



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS E ENGENHARIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS FLORESTAIS

RODRIGO FREITAS SILVA

**MODELAGEM E AVALIAÇÃO DE DIFERENTES MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO DO
SORTIMENTO FLORESTAL**

JERÔNIMO MONTEIRO – ES
DEZEMBRO – 2018

RODRIGO FREITAS SILVA

**MODELAGEM E AVALIAÇÃO DE DIFERENTES MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO DO
SORTIMENTO FLORESTAL**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Florestais do Centro de Ciências Agrárias e Engenharias da Universidade Federal do Espírito Santo, como parte das exigências para obtenção do Título de Doutor em Ciências Florestais na Área de Concentração Ciências Florestais.
Orientadora: Mayra Luiza M. da Silva
Coorientador: Gilson Fernandes da Silva

JERÔNIMO MONTEIRO – ES

DEZEMBRO – 2018

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
(Biblioteca Central da Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

S586m Silva, Rodrigo Freitas, 1983-
Modelagem e avaliação de diferentes métodos de
otimização do sortimento florestal / Rodrigo Freitas Silva. –
2018.
179 f. : il.

Orientador: Mayra Luiza Marques da Silva.
Coorientador: Gilson Fernandes da Silva.
Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) –
Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Ciências
Agrárias e Engenharias.

1. Pesquisa operacional. 2. Heurística. 3. Produtos
florestais. I. Silva, Mayra Luiza Marques da. II. Silva, Gilson
Fernandes da. III. Universidade Federal do Espírito Santo.
Centro de Ciências Agrárias. IV. Título.

CDU: 630

**MODELAGEM E AVALIAÇÃO DE DIFERENTES MÉTODOS DE
OTIMIZAÇÃO DO SORTIMENTO FLORESTAL**

Rodrigo Freitas Silva

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Florestais do Centro de Ciências Agrárias e Engenharias da Universidade Federal do Espírito Santo, como parte das exigências para obtenção do Título de Doutor em Ciências Florestais na Área de Concentração Ciências Florestais.

Aprovada em 14 de dezembro de 2018.

Renato Pastus

Prof. Dr. Renato Vinicius Oliveira Castro (Examinador externo)
Universidade Federal de São João del-Rei

Antônio Almeida de Barros Junior

Prof. Dr. Antônio Almeida de Barros Junior (Examinador externo)
Universidade Federal do Espírito Santo

Adriano Ribeiro de Mendonça

Prof. Dr. Adriano Ribeiro de Mendonça (Examinador interno)
Universidade Federal do Espírito Santo

Gilson Fernandes da Silva

Prof. Dr. Gilson Fernandes da Silva (Coorientador)
Universidade Federal do Espírito Santo

mfmsilva

Prof^a. Dr^a. Mayra Luiza Marques da Silva (Orientadora)
Universidade Federal de São João del-Rei

RESUMO

SILVA, Rodrigo Freitas. **Modelagem e avaliação de diferentes métodos de otimização do sortimento florestal**. 2018. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Espírito Santo, Jerônimo Monteiro, ES. Orientadora: Prof^a. Dr^a. Mayra Luiza Marques da Silva. Coorientador: Prof. Dr. Gilson Fernandes da Silva.

Um mercado florestal cada vez mais competitivo e atrelado às demandas por multiprodutos da madeira favorece o estudo de métodos de otimização que busquem maximizar a receita dos empreendimentos florestais. Comparativamente, pouco se sabe a respeito da eficiência e da eficácia entre os diferentes métodos de solução aplicáveis ao Problema de Otimização do Sortimento Florestal (POSF). A dificuldade em encontrar os sortimentos ótimos é atribuída ao crescimento exponencial do número de padrões de corte a serem analisados em função do número de produtos comercializados e das dimensões dendrométricas dos fustes traçados. É necessário, portanto, alguma técnica que otimize o sistema de busca. Nesse sentido, o objetivo desse trabalho foi modelar matematicamente o POSF e comparar por meio de três estudos de caso diferentes métodos de solução propostos para resolver o problema. Os dados correspondentes ao estudo de caso 1 constituem-se de 408 árvores de *Pinus taeda* L. oriundas de Santa Catarina. Os dados do estudo de caso 2 correspondem a 197 árvores de *Eucalyptus* sp. oriundas do sul da Bahia. Já o estudo de caso 3 é composto por 42.974 árvores de *Eucalyptus saligna* oriundas do Paraná. Os métodos de otimização implementados em nível de árvore individual no cenário *bucking-to-value* alvos de análise dos estudos de caso 1 e 2 foram: (1) Programação Dinâmica (PD), (2) estratégia gulosa, (3) busca exaustiva, (4) Heurística de Construção por Partes (HCP) e as meta-heurísticas (5) *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP) e (6) *Iterated Local Search* (ILS). Os resultados desses algoritmos foram confrontados no estudo de caso 1 com os já conhecidos na literatura do Algoritmo Genético (AG) e do *Simulated Annealing* (SA). No estudo de caso 2 o valor de comercialização das toras foi determinado em função de sua classe de qualidade. Quatro classes de qualidade foram definidas segundo a quantidade de nós existentes. Embora a PD seja o método de solução mais indicado para resolver o POSF em nível de árvore individual, a HCP, o GRASP e o ILS alcançaram excelentes resultados chegando, respectivamente, a 99,99%; 99,93% e 99,01% da solução ótima no estudo de caso 1 e a 99,98%; 99,97% e 99,84% da solução ótima no estudo de

caso 2. Por outro lado, no cenário *bucking-to-demand*, alvo de análise do estudo de caso 3, foi avaliado um sistema de otimização multinível implementado por meio dos seguintes métodos de solução híbridos: (1) PD + Programação Linear Inteira (PLI) executada via CPLEX, (2) PD + Heurística de Busca Intensiva (HBI), (3) GRASP + HBI, (4) ILS + HBI e (5) HCP + HBI. Nesse caso, a PD + HBI foi capaz de chegar a 99,77% da solução ótima em menos da metade do tempo gasto pela PD + PLI para obter a solução exata do problema.

Palavras-chave: Pesquisa operacional, heurísticas, multiprodutos.

ABSTRACT

SILVA, Rodrigo Freitas. **Modeling and evaluation of different optimization methods of forest assortment**. 2018. Thesis (Doctor in Forest Sciences) – Federal University of Espírito Santo, Jerônimo Monteiro, ES. Advisor: Prof^a. Dr^a. Mayra Luiza Marques da Silva. Co-advisor: Prof. Dr. Gilson Fernandes da Silva.

An increasingly competitive forest market linked to the demands of wood multiproducts favors the study of optimization methods that maximize the revenue of forest enterprises. Comparatively, little is known about the efficiency and effectiveness of the different solution methods applicable to the tree bucking optimization problem. The difficulty in finding the optimum assortments is due to the exponential growth of the number of cutting patterns to be analyzed in function of the number of products marketed and the stem dendrometer measurements. Therefore, some strategy is needed to optimize the search system. In this sense, the aim of this work was to model mathematically the bucking optimization problem and evaluate through three case studies different proposed solution methods to solve this problem. The data corresponding to the case study 1 contains 408 *Pinus taeda* L. trees from Santa Catarina. The data from case study 2 correspond to 197 *Eucalyptus* sp. trees from the south of Bahia. The case study 3 is composed of 42.974 *Eucalyptus saligna* trees from Paraná. The optimization methods implemented at stem-level bucking-to-value analyzed by case studies 1 and 2 were: (1) Dynamic Programming (DP), (2) greedy algorithm, (3) exhaustive search, (4) Heuristic of Parts Construction (HPC) and the metaheuristics (5) Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP) and (6) Iterated Local Search (ILS). The results of these algorithms were compared in the case study 1 with those results already known in the literature for Genetic Algorithm (GA) and Simulated Annealing (SA). In case study 2 the market value of the logs was determined according to their quality class. Four quality classes were defined in function of the number of existing nodes. On the other hand, in the bucking-to-demand optimization system analyzed by case study 3, it was evaluated a multilevel optimization system implemented through the following hybrid solution methods: (1) DP + Integer Linear Programming (ILP) processed by CPLEX, (2) DP + Intensive Search Heuristic (ISH), (3) GRASP + ISH, (4) ILS + ISH and (5) HPC + ISH. Although DP has been the best solution method for solving the stem-level bucking optimization, HPC, GRASP and ILS achieved excellent results reaching, respectively, to 99,99%;

99,93% and 99,01% of the optimal solution in case study 1 and to 99,98%; 99,97% and 99,84% of the optimal solution in the case study 2. In bucking-to-demand system (case study 3), the DP + ISH was able to reach 99,77% of the optimal solution in less than half the time spent by DP + ILP to reach the exact solution of the problem.

Keywords: Operational research, heuristics, multiproducts.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|-----|
| Figura 1 – Tronco de uma conífera totalmente depreciado pela liberação das tensões de crescimento. | 32 |
| Figura 2 – Esquematização das etapas para o desenvolvimento da PO..... | 36 |
| Figura 3 – Planos de corte para uma barra metálica de 120 cm..... | 38 |
| Figura 4 – Diferentes volumes e resíduos identificados nos fustes individuais. | 40 |
| Figura 5 – Exemplo de uma rede criada a partir do POSF no cenário <i>bucking-to-value</i> | 59 |
| Figura 6 – Representação gráfica do ILS. | 66 |
| Figura 7 – Fluxograma metodológico para a resolução do POSF. | 68 |
| Figura 8 – (A) Representação de uma solução do POSF; (B) Matriz contendo informações para o cálculo da relação hipsométrica; (C) Matriz contendo todos os sortimentos analisados para uma classe diamétrica; (D) Matriz contendo informações para o cálculo da função de afilamento. | 73 |
| Figura 9 – Exemplificação de uma solução vizinha no POSF no cenário <i>bucking-to-value</i> | 83 |
| Figura 10 – Exemplificação da estratégia de busca local PM implementada no POSF. | 85 |
| Figura 11 – Esquema geral do Algoritmo Guloso proposto para o POSF no cenário <i>bucking-to-value</i> | 87 |
| Figura 12 – Rede formada pelo algoritmo de PD quando aplicado ao POSF no cenário <i>bucking-to-value</i> | 90 |
| Figura 13 – Perturbação: troca aleatória de produto. | 94 |
| Figura 14 – Exemplificação da construção de uma solução inicial GRASP. | 98 |
| Figura 15 – Exemplificação da primeira fase da HCP para o POSF no cenário <i>bucking-to-value</i> | 101 |
| Figura 16 – Exemplificação da segunda fase da HCP aplicado ao POSF no cenário <i>bucking-to-value</i> com sortimento inicial proveniente da primeira fase ilustrada na Figura 15. | 103 |
| Figura 17 – Ilustração de uma solução vizinha no POSF no cenário <i>bucking-to-demand</i> | 106 |
| Figura 18 – Exemplificação da HBI aplicada ao POSF no cenário <i>bucking-to-demand</i> | 109 |
| Figura 19 – Altura total estimada (H) e quantidade de números úteis obtidos via PD no | |

| | |
|---|-----|
| estudo de caso 1..... | 114 |
| Figura 20 – Quantidade total de sortimentos existentes e quantidade de sortimentos avaliados via PD no estudo de caso 1..... | 114 |
| Figura 21 – NPC e quantidade de sortimentos existentes por altura estimada das árvores analisadas no estudo de caso 1. | 115 |
| Figura 22 – Distribuição dos resíduos das estimativas de diâmetro ao longo do fuste em função do DAP no estudo de caso 2. | 122 |
| Figura 23 – Distribuição dos resíduos das estimativas de volume total em função do DAP dos modelos de afilamento avaliados no estudo de caso 2..... | 125 |
| Figura 24 – Volumes totais observados versus volumes totais estimados dos quatro melhores modelos de afilamento identificados na Tabela 24..... | 126 |
| Figura 25 – Quantidade total de sortimentos existentes versus quantidade de sortimentos avaliados via PD no estudo de caso 2. | 128 |
| Figura 26 – Calibração do parâmetro α utilizado na LRC do GRASP no estudo de caso 2..... | 129 |
| Figura 27 – Calibração do parâmetro α utilizado na LRC do GRASP no estudo de caso 3..... | 132 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|-----|
| Tabela 1 – Modelos hipsométricos. | 24 |
| Tabela 2 – Modelos de afilamento. | 26 |
| Tabela 3 – Medidas estatísticas..... | 29 |
| Tabela 4 – Critério para classificação qualitativa dos fustes segundo Jankauskis (1979). | 32 |
| Tabela 5 – Critério para classificação dos fustes adotado por Felfili et al. (1984). | 33 |
| Tabela 6 – Critério utilizado pelo IBDF (1984) para classificação das toras quanto a sua forma..... | 33 |
| Tabela 7 – Critérios para classificação das toras quanto a sua superfície rolante. ... | 34 |
| Tabela 8 – Classe de qualidade das toras segundo a tortuosidade e a presença de nós..... | 34 |
| Tabela 9 – Exemplos de arredondamento para um dígito utilizando o <i>round-half-even</i> | 75 |
| Tabela 10 – Produtos comercializáveis no estudo de caso 1..... | 77 |
| Tabela 11 – Distribuição de frequência das árvores inventariadas utilizadas no estudo de caso 2..... | 78 |
| Tabela 12 – Distribuição de frequência das 70 árvores amostrais cubadas utilizadas no estudo de caso 2..... | 79 |
| Tabela 13 – Dimensões dos produtos considerados comercializáveis no estudo de caso 2..... | 79 |
| Tabela 14 – Classe de qualidade das toras segundo a presença de nós..... | 80 |
| Tabela 15 – Características dos povoamentos de <i>Eucalyptus saligna</i> objeto do estudo de caso 3..... | 81 |
| Tabela 16 – Estatísticas do ajuste e valor dos coeficientes do modelo de Schoepfer (1966) utilizados para estimar o volume com casca dos fustes analisados no estudo de caso 3..... | 81 |
| Tabela 17 – Produtos comercializados no estudo de caso 3..... | 82 |
| Tabela 18 – Resultados do método PD para os dados analisados no estudo de caso 1..... | 112 |
| Tabela 19 – Síntese dos resultados obtidos por Menon (2005) e dos resultados dos métodos de solução implementados no estudo de caso 1..... | 116 |
| Tabela 20 – Resultados estatísticos dos métodos de solução aproximativos implementados no estudo de caso 1. | 118 |

| | |
|---|-----|
| Tabela 21 – Receita total média e tempo total médio obtidos ao variar o valor dos parâmetros k e x do método de solução HCP implementado no estudo de caso 1. | 119 |
| Tabela 22 – Quantidade média e erro padrão dos produtos simuladamente colhidos após o processamento dos métodos de solução aplicados no estudo de caso 1. ... | 119 |
| Tabela 23 – Estatísticas dos coeficientes dos modelos de afilamento após o ajuste avaliados no estudo de caso 2..... | 121 |
| Tabela 24 – Resultados estatísticos dos modelos de afilamento ao estimar os diâmetros ao longo do fuste no estudo de caso 2. | 123 |
| Tabela 25 – Resultados estatísticos dos modelos de afilamento ao estimar o volume total dos fustes objetos de análise no estudo de caso 2. | 125 |
| Tabela 26 – Síntese dos resultados obtidos pelos métodos de solução avaliados no estudo de caso 2. | 127 |
| Tabela 27 – Receita total média e volume total médio estimados para o estudo de caso 2 ao variar o valor dos parâmetros k e x do método de solução HCP..... | 129 |
| Tabela 28 – Quantidade média de produtos por comprimento e por classe de qualidade obtidos por meio dos métodos de solução avaliados no estudo de caso 2. | 130 |
| Tabela 29 – Receita total média, volume total médio e tempo de processamento total médio resultante da calibração dos parâmetros k e x do primeiro nível da otimização do método de solução HCP implementado no estudo de caso 3..... | 131 |
| Tabela 30 – Receita total média, quantidade de produtos faltantes e tempo de processamento total médio ao calibrar os parâmetros ω e μ utilizando a PD + HBI como método de solução no estudo de caso 3. | 133 |
| Tabela 31 – Síntese dos resultados encontrados pelos métodos de solução híbridos implementados no estudo de caso 3. | 135 |
| Tabela 32 – Quantidade média e desvio padrão amostral dos produtos colhidos resultante das simulações do sortimento no estudo de caso 3. | 136 |

LISTA DE QUADROS

| | |
|---|-----|
| Quadro 1 – Pseudocódigo da meta-heurística ILS..... | 65 |
| Quadro 2 – Pseudocódigo da meta-heurística GRASP..... | 67 |
| Quadro 3 – (A) Exemplo do conteúdo de um arquivo com formato LP; (B) Instruções necessárias para executar um arquivo com extensão LP no IDE do CPLEX..... | 72 |
| Quadro 4 – Pseudocódigo do algoritmo utilizado para o cálculo dos números úteis..... | 89 |
| Quadro 5 – Pseudocódigo da meta-heurística ILS aplicada ao POSF no cenário <i>bucking-to-value</i> | 91 |
| Quadro 6 – Pseudocódigo para geração da solução inicial do ILS por meio do algoritmo guloso aplicado ao POSF no cenário <i>bucking-to-value</i> | 92 |
| Quadro 7 – Pseudocódigo da meta-heurística GRASP aplicada ao POSF no cenário <i>bucking-to-value</i> | 95 |
| Quadro 8 – Pseudocódigo da fase construtiva do GRASP aplicada ao POSF em <i>bucking-to-value</i> | 97 |
| Quadro 9 – Pseudocódigo da primeira fase da HCP aplicado ao POSF no cenário <i>bucking-to-value</i> | 102 |
| Quadro 10 – Pseudocódigo da segunda fase da HCP aplicado ao POSF no cenário <i>bucking-to-value</i> | 104 |
| Quadro 11 – Pseudocódigo do algoritmo utilizado para resolver o POSF no cenário <i>bucking-to-demand</i> | 110 |

LISTA DE APÊNDICES

| | |
|--|-----|
| APÊNDICE A – Distribuição de diâmetros e frequência do povoamento analisado no estudo de caso 1. | 161 |
| APÊNDICE B – DAP, altura total e quantidade de nós por fuste do povoamento analisado no estudo de caso 2. | 162 |
| APÊNDICE C – Frequência e altura total estimada por centro de classe do povoamento analisado no estudo de caso 3. | 166 |
| APÊNDICE D – Panorama geral dos métodos de solução implementados. | 167 |
| APÊNDICE E – Padrões de corte gerados por centro de classe utilizando a PD no estudo de caso 1. | 168 |
| APÊNDICE F – Resultados gerais obtidos via PD para os dados analisados no estudo de caso 2. | 169 |
| APÊNDICE G – Padrões de corte ótimos dos fustes analisados no estudo de caso 2. | 174 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|----------------|--|
| 1D-PCE | Problema de Corte e Empacotamento de uma Dimensão |
| AG | Algoritmo Genético |
| <i>B&B</i> | <i>Branch-and-bound</i> |
| BT | Busca Tabu |
| C.C. | Centro de Classe |
| <i>d</i> | Diâmetro |
| D | Descarte |
| DAP | Diâmetro à Altura do Peito |
| DPD | Desvio Padrão das Diferenças |
| dpf | Diâmetro da ponta fina |
| DM | Desvio Médio |
| d_{\max} | Diâmetro máximo |
| d_{\min} | Diâmetro mínimo |
| FO | Função Objetivo |
| Freq. | Frequência |
| GOS | <i>German Operations Research Society</i> |
| GRASP | <i>Greedy Randomized Adaptive Search Procedure</i> |
| Qtd. | Quantidade |
| <i>H</i> | Altura total |
| HBI | Heurística de Busca Intensiva |
| <i>Hd</i> | Altura dominante |
| H_i | Altura relativa |
| I | Idade |
| IDE | <i>Integrated Development Environment</i> |
| ILS | Iterated Local Search |
| INFORMS | <i>Institute for Operations Research and the Management Sciences</i> |
| IP-BUCK | <i>Bucking with Internal Properties</i> |
| MD | Média das Diferenças absolutas |
| <i>Ln</i> | Logaritmo neperiano |
| LRC | Lista Restrita de Candidatos |
| m^3 | Metro cúbico |

| | |
|------------------------|---|
| Min | Minutos |
| Nº | Número |
| n.e. | Não especificado |
| num. | Numerosos |
| NP | <i>Nondeterministic Polynomial time</i> |
| NPC | Número de Padrões de Corte |
| P | <i>Polynomial time</i> |
| PCE | Problema de Corte e Empacotamento; |
| PD | Programação Dinâmica |
| p.i. | Pouco importantes |
| PL | Programação Linear |
| PLI | Programação Linear Inteira |
| PM | Primeira Melhora |
| p.n. | Pouco numerosos |
| PNL | Programação Não-Linear |
| PO | Pesquisa Operacional; |
| PPL | Problemas de Programação Linear |
| PRV | Problema do Roteamento de Veículos |
| POSF | Problema de Otimização do Sortimento Florestal |
| Qtd | Quantidade |
| r_{YY}^{\wedge} | Coeficiente de correlação amostral |
| R ² | Coeficiente de determinação |
| Reg. | Áreas de regeneração |
| RH | matriz Relação Hipsométrica |
| S | Índice de local ou desvio padrão amostral |
| s | Segundos |
| SA | <i>Simulated Annealing</i> |
| SOBRAPO | Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional |
| Sort. | Sortimento |
| S _Y | Erro padrão |
| S_{YY}^{\wedge} | Erro padrão da regressão ou erro padrão da estimativa |
| $S_{YY}^{\wedge} (\%)$ | Erro padrão da regressão em % |
| UPA | Unidade de Produção Anual |

| | |
|-----|------------------------|
| V | Volume |
| VB | Visual Basic |
| VPL | Valor Presente Líquido |

SUMÁRIO

| | |
|---|----|
| 1. INTRODUÇÃO..... | 19 |
| 1.1. Objetivos..... | 21 |
| 1.1.1. Objetivo geral | 21 |
| 1.1.2. Objetivos específicos | 21 |
| 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 23 |
| 2.1. Relação hipsométrica..... | 23 |
| 2.2. Modelos de afilamento | 25 |
| 2.3. Medidas estatísticas..... | 28 |
| 2.4. Qualidade da madeira | 29 |
| 2.4.1. Classificação qualitativa dos fustes e das toras | 31 |
| 2.5. Pesquisa Operacional (PO) | 35 |
| 2.6. Problemas do tipo corte e empacotamento | 37 |
| 2.7. O Problema de Otimização do Sortimento Florestal (POSF) | 39 |
| 2.7.1. Categorização do problema | 41 |
| 2.8. Programação matemática | 42 |
| 2.9. Resolução do POSF por meio da PLI..... | 44 |
| 2.9.1. Trabalhos relacionados | 44 |
| 2.9.2. Modelos matemáticos | 47 |
| 2.9.2.1. Problema da mochila inteira..... | 47 |
| 2.9.2.2. Múltiplas mochilas com itens limitados | 49 |
| 2.9.2.3. Modelo utilizado por Menon (2005) e Campos et al. (2013) | 50 |
| 2.9.2.4. Modelo de Santana (2013)..... | 51 |
| 2.10. Estratégias de otimização | 53 |
| 2.10.1. Estratégia gulosa..... | 53 |
| 2.10.2. Programação Dinâmica (PD) | 54 |
| 2.10.3. Otimização em redes | 57 |
| 2.10.4. Heurísticas e meta-heurísticas..... | 61 |

| | |
|---|-----|
| 2.10.4.1. Trabalhos relacionados | 62 |
| 2.10.4.2. <i>Iterated Local Search</i> (ILS) | 65 |
| 2.10.4.3. <i>Greedy Randomized Adaptive Search</i> (GRASP) | 66 |
| 3. MATERIAIS E MÉTODOS..... | 68 |
| 3.1. Metodologia | 68 |
| 3.1.1. Modelagem do problema | 70 |
| 3.1.2. Geração do arquivo de formato LP do CPLEX..... | 71 |
| 3.1.3. Representação computacional de uma solução | 72 |
| 3.1.4. Estratégia de arredondamento..... | 74 |
| 3.2. Estudos de caso..... | 76 |
| 3.2.1. Estudo de caso 1: <i>bucking-to-value</i> | 76 |
| 3.2.2. Estudo de caso 2: <i>bucking-to-value</i> com classes de qualidade | 77 |
| 3.2.3. Estudo de caso 3: <i>bucking-to-demand</i> | 80 |
| 3.3. POSF no cenário <i>bucking-to-value</i> | 83 |
| 3.3.1. Vizinhança de uma solução | 83 |
| 3.3.2. Heurística de busca local | 84 |
| 3.3.3. Algoritmo guloso..... | 86 |
| 3.3.4. Programação Dinâmica (PD) | 87 |
| 3.3.5. <i>Iterated Local Search</i> (ILS) | 91 |
| 3.3.5.1. Geração da solução inicial | 92 |
| 3.3.5.2. Estratégia de perturbação..... | 93 |
| 3.3.6. <i>Greedy Randomized Adaptive Search</i> (GRASP) | 94 |
| 3.3.6.1. Construção da solução inicial | 95 |
| 3.3.6.2. Busca local | 98 |
| 3.3.7. Heurística de Construção por Partes (HCP)..... | 99 |
| 3.4. POSF no cenário <i>bucking-to-demand</i> | 105 |
| 3.4.1. Vizinhança de uma solução | 106 |
| 3.4.2. Penalização da FO..... | 107 |

| | | |
|--------|--|-----|
| 3.4.3. | Heurística de Busca Intensiva (HBI) | 108 |
| 3.4.4. | Método de solução híbrido | 110 |
| 4. | RESULTADOS E DISCUSSÃO..... | 112 |
| 4.1. | Estudo de caso 1: <i>bucking-to-value</i> | 112 |
| 4.2. | Estudo de caso 2: <i>bucking-to-value</i> com classes de qualidade | 120 |
| 4.3. | Estudo de caso 3: <i>bucking-to-demand</i> | 131 |
| 5. | CONCLUSÕES..... | 137 |
| 6. | REFERÊNCIAS | 139 |
| 7. | APÊNDICE | 161 |

1. INTRODUÇÃO

A demanda por multiprodutos florestais é crescente no mercado internacional (KAYO et al., 2015; BOSTEDT; MUSTONEN; GONG, 2016) e brasileiro (ARETZ, 2014; ANDRADE, 2016). No entanto, incessantemente também é a degradação do solo (ARSENAULT, 2014) e o desflorestamento ao longo do globo nos últimos anos (CHAKRAVARTY, 2012; KEENAN, 2015).

Investimentos em pesquisas relacionadas ao cultivo, colheita, transporte e comercialização da madeira é fundamental para que uma empresa do setor florestal se mantenha competitiva e consiga atender as demandas do mercado consumidor (FOREST INDUSTRY ADVISORY COUNCIL, 2015). Portanto, um planejamento bem elaborado de todas as etapas do sistema de produção é indispensável e deve ser feito com cuidado a fim de assegurar uma produção eficiente e sustentável, atrelada ainda às questões sociais e às políticas públicas ambientais inerentes a área explorada (GHOSH; SINHA, 2016).

Diante deste cenário desafiador, gestores e pesquisadores veem permanentemente investigando novos métodos de solução que consigam de fato otimizar o uso dos recursos florestais. De modo geral, almeja-se o aumento das receitas e/ou a redução dos custos da produção de madeira. Assim, uma maior eficiência na utilização dos recursos produtivos se faz necessária dadas as constantes dificuldades enfrentadas pela economia nacional.

A madeira em tora proveniente dos fustes comerciais das árvores plantadas é a principal fonte de matéria-prima para as indústrias do setor florestal brasileiro (RIBEIRO, 2016). Conseqüentemente, dentre as operações florestais estudadas e propícias à otimização, destaca-se a conversão das árvores em multiprodutos da madeira, atividade de colheita responsável por gerar os produtos finais destinados à comercialização, fonte direta de receita do setor florestal.

Neste caso, a partir de um mesmo fuste, consegue-se extrair madeira, por exemplo, para serraria, laminação, fabricação de papel e celulose, e ainda aproveitar os resíduos para geração de energia. O objetivo é encontrar o melhor aproveitamento na conversão das árvores, agregando maior valor à madeira comercializada (SOARES et al., 2003; GUO et al., 2017; UUSITALO et al., 2018).

A fim de maximizar o valor da árvore colhida e atender às demandas comerciais, a escolha da estratégia de corte mais adequada tem sido sempre o principal objetivo das operações florestais (WANG; LEDOUX; MCNEEL, 2004). Trata-

se de um problema de otimização combinatória a ser resolvido (PUKKALA, 2017). Embora pareça ser uma tarefa simples, há muitas variáveis envolvidas no problema, sendo necessário bastante atenção para conseguir de fato otimizar a produção (ESCH, 2016).

Dessa forma, dentre os problemas florestais ainda em aberto, a determinação do padrão de corte ótimo das árvores sobressai-se por ser um processo complexo que requer atenção quanto à espécie, a qualidade e a forma dos fustes, levando ainda em conta o preço e as características dendrométricas dos produtos comercializados, tudo isso alinhado ao plano de manejo ao qual a floresta foi submetida e às necessidades do mercado consumidor.

É sensato supor que nenhuma árvore deveria ser cortada sem antes saber quantos e quais tipos de produtos poderiam ser obtidos a partir dela, e que um raciocínio semelhante deveria ser aplicado para o povoamento e para a floresta inteira (ARCE, 2000). Contudo, a decisão sobre a estratégia de corte é geralmente uma tarefa executada pelo motosserrista, com base na sua intuição, podendo comprometer a rentabilidade do negócio florestal (ARCE; MACDONAGH; FRIEDL, 2004) e levar a conclusões precipitadas a respeito do valor comercial daquilo que se é produzido (PUKKALA, 2017).

As perdas financeiras decorrentes de escolhas equivocadas de sortimentos representam um dos principais problemas dos sistemas de produção florestal (CHE et al., 1990). Estudos revelaram que essas perdas variam, podendo chegar até a 55% no caso de madeiras nobres (PICKENS; LEE; LYONOPTIMAL, 1992; HAYNES; VISSER, 2004; MONTAGUE et al., 2013). Entretanto, autores como Wang et al. (2007), Akay, Serin e Pak (2015), Pak e Gulci (2017), Akay (2017) e Pukkala (2017) mostraram ser possível evitar tal prejuízo implementando métodos de solução mais aprimorados para encontrar o sortimento ótimo.

Pesquisas por uma solução ótima de sortimento dentre uma explosão combinatória com diversas alternativas fazem parte de uma categoria específica de problemas na área de Pesquisa Operacional (PO) (LIEBERMAN, 2012) conhecida como Problema de Corte e Empacotamento (PCE) (ALVES, 2005; MARTINEZ, 2014; TANIR et al., 2016). Tais problemas possuem elevada complexidade e são considerados difíceis de serem resolvidos computacionalmente, se enquadrando em uma classe geral de problemas conhecida em complexidade de algoritmos como NP-difícil (CORMEN et al., 2012).

Dentre as metodologias tradicionalmente empregadas na literatura para

resolver o Problema de Otimização do Sortimento Florestal (POSF) em nível de árvore individual, a Programação Dinâmica (PD) (MEENAKSHI; RAWAT, 2017) tem sido predominantemente utilizada e, na sequência e em menor grau, a Programação Linear Inteira (PLI) por meio do método *Branch-and-bound (B&B)* (BOBROWSKI, 1994a; ACUNA; MURPHY, 2005).

A metodologia comumente empregada na literatura para resolver o POSF em nível de povoamento e de floresta envolve diferentes algoritmos implementados conjuntamente por meio de um sistema de otimização multinível. Nesse contexto, os métodos de solução normalmente utilizados são: a PD no primeiro nível mais a PLI no segundo nível; ou então um método de solução híbrido envolvendo heurísticas e/ou meta-heurísticas. Apesar de uma grande quantidade de meta-heurísticas já terem sido propostas na literatura, dentre os trabalhos pesquisados, somente três delas foram utilizadas na resolução desse problema, sendo elas: Busca Tabu (BT), Algoritmo Genético (AG) e *Simulated Annealing* (SA).

Carece de trabalhos na literatura que implementem métodos de solução mais modernos para resolver o POSF. Além disso, poucos levam em consideração a qualidade das toras produzidas durante a otimização do sortimento. Ainda permanece a dúvida sobre qual dos métodos de solução existentes é o melhor para encontrar a solução do problema em diferentes cenários possíveis a serem analisados. Pouco se sabe, comparativamente, a respeito da eficiência e da eficácia dos métodos de solução desenvolvidos devido à escassez de pesquisas nesse sentido.

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo geral

O principal objetivo desse trabalho foi modelar matematicamente o POSF, implementar os principais métodos de solução existentes na literatura e propor novos métodos que levem em consideração a qualidade das toras produzidas durante o processo de otimização.

1.1.2. Objetivos específicos

1. Formular um modelo matemático para o POSF que considere a qualidade das

toras e desenvolver uma metodologia de solução multinível capaz de resolver o problema por meio de novos e/ou tradicionais métodos de otimização;

2. Utilizar a PD e a PLI para encontrar as soluções ótimas do problema;
3. Adaptar a estratégia gulosa e as meta-heurísticas *Greedy Randomized Adaptive Search* (GRASP) e *Iterated Local Search* (ILS) para resolverem o POSF;
4. Desenvolver duas novas heurísticas aplicáveis à metodologia de solução multinível proposta no item (1) denominadas aqui de Heurística de Construção por Partes (HCP) e Heurística de Busca Intensiva (HBI);
5. Comparar por meio de três estudos de caso todos os métodos de otimização propostos tomando como referência as soluções exatas obtidas pelos métodos de solução PD e/ou PD + PLI.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Relação hipsométrica

A quantificação dos estoques de madeira que se tem nos povoamentos florestais é de fundamental importância para avaliar a produção e obter informações que permitam elaborar um plano de manejo adequado, visando atender às demandas comerciais. Nesse sentido, os inventários visam informar sobre os recursos florestais existentes em uma determinada área, sendo imprescindíveis às práticas de manejo (COSTA et al., 2006).

Segundo Campos e Leite (2017), inventário florestal trata as informações quantitativas e qualitativas que se devem obter de um povoamento florestal. Sabe-se que a coleta de dados é responsável pela maior parte dos custos de um inventário, estando diretamente relacionada à escolha do método ou ao delineamento de amostragem.

Dentre as variáveis amostrais mensuradas em campo, destacam-se o Diâmetro a Altura do Peito (DAP), a altura, o volume e a qualidade dos fustes das árvores. Alguns modelos estatísticos foram propostos com o intuito de estimar as variáveis altura e volume a partir de um conjunto de dados amostrais colhidos em uma parcela florestal.

Nesse contexto, relação hipsométrica é a relação existente entre a altura e o diâmetro da árvore. Em inventários florestais, a variável diâmetro é medida facilmente para todas as árvores. A altura, porém, é obtida de modo indireto por meio de instrumentos apropriados, gastando-se muito tempo e recursos financeiros para isso. Portanto, é comum a medição do diâmetro de todas as árvores e a altura de somente uma parte delas (BARTOSZECK et al., 2002). Neste caso, pode-se estabelecer por meio dos pares diâmetro-altura mensurados, uma relação estatística que possibilite estimar a altura das demais árvores (THIERSCH et al., 2013; SHARMA; BREIDENBACH, 2015; ÇATAL; CARUS, 2018).

Normalmente, a estimativa da altura é feita a partir da medição do DAP tomado a 1,30 metros de altura do solo. Um fato interessante é que, quanto maior a dificuldade para medir a altura das árvores, como no caso de plantios com maior idade, maior é a economia de recursos no inventário florestal sem que haja, com isso, perda de precisão (SCOLFORO; THIERSCH, 2004). Nesse sentido, Caldeira et al.

(2002) afirmam que a relação hipsométrica é utilizada com muita frequência nos trabalhos de inventário florestal porque possibilita fazê-los de forma mais econômica.

Existem vários fatores que afetam a relação hipsométrica de indivíduos arbóreos. Dentre eles, destacam-se a idade, o espaçamento, a qualidade do local e a posição sociológica da espécie (RIBEIRO et al., 2010; SOUSA et al., 2013). Os modelos mais simples empregam somente a variável independente DAP. Entretanto, segundo Campos e Leite (2017), esse tipo de modelo nem sempre resulta em estimativas precisas, uma vez que a altura das árvores é dependente também da capacidade produtiva do lugar, entre outros fatores.

Devido à idade do povoamento afetar a relação diâmetro-altura, em inventários sucessivos não se deve utilizar a mesma relação hipsométrica e sim refazê-la a partir de novos dados (SCOLFORO; THIERSCH, 2004). Na Tabela 1 é possível visualizar alguns dos principais modelos hipsométricos utilizados na literatura para estimar a altura total (H) das árvores.

Tabela 1 – Modelos hipsométricos.

| Modelo | Relação Hipsométrica |
|---------------|---|
| 1 | $Ln H = \beta_0 + \beta_1 Ln DAP + \varepsilon$ |
| 2 | $H = \beta_0(1 + exp^{\beta_1 - \beta_2 DAP})^{\frac{-1}{\beta_3}} + \varepsilon$ |
| 3 | $H = \beta_0 + \beta_1 DAP + \beta_2 S + \varepsilon$ |
| 4 | $H = \beta_0 + \beta_1 DAP + \beta_2 S \cdot Ln I + \varepsilon$ |
| 5 | $H = \beta_0 + \beta_1 DAP^{-1} + \beta_2 S + \beta_3 Ln I + \varepsilon$ |
| 6 | $H = \beta_0 + \beta_1 S + \beta_2 Ln(I \cdot DAP) + \beta_3 I + \varepsilon$ |
| 7 | $Ln H = \beta_0 + \beta_1 DAP^{-1} + \varepsilon$ |
| 8 | $H = \beta_0 + \beta_1 DAP^{-1} + \beta_2 S + \varepsilon$ |
| 9 | $Ln H = \beta_0 + \beta_1 DAP^{-1} + \beta_2 Ln Hd + \varepsilon$ |
| 10 | $H = \frac{DAP^2}{\beta_0 + \beta_1 DAP + \beta_2 DAP^2} + \varepsilon$ |

Em que: DAP = diâmetro a altura do peito, medido a 1,3 m do solo; H = altura total da árvore; β_i = coeficientes do modelo; Ln = logaritmo neperiano; I = idade; S = índice de local; Hd = altura dominante; ε = erro aleatório.

Fonte: Campos e Leite (2017) adaptado pelo autor.

2.2. Modelos de afilamento

Afilamento, ou simplesmente *taper*, é um termo técnico utilizado no meio florestal para se referir ao perfil do tronco de uma árvore. É definido como sendo a taxa de decréscimo do diâmetro ao longo do fuste, da base em direção ao seu topo. As equações estatísticas que descrevem o afilamento do fuste das árvores são comumente conhecidas na literatura como: equações de afilamento, equações de adelgaçamento, modelos do perfil e funções de forma (SILVA; CORTE; SANQUETA, 2011). As equações de afilamento são extremamente flexíveis e podem prover estimativas do diâmetro em qualquer altura do fuste, assim como do volume total e do volume individual das toras, independente do comprimento e da altura em que seriam retiradas.

Se o formato do tronco das árvores se aproximasse de um sólido geométrico regular, o volume poderia ser estimado a partir das larguras e do comprimento. Contudo, há múltiplos pontos de inflexão ao longo do fuste, resultando em múltiplas formas geométricas com uma descrição matemática bem difícil de se obter. Consequentemente, um grande esforço tem sido feito para modelar equações de afilamento, especialmente para espécies de árvores com maior valor comercial (BURKHART; TOMÉ, 2012). O grau de precisão na obtenção das estimativas de afilamento varia, dependendo do modelo utilizado e do formato do tronco. Ou seja, cada modelo descreve melhor a forma de uma determinada espécie, crescendo em um determinado local e sob condições ambientais específicas (ASSIS, 2000).

Existem diversos modelos na literatura que expressam o afilamento das árvores, assim como diferentes formas de classificá-los. Segundo Campos e Leite (2017), para simplificar e obter uma melhor compreensão da estrutura dos modelos, eles devem ser agrupados em dois tipos gerais: modelos simples (não-segmentados) e modelos segmentados.

Modelos simples são aqueles em que uma única função representa a forma do fuste desde a base até o ápice. São fáceis de ajustar e integram-se com facilidade, o que permite transformá-los em equações de volume. São exemplos os modelos de Kozak et al. (1969), Demaerschalk (1972) e Ormerod (1973).

Por outro lado, os modelos segmentados são um pouco mais difíceis de trabalhar e constituem uma variação dos modelos polinomiais, sendo ajustados por seções do fuste. Como exemplo, tem-se os modelos de Max e Burkhart (1976),

Demaerschalk e Kozak (1977) e Parresol et al. (1987).

No Brasil, dentre os trabalhos que avaliam vários modelos de afilamento, somente 20% deles dão destaque aos modelos classificados como segmentados. Em contrapartida, 20% de todos os trabalhos pesquisados inferem destaque ao modelo de Schöpfer (1966) e outros 20% ao modelo de Garay (1979), ambos modelos simples (ANDRADE; SCHIMITT, 2017).

Os modelos de afilamento utilizados nessa pesquisa são todos simples. É válido mencionar ainda que todos os diâmetros (d_i) foram estimados isoladamente, embora sejam apresentados em sua forma original na Tabela 2. Para obter mais informações a respeito das funções que estimam o diâmetro (d_i), a altura (h_i) e o volume (V_i) de cada um desses modelos consulte Laar e Akça (2007) e Campos e Leite (2017).

Tabela 2 – Modelos de afilamento.

| Modelo | Equação de afilamento | Autor |
|--------|---|---------------------------------|
| 1 | $\left(\frac{d_i}{DAP}\right)^2 = \left(\frac{H - h_i}{H - 1,3}\right)^{2\beta_1} + \varepsilon$ | Ormerod (1973) |
| 2 | $\left(\frac{d_i}{DAP}\right)^2 = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{H}\right) + \beta_2 \left(\frac{h_i}{H}\right)^2 + \varepsilon$ | Kozak et al. (1969) |
| 3 | $\left(\frac{d_i}{DAP}\right) = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{H}\right) + \beta_2 \left(\frac{h_i}{H}\right)^2 + \beta_3 \left(\frac{h_i}{H}\right)^3 + \beta_5 \left(\frac{h_i}{H}\right)^4 + \beta_5 \left(\frac{h_i}{H}\right)^5 + \varepsilon$ | Schoepfer (1966) |
| 4 | $\left(\frac{d_i}{DAP}\right)^2 = 10^{2\beta_0} DAP^{(2\beta_1-2)} H^{2\beta_2} (H - h_i)^{2\beta_3} + \varepsilon$ | Demaerschalk (1972) |
| 5 | $\left(\frac{d_i}{DAP}\right)^2 = \beta_0 + \beta_1 \sqrt{\frac{h_i}{H}} + \beta_2 \frac{h_i}{H} + \varepsilon$ | Garcia et al. (1993) |
| 6 | $\left(\frac{d_i}{DAP}\right) = \beta_0 \left(1 + \beta_1 \ln(1 - \beta_2 h_i^{\beta_3} H^{-\beta_3})\right) + \varepsilon$ | Garay (1979) |
| 7 | $\left(\frac{d_i}{DAP}\right) = \beta_0 + \beta_1 \ln\left(1 - \left(1 - \exp\left(\frac{-\beta_0}{\beta_1}\right)\right) \frac{h_i^{1/3}}{H^{1/3}}\right) + \varepsilon$ | Baldwin e Feduccia (1991) |
| 8 | $d_i = \beta_1 DAP^{\beta_2} \left(1 - \frac{h_i}{H}\right)^{\beta_3 \left(\frac{h_i}{H}\right)^2 + \beta_4 \left(\frac{h_i}{H}\right) + \beta_5} + \varepsilon$ | Lee et al. (2003) |

Em que: d_i = diâmetro estimado na altura h_i ; DAP = diâmetro a altura do peito, medido a 1,3 m do solo; h_i = altura i ao longo do fuste; H = altura total da árvore; β_i = coeficientes do modelo; Ln = logaritmo neperiano; exp = número de Euler elevado a um expoente; ε = erro aleatório.

Fonte: Laar e Akça (2007) e Campos e Leite (2017) adaptado pelo autor.

A equação que permite estimar o volume é obtida a partir da integral, caso exista, do modelo de afilamento entre quaisquer alturas ao longo do fuste. Ou seja, para se chegar às estimativas do volume, é preciso que o modelo seja analiticamente integrável. Dessa forma, as equações utilizadas para estimar o volume por meio dos modelos apresentados na Tabela 2 são (SOUZA et al., 2008a; FAVALESSA et al., 2012; CAMPOS; LEITE, 2017; MÔRA et al., 2014):

Ormerod (1973):

$$\hat{V} = \frac{\Pi}{40000} DAP^2 \left(\frac{1}{H - 1,3} \right)^{2\beta_1} \left[\frac{(H - h_1)^{2\beta_1+1} - (H - h_2)^{2\beta_1+1}}{2\beta_1 + 1} \right]$$

Kozak et al. (1969):

$$\hat{V} = \frac{\Pi}{40000} DAP^2 \left[\beta_0(h_2 - h_1) + \frac{\beta_1}{2H}(h_2^2 - h_1^2) + \frac{\beta_2}{3H^2}(h_2^3 - h_1^3) \right]$$

Schoepfer (1966) ou Polinômio de Quinto Grau:

$$\hat{V} = K DAP^2 \left[c_0^2 h_i + c_0 c_1 h_i^2 + \left(\frac{2}{3} c_0 c_2 + \frac{1}{3} c_1^2 \right) h_i^3 + \left(\frac{1}{2} c_0 c_3 + \frac{1}{2} c_1 c_2 \right) h_i^4 + \right. \\ \left. \left(\frac{2}{5} c_0 c_4 + \frac{2}{5} c_1 c_3 + \frac{1}{5} c_2^2 \right) h_i^5 + \left(\frac{1}{3} c_0 c_5 + \frac{1}{3} c_1 c_4 + \frac{1}{3} c_2 c_3 \right) h_i^6 + \left(\frac{2}{7} c_1 c_5 + \frac{2}{7} c_2 c_4 + \right. \right. \\ \left. \left. \frac{1}{7} c_3^2 \right) h_i^7 + \left(\frac{1}{4} c_2 c_5 + \frac{1}{4} c_3 c_4 \right) h_i^8 + \left(\frac{2}{9} c_3 c_5 + \frac{1}{9} c_4^2 \right) h_i^9 + \frac{1}{5} c_4 c_5 h_i^{10} + \frac{1}{11} c_5^2 h_i^{11} \right]_{h_1}^{h_2}$$

Em que:

$$K = \frac{\Pi}{40000}; c_0 = \beta_0; c_1 = \frac{\beta_1}{H^1}; c_2 = \frac{\beta_2}{H^2}; c_3 = \frac{\beta_3}{H^3}; c_4 = \frac{\beta_4}{H^4}; c_5 = \frac{\beta_5}{H^5};$$

Demaerschalk (1972):

$$\hat{V} = \frac{\Pi}{40000} 10^{2\beta_0} DAP^{2\beta_1} H^{2\beta_2} \left[\frac{(H - h_1)^{2\beta_3+1} - (H - h_2)^{2\beta_3+1}}{2\beta_3 + 1} \right]$$

Garcia et al. (1993):

$$\hat{V} = \frac{\Pi}{40000} DAP^2 \left[\beta_0(h_2 - h_1) + \frac{2\beta_1}{3H^{1/2}}(h_2^{3/2} - h_1^{3/2}) + \frac{\beta_2}{2H}(h_2^2 - h_1^2) \right]$$

Baldwin e Feduccia (1991):

$$\hat{V} = \frac{\pi}{40000} DAP^2 H \left[\beta_0^2 \frac{(h_2 - h_1)}{H} + 2\beta_0\beta_1 \frac{3}{t^3} \left(a(p_x - q_x \ln a) - b(p_y - q_y \ln b) \right) - \beta_1^2 \frac{3}{t^3} \left(aq_x(\ln a)^2 - 2ap_x \ln a + 2ar_x - bq_y(\ln b)^2 + 2bp_y \ln b - 2br_y \right) \right]$$

Em que:

$$t = 1 - \exp\left(\frac{-\beta_0}{\beta_1}\right); \quad c = \frac{1}{3}; \quad a = 1 - t\left(\frac{h_2}{H}\right)^c; \quad b = 1 - t\left(\frac{h_1}{H}\right)^c;$$

$$p_x = 1 - \frac{a}{2} + \frac{a^2}{9}; \quad p_y = 1 - \frac{b}{2} + \frac{b^2}{9}; \quad q_x = 1 - a + \frac{a^2}{3}; \quad q_y = 1 - b + \frac{b^2}{3};$$

$$r_x = 1 - \frac{a}{4} + \frac{a^2}{27}; \quad r_y = 1 - \frac{b}{4} + \frac{b^2}{27};$$

Não existe uma expressão analítica para estimar o volume pelos modelos de Garay (1979) e Lee et al. (2003). Entretanto, é possível chegar a um volume aproximado empregando métodos aproximativos, como o de Smalian e o de Huber (CAMPOS; LEITE, 2017; COSTA et al., 2016). Um procedimento comumente utilizado na literatura para estimar o volume a partir de equações de afilamento analiticamente não integráveis sugere que o fuste de cada árvore seja dividido em seções em torno de 1,0 metro e a fórmula de Smalian seja utilizada para calcular o volume de cada seção. Nesse caso, o volume total estimado pelo modelo é resultante da soma do volume dessas seções (LEITE et al., 2006; LI et al., 2012; COSTA et al., 2016). Todavia, Campos e Leite (2017) entendem que, quanto menor a seção, maior a precisão do volume.

2.3. Medidas estatísticas

Diferentes critérios estatísticos podem ser empregues para avaliar os modelos estatísticos e os métodos de otimização, dentre eles: erro padrão (S_Y), erro padrão da regressão (S_{YY}^{\wedge}), erro padrão da regressão em % ($S_{YY}^{\wedge}(\%)$), coeficiente de correlação amostral (r_{YY}^{\wedge}), Desvio Médio (DM), Média das Diferenças absolutas (MD) e Desvio Padrão das Diferenças (DPD). Por meio desses, é possível determinar os modelos e os métodos de solução que erram menos. Os estimadores dos critérios estatísticos citados são mostrados na Tabela 3.

Tabela 3 – Medidas estatísticas.

| Critério | Estimador |
|---|---|
| Erro padrão (S_Y) | $S_Y = \frac{S}{\sqrt{n}}$ |
| Erro padrão da regressão ($S_{Y\hat{Y}}$) | $S_{Y\hat{Y}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-p}}$ |
| Erro padrão da regressão em % ($S_{Y\hat{Y}}(\%)$) | $S_{Y\hat{Y}}(\%) = 100 * \frac{S_{Y\hat{Y}}}{\left(\frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n}\right)}$ |
| Coefficiente de correlação amostral (r_{yy}) | $r_{yy} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})(\hat{Y}_i - \bar{\hat{Y}})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{\hat{Y}})^2}}$ |
| Desvio Médio (DM) ¹ | $DM = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i}{n}$ |
| Média das diferenças absolutas (MD) | $MD = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - \hat{Y}_i }{n}$ |
| Desvio padrão das diferenças (DPD) | $DPD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)\right)^2}{n}}{n-p}}$ |

¹ Também conhecido viés ou do inglês *bias*;

Em que: S = desvio padrão amostral; Y_i = valor observado; \hat{Y}_i = valor estimado; n = número de observações Y_i ; p = número de parâmetros de cada modelo.

Fonte: Silva et al. (2012a), Silva et al. (2012b) e Santos et al. (2016) adaptado pelo autor.

2.4. Qualidade da madeira

Embora muito utilizado, o termo qualidade da madeira é complexo para ser definido e a percepção do que se constitui qualidade pode variar entre os diferentes

setores florestais (MACDONALD; HUBERT, 2002). Qualidade, segundo Vasconcelos et al. (2009), se refere à adequação da madeira para um determinado uso, ou a sua capacidade para atender os requisitos necessários para a fabricação de um determinado produto. Nigoski (2005) ressalta que a qualidade da madeira só pode ser definida com base nos atributos que a fazem valiosa para um determinado uso final.

Amorim et al. (2013), por sua vez, se refere à qualidade da madeira como sendo a combinação de propriedades físicas, químicas, anatômicas e estruturais da árvore ou de suas partes que levam a um máximo aproveitamento e uma melhor aplicabilidade para determinado fim. Assim, dependendo da utilização da madeira, diversas características podem ser levadas em consideração para a determinação de sua qualidade.

Punches (2004) exemplifica o que está sendo abordado até então da seguinte maneira. Se o objetivo for qualificar a madeira para utilização em estruturas, informações como resistência, dureza e estabilidade dimensional seriam consideradas. Entretanto, se a utilização da madeira estiver direcionada para projetos arquitetônicos, a determinação de padrões de grã específicos ou cor seriam as características avaliadas. Para a indústria de papel e celulose, a qualidade da madeira poderia associar-se às dimensões das fibras, densidade e a avaliação de componentes químicos como celulose e lignina.

Os fustes podem assumir as mais variadas formas, desde aquelas perfeitamente assimiláveis a uma figura geométrica como as coníferas, até aquelas totalmente irregulares, não comparáveis a quaisquer tipos geométricos, como as árvores tortuosas típicas do cerrado (MACHADO; FIGUEIREDO FILHO, 2003). Quanto mais retilíneo for o fuste e sem evidências de nós e protuberâncias, melhor a qualidade dos produtos que dele podem ser extraídos. Evidentemente, as serrarias pagam mais por toras de melhor qualidade.

Para Hochhein e Maritn (1993), a qualidade das toras influencia o processo produtivo das serrarias porque todas as decisões de corte são tomadas em função da qualidade visual que elas apresentam, com consequências sobre o rendimento e a velocidade do fluxo dos produtos produzidos.

Burger e Richter (1991) consideram como defeito qualquer tipo de anomalia ou estruturas normais que possam desvalorizar, prejudicar, limitar ou impedir o aproveitamento da madeira nas serrarias. Nesse sentido, os principais fatores que afetam a qualidade de uma tora são: presença de nós, bolsas de resina, tortuosidade e conicidade. Sabe-se, por exemplo, que toras de formatos irregulares ou mais

tortuosas são geradoras de maior quantidade de resíduos. Esse tipo de defeito reduz tanto o aproveitamento longitudinal como transversal, conduzindo à obtenção de produtos menores (MURARA JUNIOR, 2005).

2.4.1. Classificação qualitativa dos fustes e das toras

Uma das grandes dificuldades do manejo florestal e, em especial da avaliação econômica de povoamentos florestais, reside na inexistência de tabelas de sortimento apropriadas que possibilitem determinações rápidas do estoque de madeira para diferentes tipos de aproveitamento. Por isso, muitos pesquisadores tem se empenhado em classificar os fustes segundo sua qualidade, dimensões e possibilidades de utilização, garantindo, além de uma classificação física, uma melhor remuneração da madeira comercializada (SCHNEIDER et al., 1996; SOUZA et al., 2008b; BOSELA et al., 2016).

Segundo Mendonça (2006), a importância em estimar os volumes dos fustes segundo classes de qualidade se deve ao fato do valor da madeira está diretamente relacionado a qualidade dos fustes. Portanto, a qualificação dos fustes é fundamental para estabelecer informações detalhadas e significativas sobre o que, como, quando e onde cortar. Isso proporciona redução dos custos operacionais e aumento dos rendimentos econômicos. Essa classificação é normalmente feita na floresta, onde um técnico treinado classifica os fustes de acordo com as classes de qualidade definidas a priori, baseadas nos requisitos de qualidade necessários para os produtos comercializados.

Foram encontradas na literatura várias maneiras de classificar as árvores em função de suas características qualitativas. Dentre tais características, destacam-se: a forma do fuste, espécie, idade, utilização, estado fitossanitário e classe de copa. A seguir, são apresentadas algumas das classificações encontradas dando prioridade àquelas que levam em consideração o formato e a presença de anomalias que possam desvalorizar os fustes e/ou as toras retiradas dele.

Primeiramente é apresentada a classificação de Jankauskis (1979), na qual os indivíduos são analisados segundo sua retidão, a presença ou não de galhos e a viabilidade comercial. A descrição completa dessa classificação é mostrada na Tabela 4. CERON et al. (2011) e Souza et al. (2016) são dois exemplos de trabalhos que utilizam essa metodologia para classificar os fustes.

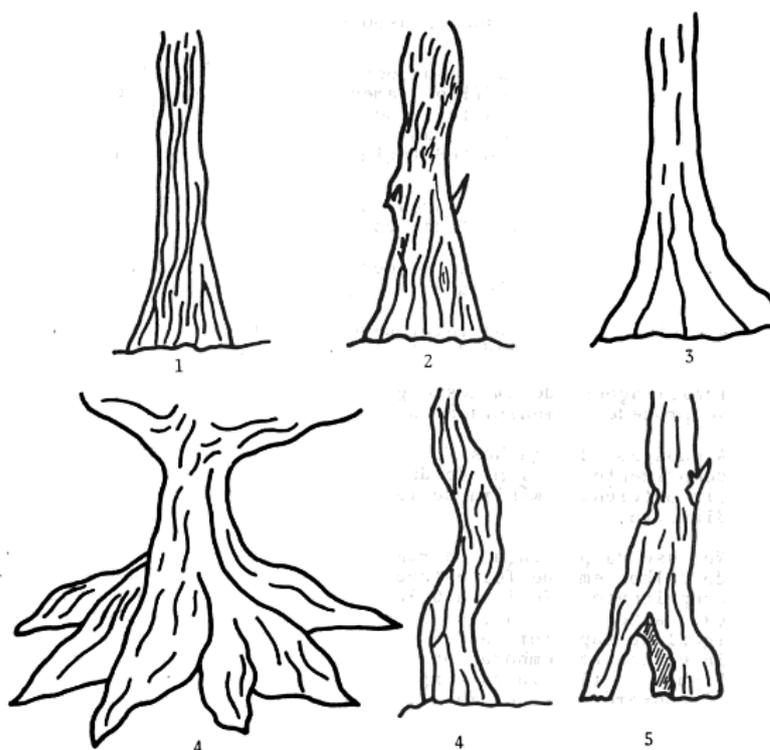
Tabela 4 – Critério para classificação qualitativa dos fustes segundo Jankauskis (1979).

| Código | Descrição |
|---------------|--|
| 1 | Fuste reto, sem galhos laterais, copa bem definida, tipicamente comercial |
| 2 | Fuste reto, com galhos laterais, mas aproveitável comercialmente |
| 3 | Alguma tortuosidade, sem galhos laterais e aproveitamento comercial parcial |
| 4 | Fuste tortuoso, com galhos laterais e pouco aproveitável comercialmente |
| 5 | Tortuoso ou defeituoso, com galhos laterais e praticamente sem uso comercial |

Fonte: Jankauskis (1979).

Felfili et al. (1984) faz uma classificação qualitativa dos fustes com base nas exigências para aproveitamento industrial na região norte do estado do Mato Grosso. Segundo os autores, os fustes podem apresentar-se de diferentes formas (vide Figura 1) e sua classificação pode ser feita mediante esses formatos, como mostra a Tabela 5. Neste caso, os fustes classificados como 1, 2 e 3 são utilizados para serraria e os classificados como 4 e 5 não têm utilização sendo, portanto, resíduos.

Figura 1 – Tronco de uma conífera totalmente depreciado pela liberação das tensões de crescimento.



Fonte: Felfili et al. (1984).

