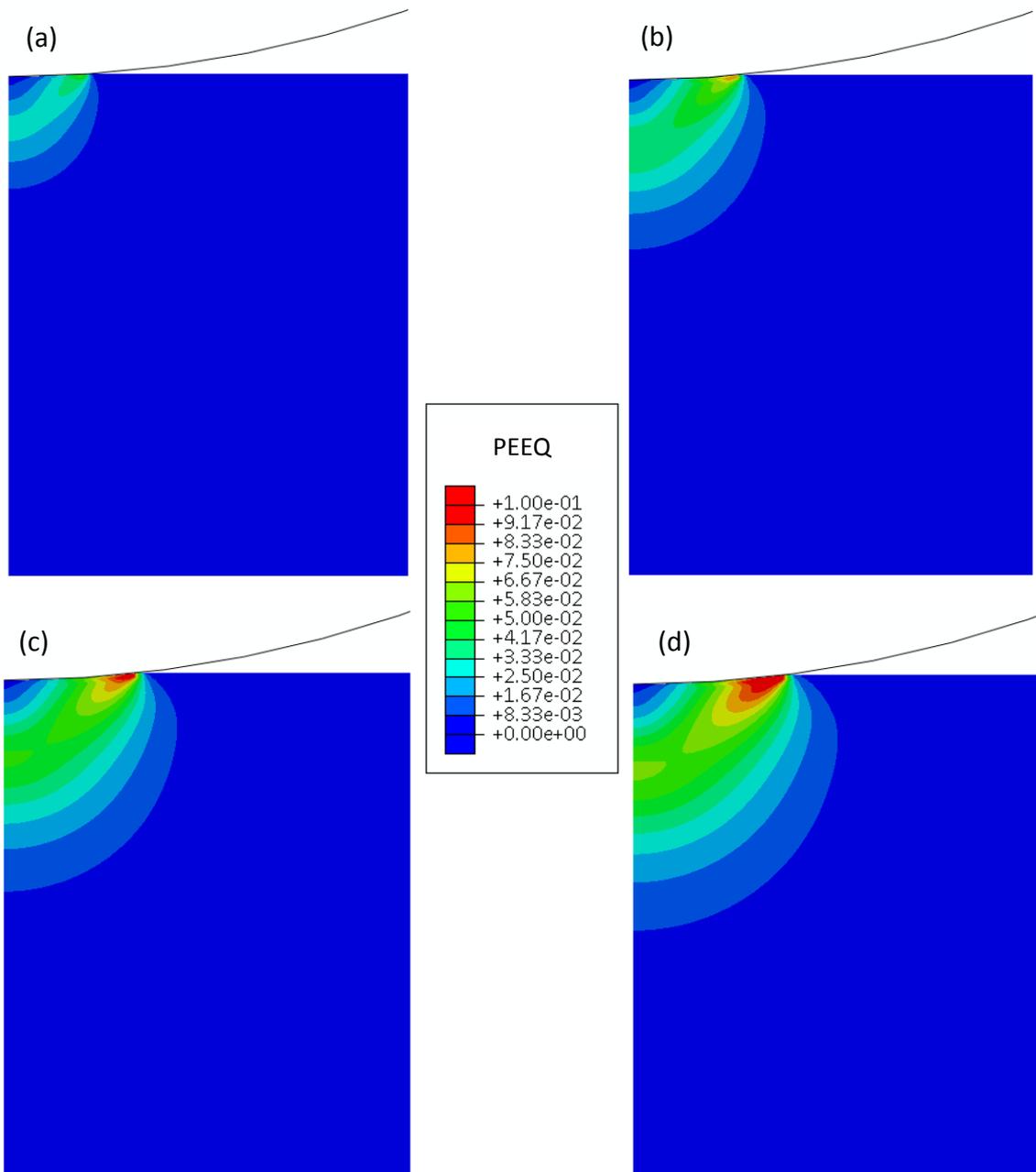


Figura 30 - Progressão do campo de deformação plástica equivalente (PEEQ) ao longo do carregamento para a configuração $\sigma_e = 300 \text{ MPa}$, $\mu = 0,3$, ENC 1 e ECNL. (a) $0,25P$, (b) $0,5P$, (c) $0,75P$ e (d) P . Fonte: Autor.

Uma curva tensão-deformação equivalentes, construída para um elemento do semi-espço localizado na região crítica, é apresentada na Figura 31. O gráfico apresenta os 16 ciclos de carregamento de uma análise realizada com uma configuração $\sigma_e = 300 \text{ MPa}$, $\mu = 0,3$, ENC 1 e ECNL. Fica evidenciado, para este caso, que o material estabiliza em shakedown, ou seja, apesar de apresentar deformação plástica nos primeiros ciclos de carregamento o material se comporta elasticamente no regime estacionário.

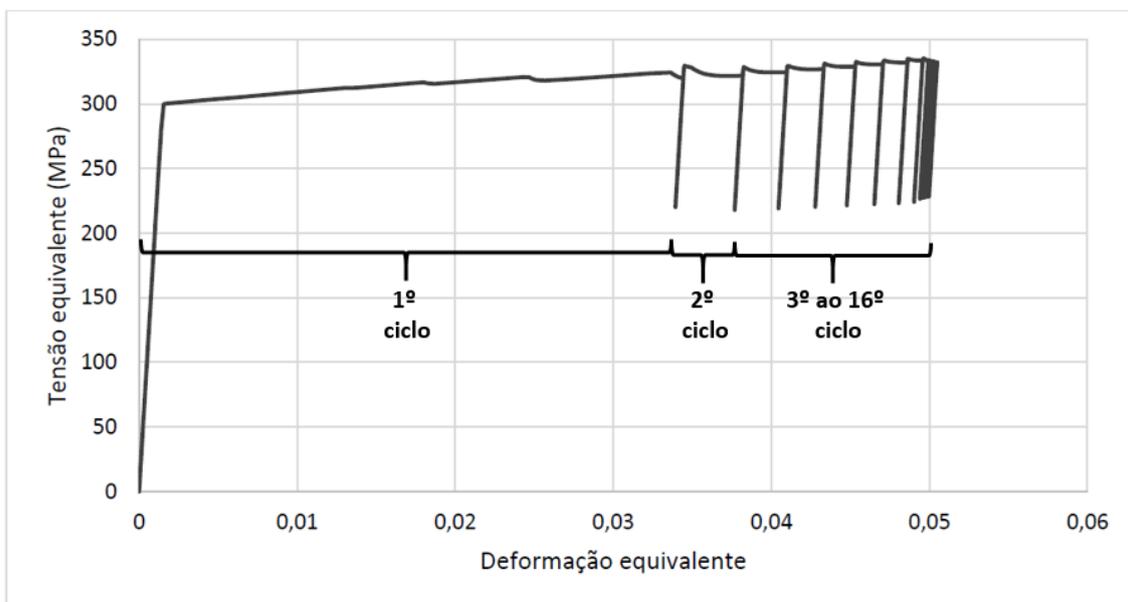


Figura 31 - Curva tensão-deformação equivalentes para a configuração $\sigma_e = 300 \text{ MPa}$, $\mu = 0,3$, ENC 1, ECNL e 16 ciclos de carregamento. Fonte: Autor.

