

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

PAULO LOUZADA CASTRO DE OLIVEIRA

**MATÉRIA ESCURA E EFEITOS GRAVITACIONAIS  
NÃO-NEWTONIANOS EM GALÁXIAS**

**VITÓRIA  
2018**

PAULO LOUZADA CASTRO DE OLIVEIRA

MATÉRIA ESCURA E EFEITOS GRAVITACIONAIS  
NÃO-NEWTONIANOS EM GALÁXIAS

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Centro de Ciências Exatas da Universidade Federal do Espírito Santo como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Física.

Orientador:  
Prof. Dr. Davi Cabral Rodrigues

Vitória  
2018

## *Agradecimentos*

Agradeço primeiramente ao Prof. Davi Rodrigues pela oportunidade de concluir este trabalho e pelos anos de orientação. Agradeço também ao PPGFIS, ao Prof. Júlio Fabris pela orientação desde a graduação e mestrado, ao Prof. José Pacheco e família por me receber em Nice e a todos os colegas, em especial os membros do grupo de gravitação e cosmologia da UFES, pelos anos de convivência e aprendizado.

Agradeço à CAPES pela bolsa de doutorado e ao CNPq pela bolsa sanduíche, sem as quais este trabalho não seria possível.

Por fim agradeço toda a minha família, em especial minha esposa Mel e a minha filha Maia por me suportar durante este período tão difícil de conclusão do doutorado.

# *Resumo*

Nesta tese estudamos os efeitos da matéria escura e de modelos de gravitação não-Newtonianos nas curvas de rotação de galáxias espirais. As observações de curvas de rotação são uma das principais evidências da presença da matéria escura no Universo, e ao mesmo tempo revelam uma das aparentes inconsistências do modelo padrão da cosmologia, cujas simulações numéricas de N-corpos produzem halos de matéria escura conflitantes com as citadas observações. Investigamos aqui primeiramente, com uma grande amostra de galáxias coletada na literatura, se alguns modelos de gravitação modificada podem descrever as curvas de rotação das galáxias tão bem ou melhor quanto as expectativas do modelo padrão, sobretudo no centro das galáxias onde a já citada inconsistência ocorre. Na segunda parte usamos a mesma amostra de galáxias e desenvolvemos um novo método de análise, com o qual encontramos evidência de que mesmo as maiores galáxias de disco têm conflito, de menor magnitude, porém sistemáticos, entre observações e simulações. Por fim investigamos também a curva de rotação da nossa galáxia, a Via Láctea, em conjunto com um outro tipo de observação, a da aceleração vertical local na vizinha solar, onde nossos resultados apontam sérias dificuldades para os modelos alternativos ao cenário padrão.

Palavras-chave: matéria escura, gravitação modificada, curvas de rotação, galáxias espirais.

# *Abstract*

In this thesis we study the effects of dark matter and non-Newtonian gravity models in the rotation curves of spiral galaxies. Spiral galaxies rotation curve observations are one of the main evidences of the presence of dark matter in the Universe, and at the same time reveal an apparent inconsistency of the standard model of cosmology, whose numerical N-body simulations produce dark matter haloes that are in conflict with these observations. We investigate here firstly, using a large sample of galaxies collected from the literature, whether some modified gravity models can describe the rotation curves of the galaxies as well as or better as the expectations of the standard model, mainly in the center of the galaxies where the conflict occurs. In the second part we use the same sample of galaxies and develop a new method of analysis which we use to find evidence that even the larger disk galaxies have a conflict, of smaller magnitude, but systematic, between observations and simulations. Finally we investigate also the rotation curve of our galaxy, the Milky Way, in conjunction to another set of observations, the vertical acceleration in the solar vicinity, where our results point to several difficulties of the models alternative to the standard scenario.

Key-words: dark matter, modified gravity, rotation curves, spiral galaxies.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Matéria Escura em Galáxias Espirais</b>	<b>5</b>
2.1	Introdução . . . . .	6
2.2	Observações e Modelos de Massa Bariônica . . . . .	7
2.3	Modelos de Gravidade Modificada . . . . .	14
2.3.1	Modified Newtonian Dynamics - MOND . . . . .	14
2.3.2	Relatividade Geral Estendida por Grupo de Renormalização	19
2.3.3	Condensado de Bose-Einstein . . . . .	23
2.4	O Problema Cúspide/Núcleo . . . . .	27
2.5	Dados Observacionais . . . . .	30
<b>3</b>	<b>Modelos de Gravitação e o Cúspide de Matéria Escura Galática</b>	<b>41</b>
3.1	Introdução . . . . .	42
3.2	Modelos e Amostras Analisadas . . . . .	43
3.3	O Método . . . . .	49
3.4	Resultados e Análises . . . . .	52
3.5	Conclusões . . . . .	67
<b>4</b>	<b>Evidências Contra Cúspides de Matéria Escura em Galáxias Massivas</b>	<b>70</b>
4.1	Introdução . . . . .	71
4.2	O Método . . . . .	72
4.3	Modelos e Amostra Analisadas . . . . .	75
4.4	Resultados . . . . .	79
4.5	Conclusões . . . . .	85

---

<b>5 Modelos de Gravitação e Matéria Escura na Via Láctea</b>	<b>88</b>
5.1 Introdução . . . . .	89
5.2 Modelos de Massa para a Via Láctea . . . . .	89
5.3 A Curva de Rotação Galáctica . . . . .	92
5.4 A Aceleração Vertical na Vizinhança Solar . . . . .	97
5.5 Conclusões . . . . .	102
<b>6 Conclusões e Perspectivas</b>	<b>105</b>
<b>A O Modelo do Tilted Ring</b>	<b>107</b>
<b>B Gráficos</b>	<b>111</b>

# Lista de Figuras

2.1	Galáxia NGC 2403 . . . . .	9
2.2	Ilustração da regra de Renzo em MOND na galáxia NGC 1560. . . . .	19
3.1	Comparação dos valores dos $\chi_{\text{red}}^2$ , $\chi_{\text{mín}}^2$ e $\chi_{r_d/2}^2$ para todas as galáxias e modelos MOND, NFW <sub>13</sub> e RGGR. . . . .	60
3.2	Comparação dos valores dos $\chi_{\text{red}}^2$ , $\chi_{\text{mín}}^2$ e $\chi_{r_d/2}^2$ para todas as galáxias e modelos MOND <sub><math>\delta</math></sub> , NFW <sub>13</sub> e RGGR <sub><math>\delta</math></sub> . . . . .	61
3.3	Medianas $\tilde{\chi}_r^2$ para $r = r_d/2$ , $r = r_d$ , $r = 2r_d$ e $r = r_{\text{máx}}$ para todos os modelos. . . . .	63
3.4	Medianas $\tilde{\chi}_r^2$ para $r = r_d/2$ , $r = r_d$ , $r = 2r_d$ e $r = r_{\text{máx}}$ para todos os modelos e selecionando galáxias menores. . . . .	65
3.5	Correlação entre os parâmetros do halo NFW. . . . .	66
3.6	Correlação entre $\bar{v}$ e a massa bariônica total. . . . .	67
4.1	Comparação dos ajustes dos modelos NFW e Burkert. . . . .	81
4.2	Correlações entre a razão $\chi_{\text{NFW}}^2/\chi_{\text{Burkert}}^2$ e parâmetros galácticos. . . . .	82
4.3	Resultados das medianas e dispersões de $\Delta\xi(1, 1/2)$ e $\Delta\xi(2, 1)$ considerando a amostra completa e as seis subamostras. . . . .	84
5.1	Ajuste do modelo NFW à curva de rotação da Via Láctea. . . . .	94
5.2	Ajuste do modelo RGGR à curva de rotação da Via Láctea. . . . .	95
5.3	Ajuste do modelo BEC à curva de rotação da Via Láctea. . . . .	96
5.4	Densidade numérica vertical de estrelas anãs-k na posição solar. . . . .	99
5.5	Aceleração vertical na posição solar para os três modelos testados e os dados simulados. . . . .	99
5.6	Aceleração vertical na posição solar para RGGR. . . . .	100
5.7	Aceleração vertical na posição solar para BEC. . . . .	101

---

5.8	Aceleração vertical na posição solar para NFW. . . . .	102
-----	--	-----

## Lista de Tabelas

3.1	Galáxias e seus parâmetros globais. . . . .	48
3.2	Modelos e número de parâmetros livres. . . . .	51
3.3	Resultados Individuais dos Ajustes dos Modelos às Galáxias. . . . .	52
3.4	Somas e medianas para cada modelo e amostra. . . . .	58
3.5	Somas e medianas para cada modelo considerando todas as galáxias. . . . .	59
3.6	Medianas das quantidades $(\chi_{r_d}^2/\chi_{r_d/2}^2 - 1)$ e $(\chi_{2r_d}^2/\chi_{r_d/2}^2 - 1)$ . . . . .	64
4.1	Definição das amostras e seus critérios, e número de galáxias com pontos na região especificada. . . . .	76
4.2	Valores de $N$ e $\Sigma$ para todas as galáxias. . . . .	77
4.3	Resultados individuais dos ajustes do modelo Burkert. . . . .	79
4.4	Medianas das quantidades $\chi_{red}^2$ , $\chi_{min}^2$ , $\chi_{2r_d}^2$ , $\chi_{r_d}^2$ e $\chi_{r_d/2}^2$ . . . . .	83
5.1	Ajuste dos Modelos à Curva de Rotação da Via Láctea. . . . .	93

# **Capítulo 1**

## **Introdução**

---

Nesta tese investigamos a fenomenologia da matéria escura com ênfase para suas consequências nas curvas de rotação de galáxias espirais. De acordo com o modelo cosmológico padrão, a matéria bariônica, descrita pelo modelo padrão das partículas elementares, corresponde a apenas cerca de 5% do conteúdo de matéria-energia do Universo. O conteúdo do inventário cósmico é dominado pela chamada energia escura, representada pela constante cosmológica  $\Lambda$ , que corresponde a cerca de 68% da matéria-energia do Universo e é responsável pela expansão acelerada do Universo. Os cerca de 27% restantes correspondem à matéria escura, cuja existência é consistente com diversas evidências observacionais em várias escalas, do Universo primordial às galáxias (Planck Collaboration et al., 2016).

As evidências da matéria escura se manifestam em dois dos pilares do modelo cosmológico padrão: a nucleossíntese do Big Bang e a radiação cósmica de fundo (Dodelson, 2003; Mukhanov, 2005). Combinadas, estas evidências indicam que a matéria bariônica tem densidade muito inferior à densidade crítica (a densidade do Universo observável, cuja geometria espacial é plana), e a análise da anisotropia da radiação cósmica de fundo indica ainda a presença de um componente de matéria que não interage com a radiação, em abundância muito maior do que a da matéria bariônica. Já o estudo da formação de estruturas no Universo também mostra a presença desta componente material que não interage com a radiação, de maneira que sua densidade cresce já durante a era da radiação, ao contrário da componente bariônica. Isto permite a formação das estruturas como observadas hoje, e leva ao paradigma da matéria escura fria (cold dark matter - CDM), uma partícula com velocidades não-relativísticas desde o Universo primordial, como as especuladas WIMP (Weak Interacting Massive Particle) (Bertone; Hooper; Silk, 2005; Garrett; Dūda, 2011), partículas do tipo áxion (Marsh, 2016), entre outras possibilidades.

Nas escalas das galáxias e aglomerados, as evidências sobre a matéria escura se acumularam durante todo o século XX. Por volta da década de 20 surgiram as primeiras estimativas sobre a densidade de massa na vizinhança solar, que sugeriam uma componente escura (Kapteyn, 1922), e na década de 30 as observações das dispersões de velocidade de galáxias em aglomerados indicavam ser inconsistentes com a massa derivada da luz observada (Zwicky, 1933). Porém foi a partir de meados dos anos 80, com as observações de curvas de rotação de galá-

---

xias espirais, tanto nas bandas óticas quanto na rádio-astronomia que a presença da matéria escura passou a ser amplamente aceita e investigada em várias frentes (ver (de Swart; Bertone; van Dongen, 2017) para uma perspectiva histórica). Este tipo de observação estabeleceu a necessidade da matéria escura (ou alguma outra forma de interação gravitacional) para explicar a rotação das galáxias, que é em geral inconsistente com prevista a partir da matéria bariônica observada. Na Via Láctea por exemplo, o modelo com gravitação Newtoniana e sem matéria escura é descartado a mais de  $5\sigma$  (Iocco; Pato; Bertone, 2015). A estas evidências somam-se outras como as observações de lentes gravitacionais e emissões de raios-x pelo gás quente em aglomerados, todas consistentes com uma razão massa-luminosidade total maior do que a massa-luminosidade da matéria bariônica.

Se por um lado as evidências astronômicas apontam para a existência da CDM, do ponto de vista teórico também há expectativas quanto à sua existência. Sabe-se que o modelo padrão das partículas elementares é incompleto (Cottingham; Greenwood, 2007) e assim é de se esperar que uma de suas extensões possa prever a existência de partículas de matéria escura. Este é o caso por exemplo das teorias supersimétricas que preveem a existência de WIMPS. Apesar de todas as evidências e expectativas, a CDM ainda carece de confirmação experimental direta. E neste sentido na última década vários experimentos dedicados à detecção da matéria escura não conseguiram confirmá-la, seja através da detecção direta (Liu; Chen; Ji, 2017), indireta (Gaskins, 2016) ou via aceleradores de partículas (Autermann, 2016), cujos resultados já varreram uma grande parte do espaço de parâmetros esperado das WIMPS.

Além disso nem todas as previsões baseadas no modelo  $\Lambda$ CDM são realizadas, sobretudo nas escalas galáticas onde várias discrepâncias têm sido observadas (Primack, 2009; Kroupa; Pawlowski; Milgrom, 2012; Weinberg et al., 2015; Del Popolo; Le Delliou, 2017), em particular o problema da controvérsia núcleo/cúspide (de Blok, 2010) nas curvas de rotação de galáxias espirais, que discutimos adiante. Apesar das várias propostas de solução destes problemas, em particular as baseadas no papel da matéria bariônica na evolução das galáxias e seus efeitos (Governato et al., 2012; Del Popolo et al., 2014; Del Popolo; Pace, 2016), não é claro se estes efeitos bariônicos são capazes de resolver todas estas discrepâncias, ou se no caso contrário, isto aponta para uma falha e subsequente modificação do modelo  $\Lambda$ CDM como advogado por alguns autores. E de fato nossos resultados

---

parecem apontar para esta última possibilidade, como veremos.

Outra possibilidade muito investigada é a de que modificações ou extensões na gravitação no regime clássico, descrita pela Relatividade Geral e sua contraparte Newtoniana, sejam responsáveis pela fenomenologia da matéria e da energia escura. Ao longo das últimas décadas a Relatividade Geral têm sido continuamente testada e confirmada nas escalas da astrofísica e cosmologia (Debono; Smoot, 2016), e por isso o modelo  $\Lambda$ CDM se baseia na interpretação dos dados astronômicos à luz da teoria clássica da gravitação. Mas nem por isso pode-se descartar a possibilidade da existência de modificações ou extensões da teoria gravitacional que poderiam explicar os efeitos das componentes escuras do Universo. Isto é uma motivação para a investigação do capítulo 3, onde investigamos a possibilidade de que a fenomenologia da matéria escura pode estar ligada à modificações da gravitação, e se isto pode aliviar já citada controvérsia núcleo/cúspide.

Em resumo, as observações de curvas de rotação de galáxias espirais se tornaram nas últimas décadas uma das principais evidências da matéria escura, ao mesmo tempo revelando potenciais inconsistências com as expectativas do modelo  $\Lambda$ CDM. Isto, somado à falta de comprovação da detecção experimental direta da CDM, serve de motivação para esta tese, onde testamos as previsões de diferentes modelos frente a uma quantidade razoável de curvas de rotação de galáxias espirais coletadas em diversas amostras na literatura.

Começamos no capítulo 2 com uma revisão dos aspectos observacionais relevantes, dos modelos alternativos de nosso interesse que descrevem as curvas de rotação sem matéria escura e da controvérsia cúspide/núcleo. Descrevemos também as amostras utilizadas, a manipulação dos dados das galáxias, e a técnica de ajuste dos modelos aos dados. No capítulo 3 realizamos os ajustes dos modelos aos dados, e desenvolvemos uma nova técnica para investigar os ajustes dos modelos nas regiões centrais da galáxias, onde ocorre a já citada controvérsia. No capítulo 4 refinamos esta nova técnica e, além confrontar os resultados dos modelos com núcleo e com cúspide, a aplicamos para investigar a homogeneidade dos ajustes dos modelos ao longo do raio das galáxias. Finalmente no capítulo 5 investigamos a curva de rotação da Via Láctea, e após o ajuste de modelos, testamos a compatibilidade destes ajustes com os dados de aceleração vertical na vizinhança solar.

## **Capítulo 2**

# **Matéria Escura em Galáxias Espirais**

## 2.1 Introdução

As observações de curvas de rotação de galáxias espirais revelam uma tendência geral, que é às vezes tomada como aproximação ou até mesmo lei empírica, de que estas galáxias possuem curvas de rotação planas, com velocidades de rotação que se mantém aproximadamente constantes nas periferias das galáxias. Atualmente sabe-se que isto não é uma regra geral, mas apenas uma indicação de que o comportamento esperado da matéria bariônica está em clara contradição com o observado, já que nestas regiões afastadas, pela gravitação Newtoniana as velocidades de rotação deveriam ser Keplerianas,  $V \approx r^{-1/2}$  (onde  $r$  é o raio da galáxia) ao contrário do observado  $V \approx \text{constante}$  (Sofue, 2017). Assim as galáxias espirais giram mais rápido do que o esperado, e para explicar as observações normalmente é considerada a presença da matéria escura, que envolve a galáxia num halo aproximadamente esférico muito maior que a parte visível da galáxia.

Neste contexto a dinâmica da galáxia é descrita pela gravitação Newtoniana,<sup>1</sup> onde o potencial gravitacional ( $\Phi$ ) de uma distribuição de massa  $\rho$  é definido pela equação de Poisson

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho, \quad (2.1)$$

sendo  $G$  a constante da gravitação universal de Newton. Equivalentemente, por meio da função de Green do operador de Poisson (com a condição de contorno de que  $\Phi(r \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ ), o potencial de uma distribuição de massa pode ser calculado a partir de

$$\Phi(\vec{r}) = -G \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r', \quad (2.2)$$

que é a expressão que utilizamos para calcular numericamente o potencial Newtoniano de uma distribuição de massa inferida a partir de observações. Na suposição de equilíbrio gravitacional e na ausência de movimentos não-circulares, a aceleração centrípeta é dada por

$$\frac{V^2}{r} = \frac{d\Phi}{dr}, \quad (2.3)$$

<sup>1</sup>Ambos os limites de baixas velocidades  $v/c \ll 1$  e de campos fracos  $\Phi/c^2 \ll 1$  são obedecidos, com valores típicos de  $v/c \approx O(10^{-3})$  e  $\Phi/c^2 \approx O(10^{-7})$ , justificando o uso da gravitação Newtoniana.

o que permite comparar a velocidade circular do modelo,  $V^2$ , com a curva de rotação observada.

Pela linearidade da equação de Poisson, o potencial gravitacional total de uma galáxia pode ser decomposto como a soma das contribuições individuais do disco estelar ( $\star$ ), gás intra galático (g) e halo de matéria escura (me), i.e.

$$\Phi(\vec{r}) = \Phi_{\star}(\vec{r}) + \Phi_g(\vec{r}) + \Phi_{me}(\vec{r}), \quad (2.4)$$

e assim conhecida a distribuição de massa de cada componente pode-se calcular o seu potencial Newtoniano por (2.2) e sua respectiva contribuição para a velocidade por (2.3). A comparação com as observações prossegue então tomando a velocidade circular total do modelo, que pelas (2.3) e (2.4) é dada por

$$V^2(r) = V_{\star}^2(r) + V_g^2(r) + V_{me}^2(r). \quad (2.5)$$

Como alternativa ao papel dominante da matéria escura, pode-se também postular que uma modificação na lei da gravidade seja a causa da rotação das galáxias. Em geral cada proposta tem suas próprias premissas e previsões a respeito da velocidade circular, e assim entraremos nos detalhes de cada modelo com que trabalhamos na seção 2.3. Primeiro, a seguir, descreveremos as técnicas de observação que levam a obtenção tanto das curvas de rotação quanto dos perfis de densidade das componentes bariônicas das galáxias.

Esta tese se restringe ao estudo de galáxias espirais. No caso das galáxias elípticas os movimentos não circulares se tornam importantes a medida que o sistema passa a ser suportado por pressão de movimento (representado pela dispersão de velocidades) e não pela rotação (Binney; Tremaine, 2008) e assim a equação 2.3 é substituída pelas equações de Jeans que relaciona a derivada do potencial Newtoniano com as dispersões de velocidades nas diferentes direções. Este procedimento insere uma função a mais na análise de galáxias elípticas, a anisotropia da dispersão de velocidades, o que representa uma dificuldade adicional em relação à análise de galáxias espirais.

## 2.2 Observações e Modelos de Massa Bariônica

Nesta seção descrevemos brevemente como as observações são usadas para obter curvas de rotação de galáxias espirais que usamos adiante. Descrevemos aqui

apenas as princípios básicos que regem este tipo de observação. A curva de rotação observada, isto é, a velocidade circular em função do raio galáctico, é inferida a partir da observação das emissões do gás intra-galáctico, em especial as do gás hidrogênio, primordialmente em sua forma atômica, e secundariamente de sua forma ionizada, as quais são predominantemente encontradas respectivamente nas regiões chamadas de HI e HII (Binney; Merrifield, 1998).

O princípio que rege a construção das curvas de rotação é o do deslocamento espectral da radiação devido ao efeito Doppler, pelo qual é possível inferir a velocidade da fonte; Observando então o espectro de emissão ao longo da galáxia é possível construir um campo de velocidades galáctico. Porém esta velocidade é na verdade a componente na linha de visada da velocidade da fonte. Assim para derivar a curva de rotação, assumindo que haja apenas movimentos circulares, é necessário avaliar os efeitos da projeção da galáxia no plano do céu, que em geral pode variar ao longo desta. Um exemplo de como isto é implementado para a construção da curva de rotação no caso da radiação de HI é descrito brevemente no Apêndice A, o chamado método do *tilted ring*, como descrito em (Begeman, 1987; Swaters, 1999; Scarano Jr., 2003).

A radiação de HI tem origem na transição entre estados de spin do elétron no hidrogênio atômico. A energia total do átomo tem uma contribuição da estrutura hiperfina que depende do alinhamento dos spins do próton e do elétron; quando a transição entre estados ocorre, a energia total muda, com a diferença de energia sendo irradiada por um fóton correspondente com frequência  $\nu \approx 1420,4$  MHz e comprimento de onda  $\lambda \approx 21,1$  cm, estando portanto na faixa de micro-ondas, possibilitando a sua observação via rádio-astronomia. Esta transição é uma das chamadas transições proibidas, ocorrendo em um átomo a uma taxa da ordem de  $10^{-15}$  Hz, mas dada a abundância de H no Universo, e o fato de que esta radiação não é absorvida pela poeira interestelar, na prática este tipo de observação é atualmente uma das principais frentes investigativas na astrofísica e cosmologia.

A formação das estrelas ocorre nos braços espirais das galáxias, além do qual cessa. Como resultado é comum que o gás interestelar remanescente se estenda a regiões muito além da parte visível da galáxia, tornando sua observação ideal para investigar o campo gravitacional da galáxia longe da região central onde muitas vezes o efeito da matéria bariônica é dominante, como visto na figura 2.1. Além disso as observações de HI têm a vantagem adicional de fornecer ao mesmo

tempo o campo de velocidades e o perfil de densidade do gás ao longo da galáxia (Begeman, 1987). E como já citado, para investigar a distribuição de matéria escura é necessário não apenas a curva de rotação da galáxia mas também a sua distribuição de matéria bariônica. Por outro lado, uma limitação das observações de HI é sua baixa resolução angular, comparada com a das observações óticas. Este efeito pode provocar uma subestimação dos gradientes das curvas de rotação, especialmente nas regiões centrais onde as velocidades crescem rapidamente, o chamado *beam smearing*. No entanto estudos mostram que na maioria da galáxias este efeito não é importante (de Blok; Bosma, 2002), e em observações de HI em alta resolução (devido à interferometria) o efeito torna-se desprezível (de Blok et al., 2008).



Figura 2.1: NGC 2403 Observada em HI (esquerda) e ótico (direita). Disponível em <http://images.nrao.edu/510>, cortesia da NRAO/AUI e Tom Oosterloo.

Já a chamada radiação  $H\alpha$ , observada nas regiões HII, tem origem na transição entre os estados de energia excitados dos elétrons (de  $n=3$  para  $n=2$  da série de Balmer) do hidrogênio, que ocorre em regiões de formação de estrelas nas galáxias, onde o hidrogênio atômico é ionizado pela radiação ultravioleta das estrelas jovens e massivas. Com comprimento de onda de 656,28 nm, está na região visível do espectro e fornece tipicamente uma resolução maior do que as observações de HI feitas em antena única, e assim pode-se encontrar na literatura curvas de rotação híbridas, cujos pontos são derivados via dados de  $H\alpha$  na região

central da galáxia e com dados de HI na região externa. Por aproveitar a resolução mais alta, esta estratégia alivia também o problema do beam smearing que afeta as regiões internas das galáxias nas observações de HI. E como veremos a maioria amostras utilizadas aqui utiliza este tipo de técnica.

Como veremos a seguir para analisar os efeitos da matéria escura numa galáxia é necessário não apenas a curva de rotação observada mas também um modelo para a distribuição de matéria bariônica na galáxia. Assim além da curva de rotação os observáveis fundamentais são as distribuições espaciais de massa  $\rho(\vec{r})$  das componentes bariônicas das galáxia. No caso do gás HI isto advém diretamente das observações de 21 cm, pois o fluxo de radiação observado é proporcional a densidade do gás. Assim pode-se extrair a densidade superficial  $\Sigma(r)$  diretamente das observações, que é ainda multiplicada por um fator de 1,33 ou 1,44 (considerando apenas a presença do He ou a do He mais metais respectivamente <sup>2</sup>), dependendo dos autores. Este último passo implica assumir que os demais gases intra galácticos têm exatamente a mesma distribuição espacial que o gás HI, o que certamente não é verdade, mas não deve introduzir grandes erros na distribuição de massa do gás. E por fim, na análise de curvas de rotação assume-se que o gás intra galáctico distribua-se num disco fino, e assim a distribuição espacial da componente é dada pela densidade superficial  $\Sigma(r)$  multiplicada por uma função delta de Dirac  $\delta(z)$  na coordenada  $z$ , a altura em relação ao plano do disco.

No caso das componentes estelares, o que é observado diretamente é a sua distribuição de luminosidade, que é então convertida em um perfil de densidade de massa como descrito adiante. Esta distribuição de luminosidade é normalmente bem aproximada por uma lei exponencial (van der Kruit; Freeman, 2011), onde a densidade de brilho superficial é

$$I(r) = I_0 \exp\left(-\frac{r}{r_d}\right) \quad (2.6)$$

onde  $I_0$  é valor central, comumente medido em luminosidades solares<sup>3</sup> por parsec quadrado ( $L_\odot/pc^2$ ) e  $r_d$  é chamada escala de comprimento do disco. Escrito em

<sup>2</sup>A fração primordial de He corresponde a  $\approx 25\%$  da matéria bariônica, o restante correspondendo ao H. Assim a fração cosmológica de He corresponde a 1/3 do H, o que leva ao fator 1,33. Levando em consideração os demais metais, chega-se ao 1,4.

<sup>3</sup>A luminosidade bolométrica solar, i.e. integrada em todas as frequências, é de  $L_\odot = 3,846 \times 10^{26}$  W. Na prática as observações astronômicas são feitas sempre em filtros de frequência pré-determinados, medindo assim apenas a luminosidade naquela banda de frequência.

unidades de magnitudes/arcseg<sup>2</sup>,

$$\mu(r) = \mu_0 + 1,086 \left( \frac{r}{r_d} \right). \quad (2.7)$$

Esta lei é uma aproximação, que é válida para galáxias sem bojo, ou quando este é presente, para o disco estelar além do bojo. E também frequentemente é válida apenas por algumas unidades de  $r_d$  ao longo da galáxia, a partir da qual a luminosidade é truncada (van der Kruit, 2007). É evidente que a expressão 2.6 é uma simplificação que ignora potenciais particularidades na distribuição de luz de uma dada galáxia, o que se reflete na distribuição de massa, e assim sempre que possível preferimos usar a distribuição de luz como observada para deduzir a distribuição de massa. Além disso em certas galáxias modeladas aqui a obtenção do parâmetro  $r_d$  é importante pois permite estender o perfil da componente estelar até as regiões externas onde a curva de rotação é medida pelas observações de HI, e a parte estelar já não é mais observada. Isto é feito comparando a distribuição de luz observada com a lei 2.6, nas regiões da galáxia adequadas à comparação, dando um valor de  $r_d$  e  $\mu_0$  que é usado então para estender o perfil de luminosidade até o raio máximo da curva de rotação.

Para modelar a distribuição tri-dimensional de luminosidade da galáxia é preciso modelar a distribuição vertical de luminosidade. Observações de galáxias edge-on revelam que a variação da luminosidade ao longo do eixo vertical  $z$  também varia de acordo com uma lei exponencial. Porém nos modelos de massa para análise de curvas de rotação de galáxias, não há um consenso quanto a isto, como veremos a seguir na descrição das amostras. Em geral, como detalhado a seguir na descrição das amostras utilizadas, ou assume-se um disco fino, modelado como uma função delta de Dirac  $\delta(z)$ , ou toma-se  $I(z) \propto \text{sech}^2(z/z_d)$  onde  $z_d$  é a escala de altura do disco, dado por  $z_d = r_d/5$  ou  $z_d = r_d/6$ , dependendo do autor e da amostra de calibração utilizada para testar a correlação observada entre  $z_d$  e  $r_d$ . Desta forma a densidade volumétrica de luminosidade é da forma

$$j(r, z) = I(r)Z(z), \quad (2.8)$$

onde  $I(r)$  é o perfil de luminosidade superficial radial observado e  $Z(z)$  é o perfil vertical como citado acima. Após convertida em uma densidade de massa, a 2.8 permite então o cálculo do potencial via 2.2.

O último componente bariônico levado em conta nos modelos de massa é o bojo estelar das galáxias. No que diz respeito aos modelos de massa, os bojos se dividem basicamente em dois tipos: os chamados bojos clássicos e os pseudo-bojos (Kormendy; Kennicutt JR., 2004). Enquanto os primeiros se assemelham a pequenas galáxias elípticas, com perfis de luminosidade projetada do tipo de Vaucouleurs ( $I(r) \propto \exp[-(\frac{r}{r_e})^{1/4}]$ ), onde  $r_e$  é o raio efetivo projetado, definido como o raio que contém metade da luminosidade total), os últimos se assemelham a pequenos discos, com lei de luminosidade como tal, embora com escala de comprimento  $r_b$  bem menor que um disco típico, já que sua estrutura é mais compacta. Das galáxias que analisamos a seguir, apenas uma minoria possui um bojo, e em todos os casos trata-se do tipo pseudo-bojo.

Como veremos a seguir a presença do bojo insere um parâmetro livre a mais na análise dos modelos, o que torna o ajuste mais flexível, porém compatível com uma variação maior nos parâmetros dos modelos. De toda maneira quando a fotometria da componente estelar indica a presença de um bojo, segue-se o procedimento ilustrado em (de Blok et al., 2008): ajusta-se a escala de comprimento  $r_b$  e a luminosidade central  $\mu_{0,b}$  do bojo para descrever a parte central da galáxia, e a seguir os valores de  $\mu_{0,d}$  e  $r_d$  de maneira que a soma dos perfis de luminosidade descreva a galáxia como um todo. Com isso fixa-se os parâmetros do bojo e do disco a serem usados em 2.8 para obter suas respectivas distribuições de massa.

É necessário ainda converter o perfil de luminosidade da galáxia em um perfil de massa, o que não é trivial. Considerando uma estrela individualmente, a sua luminosidade depende de vários parâmetros como sua massa inicial, idade ou estágio evolutivo, composição química (metallicidade), índice de cor<sup>4</sup> e outros fatores. Sendo uma galáxia a soma de várias populações estelares, cada uma com aproximadamente os mesmos parâmetros iniciais, o cálculo da densidade de massa  $\rho(r, z)$  requer a princípio um modelo que especifique-a para a particular somatória de populações estelares que reproduz a dada luminosidade  $j(r, z)$ . Isto é feito pelos *modelos de síntese de populações estelares* (Courteau et al., 2014), que levam em conta a evolução das várias populações estelares possíveis, a história de formação estelar da galáxia, sua função de massa inicial<sup>5</sup> e outros fatores.

<sup>4</sup>O índice de cor é definido como a diferença entre duas dadas magnitudes de um sistema fotométrico, sendo assim uma função logarítmica da razão entre os fluxos nas duas bandas.

<sup>5</sup>A função de massa inicial é uma função empírica que especifica a distribuição inicial de massa das estrelas de uma galáxia.

Com estes modelos pode-se inferir a *razão massa-luminosidade* estelar  $\Upsilon_*$ , que aqui definimos localmente como um fator de conversão, da forma

$$\rho(r, z) = \Upsilon_*(r, z)j(r, z). \quad (2.9)$$

Assim como  $j(r, z)$ ,  $\Upsilon_*$  é definida em relação a uma certa banda de frequências na qual é medida, em unidades solares ( $1 \Upsilon_\odot = M_\odot/L_{\odot,R} = 28,7 \times 10^3 \text{ kg/W}$  na banda R do sistema UBVRI por exemplo). Estes modelos concluem por exemplo, que para as bandas de frequência no infravermelho (I, J, K no sistema UBVRI),  $\Upsilon_* \approx 1M_\odot/L_\odot$ . Estas bandas são as mais apropriadas para a fotometria galáctica, pois são menos afetadas por absorção na linha de visada devido a poeira interestelar, e traçam mais fielmente a distribuição de massa do sistema por detectarem a luz das estrelas mais velhas e vermelhas, que são mais numerosas. Além disso  $\Upsilon_*$  apresenta menor variação galáxia a galáxia (normalmente por um fator 2) nestas bandas, ao contrário das bandas mais azuis, onde a variação é maior dependendo por exemplo da formação de estrelas na galáxia e da presença de poeira. A dependência espacial de  $\Upsilon_*$  vem do fato de que as populações podem ter distribuições espaciais distintas entre si. Isto é de fato sugerido pelas observações de galáxias que têm sua região central dominada por estrelas mais velhas e vermelhas ( $\Upsilon_*$  maior), enquanto as regiões externas, por estrelas mais jovens e azuis ( $\Upsilon_*$  menor). Na prática a forma funcional de  $\Upsilon_*$  pode ser inferida usando a correlação estabelecida em (Bell; de Jong, 2001) entre índice de cor e  $\Upsilon_*$ , de forma que a observação da variação radial das cores (V-R, R-I e etc.) na galáxia estabelece a forma da variação de  $\Upsilon_*$ . Quanto à variação vertical no disco, nos estudos extragalácticos é assumido que  $\Upsilon_*(z) \approx \text{constante}$ , apesar das evidências de que na Via Láctea a escala de comprimento vertical depende da metalicidade da população estelar estudada (Binney; Tremaine, 2008). Isto simplifica a análise, já que uma variação vertical introduziria ao menos um parâmetro livre a mais na análise. Além disso, as curvas de rotação no plano da galáxia são pouco sensíveis à modelagem da estrutura vertical, contanto que esta varie pouco.

Por outro lado há galáxias onde não se observa uma significativa variação radial nos índices de cor, o que implica numa população estelar aproximadamente homogênea. Assim a distribuição de luz traça a distribuição de massa, ou seja  $\Upsilon_* \approx \text{constante}$ . Em muitos estudos, na falta de informação adicional isto é

assumido. Neste caso  $\Upsilon_\star$  toma a forma global

$$\Upsilon_\star = \frac{M_\star}{L}, \quad (2.10)$$

sendo  $M_\star$  a massa estelar total do sistema em questão, e  $L$  a sua luminosidade total em uma dada banda de frequência.

Apesar da possível restrição em  $\Upsilon_\star$  vinda de outras evidências, em nossas análises o mesmo entra como parâmetro livre, cujo valor é determinado pelo ajuste aos dados juntamente com os valores dos parâmetros do halo escuro ou gravitação modificada. Desta maneira podemos observar os valores previstos pelos ajuste e compará-los modelo a modelo, bem como com as expectativas teóricas.

## 2.3 Modelos de Gravidade Modificada

Nesta seção revisamos brevemente os modelos alternativos à matéria escura fria que testamos durante nosso doutorado.

### 2.3.1 Modified Newtonian Dinamycs - MOND

A *Dinâmica Newtoniana Modificada* (MOND em inglês) é uma proposta que foi pioneira (Milgrom, 1983) ao sugerir que uma modificação da leis da física poderia explicar a rotação da galáxias, sem a necessidade da presença da matéria escura. A idéia parte da observação de que existe uma escala de aceleração,  $a_0 \approx 10^{-10}$  m/s<sup>2</sup>, a partir do qual os efeitos da matéria escura se tornam aparentes (Sanders; McGaugh, 2002; McGaugh, 2004). Isto é implementado da seguinte forma: dada a aceleração Newtoniana  $\vec{a}_N$ , a aceleração efetiva  $\vec{a}$  em MOND é dada por

$$\mu\left(\frac{a}{a_0}\right)\vec{a} = \vec{a}_N, \quad (2.11)$$

sendo  $\mu(x)$  uma função arbitrária que garante que no limite de altas acelerações, a gravitação seja Newtoniana, ou seja  $\mu(x) = 1$  quando  $x \gg 1$ . Já no regime de baixas acelerações  $x \ll 1$ ,  $\mu(x) = x$ , de maneira que a aceleração gravitacional efetiva se torna

$$a = \sqrt{a_0 a_N}. \quad (2.12)$$

Assim, numa região suficientemente afastada da galáxia, já no regime de baixas acelerações, sendo aceleração gravitacional dada por  $a_N = GM/r^2$  e a aceleração por centrípeta  $a = V^2/r$ , a velocidade seria

$$V^4 = a_0 GM, \quad (2.13)$$

ou seja seria constante nas periferias das galáxias, como observado em geral. E mais, a relação 2.13 tem a forma da lei empírica conhecida como *relação de Tully-Fisher bariônica*<sup>6</sup>, uma correlação observada entre a massa bariônica total estimada da galáxia,  $M$ , e a sua velocidade terminal de rotação,  $V$ :

$$M \propto V^\alpha, \quad (2.14)$$

sendo  $\alpha$  uma constante. Vários estudos mostram a validade de 2.14 em amostras de galáxias espirais de todos os tipos na classificação de Hubble, com  $M$  e  $V$  variando ordens de grandeza, onde em geral  $\alpha \approx 4$ , com pequenas variações dada as diferentes amostras e técnicas utilizadas. Em geral os desvios dos dados com respeito à relação 2.14 são relativamente pequenos e argumenta-se que a princípio esta relação não é prevista pelo modelo  $\Lambda$ CDM (Lelli; McGaugh; Schombert, 2016), embora esta afirmação seja controversa, com argumentos contrários indicando que simulações de hidrodinâmicas com  $\Lambda$ CDM poderiam gerar a relação de Tully-Fischer (Desmond, 2012).

Assim MOND surgiu como uma teoria que explica automaticamente tanto as curvas de rotação planas quanto a relação de Tully-Fisher, partindo da relação entre a presença da matéria escura e o regime de baixas acelerações. Argumenta-se também que MOND faz outras previsões que de fato seriam observadas por exemplo nas galáxias LSB (low surface brightness ou de baixo brilho superficial), como por exemplo a existência de um raio de transição a partir do qual é discrepância de massa é observada e existência de um limite superior para o brilho superficial das galáxias, entre outras. Porém todas são consequência da existência de  $a_0$  e do regime de baixas acelerações (Famaey; McGaugh, 2012), e

<sup>6</sup>A relação de Tully-Fisher original é uma relação entre luminosidade total  $L$  e largura da linha espectral  $W$ ,  $L \propto W^4$ . Assumindo uma razão massa-luminosidade estelar constante, tem-se  $L \propto M$ , enquanto que  $W \propto V$ , e assim  $M \propto V^4$ . Posteriormente notou-se que para galáxias com quantidades significativas de gás a relação só era válida ao considerar a massa total da galáxia, incluindo o gás, quando ficou então conhecida como relação de Tully-Fisher bariônica (McGaugh et al., 2000).

assim como no caso da relação de Tully-Fisher estas observações aparentemente não têm uma causa específica no modelo  $\Lambda$ CDM. Para os defensores de MOND, isto é interpretado como um sinal da presença de uma teoria mais completa da gravitação, ainda desconhecida, que tenha MOND como limite. De fato, Milgrom (Milgrom, 2014) faz referência as *leis de MOND* galáticas, em analogia às leis de Kepler planetárias, que são consequência da lei física mais fundamental, neste caso a gravitação universal de Newton.

A expressão 2.11 pode ser interpretada tanto como uma modificação na gravitação,  $\mu(x)\vec{g} = \vec{g}_N$ , ou como com uma modificação na 2ª lei de Newton, já que  $m\mu(x)\vec{a} = \vec{F}_N$ , quando então é chamada de modificação na inércia. Isto corresponde, no nível não-relativístico, a uma modificação na lagrangiana do sistema, seja no termo cinético no primeiro caso ou na energia potencial no segundo caso, sendo que em ambos os casos MOND deveria ser o limite de campo fraco de uma teoria relativística. Neste ponto as possibilidades teóricas que incluem MOND se multiplicam, como pode ser visto em por exemplo (Famaey; McGaugh, 2012). Assim desde sua criação há uma vasta literatura sobre a possível teoria física que daria origem a MOND, sem que uma conclusão ou candidato definitivo tenha emergido. Uma das razões para isto está na dificuldade em conceber uma teoria que assim como o modelo  $\Lambda$ CDM, tenha relativo sucesso em explicar simultaneamente as várias evidências observacionais vindas de diferentes escalas, por exemplo das curvas de rotação das galáxias à formação de estruturas no Universo (Dodelson, 2011). Não obstante dado o seu relativo sucesso ao explicar a fenomenologia da matéria escura em galáxias, MOND permanece como referência em meio à miríade de teorias e conjecturas alternativas ao modelo  $\Lambda$ CDM.

Nesta tese nos propomos a analisar a capacidade de MOND de se ajustar às curvas de rotação galáticas, escolhendo para isto uma forma para a função de interpolação:

$$\mu(x) = \frac{x}{(1+x^2)^{1/2}}, \quad (2.15)$$

que é chamada de função de interpolação “padrão” de (Milgrom, 1983), dentre várias outras propostas. Sendo a aceleração efetiva  $a = V_{\text{MOND}}^2/r$ , e a aceleração Newtoniana  $a_N = V_N^2/r$  a 2.11 pode ser resolvida para  $V_{\text{MOND}}$ :

$$V_{\text{MOND}}^2 = \frac{V_N^2}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2a_0 r^2}{V_N}\right)^2}} \quad (2.16)$$

onde a  $V_N^2$  é a velocidade circular devido à matéria bariônica no plano da galáxia:

$$V_N^2(r) = \Upsilon_{\star,d} V_{\star,d}^2(r) + \Upsilon_{\star,b} V_{\star,b}^2(r) + V_g^2(r) \quad (2.17)$$

sendo  $V_{\star,d}$ ,  $V_{\star,b}$  e  $V_g$  as contribuições do disco estelar, do bojo e do gás galácticos respectivamente, calculadas a partir de seus respectivos potenciais Newtonianos. Nesta última expressão fica explícito o papel da razão massa-luminosidade estelar, que além de fazer a conversão de luminosidade para massa, acaba também sendo como parâmetro livre cujo valor pode se ajustar aos dados. É evidente também aqui que no caso de MOND a velocidade circular depende apenas dos detalhes da distribuição da matéria bariônica na galáxia, uma vez especificada a função de interpolação  $\mu(x)$ , sendo esta uma característica universal da teoria. Veremos adiante que normalmente os modelos de matéria escura e/ou gravitação modificada inserem novos parâmetros livres na velocidade circular que podem se ajustar a cada galáxia, obtendo assim em geral um ajuste melhor aos dados do que MOND. Por outro lado o fato de que MOND reproduz as curvas de rotação razoavelmente bem sem introduzir parâmetros livres a mais é uma indicação de que as incertezas nos valores dos parâmetros galácticos poderiam em princípio ser compatíveis com um melhor ajuste, e de fato investigamos isto em nossos trabalhos.

Neste ponto é conveniente detalhar o que ocorre quando a perfil de densidade do gás possui ondulações e "buracos" no interior da galáxia. Neste caso a velocidade circular quadrática do gás,  $V_g^2$ , pode se tornar negativa, o que em princípio não tem sentido físico. Mas lembrando de que na verdade estamos medindo a força por unidade massa ou aceleração centrípeta  $V^2/R$ , a mudança no sinal significa então que a massa de gás externa aquela região é maior do que a interna, resultando numa força gravitacional para fora. De qualquer forma normalmente somam-se as contribuições das outras componentes para obter-se uma velocidade circular total positivo definida em toda a galáxia. Porém isto não ocorre em MOND com  $\Upsilon_{\star} \approx 0$ , onde a velocidade circular total poderia ser imaginária em certa região da galáxia, devido a contribuição negativa do gás. De fato isto pôde ser observado em algumas galáxias em nossas amostras, onde o ajuste aos dados preferia estes resultados não físicos, e não podemos deixar de imaginar aqui uma galáxia dominada por gás e que, analisada no contexto de MOND, poderia ter o seu valor de  $\Upsilon$  restringido pela observação deste critério,

de modo a assegurar que  $V^2 > 0$ . Num caso idealizado, poderia até mesmo haver uma galáxia, com velocidade do gás suficientemente negativa, que no contexto de MOND só faria sentido para com um valor mínimo de  $\Upsilon$ , valor este que, se menor do que o inferido por outras técnicas, poderia significar uma dificuldade para MOND.

Outro detalhe citado na literatura sobre MOND que podemos criticar com base em nossos resultados é a chamada *regra de Renzo* (Sancisi, 2004), que diz que qualquer detalhe na distribuição de matéria bariônica, como picos ou vales, deve estar presente também na curva de rotação. Isto é visto como um problema para os modelos de matéria escura pois nas regiões onde esta seria dominante, a curva de rotação resultante acaba sendo “suavisada” pela contribuição dominante do halo. Já no caso de MOND isso pode ocorrer naturalmente pois apesar da velocidade ser assintoticamente constante, isto só ocorre no regime *deep MOND* quando  $a_N \ll a_0$ , e enquanto isto não ocorre ( $a_N \gg a_0$ ),  $V \approx V_N$ , e os detalhes vistos na distribuição de massa aparecem em  $V_N$  e conseqüentemente em  $V$ . Assim dependendo da função de interpolação e dos parâmetros do disco estelar escolhidos isto pode ocorrer ainda no interior da galáxia, fazendo com que a regra seja obedecida. O mesmo também acontece no caso do modelo RGGR com que trabalhamos, exposto a seguir. Neste casos, a regra aparentemente não é obedecida.

Observando nossos resultados, por exemplos nos gráficos no apêndice B, nota-se que em muitos casos os ajustes de MOND e RGGR parecem obedecer esta regra e as flutuações na distribuição de matéria bariônica, sobretudo no gás, são visíveis tanto na curva de rotação do modelo quanto nos dados observacionais, como visto na figura 2.2, que mostra nossos resultados para a galáxia NGC 1560, um exemplo notório onde esta regra foi observada (Gentile et al., 2010). Pode-se ver ali uma súbita diminuição na velocidade do gás em  $r \approx 5$  kpc, que também é observada na curva de rotação, como previsto pela regra. No entanto observamos que colocada desta forma esta regra acaba sendo um tanto subjetiva, não havendo na literatura, até onde sabemos, nenhum teste robusto sobre como esta regra poderia ser aplicada de forma conclusiva. Temos em nossas análises casos de galáxias que mesmo analisadas em MOND não obedecem esta regra, por ter sua  $V_N$  dominada pela contribuição estelar, que é mais suave que a contribuição do gás. Curiosamente, há casos em que a curva de rotação observada é relativamente plana e as ondulações no gás não se manifestam nos dados, e assim a amplificação

causada por MOND e RGGR piora o ajuste destes modelos em relação ao ajuste com a matéria escura, cuja contribuição é mais suave, como visto na figura 2.2.

