

# UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

#### KARLA DEMONER RIBEIRO

ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM PROTENSÃO EXTERNA

VITÓRIA 2018



#### KARLA DEMONER RIBEIRO

## ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM PROTENSÃO EXTERNA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, na área de concentração em Estruturas.

Orientador: Prof<sup>a</sup> Dra. Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani.

VITÓRIA 2018

## Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP) (Biblioteca Setorial Tecnológica, Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

Ribeiro, Karla Demoner, 1977-

R484a

Análise e dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa / Karla Demoner Ribeiro. – 2018.

198 f.: il.

Orientador: Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani. Coorientador: Lorenzo Augusto Ruschi e Luchi. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

- 1. Aço Estruturas. 2. Vigas de concreto protendido. 3. Vigas mistas. 4. Programas de computador. 5. Protensão externa.
- 6. Metodologia de dimensionamento. I. Calenzani, Adenilcia Fernanda Grobério. II. Luchi, Lorenzo Augusto Ruschi e.
- III. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Tecnológico. IV. Título.

CDU: 624

## UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

## ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM PROTENSÃO EXTERNA

#### Karla Demoner Ribeiro

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Civil do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de Estruturas.

Aprovada no dia 29 de junho de 2018 por:

Profa. Dra. Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani Doutora em Engenharia de Estruturas Orientadora - UFES

> Prof. Dr. Lorenzo Augusto Ruschi e Luchi Doutor em Engenharia Civil - UFES Coorientador

Prof. Dr. Macksuel Soares de Azevedo Doutor em Engenharia de Estruturas Membro Interno - UFES

Profa. Dra. Ana Lydia Reis de Castro e Silva Doutora em Engenharia de Estruturas Examinadora Externa - UFMG Por meio de vídeo conferência

Dedico mais esta conquista aos meus pais, Edson e Penha, pelo apoio e carinho sempre dedicados.

#### **AGRADECIMENTOS**

A Deus, que é minha fortaleza e meu auxilio, sustentou-me, amparou-me e deu-me a disposição para vencer mais uma etapa.

Aos meus pais Edson Ribeiro e Maria da Penha Demoner Ribeiro, por sempre estarem comigo ao longo de todos os desafios, me encorajando e incentivando a superá-los.

A querida professora Doutora Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani, pela dedicação na orientação desde trabalho, pelo conhecimento transmitido e pela paciência comigo.

Aos professores do programa de pós-graduação em Engenharia Civil, pelo conhecimento passado nas disciplinas

Aos funcionários e colegas do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito Santo, pela imensa colaboração e apoio.

A FAPES (Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Espírito Santo), pela bolsa de estudo concedida.

Agradeço as queridas Luana Guio e Carol Rainha por toda ajuda no desenvolvimento do programa de calculo.

Aos meus amigos de profissão e familiares, que de alguma forma contribuíram para o desenvolvimento deste estudo.

#### **RESUMO**

A viga mista de aço e concreto é um sistema estrutural eficiente para suportar cargas gravitacionais de pisos e edifícios pela facilidade de construção e a redução de peso da viga de aço. Na busca por novos materiais e tecnologias construtivas observa-se que a protensão externa é uma das técnicas adotadas para melhorar o comportamento estrutural de um material. No Brasil, a aplicação da protensão em estruturas de aço e mistas de aço e concreto ainda não é usual, por ser uma técnica pouco difundida e pela falta de normas e formulações claras sobre o assunto. Existem estudos analíticos sobre vigas mistas biapoiadas protendidas, mas há uma carência na literatura de trabalhos que abranjam metodologias de dimensionamento. Esse trabalho visa discorrer sobre metodologias de análise e dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto biapoiadas com perfis de aço de seção "I" duplamente simétrica e monossimétrica utilizando a técnica de pré-tração. Foi desenvolvido um programa computacional para realizar a análise e o dimensionamento dessas vigas, com base na metodologia de cálculo da ABNT NBR 8800:2008 e na análise de tensões, sendo este devidamente aferido por meio de exemplo numérico resolvido manualmente. Com o uso do programa computacional, um estudo paramétrico foi realizado para analisar a influência do comprimento do vão, do grau de monossimetria da seção transversal do perfil de aço e da excentricidade da força de protensão na capacidade resistente das vigas. Os resultados da pesquisa indicam que embora a protensão tenha gerado uma melhora considerável no comportamento das vigas mistas à flexão, reduzindo o momento fletor solicitante e aumentando o momento fletor resistente, há pouca vantagem em relação a otimização do perfil de aço porque a força de protensão introduz tensões de compressão. Os efeitos da protensão foram bem mais benéficos para as vigas de perfil duplamente simétrico do que para as de perfil monossimétrico. Nessa pesquisa não foi possível concluir qual excentricidade proporciona a maior resistência a flexão pois não houve variação considerável na resistência ou na solicitação quando se variou esse parâmetro.

Palavras chaves: Vigas Mistas de Aço e Concreto Protendidas. Protensão Externa. Programa Computacional. Metodologia de Dimensionamento.

#### **ABSTRACT**

Steel and concrete composite beam is an efficient structural system to support gravitational loads of floors and buildings because it is ease to construction and it reduces the weight of the steel beam. Searching for new materials and constructive technologies, it was observed that the external prestressed is one of the techniques adopted to improve the structural behavior of a material. In Brazil, prestressed steel and concrete structures is still not widely used, because there is very little disclosure about it and there's a lack of clear norms and formulations about it. There are analytical studies on prestressed composite beams, but there is a lack of works in the literature about design methodologies. This work aims to discuss methodologies which deals with the analysis and the designing of steel and concrete composite beams simply supported with "I" steel sections double symmetrical and monosymmetric using the pre tensioning technique. A computational program was developed to perform the analysis and the desing of these beams, based on the calculation methodology of ABNT NBR 8800: 2008 and in the stresses analysis, which is tested comparing with a manually solved example. Using the computer program, a parametric study was carried out to analyze the influence of the length of the span, the degree of monosymmetry of the cross section of the steel profile and the eccentricity of the prestressing force in the resistant capacity of the beams. The results of the research indicate that although the prestressing has generated a considerable improvement in the behavior of the composite beams to the flexion, reducing the acting bending moment and increasing the resistant bending moment, there was little advantage in relation the to the optimization of the steel profile because the force of pretension introduces compression stresses. The effects of the prestressing were much more beneficial for the beams of double symmetrical profile than for the ones of monosymmetrical profile. In this research it was not possible to conclude which eccentricity provides the greatest flexural resistance since there was no considerable variation in resistance when there is variation in this parameter.

Keywords: Prestressing Composite Beams. Design Methodology. External Prestressing. Computational program.

#### **LISTA DE FIGURAS**

Figura 1.1 – Ponte Condet em viga mista de aço e concreto reforçada com proter	ısão
externa	19
Figura 1.2 – Variação da excentricidade de cordoalha externa com e sem carga	21
Figura 1.3 – Detalhe do desviador metálico	22
Figura 1.4 – Diagrama de tensões na viga mista pré-tracionada	25
Figura 1.5 – Diagrama de tensões na viga mista pós-tracionada	26
Figura 2.1 - Réplica da Ponte de Squire Whipple, foto de 2008	31
Figura 2.2 - Distribuição de tensões no perfil I simétrico	32
Figura 2.3 - Distribuição de tensões no perfil I monossimétrico	33
Figura 2.4 - Seção transversal do perfil I assimétrico	33
Figura 2.5 - Possíveis formas da seção transversal e a seção idealizada	34
Figura 2.6 - Distribuição de tensões no limite elástico para viga protendida	35
Figura 2.7 - Localização do cabo de protensão	36
Figura 2.8 - Distribuição de tensões no regime elástico	37
Figura 2.9 – Sem escoramento temporário	41
Figura 2.10 - Com escoramento temporário	42
Figura 2.11 - Largura efetiva da laje de concreto	43
Figura 2.12 - Determinação da largura efetiva	44
Figura 2.13 – Tipos de traçados retilíneos para cabos de protensão	50
Figura 2.14 - Tipos de traçados retilíneos para cabos de protensão	51
Figura 2.15 - Incremento de força no cabo com a carga aplicada	52
Figura 2.16 – Viga protendida com carregamento concentrado	53
Figura 2.17 – Carregamento concentrado e distribuído	54
Figura 2.18 - Traçado do cabo reto ao longo vão da viga	54
Figura 2.19 - Traçado do cabo reto com o comprimento Lp < L	55
Figura 2.20 - Traçado do cabo poligonal	56
Figura 2.21 – Distribuição de tensão – LNP no perfil de aço	58
Figura 2.22 – Distribuição de tensão - LNP na laje de concreto	61
Figura 2.23 – Viga isostática protendida	63
Figura 2.24 – Seção transversal da viga mista protendida	64
Figura 2.25 – Diagrama de Tensões – Efeito da retração	66
Figura 2.26 – Ensaio experimental da Viga de aço protendida	69

Figura 3.1 – Tela Inicial de abertura do programa de viga mista protendida	82
Figura 3.2 – Interface para dados gerais de entrada no programa	83
Figura 3.3 – Interface para dados da laje e dos conectores	84
Figura 3.4 – Interface para dados de entrada do perfil de aço	85
Figura 3.5 – Interface para dados do cabo de protensão	86
Figura 3.6 – Tela de verificação dos conectores de cisalhamento	87
Figura 3.7 – Tela de verificação dos conectores de cisalhamento	88
Figura 3.8 –Tela com interface para inclusão dos carregamentos	89
Figura 3.9 – Tela com aviso de flecha negativa	90
Figura 3.10 – Tela com as flechas verificadas	90
Figura 3.11 – Interface para inclusão dos dados para dimensionamento	91
Figura 3.12 – Primeira tela de resultados exibida na interface do programa	92
Figura 3.13 – Segunda tela de resultados exibida na interface do programa	92
Figura 3.14 – Exemplo de aferição	94
Figura 4.1 – Croqui esquemático de distribuição das vigas (unid. m)	98
Figura 4.2 – Croqui esquemático da seção transversal no meio da viga mista	
protendida (unid: mm)	99
Figura 4.3 – Nomenclatura dos modelos de viga mista protendidas	99
Figura 4.4 – Croqui esquemático com os carregamentos aplicados aos modelos	
estudados	106
Figura 4.5 – Gráfico do M <sub>Rd2</sub> versus vão para e <sub>p</sub> = 730mm	109
Figura 4.5 – Gráfico do $M_{Rd2}$ versus vão para $e_p$ = 730mm	
	111
Figura 4.6 – Gráfico do M <sub>Sd2</sub> versus vão para e <sub>p</sub> = 730mm	111 112
Figura 4.6 – Gráfico do M <sub>Sd2</sub> versus vão para e <sub>p</sub> = 730mm Figura 4.7 – Gráfico da monossimetria versus MRd2 para ep = 730mm	111 112 113
Figura 4.6 – Gráfico do M <sub>Sd2</sub> versus vão para e <sub>p</sub> = 730mm	111 112 113 114
Figura 4.6 – Gráfico do M <sub>Sd2</sub> versus vão para e <sub>p</sub> = 730mm	111 112 113 114 115
Figura 4.6 – Gráfico do M <sub>Sd2</sub> versus vão para e <sub>p</sub> = 730mm	111 112 113 114 115 115
Figura 4.6 – Gráfico do M <sub>Sd2</sub> versus vão para e <sub>p</sub> = 730mm	111 112 113 114 115 115
Figura 4.6 – Gráfico do M <sub>Sd2</sub> versus vão para e <sub>p</sub> = 730mm	111 112 113 114 115 115 116
Figura 4.6 – Gráfico do M <sub>Sd2</sub> versus vão para e <sub>p</sub> = 730mm	111 112 113 114 115 116 116 125
Figura 4.6 – Gráfico do M <sub>Sd2</sub> versus vão para e <sub>p</sub> = 730mm	111 112 113 114 115 116 116 125 126
Figura 4.6 – Gráfico do M <sub>Sd2</sub> versus vão para e <sub>p</sub> = 730mm	111 112 113 114 115 116 116 125 126 127

Figura B.2 – Seção do Perfil de aços	154
Figura B.3 – Posição da LNP na seção do perfil de aço	157
Figura B 4 – Posição da LNE da seção mista de aço e concreto	158
Figura B.5 – Posição da LNE da seção transformada	160
Figura B.6 – Posição do hi e hs na seção do perfil aço	160

## **LISTA DE QUADROS**

Quadro 1.1 - Sequência de carregamento para Pré-tração	24
Quadro 1.2 - Sequência de carregamento para Pós-tração	25
Quadro 1.3 - Quadro comparativo das etapas de carregamento	26
Quadro 3.1 - Carregamentos aplicados	76
Quadro 3.2 - Coeficientes de ponderação (y) dos carregamentos	76
Quadro 3.3 – Dados da viga mista de aço e concreto protendida	93
Quadro 3.4 – Ações permanente e variáveis	94
Quadro 3.5 – Quadro comparativo dos resultados do exemplo numérico com o	
programa computacional	95
Quadro 4.1 – Dimensões dos perfis e grau de monossimetria	97
Quadro 4.2 – Modelos com a excentricidade ep de 730mm	100
Quadro 4.3 – Modelos com a excentricidade ep de 780mm	101
Quadro 4.4 – Modelos com a excentricidade ep de 630mm	102
Quadro 4.5 – Modelos sem a excentricidade ep	103
Quadro 4.6 – Fases de verificação da viga mista - ELU	105
Quadro 4.7 – Fases de verificação da viga mista - ELS	105
Quadro 4.8 – Análise da influência do vão	107
Quadro 4.9 – Influência da excentricidade - Razão Ld igual a 16	118
Quadro 4.10 – Influência da excentricidade - Razão Ld igual a 19	119
Quadro 4.11 – Influência da excentricidade - Razão Ld igual a 22	120
Quadro 4.12 – Influência da excentricidade - Razão Ld igual a 25	121
Quadro 4.13 – Influência da excentricidade - Razão Ld igual a 27	122
Quadro 4.14 – Influência da excentricidade - Razão Ld igual a 31	123
Quadro C.1 – Identificação dos modelos	186

#### **LISTA DE SÍMBOLOS**

- a altura da linha neutra na laje de concreto
- Aa área da seção transversal da viga de aço
- Atr área da seção transversal da viga mista
- Ap área da seção transversal do aço do cabo de protensão
- A<sub>p\_nec</sub> área do aço de protensão necessária
- A<sub>f</sub> área da seção transversal da mesa do perfil de aço
- Aw área da seção transversal da alma do perfil de aço
- C<sub>ms</sub> coeficiente de momento
- C<sub>a</sub> força de compressão na viga de aço
- C<sub>c</sub> força de compressão na laje de concreto
- bef largura efetiva da laje de concreto
- b<sub>f</sub> largura da mesa do perfil de aço
- d altura total do perfil de aço
- E<sub>a</sub>- módulo de elasticidade da viga de aço ou mista conforme a aplicação
- E<sub>c</sub> módulo de elasticidade do concreto
- E<sub>p</sub> módulo de elasticidade do aço de protensão
- e<sub>p</sub> excentricidade do cabo em relação ao centro de gravidade da seção de aço ou da seção mista, conforme a técnica de protensão adotada
- $e_{p\_tr}$  excentricidade do cabo de protensão em relação ao centro de gravidade da seção mista
- $e_{p\_a}$  excentricidade do cabo de protensão em relação ao centro de gravidade da seção de aço
- f<sub>ck</sub> resistência característica do concreto
- f<sub>cd</sub> resistência de cálculo do concreto
- f<sub>v</sub> tensão de escoamento do aço
- f<sub>p</sub> tensão admissível à ruptura à tração do aço de protensão
- f<sub>vd</sub> tensão de escoamento do material da viga
- f<sub>pd</sub> resistência de cálculo do aço de protensão
- fa\_comp tensão axial de compressão crítica na ausência de flexão

fa\_s - tensão flexão admissível na ausência força axial

I - momento de inércia da seção bruta em relação ao centro de gravidade

la – momento de inércia da viga de aço

I<sub>tr</sub> – momento de inércia da viga mista

h<sub>f</sub> - altura da forma de aço incorporada L

- comprimento total da viga

Le - comprimento do cabo de protensão

M - momento resistido pela viga mista

 $M_{m\acute{a}s}$  - momento máximo devido ao peso próprio da estrutura e a sobrecarga de utilização

M<sub>min</sub> - momento mínimo (atua na estrutura no ato da protensão)

M<sub>n</sub> - momento resistente

M<sub>p</sub>- momento final de protensão

M<sub>g</sub>- momento fletor máximo referente ao peso próprio da viga considerando o coeficiente de segurança

Mu - momento solicitante, segundo o AISC

m<sub>s</sub> - parâmetro de monossimetria

n<sub>caboc</sub> – número de cabos de protensão

P - força de protensão

P<sub>más</sub> – força de protensão máxima

S – momento estático da seção em relação ao centro de gravidade da seção bruta, da parte da seção entre a borda e o ponto de estudo da tensão

T<sub>a</sub> – força de tração na viga de aço

T<sub>p</sub> – força de tração no cabo de protensão

t - espessura da seção no ponto de estudo da tensão

t<sub>c</sub> - altura da laje de concreto

 $\mathsf{t}_f$  - espessura da mesa do perfil de aço

tw - espessura da alma do perfil de aço

V – força cortante total devido aos carregamentos externos na seção em estudo

V<sub>RO</sub> - força cortante resultante no ato da protensão da viga de aço

V<sub>R1</sub> - força cortante resultante após a protensão da viga de aço

V<sub>0</sub> - força cortante devido aos carregamentos de peso próprio da estrutura e

sobrecarga de construção

V<sub>1</sub> - força cortante proveniente dos carregamentos de utilização da estrutura

Wa - módulo resistente elástico da viga de aço

y<sub>LN</sub> – linha neutra

y<sub>1</sub> - distância do centro de gravidade da viga de aço em relação à fibra superior

y<sub>2</sub> - distância do centro de gravidade da viga de aço em relação à fibra inferior

α - coeficiente do momento duplo produzido pelo cabo e pelo momento máximo

α<sub>p</sub> – angulo de inclinação do cabo de protensão

α<sub>m</sub> – parâmetro de monossimetria

 b - coeficiente de majoração da força de protensão para compensar as perdas de protensão

b<sub>c</sub> - Coeficiente de minoração para a força de protensão inicial

ðo – deslocamento decorrente do momento externo mínimo

ð<sub>1</sub> – deslocamento decorrente do momento externo máximo

ð<sub>11</sub> – alongamento devido à força de protensão unitária

ð<sub>1p</sub> - alongamento devido à aplicação da carga

ð<sub>p</sub> – deslocamento decorrente da força de protensão

 $\mathbf{y}_{\mathrm{p}}$  – coeficiente de segurança aplicado à força de protensão

o<sub>p</sub> - tensão máxima de tração do aço de protensão

o<sub>c</sub> – tensão na fibra superior

o<sub>i</sub> – tensão na fibra inferior

o<sub>cp</sub> – tensão no cabo de protensão

o - tensão resultante devido ao momento fletor

v<sub>más</sub> - tensão máxima cortante

m - coeficiente para a força de protensão máxima inicial

## SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	18
1.1.	GENERALIDADES	18
1.2.	TIPOS DE PROTENSÃO	19
1.2.1.	Protensão interna	20
1.2.2.	Protensão externa	21
1.3.	METODOLOGIA EXECUTIVA DE CONSTRUÇÃO	23
1.4.	TÉCNICAS DE PROTENSÃO	24
1.4.1.	Pré-tração	24
1.4.2.	Pós-tração	25
1.5.	JUSTIFICATIVA	27
1.6.	OBJETIVOS	27
1.6.1.	Objetivo geral	27
1.6.2.	Objetivos específicos	28
1.7.	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	29
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	30
2.1.	PROTENSÃO	30
2.2.	VIGAS DE AÇO PROTENDIDAS	30
2.3.	VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO PROTENDIDAS	39
2.3.1.	Influência do escoramento	41
2.3.2.	Largura efetiva da laje de concreto	43
2.3.3.	Conceitos fundamentais de vigas mistas de aço e concreto protendidas	44
2.3.3.1.	Cálculo da Força de Protensão inicial	45
2.3.3.2.	Metodologia de Saadatmanesh, Albrecht & Ayyub (1989-c)	45
2.3.3.3.	Metodologia de Vincenzo Nunziata (2004)	48
2.3.4.	Configuração do traçado dos cabos de protensão	49
2.3.4.1.	Cabo com Traçado Retilíneo	50
2.3.4.2.	Cabo com Traçado Poligonal	51
2.3.5.	Incremento da força de protensão	51
2.3.6.	Resistência ao momento fletor (região de momento positivo)	56

2.3.6.1.	Classificação da seção transversal57
2.3.6.2.	Cálculo do momento fletor resistente para viga mista protendida58
2.3.7.	Flexo-compressão62
2.3.8.	Estados limites de serviço62
2.3.9.	Tensões atuantes64
2.4.	Estado da arte
3.	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL73
3.1.	PROGRAMA DESENVOLVIDO73
3.1.1.	Ferramenta computacional utilizada73
3.1.2.	Rotinas de cálculos e corpo do programa74
3.1.3.	Abrangência e limitações do programa80
3.2.	PREMISSAS ADOTADAS PARA O DIMENSIONAMENTO DA VIGA80
3.3.	APRESENTAÇÃO DO PROGRAMA81
3.4.	AFERIÇÃO DO PROGRAMA93
4.	ESTUDO PARAMÉTRICO96
4.1.	MODELOS DA PARAMETRIZAÇÃO96
4.2.	METODOLOGIA UTILIZADA104
4.3.	ANÁLISE DOS RESULTADOS106
4.3.1.	Influência da razão entre o comprimento do vão e a altura do perfil de aço 107
4.3.2.	Influência do Grau de Monossimetria am111
4.3.3.	Influência da excentricidade
4.3.4.	Análise das Tensões
5.	
	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS
5.1.	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS
5.1. 5.2.	·
_	CONCLUSÕES128
<b>5.2.</b> 6.	CONCLUSÕES

APÊNDICE C – MODELOS ANALISADOS	.186
APÊNDICE D – MÉMÓRIA DE CÁLCULO	.189

## 1. INTRODUÇÃO

#### 1.1. GENERALIDADES

A história da construção mista está intimamente ligada ao desenvolvimento das estruturas de concreto e de aço. Nas construções mistas, o concreto foi inicialmente utilizado, no início do século XX, como material de revestimento, protegendo os perfis contra o fogo e a corrosão. Embora o concreto tivesse uma participação em termos estruturais, a contribuição de sua resistência era ignorada nos cálculos.

O desenvolvimento dos conectores de cisalhamento contribuiu significativamente para acelerar os avanços associados às vigas mistas. Hoje, vigas e lajes mistas são intensamente utilizadas em edifícios de múltiplos andares. Considera-se inclusive, que o sistema estrutural mais eficiente para suportar as cargas gravitacionais de piso e edifícios é a viga mista de aço e concreto, devido, principalmente, a facilidade de construção e a redução de peso da viga de aço.

A busca por novos materiais e novas tecnologias construtivas contribui para a competitividade no mercado da construção civil, que demanda estudos mais aprofundados. A protensão é um dos métodos adotados para melhorar o comportamento estrutural do material. Usualmente é adotada para compensar a deficiência de resistência à tração do concreto, porém, não se limita apenas a estruturas de concreto e pode ser aplicada a diferentes tipos de materiais.

A técnica de protensão tem sido utilizada com sucesso e alto nível de desenvolvimento técnico nas estruturas de concreto armado e nos elementos em concreto préfabricado. Porém, a técnica da protensão pode ser aplicada também nas estruturas de aço e nas estruturas mistas de aço e concreto resultando em elementos de grande eficiência estrutural sendo capaz de vencer grandes vãos e resistir a carregamentos elevados com um peso da estrutura reduzido. E também é muito interessante o seu uso quando se pensa em recuperação e/ou reforço de estruturas existentes que sofrem patologias severas tais como deterioração decorrente de agentes ambientais ou acréscimos nas cargas de serviço, como, por exemplo, uma ponte que experimenta um aumento de tráfego com o passar dos anos.

A Figura 1.1 apresenta um exemplo de utilização de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa na Indonésia, em uma ponte construída em 1989, ponte Condet. Após cinco anos de utilização com grande fluxo de veículos diariamente e alta porcentagem de caminhões pesados observou-se a necessidade de reforço na estrutura. Optou-se por utilizar a protensão externa por causar mínima interrupção ao tráfego, reduzindo o peso dos componentes adicionais, execução mais rápida com curta duração, baixos custos envolvidos e, também, se necessária, possibilidade de realização de novas operações de re-protensão dos cabos de forma rápida e conveniente (DARLY & WITARNAWAN, 2000).



Figura 1.1 – Ponte Condet em viga mista de aço e concreto reforçada com protensão externa

Fonte: Darly e Witarnawan (2000).

#### 1.2. TIPOS DE PROTENSÃO

Os elementos estruturais fletidos de concreto armado ou aço são solicitadas apenas quando a peça começa a se deformar. No caso dos elementos escorados, por exemplo, somente após a remoção do escoramento é que as fibras dessas peças passam a resistir aos esforços solicitantes, pois o escoramento não permite sua deformação. Entretanto o mesmo não se aplica a peças protendidas. Quando tracionadas por macacos hidráulicos, a armadura longitudinal, constituída por barras

de aço de protensão, comprime a peça provocando deformação estrutural, fazendo com que a peça seja solicitada apenas por esforços internos.

Os métodos para aplicação da protensão em estruturas de aço são diferentes e podem ser aplicados em toda a estrutura ou em parte de seus elementos estruturais. Quanto à localização dos cabos de protensão em relação à estrutura, pode-se classificar a protensão em interna e externa.

#### 1.2.1. Protensão interna

A protensão interna é o caso mais comum em vigas de concreto estrutural, podendo ser com aderência inicial (pré-tração), aderência posterior (pós-tração) ou sem aderência (pós-tração).

Em vigas com aderência inicial, as armaduras ativas com o uso de cordoalhas normalmente retas, por facilidade de execução, são tensionadas antes das concretagens das peças, utilizando apoios independentes. A transferência da protensão só é realizada após o endurecimento do concreto e as armaduras são liberadas dos apoios, comprimindo a peça. Nesse caso, a ancoragem é feita apenas pela aderência da armadura na peça.

Já na protensão com aderência posterior as armaduras ativas são tensionadas após a concretagem das peças, com o concreto já endurecido, e a aderência se dá posteriormente através da injeção de pasta de cimento na bainha. Quando a força de protensão é atingida, os cabos são ancorados por dispositivos especiais como placa de ancoragem, cunhas metálicas e porcas especiais.

Na protensão sem aderência, a protensão é aplicada a uma peça já endurecida sem que haja aderência entre os cabos e o concreto. A inexistência de aderência refere-se somente à armadura ativa e a passiva deve estar sempre aderente ao concreto.

Em todos os casos, os cabos com protensão interna apresentam uma excentricidade em relação ao centroide da seção que não varia conforme a deformação. Os cabos são mais protegidos das ações externas como fogo, corrosão e ações de vandalismo. Porém, a inspeção e a manutenção dessas estruturas são mais sofisticadas.

#### 1.2.2. Protensão externa

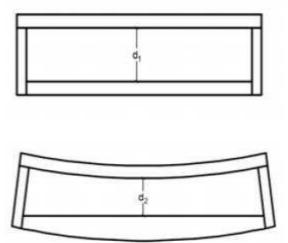
A protensão externa pode ser realizada tanto em peças de concreto estrutural quanto em peças de aço. São muito empregadas em reforços estruturais, podendo melhorar a capacidade de carga da estrutura, sem a necessidade de grandes intervenções.

A técnica pode ser caracterizada por cabos fora da área física ocupada pela seção transversal da estrutura. As forças são transmitidas para a estrutura apenas nos pontos de ancoragem e nos desviadores, não existindo aderência entre os elementos de protensão e a estrutura. (REIS, 2003).

A protensão externa pode apresentar variação na excentricidade das cordoalhas em relação ao centroide da estrutura com o aumento das deformações. Em cabos retos e sem desviadores, a variação da excentricidade é equivalente à deformação vertical da viga na seção.

Como pode ser observada na Figura 1.2, a variação da excentricidade pode diminuir o esforço de momento fletor causado pela protensão, causando efeitos de segunda ordem. Isso implica na redução da carga última das peças.

Figura 1.2 – Variação da excentricidade de cordoalha externa com e sem carga



Fonte: disponível em < <a href="http://bibing.us.es">http://bibing.us.es</a>>. Acesso em: 20 de dezembro de 2016.

Com o objetivo de combater esses efeitos, é vantajoso o uso de desviadores, como apresentado na Figura 1.3. Os desviadores mudam a trajetória do cabo e minimizam os efeitos de segunda ordem.



Figura 1.3 – Detalhe do desviador metálico

Fonte: Disponível em < http://web.set.eesc.usp.br >. Acesso em 20 de dezembro de 2016.

Para efeito de cálculo, a protensão externa pode ser avaliada como cabos não aderentes, desde que sejam desprezadas as forças de atrito nos desviadores e os efeitos de segunda ordem. (ALMEIDA, 2001).

As vantagens do sistema de protensão externa são:

- A ausência de bainhas facilita o processo construtivo, gerando agilidade na construção, além de possibilitar a redução das seções transversais, resultando em elementos estruturais mais leves e eficientes;
- As perdas de protensão por atrito são reduzidas, podendo até ser desprezadas no caso de cordoalhas engraxadas em tubos de polietileno;
- Os cabos externos têm traçados mais simples, assim como sua verificação após a instalação;
- Por serem externos, os cabos são facilmente inspecionáveis e podem ser reprotendidos ou até substituídos sem interromper a utilização da estrutura.

As desvantagens do sistema de protensão externa são:

Os cabos são expostos ao ambiente, estando sujeitos a incêndios, vandalismo
e a agressividade dos elementos químicos que causam corrosão e
deterioração do material;

- As cordoalhas sofrem vibrações quando seu comprimento livre é muito grande, logo precisam de um desenho cuidadoso e a presença de desviadores;
- Os desviadores são responsáveis por transmitir os esforços à estrutura, assim sua instalação deve ser feita com muita precisão para evitar falhas ou danos na estrutura;

Desta forma, observa-se que a maior vantagem da protensão externa está na facilidade de inspeção e de manutenção durante e após a protensão, além do traçado mais simples dos cabos e os detalhes construtivos mais simplificados.

#### 1.3. METODOLOGIA EXECUTIVA DE CONSTRUÇÃO

A técnica de protensão pode ser aplicada de acordo com diversas metodologias executivas, que dependendo da sequência construtiva adotada poderá influenciar significativamente na distribuição das tensões produzidas nos diferentes elementos da estrutura mista protendida. A seguir são citadas algumas dessas metodologias executivas:

- a) Aplica-se a protensão em toda a estrutura mista;
- b) Aplica-se a protensão somente na laje;
- c) Aplica-se a protensão somente na viga de aço;
- d) Aplica-se a protensão antes da solidarização dos materiais aço e concreto;
- e) Aplica-se a protensão após a solidarização dos materiais aço e concreto.

Ressalta-se, no entanto, que o presente estudo trata da aplicação de protensão externa em vigas mistas de aço e concreto em cabos de aço de alta resistência localizados apenas no perfil de aço antes da etapa de concretagem da laje.

Alguns aspectos gerais sobre as técnicas de pretensão e protensão que influenciam o dimensionamento da viga mista de aço e concreto, são mostrados na seção 1.4.

#### 1.4. TÉCNICAS DE PROTENSÃO

A aplicação da protensão nos perfis de aço de vigas mistas pode ser classificada como pré-tracionada (pré-tração) ou pós-tracionada (pós-tração). Para o caso de vigas mistas protendidas, entende-se como pré-tração a aplicação da protensão externa no perfil de aço antes do lançamento do concreto da laje e, como pós-tração a protensão externa realizada após a cura do concreto quando o comportamento misto na seção transversal já foi desenvolvido.

#### 1.4.1. Pré-tração

De acordo com Nouraeyan (1987), Troitsky, Zielinski & Nouraeyan (1989) e Quinaz (1993) para o caso de pré-tração a seção da viga de aço resiste sozinha aos carregamentos de: peso próprio, peso da laje de concreto, força de protensão e o incremento na força de protensão devido ao peso da laje. A a seção da viga mista resiste aos carregamentos de: carga permanente, incremento da força de protensão devido a carga permanente, ações variáveis como sobrecarga de utilização da estrutura e o incremento na força de protensão devido à sobrecarga de utilização.

O Quadro 1.1 apresenta a sequência de carregamento de acordo com as etapas de construção para a pré-tração e a Figura 1.4 apresenta o diagrama de distribuições das tensões na viga mista de acordo com a sequência de carregamento do Quadro 1.1.

Quadro 1.1 - Sequência de carregamento para Pré-tração

	Sequência de carregamento para Pré-tração	Seção Resistente
1	Peso da viga de aço	
2	Protensão dos cabos de aço	Seção da Viga de
3	Peso da laje de concreto	Aço
4	Incremento na força de protensão devido ao peso da laje	
5	Cargas permanentes	
6	Incremento da força de protensão devido à carga permanente	Seção da Viga
7	Ações variáveis como sobrecarga de utilização	Mista
8	Incremento na força de protensão devido a ações variáveis	

Fonte: Elaborado pela autora (2017).

Antes da cura

Depois da cura

TOTAL

L.N. aço

Viga de aço

Viga mista

Compressão Tração

Figura 1.4 - Diagrama de tensões na viga mista pré-tracionada

Fonte: Adaptado de Nouraeyan (1987).

#### 1.4.2. Pós-tração

Ainda de acordo com Nouraeyan (1987), Troitsky, Zielinski & Nouraeyan (1989) e Quinaz (1993) no caso de pós-tração a seção da viga de aço resiste sozinha somente aos carregamentos de: peso próprio e peso da laje de concreto. Enquanto que a seção da viga mista resiste aos carregamentos de: força de protensão, carga permanente, incremento da força de protensão devido a carga permanente, ações variáveis como sobrecarga de utilização e o incremento na força de protensão devido a ações variáveis.

O Quadro 1.2 apresenta a sequência de carregamento de acordo com as etapas de construção para a pós-tração e a Figura 1.5 apresenta o diagrama de distribuições das tensões atuantes na viga mista de acordo a sequência de carregamento do Quadro 1.2.

Quadro 1.2 - Sequência de carregamento para Pós-tração

	Sequência de carregamento para Pós-tração	Seção Resistente
1	Peso da viga de aço	Seção da Viga de
2	Peso da laje de concreto	Aço
3	Protensão dos cabos de aço	
4	Cargas permanentes	
5	Incremento da força de protensão devido à carga permanente	Seção da Viga Mista
6	Ações variáveis como sobrecarga de utilização	IVIIOLA
7	Incremento na força de protensão devido a ações variáveis	

Fonte: Elaborado pela autora (2017).

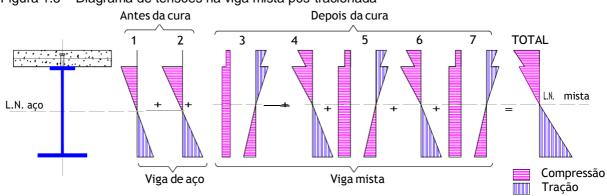


Figura 1.5 – Diagrama de tensões na viga mista pós-tracionada

Fonte: Adaptado de Nouraeyan (1987).

O Quadro 1.3 apresenta um comparativo dos estágios de carregamento de vigas mistas com protensão externa aplicando-se as técnicas de pré-tração e pós-tração. Pode-se observar que dependendo da técnica de protensão, a construção da viga mista protendida terá uma etapa a mais. As vigas pré-tracionadas possuem um estágio de carregamento a mais que as vigas pós-tracionadas. Esse estágio refere-se ao incremento da força de protensão, que para o primeiro caso ocorre após a aplicação do carregamento de peso próprio do concreto da laje e a atuação do carregamento final da estrutura e para o segundo caso ocorre somente após a atuação do carregamento final da estrutura. Evidentemente, quando se faz a recuperação e ou reabilitação de estruturas existentes utiliza-se a pós-tração.

Quadro 1.3 - Quadro comparativo das etapas de carregamento

Seção	Pré-tração	Pós-tração	Seção
0	(1) Peso próprio da viga de aço	(1) Peso próprio da viga de aço	Viga Aço
Viga Aço	(2) Protensão dos cabos de aço	(2) Peso próprio da laje de concreto	<u> </u>
Vig	(3) Peso próprio da laje de concreto	(3) Protensão dos cabos de aço	
	(4) Incremento na força de protensão	(4) Cargas permanentes	sta
~	(5) Cargas permanentes	(5) Incremento da força de protensão	Viga mista
Mista	(6) Incremento da força de protensão	(6) Sobrecarga de utilização	Vig
Viga	(7) Sobrecarga de utilização	(7) Incremento na força de protensão	
>	(8) Incremento na força de protensão		

Fonte: Elaborado pela autora (2017).

#### 1.5. JUSTIFICATIVA

Ainda hoje, na engenharia estrutural brasileira a cultura de utilização do concreto armado é fortemente predominante. Por outro lado, devido às suas grandes vantagens, o uso do aço vem crescendo rapidamente, principalmente em obras industriais e de infraestrutura. As estruturas mistas de aço e concreto mostram ser uma excelente solução estrutural pois, tiram proveito do que melhor esses materiais têm a oferecer, isto é, a resistência à compressão do concreto e a resistência à tração do aço.

Os benefícios do uso de protensão externa em vigas mistas de aço e concreto são decorrentes do seu potencial de utilização em grandes vãos de estruturas novas e na reabilitação/reforço de estruturas existentes.

O estudo de tecnologias que visem o melhor aproveitamento e utilização dos materiais, tornando os projetos mais econômicos e competitivos é de suma importância. Assim, se aliadas as vantagens da construção em estruturas mistas de aço e concreto com as vantagens da utilização da técnica de protensão, os resultados em relação à economia serão promissores.

Atualmente, vigas mistas protendidas são subutilizadas no Brasil devido ao pouco conhecimento do sistema e os seus métodos de dimensionamento. Existem estudos analíticos sobre vigas mistas biapoiadas protendidas, mas há uma carência na literatura de trabalhos que abranjam metodologias de dimensionamento. Este trabalho tem como motivação fornecer uma contribuição técnica e científica visando difundir o uso da protensão em vigas mistas de aço e concreto com perfis de aço I duplamente simétricos ou monossimétricos.

#### 1.6. OBJETIVOS

#### 1.6.1. Objetivo geral

O presente estudo tem como objetivo geral estudar metodologias para a análise e o dimensionamento na região de momentos positivos de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa constituídas por perfis de aço de seção "I" duplamente

simétricos ou monossimétricos (eixo de simetria no plano médio da alma) para a técnica de aplicação de pré-tração. Também, pretende-se comparar a resistência à flexão dessas vigas com a das vigas mistas sem protensão.

#### 1.6.2. Objetivos específicos

Os objetivos específicos consistem em:

- a) Elaborar uma revisão bibliográfica com as pesquisas mais recentes sobre vigas mistas de aço e concreto com protensão externa;
- b) Apresentar os conceitos fundamentais sobre o comportamento estrutural de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa;
- c) Propor um roteiro de cálculo para o dimensionamento de vigas mistas protendidas, com base nos critérios da ABNT NBR 8800:2008 para vigas mistas sem protensão, adaptando as equações de modo a incluir os efeitos da força de protensão;
- d) Propor um roteiro de cálculo para o dimensionamento de vigas mistas protendidas com base na metodologia de Nunziata (2004);
- e) Propor fluxogramas de cálculo conforme os roteiros de cálculo citados nas alíneas *c* e *d* que auxiliem no cálculo manual de vigas mistas de aço e concreto protendidas e que subsidiem a elaboração das ferramentas computacionais;
- f) Analisar a influência do valor da excentricidade dos cabos de protensão do parâmetro de monossimetria da seção transversal do perfil de aço e da razão entre o comprimento da viga e a altura do perfil de aço na capacidade resistente à flexão de vigas mistas de aço e concreto protendidas;
- g) Avaliar a resistência à flexão de vigas mistas protendidas em relação às não protendidas.

Para atingir os objetivos propostos, foi desenvolvido um programa computacional. Como resultado principal, a pesquisa contribui para o estado da arte sobre o comportamento e procedimentos de análise e dimensionamento de estruturas mistas

de aço e concreto com protensão externa, com vistas a subsidiar futuras investigações experimentais e o desenvolvimento de projetos.

## 1.7. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A dissertação foi dividida em cinco capítulos além de quadro APÊNDICES A, B, C e D que apresentam respectivamente, os fluxogramas de cálculo, o exemplo de validação, os modelos analisados e a memória de cálculo do programa computacional desenvolvido.

No primeiro capítulo apresenta-se uma introdução geral sobre a aplicação da protensão, os tipos de protensão e suas metodologias executivas, assim como a justificativa da pesquisa e os objetivos gerais e específicos norteadores do estudo.

O segundo capítulo contempla a revisão bibliográfica, com base em artigos científicos, dissertações de mestrado e teses de doutorado, para a assimilação de conceitos relativos à aplicação de protensão externa em estruturas (em particular nas estruturas de aço e mistas de aço e concreto) e ao dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa. É apresentado uma revisão bibliográfica das pesquisas relacionadas a este assunto.

No terceiro capítulo são discutidos todos os aspectos relevantes à elaboração do programa computacional de dimensionamento das vigas mistas de aço e concreto com protensão externa. As limitações e as telas principais do programa computacional são discutidas. Um exemplo numérico é proposto e utilizado na aferição do programa. O quarto capítulo apresenta um estudo paramétrico de uma série de vigas mistas de aço e concreto com e sem protensão externa, dimensionada com o programa aferido no capítulo 3. A geometria das vigas foi definida variando-se os valores da excentricidade dos cabos, da razão entre o comprimento do vão e a altura do perfil de aço e do parâmetro de monossimetria. O intuito foi avaliar influência dessas variáveis na resistência à flexão. Resultados e discussões a respeito dos modelos de parametrização são apresentados.

As conclusões dessa pesquisa e as sugestões para trabalhos futuros são apresentados no quinto capítulo.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é feita uma abordagem sobre o sistema de protensão descrito no item **2.1.** No item 2.2 é feito um breve relato do surgimento da protensão em vigas de aço e seus conceitos fundamentais. No item 2.3, a protensão em vigas mistas de aço e concreto e os conceitos fundamentais com base na norma e revisão bibliográfica são discutidos e, por fim no item 2.4 tem-se a revisão bibliográfica com as pesquisas nacionais e internacionais já desenvolvidas sobre esse assunto.

#### 2.1. PROTENSÃO

A palavra protensão, pré-tração, *prestressing* (Inglês), *précontrainte* (Francês), *precompresso* (Italiano) e similares em outros idiomas pode ser definida como o artifício de introduzir, numa estrutura, um estado prévio de tensões, de modo a melhorar sua resistência ou seu comportamento, sob ação de diversas solicitações. Com essa introdução inicial, pode-se definir que, o sistema de protensão cria tensões internas permanentes em uma estrutura de modo a melhorar o seu desempenho e reduzir as tensões normais de tração nas seções. Esse estado de tensões fornece solicitações opostas às das cargas decorrentes de seu uso, e como consequência, melhora a resistência ou o comportamento mecânico, equilibrando as tensões que prejudiquem o uso desejado.

A protensão geralmente envolve pelo menos dois materiais, o que causa a protensão e o que é submetido às tensões de compressão, que, atuando juntos, funcionam melhor que separadamente.

#### 2.2. VIGAS DE AÇO PROTENDIDAS

Os elementos de aço protendidos têm sido utilizados há algum tempo na construção de edifícios e pontes. Nos artigos técnicos e bibliografias pesquisados sobre esse assunto, constam que a protensão em estrutura de aço foi usada pela primeira vez em 1837, nos Estados Unidos por Squire Whipple que aplicou a protensão aos

elementos tracionados de treliça em ferro fundido que formavam o tabuleiro de uma ponte com o objetivo de torná-la mais resistente. A Figura 2.1 apresenta uma réplica da ponte construída pelos estudantes do "Union College Campus" em 1980 na cidade de Johnstown em Nova Iorque em comemoração à contribuição de Squire Whipple. Apenas a partir da década de 50 foram publicados artigos mais consistentes sobre a combinação de protensão e estruturas de aço (TROITSKY, 1990).



Figura 2.1 - Réplica da Ponte de Squire Whipple, foto de 2008

Fonte: Disponível em <a href="http://www.hmdb.org/Marker.asp?Marker=32344">http://www.hmdb.org/Marker.asp?Marker=32344</a>. Acesso em: 02 de novembro 2016).

A protensão atua em estruturas de aço reduzindo a tração em banzos tracionados e fazendo com que as duas mesas do perfil atinjam simultaneamente as tensões máximas admissíveis, possibilitando um maior aproveitamento da seção e consequentemente, economia de material uma vez que podem ser adotados perfis mais leves. Há também um maior controle das deformações (TROITSKY, 1990). Segundo Mukhanov (1968), a protensão de vigas de aço pode ser feita por meio de cabos ou barras de aço que devem ser colocados na região tracionada da viga. O cabo deve ser posicionado preferencialmente abaixo da mesa inferior da viga, de maneira que a tensão devida à protensão seja inicialmente neutralizada com a

atuação do carregamento externo e por esta razão, poderá ser aplicada uma carga maior sobre a viga. Ainda segundo Mukhanov (1968) com a protensão é possível ter uma economia de 10 a 18% de aço e com isso uma redução de custos de 5 a 15%. Além disso, é necessária a verificação da mesa inferior quanto à instabilidade encontrando-se a força máxima de protensão que poderá ser aplicada nessa mesa de forma que fique garantida a sua estabilidade.

As Figuras 2.2 e 2.3 ilustram a distribuição de tensões em duas vigas de seção transversal I, uma com perfil simétrico e outra com perfil monossimétrico (eixo de simetria no plano médio da alma), respectivamente, ambas com traçado de cabo retilíneo localizado abaixo da mesa inferior e com aplicação de carregamento externo.

LN Ρ Φ <u>P</u> <u>Mc</u> I Pec I + + Total Cabo de Protensão Excentricidade Carregamento Compressão Protensão Tração inicial do cabo de utilização Fonte: Adaptado do Troitsky (1990).

Figura 2.2 - Distribuição de tensões no perfil I simétrico

Observa-se pela Figura 2.3 que o perfil I monossimétrico é mais apropriado para aproveitar a seção da viga na sua capacidade máxima, pois permite atingir tensões máximas iguais em módulo nas fibras mais externas da seção transversal do perfil de aço. No entanto, ressalta-se que essas tensões não podem exceder a resistência de cálculo do aço.

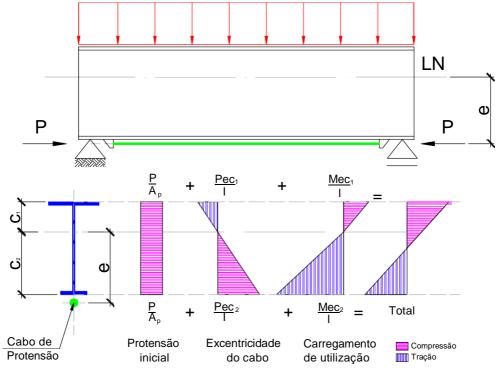
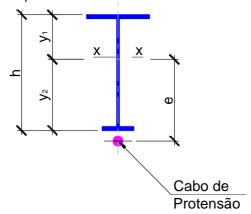


Figura 2.3 - Distribuição de tensões no perfil I monossimétrico

Fonte: Adaptado de Troitsky (1990).

Belenya (1977) recomenda que para as seções monossimétricas, o parâmetro de monossimetria ( $m_c$ ), dado pela razão entre as distâncias  $y_2$  e  $y_1$  na Figura 2.4, deve variar entre os valores de 1,5 a 1,7.

Figura 2.4 - Seção transversal do perfil I assimétrico



Fonte: Adaptado de Troitsky (1990).

Belenya (1977) e Troitsky (1990) indicam que uma seção é mais econômica quanto maior for sua altura e menor a espessura da alma, mas a altura da seção é limitada pelas premissas de projeto e pela estabilidade da alma.

As seções transversais das vigas protendidas de aço podem ser fabricadas em diferentes formas como mostra a Figura 2.5. Para vigas com vão médios, a mesa inferior pode ser composta por perfis laminados, tubos, cantoneira e perfil U entre outros. Segundo Sampaio Jr (1976), o uso de vigas de seção composta é feito quando as cargas envolvidas não permitem o uso de vigas laminadas por motivos de resistência ou de economia. Além disso, o uso de vigas de seção composta dá ao projetista a vantagem de poder selecionar as dimensões de cada uma das partes de seção transversal da viga, permitindo um dimensionamento mais racional.

As seções laminadas, em especial tubos, além de promover um melhor enrijecimento, apresentam um melhor desempenho a compressão durante o procedimento de protensão do cabo, e ainda fácil incorporação e proteção contra corrosão do cabo.

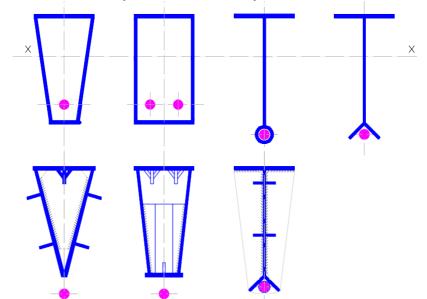


Figura 2.5 - Possíveis formas da seção transversal e a seção idealizada

Fonte: Adaptado de Troitsky (1990) e Sampaio Jr (1976).

Belenya (1977) ressalta que os diagramas de tensão normal na viga protendida por cabo de protensão diferem para as várias seções transversais ao longo do comprimento da viga como ilustrado na Figura 2.6. Com o cabo de protensão fixado na extremidade da viga, Belenya (1977) faz as seguintes observações:

- a tensão normal na seção AA é proveniente do somatório das tensões devido à força de protensão inicial, ao incremento da força de protensão devido à solicitação externa e ao momento gerado pela excentricidade da força de protensão, o que resulta em tensões de compressão, próximo ao cabo, e de tração nas fibras opostas da seção transversal, como mostra Figura 2.6. Não há momento fletor gerado pelo carregamento externo na seção AA.
- na seção BB as tensões apresentam um valor intermediário. O valor da tensão criada pelo momento fletor da força de protensão é igual ao valor do momento fletor obtido com o carregamento externo, nessa seção a viga apresenta compressão uniforme.
- e na seção transversal de máximo momento fletor provocado pelo carregamento externo, as tensões apresentam valores iguais, em módulo, ao da tensão de cálculo do aço estrutural, como mostra a seção CC da Figura 2.6; Há uma grande concentração de forças transmitidas pelo cabo de protensão nos pontos onde o mesmo é ligado a viga, por isso, é fundamental o enrijecimento nesses pontos. Quando o cabo é ancorado nos pontos externos da viga, a tensão nessa seção é composta por duas forças concentradas: reação vertical da estrutura e força de protensão do cabo.

