



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

THIAGO TONONI TURINI

ESTUDO ANALÍTICO DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO
COM PROTENSÃO EXTERNA

VITÓRIA
2021

THIAGO TONONI TURINI

ESTUDO ANALÍTICO DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM
PROTENSÃO EXTERNA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, na área de concentração em Estruturas.

Orientador: Prof^a Dra. Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani.

VITÓRIA

2021

Ficha catalográfica disponibilizada pelo Sistema Integrado de Bibliotecas - SIBI/UFES e elaborada pelo autor

T938e Turini, Thiago Tononi, 1994-
Estudo analítico de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa / Thiago Tononi Turini. - 2021.
271 f. : il.

Orientadora: Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

1. Análise Estrutural (Engenharia). 2. Projeto Estrutural. 3. Concreto Protendido. 4. Aço - Estruturas. I. Calenzani, Adenilcia Fernanda Grobério. II. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Tecnológico. III. Título.

CDU: 624

THIAGO TONONI TURINI

ESTUDO ANALÍTICO DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM
PROTENSÃO EXTERNA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, na área de Estruturas.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof^a.Dr^a. Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani
Universidade Federal do Espírito Santo
Orientadora

Prof^a Dr^a Marcela Novischi Kataoka
Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade
de São Paulo
Examinadora Externa

Prof. Dr. Elcio Cassimiro Alves
Universidade Federal do Espírito Santo
Examinador interno

AGRADECIMENTOS

A Deus, que sempre esteve comigo durante a minha vida e que sem ele eu não conseguiria nada.

A minha namorada Gabriela, pelo apoio incondicional que tive durante a elaboração dessa dissertação, onde tive que dedicar boa parte do meu tempo livre, e pela companhia durante todo esse tempo de isolamento social que sofremos ao longo de 2020.

Aos meus pais Laudelino Silvestre Turini e Hilda Tononi Turini, por me fornecerem o suporte para conseguir os meus objetivos.

A querida professora Doutora Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani, pela dedicação na orientação desde trabalho, desde o conhecimento transmitido até as discussões para melhor decisão quanto as premissas a serem adotadas nesse trabalho.

Aos professores do programa de pós-graduação em Engenharia Civil, pelo conhecimento passado nas disciplinas

Aos colegas do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito Santo, pela imensa colaboração e apoio, além dos momentos de descontração durante os intervalos de aula.

RESUMO

Vigas mistas de aço e concreto com protensão externa trata-se de um sistema estrutural subutilizado no Brasil devido em parte à falta de normatização para o seu cálculo. Esse trabalho visa propor uma metodologia para a análise e dimensionamento de vigas biapoiadas mistas de aço e concreto com protensão externa, considerando os efeitos da força de protensão e utilizando como base as prescrições da ABNT NBR 8800:2008 e ABNT NBR 6118:2014. Um programa computacional foi elaborado para automatizar o cálculo de vigas mistas de aço e concreto protendidas conforme a metodologia proposta, para os casos de pré-tração ou pós-tração, em vigas constituídas por perfis de aço de seção I duplamente simétricos, lajes maciças ou mistas de aço e concreto e cabos de traçado reto ou poligonal. A metodologia de cálculo proposta foi avaliada por meio da comparação dos resultados do programa computacional com os resultados experimentais da literatura de carga última, em vigas protendidas submetidas a momento positivo e negativo. Além disso, um estudo paramétrico com 120 modelos de vigas mistas protendidas foi realizado para análise da influência, na resistência e rigidez dessas vigas, de parâmetros como: (i) excentricidade do cabo de protensão, (ii) razão entre o vão e a altura da viga, (iii) altura da laje de concreto, (iv) porcentagem da força máxima de protensão, (v) tipo de laje, mista ou maciça, (vi) traçado dos cabos, reto ou poligonal e (vii) técnica de protensão, pré-tração ou pós-tração. Os resultados mostraram que não existe uma configuração específica que seja a melhor em todos os casos, devendo sempre analisar qual é a situação crítica de cada projeto para seleção da melhor solução. Observou-se que o uso do traçado poligonal apresenta maiores perdas de protensão, em comparação com o cabo reto, porém tem a vantagem de anular ou reduzir o momento fletor negativo nos apoios da estrutura. Para vigas pós-tracionadas, a razão entre o comprimento do vão e a altura da viga, pode chegar a um valor máximo entre 35 e 40, enquanto para as vigas pré-tracionadas o valor máximo da razão está entre 30 e 35. A altura da laje influencia linearmente na resistência, independentemente do tipo de laje utilizada. Vigas pré-tracionadas apresentam melhor comportamento a deformações do que vigas pós-tracionadas, enquanto na análise simplificada de vibração no piso as estruturas pós-tracionadas levam vantagem.

Palavras-chave: Vigas Mistas de Aço e Concreto Protendidas. Protensão Externa. Pré-tração e Pós-tração. Metodologias de Análise e Dimensionamento.

ABSTRACT

Composite steel and concrete beams with external prestressing is an underused structural system in Brazil due in part to the lack of standardization for its calculation. This work aims to propose a methodology for the analysis and design of composite steel and concrete beams supported with external prestressing, considering the effects of prestressing force and using the requirements of ABNT NBR 8800:2008 and ABNT NBR 6118:2014. A computational program was elaborated to automate the calculation of prestressed steel and concrete composite beams according to the proposed methodology, for the cases of pre-tensioning or post-tensioning, in beams constituted by steel profiles of section I doubly symmetrical, solid slabs or mixed steel and concrete and straight or polygonal cables. The proposed calculation methodology was evaluated by comparing the results of the computer program with the experimental results in the last load literature, in prestressed beams submitted to positive and negative moments. In addition, a parametric study with 120 models of prestressed composite beams was performed to analyze the influence, strength and stiffness of these beams, of parameters such as: (i) eccentricity of the prestressing cable, (ii) ratio between span and height of the beam, (iii) height of the concrete slab, (iv) percentage of the maximum prestressing force, (v) type of slab, mixed or massive, (vi) cable layout, straight or polygonal and (vii) prestressing technique, pre-traction or post-traction. The results showed that there is no specific configuration that is the best in all cases and should always analyze what is the critical situation of each project to select the best solution. It was observed that the use of the polygonal tracing presents greater losses of prestressing, in comparison with the straight cable, however it has the advantage of canceling or reducing the negative bending moment in the supports of the structure. For post-tensioned beams, the ratio between the span length and the height of the beam can reach a maximum value between 35 and 40, while for pre-tensioned beams the maximum ratio is between 30 and 35. The height of the slab linearly influences the strength, regardless of the type of slab used. Pre-tensioned beams show better deformation behavior than post-tensioned beams, while in the simplified floor vibration analysis, post-tensioned structures have an advantage.

Keywords: Prestressed Composite Beams. External Prestressing. Pre-tress and Post-stress. Analysis and Design Methodology.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Tipos de estruturas mistas	24
Figura 2 - Desviador de cabos de protensão em estrutura de concreto	27
Figura 3 - (a)Viaduto de Montediveo a ser reforçado com protensão externa, (b) Modelo numérico do viaduto e (c) diagrama de tensões no modelo	28
Figura 4 - Ponte Condet reforçada com protensão externa e detalhe da ancoragem da protensão	28
Figura 5 - Ponte vencedora do concurso da “Swiss Federal Institute of Technology Zurich”	29
Figura 6 - Lajes de concreto abordadas pela ABNT NBR 8800:2008	32
Figura 7 - Diagrama de tensões reais no concreto e a simplificação adotada para dimensionamento	33
Figura 8 - Tipos de conectores abordados pela norma ABNT NBR 8800:2008	34
Figura 9 - Modelo de cálculo da armadura de costura	36
Figura 10 - Posicionamento da armadura de costura.....	37
Figura 11 - Comportamento das tensões conforme posição da LNP	41
Figura 12 - Análise rígido-plástica em vigas mistas nas regiões de momento negativo	42
Figura 13 - Flambagem lateral com distorção em vigas mistas.....	43
Figura 14 - Tabela de C_{dist} para vários carregamentos uniformes e concentrados	Erro! Indicador não definido.
Figura 15 - Diagrama de momento fletor devido a cada esforço atuante na viga	48
Figura 16 - Diferentes traçados de vigas protendidas	47
Figura 17 - Força de protensão conforme a posição do cabo	51
Figura 18 - Região geométrica de Acalc	52
Figura 19 - Viga metálica com protensão e seus diagramas de tensões	57
Figura 20 - Viga protendida biapoiada estaticamente indeterminada.....	58
Figura 21 - Seção típica de vigas mistas protendidas	60
Figura 22 - Tela de apresentação	73
Figura 23 - Tela de inserção de dados - Protensão	74
Figura 24 - Descrição dos tipos de traçado	75
Figura 25 - Identificação do sinal de ep.....	75
Figura 26 - Nomenclatura de seções de acordo com o tipo de protensão escolhido	75

Figura 27 - Tela de inserção de dados das armaduras passivas	76
Figura 28 - Identificação dos tipos de aço passivos presentes	76
Figura 29 - Tela de inserção de dados - Geometria	77
Figura 30 - Tela de inserção de dados - Laje	77
Figura 31 - Tela de inserção de dados - Perfil I.....	78
Figura 32 - Tela de inserção de dados - Cargas	78
Figura 33 - Tela de inserção de dados - Conectores	79
Figura 34 - Valores de R_p e R_g	79
Figura 35 - Tela de erro ao inserir dados erroneamente	80
Figura 36 - Tela de resultados – Conectores de cisalhamento	81
Figura 37 - Tela de resultados – Armadura de Costura.....	82
Figura 38 - Tela de resultados – Força de Protensão	82
Figura 39 - Tela de resultados - ELU 1.....	83
Figura 40 - Tela de resultados - ELU 2.....	83
Figura 41 - Tela de resultados - ELU 3.....	84
Figura 42 - Tela de resultados - ELS Deformação	84
Figura 43 - Tela de resultados - ELS Vibração no Piso.....	85
Figura 44 - Erro na janela de dimensionamento.....	85
Figura 45 - Estrutura não se encontra em regime elástico	86
Figura 46 - Seção transversal do 1º exemplo de aferição	88
Figura 47 - Vista longitudinal do 1º exemplo de aferição.....	88
Figura 48 - Seção transversal do 2º exemplo de aferição	92
Figura 49 - Vista longitudinal do 2º exemplo de aferição.....	92
Figura 50 - Vista longitudinal do <i>Specimen B</i>	99
Figura 51 - Seção Transversal do <i>Specimen B</i>	99
.Figura 52 - Gráficos carga <i>versus</i> deformação e carga <i>versus</i> rotação da seção do apoio do <i>Specimen B</i>	101
Figura 53 - Gráfico carga <i>versus</i> incremento da força de protensão do <i>Specimen B</i>	101
Figura 54 - Vista longitudinal do <i>Specimen C</i>	102
Figura 55 - Gráficos carga x deformação e carga x rotação do <i>Specimen C</i>	103
Figura 56 - Gráfico carga x incremento da força de protensão no <i>Specimen C</i>	103
Figura 57 - Perfil longitudinal da Beam B, medidas em mm.....	104
Figura 58 - Seção transversal da Beam B, medidas em mm	105

Figura 59 - Nomenclatura dos modelos de referência.....	107
Figura 60 - Momento fletor resistente <i>versus</i> excentricidade da Fase 2	111
Figura 61 - Momento fletor resistente <i>versus</i> excentricidade da Fase 3	112
Figura 62 - Momento fletor resistente <i>versus</i> L/d da Fase 2	114
Figura 63 - Momento fletor resistente <i>versus</i> L/d da Fase 3	115
Figura 64 - Estudo momento fletor resistente <i>versus</i> altura da laje da Fase 2.....	116
Figura 65 - Estudo momento fletor resistente <i>versus</i> altura da laje da Fase 3.....	117
Figura 66 - Estudo momento fletor resistente <i>versus</i> % força máxima de protensão da Fase 2	119
Figura 67 - Estudo momento fletor resistente <i>versus</i> % força máxima de protensão da Fase 3	120
Figura 68 - Perfil longitudinal das vigas B4 e B6, medidas em mm.....	124
Figura 69 - Força de protensão total em cada viga de acordo com o carregamento aplicado.....	124
Figura 70 - Seção transversal da vigas ensaiadas B1, B3, B4, B5 e B6	125
Figura 71 - Perfil longitudinal das vigas B1, B3 e B5, medidas em mm	126
Figura 72 - Nomenclatura dos modelos de referência.....	128
Figura 73 - Estudo momento fletor resistente <i>versus</i> excentricidade da Fase 2	131
Figura 74 - Estudo momento fletor resistente <i>versus</i> excentricidade da Fase 3	133
Figura 75 - Estudo momento fletor resistente <i>versus</i> L/d da Fase 2	136
Figura 76 - Estudo momento fletor resistente <i>versus</i> L/d da Fase 3	137
Figura 77 - Estudo momento fletor resistente <i>versus</i> altura da laje da Fase 2.....	138
Figura 78 - Estudo momento fletor resistente <i>versus</i> altura da laje da Fase 3.....	139
Figura 79 - Estudo momento fletor resistente <i>versus</i> % força máxima de protensão	141
Figura 80 - Estudo momento fletor resistente <i>versus</i> % força máxima de protensão	142
Figura 81 - Índice de aproveitamento à flexo-compressão com momento fletor positivo <i>versus</i> L/d – Fase 2.....	145
Figura 82 - Índice de aproveitamento à flexo-compressão com momento fletor negativo <i>versus</i> L/d – Fase 2.....	146
Figura 83 - Índice de aproveitamento a flexo-compressão com momento fletor positivo <i>versus</i> L/d – Fase 3.....	146

Figura 84 - Índice de aproveitamento a flexo-compressão com momento fletor negativo <i>versus</i> L/d – Fase 3.....	147
Figura 85 - Estudo índice de aproveitamento força cortante <i>versus</i> L/d – Fase 2... 148	148
Figura 86 - Estudo índice de aproveitamento força cortante <i>versus</i> L/d – Fase 3... 148	148
Figura 87 - Índice de aproveitamento à flexo-compressão com momento fletor positivo <i>versus</i> L/d – Fase 2.....	149
Figura 88 - Índice de aproveitamento à flexo-compressão com momento fletor negativo <i>versus</i> L/d – Fase 2.....	150
Figura 89 - Índice de aproveitamento a flexo-compressão com momento fletor positivo <i>versus</i> L/d – Fase 3.....	150
Figura 90 - Índice de aproveitamento a flexo-compressão com momento fletor negativo <i>versus</i> L/d – Fase 3.....	151
Figura 91 - Deslocamento vertical <i>versus</i> L/d – ELS flecha excessiva - pré-tração	153
Figura 92 - Deslocamento vertical <i>versus</i> L/d – ELS flecha excessiva - pós-tração	154
Figura 93 - Deslocamento vertical <i>versus</i> L/d – ELS vibração no piso - pré-tração	156
Figura 94 - Deslocamento vertical <i>versus</i> L/d – ELS vibração no piso - pós-tração	157

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Coeficientes ψ_{1000} , em %, de acordo com a tensão de protensão	54
Tabela 2 - Tabela de economia de aço e custo com estruturas pré-tracionadas	56
Tabela 3 - Fases, carregamentos e ELU analisados na pré-tração	66
Tabela 4 - Fases, carregamentos e ELS analisados na pré-tração.....	67
Tabela 5 - Fases, carregamentos e ELU analisados – pós-tração.....	68
Tabela 6 - Fases, carregamentos e ELS analisados – pós-tração	68
Tabela 7 - Rotinas desenvolvidas durante o trabalho	69
Tabela 8 - Rotinas elaboradas de procedimentos existentes	69
Tabela 9 – Dados iniciais do exemplo aferido de pré-tração com traçado reto	86
Tabela 10 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – Conectores e armadura de costura	88
Tabela 11 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – Força de protensão máxima.....	89
Tabela 12 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 1	89
Tabela 13 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 2	89
Tabela 14 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 3	89
Tabela 15 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELS Deformação	90
Tabela 16 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELS Vibração no Piso.....	90
Tabela 17 – Dados iniciais do exemplo aferido de pré-tração com traçado reto	91
Tabela 18 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – Conectores e armadura de costura	92
Tabela 19 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – Força de protensão máxima.....	93
Tabela 20 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 1	93
Tabela 21 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 2 seção ativa 0	93

Tabela 22 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 2 seção ativa 1	94
Tabela 23 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 2 seção meio do vão	94
Tabela 24 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 2 seção passiva 0.....	94
Tabela 25 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 2 seção passiva 1.....	95
Tabela 26 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 3 seção ativa 0	95
Tabela 27 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 3 seção ativa 1	95
Tabela 28 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 3 seção meio do vão	96
Tabela 29 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 3 seção passiva 0.....	96
Tabela 30 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 3 seção passiva 1.....	96
Tabela 31 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELS Deformação	97
Tabela 32 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELS Vibração no Piso.....	97
Tabela 33 – Comparação entre MRd experimental e MRd calculado	106
Tabela 34 - Dados constantes nos modelos analisados	107
Tabela 35 - Variação de parâmetros em cada modelo estudado	108
Tabela 36 – Comparação entre MRd experimental e MRd calculado	126
Tabela 37 - Dados constantes nos modelos analisados	128
Tabela 38 - Variação de parâmetros em cada modelo estudado.....	129
Tabela 39 - Tabela de carregamentos.....	144
Tabela 40 – Designação das parcelas de flecha.....	152
Tabela 41 – Dados iniciais do exemplo aferido	193
Tabela 42 – Dados iniciais do exemplo aferido	216

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras romanas minúsculas

a – Profundidade da linha neutra plástica em relação a fibra superior da laje de Concreto ou distância entre vigas adjacentes

b_1 – Largura efetiva da laje de concreto do lado analisado

b_2 – Largura efetiva da laje de concreto do lado oposto ao analisado

$b_{ef,int}$ – Largura efetiva da laje de concreto para o caso de viga mista interna

$b_{ef,ext}$ – Largura efetiva da laje de concreto para o caso de viga mista de borda

b_f – Largura da mesa do perfil de aço

b_{tr} – Largura efetiva da laje de concreto transformada

c ou d' – Distância da armadura longitudinal passiva da laje até a face inferior da laje de concreto

d_1 – Distância entre o centroide do perfil de aço até a fibra superior da mesa superior do perfil de aço

d_3 – Distância entre a força de tração do aço passivo e a linha neutra plástica da seção

d_4 – Distância entre a força de tração no perfil de aço e a linha neutra plástica da seção

d_5 – Distância entre a força de compressão no perfil de aço e a linha neutra plástica da seção

d_6 – Distância entre a força de protensão e a linha neutra plástica

e – Parâmetro de distância para cálculo de α_g ou constante de Euler

e_{esq} – Distância da viga analisada da viga adjacente à esquerda

e_{dir} – Distância da viga analisada da viga adjacente à direita

e_p – Excentricidade do cabo de protensão na seção analisada em relação a fibra inferior da mesa inferior

$e_{p,i}$ – Excentricidade do cabo no começo do cabo poligonal

$e_{p,f}$ – Excentricidade do cabo no final do cabo poligonal

$e_{p,tr}$ ou $e_{p,I}$ – Excentricidade máxima do cabo na seção transformada ou no perfil de aço, respectivamente.