Tabela 5 – Critério para classificação dos fustes adotado por Felfili et al. (1984).

| Código | Descrição |
|---------------|---|
| 1 | Fuste reto, sem evidências de nós, protuberâncias etc |
| 2 | Fuste reto, com nós, protuberâncias, galhos, arqueamento etc |
| 3 | Fuste utilizável, com presença de sapopemas ou raízes tubulares |
| 4 | Fuste sem condições de aproveitamento, com presença de sapopemas ou raízes tubulares muito pronunciadas |
| 5 | Fuste com apodrecimento, partes ocas à vista ou mortas |

Fonte: Felfili et al. (1984).

Em relação à medição e classificação de toras de madeiras, encontra-se na literatura a Norma para Classificação de Madeira Serrada de Folhosas, elaborada pelo Instituto Brasileiro de Desenvolvimento Florestal (IBDF, 1984) com a participação de entidades governamentais, associação de comércio e indústria de madeira, entidades importadoras internacionais, entre outras. Segundo PUCCINI (2002), a classificação apresentada na norma tem como objetivo determinar a qualidade de uma peça de madeira definida em função da classe a qual pertence.

Para que se tenha uma avaliação completa das toras, é preciso que sejam medidos o volume, achatamento, conicidade, encurvamento, inclinação da grã, rachadura de superfície, nós e protuberâncias, entre outros. Em relação à forma e à sua superfície rolante, as toras podem ser classificadas em uma das seguintes classes: superior (SU), primeira classe (I), segunda classe (II), terceira classe (III) e quarta classe (IV) (IBDF, 1984). As Tabelas 6 e 7 especificam as medidas dos critérios adotados para cada uma dessas classes. Foram encontrados na literatura vários trabalhos que utilizaram as normas estabelecidas pela IBDF para classificar os fustes e as toras. Dentre eles, destacam-se Monterio (2011), Garcia et al. (2012), Monteiro et al. (2013) e Carvalho (2016).

Tabela 6 – Critério utilizado pelo IBDF (1984) para classificação das toras quanto a sua forma.

| Item | Classes | | | | |
|--------------|----------------|----------|-----------|------------|-----------|
| | SU | I | II | III | IV |
| Achatamento | ≥90% | ≥80% | ≥70% | ≥60% | n.e. |
| Conicidade | ≤3% | ≤3% | ≤4% | n.e. | n.e. |
| Encurvamento | ≤5% | ≤5% | ≤8% | ≤8% | n.e. |
| Sapopemas | ≤10% | ≤10% | ≤20% | n.e. | n.e. |

Em que: n.e. = não especificado.

Fonte: IBDF (1984, p.36) e Nassur et al. (2013) adaptado pelo autor.

Tabela 7 – Critérios para classificação das toras quanto a sua superfície rolante.

| Item | Classes | | | | |
|--------------------------|------------|------------|------------|------|------|
| | SU | I | II | III | IV |
| Pequenos defeitos | p.n.; p.i. | p.n.; p.i. | num.; p.i. | n.e. | n.e. |
| Inclinação da grã | ≤3% | ≤3% | ≤10% | ≤20% | n.e. |
| Rachaduras de superfície | ≤5% | ≤10% | ≤20% | ≤30% | ≤40% |
| Nós e protuberâncias | ≤3% | ≤3% | ≤6% | ≤10% | ≤15% |

Em que: p.n. = pouco numerosos; p.i. = pouco importantes; num. = numerosos; n.e. = não especificado.

Fonte: IBDF (1984, p.37) e Nassur et al. (2013) adaptado pelo autor.

Mendonça et al. (2008) faz uma classificação em nível de inventário mais simples e prática levando em consideração somente a tortuosidade e o número de nós para categorizar as toras quanto a sua qualidade. Devido às dificuldades em quantificar a tortuosidade de uma árvore em pé, essa característica é aferida como uma variável binária, ou seja, presente ou ausente. Os nós mortos, vivos, ou com os galhos correspondentes devem ser simplesmente contados ao longo do fuste. Nesse caso, conforme se expõe na Tabela 8, as toras foram classificadas em quatro classes de qualidade: alta qualidade (1), média qualidade (2), baixa qualidade (3) e descarte (D).

Tabela 8 – Classe de qualidade das toras segundo a tortuosidade e a presença de nós.

| dpf (cm) | Tortuosidade | Presença de nós | | | |
|----------|--------------|-----------------|------------|------------|------------|
| | | Sem nós | < 1 em 2 m | < 1 em 1 m | ≥ 1 em 1 m |
| 28 a 30 | Sim | D | D | D | D |
| | Não | 2 | 3 | D | D |
| 30 a 35 | Sim | 3 | D | D | D |
| | Não | 1 | 2 | 3 | D |
| 35 a 40 | Sim | 2 | 3 | D | D |
| | Não | 1 | 2 | 3 | D |
| > 40 | Sim | 1 | 2 | 3 | D |
| | Não | 1 | 1 | 2 | D |

Em que: dpf = diâmetro da ponta fina; D = descarte.

Fonte: Mendonça et al. (2008, p. 249).

2.5. Pesquisa Operacional (PO)

A PO norteia uma área do conhecimento que consiste no desenvolvimento de diferentes métodos científicos para sistemas de grande complexidade com a finalidade de prever resultados e comparar estratégias alternativas (CARDOSO, 2011). O objetivo é dar suporte às tomadas de decisão.

O russo Leonid Kantorovich é considerado um dos precursores da PO com seu trabalho desenvolvido em 1939 e intitulado “Métodos matemáticos na organização e no planejamento da produção”. O autor basicamente expõe de forma rigorosa um problema de Programação Linear (PL). Contudo, naquela época a PO ainda não tinha seu devido reconhecimento (LEAL, 2015).

Diante de seu caráter multidisciplinar, atualmente a PO é estudada em diferentes áreas, pelos mais diversos cursos de graduação e de pós-graduação. Ela pode ser aplicada em diferentes setores da economia, sendo utilizada essencialmente para otimizar recursos, sejam eles de caráter humano, físico ou financeiro. Desse modo, a PO é encontrada em um conjunto diversificado de disciplinas como Teoria dos Jogos, Teoria das Filas, PL, Projeto e Análise de Algoritmos, Mineração de Dados, Fluxo em Redes, entre outras.

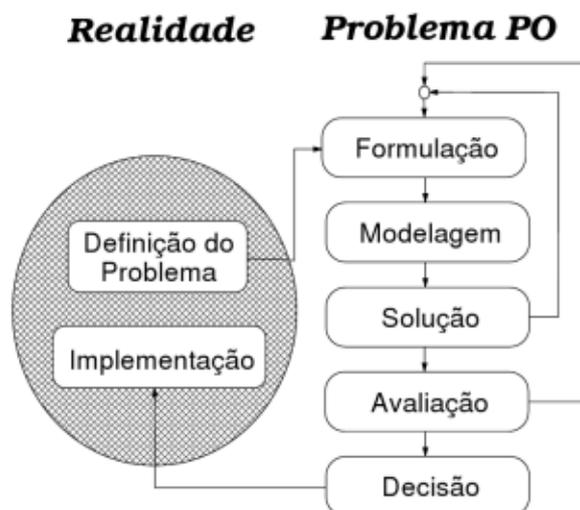
Em meio às aplicações mais comuns, a PO pode ser utilizada, por exemplo, para otimizar o volume de compra que resulte em um menor custo de estoque, otimizar o espaço de uma loja com diversos departamentos e alocar eficientemente funcionários em diferentes turnos de trabalho em uma fábrica.

Atualmente, existem várias sociedades científicas em diversos países que agregam pessoas e entidades interessadas na teoria e prática da PO. Destacam-se: o *Institute for Operations Research and the Management Sciences* (INFORMS) nos Estados Unidos, o *German Operations Research Society* (GOS) na Alemanha e a Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional (SOBRAPO) no Brasil (ARENALES et al., 2007). Alguns autores denominam a PO como “ciência e tecnologia de decisão” (SHAPIRO, 2006). Para isso, atribui-se o fato dela estar relacionada a modelagem de problemas de decisão, a diferentes métodos que tornam possível encontrar a solução, e aos meios tecnológicos (computadores e programas) responsáveis por processar e manipular os dados do problema.

Segundo Marins (2011), de forma simplificada, para a resolução de um

problema pode-se subdividir a PO em cinco etapas esquemáticas: (1) formulação do problema, (2) construção de um modelo matemático que representa o sistema, (3) obtenção da solução através de um procedimento matemático ou algorítmico, (4) avaliação do modelo de modo a testá-lo e validá-lo e, por último, (5) operacionalização da solução final encontrada. Essas etapas podem ser visualizadas taticamente na Figura 2.

Figura 2 – Esquemática das etapas para o desenvolvimento da PO.



Fonte: Cardoso (2011).

Em ciências florestais, a PO é frequentemente encontrada no desenvolvimento de pesquisas nas mais variadas sub-áreas do conhecimento. Dentre às aplicações práticas, inclui-se, por exemplo, a otimização do planejamento florestal a fim de encontrar a melhor alternativa de manejo (PALMA; NELSON, 2010; KOROSUO et al., 2014; TOHRU; HIDESATO; MATSUMOTO, 2016), encontrar a melhor rota para o transporte da madeira (SAFIAH; RODZIAH, 2010; VELIZ et al., 2014; PARSAKHOO, 2016), alocar Unidades de Produção Anual (UPA) de modo a minimizar a distância média de arraste (STRIMBU; INNES; STRIMBU, 2010; ZENGIN et al., 2015), otimizar a produção de madeira com restrições relativas às políticas públicas ambientais (HOGANSON; MEYER, 2015; PEURA et al., 2016) e descobrir o regime de desbaste mais apropriado para um povoamento florestal (YOSHIMOTO; MARUŠÁK, 2007; MORIGUCHI; UEKI; SAITO, 2015; PUKKALA; LÄHDE; LAIHO, 2015).

Um mapeamento mais completo sobre os desafios florestais para a PO pode ser encontrado em Rönqvist et al. (2015). Os autores fazem uma síntese dos

problemas florestais já resolvidos e dos que ainda estão em aberto. Bare e Weintraub (2015) fazem ainda um breve levantamento histórico dos sistemas de análise desenvolvidos para a gestão dos recursos florestais.

2.6. Problemas do tipo corte e empacotamento

Problemas do tipo corte e empacotamento são, em geral, problemas clássicos de otimização combinatória que buscam determinar o arranjo ótimo de unidades menores (itens) dentro de unidades maiores (objetos) satisfazendo a determinadas restrições. Dependendo do objeto (barra, placa, caixa, dentre outros) têm-se problemas unidimensionais, bidimensionais ou tridimensionais (DYCKHOFF; FINKE, 1992).

Cortar unidades maiores em unidades menores ou empacotar unidades menores dentro de unidades maiores são problemas idênticos, considerando que um item cortado de uma certa posição pode ser pensado como alocado àquela posição. Por isso, embora os processos de corte e empacotamento possam ter restrições próprias, os problemas dessa classe são referidos conjuntamente como PCE (ARENALES; MORABITO; YANASSE, 2004).

São exemplos de problemas dos quais muitas indústrias têm de lidar no decorrer do seu processo produtivo. Devido ao potencial das aplicações práticas e às dificuldades para obtenção das soluções, PCE são até hoje extensivamente estudados na literatura, motivando a comunidade científica a desenvolver métodos eficientes que os resolvam (CHERRI et al., 2014). Entretanto, para a maioria dos PCE não é conhecido um método que produza a solução ótima em tempo polinomial (BRANDÃO et al., 2009), sendo considerados, portanto, uma classe de problemas do tipo NP-difícil (GAREY; JOHNSON, 1979).

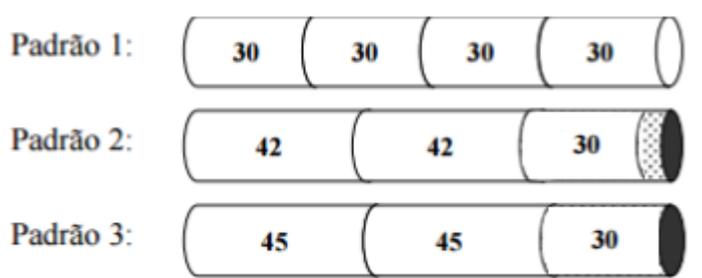
O trabalho de Gilmore e Gomoroy (1961) foi pioneiro no estudo do PCE ao apresentar as dificuldades em formular um modelo de PL para minimizar o custo de corte de diferentes materiais perante um estoque conhecido. Os autores discutiram ainda a dificuldade de se enumerar todos os padrões de corte possíveis, concluindo que a resolução de um Problema de Programação Linear (PPL) com grande número de variáveis é intratável, pelo menos pelo método Simplex utilizado na PL.

A primeira revisão da literatura para essa classe de problemas foi publicada por Sweeney e Paternoster (1992), englobando pesquisas com mais de 400 trabalhos

incluindo livros, artigos, dissertações e teses que surgiram entre os anos de 1961 e 1990. Recentemente, Delorme, Iori e Martello (2016) apresentaram uma revisão atualizada dos PCE englobando os modelos matemáticos propostos e os *softwares* disponíveis. Os autores afirmaram ainda haver um crescente interesse nesses problemas nos últimos 25 anos.

Um exemplo clássico do PCE de uma dimensão (1D-PCE) consiste em minimizar os resíduos ao cortar uma barra metálica com comprimento de 120 cm para a produção de três itens com comprimentos de 30 cm, 42 cm e 45 cm. Por meio da Figura 3 é possível visualizar algumas opções de corte para essa barra de metal. O pedaço pintado é a parte da barra que foi desperdiçado.

Figura 3 – Planos de corte para uma barra metálica de 120 cm.



Fonte: Arenales, Morabito e Yanasse (2004) adaptado pelo autor.

Quanto maior o tamanho da barra e a quantidade de itens diferentes, maior será o problema e, conseqüentemente, mais complexa é a determinação da solução ótima. Problemas relacionados ao planejamento da produção semelhantes a este também são encontrados nas indústrias de papel, vidro, têxtil e madeira.

Ao invés de minimizar os resíduos, o objetivo do problema poderia ser: maximizar o valor da barra metálica (considerando que cada item tenha um valor distinto), maximizar o valor da barra atendendo às demandas comerciais por determinados itens, ou ainda estipular uma quantidade mínima de barras para retirar uma quantidade específica de itens.

O problema é dito bidimensional quando o comprimento e a largura são medidas relevantes para a obtenção da solução, apesar da espessura ainda permanecer constante. Neste caso, devem-se gerar combinações sem que ocorram sobreposições nos planos de corte. Um exemplo típico é a otimização do corte de placas de madeira nas fábricas de móveis com o objetivo de minimizar as perdas com o material cortado (RANGEL; FIGUEIREDO, 2008, PARRA GÁLVEZ, 2014; WENSHU; DAN; JINZHUO 2015).

A ocorrência de um PCE tridimensional depende da utilização das três dimensões (comprimento, largura e altura) para a obtenção da solução do problema. Juízo, Rocha e Bila (2014) e Cunha et al. (2015) são exemplos de trabalhos encontrados na literatura sobre o desdobro tridimensional de fustes. Caso o número de dimensões relevantes seja maior do que três, o problema é dito multidimensional.

2.7. O Problema de Otimização do Sortimento Florestal (POSF)

Os plantios florestais normalmente possuem sua produção direcionada apenas para um determinado tipo de produto, voltada para abastecer uma indústria específica. Contudo, frequentemente as florestas produzem uma variedade maior de produtos, úteis para laminação, serraria e celulose, por exemplo, dos quais nem sempre existe uma demanda localizada e próxima para outorgar-lhes algum tipo de valor (ARCE; MACDONAGH; FRIEDL, 2004).

Ferreira (1999) afirma que em países de tradição florestal, cerca de 95% do volume das árvores colhidas é aproveitado. Desse volume, 16% são destinados para geração de energia, 20% para fabricação de produtos sólidos da madeira, 36% para conservação de fibras em celulose ou chapas de madeira e o restante para a cogeração ou produção de vapor. Nessa perspectiva, segundo Machado et al. (2004), quando uma dada árvore possui diversos usos finais, o seu valor agregado é maior pois alcança preços diferentes no mercado. Além disso, quanto maior for o diâmetro e o comprimento da árvore, maiores serão as dimensões dos produtos resultantes e, conseqüentemente, maiores os preços.

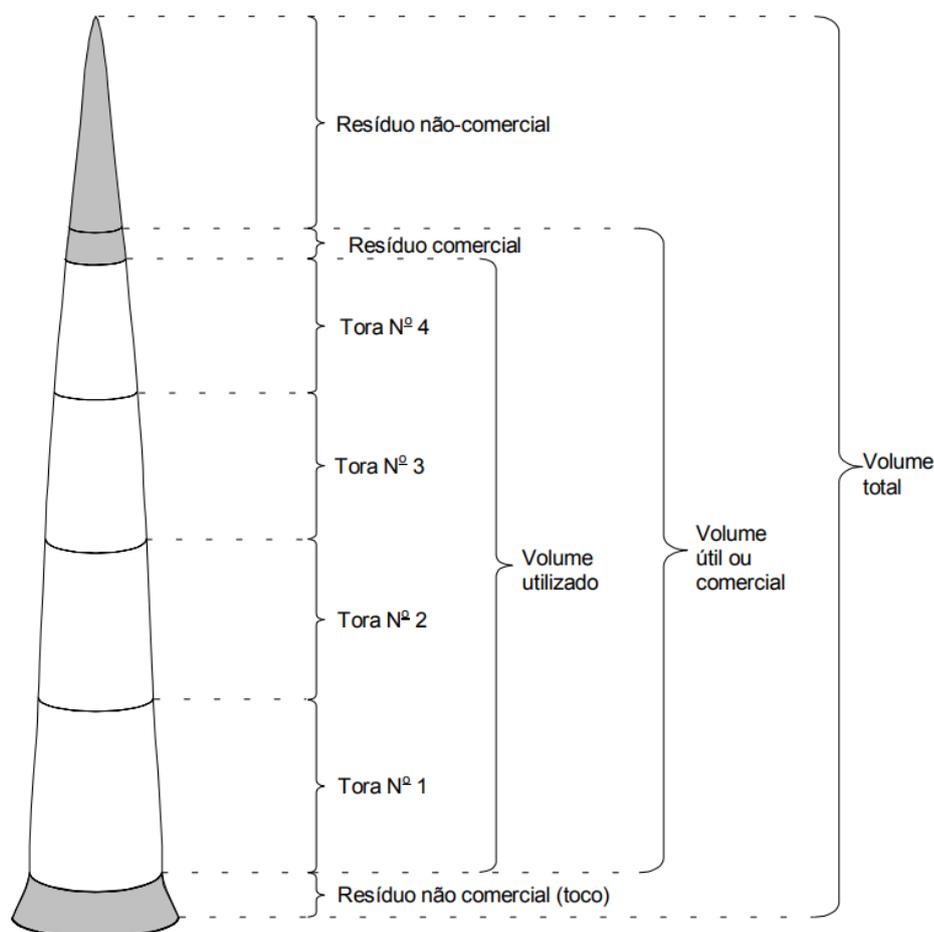
Segundo Arce (2000), o termo sortimento florestal é utilizado para a avaliação comercial quali-quantitativa da floresta em pé a partir de uma lista de diferentes multiprodutos, sendo considerada uma importante ferramenta para auxiliar no processo de tomada de decisões. Para Kohler (2013), o estudo do sortimento florestal quantifica os multiprodutos que podem ser obtidos e representa uma atividade de grande importância para o planejamento do manejo florestal.

Nessa perspectiva, sortimento florestal resume-se simplesmente em determinar a sequência de produtos que devem ser obtidos a partir de um determinado fuste, podendo estes serem iguais ou diferentes entre si. Tais produtos são geralmente toras de diferentes comprimentos e diâmetros.

Os fustes são comumente definidos pela sua altura comercial e por alguma função que descreva a redução diamétrica da base ao topo (função de afilamento), enquanto que as toras (produtos comercializáveis) são definidas pelo seu comprimento, diâmetro mínimo na ponta fina e, eventualmente, diâmetro máximo na ponta grossa (ARCE, 2000). O traçamento de um fuste deve ser feito de maneira que atenda às necessidades dos clientes e ao mesmo tempo proporcione o maior retorno financeiro ou a maior produção volumétrica de madeira possível.

A Figura 4 exemplifica os produtos e os resíduos incidentes em um fuste. O toco é um resíduo não comercial comumente medindo 0,1 metro. Em seguida, da base em direção ao topo do fuste, retiram-se, dentre um conjunto de alternativas possíveis, 4 toras de comprimentos e diâmetros não especificados. Na sequência, é possível constatar a sobra de um resíduo viável comercialmente, não aproveitado, porém, devido à escolha do sortimento utilizado. Ou seja, o resíduo comercial não possui comprimento suficiente para formar uma nova tora e nem pôde ser agregado à outra já extraída. Por fim, tem-se um resíduo não comercial que se trata da ponta do fuste.

Figura 4 – Diferentes volumes e resíduos identificados nos fustes individuais.



Fonte: Arce (2000) adaptado pelo autor.

O POSF se enquadra como um dos problemas combinatórios da PO geralmente descrito na literatura como um 1D-PCE. Nesse caso, o objetivo do problema é encontrar os padrões de corte que maximizem o valor das árvores considerando que os produtos extraídos devem atender às demandas comerciais. Embora não seja uma regra, na maior parte das vezes a maximização do valor das árvores implica no aumento do volume de madeira comercializado e, conseqüentemente, na diminuição dos resíduos comerciais.

Segundo Arce (2000), é possível calcular o Número potencial de Padrões de Corte (NPC) no POSF em nível de árvore individual. Seja L a quantidade de produtos diferentes comercializados e T o número máximo de toras que poderiam ser retiradas de um determinado fuste. Com isso, tem-se que o $NPC = L^T$. A fórmula trata-se simplesmente de um arranjo com repetição. Contudo, Kivinen (2007) afirma que na prática esse número é um pouco menor pois à exigência de um diâmetro mínimo e máximo para as toras é um fator limitante. Portanto, provavelmente nem todos os produtos poderiam ser extraídos ao longo de todo o fuste da árvore.

2.7.1. Categorização do problema

Para Laroze (1999), o POSF pode ser resolvido mediante um dos 3 níveis de modelagem apresentados a seguir:

1. Em nível de árvore individual: o objetivo é determinar o sortimento ótimo de cada fuste de forma a maximizar o valor ou o volume total dele. Nesse nível não é considerado a diversidade das árvores nem as restrições de mercado;
2. Em nível de povoamento: deseja-se encontrar os sortimentos que maximizem o valor agregado da produção levando em conta as demandas impostas pelo mercado consumidor. Neste caso, o conceito de valor agregado diz respeito à maximização do lucro depois de deduzidos os custos pertinentes ao processo;
3. Em nível de floresta: o objetivo é maximizar o valor da floresta inteira. Considera-se a heterogeneidade dos povoamentos, a área e o mix de demanda dos diferentes clientes. De fato, levando em consideração sua distribuição diamétrica, alguns povoamentos são mais adequados para produzir determinados tipos de produtos do que outros.

Segundo Nybakk et al. (2008), os sistemas de otimização aplicáveis ao POSF podem ser avaliados considerando 2 cenários possíveis:

1. *Bucking-to-value*: Os métodos de otimização devem analisar somente a receita estimada dos sortimentos a fim de encontrar aquele que maximize o valor do fuste. Os valores dos produtos comercializados segundo sua classe de uso e dimensões são diretrizes para calcular os sortimentos;
2. *Bucking-to-demand*: Os métodos de otimização devem encontrar os sortimentos mais valiosos de modo a atender às demandas do mercado.

2.8. Programação matemática

Programação matemática é basicamente a formulação de um modelo abstrato com as principais características de um problema real representado. Segundo Arenales et al. (2007), “Se fazer ciência é a capacidade de observar e descrever fenômenos naturais, sociais, econômicos, entre outros, a matemática tem uma importância fundamental na descrição desses fenômenos [...]”. Neste caso, os modelos matemáticos originam-se de relações matemáticas que descrevem esses fenômenos. Geralmente, simplificações razoáveis são feitas e a validação do modelo depende dele ser coerente com o problema tratado.

O modelo deve ser suficientemente detalhado para captar os elementos essenciais do problema e suficientemente tratável por métodos de solução (SANTOS; CANTANE, 2015). Alguns exemplos de modelos de programação matemática são: PL, PLI, Programação Não-Linear (PNL), programação em redes e PD (ARENALES et al., 2007).

Um modelo de PL consiste em uma metodologia para resolver problemas de otimização no qual se reduz um sistema real a um conjunto de equações e/ou inequações lineares em que se pretende otimizar a Função Objetivo (FO) (GOLDBARG; LUNA, 2005). Em geral, problemas de PL buscam a distribuição eficiente de recursos limitados para atender a um determinado objetivo, maximizando lucros ou minimizando custos. A linearidade característica dessa programação incide no fato de que todas as equações do modelo devem ser lineares. Isso significa que, necessariamente, a FO e as restrições do problema devem ser funções lineares.

Shenoy (1989) e Sivarethinamohan (2008) afirmam ainda que um modelo de PL deve possuir as seguintes características: proporcionalidade, não negatividade, aditividade e separabilidade.

O problema de otimizar uma função linear sujeita a restrições lineares teve sua origem nos estudos de Fourier abordando sistemas lineares de inequações em 1826. Entretanto, somente em 1939 que o russo L. V. Kantorovich expôs vários conceitos e exemplos de problemas que poderiam ser modelados via PL, fazendo notar sua importância prática (VANDERBEI, 2014).

O objetivo dos problemas apresentados por Kantorovich era basicamente obter a maior produção possível de um determinado objeto a partir da utilização ótima dos recursos disponíveis (JÚDICE et al., 2006). Um deles era o clássico Problema do Roteamento de Veículos (PRV). Como o trabalho de Kantorovich permaneceu desconhecido e ignorado até 1959, atribui-se ao americano George B. Dantzig em 1947 a concepção e formalização da PL, sendo a terminologia “*linear programming*” utilizada pela primeira vez por Koopmans em 1948 (DANTZIG, 1963; GASS; ASSAD, 2005).

A PL tornou-se rapidamente uma das técnicas mais utilizadas na PO. Silva et al. (2017) afirma que o sucesso da PL se deve principalmente a simplicidade dos modelos utilizados e pela facilidade de solução considerando as técnicas programáveis em computador. O algoritmo Simplex proposto por Dantzig em 1947 é um exemplo clássico de método de solução da PL, sendo também considerado o primeiro algoritmo eficiente utilizado para resolução desses problemas. Com o desenvolvimento deste e de outros algoritmos, a PL passou a ser capaz de resolver problemas cada vez maiores e mais complexos. (BARROS JUNIOR, 2017).

A PLI pode ser vista como um caso particular da PL. Ocorre quando alguma variável do problema não pode assumir valores contínuos, ficando condicionada a valores discretos. O B&B é o método de solução desenvolvido por Land e Doig (1960) e considerado o procedimento mais utilizado para resolver problemas do tipo PLI (LACHTERMACHER, 2007).

Nos últimos anos a programação matemática tem sido empregada para modelar uma ampla variedade de problemas em diferentes áreas de estudo. No meio florestal ela vem sendo utilizada, por exemplo, para modelar sistemas que minimizem o custo total da madeira (LIN; PAN; SRIVASTAVA, 2016), para identificar as espécies de árvores mais adequadas para plantio (MOHAMMADI; LIMAEI; SHAHRAJI, 2017), para quantificar os resíduos de madeira (GUO et al., 2017), para analisar diferentes

estratégias e modelos relacionados ao planejamento florestal (MARTIN; RICHARDS; GUNN, 2016), para reduzir as rotas das equipes de inventário (BARROS JUNIOR, 2017) e para determinar o padrão de corte ótimo dos fustes (DEMS; ROUSSEAU; FRAYRET, 2015; AKAY, 2017; PAK; GULCI, 2017).

2.9. Resolução do POSF por meio da PLI

2.9.1. Trabalhos relacionados

Para Briggs (1980) e Marshall, Murphy e Boston (2006), o primeiro trabalho publicado a utilizar a programação matemática para resolver o POSF foi o de Smith e Harrell (1961). Kivinen (2007) afirma que os autores utilizaram o Simplex para maximizar o lucro líquido ao encontrar os sortimentos ótimos de um povoamento florestal agrupado em seis classes de DAP. As variáveis de decisão representavam o número de fustes por centro de classe traçados sob determinada estratégia de corte. A fim de limitar o número de variáveis de decisão e tornar o modelo executável computacionalmente, somente três padrões de corte por centro de classe foram inclusos no modelo o que, segundo Briggs (1980), poderia levar a resultados subótimos.

Posteriormente, formulações similares foram propostas por Jackson e Smith (1961) e Pearse e Sydneysmith (1966). O modelo de Jackson e Smith (1961), entretanto, também poderia ser utilizado para maximizar a produção de madeira e continha restrições que se baseavam em limitar o número de produtos comercializados. O modelo de Pearse e Sydneysmith (1966), por sua vez, levava em consideração os custos de processamento ao invés do custo da madeira para calcular o lucro líquido (JOYCE, 1983; GEERTS, 1984; BURGER; JAMNICK, 1995; HERRERA MEDINA et al., 2015).

No geral, as formulações propostas por Smith e Harrell (1961), Jackson e Smith (1961) e Pearse e Sydneysmith (1966) apresentam os seguintes problemas: limitação do número de padrões de corte analisados, pressuposição de que haja uma linearidade entre os custos e as receitas ao considerá-los todos determinísticos e suposição que as dimensões ao longo do fuste sejam todas conhecidas. Estas duas últimas hipóteses são as mais graves pois, na realidade a receita é dada em função das dimensões e do volume da tora vendida. Além disso, o formato conoidal dos fustes

está geralmente associado a uma equação de afilamento (PNEVMATICOS; MANN, 1972; ARCE, 2000).

O ponto fraco desses modelos era a exigência de se conhecer todos os possíveis sortimentos e seus respectivos valores econômicos para conseguir de fato maximizar os lucros. Dependendo do mix de produtos desejados, a formulação do modelo poderia ser muito complicada, levando a um crescimento extremamente rápido do número de variáveis de decisão (BRIGGS, 1980), especialmente se fosse possível o corte de muitas toras pequenas (NÄSBERG, 1985; BOBROWSKI (1990). Nesse sentido, Maness e Adams (1991) reitera que os modelos “sofriam” para enumerar todos os possíveis padrões de corte, tornando computacionalmente infactível processar o modelo de PLI quando o número de variáveis era muito grande.

McPhalan (1978) combinou a PL com recursos da PD para resolver, por meio da decomposição de Dantzig–Wolfe (DANTZIG; WOLFE, 1960), o POSF com um número maior de alternativas de corte. Com isso, o autor afirma ter conseguido reduzir significativamente o número de sortimentos a serem avaliados, tornando o modelo exequível. Métodos semelhantes de decomposição em duas fases foram implementados por Eng e Daellenbach (1985), Mendoza e Bare (1986), Arce (2000) e Santana (2013).

Os métodos de decomposição consistem em decompor um problema inicial de grande porte em problemas com dimensões menores (subproblemas), permitindo substituir um grande volume de cálculos centrais por cálculos locais. O problema principal recebe informações dos subproblemas e altera a cada iteração os parâmetros dos subproblemas, possibilitando chegar a uma aproximação da solução ótima global (GILMORE; GOMORY, 1963; SANTANA, 2013). Segundo Eng, Daellenbach e Whyte (1986), PD é utilizada para resolver os subproblemas encontrando os sortimentos que maximizem individualmente o valor dos fustes. Já a PL é utilizada para resolver o problema principal, selecionando, dentre um conjunto de sortimentos alternativos por classe de diâmetro, aqueles que maximizam a receita global e satisfaçam às restrições de disponibilidade e demanda.

Um modelo matemático mais completo foi proposto por Maturana e Pizani (2009) a fim de planejar a produção de uma serraria chilena durante um horizonte de planejamento de um mês, levando em consideração diversas restrições inerentes à colheita dos multiprodutos. Os sortimentos adotados deveriam seguir o planejamento da produção, regido pelas demandas do mercado, o que poderia ocasionar algumas vezes na escolha de sortimentos subótimos. As informações inseridas no modelo

foram: disponibilidade das máquinas, tempo de produção por produto, demandas e custos. O objetivo do estudo foi comparar os resultados do modelo com uma heurística informal usada por alguns comerciantes para planejar a produção nas serrarias. Os resultados mostraram que ambos os métodos encontravam a solução ótima, embora o modelo proposto tenha sido mais eficiente em determinados cenários.

Os benefícios da conversão de árvores em multiprodutos da madeira foram analisados por Campos et al. (2013) por meio de um modelo de PLI a fim de aumentar a renda e a segurança de um empreendimento florestal de um produtor rural de Minas Gerais. A ideia era otimizar a retirada dos produtos considerando 4 alternativas uso: energia, celulose, escora e serraria. Cada uma delas envolvia a comercialização de apenas um produto. O método de solução utilizado foi o *B&B* implementado através do *software* OtimToras. Os resultados foram comparados com aqueles que seriam obtidos caso a floresta fosse submetida à retirada de somente um produto, sem estudo de otimização. Os resultados das simulações mostraram haver um acréscimo médio de 33,69% na receita e 16,86% no volume útil caso a conversão do povoamento em multiprodutos fosse feita.

Dems, Rousseau e Frayret (2015) propõem um modelo de PLI para resolver, conjuntamente, o POSF em nível de floresta e o problema do planejamento da produção florestal. Esse modelo levava em consideração a origem da madeira, a demanda dos clientes e os custos de colheita. A ideia era encontrar um plano para a colheita durante um horizonte de planejamento de um ano, sendo que cada produto deveria ser obtido a partir de uma lista de prioridades utilizada na escolha do sortimento. O objetivo era aumentar o lucro líquido diminuindo os custos operacionais. O software de otimização CPLEX foi utilizado como método de solução com tempo limite de processamento definido em 6 horas. Por fim, os autores concluíram que o modelo gerava boas soluções e que as estratégias adotadas poderiam ser lucrativas para as empresas, embora reconheçam que a lista de prioridades utilizada no modelo tenha sido relativamente simples.

A maioria dos modelos matemáticos encontrados na literatura são baseados em uma função mono objetivo com foco unicamente no critério econômico de maximização da renda (BOUKHERROUB; LEBEL; RUIZ, 2015). Contudo, Vergara, Palma e Sepúlveda (2015) formularam e avaliaram 5 modelos matemáticos com diferentes objetivos a fim de encontrar os padrões de corte ótimos para uma serraria no sudeste do Chile. Um dos modelos maximizava os lucros e outro minimizava os custos de produção. O terceiro e o quarto modelo consistiam, respectivamente, em

minimizar o número de toras particionadas e minimizar o tempo de processamento da madeira. Por último, o quinto modelo objetivava minimizar os resíduos. Ao final, os autores constataram que somente os modelos para maximização dos lucros e minimização dos resíduos apresentavam retornos econômicos positivos.

Encontram-se ainda inúmeros outros trabalhos na literatura com o objetivo de avaliar diferentes modelos para estimar o volume e a altura ao longo do fuste visando a análise/otimização do sortimento florestal. Dentre eles, destacam-se: Chichorro, Resende e Leite (2003), Soares, Leite e Vale (2004), Mendonça et al. (2007), Souza et al. (2008b), Campos et al. (2014) e Lumbres et al. (2017).

2.9.2. Modelos matemáticos

De modo geral, o POSF pode ser expresso matematicamente como uma versão do problema clássico de otimização conhecido na literatura como “Problema da Mochila” (MCPHALAN, 1978; BOBROWSKI, 1994b; MANESS; ADAMS, 1991).

Cormen et al. (2012) formula o problema da mochila da seguinte maneira: um ladrão que rouba uma loja encontra k itens, sendo que o j -ésimo item vale v_j reais e pesa w_j quilos. Ele deseja levar uma carga tão valiosa quanto possível, mas pode carregar no máximo W quilos em sua mochila. O problema consiste em saber quais itens levar de modo a maximizar o valor da carga roubada.

Fazendo um paralelo entre o problema da mochila e o POSF, tem-se que: ao invés de uma mochila com capacidade de W quilos, trata-se de uma árvore com L metros. No lugar de itens a serem levados, tem-se toras a serem traçadas, cada uma com comprimento l_j e valor v_j , totalizando K tipos diferentes de produtos sujeitos a comercialização. O objetivo continua sendo descobrir quais produtos levar de modo a maximizar o valor da árvore.

2.9.2.1. Problema da mochila inteira

O modelo apresentado a seguir é baseado na modelagem do “Problema da Mochila Inteira” (ARENALES et al., 2007), embora as nomenclaturas tenham sido convertidas para o POSF. Dado uma árvore de comprimento L , K produtos de comprimento l_j e valor v_j , deseja-se descobrir qual é a combinação ótima desses produtos que maximize o valor da árvore sem ultrapassar seu comprimento. Nesse

problema, é levado em consideração que o mesmo tipo de produto j pode ser extraído do fuste quantas vezes for conveniente.

Maximizar

$$\sum_{j=1}^K v_j x_j \quad (1)$$

Sujeito a

$$\sum_{j=1}^K l_j x_j \leq L \quad (2)$$

$$x_j \in Z_+^n \quad \forall j \in K \quad (3)$$

Em que:

x_j = quantidade do produto j ;

v_j = valor do produto j ;

K = quantidade de diferentes produtos comercializáveis;

l_j = comprimento do produto j ;

L = altura da árvore.

A FO (1) visa maximizar o valor da árvore. A restrição (2) garante que o comprimento máximo da árvore seja respeitado. Por fim, as restrições (3) asseguram que as variáveis de decisão fazem parte do conjunto dos números inteiros não negativos. Esse é um modelo clássico de 1D-PCE equivalente àqueles encontrados na literatura para modelar o POSF em nível de árvore individual com o objetivo de maximizar o valor do fuste (*bucking-to-value*).

Esse modelo foi utilizado como referência de modelagem nos trabalhos de McPhalan (1978), Briggs (1980), Maness e Adams (1991) e Bobrowski (1994b). É importante ressaltar, porém, que essa formulação simplificada pelos autores não levava em consideração o perfil do tronco das árvores para efeito de cálculo do sortimento. Isso significa que todos os produtos podiam ser retirados em qualquer ponto do fuste, não importando o decréscimo do diâmetro da base até o seu topo nem a exigência de um diâmetro da ponta fina (dpf) mínimo para os produtos comercializados. Além disso, não há menção a qualquer tipo de demanda comercial e atribui-se um valor determinístico aos produtos, desconsiderando o volume de madeira de cada um deles.

2.9.2.2. Múltiplas mochilas com itens limitados

Considerando agora a existência de N árvores (ou N classes de DAP), cada uma com comprimento L_i , e demandas mínimas e máximas para determinados produtos, tem-se:

Maximizar

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^K v_j x_{i,j} \quad (1)$$

Sujeito a

$$\sum_{j=1}^K l_j x_{i,j} \leq L_i \quad \forall i \in N \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{i,j} \geq b_j \quad \forall j \in K \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{i,j} \leq d_j \quad \forall j \in K \quad (4)$$

$$x_{i,j} \in Z_+^n \quad \forall j \in K; \forall i \in N \quad (5)$$

Em que:

$x_{i,j}$ = quantidade do produto j retirado do fuste i ;

v_j = valor do produto j ;

K = quantidade de diferentes produtos comercializáveis;

N = número de árvores analisadas;

l_j = comprimento do produto j ;

L_i = altura do fuste i ;

b_j = demanda mínima para o produto j ;

d_j = demanda máxima para o produto j ;

A FO (1) representa a maximização da receita total. As restrições (2) garantem que os comprimentos das árvores não sejam excedidos. As restrições (3) e (4) asseguram as demandas mínimas e máximas dos produtos. Opcionalmente, tais restrições poderiam ser retiradas caso não se desejasse trabalhar com demandas.

Por fim, as restrições (5) garantem que a variável de decisão é inteira e que o mesmo tipo de produto, caso necessário, poderia ser extraído mais de uma vez de uma determinada árvore.

A formulação matemática apresentada corresponde a um modelo clássico de 1D-PCE utilizado na literatura para modelar o POSF em nível de povoamento com o objetivo de maximizar a receita global e atender às demandas comerciais. Foi utilizado como referência nos trabalhos de Smith e Harrell (1961), Jackson e Smith (1961) e Pearse e Sydneysmith (1966) (GEERTS, 1984; ENG; DAELLENBACH, 1985). Contudo, assim como no modelo apresentado na Subseção 2.9.2.1, os trabalhos que utilizaram essa modelagem nessa época cometeram alguns erros como: o valor das toras era calculado de forma determinística e não havia qualquer tipo de consideração quanto ao perfil dos fustes e a um dpf mínimo exigido para os produtos.

2.9.2.3. Modelo utilizado por Menon (2005) e Campos et al. (2013)

A formulação do modelo consiste na geração de alternativas de corte e na seleção da opção mais rentável para cada um dos fustes individuais (ou classes de DAP) do povoamento avaliado. A FO tem como objetivo maximizar a receita proveniente da comercialização dos fustes traçados seguindo o padrão de corte determinado pelo modelo.

Maximizar

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N c_{i,j} x_{i,j} \quad (1)$$

Sujeito a

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N x_{i,j} = 1 \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N V_{i,j,k} x_{i,j} \geq D_{minK} \quad \forall k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N V_{i,j,k} x_{i,j} \leq D_{maxK} \quad \forall k \in K \quad (4)$$

$$x_{i,j} \in \{0,1\} \quad (5)$$

Em que:

$x_{i,j}$ = i -ésimo fuste traçado segundo o j -ésimo sortimento;

$c_{i,j}$ = valor da receita (R\$) de cada fuste i traçado conforme o sortimento j ;

M = quantidade de fustes individuais atendidos;

N = número de sortimentos diferentes admissíveis para o i -ésimo fuste;

$V_{i,j}$ = volume (m^3) produzido pelo i -ésimo fuste quando o j -ésimo sortimento for adotado;

$D_{minK}; D_{maxK}$ = demandas (m^3) mínimas e máximas, respectivamente, para cada produto k comercializado.

K = número de produtos comercializados;

Nesse modelo, a FO (1) tem por finalidade maximizar a receita do povoamento analisado. As equações (2) e (5) asseguram uma única alternativa de corte j para cada fuste i . As restrições de demanda (3) e (4) impõem limites quanto aos volumes máximo e mínimo demandados por um determinado tipo produto. É importante ressaltar que ambos os trabalhos levaram em consideração o afilamento das árvores e uma especificação de dpf para os produtos comercializados ao determinar todos os sortimentos factíveis para cada um dos fustes analisados.

Eng e Daellenbach (1985) e Laroze (1994) utilizaram um modelo semelhante a este em suas pesquisas sobre o sortimento florestal. Entretanto, os autores projetaram a variável de decisão $x_{i,j}$ como sendo inteira e não binária. Isso significa que o modelo considerava trabalhar com classes de diâmetro ao invés de fustes individuais.

2.9.2.4. Modelo de Santana (2013)

O modelo utilizado para determinar o padrão de corte designado para os lotes de árvores em cada classe diamétrica é apresentado a seguir.

Minimizar

$$f(x_{1,1}, x_{2,1}, \dots) = \sum_{i=1}^{n_1} c_1 x_{i,1} + \sum_{i=1}^{n_2} c_2 x_{i,2} + \dots + \sum_{i=1}^{n_N} c_N x_{i,N} \quad (1)$$

Sujeito a

$$\sum_{i=1}^{n_1} a_{i,1} x_{i,1} + \sum_{i=1}^{n_2} a_{i,2} x_{i,2} + \dots + \sum_{i=1}^{n_N} a_{i,N} x_{i,N} = d \quad (2)$$

$$l_1 \alpha_1^j + l_2 \alpha_2^j + \dots + l_m \alpha_m^j \leq L_j \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{n_1} x_{i,1} \leq e_1 \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{n_2} x_{i,2} \leq e_2 \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{n_N} x_{i,N} \leq e_N \quad (6)$$

$$\alpha_1^j \geq 0, \alpha_2^j \geq 0, \dots, \alpha_m^j \geq 0 \quad \text{e inteiros, } j = 1, \dots, N \quad (7)$$

$$x_{i,j} \geq 0, \quad i = 1, \dots, n_j \quad j = 1, \dots, N \quad (8)$$

Em que:

c_j = custo do fuste de classe j , $j = 1, \dots, N$;

$x_{i,j}$ = nº de árvores da classe diamétrica j processadas pelo padrão de corte i ;

L_j = comprimento médio dos fustes da classe diamétrica j , sendo $j = 1, \dots, N$;

l_i = comprimento do produto i , sendo $i = 1, \dots, m$

N = número de classes diamétricas;

n_j = número de padrões de corte i aplicados na classe diamétrica j ;

d_i = demanda pelo produto i , $i = 1, \dots, m$;

e_j = estoque de árvores na classe diamétrica j , sendo $j = 1, \dots, N$

α_i = cada padrão de corte associou-se a um vetor dimensional para contabilizar os tipos de produtos produzidos, onde α_i é a quantidade do produto i ;

$a = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_m)$.

A FO (1) visa minimizar o consumo de árvores requeridas para atender a demanda dos clientes. A restrição (2) diz respeito às demandas, ou seja, a quantidade de todos os diferentes produtos extraídos deve ser exatamente igual ao que foi demandado. A restrição (3) indica que a somatória dos comprimentos dos produtos retirados de um determinado fuste não deve ultrapassar seu comprimento. As restrições (4) a (5) garantem que o número de árvores em estoque para uma determinada classe diamétrica será respeitado. Por fim, as restrições (7) e (8)

garantem que as variáveis α_1 e $x_{i,j}$ sejam inteiras e não negativas.

2.10. Estratégias de otimização

2.10.1. Estratégia gulosa

A estratégia gulosa é tipicamente empregada na literatura para resolver problemas de otimização de uma forma simples e rápida, sem garantias, contudo, da otimalidade global. É uma técnica útil para chegar a solução de muitos problemas que não exigem métodos de solução mais robustos. Segundo Alidaee, Kochenberger e Amini (2001), as vantagens da estratégia gulosa que justificam o seu uso são: facilidade de implementação e eficiência.

O nome da técnica é explicado pela forma com que as escolhas são feitas, a partir de uma escolha gulosa da melhor alternativa disponível no momento, na expectativa que se chegue a uma solução ótima global. Portanto, um algoritmo guloso sempre faz a escolha que parece ser a melhor no momento, ou seja, faz uma escolha ótima para as condições locais. A propriedade de escolha gulosa garante que uma sequência de escolhas locais ótimas pode levar a uma solução global ótima para o problema (CORMEN et al., 2012). Para isso, o problema original deve ser dividido em um conjunto de subproblemas adjacentes, cada um representando uma escolha local a ser feita. Após ter sido feita uma escolha local, segue-se para o próximo subproblema a ser resolvido, e assim por diante, de forma sequencial, até que todos os subproblemas tenham sido resolvidos chegando a solução final do problema.

Em um algoritmo guloso, uma escolha feita nunca é reavaliada, ou seja, não há qualquer tipo de *backtracking*. Portanto, em cada passo do problema a escolha deve ser possível, localmente ótima e irreversível (KABAT, 2013). No entanto, os algoritmos gulosos ainda falham em obter a solução ótima na maior parte dos problemas de otimização combinatória (BANG-JENSEN; GUTIN; YEO, 2004). Isso se deve ao fato deles não investigarem todo o espaço de solução disponível. Ao invés disso, escolhas irreversíveis são feitas muito cedo impedindo-os de encontrar soluções melhores posteriormente (IVANCEVIC; IVANCEVIC, 2007).

Apesar disso, a estratégia gulosa torna-se atrativa para problemas pertencentes à classe NP-difícil porque consegue obter uma solução aproximada em tempo polinomial. Souza e Rafael (2009) afirmam que esses algoritmos são muito

eficientes em termos de tempo e memória, sendo considerados excelentes para trabalhar com grandes entradas de dados onde a solução ótima não é necessária e há restrições rígidas quanto ao tempo de resposta na execução do problema.

Muitos dos problemas clássicos encontrados na literatura podem ser efetivamente resolvidos por meio da estratégia gulosa. Dentre eles, destacam-se: o problema da seleção de atividade, o problema do troco, o problema da mochila fracionada (MARTELLO; TOTH, 1990; PUNTAMBEKAR, 2010) e o problema da compressão de dados de Huffman (HUFFMAN, 2006).

Na área florestal, não são encontrados com facilidade trabalhos na literatura que envolvam algoritmos gulosos, alguns deles são mencionados a seguir. Wikström e Eriksson (2000) desenvolveram um novo método de apoio a tomada de decisão para auxiliar no manejo de povoamentos florestais quando demandas de biodiversidade devem ser levadas em consideração. Para isso, foram utilizadas a estratégia gulosa e a meta-heurística BT atreladas a um modelo baseado em funções de crescimento de árvore individual. Gordon e Newton (2006), por sua vez, utilizaram a estratégia gulosa para classificar sítios florestais baseando-se na quantidade de espécies que os compõem, embora o principal objetivo do trabalho tenha sido a avaliação de diferentes metodologias para elaborar o inventário florístico em florestas tropicais. Rytwinski e Crowe (2010) fizeram uso da gulosidade para avaliar modelos de simulação/otimização que selecionam o melhor local para a construção de aceiro a fim de minimizar as perdas com os incêndios florestais.

Por fim, é importante ressaltar que não foi encontrado nenhum trabalho na literatura que utilize exclusivamente a estratégia gulosa para otimizar o sortimento florestal. Entretanto, essa técnica foi utilizada por Climent, O'Sullivan e Wallace (2016) para criar uma versão gulosa da meta-heurística SA para resolver o POSF em nível de povoamento. Os autores afirmaram que as simulações ocorreram com dados reais obtidos por um parceiro da indústria florestal. O objetivo era comparar o SA modificado com a meta-heurística original. Os resultados mostraram que o SA guloso foi capaz de alcançar melhores soluções com menor tempo de processamento. Segundo os autores, essa melhora no desempenho foi mais notória quando o tempo computacional era limitado, como é o caso da maioria das aplicações da vida real.

2.10.2. Programação Dinâmica (PD)

A PD é uma técnica algorítmica que tem sido aplicada com sucesso na

resolução de problemas de otimização originários das mais diversas áreas, incluindo PCE. Esse método de solução consiste em decompor o problema original em um conjunto de problemas menores e mais simples de serem resolvidos. É considerada uma estratégia de otimização para processos de decisão multiestágios. O objetivo é armazenar os resultados dos subproblemas já resolvidos e, quando eles aparecerem novamente, simplesmente recuperar seus resultados. Com isso, evitam-se cálculos repetitivos já que os subproblemas só serão processados uma única vez (PAPADIMITRIOU; STEIGLITZ, 1998; GOLDBARG; LUNA, 2005).

Segundo Taha (2016), um modelo de PD é basicamente uma equação recursiva que liga os diferentes estágios do problema garantindo que a solução ótima viável de cada estágio também seja ótima e viável para o problema inteiro. Desse modo, os cálculos são feitos recursivamente de maneira que a solução ótima de um subproblema seja usada como dado de entrada para o subproblema seguinte. Assim, quando o último subproblema é resolvido, tem-se a solução ótima para o problema inteiro. Entretanto, de acordo com Kivinen (2007), o fato da PD ser implementada por algoritmos recursivos pode causar dificuldades em relação à alocação de memória para resolver os subproblemas gerados.

A vantagem da decomposição do problema principal é que o processo de otimização em cada estágio (subproblema) envolve apenas uma variável. Portanto, é uma tarefa mais simples em termos de cálculo do que ter de lidar com todas as variáveis simultaneamente. Contudo, para utilizar a PD eficientemente é preciso que o problema possua subestrutura ótima, contenha um número pequeno de subproblemas, e que estes se repitam bastante. É uma técnica comumente aplicada a problemas cuja enumeração exaustiva é impraticável em termos de cálculo (LEVITIN, 2011).

Dentre os trabalhos pesquisados, foi observado que a PD têm sido puramente utilizada somente para resolver o POSF em nível de árvore individual. Bobrowski (1994b) constatou os benefícios da PD ao compará-la com a PLI quando aplicados ao POSF. No geral, a PD foi considerada mais eficiente porque reduziu significativamente o número de cálculos a serem feitos. Contudo, é um método empregado basicamente para determinar o sortimento que maximize o valor ou o volume dos fustes, sem tratar de quaisquer outras restrições inerentes ao problema. Esse fato é curioso pois, torna perceptível a inviabilidade de se formular o POSF com restrições de demandas por meio de equações de recorrência utilizadas na PD.

Segundo Briggs (1980), o primeiro trabalho a apresentar com detalhes a PD

para resolver o POSF foi o de Pnevmaticos e Mann (1972). O modelo de otimização era baseado nos valores de comercialização das toras descontado os custos de processamento do sortimento. O objetivo era maximizar a renda líquida dos fustes individuais. Contudo, Grondin (1998) afirma que esse modelo original era deficitário porque algumas simplificações foram assumidas como na estimativa do valor das toras e no formato do fuste, definido como um cone truncado ao invés de uma equação real de afilamento.

Posteriormente, Briggs (1977, 1980) melhorou o modelo de PD original criando uma formulação geral flexível o bastante para considerar informações quanto ao tamanho, forma e qualidade das árvores e dos produtos comercializados. Faaland e Briggs (1984) e Grondin (1998) utilizaram modelos similares de PD em nível de árvore individual para maximizar o valor comercial de um conjunto de fustes inventariados.

Diferentemente dos demais, Acuna e Murphy (2005) utilizaram a PD para desenvolver um sistema de otimização do sortimento (IP-BUCK) que inclui a densidade da madeira como uma das premissas do modelo. A avaliação do sortimento foi feita através de quatro cenários hipotéticos, cobrindo diferentes faixas de densidade. O objetivo era determinar o efeito da densidade no volume e na renda dos produtos comercializados. A área de estudo foi oriunda de um povoamento de *Pseudotsuga menziesii* no estado de Washington, EUA. Os autores observaram que, a menos que seja pago um bônus adicional por essa propriedade da madeira, os cenários que levaram em consideração a densidade acarretaram em perdas de até 40% para os produtores florestais.

Nybakk, Birkeland e Finstad (2007) e Nybakk et al. (2008) implementaram o simulador OptApt para encontrar os sortimentos ótimos de dois povoamentos de *Picea abies* colhidos, respectivamente, no sudeste da Noruega. O segundo, porém, localizava-se em sítios com diferentes curvas de crescimento. Foram empregues a PD e um método aproximativo com o objetivo de comparar os dois métodos de solução nos cenários *bucking-to-value* e *bucking-to-demand*. Os resultados mostraram não haver diferenças volumétricas nas soluções obtidas e que a queda na receita de somente 1% no cenário *bucking-to-demand* indicou ser possível e não significativamente menos rentável produzir de acordo com as necessidades do mercado.

Serin, Akay e Pak (2010) utilizaram a PD para otimizar o valor econômico de um povoamento de *Pinus brutia* localizado na Turquia. Os sortimentos foram

determinados pelo método tradicional de colheita e pelo sistema de otimização implementado em Visual Basic (VB). Em ambos os trabalhos, os resultados mostraram um aumento potencial no valor e no volume das árvores colhidas com acréscimo de 4,7 e 1,64%, respectivamente. Posteriormente, utilizando essa mesma metodologia, Akay et al. (2010) conseguiram incrementar a receita em cerca de 9% para um povoamento de *Abies cilicica* e Akay (2017) em cerca de 8% para um povoamento de *Pinus sylvestris*, ambos também localizados na Turquia.

Correa et al. (2014) desenvolveram um método em C# que permite diminuir o tempo de trabalho e aumentar o volume útil das toras durante o processamento de *Pinus radiata* em uma serraria no Chile. Os sortimentos ótimos eram encontrados a partir de uma análise tridimensional das toras por meio da PD. Uma simulação foi realizada com 100 fustes selecionados aleatoriamente na serraria. A metodologia implementada foi comparada a uma heurística desenvolvida pela indústria, baseada na prática e na experiência dos operadores de máquina. Levando em consideração o rendimento volumétrico da madeira bruta, os autores concluíram que, em média, havia um acréscimo de 2% a favor da PD.

Akay, Serin e Pak (2015), por sua vez, investigaram como os defeitos encontrados nos fustes poderiam afetar a capacidade do método de otimização. A área de estudo foi composta por dois povoamentos distintos de *Pinus brutia*, um com relativamente mais defeitos nos fustes do que no outro. Ao comparar os resultados com o método tradicional de colheita, observou-se que o valor econômico das árvores colhidas apresentava um acréscimo médio em favor da PD para os dois povoamentos analisados na ordem de 15,45 e 8,26%, respectivamente.

No setor florestal, além do POSF, a PD tem sido empregada nos últimos anos em diversos outros problemas de otimização. Como exemplo, citam-se os trabalhos que tratam do planejamento florestal (FERREIRA et al., 2016), da colheita (KULOĞLU; ARMSTRONG, 2012) e do sequestro de carbono (ASANTE; ARMSTRONG, 2016).

2.10.3. Otimização em redes

Muitos problemas de otimização podem ser mais bem analisados utilizando uma estrutura específica denominado grafo ou rede. Os modelos de rede são empregados normalmente em casos especiais de problemas de PL, podendo ser apropriadamente examinados e eficientemente resolvidos por meio de uma representação gráfica. Eles melhoram a visualização dos componentes do problema

e de suas relações entre si, aumentando, assim, seu entendimento e as possíveis formas de resolvê-lo (LACHTERMACHER, 2007).

Arenales et al. (2007) define grafo e rede da seguinte maneira:

Seja N um conjunto finito, cujos elementos são chamados nós (ou vértices) e E um conjunto de pares de nós, cujos elementos (i, j) são chamadas arestas. O par $G = (N, E)$ é chamado grafo. Uma rede é um grafo cujos nós e/ou arestas têm valores associados.