Figura 2.6 - Distribuição de tensões no limite elástico para viga protendida

A B C Q Seção A-A Seção B-B Seção C-C

Σ σ - σ q σ P + σ P' Σ σ

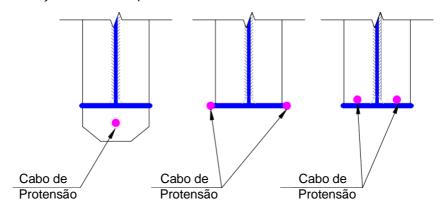
A B C C Compressão

Tração

Fonte: Adaptado de Belenya (1977).

O cabo de protensão disposto paralelamente à mesa inferior, ancorado em sistemas apropriados, com excentricidades constantes em relação ao centro de gravidade da seção transversal da viga, pode ser colocado acima, abaixo ou na altura do centro de gravidade da mesa inferior como indica a Figura 2.7.

Figura 2.7 - Localização do cabo de protensão.



Fonte: Adaptado de Sampaio Jr (1976).

Outros fatores que também influenciam o dimensionamento de vigas de aço protendidas são: o carregamento a ser aplicado; a variação da excentricidade do cabo de protensão em decorrência da aplicação das cargas externas, a natureza das tensões instaladas na viga (elástica, elasto-plástica, protensão aplicada em um único passo ou em vários), as características mecânicas do material e as perdas de protensão.

A capacidade resistente da viga durante o procedimento de protensão pode ser afetada quando o cálculo da resistência da mesa comprimida, como indica a equação (2.1) for inadequado, e quando não forem atendidas as condições de estabilidade local. Nessa etapa a mesa tracionada apresenta sempre uma tensão menor, pois as tensões devidas a protensão inicial, tensão axial (o<sub>p</sub>) e de flexão (o<sub>pe</sub>), são de sinais opostos.

$$o_{i,P} = -\frac{P}{A} - \frac{Pe}{W_2} \le f_y \tag{2.1}$$

onde P é a força de protensão, A é a área da seção transversal, e é a distância do cabo até o centro de gravidade,  $W_2$  é o módulo de resistência elástico em relação a fibra inferior da viga de aço e  $f_y$  é a resistência ao escoamento do aço.

A viga pode apresentar problemas quanto a instabilidade global durante a protensão caso não sejam providenciados travamentos laterais ou precauções necessárias para estabilização da estrutura. Além disso, pode-se ter problemas de instabilidade local da alma na zona de compressão, no lado do cabo de protensão, portanto, a estabilidade da alma deve ser verificada e se necessário deve ser enrijecida.

São dois os motivos do aumento da capacidade resistente da viga quando solicitada pelos carregamentos externos: a protensão cancela as tensões inicias da viga o que amplia o trecho de trabalho elástico linear e a viga com cabo de protensão se comporta como um sistema estaticamente indeterminado.

O cabo de aço utilizado para a protensão da viga é posicionado próximo às fibras tracionadas da viga e a tensão de tração a que os cabos estão submetidos compensa as tensões de compressão da viga, provocando assim um momento fletor adicional na distribuição interna das forças que alivia o momento fletor causado pelo carregamento externo.

Considera-se que para um dimensionamento ótimo e aproveitamento da capacidade máxima da viga protendida, uma ou mais seções solicitadas pelas cargas externas e pela protensão deve atingir o valor da resistência de cálculo do aço estrutural.

A distribuição final de tensões normais ou axiais em uma estrutura protendida é composta pelo seguinte somatório: tensão provocada pela força de compressão devida a protensão, tensão devido à flexão imposta pela excentricidade da força de protensão e tensão de flexão resultante do carregamento aplicado. A distribuição das tensões para uma viga metálica protendida considerando regime elástico e o máximo momento fletor devido ao carregamento de utilização está ilustrado na Figura 2.8, onde a 1ª etapa refere-se ao ato da protensão e a 2ª etapa a fase de utilização.

2ª Etapa 1ª Etapa Total σP  $\sigma_P$ σPe  $\sigma_{\mathsf{q}}$ **σ**P'e σg  $\Sigma \sigma = f_{vd}$  $\Sigma \sigma = f_{yd}$ P+P Compressão Tração Cabo de

Figura 2.8 - Distribuição de tensões no regime elástico

Fonte: Adaptado de Nelsen (2013).

As vigas protendidas de aço apresentam menores deslocamentos quando comparadas às vigas convencionais de aço. Entretanto, a protensão atua comprimindo a viga de aço, o que somado ao momento fletor, pode causar a instabilidade da estrutura, por isso é importante verificar a flambagem local das

chapas que formam o perfil e a flambagem global da peça. Há também a possibilidade de se prever em projetos travamentos laterais para se evitar a instabilidade global.

A tensão total na viga de aço protendida é resultante do somatório das tensões decorrentes das duas etapas de carregamento da viga como descrito a seguir:

1ª Etapa: Ato da protensão:

Nesta etapa, relativa à aplicação da força de protensão na estrutura, as cargas atuantes são o peso próprio da viga (g) e a força de protensão inicial (P).

Tensão devido à flexão provocada pelo peso próprio (o₂):

$$o_g = \frac{M_g}{W} \tag{2.2}$$

o Tensão axial referente à força de protensão inicial (o₂):

$$O_{P} = \frac{P}{A_{P}} \tag{2.3}$$

 Tensão provocada pela flexão devido à excentricidade da força de proteção inicial (o<sub>Pe</sub>):

$$o_{Pe} = \frac{Pe}{W} \tag{2.4}$$

onde  $A_p$  e e são, respectivamente, a área e a excentricidade do cabo de protensão,  $M_g$  é o momento fletor máximo devido ao peso próprio da viga e W é o módulo de resistência elástico do perfil de aço.

2ª Etapa: Utilização:

Atuam na 2ª etapa as cargas provenientes dos carregamentos externos, ou seja, as cargas de utilização da estrutura, além do incremento na força de protensão inicial (Pu) ocasionando pela aplicação do carregamento externo. Sendo geradas as seguintes tensões nessa etapa:

Tensão relativas à flexão provocada pela solicitação de utilização (o<sub>q</sub>):

$$o_{q} = \frac{M_{q}}{W} \tag{2.5}$$

o Tensão axial relativa ao incremento na força de protensão inicial (o
):

$$O_{p}' = \frac{P'}{A_{p}} \tag{2.6}$$

 Tensão devido à flexão ocasionada pelo incremento na força de protensão inicial (o<sub>Pue</sub>):

$$o_{Pue} = \frac{P'e}{W} \tag{2.7}$$

onde M<sub>g</sub> é o momento fletor máximo devido a cargas externas. Finalmente, as tensões totais em regime elástico podem ser determinadas pelas equações:

Tensão na fibra superior – comprimida (o<sub>c</sub>):

$$o_c = \frac{M_g + M_q}{W_1} - \frac{P + P^u}{A} - \frac{(P + P^u)e}{W_1} \le f_y$$
 (2.8)

Tensão na fibra inferior – tracionada (o<sub>i</sub>):

$$o_i = \frac{M_g + M_q}{W_2} - \frac{P + P'}{A} - \frac{(P + P^u)e}{W_2} \le f_y$$
 (2.9)

• Tensão no cabo de protensão (o<sub>cp</sub>):

$$o_{cp} = \frac{(P + P^u)}{A_p} \le f_p \tag{2.10}$$

onde  $o_c$  é a tensão na fibra superior,  $o_i$  é a tensão na fibra inferior,  $o_{cp}$  é a tensão no cabo de protensão  $f_y$  é a tensão de escoamento do aço e  $f_p$  é a tensão de escoamento do aço do cabo de protensão.

# 2.3. VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO PROTENDIDAS

Uma viga mista de aço e concreto protendida consiste basicamente em uma viga de aço conectada por meio de conectores de cisalhamento a uma laje de concreto (geralmente armada) com protensão aplicada ao longo da mesa por meio de cabos ou barras de aço de alta resistência. A utilização de viga mista de aço e concreto protendido é recente e vários estudos experimentais e analíticos têm sido realizados sobre esse assunto nos últimos anos, desde que o Departamento Federal de Rodovias dos Estados Unidos lançou, em 1986, um anuário contendo um inventário sobre os sistemas de pontes rodoviárias americanas. De acordo com esse relatório cerca de 40% das 575.607 pontes rodoviárias inventariadas necessitavam de intervenção, pois estavam estruturalmente deficientes ou funcionalmente obsoletas. Como alternativa para reforçar essas pontes estruturalmente deficientes sem ter que substituir as vigas estudou-se a possibilidade de se utilizar técnicas de protensão

externas. Este tipo de construção, segundo Saadatmanesh *et al.* (1990), oferece como vantagem:

- Aumenta a capacidade resistente da viga, pois há a adição de um momento decorrente do binário formado pelas forças de tração no cabo e de compressão na laje de concreto;
- Aumenta o comportamento elástico, pois a protensão induz tensões de compressão na mesa tracionada do perfil retardando o início do escoamento;
- Melhora a resistência à fadiga das vigas com ou sem fissuras, pois as tensões na mesa tracionada ficam sujeitas a ciclos de compressão e/ou baixa compressão durante a protensão;
- Reduz o peso de aço estrutural, pois a utilização do material é mais eficiente.
   Com a utilização de cordoalhas de alta resistência pode-se utilizar vigas com aço estrutural de menor resistência permitindo assim uma economia no peso total do aço.

As vigas mistas de aço e concreto protendidas podem ser usadas em vãos biapoiados e vãos contínuos. Para se conseguir um projeto econômico, é interessante realizar a protensão na região de momento positivo na viga de aço antes da moldagem da laje de concreto, pois o momento negativo introduzido pela força de protensão pode fissurar a laje de concreto. Se a viga for protendida após o concreto ser lançado, a magnitude da força de protensão deve ser tal que evite a fissuração da laje de concreto. Também, na região do momento negativo, a viga de aço deve ser protendida primeiro e então conectada ao sistema do piso do tabuleiro pré-moldado composto de painéis de concreto protendido na direção longitudinal do tabuleiro. A ligação entre a laje de concreto e a viga de aço é realizada por meio de grauteamento dos conectores de cisalhamento soldados sobre a viga. A protensão na região do momento negativo evita a fissuração devido às cargas de serviço e aumenta a rigidez da viga.

Outra abordagem para o protensão nas regiões de momento negativo seria a protensão da seção mista depois do concreto endurecido. No entanto, neste método, as tensões resultantes não são tão favoráveis como se a viga de aço e a laje de concreto fossem protendidos separadamente e depois conectados formando a seção mista.

As vigas mistas de aço e concreto podem ser executadas utilizando escoramentos temporários ou não. Assim, conhecer o tipo de método construtivo (com escoramento ou não) é importante pois influencia na análise e no dimensionamento de estruturas mistas.

#### 2.3.1. Influência do escoramento

No dimensionamento de estruturas mistas deve-se estabelecer se as mesmas serão escoradas ou não durante a fase de concretagem e no período de cura do concreto, que se supõe atingida quando o concreto alcança 75% de sua resistência característica à compressão,  $f_{ck}$ .

Na construção não escorada, durante a fase de construção, a viga de aço deve ser dimensionada para resistir sozinha a todos os esforços, pois o comportamento misto só se manifesta após a cura do concreto. O perfil de aço deve possuir capacidade resistente adequada para suportar não só o seu peso próprio como também o peso do concreto fresco e sobrecarga de construção. Completada a fase de cura do concreto, a seção passar a ser considerada mista e a partir desse momento todos os esforços serão resistidos pela seção mista. A Figura 2.9 mostra o comportamento de uma viga mista sem escoramento temporário.

Seção
Resistente

Estágio de Construção
(Somente peso próprio aplicado)

Carregamento Acidental aplicado

Distribuição de Tensões
Modelo Elástico

+

Compressão

Tração

Figura 2.9 – Sem escoramento temporário

Fonte: Elaboração da própria autora (2017).

Na construção escorada durante a fase de construção, o perfil de aço não sofre nenhuma solicitação até a retirada das escoras, que só poderá ser efetuada após o processo de cura do concreto. Somente após a cura do concreto, a seção passa a ser considerada mista e passa a resistir a todos os esforços solicitantes. A Figura 2.10 mostra o comportamento de uma viga mista com escoramento temporário.

Seção
Resistente

Vista Longitudinal

Distribuição de Tensões
Modelo Elástico

Estágio de Construção

+

Escoramento Removido
(Somente peso próprio aplicado)

+

Carregamento Acidental aplicado

Figura 2.10 - Com escoramento temporário

Fonte: Elaboração da própria autora (2017).

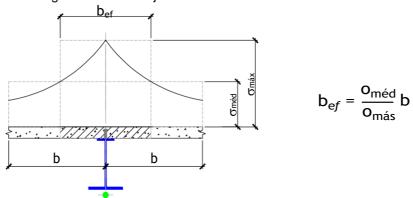
O escoramento temporário da viga durante a fase de construção pode ser utilizado para reduzir a flecha caudada pelas ações atuantes antes da cura e que continuam atuando após a cura. No entanto, um estudo desenvolvido por Viest *et al.*(1997), apud Safan & Kohoutková (2001), indicou que o escoramento temporário em vigas mistas não é justificável do ponto de vista econômico e construtivo. O escoramento temporário embora possa conduzir a um menor consumo de aço dos perfis das vigas

mistas causam despesas adicionais decorrentes dos custos de material, montagem e desmontagem do escoramento além de tornar o canteiro de obras mais tumultuado e com muitas obstruções (FAKURY et al, 2016).

## 2.3.2. Largura efetiva da laje de concreto

Quanto se tem um sistema de piso com vigas mistas pode-se admitir que este é formado essencialmente de uma série de vigas T paralelas com mesa larga e delgada. Ocorre uma transmissão de tensões de cisalhamento concentradas ao longo da conexão, por meio dos conectores de cisalhamento entre os elementos vigas e laje, sendo essa transmissão de tensões de cisalhamento a responsável pelo aumento de tensões normais na laje naquela região. Estas tensões diminuem gradativamente para ambos os lados. Para avaliar a rigidez efetiva das vigas de aço e determinar os valores das tensões máximas, continuando a utilizar as expressões da teoria de flexão geral, é comum recorrer ao artifício de considerar vigas mistas equivalentes, com banzos de largura reduzida.

Figura 2.11 - Largura efetiva da laje de concreto.



Fonte: Elaboração da própria autora (2017).

A determinação real da distribuição das tensões normais na mesa de concreto seria muito laboriosa e pesquisas baseadas na teoria da elasticidade demostraram que a relação b<sub>ef</sub>/b é muito complexa e depende da relação de b com o vão L, do tipo de carregamento, das condições de contorno, da posição da seção ao longo do vão, entre

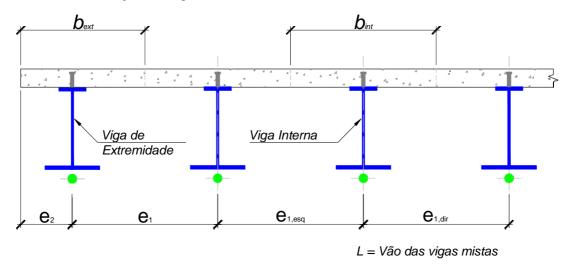
outras variáveis. Por isso, as normas fornecem expressões simplificadas para o cálculo da largura efetiva.

A ABNT NBR 8800:2008 recomenda que a largura efetiva da laje de concreto, de cada lado da linha de centro da viga, deve ser igual ao menor valor obtido dentre os seguintes itens:

- √ 1/8 do vão da viga mista, considerando entre linhas de centro dos apoios (L/8);
- ✓ metade da distância entre a linha de centro da viga analisada e a linha de centro
  da viga adjacente (e₁/2); ou
- ✓ distância da linha de centro da viga à borda de uma laje em balanço (e₂).

b
$$est = menor (8, e_2) + menor (8, 2)$$
b
$$L e_{1,ecq} L e_{1,dir}$$
b
$$int = menor (8, 2) + menor (8, 2)$$

Figura 2.12 - Determinação da largura efetiva.



Fonte: Elaboração da própria autora (2017)

## 2.3.3. Conceitos fundamentais de vigas mistas de aço e concreto protendidas

Saadatmanesh, Albrecht & Ayyub (1989-a, 1989-b, 1989-c) relatam que são vários os estudos analíticos sobre vigas mistas protendidas, mas há uma carência na literatura sobre trabalhos que abranjam as metodologias de projeto. Por isso, desenvolveram um estudo propondo diretrizes e equações para o projeto de vigas mistas protendidas em regiões com momentos fletores positivos e negativos. Também, Nunziata (2004)

publicou um livro com as diretrizes e formulações para a análise e dimensionamento de vigas de aço mistas protendidas.

# 2.3.3.1. Cálculo da Força de Protensão inicial

Pelas recomendações de Saadatmanesh, Albrecht & Ayyub (1989-c), o valor da força de protensão inicial é calculado multiplicando uma parcela do momento fletor máximo devido a todas as ações atuantes na viga mista por um coeficiente de minoração (þ<sub>c</sub>) para permitir o acréscimo na força de protensão causada pela ação dos carregamentos gravitacionais.

Pelas recomendações de Nunziata (2004), o valor da força de protensão inicial é calculado utilizando o momento máximo obtido apenas com o peso próprio da viga de aço e adotando-se um coeficiente de majoração (þ) à força de protensão inicial para compensar as perdas de protensão.

Destaca-se que o valor da força de protensão inicial calculada pelo método de Nunziata (2004) tende a ser maior que o valor obtido pelo método de Saadatmanesh, Albrecht & Ayyub (1989-c). Entretanto, pode-se afirmar que os dois procedimentos são aceitos, sendo importante analisar a situação em que a viga se encontra durante a etapa de aplicação da protensão e, nesse momento fazer as considerações dos valores de momento fletor máximo e da excentricidade do cabo de protensão (NELSEN, 2013).

A seguir são apresentados os dois métodos de cálculos para o valor da força de protensão inicial.

## 2.3.3.2. Metodologia de Saadatmanesh, Albrecht & Ayyub (1989-c)

Para Saadatmanesh *et al.* (1989-c), o projeto de vigas mistas protendidas com vãos biapoiados ou contínuos consiste nas seguintes etapas principais:

- 1. Fazer uma análise preliminar;
- 2. Realizar um projeto preliminar com base nos momentos calculados no passo 1 e escolher as dimensões do cabo e da seção transversal da viga mista;

- 3. Para cada combinação de carregamento, calcular a força axial no cabo e a força axial, força de cisalhamento e momento na viga mista;
- 4. Verificar as tensões normais na viga mista e nos cabos;
- 5. Projetar os conectores de cisalhamento;
- 6. Verificar outros aspectos do projeto, como cisalhamento da alma, flecha, etc.

Na etapa de análise preliminar, a viga mista é modelada de modo convencional. O momento fletor máximo (M<sub>mas</sub>) devido ao peso próprio mais a sobrecarga é calculado nas seções críticas das regiões de momento positivo e negativo por qualquer método adequado.

Na fase de projeto preliminar, o momento fletor externo é dividido em duas partes, sendo uma parte resistida somente pela viga mista e a outra parte resistida pela força do cabo de protensão em conjunto com a força axial da viga mista de valor igual, mas de sentido contrário à ação. Assim tem-se que:

$$M_{\text{mas}} = M + P_{\text{mas}} e_{\text{ptr}}$$
 (2.11)

onde M<sub>mas</sub> é o momento máximo devido ao peso próprio da estrutura mais sobrecarga de serviço, M é o momento resistente da viga mista, P<sub>mas</sub> é a força máxima do cabo e e<sub>ptr</sub> é a excentricidade do cabo de protensão em relação ao centroide da seção mista. O momento produzido pelo cabo de protensão pode ser expresso como uma fração do momento máximo conforme indicado na equação (2.12):

$$P_{\text{mas}}e_{\text{ptr}} = \alpha M_{\text{mas}}$$
 (2.12)

onde  $\alpha$  é o coeficiente do momento produzido pelo cabo e pelo momento máximo. De acordo com Saadatmanesh *et al.* (1989-c), dependendo do diâmetro e da excentricidade do cabo, o valor de  $\alpha$  pode variar aproximadamente de 20% a 50% para seções solicitadas por momento positivo (grande excentricidade do cabo) e de 10% a 30% para as seções sujeitas a momento negativo (pequena excentricidade do cabo).

Assim o projeto preliminar consiste nos seguintes passos:

1) Adotar um valor estimado para α.

2) Determinar uma seção transversal mista para resistir à parte do momento externo a ser suportada pela viga mista. Este momento (M) é obtido por:

$$M = (1 - \alpha) M_{\text{max}} \tag{2.13}$$

3) Calcular a força de protensão máxima do cabo da equação (2.12):

$$P_{mas} = \frac{\alpha M_{mas}}{e_{tr}}$$
 (2.14)

4) Selecionar a seção transversal do cabo:

$$A_{p} = \frac{P_{\text{mas}}}{f_{p}} \tag{2.15}$$

onde:  $A_P$  é a área do cabo de protensão e  $f_P$  é a tensão admissível à ruptura a tração do aço de protensão.

5) Estimar o valor da força de protensão necessária

$$P_0 = \beta_s P_{\text{max}} \tag{2.16}$$

onde:  $b_c$  é o coeficiente de minoração para a força de protensão inicial. Saadatmanesh *et.al* (1989-c) observa que o valor de  $b_c$  varia com as propriedades da seção transversal e da excentricidade do cabo de protensão e é sempre inferior a 1,0 para permitir o aumento da força do cabo causado pela aplicação das cargas gravitacionais.

6) Verificar se a força de protensão antes do lançamento do concreto não sobrecarrega a viga de aço durante a fase de construção, ou seja, não ultrapassa o limite de tensão da viga de aço conforme as recomendações do artigo 10.36 da AASHTO (1983)<sup>1</sup>.

$$\frac{\frac{P_{0}}{A_{a}}}{f_{a\_comp}} + \frac{\frac{P_{0}e_{pa}}{I_{a}}C_{ms}}{\frac{P_{0}}{(1 + \frac{A_{a}}{I_{e}})}f_{as}} \le 1,0$$
(2.17)

onde:  $A_a$  é a área da seção transversal da viga de aço,  $I_a$  é o momento de inércia da viga de aço,  $C_{ms}$  é o coeficiente do momento,  $\mathbf{f}_{a\_comp}$  é a tensão axial de compressão

-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> AASHTO **Standard specification for highway bridges.** (1983). Amer. Assoc, of State Highway and Transp. Officials, Washington, D.C.

admissível na ausência de flexão e  $f_{as}$  é a tensão de flexão admissível na ausência da força axial dada por:

$$f_{as} = \frac{n^2 E}{R^2}$$

onde: E é o módulo de elasticidade do aço e h é a esbeltez.

7) Protender separadamente a viga de aço e a laje de concreto na região do momento negativo para evitar a fissuração da laje sobre a ação das cargas de serviço.

## 2.3.3.3. Metodologia de Vincenzo Nunziata (2004)

Segundo Nunziata (2004), no momento de aplicação da protensão, a tensão máxima de compressão na face da mesa inferior da seção não pode ultrapassar o valor da resistência de cálculo do aço estrutural (f<sub>yd</sub>). Logo, para o cálculo da força de protensão P é necessário igualar o somatório das tensões decorrentes na viga à resistência de cálculo, como indicado na equação (2.18).

$$\frac{M_{g}}{W_{a}} - \frac{P b_{n} y_{p}}{A_{a}} - \frac{P b_{n} y_{p} e_{p\_a}}{W_{a}} = -f_{yd}$$
 (2.18)

Isolando a força de protensão P e passando os demais termos para o outro lado da igualdade temos:

$$P = \frac{f_{yd} + \frac{M_g}{W_a}}{\frac{b_n y_p}{A_a} + \frac{b_n y_p e_{p_a}}{W_a}}$$
(2.19)

onde: P é a força de protensão,  $f_{yd}$  é a resistência de cálculo do perfil de aço estrutural,  $M_g$  é o momento fletor máximo do peso próprio da viga considerando o coeficiente de segurança,  $W_a$  é o módulo de resistência elástico da viga de aço,  $e_{p_a}$  é a excentricidade do cabo de protensão em relação ao centro de gravidade da seção de aço,  $A_a$  é a área da viga de aço,  $y_p$  é o coeficiente de segurança aplicado à força de protensão e  $b_n$  é o coeficiente de majoração da força de protensão para compensar as perdas de protensão, segundo Nunziata (2004) o valor de b = 1,10

A força de protensão inicial é calculada para cada seção da viga, mas adota-se o menor valor para garantir que nenhuma seção supere a tensão admissível limite. Em

uma viga biapoiada, momento fletor máximo devido ao peso próprio da viga de aço ocorre na seção central, assim o menor valor para a força de protensão inicial será obtido na seção com maior excentricidade do cabo. A área de aço de protensão necessária para a aplicação da força de protensão é calculada conforme

$$A_{p\_nec} = \frac{P}{O_p} \tag{2.20}$$

onde: o<sub>p</sub> é a tensão máxima de tração do aço de protensão. Com a área de aço de um fio de protensão e a área total de aço de protensão necessária calcula-se a quantidade de cabos necessários (n<sub>caboc</sub>) com

$$n_{caboc} = \frac{A_{p\_nec}}{A_p} \tag{2.21}$$

Assim a força de protensão aplicada a cada cabo (P<sub>por cabo</sub>), considerando as perdas por protensão é aplicada conforme

$$P_{por\ cabo} = \frac{b_n P}{n_{caboc}}$$
 (2.22)

## 2.3.4. Configuração do traçado dos cabos de protensão

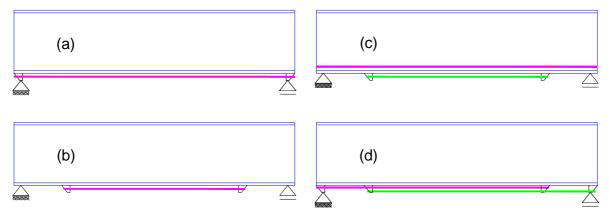
O traçado dos cabos de protensão é um parâmetro muito importante para a definição dos esforços na viga e deve ser projetado em função dos carregamentos atuantes. Belenya (1977) e Troitsky (1990) citam que o comportamento estrutural de uma viga protendida, seu projeto e desempenho econômico estão intimamente relacionados com a escolha mais adequada do tipo de traçado do cabo de protensão que poderá ser, dependendo das condições de projeto e em função dos carregamentos atuantes na estrutura, traçado reto ou poligonal.

A seguir são apresentadas considerações sobre o tipo de traçado de cabo retilíneo e poligonal, assim como a aplicação do seu comprimento que pode ser ao longo de todo o vão viga ou somente na parte central do vão.

## 2.3.4.1. Cabo com Traçado Retilíneo

Os cabos com traçado retilíneo ou reto são usualmente instalados abaixo da linha neutra da viga com o objetivo de maximizar a excentricidade. A Figura 2.13 auxilia no entendimento dos tipos possíveis de traçados retilíneo.

Figura 2.13 – Tipos de traçados retilíneos para cabos de protensão



Fonte: Adaptado de Belenya (1977).

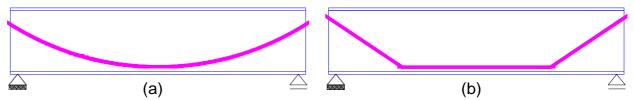
Em seu livro, Belenya (1977) descreve os tipos de arranjos possíveis para os traçados retilíneos de cabos para protensão. O arranjo ilustrado na Figura 2.13 (a) com o cabo de protensão aplicado ao longo de todo o comprimento da viga não é usual porque próximo aos apoios o cabo é desnecessário, uma vez que o momento fletor produzido pela solicitação é reduzido. Além disso, a presença desse cabo causa um estado de tensão indesejável próximo aos apoios. A utilização desse arranjo somente é justificável quando se deseja simplificar o detalhamento das ancoragens e dos dispositivos de protensão, ou ainda em vigas que precisam resistir a vibrações ou carregamentos dinâmicos.

O arranjo ilustrado na Figura 2.13 (b) com o cabo traçado ao longo do vão da viga e fixado no ponto onde a seção transversal da viga tem o momento fletor devido ao carregamento externo igual ao momento fletor devido à protensão é o traçado ideal. Já as configurações ilustradas na Figura 2.13 (c) e Figura 2.13 (d) são utilizadas para vigas com grandes vãos onde é possível sobrepor mais de um cabo de protensão nas seções que apresentam maiores momentos fletores para os carregamentos de serviço.

## 2.3.4.2. Cabo com Traçado Poligonal

A Figura 2.14 ilustra os tipos de traçados para os cabos poligonais. Em função da força de protensão aplicada, nos pontos de inflexão do cabo surgem componentes verticais com valores variáveis conforme a excentricidade do cabo.

Figura 2.14 - Tipos de traçados retilíneos para cabos de protensão



Fonte: Adaptado de Belenya (1977).

A força de protensão tem maior valor na seção com máximo momento fletor e, consequentemente, é onde o cabo apresenta maior excentricidade. Nos suportes, a excentricidade é mínima, entretanto, a inclinação do cabo na região de suporte resiste ao cisalhamento vertical, reduzindo ao mesmo tempo a tensão de cisalhamento na mesa.

A configuração com traçado poligonal é mais complicada, pois exige maior número de desviadores, além de detalhes construtivos específicos e maior consumo de material, uma vez que também se necessita um comprimento maior de cabo.

#### 2.3.5. Incremento da força de protensão

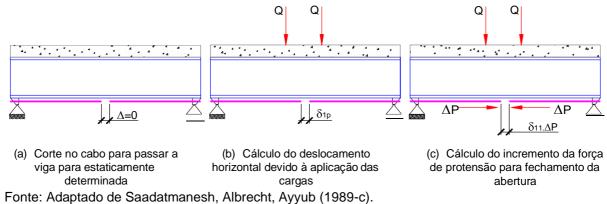
O cabo e a viga mista devem ser tratados como elementos separados na análise porque não é transferido nenhum cisalhamento longitudinal entre eles exceto nos pontos de ancoragem. Com a aplicação das cargas gravitacionais, assume-se um aumento no valor da força de protensão inicial, que varia conforme a configuração do cabo de protensão e a distribuição do carregamento. (SAADATMANESH *et al.*, 1989-c).

Esse aumento no valor da força de protensão inicial chamado de incremento da força pode ser calculado de várias maneiras, tais como: com a aplicação do princípio dos

trabalhos virtuais (Saadatmanesh, Albrecht, Ayyub, 1989-c e Troitsky, 1990); método do incremento da deformação (Saadatmanesh, Albrecht, Ayyub, 1989-a); ou pelo método dos elementos finitos.

Neste estudo optou-se por aplicar o princípio dos trabalhos virtuais como descrito por Saadatmanesh, Albrecht, Ayyub (1989-c). Primeiro, como mostrado na Figura 2.15 (a), é feito um corte no cabo para tornar a viga estaticamente determinada. A seguir, calcula-se o deslocamento relativo das extremidades do cabo no corte devido à carga aplicada Figura 2.15 (b). Posteriormente o incremento de força do cabo,  $\Delta P$ , é aplicado para fechar o intervalo Figura 2.15 (c).

Figura 2.15 - Incremento de força no cabo com a carga aplicada.



A condição de compatibilidade requer que o deslocamento relativo seja zero.

$$\delta_{11}\Delta P + \delta_{1p} = 0 \tag{2.23}$$

Onde: o  $\delta_{11}$  é o alongamento devido à força do cabo unitário e o  $\delta_{1p}$  é o alongamento devido à carga aplicada. Os alongamentos podem ser calculados por meio do princípio dos trabalhos virtuais conforme:

$$\tilde{\delta}_{1p} = f \frac{e_p M_s}{E_a I_a} dx = \frac{e_p}{E_a I_a} f M_s d_s$$
(2.24)

$$\tilde{O}_{11} = \mathbf{f}^{L} \frac{e^{\beta}}{O} \frac{dx}{E_{a} I_{a}} dx + \mathbf{f}^{L} \frac{1}{O} \frac{1}{E_{a} A_{a}} dx + \mathbf{f}^{L} \frac{1}{O} \frac{1}{E_{p} A_{p}} dx$$
(2.25)

onde  $M_s$  é o momento devido à carga aplicada,  $e_p$  é a excentricidade do cabo em relação ao centro de gravidade da seção de aço ou da seção mista, conforme a técnica de protensão adotada,  $E_a$  é o módulo de elasticidade da viga de aço ou mista,  $E_p$ é o

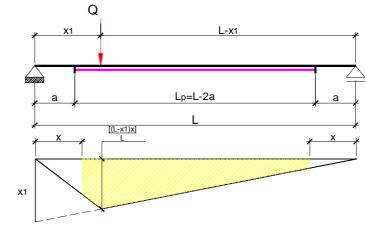
módulo de elasticidade do cabo, L é o comprimento do cabo,  $I_a$  é o momento de inércia da viga de aço ou mista,  $A_a$  é a área de viga de aço ou mista e  $A_P$  é a área do cabo. Fazendo a integração das equações (2.24) e (2.25) e substituindo os resultados na equação (2.23) tem-se o aumento na força de protensão do cabo.

$$\Delta P = \frac{e_p}{L} \int_0^L M dx$$

$$e_p^2 + \frac{E_a I_a}{E_p A_p} + \frac{I_a}{A_a}$$
(2.26)

onde: a integral é a área sob o diagrama de momento ao longo do comprimento do cabo. A Figura 2.16 apresenta o caso de uma viga protendida biapoiada solicitada por uma carga concentrada, com traçado do cabo de protensão retilíneo e com comprimento (L<sub>p</sub>) menor que o comprimento total da viga (L). A equação (2.27) apresenta o cálculo do valor do incremento da força de pretensão para essa viga.

Figura 2.16 – Viga protendida com carregamento concentrado



Fonte: Adaptado de Troitsky (1990).

$$\Delta P = \frac{Qe_p[Lx_1 - x_1^2 - a^2]}{2(1 - 2a)(e_p^2 + \frac{I_a}{A_a} + \frac{E_aI_a}{E_pA_p})}$$
(2.27)

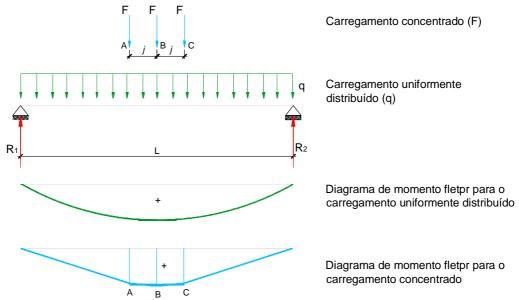
A força total no cabo é então igual à força de protensão inicial  $P_0$ mais os incrementos na força do cabo devido ao peso próprio  $\Delta P_g$  e a sobrecarga de utilização  $\Delta P_q$ .

$$P = P_0 + \Delta P_g + \Delta P_q \tag{2.28}$$

O cálculo do incremento da força de protensão varia de acordo com o traçado do cabo de protensão e com o tipo de carregamento aplicado a estrutura e com a equação (2.27) é possível calcular o valor de ΔP. Fundamentado por Troitsky, Zielinski &

Nouraeyan (1989) e Nouraeyan (1987), o incremento da força de protensão inicial  $\Delta P$ , pode ser calculado como exposto a seguir para o carregamento uniformemente distribuído, concentrado e diagrama de momento fletor da Figura 2.17.

Figura 2.17 – Carregamento concentrado e distribuído



Fonte: Adaptado de Troitsky, Zielinski & Nouraeyan (1989).

Para os diversos traçados de cabos apresentados na seção 2.3.4, as equações para incremento da força de protensão inicial, os carregamentos considerados e o diagrama de momento fletor são descritos a seguir:

a) Cabo com traçado retilíneo ao longo de todo o comprimento da viga.

Figura 2.18 - Traçado do cabo reto ao longo vão da viga



Diagrama de Momento Fletor devido a força de protensão

Fonte: Adaptado de Troitsky, Zielinski & Nouraeyan (1989).

• Com carga concentrada:

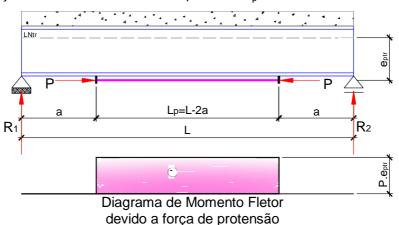
$$\Delta P = \frac{Fe_{ptr}(0,2812L^2 - 0,5314j^2)}{L(e^2 + \frac{I_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E_a I_{tr}}{E_p A_p})}$$
(2.29)

Com carga uniformemente distribuída:

$$\Delta P = \frac{qL^2e_{ptr}}{12\left(e^2 + \frac{tr}{A_{tr}} + \frac{E_al_{tr}}{E_pA_p}\right)}$$
(2.30)

 b) Cabo com traçado retilíneo com o comprimento do cabo menor que o comprimento total da viga (L<sub>p</sub> < L).</li>

Figura 2.19 - Traçado do cabo reto com o comprimento  $L_{\rm p} < L$ .



Fonte: Adaptado de Troitsky, Zielinski & Nouraeyan (1989).

Com carga concentrada

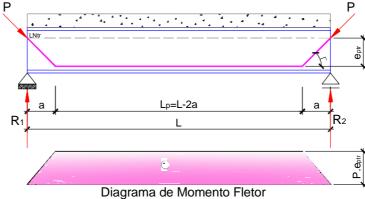
$$\Delta P = \frac{Fe_{ptr}(0,2812L^2 - 0,5314j^2 - 1,5a^2)}{(L - 2a)(e^2 + \frac{I_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E_a I_{tr}}{E_p A_p})}$$
(2.31)

Com carga uniformemente distribuída

$$\Delta P = \frac{qe_{ptr} \left[ a(L-a) + \frac{L^2}{2} \right]}{(L-2a) \left( e^2 + \frac{tr}{A_{tr}} + \frac{E_a I_{tr}}{E_p A_p} \right)}$$
(2.32)

### c) Cabo com traçado poligonal

Figura 2.20 - Traçado do cabo poligonal



devido a força de protensão

Fonte: Adaptado de Troitsky, Zielinski & Nouraeyan (1989).

Com carga concentrada

$$\Delta P = \frac{Fe_{ptr}(0,2812L^2 - 0,5314j^2 - 0,5a^2)}{12L\{\frac{e_{ptr}^2(3L - 4a)}{3} + \frac{Ll_{tr}}{A_r} + \frac{E_{tr}}{E_pA_p}[L + \frac{2a}{\cos^3\alpha}(1 - \cos^3\alpha)]\}}$$
(2.33)

Com carga uniformemente distribuída

$$\Delta P = \frac{qe_{ptr}[L^3 - a^2(2L - a)]}{12L\{\frac{e_{ptr}^2(3L - 4a)}{3} + \frac{Ll_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E_{tr}}{E_pA_p}[L + \frac{2a}{\cos^3\alpha}(1 - \cos^3\alpha)]\}}$$
(2.34)

onde temos que  $e_{ptr}$  é a excentricidade do cabo em relação ao centro de gravidade da seção mista,  $E_a$  é o módulo de elasticidade do perfil de aço,  $E_p$  é o módulo de elasticidade do cabo de protensão, L é o comprimento do cabo de protensão,  $I_{tr}$  é o momento de inércia da seção viga mista transformada,  $A_p$  é a área da seção do cabo de protensão e  $A_{cp}$  é a área da seção mista, q são os carregamentos uniformemente distribuídos, F são os carregamentos concentrados e j é o espaçamento entre as cargas concentradas.

#### 2.3.6. Resistência ao momento fletor (região de momento positivo)

Uma viga mista biapoiada com perfil de seção compacta submetida a momento fletor devido à aplicação de um carregamento de serviço apresenta um comportamento

inicialmente elástico. As tensões normais variam linearmente ao longo da seção transversal e aumentam gradativamente em função do acréscimo do momento aplicado, até que as fibras mais externas iniciam a plastificação. A partir desse momento a viga mista passa para o regime plástico e os momentos adicionais causam uma redistribuição das tensões para as fibras internas, que também sofrem plastificação. Assim tem-se a caracterização do estado limite último (ELU) quando a seção transversal se encontra completamente plastificada não sendo mais capaz de resistir a acréscimos de momento aplicado.

Com base nas prescrições da ABNT NBR 8800:2008, os procedimentos para a determinação do momento fletor resistente de cálculo de vigas mistas protendidas solicitadas a momento fletor positivo com perfil de aço de seção transversal "I" compacta e interação total entre os materiais aço e concreto são descritos a seguir.

## 2.3.6.1. Classificação da seção transversal

As seções transversais podem ser classificadas como compactas, semi-compactas e esbeltas dependendo do valor do parâmetro de esbeltez (h). Para uma seção ser considerada compacta, é necessário que não ocorra flambagem local antes da plastificação total da seção. Desta forma, as vigas são dimensionadas utilizando as propriedades plásticas da seção mista e a razão entre altura e espessura da alma do perfil deve atender à exigência da equação (2.35). Recomenda-se também que relação de esbeltez das mesas atenda à equação (2.36), garantindo, assim que, não ocorra a flambagem local na mesa comprimida.

$$\frac{h_{\mathsf{w}}}{\mathsf{t}_{\mathsf{w}}} \le 3.76 \mathsf{J}_{\overline{\mathsf{f}_{\mathsf{y}}}}^{\overline{\mathsf{E}}} \tag{2.35}$$

$$\frac{b_f}{2t_f} \le 0.386 J_{\overline{f_y}} \tag{2.36}$$

## 2.3.6.2. Cálculo do momento fletor resistente para viga mista protendida

Na distribuição plástica de tensões a posição da linha neutra plástica (y<sub>LNP</sub>) pode estar localizada tanto no perfil de aço ( casos 1 e 2, Figura 2.21) quanto na laje de concreto (caso 3, Figura 2.22), dependendo da geometria da seção e da resistência dos materiais.

0.85f cd 0.85f cdLNP t yd LÑP a å  $f_{
m pd}$  $f_{pd}$ Cabo de Caso 1: Linha Neutra Caso 2: Linha Neutra Compressão Protensão Plástica na Mesa Superior Plástica na Alma do Perfil Tração

Figura 2.21 – Distribuição de tensão – LNP no perfil de aço

Fonte: Elaborado pela autora (2017).

A força resistente de cálculo da laje de concreto à compressão é definida por  $0.85\,f_{cd}\,b_{ef}\,t_c$ , onde:  $f_{cd}$  é a resistência de cálculo à compressão do concreto,  $b_{ef}$  é a largura efetiva da laje de concreto e  $t_c$  é a espessura da laje de concreto. Os valores das forças resistentes de projeto do perfil de aço e do cabo de protensão são determinados, respectivamente, por  $A_a f_{yd}$  e  $A_p f_{pd}$ , onde:  $A_a$  é a área da seção transversal perfil de aço,  $A_p$  é a área da seção transversal do cabo de protensão,  $f_{yd}$  é a resistência de cálculo do aço estrutural e  $f_{pd}$  é a resistência de cálculo do aço de protensão.

# 2.3.6.2.1. Linha neutra no perfil de aço $(0.85f_{cd}b_{ef}t_c < A_af_{yd} + A_pf_{pd})$

Se a força resistente de cálculo da laje de concreto à compressão é menor que a soma das forças resistentes à tração do perfil de aço e do cabo de protensão, a linha neutra plástica pode assumir duas posições distintas: na mesa superior do perfil de aço, caso 2, ou na alma do mesmo, caso 1, como indicado na Figura 2.21.

A força de compressão na laje de concreto  $(C_{cd})$ , a força de compressão no perfil de aço  $(C_{ad})$ , a força de tração no perfil de aço  $(T_{ad})$  e a força de tração nos cabos de protensão  $(T_{pd})$  são dadas pelas equações (2.37), ((2.38), ((2.39)) e ((2.40)).

$$C_{cd} = 0.85 f_{cd} b_{ef} t_c$$
 (2.37)

$$C_{ad} = \frac{T_{ad} + T_{pd} - C_{cd}}{2}$$
 (2.38)

$$T_{ad} = A_a f_{yd} - C_{ad} \tag{2.39}$$

$$\mathsf{T}_{\mathsf{pd}} = \mathsf{A}_{\mathsf{p}} \mathsf{f}_{\mathsf{pd}} \tag{2.40}$$

A posição da linha neutra (y<sub>LNP</sub>), em relação à fibra extrema da laje de concreto, é obtida com o equilíbrio entre as forças atuantes ao longo da altura da seção transversal, como mostrado a seguir:

 Caso 1: Se C<sub>ad</sub> ≤ A<sub>fc</sub>f<sub>yd</sub> a linha neutra está passando na mesa superior do perfil que está comprimida, sendo calculada pela equação (2.41).

$$y_{LNP} = t_c + \frac{C_{ad}t_{fc}}{A_{fc}f_{vd}}$$
 (2.41)

 Caso 2: Se C<sub>ad</sub> ≥ A<sub>fc</sub>f<sub>yd</sub> a linha neutra está passando na alma do perfil de aço e será calculada pela equação (2.42).

$$y_{LNP} = t_c + t_{fc} + \frac{(C_{ad} - A_{fc} f_{yd}) h_w}{A_w f_{yd}}$$
 (2.42)

Onde:  $y_{LNP}$  é a posição da linha neutra,  $t_c$  é a espessura da laje de concreto,  $t_f$  é a espessura da mesa do perfil de aço,  $b_f$  é a largura da mesa do perfil de aço,  $t_w$  é a espessura da alma do perfil de aço,  $A_{fc}$  é a área da mesa superior do perfil de aço e  $t_{yd}$  é a resistência de cálculo do aço estrutural.

O cálculo do momento fletor resistente de cálculo ( $M_{Rd}$ ), em relação a linha neutra, é obtido através da equação (2.43).

$$M_{Rd} = C_{cd}(y_{LNP} - 0.5t_c) + C_{ad}(y_{LNP} - t_c - y_c) + T_{ad}(t_c + d - y_t - y_{LNP}) + T_{pd}(e_p - y_{LNP})$$
(2.43)

onde: d é a altura total do perfil de aço,  $y_c$  é a posição do centroide da área do perfil de aço comprimida medida a partir da face externa da mesa superior do perfil de aço e  $y_t$  é a posição do centroide da área de aço tracionada, medida a partir da face externa da mesa inferior do perfil de aço.

Para a LNP passando pela mesa superior do perfil de aço,  $y_c$  e  $y_c$  são calculados pelas equações (2.44) e (2.45) e já para a LNP passando na alma do perfil de aço, as equações (2.46) e (2.47) são utilizadas.

$$y_c = 0.5(y_{LNP} - t_c)$$
 (2.44)

$$y_{t} = \frac{0.5(A_{fi}t_{fi}) + (h_{w}t_{w}).(0.5h_{w} + t_{fi}) + b_{fc}.(t_{c} + t_{fc} - y_{LNP}).[h_{w} + t_{fc} + 0.5(t_{c} + t_{fc} - y_{LNP})]}{b_{fi}t_{fi} + h_{w}t_{w} + b_{fc}(t_{c} + t_{fc} - y_{LNP})}$$
(2.45)

$$y_{c} = \frac{0.5(A_{f_{c}}t_{f_{c}}) + t_{w}(y_{LNP} - t_{c} - t_{f_{c}}) \cdot [0.5(y_{LNP} - t_{c} - t_{f_{c}}) + t_{f_{c}}]}{(b_{f_{c}} \cdot t_{f_{c}}) + t_{w}(y_{LNP} - t_{c} - t_{f_{c}})}$$
(2.46)

$$yt = \frac{0.5(A_{fi}t_{fi}) + t_w(t_c + d - y_{LNP} - t_{f_i}) \cdot [0.5(t_c + d - y_{LNP} - t_{f_i}) + t_{fi}]}{(b_{f_i}t_{f_i}) + t_w(t_c + d - y_{LNP} - t_{f_i})}$$
(2.47)

2.3.6.2.2. Linha neutra na laje de concreto  $(0.85f_{cd}b_{ef}t_c > A_af_{yd} + A_pf_{pd})$ 

Se a força resistente de projeto da laje de concreto à compressão é maior que a soma das forças resistentes de cálculo do perfil de aço e do cabo de protensão, a linha neutra plástica estará na laje de concreto como indicado na Figura 2.22.

Cabo de Protensão

Cabo de Protensão

Tração

O,85f cd Cod LNP

f yd Tod

Cabo de Protensão

Caso 3: Linha Neutra Plástica na Laje de Concreto

Figura 2.22 - Distribuição de tensão - LNP na laje de concreto

Fonte: Elaborado pela autora (2017).

A altura comprimida da laje de concreto pode ser calculada pela equação (2.48).

$$a = \frac{A_a f_{yd} + A_p f_{pd}}{0.85 f_{cd} b_{ef}}$$
 (2.48)

A força de compressão na laje de concreto ( $C_{cd}$ ), a força de tração no perfil de aço ( $T_{ad}$ ) e a força de tração nos cabos de protensão ( $T_{pd}$ ) são dadas pelas equações (2.49), (2.50) e (2.51).

$$C_{cd} = 0.85 f_{cd} b_{ef} a$$
 (2.49)

$$T_{ad} = A_a f_{vd} \tag{2.50}$$

$$T_{pd} = A_p f_{pd} \tag{2.51}$$

Com os valores das forças resistentes do perfil de aço ( $T_{ad}$ ) e do cabo de protensão ( $T_{pd}$ ) calculados de acordo com as equações (2.50) e (2.51) respectivamente, obtém- se valor o momento fletor resistente de cálculo ( $M_{Rd}$ ), em relação ao eixo neutro pela equação (2.52).

$$M_{Rd} = 0.5aC_{cd} + T_{ad}(y_{cup} + t_c - a) + T_{pd}(e_p - a)$$
 (2.52)

onde é  $y_{cup}$  a distância do centroide do perfil de aço à face externa da mesa superior.

### 2.3.7. Flexo-compressão

A viga mista protendida é constantemente submetida simultaneamente a momento fletor, causada por carregamentos gravitacionais, e a força axial de compressão, decorrente da aplicação da força de protensão. A combinação desses dois esforços denomina-se flexo-compressão. As possíveis formas de colapso associadas à flexo-compressão são: plastificação da seção, flambagem por flexão, flambagem lateral com torção, flambagem lateral com distorção e instabilidades locais.

Para o caso de viga mista pré-tensionada recomenda-se verificar o efeito da flexo-compressão, seguindo as recomendações da ABNT NBR 8800:2008, para as seguintes situações de carregamento da viga de aço:

- Situação 1: Peso próprio da viga de aço + força de protensão;
- Situação 2: Pesos próprios da viga de aço e concreto + sobrecarga de utilização + força de protensão.