4.2 A INFLUÊNCIA DA TENSÃO DE ESCOAMENTO

O primeiro parâmetro escolhido para que sua influência no fenômeno shakedown fosse investigada foi a tensão de escoamento do material. As simulações realizadas para verificar essa influência seguem a Tabela 3. Nessa análise, coeficiente de atrito, grau de encruamento e modelo de encruamento foram mantidos constantes e iguais a 0,3, ENC 1 e ECNL, respectivamente. Foram, então, levantadas as curvas tensão - deformação equivalentes para cinco tensões de escoamento diferentes, sempre para região crítica do material.

A Figura 32 mostra três dessas curvas para tensões de escoamento iguais a 150, 300 e 500 MPa. É possível notar duas tendências, a primeira é que conforme a tensão de escoamento aumenta o material demora menos ciclos de carregamento para atingir shakedown e, a segunda, é que a deformação acumulada diminui com o aumento da tensão de escoamento analisada. Ambas as tendências são previstas na literatura (PONTER et al, 1985), (BOWER e JOHNSON, 1989), (WILLIAMS, 2005), (PHAM, 2011) e continuam a ocorrer nas análises de tensões de escoamento superiores.

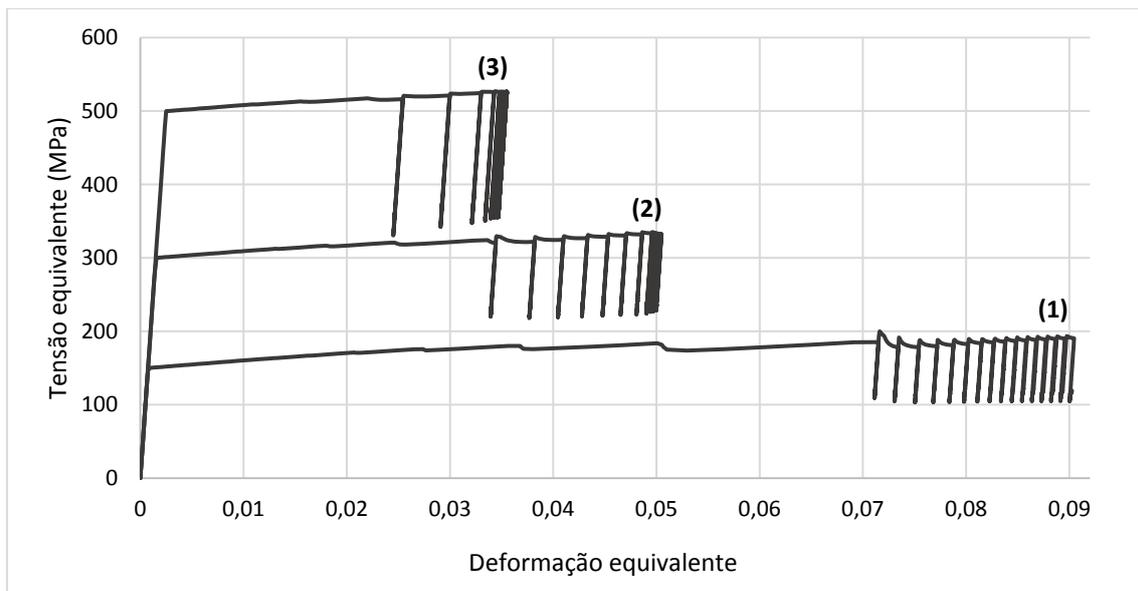


Figura 32 - Curvas tensão-deformação equivalentes. Análises realizadas sob as condições $\mu = 0,3$, ENC 1, ECNL e 16 ciclos de carregamento. (1) $\sigma_e = 150 \text{ MPa}$, $\sigma_e = 300 \text{ MPa}$, $\sigma_e = 500 \text{ MPa}$. Fonte: Autor.

A Figura 33 mostra uma ampliação das curvas (1) e (2) da Figura 32, destacando o período contemplado entre o final do primeiro carregamento até o final do último ciclo de carregamento. O material com 150 MPa de tensão de escoamento não alcança shakedown, apresentando plasticidade incremental, Figura 33a. Já o material com tensão de escoamento igual a 300 MPa possui uma resposta elástica no regime estacionário, Figura 33b. Fica, assim, evidente como a tensão de escoamento influencia diretamente na estabilização ou não do material em shakedown, conforme fora abordado por (PONTER et al, 1985), (BOWER e JOHNSON, 1989), (WILLIAMS, 2005), (PHAM, 2011).