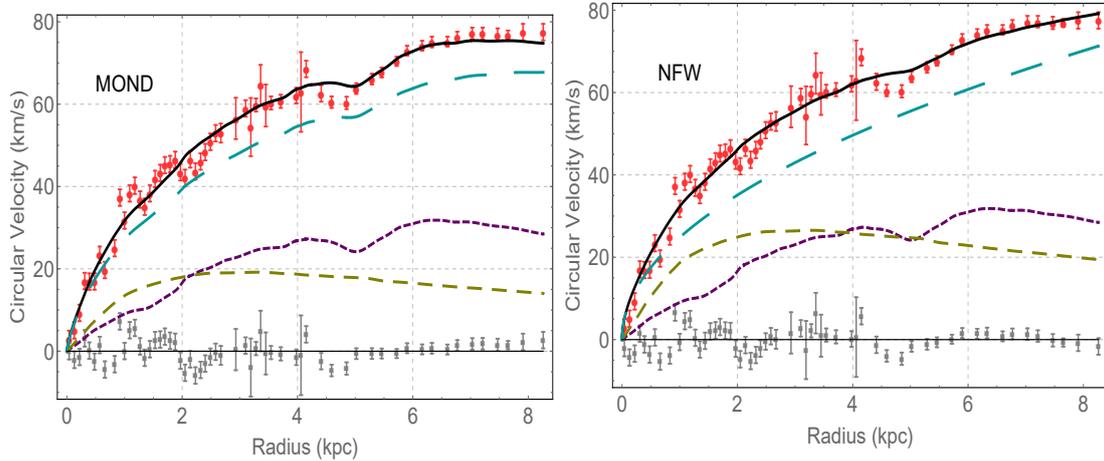


Figura 2.2: Gráfico do ajuste à curva de rotação com MOND (à esquerda) e com halo NFW (seção 2.4) de matéria escura (à direita). A curva preta sólida é a curva de rotação total de cada modelo; A ciano tracejada e longa, a contribuição do modelo MOND ou NFW; a roxa pontilhada, a contribuição do gás; e a verde oliva tracejada curta, a contribuição estelar. Os pontos em vermelho são a curva de rotação observada e suas barras de erro e os pontos cinza são a diferença entre os dados e a curva total em cada ponto. Os gráficos são gerados com o mesmo código usado em (Rodrigues et al., 2014).

Assim a regra de Renzo pode ou não ser obedecida em MOND ou RGGR dependendo do ajuste do modelo aos dados da galáxia. Nesta tese não procuramos responder esta questão especificamente, mas investigamos os ajustes dos modelos aos dados das galáxias e suas consequências, como exposto a seguir.

### 2.3.2 Relatividade Geral Estendida por Grupo de Renormalização

Este modelo, chamado Relatividade Geral com Correções do Grupo de Renormalização (RGGR em inglês) tem em comum com MOND a busca por uma possível alternativa ao modelo  $\Lambda$ CDM para explicar a dinâmica de galáxias. Porém ao contrário de MOND cuja motivação é essencialmente empírica, RGGR parte também de uma motivação teórica, que é a expectativa sobre a existência de uma teoria completa da gravitação quântica, que implicaria em correções na relatividade geral e em seu limite Newtoniano.

Em particular este modelo parte da teoria do Grupo de Renormalização (GR), uma ferramenta da Teoria Quântica de Campos (TQC) que descreve a variação das “constantes” físicas com respeito a uma certa escala, de maneira que o cálculo de algumas grandezas depende não apenas das constantes da teoria mas também da escala (normalmente de energia ou distância) no qual são medidas. A dependência das constantes da teoria (neste caso a da gravitação universal de Newton,  $G_0$ ) com a escala  $\mu$  é dada pela equação do GR, que neste caso tem a forma

$$\mu \frac{dG^{-1}}{d\mu} = 2\nu G_0^{-1}, \quad (2.18)$$

sendo  $\nu$  uma constante adimensional que controla a escala de variação de  $G$ . Integrando a expressão acima, tem-se

$$G(\mu) = \frac{G_0}{1 + \nu \ln\left(\frac{\mu^2}{\mu_0^2}\right)} \approx G_0 \left[ 1 - \nu \ln\left(\frac{\mu^2}{\mu_0^2}\right) \right], \quad (2.19)$$

considerando apenas a 1ª ordem em  $\nu$ , com  $\mu_0$  uma constante tal que  $G(\mu_0) = G_0$ . Estas expressões já apareceram na literatura em diferentes contextos, mas o modelo com que trabalhamos ganhou seu nome e tomou forma em (Rodrigues; Letelier; Shapiro, 2010), onde uma forma específica para a escala  $\mu$  foi escolhida, e um potencial Newtoniano efetivo é estabelecido, o que permite o cálculo da velocidade circular do modelo.

A definição do potencial Newtoniano efetivo vem do limite de campo fraco e baixas velocidades das equações de movimento resultantes variando a ação de Einstein-Hilbert estendida pelo grupo de renormalização,

$$S[g_{\alpha\beta}, \mu] = \frac{c^3}{16\pi} \int d^4x \sqrt{-g} \frac{R - 2\Lambda(\mu)}{G(\mu)}, \quad (2.20)$$

onde a ação passa ser uma funcional de ambas a métrica  $g_{\alpha\beta}$  e escala  $\mu$ . Variando-se a ação com respeito à métrica obtém-se equações de Einstein modificadas, e com respeito a  $\mu$  uma equação de vínculo entre  $\Lambda$ ,  $G$  e métrica, como pode ser visto em (Rodrigues et al., 2014). Partindo destas ideias, o modelo RGGR foi desde então estudado em alguns trabalhos como em (Farina et al., 2011; Rodrigues, 2012; Rodrigues; Chauvineau; Piattella, 2015), incluindo a nossa contribuição em (Rodrigues et al., 2014), onde estendemos a análise de (Rodrigues; Letelier; Shapiro, 2010) para uma amostra considerável de galáxias, como veremos adiante.

Para analisar a dinâmica das galáxias (e seguindo (Rodrigues; Letelier; Shapiro, 2010)), despreza-se a contribuição de  $\Lambda$ , e além disso supõe-se que  $G$  varia muito pouco na galáxia de forma que

$$G = G_0 + \delta G = G_0(1 + \kappa) \quad (2.21)$$

com  $|\kappa| = \delta G/G_0 \ll 1$ . Pode-se então definir um potencial efetivo  $\Phi$  ao notar que existe uma transformação conforme na ação da forma

$$\bar{g}_{\mu\nu} = \frac{G_0}{G(\mu)} g_{\mu\nu} \approx (1 - \kappa) g_{\mu\nu}, \quad (2.22)$$

de maneira que em primeira aproximação em  $\kappa$  as equações de Einstein são automaticamente satisfeitas na métrica  $\bar{g}_{\mu\nu}$  com  $G_0$  constante. Assim de acordo com esta transformação as componentes tempo-tempo das métricas são relacionadas por

$$-1 - \frac{2\Phi_N}{c^2} = \frac{G_0}{G(\mu)} \left( -1 - \frac{2\Phi}{c^2} \right). \quad (2.23)$$

O último e mais importante passo é a definição da escala  $\mu$ . Ainda em (Rodrigues; Letelier; Shapiro, 2010) alguns *ansatz* foram testados, e concluiu-se que a hipótese mais simples com um bom limite Newtoniano é

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left( \frac{\Phi_N}{\Phi_0} \right)^\alpha, \quad (2.24)$$

sendo  $\alpha$  uma constante adimensional que varia para cada galáxia, e  $\Phi_0$  uma constante tal que  $G(\Phi_0) = G_0$ , que acaba não tendo papel algum, já que é eliminada da derivada de  $\Phi$ . Combinando as 2.19, 2.23 e 2.24 tem-se a expressão para o potencial efetivo, em primeira ordem em  $\nu$

$$\frac{\Phi}{c^2} = \frac{\Phi_N}{c^2} - \bar{\nu} \ln \frac{\Phi_N^2}{\Phi_0^2}. \quad (2.25)$$

Finalmente, a velocidade de rotação é dada então pela expressão usual da força centrípeta  $V^2/r = \partial\Phi/\partial r$ , que resulta em

$$V^2 = V_N^2 \left( 1 - \frac{V_\infty^2}{\Phi_N} \right) \quad (2.26)$$

onde  $V_N^2 = r\partial\Phi_N/\partial r$ . O parâmetro  $V_\infty^2 = \alpha\nu c^2$  é o parâmetro livre da teoria, ajustável a cada galáxia, juntamente com as razões massa-luminosidade. Na

prática parametrizamos  $V_\infty$  por  $\alpha$ , fixando o valor  $\nu$  em  $10^{-7}$ , assim  $V_\infty^2 = \alpha c^2 \times 10^{-7}$ . A expressão acima tem como limite assintótico  $V^2(r \rightarrow \infty) = V_\infty^2$ , já que nesta situação  $V_N^2 \rightarrow 0$  e  $V_N^2/\Phi_N = -1$ . Assim  $V_\infty^2$  é de fato uma velocidade terminal, e a velocidade circular efetiva  $V^2$  é sempre maior que a Newtoniana, já que  $\Phi_N$  é negativo. Por ser proporcional a  $V_N^2$ , o modelo também segue grosso modo a regra de Renzo, e as ondulações características da curva de rotação bariônica estarão presentes na curva de rotação efetiva.

Dada a relação de Tully-Fisher onde a velocidade terminal é  $V^4 \propto M$ , haveria então no modelo RGGR a expectativa de que  $M \propto \alpha^2$ . Além disso para manter os resultados da RG e seu limite Newtoniano no sistema solar espera-se que  $\alpha \rightarrow 0$  quando  $M \rightarrow 0$  (e de fato isto foi verificado em (Farina et al., 2011)). De toda forma, o fato de  $\alpha$  variar a cada galáxia sugere a existência uma correlação entre este parâmetro e algum parâmetro galáctico a ser determinado. Durante nosso doutorado investigamos algumas possíveis correlações, sem muito sucesso, sendo a mais evidente a correlação  $\alpha \times M$ , como mostramos em (Rodrigues et al., 2014) e a seguir.

Uma dificuldade que contornamos ao lidar com este modelo foi o fato de que como veremos a seguir para algumas amostras com que trabalhamos, o perfil de densidade superficial estelar  $\Sigma(r_i)$  não estava disponível, mas ao invés disso os dados de sua contribuição para a curva de rotação (assumindo um certo valor de  $\Upsilon_\star$ ), medida nas mesmas posições  $r_i$  da curva de rotação observada da galáxia. Em outros modelos isto não representa dificuldade alguma pois o que importa para análise estatística é a diferença entre a velocidade observada e a prevista pelo modelo. Porém no caso de RGGR a velocidade efetiva do modelo  $V^2$  depende do potencial Newtoniano  $\Phi_N$  das componentes, e sendo assim somos forçados a calculá-lo. Para isso primeiramente construímos a curva de velocidade da componente, por interpolação polinomial, a partir dos pontos  $V_i(r_i)$  dados. A seguir calculamos numericamente o potencial da componente através da integração

$$\phi(r) = \int_0^r \frac{V^2(r')}{r'} dr', \quad (2.27)$$

construindo a função  $\phi$  pela interpolação de uma tabela de pontos  $[\phi(r_i), r_i]$ , que vai até o raio máximo observado da galáxia. Por construção o potencial  $\phi$  gera, ao menos nos pontos observados, a mesma velocidade, e tem aproximadamente

a mesma forma da função  $\Phi$  (com pequenas variações causadas pela função de interpolação entre os pontos), diferindo da última por uma constante aditiva  $c$

$$\Phi = \phi + c, \quad (2.28)$$

que garante que  $\Phi \rightarrow 0$  quando  $r \rightarrow \infty$ . O último passo é então a estimativa da constante  $c$ . No caso da componente estelar comparamos o seu “potencial”  $\phi$  com aquele calculado a partir de um disco exponencial com escala de comprimento igual à da galáxia em questão. A constante é então calculada igualando  $\Phi = \phi + c$  no último raio observado da galáxia, obtendo em geral uma boa concordância entre as duas funções.

Veremos adiante que os nossos resultados mostram que em termos de ajustes a curvas de rotação de galáxias, RGGR é um modelo competitivo, mas quando confrontado com outros dados observacionais da Via Láctea, o modelo parece sofrer um revés (de Oliveira; de Freitas Pacheco; Reinisch, 2015). Uma investigação mais detalhada acerca da viabilidade do modelo RGGR foge do escopo desta tese.

### 2.3.3 Condensado de Bose-Einstein

Ao contrário dos casos anteriores este não é um modelo de gravitação alternativa, e sim um modelo de matéria escura alternativo ao das WIMPs, onde um bóson escalar leve seria a partícula de matéria escura não bariônica. Abaixo de uma certa temperatura crítica, as funções de onda dos bósons se sobrepõem e o sistema passa a apresentar o comportamento coletivo macroscópico chamado de *Condensado de Bose Einstein* ou BEC em inglês. Apesar de previstos teoricamente há décadas, os BEC só foram observados experimentalmente na década de 90 (Dalfovo et al., 1999), e no mesmo período a sua aplicação à cosmologia logo despontou (Sin, 1994) como candidato viável para o papel da matéria escura no Universo. Isto porque para uma massa da ordem de  $10^{-22}$  eV/ $c^2$  a temperatura de formação do BEC é ordem de 1 TeV, correspondendo ao Universo primordial, a partir do qual o mesmo evolui de maneira similar a matéria escura fria. Sendo assim esta família de modelos pode em princípio explicar simultaneamente as evidências na estrutura em larga escala do universo (Magaña; Matos, 2012; Freitas; Gonçalves, 2013) e as na escala galáctica como as curvas de rotação de espirais (Böhmer; Harko, 2007; Pires; de Souza, 2012; de Souza; Pires, 2014; Guzmán et al., 2014). Além disso do ponto de vista teórico também há candidatos naturais para o bóson, sendo o

mais notório o áxion, do suposto mecanismo de Peccei-Quinn da cromodinâmica quântica (Banik; Sikivie, 2015).

Na TQC, o BEC é descrito na segunda quantização, onde o Hamiltoniano  $\hat{H}$  de um sistema de  $N$  bósons interagentes e o operador de aniquilação do campo bosônico  $\hat{\Psi}(\mathbf{r}, t)$  obedecem a equação de Heisenberg

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \hat{\Psi}(\mathbf{r}, t) = [\hat{\Psi}(\mathbf{r}, t), \hat{H}] = \left[ -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) + \int d\mathbf{r}' \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}', t) V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}, t) \right] \hat{\Psi}(\mathbf{r}, t), \quad (2.29)$$

sendo  $V(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$  a energia potencial de interação entre duas partículas, e  $V_{\text{ext}}$  a energia potencial externa de confinamento do BEC. Nas condições de formação do BEC, chamado as vezes de limite de diluição (baixas temperaturas e densidades), o espaçamento médio entre as partículas é muito maior que o comprimento de espalhamento  $a$ , e nesse caso as únicas interações relevantes são as colisões entre pares de partículas, onde o potencial de interação é descrito pelo chamado potencial efetivo de esfera dura

$$V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = g\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (2.30)$$

onde a constante de acoplamento  $g$  é definida como

$$g = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m}. \quad (2.31)$$

O próximo passo é um tipo de aproximação de campo médio (ou de Hartree (Dalfovo et al., 1999)), onde o operador  $\hat{\Psi}(\mathbf{r}, t)$  é decomposto nas contribuições da chamada função de onda  $\psi$  do estado fundamental do condensado e o operador  $\hat{\Psi}'(\mathbf{r}, t)$  que representa a pequena contribuição dos estados excitados. No caso de um estado estacionário de  $N$  bósons com potencial químico  $\mu$  tem-se então

$$\hat{\Psi}(\mathbf{r}, t) = e^{-\frac{i\mu t}{\hbar}} [\psi(\mathbf{r}) + \hat{\Psi}'(\mathbf{r})]. \quad (2.32)$$

Aqui  $\psi$  é definida como o valor esperado do operador de campo  $\psi(\mathbf{r}, t) = \langle \hat{\Psi}(\mathbf{r}, t) \rangle$  e fixa a densidade de bósons no estado fundamental como  $\rho(\mathbf{r}, t) = |\psi(\mathbf{r}, t)|^2 = N|\phi(\mathbf{r}, t)|^2$ , sendo  $\phi$  a função de onda do estado fundamental de uma partícula, devidamente normalizada. Usando estas expressões, e desprezando as perturbações em  $\psi$ , a 2.29 se torna a chamada equação de Gross-Pitaevskii independente do tempo, :

$$\mu\psi(\mathbf{r}) = \left( -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) + g|\psi(\mathbf{r})|^2 \right) \psi(\mathbf{r}). \quad (2.33)$$

No caso do halo de matéria escura na aproximação de campo médio,  $V_{\text{ext}}$  é a energia potencial gravitacional do BEC, que obedece a equação de Poisson

$$\nabla^2 \frac{V_{\text{ext}}(\mathbf{r})}{m} = 4\pi G \rho_{\text{BEC}}, \quad (2.34)$$

sendo  $V_{\text{ext}}(\mathbf{r})/m$  o potencial escalar Newtoniano e  $\rho_{\text{BEC}} = m\rho$  a densidade de massa do BEC. As equações acima são por vezes chamadas de sistema de Gross-Pitaevskii-Poisson (GPP), e juntas podem ser vistas como uma equação de Schrodinger não-linear na aproximação de campo médio do BEC. Em vários estudos este sistema é resolvido numericamente, o que permite o estudo tanto da curva de rotação quanto da estabilidade do halo de matéria escura, como por exemplo em (Guzmán et al., 2013).

A abordagem que testamos em nosso trabalho envolve a aproximação de Thomas-Fermi, onde  $N \gg 1$ , e a contribuição da energia cinética do sistema só é relevante perto da fronteira do BEC, sendo assim desprezada se comparada com a energia de interação. De fato, usando uma representação de Madelung da função de onda (Böhmer; Harko, 2007), (Dwornik; Keresztes; Gergely, 2013), do tipo  $\psi(\mathbf{r}) = \sqrt{\rho(\mathbf{r})} \exp(i\mu t/\hbar)$ , pode-se mostrar que o sistema GPP se decompõe em equações análogas às da hidrodinâmica, e neste caso a equação equivalente à da continuidade toma a forma

$$V_{\text{ext}} + V_{\text{Q}} + g\rho = \mu, \quad (2.35)$$

com  $\mu$  constante e  $V_{\text{Q}} \propto (\nabla^2 \sqrt{\rho})/\rho$  o chamado potencial quântico, que se anula no limite de Thomas-Fermi. Nesta situação, tomando o laplaciano de 2.35, juntamente com a 2.34, tem-se

$$\nabla^2 \rho_{\text{BEC}} + \frac{4\pi G m^2}{g} \rho_{\text{BEC}} = 0 \quad (2.36)$$

que tem como solução, no caso com simetria esférica, o chamado perfil de Bohmer-Harko

$$\rho_{\text{BEC}}(r) = \rho_0 \frac{\text{sen}(kr)}{kr}, \quad (2.37)$$

sendo  $\rho_0 = \rho_{\text{BEC}}(r=0)$  e a constante  $k$  definida como

$$k = \sqrt{\frac{Gm^3}{\hbar^2 a}}. \quad (2.38)$$

Pode-se notar que o perfil de densidade é constante próximo da origem, e vai a zero no raio em que  $kr = \pi$ , o que define o raio do BEC,  $r_{\text{BEC}} = \pi/k$ . A partir deste raio a densidade seria então negativa, e para evitar este problema fixa-se  $\rho_{\text{BEC}}(r \geq r_{\text{BEC}}) = 0$ . Isto é necessário pois em muitos casos o raio previsto do BEC é menor do que o da própria galáxia, e na região além do BEC, espera-se um comportamento kepleriano,  $V_{\text{BEC}}^2 \propto 1/r$ . Com esta definição pode-se fixar também a massa total do halo BEC, integrando o perfil de densidade até  $r = r_{\text{BEC}}$ , de forma que  $M_{\text{BEC}} = 4\pi^2 \rho_0 / k^3 = 4\rho_0 r_{\text{BEC}}^3 / \pi$ .

De posse do perfil de densidade, o potencial Newtoniano correspondente pode ser calculado analiticamente, que em função dos parâmetros livres  $\rho_0$  e  $k$  se escreve:

$$\Phi_{\text{BEC}}(r) = \begin{cases} \frac{-4\pi G \rho_0}{k^2} \left(1 + \frac{\text{sen } kr}{kr}\right), & r \leq r_{\text{BEC}}, \\ \frac{-4\pi^2 G \rho_0}{k^3 r}, & r > r_{\text{BEC}}, \end{cases} \quad (2.39)$$

de maneira que para  $r > r_{\text{BEC}}$ ,  $\Phi_{\text{BEC}}(r) = -GM_{\text{BEC}}/r$  como esperado. A velocidade circular correspondente é então

$$V_{\text{BEC}}^2(r) = \begin{cases} \frac{4\pi G \rho_0}{k^2} \left(\frac{\text{sen } kr}{kr} - \cos kr\right), & r \leq r_{\text{BEC}}, \\ \frac{4\pi^2 G \rho_0}{k^3 r}, & r > r_{\text{BEC}}, \end{cases} \quad (2.40)$$

que deve ser adicionada à contribuição bariônica para a obtenção da velocidade circular total. Esta solução foi confrontada, em vários trabalhos, com as curvas de rotação de vários tipos de galáxias, tendo em geral obtido boa concordância com as observações. Apesar destes bons resultados o modelo sofre com alguns problemas que parecem inviabilizá-lo, em especial o fato que só há bons ajustes considerando  $k$  como parâmetro livre da teoria. Como  $k$  depende tanto da massa  $m$  quando do comprimento de espalhamento  $a$ , isto significa que os parâmetros do bóson estariam variando em cada galáxia, o que não faz sentido. Há também outras questões abordadas na literatura como por exemplo a da instabilidade do halo BEC (Guzmán et al., 2013) e a validade da aproximação de Thomas-Fermi (Toth, 2014).

Neste tese testamos o modelo BEC apenas no contexto da Via Láctea, que descrevemos no capítulo 5, onde além da curva de rotação testamos também o modelo contra os dados da aceleração vertical na vizinhança solar. E aqui também os resultados parecem inviabilizar o modelo, apesar de um ajuste razoável para a curva de rotação.

## 2.4 O Problema Cúspide/Núcleo

O modelo cosmológico padrão, o  $\Lambda$ CDM, descreve com detalhes o Universo nas escalas cosmológicas, desde a sua fase primordial e a formação de estruturas até a fase atual de domínio das componentes não bariônicas (Planck Collaboration et al., 2016; Mo; van den Bosch; White, 2010; Del Popolo, 2014). No entanto uma série de observações permanece inexplicadas na escala das galáxias (Primack, 2009; Weinberg et al., 2015; Del Popolo; Le Delliou, 2017; Pawlowski et al., 2015). Em particular, o modelo  $\Lambda$ CDM tem dificuldades em explicar certos aspectos inferidos a partir de observações de galáxias espirais, sendo que um dos principais problemas do modelo padrão é a previsão, feita por simulações numéricas de N-corpos, de um perfil universal para os halos de matéria escura, que apresenta uma cúspide central (Moore, 1994; Flores; Primack, 1994; Navarro; Frenk; White, 1997; Navarro et al., 2010), enquanto que as observações de curvas de rotação de galáxias, em especial de anãs e LSB, são melhores descritas por halos de matéria escura com núcleos de densidade constante (de Blok, 2010; Adams et al., 2014).

As simulações cosmológicas de N corpos com matéria escura produzem perfis de densidade para os halos virializados que crescem rapidamente na região central, descritos pelo perfil de Navarro, Frenk e White (NFW) (Navarro; Frenk; White, 1997):

$$\rho_{\text{NFW}}(r) = \frac{\rho_s}{\frac{r}{r_s} \left(1 + \frac{r}{r_s}\right)^2}, \quad (2.41)$$

onde  $\rho_s$  e  $r_s$  são constantes que definem um dado halo. Nota-se que este perfil têm um comportamento central do tipo  $\rho \propto r^{-1}$ . Em geral perfis que têm próximo ao centro  $\rho \propto r^\alpha$  com  $\alpha \lesssim -1$  são chamados de perfis com cúspide, e perfis com  $\alpha \approx 0$ , são chamados de perfis com núcleo. O valor numérico preciso que define a fronteira entre um halo com cúspide ou núcleo varia de acordo com a abordagem. O valor de  $\alpha$  depende da simulação, variando de por exemplo de  $\alpha \sim -1,5$  (Moore et al., 1999), até perfis mais suaves na região central, com  $r^{-0,8}$  a  $\sim 100$  pc do centro em simulações mais recentes e modelos semi-analíticos (Stadel et al., 2009; Navarro et al., 2010)<sup>7</sup>. Considerando efeitos da matéria bariônica na

<sup>7</sup>Este é o chamado perfil de Einasto, que com 3 parâmetros livres, descreve melhor os perfis dos halos obtidos em simulações de N-corpos. Apesar de não possuir um comportamento divergente, na prática no contexto das curvas de rotação sofre do mesmo problema no NFW, onde sua densidade cresce rapidamente perto da origem (Chemin; de Blok; Mamon, 2011; Gao et al.,

formação dos halos, vários autores, em simulações hidrodinâmicas ou resultados semi-analíticos, detectam uma correlação entre variação central do perfil e massa do objeto considerado (Ricotti, 2003; Ricotti; Pontzen; Viel, 2007; Del Popolo, 2010; Del Popolo, 2012b), de maneira que o expoente  $\alpha$  varia em torno de -1 dependendo da massa do objeto, mais especificamente com a massa estelar da galáxia considerada (Di Cintio et al., 2014a).

Por outro lado as observações de curvas de rotação de galáxias são normalmente melhor descritas por perfis de densidade com um núcleo central (de Blok; McGaugh; Rubin, 2001; Gentile et al., 2004; Blais-Ouellette; Amram; Carignan, 2001; Borriello; Salucci, 2001; de Blok et al., 2001; Swaters et al., 2003; Oh et al., 2011), por exemplo o perfil pseudo-isotérmico

$$\rho_{\text{ISO}}(r) = \frac{\rho_0}{1 + \left(\frac{r}{r_c}\right)^2}, \quad (2.42)$$

sendo  $\rho_0$  e  $r_c$  a densidade central e raio do núcleo, e o perfil de Burkert

$$\rho_{\text{Burkert}}(r) = \frac{\rho_0}{\left(1 + \frac{r}{r_c}\right)\left(1 + \frac{r^2}{r_c^2}\right)}, \quad (2.43)$$

com  $\rho_0$  e  $r_c$  sendo definidos da mesma forma. Em ambos os casos acima, nota-se que para  $r \rightarrow 0$ ,  $\rho \rightarrow \rho_0$ , o que caracteriza o núcleo no centro do halo. Desta forma o problema cúspide/núcleo se caracteriza pelo conflito entre as observações, que preferem perfis com núcleo, e as expectativas criadas pelas simulações, que produzem perfis mais próximos de uma cúspide. Este conflito é evidente no caso das galáxias anãs e LSB, que de acordo com as simulações com matéria escura deveriam possuir uma cúspide ( $\alpha \lesssim -1$ ), mas na prática são melhores descritas por modelos com núcleo ( $\alpha \sim 0$ ). Porém esta tendência não é válida para todos os tipos de galáxias. Por exemplo em (de Blok et al., 2008) na amostra THINGS, pela comparação entre os valores do  $\chi^2_{\text{min}}$  dos modelos NFW e pseudo-isotérmico conclui-se que as galáxias maiores ( $M_B < -19$ ) são descritas igualmente bem por ambos os perfis NFW e pseudo isotérmico, enquanto que as galáxias menores ( $M_B > -19$ ) são melhor descritas pelo perfil pseudo isotérmico. Neste mesmo contexto de comparação outros exemplos também mostram que para galáxias massivas, cujos centros são dominados pela matéria bariônica, não há

uma tendência clara, e de fato isto é o tipo de conclusão que procuramos investigar em (Rodrigues et al., 2017), a seguir. Em (Spano et al., 2008) os autores analisam uma amostra de 36 galáxias espirais de diversos tipos, e apesar de em geral obterem melhores ajustes com o modelo pseudo isotérmico do que com o NFW, não há relação clara entre o tipo de galáxia e o modelo preferido. Já em (Simon et al., 2005) é feita uma análise de 5 galáxias com o expoente  $\alpha$  como parâmetro livre, cujos resultados mostram significativa dispersão, não havendo assim preferência por nenhum perfil universal.

Isto sugere que a própria existência de um perfil universal de matéria escura nas galáxias pode ser questionada, já que estes perfis não têm justificativa teórica e são apenas ajustados às curvas de rotação. No caso de gravitação modificada por exemplo (como MOND, RGGR e outras propostas (Famaey; McGaugh, 2012; Rodrigues; Letelier; Shapiro, 2010; Rodrigues et al., 2014; van den Bosch; Dalcanton, 2000; Zlosnik; Ferreira; Starkman, 2007), além de serem construídos a partir de princípios, a controvérsia sequer existe, dado que são modelos que não usam matéria escura. E dado que a origem da diferença entre os ajustes às curvas de rotação dos perfis com cúspide e núcleo está justamente na região central das galáxias (de Blok; Bosma, 2002), neste caso a questão é se tais modelos modificados conseguem ou não reproduzir bem as curvas de rotação observada, sobretudo próximo ao núcleo. Pois ainda que um modelo de gravitação modificada possa produzir bons ajustes para um grande conjunto de galáxias, caso estes ajustes sejam sistematicamente problemáticos no centro das galáxias, o modelo de gravitação modificada não terá mérito algum sobre o modelo padrão por não possuir conflito núcleo/cúspide. Esta é uma motivação para nossa investigação em (Rodrigues et al., 2014), descrita no próximo capítulo.

Uma solução para a controvérsia seria a existência de algum mecanismo que transforma os perfis com cúspide nos perfis com núcleos. Em alguns modelos de matéria escura isto ocorre naturalmente, como no caso com matéria escura auto-interagente (Spergel; Steinhardt, 2000; Rocha et al., 2013)), ou com mudanças no espectro de potência em pequenas escalas (Bode; Ostriker; Turok, 2001; Zentner; Bullock, 2003; Macciò et al., 2013), nos quais os halos escuros produzidos têm densidade menor, possivelmente adquirindo um núcleo. No caso da CDM isto também pode ocorrer via mecanismos onde a interação gravitacional entre os bárions no centro da galáxia e a matéria escura suaviza as cúspides, possivelmente

em núcleos, como por exemplo a retroalimentação por ejeções de supernovae e a fricção dinâmica de bárions (Del Popolo, 2009; Governato et al., 2010; Del Popolo, 2012a; de Souza et al., 2011; Pontzen; Governato, 2012; Governato et al., 2012; Del Popolo et al., 2014). Independentemente do mecanismo bariônico que efetiva a transformação da cúspide em núcleo, este processo dependeria do conteúdo bariônico da galáxia e assim seria mais eficiente em algumas galáxias do que em outras. Os mecanismos citados concordam por exemplo que em galáxias massivas, não haveria perfis com núcleo. Em particular de acordo com (Di Cintio et al., 2014b; Del Popolo; Pace, 2016) esta transformação depende da massa estelar da galáxia, de forma que galáxias com massa estelar  $M \sim 10^{8.5}M_{\odot}$  têm halos escuros com perfis aproximadamente nucleados ( $\alpha \approx 0$ ), enquanto galáxias maiores, com massa estelar  $M \gtrsim 10^{9.5}M_{\odot}$ , são melhor descritas por perfis com cúspide (com  $\alpha \lesssim -1$ ). Isto seria consequência do fato de que galáxias maiores possuem uma maior razão entre a massa bariônica e a massa do halo, e do fato de que o centro destas galáxias serem dominados pela matéria bariônica. Esta matéria bariônica gera uma maior atração gravitacional do que em galáxias menores e consequentemente os fluxos de matéria causados pelas supernovae ou pela fricção dinâmica não são capazes de arrastar a matéria escura para fora e suavizar o perfil do halo. Em nosso artigo (Rodrigues et al., 2017) descrito no capítulo 4, desenvolvemos uma nova técnica para avaliar a controvérsia do núcleo/cúspide, motivados a verificar se de fato os perfis com cúspide têm desempenho melhor em galáxias maiores.

## 2.5 Dados Observacionais

Nesta seção descrevemos as amostras e dados utilizados durante nosso doutorado, bem como o fundamento da análise estatística utilizada em nossos artigos.

### Amostra A

Esta amostra corresponde às curvas de rotação observadas no projeto *The HI Nearby Galaxy Survey* (THINGS). Os modelos de massa da parte estelar baseiam-se nas observações na banda  $3,6 \mu\text{m}$  do projeto SINGS (*Spitzer Infrared Nearby Galaxy Survey*). Trabalhamos aqui com os dados apresentadas em (de Blok et al., 2008) (com exceção das galáxias NGC 2366 e IC 2574), que foram nos enviados

em comunicação privada por E. de Blok., sendo em maioria galáxias massivas ( $M \gtrsim 10^9 M_\odot$ ) e com altas velocidades de rotação máximas ( $V_{\max} \gtrsim 100$  km/s). As galáxias também são selecionadas de acordo com sua inclinação, que como discutido anteriormente, pode limitar significativamente a medida da curva de rotação, e assim somente galáxias com inclinações intermediárias ( $40 \lesssim i \lesssim 80^\circ$ ) são estudadas. Da mesma forma, evita-se galáxias com movimentos não circulares evidentes, que foram estudadas em (Oh et al., 2008).

Estes dados são os de maior resolução com que trabalhamos, devido à interferometria dos radio-telescópios do *Very Large Array* combinada com a relativa proximidade das galáxias observadas, de maneira que resolução final típica é da ordem de 100 pc. Como resultado, em geral as curvas de rotação nesta amostra possuem da ordem de centenas de pontos observados, pelo menos uma ordem de grandeza a mais do que as outras amostras, o que proporciona ajustes muito mais precisos. As curvas de rotação são obtidas dos campos de velocidade radiais após a aplicação de diversas técnicas (descritas em detalhe em (de Blok et al., 2008)) que visam a avaliação e eliminação de erros sistemáticos causados por exemplo pelo beam smearing (que devido à alta resolução desta amostra, não tem efeitos significativos - introduzem erros da ordem de 1 km/s) ou pela presença de movimentos não circulares na galáxia. Já as barras de erro na velocidade de rotação são definidas como uma soma quadrática da dispersão das velocidades calculadas ao longo de cada anel <sup>8</sup> com 1/4 da diferença entre as velocidades calculadas usando apenas o lado recessivo e o lado aproximante da galáxia. Esta definição é arbitrária e supostamente torna as barras de erro mais realistas, possivelmente as superestimando.

Além da questão da resolução esta amostra busca um tratamento mais preciso dos modelos de massa estelar em relação a outras amostras. Em particular os autores usam a relação já citada (Bell; de Jong, 2001) entre as cores e a razão massa-luminosidade estelar, que no caso entre as bandas *J* e *K* do infravermelho próximo é

$$\log(Y_\star^K) = 1,43(J - K) - 1,38, \quad (2.44)$$

<sup>8</sup>Esta medida substitui a anterior, citada na introdução, baseada na variação do  $\chi^2$  mínimo a  $1\sigma$  fixado pelos parâmetros do anel. Esta escolha é feita pois nesta amostra a definição baseada no  $\chi^2$  gera barras de erro até uma ordem de grandeza menor do que a definição baseada na dispersão de velocidades.

que é usada então para obter para cada galáxia uma função  $\Upsilon_{\star}^K$  a partir das observações das bandas  $J$  e  $K$ , por sua vez extraídas das observações do projeto 2MASS Large Galaxy Atlas (Jarrett et al., 2003). A expressão anterior é obtida a partir de modelos de síntese de população estelares, que assume uma determinada função da massa inicial, e conseqüentemente uma vez observadas as bandas  $J$  e  $K$  a função  $\Upsilon_{\star}^K$  é fixada. Em (de Blok et al., 2008) os autores exploram diferentes cenários para a função de massa inicial, o que implica em alterar a constante aditiva em 2.44, reescalando assim  $\Upsilon_{\star}^K$  e a massa estelar total. No nosso caso exploramos um outro cenário, também investigado no THINGS, onde a massa estelar total (e a constante na expressão 2.44) é um parâmetro livre, e assim as observações das bandas  $J$  e  $K$  fixam a forma funcional de  $\Upsilon_{\star}^K$  a menos de uma constante, que determinamos pelo ajuste aos dados juntamente com um modelo para o halo escuro.

Como a fotometria estelar das galáxias é medida na banda  $3,6 \mu\text{m}$  do projeto SINGS, resta então converter  $\Upsilon_{\star}^K$  em  $\Upsilon_{\star}^{3,6}$ , o que é feito em (Oh et al., 2008), usando modelos de síntese de populações estelares:

$$\Upsilon_{\star}^{3,6} = 0,92\Upsilon_{\star}^K - 0,05, \quad (2.45)$$

de maneira que a variação radial na razão massa-luminosidade toma uma forma do tipo

$$\Upsilon_{\star}^{3,6}(r) = \Upsilon_{\star}^{3,6} f(r), \quad (2.46)$$

onde  $f(r)$  é determinada pela variação radial da cor  $J - K$  e as constantes dadas nas expressões acima, e  $\Upsilon_{\star}^{3,6} = M_{\star}/L_{3,6}$  sendo  $M_{\star}$  a massas estelar total e  $L_{3,6}$  a luminosidade total da galáxia na banda  $3,6 \mu\text{m}$ , que pode ser obtida pela integração do perfil de luminosidade da galáxia.

Dado o perfil de magnitude  $\mu_{3,6}(r)$  da galáxia (em mag/arcseg<sup>2</sup>), pode-se obter o perfil de densidade superficial de luminosidade em  $L_{\odot 3,6}/\text{pc}^2$ ,  $I(r) \propto 10^{-0.4[\mu(r)-C_{3,6}]}$ , onde  $C_{3,6}$  é uma constante que envolve a magnitude absoluta solar na banda  $3,6 \mu\text{m}$  e um fator de conversão de unidades (Oh et al., 2008). A obtenção da quantidade desejada, a densidade superficial de massa  $\Sigma(r)$ , se dá então pela simples multiplicação pela razão massa-luminosidade  $\Upsilon_{\star}^{3,6}(r)$ . E por fim, uma última correção a ser aplicada é de deprojeção, onde para um disco infinitamente fino e transparente com inclinação  $i$ , a densidade superficial de massa difere daquela de um disco face-on por um fator de  $\cos i$ . Assim a densidade superficial

de massa das galáxias é modelada, em  $M_{\odot}/\text{kpc}^2$ , como

$$\Sigma(r) = \kappa \Upsilon_{\star}^{3,6}(r) \cos[i(r)] 10^{-0.4(\mu(r) - M_{\odot,3,6})}, \quad (2.47)$$

onde  $\kappa = (180 \times 3600 \times 10^2 / \pi)^2$  é um fator de conversão de unidades e  $M_{\odot,3,6} = 3,24$  é a magnitude solar na banda  $3,6 \mu\text{m}$ . É fica evidente que nesta amostra tanto à razão massa-luminosidade quanto à inclinação são permitidas variações radiais, a primeira relacionada às diferentes populações estelares presentes na galáxia, e a segunda extraída do modelo tilted ring aplicado na obtenção da curva de rotação. Finalmente, a densidade volumétrica de massa da galáxia (em  $M_{\odot}/\text{kpc}^3$ ) é obtida assumindo uma distribuição vertical do tipo  $\text{sech}^2$ , de forma que

$$\rho_{\star}(r, z) = \Sigma_{\star}(r) \frac{1}{2z_d} \text{Sech}^2\left(\frac{z}{z_d}\right), \quad (2.48)$$

onde assume-se que  $z_d = r_d/5$ , de forma que a determinação de  $z_d$  depende apenas da inspeção do perfil radial  $\mu(r)$  da galáxia, de onde extrai-se o valor de  $r_d$ . Esta densidade é então integrada para a obtenção do potencial Newtoniano da parte estelar e de sua contribuição para a rotação da galáxia.

Algumas galáxias nesta amostra possuem um componente central que pode ser identificado como um bojo. Neste caso seguimos a modelagem feita pelos autores, onde os parâmetros do disco e do bojo são fixados de duas formas. Na primeira ignora-se o bojo, com a construção de um disco exponencial que descreve bem a parte externa da galáxia. Na segunda, monta-se um disco exponencial que reproduz a fotometria da região interna e um outro disco que reproduz a fotometria do restante da galáxia, deixando do  $\Upsilon_{\star,b}^{3,6}$  e  $\Upsilon_{\star,d}^{3,6}$  como parâmetros livres. Como estes modelos têm resultados distintos frente aos dados, nós os consideramos separadamente, ainda que se refiram à mesma galáxia. Este é o caso das galáxias NGC 2403 e NGC 3198. Outra galáxia que analisamos duas vezes é a NGC 7793, mas neste caso por duas versões diferentes de sua curva de rotação: uma só a parte interna, onde a curva de rotação é crescente, e a outra levando em conta também a parte externa, onde a curva de rotação é decrescente, fato discutido pelos autores. Neste caso, cada modelo é analisado separadamente frente às duas versões da curva de rotação.

O modelo de massa do gás por outro lado é muito mais simples. A densidade superficial corrigida por inclinação  $\Sigma_{\text{gás}}(r)$  já é dada a partir do modelo tilted ring, sendo apenas multiplicado por um fator de 1,4 para simular a presença de

outros gases no meio intergalático. A densidade volumétrica é obtida então ao assumir-se um disco infinitamente fino, da forma

$$\rho_{\text{gás}}(r, z) = \Sigma_{\text{gás}}(r) \delta(z), \quad (2.49)$$

onde  $\delta(z)$  é a função delta de Dirac. Assim como no caso estelar, o potencial Newtoniano é obtido então a partir desta densidade.

### Amostra B

Esta amostra consiste de 5 galáxias (late-type, HSB e sem bojo) cujas curvas de rotação são híbridas, observadas tanto em H $\alpha$  na parte central como em HI nas partes mais externas, com o objetivo de medir as curvas de rotação de maneira mais completa possível. No caso das observações em HI, aqui os autores desenvolvem uma abordagem alternativa ao método tilted ring para a obtenção da curva de rotação, apropriado para os casos de galáxias cujos campos de velocidades radiais não estejam bem definidos, e/ou no caso de galáxias em altas inclinações. O método, chamado *Warped Modified Envelope Tracing* ou *Modified Envelope Tracing* na sua versão mais simples, produz melhores estimativas iniciais da curva de rotação, em comparação a outros métodos, mas requer manipulações a posteriori nos dados observados para a obtenção da versão final da curva de rotação. O método, assim como as galáxias e suas características, são descritos em detalhes em (Gentile et al., 2004). As barras de erros levam em consideração a diferença de velocidades entre os lados da galáxia, além de erros sistemáticos e um erro mínimo arbitrário relacionado à inclinação da galáxia.

Nas observações óticas, as 5 galáxias foram selecionadas de uma amostra de 967 curvas de rotação estudadas em (Persic; Salucci, 1995) por obedecerem critérios de seleção como inclinação favorável ( $i < 85^\circ$ ), boa resolução e simetria espaciais, entre outros. Nas regiões onde se sobrepõem, as curvas de rotação obtidas via H $\alpha$  e HI concordam entre si. As galáxias são observadas na banda I para obtenção do modelo de massa estelar e de outros parâmetros da galáxia, como o escada de comprimento do disco. A curva de rotação é construída ponto a ponto através de uma média tomada em pontos vizinhos agrupados radialmente. As barras de erro são calculadas pela média dos erros dos pontos agrupados mais um erro médio definido como metade do erro médio. E mesmo com a introdução arbitrária destes erros mínimos, nesta amostra vê-se que as barras de erro tanto

dos ponto de  $H\alpha$  como de HI são consideravelmente menores do que em outras amostras.

No que diz respeito ao tratamento de dados feito nesta amostra, para todas as galáxias a densidade superficial do gás ( $\Sigma_{\text{gás},i}(r_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$  sendo  $N$  o número de pontos observados na curva de rotação) foi fornecida, e assim após a interpolação dos dados para construção da curva contínua  $\Sigma_{\text{gás}}(r)$ , e assumindo que o mesmo esteja distribuído em um disco fino, seguimos o procedimento descrito anteriormente e calculamos o potencial Newtoniano da componente pelas expressões 2.49 e 2.2. Este é o mesmo procedimento para o gás da amostra A, com a diferença que aqui o fator multiplicativo na densidade superficial é fixado em 1,33, o que considera apenas a presença do gás He inter estelar.

Para a componente estelar, em 4 das 5 galáxias a fotometria na banda  $I$  é bem próxima da de um disco exponencial 2.6. Neste caso porém os autores assumem um distribuição de disco fino, e assim a densidade de massa (em  $M_{\odot}/\text{kpc}^3$ ) é dada por

$$\rho_{\star,I}(r, z) = \frac{\Upsilon_I L_I}{2\pi r_d^2} \exp\left(-\frac{r}{r_d}\right) \delta(z) \quad (2.50)$$

que é usada então em 2.2 para o cálculo do potencial da componente. Aqui  $L_I$  é a luminosidade total na banda  $I$  e a razão massa-luminosidade  $\Upsilon_I$  é assumida constante, a exemplo das outras amostras, exceto a amostra A. A exceção a este procedimento foi a galáxia ESO 79-G14, cuja fotometria difere significativamente da de um disco exponencial. Neste caso os dados fornecidos foram os da contribuição de velocidade do disco ( $V_{\star,i}(r_i), r_i$ ), com  $i = 1 \dots N$ , calculadas nos  $N$  pontos na curva de rotação. Como dito anteriormente, para a todos os modelos exceto o RGGR a velocidade de cada componente é suficiente para a análise estatística, mas no caso deste último o cálculo do potencial Newtoniano é necessário. Assim neste caso, como citado anteriormente, construímos o potencial final via comparação entre o potencial obtido via integração de  $V_{\star}^2(r)/r$  com o potencial de um disco exponencial fino de mesma escala de comprimento da galáxia, o que fixa a constante aditiva necessária para definição do potencial final.

### Amostra C

Esta amostra também consiste de curva de rotação híbridas, construídas em (de Blok; Bosma, 2002) a partir de observações em  $H\alpha$  de uma amostra de galáxias

previamente observadas em HI em (de Blok; McGaugh; van der Hulst, 1996; Swaters et al., 2002; Swaters; Balcells, 2002), entre outros. As galáxias em geral possuem baixa massa e luminosidade, e muitas se enquadram na classificação LSB. As observações em HI têm em geral baixa resolução e são afetadas pelo beam smearing, o que faz com que em alguns poucos casos as curvas de rotação de  $H\alpha$  e HI não têm boa concordância. Para a construção da curva de rotação final, é dada preferência para os pontos de  $H\alpha$  nas regiões onde há sobreposição, e estes pontos são recalculados e espaçados radialmente, após a construção, por regressão linear, de uma curva de rotação contínua baseada na sobreposição dos pontos de  $H\alpha$  e HI. Isto é feito para evitar a dominância, nas análises feitas posteriormente, dos pontos de  $H\alpha$  na região interna, onde a resolução é maior. As barras de erro arbitrárias são definidas como a soma de uma componente calculada pelo erro médio nas observações, uma contribuição estimada pela presença de movimentos não circulares e ainda um erro mínimo imposto.

Do total de galáxias desta amostra, trabalhamos com as 12 para as quais havia fotometria estelar disponível para a construção do modelo de massa. Os demais casos são tratados pelos autores usando modelos simplificados como o dos discos máximo e mínimo, que no nosso caso não abordamos. A fotometria também foi coletada na literatura, medida na banda  $R$ , com exceção da galáxia UGC3060/NGC1560 na banda  $B$ . Porém novamente os dados disponíveis neste caso são da contribuição de velocidade da componente estelar ( $V_{\star,i}(r_i), r_i$ ), o que requer, no caso do modelo RGGR, a construção do potencial Newtoniano pelo método descrito anteriormente na amostra B e na seção 1.2.2. Neste caso porém o disco fino é multiplicado por um perfil vertical do tipo  $\text{Sech}^2(z/z_d)$ , mas nesta amostra assume-se que  $z_d = r_d/6$ .

Para o modelo do gás, usamos a densidade superficial do gás disponível em (Swaters, 1999) e nas referências anteriores, com a suposição de um disco fino e multiplicada por 1,4 pela presença de He e outros metais. Porém em alguns casos as curvas de velocidade que obtemos têm pequenas diferenças com as reportadas pelos autores, devido a um processo de suavização que redefine cada ponto como uma média dos pontos vizinhos, o que elimina grandes oscilações na densidade do gás e que é feita de maneira não especificada pelos autores. Assim mesmo após realizarmos uma suavização no perfil de densidade, restam ainda diferenças da ordem de 1 km/s em certas regiões das galáxias. Verificamos que isto pouco afeta

os resultados das análises (com diferenças nos valores dos parâmetros obtidos da ordem de 1%), já que a componente gasosa nunca é dominante, e assim usamos em nossas análises este potencial obtido diretamente do perfil de densidade após a suavização.

### **Amostra D**

Esta amostra de galáxias LSB é similar a amostra C e utiliza basicamente as mesmas técnicas. De fato as amostras C, D e E têm galáxias em comum, observadas em diferentes instrumentos e com diferentes modelos de massa. As curvas de rotação são novamente híbridas  $H\alpha/HI$ , onde os autores observam em  $H\alpha$  galáxias previamente observadas em HI, como é detalhado em (McGaugh; Rubin; de Blok, 2001; de Blok; McGaugh; Rubin, 2001). Há novamente uma avaliação dos efeitos do beam smearing e da possível não compatibilidade dos dados de  $H\alpha/HI$ , que afetam uma minoria dos casos. As 8 galáxias analisadas fazem parte de uma amostra maior, mas aqui nos limitamos a analisar aquelas que possuem dados disponíveis para a construção dos modelos de massa bariônica. O tratamento dos dados e a construção da curva de rotação é também semelhante à amostra anterior, onde uma curva contínua é construída pela interpolação dos dados de  $H\alpha/HI$  e em seguida recalculados radialmente. As barras de erro são definidas como uma soma quadrática de um erro sistemático, um erro estimado associado a movimentos não circulares, além da imposição de um erro mínimo.