$e_{p,x}$ – Excentricidade do cabo de aço na seção analisada

f_{cd} – Tensão de ruptura de cálculo do concreto

f_{ck} – Tensão de ruptura característica do concreto

$f_{ctk,inf}$ – Tensão característica do concreto a tração

f_{ptk} – Tensão de ruptura característica do aço ativo

f_{pyk} – Tensão de escoamento característica do aço ativo

f_{sd} – Tensão de escoamento de cálculo do aço passivo

f_{ucs} – Tensão de escoamento do aço do conector do tipo *stud bolt*

f_{yd} – Tensão de escoamento de cálculo do aço

f_{ys} – Tensão de escoamento característica do aço passivo

f_{yF} – Tensão de escoamento característica do aço da forma da laje mista

h - Distância entre faces internas das mesas de perfis soldados ou distância entre faces internas de perfis laminados menos duas vezes o raio de concordância entre mesa e alma

h_F – Altura da nervura da laje mista

h_o – Distância entre centros geométricos das mesas do perfil de aço

h_p – O dobro da altura da parcela da alma comprimida reduzida de t_w e de duas vezes o raio de concordância, no caso de perfis laminados

h_w – Altura da alma do perfil de aço

k_r – Rigidez rotacional da viga mista

k_1 – Rigidez a flexão da laje, por unidade de comprimento da viga

k_2 – Rigidez a flexão da alma da viga de aço, por unidade de comprimento da viga

k – Coeficiente de atrito de curvaturas não intencionais no cabo

n_m - Número de conectores na região limitada por L_m

n – Número de conectores de cisalhamento entre a região de momento fletor máximo e a região de momento fletor nulo

q_1 – Peso próprio do perfil de aço

q_2 – Peso próprio da laje de concreto

q_s – Sobrecarga de construção

q_3 – Carga permanente

q_4 – Sobrecarga de uso e ocupação

r_c – Raio de concordância

t_f – Espessura da mesa do perfil de aço

t_{fcs} – Espessura média da mesa do conector tipo U

t_{wcs} – Espessura média da alma do conector tipo U

t_c – Espessura da laje de concreto, no caso de laje maciça, ou espessura acima das nervuras, no caso de laje mista

x – Comprimento total do cabo de protensão ou distância entre apoio e desviador

y_p – Distância da LNP até a parte superior da mesa superior do perfil de aço

y_t – Distância do centroide da parcela do perfil de aço que está submetida a tração até a parte inferior da mesa inferior do perfil de aço

y_c – Distância do centroide da parcela do perfil de aço que está submetida a compressão até a parte superior da mesa superior do perfil de aço ou distância do centro geométrico do perfil de aço à metade da altura da laje de concreto.

y_0 – Distância da face inferior da mesa superior a linha neutra plástica

Letras romanas maiúsculas

A – Área da seção mista na região de momento negativo, considerando apenas perfil de aço e barras de aço passivo, ou área bruta da seção

A_a – Área da seção transversal do perfil de aço

A_{af} – Área de uma mesa de aço do perfil de aço

A_{at} – Área tracionada no perfil de aço

A_{ac} – Área comprimida no perfil de aço

A_{aw} – Área da alma de aço do perfil de aço, considerando a alma como a distância interna entre mesas

A_{anc} – Valor da multiplicação dos fatores E_p e δ

A_{calc} – Área do gráfico $P \times L$ para n ancoragens na viga

A_s – Área de aço passivo na região analisada

A_F – Área da forma de aço da laje mista

A_{sl} – Área de aço passivo, paralela ao perfil de aço, considerado na laje de concreto durante a análise de momento fletor negativo resistente

A_p – Área de aço ativo

$A_{s,cos}$ – Armadura de costura

C_{cd} – Força de compressão no concreto durante a análise plástica da seção

C_{ad} – Força de compressão no perfil de aço durante a análise plástica da seção

C_{dist} – Coeficiente relacionado a distribuição do diagrama de momento fletor na viga mista

E_c – Módulo de elasticidade do concreto

E_a ou E – Módulo de elasticidade do perfil de aço

E_p – Módulo de elasticidade do aço ativo

F_{hd} – Força horizontal na interface entre laje de concreto e perfil de aço

G – Módulo de elasticidade transversal do aço

$H_{v,sd}$ – Força horizontal na interface entre laje de concreto e perfil de aço solicitante de cálculo por unidade de comprimento da viga

$H_{v,Rd}$ – Força horizontal na interface entre laje de concreto e perfil de aço resistente de cálculo por unidade de comprimento da viga

I_x – Momento de inércia da seção mista transformada em relação ao eixo x (eixo de maior inércia)

I_{ax} ou I_a – Momento de inércia do perfil de aço em relação ao eixo x (eixo de maior inércia)

$I_{af,y}$ – Momento de inércia da mesa inferior do perfil de aço em relação ao eixo y (eixo de menor inércia do perfil de aço)

I_{ay} – Momento de inércia do perfil de aço em relação ao eixo y (eixo de menor inércia)

I_{a1}, I_{a2} ou I_{a3} – Índice de aproveitamento da seção nas fases 1, 2 ou 3, respectivamente.

I_2 – Momento de inercia da laje de concreto por unidade de comprimento da viga

J – Momento de inércia a torção pura do perfil de aço

L_e, L_v ou L – Vão da viga mista

L_{cs} – Comprimento do conector tipo U, na direção do seu eixo

L_m – Comprimento da região de cálculo da armadura de costura

M_{Rd} – Momento fletor resistente de cálculo positivo

M_{Sd} – Momento fletor solicitante de cálculo positivo

M_g – Momento fletor solicitante devido a cargas permanentes

M_q – Momento fletor solicitante devido a cargas variáveis

$M_{Ga,sd}$ – Momento fletor solicitante de cálculo devido a ações atuantes antes do concreto atingir resistência igual a $0,75f_{ck}$

$M_{t,Sd}$ – Momento fletor solicitante de cálculo devido às ações atuantes depois do concreto atingir resistência igual a $0,75f_{ck}$

M_{Sd}^- - Momento fletor solicitante de cálculo negativo

M_{Rd}^- - Momento fletor resistente de cálculo negativo

M_{Rk}^- - Momento fletor resistente negativo característico

M_{cr} – Momento crítico elástico à Flambagem Lateral com Distorção (FLD)

M_{distRd}^- - Momento fletor resistente de cálculo para o estado limite última de Flambagem Lateral com Distorção (FLD)

$M_{Rd,VMP}^+$ ou $M_{Rd,VMP}^-$ – Momento fletor resistente de cálculo positivo ou negativo da viga mista protendida

N_{Sd} – Força de compressão solicitante de cálculo

N_{Rd} – Força de compressão resistente de cálculo

P ou P_n – Força de protensão no momento analisado

P_0 – Força de protensão inicial

$P_{0,max,1}$ ou $P_{0,max,2}$ – Força de protensão inicial máxima de acordo com critério de estimativa de flexo-compressão ou NBR 6118:2014 para protensão completa, respectivamente

P_{anc} – Força de protensão no apoio ativo após perda de protensão por encunhamento

Q_{Rd} – Resistência ao cisalhamento do conector tipo U ou *stud bolt*

R_g – Coeficiente de efeito de grupo de conectores

R_p – Coeficiente de efeito de posição do conector

T_{ad} – Força de tração no perfil de aço durante a análise plástica da seção

T_{ds} – Força de tração na armadura longitudinal

V_{Sd} – Força cisalhante solicitante de cálculo

V_{Rd} – Força cisalhante resistente de cálculo

W_a - Módulo de resistência elástica do perfil de aço

$(W_{tr})_i$ ou W_{trinif} – Módulo de resistência elástica inferior da seção transformada

$(W_{tr})_s$ ou W_{trsup} – Módulo de resistência elástica superior da seção transformada

Letras gregas minúsculas

α_E – Razão E_a/E_c

α_g – Fator relacionado a geometria da seção transversal mista

α – Fator dependente da localização da viga mista, sendo ela de borda ou interna ou ângulo de desvio do cabo de protensão

γ_c - Coeficiente de minoração da resistência do concreto

γ_s - Coeficiente de minoração da resistência do aço passivo

γ_a - Coeficiente de minoração da resistência do aço laminado ou formado a frio

γ_{cs} – Coeficiente de minoração da resistência do conector

δ – Flecha total ocorrida na seção mista ou encurtamento do cabo durante o encunhamento

$\delta_{p,a}$ – Flecha causada por cargas permanentes no perfil de aço

$\delta_{p,tr}$ – Flecha causada por cargas permanentes na seção mista

$\delta_{v,cd}$ – Flecha causada por cargas variáveis de curta duração

$\delta_{v,ld}$ – Flecha causada por cargas variáveis de longa duração

$\delta_{cf,p}$ – Flecha causada pela força de protensão

δ_{lim} – Flecha limite para o ELS de flecha excessiva

$\delta_{lim,vib}$ – Flecha limite para o ELS de vibração no piso

λ_{dist} – Parâmetro de esbeltez da seção devido a Flambagem Lateral com Distorção (FLD)

μ – Coeficiente de atrito entre cordoalha e bainha

σ_{p0} – Tensão de protensão antes de ocorrer a perda por relaxação do aço

σ_{pd} – Tensão de cálculo no cabo de protensão

σ_{td} – Tensão solicitante de tração de cálculo

σ_{cd} – Tensão solicitante de compressão de cálculo

ν_a – Coeficiente de Poisson do aço

ϕ – Diâmetro da barra de aço passivo usada na armadura de costura

χ_{dist} – Fator de redução da resistência a momento fletor devido a Flambagem Lateral com Distorção (FLD)

ψ – Coeficiente de relaxação do aço de protensão

ψ_1 – Coeficiente de redução de ações para combinação frequente

ψ_{1000} – Coeficiente de relaxação do aço de protensão após 1000 horas à temperatura constante de 20°C

Letras gregas maiúsculas

$\Delta\sigma_{pr}$ –Perda da tensão de protensão devido a relaxação do aço

ΔP – Incremento da força de protensão devido a aplicação de carga na estrutura

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	24
1.1	Estruturas mistas de aço e concreto	24
1.2	Protensão.....	25
1.2.1	Protensão interna.....	25
1.2.2	Protensão externa	26
1.3	Obras com estruturas mistas de aço e concreto protendidas	27
1.4	Justificativa.....	29
1.5	Objetivo Geral	30
1.6	Objetivos Específicos.....	30
1.7	Estrutura da Dissertação.....	31
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	32
2.1	Vigas mistas de aço e concreto	32
2.1.1	Largura efetiva da laje de concreto	33
2.1.2	Conectores de cisalhamento	34
2.1.3	Força de cisalhamento entre os materiais.....	36
2.1.4	Armadura de costura.....	36
2.1.5	Momento fletor resistente de cálculo em regiões de momento positivo	38
2.1.6	Momento fletor resistente de cálculo em regiões de momento negativo	41
2.1.7	Efeitos de longa duração.....	45
2.2	Concreto Protendido	46
2.2.1	Tipos de aço e valores limites de projeto	46
2.2.2	Efeitos da força de protensão na seção	47
2.2.3	Escolha do tipo de protensão.....	48
2.2.4	Protensão em vazio e núcleo central de inércia	50
2.2.5	Perdas da força de protensão para protensão externa	50

2.3	Protensão em vigas metálicas	54
2.3.1	Estruturas com aços de diferentes resistências	55
2.3.2	Economia de aço com a protensão	55
2.3.3	Distribuição de tensões lineares.....	56
2.3.4	Acréscimo da força de protensão.....	57
2.3.5	Interação flexo-compressão em vigas metálicas protendidas	59
2.4	Vigas mistas de aço e concreto protendidas.....	59
2.5	Estado da arte.....	60
3	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL.....	64
3.1.1	Método de cálculo	64
3.1.2	Rotinas de cálculo.....	69
3.1.3	Abrangências e Limitações do programa	71
3.2	Apresentação do software.....	72
3.3	Aferição do aplicativo computacional	86
3.3.1	Primeiro exemplo de aferição.....	86
3.3.2	Segundo exemplo de aferição.....	91
4	AVALIAÇÃO DA RESISTENCIA A MOMENTO FLETOR DE VIGAS MISTAS PRÉ-TRACIONADAS.....	98
4.1	Comprovação experimental	98
4.1.1	Ensaio de Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990) com traçado reto e momento positivo	99
4.1.2	Ensaio de Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990) com traçado poligonal e momento positivo.....	101
4.1.3	Ensaio de Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989) com traçado reto e momento negativo.....	103
4.1.4	Conclusões.....	105
4.2	Modelos de parametrização.....	106
4.3	Análise de resultados.....	109
4.3.1	Influência da excentricidade do cabo	110

4.3.2	Influência da razão entre o vão e a altura do perfil de aço (L/d).....	113
4.3.3	Influência da altura da laje.....	116
4.3.4	Influência da força de protensão	118
5	AVALIAÇÃO DA RESISTENCIA A MOMENTO FLETOR DE VIGAS PÓS-TRACIONADAS	122
5.1	Comprovação experimental	122
5.1.1	Ensaio de Lorenc e Kubica (2006) com traçado reto e momento positivo.....	123
5.1.2	Ensaio de Lorenc e Kubica (2006) com traçado poligonal e momento positivo	125
5.1.3	Conclusões.....	126
5.2	Modelos de parametrização.....	127
5.3	Análise de resultados.....	130
5.3.1	Influência da excentricidade do cabo	131
5.3.2	Influência da razão entre o vão e a altura do perfil de aço (L/d)..	135
5.3.3	Influência da altura da laje.....	138
5.3.4	Influência da força de protensão	141
6	VERIFICAÇÃO DOS ESTADOS LIMITES EM VIGAS MISTAS PRÉ E PÓS TRACIONADAS	144
6.1	Hipótese de carregamento.....	144
6.2	Estado limite último a esforços combinados (flexo-compressão e força cortante).....	145
6.2.1	Estruturas pré-tracionadas	145
6.2.2	Estruturas pós-tracionadas.....	149
6.3	Estado limite de serviço de flecha excessiva	151
6.3.1	Estruturas pré-tracionadas	152
6.3.2	Estruturas pós-tracionadas.....	153
6.4	Estado limite de serviço de vibração no piso	154

6.4.1	Estruturas pré-tracionadas	155
6.4.2	Estruturas pós-tracionadas.....	156
6.5	Comparação entre as técnicas de protensão.....	157
6.5.1	Índice de aproveitamento de flexo-compressão e força cortante.....	158
6.5.2	Estado limite de serviço de flecha excessiva	158
6.5.3	Estado limite de serviço de vibração no piso.....	159
7	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	160
7.1	Conclusões	160
7.2	Sugestões para trabalhos futuros	162
	REFERÊNCIAS.....	164
	APÊNDICE A – ROTINAS DE CÁLCULO	169
	APÊNDICE B – PRIMEIRO EXEMPLO DE AFERIÇÃO.....	193
	APÊNDICE C – PRIMEIRO EXEMPLO DE AFERIÇÃO	216

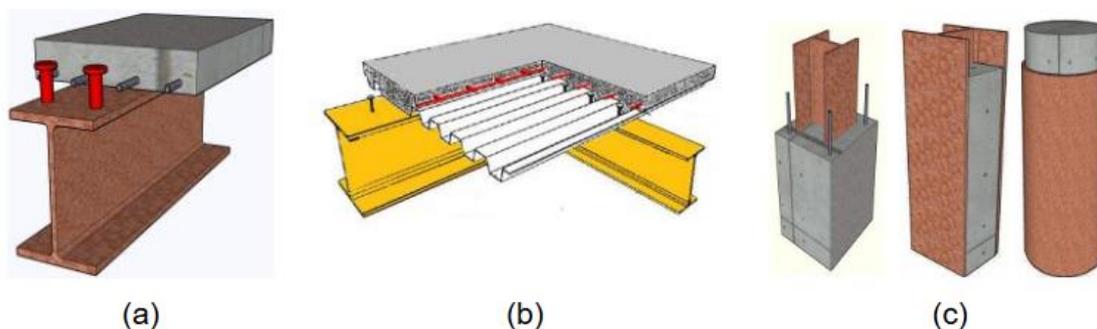
1 INTRODUÇÃO

1.1 Estruturas mistas de aço e concreto

A mais de um século as estruturas de aço ou concreto são utilizadas na construção civil devido à sua excelente característica de se moldar conforme o formato desejado e às suas características mecânicas. Com o avanço dos estudos dos comportamentos dos materiais e das estruturas, foi possível, a partir 1960, a formação dos sistemas estruturais mistos de aço e concreto. Esses sistemas buscam utilizar o melhor das propriedades mecânicas e de construção de cada material, tais como a resistência à compressão do concreto e a resistência à tração e facilidade de construção do aço.

O sistema misto de aço e concreto é formado pela utilização de um perfil de aço trabalhando em conjunto com um elemento de concreto, formando uma viga mista, uma laje mista ou um pilar misto, conforme Figura 1(a), Figura 1(b) e Figura 1(c), respectivamente. Segundo a definição da ABNT NBR 8800:2008, estruturas mistas de aço e concreto são “estruturas formadas com componentes de aço e de concreto, armado ou não, trabalhando em conjunto”.

Figura 1 - Tipos de estruturas mistas



Fonte: De Nardin *et al* (2012)

Apesar de serem recentes os estudos, a utilização dos sistemas mistos de aço e concreto conforme conhecidos hoje, ou seja, a união dos dois materiais, vem sendo feita desde o início do século XX. Nessa época, o concreto era utilizado como material de revestimento dos perfis de aço para aumentar a sua proteção contra fogo e corrosão, porém, de forma conservadora, sua contribuição na resistência não era levada em consideração.

As principais vantagens do uso dos sistemas mistos em estruturas são: dispensa de fôrmas e escoramentos das lajes, economia no consumo de aço na

proteção contra fogo e corrosão nos mesmos, redução do peso final e aumento da precisão dimensional da estrutura. As soluções mistas de aço e concreto são mais viáveis, em comparação com as estruturas convencionais, quando tem-se vão médios a elevados, o que faz essa tecnologia ser muito utilizada em pontes, viadutos e passarelas.