Ferreira (2007) aponta que os cabos de protensão, ligados à viga por meio dos desviadores e ancorados nas extremidades, podem contribuir para evitar uma possível instabilidade por flambagem lateral da viga. Uma vez que a viga tende a se deslocar lateralmente, o cabo de protensão tem seu comprimento aumentado e, estando altamente tracionado, o mesmo cria uma resistência ao deslocamento da viga, sendo essa força restauradora transmitida à viga nos pontos onde estão locados os desviadores do cabo que tendem a restaurar a viga para a sua posição de equilíbrio inicial.

### 2.3.8. Estados limites de serviço

Quando comparada a uma viga sem protensão, a viga protendida pode ter uma altura reduzida com a mesma resistência, o que acarreta em economia de material, entretanto, as vigas protendidas ficam mais propensas às deformações do que as vigas não protendidas, pois sua seção transversal terá menor momento de inércia. Por outro lado, quando se comparam duas vigas de mesma seção transversal, é evidente que a protendida terá menores deformações. A Figura 2.23 apresenta o comportamento de uma viga isostática protendida com um traçado poligonal de cabo.

A força de protensão P causa um momento de protensão igual a  $Pe_p$ , e como consequência, a viga sofre uma curvatura para cima, provocando um deslocamento no meio do vão igual a  $\delta_p$ .

Figura 2.23 – Viga isostática protendida

P
Viga sem deformação no ato da aplicação da força de protensão

Viga com deformação gerada pela força da protensão

Diagrama de Momento Fletor devido a força de protensão

Fonte: Elaborado pela autora (2017).

O deslocamento provocado pela força de protensão  $(\mathring{d}_p)$  pode ser determinado pela equação (2.53):

$$\tilde{O}_{P} = -\frac{Pe_{p}L^{2}}{8EI} \tag{2.53}$$

Onde: P é a força de protensão,  $e_p$  é a excentricidade do cabo em relação ao centro de gravidade da seção de aço ou da seção transformada, conforme a técnica de protensão adotada. E é o módulo de elasticidade da viga de aço ou mista conforme a aplicação, L é o comprimento da viga e o I é o momento de inércia da seção de aço ou transformada conforme a aplicação.

O deslocamento total da viga protendida fletida é determinado pelo somatório dos deslocamentos parciais devido aos pesos próprios ( $\delta_g$ ), a força de protensão ( $\delta_p$ ) e as solicitações de utilização ( $\delta_q$ ) da estrutura, como apresentada na equação (2.54).

$$\delta_{\text{totaS}} = \delta_{g} - \delta_{P} + \delta_{q} \tag{2.54}$$

#### 2.3.9. Tensões atuantes

A metodologia de Nunziata (2004) consiste na verificação dos estados-limites últimos por meio da limitação das tensões máximas atuantes na viga mista de aço e concreto protendida, Figura 2.24, a valores inferiores as resistências de projeto conforme descritas pelas Equações (2.55), (2.56) e (2.57).

$$o_{c \text{ más}} = \frac{1}{5} \frac{M_{Sd}}{I_{tr}} y < f$$

$$cd$$
(2.55)

$$o_{a}^{cup} = -\frac{P_{d}}{A} + \frac{P_{d}e_{p}}{W} - \frac{M_{Sd1}}{W} + \frac{M_{Sd2}}{W} (y_{LNE} - t_{c}) \le f_{yd}$$
 (2.56)

$$o_{a}^{cup} = -\frac{P_{d}}{A_{a}} + \frac{P_{d}e_{p}}{W_{a}} - \frac{M_{Sd1}}{W_{a}} + \frac{M_{Sd2}}{I_{tr}} (y_{LNE} - t_{c}) \le f_{yd}$$

$$o_{a}^{inf} = -\frac{P_{d}}{A_{a}} - \frac{P_{d}e_{p}}{W_{a}} + \frac{M_{Sd1}}{W_{a}} + \frac{M_{Sd2}}{I_{tr}} (d + t_{c} - y_{LNE}) \le f_{yd}$$
(2.56)
$$(2.57)$$

Onde: M<sub>Sd</sub> é o momento fletor solicitante de cálculo; I<sub>tr</sub> é o momento de inércia da seção transformada; y<sub>LNE</sub> é a posição da linha neutra elástica medida a partir da face superior da laje, t<sub>c</sub> é a espessura da laje de concreto, d é a altura total do perfil de aço; Wa é o módulo resistente elástico do perfil de aço; Aa é a área da seção transversal do perfil de aço; Pd é a força de protensão de cálculo, e é a excentricidade do cabo de protensão; f<sub>cd</sub> é a resistência a compressão de cálculo do concreto; f<sub>yd</sub> é a resistência ao escoamento de cálculo do aço estrutural; o<sub>c más</sub> é a tensão máxima na face superior da laje;  $o_a^{\text{cup}}$  tensão máxima na face superior da mesa superior do perfil de aço e  $o_a^{inf}$  tensão máxima na face inferior da mesa inferior do perfil de aço.

LNE m\_ista C.G. aço a Compressão Tração

Figura 2.24 – Seção transversal da viga mista protendida

Fonte: Adaptado de Nunziata (2004).

Nunziata (2004) também descreve sobre os efeitos da retração e fluência no concreto. O concreto sofre um processo de deformação lenta sob ação de cargas permanentes, o que leva a uma modificação nas tensões em função do tempo. Para consideração nos cálculos da atuação das cargas ao longo do tempo ( $t = \infty$ ), usa-se o método de cálculo da homogeneização da seção onde as tensões atuantes são calculadas a partir do coeficiente de homogeneização 5, que é a razão entre os módulos de elasticidade do aço  $E_a$  e do concreto  $E_c$  ( $S = E_a/E_c$ ). Para as solicitações de curta duração tem-se  $S = E_a/E_c$ , já para as solicitações de longa duração usa-se  $S = 3E_a/E_c$ .

Para a influência da retração, Nunziata (2004) baseia-se no cálculo de E. Mörsch onde considera-se que a deformação causada pela retração do concreto,  $s_{cc,\infty}$ , é impedida pelo perfil de aço, com isso tensões de tração são geradas na laje devido ao esforço  $N_c$  da equação (2.58), Figura 2.25 (a).

$$N = y \cdot \frac{E_c}{3} \cdot s \cdot A \tag{2.58}$$

Na viga mista atua a mesma tensão, porém normal de compressão, Figura 2.25 (b). Além disso, há tensões normais de flexão na viga decorrentes do momento fletor ocasionado pela força de retração em relação à linha neutra elástica. Sobrepondo os efeitos de tração atuante na laje de concreto com os efeitos de compressão e momento fletor atuando já na viga mista de aço e concreto, obtém-se as tensões de retração final, Figura 2.25 (c) e as equações (2.59), (2.60) e (2.61).

$$o_{c}^{cupu} = \frac{N_{c}}{A_{c}} - \frac{N_{c}}{5^{u}A_{tr}^{u}} - \frac{N_{c}(y_{tr}^{u} - y_{c})}{5^{u}W_{tr \, cup}^{u}}$$
(2.59)

$$o_a^{cupu} = -\frac{N_c}{A_{tr}^u} - \frac{N_c(y_{tr}^u - y_c)}{I_{tr}^u} (y_{tr}^u - t_c)$$
 (2.60)

$$o_a^{infu} = -\frac{N_c}{A_{tr}^u} + \frac{N_c(y_{tr}^u - y)}{I_{tr}^u} (d + t_c - y_{tr}^u)$$
 (2.61)

Onde:  $N_c$  é a força de retração na laje de concreto;  $A_c$  é a área da seção transversal da laje de concreto;  $5^u = 3E_a/E_c$  é a razão dos módulos de elasticidade do aço  $E_a$  e do concreto  $E_c$ ;  $A_{tr}^u$  é a área da seção transversal homogeneizada (com a razão modular de  $5^u = 3E_a/E_c$ );  $y_t^u$  é a posição da linha neutra elástica da seção mista ( $5^u =$ 

 $3E_a/E_c$ );  $W^u_{trcup}$  é o módulo resistente elástico da seção mista ( $5^u = 3E_a/E_c$ );  $y_c$  é a distância do topo da laje ao seu centroide;  $t_c$  é a espessura da laje de concreto,  $A^u_t$  é a área da seção mista homogeneizada ( $5^u = 3E_a/E_c$ ) e  $I^u_{tr}$ é o momento de inércia da seção transformada com ;  $5^u = 3E_a/E_c$ .

Figura 2.25 - Diagrama de Tensões - Efeito da retração

Fonte: Adaptado de Nunziata (2004).

#### 2.4. ESTADO DA ARTE

Buscando embasamento para o tema proposto neste trabalho, a seguir são apresentados alguns estudos desenvolvidos sobre a protensão em vigas mistas de aço e concreto.

A ideia da aplicação de protensão em estruturas de aço começou a se estabelecer em alguns países da Europa no século passado, mas ainda é considerada uma técnica nova na grande maioria dos países.

Troitsky (1990) aponta que o desenvolvimento dessa técnica foi mais rápida em países industrializados tais como Estados Unidos, na antiga União das Repúblicas Socialistas Soviéticas (URSS), Inglaterra, Bélgica e Alemanha, entre outras partes do mundo.

Dunker (1985) afirma que desde o final do século 19 e início do século 20, inúmeras pontes foram construídas nos EUA com piso em estrutura treliçada usando o princípio da protensão. A partir de 1935, Dischinger na Alemanha e Gustave Magnel (1950) na Bélgica, entre outros, relatam estudos com análises teóricas, ensaios experimentais e construções utilizando a protensão voltados principalmente para pontes de aço.

Em 1949, Dischinger publicou uma série de artigos propondo a protensão com a utilização de cabos de alta resistência em pontes formadas por estruturas mistas com vãos biapoiados e contínuos. Com os resultados dos trabalhos realizados na Europa, Coff (1950) nos Estados Unidos, que inicialmente estudava a protensão em estruturas de aço, propôs a protensão de uma ponte com estrutura mista e obteve a patente desse sistema.

Somente a partir de 1950 sugiram publicações de artigos técnico-científicos bastantes expressivos sobre o uso de protensão em estruturas de aço (TROITSKY 1990).

Magnel (1954) escreveu sobre o uso da protensão de uma cobertura metálica sobre um hangar para aeronaves no aeroporto de Melsbrock na Bélgica. Ele relata que a protensão reduziu o peso da estrutura em 12%, a perda de protensão foi de 9%, relativamente baixa se comparada ao do concreto protendido e a economia na estrutura foi de 4%.

De acordo com Dunker (1985), em 1961 foi concedida a Naillon nos Estados Unidos a patente sobre o uso da protensão em viga de aço por cabos. Em 1957, Barnett propõe que os cabos de protensão sejam colocados por baixo das mesas tracionadas das vigas proporcionando assim uma redução de peso em até 30%.

Szilard (1959) sugeriu métodos para análise e dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas incluindo os efeitos da retração e fluência do concreto (AYYUB, SOHN & SAADATMANESH 1990; TROITSKY 1990).

Os estudos continuaram com vários autores, como Hoadley (1963) que investigou o comportamento de vigas biapoiadas de aço e mistas de aço e concreto usando a proteção com cabos de alta resistência e excentricidade constante ao longo da viga e Strass (1964) que desenvolveu um estudo experimental com vigas solicitadas a momento fletor positivo. Já em 1966, Regan analisou os efeitos da variação da espessura da laje, da força de protensão e do tipo de carregamento no comportamento de vigas mistas de aço e concreto biapoiadas entre outros. (AYYUB, SOHN & SAADATMANESH 1990).

Durante o início da década de 1970, Tochacek e Amrhein (1971) e Ferjencik (1972) escreveram sobre os progressos com o uso de aço protendido na Tchecoslováquia em pesquisas iniciadas em 1960 que resultaram em guias de projetos. Ferjencik (1972) escreveu sobre a aplicação da protensão em vigas e treliças de aço.

De acordo com observações de Nelsen (2013), a utilização da protensão em estruturas de aço surge paralelamente à utilização em estruturas de concreto armado, entretanto o desenvolvimento e a aplicação dessa tecnologia foram mais acentuados no concreto protendido.

Troitsky (1990) relata em seu livro que o desenvolvimento rápido da tecnologia do concreto protendido se deu devido aos conceitos da construção de pontes segmentadas e suspensas por estais nos Estados Unidos durante as décadas de 70 e 80 tornando o concreto protendido mais competitivo que as estruturas de aço, mesmo sendo o aço o material dominante para a época.

Troitsky (1990) também afirma que essa tendência pode ser revertida quando analisadas as vantagens que a protensão proporciona às estruturas de aço, como, por exemplo, a possibilidade de se projetar e construir pontes novas com vãos maiores e também recuperar e reabilitar estruturas existentes.

Podem-se destacar as pesquisas acerca do comportamento de vigas de aço protendidas dos seguintes autores: Belenya 1977; Troitsky 1990; Brandford 1991; Nunziata 1999; Nunziata 2003; Nunziata 2004; Ronghe & Gupta 2002 e Belletti & Gasoari 2010.

Além de contribuições na forma de artigos técnicos científicos específicos sobre o assunto os autores Belenya (1977); Troitsky (1990) e Nunziata (2004) também

publicaram livros com a finalidade de divulgar a teoria e a técnica de aplicação de protensão a perfis de aço.

Nunziata (1999) escreveu um estudo sobre estruturas em aço protendias fornecendo informações sobre os princípios básicos da protensão, as características dos materiais, as técnicas construtivas, etc. O autor evidencia que para as vigas isostáticas o cabo com o traçado parabólico é mais apropriado para contrapor a solicitação das cargas atuantes tais como peso próprio e carregamento de utilização. O autor também demonstrou a obtenção do fuso limite, que define o posicionamento mais apropriado para os cabos de protensão. Entretanto, o estudo não contemplou a verificação de possíveis instabilidades da viga em decorrência da elevada tensão de compressão gerada pela aplicação da força de protensão.

Além dos trabalhos analíticos, Nunziata (1999-b) realizou também ensaio experimental com o uso da protensão analisando o comportamento de vigas de aço protendidas. O ensaio foi realizado com uma viga metálica de seção transversal I com altura de 800 mm, vão de 21,40 m e cabos com traçado poligonal ancorados nas extremidades da viga. A Figura 2.26 mostra o estudo experimental realizado por Nunziata (2004).

Figura 2.26 – Ensaio experimental da Viga de aço protendida





Fonte: Nunziata (2004)

Com esse estudo experimental foi possível comprovar e validar o método proposto para o dimensionamento e também concluir que a viga de aço protendida apresenta resultados superiores em termos de resistência e menores deslocamentos quando comparada a outros tipos de estruturas semelhantes.

Nunziata (2003) acrescenta que estruturas de aço protendidas ainda são muito pouco utilizadas devido ao baixo conhecimento do sistema e da metodologia de dimensionamento. Para mitigar a falta de conhecimento, o autor contribui expondo em seu livro os princípios teóricos e dois métodos para o dimensionamento de vigas de aço protendidas isostáticas e hiperestáticas.

A partir do século XX com o desenvolvimento de técnica da construção com estruturas mistas houve uma tendência de novos estudos utilizando a protensão nesse tipo de estrutura. Nas últimas décadas vários pesquisadores têm concentrados esforços para estudar o comportamento estrutural de vigas mistas de aço e concreto protendidas com cabos de aço de alta resistência.

Entre as pesquisas acerca do comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas destacam-se as dos seguintes autores: Saadatmanesh, Albrecht & Ayyub (1989-a, 1989-b, 1989-c); Ayyub, Sohn & Saadatmanesh (1990, 1992-a,1992-b); Quinaz (1993); Safan & Kohoutková (2001); Yuen (2004); Chen (2005); Chen & Gu (2005); Uy & Craine (2004); Chen & Zhang (2006); Lorenc & Kubica (2006); Xue et al. (2008); Choi, Kim & Yoo (2008); e Nie et al. (2009).

Com o enfoque de aplicação da protensão na reabilitação de pontes existentes formadas por estruturas mistas de aço e concreto, Saadatmanesh, Albrecht & Ayyub (1989-a, 1989-b, 1989-c) publicaram uma série de estudos analíticos e experimentais sobre a utilização de vigas mistas com o uso da protensão ressaltando algumas das vantagens dessa técnica, tais como: redução do peso de aço estrutural; aumento do intervalo do regime elástico linear da estrutura; aumento da capacidade resistente; e melhora no comportamento a fadiga e a fratura.

Os autores desenvolveram um estudo propondo diretrizes e equações para o projeto de vigas mistas protendidas nas regiões submetidas a momentos fletores positivo e negativo. Relatam que na região de momento fletor positivo, a viga de aço é protendida primeiro e em seguida a laje de concreto é lançada. E para a região de momento fletor negativo, a viga de aço é protendida e, depois é conectada a um painel pré-moldado de concreto protendido. (SAADATMANESH, ALBRECHT & AYYUB, 1989-c).

Ayyub, Sohn & Saadatmanesh (1990) também apresentaram resultados obtidos por meio de ensaios e modelos analíticos para as tensões no cabo de protensão, na laje

de concreto e na viga de aço protendida solicita a momento fletor positivo. Foram analisados alguns aspectos da técnica de protensão em vigas mistas, incluindo o tipo de cabo (barra, fio ou cordoalha) e o tipo de traçado (retilíneo ou poligonal).

Destacam-se a seguir algumas das conclusões dos autores: não se justifica assumir que não existe escorregamento entre a laje de concreto e a mesa superior, uma vez que nos ensaios a deformação foi superior à esperada; maior excentricidade resulta em maior capacidade resistente, dessa forma recomenda-se locar o cabo de protensão abaixo da mesa inferior que está tracionada; para a mesma força de protensão, o cabo de protensão com maior área reduz a deformação e aumenta o valor de carga última da viga; cordoalhas são preferíveis à barras; embora o cabo com traçado poligonal tenha vantagens sobre o cabo de traçado retilíneo, esse último é preferível em função de exigir menos detalhes construtivos. (AYYUB, SOHN & SAADATMANESH, 1990).

Ayyub, Sohn & Saadatmanesh (1992-a, 1992-b) ainda apresentaram estudos teóricos e experimentais para a protensão da viga mista em regiões de momento fletor negativo. Pode-se destacar que a protensão pode prevenir a fissuração da laje de concreto para os carregamentos de serviço, reduzir a deformação da viga, além de melhorar a resistência à fadiga da viga, pois diminui os valores da tensão de tração na mesa superior. E também reduz o valor da tensão de compressão na mesa inferior resultando em uma maior capacidade resistente para seções compactas e aumento na resistência à flambagem da mesa para seções não compactas.

Safan & Kohoutková (2001) realizaram um estudo experimental comparando o comportamento estrutural e a capacidade resistente de vigas mistas contínuas de aço e concreto com e sem a aplicação da protensão externa. Os autores afirmam que como o processo de protensão é relativamente simples, há grandes vantagens no uso da protensão tais como: aumento significativo na capacidade de resistente da viga, redução de flechas e melhor controle de fissuras na laje de concreto.

Chen (2005) e Chen & Gu (2005) chegaram a conclusões semelhantes após análise de resultados experimentais em quatro vigas mistas biapoiadas e duas vigas mistas contínuas. Nas vigas contínuas observaram um aumento significativo no momento de fissuração da laje na região de momento negativo. E também que na região de

momento negativo o modo de falha predominante é governado por flambagem lateral com distorcão, flambagem local ou uma interação entre esses modos de instabilidade. No Brasil também há pesquisas sobre a utilização de protensão externa como reforço estrutural de vigas de concreto armado como, por exemplo, os trabalhos de Desír (1993), Almeida (2001), Reis (2003) e Romero (2007). No entanto, estudos sobre vigas de aço ou mistas com protensão são menos frequentes. Podemos citar Sampaio Jr (1976), Gonçalves (1992), Ferreira (2007), Nelsen (2013) e Linhares (2015).

Ferreira (2007) fez uma análise numérica, utilizando o método dos elementos finitos para estudar o comportamento estrutural de vigas de aço protendidas externamente, com seção transversal do tipo I. Foram consideradas três situações distintas, a saber: inicialmente foram aplicadas cargas permanentes e acidentais, em seguida as forças de protensão e por fim simulado o rompimento acidental de um dos cabos de protensão. O programa escolhido para a análise em elementos finitos foi o ANSYS. No programa Microsoft Excel, a autora desenvolveu um aplicativo para verificar o perfil de aço de acordo com a ABNT NBR 8800:1986, além de calcular a força e as perdas de protensão, a quantidade necessária de cabos e as possíveis instabilidades da viga. O estudo também abordou os aspectos relacionados à dinâmica de ruptura acidental de um dos cabos de protensão em vigas isostáticas.

Nelsen (2013) apresenta em seu trabalho uma forma sistemática para o procedimento analítico de dimensionamento de vigas biapoiadas mistas de aço e concreto formadas por perfis tipo I e protendidas externamente, fundamentado nas prescrições da ABNT NBR 8800:2008, com ênfase nos estados-limites últimos. A autora estuda a influencia do nível de protensão, da excentricidade dos cabos e da metodologia construtiva (prétração ou pós-tração), utilizando planilhas desenvolvidas no programa MathCAD (versão 14.0.0).

Mais recentemente, Linhares (2015) fez um estudo de caso de uma ponte mista de seção caixão contínua com dois vãos, procedendo a uma verificação analítica segundo os critérios da AASHTO-LRFD:2012. No programa computacional STRAP 2013 foi feito um modelo inicial em barras de pórtico espacial para a análise estrutural e depois foi feito um modelo em elementos finitos, utilizando elementos de casca, com o auxílio do programa computacional SAP2000 para confrontar e validar os resultados do modelo inicial, especialmente em termos de tensões e deslocamentos.

## 3. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Neste capítulo são apresentadas, no item 3.1, as rotinas e a ferramenta computacional utilizadas para o desenvolvimento do programa de dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto pré-tracionadas. Também são discutidas a abrangência e as limitações do programa. No item 3.2, são descritas as premissas adotadas no dimensionamento das referidas vigas. As telas do programa são apresentadas no item 3.3. E por fim, o item 3.4 descreve como foi realizada a aferição do programa.

#### 3.1. PROGRAMA DESENVOLVIDO

O programa computacional desenvolvido realiza a análise e o dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa (pré-tração) biapoiados, seguindo as metodologias de cálculo:

- Do anexo O da ABNT NBR 8800:2008, que trata vigas mistas de aço e concreto sem protensão. Para isso, as equações de dimensionamento foram ajustadas visando incluir os efeitos da força de protensão;
- Da obra de Nunziata (2004), que efetua o dimensionamento por meio da verificação das tensões atuantes de cálculo em relação às tensões resistentes de cálculo.

Em ambas metodologias, a força de protensão é estimada de acordo com Nunziata (2004). O programa verifica a condição de segurança para os estados limites últimos e para o estado limite de serviço de flecha excessiva.

## 3.1.1. Ferramenta computacional utilizada

O programa computacional foi desenvolvido no software da Microsoft Office Excel (2013) com interface na linguagem Visual Basic, no ambiente Microsoft Visual Basic Express (2013).

As ferramentas utilizadas para o desenvolvimento do programa foram escolhidas pela facilidade de elaboração das formulações matemáticas e da interface, de

implementação dos códigos e de depuração dos erros. Assim, foi possível desenvolver uma interface para o programa que facilita o processo de entrada de dados e torna a exibição de resultados mais clara para os usuários.

## 3.1.2. Rotinas de cálculos e corpo do programa

Rotinas de cálculos foram desenvolvidas em forma de fluxogramas para sistematizar todo o roteiro de cálculo e dar subsídios à elaboração do programa. As rotinas de cálculos ilustram os procedimentos de cálculos, esclarecendo a ordem e a sequência dos cálculos e indicando as equações de dimensionamento utilizadas e os comandos básicos necessários como de decisão e seleção de dados. Como já mencionado, essas rotinas foram desenvolvidas para facilitar a implementação computacional e são apresentadas nesse texto com o intuito de ilustrar o funcionamento do corpo do programa. No total foram elaboradas 11 rotinas que se encontram disponíveis no APÊNDICE A.

A rotina 1 calcula a posição da linha neutra elástica da seção mista homogeneizada. As rotinas 2 e 3 calculam respectivamente, a força de compressão resistente de cálculo ( $N_{Rd}$ ) e o momento fletor resistente de cálculo ( $M_{Rd}$ ), referentes ao perfil de aço. Na sequência tem-se o cálculo da força de protensão apresentado na rotina 4 e o cálculo do acréscimo da força de protensão, rotina 5. A rotina 6 verifica o perfil de aço à flexo-compressão. Em seguida, tem-se a rotina 7 que calcula a posição da linha neutra plástica e o momento fletor resistente de cálculo ( $M_{Rd}$ ) da seção mista, onde é apresentada as adaptações feitas nas equações da ABNT NBR 8800:2008 para incluir os efeitos da força de protensão. Na rotina 8 está apresentado o cálculo do esforço cortante resistente ( $V_{Rd}$ ). Na rotina 9 tem-se o cálculo da flecha da seção mista protendida. Na rotina 10, o cálculo das tensões no aço e no concreto é apresentado. Por fim, tem-se a rotina 11 com o cálculo da quantidade de conectores de cisalhamento necessária à interação completa.

A rotina 4 que calcula a força de protensão tem como base a metodologia de Nunziata (2004), equação (2.19) descrita na seção 2.3.3.3, onde a força de protensão estimada é o valor limite para que não haja colapso por flexo-compressão no estágio da aplicação da força de protensão. A Equação (2.19) foi ajustada para atender a curva

de interação de flexo-compressão da ABNT NBR 8800:2008 para o caso do esforço axial solicitante de projeto ser superior a 20% do esforço axial resistente de projeto, resultando na Equação (3.3). Também foi desprezada a parcela referente ao momento fletor devido ao peso próprio da viga de aço. Isso se fez necessário porque neste trabalho, o traçado do cabo é reto, diferentemente do traçado trapezoidal adotado por Nunziata (2004).

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8M_{Sd}}{9M_{Rd}} \le 1$$
 para  $\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} > 0.2$  (3.1)

$$\frac{y_{g2}bP}{N_{Rd}} + \frac{8y_{g2}bPe_{p\_a}}{9M_{Rd}} \le 1 \tag{3.2}$$

$$P = \frac{1}{\frac{y_{g2b} + 8y_{g2}be_{p\_a}}{N_{Rd}}}$$
(3.3)

onde: P é a força de protensão,  $y_{g1}$  é o coeficiente de ponderação da ação de peso próprio da viga de aço,  $q_1$  é o peso próprio da viga de aço, L é o comprimento do vão da viga de aço,  $M_{Rd}$  é o momento fletor resistente da viga de aço,  $y_{g2}$  é o coeficiente de ponderação da ação de protensão,  $e_{p_a}$  é a excentricidade do cabo de protensão em relação ao centro de gravidade da seção de aço,  $N_{Rd}$  é a força de compressão resistente do perfil de aço e þ é o coeficiente de majoração da força de protensão para compensar as perdas de protensão, que segundo Nunziata (2004) deve ser tomado igual a 1,10.

Ressalta-se que, embora tenha sido apresentado da seção 2.3.3 as recomendações para o cálculo da força de protensão inicial tanto por Nunziata (2004) quanto por Saadatmanesh, Albrecht & YYUB (1989-c), optou-se nesse trabalho por utilizar o procedimento proposto por Nunziata (2004) adequando a curva de interação à flexo-compressão da ABNT NBR 8800:2008, Equação (3.1).

O roteiro com o corpo do programa, descrito a seguir, compreende o dimensionamento em três momentos da vida útil da estrutura, fase 1, durante a construção, onde o perfil de aço resiste as solicitações da construção e a força de protensão; fase 2, quando a ação mista é desenvolvida e a viga mista suporta cargas imediatas como a sobrecarga

de uso e ocupação e por último a fase 3, quando os efeitos de longa duração são levados em consideração. O Quadro 3.1 apresenta os carregamentos aplicados nas fases da estrutura.

Quadro 3.1 - Carregamentos aplicados

	Carregamentos atuantes
(1)	q₁ - Peso Próprio da Viga de Aço
(2)	P - Força de Protensão no cabo
(3)	q <sub>3</sub> - Peso Próprio da Laje de Concreto
(4)	ΔP <sub>4</sub> - Incremento da Força de Protensão devido ao peso próprio da laje de Concreto
(5)	q₅ - Carga Permanente de Serviço
(6)	q₀ - Sobrecarga de Uso e Ocupação
(7)	ΔP <sub>7</sub> - Incremento da Força de Protensão devido a Carga Permanente de Serviço
(8)	ΔP <sub>8</sub> - Incremento da Força de Protensão devido à Sobrecarga de Uso e Ocupação
(9)	P <sub>9</sub> - Retração na Laje de Concreto

Fonte: Elaborado pela autora (2018).

Os esforços solicitantes são calculados para combinação de construção na fase 1 e para combinação normal de ações nas fases 2 e 3. Foram adotados os coeficientes de ponderação para o agrupamento de ações, prescritos pela ABNT NBR 8800:2008, conforme indicado no Quadro 3.2. O estado limite de serviço de flecha excessiva é verificado para combinações raras de serviço.

Quadro 3.2 - Coeficientes de ponderação (y) dos carregamentos:

Carregamentos	Antes da Cura	Depois da Cura
Peso Próprio da Viga de Aço (q <sub>1</sub> )	y <sup>u</sup> = 1,15 g1	$y_{g1} = 1,25$
Força de Protensão no cabo (P)	$y_{g2}^{u} = 1,20$	$y_{g2} = 1,20$
Peso Próprio da Laje de Concreto (q <sub>3</sub> )	$y_{g3}^{u} = 1,25$	$y_{g3} = 1,35$
Carga Permanente de Serviço (q <sub>5</sub> )	-	$y_{g5} = 1,35$
Sobrecarga de Uso e Ocupação (q <sub>66</sub> )	-	$y_{g6} = 1,50$

Elaborado pela autora (2018

## Corpo do programa

- 01) Inserção dos dados de entrada, cálculo de propriedades geométricas e dos esforços resistentes do perfil de aço:
  - Cálculo das propriedades geométricas da seção do perfil de aço;
  - Cálculo da LNP da seção do perfil de aço;
  - Cálculo dos conectores de cisalhamento;
  - Chamar a Rotina 1 Cálculo da LNE da seção homogeneizada;
  - Chamar a Rotina 2 Cálculo da força de compressão resistente (N<sub>Rd</sub>) de cálculo do perfil de aço;
  - Chamar a Rotina 3 Cálculo do momento fletor resistente de cálculo negativo (M<sub>R</sub>) do perfil de aço;
  - Chamar a Rotina 4 Cálculo da força de protensão inicial (P).
  - Adota-se a força de protensão estimada pela Rotina 4, se esta não causar flecha negativa. Para o caso da flecha negativa, solicita-se ao usuário um valor de força de protensão inferior ao estimado pela Rotina 4.

### 02) Dimensionamento segundo a ABNT NBR 8800:2008

- a) Verificação na Fase 1 Viga de Aço
  - Carregamentos atuantes: (1) + (2) + (3) + (4);
  - Chamar a Rotina 5 Cálculo do incremento da força de protensão (ΔP<sub>4</sub>)
     devido ao peso próprio da laje de concreto fresco;
  - Calcular a força de compressão de cálculo (N<sub>Sd 1</sub>) da fase 1;

$$N_{Sd 1} = y_{g2}$$
,  $b$ ,  $P + y_{g2}$ ,  $b$ ,  $\Delta P_4$ 

Calcular o momento fletor solicitante de cálculo (M<sub>Sd\_1</sub>) da fase 1;

$$\begin{split} & y^u \cdot q \cdot L^2 \\ M_{Sd\_1} = & \frac{g^1 \cdot 1^{-v}}{8} + y_{g2}, \, b \cdot P \cdot e_{p\_a} + \frac{g^3}{8} \frac{v}{8} + y_{g2}, \, b \cdot \Delta P_4, \, e_{p\_a} \end{split}$$

• Chamar a Rotina 3 para determinar o momento fletor resistente de cálculo da fase 1, M<sub>Rd\_1</sub>, obtido pelo momento fletor resistente negativo (M<sup>-</sup> )<sub>d</sub>ou

pelo positivo ( $M_{Rd}^+$ ), dependendo do valor do momento fletor solicitante de cálculo ( $M_{Sd-1}$ ) ser respectivamente, negativo ou positivo;

Chamar a Rotina 6 – Verificação à da flexo-Compressão:

$$\frac{N_{Sd\_1}}{N_{Rd\_1}} + \frac{8. \ M_{Sd\_1}}{9. \ M_{Rd\_1}} \le 1$$

Calcular o esforço cortante solicitante (V<sub>Sd\_1</sub>) de projeto;

$$V_{Sd_1} = \frac{y_{g1}^u \ q_1. \ L_v}{2} + \frac{y_{g3}^u \ q_3. \ L_v}{2}$$

- Chamar a Rotina 8 Cálculo do esforço cortante resistente de cálculo (V<sub>Rd\_1</sub>) da fase 1;
- Fazer a verificação se V<sub>Sd\_1</sub> ≤ V<sub>Rd</sub>;
- b) Verificação na Fase 2 Viga Mista de Aço e Concreto, t=0 e n =  $\frac{E_a}{E_c}$ 
  - Carregamentos atuantes: (1) + (2) + (3) + (4) + (5) + (6) + (7) + (8);
  - Chamar a Rotina 5 Cálculo do incremento da força de protensão devido aos carregamentos. Calcular os incrementos da força de protensão (ΔP<sub>7</sub>) devido a carga permanente de serviço e (ΔP<sub>8</sub>) devido à Sobrecarga de Uso e Ocupação;
  - Calcular a força de compressão de solicitante de cálculo (N<sub>Sd 2</sub>) da fase 2;

$$N_{Sd 2} = N_{Sd 1} + y_{g2} \cdot b \cdot \Delta P_7 + y_{g2} \cdot b \cdot \Delta P_8$$

Calcular o momento fletor solicitante de cálculo (M<sub>Sd 2</sub>) da fase 2;

$$M_{Sd\_2} = M_{Sd\_1} + \frac{y_{g5}, q_5, L_v^2}{8} + \frac{y_{g6}, q_6 \cdot L_v^2}{8} + y_{g2}, b, \Delta P_7, e_{p\_tr} + y_{g2}, b, \Delta P_8, e_{p\_tr}$$

- Chamar a Rotina 7 Cálculo da LNP e do momento fletor resistente
   (M<sub>Rd\_2</sub>) de cálculo da seção mista protendida;
- Chamar a Rotina 6 Verificação da flexo-Compressão;

$$\frac{N_{Sd2}}{N_{Rd}} + \frac{8. \ M_{Sd\_2}}{9. \ M_{Rd\_2}} \le 1$$

Por simplificação, considera-se que apenas o perfil de aço resista ao esforço axial.

Calcular o esforço cortante solicitante (V<sub>Sd 2</sub>) de projeto;

$$V_{Sd_2} = V_{Sd_1} + \frac{y_{g5} \cdot q_5 \cdot L_v}{2} + \frac{y_{g6} \cdot q_6 \cdot L_v}{2}$$

- Chamar a Rotina 8 Cálculo do esforço cortante resistente de cálculo (V<sub>Rd 2</sub>) da fase 2;
- Fazer a verificação se V<sub>Sd\_2</sub> ≤ V<sub>Rd</sub>;
- c) Verificação na Fase 03 Viga Mista de Aço e Concreto,  $t=\infty$  e n =  $\frac{3Ea}{E_c}$ 
  - Carregamentos atuantes: (1) + (2) + (3) + (4) + (5) + (6) + (7) + (8) + (9);
  - Chamar a Rotina 1 Cálculo da LNE da Seção Transformada para t=∞ e
     n = 3Ea / Ec;
- Calculo do esforço devido a retração na laje de concreto (P<sub>9</sub>)  $P_9 = y_{g3}.\frac{E_c}{3}.\,s_{cc,œ}.\,A_c;$
- Calcular a força de compressão solicitante de cálculo (N<sub>Sd\_3</sub>) da fase 3;

$$N_{Sd,3} = N_{Sd,2} + P_9$$

Calcular o momento fletor solicitante de cálculo (Msd\_3) da fase 3;

$$M = M$$
  $u \frac{t_c}{Sd_3} Sd_2 + y_{g3} P_{9} (y_{tr} - \frac{t_c}{2})$ 

Chamar a Rotina 6 – Verificação da flexo-Compressão

$$\frac{N_{Sd3}}{N_{Rd}} + \frac{8. \ M_{Sd\_3}}{9. \ M_{Rd}} \le 1$$

Por simplificação, considera-se que apenas o perfil de aço resista ao esforço axial. Também, o momento fletor resistente da fase 3 é o mesmo da fase 2.

- 03) Chamar a Rotina 9 Cálculo da flecha.
- 04) Dimensionamento segundo Nunziata (2004)
  - Chamar a rotina 10 de dimensionamento por verificações das tensões.

## 3.1.3. Abrangência e limitações do programa

Conforme já dito, o programa verifica a condição de segurança para os estados limites últimos e para o estado limite de serviço de flecha excessiva de vigas mistas de aço e concreto pré-tracionadas simplesmente apoiadas compostas por laje maciça de concreto e perfis de aço "I" simétricos em relação ao plano de flexão.

No dimensionamento da viga mista protendida, o critério de resistência adotado foi o da plastificação total da seção mista com o cabo de aço, utilizado para a protensão do perfil trabalhando em regime elástico. Duas formas de apresentar os resultados são fornecidas: o resultado da equação de interação à flexo-compressão, para a metodologia com base na ABNT NBR 8800:2008 e o resultado da verificação das tensões na face superior da laje de concreto, na face superior e na face inferior do perfil de aço, para a metodologia com base em Nunziata (2004).

No item 3.2, são apresentadas as considerações fundamentais para a verificação da viga pelo método dos estados limites. Ressalta-se que esse trabalho se limita a perfis de aço com seção transversal compacta.

### 3.2. PREMISSAS ADOTADAS PARA O DIMENSIONAMENTO DA VIGA

Nesse trabalho utilizou-se para as verificações da seção transversal mista protendida, com algumas adequações, os procedimentos definidos nas seguintes normas vigentes:

- ABNT NBR 8800:2008, com as adaptações incluindo a força de protensão;
- ABNT NBR 6118:2014, referente ao projeto de estruturas de concreto armado e concreto protendido;
- ABNT NBR 7482:2008 e ABNT NBR 7483:2008 alusivas a fios de aço e cordoalhas de aço para estruturas de concreto protendido, respectivamente.

Algumas premissas foram adotadas ao procedimento de dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas, como critério de simplificação, a saber:

Perfil de aço com seção transversal tipo I: a norma ABNT NBR 8800:2008
 prescreve o equacionamento para dimensionamento de vigas mistas de aço e

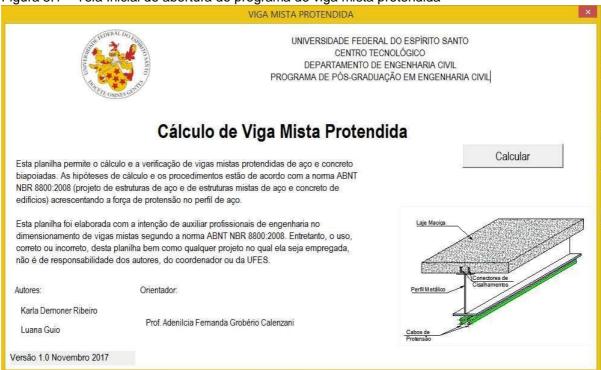
- concreto composta por um perfil de aço com seção transversal tipo I, simétrico em relação ao plano de flexão;
- Seções de aço compactas: como são adequadas para análise plástica, uma vez que apresentam uma distribuição de tensões totalmente plástica com grande rotação antes do início da flambagem local, podem evitar uma possível instabilidade local do perfil de aço;
- Interação total entre os materiais aço e concreto: que é garantido pelo dimensionamento adequado dos conectores de cisalhamento em número suficiente para desenvolver a resistência máxima à flexão da viga mista. Nesse estudo são utilizados apenas os conectores do tipo pino com cabeça;
- Construção não escorada;
- Laje maciça de concreto armado;
- O concreto em região tracionada é desprezado no cálculo das resistências, assim como na ABNT NBR 8800:2008;
- Força de protensão constante ao longo de todo do cabo de protensão;
- Cabo com traçado retilíneo;
- Vigas simplesmente apoiadas. Na fase de construção, a viga de aço fica sujeita a momento fletor negativo quando a força de protensão é aplicada, porém com o acréscimo do peso do concreto fresco, a viga de aço pode continuar a ser solicitada por momento fletor negativo ou pode passar a ser solicitada por momento fletor positivo. Na fase de serviço, a viga mista fica solicitada a momento fletor positivo com a laje fica comprimida.

## 3.3. APRESENTAÇÃO DO PROGRAMA

A entrada de dados no programa é relativamente simples, ela é feita por meio de janelas sequencialmente abertas que solicitam as informações necessárias ao dimensionamento das vigas mistas de aço e concreto protendidas, como por exemplo, as principais características dos elementos que a compõem a viga: perfil de aço, laje de concreto e cabos de protensão. A Figura 3.1 apresenta a tela inicial de abertura do

programa onde estão indicadas algumas observações sobre a utilização do programa para o usuário.

Figura 3.1 – Tela Inicial de abertura do programa de viga mista protendida



Fonte: Elaborado pela autora (2018)

Ao clicar no botão "Calcular" da Figura 3.1, irá aparecer a tela de dados de entrada para o programa conforme ilustrada na Figura 3.2. Nessa tela, o usuário deverá preencher o nome do projeto, a data e as dimensões dos vãos: comprimento do vão da viga, L<sub>v</sub>, comprimento destravado, L<sub>b</sub>. As distâncias da viga em estudo às vigas adjacentes, à esquerda, L<sub>ecq</sub>, e à direita, L<sub>dir</sub>, também devem ser informadas.

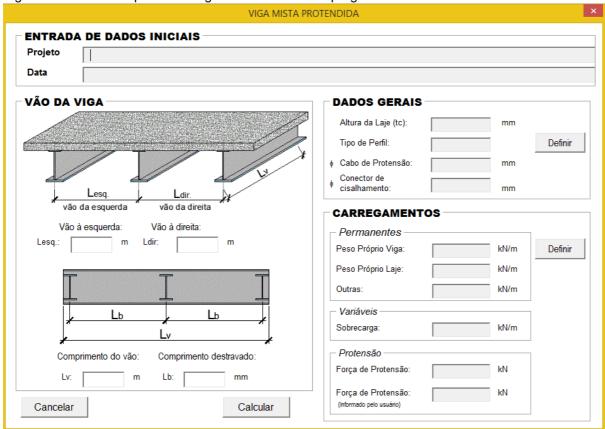


Figura 3.2 – Interface para dados gerais de entrada no programa

Fonte: Elaborado pela autora (2018)

Ao clicar no botão "Definir" em dados gerais da Figura 3.2, o usuário terá acesso a tela apresentada na Figura 3.3 onde deverão ser preenchidos os dados da laje maciça de concreto, sua altura,  $t_c$ , a resistência característica à compressão do concreto,  $f_{ck}$ , e a deformação específica de retração do concreto,  $s_{ce}$ . As classes de resistência podem ser inseridas com valores de  $f_{ck}$  iguais a 20, 25, 30, 35, 40, 45 ou 50 MPa.

O módulo de elasticidade do concreto também deve ser informado pelo usuário, uma vez que a ABNT NBR 6118:2014 determina com base no tipo de agregado a ser utilizado. Ainda nessa janela, o usuário informará os dados da conexão de cisalhamento, o diâmetro e o número de conectores da seção transversal, n<sub>t</sub>. A resistência à ruptura do aço dos conectores deverá ser atribuída à variável f<sub>ucc</sub>. Dois diâmetros para os conectores de cisalhamento estão disponíveis para seleção, 19 e 22 mm.

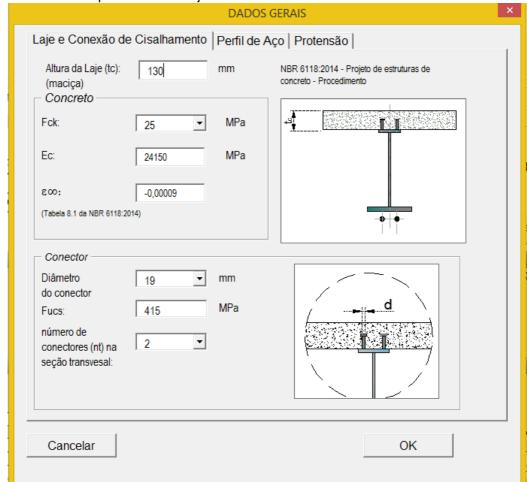


Figura 3.3 – Interface para dados da laje e dos conectores

Em seguida, na mesma janela, clicando na aba "Perfil", o usuário informará todos os dados geométricos do perfil, conforme ilustrado na Figura 3.4. O usuário tem a opção de selecionar perfis cadastrados ou entrar com as dimensões desejadas. O programa possui um banco de dados com os perfis "I" ou "H" laminados produzidos pela Gerdau Açominas. A resistência ao escoamento do aço dos perfis deverá ser atribuída à variável f<sub>yk</sub>. O módulo de elasticidade do aço é tomado igual a 200 GPa.

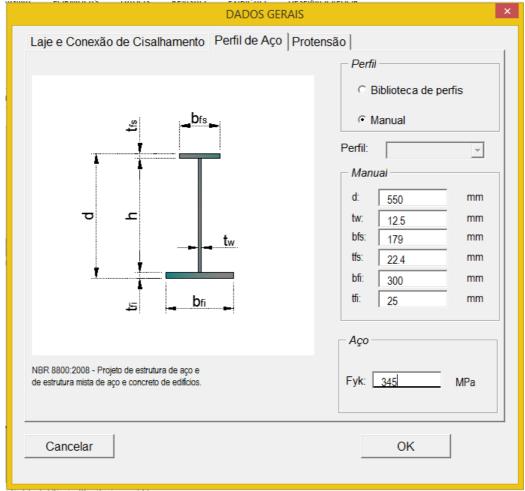


Figura 3.4 – Interface para dados de entrada do perfil de aço

Fonte: Elaborado pela autora (2018)

Ainda nessa mesma tela, clicando na aba "Protensão", como ilustra a Figura 3.5, serão solicitados os dados dos cabos de protensão: seu diâmetro e a sua excentricidade em relação à face inferior do perfil. Diâmetros de 6,4; 7,9; 9,5; 11,0; 12,7 e 15,2 mm estão disponíveis para a seleção. Também, devem ser fornecidos os dados do aço de protensão: resistência característica à tração ( $f_{ptk}$ ), resistência característica ao escoamento ( $f_{pyk}$ ) e o módulo de elasticidade longitudinal.

Se a excentricidade dos cabos de protensão for medida abaixo da mesa inferior do perfil de aço, o usuário deverá inserir a cota com o sinal positivo. Se a excentricidade for medida acima da mesa inferior do perfil, o usuário deverá inserir a cota com o sinal negativo.

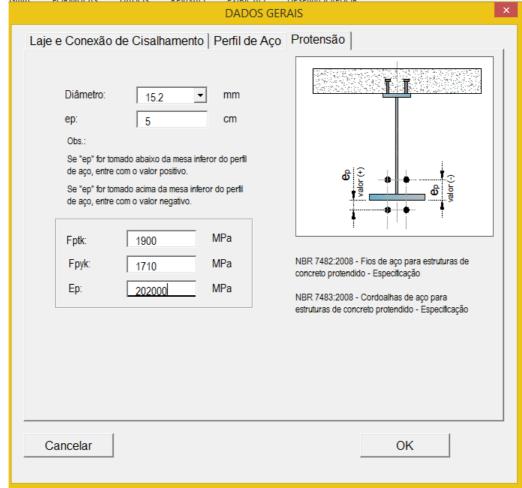


Figura 3.5 – Interface para dados do cabo de protensão

Fonte: Elaborado pela autora (2018)

Ao clicar no botão "Ok" o programa irá verificar se os conectores de cisalhamento estão espaçados transversalmente e longitudinalmente respeitando os limites orientados da ABNT NBR 8800:2008. Caso não sejam respeitados os limites de espaçamentos transversal e/ou longitudinal, irá aparecer uma mensagem na tela seguinte com a informação "TROCAR NÚMERO DE CONECTORES" conforme indicado na Figura 3.6.

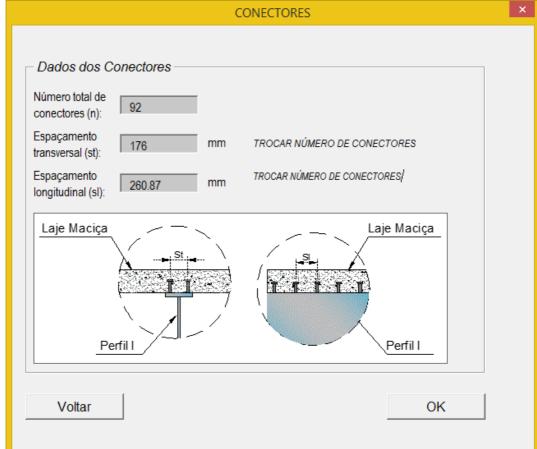


Figura 3.6 – Tela de verificação dos conectores de cisalhamento

Quando isso ocorrer, o usuário deverá clicar no botão "Voltar" da Figura 3.6 retornar à tela da Figura 3.3 na aba Laje e Conexão de Cisalhamento e alterar o diâmetro ou o número dos conectores de cisalhamento na seção transversal até que a mensagem de erro desapareça. Conforme ilustrado na Figura 3.7.

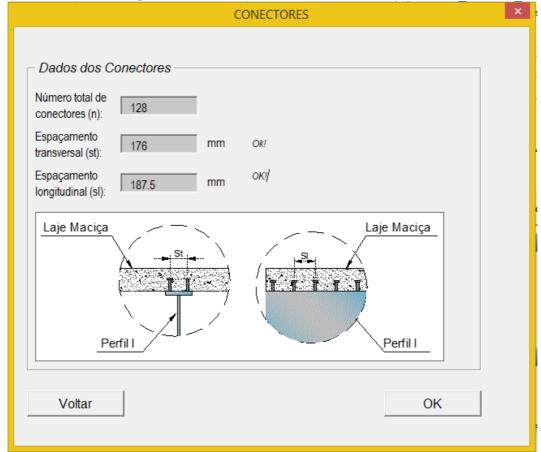


Figura 3.7 – Tela de verificação dos conectores de cisalhamento

E por fim, a última janela para inserção de dados está apresentada na Figura 3.8. Nela o usuário informa o valor total dos carregamentos permanentes em kN/m², tais como peso dos revestimentos, pavimentos e etc. Vale ressaltar que não deverão ser inseridos nessa janela o peso próprio da viga de aço e nem da laje de concreto, pois eles serão calculados automaticamente pelo programa e apresentados na tela de dados de entrada, Figura 3.2, posteriormente.