A fotometria estelar é a de (de Blok; van der Hulst; Bothun, 1995), e no nosso caso temos disponíveis os dados da velocidade estelar. Os únicos casos excepcionais são as galáxias F578-1 e UGC 6614, que são galáxias com bojo e neste caso seguimos a modelagem dos autores. Para a construção do potencial, seguimos o procedimento já descrito na amostra C. Para o gás temos a densidade superficial da mesma fonte dos dados de HI (de Blok; McGaugh; van der Hulst, 1996; van der Hulst et al., 1993), e o tratamos novamente da mesma maneira que na amostra C.

### **Amostra E**

Esta amostra consiste de 18 galáxias anãs e LSB de (Swaters et al., 2011), com a vantagem de serem observadas em um único instrumento, tanto na parte de HI

para as curvas de rotação e densidade do gás ((Swaters, 1999; Swaters et al., 2002; Noordermeer et al., 2005)) quanto na parte ótica na banda  $R$  para a fotometria estelar (Swaters; Balcells, 2002). As 18 galáxias analisadas são selecionadas das 62 apresentadas em (Noordermeer et al., 2005) por apresentarem maior qualidade e inclinação favorável. Devido à baixa resolução das observações, as curvas de rotação são construídas em um processo iterativo que tem como primeiro passo a estimativa inicial dos parâmetros de orientação da galáxia <sup>9</sup> com os quais uma curva de rotação inicial é construída. Esta curva é então usada para a construção de um campo radial de velocidades, que é então comparado iterativamente com os dados observados até que uma convergência seja atingida, fixando assim a curva de rotação final. Para assegurar a qualidade das curvas, os autores ainda aplicam o mesmo processo à curvas de rotação já conhecidas e também as comparam com curvas de rotação em  $H\alpha$  para as galáxias que as têm. Por fim, apesar ter alguma subjetividade, o método produz curvas de rotação satisfatórias e lida com o sucesso com as limitações devido à baixa resolução e ao beam smearing. Neste método, as barras de erro são definidas como a soma quadrática de um erro mínimo com uma incerteza devido a assimetria e movimentos circulares na galáxia, definida como a diferença entre a curva de rotação média e a medida em um dos lados da galáxia apenas.

Em nossas análises usamos os dados gentilmente nos enviados por R. Swaters em comunicação privada (que nas outras amostras, exceto a A, usamos em geral dados tabelados disponíveis na rede). A curva de rotação, como em todas as outras amostras, foi disponibilizada em forma de tabela já corrigida por inclinação e outros fatores dependentes do método utilizado para sua obtenção, conforma descrito acima.

Para o modelo de massa estelar interpolamos uma tabela com os dados da luminosidade superficial na banda  $R$ , a mesma apresentada em (Swaters; Balcells, 2002). A densidade volumétrica de massa é obtida então pela multiplicação pelo perfil vertical  $\text{Sech}^2(z/z_d)/2z_d$  (sendo nesta amostra  $z_d = r_d/5$ ) e pela razão massa-luminosidade constante  $\Upsilon_R$ , que como sempre é deixada como parâmetro livre. E para a componente gasosa também temos disponível a tabela com a densidade superficial, que é multiplicada nesta amostra por um fator de 1,32 pela presença

<sup>9</sup>Para isso os autores usam o método *tilted ring* quando possível. Caso contrário usam um processo “manual” descrito em detalhes em (Noordermeer et al., 2005; Swaters et al., 2011).

de He primordial. E da mesma forma que nas outras amostras calculamos o potencial desta componente assumindo uma distribuição de disco fino.

### Procedimentos Numéricos

A base de todas as nossas análises estatísticas é a chamada análise do  $\chi^2$ , onde procura-se minimizar a quantidade definida como

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{V_{\text{modelo}}(r_i) - V_i}{\sigma_i} \right)^2 \quad (2.51)$$

onde  $i$  denota cada um dos  $N$  pontos observados, com  $V_i$  a velocidade observada no  $i$ -ésimo ponto na posição  $r_i$ ,  $\sigma_i$  a barra de erro correspondente, e  $V_{\text{modelo}}(r_i)$  a velocidade prevista pelo modelo teórico na posição correspondente. Minimizando o  $\chi^2$  com respeito aos  $n$  parâmetros do modelo teórico corresponde então a achar o conjunto de valores dos parâmetros que melhor ajusta o modelo aos dados. Apesar de ser a princípio simples, o  $\chi^2$  é a base de uma série de técnicas estatísticas usadas em contextos variados (Verde, 2010), que não usamos aqui. De fato as técnicas que desenvolvemos para avaliar o desempenho de diferentes modelos parte de variações da definição acima, tendo em vista o nosso objetivo, como veremos adiante.

Cada modelo têm seu próprio valor de  $\chi_{\text{min}}^2$  ao se ajustar aos dados, e a comparação destes valores caso a caso daria uma indicação crua de qual modelo se ajusta melhor, tendo o menor  $\chi_{\text{min}}^2$ . Porém isto não levaria em conta o fato de que quanto mais parâmetros livres o modelo possui, melhor sua chance de se ajustar aos dados. Além disso quando comparados entre diferentes amostras, os valores absolutos dos  $\chi_{\text{min}}^2$  não têm sentido algum isoladamente, pois dependem, entre outros fatores, do número de pontos observados em cada galáxia (resolução típica da amostra) e das barras de erro que têm definições arbitrárias, além é claro do ajuste do modelo. Para lidar com este problema normalmente usa-se o chamado  $\chi^2$  reduzido, definido por

$$\chi_{\text{red}}^2 = \frac{\chi_{\text{min}}^2}{N - n}, \quad (2.52)$$

sendo  $N$  o número de pontos e  $n$  o número de parâmetros livres. Numa situação ideal onde o modelo sempre é compatível com os dados dentro das barras de erro, a medida que  $N \rightarrow \infty$ ,  $\chi_{\text{red}}^2 \rightarrow 1$ . Porém isto é longe de ser o caso das

curvas de rotação das galáxias, onde além dos fatores já citados há ainda pontos *outliers* que por vezes dominam os valores dos  $\chi^2_{\min}$ , ou mesmo galáxias outliers no sentido de terem resultados muito ruins para um modelo em particular. Assim apesar da definição de  $\chi^2_{\text{red}}$  conter um o fator  $N - n$  que penaliza os modelos com mais parâmetros livres, não há razão alguma para que os modelos com  $\chi^2_{\text{red}}$  mais próximo de 1 serem de fato os melhores modelos. Como veremos a seguir, isto é de fato uma das motivações que nos levaram a criar uma análise alternativa ao uso do  $\chi^2_{\min}$  ou  $\chi^2_{\text{red}}$  apenas.

## **Capítulo 3**

# **Modelos de Gravitação e o Cúspide de Matéria Escura Galática**

## 3.1 Introdução

Neste capítulo, baseado em nosso artigo (Rodrigues et al., 2014), investigamos se modelos de gravitação modificada podem gerar curvas de rotação com melhores ajustes nas regiões centrais das galáxias do que o modelo NFW, e desenvolvemos uma técnica para quantificar a diferença. Os modelos alternativos analisados são o MOND e o RGGR descritos no capítulo anterior, e no contexto de ambos o conteúdo de matéria escura nas galáxias é assumido como nulo ou desprezível, e assim neste caso não haveria nem a cúspide nem o núcleo de matéria escura. O problema com estes halos de matéria escura não é a presença do cúspide ou núcleo em si mas sim as suas consequências para as curvas de rotação, e assim investigamos aqui se estes modelos alternativos poderiam ser uma proposta viável para a solução do problema núcleo/cúspide.

Outra aspecto que investigamos é o do número de parâmetros livres nos modelos, já que é sabido que aqueles com mais parâmetros livres naturalmente têm mais chances de se ajustar aos dados. Assim testamos variações dos modelos com mais parâmetros livres do que o usual, no caso de MOND e RGGR, e com restrições no valores dos parâmetros, no caso de NFW. Investigamos também, pela primeira vez, o desempenho do modelo RGGR face uma amostra significativamente maior de galáxias espirais diversas, em comparação a (Rodrigues; Letelier; Shapiro, 2010) onde RGGR foi originalmente testado em 9 galáxias. Ao analisar estes 3 modelos e suas variações em 62 modelos de galáxias vindos de 5 amostras, concluímos que: i) nas regiões mais internas das galáxias ( $r < r_d/2$ ), RGGR e MOND se ajustam tão bem ou melhor aos dados do que o modelo NFW, mesmo com parâmetros livres a menos; ii) considerando as curvas de rotação completas, RGGR se ajusta melhor do que MOND, com um parâmetro livre a mais, e quase tão bem quanto NFW, com um parâmetro a menos.

Começamos na próxima seção descrevendo as variações dos modelos (descritos no capítulo anterior) testadas aqui e as diferenças entre as análises existentes na literatura feitas com as amostras utilizadas aqui e os nossos resultados. A seguir descrevemos os métodos utilizados, os resultados e as conclusões.

## 3.2 Modelos e Amostras Analisadas

Entre os modelos de gravitação modificada MOND é certamente o modelo mais influente e talvez a abordagem de maior sucesso ao explicar as curvas de rotação de galáxias sem a matéria escura. Porém considerando os ajustes das galáxias individualmente por vezes obtemos ajustes bem ruins. Isto provavelmente tem origem no fato de que MOND não tem parâmetros livres que possibilitariam um ajuste melhor, além é claro da razão massa-luminosidade, sendo que esta pode ter o seu valor estimado. Assim pode-se encontrar na literatura variações de MOND, sobretudo no que diz respeito à função de interpolação  $\mu(x)$ , que pode a princípio melhorar o ajuste de MOND em certas galáxias. Como esta escolha é arbitrária, e não é claro qual função de interpolação levaria em geral a melhores ajustes em uma amostra grande e variada de galáxias, escolhemos trabalhar apenas com a função de interpolação original (ou padrão) de (Milgrom, 1983).

Por outro lado alguns trabalhos consideram MOND tomando a distância à galáxia como parâmetro livre (de Blok; McGaugh, 1998; Swaters; Sanders; McGaugh, 2010; Gentile; Famaey; de Blok, 2011), onde para algumas galáxias pequenas variações na distância melhoram consideravelmente o ajuste. Isto dá uma certa flexibilidade ao modelo e assim fazemos aqui uma análise similar, tanto em MOND quanto em RGGR. Já que ambos apenas amplificam a curva de rotação Newtoniana, são mais suscetíveis a mudanças na modelagem da matéria bariônica da galáxia. Já no caso NFW, com a distância variável, a mudança nos parâmetros após o ajuste é em geral desprezível, com o  $\chi^2_{\min}$  permanecendo o mesmo, e assim não fizemos esta análise aqui. E como isto introduz um parâmetro a mais na análise, permite com que MOND se iguale a RGGR e este último se iguale a NFW em número de parâmetros livres. No caso de RGGR isto introduz um novo tipo de teste para o modelo, feito aqui pela primeira vez.

Para quantificar o efeito da variação da distância à uma galáxia, definimos esta distância como  $d = D\delta$ , sendo  $D$  o valor da distância dada na referência original e  $\delta$  a sua variação relativa. A densidade de luminosidade superficial  $I(r)$  de uma galáxia é independente de sua distância, como consequência da sua definição como fluxo luminoso por arcseg<sup>2</sup>. O fluxo é definido em unidades de luminosidades solares como  $L_{\odot}/d^2$ , e na aproximação de grandes distâncias, 1 arcseg=1pc/d. Desta forma  $I(r)$  é medida em  $L_{\odot}/\text{pc}^2$  (ou Mag/arcseg<sup>2</sup>) de maneira

independente da distância à galáxia. Porém o efeito da variação da distância é a redefinição da coordenada radial da galáxia no plano do céu, por um fator multiplicativo  $\delta$ ,  $r \rightarrow r\delta$ , e assim qualquer integração nesta coordenada será redefinida. Por exemplo a luminosidade total da galáxia é

$$L = 2\pi \int_0^{r_{\text{máx}}} I(r)rdr = L_0\delta^2, \quad (3.1)$$

onde  $L_0$  é a luminosidade total da galáxia no caso em que  $\delta = 1$ . O mesmo acontece com a massa total  $M$  da galáxia, definida pela integração da densidade superficial de massa  $\Sigma(r) = \Upsilon I(r)$  com a razão massa-luminosidade  $\Upsilon$  independente da distância. Desta forma para o cálculo do potencial Newtoniano no caso de um disco fino

$$\Phi(\vec{r}) = -2\pi G \int_0^{r_{\text{máx}}} \frac{\Sigma(r')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} r' dr' = \Phi_0(\vec{r})\delta, \quad (3.2)$$

onde  $\Phi_0(\vec{r})$  é o potencial para  $\delta = 1$ , uma vez que a redefinição da distância também leva a  $|\vec{r} - \vec{r}'| \rightarrow |\vec{r} - \vec{r}'|\delta$ . E como a a velocidade de rotação é  $V^2(r) = r\partial\Phi/\partial r$  temos que  $V^2(r) \rightarrow V_0^2(r)\delta$  (com  $V_0(r)$  a velocidade de rotação para  $\delta = 1$ ) que é o efeito da variação da distância na velocidade de rotação das componentes bariônicas. Esta é a correção que implementamos no gás, que é modelado como um disco fino em todas as amostras. Já a componente estelar tem a complicação adicional de ser por vezes modelada como um disco grosso nas amostras. Assim além de receber o fator  $\delta$ , a sua densidade ainda teria a sua forma alterada graças ao fator  $\propto \text{Sech}^2(z/z_d)$ , já que  $z_d$  depende de  $r_d$  que por sua vez é medido em arcseg. Considerando que restringimos a variação da distância a no máximo 20% (ou  $0,8 < \delta < 1,2$ ), isto implicaria a variações da ordem de 1% no pico da velocidade da componente estelar. Assim por simplicidade consideramos aqui, no que diz respeito ao ajuste dos modelos com variação da distância, apenas a correção pelo fator multiplicativo  $\sqrt{\delta}$  nas velocidades de ambas componentes gasosa e estelar. Chamamos os modelos com variação na distância de  $\text{MOND}_\delta$  e  $\text{RGGR}_\delta$ , e restringimos os valores de  $\delta$  no intervalo  $0,8 < \delta < 1,2$  para evitar ajustes com distâncias não-realistas. Por fim os dados da curva de rotação também são corrigidos por um fator multiplicativo  $\delta$  da coordenada radial  $r$ , já que esta é originalmente medida em arcseg. Porém esta correção nos dados não afeta o ajuste dos modelos pois os valores da velocidade em cada ponto permanecem inalterados. Assim ao final do ajuste apenas refazemos os gráficos re-escalando

a coordenada radial  $r$ .

Testamos também restrições aos parâmetros do halo NFW. Na maioria dos estudos em galáxias espirais, os ajustes de NFW com os 2 parâmetros livres são piores do que os ajustes dos modelos nucleados, e a origem desta diferença está no centro das galáxias (de Blok; Bosma, 2002). Sabe-se que as simulações cosmológicas estabelecem não só a forma do halo mas também uma correlação entre os 2 parâmetros do halo, e há exemplos em que o uso destas correlações para eliminação de um parâmetro leva a ajustes piores do que os de MOND (Gentile et al., 2004). Porém este tipo de correlação é de natureza estatística, e não implica uma relação funcional entre as variáveis, e assim o fato de um ou outra galáxia ter um ajuste ruim não significa uma contradição com as simulações. Além disso dada ainda a natureza destas correlações poderia ainda haver algum problema entre as amostras analisados e algum viés para certo tipo de galáxia. Por fim, os ajustes com os 2 parâmetros livres frequentemente levam a valores absurdos dos parâmetros (como massas de  $\sim 10^{14}M_{\odot}$  para um halo escuro menor do que a galáxia em questão), o que novamente, dada a dispersão nas correlações, não significa necessariamente uma contradição com as simulações. Dado todas estas questões com relação as correlações, impomos restrições aos parâmetros do modelo de forma a eliminar os ajustes com parâmetros absurdos, sem gerar os problemas citados.

Para isto manipulamos as relações entre os parâmetros do NFW, que são normalmente expressas através dos parâmetros  $M_{200}$  (ou a massa virial  $M_{\text{vir}}$ ) e a concentração  $c$  (dentre as várias parametrizações diferentes existentes (Mo; van den Bosch; White, 2010)).  $M_{200}$  é definido como a massa contida num raio tal que a densidade do halo neste ponto seja 200 vezes a densidade crítica do Universo:

$$M_{200} = 200 \frac{4}{3} \pi r_{200}^3 \rho_{\text{crit}}. \quad (3.3)$$

Por outro lado integrando o perfil NFW, temos

$$M_{\text{NFW}}(r) = 4\pi\rho_s r_s^3 \left[ \ln\left(1 + \frac{r}{r_s}\right) - \frac{r}{r_s + r} \right]. \quad (3.4)$$

Fazendo  $M_{200} = M_{\text{NFW}}(r_{200})$  e usando a definição de  $c = r_{200}/r_s$  temos

$$M_{200} = M_{\text{NFW}}(r_{200}) = 4\pi\rho_s r_s^3 \left[ \ln(1 + c) - \frac{c}{1 + c} \right]. \quad (3.5)$$

As galáxias podem ser fitadas com  $\rho_s$  e  $r_s$  livres, e após fixados os parâmetros com os valores pelo ajuste,  $r_{200}$  pode ser calculado numericamente pela combinação das 3.3 e 3.5, o que permite o cálculo de  $c$  pela sua definição. Como já dito, as simulações cosmológicas sugerem também correlações entre  $M_{200}$  e  $c$ , com uma certa dispersão. Mas aqui nos propomos a testar o modelo NFW sem fazer hipóteses sobre estas correlações, e ao mesmo tempo evitar quaisquer possíveis vieses introduzidos por elas. Assim testamos aqui 2 variações de NFW impondo limites sobre o parâmetro  $M_{200}$  e suas consequências para a curva de rotação perto do centro galáctico, a que chamamos de  $NFW_{13}$  e  $NFW_{12}$ . No primeiro caso é imposto que  $M_{200} < 10^{13}M_{\odot}$  o que parece ser uma restrição natural já que quase todas as galáxias nas amostras testadas tem massas bariônicas menores do que  $10^{11}M_{\odot}$ . No segundo caso é imposto que  $M_{200} < 10^{12}M_{\odot}$  o que poderia ser uma restrição irreal no caso de galáxias mais massivas, mas acaba sendo um restrição razoável para a maioria das galáxias estudadas aqui. Em particular, há galáxias aqui com massa bariônica da ordem de  $10^9M_{\odot}$  cujo ajuste implicaria em  $M_{200} > 10^{12}M_{\odot}$ , que são as impactadas por esta restrição.

As amostras que utilizamos são adequadas aos nossos propósitos pois contém vários tipos de galáxias espirais, de anãs a gigantes, LSB e HSB, sem bojo e com bojo (estas em minoria). Os modelos bariônicos adotados são os mesmos de suas referências principais. Uma lista das galáxias e alguns de seus parâmetros pode ser vista na tabela 3.1, seguindo a divisão por amostra exposta no capítulo anterior. Algumas galáxias foram modeladas mais de uma vez. Na amostra A isto ocorreu devido a ambiguidade na decomposição disco-bojo da fotometria estelar de duas galáxias, e na referência original os autores construíram dois modelos para estas galáxias, um com o disco apenas e o outro com um disco e um bojo, que chamamos aqui de NGC 2403 1D e 2D e NGC 3198 1D e 2D. E algumas galáxias da amostra C também aparecem na amostra D e E, mas com modelos bariônicos e curvas de rotação diferentes em cada caso. No total, teríamos 53 galáxias com 62 modelos bariônicos diferentes. No entanto remover estas redundâncias não seria simples pois na maior parte dos casos não há escolha clara de qual seria o melhor modelo bariônico para cada galáxia. Assim optamos por não eliminar estas galáxias repetidas e prosseguir com o ajuste de cada modelo bariônico como se fosse uma galáxia distinta. Temos assim no total 18 galaxias na amostra A (de Blok et al., 2008), 5 na amostra B (Gentile et al., 2004), 13 na amostra C (de Blok;

Bosma, 2002), 8 na amostra D (de Blok; McGaugh; Rubin, 2001) e 18 na amostra E (Swaters et al., 2011). Verificamos os efeitos da remoção de galáxias repetidas em nossos resultados e não detectamos nenhuma mudança significativa. Da tabela 3.1 que apresenta os resultados individuais de cada galáxia, toda nossa análise poderia ser refeita retirando as galáxias repetidas de acordo com algum critério arbitrário. Mas dados os argumentos acima, expomos aqui os resultados usando todos os modelos bariônicos.

Todas estas amostras foram usadas para análise de modelos diversos, incluídos os que testamos aqui, em outras referências. Originalmente na amostra A foram feitos ajustes com o modelo NFW, refeitos aqui a título de calibração, obtendo o mesmos valores do  $\chi^2_{\min}$  e dos valores dos parâmetros. Além destes resultados usados como calibração, temos aqui também a análise com a restrição no parâmetro  $M_{200}$ . O mesmo processo de calibração foi feito para as outras amostras e modelos testados. Ainda com a amostra A em (Gentile; Famaey; de Blok, 2011) o modelo MOND foi testado, e em (Rodrigues; Letelier; Shapiro, 2010) ambos MOND e RGGR são testados em 5 galáxias da amostra, porém assumindo um perfil exponencial para o disco estelar. Assim refazemos esta última análise aqui porém usando os perfil de densidade observados dos discos, além de incluir a análise de  $RGGR_{\delta}$  e  $MOND_{\delta}$ .

Já as amostras restantes foram usadas em diversos outros trabalhos para investigar a questão da núcleo/cúspide, devido a sua preferência por modelos de halo com núcleo. Na amostra B, 4 das galáxias têm perfil exponencial exato, que foram analisadas em (Rodrigues; Letelier; Shapiro, 2010) no contexto de RGGR e MOND. Na referência original (Gentile et al., 2004) são apresentados resultados referentes a MOND e NFW, mas usando diferentes convenções do que aqui. As amostras C,D e E têm muitas características em comum, como a presença quase exclusiva de galáxias anãs e LSB. Além dos vários estudos sobre o problema núcleo/cúspide, as amostras C e D também foram usadas em estudos sobre MOND (Swaters; Sanders; McGaugh, 2010) e outros modelos de gravitação alternativos, por exemplo (Brownstein; Moffat, 2006; Mannheim; O'Brien, 2012). Por fim, a referência da amostra E (Swaters et al., 2011) questiona se as galáxias da amostra podem ser ajustadas com um disco máximo, devido aos altos valores de  $\Upsilon_{\star}$  nos ajustes desta amostra. Na questão da cúspide de matéria escura, algumas galáxias desta amostra foram analisadas em (Swaters et al., 2003).

Abaixo na 3.1 vemos a lista de galáxias e seus parâmetros globais. A seguir descrevemos em detalhes o método utilizado em nossas análises, e por fim os nossos resultados.

Tabela 3.1: Parâmetros globais de cada galáxia estudada. Col. (1): Amostra. Col.(2): Nome da Galáxia. Col. (3): Distância em Mpc. Col. (4): Luminosidade do disco em  $L_{\odot}$ . A banda depende da amostra:  $3,6\mu\text{m}$  na amostra A, banda I na amostra B, banda R nas amostra C, D, e E. Col. (5): Luminosidade do bojo, quando presente, em  $L_{\odot}$ , nas mesmas bandas definidas em (4). Col. (6): Massa total do gás, em  $M_{\odot}$ , incluindo He, e dependendo da amostra, metais. Col. (7): Escala de comprimento do disco, em kpc.

Am. (1)	Galáxia (2)	Dist. (3)	$L_D$ (4)	$L_B$ (5)	$M_{\text{gás}}$ (6)	$R_D$ (7)
A	DDO 154	4,3	$8,2 \times 10^7$	–	$4,6 \times 10^8$	1,0
A	NGC 2403 1D	3,2	$1,3 \times 10^{10}$	–	$3,8 \times 10^9$	1,8
A	NGC 2403 2D	3,2	$1,2 \times 10^{10}$	$7,1 \times 10^8$	$3,8 \times 10^9$	1,8
A	NGC 2841	14,1	$1,5 \times 10^{11}$	$3,0 \times 10^{10}$	$1,4 \times 10^{10}$	4,1
A	NGC 2903	8,9	$2,3 \times 10^{10}$	$1,6 \times 10^9$	$6,6 \times 10^9$	2,4
A	NGC 2976	3,6	$3,2 \times 10^9$	–	$1,5 \times 10^8$	1,6
A	NGC 3031	3,6	$8,6 \times 10^{10}$	$1,3 \times 10^{10}$	$4,4 \times 10^9$	2,9
A	NGC 3198 1D	13,8	$3,1 \times 10^{10}$	–	$1,5 \times 10^{10}$	3,1
A	NGC 3198 2D	13,8	$3,5 \times 10^{10}$	$4,0 \times 10^9$	$1,5 \times 10^{10}$	3,1
A	NGC 3521	10,7	$1,7 \times 10^{11}$	–	$1,3 \times 10^{10}$	13,0
A	NGC 3621	6,6	$3,3 \times 10^{10}$	–	$9,6 \times 10^9$	2,6
A	NGC 4736	4,7	$3,0 \times 10^{10}$	$1,2 \times 10^{10}$	$3,8 \times 10^9$	2,0
A	NGC 5055	10,1	$1,6 \times 10^{11}$	$1,9 \times 10^{10}$	$1,4 \times 10^{10}$	2,4
A	NGC 6946	5,9	$9,2 \times 10^{10}$	$3,8 \times 10^9$	$5,6 \times 10^9$	3,0
A	NGC 7331	14,7	$2,4 \times 10^{11}$	$1,7 \times 10^{10}$	$1,2 \times 10^{10}$	5,5
A	NGC 7793	3,9	$8,9 \times 10^9$	–	$1,2 \times 10^9$	1,6
A	NGC 7793 R	3,9	$8,9 \times 10^9$	–	$1,2 \times 10^9$	1,6
A	NGC 925	9,2	$1,6 \times 10^{10}$	–	$5,1 \times 10^9$	2,7
B	ESO 116-G12	15,3	$4,8 \times 10^9$	–	$1,5 \times 10^9$	1,7
B	ESO 287-G13	35,6	$2,3 \times 10^{10}$	–	$1,1 \times 10^{10}$	3,3
B	ESO 79-G14	30,3	$1,7 \times 10^{10}$	–	$3,4 \times 10^9$	3,9
B	NGC 1090	36,4	$2,5 \times 10^{10}$	–	$8,4 \times 10^9$	3,4
B	NGC 7339	17,8	$8,3 \times 10^9$	–	$5,6 \times 10^8$	1,5
C	F563-1	45,0	$9,3 \times 10^8$	–	$5,3 \times 10^9$	3,5
C	UGC 1230	51,0	$2,6 \times 10^9$	–	$9,0 \times 10^9$	4,5
C	UGC 3060	51,0	$3,6 \times 10^8$	–	$1,1 \times 10^9$	1,3
C	UGC 3371	12,8	$7,0 \times 10^8$	–	$1,6 \times 10^9$	3,1
C	UGC 3851	3,4	$3,4 \times 10^8$	–	$1,2 \times 10^9$	1,5
C	UGC 4173	16,8	$7,7 \times 10^8$	–	$3,0 \times 10^9$	4,5
C	UGC 4325	10,1	$1,0 \times 10^9$	–	$1,1 \times 10^9$	1,6
C	UGC 5005	10,1	$1,6 \times 10^9$	–	$5,5 \times 10^9$	4,4

Continua na pág. seguinte...

Am. (1)	Galáxia (2)	Dist. (3)	$L_D$ (4)	$L_B$ (5)	$M_{\text{gás}}$ (6)	$R_D$ (7)
C	UGC 5721	6,7	$2,8 \times 10^8$	–	$1,0 \times 10^9$	0,5
C	UGC 7524	3,5	$1,0 \times 10^9$	–	$1,3 \times 10^9$	2,3
C	UGC 7603	6,8	$3,4 \times 10^8$	–	$6,6 \times 10^8$	0,7
C	UGC 8837	5,1	$1,1 \times 10^8$	–	$2,3 \times 10^8$	1,2
C	UGC 9211	12,6	$1,8 \times 10^8$	–	$1,6 \times 10^9$	1,2
D	F563-1	45,0	$1,1 \times 10^9$	–	$5,3 \times 10^9$	2,8
D	F568-3	77,0	$2,7 \times 10^9$	–	$4,0 \times 10^9$	4,0
D	F571-8	48,0	$4,5 \times 10^9$	$9,5 \times 10^8$	$6,3 \times 10^8$	2,8
D	F579-V1	85,0	$4,1 \times 10^9$	–	$3,1 \times 10^9$	5,1
D	F583-1	32,0	$5,5 \times 10^8$	–	$3,0 \times 10^9$	1,6
D	F583-4	49,0	$7,2 \times 10^8$	–	$5,5 \times 10^8$	2,7
D	UGC 5750	56,0	$4,1 \times 10^9$	–	$5,4 \times 10^9$	3,3
D	UGC 6614	85,0	$3,4 \times 10^{10}$	$1,2 \times 10^{10}$	$2,5 \times 10^{10}$	7,8
E	UGC 11707	15,9	$1,6 \times 10^9$	–	$4,9 \times 10^9$	4,3
E	UGC 12060	15,7	$8,5 \times 10^8$	–	$2,5 \times 10^9$	1,8
E	UGC 12632	6,9	$8,5 \times 10^8$	–	$1,2 \times 10^9$	2,6
E	UGC 12732	13,2	$9,3 \times 10^8$	–	$5,0 \times 10^9$	2,2
E	UGC 3371	8,0	$7,0 \times 10^8$	–	$1,6 \times 10^9$	3,1
E	UGC 4325	10,1	$1,0 \times 10^9$	–	$1,0 \times 10^9$	1,6
E	UGC 4499	13,0	$7,7 \times 10^8$	–	$1,6 \times 10^9$	1,5
E	UGC 5414	10,0	$6,4 \times 10^8$	–	$8,8 \times 10^8$	1,5
E	UGC 6446	12,0	$1,3 \times 10^9$	–	$1,8 \times 10^9$	1,9
E	UGC 731	8,0	$2,6 \times 10^8$	–	$9,8 \times 10^8$	1,7
E	UGC 7323	8,1	$2,1 \times 10^9$	–	$9,9 \times 10^8$	2,2
E	UGC 7399	8,4	$4,1 \times 10^8$	–	$1,1 \times 10^9$	0,8
E	UGC 7524	3,5	$1,0 \times 10^9$	–	$1,3 \times 10^9$	2,6
E	UGC 7559	3,2	$1,8 \times 10^7$	–	$1,0 \times 10^8$	0,7
E	UGC 7577	3,5	$1,0 \times 10^8$	–	$1,2 \times 10^8$	0,8
E	UGC 7603	6,8	$3,4 \times 10^8$	–	$6,0 \times 10^8$	0,9
E	UGC 8490	4,9	$4,9 \times 10^9$	–	$1,1 \times 10^9$	0,7
E	UGC 9211	12,6	$1,8 \times 10^8$	–	$1,5 \times 10^9$	1,3

### 3.3 O Método

Nosso método é inspirado em (de Blok; Bosma, 2002) onde em uma análise da amostra C, é apontado que os ajustes do modelo pseudo-isotérmico são melhores do que o NFW, sobretudo nas regiões centrais das galáxias. Aqui, procuramos estender esta investigação aos modelos MOND e RGGR, e para isso criamos uma maneira de quantificar o quanto a curva de rotação gerada por cada modelo se

ajusta ou não às observações "perto" do centro da galáxia. Dada a natureza diversa das várias galáxias analisadas, com tamanhos que variam em até uma ordem de grandeza, o primeiro passo é a escolha de uma escala de distância que defina o que é "perto", e uma escolha natural que se aplica a todas as galáxias é a escala de comprimento do disco,  $r_d$ . Assim analisamos os desvios em relação às observações dentro de distâncias que são múltiplas da escala de comprimento de cada galáxia. Para isto redefinimos o  $\chi^2$  em três quantidades análogas: os  $\chi_{2r_d}^2$ ,  $\chi_{r_d}^2$  e  $\chi_{r_d/2}^2$ , que são calculados a partir do  $\chi_{\min}^2$  (com os parâmetros fixados pelo ajuste à curva de rotação completa), mas considerando apenas os pontos observacionais dentro de duas, uma ou meia escala de comprimento do disco. Mais especificamente, após o cálculo do  $\chi_{\min}^2$  que considera a curva de rotação completa e fixa os  $j$  parâmetros  $p_j$  do modelo nos seus valores  $\bar{p}_j$ , calculamos as quantidades

$$\chi_R^2 = \sum_{i=1}^{N(R)} \left( \frac{V_{\text{modelo}}(r_i, \bar{p}_j) - V_i}{\sigma_i} \right)^2, \quad (3.6)$$

onde  $V_i$  e  $\sigma_i$  são as velocidades de rotação observadas e suas barras de erro no raio  $r_i$ , e  $N(R)$  é o maior número inteiro para o qual  $r_{N(R)} \leq R$ , ou seja o número de pontos da curva de rotação internos à região  $R$ . Em particular, sendo  $r_{\max}$  o raio do último ponto observado da curva de rotação,  $\chi_{r_{\max}}^2 = \chi_{\min}^2$ .

Das 62 galáxias analisadas, apenas 10 não têm dados dentro do raio  $r_d/2$ , e apenas uma não tem dados dentro do raio  $r_d$ . Estes números não mudam ao considerar os modelos  $\text{MOND}_\delta$  e  $\text{RGGR}_\delta$ , já que ambas as posições dos pontos observados e  $r_d$  variam com  $\delta$  da mesma forma. Todas as medianas (a seguir) de  $\chi_{r_d}^2$  e  $\chi_{r_d/2}^2$  são feitas após a remoção das galáxias sem pontos observados no interior de  $r_d$  ou  $r_d/2$ .

No contexto da análise curvas de rotação, é comum o uso do chamado chi-quadrado reduzido,  $\chi_{\text{red}}^2$ , para inferir a qualidade do ajuste do modelo aos dados observacionais. Como já citado anteriormente, dadas as diferentes convenções usadas nas definições das barras de erro, não há razão para assumir que o melhores modelos são aqueles cujos  $\chi_{\text{red}}^2$  são próximos de 1. De toda forma, a cálculo de  $\chi_{\text{red}}^2$  naturalmente produz números da ordem da unidade e facilita a comparação com outros trabalhos. Além disso ao contrário do valores do  $\chi_{\min}^2$ , inclui naturalmente uma penalização para modelos com mais parâmetros livres. É uma fraca penalização no contexto dos dados analisados aqui, mas considerando uma

amostra de cada vez, os modelos podem ser comparadas um a um. A tabela 3.2 abaixo lista o número de parâmetros livres que são usados nos cálculos do  $\chi_{\text{red}}^2$ .

Tabela 3.2: Número de parâmetros livres para cada modelo, no casos com e sem bojo. Neste último caso há sempre um parâmetro a mais, correspondente ao  $\Upsilon_{\star,b}$ . Os valores de  $n$  listados abaixo influenciam apenas o cálculo de  $\chi_{\text{red}}^2$ . Todos os modelos são sujeito às restrições  $\Upsilon_{\star,d}, \Upsilon_{\star,b} > 0$ , e alguns modelos têm as restrições adicionais mostradas abaixo.

Modelo	n (apenas disco)	n (disco+bojo)	Parâmetro Restringido
MOND	1	2	–
MOND <sub><math>\delta</math></sub>	2	3	$0,8 \leq \delta \leq 1,2$
NFW	3	4	–
NFW <sub>13</sub>	3	4	$M_{200} \leq 10^{13}M_{\odot}$
NFW <sub>12</sub>	3	4	$M_{200} \leq 10^{12}M_{\odot}$
RGGR	2	3	–
RGGR <sub><math>\delta</math></sub>	3	4	$0,8 \leq \delta \leq 1,2$

Uma parte significativa deste trabalho de tese consistiu na derivação dos ajustes às curvas de rotação das galáxias individuais, onde os parâmetros resultantes para cada modelo podem ser vistos na tabela 3.3. Todavia seria difícil inferir qualquer conclusão diretamente desta tabela de dados. Por isso escolhemos usar uma quantidade média para avaliar o comportamento dos modelos e seus parâmetros, seja na totalidade das galáxias ou em cada uma das amostras.

Os dados das análises das galáxias têm uma dispersão muito grande. Como exemplo, consideremos a quantidade  $\chi_{r_d/2}^2$  para a amostra A, como pode ser vista na tabela 3.4, e que foi calculada pela soma direta dos valores de  $\chi_{r_d/2}^2$  de todas as galáxias da amostra A. Claramente o valor desta quantidade para os modelos RGGR é significativamente menor do que o valor correspondente para os outros modelos. Mas isto não quer dizer que este resultado é uma representação geral dos resultados de RGGR nesta amostra, uma vez que uma galáxia apenas domina este valor. Para os modelos RGGR e NFW esta quantidade é calculada em 605 e 691 respectivamente. Dentre todas as 18 galáxias desta amostra, existe uma, a NGC 3521, cujo contribuição individual para o  $\chi_{r_d/2}^2$  é de 411 e 464 para RGGR e NFW respectivamente. Assim a simples soma ou até mesmo a média dos valores individuais de  $\chi_{r_d/2}^2$  não leva a um resultado representativo dos modelos avaliados nas amostras.

No caso da mediana, por definição, metade da amostra tem valores abaixo e a

outra metade tem valores acima desta. Assim esta quantidade é menos influenciada pelos resultados individuais das galáxias e tem uma expressão simples que representa melhor os resultados de cada amostra. Por estes motivos trabalhamos com a mediana ao invés de valores médios.

### 3.4 Resultados e Análises

Todos os resultados individuais das galáxias, com os valores dos parâmetros do melhor ajuste de cada modelo, podem ser vistos na tabela 3.3. Esta tabela, junto com a 3.1 contém todos os dados necessários para as análises subsequentes apresentadas aqui. Os gráficos dos ajustes dos modelos às curvas de rotação de cada galáxia podem ser vistos no apêndice B. Análises dos resultados da 3.3 são apresentadas nas tabelas 3.4, 3.5 e 3.6 e nas figuras 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5 e 3.6.

Tabela 3.3: Resultados individuais dos sete modelos nas 62 galáxias. Os resultados de NFW<sub>12</sub> e NFW<sub>13</sub> só são mostrados nos casos em que os valores previstos de  $M_{200}$  em NFW são maiores que as  $10^{12}$  e  $10^{13}$ . Col. (1): (Amostra) e galáxia. Col. (4): Valor mínimo do  $\chi^2$  para o modelo. Col. (5): O valor do  $\chi^2_{\text{red}}$ , obtido do  $\chi^2_{\text{mín}}$ , do número de pontos observacionais da curva de rotação e o número de parâmetros livres. Cols. (6-8): Valores de  $\chi^2_X$ , calculado a partir do  $\chi^2_{\text{mín}}$ , considerando apenas os pontos na região  $r \leq X$ . Cols. (9-10): Os valores das razões massa-luminosidade do disco e do bojo respectivamente, previstas pelo ajuste do modelo, nas bandas usadas em cada amostra. Cols. (11-12): Os parâmetros específicos de cada modelo. No caso NFW e variações P1 corresponde a  $r_s$  (kpc) e P2 corresponde a  $\rho_s$  ( $M_{\odot}/\text{kpc}^3$ ). Para RGGR, apenas P1 assume o valor do parâmetro adimensional  $\bar{v} \times 10^{-7}$ . Col. 13:  $\delta$  é o fator que altera a distância à galáxia nos modelos RGGR $_{\delta}$  e MOND $_{\delta}$ .

Galáxia	Modelo	$\chi^2_{\text{mín}}$	$\chi^2_{\text{red}}$	$\chi^2_{2r_d}$	$\chi^2_{r_d}$	$\chi^2_{r_d/2}$	$\Upsilon_{*,d}$	$\Upsilon_{*,b}$	P1	P2	$\delta$
(A) DDO 154	MOND	218,19	3,64	13,06	3,57	2,32	0,00				
(A) DDO 154	MOND $_{\delta}$	26,35	0,45	7,95	5,57	5,37	0,58				0,80
(A) DDO 154	NFW	50,42	0,87	29,53	28,14	25,27	1,25		27,00	$5,73 \times 10^5$	
(A) DDO 154	RGGR	23,06	0,39	3,66	3,12	1,88	2,12		0,20		
(A) DDO 154	RGGR $_{\delta}$	21,00	0,36	2,97	2,73	1,73	1,71		0,18		1,20
(A) NGC 2403 1D	MOND	977,45	3,41	442,74	132,07	29,86	0,91				
(A) NGC 2403 1D	MOND $_{\delta}$	577,88	2,02	264,08	74,21	16,33	0,58				1,20
(A) NGC 2403 1D	NFW	156,24	0,55	43,16	22,19	18,05	0,39		14,02	$7,49 \times 10^6$	
(A) NGC 2403 1D	RGGR	190,05	0,66	58,38	13,67	7,59	0,33		1,73		
(A) NGC 2403 1D	RGGR $_{\delta}$	174,11	0,61	60,19	18,39	12,71	0,41		1,81		0,80
(A) NGC 2403 2D	MOND	785,24	2,75	333,10	53,91	31,58	0,97	0,29			
(A) NGC 2403 2D	MOND $_{\delta}$	477,29	1,67	213,66	39,19	23,82	0,60	0,16			1,20
(A) NGC 2403 2D	NFW	155,59	0,55	37,56	22,69	19,57	0,32	0,63	12,78	$8,91 \times 10^6$	
(A) NGC 2403 2D	RGGR	193,53	0,68	63,29	18,77	12,38	0,32	0,42	1,73		
(A) NGC 2403 2D	RGGR $_{\delta}$	175,48	0,62	57,61	17,45	12,10	0,39	0,59	1,81		0,80
(A) NGC 2841	MOND	386,24	2,78	21,26	3,27	0,00	1,50	1,35			
(A) NGC 2841	MOND $_{\delta}$	349,25	2,53	19,42	2,96	0,00	1,03	0,73			1,20
(A) NGC 2841	NFW	26,52	0,19	3,10	0,97	0,00	0,72	1,28	18,74	$1,50 \times 10^7$	
(A) NGC 2841	NFW <sub>12</sub>	535,63	3,91	12,58	3,30	0,00	0,51	0,68	4,02	$4,09 \times 10^8$	
(A) NGC 2841	RGGR	39,26	0,28	14,14	4,58	0,00	0,51	1,17	7,11		
(A) NGC 2841	RGGR $_{\delta}$	37,09	0,27	16,60	5,56	0,00	0,73	1,83	7,22		0,80
(A) NGC 2903	MOND	103,83	1,22	10,59	0,00	0,00	2,63	0,00			

Continua na pág. seguinte...

Galáxia	Modelo	$\chi^2_{\min}$	$\chi^2_{\text{red}}$	$\chi^2_{2r_d}$	$\chi^2_{r_d}$	$\chi^2_{r_d/2}$	$\Upsilon_{*,d}$	$\Upsilon_{*,b}$	P1	P2	$\delta$
(A) NGC 2903	MOND $_{\delta}$	99,71	1,19	7,58	0,00	0,00	1,87	0,00			1,18
(A) NGC 2903	NFW	20,64	0,25	0,29	0,00	0,00	1,23	1,61	8,60	$3,27 \times 10^7$	
(A) NGC 2903	RGGR	79,83	0,95	1,75	0,00	0,00	1,41	0,00	3,01		
(A) NGC 2903	RGGR $_{\delta}$	59,48	0,72	0,97	0,00	0,00	1,88	1,15	3,14		0,80
(A) NGC 2976	MOND	71,66	1,75	71,66	38,46	36,09	0,34				
(A) NGC 2976	MOND $_{\delta}$	63,93	1,60	63,93	34,29	31,53	0,23				1,20
(A) NGC 2976	NFW	64,67	1,66	64,67	46,31	41,28	0,23		36703,87	$1,60 \times 10^3$	
(A) NGC 2976	NFW $_{12}$	76,18	1,95	76,18	46,48	43,29	0,29		39,10	$1,31 \times 10^6$	
(A) NGC 2976	NFW $_{13}$	67,72	1,74	67,72	46,49	42,05	0,25		145,11	$3,93 \times 10^5$	
(A) NGC 2976	RGGR	47,22	1,18	47,22	27,52	7,88	0,31		0,32		
(A) NGC 2976	RGGR $_{\delta}$	44,29	1,14	44,29	26,24	7,68	0,46		0,34		0,80
(A) NGC 3031	MOND	501,02	4,36	53,53	1,13	0,00	0,87	0,43			
(A) NGC 3031	MOND $_{\delta}$	483,04	4,24	58,70	1,57	0,00	1,38	0,65			0,80
(A) NGC 3031	NFW	380,17	3,36	129,56	11,56	0,00	0,94	0,17	9,50	$7,35 \times 10^6$	
(A) NGC 3031	RGGR	377,47	3,31	127,09	11,80	0,00	0,97	0,16	0,68		
(A) NGC 3031	RGGR $_{\delta}$	371,64	3,29	123,84	11,06	0,00	1,46	0,28	0,85		0,80
(A) NGC 3198 1D	MOND	514,07	5,53	72,92	31,76	29,20	0,53				
(A) NGC 3198 1D	MOND $_{\delta}$	252,33	2,74	61,06	40,57	36,17	0,91				0,80
(A) NGC 3198 1D	NFW	115,67	1,27	82,83	78,30	56,77	0,51		14,92	$6,44 \times 10^6$	
(A) NGC 3198 1D	RGGR	168,49	1,83	90,56	88,79	72,74	0,67		1,73		
(A) NGC 3198 1D	RGGR $_{\delta}$	134,88	1,48	80,56	75,95	63,90	0,92		1,86		0,80
(A) NGC 3198 2D	MOND	561,56	6,10	124,33	41,71	36,75	0,54	0,36			
(A) NGC 3198 2D	MOND $_{\delta}$	287,67	3,16	98,56	33,88	29,40	0,96	0,50			0,80
(A) NGC 3198 2D	NFW	35,79	0,40	13,29	8,29	7,91	0,55	0,00	12,10	$9,69 \times 10^6$	
(A) NGC 3198 2D	RGGR	196,03	2,15	115,09	47,51	38,10	0,77	0,32	1,65		
(A) NGC 3198 2D	RGGR $_{\delta}$	183,08	2,03	123,48	50,72	41,64	1,05	0,46	1,79		0,80
(A) NGC 3521	MOND	569,73	5,75	538,63	503,38	478,32	0,59				
(A) NGC 3521	MOND $_{\delta}$	555,02	5,66	530,33	501,34	474,10	0,93				0,80
(A) NGC 3521	NFW	491,59	5,07	488,04	473,71	464,02	0,46		13,08	$1,23 \times 10^7$	
(A) NGC 3521	RGGR	444,62	4,54	439,41	422,38	410,54	0,42		3,53		
(A) NGC 3521	RGGR $_{\delta}$	430,69	4,44	425,13	408,78	399,56	0,61		3,83		0,80
(A) NGC 3621	MOND	64,31	0,53	11,84	9,66	9,24	0,51				
(A) NGC 3621	MOND $_{\delta}$	58,57	0,48	13,24	9,23	8,11	0,57				0,95
(A) NGC 3621	NFW	59,81	0,50	14,42	9,26	6,79	0,47		30,28	$1,97 \times 10^6$	
(A) NGC 3621	RGGR	138,46	1,14	60,90	14,73	10,54	0,40		1,72		
(A) NGC 3621	RGGR $_{\delta}$	93,16	0,78	48,48	18,57	16,76	0,52		1,87		0,80
(A) NGC 4736	MOND	488,78	6,11	149,04	62,91	30,06	0,39	0,43			
(A) NGC 4736	MOND $_{\delta}$	484,52	6,13	148,72	63,30	30,11	0,62	0,67			0,80
(A) NGC 4736	NFW	112,29	1,44	61,50	18,53	2,83	0,42	0,29	0,82	$1,14 \times 10^9$	
(A) NGC 4736	RGGR	128,24	1,60	56,44	19,67	2,97	0,62	0,33	0,27		
(A) NGC 4736	RGGR $_{\delta}$	127,78	1,64	56,65	20,06	3,08	0,97	0,52	0,28		0,80
(A) NGC 5055	MOND	421,45	2,14	100,14	38,14	13,25	0,45	0,43			
(A) NGC 5055	MOND $_{\delta}$	348,91	1,78	93,18	33,11	11,22	0,71	0,66			0,80
(A) NGC 5055	NFW	109,28	0,56	42,41	5,94	1,22	0,00	0,27	4,91	$1,47 \times 10^8$	
(A) NGC 5055	RGGR	171,93	0,88	78,37	20,38	5,70	0,33	0,32	2,86		
(A) NGC 5055	RGGR $_{\delta}$	162,94	0,84	79,92	21,07	5,93	0,50	0,49	2,90		0,80
(A) NGC 6946	MOND	213,67	1,04	97,30	30,17	18,73	0,61	0,59			
(A) NGC 6946	MOND $_{\delta}$	201,85	0,99	91,82	27,01	15,62	0,42	0,44			1,20
(A) NGC 6946	NFW	198,22	0,98	91,42	26,52	15,05	0,54	0,60	227,94	$2,38 \times 10^5$	
(A) NGC 6946	NFW $_{12}$	206,05	1,02	91,21	25,86	14,01	0,42	0,55	20,73	$5,93 \times 10^6$	
(A) NGC 6946	NFW $_{13}$	198,25	0,98	90,97	26,27	14,79	0,53	0,60	143,80	$4,00 \times 10^5$	
(A) NGC 6946	RGGR	199,99	0,98	76,64	18,61	6,80	0,41	0,59	2,43		
(A) NGC 6946	RGGR $_{\delta}$	195,78	0,96	78,11	18,76	6,93	0,29	0,42	2,33		1,20
(A) NGC 7331	MOND	30,31	0,29	9,87	4,31	0,00	0,55	0,75			
(A) NGC 7331	MOND $_{\delta}$	25,04	0,25	9,01	5,20	0,00	0,89	1,28			0,80
(A) NGC 7331	NFW	24,63	0,24	7,51	4,26	0,00	0,51	0,69	104,54	$5,38 \times 10^5$	
(A) NGC 7331	NFW $_{12}$	31,20	0,31	5,38	2,28	0,00	0,39	0,81	17,21	$9,39 \times 10^6$	
(A) NGC 7331	RGGR	31,88	0,31	7,35	4,34	0,00	0,42	0,63	3,14		
(A) NGC 7331	RGGR $_{\delta}$	25,75	0,25	6,20	3,41	0,00	0,61	1,43	3,46		0,80
(A) NGC 7793	MOND	408,88	6,10	178,91	98,13	14,10	0,49				
(A) NGC 7793	MOND $_{\delta}$	338,18	5,12	143,99	74,29	9,69	0,33				1,20
(A) NGC 7793	NFW	229,00	3,52	57,16	25,41	5,62	0,05		8,38	$1,76 \times 10^7$	

Continua na pág. seguinte...