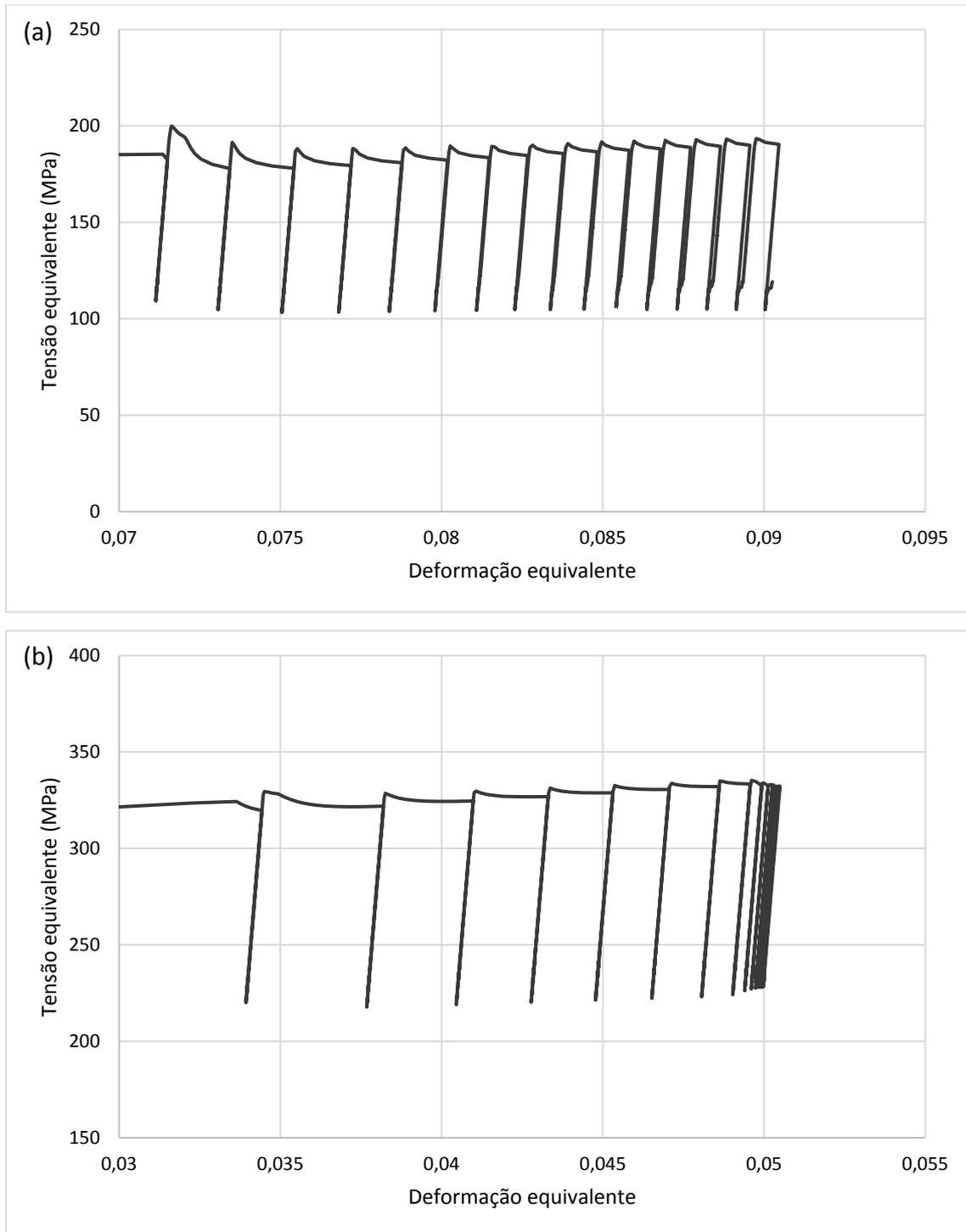


Figura 33 - Ampliação, no gráfico da Figura 33, evidenciando o período contemplado entre o final do primeiro carregamento até o final do último ciclo de carregamento. (a) $\sigma_e = 150 \text{ MPa}$, (b) $\sigma_e = 300 \text{ MPa}$. Nota: Apesar de escalas diferentes, as diferenças de tensão e deformação, na ordenada e na abscissa, são as mesmas para os dois gráficos. Fonte: Autor.

4.3 A INFLUÊNCIA DO ATRITO

Afim de analisar a influência do coeficiente de atrito, foram realizadas as simulações, complementares às já realizadas na Tabela 3, apresentadas na Tabela 4. Foram mantidos constantes o grau de encruamento ENC 1 e o modelo de encruamento ECNL. A Figura 34 apresenta curvas tensão-deformação equivalentes para um material com tensão de escoamento igual a 850 MPa. É possível observar que na curva (a), referente a análise feita com $\mu = 0$, shakedown é estabelecido em apenas um ciclo de carregamento, com os treze ciclos de carregamento posteriores apresentando uma resposta elástica do material. O aumento progressivo do coeficiente de atrito amplia a quantidade de ciclos necessários para que ocorra a estabilização em shakedown e ocasiona um aumento na deformação acumulada. Este comportamento é observado para todas as tensões de escoamento avaliadas.

Apesar de tratarem-se de geometrias diferentes, o atrito possui influência semelhante à apresentada no capítulo 2, seção 2.3.2, para o caso de um cilindro deslizando sobre um plano. De forma que, o atrito atua dificultando a estabilização em shakedown. Essa semelhança pode ser atribuída a um fluxo plástico de material ocorrendo na região crítica, Figura 35, onde o atrito atuaria restringindo a movimentação do material escoando, de forma semelhante ao caso apresentado na revisão bibliográfica, onde o atrito atuava restringindo o deslizamento do cilindro.