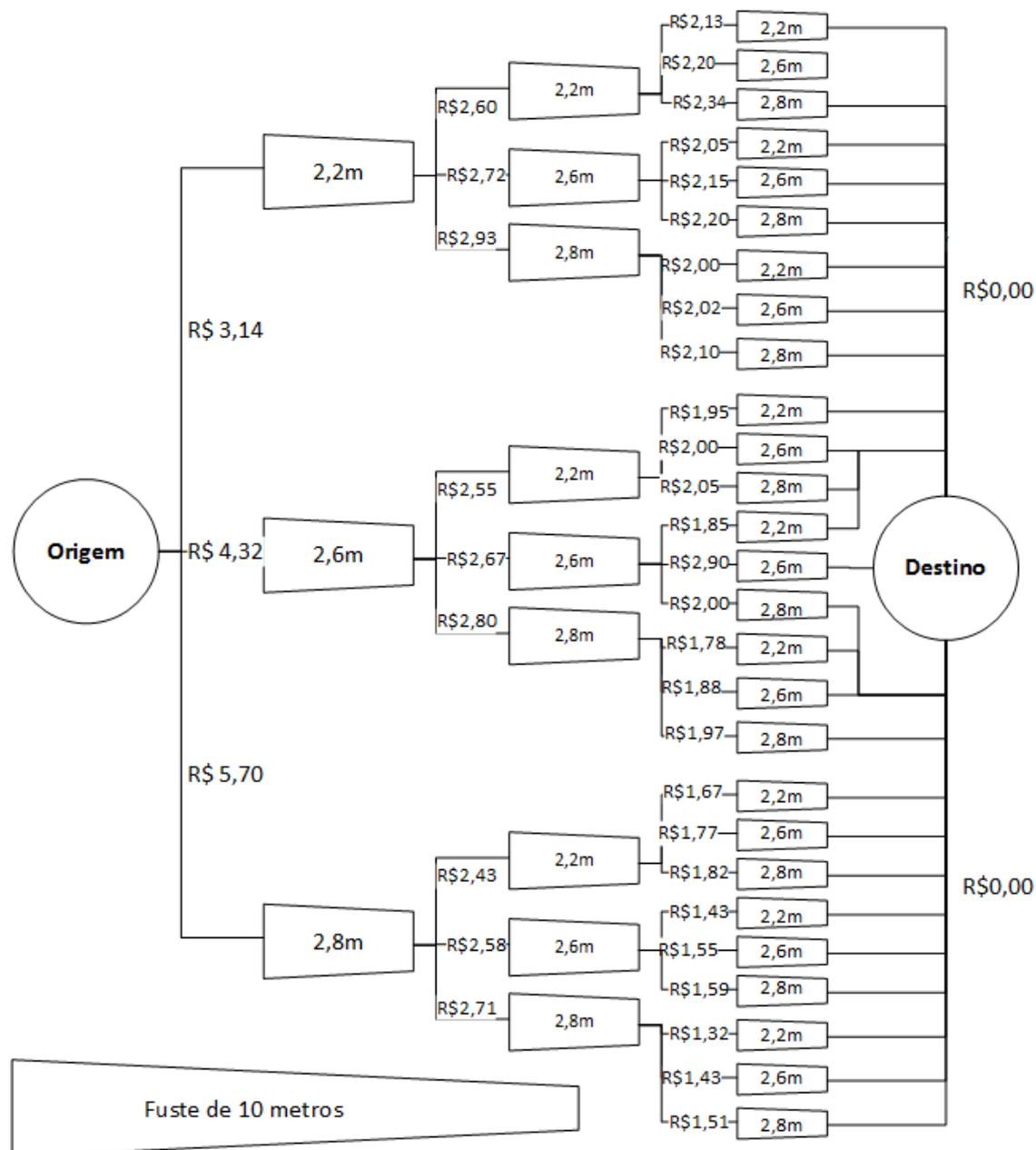
O significado de cada valor (ou peso) irá variar de acordo com o tipo de problema modelado visto que, problemas de otimização em redes aparecem em diversas aplicações e de diferentes formas.

O POSF em nível de árvore individual quando modelado como um problema de rede se enquadra em uma classe geral de problemas conhecido na literatura como “Problema do Maior Caminho”. O objetivo é descobrir o maior caminho entre dois pontos (nós da rede correspondentes a uma origem e a um destino). Neste caso, cada nó entre dois segmentos adjacentes representa um potencial ponto de corte e cada aresta corresponde a uma tora de comprimento válido com um determinado valor ou volume associado. A rede é então construída combinando cada nó com outro por meio de um arco direcionado (KIVINEN, 2007).

Em síntese, otimização em redes tem sido considerada uma estratégia eficaz para resolver o POSF em nível de árvore individual (WANG; LEDOUX; MCNEEL, 2004; NAKAHATA; ARUGA; SAITO, 2014). A dificuldade em utilizar esse método, entretanto, consiste no fato dele precisar ter previamente um mapeamento global da rede para executar, inviabilizando seu uso nos casos onde seriam impossíveis enumerar todos os sortimentos.

Para exemplificar, considere um fuste fictício de 10 metros a ser traçado conforme a comercialização dos seguintes produtos (toras): 2,2 m a R\$ 58,00 m⁻³; 2,6 m a R\$ 65,00 m⁻³ e 2,8 m a R\$ 71,00 m⁻³. A representação gráfica da rede formada é ilustrada na Figura 5. Trata-se de uma rede direcionada e sem ciclos. O objetivo é determinar o sortimento ótimo dentre diversas possibilidades, ou seja, o maior caminho entre a origem (base do fuste) e o destino (ponta do fuste). As últimas arestas criadas com custo zero não constituem uma nova tora, mais sim uma ligação necessária para formar a rede e permitir o processamento do método de solução.

Figura 5 – Exemplo de uma rede criada a partir do POSF no cenário *bucking-to-value*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A técnica de otimização em redes foi aplicada inicialmente no POSF em meados dos anos 80. Os trabalhos pioneiros à utilizarem foram: Näsberg (1985) e Sessions (1988). Sessions (1988) implementou a otimização em redes por meio de um algoritmo de rotulação de nós similar ao proposto por Edsger Dijkstra (DIJKSTRA, 1959). Por outro lado, Näsberg (1985) utilizou um algoritmo alternativo baseado em PD intitulado pelo autor de “algoritmo de rota mais longa” (WANG; LEDOUX; MCNEEL, 2004; KIVINEN, 2007).

Olsen, Stringham e Pilkerton (1997) criaram um *software* em DOS denominado “OSU BUCK” implementando otimização em redes como método de

solução para resolver o POSF. Ele foi utilizado para calcular os sortimentos ótimos para diferentes espécies florestais localizadas na região central de Oregon, EUA. Os resultados mostraram que o método de otimização foi capaz de aumentar a receita em até 7,3% quando comparada àquela obtida pelos métodos convencionais, em função principalmente da experiência e da prática humana de colheita. Resultados semelhantes foram encontrados por Bowers (1998) para um povoamento de crescimento secundário de *Pseudotsuga menziesii* também localizado nos EUA. Entretanto, o sistema computacional desenvolvido por eles foi capaz de incrementar o volume comercial e a renda em até 9,5 e 9,3%, respectivamente.

Wang, LeDoux e McNeel (2004) adaptaram o algoritmo de Dijkstra para encontrar o sortimento ótimo de 16 diferentes espécies florestais localizadas no nordeste da China. As espécies analisadas foram organizadas em 5 grupos, dependendo de seus preços e usos comerciais. Ao todo, 106 produtos poderiam ser comercializados. O objetivo era maximizar o valor e o volume das toras extraídas. A execução do algoritmo só foi possível devido à existência de orientações básicas de corte que reduziram bastante o número de sortimentos. Os padrões de corte gerados pelo sistema computacional foram comparados com aqueles obtidos manualmente pelos operadores de máquina, sugerindo ganhos financeiros de até 14% quando o sistema era utilizado.

Técnicas de modelagem 3D foram utilizadas por Wang, Liu e Ledoux (2009) para desenvolver um sistema que otimizasse o sortimento de seis diferentes espécies de árvores presentes nos Apalaches. Otimização em redes foi implementado por meio da linguagem C++ com a biblioteca OpenGL associada. O objetivo dos autores era criar um sistema que incrementasse a extração de madeira em termos de volume e renda, podendo ainda ser utilizado como ferramenta de aprendizagem por estudantes e madeireiros. Ao utilizar o “3D *optimal bucking*”, os resultados indicaram que, em comparação com o sortimento feito manualmente, o valor e o volume útil de cada fuste poderiam aumentar até 38 e 17%, respectivamente.

Por último, Pak e Gulci (2017) fizeram um estudo de caso para avaliar economicamente a otimização do sortimento de um povoamento de *Fagus orientalis* situado no nordeste da Turquia. Otimização em redes foi implementado no programa Network 2000 para solucionar o problema. Os resultados foram comparados com os métodos tradicionais de colheita, baseados principalmente na experiência dos madeireiros. Por fim, os autores afirmaram que o método de otimização implementado possui grande potencial por ter aumentado em média a receita em 14,37% das árvores

avaliadas.

Além do POSF, otimização em redes também vêm sendo empregado no setor florestal para: auxiliar no plano de manejo (SANTOPUOLI; REQUARDT; MARCHETTI, 2012), desenvolver e promover o turismo sustentável em florestas públicas (BRACH; GÓRSKI, 2014), avaliar o risco de propagação de pragas florestais (KOCH et al., 2014), avaliar a capacidade social da população quanto ao planejamento da paisagem em florestas propensas a incêndios florestais (FISCHER et al., 2016), otimizar o transporte da madeira (PARSAKHOO; MOSTAFA, 2016), dentre outros.

2.10.4. Heurísticas e meta-heurísticas

Se tratando de otimização combinatória, as heurísticas são projetadas para resolver problemas específicos de maneira simples e rápida. O objetivo é encontrar soluções ótimas ou próximas da ótima quando os métodos de solução clássicos são muito lentos ou falham em descobrir a solução do problema (GONZALEZ, 2007).

Embora seja uma estratégia extremamente útil para resolver problemas NP-difíceis, por limitar as buscas no espaço de solução, as heurísticas não garantem a otimalidade global. Segundo Pearl (1984), as heurísticas são critérios, métodos, ou princípios para decidir qual, dentre vários caminhos alternativos promete ser o mais eficaz para alcançar algum objetivo. A intenção é avaliar somente parte das soluções existentes. No final, a depender da estratégia de busca adotada, é possível chegar a solução ótima ou, no mínimo, a resultados satisfatórios.

Tem ocorrido nos últimos anos um crescimento muito grande no desenvolvimento de novos procedimentos heurísticos, sendo eles de diferentes naturezas e com os mais variados objetivos. A maioria foi projetada para problemas específicos, sem a possibilidade de generalização. Isso impede uma classificação completa das heurísticas.

Por outro lado, as meta-heurísticas são algoritmos de caráter geral, projetadas para resolver problemas complexos e muitas vezes inspiradas na natureza, podendo ser aplicadas a uma ampla variedade de problemas (BIANCHI et al., 2009; LUKE, 2013). Em sua definição original, as meta-heurísticas são métodos de solução que orquestram uma interação entre procedimentos de melhoria local e estratégias de nível superior para criar um processo de busca capaz de escapar dos ótimos locais e realizar uma investigação robusta no espaço de solução (GENDREAU; POTVIN,

2014). De modo geral e simplificado, as meta-heurísticas são apenas modelos que servem como guia para a construção de algoritmos heurísticos.

O primeiro trabalho a utilizar o termo meta-heurística foi o de Glover (1986) para caracterizar a BT. O nome é derivado de duas palavras gregas: heurística, proveniente do verbo *heuriskein* que significa “descobrir”, e do sufixo meta, que significa “além, em um nível superior” (REEVES, 1993).

Existem diferentes maneiras de categorizar e descrever as meta-heurísticas. Blum e Roli (2003) resumem brevemente as formas mais importantes de classificá-las: inspiradas ou não na natureza; baseadas em população ou em indivíduos; com FO dinâmica ou estática; com uma ou várias estruturas de vizinhança; e com ou sem uso de memória. Mais informações sobre otimização com heurísticas e meta-heurísticas podem ser encontradas em Glover e Kochenberger (2003); Parejo et al. (2012); Baghel, Agrawal e Silakari (2012); Boussaïd, Lepagnot e Siarry (2013) e Lopes, Rodrigues e Steiner (2013).

2.10.4.1. Trabalhos relacionados

Na área florestal, as heurísticas e meta-heurísticas vem sendo empregadas atualmente em diversos problemas de otimização combinatória que possuem um espaço de solução muito grande. A motivação é dada pela dificuldade em encontrar soluções por meio dos métodos de busca tradicionais. Jin, Pukkala e Li (2016), por exemplo, optaram por utilizar diferentes meta-heurísticas para resolver o problema de otimização do planejamento florestal cujo espaço de solução chegava a $14,5^{888}$ combinações distintas de esquemas de tratamento. Tarefa praticamente impossível de ser feita por um método de solução exato nos computadores atuais.

Segundo Reeves (1993) e Borges, Hoganson e Falcão (2002), as meta-heurísticas globais mais comuns são: a BT (GLOVER; LAGUNA, 1997), o SA (KIRKPATRICK; GELATT; VECCHI, 1983) e o AG (GOLDBERG, 1989). Além disso, dentre os trabalhos pesquisados, estas são até então as únicas meta-heurísticas utilizadas por pesquisadores para resolver o POSF. Elas podem ser empregues em qualquer um dos três níveis de otimização retratados por Laroze (1999), independente do cenário analisado.

A BT foi utilizada no POSF inicialmente por Laroze e Greber (1997). O objetivo era selecionar e aplicar um conjunto de regras de sortimento em nível de povoamento a fim de maximizar a renda proveniente da colheita de plantios de *Pinus radiata*, *D.*

Don I. O algoritmo de busca baseou-se nas restrições de mercado, nos atributos de exportação dos produtos e nos seus valores de comercialização correspondentes. Os autores concluíram que a BT era capaz de encontrar resultados razoavelmente próximos do ótimo (97,6%) em termos de renda quando comparados àqueles obtidos via PLI.

Na sequência, Laroze (1999) desenvolveu uma metodologia de solução multinível baseado em regras utilizando simultaneamente a PL e a BT para resolver o POSF em nível de floresta. O objetivo era maximizar a renda global dadas às restrições de demandas, de *merchandising* e da propriedade florestal. A BT era usada para gerar regras de corte para cada talhão, enquanto que a PL determinava a área de cada um que seria alocada a cada alternativa de *merchandising*. Os resultados indicaram que o sistema proposto pelos autores chegou a aproximadamente 97% da solução ótima, considerando os mesmos cenários.

O primeiro trabalho a modelar e resolver o POSF por meio do SA foi o de Pradenas, Parada e Muñoz (1998). O objetivo era maximizar a renda levando em consideração um quadro de demandas. Posteriormente, Pilkerton, Sessions e Kellogg (2013) utilizaram o SA para obter os sortimentos ótimos de um povoamento de *Pseudotsuga menziesii* localizado na região noroeste da América do Norte. Os resultados mostraram que o SA foi capaz de chegar a 96% da solução ótima para um povoamento de 45 anos e a 98% para outro de 65 anos. Posteriormente, uma modificação implementada no SA permitiu que tais resultados chegassem até a 100% da otimalidade. Os autores afirmaram ainda que todos os resultados encontrados já superariam aqueles obtidos pelos métodos tradicionais de colheita.

Pukkala (2017), por sua vez, concluiu que, além de incrementar a receita, a utilização do SA como método de solução para o POSF fez a proporção de produtos extraídos para serraria aumentar, pois eram mais valiosos. Em contrapartida, a produção de madeira para a indústria de papel e celulose diminuiu. O autor chegou a estes resultados após comparar o SA com a metodologia tradicional de colheita. Para isso, foi analisado os sortimentos de 3 povoamentos florestais distintos compostos, respectivamente, de *Pinus sylvestris*, *Picea abies* e *Betula pendula*, todos oriundos da Finlândia.

Em relação ao AG, o pioneiro a implementá-lo no POSF foi Kivinen (2004), modelando-o em nível de floresta em um sistema de otimização baseado em regras. O autor comentou que a taxa de mutação e o grau de elitismo do AG causaram um grande efeito sobre o desempenho do algoritmo. Em 10 rodadas de simulação com o

mesmo conjunto de parâmetros, a pior solução encontrada ficou a apenas 98,2% da melhor solução. Neste caso, elitismo significa que pelo menos uma cópia sem alterações da melhor solução da geração anterior é passada para a nova população, de forma que a melhor solução possa sobreviver às sucessivas gerações.

Posteriormente, também utilizando o AG, Kivinen (2006) realizou um estudo a fim de verificar se a relação oferta/demanda dos produtos florestais poderia ser melhorado. Para isso, foram utilizados dados do inventário de 15 talhões de *Picea abies* (L.) Karst. localizados na Noruega. Segundo o autor, os resultados das simulações indicaram que o sistema implementado permitiu um melhor controle daquilo que se produzia em relação ao que era demandado pela indústria.

Menon (2005) avaliou o desempenho das meta-heurísticas AG e SA no POSF em nível de árvore individual com o objetivo de maximizar a renda proveniente da comercialização de *Pinus taeda* L. localizados no município de Correia Pinto, Santa Catarina. Os algoritmos foram implementados em VB, embora o autor afirme não ser a linguagem de programação mais apropriada para a resolução desse problema. Os resultados mostraram que o AG e o SA, caso fossem utilizados, gerariam sortimentos 9,55 e 7,85% mais rentáveis, respectivamente, em relação à renda média obtida pela empresa por meio de sortimentos obtido manualmente pelo motosserrista.

Uusitalo (2007), por sua vez, utilizou o AG para desenvolver um novo tipo de sistema capaz de otimizar o sortimento florestal em nível de floresta. A avaliação do sistema foi feita a partir de dados de inventário de 10 povoamentos florestais compostos por *Pinus* e *Picea* situados no sul da Finlândia. O objetivo era implementar a meta-heurística com restrições multi-objetivas a fim de encontrar a melhor maneira de realizar a colheita. Para isso, o sistema computacional levava em conta a composição e a capacidade de produção dos talhões, o valor e o destino dos produtos extraídos, a demanda comercial, o transporte e os custos de processamento do sortimento.

Ao se produzir placas de madeira, defeitos nas pranchas podem influenciar o grau de automação das máquinas de corte. Com essa percepção, LIN, UM e WU (2016) pesquisaram o quão rápido e preciso eram feitas as remoções desses defeitos em busca do sortimento ótimo. A ideia era dividir as tábuas em placas de diferentes comprimentos de modo a excluir as partes defeituosas. O objetivo era aumentar a taxa de utilização da madeira e, conseqüentemente, sua produção volumétrica. Para determinar o padrão de corte ótimo, os autores implementaram um sistema em MATLAB cujo método de solução era uma adaptação do AG. Os resultados mostraram

que o algoritmo implementado foi capaz de aumentar para 98,9% a taxa de utilização das pranchas de madeira.

2.10.4.2. *Iterated Local Search (ILS)*

A meta-heurística ILS é um algoritmo considerado simples, eficiente e muito genérico, tendo sido aplicado com sucesso na resolução de muitos problemas de otimização combinatória de natureza variada. A ideia do ILS é fazer uma análise com viés aleatório no espaço de soluções localmente ótimo, ao invés de verificar todas as soluções possíveis do problema (STÜTZLE, 2006; COWLING; MERZ, 2010; TAKAHASHI et al., 2011).

A meta-heurística envolve a aplicação de uma heurística de busca local e o uso de perturbação como mecanismo de diversificação. Em cada iteração, uma nova solução é gerada e utilizada como ponto de partida para as buscas da heurística de busca local. Quando a busca atinge um ótimo local, um critério de aceitação decide se a nova solução é aceita. Caso seja, uma perturbação é aplicada sobre o ótimo local atual e o processo de busca é reiniciado em outro ponto da solução como uma nova iteração. Caso contrário, uma nova perturbação é aplicada ao ótimo local anterior. Um critério de parada determina quando o método deve parar (LOURENÇO; MARTIN; STÜTZLE, 2010; PALHAZI CUERVO et al., 2014; VANSTEENWEGEN; MATEO, 2014). O pseudocódigo do ILS é mostrado no Quadro 1.

Quadro 1 – Pseudocódigo da meta-heurística ILS.

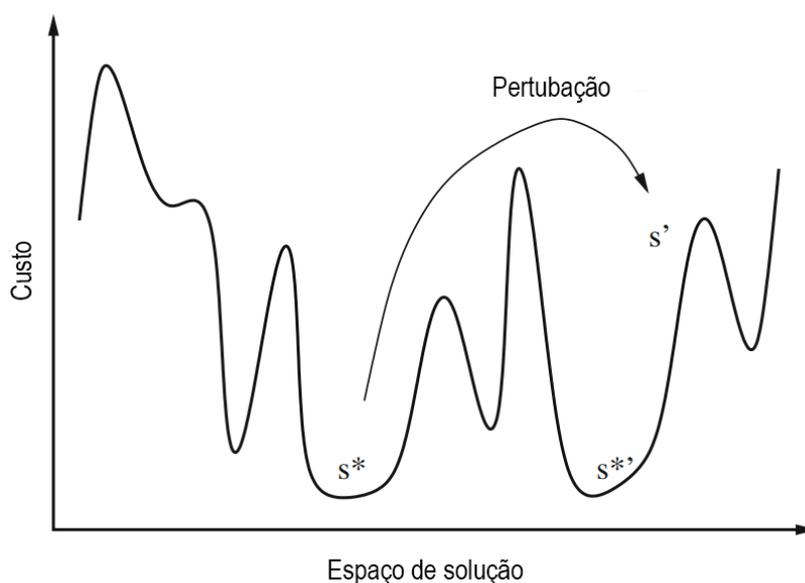
| | |
|-----|---|
| 1. | <u>ILS</u> (dados de entrada) |
| 2. | <u>INÍCIO</u> |
| 3. | $S_0 \leftarrow \text{Gerar_Solução_Inicial}()$ |
| 4. | $S^* \leftarrow \text{Busca_Local}(S_0);$ |
| 5. | <u>REPITA</u> |
| 6. | $S' \leftarrow \text{Perturbação}(S^*, \text{Histórico});$ |
| 7. | $S^{*'} \leftarrow \text{Busca_Local}(S');$ |
| 8. | $S^* \leftarrow \text{Critério_De_Aceitação}(S^*, S^{*'}, \text{Histórico});$ |
| 9. | <u>ATÉ</u> que critério de parada seja satisfeito; |
| 10. | <u>RETORNE</u> S^* ; |
| 11. | <u>FIM.</u> |

Fonte: Lourenço, Martin e Stützle (2010) adaptado pelo autor.

O primeiro passo é a geração de uma solução inicial S_0 (passo 3). Essa solução é submetida a uma busca local obtendo-se uma nova solução S^* (passo 4). As três instruções a seguir são executadas repetidamente até que um critério de parada seja satisfeito. (1) perturbação na solução corrente S^* gerando uma nova solução S' (passo 6); (2) busca local em S' a fim de melhorar a solução perturbada obtendo $S^{*'}$ (passo 7) e; (3) a solução obtida $S^{*'}$ é submetida a um critério de aceitação. Caso seja aceita, $S^{*'}$ será a nova solução corrente. Caso contrário, a melhor solução conhecida até o momento S^* é retornada (passo 8) (BARROS JUNIOR, 2017). Por fim, a solução final S^* é mostrada ao usuário (passo 10).

A Figura 6 ilustra graficamente o funcionamento do ILS. Sua eficiência depende do tipo de perturbação aplicada e do critério de aceitação adotado (LOURENÇO; MARTIN; STÜTZLE, 2010). Por fim, é importante ressaltar que não foi encontrado nenhum trabalho na literatura que tenha utilizado o ILS na resolução do POSF.

Figura 6 – Representação gráfica do ILS.



Fonte: Lourenço, Martin e Stützle (2010) adaptado pelo autor.

2.10.4.3. Greedy Randomized Adaptive Search (GRASP)

A meta-heurística GRASP é um procedimento iterativo, *multi-start*, proposta originalmente por Feo e Resende (1989) e, posteriormente, melhor descrita por Feo e Resende (1995). Cada iteração GRASP consiste em duas fases: construção da

solução inicial e busca local. A fase de construção gera uma solução viável cuja vizinhança é explorada na fase de busca local até encontrar um máximo local. A melhor solução global é armazenada como resultado da execução do algoritmo. O critério de parada tipicamente adotado é o número de iterações (K) que o GRASP deve executar (RESENDE; RIBEIRO, 2003). Um extenso levantamento na literatura sobre o GRASP pode ser encontrado em Festa e Resende (2009a), Festa e Resende (2009b) e Resende e Ribeiro (2014).

O pseudocódigo do GRASP é mostrado no Quadro 2. A construção da solução inicial do GRASP (passo 5) é baseada nas três primeiras iniciais de sua sigla em inglês: gulosa (*Greedy*), aleatória (*Randomized*) e adaptativa (*Adaptive*) (DUARTE et al., 2015). O objetivo é obter soluções diversificadas e de melhor qualidade do que soluções simplesmente aleatórias (RESENDE; RIBEIRO, 2005; FESTA; RESENDE, 2011). Posteriormente, as soluções iniciais encontradas são refinadas por meio da segunda fase do algoritmo, baseada em buscas locais e utilizada apenas para pequenas melhorias (passo 6). Por fim, a melhor solução encontrada é retornada (passo 9).

Quadro 2 – Pseudocódigo da meta-heurística GRASP.

| | |
|-----|---|
| 1. | <u>GRASP</u> (dados de entrada) |
| 2. | <u>INÍCIO</u> |
| 3. | Melhor_Solução $\leftarrow \emptyset$; |
| 4. | <u>PARA</u> ($k = 1$ <u>ATÉ</u> K) <u>FAÇA</u> |
| 5. | Solução \leftarrow GRASP_Fase_Construtiva(); |
| 6. | Solução \leftarrow Busca_Local(Solução); |
| 7. | Atualizar_Solução(Solução; Melhor_Solução); |
| 8. | <u>FIM-PARA;</u> |
| 9. | <u>RETORNE</u> Melhor_Solução; |
| 10. | <u>FIM.</u> |

Em que: \emptyset = conjunto vazio.

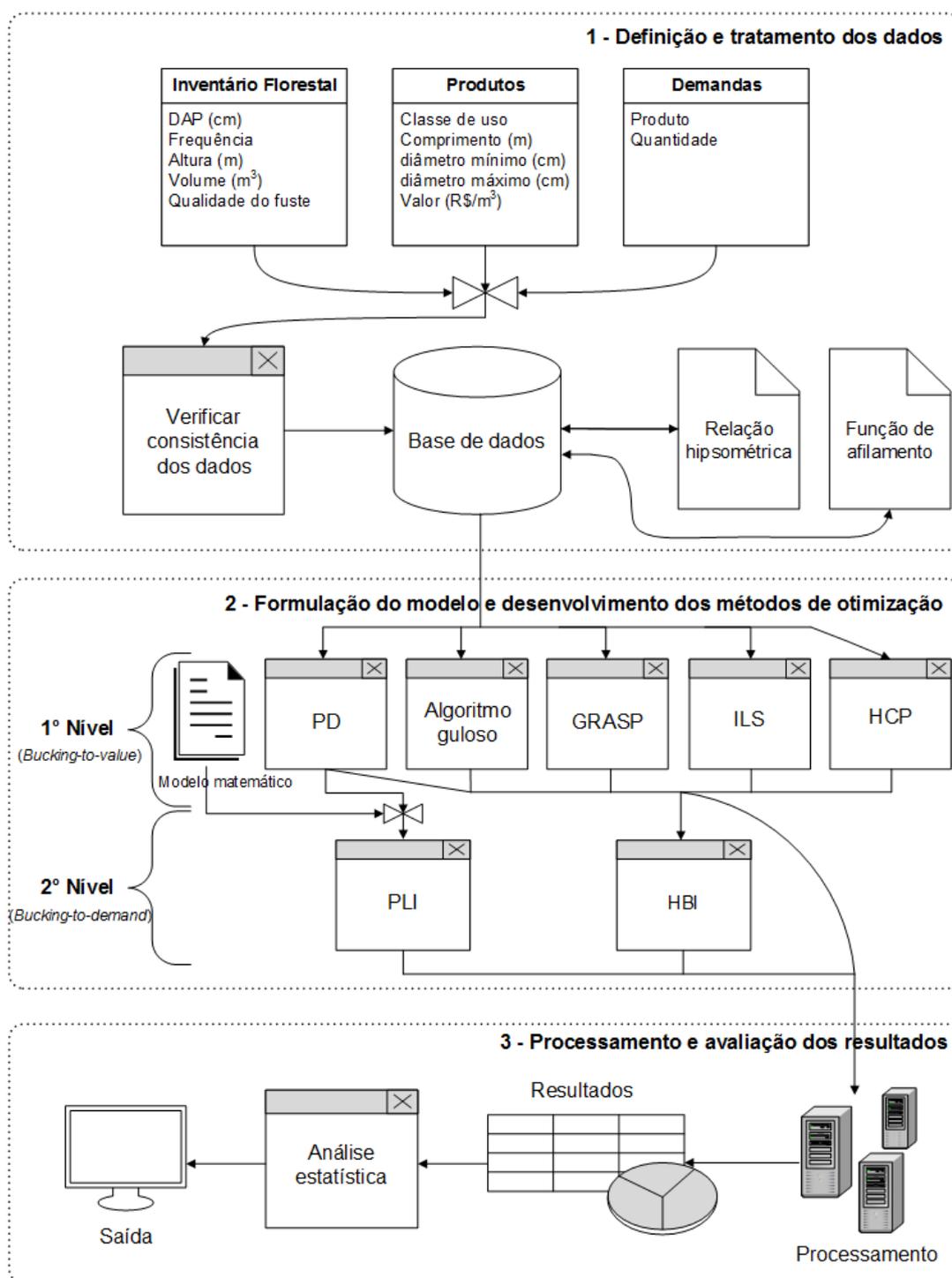
Fonte: Resende e Ribeiro (2003) adaptado pelo autor.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

3.1. Metodologia

As etapas metodológicas (Figura 7) utilizadas para resolver o POSF foram: (1) Definição e tratamento dos dados, (2) Formulação do modelo e desenvolvimento dos métodos de otimização e (3) Processamento e avaliação dos resultados.

Figura 7 – Fluxograma metodológico para a resolução do POSF.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O primeiro passo é coletar as informações do inventário florestal, dos produtos comercializados e do quadro de demandas. Todas essas informações fizeram parte da base de dados do problema. A consistência desses dados foi verificada. Caso algum problema tenha sido encontrado como informações ausentes, discrepantes ou dados duplicados, estes foram corrigidos. A partir dos dados disponíveis, foi feito um ajuste da relação hipsométrica e da função de afilamento caso essas equações não tenham sido disponibilizadas a priori. Quando necessário, tais equações foram utilizadas para estimar a altura e o afilamento dos fustes não mensurados em campo.

A fase de otimização do POSF foi dividida em 2 níveis. O primeiro trata de otimizar o sortimento em nível de árvore individual com um único objetivo, o de maximizar a receita dos fustes (*bucking-to-value*). Nesse nível foram avaliados os seguintes métodos de solução: (1) PD; (2) Algoritmo guloso; (3) GRASP; (4) ILS; (5) HCP e; (6) busca exaustiva. Tais métodos foram alvo de análise nos estudos de caso 1 e 2. A busca exaustiva não possui qualquer mecanismo de otimização, serviu apenas como referência para encontrar, quando possível, o número total de soluções existentes para o problema analisado.

O segundo nível da otimização diz respeito ao POSF incluindo restrições de mercado. Nesse caso, as restrições consideradas foram as demandas por multiprodutos (cenário *bucking-to-demand*). Para obter as soluções do segundo nível, foi preciso primeiramente resolver o primeiro nível do problema (nível de árvore individual no cenário *bucking-to-value*). De fato, como elucida Uusitalo (2005), alcançar a otimização em nível de povoamento ou de floresta, até certo ponto, parte do princípio de ser necessário otimizar o sortimento dos fustes individuais.

Os resultados do primeiro nível do problema foram incluídos como dados de entrada nos métodos de solução empregados no segundo nível. Dessa forma, os métodos de solução híbridos avaliados no POSF no cenário *bucking-to-demand* foram: (1) PD + PLI via CEPLEX; (2) PD + HBI; (3) GRASP + HBI; (4) ILS + HBI e; (5) HCP + HBI. Tais métodos foram alvo de análise no estudo de caso 3.

Os resultados foram gerados na fase de processamento e avaliação dos resultados após a execução desses algoritmos em um sistema computacional. Para isso, foi utilizada a linguagem de programação Java 1.7.0_40 por meio do ambiente de desenvolvimento integrado (*Integrated Development Environment - IDE*) NetBeans IDE 8.0.1 e um computador com processador Intel Core i5 com 8 GB de memória

RAM. A partir dos resultados processados, foi feita uma análise estatística a fim de determinar o desempenho e a viabilidade dos métodos de solução avaliados.

3.1.1. Modelagem do problema

A formulação matemática do modelo de PLI desenvolvido consiste na geração das alternativas de corte e na seleção dos sortimentos mais rentáveis por classe diamétrica que consigam conjuntamente atender as restrições do problema. Dessa forma, todos os sortimentos factíveis são analisados. A FO tem como objetivo maximizar a receita. A variável de decisão representada pela variável $x_{i,j}$ corresponde ao número de árvores da classe diamétrica i processadas segundo o sortimento j .

Maximizar

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{S_i} v_{i,j} x_{i,j} \quad (1)$$

Sujeito a

$$\sum_{j=1}^{S_i} x_{i,j} \leq n_i \quad \forall i \in N \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{S_i} Q_{i,j,k} x_{i,j} \geq b_k \quad \forall k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{S_i} Q_{i,j,k} x_{i,j} \leq d_k \quad \forall k \in K \quad (4)$$

$$x_{i,j} \geq 0 \quad x_{i,j} \in \mathbb{Z}^+; \quad \forall j \in S_i; \quad \forall i \in N \quad (5)$$

Em que:

$x_{i,j}$ = número de árvores da classe diamétrica i processadas segundo o sortimento j ;

$v_{i,j}$ = valor da árvore de classe i traçada conforme o sortimento j ;

S_i = número de sortimentos avaliados na classe diamétrica i ;

N = número de classes diamétricas analisadas;

n_i = número de árvores na classe de diâmetro i ;

K = número de produtos comercializados;

$Q_{i,j,k}$ = quantidade do produto k produzido por uma árvore da classe diamétrica i utilizando o sortimento j ;

b_k = demanda mínima do produto k ;

d_k = demanda máxima do produto k .

A equação (1) representa a FO, cujo objetivo é a maximização da receita global. A restrição (2) determina que o número de árvores utilizadas da classe de diâmetro i não exceda o número de árvores existente naquela classe. As restrições (3) e (4) dizem respeito às produções mínimas e máximas, respectivamente, de cada produto k comercializado. Por fim, a restrição (5) informa que a variável de decisão deve ser inteira e não negativa.

O modelo apresentado atende aos três estudos de caso analisados nesse trabalho. Ele diferencia-se por levar em consideração as características individuais das árvores e dos produtos ao calcular os diferentes padrões de corte possíveis em cada classe de diâmetro. As variáveis de decisão são inteiras, permitindo que fustes de uma mesma classe diamétrica sejam traçados segundo diferentes sortimentos. Ao contrário dos modelos tradicionais, as demandas são representadas por quantidades de produtos negociados ao invés do volume total de madeira de cada produto.

Esse modelo também permite trabalhar com fustes individuais ao invés de classes de diâmetro. Entretanto, nesse caso, o número de sortimentos distintos a serem analisados seria consideravelmente maior, consumindo maior tempo de processamento para encontrar a solução ótima. Todavia, Malinen et al. (2007) afirmam que isso produziria estimativas mais precisas quando se tem dados inventariados detalhados dos fustes ou do povoamento.

É válido ressaltar também que o cálculo do valor dos sortimentos permite levar em consideração a qualidade das toras traçadas, podendo elas serem desvalorizadas segundo a quantidade de nós existentes ou qualquer outro tipo de anomalia detectada.

3.1.2. Geração do arquivo de formato LP do CPLEX

O IBM ILOG CPLEX Optimization Studio versão 12.8 foi utilizado para resolver as instancias do modelo de PLI descrito na Subseção 3.1.1. Para isso, foi preciso criar um arquivo de entrada com extensão LP (de “*Linear Programming*”) utilizando uma

formulação algébrica suportada pelo IDE do CPLEX. Um exemplo simples do conteúdo de um arquivo com extensão LP é mostrado no Quadro 3 (A). Nesse caso, a instrução “*Generals*” quer dizer que as quatro variáveis do modelo devem ser inteiras. No Quadro 3 (B) é ilustrado as instruções necessárias para que uma instância do modelo seja importada como um dado de entrada pelo solver do CPLEX a partir de sua IDE. Foi utilizada a PD e a linguagem de programação JAVA para criar as instâncias do modelo de PLI utilizadas no CPLEX.

Quadro 3 – (A) Exemplo do conteúdo de um arquivo com formato LP; (B) Instruções necessárias para executar um arquivo com extensão LP no IDE do CPLEX.

| | |
|---|---|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. Maximize 2. obj: 12 x1 + 5 x2 + 15 x3 + 10 x4 3. Subject To 4. c1: 5 x1 + x2 + 9 x3 + 12 x4 <= 15 5. Bounds 6. 0 <= x1 <= 5 7. 0 <= x2 <= 5 8. 0 <= x3 <= 5 9. 0 <= x4 <= 5 10. Generals 11. x1 x2 x3 x4 12. End | <ol style="list-style-type: none"> 1. main { 2. cplex.importModel("C:\\arquivo.lp"); 3. if (cplex.solve()) { 4. writeln(cplex.getObjValue()); 5. } 6. } |
|---|---|

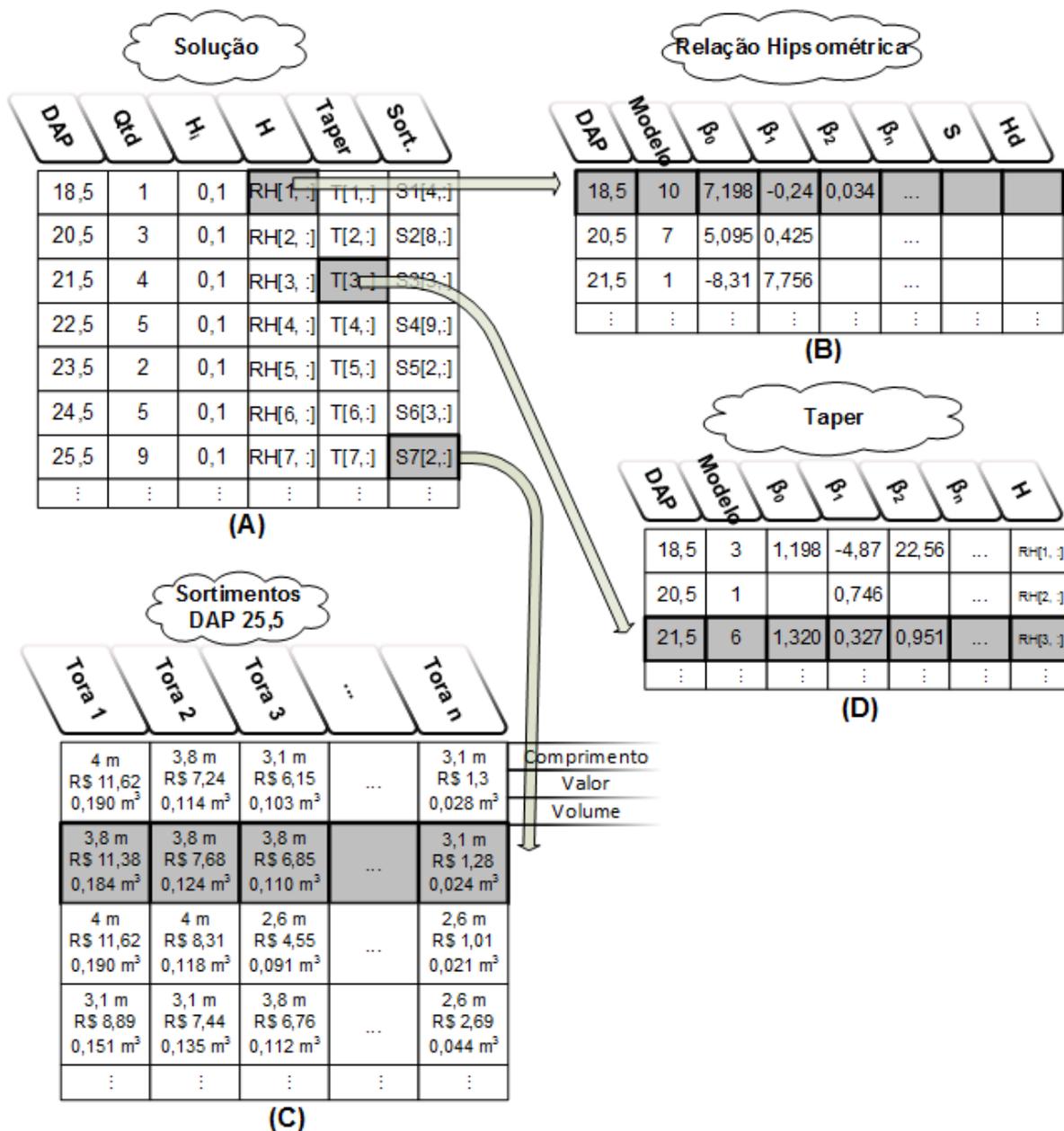
Fonte: (A) IBM (2016) adaptado pelo autor; (B) O autor.

3.1.3. Representação computacional de uma solução

Uma solução para o POSF consiste em encontrar os padrões de corte que maximizem a receita global e atendam conjuntamente às demandas do mercado consumidor. Esse conjunto de sortimentos foi representado computacionalmente por meio de uma matriz bidimensional chamada Solução contendo n linhas e m colunas (vide Figura 8 (A)). Cada linha da matriz contém informações do sortimento atribuído a classe diamétrica correspondente, sendo estas: centro de classe (DAP), quantidade de fustes no centro de classe corrente, altura do toco, altura total, função de afilamento e padrão de corte adotado. Evidentemente, se a base de dados for composta por fustes individuais ao invés de classes de diâmetro, a quantidade de fustes em cada

linha da matriz seria de apenas uma unidade.

Figura 8 – (A) Representação de uma solução do POSF; (B) Matriz contendo informações para o cálculo da relação hipsométrica; (C) Matriz contendo todos os sortimentos analisados para uma classe diamétrica; (D) Matriz contendo informações para o cálculo da função de afilamento.



Em que: DAP = diâmetro a altura do peito, medido a 1,3 m do solo; Qtd = quantidade de fustes; H_i = altura do toco; H = altura total; RH = matriz Relação Hipsométrica; T = matriz de Taper; Sort. = sortimento; S_i = matriz sortimentos; β_i = coeficientes do modelo; S = Índice de Local; Hd = altura dominante.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Caso tenha sido inventariado, a altura das árvores é inserida diretamente na coluna H da matriz Solução. Caso contrário, ela é calculada a partir de uma matriz

(Figura 8 (B)) contendo a relação hipsométrica correspondente ao DAP informado. De maneira semelhante, a matriz Solução contém uma coluna chamada Taper cujo conteúdo é um ponteiro para uma nova matriz (Figura 8 (D)) contendo informações que descrevem o perfil do fuste correspondente. Para cada fuste analisado, foi criada uma matriz chamada Sortimentos contendo todas as alternativas de corte examinadas (Figura 8 (C)). Cada sortimento é composto de várias toras e cada tora é representada por um vetor capaz de armazenar seu comprimento, valor e volume.

Se tratando do POSF em nível de povoamento, é importante ressaltar que o melhor sortimento não significa necessariamente o sortimento mais valioso, mas sim, aquele que “no conjunto da obra” maximize a receita global sem deixar de atender às demandas comerciais. Contudo, caso o problema seja em nível de árvore individual, o melhor sortimento será inevitavelmente o mais valioso ou o de maior volume, dependendo de qual destes atributos a FO esteja maximizando.

Seguindo o exemplo mostrado na Figura 8 (A), a matriz Solução informa os resultados encontrados para as classes diamétricas cujos centros de classe possuem DAP: 18,5; 20,5; 21,5, ..., e assim por diante. Nesse caso, existe somente um fuste no centro de classe correspondente a 18,5 centímetros (cm) de DAP e este possui altura do toco medindo 0,1 metros e altura total (H) calculada segundo o modelo 10 (Tabela 1) cujo valor dos parâmetros da função são informados na primeira linha da matriz Relação Hipsométrica (Figura 8 (B)). Foi identificado também a existência de 4 fustes no centro de classe 21,5 cm de DAP. Nessa classe de diâmetro, a função de afilamento segue o modelo 6 (Tabela 2) cujos parâmetros são informados na matriz Taper. Por fim, é mostrado que, dentre as alternativas de corte disponíveis para um fuste com 25,5 cm de DAP, a mais valiosa possui as três primeiras toras medindo 3,8 metros e a última tendo 3,1 metros. O valor e o volume total desse sortimento são calculados dinamicamente a partir da soma dos valores individuais de cada tora simuladamente extraída.

3.1.4. Estratégia de arredondamento

A precisão dos dados tem um impacto decisivo no sucesso do planejamento florestal e nas tomadas de decisão (HOLOPAINEN et al., 2010). Portanto, deve-se tomar muito cuidado com a representação numérica e o esquema de arredondamento utilizado. Arredondar um número significa substituí-lo por outro valor que seja aproximadamente igual, mas que tenha uma representação mais curta, mais simples

ou mais explícita (FURLONG; LOVELACE; LOVELACE, 1999).

Existem diversos métodos de arredondamento conhecidos na literatura. Dentre eles, destacam-se: *round-up* (arredonda para cima), *round-down* (arredonda para zero), *round-ceiling* (arredonda para infinidade positiva), *round-floor* (arredonda para a infinidade negativa), *round-half-up* (Arredonda para o "vizinho mais próximo", a menos que ambos os vizinhos sejam equidistantes, nesse caso, arredonda para cima), *round-half-down* (Arredonda para o "vizinho mais próximo", a menos que ambos os vizinhos sejam equidistantes, nesse caso, arredonda para baixo) e *round-half-even* (Arredonda para o "vizinho mais próximo", a menos que ambos os vizinhos sejam equidistantes, nesse caso, arredonda para o vizinho par) (MAXFIELD; BROWN, 2005; IBM Knowledge Center, 2014).

O esquema de arredondamento adotado neste trabalho foi o *round-half-even*, muitas vezes referenciado na literatura como “arredondamento do banqueiro”. Esse é o modo de arredondamento que minimiza estatisticamente o erro cumulativo quando aplicado repetidamente a uma sequência de cálculos. É o principal método de arredondamento utilizado nos Estados Unidos e tido como regra pelas normas da ABNT (ABNT – NBR 5891, 2014; ORACLE DOCS, 2018). Isso implica que um número com uma parte fracionária de valor 0,5, por exemplo, às vezes é arredondado “para cima” e às vezes “para abaixo”, sempre para o valor par mais próximo. Por meio da Tabela 9, é possível visualizar alguns exemplos de arredondamentos feitos utilizando o método *round-half-even*.

Tabela 9 – Exemplos de arredondamento para um dígito utilizando o *round-half-even*.

| Entrada | Arredondamento |
|----------------|-----------------------|
| 5,5 | 6 |
| 2,5 | 2 |
| 1,6 | 2 |
| 1,1 | 1 |
| -1,1 | -1 |
| -1,6 | -2 |
| -2,5 | -2 |
| -5,5 | -6 |

Fonte: ORACLE DOCS (2018) adaptado pelo autor.

A importância de se mencionar o esquema de arredondamento utilizado nessa

pesquisa consiste no fato de que, a depender do tipo de arredondamento utilizado e em que casa decimal ele é feito, tem-se uma diferença significativa nos resultados produzidos. Nesse sentido, esclarece-se que, para todos os dados processados nesse trabalho, quando necessário, foi feito o arredondamento para a segunda casa decimal no valor das toras simuladamente extraídas e para as variáveis dendrométricas diâmetro e altura. Se tratando de volume, o arredondamento foi feito para a quarta casa decimal.

3.2. Estudos de caso

3.2.1. Estudo de caso 1: *bucking-to-value*

O objetivo do primeiro estudo de caso foi examinar o desempenho dos métodos de otimização propostos para resolver o POSF em nível de árvore individual quando comparados à solução ótima do problema obtida via PD. As simulações ocorreram no cenário *Bucking-to-value* com um único propósito, encontrar o sortimento que maximize o valor individual dos fustes analisados.

Os dados foram obtidos de Menon (2005). Segundo o autor, são provenientes da região sul do Brasil, de um povoamento florestal localizado no município de Correia Pinto – SC, de propriedade das Indústrias Klabin. Foi utilizado um hectare do Talhão 18 de *Pinus taeda L.*, com 11,5 hectares e plantio realizado em 1978, da Fazenda Capela I. Foram encontradas na área demarcada um total de 453 árvores. Destas, 408 foram colhidas sendo que 31 delas foram cubadas para a construção da função de afilamento. No APÊNDICE A pode ser encontrada a distribuição de diâmetros do povoamento analisado.

A relação hipsométrica e a função de afilamento já ajustadas foram fornecidas pela Klabin. Elas foram utilizadas neste estudo de caso para obter a altura e o volume dos fustes analisados. A altura de toco considerada foi de 0,1 metros. Segundo Menon (2005), suas respectivas equações são:

Relação Hipsométrica:

$$\hat{H} = \frac{DAP^2}{(\beta_0 + \beta_1 * DAP + \beta_2 * DAP^2)}$$

Em que: \widehat{H} = altura total estimada (m); DAP = diâmetro a altura do peito, medido a 1,3 m do solo; $\widehat{\beta}_0 = 7,19827$; $\widehat{\beta}_1 = -0,24839$; $\widehat{\beta}_2 = 0,03447$; $S_{\widehat{Y}}^{\wedge}(\%) = 7,14\%$.

Função de Afilamento:

$$\widehat{d}_i = DAP * \left[\beta_0 + \beta_1 * \left(\frac{h_i}{Ht} \right) + \beta_2 * \left(\frac{h_i}{Ht} \right)^2 + \beta_3 * \left(\frac{h_i}{Ht} \right)^3 + \beta_4 * \left(\frac{h_i}{Ht} \right)^4 + \beta_5 * \left(\frac{h_i}{Ht} \right)^5 \right]$$

Em que: \widehat{d}_i = diâmetro com casca estimado ao longo do fuste (cm); h_i = altura de corte (m); H = altura total (m); $\left(\frac{h_i}{Ht} \right)$ = altura relativa (m); DAP = diâmetro medido a 1,3 m de altura do solo (cm); $\widehat{\beta}_0 = 1,19837$; $\widehat{\beta}_1 = -4,87173$; $\widehat{\beta}_2 = 22,56860$; $\widehat{\beta}_3 = -50,29490$; $\widehat{\beta}_4 = 50,20750$; $\widehat{\beta}_5 = -19,00690$; $S_{\widehat{Y}}^{\wedge}(\%) = 9,91\%$.

Os multiprodutos considerados para comercialização neste estudo de caso são apresentados na Tabela 10. Para exemplificar, suponha a classe de uso 3, na qual seus produtos são destinados a venda. Para esta classe, os comprimentos de toras aceitáveis são 2,60; 3,10 e 3,80 metros, sendo que o dpf de cada tora deve ser de pelo menos 40 cm. Além disso, o valor de cada metro cúbico (m^3) de madeira produzida nesta classe de uso vale R\$ 139,77.

Tabela 10 – Produtos comercializáveis no estudo de caso 1.

| Classe de Uso | Comprimento (m) | dpf (cm) | R\$/ m^3 |
|-----------------------------|-------------------|------------|------------|
| Classe 0 – serraria própria | 3,10 e 3,80 | 18 a 23,99 | 61,85 |
| Classe 1 – venda | 2,60; 3,10 e 3,80 | 24 a 29,99 | 92,15 |
| Classe 2 – venda | 2,60; 3,10 e 3,80 | 30 a 39,99 | 113,59 |
| Classe 3 – venda | 2,60; 3,10 e 3,80 | >= 40 | 139,77 |
| Classe 4 – celulose | 1,00 a 4,00 * | 8 a 17,99 | 52,08 |

Em que: dpf = diâmetro da ponta fina.

* Considerando uma variação de 10 em 10 centímetros no comprimento dos produtos.

Fonte: Menon (2005, p. 52) adaptado pelo autor.

3.2.2. Estudo de caso 2: *bucking-to-value* com classes de qualidade

O objetivo do estudo de caso 2 é avaliar o desempenho dos diferentes métodos de otimização implementados para resolver o POSF em nível de árvore

individual no cenário *bucking-to-value* quando o valor das toras comercializadas é influenciado pela classe de qualidade a qual pertence. Diferentemente do que foi feito nos Estudos de Caso 1, ao invés das árvores do povoamento terem sido agrupadas em classes de diâmetro, aqui, elas foram processadas individualmente.

A área de estudo consiste em um talhão com área de 4,3 ha composta por um povoamento de *Eucalyptus* sp. de 16 anos de idade localizado no sul da Bahia. O povoamento possui espaçamento inicial de 3 m x 3 m e desbaste seletivo feito aos 8 anos de idade. No total, 197 árvores foram inventariadas a partir de 8 parcelas lançadas de forma aleatória e 70 foram cubadas rigorosamente pelo método de Smalian para o ajuste dos modelos de afilamento. Os DAPs e as alturas totais de todas as árvores inventariadas foram disponibilizados no APÊNDICE B.

A distribuição de frequência por classe de diâmetro e a distribuição da altura das árvores inventariadas são mostradas na Tabela 11. Já na Tabela 12 é mostrada a distribuição de frequência das 70 árvores amostrais cubadas para o ajuste dos modelos de afilamento. O ajuste dos modelos de afilamento avaliados e os seus respectivos resultados serão mostrados na seção 4.2.

Tabela 11 – Distribuição de frequência das árvores inventariadas utilizadas no estudo de caso 2.

| C.C. DAP (cm) | Classes de altura (m) | | | | | | | | | TOTAL |
|------------------|-----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|----------|------------|
| | 32 | 34 | 36 | 38 | 40 | 42 | 44 | 46 | 48 | |
| 24 | | 1 | | | | | | | | 1 |
| 26 | | 2 | 1 | 1 | | | | | | 4 |
| 28 | | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | | | | 7 |
| 30 | 1 | 6 | 1 | 7 | 4 | | | | | 19 |
| 32 | | 1 | 2 | 5 | 11 | 0 | 1 | | | 20 |
| 34 | 1 | 1 | 6 | 7 | 7 | 1 | 1 | | | 24 |
| 36 | | 2 | 1 | 5 | 16 | 4 | | | | 28 |
| 38 | | | 2 | 3 | 12 | 6 | 4 | | | 27 |
| 40 | | | | 3 | 5 | 11 | 1 | | 1 | 21 |
| 42 | | | | 2 | 5 | 5 | 2 | | | 14 |
| 44 | | | | | 7 | 5 | 5 | 1 | | 18 |
| 46 | | | | | | 3 | 3 | | | 6 |
| 48 | | | | | 2 | 2 | 1 | 1 | | 6 |
| 50 | | | | | | 1 | | | | 1 |
| 52 | | | | | | | | 1 | | 1 |
| TOTAL | 2 | 14 | 15 | 35 | 70 | 39 | 18 | 3 | 1 | 197 |

Em que: C.C. = centro de classe; DAP = diâmetro a altura do peito, medido a 1,3 m do solo.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 12 – Distribuição de frequência das 70 árvores amostrais cubadas utilizadas no estudo de caso 2.

| C.C. DAP (cm) | Classes de altura (m) | | | | | | | | | TOTAL |
|------------------|-----------------------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|----------|-----------|
| | 32 | 34 | 36 | 38 | 40 | 42 | 44 | 46 | 48 | |
| 24 | | 1 | | | | | | | | 1 |
| 26 | | 2 | 1 | 1 | | | | | | 4 |
| 28 | | 1 | 1 | | | 1 | | | | 3 |
| 30 | | | | 2 | 1 | | | | | 3 |
| 32 | | | 1 | 2 | 3 | | 1 | | | 7 |
| 34 | 1 | | 1 | 3 | 2 | | 1 | | | 8 |
| 36 | | | | 1 | 1 | 2 | | | | 4 |
| 38 | | | | 1 | 2 | 4 | 2 | | | 9 |
| 40 | | | | | 1 | 4 | | | 1 | 6 |
| 42 | | | | | 3 | 2 | 1 | | | 6 |
| 44 | | | | | 4 | 2 | 3 | | | 9 |
| 46 | | | | | | 2 | 3 | | | 5 |
| 48 | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | | 4 |
| 50 | | | | | | | | | | 0 |
| 52 | | | | | | | | 1 | | 1 |
| TOTAL | 1 | 4 | 4 | 10 | 18 | 18 | 12 | 2 | 1 | 70 |

Em que: C.C. = centro de classe; DAP = diâmetro a altura do peito, medido a 1,3 m do solo.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os multiprodutos de eucalipto considerados comercializáveis são descritos por classe de uso na Tabela 13. O valor médio pago pelos produtos foi atualizado segundo os preços florestais cotados em maio de 2018 pela Secretária da Agricultura e do Abastecimento do governo do Estado do Paraná (SEAB, 2018) e através de informações obtidas pela Klabin (SILVA, 2018).

Tabela 13 – Dimensões dos produtos considerados comercializáveis no estudo de caso 2.

| Classe de uso | Comprimento (m) | dpf (cm) | R\$/m ³ |
|---------------|-----------------|------------|---------------------|
| Lenha | 1 | >= 8 | 46,65 ¹ |
| Serraria | 5,30 e 6,15 | 8 a 17,99 | 77,30 ² |
| Serraria | 5,30 e 6,15 | 18 a 24,99 | 105,00 ³ |
| Serraria | 5,30 e 6,15 | 25 a 34,99 | 180,00 ³ |
| Serraria | 5,30 e 6,15 | >= 35 | 230,00 ³ |

¹ Preço médio da lenha de eucalipto no carregador (SEAB, 2018);

² Preço médio das toras de eucalipto na serraria (SEAB, 2018);

³ Preços comercializados pela Klabin (SILVA, 2018).

Fonte: Elaborado pelo autor.

A qualidade dos fustes foi medida levando em consideração a quantidade e a disposição dos nós existentes. Sua classificação é ilustrada na Tabela 14. Ela foi feita com base na classificação qualitativa realizada por Mendonça et al. (2008) e adaptada aos produtos comercializados nesse estudo de caso. Como não haviam informações inventariadas a respeito da quantidade e posição dos nós em cada árvore, estas foram simuladas (vide APÊNDICE B).

Tabela 14 – Classe de qualidade das toras segundo a presença de nós.

| dpf (cm) | Presença de nós | | | |
|-------------|-----------------|------------|------------|-------------|
| | Sem nós | < 1 em 2 m | < 1 em 1 m | >= 1 em 1 m |
| 8 a 18 | 1 | 2 | 3 | D |
| 18 a 25 | 1 | 2 | 3 | D |
| 25 a 35 | 1 | 2 | 3 | D |
| > 35 | 1 | 2 | 2 | D |

Em que: dpf = diâmetro da ponta fina; D = descarte; m = metro.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como pode ser observado, quatro classes de qualidade foram consideradas, dependendo do número de nós por comprimento. A classe de qualidade Descarte (D) significa que a madeira não tem utilidade para serraria e por isso é destinada a lenha. Nas simulações do sortimento, caso a tora tenha sido classificada como qualidade 2, seu valor em R\$/m³ é depreciado em 15%. Caso tenha sido enquadrada na classe de qualidade 3, seu valor é depreciado em 30%.

3.2.3. Estudo de caso 3: *bucking-to-demand*

O objetivo desse estudo de caso foi avaliar o desempenho dos métodos de otimização implementados para resolver o POSF em nível de povoamento quando há restrições comerciais impostas pelo mercado. Nesse caso, as restrições se referem às demandas mínimas por determinados tipos de produtos. Portanto, as simulações ocorreram utilizando o cenário *bucking-to-demand*.

Os dados foram obtidos de Santana (2013). Segundo o autor, constitui-se de povoamentos de *Eucalyptus saligna* de primeiro e segundo ciclo de regeneração, com diferentes idades e históricos de manejo, de propriedade da Klabin S/A (vide Tabela 15). Os povoamentos florestais são oriundos da fazenda Monte Alegre, cuja sede

situa-se no município de Telêmaco Borba, estado do Paraná. A distribuição diamétrica do povoamento de eucalipto e suas respectivas alturas estimadas são mostradas no APÊNDICE C. No total, 42.974 árvores foram inventariadas. A altura do toco não foi considerada para efeito de cálculo.