1.2 Protensão

Com a constante pesquisa de tecnologias construtivas que visam a melhor utilização dos materiais, buscando a redução do seu consumo, a protensão surgiu como forma de melhorar o comportamento estrutural. Essa tecnologia tem como objetivo diminuir as tensões de tração no material, aplicando forças de compressão, a fim de aumentar a carga última para a sua ruptura. Esse objetivo é de grande valia para o concreto, onde as tensões de tração são as principais responsáveis por limitar a eficiência estrutural. De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, elementos de concreto protendido são “aqueles nos quais parte das armaduras é previamente alongada por equipamentos especiais de protensão, com a finalidade de, em condições de serviço, impedir ou limitar a fissuração e os deslocamentos da estrutura, bem como propiciar o melhor aproveitamento dos aços de alta resistência no estado limite último”.

As principais vantagens do concreto protendido são: o aumento dos vãos no projeto, ocorrendo menos pilares e gerando mais economia; menor peso da estrutura; menor utilização do aço, pois ocorre melhor aproveitamento do concreto; menor ocorrência de fissuras e maior controle tecnológico durante a execução.

Apesar de ser mais comumente utilizada com o concreto, a protensão pode ser implementada em qualquer estrutura, podendo ocorrer de forma interna ou externa a seção transversal. Além disso, a protensão pode ser classificada em relação ao instante de aplicação da força, podendo ser antes da cura do concreto (pré-tração) ou após a cura (pós-tração).

1.2.1 Protensão interna

É o tipo de protensão mais usada no concreto, onde os cabos passam por dentro da estrutura, podendo ter aderência ao concreto ou não. Os tipos de

protensão interna existentes são: com aderência inicial, com aderência posterior e sem aderência.

A protensão com aderência inicial ocorre quando o concreto ainda é fresco, pois se consolida a aderência concretando-se a seção transversal com os cabos tracionados de forma independente. Os cabos se mantêm tensionados até a cura total do concreto, aonde somente neste momento que ocorre a transferência das forças de protensão para o concreto, liberando os apoios externos.

Já a protensão com aderência posterior ocorre após a cura do concreto, utilizando o mesmo para apoio dos mecanismos de protensão, ocorrendo a aderência entre aço e concreto por injeção de pasta de cimento dentro da bainha do aço. Por último, a protensão sem aderência ocorre também com o concreto já endurecido, porém as bainhas dos cabos de protensão são engraxadas, diminuindo consideravelmente o atrito entre o aço e concreto, conseguindo assim uma diminuição das perdas de protensão.

A principal vantagem da protensão interna é a proteção dos cabos devidos a intempéries e ação da temperatura e do fogo, visto que eles estão envoltos pelo principal material da seção transversal.

1.2.2 Protensão externa

A protensão externa se caracteriza pelos cabos de protensão serem visíveis em toda a estrutura, obtendo assim algumas vantagens e desvantagens em relação à sua conservação e efeitos de longo prazo. Seu uso pode ser feito tanto em estruturas novas como em estruturas antigas que necessitam de reforço, visto a sua facilidade de execução em comparação com a protensão interna.

Suas principais vantagens são a diminuição considerável de perda de protensão a longo prazo e a facilidade de manutenção dos cabos. Elas se devem, principalmente, a forma de ancoragem dos cabos na estrutura, que ocorre por meio de desviadores (Figura 2), permitindo assim um contato mínimo com a estrutura, diminuindo consideravelmente as perdas por atrito. Além disso, permite uma inspeção minuciosa dos cabos, sendo possível a sua reparação e até total substituição sem grandes dificuldades, diminuindo os custos de

manutenção. Já as suas desvantagens se observam no contato direto dos cabos com intempéries, o que exige uma monitoração constante da condição dos cabos, e uma atenção aumentada no cálculo dos desviadores, que são a parte mais sensível da estrutura e com grande responsabilidade.

Figura 2 - Desviador de cabos de protensão em estrutura de concreto



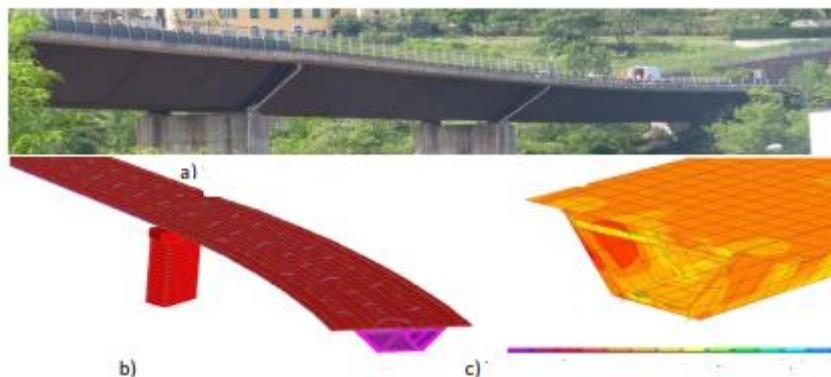
Fonte: Vitório e Barros (2011)

1.3 Obras com estruturas mistas de aço e concreto protendidas

Apesar de não existirem normas técnicas sobre o uso de estruturas mistas de aço e concreto com protensão, existem obras em várias partes do mundo que usam essa tecnologia, principalmente para o reforço de pontes mistas de aço e concreto que, com o passar dos anos, teve sua carga de projeto aumentada.

Um desses casos é citado por Nelsen e Souza (2012), que é o viaduto de Montediveo, em Trento, na Itália, onde a estrutura de viga, caixão mista de aço e concreto, necessitou de reforço devido a problemas de corrosão no aço e aumento de tráfego nos últimos anos. A Figura 3(a) mostra uma foto do viaduto antes do reforço e as Figuras 3(b) e 3(c) mostram os modelos numéricos utilizados para o cálculo da protensão externa.

Figura 3 - (a) Viaduto de Montediveo a ser reforçado com protensão externa, (b) Modelo numérico do viaduto e (c) diagrama de tensões no modelo



Fonte: Nelsen e Souza (2012)

Outro caso de ponte mista de aço e concreto com reforço estrutural é a Ponte Condet, na Indonésia, citada por Daly e Witarnawan (2000). Essa ponte foi construída em 1989, porém, devido ao aumento do tráfego de veículos necessitou de um reforço na estrutura. A alternativa escolhida foi a protensão externa pois seria a mais econômica, devido ao pequeno incremento de materiais e curta duração da obra, além de ser a opção que menos interveria no tráfego da ponte. A Figura 4 mostra como ficou a ponte após a obra de reforço.

Figura 4 - Ponte Condet reforçada com protensão externa e detalhe da ancoragem da protensão

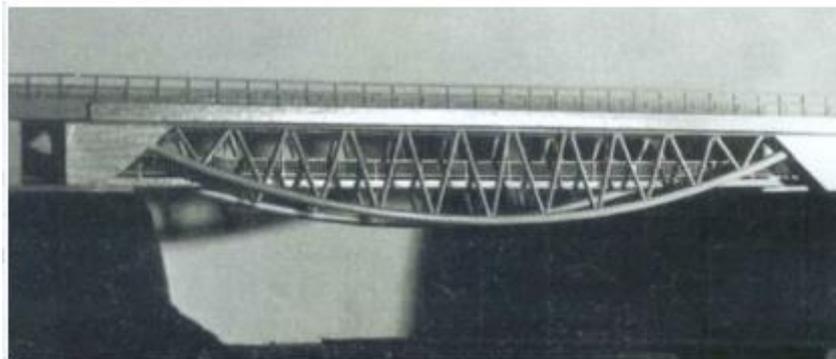


Fonte: Daly e Witarnawan (2000)

Nunziata (2004) descreve que em 1992, a empresa VSL, especializada em projetos, fabricação e instalação de sistemas de protensão, fez um concurso para os alunos de graduação da “Swiss Federal Institute of Technology Zurich”, buscando premiar o projeto mais inovador de ponte, incluindo os aspectos de projeto e construção. A proposta vencedora foi uma ponte mista treliçada, com banzos inferiores de tubos circulares preenchidos com concreto e com os cabos

de protensão passando internamente nesse tubo. A geometria da ponte pode ser vista na Figura 5.

Figura 5 - Ponte vencedora do concurso da “Swiss Federal Institute of Technology Zurich”



Fonte: Nunziata (2004)

1.4 Justificativa

Ainda hoje, na engenharia estrutural brasileira a cultura de utilização do concreto é predominante. Por outro lado, devido às suas grandes vantagens, tais como rapidez, menos resíduos e produto mais leve, o uso do aço vem crescendo rapidamente, principalmente em obras industriais e de infraestrutura. As estruturas mistas de aço e concreto mostram ser uma excelente solução estrutural pois tiram proveito do melhor que esses materiais têm a oferecer, isto é, a resistência à compressão do concreto e a resistência à tração do aço. Adicionando os benefícios do sistema anterior aos benefícios do uso de protensão externa é possível fazer estruturas com vãos ainda maiores e com economia de material ainda maior, conseguindo assim um projeto mais eficiente. Além disso, o uso da protensão externa permite o reforço de estruturas existentes e possui uma manutenção menos onerosa do que a protensão interna.

O estudo de tecnologias que visem o melhor aproveitamento e utilização dos materiais, tornando os projetos mais econômicos e competitivos é de suma importância. Atualmente, vigas mistas protendidas são subutilizadas no Brasil devido ao pouco conhecimento do sistema e os seus métodos de dimensionamento. Portanto, um dos principais focos desse trabalho é a expansão e divulgação dos conhecimentos para vigas mistas protendidas, podendo auxiliar em posteriores estudos de atualização de normas ou até a criação de uma norma específica para esses tipos de estruturas.

Este trabalho tem como motivação fornecer uma contribuição técnica e científica visando difundir o uso da protensão em vigas mistas de aço e concreto com perfis de aço I duplamente simétricos, propondo uma metodologia de dimensionamento utilizando como base a ABNT NBR 8800:2008 e a ABNT NBR 6118:2014, realizando-se alterações para inclusão das forças de protensão nas seções analisadas. Tais normas serão utilizadas devido a possibilidade de se fazer a análise plástica das seções transversais compactas, o que aumenta consideravelmente a resistência última da seção.

1.5 Objetivo Geral

O presente estudo tem como objetivo geral propor um roteiro de cálculo para vigas mistas de aço e concreto protendidas, por pré-tração ou pós-tração, constituídas de perfis de aço de seção I duplamente simétricos, lajes maciças ou mistas de aço e concreto e cabos de traçado reto ou poligonal.

1.6 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos consistem em:

- a) Elaborar revisão bibliográfica sobre o tema, com pesquisas mais recentes sobre o uso de protensão externa em vigas mistas de aço e concreto;
- b) Propor um roteiro de cálculo, na forma de fluxogramas, para a análise estrutural e o dimensionamento de vigas mistas protendidas com o uso de pré-tração e de pós-tração, de acordo com os critérios da ABNT NBR 6118:2014, para concreto protendido, e ABNT NBR 8800:2008, para vigas mistas sem protensão, ajustando as equações existentes para inclusão dos efeitos da protensão;
- c) Propor uma ferramenta computacional para cálculo dessas estruturas de acordo com os fluxogramas de cálculo;
- d) Analisar o método proposto na alínea *b* por meio da comparação dos resultados de resistência última com os obtidos nos experimentos de Ayuub, Sohn e Saadatmanesh (1990) e Lorenc e Kubica (2006) para traçado reto e poligonal submetido a momento positivo e de Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989b) para traçado reto submetido a momento fletor negativo;

- e) Analisar a influência do traçado e da excentricidade dos cabos nas vigas mistas de aço e concreto protendidas por pré-tração e pós-tração. Analisar também a influência de outros parâmetros como a razão entre o vão da viga e a altura do perfil de aço e a altura da laje.

1.7 Estrutura da Dissertação

O **primeiro capítulo** definirá o problema a ser estudado por meio da introdução, dos objetivos e da justificativa, bem como descreverá a estrutura de apresentação do trabalho.

No **segundo capítulo**, será realizada uma extensa revisão bibliográfica sobre vigas mistas de aço e concreto, protensão em estruturas de concreto e protensão em estruturas de aço. Além disso, tem-se o subcapítulo de estado da arte, que apresentará os estudos realizados em vigas mistas de aço e concreto protendidas nas últimas décadas.

No **terceiro capítulo** serão descritos os fundamentos usados no cálculo das estruturas, como as cargas impostas, geometria global, materiais utilizados, parâmetros analisados, fluxogramas desenvolvidos durante o trabalho, as simplificações adotadas e apresentação do software desenvolvido, além da aferição do software com dois exemplos desenvolvidos pelo autor. O **quarto capítulo** será destinado ao estudo das vigas submetidas à técnica da pré-tração junto com a comprovação experimental do modelo proposto para vigas pré-tracionadas, enquanto o **quinto capítulo** abordará o estudo das vigas submetidas à técnica de pós-tração junto com a comprovação experimental para vigas pós-tracionadas.

No **sexto capítulo** serão estudados os modelos pré e pós-tracionados em conjunto para se observar o comportamento em três estado limites: estado limite último a esforços combinações (flexo-compressão), estado limite de serviço de flecha excessiva e estado limite de serviço de vibração no piso.

No **sétimo capítulo** ocorrerá as conclusões que foram obtidas após os estudos junto com sugestões para trabalhos futuros.

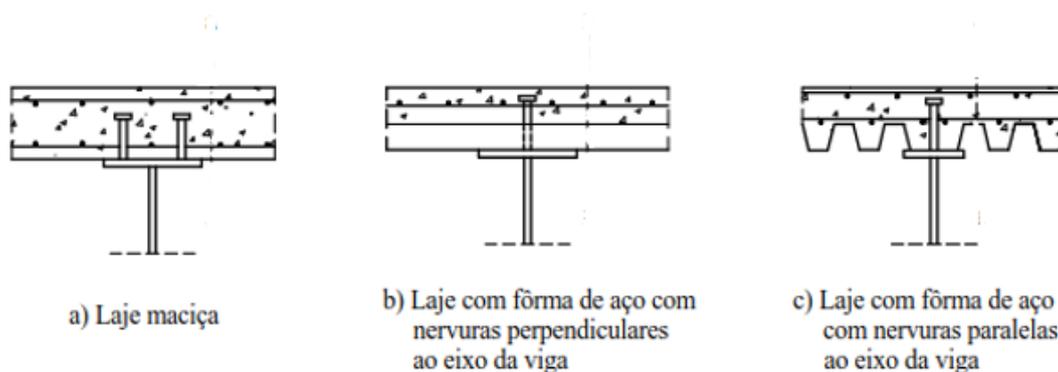
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esse capítulo visa apresentar a fundamentação teórica e a tecnologia construtiva de diferentes soluções para vigas de edifícios e pontes. O item 2.1 dedica-se à apresentação das vigas mistas convencionais de aço e concreto, o item 2.2 aborda aspectos relativos ao projeto em concreto protendido, já o item 2.3 discorre sobre o sistema de vigas de aço protendidas e seus conceitos. No item 2.4 é apresentada a solução em viga mista de aço e concreto protendida e por fim, no item 2.5, o estado da arte das pesquisas mais recentes sobre o tema abordado é apresentado.

2.1 Vigas mistas de aço e concreto

As vigas mistas de aço e concreto, segundo a ABNT NBR 8800:2008, são vigas compostas por um perfil de aço simétrico em relação ao eixo de menor inércia, podendo ser um perfil I ou uma treliça, com uma laje de concreto, sendo estes dois materiais conectados mecanicamente por meio de conectores de cisalhamento. Essa conexão faz com que os dois materiais trabalhem solidariamente a momento fletor, não ocorrendo deslizamento entre esses materiais ou ocorrendo um deslizamento mínimo, de acordo com o grau de interação definido em projeto. A Figura 6 mostra alguns exemplos de vigas mistas de aço e concreto abordadas pela ABNT NBR 8800:2008, de acordo com o tipo de laje e a posição das nervuras da laje.

Figura 6 - Lajes de concreto abordadas pela ABNT NBR 8800:2008



A ABNT NBR 8800:2008 prescreve que os perfis de aço empregados para viga mista não podem ter alma esbelta, ou seja, devem respeitar a relação (2.1):

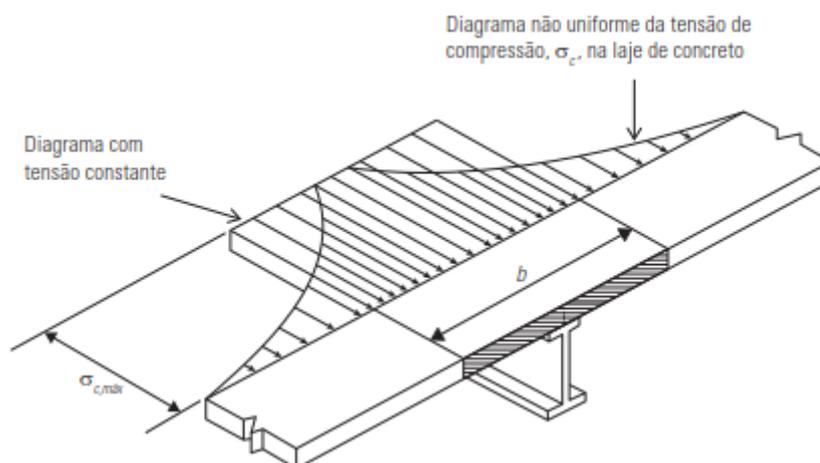
$$\frac{h}{t_w} \leq 5,7 \sqrt{\frac{E_a}{f_y}} \quad (2.1)$$

sendo a altura h definida como a distância entre faces internas das mesas nos perfis soldados e como esse valor menos os dois raios de concordância entre a mesa e a alma nos perfis laminados, t_w a espessura da alma, E_a o módulo de elasticidade do aço e f_y a tensão de escoamento do aço.

2.1.1 Largura efetiva da laje de concreto

As tensões atuantes de compressão na laje de concreto seguem uma distribuição não linear conforme Figura 7. Para efeito de simplificação, considera-se um diagrama de tensão constante, cujo valor da tensão é igual ao máximo valor do diagrama não linear, porém é assegurado que ambas as distribuições forneçam o mesmo valor de resultante de tensões.