Após solicitar o valor da sobrecarga de uso e ocupação em kN/m², essa janela apresenta o valor da força de protensão inicial calculada pela Equação (3.3) O usuário deverá clicar no botão "Checar Flecha" para o cálculo da flecha na fase 3. O objetivo é verificar se o valor calculado para a força de protensão não ocasiona flecha negativa.

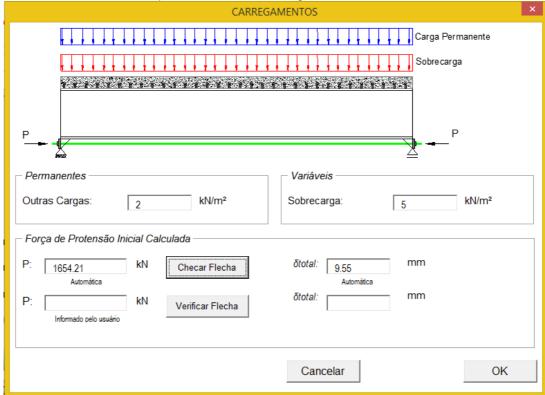


Figura 3.8 – Tela com interface para inclusão dos carregamentos

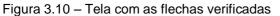
Fonte: Elaborado pela autora (2018)

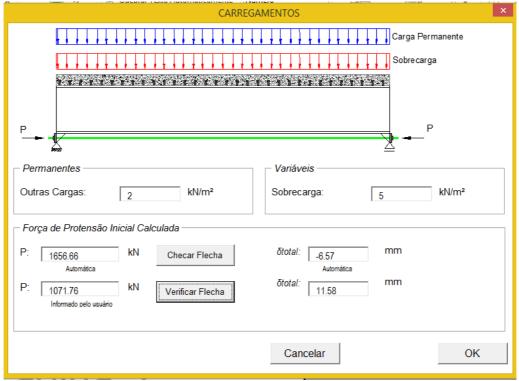
Caso haja flecha negativa, uma mensagem na tela informando "Valor da flecha está negativo! "Por favor, diminua o valor da força de protensão!" será apresentada, Figura 3.9. Assim, o usuário tem a opção de reduzir o valor da força de protensão (P) inicial, manualmente para que o valor da flecha se torne nulo ou positivo, como indicado na Figura 3.10.

CARREGAMENTOS Carga Permanente Sobrecarga Microsoft Excel O valor da flecha total está negativo! Por favor, diminua o valor da força de Р OK Permanentes kN/m² Sobrecarga: 5 kN/m² Outras Cargas: 2 Força de Protensão Inicial Calculada mm 1654.21 kΝ Checar Flecha -6.5 mm kΝ Verificar Flecha Informado pelo usuário Cancelar OK

Figura 3.9 – Tela com aviso de flecha negativa

Fonte: Elaborado pela autora (2018)





Depois de inseridos todos os dados de entrada no programa, o usuário deverá clicar no botão "Calcular" no canto inferior esquerdo da janela de entrada do programa, Figura 3.11.

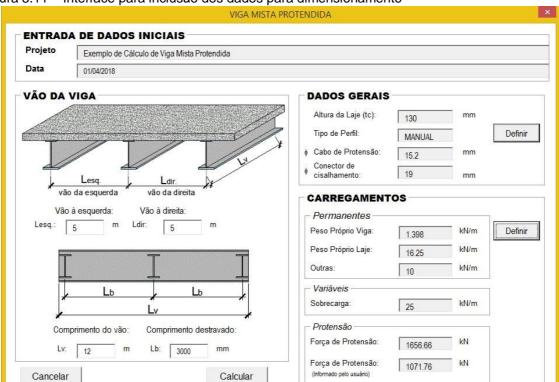


Figura 3.11 – Interface para inclusão dos dados para dimensionamento

Fonte: Elaborado pela autora (2018)

Ao fazê-lo, aparecerá a primeira janela de resultados, mostrada na Figura 3.12 onde serão exibidos para cada fase, os valores dos esforços resistentes e solicitantes, o índice de aproveitamento da viga obtido pelo resultado da equação de interação da flexo-compressão e as tensões na face superior da laje de concreto, face superior da mesa superior do perfil de aço e na face inferior da mesa inferior do perfil de aço.

Para visualizar a verificação do estado limite de serviço de flecha excessiva, o usuário deve clicar no botão "Ok" no canto superior direito da tela, sendo direcionada a segunda tela de resultados, Figura 3.13, onde são apresentados os valores do máximo deslocamento vertical da viga para cada fase, calculados com a combinação rara de ações. O valor da flecha admissível, de acordo com a ABNT NBR 8800:2008, vão da viga dividido por 350, também é apresentado, assim como o índice de aproveitamento da viga em relação ao estado limite de flecha excessiva.

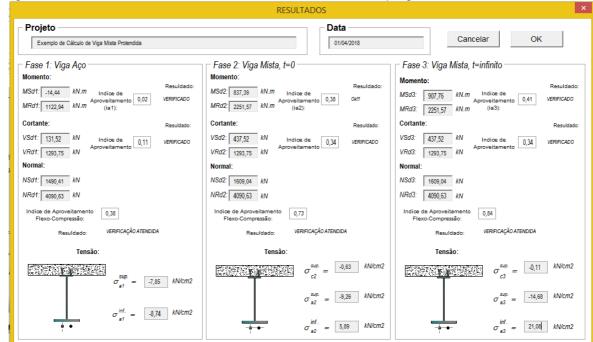
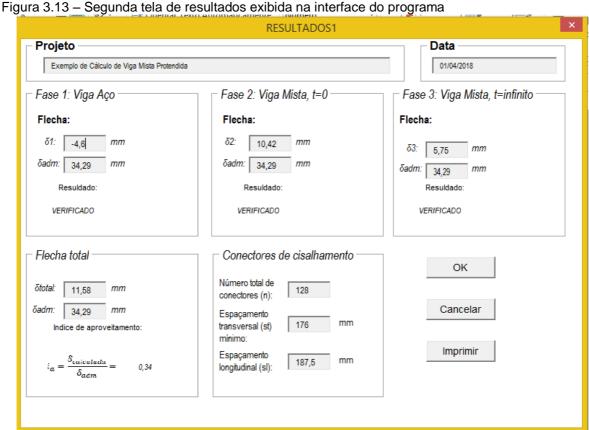


Figura 3.12 – Primeira tela de resultados exibida na interface do programa

Fonte: Elaborado pela autora (2018)



Ainda na tela da Figura 3.13, os resultados do número de conectores de cisalhamento, espaçamento transversal e longitudinal são apresentados. Por fim, ao clicar no botão 'Imprimir", uma memória de cálculo será imprimida em arquivo .pdf. O APÊNDICE B contém um exemplo de memória de cálculo.

## 3.4. AFERIÇÃO DO PROGRAMA

Para a aferição do programa, um exemplo numérico foi resolvido manualmente de uma viga mista de aço e concreto com proteção externa, simplesmente apoiada em vão de 12 metros e submetida a carregamento distribuído. Os dados do exemplo estão apresentados no Quadro 3.3.

Quadro 3.3 – Dados da viga mista de aço e concreto protendida

Quadro 5.5 – Dados da viga mista de aço e concreto protendida									
Dados de entrada	Distância entre vigas adjacentes (L <sub>ecq</sub> = L <sub>dir</sub> ) = 5 m Comprimento do vão (L <sub>v</sub> ) = 12 m Comprimento destravado (L <sub>b</sub> ) = 3 m								
Laje e Conexão de	Laje	$t_c = 130\text{mm}$ $f_{ck} = 25\text{MPa}$ $E_c = 24.150\text{MPa}$ $s_{ce} = -0.00009$							
Cisalhamento	Conexão de Cisalhamento								
Perfil de Aço	b <sub>fc</sub> = b <sub>fi</sub> =	$\begin{array}{llllllllllllllllllllllllllllllllllll$							
Protensão	$\emptyset_{cabo} = 15,20 \text{ mm}$ $e_p = 5,0 \text{ cm}$ $f_{ptk} = 1.900 \text{ MPa}$ $f_{pyk} = 1.710 \text{ MPa}$ $E_p = 202.000 \text{ MPa}$								

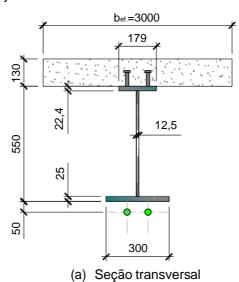
Fonte: Elaborado pela autora (2018)

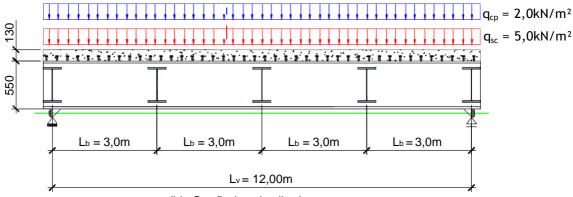
A Figura 3.14 ilustra o exemplo de aferição com a seção transversal da viga desenhada na Figura 3.14(a) e a seção longitudinal com os carregamentos distribuídos desenhada na Figura 3.14(b). A carga permanente é de 2,0 kN/m² e a

sobrecarga de uso e ocupação é de 5,0 kN/m². A distância entre vigas adjacentes é de 5,0m, valor este utilizado como largura de influência para o cálculo da carga por unidade de comprimento da viga.

O Quadro 3.4 apresenta um resumo das cargas por metro linear que são consideradas no dimensionamento, incluindo o peso próprio da viga de aço e da laje de concreto.

Figura 3.14 – Exemplo de aferição





(b) Seção longitudinal com carregamentos

Fonte: Elaborado pela autora (2018)

Quadro 3.4 – Ações permanente e variáveis

Ações Permanentes	Peso próprio da viga de aço (q <sub>1</sub> ): 1,40 kN/m Peso próprio da laje de concreto (q <sub>3</sub> ):16,25 kN/m Carga Permanente de Utilização (q <sub>5</sub> ): 10,0 kN/m
Ações Variáveis	Sobrecarga de Uso e Ocupação (q <sub>6</sub> ): 25,0 kN/m

Optou-se por apresentar no APÊNDICE B, a resolução do exemplo de aferição devido ao grande volume de cálculo gerado. O Quadro 3.5 apresenta a comparação entre os resultados obtidos pelo programa e os resultados obtidos pelo cálculo manual. A aferição do programa foi comprovada, uma vez que os resultados obtidos pelo programa desenvolvido são praticamente iguais aos do exemplo numérico manual.

Quadro 3.5 – Quadro comparativo dos resultados do exemplo numérico com o programa computacional

•	compatacional												
			Fase 1: Viga de Aço										
		Р	N <sub>Rd1</sub>	N <sub>Sd1</sub>	$V_{Rd1}$	$V_{\text{Sd1}}$	M <sub>Rd1</sub>	M <sub>Sd1</sub>	δ1				
		(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	(mm)				
	Exemplo	1.072,05	4.090,69	1.512,53	1.293,75	131,53	1.122,93	-20,38	-5,05				
	Programa	1.071,96	4.090,63	1.512,42	1.293,75	131,52	1.122,93	-20,48	-5,06				
	Diferença	0,09	0,06	0,11	0,00	0,01	0,00	0,10	0,01				

		Fa	$n=\frac{1}{2}$	E <sub>a</sub> E <sub>e</sub>			
	N <sub>Rd2</sub>	N <sub>Sd2</sub>	$V_{Rd2}$	$V_{Sd2}$	$M_{Rd2}$	M <sub>Sd2</sub>	$\delta_2$
	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	(mm)
Exemplo	4.090,69	1.665,67	1.293,75	437,50	3.352,04	812,13	10,04
Programa	4.090,63	1.665,80	1.293,75	437,52	3.351,93	811,96	10,09
Diferença	0,06	0,13	0,00	0,02	0,11	0,17	0,05

		Fas	dida , t=0 e	$n = \frac{1}{2}$	$\frac{3E_a}{E_c}$		
	$N_{Rd3}$	N <sub>Sd3</sub>	$V_{Rd3}$	$V_{Sd3}$	M <sub>Rd3</sub>	M <sub>Sd3</sub>	$\delta_3$
	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	(mm)
Exemplo	4.090,69	2.004,74	1.293,75	437,50	3.352,04	882,50	5,62
Programa	4.090,63	2.004,87	1.293,75	437,52	3.351,93	882,33	5,62
Diferença	Diferença 0,06 0,13 0,00 0,02 0,11 0,17						

## 4. ESTUDO PARAMÉTRICO

Este capítulo trata do estudo paramétrico realizado no programa computacional descrito e aferido no capítulo 3. Nesse estudo, um parâmetro tem seu valor alterado enquanto os outros são mantidos constantes. Assim é possível avaliar a influência de determinados parâmetros nos valores de resistência de vigas mistas protendidas.

Este estudo avalia se a utilização de perfis I monossimétricos com mesa superior de menor área é viável do ponto de vista técnico e econômico como no caso das vigas mistas sem protensão. Para isso, a seção I duplamente simétrica e quatro outras seções transversais de diferentes graus de monossimetria foram estudadas. A razão entre o comprimento da viga, vão livre e a altura do perfil de aço também é um parâmetro estudado com vistas à determinação do seu valor ideal para a fase de prédimensionamento dessas vigas. Por último, a excentricidade da protensão foi estudada, com a análise se restringindo a duas localizações distintas para os cabos de protensão, acima ou abaixo da mesa inferior do perfil de aço.

No item 4.1 estão apresentados os modelos de parametrização e como foram definidos a partir de parâmetros escolhidos para o estudo. A metodologia para a realização do estudo está descrita no item 4.2. Os resultados do estudo paramétrico são apresentados no item 4.3.

## 4.1. MODELOS DA PARAMETRIZAÇÃO

As dimensões dos perfis de aço utilizados no estudo paramétrico são apresentadas no Quadro 4.1. O aço estrutural é o ASTM A572 gr. 50 (f<sub>y</sub> igual a 345 MPa e f<sub>u</sub> igual a 450 MPa).

Segundo a ABNT NBR 8800:2008, seções monossimétricas devem obedecer às Equações (4.1) e (4.2).

$$\frac{1}{9} \le \alpha_{y} \le 9 \operatorname{com} \alpha_{y} = \frac{I_{yc}}{I_{yt}}$$
 (4.1)

$$A_{fc} + A_{w} > A_{fi} \tag{4.2}$$

Onde:  $I_{yc}$  é o momento de inércia da mesa comprimida em relação ao eixo que passa pelo plano médio da alma;  $I_{yt}$  é o momento de inércia da mesa tracionada em relação ao eixo que passa pelo plano médio da alma;  $A_{fc}$  é a área da mesa superior,  $A_w$  é a área da alma e  $A_{fi}$  é a área da mesa inferior do perfil de aço. Nessa pesquisa, o inverso do coeficiente  $\alpha_y$  será denominado grau de monossimetria,  $\alpha_m$ , e seus valores poderão variar de 1 (para a seção duplamente simétrica) até o valor máximo de 9.

$$q_n = \frac{1}{\alpha_y} e 1 \le \alpha_m \le 9 \tag{4.3}$$

Para avaliar a influência do grau de monossimetria, optou-se por trabalhar com perfis de mesma área da seção transversal, igual a 178,00 cm². Propositalmente, o peso de aço das vigas é o mesmo em todos os modelos para que se possa analisar qual configuração geométrica fornecerá a viga mista protendida mais resistente com o mesmo custo. Fixou-se a altura dos os perfis em 550 mm, a espessura da alma em 12,50 mm e a largura da mesa inferior em 300 mm. Os demais parâmetros dos perfis foram escolhidos para atender a área de aço especificada e fornecer variações do grau de monossimetria,  $(\alpha_m)$ .

Quadro 4.1 – Dimensões dos perfis e grau de monossimetria

	<u>b</u> fs <u>b</u> fs	Perfil		d (mm)	t <sub>w</sub> (mm)	b <sub>†s</sub> (mm)	t <sub>†s</sub> (mm)	b <sub>†i</sub> (mm)	t <sub>†i</sub> (mm)	a <sub>m</sub>
1	_	Simétrico	1	550,00	12,50	300,00	19,00	300,00	19,00	1,00
σ		Monossimétrico	2	550,00	12,50	248,50	19,00	300,00	22,40	2,07
	t <sub>w</sub>		3	550,00	12,50	246,10	16,00	300,00	25,00	2,83
1		WOTOSSITTELTICO	4	550,00	12,50	209,20	19,00	300,00	25,00	3,88
	<u> bfi</u>		5	550,00	12,50	179,40	22,40	300,00	25,00	5,22

Fonte: Elaborado pela autora (2018)

Tendo em vista que os parâmetros da laje não são objeto desse estudo, todos os modelos apresentam a mesma laje, maciça em concreto armado com altura igual a 130 mm. A resistência característica do concreto à compressão foi tomada igual a 25 MPa.

As vigas possuem comprimento variando de 9, 10,5, 12, 13,5, 15 e 17 metros, consequentemente, as razões entre o comprimento da viga e a altura do perfil de aço aproximadamente iguais a 16, 19, 22, 25, 27 e 31 foram estudadas. Conforme

ilustrado na Figura 4.1, o comprimento destravado máximo é de 3,0 metros, igual a distância entre as vigas perpendiculares à viga estudada. A distância das vigas adjacentes à viga em estudo é de 5,0 metros.

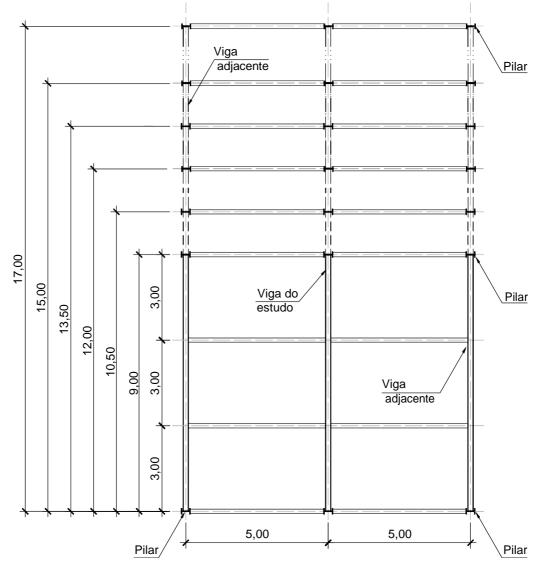


Figura 4.1 – Croqui esquemático de distribuição das vigas (unid. m)

Fonte: Elaborado pela autora (2018)

Três valores de excentricidade (e<sub>p</sub>) para os cabos de protensão, que variam entre 630, 730 e 780 mm, foram adotados para as vigas conforme ilustrado esquematicamente na Figura 4.2. Para todos os modelos, o traçado dos cabos, formados por cordoalhas de aço CP-190 RB, é retilíneo ao longo de todo o comprimento da viga.

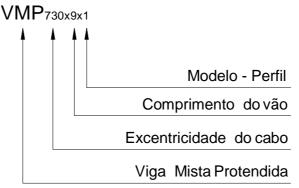
Excentricidades do Cabos

de Protensão (ep)

Figura 4.2 – Croqui esquemático da seção transversal no meio da viga mista protendida (unid: mm)

Os modelos foram nomeados de acordo com a execução ou não da protensão, em vigas mistas protendidas e vigas mistas sem protensão, respectivamente, pelas siglas VMP e VM. Sucedendo as siglas VMP e VM, tem-se o valor da excentricidade dos cabos de protensão em relação ao topo da laje de concreto, como ilustrado na Figura 4.2 seguido do valor do comprimento do vão e do número do modelo utilizado, conforme ilustrado na Figura 4.3.

Figura 4.3 – Nomenclatura dos modelos de viga mista protendidas



Fonte: Elaborado pela autora (2018)

No total, foram dimensionadas pelo programa cento e vinte vigas mistas de aço e concreto sendo noventa delas com protensão externa e trinta sem protensão. Os Quadros 4.2, 4.3 e 4.4 apresentam as características dos 90 modelos com protensão externa segundo o valor da excentricidade, ou seja, de 730mm, 780mm, 630mm. O Quadro 4.5 apresenta as características dos 30 modelos sem protensão.

Quadro 4.2 – Modelos com a excentricidade  $(e_p)$  de 730mm

	Modelos	Comprimento	Pro	oprieda	des Ge	ométric	as	Posição do
n <sup>o</sup>	Nomenclatura	do Vão (m)	b <sub>†s</sub> (mm)	t <sub>†s</sub> (mm)	b <sub>†i</sub> (mm)	t <sub>†i</sub> (mm)	a <sub>m</sub>	Cabo (mm)
1	VMP <sub>730x9x1</sub>	9,00	300,0	19,0	300,0	19,0	1,00	730
2	VMP <sub>730x9x2</sub>	9,00	248,5	19,0	300,0	22,4	2,07	730
3	VMP <sub>730x9x3</sub>	9,00	246,1	16,0	300,0	25,0	2,83	730
4	VMP <sub>730x9x4</sub>	9,00	209,2	19,0	300,0	25,0	3,88	730
5	VMP <sub>730x9x5</sub>	9,00	179,4	22,4	300,0	25,0	5,22	730
101	VMP <sub>730x10,5x101</sub>	10,50	300,0	19,0	300,0	19,0	1,00	730
102	VMP <sub>730x10,5x102</sub>	10,50	248,5	19,0	300,0	22,4	2,07	730
103	VMP <sub>730x10,5x103</sub>	10,50	246,1	16,0	300,0	25,0	2,83	730
104	VMP <sub>730x10,5x104</sub>	10,50	209,2	19,0	300,0	25,0	3,88	730
105	VMP <sub>730x10,5x105</sub>	10,50	179,4	22,4	300,0	25,0	5,22	730
6	VMP <sub>730x12x6</sub>	12,00	300,0	19,0	300,0	19,0	1,00	730
7	VMP <sub>730x12x7</sub>	12,00	248,5	19,0	300,0	22,4	2,07	730
8	VMP <sub>730x12x8</sub>	12,00	246,1	16,0	300,0	25,0	2,83	730
9	VMP <sub>730x12x9</sub>	12,00	209,2	19,0	300,0	25,0	3,88	730
10	VMP <sub>730x12x10</sub>	12,00	179,4	22,4	300,0	25,0	5,22	730
81	VMP <sub>730x13,5x81</sub>	13,50	300,0	19,0	300,0	19,0	1,00	730
82	VMP <sub>730x13,5x82</sub>	13,50	248,5	19,0	300,0	22,4	2,07	730
83	VMP <sub>730x13,5x83</sub>	13,50	246,1	16,0	300,0	25,0	2,83	730
84	VMP <sub>730x13,5x84</sub>	13,50	209,2	19,0	300,0	25,0	3,88	730
85	VMP <sub>730x13,5x85</sub>	13,50	179,4	22,4	300,0	25,0	5,22	730
11	VMP <sub>730x15x11</sub>	15,00	300,0	19,0	300,0	19,0	1,00	730
12	VMP <sub>730x15x12</sub>	15,00	248,5	19,0	300,0	22,4	2,07	730
13	VMP <sub>730x15x13</sub>	15,00	246,1	16,0	300,0	25,0	2,83	730
14	VMP <sub>730x15x14</sub>	15,00	209,2	19,0	300,0	25,0	3,88	730
15	VMP <sub>730x15x15</sub>	15,00	179,4	22,4	300,0	25,0	5,22	730
16	VMP <sub>730x17x16</sub>	17,00	300,0	19,0	300,0	19,0	1,00	730
17	VMP <sub>730x17x17</sub>	17,00	248,5	19,0	300,0	22,4	2,07	730
18	VMP <sub>730x17x18</sub>	17,00	246,1	16,0	300,0	25,0	2,83	730
19	VMP <sub>730x17x19</sub>	17,00	209,2	19,0	300,0	25,0	3,88	730
20	VMP <sub>730x17x20</sub>	17,00	179,4	22,4	300,0	25,0	5,22	730

Quadro 4.3 – Modelos com a excentricidade  $(e_p)$  de 780mm

	Modelos	Comprimento		Propriedades Geométricas					
nº	Nomenclatura	do Vão (m)	b <sub>†s</sub> (mm)	t <sub>†s</sub> (mm)	b <sub>†i</sub> (mm)	t <sub>†i</sub> (mm)	a <sub>m</sub>	Cabo (mm)	
21	VMP <sub>780x9x21</sub>	9,00	300,0	19,0	300,0	19,0	1,00	780	
22	VMP <sub>780x9x22</sub>	9,00	248,5	19,0	300,0	22,4	2,07	780	
23	VMP <sub>780x9x23</sub>	9,00	246,1	16,0	300,0	25,0	2,83	780	
24	VMP <sub>780x9x24</sub>	9,00	209,2	19,0	300,0	25,0	3,88	780	
25	VMP <sub>780x9x25</sub>	9,00	179,4	22,4	300,0	25,0	5,22	780	
106	VMP <sub>780x10,5x106</sub>	10,50	300,0	19,0	300,0	19,0	1,00	780	
107	VMP <sub>780x10,5x107</sub>	10,50	248,5	19,0	300,0	22,4	2,07	780	
108	VMP <sub>780x10,5x108</sub>	10,50	246,1	16,0	300,0	25,0	2,83	780	
109	VMP <sub>780x10,5x109</sub>	10,50	209,2	19,0	300,0	25,0	3,88	780	
110	VMP <sub>780x10,5x110</sub>	10,50	179,4	22,4	300,0	25,0	5,22	780	
26	VMP <sub>780x12x26</sub>	12,00	300,0	19,0	300,0	19,0	1,00	780	
27	VMP <sub>780x12x27</sub>	12,00	248,5	19,0	300,0	22,4	2,07	780	
28	VMP <sub>780x12x28</sub>	12,00	246,1	16,0	300,0	25,0	2,83	780	
29	VMP <sub>780x12x29</sub>	12,00	209,2	19,0	300,0	25,0	3,88	780	
30	VMP <sub>780x12x30</sub>	12,00	179,4	22,4	300,0	25,0	5,22	780	
31	VMP <sub>780x15x31</sub>	15,00	300,0	19,0	300,0	19,0	1,00	780	
86	VMP <sub>780x13,5x86</sub>	13,50	300,0	19,0	300,0	19,0	2,07	780	
87	VMP <sub>780x13,5x87</sub>	13,50	248,5	19,0	300,0	22,4	2,83	780	
88	VMP <sub>780x13,5x88</sub>	13,50	246,1	16,0	300,0	25,0	3,88	780	
89	VMP <sub>780x13,5x89</sub>	13,50	209,2	19,0	300,0	25,0	5,22	780	
90	VMP <sub>780x13,5x90</sub>	13,50	179,4	22,4	300,0	25,0	1,00	780	
32	VMP <sub>780x15x32</sub>	15,00	248,5	19,0	300,0	22,4	2,07	780	
33	VMP <sub>780x15x33</sub>	15,00	246,1	16,0	300,0	25,0	2,83	780	
34	VMP <sub>780x15x34</sub>	15,00	209,2	19,0	300,0	25,0	3,88	780	
35	VMP <sub>780x15x35</sub>	15,00	179,4	22,4	300,0	25,0	5,22	780	
36	VMP <sub>780x17x36</sub>	17,00	300,0	19,0	300,0	19,0	1,00	780	
37	VMP <sub>780x17x37</sub>	17,00	248,5	19,0	300,0	22,4	2,07	780	
38	VMP <sub>780x17x38</sub>	17,00	246,1	16,0	300,0	25,0	2,83	780	
39	VMP <sub>780x17x39</sub>	17,00	209,2	19,0	300,0	25,0	3,88	780	
40	VMP <sub>780x17x40</sub>	17,00	179,4	22,4	300,0	25,0	5,22	780	

Quadro 4.4 – Modelos com a excentricidade (e<sub>p</sub>) de 630mm

	Modelos	Comprimento	Pro	Posição do				
nº Nomenclatura		do Vão (m)	b <sub>†s</sub> (mm)	t <sub>†s</sub> (mm)	b <sub>†i</sub> (mm)	t <sub>†i</sub> (mm)	a <sub>m</sub>	Cabo (mm)
41	VMP <sub>630x9x41</sub>	9,00	300,0	19,0	300,0	19,0	1,00	630
42	VMP <sub>630x9x42</sub>	9,00	248,5	19,0	300,0	22,4	2,07	630
43	VMP <sub>630x9x43</sub>	9,00	246,1	16,0	300,0	25,0	2,83	630
44	VMP <sub>630x9x44</sub>	9,00	209,2	19,0	300,0	25,0	3,88	630
45	VMP <sub>630x9x45</sub>	9,00	179,4	22,4	300,0	25,0	5,22	630
111	VMP <sub>630x10,5x111</sub>	10,50	300,0	19,0	300,0	19,0	1,00	630
112	VMP <sub>630x10,5x112</sub>	10,50	248,5	19,0	300,0	22,4	2,07	630
113	VMP <sub>630x10,5x113</sub>	10,50	246,1	16,0	300,0	25,0	2,83	630
114	VMP <sub>630x10,5x114</sub>	10,50	209,2	19,0	300,0	25,0	3,88	630
115	VMP <sub>630x10,5x115</sub>	10,50	179,4	22,4	300,0	25,0	5,22	630
46	VMP <sub>630x12x46</sub>	12,00	300,0	19,0	300,0	19,0	1,00	630
47	VMP <sub>630x12x47</sub>	12,00	248,5	19,0	300,0	22,4	2,07	630
48	VMP <sub>630x12x48</sub>	12,00	246,1	16,0	300,0	25,0	2,83	630
49	VMP <sub>630x12x49</sub>	12,00	209,2	19,0	300,0	25,0	3,88	630
50	VMP <sub>630x12x50</sub>	12,00	179,4	22,4	300,0	25,0	5,22	630
91	VMP <sub>630x13,5x91</sub>	13,50	300,0	19,0	300,0	19,0	1,00	630
92	VMP <sub>630x13,5x92</sub>	13,50	248,5	19,0	300,0	22,4	2,07	630
93	VMP <sub>630x13,5x93</sub>	13,50	246,1	16,0	300,0	25,0	2,83	630
94	VMP <sub>630x13,5x94</sub>	13,50	209,2	19,0	300,0	25,0	3,88	630
95	VMP <sub>630x13,5x95</sub>	13,50	179,4	22,4	300,0	25,0	5,22	630
51	VMP <sub>630x15x51</sub>	15,00	300,0	19,0	300,0	19,0	1,00	630
52	VMP <sub>630x15x52</sub>	15,00	248,5	19,0	300,0	22,4	2,07	630
53	VMP <sub>630x15x53</sub>	15,00	246,1	16,0	300,0	25,0	2,83	630
54	VMP <sub>630x15x54</sub>	15,00	209,2	19,0	300,0	25,0	3,88	630
55	VMP <sub>630x15x55</sub>	15,00	179,4	22,4	300,0	25,0	5,22	630
56	VMP <sub>630x17x56</sub>	17,00	300,0	19,0	300,0	19,0	1,00	630
57	VMP <sub>630x17x57</sub>	17,00	248,5	19,0	300,0	22,4	2,07	630
58	VMP <sub>630x17x58</sub>	17,00	246,1	16,0	300,0	25,0	2,83	630
59	VMP <sub>630x17x59</sub>	17,00	209,2	19,0	300,0	25,0	3,88	630
60	VMP <sub>630x17x60</sub>	17,00	179,4	22,4	300,0	25,0	5,22	630

Quadro 4.5 – Modelos sem a excentricidade (e<sub>p</sub>)

	Modelos	Comprimento	Pro	oprieda	des Ge	ométric	as	Posição do
n <sup>o</sup>	Nomenclatura	do Vão (m)	b <sub>†s</sub> (mm)	t <sub>†s</sub> (mm)	b <sub>†i</sub> (mm)	t <sub>†i</sub> (mm)	a <sub>m</sub>	Cabo (mm)
61	VM <sub>0x9x61</sub>	9,00	300,0	19,0	300,0	19,0	1,00	0
62	VM <sub>0x9x62</sub>	9,00	248,5	19,0	300,0	22,4	2,07	0
63	VM <sub>0x9x63</sub>	9,00	246,1	16,0	300,0	25,0	2,83	0
64	∨M <sub>0x9x64</sub>	9,00	209,2	19,0	300,0	25,0	3,88	0
65	VM <sub>0x9x65</sub>	9,00	179,4	22,4	300,0	25,0	5,22	0
116	VM <sub>0x10,5x116</sub>	10,50	300,0	19,0	300,0	19,0	1,00	0
117	VM <sub>0x10,5x117</sub>	10,50	248,5	19,0	300,0	22,4	2,07	0
118	VM <sub>0x10,5x118</sub>	10,50	246,1	16,0	300,0	25,0	2,83	0
119	VM <sub>0x10,5x119</sub>	10,50	209,2	19,0	300,0	25,0	3,88	0
120	VM <sub>0x10,5x120</sub>	10,50	179,4	22,4	300,0	25,0	5,22	0
66	$VM_{0x12x66}$	12,00	300,0	19,0	300,0	19,0	1,00	0
67	$VM_{0x12x67}$	12,00	248,5	19,0	300,0	22,4	2,07	0
68	$VM_{0x12x68}$	12,00	246,1	16,0	300,0	25,0	2,83	0
69	$VM_{0x12x69}$	12,00	209,2	19,0	300,0	25,0	3,88	0
70	VM <sub>0x12x70</sub>	12,00	179,4	22,4	300,0	25,0	5,22	0
96	$VM_{0x13,5x96}$	13,50	300,0	19,0	300,0	19,0	1,00	0
97	VM <sub>0x13,5x97</sub>	13,50	248,5	19,0	300,0	22,4	2,07	0
98	$VM_{0x13,5x98}$	13,50	246,1	16,0	300,0	25,0	2,83	0
99	$VM_{0x13,5x99}$	13,50	209,2	19,0	300,0	25,0	3,88	0
100	VM <sub>0x13,5x100</sub>	13,50	179,4	22,4	300,0	25,0	5,22	0
71	VM <sub>0x15x71</sub>	15,00	300,0	19,0	300,0	19,0	1,00	0
72	VM <sub>0x15x72</sub>	15,00	248,5	19,0	300,0	22,4	2,07	0
73	VM <sub>0x15x73</sub>	15,00	246,1	16,0	300,0	25,0	2,83	0
74	VM <sub>0x15x74</sub>	15,00	209,2	19,0	300,0	25,0	3,88	0
75	VM <sub>0x15x75</sub>	15,00	179,4	22,4	300,0	25,0	5,22	0
76	VM <sub>0x17x76</sub>	17,00	300,0	19,0	300,0	19,0	1,00	0
77	VM <sub>0x17x77</sub>	17,00	248,5	19,0	300,0	22,4	2,07	0
78	VM <sub>0x17x78</sub>	17,00	246,1	16,0	300,0	25,0	2,83	0
79	VM <sub>0x17x79</sub>	17,00	209,2	19,0	300,0	25,0	3,88	0
80	VM <sub>0x17x00</sub>	17,00	179,4	22,4	300,0	25,0	5,22	0

Ressalta-se que o foco da pesquisa é avaliar os efeitos da protensão externa em vigas mistas de aço e concreto. Estes efeitos impactam principalmente no dimensionamento do perfil de aço, por isso as verificações necessárias ao detalhamento da laje de concreto não foram apresentadas nesse trabalho. Porém, foi respeitada a recomendação da ABNT NBR 8800:2008 em que a tensão máxima de compressão na laje de concreto não deve exceder a 0,85f<sub>ck</sub> (resistência característica do concreto a compressão).

#### 4.2. METODOLOGIA UTILIZADA

As etapas de carregamento bem como a distribuição de tensões na seção transversal da viga podem variar em função da metodologia construtiva aplicada. Para a metodologia de pré-tração abordada nesta pesquisa, em conformidade com o capítulo 3, as vigas mistas de aço e concreto foram dimensionadas em três fases da vida da estrutura. Na primeira fase foram realizadas as verificações prescritivas na Norma ABNT NBR 8800:2008 considerando somente a viga de aço resistindo aos esforços. Nessa fase a viga de aço deverá resistir aos carregamentos de peso próprio, de peso do concreto fresco e da força de protensão. Na segunda fase, quando o concreto já atingiu a resistência à compressão especificada, tem-se a ação mista consolidada e a viga mista foi verificada para os demais carregamentos: permanente de serviço e sobrecarga de uso e ocupação. Por fim, na terceira fase acrescentou-se ao dimensionamento das vigas mistas, os esforços causados pela retração e pela fluência do concreto ao longo do tempo.

As verificações para os estados-limites últimos (ELU) relativos aos esforços de momento fletor e força cortante foram efetuadas juntamente com as verificações para o estado limite de serviço (ELS) de flecha excessiva. A verificação da interação dos esforços axial e de flexão também foi feita.

Os Quadros 4.6 e 4.7 apresentam as verificações necessárias para cada uma das fases supracitadas, considerando, como já foi dito, o método de protensão ser o de pré-tração, ou seja, força de protensão aplicada antes do lançamento do concreto da laje.

Quadro 4.6 – Fases de verificação da viga mista - ELU

Fase de Verificação	Carregamentos atuantes	Verificações E.L.U.
<b>1ª Fase</b> : Viga de Aço	<ul> <li>q<sub>1</sub> - Peso próprio da viga de aço</li> <li>P - Força de Protensão no cabo</li> <li>q<sub>3</sub> - Peso Próprio da laje de concreto</li> <li>ΔP<sub>4</sub> - Incremento da força de protensão devido ao peso próprio da laje de concreto</li> </ul>	<ul> <li>Compressão (N<sub>Sd1</sub> ≤ N<sub>Rd1</sub>);</li> <li>Momento Fletor (M<sub>Sd1</sub> ≤ M<sub>Rd1</sub>);</li> <li>Esforço Cortante (V<sub>Sd1</sub> ≤ V<sub>Rd1</sub>);</li> <li>Flexo-Compressão</li> </ul>
2ª Fase: Viga Mista Protendida $t = 0$ $E_a$ $n = E_c$	Incluindo os carregamentos da 1ª Fase q <sub>5</sub> - Carga permanente de serviço q <sub>6</sub> - Sobrecarga de uso e ocupação, ΔP <sub>7</sub> - Incremento da força de protensão devido a carga permanente de serviço ΔP <sub>8</sub> - Incremento da força de protensão devido à Sobrecarga de uso e ocupação	<ul> <li>Compressão (N<sub>Sd2</sub> ≤ N<sub>Rd2</sub>);</li> <li>Momento Fletor (M<sub>Sd2</sub> ≤ M<sub>Rd2</sub>);</li> <li>Esforço Cortante (V<sub>Sd2</sub> ≤ V<sub>Rd2</sub>);</li> <li>Flexo-Compressão</li> </ul>
$3^a$ Fase: Viga Mista Protendida $t = \infty$ $n = \frac{3E_a}{E_c}$	Incluindo os carregamentos da 1ª e 2ª Fase q <sub>9</sub> - Retração na laje de concreto	<ul> <li>Compressão (N<sub>Sd3</sub> ≤ N<sub>Rd3</sub>);</li> <li>Momento Fletor (M<sub>Sd3</sub> ≤ M<sub>Rd3</sub>);</li> <li>Flexo-Compressão</li> </ul>

Quadro 4.7 – Fases de verificação da viga mista - ELS

	cs de vermeação da viga miste	2ª Fase:							
Fase de	1ª Fase:	- Viga Mista Protendida							
Verificação	- Viga de Aço	$t = 0 e n = \frac{Ea}{E_c}$	t = ∞ e n = <sup>3Ea</sup> <sub>Ec</sub>						
Carregamentos atuantes	<ul> <li>q<sub>1</sub> - Peso próprio da viga de aço</li> <li>P - Força de protensão no cabo</li> <li>q<sub>3</sub> - Peso próprio da laje de concreto</li> <li>ΔP<sub>4</sub> - Incremento da força de protensão devido ao peso próprio da laje de concreto</li> </ul>	q <sub>6</sub> - Sobrecarga de uso e ocupação, ΔP <sub>8</sub> - Incremento da força de protensão devido à sobrecarga de uso e ocupação	q <sub>5</sub> - Carga permanente de serviço ΔP <sub>7</sub> - Incremento da força de protensão devido a carga permanente de serviço						
Verificações	Flecha imediata: (ð <sub>1</sub> )	Flecha de curta duração: (ð <sub>2</sub> )	Flecha de longa duração: (ð <sub>3</sub> ).						
E.L.S.	Flecha total: ð <sub>totaS</sub> = ð <sub>1</sub> + ð <sub>2</sub> + ð <sub>3</sub> ≤ <sup>L</sup> / <sub>350</sub>								

Ressalta-se que em todos os modelos foram aplicados os mesmos carregamentos de serviço distribuídos ao longo do comprimento da viga, como ilustrado na Figura 4.4 e descrito a seguir.

- Peso Próprio da Viga de Aço (q<sub>1</sub>): 1,40 kN/m
- Peso Próprio da Laje de Concreto (q<sub>3</sub>): 16,25 kN/m
- Carga Permanente de Serviço (q₅): 10,0 kN/m, correspondente a 2,0 kN/m²
- Sobrecarga de Uso e Ocupação (q<sub>6</sub>): 25,0 kN/m, correspondente a 5,0 kN/m<sup>2</sup>
- Força de Protensão no cabo (P): calculada de acordo com a Equação (3.3)

q<sub>1</sub>; q<sub>3</sub>

q<sub>5</sub>; q<sub>6</sub>

Figura 4.4 – Croqui esquemático com os carregamentos aplicados aos modelos estudados

Fonte: Elaborado pela autora (2018)

### 4.3. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Conforme dito no capítulo 3, o programa computacional emite uma memória de cálculo com vários dados de saída, incluindo as solicitações e resistências para cada fase da vida da estrutura. Para proceder a análise desses dados, optou-se por apresentar os resultados de momentos fletores, solicitante e resistente de cálculo, relativos à seção transversal do meio das vigas, para a fase 2. Isso porque esses esforços referem-se a metodologia segundo a ABNT NBR8800:2008 que não aborda os efeitos da fluência e retração na verificação dos estados-limites últimos e sim somente no cálculo das flechas. As tensões atuantes de projeto são apresentadas para a fase 3 porque esse cálculo tem como base Nunziata (2004) que considera os efeitos da retração e fluência na verificação dos estados-limites últimos.

# 4.3.1. Influência da razão entre o comprimento do vão e a altura do perfil de aço

O Quadro 4.8 apresenta os valores de momento fletor de projeto, solicitante ( $M_{Sd2}$ ) e resistente ( $M_{Rd2}$ ) e o índice de aproveitamento do aço ( $i_{a2}$ ) para a fase 2 dos modelos com excentricidade ( $e_p$ ) de 730mm. As razões entre os momentos fletores solicitante e resistente das vigas mistas protendida em relação aos respectivos momentos das vigas mistas sem protensão,  $M_{Sd2\ VMP}/M_{Sd2\ VM}$  e  $M_{Rd2\ VMP}/M_{Rd2\ VM}$  e a posição da linha neutra plástica também são mostradas no Quadro 4.8. Os modelos são apresentados fora da ordem numérica de forma a facilitar a análise da influência da razão L/d (razão entre o comprimento do vão e a altura do perfil de aço) nos valores da solicitação e da resistência da viga.

Quadro 4.8 - Análise da influência do vão

MODELOS		Razão (L/d)	Força de Protensão (kN)	a <sub>m</sub>	M <sub>Sd2</sub> (kN.m)			M <sub>Rd2 VMP</sub> M <sub>Rd2 VM</sub>	i <sub>a2</sub>	<u>i</u> a27M ia27MP	M <sub>Sd3</sub> (kN.m)	i <sub>a3</sub>	Posição da LNP	
Simétrico	61	VM <sub>0x9x61</sub>	16	0		738	-	1.820	-	0,41	-	790	0,43	LNP no Perfi I de Aço
300	116	$VM_{0x10,5x116}$	19	0	0 0 0	1.005	-	1.871	-	0,54	-	1.062	0,57	LNP no Perfi I de Aço
	66	$VM_{0x12x66}$	22	0		1.313	-	1.919	-	0,68	-	1.374	0,72	LNP na Laje de Concreto
	96	$VM_{0x13,5x96}$	25	0		1.661	-	1.957	-	0,85	-	1.726	0,88	LNP na Laje de Concreto
	71	$VM_{0x15x71}$	27	0		2.051	-	1.987	-	1,03	-	2.119	1,07	LNP na Laje de Concreto
12,5	76	$VM_{0x17x76}$	31	0		2.634	-	2.019	-	1,30	-	2.707	1,34	LNP na Laje de Concreto
	1	VMP <sub>730x9x1</sub>	16	533		482	0,65	2.196	1,21	0,30	1,36	534	0,43	LNP no Perfi I de Aço
6	101	VMP <sub>730x10,5x101</sub>	19	719		647	0,64	2.380	1,27	0,46	1,16	703	0,54	LNP no Perfi I de Aço
300	6	VMP <sub>730x12x6</sub>	22	933	829	0,63	2.584	1,35	0,59	1,16	890	0,69	LNP no Perfi I de Aço	
	81	$VMP_{730x13,5x81} \\$	25	1.175	.446	1.026	0,62	2.806	1,43	0,74	1,14	1.092	0,85	LNP no Perfi I de Aço
	11	VMP <sub>730x15x11</sub>	27	1.446		1.236	0,60	3.047	1,53	0,92	1,12	1.305	1,05	LNP na Laje de Concreto
	16	VMP <sub>730x17x16</sub>	31	1.496		1.735	0,66	3.139	1,55	1,16	1,13	1.807	1,31	LNP na Laje de Concreto
Managin (trian 0	62	VM <sub>0x9x62</sub>	16	0		738	_	1.979		0,37	_	795	0.40	LNP no Perfi I de Aço
Monosimétrico - 2		VM <sub>0x10,5x117</sub>	19	0	2,07 3 15 78	1.005		2.031	-		-	1.067		
248 ×	67	VM <sub>0x10,5x117</sub> VM <sub>0x12x7</sub>	22	0		1.313	-	2.031	-	0,49	-	1.379		LNP no Perfi I de Aço
		VM <sub>0x13,5x97</sub>	25	0		1.661		2.076		0,63 0,79	-	1.732		LNP na Laje de Concreto
	72	VM <sub>0x15x72</sub>	25 27	0		2.051	-	2.110		0,79	-	2.125		LNP na Laje de Concreto
0 0 12,5		VM <sub>0x17x77</sub>	31	0		2.634	-	2.147		0,96 <b>1,21</b>	-	2.713		LNP na Laje de Concreto
550	2	VMP <sub>730x9x2</sub>	16	581		484	-	2.179			4.00	541		LNP na Laje de Concreto
300	102		_	783		651	0,66		1,21	0,29	1,28	712		LNP no Perfi I de Aço
	7	VMP <sub>730x10,5x102</sub> VMP <sub>730x12x7</sub>					0,65	2.584	- 1	0,47	1,06			LNP no Perfi I de Aço
			22	1.015		835	0,64	2.801	1,35	0,60	1,06	902		LNP no Perfi I de Aço
		VMP <sub>730x13,5x82</sub>	25	1.278		1.036	0,62	3.038	,	0,76	1,04	1.106	-,	LNP no Perfi I de Aço
		VMP <sub>730x15x12</sub>	27	1.573		1.249	0,61	3.297	1,54	0,94	1,01	1.323	1,07	
	17	VMP <sub>730x17x17</sub>	31	1.537		1.797	0,68	3.328	1,53	1,16	1,04	1.876	1,31	LNP na Laje de Concreto

Continuação do Quadro 4.8 - Análise da influência do vão

Continuação d			Razão	Força de Protensão		M <sub>Sd2</sub>	M <sub>Sd2 VM</sub>	M <sub>Rd2</sub>	M <sub>Rd2 VM</sub>	i	i <sub>a27M</sub>	M <sub>Sd3</sub>	i <sub>a3</sub>	Posição da LNP
WODE	LO		(L/d)	(kN)	a <sub>m</sub> (	kN.m)	M <sub>Sd2</sub> vmp (	kN.m)	M <sub>Rd2</sub> VMP	i <sub>a2</sub>	i <sub>a2</sub> 7MP	(kN.m)	'a3	r osição da Livi
Monosimétrico - 3	63	$VM_{0x9x63}$	16	0		738	-	2.098	-	0,35	-	798	ا 38,0	NP no Perfil de Aço
	118	$VM_{0x10,5x118}$	19	0		1.005	-	2.150	-	0,47	-	1.070	0,50	LNP no Perfil de Aço
ω / <sup>246</sup> /	68	VM <sub>0x12x68</sub>	22	0		1.313	-	2.198	-	0,60	-	1.383	0,63	LNP na Laje de Concreto
* <del>*</del>	98	VM <sub>0x13,5x98</sub>	25	0		1.661	-	2.236	-	0,74	-	1.736	0,78	LNP na Laje de Concreto
12,5		$VM_{0x15x73}$	27	0	2,83	2.051	-	2.266	-	0,91	-	2.129	0,94	LNP na Laje de Concreto
509	78	VM <sub>0x17x78</sub>	31	0		2.634	-	2.298	-	1,15	-	2.717	1,18	LNP na Laje de Concreto
725	3	VMP <sub>730x9x3</sub>	16	622	2,00	487	0,66	2.535	1,21	0,29	1,22	546	0,44 ו	NP no Perfil de Aço
<del>/ *</del>		VMP <sub>730x10,5x103</sub>	19	838		654	0,65	2.742	1,28	0,48	0,98	719	ا 0,56	NP no Perfil de Aço
/ 300/		VMP <sub>730x12x8</sub>	22	1.086		840	0,64	2.970	1,35	0,61	0,98	910	ا 0,70	NP no Perfil de Aço
	83	VMP <sub>730x13,5x83</sub>	25	1.367		1.042	0,63	3.221	1,44	0,77	0,96 1	.117(	0,88 L	NP no Perfil de Aço
		VMP <sub>730x15x13</sub>	27	1.626		1.283	0,63	3.454	1,52	0,96	0,94 1	.362	1,09 L	NP no Perfil de Aço
		VMP <sub>730x17x18</sub>	31	1.545		1.854	0,70	3.454	1,50	1,16	0,98 1.9	38 1,3	2 LNP	na La je de Concreto
Monosimétrico 4	64	VM <sub>0x9x64</sub>	16	0		738	-	2.099	-	0,35	-	798	0.38 (	NP no Perfil de Aço
		VM <sub>0x10,5x119</sub>	19	0		1.005	-	2.152		0,47	-		-	LNP no Perfil de Aço
		VM <sub>0x12x69</sub>	22	0		1.313	-	2.199		0,60	-		'	LNP na Laje de Concreto
<u>209</u>		VM <sub>0x13.5x99</sub>	25	0		1.661	-	2.237		0,74			-,	LNPna Laje de Concreto
		VM <sub>0x15x74</sub>	27	0		2.051	-	2.268		0,90	-		l ′	LNP na Laje de Concreto
12,5		VM <sub>0x17x79</sub>	31	0	3,88	2.634	-	2.300		1,15				LNP na Laje de Concreto
2006		VMP <sub>730x9x4</sub>	16	624		486	0,66	2.536		0,37	0,94		_	NP no Perfil de Aço
52		VMP <sub>73x10,5x104</sub>	19	840		653	0,65	2.744		0,49	,		-, -	NP no Perfil de Aço
300		VMP <sub>730x12x9</sub>	22	1.088		840	0,64	2.973		0,62	0,96		l '	NP no Perfil de Aço
		VMP <sub>730x13,5x84</sub>	25	1.368		1.042	· '	3.223		0,77	0,96 1		- /	NP no Perfil de Aço
		VMP <sub>730x15x14</sub>	27	1.625		1.285		3.455		0,96		.363	1	NP no Perfil de Aço
		VMP <sub>730x17x19</sub>	31	1.543		1.856		3.454					/	na La je de Concreto
	10	730017019	01	1.0-10		1.000	0,70	0.404	1,00	1,10	0,50 1.5	00 1,0.	_ =: \;	na za je de Concrete
Monosimétrico - 5	65	VM <sub>0x9x65</sub>	16	0		738	-	2.101	-	0,35	-	798	0,38 ו	NP no Perfil deAço
	120	VM <sub>0x10,5x120</sub>	19	0		1.005	-	2.154	-	0,47	-	1.070	0,50	LNP no Perfil de Aço
		VM <sub>0x12x70</sub>	22	0		1.313	-	2.201	-	0,60	-	1.383	0,63	LNP na La je de Concre
47 <u>179</u>		VM <sub>0x13,5x100</sub>	25	0		1.661	-	2.239	-	0,74	-	1.736	0,78	LNP na Laje de Concreto
		VM <sub>0x15x75</sub>	27	0		2.051	-	2.270	-	0,90	-	2.130	0,94	LNP na Laje de Concreto
12,5	80	VM <sub>0x17x80</sub>	31	0	5.22	2.634	-	2.302	-	1,14	-	2.718	1,18	LNP na Laje de Concreto
550		VMP <sub>730x9x5</sub>	16	626	5,22	486	0,66	2.537	1,21	0,39	0,91	545	0,47	NP no Perfil deAço
F2		VMP <sub>730x10,5x105</sub>	19	844		652	0,65	2.747	1,28	0,51	0,92	718	ا 0,60	NP no Perfil de Aço
		VMP <sub>730x12x10</sub>	22	1.092		838	0,64	2.977		0,65	0,92	909	0,75।	NP no Perfil de Aço
300		VMP <sub>730x13,5x85</sub>	25	1.373		1.041	0,63	3.228	1,44	0,80	0,93 1	.116	0,91 L	NP no Perfil de Aço
	15	VMP <sub>730x15x15</sub>	27	1.601		1.296		3.440		0,96		.375	1,08 L	NP no Perfil de Aço
	20	VMP <sub>730x17x20</sub>	31	1.522		1.867	0,71	3.440			,		,	na La je de Concreto
-onto: Eloboro		730x17x20	-				-,	J	.,	.,	-,	.,5	l	,

As vigas mistas de aço e concreto sem protensão (VM) e as protendidas (VMP) com razão L/d igual a aproximadamente 31 não atenderam aos critérios de dimensionamento à flexo-compressão, uma vez que o índice de aproveitamento ( $i_{a2}$ ) foi maior que 1. Para as razões L/d de 16 a 25, as vigas atenderam aos critérios de dimensionamento com folga. Percebe-se então, que para o carregamento estudado, a razão L/d igual a 27 seria a mais vantajosa em termos econômicos, pois o índice de aproveitamento ( $i_{a2}$ ) foi o mais próximo a 1.

