UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM FÍSICA

CAROLINA MARTINS DE SIQUEIRA BARBOSA

Formação de Estruturas em um Universo com componente Viscosa

Vitória
2018

CAROLINA MARTINS DE SIQUEIRA BARBOSA

Formação de Estruturas em um Universo com componente Viscosa

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do Grau de Doutora em Física.

Orientador: Prof. Dr. Júlio César Fabris

Coorientador: Prof. Dr. Hermano Endlich Schneider Velten

Vitória

2018

Formação de Estruturas em um Universo com componente Viscosa

CAROLINA MARTINS DE SIQUEIRA BARBOSA

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do Grau de Doutora em Física.

COMISSÃO EXAMINADORA

____________________________________-

Prof. Dr. Júlio César Fabris - UFES

____________________________________-

Dr. Hermano Endlich Schneider Velten - UFES

____________________________________-

Prof. Rudnei de Oliveira Ramos - UERJ

____________________________________-

Prof. Marcos Lima - USP

____________________________________-

Prof. Wiliam Hipólito-Ricaldi - UFES

____________________________________-

Prof. Dr. Oliver Piattella - UFES

Agradecimentos

Faço um agradecimento especial a toda minha família pelo apoio, pela compreensão, pelas risadas e pelo amor, sem eles este trabalho não teria sido concluído. Mãe, Pai, Digo, vocês são minha inspiração. São insubstituíveis.

Ao Ivan, pelo carinho, apoio, e compreensão.

Quero também agradecer aos meus orientadores, Julio e Hermano, pela paciência, pelos ensinamentos e por me guiarem nesta fase difícil que é o doutorado.

Este trabalho teve apoio financeiro da CAPES através de bolsa estudantil.

A vida não é fácil para nenhum de nós. Temos que ter persistência e, acima de tudo, confiança em nós mesmos. - Marie Curie

Resumo

O modelo padrão da cosmologia considera que matéria e energia escura, componentes fundamentais para explicar fenômenos observados no Universo, compõem cerca de 95% do total de energia cósmica, enquanto bárions e radiação contribuem com uma fração menor que 5% do total de energia cósmica. É considerado que a matéria escura fria possui equação de estado de pressão nula, porém sua natureza é um dos maiores mistérios da cosmologia atual, e assumir uma equação de estado do tipo poeira pode ser um equívoco. Viscosidades estão constantemente presentes na natureza, e é natural pensarmos que também na matéria escura deva existir viscosidades. Neste trabalho fazemos um estudo de matéria escura com propriedades viscosas, que possui uma equação de estado diferente de zero e com pressão negativa (pois viscosidades são mecanismos dissipativos). São consideradas duas viscosidades: a volumétrica e a de cisalhamento. O objetivo principal deste trabalho é estudar como a inclusão da viscosidade de cisalhamento impacta na formação de estruturas. Um objetivo secundário é investigar a relação de viscosidade de cisalhamento com modelos de gravidade modificada, utilizando uma parametrização fenomenológica.

Abstract

The cosmological standard model considers dark matter and dark energy, important components to explain observed phenomena in the Universe, contribute for about 95% of the total cosmic energy budget, while baryons and radiation with a small fraction of less than 5% of the total cosmic energy. Cold Dark Matter is considered to have equation of state of zero pressure, however its nature is one of the greatest mysteries of cosmology, and assume a dust-like equation of state can be a mistake. Viscosities are constantly present in nature, and is natural to think that dark matter must also have viscous properties. In this work we consider the study of a dark matter with viscous properties, which have a non-zero equation of state with negative pressure (since viscosities are dissipative mechanisms). Two viscosities are considered here: bulk and shear. The main goal of this work is study how the inclusion of shear viscosity impacts on the structure formation. A secondary goal is to investigate the relation of shear viscosity with models of modified gravity, using a phenomenological parametrization.

Sumário

Capítulo 1

Introdução

Nas últimas décadas várias observações indicam a existência de componentes misteriosas no Universo, de forma que elas seriam a resposta para explicar fenômenos como a expansão acelerada do Universo e curvas de rotação de galáxias. A essas componentes foram dados os nomes de matéria escura e energia escura, e elas estão presentes no atual Modelo Padrão da Cosmologia [1], também chamado de modelo ΛCDM. O nome ΛCDM se dá pois ele considera que a energia escura é composta pela constante cosmológica Λ, e CDM indica a componente de Matéria Escura Fria[1].

Predições do modelo padrão foram bem sucedidas em descrever observações da Radiação Cósmica de Fundo, sendo a primeira missão dedicada a estudá-la foi o COBE (*Cosmic Background Explorer*) [2]. Porém, quando analisamos dados de Estruturas em Grandes Escalas alguns conflitos aparecem, como excesso de aglomeração indicado pela colaboração Planck (2015) [3]. Os conflitos envolvendo o modelo ΛCDM, a natureza desconhecida da energia escura e também a falta de evidencias experimentais de sua existência e da matéria escura (apenas temos evidências observacionais) motivam as tentativas de alterações no Modelo Padrão da Cosmologia, e até mesmo de questionar se a Teoria da Relatividade Geral é válida em escalas cosmológicas.

O objetivo deste trabalho é estudar como pequenas alterações em características do modelo padrão podem impactar nas predições em comparação com o modelo ΛCDM. A proposta de alteração é na equação de estado da componente de Matéria Escura. O modelo padrão assume que a Matéria Escura possui a mesma equação de estado dos

[1]Em inglés é *Cold Dark Matter*, por isso CDM

bárions, com pressão nula. Mas como a natureza dessa componente ainda é desconhecida, e, apesar de termos alguns vínculos observacionais sobre a Matéria Escura, temos ainda liberdade de supor algumas características dela, como a possibilidade de existência de viscosidades. Na natureza viscosidades estão constantemente presentes, portanto parece natural supor que elas também estejam presentes na Matéria Escura, e a inclusão de viscosidades torna também o modelo mais realístico. Utilizamos o formalismo de Eckart incorporando os termos viscosos na equação de estado dessa componente escura, com uma pressão negativa (pois viscosidades são mecanismos de dissipação).

Consideramos dois tipos de viscosidades neste trabalho, as viscosidades volumétrica e de cisalhamento. Viscosidades volumétricas já foram amplamente estudadas na literatura [4–24], mas incluí-las neste trabalho é essencial para termos uma base de comparação do efeito de viscosidade de cisalhamento. Sabemos que a viscosidade volumétrica tem efeito de supressão no crescimento das estruturas, e neste trabalho queremos investigar o impacto de viscosidade de cisalhamento na formação de estruturas.

Para estudar o impacto da inclusão dessas viscosidades na formação de estruturas aplicamos o teste observacional de Distorção do Desvio para o Vermelho ($f\sigma_8$) e comparamos com os dados observacionais.

Observamos ainda que uma assinatura de inclusão de viscosidade de cisalhamento é que os potenciais gravitacionais ϕ e ψ não mais são iguais. Da equação de Einstein $(i-j)$ temos que a diferença entre os dois potenciais gravitacionais é proporcional ao parâmetro de viscosidade de cisalhamento η. Porém a assinatura $\phi \neq \psi$ também é característica de modelos de gravidade modificada, que costumam incluir o parâmetro de deslizamento $\eta = \frac{\psi}{\phi}$ como medidor do quanto o modelo está se distanciando da Relatividade Geral. Existe uma degenerescência entre os efeitos de viscosidade de cisalhamento e de gravidade modificada, e um segundo objetivo deste trabalho é investigar se existe alguma forma de identificar separadamente qual é a contribuição da modificação da gravidade e qual é a contribuição da viscosidade de cisalhamento.

O trabalho está organizado da seguinte forma: No Capítulo 2 fazemos uma breve revisão do modelo cosmológico de concordância ΛCDM e apresentamos a notação que será utilizada no trabalho. No Capítulo 3 fazemos uma revisão da cosmologia viscosa, apresentando modelos de unificação e seus problemas e revisando os principais resultados de estudos de viscosidade volumétrica.

No Capítulo 4 o modelo de gravidade modificada $f(R)$ é revisado, apresentando os formalismos métrico e de Palatini e quais modelos $f(R)$ são viáveis . No Capítulo 5 fazemos a inclusão da viscosidade de cisalhamento e estudamos o seu impacto em formação de estruturas. Desenvolvemos as equações de Einstein, as equações de conservação do tensor momento-energia e combinamos essas equações para chegar a uma equação para o contraste da densidade Δ. Estudamos a evolução de Δ e comparamos com dados observacionais de $f\sigma_8$. Desse estudo resultou um artigo [25].

No Capítulo 6 desenvolvemos um estudo fenomenológico de modificações da gravidade com o intuito de tentar estudar a possibilidade de distinguir se um efeito (em formação de estruturas) é devido à modificação da gravidade ou se é devido a viscosidade de cisalhamento. Aplicamos uma modificação da gravidade fenomenológica nos baseando no trabalho do Planck (2015) [26] e desenvolvemos a análise de $f\sigma_8$ para comparar com os resultados do caso de viscosidade de cisalhamento. Esse trabalho está em etapa final de desenvolvimento do artigo. No Capítulo 7 apresentamos perspectivas futuras do nosso trabalho sobre ondas gravitacionais no cenário viscoso (que está em desenvolvimento), e soluções encontradas são expostas. Por fim, no Capítulo 8 fazemos a conclusão do nosso trabalho apresentando os principais resultados, as dificuldades apresentadas e projeções para a continuação deste trabalho.

Parte I

Revisão em Cosmologia

Capítulo 2

O Modelo de Concordância

Um modelo cosmológico é uma modelagem do Universo que tenta explicar matematicamente a sua evolução. O atual modelo de concordância da cosmologia é o chamado modelo ΛCDM, onde Λ vem da componente da constante cosmológica e CDM vem de *Cold Dark Matter*, que é a componente de matéria escura fria (logo em seguida será explicado melhor o que são essas componentes). Esse modelo foi ganhando força ao longo dos anos por ser bem sucedido em descrever diferentes testes observacionais utilizando o mesmo conjunto de parâmetros.

Este modelo assume correto o Princípio Cosmológico (introduzido por Einstein), que afirma que o Universo é espacialmente homogêneo e isotrópico em escalas suficientemente grandes. Resultados observacionais da Radiação Cósmica de Fundo (RCF)[1] dão uma forte evidência da isotropia do Universo em grandes escalas, mas isotropia não implica homogeneidade. Considerando que observamos um Universo isotrópico, partindo da suposição de que não estamos em um referencial privilegiado e usando o Princípio Copernicano temos como consequência a homogeneidade do Universo [27]. A Radiação Cósmica de Fundo é composta dos fótons que sofreram o último espalhamento no Universo no desacoplamento da matéria com radiação.

[1] Do inglês *Cosmic Microwave Background* (CMB).

2.1 Componentes materiais do Universo

O modelo padrão da cosmologia considera que o Universo é composto por quatro tipos diferentes de matéria: matéria bariônica (denotada pelo índice b), radiação (denotada pelo índice r), matéria escura fria (denotada pelo índice ME e energia escura (denotada pelo índice EE). Cada uma dessas componentes será descrita por um fluido perfeito conservativo com equação de estado da forma $p_i = \omega_i \rho_i$ $(i = b, r, ME, EE)$:

- Matéria bariônica : Componentes bariônicas são todas as formas de matéria que observamos, que interagem eletromagneticamente. Esta é uma componente que possui pressão nula, portanto seu parâmetro de estado é $\omega_b = 0$, e sua evolução temporal em termos do fator de escala é $\rho_b = \rho_{b0} a^{-3}$, sendo que ρ_b é a densidade de energia dos bárions, ρ_{b0} é a densidade de energia dos bárions hoje (quando $a = 1$) e a é o fator de escala. Sua densidade contribui apenas em cerca de $\sim 4\%$ da densidade total do Universo.

- Fótons : São componentes relativísticos responsáveis pela interação eletromagnética. Sua equação de estado é dada pelo parâmetro $\omega_\gamma = \frac{1}{3}$. A evolução temporal da densidade de energia da radiação é $\rho_\gamma = \rho_{r0} a^{-4}$, sendo que $\rho_{\gamma 0}$ é a densidade de energia da radiação hoje. Sua contribuição para a densidade do Universo hoje é muito pequena em comparação com as componentes escuras e bariônicas, da ordem de 10^{-5}.

- Neutrinos : Diferentemente de fótons e bárions, neutrinos cósmicos ainda não foram observados, mas argumentos com forte embasamento físico incluem essa componente como essencial para o modelo padrão. Estima-se que os neutrinos cósmicos perderam contato com o plasma cósmico em cerca de $1\,s$ após o Big Bang, portanto a detecção do fundo de neutrinos nos forneceria informações do Universo primordial ainda antes da CMB [28, 29]. Sua temperatura cai simplesmente com a^{-1}. Sua massa é muito pequena ou nula, sendo que sabe-se teoricamente que o limite superior de sua massa é $m_n < 0.66\,eV$ (95% Planck+WP+highL) [30]. Sua contribuição para a densidade do Universo hoje é muito pequena em comparação com as componentes escuras e bariônicas.

- Matéria Escura Fria (ME) : É uma das bases do modelo padrão da cosmologia. A ME é uma componente que é introduzida para explicar fenômenos locais, como curvas de rotação de galáxias [31,32]. Essa matéria não interage eletromagneticamente, portanto não conseguimos ter uma detecção direta dela. Ela também desempenha um papel importante nas perturbações da matéria bariônica, sendo sua presença essencial para que as estruturas se formem.

  A ME possui pressão nula, portanto seu parâmetro de estado é $\omega_{ME} = 0$, porém essa é uma suposição que pode ser modificada, já que a natureza da componente escura é desconhecida. Posteriormente neste trabalho irei abrir mão desta suposição e introduzir viscosidades na ME. A evolução temporal da densidade de energia dessa componente é $\rho_{ME} = \rho_{ME0}a^{-3}$, sendo que ρ_{ME0} é a densidade de energia da ME hoje ($a = 0$). Sua densidade total hoje contribui com cerca de 25% do total da energia do Universo.

- Energia Escura (EE) : Essa componente foi introduzida na tentativa de explicar a expansão acelerada do Universo [33]. No modelo padrão a EE é descrita pela constante cosmológica Λ. Ela é uma forma de energia desconhecida que compõe em cerca de 71% da densidade material do Universo. Possui equação de estado negativa, com parâmetro de estado $\omega_{EE} = -1$ e densidade de energia constante $\rho_{EE} = \frac{\Lambda}{8\pi G}$. A equação de estado é negativa para gerar a expansão acelerada do Universo. Existem tentativas de associar a EE com a energia do vácuo quântico, mas a densidade de energia observada é muito diferente do que a prevista pela Teoria Quântica de Campos.

A contribuição de energia de cada componente combinada resulta na densidade de energia total do Universo:

$$\rho = \rho_b + \rho_\gamma + \rho_n + \rho_{ME} + \rho_{EE} \tag{2.1}$$

Portanto, de acordo com o modelo padrão da cosmologia, conhecemos apenas aproximadamente 5% do Universo, sendo 95% composto por esse setor escuro.

2.2 A dinâmica do modelo

O modelo ΛCDM considera que a interação gravitacional é ditada pela Relatividade Geral de Einstein, e a equação de Einstein é

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + g_{\mu\nu}\Lambda = 8\pi G T_{\mu\nu} \tag{2.2}$$

Essa equação relaciona a geometria do espaço tempo com suas componentes de matéria e energia. Nesta equação $g_{\mu\nu}$ é a métrica do espaço-tempo, $R_{\mu\nu}$ é o tensor de Ricci, R é o escalar de Ricci, G é a constante da gravitação de Newton, Λ é a constante cosmológica e $T_{\mu\nu}$ é o tensor momento energia. Observe que a constante cosmológica escrita dessa forma possui uma natureza geométrica, mas ela também pode ser absorvida pelo termo material ao lado direito da igualdade, sendo assim identificada como uma componente do Universo.

O tensor momento-energia total do Universo é dado pela soma do tensor-momento energia de cada componente material do Universo, portanto

$$T_{\mu\nu} = T^{b}_{\mu\nu} + T^{\gamma}_{\mu\nu} + T^{n}_{\mu\nu} + T^{ME}_{\mu\nu} + T^{EE}_{\mu\nu} \tag{2.3}$$

A curvatura do espaço-tempo é representada pelo parâmetro Ω_k, e a princípio ela deve ser considerada. Porém, dados da Colaboração Planck (2015) [1] limitam valores do parâmetro de curvatura em $\Omega_k = 0.0008^{+0.0040}_{-0.0039}$ com confiança de 95% (1σ). Portanto, por simplicidade assumimos $\Omega_k = 0$, que é característica de um espaço plano. A métrica de um Universo que satisfaz o Princípio Cosmológico, que é plana e que está em expansão é a chamada métrica de Friedmann Lemaître Robertson Walker (FLRW) e está representada na matriz abaixo:

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^2(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^2(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^2(t) \end{bmatrix}$$

O tensor de Ricci é definido como função dos símbolos de Christoffel

$$R_{\mu\nu} = \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu,\alpha} - \Gamma^{\alpha}_{\mu\alpha,\nu} + \Gamma^{\alpha}_{\beta\alpha}\Gamma^{\beta}_{\mu\nu} - \Gamma^{\alpha}_{\beta\nu}\Gamma^{\beta}_{\mu\alpha}, \tag{2.4}$$

sendo que os símbolos de *Christoffel* são definidos como

$$\Gamma^{\mu}_{\alpha\beta} = \frac{g^{\mu\nu}}{2}\left[\frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^{\beta}} + \frac{\partial g_{\beta\nu}}{\partial x^{\alpha}} - \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^{\nu}}\right]. \tag{2.5}$$

Para o caso da métrica FLRW (equação (2.2)), os símbolos de Christoffel ficam

$$\begin{aligned} &\Gamma^{0}_{00} = 0 \qquad \Gamma^{0}_{0i} = \Gamma^{i}_{00} = \Gamma^{k}_{ij} = 0 \\ &\Gamma^{i}_{j0} = \delta_{ij}\frac{\dot{a}}{a}\delta_{ij} \quad \Gamma^{0}_{ij} = \dot{a}a\delta_{ij}. \end{aligned} \tag{2.6}$$

Aplicando (2.6) nas componentes do tensor de Ricci (2.4) obtém-se as componentes

$$\begin{aligned} R_{00} &= -3\frac{\ddot{a}}{a}, \\ R_{ij} &= \left[2\dot{a}^2 + \ddot{a}a\right]\delta_{ij}. \end{aligned} \tag{2.7}$$

A partir do tensor de Ricci (2.4) pode-se encontrar o escalar de Ricci (R), também chamado de escalar de curvatura, que é um invariante em transformações gerais de coordenadas, e é uma forma de identificar a geometria do espaço-tempo. Ele é definido como sendo a contração do tensor de Ricci com a métrica

$$R \equiv g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}, \tag{2.8}$$

e para o caso específico para a métrica FLRW (equação (2.2)) o escalar de Ricci pode ser escrito como

$$R = 6\left[\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2\right]. \tag{2.9}$$

O tensor momento energia carrega as componentes de matéria e energia do Universo, e, de forma geral, pode ser escrito como [34, 35]

$$T^{\mu}_{\nu} = \rho u^{\mu}u_{\nu} - p\left(g^{\mu}_{\nu} - u^{\mu}u_{\nu}\right) + \Delta T^{\mu}_{\nu}, \tag{2.10}$$

sendo ρ a densidade de matéria, p a pressão e u^μ a quadri-velocidade. Na componente $\Delta T^{\mu\nu}$ estão incluídos todos efeitos de interação (como condutividade térmica) e viscosidades (como viscosidade volumétrica e de cisalhamento). Se a componente $\Delta T^{\mu\nu}$ for desconsiderada, este tensor descreve um fluido ideal (no qual suas componentes não interagem), e o tensor momento-energia de um fluido ideal pode ser escrito como

$$T^\mu_\nu = \begin{bmatrix} -\rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{bmatrix}$$

sendo ρ a densidade de energia do fluido ideal, e p sua pressão para o Universo como um todo.

O tensor momento-energia total deve se conservar, e para fluidos em que não há interação entre suas componentes, ele deve ser conservado separadamente para cada fluido. A conservação deste tensor é expressa como

$$T^{\mu\nu}_{;\nu} = 0 \tag{2.11}$$

ou seja, a derivada covariante de $T^{\mu\nu}$ em relação à ν é zero. Para o caso de $\nu = 0$ obtém-se a equação de conservação da densidade de energia

$$\frac{d\rho}{dt} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0 \tag{2.12}$$

Um parâmetro que será muito utilizado será o parâmetro de densidade Ω para cada componente i $(i = b, r, ME, EE)$do fluido cosmológico. Esse parâmetro é escrito como a razão da componente i por sua densidade crítica do Universo hoje (ρ_{cr0}) $\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_{cr0}}$ [2]

$$\Omega_i = \frac{8\pi G}{3H_0^2}\rho_i \tag{2.13}$$

[2]A densidade crítica do Universo é a densidade que o Universo deve ter de forma que sua geometria seja plana. Podemos tirar essa relação da equação de Friedmann: $\dot{a}^2 - \frac{8\pi G\rho}{3}a^2 = -kc^2$, e estudando o valor de ρ quando $k = 0$ temos a equação para a densidade crítica $\rho_{cr} = \frac{3H^2}{8\pi G}$. Observe que a densidade crítica apenas depende da taxa de expansão do Universo, e está decrescendo com o tempo, já que H está decrescendo [36]. O valor da densidade crítica hoje é $\rho_{cr0} = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$.

de forma que, se combinar a contribuição de todas as componentes

$$\Omega_b + \Omega_\gamma + \Omega_n + \Omega_{ME} + \Omega_{EE} = 1 \tag{2.14}$$

Como mencionado anteriormente, a contribuição dos neutrinos e dos fótons para a densidade do Universo é muito pequena em tempos tardios, portanto por simplicidade iremos considerar que $\Omega_\gamma = 0$ e $\Omega_n = 0$.

Do desenvolvimento da parte temporal da equação de Einstein (5.1) encontra-se a equação de Friedmann, que descreve a dinâmica do modelo

$$H^2(a) = H_0^2 \left(\frac{\Omega_{m0}}{a^3} + \Omega_\Lambda + \frac{\Omega_k}{a^2} \right) \tag{2.15}$$

sendo que a é o fator de escala, H_0 é o atual valor do parâmetro de Hubble (em $a_0 = 1$), Ω_{m0} é o parâmetro de fração de matéria do Universo (matéria sem pressão, portanto Ω_{m0} inclui matéria bariônica e também Matéria Escura Fria), Ω_{r0} é o parâmetro de fração de radiação e Ω_Λ é o parâmetro da componente da constante cosmológica. Uma componente de curvatura Ω_k também é permitida no Universo de FLRW, mas já estamos considerando que $\Omega_k = 0$, como mencionado anteriormente.

Da parte espacial das equações de Einstein tem-se uma equação para a aceleração (da expansão) do Universo

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) \tag{2.16}$$

Observe que para $\ddot{a} > 0$ precisa-se ter um fluido com pressão negativa para contrabalancear a contribuição positiva das densidades de energia.

2.3 Virtudes da cosmologia padrão

Como em todo o modelo, o ΛCDM tem suas virtudes e seus pontos negativos. Nesta seção iremos explicitar algumas das virtudes do Modelo Padrão da Cosmologia. O modelo ΛCDM tem seu sucesso na explicação de três fatos observacionais: o Universo em expansão acelerada, a abundância dos elementos leves e a radiação cósmica de fundo. Como base para esta revisão utilizaremos a referência [29].

Temos boas evidências de que o Universo está em expansão, sendo que a primeira delas foi encontrada por Lemaître em 1927'[3] e depois por Hubble em 1929. Se o Universo estiver se expandindo, como era esperado, então as galáxias deveriam estar se afastando de nós, e foi exatamente o que Hubble (e também Lemaître) encontrou, notando ainda que a velocidade aumentava com a distância. Esse efeito pode ser observado no diagrama de Hubble na Figura (2.3).

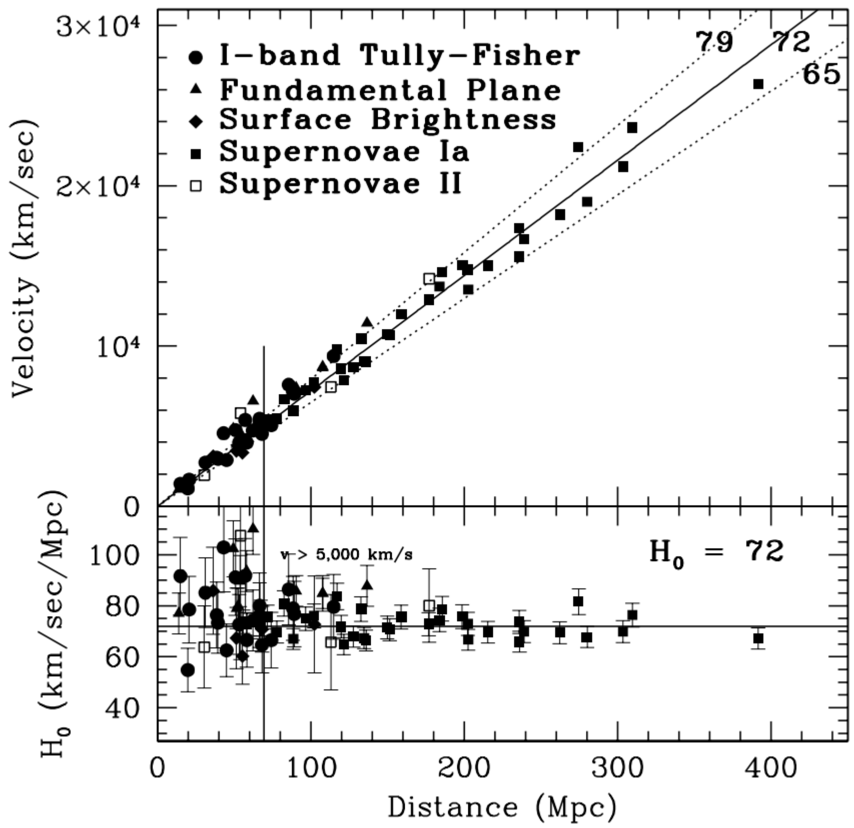


Figura 2.1: Diagrama de *Hubble feito pelo Hubble Space Telescope Key Project*(Freedman et al., 2001) [51] usando cinco diferentes medidas de distância. O painel inferior mostra valores de H_0 em termos da distância, sendo a linha horizontal o melhor ajuste de $72\, km\, sec^{-1} Mpc^{-1}$.

Outro grande sucesso do modelo padrão é a Nucleossíntese Primordial, que nos dá a abundância primordial dos elementos. No Universo primordial, quando o Universo começou a resfriar e ter energias abaixo das energias de ligação de núcleos típicos, elementos leves começaram a ser formados. Conhecendo as condições do Universo Primordial é possível calcular as abundâncias esperadas dos elementos. É possível calcular, dessa forma, a

[3]Até hoje a descoberta do Universo em expansão é associada apenas a Hubble, porém Lemaître, dois anos antes, chegou aos mesmos resultados que Hubble utilizando praticamente os mesmos dados.

densidade de bárions primordial, que é a combinação da densidade de prótons e nêutrons (que eram os únicos bárions nessa época). Como conhecemos o comportamento dessas densidades a medida que o Universo evolui podemos calcular, a partir da abundância dos elementos leves em medidas da densidade de bárions hoje. Conclui-se a partir da Nucleossíntese Primordial que a matéria bariônica contribui no máximo em 5% da densidade hoje. Como a densidade de matéria total é estimada estar ser entre 20% e 30%, a Nucleossíntese nos dá argumentos fortes para a possível existência de uma matéria não bariônica.

A Radiação Cósmica de Fundo também é um dos grandes sucessos do modelo padrão da cosmologia, sendo que a primeira missão totalmente dedicada a estudá-la foi a missão $COBE$ [2]. Ela nos fornece uma visão de como era o Universo quando ele tinha temperatura de cerca de $3000K$ e em um desvio para o vermelho de 1100. Essa radiação de fundo é composta por fótons que sofreram o último espalhamento com elétrons e depois desse espalhamento viajam livremente no espaço, nos dando assim o observável de fótons que nos permite enxergar o mais próximo possível do Universo primordial. O último espalhamento garantiu que os fótons estivessem em equilíbrio, de forma que eles deveriam ter um espectro de corpo negro. E essa predição está de acordo com os dados observados pelo COBE. Um fato muito importante que aprendemos com a Radiação Cósmica de Fundo é que o Universo antes do último espalhamento era muito homogêneo. Inomogeneidades no espectro da Radiação Cósmica de Fundo foram encontradas, mas para explicá-las precisamos ir além do modelo padrão.

2.4 Problemas da cosmologia padrão

Apesar de o modelo ΛCDM ser um modelo de concordância, ainda existem sérios problemas que não foram resolvidos, como o problema da excessiva aglomeração de matéria devido à natureza da Matéria Escura Fria, o problema da falta de satélites [37, 38], o problema do halo-cúspide [39–41] e também problemas associados ao fato de que a colaboração do satélite Planck observou menos aglomerados de galáxias do que era esperado [3]. Esses problemas motivam a encontrar modificações para o atual modelo de concordância de forma que seja possível resolvê-los.

O problema da falta de satélites [37,38] aparece quando são feitas simulações numéricas usando como base o modelo padrão, e compara o valor predito de satélites (pequenas estruturas) com o valor que é observado. O modelo padrão prevê, a partir de simulações, que a abundância de satélites em um grupo de galáxias similar ao Grupo Local seria de ~ 300 satélites em um raio de $1,5\,Mpc$, enquanto apenas ~ 40 satélites são observados no Grupo Local [38]. Também existem problemas quando são feitas simulações para galáxias de dimensões da ordem da nossa galáxia, sendo que também o modelo prevê mais satélites do que é observado. Esse problema coloca em cheque o modelo padrão e até mesmo o modelo hierárquico de evolução das estruturas [37]. Isso indica que a ME forma muitas estruturas a nível galático.

Já o problema do halo-cúspide[4] também surgiu de simulações computacionais, pois modelos de ME prevêem a densidade de distribuições internas de galáxias com uma densidade com comportamento tipo cúspide, seguindo um perfil do tipo Navarro-Frank-White [42], que tem a forma

$$\rho_{NFW}(r) = \frac{\rho_i}{\left(\frac{r}{R_s}\right)\left(1 + \frac{r}{R_s}\right)^2} \tag{2.17}$$

sendo que ρ_i está relacionado com a densidade do Universo no instante do colapso do halo e R_s é o raio característico do halo [42]. Esse perfil prevê que quando $r \to 0$, sendo r o raio da galáxia, então a densidade da galáxia $\rho \to \infty$. Entretanto, observações indicam uma densidade de ME aproximadamente constante. Portanto o excesso de aglomeração em modelos de ME não está de acordo com observações das regiões internas de galáxias [43, 44].

O problema da coincidência cósmica é que observações indicam que hoje densidades de ME (ρ_{ME}) e de EE (ρ_{EE}) são da mesma ordem de magnitude. Como a densidade de EE é constante e a de ME varia com o fator de escala da forma a^{-3}, ou seja, tanto no Universo primordial quanto no Universo futuro os valores de ρ_{EE} e de ρ_{ME} diferem em várias ordens de magnitude, então parece ser uma coincidência que essa igualdade esteja ocorrendo hoje [19].

Existem também tensões entre a medida da Radiação Cósmica de Fundo (RCF) e

[4] Em inglês é conhecido como cusp-core problem, ou cuspy halo problem.

as medidas de Estruturas em Grandes Escalas (LSS[5]) [45, 46]. Quando é feita análise conjunta apenas com dados de (LSS), que são dados de Distorção Espacial de Desvio para o Vermelho (RSD[6]), aglomerados de galáxias detectados via efeito Sunyaev-Zeldovich e efeitos de Lenteamento, o valor

Existem também tensões entre as medidas da Radiação Cósmica de Fundo (RCF) e as medidas de Estruturas em Grandes Escalas (LSS[7]) [45, 46]. Quando é feita análise conjunta apenas com dados de (LSS), que são dados de Distorção Espacial de Desvio para o Vermelho (RSD[8]), aglomerados de galáxias detectados via efeito Sunyaev-Zeldovich e efeitos de Lenteamento, o valor $\sigma_8 = 0.7946 \pm 0.0094$ é preferido [46]. Agora, quando é feita uma análise com dados da CMB e Oscilações Acústicas Bariônicas (BAO) obtém-se $\sigma_8 = 0.827 \pm 0.017$[9] para dados do *Planck + WP + BAO* como o valor preferido [46]. Geralmente dados de lenteamento preferem valores de σ_8 muito menores. De acordo com a referência [46], comparando as diferenças entre os dados de LSS e os do *Planck + WP + BAO* para um modelo de 5 parâmetros o grau de tensão entre os dados é quantificado sendo maior que 5σ. Mas essa tensão parece depender dos dados, pois em trabalhos mais recentes, como na referência [47] onde é feito um estudo para quantificar a discordância e é encontrado que dos dados de Estruturas em Grandes Escalas mais discrepantes com os dados Planck2015 $+ Pol + BAO$ (o símbolo "Pol" é referente a dados de polarização dos fótons da CMB) pode ser quantificado como uma tensão em 2.55σ, mas se utilizar os dados de Estruturas em Grandes Escalas que estão mais de acordo com Planck2015 $+ Pol + BAO$ a tensão ocorre em apenas 0.76σ.

Outra tensão no modelo padrão envolve medições de H_0. O parâmetro H_0 pode ser interpretado como uma medição da atual expansão do Universo, e esse valor é limitado por diferentes observações. Medidas feitas pelo *Planck Collaboration* indicam um valor de $H_0^{CMB} = 66.93 \pm 0.62\, kms^{-1}\, Mpc^{-1}$ baseado em um modelo ΛCDM com três sabores de neutrinos tendo uma massa de $0.06\, eV$ e usando dados da CMB [48]. Porém medidas recentes de alta precisão do valor de H_0 de medidas locais conseguiram reduzir a incerteza

[5]Do inglês, Large Scale Structure (LSS)
[6]Do inglês, Redshift Space Distortion
[7]Do inglês, Large Scale Structure (LSS)
[8]Do inglês, Redshift Space Distortion
[9]O conceito dessa quantidade σ_8 será melhor detalhado mais a frente no Capítulo (5), ela é a normalização do espectro de potência em escalas de $8h^{-1}Mpc$

de $3,3\%$ para $2,4\%$ usando medidas de Supernovas Tipo Ia e distâncias calibradas por Cefeidas, obtendo assim um valor atual de $H_0^{loc} = 73.24 \pm 1.74\, kms^{-1}\, Mpc^{-1}$ [49], que é 3.4σ maior que o valor encontrado pelo *Planck Collaboration*. Portanto atualmente existe uma tensão nas medidas feitas de H_0 por medidas locais e usando a CMB, com uma diferença relativa de $(H_0^{loc} - H_0^{CMB})/H_0^{CMB} \simeq 9\%$ [50], que é muito maior que a barra de erro tanto da medição H_0^{loc}, que é de 0.9%, quanto da medição H_0^{CMB}, que é de 2.4%.

Devido a essa tensão na medida de H_0 houve necessidade de escolher um valor de H_0 para utilizar nas análises numéricas, e escolheu-se o valor de $H_0 = 72\, kms^{-1}\, Mpc^{-1}$, que está dentro da incerteza de H_0^{loc} e também está de acordo com o resultado encontrado pelo Hubble Space Telescope Key Project (HST) que é de $H_0^{HST} = 72 \pm 8\, kms^{-1}\, Mpc^{-1}$ [51]. Como a intensão principal deste trabalho é fazer uma análise qualitativa, não houve necessidade de se trabalhar com as incertezas envolvendo H_0.