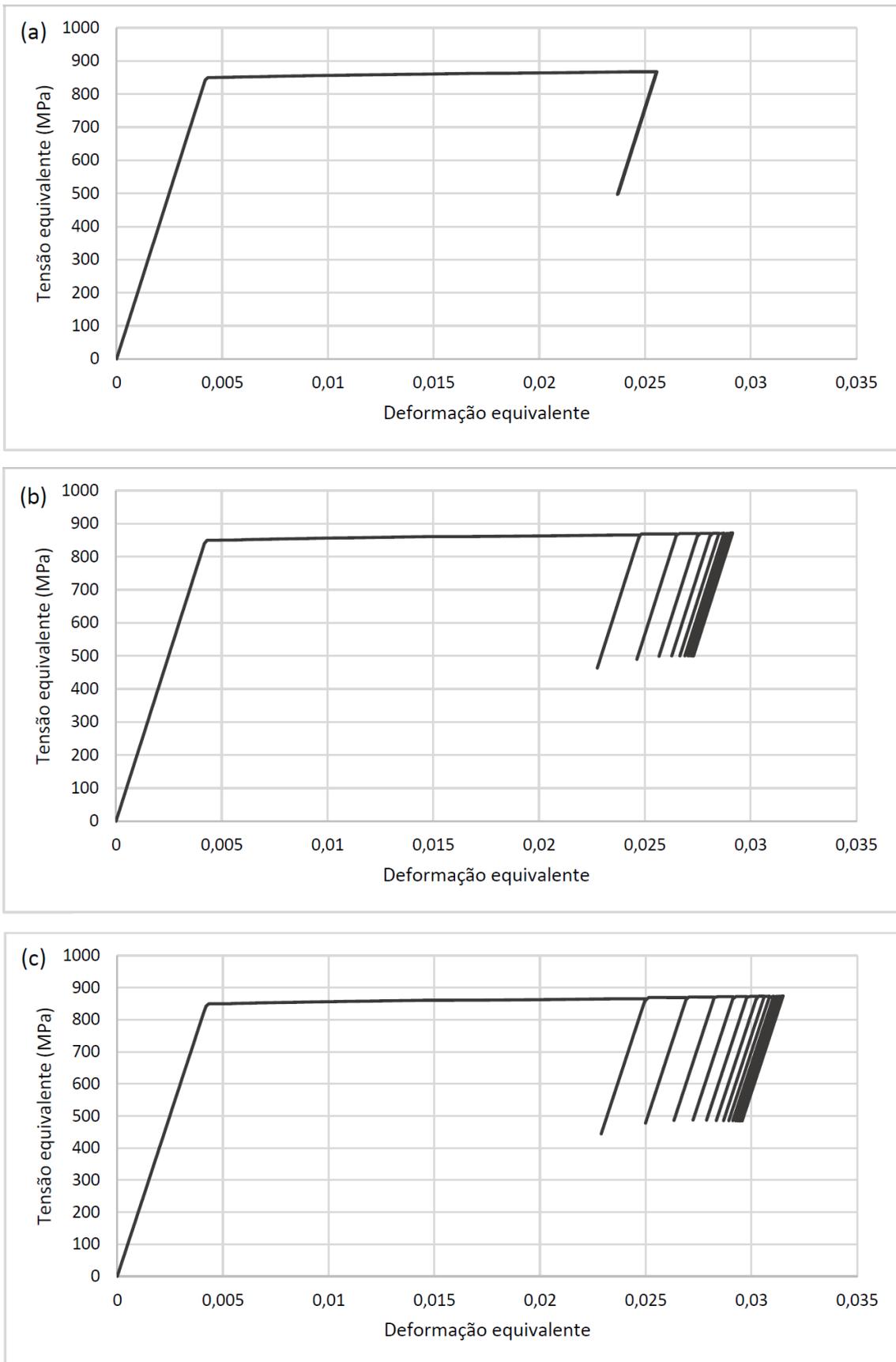


Figura 34 - Curvas tensão-deformação equivalentes para um material sob as condições 850 MPa, ENC 1, ECNL e 14 ciclos de carregamento. (a) $\mu = 0$, (b) $\mu = 0,3$, (c) $\mu = 0,5$. Fonte: Autor.

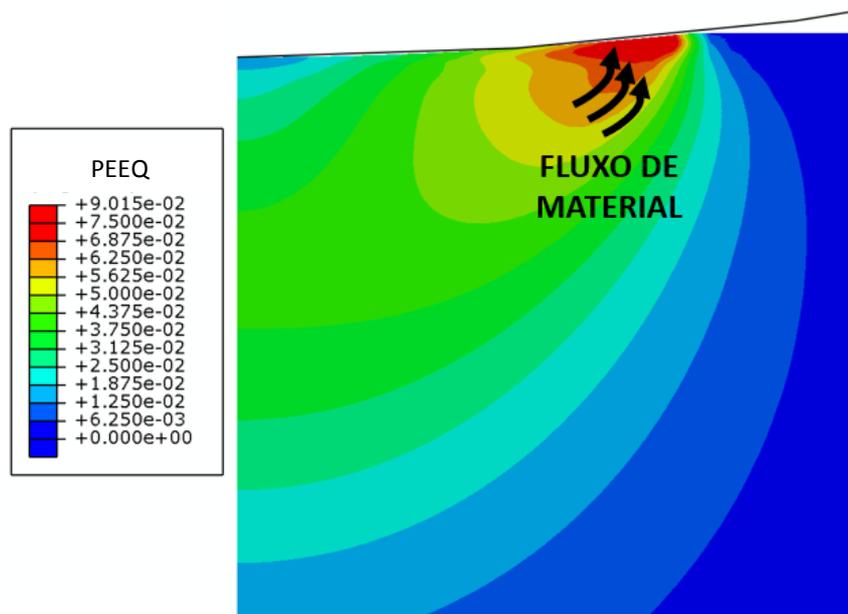


Figura 35 - Fluxo de material na zona crítica no final do primeiro carregamento. $\sigma_e = 500 \text{ MPa}$, $\mu = 0$ e ENC 1. Fonte: Autor.

4.4 A INFLUÊNCIA DO GRAU DE ENCRUAMENTO DO MATERIAL

Para análise da influência do grau de encruamento no fenômeno shakedown foram realizadas, em adição às já efetuadas nas tabelas 3 e 4, as simulações descritas na Tabela 5. O modelo de encruamento empregado foi o mesmo, isto é, ECNL.

Espera-se que um aumento no grau de encruamento do material contribua para o acontecimento do fenômeno shakedown. Isto é observado para diferentes tensões de escoamento e coeficientes de atrito analisados, de forma que, um maior grau de encruamento proporciona uma estabilização em shakedown em um menor número de ciclos de carregamento, conforme exemplo apresentado na Figura 36.

Um outro ponto que deve ser observado é a influência do grau de encruamento na deformação equivalente. Em nível teórico, espera-se que um aumento no grau de encruamento acarrete uma redução na deformação equivalente acumulada. Todavia, não é o que acontece quando se analisa criteriosamente os gráficos b e c da Figura 36. Uma possível explicação seria a ocorrência de alterações no campo de tensões residuais introduzido no descarregamento com a mudança do grau de encruamento. Contudo, uma melhor inferência sobre esse fenômeno precisa ser realizada.