Tabela 15 – Características dos povoamentos de *Eucalyptus saligna* objeto do estudo de caso 3.

| Espécie | Idade (anos) | Histórico de manejo | | Área total (ha) |
|---------------------------|-----------------|---------------------|-------------|--------------------|
| | | Reg. 1 (ha) | Reg. 2 (ha) | |
| <i>Eucalyptus saligna</i> | 10 | 22,0 | | 1 |
| <i>Eucalyptus saligna</i> | 33 | | 5,7 | 4 |
| <i>Eucalyptus saligna</i> | 34 | | 5,0 | 7 |
| <i>Eucalyptus saligna</i> | 43 | 3,9 | | 19 |
| <i>Eucalyptus saligna</i> | 53 | | 21,0 | 20 |
| <i>Eucalyptus saligna</i> | 56 | | 6,4 | 24 |
| Total | | 25,9 | 38,1 | 64,0 |

Em que: Reg. = regeneração;

Fonte: Santana (2013, p. 32) adaptado pelo autor.

A Klabin forneceu uma função de afilamento já ajustada utilizada para estimar a produção volumétrica com casca (em m³) do povoamento analisado (SANTANA, 2013). A equação estatística utilizada foi o modelo de Schoepfer (1966) (vide Tabela 2). O valor dos parâmetros e os resultados estatísticos referentes ao ajuste do modelo são apresentados na Tabela 16. Tais valores variaram de acordo com o DAP da árvore. Portanto, embora o modelo seja o mesmo, três formas distintas de parametrização foram feitas.

Tabela 16 – Estatísticas do ajuste e valor dos coeficientes do modelo de Schoepfer (1966) utilizados para estimar o volume com casca dos fustes analisados no estudo de caso 3.

| C.C. DAP(cm) | Coeficientes do Modelo | | | | | | Ajuste | |
|-----------------|------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|--------------------|---------------------|
| | $\hat{\beta}_0$ | $\hat{\beta}_1$ | $\hat{\beta}_2$ | $\hat{\beta}_3$ | $\hat{\beta}_4$ | $\hat{\beta}_5$ | R ² (%) | $S_{\hat{Y}}^2$ (%) |
| 0 – 9,9 | 1,309 | -4,982 | 22,242 | -48,472 | 45,810 | -15,916 | 86,2 | 8,6 |
| 10 – 34,9 | 1,179 | -3,505 | 14,624 | -32,577 | 32,422 | -12,156 | 96,4 | 6,4 |
| 35 – 150 | 1,135 | -3,061 | 11,520 | -23,409 | 20,956 | -7,152 | 97,5 | 6,1 |

Em que: C.C. = centro de classe; DAP = diâmetro a altura do peito, medido a 1,3 m do solo.

Fonte: Departamento de Inventário Florestal da Klabin citado por Santana (2013, p. 45) e adaptado pelo autor.

Os multiprodutos considerados para comercialização nesse estudo de caso são mostrados na Tabela 17. No total, 22 produtos distintos foram comercializados. Os preços dos produtos variaram entre R\$ 1,00 e R\$ 146,70 o metro cúbico de madeira em função dos comprimentos e diâmetros informados. Foi simulada uma demanda mínima de 800 unidades por produto visto que, em um cenário sem demandas, muitos destes produtos não eram colhidos. Esse valor atribuído à demanda mínima foi escolhido arbitrariamente de modo que houvesse um certo equilíbrio entre as quantidades de produtos produzidos.

Tabela 17 – Produtos comercializados no estudo de caso 3.

| Produto | d_{min} (cm) | d_{max} (cm) | Comprimento (m) | R\$/m³ | Demanda mínima¹ |
|----------------|---------------------------------|---------------------------------|----------------------------|--------------------------|---------------------------------------|
| 1 | >38 | - | 7,36 | 146,70 | 800 |
| 2 | >38 | - | 6,05 | 133,20 | 800 |
| 3 | >38 | - | 5,30 | 131,40 | 800 |
| 4 | 32 | 38 | 3,70 | 115,20 | 800 |
| 5 | 32 | 38 | 3,05 | 115,20 | 800 |
| 6 | 32 | 38 | 2,90 | 117,00 | 800 |
| 7 | 32 | 38 | 2,65 | 121,50 | 800 |
| 8 | 28 | 32 | 3,70 | 106,20 | 800 |
| 9 | 28 | 32 | 3,05 | 108,00 | 800 |
| 10 | 28 | 32 | 2,90 | 109,80 | 800 |
| 11 | 28 | 32 | 2,65 | 117,00 | 800 |
| 12 | 18 | 28 | 7,36 | 84,60 | 800 |
| 13 | 18 | 28 | 6,05 | 82,80 | 800 |
| 14 | 18 | 28 | 5,30 | 81,00 | 800 |
| 15 | 18 | 28 | 3,70 | 85,50 | 800 |
| 16 | 18 | 28 | 3,05 | 85,50 | 800 |
| 17 | 18 | 28 | 2,90 | 85,50 | 800 |
| 18 | 18 | 28 | 2,65 | 85,50 | 800 |
| 19 | 8 | 18 | 7,20 | 84,00 | 800 |
| 20 | 8 | 18 | 3,60 | 90,00 | 800 |
| 21 | 8 | 18 | 2,40 | 92,00 | 800 |
| 22 | 7 | - | 1,00 | 1,00 | 800 |

Em que: d_{min} = diâmetro mínimo; d_{max} = diâmetro máximo.

¹ Incluído o campo demanda mínima.

Fonte: Santana (2013, p. 52) adaptado pelo autor.

Não foram estipuladas demandas máximas nesse estudo de caso pois todas as árvores deveriam ser simuladamente traçadas. Desse modo, mesmo que as

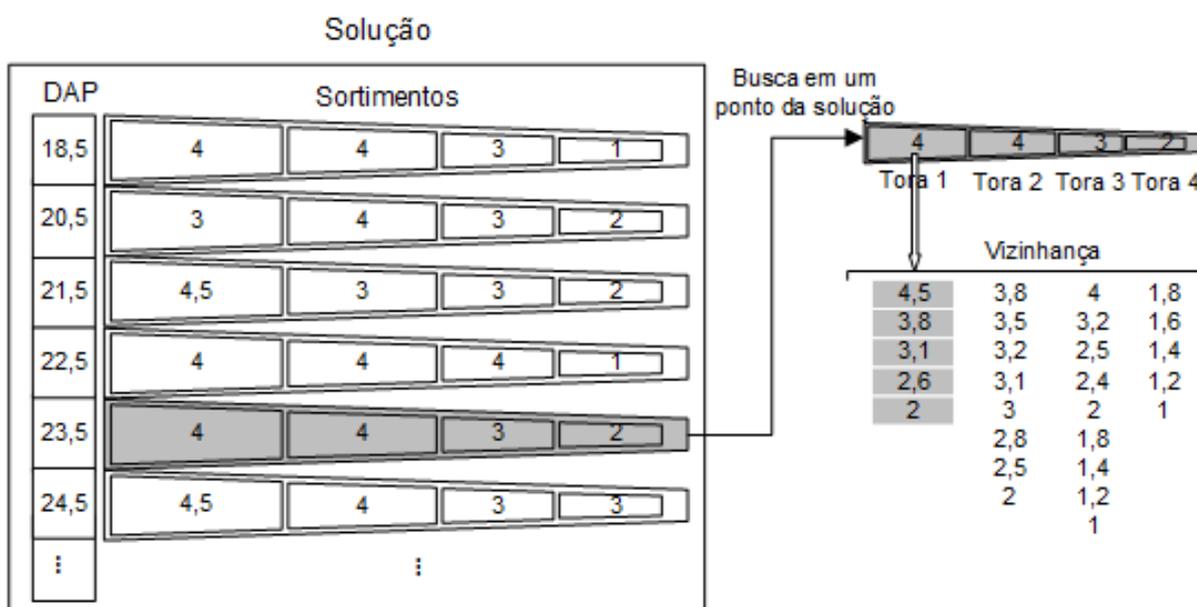
demandas mínimas por um ou mais produtos tenham sido alcançadas, sendo possível extrair mais alguma tora a partir de um resíduo comercial do fuste correntemente analisado, esta seria colhida de forma a maximizar o valor da árvore. Além disso, foi definido para o produto 22 um diâmetro mínimo de 7 cm para evitar que fossem extraídos muitos produtos com valor inferior a R\$ 0,01. Por ventura, isso ocasionou uma queda de 19,1% no espaço de solução do problema, ou seja, na quantidade de sortimentos a serem avaliados.

3.3. POSF no cenário *bucking-to-value*

3.3.1. Vizinhança de uma solução

O conceito de solução vizinha adotado no POSF em nível de árvore individual refere-se a troca de uma tora por outro produto candidato. Nesse caso, os vizinhos de uma solução vão depender do local onde estão ocorrendo as buscas, ou seja, qual sortimento e qual tora desse sortimento está sendo analisada. A Figura 9 exemplifica o conceito de vizinhança por meio de dados fictícios. A solução do problema corresponde a matriz Solução contendo o sortimento mais valioso encontrado para cada uma das classes de diâmetro analisadas.

Figura 9 – Exemplificação de uma solução vizinha no POSF no cenário *bucking-to-value*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Levando em consideração que a busca local esteja ocorrendo na primeira tora do sortimento de um fuste com DAP igual a 23,5 cm, as soluções vizinhas correspondem à substituição da tora corrente de 4 metros por um dos outros produtos candidatos, ou seja, uma tora de 4,5; 3,8; 3,1; 2,6 ou 2 metros. Os produtos candidatos foram ordenados de maneira decrescente segundo seus respectivos valores comerciais. Nesse caso, a solução vizinha imediatamente mais próxima é uma tora de 4,5 metros porque ela vale mais.

É importante ressaltar que, para um produto ser considerado candidato, a substituição deste na solução original deve gerar uma solução alternativa válida, levando em consideração o reenquadramento das demais toras que seriam extraídas. Portanto, é preciso que o perfil do fuste analisado possua as características necessárias que permitam esse reenquadramento. Por exemplo, se a primeira tora medindo 4 metros for substituída por outra com 4,5 metros, a segunda tora seria extraída a partir da altura de 4,5 metros do fuste. A retirada das demais toras segue o mesmo sentido, de forma que sejam traçadas sequencialmente sem que haja nenhuma lacuna (“*gap*”) entre elas.

3.3.2. Heurística de busca local

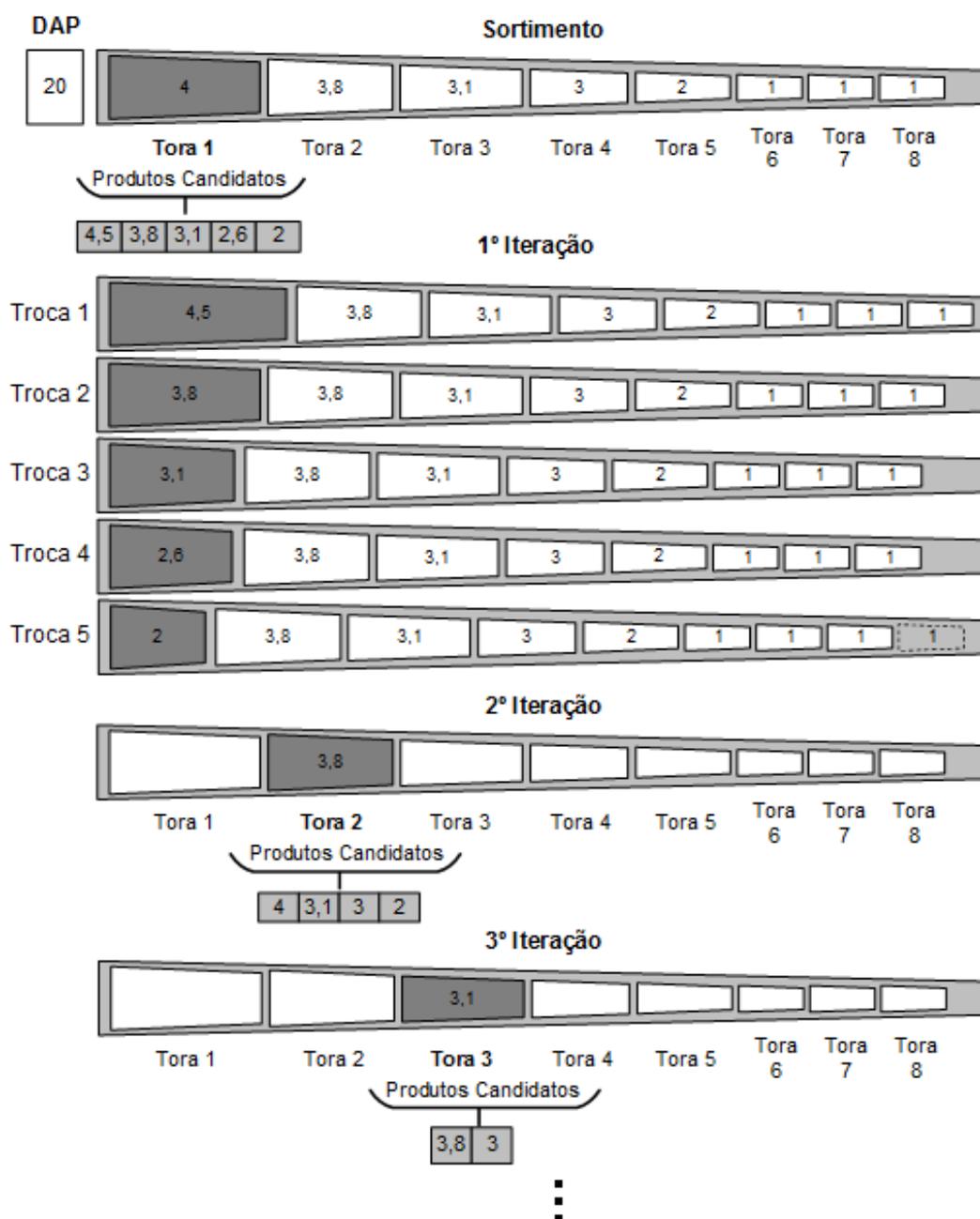
A heurística de busca local utilizada no POSF em nível de árvore individual foi a Primeira Melhora (PM). O algoritmo PM faz uma busca por toda a vizinhança e, ao encontrar uma solução melhor, a aceita, interrompe a busca, retorna a nova solução e recomeça o processo de busca. O algoritmo também é encerrado se nenhuma solução melhor for encontrada. É importante destacar que, nessa estratégia de busca, toda a vizinhança é explorada apenas no pior cenário possível, ou seja, quando nenhuma solução melhor for encontrada (HANSEN; MLADENOVIC, 2006; OCHOA; VEREL; TOMASSINI, 2010).

A heurística de busca local PM foi implementada da seguinte maneira. Primeiramente, é selecionado um sortimento dentro da matriz Solução para ser analisado. A cada iteração, de forma sequencial, começando da base em direção à ponta do fuste, um produto desse sortimento é selecionado para análise. Simula-se a troca desse produto por todos os outros produtos candidatos. Caso alguma dessas trocas resulte em uma melhora da FO, a troca é realizada gerando uma nova solução e a busca local é reiniciada a partir dessa nova solução encontrada. Caso contrário, inicia-se a segunda iteração no qual, avaliam-se as trocas da segunda tora pelos seus

respectivos produtos candidatos. Esse procedimento de busca continua até que as trocas na última tora extraída do fuste sejam avaliadas.

Para cada troca de produtos analisada, também é verificada a possibilidade de extrair uma nova tora a partir do resíduo comercial produzido por aquele sortimento. Ou então, a possibilidade de alterar a última tora por outro produto de maior comprimento a fim de reduzir o resíduo comercial e, com isso, aumentar a receita. A expectativa é que alguma dessas mudanças origine um sortimento ainda mais valioso. A Figura 10 exemplifica a estratégia de busca local PM implementada no POSF.

Figura 10 – Exemplificação da estratégia de busca local PM implementada no POSF.



Nesse exemplo, a busca local ocorre em um sortimento com 20 cm de DAP selecionado na matriz Solução. Na primeira iteração, avalia-se a substituição de uma tora de 4 metros por outra de 4,5; 3,8; 3,1; 2,6 ou 2 metros, os chamados produtos candidatos. Note que, em função do resíduo comercial produzido, a troca 5 possibilitou a retirada de mais uma tora de 1 metro próximo a ponta do fuste. Na segunda iteração, é verificada a substituição de uma tora de 3,8 metros por outra de 4; 3,1; 3 ou 2 metros. Na terceira iteração, os produtos candidatos a troca possuem 3,8 e 3 metros. A qualquer momento, caso alguma das trocas simuladas resulte em uma solução mais rentável, o novo sortimento é imediatamente retornado e a busca local recomeça.

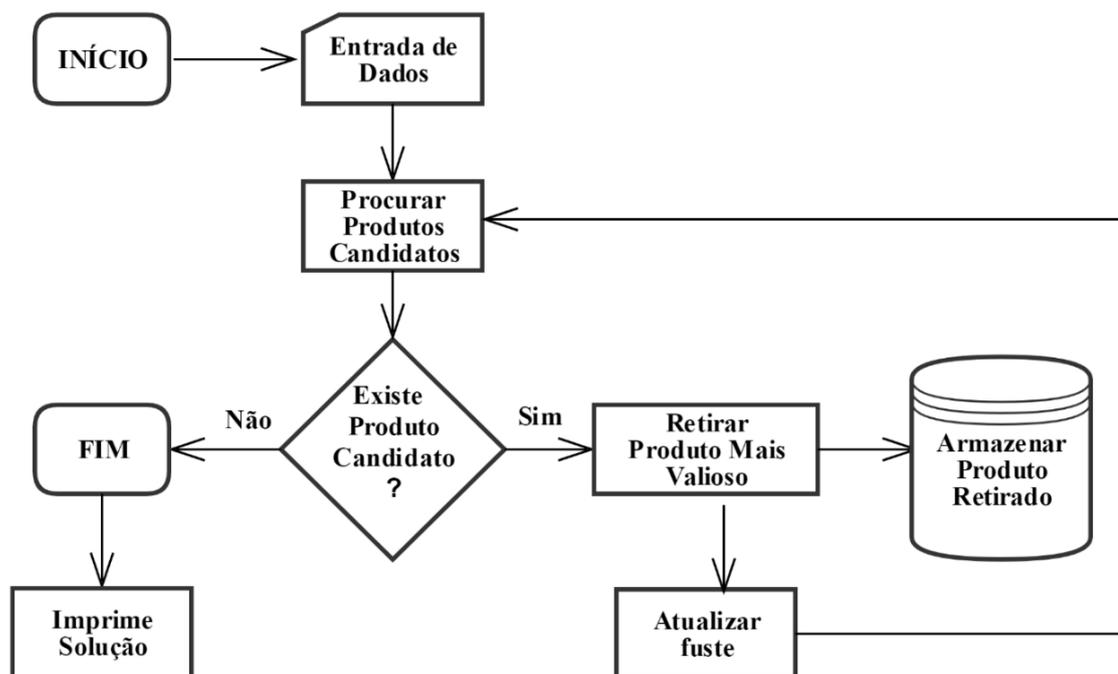
O objetivo da busca local é encontrar uma solução que maximize o valor do fuste e atenda às especificações do problema. Portanto, é evidente que o critério de aceitação adotado foi o de aceitar somente soluções melhores do que as já encontradas, ou seja, soluções que aumentem a FO.

3.3.3. Algoritmo guloso

A estratégia gulosa foi utilizada no POSF em nível de árvore individual no cenário *bucking-to-value* da seguinte maneira. O traçamento simulado das toras inicia-se pela base do fuste, de forma *bottom-up*, levando em consideração todas as características dendrométricas da árvore analisada. Para a retirada da primeira tora, procura-se localmente dentre todos os produtos que poderiam ser extraídos (os produtos candidatos), aquele comercialmente mais rentável. Posteriormente, após a retirada da primeira tora, o processo de busca se repete levando em consideração o que sobrou do fuste. E se repete novamente até que não seja mais possível retirar produtos comercializáveis do fuste.

O objetivo é traçar o fuste da base em direção ao topo retirando sempre o produto mais valioso localmente. Essa metodologia de sortimento apresentada parte do princípio que, escolhas ótimas feitas de forma sequencial gerem um padrão de corte que maximize o valor da árvore. Esse processo de busca também poderia começar pela ponta em direção a base do fuste, embora esse procedimento não faça muito sentido já que o volume de resíduos comerciais seria provavelmente muito maior. O fluxograma do algoritmo guloso proposto para o POSF no cenário *bucking-to-value* é apresentado na Figura 11.

Figura 11 – Esquema geral do Algoritmo Guloso proposto para o POSF no cenário *bucking-to-value*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para cada fuste traçado, o algoritmo recebe as seguintes informações como entrada de dados: DAP, altura total, equação de afilamento, altura comercial, qualidade do fuste e a descrição dos produtos comercializáveis. Cada produto comercializado corresponde a uma tora com um determinado comprimento, diâmetro mínimo, diâmetro máximo e receita dada em reais (R\$) por metro cúbico de madeira (m³). Após o processamento dos dados e a retirada sequencial das toras mais valiosas, o algoritmo exibe para o usuário o melhor sortimento encontrado.

É importante destacar novamente que nem sempre os algoritmos gulosos encontram a solução ótima do problema. De fato, é possível que sejam produzidos sortimentos com muitos resíduos comerciais. Portanto, poderia existir um sortimento alternativo que combinasse melhor os produtos retirados de modo a reduzir os resíduos o que, eventualmente, aumentaria o valor do fuste. Entretanto, a vantagem da estratégia gulosa é a velocidade com que produz uma solução para o problema, podendo ser empregue como solução inicial em outros métodos de otimização.

3.3.4. Programação Dinâmica (PD)

O algoritmo de PD implementado neste trabalho é baseado na metodologia descrita por Arce (2000). O algoritmo baseia-se na avaliação sucessiva de diversos estágios resolvendo cada um deles por meio de equações recursivas. Em cada um

desses estágios são comparadas várias alternativas de corte (estados) e é armazenado somente o mais valioso. Pelo princípio da otimalidade, decisões futuras para os estágios restantes constituirão uma política ótima, independentemente da política adotada em estágios anteriores (TAHA, 2016).

O algoritmo considera os diferentes tipos de produtos florestais como estágios, pontos de corte pré-definidos ao longo do fuste como estados e a equação recursiva objetiva maximizar a receita bruta do fuste ou o volume de madeira utilizado. O primeiro passo é a identificação de todos os possíveis pontos de corte (números úteis). Carnieri et al. (1994) recomenda, entretanto, considerar somente os pontos que contribuem efetivamente para a geração de uma nova alternativa de corte. A ideia é encontrar todos os pontos ao longo do fuste que poderiam ser utilizados para o corte de alguma tora, independente da estratégia de otimização adotada.

Segundo Carnieri et al. (1994), o algoritmo de geração de números úteis representa uma melhora substancial em termos de tempo de processamento e eficiência. Contudo, para Santana (2013), por não levar em consideração o diâmetro mínimo exigido pelos produtos ao gerar os números úteis, é possível e até mesmo provável que alguns destes números sejam inviáveis. Portanto, para corrigir esse problema uma adaptação dele no método de PD se fez necessário.

O pseudocódigo do algoritmo de Carnieri et al. (1994) utilizado para calcular os números úteis é mostrado no Quadro 4. O algoritmo pode ser explicado da seguinte maneira. Seja um fuste de comprimento L e m produtos de comprimentos $l[1], l[2], \dots, l[m]$. Primeiramente, obtém-se o menor dos comprimentos (β) a partir da lista dos produtos comercializados (passo 3). Este é o primeiro número útil. A partir de cada número útil encontrado, devem ser calculados os pontos de corte ao longo do fuste para cada novo produto k extraído dele j toras ($j = 1, 2, \dots$), desde que a porção remanescente do fuste tenha comprimento suficiente para isso (passos 8 ao 10). Os números úteis encontrados ($F^{(k)}$) são acrescentados na lista de números úteis já existente ($U^{(k+1)}$) e os números repetidos são removidos dela (passos 11 e 12). Esse procedimento é repetido até que todos os produtos sejam avaliados, ou seja, $k = 1$ (passos 7 ao 14). Por fim, a lista de números úteis armazenados em $U^{(1)}$ é mostrada ao usuário (passo 15) concluindo a execução do algoritmo.

Quadro 4 – Pseudocódigo do algoritmo utilizado para o cálculo dos números úteis.

1. **NÚMEROS ÚTEIS** ($L; l[m]$)
2. **INÍCIO**
3. $\beta \leftarrow \min\{l[1]; l[2]; \dots; l[m]\};$
4. $U^{(m+1)} \leftarrow \{0\};$
5. $F^{(m+1)} \leftarrow \{0\};$
6. $k \leftarrow m;$
7. **ENQUANTO** ($k > 1$) **FAÇA**
8. **PARA** (cada tora retirada $j \leftarrow 1, 2, \dots$ **ATÉ** $L - (u + j * l[k] \geq \beta)$ **FAÇA**
9. $F^{(k)} \leftarrow \{u + j * l[k]\} \forall u \in U^{(k+1)};$
10. **FIM-PARA**
11. $U^{(k)} \leftarrow F^{(k)} \cup U^{(k+1)};$
12. Remove números repetidos de $U^{(k)};$
13. $k \leftarrow k - 1;$
14. **FIM-ENQUANTO**
15. **IMPRIME** $U^{(1)}$ com a lista dos números úteis;
16. **FIM.**

Fonte: Carnieri et al. (1994) adaptado pelo autor.

Arce (2000) exemplifica a geração dos números úteis da seguinte forma. Seja um fuste de altura total $h = 24,15$ m e comprimento útil $L = 20,40$ m. Considere $m = 3$ produtos comercializáveis possuindo os seguintes comprimentos: $l[1] = 1,20$ m; $l[2] = 2,25$ m e $l[3] = 3,50$ m. Ao realizar uma busca exaustiva a cada 5 cm ao longo do fuste, considerando o máximo divisor comum dos três comprimentos, surgem $(20,40 / 0,05) = 408$ pontos (0,05; 0,10; 0,15; ... ; 20,35; 20,40). Neste caso, o algoritmo de geração de números úteis obteve 172 pontos (1,20; 2,25; 2,40; 3,45; 3,50; 3,60; ... ; 20,40), o que representa menos da metade dos pontos a avaliar (42% neste caso).

A equação de recorrência utilizada por Arce (2000) para maximizar a receita bruta do fuste é dada a seguir.

$$\text{Max } F_k(x) = \max \{ P_k + F_k(x - l_k), F_{k-1}(x) \} \quad k = m, m - 1, \dots, 3, 2$$

Em que:

x = ponto de corte no fuste;

l_k = comprimento do produto k ;

$F_k(x)$ = receita bruta acumulada da melhor combinação de produtos até o comprimento x utilizando os primeiros k produtos;

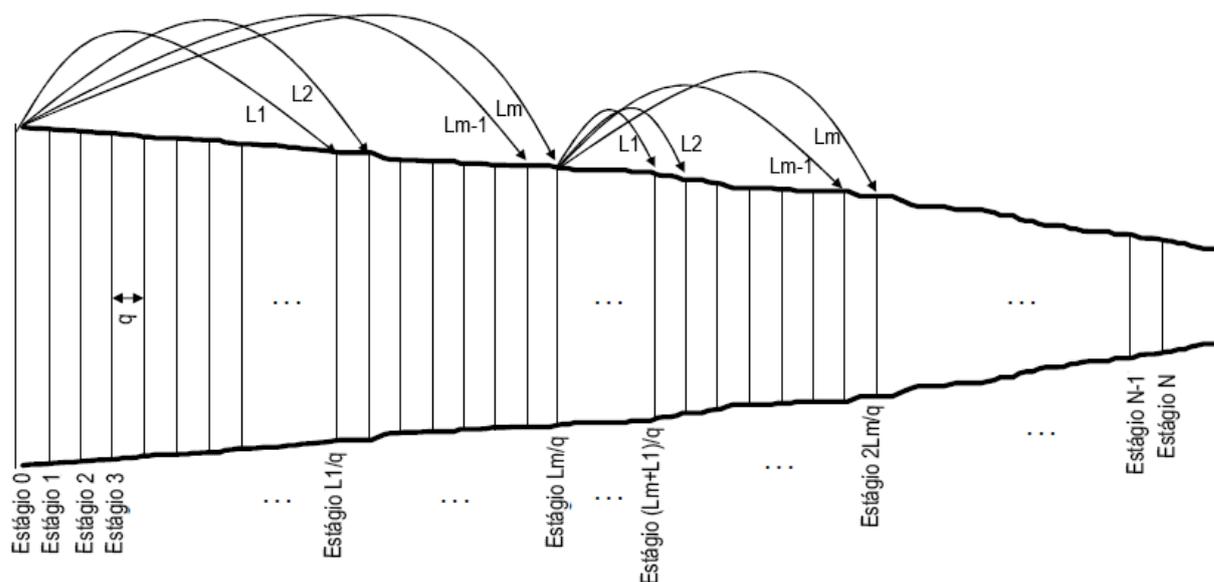
P_k = receita bruta da tora do produto k avaliado;

$F_k(x - l_k)$ = receita bruta acumulada da melhor combinação de produtos obtida até o comprimento $(x - l_k)$ utilizando somente os primeiros k produtos.

A ordem com que são examinados os diferentes produtos é estabelecida arbitrariamente, não afetando a otimalidade do resultado. Além da receita bruta acumulada em cada um dos números úteis, também são armazenadas outras variáveis com a finalidade de controlar o comprimento útil remanescente e o diâmetro do fuste correspondente à altura indicada pelo estado. Desta maneira, as opções de sortimento inactíveis vão sendo eliminadas durante o desenvolvimento do algoritmo de PD por meio da função recursiva (ARCE, 2000; SANTANA, 2013).

Kivinen (2007) exemplifica por meio da Figura 12 a formação de uma rede após a execução da PD. Nesse caso, o fuste da árvore foi dividido em N seguimentos, cada um com comprimento q . Em cada estágio k ($k = 0, 1, 2, \dots, N$), todos os m produtos de comprimento (L_1, L_2, \dots, L_m) factíveis de corte são testados e somente a combinação de toras acumulada mais valiosa é armazenada. Ao final, o sortimento ótimo é a combinação dos produtos que possuem, conjuntamente, o maior valor.

Figura 12 – Rede formada pelo algoritmo de PD quando aplicado ao POSF no cenário *bucking-to-value*.



Fonte: Kivinen (2007) adaptado pelo autor.

3.3.5. Iterated Local Search (ILS)

Na sequência, é detalhado como o ILS foi implementado nesse trabalho. No Quadro 5 é mostrado o pseudocódigo da meta-heurística ILS adaptada ao POSF em nível de árvore individual no cenário *bucking-to-value*. O algoritmo guloso descrito na subseção 3.3.3 foi utilizado para gerar a solução inicial S_0 (passo 3). O critério de parada adotado foi o número de vezes (K iterações) que o algoritmo deve executar. A estratégia de busca local adotada foi a PM descrita na subseção 3.3.2. O critério de aceitação praticado foi o de aceitar somente soluções melhores do que as já encontradas, ou seja, soluções que aumentem a FO (passos 9 ao 11). Por fim, a melhor solução encontrada após o processamento do ILS é inserida na matriz Solução (passo 14) (vide Figura 8 (A)). É válido destacar novamente que todos os sortimentos avaliados ficaram armazenados na matriz Sortimentos (vide Figura 8 (C)).

Quadro 5 – Pseudocódigo da meta-heurística ILS aplicada ao POSF no cenário *bucking-to-value*.

```

1.  ILS(fuste  $f$ )
2.  INÍCIO
3.     $S_0 \leftarrow$  ILS_Solução_Inicial_Gulosa( $f$ )
4.     $S^* \leftarrow$  Busca_Local_PM( $S_0$ );
5.     $k \leftarrow 0$ ;
6.    REPITA
7.       $S' \leftarrow$  Perturbação( $S^*$ , Histórico);
8.       $S^{*'} \leftarrow$  Busca_Local_PM( $S'$ );
9.      SE ( $S^{*'}$  >  $S^*$ ) ENTÃO
10.         $S^* \leftarrow S^{*'}$ ;
11.      FIM-SE;
12.       $k \leftarrow k + 1$ ;
13.      ATÉ  $k = K$ ;
14.      Solução[ $f$ ][6]  $\leftarrow S^*$ ;
15.  FIM.

```

Em que: Solução[f][6] refere-se a linha f e sexta coluna da matriz Solução (vide Figura 8 (A)).

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.3.5.1. Geração da solução inicial

O pseudocódigo do procedimento utilizado pelo ILS para gerar uma solução inicial via algoritmo guloso é mostrado no Quadro 6. Informações pertinentes ao fuste f são recebidas como parâmetro de entrada. Para cada fuste analisado, faz-se: caso não tenha sido informada, a altura do fuste é calculada a partir de uma relação hipsométrica (passos 5 ao 7). Posteriormente, é criada uma matriz bidimensional chamada “Sortimentos[-][-]” capaz de armazenar todos os sortimentos analisados para o fuste f (passo 8); O algoritmo guloso é então chamado passando como parâmetro as informações do fuste correntemente analisado (passo 9). Por fim, o sortimento mais valioso encontrado para o fuste f fica armazenado na matriz Solução (passo 10) e o procedimento retorna para que o ILS possa efetuar as buscas locais.

Quadro 6 – Pseudocódigo para geração da solução inicial do ILS por meio do algoritmo guloso aplicado ao POSF no cenário *bucking-to-value*.

| | |
|-----|---|
| 1. | <u>ILS SOLUÇÃO INICIAL GULOSA</u> (fuste f) |
| 2. | <u>INÍCIO</u> |
| 3. | Caso não exista, criar a matriz Solução[][] e adicione as informações |
| 4. | do inventário florestal; |
| 5. | <u>SE</u> (altura total não disponível) <u>ENTÃO</u> |
| 6. | Solução[f][4] ← $\text{Calcular_Altura}(f)$; |
| 7. | <u>FIM-SE;</u> |
| 8. | Criar a matriz Sortimentos[f][-] para o fuste f ; |
| 9. | Sortimentos[f][-] ← $\text{Algoritmo_Guloso}(fuste\ f)$; |
| 10. | Solução[f][6] ← $\text{Sortimentos}[f][-]$; |
| 11. | <u>RETORNE</u> Solução[f][6]; |
| 12. | <u>FIM.</u> |

Em que: Solução[f][4] refere-se a linha f e quarta coluna da matriz Solução; Solução[f][6] significa linha f e sexta coluna da matriz Solução (vide Figura 8 (A)); Sortimentos[f][-] denota o sortimento contido na matriz Sortimentos referente ao fuste f (vide Figura 8 (C)).

Fonte: Elaborado pelo autor.

É importante ressaltar que os seguintes passos foram feitos em todos os métodos de solução implementados nessa pesquisa: criação da matriz Solução,

inserção dos dados inventariados, cálculo da altura e do perfil dos fustes quando necessário, e o preenchimento da matriz Sortimentos contendo todas as alternativas de corte encontradas. Contudo, tais informações foram omitidas nos pseudocódigos mostrados no restante deste texto no intuito de deixar presente somente as instruções que caracterizam cada método de solução em questão.

3.3.5.2. Estratégia de perturbação

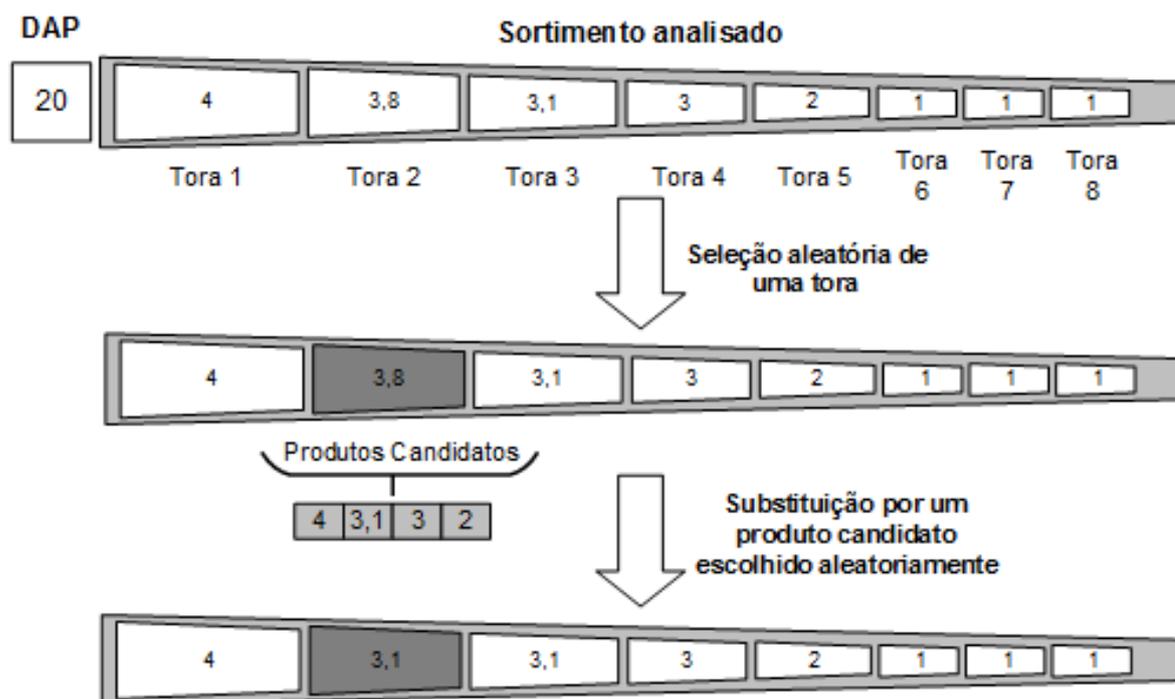
O movimento de perturbação na solução corrente faz com que a busca local recomece em outro ponto da solução. O objetivo é escapar dos ótimos locais (BENEDETTINI et al., 2014). Ao invés de gerar uma nova solução a partir do zero, o mecanismo de perturbação do ILS deve gerar uma solução promissora retendo parte da estrutura que tornou a solução atual uma boa solução (PALHAZI CUERVO et al., 2014).

A perturbação efetuada em uma dada solução deve ser dosada de maneira que as alterações decorrentes de sua aplicação sejam suficientes para escapar de ótimos locais e explorar diferentes regiões sem, contudo, implicar na perda das características do ótimo local corrente (RIBAS, 2010). Portanto, uma perturbação muito pequena pode não permitir que o sistema de busca escape do ótimo local. Por outro lado, uma perturbação muito forte tornaria o algoritmo semelhante a uma busca local *multi-start* (GROSSO; JAMALI; LOCATELLI, 2009; AFSHAR-NADJAFI, 2014).

O movimento de perturbação adotado no ILS para o POSF diz respeito à troca aleatória de produtos no sortimento correntemente analisado. A ideia é escolher aleatoriamente uma das toras do sortimento e trocá-la por outro produto candidato escolhido também aleatoriamente. A troca é feita mesmo que isso leve a uma piora da FO. Espera-se que essas trocas permitam que o procedimento de busca fuja dos ótimos locais e que uma busca local efetuada posteriormente nesse sortimento leve o algoritmo a encontrar uma alternativa de corte mais valiosa.

Um exemplo do movimento de perturbação adotado é ilustrado na Figura 13. A alternativa de corte ilustrada refere-se a um fuste com 20 cm de DAP. Primeiramente, uma tora desse sortimento é selecionada aleatoriamente. Nesse caso, a tora escolhida foi a segunda da base em direção ao topo medindo 3,8 metros. Em seguida, dentre os produtos candidatos a substituírem essa tora (4; 3,1; 3 e 2 metros), um deles é escolhido ao acaso. Tem-se então a geração de um novo sortimento.

Figura 13 – Perturbação: troca aleatória de produto.



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.3.6. Greedy Randomized Adaptive Search (GRASP)

O pseudocódigo do GRASP adaptado ao POSF em nível de árvore individual no cenário *bucking-to-value* é mostrado no Quadro 7. Os dados de entrada do algoritmo referem-se às características do fuste f e às dos produtos comercializados. O critério de parada adotado foi o número de iterações (K) que o algoritmo deve executar. Em cada iteração é construída uma solução diferente baseada em buscas locais, aleatoriedade e adaptabilidade (passo 5). Posteriormente, uma busca local incide sob a solução gerada inicialmente (passo 6). O critério de aceitação (passos 7 ao 9) permite aceitar somente as soluções (sortimentos) cujo valor é maior do que aquelas até então encontradas. Ao final, a melhor solução encontrada é retornada e armazenada na matriz Solução (passo 11), assim como todos os sortimentos analisados pelo algoritmo são armazenados na matriz Sortimentos.

Quadro 7 – Pseudocódigo da meta-heurística GRASP aplicada ao POSF no cenário *bucking-to-value*.

```

1.  GRASP(fuste  $f$ )
2.  INÍCIO
3.      Melhor_Solução  $\leftarrow \emptyset$ ;
4.      PARA ( $k = 1$  ATÉ  $K$ ) FAÇA
5.          Solução*  $\leftarrow$  GRASP_FASE_CONSTRUTIVA( fuste  $f$  );
6.          Solução*  $\leftarrow$  Busca_Local( Solução* );
7.          SE (Solução* > Melhor_Solução) ENTÃO
8.              Melhor_Solução  $\leftarrow$  Solução*;
9.          FIM-SE;
10.         FIM-PARA;
11.         Solução[  $f$  ][ 6 ]  $\leftarrow$  Melhor_Solução;
12.  FIM.

```

Em que: Solução[f][6] refere-se a linha f e sexta coluna da matriz Solução; \emptyset = conjunto vazio.

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.3.6.1. Construção da solução inicial

A primeira fase do GRASP pode ser executada por meio de várias e diferentes estratégias específicas. Por ser uma das mais conhecidas e muito usual, a estratégia semi-gulosa de Hart e Shogan (1987) foi escolhida para ser implementada nesse trabalho. Nela, a escolha gulosa determinística é substituída por um critério de escolha aleatória em um conjunto restrito e organizado de forma gulosa (GOLDBARG; GOLDBARG; LUNA, 2015).

Dessa forma, em cada etapa da construção da solução inicial, todos os produtos candidatos são avaliados segundo uma função gulosa (aspecto guloso do método). Uma lista, denominada Lista Restrita de Candidatos (LRC), é formada contendo somente os produtos mais valiosos. O produto a ser incorporado na solução que está sendo construída é escolhido aleatoriamente dentro dessa lista (aspecto probabilístico). Uma vez escolhido o produto, a lista e a função de avaliação gulosa são atualizados (aspecto adaptativo). Essas etapas são repetidas continuamente enquanto houver pelo menos um produto candidato (RESENDE; RIBEIRO, 2010).

O uso de estratégias para restringir a vizinhança e criar uma LRC é essencial

para reduzir o número de soluções examinadas em uma dada iteração, principalmente em situações onde o número de produtos candidatos é muito grande ou no qual o custo computacional para avaliar tais elementos seja muito alto (GLOVER; LAGUNA, 1997). O número de elementos na LRC é um parâmetro do GRASP, podendo este ser um valor fixo β (critério de restrição por cardinalidade) ou estabelecido que os candidatos da lista estejam contidos em um determinado intervalo de valores (restrição por valor) (GOLDBARG; GOLDBARG; LUNA, 2015).

Nessa pesquisa, foi utilizado o critério de restrição por valor. O tamanho do intervalo foi calculado segundo uma função de afastamento percentual entre os valores máximos e mínimos dos produtos candidatos e por meio de um parâmetro denominado $\alpha \in [0, 1]$. A expressão para controlar o tamanho e os elementos da LRC por meio do parâmetro α é mostrada a seguir.

$$LRC \leftarrow \{p \in P \mid v(p) \geq v^{min} + \alpha(v^{max} - v^{min})\}$$

Em que:

p = produto candidato;

P = conjunto dos produtos candidatos;

$v(p)$ = valor do produto candidato p ;

v^{min} = valor do produto candidato de menor valor;

v^{max} = valor do produto candidato de maior valor;

Se $\alpha = 1$, a LRC possuirá somente um produto candidato e a escolha torna-se puramente gulosa; Se $\alpha = 0$, a LRC englobará todos os produtos candidatos e a solução inicial seria construída de forma aleatória. Nesse sentido, uma escolha apropriada para o valor do parâmetro α é claramente crítica e relevante para alcançar um bom equilíbrio entre tempo de processamento computacional e qualidade das soluções produzidas (DHARAN; NAIR, 2009).

Um pseudocódigo refinado da fase construtiva do GRASP voltado para o POSF em nível de árvore individual é apresentado no Quadro 8. O objetivo é gerar um sortimento inicial para cada fuste analisado levando em consideração os princípios da meta-heurística GRASP. Observa-se que a montagem da LRC ocorre no passo 9 e a seleção aleatória de um produto dessa lista ocorre no passo 10. No passo 12, reduz-se do comprimento total do fuste o comprimento da tora simuladamente extraída. Em seguida, no passo 13, novos produtos candidatos são procurados para o que restou do fuste. O processo de busca é então reiniciado até que não se tenham mais produtos candidatos. Por fim, o sortimento mais valioso é retornado (passo 15).

Quadro 8 – Pseudocódigo da fase construtiva do GRASP aplicada ao POSF em *bucking-to-value*.

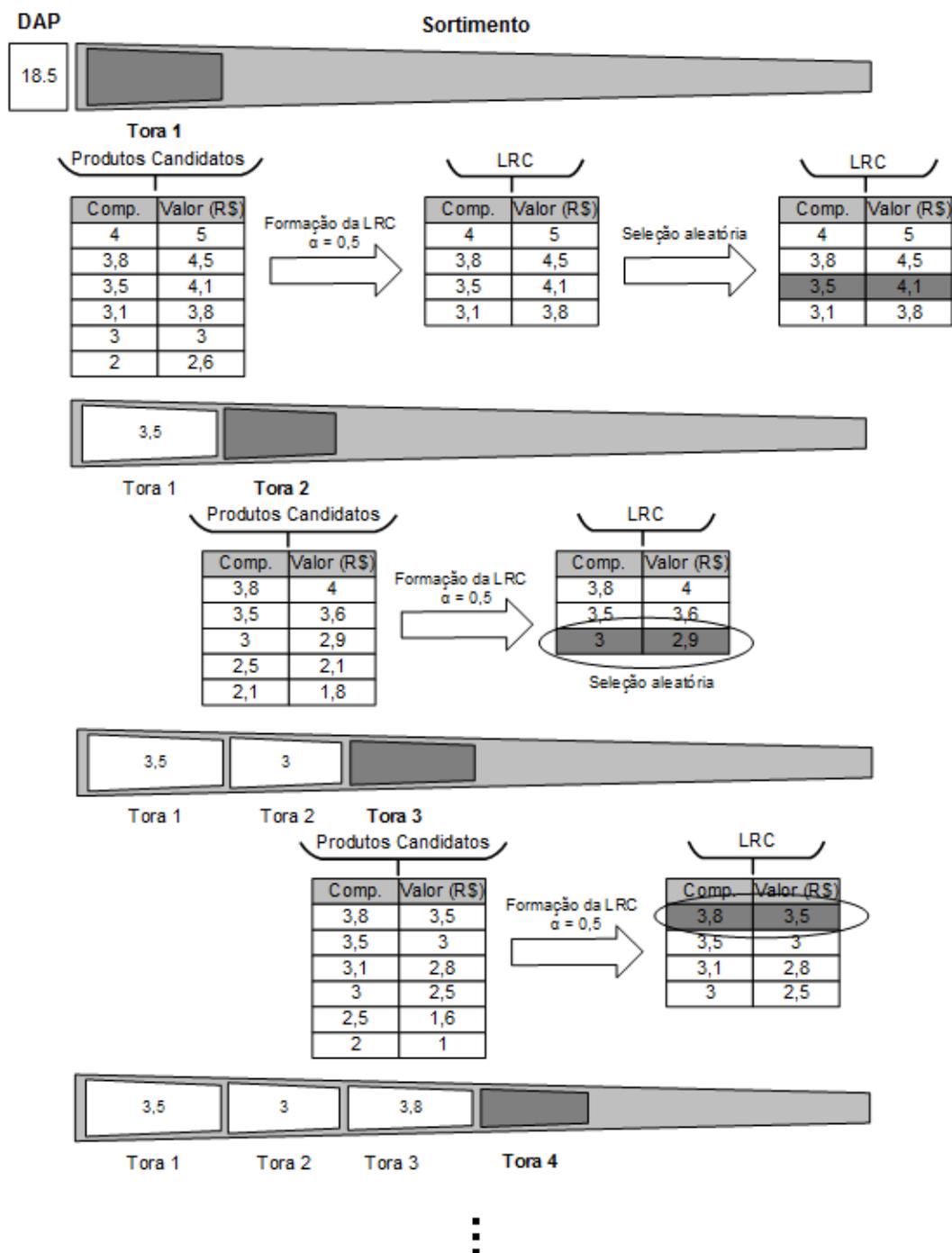
| | |
|-----|---|
| 1. | <u>GRASP FASE CONSTRUTIVA</u> (fuste f) |
| 2. | <u>INÍCIO</u> |
| 3. | Solução $\leftarrow \emptyset$; |
| 4. | $P \leftarrow$ conjunto de produtos candidatos para o fuste f ; |
| 5. | <u>ENQUANTO</u> ($P \neq \emptyset$) <u>FAÇA</u> |
| 6. | Estimar $v(p) \forall p \in P$; |
| 7. | $v^{min} \leftarrow \min\{v(p) \mid p \in P\}$; |
| 8. | $v^{max} \leftarrow \max\{v(p) \mid p \in P\}$; |
| 9. | $LRC \leftarrow \{p \in P \mid v(p) \geq v^{min} + \alpha(v^{max} - v^{min})\}$ |
| 10. | Seleciona aleatoriamente um produto p da LRC ; |
| 11. | Solução \leftarrow Solução $\cup \{p\}$; |
| 12. | comprimento[f] \leftarrow comprimento[f] – comprimento[p]; |
| 13. | $P \leftarrow$ conjunto de produtos candidatos para o fuste f ; |
| 14. | <u>FIM-ENQUANTO;</u> |
| 15. | <u>RETORNE</u> Solução; |
| 16. | <u>FIM.</u> |

Em que: \emptyset = conjunto vazio; \forall = quantificador universal para todos; \in = pertence ao conjunto; \cup = união de conjuntos.

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 14 ilustra a construção de uma solução inicial do GRASP para o POSF em nível de árvore individual. Optou-se por exemplificar a busca por sortimentos para um fuste fictício com 18,5 cm de DAP. O valor do parâmetro α do GRASP utilizado nesse exemplo para a geração da LRC foi 0,5. Da base em direção a ponta do fuste, dentre todos os produtos candidatos a primeira tora do sortimento, somente os 4 mais valiosos deles fazem parte da LRC. Note que os produtos foram ordenados de maneira decrescente de acordo com o seu valor de comercialização. O produto a ser extraído como primeira tora é escolhido aleatoriamente dentre todos os elementos que compõem a LRC. O procedimento é então reiniciado com o que sobrou do fuste a fim de encontrar um produto que possa ser extraído como segunda tora do sortimento. Portanto, uma nova LRC é formada e, novamente, um dos elementos que a compõe é selecionado aleatoriamente. O algoritmo continua nesse *loop* até que não se possa extrair mais nenhuma tora do que sobrou do fuste.

Figura 14 – Exemplificação da construção de uma solução inicial GRASP.



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.3.6.2. Busca local

A solução gerada pela fase construtiva do GRASP não é necessariamente ótima, mesmo que o espaço de busca seja relativamente simples. A busca local

normalmente melhora a solução oriunda da fase construtiva, substituindo sucessivamente a solução corrente por uma solução vizinha de melhor qualidade. Ela termina quando nenhuma solução mais valiosa é encontrada na vizinhança da solução corrente (FEO; RESENDE, 1995; FLOUDAS; PARDALOS, 2009).

Não existe um modelo genérico de busca local que seja aplicável a todos os problemas (GOLDBARG; GOLDBARG; LUNA, 2015) ou a todas as meta-heurísticas. Nesse sentido, o desempenho de um algoritmo de busca local depende de vários aspectos como: a estrutura da vizinhança, o método de busca por soluções vizinhas, a função de custo utilizada para avaliar os vizinhos e a qualidade da solução inicial (LAGUNA; MARTÍ, 2003; RESENDE; RIBEIRO, 2014).

O GRASP desempenha um papel muito importante em relação a esse último aspecto, pois privilegia a geração de uma solução inicial de melhor qualidade para a fase de busca local. Nessa pesquisa, semelhantemente ao que foi implementado no ILS, a heurística de busca local utilizada no GRASP foi a PM, descrita extensivamente na Subseção 3.3.2.

3.3.7. Heurística de Construção por Partes (HCP)

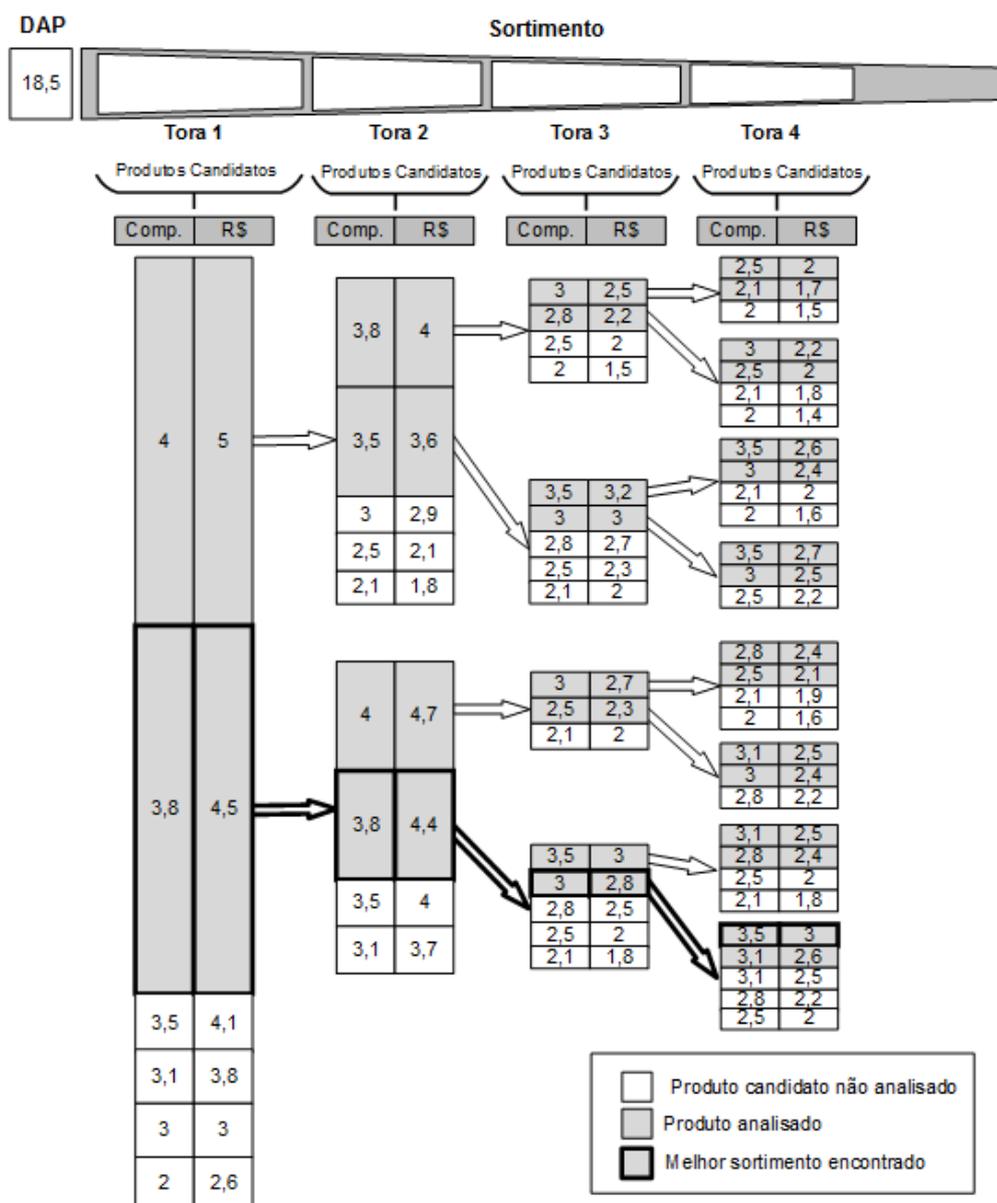
A HCP é um algoritmo de otimização proposto especificamente para resolver o POSF. Consiste em um procedimento iterativo de construção e seleção do melhor sortimento dividido em 2 fases construtivas. Primeiramente, várias soluções são geradas por meio de um algoritmo semi-guloso. A solução de maior FO é então armazenada. Em seguida, na segunda fase, novas buscas são feitas a fim de refazer parte da solução produzida na primeira fase da HCP. Nesse caso, parte da solução inicial localizada próxima à base do fuste é mantida inalterada e a outra parte, localizada próxima à ponta do fuste, é totalmente refeita utilizando aleatoriedade.

A solução inicial obtida de maneira semi-gulosa é tida simplesmente como um bom palpite para que a HCP possa reconstruir a parte final dela com o objetivo de reduzir os resíduos. O motivo de deixar inalteradas as primeiras toras do sortimento consiste no fato de que estes produtos são geralmente os de maior valor, responsáveis pela maior parte da rentabilidade do fuste. A aleatoriedade do algoritmo se concentra em gerar novas soluções a partir da substituição das toras próximas à ponta do fuste. A expectativa é que algum dos novos sortimentos gerados reduza significativamente os resíduos comerciais, aumentando assim o volume comercial e, conseqüentemente, o valor do fuste.

A primeira fase construtiva da HCP funciona da seguinte maneira. A partir da base do fuste, verificam-se quais são os diferentes produtos candidatos a serem retirados, levando em consideração as restrições de comprimento e dpf dos produtos e as características dendrométricas do fuste analisado. Para a retirada da primeira tora, dentre todos os produtos admissíveis, seleciona-se apenas os n produtos mais rentáveis para serem avaliados pela heurística. Em seguida, para cada um desses n produtos selecionados inicialmente, simulam-se individualmente suas respectivas retiradas originando, com isso, n diferentes sortimentos. Levando em consideração o que sobrou do fuste, para cada um dos n sortimentos iniciados, parte-se para a retirada da segunda tora. Novamente são avaliados os próximos n melhores produtos a serem retirados. Simula-se então a retirada de cada um deles obtendo, conseqüentemente, n^2 sortimentos alternativos. Esse procedimento continua até que não se possa mais extrair toras comerciais do que sobrou do fuste. Ao final, obtêm-se no máximo $[n^T]$ padrões de corte distintos a partir de uma combinação com os n melhores produtos retirados em cada parte do fuste analisado. Nesse caso, T é o número máximo de toras que poderiam ser extraídas do fuste.

A primeira fase da HCP é executada para todos os fustes (ou classes de diâmetro) inventariados. A estratégia de busca implementada foi a busca em profundidade (TARJAN, 1972; CORMEN et al., 2012). Como resultado, somente a alternativa de corte mais rentável de cada fuste é retornada. É válido ressaltar que um valor muito grande atribuído a n implicaria na transformação desse método construtivo em outro equivalente de busca exaustiva (Força Bruta) (HEULE; KULLMANN, 2017), o que potencialmente inviabilizaria sua execução devido à existência de muitos multiprodutos. Em compensação, o valor de $n = 1$ transformaria esse método em um algoritmo guloso tradicional similar ao ilustrado na subseção 3.3.3.