Também existem outros problemas no modelo padrão da cosmologia que não foram citados aqui, pois não serão abordados a fundo neste trabalho. Mas isso não diminui a importância dos vários problemas do modelo ΛCDM, e eles podem ser encontrados com detalhes em [29, 34, 52].

Capítulo 3

Cosmologia Viscosa

O modelo padrão, apesar de ser o modelo de concordância, apresenta problemas ainda não solucionados. Como exemplo, o modelo padrão prevê um excesso de estruturas que não condiz com os dados observacionais. Isso se dá devido à ME ser modelada como um fluido sem pressão no modelo padrão, assim a ME tem um excesso de potência a nível não linear, prevendo formação de sub-estruturas em torno de galáxias cerca de uma ordem de magnitude maior do que é observado, como foi mencionado na seção (2.4).

Existem vários modelos alternativos confrontando o modelo padrão e tentando solucionar os problemas nele presentes. Um exemplo são modelos de quintessência, que tentam explicar a aceleração cósmica com um campo escalar (Q) que pode variar com o tempo (diferentemente da constante cosmológica), é espacialmente inomogêneo, pode ser atrativo ou repulsivo e suas auto-interações são determinadas por um potencial $V(Q)$ [53, 54].

Outros classes de modelos que tem como motivação confrontar o modelo ΛCDM são modelos de gravidade modificada. Nesses modelos assume-se que a gravidade, que é a interação dominante em escalas cosmológicas, não é completamente descrita pela teoria de Einstein. São feitas modificações na ação de Einstein-Hilbert e a aceleração cósmica é resultado dessas modificações na teoria de gravitação. Um dos exemplos mais famosos de modelos de gravidade modificada são as teorias $f(R)$, onde as modificações na ação de Einstein-Hilbert são dependentes apenas do escalar de curvatura R [55].

Existem também modelos que alteram pequenas características do modelo padrão, tentando ver como pequenas variações modificam os resultados previstos pelo modelo. Uma dessas alterações é abrir mão da exigência de que o Universo é composto por fluidos perfeitos (é comum na Cosmologia fazer um tratamento termodinâmico do Universo), introduzindo assim elementos dissipativos. Podem existir vários efeitos dissipativos no Universo, como produção de partículas [56–59], difusão [60, 61], e também viscosidades são prováveis de ocorrer na evolução cósmica, como a viscosidade volumétrica. Como viscosidades estão constantemente presentes na natureza, é no mínimo natural pensar que também no universo viscosidades devam estar presentes. Para este trabalho é de interesse estudar apenas a introdução de viscosidades como mecanismo dissipativo, e não será aprofundado o caso de difusão e de produção de partículas pois temos o objetivo de estudar como as viscosidades volumétrica e de cisalhamento podem amortecer o crescimento das estruturas.

3.1 Dinâmica de Fundo

A cosmologia viscosa é baseada na ideia de que Matéria Escura Fria (ME) se comporta como um fluido viscoso. A dinâmica do modelo viscoso é dada pela equação de Friedmann:

$$H^2(a) = H_0^2 \left[\frac{\Omega_{b0}}{a^3} + \frac{\Omega_{r0}}{a^4} + \Omega_v(a) + \Omega_\Lambda \right] \tag{3.1}$$

sendo que Ω_i (2.13) é o parâmetro que denota a fração material de cada componente i do Universo, sendo Ω_{b0} a fração de matéria bariônica hoje, Ω_{r0} a fração de radiação hoje, $\Omega_v(z)$ a fração de ME viscosa e Ω_Λ a fração da constante cosmológica.

A equação da continuidade pode ser escrita, como

$$\dot{\rho}_i + 3H(a)\left(\rho_i + p_i\right) = 0 \tag{3.2}$$

sendo que cada componente é conservada separadamente, pois considera-se que as componentes não interagem entre si.

Viscosidades do tipo cisalhamento, condução térmica e difusão, que são processos dissipativos direcionais, não podem influenciar a nível de base, pois alterariam a homogeneidade e isotropia do Universo em grandes escalas, porém podem ser considerados como efeitos secundários, sendo relevantes no estudo perturbativo. A única viscosidade que pode ser introduzida a nível de base é a viscosidade volumétrica, que é introduzida como um divergente no campo de velocidade, que não altera a homogeneidade e isotropia do Universo. Modelos com viscosidade volumétrica já foram amplamente estudados na literatura [4–24].

Em um fluido cosmológico viscosidade volumétrica surge devido a rápidas expansões e contrações do fluido, de forma que o sistema não tem tempo suficiente para recuperar o equilíbrio termodinâmico. A viscosidade então surge como uma pressão efetiva restaurando o equilíbrio termodinâmico do sistema [62].

É possível levar em consideração efeitos de viscosidade de cisalhamento e de condução térmica a nível perturbativo. Viscosidade de cisalhamento é o tema principal deste trabalho e será discutida mais detalhadamente em capítulos seguintes.

A pressão no fluido de ME pode ser escrita como uma combinação da contribuição cinética da pressão (p_k) e a contribuição viscosa (p_v) :

$$p_{ME} = p_k + p_v \tag{3.3}$$

e p_{ME} pode ser vista como uma pressão efetiva. A forma da pressão p_v foi primeiramente introduzida por Eckart [35], que é

$$p_v = -\xi \nabla_\mu u^\mu \tag{3.4}$$

onde que ξ é o coeficiente de viscosidade volumétrica e u é o campo de velocidade. Essa pressão viscosa pode ser vista como uma forma de medir a pressão necessária para recuperar o equilíbrio termodinâmico local [62]. O sinal é negativo pois a viscosidade é um processo dissipativo. Trabalhos estudando a equação de estado da matéria escura, como o trabalho de *Serra et.al* [63], encontraram parâmetro para a equação de estado negativo para os aglomerados de Coma e CL0024, com valores preferidos em torno de $\omega \sim -1/3$, portanto a suposição de pressão negativa para a ME é razoável.

Para o fluido viscoso a equação da continuidade no formalismo de Eckart fica na forma

$$\dot{\rho}_v + 3H(\rho_v - 3H\xi) = 0 \tag{3.5}$$

A forma de ξ é fundamental para a dinâmica do modelo. Devido às referências anteriores já estudarem um caso específico de dependência direta com a densidade, como em [21, 24, 64, 65], será assumida a seguinte forma para a viscosidade volumétrica

$$\xi = \xi_0 \left(\frac{\Omega_v}{\Omega_{v0}}\right)^{\nu} \tag{3.6}$$

sendo ξ_0 e ν parâmetros constantes. Este formato de ξ pode levar a uma amplificação do sinal do efeito Sachs-Wolfe Integrado, porém para valores de $\nu = 0$ e $\nu = -1/2$ o problema de amplificação não é tão severo [21]. Na ausência de componentes bariônicas as equações da dinâmica são equivalentes ao modelo de Gás de Chaplygin Generalizado (GCG) [66–68] , com $\nu = -\alpha - \frac{1}{2}$. O modelo de GCG tem equação de estado

$$p_{GCG} = -\frac{A}{\rho^{\alpha}}, \tag{3.7}$$

sendo A e α constantes. Para $A > 0$ a pressão é negativa, podendo, portanto, contribuir para a expansão acelerada do Universo.

O formalismo de Eckart é um dos mais simples para tratar a pressão viscosa. Porém existem problemas associados à teoria de Eckart:

- Todos os estados de equilíbrio dessa teoria são instáveis [69];
- Os sinais podem se propagar pelo fluido com velocidade super luminal [70, 71]

Devido a existência dessas desvantagens na teoria de Eckart, Israel e Stewart [72, 73] desenvolveram um formalismo em que os problemas supracitados são resolvidos e que retorna para a teoria de Eckart no limite quando o tempo de relaxação do sistema for pequeno o suficiente. Porém, apesar de ser uma teoria mais consistente, o formalismo de Israel-Stewart é mais complexo de se trabalhar do que o formalismo de Eckart.

No formalismo de Israel Stewart a evolução da pressão viscosa Π é dada por

$$\tau\Pi^{\bullet} + \Pi = -\nabla_{\mu}u^{\mu}\xi - \frac{1}{2}\tau\Pi\left[\nabla_{\mu}u^{\mu} - \frac{(\xi/\tau)^{\bullet}}{(\xi/\tau)} - \frac{T^{\bullet}}{T}\right] \tag{3.8}$$

sendo que τ é o tempo de relaxação, T é a temperatura e o símbolo $\bullet$ indica

$$\Pi^{\bullet} \equiv u^{\mu}\nabla_{\mu}\Pi \tag{3.9}$$

Portanto, além de ter uma equação mais complexa de ser resolvida para encontrar a forma da pressão viscosa, ao utilizar o formalismo de Israel-Stewart temos mais um parâmetro livre no modelo, que é o tempo de relaxação τ. Também existe uma forma truncada da equação (3.8) bastante utilizada na literatura, que é

$$\tau\Pi^{\bullet} + \Pi = -\nabla_\mu u^\mu \xi \tag{3.10}$$

Porém, mesmo na forma truncada ainda existe o parâmetro livre τ.

O formalismo de Eckart vem sido amplamente utilizado (mesmo com suas desvantagens) em grande parte devido a sua simplicidade em comparação com a teoria de Israel-Stewart.

3.2 Perturbações no modelo

Apesar de já na base do modelo haver pequenas diferenças com o modelo padrão, as principais diferenças entre o modelo padrão e o modelo viscoso surgem ao fazer a análise perturbativa. Vamos nos concentrar na evolução das perturbações lineares em escalas de aglomerados de galáxias analisando as flutuações na densidade de matéria do Universo. Podemos escrever, de forma geral, as perturbações na métrica da seguinte forma,

$$g_{00} = -a^2\left[1 + 2\psi(\vec{r},\tau)\right], \tag{3.11}$$

$$g_{0i} = a^2\omega_i(\vec{r},\tau), \tag{3.12}$$

$$g_{ij} = a^2\{\left[1 - 2\phi(\vec{r},\tau)\right]\delta_{ij} + \chi_{ij}(\vec{r},\tau)\} \tag{3.13}$$

mas as perturbações da métrica desta forma geral não são completamente definidas. Para contornar esse problema vamos fixar o calibre da métrica, escolhendo o calibre newtoniano, que é o equivalente a fazer $\omega_i(\vec{r},\tau) = \chi_{ij}(\vec{r},\tau) = 0$ na equação (3.11) [74, 75]. Portanto o elemento de linha para a perturbação escalar no calibre newtoniano é

$$ds^2 = a^2(\tau)\left[-(1+2\psi)d\tau^2 + (1-2\psi)\delta_{ij}dx^i dx^j\right] \tag{3.14}$$

sendo que os dois potenciais newtonianos são idênticos, pois não estamos considerando contribuições anisotrópicas (que são contribuições direcionais, como a viscosidade de cisalhamento). Aplicando essa métrica nas equações de Einstein obtém-se as equações [23]

$$-k^2\psi - 3\mathcal{H}\psi' - 3\mathcal{H}^2\psi = \frac{3H_0^2a^2}{2}\left(\Omega_b\Delta_b + \Omega_v\Delta_v\right) \tag{3.15}$$

$$-k\left(\psi' + \psi\right) = \frac{3H_0^2a^2}{2}\left[\Omega_b\theta_b + (1+\omega_v)\Omega_v\theta_v\right] \tag{3.16}$$

$$\begin{aligned}&\psi'' + 3\mathcal{H}\psi' + \left(2\mathcal{H}' + \mathcal{H}^2\right)\psi = \\ &\frac{3H_0^2a^2\Omega_v}{2}\left[-\frac{\omega_v}{3\mathcal{H}}(k\theta_v + 3\mathcal{H}\psi + 3\psi') + \nu\omega_v\Delta_v\right]\end{aligned} \tag{3.17}$$

sendo que cada fluido tem um escalar da perturbação da velocidade θ_v, e que $\omega_v = \frac{p_v}{\rho_v}$. Detalhes dos cálculos serão mais detalhados mais a frente. Dentro dos colchetes da equação $i-j$ de Einstein (3.17) os termos estão relacionados com a perturbação da pressão, δp, e observe que a viscosidade contribui para a pressão da seguinte forma

$$\begin{aligned}p_v &= -\xi\nabla_\mu u^\mu \\ \delta p_v &= -3H\delta\xi - \xi\delta\left(\nabla_\mu u^\mu\right)\end{aligned} \tag{3.18}$$

e assumindo que ξ tem a forma (3.6) a perturbação na pressão fica

$$\delta p_v = -3H\xi\nu\Delta - \xi\left(\delta(\nabla_i u^i) - 3H\psi - 3\dot{\psi}\right) \tag{3.19}$$

Aqui não foi levado em conta a contribuição da pressão cinética (pressão cinética é a parcela da pressão relacionada com a velocidade do fluido, que nesse caso é considerada ser muito pequena).

Como o potencial gravitacional ψ pode ser calculado a partir da equação (3.17), e essa equação tem dependência com δp, podemos ver claramente como a viscosidade altera o potencial gravitacional, alterando assim o efeito Sachs-Wolfe Integrado. Esse teste observacional é muito sensível para testes de modelos viscosos e pode colocar fortes restrições ao modelo.

O tensor momento energia deve ser conservado, ou seja,

$$\nabla_\mu T^\mu_\nu = 0. \tag{3.20}$$

Desenvolvendo essa equação para $\nu = 0$ temos

$$\nabla_\mu T^\mu_0 = \partial_\mu T^\mu_0 + \Gamma^\mu_{\mu\alpha} T^\alpha_0 - \Gamma^\alpha_{\mu 0} T^\mu_\alpha, \tag{3.21}$$

e considerando a métrica perturbada no calibre newtoniano temos a equação da continuidade perturbada, que é a seguinte

$$\Delta'_v - 3\mathcal{H}\omega_v\Delta_v = (1+2\omega_v)k\theta - 3\mathcal{H}\omega_v\frac{\delta\xi}{\xi}. \tag{3.22}$$

Agora, considerando $\nu = i$ na equação (3.21) e desenvolvendo de forma análoga a feita acima encontramos a equação de Navier-Stokes perturbada

$$\begin{aligned} &\theta' + \left[\mathcal{H}(1-3\omega_v) + \frac{\omega'_v}{1+\omega_v} - \frac{k^2\omega_v}{3\mathcal{H}(1+\omega_v)}\right]\theta = \\ &-\frac{k\psi}{1+\omega_v} - \frac{k\omega_v}{\mathcal{H}(1+\omega_v)}\psi' - \frac{k\omega_v}{1+\omega_v}\frac{\delta\xi}{\xi} = 0. \end{aligned} \tag{3.23}$$

Essas equações da continuidade e de Navier-Stokes perturbadas são as equações (3.16) e (3.17) da referência [21], onde foi feito $\omega = c_S^2 = 0$, ou seja, desconsiderou-se a contribuição cinética da parte adiabática do fluido. Aplicando ainda uma aproximação de sub horizonte na equação de Poisson temos

$$-k^2\psi = \frac{3}{2}\mathcal{H}\Delta_v. \tag{3.24}$$

Combinando as equações (3.15)-(3.17) com as equações de conservação do tensor momento-energia (3.22) e (3.23) acima, mas que também podem ser encontradas nas referencias [21, 23, 24], e também considerando a equação de Poisson no limite sub-horizontes encontra-se uma equação para o contraste da densidade de matéria escura

$$\begin{aligned} &a^2\frac{d^2\Delta_v}{da^2} + \left[\frac{a}{H}\frac{dH}{da} + 3 + A(a) + B(a)k^2\right]a\frac{d\Delta_v}{da} + \\ &\left[C(a) + D(a)k^2 - \frac{3}{2}\right]\Delta_v = P(a), \end{aligned} \tag{3.25}$$

sendo que os parâmetros $A(a)$, $B(a)$, $C(a)$, $D(a)$ e $P(a)$ são os seguintes

$$
\begin{aligned}
A(a) &= -6\omega_v + \frac{a}{1+\omega_v}\frac{d\omega_v}{da} - \frac{2a}{1+2\omega_v}\frac{d\omega_v}{da} + \frac{3\omega_v}{2(1+\omega_v)}, \\
B(a) &= -\frac{\omega_v}{3H^2a^2(1+\omega_v)}, \\
C(a) &= \frac{3\omega_v}{2(1+\omega_v)} - 3\omega_v - 9\omega_v^2 - \frac{3\omega_v^2}{1+\omega_v}\Big(1+\frac{a}{H}\frac{dH}{da}\Big) - \\
&\quad 3a\Big(\frac{1+2\omega_v}{1+\omega_v}\Big)\frac{d\omega_v}{da} + \frac{6a\omega_v}{1+2\omega_v}\frac{d\omega_v}{da}, \\
D(a) &= \frac{\omega_v^2}{H^2a^2(1+\omega_v)} \\
P(a) &= -3\nu\omega_v a\frac{d\Delta_v}{da} + 3\nu\omega_v\Delta_v\Big[-\frac{1}{2} + \frac{9\omega_v}{2} + \\
&\quad \frac{-1-4\omega_v+2\omega_v^2}{\omega_v(1+\omega_v)(1+2\omega_v)}a\frac{d\omega_v}{da} - \frac{k^2(1-\omega_v)}{3H^2a^2(1+\omega_v)}\Big].
\end{aligned} \tag{3.26}
$$

A equação (3.25) foi escrita nessa forma para deixar claro os termos com dependência quadrática com a escala, os que não possuem essa dependência e os termos que dependem de ν, que estão relacionados com derivadas da viscosidade volumétrica ξ. Quando $\nu = 0$, que é um dos casos estudados em [24], $P(a) = 0$. Observe que, da equação (3.25) é possível concluir que as perturbações no modelo viscoso são dependentes da escala, diferentemente do modelo ΛCDM.

A equação diferencial (3.25) possui dependências complexas com o parâmetro de Hubble e com o fator de escala, tornando dificil uma solução analítica dessa equação. Mas uma solução numérica é possível, e foi feita em Velten et al. (2013) [23], e o resultado obtido está apresentado na Figura 3.1. Nesta figura a linha horizontal indica o início do regime não linear (em $\Delta_v = 1$), lembrando que hoje $a = 1$. São plotadas curvas para diferentes valores de viscosidade volumétrica, e é bem claro que o efeito da viscosidade é de amortecimento do crescimento das estruturas. Quando maior o valor da viscosidade, maior é o amortecimento. Observe que para valores específicos de $\tilde{\xi}$[1], como $\tilde{\xi} = 2 \times 10^{-4}$ e $\tilde{\xi} = 2 \times 10^{-5}$ o amortecimento é grande o suficiente para fazer com que as perturbações na densidade de matéria não cheguem nem mesmo ao regime não linear hoje ($a = 1$).

[1] Na referência Velten et al. (2013) [23] o parâmetro $\tilde{\xi}$ é um parâmetro adimensional que tem forma $\tilde{\xi} = \frac{24\pi G\xi_0}{H_0}$. Essa forma do parâmetro de viscosidade também será utilizada mais a frente neste trabalho.

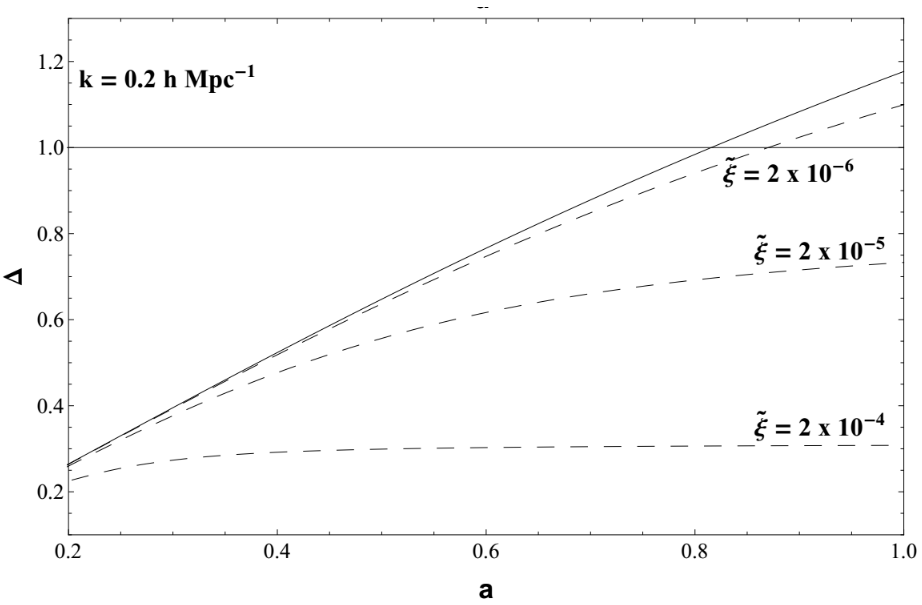


Figura 3.1: Crescimentos do contraste da densidade para escalas de aglomerados de galáxias $k = 0.2Mpc^{-1}$, retirado da página 12 de *Velten 2013* [23].

Como observamos aglomerados de galáxias no Universo, então necessariamente devemos chegar ao regime não linear, pois é quando as estruturas começam a ser formadas. Analisando então a evolução das estruturas para cada caso específico de $\tilde{\xi}$ é possível colocar restrições nos possíveis valores de viscosidade volumétrica. Em [23] foi colocado o limite que, para escalas da ordem de aglomerados de galáxias valores de $\tilde{\xi} \sim 10^{-5}$ iria evitar a formação de aglomerados de galáxias no Universo.

Foi investigado então que viscosidades volumétricas podem reduzir o crescimento das estruturas, e dependendo de seu valor, pode ser uma supressão considerável. Pode-se considerar isso como um possível caminho para tentar resolver o problema do excesso de aglomeração da ME.

Na referência [24] é feito ainda um estudo do efeito Sachs-Wolfe Integrado, onde foram calculadas as amplificações relativas, parametrizado por um parâmetro $Q \equiv \frac{(\frac{\Delta T}{T})^{\Lambda vCDM}_{ISW}}{(\frac{\Delta T}{T})^{\Lambda CDM}_{ISW}} - 1$, e é encontrado que os parâmetros permitidos pelo modelo $vCDM$ correspondem a valores de $Q = 0\%$ até valores de $Q = 40\%$. Quando comparado esse fator com o de modelos de unificação do setor escuro, que chegam a apresentar uma amplificação de até $Q \sim 120\%$ [64], esse é um efeito Sachs-Wolfe Integrado reduzido. Ainda na referência [24] foi encontrado que efeitos de viscosidade volumétrica causam supressão substancial do crescimento das estruturas também em pequenas escalas, como era esperado, tendo em vista que viscosidades são mecanismos dissipativos.

Outra grande diferença em comparação com o modelo padrão é que as perturbações são não-adiabáticas, ou seja,

$$p - \frac{\dot{\delta p}}{\dot{\delta \rho}}\rho \neq 0, \tag{3.27}$$

sendo que δp e $\delta\rho$ são as quantidades perturbadas e ρ e p são as quantidades da base. Portanto a velocidade do som efetiva possui, além da contribuição adiabática, também uma contribuição viscosa $c^2_{eff} = c^2_{adb} + c^2_{vis}$.

3.3 Viscosidade resolvendo tensões entre as medidas da radiação cósmica de fundo e estruturas de grande escala

Como foi mencionado na seção (2.4), existem tensões entre medidas da CMB e medidas locais, que dão valores preferidos diferentes para σ_8 e H_0. Existem muitos estudos recentes que tentam explicar essa discordância. Uma das tentativas é utilizando neutrinos massivos do tipo estéreis (que interagem apenas gravitacionalmente) ou ativos (que interagem via interação fraca) [46, 76], pois neutrinos iriam suprimir o crescimento das estruturas em tempos tardios. Isso explicaria o motivo de os valores reduzidos de σ_8 observados em experimentos tipo Lenteamento Fraco não estarem de acordo com dados de RCF (pois na RCF os dados são do Universo mais recente (no sentido de ter ocorrido em um desvio para o vermelho maior), da época do desacoplamento matéria-radiação). Porém, adição de neutrinos estéreis não resolve a tensão de H_0.

Outra tentativa de explicar essa tensão é introduzindo viscosidades ao modelo [77]. Quando viscosidades do tipo volumétrica e de cisalhamento são introduzidas na matéria escura fria, o crescimento das estruturas é amortecido, reduzindo a potência em pequenas escalas do espectro de potência da matéria [25]. Como consequência o parâmetro σ_8 tem seu valor deslocado de forma a concordar tanto dados de LSS quanto dados de CMB do Planck. Portanto a introdução de pequenas viscosidades, sendo que para viscosidade volumétrica adimensional $\tilde{\xi} = (2.60 \pm 0.78) \times 10^{-6}$ a nível de 1σ, e para viscosidade de cisalhamento adimensional $\tilde{\eta} = (2.30 \pm 0.58) \times 10^{-6}$ a nível de 1σ [77], é possível resolver a tensão em σ_8 e também em H_0.

3.4 Descartando modelos de unificação do setor escuro

Devido à natureza desconhecida do setor escuro do Universo é natural que surjam modelos que explorem ao máximo todas as possibilidades para as componentes escuras. Nesse cenário existe uma classe de modelos que consideram que as componentes exóticas que denominamos matéria e energia escura sejam diferentes aspectos de um único fluido, e esses modelos são chamados de modelos de unificação do setor escuro.

Nesses modelos o fluido responsável pela unificação do setor escuro possui equação e estado do tipo $p(\rho)$ ou $p(H)$. Uma classe particular amplamente estudada na literatura é a viscosidade volumétrica [4–24]. Vários estudos foram feitos considerando a viscosidade volumétrica em modelos de unificação [20, 22], mas com testes observacionais limitados.

No trabalho de Barrow et al [64], considerando que a geometria do espaço-tempo é descrita pela Relatividade Geral, e que a pressão efetiva da componente viscosa tem pressão efetiva $p_D = -3\alpha H \rho_D^m$ (sendo α e m parâmetros livres do modelo), foi estudada a evolução do fundo do modelo e também a evolução das perturbações no regime linear. Observe que a componente viscosa, por ter pressão negativa, é a responsável por acelerar a expansão do Universo. No estudo do modelo foi considerado que a composição do Universo é dada pelas componentes bariônica, de radiação e matéria escura viscosa (que unifica ME e EE). A nível de fundo Barrow et al realizou testes com dados de distância luminosidade (D_L) de supernovas (a distância luminosidade é medida em termos da magnitude aparente (m) e da magnitude absoluta (M) da fonte na forma $M = m - 5(\log(D_L - 1)\ )$ e também fez testes com Radiação Cósmica de Fundo. Foi então concluído que o modelo viscoso unificado imita o ΛCDM muito bem, servindo como uma boa descrição da cosmologia de fundo [64].

Apesar do sucesso em descrever o fundo, Barrow et al realizou testes no modelo também a nível perturbativo da densidade de perturbação em primeira ordem. Desenvolvendo as equações perturbadas chegam na seguinte equação para o contraste da densidade

$$\Delta_D'' + \Big[C_1(a) + k^2 C_2(a)\Big]\Delta_D' + \Big[C_3(a) + k^2 C_4(a)\Big]\Delta_D = 0 \tag{3.28}$$

que é a equação de um oscilador harmônico amortecido, sendo que "′" indica derivação em função do tempo conforme, e

$$
\begin{aligned}
C_1(a) &= \mathcal{H} + \frac{\kappa \rho_D a^2}{2\mathcal{H}}\omega + \left(\frac{\mathcal{H}'}{\mathcal{H}} - \mathcal{H}\right)\frac{\omega}{1+\omega}, \\
C_2(a) &= -\frac{\omega}{3(1+\omega)}\frac{1}{\mathcal{H}}, \\
C_3(a) &= \frac{\kappa \rho_D a^2}{2}\left[(1+\omega)(1+3m\omega) + 3\omega^2\right] - 3\left(\frac{\omega'}{1+\omega}\mathcal{H} + \omega\mathcal{H}'\right) \\
&\quad - 3\omega\mathcal{H}^2 - 3\omega\left(\mathcal{H}' - \mathcal{H}^2\right)\left(m + \frac{\omega}{1+\omega}\right), \\
C_4(a) &= \omega\left(m + \frac{\omega}{1+\omega}\right).
\end{aligned}
\tag{3.29}
$$

Observe que, diferente do ΛCDM, existe uma dependência com a escala tanto no coeficiente com Δ_D' como em Δ_D. Para a matéria bariônica, a amplitude e a forma do contraste da densidade são ambos diferentes do que prediz o modelo ΛCDM, como pode ser visto na Figura (3.2) (painel à direita).

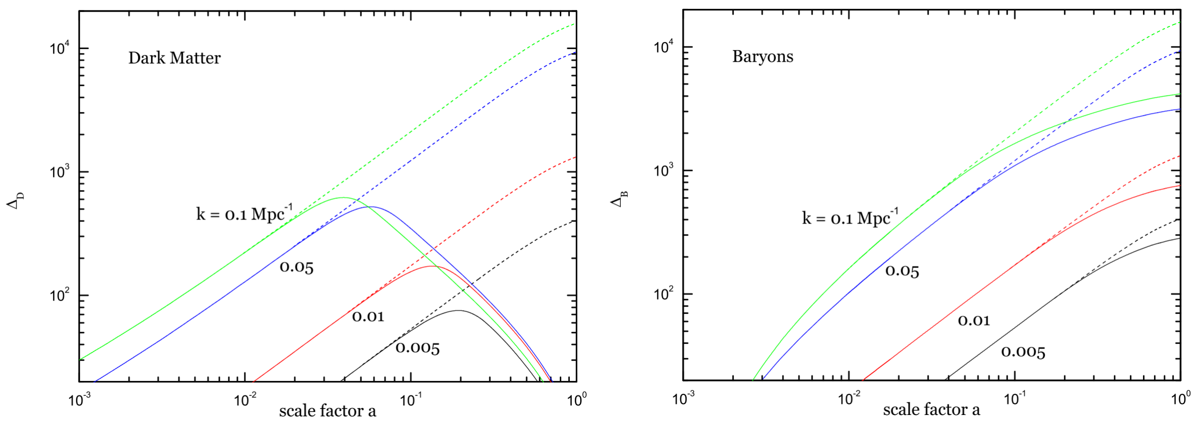


Figura 3.2: Painel à esquerda: Gráfico da evolução do contraste da densidade Δ_D para o fluido viscoso (curvas sólidas) em comparação com a predição do modelo ΛCDM (curvas tracejadas). Painel à direita: O mesmo para o contraste da densidade dos bárions. Gráficos retirados da referência [64].

Na Figura (3.2) (painel à esquerda) também é possível observar que a evolução de Δ_D desvia do predito pelo ΛCDM apenas em tempos tardios, mas significativamente. Mesmo que a evolução de Δ_D não seja diretamente refletido no espectro de potência das galáxias observadas, ele vai modificar o potencial gravitacional e, portanto, afetar observáveis como a Radiação Cósmica de Fundo e Lenteamento Fraco. Como a componente escura viscosa contribui para a maior parte da energia total do Universo, o decaimento no contraste da densidade como na Figura (3.2) também vai fazer com que o potencial gravitacional ϕ decaia rapidamente, que é mostrado na Figura (3.3) [64].

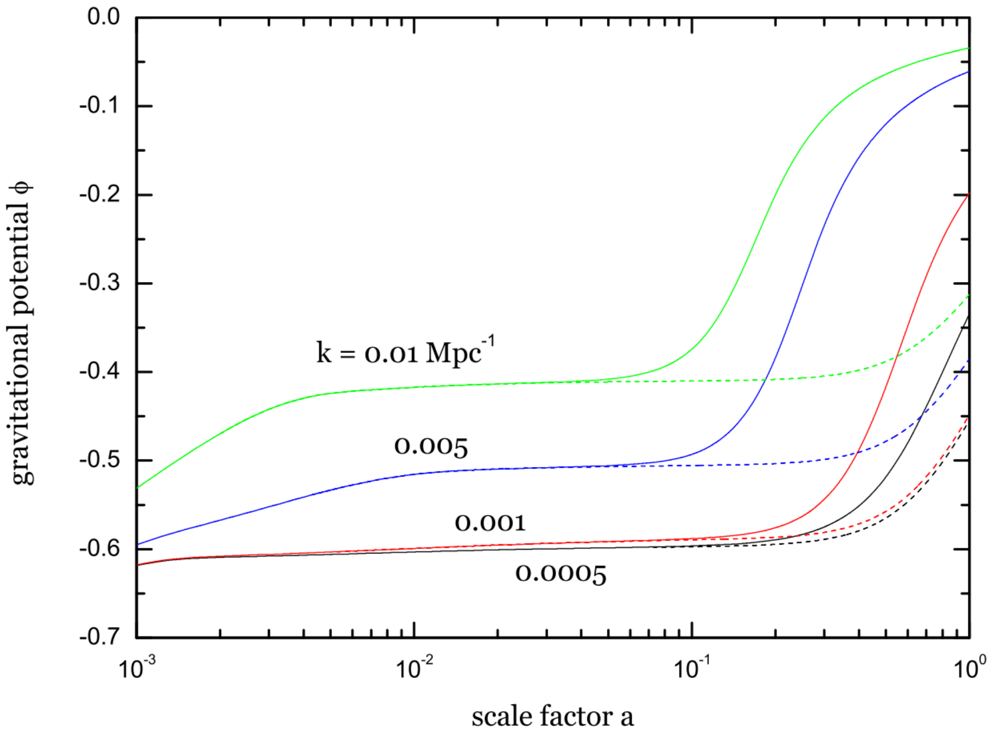


Figura 3.3: Linhas sólidas: A evolução do potencial gravitacional ϕ no modelo de viscosidade volumétroca (linha sólida) em comparação com resultados do modelo ΛCDM (curvas tracejadas). Gráficos retirados da referência [64].

O decaimento rapido de ϕ vai amplificar o efeito Sachs-Wolfe integrado, que então contribui com um termo de fonte para as flutuações da Radiação Cósmica de Fundo, amplificando a potência desse espectro, como mostrado na Figura (3.4). Observe que na Figura (3.4) a posição dos picos é a mesma, já que o modelo viscoso de unificação tem um fundo quase indistinguível do fundo do ΛCDM [64]. Amplificação do efeito Sachs-Wolfe Inegrado é característica de modelos de unificação, descartando assim essa classe de modelos.

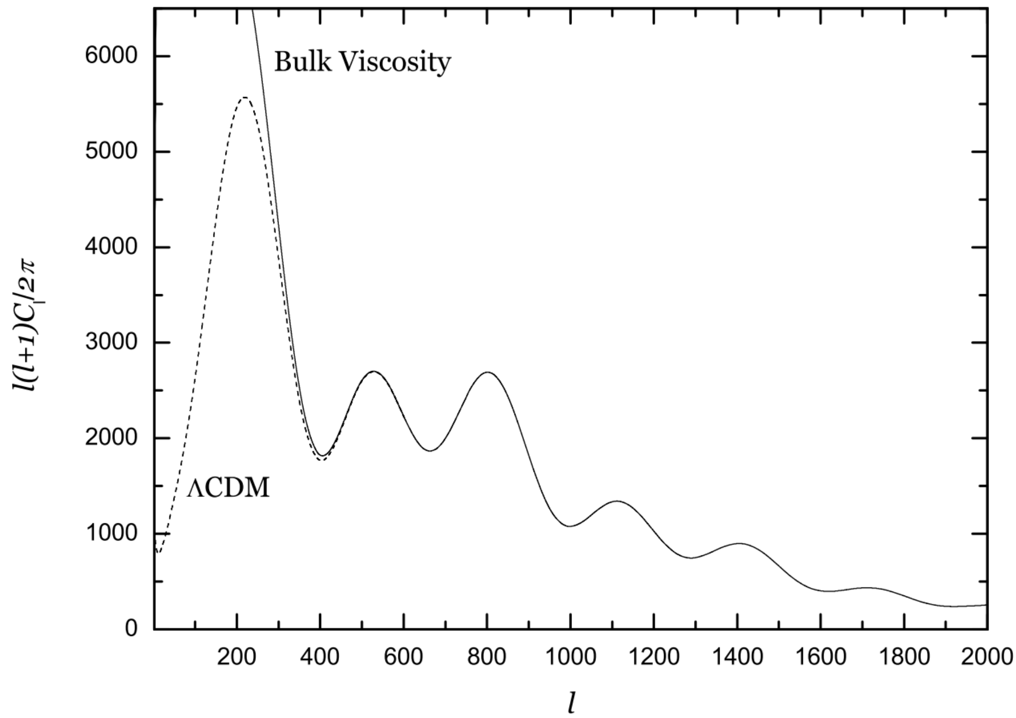


Figura 3.4: A flutuação da temperatura do espectro da Radiação Cósmica de Fundo do modelo com viscosidade volumétrica (linha sólida) em comparação com a predição do modelo ΛCDM. Gráficos retirados da referência [64].