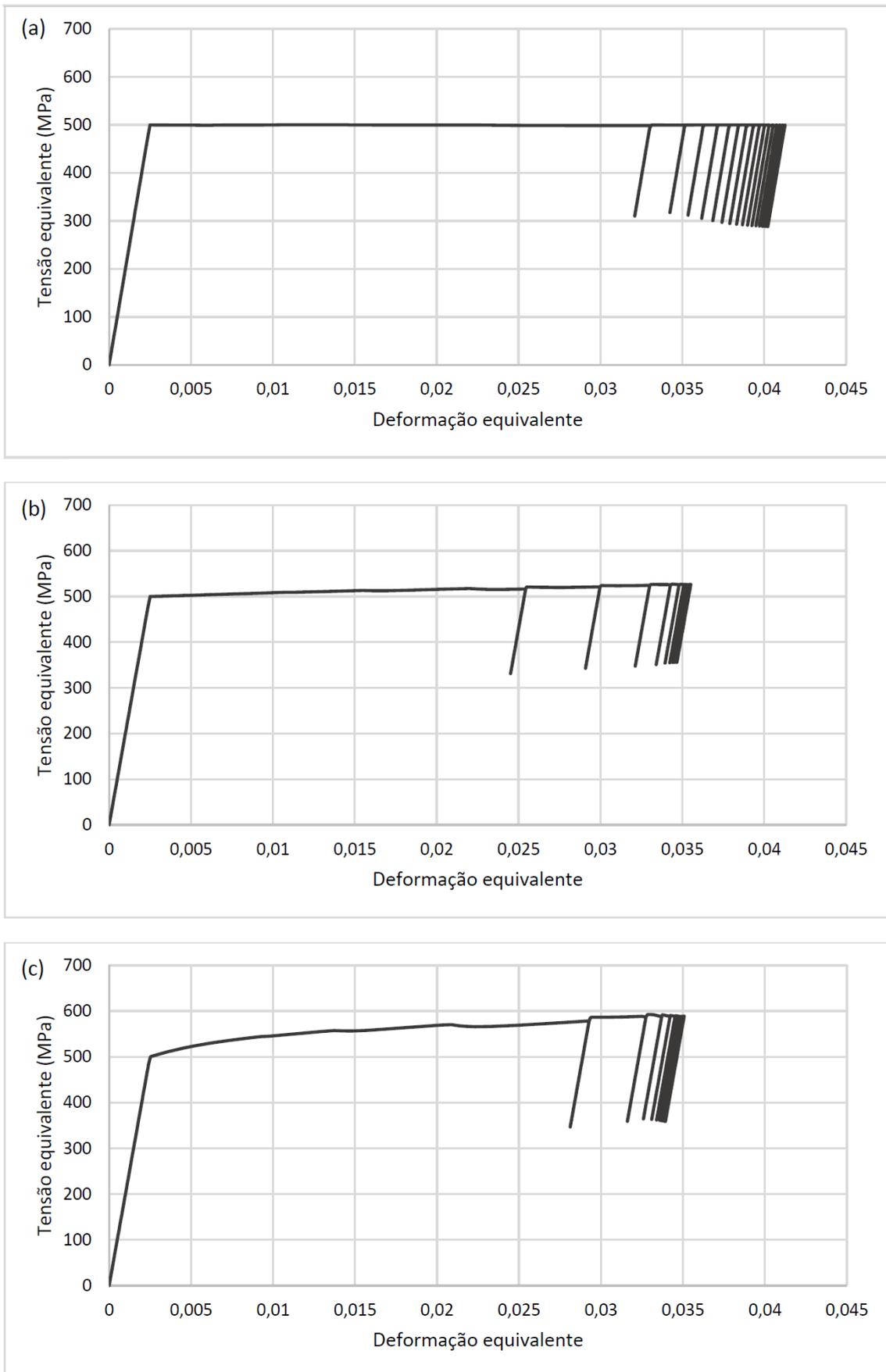


Figura 36 - Curvas tensão-deformação equivalentes para um material sob as condições $\sigma_e = 500 \text{ MPa}$, $\mu = 0,3$, ECNL e 16 ciclos de carregamento. (a) ENC 0, (b) ENC 1 e (c) ENC 2. Fonte: Autor.

4.5 A INFLUÊNCIA DO MODELO DE ENCRUAMENTO ANALISADO

As análises de diferentes parâmetros que influenciam no fenômeno shakedown foram realizadas, até então, considerando um modelo de encruamento cinemático não-linear. A escolha deste modelo foi baseada na literatura que é clara em dizer que, excluindo o modelo de encruamento combinado, o ECNL é o modelo de encruamento mais adequado para o estudo do fenômeno shakedown (BOWER e JOHNSON, 1991), (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994), (WILLIAMS, 2005), (PHAM, 2011). Afim de avaliar como a utilização de modelos de encruamento menos complexos, isotrópico e cinemático linear, influenciam na resposta do material ao carregamento cíclico imposto neste trabalho, foram realizadas as simulações presentes na Tabela 6.

Durante as análises desta seção, foram mantidos constantes $\mu = 0,3$ e grau de encruamento ENC 1. Curvas tensão-deformação equivalentes, para um material com tensão de escoamento 150 MPa, levantadas para os três modelos de encruamento EI, ECL e ECNL, são apresentadas na Figura 37.

É possível observar que as análises realizadas utilizando os modelos de encruamento isotrópico e cinemático linear preveem a transição de um comportamento plástico para um comportamento elástico do material (shakedown), enquanto o modelo cinemático não-linear prevê, no regime estacionário, uma plasticidade incremental. Essa transição do comportamento do material fica mais evidenciada na Figura 38, onde são mostradas ampliações das curvas apresentadas na Figura 37 no período contemplado entre o final do primeiro carregamento até o final do último ciclo de carregamento.

Esse resultado corrobora com a literatura que é enfática em reconhecer que os modelos isotrópico e cinemático linear não são capazes de prever plasticidade incremental conforme abordado na seção 2.3.3.4 do capítulo 2. Entretanto, conforme a tensão de escoamento analisada aumenta, as diferenças nos resultados obtidos para os diferentes modelos de encruamento se tornam progressivamente menos evidentes. De forma que, por exemplo, para uma tensão de escoamento 1250 MPa não é observada diferença significativa na resposta do material para aos diferentes modelos de encruamento analisados, Figura 39.