A Figura 15 ilustra a execução da primeira fase da HCP a partir de um fuste fictício com 18,5 cm de DAP. Nesse exemplo, o parâmetro n foi definido como 2. O processo de busca inicia da base em direção a ponta do fuste. Os produtos candidatos a primeira tora do sortimento são ordenados de forma decrescente segundo seus respectivos valores. Nesse caso, 6 produtos candidatos foram encontrados. Entretanto, o valor de $n = 2$ permite que somente os dois produtos mais valiosos possam ser avaliados pelo algoritmo. Caso o produto escolhido para a primeira tora seja o de comprimento 4, surgem 5 novos produtos candidatos a segunda tora desse sortimento. Por outro lado, caso o produto escolhido tenha 3,8 metros de comprimento, surgem 4 novos produtos candidatos a segunda tora.

Figura 15 – Exemplificação da primeira fase da HCP para o POSF no cenário *bucking-to-value*.

Fonte: Elaborado pelo autor.

A quantidade de produtos candidatos pode variar bastante dependendo do local analisado do fuste. Nesse caso, para cada produto candidato avaliado, a HCP desencadeia mais 2 novos sortimentos a serem avaliados. A “árvore de busca” vai crescendo até que o fuste não tenha mais comprimento suficiente para retirar uma nova tora. Nesse exemplo simplificado, ao todo, 16 padrões de corte distintos foram avaliados. No final, somente o sortimento mais valioso é armazenado e colocado como um dado de entrada para a execução da segunda fase da HCP.

O pseudocódigo da primeira fase do HCP pode ser visualizado no Quadro 9. Trata-se de uma função recursiva chamada com dois parâmetros: comprimento do

fuste (ou parte dele) e o sortimento correntemente analisado. A cada iteração, se um sortimento mais valioso é encontrado, ele é automaticamente armazenado na matriz Solução (passos 8 ao 10). Os sortimentos são construídos gradativamente, levando sempre em consideração a “árvore de busca” formada pelos N melhores produtos candidatos (passos 16 ao 19).

Quadro 9 – Pseudocódigo da primeira fase da HCP aplicado ao POSF no cenário *bucking-to-value*.

| | |
|-----|---|
| 1. | HCP (fuste f , sortimento s) |
| 2. | INÍCIO |
| 3. | SE (Matriz contendo os sortimentos do fuste f ainda não criada) ENTÃO |
| 4. | Criar a matriz Sortimentos[f][-] para o fuste f ; |
| 5. | FIM-SE; |
| 6. | SE ($s \neq \emptyset$) ENTÃO |
| 7. | Adiciona o sortimento s na matriz Sortimentos[f][-]; |
| 8. | SE ($v(s) > \text{Solução}[f][6]$) ENTÃO |
| 9. | Solução[f][6] $\leftarrow s$; |
| 10. | FIM-SE; |
| 11. | FIM-SE; |
| 12. | $P \leftarrow$ conjunto de produtos candidatos; |
| 13. | Estimar $v(p) \forall p \in P$; |
| 14. | Ordenar P de forma decrescente segundo $v(p)$; |
| 15. | Selecionar os n produtos mais valiosos de P ; |
| 16. | PARA ($i = 1$ ATÉ n) FAÇA |
| 17. | $s^* \leftarrow s \cup p_i$; |
| 18. | HCP((comprimento[f] – comprimento[p_i]), sortimento s^*); |
| 19. | FIM-PARA; |
| 20. | FIM. |

Em que: Solução[f][6] = linha f e sexta coluna da matriz Solução (vide Figura 8 (A)); Sortimentos[f][-] = matriz contendo todos os sortimentos analisados para o fuste f ; \emptyset = conjunto vazio; \forall = quantificador universal para todos; \in = pertence ao conjunto; \cup = união de conjuntos.

Fonte: Elaborado pelo autor.

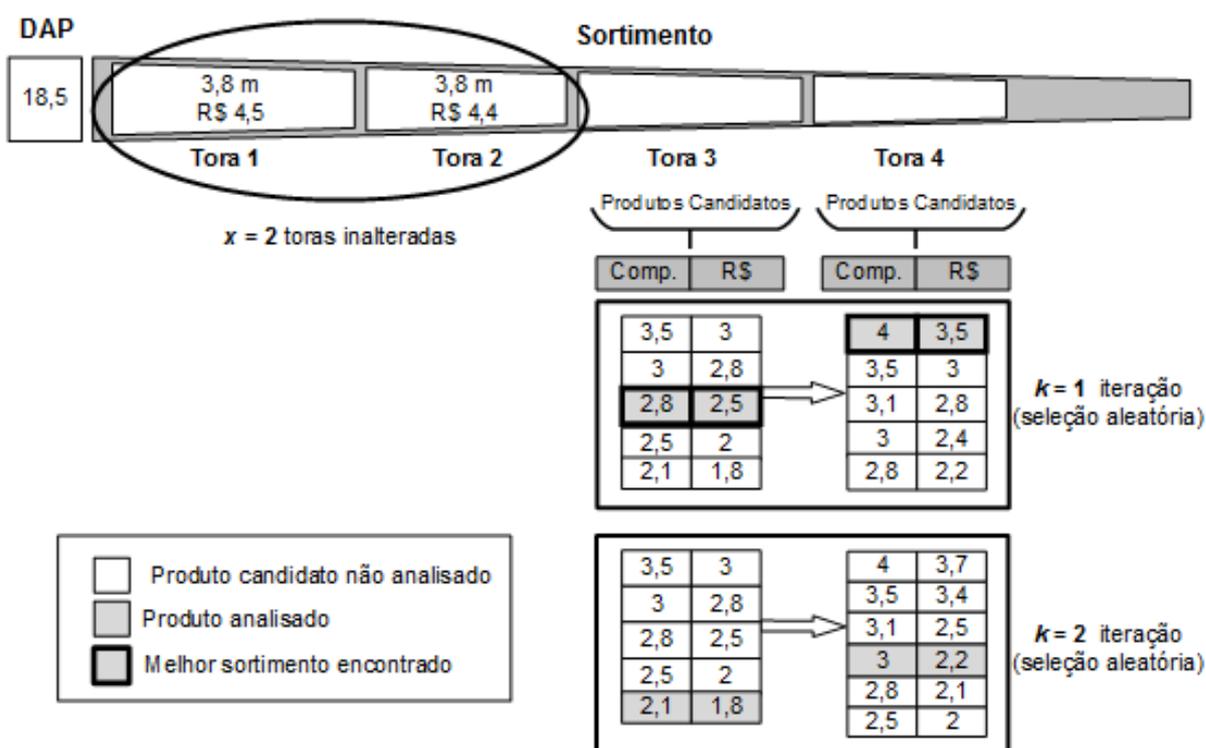
A segunda fase do algoritmo utiliza aleatoriedade para reconstruir a parte final da solução selecionada na primeira fase. A HCP mantém uma parte desse sortimento

inalterada e elimina o restante dele. A parte mantida inalterada consiste em uma quantidade x de toras extraídas consecutivamente a partir da base do fuste. Em seguida, a parte final desse sortimento é reconstruída por meio de uma seleção aleatória dentre os produtos candidatos, gerando assim uma nova solução. Se o novo sortimento encontrado for mais valioso que a solução inicial obtida na primeira fase da HCP, ele é armazenado; caso contrário, é descartado.

Esse procedimento de reconstrução aleatória da parte final da solução é executado k vezes, gerando potencialmente k novos sortimentos, todos eles com exatamente as mesmas x primeiras toras. Portanto, o critério de parada estabelecido pela HCP é o número de vezes que a segunda fase desse método de solução é executada.

A Figura 16 ilustra a execução da segunda fase da HCP a partir do sortimento fictício resultante da execução de sua primeira fase em conformidade com o que foi mostrado na Figura 15. Foi estipulado arbitrariamente o valor 2 tanto para o parâmetro x quanto para o parâmetro k da heurística. Portanto, os produtos das duas primeiras toras do sortimento foram mantidos inalterados e os produtos das toras restantes foram reexaminados. Nesse caso, o algoritmo foi capaz de encontrar um padrão de corte ainda mais rentável do que o resultante da primeira fase da HCP.

Figura 16 – Exemplificação da segunda fase da HCP aplicado ao POSF no cenário *bucking-to-value* com sortimento inicial proveniente da primeira fase ilustrada na Figura 15.



O pseudocódigo da segunda fase da HCP é apresentado no Quadro 10. A partir do sortimento mais rentável encontrado na primeira fase do algoritmo, inicia-se a construção de um novo sortimento s mantendo somente as x primeiras toras do sortimento presente na matriz Solução[f][6] (passo 3). O restante do sortimento é obtido utilizando aleatoriedade até que não se possa mais extrair produtos do que sobrou do fuste (passos 8 ao 16). O sortimento inicial s é reconstruído k vezes (passos 5 ao 17) e caso alguma alternativa de corte mais valiosa tenha sido encontrada, ela é então armazenada (passo 13).

Quadro 10 – Pseudocódigo da segunda fase da HCP aplicado ao POSF no cenário *bucking-to-value*.

| | |
|-----|--|
| 1. | <u>HCP SEGUNDA FASE</u> (fuste f) |
| 2. | <u>INÍCIO</u> |
| 3. | sortimento $s \leftarrow x$ primeiras toras do sortimento contido na matriz Solução[f][6]; |
| 4. | comprimento[f] \leftarrow comprimento[f] - comprimento[s]; |
| 5. | <u>PARA</u> ($k = 1$ <u>ATÉ</u> K) <u>FAÇA</u> |
| 6. | $s^* \leftarrow s$; |
| 7. | $P \leftarrow$ conjunto dos produtos candidatos a serem extraídos do fuste f ; |
| 8. | <u>ENQUANTO</u> ($P \neq \emptyset$) <u>FAÇA</u> |
| 9. | Avaliar $v(p) \forall p \in P$; |
| 10. | Seleciona aleatoriamente um produto p de P ; |
| 11. | $s^* \leftarrow s^* \cup p$; |
| 12. | <u>SE</u> ($v(s^*) >$ Solução[f][6] <u>ENTÃO</u> |
| 13. | Solução[f][6] $\leftarrow s^*$; |
| 14. | <u>FIM-SE</u> ; |
| 15. | $P \leftarrow$ produtos candidatos (comprimento[f] – comprimento[s^*]); |
| 16. | <u>FIM-ENQUANTO</u> ; |
| 17. | <u>FIM-PARA</u> ; |
| 18. | <u>FIM</u> . |

Em que: Solução[f][6] = a linha f e sexta coluna da matriz Solução (vide Figura 8 (A)); \emptyset = conjunto vazio; \forall = quantificador universal para todos; \in = pertence ao conjunto; \cup = união de conjuntos;

Fonte: Elaborado pelo autor.

A calibração da HCP para um determinado conjunto de dados consiste basicamente em descobrir quantos produtos candidatos (n) devem ser examinados

em cada parte do fuste, quantas toras (x) devem ser mantidas inalteradas da solução obtida em sua primeira fase e, por último, determinar quantas vezes (k) a parte final da solução inicial será reconstruída na segunda fase da heurística.

3.4. POSF no cenário *bucking-to-demand*

Trata-se de um sistema de otimização multinível. O primeiro nível da otimização identifica os diferentes padrões de corte disponíveis por centro classe, enquanto que o segundo nível visa distribuir eficientemente o número de árvores traçadas segundo os sortimentos listados de modo a maximizar a receita e atender às demandas.

O POSF em nível de árvore individual no cenário *bucking-to-value* (primeiro nível da otimização) objetiva simplesmente maximizar o valor dos fustes, não importando quais produtos são ou deixam de ser produzidos. Dessa forma, para um fuste com DAP igual a 27 cm, por exemplo, os métodos de solução utilizados procuram o sortimento mais valioso dentre as diversas alternativas disponíveis e faz com que todos os fustes que tenham tal DAP sejam traçados segundo esse sortimento. Eventualmente, alguns tipos de produtos poderiam deixar de serem produzidos. De todo modo, independentemente do valor, todos os sortimentos examinados por centro de classe ficam armazenados em uma matriz (Vide Figura 8 (C)).

Para que o POSF com demandas comerciais seja resolvido, primeiramente é preciso obter a solução da otimização em nível de árvore individual. Ou seja, é necessário preencher a matriz Solução com as informações do inventário florestal e com os sortimentos mais valiosos por centro de classe.

A metodologia de solução multinível solucionável por meio dos métodos de otimização híbridos implementados compreende:

1. Utilizar a PD no primeiro nível e a PLI via CPLEX no segundo nível da otimização ou;
2. Utilizar um método de otimização heurístico no primeiro nível como PD, estratégia gulosa, GRASP, ILS ou HCP, e uma estratégia de busca local intensiva no segundo nível.

O primeiro esquema resulta na solução ótima porque a PD lista otimizada todos os sortimentos existentes e, posteriormente, o modelo de PLI executado via CPLEX analisa todas as combinações necessárias para distribuir o número de árvores

disponíveis por centro classe. Obviamente, a soma do número de fustes traçados segundo seus respectivos sortimentos deve ser exatamente igual à quantidade de árvores disponíveis no centro de classe analisado.

3.4.2. Penalização da FO

A maioria dos métodos de busca foram desenvolvidos para otimizar problemas sem restrições (LUCENA, 2011). Sabe-se, porém, que a adição de restrições a um problema de otimização torna-o muito mais difícil de ser resolvido e que a maioria dos problemas de otimização possuem restrições (BACK; FOGEL; MICHALEWICZ, 1997). Portanto, é necessário utilizar junto ao algoritmo de busca escolhido algum método que trate as restrições pertencentes ao problema estudado. Dentre as técnicas de manipulação de restrições encontradas na literatura, destacam-se os métodos de penalização.

Problemas de otimização com restrições podem ser transformados em problemas sem restrições por meio da penalização da FO. A ideia é introduzir uma penalização artificial para as soluções infactíveis mediante cada restrição violada (LUENBERGER; YE, 1984; GUPTA; BHUNIA; ROY, 2009). Uma solução factível é aquela que atenda a todas as restrições impostas ao problema. Caso contrário, a solução é dita infactível (DUARTE, 2015). Esse método gera uma sequência de soluções infactíveis até que convirjam para uma solução factível do problema (SILVA, 2016).

Foi utilizado nesse trabalho o método de penalização classificado como multiplicativo, em que um fator ou parâmetro de penalização (ω) é introduzido a fim de reduzir o valor da FO em problemas de maximização quando as soluções são infactíveis (BARBOSA; LEMONGE, 2003). Esse fator é constante e pré-definido (penalização estática), não sofrendo qualquer tipo de alteração durante a evolução do algoritmo de otimização (COELLO, 2002). Dessa forma, quando alguma das restrições for violada, a diferença entre o valor que levou à inviabilidade e o valor limite é multiplicada por ω e subtraída do valor da FO. Um único parâmetro de penalização foi utilizado para todas as restrições do problema. Nesse caso, a FO pôde ser reescrita da seguinte maneira:

$$\text{Maximizar} \quad f(x) - \sum_{i=1}^n \omega (|e_i - R_i|)$$

Em que: $f(x)$ = FO original; i = restrição violada do problema; n = quantidade de restrições violadas do problema; ω = fator de grandeza para a penalização; e_i = valor obtido para a restrição violada i do problema; R_i = valor limite associado à restrição violada i do problema.

Embora implementar funções de penalização seja bastante simples, é preciso ter bastante cuidado para ajustar o parâmetro ω de penalização, pois possui valores altamente dependentes do problema analisado (RUNARSSON; XIN YAO, 2000). Um valor mais apropriado para ω foi encontrado após a calibração dos métodos de otimização que usam esse tipo de penalização. Portanto, em relação ao parâmetro ω de penalização, a calibração dos algoritmos consistiu em encontrar um valor que produzisse os melhores resultados possíveis quando aplicados ao POSF no cenário *bucking-to-demand*. Para mais detalhes sobre técnicas de penalização consulte Yeniy (2005) e Mezura-Montes e Coello (2011).

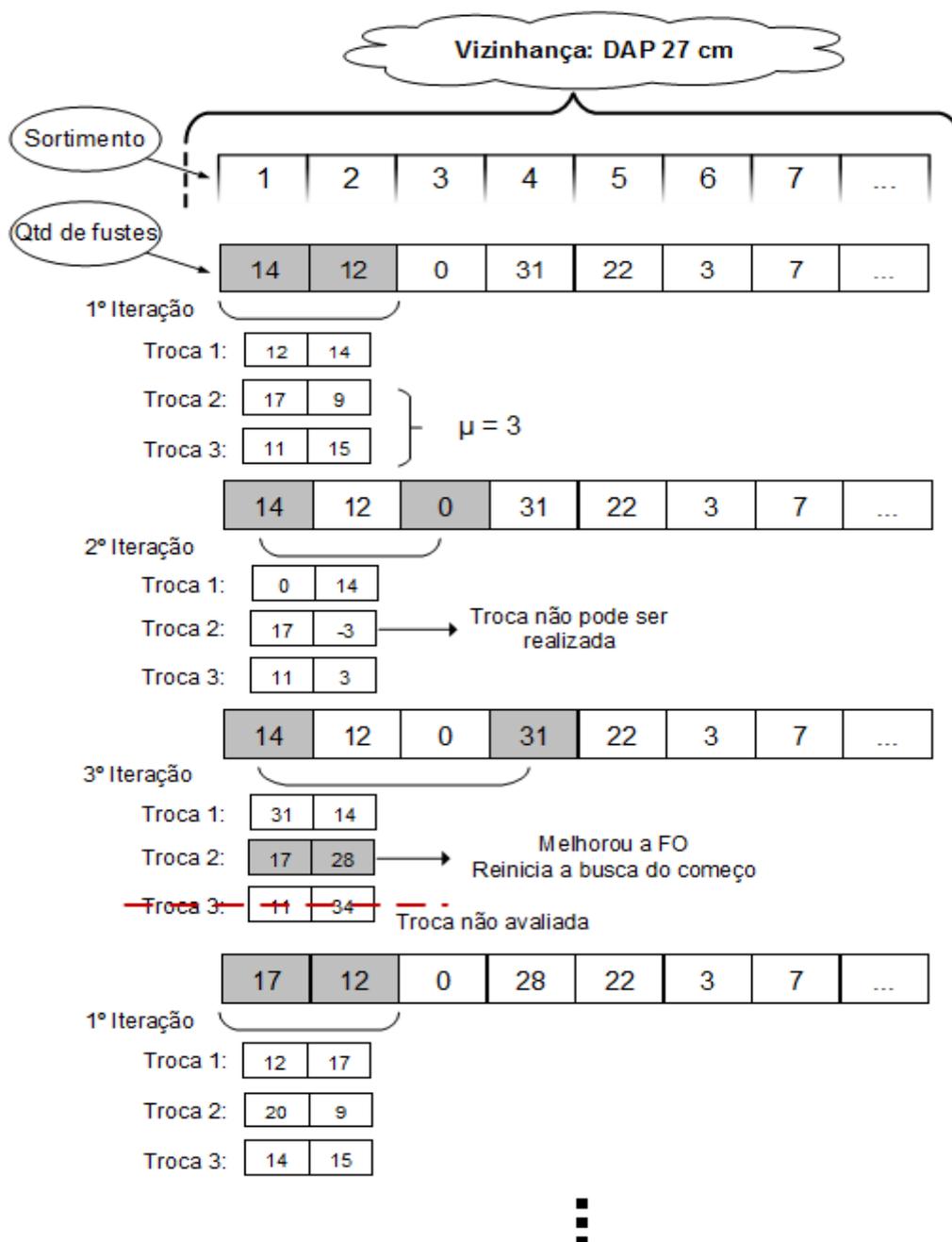
3.4.3. Heurística de Busca Intensiva (HBI)

A HBI é um método de busca local capaz de determinar o número adequado de fustes que devem ser traçados segundo sortimentos específicos. O objetivo é distribuir da melhor maneira possível a quantidade de árvores disponíveis em um centro de classe entre os sortimentos analisados de forma que os produtos simuladamente produzidos atendam às demandas comerciais e a renda global seja maximizada. É uma estratégia de busca desenvolvida especificamente para o POSF no cenário *bucking-to-demand*.

A HBI diferencia-se dos demais métodos de busca local por, além de analisar a troca do número de fustes traçados em dois sortimentos distintos, analisa também conjuntamente o incremento e o decremento de μ fustes desses sortimentos, de maneira que se mantenha distribuída a quantidade total de árvores disponíveis por centro de classe. Esse tipo de análise é feito, par-a-par, entre todas as soluções consideradas vizinhas. Caso alguma mudança acarrete melhora na FO, ela é então armazenada e o processo de busca é reiniciado. O objetivo é maximizar a FO encontrando sortimentos que gerem os produtos necessários para atender às demandas comerciais. Por meio da Figura 18 é possível visualizar um exemplo da

estratégia de busca local praticada pela HBI para um centro de classe com 27 cm de DAP e um valor de μ igual a 3.

Figura 18 – Exemplificação da HBI aplicada ao POSF no cenário *bucking-to-demand*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Observa-se que não foram realizadas trocas que geravam uma quantidade negativa de árvores em um determinado sortimento. Além disso, quando uma troca proporciona melhora na FO, a busca é imediatamente interrompida recomeçando “do zero” após incorporar as mudanças que produziram a melhora. Após simular todas as

possíveis trocas entre o primeiro elemento do vetor e os demais vizinhos, a busca inicia a análise entre o segundo elemento e os seus respectivos vizinhos. O processo de busca continua até que todos os elementos tenham sido analisados.

3.4.4. Método de solução híbrido

O pseudocódigo do algoritmo híbrido utilizado na resolução do POSF no cenário *bucking-to-demand* é apresentado no Quadro 11.

Quadro 11 – Pseudocódigo do algoritmo utilizado para resolver o POSF no cenário *bucking-to-demand*.

| | |
|-----|--|
| 1. | <u>POSF BUCKING-TO-DEMAND()</u> |
| 2. | <u>INÍCIO</u> |
| 3. | Solução ← \emptyset ; |
| 4. | <u>PARA</u> (cada centro de classe $f = 1$ <u>ATÉ</u> N) <u>FAÇA</u> |
| 5. | Solução ← Solução \cup BUCKING_TO_VALUE(f); |
| 6. | ORDENA_SORTIMENTOS(Sortimentos[f][-]); |
| 7. | <u>SE</u> (nº de sortimentos contidos em Sortimentos[f][-] > ρ) <u>ENTÃO</u> |
| 8. | Excluí os sortimentos menos valiosos de Sortimentos[f][-]; |
| 9. | <u>FIM-SE;</u> |
| | Distribuí o nº de árvores disponíveis em Solução[f][2] entre os |
| 10. | sortimentos contidos em Sortimentos[f][-] armazenando tais |
| | valores no vetor Qtd[f][-]; |
| 11. | <u>FIM-PARA;</u> |
| 12. | Solução ← Penalização(Solução); |
| 13. | <u>ENQUANTO</u> (estiver ocorrendo melhoras na solução) <u>FAÇA</u> |
| 14. | <u>PARA</u> (cada centro de classe $f = 1$ <u>ATÉ</u> N) <u>FAÇA</u> |
| 15. | HBI(Qtd[f][-]); |
| 16. | <u>FIM-PARA;</u> |
| 17. | <u>FIM-ENQUANTO;</u> |
| 18. | <u>FIM.</u> |

Em que: \emptyset = conjunto vazio.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para que o problema possa ser resolvido, primeiramente é preciso encontrar as diversas opções de sortimentos disponíveis para cada centro de classe, levando em consideração algum método de solução aplicável ao primeiro nível de otimização (passo 5). Em seguida, os padrões de corte encontrados são ordenados de forma decrescente segundo suas respectivas receitas (passo 6). Caso haja um número muito grande de sortimentos em um determinado centro de classe, todos aqueles menos valiosos que excederem certa quantidade ρ são eliminados (passos 7 ao 9). A quantidade de árvores disponíveis no centro de classe corrente (Solução[f][2]) é então distribuída arbitrariamente entre os sortimentos remanescentes na matriz Sortimentos [f][-] e tais valores são armazenados no vetor Qtd[f][-](passo 10).

Após a formação inicial da matriz Solução (vide subseção 3.1.3) e do preenchimento do vetor Qtd[f][-], é chamada uma função de penalização da FO de modo a penalizar as soluções que não atendam as demandas comerciais (passo 12). A função HBI é chamada por centro de classe e é executada até que a solução não possa mais ser melhorada (passos 13 ao 17). A cada execução da estratégia de busca local (HBI), novas soluções são encontradas e penalizadas caso as demandas mínimas ainda não tenham sido atingidas.

Um panorama geral dos métodos de solução implementados nessa pesquisa pode ser encontrado no APÊNDICE D, destacando seus componentes e respectivos significados. Os valores dos parâmetros dos métodos de solução empregues durante as simulações do sortimento em cada um dos estudos de caso analisados serão informados e justificados no Capítulo 4.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1. Estudo de caso 1: *bucking-to-value*

Os métodos de otimização desenvolvidos para determinar os sortimentos ótimos em nível de árvore individual no cenário *bucking-to-value* no estudo de caso 1 foram: PD, busca exaustiva, algoritmo guloso, GRASP, ILS e HCP. Os resultados obtidos por esses algoritmos foram comparados entre si e aos resultados dos métodos de solução utilizados por Menon (2005), sendo eles: AG, SA e renda média das árvores colhidas usualmente pela empresa.

Na Tabela 18 são apresentados os resultados obtidos pelo método de otimização PD quando aplicado à distribuição de diâmetros apresentada no APÊNDICE A. Como a PD é um método de otimização exato, tem-se esses resultados como a solução ótima do problema, não havendo a necessidade de utilizar outro método de solução alternativo como a PLI ou a otimização em redes. O padrão de corte ótimo gerado por centro de classe é mostrado no APÊNDICE E.

Tabela 18 – Resultados do método PD para os dados analisados no estudo de caso 1.

| C.C. DAP (cm) | \hat{H} (m) | Freq. | N ^{os} úteis | Qtq. de sort. avaliados | Qtq. total de sort. ¹ | Volume unitário (m ³) | Volume total (m ³) | Valor unitário (R\$) | Valor total (R\$) |
|---------------------|---------------|-------|--------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|---|--------------------------------------|----------------------------|-------------------------|
| 18,5 | 23,77 | 1 | 617 | 4368 | - | 0,2578 | 0,2578 | 13,47 | 13,47 |
| 20,5 | 25,33 | 3 | 648 | 4633 | - | 0,3426 | 1,0278 | 17,89 | 53,67 |
| 21,5 | 25,98 | 4 | 676 | 3686 | - | 0,3883 | 1,5532 | 21,35 | 85,40 |
| 22,5 | 26,56 | 5 | 669 | 4947 | - | 0,4368 | 2,1840 | 24,18 | 120,90 |
| 23,5 | 27,07 | 2 | 576 | 3003 | - | 0,4874 | 0,9748 | 27,97 | 55,94 |
| 24,5 | 27,53 | 5 | 484 | 2003 | 6,18E+09 | 0,5406 | 2,7030 | 31,77 | 158,85 |
| 25,5 | 27,93 | 9 | 445 | 1620 | 1,75E+09 | 0,5953 | 5,3577 | 35,13 | 316,17 |
| 26,5 | 28,29 | 11 | 416 | 2719 | 5,26E+08 | 0,6524 | 7,1764 | 38,90 | 427,90 |
| 27,5 | 28,61 | 10 | 430 | 1290 | 4,75E+08 | 0,7118 | 7,1180 | 48,18 | 481,80 |
| 28,5 | 28,89 | 19 | 430 | 1101 | 2,39E+08 | 0,7730 | 14,6870 | 53,60 | 1018,40 |
| 29,5 | 29,14 | 18 | 405 | 1318 | 1,22E+08 | 0,8365 | 15,0570 | 57,88 | 1041,84 |
| 30,5 | 29,36 | 22 | 428 | 1691 | 1,10E+08 | 0,9016 | 19,8352 | 66,44 | 1461,68 |
| 31,5 | 29,55 | 18 | 416 | 2508 | 1,21E+08 | 0,9688 | 17,4384 | 75,90 | 1366,20 |
| 32,5 | 29,72 | 23 | 404 | 1764 | 9,59E+07 | 1,0380 | 23,8740 | 84,03 | 1932,69 |
| 33,5 | 29,88 | 17 | 386 | 1603 | 7,50E+07 | 1,1098 | 18,8666 | 96,23 | 1635,91 |
| 34,5 | 30,01 | 18 | 386 | 1807 | 5,47E+07 | 1,1827 | 21,2886 | 104,79 | 1886,22 |
| 35,5 | 30,13 | 21 | 391 | 1690 | 3,88E+07 | 1,2578 | 26,4138 | 113,66 | 2386,86 |

| | | | | | | | | | |
|--------------|-------|------------|----------|----------|----------|----------|-----------------|----------|----------------|
| 36,5 | 30,24 | 20 | 396 | 1862 | 3,36E+07 | 1,3351 | 26,7020 | 121,38 | 2427,60 |
| 37,5 | 30,34 | 20 | 395 | 2820 | 2,46E+07 | 1,4140 | 28,2800 | 133,24 | 2664,80 |
| 38,5 | 30,42 | 18 | 380 | 1753 | 1,96E+07 | 1,4951 | 26,9118 | 144,71 | 2604,78 |
| 39,5 | 30,49 | 19 | 371 | 1637 | 1,35E+07 | 1,5776 | 29,9744 | 157,40 | 2990,60 |
| 40,5 | 30,56 | 10 | 360 | 2406 | 1,12E+07 | 1,6631 | 16,6310 | 168,99 | 1689,90 |
| 41,5 | 30,61 | 19 | 358 | 1683 | 8,91E+06 | 1,7495 | 33,2405 | 180,08 | 3421,52 |
| 42,5 | 30,66 | 17 | 354 | 1587 | 7,03E+06 | 1,8382 | 31,2494 | 190,72 | 3242,24 |
| 43,5 | 30,71 | 6 | 367 | 1571 | 5,57E+06 | 1,9291 | 11,5746 | 201,36 | 1208,16 |
| 44,5 | 30,75 | 9 | 359 | 1342 | 5,04E+06 | 2,0219 | 18,1971 | 223,78 | 2014,02 |
| 45,5 | 30,78 | 8 | 360 | 1397 | 3,99E+06 | 2,1163 | 16,9304 | 237,55 | 1900,40 |
| 46,5 | 30,81 | 9 | 353 | 1304 | 3,61E+06 | 2,2128 | 19,9152 | 249,76 | 2247,84 |
| 47,5 | 30,83 | 9 | 346 | 841 | 2,69E+06 | 2,3105 | 20,7945 | 264,83 | 2383,47 |
| 48,5 | 30,86 | 7 | 337 | 911 | 2,54E+06 | 2,4115 | 16,8805 | 277,61 | 1943,27 |
| 49,5 | 30,87 | 6 | 329 | 1470 | 1,87E+06 | 2,5127 | 15,0762 | 294,77 | 1768,62 |
| 50,5 | 30,89 | 5 | 330 | 616 | 1,71E+06 | 2,6175 | 13,0875 | 312,02 | 1560,10 |
| 51,5 | 30,90 | 2 | 332 | 952 | 1,55E+06 | 2,7235 | 5,447 | 332,11 | 664,22 |
| 52,5 | 30,91 | 1 | 330 | 1290 | 1,35E+06 | 2,8312 | 2,8312 | 350,94 | 350,94 |
| 53,5 | 30,92 | 5 | 323 | 794 | 1,03E+06 | 2,9410 | 14,7050 | 369,04 | 1845,20 |
| 54,5 | 30,93 | 3 | 328 | 1208 | 1,07E+06 | 3,0534 | 9,1602 | 387,49 | 1162,47 |
| 55,5 | 30,93 | 1 | 328 | 1204 | 9,61E+05 | 3,1665 | 3,1665 | 405,57 | 405,57 |
| 56,5 | 30,93 | 5 | 326 | 1303 | 8,71E+05 | 3,2822 | 16,4110 | 423,38 | 2116,90 |
| 57,5 | 30,93 | 2 | 325 | 772 | 7,47E+05 | 3,3994 | 6,7988 | 440,79 | 881,58 |
| 81,5 | 30,76 | 1 | 305 | 842 | 1,87E+05 | 6,7952 | 6,7952 | 927,70 | 927,70 |
| TOTAL | | 408 | - | - | - | - | 576,5733 | - | 56865,8 |

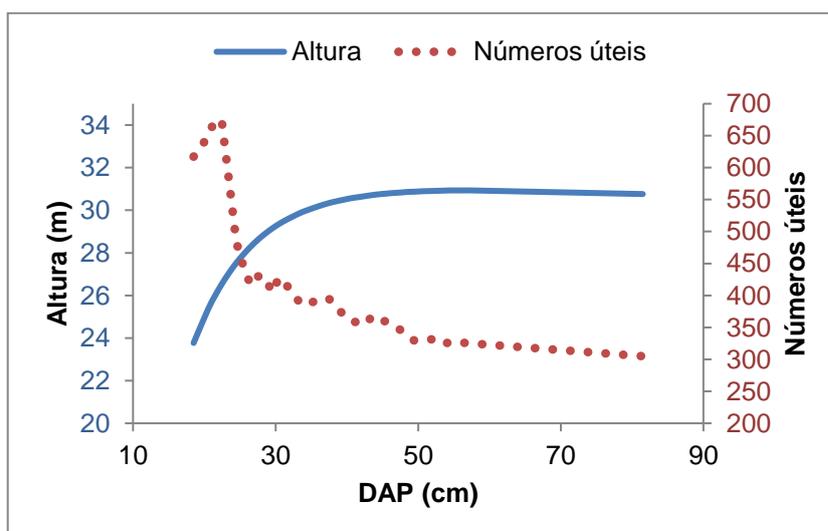
1 A quantidade total de sortimentos avaliados foi obtida por meio de uma busca exaustiva;

Em que: C.C. = centro de classe; \hat{H} = altura total estimada; Freq. = frequência; Qtd. = quantidade; Sort. = sortimentos.

Fonte: Elaborado pelo autor.

É importante observar que, à medida que o DAP das árvores aumenta, a quantidade de números úteis tende a diminuir. Isso ocorreu porque o número de produtos candidatos é menor para os fustes com maior diâmetro, já que geralmente não são traçados segundo a classe de uso 4 (celulose), responsável pela maior parte dos produtos a serem avaliados. Essa tendência é ilustrada na Figura 19. Além disso, como esperado, a altura total estimada das árvores cresce em função do DAP até se estabilizar com aproximadamente 30 metros de altura.

Figura 19 – Altura total estimada (\hat{H}) e quantidade de números úteis obtidos via PD no estudo de caso 1.

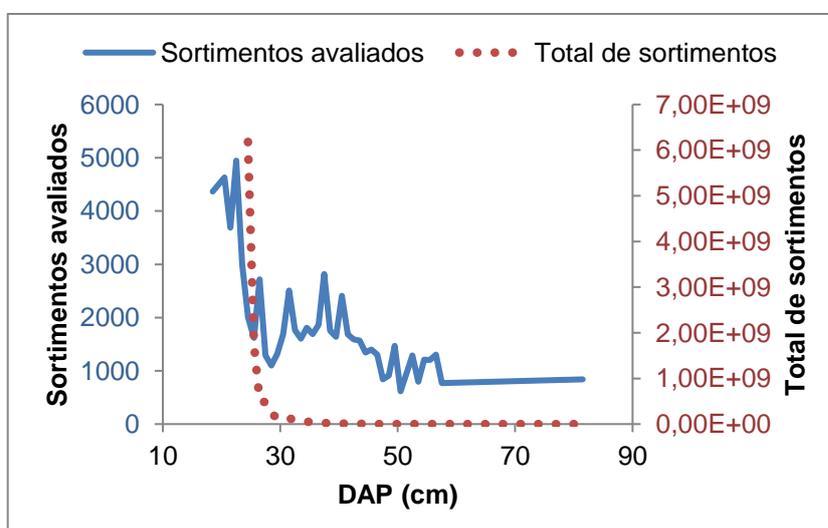


Em que: DAP = diâmetro à altura do peito, medido a 1,3 m do solo.

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 20 ilustra a relação entre a quantidade de sortimentos florestais analisados via PD e a quantidade total de sortimentos factíveis (obtidos via busca exaustiva) por centro de classe de DAP. A quantidade de sortimentos testados foi em média 0,05% do número de sortimentos existentes. Sobressai a eficiência da PD como técnica de otimização. Evidentemente, o número de sortimentos existentes ficou muito abaixo do NPC calculado (vide Figura 21). Isso leva a conclusão de que, para esse estudo de caso, a métrica NPC não deveria ser utilizada como referência para estimar o número de sortimentos florestais.

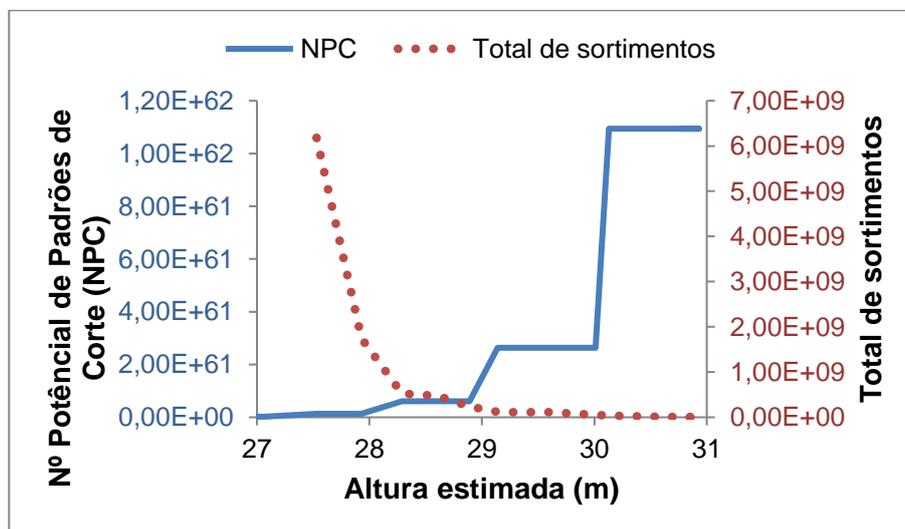
Figura 20 – Quantidade total de sortimentos existentes e quantidade de sortimentos avaliados via PD no estudo de caso 1.



Em que: DAP = diâmetro à altura do peito, medido a 1,3 m do solo.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 21 – NPC e quantidade de sortimentos existentes por altura estimada das árvores analisadas no estudo de caso 1.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A quantidade total de sortimentos diz respeito ao número total de padrões de corte factíveis por centro de classe. Chegou-se a tais valores após a execução de um algoritmo de busca exaustiva (Força Bruta), sem o emprego de nenhuma técnica de otimização. Os campos com informações ausentes desse atributo na Tabela 18 é justificado pela incapacidade computacional de discretizar todos os sortimentos em tempo hábil. Isso inviabilizou a implementação dos métodos PLI e otimização em redes nesse estudo de caso. Uma atenção especial se deve dar a curva de crescimento desse atributo, aparentemente exponencial. O tempo limite de espera para processamento computacional por centro de classe foi de 3 dias.

Embora aparentemente menos explícito, observou-se também que a quantidade de sortimentos avaliados apresentou um sinal de queda em função do crescimento do DAP das árvores. Esse atributo, porém, foi muito influenciado pela respectiva altura do fuste. Uma variação pequena no DAP foi capaz de alterar significativamente a quantidade de produtos candidatos avaliados, levando em consideração que o sistema de busca foi o mesmo para todas as classes diamétricas.

Por serem algoritmos aproximativos e possuírem suas respectivas formulações atreladas a um fenômeno aleatório, os métodos de otimização GRASP, ILS e HCP foram executados 30 vezes cada em simulações com 100, 1000 e 10000

iterações. Foi definido um valor de $\alpha = 0,5$ para a função de afastamento percentual do GRASP. Os resultados dos métodos de solução implementados assim como aqueles obtidos por Menon (2005) são apresentados de maneira condensada na Tabela 19.

Tabela 19 – Síntese dos resultados obtidos por Menon (2005) e dos resultados dos métodos de solução implementados no estudo de caso 1.

| Método de otimização | Receita total média (R\$) | Volume total médio (m³) | Tempo total médio(s) |
|---|----------------------------------|---|-----------------------------|
| Média da colheita ¹ | 51.590,76 | 577,2510 | - |
| <i>Simulated Annealing</i> ¹ | 55.639,76 | 575,4630 | 97,73 |
| Algoritmo Genético ¹ | 56.519,40 | 576,3160 | 20,81 |
| Programação Dinâmica | 56.865,80 (Ótimo) | 576,5733 | 8 |
| Algoritmo Guloso | 56.141,94 (98,73%) | 576,2073 | 0 |
| GRASP ² | 56.828,82 (99,93%) | 576,4357 | 66 |
| ILS ² | 56.331,97 (99,01%) | 576,2383 | 13 |
| HCP ² | 56.861,61 (99,99%) | 576,5722 | 35 |

¹ Resultados obtido de Menon (2005, p. 65).

² Utilizando os parâmetros: $k = 1000$ iterações; $\alpha = 0,5$ (GRASP); $n = 4$ e $x = 4$ (HCP).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Segundo Menon (2005), o volume médio da colheita foi calculado com base nas fichas de campo e é a média do resultado de 3 metodologias de cubagem empregadas: HUBER, SMALIAN e NEWTON. A partir do volume e áreas basais das toras, foi possível determinar a renda das árvores colhidas usualmente pela empresa. Os resultados do AG foram obtidos utilizando uma população inicial de 500 (cromossomos) e 1000 iterações (crossover). O SA, por sua vez, foi executado com 2000 iterações.

A PD mostrou ser um método eficiente e extremamente rápido para encontrar os sortimentos ótimos, obtendo em apenas 8 segundos uma receita de R\$ 56.865,80 para o povoamento analisado, com volume equivalente a 576,5733 m³. O volume ficou abaixo do estimado para a colheita porque foram calculados de maneiras diferentes. É válido ressaltar novamente que só foi possível o uso da PD porque não haviam restrições de mercado, caracterizando o problema de otimização como em nível de árvore individual.

O algoritmo guloso foi processado computacionalmente com tempo inferior a 1 segundo comprovando sua eficiência como método de otimização para encontrar uma solução inicial. No total, 2.879 toras foram geradas, obtendo 576,2073 m³ de madeira e R\$ 56.141,94 de receita. Isso representa um acréscimo de 8,8% em relação à renda média dos dados da colheita, caso fosse utilizado, chegando a 98,73% da solução ótima. O algoritmo guloso foi considerado, nesse caso, 0,89% mais eficaz do que o SA.

Os resultados do GRASP, ILS e HCP apresentados na Tabela 19 referem-se à execução desses métodos de solução com 1000 iterações. Essa decisão de comparar os métodos com esse valor de parâmetro ocorreu para que houvesse um número aproximado de sortimentos processados e do tempo de execução entre os resultados apresentados nessa pesquisa e aqueles obtidos por Menon (2005). Contudo, se for o caso, destaca-se que não há custo adicional em deixar o computador processando por mais tempo em busca de resultados ainda melhores.

Nas simulações, a HCP foi o método de solução que obteve os melhores resultados, chegando a 99,99% da receita ótima em 35 segundos. O GRASP obteve uma receita um pouco abaixo disso gastando mais tempo. Ele chegou a R\$ 56.828,82 (99,93%) com 576,4357 m³ de madeira colhida. Ambos os métodos alcançaram resultados financeiros melhores que o AG. O ILS não obteve o mesmo desempenho porque o uso de uma solução inicial única limitava muito o espaço de busca. Contudo, mesmo assim, o ILS conseguiu chegar a uma receita de R\$ 56.331,97; 99,01% da solução ótima.

Os tempos de processamento dos algoritmos desenvolvidos nessa pesquisa não devem ser comparados aos tempos de processamento gasto pelos métodos de Menon (2005) porque eles foram implementados em linguagens de programação diferentes e também por terem sido executados em plataformas computacionais distintas.

Por meio da Tabela 20 é possível visualizar os resultados das medidas estatísticas erro padrão (S_Y) e DM aplicadas na distribuição amostral das receitas totais obtidas pelos métodos GRASP, ILS e HCP. Observou-se que, a medida que se aumenta o número de iterações, uma quantidade maior de sortimentos é avaliada, resultando em uma receita total maior e em uma queda no erro padrão e no DM das amostras.

Tabela 20 – Resultados estatísticos dos métodos de solução aproximativos implementados no estudo de caso 1.

| Iterações | Método* | Receita média (R\$) | Tempo médio (s) | S_Y (R\$) | DM (R\$) |
|-----------|---------|------------------------|--------------------|----------------|-------------|
| 100 | GRASP | 56.723,06 | 2 | 4,96 | 142,79 |
| | ILS | 56.320,94 | 1 | 1,50 | 544,85 |
| | HCP | 56.859,43 | 25 | 0,15 | 6,42 |
| 1000 | GRASP | 56.828,82 | 66 | 1,68 | 36,98 |
| | ILS | 56.331,97 | 13 | 0,44 | 533,83 |
| | HCP | 56.861,61 | 35 | 0,09 | 4,68 |
| 10000 | GRASP | 56.855,18 | 660 | 1,32 | 10,62 |
| | ILS | 56.456,99 | 132 | 0,39 | 408,82 |
| | HCP | 56.862,47 | 82 | 0,04 | 3,34 |

Em que: S_Y = erro padrão; DM = desvio médio.

*Utilizando os parâmetros: $\alpha = 0,5$ (GRASP); $n = 4$ e $x = 4$ (HCP).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Em todos os resultados apresentados para a HCP foram utilizados os parâmetros $x = 4$ e $n = 4$. Chegou-se a tais valores após a calibração dessa heurística. A maneira como a HCP é calibrada é determinante para estimar o volume e o valor dos sortimentos gerados por ela. Portanto, uma configuração adequada de seus parâmetros pode alcançar maior rentabilidade financeira sem perda de eficiência.

A Tabela 21 apresenta a receita total média e o tempo total médio ao variar o valor dos parâmetros k e x da HCP. Os respectivos volumes totais médios não foram informados por serem praticamente os mesmos $576,57 \text{ m}^3$ na maior parte dos resultados, evidenciando a importância da escolha do padrão de corte na obtenção de maior rentabilidade. Observa-se que é melhor economicamente manter inalteradas as 4 primeiras toras provenientes da solução obtida na primeira fase construtiva da heurística. Dessa forma, as novas soluções geradas na segunda fase se deram em função de modificações nos produtos extraídos a partir da quinta tora dos fustes analisados. O fato de $x = 5$ ter resultado em uma maior receita para 100 iterações é explicado pelo fato de poucas soluções adicionais terem sido analisadas, valendo a pena preservar a maior parte da solução inicial obtida na primeira fase da heurística. Quando a HCP é executada com 100.000 iterações, obtém-se uma receita maior, embora gasta-se muito mais tempo de processamento para isso.

Tabela 21 – Receita total média e tempo total médio obtidos ao variar o valor dos parâmetros k e x do método de solução HCP implementado no estudo de caso 1.

| Iterações (k) | Toras fixadas (x) | | | | | Tempo Médio (s) |
|----------------------|-----------------------|-----------|-----------|------------------|------------------|--------------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | |
| 100 | 56.858,27 | 56.858,41 | 56.858,55 | 56.859,43 | 56.860,20 | 25 |
| 1.000 | 56.859,68 | 56.860,08 | 56.860,51 | 56.861,61 | 56.861,45 | 35 |
| 10.000 | 56.861,72 | 56.861,92 | 56.862,07 | 56.862,47 | 56.862,22 | 88 |
| 100.000 | 56.862,83 | 56.862,88 | 56.863,10 | 56.863,51 | 56.863,21 | 1140 |

*Utilizando o parâmetro $n = 4$ (HCP).

Fonte: Elaborado pelo autor.

A quantidade média de cada tipo de produto colhido a partir das simulações realizadas por meio da execução dos métodos de otimização analisados nesse estudo de caso são mostrados na Tabela 22. Adicionalmente, também foi calculado, por tipo de produto, o desvio padrão amostral resultante das 30 rodadas de simulação. Os métodos aproximativos apresentaram uma distribuição mais homogênea da quantidade de toras produzidas por tipo de produto. Observou-se também que muitos produtos deixariam de ser produzidos caso a PD fosse utilizada como método de solução.

Tabela 22 – Quantidade média e erro padrão dos produtos simuladamente colhidos após o processamento dos métodos de solução aplicados no estudo de caso 1.

| Produto | | PD | Guloso | GRASP ² | | ILS ² | | HCP ² | |
|----------|-------|-------------------|-------------------|--------------------|-------|------------------|-------|------------------|-------|
| | | Qtd. ¹ | Qtd. ¹ | Qtd. | S_Y | Qtd. | S_Y | Qtd. | S_Y |
| Classe 0 | 3,8 m | 26 | 81 | 29,8 | 1,6 | 80,0 | 0,0 | 26,0 | 0,0 |
| | 3,1 m | 48 | 22 | 45,0 | 1,3 | 22,0 | 0,0 | 48,0 | 0,0 |
| Classe 1 | 2,6 m | 76 | 16 | 74,0 | 2,2 | 18,0 | 0,0 | 76,0 | 0,0 |
| | 3,8 m | 177 | 479 | 186,2 | 3,3 | 397,4 | 1,0 | 183,0 | 0,0 |
| | 3,1 m | 261 | 26 | 245,0 | 6,2 | 68,2 | 2,0 | 255,0 | 0,0 |
| Classe 2 | 2,6 m | 252 | 45 | 257,7 | 3,8 | 130,4 | 1,0 | 252,0 | 0,0 |
| | 3,8 m | 186 | 538 | 201,1 | 9,7 | 387,6 | 1,0 | 192,0 | 0,0 |
| | 3,1 m | 218 | 64 | 219,7 | 7,8 | 118,0 | 1,0 | 218,0 | 0,0 |
| Classe 3 | 2,6 m | 449 | 99 | 423,4 | 5,4 | 286,4 | 0,7 | 437,0 | 0,0 |
| | 3,8 m | 448 | 563 | 438,4 | 5,1 | 403,0 | 0,0 | 448,0 | 0,0 |
| | 3,1 m | 195 | 38 | 192,6 | 4,9 | 254,4 | 0,7 | 195,0 | 0,0 |
| Classe 4 | 4,0 m | 2 | 606 | 35,2 | 8,9 | 35,4 | 6,6 | 39,2 | 3,2 |
| | 3,9 m | 0 | 0 | 32,0 | 8,0 | 22,0 | 3,9 | 40,7 | 4,6 |
| | 3,8 m | 3 | 20 | 29,0 | 5,4 | 27,7 | 6,4 | 83,3 | 9,3 |
| | 3,7 m | 18 | 27 | 29,8 | 7,6 | 26,6 | 4,1 | 58,3 | 7,5 |

| | | | | | | | | |
|-------|-----|----|-------|------|-------|------|-------|------|
| 3,6 m | 3 | 14 | 43,6 | 4,3 | 27,1 | 4,7 | 6,6 | 2,0 |
| 3,5 m | 1 | 5 | 13,0 | 3,7 | 28,0 | 4,0 | 19,0 | 6,4 |
| 3,4 m | 17 | 18 | 35,3 | 6,0 | 36,6 | 8,8 | 38,3 | 6,2 |
| 3,3 m | 0 | 5 | 28,2 | 6,1 | 34,2 | 5,2 | 17,0 | 4,5 |
| 3,2 m | 0 | 23 | 36,9 | 6,6 | 35,5 | 5,9 | 15,8 | 4,2 |
| 3,1 m | 0 | 16 | 33,0 | 7,4 | 28,0 | 4,5 | 14,9 | 4,4 |
| 3,0 m | 9 | 3 | 23,8 | 5,1 | 19,1 | 3,7 | 22,3 | 6,4 |
| 2,9 m | 28 | 0 | 42,3 | 7,0 | 46,4 | 10,2 | 44,0 | 6,8 |
| 2,8 m | 4 | 0 | 38,4 | 6,2 | 38,4 | 9,7 | 10,6 | 4,5 |
| 2,7 m | 0 | 0 | 36,4 | 7,1 | 30,6 | 7,7 | 19,4 | 5,0 |
| 2,6 m | 0 | 22 | 34,7 | 7,7 | 12,4 | 4,8 | 25,6 | 7,0 |
| 2,5 m | 0 | 0 | 23,9 | 3,4 | 40,4 | 7,8 | 32,7 | 6,1 |
| 2,4 m | 28 | 0 | 38,8 | 12,2 | 28,1 | 8,8 | 26,6 | 8,8 |
| 2,3 m | 1 | 0 | 42,5 | 8,6 | 43,6 | 8,1 | 31,1 | 8,5 |
| 2,2 m | 32 | 1 | 48,2 | 9,7 | 55,4 | 9,7 | 35,4 | 10,5 |
| 2,1 m | 20 | 19 | 39,6 | 5,4 | 41,6 | 6,0 | 41,5 | 8,5 |
| 2,0 m | 74 | 23 | 43,3 | 8,6 | 41,4 | 6,7 | 44,5 | 9,4 |
| 1,9 m | 107 | 0 | 35,9 | 6,6 | 51,7 | 9,8 | 41,0 | 7,5 |
| 1,8 m | 80 | 0 | 43,5 | 6,8 | 49,9 | 7,1 | 56,0 | 6,5 |
| 1,7 m | 104 | 35 | 33,3 | 6,0 | 50,4 | 11,9 | 48,7 | 7,9 |
| 1,6 m | 60 | 1 | 61,7 | 4,5 | 44,6 | 9,1 | 40,1 | 9,6 |
| 1,5 m | 67 | 9 | 44,2 | 4,6 | 64,5 | 10,4 | 62,5 | 9,2 |
| 1,4 m | 184 | 6 | 70,4 | 10,8 | 69,4 | 9,0 | 78,1 | 10,2 |
| 1,3 m | 218 | 0 | 71,7 | 8,9 | 71,4 | 12,9 | 73,2 | 12,4 |
| 1,2 m | 311 | 28 | 74,6 | 6,7 | 85,9 | 8,9 | 87,0 | 9,7 |
| 1,1 m | 257 | 26 | 73,9 | 14,4 | 109,7 | 12,0 | 95,3 | 14,6 |
| 1,0 m | 457 | 1 | 136,8 | 11,5 | 140,7 | 13,6 | 117,5 | 11,2 |

Em que: Qtd. = quantidade; S_Y = erro padrão.

¹ Não há um fenômeno aleatório nos métodos de solução PD e Algoritmo guloso. Portanto, a quantidade de produtos apresentada é definitiva e não média.

² Utilizando os parâmetros: $k = 1000$ iterações; $\alpha = 0,5$ (GRASP); $n = 4$ e $x = 4$ (HCP).

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2. Estudo de caso 2: *bucking-to-value* com classes de qualidade

Os métodos de otimização desenvolvidos e adaptados para determinar os sortimentos ótimos em nível de árvore individual no cenário *bucking-to-value* levando em consideração a qualidade dos fustes para efeito de cálculo foram: PD, busca exaustiva, algoritmo guloso, GRASP, ILS e HCP. Para processar tais métodos de otimização, foi preciso primeiramente determinar o modelo de afilamento que mais se

ajustava ao perfil dos fustes inventariados, já que tal equação não foi informada a priori.

Os modelos de afilamento ajustados nesse estudo de caso foram apresentados anteriormente em sua forma original na Tabela 2, sendo eles: (1) Ormerod (1973), (2) Kozak et al. (1969), (3) Schoepfer (1966), (4) Demaerschalk (1972), (5) Garcia et al. (1993), (6) Garay (1979), (7) Baldwin e Feduccia (1991) e (8) Lee et al. (2003). As estimativas dos parâmetros e as estatísticas resultantes dos ajustes desses respectivos modelos são mostradas na Tabela 23.

Tabela 23 – Estatísticas dos coeficientes dos modelos de afilamento após o ajuste avaliados no estudo de caso 2.

| Modelo | Estatística | $\hat{\beta}_0$ | $\hat{\beta}_1$ | $\hat{\beta}_2$ | $\hat{\beta}_3$ | $\hat{\beta}_4$ | $\hat{\beta}_5$ |
|--------|-------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1 | Estimativa | | 0,76414 | | | | |
| | Erro padrão | | 0,00588 | | | | |
| | t_c | | 129,8 | | | | |
| 2 | Estimativa | 1,09800 | -2,00626 | 0,93026 | | | |
| | Erro padrão | 0,00585 | 0,03648 | 0,03742 | | | |
| | t_c | 187,40 | -55,00 | 24,86 | | | |
| 3 | Estimativa | 1,10551 | -3,27581 | 12,6603 | -25,7805 | 23,4816 | -8,19878 |
| | Erro padrão | 0,00350 | 0,10832 | 0,76472 | 2,04985 | 2,31019 | 0,92387 |
| | t_c | 315,008 | -30,242 | 16,556 | -12,577 | 10,164 | -8,874 |
| 4 | Estimativa | 0,07165 | 0,94240 | -0,85351 | 0,877406 | | |
| | Erro padrão | 0,04897 | 0,01875 | 0,04371 | 0,01516 | | |
| | t_c | 1,463 | 50,254 | -19,527 | 57,865 | | |
| 5 | Estimativa | 1,28363 | -1,48612 | 0,203109 | | | |
| | Erro padrão | 0,00739 | 0,03506 | 0,03214 | | | |
| | t_c | 173,81 | -42,39 | 6,32 | | | |
| 6 | Estimativa | 1,15884 | 0,30502 | 0,963497 | 0,284174 | | |
| | Erro padrão | 0,00531 | 0,00644 | 0,002810 | 0,010429 | | |
| | t_c | 216,95 | 47,58 | 342,78 | 27,25 | | |
| 7 | Estimativa | 1,13358 | 0,38283 | | | | |
| | Erro padrão | 0,00265 | 0,00342 | | | | |
| | t_c | 427,8 | 111,9 | | | | |
| 8 | Estimativa | | 1,32354 | 0,94526 | 2,62609 | -3,72819 | 2,03338 |
| | Erro padrão | | 0,05309 | 0,01091 | 0,10768 | 0,14032 | 0,04581 |
| | t_c | | 24,93 | 86,67 | 24,39 | -26,57 | 44,38 |

Em que: Erro padrão = desvio padrão amostral da estimativa do coeficiente ($S(\hat{\beta}_i)$); $t_c = t$ calculado,

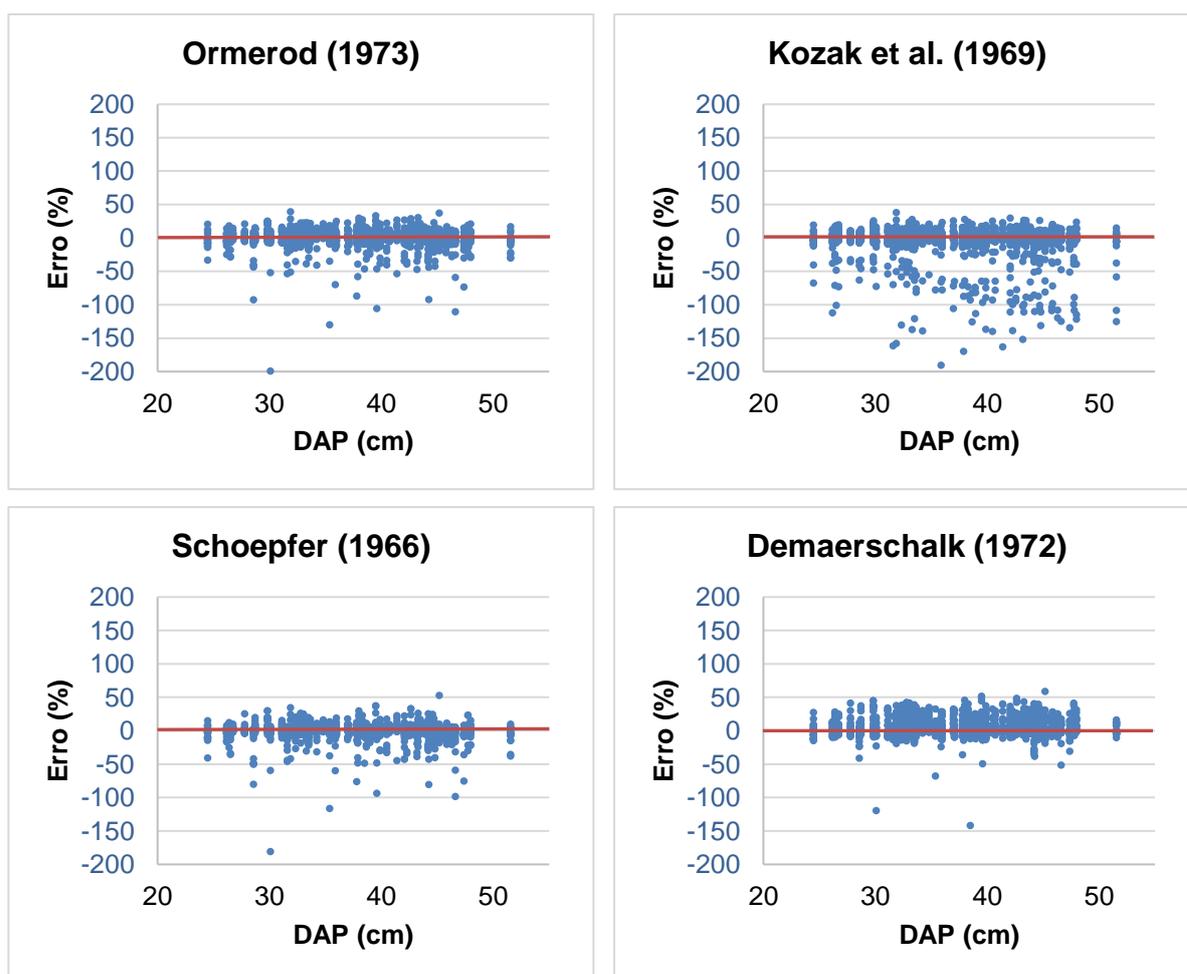
em que $t_c(\hat{\beta}_i) = \frac{\hat{\beta}_i}{S(\hat{\beta}_i)}$; Modelos: (1) Ormerod (1973), (2) Kozak et al. (1969), (3) Schoepfer (1966), (4) Demaerschalk (1972), (5) Garcia et al. (1993), (6) Garay (1979), (7) Baldwin e Feduccia (1991) e (8) Lee et al. (2003).