Portanto, a partir de toda a análise do trabalho do Barrow et al podemos concluir que a modelos de unificação do setor escuro não são modelos viáveis, pois levam a severas modificações em comparação com as predições do ΛCDM.

Capítulo 4

Modificando a Teoria da Gravidade

4.1 Formulação Lagrangiana da Relatividade Geral

Previamente as equações de campo de Einstein foram apresentadas de uma forma direta como sendo as equações que relacionam a geometria do espaço-tempo com suas componentes de matéria e energia. Porém existe uma forma mais atual e mais conveniente de expressar essas equações de campo, que é por meio de uma formulação Lagrangiana. Escrever a Relatividade Geral na formulação Lagrangiana traz grandes vantagens, pois torna mais simples de comparar teorias alternativas da gravidade e também escrever na forma de ação torna mais fácil de identificar o significado físico dos termos presentes (temos cinéticos e dinâmicos, termos acoplados, etc) [78].

Justificada a necessidade de introdução dessa formulação, vamos agora expô-la. A Relatividade Geral é governada pela ação de Einstein-Hilbert, que leva esse nome pois Hilbert foi o primeiro a chegar na expressão correta para a ação, mas foi baseada em trabalhos prévios de Einstein.

Na Relatividade Geral o campo gravitacional é o próprio espaço-tempo, então a variável de campo utilizada para construir a Lagrangiana é o tensor métrico $g_{\mu\nu}$ e suas derivadas, de forma que a variação da Lagrangiana vai gerar as equações de campo. É comum expressar a ação total como uma soma da parte material (S_m) e da parte gravitacional (S_g)

$$S = S_M + S_g. \tag{4.1}$$

A ação da parte gravitacional pode ser escrita como

$$S_g = \frac{1}{16\pi G}\int R\sqrt{-g}d^4x, \tag{4.2}$$

sendo R o escalar de Ricci, G a constante gravitacional de Newton e g o determinante do tensor métrico. A partir da equação (4.2), fazendo uma variação em termos da métrica e aplicando o princípio da mínima ação nos termos do integrando chagamos na equação de Einstein para o caso de ausência de matéria [79], ou seja, na equação

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 0. \tag{4.3}$$

Já a ação da componente material é escrita da seguinte forma

$$S_M = \int \mathcal{L}_M\sqrt{-g}d^4x, \tag{4.4}$$

sendo que $\mathcal{L}_M$ é a densidade lagrangiana de matéria e $\sqrt{-g}d^4x$ é o elemento invariante do quadri-volume. O tensor momento energia pode ser escrito na forma

$$T_{\mu\nu} = -\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\delta\left(\sqrt{-g}\mathcal{L}_M\right)}{\delta g^{\mu\nu}}, \tag{4.5}$$

onde o termo δ está indicando a variação em termos da métrica. Existem outras formas de se definir o tensor momento-energia. Um exemplo é no espaço plano de Minkowski em que a conservação do tensor momento-energia surge como consequência da simetria da Lagrangiana sobre translações no espaço-tempo. Do teorema de Noether, que diz que para cada simetria de uma ação existe uma lei de conservação correspondente, isso leva a uma equação de conservação chamada de Tensor Momento-Energia Canônico. Porém, a equação (4.5) é conveniente de ser utilizada pois ela é o que aparece no lado direito da equação de Einstein quando ela é derivada da ação e ela é invariante de calibre [80].

Ao aplicar S_g e S_M na equação da ação total (4.1), temos

$$S = \int \left[\frac{1}{16\pi G}R + \mathcal{L}_M\right]\sqrt{-g}d^4x. \tag{4.6}$$

A partir do princípio da mínima ação é possível chegar na equação de Einstein

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi G T_{\mu\nu}. \tag{4.7}$$

A derivação das equações de campo não serão detalhadas aqui, pois não é o foco do nosso trabalho, mas está muito bem desenvolvida na literatura. Para mais detalhes as referencias [34, 79] podem ser consultadas.

4.2 Porque modificar a gravidade?

A Teoria da Relatividade Geral de Einstein é considerada como um dos pilares da física moderna. Ela consegue explicar (e também conseguiu prever) vários fenômenos na natureza em escalas macroscópicas, como propagação da luz, dilatação temporal, efeitos de atraso no tempo devido a gravidade, propagação de ondas gravitacionais [75], comportamento de buracos negros, e vários outros efeitos. Ela é a base do Modelo Cosmológico de Concordância ΛCDM e consegue explicar a formação hierárquica de estruturas no Universo, onde as estruturas menores se formam primeiro, crescem e evoluem para estruturas maiores [75]. Esses vários exemplos mostram como a Teoria da Relatividade Geral é bem sucedida. Além de tudo, após mais de um século as equações de campo de Einstein permanecem inalteradas.

Sendo a Teoria da Gravidade de Einstein tão bem sucedida, por que modificá-la? Tentativas de modificar a Relatividade Geral não são recentes. Mesmo pouco depois que Einstein fez a publicação de sua Teoria em 1915 já surgiram tentativas de modificá-la por diversas razões, desde de tentativas de incorporá-la em uma grande teoria unificada a razões observacionais. Uma das primeiras tentativas de modificar a Teoria da Relatividade Geral foi de Hermann Weyl (1919) que propôs um novo tipo de geometria e uma teoria de unificação da gravidade e eletromagnetismo. O trabalho de Weyl foi continuado por Eddington, em 1922, incluindo invariantes de curvatura na ação gravitacional [81].

Entretanto motivações mais fortes para modificar a teoria da gravidade de Einstein surgiram no início da década de 60. Foi observado que a Relatividade Geral não era renormalizável, e portanto não pode ser convencionalmente quantizada. Utiyama e De

Witt mostraram que para que a Teoria da Relatividade Geral fosse renormalizada em um laço (*loop)* a ação de Einstein-Hilbert precisa ser acrescida de termos de curvatura de ordem superior [82]. Em 1977 Stelle demonstrou que ações gravitacionais que incluem termos quadráticos no tensor de curvatura são renormalizáveis (mas não unitárias), podendo acoplar também com outros campos renormalizáveis [83].

Resultados mais recentes mostram que quando correções quânticas são levadas em conta a ação gravitacional efetiva de baixa energia admite invariantes de curvatura de ordem maior [84–86]. Entretanto a relevância desses termos na ação foi considerada restrita apenas a regimes gravitacionais fortes, sendo desprezíveis em baixas energias. Por isso correções na Relatividade Geral foram consideradas serem apenas importantes em escalas da ordem da escala de Planck, e consequentemente no Universo Primordial (como no cenário inflacionário) [81] e nas proximidades de buracos negros.

Observações cosmológicas e astrofísicas agora nos levam novamente a nos interessar por modificações na Teoria da Relatividade Geral. Como já foi discutido anteriormente, para descrever certos fenômenos físicos o modelo cosmológico ΛCDM precisa lançar mão do setor escuro, supondo assim que o Universo é composto em grande parte pelas componentes escuras chamadas de Matéria Escura e Energia Escura. Mas esse modelo é um ajuste empírico dos dados observacionais, não explicando a origem das componentes escuras. Não temos detecção direta dessas componentes, e o modelo padrão da cosmologia não dá nenhuma pista da natureza dessas componentes exóticas. Mesmo no cenário mais otimista, supondo que logo a natureza da matéria escura será determinada por algum acelerador de partículas, o problema da constante cosmológica (que é a discordância entre os valores observados da densidade de energia do vácuo, suposta ser a mesma da constante cosmológica, e o valor teórico da energia de ponto zero da teoria quântica de campos [87]) ainda estaria presente.

A gravidade é a interação dominante em escalas cosmológicas e, portanto, é a força que governa a evolução do Universo. Uma possibilidade é que nossa descrição da interação gravitacional em grandes escalas não seja adequada, e que talvez isso seja a origem de vários problemas que tem nos afligido. Seguindo então esse raciocínio, faz sentido tentar modificar a teoria da gravidade e identificar se com essas alterações é possível evitar alguns problemas (como as componentes escuras do Universo). Enquanto não encontramos uma resposta plausível para os problemas que nos afligem devemos esgotar todas as alternativas possíveis. Ainda que a resposta final seja que a Relatividade Geral fornece a correta descrição para a gravidade, tentativas de alterá-la fará com que compreendamos melhor a Relatividade Geral e também que ganhamos mais confiança na teoria.

Existem várias propostas de tentativa de modificar a teoria da gravidade, como teorias DGP, $TeVeS$, $f(R)$, entre outras.

4.3 Teorias de Gravidade Modificada

Teorias de gravidade modificada devem satisfazer alguns princípios para que seja uma alternativa razoável à Relatividade Geral, que são explicadas no artigo do Bekenstein [88]. Esses princípios são os seguintes:

- Princípio da Ação : a teoria deve ser derivada de um princípio de ação, pois assim é garantido que as leis de conservação da energia, momento linear e momento angular são incorporadas automaticamente.

- Invariância Relativística : a ação deve ser um escalar relativístico para que todas as equações da teoria sejam relativisticamente invariantes.

- Princípio da Equivalência : a teoria deve ser uma teoria métrica, ou seja, todas as outras leis da física (que não sejam gravitacionais) devem ser expressas com a métrica $g_{\mu\nu}$ substituindo a métrica de Lorentz.

- Causalidade : as equações não devem permitir propagação super-luminal.

- Energia positiva : os campos na teoria não devem nunca ter energia negativa. Do ponto de vista quântico isso é uma precaução para prevenir instabilidades do vácuo.

Fatos observacionais também indicam que a teoria de gravidade modificada deve prever um certo número de fenômenos [88]:

- Concordância com fenômenos extragaláticos: a teoria deve prever corretamente fenômenos extragaláticos, como dinâmica de galáxias em aglomerados.

- Concordância com fenômenos de lenteamento gravitacional (desvio da trajetória da luz pelo espaço-tempo curvo) : a teoria deve prever corretamente o lenteamento de radiação eletromagnética emitida por estruturas extragaláticas.

- Testes no Sistema Solar : a teoria deve concordar com vários testes no Sistema Solar, como deflexão de raios luminosos, atraso temporal de sinais de radar, precessão do periélio dos planetas, entre outros [89].

- Concordância com testes de pulsares binários : a teoria deve prever corretamente o tempo dos pulsos observados de pulsares binários. Eles possuem informação sobre o tempo de atraso relativístico, precessão do periastro e decaimento da órbita devido à radiação gravitacional.

- Testes cosmológicos : a teoria deve estar de acordo com vários fenômenos cosmológicos, como a expansão de Hubble, a estrutura da Radiação Cósmica de Fundo, a abundância dos elementos no Universo da nucleossíntese primordial, as ondas gravitacionais, etc.

4.4 Teorias $f(R)$ da Gravidade

Umas das teorias alternativas à Relatividade Geral mais conhecida e estudada envolve funções não lineares do escalar de curvatura R, que é conhecida como teoria $f(R)$ [81, 90]. Ela fornece uma explicação para a aceleração cósmica sem a necessidade de energia escura e nem energia do vácuo [91] e evita restrições de testes solares [92], mas tendo que introduzir mecanismos de blindagem.

A teoria $f(R)$ vem de uma generalização direta da ação de Einstein-Hilbert, em que substitui o escalar R da ação de Einstein-Hilbert por uma função $f(R)$ mais geral do escalar de curvatura. Essa classe de modelos de modificação da gravidade foi inicialmente estudada a fundo por [93]. A ação (4.2) é então reescrita como

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} f(R), \tag{4.8}$$

e adicionando matéria à ação total

$$S = \frac{1}{16\pi G}\int d^4x\sqrt{-g}f(R) + S_M(g_{\mu\nu}, \psi), \tag{4.9}$$

sendo que S_M é a densidade Lagrangiana da matéria.

Poderia-se pensar, por que apenas em função de R, e não de algo mais geral, como termos invariantes de ordem superior, como $R_{\mu\nu}R^{\mu\nu}$. Primeiramente entra o fator simplicidade, pois funções $f(R)$ são suficientemente gerais para englobar características básicas de gravidade de ordem superior. Além disso, elas ainda são simples o suficiente de se trabalhar [55]. A função $f(R)$ pode ser vista, por exemplo, como uma expansão em série

$$f(R) = ... + \frac{\alpha_2}{R^2} + \frac{\alpha_1}{R} - 2\Lambda + R + \frac{R^2}{\beta_2} + \frac{R^3}{\beta_3}, \tag{4.10}$$

sendo que α_i e β_i são constantes com a dimensão apropriada. Outra razão para se utilizar teorias $f(R)$ é que elas parecem ser as únicas entre teorias de ordem superior que conseguem evitar a instabilidade de Ostrogradski. No limite da Relatividade Geral, $f(R) \to R$.

As equações de campo para o modelo podem ser obtidas aplicando o princípio variacional na ação (4.9). Porém existem princípios variacionais diferentes que podemos aplicar na ação para obter as equações de campo: o princípio variacional métrico, princípio variacional de Palatini e o métrico afim. A primeira é obtida variando a ação com relação à métrica, já o de Palatini a métrica e a conexão são assumidas serem variáveis independentes e variamos a ação em relação a ambas variáveis, mas assumindo que a ação da matéria não depende da conexão. Devido a forma linear da ação de Einstein-Hilbert, os dois formalismos fornecem a mesma equação de campo, porém ao modificar a equação de Einstein-Hilbert com uma função $f(R)$ os dois formalismos não fornecem mais as mesmas equações de campo. Portanto, quando trabalhamos com gravidade modificada $f(R)$ devemos especificar qual formalismo está sendo utilizado. Por fim, a variação métrico afim de $f(R)$ segue a mesma ideia do formalismo de Palatini, exceto que a imposição de que a ação da matéria seja independente da conexão é abandonada [81].

4.4.1 $f(R)$ no formalismo métrico

Variando a ação (4.9) com relação à métrica temos

$$\delta S = \int d^4x \frac{1}{16\pi G}\left[\sqrt{-g}\delta f(R) + f(R)\delta\sqrt{-g}\right] + 16\pi G\frac{\delta(\sqrt{-g}S_M)}{\delta g^{\mu\nu}}\delta g^{\mu\nu}, \tag{4.11}$$

e reescrevendo a variação do primeiro termo da integral,

$$\begin{aligned}\delta S = &\int d^4x \frac{1}{16\pi G}\left[\sqrt{-g}\frac{\partial f(R)}{\partial R}\delta R + f(R)\delta\sqrt{-g}\right]\\ &+\int d^4x \frac{\delta(\sqrt{-g}S_M)}{\delta g^{\mu\nu}}\delta g^{\mu\nu}.\end{aligned} \tag{4.12}$$

Primeiramente vamos calcular a variação de $\sqrt{-g}$:

$$\delta\sqrt{-g} = -\frac{1}{2}(-g)^{-1/2}\delta g, \tag{4.13}$$

e usando a fórmula de Jacobi, que nos diz como variar um determinante, temos que $\delta g = g g^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu}$. Aplicando isso na equação acima

$$\delta\sqrt{-g} = -\frac{1}{2}\sqrt{(-g)}g_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu}. \tag{4.14}$$

Vamos agora desenvolver δR. Podemos escrever o escalar de curvatura em termos da métrica e do tensor de Ricci da forma $R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$, então a variação do escalar de curvatura pode ser escrita como

$$\begin{aligned}\delta R &= R_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu} + g^{\mu\nu}\delta R_{\mu\nu}\\ &= R_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu} + g^{\mu\nu}\left[\nabla_\rho\delta\Gamma^\rho_{\nu\mu} - \nabla_\nu\delta\Gamma^\rho_{\rho\mu}\right],\end{aligned} \tag{4.15}$$

sendo que $\delta\Gamma^\rho_{\nu\mu} = \frac{1}{2}g^{\rho\alpha}\left(\nabla_\nu\delta g_{\alpha\mu} + \nabla_\mu\delta g_{\alpha\nu} - \nabla_\alpha\delta g_{\nu\mu}\right)$. A ação então pode ser reescrita como

$$\begin{aligned}\delta S = &\int d^4x \frac{\sqrt{-g}}{16\pi G}\left[\frac{\partial f}{\partial R}R_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu} + \frac{\partial f}{\partial R}g^{\mu\nu}\delta R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}f\delta g^{\mu\nu}\right]\\ &+\int d^4x \frac{\delta(\sqrt{-g}S_M)}{\delta g^{\mu\nu}}\delta g^{\mu\nu}.\end{aligned} \tag{4.16}$$

Como os outros termos já estão bem desenvolvidos para o objetivo de chegarmos na equação de campo, neste momento vamos focar nossa atenção apenas no segundo termo da integral (4.16). Vamos chamar esse termo de I

$$\begin{aligned} I &= \int d^4x\sqrt{-g}\frac{\partial f}{\partial R}\delta R_{\mu\nu} \\ &= -\int d^4x\sqrt{-g}\,\nabla_\sigma\left[\sqrt{-g}\frac{\partial f}{\partial R}\right]\left(g^{\mu\nu}\delta\Gamma^\sigma_{\mu\nu} - g^{\mu\sigma}\delta\Gamma^\nu_{\mu\nu}\right), \end{aligned} \tag{4.17}$$

sendo que foi feita uma integração por partes e levado em consideração que a derivada covariante da métrica é nula. A variação do símbolo de Christoffel, como mencionado anteriormente, pode ser escrita como

$$\delta\Gamma^\sigma_{\nu\mu} = \frac{1}{2}g^{\sigma\alpha}\left(\nabla_\nu\delta g_{\alpha\mu} + \nabla_\mu\delta g_{\alpha\nu} - \nabla_\alpha\delta g_{\nu\mu}\right), \tag{4.18}$$

e os termos dentro do parênteses da equação (4.17) podem ser desenvolvidos para chegar no resultado

$$\begin{aligned} g^{\mu\nu}\delta\Gamma^\sigma_{\mu\nu} &= \frac{1}{2}\nabla_\alpha\left(g^{\sigma\alpha}g_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu}\right) - \nabla_\mu\left(\delta g^{\mu\sigma}\right) \\ g^{\mu\sigma}\delta\Gamma^\nu_{\mu\nu} &= -\frac{1}{2}\nabla_\mu\left(g^{\mu\sigma}g_{\alpha\nu}\delta g^{\alpha\nu}\right). \end{aligned} \tag{4.19}$$

Substituindo os termos acima na integral (4.17)

$$I = -\int d^4x\nabla_\sigma\left[\sqrt{-g}\frac{\partial f}{\partial R}\right]\left[\nabla^\sigma\left(g_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu}\right) - \nabla^\sigma\left(g_{\alpha\mu}\delta g^{\alpha\sigma}\right)\right]. \tag{4.20}$$

Aplicando esse resultado na variação da ação total

$$\begin{aligned} \delta S &= \int d^4x\frac{1}{16\pi G}\sqrt{-g}\delta g^{\mu\nu}\left(\frac{\partial f}{\partial R}R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}f\right) \\ &+ \int d^4x\frac{1}{16\pi G}\left[g_{\mu\nu}\nabla^\sigma\nabla_\sigma\left(\sqrt{-g}\frac{\partial f}{\partial R}\right) - g_{\sigma\nu}\nabla^\sigma\nabla_\mu\left(\sqrt{-g}\frac{\partial f}{\partial R}\right)\right]\delta g^{\mu\nu} \\ &+ \int d^4x\frac{\delta\left(\sqrt{-g}S_M\right)}{\delta g^{\mu\nu}}\delta g^{\mu\nu}. \end{aligned} \tag{4.21}$$

Igualando $\delta S = 0$ chegamos na equação de campo

$$\frac{\partial f}{\partial R}R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}fg_{\mu\nu} - \nabla_\mu\nabla_\nu\frac{\partial f}{\partial R} + g_{\mu\nu}\Box\frac{\partial f}{\partial R} = \kappa T_{\mu\nu}, \tag{4.22}$$

sendo que $\Box \equiv \nabla^\sigma\nabla_\sigma$, $\kappa = 8\pi G$ e o tensor momento-energia é $T_{\mu\nu} \equiv -\frac{2}{\sqrt{-g}}\frac{\delta(\sqrt{-g}S_M)}{\delta g^{\mu\nu}}$. Observe que, como era esperado, para o caso $f(R) = R$ recuperamos a Relatividade Geral $R_{\mu\nu} - \frac{R}{2}g_{\mu\nu} = kT_{\mu\nu}$.

Na equação de campo (4.22) é uma equação diferencial parcial de quarta ordem na métrica (lembrando que R também inclui derivadas da métrica de segunda ordem), diferentemente da Relatividade Geral, cujas equações de campo são de segunda ordem na métrica. Observe que agora o traço da equação (4.22) é [55, 78]

$$\frac{\partial f}{\partial R}R - 2f + 3\Box\frac{\partial f}{\partial R} = \kappa T, \tag{4.23}$$

sendo que $T = g^{\mu\nu}T_{\mu\nu}$. O traço então relaciona R e T a partir de uma equação diferencial, e não mais como na Relatividade Geral em que tem uma forma simples $R = -8\pi GT$.

4.4.2 $f(R)$ no formalismo de Palatini

Como vimos anteriormente, existem princípios variacionais diferentes que podemos aplicar na ação para obter as equações de campo para o modelo $f(R)$. Uma das formas é aplicar o formalismo de Palatini [94]. Ele leva o nome de o matemático Attilio Palatini, porém o primeiro a inventar esse formalismo foi Einstein. Esse formalismo consiste em descartar a relação entre a conexão $\Gamma^\lambda_{\mu\nu}$ e a métrica $g^{\mu\nu}$, de forma que a conexão pode ser pensada como um campo independente. Portanto, ao aplicar o formalismo de Palatini consideramos dois campos descrevendo a gravidade: o campo métrico simétrico e uma conexão independente. Isso afeta também a ação da matéria S_M, que deve ser também independente da conexão nesse formalismo. Assim como na Relatividade Geral, a geometria é pseudo-Riemanniana.

É importante atentar as consequências de abrirmos mão de fixar uma relação entre a métrica e a conexão. Uma dessas consequências é que o transporte paralelo não é mais definido, e também a derivada covariante [78]. O quanto a conexão falha em preservar a métrica é medido pelo tensor de não-metricidade $Q_{\mu\nu\lambda} = -\nabla_\mu(\Gamma)g_{\mu\nu}$. Algumas definições clássicas também devem ser reescritas (basicamente para não haver confusão ao longo da leitura). Vamos começar considerando um espaço 4-dimensional com conexão $\Gamma^\lambda_{\mu\nu}$, e a métrica simétrica $g^{\mu\nu}$. A derivada covariante aqui é escrita como

$$\nabla_\mu(\Gamma)A^\mu_\sigma = \partial_\mu A^\nu_\sigma + \Gamma^\nu_{\mu\alpha}A^\alpha_\sigma - \Gamma^\alpha_{\mu\sigma}A^\nu_\sigma. \tag{4.24}$$

Aqui $\nabla_\mu(\Gamma)$ denota a derivada covariante sem a conexão estar relacionada com a métrica.

O tensor de Riemann é escrito como

$$R^\mu_{\nu\sigma\lambda} = -\partial_\lambda\Gamma^\mu_{\nu\sigma} + \partial_\sigma\Gamma^\mu_{\nu\lambda} + \Gamma^\mu_{\alpha\sigma}\Gamma^\alpha_{\nu\lambda} - \Gamma^\mu_{\alpha\lambda}\Gamma^\alpha_{\nu\sigma}. \tag{4.25}$$

Observe que aqui o tensor de Riemann apenas possui uma simetria óbvia: é antissimétrico nos dois últimos índices. Reforçando o que foi dito anteriormente, como a conexão e a métrica *a priori* não possuem nenhuma relação entre si, então a derivada covariante em termos da métrica e o transporte paralelo não são definidos. A conexão não é necessariamente simétrica, e a parte antissimétrica da conexão é chamada de tensor de torção $S^\lambda_{\mu\nu} \equiv \Gamma^\lambda_{\mu\nu}$ [78, 95].

O tensor de Ricci é dado por

$$R_{\mu\nu}(\Gamma) = R^\lambda_{\mu\lambda\nu} = \partial_\lambda\Gamma^\lambda_{\mu\nu} - \partial_\nu\Gamma^\lambda_{\mu\lambda} + \Gamma^\lambda_{\sigma\lambda}\Gamma^\sigma_{\mu\nu} - \Gamma^\lambda_{\sigma\nu}\Gamma^\sigma_{\mu\lambda}, \tag{4.26}$$

e o tensor de Ricci não é necessariamente simétrico nessa formulação, mas assim como qualquer tensor ele pode ser escrito como uma parte simétrica e uma anti-simétrica $R_{\mu\nu}(\Gamma) = R_{(\mu\nu)}(\Gamma) + R_{[\mu\nu]}(\Gamma)$, onde os índices $(\mu\nu)$ e $[\mu\nu]$ indicam partes simétrica e anti-simétrica, como é usual na literatura. Contraindo o tensor de Ricci com o tensor métrico obtemos o escalar de Ricci

$$R(\Gamma) = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}(\Gamma). \tag{4.27}$$

Vamos agora desenvolver a ação no formalismo de Palatini. A forma da ação é a mesma que a da equação (4.9)

$$S = \frac{1}{16\pi G}\int d^4x\sqrt{-g}f(R(\Gamma)) + S_M(g_{\mu\nu},\psi), \tag{4.28}$$

sendo que S_M é a densidade Lagrangiana da matéria e por simplicidade escreveremos a partir de agora $f(R(\Gamma)) = f$, lembrando que $R(\Gamma)$ está associado com o tensor de Riemman construído com $\Gamma^\lambda_{\mu\nu}$. Fazendo a variação da ação com relação aos dois campos, a métrica e às conexões, temos

$$\begin{aligned}\delta S &= \frac{1}{16\pi G}\int d^4x\left[\delta(\sqrt{-g}f + \delta S_M\right]\\ &= \frac{1}{16\pi G}\int d^4x\left[\left(\delta\sqrt{-g}\right)f + \sqrt{-g}\delta f + \delta S_M\right].\end{aligned} \tag{4.29}$$

Como já vimos anteriormente na equação (4.14)

$$\delta\sqrt{-g} = -\frac{1}{2}\sqrt{(}-g)g_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu}. \tag{4.30}$$

Podemos então escrever a variação da ação da seguinte forma

$$\begin{aligned}\delta S = \frac{1}{16\pi G}\int d^4x\left[-\frac{\sqrt{-g}}{2}f\,g_{\mu\nu} + \sqrt{-g}\frac{\partial f}{\partial R(\Gamma)}R_{\mu\nu}(\Gamma)\right]\delta g^{\mu\nu} + \delta S_M\\ + \frac{1}{16\pi G}\int d^4x\sqrt{-g}\frac{\partial f}{\partial R(\Gamma)}g^{\mu\nu}\delta R_{\mu\nu}(\Gamma).\end{aligned} \tag{4.31}$$

Como o formalismo limita que a ação da métrica dependa da conexão (o que é insatisfatório do ponto de vista teórico, pois sabe-se que a matéria fermiônica contém dependência com a conexão [96]), não permitimos que S_M dependa de $\Gamma^\lambda_{\mu\nu}$. Usando então a definição

$$T_{\mu\nu} \equiv -\frac{2}{\sqrt{-g}}\frac{\delta S_M}{\delta g^{\mu\nu}}, \tag{4.32}$$

e usando ainda que a variação do tensor de Ricci pode ser escrita como [78]

$$\delta R_{\mu\nu}(\Gamma) = \nabla_\lambda(\Gamma)\delta\Gamma^\lambda_{\mu\nu} - \nabla_\nu(\Gamma)\delta\Gamma^\lambda_{\mu\nu}, \tag{4.33}$$

a variação da ação fica

$$\delta S = \frac{1}{16\pi G}\int d^4x \left[-\frac{\sqrt{-g}}{2} f\, g_{\mu\nu} + \sqrt{-g}\frac{\partial f}{\partial R(\Gamma)} R_{\mu\nu}(\Gamma) - 8\pi G T_{\mu\nu}\right]\delta g^{\mu\nu}$$
$$+ \frac{1}{16\pi G}\int d^4x \sqrt{-g}\frac{\partial f}{\partial R(\Gamma)} g^{\mu\nu}\left[\nabla_\lambda(\Gamma)\delta\Gamma^\lambda_{\mu\nu} - \nabla_\nu(\Gamma)\delta\Gamma^\lambda_{\mu\nu}\right]. \tag{4.34}$$

Integrando por partes o segundo termo da integral, de forma similar como foi feito no formalismo métrico, e assumindo que $\delta\Gamma^\lambda_{\mu\nu} = 0$ na região de contorno (de forma que o termo linear de superfície se anule) tem-se que a variação da ação pode ser escrita como [78]

$$\delta S = \frac{1}{16\pi G}\int d^4x \sqrt{-g}\left[\frac{\partial f}{\partial R(\Gamma)} R_{(\mu\nu)}(\Gamma) - \frac{1}{2} f\, g_{\mu\nu} - 8\pi G T_{\mu\nu}\right]\delta g^{\mu\nu}$$
$$+ \frac{1}{16\pi G}\int d^4x \left[-\nabla_\lambda(\Gamma)\left(\sqrt{-g}\frac{\partial f}{\partial R(\Gamma)} g^{\mu\nu}\right) + \nabla_\sigma(\Gamma)\left(\sqrt{-g}\frac{\partial f}{\partial R(\Gamma)} g^{\mu\sigma}\right)\delta^\nu_\lambda\right]\delta\Gamma^\lambda_{\mu\nu}. \tag{4.35}$$

O termo $R_{(\mu\nu)}(\Gamma)$ está associado com a parte simétrica de $R_{\mu\nu}(\Gamma)$, e aparece pois levamos em conta que $R_{\mu\nu}(\Gamma)$ pode ser escrito em termos de sua parte simétrica e de sua parte anti-simétrica (como foi comentado anteriormente), e como a parte anti-simétrica estaria multiplicando $\delta g^{\mu\nu}$ que é simétrico, então o produto $R_{[\mu\nu]}(\Gamma)\delta g^{\mu\nu} = 0$, restando apenas a parte simétrica.

Aplicando agora o princípio da mínima ação obtemos:

$$\frac{\partial f}{\partial R(\Gamma)} R_{(\mu\nu)}(\Gamma) - \frac{1}{2} f\, g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \tag{4.36}$$
$$- \nabla_\lambda(\Gamma)\left(\sqrt{-g}\frac{\partial f}{\partial R(\Gamma)} g^{\mu\nu}\right) + \nabla_\sigma(\Gamma)\left(\sqrt{-g}\frac{\partial f}{\partial R(\Gamma)} g^{\mu\sigma}\right)\delta^\nu_\lambda = 0. \tag{4.37}$$

A equação (4.36) é a generalização da equação de Einstein para esta nova formulação da gravidade, e a equação (4.40) é a equação responsável pela dinâmica dos campos $\Gamma^\lambda_{\mu\nu}$. Observe também que se fizermos $f(R) = R$ recuperamos a Relatividade Geral.

As equações de campo podem ainda ser escritas em uma forma mais compacta, de acordo com a referência [78]. Podemos tomar o traço da equação (4.40) contraindo os índices λ e ν. Dessa forma a equação (4.40) fica

$$\nabla_\sigma(\Gamma)\left(\sqrt{-g}\frac{\partial f}{\partial R(\Gamma)}g^{\mu\sigma}\right)=0, \tag{4.38}$$

portanto as equações de campo ficam na forma

$$\frac{\partial f}{\partial R(\Gamma)}R_{(\mu\nu)}(\Gamma)-\frac{1}{2}f\,g_{\mu\nu}=8\pi GT_{\mu\nu} \tag{4.39}$$

$$\nabla_\sigma(\Gamma)\left(\sqrt{-g}\frac{\partial f}{\partial R(\Gamma)}g^{\mu\sigma}\right)=0. \tag{4.40}$$

Vamos agora olhar para a equação (4.40) e fazer a seguinte definição

$$h_{\mu\nu}\equiv\frac{\partial f}{\partial R(\Gamma)}g_{\mu\nu}, \tag{4.41}$$

onde $h_{\mu\nu}$ é um tensor. Agora observe que, sendo $h=det(h_{\mu\nu})$ e $g=det(g_{\mu\nu})$, então $g=\frac{h}{\left(\frac{\partial f}{\partial R(\Gamma)}\right)^4}$ e $h^{\mu\nu}=\frac{g^{\mu\nu}}{\frac{\partial f}{\partial R(\Gamma)}}$. Substituindo em (4.40) temos

$$\begin{aligned}
&\nabla_\sigma(\Gamma)\left(\sqrt{-g}\frac{\partial f}{\partial R(\Gamma)}g^{\mu\sigma}\right)\\
&=\nabla_\sigma(\Gamma)\left(\frac{\sqrt{-h}\frac{\partial f}{\partial R(\Gamma)}}{(\frac{\partial f}{\partial R(\Gamma)})^2}\frac{\partial f}{\partial R(\Gamma)}h^{\mu\nu}\right)\\
&=\nabla_\sigma(\Gamma)\left(\sqrt{-h}h^{\mu\nu}\right)=0,
\end{aligned} \tag{4.42}$$

que significa que a conexão $\Gamma^\lambda_\mu\nu$ é a conexão Levi-Civita para a métrica $h_{\mu\nu}$, que é [78]

$$\Gamma^\lambda_{\mu\nu}=\frac{1}{2}h^{\lambda\sigma}\left(\partial_\mu h_{\sigma\nu}+\partial_\nu h_{\sigma\mu}-\partial_\sigma h_{\mu\nu}\right). \tag{4.43}$$

Contraindo o tensor de Ricci com $g^{\mu\nu}$ temos

$$R(\Gamma)=R+\frac{3}{2\left(\frac{\partial f}{\partial R(\Gamma)}\right)^2}\left(\nabla_\mu\frac{\partial f}{\partial R(\Gamma)}\nabla^\mu\frac{\partial f}{\partial R(\Gamma)}\right)+\frac{3}{\frac{\partial f}{\partial R}}\Box\frac{\partial f}{\partial R(\Gamma)}. \tag{4.44}$$

Por fim, substituindo na equação (4.40) temos [78]

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{\frac{\partial f}{\partial R}} T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \left(R(\Gamma) - \frac{f}{\frac{\partial f}{\partial R}} \right) + \frac{1}{\frac{\partial f}{\partial R}} \left(\nabla_\mu \nabla_\nu - g_{\mu\nu} \Box \right) \frac{\partial f}{\partial R}$$
$$- \frac{3}{2} \frac{1}{\left(\frac{\partial f}{\partial R}\right)^2} \left(\nabla_\mu \frac{\partial f}{\partial R} \nabla_\nu \frac{\partial f}{\partial R} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \nabla \left(\frac{\partial f}{\partial R} \right)^2 \right). \tag{4.45}$$

Portanto a equação de campo foi escrita na forma das equações de Einstein. Observe que quando $f(R) = R$ recuperamos a Relatividade Geral, como era esperado.