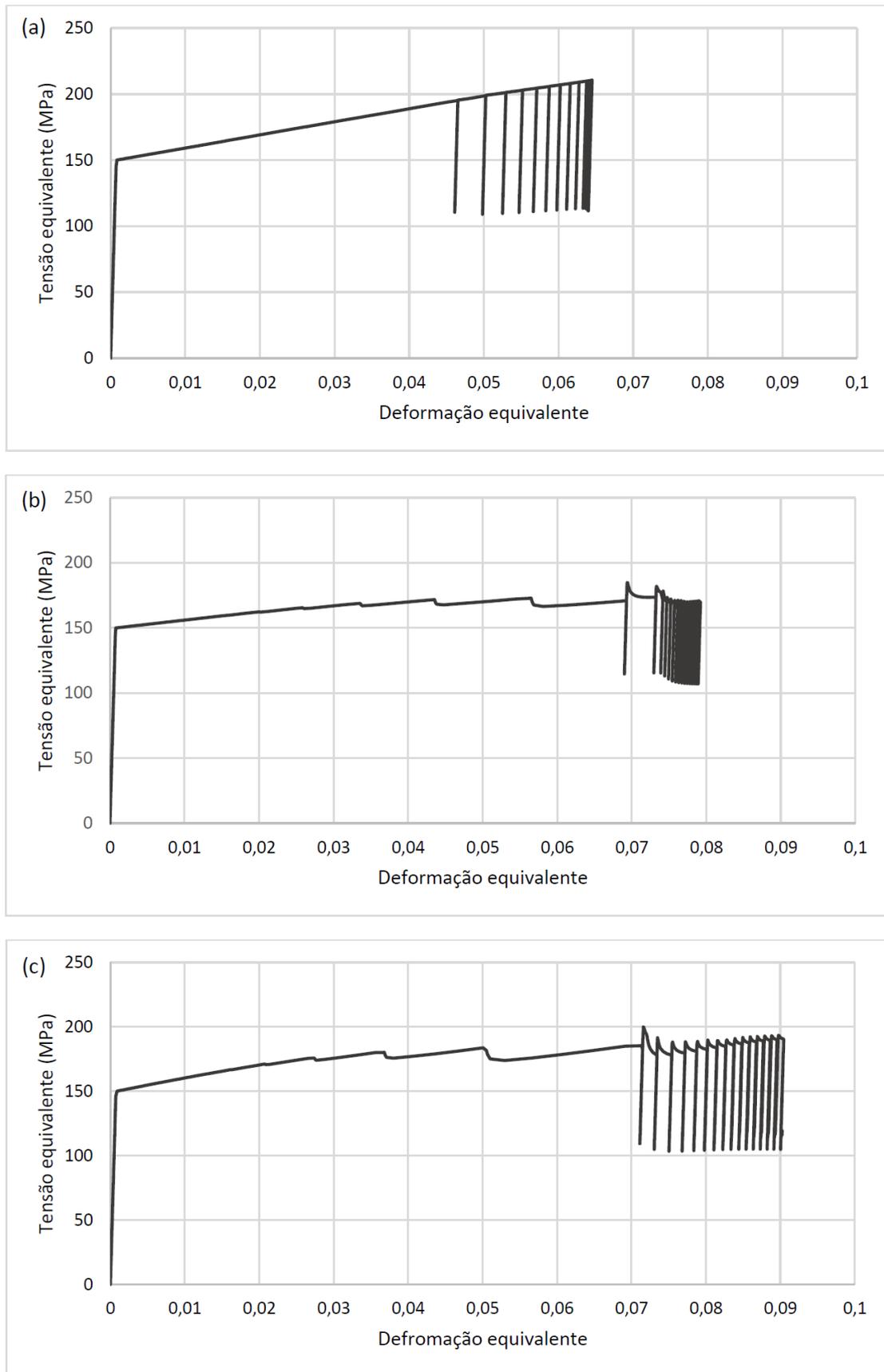


Figura 37 - Curvas tensão-deformação equivalentes para um material sob as condições $\sigma_e = 150 \text{ MPa}$, $\mu = 0,3$, ENC 1 e 16 ciclos de carregamento. (a) EI, (b) ECL e (c) ECNL. Fonte: Autor.

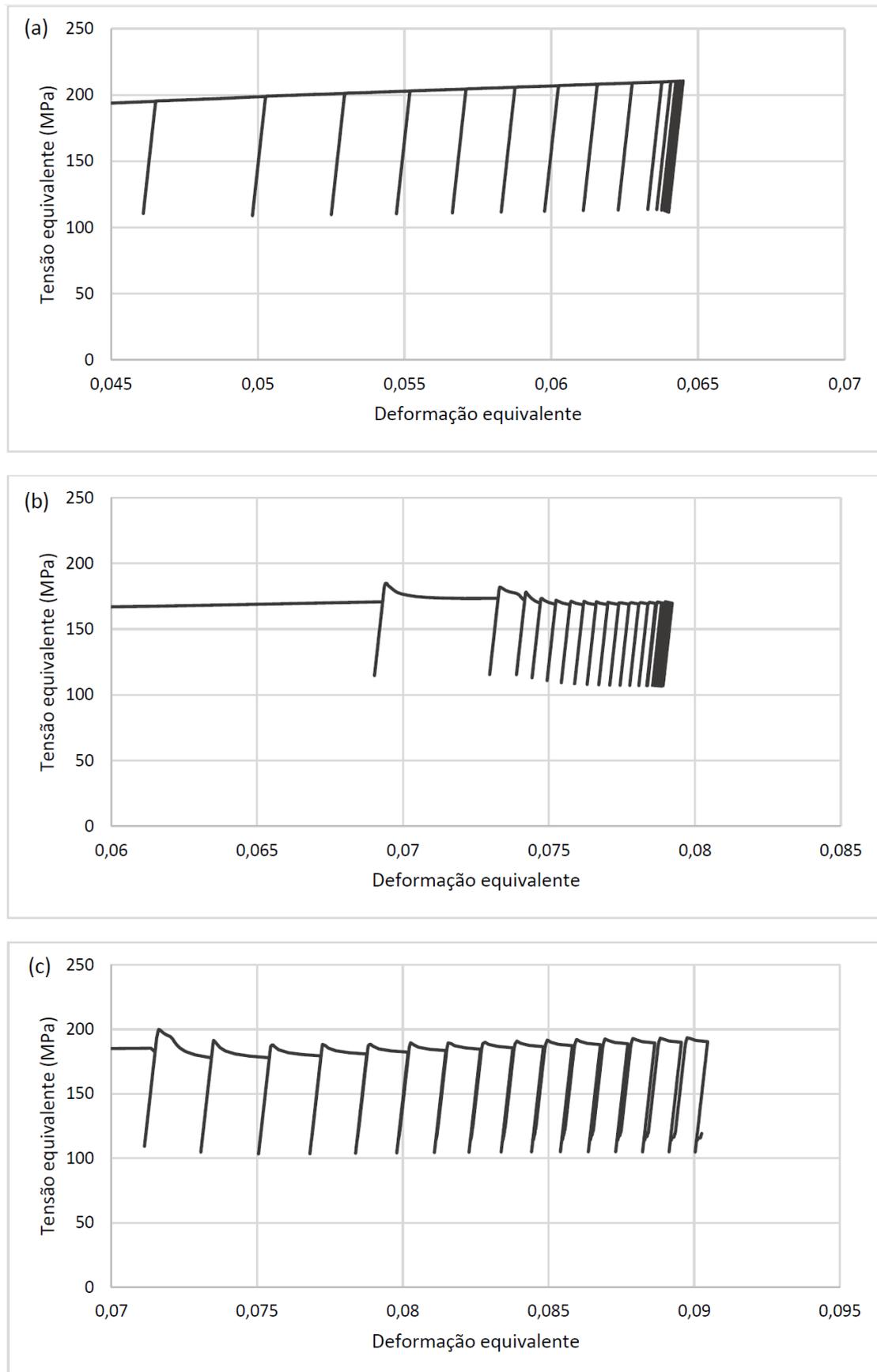


Figura 38 - Ampliação das curvas da Figura 38 no período contemplado entre o final do primeiro carregamento até o final do último ciclo de carregamento. (a) EI, (b) ECL e (c) ECNL. Fonte: Autor.