Em relação a resistência à flexão de vigas mistas sem protensão (VM), a análise do gráfico da Figura 4.5 permite observar que, quando a razão L/d passa de 16 para 31, ocorre um aumento no momento fletor resistente de 10,9% para seção duplamente simétrica, 10,1% para a seção com grau de simetria de 2,07 e de aproximadamente 9,0% para as seções com grau de simetria de 2,83; 3,88 e 5,22. Esse aumento de resistência decorre do aumento da largura efetiva da viga em função do aumento do comprimento do vão. Portanto, o aumento é mais significativo para os perfis com grau de monossimetria maior. A medida que a razão L/d vai aumentado, momento fletor resistente aumenta em média 2,0%.

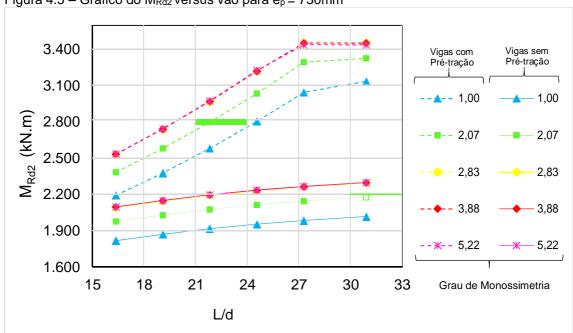


Figura 4.5 – Gráfico do M<sub>Rd2</sub> versus vão para e<sub>p</sub> = 730mm

Fonte: Elaborado pela autora (2018)

Em relação à resistência a flexão de vigas protendidas (VMP), observa-se que o momento fletor resistente aumenta praticamente linearmente à medida que a razão L/d aumenta de 16 para 27 para todos os graus de monossimetrias. Observa-se que as vigas com seções monossimétricas são as que apresentam maior momento fletor resistente chegando a um aumento de 35,6% quando a razão L/d cresce de 16 para 27 para as seções com grau de monossimetria de 2,83, 3,88 e 5,22; 38,12% para a seção com grau de monossimetria igual a 2,07 e 38,75% para a seção duplamente simétrica. A partir da razão razão L/d igual a 27, o aumento no momento fletor

resistente é pequeno tanto para as seções monossimétricas (cerca de 1%) quanto para a seção duplamente simétrica( cerca de 3%).

A razão entre o momento fletor resistente das vigas mistas protendidas e o das vigas mistas sem protensão,  $M_{Rd2\ VMP}/M_{Rd2\ VM}$ , do Quadro 4.8, mostra que o momento fletor resistente das vigas mistas protendidas é bem superior ao das vigas mistas sem protensão; sendo 21% e 55% maior para a razão L/d igual a respectivamente 16 e 31 no caso de seção duplamente simétrica; e 217% e 49% maior para a razão L/d igual a respectivamente 16 e 31 no caso da seção com maior grau de monossimetria. Vãos maiores possuem uma maior razão  $M_{Rd2\ VMP}/M_{Rd2\ VM}$  porque a medida que o vão aumenta, além do aumento da largura efetiva, o valor da força de protensão também aumenta, o que contribui com uma parcela significativa no valor do momento fletor resistente.

Pela razão M<sub>Sd2 VMP</sub>/M<sub>Sd2 VM</sub> do Quadro 4.8 e Figura 4.6 nota-se, como era de se esperar, que o momento solicitante das vigas mistas protendidas é bem inferior ao das vigas sem protensão, sendo 35% e 34% menor para razão L/d igual a respectivamente 16 e 31 no caso de seção duplamente simétrica; e 34% e 29% maior para a razão L/d igual a respectivamente 16 e 31 no caso da seção com maior grau de monossimetria. O momento fletor oriundo da aplicação da força de protensão reduz o momento fletor solicitante das vigas mistas protendidas. A razão entre o momento solicitante das vigas mistas com protensão e o das vigas mistas sem protensão ficou quase constante, em torno de 38% o que mostra que a protensão reduz consideravelmente o momento fletor solicitante independentemente do comprimento do vão.

Embora a protensão tenha gerado benefícios muito consideráveis, reduzindo o momento fletor solicitante e aumentando a resistência à flexão, sua melhora no índice de aproveitamento da viga (ia2) é bem menos acentuada conforme pode ser vista pela razão ia 2VM/ia2 VMP, porque a força de compressão no perfil devido à força de protensão introduz tensões de compressão que se somam as tensões provenientes da flexão. Melhoras significativas no índice de aproveitamento só ocorrem para a seção duplamente simétrica em todas as razões L/d. Para as seções com menor grau de monossimetria (2,07 e 2,83), observa-se um efeito benéfico da protensão somente

para vãos menores. Nas seções com maior grau monossimetria (3,88 e 5,22), a protensão não foi vantajosa, resultando em um índice de aproveitamento menor.

A título de comparação, o Quadro 4.8 apresenta o momento solicitante ( $M_{Sd3}$ ) e o índice de aproveitamento ( $i_{a3}$ ) na fase 3. Se a NBR 8800:2008 incluísse os efeitos da retração e fluência no cálculo dos esforços solicitantes, haveria um aumento de aproximadamente de 4,1% a 10,7% para as razões L/d de 31 a 16 respectivamente. O momento resistente de projeto da fase 3 é mesmo que o da fase 2.

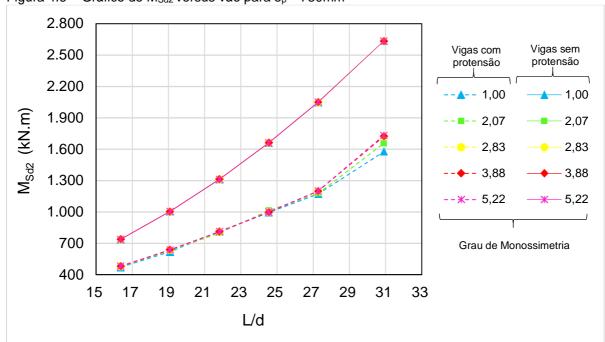


Figura 4.6 – Gráfico do M<sub>Sd2</sub> versus vão para e<sub>p</sub> = 730mm

Fonte: Elaborado pela autora (2018)

#### 4.3.2. Influência do Grau de Monossimetria (a<sub>m</sub>)

O gráfico da Figura 4.7 ilustra a influência do grau de monossimetria  $(\alpha_m)$  no valor do momento fletor resistente de projeto  $(M_{Rd2})$  para uma excentricidade  $(e_p)$  de 730mm. Vigas com e sem protensão são analisadas para os diferentes valores de razão L/d. Segundo a Figura 4.7, as vigas mistas sem protensão apresentam um aumento do momento fletor resistente de cálculo  $(M_{Rd2})$  conforme o grau de monossimetria  $(\alpha_m)$  aumente de 1,0 para 2,83 (em média 14,4%). A partir daí a resistência a momento fletor fica praticamente constante. Para cada grau de monossimetria  $(\alpha_m)$ , nota-se

pouca diferença entre os valores da resistência à flexão entre os vãos analisados, sendo a viga de maior vão a mais resistente. Esse foi o comportamento de todas as vigas mistas sem protensão, excetuando as de razão L/d igual a 16 e 19, vigas em que a LNP situa-se no perfil de aço. Para essas vigas, a seção duplamente simétrica apresentou a maior resistência à flexão.

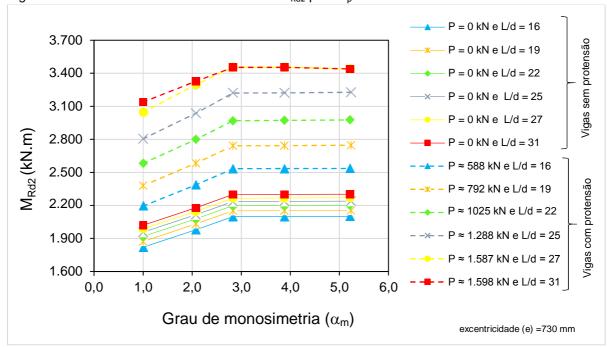


Figura 4.7 – Gráfico da monossimetria versus M<sub>Rd2</sub> para e<sub>p</sub> = 730mm

Fonte: Elaborado pela autora (2018)

Observa-se que nas vigas mistas protendidas o momento resistente ( $M_{Rd2}$ ) aumenta com o aumento do grau de monossimetria de 1,0 a 2,83 para todas as vigas a medida que o valor da razão L/d aumenta. Há um aumento de aproximadamente 15,4%, 15,1%, 14,9%, 14,8%, 13,3 e 10,0% no valor da resistência à flexão para as razões L/d de 16, 19, 22, 25, 27 e 31 respectivamente. A partir do grau de monossimetria igual a 2,83 o aumento no momento fletor resistente é relativamente pequeno, ou seja, a resistência à flexão fica praticamente independente do grau de monossimetria. Conforme o exposto, conclui-se que utilizar vigas mistas sem protensão (VM), com perfil de aço monossimétrico é interessante do ponto de vista econômico para grau de monossimetria ( $\alpha_m$ ) de até 2,83, se a LNP estiver na laje de concreto. Nesses casos, existe um aumento considerável na resistência a flexão, cerca de 14,3%. A partir

desse grau de monossimetria  $(\alpha_m)$  o aumento na resistência a flexão é muito pequeno.

Já para as vigas mistas com protensão (VMP), na maioria das razões L/d estudadas, o perfil de aço de seção monossimétrica igual a 2,83 proporcionou a maior resistência à flexão. Vale ressaltar que, independente do grau de monossimetria ( $\alpha_m$ ), a LNP, em todas as vigas estudas, está localizada na mesa superior de perfil de aço.

Um comportamento semelhante ocorre para as vigas protendidas (VMP) e sem protensão (VM) com excentricidades (e<sub>p</sub>) de 630 mm e 780 mm, como pode ser visto, respectivamente, nos gráficos das Figuras 4.8 e 4.9.

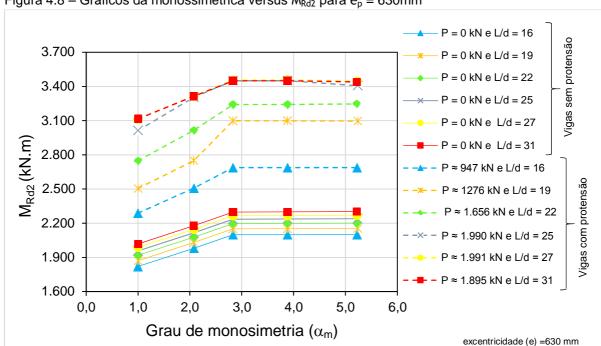


Figura 4.8 – Gráficos da monossimétrica versus M<sub>Rd2</sub> para e<sub>p</sub> = 630mm

Fonte: Elaborado pela autora (2018)

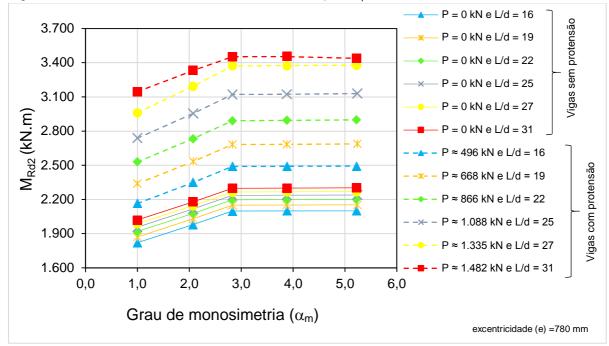


Figura 4.9 – Gráficos da monossimétrica versus M<sub>Rd2</sub> para e<sub>p</sub> = 780mm

O gráfico da Figura 4.10 ilustra a influência do grau de monossimetria ( $\alpha_m$ ) no valor do momento solicitante de projeto ( $M_{Sd2}$ ) para excentricidade ( $e_p$ ) de 730mm. Para as vigas mistas sem protensão, não existe dependência entre a solicitação a momento fletor e o grau de monossimetria ( $\alpha_m$ ). Já para as vigas mistas protendidas, nota-se uma leve dependência entre o momento fletor solicitante de cálculo e o grau de monossimetria ( $\alpha_m$ ) quando este último varia de 1,0 a 2,83. Há um pequeno aumento de 2,2%, 2,7%, 0,37%, 0,40%, 2,3% e 9,3% no momento fletor solicitante para respectivamente, razão L/d igual a 16, 19, 22, 25, 27 e 31, quando o grau de monossimetria aumenta de 1,0 para 2,83. Isso se explica porque para as vigas mistas protendidas, o cálculo da força de protensão leva em consideração as propriedades da seção transversal e o comprimento do vão. Para valores de grau de monossimetria maiores que 2,83, ( $\alpha_m$  de 2,83 a 5,22) a variação da solicitação é muito pequena.

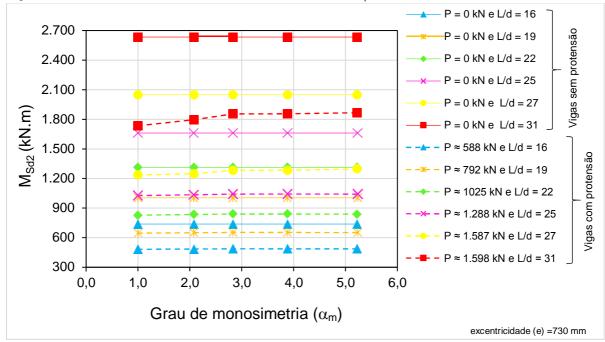


Figura 4.10 – Gráficos da monossimétrica versus  $M_{Sd2}$  com  $e_p = 730$ mm

Um comportamento muito equivalente pode ser observado nos gráficos das Figuras 4.11 e 4.12 para as vigas protendidas e sem protensão com excentricidade de 630mm e 780mm, respectivamente.

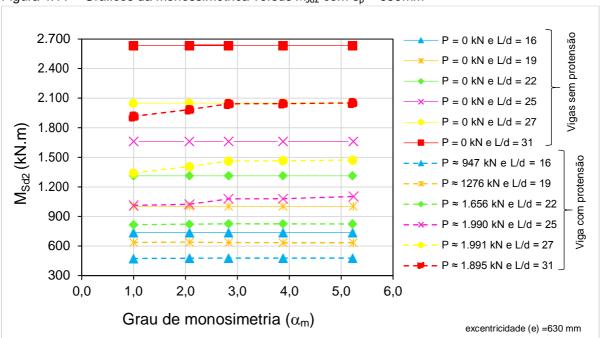


Figura 4.11 – Gráficos da monossimétrica versus  $M_{Sd2}$  com  $e_p$  = 630mm

Fonte: Elaborado pela autora (2018)

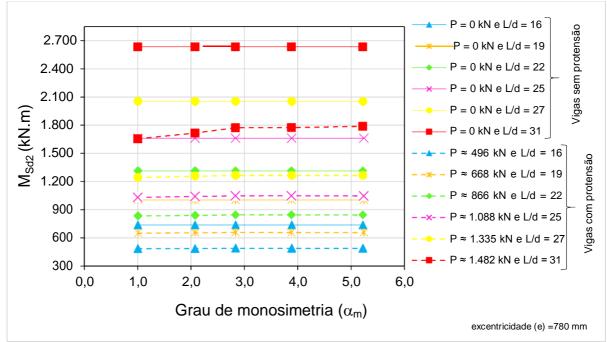
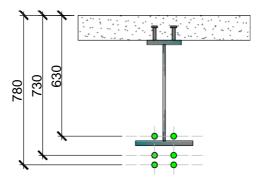


Figura 4.12 – Gráficos da monossimétrica versus  $M_{Sd2}$  com  $e_p$  = 780mm

### 4.3.3. Influência da excentricidade

A Figura 4.13 ilustra as posições dos cabos de protensão adotadas para esse estudo, descritas no item 4.1. Duas posições abaixo da mesa inferior do perfil ( $e_p$  = 730mm e  $e_p$  = 780mm) e uma posição acima da mesa inferior do perfil ( $e_p$  = 630mm) foram analisadas.

Figura 4.13 – Posição dos cabos na seção da viga mista de aço e concreto



Fonte: Elaborado pela autora (2018)

Os Quadros 4.9, 4.10, 4.11, 4.12, 4.13 e 4.14 apresentam a influência da excentricidade ( $e_p$ ) na resistência a momento fletor projeto ( $M_{Rd2}$ ) das vigas protendidas para as razões L/d iguais a 16, 19, 22, 25, 27 e 31, respectivamente. Observa-se no Quadro 4.9, que para a razão L/d igual a 16, há variação no valor da resistência à flexão quando se varia a excentricidade ( $e_p$ ), independente do grau de monossimetria ( $\alpha_m$ ) da viga. Em relação ao menor valor de excentricidade ( $e_p$  = 630mm), o momento fletor resistente de projeto decresce em média 5,20% quando a excentricidade aumenta 100 mm ( $e_p$  =730 mm) e decresce em média 6,73% quando a excentricidade aumenta 150 mm ( $e_p$  = 780 mm) para todos os graus de monossimetria ( $\alpha_m$ ).

O momento solicitante sofre pouca influência da excentricidade. Em relação ao menor valor de excentricidade ( $e_p$  = 630mm), o momento fletor solicitante de projeto aumenta em média 1,6% quando a excentricidade aumenta 100 mm ( $e_p$  =730 mm) e aumenta em média 2,41% quando a excentricidade aumenta 150 mm ( $e_p$  = 780 mm).

Para a razão L/d igual a 16, a excentricidade de 630 mm fornece a maior resistência à flexão para todos os graus de monossimetria.

Quadro 4.9 - Influência da excentricidade - Razão L/d igual a 16

Мо	delos		e <sub>p</sub> (mm)	<b>Razão</b> L∕d	a <sub>m</sub>	Força de Protensão (kN)	M <sub>Rd2</sub> (kN)	$\frac{M_{Rd2}}{M_{Rd2 (ep=630)}}$	M <sub>Sd2</sub> (kN)	$\frac{M_{Sd2}}{M_{Sd2}}_{(e_p=630)}$
300	41	VMP <sub>630x9x41</sub>	630			802,30	2.288,86	-	474,31	-
25 25 -12,5	1	VMP <sub>730x9x1</sub>	730	16	1,00	533,15	2.195,59	-4,08%	482,00	1,62%
300_	21	VMP <sub>780x9x21</sub>	780			452,36	2.165,75	-5,38%	485,69	2,40%
D 248	42	VMP <sub>630x9x42</sub>	630			912,62	2.509,54	-	476,62	-
22.7 4 608.6 12.5	2	VMP <sub>730x9x2</sub>	730	16	2,07	581,39	2.386,94	-4,89%	484,46	1,64%
/ <u>300</u> /	22	VMP <sub>780x9x22</sub>	780			487,26	2.350,05	-6,36%	488,17	2,42%
246 /	43	VMP <sub>630x9x43</sub>	630	16	2,83	1.015,67	2.688,19	-	478,68	-
99 99	3	VMP <sub>730x9x3</sub>	730			622,06	2.534,66	-5,71%	486,75	1,69%
300	23	VMP <sub>780x9x23</sub>	780			515,70	2.490,95	-7,34%	490,49	2,47%
209	44	VMP <sub>630x9x44</sub>	630			1.018,43	2.688,38	-	478,41	-
909	4	VMP <sub>730x9x4</sub>	730	16	3,88	623,71	2.535,54	-5,69%	486,35	1,66%
- 300 <u>-</u>	24	VMP <sub>780x9x24</sub>	780			517,09	2.492,00	-7,30%	490,03	2,43%
179 12,5 905 905 905	45	VMP <sub>630x9x45</sub>	630	16		1.021,85	2.688,81	-	478,00	-
	5	VMP <sub>730x9x5</sub>	730		5,22	626,17	2.536,99	-5,65%	485,63	1,60%
300	25	VMP <sub>780x9x24</sub>	780			519,35	2.493,74	-7,26%	489,17	2,34%

Pelo Quadro 4.10 para a razão L/d igual a 19, observa-se um comportamento um pouco diferente ao dos modelos da razão L/d igual a 16 quanto a variação da resistência à flexão em função da excentricidade. Em relação ao menor valor de excentricidade ( $e_p=630$ mm), o momento fletor resistente de projeto decresce em média 5,6% quando a excentricidade aumenta 100 mm ( $e_p=730$  mm) e diminui em média 7,3% quando a excentricidade aumenta 150 mm ( $e_p=780$  mm). para os grau de monossimetria ( $\alpha_m$ ) igual a 1,0 e 2,07. Para os demais graus de monossimetria ( $\alpha_m$ ) o momento fletor resistente de projeto decresce em média 11,4% quando a excentricidade aumenta 100 mm (de  $e_p=630$ mm para  $e_p=730$  mm) e decresce em média 13,4% quando a excentricidade aumenta 150 mm ( $e_p=780$  mm). Novamente, o momento solicitante sofre pouca influência da excentricidade. Em relação ao menor valor de excentricidade ( $e_p=630$ mm), o momento fletor solicitante varia de 1,53% a 3,67%.

Para a razão L/d igual a 19, observou-se que a excentricidade de 630 mm fornece a maior resistência à flexão para todos os graus de monossimetria.

Quadro 4.10 - Influência da excentricidade - Razão L/d igual a 19

Мо	Modelos		e <sub>p</sub> (mm)	<b>Razão</b> L∕d	a <sub>m</sub>	Força de Protensão (kN)	M <sub>Rd2</sub> (kN)	$\frac{M_{Rd2}}{M_{Rd2(e_p=630)}}$	M <sub>Sd2</sub> (kN)	$\frac{M_{Sd2}}{M_{Sd2}}_{(e_p=630)}$
300	111	VMP <sub>630x10,5x111</sub>	630		1,00	1.081,36	2.506,88	-	636,80	-
25 25 -12,5	101	VMP <sub>730x10,5x101</sub>	730	19		718,72	2.380,19	-5,05%	646,55	1,53%
300_	106	VMP <sub>780x10,5x106</sub>	780			609,86	2.339,62	-6,67%	651,14	2,25%
9 248	112	VMP <sub>630x10,5x112</sub>	630			1.229,24	2.750,54	-	640,34	-
9,808,6	102	VMP <sub>730x10,5x102</sub>	730	19	2,07	783,09	2.583,93	-6,06%	650,64	1,61%
300	107	VMP <sub>780x10,5x107</sub>	780			656,29	2.533,74	-7,88%	655,34	2,34%
246	113	VMP <sub>630x10,5x113</sub>	630	19	2,83	1.368,05	3.100,27	-	635,20	-
099	103	VMP <sub>730x10,5x103</sub>	730			837,85	2.741,76	-11,56%	653,98	2,96%
300	108	VMP <sub>780x10,5x108</sub>	780			694,57	2.682,31	-13,48%	658,78	3,71%
209_	114	VMP <sub>630x10,5x114</sub>	630			1.371,79	3.098,90	-	634,92	-
909	104	VMP <sub>730x10,5x104</sub>	730	19	3,88	840,09	2.743,96	-11,45%	653,40	2,91%
- <del>300</del>	109	VMP <sub>780x10,5x109</sub>	780			696,46	2.684,64	-13,37%	658,12	3,65%
* 179 * 179	115	VMP <sub>630x10,5x115</sub>	630	19	5,22	1.376,97	3.097,42	-	634,49	-
12,5	105	VMP <sub>730x10,5x105</sub>	730			843,61	2.747,16	-11,31%	652,38	2,82%
300	110	VMP <sub>780x10,5x110</sub>	780			699,66	2.688,10	-13,21%	656,90	3,53%

Fonte: Elaborado pela autora (2018)

Pelo Quadro 4.11 para a razão L/d igual a 22, observa-se um comportamento bem semelhante ao dos modelos de razão L/d igual a 19, quanto a variação da resistência à flexão em função da excentricidade. Em relação ao menor valor de excentricidade ( $e_p$  = 630mm), o momento fletor resistente de projeto decresce em média 6,6% quando a excentricidade aumenta 100 mm ( $e_p$  = 730 mm) e diminui em média 8,7 % quando a excentricidade aumenta 150 mm ( $e_p$  = 780 mm). para os grau de monossimetria ( $\alpha_m$ ) igual a 1,0 e 2,07. Para os demais graus de monossimetria ( $\alpha_m$ ) o momento fletor resistente de projeto decresce em média 8,40% quando a excentricidade aumenta 100 mm (de  $e_p$  = 630mm para  $e_p$  =730 mm) e decresce em média 10,7% quando a excentricidade aumenta 150 mm ( $e_p$  = 780 mm).

O momento solicitante continua a sofrer pouca influência da excentricidade. Em relação ao menor valor de excentricidade ( $e_p$  = 630mm), o momento fletor solicitante varia de 1,43% a 1,70% quando a excentricidade aumenta 100 mm ( $e_p$  =730 mm) e varia de 2,08% a 2,41% quando a excentricidade aumenta 150 mm ( $e_p$  = 780 mm). Para a razão L/d igual a 22, a excentricidade de 630 mm também fornece a maior resistência à flexão para todos os graus de monossimetria.

Quadro 4.11 – Influência da excentricidade - Razão L/d igual a 22

Мо	delos		e <sub>p</sub> (mm)	<b>Razão</b> L∕d		Força de Protensão (kN)	M <sub>Rd2</sub> (kN)	$\frac{M_{Rd2}}{M_{Rd2 (e_p=630)}}$	M <sub>Sd2</sub> (kN)	$\frac{M_{Sd2}}{M_{Sd2 (e_p=630)}}$
300	46	VMP <sub>630x12x46</sub>	630			1.402,70	2.748,78	-	817,21	-
215	6	VMP <sub>730x12x6</sub>	730	22	1,00	932,77	2.583,52	-6,01%	828,88	1,43%
300	26	VMP <sub>780x12x26</sub>	780			791,64	2.530,55	-7,94%	834,23	2,08%
Q 248	47	VMP <sub>630x12x47</sub>	630	22		1.592,80	3.018,02	-	822,59	-
22.4	7	VMP <sub>730x12x7</sub>	730		2,07	1.014,90	2.800,60	-7,20%	835,49	1,57%
, 300	27	VMP <sub>780x12x27</sub>	780			850,62	2.734,98	-9,38%	841,15	2,26%
246	48	VMP <sub>630x12x48</sub>	630	22	2,83	1.772,51	3.241,83	-	826,15	-
099	8	VMP <sub>730x12x8</sub>	730			1.085,74	2.969,99	-8,39%	840,21	1,70%
300	28	VMP <sub>780x12x28</sub>	780			900,12	2.892,33	-10,78%	846,08	2,41%
209	49	VMP <sub>630x12x49</sub>	630			1.776,57	3.244,15	-	825,82	-
909	9	VMP <sub>730x12x9</sub>	730	22	3,88	1.087,93	2.972,77	-8,37%	839,71	1,68%
- <del>- 300 -</del>	29	VMP <sub>780x12x29</sub>	780			901,90	2.895,15	-10,76%	845,51	2,38%
179	50	VMP <sub>630x12x50</sub>	630			1.782,59	3.247,61	-	825,00	-
97 79 220	10	VMP <sub>730x12x10</sub>	730	22	5,22	1.092,25	2.977,22	-8,33%	838,32	1,62%
300	30	VMP <sub>780x12x30</sub>	780			905,87	2.899,83	-10,71%	843,86	2,29%

Fonte: Elaborado pela autora (2018)

Pelo Quadro 4.12, para a razão L/d igual a 25, observa-se um comportamento bem semelhante ao dos modelos de razão L/d igual a 19 e 22. Em relação ao menor valor de excentricidade ( $e_p = 630$ mm), o momento fletor resistente de projeto decresce em média 6,72% quando a excentricidade aumenta 100 mm ( $e_p = 730$  mm) e diminui em média 9,39 % quando a excentricidade aumenta 150 mm ( $e_p = 780$  mm). para todos os grau de monossimetria ( $\alpha_m$ )

O momento solicitante varia de -5,62% a 1,30% quando a excentricidade aumenta 100 mm ( $e_p = 630$  mm para  $e_p = 730$  mm) e varia de -5,03% a 1,90% quando a excentricidade aumenta 150 mm ( $e_p = 630$  mm para  $e_p = 780$  mm).

A excentricidade de 680mm fornece a maior resistência à flexão para a seção com grau de monossimetria igual a 3,88.

Quadro 4.12 – Influência da excentricidade - Razão L/d igual a 25

Mo	delos	Citola da CX	e <sub>p</sub> (mm)	<b>Razão</b> L∕d	a <sub>m</sub>	Força de Protensão (kN)	M <sub>Rd2</sub> (kN)	$\frac{M_{Rd2}}{M_{Rd2(e_p=630)}}$	M <sub>Sd2</sub> (kN)	$\frac{M_{Sd2}}{M_{Sd2}}_{(e_p=630)}$
500	91	VMP <sub>630x13,5x91</sub>	630			1.765,94	3.014,63	-	1.013,11	-
12,5	81	VMP <sub>730x13,5x81</sub>	730	25	1,00	1.175,01	2.805,65	-6,93%	1.026,46	1,32%
<u></u>	86	VMP <sub>780x13,5x86</sub>	780			997,46	2.738,56	-9,16%	1.032,39	1,90%
248	92 VMP <sub>630x13,5x92</sub> 630	630			1.994,87	3.307,42	-	1.023,49	-	
22.7 4 - 508.6 12.5	82	VMP <sub>730x13,5x82</sub>	730	25	2,07	1.278,27	3.038,28	-8,14%	1.035,75	1,20%
300	87	VMP <sub>780x13,5x87</sub>	780			1.071,63	2.955,11	-10,65%	1.042,20	1,83%
<u> </u>	93	VMP <sub>630x13,5x93</sub>	630	25	2,83	2.036,95	3.451,35	-	1.079,00	-
0525	83	VMP <sub>730x13,5x83</sub>	730			1.367,48	3.220,94	-6,68%	1.042,13	-3,42%
300	88	VMP <sub>780x13,5x88</sub>	780			1.133,97	3.122,56	-9,53%	1.048,94	-2,79%
209	94	VMP <sub>630x13,5x94</sub>	630			2.035,75	3.451,37	-	1.080,21	-
909	84	VMP <sub>730x13,5x84</sub>	730	25	3,88	1.368,19	3.223,03	-6,62%	1.042,37	-3,50%
- 300 -	89	VMP <sub>780x13,5x89</sub>	780			1.134,31	3.124,54	-9,47%	1.049,20	-2,87%
179,	95	VMP <sub>630x13,5x95</sub>	630			1.958,26	3.407,24	-	1.102,96	-
12,5	85	VMP <sub>730x13,5x85</sub>	730	25	5,22	1.372,98	3.228,21	-5,25%	1.040,96	-5,62%
300	90	VMP <sub>780x13,5x90</sub>	780			1.138,63	3.129,80	-8,14%	1.047,48	-5,03%

Fonte: Elaborado pela autora (2018)

Os Quadros 4.13 e 4.14 para as razões L/d iguais respectivamente a 27 e 31 mostram um comportamento bem diferente daquele observado nas razões L/d iguais a 16, 19, 22 e 25. Não há uma grande variação no momento resistente quando se altera o valor da excentricidade. A maior variação foi uma redução de 4,82% quando a excentricidade passa de 630 mm para 780 mm no modelo com razão L/d igual a 27 e grau de monossimetria de 1,00.

Especificadamente, para a razão L/d igual a 27, Quadro 4.13, o momento fletor resistente de projeto desce em média 0,62% quando a excentricidade aumenta 100 mm ( $e_p$  =730 mm) e desce mais um pouco o seu valor quando a excentricidade

aumenta 150 mm ( $e_p$  = 780 mm, em média 3,07%). O momento solicitante varia de -0,09% a -2,13% quando a excentricidade aumenta 100 mm ( $e_p$  = 630 mm para  $e_p$  = 730 mm) e varia de -1,98% a -4,82% quando a excentricidade aumenta 150 mm ( $e_p$  = 630 mm para  $e_p$  = 780 mm).

O momento solicitante sofre um redução com a excentricidade que varia de -7.89% a -12,37% quando a excentricidade aumenta 100 mm ( $e_p$  = 630 mm para  $e_p$  = 730 mm) e similar quando a excentricidade aumenta 150 mm ( $e_p$  = 630 mm para  $e_p$  = 780 mm) cerca de -7,43% a -14,14%.

A excentricidade de 680mm fornece a maior resistência à flexão para a seção com grau de monossimetria igual a 3,88.

Quadro 4.13 - Influência da excentricidade - Razão L/d igual a 27

Mo	Modelos		е <sub>р</sub> <b>(mm)</b>	<b>Razão</b> L∕d	a <sub>m</sub>	Força de Protensão (kN)	M <sub>Rd2</sub> (kN)	$\frac{M_{Rd2}}{M_{Rd2 (e_p=630)}}$	M <sub>Sd2</sub> (kN)	$\frac{M_{Sd2}}{M_{Sd2}}_{(e_p=630)}$
500	51	VMP <sub>630x15x51</sub>	630			1.847,12	3.113,36	-	1.342,33	-
215	11	VMP <sub>730x15x11</sub>	730	27	1,00	1.445,82	3.047,02	-2,13%	1.236,36	-7,89%
300	31	VMP <sub>780x15x31</sub>	780			1.227,68	2.963,39	-4,82%	1.242,62	-7,43%
9 1 248	52	VMP <sub>630x15x52</sub>	630	27		1.922,03	3.316,90	-	1.407,31	-
12,5 9'808'6	12	VMP <sub>730x15x12</sub>	730		2,07	1.572,66	3.296,90	-0,60%	1.249,01	-11,25%
200	32	VMP <sub>780x15x32</sub>	780			1.318,81	3.193,72	-3,71%	1.256,04	-10,75%
246 [2]	53	VMP <sub>630x15x53</sub>	630	27	2,83	1.957,63	3.457,32	-	1.464,25	-
099 099	13	VMP <sub>730x15x13</sub>	730			1.626,08	3.454,36	-0,09%	1.283,20	-12,37%
300	33	VMP <sub>780x15x33</sub>	780			1.395,54	3.372,72	-2,45%	1.265,01	-13,61%
209	54	VMP <sub>630x15x54</sub>	630			1.956,12	3.458,04	-	1.465,54	-
99 12,5	14	VMP <sub>730x15x14</sub>	730	27	3,88	1.624,61	3.455,06	-0,09%	1.284,52	-12,35%
- <del>300</del> -	34	VMP <sub>780x15x34</sub>	780			1.395,98	3.374,82	-2,41%	1.265,29	-13,66%
779	55	VMP <sub>630x15x55</sub>	630	27		1.934,32	3.447,03	-	1.472,79	-
12,5	15	VMP <sub>730x15x15</sub>	730		5,22	1.601,18	3.440,36	-0,19%	1.295,93	-12,01%
300	35	VMP <sub>780x15x35</sub>	780			1.398,30	3.378,61	-1,98%	1.264,57	-14,14%

Fonte: Elaborado pela autora (2018)

Para a razão L/d igual a 31, Quadro 4.14, em relação ao menor valor de excentricidade ( $e_p = 630$ mm), o momento fletor resistente de projeto aumenta em média 0,27% quando a excentricidade aumenta 100 mm ( $e_p = 730$  mm) e aumenta em

média 2,94% quando a excentricidade aumenta 150 mm ( $e_p$  = 780 mm). O momento fletor solicitante de projeto diminui em média 9,30% quando a excentricidade aumenta 100 mm ( $e_p$  =730 mm) e diminui em média 5,81% quando a excentricidade aumenta 150 mm ( $e_p$  = 780 mm).

A excentricidade que fornece a maior resistência à flexão para razão L/d igual a 31 é 780 mm para o perfil com seção duplamente simétrica e com grau de monossimetria igual a 2,07; 2,83 e 3,88. Para o grau de monossimetria igual a 5,22 a excentricidade com maior resistência a flexão é 780mm.

Quadro 4.14 – Influência da excentricidade - Razão L/d igual a 31

Mod	delos		e <sub>p</sub> (mm)	<b>Razão</b> L∕d	a <sub>m</sub>	Força de Protensão (kN)	M <sub>Rd2</sub> (kN)	$\frac{M_{Rd2}}{M_{Rd2 (e_p=630)}}$	M <sub>Sd2</sub> (kN)	$\frac{M_{Sd2}}{M_{Sd2 \ (e_p=630)}}$
300	56	VMP <sub>630x17x56</sub>	630			1.750,83	3.116,60	-	1.916,80	-
12,5	16	VMP <sub>730x17x16</sub>	730	31	1,00	1.496,04	3.138,89	0,72%	1.734,57	-9,51%
	36	VMP <sub>780x17x36</sub>	780			1.839,60	3.450,97	10,73%	2.045,06	6,69%
<u>248</u>	57	VMP <sub>630x17x57</sub>	630			1.815,04	3.314,92	-	1.984,71	-
550 22,4 508,6 15,21	17	VMP <sub>730x17x17</sub>	730	31	2,07	1.537,29	3.328,42	0,41%	1.796,81	-9,47%
/ _300/	37	VMP <sub>780x17x37</sub>	780			1.819,66	3.440,89	3,80%	2.052,11	3,40%
246,	58	VMP <sub>630x17x58</sub>	630			1.841,53	3.450,38	-	2.043,66	-
09 99	18	VMP <sub>730x17x18</sub>	730	31	2,83	1.545,17	3.453,59	0,09%	1.854,32	-9,26%
300	38	VMP <sub>780x17x38</sub>	780			1.430,10	3.454,32	0,11%	1.774,28	-13,18%
<u>209</u>	59	VMP <sub>630x17x59</sub>	630			1.839,60	3.450,97	-	2.045,06	-
909	19	VMP <sub>730x17x19</sub>	730	31	3,88	1.543,42	3.454,06	0,09%	1.855,78	-9,26%
- <u>300</u>	39	VMP <sub>780x17x39</sub>	780			1.428,42	3.454,75	0,11%	1.775,76	-13,17%
179,	60	VMP <sub>630x17x60</sub>	630			1.819,66	3.440,89	-	2.052,11	-
12,5 905'9 205'9	20	VMP <sub>730x17x20</sub>	730	31	5,22	1.521,80	3.440,26	-0,02%	1.866,94	-9,02%
, 300 , 300	40	VMP <sub>780x17x40</sub>	780			1.406,68	3.439,50	-0,04%	1.788,89	-12,83%

Fonte: Elaborado pela autora (2018)

Resumindo, para as razões L/d iguais a 16, 19, 22 e 25, a excentricidade de 630 mm fornece a maior resistência à flexão para todos os graus de monossimetria e também um menor momento fletor solicitante na maioria dos casos, assim essa excentricidade seria a ideal para o projeto com as razões L/d mencionadas. Já para as razões L/d iguais a 27 e 31, não é possível estabelecer qual seria a excentricidade ideal de projeto, pois a excentricidade que fornece a maior resistência a momento fletor (e<sub>D</sub>

=630 para L/d igual a 27 e e<sub>p</sub> =780 para L/d igual a 27) fornece também maior valor de momento fletor solicitante.

#### 4.3.4. Análise das Tensões

Nas Figuras 4.14 e 4.15, são apresentados os gráficos da tensão normal de projeto, respectivamente na mesa superior e na mesa inferior do perfil de aço, para a seção transversal do meio da viga, em função da razão L/d. As tensões foram determinadas considerando a interação dos esforços axial e de momento fletor para a fase 3 de carregamento, segundo a metodologia de Nunziata (2004).

Pela Figura 4.14, observa-se que as tensões de cálculo na mesa superior do perfil de aço estão abaixo da tensão de escoamento do aço de cálculo ( $f_{yd} = 31,4 \text{ kN/cm}^2$ ), em todos os modelos estudados, exceto nas vigas mistas sem protensão para razão L/d igual a 31 e nas vigas mistas protendidas para razão L/d igual a 31 com excentricidade de 630 mm. As vigas mistas sem protensão apresentam tensão de compressão na mesa superior consideravelmente maior que às das vigas mistas protendidas. Observa-se também que a variação da excentricidade ( $e_p$ ) do cabo influencia a distribuição das tensões na mesa superior do perfil de aço. Por esse gráfico, os modelos com excentricidade de 780 mm e seção duplamente simétrica apresentaram as menores tensões.

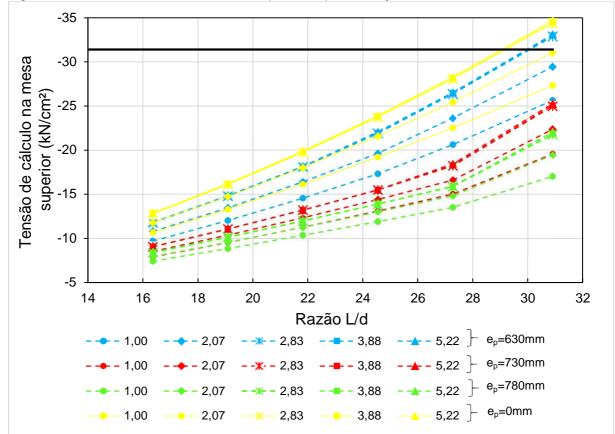


Figura 4.14 – Gráfico da tensão na mesa superior do perfil de aço

Pelo gráfico da Figura 4.15 relativo às tensões na mesa inferior do perfil de aço, notase que os modelos de vigas mistas sem protensão não atendem a tensão de escoamento do aço de cálculo, excetuando os modelos com razão L/d igual a 16 e em alguns modelos com razão L/d igual a 19. Em contrapartida, a maioria das vigas mistas protendidas atende ao critério da tensão limite de escoamento, excetuando os modelos com razão L/d igual a 31. Isso vai ao encontro do resultado do índice de aproveitamento apresentado no item 4.3.1, onde para a fase 3, todos os modelos com razão L/d igual a 31 apresentaram esse índice maior que 1. Por esse gráfico, os modelos com excentricidade de 680 mm e graus de monossimetrias iguais de 2,83; 3,88 e 5,22 apresentam as menores tensões.

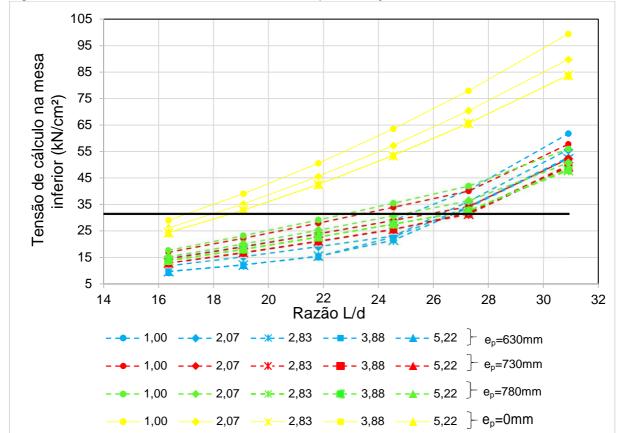


Figura 4.15 – Gráfico da tensão na mesa inferior do perfil de aço

A Figura 4.16 apresenta a tensão normal de cálculo na face superior da laje de concreto em função da razão L/d. Observa-se que a tensão de cálculo no concreto das vigas sem protensão é menor que às das vigas mistas protendidas. Em nenhum caso, foi ultrapassado a tensão limite de projeto de  $0.85f_{cd}$ , igual a  $1.21 \text{ kN/cm}^2$ .

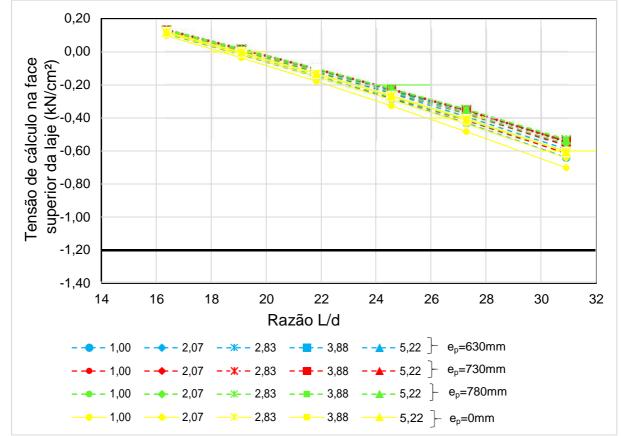


Figura 4.16 – Gráfico da tensão na face superior da laje

# 5. CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

## 5.1. CONCLUSÕES

O objetivo principal deste trabalho foi estudar metodologias para a análise e o dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa de perfis de aço de seção "I" duplamente simétricos e monossimétricos utilizando a técnica de pré-tração. Para tanto um programa computacional foi desenvolvido para realizar a análise e o dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto biapoiadas com protensão externa, seguindo duas metodologias de cálculo: uma com base na ABNT NBR 8800:2008 (anexo "O") e a outra segundo a obra de Nunziata (2004). Em ambas metodologias, a força de protensão é estimada de acordo com Nunziata (2004). O programa verifica a condição de segurança para os estados limites últimos e para o estado limite de serviço de flecha excessiva.

Um estudo paramétrico foi desenvolvido com o programa computacional devidamente aferido, onde 120 vigas mistas de aço e concreto foram dimensionadas, sendo 90 delas com protensão externa e 30 delas sem protensão. O objetivo era avaliar a influência dos seguintes parâmetros no dimensionamento das vigas: razão entre o comprimento da viga e a altura do perfil de aço; grau de monossimetria e excentricidade da força de protensão, este último, restringiu-se a duas locações distintas para os cabos de protensão, acima e abaixo da mesa inferior do perfil de aço. Os primeiros resultados da pesquisa indicam que as vigas mistas de aço e concreto sem protensão (VM) e as protendidas (VMP) com razão L/d igual a aproximadamente 31 não atenderam aos critérios de dimensionamento à flexo-compressão para sobrecarga de uso e ocupação igual a 5,0kN/m², uma vez que o índice de aproveitamento (ia²) foi sempre superior a 1. Para as razões L/d de 16 a 25, as vigas atenderam aos critérios de dimensionamento com folga. Percebe-se então, que para

as vigas estudadas, a razão L/d igual a 27 seria a mais vantajosa em termos econômicos, pois o índice de aproveitamento (i<sub>a2</sub>) foi o mais próximo a 1.

Embora a protensão tenha gerado uma melhora considerável no comportamento das vigas mistas à flexão, reduzindo o momento fletor solicitante e aumentando o

momento fletor resistente, sua melhora no índice de aproveitamento da viga (i<sub>a2</sub>) foi bem menos acentuada, porque a força de compressão no perfil de aço devido à força de protensão introduz tensões de compressão que se somam as tensões provenientes da flexão. Melhoras significativas no índice de aproveitamento só ocorrem para a seção duplamente simétrica. Para as seções com menor grau de monossimetria (2,07 e 2,83), observa-se um efeito benéfico da protensão somente para vãos menores. Nas seções com maior grau monossimetria (3,88 e 5,22), a protensão não é vantajosa, resultando em um índice de aproveitamento menor em comparação com as vigas sem protensão.

Concluiu-se também que, a utilização de perfis monossimétricos em vigas mistas é interessante do ponto de vista econômico somente para as vigas sem protensão e se o grau de monossimetria não ultrapassar 2,83.