Galáxia	Modelo	$\chi^2_{\min}$	$\chi^2_{\text{red}}$	$\chi^2_{2r_d}$	$\chi^2_{r_d}$	$\chi^2_{r_d/2}$	$\Upsilon_{*,d}$	$\Upsilon_{*,b}$	P1	P2	$\delta$
(A) NGC 7793	RGGR	202,32	3,07	72,20	21,54	4,44	0,26		1,03		
(A) NGC 7793	RGGR $_{\delta}$	189,46	2,91	68,83	20,71	5,62	0,34		1,10		0,80
(A) NGC 7793 R	MOND	296,54	7,41	115,84	56,19	6,81	0,45				
(A) NGC 7793 R	MOND $_{\delta}$	260,45	6,68	104,42	47,82	5,64	0,31				1,20
(A) NGC 7793 R	NFW	51,14	1,35	47,66	27,90	22,75	0,10		1688,10	$5,89 \times 10^4$	
(A) NGC 7793 R	NFW $_{12}$	57,13	1,50	48,75	26,54	18,31	0,00		19,22	$7,14 \times 10^6$	
(A) NGC 7793 R	NFW $_{13}$	52,21	1,37	48,58	28,72	23,15	0,08		85,69	$1,26 \times 10^6$	
(A) NGC 7793 R	RGGR	55,31	1,42	52,40	15,44	13,81	0,11		1,73		
(A) NGC 7793 R	RGGR $_{\delta}$	55,30	1,46	52,44	15,76	14,15	0,11		1,74		0,97
(A) NGC 925	MOND	238,24	2,51	132,14	94,98	7,95	0,21				
(A) NGC 925	MOND $_{\delta}$	205,71	2,19	95,97	71,81	6,99	0,12				1,20
(A) NGC 925	NFW	103,62	1,11	44,62	31,75	4,08	0,00		37259,47	$9,77 \times 10^2$	
(A) NGC 925	NFW $_{12}$	173,44	1,86	101,27	69,90	6,28	0,00		43,22	$1,04 \times 10^6$	
(A) NGC 925	NFW $_{13}$	112,32	1,21	54,98	38,96	4,33	0,00		211,03	$1,81 \times 10^5$	
(A) NGC 925	RGGR	309,71	3,29	134,60	100,18	9,23	0,28		1,18		
(A) NGC 925	RGGR $_{\delta}$	292,32	3,14	132,55	97,51	9,06	0,35		1,25		0,80
(B) ESO 116-G12	MOND	91,05	6,50	51,10	40,35	1,50	0,83				
(B) ESO 116-G12	MOND $_{\delta}$	59,48	4,58	32,04	27,79	0,92	0,50				1,20
(B) ESO 116-G12	NFW	31,15	2,60	13,86	13,39	2,64	0,05		13,64	$6,50 \times 10^6$	
(B) ESO 116-G12	RGGR	55,38	4,26	16,82	15,37	0,04	0,49		1,00		
(B) ESO 116-G12	RGGR $_{\delta}$	48,32	4,03	15,60	14,13	0,09	0,61		1,06		0,80
(B) ESO 287-G13	MOND	55,11	2,20	35,97	26,96	22,02	1,56				
(B) ESO 287-G13	MOND $_{\delta}$	55,07	2,29	35,75	26,90	22,11	1,58				0,99
(B) ESO 287-G13	NFW	36,33	1,58	29,39	24,27	23,14	1,69		275065,36	$1,22 \times 10^2$	
(B) ESO 287-G13	NFW $_{12}$	62,65	2,72	42,02	34,90	32,84	1,25		28,07	$2,85 \times 10^6$	
(B) ESO 287-G13	NFW $_{13}$	38,63	1,68	30,65	25,21	23,83	1,63		207,81	$1,87 \times 10^5$	
(B) ESO 287-G13	RGGR	41,77	1,74	25,38	17,57	11,54	1,26		2,14		
(B) ESO 287-G13	RGGR $_{\delta}$	40,34	1,75	23,43	16,75	12,92	1,09		1,97		1,12
(B) ESO 79-G14	MOND	28,01	2,00	20,88	15,66	2,74	1,55				
(B) ESO 79-G14	MOND $_{\delta}$	27,46	2,11	21,25	17,19	2,98	2,50				0,80
(B) ESO 79-G14	NFW	28,61	2,38	21,67	17,28	3,11	1,73		403,59	$9,11 \times 10^4$	
(B) ESO 79-G14	NFW $_{12}$	41,84	3,49	33,35	32,24	5,50	1,80		40,08	$1,24 \times 10^6$	
(B) ESO 79-G14	NFW $_{13}$	28,70	2,39	22,10	18,31	3,23	1,67		202,54	$1,97 \times 10^5$	
(B) ESO 79-G14	RGGR	45,92	3,53	28,91	10,37	2,76	2,04		1,27		
(B) ESO 79-G14	RGGR $_{\delta}$	45,92	3,83	28,82	10,26	2,74	2,23		1,30		0,95
(B) NGC 1090	MOND	99,24	4,31	18,01	1,23	1,23	1,20				
(B) NGC 1090	MOND $_{\delta}$	50,20	2,28	11,94	1,44	1,44	2,03				0,80
(B) NGC 1090	NFW	31,97	1,52	21,18	9,05	9,05	1,26		19,73	$4,24 \times 10^6$	
(B) NGC 1090	RGGR	28,55	1,30	12,13	1,78	1,78	1,32		1,88		
(B) NGC 1090	RGGR $_{\delta}$	20,06	0,96	8,23	0,85	0,85	1,83		2,03		0,80
(B) NGC 7339	MOND	57,85	4,13	25,05	3,36	1,91	2,19				
(B) NGC 7339	MOND $_{\delta}$	50,79	3,91	22,08	3,15	1,76	1,51				1,20
(B) NGC 7339	NFW	15,38	1,28	5,61	3,80	1,78	1,46		57,77	$1,91 \times 10^6$	
(B) NGC 7339	NFW $_{12}$	16,08	1,34	6,78	5,02	3,11	1,26		17,76	$8,68 \times 10^6$	
(B) NGC 7339	RGGR	12,51	0,96	6,30	3,97	0,31	1,34		1,57		
(B) NGC 7339	RGGR $_{\delta}$	12,28	1,02	5,81	3,69	0,25	0,98		1,48		1,20
(C) F563-1	MOND	2,39	0,34	2,16	2,16	0,55	3,27				
(C) F563-1	MOND $_{\delta}$	2,37	0,39	2,08	2,08	0,67	4,03				0,93
(C) F563-1	NFW	2,16	0,43	2,01	2,01	0,82	0,00		16,29	$4,23 \times 10^6$	
(C) F563-1	RGGR	2,75	0,46	2,31	2,31	0,60	3,63		1,26		
(C) F563-1	RGGR $_{\delta}$	2,69	0,54	2,30	2,30	0,57	4,81		1,29		0,80
(C) UGC 1230	MOND	38,64	3,86	12,70	4,12	0,72	2,21				
(C) UGC 1230	MOND $_{\delta}$	26,75	2,97	11,36	3,78	0,90	3,94				0,80
(C) UGC 1230	NFW	5,48	0,68	5,35	4,42	4,24	10,14		1139,92	$5,00 \times 10^3$	
(C) UGC 1230	NFW $_{12}$	5,48	0,68	5,34	4,41	4,22	10,08		438,09	$1,38 \times 10^4$	
(C) UGC 1230	RGGR	5,42	0,60	4,91	3,92	3,65	8,89		0,50		
(C) UGC 1230	RGGR $_{\delta}$	5,25	0,66	4,85	3,87	3,60	13,30		0,59		0,80
(C) UGC 3060	MOND	118,20	2,04	77,95	41,60	6,22	0,92				
(C) UGC 3060	MOND $_{\delta}$	116,90	2,14	80,12	43,78	6,25	0,83				1,02
(C) UGC 3060	NFW	117,69	2,10	73,63	46,29	13,11	1,74		1323,41	$1,73 \times 10^4$	
(C) UGC 3060	NFW $_{12}$	123,15	2,20	78,12	51,29	16,77	1,30		67,04	$3,97 \times 10^5$	

Continua na pág. seguinte...

Galáxia	Modelo	$\chi^2_{\min}$	$\chi^2_{\text{red}}$	$\chi^2_{2r_d}$	$\chi^2_{r_d}$	$\chi^2_{r_d/2}$	$\Upsilon_{*,d}$	$\Upsilon_{*,b}$	P1	P2	$\delta$
(C) UGC 3060	NFW <sub>13</sub>	118,34	2,11	74,19	46,93	13,56	1,68		363,99	6,44×10 <sup>4</sup>	
(C) UGC 3060	RGGR	123,77	2,17	97,17	53,86	18,02	1,89		0,43		
(C) UGC 3060	RGGR <sub>δ</sub>	120,10	2,14	94,27	54,41	18,69	2,40		0,47		0,80
(C) UGC 3371	MOND	6,52	0,38	5,43	5,42	4,36	2,10				
(C) UGC 3371	MOND <sub>δ</sub>	6,06	0,38	4,76	4,60	4,02	1,31				1,17
(C) UGC 3371	NFW	4,80	0,32	3,60	3,45	3,26	0,00	11718,80		2,23×10 <sup>3</sup>	
(C) UGC 3371	NFW <sub>12</sub>	5,87	0,39	5,15	5,10	4,46	0,00	59,27		5,17×10 <sup>5</sup>	
(C) UGC 3371	NFW <sub>13</sub>	4,90	0,33	3,85	3,74	3,48	0,00	307,28		8,77×10 <sup>4</sup>	
(C) UGC 3371	RGGR	7,60	0,48	5,30	5,21	4,06	2,16		2,31		
(C) UGC 3371	RGGR <sub>δ</sub>	7,37	0,49	5,21	5,16	3,96	2,35		2,39		0,80
(C) UGC 3851	MOND	117,38	4,35	61,22	60,45	1,28	0,58				
(C) UGC 3851	MOND <sub>δ</sub>	83,63	3,22	54,50	54,31	1,58	1,38				0,80
(C) UGC 3851	NFW	34,64	1,39	29,09	28,19	1,71	6,10	1,11		5,09×10 <sup>-1</sup>	
(C) UGC 3851	RGGR	34,64	1,33	29,09	28,19	1,71	6,10		0,00		
(C) UGC 3851	RGGR <sub>δ</sub>	28,98	1,16	25,54	24,68	2,86	10,42		0,00		0,80
(C) UGC 4173	MOND	109,89	9,16	39,79	11,36	2,17	0,17				
(C) UGC 4173	MOND <sub>δ</sub>	51,62	4,69	17,17	5,55	1,76	0,18				0,80
(C) UGC 4173	NFW	0,96	0,10	0,89	0,42	0,33	0,21	36,26		2,41×10 <sup>5</sup>	
(C) UGC 4173	RGGR	3,27	0,30	3,11	1,74	0,28	2,27		0,15		
(C) UGC 4173	RGGR <sub>δ</sub>	3,07	0,31	2,87	1,62	0,27	2,88		0,23		0,80
(C) UGC 4325	MOND	18,60	1,24	15,04	10,95	4,89	4,76				
(C) UGC 4325	MOND <sub>δ</sub>	17,03	1,22	13,91	10,20	4,64	3,19				1,20
(C) UGC 4325	NFW	16,97	1,31	15,33	12,09	7,80	0,00	4604,01		2,18×10 <sup>4</sup>	
(C) UGC 4325	NFW <sub>12</sub>	20,34	1,56	16,04	11,56	4,78	5,87	62,36		4,63×10 <sup>5</sup>	
(C) UGC 4325	NFW <sub>13</sub>	18,65	1,43	16,11	12,32	7,10	1,76	107,93		7,49×10 <sup>5</sup>	
(C) UGC 4325	RGGR	2,59	0,18	2,24	1,40	0,58	1,06		1,92		
(C) UGC 4325	RGGR <sub>δ</sub>	2,56	0,20	2,22	1,39	0,56	1,16		2,01		0,80
(C) UGC 5005	MOND	2,84	0,28	0,45	0,24	0,15	0,51				
(C) UGC 5005	MOND <sub>δ</sub>	0,65	0,07	0,38	0,37	0,33	1,22				0,81
(C) UGC 5005	NFW	1,48	0,18	1,06	1,03	0,97	0,48	45,48		5,19×10 <sup>5</sup>	
(C) UGC 5005	RGGR	0,69	0,08	0,23	0,19	0,07	2,29		0,77		
(C) UGC 5005	RGGR <sub>δ</sub>	0,61	0,08	0,21	0,18	0,08	1,88		0,69		1,20
(C) UGC 5721	MOND	46,96	2,13	17,78	7,57	2,01	4,97				
(C) UGC 5721	MOND <sub>δ</sub>	37,98	1,81	12,39	5,28	1,60	3,17				1,20
(C) UGC 5721	NFW	18,17	0,91	5,52	4,36	3,69	0,15	2,04		1,21×10 <sup>8</sup>	
(C) UGC 5721	RGGR	34,88	1,66	8,60	2,28	0,46	2,05		0,72		
(C) UGC 5721	RGGR <sub>δ</sub>	31,23	1,56	8,01	1,86	0,36	2,63		0,74		0,80
(C) UGC 7524	MOND	89,47	1,66	55,40	35,92	16,77	2,34				
(C) UGC 7524	MOND <sub>δ</sub>	73,13	1,38	50,09	30,47	14,74	3,94				0,80
(C) UGC 7524	NFW	28,08	0,54	26,54	12,66	8,05	5,69	3,25		1,26×10 <sup>7</sup>	
(C) UGC 7524	RGGR	37,33	0,70	34,53	21,29	11,63	8,24		0,00		
(C) UGC 7524	RGGR <sub>δ</sub>	35,90	0,69	32,81	18,95	10,64	13,23		0,00		0,80
(C) UGC 7603	MOND	17,30	0,91	4,23	2,05	0,94	0,73				
(C) UGC 7603	MOND <sub>δ</sub>	10,90	0,61	2,18	1,44	0,71	0,37				1,20
(C) UGC 7603	NFW	7,32	0,43	2,72	2,49	1,89	0,14	25,79		1,28×10 <sup>6</sup>	
(C) UGC 7603	RGGR	16,11	0,90	1,84	0,42	0,13	0,67		0,46		
(C) UGC 7603	RGGR <sub>δ</sub>	14,81	0,87	1,75	0,32	0,12	0,74		0,48		0,80
(C) UGC 8837	MOND	17,00	2,43	17,00	1,13	1,13	1,68				
(C) UGC 8837	MOND <sub>δ</sub>	12,93	2,16	12,93	0,69	0,69	1,95				0,80
(C) UGC 8837	NFW	14,06	2,81	14,06	1,17	1,17	12,21	100000,00		0,00×10 <sup>0</sup>	
(C) UGC 8837	RGGR	12,17	2,03	12,17	0,12	0,12	4,76		0,16		
(C) UGC 8837	RGGR <sub>δ</sub>	11,48	2,30	11,48	0,18	0,18	5,73		0,19		0,80
(C) UGC 9211	MOND	3,93	0,39	0,55	0,12	0,08	1,77				
(C) UGC 9211	MOND <sub>δ</sub>	0,71	0,08	0,03	0,02	0,00	4,18				0,80
(C) UGC 9211	NFW	0,76	0,09	0,27	0,22	0,10	3,74	11,12		2,93×10 <sup>6</sup>	
(C) UGC 9211	RGGR	0,37	0,04	0,09	0,08	0,04	4,77		0,42		
(C) UGC 9211	RGGR <sub>δ</sub>	0,35	0,04	0,10	0,08	0,05	5,89		0,46		0,80
(D) F563-1	MOND	1,38	0,15	0,98	0,03	0,00	3,52				
(D) F563-1	MOND <sub>δ</sub>	0,93	0,12	0,78	0,07	0,00	6,37				0,80
(D) F563-1	NFW	0,70	0,10	0,41	0,19	0,00	0,39	10,49		8,93×10 <sup>6</sup>	
(D) F563-1	RGGR	0,87	0,11	0,75	0,16	0,00	5,89		1,03		
(D) F563-1	RGGR <sub>δ</sub>	0,87	0,12	0,75	0,16	0,00	6,08		1,04		0,98

Continua na pág. seguinte...

Galáxia	Modelo	$\chi^2_{\min}$	$\chi^2_{\text{red}}$	$\chi^2_{2r_d}$	$\chi^2_{r_d}$	$\chi^2_{r_d/2}$	$\Upsilon_{*,d}$	$\Upsilon_{*,b}$	P1	P2	$\delta$
(D) F568-3	MOND	17,84	1,78	16,94	10,38	9,82	1,63				
(D) F568-3	MOND $_{\delta}$	17,22	1,91	16,96	11,17	10,61	2,69				0,80
(D) F568-3	NFW	17,44	2,18	17,32	11,63	11,00	3,23		39276,09	4,83 $\times 10^2$	
(D) F568-3	NFW $_{12}$	18,08	2,26	18,07	12,78	12,07	3,35		87,69	2,26 $\times 10^5$	
(D) F568-3	NFW $_{13}$	17,53	2,19	17,45	11,82	11,18	3,22		469,33	4,12 $\times 10^4$	
(D) F568-3	RGGR	15,72	1,75	15,38	9,32	8,54	3,20		0,82		
(D) F568-3	RGGR $_{\delta}$	15,04	1,88	14,67	8,83	8,08	4,26		0,94		0,80
(D) F571-8	MOND	41,89	3,81	21,80	13,21	3,01	4,12	0,00			
(D) F571-8	MOND $_{\delta}$	40,84	4,08	21,32	12,95	2,93	2,84	0,00			1,20
(D) F571-8	NFW	12,41	1,38	7,28	5,43	2,57	1,90	0,00	78,82	8,61 $\times 10^5$	
(D) F571-8	NFW $_{12}$	17,10	1,90	13,13	11,11	7,27	0,48	0,00	22,84	4,67 $\times 10^6$	
(D) F571-8	RGGR	3,49	0,35	2,84	1,71	0,59	0,39	0,17	2,32		
(D) F571-8	RGGR $_{\delta}$	3,29	0,37	2,76	1,66	0,58	0,46	0,22	2,31		0,80
(D) F579-V1	MOND	49,64	3,82	37,82	35,29	24,57	4,11				
(D) F579-V1	MOND $_{\delta}$	47,26	3,94	36,73	34,33	24,06	6,55				0,80
(D) F579-V1	NFW	2,48	0,23	2,47	2,37	2,29	0,96		4,05	5,74 $\times 10^7$	
(D) F579-V1	RGGR	34,67	2,89	30,96	27,32	22,06	10,12		0,00		
(D) F579-V1	RGGR $_{\delta}$	33,62	3,06	30,20	26,57	21,61	15,98		0,00		0,80
(D) F583-1	MOND	11,43	0,71	4,72	3,78	1,05	3,49				
(D) F583-1	MOND $_{\delta}$	9,55	0,64	5,59	4,29	1,13	5,34				0,83
(D) F583-1	NFW	10,42	0,74	6,17	5,05	1,76	5,79		64,20	3,50 $\times 10^5$	
(D) F583-1	RGGR	10,38	0,69	4,67	2,78	0,41	6,68		0,61		
(D) F583-1	RGGR $_{\delta}$	9,29	0,66	4,23	2,48	0,37	8,13		0,66		0,80
(D) F583-4	MOND	3,03	0,38	2,60	2,46	2,46	1,89				
(D) F583-4	MOND $_{\delta}$	2,61	0,37	2,31	2,17	2,17	3,15				0,80
(D) F583-4	NFW	1,21	0,20	0,94	0,75	0,75	5,00		12,46	1,83 $\times 10^6$	
(D) F583-4	RGGR	2,45	0,35	1,91	1,44	1,44	10,44		0,00		
(D) F583-4	RGGR $_{\delta}$	2,44	0,41	1,87	1,38	1,38	13,64		0,00		0,88
(D) UGC 5750	MOND	9,28	0,93	5,05	3,90	3,19	0,45				
(D) UGC 5750	MOND $_{\delta}$	8,35	0,93	6,18	4,94	3,87	0,98				0,80
(D) UGC 5750	NFW	9,63	1,20	8,10	6,64	5,04	3,14		12966,44	6,92 $\times 10^2$	
(D) UGC 5750	NFW $_{12}$	9,73	1,22	8,27	6,82	5,27	2,83		180,82	5,69 $\times 10^4$	
(D) UGC 5750	NFW $_{13}$	9,63	1,20	8,11	6,65	5,05	3,13		3360,53	2,68 $\times 10^3$	
(D) UGC 5750	RGGR	7,21	0,80	6,16	4,97	3,22	2,28		0,68		
(D) UGC 5750	RGGR $_{\delta}$	7,00	0,88	6,11	4,95	3,19	2,93		0,72		0,80
(D) UGC 6614	MOND	23,96	1,84	22,82	21,95	21,95	2,47	2,47			
(D) UGC 6614	MOND $_{\delta}$	23,39	1,95	22,78	21,78	21,78	4,14	3,62			0,80
(D) UGC 6614	NFW	23,71	2,16	23,33	21,14	21,14	5,02	1,89	113,82	2,82 $\times 10^5$	
(D) UGC 6614	NFW $_{12}$	26,40	2,40	24,98	21,27	21,27	6,14	1,36	48,84	7,91 $\times 10^5$	
(D) UGC 6614	RGGR	20,92	1,74	18,58	16,91	16,91	3,06	1,55	3,81		
(D) UGC 6614	RGGR $_{\delta}$	19,39	1,76	16,60	15,57	15,57	3,13	2,16	4,26		0,80
(E) UGC 11707	MOND	121,00	10,08	36,42	4,61	0,53	1,07				
(E) UGC 11707	MOND $_{\delta}$	46,48	4,23	17,53	1,43	0,14	2,49				0,80
(E) UGC 11707	NFW	4,56	0,46	1,09	0,23	0,05	0,03		9,33	7,45 $\times 10^6$	
(E) UGC 11707	RGGR	16,52	1,50	4,60	1,25	0,54	7,17		0,35		
(E) UGC 11707	RGGR $_{\delta}$	15,28	1,53	4,24	1,10	0,45	9,88		0,48		0,80
(E) UGC 12060	MOND	40,97	5,12	14,48	3,96	0,00	1,77				
(E) UGC 12060	MOND $_{\delta}$	26,39	3,77	11,11	2,96	0,00	3,03				0,80
(E) UGC 12060	NFW	0,50	0,08	0,36	0,22	0,00	4,97		6,19	5,58 $\times 10^6$	
(E) UGC 12060	RGGR	0,72	0,10	0,41	0,30	0,00	6,14		0,22		
(E) UGC 12060	RGGR $_{\delta}$	0,67	0,11	0,34	0,21	0,00	9,00		0,26		0,80
(E) UGC 12632	MOND	55,90	3,49	29,66	18,66	0,00	2,57				
(E) UGC 12632	MOND $_{\delta}$	31,85	2,12	20,06	13,27	0,15	4,83				0,80
(E) UGC 12632	NFW	5,07	0,36	4,29	3,38	2,35	0,00		5,87	1,25 $\times 10^7$	
(E) UGC 12632	RGGR	19,76	1,32	9,89	6,88	2,63	11,03		0,17		
(E) UGC 12632	RGGR $_{\delta}$	19,67	1,41	9,79	6,72	2,64	8,91		0,14		1,13
(E) UGC 12732	MOND	54,60	3,64	5,32	1,21	0,18	1,46				
(E) UGC 12732	MOND $_{\delta}$	9,05	0,65	1,12	0,15	0,05	2,87				0,80
(E) UGC 12732	NFW	2,34	0,18	0,83	0,58	0,56	3,27		32,51	7,84 $\times 10^5$	
(E) UGC 12732	RGGR	10,94	0,78	4,06	2,97	2,13	4,22		0,65		
(E) UGC 12732	RGGR $_{\delta}$	8,02	0,62	2,89	1,96	1,40	5,20		0,73		0,80
(E) UGC 3371	MOND	12,23	1,22	2,23	0,52	0,17	2,27				

Continua na pág. seguinte...

Galáxia	Modelo	$\chi^2_{\min}$	$\chi^2_{\text{red}}$	$\chi^2_{2r_d}$	$\chi^2_{r_d}$	$\chi^2_{r_d/2}$	$\Upsilon_{*,d}$	$\Upsilon_{*,b}$	P1	P2	$\delta$
(E) UGC 3371	MOND $_{\delta}$	5,14	0,57	1,17	0,16	0,00	4,10				0,80
(E) UGC 3371	NFW	4,60	0,57	1,70	0,61	0,02	5,57		133,03	$1,37 \times 10^5$	
(E) UGC 3371	NFW $_{12}$	4,61	0,58	1,73	0,63	0,04	5,19		88,11	$2,24 \times 10^5$	
(E) UGC 3371	RGGR	5,20	0,58	1,64	0,78	0,10	7,74		0,38		
(E) UGC 3371	RGGR $_{\delta}$	5,05	0,63	1,58	0,74	0,13	10,69		0,44		0,80
(E) UGC 4325	MOND	31,85	4,55	18,76	6,72	0,01	3,77				
(E) UGC 4325	MOND $_{\delta}$	26,07	4,35	16,07	5,46	0,02	6,24				0,80
(E) UGC 4325	NFW	5,89	1,18	3,44	1,67	1,07	7,34		5,74	$2,62 \times 10^6$	
(E) UGC 4325	RGGR	6,12	1,02	2,80	1,26	0,61	8,06		0,02		
(E) UGC 4325	RGGR $_{\delta}$	5,86	1,17	2,77	1,25	0,67	12,40		0,06		0,80
(E) UGC 4499	MOND	17,11	2,14	6,95	1,46	0,00	0,59				
(E) UGC 4499	MOND $_{\delta}$	7,25	1,04	6,07	4,50	0,00	1,45				0,80
(E) UGC 4499	NFW	5,31	0,88	4,38	3,56	0,00	0,00		9,01	$5,63 \times 10^6$	
(E) UGC 4499	RGGR	9,38	1,34	8,94	7,00	0,00	1,74		0,46		
(E) UGC 4499	RGGR $_{\delta}$	9,11	1,52	8,74	6,77	0,00	1,43		0,38		1,20
(E) UGC 5414	MOND	0,55	0,11	0,40	0,01	0,01	0,41				
(E) UGC 5414	MOND $_{\delta}$	0,49	0,12	0,42	0,09	0,05	0,53				0,95
(E) UGC 5414	NFW	1,96	0,65	1,88	1,59	1,18	1,26		189458,06	$1,03 \times 10^2$	
(E) UGC 5414	NFW $_{12}$	2,43	0,81	2,22	2,01	1,42	1,31		86,56	$2,32 \times 10^5$	
(E) UGC 5414	NFW $_{13}$	2,04	0,68	1,94	1,67	1,23	1,27		459,12	$4,28 \times 10^4$	
(E) UGC 5414	RGGR	0,82	0,20	0,70	0,61	0,32	2,10		0,24		
(E) UGC 5414	RGGR $_{\delta}$	0,81	0,27	0,69	0,61	0,34	1,86		0,23		1,08
(E) UGC 6446	MOND	50,62	5,06	20,86	14,55	6,02	2,06				
(E) UGC 6446	MOND $_{\delta}$	16,42	1,82	6,47	2,64	0,38	2,13				0,80
(E) UGC 6446	NFW	4,11	0,51	3,63	3,06	2,93	1,13		6,70	$9,33 \times 10^6$	
(E) UGC 6446	RGGR	8,20	0,91	6,48	5,96	5,92	2,55		0,45		
(E) UGC 6446	RGGR $_{\delta}$	6,41	0,80	5,33	4,86	4,86	3,36		0,52		0,80
(E) UGC 731	MOND	21,18	1,93	6,72	4,11	0,30	3,57				
(E) UGC 731	MOND $_{\delta}$	8,20	0,82	2,86	1,91	0,01	6,40				0,80
(E) UGC 731	NFW	1,47	0,16	0,89	0,69	0,59	7,57		17,10	$1,55 \times 10^6$	
(E) UGC 731	RGGR	2,24	0,22	1,28	0,59	0,59	9,96		0,25		
(E) UGC 731	RGGR $_{\delta}$	2,11	0,23	1,12	0,47	0,46	14,08		0,30		0,80
(E) UGC 7323	MOND	3,14	0,35	2,99	1,91	0,33	0,89				
(E) UGC 7323	MOND $_{\delta}$	2,07	0,26	1,83	0,80	0,15	0,58				1,18
(E) UGC 7323	NFW	2,67	0,38	2,27	1,04	0,34	0,00		318,65	$1,36 \times 10^5$	
(E) UGC 7323	NFW $_{12}$	4,57	0,65	4,06	2,44	0,77	0,00		41,23	$1,16 \times 10^6$	
(E) UGC 7323	NFW $_{13}$	2,80	0,40	2,42	1,13	0,37	0,00		185,11	$2,35 \times 10^5$	
(E) UGC 7323	RGGR	2,56	0,32	2,38	1,08	0,00	1,70		0,49		
(E) UGC 7323	RGGR $_{\delta}$	2,45	0,35	2,25	1,05	0,02	2,13		0,56		0,80
(E) UGC 7399	MOND	230,61	13,57	70,60	46,38	0,00	9,26				
(E) UGC 7399	MOND $_{\delta}$	179,71	11,23	55,63	37,59	0,00	5,98				1,20
(E) UGC 7399	NFW	22,03	1,47	6,37	6,17	0,00	2,99		8,19	$1,36 \times 10^7$	
(E) UGC 7399	RGGR	36,10	2,26	2,90	2,67	0,00	1,94		1,12		
(E) UGC 7399	RGGR $_{\delta}$	32,19	2,15	2,22	2,07	0,00	2,32		1,14		0,80
(E) UGC 7524	MOND	33,32	1,11	10,21	4,80	0,31	1,65				
(E) UGC 7524	MOND $_{\delta}$	16,70	0,58	6,00	2,05	0,88	2,94				0,80
(E) UGC 7524	NFW	8,91	0,32	6,05	4,59	4,13	4,31		30,10	$6,53 \times 10^5$	
(E) UGC 7524	RGGR	8,44	0,29	4,84	3,07	2,78	5,65		0,22		
(E) UGC 7524	RGGR $_{\delta}$	7,81	0,28	4,36	2,96	2,71	8,19		0,29		0,80
(E) UGC 7559	MOND	4,17	0,52	1,37	0,01	0,01	0,55				
(E) UGC 7559	MOND $_{\delta}$	2,20	0,31	1,20	0,24	0,14	2,00				0,80
(E) UGC 7559	NFW	2,00	0,33	1,72	1,15	0,63	4,89		10,75	$1,43 \times 10^6$	
(E) UGC 7559	RGGR	1,33	0,19	1,07	0,57	0,07	8,25		0,06		
(E) UGC 7559	RGGR $_{\delta}$	1,29	0,22	1,06	0,55	0,07	6,24		0,04		1,20
(E) UGC 7577	MOND	169,69	21,21	80,76	13,44	0,42	0,27				
(E) UGC 7577	MOND $_{\delta}$	142,16	20,31	70,81	13,10	0,26	0,37				0,85
(E) UGC 7577	NFW	0,76	0,13	0,41	0,07	0,05	0,27		16672,84	$7,99 \times 10^1$	
(E) UGC 7577	RGGR	1,38	0,20	1,02	0,59	0,47	0,45		0,01		
(E) UGC 7577	RGGR $_{\delta}$	1,14	0,19	0,84	0,50	0,40	0,52		0,02		0,80
(E) UGC 7603	MOND	6,84	0,62	4,49	1,73	0,00	1,35				
(E) UGC 7603	MOND $_{\delta}$	5,53	0,55	2,28	1,14	0,00	0,86				1,15
(E) UGC 7603	NFW	10,25	1,14	5,33	2,34	0,00	2,04		33,03	$8,01 \times 10^5$	

Continua na pág. seguinte...

Galáxia	Modelo	$\chi_{\min}^2$	$\chi_{\text{red}}^2$	$\chi_{2r_d}^2$	$\chi_{r_d}^2$	$\chi_{r_d/2}^2$	$\Upsilon_{*,d}$	$\Upsilon_{*,b}$	P1	P2	$\delta$
(E) UGC 7603	RGGR	2,04	0,20	0,69	0,00	0,00	1,24		0,42		
(E) UGC 7603	RGGR $_{\delta}$	1,99	0,22	0,69	0,00	0,00	1,52		0,44		0,80
(E) UGC 8490	MOND	9,92	0,34	2,97	0,06	0,00	3,16				
(E) UGC 8490	MOND $_{\delta}$	9,74	0,35	3,47	0,03	0,00	3,45				0,97
(E) UGC 8490	NFW	3,31	0,12	1,27	0,02	0,00	0,94		3,19	4,62 $\times 10^7$	
(E) UGC 8490	RGGR	14,87	0,53	3,44	0,91	0,00	1,81		0,68		
(E) UGC 8490	RGGR $_{\delta}$	13,24	0,49	3,00	1,20	0,00	2,27		0,72		0,80
(E) UGC 9211	MOND	9,33	1,17	0,66	0,19	0,00	2,13				
(E) UGC 9211	MOND $_{\delta}$	3,48	0,50	1,06	1,06	0,00	4,44				0,80
(E) UGC 9211	NFW	4,12	0,69	2,12	2,03	0,00	4,02		12,32	2,55 $\times 10^6$	
(E) UGC 9211	RGGR	1,82	0,26	0,83	0,83	0,00	4,83		0,41		
(E) UGC 9211	RGGR $_{\delta}$	1,79	0,30	0,77	0,76	0,00	5,96		0,45		0,80

Tabela 3.4: Medianas e totais para cada amostra e modelo. A mediana de uma quantidade  $X$  é denotada por  $\widetilde{X}$ . Col. (3): A mediana do  $\chi_{\text{red}}^2$ . Cols. (4-7): Os valores totais das quantidades  $\chi_X^2$ , sendo este calculado a partir do  $\chi_{\min}^2$ , considerando apenas os pontos na região  $r \leq X$ . Em particular,  $\chi_{\min}^2 = \chi_{R_{\max}}^2$ .

A.	Modelo	$\widetilde{\chi}_{\text{red}}^2$	$\chi_{R_{\max}}^2$	$\chi_{2r_d}^2$	$\chi_{r_d}^2$	$\chi_{r_d/2}^2$	$\widetilde{\chi}_{R_{\max}}^2$	$\widetilde{\chi}_{2r_d}^2$	$\widetilde{\chi}_{r_d}^2$	$\widetilde{\chi}_{r_d/2}^2$
A	MOND	3,1	6851,2	2476,9	1203,7	744,3	397,6	98,7	38,5	24,0
A	MOND $_{\delta}$	2,1	5095,7	2025,6	1065,4	704,1	274,1	92,5	34,3	16,0
A	NFW	0,9	2385,3	1258,7	841,7	691,2	106,4	43,9	22,7	16,5
A	NFW $_{13}$	0,9	2398,1	1272,6	849,7	692,4	110,8	45,9	22,7	16,4
A	NFW $_{12}$	1,1	2996,1	1335,1	878,4	689,9	114,0	46,0	22,7	16,0
A	RGGR	1,2	2997,4	1499,5	853,0	604,6	170,2	62,1	18,8	8,6
A	RGGR $_{\delta}$	1,1	2774,2	1458,8	832,7	600,8	148,9	58,9	18,8	10,6
B	MOND	4,1	331,3	151,0	87,6	29,4	57,8	25,1	15,7	1,9
B	MOND $_{\delta}$	2,3	243,0	123,1	76,5	29,2	50,8	22,1	17,2	1,8
B	NFW	1,6	143,4	91,7	67,8	39,7	31,1	21,2	13,4	3,1
B	NFW $_{13}$	1,7	145,8	93,4	69,8	40,5	31,1	21,2	13,4	3,2
B	NFW $_{12}$	2,6	183,7	117,2	94,6	53,1	32,0	21,2	13,4	5,5
B	RGGR	1,7	184,1	89,5	49,1	16,4	41,8	16,8	10,4	1,8
B	RGGR $_{\delta}$	1,8	166,9	81,9	45,7	16,8	40,3	15,6	10,3	0,8
C	MOND	1,7	589,1	309,7	183,1	41,3	18,6	15,0	5,4	1,3
C	MOND $_{\delta}$	1,4	440,7	261,9	162,6	37,9	17,0	12,4	4,6	1,6
C	NFW	0,5	252,6	180,1	118,8	47,1	7,3	5,3	3,4	1,9
C	NFW $_{13}$	0,5	255,0	181,7	120,0	47,1	7,3	5,3	3,7	1,9
C	NFW $_{12}$	0,5	262,5	186,8	124,9	48,9	7,3	5,3	4,4	1,9
C	RGGR	0,6	281,6	201,6	121,0	41,3	7,6	4,9	2,3	0,6
C	RGGR $_{\delta}$	0,7	264,4	191,6	115,0	41,9	7,4	4,9	1,9	0,6
D	MOND	1,4	158,4	112,7	91,0	66,0	14,6	11,0	7,1	3,2
D	MOND $_{\delta}$	1,4	150,2	112,6	91,7	66,5	13,4	11,6	8,1	3,9
D	NFW	1,0	78,0	66,0	53,2	44,5	10,0	6,7	5,2	2,6
D	NFW $_{13}$	1,0	78,1	66,2	53,4	44,7	10,0	6,7	5,2	2,6
D	NFW $_{12}$	1,0	86,1	74,4	60,3	50,7	10,1	7,2	5,9	5,3

Continua na pág. seguinte...

A.	Modelo	$\widetilde{\chi^2_{\text{red}}}$	$\chi^2_{R_{\text{máx}}}$	$\chi^2_{2r_d}$	$\chi^2_{r_d}$	$\chi^2_{r_d/2}$	$\widetilde{\chi^2_{R_{\text{máx}}}}$	$\widetilde{\chi^2_{2r_d}}$	$\widetilde{\chi^2_{r_d}}$	$\widetilde{\chi^2_{r_d/2}}$
D	RGGR	0,7	95,7	81,2	64,6	53,2	8,8	5,4	3,9	3,2
D	RGGR $_{\delta}$	0,8	90,9	77,2	61,6	50,8	8,1	5,2	3,7	3,2
E	MOND	2,0	873,0	315,8	124,3	8,3	26,5	6,8	2,9	0,2
E	MOND $_{\delta}$	0,7	538,9	225,2	88,6	2,2	9,4	4,7	1,7	0,1
E	NFW	0,4	89,8	48,0	33,0	13,9	4,1	2,0	1,4	0,6
E	NFW $_{13}$	0,4	90,0	48,2	33,2	14,0	4,1	2,0	1,4	0,6
E	NFW $_{12}$	0,5	92,2	50,2	34,8	14,6	4,3	2,2	1,8	0,7
E	RGGR	0,4	148,4	58,0	37,3	16,2	5,7	2,6	1,0	0,6
E	RGGR $_{\delta}$	0,4	134,9	52,7	33,8	14,1	5,5	2,2	1,1	0,5

Tabela 3.5: Medianas e totais para cada modelo considerando agora todas as 62 galáxias. Mesmo símbolos da tabela 3.4.

Modelo	$\widetilde{\chi^2_{\text{red}}}$	$\chi^2_{R_{\text{máx}}}$	$\chi^2_{2r_d}$	$\chi^2_{r_d}$	$\chi^2_{r_d/2}$	$\widetilde{\chi^2_{R_{\text{máx}}}}$	$\widetilde{\chi^2_{2r_d}}$	$\widetilde{\chi^2_{r_d}}$	$\widetilde{\chi^2_{r_d/2}}$
MOND	2,1	8803,0	3366,2	1689,7	889,3	50,1	18,4	6,7	2,5
MOND $_{\delta}$	1,8	6468,5	2748,5	1484,7	840,0	29,7	15,0	5,3	2,2
NFW	0,7	2949,1	1644,5	1114,5	836,5	14,7	6,1	4,4	2,9
NFW $_{13}$	0,7	2967,1	1662,0	1125,9	838,7	14,7	6,1	4,4	2,9
NFW $_{12}$	0,7	3620,6	1763,7	1193,0	857,3	16,6	6,3	5,0	3,7
RGGR	0,9	3707,3	1929,8	1125,1	731,7	16,3	6,4	4,0	2,6
RGGR $_{\delta}$	0,8	3431,4	1862,2	1088,8	724,6	15,2	6,0	3,7	2,7

### Resultados do $\chi^2$ e $\chi^2_{\text{red}}$

Comparações gráficas entre os resultados dos valores do  $\chi^2_{\text{mín}}$  de cada galáxia individual podem ser vistas nas segundas linhas das figuras 3.1 e 3.2. Ambos o  $\chi^2$  total do por amostra (a soma dos valores do  $\chi^2_{\text{mín}}$  de cada galáxia da amostra) e suas medianas por amostra são mostrados na tabela 3.4. O total e mediana do  $\chi^2$  para todas as galáxias está na tabela 3.5, e a mediana do  $\chi^2$  também pode ser visto na figura 3.3.

Destes resultados, pode perceber uma clara tendência para os valores do  $\chi^2_{\text{mín}}$  dos modelos MOND, RGGR e NFW, a saber:  $\chi^2_{\text{NFW}} < \chi^2_{\text{RGGR}} < \chi^2_{\text{MOND}}$ , isto é, com exceções em algumas galáxias, os valores de  $\chi^2_{\text{mín}}$  de RGGR são claramente menores do que os de MOND; Enquanto os valores de  $\chi^2_{\text{mín}}$  de NFW e RGGR são próximos, mas ambos o total e as medianas favorecem o NFW. Esta tendência não muda significativamente quando as 4 variações dos 3 modelos são usadas, lembrando que estes modelos têm diferentes números de parâmetros livres.

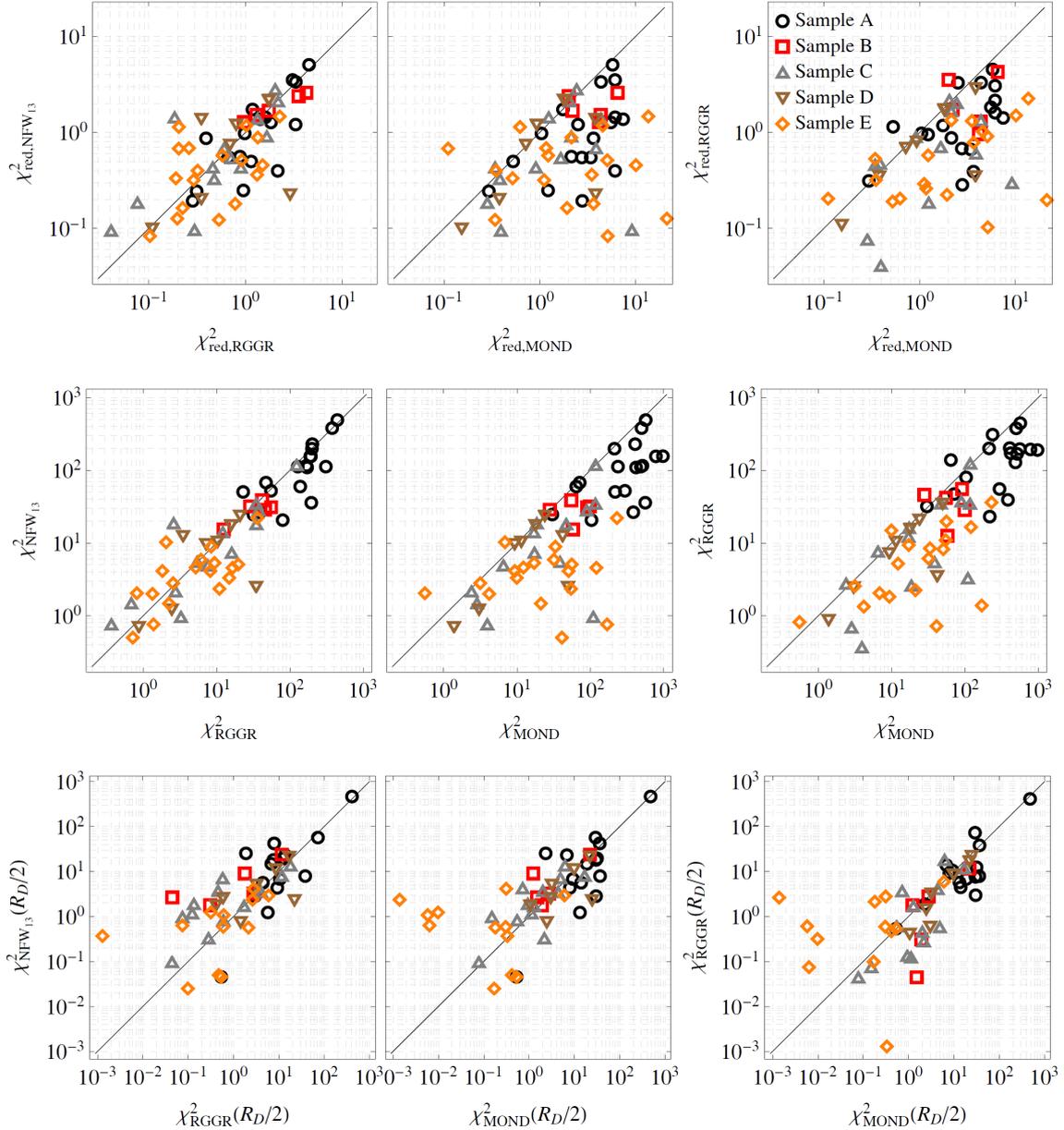


Figura 3.1: Comparação dos valores dos  $\chi^2_{\text{red}}$ ,  $\chi^2_{r,d/2}$  para todas as galáxias e modelos MOND, NFW<sub>13</sub> e RGGGR. Circulos negros correspondem à amostra A, quadrados vermelhos à B, triângulos cinza pra cima à C, triângulos marrons à D e diamantes laranjas à E.

Dentre as variações, aquela com o maior impacto no  $\chi^2$  é o  $\text{MOND}_\delta$ , que significativamente reduz os valores do  $\chi^2_{\text{min}}$  quando comparado com MOND. Mesmo a versão mais restrita do modelo NFW, o NFW<sub>12</sub>, não altera significativamente os valores do  $\chi^2_{\text{min}}$ . O maior impacto desta restrição foi na curva de rotação perto do centro da galáxia, como discutido na próxima seção. Considerando os valores

do  $\chi^2$ , a amostra mais afetada pela diferença entre NFW e NFW<sub>12</sub> foi a amostra A. Esta amostra tem cinco galáxias com massas bariônicas da ordem de  $10^{11}M_{\odot}$ , assim é natural que fosse a mais afetada.