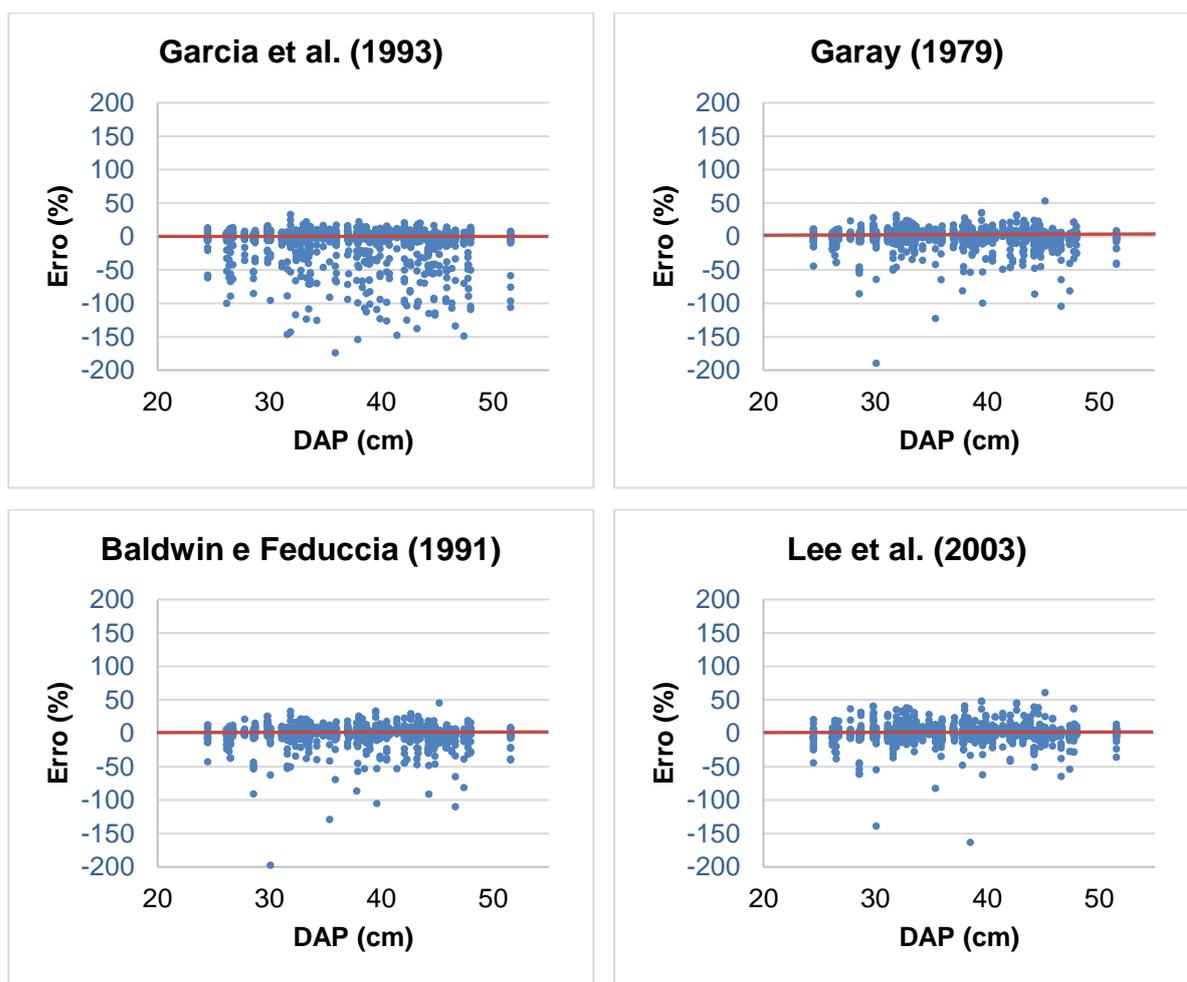
Fonte: Elaborado pelo autor.

É importante mencionar que todos os coeficientes dos modelos foram estimados via regressão e posteriormente submetidos ao teste de hipótese Teste *t* de Student a 1% de nível de significância. Para isso, a ferramenta R Studio foi utilizada. Verificou-se que todos os coeficientes dos modelos ajustados foram significativos.

Por meio da Figura 22 são mostrados graficamente os resíduos dos oito modelos estudados para a estimativa dos diâmetros ao longo do fuste. Percebe-se que os modelos de Ormerod (1973), Schoepfer (1966), Garay (1979), Baldwin e Feduccia (1991) e Lee et al. (2003) apresentaram as melhores distribuições residuais, representando mais fidedignamente a distribuição real. Kozak et al. (1969) e Garcia et al. (1993) apresentaram uma nítida tendência de subestimar os diâmetros, enquanto que Demaerschalk (1972), por outro lado, aparentou superestimar os diâmetros. De todo modo, após a análise gráfica, ainda fica difícil identificar o modelo com maior exatidão. Constata-se, portanto, a necessidade de testes complementares.

Figura 22 – Distribuição dos resíduos das estimativas de diâmetro ao longo do fuste em função do DAP no estudo de caso 2.





Em que: DAP = diâmetro à altura do peito, medido a 1,3 m do solo.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os resultados estatísticos utilizados para aferir a exatidão dos modelos de afilamento avaliados são mostrados na Tabela 24.

Tabela 24 – Resultados estatísticos dos modelos de afilamento ao estimar os diâmetros ao longo do fuste no estudo de caso 2.

| Modelo | S_{YY}^{\wedge} (cm) | S_{YY}^{\wedge} (%) | r_{YY}^{\wedge} | DM (cm) | MD (cm) | DPD (cm) | Total |
|--------|------------------------|-----------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------|
| 1 | 2.3657 (6) | 9.6495 | 0.9861 (6) | 0.0453 (6) | 1.5961 (5) | 2.3652 (6) | 29 |
| 2 | 2.8866 (8) | 11.7742 | 0.9804 (8) | -0.5102 (7) | 2.2125 (8) | 2.8410 (8) | 39 |
| 3 | 1.8099 (2) | 7.3826 | 0.9919 (2) | 0.0391 (4) | 1.2565 (3) | 1.8095 (2) | 13 |
| 4 | 2.5697 (7) | 10.4818 | 0.9853 (7) | 0.5132 (8) | 1.8851 (7) | 2.5178 (7) | 36 |
| 5 | 2.1601 (5) | 8.8109 | 0.9891 (5) | -0.3946 (5) | 1.6318 (6) | 2.1237 (5) | 26 |
| 6 | 1.8002 (1) | 7.3430 | 0.9920 (1) | 0.0359 (3) | 1.2282 (2) | 1.7999 (1) | 8 |
| 7 | 1.8141 (3) | 7.3998 | 0.9918 (3) | 0.0121 (1) | 1.2202 (1) | 1.8141 (3) | 11 |
| 8 | 1.8802 (4) | 7.6692 | 0.9912 (4) | 0.0272 (2) | 1.2893 (4) | 1.8800 (4) | 18 |

Em que: S_{YY}^{\wedge} = erro padrão da estimativa; S_{YY}^{\wedge} = erro padrão da estimativa em porcentagem; r_{YY}^{\wedge} = coeficiente de correlação; DM = desvio médio; MD = média das diferenças absolutas; DPD = desvio padrão das diferenças; Modelos: (1) Ormerod (1973), (2) Kozak et al. (1969), (3) Schoepfer (1966), (4) Demaerschalk (1972), (5) Garcia et al. (1993), (6) Garay (1979), (7) Baldwin e Feduccia (1991) e (8) Lee et al. (2003).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Após uma minuciosa análise, foi feita uma ordenação das medidas segundo o grau de exatidão dos resultados. A metodologia de classificação utilizada foi a de Lima (1986). Nesse caso, por terem apresentado as menores somatórias das notas dos critérios estatísticos avaliados, os dois modelos considerados mais exatos foram o de Garay (1979) e o de Baldwin e Feduccia (1991).

Garay (1979) foi o melhor modelo geral, predicado atribuído ao fato de ter obtido o menor erro residual, o maior coeficiente de correlação e o menor DPD. Por ter alcançado os melhores resultados nos critérios estatísticos DM e MD, o modelo de Baldwin e Feduccia (1991) obteve uma nota total muito próxima a do modelo de Garay (1979), ficando, entretanto, no segundo lugar geral. Isso significa que os modelos de Garay (1979) e de Baldwin e Feduccia (1991) erram pouco, descrevem melhor o perfil das árvores e tendem a gerar as estimativas mais acuradas. O modelo de Kozak et al. (1969), por outro lado, foi classificado como o menos apropriado para ser utilizado por que obteve os piores resultados na maior parte dos critérios estatísticos avaliados.

Na sequência, foi feita uma análise dos volumes totais observados em relação aos estimados resultante dos quatro melhores modelos identificados na Tabela 24. As equações que permitem estimar o volume dos modelos de Schoepfer (1966) e Baldwin e Feduccia (1991) foram obtidas a partir da integral do modelo de afilamento entre a altura do toco e a altura total da árvore. O volume total estimado por Garay (1979) e Lee et al. (2003) foi calculado através de um procedimento sugerido por Leite et al. (2006). Nesse caso, os fustes das árvores foram divididos em seções de 1,0 metros e a fórmula de Smalian foi utilizada para calcular o volume de cada seção. O volume total estimado pelo modelo é a soma do volume dessas seções.

Os resultados estatísticos provenientes da estimativa do volume total por meio dos modelos de Schoepfer (1966), Baldwin e Feduccia (1991), Garay (1979) e Lee et al. (2003) para as 70 árvores cubadas são mostrados na Tabela 25. A distribuição de resíduos apurada pelos modelos é ilustrado na Figura 23 e a relação volume total observado versus volume total estimado é ilustrado na Figura 24. O modelo de Garay (1979) obteve o menor DM. Já o modelo de Baldwin e Feduccia (1991) alcançou

melhores resultados para erro residual e DPD. Por outro lado, Lee et al. (2003) obteve a melhor correlação amostral e a menor MD. Nesse estudo de caso, optou-se por utilizar o modelo de Baldwin e Feduccia (1991) por ter se comportado de maneira mais consistente na estimativa dos diâmetros ao longo do fuste e na estimativa do volume total.

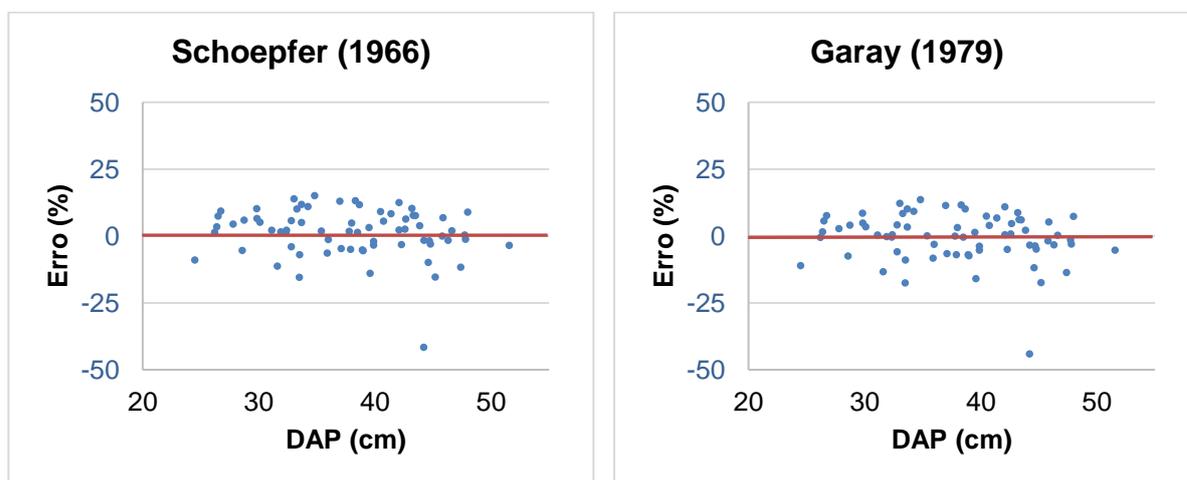
Tabela 25 – Resultados estatísticos dos modelos de afilamento ao estimar o volume total dos fustes objetos de análise no estudo de caso 2.

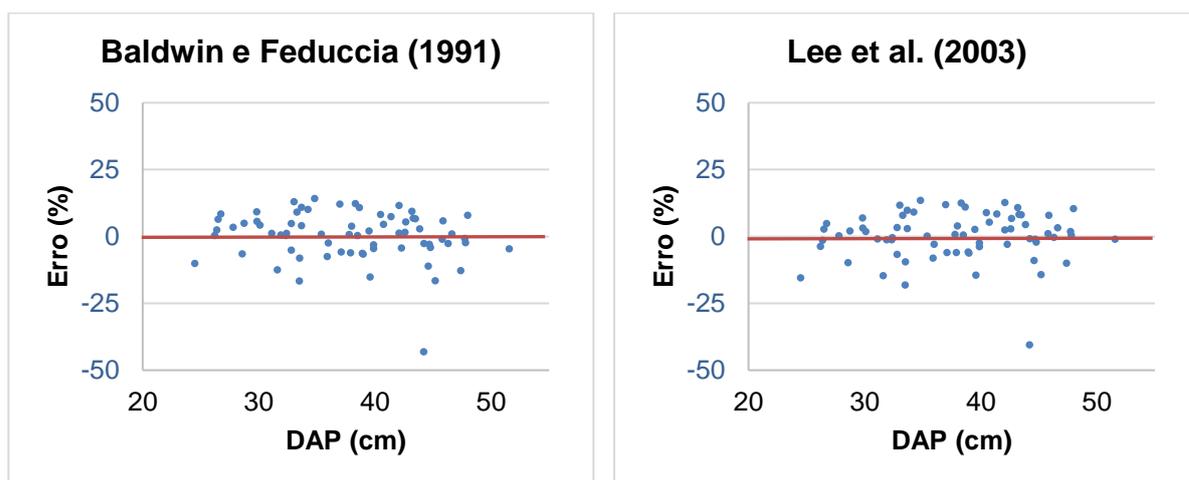
| Modelo | S_{YY}^{\wedge} (m ³) | S_{YY}^{\wedge} (%) | r_{YY}^{\wedge} | DM (m ³) | MD (m ³) | DPD (m ³) | Total |
|--------|-------------------------------------|-----------------------|-------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|-------|
| 3 | 0.1789 (4) | 9.3642 | 0.9725 (2) | 0.0284 (4) | 0.1255 (4) | 0.1765 (4) | 18 |
| 6 | 0.1755 (3) | 9.1859 | 0.9724 (3) | -0.0052 (1) | 0.1223 (2) | 0.1755 (3) | 12 |
| 7 | 0.1723 (1) | 9.0144 | 0.9725 (2) | 0.0081 (2) | 0.1232 (3) | 0.1721 (1) | 9 |
| 8 | 0.1746 (2) | 9.1347 | 0.9730 (1) | 0.0196 (3) | 0.1198 (1) | 0.1734 (2) | 9 |

Em que: S_{YY}^{\wedge} = erro padrão da estimativa; S_{YY}^{\wedge} = erro padrão da estimativa em porcentagem; r_{YY}^{\wedge} = coeficiente de correlação; DM = desvio médio; MD = média das diferenças absolutas; DPD = desvio padrão das diferenças; Modelos: (3) Schoepfer (1966), (6) Garay (1979), (7) Baldwin e Feduccia (1991) e (8) Lee et al. (2003).

Fonte: Elaborado pelo autor.

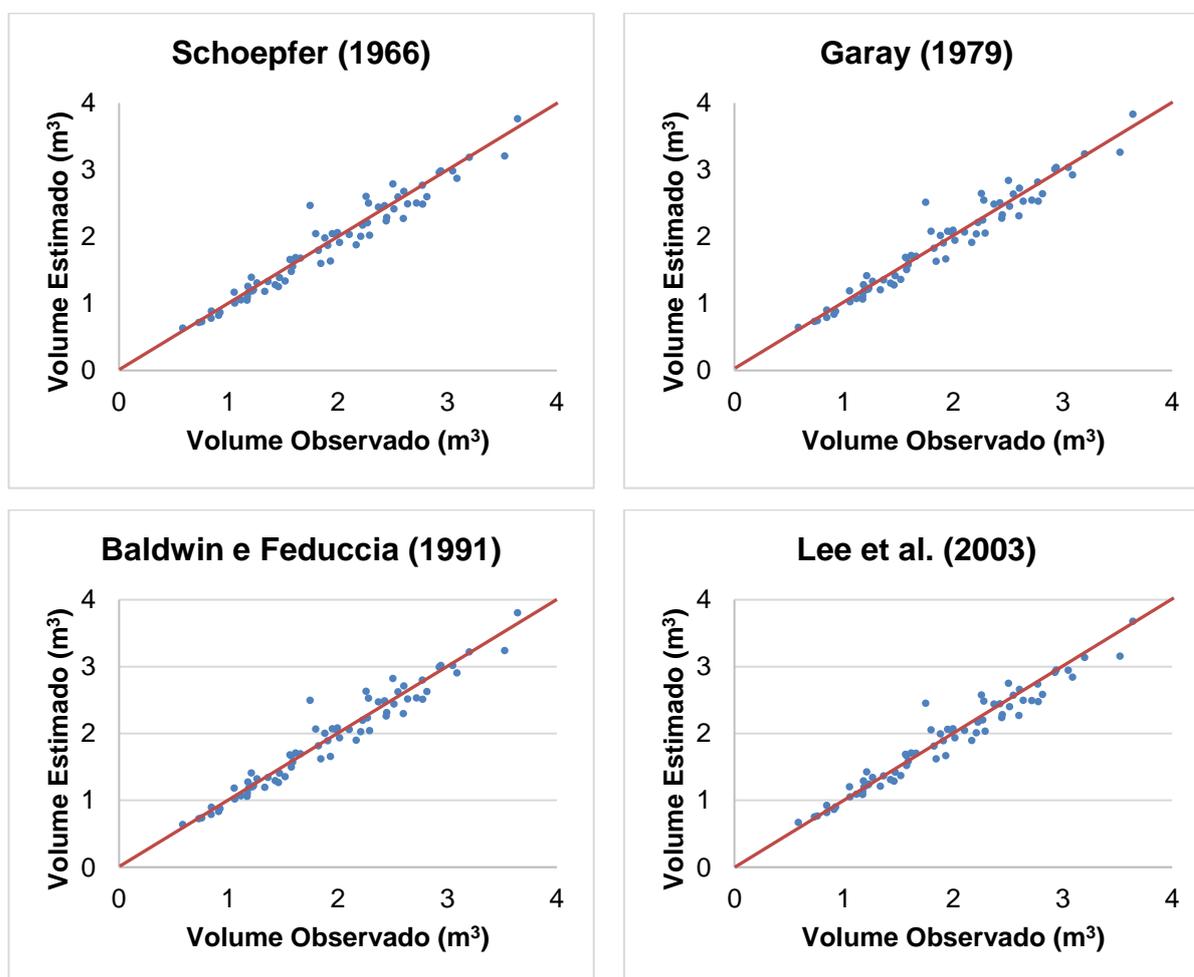
Figura 23 – Distribuição dos resíduos das estimativas de volume total em função do DAP dos modelos de afilamento avaliados no estudo de caso 2.





Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 24 – Volumes totais observados versus volumes totais estimados dos quatro melhores modelos de afilamento identificados na Tabela 24.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Uma síntese dos resultados obtidos por meio dos métodos de otimização implementados no estudo de caso 2 podem ser visualizados na Tabela 26. Foram

realizadas 30 rodadas de simulação em cada cenário avaliado. Informações detalhadas como valor, volume e quantidade de sortimentos analisados de cada fuste processado via método de solução PD podem ser encontradas no APÊNDICE F. Os sortimentos ótimos dos fustes e as respectivas classes de qualidade de cada tora estão no APÊNDICE G.

Tabela 26 – Síntese dos resultados obtidos pelos métodos de solução avaliados no estudo de caso 2.

| Método de otimização ¹ | Receita total média (R\$) | Volume total médio (m ³) | Tempo total médio (s) | S_Y (R\$) | DM (R\$) |
|-----------------------------------|---------------------------|--------------------------------------|-----------------------|-------------|----------|
| PD | 50.447,91 (Ótimo) | 340,0817 | 4 | 0,00 | 0,00 |
| Busca Exaustiva | 50.447,91 (Ótimo) | 340,0817 | 781 | 0,00 | 0,00 |
| Algoritmo Guloso | 48.898,11 (96,93%) | 340,0134 | 0 | 0,00 | 1.549,80 |
| GRASP ($k = 100$) | 50.369,76 (99,90%) | 340,0573 | 11 | 2,04 | 78,16 |
| GRASP ($k = 1000$) | 50.434,04 (99,97%) | 340,0724 | 109 | 0,77 | 13,87 |
| ILS ($k = 100$) | 50.358,55 (99,82%) | 340,0659 | 3 | 0,61 | 89,36 |
| ILS ($k = 1000$) | 50.369,41 (99,84%) | 340,0817 | 27 | 0,24 | 78,50 |
| HCP ($k = 100$) | 50.404,06 (99,91%) | 340,0656 | 3 | 1,61 | 43,85 |
| HCP ($k = 1000$) | 50.436,61 (99,98%) | 340,0747 | 32 | 0,52 | 11,30 |

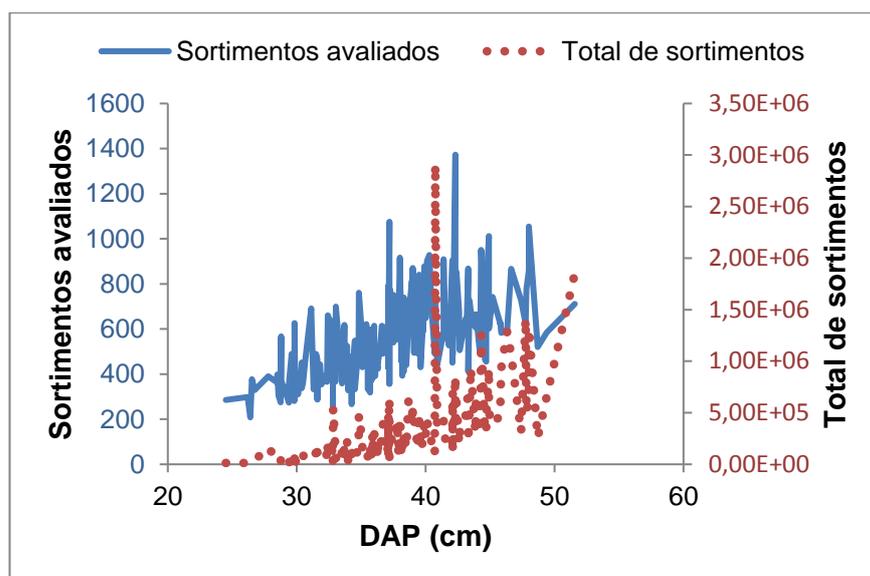
Em que: S_Y = erro padrão das receitas totais; DM = desvio médio das receitas totais.

¹ Utilizando o parâmetro $\alpha = 0,5$ (GRASP); $n = 2$ e $x = 1$ (HCP).

Fonte: Elaborado pelo autor.

A PD precisou de apenas 4 segundos para encontrar os sortimentos ótimos dos 197 fustes analisados e chegar à receita ótima (R\$ 50.447,91). Por outro lado, um algoritmo de força bruta que analisa todas as possibilidades de sortimento sem uso de qualquer mecanismo de otimização precisou de 781 segundos para encontrar os mesmos resultados. A quantidade de sortimentos analisados foi em média 0,46% do número total de sortimentos existentes. Devido a análise dos dados ter sido feita em cima de fustes individuais, a existência de fustes com o mesmo DAP e diferentes alturas provocava uma variação significativa no número de sortimentos avaliados e no número total de sortimentos. Esse fenômeno pode ser melhor observado por meio da Figura 25.

Figura 25 – Quantidade total de sortimentos existentes versus quantidade de sortimentos avaliados via PD no estudo de caso 2.

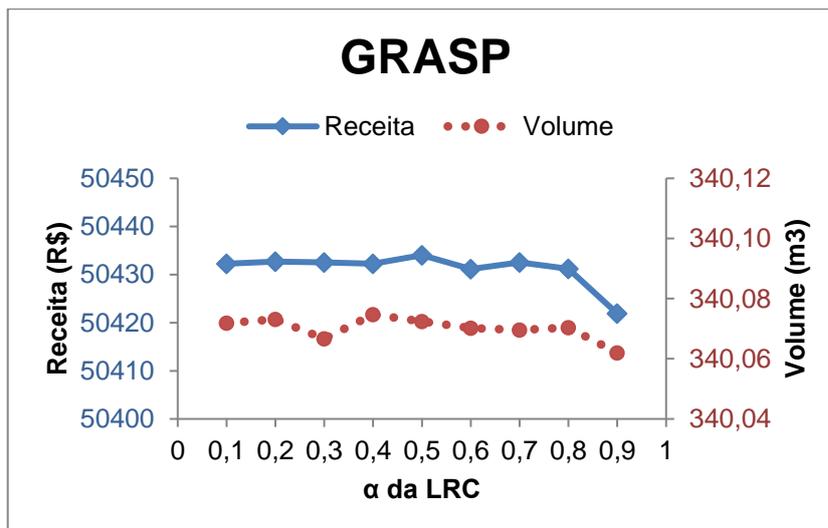


Fonte: Elaborado pelo autor.

Todas as meta-heurísticas foram avaliadas levando em consideração 100 e 1000 iterações. Entre elas, a melhor receita foi alcançada pela HCP com 1000 iterações chegando a 99,98% da solução ótima em 32 segundos. A HCP alcançou melhores resultados por ter conseguido fazer com que os produtos de maior valor agregado permaneçam na solução próximos a base dos fustes analisados. Ao mesmo tempo, conseguiu encontrar uma composição de produtos que minimizem os resíduos comerciais mais próximos a ponta dos fustes.

Embora o algoritmo guloso tenha encontrado os piores resultados, ele ficou a apenas 96,93% da receita ótima gastando para isso um tempo de processamento inferior a 1 segundo. O desvio padrão amostral do algoritmo guloso é zero porque não há um fenômeno aleatório envolvido. O DM das receitas, por sua vez, foi o maior dentre todos os métodos de solução avaliados, sendo ele R\$ 1.549,80.

O GRASP com 1000 iterações também chegou a resultados muito próximos do ótimo (99,97%). Porém, O GRASP gastou 109 segundos para isso, aproximadamente três vezes mais tempo que a HCP. O parâmetro da função de afastamento percentual (α) da LRC do GRASP foi utilizado nas demais simulações com valor de 0,5 porque este resultou na maior receita total média encontrada (vide Figura 26). Um valor muito alto para α fez com que o GRASP analisasse poucas soluções diferentes, provavelmente porque o algoritmo ficou preso em um ótimo local.

Figura 26 – Calibração do parâmetro α utilizado na LRC do GRASP no estudo de caso 2.

Em que: LRC = Lista restrita de candidatos.

* Utilizando o parâmetro $k = 1000$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

A heurística HCP foi executada em todas as simulações com o parâmetro $k = 2$. Um valor acima disso resultava em um tempo de processamento muito elevado, inviabilizando a comparação desse método com os demais implementados. Para ambas as quantidades de iterações analisadas, $k = 100$ e $k = 1000$, foram observados os resultados referentes à receita total média estimada e ao volume total médio estimado a fim de calibrar a heurística. Tais resultados são mostrados na Tabela 27. O valor do parâmetro $x = 1$ foi aquele que gerou as maiores receitas, por isso foi utilizado nesse estudo de caso para comparar os resultados da HCP com os demais métodos de otimização. Isso significa que, nesse caso, a heurística fez muito o uso da aleatoriedade para encontrar as melhores soluções.

Tabela 27 – Receita total média e volume total médio estimados para o estudo de caso 2 ao variar o valor dos parâmetros k e x do método de solução HCP.

| | Iterações (k) | Toras fixadas (x) | | | | |
|-------------------|----------------------|-----------------------|----------|-----------------|----------|----------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| (R\$) | 100 | 50404,06 | 50358,52 | 50340,71 | 50331,45 | 50325,49 |
| | 1000 | 50436,61 | 50369,69 | 50343,32 | 50332,25 | 50325,49 |
| (m ³) | 100 | 340,0656 | 340,0674 | 340,0808 | 340,0703 | 340,0645 |
| | 1000 | 340,0747 | 340,0815 | 340,0869 | 340,0737 | 340,0647 |

*Utilizando o parâmetro $n = 2$ (HCP).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Embora o objetivo do problema não tenha sido maximizar o volume, a HCP com 1000 iterações e $x = 3$ encontrou um volume total médio de madeira maior inclusive que o obtido pela PD como solução ótima do problema. O ILS, por sua vez, chegou exatamente ao mesmo volume encontrado pela PD (340,0817 m³) para o povoamento analisado. Entretanto, de modo geral, percebe-se que não houveram variações significativas no volume total de madeira traçado. Isso deixa clara a importância de encontrar os sortimentos mais lucrativos para conseguir de fato maximizar a receita global.

Por meio da Tabela 28 é possível visualizar o número médio de produtos obtidos segundo seu comprimento e classe de qualidade resultante da execução dos métodos de solução analisados. É possível perceber que as maiores receitas globais são provenientes de métodos que alcançaram maior número de produtos de melhor qualidade. Por exemplo, a PD (solução ótima) resultou em 325 produtos classe 1 de 6,15 metros, enquanto que a HCP, o GRASP e o ILS chegaram em média a 320; 317,1 e 315,8 produtos, respectivamente. Nessa mesma ótica, a PD foi o método que chegou ao maior número de produtos classe 1 de 5,3 metros. Por outro lado, para compensar, a PD foi o algoritmo que gerou menos produtos classe 2 e 3. A explicação da PD ter produzido um maior número de produtos tipo lenha é porque ela utilizou de maneira ótima todo o volume comercial disponível dos fustes de modo a maximizar as receitas.

Tabela 28 – Quantidade média de produtos por comprimento e por classe de qualidade obtidos por meio dos métodos de solução avaliados no estudo de caso 2.

| Comprimento | PD | HCP | GRASP | ILS |
|--------------------|-----------|------------|--------------|------------|
| 6,15 (classe 1) | 325 | 320 | 317,1 | 315,8 |
| 6,15 (classe 2) | 280 | 287,2 | 287,7 | 290,4 |
| 6,15 (classe 3) | 5 | 5,2 | 5,9 | 6,1 |
| 5,30 (classe 1) | 294 | 290,6 | 287,7 | 286,6 |
| 5,30 (classe 2) | 203 | 204,6 | 209,3 | 210,5 |
| 5,30 (classe 3) | 12 | 12,8 | 13,3 | 13,4 |
| Lenha | 325 | 274,3 | 272,3 | 262,9 |

* Utilizando os parâmetros: $k = 1000$ iterações; $\alpha = 0,5$ (GRASP); $n = 2$ e $x = 1$ (HCP).

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.3. Estudo de caso 3: *bucking-to-demand*

Os métodos de solução híbridos avaliados no estudo de caso 3 foram: (1) PD + PLI via CEPLEX; (2) PD + HBI; (3) GRASP + HBI; (4) ILS + HBI e; (5) HCP + HBI. O primeiro passo em direção a solução final do problema é resolvê-lo no cenário *bucking-to-value*. Para isso, os métodos de solução GRASP, ILS e HCP devem ser calibrados segundo as informações disponíveis. Optou-se por iniciar o processo de calibração dos algoritmos pela HCP. Encontra-se na Tabela 29 a média da receita, volume e tempo de simulação totais provenientes da calibração da HCP após 30 rodadas de simulação.

Tabela 29 – Receita total média, volume total médio e tempo de processamento total médio resultante da calibração dos parâmetros k e x do primeiro nível da otimização do método de solução HCP implementado no estudo de caso 3.

| Qtd. (x) | Receita (R\$) | Volume (m ³) | Tempo (s) | Receita (R\$) | Volume (m ³) | Tempo (s) |
|-------------------------------|----------------------------|-----------------------------|--------------|--------------------------------|-----------------------------|--------------|
| $k = 100$ | | | | $k = 1000$ | | |
| 1 | 3366722,94 (98,87%) | 31937,0108 | 86 | 3373921,01 (99,08%) | 31945,7758 | 109 |
| 2 | 3367528,79 (98,90%) | 31939,7306 | 86 | 3374197,07 (99,09%) | 31944,9559 | 105 |
| 3 | 3365998,81 (98,85%) | 31935,4690 | 86 | 3370811,62 (98,99%) | 31940,9403 | 102 |
| 4 | 3366446,91 (98,86%) | 31935,7597 | 86 | 3369255,88 (98,95%) | 31937,8342 | 102 |
| 5 | 3365485,73 (98,84%) | 31934,8663 | 86 | 3367284,17 (98,89%) | 31936,3091 | 98 |
| 6 | 3365881,91 (98,85%) | 31935,2438 | 86 | 3367228,65 (98,89%) | 31933,4073 | 95 |
| $k = 10000$ | | | | $k = 100000$ | | |
| 1 | 3386926,78 (99,47%) | 31943,4002 | 145 | 3393389,71 (99,66%) | 31936,7502 | 626 |
| 2 | 3381934,02 (99,32%) | 31944,8371 | 138 | 3387244,02 (99,47%) | 31941,1211 | 566 |
| 3 | 3374819,16 (99,11%) | 31939,2222 | 136 | 3377587,51 (99,19%) | 31938,7432 | 498 |
| 4 | 3372985,58 (99,06%) | 31935,6027 | 130 | 3374665,47 (99,11%) | 31932,6508 | 442 |
| 5 | 3369179,21 (98,94%) | 31934,0450 | 121 | 3369739,28 (98,96%) | 31933,9866 | 411 |
| 6 | 3367853,15 (98,91%) | 31932,7315 | 118 | 3367993,05 (98,91%) | 31932,7242 | 365 |

Em que: Qtd. = quantidade.

* Utilizando o parâmetro $n = 3$ (HCP).

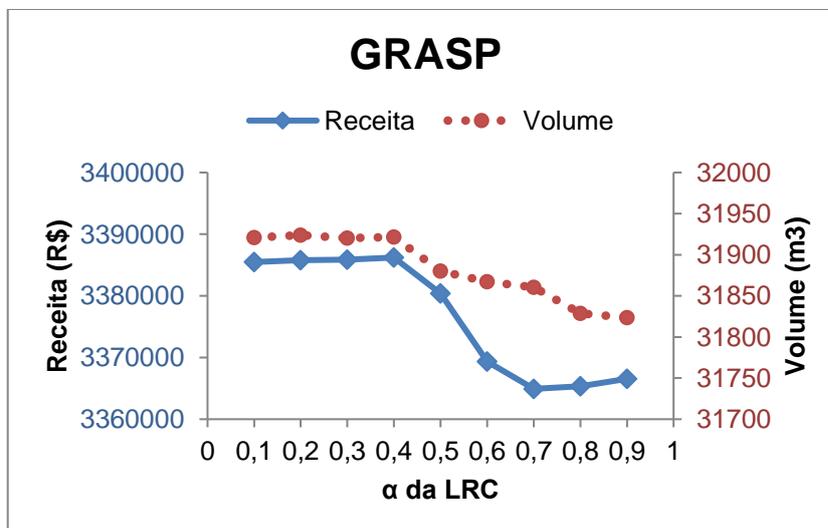
Fonte: Elaborado pelo autor.

Observou-se que, utilizando um valor muito baixo para x ($x = 1$), os sortimentos gerados possuíam um aspecto muito aleatório, ao passo que um valor muito alto para x , reduzia-se muito a diversidade dos sortimentos avaliados. Isto

posto, foi escolhido um número de iterações $k = 1000$ para que o tempo de simulação não fosse muito longo e o parâmetro $x = 2$ por ter apresentado a melhor média das receitas, ficando a apenas 99,09% da solução ótima (R\$ 3.405.133,53) em um cenário sem demandas. A escolha de um valor não muito alto para k é justificada pelo longo tempo gasto no segundo nível da otimização para ordenar todos os sortimentos encontrados. É importante esclarecer ainda que, por ter gerado bons resultados mais rapidamente, foi utilizado o parâmetro $n = 3$ em todas as simulações envolvendo a HCP nesse estudo de caso.

Em conformidade com a HCP, os algoritmos GRASP e ILS também foram parametrizados com $k = 1000$. Isso significa que o número de vezes que determinada parte desses métodos deve ser executada é o mesmo. O valor do parâmetro α utilizado para a formação da LRC do GRASP foi escolhido após a análise de diversos valores possíveis. Por conseguinte, observa-se por meio da Figura 27 que o valor de $\alpha = 0,4$ foi o que levou o GRASP a encontrar a maior rentabilidade média para o povoamento investigado. Portanto, este valor foi utilizado no restante de todas as simulações que envolviam o GRASP no estudo de caso 3.

Figura 27 – Calibração do parâmetro α utilizado na LRC do GRASP no estudo de caso 3.



Em que: LRC = Lista Restrita de Candidatos.

* Utilizando o parâmetro $k = 1000$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para iniciar o segundo nível da otimização foi necessário primeiramente descobrir os melhores valores para os parâmetros: penalização da FO (ω), número de fustes incrementados/decrementados na busca local realizada pela HBI (μ) e número máximo de sortimentos examinados por classe diamétrica (ρ). Nesse caso, a

fim de calibrar os parâmetros do algoritmo, a PD foi utilizada como método de solução do primeiro nível da otimização porque fornece a solução ótima e não possui nenhuma característica aleatória. Isso permitiu que as simulações fossem executadas somente uma vez cada. Os resultados são apresentados na Tabela 30.

Tabela 30 – Receita total média, quantidade de produtos faltantes e tempo de processamento total médio ao calibrar os parâmetros ω e μ utilizando a PD + HBI como método de solução no estudo de caso 3.

| ω | | μ | | | | | |
|----------|-------|------------|------------|------------|-----------|-----------|------------|
| | | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | R\$ | 3402123,56 | 3402087,03 | 3402133,84 | 3402133,7 | 3402017,7 | 3401989,34 |
| | Qtd. | 3010 | 2895 | 3016 | 3015 | 2884 | 2844 |
| | Tempo | 464 | 242 | 249 | 200 | 171 | 145 |
| 2 | R\$ | 3397993,96 | 3397876,68 | 3397980,92 | 3397989,9 | 3397912,6 | 3397948,87 |
| | Qtd. | 200 | 148 | 196 | 205 | 100 | 115 |
| | Tempo | 443 | 271 | 242 | 203 | 144 | 133 |
| 3 | R\$ | 3397488,21 | 3397317,45 | 3397489,12 | 3397486 | 3397536,8 | 3397611,35 |
| | Qtd. | 0 | 2 | 0 | 0 | 16 | 17 |
| | Tempo | 370 | 210 | 187 | 159 | 123 | 117 |
| 4 | R\$ | 3397444,44 | 3397120,55 | 3397442,87 | 3397434,7 | 3397348,9 | 3397367,54 |
| | Qtd. | 0 | 0 | 0 | 0 | 10 | 15 |
| | Tempo | 345 | 198 | 183 | 154 | 120 | 111 |
| 5 | R\$ | 3397444,44 | 3397114,19 | 3397442,87 | 3397434,7 | 3397283,6 | 3397345,45 |
| | Qtd. | 0 | 0 | 0 | 0 | 10 | 11 |
| | Tempo | 352 | 194 | 179 | 151 | 117 | 107 |
| 6 | R\$ | 3397444,44 | 3397083,27 | 3397442,87 | 3397434,7 | 3397212,5 | 3397280,03 |
| | Qtd. | 0 | 0 | 0 | 0 | 10 | 11 |
| | Tempo | 363 | 206 | 182 | 158 | 121 | 110 |
| 7 | R\$ | 3397444,44 | 3397083,27 | 3397442,87 | 3397434,7 | 3397202,1 | 3397205,73 |
| | Qtd. | 0 | 0 | 0 | 0 | 10 | 11 |
| | Tempo | 356 | 199 | 180 | 156 | 121 | 110 |
| 8 | R\$ | 3397444,44 | 3397083,27 | 3397442,87 | 3397434,7 | 3397121,6 | 3397205,73 |
| | Qtd. | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 11 |
| | Tempo | 351 | 198 | 182 | 157 | 123 | 110 |
| 9 | R\$ | 3397444,44 | 3397083,27 | 3397442,87 | 3397434,7 | 3397121,6 | 3397110,29 |
| | Qtd. | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | Tempo | 350 | 200 | 190 | 158 | 115 | 106 |
| 10 | R\$ | 3397444,44 | 3397083,27 | 3397442,87 | 3397434,7 | 3397121,6 | 3397108,76 |
| | Qtd. | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | Tempo | 348 | 198 | 183 | 151 | 110 | 100 |

Em que: Qtd. = quantidade de produtos faltantes.

* Utilizando o parâmetro $\rho = 250$ em todas as simulações.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Observando os resultados encontrados, foi possível identificar que, à medida que o valor de μ aumenta, a receita e o tempo de simulação tendem a diminuir. Isso ocorreu porque a HBI necessita de um número maior de iterações para alcançar as demandas mínimas quando o valor de μ é baixo, acarretando, conseqüentemente, maior precisão nas buscas ao custo de um maior tempo gasto com processamento.

Exceções ocorreram quando as demandas não eram alcançadas. Nesse caso, os resultados mostraram que quanto mais produtos faltarem para atingir as demandas mínimas, maior é a receita proveniente do povoamento analisado. A explicação é simples: o primeiro nível da otimização resulta na maximização do valor dos fustes e o valor de penalização da FO não foi grande o suficiente para valer a pena alterar os sortimentos encontrados no primeiro nível. Nesse caso, foi gerado uma solução final mais rentável, porém, com uma grande quantidade de produtos demandados faltando.

Enfim, optou-se por utilizar no restante das simulações desse estudo de caso o parâmetro de penalização $\omega = 9$ para que não houvessem dúvidas de que todas as demandas seriam atendidas. Qualquer valor acima de 9 não acarretava mudanças nos resultados. O valor $\omega = 9$ significa uma redução de R\$ 9,00 na FO para cada unidade que estiver faltando dos produtos que não atingiram a demanda mínima. Além disso, foi escolhido o parâmetro $\mu = 4$ por ter permitido que o método de solução híbrido (PD + HBI) chegasse a 99,77% próximo da solução ótima (R\$ 3.405.128,74) em apenas 190 segundos.

É possível visualizar na Tabela 31 a receita total média, o volume total médio e o tempo total médio de processamento resultante dos métodos de solução híbridos implementados no estudo de caso 3. A solução ótima do problema foi obtida via PD + PLI em 533 segundos. A maior parte desse tempo foi gasto gerando o conteúdo do arquivo em formato LP para que o modelo de PLI pudesse ser executado no IDE do CPLEX. No total, 57.857 variáveis de decisão foram geradas. É válido ressaltar ainda que, o conteúdo do modelo deve ser gerado independente do solver ou software de otimização ser executado via IDE ou diretamente chamado pelo NetBeans no programa implementado na linguagem Java.

Tabela 31 – Síntese dos resultados encontrados pelos métodos de solução híbridos implementados no estudo de caso 3.

| Método de otimização ¹ | Receita total média (R\$) | Volume total médio (m ³) | Tempo médio(s) | S _Y (R\$) | DM (R\$) |
|-----------------------------------|-----------------------------|--------------------------------------|----------------|----------------------|-----------|
| PD + PLI | 3.405.128,74 (Ótimo) | - | 533 | 0 | 0 |
| PD + HBI | 3.397.442,87 (99,77%) | 31.941,8066 | 190 | 0 | 7.685,87 |
| GRASP + HBI | 3.382.918,86 (99,35%) | 31.919,1612 | 249 | 2.806,52 | 22.209,88 |
| ILS + HBI | 3.364.274,99 (98,80%) | 31.944,5915 | 52 | 3.200,77 | 40.853,75 |
| HCP + HBI | 3.371.119,38 (99,00%) | 31.944,9736 | 217 | 1.357,60 | 34.009,36 |

¹ Utilizando os parâmetros: $k = 1000$ iterações; $\rho = 250$, penalização $\omega = 9$; $\mu = 4$ (HBI); $\alpha = 0,4$ (GRASP); $n = 3$ e $x = 2$ (HCP).

Em que: S_Y = erro padrão das receitas totais; DM = desvio médio das receitas totais.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Pode se afirmar também que todos os métodos de solução heurísticos avaliados encontraram soluções próximas a ótima com a vantagem de terem sido executados mais rapidamente. A HBI sobressaiu por ter encontrado sortimentos alternativos que atenderam às demandas de mercado sem que isso tenha levado a uma queda significativa da receita.

A PD implementada no primeiro nível e a HBI no segundo foram, conjuntamente, o método de solução híbrido que chegou mais próximo à solução ótima (99,77%). A PD se destacou por ter conseguido encontrar todas as alternativas de corte possíveis por classe diamétrica, armazenando posteriormente os 250 ($\rho = 250$) melhores deles. Por outro lado, por serem métodos aproximativos, nem todos os sortimentos factíveis eram avaliados pelos demais algoritmos (GRASP, ILS e HCP), resultando em uma receita global um pouco inferior.

O GRASP alcançou 99,35% da receita total máxima e a HCP, por sua vez, 99,00%. O GRASP processou uma quantidade maior e mais diversificada de sortimentos, enquanto que a HCP ficava processando diversos padrões de corte semelhantes entre si. Essa justificativa é comprovada pelo fato da HCP ter apresentado o menor desvio padrão amostral (apenas R\$1.357,60). Por ter sido processada com um parâmetro n considerado baixo, a HPC limitava muito o número e a variedade dos sortimentos avaliados. É importante esclarecer que o valor de n não pôde ser maior porque o tempo de simulação aumentava substancialmente.

Embora o método ILS + HBI tenha apresentado a pior receita (98,80% da ótima), destaca-se o pouco tempo que esse algoritmo precisou para ser processado, somente 52 segundos em média. Novamente, assim como no estudo de caso 1, o ILS levou desvantagem por ter sido processado em cima de uma única solução inicial, o que limitava muito o espaço de busca, embora isso não o tenha deixado muito distante da renda global máxima. Por fim, apresenta-se na Tabela 32 a quantidade média de toras traçadas por produto comercializado para cada método de solução implementado após as 30 rodadas de simulação. Os resultados foram confrontados com os obtidos via PD sem o uso de qualquer tipo de restrição. Observa-se que todos os métodos de otimização atingiram a meta de produzir ao menos 800 unidades de cada produto comercializado.

Tabela 32 – Quantidade média e desvio padrão amostral dos produtos colhidos resultante das simulações do sortimento no estudo de caso 3.

| Produto (índice) | PD ¹ | PD + HBI | GRASP + HBI | | ILS + HBI | | HCP + HBI | |
|---------------------|-------------------|-------------------|-------------|----------------|-----------|----------------|-----------|----------------|
| | Qtd. ² | Qtd. ² | Qtd. | S _Y | Qtd. | S _Y | Qtd. | S _Y |
| 1 | 3547 | 3547 | 3549,6 | 4,6 | 3547,0 | 0,0 | 3547,0 | 0,0 |
| 2 | 881 | 881 | 860,1 | 7,5 | 881,0 | 0,0 | 881,0 | 0,0 |
| 3 | 1604 | 1604 | 1619,6 | 8,8 | 1604,0 | 0,0 | 1604,0 | 0,0 |
| 4 | 3974 | 3566 | 3045,9 | 315,3 | 4904,9 | 343,0 | 4508,6 | 232,6 |
| 5 | 0 | 800 | 1605,8 | 299,1 | 1579,4 | 215,5 | 2160,2 | 148,2 |
| 6 | 0 | 1036 | 1750,8 | 328,0 | 2563,1 | 332,6 | 3464,3 | 270,3 |
| 7 | 15347 | 13763 | 12426,5 | 442,0 | 8742,3 | 606,3 | 8126,1 | 401,0 |
| 8 | 0 | 800 | 908,1 | 67,0 | 2046,6 | 187,1 | 1878,7 | 194,6 |
| 9 | 0 | 800 | 1192,3 | 190,7 | 1074,8 | 114,5 | 1123,6 | 147,8 |
| 10 | 0 | 800 | 1429,1 | 239,5 | 3504,7 | 415,7 | 3730,4 | 331,1 |
| 11 | 17061 | 14817 | 13393,8 | 311,7 | 10579,3 | 597,9 | 9893,2 | 420,4 |
| 12 | 0 | 1476 | 2877,7 | 349,2 | 9142,0 | 404,9 | 13424,0 | 348,4 |
| 13 | 0 | 800 | 1135,7 | 162,4 | 1255,7 | 222,0 | 945,6 | 120,8 |
| 14 | 0 | 800 | 877,0 | 50,5 | 1163,3 | 209,7 | 879,6 | 64,0 |
| 15 | 9037 | 7217 | 11725,3 | 1049,1 | 11075,9 | 818,7 | 9024,5 | 593,5 |
| 16 | 4887 | 5067 | 12500,3 | 1469,1 | 7066,2 | 978,8 | 4195,0 | 645,4 |
| 17 | 20733 | 18965 | 13182,8 | 1172,8 | 7579,6 | 929,7 | 6527,2 | 511,7 |
| 18 | 22832 | 19408 | 11463,5 | 1196,2 | 9929,8 | 655,3 | 3712,4 | 554,6 |
| 19 | 0 | 840 | 1697,0 | 244,0 | 2253,0 | 312,7 | 1364,0 | 227,4 |
| 20 | 37527 | 36467 | 46457,8 | 2508,0 | 65088,6 | 2047,6 | 32443,3 | 935,4 |
| 21 | 181969 | 180049 | 155113,5 | 3847,0 | 119713,1 | 2925,6 | 175921,2 | 1348,8 |
| 22 | 56511 | 58291 | 57519,8 | 643,0 | 66460,1 | 841,7 | 63683,9 | 584,9 |

Em que: Qtd. = quantidade de produtos; S_Y= erro padrão.

¹ Implementada sem a restrição de demanda mínima.

² Não há um fenômeno aleatório nos métodos de solução envolvendo a PD. Portanto, a quantidade de produtos apresentada é definitiva e não média.

Fonte: Elaborado pelo autor.

5. CONCLUSÕES

- O modelo de PLI formulado e a metodologia de solução multinível desenvolvida para o POSF permitiram trabalhar eficazmente com fustes individuais e/ou com classes de diâmetro, ambas as maneiras associadas às demandas do mercado consumidor levando em conta a qualidade das toras produzidas ao calcular seus respectivos valores de comercialização;
- A PD foi capaz de encontrar eficientemente a solução exata do problema nos estudos de caso 1 e 2. Foi necessário utilizar adicionalmente a PLI no estudo de caso 3 e isso ocasionou percentualmente um considerável atraso na obtenção dos resultados;
- A falta de um mecanismo de otimização fez com que o algoritmo de busca exaustiva não conseguisse encontrar em tempo hábil a solução exata do problema nos estudos de caso 1 e 3;
- Embora seja um limite superior, o NPC foi considerado uma estimativa exagerada do número total de sortimentos;
- A estratégia gulosa é uma técnica de otimização extremamente eficiente para encontrar soluções razoavelmente próximas à ótima pois gastou para isso menos de 1 segundo de processamento nos estudos de caso 1 e 2;
- As meta-heurísticas GRASP e ILS se adaptaram bem ao POSF tanto no cenário *bucking-to-value* como no cenário *bucking-to-demand* pois alcançaram soluções muito próximas da ótima;
- O método de solução proposto HCP foi considerado eficiente e eficaz porque alcançou 99,99 e 99,98% da solução ótima nos estudos de caso 1 e 2 em apenas 35 e 32 segundos, respectivamente. Além disso, a HCP obteve as maiores receitas globais quando comparada aos métodos de solução encontrados na literatura AG e SA e aos algoritmos implementados: algoritmo guloso, GRASP e ILS;
- A PD + HBI foi considerado o método de solução híbrido mais eficaz pois chegou a 99,77% da solução ótima no estudo de caso 3. Também foi considerado bastante eficiente pois gastou para isso menos da metade do tempo necessário pela PD + PLI para encontrar a solução ótima do problema. Recomenda-se a PD + HBI como método de solução para ser implementado em dispositivos móveis como tablets e smartphones para uso em campo;
- Classificar as toras por qualidade durante o traçamento dos fustes foi

importante para extrair simuladamente uma quantidade maior de produtos livres de defeitos. Os métodos de solução que alcançaram as maiores receitas globais foram aqueles que produziram o maior número de produtos de melhor qualidade.

6. REFERÊNCIAS

- ACUNA, M. A.; MURPHY, G. E. Optimal bucking of Douglas Fir taking into consideration external properties and wood density. **New Zeland Journal of Forestry Science**, Nova Zelandia, v. 35, n. 2, p. 139-152, 2005.
- ADLER, I.; PAPADIMITRIOU, C.; RUBINSTEIN, A. On simplex pivoting rules and complexity theory. In: LEE, J.; VYGEN, J. (Org). **Integer Programming and Combinatorial Optimization**. Alemanha: 17th International Conference - IPCO 2014, 2014. p.13-24
- AFSHAR-NADJAFI, B. An Iterated Local Search algorithm for estimating the parameters of the gamma/gompertz distribution. **Modelling and Simulation in Engineering**, v. 2014, p. 1–7, 2014.
- AKAY, A. E.; SERIN, H.; PAK, M. How stem defects affect the capability of optimum bucking method? **Journal of the Faculty of Forestry Istanbul University**, İstanbul Üniversitesi Orman Fakültesi Dergisi, v. 65, n. 2, p. 38-45, 2015.
- AKAY, A. E.; SESSIONS, J.; SERIN, H.; PAK, M.; YENILMEZ, N., Applying optimum bucking method in producing Taurus Fir (*Abies cilicica*) logs in mediterranean region of Turkey. **Baltic Forestry**, v. 16, n. 2, p. 273–279, 2010.
- AKAY, A. Potential contribution of optimum bucking method to forest products industry. **European Journal of Forest Engineering**, v. 3, p. 61–65, 2017.
- ALIDAEI, B.; KOCHENBERGER, G. A.; AMINI, M. M. Greedy solutions of selection and ordering problems. **European Journal of Operational Research**, v. 134, n. 1, p. 203–215, 2001.
- ALVES, C. M. M. **Cutting and packing: problems, models and exact algorithms**. Braga, Portugal: Universidade do Minho, 2005. 206 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção e Sistemas) – Universidade do Minho, Braga, 2005.
- AMORIM, P. G. R.; GONÇALEZ, J. C.; GONCALVES, R.; TELES, R.F.; TELES, R. F.; SOUZA, F. Ultrasound waves for assessing the technological properties of *Pinus caribaea var hondurensis* and *Eucalyptus grandis* wood. **Maderas. Ciencia y Tecnología**, Concepción, v. 15, p. 2-10, 2013.
- ANDRADE, V. C. L. DE; SCHIMITT, T. Modelos de taper empregados em florestas brasileiras nativas e plantadas diferentes do eucalipto e pinus. **Advances in Forestry Science**, v. 4, n. 1, p. 89–92, 2017.
- ANDRADE, W. Demanda de madeira para uso múltiplo. **Revista Madeira 2016**, Palmas, TO, p. 34-36, 2016
- ARCE, J. E. **Um sistema de análise, simulação e otimização do sortimento florestal em função da demanda por multiprodutos e dos custos de transporte**. Curitiba, PR: UFPR, 2000. 136 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2000.
- ARCE, J. E.; MACDONAGH, P.; FRIEDL, R. A. Geração de padrões ótimos de corte através de algoritmos de traçamento aplicados a fustes individuais. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 28, n. 2, p. 207–217, 2004.