Figura 7 - Diagrama de tensões reais no concreto e a simplificação adotada para dimensionamento



Fonte: Fakury, Silva e Caldas (2016)

Assim, a largura efetiva da laje de concreto é definida pela distância dentre as vigas paralelas à viga analisada, tendo como limite da largura uma fração do vão, conforme se descreve nas Equações (2.2) e (2.3) da ABNT NBR 8800:2008.

$$\text{viga interna: } b_{ef,int} = \text{menor} \left\{ \frac{L_e}{8} + \text{menor} \left\{ \frac{L_e}{8} \right. \right. \quad (2.2)$$

$$\left. \left. \frac{e_{esq}}{2} \right\} \right. \quad (2.2)$$

$$\text{viga de borda: } b_{ef,ext} = \text{menor} \left\{ \frac{L_e}{8} + \text{menor} \left\{ \frac{L_e}{8} \right. \right. \quad (2.3)$$

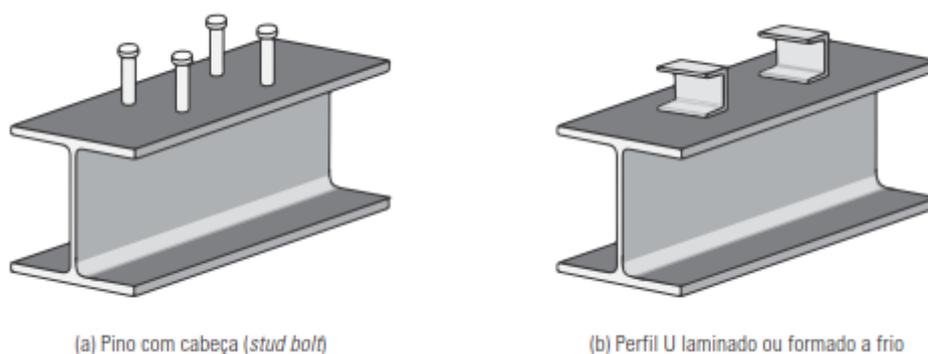
$$\left. \left. e_{esq} \right\} \right. \quad (2.3)$$

sendo L_e o vão da viga mista, considerado entre linhas de centro de apoio, quando a viga é biapoiada e e_{esq} e e_{dir} são as distâncias da viga analisada às vigas adjacentes, à esquerda e à direita, respectivamente.

2.1.2 Conectores de cisalhamento

Os conectores de cisalhamento são os responsáveis pela ligação mecânica entre os elementos que compõe a viga mista, perfil de aço e laje de concreto. São eles que evitam ou reduzem o deslizamento lateral na interface dos elementos. Nesse trabalho dois tipos de conectores de cisalhamento são descritos: o tipo pino com cabeça (*stud bolt*) e o perfil U laminado ou formado a frio, conforme Figura 8.

Figura 8 - Tipos de conectores abordados pela norma ABNT NBR 8800:2008



Fonte: Fakury, Silva e Caldas (2016)

Os conectores tipo pino com cabeça tem uma grande vantagem em relação aos conectores de perfil U, pois são instalados de forma muito mais rápida, sendo o primeiro instalado na ordem de segundos enquanto o segundo na ordem de minutos.

Fakury, Silva e Caldas (2016) cita que os conectores do tipo pino com cabeça são encontrados comercialmente com diâmetros de 19 e 22mm, com altura variando de 80 a 208mm. Também é informado que o diâmetro de 19mm é o mais usado, pois é o único que pode ser utilizado em lajes mistas. Eles são fabricados em aço ASTM A108 – Grau 1020.

Os estados limites últimos que governam o dimensionamento dos conectores são a ruptura do conector por tração e a ruína do concreto por fendilhamento ou esmagamento. Esses dois estados limites últimos são descritos matematicamente na equação (2.4).

$$Q_{Rd} \leq \begin{cases} \frac{R_g R_p A_{cs} f_{ucs}}{\gamma_{cs}} \\ \frac{A_{cs} \sqrt{f_{ck} E_c}}{2\gamma_{cs}} \end{cases} \quad (2.4)$$

sendo R_g e R_p os coeficientes de efeito de grupo de conectores e efeito de posição do conector, respectivamente, A_{cs} a área da seção do fuste do conector, f_{ck} a resistência característica à compressão do concreto, E_c é o módulo de elasticidade do concreto e γ_{cs} o coeficiente de minoração da resistência do conector, de valor igual a 1,25.

Os perfis U laminados ou formados a frio somente podem ser usados em lajes maciças e devem possuir uma altura mínima de 75mm. Eles são instalados com o eixo perpendicular ao eixo da viga e devem ser soldados longitudinalmente na mesa da viga, conectando a mesa inferior do perfil. Os estados limites últimos que governam o seu dimensionamento são bem semelhantes ao do conector de pino com cabeça, porém somente uma única equação define a sua força resistente, descrita na equação (2.5).

$$Q_{Rd} = \frac{0,3(t_{fcs} + 0,5t_{wcs})L_{cs}\sqrt{f_{ck}E_c}}{\gamma_{cs}} \quad (2.5)$$

sendo t_{fcs} a espessura média da mesa e t_{wcs} a espessura média da alma de perfis U laminados, L_{cs} o comprimento do conector e as outras variáveis são idênticas àquelas definidas na equação (2.4).

2.1.3 Força de cisalhamento entre os materiais

Como os materiais estão coesos pelos conectores de cisalhamento, surge uma força horizontal (F_{hd}) na interface entre os dois materiais, que pode ser calculada como sendo o menor valor da força resistente de cada material da seção, de acordo com a equação (2.6):

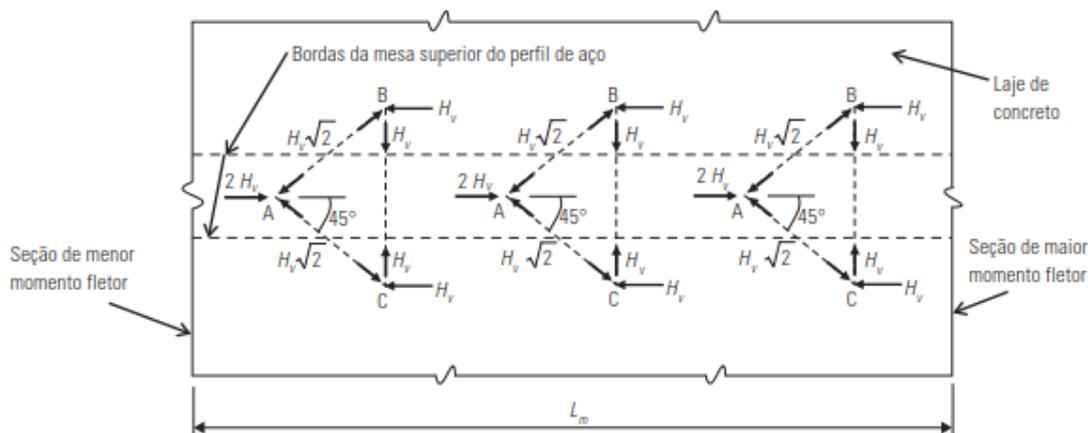
$$F_{hd} \leq \begin{cases} 0,85f_{cd}b_{ef}t_c \\ A_a f_{yd} \end{cases} \quad (2.6)$$

sendo f_{cd} e f_{yd} as resistências de cálculo do concreto à compressão e do aço ao escoamento, respectivamente, b_{ef} é a largura efetiva da laje de concreto, t_c é a espessura da laje de concreto que está resistindo a compressão e A_a é a área de aço da seção mista.

2.1.4 Armadura de costura

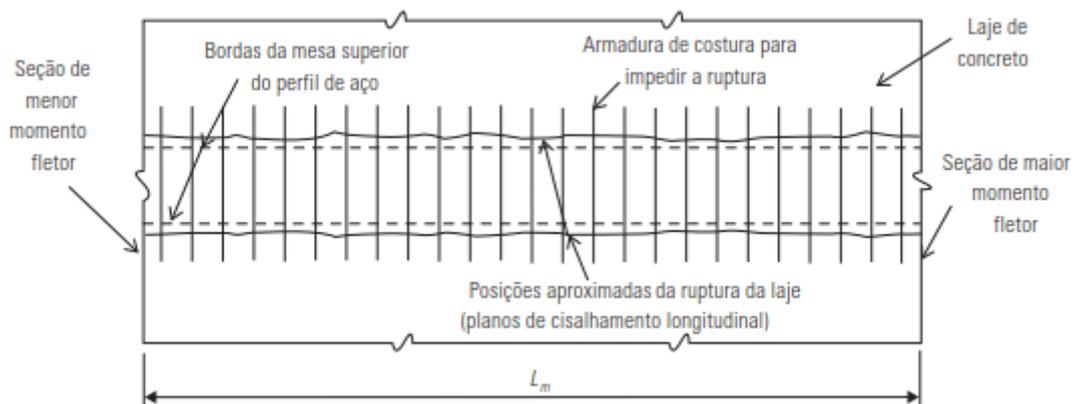
A força horizontal F_{hd} , descrita no item 2.1.3, provoca o cisalhamento na laje de concreto, que gera tensões de tração no concreto, podendo levar a um estado limite último da estrutura. Segundo Fakury, Silva e Caldas (2016), entre a seção de menor momento fletor e a seção de maior momento fletor tem-se uma força H_v , transferida pelos conectores, por unidade de comprimento da viga. Realizando o equilíbrio de forças, tem-se que o concreto é solicitado à tração na direção perpendicular ao eixo da viga, de uma força H_v , conforme mostra a Figura 9. Consequentemente, deve-se posicionar barras de aço no local para suportar a tração no concreto, conforme a Figura 10.

Figura 9 - Modelo de cálculo da armadura de costura



Fonte: Fakury, Silva e Caldas (2016)

Figura 10 - Posicionamento da armadura de costura



Fonte: Fakury, Silva e Caldas (2016)

O dimensionamento da armadura de costura segue as fórmulas (2.7) a (2.11):

$$H_{v,Sd} \leq H_{v,Rd} \quad (2.7)$$

$$H_{v,Sd} = \frac{n_m F_{hd} \left(\frac{b_1}{b_1 + b_2} \right)}{L_m} \quad (2.8)$$

$$H_{v,Rd} \leq \begin{cases} \frac{0,6A_{cv}f_{ctk,inf}}{\gamma_c} + \sum \left(\frac{A_s f_{ys}}{\gamma_s} \right) + \frac{A_F f_{yF}}{\gamma_a} \\ \frac{0,2A_{cv}f_{ck}}{\gamma_c} + \frac{0,6A_F f_{yF}}{\gamma_a} \end{cases} \quad (2.9)$$

$$A_{cv} = \frac{L_m t_c}{L_m} = t_c \quad (2.10)$$

$$f_{ctk,inf} = 0,21 f_{ck}^{\frac{2}{3}}; f_{ck} \text{ em MPa} \quad (2.11)$$

sendo n_m o número de conectores na região limitada por L_m , n o número de conectores necessários entre a região de momento fletor máximo e momento fletor nulo, b_1 a largura efetiva da laje do lado analisado, b_2 a largura efetiva da laje no lado oposto ao analisado, A_{cv} a área de cisalhamento do concreto, $f_{ctk,inf}$ a resistência característica do concreto à tração, obtido na ausência do ensaio de tração do concreto, A_F a área de aço da laje mista no plano de cisalhamento, caso seja perpendicular ao perfil. As variáveis f_{ys} e f_{yF} são as resistências características ao escoamento dos aços da armadura de costura e da fôrma da

laje mista, respectivamente, e f_{ck} a resistência característica do concreto à compressão. Os coeficientes de ponderação γ_a, γ_c e γ_s referem-se ao aço da fôrma, ao concreto da laje e ao aço da armadura de costura, respectivamente, e são iguais a 1,1; 1,4 e 1,15. A variável A_s , neste caso, inclui a tela soldada para evitar fissuração do concreto e a armadura de costura.

Além disso, A_s deve respeitar os seguintes valores mínimos, de acordo com a equação (2.12). As barras da armadura de costura devem ter diâmetro de até 32mm e comprimento de ancoragem mínimo igual ao valor fornecido pela Equação (2.13).

$$A_s \geq \begin{cases} 150 \frac{mm^2}{m} \\ 0,1\%A_{cv} ; \text{para laje mista perpendicular à viga} \\ 0,2\%A_{cv} ; \text{demais casos} \end{cases} \quad (2.12)$$

$$l_b = \frac{\frac{n_m}{n} F_{hd} \left(\frac{b_1}{b_1 + b_2} \right)}{0,85 f_{cd} t_c} + l'_b \quad (2.13)$$

$$l'_b = \frac{\phi}{4} \frac{\frac{f_{ys}}{\gamma_s}}{1,575 \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}} \geq \begin{cases} 10\phi \\ 100 \text{ mm} \end{cases} \quad (2.14)$$

sendo l_b o comprimento de ancoragem mínimo, medido do eixo vertical de simetria da viga para a sua borda, devendo ter esse mesmo comprimento para os dois lados do eixo, ϕ o diâmetro da barra utilizada para armadura de costura e l'_b a parcela a ser adicionada no comprimento de ancoragem mínimo, demais variáveis explicadas de (2.7) a (2.11).

2.1.5 Momento fletor resistente de cálculo em regiões de momento positivo

A ABNT NBR 8800:2008 determina as formulações para cálculo do momento resistente de vigas mistas com perfis de alma compacta ou semcompacta, construção escorada ou não-escorada, interação completa ou parcial. Neste trabalho será estudado apenas vigas mistas com interação total. Para construção escorada e perfil de aço de alma compacta, usa-se a análise rígido-plástica na determinação das resistências, conforme as equações (2.15)

a (2.26), sendo as equações (2.15) a (2.19) para a linha neutra plástica (LNP) na laje e as equações (2.20) a (2.26) para LNP no perfil de aço.

$$0,85f_{cd}b_{ef}t_c \geq A_a f_{yd} \quad (2.15)$$

$$C_{cd} = 0,85f_{cd}b_{ef}a \quad (2.16)$$

$$T_{ad} = A_a f_{yd} \quad (2.17)$$

$$a = \frac{T_{ad}}{0,85f_{cd}b_{ef}} \quad (2.18)$$

$$M_{Rd} = T_{ad} \left(d_1 + h_F + t_c - \frac{a}{2} \right) \quad (2.19)$$

$$A_a f_{yd} \geq 0,85f_{cd}b_{ef}t_c \quad (2.20)$$

$$C_{cd} = 0,85f_{cd}b t_c \quad (2.21)$$

$$C_{ad} = \frac{1}{2}(A_a f_{yd} - C_{cd}) \quad (2.22)$$

$$T_{ad} = C_{cd} + C_{ad} \quad (2.23)$$

$$se\ C_{ad} \leq A_a f_{yd}; y_p = \frac{C_{ad} t_f}{A_a f_{yd}} \quad (2.24)$$

$$se\ não; y_p = t_f + \frac{h_w(C_{ad} - A_a f_{yd})}{A_{aw} f_{yd}} \quad (2.25)$$

$$M_{Rd} = \left[C_{ad}(d - y_t - y_c) + C_{cd} \left(\frac{t_c}{2} + h_f + d - y_t \right) \right] \quad (2.26)$$

Sendo C_{cd} a resistência do concreto da seção a compressão, T_{ad} a parcela do perfil de aço resistindo a tração, C_{ad} a parcela do perfil de aço resistindo a compressão, a a altura da LNP a partir da fibra superior da laje de concreto, d_1 a distância entre o centroide do perfil de aço até a fibra superior da mesa superior, h_F a altura da nervura da laje mista (sendo igual a 0 no caso de laje maciça), t_c a espessura da laje de concreto (sendo somente a parte acima das nervuras no caso de laje mista), y_p a distância da LNP até a parte superior da mesa superior do perfil de aço, y_t a distância do centroide da parcela do perfil de aço que está submetida a tração até a parte inferior da mesa inferior do perfil de aço e y_c a distância do centroide da parcela do perfil de aço que está submetida a compressão até a parte superior da mesa superior do perfil de aço.

A Figura 11 mostra o que é cada variável na seção transversal e nas tensões atuantes.

Já para vigas mistas com perfis de aço de alma semicompacta, deve ser feita a análise elástica para determinação das tensões atuantes, e verificar se estas tensões são inferiores à resistência ao escoamento de projeto f_{yd} no caso do perfil de aço e à resistência à compressão de projeto f_{cd} no caso da laje de concreto. Essas condições são atendidas nas equações (2.27) e (2.28).

$$\sigma_{td} = \frac{M_{sd}}{(W_{tr})_i} \leq f_{yd} \quad (2.27)$$

$$\sigma_{cd} = \frac{M_{sd}}{\alpha_E (W_{tr})_s} \leq f_{cd} \quad (2.28)$$

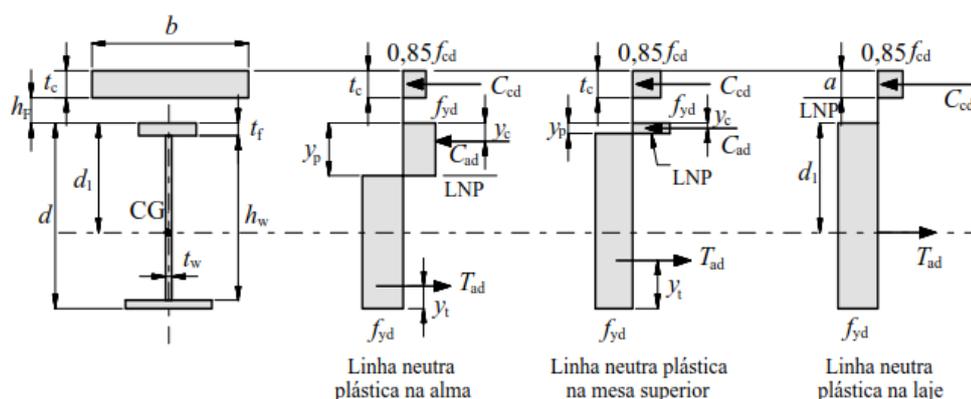
Sendo σ_{td} a tensão solicitante de tração de cálculo no aço, σ_{cd} a tensão solicitante de compressão de cálculo no concreto, α_E a razão E_a/E_c , sendo E_a o módulo de elasticidade do aço, E_c o módulo de elasticidade do concreto e $(W_{tr})_i$ e $(W_{tr})_s$ iguais aos módulos de resistência elásticos inferior e superior da seção transformada, respectivamente.

Para vigas mistas não escoradas, além das verificações das equações (2.20) a (2.28), tem-se que garantir que a mesa inferior do perfil de aço não sofra escoamento, conforme equação (2.29).

$$\left(\frac{M_{Ga,sd}}{W_a} \right) + \left(\frac{M_{t,sd}}{W_{tr,i}} \right) \leq f_{yd} \quad (2.29)$$

Onde W_a é o módulo de resistência elástico inferior do perfil de aço, $W_{tr,i}$ módulo de resistência elástico inferior do perfil misto, $M_{Ga,sd}$ e $M_{t,sd}$ são os momentos solicitantes de cálculo devido às ações atuantes antes e depois do concreto atingir resistência igual a $0,75f_{ck}$.