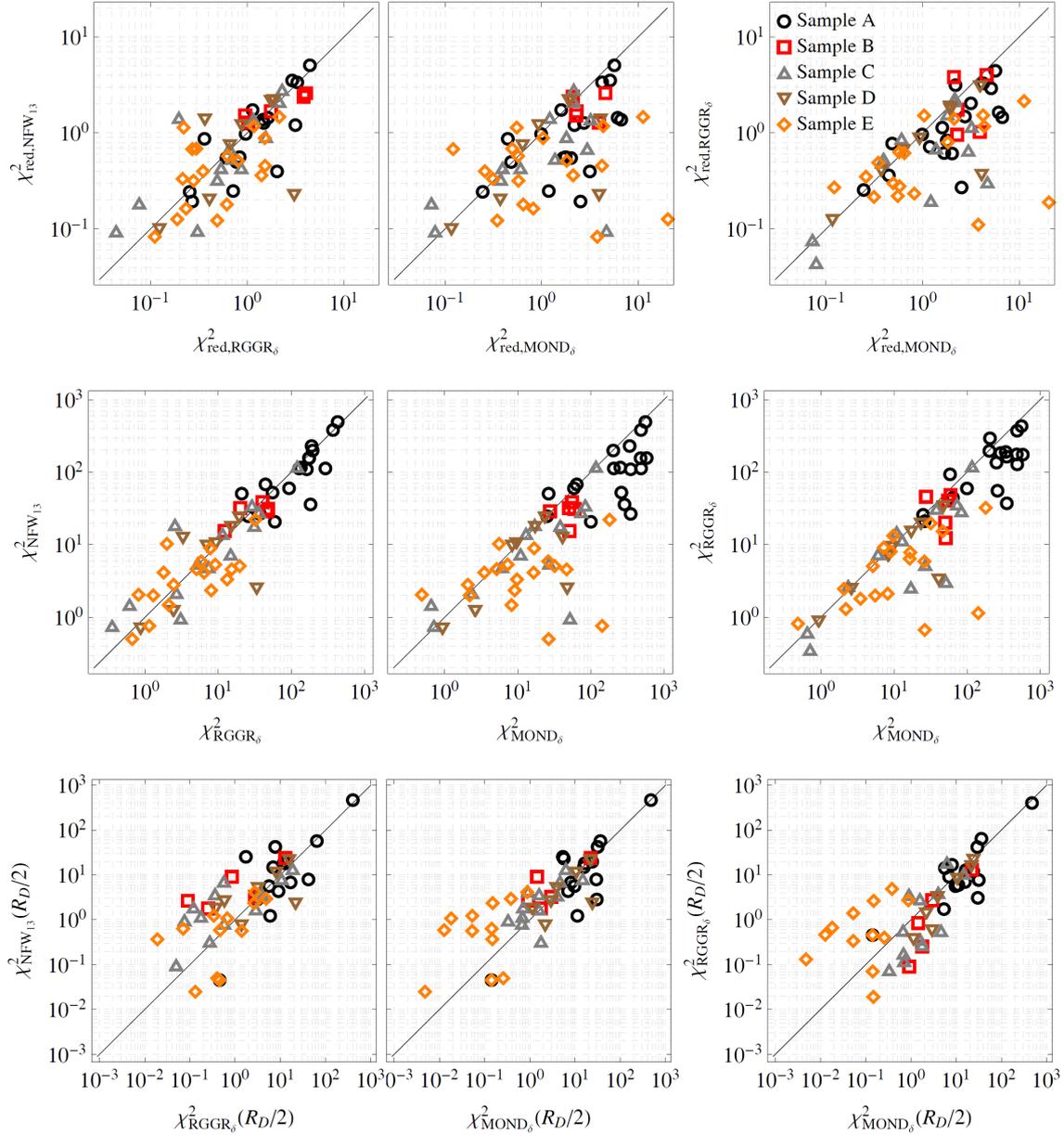


Figura 3.2: O mesmo gráfico e cores da figura 3.1, mas usando os modelos  $\text{MOND}_{\delta}$  e  $\text{RGGR}_{\delta}$  no lugar de  $\text{MOND}$  e  $\text{RGGR}$ .

O  $\chi^2_{\text{red}}$  tem uma pequena compensação pelo número de parâmetros livres, mas pouco altera o cenário já descrito para o  $\chi^2$ . A única mudança digna de menção é

que os valores de  $\chi_{\text{RGGR}_\delta}^2$  são apenas um pouco menores do que os de  $\chi_{\text{RGGR}}^2$ , e assim para diversos casos o  $\chi_{\text{red,RGGR}_\delta}^2$  é um pouco maior do que  $\chi_{\text{red,RGGR}}^2$ .

### Resultados com o $\chi_r^2$

Considerando os resultados de todas as galáxias, ambos o total e a mediana do  $\chi^2$  são menores para o modelo NFW do que os valores correspondentes de MOND e RGGR, o que é esperado já que estes últimos têm menos parâmetros livres. No entanto as diferenças relativas entre os seus valores de  $\chi_r^2$  caem dramaticamente, e em algum ponto mudam de sinal, ao considerarmos raios menores como  $r = r_d$  e em particular,  $r = r_d/2$ . O modelo NFW<sub>12</sub> não muda significativamente o valor de  $\chi^2$ , mas sistematicamente aumenta o valor de  $\widetilde{\chi}_{r_d/2}^2$ , como visto nas figuras 3.3 e 3.4.

Uma comparação gráfica dos valores do  $\chi_{r_d/2}^2$  de cada galáxia pode ser visto na terceira linha das figuras 3.1 e 3.2. Ambos o total  $\chi_r^2$  e suas medianas por amostra são mostrados na tabela 3.4. O total e mediana do  $\chi_r^2$  para o todas as galáxias está na tabela 3.5, enquanto as medianas também são mostradas na figura 3.3.

Considerando a figura 3.3, há uma amostra onde a mediana e o total do  $\chi_{r_d/2, \text{NFW}}^2$  teve o menor valor entre todos os os modelos, a amostra D. Há oito galáxias nesta amostra cujos ajustes preveem concentrações  $c$  muito baixas e  $M_{200}$  muito altas (equivalentemente, alto  $\rho_s$ )(ver 3.5). Assim nesta amostra o modelo NFW tem melhor concordância com as observações no centro da galáxia, e menores valores de  $\chi_{r_d/2, \text{NFW}}^2$ , mas às custas de valores absurdos dos parâmetros do modelo. Ao aplicar a restrição  $M_{200} \leq 10^{12} M_\odot$ , o valor de  $\rho_s$  é diminuído e o efeito da cúspide aparece mais claramente, mesmo sem impor uma correlação entre  $c$  e  $M_{200}$ . As figuras 3.1 e 3.2 também mostram uma tendência de ambos MOND e RGGR em obter menores valores de  $\chi_{r_d/2}^2$  que NFW.

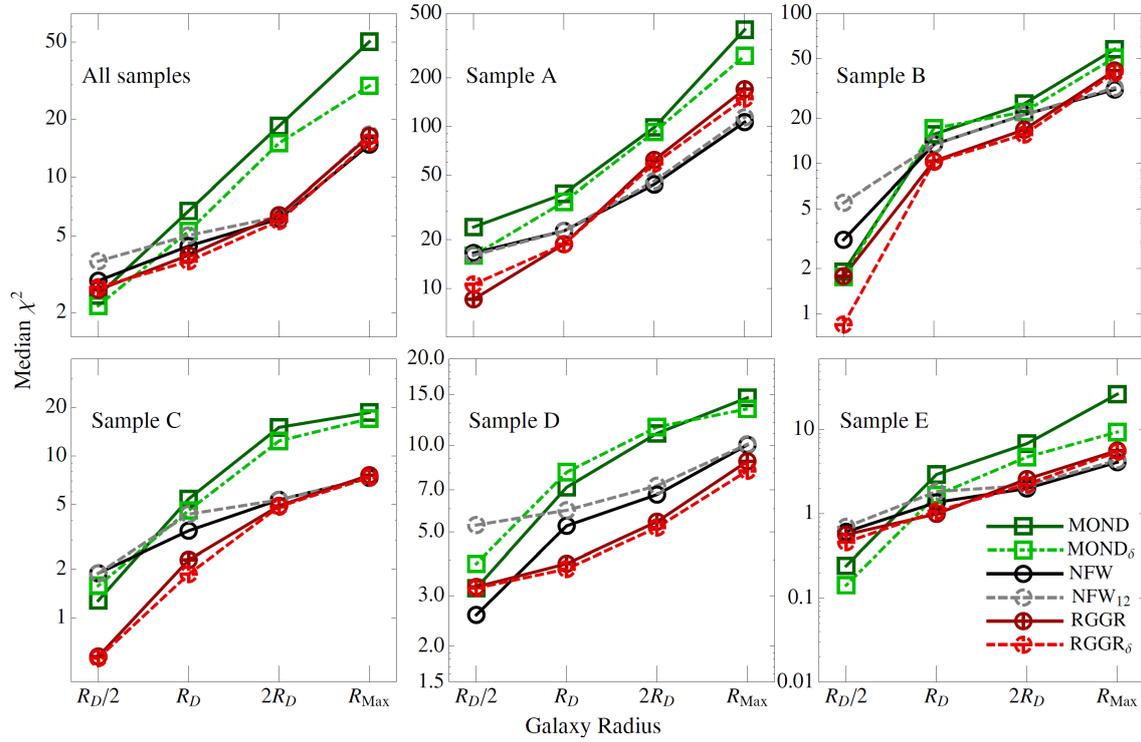


Figura 3.3: Análise das medianas  $\tilde{\chi}_r^2$  para  $r = r_d/2, r_d, 2r_d, r_{\max}$  e para todos os modelos: MOND (quadrados, linha sólida verde escuro),  $\text{MOND}_\delta$  (quadrados, linha ponto-tracejada verde claro), NFW (círculos, linha sólida preta),  $\text{NFW}_{12}$  (círculos, linha tracejada cinza), RGGR (círculo com cruz, linha sólida vermelho escuro),  $\text{RGGR}_\delta$  (círculo com cruz, linha tracejada vermelho clara). Os dados mostrados aqui também estão nas tabelas 3.4 e 3.5.

Nossos resultados proporcionam ainda uma outra maneira de avaliar a fenomenologia na região interna das galáxias. Até aqui, nossa análise teve como foco a comparação dos valores de cada  $\chi_r^2$  para os diferentes modelos, o que permite determinar quais modelos têm melhor concordância com os dados observacionais na região escolhida. Analisando os dados por outra perspectiva, podemos primeiro comparar o desempenho de cada modelo em diferentes raios das galáxias, para depois comparar o desempenho dos modelos em si. Para isto, começamos supondo que haja uma galáxia cujos dados observacionais sejam homoganeamente distribuídos ao longo de seu raio, com barras de erro idênticas ao longo de toda a curva de rotação. Então nesse caso, supondo um modelo que não tenha nenhum viés para alguma região específica da galáxia, o seu ajuste aos dados teria  $\chi_{r_d}^2 / \chi_{r_d/2}^2 = 2$ , pelo simples fato de que há duas vezes mais dados na região até  $r = r_d$  do que até em  $r = r_d/2$ , e do modelo possuir o mesmo desempenho nas

duas regiões. Equivalentemente,

$$\frac{\chi_{r_d}^2 - \chi_{r_d/2}^2}{\chi_{r_d/2}^2} = 1. \quad (3.7)$$

Para um modelo com ajuste sistematicamente melhor à curva de rotação na região  $r < r_d/2$  em comparação à região  $r_d/2 < r < r_d$ , é de se esperar, para os dados hipotéticos citados acima,  $(\chi_{r_d}^2 - \chi_{r_d/2}^2)/\chi_{r_d/2}^2 > 1$ . E obviamente as curvas de rotação estudadas aqui não obedecem os critérios acima, já que por exemplo há tipicamente menos dados observacionais dentro de  $r = r_d/2$  do que em  $r_d/2 < r < r_d$ . Considerando este fato, para um modelo sem viés para alguma região particular da galáxia, é esperado que

$$\text{Med} \left( \frac{\chi_{r_d}^2 - \chi_{r_d/2}^2}{\chi_{r_d/2}^2} \right) \gtrsim 1, \quad (3.8)$$

$$\text{Med} \left( \frac{\chi_{2r_d}^2 - \chi_{r_d/2}^2}{\chi_{r_d/2}^2} \right) \gtrsim 3, \quad (3.9)$$

onde usamos  $\text{Med}(X)$  para a mediana de  $X$ . Se as desigualdades acima não são satisfeitas, o modelo em questão tem um viés para ajustes ruins na região  $r < r_d/2$ , em comparação a regiões com raios maiores. Este é o caso do NFW, como mostramos na tabela 3.6.

Tabela 3.6: Medianas das quantidades  $(\chi_{r_d}^2/\chi_{r_d/2}^2 - 1)$  e  $(\chi_{2r_d}^2/\chi_{r_d/2}^2 - 1)$ , considerando todas as 52 galáxias em que  $\chi_{r_d/2}^2 > 0$ . No caso de dados observacionais homogêneos e de modelos sem preferência por nenhuma região específica da galáxia, o valor esperado destas quantidades seria  $\sim 1$  e  $\sim 3$ . Já que na maioria das galáxias há menos dados na região  $r < r_d/2$  do que em  $r_d/2 < r < r_d$ , na verdade as expectativas se transformam em  $\gtrsim 1$  e  $\gtrsim 3$ .

Modelo	$\text{Med} \left( \frac{\chi_{r_d}^2}{\chi_{r_d/2}^2} - 1 \right)$	$\text{Med} \left( \frac{\chi_{2r_d}^2}{\chi_{r_d/2}^2} - 1 \right)$
MOND	1,2	6,6
MOND <sub>δ</sub>	1,3	6,9
NFW	0,3	1,1
NFW <sub>13</sub>	0,4	1,3
NFW <sub>12</sub>	0,4	1,2
RGGR	0,9	3,6
RGGR <sub>δ</sub>	0,8	3,0
Esperado	$\gtrsim 1,0$	$\gtrsim 3,0$

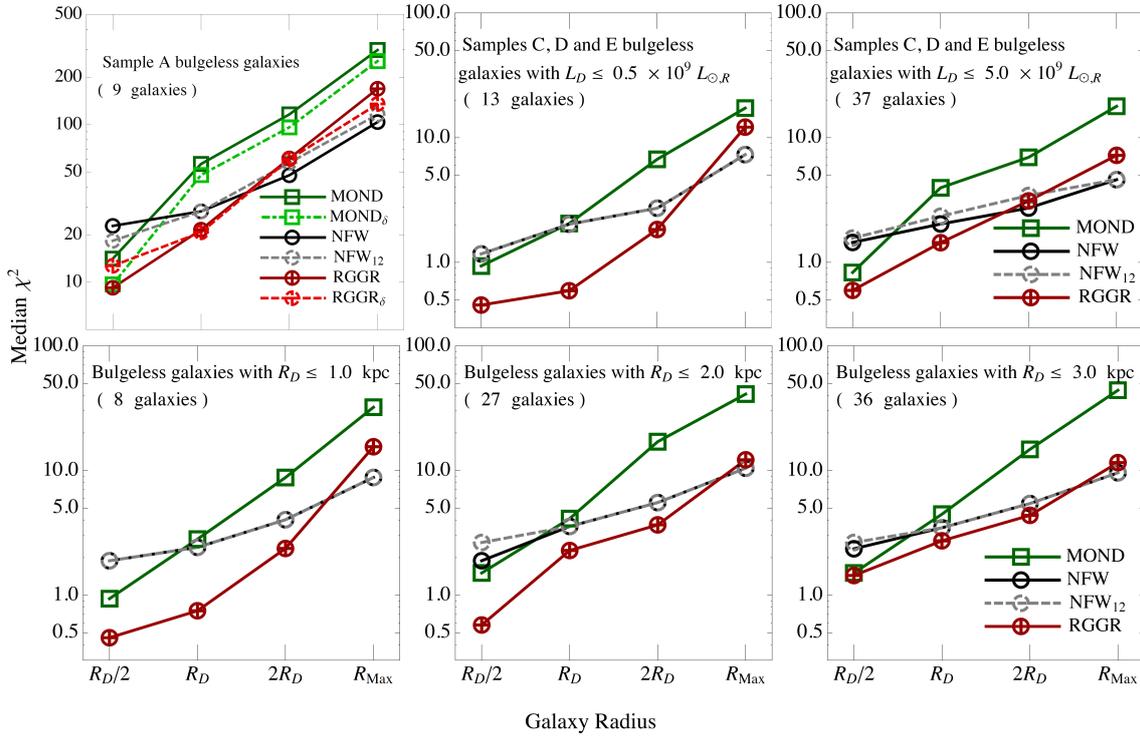


Figura 3.4: Mesma análise da figura 3.3, mas considerando diferentes amostras, com o foco em galáxias sem bojo, menores e menos luminosas. O primeiro gráfico considera as galáxias da amostra A sem bojo. O segundo e terceiro gráficos na primeira linha considera todas as galáxias sem bojo nas amostras C, D e E com uma restrição em  $L_D$  na banda R como explicitado na figura (as amostras A e B não foram consideradas já que usam bandas diferentes para  $L_D$ ). A segunda linha considera todas as galáxias sem bojo de todas as amostras, impondo restrições em  $r_d$  como explicitado nas figuras. Os resultados para  $\text{MOND}_\delta$  e  $\text{RGGR}_\delta$  não são mostrados nas figuras com restrições em  $r_d$  e  $L_D$  já que para  $\delta \neq 1$  estes modelos têm mudanças nos valores destas grandezas. Em todos estes gráficos, os modelos NFW e  $\text{NFW}_{12}$  têm os maiores valores de  $\overline{\chi^2_{r_d/2}}$ .

### Resultados de Outros Parâmetros

A figura 3.5 mostra as relações entre  $M_{200}$ , concentração ( $c$ ) e a massa bariônica total (estelar e gasosa) de cada galáxia, considerando os ajustes obtidos para NFW,  $\text{NFW}_{12}$  e  $\text{NFW}_{13}$ . A correlação entre os valores obtidos de  $M_{200}$  e  $c$  é visível, e como esperado das simulações,  $c$  tipicamente cai com o aumento de  $M_{200}$ . A dispersão dos resultados se torna significativamente maior para  $c < 1$  ou  $M_{200} > 10^{13} M_\odot$ , que são os valores não-físicos considerando as simulações e as galáxias nestas amostras. As variações restringidas  $\text{NFW}_{12}$  e  $\text{NFW}_{13}$  não impõem a priori uma correlação entre  $c$  e  $M_{200}$ , mas os resultados de seus ajustes são tais que favorecem a correlação, e em particular os valores baixos de  $c$  são eliminados.

Já no que diz respeito à correlação entre a massa bariônica total e  $M_{200}$ , nenhuma correlação significativa pode ser vista por inspeção da figura 3.5. A segunda linha da mesma figura também mostra que algumas galáxias cujo valor derivado de  $M_{200}$  é maior que  $10^{13}M_{\odot}$  têm massa bariônica da ordem de  $10^9M_{\odot}$ , o que leva a uma enorme discrepância entre as massa bariônica e escura, de 4 a 6 ordens de magnitude.

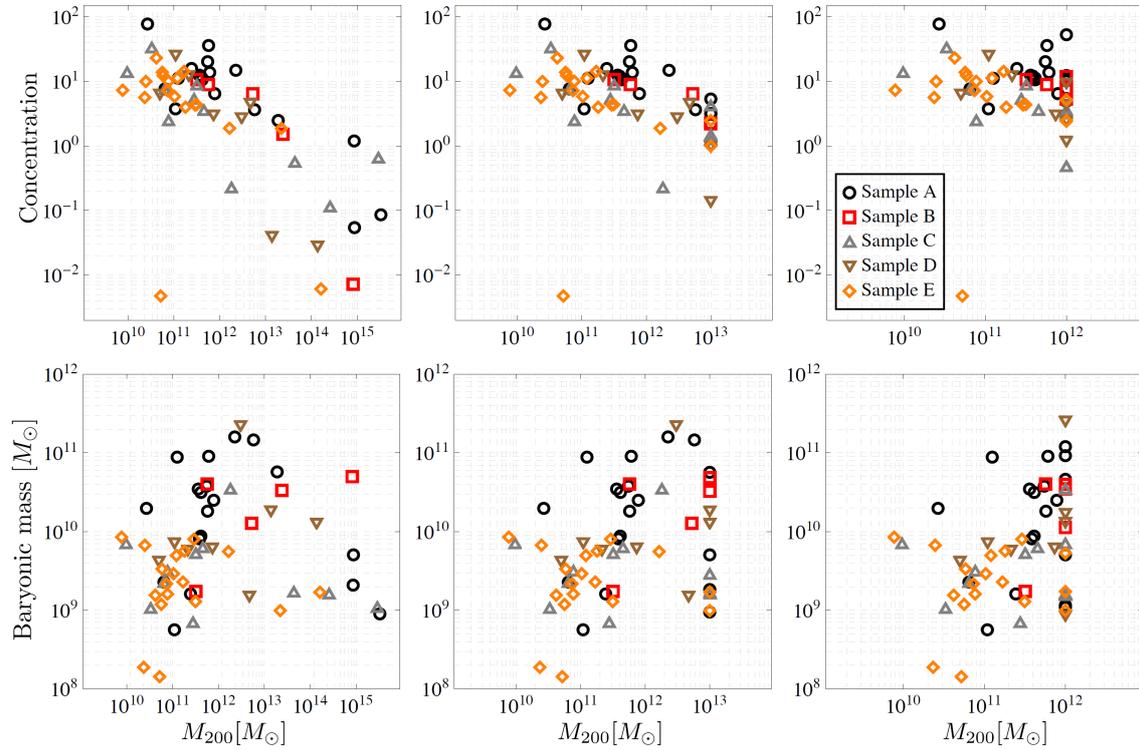


Figura 3.5: Correlação entre  $M_{200}$  e os parâmetros concentração (linha de cima) e massa bariônica total (linha de baixo). A primeira, segunda e terceira colunas correspondem ao NFW, NFW<sub>13</sub> e NFW<sub>12</sub> como se pode ver pelos valores máximos das massas. Os símbolos de cada galáxias seguem a indicação e o mesmo esquema de cores da figuras 3.1.

A figura 3.6 mostra a existência de uma correlação, com grande dispersão, entre o parâmetro adimensional de RGGR  $\bar{v}$  e a massa bariônica total. Como esperado,  $\bar{v}$  cresce com a massa do sistema. Apesar de termos iniciado investigações sobre esta e outras correlações entre os parâmetros bariônicos e  $\bar{v}$ , estes resultados ficaram fora do escopo deste trabalho.

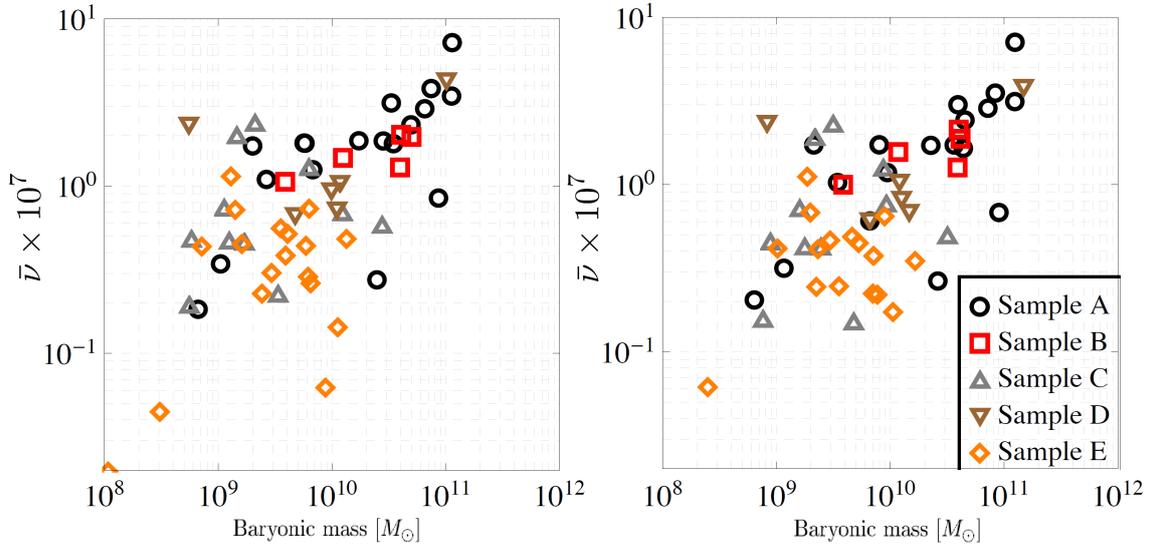


Figura 3.6: Correlação entre  $\bar{v}$  e a massa bariônica total. As figuras a direita e a esquerda correspondem a RGGR e RGGR $_{\delta}$ . Os símbolos são os mesmos da figura 3.1. Quatro galáxias com  $\bar{v} = 0$  e outras duas com  $0 < \bar{v} < 10^{-9}$  não são mostradas.

### 3.5 Conclusões

De acordo com as simulações de N-corpos, é esperado que o perfil de densidade da matéria escura seja similar ao perfil de Navarro-Frenk-White (NAVARRO; FRENK; WHITE, 1996; Navarro; Frenk; White, 1997; Mo; van den Bosch; White, 2010), que tem uma cúspide no centro da galáxia. Este perfil depende formalmente de dois parâmetros, mas há uma correlação entre estes que depende da cosmologia. Quando esta correlação é usada para eliminar um dos parâmetros do modelo, alguns exemplos mostram que os ajustes às curvas de rotação são claramente ruins (Gentile et al., 2004; Gentile et al., 2005; Gentile et al., 2007). De toda forma, usar esta correlação como se fosse uma expressão exata levaria a outros problemas, já que por exemplo uma significativa dispersão é encontrada nas simulações.

Aqui exploramos as consequências físicas da cúspide na curva de rotação sem impor a correlação entre os parâmetros do NFW. Por inspeção direta dos gráficos das curvas de rotação (apêndice B) seria difícil comparar tendências nas curvas de rotação perto do centro galáctico. Para este fim introduzimos as quantidades  $\chi^2_{2r_d}$ ,  $\chi^2_{r_d}$  e  $\chi^2_{r_d/2}$ . Uma abordagem similar foi usada em (de Blok; Bosma, 2002), onde foi mostrado que mesmo sem impor a mencionada correlação, o perfil NFW não é

preferido quando comparado a um perfil de matéria escura com núcleo.

Ao invés de comparar os ajustes de NFW com os de outros modelos de matéria escura, atacamos a questão do cúspide comparando as curvas de rotação de NFW com aquelas produzidas por modelos de gravitação modificada, sem matéria escura. Estes modelos não têm cúspide de densidade porém poderiam ter problemas sistemáticos nos ajustes das curvas de rotação na região central das galáxias. Dois modelos de gravitação modificada foram estudados aqui, MOND e RGGR, mas os procedimentos aplicados aqui poderiam ser usados em outros modelos de gravitação alternativos.

Duas questões principais foram abordadas neste trabalho, a introdução de um método para avaliar se há um raio galáctico tal que, para valores inferiores a este, há um modelo que pode concordar com o dados melhor que NFW, e estender significativamente a amostra de galáxias nas quais o modelo RGGR foi testado e comparado com outros modelos.

Ao analisar 62 galáxias de cinco amostras, confirmamos que o halo NFW tem uma tendência sistemática de produzir ajustes ruins perto do centro galáctico, quando comparado aos modelos alternativos aqui estudados. Esta tendência é mais forte para galáxias menores. Em particular, achamos que há um raio, dado pela metade da escala de comprimento do disco ( $r_d/2$ ), tal que para valores menores do que este ambos RGGR e MOND podem descrever os dados tão bem ou melhor que NFW, mesmo com parâmetros livres a menos. Este comportamento é em geral reforçado quando considerado em galáxias sem bojo, com escala de comprimento do disco pequena ou com luminosidade menor, como visto nas figuras 3.3 e 3.4. Considerando a amostra completa, RGGR obteve ajustes com melhor concordância do que MOND, e quase tão bem quanto NFW com dois parâmetros.

Além dos resultados acima, também avaliamos quatro variações dos modelos acima, a saber  $NFW_{12}$ ,  $NFW_{13}$ ,  $RGGR_\delta$  e  $MOND_\delta$ . Encontramos que estas variações em NFW são suficientes para eliminar muitos dos casos com ajustes com valores de  $c$  muito baixos, tendo em geral impacto desprezível nos ajustes. Confirmamos que variações na distância são suficientes para melhorar significativamente os resultados de MOND, mas no caso do RGGR a melhora foi apenas modesta e em muitos casos insignificante. Por fim, avaliamos diretamente pela primeira vez a existência de alguma correlação entre a massa bariônica e o parâ-

metro  $\bar{v}$  nos ajustes de RGGR, visto na figura 3.6.

Para concluir, rephraseamos uma das conclusões da seguinte forma: se as curvas de rotação derivadas de um modelo bariônico com um halo de NFW com 2 parâmetros livres são consideradas muito discrepantes com as observações no centro da galáxia, então, de acordo com estes resultados, isto não é uma restrição suficientemente forte para eliminar os modelos MOND ou RGGR como propostas viáveis para a fenomenologia das curvas de rotação no centro das galáxias.

## **Capítulo 4**

# **Evidências Contra Cúspides de Matéria Escura em Galáxias Massivas**

## 4.1 Introdução

Neste capítulo, baseado no artigo (Rodrigues et al., 2017) desenvolvemos novas técnicas para investigar tendências sistemáticas nas curvas de rotação de galáxias, que usamos para reavaliar a controvérsia da núcleo/cúspide. Tomando os modelos de NFW e o de Burkert como representantes destes tipos de halo, investigamos se estes têm alguma preferência sistemática de se ajustar melhor a uma região específica da galáxia, e detectamos que enquanto o halo de Burkert tem ajustes aproximadamente homogêneos, o halo de NFW tem uma tendência de se ajustar melhor às regiões entre uma e duas escalas de comprimento do disco do que à região interna à uma escala de comprimento do disco. Isto acontece em mais de 75% das galáxias ajustadas com o halo NFW, e esta tendência não se enfraquece considerando galáxias massivas, com massas estelares  $M > 10^{10}M_{\odot}$ . Além dos testes sobre a homogeneidade dos ajustes ao longo do raio das galáxias, testamos também a qualidade dos ajustes em cada galáxia, e procuramos por correlações entre a massa estelar, massa do gás e escala de comprimento do disco. Encontramos que apenas 13 galáxias das 62 têm ajustes melhores com o halo de NFW do que com o halo de Burkert, e mesmo para galáxias massivas, o perfil de Burkert tem um ajuste tão bom ou melhor que o perfil de NFW. Este resultado é relevante pois diferentes efeitos bariônicos, como retro-alimentação de supernovae e fricção dinâmica de bárions, capazes de transformar a cúspide do modelo NFW em um núcleo de densidade constante em galáxias menores, não deveriam acontecer em galáxias massivas (Di Cintio et al., 2014b; Inoue; Saitoh, 2011; Del Popolo; Hiote-lis, 2014; Tollet et al., 2016; Del Popolo, 2009; Governato et al., 2010; Del Popolo; Pace, 2016; de Souza et al., 2011; Governato et al., 2012). Assim em tais sistemas estelares massivos o halo de NFW deveria ser preferido em relação ao halo de Burkert. De fato, a física da matéria bariônica nestas galáxias massivas é tal que espera-se que o perfil do halo de matéria escura tenha uma lei de potência com o expoente ainda mais negativo do que -1. Assim nossos resultados ou sugerem um novo efeito bariônico ou uma mudança no modelo padrão da matéria escura fria.

## 4.2 O Método

Em nosso artigo (Rodrigues et al., 2014), generalizamos a abordagem proposta por (de Blok; Bosma, 2002), onde os autores introduziram as duas quantidades,  $\chi^2$  interno e externo,  $\chi_{\text{int}}^2$  e  $\chi_{\text{ext}}^2$ , definidas a partir do  $\chi_{\text{mín}}^2$  mas considerando apenas os pontos até metade da galáxia e da metade até o raio máximo da galáxia. Analisando  $\chi_{\text{mín}}^2$  na amostra trabalhada os autores concluíram o modelo pseudo-isotérmico tem ajustes melhores do que o NFW na maior parte das galáxias e analisando as quantidades  $\chi_{\text{int}}^2$  e  $\chi_{\text{ext}}^2$  os autores concluem que o ajustes ruins do NFW se originam claramente da região interna das galáxias, produzindo altos valores de  $\chi_{\text{int}}^2$ . A nossa abordagem em (Rodrigues et al., 2014) é semelhante, porém como queremos investigar o ajuste dos modelo às regiões internas da galáxia, definimos as quantidade truncadas do  $\chi_{\text{mín}}^2$  em função da escala de comprimento do disco. Mais precisamente, definimos o  $\chi^2$  truncado,  $\chi_R^2$ , como

$$\chi_R^2 = \sum_{i=1}^{N(R)} \left( \frac{V_{\text{modelo}}(r_i, \bar{p}_j) - V_i}{\sigma_i} \right)^2, \quad (4.1)$$

onde  $V_i$  e  $\sigma_i$  são os pontos observados da curva de rotação e suas respectivas barras de erro nas posições  $r_i$ ,  $V_{\text{modelo}}(r_i, \bar{p}_j)$  é a curva de rotação do modelo na posição  $r_i$ , calculada com os valores dos parâmetros  $\bar{p}_j$  que minimizam o  $\chi^2$ . O número  $N(R)$  é o maior número inteiro tal que  $r_{N(R)} \leq R$ , ou equivalentemente, o número de pontos da curva de rotação na região  $0 \leq r \leq R$ . Como anteriormente, definimos as regiões  $R$  como múltiplas de  $r_d$ , a escala natural de comprimento nas galáxias.

Para avaliar a uniformidade dos ajustes ao longo da galáxia, introduzimos neste trabalho as quantidades

$$\xi(m, n) = \frac{\chi_{mr_d}^2}{\chi_{nr_d}^2}, \quad (4.2)$$

onde  $m$  e  $n$  são números reais adimensionais. Aqui, os  $\chi_{mr_d}^2$  são definidos pela 4.1, mas substituindo  $N(R)$  por  $N(mr_d)$ . Esta quantidade é interessante para nossos propósitos pois assim como propomos anteriormente (Rodrigues et al., 2014), para uma galáxia com dados observacionais ideais, homoganeamente distribuídos pela galáxia, e para um modelo sem preferência para um região específica da galáxia,

em média teríamos

$$\langle \xi(m, n) \rangle \approx \frac{m}{n}, \quad (4.3)$$

onde  $\langle \rangle$  é uma certa média. Esta média a ser escolhida deve ser apropriada para os dados em questão, e anteriormente argumentamos que o cálculo das quantidade análogas a  $\xi(m, n)$  em galáxias e amostras diferentes exhibe grande variação, por vezes em mais de uma ordem de grandeza de uma galáxia para outra, e a média aritmética seria dominada pela presença de uma ou outra galáxias com altos valores de  $\chi^2$ . Ao invés de procurar desenvolver algum método para identificar e eliminar estas galáxias "outliers", usamos a mediana para uma avaliação da média, já que esta lida naturalmente com o problema citado. Assim, todas as médias neste trabalho são calculadas pela mediana, e a menos de mudanças na notação, este método para testar a uniformidade dos ajustes às galáxias é o mesmo proposto anteriormente em (Rodrigues et al., 2014), onde mostramos que o halo NFW tem uma tendência a se ajustar melhor na região  $r_d > r > 2r_d$  do que na região  $r < r_d$ . Enfatizamos aqui que o objetivo deste teste não é o de comparar os modelos, mas sim testar sua consistência em relação às expectativas vindas das simulações de N-corpos, e usamos a comparação entre os ajustes dos modelos para este fim.

Mesmo usando a mediana como a média e um modelo ideal sem preferência para alguma região da galáxia, a expressão 4.3 pode não ser válida pois os dados observacionais são normalmente longe de ideais, distribuídos não uniformemente e com barras de erro por vezes variáveis. Para quantificar a não-uniformidade dos dados observacionais, introduzimos aqui a quantidade  $\zeta(m, n)$ , com o objetivo de estender a 4.3 para o caso de dados reais. Para o caso de um modelo ideal como já citado, teríamos

$$\langle \xi(m, n) \rangle \approx \langle \zeta(m, n) \rangle. \quad (4.4)$$

Para uma dada curva de rotação com barras de erro constantes,  $\zeta$  deveria depender apenas do número de pontos interiores aos raios  $r = mr_d$  e  $r = nr_d$  (isto é, de  $N(mr_d)$  e  $N(nr_d)$ ). Assim uma definição intuitiva seria  $\zeta(m, n) = N(mr_d)/N(nr_d)$ , já que se os dados forem igualmente espaçados,  $N(mr_d)/N(nr_d) = m/n$ , recuperando a 4.3. No entanto barras de erro variáveis são outra fonte de não uniformidade nos dados.

Já que o  $\chi^2$  depende da soma do inverso dos erros, definimos a quantidade

$$\Sigma(mr_d) = \sum_{i=1}^{N(mr_d)} \frac{1}{\sigma_i^2}, \quad (4.5)$$

que é útil já que para barras de erro constantes,  $\Sigma(mr_d)/\Sigma(nr_d) = N(mr_d)/N(nr_d)$ , recuperando o caso anterior. Esta quantidade depende de ambas as magnitudes das barras de erro e do número de pontos observados, e é diretamente relacionada à definição do  $\chi^2$ , generalizando as considerações anteriores. Assim, considerando a 4.4, definimos  $\zeta$  como

$$\zeta(m, n) = \frac{\Sigma(mr_d)}{\Sigma(nr_d)}. \quad (4.6)$$

Para modelos ideais, é de se esperar que as dispersões em  $\xi$  e  $\zeta$  sejam similares. Para quantificar a dispersão, introduzimos as quantidades  $\sigma_{50\%}^{\pm}$  e  $\sigma_{25\%}^{\pm}$ , e como escolhemos a mediana como padrão de média, definimos estas dispersões também com o uso da mediana. No caso de  $\sigma_{50\%}^{\pm}$ , para um conjunto de dados  $\{X\}$  cuja mediana é  $\langle X \rangle$ , definimos

$$\sigma_{50\%}^+(X) = \langle \{X \mid X \geq \langle X \rangle\} \rangle, \quad (4.7)$$

$$\sigma_{50\%}^-(X) = \langle \{X \mid X \leq \langle X \rangle\} \rangle. \quad (4.8)$$

Em outras palavras,  $\sigma_{50\%}^+$  é a mediana da sub-amostra de  $\{X\}$  composta pelos membros de  $\{X\}$  maiores ou iguais à  $\langle X \rangle$ , e analogamente para  $\sigma_{50\%}^-$ . Da definição de mediana, cerca de metade dos membros de  $\{X\}$  são maiores que  $\langle X \rangle$ , e a outra metade é menor do que  $\{X\}$ , e assim cerca de metade dos membros de  $\{X\}$  estarão na região  $\sigma_{50\%}^- \leq X \leq \sigma_{50\%}^+$ . Assim  $\sigma_{50\%}^{\pm}$  subdivide as regiões acima e abaixo da mediana em outras duas regiões. As quantidades  $\sigma_{25\%}^{\pm}$  subdividem ainda mas o conjunto  $\{X\}$  em duas região que juntas compreendem 25% dos elementos de  $\langle X \rangle$ :

$$\sigma_{25\%}^+(X) = \langle \{X \mid \sigma_{50\%}^+ \geq X \geq \langle X \rangle\} \rangle, \quad (4.9)$$

$$\sigma_{25\%}^-(X) = \langle \{X \mid \sigma_{50\%}^- \leq X \leq \langle X \rangle\} \rangle. \quad (4.10)$$

Sendo a amostra grande o suficiente, as quantidades acima podem ser interpretadas probabilisticamente, como por exemplo: i) a probabilidade de um elemento qualquer estar dentro da região entre  $\sigma_{k\%}^+$  e  $\sigma_{k\%}^-$  é de  $k\%$ ; ii) A probabilidade de que um elemento esteja acima de  $\sigma_{50\%}^+$  é de 25%; iii) e assim a probabilidade de

um elemento estar abaixo de  $\sigma_{50\%}^+$  é de 75%. Por fim, levando em conta a 4.4, introduzimos a quantidade

$$\Delta\xi(m, n) = \xi(m, n) - \zeta(m, n), \quad (4.11)$$

já que em geral, para um modelo ideal, teríamos

$$\langle \Delta\xi(m, n) \rangle \approx 0. \quad (4.12)$$

Para uma amostra arbitrária de dados não há motivos para esperar que 4.12 implique em 4.4, e nem o contrário, mas espera-se que ambas sejam válidas para uma amostra suficientemente grande.

### 4.3 Modelos e Amostra Analisadas

Como já dito, os modelos analisados aqui são os halos de matéria escura de NFW dado pela equação 2.41, representando um modelo com cúspide, e o halo de Burkert dado pela 2.43, representando um modelo com núcleo. O motivo para a escolha específica destes modelos é que ambos possuem 2 parâmetros livres e só diferem em comportamento no centro do halo. O perfil de Burkert é conhecido pelo seu sucesso fenomenológico (Gentile et al., 2005; Gentile et al., 2004; Gentile et al., 2007; Salucci et al., 2007) assim como o perfil pseudo-isotérmico, embora para raios grandes o primeiro varie justamente como o NFW com  $\rho \propto r^{-3}$ , enquanto o pseudo-isotérmico difere no seu comportamento assintótico onde  $\rho \propto r^{-2}$ . De acordo com (Di Cintio et al., 2014b; Del Popolo; Pace, 2016; Tollet et al., 2016) galáxias com razão entre massa estelar e massa escura  $M_\star/M_{\text{me}} \gtrsim 10^{-1,7}$  (o equivalente a  $M_\star \gtrsim 10^{9,5}M_\odot$ , pela relação dada em (Moster; Naab; White, 2013)) têm halos escuros com a forma  $\rho \propto r^\alpha$  com  $\alpha \leq -0,6$ , enquanto que para  $M_\star/M_{\text{me}} \gtrsim 10^{-1,5}$  (ou  $M_\star \gtrsim 10^{10}M_\odot$ ),  $\alpha \leq -1$ . Como os perfis de NFW e Burkert tem expoentes  $\alpha = -1$  e  $\alpha = 0$  respectivamente na região central e ambos  $\alpha = -3$  na região externa, é de se esperar que para galáxias com massa estelar maior que cerca de  $10^{9,5}M_\odot$  o perfil de NFW tenha ajustes melhores do que o perfil de Burkert, sendo esta a nossa principal motivação, a de procurar por evidências contra ou a favor a existência de cúspides de matéria escura em galáxias massivas.

Enquanto os ajustes do halo Burkert para a totalidade da amostra (e as subamostras descritas a seguir) são resultados novos, os ajustes com NFW são os

mesmos do trabalho anterior (Rodrigues et al., 2014), tomando o cuidado de assumir as mesmas convenções e parâmetros galácticos para ambos os modelos, e fazendo os ajustes com 2 parâmetros livres, sem restrições, em ambos os modelos.

Tabela 4.1: Amostra e o número de galáxias correspondentes que possuem dados nas regiões  $r < r_d/2$ ,  $r < r_d$  e  $r < 2r_d$ . O número de pontos na região é dado por  $N_G(r_d/2)$ ,  $N_G(r_d)$ , e  $N_G(2r_d)$ . O critério para as amostras  $\mathcal{S}_{\star 1}$  e  $\mathcal{S}_{\star 2}$  depende dos ajustes dos modelos, e assim o número de galáxias com pontos nas dadas regiões é indicado na forma NFW/Burkert. No mais,  $M_{\star}$  é a massa estelar total (disco e bojo quando presente),  $r_d$  é a escala de comprimento do disco e  $M_{\text{gás}}$  é a massa do gás, que inclui H e He e possivelmente outros metais dependendo da amostra.

Amostra	Critério	$N_G(r_d/2)$	$N_G(r_d)$	$N_G(2r_d)$
A	-	14	17	18
B	-	5	5	5
C	-	13	13	13
D	-	7	8	8
E	-	12	18	18
$\mathcal{S}$	Todas as galáxias	51	61	62
$\mathcal{S}_{\star 1}$	$M_{\star\star} > 10^9 M_{\odot}$	29/32	34/39	35/40
$\mathcal{S}_{\star 2}$	$M_{\star} > 10^{10} M_{\odot}$	13/12	16/16	17/17
$\mathcal{S}_{g1}$	$M_{\text{gás}} > 10^9 M_{\odot}$	39	48	49
$\mathcal{S}_{g2}$	$M_{\text{gás}} > 5 \times 10^9 M_{\odot}$	14	17	18
$\mathcal{S}_{r_d 1}$	$r_d > 1.5$ kpc	42	47	48
$\mathcal{S}_{r_d 2}$	$r_d > 3.0$ kpc	17	19	19

As amostras utilizadas neste artigo são as mesmas do anterior, com as mesmas 53 galáxias diferentes e 62 modelos bariônicos, como exposto na tabela 3.1. Testamos algumas estratégias para eliminar galáxias repetidas mas nenhuma mudança significativa em nossos resultados foi detectada. Chamamos de amostra  $\mathcal{S}$  a união das amostras A, B, C, D e E. Usando critérios diversos para selecionar galáxias em  $\mathcal{S}$ , criamos outras amostras como mostrado na tabela 4.1. Em particular duas das sub amostras,  $\mathcal{S}_{\star 1}$  e  $\mathcal{S}_{\star 2}$ , selecionam galáxias baseado suas massas estelares, que é um parâmetro derivado da razão massa-luminosidade  $\Upsilon_{\star}$  do ajuste da galáxia e portanto depende do modelo considerado. Os outros casos dependem de características derivadas dos dados observacionais independente de modelo:  $\mathcal{S}_{g1}$  e  $\mathcal{S}_{g2}$  selecionam as galáxias de acordo com a massa total do gás observado ( $M_{\text{gás}} > 10^9 M_{\odot}$  e  $M_{\text{gás}} > 5 \times 10^9 M_{\odot}$  respectivamente), e  $\mathcal{S}_{r_d 1}$  e  $\mathcal{S}_{r_d 2}$  leva em conta o a

escala de comprimento do disco das galáxias ( $r_d > 1,5$  kpc e  $r_d > 3,0$  kpc respectivamente). Estas sub-amostras são usadas a seguir para procurar correlações entre nossos resultados e os critérios de seleção utilizados em cada uma delas. Por fim, como dito anteriormente estas amostras foram utilizadas em vários estudos, como por exemplo em trabalhos mais recentes (Saburova; Del Popolo, 2014; Oman et al., 2015; Sánchez-Salcedo et al., 2016; Oman et al., 2016; de Almeida; Piattella; Rodrigues, 2016; Tollet et al., 2016; Karukes; Salucci, 2017). A tabela 4.2 mostra as grandezas diretamente envolvidas no método que desenvolvemos aqui, o número de pontos internos à regiões especificadas e o valor de  $\Sigma$  correspondente a estas regiões.

Tabela 4.2: Valores de  $N$  e  $\Sigma$  para todas as galáxias. Estas grandezas são todas independentes de modelo.

Galáxia	$N(r_d/2)$	$N(r_d)$	$N(2r_d)$	$N(r_{\text{máx}})$	$\Sigma(r_d/2)$	$\Sigma(r_d)$	$\Sigma(2r_d)$	$\Sigma(r_{\text{máx}})$
(A) DDO 154	3	7	14	60	1,85	2,56	4,19	17,36
(A) NGC 2403 1D	14	28	57	287	0,53	1,10	2,17	16,25
(A) NGC 2403 2D	14	28	57	287	0,53	1,10	2,17	16,25
(A) NGC 2841	0	2	14	140	0,00	0,02	0,49	2,71
(A) NGC 2903	0	0	6	86	0,00	0,00	0,10	2,91
(A) NGC 2976	13	27	42	41	2,28	3,53	4,63	4,55
(A) NGC 3031	0	5	31	116	0,00	0,20	2,23	4,16
(A) NGC 3198 1D	3	7	15	93	0,08	0,18	0,48	5,31
(A) NGC 3198 2D	3	7	15	93	0,08	0,18	0,48	5,31
(A) NGC 3521	20	41	83	99	0,61	0,92	1,00	1,06
(A) NGC 3621	6	12	24	122	0,39	0,74	1,88	8,11
(A) NGC 4736	5	14	31	81	0,16	0,43	1,01	2,76
(A) NGC 5055	4	9	19	198	0,05	0,27	0,89	4,66
(A) NGC 6946	2	19	54	206	0,10	0,44	1,64	5,86
(A) NGC 7331	0	12	38	104	0,00	0,17	0,44	1,41
(A) NGC 7793	7	14	28	67	1,27	2,65	3,96	6,22
(A) NGC 7793 R	7	14	28	41	1,27	2,65	3,96	4,87
(A) NGC 925	8	18	38	95	0,19	0,81	1,52	3,16
(B) ESO 116-G12	1	3	5	14	0,08	0,27	0,48	1,82
(B) ESO 287-G13	3	6	12	25	0,12	0,34	0,61	2,11
(B) ESO 79-G14	3	5	9	14	0,03	0,10	0,21	0,94
(B) NGC 1090	3	3	6	23	0,08	0,08	0,21	2,14
(B) NGC 7339	2	4	9	14	0,09	0,17	0,86	1,40
(C) F 563-1	2	3	3	7	0,01	0,02	0,02	0,08
(C) UGC 1230	2	3	6	10	0,02	0,03	0,05	0,08

Continua na pág. seguinte...

Galáxia	$N(r_d/2)$	$N(r_d)$	$N(2r_d)$	$N(r_{\text{máx}})$	$\Sigma(r_d/2)$	$\Sigma(r_d)$	$\Sigma(2r_d)$	$\Sigma(r_{\text{máx}})$
(C) UGC 3060	7	14	29	58	1,75	3,50	7,25	19,43
(C) UGC 3371	3	7	12	17	0,03	0,06	0,09	0,24
(C) UGC 3851	8	15	18	27	0,31	0,60	0,64	1,02
(C) UGC 4173	3	6	10	12	0,06	0,12	0,23	0,28
(C) UGC 4325	3	5	11	15	0,04	0,09	0,23	0,26
(C) UGC 5005	1	3	6	10	0,02	0,02	0,07	0,10
(C) UGC 5721	1	3	5	22	0,05	0,12	0,20	0,97
(C) UGC 7524	11	23	41	54	0,30	0,57	1,05	1,47
(C) UGC 7603	2	4	7	19	0,12	0,24	0,42	1,14
(C) UGC 8837	3	3	8	7	0,18	0,18	0,43	0,39
(C) UGC 9211	1	2	4	10	0,02	0,03	0,05	0,19
(D) F 563-1	0	1	2	9	0,00	0,00	0,00	0,05
(D) F 568-3	3	5	8	10	0,07	0,10	0,16	0,19
(D) F 571-8	3	4	9	12	0,15	0,21	0,39	0,57
(D) F 579-V1	3	6	11	13	0,03	0,06	0,10	0,12
(D) F 583-1	2	5	9	16	0,03	0,08	0,22	0,36
(D) F 583-4	3	3	6	8	0,12	0,12	0,25	0,33
(D) UGC 5750	2	4	7	10	0,06	0,08	0,23	0,25
(D) UGC 6614	3	3	9	14	0,03	0,03	0,10	0,13
(E) UGC 11707	1	3	7	12	0,01	0,05	0,51	1,09
(E) UGC 12060	0	1	3	8	0,00	0,05	0,15	0,41
(E) UGC 12632	2	5	10	16	0,06	0,38	0,81	1,54
(E) UGC 12732	1	2	4	15	0,09	0,14	0,24	1,17
(E) UGC 3371	1	3	6	10	0,09	0,36	0,75	1,20
(E) UGC 4325	1	2	4	7	0,11	0,21	0,43	0,75
(E) UGC 4499	0	1	3	8	0,00	0,06	0,28	0,94
(E) UGC 5414	1	2	4	5	0,16	0,33	0,66	0,83
(E) UGC 6446	1	2	4	10	0,14	0,30	0,60	1,49
(E) UGC 731	1	2	5	11	0,18	0,35	0,67	1,53
(E) UGC 7323	1	3	7	9	0,07	0,20	0,47	0,60
(E) UGC 7399	0	1	2	17	0,00	0,13	0,22	2,22
(E) UGC 7524	5	10	20	30	0,44	1,05	1,71	2,68
(E) UGC 7559	1	2	5	8	0,10	0,19	0,48	0,76
(E) UGC 7577	1	3	6	8	0,10	0,30	0,60	0,79
(E) UGC 7603	0	1	3	11	0,00	0,12	0,36	1,32
(E) UGC 8490	0	1	3	29	0,00	0,07	0,22	2,13
(E) UGC 9211	0	1	2	8	0,00	0,06	0,12	0,48

## 4.4 Resultados

Nossos resultados podem ser agrupados da seguinte forma: i) os ajustes individuais das galáxias ao modelo de Burkert, na tabela 4.3, similar à tabela 3.3; ii) análise dos valores do  $\chi^2$ , comparando os modelos NFW e Burkert, figuras 4.1 e 4.2 ; iii) medianas das quantidades  $\chi_{\min}^2$ ,  $\chi_{\text{red}}^2$ ,  $\chi_{mr_d}^2$  na tabela 4.4 ; iv) análises das quantidades  $\xi$ ,  $\zeta$  e  $\Delta\xi$ , na figura 4.3.