Para os três casos estudados de excentricidade (630, 730 e 780 mm) dos cabos, observou-se, nas razões L/d iguais a 16, 19, 22 e 25, que a excentricidade de 630 mm fornece a maior resistência à flexão e o menor momento fletor solicitante, assim essa excentricidade seria a ideal para o projeto. Para as razões L/d iguais a 27 e 31, não foi possível estabelecer qual seria a excentricidade ideal de projeto, pois a excentricidade que fornece a maior resistência a momento fletor também fornece maior valor de momento fletor solicitante.

Em síntese pode-se concluir que tanto as vigas mistas de aço e concreto sem protensão (VM) quanto as protendidas (VMP) com razão L/d igual a 31 não atenderam aos critérios de dimensionamento. Apesar da aplicação da força de protensão ser bem eficiente na redução do momento fletor solicitante e aumentar o momento fletor resistente, houve pouca redução no índice de aproveitamento da viga porque a força de protensão introduz tensões de compressão no perfil de aço. Percebe-se que para o perfil duplamente simétrico, o efeito da protensão foi benefíco, porém o mesmo não foi percebido para os perfis monossimétricos. Não houve grandes variações tanto no momento fletor resistente quanto no momento fletor solicitante quando se variou as excentricidades dos cabos de protensão. A excentricidade de 630mm apresentou a maior resistência à flexão e o menor momento fletor solicitante somente para as razões L/d iguais a 16, 19, 22 e 25. Já para as razões L/d iguais 27

e 31, nessa pesquisa, não foi possível estabelecer qual seria a excentricidade ideal de projeto.

Ainda que subutilizada no Brasil, devido ao pouco conhecimento do sistema e dos seus métodos de dimensionamento, percebe-se que as vigas mistas de aço e concreto possuem grande aplicação em projetos de reabilitação, recuperação de estruturas existentes ou em projetos de novas estruturas de grande porte. Na literatura internacional há estudos teóricos e experimentais que visam entender o comportamento estrutural dessas vigas. Essa pesquisa buscou contribuir para um maior entendimento das metodologias de projeto para essas vigas.

### 5.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O tema de vigas mistas de aço e concreto com proteção externa na linha de pesquisa de Estruturas de Aço desenvolvida na Universidade Federal do Espírito Santo teve início com o presente trabalho, havendo ainda inúmeros aspectos sobre esse tema a serem analisados de maneira teórica, numérica e experimental. Desta forma segue algumas sugestões para a continuidade e desenvolvimento de trabalhos futuros:

- Abranger o estudo incluindo a metodologia executiva de construção de Póstração;
- Abranger o estudo incluindo a análise de outros tipos de perfis aços como, perfil caixão ou tubular, seções compostas e seções semi-compactas, entre outras;
- Estender os estudos para vigas contínuas, analisando o comportamento da protensão quando aplicada a vigas mistas em região de momento negativo;
- Estender os estudos utilizando outros tipos de carregamentos, tais como carga concentrada, móvel e dinâmica;
- Estender os estudos utilizando outros tipos de traçados de cabos de protensão (parabólico e trapezoidal);
- Avaliar alguns aspectos referentes à fadiga, perdas de protensão, ruptura de cabos e colapso progressivo;

- Aprofundar os estudos com relação à flexo-compressão e a flambagem distorcional, a última ocorre nas vigas solicitadas a momento negativo;
- Elaborar uma metodologia numérica via método dos elementos finitos com o
  objetivo de averiguar e comprovar os resultados obtidos com o procedimento
  analítico. Além de avaliar os efeitos da concentração de tensões nos pontos
  de desviadores e nas chapas de ancoragem do cabo;
- Desenvolver um estudo experimental visando avaliar os procedimentos propostos analiticamente e até corroborar com os resultados dos estudos numéricos:
- Verificar o comportamento na interface entre a laje de concreto e o perfil de aço de vigas mistas protendidas utilizando a interação parcial;
- Analisar o efeito das deformações provocadas pelos efeitos de longa duração, como os fenômenos de retração e fluência do concreto ou a relaxação do aço de protensão;

O desenvolvimento de estudos com os temas propostos acima pode resultar em informações complementares imprescindíveis que venham a contribuir para o melhor entendimento sobre tema e até extrapolar o limite acadêmico

\_

## 6. REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800**: Projeto de estrutura de aço e de estrutura mista de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7482**: Fios de aço para concreto protendido - Especificação. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7483**: Cordoalhas de aço para estruturas de concreto protendido - Especificação. Rio de Janeiro, 2008.

ALBRECHT, P.; LI, W.; SAADATMANESH H, Fatigue strength of prestressed composite steel-concrete beams. **Journal of Structural Engineering**, v. 121, n 12, p. 1850-1856, 1995.

ALMEIDA, T. G. Reforço de vigas de concreto armado por meio de cabos externos protendidos. 2001. 142f. **Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas)** - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de ão Paulo. 2001.

AYYUB, B. M.; SOHN, Y. G.; SAADATMANESH, H., Prestressed composite girders under positive moment. **Journal of Structural Engineering**, v. 116, n. 11, p. 2931-2951,1990.

AYYUB, B. M.; SOHN, Y. G.; SAADATMANESH, H., Prestressed composite girders. II: analytical study for negative moment. **Journal of Structural Engineering**, v. 118, n. 10, p. 2763-2782, 1992-a.

AYYUB, B. M.; SOHN, Y. G.; SAADATMANESH, H., Prestressed composite girders. I: experimental study for negative moment. **Journal of Structural Engineering**; v. 118, n. 10, p. 2743-2762, 1992-b.

BELENYA, E.; **Prestressed load-bearing metal structures**. 1a ed. Moscow: MIR Publishers, English translation, 1977. 463 p.

CHEN, S.; WANG, X.; JIA Y., A comparative study of continuous steel - concrete composite beams prestressed with external tendons: experimental investigation. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 65, p. 1480-1489, 2009.

CHEN, S.; Experimental study of prestressed steel–concrete composite beams with external tendons for negative moments. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 61, p. 1613-1630, 2005.

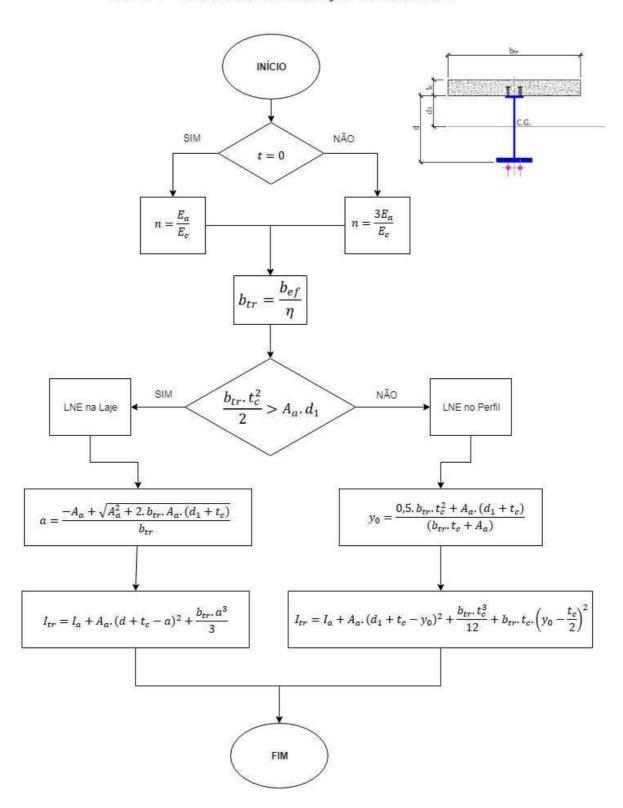
- CHEN, S.; GU, P. Load carrying capacity of composite beams prestressed with external tendons under positive moment. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 61, p. 515-530, 2005.
- DALY, A. F.; WITARNAWAN, W. **A method for increasing the capacity of short and medium span bridges**. In: REAAA (Road Engineering Association of Asia and Australasia) Conference, 10th, 2000, September 4-9, Tokyo, Japan, 2000. p. 11.
- DUNKER, K. F. Strengthening of simple span composite bridges by post-tensioning. **TESE DE DOUTORADO**. IOWA STATE UNIVERSITY, AMES, IOWA, 1985.
- FAKURY, R. H.; CASTRO E SILVA, A. L. R.; CALDAS, R. B. **Dimensionamento de elementos estruturais de aço e mistos de aço e concreto**. 1. ed. Pearson, 496p. 2016.
- FERREIRA, A. C. Vigas metálicas protendidas: análise estática, modal e de ruptura do cabo de protensão e aplicativo computacional para projetos. 2007. 252f. **Dissertação em Estruturas e Construção Civil** Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF.
- KIRKLAND, B.; KIM, P.; UY, B.; VASDRAVELLIS, G. Moment shear axial force interaction in composite beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 114, p. 66-76, 2015.
- KLAIBER, F. Wayne, SANDERS, W. W. J., DEDIC, D.J. Behavior of prestressed composite steel beams hoadley Zurique Suecia 1982.
- LI, W.; ALBRECHT, P.; SAADATMANESH, H. Strengthening of composite steel-concrete bridges. **Journal of Structural Engineering**, v. 121, n. 12, p. 1842-1849, 1995.
- LINHARES, B. T.; Análise de pontes em estruturas mistas de aço-concreto de seção caixão com protensão externa. 2015, 188f. **Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil)** Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS.
- LORENC, W.; KUBICA, E. Behavior of composite beams prestressed with external tendons: experimental study. **Journal of Constructional Steel Research**, v.62, p.1353-1366, 2006.
- MIYAMOTO, A.; TEI, K.; NAKAMURA, H.; BULL, J. W. Behavior of prestressed beam strengthened with external tendons. **Journal of Structural Engineering**, v. 126, n. 9, p. 1033-1044, 2000.
- MUKHANOV, K. K.; Design of metal structure. Moscow: Mir Publishers, 1968.
- NELSEN, A. C. H.; Comportamento estrutural de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa. 2013. 194f. **Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção**

- **Civil)** Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil. Universidade Federal de São Carlos, São Carlos-SP.
- NIE, J.; TIAN, C.; CAIB, C. S.; Effective width of steel concrete composite beam at ultimate strength state. **Engineering Structures**, v. 30, p. 1396–1407, 2008.
- NOURAEYAN, A. Analytical and experimental study on the behaviour of prestressed and poststressed composite girders. 1987. 70 p. **Thesis (Degree of Master of Engineering)** Concordia University, Montréal, Québec, Canada, 1987.
- NUNZIATA, V.; Prestressed steel structures. (Structture in acciaio precompresso). In. CONGRESSO C.T.A., XVII, 1999. Napoli. Proceedings... Napoli: [s.n.], 1999. p. 6. Disponível em: <a href="http://www.studionunziata.com">http://www.studionunziata.com</a> Acesso em: 01 nov. 2016.
- NUNZIATA, V.; Prestressed steel structures design: a new frontier for structural engineering. In: ISCE-02 Second International Structural Engineering and Construction Conference, 2nd, 2003. Roma. Proceedings. Roma: [s.n.]. Disponível em: <a href="http://www.studionunziata.com">http://www.studionunziata.com</a> Acesso em: 01 nov. 2016.
- NUNZIATA, V.; **Strutture in acciaio precompresso**. 2. ed. Palermo: Dario Flaccovio, 2004. 229 p.
- QUINAZ, C. M. da S.; Estruturas de aço e mistas pré-esforçadas. 1993. 236f. **Dissertação (Mestre em Estruturas de Engenharia Civil)** Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Departamento de Engenharia Civil, Junho, 1993. Disponível em: <repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/.../2/Texto%20integral.pdf>. Acesso em: 05 agos. 2016.
- REIS, F. J. C.; Influência do nível de protensão da deformação de estruturas executadas com protensão externa. 2003. 118f. (Mestre em Engenharia de Civil) Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003.
- SAADATMANESH, H.; ALBRECHT, P.; AYYUB, B. M. Analytical study of prestressed composite beams. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 115, n. 9, p. 2364-2381, Sep. 1989-a.
- SAADATMANESH, H.; ALBRECHT, P.; AYYUB, B. M. Experimental study of prestressed composite beams. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 115, n. 9, p. 2348-2363, Sep. 1989-b.
- SAADATMANESH, H.; ALBRECHT, P.; AYYUB, B. M. Guidelines for flexural design of prestressed composite beams. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 115, n. 11, p. 2944-2961, Nov. 1989-c.

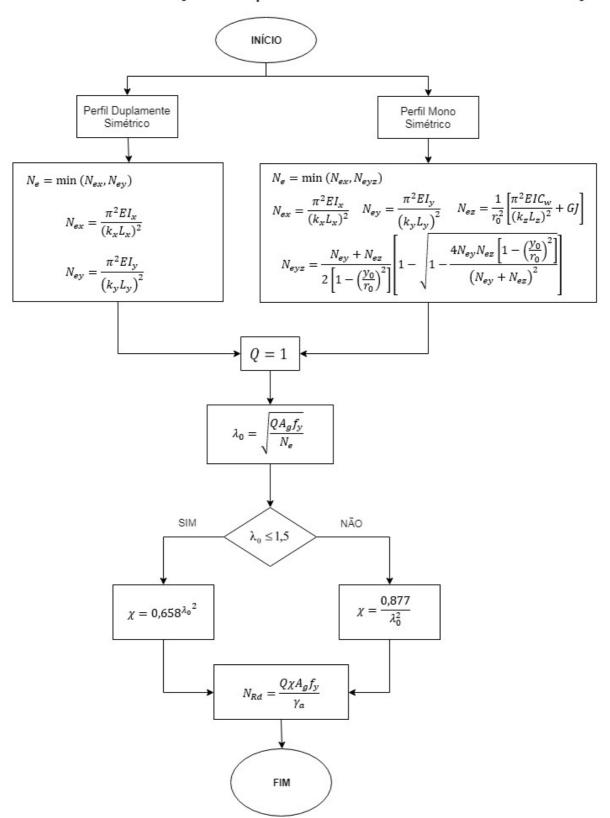
- SAFAN, M.; KOHOUTKOVÁ, A. Experiments with externally prestressed continuous composite girders. **Acta Polytechnica**, Czech Technical University Publishing House, v. 41, n. 3/2001, p. 65-73, 2001.
- SAMPAIO JR., C. F.; Dimensionamento econômico de vigas protendidas de aço. 1976. 133 f. **Dissertação (Mestre em Engenharia de Estruturas)** Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 1976.
- SHIM, C.; LEE, P.; CHANG, S. Desing of shear conection in composite steel and concrete bridges with prescast decks. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 57, p. 203–219, 2001.
- SUN, Q.; YANG, Y.; FAN, J.; ZHANG, Y.; BAI, Y. Effect of longitudinal reinforcement and prestressing on stiffness of composite beams under hogging moments. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 100, p. 1–11, 2014.
- TONG, W.; SAADATMANESH, H. Parametric study of continuous prestressed Composite girders. **Journal of Structural Engineering**, v. 118, n. 1, p. 186-206, 1992.
- TROITSKY, M. S. Prestressed steel bridges: theory and design. 16th ed. New York: Van Nostrand Reinhold, 1990. 386 p.
- TROITSKY, M. S.; ZIELINSKI, Z. A.; NOURAEYAN, A. Pre-tensioned and postensiond composite girders. **Journal of Structural Engineering**, v. 115, n. 12, p. 3142-3152, 1990.
- VASDRAVELLIS, G.; UY, B.; TAN, E. L.; KIRKLAND, B. Behaviour and design of composite beams subjected to sagging bending and axial compression. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 110, p. 29–30, 2015.
- WAFA, F. F.; HASNAT, A.; AKHTARUZZAMAN, A. A. Prestressed concrete beams with opening under torsion and bending. **Journal of Structural Engineering**, v. 115, n. 11, p. 2727-2739, 1989.
- ZONA, A.; RAGNI, I.; DALL'ASTA, a. Simplified method for the analysis of externally prestressed steel\_concrete composite beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 65, p. 308-313,2009.
- ZHANG, N.; FU, C. C. Experimental and theoretical studies on composite steel -concrete box beams with external tendons. **Engineering Structures**, v. 31, p.275-283, 2009.

## 7. APÊNDICE A - FLUXOGRAMAS DE CÁLCULO

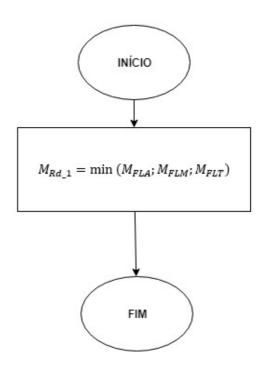
Rotina 1 - Cálculo da LNE da Seção Transformada



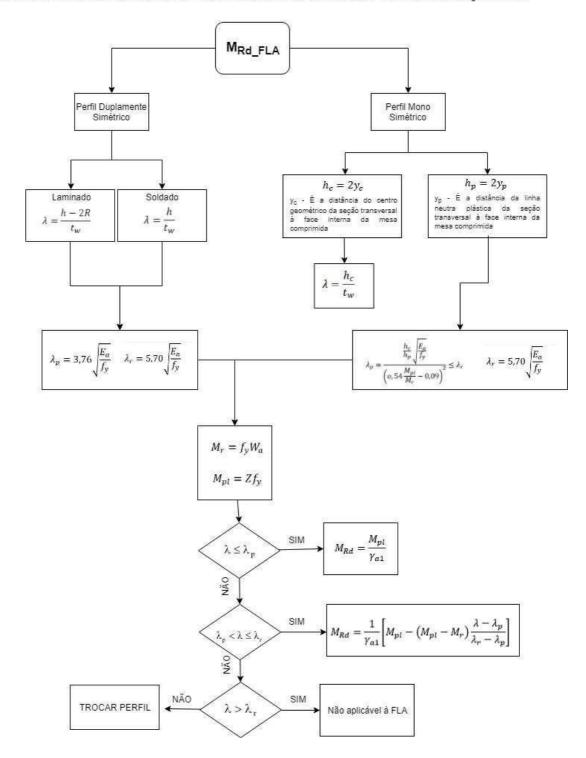
Rotina 2 - Cálculo da Força de Compressão Resistente de Cálculo do Perfil de Aço



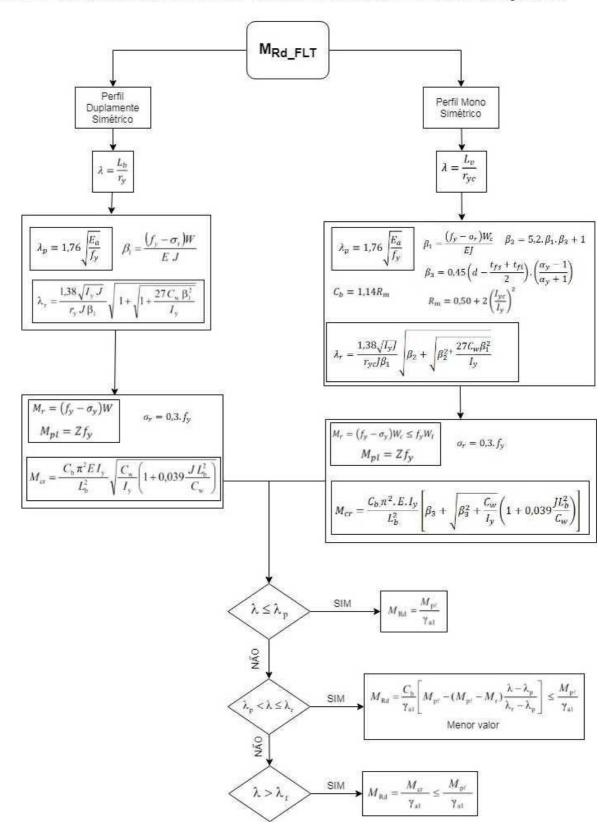
Rotina 3 - Cálculo do Momento Fletor Fletor Resistente de Cálculo do Perfil de Aço



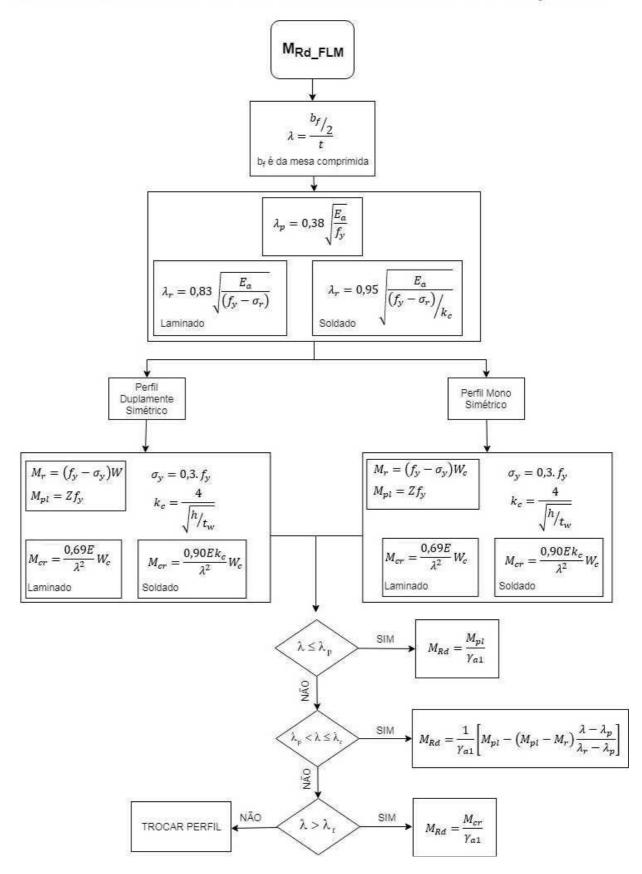
Rotina 3 - Cálculo do Momento Fletor Resistente de Cálculo do Perfil de Aço a FLA



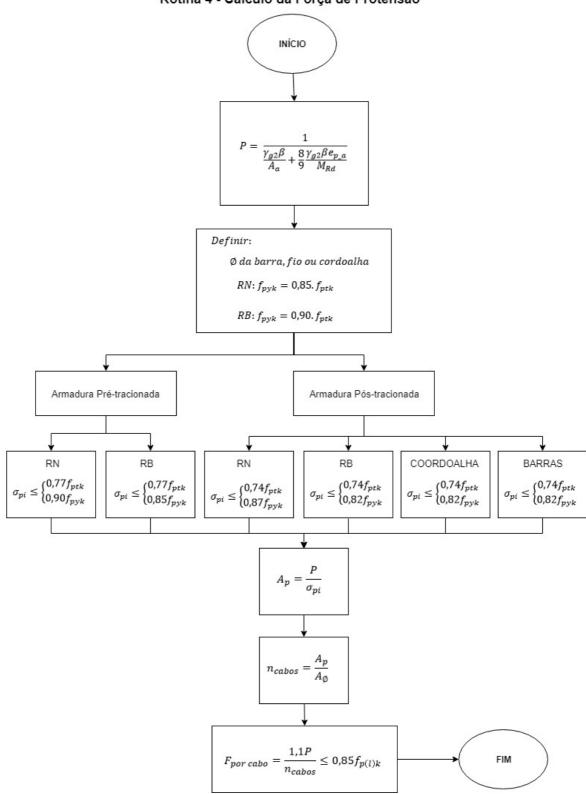
Rotina 3 - Cálculo do Momento Fletor Resistente de Cálculo do Perfil de Aço a FLT



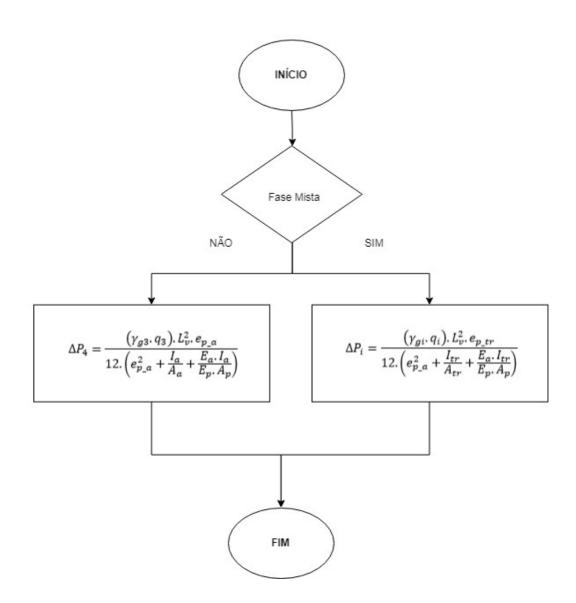
Rotina 3 - Cálculo do Momento Fletor Resistente de Cálculo do Perfil de Aço a FLM

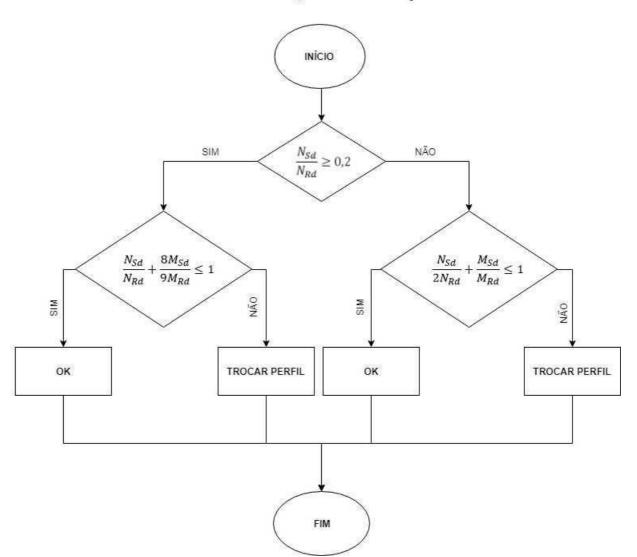


Rotina 4 - Cálculo da Força de Protensão



Rotina 5 - Cálculo do Acréscimo da Protensão devido aos carregamentos

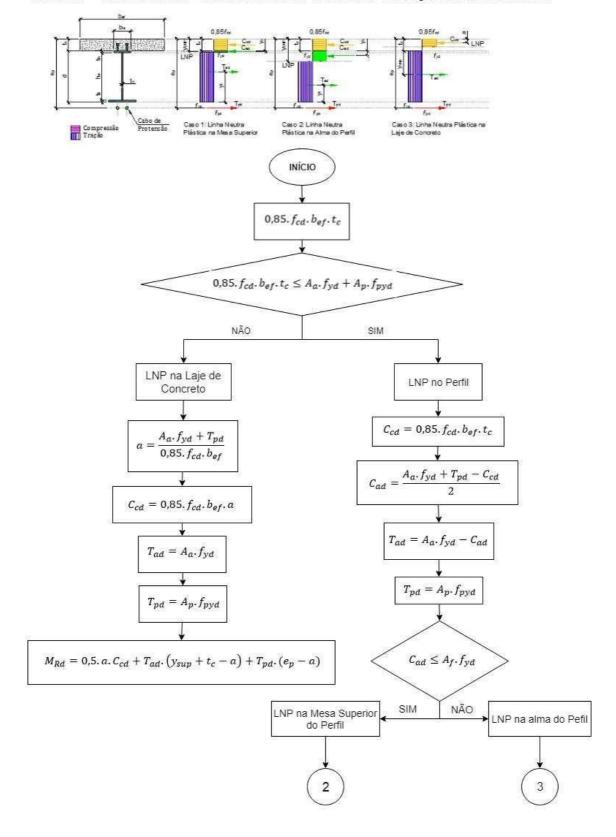




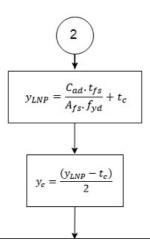
Rotina 6 - Verificação à Flexo-Compressão

Data: 18/01/18

Rotina 7 - Cálculo da LNP e Momento Fletor Resistente da Seção Mista Protendida

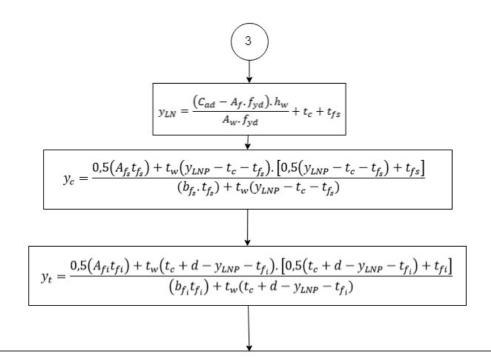


Continuação da Rotina 7



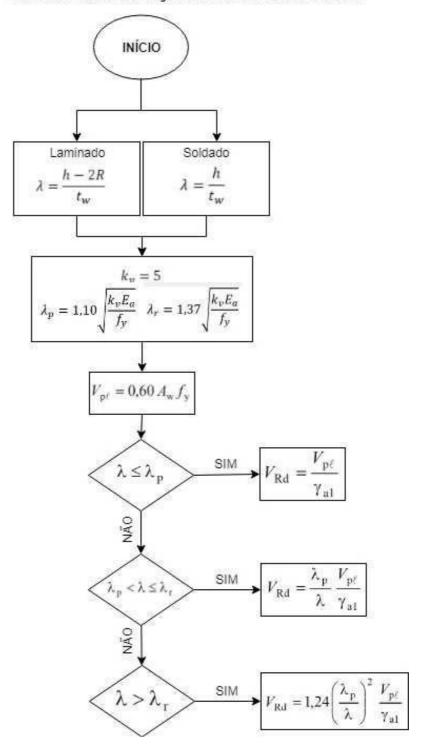
$$y_{t} = \frac{0.5 \left(A_{fi}t_{fi}\right) + (h_{w}t_{w}).\left(0.5h_{w} + t_{fi}\right) + b_{fs}.\left(t_{c} + t_{fs} - y_{LNP}\right).\left[h_{w} + t_{fs} + 0.5\left(t_{c} + t_{fs} - y_{LNP}\right)\right]}{b_{fi}t_{fi} + h_{w}t_{w} + b_{fs}\left(t_{c} + t_{fs} - y_{LNP}\right)}$$

$$M_{Rd} = C_{cd}(y_{LNP} - 0.5t_c) + C_{ad}(y_{LNP} - t_c - y_c) + T_{ad}(t_c + d - y_t - y_{LNP}) + T_{pd}(e_p - y_{LNP})$$



$$M_{Rd} = C_{cd}(y_{LNP} - 0.5t_c) + C_{ad}(y_{LNP} - t_c - y_c) + T_{ad}(t_c + d - y_t - y_{LNP}) + T_{pd}(e_p - y_{LNP})$$

Rotina 8 - Cálculo do Esforço Cortante Resistente



Flechas imediatas  $\delta_1 = \frac{5q_1 \cdot L_v^4}{384E_a I_a} - \frac{P \cdot e_{p_a} \cdot L_v^2}{8E_a I_a} + \frac{5q_3 \cdot L_v^4}{384E_a I_a} - \frac{\Delta P_4 \cdot e_{p_a} \cdot L_v^2}{8E_a I_a}$   $\delta_2 = \frac{5q_6 \cdot L_v^4}{384E_a I_{tr}} - \frac{\Delta P_3 \cdot e_{p_s tr} \cdot L_v^2}{8E_a I_{tr}}$   $\delta_3 = \frac{5q_5 \cdot L_v^4}{384E_a I_{tr}} - \frac{\Delta P_7 \cdot e_{p_s tr} \cdot L_v^2}{8E_a I_{tr}}$   $\delta = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$ 

Rotina 9 - Cálculo da Flecha da Seção Mista Protendida

#### Rotina 10 - Verificação por Tensões

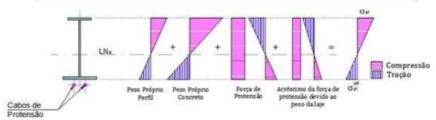


$$\begin{split} \operatorname{Peso\,Pr\acute{o}prio\,da\,Viga\,de\,A\varsigmao} \left\{ \sigma^{\sup}_{a\,1\,1} &= -\frac{\gamma'_{g\,1}q_1L^2}{8W_{a\,\sup}} \ e \quad \sigma^{\inf}_{a\,1\,1} &= +\frac{\gamma'_{g\,1}q_1L^2}{8W_{a\,\inf}} \right. \\ \left\{ \sigma^{\sup}_{a\,1\,2A} &= -\frac{\gamma_{g\,2}\beta\,P}{A_a} \ e \quad \sigma^{\inf}_{a\,1\,2A} &= -\frac{\gamma_{g\,2}\beta\,P}{A_a} \\ \sigma^{\sup}_{a\,1\,2B} &= +\frac{\gamma'_{g\,2}\beta\,P\,e_{p\,a}}{W_{a\,\sup}} \ e \quad \sigma^{\inf}_{a\,1\,2B} &= -\frac{\gamma_{g\,2}\beta\,P\,e_{p\,a}}{W_{a\,\inf}} \end{split} \right. \end{split}$$

$$\begin{array}{ll} \textit{Peso Pr\'oprio da Laje} \\ \textit{de Concreto (fresco)} \end{array} \left\{ \sigma_{a1\_3}^{sup} = -\frac{\gamma'_{g3}q_3L^2}{8W_{a\,sup}} \quad e \quad \sigma_{a1_3}^{inf} = +\frac{\gamma'_{g3}q_3L^2}{8W_{a\,inf}} \end{array} \right.$$

$$\sigma_{a1}^{sup} = \sigma_{a\,1\_1}^{sup} + \sigma_{a\,1\_2A}^{sup} + \sigma_{a\,1\_2B}^{sup} + \sigma_{a\,1\_3}^{sup} + \sigma_{a\,1\_4A}^{sup} + \sigma_{a\,1\_4B}^{sup}$$

$$\sigma_{a1}^{sup} = -\frac{\gamma_{g1}' q_1 L^2}{8 W_{a \, sup}} - \frac{\gamma_{g2} \beta P}{A_a} + \frac{\gamma_{g2} \beta P e_{pa}}{W_{a \, sup}} - \frac{\gamma_{g3}' q_3 L^2}{8 W_{a \, sup}} - \frac{\gamma_{g3}' \beta \Delta P_4}{A_a} + \frac{\gamma_{g3}' \beta \Delta P_4 e_{p\_a}}{W_{a \, sup}}$$



$$\sigma_{a1}^{inf} = \sigma_{a1\_1}^{inf} + \sigma_{a1\_2A}^{inf} + \sigma_{a1\_2B}^{inf} + \sigma_{a1\_3}^{inf} + \sigma_{a1\_4A}^{inf} + \sigma_{a1\_4B}^{inf}$$

$$\sigma_{a1}^{inf} = + \frac{\gamma'_{g1}q_{1}L^{2}}{8W_{a\,inf}} - \frac{\gamma_{g2}\beta P}{A_{a}} - \frac{\gamma_{g2}\beta P e_{p_{a}}}{W_{a\,inf}} + \frac{\gamma'_{g3}q_{3}L^{2}}{8W_{a\,inf}} - \frac{\gamma'_{g3}\beta\Delta P_{4}}{A_{a}} - \frac{\gamma'_{g3}\beta\Delta P_{4}e_{p\_a}}{W_{a\,inf}}$$

Verificação:

Mesa superior do aço

$$i_{a1}^{sup} = \frac{\left(\sigma_{a1\_2A}^{sup} + \sigma_{a1\_4A}^{sup}\right)}{N_{Rd}/A_a} + \frac{8\left(\sigma_{a1\_1}^{sup} + \sigma_{a1\_2B}^{sup} + \sigma_{a1\_3}^{sup} + \sigma_{a1\_4B}^{sup}\right)}{M_{Rd1}/W_{asup}} \le 1,0$$

Mesa inferior do aço

$$i_{a1}^{inf} = \frac{\left(\sigma_{a1\_2A}^{inf} + \ \sigma_{a1\_4A}^{inf}\right)}{N_{Rd}/A_a} + \frac{8\left(\sigma_{a1\_1}^{inf} + \ \sigma_{a1\_2B}^{inf} + \sigma_{a1\_3}^{inf} + \sigma_{a1\_4B}^{inf}\right)}{M_{Rd1}/W_{ainf}} \leq 1,0$$

Fase 2: Viga mista 
$$t = 0$$
 e  $n = \frac{E_a}{E_c}$ 

Carga Permanente de Serviço

Sobrecarga de Uso e Ocupação

$$\begin{cases} \sigma_{c\,2.6}^{sup} = -\frac{\gamma_{g6}q_{6}L^{2}}{8nw_{tr\,sup}}; \ \sigma_{a\,2.6}^{sup} = -\frac{\gamma_{g6}q_{6}L^{2}}{8W_{tr\,sup}} \ e \ \sigma_{a\,2.6}^{inf} = +\frac{\gamma_{g6}q_{6}L^{2}}{8W_{tr\,inf}} \end{cases}$$

 $\left\{\sigma_{c\,2\_5}^{sup} = -\frac{\gamma_{g5}q_5L^2}{8nw_{tr\,sup}};\; \sigma_{a\,2\_5}^{sup} = -\frac{\gamma_{g5}q_5L^2}{8W_{tr\,sup}}\; e\; \sigma_{a\,2\_5}^{inf} = +\frac{\gamma_{g5}q_5L^2}{8W_{tr\,inf}}\right\}$ 

Incremento da Força de Protensão devido a carga permanente de serviço

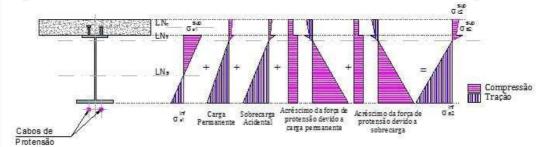
$$\begin{cases} \sigma_{c\,2\_7A}^{sup} = -\frac{\gamma_{g2}\beta\Delta P_7}{nA_{tr}}; \; \sigma_{a\,2\_7A}^{sup} = -\frac{\gamma_{g2}\beta\Delta P_7}{A_{tr}} \; \; e \; \; \sigma_{a\,2\_7A}^{inf} = -\frac{\gamma_{g2}\beta\Delta P_7}{A_{tr}} \\ \sigma_{c\,2\_7B}^{sup} = +\frac{\gamma_{g2}\beta\Delta P_7 e_{p\_tr}}{nW_{tr\,sup}}; \; \sigma_{a\,2\_7B}^{sup} = +\frac{\gamma_{g2}\beta\Delta P_7 e_{p\_tr}}{W_{tr\,sup}} \; \; e \; \; \sigma_{a\,2\_7B}^{inf} = -\frac{\gamma_{g2}\beta\Delta P_7 e_{p\_tr}}{W_{tr\,inf}} \end{cases}$$

$$\sigma_{c2}^{sup} = \sigma_{c\,2.5}^{sup} + \sigma_{c\,2.6}^{sup} + \sigma_{c\,2.7}^{sup} + \sigma_{c\,2.8}^{sup}$$

$$\sigma_{c2}^{sup} = -\frac{\gamma_{g5}q_5L^2}{8nW_{tr\,sup}} - \frac{\gamma_{g6}q_6L^2}{8nW_{tr\,sup}} - \frac{\gamma_{g2}\beta\Delta P_7}{nA_{tr}} - \frac{\gamma_{g2}\beta\Delta P_8}{nA_{tr}}$$

$$\sigma_{a2}^{sup} = \sigma_{a1}^{sup} + \sigma_{a\,2\,5}^{sup} + \sigma_{a\,2\,6}^{sup} + \sigma_{a\,2\,7A}^{sup} + \sigma_{a\,2\,7B}^{sup} + \sigma_{a\,2\,8A}^{sup} + \sigma_{a\,2\,8A}^{sup}$$

$$\sigma_{a2}^{sup} = \sigma_{a1}^{sup} - \frac{\gamma_{g5}q_5L^2}{8W_{tr\,sup}} - \frac{\gamma_{g6}q_6L^2}{8W_{tr\,sup}} - \frac{\gamma_{g2}\beta\Delta P_7}{A_{tr}} + \frac{\gamma_{g2}\beta\Delta P_7e_{p_{tr}}}{W_{tr\,sup}} - \frac{\gamma_{g2}\beta\Delta P_8}{A_{tr}} + \frac{\gamma_{g2}\beta\Delta P_8e_{p_{tr}}}{W_{tr\,sup}}$$



$$\sigma_{a2}^{inf} = \sigma_{a1}^{inf} + \sigma_{a2\_5}^{inf} + \sigma_{a2\_6}^{inf} + \sigma_{a2\_7A}^{inf} + \sigma_{a2\_7B}^{inf} + \sigma_{a2\_8A}^{inf} + \sigma_{a2\_8A}^{inf}$$

$$\sigma_{a2}^{inf} = \sigma_{a1}^{inf} + \frac{\gamma_{g5}q_5L^2}{8W_{tr\,inf}} + \frac{\gamma_{g6}q_6L^2}{8W_{tr\,inf}} - \frac{\gamma_{g2}\beta\Delta P_7}{A_{tr}} - \frac{\gamma_{g2}\beta\Delta P_7e_{p_{tr}}}{W_{tr\,inf}} - \frac{\gamma_{g2}\beta\Delta P_8}{A_{tr}} - \frac{\gamma_{g2}\beta\Delta P_8e_{p\_tr}}{W_{tr\,inf}}$$

Verificação:

Face superior da laje de concreto

$$\frac{\sigma_{c2}}{f_{cd}} \le 1.0$$

Mesa superior do aço

$$i_{a2}^{sup} = i_{a1}^{sup} + \frac{\left(\sigma_{a2\_7A}^{sup} + \sigma_{a2\_8A}^{sup}\right)}{N_{Rd}/A_a} + \frac{8\left(\sigma_{a2\_5}^{sup} + \sigma_{a2\_6}^{sup} + \sigma_{a2\_7B}^{sup} + \sigma_{a2\_8B}^{sup}\right)}{M_{Rd2}/W_{tr\,sup}} \le 1.0$$

Mesa inferior do aço

$$i_{a2}^{inf} = i_{a1}^{inf} + \frac{\left(\sigma_{a2,7A}^{inf} + \ \sigma_{a2,8A}^{inf}\right)}{N_{Rd}/A_a} + \frac{8\left(\sigma_{a2,5}^{inf} + \ \sigma_{a2,6}^{inf} + \ \sigma_{a2,7B}^{inf} + \sigma_{a2,8B}^{inf}\right)}{M_{Rd2}/W_{tr\,inf}} \leq 1.0$$

$$Fase 3: Vlga \ mista \ t = \infty \ en' = \frac{3E_a}{E_c}$$

$$Carga \ Permanente$$

$$de \ Serviço$$

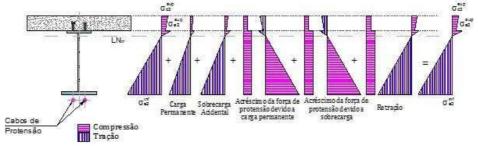
$$\begin{cases} \sigma_{e35}^{sup} = -\frac{\gamma_{g5}q_5L^2}{8n'W'_{rsup}}; \ \sigma_{a3,5}^{sup} = -\frac{\gamma_{g5}q_5L^2}{8W'_{rsup}} e \ \sigma_{a3,5}^{inf} = +\frac{\gamma_{g5}q_5L^2}{8W'_{rinf}} \end{cases}$$

$$Incremento \ da \ Força \ de$$

$$Protensão \ devido \ a \ carga$$

$$permanente \ de \ serviço$$

$$\begin{cases} \sigma_{a3,7A}^{sup} = -\frac{\gamma_{g2}\beta\Delta P_7}{n'A'_{tr}}; \ \sigma_{a3,7A}^{sup} = -\frac{\gamma_{g2}\beta\Delta P_7}{A'_{tr}} e \ \sigma_{a3,7B}^{inf} = -\frac{\gamma_{g2}\beta\Delta P_7}{W'_{trsup}} e \ \sigma_{a3,7B}^{inf} = -\frac{\gamma_{g3}q_9}{W'_{trsup}} e \ \sigma_{a3,7B}^{inf} = -\frac{\gamma_{g3}q_9}{\gamma_{g2,9A}} e \ \sigma_{a3,9A}^{inf} = -\frac{\gamma_{g3}q_9}{\gamma_{g2,9A}} e \ \sigma_{a3,9B}^{inf} = -\frac{\gamma$$



$$\sigma_{a\,3}^{inf} = \sigma_{a\,1}^{inf} + \sigma_{a\,3\_5}^{inf} + \sigma_{a\,3\_6}^{inf} + \sigma_{a\,3\_7A}^{inf} + \sigma_{a\,3\_7B}^{inf} + \sigma_{a\,2\_8A}^{inf} + \sigma_{a\,3\_9A}^{inf} + \sigma_{a\,3\_9A}^{inf}$$

$$\begin{split} \sigma_{a\,3}^{inf} &= \sigma_{a\,1}^{sup} + \frac{\gamma_{g5}q_{5}L^{2}}{8W_{tr\,inf}'} + \frac{\gamma_{g6}q_{6}L^{2}}{8W_{tr\,inf}} - \frac{\gamma_{g2}\beta\Delta P_{7}}{A_{tr}'} - \frac{\gamma_{g2}\beta\Delta P_{7}e_{p\_tr}}{W_{tr\,inf}'} - \frac{\gamma_{g2}\beta\Delta P_{8}}{A_{tr}} - \frac{\gamma_{g2}\beta\Delta P_{8}e_{p\_tr}}{W_{tr\,inf}} - \frac{\gamma_{g3}q_{9}}{A_{tr}'} \\ &+ \frac{\gamma_{g3}q_{9}(y_{tr}^{'} - y_{e})(y_{tr}^{'} - h_{e})}{I_{tr}'} \end{split}$$

Continuação da Rotina 10

Verificação:

Face superior da laje de concreto

$$\frac{\sigma_{c\,3}}{f_{cd}} \leq 1{,}0$$

Mesa superior do aço

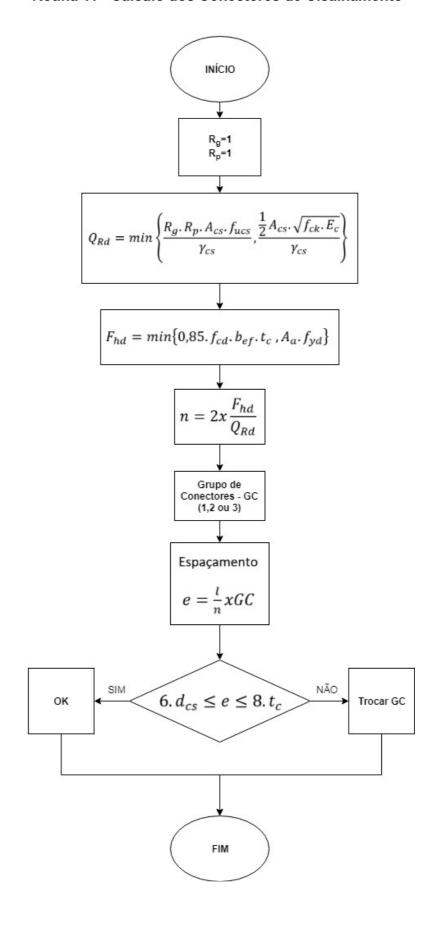
$$i_{a3}^{sup} = i_{a2}^{sup} + \frac{\left(\sigma_{a3\_7A}^{sup} + \sigma_{a2\_8A}^{sup} + \sigma_{a3\_9A}^{sup}\right)}{N_{Rd}/A_a} + \frac{8}{9} \frac{\left(\sigma_{a3\_5}^{sup} + \sigma_{a2\_6}^{sup} + \sigma_{a3\_7B}^{sup} + \sigma_{a2\_8B}^{sup} + \sigma_{a3\_9B}^{sup}\right)}{M_{Rd2}/W_{tr\,sup}} \leq 1,0$$

Mesa inferior do aço

$$t_{a3}^{inf} = i_{a2}^{inf} + \frac{\left(\sigma_{a3\_7A}^{inf} + \sigma_{a2\_8A}^{inf} + \sigma_{a3\_9A}^{inf}\right)}{N_{Rd}/A_a} + \frac{8}{9} \frac{\left(\sigma_{a3\_5}^{inf} + \sigma_{a2\_6}^{inf} + \sigma_{a3\_7B}^{inf} + \sigma_{a2\_8B}^{inf} + \sigma_{a3\_9B}^{inf}\right)}{M_{Rd2}/W_{tr\,inf}} \leq 1.0$$

Data: 18/01/18

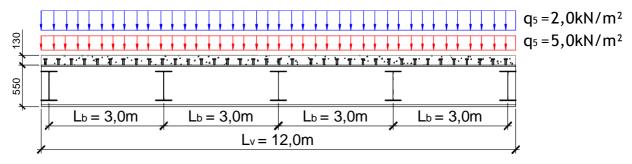
Rotina 11 - Cálculo dos Conectores de Cisalhamento



# 8. APÊNDICE B – EXEMPLO DE CÁLCULO DE VIGA MISTA PRÉ-TRACIONADA

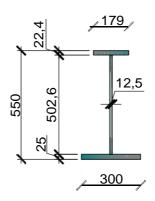
## Modelo 10

Figura B.1 – Croqui esquemático da distribuição das cargas (unid. m)



- 1) Dados Gerais
- a) Dados do perfil de aço

Figura B.2 - Seção do Perfil de aços



$$E_a = 20.000 kN/cm^2$$

$$y_a = 1,10$$

$$f_v = 345MPa = 34,5 kN/cm^2$$

$$f_u = 450MPa = 45 kN/cm^2$$

$$A_a = 17,94x2,24 + 50,26x1,25 + 30x2,50 = 178,01cm^2$$

b) Dados da laje de concreto maciça

$$E_c = 2.415,0kN/cm^2$$

$$y_c = 1,40$$

$$f_{ck} = 25MPa = 2,50kN/cm^2$$

c) Dados do aço de protensão

$$f_{ptk} = 1.900MPa = 190,0 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{pyk} = 0.90 f_{ptk} = 171.0 kN/cm^2$$

$$o_{pi} \le \begin{cases} 0.77 f_{ptk} = 146.30 kN/cm^2 \\ 0.85 f_{pvk} = 145.35 kN/cm^2 \end{cases}$$

2) Propriedades Geométricas do Perfil de Aço

$$A_{fc} = 17,94x2,24 = 40,186 \text{ cm}^2$$

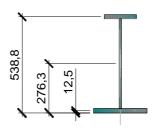
$$A_w = 50,26x1,25 = 62,825 \text{ cm}^2$$

$$A_{fi} = 30,00x2,50 = 75,000 \text{ cm}^2$$

$$y_1 = 53,88 \, \text{cm}$$

$$y_2 = 27,63$$
 cm

$$y_3 = 1,25 cm$$



$$y_{inf} = \frac{A_{fc}y_1 + A_wy_2 + A_{fi}y_3}{A_a}$$

$$y_{inf} = \frac{40,186x53,89 + 62,825x27,63 + 75x1,25}{178,01} = 22,44 \text{ cm}$$

$$y_{cup} = d - y_{inf} = 32,56 \text{ cm}$$

$$I_{s} = \frac{b_{fi}t_{fi}^{3}}{12} + b_{fi}t_{fi}(y_{3} - y_{inf}) + \frac{t_{w}h^{3}}{12} + t_{w}h(y_{2} - y_{inf}) + \frac{fc}{12} + b_{fc}t_{fc}(y_{1} - y_{inf})$$

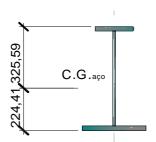
$$I_{s} = \frac{30x2.5^{3}}{12} + 30x2.5x(1.25 - 22.44) + \frac{1.25x50.26^{3}}{12} + 1.25x50.26x(27.63 - 22.44)$$

$$+ \frac{17.94x2.24^{3}}{12} + 17.94x2.24x(53.88 - 22.44)$$

$$I_s = 88.371,754 \text{cm}^4$$

$$r_s = J \frac{\overline{I_s}}{A_a} = J \frac{\overline{88.371,754}}{178,01}$$

$$r_s = 22,28 \text{ cm}$$



$$W_{si} = \frac{I_s}{y_{inf}} = \frac{88.371,754}{22,441} = 3.937,96 \text{ cm}^3$$

$$W_{sc} = \frac{I_s}{y_{cup}} = \frac{88.371,754}{32,559} = 2.714,20 \text{ cm}^3$$

$$I_{y} = \frac{t_{fi}b_{fi}^{3}}{12} + \frac{ht_{w}^{3}}{12} + \frac{t_{fc}b_{fc}^{3}}{12}$$

$$I_{y} = \frac{2,5x30^{3}}{12} + \frac{50,26x1,25^{3}}{12} + \frac{2,24x17,94^{3}}{12}$$

$$I_{y} = 6.710,96 \text{ cm}^{4}$$

$$r_y = J \frac{\overline{l_y}}{A_a} = J \frac{6.710,96}{178,01}$$
 $r_y = 6,14 \text{cm}$ 
 $W_{yi} = \frac{l_y}{X_{inf}} = 447,39 \text{ cm}^3$ 

$$W_{yc} = \frac{I_y}{X_{cup}} = 447,39 \text{ cm}^3$$

$$C_{w} = \frac{\left(d - \frac{t_{fc} + t_{fi}^{2}}{2}\right)^{2} \times \frac{t_{fi}b_{fi}^{3} t_{fc}b_{fc}^{3}}{\left(t_{fi}b_{fi}^{3} + t_{fc}b_{fc}^{3}\right)}}{12} \times \frac{\left(55 - \frac{2.5 + 2.24}{2}\right)^{2}}{x} \times \frac{2.5 \times 30^{3} \times 2.24 \times 17.94^{3}}{\left(2.5 \times 30^{3} + 2.24 \times 17.94^{3}\right)} = 2.505.341,796 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{3} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{3}{3}$$

$$J = \frac{1}{3} \left( b_{fc} t_{fc} + b_{fi} t_{fi} + h t_{w} \right) = \frac{1}{3} \left( 17,94 \times 2,24 + 30 \times 2,5 + 50,26 \times 1,25 \right)$$

$$J = 256,18 \text{ cm}^4$$

3) Cálculo da Posição da Linha Neutra Plástica no Perfil de aço  $A_{fc} + A_w = 103,011 \text{ cm}^2 > A_{fi} = 75 \text{ cm}^2 \longrightarrow \text{LNP na alma do perfil}$ 

$$t_{fi}b_{fi} + t_w y_p = t_w (h - y_p) + b_{fc}t_{fc}$$

$$y_p = \frac{t_w h + A_{fc} - A_{fi}}{2t_w} = \frac{1,25x50,26 + 40,186 - 75}{2x1,25} = 11,20 \text{ cm}$$

$$Z_{s} = b_{fi}t_{fi} (y_{p} + \frac{t_{fi}}{2}) + y_{f}t_{w} \frac{y_{p}}{2} + \frac{t_{w}(h - y_{p})^{2}}{11,20} + b_{f}t_{f} \frac{t_{f}c}{2} + (h - y_{p})]$$

$$Z = 30x2,5 (11,20 + \frac{t_{fi}}{2}) + 11,20x1,25x \frac{t_{f}c}{2} + \frac{t_{f}c}{2} \frac{t_{f}c}{2} + (h - y_{p})]$$

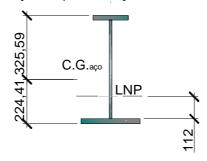
$$s = \frac{t_{fi}t_{fi}}{2} + (h - y_{p})$$

$$+ \frac{t_{fi}t_{fc}}{2} + (h - y_{p})$$

$$+ \frac{t_{fi}t_{fc$$

$$Z_s = 3.580,36 \text{ cm}^3$$

Figura B.3 - Posição da LNP na seção do perfil de aço



4) Rotina 1: Cálculo da LNE da seção homogeneizada 
$$n = \frac{E_a}{E_c} = \frac{20.000}{2.415} = 8,282$$

$$b = \frac{L_v}{2} = \frac{12,0}{8} = 1,50m$$

$$b = \frac{ef}{2} \le \frac{12,0}{8} = \frac{15,00}{2} = 1,50m$$

$$b_{tr} = \frac{b_{ef}}{n} = \frac{300}{8,282} = 36,2231 \text{ cm}$$

$$\frac{b_{tr}t_c^2}{2} = \frac{36,2231x13^2}{2} = 3.060,85 \text{ cm}^3$$

$$A_ad_1 = 178,01x32,56 = 5.795,828 \text{ cm}^3$$

b 
$$t^2$$
  $\frac{\text{tr c}}{2} = 3.060,85 \text{ cm}^3 < A_a d_1 = 5.795,828 \text{ cm}^3 \longrightarrow \text{LNE no perfit de aço}$ 

$$y_{tr} = \frac{0.5b_{tr}t_{c}^{2} + A_{\underline{a}}(d_{\underline{1}} + t_{\underline{c}})}{(b_{tr}t_{c} + A_{\underline{a}})} = \frac{0.5x36,2231x13^{2} + 178,01x(32,559 + 13)}{36,2231 + 178,01}$$

$$y_{tr} = 17,215 \text{ cm}$$

$$\begin{split} I_{tr} &= I_a + A_a. \quad d_1 + t_c - y_o \quad + \frac{b_{tr} \cdot t_c^3}{12} + \binom{0}{b_{tr} \cdot t_c} \cdot (y_o - \frac{t_c^2}{2}) \\ I_{tr} &= 88.371,754 + 178,01x(32,559 + 13 - 17,215)^2 + \frac{36,223x13^3}{12} \\ &+ 36,2231x13x(17,215 - \frac{13}{2})^2 \end{split}$$

 $I_{tr} = 292.078,3115 \text{cm}^4$ 

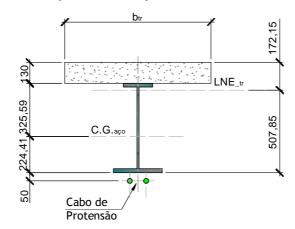
 $W_{tr,a,inf} = \frac{ltr}{(d+t_c-y_0)} = \frac{292.078,3115}{68-17,215} = 5.751,27~cm^3, \quad \text{na face inferior da mesa}$  inferior do perfil de aço

$$A_{tr} = A_a + b_{tr}t_c = 178,01 + 36,2231x13 = 648,91 \text{ cm}^2$$

$$W_{tr,c} = \frac{ltr}{y_0} = 16.966,50 \text{cm}^3$$
, na face superior da laje

 $W_{tr,a,c}=\frac{Itr}{y_0-t_c}=69.294,97~cm^3$ , na face superior da mesa superior do perfil de aço.