- ARENALES, M. N.; MORABITO, R.; YANASSE, H. H. **Problemas de corte e empacotamento**. São João del Rei, MG: SBPO, 2004 (mini curso).
- ARENALES, M.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R.; YANASSE, H. **Pesquisa operacional para cursos de engenharia**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007. 744 p.
- ARETZ, H. **Madeira 2014**: investimentos privados e o setor florestal brasileiro. Rio de Janeiro, RJ, 2014 (Palestra).
- ARSENAULT, C. Only 60 years of farming left if soil degradation continues. **Scientific American**, Sustainability, Estados Unidos, 2014.
- ASANTE, P.; ARMSTRONG, G. Carbon sequestration and the optimal forest harvest decision under alternative baseline policies. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 46, n. 5, p. 656–665, 2016.
- ASSIS, A. L. de. **Avaliação de modelos polinomiais segmentados e não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda***. 2000. 189 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) –Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Regras de arredondamento na numeração decimal (ABNT NBR 5891:2014)**. Rio de Janeiro: 2014. 5 p.
- BACK, T.; FOGEL, D. B.; MICHALEWICZ, Z. (EDS.). **Handbook of evolutionary computation**. 1st. ed. Bristol, UK, UK: IOP Publishing Ltd., 1997.
- BAGHEL, M.; AGRAWAL, S.; SILAKARI, S. Survey of metaheuristic algorithms for combinatorial optimization. **International Journal of Computer Applications**, v. 58, n. 19, p. 21–31, 2012.
- BALDWIN JUNIOR, V.C.; FEDUCCIA, D.P. Compatible tree-volume and upper-stem diameter equations for Loblolly Pine plantations in the West Gulf region south. **Journal of Applied Forestry**, Bethesda, v.15, n.2, p.92-97, 1991.
- BANG-JENSEN, J.; GUTIN, G.; YEO, A. When the greedy algorithm fails. **Discrete Optimization**, v. 1, n. 2, p. 121–127, 2004.
- BARBOSA, H. J. C.; LEMONGE, A. C. C. A new adaptive penalty scheme for genetic algorithms. **Information Sciences**, v. 156, n. 3–4, p. 215–251, 2003.
- BARE, B. B.; WEINTRAUB, A. Brief history of systems analysis in forest resources. **Annals of Operations Research**, v. 232, n. 1, p. 1–10, 2015.
- BARROS JUNIOR, A. A. DE. **Modelagem do problema de roteamento no planejamento do Inventário florestal**. 87 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais). Universidade Federal do Espírito Santo, Espírito Santo, 2017.
- BARTOSZECK, A. C. de P e S. et al. Modelagem da relação hipsométrica para bracingais da região metropolitana de Curitiba – PR. **Floresta**, Curitiba, v.32, n.2, p. 189-204, 2002.
- BELLMAN, R. On a routing problem. **Quarterly of Applied Mathematics**, v. 16, n. 1,

p. 87–90, 1958.

BENEDETTINI, S. et al. Automatic design of boolean networks for modelling cell differentiation. In: **Evolution, Complexity and Artificial Life**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2014. p. 77–89.

BIANCHI, L. et al. A survey on metaheuristics for stochastic combinatorial optimization. **Natural Computing**, v. 8, n. 2, p. 239–287, 2009.

BLUM, C.; ROLI, A. Metaheuristics in combinatorial optimization. **ACM Computing Surveys**, v. 35, n. 3, p. 268–308, 2003.

BOBROWSKI, P. M. Branch-and-bound strategies for the log bucking problem. **Decision Sciences**, v. 21, n. 1, p. 1–13, 1990.

BOBROWSKI, P. M. The effects of modelling on log bucking solution techniques. **Journal of the Operational Research Society**, v. 45, n. 6, p. 624–634, 1994a.

BOBROWSKI, P. M. The log bucking problem: a comparison of dynamic programming versus branch and bound. **European Journal of Operational Research**, v. 74, n. 3, p. 495–508, 1994b.

BORGES, J. G.; HOGANSON, H. M.; FALCÃO, A. O. Heuristics in multi-objective forest management. In: PUKKALA, T. (Ed.). **Multi-objective Forest Planning**. Dordrecht: Springer Netherlands, 2002. p. 119–151.

BOSELA, M. et al. Stem quality assessment in european national forest inventories: an opportunity for harmonised reporting? **Annals of Forest Science**, v. 73, n. 3, p. 635–648, 2016.

BOSTEDT, G.; MUSTONEN, M.; GONG, P. Increasing forest biomass supply in northern europe – countrywide estimates and economic perspectives. **Scandinavian Journal of Forest Research**, Escandinávia, v. 31, n. 3, p. 314–322, 2016.

BOUKHERROUB, T.; LEBEL, L.; RUIZ, A. A methodology for sustainable forest resource allocation: a Canadian case study. **CIRRELT: Interuniversity Research Centre on Enterprise Network, Logistics and Transportation**, 2015.

BOUSSAÏD, I.; LEPAGNOT, J.; SIARRY, P. A survey on optimization metaheuristics. **Information Sciences**, v. 237, p. 82–117, 2013

BOWERS, S. Increased value through optimal bucking. **Western Journal of Applied Forestry**, v. 13, n. 3, p. 85–89, 1998.

BRACH, M.; GÓRSKI, D. Application of network analysis for development and promotion of sustainable tourism in public forests. **Folia Forestalia Polonica**, v. 56, n. 2, 2014.

BRANDÃO, J. S.; COELHO, A. M., VASCONCELOS, J. F. V., SACCO, W. F. Resolução de um problema de corte unidimensional para minimização do número de objetos processados e o setup via Algoritmo Genético. Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha (SPOLIM 2009), 2009, Rio de Janeiro, Brasil. **Anais...** Rio de Janeiro: Marinha, 2009.

BRIGGS, D. G. **A dynamic programming approach to optimizing stem conversion**. Seattle, WA: University of Washington, 1980. 396 f. Tese (Doutorado em Filosofia) - University of Washington, Seattle, 1980.

BRIGGS, D. G. **Tropical forest utilization systems: a dynamic programming model for bucking tree stems into logs**. College of Forest Resources, University of Wash. Seattle, 1977.

BURGER, L. M.; RICHTER, H. G. **Anatomia da madeira**. São Paulo: Nobel, 1991, 154 p.

BURGER, D. H.; JAMNICK, M. S. Using linear programming to make wood procurement and distribution decisions. **Forestry Chronicle**, v. 71, n. 1, p. 89–96, 1995.

BURKHART, H. E.; TOMÉ, M. Tree form and stem taper. In: **Modeling Forest Trees and Stands**. Dordrecht: Springer Netherlands, 2012. p. 9–41.

CALDEIRA, M.V.W.; SCHUMACHER, M.V.; SCHEEREN, L.W.; BARICHELLO, L.R.; WATZLAWICK, L.F. Relação hipsométrica para *Acacia mearnsii* com diferentes idades. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n.45, p.57-68, 2002.

CAMPOS, B. P. F. et al. Conversão de árvores em multiprodutos da madeira utilizando programação inteira. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 37, n. 5, p. 881-887, 2013.

CAMPOS, B. P. F. et al. Efeito do modelo de afilamento utilizado sobre a conversão de fustes de árvores em multiprodutos. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 42, n. 104, p. 513-520, 2014.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal: perguntas e respostas**. 5 ed. Editora UFV, Viçosa: UFV, 2017. 636 p.

CARDOSO, A. **Fundamentos da Pesquisa Operacional**. Alfenas, MG: UNIFAL, fev. 2011 (aula).

CARNIERI C.; MENDOZA G.A.; GAVINHO L.G. Solution procedures for cutting lumber into furniture parts. **European Journal of Operational Research**, v. 73, p. 495-501, 1994.

CARVALHO, D. E. **Melhoria no desdorbro em uma serraria de eucalipto para madeira destinada a construção**. 83 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal). Universidade Federal do Paraná, Paraná, 2016.

ÇATAL, Y.; CARUS, S. A height-diameter model for brutian pine (*Pinus Brutia* Ten.) plantations in southwestern Turkey. **Applied Ecology and Environmental Research**, v. 16, p. 1445–1459, 2018.

CERON, J. V. B. et al. Estudo comportamental de altura, diâmetro e relação hipsométrica de *Cordia trichotoma* (vell.) arrab. ex steud (Louro Branco) em plantio homogêneo no município de Cáceres–MT. **Multitemas**, Campo Grande, MS, n. 39, p. 23–35, 2011.

CHAKRAVARTY, S. et al. Deforestation: causes, effects and control strategies. In:

Anais, O. C. (Org). **Global Perspectives on Sustainable Forest Management**. Croácia: InTech, 2012. p. 3-28.

CHE, C.; WANG, J. C.; YANG, Z.; WANG, J. X.; SHI, S. Tree measurement and defect analysis. **Jilin Press of Sci. and Technology**, Changchun, China, 1990.

CHERKASSKY, B. V.; GOLDBERG, A. V.; RADZIK, T. Shortest paths algorithms: Theory and experimental evaluation. **Mathematical Programming**, v. 73, n. 2, p. 129–174, 1996.

CHERRI, A. C. et al. The one-dimensional cutting stock problem with usable leftovers – A survey. **European Journal of Operational Research**, v. 236, n. 2, p. 395–402, 2014.

CHICHORRO, J. F.; RESENDE, J. L. P.; LEITE, H. G. Equações de volume e de taper para quantificar multiprodutos da madeira em Floresta Atlântica. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 27, n. 6, 2003.

CLIMENT, L.; O’SULLIVAN, B.; WALLACE, R. J. An improved metaheuristic algorithm for maximizing demand satisfaction in the population harvest cutting stock problem. In: Proceedings of the Annual Symposium on Combinatorial Search (SOCS 2016), 9., 2016. Nova York, Estados Unidos. **Anais...** Nova York: Tarrytown, 2016, p. 127–128.

COELLO, C. A. C. Theoretical and numerical constraint-handling techniques used with evolutionary algorithms: a survey of the state of the art. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 191, n. 11–12, p. 1245–1287, 2002.

CORMEN, T. H. et al. **Algoritmos: teoria e prática**. 3 ed. [s.l.]: Elsevier, 2012. 944 p.

CORREA, C. A. et al. **3D optimization of cutting patterns for logs of *Pinus Radiata* D. don with cylindrical defective core**. 10th International Conference on Modelling, Optimization & SIMulation (MOSIM 2014), 2014, Nancy, França. **Anais...** Nancy: University of Lorraine, 2014.

COSTA, E. A. et al. Função de afilamento e sortimentos de madeira para *Araucaria angustifolia*. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 26, n. 2, p. 523, 2016.

COSTA, M. P.; SOUZA, C. A. M.; ALMEIDA, A. Q.; NAPPO, M. E. **Estudo da relação hipsométrica para a espécie *Joannesia princeps* Vell. estabelecida em plantio misto**. X Encontro Latino Americano de Iniciação Científica e VI Encontro Latino Americano de Pós-Graduação – Universidade do Vale do Paraíba. p.1038-1041, 2006.

COWLING, P.; MERZ, P. (Ed.). **Evolutionary computation in combinatorial optimization**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2010. v. 6022.

CUNHA, A. B. DA et al. Determinação do rendimento de matéria-prima de *Eucalyptus benthamii* Maiden & Cambage por meio de diferentes métodos de desdobro. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 39, n. 4, p. 733–741, 2015.

DANTZIG G. B. **Linear programming and extensions**. Princeton: University Press, 1963. 627 p.

- DANTZIG, G. B.; WOLFE, P. Decomposition principle for linear programs. **Operations Research**, v. 8, n. 1, p. 101–111, 1960.
- DELORME, M.; IORI, M.; MARTELLO, S. Bin packing and cutting stock problems: mathematical models and exact algorithms. **European Journal of Operational Research**, v. 255, n. 1, p. 1–20, 2016.
- DEMAERSCHALK, J. P. Converting volume equations to compatible taper equations. **Forest Science**, Bethesda, v. 18, n. 3, p. 241-245, 1972.
- DEMAERSCHALK, J. P.; KOZAK, A. The whole-bole system: a conditional dual equation system for precise prediction of tree profiles. **Canadian Journal for Research**, v.7, p.488–497, 1977.
- DEMS, A.; ROUSSEAU, L.-M.; FRAYRET, J.-M. Effects of different cut-to-length harvesting structures on the economic value of a wood procurement planning problem. **Annals of Operations Research**, v. 232, n. 1, p. 65–86, 2015.
- DEN BESTEN, M.; STÜTZLE, T.; DORIGO, M. **Design of Iterated Local Search algorithms**. Workshops on Applications of Evolutionary Computation, EvoWorkshops 2001, Italia, p. 441–451, 2001.
- DHARAN, S.; NAIR, A. S. Biclustering of gene expression data using reactive greedy randomized adaptive search procedure. **BMC Bioinformatics**, v. 10, n. Suppl 1, p. S27, 2009.
- DIJKSTRA, E. W. A note on two problems in connexion with graphs. **Numerische Mathematik**, v. 1, n. 1, p. 269–271, 1959.
- DIJKSTRA, E. W. **A short introduction to the art of programming**. [s.l.] Techn. Hogeschool, 1971. 194 p.
- DUARTE, A. et al. Greedy Randomized Adaptive Search Procedure with exterior path relinking for differential dispersion minimization. **Information Sciences**, v. 296, p. 46–60, 2015.
- DUARTE, G. R. Comparação de técnicas de penalização adaptativas no algoritmo colônia de abelhas artificiais aplicado a problemas de otimização em engenharia. **Vetor**, Rio Grande, RS, v. 25, n. 2, p. 2–24, 2015.
- DYCKHOFF, H.; FINKE, U. **Cutting and packing in production and distribution: A typology and bibliography**. Heidelberg: Physica-Verlag HD, 1992, 248 p.
- ENG, G.; DAELLENBACH, H. G. Forest outturn optimization by Dantzig-Wolfe decomposition and dynamic programming column generation. **Operations Research**, v. 33, n. 2, p. 459–464, 1985.
- ENG, G.; DAELLENBACH, H. G.; WHYTE, A. G. D. Bucking tree-length stems optimally. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 16, n. 5, p. 1030–1035, 1986.
- ESCH, A. How to buck a tree: cutting logs for maximum yield. **The Balance**, s.l., 2016, Construction.

- FAALAND, B.; BRIGGS, D. Log bucking and lumber manufacturing using dynamic programming. **Management Science**, v. 30, n. 2, p. 245–257, 1984.
- FAVALESSA, C. M. C. et al. Equações de sortimentos para *Tectona grandis* na região centro sul de Mato Grosso. **Pesquisa Florestal Brasileira**, v. 32, n. 72, p. 389–399, 2012.
- FELFILI, J. M.; VALE, A. B.; PAULA NETO, F; REZENDE, J. L. P. Avaliação dos resíduos de exploração em florestas do norte do Mato Grosso. **Revista Arvore**, v. 8, n. 1, p. 70–83, 1984.
- FEO T. A.; RESENDE, M. G. C. Greedy Randomized Adaptive Search Procedures. **Journal of Global Optimization**, v.6, p.109–133, 1995.
- FEO, T. A.; RESENDE, M. G. . A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem. **Operations Research Letters**, v. 8, n. 2, p. 67–71, 1989.
- FEO, T. A.; RESENDE, M. G. C. Greedy Randomized Adaptive Search Procedures. **Journal of Global Optimization**, v. 6, n. 2, p. 109–133, 1995.
- FERREIRA, L. et al. A climate change adaptive dynamic programming approach to optimize eucalypt stand management scheduling: a Portuguese application. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 46, n. 8, p. 1000–1008, 2016.
- FERREIRA, S. O. **Estudo da forma do fuste de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus cloeziana***. 1999. 132 p. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 1999.
- FESTA, P.; RESENDE, M. G. C. An annotated bibliography of GRASP - Part I: Algorithms. **International Transactions in Operational Research**, v. 16, n. 1, p. 1–24, 2009a.
- FESTA, P.; RESENDE, M. G. C. An annotated bibliography of GRASP-Part II: Applications. **International Transactions in Operational Research**, v. 16, n. 2, p. 131–172, 2009b.
- FESTA, P.; RESENDE, M. G. C. GRASP: basic components and enhancements. **Telecommunication Systems**, v. 46, n. 3, p. 253–271, 2011.
- FISCHER, A. P. et al. A network approach to assessing social capacity for landscape planning: The case of fire-prone forests in Oregon, USA. **Landscape and Urban Planning**, v. 147, p. 18–27, 2016.
- FLOUDAS, C. A.; PARDALOS, P. M. (EDS.). *Encyclopedia of optimization*. Boston, MA: Springer US, 2009.
- FLOYD, R. W. Algorithm 97: Shortest path. **Communications of the ACM**, v. 5, n. 6, p. 345, 1962.
- FORD, L. R.; FULKERSON, D. R. Maximal flow through a network. **Canadian Journal of Mathematics**, v. 8, p. 399–404, 1956.

FOREST INDUSTRY ADVISORY COUNCIL – DEPARTMENT OF AGRICULTURE. **Meeting future market demand Australia's forest products and forest industry.** Austrália, 2015. 45 p.

FURLONG, N. E.; LOVELACE, E. A.; LOVELACE, K. L. **Basic research methods and statistics: an integrated approach.** 9 ed. [s.l.]: S. Chand (G/L) & Company Ltd, 1999. 752 p.

GARAY, L. **Tropical forest utilization system.** VIII. A taper model for entire stem profile including buttressing. Seattle: Coll. Forest Res., Inst. Forest Prod. Univ. Wash., 1979. 64 p.

GARCIA, F. M. et al. Rendimento no desdobro de toras de Itaúba (*Mezilaurus itauba*) e tauari (*Couratari guianensis*) segundo a classificação da qualidade da tora. **Floresta e Ambiente**, v. 19, n. 4, p. 468–474, 2012.

GARCIA, S.L.R.; LEITE, H.G.; YARED, J.A.G. Análise do perfil do tronco de morotó (*Didymopanax morototoni*) em função do espaçamento. In: Congresso Florestal Panamericano, 1., Congresso Florestal Brasileiro, 7., 1993, Curitiba. **Anais...** Curitiba: SBS/SBEF, 1993. p.485–491.

GAREY, M. R.; JOHNSON, D. S. **Computers and Intractability: A guide to the theory of NP-completeness.** New York, NY, USA: W. H. Freeman & Co., 1979, 340 p.

GARLAND, J.; SESSIONS, J.; OLSEN, E. D. Manufacturing logs with computer-aided bucking at the stump. **Forest Products Journal**. v. 39, n. 3, p. 62–66, 1989.

GASS, S. I.; ASSAD, A. A. **An annotated timeline of operations research: an informal history.** Boston, Estados unidos: Kluwer Academic, 2005. 125 p.

GEERTS, J. M. P. Mathematical solution for optimising the sawing pattern of a log given its dimensions and its defect core. **New Zealand Journal of Forestry Science**, v. 14, n. 1, p. 124–134, 1984.

GENDREAU, M.; POTVIN, J.-Y. **Handbook of Metaheuristics.** 2 ed. Nova York, EUA: Springer Publishing Company, Incorporated, 2014, 648 p.

GHOSH, M.; SINHA, B. Impact of forest policies on timber production in India: a review. **Natural Resources Forum**, Nações Unidas, s.l., v. 40, n. 1-2, p. 62–76, 2016.

GILMORE, P. C.; GOMORY, R. E. A linear programming approach to the cutting stock problem—Part II. **Operations Research**, v. 11, n. 6, p. 863–888, 1963.

GILMORE, P.C.; GOMORY, R.E. (1961). A linear programming approach to the cutting stock problem. **Operations Research**, v. 9, n. 6, p. 849–859.

GLOVER, F. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. **Computers & Operations Research**, v. 13, n. 5, p. 533–549, 1986.

GLOVER, F.; KOCHENBERGER, G. A. (EDS.). **Handbook of metaheuristics.** Boston: Kluwer Academic Publishers, 2003. v. 57

GLOVER, F.; LAGUNA, M. **Tabu Search.** Norwell, MA, USA: Kluwer Academic

Publishers, 1997.

GOLDBARG, M. C.; GOLDBARG, E. G.; LUNA, H. P. L. **Otimização combinatória e meta-heurísticas: algoritmos e aplicações**. 1 ed. Elsevier, Rio de Janeiro: Elsevier, 2015. 416 p.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos**. 2 ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005. 649 p.

GOLDBERG, D. E. **genetic algorithms in search, optimization and machine learning**. 1 ed. Boston, MA, USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1989.

GONZALEZ, T. F. **handbook of approximation algorithms and metaheuristics**. [s.l.]: Chapman & Hall/CRC, 2007.

GORDON, J. E.; NEWTON, A. C. Efficient floristic inventory for the assessment of tropical tree diversity: A comparative test of four alternative approaches. **Forest Ecology and Management**, v. 237, n. 1–3, p. 564–573, 2006.

GRONDIN, F. Improvements of the dynamic programming algorithm for tree bucking. **Wood and Fiber Science**, v. 30, n. 1, p. 91-104, 1998.

GROSSO, A.; JAMALI, A. R. M. J. U.; LOCATELLI, M. Finding maximin latin hypercube designs by Iterated Local Search heuristics. **European Journal of Operational Research**, v. 197, n. 2, p. 541–547, 2009.

GUO, Y. et al. China's tree residue sources and quantity estimation. **Sustainability**, v. 9, n. 12, p. 1659, 2017.

GUPTA, R. K.; BHUNIA, A. K.; ROY, D. A GA based penalty function technique for solving constrained redundancy allocation problem of series system with interval valued reliability of components. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, v. 232, n. 2, p. 275–284, 2009.

HANSEN, P.; MLADENOVIĆ, N. First vs. best improvement: an empirical study. **Discrete Applied Mathematics**, v. 154, n. 5, p. 802–817, 2006.

HART, J. P.; SHOGAN, A. W. Semi-greedy heuristics: an empirical study. **Operations Research Letters**, v. 6, n. 3, p. 107–114, 1987.

HAYNES, H. G.; R. J. VISSER. An applied hardwood value recovery study in the Appalachian region of Virginia and West Virginia. **Journal of Forest Engineering**, v. 15, n. 1, p. 25–31, 2004.

HERRERA MEDINA, J. F. et al. Generación de patrones de corte óptimos para árboles individuales a partir de productos demandados en plantaciones comerciales. **Colombia Forestal**, v. 18, n. 2, p. 193–206, 2015.

HEULE, M. J. H.; KULLMANN, O. The science of brute force. **Communications of the ACM**, v. 60, n. 8, p. 70–79, 2017.

HOCHHEIN, N.; MARITN,P. Influência da qualidade das toras no processo de fabricação, rendimento, custo e rentabilidade da madeira serrada. **Anais...** 1^o

Congresso florestal pan-americano e 7º Congresso florestal brasileiro, Curitiba, PR, 1993.

HOGANSON, H. M.; MEYER, N. G. Constrained optimization for addressing forest-wide timber production. **Current Forestry Reports**, v. 1, n. 1, p. 33–43, 2015.

HOLOPAINEN, M. et al. Uncertainty in timber assortment estimates predicted from forest inventory data. **European Journal of Forest Research**, v. 129, n. 6, p. 1131–1142, 2010.

HUFFMAN, D. A. A method for the construction of minimum-redundancy codes. **Resonance**, v. 11, n. 2, p. 91–99, 2006.

HUSCH, B., MILLER, C.I., BEERS, T.W. **Forest mensuration**. New York: John Wiley & Sons, 1982. 402p.

IBM. **IBM ILOG CPLEX Optimization Studio CPLEX User's Manual**. [s.l.]: IBM, 2016. Version 12, Release 7. Disponível em: <https://www.ibm.com/support/knowledgecenter/SSSA5P_12.7.0/ilog.odms.studio.html/pdf/usrcplex.pdf>. Acesso em: 21 ago. 2018.

IBM Knowledge Center – IBM. **Função round**. [s.l.]: IBM, 2014. Disponível em: <https://www.ibm.com/support/knowledgecenter/pt-br/SSKM8N_8.0.0/com.ibm.etools.mft.doc/ak05380_.htm>. Acesso em: 6 jun. 2018.

INSTITUTO BRASILEIRO DE DESENVOLVIMENTO FLORESTAL - IBDF. **Normas para medição e classificação de toras de madeiras de folhosas**. Brasília: 1984. 42 p.

IVANCEVIC, V. G.; IVANCEVIC, T. T. **Computational mind: a complex dynamics perspective**. Berlin, Alemanha: Springer, 2007. 692 p.

JACKSON, N. D.; SMITH, G. W. Linear programming in lumber production. **Forest Products Journal**. v. 11, n. 6, p. 272–274, 1961.

JANKAUSKIS, J. **Recuperação de florestas tropicais mecanicamente exploradas**. Belém: SUDAM, 1979. 58p.

JEFF. **Log sawing patterns to meet lumber customer needs**. [s.l.]: Trees2Money, 2015.

JIN, X.; PUKKALA, T.; LI, F. Fine-tuning heuristic methods for combinatorial optimization in forest planning. **European Journal of Forest Research**, v. 135, n. 4, p. 765–779, 2016.

JOYCE, L. A.; MCKINNON, B.; HOF, J. G.; HOEKSTRA, T. W. **Analysis of multiresource production for national assessments and appraisals**. USDA Forest Service General Technical Report RM-101. Rocky Mountain Forest and Range Experiment Station, Fort Collins, Colorado, 1983, 25 p.

JÚDICE, J.; MARTINS, P.; PASCOAL, M.; SANTOS, J. **Programação Linear**. Coimbra, Portugal: Departamento de Matemática - Universidade de Coimbra, 2006. 107 p.

- JUIZO, C. G. F.; ROCHA, M. P. DA; BILA, N. F. Avaliação do rendimento em madeira serrada de eucalipto para dois modelos de desdobro numa serraria portátil. **Floresta e Ambiente**, v. 21, n. 4, p. 543–550, 2014.
- KABAT, M. R. **Design and analysis of algorithms**. [s.l.]: PHI Learning, 2013. 356 p.
- KANKARE, V. et al. Accuracy in estimation of timber assortments and stem distribution – A comparison of airborne and terrestrial laser scanning techniques. **ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**, v. 97, p. 89–97, 2014.
- KAYO, C. et al. Socioeconomic development and wood consumption. **Journal of Forest Research**, Japão, v. 20, n. 3, p. 309–320, 2015
- KEENAN, R. J. et al. Dynamics of global forest area: results from the FAO Global Forest Resources Assessment 2015. **Forest Ecology and Management**, s.l., v. 352, p. 9–20, 2015.
- KIRKPATRICK, S.; GELATT, C. D.; VECCHI, M. P. Optimization by Simulated Annealing. **Science**, v. 220, n. 4598, p. 671–680, 1983
- KIVINEN, V. P. A genetic algorithm approach to tree bucking optimization. **Forest Science**, v. 50, n. 5, p. 696–710, 2004.
- KIVINEN, V.-P. A forest-level genetic algorithm based control system for generating stand-specific log demand distributions. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 36, n. 7, p. 1705–1722, 2006
- KIVINEN, V. P. **Design and testing of stand-specific bucking instructions for use on modern cut-to-length harvesters**. Helsínquia, Finlândia: University of Kelsinki, 2007. 65 f. Dissertação (Dissertação Acadêmica da Faculdade de Agricultura e Floresta) – University of Kelsinki, Helsínquia, 2007.
- LEE, V.; MINTY, G. J. “How good is the Simplex Algorithm?”. **Inequalities III**, Nova York, Estados Unidos, p. 159-175, 1972.
- KOCH, F. H. et al. using a network model to assess risk of forest pest spread via recreational travel. **PLoS ONE**, v. 9, n. 7, p. e102105, 2014
- KOHLER, S. V. **Evolução do afilamento do tronco e do sortimento em plantios de *Pinus taeda* nos estados do Paraná e Santa Catarina**. 2013. 88 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, 2013.
- KOROSUO, A. et al. Spatial optimization in forest planning using different fragmentation measures. **Forest Science**, v. 60, n. 4, p. 764–775, 2014.
- KOZAK, A.; MUNRO, D. D.; SMITH, J. H. G. Taper functions and their application in forest inventory. **Forestry Chronicle**, v. 45, n. 4, p. 278–283, 1969.
- KULOĞLU, T. Z.; ARMSTRONG, G. W. A dynamic programming model to determine the optimal harvest decision for a fir forest that provides both timber harvest volume and carbon sequestration services. **Kastamonu University Journal of Forestry Faculty**, v. 12, n. 3, 2012.

- LAAR, A. V.; AKÇA, A. **Forest mensuration**. 2 ed, [S.I.]: Springer, 2007.
- LACHTERMACHER, G. **Pesquisa operacional na tomada de decisões: modelagem em Excel**, 3 ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007, 221 p.
- LAGUNA, M.; MARTÍ, R. **Scatter search**. Boston, MA: Springer US, 2003. v. 24.
- LAND, A. H.; DOIG, A. G. An automatic method for solving discrete programming problems. **Econometrica**, v. 28, n. 3, p. 497–520, 1960.
- LAROZE, A. J. A linear programming, Tabu Search method for solving forest-level bucking optimization problems. **Forest Science**, v. 45, n.1, p. 108-116, 1999.
- LAROZE, A. J. **Development and comparison of stand-level bucking optimization methods**. 109 f. Tese (Doutorado em Filosofia). Oregon State University, Oregon, 1994.
- LAROZE, A. J.; GREBER, B. J. Using Tabu Search to generate stand-level, rule-based bucking patterns. **Forest Science**, v. 43, n. 2, p. 157–169, 1997.
- LEAL, S. M. D. B. **Utilização de programação linear em sistemas de distribuição de energia elétrica: alocação de banco de capacitores**. 2015. 76 f. Monografia (Graduação em Engenharia de Energia) – Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2015.
- LEE, W. K. et al. Modeling stem profiles for *Pinus densiflora* in Korea. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 172, p. 69–77, 2003.
- LEITE, H. G. **Conversão de troncos em multiprodutos da madeira, utilizando programação dinâmica**. Viçosa, MG: UFV, 1994. 230 f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 1994.
- LEITE, H. G. et al. Função de afilamento para *Virola surinamensis* (Roll.) Warb. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 30, n. 1, p. 99–106, 2006.
- LEVITIN, A. **Introduction to the design and analysis of algorithms**. Pearson, 2011, 592 p.
- LI, R. et al. Regional stem taper equations for eleven conifer species in the Acadian Region of North America: development and assessment. **Northern Journal of Applied Forestry**, Bethesda, v. 29, p. 5–14, 2012.
- LIEBERMAN, H. **Introduction to operations research**. 9 ed. [s.l.]: McGraw Hill, 2012. 1102 p.
- LIN, W.; MU, D.; WU, J. Study on one-dimensional wood board cutting stock problem based on adaptive Genetic Algorithm. **International Journal of Future Generation Communication and Networking**, v. 9, n. 4, p. 95–102, 2016.
- LIN, Y.; PAN, F.; SRIVASTAVA, A. A linear programming optimization model of woody biomass logistics integrating infield drying as a cost saving pre-process in michigan. **Forest Products Journal**, p. FPJ-D-15-00077, 2016

LOPES, H. S., RODRIGUES, L. C. A., STEINER, M. T. A. **Meta-heurísticas em pesquisa operacional**. Curitiba, PR: Omnipax, 2013, 484 p.

LOURENÇO, H. R.; MARTIN, O. C.; STÜTZLE, T. Iterated Local Search: framework and applications. In: GLOVER, F.; KOCHENBERGER, G. (Ed.). **Handbook of Metaheuristics**. Boston, MA: Springer US, v. 146, p. 363–397, 2010.

LUCENA, R. R. de. **Aplicação de um método de penalização adaptativa em sistemas imunológicos artificiais para a otimização de problemas com restrições**. 2011. 73 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ.

LUENBERGER, D. G.; YE, Y. **Linear and nonlinear programming**. [S.l.]: Springer, v. 2, 1984.

LUKE, S. **Essentials of metaheuristics**. 2 ed. [s.l.]: Lulu, 2013.

LUMBRES, R. I. C. et al. Evaluation of stem taper models fitted for Japanese cedar (*Cryptomeria japonica*) in the subtropical forests of Jeju Island, Korea. **Forest Science and Technology**, v. 13, n. 4, p. 181–186, 2017.

MACDONALD, E.; HUBERT, J. A review of the effects of Silviculture on timber quality of *Sitka* Spruce. **Forestry**, v.75, n.2, p. 107-138, 2002.

MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Dendrometria**. Curitiba. 2003. 309p.

MACHADO, S. A.; URBANO, E.; CONCEIÇÃO, M. B.; FIGUEIREDO FILHO, A.; FIGUEIREDO, D. J. Comparação de modelos de afilamento do tronco para diferentes idades e regimes de desbaste em plantações de *Pinus oocarpa* Schiede. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n. 48, p. 41–64, 2004.

MALINEN, J. et al. Comparing model-based approaches with bucking simulation-based approach in the prediction of timber assortment recovery. **Forestry**, v. 80, n. 3, p. 309–321, 2007.

MANESS T. C.; ADAMS D. A. The combined optimization of log bucking and sawing strategies. **Wood and Fiber Science**, v. 23, n. 2, p. 296–314, 1991.

MANESS, T.; FARRELL, R. A multi-objective scenario evaluation model for sustainable forest management using criteria and indicators. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 34, n. 10, p. 2004–2017, 2004.

MARSHALL, H.; MURPHY, G.; BOSTON, K. Three mathematical models for bucking-to-order. **Silva Fennica**, v. 40, n. 1, 2006.

MARTELLO, S.; TOTH, P. **Knapsack Problems: Algorithms and Computer Implementations**. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, Inc., 1990.

MARTIN, A. B.; RICHARDS, E.; GUNN, E. Comparing the efficacy of linear programming models I and II for spatial strategic forest management. **Canadian Journal of Forest Research**, p. 16–27, 2016.

- MARTINEZ, D. A. **Estudo dos problemas de corte e empacotamento**. Ilha Solteira, SP: UNESP, 2014. 161 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2014.
- MATURANA, S.; PIZANI, E. Scheduling and production planning for a sawmill: A comparison of a mathematical model versus a heuristic. In: 2009 International Conference on Computers & Industrial Engineering (CIE39), 2009. Troyes, França. **Anais...** Troyes: University of Technology of Troyes, 2009.
- MAX, T.A.; BURKHART, H.E. Segmented polynomial regression applied to taper equations. **Forest Science**, Washington, v.22, n.3, p.283–289, 1976.
- MAXFIELD, C.; BROWN, A. **The definitive guide to how computers do math:** featuring the virtual DIY calculator. New York, NY, USA: Wiley-Interscience, 2005.
- MCPHALAN, J. **A method for evaluating bucking and sawing strategies for sawlogs**. Vancouver, Canadá: UBC, 1978. 89 f. Dissertação (Mestrado em Forestry) – University of British Columbia, Vancouver, Canadá, 1978.
- MEENAKSHI; RAWAT, K. **Dynamic programming for coding interviews:** a bottom-up approach to problem solving. 1 ed. [s.l.]: Notion Press, 2017. 142 p.
- MENDONÇA, A. R. **Avaliação de uma metodologia para otimização do volume de toras comerciais de *Eucalyptus sp.* em função da qualidade do fuste**. Gerônimo Monteiro, ES: UFES, 2006. 109p. Tese (Doutorado em Ciências Florestais), UFES, 2006.
- MENDONÇA, A. R. et al. Avaliação de funções de afilamento visando a otimização de fustes para multiprodutos. **Cerne**, Lavras, v.13, n.1, p.71–82, 2007.
- MENDONÇA, A. R. DE et al. Avaliação de um sistema para otimização do sortimento de *Eucalyptus sp.* **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 18, n. 2, p. 247, 2008.
- MENDOZA, G.; BARE, B. A two stage decision model for log bucking and allocation. **Forest Products Journal**. v. 36, n. 10, p. 70–74, 1986.
- MENON, M. U. **Meta-heurísticas na otimização do sortimento florestal**. Curitiba, PR: UFPR, 2005. 119 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2005.
- MEZURA-MONTES, E.; COELLO, C. A. C. Constraint-handling in nature-inspired numerical optimization: Past, present and future. **Swarm and Evolutionary Computation**, v. 1, n. 4, p. 173–194, 2011.
- MOHAMMADI, Z.; LIMAEI, S. M.; SHAHRAJI, T. R. Linear programming approach for optimal forest plantation. **Journal of Forestry Research**, v. 28, n. 2, p. 299–307, 2017.
- MONTEIRO, T. C. et al. Avaliação do desdobro de toras de *Eucalyptus* para a obtenção de peças estruturais. **Cerne**, Lavras, v. 19, n. 3, p. 357–364, 2013.
- MONTERIO, T. C. **Balço energético do processamento mecânico de toras de *eucalyptus***. 83 f. Dissertação (Mestrado em Ciência e Tecnologia da Madeira). Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2011.

MÔRA, R.; SILVA, G. F.; GONÇALVES, F. G.; SOARES, C. P. B.; CHICHORRO, J. F.; CURTO, R. A. Análise de diferentes formas de ajuste de funções de afilamento. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v.42, n.102, p.237-249, 2014.

MORIGUCHI, K.; UEKI, T.; SAITO, M. An evaluation of the use of Simulated Annealing to optimize thinning rates for single even-aged stands. **International Journal of Forestry Research**, Japão, v. 2015, p. 1–15, 2015.

MURARA JUNIOR, M. I. **Desdobro de toras de pinus utilizando diagramas de corte para diferentes classes diamétricas**. 2005. 67 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Curso de Pós Graduação em Engenharia Florestal, UFPR, Curitiba, PR, 2005.

NAKAHATA, C.; ARUGA, K.; SAITO, M. Examining the optimal bucking method to maximize profits in commercial thinning operations in Nasunogahara area, Tochigi Prefecture, Japan. **Croatian Journal of Forest Engineering**, v. 35, n. 1, p. 45–61, 2014.

NÄSBERG, M. **Mathematical programming models for optimal log bucking**. Linköping, Suécia: Universidade de Linköping, 1985, 200 p. Tese (Studies in Science and Technology - Department of Mathematics) – Universidade de Linköping, Linköping, 1985.

NASSUR, O. A. C. et al. Variações na qualidade de toras de *Toona ciliata* M. Roem. com dezoito anos de idade. **Cerne**, Lavras, v. 19, n. 1, p. 43–49, 2013.

NIGOSKI, S. **Espectroscopia no infravermelho próximo no estudo de características da madeira e papel de *Pinus taeda* L.** Curitiba, PR: UFPR, 2005. 160p. Tese (Doutorado em Ciências Florestais), UFPR, 2005.

NYBAKK, E.; BIRKELAND, T.; FINSTAD, K. Bucking-to-demand improves the match between sawmill demand and log supply in Norway. In: The 3rd Forest Engineering Conference, 2007. Quebec, Canada. **Anais...** Quebec: Mont-Tremblant, 2007.

NYBAKK, E.; BIRKELAND, T.; FLÆTE, P. O.; FINSTAD, K. From a bucking-to-value to a bucking-to-demand system in Norway: A case study in forests with varying growth conditions. In: Proceedings of the 51st International Convention of Society of Wood Science and Technology, 2008. Concepción, Chile. **Anais...** Concepción: Chile, 2008.

OCHOA, G.; VEREL, S.; TOMASSINI, M. first-improvement vs. best-improvement local optima networks of NK landscapes. Parallel Problem Solving from Nature (PPSN XI), 2010, Heidelberg, Alemanha. **Anais...** Heidelberg: International Conference on Parallel Problem Solving from Nature, Springer, 2010. p. 104–113.

OLSEN, E.; STRINGHAM, B.; PILKERTON, S. Optimal bucking: two trials with commercial OSU Buck Software. **Oregon State University Forest Research Laboratory**. Corvallis, Oregon, EUA. 1997. 38 p.

ORACLE DOCS – ORACLE. **Enum rounding mode**. [s.l.]: Java.Math, Oracle, 2018. Disponível em: <<https://docs.oracle.com/javase/7/docs/api/java/math/RoundingMode.html>>. Acesso em: 7 jun. 2018.

ORMEROD, D.W. A simple bole model. **Forest chronicle**, v. 49, n. 3, p, 136–138, 1973.

PAK, M.; GULCI, N. A comparative economic evaluation of bucking deciduous trees: A Case study of Oriental beech (*Fagus orientalis*) stands in Northeastern Turkey. **Journal of the Faculty of Forestry Istanbul University**, İstanbul Üniversitesi Orman Fakültesi Dergisi, v. 67, n. 1, p. 72–79, 2017.

PALHAZI CUERVO, D. et al. An iterated local search algorithm for the vehicle routing problem with backhauls. **European Journal of Operational Research**, v. 237, n. 2, p. 454–464, 2014.

PALMA, C. D.; NELSON, J. D. Bi-objective multi-period planning with uncertain weights: a robust optimization approach. **European Journal of Forest Research**, v. 129, n. 6, p. 1081–1091, 2010.

PAPADIMITRIOU, C. H.; STEIGLITZ, K. **Combinatorial optimization: algorithms and complexity**. [s.l.] Dover Publications, 1998.

PAREJO, J. A. et al. Metaheuristic optimization frameworks: a survey and benchmarking. **Soft Computing**, v. 16, n. 3, p. 527–561, 2012.

PARRA GÁLVEZ, J. L. A. **Abordagem do problema de cutting stock na indústria florestal**. Porto Alegre, RS: UFRGS, 2014. 113 f. Tese (Doutorado em Administração) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

PARRESOL, B. R.; HOTVEDT, J. E.; CAO, Q. V. A Volume and taper prediction system for bald cypress. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 17, n.3, p. 250–259, 1987.

PARSAKHOO, A. Metric measurements for optimization of forest road network alternatives in GIS-based programs. **Forest Science and Technology**, v. 12, n. 3, p. 153–161, 2016.

PARSAKHOO, A.; MOSTAFA, M. Road network analysis for timber transportation from a harvesting site to mills (Case study: Gorgan county – Iran). **Journal of Forest Science**, v. 61, n. 12, p. 520–525, 2016.

PATAKI, G.; TURAL, M.; WONG, E. B. Basis reduction and the complexity of branch-and-bound. In: Symposium on Discrete Algorithms (SODA '10), 21, 2010, Philadelphia, Estados Unidos. **Anais...** Philadelphia: *ACM-SIAM*, 2010.

PEARL, J. **Heuristics: intelligent search strategies for computer problem solving**. Boston, MA, USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1984.

PEARSE, P.H.; SYDNEYSMITH, S. Method for allocating logs among several utilization processes. **Forest Products Journal**. v. 16, n. 9, p. 87–99, 1966.

PEURA, M. et al. Managing boreal forests for the simultaneous production of collectable goods and timber revenues. **Silva Fennica**, Finlândia, v. 50, n. 5, 2016.

PICKENS, J. B.; LEE, A.; LYONOPTIMAL, G. W. bucking of northern hardwoods. **Northern Journal of Applied Forestry**, v. 9, n. 4, p. 149–152, 1992.

PILKERTON, S. J.; SESSIONS, J.; KELLOGG, L. D. **Development of efficient cutting patterns to maximize value with a log-allocation constraint**. *International Journal of Forest Engineering*, v. 24, n. 1, p. 42–52, 2013.

PINTO, A. F. **Uma heurística baseada em busca local iterada para o problema de clusterização de módulos de software**. Dissertação de Mestrado – Pós Graduação em Informática da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro – UNIRIO, 2001.

PNEVMATICOS, S. M.; MANN, S. H. Dynamic programming in tree bucking. **Forest Products Journal**. v. 22, n. 2, p. 26–30, 1972.

PRADENAS, L.; PARADA, V.; MUÑOZ, C. solution to the tree-bucking problem by Simulated Annealing, **INFORMS Meeting**, Montreal, Canada, 1998.

PUCCINI, C. T. **Avaliação de aspectos de qualidade da madeira utilizando o ultra-som**. 106 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

PUKKALA, T. Optimal crosscutting: any effect on optimal stand management?. **European Journal of Forest Research**, v. 136, n. 4, p. 583–595, 2017.

PUKKALA, T.; LÄHDE, E.; LAIHO, O. Which trees should be removed in thinning treatments?. **Forest Ecosystems**, China, v. 2, n. 1, p. 32, 2015.

PUNCHES, J. **Tree growth, forest management, and their implications for wood quality**. Oregon State University, 2004, 8 p.

PUNTAMBEKAR, A. A. **Design and analysis of algorithms**, Pune, Maharashtra, India: Technical Publications Pune, 2010

RANGEL, S.; FIGUEIREDO, A. G. DE. O problema de corte de estoque em indústrias de móveis de pequeno e médio portes. **Pesquisa Operacional**, Rio de Janeiro, RJ, v. 28, n. 3, p. 451–472, 2008.

REEVES, C. R. (ED.). **Modern heuristic techniques for combinatorial problems**. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, Inc., 1993.

RESENDE, M. G. C.; RIBEIRO, C. C. GRASP: Greedy Randomized Adaptive Search Procedures. In: **Search Methodologies**. Boston, MA: Springer US, 2014. p. 287–312.

RESENDE, M. G. C.; RIBEIRO, C. C. Greedy Randomized Adaptive Search Procedures: advances, hybridizations, and applications. In: GLOVER, F.; KOCHENBERGER, G. (Ed.). **Handbook of Metaheuristics**. Boston, MA: Springer US, v. 146, p. 283–319, 2010.

RESENDE, M. G. C.; RIBEIRO, C. C. Greedy Randomized Adaptive Search Procedures. In: **Handbook of Metaheuristics**. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2003. p. 219–249.

RESENDE, M. G.; RIBEIRO, C. C. GRASP with Path-Relinking: recent advances and applications. In: Ibaraki T., Nonobe K., Yagiura M. (EDS) **Metaheuristics: Progress as Real Problem Solvers**. Operations Research/Computer Science Interfaces

Series, Springer, Boston, MA, v. 32, p. 29–63, 2005.

RIBAS, S. et al. Um algoritmo híbrido para a resolução do problema de roteamento de veículos com janelas de tempo. XXIX Iberian-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE 2010), 2010, Buenos Aires, Argentina. **Anais...** Buenos Aires: Mecânica Computacional, 2010. v. XXIX. p. 9471-9484.

RIBEIRO, A. et al. Estratégias e metodologias de ajuste de modelos hipsométricos em plantios de *Eucalyptus sp.* **Cerne**, Lavras, v. 16, n. 1, p. 22–31, mar. 2010.

RIBEIRO, R. B. da S et al. Método para estimar o volume de fustes e galhos na floresta nacional do Tapajós. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 40, n. 1, p. 81–88, 2016.

RÖNNQVIST, M. et al. Operations research challenges in forestry: 33 open problems. **Annals of Operations Research**, v. 232, n. 1, p. 11–40, 2015.

RUNARSSON, T. P.; XIN YAO. Stochastic ranking for constrained evolutionary optimization. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 4, n. 3, p. 284–294, 2000.

RYTWINSKI, A.; CROWE, K. A. A simulation-optimization model for selecting the location of fuel-breaks to minimize expected losses from forest fires. **Forest Ecology and Management**, v. 260, n. 1, p. 1–11, 2010.

SAFIAH, Y. M. Y.; RODZIAH, H. Optimization of the route of the forest logging road. In: International Conference on Chemistry and Chemical Engineering (ICCCE 2010), 2010. Kyoto, Japão. **Anais...** Kyoto, Kyoto Convention Center, 2010.

SANTANA, C. J. de O. **Traçamento e alocação de toras de eucalipto por geração de colunas e programação dinâmica**. Curitiba, PR: UFPR, 2013. 96 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013.

SANTOPUOLI, G.; REQUARDT, A.; MARCHETTI, M. Application of indicators network analysis to support local forest management plan development: a case study in Molise, Italy. **iForest - Biogeosciences and Forestry**, v. 5, n. 1, p. 31–37, 2012.

SANTOS, J. S. et al. Método de amostragem de Bitterlich: uma alternativa de inventário florestal para pequenas propriedades rurais fomentadas. **Revista Brasileira de Ciências Agrárias - Brazilian Journal of Agricultural Sciences**, v. 11, n. 1, p. 46–52, 2016.

SANTOS, R. S.; CANTANE, D. R. Otimização linear aplicada a problemas de planejamento de produção. In: Simpósio Interdisciplinar de Tecnologias na Educação (SinTE), 2015. Boituva, SP. **Anais...** Boituva, – IFSP Campus Boituva, 2015.

SARTORI, M. S. **Proposta de otimização para reflorestamento de eucalipto utilizando multiprodutos**. Botucatu: UNESP, 2013. vii, 70 f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Botucatu, 2013.

SCHNEIDER, P. R. et al. Forma de tronco e sortimentos de madeira de *Eucalyptus grandis* Maiden para o estado do Rio Grande do Sul. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 6, n. 1, p. 79–88, 1996.

SCHÖEPFER, W. **Autimatisierung des massen, sorten and wertberechnung stenender waaldbestande schriftenreihe bad**. Berlin: Wurttt-Forstl, 1966.

SCOLFORO, J.R.S.; THIERSCH, C.R. **Biometria florestal**: medição, volumetria e gravimetria. Lavras: UFLA/FAEPE. 2004. 285 p.

SECRETÁRIA DA AGRICULTURA E DO ABASTECIMENTO DO PARANÁ – SEAB. **Preços Florestais**. Curitiba, PR: Governo do Estado do Paraná, 2018. Disponível em:
<<http://www.agricultura.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=129>>. Acesso em: 25 set. 2018.

SERIN, H.; AKAY, A. E.; PAK, M. Estimating the effects of optimum bucking on the economic value of Brutian Pine (*Pinus brutia*) logs extracted in Mediterranean Region of Turkey. **African Journal of Agricultural Research**, v. 5, n. 9, p. 916–921, 2010.

SESSIONS, J. Making better tree bucking decisions in the woods: an introduction to optimal bucking. **Journal of Forestry**, Estados Unidos, v. 86, n. 10, p. 43-45, 1988.

SESSIONS, J.; OLSEN, E.; GARLAND, J. Notes: Tree bucking for optimal stand value with log allocation constraints. **Forest Science**, v. 35, n. 1, 1989.

SHAPIRO, J. F. **Modeling the supply chain**. 2 ed. [s.l.]: South-Western College Pub, 2006. 624 p.

SHARMA, R. P.; BREIDENBACH, J. Modeling height-diameter relationships for Norway spruce, Scots pine, and downy birch using Norwegian national forest inventory data. **Forest Science and Technology**, v. 11, n. 1, p. 44–53, 2015.

SHENOY, G. V. **Linear programming**: methods and applications. Nova Delhi, Estados Unidos: Wiley, 1989. 255 p.

SILVA, D. P. **Funções penalidade para o tratamento das variáveis discretas do problema de fluxo de potência ótimo reativo**. Bauru, SP: USP, 2016. 115 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2016.

SILVA, G. F. DA et al. Avaliação de métodos de medição de altura em florestas naturais. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 36, n. 2, p. 341–348, 2012a.

SILVA, G. F. DA et al. Influência de diferentes fontes de erro sobre as medições de alturas de árvores. **Cerne**, Lavras, v. 18, n. 3, p. 397–405, 2012b.

SILVA, E. M. et al. **Pesquisa Operacional**: programação linear e simulação. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

SILVA, F. DA; CORTE, A. P. D.; SANQUETA, C. R. Equações de afilamento para descrever o volume total do fuste de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* na região do Triângulo Mineiro. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 39, n. 91, p. 367–376, 2011.

- SILVA, O. C. DA. **Comercio de eucalipto Klabin** [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por ocsilva@klabin.com.br em 28 set. 2018.
- SIVARETHINAMOHAN, R. **Operations Research**. Tata McGraw Hill Publishing Co.Ltd. New Delhi, 2008.
- SMITH W.G.; HARRELL C. Linear programming in log production. **Forest Products Journal**. v. 11, n. 1, p. 8–11, 1961.
- SOARES, T. S.; LEITE, H. G.; VALE, A. B. DO. Um modelo alternativo para a quantificação de multiprodutos em árvores individuais. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 28, n. 6, p. 875–882, 2004.
- SOARES, T. S.; VALE, A. B.; LEITE, H. G.; MACHADO, C. C. Otimização de multiprodutos em povoamentos florestais. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v.27, p.811–820, 2003.
- SOUSA, G. T. O.; AZEVEDO, G. B.; BARRETO, P. A. B.; JÚNIOR, V. C. Relações hipsométricas para *Eucalyptus urophylla* conduzidos sob regime de alto fuste e talhadia no Sudoeste da Bahia. **Scientia Plena**, Sergipe, v.9, n.4, p.1-7, 2013.
- SOUZA, C. A. M. DE et al. Avaliação de modelos de afilamento não-segmentados na estimação da altura e volume comercial de *Eucalyptus sp.* **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 18, n. 3, p. 387, 2008a.
- SOUZA, C. A. M. DE et al. Modelos de afilamento para o sortimento do fuste de *Pinus taeda L.* **Ciência Rural**, v. 38, n. 9, 2008b.
- SOUZA, E. L. de; RAFAEL, E. A. L. Abordagens para Resolver o Problema da Mochila 0/1. **Revista Igapó**, Revista de Educação Ciência e Tecnologia do IFAM, 2009.
- SOUZA, K. R. de et al. Floresta estacional: madeira sustentável para o produtor rural no cerrado. **Magistra**, v. 28, n. 1, p. 54–62, 2016.
- STRIMBU, B. M.; INNES, J. L.; STRIMBU, V. F. A deterministic harvest scheduler using perfect bin-packing theorem. **European Journal of Forest Research**, v. 129, n. 5, p. 961–974, 2010.
- STÜTZLE, T. Iterated local search for the quadratic assignment problem. **European Journal of Operational Research**, v. 174, n. 3, p. 1519–1539, 2006.
- SWEENEY, P. E.; PATERNOSTER, E. R. Cutting and packing problems: a categorized, application-orientated research bibliography. **The Journal of the Operational Research Society**, v. 43, n. 6, p. 691–706, 1992.
- TAHA, H. A. **Operations Research: an introduction**. 10 ed. Estados Unidos: Pearson, 2016. 848 p.
- TAKAHASHI, R. H. C. et al. (Ed.). **Evolutionary multi-criterion optimization**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2011. v. 6576.
- TANIR, D. et al. One-dimensional cutting stock problem with divisible items. **Cornell University Library**, Nova York, Estados Unidos, p. 12, 2016.

TARJAN, R. Depth-first search and linear graph algorithms. **SIAM Journal on Computing**, v. 1, n. 2, p. 146–160, 1972.

THIERSCH, C. R. et al. Estimativa da relação hipsométrica em clones de *Eucalyptus sp.* com o modelo de curtis ajustado por métodos bayesianos empíricos. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 37, n. 1, p. 01–08, 2013.

TOHRU, N.; HIDESATO, K.; MATSUMOTO, M. Visualization of optimized solution space using a simulation system for the development of local forest management planning. **Annals of Forest Research**, v. 59, n. 1, p. 1, 2016.

TOSCANI, L. V. **Uma fundamentação teórica para a complexidade estrutural de problemas de otimização**. Porto Alegre, RS: UFRGS, 2002. 116 f. Tese (Doutorado em Ciência da Computação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2002.

UUSITALO, J. A Framework for CTL method-based wood procurement logistics. **International Journal of Forest Engineering**, v. 16, n. 2, p. 37–46, 2005.

UUSITALO, J. et al. Predicting probability of A-quality lumber of Scots pine (*Pinus sylvestris L.*) prior to or concurrently with logging operation. **Scandinavian Journal of Forest Research**, v. 33, n. 5, p. 475–483, 2018.

UUSITALO, J. Forest-level bucking optimization including transportation cost, product demands and stand characteristics. In: The 3rd Forest Engineering Conference, 2007. Quebec, Canada. **Anais...** Quebec: Mont-Tremblant, 2007.

VANDERBEI, R. J. **Linear Programming: Foundations and Extensions**. Boston, MA: Springer US, 2014. 414 p.

VANSTEENWEGEN, P.; MATEO, M. An iterated local search algorithm for the single-vehicle cyclic inventory routing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 237, n. 3, p. 802–813, 2014.

VASCONCELOS, D. S. C. de. et al. A utilização das ferramentas da qualidade como suporte a melhoria do processo de produção estudo de caso na indústria têxtil. **Anais...** XXIX ENEGEP, Salvador, BA, 2009.

VELIZ, F. B. et al. Stochastic optimization models in forest planning: a progressive hedging solution approach. **Annals of Operations Research**, v. 232, n. 1, p. 259–274, 2014.

VERGARA, F. P.; PALMA, C. D.; SEPÚLVEDA, H. A comparison of optimization models for lumber production planning. **Bosque (Valdivia)**, v. 36, n. 2, p. 239–246, 2015.

WANG, J.; LEDOUX, C. B.; MCNEEL, J. Optimal tree-stem bucking of northeastern species of China. **Forest Products Journal**, Estados Unidos, v. 54, n. 2, p. 45–52, 2004.

WANG, J.; LIU, J.; LEDOUX, C. B. A three-dimensional bucking system for optimal bucking of Central Appalachian hardwoods. **International Journal of Forest Engineering**, v. 20, n. 2, p. 26–35, 2009.

WARSHALL, S. A theorem on boolean matrices. **Journal of the ACM**, v. 9, n. 1, p.

11–12, 1962.

WENSHU, L.; DAN, M.; JINZHUO, W. Study on cutting stock optimization for decayed wood board based on Genetic Algorithm. **The Open Automation and Control Systems Journal**, v. 7, n. 1, p. 284–289, 2015.

WIKSTRÖM, P.; ERIKSSON, L. O. Solving the stand management problem under biodiversity-related considerations. **Forest Ecology and Management**, v. 126, n. 3, p. 361–376, 2000.

YAHYAOU, H. et al. A hybrid ILS-VND based hyper-heuristic for permutation Flowshop Scheduling Problem. **Procedia Computer Science**, v. 60, p. 632–641, 2015.

YENIAY, Ö. Penalty function methods for constrained optimization with Genetic Algorithms. **Mathematical and Computational Applications**, v. 10, n. 1, p. 45–56, 1 abr. 2005.

YOSHIMOTO, A.; MARUŠÁK, R. Evaluation of carbon sequestration and thinning regimes within the optimization framework for forest stand management. **European Journal of Forest Research**, v. 126, n. 2, p. 315–329, 2007.

ZENGIN, H. et al. Modeling harvest scheduling in multifunctional planning of forests for longterm water yield optimization. **Natural Resource Modeling**, v. 28, n. 1, p. 59–85, 2015.

7. APÊNDICE

APÊNDICE A – Distribuição de diâmetros e frequência do povoamento analisado no estudo de caso 1.

| Distribuição diamétrica | |
|--------------------------------|-------------------|
| C.C. DAP (cm) | Frequência |
| ... | 0 |
| 17,5 | 0 |
| 18,5 | 1 |
| 19,5 | 0 |
| 20,5 | 3 |
| 21,5 | 4 |
| 22,5 | 5 |
| 23,5 | 2 |
| 24,5 | 5 |
| 25,5 | 9 |
| 26,5 | 11 |
| 27,5 | 10 |
| 28,5 | 19 |
| 29,5 | 18 |
| 30,5 | 22 |
| 31,5 | 18 |
| 32,5 | 23 |
| 33,5 | 17 |
| 34,5 | 18 |
| 35,5 | 21 |
| 36,5 | 20 |
| 37,5 | 20 |
| 38,5 | 18 |
| 39,5 | 19 |
| 40,5 | 10 |
| 41,5 | 19 |
| 42,5 | 17 |
| 43,5 | 6 |
| 44,5 | 9 |
| 45,5 | 8 |
| 46,5 | 9 |
| 47,5 | 9 |
| 48,5 | 7 |
| 49,5 | 6 |
| 50,5 | 5 |
| 51,5 | 2 |
| 52,5 | 1 |
| 53,5 | 5 |
| 54,5 | 3 |
| 55,5 | 1 |
| 56,5 | 5 |
| 57,5 | 2 |
| 58,5 | 0 |
| 59,5 | 0 |
| ... | 0 |
| 79,5 | 0 |
| 80,5 | 0 |
| 81,5 | 1 |
| TOTAL | 408 |

Em que: C.C. = centro de classe.

Fonte: Menon (2005, p. 68, p. 71, p. 90) adaptado pelo autor.