Tabela 4.3: Resultados individuais dos ajustes do modelo Burkert para os 62 modelos de massa das galáxias. Col. (1): Amostra. Col. (3):  $\chi^2$  Mínimo. Col. (4):  $\chi^2$  Reduzido. Cols. (5)-(7):  $\chi_{\min}^2$  re-calculado somente com os pontos na região especificada. Cols. (8)-(9): Razões massa-luminosidade do disco e do bojo nas bandas apropriadas a cada amostra. Col. (10):  $r_c$  (kpc). Um " $\infty$ "significa que o  $r_c$  resultante dos ajustes é maior que 1 Mpc. Col. (11):  $\rho_c$  ( $M_{\odot}/\text{kpc}^3$ ).

S	Galáxia	$\chi_{\min}^2$	$\chi_{\text{red}}^2$	$\chi_{2r_d}^2$	$\chi_{r_d}^2$	$\chi_{r_d/2}^2$	$\Upsilon_{\star,D}$	$\Upsilon_{\star,B}$	$r_c$	$\rho_c$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
A	DDO 154	15,58	0,27	2,96	2,52	1,80	3,45	—	4,31	$1,03 \cdot 10^7$
A	NGC 2403 1D	163,77	0,58	35,22	13,37	9,10	0,68	—	7,24	$2,55 \cdot 10^7$
A	NGC 2403 2D	162,18	0,57	26,52	12,96	9,59	0,59	1,07	6,82	$2,87 \cdot 10^7$
A	NGC 2841	33,23	0,24	6,38	2,09	0,00	0,96	1,58	13,91	$2,53 \cdot 10^7$
A	NGC 2903	20,47	0,25	0,18	0,00	0,00	1,63	2,45	6,80	$4,78 \cdot 10^7$
A	NGC 2976	17,18	0,44	17,18	11,61	9,30	0,25	—	2,38	$1,10 \cdot 10^8$
A	NGC 3031	369,14	3,27	113,27	8,46	0,00	0,92	0,26	5,03	$2,83 \cdot 10^7$
A	NGC 3198 1D	34,69	0,38	2,93	0,60	0,36	0,12	—	4,34	$9,74 \cdot 10^7$
A	NGC 3198 2D	34,27	0,38	2,80	0,30	0,15	0,07	0,08	4,21	$1,06 \cdot 10^8$
A	NGC 3521	130,60	1,35	127,22	114,23	113,70	0,00	—	2,14	$1,01 \cdot 10^9$
A	NGC 3621	86,59	0,72	23,46	11,92	8,55	0,61	—	12,04	$1,05 \cdot 10^7$
A	NGC 4736	111,52	1,43	61,81	19,91	3,19	0,41	0,33	0,84	$9,83 \cdot 10^8$
A	NGC 5055	142,33	0,73	71,64	15,15	4,41	0,50	0,38	13,71	$1,04 \cdot 10^7$
A	NGC 6946	193,55	0,95	85,30	23,86	12,70	0,61	0,68	16,91	$1,02 \cdot 10^7$
A	NGC 7331	27,99	0,28	8,46	4,93	0,00	0,56	0,68	18,20	$8,75 \cdot 10^6$
A	NGC 7793	38,33	1,01	33,97	12,85	10,53	0,45	—	$\infty$	$2,50 \cdot 10^7$
A	NGC 7793 R	39,52	1,04	34,68	17,36	15,89	0,44	—	$\infty$	$2,54 \cdot 10^7$
A	NGC 925	61,22	0,66	28,66	22,98	19,59	0,15	—	8,46	$1,61 \cdot 10^7$
B	ESO 116-G12	9,36	0,78	4,08	3,73	2,57	0,43	—	4,39	$4,65 \cdot 10^7$
B	ESO 287-G13	28,64	1,25	22,34	17,35	15,98	1,96	—	27,59	$4,54 \cdot 10^6$
B	ESO 79-G14	7,40	0,62	5,04	4,26	1,45	0,75	—	7,96	$3,45 \cdot 10^7$
B	NGC 1090	13,34	0,64	6,33	0,41	0,41	1,47	—	8,97	$1,85 \cdot 10^7$
B	NGC 7339	13,11	1,09	6,35	3,90	0,32	1,82	—	5,54	$5,42 \cdot 10^7$
C	F563-1	2,36	0,47	2,28	2,28	0,84	8,48	—	19,59	$3,53 \cdot 10^6$
C	UGC 1230	2,11	0,26	1,80	0,94	0,80	0,00	—	3,53	$7,77 \cdot 10^7$
C	UGC 3060	119,63	2,14	76,22	42,79	14,66	4,25	—	13,47	$6,66 \cdot 10^6$
C	UGC 3371	0,23	0,02	0,13	0,12	0,11	0,00	—	5,55	$2,08 \cdot 10^7$

S	Galaxy	$\chi_{\min}^2$	$\chi_{\text{red}}^2$	$\chi_{2r_d}^2$	$\chi_{r_d}^2$	$\chi_{r_d/2}^2$	$\Upsilon_{\star,D}$	$\Upsilon_{\star,B}$	$r_c$	$\rho_c$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
C	UGC 3851	25,68	1,03	24,67	24,50	9,53	0,00	—	1,06	$1,73 \cdot 10^8$
C	UGC 4173	0,43	0,04	0,40	0,31	0,18	0,00	—	4,12	$8,88 \cdot 10^6$
C	UGC 4325	0,10	0,01	0,08	0,03	0,02	0,46	—	4,32	$1,04 \cdot 10^8$
C	UGC 5005	0,22	0,03	0,17	0,12	0,00	2,56	—	11,66	$5,31 \cdot 10^6$
C	UGC 5721	8,70	0,44	1,88	0,76	0,10	1,99	—	1,24	$3,07 \cdot 10^8$
C	UGC 7524	24,47	0,47	22,07	8,18	4,45	6,67	—	0,68	$1,67 \cdot 10^8$
C	UGC 7603	4,01	0,24	0,70	0,45	0,21	1,28	—	3,57	$2,81 \cdot 10^7$
C	UGC 8837	6,32	1,26	6,32	0,60	0,60	0,00	—	$\infty$	$1,91 \cdot 10^7$
C	UGC 9211	0,29	0,04	0,20	0,16	0,15	0,00	—	1,74	$1,00 \cdot 10^8$
D	F563-1	0,83	0,12	0,64	0,22	0,00	10,46	—	16,23	$3,50 \cdot 10^6$
D	F568-3	4,78	0,60	4,23	2,29	2,14	0,00	—	4,42	$4,36 \cdot 10^7$
D	F578-1	1,16	0,13	1,05	0,53	0,34	0,00	0,46	5,30	$6,42 \cdot 10^7$
D	F579-V1	1,04	0,10	0,38	0,15	0,13	5,01	—	0,93	$6,40 \cdot 10^8$
D	F583-1	0,31	0,02	0,17	0,10	0,02	0,00	—	3,77	$3,87 \cdot 10^7$
D	F583-4	1,32	0,22	0,62	0,27	0,27	9,84	—	0,42	$1,14 \cdot 10^8$
D	UGC 5750	0,94	0,12	0,50	0,35	0,24	0,00	—	6,73	$1,15 \cdot 10^7$
D	UGC 6614	15,91	1,45	15,82	14,84	14,84	0,01	2,48	12,96	$1,87 \cdot 10^7$
E	UGC 11707	10,35	1,04	3,28	0,67	0,19	9,24	—	$\infty$	$6,92 \cdot 10^5$
E	UGC 12060	0,35	0,06	0,11	0,04	0,00	7,74	—	23,55	$1,08 \cdot 10^6$
E	UGC 12632	14,60	1,04	8,66	6,10	1,72	14,08	—	$\infty$	$1,17 \cdot 10^6$
E	UGC 12732	2,06	0,16	0,44	0,11	0,08	6,14	—	12,51	$4,24 \cdot 10^6$
E	UGC 3371	3,79	0,47	1,45	0,81	0,58	10,04	—	10,76	$3,87 \cdot 10^6$
E	UGC 4325	2,36	0,47	2,10	0,91	0,90	0,16	—	1,45	$3,09 \cdot 10^8$
E	UGC 4499	0,71	0,12	0,20	0,01	0,00	0,00	—	2,52	$5,91 \cdot 10^7$
E	UGC 5414	0,48	0,16	0,36	0,25	0,11	2,76	—	5,51	$9,17 \cdot 10^6$
E	UGC 6446	1,73	0,22	0,92	0,80	0,51	3,21	—	4,53	$1,53 \cdot 10^7$
E	UGC 731	0,83	0,09	0,47	0,22	0,01	12,59	—	5,86	$6,87 \cdot 10^6$
E	UGC 7323	0,90	0,13	0,85	0,43	0,27	1,96	—	6,91	$1,30 \cdot 10^7$
E	UGC 7399	20,72	1,38	2,30	2,02	0,00	6,11	—	3,97	$5,20 \cdot 10^7$
E	UGC 7524	2,43	0,09	0,85	0,39	0,29	4,72	—	3,59	$1,87 \cdot 10^7$
E	UGC 7559	0,36	0,06	0,27	0,06	0,00	0,00	—	0,88	$1,06 \cdot 10^8$
E	UGC 7577	0,65	0,11	0,47	0,29	0,02	0,40	—	$\infty$	$8,25 \cdot 10^5$
E	UGC 7603	1,99	0,22	0,41	0,04	0,00	0,66	—	1,94	$7,83 \cdot 10^7$
E	UGC 8490	4,20	0,16	2,69	1,41	0,00	3,63	—	2,88	$5,07 \cdot 10^7$
E	UGC 9211	0,23	0,04	0,02	0,01	0,00	2,53	—	2,36	$5,19 \cdot 10^7$

A figura 4.1 compara os mínimos do  $\chi_{\min}$  para os modelos NFW e Burkert, com uma clara preferência para este último, sendo que apenas 13 das 62 galáxias têm ajustes melhores com o perfil de NFW. Além disso, aquelas com o ajuste melhor com o NFW o favorecem apenas levemente. Na figura 4.2 investigamos possíveis correlações entre os melhores ajustes dos modelos, representados pela

razão  $\chi_{\text{NFW}}^2/\chi_{\text{Burkert}}^2$ , e os parâmetros galáticos de massa estelar (de acordo com o ajuste de cada modelo), massa de gás e velocidade final observada,  $V_f$ . Apesar de não mostrado aqui, também testamos a correlação com a escala de comprimento do disco, que leva a resultados similares porém com uma dispersão um pouco maior. Pode-se notar nos painéis superiores da figura que há uma larga dispersão na região  $10^{8-9}M_\odot$  e que a dispersão diminui enquanto que a razão  $\chi_{\text{NFW}}^2/\chi_{\text{Burkert}}^2$  se aproxima de 1 para massas maiores. É interessante notar aqui novamente que não há uma tendência de melhores ajustes para Burkert do que para NFW (isto é,  $\chi_{\text{NFW}}^2 < \chi_{\text{Burkert}}^2$ ) na região  $M_\star \gtrsim 10^{9.5}M_\odot$ . As análises com a escala de comprimento do disco e a massa do gás levam a resultados similares, mas com uma correlação menos clara em relação à fração  $\chi_{\text{NFW}}^2/\chi_{\text{Burkert}}^2$ .

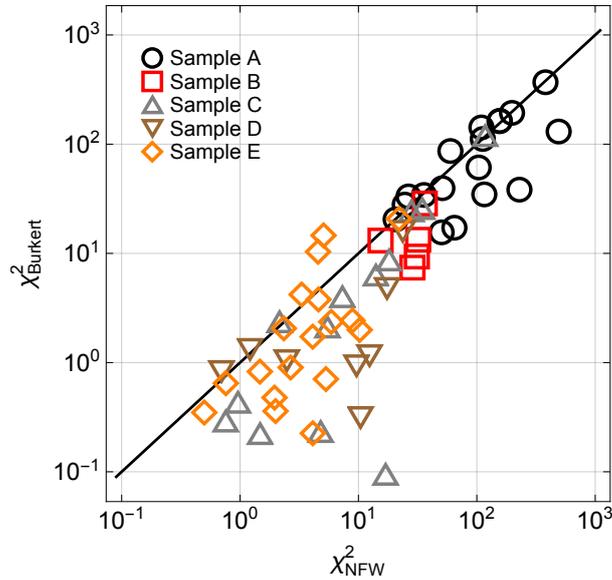


Figura 4.1: Comparação dos ajustes.

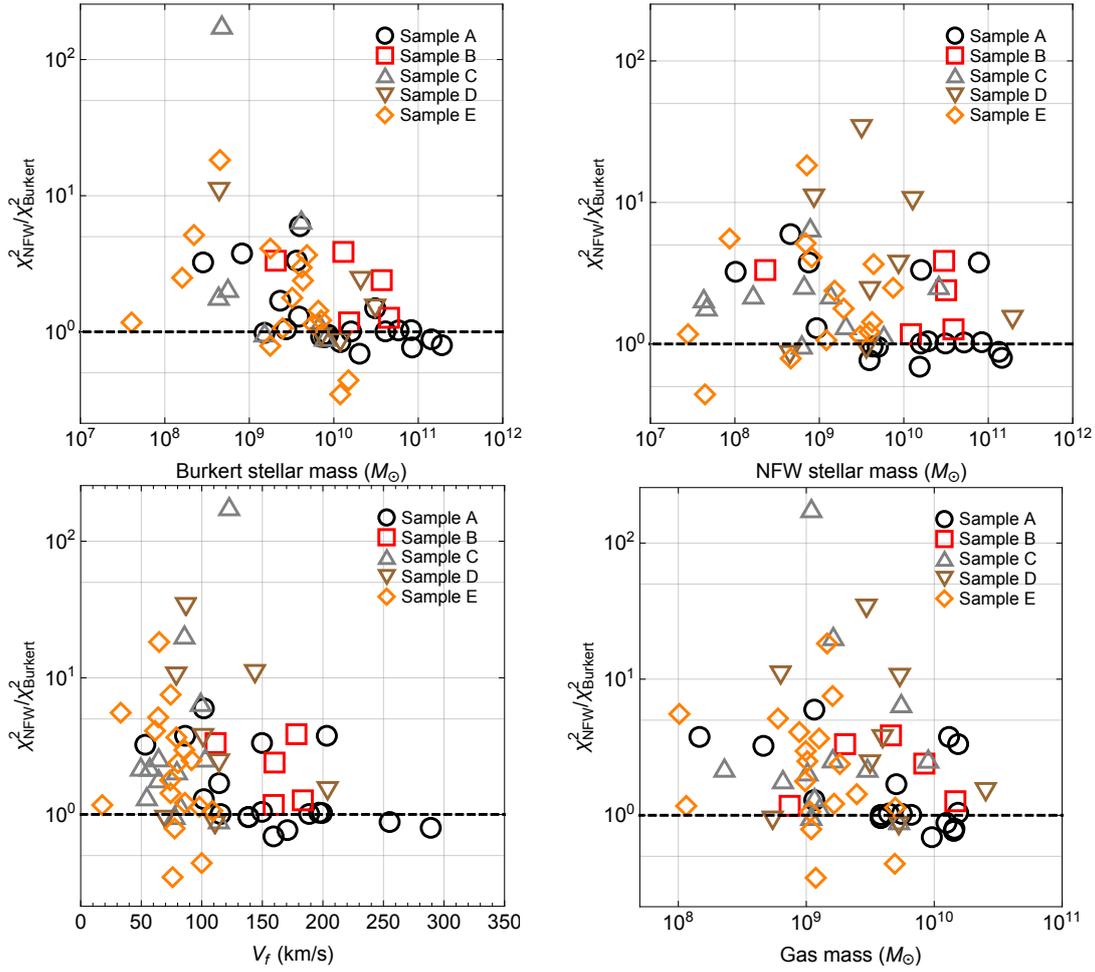


Figura 4.2: Correlações entre a razão  $\chi_{\text{NFW}}^2/\chi_{\text{Burkert}}^2$  e os seguintes parâmetros: i) (no alto à esquerda) a massa estelar total do ajustes com o perfil Burkert; ii) (no alto à direita) o mesmo de i) mas com os valores do ajuste do halo de NFW; iii) (em baixo à esquerda) a velocidade final  $V_f$  observada e iv) (em baixo à direita) a massa de gás total. Os primeiros gráficos mostram que para galáxias com massa estelar  $M_\star \gtrsim 10^{9.5} M_\odot$ , quanto maior a massa estelar, menor a dispersão no plano  $\chi_{\text{NFW}}^2/\chi_{\text{Burkert}}^2 \times M_\star$ , e a razão  $\chi_{\text{NFW}}^2/\chi_{\text{Burkert}}^2$  se aproxima de 1, com tendências semelhantes nos outros gráficos.

Na tabela 4.4 mostramos as medianas dos  $\chi_{\text{mín}}$  e quantidades relacionadas para amostras e sub-amostras. Para todas elas, mesmo as que selecionam as maiores galáxias, como as  $\mathcal{S}_{\star 2}$ ,  $\mathcal{S}_{g 2}$  e  $\mathcal{S}_{r_d 2}$ , todas as quantidades relacionadas ao  $\chi_{\text{mín}}$  têm valores menores para o perfil Burkert do que para o perfil NFW.

Tabela 4.4: As medianas das quantidades  $\chi_{\text{red}}^2$ ,  $\chi_{\text{min}}^2$ ,  $\chi_{2r_d}^2$ ,  $\chi_{r_d}^2$  e  $\chi_{r_d/2}^2$ . Para todas estas quantidades, e para todas a amostras e sub-amostras, o perfil de Burkert tem medianas menores do que o perfil de NFW.

S	Modelo	$\langle \chi_{\text{red}}^2 \rangle$	$\langle \chi_{\text{min}}^2 \rangle$	$\langle \chi_{2r_d}^2 \rangle$	$\langle \chi_{r_d}^2 \rangle$	$\langle \chi_{r_d/2}^2 \rangle$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
A	Burkert	0,62	50,37	27,59	12,85	9,20
	NFW	0,92	106,45	43,89	22,69	16,55
B	Burkert	0,78	13,11	6,32	3,90	1,45
	NFW	1,58	31,15	21,18	13,39	3,11
C	Burkert	0,26	2,36	1,80	0,60	0,21
	NFW	0,54	7,32	5,35	3,45	1,89
D	Burkert	0,12	1,10	0,63	0,31	0,27
	NFW	0,97	10,03	6,73	5,24	2,57
E	Burkert	0,16	1,86	0,66	0,34	0,23
	NFW	0,42	4,11	2,00	1,37	0,61
$\mathcal{S}$	Burkert	0,38	6,86	2,50	0,81	0,58
	NFW	0,67	14,72	6,11	4,42	2,93
$\mathcal{S}_{\star 1}$	Burkert	0,47	14,60	4,08	2,18	0,84
	NFW	0,71	22,87	10,69	6,64	4,18
$\mathcal{S}_{\star 2}$	Burkert	0,73	24,23	7,42	4,93	1,72
	NFW	1,27	31,97	21,18	10,41	7,91
$\mathcal{S}_{g1}$	Burkert	0,47	10,35	2,93	1,71	0,90
	NFW	0,68	20,64	7,51	6,05	4,08
$\mathcal{S}_{g2}$	Burkert	0,43	28,31	6,35	2,28	2,62
	NFW	0,62	29,24	13,85	8,29	7,35
$\mathcal{S}_{r_d 1}$	Burkert	0,47	11,73	3,68	2,09	0,82
	NFW	0,57	19,04	7,80	5,94	3,19
$\mathcal{S}_{r_d 2}$	Burkert	0,38	7,40	2,93	0,81	0,41
	NFW	0,57	17,44	7,51	4,42	4,24

Com os valores de  $\chi_{r_d/2}^2$ ,  $\chi_{r_d}^2$  e  $\chi_{2r_d}^2$  para cada galáxia, podemos avaliar duas quantidades independentes introduzidas anteriormente, os  $\xi(1, 1/2)$  e  $\xi(2, 1)$ , já que  $\xi(2, 1/2)$  é uma combinação destes dois. Considerando o resultado das medianas da amostra  $\mathcal{S}$ , o gráfico do topo da figura 4.3 mostra que ambos os perfis de matéria escura têm o mesmo comportamento, e tendem a se ajustar melhor à região  $r_d/2 < r < r_d$  do que à região  $0 < r < r_d/2$ , já que  $\langle \Delta \xi(1, 1/2) \rangle \approx -0,5$ , já que 0,5 é 25% de  $\langle \zeta(1, 1/2) \rangle \approx 2$ . Considerando as dispersões calculadas, pode-se ver que o valor esperado de  $\langle \Delta \xi(1, 1/2) \rangle$ , que é zero, fica próximo da barra de erro definida por  $\sigma_{25\%}^+$  para ambos os perfis.

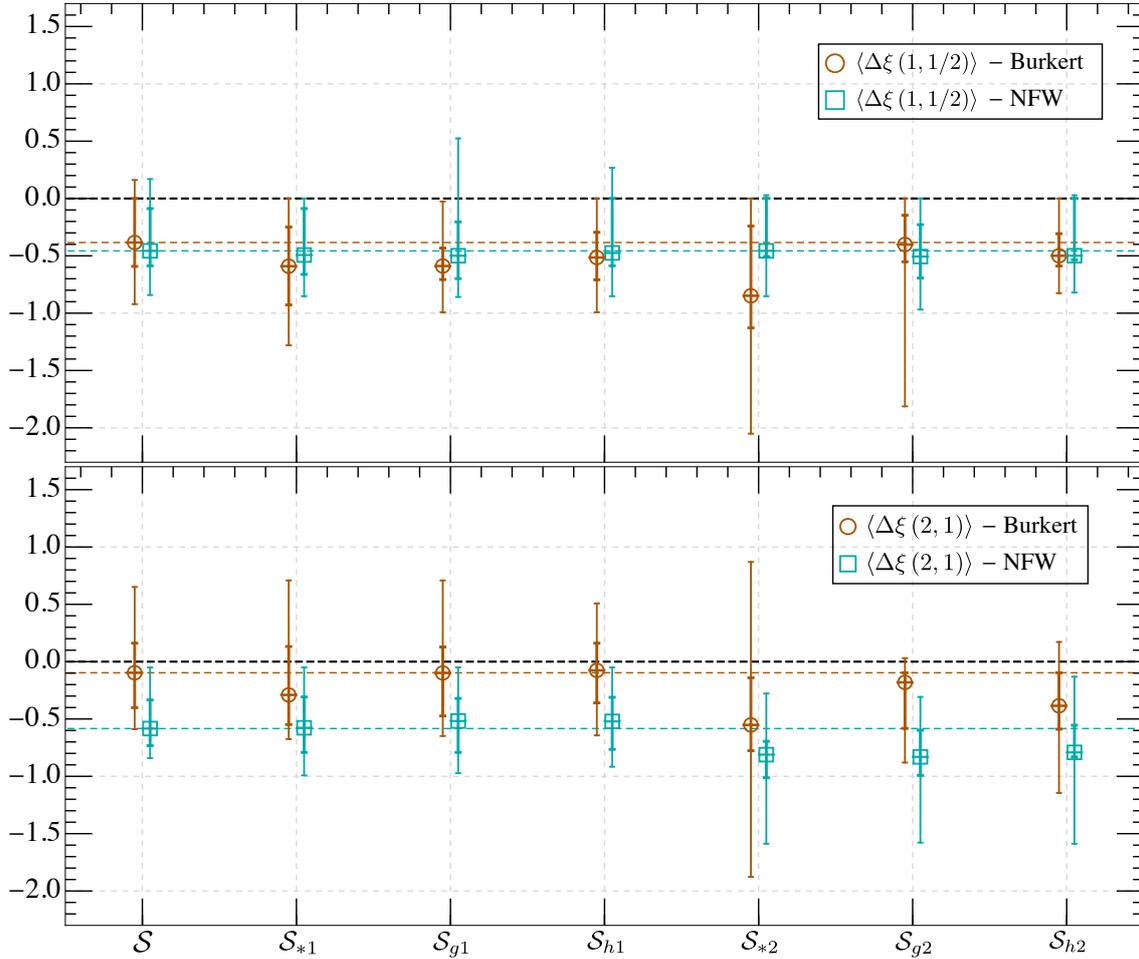


Figura 4.3: Resultados das medianas e dispersões de  $\Delta\xi(1, 1/2)$  e  $\Delta\xi(2, 1)$ , considerando a amostra completa  $S$  e as seis subamostras definidas na tabela 4.1. As medianas são representadas pelos círculos, no caso do perfil Burkert, e pelos quadrados no caso NFW. As duas barras de erro superiores e inferiores visíveis em cada amostras são dadas pelas quantidades  $\sigma_{25\%}^{\pm}$  e  $\sigma_{50\%}^{\pm}$ . A linha preta tracejada indica o valor esperado  $\langle\Delta\xi\rangle$  para um modelo ideal com ajustes homogêneos ao longo de uma galáxia, que é zero. As outras duas linhas tracejadas indicam os valores de  $\Delta\xi$  calculados com a amostra completa para os modelos de Burkert (cor marrom) e NFW (ciano).

Ao considerar as amostras com galáxias maiores, representadas pelas outras amostras, que esta tendência tem um pequeno aumento. Caso análises posteriores confirmem este fato para ambos os perfis, uma possível interpretação é de que haja um problema sistemático com os perfis estelares na parte central, como por exemplo na decomposição entre disco e bojo, movimentos não-circulares ou opacidade diferencial da poeira (Courteau et al., 2014).

Já os resultados da mediana  $\langle\Delta\xi(2, 1)\rangle$  mostram grandes diferenças nos resultados dos perfis. Como pode ser visto no painel inferior da figura 4.3, os resultados exibem boa concordância entre o perfil de Burkert e o valor esperado de  $\langle\Delta\xi(2, 1)\rangle$ ,

zero, que fica claramente dentro das barras de erro  $\sigma_{25\%}^+$  para a maioria das amostras, e dentro de  $\sigma_{50\%}^+$  para as amostras restantes. Por outro lado para o perfil de NFW o valor esperado fica fora de  $\sigma_{50\%}^+$  para  $\mathcal{S}$  e todas as sub-amostras, indicando um desvio de ajustes homogêneos para mais de 75% das galáxias. Assim nossos resultados, resumidos na figura 4.3, mostram que o perfil de Burkert tem em média ajustes homogêneos nas regiões  $0 < r < r_d$  e  $r_d < r < 2r_d$ , ao contrário do perfil NFW, que nas mesmas regiões, mostra ajustes melhores na região mais externa do que na interna. Ao considerar as outras amostras com as maiores galáxias, ambos os modelos mantém essencialmente os mesmos resultados, com uma pequena tendência para valores mais negativos de  $\Delta\xi(2, 1)$  para as três amostras mais restritivas ( $\mathcal{S}_{\star 2}$ ,  $\mathcal{S}_{g2}$  e  $\mathcal{S}_{r_d 2}$ ). O modelo de Burkert tem ainda uma pequena tendência de se ajustar melhor à região  $r_d < r < 2r_d$  do que à  $0 < r < r_d$  para estas amostras mais restritivas, enquanto que a situação do NFW só piora nestes casos.

## 4.5 Conclusões

Utilizamos aqui os dados observacionais de 62 galáxias, que ajustamos ao perfil de NFW em (Rodrigues et al., 2014), em adição aos novos ajustes feitos aqui para o perfil de Burkert, na tabela 4.3. Realizamos aqui quatro comparações entre estes dois perfis: i) a comparação direta entre os valores dos  $\chi_{\min}^2$  para cada galáxia e modelo (ver figura 4.1 e tabela 4.4); ii) procuramos correlações entre os valores dos  $\chi_{\min}^2$  dos modelos e parâmetros globais das galáxias (massa estelar, velocidade final e massa do gás, ver figura 4.2); iii) avaliamos a homogeneidade dos ajustes dos modelos ao longo das galáxias usando as quantidades  $\xi$  e  $\zeta$  introduzidas na seção 2 e iv) avaliamos possíveis tendências de melhora da homogeneidade dos ajuste aplicando critérios de seleção para galáxias maiores, na figura 4.3.

Considerando as quatro análises acima, concluímos que: i) das 62 galáxias, apenas 13 têm ajustes melhores com o perfil de NFW; ii) encontramos evidências de que para galáxias maiores o perfil NFW tende melhorar seus ajustes, mas não tem ajustes melhores do que o perfil de Burkert para massas  $M_{\star} < 10^{10.5} M_{\odot}$ . Para galáxias com  $M_{\star} < 10^{11} M_{\odot}$  o perfil de NFW de fato têm ajustes melhores do que o Burkert, mas estas galáxias são minoria em nossa amostra. iii) Os testes de homogeneidade mostram que os resultados do perfil de Burkert são homogêneos, no sentido definido por  $\langle \Delta\xi(2, 1) \rangle \approx 0$ , enquanto que o perfil de NFW tem ajustes

melhores na região entre  $r_d$  e  $2r_d$  do que na região entre o centro da galáxia e  $r_d$  e iv) Ao selecionar as galáxias maiores de acordo com certos critérios, os testes de homogeneidade mantém essencialmente os mesmos resultados, de forma que o perfil NFW ainda possui ajustes não-homogêneos para massas  $M_\star > 10^9$ . Assim confirmamos os resultados de (Spano et al., 2008), onde um perfil com núcleo (o de Burkert neste caso) pode em média levar a resultados significativamente melhores do que o NFW, mesmo para galáxias grandes e massivas. Por outro lado, nada impede que algum mecanismo bariônico não esteja sendo levado em conta na análise dos dados, de forma que os resultados das galáxias massivas seriam mais afetados do que as galáxias menores.

Caso a matéria escura em galáxias se distribua de acordo com um perfil universal, nossos resultados indicam que este deveria ser mais próximo do perfil de Burkert do que do perfil de NFW, o que estaria de acordo com controversos resultados que apontam para a existência de uma densidade superficial constante e universal para os halos de matéria escura (Saburova; Del Popolo, 2014; Kormendy; Freeman, 2004; Salucci et al., 2007; Donato et al., 2009; Gentile et al., 2009; Kormendy; Freeman, 2016; Del Popolo, 2013). Por outro lado, a questão sobre a existência de um perfil universal de matéria escura (ou a falta dela como sugerido em (Simon et al., 2005)) permanece, e não a atacamos aqui. Assim apesar dos nossos resultados sugerirem a presença do halo de Burkert na maioria das galáxias, nada impede que algumas galáxias evoluam de forma a desenvolver perfis de matéria escura cúspides centrais.

Porém os nossos resultados parecem contradizer alguns mecanismos bariônicos conhecidos (i.e. retroalimentação por supernovae e fricção dinâmica de bárions), que nas simulações hidrodinâmicas são capazes de "achatar" a cúspide do perfil de matéria escura e produzir halos com núcleos, sobretudo em galáxias menores. Estes mecanismos têm previsões diferentes para galáxias de baixa massa, como galáxias anãs esferoidais (Del Popolo; Le Delliou, 2017), mas ambos são eficientes em  $M_\star \sim 10^{8.5}M_\odot$  e ambos levam a halos do tipo NFW quando  $M_\star \sim 10^{10}M_\odot$ . Na figura é possível ver que há uma tendência, nas galáxias mais massivas, de uma melhora nos ajustes do halo NFW em relação aos de Burkert, como esperado de acordo com as simulações e os mecanismos já citados. Por outro lado, não podemos dizer que há uma clara preferência para o halo de NFW, e mesmo para galáxias com  $M_\star > 10^{10}M_\odot$  os resultados ainda favorecem o modelo

de Burkert. Para tais galáxias massivas, espera-se que estes dois efeitos bariônicos não sejam eficientes em achatar o perfil central, e isto pode ser uma indicação de que algum efeito bariônico adicional esteja em ação nestas galáxias. Por exemplo, para as maiores galáxias consideradas aqui, a retroalimentação pela atividade do buraco negro central poderia contribuir para a o achatamento do halo (Peirani et al., 2017), assim como na escala de aglomerados (Del Popolo, 2012b; Martizzi; Teyssier; Moore, 2013). Outra possibilidade é de que o problema não esteja na modelagem da matéria bariônica, mas sim na da matéria escura, abrindo a possibilidade para modelos alternativos à matéria escura fria, como exploramos anteriormente.

Por fim, testamos também neste trabalho uma nova técnica baseada nas quantidades  $\xi$ ,  $\zeta$  e  $\Delta\xi$ . Encontramos valores de  $\langle \xi(2, 1) \rangle$  compatíveis com homogeneidade no caso do halo de Burkert, ao contrário do caso com o halo de NFW, como visto na figura 4.3. Esta não-homogeneidade dos ajustes do perfil NFW ao longo da galáxia não diminui com a restrição às galáxias maiores. Já para a quantidade  $\langle \xi(1, 1/2) \rangle$ , ambos os perfis têm resultados similares, sendo apenas marginalmente compatíveis com a homogeneidade. Esta tendência ou permanece ou aumenta com a restrição às galáxias maiores, e sugere um problema sistemático com o perfil estelar próximo ao centro galáctico. De toda forma, estes resultados, por serem inéditos, necessitarão de confirmação por outras investigações com amostras maiores de galáxias no futuro próximo.

## **Capítulo 5**

# **Modelos de Gravitação e Matéria Escura na Via Láctea**

## 5.1 Introdução

Este capítulo é baseado em nosso artigo (de Oliveira; de Freitas Pacheco; Reinisch, 2015) onde investigamos os ajustes de modelos de matéria escura e gravitação modificada a dados observacionais da dinâmica da nossa galáxia, a Via Láctea. Diferentemente dos trabalhos anteriores onde usamos apenas os dados de curva de rotação, neste caso usamos também os dados da aceleração verticais na vizinhança solar. E quanto aos modelos, analisamos aqui os modelos RGGR e NFW usando as mesmas convenções definidas anteriormente, e também o modelo do condensado de Bose-Einstein descrito no capítulo 2. Nossos resultados parecem descartar os modelos alternativos à matéria escura fria, ao favorecer o modelo NFW. Começamos com uma breve descrição dos modelos de massa da Via Láctea e dados observacionais utilizados, e seguir o nosso procedimento de ajuste dos modelos a estes dados, que envolve 2 passos e impõe uma restrição aos modelos, levando em conta dados observacionais da Via Láctea, e por fim os resultados obtidos.

## 5.2 Modelos de Massa para a Via Láctea

Assim como em outras galáxias fazemos aqui uma decomposição da Via Láctea em sub-sistemas modelados individualmente, com a diferença que os estes modelos costumam ser mais detalhados do que no caso extra-galático, já que a nossa posição interna à Via Láctea permite uma observação mais detalhada destes sistemas. No entanto, não há um consenso sobre os modelos de massa da Via Láctea, com grandes variações tanto na forma quanto na quantidade de componentes consideradas, como pode ser visto por exemplo em (Iocco; Pato; Bertone, 2015). Assim a nossa escolha da forma e dos parâmetros dos modelos é arbitrária.

No caso do gás intra-galático usamos os dados compilados em (Olling; Merrifield, 2001), que traz ambos os perfis de densidade superficial do hidrogênio atômico e molecular. Construímos a densidade superficial total  $\Sigma_{\text{gás}}$  da componente gasosa somando estas duas componentes e multiplicando o resultado pelo fator de 1,4 que leva em conta a presença de He dentre outros metais no meio inter-estelar. Para obter a densidade volumétrica, consideramos que o gás tenha uma distribuição exponencial no eixo  $z$  com escala de comprimento  $z_d = 0,1$  kpc,

de forma que

$$\rho_{\text{gás}}(r, z) = \frac{\Sigma_{\text{gás}}(r)}{2z_d} \exp\left(-\frac{z}{z_d}\right) \quad (5.1)$$

é a expressão utilizada para o cálculo do potencial desta componente. Integrando a expressão acima, obtemos também a massa total de gás na galáxia,  $M_{\text{gás}} = 9,6 \times 10^9 M_{\odot}$ .

Para a componente do bojo, assumimos um modelo de Plummer, dado pelo par de expressões para a densidade  $\rho_b$  em coordenadas cilíndricas

$$\rho_b(r, z) = \frac{3M_b}{4\pi b^3} \left(1 + \frac{r^2 + z^2}{a^2}\right)^{-\frac{5}{2}}, \quad (5.2)$$

e o respectivo o potencial  $\Phi_b$

$$\Phi_b(r, z) = \frac{-GM_b}{(r^2 + z^2 + b^2)^{1/2}}, \quad (5.3)$$

onde  $M_b$  é a massa total do bojo e  $b$  é o raio do núcleo central. Em (Burch; Cowsik, 2013) mostra-se que este modelo oferece uma boa descrição da dispersão de velocidades na região central da galáxia com parâmetros  $(M_b, b) = (1,01 \times 10^{10} M_{\odot}, 0,258 \text{ kpc})$ . Assim mantemos aqui  $b = 0,258 \text{ kpc}$ , mas permitimos que a massa total  $M_b$  varie com o ajuste do modelo, já que esta sofre pouca variação.

No que diz respeito ao disco estelar e sua contribuição à curva de rotação, o modelo de massa para a Via Láctea utilizado aqui difere do caso extra-galático ao considerar 2 discos distintos, os chamados discos fino e grosso. Esta estrutura dupla é comumente encontrada em galáxias espirais (Yoachim; Dalcanton, 2006), incluindo a Via Láctea em (Gilmore; Reid, 1983), e são caracterizados por morfologia, metalicidade estelar típica e mecanismos de formação distintos. Tomamos aqui os parâmetros dos discos determinados em (Polido; Jablonski; Lépine, 2013), sendo as escalas de comprimento radiais e verticais ( $r_d = 2,12, z_d = 0,205$ ) para o disco fino e ( $r_d = 3,05, z_d = 0,64$ ) para o disco grosso, modelados como discos duplamente exponenciais

$$\rho_d(r, z) = \frac{M_d}{4\pi r_d^2 z_d} e^{-r/r_d} e^{-z/z_d}, \quad (5.4)$$

sendo  $M_d$  a massa total de cada disco. Calculamos os potenciais seguindo a expressão

$$\Phi_d(r, z) = \frac{-GM_d}{r} \int_0^{\infty} \frac{dx J_0(x)}{\left(1 + \frac{r_d^2 x^2}{r^2}\right)^{3/2}} \frac{\left[e^{-zx/r} - \left(\frac{z_d x}{r}\right) e^{-z/z_d}\right]}{\left(1 - \frac{z_d^2 x^2}{r^2}\right)}, \quad (5.5)$$

onde  $J_0$  é a função de Bessel de ordem zero. Esta expressão é um desenvolvimento analítico da equação de Poisson (Casertano, 1983; Kuijken; Gilmore, 1989), e também é integrada numericamente dados os valores de  $M_d, r_d$  e  $z_d$ , que testamos aqui como alternativa à integração numérica direta usada nos capítulos anteriores, obtendo os mesmos resultados para as velocidades de rotação dos discos estelares.

Em nosso procedimento de ajuste, impomos um vínculo à soma das massas dos dois discos, usando o valor da densidade de massa superficial considerada em (Holmberg; Flynn, 2000; Garbari et al., 2012) de  $\Sigma_\star(r_0) = 36 M_\odot/\text{pc}^2$  na posição solar (que tomamos como  $r_0 = 8,3$  kpc em relação ao centro da galáxia, por consistência com a curva de rotação escolhida a seguir) considerando a contribuição estelar apenas (considerando a contribuição do perfil de gás usado aqui, este valor aumenta para  $44 M_\odot/\text{pc}^2$ ). Integrando a 5.4, com os valores de  $r_d$  e  $z_d$  de cada disco, tomando a posição  $r_0 = 8,3$  kpc e somando a contribuição dos dois discos, temos

$$\Sigma_\star(r_0 = 8,3\text{kpc}) = 36 M_\odot/\text{pc}^2 = 7,06 \left( \frac{M_{df}}{10^{10}M_\odot} \right) + 11,26 \left( \frac{M_{dg}}{10^{10}M_\odot} \right), \quad (5.6)$$

sendo  $M_{df}$  a massa do disco fino e  $M_{dg}$  a do disco grosso. O uso deste vínculo efetivamente elimina a massa de um dos discos como parâmetro livre da nossa análise, de forma arbitrária. Embora é certo que vínculo 5.6 e os valores dos parâmetros dos discos afetem os ajustes dos modelos aos dados, o que propomos aqui é uma investigação sobre a viabilidade dos modelos analisados frente à dois conjuntos de dados distintos, que podem vir a ser complementares no sentido de que um modelo pode ser compatível com um conjunto de dados mas não com o outro. Desta forma a eliminação de um parâmetro não afeta nossos resultados, mas apenas simplifica o procedimento de ajuste ao mesmo tempo serve aos nossos propósitos, já que o vínculo 5.6 força uma compatibilidade entre os parâmetros do disco e os valor de  $\Sigma(r_0)$ , que pode ser inferido pela observação da dinâmica da vizinhança solar, como em (Kuijken; Gilmore, 1989; Holmberg; Flynn, 2000; Garbari et al., 2012) por exemplo. Ressaltamos também que 5.6 representa um forte vínculo, pois a massa total dos dois discos deve ficar entre  $3,2 \times 10^{10}M_\odot \lesssim M_{df} + M_{dg} \lesssim 5,1 \times 10^{10}M_\odot$  caso contrário, devido à 5.6 a massa de um dos discos seria negativa.

Em adição às componentes bariônicas modelamos também o halo de matéria escura ou gravitação modificada. Para o primeiro caso testamos o halo padrão de

NFW, cuja densidade é a 2.41 e o potencial é dado, em coordenadas cilíndricas, por

$$\Phi_{\text{NFW}}(r, z) = 4\pi G \rho_c r_c^2 \left[ \frac{r_c}{\sqrt{r^2 + z^2}} \ln \left( 1 + \frac{\sqrt{r^2 + z^2}}{r_c} \right) \right]. \quad (5.7)$$

A troca da coordenada radial esférica  $r$  pelas coordenadas cilíndricas  $(r, z)$  por  $r \rightarrow \sqrt{r^2 + z^2}$  se faz necessária apenas na análise da aceleração vertical na posição solar, como veremos adiante, onde fixamos a posição solar no disco,  $r \rightarrow r_0$ , e tomamos a variação dos potenciais Newtonianos com relação a altura  $z$ . Para a análise da curva de rotação, esta é feita no plano do disco,  $z \rightarrow 0$ , e a expressão em coordenadas cilíndricas é idêntica à da em coordenadas esféricas. Aplicamos este procedimento também nos casos dos modelos BEC (cujo potencial e velocidade de rotação em coordenadas esféricas são os mesmos de 2.39,2.40) e RGGR (com o potencial e velocidade de rotação em coordenadas esféricas dados por 2.25 e 2.26).

### 5.3 A Curva de Rotação Galática

A curva de rotação utilizada aqui é a da referência (Bhattacharjee; Chaudhury; Kundu, 2014), que é uma compilação de dados observacionais da cinemática de vários tipos de objetos galáticos, usados para construir a curva de rotação até  $r \approx 200$  kpc. Esta construção depende fundamentalmente de dois parâmetros, as chamadas constantes galáticas:  $r_0$ , a distância solar até o centro galático, e  $V_0$ , a velocidade de rotação na posição solar, e assim os dados são compilados em 3 conjuntos com diferentes escolhas de  $(r_0, V_0)$ . Escolhemos aqui a versão onde  $(r_0 = 8,3 \text{ kpc}, V_0 = 244 \text{ km/s})$  e limitamos a nossa análise à curva de rotação até  $r \approx 20$  kpc, pois além deste raio a curva de rotação é estimada a partir de objetos no halo da Via Láctea que não exibem movimentos circulares ordenados; Assim a estimativa da velocidade circular é feita via equação de Jeans e depende ainda, além das constantes galáticas, da escolha do parâmetro de anisotropia na dispersão de velocidades. Ao restringir a nossa análise a curva de rotação traçada por objetos no disco galático, evitamos esta ambiguidade devido a múltiplas escolhas possíveis.

Tabela 5.1: Ajuste dos Modelos à Curva de Rotação da Via Láctea. Col (1): Valor do mínimo do  $\chi^2$ . Col (2): Valor do  $\chi^2$  reduzido. Col (3): Massa do disco fino, em unidades de  $10^{10}M_{\odot}$ . Col (4): Massa do disco grosso, em unidades de  $10^{10}M_{\odot}$ . Col (5): Massa do bojo, em unidades de  $10^{10}M_{\odot}$ . Col (6): P1 corresponde aos parâmetros  $r_s$  (em kpc) no caso do modelo NFW,  $V_{\infty}$  (em km/s) para RGGR e  $r_{\text{BEC}} = \pi/k$  (em kpc) para o BEC. Col (7): P2 corresponde à  $\rho_s$  (em  $M_{\odot}/\text{pc}^3$ ) para NFW e  $\rho_0$  (em  $M_{\odot}/\text{pc}^3$ ) para o BEC.

Modelo	$\chi_{\text{min}}^2$	$\chi_{\text{v}}^2$	$M_{df}$	$M_{dg}$	$M_b$	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>
NFW	29,1	1,94	1,11	2,52	1,07	17,46	$19,36 \times 10^6$
RGGR	31,2	1,98	0,98	2,60	0,78	226	-
BEC	37,4	2,20	0,21	4,79	1,10	15,7	$34,3 \times 10^6$

Com a curva de rotação fixa, fazemos o ajuste do  $\chi_{\text{min}}^2$  para cada modelo, levando em conta o vínculo descrito acima, cujos resultados, juntamente com valores previstos dos parâmetros, podem ser visto na tabela ???. Em todos os modelos a massa do bojo  $M_b$  e a massa estelar de um dos discos são parâmetros livres mostrados na tabela ??? em unidades de  $10^{10}M_{\odot}$ . O halo de NFW têm ainda os parâmetros  $r_s$  e  $\rho_s$  livres (que são os parâmetros  $P_1$ , em kpc, e  $P_2$  em  $M_{\odot}/\text{pc}^3$  respectivamente, na tabela abaixo), enquanto o modelo do BEC tem e  $r_{\text{BEC}} = \pi/k$  e  $\rho_0$  livres (novamente sendo os parâmetros  $P_1$ , em kpc, e  $P_2$  em  $M_{\odot}/\text{pc}^3$  respectivamente), e por fim o modelo RGGR tem o seu parâmetro  $V_{\infty}^2 = \alpha v c^2$  livre (ou equivalentemente  $\alpha$ ), na posição  $P_1$  na tabela ??? e em km/s. Para o cálculo do  $\chi_{\text{v}}^2$  foram considerados quatro parâmetros livres nos modelos NFW e BEC e três para o RGGR. Os detalhes da curva de rotação de cada modelo podem ser vistos nas figuras abaixo.