Figura B 4 – Posição da LNE da seção mista de aço e concreto



Rotina 1: Cálculo da LNE da seção transformada para n = 
$$\frac{3Ea}{E_c}$$

$$\begin{split} n^u &= \frac{3E_a}{E_c} = \frac{3x20.000}{2.415} = 24,84 \\ b_{tr}^{\phantom{tr}u} &= \frac{b_{ef}}{n^u} = \frac{300}{24,84} = 12,075 \text{ cm} \\ \frac{b_{tr}^{\phantom{tr}u}t_c^2}{2} &= \frac{12,075x13^2}{2} = 1.020,34 \text{ cm}^3 \\ A_a d_1 &= 178,01x32,56 = 5.795,828 \text{ cm}^3 \\ b_t^{\phantom{tr}u}t_c^2 &= 1.020,34 \text{ cm}^3 < A_a d_1 = 5.795,828 \text{ cm}^3 \longrightarrow \text{LNE no perfil de aço} \end{split}$$

$$A_{tr}^{u} = b_{tr}^{u} t_{c} + A_{a} = 12,0725x13 + 178,01 = 334,985 \text{ cm}^{2}$$

$$y_{tr}^{u} = \frac{0.5b_{tr}^{u}t^{2} + A_{c}(d+t_{c})}{(b_{tr}t_{c} + A_{a})} = \frac{0.5x12.075x13^{2} + 178.01x(32.559 + 13)}{(12.0725x13) + 178.01}$$

$$y_{tr}^{u} = 27,254$$
 cm

$$\begin{split} I_{tr}^{\ \ u} &= I_a + A_a (d_1 + t_c - y_{tr}^{\ \ u})^2 + \underbrace{\frac{b}{tr} \frac{u}{c} t^3}_{12} + (b \quad u_t)_{tr} \underbrace{(y_{tr}^{\ \ u} - \frac{c}{2})^3}_{2} \\ I_{tr} &= 88.371,754 + 178,01x(32,559 + 13 - 27,254) + \underbrace{\frac{12,075x13^3}{2}}_{12} \\ &+ 12,075x13x(27,254 - \frac{13}{2}) \end{split}$$

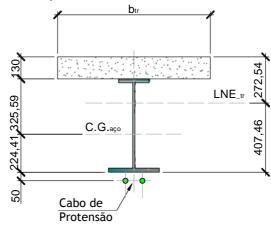
 $I_{tr}^{\ \ u} = 217.822,894 \text{ cm}^4$ 

 $W_{tr,a,i}{}^{u} = \frac{I_{tr}{}^{F}}{(d+t_{c}-y_{tr}{}^{F})} = \frac{217.822,894}{68-27,254} = 5.345,35 \text{ cm}^{3} \text{ na face inferior da mesa inferior do perfil de aço}$ 

$$W_{tr,c,c} = \frac{I_{tr}^{u}}{y_{tr}^{u}} = \frac{217.822,894}{27,254} = 7.993,50 \, cm^{3}$$

 $W_{tr,a,c}^{\ \ u} = \frac{I_{tr}^{\ F}}{y_0 - t_c} = \frac{217.822,894}{27,253 - 13} = 15.281,53 \text{ cm}^3$ , na face superior da mesa superior do perfil de aço.

Figura B.5 - Posição da LNE da seção transformada



 Rotina 2: Cálculo da Força de Compressão Resistente (N<sub>Rd</sub>) de Cálculo do Perfil de Aço.

$$\begin{split} N_{es} &= \frac{n^2 E I_s}{(k_s L_s)^2} = \frac{n^2 x 20.000 x 88.371,754}{(1,0 x 1.200)^2} = 12.113,809 \, kN \\ N_{ey} &= \frac{n^2 E I_y}{(k_y L_y)^2} = \frac{n^2 x 20.000 x 6.710,96}{(1,0 x 300)^2} = 14.718,782 \, kN \end{split}$$

Figura B.6 - Posição do hi e hs na seção do perfil aço

$$h_{c} = y_{cup} - \frac{t_{fc}}{2} = 325,59 - \frac{22,4}{2} = 314,39 \text{ mm}$$
 $h_{i} = y_{inf} - \frac{t_{fi}}{2} = 224,41 - \frac{25,0}{2} = 211,91 \text{ mm}$ 

$$y_c = \frac{h_c t_{fc} b^3 - h_i t_f b^3}{t_f c} - t_{fi} b_f^3 = \frac{31,439x2,24x17,94^3 - 21,191x2,50x30^3}{2,24x17,94^3 + 2,50x30^3}$$

$$y_c = -12,728 \text{ cm}$$

$$x_c = 0 cm$$

$$r_0 = Jr_s^2 + r_v^2 + y_c^2 + x_c^2 = f^2 22,28^2 + 6,14^2 + (-12,728)^2 + 0^2 = 26,384 \text{ cm}$$

$$\begin{split} N_{ez} &= \frac{1}{r_0^2} \frac{n^2 \text{EIC}_w}{(k_z L_z)^2} + \text{GJ} \\ N_{ez} &= \frac{1}{26,384} \frac{n^2 \text{x} 20.000 \text{x} 2.505,341,796}{(1,00 \text{x} 300)^2} + 7.700 \text{x} 256,183] = 10.723,242 \text{ kN} \end{split}$$

$$N_{\text{eyz}} = \frac{N_{\text{ey}} + N_{\text{ez}}}{2\left[1 - \left(\frac{y}{r_0}\right)^2\right]} \begin{bmatrix} 1 - J_1 - \frac{4N_{\text{ey}}N_{\text{ez}}\left[1 - \frac{y}{r_0}\right]}{(N_{\text{ey}} + N_{\text{ez}})} \end{bmatrix}$$

$$N_{eyz} = \frac{14.718,782 + 10.723,242 \left[1 - \left(\frac{-12,728}{26,384}\right)^{2}\right]}{2\left[1 - \left(\frac{-12,728}{26,384}\right)^{2}\right]} \left[1 - 1 - \frac{4x14.718,782x10.723,242 \left[1 - \left(\frac{-12,728}{26,384}\right)^{2}\right]}{(14.718,782 + 10.723,242)^{2}}\right]$$

$$N_{eyz} = 8.262,967 \text{ kN}$$

$$N_e \le \begin{cases} N_{es} = 12.113,809 \text{ kN} \\ N_{eyz} = 8.262,967 \text{ kN} \end{cases} = 8.262,967 \text{ kN}$$

$$h_0 = J \frac{\overline{QA_g f_y}}{N_e} = J \frac{\overline{1,0x178,01x34,5}}{8.262,967} = 0,862 \le 1,50$$

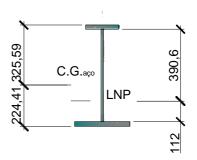
$$Q = 1$$

$$3 = 0,658^{\beta_0}{}^2 = 0,658^{0,862}{}^2 = 0,7327$$

$$N_{Rd} = \frac{Q3A_gf_y}{y_a} = \frac{1x0,7327x178,01x34,5}{1,10} = 4.090,69 \text{ kN}$$

6) Rotina 3 – Cálculo do Momento Resistente (M<sub>Rd</sub>) do Perfil de aço B

$$h_c = 2$$
.  $y_c = 2x(32,559 - 2,24) = 60,638$  cm  
 $h_p = 2$ .  $y_p = 2x39,06 = 78,12$  cm  
 $h = \frac{h_c}{t_w} = \frac{60,638}{1,25} = 48,5104$ 



$$M_r = f_y W_a = 34,5x2.714,204 = 93.640,038 \text{ kN. cm} = 936,400 \text{ kN. m}$$
  $M_{pS} = Zf_y = 3.580,36x34,5 = 123.522,42 \text{ kN. cm} = 1.235,2242 \text{ kN. m}$ 

$$h_{p} = \frac{\frac{h_{c}}{h_{p}} \int_{\overline{f_{y}}}^{\overline{E_{a}}}}{(0.54 \frac{M_{pS}}{M_{r}} - 0.09)^{2}} = \frac{\frac{60.638}{78.12} \int_{\overline{34.5}}^{20.000}}{(0.54 \times \frac{1.235.2242}{936.400} - 0.09)^{2}} = 48.257$$

$$h = 48.5101 > h_{p} = 48.25$$

h = 5,70 
$$\frac{E_a}{f_y}$$
 = 5,70  $\frac{20.000}{34,5}$  = 137,239

$$h_p = 48,25 < h = 48,5101 \le h_r = 137,239$$

$$\begin{split} M_{Rd} &= \frac{1}{y_{a1}} [M_{pS} - (M_{pS} - M_{r}) \frac{h - h_{p}}{h_{r} - h_{p}}] = \\ M_{Rd} &= \frac{1}{1,10} [1.235,22 - (1.235,2242 - 936,400) \frac{48,5101 - 48,25}{137,239 - 48,25} \\ M_{Rd} &= 1.122,13 \text{kN.m} \end{split}$$

MRd\_FLM:

$$h = \frac{b}{t} = \frac{179,4/2}{22,4} = 4,004$$

$$\overline{E_a} \qquad J \frac{\overline{20.000}}{34,5} = 9,15$$

$$h_p = 0,38 J \frac{1}{f_v} = 0,38 J \frac{\overline{34,5}}{34,5}$$

$$\begin{array}{l} h = 4,004 < h_p = 9,15 \\ M_{Rd} = \frac{M_{pS}}{y_{a1}} = \frac{1.235,22}{1,10} = 1.122,93 kN. \, m \end{array}$$

M<sub>Rd\_FLT</sub>:

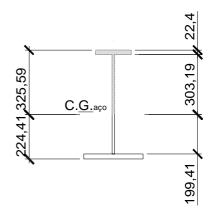
$$A_{Tc} = 17,94x2,24 + 1,25x30,319 = 78,084 \text{ cm}^2$$

$$I_{Tyc} = \frac{t_{fc}b_{fc}^3}{12} + \frac{(y_{cup} - t_{fc})t_w^3}{12} = \frac{2,24x17,94^3}{12} + \frac{30,019x1,25^3}{12} = 1.083,724 \text{ cm}^4$$

$$r_{Tyc} = J \frac{I_{Tyc}}{A_{Tc}} = J \frac{\overline{1.083,724}}{78,084} = 3,723 \text{ cm}$$

$$h = \frac{L_b}{r_{Tyc}} = \frac{300}{3,723} = 80,536$$

$$\begin{aligned} \overline{E_a} & J \overline{20.000} \\ h_p &= 1.76 J \overline{f_y} = 1.76 J \overline{34.5} = 42,38 \\ o_r &= 0.3 f_y = 0.3 x 34.5 = 10.35 \ kN/cm^2 \end{aligned}$$



$$\begin{split} &M_r = (f_y - o_y)W_c \leq f_yW_t \\ &M_r = (34.5 - 10.35)x2.714.204 \leq 34.5x3.937.959 \\ &M_r = 65.572.18 \text{ kN. cm} \leq 135.859.585 \text{ kN. cm} \\ &M_r = 655.7218 \text{ kN. m} \end{split}$$

$$b_1 = \frac{(f_y - o_y)W_c}{E_a J} = \frac{(34.5 - 10.35)x2.714.204}{20.000x256.183} = \frac{65.572.18}{5.125.660.00} = 0.01279/cm$$

$$\alpha = \frac{I_c}{I_t} = \frac{\frac{2,24x_117,93^3}{2,50x_30,00^3}}{\frac{2,50x_30,00^3}{12}} = 0,192$$

$$b_{3} = 0.45 (d - \frac{t_{fc} + t_{fi}}{2}) (\frac{\alpha_{y} - 1}{\alpha_{y} + 1}) = 0.45x (55 - \frac{2.24 + 2.50}{2}) x (\frac{0.192 - 1}{0.192 + 1}) = -16.054$$

$$b_{2} = 5.2xb_{1}xb_{3} + 1 = 5.2x0.01279x(-16.054) + 1 = -0.0677$$

$$h_{r} = \frac{1,38 \text{ f } \overline{I_{y} j}}{r_{yc} J b_{1}} J b_{2} + J b^{2} + \frac{27 C_{w} b^{2}}{2} I_{y}$$

$$h_r = \frac{1,38 f \overline{6.710,96 \times 256,183}}{3,723 \times 256,183 \times 0,0092} J - 0,0677 + J 0,0677^2 + \frac{27 \times 2.505.341,796 \times 0,01279^2}{6.710,96}$$

$$h_r = 163,587$$

$$h_p = 42,38 < h = 80,536 < h_r = 163,587$$
  
 $M_{DS} = Zf_V = 3.580,36x34,5 = 123.522,42 \text{ kN. cm} = 1.235,2242 \text{ kN. m}$ 

$$\begin{split} M_{\text{Rd}} &= \frac{C_b}{\delta_{a1}} [M_{\text{pS}} - (M_{\text{pS}} - M_{\text{p}}) \frac{h - h_p}{h_r - h_p}] \leq \frac{M_{\text{pS}}}{\delta_{a1}} \\ M_{\text{Rd}} &= \frac{1,14}{1,10} [1.235,2242 - (1.235,2242 - 655,7218). \frac{(80,536 - 42,38)}{(163,587 - 42,38)}] \leq \frac{1.235,2242}{1,10} \end{split}$$

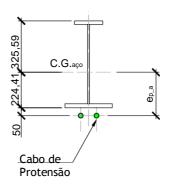
 $M_{Rd} = 1.091,07kN.m \le 1.122,93kN.m$ 

$$\begin{split} M_{Rd\_FL\&E} &= 1.122,13kN.\,m \\ M_{Rd\_FLM} &= 1.122,93kN.\,m \} \, M_{Rd1} = 1.091,0kN.\,m \\ M_{Rd\ FLT} &= 1.091,07kN.\,m \end{split}$$

7) Rotina 4 – Cálculo da Força de Protensão (P)

A força de protensão inicial (P) deverá ser o menor dos valores abaixo:

$$P = \frac{1}{\frac{y_{g2}b}{N_{Rd}} + \frac{8y_{g2}be_{p_a}a}{9M_{Rd}}}$$



$$P = \frac{1}{\frac{1,2x1,10}{4.090,69} + \frac{8x1,20x1,10x0,2744}{9x1.091,01}}$$

$$P = 1.618,51kN$$

$$f_{pyk} = 0.90 f_{ptk} = 171.0 kN/cm^2$$

$$o_{pi} \leq \{ \begin{matrix} 0.77 f_{ptk} = 146,30 kN/cm^2 \\ 0.85 f_{pyk} = 145,35 kN/cm^2 \end{matrix} => o_{pi} = 145,35 kN/cm^2$$

$$A_p = \frac{P}{O_{pi}} = \frac{1.618,51}{145,35} = 11,1352 \text{cm}^2$$

Cordoalha escolhida CP190 RB \(\phi\)15,20 (ArcelorMittal Bekaert)

$$\emptyset_{\text{nominaS}} = 15,20 \text{ mm}$$

$$Carga_{min} = 265,80 kN$$

$$A_{apros.} = 143,50 \text{ mm}^2$$

$$Carga_{min \ a \ 1\% \ deform.} = 239.2 \ kN$$

 $A_{min.} = 140,00 \text{ mm}^2$ 

$$n_{caboc} = \frac{A_p}{A_{min}} = \frac{1113,520}{140,00} = 7,95 \text{ cordoal} ha$$

 $n_{caboc\ adotado} = 8 \, cordoal has \, (para\ evitar\ que\ a\ quantidade\ de\ cabos\ ficassem$  assimétricos)

$$A_{P \text{ nec}} = 8x140,00 = 1.120 \text{ mm}^2 = 11,20 \text{cm}^2$$

$$F_{por\ caboc} = \frac{1,1P}{n^o\ cabos} = \frac{1,10x1.618,52}{10} = 178,04 \, kN$$

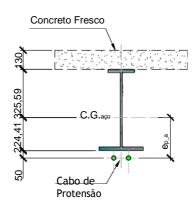
$$F_{por\ caboc} = 178,04\ kN \le 0.85 f_{p(1)k}$$

$$F_{por\ caboc} = 178,04\ kN \le 0,85x239,20kN$$

$$F_{por\ caboc} = 178,04\ kN \le 203,32\ kN \ OK!!!!!!$$

Rotina 5: Cálculo do incremento de protensão devido ao peso próprio da laje

$$\Delta P_4 = \frac{(y_{g3}q_3)L^2e_{p\_a}}{12\left(e^2 + \frac{\alpha}{A_a} + \frac{E_aI_a}{E_pA_p}\right)}$$



$$\Delta P_4 = \frac{1,25 \times 0,1625 \times 1200^2 \times 27,44}{12 \times \left(27,44^2 + \frac{88.371,754}{178,01} + \frac{20.000 \times 88.371,754}{20.200 \times 14,00}\right)}{\Delta P_4 = 89,19 \text{kN}}$$

$$\Delta P_{4 \text{ por caboc}} = \frac{89,19}{10 \text{ cabos}} = 8,919 \text{kN}$$

$$F_{\text{por caboc}} = 178,04 + 8,919 = 186,96 \text{ kN} \le 203,32 \text{ kN} \qquad \text{OK!!!!!!}$$

$$\begin{split} \Delta P_7 &= \frac{(y_{g5}q_5)L^2e_{p\_tr}}{12\left(e^2 + \frac{l_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E_al_{tr}}{E_pA_p}\right)} \\ \Delta P_7 &= \frac{1,35x0,10x1200^2x55,785}{12x\left(55,785^2 + \frac{292.432,105}{648,91} + \frac{20.000x292.432,105}{20.200x14,00}\right)} \\ \Delta P_7 &= 37,276 \text{ kN} \end{split}$$

$$\Delta P_{7 \text{ por caboc}} = \frac{37,27}{10 \text{ cabos}} = 3,727 \text{ kN}$$

$$F_{\text{por caboc}} = 186,96 + 3,727 = 190,68 \text{ kN} \le 203,32 \text{ kN} \qquad \text{OK!!!!!!}$$

OBS.: No programa, há a checagem se haverá contraflecha negativa conforme a sequência de cálculo abaixo.

$$\delta_1 + \delta_3 > 0$$

$$\check{o}_1 = \check{o}_{q1} - \check{o}_{P2} + \check{o}_{q3} - \check{o}_{\Delta P4} => Flecha imediata$$

$$\check{o}_3 = \check{o}_{q5} - \check{o}_{\Delta P7} => Flecha de longa duração$$

$$\begin{split} & \check{\delta}_{P2} < \check{\delta}_{q1} + \check{\delta}_{q3} - \check{\delta}_{\Delta P4} + \check{\delta}_{q5} - \check{\delta}_{\Delta P7} \\ & \frac{Pe_{p_{-}} L_{v}^{2}}{8E_{a}I_{a}} = \frac{5q_{1}L_{v}^{4}}{384E_{a}I_{a}} + \frac{5q_{1}L_{v}^{4}}{384E_{a}I_{a}} - \frac{\Delta P_{4}e_{p_{-}a}L_{v}^{2}}{8E_{a}I_{a}} + \frac{5q_{1}L_{v}^{4}}{384E_{a}I_{u}^{u}} + \frac{\Delta P_{7}e^{u} L_{v}^{2}}{8E_{a}I_{tr}^{u}} \\ & P < (\frac{8E_{1}I_{v}}{e_{p_{-}a}L_{v}^{2}}) \times (\frac{5q_{1}L_{v}^{4}}{384E_{a}I_{a}} + \frac{5q_{1}L_{v}^{4}}{384E_{a}I_{a}} - \frac{\Delta P_{4}e_{p_{-}a}L_{v}^{2}}{8E_{a}I_{a}} + \frac{5q_{1}L_{v}^{4}}{384E_{a}I_{u}^{u}} - \frac{\Delta P_{7}e^{u} L_{v}^{2}}{8E_{a}I_{tr}^{u}}) \end{split}$$

$$P < (\frac{8x20.000x88.371,754}{27,44x1200^2}) \times (\frac{5x0,013974x1200^4}{384x20.000x88.371,754} + \frac{5x0,1625x1200^4}{384x20.000x88.371,754} + \frac{89,19x27,44x1200^2}{8x20.000x88.371,754} + \frac{5x0,10x1200^4}{384x20.000x217.822,8940} - \frac{33,27x45,746x1200^2}{8x20.000x217.822,894})$$

P < 1.072,05 kN

Assim o valor da força de protensão adotada será de P=1.072,05kN. Recalculando a área de protensão necessária

$$A_p = \frac{P}{O_{pi}} = \frac{1.072,05}{145,35} = 7,37 \text{ cm}^2$$

Cordoalha escolhida CP190 RB \( \phi 15,20 \) (ArcelorMittal Bekaert)

n<sub>caboc adotado</sub> = 8 cordoal*h*as ( para evitar que a quantidade de cabos ficassem assimétricos e que a força de protensão aplicada em cada cabo não exceda o valor limite)

$$A_{P \text{ nec}} = 8x140,00 = 1.120 \text{ mm}^2 = 11,20 \text{cm}^2$$

$$F_{por\ caboc} = \frac{1,1P}{n^{\circ}\ cabos} = \frac{1,10x1.072,05}{8} = 147,40\ kN$$

$$F_{por\ caboc} = 147,40\ kN \le 0.85 f_{p(1)k}$$

$$F_{por\ caboc} = 147,40\ kN \le 0,85x239,20kN$$

$$F_{por\ caboc} = 147,40\ kN \le 203,32\ kN \ OK!!!!!!$$

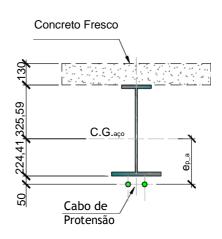
8) Fase 1 – Viga de Aço

Carregamentos: (1)+(2)+(3)+(4)

- (1) q<sub>1</sub>: 1,3974 kN/m = peso próprio da viga de aço
- (2) q2: 1.072,05 kN = força de protensão
- (3) q<sub>3</sub>: 25x0,13x5,0 = 16,25 kN/m = peso próprio do concreto
- (4) ΔP<sub>4</sub>: Incremento da força de protensão devido ao peso da laje

Rotina 5: Cálculo do incremento de protensão devido ao peso próprio da laje

$$\Delta P_4 = \frac{(y_{g3}q_3)L^2e_{p_a}}{12(e^2 + \frac{1}{A_a} + \frac{E_aI_a}{E_pA_p})}$$



$$\Delta P_4 = \frac{1,25\text{x}0,1625\text{x}1200^2\text{x}27,44}{12\text{x}\left(27,44^2 + \frac{88.371,754}{178,01} + \frac{20.000\text{x}88.371,754}{20.200\text{x}11,20}\right)}{\Delta P_4 = 73,81\text{kN}}$$

$$\Delta P_{4 \text{ por caboc}} = \frac{73,81}{8 \text{ cabos}} = 9,23 \text{ kN}$$

$$F_{\text{por caboc}} = 147,38 + 9,23 = 156,59 \text{ kN} \le 203,32 \text{ kN} \qquad \text{OK}!!!!!!$$

Cálculo do Esforço Normal Solicitante de Cálculo (Nsd):

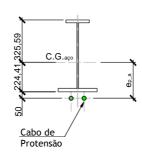
$$N_{Sd1} = y_{g2} bP + y_{g2} b\Delta P_4 = 1,20x1,10x1.072,05 + 1,20x1,10x73,81$$
  
 $N_{Sd1} = 1.512,53 kN$ 

Cálculo do Momento Fletor Solicitante de Cálculo (Msd):

$$\begin{split} M_{Sd1} &= \frac{y_g^u q_1 L^2}{8} + y_{g2}^u b Pe_{p\_a} + \frac{y_g^u q_3 L^2}{8} + y_{g2}^u b \Delta P_4 e_{p\_a} \\ M_{Sd1} &= \frac{1,15x1,3974x12^2}{8} - 1,20x1,10x1.071,76 \ x0,2744 + \frac{1,25x16,25x12^2}{8} \\ &\quad - 1,20x1,10x73,81x0,2744 \end{split}$$
 
$$M_{Sd1} &= -20,38 \ kN. \ m$$

Rotina 3 – Cálculo do Momento Resistente (M<sub>Rd</sub>) do Perfil de aço M<sub>Rd FLA</sub>:

$$h_c = 2$$
.  $y_c = 2x(22,44 - 2,50) = 39,882$  cm  
 $h_p = 2$ .  $y_p = 2x11,20 = 22,40$  cm  
 $h = \frac{h_c}{t_w} = \frac{39,882}{1,25} = 31,9056$ 



$$\begin{split} M_r &= f_y \, W_a = 34,5 x 2.714,204 = 93.640,038 \, kN. \, cm = 936,40 \, kN. \, m \\ M_{pS} &= Z \, f_y = 3.580,36 x 34,5 = 123.522,42 \, kN. \, cm = 1.235,22 \, kN. \, m \end{split}$$

$$h_{p} = \frac{\frac{h_{c}}{h_{p}} \int_{f_{y}}^{\overline{E_{a}}}}{\frac{M_{pS}}{M_{r}} - 0,09} = \frac{\frac{39,882}{22,40} \int_{34,5}^{20.000}}{\frac{(0,54x \frac{1.234,22}{40.000})}{936,40 - 0,09}} = 110,89$$

$$h = 31,9056 < h_p = 110,89$$

$$M_{Rd} = \frac{M_{pS}}{y_{a1}} = \frac{1.235,22}{1,10} = 1.122,93 \text{ kN. m}$$

 $M_{Rd\_FLM}$ :

$$h = \frac{b}{t} = \frac{300/2}{25} = 6.0$$

$$h_p = 0.38 J \frac{\overline{E_a}}{f_y} = 0.38 J \frac{\overline{20.000}}{34.5} = 9.15$$

$$h = 6.0 < h_p = 10.75$$

$$M_{Rd} = \frac{M_{pS}}{y_{a1}} = \frac{1.235,22}{1,10} = 1.122,93 \text{ kN. m}$$

MRd FLT:

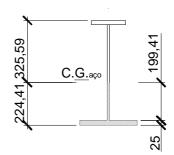
$$A_{Tc} = 30,00x2,50 + 19,941x1,25 = 99,926 \text{ cm}^2$$

$$I_{Tyc} = \frac{t_{fi}b_{fi}^3}{12} + \frac{(y_{inf} - t_{fi})t_w^3}{12} = \frac{2,50x30,00^3}{12} + \frac{19,941x1,25^3}{12} = 5.628,256 \text{ cm}^4$$

$$r_{Tyc} = J \frac{\overline{I_{Tyc}}}{A_{Tc}} = J \frac{\overline{5.628,256}}{99,926} = 7,505 \text{ cm}$$

$$h = \frac{L_b}{r_{Tyc}} = \frac{300}{7,505} = 39,9739$$

$$h_p = 1,76J \frac{\overline{E_a}}{f_v} = 1,76J \frac{\overline{20.000}}{34,5} = 42,38$$



$$h = 39,9739 < h_p = 42,38$$

$$M_{Rd} = \frac{M_{pS}}{y_{a1}} = \frac{1.235,22}{1,10} = 1.122,93 \text{ kN. m}$$

$$\begin{split} M_{Rd\_FL\&E} &= 1.122,93 \text{ kN. m} \\ M_{Rd\_FLM} &= 1.122,93 \text{ kN. m} \} \, M_{Rd2} = 1.122,93 \text{ kN. m} \\ M_{Rd\_FLT} &= 1.122,93 \text{ kN. m} \end{split}$$

Rotina 6: Verificação à Flexo-Compressão

$$\begin{split} \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} &\geq 0,20\\ \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} &= \frac{1.512,42}{4.090,69} = 0,37 \geq 0,20\\ \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8M_{Sd}}{9M_{Rd}} &\leq 1,0\\ \frac{1.512,42}{4.090,69} + \frac{8x20,48}{9x1.122,93} \leq 1,0\\ 0,386 \leq 1,0 \text{ OK}!!! \text{ Verificação atendida} \end{split}$$

Cálculo do Esforço Cortante Solicitante de Cálculo (V<sub>Sd</sub>):

 $i_{a1} = 0.75$  (indice de aproveitamento do aço)

$$\begin{split} V_{Sd1} &= \frac{y_{g1}^u q_1 L_v}{2} + \frac{y_{g3}^u q_3 L_v}{2} = \frac{1,15x1,3974x12}{2} + \frac{1,25x16,25x12}{2} \\ V_{Sd1} &= 131,53 \text{ kN} \end{split}$$

Rotina 8: Cálculo do Esforço Cortante Resistente (V<sub>Rd</sub>)

$$h = \frac{h}{t_w} = \frac{502,60}{12,5} = 40,208$$

$$h_p = 1.10 J \frac{\overline{k_v E_a}}{f_y} = 1.10 J \frac{\overline{5x20.000}}{34.5} = 59.22$$

$$h = 40,208 < h_p = 59,22$$

$$V_{pS} = 0.6A_w f_y = 0.60x55x1.25x34.5 = 1.423.13 \text{ kN}$$

$$V_{Rd1} = \frac{V_{pS}}{V_{a1}} = \frac{1.423,13}{1,10} = 1.293,75 \text{ kN}$$

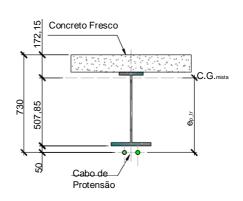
9) Fase 2: Viga Mista Protendida, t=0 e n  $= \frac{E_a}{E_c}$ 

Carregamentos: (1)+(2)+(3)+(4)+(5)+(6)+(7)+(8)

- (5) q<sub>5</sub>: 2,0x5,0 = 10,0 kN/m = Carga Permanente de Utilização
- (6) q<sub>6</sub>: 5,0x5,0 = 25,0 kN/m = Sobrecarga de Uso e Ocupação
- (7) ΔP<sub>7</sub>: Incremento da força de protensão devido a Carga Permanente de utilização
- (8) ∆P<sub>8</sub>: Incremento da força de protensão devido à Sobrecarga de Uso e Ocupação

Rotina 5: Cálculo do incremento de protensão

$$\Delta P_7 = \frac{(y_{g5}q_5)L^2e_{p\_tr}}{\frac{12(e^2 + \frac{1}{A_{tr}} + \frac{E_aI_{tr}}{E_pA_p})}{\frac{1}{A_{tr}}}$$



$$\Delta P_7 = \frac{1,35x0,10x1200^2x55,785}{12x\left(55,785^2 + \frac{292.432,105}{648,91} + \frac{20.000x292.432,105}{20.200x11,20}\right)}$$
 
$$\Delta P_7 = 30,76 \text{ kN}$$

$$\Delta P_{7 \text{ por caboc}} = \frac{30,76}{8 \text{ cabos}} = 3,85 \text{ kN}$$

$$\begin{split} \Delta P_8 &= \frac{(y_{g6}q_6)L^2e_{p\_tr}}{12\left(e^2 + \frac{tr}{A_{tr}} + \frac{E_aI_{tr}}{E_pA_p}\right)} \\ \Delta P_8 &= \frac{1,50x0,25x1200^2x55,785}{12x\left(55,785^2 + \frac{292.432,105}{648,91} + \frac{20.000x292.432,105}{20.200x11,20}\right) \end{split}$$

$$\Delta P_8 = 85,34 \, \text{kN}$$

$$\Delta P_{8 \text{ por caboc}} = \frac{85,34}{8 \text{ cabos}} = 10,67 \text{ kN}$$

$$F_{\text{por caboc}} = 156,59 + 3,85 + 10,67 = 171,11 \text{ kN} < 203,32 \text{ kN} \qquad \text{OK}!!!!!!$$

Cálculo do Esforço Normal Solicitante de Cálculo (Nsd):

$$\begin{split} N_{Sd2} &= N_{Sd1} + y_{g2} b \Delta P_7 + y_{g2} b \Delta P_8 \\ N_{Sd2} &= 1.512,42 + 1,20x1,10x30,76 + 1,20x1,10x83,34 \\ N_{Sd2} &= 1.665,67 \, kN \end{split}$$

Cálculo do Momento Fletor Solicitante de Cálculo (Msd):

$$\begin{split} M_{Sd2} &= M_{Sd1} + \frac{y_{g5}q_5L^2}{8} + \frac{y_{g6}q_6L^2}{8} + y_{g2}b\Delta P_7 e_{p\_tr} + y_{g2}b\Delta P_8 e_{p\_tr} \\ M_{Sd2} &= -20,38 + \frac{1,35x10,0x12^2}{8} + \frac{1,50x25,0x12^2}{8} - 1,20x1,10x30,76x0,55785 \\ &- 1,20x1,10x85,34x0,55785 \end{split}$$
 
$$M_{Sd2} &= 812,13 \text{ kN. m}$$

Rotina 7: Cálculo LNP e Cálculo do Momento Fletor Solicitante de Projeto (MRd)

$$0.85f_{cd}b_{ef}t_{c} = 0.85x \frac{2.50}{1.40}x300x13 = 5.919,64 kN$$

$$A_{a}f_{yd} = 178,01x \frac{34.5}{1.10} = 5.583,04 kN$$

$$A_{p}f_{p} = 11,20x \frac{190}{1.10} = 1.934,55 kN$$

$$0.85f_{cd}b_{ef}t_c \le A_af_{yd} + A_pf_{pyd}$$
  
 $5.919,64 \le 5.583,04 + 1.934,55$   
 $5.919,64 < 7.517,59 => Linha Neutra no Perfil de aço$ 

$$\begin{split} &C_{cd} = 0.85 f_{cd} b_{ef} t_c = 5.919,\!64 \, kN \\ &C_{ad} = \frac{A_a f_{yd} + A_p f_{pyd} - C_{cd}}{2} = \frac{5.583,\!04 + 1.934,\!55 - 5.919,\!64}{2} = 798,\!98 \, kN \\ &T_{pd} = A_p f_{pyd} = 1.934,\!55 \, kN \end{split}$$

$$T_{ad} = A_a f_{yd} - C_{ad} = 5.583,04 - 798,98 = 4.784,06 \text{ kN}$$
  

$$A_{fc} f_{yd} = (17,94 \times 2,24) \times \frac{34,5}{1,10} = 1.260,37 \text{ kN}$$

$$C_{ad} = 798,98 \text{ kN} \le A_f f_{vd} = 1.260,37 \text{ kN} \Rightarrow \text{LNP na mesa superior do perfil}$$

$$y_{LNP} = \frac{C_{ad}t_{fc}}{A_{fc}f_{yd}} + t_c = \frac{798,98x2,24}{17,94x2,24x\frac{34,5}{1,10}} + 13 = 14,42cm$$

$$y_c = \frac{(y_{LNP} - t_C)}{2} = \frac{14,42 - 13}{2} = 0,71 \text{ cm}$$

$$yt = \frac{b_{fc}(t_c + t_{fc} - y_{LNP})[0.5(t_c + t_{fc} - y_{LNP}) + h_w + t_{fi}] + h_w t_w (0.5h_w + t_{fi}) + b_{fi}t_{fi}.(0.5t_{fi})}{b_{fc}.(t_c + t_{fc} - y_{LNP}) + (h_w t_w) + (b_f.t_f)}$$

$$y_t = \frac{17,94x(13+2,24-14,42)x[0,5x(13+2,24-14,42)+50,26+2,5]+50,26x1,25x(0,5x50,26+2,5)+30,0x2,5x0,5x2,5}{17,94x(13+2,24-14,42)+50,26x1,25+30,0x2,50}$$

$$y_t = 17,12 \text{ cm}$$

$$\begin{split} M_{Rd2} &= C_{cd}(y_{LNP} - 0.5t_c) + C_{ad}(y_{LNP} - t_c - y_c) + T_{ad}(t_c + d - y_t - y_{LNP}) + T_{pd}(e_p - y_{LNP}) \\ M_{Rd2} &= 5.919.64x(14.42 - 0.5x13) + 798.98x(14.42 - 13 - 0.71) \\ &+ 4.784.06x(13 + 55 - 17.12 - 14.42) + 1.934.55x(13 + 55 + 5 - 14.42) \end{split}$$

 $M_{Rd2} = 335.203,59 \text{ kN. cm}$ 

 $M_{Rd2} = 3.352,04 \text{ kN. m}$ 

## Rotina 6: Verificação à Flexo-Compressão:

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \ge 0,20$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} = \frac{1.665,67}{4.090,693} = 0,41 \ge 0,20$$

$$\begin{split} &\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8M_{Sd}}{9M_{Rd}} \leq 1,0 \\ &\frac{1.665,67}{4.090,693} + \frac{8x812,13}{9x3.352,04} \leq 1,0 \end{split}$$

0,6225 OK!!! Verificação atendida

 $i_{a2} = 0,62$  ( indice de aproveitamento do aço )

Cálculo do Esforço Cortante Solicitante de Cálculo (V<sub>Sd</sub>):

$$V_{Sd2} = V_{Sd1} + \frac{y_{g5}q_5L_v}{2} + \frac{y_{g6}q_6L_v}{2} = 131,53 + \frac{1,35x10,0x12}{2} + \frac{1,50x25,0x12}{2}$$

$$V_{Sd2} = 437,50 \text{ kN}$$

Rotina 8: Cálculo do Esforço Cortante Resistente (VRd)

$$V_{Rd2} = V_{Rd1} = 1.293,75 kN$$

10) Fase 3 – Viga Mista Protendida, t=∞ e n = 
$$\frac{3Ea}{E_c}$$

Carregamentos: (1)+(2)+(3)+(4)+(5)+(6)+(7)+(8)+(9)

(9) 
$$P_9 = \text{Retração na Laje}$$

$$P = y = \frac{E_c}{3} \text{ s A} = 1,20x \frac{2.415}{3} x(-9x10^{-5})x(300x13)$$

 $P_9 = -339,07 \text{ kN}$  (sinal negativo indica compressão)

Cálculo do Momento Fletor Solicitante de Cálculo (Msd):

$$M_{Sd3} = M_{Sd2} + P_9 \left(y_{tr}^u \frac{t_c}{2}\right)$$
 $M_{Sd3} = 812,13 + 339,07 \times (0,27254 - \frac{0,13}{2}) = 882,50 \text{ kN. m}$ 

Cálculo do Esforço Normal Solicitante de Cálculo (N<sub>Sd</sub>):

$$N_{Sd3} = N_{Sd2} + P_9$$
  
 $N_{Sd3} = 1.665,67 + 339,07$   
 $N_{Sd3} = 2.004,74$ kN

Rotina 6: Verificação à Flexo-Compressão:

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \ge 0,20$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} = \frac{2.004,74}{4.090,693} = 0,49 \ge 0,20$$

$$\begin{split} &\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8M_{Sd}}{9M_{Rd}} \leq 1,0 \\ &\frac{2.004,74}{4.090,693} + \frac{8x882,50}{9x3.352,04} \leq 1,0 \end{split}$$

 $0,724 \le 1,0$  OK!!! Verificação atendida  $i_{a3} = 0,72$  ( indice de aproveitamento do aço )

## Rotina 9: Cálculo da Flecha:

Flecha imediata

$$\begin{split} & \delta_1 = \delta_{q1} - \delta_{P2} + \delta_{q3} - \delta_{\Delta P4} \\ & \delta_1 = \frac{5q_1L_v^4}{384E_aI_a} - \frac{Pe_{p_-a}L_v^2}{8E_aI_a} + \frac{5q_3L_v^4}{384E_aI_a} - \frac{\Delta P_4e_{p_-a}L_v^2}{8E_aI_a} \\ & \delta_1 = \frac{5x0,013974x1200^4}{384x20.000x88.371,754} + \frac{1.071,76x27,44x1200^2}{8x20.000x88.371,754} + \frac{5x0,1625x1200^4}{384x20.000x88.371,754} \\ & - \frac{73,81x27,44x1200^2}{384x20.000x88.371,754} \\ & \delta_1 = -0,5053 \, \text{cm} \end{split}$$

Flecha de curta duração

$$\begin{split} & \check{\Phi}_2 = \check{\Phi}_{q6} - \check{\Phi}_{\Delta P8} \\ & \check{\Phi}_2 = \frac{5q_6L_v^4}{384E_aI_{tr}} - \frac{\Delta P_8e_{p\_tr}L_v^2}{8E_aI_{tr}} \\ & \frac{5x0,25x1200^4}{884x20.000x293.432,1054} - \frac{85,34x55,785x1200^2}{8x20.000x293.432,1054} \\ & \check{\Phi}_2 = 1,004 \text{ cm} \end{split}$$

Flecha de longa duração

$$\begin{split} & \check{o}_{3} = \check{o}_{q5} - \check{o}_{\Delta P7} \\ & \check{o}_{3} = \frac{5q_{5}L_{v}^{\ 4}}{384E_{a}I_{tr}^{u}} - \frac{\Delta P_{7}e_{p\_tr}^{u}L_{v}^{\ 2}}{8E_{a}I_{tr}^{u}} \end{split}$$

Flecha total

- 11) Rotina 10 Verificação por tensões
  - a) Fase 01: Viga de Aço + Força de Protensão
     Peso Próprio da Viga:

$$\begin{aligned} o_{a\,1\_1}^{cup} &= -\frac{y_{g\,1}^{u}\,q_{1}L^{2}}{8W_{a\,cup}} = \frac{-1,15x0,013974x1200^{2}}{8x2.714,204} = -1,06\,kN/cm^{2}\\ o_{a\,1\_1}^{inf} &= +\frac{y_{g\,1}^{u}\,q_{1}L^{2}}{8W_{a\,inf}} = \frac{1,15x0,013974x1200^{2}}{8x3.937,959} = +0,73\,kN/cm^{2} \end{aligned}$$

Força de Protensão:

$$\begin{split} o_{a\,1\_2/\!E}^{cup} &= -\frac{y_{g2} bP}{A_a} = \frac{-1,20x1,10x1.071,76}{178,01} = -7,948 \text{ kN/cm}^2 \\ o_{a\,1\_2/\!E}^{cup} &= +\frac{y_{g2} bP e_{p_a}}{W_{acup}} = \frac{+1,20x1,10x1.071,76x27,44}{2.714,204} = +14,30 \text{ kN/cm}^2 \\ o_{a\,1\_2/\!E}^{inf} &= -\frac{y_{g2} bP}{A_a} = \frac{-1,20x1,10x1.071,76}{178,01} = -7,948 \text{ kN/cm}^2 \\ o_{a\,1\_2/\!E}^{inf} &= -\frac{y_{g2} bP e_{p_a}}{W_{ainf}} = \frac{-1,20x1,10x1.071,76x27,44}{3.937,959} = -9,858 \text{ kN/cm}^2 \end{split}$$

Peso Próprio da Laje de Concreto:

$$\begin{split} o_{a\,1\_3}^{cup} &= -\frac{y_{g\,3}^{u}\,q_{3}L^{2}}{8W_{a\,cup}} = \frac{-1,25x0,1625x1200^{2}}{8x2.714,204} = -13,47\,kN/cm^{2}\\ o_{a\,1\_3}^{inf} &= +\frac{y_{g\,3}^{u}\,q_{3}L^{2}}{8W_{a\,inf}} = \frac{1,25x0,1625x1200^{2}}{8x3.937,959} = +9,28\,kN/cm^{2} \end{split}$$