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-------|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 52 | 33,00 | 40,5 | 10 | 4 | 17 | 18 | 22 | 23 | 25 | 30 | 32 | 33 | 34 | | |
| 53 | 33,00 | 36,8 | 8 | 3 | 3 | 17 | 22 | 28 | 29 | 32 | 33 | | | | |
| 54 | 33,04 | 37 | 11 | 2 | 3 | 4 | 8 | 9 | 11 | 12 | 13 | 21 | 31 | 33 | |
| 55 | 33,30 | 37,2 | 10 | 3 | 5 | 11 | 12 | 16 | 19 | 20 | 23 | 34 | 35 | | |
| 56 | 33,30 | 38 | 3 | 26 | 29 | 30 | | | | | | | | | |
| 57 | 33,50 | 40 | 6 | 20 | 23 | 27 | 32 | 36 | 39 | | | | | | |
| 58 | 33,50 | 35,8 | 7 | 6 | 9 | 13 | 14 | 24 | 25 | 34 | | | | | |
| 59 | 33,52 | 36,1 | 1 | 28 | | | | | | | | | | | |
| 60 | 33,68 | 39,5 | 1 | 29 | | | | | | | | | | | |
| 61 | 33,68 | 38 | 9 | 3 | 13 | 13 | 17 | 19 | 21 | 28 | 31 | 32 | | | |
| 62 | 33,70 | 40 | 2 | 5 | 24 | | | | | | | | | | |
| 63 | 33,70 | 37,7 | 2 | 6 | 22 | | | | | | | | | | |
| 64 | 33,90 | 41 | 9 | 2 | 7 | 12 | 21 | 22 | 28 | 36 | 38 | 40 | | | |
| 65 | 34,00 | 33 | 2 | 7 | 30 | | | | | | | | | | |
| 66 | 34,10 | 35,9 | 9 | 9 | 12 | 16 | 18 | 24 | 27 | 30 | 31 | 35 | | | |
| 67 | 34,20 | 39,2 | 10 | 9 | 11 | 14 | 20 | 21 | 22 | 30 | 33 | 36 | 39 | | |
| 68 | 34,20 | 38,5 | 7 | 9 | 11 | 18 | 19 | 23 | 24 | 37 | | | | | |
| 69 | 34,25 | 32,5 | 6 | 10 | 20 | 23 | 25 | 28 | 31 | | | | | | |
| 70 | 34,30 | 39 | 2 | 20 | 35 | | | | | | | | | | |
| 71 | 34,50 | 35,5 | 12 | 6 | 8 | 9 | 13 | 19 | 21 | 22 | 23 | 27 | 28 | 31 | 34 |
| 72 | 34,50 | 36,6 | 0 | | | | | | | | | | | | |
| 73 | 34,60 | 37,7 | 6 | 10 | 13 | 18 | 26 | 29 | 36 | | | | | | |
| 74 | 34,80 | 40 | 10 | 11 | 14 | 16 | 18 | 19 | 23 | 26 | 30 | 34 | 40 | | |
| 75 | 34,82 | 43,5 | 7 | 7 | 21 | 23 | 25 | 30 | 37 | 43 | | | | | |
| 76 | 35,10 | 40,7 | 7 | 8 | 9 | 13 | 17 | 31 | 35 | 37 | | | | | |
| 77 | 35,10 | 40,6 | 10 | 3 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 19 | 23 | 27 | 33 | | |
| 78 | 35,10 | 39,3 | 0 | | | | | | | | | | | | |
| 79 | 35,40 | 40 | 2 | 6 | 22 | | | | | | | | | | |
| 80 | 35,40 | 39,5 | 2 | 2 | 30 | | | | | | | | | | |
| 81 | 35,50 | 39,5 | 8 | 2 | 5 | 9 | 11 | 18 | 21 | 24 | 38 | | | | |
| 82 | 35,50 | 36 | 5 | 3 | 6 | 10 | 21 | 27 | | | | | | | |
| 83 | 35,60 | 34,5 | 7 | 5 | 14 | 17 | 21 | 30 | 31 | 33 | | | | | |
| 84 | 35,70 | 33,3 | 10 | 3 | 4 | 6 | 11 | 18 | 20 | 23 | 24 | 27 | 32 | | |
| 85 | 35,70 | 39 | 0 | | | | | | | | | | | | |
| 86 | 35,80 | 39 | 0 | | | | | | | | | | | | |
| 87 | 35,80 | 40,3 | 9 | 5 | 8 | 10 | 11 | 17 | 19 | 23 | 25 | 38 | | | |
| 88 | 35,80 | 37,8 | 5 | 7 | 12 | 16 | 23 | 33 | | | | | | | |
| 89 | 35,80 | 39,2 | 6 | 8 | 10 | 12 | 17 | 31 | 33 | | | | | | |
| 90 | 35,90 | 41,5 | 10 | 3 | 19 | 22 | 24 | 25 | 31 | 34 | 38 | 39 | 41 | | |
| 91 | 35,90 | 37,7 | 4 | 10 | 11 | 18 | 33 | | | | | | | | |
| 92 | 35,90 | 39,7 | 0 | | | | | | | | | | | | |
| 93 | 36,00 | 41,7 | 10 | 5 | 9 | 13 | 17 | 19 | 26 | 31 | 32 | 34 | 38 | | |
| 94 | 36,00 | 42 | 8 | 7 | 11 | 14 | 17 | 19 | 31 | 35 | 36 | | | | |
| 95 | 36,10 | 40 | 1 | 10 | | | | | | | | | | | |
| 96 | 36,10 | 40 | 3 | 10 | 15 | 22 | | | | | | | | | |
| 97 | 36,30 | 38 | 7 | 4 | 6 | 11 | 16 | 17 | 27 | 30 | | | | | |
| 98 | 36,30 | 40,3 | 9 | 3 | 5 | 9 | 13 | 14 | 20 | 27 | 31 | 34 | | | |
| 99 | 36,30 | 38,2 | 7 | 4 | 11 | 23 | 26 | 33 | 34 | 37 | | | | | |
| 100 | 36,40 | 40 | 8 | 5 | 7 | 9 | 18 | 19 | 22 | 33 | 36 | | | | |
| 101 | 36,60 | 40,8 | 9 | 3 | 4 | 9 | 18 | 22 | 23 | 26 | 32 | 36 | | | |
| 102 | 36,70 | 42,4 | 0 | | | | | | | | | | | | |
| 103 | 36,99 | 37,7 | 7 | 7 | 16 | 17 | 20 | 21 | 24 | 29 | | | | | |
| 104 | 37,10 | 40 | 3 | 18 | 27 | 37 | | | | | | | | | |
| 105 | 37,10 | 43 | 10 | 4 | 8 | 10 | 14 | 19 | 27 | 34 | 35 | 36 | 37 | | |
| 106 | 37,10 | 36 | 6 | 8 | 9 | 11 | 19 | 20 | 31 | | | | | | |
| 107 | 37,10 | 41,7 | 1 | 29 | | | | | | | | | | | |
| 108 | 37,20 | 44 | 9 | 6 | 13 | 15 | 17 | 19 | 32 | 41 | 43 | 44 | | | |

| | | | | | | | | | | |
|-----|-------|------|---|----|----|----|----|----|----|----------|
| 166 | 43,10 | 42 | 7 | 3 | 5 | 11 | 15 | 25 | 32 | 38 |
| 167 | 43,19 | 42,9 | 6 | 10 | 16 | 23 | 25 | 34 | 40 | |
| 168 | 43,30 | 43 | 7 | 6 | 9 | 15 | 21 | 25 | 28 | 31 |
| 169 | 43,30 | 39,5 | 1 | 30 | | | | | | |
| 170 | 43,40 | 42,4 | 8 | 2 | 3 | 5 | 6 | 14 | 22 | 27 39 |
| 171 | 43,50 | 44,2 | 6 | 7 | 12 | 16 | 18 | 19 | 26 | |
| 172 | 43,86 | 40,4 | 5 | 2 | 6 | 13 | 30 | 31 | | |
| 173 | 43,90 | 43 | 3 | 3 | 17 | 39 | | | | |
| 174 | 44,20 | 40,7 | 3 | 16 | 25 | 28 | | | | |
| 175 | 44,25 | 40,5 | 4 | 17 | 25 | 26 | 36 | | | |
| 176 | 44,30 | 45 | 6 | 5 | 13 | 16 | 28 | 30 | 31 | |
| 177 | 44,60 | 40,6 | 5 | 4 | 9 | 30 | 33 | 33 | | |
| 178 | 44,60 | 40,5 | 8 | 3 | 5 | 13 | 18 | 20 | 24 | 30 32 |
| 179 | 44,70 | 40,3 | 0 | | | | | | | |
| 180 | 44,70 | 41,8 | 5 | 6 | 13 | 18 | 36 | 41 | | |
| 181 | 44,80 | 43 | 8 | 4 | 7 | 8 | 9 | 18 | 19 | 20 38 |
| 182 | 44,90 | 44 | 7 | 2 | 5 | 9 | 11 | 21 | 25 | 35 |
| 183 | 44,90 | 42 | 0 | | | | | | | |
| 184 | 45,20 | 41 | 7 | 3 | 8 | 10 | 11 | 15 | 24 | 36 |
| 185 | 45,80 | 41,8 | 7 | 2 | 6 | 10 | 24 | 27 | 29 | 30 |
| 186 | 45,80 | 42,5 | 2 | 10 | 22 | | | | | |
| 187 | 45,87 | 44 | 3 | 30 | 31 | 35 | | | | |
| 188 | 46,31 | 44,8 | 1 | 30 | | | | | | |
| 189 | 46,63 | 44,2 | 2 | 11 | 23 | | | | | |
| 190 | 47,40 | 40 | 6 | 5 | 12 | 15 | 19 | 27 | 35 | |
| 191 | 47,75 | 45 | 0 | | | | | | | |
| 192 | 47,81 | 41,7 | 9 | 9 | 10 | 11 | 14 | 16 | 18 | 26 30 35 |
| 193 | 48,00 | 42,5 | 5 | 5 | 12 | 17 | 22 | 25 | | |
| 194 | 48,00 | 44,8 | 9 | 6 | 8 | 13 | 17 | 19 | 20 | 30 31 40 |
| 195 | 48,70 | 39,5 | 4 | 4 | 8 | 13 | 26 | | | |
| 196 | 49,40 | 42,5 | 1 | 14 | | | | | | |
| 197 | 51,57 | 45,6 | 5 | 9 | 14 | 21 | 25 | 27 | | |

Em que: DAP = Diâmetro à altura do peito, medido a 1,3 m do solo; H = altura total; Qtd. = quantidade.

Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE C – Frequência e altura total estimada por centro de classe do povoamento analisado no estudo de caso 3.

| Distribuição diamétrica | | |
|-------------------------|---------------|---------------|
| C. C. DAP(cm) | Frequência | \hat{H} (m) |
| 7 | 168 | 11,6 |
| 9 | 1.947 | 14,5 |
| 11 | 4.446 | 17,4 |
| 13 | 5.645 | 20,7 |
| 15 | 4.584 | 23,6 |
| 17 | 4.160 | 26,1 |
| 19 | 3.753 | 28,3 |
| 21 | 2.838 | 30,3 |
| 23 | 2.346 | 32,3 |
| 25 | 2.191 | 33,9 |
| 27 | 1.375 | 34,8 |
| 29 | 1.180 | 36,0 |
| 31 | 1.152 | 37,1 |
| 33 | 580 | 40,7 |
| 35 | 830 | 40,0 |
| 37 | 338 | 39,7 |
| 39 | 1.250 | 43,7 |
| 41 | 467 | 41,3 |
| 43 | 723 | 44,1 |
| 45 | 693 | 45,1 |
| 47 | 219 | 50,6 |
| 49 | 662 | 39,6 |
| 51 | 1.427 | 45,7 |
| TOTAL | 42.974 | |

Em que: C.C. = centro de classe; \hat{H} = altura total estimada.

Fonte: Santana (2013, p. 51) adaptado pelo autor.

APÊNDICE D – Panorama geral dos métodos de solução implementados.

| Método de Solução | Componente | Descrição |
|---------------------------|----------------------------|---|
| ILS | Geração da solução inicial | Algoritmo guloso |
| | Busca local | PM |
| | Perturbação | Troca aleatória de produtos |
| | Critério de aceitação | Aceitar somente soluções que contenham sortimentos mais valiosos |
| | Critério de parada (k) | Número de vezes que o ILS deve ser executado |
| GRASP | Geração da solução inicial | Estratégia semi-gulosa de Hart e Shogan (1987) |
| | LRC | 1. Critério de restrição por valor 2. Parâmetro da função de afastamento percentual (α) |
| | Busca local | PM |
| | Critério de parada (k) | Número de vezes que o GRASP deve ser executado |
| HCP | n | Número de produtos analisados em cada parte do fuste |
| | x | Número de toras mantidas inalteradas da solução obtida na primeira fase da heurística |
| | Critério de parada (k) | Número de vezes que parte da solução obtida na primeira fase é reconstruída |
| HBI | μ | Número de fustes que deve ser incrementado/decrementado na busca local |
| | Critério de parada | Após todos os vizinhos terem sido avaliados par-a-par ou após as demandas terem sido alcançadas |
| Método de solução híbrido | Geração da solução inicial | PD / ILS / GRASP / HCP |
| | ρ | Número de sortimentos mantidos na lista contendo todos os sortimentos encontrados |
| | Busca local | HBI |
| | Critério de parada | Não ocorrência de melhoras na solução |
| Penalização da FO | ω | Fator de grandeza do esquema de penalização |

Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE E – Padrões de corte gerados por centro de classe utilizando a PD no estudo de caso 1.

| C.C. DAP (cm) | Toco (m) | Padrão de corte (m) | | | | | | | | | | | | | |
|------------------|-------------|---------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 18,5 | 0,1 | 3,5 | 1,1 | 1,5 | 1,2 | 1,3 | 1 | 1,1 | 2,3 | 1,6 | 1 | 1,4 | | | |
| 20,5 | 0,1 | 3,8 | 1 | 1,4 | 1,1 | 1,8 | 1,1 | 1,3 | 1,3 | 1,9 | 1,8 | 1,1 | 1,4 | | |
| 21,5 | 0,1 | 3,1 | 2,8 | 1 | 1 | 1,5 | 1,1 | 1,2 | 1,2 | 1 | 1,1 | 1,3 | 1,6 | 1,9 | |
| 22,5 | 0,1 | 3,8 | 1,4 | 1 | 1,7 | 1,6 | 1,1 | 1,2 | 1,1 | 1,3 | 1,2 | 1,6 | 1 | 1,2 | 1,4 |
| 23,5 | 0,1 | 3,8 | 3,8 | 1,8 | 1,2 | 1,3 | 1,8 | 1,4 | 1 | 1 | 1,1 | 1,1 | 1 | 1 | |
| 24,5 | 0,1 | 3,8 | 3,8 | 3,1 | 1,2 | 1,5 | 1,6 | 1,2 | 1,4 | 1,1 | 1,2 | 1,1 | 1 | | |
| 25,5 | 0,1 | 3,8 | 3,8 | 3,8 | 1,7 | 2 | 1,1 | 1,2 | 1,9 | 1 | 1 | 1,2 | | | |
| 26,5 | 0,1 | 3,8 | 3,1 | 3,1 | 3,1 | 1,6 | 2,2 | 1,2 | 1,9 | 1 | 1 | 1 | | | |
| 27,5 | 0,1 | 3,1 | 3,8 | 3,8 | 3,1 | 1,9 | 1,6 | 1,2 | 1,2 | 1,3 | 1,2 | 1,3 | | | |
| 28,5 | 0,1 | 3,8 | 3,8 | 3,8 | 3,8 | 2 | 1,9 | 1 | 1 | 1,6 | 1,2 | | | | |
| 29,5 | 0,1 | 3,8 | 3,8 | 3,8 | 3,8 | 1,7 | 1,3 | 2,2 | 1 | 1,1 | 1,8 | | | | |
| 30,5 | 0,1 | 3,8 | 2,6 | 3,8 | 3,1 | 3,1 | 2,9 | 1,2 | 1,1 | 1,2 | 1,8 | | | | |
| 31,5 | 0,1 | 3,8 | 3,1 | 2,6 | 3,8 | 3,8 | 1,1 | 1,3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1,4 | | |
| 32,5 | 0,1 | 3,1 | 3,1 | 2,6 | 2,6 | 3,1 | 3,1 | 2,4 | 1,3 | 1,3 | 1,2 | 1,4 | | | |
| 33,5 | 0,1 | 2,6 | 3,8 | 3,1 | 3,1 | 3,8 | 3,4 | 1 | 1,9 | 1,4 | 1,4 | | | | |
| 34,5 | 0,1 | 3,1 | 2,6 | 2,6 | 2,6 | 2,6 | 3,8 | 3,7 | 1 | 1,2 | 1,5 | 1 | | | |
| 35,5 | 0,1 | 3,8 | 2,6 | 2,6 | 2,6 | 2,6 | 3,8 | 1,7 | 1,5 | 1,1 | 1,4 | 1 | 1,2 | | |
| 36,5 | 0,1 | 3,8 | 2,6 | 2,6 | 3,1 | 2,6 | 3,8 | 1,9 | 1 | 1,2 | 1,4 | 1 | 1,1 | | |
| 37,5 | 0,1 | 2,6 | 3,1 | 3,8 | 3,1 | 3,1 | 3,8 | 2,1 | 1,3 | 1 | 1,2 | 1,1 | | | |
| 38,5 | 0,1 | 2,6 | 2,6 | 2,6 | 3,1 | 2,6 | 2,6 | 3,8 | 2 | 1 | 1,1 | 1 | 1,4 | | |
| 39,5 | 0,1 | 3,1 | 3,8 | 3,1 | 3,1 | 3,8 | 3,8 | 2 | 1,2 | 1,3 | 1,3 | | | | |
| 40,5 | 0,1 | 2,6 | 2,6 | 2,6 | 3,8 | 2,6 | 3,1 | 3,8 | 1,3 | 1,1 | 1 | 1,1 | 1,1 | | |
| 41,5 | 0,1 | 3,8 | 2,6 | 3,1 | 3,1 | 2,6 | 2,6 | 3,8 | 1,7 | 1 | 1,4 | 1,1 | | | |
| 42,5 | 0,1 | 3,8 | 3,1 | 3,1 | 3,1 | 2,6 | 2,6 | 3,8 | 1,8 | 1,3 | 1,7 | | | | |
| 43,5 | 0,1 | 3,1 | 2,6 | 2,6 | 2,6 | 2,6 | 2,6 | 2,6 | 3,8 | 1,8 | 1 | 1,7 | | | |
| 44,5 | 0,1 | 2,6 | 3,8 | 3,1 | 2,6 | 2,6 | 3,8 | 3,8 | 1,1 | 1 | 1,2 | 1,5 | | | |
| 45,5 | 0,1 | 3,1 | 2,6 | 3,1 | 2,6 | 3,8 | 3,8 | 3,8 | 1,9 | 1,3 | 1,2 | | | | |
| 46,5 | 0,1 | 3,1 | 3,1 | 2,6 | 3,8 | 3,1 | 3,8 | 3,1 | 3 | 1,7 | | | | | |
| 47,5 | 0,1 | 3,8 | 3,1 | 3,1 | 3,1 | 3,1 | 3,8 | 3,1 | 2 | 1 | 1,2 | | | | |
| 48,5 | 0,1 | 3,8 | 3,8 | 3,8 | 2,6 | 2,6 | 3,8 | 3,1 | 1,5 | 1 | 1,4 | | | | |
| 49,5 | 0,1 | 2,6 | 2,6 | 3,8 | 2,6 | 2,6 | 2,6 | 3,8 | 3,1 | 1,8 | 1,9 | | | | |
| 50,5 | 0,1 | 3,8 | 2,6 | 3,1 | 3,8 | 3,8 | 3,8 | 3,1 | 2,4 | 1,1 | | | | | |
| 51,5 | 0,1 | 3,1 | 2,6 | 2,6 | 3,8 | 3,1 | 2,6 | 3,1 | 3,1 | 3,6 | | | | | |
| 52,5 | 0,1 | 3,1 | 3,8 | 3,1 | 2,6 | 2,6 | 2,6 | 3,1 | 3,1 | 3,6 | | | | | |
| 53,5 | 0,1 | 2,6 | 2,6 | 3,1 | 2,6 | 3,8 | 3,8 | 2,6 | 3,1 | 1,3 | 1 | 1,1 | | | |
| 54,5 | 0,1 | 3,1 | 3,1 | 3,1 | 2,6 | 3,8 | 3,1 | 2,6 | 3,1 | 2,2 | 1 | | | | |
| 55,5 | 0,1 | 2,6 | 3,8 | 2,6 | 3,8 | 3,1 | 3,1 | 2,6 | 3,1 | 1,2 | 1,8 | | | | |
| 56,5 | 0,1 | 3,1 | 2,6 | 2,6 | 2,6 | 2,6 | 3,1 | 2,6 | 2,6 | 3,1 | 2,9 | | | | |
| 57,5 | 0,1 | 3,1 | 3,1 | 2,6 | 2,6 | 2,6 | 3,1 | 2,6 | 2,6 | 4 | 1,5 | | | | |
| 81,5 | 0,1 | 3,8 | 3,1 | 3,1 | 3,1 | 3,1 | 3,8 | 2,6 | 2,6 | 2,9 | | | | | |

Em que: C.C. = centro de classe; DAP = diâmetro à altura do peito, medido a 1,3 m do solo.

Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE F – Resultados gerais obtidos via PD para os dados analisados no estudo de caso 2.

| DAP (cm) | \hat{H} (m) | Nº úteis | Qtq. de sortimentos avaliados | Qtq. total de sortimentos ¹ | Volume (m ³) | Valor (R\$) |
|----------|---------------|----------|-------------------------------|--|--------------------------|-------------|
| 24,50 | 34,00 | 199 | 285 | 12557 | 0,6193 | 47,14 |
| 26,20 | 33,70 | 206 | 298 | 13453 | 0,7049 | 59,33 |
| 26,40 | 33,70 | 208 | 208 | 13458 | 0,7189 | 68,45 |
| 26,52 | 35,70 | 245 | 377 | 24739 | 0,7645 | 64,87 |
| 26,74 | 37,10 | 277 | 329 | 37626 | 0,8122 | 66,45 |
| 27,80 | 42,00 | 382 | 390 | 160941 | 0,9973 | 97,39 |
| 28,50 | 37,00 | 288 | 362 | 41244 | 0,9207 | 90,82 |
| 28,50 | 35,00 | 248 | 398 | 26174 | 0,8692 | 78,61 |
| 28,58 | 35,00 | 248 | 305 | 26069 | 0,8788 | 72,96 |
| 28,74 | 33,80 | 223 | 275 | 18478 | 0,8564 | 70,23 |
| 28,80 | 39,20 | 335 | 567 | 81251 | 0,9977 | 104,01 |
| 28,80 | 38,50 | 322 | 370 | 72207 | 0,982 | 120,18 |
| 29,10 | 36,50 | 284 | 323 | 38997 | 0,9499 | 104,84 |
| 29,40 | 33,50 | 221 | 274 | 17638 | 0,8895 | 94,17 |
| 29,40 | 31,40 | 187 | 355 | 9367 | 0,8335 | 67,58 |
| 29,60 | 39,00 | 335 | 489 | 81251 | 1,0512 | 116,64 |
| 29,80 | 34,20 | 238 | 285 | 21049 | 0,9324 | 113,84 |
| 29,80 | 33,50 | 223 | 281 | 18478 | 0,9124 | 104,81 |
| 29,83 | 38,00 | 319 | 626 | 67642 | 1,0372 | 119,74 |
| 29,86 | 39,50 | 347 | 493 | 117979 | 1,0834 | 117,02 |
| 29,90 | 34,50 | 244 | 304 | 24738 | 0,9454 | 119,07 |
| 29,90 | 34,00 | 235 | 312 | 19697 | 0,934 | 107,01 |
| 30,00 | 37,40 | 309 | 399 | 54968 | 1,0352 | 116,47 |
| 30,10 | 37,50 | 310 | 310 | 55220 | 1,0427 | 133,03 |
| 30,20 | 34,00 | 238 | 400 | 21049 | 0,9529 | 112,21 |
| 30,30 | 37,60 | 313 | 392 | 57843 | 1,0608 | 115,94 |
| 30,40 | 37,70 | 317 | 452 | 62278 | 1,0741 | 119,11 |
| 30,40 | 37,20 | 306 | 337 | 53946 | 1,0565 | 129,68 |
| 30,50 | 38,30 | 329 | 365 | 76378 | 1,0958 | 133,91 |
| 30,60 | 39,20 | 344 | 424 | 101193 | 1,1321 | 121,62 |
| 30,70 | 39,00 | 342 | 483 | 94473 | 1,1337 | 128,38 |
| 31,13 | 39,60 | 357 | 691 | 114250 | 1,1818 | 134,33 |
| 31,30 | 38,20 | 331 | 332 | 77648 | 1,1514 | 123,98 |
| 31,50 | 39,50 | 357 | 436 | 114250 | 1,2057 | 148,36 |
| 31,50 | 39,70 | 360 | 490 | 121772 | 1,2118 | 135,15 |
| 31,60 | 37,70 | 322 | 465 | 72274 | 1,1614 | 138,80 |
| 31,60 | 36,00 | 288 | 288 | 41244 | 1,1054 | 142,50 |
| 31,60 | 39,70 | 362 | 443 | 121800 | 1,2243 | 142,58 |
| 31,60 | 38,00 | 329 | 333 | 76378 | 1,1684 | 134,11 |
| 31,80 | 39,20 | 351 | 444 | 108153 | 1,2209 | 148,33 |
| 31,90 | 38,20 | 334 | 354 | 81245 | 1,196 | 140,29 |
| 32,30 | 38,50 | 341 | 397 | 94472 | 1,2411 | 154,52 |
| 32,34 | 35,90 | 288 | 366 | 41244 | 1,156 | 146,84 |

| | | | | | | |
|-------|-------|-----|-----|--------|--------|--------|
| 32,40 | 40,80 | 388 | 661 | 184321 | 1,3228 | 164,98 |
| 32,50 | 39,70 | 365 | 649 | 131951 | 1,2953 | 178,04 |
| 32,50 | 40,00 | 371 | 576 | 148780 | 1,302 | 169,50 |
| 32,70 | 39,00 | 353 | 605 | 109521 | 1,2879 | 160,12 |
| 32,80 | 40,50 | 384 | 577 | 170517 | 1,3462 | 172,77 |
| 32,80 | 34,00 | 249 | 249 | 26093 | 1,1291 | 147,62 |
| 32,80 | 39,20 | 358 | 453 | 114292 | 1,3033 | 184,67 |
| 32,82 | 44,30 | 468 | 498 | 543090 | 1,476 | 205,83 |
| 33,00 | 40,50 | 386 | 646 | 170601 | 1,3626 | 176,15 |
| 33,00 | 36,80 | 313 | 366 | 57843 | 1,2373 | 141,49 |
| 33,04 | 37,00 | 317 | 699 | 62278 | 1,2443 | 132,99 |
| 33,30 | 37,20 | 320 | 519 | 67643 | 1,2698 | 161,13 |
| 33,30 | 38,00 | 335 | 422 | 83117 | 1,3028 | 184,25 |
| 33,50 | 40,00 | 377 | 528 | 154635 | 1,3882 | 195,47 |
| 33,50 | 35,80 | 291 | 427 | 44605 | 1,2375 | 163,37 |
| 33,52 | 36,10 | 298 | 359 | 51492 | 1,2498 | 177,26 |
| 33,68 | 39,50 | 368 | 521 | 141751 | 1,3832 | 198,96 |
| 33,68 | 38,00 | 339 | 555 | 90330 | 1,3283 | 171,15 |
| 33,70 | 40,00 | 379 | 618 | 156027 | 1,4057 | 190,09 |
| 33,70 | 37,70 | 332 | 502 | 78026 | 1,3202 | 179,67 |
| 33,90 | 41,00 | 399 | 525 | 216393 | 1,4574 | 185,41 |
| 34,00 | 33,00 | 235 | 328 | 19697 | 1,1781 | 151,15 |
| 34,10 | 35,90 | 298 | 369 | 51492 | 1,2911 | 167,81 |
| 34,20 | 39,20 | 364 | 443 | 131950 | 1,4169 | 189,54 |
| 34,20 | 38,50 | 349 | 477 | 105843 | 1,3899 | 189,68 |
| 34,25 | 32,50 | 223 | 266 | 18478 | 1,1754 | 148,30 |
| 34,30 | 39,00 | 360 | 386 | 121772 | 1,4188 | 206,61 |
| 34,50 | 35,50 | 291 | 548 | 44605 | 1,302 | 172,54 |
| 34,50 | 36,60 | 313 | 333 | 57843 | 1,3432 | 194,45 |
| 34,60 | 37,70 | 335 | 387 | 81251 | 1,3914 | 188,89 |
| 34,80 | 40,00 | 384 | 531 | 170517 | 1,4981 | 202,13 |
| 34,82 | 43,50 | 460 | 761 | 480896 | 1,6311 | 224,95 |
| 35,10 | 40,70 | 399 | 550 | 216393 | 1,5523 | 211,69 |
| 35,10 | 40,60 | 397 | 515 | 209818 | 1,5489 | 186,39 |
| 35,10 | 39,30 | 369 | 431 | 147128 | 1,4957 | 220,17 |
| 35,40 | 40,00 | 386 | 622 | 170601 | 1,5511 | 215,75 |
| 35,40 | 39,50 | 375 | 500 | 153066 | 1,5331 | 210,57 |
| 35,50 | 39,50 | 375 | 595 | 153066 | 1,5417 | 197,45 |
| 35,50 | 36,00 | 306 | 334 | 53946 | 1,401 | 180,96 |
| 35,60 | 34,50 | 273 | 331 | 36676 | 1,353 | 183,35 |
| 35,70 | 33,30 | 248 | 318 | 26069 | 1,3132 | 170,30 |
| 35,70 | 39,00 | 365 | 367 | 131951 | 1,537 | 226,66 |
| 35,80 | 39,00 | 368 | 371 | 141751 | 1,5455 | 227,89 |
| 35,80 | 40,30 | 393 | 598 | 198492 | 1,5958 | 200,20 |
| 35,80 | 37,80 | 342 | 437 | 94473 | 1,4951 | 204,44 |
| 35,80 | 39,20 | 371 | 503 | 153340 | 1,5548 | 213,80 |
| 35,90 | 41,50 | 419 | 556 | 302027 | 1,6569 | 220,56 |
| 35,90 | 37,70 | 341 | 413 | 94472 | 1,5 | 209,52 |

| | | | | | | |
|-------|-------|-----|------|--------|--------|--------|
| 35,90 | 39,70 | 382 | 385 | 166646 | 1,5838 | 232,89 |
| 36,00 | 41,70 | 425 | 614 | 323796 | 1,6741 | 208,80 |
| 36,00 | 42,00 | 430 | 548 | 319887 | 1,6847 | 225,43 |
| 36,10 | 40,00 | 388 | 391 | 184321 | 1,6121 | 225,76 |
| 36,10 | 40,00 | 388 | 448 | 184321 | 1,6121 | 218,28 |
| 36,30 | 38,00 | 347 | 423 | 105561 | 1,5504 | 197,81 |
| 36,30 | 40,30 | 395 | 490 | 209487 | 1,6457 | 205,21 |
| 36,30 | 38,20 | 351 | 456 | 108153 | 1,5561 | 204,76 |
| 36,40 | 40,00 | 389 | 483 | 184322 | 1,639 | 210,02 |
| 36,60 | 40,80 | 408 | 614 | 238967 | 1,6915 | 214,02 |
| 36,70 | 42,40 | 442 | 491 | 388439 | 1,7708 | 272,28 |
| 36,99 | 37,70 | 344 | 590 | 101193 | 1,5968 | 220,98 |
| 37,10 | 40,00 | 393 | 633 | 198492 | 1,7045 | 257,98 |
| 37,10 | 43,00 | 458 | 790 | 470592 | 1,8355 | 241,82 |
| 37,10 | 36,00 | 313 | 428 | 57843 | 1,5312 | 214,34 |
| 37,10 | 41,70 | 429 | 491 | 318627 | 1,7788 | 270,30 |
| 37,20 | 44,00 | 486 | 1076 | 637670 | 1,8853 | 265,11 |
| 37,20 | 36,00 | 313 | 357 | 57843 | 1,5403 | 213,06 |
| 37,20 | 40,50 | 405 | 780 | 226311 | 1,7326 | 258,00 |
| 37,30 | 41,50 | 427 | 734 | 311809 | 1,7911 | 241,43 |
| 37,30 | 40,80 | 410 | 563 | 249569 | 1,7577 | 254,75 |
| 37,50 | 40,60 | 406 | 751 | 226815 | 1,7689 | 247,85 |
| 37,50 | 40,20 | 399 | 540 | 216393 | 1,7532 | 255,57 |
| 37,80 | 42,20 | 444 | 630 | 413724 | 1,8705 | 274,52 |
| 37,90 | 37,00 | 334 | 553 | 81245 | 1,6445 | 236,04 |
| 37,90 | 40,70 | 410 | 633 | 239177 | 1,8108 | 255,97 |
| 38,00 | 42,70 | 456 | 916 | 451488 | 1,9111 | 274,32 |
| 38,10 | 40,60 | 410 | 578 | 239177 | 1,8267 | 282,83 |
| 38,10 | 39,50 | 386 | 487 | 170601 | 1,7775 | 272,69 |
| 38,10 | 37,00 | 335 | 459 | 81251 | 1,661 | 231,88 |
| 38,10 | 40,00 | 397 | 713 | 209818 | 1,8008 | 228,71 |
| 38,20 | 38,60 | 368 | 393 | 141751 | 1,7447 | 271,98 |
| 38,20 | 40,00 | 397 | 647 | 209818 | 1,8103 | 255,36 |
| 38,30 | 39,20 | 381 | 410 | 160773 | 1,7823 | 275,86 |
| 38,32 | 41,20 | 423 | 740 | 314094 | 1,8772 | 260,05 |
| 38,50 | 39,00 | 377 | 440 | 154635 | 1,7927 | 282,68 |
| 38,67 | 43,50 | 480 | 656 | 609441 | 2,0189 | 283,35 |
| 38,93 | 43,50 | 482 | 814 | 622559 | 2,0445 | 283,34 |
| 38,99 | 42,00 | 444 | 611 | 413724 | 1,9806 | 279,08 |
| 39,00 | 43,00 | 470 | 871 | 543098 | 2,0256 | 280,05 |
| 39,10 | 42,50 | 456 | 494 | 459288 | 2,013 | 307,35 |
| 39,10 | 41,40 | 430 | 590 | 319887 | 1,9638 | 286,09 |
| 39,30 | 40,50 | 412 | 780 | 257538 | 1,9385 | 280,15 |
| 39,40 | 38,70 | 373 | 677 | 154630 | 1,8594 | 273,67 |
| 39,40 | 42,00 | 444 | 491 | 413724 | 2,0225 | 316,37 |
| 39,50 | 41,50 | 434 | 841 | 335644 | 2,0058 | 285,79 |
| 39,50 | 42,00 | 444 | 684 | 423804 | 2,0335 | 283,88 |
| 39,60 | 42,00 | 446 | 703 | 414108 | 2,0438 | 324,36 |

| | | | | | | |
|-------|-------|-----|------|---------|--------|--------|
| 39,60 | 38,60 | 371 | 431 | 148780 | 1,874 | 296,62 |
| 39,80 | 40,00 | 403 | 619 | 220605 | 1,9667 | 269,11 |
| 39,80 | 41,00 | 423 | 589 | 305514 | 2,011 | 316,37 |
| 39,90 | 41,70 | 440 | 735 | 397142 | 2,0614 | 309,43 |
| 39,90 | 41,00 | 425 | 877 | 307546 | 2,0211 | 327,68 |
| 40,00 | 40,70 | 417 | 647 | 277736 | 2,0179 | 288,63 |
| 40,10 | 42,00 | 448 | 901 | 431453 | 2,0949 | 343,83 |
| 40,30 | 40,70 | 419 | 928 | 294587 | 2,0483 | 340,72 |
| 40,49 | 39,40 | 392 | 658 | 198462 | 2,0021 | 303,00 |
| 40,70 | 37,00 | 341 | 491 | 94472 | 1,9016 | 315,56 |
| 40,74 | 48,30 | 629 | 748 | 2908405 | 2,4883 | 438,16 |
| 40,90 | 41,50 | 437 | 440 | 359990 | 2,1557 | 378,72 |
| 41,40 | 42,00 | 452 | 586 | 440617 | 2,2348 | 334,51 |
| 41,40 | 41,50 | 440 | 910 | 388406 | 2,2096 | 354,91 |
| 41,50 | 40,30 | 413 | 630 | 257539 | 2,152 | 373,14 |
| 41,80 | 38,50 | 377 | 527 | 154635 | 2,0849 | 318,94 |
| 42,08 | 39,50 | 399 | 905 | 216393 | 2,1716 | 353,17 |
| 42,08 | 41,30 | 437 | 451 | 359990 | 2,2718 | 397,63 |
| 42,10 | 43,50 | 495 | 723 | 704862 | 2,3964 | 376,26 |
| 42,10 | 37,80 | 362 | 485 | 121800 | 2,0798 | 357,70 |
| 42,30 | 44,00 | 512 | 1373 | 857067 | 2,4469 | 390,24 |
| 42,30 | 41,30 | 437 | 793 | 359990 | 2,2914 | 368,86 |
| 42,40 | 42,70 | 476 | 853 | 603813 | 2,3804 | 373,91 |
| 42,59 | 39,20 | 393 | 676 | 198492 | 2,2065 | 371,30 |
| 42,60 | 39,20 | 393 | 619 | 198492 | 2,206 | 358,52 |
| 42,65 | 40,50 | 423 | 506 | 305514 | 2,2891 | 394,40 |
| 43,10 | 42,00 | 458 | 645 | 470592 | 2,4214 | 392,42 |
| 43,19 | 42,90 | 482 | 618 | 633674 | 2,4843 | 420,30 |
| 43,30 | 43,00 | 486 | 868 | 637670 | 2,5023 | 406,26 |
| 43,30 | 39,50 | 403 | 412 | 220605 | 2,3002 | 409,24 |
| 43,40 | 42,40 | 471 | 725 | 543131 | 2,4817 | 371,26 |
| 43,50 | 44,20 | 520 | 681 | 933924 | 2,6002 | 430,91 |
| 43,86 | 40,40 | 423 | 606 | 305514 | 2,4145 | 392,20 |
| 43,90 | 43,00 | 488 | 665 | 661361 | 2,5737 | 430,51 |
| 44,20 | 40,70 | 430 | 500 | 319887 | 2,4688 | 425,46 |
| 44,25 | 40,50 | 427 | 556 | 311809 | 2,4649 | 432,23 |
| 44,30 | 45,00 | 548 | 951 | 1255192 | 2,7466 | 471,98 |
| 44,60 | 40,60 | 430 | 595 | 319887 | 2,509 | 416,35 |
| 44,60 | 40,50 | 427 | 466 | 311809 | 2,5032 | 406,81 |
| 44,70 | 40,30 | 423 | 455 | 305514 | 2,5029 | 461,78 |
| 44,70 | 41,80 | 458 | 785 | 476882 | 2,5957 | 432,75 |
| 44,80 | 43,00 | 491 | 890 | 663098 | 2,6804 | 435,64 |
| 44,90 | 44,00 | 520 | 1012 | 930249 | 2,7579 | 453,01 |
| 44,90 | 42,00 | 464 | 602 | 503521 | 2,6286 | 507,12 |
| 45,20 | 41,00 | 440 | 742 | 388406 | 2,6002 | 438,37 |
| 45,80 | 41,80 | 460 | 622 | 477396 | 2,7231 | 474,33 |
| 45,80 | 42,50 | 482 | 626 | 622559 | 2,7704 | 510,19 |
| 45,87 | 44,00 | 523 | 583 | 933420 | 2,8792 | 552,68 |

| | | | | | | |
|-------|-------|-----|------|---------|--------|--------|
| 46,31 | 44,80 | 548 | 594 | 1286347 | 2,9891 | 577,72 |
| 46,63 | 44,20 | 533 | 867 | 1061927 | 2,9893 | 549,27 |
| 47,40 | 40,00 | 423 | 728 | 310026 | 2,7948 | 494,78 |
| 47,75 | 45,00 | 559 | 624 | 1416705 | 3,1928 | 620,34 |
| 47,81 | 41,70 | 464 | 777 | 503521 | 2,9651 | 545,97 |
| 48,00 | 42,50 | 486 | 860 | 637670 | 3,043 | 532,46 |
| 48,00 | 44,80 | 555 | 1054 | 1314969 | 3,2128 | 560,46 |
| 48,70 | 39,50 | 413 | 520 | 257539 | 2,9086 | 508,47 |
| 49,40 | 42,50 | 491 | 585 | 663098 | 3,222 | 622,41 |
| 51,57 | 45,60 | 587 | 711 | 1853596 | 3,775 | 708,12 |

TOTAL

340,0817 50447,91

¹ A quantidade total de sortimentos avaliados foi obtida por meio de uma busca exaustiva;

Em que: DAP = diâmetro à altura do peito, medido a 1,3 m do solo; \hat{H} = altura total estimada; Qtd. = quantidade.

Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE G – Padrões de corte ótimos dos fustes analisados no estudo de caso 2.

| DAP (cm) | Tora 1 | Tora 2 | Tora 3 | Tora 4 | Tora 5 | Tora 6 | Tora 7 | Tora 8 | Tora 9 | Tora 10 | Tora 11 | Tora 12 |
|-------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|------------|
| 24.50 | 5.3(2) | 5.3(3) | 5.3(2) | 5.3(2) | 5.3(2) | | | | | | | |
| 26.20 | 6.15(2) | 1.0(D) | 5.3(1) | 6.15(2) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 26.40 | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | | | | | | | |
| 26.52 | 5.3(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 5.3(2) | 5.3(2) | | | | | | | |
| 26.74 | 6.15(2) | 5.3(2) | 5.3(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | | | | | | |
| 27.80 | 6.15(1) | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 1.0(D) | | | | | |
| 28.50 | 5.3(1) | 6.15(1) | 5.3(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | | | | | | |
| 28.50 | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(2) | 6.15(2) | 6.15(1) | | | | | | | |
| 28.58 | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 5.3(1) | 5.3(1) | | | | | | | |
| 28.74 | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 5.3(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | |
| 28.80 | 5.3(2) | 1.0(D) | 6.15(2) | 5.3(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | |
| 28.80 | 5.3(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 29.10 | 5.3(2) | 6.15(1) | 5.3(2) | 5.3(2) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 29.40 | 5.3(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | 6.15(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | |
| 29.40 | 1.0(D) | 1.0(D) | 5.3(1) | 1.0(D) | 6.15(2) | 1.0(D) | 5.3(1) | 5.3(2) | | | | |
| 29.60 | 6.15(2) | 5.3(1) | 1.0(D) | 5.3(1) | 1.0(D) | 5.3(2) | 1.0(D) | 5.3(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | | |
| 29.80 | 5.3(1) | 6.15(1) | 5.3(2) | 5.3(2) | 6.15(1) | | | | | | | |
| 29.80 | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(3) | 1.0(D) | 5.3(1) | 5.3(2) | | | | | | |
| 29.83 | 5.3(1) | 6.15(2) | 5.3(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 29.86 | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 29.90 | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(2) | 6.15(1) | 5.3(2) | | | | | | | |
| 29.90 | 6.15(2) | 5.3(2) | 5.3(1) | 6.15(1) | 5.3(2) | | | | | | | |
| 30.00 | 6.15(2) | 5.3(1) | 1.0(D) | 5.3(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | | | | | |
| 30.10 | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | | | | | | | |
| 30.20 | 5.3(1) | 5.3(2) | 6.15(2) | 5.3(2) | 6.15(1) | | | | | | | |
| 30.30 | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 5.3(1) | 5.3(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 30.40 | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | | | | | | |
| 30.40 | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | | | | | | | |
| 30.50 | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(1) | 1.0(D) | | | | | | |
| 30.60 | 6.15(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | 5.3(1) | 6.15(2) | 5.3(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | |
| 30.70 | 6.15(2) | 5.3(1) | 1.0(D) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | |
| 31.13 | 5.3(1) | 6.15(2) | 1.0(D) | 6.15(1) | 5.3(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | 6.15(1) | | | |
| 31.30 | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | | | | | | |
| 31.50 | 6.15(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | | | | | |
| 31.50 | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 5.3(1) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | |
| 31.60 | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 5.3(1) | 1.0(D) | 6.15(1) | 1.0(D) | | | | | |
| 31.60 | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 5.3(1) | | | | | | | |
| 31.60 | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | |
| 31.60 | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | | | | | | |
| 31.80 | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 31.90 | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | 6.15(2) | | | | | | |
| 32.30 | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 5.3(2) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | |
| 32.34 | 6.15(1) | 6.15(1) | 5.3(1) | 1.0(D) | 6.15(1) | 5.3(2) | | | | | | |
| 32.40 | 5.3(1) | 5.3(3) | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(1) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | |

| | | | | | | | | | | | | |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 32.50 | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(1) | 1.0(D) | 5.3(1) | 1.0(D) | 5.3(1) | | | | |
| 32.50 | 5.3(1) | 5.3(2) | 6.15(2) | 5.3(2) | 6.15(1) | 5.3(1) | | | | | | |
| 32.70 | 5.3(2) | 5.3(1) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | 5.3(1) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | | |
| 32.80 | 5.3(2) | 5.3(1) | 6.15(2) | 5.3(1) | 5.3(2) | 6.15(1) | 1.0(D) | | | | | |
| 32.80 | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | | | | | | | |
| 32.80 | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | | | | | | |
| 32.82 | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | 6.15(1) | | | | | |
| 33.00 | 5.3(2) | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(3) | 5.3(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | | | | | |
| 33.00 | 6.15(2) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | |
| 33.04 | 6.15(2) | 6.15(3) | 1.0(D) | 6.15(1) | 5.3(2) | 5.3(1) | 1.0(D) | | | | | |
| 33.30 | 5.3(2) | 5.3(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | 6.15(1) | 1.0(D) | | | | | |
| 33.30 | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 6.15(2) | 5.3(2) | | | | | | |
| 33.50 | 5.3(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 5.3(2) | 6.15(2) | 5.3(2) | | | | | | |
| 33.50 | 5.3(1) | 5.3(2) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 1.0(D) | | | | | | |
| 33.52 | 5.3(1) | 5.3(1) | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | |
| 33.68 | 5.3(1) | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 6.15(1) | 5.3(2) | | | | | | |
| 33.68 | 5.3(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 33.70 | 5.3(2) | 6.15(1) | 6.15(1) | 5.3(1) | 1.0(D) | 5.3(1) | 5.3(1) | | | | | |
| 33.70 | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(1) | | | | | | |
| 33.90 | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(1) | 5.3(2) | 5.3(2) | 6.15(1) | | | | | | |
| 34.00 | 6.15(1) | 1.0(D) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | | | | | | |
| 34.10 | 5.3(1) | 5.3(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 34.20 | 6.15(1) | 6.15(2) | 5.3(2) | 5.3(3) | 5.3(1) | 5.3(2) | | | | | | |
| 34.20 | 6.15(1) | 5.3(2) | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(2) | 5.3(1) | | | | | | |
| 34.25 | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 34.30 | 6.15(1) | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(1) | 5.3(1) | | | | | | |
| 34.50 | 5.3(1) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | 5.3(1) | 1.0(D) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) |
| 34.50 | 6.15(1) | 5.3(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | | | | | | |
| 34.60 | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 1.0(D) | | | | | | |
| 34.80 | 5.3(1) | 5.3(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 5.3(2) | | | | | | |
| 34.82 | 6.15(1) | 1.0(D) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(2) | 5.3(2) | 5.3(1) | 1.0(D) | | | | |
| 35.10 | 6.15(1) | 6.15(2) | 5.3(2) | 6.15(1) | 6.15(1) | 5.3(2) | | | | | | |
| 35.10 | 6.15(2) | 6.15(3) | 6.15(1) | 5.3(2) | 6.15(2) | 5.3(2) | | | | | | |
| 35.10 | 6.15(1) | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | | | | | | |
| 35.40 | 5.3(1) | 1.0(D) | 6.15(1) | 6.15(1) | 5.3(2) | 5.3(1) | 5.3(1) | | | | | |
| 35.40 | 6.15(2) | 6.15(1) | 5.3(1) | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(2) | | | | | | |
| 35.50 | 6.15(2) | 6.15(2) | 5.3(1) | 6.15(2) | 5.3(2) | 5.3(1) | | | | | | |
| 35.50 | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | | | | | | | |
| 35.60 | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 5.3(2) | 5.3(1) | 1.0(D) | | | | | | |
| 35.70 | 6.15(2) | 5.3(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 5.3(2) | | | | | | | |
| 35.70 | 6.15(1) | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | | | | | | |
| 35.80 | 6.15(1) | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | | | | | | |
| 35.80 | 5.3(2) | 6.15(2) | 5.3(1) | 6.15(2) | 5.3(2) | 6.15(1) | | | | | | |
| 35.80 | 6.15(1) | 6.15(2) | 5.3(2) | 5.3(2) | 1.0(D) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | |
| 35.80 | 6.15(1) | 6.15(2) | 5.3(2) | 6.15(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | |
| 35.90 | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(2) | 5.3(2) | 6.15(2) | | | | | | |
| 35.90 | 6.15(1) | 6.15(2) | 5.3(1) | 5.3(2) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | |
| 35.90 | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|--|
| 36.00 | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | 6.15(1) | 5.3(2) | 5.3(2) | | | | | | |
| 36.00 | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | 5.3(1) | 5.3(1) | 6.15(2) | | | | | | |
| 36.10 | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | | | | | | | |
| 36.10 | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 5.3(2) | 5.3(1) | 5.3(1) | | | | | | | |
| 36.30 | 6.15(2) | 6.15(2) | 5.3(2) | 5.3(1) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | |
| 36.30 | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 5.3(2) | 5.3(2) | | | | | | | |
| 36.30 | 5.3(2) | 5.3(1) | 1.0(D) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(1) | | | | | | |
| 36.40 | 6.15(2) | 6.15(2) | 5.3(1) | 6.15(2) | 5.3(1) | 5.3(2) | | | | | | | |
| 36.60 | 6.15(2) | 6.15(2) | 5.3(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 5.3(2) | | | | | | | |
| 36.70 | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | | | | | | |
| 36.99 | 6.15(1) | 1.0(D) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | | | | | | |
| 37.10 | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(1) | 1.0(D) | 6.15(1) | 1.0(D) | | | | | |
| 37.10 | 5.3(2) | 5.3(2) | 5.3(2) | 5.3(2) | 5.3(1) | 1.0(D) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | |
| 37.10 | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(1) | 5.3(2) | 6.15(1) | 1.0(D) | | | | | | | |
| 37.10 | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | 6.15(1) | 1.0(D) | | | | | |
| 37.20 | 5.3(1) | 6.15(2) | 5.3(2) | 5.3(2) | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(1) | | | | | | |
| 37.20 | 6.15(1) | 6.15(2) | 5.3(2) | 5.3(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | | |
| 37.20 | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(2) | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 37.30 | 5.3(2) | 5.3(2) | 5.3(1) | 6.15(2) | 5.3(2) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | |
| 37.30 | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(1) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | | | | | | |
| 37.50 | 5.3(2) | 5.3(1) | 5.3(2) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(2) | 1.0(D) | | | | | | |
| 37.50 | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(1) | 1.0(D) | | | | | | |
| 37.80 | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(2) | 5.3(2) | | | | | | |
| 37.90 | 5.3(1) | 1.0(D) | 6.15(1) | 5.3(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 37.90 | 6.15(1) | 5.3(2) | 5.3(2) | 1.0(D) | 6.15(2) | 6.15(2) | 5.3(1) | | | | | | |
| 38.00 | 5.3(1) | 1.0(D) | 6.15(1) | 5.3(2) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | | | | | |
| 38.10 | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 5.3(1) | 5.3(1) | | | | | |
| 38.10 | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 5.3(1) | 5.3(2) | | | | | |
| 38.10 | 6.15(1) | 5.3(1) | 6.15(2) | 6.15(3) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | | |
| 38.10 | 5.3(3) | 6.15(2) | 5.3(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | | | | | | | |
| 38.20 | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 1.0(D) | | | | | | |
| 38.20 | 5.3(2) | 6.15(1) | 5.3(2) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | | | | | | | |
| 38.30 | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(2) | | | | | | | |
| 38.32 | 5.3(1) | 5.3(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | 6.15(2) | 6.15(2) | 5.3(2) | | | | | |
| 38.50 | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 6.15(1) | 5.3(1) | 6.15(1) | | | | | | | |
| 38.67 | 6.15(2) | 5.3(1) | 6.15(2) | 5.3(1) | 5.3(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | |
| 38.93 | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 5.3(2) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 38.99 | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(1) | | | | | | | |
| 39.00 | 6.15(2) | 1.0(D) | 5.3(1) | 1.0(D) | 5.3(1) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(1) | | | | | |
| 39.10 | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(2) | | | | | | | |
| 39.10 | 5.3(1) | 6.15(2) | 5.3(1) | 5.3(3) | 5.3(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | |
| 39.30 | 5.3(1) | 1.0(D) | 6.15(1) | 5.3(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 5.3(2) | | | | | | |
| 39.40 | 5.3(1) | 6.15(2) | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(2) | 6.15(2) | | | | | | | |
| 39.40 | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(1) | | | | | | | |
| 39.50 | 5.3(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | | | | | | | |
| 39.50 | 6.15(2) | 5.3(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 1.0(D) | | | | | | |
| 39.60 | 5.3(1) | 6.15(2) | 1.0(D) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | | | | | | |
| 39.60 | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|---------|--------|--------|--|
| 39.80 | 5.3(2) | 5.3(1) | 6.15(3) | 6.15(1) | 5.3(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 5.3(1) | | | | | |
| 39.80 | 5.3(2) | 6.15(1) | 5.3(2) | 5.3(1) | 5.3(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 39.90 | 5.3(2) | 6.15(2) | 6.15(1) | 1.0(D) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | | | | | | |
| 39.90 | 5.3(1) | 5.3(2) | 6.15(1) | 5.3(2) | 5.3(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 40.00 | 5.3(3) | 5.3(2) | 6.15(1) | 5.3(2) | 5.3(1) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 40.10 | 5.3(1) | 1.0(D) | 6.15(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 6.15(1) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | |
| 40.30 | 5.3(1) | 5.3(1) | 1.0(D) | 6.15(1) | 1.0(D) | 6.15(1) | 5.3(2) | 5.3(2) | | | | | |
| 40.49 | 5.3(2) | 5.3(1) | 6.15(2) | 5.3(3) | 1.0(D) | 6.15(1) | 5.3(2) | | | | | | |
| 40.70 | 5.3(2) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 40.74 | 6.15(1) | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | | | | | |
| 40.90 | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | | | | | | | |
| 41.40 | 6.15(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | 6.15(1) | 5.3(2) | 5.3(2) | 6.15(2) | | | | | |
| 41.40 | 5.3(1) | 1.0(D) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | | | | | | |
| 41.50 | 6.15(1) | 1.0(D) | 6.15(1) | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | | | | | | |
| 41.80 | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 42.08 | 5.3(1) | 5.3(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | | | | | | | |
| 42.08 | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(1) | | | | | | | |
| 42.10 | 5.3(2) | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(2) | 1.0(D) | 5.3(1) | 6.15(2) | 5.3(1) | | | | | |
| 42.10 | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 42.30 | 5.3(1) | 5.3(3) | 5.3(2) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 6.15(1) | 1.0(D) | | |
| 42.30 | 5.3(1) | 1.0(D) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 5.3(1) | 6.15(2) | | | | | | |
| 42.40 | 6.15(2) | 5.3(1) | 1.0(D) | 6.15(1) | 5.3(2) | 5.3(2) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | |
| 42.59 | 6.15(1) | 1.0(D) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | |
| 42.60 | 5.3(1) | 5.3(2) | 6.15(2) | 5.3(1) | 5.3(1) | 6.15(2) | 1.0(D) | | | | | | |
| 42.65 | 6.15(1) | 6.15(1) | 5.3(2) | 5.3(1) | 5.3(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 43.10 | 5.3(2) | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(1) | 5.3(2) | | | | | | |
| 43.19 | 6.15(1) | 5.3(2) | 5.3(2) | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(1) | 5.3(2) | | | | | | |
| 43.30 | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(2) | 6.15(2) | 5.3(2) | 5.3(2) | 5.3(1) | | | | | | |
| 43.30 | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 1.0(D) | 5.3(1) | | | | | | |
| 43.40 | 6.15(3) | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(2) | 5.3(2) | 5.3(1) | 5.3(1) | | | | | | |
| 43.50 | 6.15(1) | 6.15(2) | 5.3(2) | 5.3(2) | 6.15(2) | 5.3(1) | 5.3(1) | | | | | | |
| 43.86 | 6.15(2) | 6.15(1) | 1.0(D) | 6.15(1) | 6.15(1) | 5.3(2) | 5.3(1) | | | | | | |
| 43.90 | 6.15(2) | 5.3(1) | 5.3(1) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | |
| 44.20 | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(2) | 5.3(1) | 5.3(2) | 6.15(1) | 1.0(D) | | | | | | |
| 44.25 | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(2) | 6.15(2) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | |
| 44.30 | 5.3(2) | 5.3(1) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 5.3(2) | 6.15(1) | | | | | | |
| 44.60 | 6.15(2) | 5.3(2) | 5.3(1) | 5.3(1) | 6.15(1) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 44.60 | 6.15(2) | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 44.70 | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 44.70 | 5.3(1) | 1.0(D) | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(2) | 6.15(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | |
| 44.80 | 5.3(2) | 5.3(3) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | |
| 44.90 | 5.3(2) | 5.3(2) | 1.0(D) | 6.15(1) | 6.15(2) | 5.3(2) | 5.3(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) | |
| 44.90 | 5.3(1) | 5.3(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 45.20 | 5.3(2) | 5.3(2) | 5.3(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 45.80 | 6.15(2) | 5.3(2) | 6.15(1) | 5.3(1) | 6.15(2) | 1.0(D) | 6.15(1) | 1.0(D) | | | | | |
| 45.80 | 6.15(1) | 5.3(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | | | | | |
| 45.87 | 6.15(1) | 5.3(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(2) | | | | | | |
| 46.31 | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 5.3(2) | 5.3(1) | 5.3(1) | | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|--------|
| 46.63 | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | 1.0(D) |
| 47.40 | 5.3(2) | 6.15(1) | 5.3(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 5.3(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | |
| 47.75 | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 5.3(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) |
| 47.81 | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 1.0(D) | | |
| 48.00 | 5.3(2) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(2) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) | |
| 48.00 | 5.3(1) | 5.3(2) | 5.3(2) | 5.3(3) | 5.3(1) | 6.15(2) | 6.15(1) | 1.0(D) | 1.0(D) |
| 48.70 | 6.15(2) | 6.15(2) | 5.3(2) | 6.15(1) | 5.3(2) | 6.15(1) | | | |
| 49.40 | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(2) | 6.15(1) | 6.15(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | | |
| 51.57 | 6.15(1) | 6.15(2) | 5.3(2) | 5.3(2) | 5.3(2) | 6.15(1) | 6.15(1) | 1.0(D) | |

Em que: DAP = diâmetro à altura do peito, medido a 1,3 m do solo; (1) = classe de qualidade 1; (2) = classe de qualidade 2; (3) = classe de qualidade 3; (D) = descarte (lenha).

Fonte: Elaborado pelo autor.