Figura 11 - Comportamento das tensões conforme posição da LNP



Fonte: ABNT NBR 8800:2008

2.1.6 Momento fletor resistente de cálculo em regiões de momento negativo

2.1.6.1 Análise rígido-plástica

A ABNT NBR 8800:2008 determina que os perfis de aço de vigas mistas contínuas ou semicontínuas tenham relação $\frac{b_f}{t_f} \leq 0,38 \sqrt{\frac{E_a}{f_y}}$, a fim de evitar flambagem local da mesa e $\frac{h_p}{t_w} \leq 3,76 \sqrt{\frac{E_a}{f_y}}$, a fim de evitar flambagem local da alma, sendo b_f a largura da mesa inferior, t_f a espessura da mesa inferior, h_p o dobro da altura da parcela da alma comprimida reduzida de duas vezes o raio de concordância, em perfis laminados, e t_w a espessura da alma. Além disso, a norma determina que haja interação total entre aço e concreto nas regiões de momento negativo.

Por permitir apenas perfis de aço de seção compacta, a ABNT NBR 8800:2008 faz uso da análise rígido-plástica da seção transversal, considerando apenas o perfil de aço e a armadura longitudinal do concreto trabalhando. Assim, o momento fletor resistente é definido pelas equações (2.30) e (2.31):

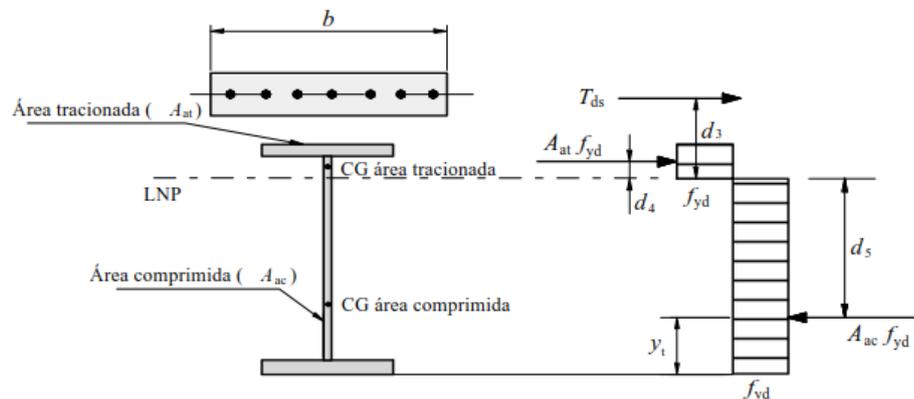
$$M_{rd}^- = T_{ds}d_3 + A_{at}f_{yd}d_4 + A_{ac}f_{yd}d_5 \quad (2.30)$$

$$T_{ds} = A_{sl}f_{sd} \quad (2.31)$$

sendo T_{ds} a força de tração na armadura longitudinal do concreto, A_{sl} é a área de aço longitudinal na laje de concreto, f_{sd} é a tensão de escoamento do aço longitudinal na laje de concreto, A_{at} a área tracionada do perfil de aço, A_{ac} a área comprimida do perfil de aço, y_t a distância entre o centroide das forças de

compressão no perfil de aço e a fibra inferior da mesa inferior, d_3 a distância entre a força de tração nas barras passivas e a LNP, d_4 a distância entre o centroide das forças de tração no perfil de aço e a LNP e d_5 a distância entre o centroide das forças de compressão no perfil de aço e a LNP. Essas variáveis estão representadas na seção na Figura 12.

Figura 12 - Análise rígido-plástica em vigas mistas nas regiões de momento negativo



Fonte: ABNT NBR 8800:2008

Como a área de aço da armadura longitudinal normalmente é muito menor do que a área de aço do perfil, a LNP, geralmente, se localiza na alma do perfil, podendo-se desenvolver a equação (2.30) para a (2.32):

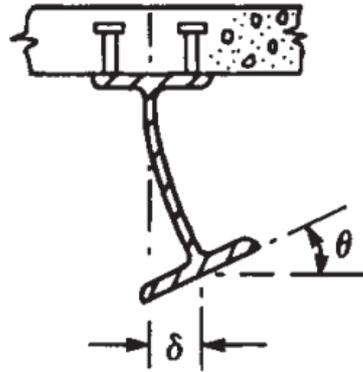
$$M_{rd}^- = T_{ds}(c + t_f + y_0) + b_f t_f f_{yd}(t_f + h) + \frac{t_w f_{yd} [y_0^2 + (h - y_0)^2]}{2} \quad (2.32)$$

sendo y_0 a distância da face inferior da mesa superior à LNP e c a distância da armadura longitudinal da laje de concreto a face inferior da laje concreto.

2.1.6.2 Flambagem lateral com distorção

A flambagem lateral com distorção (FLD) é um estado limite último que ocorre em vigas mistas nas regiões de momento negativo. Esse estado limite se caracteriza pela flambagem e distorção da alma do perfil de aço, como mostra a Figura 13.

Figura 13 - Flambagem lateral com distorção em vigas mistas



Fonte: Johnson (2004)

Para garantir a não ocorrência da FLD, deve-se respeitar a equação (2.33):

$$M_{sd}^- \leq M_{distRd}^- = \chi_{dist} M_{Rd}^- \quad (2.33)$$

onde χ_{dist} é o fator de redução da resistência devido à FLD, obtido do parâmetro de esbeltes para FLD, λ_{dist} , conforme equações (2.34) a (2.37):

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{M_{Rk}^-}{M_{cr}}} \quad (2.34)$$

$$\lambda_{dist} \leq 1,5 \rightarrow \chi_{dist} = 0,658 \lambda_{dist}^2 \quad (2.35)$$

$$\lambda_{dist} > 1,5 \rightarrow \chi_{dist} = \frac{0,877}{\lambda_{dist}^2} \quad (2.36)$$

$$\lambda_{dist} \leq 0,4 \rightarrow \chi_{dist} = 1 \quad (2.37)$$

sendo M_{Rk}^- e M_{Rd}^- , respectivamente, os momentos fletores resistentes característico e de projeto nas regiões de momento negativo, obtidos conforme o item 2.1.6.1 e M_{cr} o momento crítico elástico à FLD, obtido conforme equação (2.38), para o caso de existirem duas ou mais vigas paralelas.

$$M_{cr} = \frac{\alpha_g C_{dist}}{L} \sqrt{\left(GJ + \frac{k_r L^2}{\pi^2}\right) E I_{af,y}} \quad (2.38)$$

sendo G o módulo de elasticidade transversal do aço, L o vão da viga mista, J a inércia à torção pura do perfil de aço, $I_{af,y}$ é o momento de inércia da mesa inferior do perfil de aço em relação ao eixo y (eixo de menor inércia), C_{dist} um

coeficiente que depende da distribuição do diagrama de momento fletor na viga mista, conforme **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, k_r é a rigidez rotacional da viga mista, de acordo com as equações (2.39) a (2.41) e α_g é o fator relacionado à geometria da seção transversal mista, calculado na equação (2.42) para vigas duplamente simétricas.

$$k_r = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \quad (2.39)$$

$$k_1 = \frac{\alpha(EI)_2}{a} \quad (2.40)$$

$$k_2 = \frac{Et_w^3}{4h_o(1 - \nu_a^2)} \quad (2.41)$$

$$\alpha_g = \frac{\left(\frac{h_o I_x}{I_{ax}}\right)}{\left(\frac{h_o^2}{4} + \frac{I_{ax} + I_{ay}}{A_a}\right) \frac{1}{e} + h_o} \quad (2.42)$$

$$e = \frac{AI_{ax}}{A_a y_c (A - A_a)} \quad (2.43)$$

Tabela 1 - Tabela de C_{dist} para vários carregamentos uniformes e concentrados

Condições de carregamento e apoio	Diagrama de momento fletor ^a	Ψ								
		0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50
		41,5	30,2	24,5	21,1	19,0	17,5	16,5	15,7	15,2
		33,9	22,7	17,3	14,1	13,0	12,0	11,4	10,9	10,6
		28,2	18,0	13,7	11,7	10,6	10,0	9,5	9,1	8,9
		21,9	13,9	11,0	9,6	8,8	8,3	8,0	7,8	7,6
		28,4	21,8	18,6	16,7	15,6	14,8	14,2	13,8	13,5
		12,7	9,89	8,6	8,0	7,7	7,4	7,2	7,1	7,0

^a M_o é o momento máximo solicitante de cálculo, considerando o tramo analisado como biapoiado.

Fonte: ABNT NBR 8800:2008

Nas equações (2.39) a (2.41), α é tomado igual a 2 para vigas de borda, com ou sem laje em balanço e 3 para vigas internas, $(EI)_2$ é a rigidez à flexão

da seção mista homogeneizada da laje, desconsiderando o concreto à tração, a é a distância entre vigas adjacentes, h_o é a distância entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço e ν_a é o coeficiente de Poisson para o aço, igual a 0,3.

Já na equação (2.42), I_x é o momento de inércia da seção mista em relação ao eixo x (eixo de maior inércia), considerando somente o perfil de aço e as armaduras, y_c a distância do centro geométrico do perfil de aço à metade da altura da laje de concreto, I_{ax} e I_{ay} são os momentos de inércia do perfil de aço em relação aos eixos x e y , respectivamente, A_a é a área do perfil de aço e A é a área da seção mista na região de momento negativo, considerando apenas as armaduras e o perfil de aço.

2.1.7 Efeitos de longa duração

O efeito da fluência e retração do concreto, de acordo com a ABNT NBR 8800:2008, para cálculo de flechas das ações de longa duração, são considerados ao se modificar a razão entre o módulo de elasticidade do aço e do concreto, multiplicando-o por 3, conforme (2.44):

$$\alpha_E = \frac{3E_a}{E_c} \quad (2.44)$$

A flecha de vigas mistas é determinada segundo a equação (2.45):

$$\delta = \delta_{p,a} + \delta_{p,tr} + \delta_{v,cd} + \delta_{v,ld} - \delta_{cf,p} \quad (2.45)$$

sendo δ a flecha ocorrida na seção mista, $\delta_{p,a}$ a flecha causada por cargas permanentes no perfil de aço, que será igual de zero se a construção for escorada, $\delta_{p,tr}$ a flecha devido às cargas permanentes na seção mista, $\delta_{v,cd}$ e $\delta_{v,ld}$ as flechas causadas por cargas variáveis de curta e longa duração, respectivamente, na seção mista e $\delta_{cf,p}$ é a contraflecha que será formada no elemento devido à força de protensão.

Para verificação de vibração em piso composto por vigas mistas, Fakury, Silva e Caldas (2016) recomenda o uso da combinação frequente de serviço para as cargas permanentes e variáveis com algumas modificações nas propriedades físicas. Essas mudanças são:

- Deve-se usar as propriedades da seção homogeneizada, desprezando a modificação de α_e informada em (2.44), ou seja, considerando o valor de α_e sem ser majorado;
- Deve-se adotar a largura da laje de concreto com o limite superior de $\frac{L_e}{5}$ e não $\frac{L_e}{8}$, como informado em (2.2) e (2.3)

Caso esteja sendo usado laje mista, deve-se majorar o módulo de elasticidade do concreto em 35%, para considerar sua maior rigidez sobre carregamento dinâmico.

2.2 Concreto Protendido

A palavra protensão, conforme Hanai (2005), transmite uma ideia de incorporação de tensões em algo, mais precisamente nos materiais utilizados na construção de estruturas. No campo da engenharia estrutural, a protensão é usada para induzir um carregamento de flexo-compressão em um elemento estrutural para reduzir ou anular os esforços de momento fletor a que ele está submetido. Os primeiros estudos de protensão foram feitos utilizando estruturas de concreto, a fim de diminuir as tensões de tração existentes no mesmo.

Elementos de concreto protendido, segundo a ABNT NBR 6118:2014, são elementos nos quais parte das armaduras são previamente alongadas (protensão) com a finalidade de reduzir fissuras e deslocamentos, além de obter melhor aproveitamento do concreto e do aço de alta resistência utilizado.

2.2.1 Tipos de aço e valores limites de projeto

No concreto protendido, o aço que sofre o processo de protensão é chamado de armadura ativa, sendo este classificado de acordo com a sua resistência à tração e a sua capacidade de alongamento sem incremento de tensão, ou seja, relaxação. Essa relaxação pode ser normal, recebendo a classificação RN, ou baixa, com classificação RB. Segundo a ABNT NBR 7483:2008, CP-190 e CP 210 são os tipos de cordoalhas existentes com resistências à tração de 1864 e 2060 MPa, respectivamente.

Conforme a ABNT NBR 7482:2008, os fios de aço também são classificados pela resistência à tração, que varia entre 1423 a 1667 MPa, e pelo tipo de relaxação. Tem-se fios de aço do tipo CP-145, CP-150, CP-160, CP-170,

CP-175 com relaxação normal RN ou baixa relaxação RB. A classificação ainda pode ser de acordo com o acabamento superficial, sendo L para liso e E para entalhado.

A ABNT NBR 6118:2014 recomenda que a tensão máxima aplicada a armadura ativa do elemento de concreto não ultrapasse os seguintes valores, de acordo com equações (2.46) e (2.47)

$$\sigma_{pi,pré-tração} \leq \begin{cases} 0,77f_{ptk} \text{ e } 0,9f_{pyk}, \text{ para aços RN} \\ 0,77f_{ptk} \text{ e } 0,85f_{pyk}, \text{ para aços RB} \end{cases} \quad (2.46)$$

$$\sigma_{pi,pós-tração} \leq \begin{cases} 0,74f_{ptk} \text{ e } 0,87f_{pyk}, \text{ para aços RN} \\ 0,74f_{ptk} \text{ e } 0,82f_{pyk}, \text{ para aços RB} \end{cases} \quad (2.47)$$

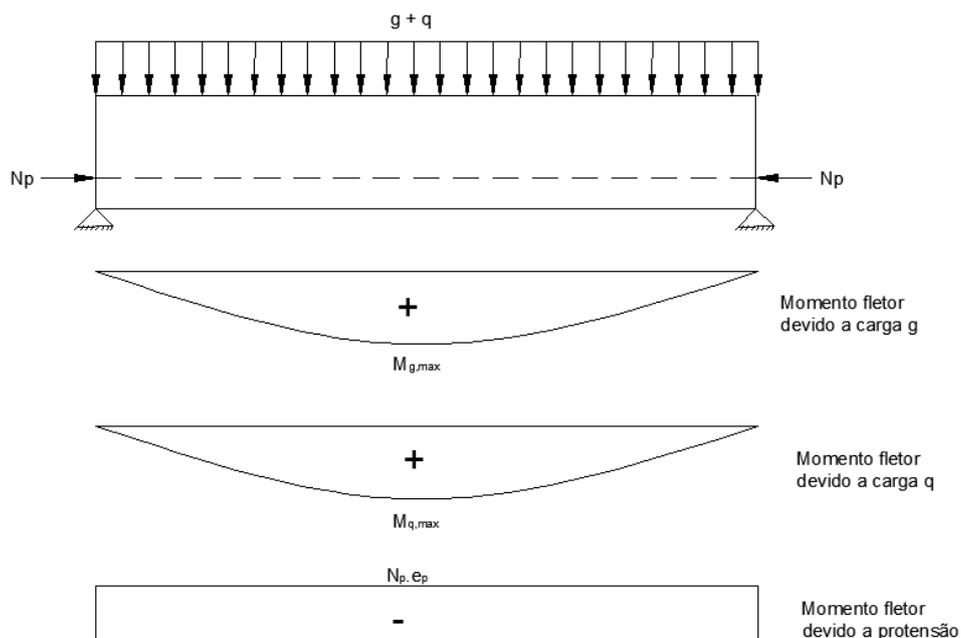
2.2.2 Efeitos da força de protensão na seção

Segundo Cholfe e Bonilha (2013), a protensão pode ser entendida como uma força concentrada normal à seção transversal, que comprime a mesma. Para seções não fissuradas, esse efeito é equivalente ao de uma flexo-compressão na seção transversal, tendo uma única excentricidade.

Em elementos onde o momento fletor atuante não é constante, para melhor aproveitamento do material, deve-se ocorrer a mudança do centro geométrico da armadura ativa para diminuir as tensões atuantes. Isso pode ser visto em uma viga biapoiada, com carregamento distribuído uniforme, com cabo resultante em altura constante (Figura 14). Nesse tipo de estrutura surge, na região dos apoios, momento fletor negativo, solicitando a estrutura desnecessariamente.

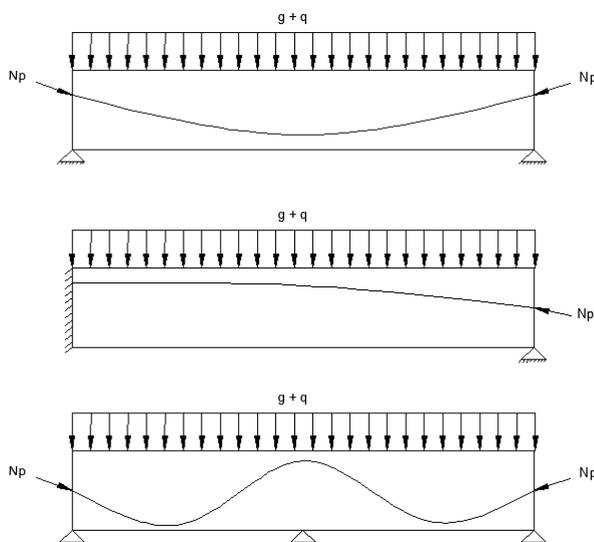
Portanto, busca-se mudar a excentricidade do cabo conforme a sua posição no elemento, minimizando os esforços como um todo. A Figura 15 mostra a configuração ideal do traçado do cabo para três tipos de viga com condições de contorno distintas, biapoiada, em balanço e contínua. Pode-se perceber que a função que descreve a curva geométrica que o cabo ideal faz é de mesma ordem que a função do esforço de momento fletor atuante no elemento.

Figura 14 - Diagrama de momento fletor devido a cada esforço atuante na viga



Fonte: Adaptado de Cholfe e Bonilha (2013)

Figura 15 - Diferentes traçados de vigas protendidas



Fonte: Adaptado de Cholfe e Bonilha (2013)

2.2.3 Escolha do tipo de protensão

A protensão escolhida em projeto depende principalmente das exigências com relação à fissuração do concreto que o ambiente impõe à estrutura. De acordo com Ishitani e França (2002), os ambientes podem ser classificados da seguinte forma, cada uma com a recomendação do tipo de protensão a ser usada:

- Ambientes não agressivos, como interior de edificações onde a alta umidade relativa prevalece poucos dias no ano. Nesse caso usa-se a protensão parcial;
- Pouco agressivos, como interior de edificações onde a alta umidade relativa ocorre em longos períodos ou concreto exposto a intempéries. Nessa situação se usa a protensão limitada.
- Muito agressivo, como em ambientes com gases ou líquidos agressivos ou em regiões marítimas. Nesse episódio, usa-se a protensão completa.