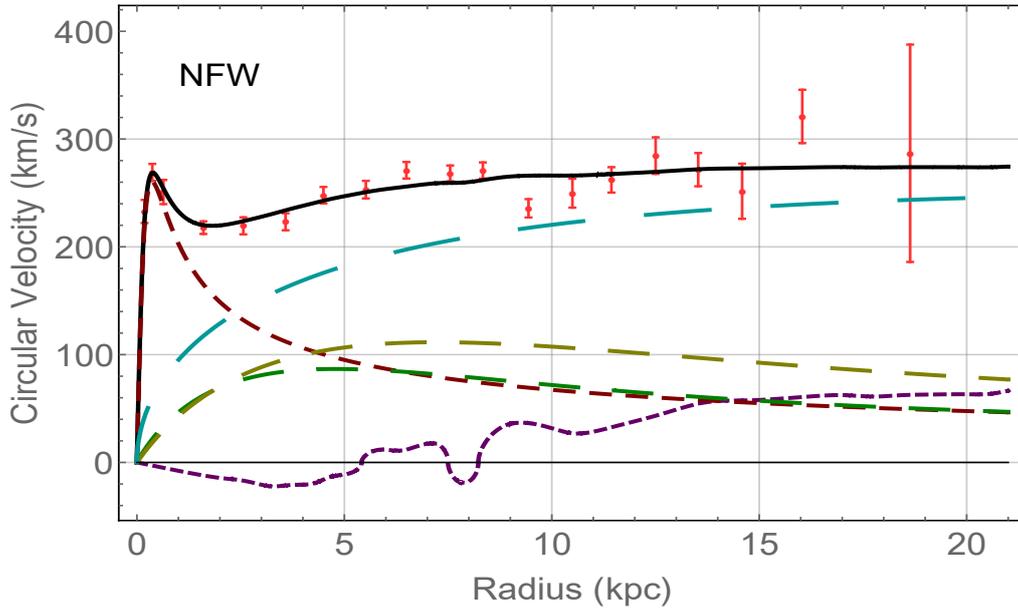


Figura 5.1: Ajuste do modelo NFW, sendo a curva preta sólida a velocidade total do modelo, a ciano é a contribuição na velocidade do halo NFW, a vermelha escura do bojo, a verde oliva do disco grosso, a verde escuro do disco fino e roxo a do gás. Os pontos vermelhos são os dados da curva de rotação e suas barras de erro.

O modelo NFW tem o melhor ajustes entre os modelos testados aqui, tanto em termo do  $\chi^2_{\min}$  quanto do  $\chi^2_{\nu}$ . Usando os parâmetros do ajuste, e integrando a densidade do halo até  $r = 200$  kpc (aproximadamente o raio máximo da curva de rotação em (Bhattacharjee; Chaudhury; Kundu, 2014)), obtemos uma massa do halo de  $2,1 \times 10^{12} M_{\odot}$ , que é compatível com estimativas baseadas na dinâmica de galáxias satélites no grupo local (Kulesa; Lynden-Bell, 1992; Sakamoto; Chiba; Beers, 2003; Peirani; de Freitas Pacheco, 2006). O ajuste também é compatível com o de (Nesti; Salucci, 2013), e a massa bariônica total é de  $5,66 \times 10^{10} M_{\odot}$ , compatível com estimas recentes, por exemplo (Licquia; Newman, 2015). Por outro lado, o ajuste sugere um valor para a densidade local do halo de  $\rho_{\text{NFW}}(r = 8,3 \text{ kpc}) = 0,71 \text{ GeV/cm}^3$ , cerca de o dobro do valor mais citado na literatura de  $0,35 \text{ GeV/cm}^3$ , mais ainda consistente com outras estimativas (Burch; Cowsik, 2013; Garbari et al., 2012; de Boer; Weber, 2011; Read, 2014). Ressaltamos novamente que não queremos comparar ou discutir os méritos deste ajuste, mas apenas testar a viabilidade do modelo frente aos dados observacionais.

O ajuste do modelo RGGR é semelhante ao de NFW, como pode ser visto na tabela ?? pelos valores do  $\chi^2_{\text{mín}}$  e do  $\chi^2_{\nu}$ , e na figura 5.2. Os valores das massas previstas sugerem uma massa estelar total ligeiramente menor em RGGR do que no caso de NFW, e valor previsto do parâmetro livre de RGGR é  $\alpha v = 5,67 \times 10^{-7}$  ou equivalentemente  $V_{\infty} = \alpha v c^2 = 226 \text{ km/s}$ . Concluimos assim que o modelo RGGR fornece um ajuste compatível com a curva de rotação da Via Láctea.

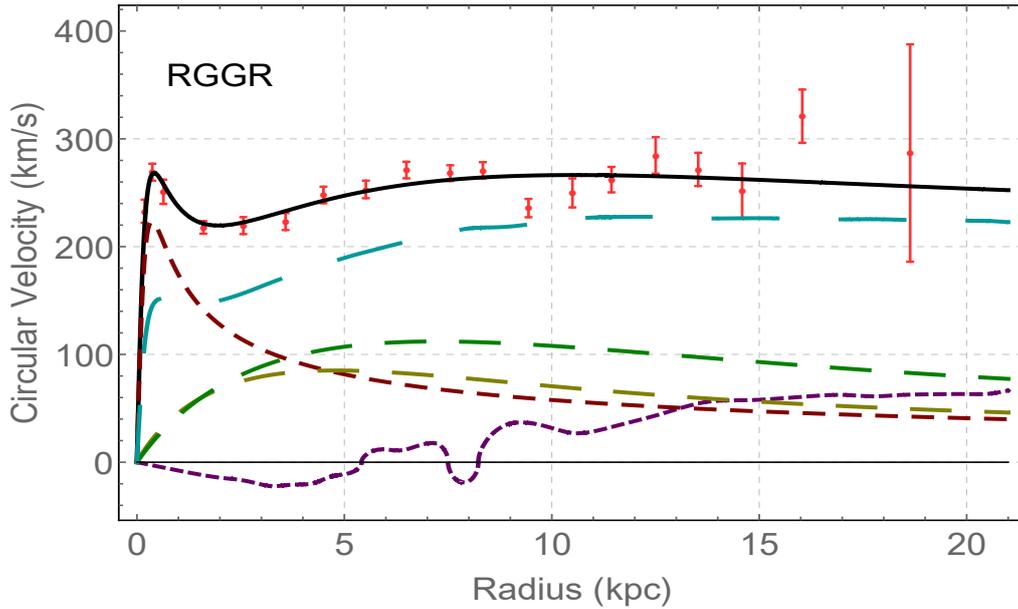


Figura 5.2: Ajuste do modelo RGGR, sendo a curva preta sólida a velocidade total do modelo, a ciano é a contribuição na velocidade do modelo RGGR, a vermelha escura do bojo, a verde oliva do disco grosso, a verde escuro do disco fino e roxo a do gás. Os pontos vermelhos são os dados da curva de rotação e suas barras de erro.

O ajuste do modelo BEC é problemático, como indicado pelos valores maiores de  $\chi^2_{\text{mín}}$  e do  $\chi^2_{\nu}$ . Neste caso não foi possível a imposição do vínculo descrito na equação 5.6 apenas, pois o ajuste do  $\chi^2_{\text{mín}}$  mostra uma preferência para valores pequenos e negativos para a massa do disco grosso, que é compensado por uma massa maior no disco fino. Assim em adição à condição 5.6, impomos também que a soma das massas dos dois discos seja  $5,0 \times 10^{10} M_{\odot}$ . Isto fixa (em conjunto com a 5.6) as massas do disco em  $M_{df} = 4,79 \times 10^{10} M_{\odot}$  para o disco fino e  $M_{dg} = 0,21 \times 10^{10} M_{\odot}$  para o disco grosso antes do ajuste. O valor da massa total do discos de  $5,0 \times 10^{10} M_{\odot}$  é arbitrário mas próximo ao valor preferido pelo ajuste, que

prevê  $M_{df} = 5,1 \times 10^{10} M_{\odot}$  no limite inferior de  $M_{dg} = 0$  (o ajuste apontaria ainda para valores negativos de  $M_{dg}$ , que excluímos). Assim considerando também este segundo vínculo este modelo é ajustado com apenas 3 parâmetros livres, a massa do bojo e os parâmetros do halo BEC, e o  $\chi^2_v$  é calculado levando isto em consideração.

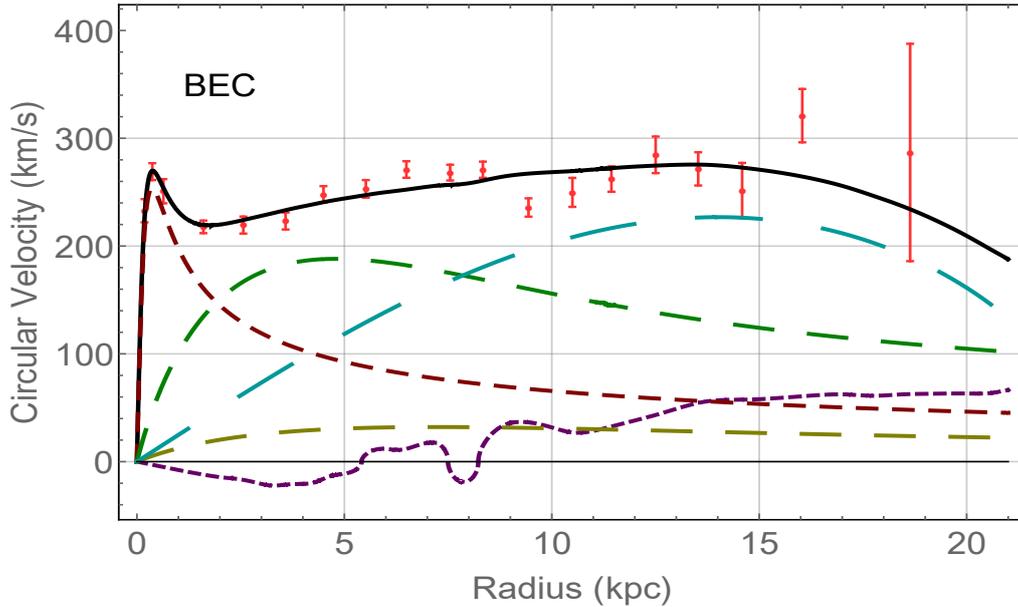


Figura 5.3: Ajuste do modelo BEC, sendo a curva preta sólida a velocidade total do modelo, a ciano é a contribuição na velocidade do halo BEC, a vermelha escura do bojo, a verde oliva do disco grosso, a verde escuro do disco fino e roxo a do gás. Os pontos vermelhos são os dados da curva de rotação e suas barras de erro.

Porém o problema do ajuste está no fato de que com um raio de  $r_{\text{BEC}} = 15,7$  kpc o BEC está contido no interior da Via Láctea, e após esse raio de acordo com 2.39 e 2.40 a curva de rotação desta componente cai com a forma  $V_{\text{BEC}} \propto r^{-1/2}$  sendo então decrescente a partir deste raio, em contradição com os dados das curvas de rotação utilizados aqui que só apresentam uma pequena queda a partir de 60 kpc (Bhattacharjee; Chaudhury; Kundu, 2014). Outra consequência disto é de que a integração do perfil de densidade 2.37 com os parâmetros do ajuste leva a uma massa de  $1,69 \times 10^{11} M_{\odot}$ , o que é menos do que os menores valores estimados para a massa da Via Láctea, de  $\approx 5,5 \times 10^{11} M_{\odot}$ , obtidos pela análise da dinâmica das Nuvens e da Corrente de Magalhães (Lin; Jones; Klemola, 1995)

e da Corrente de Sagitário (Gibbons; Belokurov; Evans, 2014). Considerando os maiores estimativas para a massa da Via Láctea, de  $2 \times 10^{12} M_{\odot}$ , pela análise de galáxias do Grupo Local (Sakamoto; Chiba; Beers, 2003; Kulesa; Lynden-Bell, 1992; Peirani; de Freitas Pacheco, 2006), o valor é cerca de uma ordem de grandeza menor. Estas observações parecem indicar uma incompatibilidade do modelo BEC, da forma estudada aqui, com a dinâmica da Via Láctea. Além disso como comentamos anteriormente este modelo tem o problema adicional de que o parâmetro  $k$  só depende da massa da partícula  $m$  e do comprimento de espalhamento  $a$ , e assim é uma constante universal da teoria e conseqüentemente todos os halos BEC teriam as mesmas dimensões. Em (Harko, 2011) por exemplo, várias curvas de rotação de galáxias anãs são ajustadas pelo modelo BEC, mas assim como aqui os ajustes são obtidos considerando  $k$  como parâmetro livre da teoria, em contradição com a previsão do próprio modelo. Todos estes problemas parecem descartar o modelo BEC como descrição da matéria escura em galáxias espirais, pelo menos da forma como implementada aqui.

## 5.4 A Aceleração Vertical na Vizinhança Solar

Nesta seção testamos se os ajustes dos modelos à curva de rotação da Via Láctea são compatíveis com os dados de aceleração vertical na vizinhança solar. Para isto usamos os modelos com os seus parâmetros fixados pelo ajuste à curva de rotação, fixando assim os potenciais totais  $\Phi$  de cada modelo, com os quais calculamos a aceleração vertical na posição solar em função distância ao plano da galáxia,  $K_z(z)$ :

$$K_z(z) = -\frac{\partial\Phi(r_0, z)}{\partial z}, \quad (5.8)$$

onde  $r_0 = 8,3$  kpc é a distância do Sol em relação ao centro galáctico que assumimos aqui, em concordância com a curva de rotação utilizada. Para os modelos com matéria escura, o potencial  $\Phi$  é a soma dos potenciais dos componentes bariônicos com o potencial do halo de matéria escura, enquanto que no modelo RGGR o a aceleração efetiva é, pela 2.25

$$K_{z, \text{RGGR}} = K_{z, \text{N}} \left( 1 - \frac{\alpha v c^2}{\Phi_{\text{N}}} \right), \quad (5.9)$$

onde seguindo a notação do capítulo 2,  $K_{z, \text{N}}$  e  $\Phi_{\text{N}}$  são respectivamente a aceleração e o potencial Newtoniano, isto é levando em conta apenas as componentes

bariônicas.

A função  $K_z(z)$  é relacionada às grandezas observacionais pela equação de Jeans, que para o caso estacionário é

$$K_z = \frac{1}{v_\star} \frac{\partial(v_\star \sigma_z^2)}{\partial z}, \quad (5.10)$$

onde  $\sigma_z^2(z) = \langle v_z^2(z) \rangle$  (na verdade  $\sigma_z^2 = \sigma_{zz}^2$  como as outras quantidades  $\sigma_{ij}^2$  que aparecem nas equações de Jeans) é a dispersão de velocidades verticais e  $v_\star(z)$  a densidade numérica de estrelas. Nesta equação ignoramos o termo  $\partial/\partial r (rv_\star \sigma_{rz}^2)$ , que pode ser desprezado (Kuijken; Gilmore, 1989; Bienaymé et al., 2014), sobretudo em  $z \approx 0$ . Desta forma as observações de  $v_\star$  e  $\sigma_z^2$  de uma população estelar podem ser comparada com um dado modelo de massa da Via Láctea e sua respectiva aceleração vertical  $K_z$ , sendo isto a origem de uma série de técnicas usadas para a determinação da densidade total e da densidade superficial de massa na posição solar, e a contribuição da componente escura para estas grandezas, como em (Kuijken; Gilmore, 1989; Garbari et al., 2012; Zhang et al., 2013; Bienaymé et al., 2014), ente outros.

Em nosso trabalho (de Oliveira; de Freitas Pacheco; Reinisch, 2015), para a comparação com a previsão dos modelos usamos dois conjuntos de dados para simular valores de  $K_z(z)$ . O primeiro foi extraído das curvas apresentadas em (Zhang et al., 2013; Bienaymé et al., 2014), cujos pontos são os círculos abertos na figura 5.8. O segundo conjunto consiste de estimativas que fizemos através da 5.10, usando para isso os dados de  $v_\star(z)$  e  $\sigma_z^2(z)$  da população de estrelas anãs-K extraídos de (Garbari et al., 2012). Enquanto o gráfico de  $v_\star(z)$  e pode ser visto na figura 5.4, para a dispersão de velocidade  $\sigma_z^2$  usamos uma aproximação por um ajuste polinomial quadrático dos dados observacionais de (Garbari et al., 2012):

$$\sigma_z(z) = 16,93 + 16,19z + 1,11z^2. \quad (5.11)$$

Os pontos simulados desta maneira são os quadrados pretos na figura abaixo. Barras de erro arbitrárias são adicionadas ainda em cada ponto nos dois casos. Na figura 5.5 mostramos os dois conjuntos de pontos e as curvas  $K(z)$  de cada modelo testado.

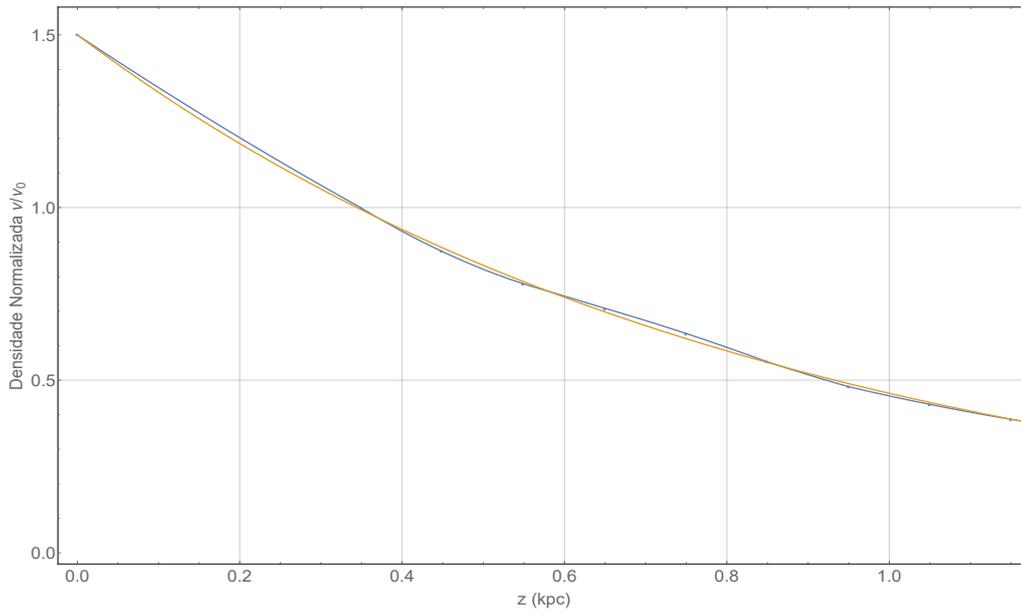


Figura 5.4: Densidade numérica vertical de estrelas anãs-k normalizada em relação a  $z=0.3$ . O ponto em  $z=0$  foi inserido manualmente, e o restante são os dados (Garbari et al., 2012). A curva azul é a simples interpolação dos pontos, e a bege, uma curva exponencial com parâmetros definidos pelo ajuste aos pontos.

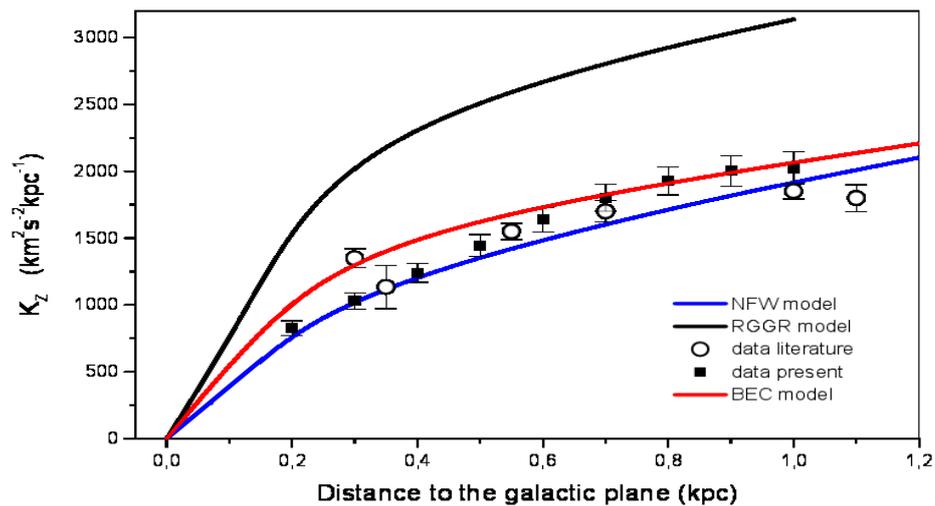


Figura 5.5: Aceleração vertical na posição solar para os três modelos testados e os dados simulados.

A observação desta figura sugere que o modelo RGGR super estima a aceleração vertical na posição solar, apesar de fornecer um bom ajuste para a aceleração radial e conseqüentemente da curva de rotação ao longo da galática. O modelo BEC por outro lado apesar dos problemas de seu ajuste para a curva de rotação, se ajusta melhor do o RGGR nos dados da aceleração vertical. Por fim, o único modelo que é visivelmente compatível com os dados de aceleração vertical é o NFW, sendo assim o único dos três compatível com ambos os conjuntos de dados. Nas figuras a seguir mostramos a contribuição de cada componente de massa em cada modelo.

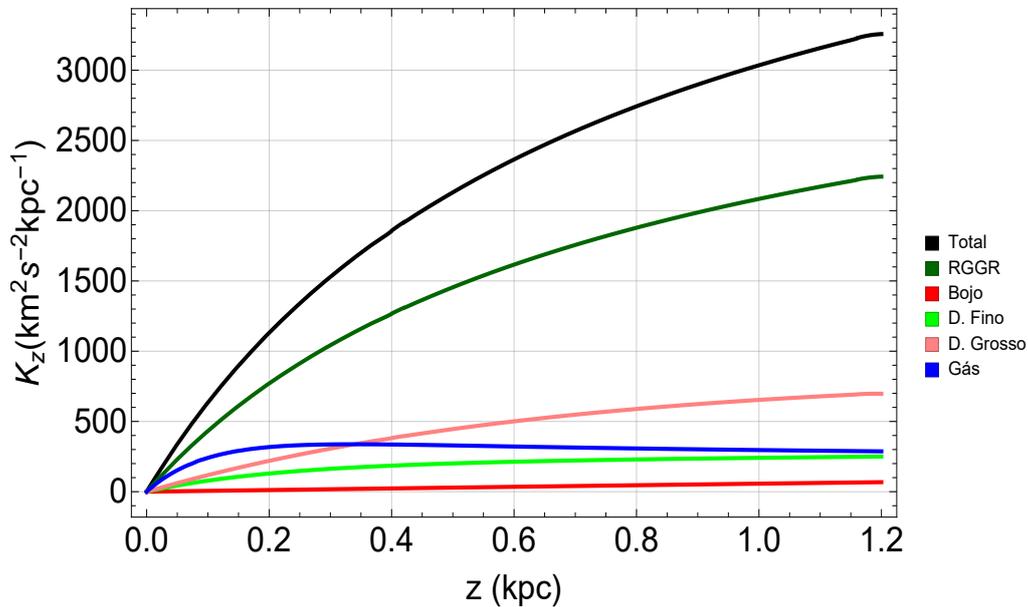


Figura 5.6: Aceleração vertical na posição solar para RGGR.

No caso de RGGR podemos ver na figura 5.6 que a contribuição de RGGR é dominante desde  $z \approx 0$  o que leva a uma super estimativa da aceleração vertical. Testando variações dos parâmetros dos modelo (sem alterar no entanto o vínculo 5.6), vemos que RGGR só é compatível com os dados de  $K_z(z)$  para baixos valores de  $\alpha$ , em particular  $\alpha \approx 1$  ou equivalentemente  $V_\infty \approx 100$  km/s, o que o tornaria incompatível com a curva de rotação galática em grandes raios. Este resultado parece condenar o modelo RGGR, como abordado aqui, como descrição alternativa à matéria escura na Via Láctea.

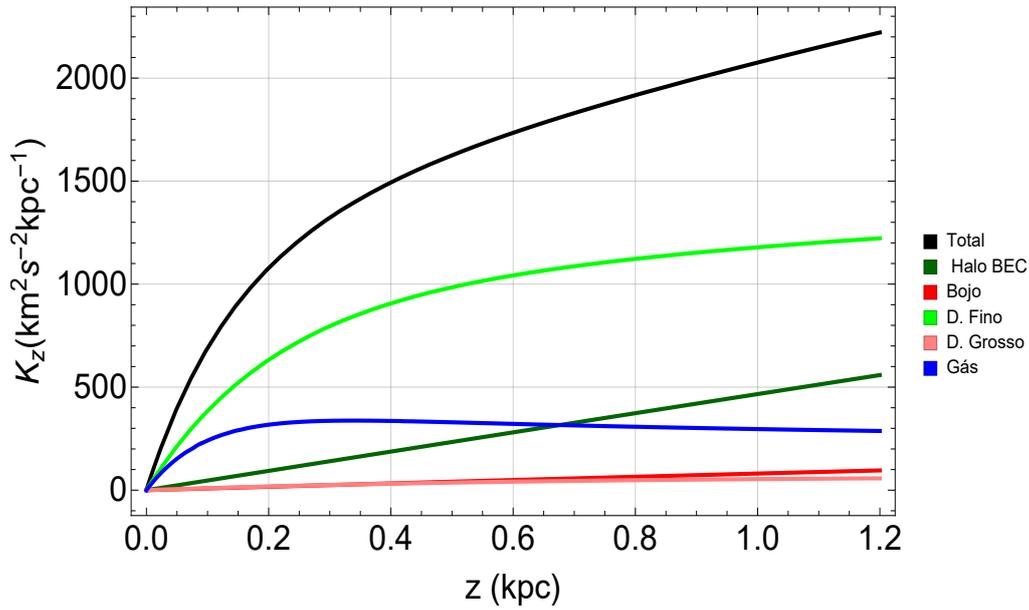


Figura 5.7: Aceleração vertical na posição solar para BEC.

A figura 5.7 mostra as curvas do modelo BEC e suas componentes bariônicas. Graças ao vínculo 5.6 e o ajuste do modelo, a componente dominante em  $K_z$  é a do disco fino. E como visto na figura 5.5, a curva de  $K_z$  do modelo é apenas marginalmente compatível com os dados. Porém como já comentado o ajuste da curva de rotação já condena este modelo, e para um caso em que o halo fosse menor e/ou menos massivo, de forma a possivelmente atingir uma maior compatibilidade com os dados de  $K_z$ , o ajuste da curva de rotação seria possivelmente ainda pior, com a velocidade caindo ainda mais rapidamente ainda na região interna ao disco.

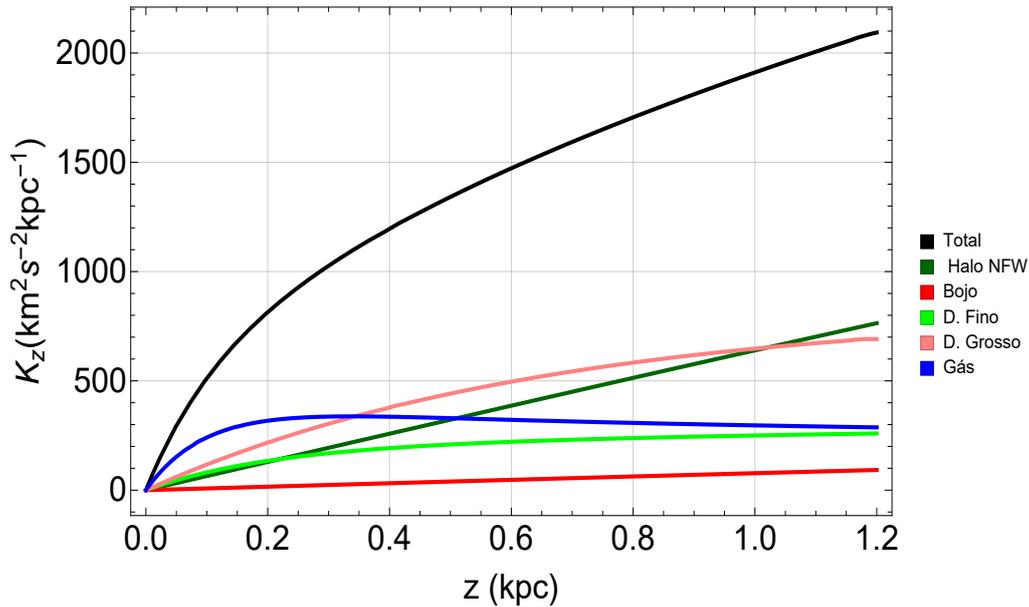


Figura 5.8: Aceleração vertical na posição solar para NFW.

Por fim temos na figura 5.8 a curva de  $K_z$  do modelo NFW e suas componentes, onde é visível que assim como no caso do BEC a contribuição do halo NFW não é dominante, neste caso até  $z \approx 1,1$  kpc. Este modelo é o único compatível com ambos os conjuntos de dados, ainda que no caso da curva de rotação os valores dos parâmetros previstos sugerem uma densidade local de matéria escura acima do valor obtido por outras estimativas (uma compilação de resultados pode ser vista por exemplo em (Read, 2014)). Neste caso a pergunta a ser respondida é até que ponto a compatibilidade do modelo a ambos os conjuntos de dados pode ser mantida variando-se tanto os parâmetros dos modelos de massa bariônica quanto os do halo de matéria escura, que é uma investigação que gostaríamos de fazer futuramente.

## 5.5 Conclusões

Neste capítulo testamos a consistência de dois modelos alternativos e do modelo padrão para a matéria escura fria. No caso dos modelos alternativos, enquanto o primeiro trata de uma modificação na gravidade (o modelo RGGR), o segundo é um modelo onde a matéria escura consiste de um bóson capaz de formar um condensado de Bose-Einstein (o modelo BEC). Já a matéria escura fria é represen-

tada aqui pelo halo de Navarro, Frenk e White (modelo NFW) produzido pelas simulações cosmológicas de N-corpos.

Em todos os casos ajustamos primeiramente os modelos aos dados da curva de rotação da galáxia, fixando assim tanto seus parâmetros específicos, como aqueles dos modelos de massa das componentes bariônicas (discos e bojo estelares) comuns a todos os modelos, para então em um segundo passo observamos o comportamento da aceleração vertical prevista em cada caso.

No caso do modelo RGGR obtemos um bom ajuste à curva de rotação, como em geral encontramos na análise de outras galáxias. No entanto quando usamos este modelo, com os parâmetros ajustados pela curva de rotação, para calcular a aceleração vertical na posição solar, vemos que o modelo a super estima desde  $z \approx 0$ . Abandonando o ajuste à curva de rotação e explorando os parâmetros do modelo, encontramos uma compatibilidade com a aceleração vertical no caso em que a velocidade de rotação terminal é  $V_\infty \approx 100$  Km/s, o que tornaria o modelo incompatível com a curva de rotação. Desta forma concluímos que o modelo não pode ser compatível simultaneamente com ambos os tipos de observações. O mesmo acontece com o modelo BEC, mas com os problemas inversos: enquanto o modelo têm dificuldades para produzir uma boa curva de rotação, poderia ser compatível com a aceleração vertical. Porém como argumentamos, o modelo tem ainda outros problemas que o tornam inviável.

Apenas o modelo de matéria escura fria, o NFW, se mostra compatível com ambos os tipos de observações. O ajuste à curva de rotação produz valores de massa bariônica total e massa total do halo compatíveis com as de outras investigações, ainda que tenha um valor para densidade local de matéria escura cerca de duas vezes o valor reportado nas estimativas mais recentes. E fixando os modelos com os parâmetros deste ajuste, calculamos uma curva de aceleração vertical compatível com dados que utilizamos aqui.

Nossos resultados sugerem que esta abordagem em que confrontamos os modelos com dois tipos de observações diferentes, i.e. a curva de rotação e neste caso a aceleração vertical, pode ser mais efetiva para a investigação sobre a viabilidade de um modelo do que a investigação da curva de rotação apenas, a exemplo de nossos trabalhos anteriores, entre vários outros na literatura. Assim por exemplo a ajuste  $\chi^2$  ou equivalente simultaneamente aos dados de curva de rotação e da aceleração vertical (ou da dispersão vertical de velocidades, que é

---

mais acessível observacionalmente e evitaria o uso de dados simulados como os usados aqui) poderia ser uma ferramenta interessante de investigação sobre a viabilidade de um modelo e determinação de seus parâmetros. Neste caso o espaço de parâmetros multi-dimensional do problema (dados os vários parâmetros das componentes bariônicas e do modelo de matéria escura) seria uma dificuldade, mas novamente o uso de vínculos sobre os parâmetros, assim como fizemos aqui, poderia diminuir o custo computacional do ajuste e facilitar a comparação com outros resultados. Assim isto é uma das possibilidades que poderemos explorar no futuro.

## **Capítulo 6**

### **Conclusões e Perspectivas**

---

Neste tese investigamos a matéria escura em galáxias espirais, com foco nas previsões de diferentes modelos no que diz respeito às curvas de rotação galáticas. No capítulo 3 investigamos a previsão de modelos de gravitação modificada para as curvas de rotação no contexto do chamado problema do cúspide/núcleo, que é uma das principais discrepâncias entre as previsões do modelo padrão da cosmologia e as observações astronômicas na escalas das galáxias. Além de estender investigações anteriores sobre os mesmos modelos para uma amostra significativa de galáxias espirais variadas, desenvolvemos uma técnica que avalia o desempenho de cada modelo próximo à região central da galáxia, com a qual concluímos que os modelos de gravitação modificada analisados podem descrever as curvas de rotação na região central das galáxias em geral melhor que o halo de NFW. Assim, faz sentido usar a discrepância núcleo/cúspide como parte da motivação para essas abordagens. No capítulo 4 aprimoramos a mesma técnica e a aplicamos à análise de dois modelos, com cúspide e com núcleo, avaliando a homogeneidade radial dos ajustes das galáxias, e concluímos que o modelo com núcleo se ajusta melhor do que o com cúspide na região central das galáxias, mesmo no caso das galáxias mais massivas, o que contraria as expectativas dos modelos que explicam o surgimento do perfil com núcleo, onde este processo é mais efetivo em galáxias menos massivas. Nossa análise mostra ainda que ambos os perfis se ajustam melhor à região intermediária do que à região central das galáxias, o que pode ser um indício de um problema sistemático da análise (seja nos modelos de massa ou nas próprias curvas de rotação) na região central. Pretendemos em breve confirmar esses resultados com um novo grande sample de galáxias já disponível na literatura.

No capítulo 5 investigamos o ajuste de modelos tanto à curva de rotação da Via-Láctea quanto à dinâmica local na vizinhança solar, e vimos que esta abordagem é promissora no sentido de proporcionar vínculos mais fortes sobre os modelos do que a análise da curva de rotação apenas. Assim esta é uma abordagem que gostaríamos de desenvolver no futuro, tanto para investigar a viabilidade de modelos distintos na Via-Láctea tanto como para a estimativa de parâmetros como a densidade local de matéria escura. Assim em geral nosso trabalho de doutorado e os códigos desenvolvidos proporcionam a possibilidade da continuação de nossa atuação nestas linhas de pesquisa.

# **Apêndice A**

## **O Modelo do Tilted Ring**

Neste apêndice descrevemos brevemente como é feita a construção das curvas de rotação a partir das observações de HI. Para isto é necessário um modelo geométrico da galáxia, que normalmente é implementado juntamente com o método dos anéis inclinados (*tilted ring method* (Rogstad; Lockhart; Wright, 1974) - descrito aqui como implementado em (Begeman, 1987)), com o qual é possível estimar a velocidade de rotação  $V(r)$  a partir das grandezas observáveis, que são: i) O ângulo de inclinação  $i$  entre a normal ao plano da galáxia e a linha de visada; ii) O ângulo de posição  $\phi$  do eixo maior, definido aqui como o ângulo (tomado no sentido anti-horário) entre a direção do norte celeste e o eixo maior da metade recessiva da galáxia; iii) A posição celeste do centro de rotação da galáxia,  $(x_0, y_0)$ ; iv) a velocidade da galáxia em relação ao Sol  $V_0$ , chamada velocidade sistêmica. Estes parâmetros relacionam, via projeção, a velocidade de rotação no plano da galáxia ao longo do raio  $V(r)$  com a velocidade observada no plano celeste  $V(x, y)$  através da expressão

$$V(x, y) = V_0 + V(r) \sin(i) \cos(\theta) \quad (\text{A.1})$$

onde  $\theta$  é o ângulo azimutal no plano da galáxia, relacionado com os parâmetros de projeção pelas relações

$$\cos(\theta) = \frac{-(x - x_0) \sin(\phi) + (y - y_0) \cos(\phi)}{r} \quad (\text{A.2})$$

e

$$\sin(\theta) = \frac{-(x - x_0) \cos(\phi) - (y - y_0) \sin(\phi)}{r \cos(i)} \quad (\text{A.3})$$

O método consiste em dividir a galáxia em anéis concêntricos cuja largura corresponde à resolução espacial da observação, cada um com seus parâmetros  $(i, \phi, V(r), x_0, y_0, V_0)$ . Isto é útil para descrever as partes mais externas da galáxia onde a distribuição de HI frequentemente apresenta *warps*, que são desvios de uma distribuição planar, representados no modelo pelas variações de  $(i, \phi)$  ao longo da galáxia. A determinação dos parâmetros do modelo começa por uma estimativa inicial a partir das observações, e a seguir compara-se o  $V(x, y)$  construído com estes parâmetros com o observado  $V_{obs}(x, y)$ , minimizando o  $\chi^2$  (discutido aqui no final deste capítulo) com respeito aos parâmetros, num processo iterativo onde cada novo valor dos parâmetros obtidos na minimização é usado para estimar novamente  $V(x, y)$  a ser comparado com  $V_{obs}(x, y)$ , até que

haja uma convergência no  $\chi^2$ . Isto é feito numa primeira etapa para determinar  $(x_0, y_0, V_0)$  (que a princípio são parâmetros globais e iguais para todos os anéis), fixando  $(i, \phi, V(r))$ . Em seguida estes valores são fixados tomando uma média de seus valores previstos sobre todos os anéis, e repete-se o processo desta vez para obter os produtos finais do método, as funções  $i(r)$  e  $\phi(r)$  bem como a curva de rotação  $V(r)$ , medidas ao longo do raio  $r$  correspondente a cada anel. Quanto às barras de erro das velocidades de rotação, não existe um consenso em como obtê-las, variando-se assim com os autores e amostras analisadas. Como o método é baseado num  $\chi^2$ , escolhas naturais são medir a variação (normalmente a  $1\sigma$ ) em relação à velocidade, mantendo os parâmetros restantes fixos nos seus melhores valores ou permitindo os outros parâmetros variem conjuntamente e tomando as projeções das curvas de contornos do  $\chi^2$  no eixo da velocidade. Normalmente adiciona-se ainda nesta incerteza um valor que corresponde a diferença nas velocidades observadas nas partes recessiva e anti-recessiva da galáxia, dando uma medida da possível assimetria da galáxia. Correções devido a presença de movimentos não circulares detectados no anel também podem ser adicionadas às barras de erro das velocidades, fazendo destas últimas possivelmente uma medida conservadora das incertezas nas curvas de rotação.

Na prática, a obtenção de curvas de rotação via observações em 21 cm têm suas limitações, a começar pela inclinação da galáxia observada. Como na observação é detectado o efeito Doppler das velocidades na linha de visada, no limite sem inclinação ( $i = 0$  - uma galáxia *face-on* ou vista de frente) a velocidade de rotação não é observável, sendo perpendicular à linha de visada. Antes disso porém, dispersões de velocidade no gás começam a contribuir com o efeito observado, e assim um corte pode ser feito descartando galáxias em baixa inclinação onde os efeitos destas dispersões começam a ser comparáveis com a da velocidade de rotação. Da mesma forma, altas inclinações (galáxias *edge-on* ou vistas de lado) também dificultam a obtenção da curva de rotação, pois a linha de visada intercepta várias velocidades projetadas dado um mesmo raio.

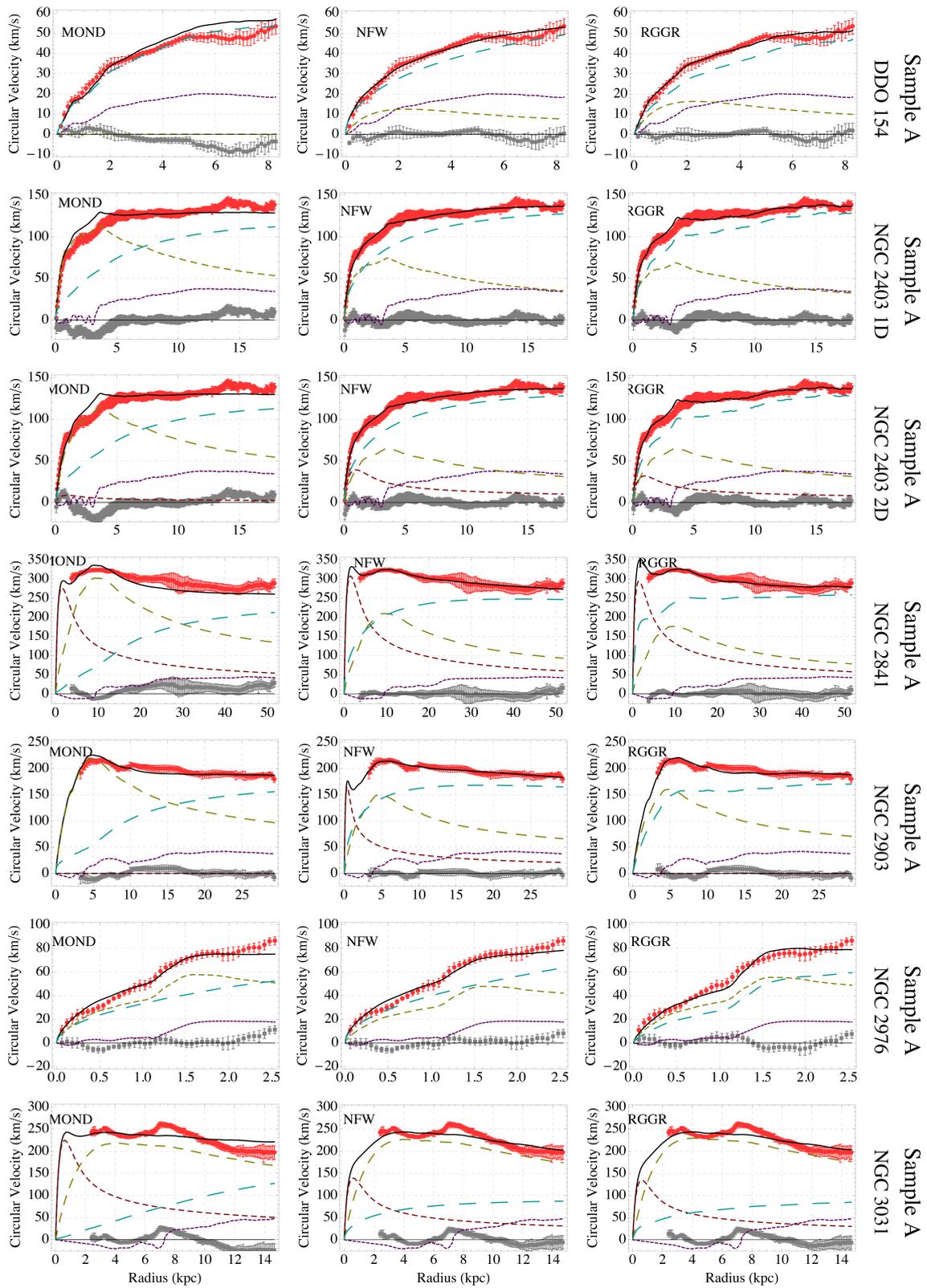
E por fim uma última limitação a ser notada é o fato de que o método tilted ring é baseado na suposição de que galáxia seja descrita cinematicamente apenas pela velocidade de rotação, descartando assim a presença de movimentos não-circulares, presentes em todas as galáxias. Assim galáxias marcadas por fortes movimentos não circulares (por exemplo galáxias em interação com suas vizinhas)

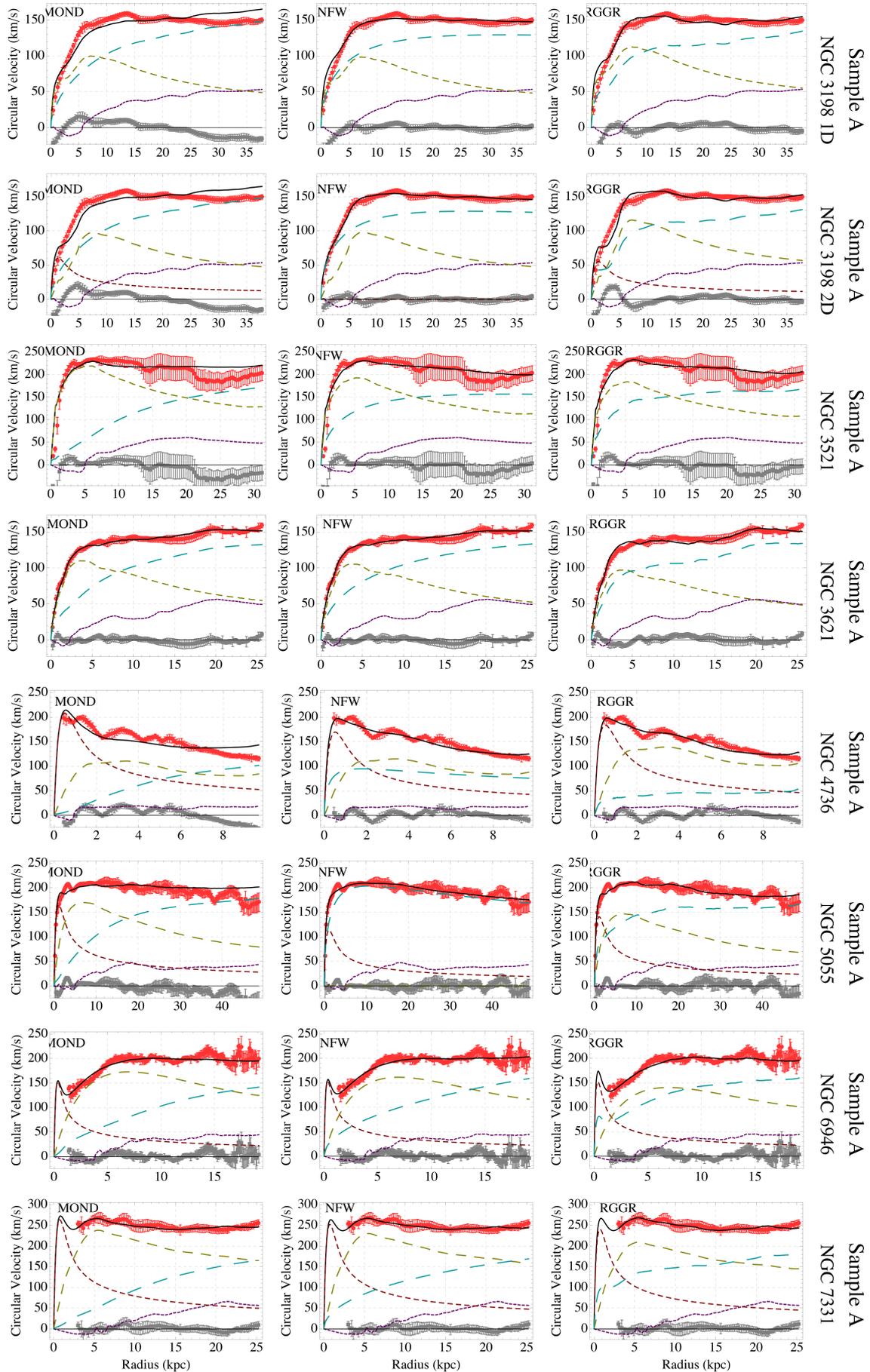
não podem ser analisadas por este método, a não ser no caso em que se possa aplicar uma correção (como em (Oh et al., 2008)), ou que os movimentos não-circulares se restrinjam a uma parte específica da galáxia, como é o caso do bojo de galáxias massivas onde a curva de rotação não é avaliada. Evidentemente estas limitações são objeto de vários estudos, como pode ser visto em (de Blok et al., 2008), onde é apresentada a amostra com os dados de maior qualidade que analisamos, onde todos estes efeitos são levados em conta quando da obtenção das curvas de rotação, afim de minimizá-los.