4.4.3 Equivalência com Brans-Dicke

A teoria de Brans-Dicke é uma teoria escalar-tensorial (que considera campos escalares, vetoriais e tensoriais) alternativa à teoria de gravidade de Einstein. O efeito desses campos adicionais devem ser desprezíveis em escalas conde a Relatividade Geral é bem testada, e isso costuma ser obtido a partir de acoplamentos fracos ou por mecanismos de blindagem (como o Camaleão) [97–99].

Teorias escalar-tensoriais tiveram motivação inicial introduzir a variação do acoplamento gravitacional G [100]. Elas são muito utilizadas para modelar desvios da Relatividade Geral, e são particularmente interessantes, pois sua estrutura das equações de campo permite solução analítica exata em várias situações [101]. O estudo de teorias escalar-tensoriais também é importante pois nos fornece uma generalização, de certa forma, simples da Relatividade Geral, e também esses acoplamentos são possíveis nos limites de baixas energias da teoria de cordas [101]. Ainda, teorias com termos de ordem superior no escalar de Ricci, associadas com efeitos quânticos [102], também podem ser escritas em uma forma escalar-tensorial através de uma transformação conforme apropriada [103].

A densidade Lagrangiana geral de uma teoria escalar-tensorial é

$$\mathcal{L} = \frac{1}{16\pi} \sqrt{-g} \left[f(\phi) R - g(\phi) \nabla_\mu \phi \nabla^\mu \phi - 2\Lambda(\phi) \right] + \mathcal{L}_m(\psi, \alpha(\phi) g_{\mu\nu}), \tag{4.46}$$

sendo f, g, α e Λ funções arbitrárias do campo escalar ϕ, $\mathcal{L}_m$ é a densidade lagrangiana do campo de matéria ψ. Podemos escolher o referencial de Jordan e absorver $h(\phi)$ na métrica a partir de uma transformação conforme na forma

$$\alpha(\phi)g_{\mu\nu} \rightarrow g_{\mu\nu}. \tag{4.47}$$

Nesse referencial, que também é chamado de referencial físico em algumas bibliografias, a matéria acopla-se de forma direta somente à métrica, portanto não há interação direta entre o campo escalar e a métrica. Partículas teste nesse referencial conforme seguem geodésicas da métrica que estão acopladas [101]. Entretanto, de acordo com a referência [104] a escolha do referencial físico não leva a um tensor momento-energia bem definido para o campo escalar.

Duas formulações para a teoria escalar-tensorial são possíveis: o referencial de Jordan, comentado anteriormente, e o referencial de Einstein, que está relacionado com o primeiro através de uma transformação conforme. Qual das duas formulações escolher ainda é um problema em aberto, pois existem predições teóricas a serem comparadas com observações (por exemplo, predições de modelos inflacionários na cosmologia), e os resultados dependem do referencial conforme adotado nos cálculos. Vários autores concordam no ponto de vista de que as duas formulações são equivalentes, já outros defendem o ponto de vista oposto [105]. Nesta revisão iremos considerar o referencial de Jordan. Como não é o objetivo desta tese discutir as diferenças entre as duas formulações, não irei aprofundar muito neste tópico, mas para uma revisão mais completa as referências [105, 106] podem ser consultadas.

Aplicando então a transformação (4.47) na equação (4.46), e fazendo $f(\phi) \rightarrow \phi$ temos

$$\mathcal{L} = \frac{1}{16\pi}\sqrt{-g}\left[\phi R - \frac{\omega(\phi)}{\phi}\nabla_\mu\phi\nabla^\mu\phi - 2\Lambda(\phi)\right] + \mathcal{L}_m(\psi, g_{\mu\nu}), \tag{4.48}$$

sendo que $\omega(\phi)$ é uma função arbitrária chamada de parâmetro de acoplamento, e $\Lambda(\phi)$ é uma generalização da constante cosmológica com dependência com o campo escalar. No limite $\omega \rightarrow \infty$, $\frac{\omega'}{\omega^2} \rightarrow 0$ e $\Lambda \rightarrow$ *constante* retomamos a Relatividade Geral. já no limite $\omega \rightarrow$ *constante* e $\Lambda \rightarrow 0$ a teoria se reduz à Teoria de Brans-Dicke [107], que vamos discutir com mais detalhes.

A Teoria de Brans-Dicke

A Lagrangiana da Teoria de Brans-Dicke é

$$\mathcal{L} = \frac{1}{16\pi}\sqrt{-g}\left[\phi R - \frac{\omega}{\phi}\nabla_\mu\phi\nabla^\mu\phi\right] + \mathcal{L}_m(\psi, g_{\mu\nu}), \tag{4.49}$$

e as equações de campo são obtidas aplicando-se o princípio variacional com relação aos campos ϕ e $g^{\mu\nu}$, que são

$$\Box\phi = \frac{1}{2\omega+3}\left(8\pi T\right),$$

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi}{\phi}T_{\mu\nu} + \frac{\omega}{\phi^2}\left(\nabla_\mu\phi\nabla_\nu\phi - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\nabla^\sigma\phi\nabla_\sigma\phi\right) \tag{4.50}$$

$$+ \frac{1}{\phi}\left(\nabla_\mu\nabla_\nu\phi - g_{\mu\nu}\Box\phi\right), \tag{4.51}$$

$$\nabla_\nu T^{\mu\nu} = 0, \tag{4.52}$$

sendo T o traço do tensor momento-energia. Existem também teorias generalizadas de Brans-Dicke que consideram $\omega = \omega(\phi)$ [108].

Teorias de Brans-Dicke são amplamente estudadas na literatura por, de certa forma, ser uma das generalizações mais simples da Relatividade Geral. Ainda, o setor gravitacional da Teoria exibe uma invariância conforme restrita sobre certas transformações que imitam invariâncias conformes das teorias de cordas em altas energias [109]. Porém, talvez a motivação mais forte de estudar esta teoria é que limites de baixa energia da teoria de cordas bosônica corresponde à Teoria de Brans-Dicke com $\omega = -1$. Estudos de cenários inflacionários na cosmologia também é um interesse adicional.

Equivalência das Teorias

Até agora foram apresentadas algumas alternativas para a teoria da gravidade, e podemos fazer redefinições na teoria de campo e reescrever a ação total da teoria. Existem várias redefinições possíveis, sendo as mais comuns as renormalizações e transformações conformes. Mas, se a partir de uma redefinição nas variáveis é possível chegar em outra teoria podemos nos perguntar o quão diferentes essas teorias realmente são.

Duas teorias são consideradas dinamicamente equivalentes se, com uma redefinição apropriada dos campos gravitacional e de matéria, podemos fazer as equações de campo coincidirem. O mesmo pode ser dito a nível da ação. Uma das vantagens de explorar a equivalência dinâmica entre duas teorias é que podemos usar resultados já estudados em uma teoria e aplicar na outra [55].

Vamos fazer um breve estudo da existência de equivalência entre a teoria $f(R)$ nos formalismos métrico e de Palatini com a Teoria de Brans-Dicke.

No formalismo métrico a ação da teoria da gravidade $f(R)$ é

$$S_{met} = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} f(R) + S_m(g_{\mu\nu,\psi}), \tag{4.53}$$

lembrando que as equações de campo dessa teoria já foram derivadas na seção (4.4.1). Seguindo os passos da referência [78], podemos introduzir um novo campo χ e escrever uma ação equivalentemente dinâmica

$$S = \frac{1}{16\pi G} \left(f(\chi) + f'(\chi)(R - \chi)\right) + S_m(g_{\mu\nu}, \psi), \tag{4.54}$$

sendo que aqui o "$'$"indica derivada parcial em termos do do campo χ. Variando a equação (4.54) com relação a χ obtemos $f''(\chi)(R - \chi) = 0$, que implica $\chi = R$ se $f''(\chi) \neq 0$. Redefinindo agora o campo χ por $\phi = f'(\chi)$ e fazendo também $V(\phi) = \chi(\phi)\phi - f(\chi(\phi))$. Aplicando tudo na ação obtemos

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} \left(\phi R - V(\phi)\right) + S_m(g_{\mu\nu}, \psi), \tag{4.55}$$

que é a ação da Teoria de Brans-Dicke com parâmetro $\omega = 0$ e com um potencial. Portanto teorias $f(R)$ no formalismo métrico são dinamicamente equivalentes a classe de Teorias de Brans-Dicke com termo cinético nulo e com um potencial.

Já no formalismo de Palatini a ação é

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} f(R(\Gamma)) + S_m(g_{\mu\nu}, \psi), \tag{4.56}$$

e aplicando a introdução de um campo escalar χ e a mesma redefinição para ϕ a ação fica da forma

$$S = \frac{1}{16\pi G}\int d^4x\sqrt{-g}\left(\phi R(\Gamma) - V(\phi)\right) + S_m(g_{\mu\nu}, \Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}, \psi), \tag{4.57}$$

lembrando que as equações de campo dessa teoria já foram derivadas na seção (4.4.2). Usando que $h_{\mu\nu} = f'(R(\Gamma))g_{\mu\nu}$ e, assim como no caso métrico $f'(R) = \phi$ temos que $h_{\mu\nu} = \phi g_{\mu\nu}$. Contraindo o tensor de Ricci temos

$$\begin{aligned} R(\Gamma) = R &+ \frac{3}{2(f'(R(\Gamma)))^2}\left(\nabla_\mu f'(R(\Gamma))\right)\left(\nabla^\mu f'(R(\Gamma))\right) \\ &+ \frac{3}{f'(R(\Gamma))}\Box f'(R(\Gamma)). \end{aligned} \tag{4.58}$$

Por fim usando que $f'(R(\Gamma)) = \phi$,

$$R(\Gamma) = R + \frac{3}{2\phi^2}\nabla_\mu\phi\nabla^\mu\phi - \frac{3}{\phi}\Box\phi. \tag{4.59}$$

Aplicando na ação (4.57)

$$S = \frac{1}{16\pi G}\int d^4x\sqrt{-g}\left(\phi R + \frac{3}{2\phi}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - V(\phi)\right) + S_m(g_{\mu\nu}, \psi), \tag{4.60}$$

que é a ação da teoria de Brans-Dicke com parâmetro $\omega = -\frac{3}{2}$. De acordo com a referência [78], uma forma de prevenir a equivalência dinâmica é o acoplamento da conexão com a matéria, sendo a única exceção o caso em que o fator conforme relacionando $g_{\mu\nu}$ e a métrica que é compatível com a conexão for constante (pois nesse caso a teoria se reduz a $f(R)$ no formalismo métrico). No caso de teorias $f(R)$ afins que permitem dependência de S_m com a conexão, não possui equivalência dinâmica com Brans-Dicke.

4.4.4 Modelos $f(R)$ viáveis

Como já foi mencionado na seção (4.4), um dos principais objetivos de implementar modificações no modelo de gravitação de Einstein é tentar driblar o problema da necessidade da componente de energia escura, justificando que o responsável pela expansão acelerada do Universo é a própria geometria do espaço-tempo. Dessa forma não precisamos considerar a energia escura no Universo, e os problemas relacionados ao setor escuro seriam fortemente aliviados.

Nesta seção vamos estudar se modelos $f(R)$ podem ser modelos cosmológicos viáveis. Esta revisão será guiada principalmente pela referência DeFelice et al [112].

De acordo com DeFelice et al, para evitar problemas no modelo cosmológico a função $f(R)$ não pode ter uma forma qualquer. Para evitar massa quadrada negativa (instabilidade taquiônica) para o campo escalar a condição $\frac{\partial^2 f}{\partial R^2} > 0$ não pode ser violada. Ainda, para evitar o aparecimento de fantasmas (neste caso, por fantasmas entende-se por energia cinética de $R(\Gamma)$ negativa) a condição $\frac{\partial f}{\partial R} > 0$ também não pode ser violada. Portanto modelos $f(R)$ cosmológicos viáveis devem ter

$$\frac{\partial f}{\partial R} > 0, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial R^2 > 0}, \quad \text{para} \quad R \geq R_0, \tag{4.61}$$

sendo R_0 o escalar de Ricci hoje.

A partir de uma definição de parâmetros r e m pode ser estudado a viabilidade de modelos cosmológicos, sendo

$$m \equiv \frac{R\frac{\partial^2 f}{\partial R^2}}{\frac{\partial f}{\partial R}}, \quad r \equiv \frac{-R\frac{\partial f}{\partial R}}{f}, \tag{4.62}$$

e o modelo ΛCDM corresponde a $m = 0$, portanto o parâmetro m caracteriza o desvio da dinâmica de fundo do modelo ΛCDM. Uma discussão mais aprofundada sobre esses parâmetros é feita na referência [113] e também em [112], mas como não é o foco desta tese iremos nos concentrar apenas nos resultados.

É mostrado na referência [113] que m precisa ser próximo de 0 tanto durante a época de dominação da radiação como na época de dominação da matéria, portanto modelos viáveis devem ser próximos ao ΛCDM em $R \gg R_0$. Também modelos viáveis devem fazer m variar rapidamente do passado até hoje para ser capaz de aumentar m em até 10^{15} ordens de magnitude para que hoje $m(R) > \mathcal{O}(0,1)$.

Modelos que se adequam a esses requisitos são

- $f(R) = R - \mu R_c \frac{(\frac{R}{R_c})^{2n}}{(\frac{R}{R_c})^{2n}+1}$, com $n, \mu, R_c > 0$. Este modelo de $f(R)$ foi proposto por Hu e Sawicki [92].
- $f(R) = R - \mu R_c \left[1 - \left(1 + \frac{R^2}{R_c^2}\right)^{-n}\right]$, com $n, \mu, R_c > 0$. Este modelo de $f(R)$ foi proposto por [114].

Esses modelos dois modelos acima também são consistentes com limitações locais de gravidade para $n \gtrsim 1$.

- $f(R) = R - \mu R_c tgh\left(\frac{R}{R_c}\right)$, com $\mu, R_c > 0$.

Todos esses modelos tem condições específicas para possíveis valores de μ para que sejam estáveis, entretanto modelos do tipo $f(R) = R - \frac{\alpha}{R^n}$ ($\alpha > 0$ e $n > 0$) não são viáveis pois a condição $\frac{\partial^2 f}{\partial R^2}$ é violada.

A nível perturbativo o escalar de curvatura local não necessariamente segue a densidade do campo de matéria, de forma que altas densidades não implicam em altas curvaturas, o que pode se tornar um problema em testes locais no Sistema Solar caso a curvatura for significativamente menor se comparado com a Relatividade Geral para o mesmo campo de densidade. Portanto, para que modelos $f(R)$ passem em testes locais e sejam viáveis o espaço-tempo deve ser recuperado em regiões de alta densidade, e para garantir que isso ocorra é introduzido o mecanismo de blindagem [99]. Mecanismos de blindagem, então, escondem modificações na gravidade em pequenas escalas, suprimindo desvios da Relatividade Geral. Revisões sobre mecanismos de blindagem podem ser encontradas nas referências [97, 98].

4.5 Teoria de Horndeski

A Teoria de Brans-Dicke é uma teoria escalar-tensorial, mas não é a mais geral. A teoria escalar-tensorial estável mais geral em quatro dimensões é chamada de Teoria de Horndeski, que é uma generalização de várias outras teorias escalar-tensoriais, como a teoria de Brans-Dicke. Ela leva a equações de segunda-ordem tanto para a métrica quanto para o campo escalar, e engloba todas teorias escalar-tensoriais com equações de campo de segunda ordem em um espaço-tempo de quatro dimensões. Vantagens dessa teoria é que ela evita as instabilidades de Ostrogradski [110].

A ação de Horndeski é dada por [110]

$$S_H = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\sum_{i-2}^{5}\mathcal{L}_i + \mathcal{L}_m(g_{\mu\nu})\right] \tag{4.63}$$

onde $g_{\mu\nu}$ é a métrica, $\mathcal{L}_m$ é a densidade Lagrangiana da matéria e $\mathcal{L}_i$ é dado por

$$\mathcal{L}_2 = G_2(\phi, X), \tag{4.64}$$

$$\mathcal{L}_3 = -G_3(\phi, X), \tag{4.65}$$

$$\mathcal{L}_4 = G_4(\phi, X)R + G_{4X}(\phi, X)\left[(\Box\phi)^2 - \phi_{;\mu\nu}\phi^{;\mu\nu}\right], \tag{4.66}$$

$$\mathcal{L}_5 = G_5(\phi, X)G_{\mu\nu}\phi^{;\mu\nu} - \frac{1}{6}G_{5X}(\phi, X)\left[(\Box\phi)^3 + \phi^{\nu}_{;\mu}\phi^{\alpha}_{;\nu}\phi^{\mu}_{;\alpha} - 3\phi_{;\mu\nu}\phi^{;\mu\nu}\Box\phi\right]. \tag{4.67}$$

Os termos $G_2, G_3, G_4 e G_5$ são funções arbitrárias do campo escalar e o termo cinético é ϕ e $X = -\phi^{;\mu}\phi_{;\mu}/2$. S_H é a ação mais geral para um campo escalar com equações de movimento de segunda ordem e que satisfaz o princípio de equivalência fraco [111].

Parte II

Cosmologia com viscosidades volumétrica e de cisalhamento

Capítulo 5

Incluindo viscosidade de cisalhamento

O modelo padrão da cosmologia tem como uma das componentes a Matéria Escura Fria. Simulações com ME predizem um número de galáxias muito maior do que é observado na Via Láctea. Podemos ver esse excesso de aglomeração da ME como uma pista da possível existência de algum mecanismo físico que não está sendo levado em consideração, que seria capaz de suprimir o crescimento do contraste de densidade. Visando encontrar este mecanismo de supressão, a abordagem que vamos usar neste trabalho é aliviar a suposição que Matéria Escura se comporta (em grandes escalas) como um fluido perfeito e adiabático, e vamos assumir que se comporta como um fluido com um mecanismo natural de dissipação. Modelos com introdução de efeitos dissipativos nas componentes de Matéria Escura já foram previamente estudados como uma tentativa de aliviar os problemas supracitados, utilizando, por exemplo, efeitos de viscosidade volumétrica [65,115–117]. A inclusão de uma viscosidade volumétrica torna o modelo mais realístico, afinal a suposição de fluido ideal é apenas teórica, sabemos que no mundo real processos dissipativos ocorrem em todos fenômenos, e também durante a era da formação das estruturas processos dissipativos devem ter ocorrido.

Vários processos dissipativos podem ocorrer durante a evolução cósmica, como produção de partículas [118–123], difusão de matéria [60] e viscosidade de fluidos [115, 124]. Na literatura trabalhos indícam que efeitos dissipativos no fluido de radiação, como viscosidade volumétrica e de cisalhamento, são importantes durante a época inflacionária [125–130] e também como uma possível descrição para matéria e energia escura [131–136], pois viscosidade volumétrica implica em uma contribuição de pressão negativa que pode acelerar o Universo. Apesar desse efeito poder levar a um mecanismo realístico para a cosmologia, seu uso como o responsável pela aceleração do Universo em tempos tardios é problemático [21, 64, 65, 130], e a presença da energia escura (isto é, na forma de constante cosmológica) ainda parece ser necessária.

O papel da viscosidade volumétrica no processo de formação de estruturas no regime linear foi amplamente estudado pela literatura [22–24,137–141]. Entretanto neste trabalho pretendemos avaliar a contribuição da viscosidade de cisalhamento e seu efeito combinado com a viscosidade volumétrica no processo de formação de estruturas. Desejamos aqui determinar se a viscosidade de cisalhamento sozinha, ou em combinação com a viscosidade volumétrica, pode ter um impacto similar na supressão do crescimento das estruturas do que foi encontrado na literatura apenas para a viscosidade volumétrica isolada. Será feita então uma análise e comparação do comportamento da densidade de contraste deste modelo com o modelo padrão ΛCDM, e os resultados serão testados usando dados de Distorções do desvio para o vermelho.

Outros efeitos dissipativos, como por exemplo condução térmica, não são relevantes em nossa análise. Tais efeitos estão conectados ao acoplamento da matéria bariônica com a radiação de fótons, que são importantes em tempos próximos à recombinação, ou em regime altamente não linear na formação das estruturas em pequenas escalas (por exemplo, em formação de galáxias) e quando esses efeitos se tornam importantes para modelar processos astrofísicos. De fato sabe-se que condução térmica pode ser tão importante quanto viscosidade de cisalhamento quando se considera seus efeitos no plasma fóton-bárions, afetando a oscilação acústica dos bários através de amortecimento Silk [142]. Nenhum destes regimes, onde a condução térmica seria relevante, será tratado neste trabalho, que está considerando apenas o regime linear das perturbações escalares em uma época em que nem fótons e nem bárions são as componentes mais importantes.

Por não contribuir para o fundo homogêneo e isotrópico do Universo os efeitos da viscosidade de cisalhamento vem sido negligenciado, mas este não é o caso a nível perturbativo. Essa viscosidade contribui para a evolução das perturbações, que pode não ser desprezível como já foi mostrado no caso de cosmologia de universo recente, em particular durante a inflação [127–129]. As referências [143,144] devem ser mencionadas aqui, já que o impacto de efeitos tipo cisalhamento na CMB foram investigados, porém foi utilizado uma parametrização para a velocidade do som, que difere deste trabalho.

5.1 A dinâmica do fundo do modelo Λviscoso

O modelo cosmológico que é investigado aqui possui similaridades com o modelo ΛCDM. Uma dessas similaridades é em relação as componentes, onde o parâmetro de energia escura Ω_Λ é mantido com o mesmo valor do modelo padrão. Entretanto no modelo viscoso a matéria escura não possui mais equação de estado de pressão nula, pois consideramos que a matéria escura se comporta como uma componente viscosa/dissipativa e incorporamos o mecanismo viscoso na sua pressão. A estrutura deste modelo é dada pela equação de campo de Einstein

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - g_{\mu\nu}\Lambda = 8\pi G T_{\mu\nu} \tag{5.1}$$

onde $T_{\mu\nu}$ é o tensor momento-energia da matéria viscosa. Esse tensor possui tanto a estrutura de um fluido perfeito como efeitos dissipativos na forma de viscosidade volumétrica ξ e viscosidade de cisalhamento η [34, 145] tal que

$$T^{\mu\nu} = \rho u^\mu u^\nu - p\left(g^{\mu\nu} - u^\mu u^\nu\right) + \Delta T^{\mu\nu}, \tag{5.2}$$

onde a componente $\Delta T^{\mu\nu}$ é a contribuição viscosa do fluido

$$\begin{aligned}\Delta T^{\mu\nu} &= \eta\left[u^{\mu;\nu} + u^{\nu;\mu} - u^\rho\nabla_\rho\left(u^\mu u^\nu\right)\right] \\ &+ \left(\xi - \frac{2}{3}\eta\right)\left(g^{\mu\nu} - u^\mu u^\nu\right)\nabla_\rho u^\rho.\end{aligned} \tag{5.3}$$

Por simplicidade a pressão cinética será fixada como 0. Um motivo para essa escolha é que efeitos de pressão adiabática pequena podem gerar efeitos de instabilidade, conhecidos como instabilidade de Jeans. Mas como o efeito da pressão de voscosidade volumétrica pode amortecer a densidade de flutuações, essas instabilidades podem ser evitadas [146]. Então, a nível de fundo, a matéria escura possuirá apenas pressão viscosa na forma:

$$p_v = -\xi u^\mu_{;\mu}. \tag{5.4}$$

A parte viscosa do tensor momento-energia (5.3) é construída de forma que os termos associados à viscosidade de cisalhamento se cancelam, e dessa forma a viscosidade η não contribui para o fundo do modelo. Isso é necessário, pois η é uma viscosidade anisotrópica, que não é aceitável em um fundo homogêneo e isotrópico.

Neste trabalho utilizamos o formalismo não-causal de Eckart. Para o Universo tardio (que é o período da evolução cósmica que estamos interessados) esse formalismo não-causal constitui uma boa aproximação. Portanto, a análise feita neste trabalho se limitará ao formalismo hidrodinâmico apresentado. Uma observação importante deve ser feita: é bem conhecido que na termodinâmica de não equilíbrio a pressão viscosa representa uma pequena correção à pressão cinética. Essa condição se aplica tanto à teoria não-causal de Eckart [147], equação (5.4), e também se aplica ao formalismo causal de Müller-Israel-Stewart [71, 148, 149].

Usando a métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) a equação de Friedmann é escrita como

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_v + \frac{\Lambda}{3}, \tag{5.5}$$

sendo G a constante gravitacional de Newton e Λ a constante cosmológica. Na equação acima está sendo assumindo uma geometria euclidiana plana e a contribuição da radiação está sendo negligenciada, pois é muito menor que a componente de matéria na época cosmológica considerada neste trabalho (quando as estruturas do Universo começam a serem formadas, que ocorre muito após a época de dominação da radiação). Além disso, considera-se que todas as componentes de matéria, representadas por ρ_v, possuem propriedades viscosas. Seria possível atribuir para matéria escura e matéria bariônica diferentes propriedades viscosas, mas essa seria uma complicação desnecessária já que nosso objetivo neste trabalho é avaliar a importância das viscosidades volumétrica e de cisalhamento no processo linear de formação de estruturas.

De fato, se é considerado apenas formação de estruturas no regime linear, que é o caso deste trabalho, é desnecessária uma separação entre barions e matéria escura, pois no regime linear as flutuações bariônicas $\delta\rho_b$ seguem as de matéria escura $\frac{\delta\rho_b}{\rho_b} \to \frac{\delta_{DM}}{\rho_{DM}}$.

É importante definir o parâmetro de densidade $\Omega_v = 8\pi G\rho_v/(3H_0^2)$ e $\Omega_\Lambda = 8\pi G\rho_\Lambda/(3H_0^2)$, sendo H_0 o valor atual do parâmetro de Hubble. Pode-se então reescrever a equação de

Friedmann (5.5) como

$$H^2 = H_0^2 \left(\Omega_v + \Omega_\Lambda\right). \tag{5.6}$$

Como já foi mencionado no capítulo (3) o parâmetro de viscosidade volumétrica não pode assumir qualquer valor. De acordo com [23], considerando o parâmetro de viscosidade volumétrica adimensional $\tilde{\xi}_0 = \frac{24\pi G \xi_0}{H_0}$ (que já foi definido anteriormente), valores de $\tilde{\xi}_0$ maiores que a ordem 10^{-5} amortecem o crescimento das estruturas o suficiente para não entrar nem no regime não-linear, evitando a formação de aglomerados de galáxias no Universo.

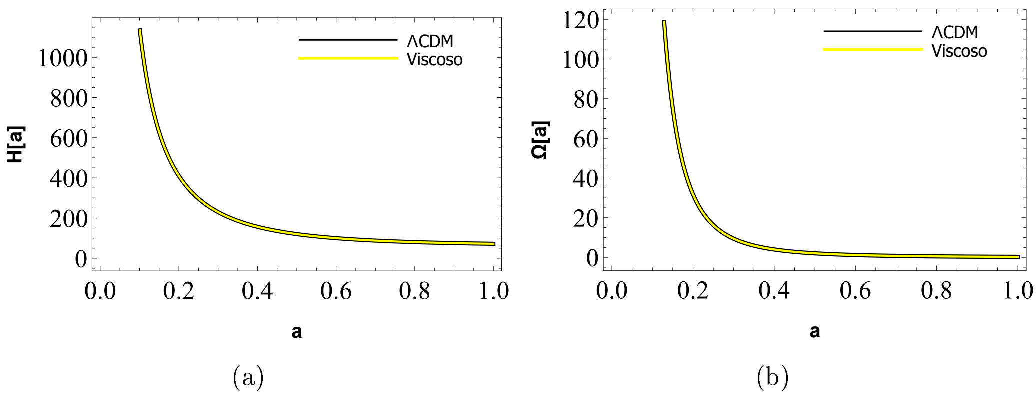


Figura 5.1: Comparações entre o fundo do ΛCDM e o fundo viscoso. Painel (a): comparação da função de Hubble $H(a)$ em função do fator de escala (a) com viscosidade volumétrica adimensional $\tilde{\xi}_0 = 10^{-6}$. Painel (b): comparação do parâmetro de densidade da matéria escura $\Omega_m(a)$ em função do fator de escala (a).

Análise de como valores de $\tilde{\xi}_0$ menores que 10^{-5} alteram a base do modelo está esboçada no gráfico (5.1). Observe que para valores $\tilde{\xi}_0 = 10^{-6}$ alterações do fundo do modelo viscoso em comparação com o modelo ΛCDM são imperceptíveis. De fato, calculamos a diferença entre os parâmetro $H(a)$ dos dois modelos para $a = 0.2$, e essa diferença é de aproximadamente $0,02\%$ diminuindo a medida que nos aproximamos de $a = 1$. Podemos portanto afirmar que o fundo homogêneo e isotrópico do modelo viscoso é muito similar ao fundo do modelo ΛCDM. Esse comportamento foi mantido para todos os valores de viscosidades aqui estudados ($\tilde{\eta}_0, \tilde{\xi}_0 = 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}$).

A equação da continuidade para o fluido viscoso,

$$\dot{\rho}_v + 3H(\rho_v + p_v) = 0, \tag{5.7}$$

pode ser reescrita considerando que a pressão viscosa é $p_v = -3H\xi$ e utilizando o parâmetro de densidade:

$$a\frac{d\Omega_v}{da} + 3\Omega_v(1 + \omega_v) = 0, \tag{5.8}$$

e aqui foi definido o parâmetro da equação de estado para o fluido de matéria viscosa, ω_v, sendo

$$\omega_v \equiv \frac{p_v}{\rho_v} = -\frac{3H\xi}{\rho_v}. \tag{5.9}$$

A validade das equações da hidrodinâmica que descrevem as contribuições das viscosidades aqui consideradas requerem $|\omega_v| \ll 1$, caso contrário uma diferente formulação hidrodinâmica seria necessária (na referência [128] é possível ver uma diferente formulação hidrodinâmica viscosa, aplicada ao cenário inflacionário).

É de grande utilidade relembrar a definição do parâmetro de viscosidade volumétrica adimensional, e também introduzir o parâmetro de viscosidade de cisalhamento adimensionail, $\tilde{\xi} = 24\pi G\xi/H_0$ e $\tilde{\eta} = 24\pi G\eta/H_0$, respectivamente. Assume-se que os coeficientes de viscosidade possuem uma forma geral [150]

$$\xi \equiv (\Omega_v/\Omega_{v0})^{\nu}\,\xi_0, \tag{5.10}$$

$$\eta \equiv (\Omega_v/\Omega_{v0})^{\lambda}\,\eta_0, \tag{5.11}$$

sendo que os expoentes ν e λ são números reais, enquanto ξ_0 e η_0 são parâmetros constantes. Vamos considerar que $\tilde{\xi}_0 = 24\pi G\xi_0/H_0$ e $\tilde{\eta}_0 = 24\pi G\eta_0/H_0$. De forma geral os coeficientes de viscosidade volumétrica e de cisalhamento podem ser proporcionais também ao livre caminho médio da partícula, mas para isso é preciso de conhecimento sobre detalhes microscópicos das interações envolvendo partículas de matéria escura. Neste trabalho não está sendo considerado nenhum candidato específico de partículas de matéria escura, e assumir as formas funcionais acima (5.10) e (5.11) tem a vantagem de permitir uma análise independente de modelo para as partículas de matéria escura.

5.2 A dinâmica perturbativa

Como bem sabemos, o Universo contém estruturas inomogêneas, como galáxias, aglomerados de galáxias, entre outras, e para levarmos em consideração a existência dessas inomogeneidades precisamos adentrar na teoria perturbativa.

Medidas da Radiação Cósmica de Fundo nos dizem que o Universo primordial era homogêneo e isotrópico, mas com pequenas anisotropias.O mais aceito hoje é que essas pequenas anisotropias (que surgiram na inflação[1] através de flutuações quânticas) cresceram devido a instabilidade gravitacional (é uma propriedade natural da gravidade, sendo que matéria é atraída para regiões de maior densidade, amplificando assim as inomogeneidades já existentes) formando as estruturas que observamos hoje. Podemos estudar essas pequenas inomogeneidades a partir de uma teoria perturbativa linear, mas quando elas se tornam grandes (em relação ao fundo homogêneo e isotrópico) é necessário uma teoria de evolução não linear para estudá-las [151].

Para estudar a evolução das inomogeneidades (estruturas) do Universo vamos fazer o estudo da dinâmica perturbativa utilizando o calibre newtoniano para esse estudo. Neste calibre o elemento de linha para a perturbação escalar em um Universo com fundo homogêneo e isotrópico é

$$ds^2 = a^2(\tau)\left[-(1+2\phi)d\tau^2 + (1-2\psi)\delta_{ij}dx^i dx^j\right], \tag{5.12}$$

sendo τ o tempo conforme e ϕ e ψ os potenciais descrevendo os modos escalares da perturbação da métrica, que em geral são iguais na ausência de estresse anisotrópico, como viscosidade de cisalhamento, porém para os processos dissipativos considerados neste trabalho eles são funções independentes [152].

Neste calibre os símbolos de Christofell devem ser estudados até termos de primeira

[1]É uma Teoria que assume uma expansão exponencial do Universo recente, explicando vários problemas do modelo padrão, como o problema do horizonte e da planeza

ordem, sendo linear em ϕ e/ou ψ. Eles são escritos como

$$\Gamma^0_{00} = \mathcal{H} + \phi' \tag{5.13}$$

$$\Gamma^0_{0i} = \Gamma^i_{00} = \phi_{,i} \tag{5.14}$$

$$\Gamma^0_{ij} = \left[(1 - 2\phi - 2\psi)\mathcal{H} - \psi'\right] \delta_{ij} \tag{5.15}$$

$$\Gamma^i_{0j} = (\mathcal{H} - \psi')\, \delta^i_j \tag{5.16}$$

$$\Gamma^j_{ik} = \psi_{,j}\delta_{ik} - \psi_{,k}\delta_{ij} - \psi_{,i}\delta_{jk} \tag{5.17}$$

sendo $\mathcal{H}$ o parâmetro de Hubble em termos do tempo conforme. Aplicamos essas formas do símbolo de Christoffel ao tensor de Ricci e escalar de Ricci para chegarmos à equações de Einstein. Para mais detalhes a literatura [36] pode ser consultada.

5.2.1 Equações de Einstein perturbadas

Ao aplicar a equação (5.12) às equações de Einstein (5.1), utilizando os símbolos de Christoffel e utilizando a forma da equação (5.2) para o tensor momento-energia, obtém-se as equações para as componentes $(0-0)$, $(0-i)$, $(i = j)$ e $(i \neq j)$. A componente $(0-0)$ da equação de Einstein, que é o equivalente da equação de Poisson, é obtida desenvolvendo a equação de Einstein para as componentes temporais, e o resultado é o seguinte

$$-k^2\psi - 3\mathcal{H}\left(\psi' + \mathcal{H}\phi\right) = \frac{3}{2}\Omega_v \mathcal{H}_0^2 a^2 \Delta, \tag{5.18}$$

sendo que $\mathcal{H} = \frac{a'}{a}$ (o símbolo "$'$" indica uma derivada em relação ao tempo conforme) e k é o módulo do vetor de onda. A densidade de contraste é definida como sendo $\Delta = \delta\rho/\rho$. Esta é a primeira equação para ϕ e ψ. No limite de não expansão ($a = const$) a equação (5.18) se reduz à equação de Poisson normal para a gravidade.