Para cada tipo de protensão deve ser analisado diferentes estados limites de serviço, cada um com uma combinação diferente de ações. A ABNT NBR 6118:2014 define as seguintes combinações e estados limites de serviço a serem respeitados para cada tipo de protensão:

- Protensão parcial: emprega-se a combinação quase permanente de ações para verificar o estado limite de descompressão e a combinação frequente de ações para dimensionar ao estado limite de abertura de fissura limitada a 0,2mm. Esse tipo de protensão pode ser usado para casos de pré-tração em ambientes CAA I e para pós-tração em ambientes CAA I e II;
- Protensão limitada: limita-se à combinação quase permanente para o estado limite de descompressão e a combinação frequente para estado limite de formação de fissuras. Esse tipo de protensão pode ser usado para casos de pré-tração em ambientes CAA II e para pós-tração em ambientes CAA III e IV;
- Protensão completa: utiliza-se as combinações frequentes e raras para os estados limites de descompressão e de formação de fissuras, respectivamente. Esse tipo de protensão somente pode ser usado para casos de pré-tração em ambientes CAA III e IV.

Além disso, a norma ABNT NBR 6118:2014 fala que, para todos os tipos de protensão, deve ser observado também o estado limite de compressão excessiva, onde a compressão no concreto não pode exceder $0,7 f_{ckj}$ no momento que ocorre a protensão na estrutura.

2.2.4 Protensão em vazio e núcleo central de inércia

Um estado limite importante para a estrutura, podendo governar o seu dimensionamento, é o estado limite último no ato da protensão. Esse estado limite busca verificar se a estrutura vai suportar a carga de protensão calculada para sua utilização plena ainda durante a sua construção.

Cholfe e Bonilha (2013) citam que essa verificação se faz com a resistência do concreto antes dos 28 dias de cura (f_{ckj}), usando as hipóteses básicas, que garantem a ductilidade do elemento, ou de forma simplificada, utilizando a seção não fissurada e com comportamento linear, onde a tensão de compressão não pode superar $0,7f_{ckj}$ e as tensões de tração não podem superar $0,36f_{ckj}^{\frac{2}{3}}$. Caso tenha tração na seção, deve-se ainda calcular a armadura a ser utilizada usando a seção fissurada, sendo a tração igual a resultante de tração calculada com a seção não-fissurada.

A fim de evitar tração nos esforços da seção transversal, busca-se colocar a resultante da protensão dentro do núcleo central de inércia do elemento, garantindo que haverá apenas compressão no concreto. Para encontrar o valor máximo da excentricidade, emprega-se a equação (2.48):

$$e = \frac{I_x}{Ay} \quad (2.48)$$

sendo I_x o momento de inércia em torno do eixo de maior inércia, A a área da seção transversal do elemento e y a distância do centro de gravidade a fibra superior ou inferior.

2.2.5 Perdas da força de protensão para protensão externa

De acordo com Filho (2016), protensão externa com cabos engraxados é o caso mais comum para estruturas, que tem como uma das principais vantagens a diminuição dos fatores de perda da força de protensão, em comparação com a protensão interna. As principais perdas que são desprezíveis são: perdas por atrito do cabo com a bainha, perdas por encurtamento da viga e perdas por retração e fluência do concreto, devido a não aderência entre os materiais.

2.2.5.1 Perdas por desvio angular nos desviadores

A ABNT NBR 6118:2014 explicita a equação (2.49) para perdas por atrito e por desvio angular dos cabos protendidos. Simplificando essa formulação para considerar apenas as perdas por desvio angular, tem-se a equação (2.50),

$$P = P_0 e^{-\mu\alpha - kx} \quad (2.49)$$

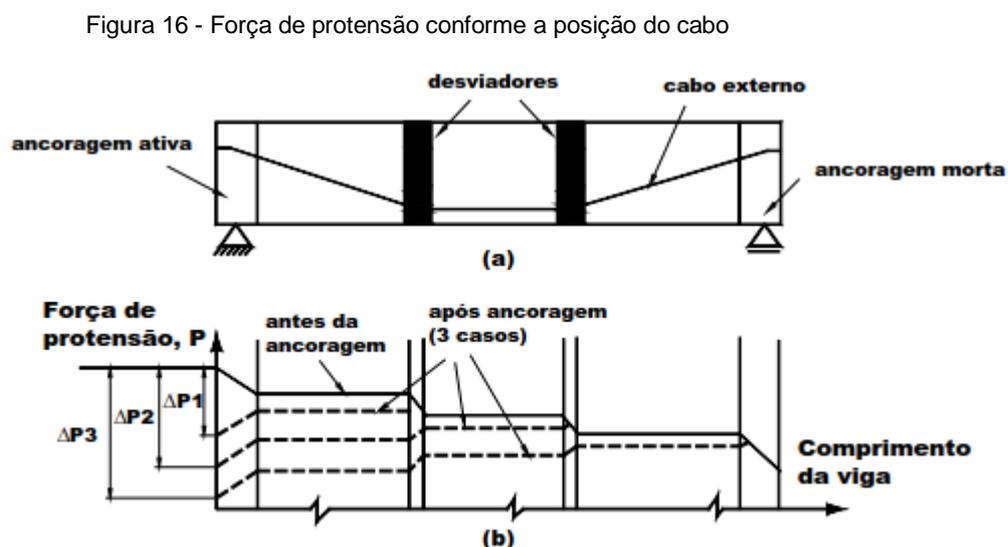
$$P = P_0 e^{-\mu\alpha} \quad (2.50)$$

sendo P a força de protensão após a perda por desvio angular, P_0 a força de protensão antes da perda por desvio angular, μ o coeficiente de atrito entre cordoalha e bainha, α é o ângulo de desvio, k é o coeficiente de atrito por curvaturas não intencionais no cabo e x o comprimento total do cabo.

2.2.5.2 Perdas por encunhamento da ancoragem

Essas perdas ocorrem no momento que a força de protensão é transferida para o local de ancoragem na estrutura, provocando um deslocamento dos cabos e, conseqüentemente, uma perda da tensão de protensão inicial.

Perlingeiro (2006) mostra na Figura 16 como é o comportamento da força de protensão nos cabos externos em uma viga biapoiada com 2 desviadores, caso comum para o traçado poligonal. Nota-se que a influência da perda de protensão por encunhamento sempre é cessada nos desviadores, na própria ancoragem ativa ou na ancoragem passiva.



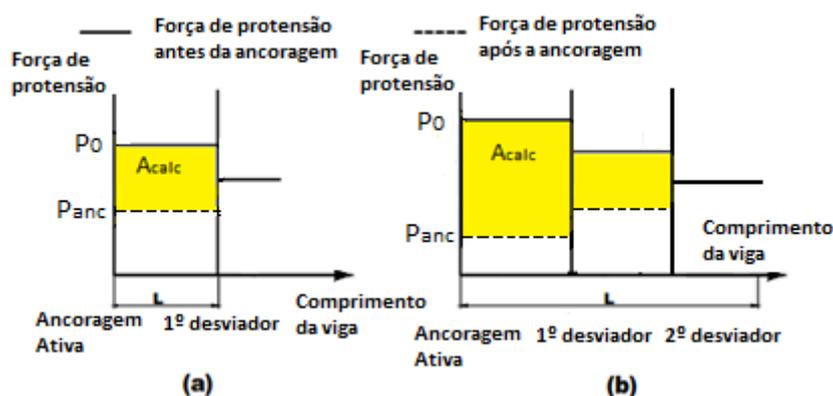
Perlingeiro (2006) mostra que a perda nos desviadores ocorre de forma linear no comprimento dos desviadores. Porém, na prática, esse comprimento é muito pequeno, fazendo o gráfico ter quedas instantâneas na tensão do cabo.

O valor da área entre os gráficos da tensão de protensão sem perda por encunhamento e com perda por encunhamento é proporcional ao comprimento de encunhamento que os cabos sofrem, sendo este valor fornecido por cada fabricante de ancoragem. Simplificadamente, podemos assumir esse valor como $\delta = 6\text{mm}$.

Deve-se localizar o ponto onde cessa o efeito da ancoragem usando as equações (2.51) a (2.53), no caso de o efeito de protensão não afetar toda a viga, e verificando se $A_{calc} \geq A_{anc}$. Caso a desigualdade seja verdadeira, significa que o ponto de equilíbrio é o último analisado, caso contrário deve-se seguir para o próximo ponto. Se a equação (2.52) e (2.53) forem usadas até o último desviador e não for obtido $A_{calc} \geq A_{anc}$, deve-se seguir para a equação (2.54) para calcular a força de protensão após efeito da ancoragem, isolando a variável P_{anc} .

A Figura 17 mostra a região de A_{calc} para o caso de o equilíbrio ocorrer no primeiro ou no segundo desviador. Vale destacar que na Figura 17 o comprimento do desviador é considerado desprezível, causando quedas instantâneas na força de protensão

Figura 17 - Região geométrica de A_{calc}



Fonte: Adaptado de Perlingeiro (2006)

$$A_{anc} = E_p \delta \quad (2.51)$$

$$A_{calc} = (P_0 - P_{anc})x_1 + \sum_2^n \left[P_0 e^{-\mu\alpha(i-1)} - (P_{anc} + P_0(1 - e^{-\mu\alpha(i-1)})) \right] x_i \quad (2.52)$$

$$P_{anc} = P_0 + 2 * P_0(1 - e^{-n\mu\alpha}) \quad (2.53)$$

$$A_{anc} = (P_0 - P_{anc})x_1 + \sum_2^n \left[P_0 e^{-\mu\alpha(i-1)} - (P_{anc} + P_0(1 - e^{-\mu\alpha(i-1)})) \right] x_i \quad (2.54)$$

onde E_p é o módulo de elasticidade do aço de protensão, δ o comprimento do cabo que recua logo após o encunhamento, A_{calc} é a área no gráfico $P \times comprimento da viga$ para n ancoragens na viga, todas com ângulo de desvio igual a α , x é a distância entre a ancoragem e o primeiro desviador ou entre desviadores consecutivos e P_n é a força de protensão após o cabo sofrer n desvios, cada um com o ângulo de α .

Vale destacar que o modo como a protensão é feita na estrutura impacta diretamente na perda de protensão por encunhamento. No caso de uma protensão ativa-passiva, isso é, ocorre a protensão da estrutura apenas por um dos seus extremos, conforme mostrado na Figura 16, a perda da força de protensão pode se propagar por toda a viga, podendo haver até três valores de força de protensão, a depender do trecho analisado.

Já uma protensão ativa-ativa, ou seja, quando ocorre a protensão pelos dois extremos da viga, a perda por encunhamento se propaga apenas até o meio do vão, acarretando uma perda menor da força de protensão, porém com o dobro do serviço da mão de obra para ocorrer essa condição.

2.2.5.3 Relaxação do aço de protensão

A relaxação do aço corresponde ao alívio de tensões no cabo após um certo tempo, mantida a deformação ou comprimento constantes. A ABNT NBR 6118:2014 usa as equações (2.55) a (2.57) para determinar a perda da tensão de protensão por relaxação do aço.

$$\Delta\sigma_{pr}(t, t_0) = \sigma_{p0}\psi(t, t_0) \quad (2.55)$$

$$\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \left(\frac{t - t_0}{41,67} \right)^{0,15} \quad (2.56)$$

$$\text{se } t = \infty; \psi(t, t_0) = 2,5\psi_{1000} \quad (2.57)$$

onde t e t_0 são os tempos, em dias, do instante considerado e do momento em que foi aplicado a protensão, respectivamente, σ_{p0} a tensão de protensão no momento da protensão, ψ o coeficiente de relaxação do aço de protensão e ψ_{1000} é o coeficiente de relaxação do aço de protensão após 1000 horas à temperatura constante de 20°C e com tensão inicial entre 50 e 80% de f_{ptk} , sendo os valores apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 – Coeficientes ψ_{1000} , em %, de acordo com a tensão de protensão

σ_{p0}	Cordoalhas		Fios		Barras
	RN	RB	RN	RB	
$0,5f_{ptk}$	0	0	0	0	0
$0,6f_{ptk}$	0,035	0,013	0,025	0,01	0,015
$0,7f_{ptk}$	0,07	0,025	0,05	0,02	0,04
$0,8f_{ptk}$	0,12	0,035	0,085	0,03	0,07

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

2.3 Protensão em vigas metálicas

Com o surgimento da protensão e a constatação das suas vantagens estruturais, foram se difundindo cada vez mais pesquisas com o intuito de aplicação dessa tecnologia em combinação com outros materiais, surgindo assim as vigas metálicas protendidas.

Segundo Troitsky (1990), a principal vantagem de vigas metálicas com protensão em relação às de concreto são as tensões que o material pode suportar, pois enquanto a protensão no concreto visa obter apenas tensões de compressão, evitando a fissuração, a viga metálica pode ter tensões de tração e compressão atuando, podendo-se obter assim estruturas mais econômicas.

Ainda conforme Troitsky (1990), a aplicação de aços de alta resistência na protensão da estrutura, apesar de ser mais onerosa (cerca de 2 a 3 vezes mais cara), possui vantagens, uma vez que a resistência da estrutura fica de 4 a

6 vezes maior quando comparada à protensão com aço comum, viabilizando o seu uso.

2.3.1 Estruturas com aços de diferentes resistências

De acordo com Brodka e Klobukowski (1969), considerando uma barra de aço comum com seção transversal A e um cabo de aço de alta resistência com área A_w , é aplicado uma protensão no cabo até atingir uma tensão de compressão na barra (f_0) menor que a tensão admissível no aço comum (F), obtendo assim uma tensão no cabo de f_{0w} , sendo menor do que a tensão admissível no cabo (F_w). Utilizando o método da seção transformada, tem-se que a tensão resistente a ser somada na resistência da barra de aço comum é igual a equação (2.58).

$$\Delta f = \frac{(F + f_0)E_w}{E} \quad (2.58)$$

sendo E_w e E os módulos de elasticidade dos aços dos cabos de protensão e do perfil de aço, respectivamente. Determinando a equação em termos de força axial resistente total, tem-se a equação (2.59) a (2.61).

$$P = AF + A_w F_w = AF(1 + \alpha\beta) \quad (2.59)$$

$$\alpha = \frac{A_w}{A} \quad (2.60)$$

$$\beta = \frac{F_w}{F} \quad (2.61)$$

sendo P a força axial total resistente da barra composta e demais variáveis determinadas na equação (2.58).

2.3.2 Economia de aço com a protensão

Troitsky (1990) determina que para se conseguir o menor custo com vigas metálicas protendidas, deve-se usar a equação (2.62).

$$Q = \frac{\gamma l P}{\sigma_{all}} \quad (2.62)$$

sendo Q o peso do aço, γ o peso específico do aço, l o comprimento do elemento com protensão, P a força de protensão aplicada e σ_{all} a tensão admissível do aço comum.

Brodka e Klobukowski (1969) fizeram um estudo em países onde é utilizado estruturas de aço pré-tensionadas e chegou nos dados de economia de aço e no custo final mostrados na Tabela 3, em comparação com estruturas de aço sem pré-tração.

Tabela 3 - Tabela de economia de aço e custo com estruturas pré-tensionadas

Estruturas	Economia em aço (%)	Economia no custo (%)
Vigas	10-12	8-12
Treliças de até 30,5 m de vão	5-10	2-5
Treliças de cobertura entre 30,5 e 39,6 m de vão	10-20	5-10
Treliças de cobertura de 39,6 a 61 m de vão	10-45	7-20
Quadros e arcos entre 30,5 e 61 m de vão	20-50	10-30

Fonte: Brodka e Klobukowski (1969)

2.3.3 Distribuição de tensões lineares

A distribuição das tensões normais na seção transversal devido ao momento fletor segue a teoria linear elástica dos materiais. Portanto, apesar de se apresentar neste subcapítulo, a teoria vale para qualquer seção transversal e feita de qualquer material que tenha comportamento elástico-linear.

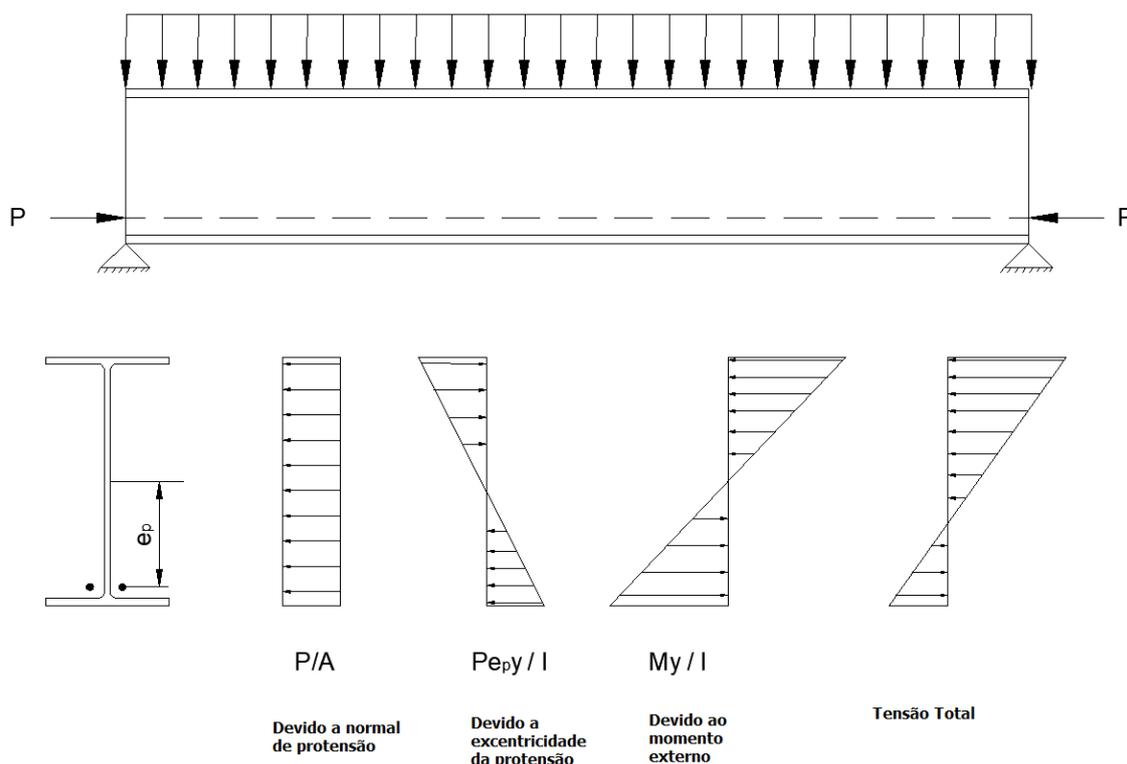
Com a inserção da protensão como parte componente da seção transversal, são adicionados dois esforços, a compressão uniforme, devido a força de protensão, e o momento fletor, devido a excentricidade da força de compressão. As equações (2.63) a (2.65) descrevem como é a distribuição das tensões, além da Figura 18 ilustrar cada diagrama e o diagrama final.

$$\sigma_c = -\frac{P}{A} \quad (2.63)$$

$$\sigma_M = \pm \frac{Pe_p y}{I} = \pm \frac{M_p y}{I} \quad (2.64)$$

$$\sigma_t = -\frac{P}{A} \mp \frac{Pe_p y}{I} \pm \frac{My}{I} \quad (2.65)$$

Figura 18 - Viga metálica com protensão e seus diagramas de tensões



Fonte: Adaptado de Troitsky (1990)

Sendo e_p a excentricidade do cabo, y a distância do centroide da seção à fibra mais externa, sendo a fibra inferior com valor positivo, A a área da seção e M o momento fletor devido ao carregamento externo.