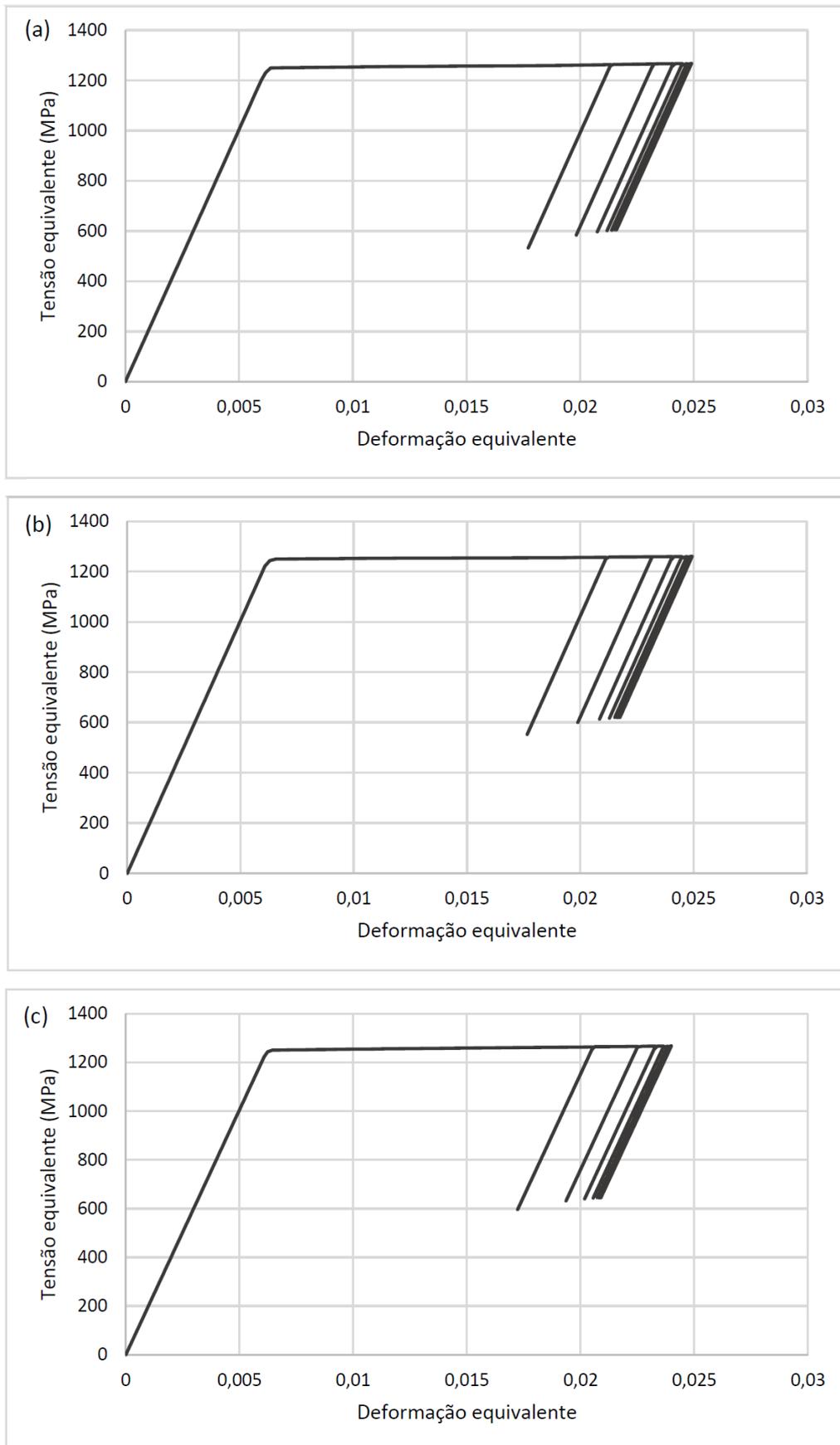


Figura 39 - Curvas tensão-deformação equivalentes para um material sob as condições $\sigma_e = 1250 \text{ MPa}$, $\mu = 0,3$, ENC 1 e 12 ciclos de carregamento. (a) EI, (b) ECL e (c) ECNL. Fonte: Autor.

5 CONCLUSÕES

Houve em todas análises realizadas a introdução de um campo de tensões residuais ao longo do descarregamento do primeiro ciclo, campo este que se modificava a cada ciclo de carregamento subsequente até que o regime estacionário fosse estabelecido.

Em todas as análises, as regiões submetidas às máximas tensão de cisalhamento e deformação plástica equivalente tendem a se movimentar do eixo de simetria para a borda do contato com a esfera.

As análises mostraram que um aumento progressivo da tensão de escoamento contribui para a estabilização em shakedown com um menor número de ciclos de carregamento, bem como, uma tendência de redução na deformação acumulada.

Quanto maior o coeficiente de atrito no contato, maior foi a quantidade de ciclos de carregamento necessários para a estabilização em shakedown. Essa influência do atrito em relação ao shakedown foi observada para todas as tensões de escoamento e graus de encruamento analisados.

Quanto maior o grau de encruamento analisado, menor era a quantidade de ciclos de carregamento necessários para estabilização em shakedown. Essa influência do encruamento em relação ao shakedown foi observada para todas as tensões de escoamento e coeficientes de atrito analisados.

As análises utilizando o modelo ECNL foram capazes de exibir respostas tanto de shakedown como plasticidade incremental. Já os modelos EI e ECL, conforme previsto na literatura, não foram capazes de prever plasticidade incremental. Com o aumento da tensão de escoamento do material, a diferença de resultados dos diferentes modelos de encruamento fica progressivamente menos evidenciada, de forma que, se o material solicitado possui alta resistência ou se a severidade do contato é baixa, não há diferença prática nos resultados obtidos nas simulações realizadas com os três modelos de encruamento.

O FEM utilizado como base para todas as simulações mostrou-se capaz de realizar análises shakedown com sucesso. Foi capaz de observar e prever de forma congruente com a literatura a influência de diferentes parâmetros como: tensão de escoamento, grau de encruamento e coeficiente de atrito. Além disso, quando utilizado com o modelo ECNL previu tanto shakedown quanto plasticidade incremental no regime estacionário.