A componente $(0 - i)$ é obtida a partir da equação de Einstein $(0 - i)$

$$-k^2\left(\psi' + \mathcal{H}\phi\right) = \frac{3}{2}\mathcal{H}_0^2\Omega_v\left(1 + w_v\right) a\theta, \tag{5.19}$$

e da equação (5.19) tem-se a definição para o potencial de velocidade $\theta = \partial_i \delta u^i$.

Finalmente, focando na parte espacial da Equação de Einstein, vamos ver a terceira equação para a evolução dos potenciais ϕ e ψ, cuja evolução está apresentada na componente $(i-j)$ da equação de Einstein

$$\left[\psi'' + \mathcal{H}\left(2\psi + \phi\right)' + \left(2\mathcal{H}' + \mathcal{H}^2\right)\phi + \frac{1}{2}\nabla\left(\phi - \psi\right)\right]\delta^i_j$$
$$-\frac{1}{2}\partial_i\partial_j\left(\phi - \psi\right) = 4\pi G a^2 \delta T^i_j, \tag{5.20}$$

sendo que

$$\begin{aligned}\delta T^i_j &= \delta p \delta^i_j - \xi\left(\delta u^m_{,m} - \frac{3\mathcal{H}}{a}\phi - \frac{3\psi'}{a}\right)\delta^i_j - \left(\delta\xi\right)\frac{3\mathcal{H}}{a}\delta^i_j \\ &- \eta g^{ik}\delta^l_j\left(\delta u_{k,l} + \delta u_{l,k} - \frac{2}{3}a^2\delta u^m_{,m}\delta_{kl}\right),\end{aligned} \tag{5.21}$$

e para o caso $(i \neq j)$ aplicado à equação acima tem-se

$$-\frac{k^2}{2}(\phi - \psi) = \frac{3\mathcal{H}^2}{\rho}\eta\,\theta. \tag{5.22}$$

Da equação (5.22) nota-se que $\phi \neq \psi$ se $\eta \neq 0$. Isso demonstra uma característica da presença da viscosidade de cisalhamento (estresse anisotrópico), isto é, que os potenciais newtonianos não mais coincidem. Ainda, $\phi \neq \psi$ também é visto como uma manifestação de teorias de gravidade modificada, como será discutido mais a frente nesta tese. Portanto, esse aspecto representa uma degenerescência importante na teoria de perturbações cosmológicas, que não é muito frequente na literatura.

5.2.2 Conservação do tensor momento-energia

O tensor momento-energia $T^{\mu\nu}$, como o próprio nome indica, nos dá informação sobre energia e momento de um sistema. Uma definição deste tensor é dada em [80]: "um fluxo do quadri-momento p^μ que passa por uma superfície constante x^ν ". Para um fluido ideal o tensor momento-energia é escrito como

$$T^{\mu\nu} = \rho u^\mu u^\nu - p\left(g^{\mu\nu} - u^\mu u^\nu\right), \tag{5.23}$$

lembrando que para a quadri-velocidade $u^\mu u^\nu g_{\mu\nu} = -c^2$. O foco deste trabalho é o estudo de um caso especial em que o fluido cosmológico de matéria não é considerado ideal, mas sim que existam interações internas neste fluido de forma que o fluido apresente duas viscosidades: volumétrica e de cisalhamento. De forma geral, considerando também os termo de interação entre as partículas do fluido, o tensor momento-energia pode então ser escrito como na equação (5.2).

O tensor energia-momento se conserva, e para que isso ocorra a derivada covariante do tensor momento-energia deve ser zero, de forma que a expressão para a conservação é a seguinte:

$$T^\mu_{\nu;\mu} = 0. \tag{5.24}$$

Casos comuns de serem encontrados em estudos são os em que os constituintes do Universo são fluidos não interagentes (por exemplo, Matéria Escura Fria e Bárions), e para esses casos as equações de conservação são satisfeitas separadamente para cada fluido.

O tensor momento energia, em primeira ordem, tem as seguinte componentes [29]

$$T^0_0 = -\rho - \rho\Delta, \tag{5.25}$$

$$T^0_i = \frac{\rho}{a}\left(1+\omega_v\right)\delta u_i, \tag{5.26}$$

$$\begin{aligned} T^i_j = &\Big(p - \frac{3\mathcal{H}\xi}{a}\Big)\delta^i_j + \delta p\delta^i_j - \xi\Big(\delta u^i_{,i} - \frac{3\mathcal{H}\phi}{a} - \frac{3\Psi'}{a}\Big)\delta^i_j \\ &- \frac{3\mathcal{H}}{a}\left(\delta\xi\right)\delta^i_j - \eta g^{ik}\delta^l_j\left(\delta u_{k,l} + \delta u_{l,k} - \frac{2}{3}a^2\delta u^i_{,i}\delta_{kl}\right), \end{aligned} \tag{5.27}$$

sendo que o termo Δ é um termo de perturbação que indica o contraste de densidade da matéria ($\Delta = \frac{\rho_{perturbado} - \rho_{fundo}}{\rho_{fundo}}$) que dá informação sobre a variação da densidade das estruturas em relação com a densidade do fundo homogêneo e isotrópico; o termo δu_i é a perturbação da quadri-velocidade do fluido cosmológico, δp é a perturbação na pressão viscosa, ϕ e ψ são os potenciais newtonianos que também são grandezas perturbadas e $\delta\xi$ é a perturbação na viscosidade volumétrica. Observe que não há perturbação na viscosidade de cisalhamento (η), pois ela já é uma grandeza de primeira ordem. Um comentário para evitar erros precipitados é que δ^i_j e δ^l_k são deltas de Kronecker, não os confunda com o fator δ sem índice (que indica perturbação da grandeza que o acompanha).

Analisando o caso de $\nu = 0$ em (5.24) obtém-se uma equação para a conservação da densidade de matéria, portanto uma equação análoga à equação usual da continuidade. Então, aplicando $\nu = 0$ temos:

$$T^{\mu}_{0;\mu} = \partial_{\mu} T^{\mu}_{0} + \Gamma^{\mu}_{\mu\alpha} T^{\alpha}_{0} - \Gamma^{\alpha}_{\mu 0} T^{\mu}_{\alpha}. \tag{5.28}$$

Descartando termos de 2^{a} ordem que aparecem (que vem como uma multiplicação de termos perturbados) nos resta

$$T^{\mu}_{0;\mu} = \partial_0 T^{0}_{0} + \partial_k T^{k}_{0} + \Gamma^{k}_{k0} T^{0}_{0} - \Gamma^{i}_{k0} T^{k}_{i} = 0, \tag{5.29}$$

substituindo as equações 5.25 e com um pouco de algebrismo encontramos

$$\begin{aligned} &- \Delta' - \Big(\frac{\rho'}{\rho} + 3\mathcal{H}\Big)\Delta - \left[(1+\omega_v)a - \frac{3\mathcal{H}\xi}{\rho}\right]\theta \\ &- \frac{9\mathcal{H}^2\xi\phi}{a\rho} + \left[(3+3\omega_v) - \frac{3\mathcal{H}\xi}{\rho}\left(\frac{3}{a}\right)\right]\psi' - \frac{9\mathcal{H}^2\xi}{a\rho}\phi + \frac{9\mathcal{H}^2}{a\rho}\delta\xi = 0. \end{aligned} \tag{5.30}$$

Definindo a componente viscosa da equação de estado é $\omega_v = -\frac{3\mathcal{H}\xi}{a\rho}$. Aplicando isso na equação acima, ela fica da seguinte forma:

$$\begin{aligned} &- \Delta' - \Big(\frac{\rho'}{\rho} + 3\mathcal{H}\Big)\Delta - (1+2\omega_v)\, a\theta \\ &- \Big(3 + 6\omega_v\Big)\psi' - 3\mathcal{H}\omega_v\phi - \frac{9\mathcal{H}^2}{a\rho}\delta\xi = 0. \end{aligned} \tag{5.31}$$

Por fim chegamos na expressão para a conservação da densidade de matéria no Universo:

$$\Delta' - 3\mathcal{H}\omega_v\Delta + (1+2\omega_v)(a\theta - 3\psi') - 3\mathcal{H}\omega_v\phi - \frac{9\mathcal{H}^2}{a\rho}\delta\xi = 0, \tag{5.32}$$

e no limite $\omega_v \to 0$ a equação está de acordo com a referência [74].

Agora analisando o caso de $\nu = i$ na equação (5.24) obtém-se uma equação para a conservação da pressão da matéria, portanto uma equação análoga à equação usual de Navier-Stokes. Aplicando $\nu = i$ temos:

$$T^{\mu}_{i;\mu} = \partial_{\mu} T^{\mu}_{i} + \Gamma^{\mu}_{\mu\alpha} T^{\alpha}_{i} - \Gamma^{\alpha}_{\mu i} T^{\mu}_{\alpha}. \tag{5.33}$$

Descartando termos de segunda ordem e com um pouco de álgebra temos

$$
\begin{aligned}
T^{\mu}_{i;\mu} = {} & \partial_0 \left[\frac{\rho}{a}\left(1+\omega_v\right)\right]\delta u_i + \left[p - \frac{3\mathcal{H}\xi}{a} + \rho\right]\partial_i\phi + \frac{4\mathcal{H}\rho}{a}\left(1+\omega_v\right)\delta u_i \\
& + \partial_k\left[\left(p - \frac{3\mathcal{H}\xi}{a}\right)\delta^k_i\right] + \partial_k\left(\delta^k_i \delta p\right) - \xi\left(\partial_k\theta - \frac{3\mathcal{H}\partial_k\phi}{a} - \frac{3\partial_k\psi'}{a}\right)\delta^k_i \\
& - \frac{3\mathcal{H}}{a}\delta^k_i\partial_k(\delta\xi) - \eta\partial_k\left[g^{kj}\left(\delta u_{j,i} + \delta u_{i,j} - \frac{2}{3}a^2\theta\delta_{ij}\right)\right],
\end{aligned}
\tag{5.34}
$$

que é uma equação que possui termos de ordem zero e de primeira ordem, já que está sendo aplicado a teoria de perturbação linear. Para tratar da base do modelo podemos olhar apenas os termos de ordem zero, e para estudar as perturbações lineares podemos olhar apenas para os termos de primeira ordem. Como nosso interesse é encontrar uma equação para as perturbações lineares, ignoramos o termo de ordem zero e tomamos a divergência de toda a equação (ou seja, fazemos $\partial_i\left(\nabla_\mu T^\mu_i\right) = 0$). Fazendo isso temos

$$
\begin{aligned}
\partial_i\left(\nabla_\mu T^\mu_i\right) = {} & \partial_0\left[\frac{\rho}{a}\left(1+\omega_v\right)\right]\partial_i\delta u_i + \left[p - \frac{3\mathcal{H}\xi}{a} + \rho\right]\partial_i\partial_i\phi + \frac{4\mathcal{H}\rho}{a}\left(1+\omega_v\right)\partial_i\delta u_i \\
& + \partial_i\partial_i\delta p - \xi\left(\partial_i\partial_i\theta - \frac{3\mathcal{H}}{a}\partial_i\partial_i\phi - \frac{3\,\partial_i\partial_i\psi'}{a}\right) - \frac{3\mathcal{H}}{a}\partial_i\partial_i(\delta\xi) \\
& - \eta\,\partial_i\partial_k\left[\frac{(1+2\psi)\delta^{kj}}{a^2}\left(\delta u_{j,i} + \delta u_{i,j} - \frac{2}{3}a^2\theta\delta_{ij}\right)\right] = 0.
\end{aligned}
\tag{5.35}
$$

Desenvolvendo separadamente o último termo da equação (5.35), é possível escrever este termo em uma forma simplificada

$$
\eta\,\partial_i\partial_k\left[\frac{(1+2\psi)\delta^{kj}}{a^2}\left(\delta u_{j,i} + \delta u_{i,j} - \frac{2}{3}a^2\theta\delta_{ij}\right)\right] = \tag{5.36}
$$

$$
\eta\left(\partial_i\partial_i\partial_k\delta u^k + \partial_k\partial_k\partial_i\delta u^i - \frac{2}{3}\partial_k\partial_k\theta\right) = \tag{5.37}
$$

$$
-\frac{4}{3}\eta k^2\theta, \tag{5.38}
$$

sendo que os termos que envolviam simultaneamente ψ e δu^i foram descartados por se tratar de termos de segunda ordem. Aplicando isso à equação (5.35), utilizando que

$\delta u_i = a^2 \delta u^i$ e dividindo tudo por $a\rho(1+\omega_v)$ temos

$$\theta' + \left[\frac{\rho'}{\rho} + 5\mathcal{H} + \frac{\omega_v'}{1+\omega_v} + \frac{k^2\left(\xi + \frac{4}{3}\eta\right)}{a\rho(1+\omega_v)}\right]\theta - \frac{k^2\phi}{a(1+\omega_v)}\left[1 - \frac{3\mathcal{H}\xi}{a\rho}\right]$$
$$- \frac{k^2\delta p}{a\rho(1+\omega_v)} - \frac{3\xi k^2(\mathcal{H}\phi + \psi')}{a^2\rho(1+\omega_v)} + \frac{3\mathcal{H}k^2\delta\xi}{a^2\rho(1+\omega_v)} = 0 \tag{5.39}$$

Usando ainda a equação da continuidade para a base, $\frac{\rho'}{\rho} = -3\mathcal{H}(1+\omega_v)$, e escrevendo em termos de $(a\theta)$, a equação análoga à de Navier-Stokes para a perturbação da quadri-velocidade é

$$(a\theta)' + \left[\mathcal{H}\left(1 - 3w_v\right) + \frac{w_v'}{1+w_v} + \frac{k^2\left(\tilde{\xi} + \frac{4}{3}\tilde{\eta}\right)}{a\rho(1+w_v)}\right](a\theta)$$
$$+ \frac{k^2 w_v \psi'}{\mathcal{H}(1+w_v)} - \frac{k^2\phi}{1+w_v} - \frac{w_v k^2(\delta\xi)}{\xi(1+w_v)} = 0. \tag{5.40}$$

e tomando o limite $\omega_v \to 0$ e $\eta \to 0$ a equação está de acordo com [74].

Temos agora as equações de conservação do tensor momento-energia perturbadas. Podemos combiná-las com as equações de Einstein perturbadas para encontrar a dinâmica da evolução das perturbações da matéria, que é o que faremos em sequência.

5.2.3 Aproximação quasi-estática

Vimos a dinâmica obtida através das equações de Einstein e da conservação do tensor momento-energia são relativamente complicadas de serem resolvidas. Como a escala de interesse que estamos trabalhando é pequena o suficiente para estar dentro do horizonte de Hubble e na época de dominação da matéria ($z \sim 1100$), estamos aptos a aplicar a aproximação quasi-estática para os potenciais ϕ e ψ. Essa aproximação consiste em considerar que termos envolvendo derivadas temporais são negligenciáveis em comparação com termos com derivadas espaciais (esse procedimento só é válido em escalas dentro do horizonte de Hubble) [153], lembrando também que a variação dos potenciais newtonianos ϕ e ψ com o tempo nessa época é desprezível [29].

Nesse cenário, aplicamos então a aproximação quasi-estática na equação da continuidade perturbada (5.32). Esta equação pode ser reescrita como

$$\Delta' - 3\mathcal{H}\omega_v\Delta + (1+2\omega_v)(a\theta) - \frac{9\mathcal{H}^2(\delta\xi)}{\rho a} \approx 0, \tag{5.41}$$

e a componente $(0-0)$ da equação de Einstein se torna

$$-k^2\psi \approx \frac{3}{2}\Omega_v\mathcal{H}_0^2a^2\Delta. \tag{5.42}$$

Combinando as equações (5.41) e (5.42), a componente $(0-i)$ da equação (5.19) assume a forma

$$\begin{aligned}(a\theta)' &+ \left[\mathcal{H}\left(1-3w_v\right) + \frac{w_v'}{1+w_v} + \frac{k^2\left(\tilde{\xi}+\frac{4}{3}\tilde{\eta}\right)}{a\rho(1+w_v)}\right](a\theta) \\ &+ \frac{k^2w_v\psi'}{\mathcal{H}(1+w_v)} - \frac{k^2\phi}{1+w_v} - \frac{w_vk^2(\delta\xi)}{\xi(1+w_v)} = 0.\end{aligned} \tag{5.43}$$

Usando agora as equações (5.6), (5.8) e (5.9) obtemos

$$\frac{a}{H}\frac{dH}{da} = -\frac{3}{2}(1+\omega_v)\Omega_v\frac{H_0^2}{H^2}, \tag{5.44}$$

$$a\frac{d\omega_v}{da} = 3\omega_v(1+\omega_v)\left(1-\nu-\frac{\Omega_v}{2}\frac{H_0^2}{H^2}\right). \tag{5.45}$$

Agora, usando a equação (5.43), e depois de algumas manipulações matemáticas, podemos expressar a equação (5.41) para o contraste da densidade como uma equação diferencial de segunda ordem fechada na forma

$$\begin{aligned}a^2\frac{d^2\Delta}{da^2} &+ \left(3-\frac{3}{2}\Omega_v\frac{H_0^2}{H^2}+A+k^2B\right)a\frac{d\Delta}{da} \\ &+ \left(C+k^2D\right)\Delta = 0,\end{aligned} \tag{5.46}$$

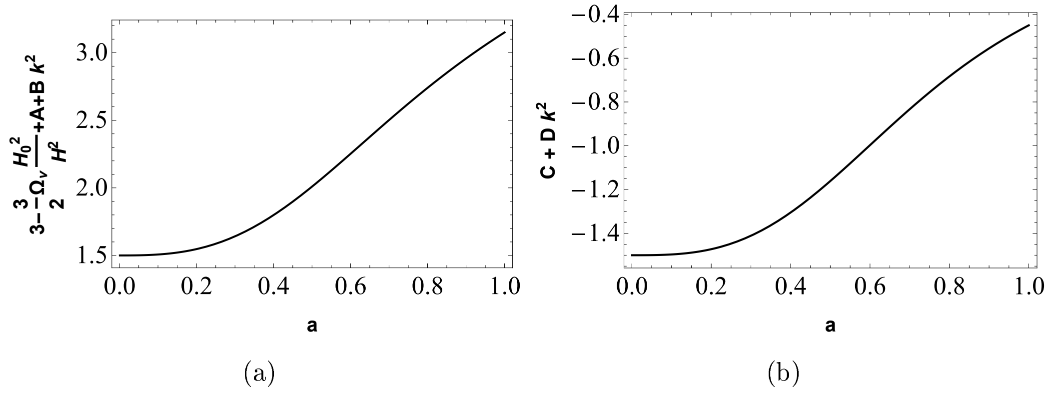


Figura 5.2: Acima estão plotados os coeficiente da equação (5.46) em função do fator de escala até hoje, com viscosidade volumétrica $\tilde{\xi}_0 = 10^{-6}$ e viscosidade de cisalhamento $\tilde{\eta}_0 = 10^{-6}$ e escala $k = 0.2$. Painel (a): coeficiente de $a\frac{d\Delta}{da}$. Painel (b): coeficiente de Δ.

sendo que os fatores A,B,C e D são definidos, respectivamente, como:

$$A = \frac{3\omega_v}{1+2\omega_v}\left[2\nu(1+\omega_v) - 3 - 4\omega_v - \omega_v\Omega_v\frac{H_0^2}{H^2}\right] - \frac{2\omega_v}{1+\omega_v}\frac{R}{\Omega_v}, \tag{5.47}$$

$$B = -\frac{w_v(1+\frac{4}{3}R)}{3H^2a^2(1+w_v)}, \tag{5.48}$$

$$C = -\frac{3\Omega_v}{2}\frac{H_0^2}{H^2}\left\{\frac{1}{(1+\omega_v)(1+2\omega_v)} + \frac{\omega_v}{1+2\omega_v}[3\nu(4\omega_v^2 + 5\omega_v + 2) - 12\omega_v^2 - 15\omega_v - 2]\right\} - \frac{3(1-\nu)\omega_v}{1+2\omega_v}[-3\nu(2\omega_v^2 + 2\omega_v + 1) + 7\omega_v + 5] + \frac{2(1-3\nu)\omega_v^2}{1+\omega_v}R, \tag{5.49}$$

$$D = \frac{w_v^2(1+\frac{4}{3}R)}{H^2a^2(1+w_v)}(1-\nu) + \frac{\nu\omega_v\,(1+2w_v)}{1+w_v}\left(\frac{\Omega_v}{\Omega_{v0}}\right)^{\nu} \tag{5.50}$$

Nas equações acima foi introduzida uma nova quantidade $R \equiv \tilde{\eta}/\tilde{\xi}$, que é a taxa entre as viscosidades adimensionais de cisalhamento e volumétrica. Agora utilizando as equações (5.10) e (5.11) podemos reescrever R como

$$R = \frac{\tilde{\eta}_0}{\tilde{\xi}_0}\left(\frac{\Omega_v}{\Omega_{v0}}\right)^{\lambda-\nu}. \tag{5.51}$$

Na Figura (5.2) é possível ver o comportamento dos coeficientes da equação (5.46) em

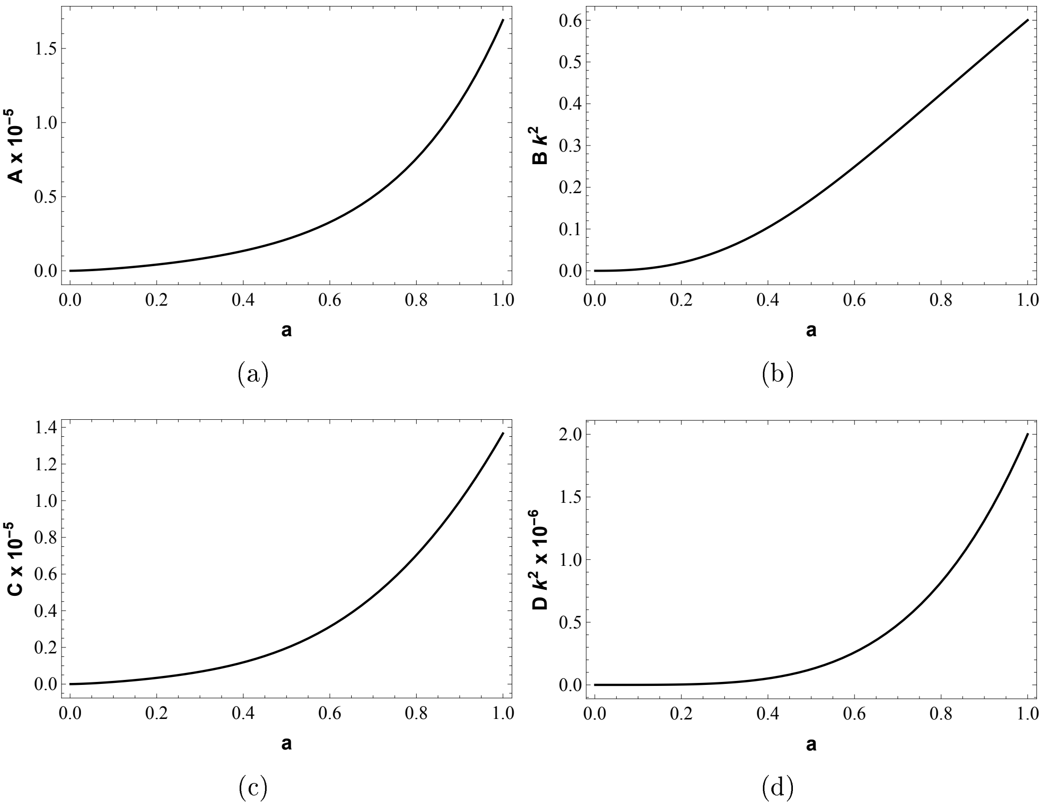


Figura 5.3: Acima estão plotados as funções A, Bk^2, C e Dk^2 em função do fator de escala até hoje e escala $k = 0.2$, com viscosidades volumétrica ($\bar{\xi}$) e de cisalhamento ($\bar{\eta}$) com valor 10^{-6}.

função do fator de escala. O coeficiente do termo $\frac{d\Delta}{da}$ é o mais sensível à mudanças nos valores de viscosidade entre os dois coeficientes, aumentando consideravelmente na medida que as viscosidades são aumentadas, enquanto que o coeficiente do termo Δ mantém o mesmo comportamento e com variação da amplitude quase imperceptível. Isso se dá ao fato de que entre as funções A, Bk^2, C e Dk^2, a contribuição da função $B[a]k^2$ é algumas ordens de grandeza maior do que as outras funções, como pode ser observado no gráfico (5.3) (a contribuição do termo $3 - \frac{3}{2}\Omega_v \frac{H_0^2}{H^2}$ é a mesma para os valores de viscosidade aqui considerados, como já foi comentado na discussão do modelo da base).

Observe que no limite de ausência de viscosidade volumétrica, $\omega_v \to 0$, $\omega_v R \to$

$-\tilde{\eta}H/(3H_0\Omega_v)$ as expressões acima para os fatores A,B,C e D se reduzem a

$$A = \frac{2\tilde{\eta}}{3\Omega_v^2}\frac{H}{H_0}, \tag{5.52}$$

$$B = \frac{4\tilde{\eta}}{27a^2\Omega_v H H_0}, \tag{5.53}$$

$$C = -\frac{3}{2}\Omega_v\frac{H_0^2}{H^2}, \tag{5.54}$$

$$D = 0, \tag{5.55}$$

e pode-se ver explicitamente como a equação diferencial para a densidade de contraste depende da viscosidade de cisalhamento. Portanto, para um Universo sem viscosidade volumétrica, a viscosidade de cisalhamento afeta apenas o termo de amortecimento das perturbações. Esse resultado será de grande interesse no capítulo do nosso trabalho envolvendo modificações na gravidade de Einstein.

5.3 Resultados numéricos e análise estatística

Nesta sessão será apresentado os resultados numéricos do modelo viscoso com cisalhamento, estudando como o contraste da densidade é modificado como uma função das viscosidades volumétricas e de cisalhamento. Analisamos o comportamento em termos da magnitude de ambas as viscosidades, $\tilde{\xi}_0$ e $\tilde{\eta}_0$, e também como a dependência das viscosidades em termos da densidade do fluido (que é parametrizado pelo expoente ν e λ nas equações (5.10) e (5.11)) influencia os resultados. Finalmente, fazemos uma análise estatística para determinar os valores preferidos para as viscosidades usando os dados mais recentes de Distorções do Desvio para o Vermelho [2] (DDV) $f(z)\sigma_8$.

[2] *Redshift-space-distortion.*

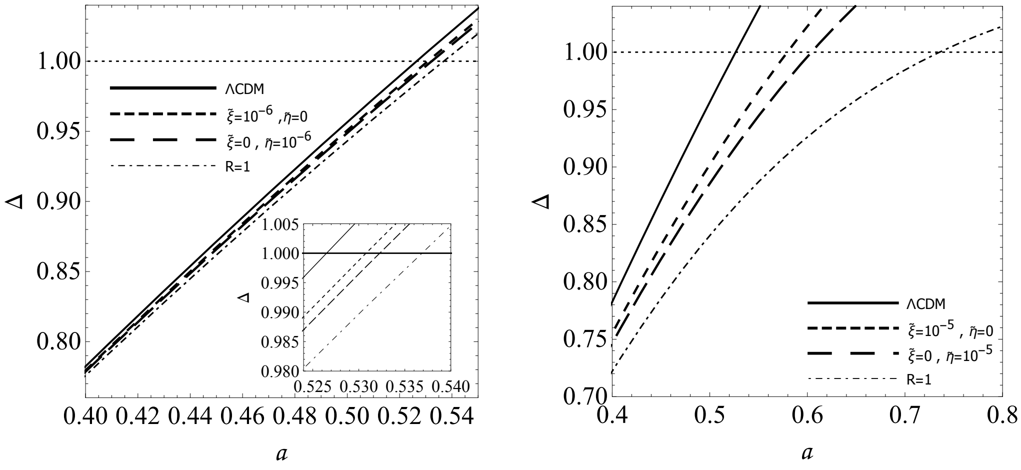
5.3.1 Crescimento linear dos halos de matéria escura viscosa

Vamos mostrar inicialmente os resultados para a evolução linear da densidade de contraste Δ considerando a escala $k = 0,2h\, Mpc^{-1}$, que corresponde a escala típica de aglomerados de galáxias. De acordo com o modelo ΛCDM tais objetos se tornam não lineares quando a densidade de contraste $\Delta \geq 1$ em tempos tardios, ou seja, quando o fator de escala é $a_{nl} \approx 0,5$ ($z_{nl} \approx 1$).

Procedemos da seguinte forma. Para resolver a equação diferencial (5.46) precisamos fixar as condições iniciais. Usamos dois desvios para o vermelho como referência, o valor hoje ($z_0 = 0$) e o valor na época da igualdade matéria-radiação, que ocorreu em $z_{ig} = 3198$ ($a_{ig} = 1/3199$), e como viscosidades atuam de forma relevante apenas em tempos tardios esperamos que na época da igualdade matéria-radiação o valor de Δ do caso viscoso coincida com o valor de $\Delta_{\Lambda CDM}$ do modelo padrão. Tendo isso em mente, as condições iniciais para Δ e Δ' são $\Delta[a_{ig}] = \left(\frac{k^3 Pk[a_{ig}]}{2\pi^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ e $\Delta'[a_{ig}] = \frac{\Delta[a_{ig}]}{a_{ig}}$. Utilizamos então a ferramenta do CAMB [154] para gerar valores do espectro de potência (que é uma forma de medir a flutuação da densidade de matéria) na época da radiação em função da escala, e igualamos o valor de Δ com o valor de $\Delta_{\Lambda CDM}$ no desvio para o vermelho $z = 3198$ na escala utilizada de $k = 0,2h\, Mpc^{-1}$. O dado mais próximo desta escala que temos é $k = 0,19982$, e para este valor o espectro de potência assume o valor $Pk[a_{ig}] = 0,00097394$, que é o valor utilizado na condição inicial.

Na figura (5.4) comparamos os efeitos combinados de viscosidade volumétrica e de cisalhamento com seus efeitos isolados. Por conveniência vamos assumir coeficientes constantes $\nu = \lambda = 0$ nas equações (5.10) e (5.11). Podemos ver claramente dos resultados apresentados nessa figura que ambas as viscosidades contribuem de forma similar: as duas viscosidades agem de forma a atenuar o crescimento da perturbação da matéria. Para o caso $\tilde{\eta}_0 = 10^{-6}$ e $\tilde{\xi}_0 = 10^{-6}$, painel (a), a evolução de Δ permanece relativamente próxima do modelo ΛCDM. A curva $R = 1$ significa que ambos efeitos estão atuando simultaneamente com a mesma magnitude, isto é, $\tilde{\eta}_0 = \tilde{\xi}_0 = 10^{-6}$ no painel (a) e $\tilde{\eta}_0 = \tilde{\xi}_0 = 10^{-5}$ no painel (b).

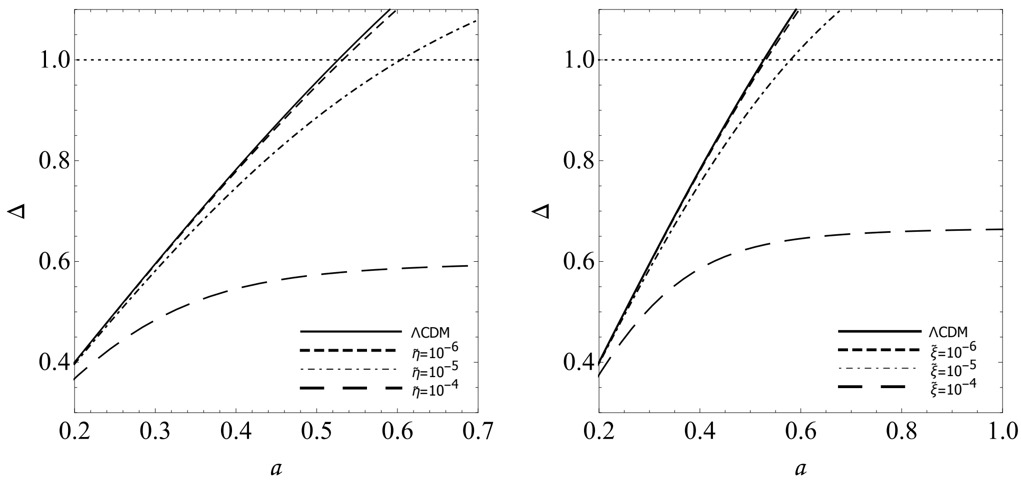
Na figura (5.5) é mostrado efeitos isolados de viscosidade de cisalhamento, apresentados no painel (a), e efeitos devido à viscosidade volumétrica, apresentados no painel (b), na densidade de contraste Δ. Como na figura anterior, assume-se aqui também viscosida-



(a) Viscosidades adimensionais com valores fixados em 10^{-6}.

(b) Viscosidades adimensionais com valores fixados em 10^{-5}.

Figura 5.4: A densidade de contraste Δ como função do fator de escala a mostrando os efeitos combinados de viscosidades volumétrica e de cisalhamento para dois valores diferentes das viscosidades adimensionais (quando um deles é fixado em zero) e a comparação com o caso $R = 1$, isso é, $\tilde{\eta}_0 = \tilde{\xi}_0$, e o caso padrão do ΛCDM.



(a) Incluindo apenas viscosidade de cisalhamento.

(b) Incluindo apenas viscosidade volumétrica.

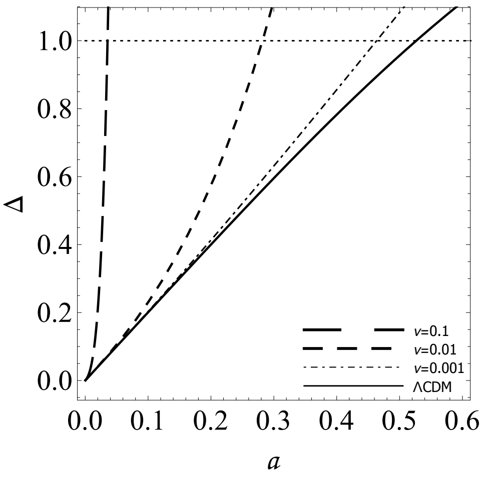
Figura 5.5: O contraste de densidade Δ como função do fator de escala a mostrando o efeito individual devido a viscosidade volumétrica e de cisalhamento.

des constantes, ou seja, assume-se $\nu = \lambda = 0$ nas equações (5.10) e (5.11). Está bem claro que a viscosidade de cisalhamento suprime o crescimento de Δ de forma bem similar que a viscosidade volumétrica o faz.

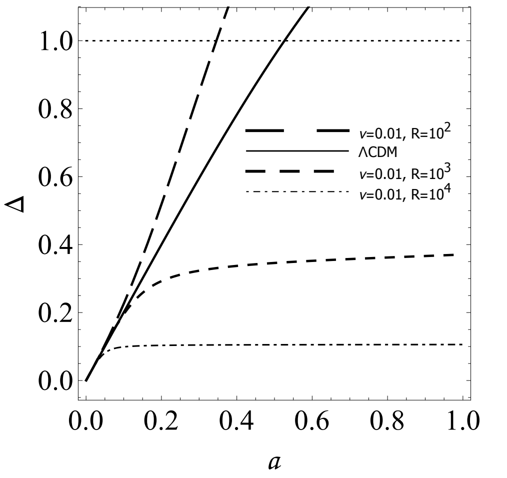
De forma geral as viscosidades volumétrica e de cisalhamento agem de forma a suprimir o crescimento das densidades de perturbação, lembrando que a viscosidade de cisalhamento não afeta a dinâmica do fundo homogêneo e isotrópico, mas afeta as perturbações. A contribuição da viscosidade de cisalhamento para a supressão do crescimento da perturbação da matéria é vista ser tão efetiva quanto a viscosidade volumétrica, e pode ser ainda mais relevante, como as figuras (5.4) e (5.5) indicam. A combinação simultânea dos efeitos dissipativos realça a supressão do crescimento da perturbação da matéria. Para as perturbações serem capazes de alcançar o regime não linear (o que é necessário para que as estruturas locais, como aglomerados de galáxias, se formem) os coeficientes adimensionais $\tilde{\xi}$ e $\tilde{\eta}$ devem ser da ordem de 10^{-5}, estejam as duas viscosidades atuando individualmente ou em conjunto. A contribuição relativa das duas componentes (R) também é relevante. Observa-se que quando R é maior que a unidade as perturbações, em geral, não alcançam o regime não linear. Isso mostra a relevância da componente de viscosidade de cisalhamento.