2.3.4 Acréscimo da força de protensão

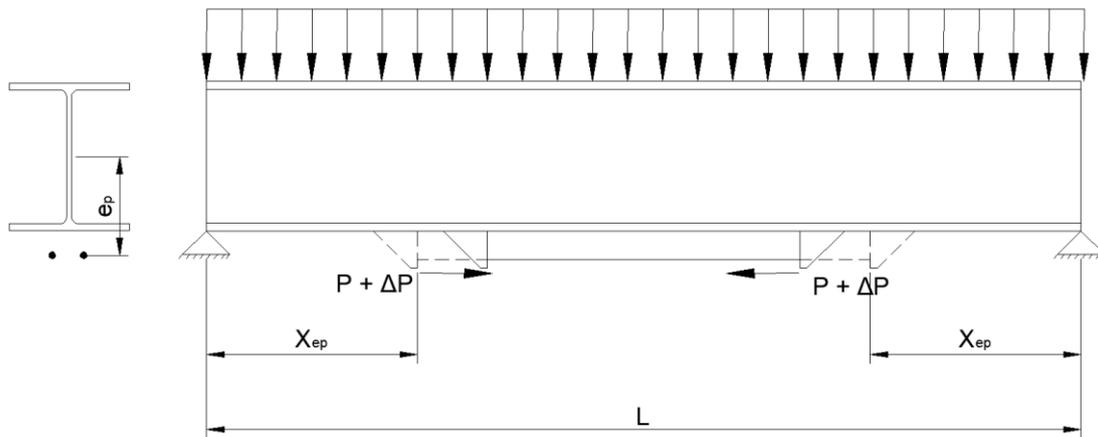
Devido as deformações que o elemento estrutural sofre com a aplicação das cargas externas, ocorre um aumento do comprimento dos cabos de aço de protensão, e conseqüentemente um aumento da força de protensão na seção, podendo levar ao seu colapso. Assim, Troitsky (1990) sugere a aplicação do princípio dos trabalhos virtuais para calcular esse acréscimo.

Cortando-se o cabo, conforme Figura 19, e ocorrendo um acréscimo infinitesimal no seu comprimento, temos a equação (2.66).

$$\delta_{id} + \Delta P \delta_{11} = 0 \quad (2.66)$$

sendo δ_{id} a deformação horizontal devido ao acréscimo de carga na viga, ΔP o acréscimo na força de protensão e δ_{11} a deformação horizontal unitária do cabo.

Figura 19 - Viga protendida biapoiada estaticamente indeterminada



Fonte: Adaptado de Troitsky (1990)

Com o princípio dos trabalhos virtuais, tem-se as equações (2.67) e (2.68).

$$\delta_{id} = \int_{X_{ep}}^{l-X_{ep}} \frac{e_p(x)M(x)}{E_a I_a} dx \quad (2.67)$$

$$\delta_{11} = \int_{X_{ep}}^{l-X_{ep}} \frac{e_p(x)^2}{E_a I_a} dx + \frac{l}{E_p A_p} + \frac{l}{E_a A_a} \quad (2.68)$$

Substituindo essas na equação (2.66) tem-se a equação (2.69).

$$\Delta P = - \frac{\int_{X_{ep}}^{l-X_{ep}} \frac{e_p(x)M(x)}{E_a I_a} dx}{\int_{X_{ep}}^{l-X_{ep}} \frac{e_p(x)^2}{E_a I_a} dx + \frac{l}{E_p A_p} + \frac{l}{E_a A_a}} \quad (2.69)$$

Sendo X_{ep} a distância do ancoramento do cabo de aço em relação ao apoio da viga, $M(x)$ a equação do momento fletor devido ao carregamento externo, E_a e E_p os módulos de elasticidade do aço da viga e do aço dos cabos de protensão, respectivamente, l o comprimento do cabo de protensão, A_a e A_p área da seção transversal, do perfil da viga e dos cabos de protensão, respectivamente, e I_a o momento de inércia do perfil de aço. Demais variáveis descritas conforme equações (2.65) e (2.66).

A equação (2.69) vale tanto para cabos retilíneos como para cabos poligonais ou parabólicos, pois basta encontrar a função $e_p(x)$ que representa a excentricidade do cabo em relação ao centroide da seção. Porém, ela funciona

apenas para estruturas com um grau de hiperestaticidade, ou seja, só funciona com vigas biapoiadas com protensão. Para cabo retilíneo a equação (2.69) se transforma na equação (2.70) e para traçado poligonal com um ou dois desviadores, com excentricidade no começo e no meio do vão, se transforma na equação (2.71), sendo $e_{p,i}$ a excentricidade do cabo de protensão na seção do apoio, $e_{p,f}$ a excentricidade do cabo de protensão no meio do vão, igual a e_{ptr} , Δ_{ep} a diferença entre a excentricidade no meio do vão e no apoio e X_{ep} a posição do primeiro desviador do traçado poligonal.

$$\Delta P = - \frac{qL^2 e_{ptr}}{12 \left(e_{ptr}^2 + \frac{I_a}{A_a} + \frac{E_a I_a}{E_p A_p} \right)} \quad (2.70)$$

$$\Delta P = - \frac{\frac{q}{E_a I_a} \left[\Delta_{ep} X_{ep} \left(\frac{X_{ep}}{12} - \frac{L}{6} \right) + \frac{e_{p,f} L^3}{12} \right]}{\frac{2}{E_a I_a} \left[X_{ep} \left(\frac{\Delta_{ep}^2 X_{ep}}{3} + \Delta_{ep} e_{p,i} + e_{p,i}^2 - e_{p,f}^2 \right) + e_{p,f}^2 \frac{L}{2} \right] + \frac{L}{E_p A_p} + \frac{L}{E_a A_a}} \quad (2.71)$$

2.3.5 Interação flexo-compressão em vigas metálicas protendidas

De acordo com a ABNT NBR 8800:2008, vigas metálicas que sofrem esforços axiais, de compressão ou tração, e flexão, simultaneamente, devem atender as equações de interação (2.72) ou (2.73).

$$se \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \geq 0,2 ; I_{a1} = \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \right) \leq 1,0 \quad (2.72)$$

$$se \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} < 0,2 ; I_{a1} = \frac{N_{Sd}}{2N_{Rd}} + \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \right) \leq 1,0 \quad (2.73)$$

2.4 Vigas mistas de aço e concreto protendidas

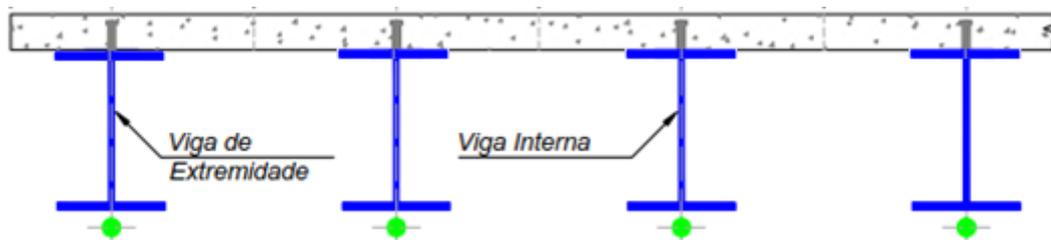
Vigas mistas protendidas é junção de duas tecnologias que se desenvolveram separadamente, as vigas compostas por dois materiais distintos (aço e concreto) e a protensão para aumento da carga última da estrutura.

O dimensionamento de tais vigas não se diferencia muito do aplicado para cálculo de vigas metálicas protendidas (tópico 2.3.3), sendo necessário

fazer a homogeneização da seção para respeitar o regime elástico linear dos materiais.

A Figura 20 mostra a seção transversal de vigas mistas com protensão externa passando a um nível abaixo da mesa inferior do perfil de aço.

Figura 20 - Seção típica de vigas mistas protendidas



Fonte: Adaptada de Ribeiro (2018)

Segundo Nunziata (2004), as seguintes hipóteses simplificadoras devem ser adotadas para o dimensionamento de vigas mistas protendidas:

- a. Aço e concreto respeitam a lei de Hooke;
- b. Seções permanecem planas após as deformações;
- c. Não ocorre deslizamento relativo na interface aço-concreto, ou seja, os conectores devem ser dimensionados para se ter grau de interação entre os materiais ≥ 1 ;
- d. Concreto tracionado é desconsiderado da seção transversal;
- e. O movimento relativo vertical entre a laje de concreto e a viga de aço é negligenciado.
- f. A perda de protensão nos cabos pode ser inicialmente estimada em 10% da força de protensão necessária na seção após as perdas.

2.5 Estado da arte

Os primeiros estudos sobre o uso da protensão em estruturas mistas vieram logo após as primeiras investigações a respeito do comportamento das estruturas mistas, que começaram a ser alvo de pesquisas em meados de 1950. Em 1949, Dischinger publicou uma série de artigos propondo a pré-tração em estruturas mistas de vãos biapoiados e contínuos. Já em 1959, Szilard sugeriu métodos de análise e dimensionamento de vigas mistas pré-tracionadas levando

em consideração os efeitos de retração e fluência do concreto (Ayyub, Sohn e Saadatmanesh, 1990).

A partir desse momento surgiram pesquisas experimentais que investigaram o comportamento dessas estruturas conforme a mudança de parâmetros, como a influência da excentricidade constante dos cabos de protensão em vigas biapoiadas (Hoadley, 1963; Strass, 1964), da variação da espessura da laje, da força de protensão e do tipo de carregamento imposto às estruturas biapoiadas (Regan, 1966). Vale destacar que essas pesquisas foram feitas sempre com elementos estruturais a pré-tração.

Em 1980, no estado de Iowa, nos Estados Unidos, a legislação estadual passou a aumentar a carga por eixo admitida nas linhas férreas, estas que possuíam inúmeras pontes mistas feitas entre as décadas de 1930 e 1960 (Dunker, 1985). Além disso, em 1986, o oitavo relatório anual da Secretária de Transportes enviou ao congresso dos Estados Unidos um programa para reabilitação de pontes onde se fosse feito reforços nas pontes férreas existentes ao invés da sua substituição (Ayyub, Sohn e Saadatmanesh, 1990). Esses fatores externos fizeram com que as estruturas mistas pretendidas fossem cada vez mais exploradas.

Assim, surgiram pesquisas experimentais como a de Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989b), que estudaram o comportamento de vigas mistas com pré-tração e cabos retilíneos submetidos a momento fletor positivo e negativo, por meio da análise de gráficos carga *versus* deslocamento e elaboração de um modelo analítico para dimensionamento dessas estruturas.

Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990) ensaiaram três vigas submetidas a pós-tração, sendo uma com traçado retilíneo e duas com traçado poligonal, mostrando que a pós-tração aumenta a resistência da viga mista, reduz flechas e aumenta a região do comportamento linear da estrutura. Foi concluído também que o uso de cordoalhas é mais efetivo do que de fios para a protensão.

Daly e Witarnawan (1997) e Uy e Craine (2004) também realizaram experimentos em vigas mistas submetidas a pós-tração, a fim de estudar a implementação dessa tecnologia em estruturas mistas existentes. Foi observado

um aumento de cerca de 16% no momento fletor resistente do modelo experimental, o que comprova a eficácia do uso da protensão nessas estruturas.

Já Lorenc e Kubica (2006) ensaiaram seis vigas mistas, sendo uma sem protensão, três com traçado poligonal e duas com traçado retilíneo. Foi observado que a protensão poligonal ou retilínea com a mesma excentricidade final não influencia o comportamento da viga na região de momento positivo.

Com o desenvolvimento da computação e dos modelos numéricos, foi possível expandir ainda mais os estudos sobre o comportamento dessas estruturas. O principal método utilizado é o Método dos Elementos Finitos, usado para resolver inúmeros problemas da engenharia estrutural, sendo base para inúmeros artigos sobre comportamento de viga mista protendida. Alguns trabalhos a serem destacados aqui são os de Dall'Asta e Zona (2005); e El-Zohairy *et al.* (2015); Waynar (2016); Lou, Lopes e Lopes (2016), El-Zohairy e Salim (2017) e Lou e Karavasilis (2019).

Dall'Asta e Zona (2005) realizaram uma análise não linear em elementos finitos inserindo a deformação dos conectores de cisalhamento em vigas mistas pré-tracionadas com conectores flexíveis, sendo analisada uma viga mista protendida contínua. Seu modelo numérico é validado por comparação com experimentos e demonstra uma metodologia de análise numérica não linear para vigas mistas protendidas contínuas sem adicionar procedimentos iterativos na formulação.

El-Zohairy *et al.* (2015) monta um modelo numérico não linear de viga mista protendida com pós-tração, simulando o efeito da protensão em estruturas mistas existentes na região de momento positivo. Estudou-se a influência da pós-tração externa na rigidez, tensões e no deslizamento relativo entre aço e concreto. Seus resultados apontam um aumento de 25% na resistência a momento fletor, uma rigidez à flexão 33% maior e uma melhora significativa na resposta da ponte analisada, como menor deformação relativa entre aço e concreto e menor flecha.

Já Wayar (2016) analisa o uso de elementos do tipo treliça e catenária para representação dos cabos de protensão pré-tracionados e de um elemento de contato para simular o escorregamento entre os cabos e os desviadores. É

concluído que os dois tipos de elementos representam bem o comportamento dos cabos de protensão, além do elemento de contato ser de grande importância para simulação da força axial atuante.

Lou, Lopes e Lopes (2016) buscaram estudar a alteração da excentricidade da protensão conforme a deformação da viga e o esticamento do cabo após aplicação da carga, ocorrendo aumento na força de protensão porém diminuindo a distância em relação ao centro de gravidade da seção. Observou-se também os efeitos de longa duração nas vigas mistas pré-tracionadas. Para isso foi realizado uma análise não linear em programa computacional de autoria própria, capaz de prever o comportamento a curto e longo prazo. Os resultados foram comparados com os de uma viga mista sem protensão. Observou-se que a viga mista protendida não tem sua excentricidade fortemente alterada e tem considerável aumento na resistência última a curto prazo e considerável diminuição nas perdas de protensão a longo prazo.

Já El-Zohairy e Salim (2017) estudaram a influência da pós-tração em pontes mistas sobrecarregadas com diferentes traçados de cabo e diferentes graus de interação aço-concreto. Suas conclusões são que o traçado poligonal gera maior fortalecimento da estrutura, porém um cabo retilíneo permite uma estrutura mais dúctil, sendo mais segura. Além disso, percebeu-se que a viga mista deve ter um grau de interação de 80% ou mais para um bom desempenho estrutural.

Por fim, Lou e Karavasilis (2019) analisou a importância da consideração dos efeitos de segunda ordem em vigas mistas pré-tracionadas contínuas com perfil de aço em formato I e em formato caixão, submetidas a carregamentos simétricos e não-simétricos. Foi concluído que a pré-tração aumenta a capacidade da viga mista nas regiões do meio do vão, mas não aumenta consideravelmente a resistência na região do apoio central. Além disso, concluiu-se que os momentos de segunda ordem são significantes durante o histórico de aplicação da carga, devendo ser considerados durante a etapa de dimensionamento.

3 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Nesse capítulo é apresentado, no item 3.1, o método de cálculo proposto para o dimensionamento de vigas mistas protendidas. O método foi implementado computacionalmente e as rotinas elaboradas são descritas em detalhes juntamente com as limitações do programa computacional desenvolvido. O item 3.2 apresenta o programa computacional e a explicação do seu funcionamento. Por fim, tem-se no item 3.3, a aferição do programa computacional.

As vigas mistas protendidas analisadas pelo programa computacional podem ser com protensão feita antes ou depois da cura do concreto, pré-tração ou pós-tração, respectivamente, além de permitir a análise tanto para traçados retos como para traçados poligonais do cabo de protensão.

3.1 Método de cálculo

O método de cálculo proposto nesta dissertação para análise e dimensionamento de vigas mistas protendidas de aço e concreto tem como base as formulações da ABNT NBR 8800:2008, em seu anexo O, para vigas compactas e semicompactas submetidas a momento fletor positivo e para vigas compactas submetidas a momento fletor negativo.

Na análise estrutural de vigas biapoiadas mistas protendidas, um momento fletor solicitante negativo é gerado devido à protensão, que se soma aos demais esforços solicitantes da viga. Na determinação do momento fletor resistente, a força de protensão é incluída como uma força de tração na seção, se o perfil aço for de alma compacta, caso em que se aplica a análise rígido-plástica e obtém-se, no caso de momento positivo, um maior valor de momento fletor resistente. Se o perfil de aço é de alma semicompacta, o momento resistente é determinado por análise elástica e não sofre alteração com a aplicação da força de protensão. Assim, o método considera que nas seções compactas a protensão diminui o momento fletor solicitante e aumenta o momento fletor resistente da estrutura e, nas seções semicompactas, a protensão somente diminui o momento fletor solicitante na estrutura.

Como ponto inicial do método de cálculo, a força de protensão máxima é obtida como o menor valor entre os quais observa-se a ocorrência de um estado limite na estrutura, sendo eles: i) o colapso por flexo-compressão do perfil de aço e ii) o não atendimento dos estados limites de serviço para o caso de protensão completa. Essa estimativa é explicada melhor no item 3.1.1, que dissertará sobre as rotinas de cálculo.

As etapas de carregamento, assim como as seções transversais resistentes, variam de acordo com o método de protensão utilizado na viga mista protendida. Porém, em todas as vigas tem-se a análise dos estados limites últimos (ELU) em três etapas da sua vida útil, além da verificação de dois estados limites de serviço (ELS) na última etapa da vida útil da estrutura, normalmente a mais crítica para os ELS.