6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestões para trabalhos futuros, têm-se:

- Realizar a análise numérica para as condições de contato de rolamento puro e rolamento com percentual de deslizamento, afim de torná-la mais próxima de um contato roda-trilho real;
- Modificar a geometria de contato para atender a uma análise shakedown de um contato roda-trilho;
- Comparar os resultados do modelo adequado ao contato roda-trilho com o de indentação. Analisar a possibilidade de usar um ensaio de indentação como avaliação prévia do comportamento de shakedown de materiais.
- Levantar experimentalmente parâmetros C e γ para aços trilho afim de fazer um melhor uso do modelo de encruamento cinemático não-linear. De posse desses parâmetros realizar a análise numérica para levantar diagramas shakedown para os determinados materiais.
- Realizar ensaios experimentais no tribômetro twin-disc afim de validar a análise numérica.
- Explorar a utilização de um modelo de encruamento combinado, identificando as vantagens e desvantagens de sua utilização em relação ao modelo cinemático não-linear.

7 REFERÊNCIAS

ASTM G40-13. **Standard Terminology Relating to Wear and Erosion**. ASTM International. West Conshohocken. 2013.

BHARGAVA, V.; HAHN, G.T.; RUBIN, C.A. An elastic-plastic finite element model of rolling contact – Part 2: analysis of repeated contacts. **ASME Journal of Applied Mechanics**, 52, p. 75–82, 1985.

BLAU, P. Embedding wear models into friction models. **Tribology Letters**, v. 34, p. 75-79, 2009.

BLAU, P. Four great challenges confronting our understanding and modeling of sliding friction. **Tribology for energy conservation**. Amsterdam: Elsevier, p. 177-228, 1998.

BLAU, P. The significance and use of the friction coefficient. **Tribology International**, v. 34, p. 585–591, 2001.

BOWER, A.F.; JOHNSON, K.L. Plastic flow and shakedown of the rail surface in repeated wheel-rail contact. **Wear**, 144, p. 1–18, 1991.

BOWER, A.F.; JOHNSON, K.L. The influence of strain hardening on cumulative plastic deformation in rolling and sliding line contact. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, 37, p. 471–493, 1989.

HOLMNERG, K.; ERDEMIR, A. Global Impact of Friction on Energy Consumption, Economy and Environment . **FME Transactions**, v. 43, p. 181-185, 2015.

HUTCHINGS, I. M. **Tribology: Friction and Wear of Engineering Materials**. London: Butterworth-Heinemann, 1992.

JOHNSON, K.L. A shakedown limit in rolling contact. **Proceedings of the Fourth National Conference on Applied Mechanics**, Berkeley, CA, p. 971–975, 1962.

JOHNSON, K.L. **Contact Mechanics**. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1994.

JOHNSON, K.L.; JEFFERIS, J.A. Plastic flow and residual stresses in rolling and sliding contact. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers of London, Symposium on Rolling Contact Fatigue**, London, UK, p. 50–61, 1963.

JOST, H. P. Tribology: Origin and future. **Wear**, v. 136, p. 1-17, 1990.

JOST, P. Tribology: How the word was coined 40 years ago. **Tribology and Lubrication Technology**, v. 3, p. 24-29, 2006.

KALOUSEK, J.; ROSVAL, G.; GHONEM, H. Lateral creepage and its effect on wear in rail wheel systems, **Proc. Int. Symp. on Contact Mechanics and Wear of Rail/Wheel Systems I**, Vancouver, BC, University of Waterloo Press, Waterloo, Ontario, p. 373-389, 1983.

KAPOOR, A.; JOHNSON, K.L. Effect of changes in contact geometry on shakedown of surfaces in rolling/sliding contact. **International Journal of Mechanical Sciences**, Vol. 34, No. 3, p. 223-239, 1992.

KAPOOR, A.; WILLIAMS, J.A. Shakedown limits in sliding contacts on a surface-hardened half-space. **Wear**, v. 172, 197–206, 1994.

KAPOOR, A.; WILLIAMS, J.A.; JOHNSON K.L. The steady-state sliding of rough surfaces. **Wear**, v. 175, p. 81–92, 1994.

KULKARNI, S.M.; HAHN, G.T.; RUBIN, C.A.; BHARGAVA, V. Elasto-plastic finite element analysis of three-dimensional pure rolling contact above the shakedown limit. **ASME Journal of Applied Mechanics**, 58, p. 347–353, 1991.

KULKARNI, S.M.; HAHN, G.T.; RUBIN, C.A.; BHARGAVA, V. Elastoplastic finite element analysis of three-dimensional, pure rolling contact at the shakedown limit. **ASME Journal of Applied Mechanics**, 57, p. 57–65, 1990.

LEMAITRE, J.; CHABOCHE, J.L. **Mechanics of Solid Materials**. Cambridge University Press, 1994.

MERWIN, J.E.; JOHNSON, K.L. An analysis of plastic deformation in rolling contact. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers of London**, 177, p. 676–690, 1963.

PHAM, P.T. **Upper Bound Limit and Shakedown Analysis of Elastic-Plastic Bounded Linearly Kinematic Hardening Structures**. Tese de doutorado, RWTH Aachen, Alemanha, 2011.

PHAM, P.T.; STAAT, M. A simplification for shakedown analysis of hardening structures. **3rd ECCOMAS Young Investigators Conference**, Aachen, Germany, 2015.

PHAM, P.T.; STAAT, M. FEM-based shakedown analysis of hardening structures. **Asia Pacific Journal on Computational Engineering**, 1:4, 2014.

PONTER, A.R.S.; HEARLE, A.D.; JOHNSON, K.L. Application of the kinematical shakedown theorem to rolling and sliding point contacts. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, 33, p. 339–362, 1985.

POPOV, V.L. **Contact Mechanics and Friction**. Springer, Berlin, 2010.

SACKFIELD A.; HILLS D.A. Some useful results in the classical Hertz contact problem. **J Strain Anal**, 18, p.101–110, 1983.

WILLIAMS, J.A. The influence of repeated loading, residual stresses and shakedown. **Tribology International**, 38, p. 786–797, 2005.

YU, M.; MORAN, B.; KEER, L.M. A direct analysis of two-dimensional elastic–plastic rolling contact. **ASME Journal of Tribology**, 115, p. 227–236, 1993.

ZHU, H.T.; VO, K.D.; TIEU, A.K.; KOSASHI P.B. A 3D dynamic model to investigate wheel–rail contact under high and low adhesion. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 85, p. 63–75, 2014.

ZUM GAHR, K.H. **Microstructure and Wear of Materials**. New York: Elsevier, 1987.