Na figura (5.6) analisa-se como o expoente ν afeta a contribuição da viscosidade volumétrica. Encontramos que a presença da viscosidade volumétrica leva a uma melhoria na evolução do crescimento das perturbações de matéria, contrário ao cenário de supressão indicado anteriormente, quando a viscosidade de cisalhamento está ausente e ν é positivo. Nos painéis (a) e (b) da figura (5.6) esse esfeito está bem claro. Este comportamento anômalo também já foi detectado na referência [146]. Entretanto, observe que esse efeito não se repete para a viscosidade de cisalhamento, que leva sempre a supressão do crescimento das perturbações de matéria tanto para o parâmetro λ positivo quanto negativo na equação (5.11), quando a viscosidade volumétrica está ausente. Isso é observado na figura (5.7) onde o zoom inserido na figura (5.7 mostra a região de transição de não linearidade para as perturbações. É possível observar o amortecimento nas perturbações para valores positivos e negativo de λ. Observe ainda que os resultados mostram também que a viscosidade de cisalhamento com um expoente λ negativo suprime menos o crescimento de Δ do que o caso com λ positivo, onde detecta-se um amortecimento relativamente maior de Δ. Isso mostra o papel crucial da viscosidade de cisalhamento na supressão de potência em aglomerados de matéria em situações gerais.

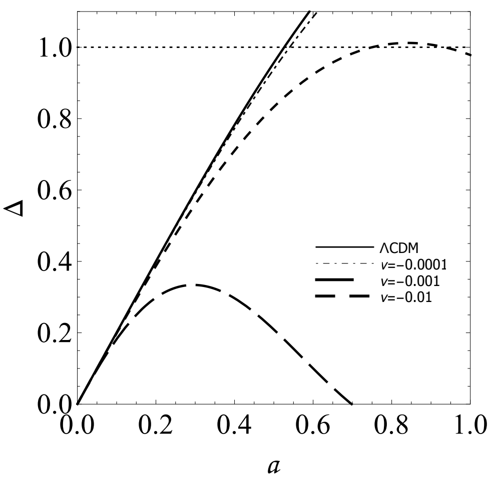
O resultado obtido para as viscosidades em relação ao sinal dos parâmetros do expo-



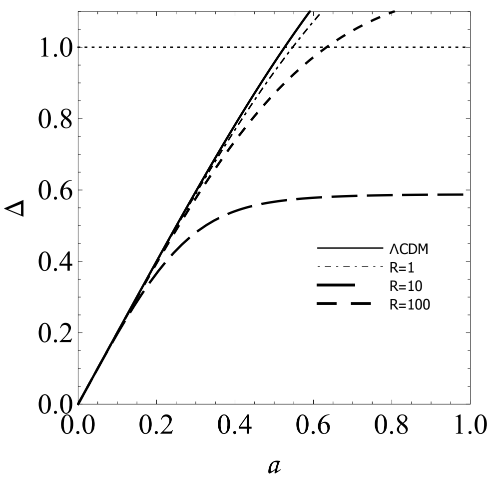
(a) Viscosidade de cisalhamento nula e variando o expoente de viscosidade volumétrica com valores positivos para o parâmetro ν.



(b) Valore de ν fixado e variando a taxa R.



(c) Viscosidade de cisalhamento nula e variando o expoente de viscosidade volumétrica ν em valores negativos.



(d) Fixado $\nu = 10^{-4}$ e variando a taxa R.

Figura 5.6: O contraste da densidade Δ como função do fator de escala a para parâmetro de viscosidade volumétrica fixada em $\tilde{\xi}_0 = 10^{-6}$ e para diferente expoente ν e taxa R. O expoente de viscosidade volumétrica em todos os casos é $\lambda = 0$.

ente nas equações (5.10) e (5.11)) podem ser compreendidos das equações previamente derivadas. A viscosidade volumétrica influencia ambos termos de amortecimento (termos que multiplicam a derivada de primeira ordem) na equação (5.46) assim como o coeficiente que multiplica o termo linear , isso é, o termo de "frequência", em analogia com o oscilador harmônico amortecido da mecânica básica. As mudanças mais relevantes causadas pelo expoente ν ocorre em particular no coeficiente que multiplica o termo linear de Δ. O termo $C + k^2 D$ é dominado pela última contribuição na equação (5.50). Para a viscosidade volumétrica com um expoente positivo ν isso leva a um aumento no termo tipo frequência de forma negativa, favorecendo assim um crescimento maior se comparado com o ΛCDM. O oposto ocorre com um ν negativo, que aumenta o termo tipo frequência de forma positiva, causando uma grande supressão no crescimento de Δ. Essa mudança de comportamento para Δ para valores positivos e negativos de ν explica o que é observado na figura (5.6).

Quando a viscosidade volumétrica está ausente e apenas a viscosidade de cisalhamento está presente, tem-se as equações (5.52), (5.53), (5.54) e (5.55), e o termo tipo frequência da equação (5.46) é inalterado em relação ao ΛCDM, portanto esta viscosidade irá afetar apenas o termo tipo amortecimento na equação (5.46)[3]. Usando a equação (5.11) podemos facilmente observar que para um expoente positivo λ o termo $A + k^2 B$ no termo tipo amortecimento da equação diferencial (5.46) irá crescer mais devagar com o fator de escala do que no caso quando o expoente λ da viscosidade de cisalhamento é negativa. Portanto, tem-se (lembrando-se que para as condições iniciais aqui utilizadas, $a < 1$) que o termo tipo amortecimento para $\lambda > 0$ será maior do que no caso quando $\lambda < 0$. Por isso existe um maior amortecimento de Δ quando o expoente λ é positivo do que no caso quando ele é negativo, e o caso com λ negativo sempre levará a resultados que estão mais próximos do ΛCDM. A discussão acima também explica o comportamento visto na figura (5.7). O comportamento para ambas viscosidades também fica evidente quando apresentamos o resultado para a densidade de contraste Δ a um valor fixo do fator de escala a.

Na figura (5.8) é apresentada a taxa do contraste da densidade com relação ao valor do ΛCDM, $\Delta_{\Lambda CDM}$, isso é, na ausência de viscosidades. Por conveniência foi fixado o fator de escala no valor $a = 0,1$, para o qual $\Delta_{\Lambda CDM} \simeq 0,2$ e, portanto, bem antes do regime linear. O comportamento explicado acima fica bem evidente quando são analisados os resultados da figura (5.8). Por exemplo, no painel (a) desta figura observa-se que valores negativos

[3]Lembrando que para o caso de viscosidade volumétrica nula a solução da equação (5.8), quando $\omega_v = 0$, é $\Omega_v \propto 1/a^3$.

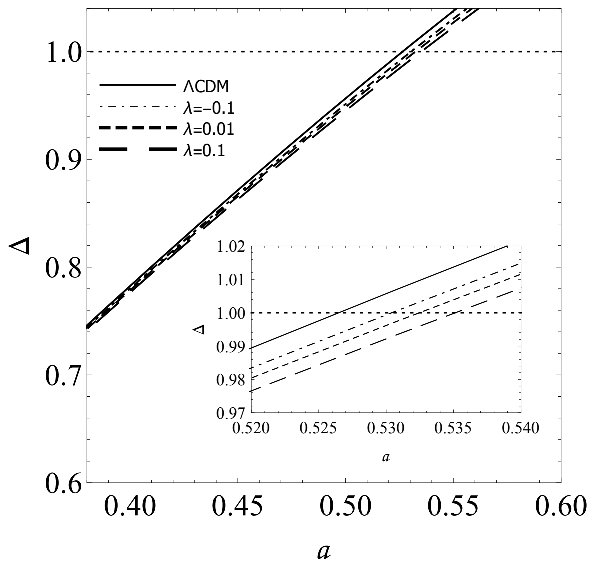
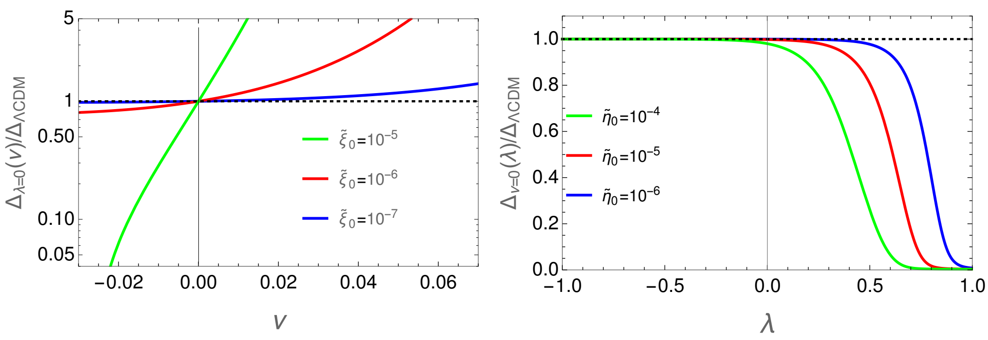


Figura 5.7: O contraste de densidade Δ em função do fator de escala a com viscosidade volumétrica nula, $\bar{\eta} = 10^{-6}$ e para diferentes valores para o expoente da viscosidade de cisalhamento λ.

de ν levam a um resultado para Δ que é menor que no caso ΛCDM, enquanto o oposto é visto quando ν é positivo, em que $\Delta > \Delta_{\Lambda CDM}$. Agora, na ausência de viscosidade volumétrica e apenas com viscosidade de cisalhamento, tem-se os resultados apresentados no painel (b) desta mesma figura. Na figura (5.8)(b) observa-se que a viscosidade de cisalhamento sempre suprime o contraste de densidade e um λ positivo produz resultados que são mais fortemente amortecidos do que para o caso de λ negativo, que tende a ficar próximo dos valores do ΛCDM.



(a) Variando o expoente de viscosidade voumétrica ν com viscosidade de cisalhamento nula.

(b) Variando o expoente de viscosidade de cisalhamento λ e viscosidade volumétrica nula.

Figura 5.8: A taxa do contraste de densidade Δ em relação aos valores do ΛCDM, ambos fixados em $a = 0,1$, em função dos expoentes de viscosidades ν e λ e para diferentes valores para os coeficientes de viscosidade.

Baseado nos resultados acima, é interessante investigar quando uma viscosidade maior é favorável. Dos resultados apresentados na figura (5.8) vê-se que uma viscosidade volumétrica com um expoente ν negativo sempre amortece o crescimento de Δ e o regime não linear é retardado ou mesmo impedido por um valor de ν suficientemente grande (e negativo) e também para alguns valores de amplitude de ξ_0. Por outro lado, uma viscosidade volumétrica com um expoente ν positivo leva a um regime não linear para Δ que pode ocorrer muito antes, na história da evolução cosmológica, do que seria desejado, aumentando assim problemas do modelo ΛCDM que já foram previamente explicados. Um expoente ν para a viscosidade volumétrica parece, então, ser desfavorável.

Agora, para a viscosidade de cisalhamento, sempre ocorre uma supressão do contraste de densidade com relação ao caso do ΛCDM. Além disso, um expoente λ grande e positivo amortece Δ mais fortemente que um λ negativo. Portanto observa-se que um grande aumento do contraste da densidade devido a valores positivos de ν (associado com viscosidade volumétrica) pode ser compensado com uma viscosidade de cisalhamento com valor positivo de λ, que é o caso que leva ao maior amortecimento de Δ. Essa combinação de efeitos devido as duas viscosidades é mostrado na figura (5.9), em que mostra-se a mesma taxa do contraste de densidade mostrado na figura (5.8), mas agora dado como uma função da magnitude da viscosidade de cisalhamento, η_0. Os resultados estão apresentados em termos da taxa R, onde $R = \frac{\tilde{\eta}_0}{\xi_0}$, isso é, a taxa entre as magnitudes adimensionais das viscosidades volumétrica e de cisalhamento. Foi novamente fixado o valor do fator de escala em $a = 0,1$ por conveniência e foram escolhidos os expoentes das viscosidades volumétrica e de cisalhamento sendo $\nu = 0,1$ e $\lambda = 1$, respectivamente.

Dos resultados mostrados na figura (5.9) observa-se que é possível compensar o crescimento do comportamento de Δ devido a viscosidade volumétrica com um expoente positivo ν grande e com um igualmente positivo e grande expoente λ e ainda um grande valor de viscosidade de cisalhamento. Essa é uma situação mais natural de um ponto de vista físico, já que viscosidades tendem a aumentar com a densidade (ver, por exemplo, as referências [34,155]) e não o oposto (isso é, viscosidades que decrescem quando a densidade do fluido aumenta, assim como no caso quando os expoentes ν e λ são negativos).

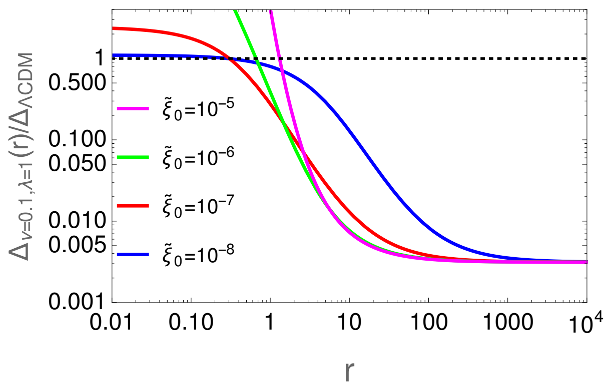


Figura 5.9: A taxa do contraste de densidade Δ em relação a valores do ΛCDM, ambos fixados a escala $a = 0.1$, em função dos coeficientes de viscosidades volumétrica e de cisalhamento (adimensionais) $R = \tilde{\eta}_0/\tilde{\xi}_0$ e para diferentes valores do coeficiente de viscosidade volumétrica. Os expoentes de viscosidade foram fixados em valores de $\nu = 0.1$ e $\lambda = 1$.

5.3.2 Vínculos devido a Distorções do Desvio para o Vermelho

A anisotropia do padrão de aglomeração no espaço do desvio para o vermelho (medido por dados de Distorção do Desvio para o Vermelho) dá medida das velocidades peculiares, e portanto da história do crescimento das estruturas do Universo (pois velocidades peculiares distorcem o padrão de aglomeração no espaço dos desvios para o vermelho em todas as escalas [156]).

O parâmetro que é mais comumente utilizado para descrever a potência do em pequenas escalas é o σ_8, que é a normalização do espectro de potência em escalas de $8h^{-1}Mpc$. Esse parâmetro pode ser obtido a partir da função de correlação de lenteamento fraco (obtido, por exemplo, pela colaboração CFHTLens), por contagem de aglomerados de galáxias (obtido, por exemplo, pela colaboração Planck 2015) e de dados de distorções do desvio para o vermelho. Outro parâmetro também utilizado na análise de evolução das estruturas é a taxa de crescimento da densidade de perturbação cosmológica, que é dada pela função $f = \frac{dD(a)}{dln(a)}$ sendo $D(a) = \frac{\Delta(a)}{\Delta(a_0)}$ [157].

Em geral, pesquisas de Distorção do Desvio para o Vermelho nos dão medidas das perturbações em termos da densidade de galáxias δ_g, que está relacionado com a perturbação de matéria (δ_m) da seguinte forma

$$\delta_g = b\delta_m \tag{5.56}$$

sendo b o parâmetro de viés. Portanto medidas da taxa de crescimento nos dão valores da taxa de crescimento dividido pelo fator de viés $\beta = \frac{f}{b}$. Como galáxias apenas são formadas nas regiões mais densas do Universo, o fator de viés varia entre populações de galáxias (com valores típicos entre 1 e 3). O parâmetro β é sensível ao valor do viés e pode se tornar difícil de combinar dados de diferentes colaborações e comparar com teorias [158].

Para contornar a dificuldade de lidar com o viés das galáxias uma combinação mais confiável é utilizada, que é o produto $f(z)\sigma_8(z)$, que é independente do viés e pode ser obtido usando dados de lenteamento fraco e Distorções do Desvio para o Vermelho. Portanto, para o estudo que faremos aqui iremos considerar apenas dados de $f\sigma_8(z)$ [158,159].

As características devido a efeitos dissipativos na teoria de perturbação linear podem também ser estudadas via dados de taxa de crescimento das flutuações da matéria. Projetos observacionais tem inferido a partir de aglomerados de grandes escalas dados de distorção do desvio para o vermelho (DDV), $f(z)\sigma_8(z)$, em diferentes desvios para o vermelho z. Esse observável combina a taxa de crescimento linear, f, com a variância σ^2 do campo de densidade suavizado em escalas de $8h^{-1}\,Mpc$,

$$D(a) = \frac{\Delta(a)}{\Delta(a_0)} \qquad \Rightarrow \qquad f(a) \equiv \frac{d\ln D(a)}{d\ln a}. \tag{5.57}$$

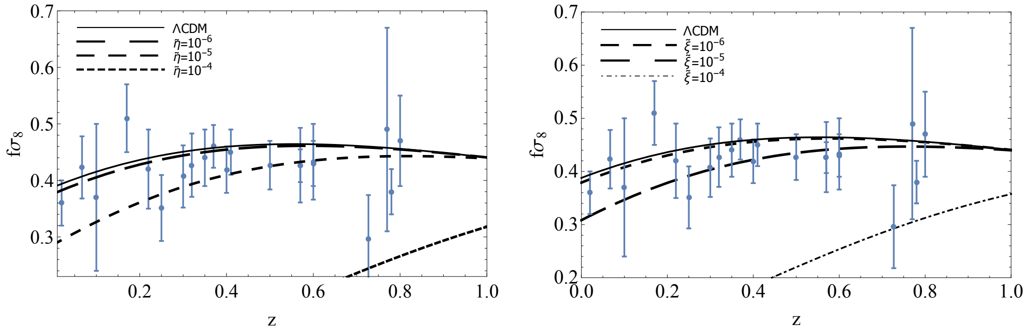
O valor do fator de escala hoje é assumido ser $a_0 = 1$. A amostra para o DDV que é utilizada neste trabalho possui 21 dados e os valores são apresentados na Tabela (5.1). Nos últimos anos houve uma melhora considerável no número e precisão dos dados de $f\sigma_8$, e boa parte desse avanço se deu devido aos projetos $SDSS$, $BOSS$, $WiggleZ$ e $Vipers$. Esperamos que tanto qualidade como quantidade tenham grandes melhoras com os projetos Euclid e LSST que estão por vir.

Foi estudado nas seções anteriores a evolução na escala $k = 0,2hMpc^{-1}$, que está no limite da divisão entre o regime linear e não linear hoje. Os resultados obtidos são consistentes com a hipótese inicial de validade do regime linear. Portanto, para comparar com os dados observacionais de DDV, que estão relacionados com modos que estão no regime linear até próximo de $z \approx 0$, é mais conveniente considerar agora valores de $k = 0,1Mpc^{-1}$, de forma a garantir que estamos trabalhando dentro do regime linear.

Tabela 5.1: Os dados de DDV utilizados nas análises deste trabalho.

z	$f(z)\sigma_8(z)$	Reference
$0,02$	$0,360 \pm 0,040$	[160]
$0,067$	$0,423 \pm 0,055$	[161]
$0,10$	$0,37 \pm 0,13$	[162]
$0,17$	$0,51 \pm 0,06$	[163]
$0,22$	$0,42 \pm 0,07$	[164]
$0,25$	$0,3512 \pm 0,0583$	[165]
$0,30$	$0,407 \pm 0,055$	[166]
$0,32$	$0,427 \pm 0,056$	[167]
$0,35$	$0,440 \pm 0,050$	[163]
$0,37$	$0,4602 \pm 0,0378$	[165]
$0,40$	$0,419 \pm 0,041$	[166]
$0,41$	$0,45 \pm 0,04$	[164]
$0,50$	$0,427 \pm 0,043$	[166]
$0,57$	$0,427 \pm 0,066$	[168]
$0,57$	$0,426 \pm 0,029$	[167]
$0,6$	$0,43 \pm 0,04$	[164]
$0,6$	$0,433 \pm 0,067$	[166]
$0,727$	$0,296 \pm 0,078$	[169]
$0,77$	$0,490 \pm 0,180$	[163]
$0,78$	$0,38 \pm 0,04$	[164]
$0,80$	$0,47 \pm 0,08$	[170]

O crescimento linear estudado nas subseções anteriores são agora mostrados novamente utilizando os dados de $f\sigma_8$ nas figuras (5.10),(5.11),(5.12) e (5.13). O procedimento para resolver a equação diferencial para Δ é o mesmo feito na seção (5.3.1) exceto que aqui a escala utilizada é de $k = 0.2hMpc^{-1}$, portanto o espectro de potência é na época da igualdade matéria-radiação é $Pk(a_{ig}) = 0,0022272$.



(a) Resultados quando a viscosidade volumétrica é nula.

(b) Resultados quando a viscosidade de cisalhamento é nula.

Figura 5.10: O crescimento linear usando dados de $f\sigma_8$ em função do desvio para o vermelho na ausência e presença de viscosidades.

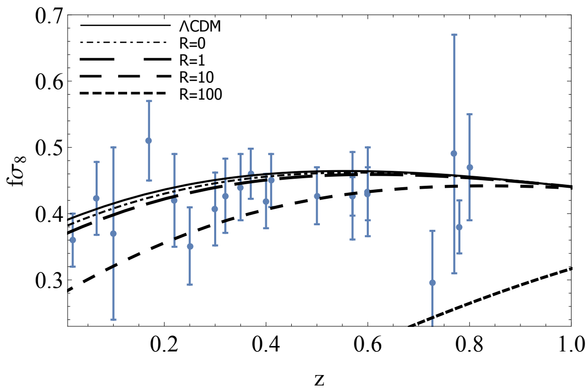


Figura 5.11: O crescimento linear usando dados de $f\sigma 8$ em função do desvio para o vermelho com o efeito combinado de ambas viscosidades volumétrica e de cisalhamento.

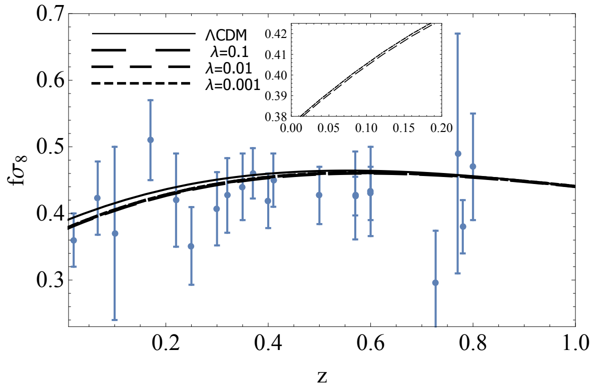
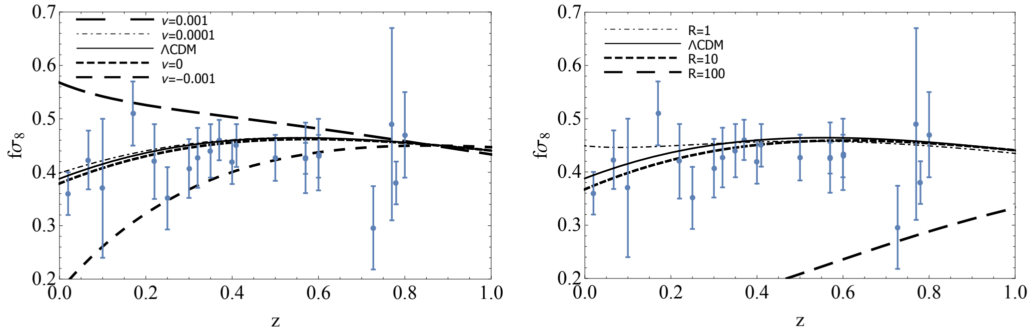


Figura 5.12: O crescimento linear usando dados de $f\sigma 8$ em função do desvio para o vermelho para viscosidade volumétrica nula e viscosidade de cisalhamento fixada em $\tilde{\eta}_0 = 10^{-6}$, para diferentes valores do expoente λ.



(a) Resultados quando a viscosidade de cisalhamento é nula.

(b) Resultados quando $R = 1$ e para $\nu = 0.01$.

Figura 5.13: O crescimento linear usando dados de $f\sigma 8$ em função do desvio para o vermelho para valores fixos de $\tilde{\xi}_0 = 10^{-6}$, mas variando R e o expoente ν.

Os níveis de confiança de 1σ e 2σ são mostrados na figura (5.14), onde os valores de melhor ajuste para os parâmetros $\tilde{\xi}_0$ e $\tilde{\eta}_0$ também estão indicados. Por conveniência e simplicidade consideramos dois parâmetros livres: os coeficientes adimensionais para as viscosidades volumétrica e de cisalhamento, $\tilde{\eta}_0$ e $\tilde{\xi}_0$, respectivamente, fixando os respectivos expoentes ν e λ iguais a zero nas equações (5.11) e (5.10). Usando o parâmetro estatístico χ^2, o melhor ajuste é obtido com $\chi_{min} = 15.67$, para valores de viscosidade $\tilde{\xi}_0 = 1,427 \times 10^{-6}$ e $\tilde{\eta}_0 = 2,593 \times 10^{-6}$. O valor pequeno de χ^2_{min} por grau de liberdade (que é aproximadamente $0,55$) está conectado com as grandes barras de erro dos dados.

Mesmo com as grandes incertezas dos dados pode-se construir estimativas de parâmetros usando analises de estatística Bayesiana. Como os valores para os coeficientes $\tilde{\xi}_0$ e $\tilde{\eta}_0$

abrangem muitas ordens de magnitude negativas, estando próximo de zero, é mais conveniente usar uma escala logarítmica para apresentar os resultados na figura (5.14). Nota-se que o ΛCDM está excluido a 1σ, mas ainda está compatível com o nível de confiança de 2σ.

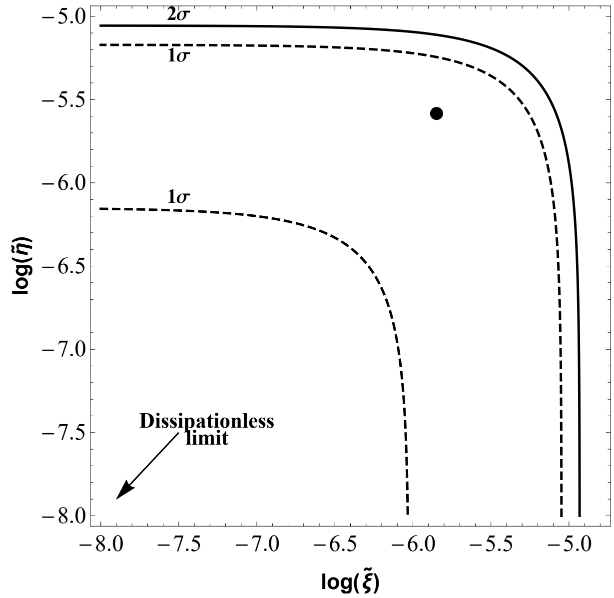


Figura 5.14: Contornos estatísticos com nível de confiança de 1σ e 2σ usando dados da tabela (5.1). O ponto indica o melhor ajuste. O caso padrão de pressão nula é descartado apenas dentro do nível de confiança mais fraco de 1σ.

5.4 O efeito de bárions no crescimento da matéria escura

Até agora o que estávamos estudando era um Universo onde todas as componentes de matéria eram do tipo ME. Investigamos aqui se uma componente bariônica separada da matéria escura modifica os limites encontrados nas propriedades da matéria escura viscosa. De fato, um cenário realístico deve levar em conta a existência dos bárions.

Galáxias são formadas quando os bárions caem nos poços de potencial de matéria escura. Esse processo se inicia em altos valores de z, quando as escalas astrofísicas de interesse ainda estão no regime linear. Quando o estágio não linear é alcançado, vários diferentes processos, como ventos estelares (um processo contínuo de perda de massa de estrelas), fundo de Supernovas ou fluxo local de ultra-violeta vindo de estrelas recentes, levam ao estágio evolucionário final das galáxias. Todos esses mecanismos físicos também envolvem efeitos de dissipação no setor de matéria bariônica, mas apenas simulações hidrodinâmicas completas (incluindo equações de Boltzmann) podem investigar o impacto dos bárions. Mas todos esses processos estão muito além da aplicabilidade da teoria de perturbação linear utilizada neste trabalho. Portanto, mantém-se o foco na formação de estruturas no regime linear, trabalhando com uma dinâmica de aglomeração como a de um fluido sem pressão.

Incluindo então bárions ($p_b = 0$) no modelo, a equação de Einstein $0-0$ é alterada, mas os componentes $i \neq j$ não são, já que o tensor energia-momento T_{ij} não é afetado pelas componentes de pressão nula. Portanto, as equações de Einstein relevantes são

$$-k^2\psi - 3\mathcal{H}\left(\psi' + \mathcal{H}\phi\right) = \frac{3}{2}\mathcal{H}_0^2 a^2 \left(\frac{\Omega_{b0}}{a^3}\Delta_b + \Omega_v \Delta_v\right), \tag{5.58}$$

$$-\frac{k^2}{2}(\phi - \psi) = \frac{3\mathcal{H}^2}{\rho}\eta\,\theta_v. \tag{5.59}$$

A nível de fundo, a nucleossíntese define bem que a densidade fracionária de matéria hoje é de $\Omega_{b0} \approx 0,05$.

A equação da continuidade é

$$\Delta_b' + a\theta_b - 3\psi' = 0, \tag{5.60}$$

e a equação de Euler

$$(a\theta_b)' + \mathcal{H}a\theta_b - k^2\phi = 0. \tag{5.61}$$

Agora, seguindo uma derivação similar que a usada anteriormente para tratar do fluido de matéria escura e aplicando novamente a aproximação quasi-estática, as equações de Einstein se tornam

$$-k^2\psi = \frac{3}{2}\mathcal{H}_0^2 a^2 \left(\frac{\Omega_{b0}}{a^3}\Delta_b + \Omega_v \Delta_v\right), \tag{5.62}$$

$$-\frac{k^2}{2}(\phi - \psi) = \frac{3\mathcal{H}^2}{\rho}\eta\,\theta_v, \tag{5.63}$$

e a equação da continuidade para ps bárions é

$$a\theta_b = -\Delta_b'. \tag{5.64}$$

Da dinâmica de fundo, temos que

$$\frac{a}{H}\frac{dH}{da} = -\frac{3}{2}\frac{H_0^2}{H^2}\left[(1+\omega_v)\Omega_v + \frac{\Omega_{b0}}{a^3}\right], \tag{5.65}$$

e

$$a\frac{d\omega_v}{da} = 3\omega_v(1+\omega_v)\left[1-\nu-\frac{\Omega_v}{2}\frac{H_0^2}{H^2}\right] - \frac{3}{2}\frac{H_0^2}{H^2}\omega_v\frac{\Omega_{b0}}{a^3}. \tag{5.66}$$

Agora usando a equação (5.66) na equação de Euler, a equação para a densidade de contraste para os bárions, $\Delta_b \equiv \delta\rho_b/(\rho_v+\rho_b)$, fica como

$$\begin{aligned}
&a^2\frac{d^2\Delta_b}{da^2} + \left\{3 - \frac{3}{2}\frac{H_0^2}{H^2}\left[\Omega_v(1+\omega_v) + \frac{\Omega_{b0}}{a^3}\right]\right\}a\frac{d\Delta_b}{da} - \frac{3}{2}\frac{H_0^2}{H^2}\frac{\Omega_{b0}}{a^3}\Delta_b \\
&= \Big[\frac{3}{2}\frac{H_0^2}{H^2}\Omega_v + \frac{2\tilde{\eta}a}{3H_0\Omega_v(1+2\omega_v)}\Big(\frac{3H\omega_v}{a} + \frac{H^2}{H_0^2}\frac{\tilde{\xi}\nu}{\Omega_v}\left(\frac{\Omega_v}{\Omega_{v0}}\right)^{\nu}\Big)\Big]\Delta_v \\
&- \frac{2\tilde{\eta}Ha}{3H_0\Omega_v(1+2\omega)}\frac{d\Delta_v}{da}.
\end{aligned} \tag{5.67}$$

A equação anterior para a perturbação da densidade do fluido viscoso (5.46) também é modificada quando são incluídos bárions, e se torna

$$\begin{aligned}
&a^2\frac{d^2\Delta_v}{da^2} + \left[3 - \frac{3}{2}\Omega_v\frac{H_0^2}{H^2} - \frac{3}{2}\frac{\Omega_{b0}}{a^3}\frac{H_0^2}{H^2} + \bar{A} + k^2B\right]a\frac{d\Delta_v}{da} \\
&+ \left(\bar{C} + k^2D\right)\Delta_v = \frac{3}{2}\frac{H_0^2}{H^2}\frac{\Omega_{b0}}{a^3}\frac{(1+2\omega_v)}{(1+\omega_v)}\Delta_b,
\end{aligned} \tag{5.68}$$

com $\Delta_v \equiv \delta\rho_v/(\rho_v+\rho_b)$ e quando os fatores B e D tem a mesma forma definida anteriormente, nas equações . (5.48) e (5.50), respectivamente, enquanto os fatores $\bar{A}$ e $\bar{C}$ aparecem na equação (5.68) são definidos, respectivamente, como

$$\bar{A} = A + \frac{3\omega_v}{2(1+2\omega_v)(1+\omega_v)}\frac{\Omega_{b0}}{a^3}\frac{H_0^2}{H^2}, \tag{5.69}$$

e

$$\bar{C} \;=\; C + \frac{9\omega_v(2+6\omega_v+5\omega_v^2)}{2(1+2\omega_v)(1+\omega_v)}\frac{\Omega_{b0}}{a^3}\frac{H_0^2}{H^2}. \tag{5.70}$$

Temos agora um sistema de dois fluidos descrito pelas equações acopladas (5.67) e (5.68) e onde o contraste da densidade dos bárions entra como um termo de fonte na equação da matéria escura viscosa.

Na seção anterior foi analisado o crescimento da sobredensidade de matéria escura viscosa (quando na ausência de bárions) assumindo $\Omega_{v0} = 0,3$. Quando a componente bariônica é incluída, tem-se agora a separação $\Omega_{matria} \equiv \Omega_v + \Omega_b$, com $\Omega_{v0} = 0,25$ e $\Omega_{b0} = 0,05$. Portanto, uma possível interpretação é que foi previamente considerado que mesmo bárions estavam sujeitos a efeitos viscosos.