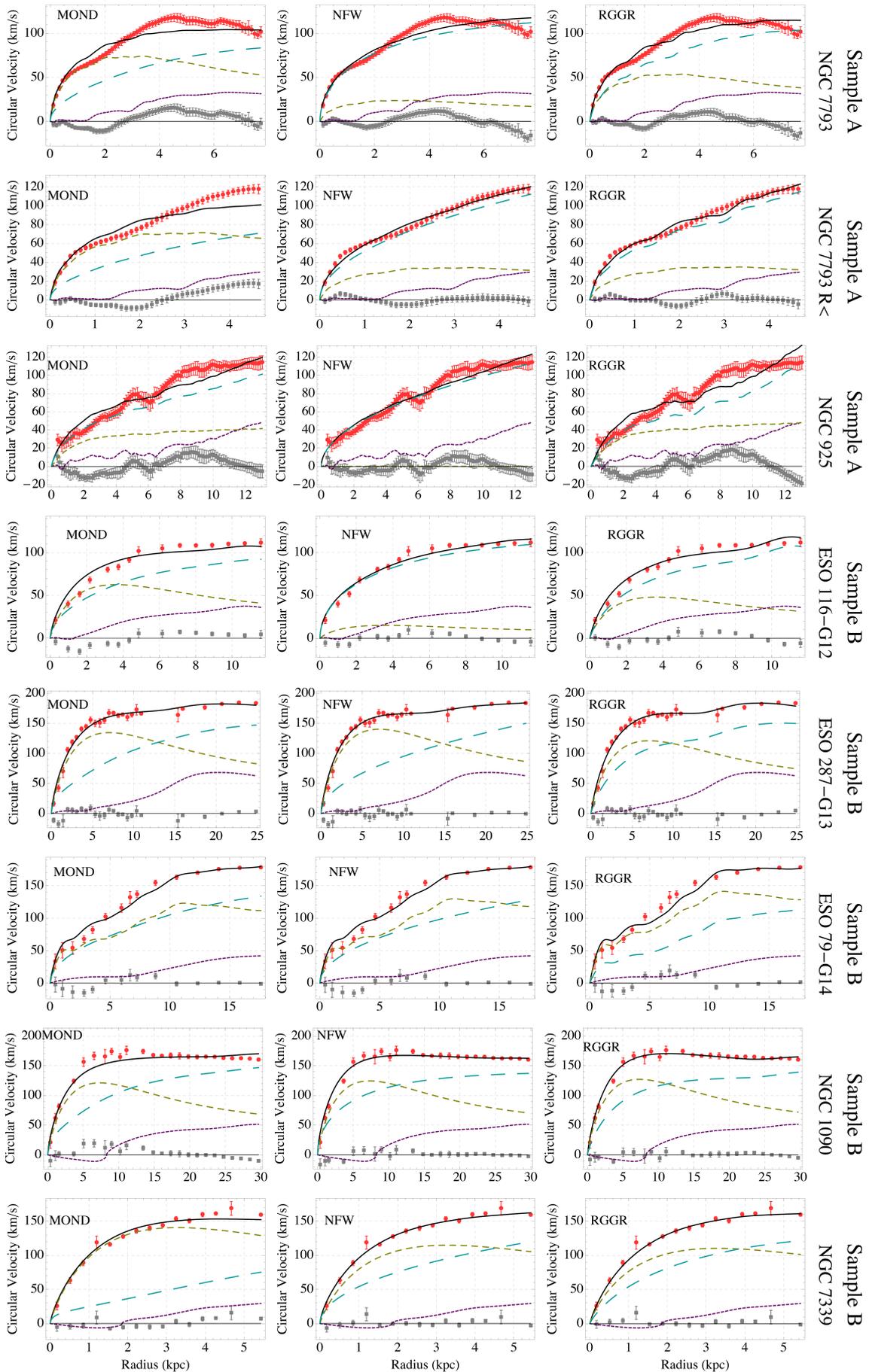
# **Apêndice B**

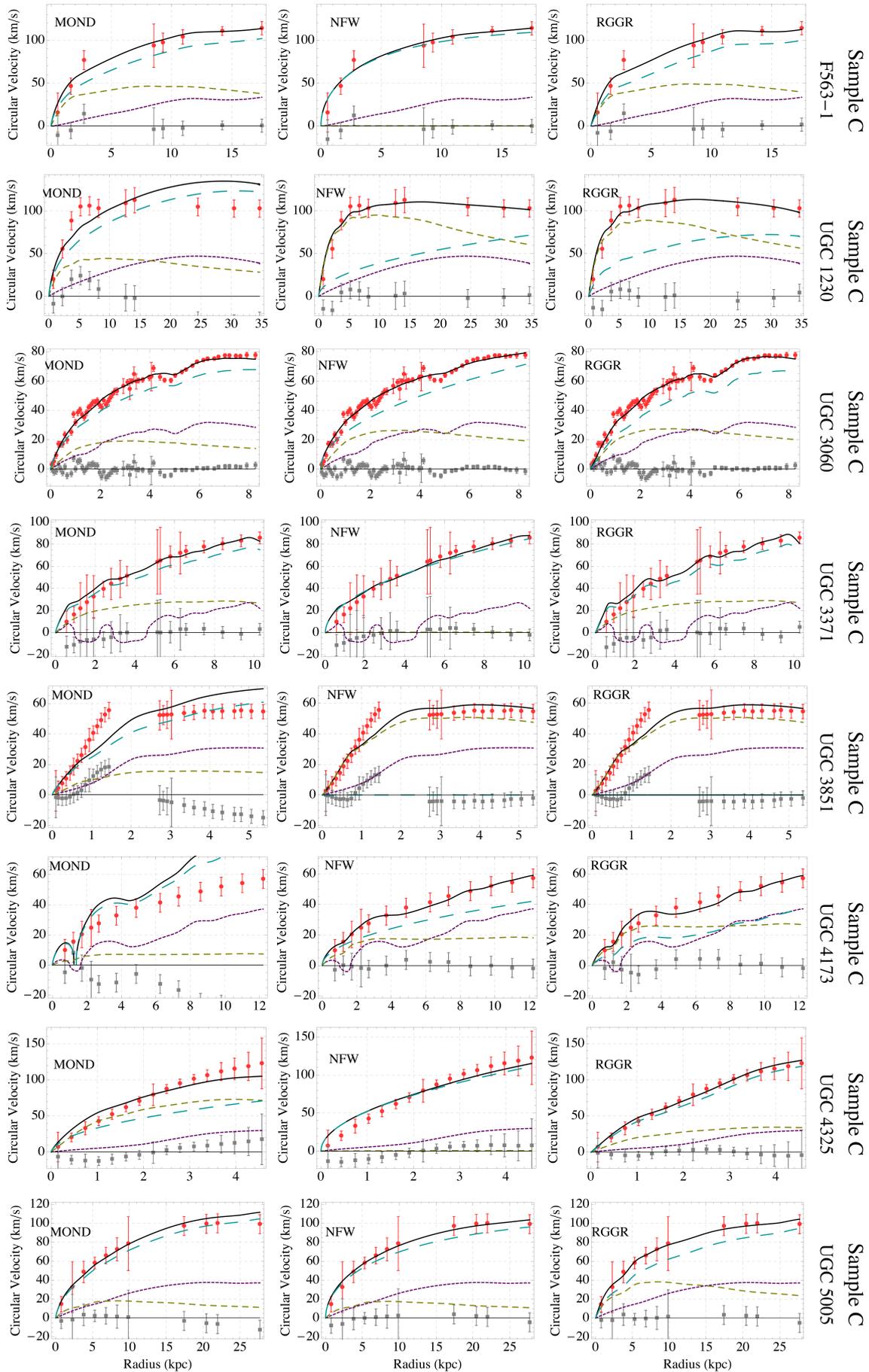
## **Gráficos**

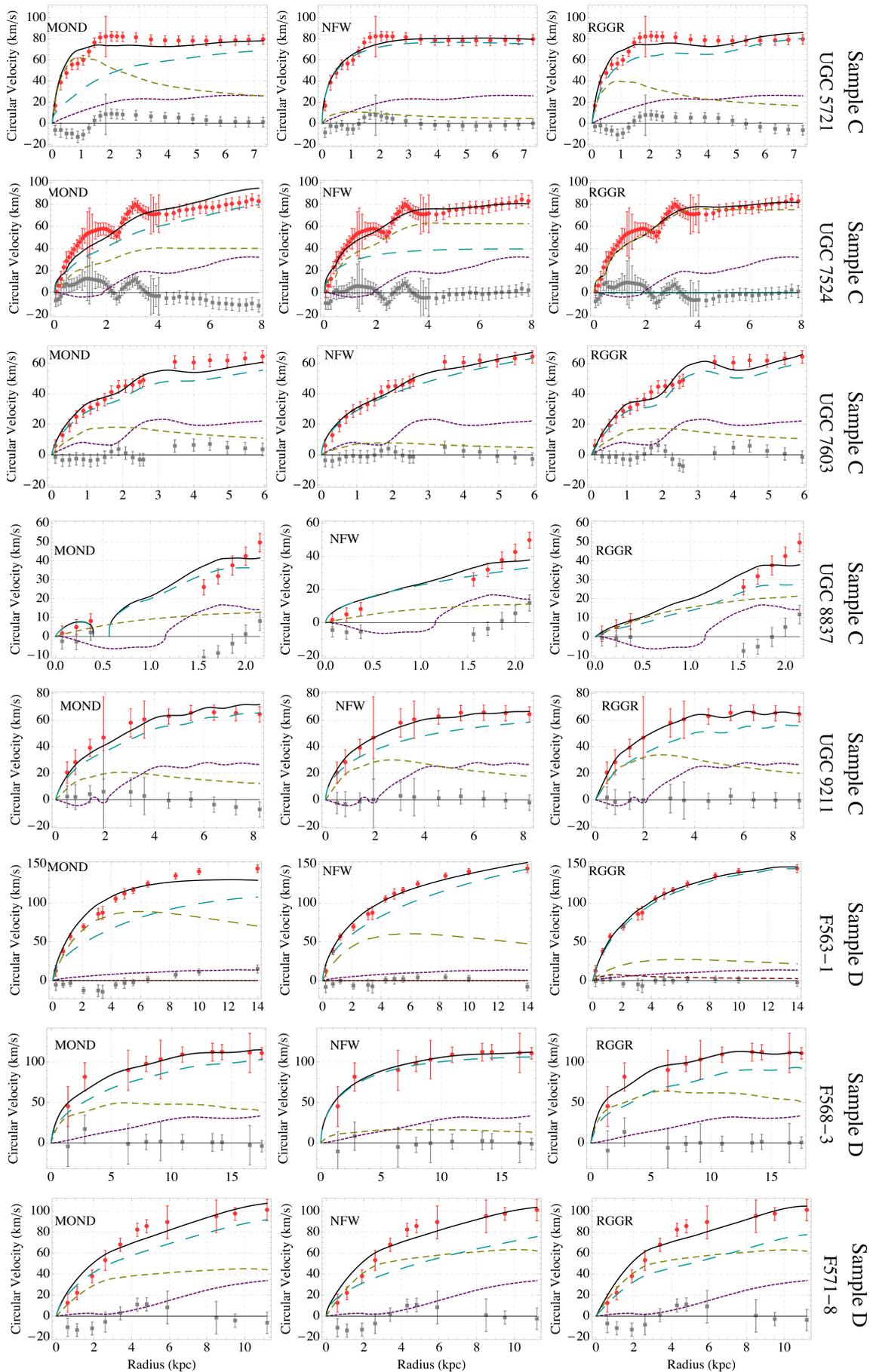
Neste apêndice mostramos os gráficos das curvas de rotação dos ajustes do modelos NFW, RGGR e MOND como tratados em (Rodrigues et al., 2014). Não mostramos aqui os gráficos das variações  $RGGR_{\delta}$  e  $MOND_{\delta}$  pois na maioria dos casos não há grande diferença visível entre o ajuste do modelo e o de sua versão com a distância variável. Em todos os gráficos a curva preta sólida é a curva de rotação total de cada modelo; A ciano tracejada e longa, a contribuição cada modelo; a roxa pontilhada, a contribuição do gás; e a verde oliva tracejada curta, a contribuição estelar. Os pontos em vermelho são a curva de rotação observada e suas barras de erro e os pontos cinza são a diferença entre os dados e a curva total em cada ponto.

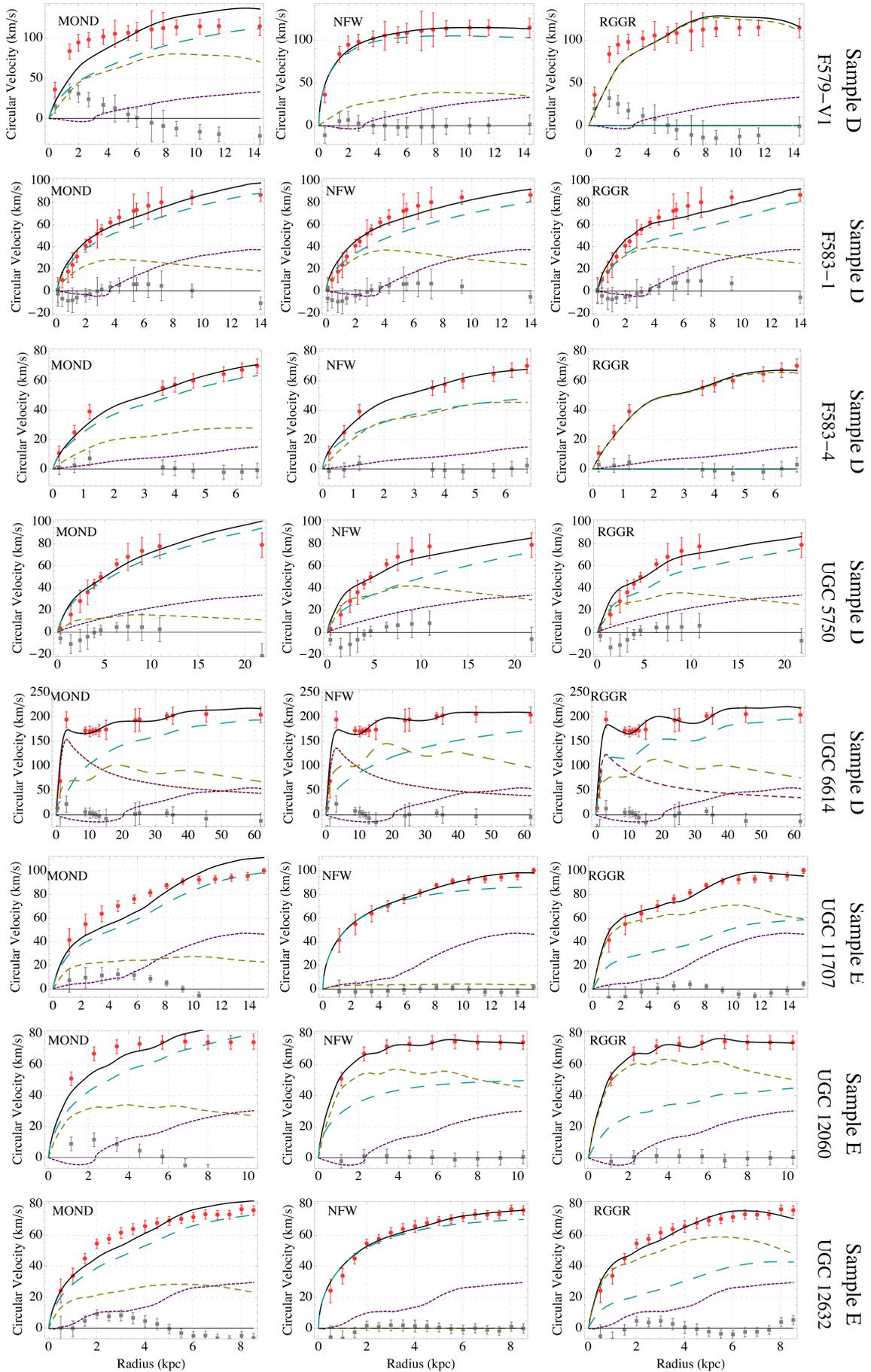


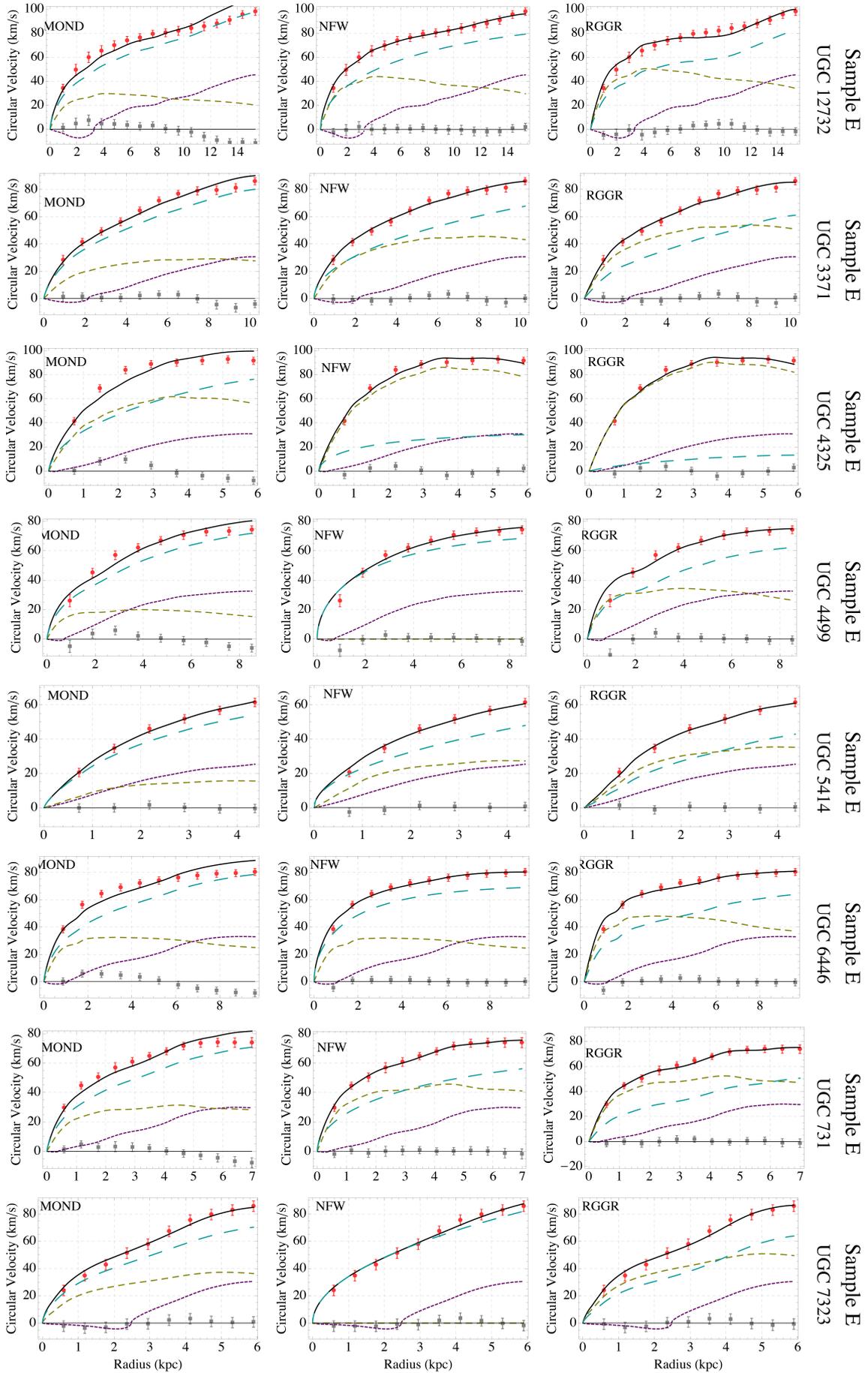


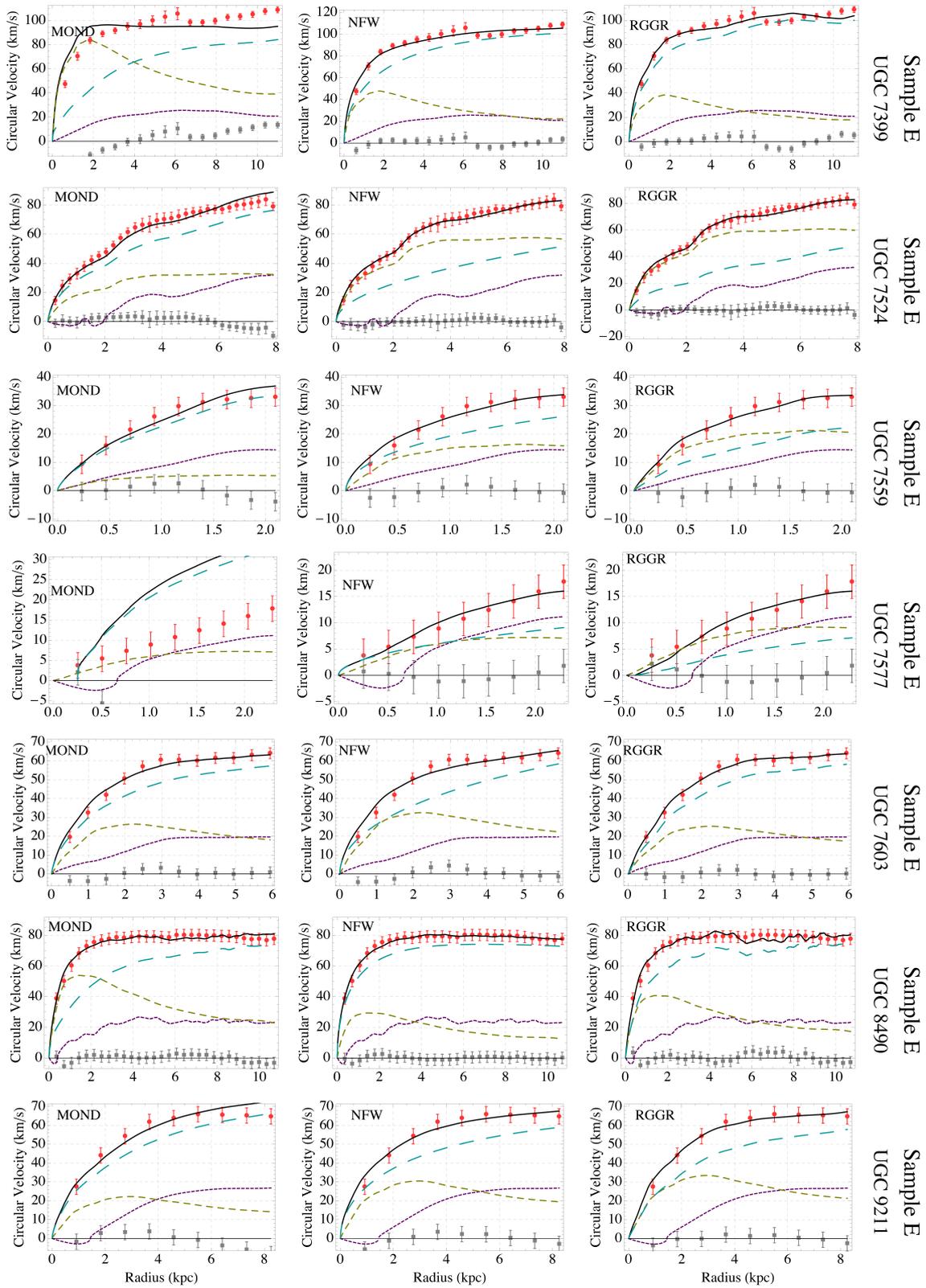












## Referências Bibliográficas

Adams, J. J. et al. Dwarf Galaxy Dark Matter Density Profiles Inferred from Stellar and Gas Kinematics. *Astrophys. J.*, v. 789, p. 63, jul. 2014.

Autermann, C. Experimental status of supersymmetry after the LHC Run-I. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, v. 90, p. 125–155, set. 2016.

Banik, N.; Sikivie, P. Cosmic Axion Bose-Einstein Condensation. *ArXiv e-prints*, jan. 2015.

Begeman, K. G. *HI rotation curves of spiral galaxies*. Tese (Doutorado) — Kapteyn Institute, 1987.

Bell, E. F.; de Jong, R. S. Stellar Mass-to-Light Ratios and the Tully-Fisher Relation. *Astrophys. J.*, v. 550, p. 212–229, mar. 2001.

Bertone, G.; Hooper, D.; Silk, J. Particle dark matter: evidence, candidates and constraints. *Physics Reports*, v. 405, p. 279–390, jan. 2005.

Bhattacharjee, P.; Chaudhury, S.; Kundu, S. Rotation Curve of the Milky Way out to ~200 kpc. *Astrophys. J.*, v. 785, p. 63, abr. 2014.

Bienaymé, O. et al. Weighing the local dark matter with RAVE red clump stars. *Astron. Astrophys.*, v. 571, p. A92, nov. 2014.

Binney, J.; Merrifield, M. *Galactic Astronomy*. [S.l.: s.n.], 1998.

Binney, J.; Tremaine, S. *Galactic Dynamics: Second Edition*. [S.l.]: Princeton University Press, 2008.

Blais-Ouellette, S.; Amram, P.; Carignan, C. Accurate Determination of the Mass Distribution in Spiral Galaxies. II. Testing the Shape of Dark Halos. *Astron. J.*, v. 121, p. 1952–1964, abr. 2001.

Bode, P.; Ostriker, J. P.; Turok, N. Halo Formation in Warm Dark Matter Models. *Astrophys. J.*, v. 556, p. 93–107, jul. 2001.

- Böhmer, C. G.; Harko, T. Can dark matter be a Bose Einstein condensate? *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, v. 6, p. 025, jun. 2007.
- Borriello, A.; Salucci, P. The dark matter distribution in disc galaxies. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 323, p. 285–292, maio 2001.
- Brownstein, J. R.; Moffat, J. W. Galaxy Rotation Curves without Nonbaryonic Dark Matter. *Astrophys. J.*, v. 636, p. 721–741, jan. 2006.
- Burch, B.; Cowsik, R. Properties of Galactic Dark Matter: Constraints from Astronomical Observations. *Astrophys. J.*, v. 779, p. 35, dez. 2013.
- Casertano, S. Rotation curve of the edge-on spiral galaxy NGC 5907: disc and halo masses. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 203, p. 735–747, maio 1983.
- Chemin, L.; de Blok, W. J. G.; Mamon, G. A. Improved Modeling of the Mass Distribution of Disk Galaxies by the Einasto Halo Model. *Astron. J.*, v. 142, p. 109, out. 2011.
- Cottingham, W. N.; Greenwood, D. A. *An Introduction to the Standard Model of Particle Physics*. 2. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 2007.
- Courteau, S. et al. Galaxy masses. *Reviews of Modern Physics*, v. 86, p. 47–119, jan. 2014.
- Dalfovo, F. et al. Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases. *Reviews of Modern Physics*, v. 71, p. 463–512, abr. 1999.
- de Almeida, Á. O. F.; Piattella, O. F.; Rodrigues, D. C. A method for evaluating models that use galaxy rotation curves to derive the density profiles. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 462, p. 2706–2714, nov. 2016.
- de Blok, W. J. G. The Core-Cusp Problem. *Advances in Astronomy*, v. 2010, p. 789293, 2010.
- de Blok, W. J. G.; Bosma, A. High-resolution rotation curves of low surface brightness galaxies. *Astron. Astrophys.*, v. 385, p. 816–846, abr. 2002.
- de Blok, W. J. G.; McGaugh, S. S. Testing Modified Newtonian Dynamics with Low Surface Brightness Galaxies: Rotation Curve FITS. *Astrophys. J.*, v. 508, p. 132–140, nov. 1998.
- de Blok, W. J. G. et al. Mass Density Profiles of Low Surface Brightness Galaxies. *Astrophys. J., Lett.*, v. 552, p. L23–L26, maio 2001.

- de Blok, W. J. G.; McGaugh, S. S.; Rubin, V. C. High-Resolution Rotation Curves of Low Surface Brightness Galaxies. II. Mass Models. *Astron. J.*, v. 122, p. 2396–2427, nov. 2001.
- de Blok, W. J. G.; McGaugh, S. S.; van der Hulst, J. M. HI observations of low surface brightness galaxies: probing low-density galaxies. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 283, p. 18–54, nov. 1996.
- de Blok, W. J. G.; van der Hulst, J. M.; Bothun, G. D. Surface photometry of low surface brightness galaxies. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 274, p. 235–255, maio 1995.
- de Blok, W. J. G. et al. High-Resolution Rotation Curves and Galaxy Mass Models from THINGS. *Astron. J.*, v. 136, p. 2648–2719, dez. 2008.
- de Boer, W.; Weber, M. The dark matter density in the solar neighborhood reconsidered. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, v. 4, p. 002, abr. 2011.
- de Oliveira, P. L. C.; de Freitas Pacheco, J. A.; Reinisch, G. Testing two alternative theories to dark matter with the Milky Way dynamics. *General Relativity and Gravitation*, v. 47, p. 12, fev. 2015.
- de Souza, J. C. C.; Pires, M. O. C. Discussion on the energy content of the galactic dark matter Bose-Einstein condensate halo in the Thomas-Fermi approximation. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, v. 3, p. 010, mar. 2014.
- de Souza, R. S. et al. The effect of a single supernova explosion on the cuspy density profile of a small-mass dark matter halo. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 415, p. 2969–2973, ago. 2011.
- de Swart, J. G.; Bertone, G.; van Dongen, J. How dark matter came to matter. *Nature Astronomy*, v. 1, p. 0059, mar. 2017.
- Debono, I.; Smoot, G. F. General Relativity and Cosmology: Unsolved Questions and Future Directions. *Universe*, v. 2, p. 23, set. 2016.
- Del Popolo, A. The Cusp/Core Problem and the Secondary Infall Model. *Astrophys. J.*, v. 698, p. 2093–2113, jun. 2009.
- Del Popolo, A. On the universality of density profiles. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 408, p. 1808–1817, nov. 2010.
- Del Popolo, A. Density profile slopes of dwarf galaxies and their environment. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 419, p. 971–984, jan. 2012.
- Del Popolo, A. On the density-profile slope of clusters of galaxies. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 424, p. 38–51, jul. 2012.

- Del Popolo, A. Non-baryonic dark matter in cosmology. In: Ureña-López, L. A.; Becerril-Bárceñas, R.; Linares-Romero, R. (Ed.). *American Institute of Physics Conference Series*. [S.l.: s.n.], 2013. (American Institute of Physics Conference Series, v. 1548), p. 2–63.
- Del Popolo, A. Nonbaryonic Dark Matter in Cosmology. *International Journal of Modern Physics D*, v. 23, p. 1430005, jan. 2014.
- Del Popolo, A.; Hiotelis, N. Cusps and cores in the presence of galactic bulges. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, v. 1, p. 047, jan. 2014.
- Del Popolo, A.; Le Delliou, M. Small Scale Problems of the  $\Lambda$ CDM Model: A Short Review. *Galaxies*, v. 5, p. 17, fev. 2017.
- Del Popolo, A. et al. A unified solution to the small scale problems of the  $\Lambda$ CDM model. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, v. 4, p. 021, abr. 2014.
- Del Popolo, A.; Pace, F. The Cusp/Core problem: supernovae feedback versus the baryonic clumps and dynamical friction model. *Astrophys. Space Sci.*, v. 361, p. 162, maio 2016.
- Desmond, H. The baryonic Tully-Fisher Relation predicted by cold dark matter cosmogony. *ArXiv e-prints*, abr. 2012.
- Di Cintio, A. et al. A mass-dependent density profile for dark matter haloes including the influence of galaxy formation. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 441, p. 2986–2995, jul. 2014.
- Di Cintio, A. et al. The dependence of dark matter profiles on the stellar-to-halo mass ratio: a prediction for cusps versus cores. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 437, p. 415–423, jan. 2014.
- Dodelson, S. *Modern cosmology*. [S.l.]: Academic Press, 2003.
- Dodelson, S. The Real Problem with MOND. *International Journal of Modern Physics D*, v. 20, p. 2749–2753, 2011.
- Donato, F. et al. A constant dark matter halo surface density in galaxies. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 397, p. 1169–1176, ago. 2009.
- Dwornik, M.; Keresztes, Z.; Gergely, L. Á. Rotation curves in Bose-Einstein Condensate Dark Matter Halos. *ArXiv e-prints*, dez. 2013.
- Famaey, B.; McGaugh, S. S. Modified Newtonian Dynamics (MOND): Observational Phenomenology and Relativistic Extensions. *Living Reviews in Relativity*, v. 15, p. 10, set. 2012.

- Farina, C. et al. Dynamics of the Laplace-Runge-Lenz vector in the quantum-corrected Newton gravity. *Phys. Rev. D*, v. 83, n. 12, p. 124037, jun. 2011.
- Flores, R. A.; Primack, J. R. Observational and theoretical constraints on singular dark matter halos. *Astrophys. J., Lett.*, v. 427, p. L1–L4, maio 1994.
- Freitas, R. C.; Gonçalves, S. V. B. Cosmological perturbations during the Bose-Einstein condensation of dark matter. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, v. 4, p. 049, abr. 2013.
- Gao, L. et al. The redshift dependence of the structure of massive  $\Lambda$  cold dark matter haloes. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 387, p. 536–544, jun. 2008.
- Garbari, S. et al. A new determination of the local dark matter density from the kinematics of K dwarfs. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 425, p. 1445–1458, set. 2012.
- Garrett, K.; Dūda, G. Dark Matter: A Primer. *Advances in Astronomy*, v. 2011, p. 968283, 2011.
- Gaskins, J. M. A review of indirect searches for particle dark matter. *Contemporary Physics*, v. 57, p. 496–525, out. 2016.
- Gentile, G. et al. Mass models from high-resolution HI data of the dwarf galaxy NGC 1560. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 406, p. 2493–2503, ago. 2010.
- Gentile, G. et al. The Dwarf Galaxy DDO 47 as a Dark Matter Laboratory: Testing Cusps Hiding in Triaxial Halos. *Astrophys. J., Lett.*, v. 634, p. L145–L148, dez. 2005.
- Gentile, G.; Famaey, B.; de Blok, W. J. G. THINGS about MOND. *Astron. Astrophys.*, v. 527, p. A76, mar. 2011.
- Gentile, G. et al. Universality of galactic surface densities within one dark halo scale-length. *Nature*, v. 461, p. 627–628, out. 2009.
- Gentile, G. et al. The cored distribution of dark matter in spiral galaxies. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 351, p. 903–922, jul. 2004.
- Gentile, G. et al. NGC 3741: the dark halo profile from the most extended rotation curve. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 375, p. 199–212, fev. 2007.
- Gibbons, S. L. J.; Belokurov, V.; Evans, N. W. ‘Skinny Milky Way please’, says Sagittarius. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 445, p. 3788–3802, dez. 2014.
- Gilmore, G.; Reid, N. New light on faint stars. III - Galactic structure towards the South Pole and the Galactic thick disc. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 202, p. 1025–1047, mar. 1983.

- Governato, F. et al. Bulgeless dwarf galaxies and dark matter cores from supernova-driven outflows. *Nature*, v. 463, p. 203–206, jan. 2010.
- Governato, F. et al. Cuspy no more: how outflows affect the central dark matter and baryon distribution in  $\Lambda$  cold dark matter galaxies. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 422, p. 1231–1240, maio 2012.
- Guzmán, F. S. et al. Stability of BEC galactic dark matter halos. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, v. 9, p. 034, set. 2013.
- Guzmán, F. S. et al. Rotation curves of rotating Galactic Bose-Einstein condensate dark matter halos. *Phys. Rev. D*, v. 89, n. 6, p. 063507, mar. 2014.
- Harko, T. Bose-Einstein condensation of dark matter solves the core/cusp problem. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, v. 5, p. 022, maio 2011.
- Holmberg, J.; Flynn, C. The local density of matter mapped by Hipparcos. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 313, p. 209–216, abr. 2000.
- Inoue, S.; Saitoh, T. R. Cores and revived cusps of dark matter haloes in disc galaxy formation through clump clusters. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 418, p. 2527–2531, dez. 2011.
- Iocco, F.; Pato, M.; Bertone, G. Evidence for dark matter in the inner Milky Way. *Nature Physics*, v. 11, p. 245–248, mar. 2015.
- Jarrett, T. H. et al. The 2MASS Large Galaxy Atlas. *Astron. J.*, v. 125, p. 525–554, fev. 2003.
- Kapteyn, J. C. First Attempt at a Theory of the Arrangement and Motion of the Sidereal System. *Astrophys. J.*, v. 55, p. 302, maio 1922.
- Karukes, E. V.; Salucci, P. The universal rotation curve of dwarf disc galaxies. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 465, p. 4703–4722, mar. 2017.
- Kormendy, J.; Freeman, K. C. Scaling Laws for Dark Matter Halos in Late-Type and Dwarf Spheroidal Galaxies. In: Ryder, S. et al. (Ed.). *Dark Matter in Galaxies*. [S.l.: s.n.], 2004. (IAU Symposium, v. 220), p. 377.
- Kormendy, J.; Freeman, K. C. Scaling Laws for Dark Matter Halos in Late-type and Dwarf Spheroidal Galaxies. *Astrophys. J.*, v. 817, p. 84, fev. 2016.
- Kormendy, J.; Kennicutt JR., R. C. Secular Evolution and the Formation of Pseudobulges in Disk Galaxies. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, v. 42, p. 603–683, set. 2004.

- Kroupa, P.; Pawlowski, M.; Milgrom, M. The Failures of the Standard Model of Cosmology Require a New Paradigm. *International Journal of Modern Physics D*, v. 21, p. 1230003, dez. 2012.
- Kuijken, K.; Gilmore, G. The mass distribution in the galactic disc. I - A technique to determine the integral surface mass density of the disc near the sun. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 239, p. 571–603, ago. 1989.
- Kulesa, A. S.; Lynden-Bell, D. The mass of the Milky Way Galaxy. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 255, p. 105–118, mar. 1992.
- Lelli, F.; McGaugh, S. S.; Schombert, J. M. The Small Scatter of the Baryonic Tully-Fisher Relation. *Astrophys. J., Lett.*, v. 816, p. L14, jan. 2016.
- Licquia, T. C.; Newman, J. A. Improved Estimates of the Milky Way's Stellar Mass and Star Formation Rate from Hierarchical Bayesian Meta-Analysis. *Astrophys. J.*, v. 806, p. 96, jun. 2015.
- Lin, D. N. C.; Jones, B. F.; Klemola, A. R. The motion of the Magellanic clouds, origin of the Magellanic Stream, and the mass of the Milky Way. *Astrophys. J.*, v. 439, p. 652–671, fev. 1995.
- Liu, J.; Chen, X.; Ji, X. Current status of direct dark matter detection experiments. *Nature Physics*, v. 13, p. 212–216, mar. 2017.
- Macciò, A. V. et al. The inner structure of haloes in cold+warm dark matter models. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 428, p. 882–890, jan. 2013.
- Magaña, J.; Matos, T. A brief Review of the Scalar Field Dark Matter model. In: *Journal of Physics Conference Series*. [S.l.: s.n.], 2012. (Journal of Physics Conference Series, v. 378), p. 012012.
- Mannheim, P. D.; O'Brien, J. G. Fitting galactic rotation curves with conformal gravity and a global quadratic potential. *Phys. Rev. D*, v. 85, n. 12, p. 124020, jun. 2012.
- Marsh, D. J. E. Axion cosmology. *Physics Reports*, v. 643, p. 1–79, jul. 2016.
- Martizzi, D.; Teyssier, R.; Moore, B. Cusp-core transformations induced by AGN feedback in the progenitors of cluster galaxies. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 432, p. 1947–1954, jul. 2013.
- McGaugh, S. S. The Mass Discrepancy-Acceleration Relation: Disk Mass and the Dark Matter Distribution. *Astrophys. J.*, v. 609, p. 652–666, jul. 2004.

- McGaugh, S. S.; Rubin, V. C.; de Blok, W. J. G. High-Resolution Rotation Curves of Low Surface Brightness Galaxies. I. Data. *Astron. J.*, v. 122, p. 2381–2395, nov. 2001.
- McGaugh, S. S. et al. The Baryonic Tully-Fisher Relation. *Astrophys. J., Lett.*, v. 533, p. L99–L102, abr. 2000.
- Milgrom, M. A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis. *Astrophys. J.*, v. 270, p. 365–370, jul. 1983.
- Milgrom, M. MOND laws of galactic dynamics. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 437, p. 2531–2541, jan. 2014.
- Mo, H.; van den Bosch, F. C.; White, S. *Galaxy Formation and Evolution*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2010.
- Moore, B. Evidence against dissipation-less dark matter from observations of galaxy haloes. *Nature*, v. 370, p. 629–631, ago. 1994.
- Moore, B. et al. Cold collapse and the core catastrophe. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 310, p. 1147–1152, dez. 1999.
- Moster, B. P.; Naab, T.; White, S. D. M. Galactic star formation and accretion histories from matching galaxies to dark matter haloes. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 428, p. 3121–3138, fev. 2013.
- Mukhanov, V. *Physical Foundations of Cosmology*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2005. 442 p.
- NAVARRO, J.; FRENK, C. S.; WHITE, S. The Structure of cold dark matter halos. *Astrophysical Journal*, v. 462, p. 563, 1996. ISSN 0004-637X.
- Navarro, J. F.; Frenk, C. S.; White, S. D. M. A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering. *Astrophys. J.*, v. 490, p. 493–508, dez. 1997.
- Navarro, J. F. et al. The diversity and similarity of simulated cold dark matter haloes. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 402, p. 21–34, fev. 2010.
- Nesti, F.; Salucci, P. The Dark Matter halo of the Milky Way, AD 2013. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, v. 7, p. 016, jul. 2013.
- Noordermeer, E. et al. The Westerbork HI survey of spiral and irregular galaxies. III. HI observations of early-type disk galaxies. *Astron. Astrophys.*, v. 442, p. 137–157, out. 2005.
- Oh, S.-H. et al. The Central Slope of Dark Matter Cores in Dwarf Galaxies: Simulations versus THINGS. *Astron. J.*, v. 142, p. 24, jul. 2011.

Oh, S.-H. et al. High-Resolution Dark Matter Density Profiles of THINGS Dwarf Galaxies: Correcting for Noncircular Motions. *Astron. J.*, v. 136, p. 2761–2781, dez. 2008.

Olling, R. P.; Merrifield, M. R. Luminous and dark matter in the Milky Way. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 326, p. 164–180, set. 2001.

Oman, K. A. et al. The unexpected diversity of dwarf galaxy rotation curves. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 452, p. 3650–3665, out. 2015.

Oman, K. A. et al. Missing dark matter in dwarf galaxies? *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 460, p. 3610–3623, ago. 2016.

Pawlowski, M. S. et al. On the Persistence of Two Small-scale Problems in  $\Lambda$ CDM. *Astrophys. J.*, v. 815, p. 19, dez. 2015.

Peirani, S.; de Freitas Pacheco, J. A. Mass determination of groups of galaxies: Effects of the cosmological constant. *New Astronomy*, v. 11, p. 325–330, jan. 2006.

Peirani, S. et al. Density profile of dark matter haloes and galaxies in the HORIZON-AGN simulation: the impact of AGN feedback. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 472, p. 2153–2169, dez. 2017.

Persic, M.; Salucci, P. Rotation Curves of 967 Spiral Galaxies. *Astrophys J., Suppl. Ser.*, v. 99, p. 501, ago. 1995.

Pires, M. O. C.; de Souza, J. C. C. Galactic cold dark matter as a Bose-Einstein condensate of WISPs. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, v. 11, p. 024, nov. 2012.

Planck Collaboration et al. Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters. *Astron. Astrophys.*, v. 594, p. A13, set. 2016.

Polido, P.; Jablonski, F.; Lépine, J. R. D. A Galaxy Model from Two Micron All Sky Survey Star Counts in the Whole Sky, Including the Plane. *Astrophys. J.*, v. 778, p. 32, nov. 2013.

Pontzen, A.; Governato, F. How supernova feedback turns dark matter cusps into cores. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 421, p. 3464–3471, abr. 2012.

Primack, J. R. Cosmology: small-scale issues. *New Journal of Physics*, v. 11, n. 10, p. 105029, out. 2009.

Read, J. I. The local dark matter density. *Journal of Physics G Nuclear Physics*, v. 41, n. 6, p. 063101, jun. 2014.

Ricotti, M. Dependence of the inner dark matter profile on the halo mass. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 344, p. 1237–1249, out. 2003.

- Ricotti, M.; Pontzen, A.; Viel, M. Is the Concentration of Dark Matter Halos at Virialization Universal? *Astrophys. J., Lett.*, v. 663, p. L53–L56, jul. 2007.
- Rocha, M. et al. Cosmological simulations with self-interacting dark matter - I. Constant-density cores and substructure. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 430, p. 81–104, mar. 2013.
- Rodrigues, D. C. Elliptical galaxies kinematics within general relativity with renormalization group effects. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, v. 9, p. 031, set. 2012.
- Rodrigues, D. C.; Chauvineau, B.; Piattella, O. F. Scalar-Tensor gravity with system-dependent potential and its relation with Renormalization Group extended General Relativity. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, v. 9, p. 009, set. 2015.
- Rodrigues, D. C. et al. Modified gravity models and the central cusp of dark matter haloes in galaxies. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 445, p. 3823–3838, dez. 2014.
- Rodrigues, D. C. et al. Evidence against cuspy dark matter haloes in large galaxies. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 470, p. 2410–2426, set. 2017.
- Rodrigues, D. C.; Letelier, P. S.; Shapiro, I. L. Galaxy rotation curves from general relativity with renormalization group corrections. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, v. 4, p. 020, abr. 2010.
- Rogstad, D. H.; Lockhart, I. A.; Wright, M. C. H. Aperture-synthesis observations of H I in the galaxy M83. *Astrophys. J.*, v. 193, p. 309–319, out. 1974.
- Saburova, A.; Del Popolo, A. On the surface density of dark matter haloes. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 445, p. 3512–3524, dez. 2014.
- Sakamoto, T.; Chiba, M.; Beers, T. C. The mass of the Milky Way: Limits from a newly assembled set of halo objects. *Astron. Astrophys.*, v. 397, p. 899–911, jan. 2003.
- Salucci, P. et al. The universal rotation curve of spiral galaxies - II. The dark matter distribution out to the virial radius. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 378, p. 41–47, jun. 2007.
- Sánchez-Salcedo, F. J. et al. Low-mass disc galaxies and the issue of stability: MOND versus dark matter. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 462, p. 3918–3936, nov. 2016.
- Sancisi, R. The visible matter – dark matter coupling. In: Ryder, S. et al. (Ed.). *Dark Matter in Galaxies*. [S.l.: s.n.], 2004. (IAU Symposium, v. 220), p. 233.

Sanders, R. H.; McGaugh, S. S. Modified Newtonian Dynamics as an Alternative to Dark Matter. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, v. 40, p. 263–317, 2002.

Scarano Jr., S. *Estudo de Curvas de Rotação de Galáxias Espirais: O Papel dos Warps e Utilização da Espectroscopia IFU*. Tese (Dissertação de Mestrado) — USP, 2003.

Simon, J. D. et al. High-Resolution Measurements of the Halos of Four Dark Matter-Dominated Galaxies: Deviations from a Universal Density Profile. *Astrophys. J.*, v. 621, p. 757–776, mar. 2005.

Sin, S.-J. Late-time phase transition and the galactic halo as a Bose liquid. *Phys. Rev. D*, v. 50, p. 3650–3654, set. 1994.

Sofue, Y. Rotation and mass in the Milky Way and spiral galaxies. *Publ. Astron. Soc. Japan*, v. 69, p. R1, fev. 2017.

Spano, M. et al. GHASP: an H $\alpha$  kinematic survey of spiral and irregular galaxies - V. Dark matter distribution in 36 nearby spiral galaxies. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 383, p. 297–316, jan. 2008.

Spergel, D. N.; Steinhardt, P. J. Observational Evidence for Self-Interacting Cold Dark Matter. *Physical Review Letters*, v. 84, p. 3760–3763, abr. 2000.

Stadel, J. et al. Quantifying the heart of darkness with GHALO - a multibillion particle simulation of a galactic halo. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 398, p. L21–L25, set. 2009.

Swaters, R. A. *Dark Matter in Late-type Dwarf Galaxies*. Tese (Doutorado) — Rijksuniversiteit Groningen, 1999.

Swaters, R. A.; Balcells, M. The Westerbork HI survey of spiral and irregular galaxies. II. R-band surface photometry of late-type dwarf galaxies. *Astron. Astrophys.*, v. 390, p. 863–878, ago. 2002.

Swaters, R. A. et al. The Central Mass Distribution in Dwarf and Low Surface Brightness Galaxies. *Astrophys. J.*, v. 583, p. 732–751, fev. 2003.

Swaters, R. A. et al. Are Dwarf Galaxies Dominated by Dark Matter? *Astrophys. J.*, v. 729, p. 118, mar. 2011.

Swaters, R. A.; Sanders, R. H.; McGaugh, S. S. Testing Modified Newtonian Dynamics with Rotation Curves of Dwarf and Low Surface Brightness Galaxies. *Astrophys. J.*, v. 718, p. 380–391, jul. 2010.

Swaters, R. A. et al. The Westerbork HI survey of spiral and irregular galaxies. I. HI imaging of late-type dwarf galaxies. *Astron. Astrophys.*, v. 390, p. 829–861, ago. 2002.

Tollet, E. et al. NIHAO - IV: core creation and destruction in dark matter density profiles across cosmic time. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, v. 456, p. 3542–3552, mar. 2016.

Toth, V. T. Self-gravitating Bose-Einstein condensates and the Thomas-Fermi approximation. *ArXiv e-prints*, fev. 2014.

van den Bosch, F. C.; Dalcanton, J. J. Semianalytical Models for the Formation of Disk Galaxies. II. Dark Matter versus Modified Newtonian Dynamics. *Astrophys. J.*, v. 534, p. 146–164, maio 2000.

van der Hulst, J. M. et al. Star formation thresholds in Low Surface Brightness galaxies. *Astron. J.*, v. 106, p. 548–559, ago. 1993.

van der Kruit, P. C. Truncations of stellar disks and warps of HI-layers in edge-on spiral galaxies. *Astron. Astrophys.*, v. 466, p. 883–893, maio 2007.

van der Kruit, P. C.; Freeman, K. C. Galaxy Disks. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, v. 49, p. 301–371, set. 2011.

Verde, L. Statistical Methods in Cosmology. In: Wolschin, G. (Ed.). *Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag*. [S.l.: s.n.], 2010. (Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag, v. 800), p. 147–177.

Weinberg, D. H. et al. Cold dark matter: Controversies on small scales. *Proceedings of the National Academy of Science*, v. 112, p. 12249–12255, out. 2015.

Yoachim, P.; Dalcanton, J. J. Structural Parameters of Thin and Thick Disks in Edge-on Disk Galaxies. *Astron. J.*, v. 131, p. 226–249, jan. 2006.

Zentner, A. R.; Bullock, J. S. Halo Substructure and the Power Spectrum. *Astrophys. J.*, v. 598, p. 49–72, nov. 2003.

Zhang, L. et al. The Gravitational Potential near the Sun from SEGUE K-dwarf Kinematics. *Astrophys. J.*, v. 772, p. 108, ago. 2013.

Zlosnik, T. G.; Ferreira, P. G.; Starkman, G. D. Modifying gravity with the aether: An alternative to dark matter. *Phys. Rev. D*, v. 75, n. 4, p. 044017, fev. 2007.

Zwicky, F. Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln. *Helvetica Physica Acta*, v. 6, p. 110–127, 1933.