Incremento da força de protensão devido ao peso da Laje de Concreto:

$$\begin{split} o_{a1\_4/\!E}^{cup} &= -\frac{y_{g2} b \Delta P_4}{A_a} = \frac{-1,2x1,10x73,81}{178,01} = -0,547 \, kN/cm^2 \\ o_{a1\_4/\!B}^{cup} &= +\frac{y_{g2} b \Delta P_4 e_{p\_a}}{W_{acup}} = \frac{1,20x1,10x73,81x27,44}{2.714,204} = +0,985 \, kN/cm^2 \\ o_{a1\_4/\!E}^{inf} &= -\frac{y_{g2} b \Delta P_4}{A_a} = \frac{-1,2x1,10x73,81}{178,01} = -0,547 \, kN/cm^2 \\ o_{a1\_4/\!B}^{inf} &= -\frac{y_{g2} b \Delta P_4 e_{p_a}}{W_{ainf}} = \frac{-1,20x1,10x73,81x27,44}{3.937,959} = -0,679 \, kN/cm^2 \end{split}$$

Cálculo da tensão total no perfil de aço:

$$\begin{split} o_{a1}^{cup} &= \, q_{a1\_1}^{cup} + o_{a1\_2\pounds}^{cup} + o_{a1\_2B}^{cup} + \, o_{a1\_3}^{cup} + o_{a1\_4\pounds}^{cup} + o_{a1\_4B}^{cup} \\ o_{a1}^{cup} &= -\frac{y_{g1}^u q_1 L^2}{8W_{a\,cup}} - \frac{y_{g2} b P}{A_a} + \frac{y_{g2} b P e_{p_a}}{W_{a\,cup}} - \frac{y_{g3}^u q_3 L^2}{8W_{a\,cup}} - \frac{y_{g3}^u b \Delta P_4}{A_a} + \frac{y_{g3}^u b \Delta P_4 e_{p\_a}}{W_{a\,cup}} \\ o_{a1}^{cup} &= -1,06 - 7,948 + 14,30 - 13,47 - 0,547 + 0,985 \\ o_{a1}^{cup} &= -7,74 \, kN/cm^2 \end{split}$$

$$\begin{split} o_{a1}^{inf} &= o_{a1\_1}^{inf} + o_{a1\_2\&}^{inf} + o_{a1\_2B}^{inf} + o_{a1\_3}^{inf} + o_{a1\_4\&}^{inf} + o_{a1\_4B}^{inf} \\ o_{a1}^{inf} &= + \frac{y_{g1}^u \, q_1 L^2}{8W_{a\,inf}} - \frac{y_{g2} b P}{A_a} - \frac{y_{g2} b P e_{p_a}}{W_{a\,inf}} + \frac{y_{g3}^u \, q_3 L^2}{8W_{a\,inf}} - \frac{y_{g3}^u b \Delta P_4}{A_a} \\ o_{a1}^{inf} &= 0.73 - 7.948 - 9.858 + 9.28 - 0.547 - 0.679 \\ o_{a1}^{inf} &= -9.022 \, kN/cm^2 \end{split}$$

## Verificação:

Na mesa superior do perfil de aço

$$\begin{split} i_{a1}^{cup} &= \frac{(o_{a\,1\,\,2\mathcal{E}}^{cup} + o_{a\,1\,\,4\mathcal{E}}^{cup})}{N_{Rd}/A_a} + \frac{8\,\,(o_{a\,1\,\,2B}^{cup} + o_{a\,1\,\,2B}^{cup} + o_{a\,1\,\,2B}^{cup} + o_{a\,1\,\,2B}^{cup})}{9} \leq 1,0 \\ i_{a1}^{cup} &= \frac{-7,948 - 0,547}{4.090,690/178,01} + \frac{8x(-1,06 + 14,30 - 13,47 + 0,985)}{9x\,\,(112.293/2.714,20)} \leq 1,0 \\ i_{a1}^{cup} &= -0,354 \leq 1,0 \ \ => \ \ \, \text{OK!! Verificação Atendida} \end{split}$$

Na mesa superior do perfil de aço

$$\begin{split} i_{a1}^{inf} &= \frac{(o_{a\,1\_2/E}^{inf} + o_{a\,1\_4/E}^{inf})}{N_{Rd}/A_a} + \frac{8 \ (o_{a\,1\_1}^{inf} + o_{a\,1\_2B}^{inf} + o_{a\,1\_3}^{inf} + o_{a\,1\_4B}^{inf})}{M_{Rd1}/M_{a\ inf}} \leq 1,0 \\ i_{a1}^{inf} &= \frac{-7,948 - 0,547}{4.090,690/178,01} + \frac{8x(+0,73 - 9,858 + 9,28 - 0,679)}{9x\left(^{112.293}/_{3.937,96}\right)} \leq 1,0 \\ i_{a1}^{inf} &= -0,386 \leq 1,0 \implies OK!! \ Verificação \ Atendida \end{split}$$

b) Fase 02: Viga Protendida t=0 e n =  $\frac{Ea}{Ec}$ ,

Carga Permanente de Serviço:

$$\begin{split} o_{c\,2_-5}^{\,cup} &= -\frac{y_{g5}q_5L^2}{8nw_{tr\,cup}} = \frac{-1,35x0,10x1200^2}{8x8,282x16.987,05} = -0,17\,kN/cm^2\\ o_{a\,2_-5}^{\,cup} &= -\frac{y_{g5}q_5L^2}{8W_{tr,a,cup}} = \frac{-1,35x0,10x1200^2}{8x69.294,92} = -0,35\,kN/cm^2\\ o_{a\,2_-5}^{\,inf} &= +\frac{y_{g5}q_5L^2}{8W_{tr\,inf}} = \frac{+1,35x0,10x1200^2}{8x5.758,24} = +4,22\,kN/cm^2 \end{split}$$

Sobrecarga de Uso e Ocupação:

$$\begin{split} o_{c\,2\_6}^{\,cup} &= -\frac{y_{g6}q_6L^2}{8nw_{tr\,cup}} = \frac{-1,50x0,25x1200^2}{8x8,282x16.987,05} = -0,48 \text{ kN/cm}^2 \\ o_{a\,2\_6}^{\,cup} &= -\frac{y_{g6}q_6L^2}{8W_{tr,a,cup}} = \frac{-1,50x0,25x1200^2}{8x69.294,92} = -0,973 \text{ kN/cm}^2 \\ \inf_{o_{a\,2\_6}} &= +\frac{y_{g6}q_6L^2+1,50x0,25x1200^2}{8W_{tr\,inf}} = +11,72 \text{ kN/cm}^2 \end{split}$$

Incremento da força de protensão devido a Carga Permanente de Serviço:

$$\begin{split} o_{c\,2\_7/\!E}^{\,cup} &= -\frac{y_{g2} \dot{p} \Delta P_7}{n A_{tr}} = \frac{-1,20x1,10x30,76}{8,282x648,91} = -0,00756 \, kN/cm^2 \\ o_{c\,2\_7B}^{\,cup} &= +\frac{y_{g2} \dot{p} \Delta P_7 e_{p\_tr}}{n W_{tr\,cup}} = \frac{+1,20x1,10x30,76x55,785}{8,282x16.987,05} = +0,0160 \, kN/cm^2 \\ o_{a\,2\_7/\!E}^{\,cup} &= -\frac{y_{g2} \dot{p} \Delta P_7}{A_{tr}} = \frac{-1,20x1,10x30,76}{648,91} = -0,0626 \, kN/cm^2 \end{split}$$

$$\begin{split} o_{a\;2\_7B}^{cup} &= + \frac{y_{g2} b \Delta P_7 e_{p\_tr}}{W_{tr\;cup}} = \frac{+1,20 x 1,10 x 30,76 x 55,785}{69.294,92} = +0,0327 \; kN/cm^2 \\ o_{a\;2\_7E}^{inf} &= - \frac{y_{g2} b \Delta P_7}{A_{tr}} = \frac{-1,20 x 1,10 x 30,76}{648,91} = -0,0625 \; kN/cm^2 \\ o_{a\;2\_7B}^{inf} &= - \frac{y_{g2} b \Delta P_7 e_{p\_tr}}{W_{tr\;inf}} = \frac{-1,20 x 1,10 x 30,76 x 55,785}{5.758,24} = -0,393 \; kN/cm^2 \end{split}$$

Incremento da força de protensão devido a Sobrecarga de Uso e Ocupação:

$$\begin{split} o_{c\,2\_8\%}^{\,\text{cup}} &= -\frac{y_{g2} b \Delta P_8}{n A_{tr}} = \frac{-1,20 x 1,10 x 85,34}{8,282 x 648,91} = -0,021 \, kN/cm^2 \\ o_{c\,2\_8B}^{\,\text{cup}} &= +\frac{y_{g2} b \Delta P_8 e_{p\_tr}}{n W_{tr\,\text{cup}}} = \frac{+1,20 x 1,10 x 85,34 x 55,785}{8,282 x 16.987,05} = +0,045 \, kN/cm^2 \\ o_{a\,2\_8\%}^{\,\text{cup}} &= -\frac{y_{g2} b \Delta P_8}{A_{tr}} = \frac{-1,20 x 1,10 x 85,34}{648,91} = -0,174 \, kN/cm^2 \\ o_{a\,2\_8B}^{\,\text{cup}} &= +\frac{y_{g2} b \Delta P_8 e_{p\_tr}}{W_{tr\,\text{cup}}} = \frac{+1,20 x 1,10 x 85,34 x 55,785}{69.294,92} = +0,091 \, kN/cm^2 \\ o_{a\,2\_8\%}^{\,\text{inf}} &= -\frac{y_{g2} b \Delta P_8}{A_{tr}} = \frac{-1,20 x 1,10 x 85,34}{648,91} = -0,174 \, kN/cm^2 \\ o_{a\,2\_8B}^{\,\text{inf}} &= -\frac{y_{g2} b \Delta P_8}{A_{tr}} = \frac{-1,20 x 1,10 x 85,34}{648,91} = -0,174 \, kN/cm^2 \\ o_{a\,2\_8B}^{\,\text{inf}} &= -\frac{y_{g2} b \Delta P_8}{A_{tr}} = \frac{-1,20 x 1,10 x 85,34 x 55,785}{648,91} = -1,094 \, kN/cm^2 \\ o_{a\,2\_8B}^{\,\text{inf}} &= -\frac{y_{g2} b \Delta P_8}{V_{tr\,\text{inf}}} = \frac{-1,20 x 1,10 x 85,34 x 55,785}{5.758,24} = -1,094 \, kN/cm^2 \end{split}$$

Cálculo da tensão na face superior da laje de concreto:

$$\begin{split} o_{c2}^{cup} &= o_{c2_{-}5}^{cup} + o_{c2_{-}6}^{cup} + o_{c2_{-}7E}^{cup} + o_{c2_{-}7B}^{cup} + o_{c2_{-}8E}^{cup} + o_{c2_{-}8B}^{cup} \\ o_{c2} &= -\frac{y_{g5}q_{5}L^{2}}{8nW_{trcup}} - \frac{y_{g6}q_{6}L^{2}}{8nW_{trcup}} - \frac{y_{g2}b\Delta P_{7}}{nA_{tr}} + \frac{y_{g2}b\Delta P_{7}e_{p_{tr}}}{nW_{trcup}} - \frac{y_{g2}b\Delta P_{8}}{nA_{tr}} + \\ &= +\frac{y_{g2}b\Delta P_{8}e_{p\_tr}}{nW_{trcup}} \\ o_{c2}^{cup} &= -0.17 - 0.48 - 0.00756 + 0.016 - 0.021 + 0.045 \\ o_{c2}^{cup} &= -0.621 \text{ kN/cm}^{2} \end{split}$$

Cálculo da tensão total no perfil de aço:

$$o_{a2}^{cup} = o_{a1}^{cup} + o_{a2_5}^{cup} + o_{a2_6}^{cup} + o_{a2_7/E}^{cup} + o_{a2_7B}^{cup} + o_{a2_8/E}^{cup} + o_{a2_7B}^{cup}$$

$$\begin{split} o_{a2}^{cup} &= o_{a1}^{cup} - \frac{y_{g5}q_{5}L^{2}}{8W_{tr\,cup}} - \frac{y_{g6}q_{6}L^{2}}{8W_{tr\,cup}} - \frac{y_{g2}b\Delta P_{7}}{A_{tr}} + \frac{y_{g2}b\Delta P_{7}e_{p_{tr}}}{W_{tr\,cup}} - \frac{y_{g2}b\Delta P_{8}}{A_{tr}} \\ &+ \frac{y_{g2}b\Delta P_{8}e_{p_{tr}}}{W_{tr\,cup}} \\ o_{a2}^{cup} &= -7,74 - 0,35 - 0,973 - 0,0626 + 0,0327 - 0,174 + 0,091 \\ o_{a2}^{cup} &= -9,176 \text{ kN/cm}^{2} \\ o_{a2}^{inf} &= o_{a1}^{inf} + o_{a2_{-5}}^{inf} + o_{a2_{-7}}^{inf} + o_{a2_{-7}}^{inf} + o_{a2_{-8}}^{inf} + o_{a2_{-8}}^{inf} \\ o_{a2}^{inf} &= o_{a1}^{inf} + \frac{y_{g5}q_{5}L^{2}}{8W_{tr\,inf}} + \frac{y_{g6}q_{6}L^{2}}{8W_{tr\,inf}} - \frac{y_{g2}b\Delta P_{7}}{A_{tr}} - \frac{y_{g2}b\Delta P_{7}e_{p_{tr}}}{W_{tr\,inf}} - \frac{y_{g2}b\Delta P_{8}}{A_{tr}} \\ - \frac{y_{g2}b\Delta P_{8}e_{p_{-1}}tr}{W_{tr\,inf}} \\ o_{a2}^{inf} &= -9,022 + 4,22 + 11,72 - 0,0626 - 0,393 - 0,174 - 1,094 \\ \end{split}$$

#### Verificação:

 $o_{a2}^{inf} = +5.20 \, kN/cm^2$ 

Na face superior da laje de concreto

$$\frac{o_{c2}}{f_{cd}} \le 1,0$$

$$\frac{-0,62}{2,5/1,40} = -0,347 \le 1,0 \implies Ok!! \text{ Veri} f \text{ icação Atendida}$$

Na mesa superior do perfil de aço

$$\begin{split} i_{a2}^{cup} &= i_{a1}^{cup} + \frac{(Q_{2.7/E}^{cup} + o_{a2.8/E}^{cup})}{N_{Rd}/A_a} + \frac{8 \ (Q_{2.5}^{cup} + Q_{a2.6}^{cup} + o_{a2.7B}^{cup} + o_{a2.8B}^{cup})}{9 \ M_{Rd2}/M_{tr \ cup}} \leq 1,0 \\ i_{a2}^{cup} &= -0,354 + \frac{(-0,0626 - 0,174)}{(4.090,690/_{178,01})} + \frac{8x(-0,35 - 0,937 + 0,0327 + 0,091)}{9x \ (^{242.963}/_{69.294,92})} \\ &\leq 1,0 \\ i_{a2}^{cup} &= -0,658 \leq 1,0 \implies OK!! \ Verificação \ Atendida \end{split}$$

Na mesa inferior do perfil de aço

$$\begin{split} i_{a2}^{inf} &= i_{a1}^{inf} + \frac{(o_{a2.7/E}^{inf} + o_{a2.8/E}^{inf})}{N_{Rd}/A_a} + \frac{8 \ (o_{a2.5}^{inf} + o_{a2.6}^{inf} + o_{a2.7/B}^{inf} + o_{a2.8/E}^{inf})}{M_{Rd2}/M_{tr\ inf}} \leq 1,0 \\ i_{a2}^{inf} &= -0,386 + \frac{(-0,0626 - 0,174)}{(4.090,690/178,01)} + \frac{8x(4,22 + 11,72 - 0,393 - 1,094)}{9x \ (242.963/5.758,24)} \\ &\leq 1,0 \\ i_{a2}^{inf} &= -0,094 \leq 1,0 \implies OK!! \ Verificação \ Atendida \end{split}$$

c) Fase 3: Viga Mista Protendida,  $t=\infty$  e n =  $\frac{3Ea}{E_C}$ 

Carga Permanente de Serviço:

$$\begin{split} o_{c\,3.5}^{\,cup} &= -\frac{y_{g5}q_5L^2}{8n^uW_{tr\,cup}^u} = \frac{-1,35x0,10x1200^2}{8x24,846x7.993,50} = -0,12\,kN/cm^2\\ o_{a\,3.5}^{\,cup} &= -\frac{y_{g5}q_5L^2}{8W_{tr\,cup}^u} = \frac{-1,35x0,10x1200^2}{8x15.281,53} = -1,590\,kN/cm^2\\ o_{a\,3.5}^{\,inf} &= +\frac{y_{g5}q_5L^2}{8W_{tr\,inf}^u} = \frac{+1,35x0,10x1200^2}{8x5.345,35} = +4,55\,kN/cm^2 \end{split}$$

Incremento da força de protensão devido a Carga Permanente de Serviço:

$$\begin{split} o_{c\,3\_7/\!E}^{\,cup} &= -\frac{y_{g2} b \Delta P_7}{n^u A_{tr}^u} = \frac{-1,20 x 1,10 x 30,76}{24,846 x 334,985} = -0,0050 \ kN/cm^2 \\ o_{c\,3\_7/\!B}^{\,cup} &= +\frac{y_{g2} b \Delta P_7 e_{p\_tr}}{n^u W_{tr\,cup}^u} = \frac{+1,20 x 1,10 x 30,76 x 55,785}{24,846 x 7.993,50} = +0,0114 \ kN/cm^2 \\ o_{a\,3\_7/\!E}^{\,cup} &= -\frac{y_{g2} b \Delta P_7}{A_{tr}^u} = \frac{-1,20 x 1,10 x 330,76}{334,985} = -0,121 \ kN/cm^2 \\ o_{a\,3\_7/\!B}^{\,cup} &= +\frac{y_{g2} b \Delta P_7 e_{p\_tr}}{W_{tr\,cup}^u} = \frac{+1,20 x 1,10 x 30,76 x 55,785}{15.281,53} = +0,148 \ kN/cm^2 \\ o_{a\,3\_7/\!E}^{\,inf} &= -\frac{y_{g2} b \Delta P_7}{A_{tr}^u} = \frac{-1,20 x 1,10 x 30,76}{334,985} = -0,121 \ kN/cm^2 \\ o_{a\,3\_7/\!B}^{\,inf} &= -\frac{y_{g2} b \Delta P_7}{A_{tr}^u} = \frac{-1,20 x 1,10 x 30,76}{334,985} = -0,121 \ kN/cm^2 \\ o_{a\,3\_7/\!B}^{\,inf} &= -\frac{y_{g2} b \Delta P_7 e_{p_{tr}}}{W_{tr\,cup}^u} = \frac{-1,20 x 1,10 x 30,76 x 55,785}{5.345,35} = -0,424 \ kN/cm^2 \\ o_{a\,3\_7/\!B}^{\,inf} &= -\frac{y_{g2} b \Delta P_7 e_{p_{tr}}}{W_{tr\,cup}^u} = \frac{-1,20 x 1,10 x 30,76 x 55,785}{5.345,35} = -0,424 \ kN/cm^2 \end{split}$$

Retração no Concreto:

$$\begin{split} o_{c3_{-}9/E}^{cup} &= \frac{q_9}{A_c} = \frac{+339,07}{36,2231x13} = +0,72 \text{ kN/cm}^2 \\ o_{c3_{-}9B}^{cup} &= -\frac{q_9}{n^u A_{tr}^u} = \frac{-339,07}{24,846x334,985} = -0,041 \text{ kN/cm}^2 \\ o_{c3_{-}9C}^{cup} &= -\frac{q_9(y_{tr}^u - y_c)}{n^u W_{tr}^u \text{ cup}} = \frac{-339,07x(27,254 - \frac{13}{2})}{24,846x7.993,50} = -0,035 \text{ kN/cm}^2 \\ o_{a3_{-}9/E}^{cup} &= -\frac{q_9}{A_{tr}^u} = \frac{-339,07}{334,985} = -1,012 \text{ kN/cm}^2 \\ o_{a3_{-}9B}^{cup} &= -\frac{q(y_{tr}^u - y_c)(y_{tr}^u - t_c)}{I_{tr}^u} \\ o_{a3_{-}9B}^{cup} &= \frac{-339,07x(27,254 - \frac{13}{2})x(27,254 - \frac{13}{2})}{217.822,894} = -0,460 \text{ kN/cm}^2 \\ o_{a3_{-}9B}^{inf} &= -\frac{q(y_{tr}^u - y_c)(y_{tr}^u - t_c)}{334,985} = -1,012 \text{ kN/cm}^2 \\ o_{a3_{-}9B}^{inf} &= +\frac{q(y_{tr}^u - y_c)(d + t_c - y_{tr}^u)}{I_{tr}^u} \\ o_{a3_{-}9B}^{inf} &= \frac{339,07x(27,254 - \frac{13}{2})x(55 + 13 - 27,254)}{I_{tr}^u} = +1,316 \text{ kN/cm}^2 \\ o_{a3_{-}9B}^{inf} &= \frac{339,07x(27,254 - \frac{13}{2})x(55 + 13 - 27,254)}{217.822,894} = +1,316 \text{ kN/cm}^2 \end{split}$$

Cálculo da tensão na face superior da laje de concreto:

$$\begin{split} o_{c\,3}^{c\,up} &= o_{c\,2}^{c\,up} + o_{c\,3.5}^{c\,up} + o_{c\,3.7\&}^{c\,up} + o_{c\,3.7B}^{c\,up} + o_{c\,3.9\&}^{c\,up} + o_{c\,3.9B}^{c\,up} + o_{c\,3.9B}^{c\,up} + o_{c\,3.9C}^{c\,up} \\ o_{c\,3} &= o_{c\,2} - \frac{y_{g\,5}q_5L^2}{8n^uW^u} - \frac{y_{g\,2}b\Delta P_7}{n^uA^u} + \frac{y_{g\,2}b\Delta P_7e_{p_{tr}}}{W^u} + \frac{q_9}{A_c} - \frac{q_9}{n^uA^u} \\ &\quad + \frac{q_9(y_{tr}^u - y_c)}{n^uW_{tr\,cup}^u} \\ o_{c\,3}^{c\,up} &= -0.621 - 0.12 - 0.0050 + 0.0114 + 0.72 - 0.041 - 0.035 \\ &= -0.091 \, kN/cm^2 \end{split}$$

Cálculo da tensão total no perfil de aço:

$$o_{a\,3}^{\text{cup}} = o_{a2}^{\text{cup}} + o_{a\,3...5}^{\text{cup}} + o_{a\,2...6}^{\text{cup}} + o_{a\,3...7\,\text{E}}^{\text{cup}} + o_{a\,3...7\,\text{B}}^{\text{cup}} + o_{a\,2...8\,\text{E}}^{\text{cup}} + o_{a\,2...8\,\text{B}}^{\text{cup}} + o_{a\,3...9\,\text{A}}^{\text{sup}} + o_{a\,3...9\,\text{A}}^{\text{sup}}$$

$$\begin{split} o_{a\,3}^{\,cup} &= o_{a2}^{\,cup} - \frac{y_{g5}q_{5}L^{2}}{8W_{tr\,cup}^{u}} - \frac{y_{g6}q_{6}L^{2}}{8W_{tr\,cup}} - \frac{y_{g2}b\Delta P_{7}}{A_{tr}^{u}} + \frac{y_{g2}b\Delta P_{7}e_{p\_tr}}{W_{tr\,cup}^{u}} - \frac{y_{g2}b\Delta P_{8}e_{p\_tr}}{A_{tr}} - \frac{y_{g2}b\Delta P_{8}e_{p\_tr}}{W_{tr\,cup}^{u}} - \frac{q_{g}(y'-y)(y'-h_{c})}{I_{tr}^{u}} \\ o_{a\,3}^{\,cup} &= -9,176 - 1,59 - 0,973 - 0,121 + 0,148 - 0,174 + 0,091 - 1,012 \\ &\quad -0,461 \\ o_{a\,3}^{\,cup} &= -13,268\,kN/cm^{2} \\ o_{a\,3}^{\,inf} &= o_{a2}^{\,inf} + o_{a3\_5}^{\,inf} + o_{a3\_7E}^{\,inf} + o_{a3\_7E}^{\,inf} + o_{a3\_7E}^{\,inf} + o_{a2\_8E}^{\,inf} + o_{a2\_8E}^{\,inf} + o_{a3\_9E}^{\,inf} \\ &\quad + o_{a3\_9B}^{\,inf} \\ o_{a\,3}^{\,inf} &= o_{a2}^{\,cup} + \frac{y_{g5}q_{5}L^{2}}{8W_{tr\,inf}} + \frac{y_{g6}q_{6}L^{2}}{8W_{tr\,inf}} - \frac{y_{g2}b\Delta P_{7}e_{p\_tr}}{A_{tr}^{\,u}} - \frac{y_{g2}b\Delta P_{7}e_{p\_tr}}{W_{tr\,inf}^{\,u}} - \frac{y_{g2}b\Delta P_{8}e_{p\_tr}}{A_{tr}^{\,u}} \\ &\quad - \frac{y_{g2}b\Delta P_{8}e_{p\_tr}}{W_{tr\,inf}^{\,u}} - \frac{q_{g}}{A_{tr}^{\,u}} + \frac{q_{g}(y'-y)(y'-h_{c})}{a_{g}} - \frac{q_{g}}{A_{tr}^{\,u}} - \frac{q_{g}}{A_{tr}^{\,u}}$$

$$o_{a\,3}^{inf} = -5,20 + 4,55 + 11,722 - 0,121 - 0,424 - 0,174 - 1,094 - 1,012 + 1,316$$

$$o_{a \ 3}^{inf} = 19,963 \text{ kN/cm}^2$$

Verificação:

Na face superior da laje de concreto

$$\frac{o_{c \ 3}}{f_{cd}} \le 1,0$$

$$\frac{-0,091}{2,5/1,40} = -0,051 \le 1,0 => \text{Ok!! Veri} f \text{icação Atendida}$$

Na mesa superior do perfil de aço

$$\begin{split} i_{a3}^{cup} &= i_{a2}^{cup} + \frac{(Q_{3_{3}7E}^{cup} + O_{a_{2}8E}^{cup} + O_{a_{3_{9}E}}^{cup})}{N_{Rd}/A_{a}} + \frac{8 \ (Q_{3_{3}5}^{cup} + Q_{a_{2}6}^{cup} + O_{a_{3_{7}B}}^{cup} + O_{a_{2}8B}^{cup} + Q_{a_{3_{9}B}}^{cup})}{M_{Rd2}} \\ i_{a3}^{cup} &= -0.658 + \frac{(-0.12 - 0.174 - 1.012)}{(^{4.090,690}/_{178,01})} + \frac{8x(-1.59 - 0.973 + 0.148 + 0.091 - 0.46)}{9x \ (^{242.963}/_{15.281,53})} \\ &\leq 1.0 \end{split}$$

$$i_{a3}^{cup} = -0.871 \le 1.0 = > OK!! Verificação Atendida$$

Na mesa inferior do perfil de aço

$$i_{a3}^{inf} = i_{a2}^{inf} + \frac{(Q_{3.7/E}^{inf} + O_{a2.8/E}^{inf} + O_{a3.9/E}^{inf})}{N_{Rd}/A_{a}} + \frac{8 (Q_{3.5}^{inf} + Q_{3.6}^{inf} + O_{a3.7/E}^{inf} + O_$$

$$i_{a3}^{inf} = +0.1636 \le 1.0 => OK!! Veri ficação Atendida$$

# 9. APÊNDICE C - MODELOS ANALISADOS

Os modelos foram nomeados de acordo com a metodologia executiva adotada para a protensão da viga de aço (com pré-tração ou sem pré-tração, denominados, respectivamente, pelas siglas VMP e VM). Sucedido das siglas VMP e VM tem-se o valor da excentricidade do cabo de protensão em relação ao topo da laje de concreto, como ilustrado na Figura 4.2 do capítulo 4, seguido do valor do comprimento do vão livre e do número do modelo utilizado (perfil simétrico e monosimétrico), identificado no Quadro C.1.

Quadro C.1 – Identificação dos modelos

Perfil Simétrico	e <sub>p</sub> (mm)	Comprimento do Vão (m)	Nº do Modelo
	730	9,0	1
		10,5	101
		12,0	6
		13,5	81
<u> 300</u>		15,0	11
. 0		17,0	16
		9,0	21
12.5	780	10,5	106
0 8		12,0	26
512		13,5	86
300 <sub>d</sub>		15,0	31
		17,0	36
		9,0	41
		10,5	111
	620	12,0	46
	630	13,5	91
		15,0	51
		17,0	56

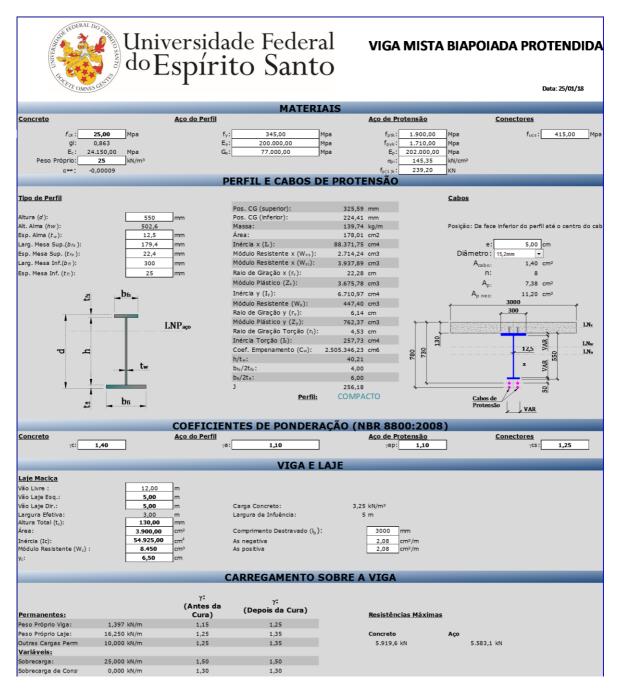
Continuação do Quadro C.1 – Identificação dos modelos

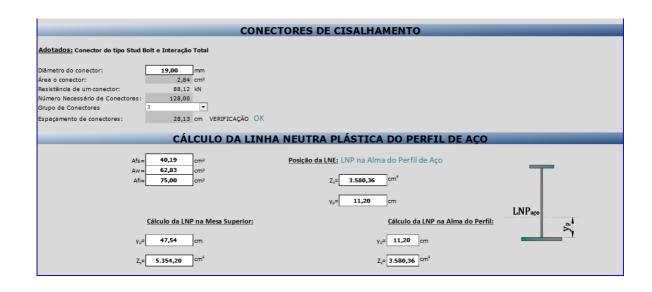
Perfil Monosimétrico	ep (mm)	Comprimento do Vão (m)	Nº do Modelo
	730	9,0	2
<u>, 248</u>		10,5	102
		12,0	7
		13,5	82
		15,0	12
0 0		17,0	17
		9,0	22
12,5		10,5	107
9 9	780	12,0	27
550	760	13,5	87
4 ]		15,0	32
7,22,4		17,0	37
		9,0	42
<u> </u>		10,5	112
	620	12,0	47
	630	13,5	92
		15,0	52
		17,0	57
		9,0	3
		10,5	103
	730	12,0	8
0.40	730	13,5	83
<u>, 246</u>		15,0	13
<u> </u>		17,0	18
		9,0	23
12.5		10,5	108
0 0	700	12,0	28
550	780	13,5	88
		15,0	33
		17,0	38
		9,0	43
<sub>ad</sub> dr 300 <sub>add</sub> r	630	10,5	113
ge <sup>ger</sup> gege <sup>r</sup>		12,0	48
		13,5	93
		15,0	53
		17,0	58

Continuação do Quadro C.1 – Identificação dos modelos

Perfil Monosimétrico	ep (mm)	Comprimento do Vão (m)	Nº do Modelo
	730	9,0	4
		10,5	104
		12,0	9
		13,5	84
<sub>d</sub> t <u>209</u> ,		15,0	14
0 1		17,0	19
		9,0	24
12.5		10,5	109
12,5 (	700	12,0	29
206 550	780	13,5	89
		15,0	34
		17,0	39
<del>\ \</del>		9,0	44
<sub>p</sub> , 300		10,5	114
	000	12,0	49
	630	13,5	94
		15,0	54
		17,0	59
		9,0	5
		10,5	105
	730	12,0	10
470	730	13,5	85
7 2		15,0	15
8		17,0	20
		9,0	25
12,5		10,5	110
502,6	780	12,0	30 90
		13,5 15,0	35
722		17,0	40
		9,0	45
300		10,5	115
rough GOO grant.	630	12,0	50
		13,5	95
		15,0	55
		17,0	60

## 10. APÊNDICE D - MÉMÓRIA DE CÁLCULO

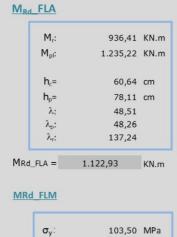


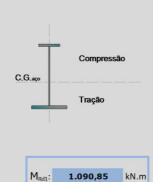


Dados de Entrada



#### ROTINA 3: CÁLCULO DO MOMENTO FLETOR RESISTENTE (MRd)

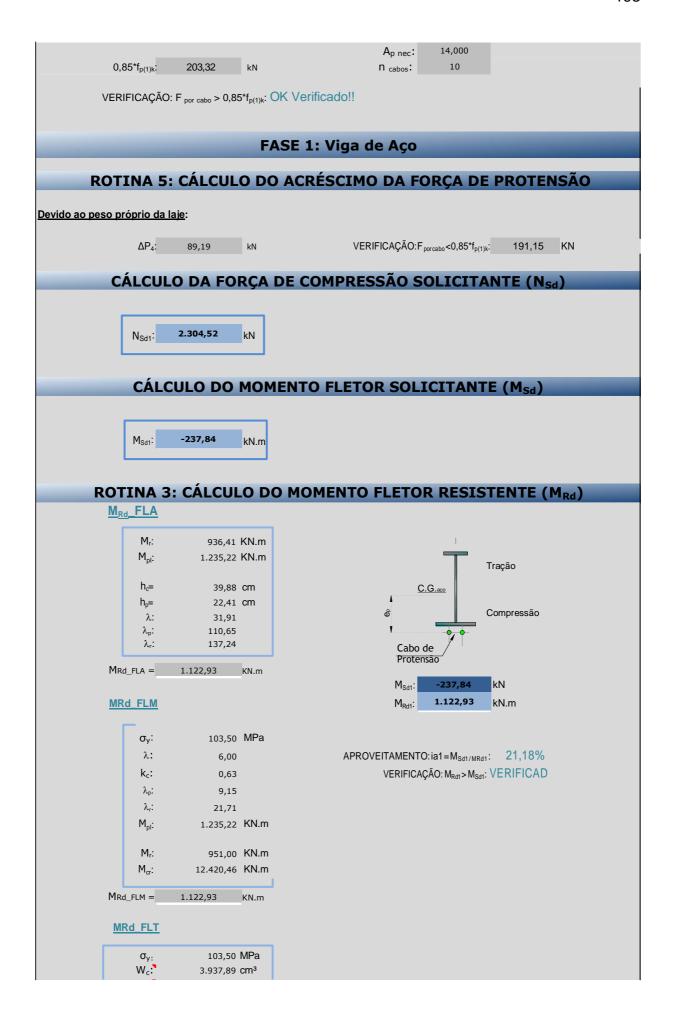




```
k<sub>c</sub>:
                            0,63
         \lambda_p:
                            9,15
         \lambda_r:
                           21,71
        M<sub>pl</sub>:
                        1.235,22 KN.m
        M<sub>r</sub>:
                          655,49 KN.m
        M_{cr}:
                       27.883,75 KN.m
MRd_FLM = 1.122,93 KN.m
  MRd FLT
       \sigma_{y:} W_{c}: W_{t}:
                        103,50 MPa
                       2.714,24 cm<sup>3</sup>
                       3.937,89 cm<sup>3</sup>
       I_{\mathsf{tyc}}:
                       1.082,72 cm<sup>4</sup>
        A<sub>tc</sub>:
                         78,08 cm<sup>2</sup>
                         3,724 cm
        r<sub>yc</sub>:
                       1.077,79 cm<sup>4</sup>
        I<sub>yt</sub>:
                       5.625,00 cm<sup>4</sup>
                         0,19
        \alpha_{v}:
        C<sub>W</sub>: 2.505.346,23 cm<sup>6</sup>
        C<sub>b</sub>:
                        1,14
         J:
                         256,18
                       0,01279 /cm
         \beta_1:
                           0,07
         \beta_2: -
         β<sub>3:</sub> -
                          16,07
        R<sub>m</sub>:
                            0,55
        C<sub>b</sub>:
                           1,14
                          80,56
         \lambda_p:
                          42,38
         \lambda_r:
                         163,59
(f_y-\sigma_y)w_c:
                        655,49
     f_y w_t:
                       1.358,57
     M_{Rd1}:
                       1.090,85
     M_{Rd2}:
                       1.122,93
                        655,49 KN.m
       Mr =
      Mpl =
                       1.235,22 KN.m
      M_{cr} =
                       1.946,40 KN.m
 MRd_FLT = 1.090,85 KN.m
             ROTINA 4: CÁLCULO DA FORÇA DE PROTENSÃO
             Seção de Aço
                                                                                Seção Transformada
      e<sub>p_a</sub>: 27,441 cm
                                                                        e<sub>p_tr</sub>:
                                                                                     55,786
                                                                                                   cm
                                                     ep_tr caso perfil de aço:
                                                                                     55,786
                                                                                                   cm
                                                 ep_tr caso laje de concreto: 56,191 cm
             NUNZIATA (2004)
       β n:
               1,10
      γ<sub>g2</sub>:
                     1,20
                                                                     P flecha:
                                                                                                           A<sub>ca bo</sub>:
                                                                                    1.071,96
                                                                                                                            1.40
             Força de Protensão:
                                                                          ΔΡ4:
                                                                                            89,19
                                                                                                               n:
                                                                                                                           10,00
                                                                           \Delta P_7:
                                                                                            37,32
                                                                                                               A_p:
                                                                                                                           11,40
         P: 1.656,66 kN
                                                                    P<sub>calculado</sub>:
                                                                                     1.656,66
                                                                                                           A<sub>p ne c:</sub>
                                                                                                                           14,00
                                                                     P<sub>usuário</sub>:
    F por cabo:
                   182,23
                                   kN
```

λ:

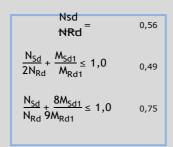
4,00



	_		
	W <sub>t</sub> :	2.714,24	cm³
	I <sub>tyc</sub> :	5.628,25	cm <sup>4</sup>
	A <sub>tc</sub> :	99,93	cm <sup>2</sup>
	r <sub>yc</sub> :	7,505	
	I <sub>yc</sub> : ⊓	5.625,00	cm <sup>4</sup>
	I <sub>yt</sub> :	1.077,79	cm <sup>4</sup>
	$\alpha_{y}$ :	5,22	
	C <sub>w</sub> :	2.505.346,23	cm <sup>6</sup>
	C <sub>b</sub> :	1,14	
	J:	256,18	
	β1:	0,01856	/cm
	$\beta_2$ :	2,55	
	β3:	16,07	
	R <sub>m</sub> :	1,91	
	C <sub>b</sub> :	1,14	
	λ:	39,97	
	$\lambda_p$ :	42,38	
	λ <sub>r</sub> :	121,16	
(	$(f_y-\sigma_y)w_c$ :	951,00	
· ·	$f_y W_t$ :	936,41	
	M <sub>Rd1</sub> :	1.289,58	
	M <sub>Rd2</sub> :	1.122,93	
	Mr=	936,41	KN.m
	M <sub>pl</sub> =	1.235,22	
	$M_{cr} =$	7.338,31	KN.m
_	MRd_FLT =	1.122,93	KN.m

### **ROTINA 6: VERIFICAÇÃO FLEXO-COMPRESÃO**

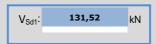
#### FLEXO COMPRESSÃO



VERIFICAÇÃO: VERIFICAÇÃO ATENDIDA

Indice de aproveitamento do aço:  $i_{a1} = 0,752$ 

### CÁLCULO DO ESFORÇO CORTANTE SOLICITANTE (V<sub>Sd</sub>)



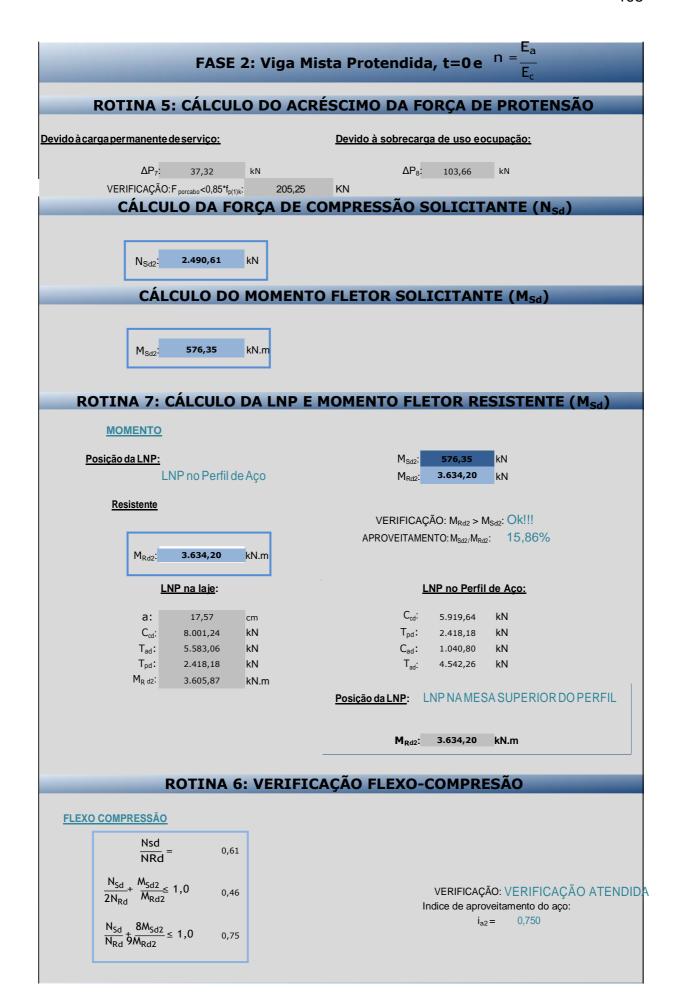
#### ROTINA 8: CÁLCULO DO ESFORÇO CORTANTE RESISTENTE (VRd)

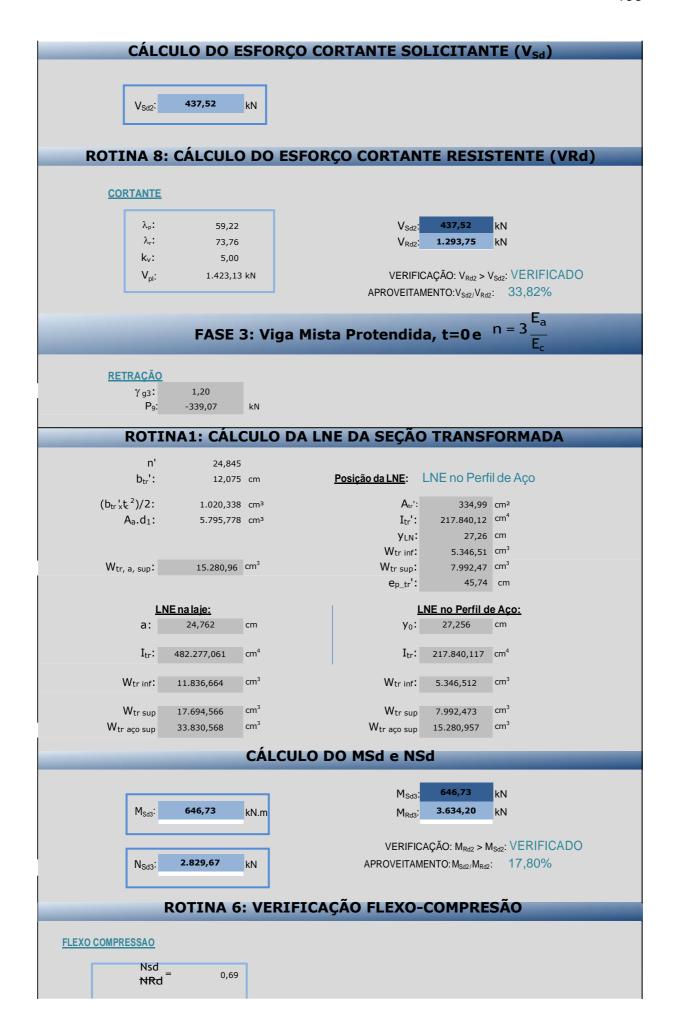
#### CORTANTE

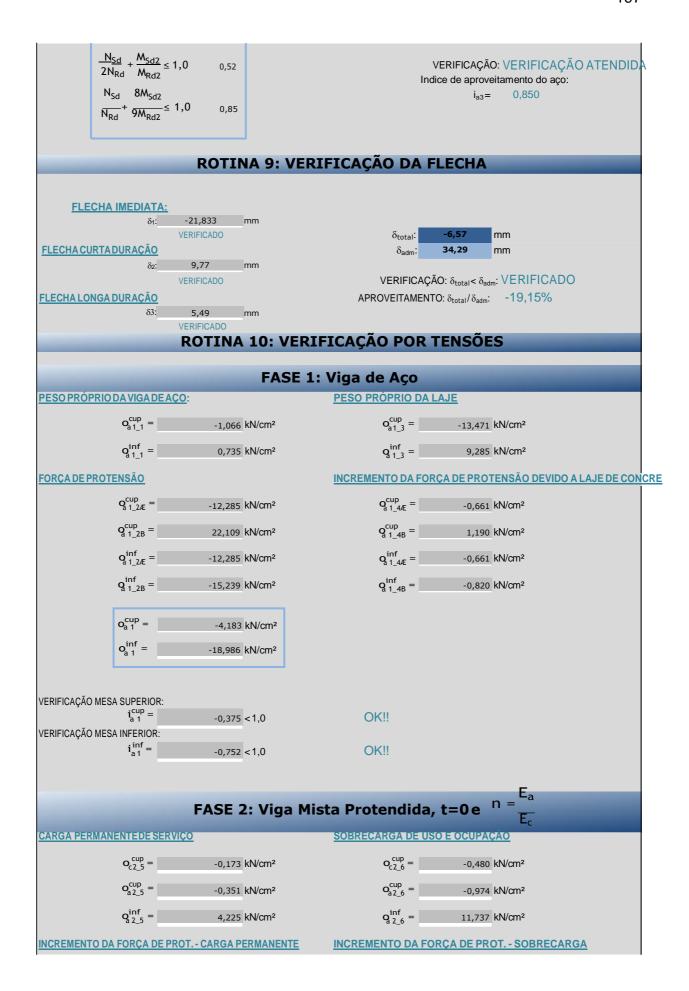
λ <sub>p</sub> :	59,22
$\lambda_r$ :	73,76
k <sub>v</sub> :	5,00
V <sub>pl</sub> :	1.423,13 kN

V <sub>Sd1</sub> :	131,52	kN
V <sub>Rd1</sub> :	1.293,75	kN

 $\begin{aligned} & \text{VERIFICAÇ\~AO: V}_{\text{Rd1}} > \text{V}_{\text{Sd1}:} & \text{VERIFICADO} \\ & \text{APROVEITAMENTO: V}_{\text{Sd1}} / \text{V}_{\text{Rd1}:} & 10,17\% \end{aligned}$ 







<b>o</b> cup c 2_7	Æ = -0,009 k	:N/cm²	o <sup>cup</sup> =	-0,025 kN/cm²
<b>o</b> cup c 2_	<sub>7B</sub> = 0,020 k	N/cm²	o <sub>c 2_8B</sub> =	0,054 kN/cm²
<b>Q</b> cup a 2_7	Æ = −0,076 k	N/cm²	oa 2_8Æ =	-0,211 kN/cm²
Q <sup>cup</sup>	<sub>7B</sub> = 0,040 k	.N/cm²	<b>Q</b> <sup>cup</sup> =	0,110 kN/cm²
	-0,076 k	:N/cm²	<b>Q</b> inf <b>Q</b> 2_8Æ =	-0,211 kN/cm²
	<sub>7B</sub> = -0,478 k	:N/cm²	$\mathbf{Q}_{2,8B}^{inf} =$	-1,327 kN/cm²
a 2_			d Z_0D	<u>,                                     </u>
Q <sup>CL</sup>	-0,614 k	.N/cm²		
O <sub>a 2</sub>	P = -5,645 k	N/cm²		
Qa 2	= -5,116 k	N/cm²		
VERIFICAÇÃO NA FACE S	JPERIOR DO CONCRETO			
0 <sub>c 2</sub>	-0,344 <	:1,0	OK!!	
VERIFICAÇÃO MESA S	In .			
VERIFICAÇÃO MESA IN	<sup>IP</sup> = -0,436 < FERIOR:	:1,0	OK!!	
	of 2 -0,565 <	:1,0	OK!!	
	FASE 3	: Viga Mista Pı	rotendida t:	$=$ 0 $=$ $n = 3$ $E_a$
	IASES	. Viga riista i	roterialaa, t	E <sub>c</sub>
CARGA PERMANENTE	DE SERVIÇO	Retra	ção no Concreto	
<b>o</b> <sub>c3</sub>	or in the second	:N/cm²	ocup =	0,720 kN/cm²
<b>o</b> a3	P <sub>5</sub> = -3,040 k	N/cm²	ocup =	-0,041 kN/cm²
$\mathbf{q}_{ ext{a} ext{3}}^{ ext{in}}$	f <sub>5</sub> = 4,545 k	N/cm²	o inf =	-0,035 kN/cm²
INCREMENTO DA FOR	CA DE PROT CARGA PEI	RMANENTE	ocup =	-1,012 kN/cm²
<b>o</b> cup	Æ = −0,006 k	N/cm²	o <sub>a 3_9B</sub> =	-0,461 kN/cm²
oc 3_		N/cm²	$\mathbf{Q}_{\mathbf{a}}^{inf} =$	-1,012 kN/cm²
Q <sup>cup</sup> a <sub>3_7</sub>	<sub>Æ</sub> = −0,147 k	.N/cm²	$\mathbf{Q}_{3.9B}^{inf} =$	1,316 kN/cm <sup>2</sup>
<b>Q</b> <sup>cup</sup>		.N/cm²	u 5_/5	
oinf a 3_7,		.N/cm²		
Q inf		:N/cm²		
	-0,085 k	N/cm²		
	P = -11,036 k	N/cm²		
o <sub>a 3</sub>	9,271 k	N/cm²		
VERIFICAÇÃO NA FACE S	JPERIOR DO CONCRETO			
O <sub>c 3</sub>	-0,047 <	:1,0	OK!!	
VERIFICAÇÃO MESA SI i <sub>a</sub> :	JPERIOR:		01/11	
VERIFICAÇÃO MESA IN		1,0	OK!!	
	of 3 = -0,419 <	1,0	OK!!	