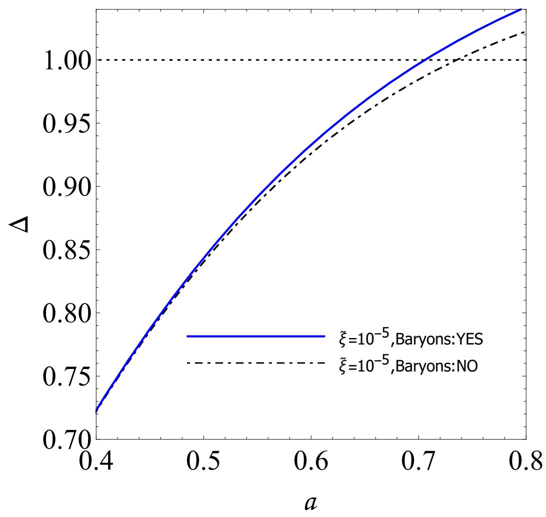


Figura 5.15: O contraste de densidade Δ como função do fator de escala a com $\tilde{\xi} = 10^{-5}$, $\nu = \lambda = 0$ e $R = 1$. A linha sólida representa Δ_{eff} (onde os bárions estão presentes). A linha ponto-tracejada é a mesma que no Painel (b) da figura 5.4.

Na figura (5.15) foi fixado $\tilde{\xi} = 10^{-5}$ e $R = 1$ no caso de viscosidades constantes como um exemplo ilustrativo do efeito dos bárion na evolução da densidade de contraste efetiva total Δ_{eff}, definida como sendo a quantidade média ponderada

$$\Delta_{\text{eff}} = \frac{\Omega_v \Delta_v + \Omega_b \Delta_b}{\Omega_v + \Omega_b}. \tag{5.71}$$

A linha com traço-ponto corresponde ao caso mostrado anteriormente no painel (b) da

Figura (5.10), enquanto na linha sólida é mostrado o caso onde bárions são levados em conta, seguindo a equação (5.71). Em ambos os casos observamos que a expansão de fundo é praticamente a mesma. Isso ocorre pois valores de viscosidade da ordem de 10^{-5} não são um desvio relevante do fundo de matéria escura fria do modelo padrão que cai com a^{-3} em valores pequenos do fator de escala.

Entretanto observamos que a inclusão de bárions faz aumentar a supressão em Δ_{eff} não ser tão eficiente para uma viscosidade fixada como no caso anterior de ausência de bárions. Portanto valores maiores do parâmetro de viscosidade são necessários para levar a mesma supressão observada anteriormente. Portanto podemos concluir que a inclusão de bárions tende a levar a limites superiores um pouco diferentes na matéria escura viscosa, de forma que a inclusão de bárions causa um leve aumento no limite superior para as viscosidades, da ordem de $\sim 8\%$ para o caso estudado de $\tilde{\xi}_0 \sim 10^{-5}$ e $R = 1$.

Capítulo 6

Modificação Fenomenológica da Gravidade

Como foi comentado em capítulo anterior, existem motivações para modificar a Teoria da Gravitação, sendo um dos principais pontos a tentativa de explicar a expansão acelerada do Universo sem a necessidade de energia escura. Ainda não temos modelos de gravidade que consigam competir com a Relatividade Geral em termos de simplicidade e motivação física, mas existem modelos que nos permitem testar desvios da teoria da gravidade de Einstein, como por exemplo modelos $f(R)$, que foram revisados no Capítulo (4).

Como vimos no Capítulo (5) ter $\phi \neq \psi$ é uma característica de tensão anisotrópica, sendo que essa desigualdade entre ϕ e ψ ocorre devido à presença da viscosidade de cisalhamento. Porém $\phi \neq \psi$ também é uma assinatura de gravidade modificada, de forma que não é possível identificar se efeitos específicos, tais como amortecimento da evolução das estruturas, são apenas devido à viscosidade de cisalhamento ou se também estão relacionados a algum possível desvio da Relatividade Geral em grandes escalas. Neste trabalho desejamos estudar se existe alguma região na evolução do contraste da densidade onde podemos identificar efeitos isolados de gravidade modificada e de viscosidade de cisalhamento.

Como abordagem para estudar efeitos de gravidade modificada na evolução das estruturas decidimos não escolher um modelo específico de modificação da gravidade, mas sim utilizar uma abordagem mais fenomenológica [26, 171]. Queremos estudar desvios da

Relatividade Geral com uma parametrização geral dos potenciais ϕ e ψ, tentando compreender se a força da gravidade em escalas cosmológicas atua da mesma forma que é observada nas proximidades da Terra.

A parametrização que vamos considerar é feita em termos dos potenciais ϕ e ψ, permitindo pequenos desvios da Relatividade Geral. Como o elemento de linha das perturbações da métrica são determinados por esses potenciais podemos modelar todos os graus de liberdade observacionalmente relevantes parametrizando esses dois potenciais como função do tempo (a) e da escala (k) [26]. Várias parametrizações podem ser consideradas, a seguir mostramos algumas mais comuns na literatura

- Usando uma função $Q(a,k)$ que modifica a equação de Poisson relativística como

$$-k^2\psi \equiv 4\pi G\left[1+Q(a,k)\right]\rho\Delta. \tag{6.1}$$

- Usando uma função $\mu(a,k)$ que modifica a equação equivalente de Poisson para ϕ

$$-k^2\phi \equiv 4\pi G\left[1+\mu(a,k)\right]\rho\Delta. \tag{6.2}$$

- Usando uma função $\Sigma(a,k)$ que modifica o potencial de Weyl da forma

$$-k^2\left(\phi+\psi\right) = 8\pi G a^2\left[1+\Sigma(a,k)\right]\rho\Delta. \tag{6.3}$$

- Usando uma função $\eta(a,k) = \frac{\psi}{\phi}$

Portanto os parâmetros Q, μ, Σ e η quantificam o desvio dos valores esperados dos potenciais gravitacionais na Relatividade Geral devido a perturbações da matéria e partículas relativísticas . No caso de η podemos desconsiderar a contribuição de partículas relativísticas em tempos tardios.

Essas funções não são independentes e de acordo com com a referência [26] é suficiente escolher apenas duas funções para descrever todas as modificações em relação a Relatividade Geral. A escolha de com quais funções trabalhar irá depender do foco da análise observacional. Por exemplo, a escolha das funções μ e Σ está mais relacionada com o que realmente observamos, pois a Radiação Cósmica de Fundo, lenteamento fraco de galáxias e o efeito Sachs-Wolfe Integrado estão relacionados com o potencial de Weyl. Mas também outras escolhas são populares, em especial as que envolvem parametrizações envolvendo $\eta(a,k) = \psi/\phi$

Temos como foco utilizar dados de $f\sigma_8$ como teste observacional para comparar com resultados do caso com viscosidade de cisalhamento. Para esse estudo é suficiente a escolha de apenas uma parametrização, como será mostrado a seguir. Escolhemos uma parametrização com a função $\mu(a,k)$, modificando a equação equivalente a de Poisson, mas para o potencial ϕ.

6.0.1 Parametrização

Antes de entrarmos a fundo nas perturbações da matéria precisamos especificar as características do fundo. Vamos seguir a estratégia das referências [26, 171] e fixar o fundo homogêneo e isotrópico idêntico ao modelo ΛCDM , pois dessa forma podemos comparar as diferenças na evolução das estruturas no caso de viscosidade de cisalhamento (com viscosidade volumétrica nula) e o caso de uma modificação da teoria da gravidade garantindo que partimos do mesmo ponto inicial (ou seja, do mesmo fundo). No geral, teorias de modificação da gravidade alteram também a dinâmica do fundo (o que é esperado, já que modificam as equações de Einstein). A possibilidade de trabalharmos com o mesmo fundo do caso com viscosidade de cisalhamento é outro ponto positivo de utilizar a parametrização fenomenológica.

Para parametrizar nosso modelo criando um pequeno desvio na teoria da Relatividade Geral vamos modificar o potencial gravitacional ϕ, que é relevante no processo de evolução das estruturas. Vamos fazer com que o potencial ϕ satisfaça uma equação do tipo Poisson

$$-k^2\phi = 4\pi G a^2 \left[1 + \mu(a,k)\right] \rho\Delta. \tag{6.4}$$

Vamos estudar, portanto, o caso da parametrização (6.4) considerando um Universo apenas com sua componente material (a contribuição da radiação é muito pequena na época de dominação da matéria, portanto vamos desconsiderar sua contribuição), e a modificação na gravitação será a responsável pela expansão acelerada do Universo. A componente material do Universo considerada neste caso é matéria escura e poeira, sendo que ambas possuem a equação de estado de pressão nula. Mesmo considerando modificações da gravidade, assumimos que as leis de conservação ainda são válidas, como a conservação do tensor energia-momento. Para este caso específico a equação da continuidade fica da forma

$$\Delta' + a\theta = 0, \tag{6.5}$$

sendo que já foi aplicada a aproximação quasi-estática e "′" indica derivada em relação ao tempo conforme. Portanto a variação da perturbação da matéria está diretamente relacionada com a perturbação da quadri-velocidade da matéria.

Nas condições do Universo supracitadas a equação da conservação de Navier-Stokes fica da forma

$$(a\theta)' + \mathcal{H}(a\theta) - k^2\phi = 0, \tag{6.6}$$

sendo que $\mathcal{H}$ indica o parâmetro de Hubble calculado em termos do tempo conforme. Observe que, ao comparar com a equação (6.5), a combinação dessas duas equações apenas já nos dá uma relação direta com a flutuação da matéria

$$\Delta'' + \mathcal{H}\Delta' + k^2\phi = 0, \tag{6.7}$$

que, em termos do fator de escala, pode ser reescrita como

$$a^2\frac{d^2\Delta}{da^2} + \left(3 + \frac{a}{H}\frac{dH}{da}\right)\frac{d\Delta}{da} + \frac{k^2\phi}{a^2H^2} = 0, \tag{6.8}$$

sendo que, agora, H é o parâmetro de Hubble medido em termos do tempo cósmico $H = \frac{1}{a}\frac{da}{t}$. A equação padrão para a evolução de Δ pode ser obtida fazendo $\phi = \psi$. Agora fazendo uso da parametrização (6.4) para relacionar ϕ com Δ

$$a^2\frac{d^2\Delta}{da^2} + \left(3 + \frac{a}{H}\frac{dH}{da}\right)\frac{d\Delta}{da} - \frac{3}{2}\Omega_m\frac{H_0^2}{H^2}\left[1 + \mu(a,k)\right]\Delta = 0. \tag{6.9}$$

Essa é a equação diferencial que temos que solucionar numericamente para estudar a evolução de Δ.

Uma observação importante deve ser feita sobre a equação (6.9). Comparando-a com a equação (5.45) identificamos imediatamente que cada uma atua de forma isolada no coeficiente de Δ (gravidade modificada) e no termo de Δ' (viscosidade de cisalhamento). Isso não é específico apenas deste tipo de parametrização mais fenomenológica, mas sim uma característica de modelos de gravidade modificada. Várias referências podem ser consultadas, como exemplo [26, 172, 173]. Isso mostra que na teoria os efeitos de cada um são diferentes e distinguíveis. Precisamos ver agora se numericamente é possível distingui-los.

6.0.2 A forma de $\mu(a, k)$

Agora precisamos analisar qual a forma de $\mu(a, k)$. Existem várias formas apresentadas na literatura [26, 158, 171, 174, 175], portanto vamos nos basear na literatura para definir a forma de $\mu(a, k)$.

Vamos começar nos baseando na parametrização usada na referência (Planck,2015) [26] onde é proposta uma parametrização da forma

$$\mu(a, k) = 1 + f_1(a)\frac{1 + c_a(\lambda H/k)^2}{1 + (\lambda H/k)^2} \tag{6.10}$$

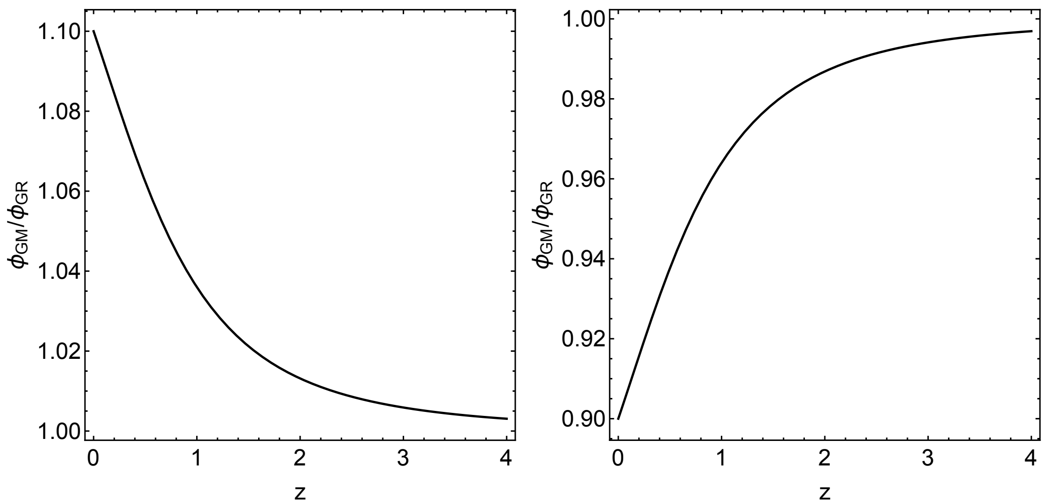
sendo que f_1 é uma função que depende apenas do tempo e mede a amplitude do desvio da Relatividade Geral (que corresponde a $\mu = 1$). c_1 e λ são parâmetros constantes, sendo que c_1 nos dá informação sobre a dependência com a escala. Para pequenas escalas (k grande) temos $\mu \to f_1(a)$ e para grandes escalas (k pequeno) temos $\mu \to 1 + f_1(a)c_1$. Portanto, nas prática a dependência com a escala não realiza um papel importante na escala de interesse desse trabalho (grandes escalas). Isso também é confirmado pela referência (Planck,2015) que ao realizar simulações de Monte Carlo (um método que repete simulações um número elevado de vezes) para comparar predições teóricas com diferentes combinações de dados a dependência com a escala não levava a uma função χ^2 (função estatística utilizada para avaliar modelos em relação aos dados observacionais) significativamente menor em relação ao caso independente da escala. Assim (Planck,2015) resolveu manter uma parametrização independente da escala. Neste trabalho vamos também trabalhar apenas com parametrizações independentes da escala, portanto $\mu(a, k) = \mu(a)$.

Tendo em mente o resultado acima, vamos aplicar primeiramente a seguinte forma para $\mu(a)$

$$\mu_1(a) = 1 + E_1 \frac{H_0^2}{H^2} \tag{6.11}$$

sendo qeu E_1 é um parâmetro constante (o parâmetro c foi incorporado em E_1). Observe que no passado o parâmetro de Hubble é grande, implicando em menores desvios da RG no passado e o sub-índice "1"em μ_1 é usado apenas para identificar a primeira forma que assumimos para μ. Os desvios do potencial ϕ parametrizado pela equação (6.11) está apresentado na Figura (6.2). O valor $E_1 = 0$ corresponde ao modelo ΛCDM.

Vamos agora aplicar a forma da equação (6.11) na equação (6.9) e resolvendo numericamente, (nós seguimos os mesmos passos descritos na seção (5)) e dessa forma calculamos o observável $f\sigma_8(z)$. O resultado numérico está apresentado na Figura (6.3). As região vermelha corresponde ao modelo com viscosidade de cisalhamento, a região verde corresponde ao modelo de gravidade modificada baseada na forma de $\mu_1(a)$ e a linha preta é o modelo ΛCDM.

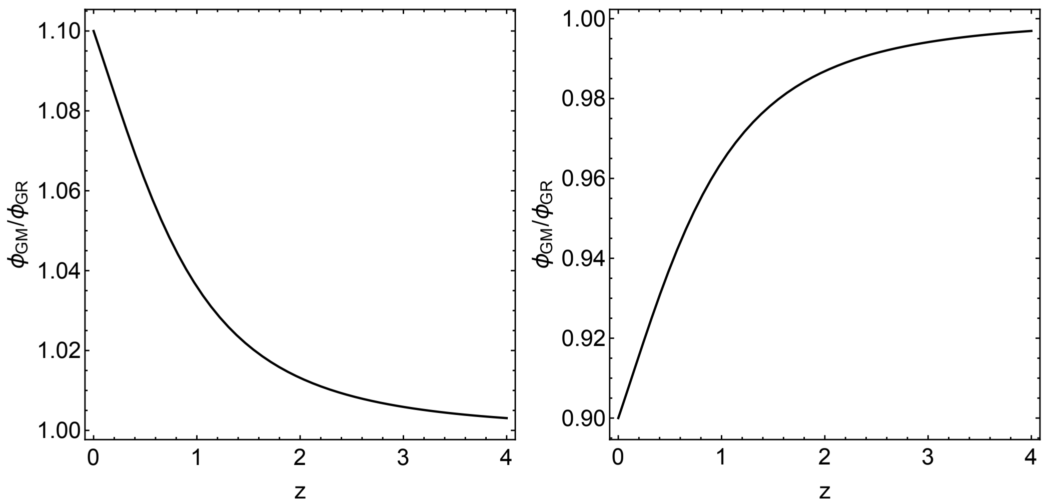


(a) Parâmetro $E_1 = 0,1$.

(b) Parâmetro $E_1 = -0,1$.

Figura 6.1: É plotado a razão entre os potenciais gravitacionais do modelo com gravidade modificada ϕ_{GM} para a parametrização (6.11) e o potencial gravitacional da RG ϕ_{GR} em função do desvio para o vermelho para dois diferentes valores do parâmetro E_1.

Usando o resultado encontrado anteriormente para o melhor ajuste de $\tilde{\eta}_0$ [25] sendo $\tilde{\eta}_0 = 2,593 \times 10^{-6}$ como um limite superior para o valor da viscosidade de cisalhamento fizemos variar $0 \leq \tilde{\eta}_0 \leq 2,593 \times 10^{-6}$, que está representado pela região vermelha da Figura (6.3) . Como $\tilde{\eta}_0$ apenas pode assumir valores positivos o efeito de viscosidade de cisalhamento é apenas do tipo de supressão. Já para os resultados do modelo de modificação da gravidade nós fizemos com que o valor inferior de $f\sigma_8$ coincidisse com o valor em $a_0 = 1$ ($z = 0$) correspondente no caso de viscosidade de cisalhamento. Portanto, a última linha da região vermelha (mais distante de ΛCDM) coincide com a última linha da região vermelha, e para fazer com que elas coincidissem fizemos com que o parâmetro E_1 variasse nos intervalos $-0,3 \leq E_1 \leq 0,3$. Observe que ambos modelos assumem o mesmo comportamento assimptótico para grandes desvios para o vermelho. Do painel (b) da Figura (6.3) é possível ver que há um desvio para o vermelho ótimo para identificar a diferença entre os dois modelos, que tem seu valor máximo próximo de $z \approx 0.4$. Mesmo que a diferença entre os dois modelos seja pequena ($\lesssim 0,5\%$), isso nos dá evidência em como distinguir modelos caracterizados por $\phi \neq \psi$.



(a) Parâmetro $E_1 = 0,1$.

(b) Parâmetro $E_1 = -0,1$.

Figura 6.2: É plotado a razão entre os potenciais gravitacionais do modelo com gravidade modificada ϕ_{GM} para a parametrização (6.11) e o potencial gravitacional da RG ϕ_{GR} em função do desvio para o vermelho para dois diferentes valores do parâmetro E_1.

Vamos estudar agora uma segunda forma para $\mu(a)$ baseado na referência [175], onde

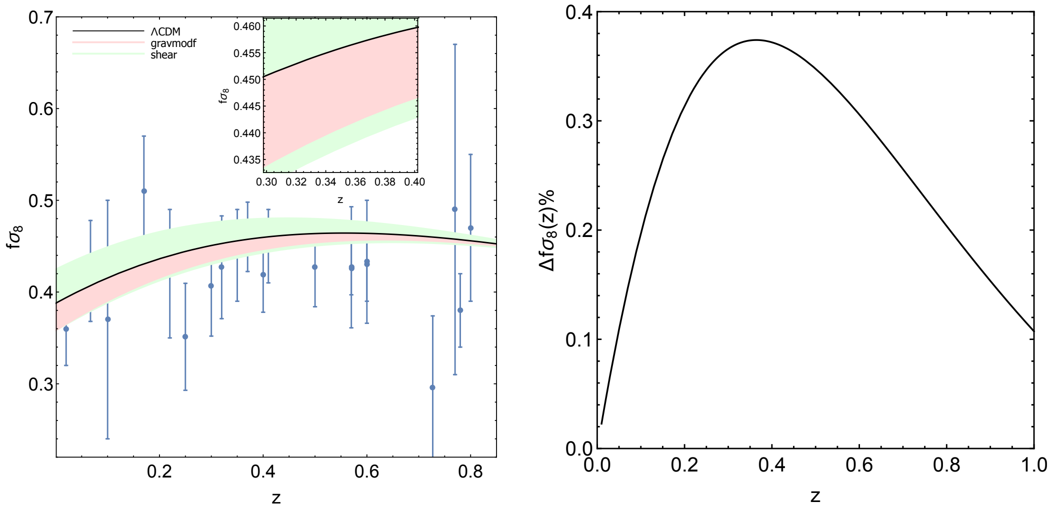


Figura 6.3: Painel da esquerda: o observável $f\sigma_8$ em função do desvio para o vermelho. Para o caso viscoso a região vermelha corresponde ao alcance do parâmetro viscoso $0 \leq \tilde{\eta}_0 \leq 2,593 \times 10^{-6}$. A região verde mostra o comportamento do modelo com gravidade modificada com a parametrização μ_1 e o parâmetro E_1 assume valores entre $-0,22 \leq E_1 \leq 0,3$. Painel da direita: a diferença relativa entre a linha vermelha mais inferior e a linha verde mais inferior.

a forma desta função é

$$\mu_2(a) = 1 + \left(E_2 e^{-\frac{k}{kc}} - 1\right) \tag{6.12}$$

onde fixamos a escala em $k = 0,1$, garantindo assim estarmos dentro do regime linear em a_0 e é um modo sub-horizonte. Os parâmetros E_2 e k_c são constantes e o limite RG ocorre quando $E_2 = 1$ e $k_c \to \infty$. Na Figura (6.4) está apresentado a forma dessa função em função do desvio para o vermelho, que é constante.

Na Figura (6.4) estão apresentados o comportamento do modelo de gravidade modificada em comparação com o caso de viscosidade de cisalhamento para o caso da parametrização (6.12). Observe no segundo painel que o ponto em que as diferenças entre gravidade modificada e viscosidade de cisalhamento ocorre em desvio para o vermelho maior que o caso anterior, sendo que é uma diferença a nível de 2% e ocorre em torno de $z \approx 0,7$.

Observamos das duas análises feitas acima podemos observar mais uma característica de modelos de gravidade modificada: eles podem modificar a gravidade tornando-a mais intensa ou menos intensa. Isso pode ser observado nas linhas verdes que estão tanto abaixo como acima da linha preta do ΛCDM. O caso de ME com viscosidade de cisalhamento

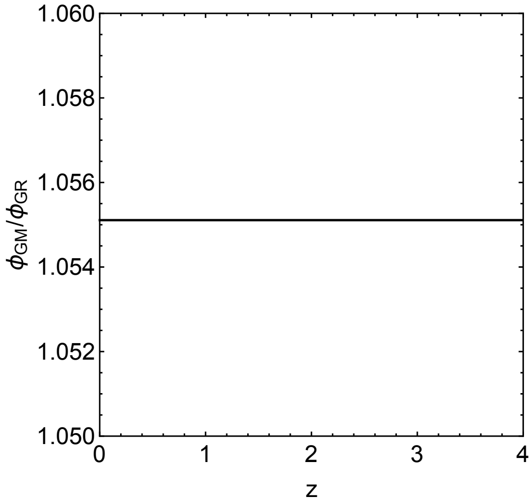
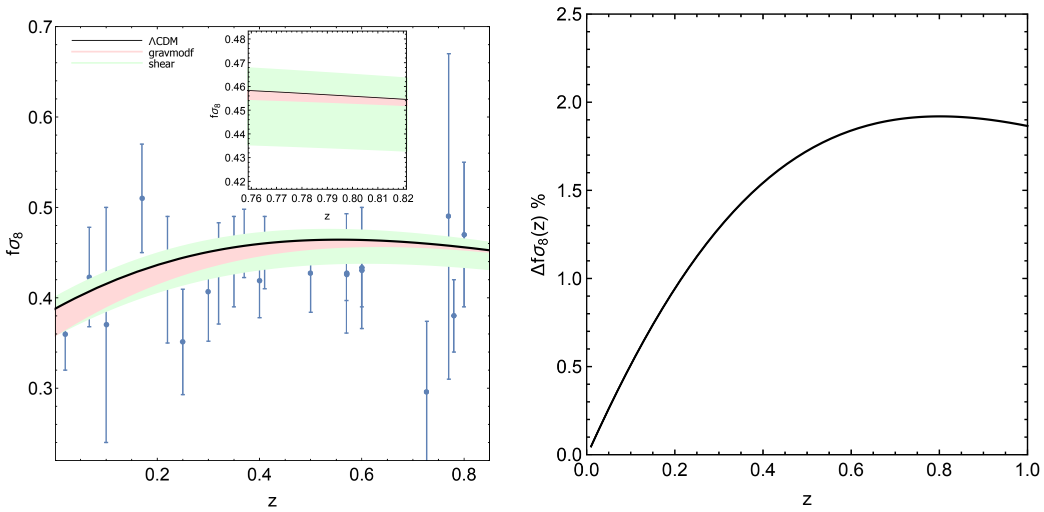


Figura 6.4: É plotado a razão entre os potenciais gravitacionais do modelo com gravidade modificada $\phi_G M$ para a parametrização (6.11) e o potencial gravitacional da RG ϕ_{GR} em função do desvio para o vermelho. A diferença entre os modelos é constante em termos do desvio para o vermelho



(a) Parâmetro $\mu = 0,1$.

(b) Parâmetro $\mu = -0,1$.

Figura 6.5: Painel da esquerda: o observável $f\sigma_8$ em função do desvio para o vermelho. Para o caso viscoso a região vermelha corresponde ao alcance do parâmetro viscoso $0 \leq \tilde{\eta}_0 \leq 2,593 \times 10^{-6}$. A região verde mostra o comportamento do modelo com gravidade modificada com a parametrização μ_2 e os parâmetros E_2 e k_2 assumem valores entre $0,92 \leq E_2 \leq 1,1$ e $2,2 \leq k_c \leq 2,4$. Painel da direita: a diferença relativa entre a linha vermelha mais inferior e a linha verde mais inferior.

apenas tem efeito de amortecimento das estruturas, e por isso as linhas vermelhas estão sempre abaixo de ΛCDM.

Podemos explicar essa diferença entre os casos de gravidade modificada e de viscosidade de cisalhamento. Para comodidade do leitor irei reescrever a equação para Δ no caso de um Universo viscoso apenas com viscosidade de cisalhamento, que é a seguinte:

$$a^2\frac{d^2\Delta_{viscoso}}{da^2} + \left(3 - \frac{3}{2}\Omega_v\frac{H_0^2}{H^2} + A + k^2 B\right) a\frac{d\Delta_{viscoso}}{da}$$
$$+ \left(C + k^2 D\right)\Delta_{viscoso} = 0, \tag{6.13}$$

com $A = \frac{2\tilde{\eta}}{3\Omega_v^2}\frac{H}{H_0}$, $B = \frac{4\tilde{\eta}}{27a^2\Omega_v H H_0}$, $C = -\frac{3}{2}\Omega_v\frac{H_0^2}{H^2}$ e $D = 0$. Portanto a viscosidade de cisalhamento afeta apenas o termo de $d\Delta/da$, e como η apenas pode ser positivo (deve ser positivo para não violar a segunda lei da termodinâmica), implicando que o termo $\left(3 - \frac{3}{2}\Omega_v\frac{H_0^2}{H^2} + A + k^2 B\right) > 0$, tendo sempre efeito de amortecimento no crescimento das estruturas.

Já no caso de gravidade modificada a equação é

$$a^2\frac{d^2\Delta_{grav.modf.}}{da^2} + \left(3 + \frac{a}{H}\frac{dH}{da}\right)\frac{d\Delta_{grav.modf.}}{da} - \frac{3}{2}\Omega_m\frac{H_0^2}{H^2}\left[1 + \mu(a,k)\right]\Delta_{grav.modf.} = 0, \tag{6.14}$$

e o termo de modificação μ afeta apenas as contribuições de Δ. Mas como não há restrições de sinal para μ, ele pode assumir valores positivos e negativos, tornando assim a gravidade mais ou menos intensa.

Capítulo 7

Perspectivas Futuras : Ondas Gravitacionais

Com a recente detecção de ondas gravitacionais feita pela colaboração *LIGO* (*Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory*) do sinal GW150914, se iniciou uma nova etapa na cosmologia, indo ao caminho de confirmar as predições de Einstein de que a gravidade não age de forma instantânea, mas que se propaga com a velocidade da luz. A primeira detecção [176] foi observada em 14 de setembro de 2015, e conclusões foram feitas de que os sinais recebidos se devem à colisão e fusão de dois buracos negros (que até este momento nunca haviam sido observados) que ocorreu em uma galáxia distante a mais de 1 bilhão de anos luz da Terra. A detecção foi feita por apenas dois detectores, um localizado em *Livingston, Louisiana* e o outro em *Hanford, Whashington*, ambos nos Estados Unidos

A Colaboração LIGO não colocou limites na velocidade das ondas gravitacionais, mas trabalhos posteriores, utilizando o sinal GW150914, colocaram o seguinte limite superior na velocidade das ondas gravitacionais [177]

$$c_{gw} < 1,7c, \tag{7.1}$$

sendo c a velocidade da luz no vácuo. Porém esse não foi o único sinal detectado até hoje, e limitações mais precisas foram feitas na velocidade de propagação das ondas gravitacionais.

O tempo de atraso entre os sinais das ondas gravitacionais que chegam entre detectores bem afastados podem ser usados para colocar limites superior e inferior na velocidade de propagação das ondas gravitacionais. A partir das três primeiras detecções de ondas gravitacionais das Colaborações $LIGO$ e $VIRGO$ foi colocado novos limites na velocidade de propagação das ondas gravitacionais com precisão de 90% [178]

$$0,55c < c_{gw} < 1,42c. \tag{7.2}$$

Pouco depois da publicação do resultado acima foi publicado um novo artigo colocando limitações ainda mais fortes na velocidade de propagação das ondas gravitacionais [179].

$$3 \times 10^{-15}c < c_{gw} < 7 \times 10^{-16}c. \tag{7.3}$$

Essa limitação foi feita baseada em dados da colaboração $LIGO$, $VIRGO$ e $FERMI$ utilizaram sinais de um evento de fusão de estrelas de nêutrons (que foi o sinal $GW170817$), e essa precisão na limitação de c_{gw} se deu pois não houve apenas emissão de ondas gravitacionais, mas também de raios gamma.

Com limitações tão fortes na velocidade das ondas gravitacionais devemos nos preocupar em estudar se os modelos impactam nessa velocidade de propagação. Caso o modelo altere o valor predito da velocidade de propagação das ondas gravitacionais de forma a ficar fora do intervalo previsto por observações, então o modelo deve ser descartado. Com isso em mente, temos que ser cuidadosos e estudar se a inclusão de viscosidade de cisalhamento altera a predição para essa velocidade. Como ao incluir viscosidades de cisalhamento estamos apenas alterando o tensor momento-energia, não deve haver mudança na velocidade de propagação das ondas gravitacionais.

Desenvolvendo a equação da onda gravitacional identificamos duas soluções exatas para a perturbação da métrica. Vamos então apresentar o desenvolvimento da equação da onda gravitacional. Vamos começar definindo o calibre síncrono para efetuar as perturbações da métrica. A métrica perturbada escrita no calibre síncrono tem a seguinte forma

$$ds^2 = dt^2 + \left(h_{ij} - a^2(t)\delta_{ij}\right) dx^i dx^j, \tag{7.4}$$

sendo t o tempo cósmico. Para os modos tensoriais o calibre síncrono é invariante de calibre. Além disso, escolha deste calibre também traz uma maior simplicidade nos cálculos.

Estamos interessados aqui nas perturbações da equação de Einstein induzidas por modos tensoriais. O tensor de Einstein, em primeira ordem, pode ser escrita como

$$\delta G^i_j = \delta R^i_j, \tag{7.5}$$

sendo que o termo δ na frente das grandezas indica a perturbação dessa grandeza. As componentes da equação de Einstein estão escritas abaixo:

$$\begin{aligned}
\delta G^j_i &= \frac{1}{2a^2}\left[\ddot{h}_{ij} - H\dot{h}_{ij} - 2\frac{\ddot{a}}{a}h_{ij} - \frac{1}{a^2}\nabla^2 h_{ij}\right], \\
\delta T^i_j &= -\eta\left(\frac{h_{ij}}{a^2}\right)^{\cdot}.
\end{aligned} \tag{7.6}$$

Aplicando as componentes acima à equação de Einstein chegamos à seguinte equação, escrita em termos do tempo cósmico:

$$\ddot{h}_{ij} - (H - 2\bar{\eta})\,\dot{h}_{ij} + \left(\frac{k^2}{a^2} - 2\frac{\ddot{a}}{a} - 4H\bar{\eta}\right)h_{ij} = 0. \tag{7.7}$$

Passando para o tempo conforme τ, definido como $dt = ad\tau$, e suprimindo os índices das componentes de ondas gravitacionais, a equação assume a forma

$$h'' - 2\left(\frac{a'}{a} - \bar{\eta}a\right)h' + \left[k^2 - 2\frac{a''}{a} + 2\left(\frac{a'}{a}\right)^2 - 4a'\bar{\eta}\right]h = 0. \tag{7.8}$$

Agora, com o intuito de procurar soluções analíticas, vamos colocar a equação na forma de um oscilador harmônico paramétrico fazendo uma redefinição da perturbação da métrica h:

$$h = ae^{-I}\lambda, \quad I = \int a\bar{\eta}d\tau. \tag{7.9}$$

e as derivadas de h são reescritas da seguinte forma:

$$h = ae^{-I}\lambda, \tag{7.10}$$
$$h' = ae^{-I}\left[\lambda' + \left(\frac{a'}{a} - \bar{\eta}a\right)\lambda\right], \tag{7.11}$$
$$h'' = ae^{-I}\left[\lambda'' + 2\left(\frac{a'}{a} - \bar{\eta}\right)\lambda' + \left(\frac{a''}{a} - 3\bar{\eta}a' - \bar{\eta}'a + \bar{\eta}^2a^2\right)\right]. \tag{7.12}$$

Aplicando as alterações acima na equação (7.8), chegamos na equação da onda gravitacional na forma paramétrica

$$\lambda'' + \left[k^2 - \frac{a''}{a} - 3\bar{\eta}a' - \bar{\eta}'a - \bar{\eta}^2a^2\right]\lambda = 0. \tag{7.13}$$

Agora vamos apresentar dois casos particulares para os quais encontramos soluções analíticas. Vamos aqui supor um fundo dominado por matéria, de forma que podemos escrever o fator de escala e a densidade ρ em termos do tempo conforme

$$a = a_0\tau^2, \tag{7.14}$$
$$\rho = \rho_0 a^{-3} = \bar{\rho}_0\tau^{-6}. \tag{7.15}$$

e vamos supor também que o coeficiente de viscosidade é dado por

$$\bar{\eta} = \bar{\eta}_0\rho^{\mu} = \tilde{\eta}_0\tau^{-6\mu}. \tag{7.16}$$

Aplicando a, ρ e $\bar{\eta}$ na equação (7.13) temos

$$\lambda'' + \left[k^2 - \frac{2}{\tau^2} + 6\left(\mu - 1\right)\tilde{\eta}_0 a_0\tau^{1-6\mu} - \left(\tilde{\eta}_0 a_0\right)^2\tau^{2(1-6\mu)}\right]\lambda = 0. \tag{7.17}$$

Caso particular 1

Para o caso específico que a potência do coeficiente de viscosidade é $\mu = 1/6$ a equação (7.17) fica da forma

$$\lambda'' + \left[k^2 - \frac{2}{\tau^2} - 5\tilde{\eta}_0 a_0 - \tilde{\eta}_0^2 a_0^2\right]\lambda = 0. \tag{7.18}$$

Agora escrevendo a equação em uma forma simplificada vamos definir k_0

$$k_0 = k^2 - 5\tilde{\eta}_0 a_0 - \tilde{\eta}_0^2 a_0^2, \tag{7.19}$$

e aplicando k_0 a equação da onda fica na forma

$$\lambda'' + \left(k_0 - \frac{2}{\tau^2}\right)\lambda = 0. \tag{7.20}$$

Substituindo $\lambda = \sqrt{\tau}\gamma$ temos a seguinte equação

$$\gamma'' + \frac{\gamma'}{\tau} + \left[k_0 - \frac{9}{4\tau^2}\right]\gamma = 0. \tag{7.21}$$

A solução dessa equação diferencial é uma função de Bessel da forma

$$\lambda = \sqrt{\tau}\left[c_1 J_{\frac{3}{2}}\left(\sqrt{k_0}\tau\right) + c_2 J_{-\frac{3}{2}}\left(\sqrt{k_0}\tau\right)\right]. \tag{7.22}$$

Vamos, por fim, retornar às variáveis originais e chegar na solução para h

$$h = h_0 \tau^{\frac{5}{2}} e^{-\bar{\eta}_0 a_0 \frac{\bar{\eta}^2}{2}} \left[c_1 J_{\frac{3}{2}}\left(\sqrt{k_0}\tau\right) + c_2 J_{-\frac{3}{2}}\left(\sqrt{k_0}\tau\right)\right]. \tag{7.23}$$

Nessa expressão, h_0 é uma constante de integração. Em grandes escalas, em que $k \to 0$, k_0 se torna negativo e a função de Bessel se torna uma função de Bessel modificada, e instabilidades podem aparecer devido ao comportamento assintótico exponencial.

Essa solução pode ser reescrita em termos do fator de escala

$$h = h_0 a^{\frac{5}{4}} e^{-\frac{\bar{\eta}_0}{2} a} \left[c_1 J_{\frac{3}{2}}\left(\sqrt{\frac{k_0}{a_0(1+z)}}\right) + c_2 J_{-\frac{3}{2}}\left(\sqrt{\frac{k_0}{a_0(1+z)}}\right)\right]. \tag{7.24}$$

Caso particular 2

Para o caso específico que a potência do coeficiente de viscosidade é $\mu = 1/3$ a equação (7.17) fica da forma

$$\lambda'' + \left[k^2 - \frac{(2 + \eta_0^2 a_0^2)}{\tau^2} - 4\frac{\eta_0 a_0}{\tau}\right]\lambda = 0. \tag{7.25}$$

Com o objetivo de chegar a uma solução exata para essa equação diferencial vamos definir as seguintes transformações

$$k^2 = -\frac{q}{4}, \ \ \tau = \sqrt{q}z, \ \ \kappa = -4\frac{\eta_0 a_0}{\sqrt{q}}, \ \ \mu^2 = \frac{9}{4} + \eta_0^2 a_0^2, \tag{7.26}$$

e aplicando-as, a equação da onda assume a seguinte forma

$$\lambda'' + \left[-\frac{q}{4} + \frac{(\frac{1}{4} - \mu^2)}{qz^2} + \frac{\kappa}{z} \right] \lambda = 0. \tag{7.27}$$

Essa é a equação de Whittaker, com $q = 1$, com soluções

$$\lambda_1 = e^{-\frac{1}{2}z} \, z^{\mu+\frac{1}{2}} F_1 \left(\frac{1}{2} + \mu - \kappa, 1 + 2\mu, z \right) \tag{7.28}$$

$$\lambda_2 = e^{-\frac{1}{2}z} \, z^{\mu+\frac{1}{2}} U \left(\frac{1}{2} + \mu - \kappa, 1 + 2\mu, z \right), \tag{7.29}$$

onde

$$U(a,b,c) = \frac{\pi}{\sin \pi b} \left[\frac{{}_1F_1(a,b,z)}{\Gamma(1+a-b)\Gamma(b)} - z^{1-b} \frac{{}_1F_1(1+a-b, 2-b, z)}{\Gamma(a)\Gamma(2-b)} \right], \tag{7.30}$$

e a função ${}_1F_1(a,b,z)$ é a função hipergeométrica confluente.

Apresentamos então dois casos de solução exata da equação da onda gravitacional. Ter soluções exatas é excelente, pois nos permite ter uma compreensão melhor da contribuição de cada termo. Vamos dar continuidade a este trabalho encontrando a forma final da velocidade de propagação das ondas gravitacionais. Observe que a inclusão de viscosidade de cisalhamento altera apenas o termo $T_{\mu\nu}$ da equação de Einstein, e portanto esperamos que a velocidade das ondas gravitacionais não sejam alteradas. É esperado que a inclusão de η na equação (7.8) altere apenas a amplitude a onda. Este trabalho está em desenvolvimento.

Capítulo 8

Considerações Finais

Este trabalho foi dedicado a estudar modelos com viscosidades volumétrica e de cisalhamento combinadas, e seu impacto na formação das estruturas do Universo. Diferentemente de modelos de unificação do setor escuro, mantivemos a constante cosmológica no fundo homogêneo e isotrópico como sendo a principal responsável pela aceleração cósmica. Nosso estudo foi motivado por algumas possíveis tensões no modelo ΛCDM, como o fato de que a colaboração do satélite Planck observou menos aglomerados de galáxias do que era esperado, o problema da excessiva aglomeração de matéria devido à natureza da Matéria Escura Fria e o problema da falta de satélites. O excesso aparente de estruturas indica ser necessária a introdução de algum mecanismo capaz de suprimir o crescimento do contraste de densidade.

Estudos anteriores já exploraram efeitos de viscosidade volumétrica, mas efeitos de viscosidade de cisalhamento em geral não costumam ser relevados. A nível de fundo realmente a viscosidade de cisalhamento não deve ser considerada relevante, pois como a viscosidade de cisalhamento é anisotrópica, ela compromete a homogeneidade e isotropia do Universo. Mas em nosso estudo vimos que a nível perturbativo a contribuição da viscosidade de cisalhamento pode ser tão eficiente quanto a viscosidade volumétrica para amortecer o crescimento de estruturas e adiando a transição para o regime não linear.

Nossos resultados para a viscosidade volumétrica isolada estão de acordo com as referências [23, 137, 146], indicando que a matéria escura com viscosidade volumétrica pode aliviar o excesso de potência que existe no cenário de matéria escura fria. Por outro lado, quando o efeito da viscosidade de cisalhamento é considerado, nossos resultados mostram um fortalecimento da supressão da potência em pequenas escalas. Fizemos um estudo do contraste da densidade com dados de $f\sigma_8$ para avaliar a força do amortecimento das viscosidades estudadas, e também fizemos uma análise estatística para colocar limites superiores no valores de viscosidade volumétrica e de cisalhamento possíveis de serem implementados, que são $\xi \lesssim 1,427 \times 10^{-6} H_0/(24\pi G) \sim 4,0 \times 10^{-12} GeV^3 \simeq 58,6 Pa\, seg$ e $\eta \lesssim 2,593 \times 10^{-6} H_0/(24\pi G) \sim 7,8 \times 10^{-12} GeV^3 \simeq 106,5 Pa\, seg$, respectivamente. Vale ser relembrado que esses resultados foram obtidos considerando análises simples onde os parâmetros ξ e η são constantes e bárions não são considerados.

Os resultados obtidos neste trabalho podem se tornar importantes futuramente para ajudar a limitar os candidatos de matéria escura, já que efeitos de viscosidade aqui considerados podem estar associados com propriedades intrínsecas da matéria escura. Foi mostrado também na referência [77] que a inclusão de viscosidades de cisalhamento podem resolver a tensão entre medidas da radiação cósmica de fundo e de estruturas em grandes escalas. Esta etapa do trabalho resultou em um artigo publicado [25]

Estudamos também a degenerescência do caso de viscosidade de cisalhamento com modelos de gravidade modificada. Aqui usamos uma modelo de gravidade modificada mais fenomenológico de forma a poder mantermos a mesma base do modelo com viscosidade de cisalhamento. Tivemos dificuldades em encontrar parametrizações distintas para deixarmos o estudo mais completo. Fizemos o estudo de duas parametrizações, mas o trabalho ainda está em desenvolvimento.

Apresentamos aqui alguns resultados parciais comparando modelo de gravidade unificada com modelo com matéria escura viscosa (com viscosidade de cisalhamento) e mostramos que em teoria a contribuição desses efeitos é totalmente distinta, porém a análise numérica indica a existência de uma região de degenerescência na predição dos dois modelos para o teste observacional de $f\sigma_8$. Identificamos que existem desvios para o vermelho ótimos para identificar diferenças entre os dois modelos. Resultados deste trabalho estão sendo agrupados e a escrita de um artigo está em andamento, na etapa final para ser enviado para publicação.

Possíveis continuações deste trabalho seriam explorar o nível não linear e introduzir uma descrição causal para o fluido viscoso, usando, como exemplo, o formalismo de Muler-Israel-Stewart. Existe uma discussão em andamento sobre o impacto da viscosidade de cisalhamento nas ondas gravitacionais, que é um estudo essencial, pois caso impacte de forma considerável na velocidade das ondas gravitacionais, o modelo pode estar comprometido. Isso se dá devido às recentes detecções de ondas gravitacionais.

Referências Bibliográficas

[1] P. A. R. Ade *et al.* [Planck Collaboration], Astron. Astrophys. **594**, A13 (2016) doi:10.1051/0004-6361/201525830

[2] N. W. Boggess *et al.*, Astrophys. J. **397**, 420 (1992). doi:10.1086/171797

[3] P. A. R. Ade *et al.* [Planck Collaboration], Astron. Astrophys. **594**, A24 (2016) . doi:10.1051/0004-6361/201525833

[4] I. H. Brevik and L. T. Heen, Astrophys. Space Sci. **219**, 99 (1994). doi:10.1007/BF00657862

[5] S. Nojiri and S. D. Odintsov, Gen. Rel. Grav. **38**, 1285 (2006) doi:10.1007/s10714-006-0301-6

[6] S. Nojiri and S. D. Odintsov, Phys. Rev. D **72** (2005) 023003 doi:10.1103/PhysRevD.72.023003

[7] S. Nojiri and S. D. Odintsov, Phys. Lett. B **562** (2003) 147 doi:10.1016/S0370-2693(03)00594-X

[8] W. Zimdahl, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **280**, 1239 (1996) doi:10.1093/mnras/280.4.1239

[9] I. Brevik, V. V. Obukhov and A. V. Timoshkin, Astrophys. Space Sci. **355**, 399 (2015) doi:10.1007/s10509-014-2163-9

[10] I. Brevik, Entropy **17**, 6318 (2015) doi:10.3390/e17096318

[11] N. Mostafapoor and O. Gron, Astrophys. Space Sci. **343**, 423 (2013) doi:10.1007/s10509-012-1205-4

[12] I. Brevik, R. Myrzakulov, S. Nojiri and S. D. Odintsov, Phys. Rev. D **86**, 063007 (2012) doi:10.1103/PhysRevD.86.063007

[13] I. Brevik, E. Elizalde, S. Nojiri and S. D. Odintsov, Phys. Rev. D **84**, 103508 (2011) doi:10.1103/PhysRevD.84.103508

[14] I. Brevik, Ø. Grøn, J. de Haro, S. D. Odintsov and E. N. Saridakis, Int. J. Mod. Phys. D **26**, no. 14, 1730024 (2017) doi:10.1142/S0218271817300245

[15] R. Maartens, Class. Quant. Grav. **12**, 1455 (1995). doi:10.1088/0264-9381/12/6/011

[16] O. Gron, Astrophys. Space Sci. **173**, 191 (1990). doi:10.1007/BF00643930

[17] C. E. Laciana, Gen. Rel. Grav. **49**, no. 5, 62 (2017) doi:10.1007/s10714-017-2215-x

[18] K. Bamba and S. D. Odintsov, Eur. Phys. J. C **76**, no. 1, 18 (2016) doi:10.1140/epjc/s10052-015-3861-3

[19] H. E. S. Velten, R. F. vom Marttens and W. Zimdahl, Eur. Phys. J. C **74**, no. 11, 3160 (2014) doi:10.1140/epjc/s10052-014-3160-4

[20] W. Zimdahl, W. S. Hipolito-Ricaldi and H. E. S. Velten, J. Phys. Conf. Ser. **314**, 012057 (2011) doi:10.1088/1742-6596/314/1/012057

[21] H. Velten and D. J. Schwarz, JCAP **1109**, 016 (2011) doi:10.1088/1475-7516/2011/09/016

[22] W. S. Hipolito-Ricaldi, H. E. S. Velten and W. Zimdahl, Phys. Rev. D **82**, 063507 (2010). doi:10.1103/PhysRevD.82.063507

[23] H. Velten, Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys. **11**, 1460013 (2014). doi:10.1142/S0219887814600135

[24] H. Velten and D. Schwarz, Phys. Rev. **D86**, 083501 (2012). doi:10.1103/PhysRevD.86.083501

[25] C. M. S. Barbosa, H. Velten, J. C. Fabris and R. O. Ramos, Phys. Rev. D **96**, no. 2, 023527 (2017) doi:10.1103/PhysRevD.96.023527

[26] P. A. R. Ade *et al.* [Planck Collaboration], Astron. Astrophys. **594**, A14 (2016) doi:10.1051/0004-6361/201525814

[27] P. Coles and F. Lucchin, Chichester, UK: Wiley (2002) 492 p

[28] A. Faessler, R. Hodak, S. Kovalenko and F. Simkovic, Int. J. Mod. Phys. E **26**, no. 01n02, 1740008 (2017) doi:10.1142/S0218301317400080

[29] S. Dodelson, Amsterdam, Netherlands: Academic Pr. (2003) 440 p

[30] P. A. R. Ade *et al.* [Planck Collaboration], Astron. Astrophys. **571**, A16 (2014) doi:10.1051/0004-6361/201321591

[31] M. Persic, P. Salucci and F. Stel, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **281**, 27 (1996) doi:10.1093/mnras/281.1.27, 10.1093/mnras/278.1.27

[32] Rubin, V. C.; Ford, W. K., Jr.; Thonnard, N., Astrophysical Journal, Part 1, vol. 238, June 1, 1980, p. 471-487. doi:10.1086/158003

[33] P. J. E. Peebles and B. Ratra, Rev. Mod. Phys. **75**, 559 (2003) doi:10.1103/RevModPhys.75.559

[34] S. Weinberg, (Wiley, New York, 1972).

[35] C. Eckart, Phys. Rev. **58**, 919 (1940).

[36] V. Mukhanov, Cambridge University Press, Oxford, 2005.

[37] B. Moore, S. Ghigna, F. Governato, G. Lake, T. R. Quinn, J. Stadel and P. Tozzi, Astrophys. J. **524**, L19 (1999). doi:10.1086/312287

[38] A. A. Klypin, A. V. Kravtsov, O. Valenzuela and F. Prada, Astrophys. J. **522**, 82 (1999). doi:10.1086/307643

[39] J. F. Navarro, C. S. Frenk and S. D. M. White, Astrophys. J. **462**, 563 (1996). doi:10.1086/177173

[40] W. J. G. de Blok, Adv. Astron. **2010**, 789293 (2010). doi:10.1155/2010/789293

[41] F. Donato *et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **397**, 1169 (2009). doi:10.1111/j.1365-2966.2009.15004.x

[42] J. F. Navarro, C. S. Frenk and S. D. White, Astrophys. J., 463, 563 (1996); doi:10.1086/177173

[43] F. Donato *et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **397**, 1169 (2009) doi:10.1111/j.1365-2966.2009.15004.x

[44] W. J. G. de Blok, Advances in Astronomy, Volume 2010 (2010), Article ID 789293, 14 pages http://dx.doi.org/10.1155/2010/789293.

[45] N. MacCrann, J. Zuntz, S. Bridle, B. Jain and M. R. Becker, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **451**, no. 3, 2877 (2015) doi:10.1093/mnras/stv1154

[46] R. A. Battye, T. Charnock and A. Moss, Phys. Rev. D **91**, no. 10, 103508 (2015) doi:10.1103/PhysRevD.91.103508

[47] T. Charnock, R. A. Battye and A. Moss, Phys. Rev. D **95**, no. 12, 123535 (2017) doi:10.1103/PhysRevD.95.123535

[48] N. Aghanim *et al.* [Planck Collaboration], Astron. Astrophys. **596**, A107 (2016) doi:10.1051/0004-6361/201628890

[49] A. G. Riess *et al.*, Astrophys. J. **826**, no. 1, 56 (2016) doi:10.3847/0004-637X/826/1/56

[50] H. Y. Wu and D. Huterer, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **471**, no. 4, 4946 (2017) doi:10.1093/mnras/stx1967

[51] W. L. Freedman *et al.* [HST Collaboration], Astrophys. J. **553**, 47 (2001) doi:10.1086/320638

[52] M. López-Corredoira, Found. Phys. **47**, no. 6, 711 (2017) doi:10.1007/s10701-017-0073-8

[53] R. R. Caldwell, R. Dave and P. J. Steinhardt, Phys. Rev. Lett. **80**, 1582 (1998) doi:10.1103/PhysRevLett.80.1582

[54] S. M. Carroll, Phys. Rev. Lett. **81**, 3067 (1998) doi:10.1103/PhysRevLett.81.3067

[55] T. P. Sotiriou and V. Faraoni, Rev. Mod. Phys. **82**, 451 (2010) doi:10.1103/RevModPhys.82.451

[56] Prigogine, I., Geheniau, J., Gunzig, E. et al. Gen Relat Gravit 21: 767 (1989), https://doi.org/10.1007/BF00758981.

[57] C. P. Singh, Astrophys. Space Sci. **338**, 411 (2012). doi:10.1007/s10509-011-0957-6

[58] Desikan, K. General Relativity and Gravitation 29: 435 (1997), https://doi.org/10.1023/A:1018826530976.

[59] A. de Roany and J. A. d. Freitas Pacheco, Gen. Rel. Grav. **43**, 61 (2011) doi:10.1007/s10714-010-1069-2

[60] S. Calogero and H. Velten, JCAP **1311**, 025 (2013). doi:10.1088/1475-7516/2013/11/025

[61] S. Calogero, JCAP **1111**, 016 (2011) doi:10.1088/1475-7516/2011/11/016

[62] A. Avelino and U. Nucamendi, JCAP **0904**, 006 (2009) doi:10.1088/1475-7516/2009/04/006

[63] A. L. Serra and M. J. d. L. D. Romero, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **415**, 74 (2011) doi:10.1111/j.1745-3933.2011.01082.x

[64] B. Li and J. D. Barrow, Phys. Rev. D **79**, 103521 (2009) doi:10.1103/PhysRevD.79.103521

[65] O. F. Piattella, J. C. Fabris and W. Zimdahl, JCAP **1105**, 029 (2011) doi:10.1088/1475-7516/2011/05/029

[66] J. C. Fabris, S. V. B. Goncalves, H. E. S. Velten and W. Zimdahl, EAS Publ. Ser. **36**, 17 (2009) doi:10.1051/eas/0936003

[67] J. C. Fabris, S. V. B. Goncalves, H. E. S. Velten and W. Zimdahl, Phys. Rev. D **78**, 103523 (2008) doi:10.1103/PhysRevD.78.103523

[68] R. Colistete, J. C. Fabris, J. Tossa and W. Zimdahl, Phys. Rev. D **76**, 103516 (2007) doi:10.1103/PhysRevD.76.103516

[69] W. A. Hiscock, and L. Lindblom, Phys. Rev. D **31**, no. 4, (1985) doi: 10.1103/PhysRevD.31.725

[70] Müller, I. Z. Physik 198: 329. (1967) https://doi.org/10.1007/BF01326412

[71] Werner Israel, In Annals of Physics, Volume 100, Issues 1?2, 1976, Pages 310-331, ISSN 0003-4916 https://doi.org/10.1016/0003-4916(76)90064-6.

[72] W.Israel and J.M.Stewart, Volume 118, Issue 2, April 1979, Pages 341-372 https://doi.org/10.1016/0003-4916(79)90130-1

[73] W.Israel and J.M.Stewart, Proc. R. Soc. A 365 43, (1979)

[74] C. P. Ma and E. Bertschinger, Astrophys. J. **455**, 7 (1995) doi:10.1086/176550

[75] S. Weinberg, Oxford, UK: Oxford Univ. Pr. (2008) 593 p

[76] R. A. Battye and A. Moss, Phys. Rev. Lett. **112**, no. 5, 051303 (2014) doi:10.1103/PhysRevLett.112.051303

[77] S. Anand, P. Chaubal, A. Mazumdar and S. Mohanty, JCAP **1711**, no. 11, 005 (2017) doi:10.1088/1475-7516/2017/11/005

[78] T. P. Sotiriou, Tese (2007).

[79] L. Ryder, Cambridge, UK: Cambridge Univ. Pr. (2009) 441 p

[80] S. M. Carroll, gr-qc/9712019.

[81] T. P. Sotiriou, J. Phys. Conf. Ser. **189**, 012039 (2009) doi:10.1088/1742-6596/189/1/012039

[82] R. Utiyama and B. S. DeWitt, J. Math. Phys. **3**, 608 (1962). doi:10.1063/1.1724264

[83] K. S. Stelle, Phys. Rev. D **16**, 953 (1977). doi:10.1103/PhysRevD.16.953

[84] H. J. Schmidt, eConf C **0602061**, 12 (2006) [Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys. **4**, 209 (2007)] doi:10.1142/S0219887807001977

[85] N. D. Birrell and P. C. W. Davies, doi:10.1017/CBO9780511622632

[86] G. A. Vilkovisky, Class. Quant. Grav. **9**, 895 (1992). doi:10.1088/0264-9381/9/4/008

[87] M. F. Wondrak, FIAS Interdisc. Sci. Ser. **9783319645377**, 109 (2018) doi:10.1007/978-3-319-64537-7-16

[88] J. D. Bekenstein, Phys. Rev. D **70**, 083509 (2004) Erratum: [Phys. Rev. D **71**, 069901 (2005)] doi:10.1103/PhysRevD.70.083509, 10.1103/PhysRevD.71.069901

[89] C. Will, Cambridge University, Cambridge, 400p, 1986. ISBN: 9780521439732

[90] S. Nojiri and S. D. Odintsov, eConf C **0602061**, 06 (2006) [Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys. **4**, 115 (2007)] doi:10.1142/S0219887807001928

[91] S. M. Carroll, V. Duvvuri, M. Trodden and M. S. Turner, Phys. Rev. D **70**, 043528 (2004) doi:10.1103/PhysRevD.70.043528

[92] W. Hu and I. Sawicki, Phys. Rev. D **76**, 064004 (2007) doi:10.1103/PhysRevD.76.064004

[93] A. H. Buchdahl, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 150, p. 1 (1970) doi:10.1093/mnras/150.1.1

[94] A. Palatini, Rend. Circ. Mat. Palermo, **43**, 203, (1919).

[95] L. Fabbri, Annales Fond. Broglie **32**, 215 (2007)

[96] N. Tamanini, Phys. Rev. D **86**, 024004 (2012) doi:10.1103/PhysRevD.86.024004

[97] C. Burrage, E. J. Copeland, A. Moss and J. A. Stevenson, JCAP **1801**, no. 01, 056 (2018) doi:10.1088/1475-7516/2018/01/056

[98] J. Khoury and A. Weltman, Phys. Rev. D **69**, 044026 (2004) doi:10.1103/PhysRevD.69.044026

[99] J. h. He, B. Li, A. J. Hawken and B. R. Granett, Phys. Rev. D **90**, no. 10, 103505 (2014) doi:10.1103/PhysRevD.90.103505

[100] T. Clifton, gr-qc/0610071.

[101] T. Clifton, P. G. Ferreira, A. Padilla and C. Skordis, Phys. Rept. **513**, 1 (2012) doi:10.1016/j.physrep.2012.01.001

[102] D. Langlois, H. Liu, K. Noui and E. Wilson-Ewing, Class. Quant. Grav. **34**, no. 22, 225004 (2017) doi:10.1088/1361-6382/aa8f2f

[103] P. Vargas Moniz, Lect. Notes Phys. **803**, 1 (2010). doi:10.1007/978-3-642-11575-2

[104] D. I. Santiago and A. S. Silbergleit, Gen. Rel. Grav. **32**, 565 (2000) doi:10.1023/A:1001902715613

[105] V. Faraoni and E. Gunzig, Int. J. Theor. Phys. **38**, 217 (1999) doi:10.1023/A:1026645510351

[106] V. Faraoni, E. Gunzig and P. Nardone, Fund. Cosmic Phys. **20**, 121 (1999)

[107] C. Brans and R. H. Dicke, Phys. Rev. **124**, 925 (1961). doi:10.1103/PhysRev.124.925

[108] N. Roy and N. Banerjee, Phys. Rev. D **95**, no. 6, 064048 (2017) doi:10.1103/PhysRevD.95.064048

[109] V. Faraoni, Springer, p. 274, 2004. ISBN 978-1-4020-1989-0.

[110] S. Peirone, K. Koyama, L. Pogosian, M. Raveri and A. Silvestri, Phys. Rev. D **97**, no. 4, 043519 (2018) doi:10.1103/PhysRevD.97.043519 [arXiv:1712.00444 [astro-ph.CO]].

[111] E. Bellini, R. Jimenez and L. Verde, JCAP **1505**, no. 05, 057 (2015) doi:10.1088/1475-7516/2015/05/057

[112] A. De Felice and S. Tsujikawa, Living Rev. Rel. **13**, 3 (2010) doi:10.12942/lrr-2010-3

[113] L. Amendola, R. Gannouji, D. Polarski and S. Tsujikawa, Phys. Rev. D **75**, 083504 (2007) doi:10.1103/PhysRevD.75.083504

[114] A. A. Starobinsky, JETP Lett. **86**, 157 (2007) doi:10.1134/S0021364007150027

[115] W. Zimdahl, Phys. Rev. **D53**, 5483 (1996).

[116] J.C. Fabris, S.V.B. Gonçalves and R. de Sá Ribeiro, Gen. Rel. Grav. **38**, 495 (2006).

[117] R. Colistete Jr., J.C. Fabris, J. Tossa and W. Zimdahl, Phys. Rev. **D76**, 103516 (2007).

[118] Y. B. Zeldovich, Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **12**, 443 (1970).

[119] I. Prigogine, J. Geheniau, E. Gunzig and P. Nardone, Gen. Rel. Grav. **21**, 767 (1989).

[120] J. A. S. Lima, J. F. Jesus and F. A. Oliveira, "Gen. Rel. Grav. **43**, 1883 (2011).

[121] J. C. Fabris, J. A. de Freitas Pacheco and O. F. Piattella, JCAP **06**, 038 (2014).

[122] R. O. Ramos, M. Vargas dos Santos and I. Waga, Phys. Rev. **D89**, 083524 (2014). doi:10.1103/PhysRevD.89.083524

[123] M. Vargas dos Santos, I. Waga and R. O. Ramos, Phys. Rev. **D90**, 127301 (2014). doi:10.1103/PhysRevD.90.127301

[124] T. Padmanabhan and S.M. Chitre, Phys. Lett. **A120**, 433 (1987). DOI: 10.1016/0375-9601(87)90104-6

[125] R. Maartens and V. Mendez, Phys. Rev. **D55**, 1937 (1997). doi:10.1103/PhysRevD.55.1937

[126] S. del Campo, R. Herrera and D. Pavon, Phys. Rev. **D75**, 083518 (2007). doi:10.1103/PhysRevD.75.083518

[127] M. Bastero-Gil, A. Berera and R. O. Ramos, JCAP **1107**, 030 (2011). doi:10.1088/1475-7516/2011/07/030

[128] M. Bastero-Gil, A. Berera, R. Cerezo, R. O. Ramos and G. S. Vicente, JCAP **1211**, 042 (2012). doi:10.1088/1475-7516/2012/11/042

[129] M. Bastero-Gil, A. Berera, I. G. Moss and R. O. Ramos, JCAP **1405**, 004 (2014). doi:10.1088/1475-7516/2014/05/004

[130] M. Giovannini, Class. Quant. Grav. **32**, 155004 (2015). doi:10.1088/0264-9381/32/15/155004

[131] G. Murphy, Phys. Rev. **D8**, 4231 (1973).

[132] G. M. Kremer and F. P. Devecchi, Phys. Rev. D **67**, 047301 (2003). doi:10.1103/PhysRevD.67.047301

[133] J. R. Wilson, G. J. Mathews and G. M. Fuller, Phys. Rev. **D75**, 043521 (2007). doi:10.1103/PhysRevD.75.043521

[134] J. S. Gagnon and J. Lesgourgues, JCAP **1109**, 026 (2011). doi:10.1088/1475-7516/2011/09/026

[135] S. Floerchinger, N. Tetradis and U. A. Wiedemann, Phys. Rev. Lett. **114**, 091301 (2015). doi:10.1103/PhysRevLett.114.091301

[136] D. Blas, S. Floerchinger, M. Garny, N. Tetradis and U. A. Wiedemann, JCAP **1511**, 049 (2015). doi:10.1088/1475-7516/2015/11/049

[137] H. Velten, T. R. P. Caramês, J. C. Fabris, L. Casarini and R. C. Batista, Phys. Rev.**D90**, 123526 (2014). doi:10.1103/PhysRevD.90.123526

[138] H. Velten, AIP Conf. Proc. **1647**, 76 (2015). doi:10.1063/1.4913342

[139] T. R. P. Caramês, J. C. Fabris and H. E. S. Velten, Phys. Rev. **D89**, 083533 (2014). doi:10.1103/PhysRevD.89.083533

[140] W. S. Hipolito-Ricaldi, H. E. S. Velten and W. Zimdahl, JCAP **0906**, 016 (2009). doi:10.1088/1475-7516/2009/06/016

[141] D. B. Thomas, M. Kopp and C. Skordis, Astrophys. J. **830**, no. 2, 155 (2016) doi:10.3847/0004-637X/830/2/155

[142] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, Pergamon Press (Oxford, 1975).

[143] M. Kopp, C. Skordis and D. B. Thomas, Phys. Rev. D **94**, no. 4, 043512 (2016) doi:10.1103/PhysRevD.94.043512

[144] J. Silk, Astrophys. J. **151**, 459 (1968). doi:10.1086/149449

[145] C. Eckart, fluid", Phys. Rev. **58**, 919 (1940).

[146] H. Velten, D. J. Schwarz, J. C. Fabris and W. Zimdahl, Phys. Rev. **D88**, 103522 (2013). doi:10.1103/PhysRevD.88.103522

[147] I. Müller, **A98**, 329 (1967).

[148] W. Israel and J. Stewart, Annals Phys. **118**, 341 (1979).

[149] O. F. Piattella, L. Casarini, J. C. Fabris and J. A. de Freitas Pacheco, JCAP **1602**, 024 (2016). doi:10.1088/1475-7516/2016/02/024

[150] R.E. Graves and B.M. Argrow, "Bulk viscosity: Past to Present", Journal of Thermophysics and Heat Transfer **13**, 337 (1999).

[151] T. Padmanabhan, Structure Formation in the Universe Cambridge University Press, 1993.

[152] V. Mukhanov, H. Feldman and R. Brandenberger, Phys. Rep.**215**, 203 (1992).

[153] I. Sawicki and E. Bellini, Phys. Rev. D **92**, no. 8, 084061 (2015) doi:10.1103/PhysRevD.92.084061

[154] A. Lewis, A. Challinor and A. Lasenby, Astrophys. J. **538**, 473 (2000).

[155] S. Weinberg, Astrophys. J. **168**, 175 (1971).

[156] N. Kaiser, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society (ISSN 0035-8711), vol. 227, July 1, 1987, p. 1-21.

[157] P. Bull *et al.*, Phys. Dark Univ. **12**, 56 (2016) doi:10.1016/j.dark.2016.02.001

[158] S. Nesseris, G. Pantazis and L. Perivolaropoulos, Phys. Rev. D **96**, no. 2, 023542 (2017) doi:10.1103/PhysRevD.96.023542

[159] E. Macaulay, I. K. Wehus and H. K. Eriksen, Phys. Rev. Lett. **111**, no. 16, 161301 (2013) doi:10.1103/PhysRevLett.111.161301

[160] M. J. Hudson and S. J. Turnbull, Astrophys. J. **751**, L30 (2013). doi:10.1088/2041-8205/751/2/L30

[161] F. Beutler *et al.*, MNRAS **423**, 3430 (2012). doi:10.1111/j.1365-2966.2012.21136.x

[162] M. Feix, A. Nusser and E. Branchini, Phys. Rev. Lett. **115**, 011301 (2015). doi:10.1103/PhysRevLett.115.011301

[163] Y. S. Song and W. J. Percival, JCAP **0910**, 004 (2009) doi:10.1088/1475-7516/2009/10/004

[164] C. Blake *et al.*, MNRAS **415**, 2876 (2011). doi:10.1111/j.1365-2966.2011.18903.x

[165] L. Samushia, W. J. Percival and A. Raccanelli, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **420**, 2102 (2012). doi:10.1111/j.1365-2966.2011.20169.x

[166] R. Tojeiro *et al.*, MNRAS **424**, 2339 (2012). doi:10.1111/j.1365-2966.2012.21404.x

[167] H. Gil-Marín, W. J. Percival, L. Verde, J. R. Brownstein, C. H. Chuang, F. S. Kitaura, S. A. Rodríguez-Torres and M. D. Olmstead,, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **465**, no. 2, 1757 (2017) doi:10.1093/mnras/stw2679

[168] B. A. Reid *et al.*, MNRAS **426**, 2719 (2012). doi:10.1111/j.1365-2966.2012.21779.x

[169] A. J. Hawken *et al.*, Astron. Astrophys. **607**, A54 (2017). doi:10.1051/0004-6361/201629678

[170] S. de la Torre *et al.*, Astron. Astrophys. **557**, A54 (2013). doi:10.1051/0004-6361/201321463

[171] F. Simpson *et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **429**, 2249 (2013) doi:10.1093/mnras/sts493

[172] L. Kazantzidis and L. Perivolaropoulos, arXiv:1803.01337 [astro-ph.CO].

[173] J. Gleyzes, Phys. Rev. D **96**, no. 6, 063516 (2017) doi:10.1103/PhysRevD.96.063516

[174] M. A. Resco and A. L. Maroto, Phys. Rev. D **97**, no. 4, 043518 (2018) doi:10.1103/PhysRevD.97.043518

[175] R. Bean and M. Tangmatitham, Phys. Rev. D **81**, 083534 (2010) doi:10.1103/PhysRevD.81.083534

[176] B. P. Abbott *et al.* [LIGO and VIRGO Collaborations], doi:10.1142/9789814699662.0011

[177] D. Blas, M. M. Ivanov, I. Sawicki and S. Sibiryakov, JETP Lett. **103**, no. 10, 624 (2016) [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **103**, no. 10, 708 (2016)] doi:10.1134/S0021364016100040, 10.7868/S0370274X16100039

[178] N. Cornish, D. Blas and G. Nardini, Phys. Rev. Lett. **119**, no. 16, 161102 (2017) doi:10.1103/PhysRevLett.119.161102

[179] B. P. Abbott *et al.* [LIGO Scientific and Virgo and Fermi-GBM and INTEGRAL Collaborations], Astrophys. J. **848**, no. 2, L13 (2017) doi:10.3847/2041-8213/aa920c