No caso das vigas submetidas a pré-tração, tem-se que a primeira fase da vida útil é logo após a protensão, portanto a seção resistente é a seção do perfil de aço. Os carregamentos atuantes são: o peso próprio da viga, o peso próprio da laje de concreto, a sobrecarga de construção e a força de protensão, junto com os seus incrementos. O perfil de aço é verificado de acordo com as prescrições presentes na ABNT NBR 8800:2008, seguindo os cálculos presentes nas rotinas A e B e a verificação à flexo-compressão. Nessa etapa é utilizada a combinação de construção para determinação dos esforços de cálculo.

A segunda fase da vida útil é logo após a cura do concreto, consolidando a seção mista como seção resistente, e a aplicação das cargas permanentes e variáveis na estrutura. Nessa etapa tem-se a verificação do momento fletor resistente da seção de acordo com a rotina 3, a verificação à força cortante, de acordo com a rotina D, e a verificação à flexo-compressão da seção como um todo, considerando somente o perfil de aço resistindo à força cortante e à força de compressão da protensão. As cargas atuantes são as mesmas da primeira fase, excluindo a sobrecarga de construção e acrescentando as cargas permanentes e variáveis. Nessa etapa é utilizada a combinação normal para determinação dos esforços de cálculo.

Na terceira fase da vida útil da estrutura, deve-se contabilizar os efeitos de retração e fluência na estrutura de modo simplificado, reduzindo a largura de influência da laje de concreto, e conseqüentemente reduzindo a área da seção

resistente da estrutura. As verificações realizadas são idênticas as realizadas na fase 2 e nenhuma nova carga é aplicada na estrutura, porém tem-se a perda da força de protensão por relaxação do aço. As fases quatro e cinco possuem a seção resistente e os carregamentos aplicados iguais aos da fase três, porém são verificados os ELS de flecha excessiva no piso e vibração no piso, respectivamente, utilizando a combinação rara de serviço. As flechas resultantes são comparadas com as flechas limitantes conforme as prescrições da ABNT NBR 8800:2008. A Tabela 4 e Tabela 5 resume as cargas, as verificações e a seção resistente em cada etapa da vida útil da estrutura para vigas pré-tensionadas.

Tabela 4 - Fases, carregamentos e ELU analisados na pré-tração

Fase de verificação – Seção resistente	Carregamentos atuantes	Verificações ELU
Fase 1 - Perfil de aço	-q ₁ : Peso próprio perfil de aço	
	-q ₂ : Peso próprio Laje de concreto	
	-q _s : Sobrecarga de construção	-Compressão ($N_{Sd} \leq N_{Rd}$)
	-P: Força de protensão	-Momento fletor ($M_{Sd} \leq M_{Rd}$)
	- ΔP_2 : Incremento da força de protensão devido a q ₂	-Força cortante ($V_{Sd} \leq V_{Rd}$)
	- ΔP_s : Incremento da força de protensão devido a q _s	-Flexo-compressão ($I_{a1} \leq 1$)
Fase 2 - Seção mista (perfil de aço + laje de concreto) t=0, $\alpha_e = \frac{E_a}{E_{cs}}$	Carregamentos fase 1, exceto q _s e ΔP_s , mais:	
	-q ₃ : Carga permanente	-Compressão ($N_{Sd} \leq N_{Rd}$)
	-q ₄ : Sobrecarga de uso e ocupação.	-Momento fletor ($M_{Sd} \leq M_{Rd}$)
	- ΔP_3 : Incremento da força de protensão devido a q ₃	-Força cortante ($V_{Sd} \leq V_{Rd}$)
	- ΔP_4 : Incremento da força de protensão devido a q ₄	-Flexo-compressão ($I_{a1} \leq 1$)
Fase 3 - Seção mista (perfil de aço + laje de concreto) t=∞, $\alpha_e = \frac{3E_a}{E_{cs}}$		-Compressão ($N_{Sd} \leq N_{Rd}$)
	Carregamentos fase 2	-Momento fletor ($M_{Sd} \leq M_{Rd}$) -Força cortante ($V_{Sd} \leq V_{Rd}$) -Flexo-compressão ($I_{a1} \leq 1$)

Fonte: Autor (2021)

Tabela 5 - Fases, carregamentos e ELS analisados na pré-tração

Fase de verificação – Seção resistente	Carregamentos atuantes	Verificações ELS
Fase 4 – Perfil de aço e Seção mista (perfil de aço + laje de concreto) $t = \infty$, $\alpha_e = \frac{3E_a}{E_{cs}}$	Carregamentos fase 2	Deformação excessiva ($\delta \leq \delta_{lim}$)
Fase 5 - Seção mista (perfil de aço + laje de concreto) $t=0$, $\alpha_e = \frac{E_a}{E_{cs}}$	Carregamentos fase 2	Vibração no piso ($\delta \leq \delta_{lim,vib}$)

Fonte: Autor (2021)

No caso das vigas submetidas a pós-tração, tem-se que a primeira fase de carregamentos ocorre quando a viga mista já está consolidada, ou seja, a seção mista é a seção resistente, porém ainda não há protensão, sendo os carregamentos atuantes o peso próprio da viga, o peso próprio da laje de concreto e a sobrecarga de construção. A viga mista é verificada de acordo com as prescrições presentes na ABNT NBR 8800:2008, seguindo os cálculos presentes nas rotinas C, A e D (Tabela 8), para verificação de momento fletor, força de compressão e força cortante, respectivamente, e a verificação à flexo-compressão. Nessa etapa é utilizada a combinação de construção para determinação dos esforços de cálculo.

Na segunda fase da vida útil, tem-se a mesma seção resistente da primeira fase (seção mista), porém há o acréscimo da força de protensão e das cargas permanentes e variáveis na estrutura. A verificação a momento fletor se dá de acordo com a rotina 3, a verificação à força cortante de acordo com a rotina D e a verificação à força de compressão, de acordo com a rotina A. Faz-se também, a verificação à flexo-compressão da seção como um todo, considerando somente o perfil de aço resistindo a força cortante e a força de compressão da protensão. Nesta etapa é utilizada a combinação normal para determinação dos esforços de cálculo.

As fases três, quatro e cinco da vida útil da estrutura com pós-tração são idênticas a fases respectivas para estruturas submetidas a pré-tração, ou seja, na fase três não se tem acréscimo de carga, porém temos a consideração da perda por relaxação do aço e os efeitos de fluência e retração do concreto. Já

na fase quatro e cinco são as verificações do estado limite de serviço de flecha excessiva e de vibração do piso, respectivamente, da estrutura da fase 3. As flechas resultantes são comparadas com as flechas limitantes conforme as prescrições da ABNT NBR 8800:2008. As Tabela 6 e Tabela 7 resumem as cargas, as verificações e a seção resistente em cada etapa da vida útil de vigas mistas pós-tracionadas.

Tabela 6 - Fases, carregamentos e ELU analisados – pós-tração

Fase de verificação – Seção resistente	Carregamentos atuantes	Verificações ELU
Fase 1 – Seção mista (perfil de aço + laje de concreto) $t=0$, $\alpha_e = \frac{E_a}{E_{cs}}$	-q ₁ : Peso próprio perfil de aço	-Compressão ($N_{sd} \leq N_{Rd}$)
	-q ₂ : Peso próprio Laje de concreto	-Momento fletor ($M_{sd} \leq M_{Rd}$)
	-q _s : Sobrecarga de construção	-Força cortante ($V_{sd} \leq V_{Rd}$)
		-Flexo-compressão ($I_{a1} \leq 1$)
	Carregamentos fase 1, exceto q _s , mais:	
	-q ₃ : Carga permanente	
Fase 2 - Seção mista (perfil de aço + laje de concreto) $t=0$, $\alpha_e = \frac{E_a}{E_{cs}}$	-q ₄ : Sobrecarga de uso e ocupação.	-Compressão ($N_{sd} \leq N_{Rd}$)
	-P: Força de protensão	-Momento fletor ($M_{sd} \leq M_{Rd}$)
	$-\Delta P_3$: Incremento da força de protensão devido a q ₃	-Força cortante ($V_{sd} \leq V_{Rd}$)
	$-\Delta P_4$: Incremento da força de protensão devido a q ₄	-Flexo-compressão ($I_{a1} \leq 1$)
Fase 3 - Seção mista (perfil de aço + laje de concreto) $t= \infty$, $\alpha_e = \frac{3E_a}{E_{cs}}$	Carregamentos fase 2	-Compressão ($N_{sd} \leq N_{Rd}$)
		-Momento fletor ($M_{sd} \leq M_{Rd}$)
		-Força cortante ($V_{sd} \leq V_{Rd}$)
		-Flexo-compressão ($I_{a1} \leq 1$)

Fonte: Autor (2021)

Tabela 7 - Fases, carregamentos e ELS analisados – pós-tração

Fase de verificação – Seção resistente	Carregamentos atuantes	Verificações ELS
Fase 4 - Seção mista (perfil de aço + laje de concreto) $t= \infty$, $\alpha_e = \frac{3E_a}{E_{cs}}$	Carregamentos fase 2	Deformação excessiva ($\delta \leq \delta_{lim}$)
Fase 5 - Seção mista (perfil de aço + laje de concreto) $t= \infty$, $\alpha_e = \frac{E_a}{E_{cs}}$	Carregamentos fase 2	Vibração no piso ($\delta \leq \delta_{lim,vib}$)

Fonte: Autor (2021)

3.1.1 Rotinas de cálculo

Foram elaboradas diversas rotinas para auxiliar no desenvolvimento e no entendimento do aplicativo quanto ao seu funcionamento, descrevendo a ordem e sequência lógica que o programa usa para realizar os dimensionamentos e identificando o momento que cada formulação desenvolvida nesse trabalho é utilizada. Assim, obteve-se uma série de fluxogramas de cálculo.

As rotinas elaboradas pelo autor foram designadas por números enquanto as rotinas que tratam da sistematização de um cálculo de norma foram designadas por letras do alfabeto. A Tabela 8 mostra a lista de rotinas com nomenclatura numérica e a Tabela 9 mostra a lista de rotinas com nomenclatura alfabética. Todas as rotinas são apresentadas no apêndice A desta dissertação.

Tabela 8 - Rotinas desenvolvidas durante o trabalho

Rotina	Descrição
1	Cálculo da posição da linha neutra elástica da seção transformada (y_{tr})
2	Cálculo da estimativa da força de protensão (P_0)
3	Cálculo do momento fletor resistente de cálculo de viga mista protendida ($M_{Rd,VMP}^+, M_{Rd,VMP}^-$)
4	Cálculo da armadura de protensão (A_p, n_{cabos})
5	Cálculo da perda de protensão (P_n)
6	Cálculo do incremento da força de protensão (ΔP)

Fonte: Autor (2021)

Tabela 9 - Rotinas elaboradas de procedimentos existentes

Rotina	Descrição
A	Cálculo da força axial de compressão resistente de cálculo do perfil I ($N_{Rd,a}$)
B	Cálculo do momento fletor resistente de cálculo do perfil I, ($M_{Rd,a}$)
C	Cálculo do momento fletor resistente de cálculo de viga mista ($M_{Rd,VM}^+, M_{Rd,VM}^-$)
D	Cálculo da força cortante resistente de cálculo do perfil I, (V_{Rd})
E	Cálculo do número de conectores de cisalhamento, (n_l)
F	Cálculo da armadura de costura ($A_{s,cos}$)
G	Cálculo do momento de inércia da laje de concreto por metro (I_2)
H	Cálculo da tensão de cálculo no cabo de protensão (σ_{Pd})

Fonte: Autor (2021)

A rotina 1 calcula as propriedades da seção transformada da viga mista protendida com vistas à determinação da posição da linha neutra elástica, área e momento de inércia em relação ao eixo de maior inércia.

A rotina 2 calcula a força máxima de protensão que pode ser aplicada na viga mista protendida de acordo com dois critérios: O primeiro critério é relacionado à curva de flexo-compressão de perfis de aço, de acordo com o item 5.5.1.2 da ABNT NBR 8800:2008, sendo a força de compressão da protensão a força axial solicitante. O segundo critério é relacionado aos estados limites de serviço que devem ser verificados de acordo com a ABNT NBR 6118:2014, ou seja, é verificado o estado limite de descompressão na combinação rara e o estado limite de compressão excessiva do concreto em combinação frequente. O primeiro critério é utilizado somente nos casos de pré-tração, visto que a protensão é aplicada enquanto somente o perfil de aço resiste as solicitações de construção, ou seja, enquanto a formulação do item 5.5.1.2 da ABNT NBR 8800:2008 é válida. Nos casos de pós-tração é verificado somente os estados limites presentes na ABNT NBR 6118:2014.

A rotina 3 realiza o cálculo do momento fletor resistente positivo e negativo da viga mista protendida. Para o caso de momento fletor solicitante positivo, uma análise rígido-plástica é realizada se o perfil de aço é de alma compacta e uma análise elástica é feita se o perfil de aço é de alma semicompacta. No caso de a viga apresentar momento fletor solicitante negativo, segundo a ABNT NBR 8800:2008, pode-se usar somente perfil de aço de alma compacta, assim, uma análise rígido-plástica é feita para calcular o momento fletor resistente negativo.

A rotina 4 destina-se ao cálculo da área de aço e quantidade de cabos de protensão que serão usados na estrutura de acordo com as limitações de tensão no cabo, segundo a ABNT NBR 6118:2014. O programa permite apenas o uso de cordoalhas feitas de aço de baixa relaxação.

A rotina 5 foi elaborada para roteirizar o cálculo da perda de protensão que existe nos cabos de protensão. Essa rotina detalha o cálculo tanto das perdas imediatas, que são o atrito dos cabos nos desviadores (no caso de traçado poligonal) e encunhamento da armadura de protensão, como a perda progressiva, que é a relaxação dos cabos de protensão.

Já a rotina 6 foi elaborada para determinar o incremento da força de protensão que ocorre nos cabos quando temos uma aplicação de carga nova na estrutura. Isso ocorre devido a viga mista protendida, apesar de ser biapoiada, ser uma estrutura hiperestática de grau um devido a existência do cabo de protensão, portanto qualquer deformação que ocorra na estrutura afeta os seus esforços internos, inclusive a protensão.

3.1.2 Abrangências e Limitações do programa

O programa computacional gerado por essa dissertação foi desenvolvido na linguagem VBA dentro da área de desenvolvedor do programa Microsoft Excel 2019 e efetua a verificação de vigas mistas protendidas de aço e concreto biapoiadas fletidas em relação ao eixo de maior inércia, podendo possuir o traçado dos cabos com forma poligonal ou reto, e com técnicas de pré-tração ou pós-tração. O usuário pode selecionar o tipo de laje, maciça ou mista com forma de aço incorporada, o tipo de construção, viga escorada ou não escorada, tipo de conector de cisalhamento usado (stud bolt ou perfil U).

O conector stud bolt utilizado pelo programa é o conector com diâmetro de 19 mm. Já o conector do tipo U pode ser tanto de perfil laminado como de perfil formado a frio, porém somente os modelos padronizados pelas normas ABNT NBR 15980:2011 e ABNT NBR 6355:2013. Vale destacar que a ABNT NBR 8800:2008 diz que conectores do tipo U somente podem ser usados em lajes maciças, limitação essa que é respeitada pelo programa.

O software possui limitações quanto aos tipos de aço e tipos de forma de aço incorporada. É permitido usar para armaduras passivas somente aços do tipo CA-25, CA-50 e CA-60. Para as formas de aço de lajes mistas podem ser selecionados as formas MF-50 e MF-75, da Metform, ou a Polydeck 59S, da Arcelor Mittal, sendo de ambas as marcas o usuário pode selecionar a espessura de 0,8; 0,95 ou 1,25 mm.

Além disso, o usuário pode escolher se a protensão na estrutura é do tipo ativa-ativa ou ativa-passiva, onde tem-se interferência principal no comportamento da perda de protensão da estrutura.

Para estruturas em que temos o traçado da protensão reto, é intuitivo que as seções transversais mais solicitadas na estrutura é o apoio e o meio do

vão, para momento negativo e positivo, respectivamente. Porém, para a análise de vigas mistas protendidas com traçado poligonal, devido a alteração de excentricidade na parte inclinada do cabo, é necessário ser realizada a análise por seções na estrutura, sendo a quantidade de seções a serem analisadas um parâmetro a ser definido pelo usuário nos dados iniciais.

Vale ressaltar que os perfis de aço analisados neste trabalho são somente perfis com seção do tipo I duplamente simétricos, podendo ser do tipo laminado (de acordo com a série W, presente na ABNT NBR 15980:2011) ou soldado (série VS, ABNT NBR 5884:2013) Permite-se ainda a inserção de perfil de aço não pertencente a série VS ou a série W, bastando apenas informar as medidas da seção para o cálculo das suas propriedades mecânicas. Porém, caso se escolha esse tipo de perfil, o mesmo será considerado como um perfil soldado.

No caso de utilização de traçado poligonal na estrutura, a posição do cabo nas seções dos apoios é determinada pela posição da LNE da seção, sendo posicionada a ancoragem nessa linha. Caso a LNE coincida com a mesa superior do perfil de aço ou acima, o cabo é considerado posicionado a 1 cm da fibra inferior da mesa superior do perfil de aço

Além disso, o software não realiza a verificação das lajes mistas quanto aos carregamentos informados e nem calcula a armadura passiva das lajes maciças informadas no programa, sendo verificado somente a viga mista protendida de acordo com a metodologia proposta nessa dissertação.

3.2 Apresentação do software

Logo ao iniciar o aplicativo, encontra-se uma tela de apresentação, Figura 21 contendo algumas observações que devem ser lidas pelo usuário para a correta utilização do programa. Vale destacar que em caso de dúvidas quanto as variáveis apresentadas no programa, basta o usuário posicionar o mouse em cima da variável ou apertar o botão com o símbolo de "?". Ao clicar em "OK" o usuário concorda com os avisos presentes na tela de apresentação.

Figura 21 - Tela de apresentação



Fonte: Autor (2021)

Ao continuar, o usuário irá se deparar com a tela de inserção dos dados da estrutura, que está dividida em abas, relacionadas a cada item da viga mista protendida. A descrição de cada aba se encontra a seguir:

- **Protensão:** Aba com os dados relacionados à protensão da estrutura, tais como tipo de protensão, tipo de traçado, excentricidade do cabo, entre outros, Figura 22 a Figura 25
- **Asl:** Aba responsável por informar toda a área de aço passivo presente na estrutura, tais como armação da laje, armadura de combate a fissuração, entre outros, Figura 26;
- **Geometria:** Aba para inserir os dados relacionados à geometria da estrutura analisada, como vão, distância entre vigas adjacentes, comprimento destravado e posição dos enrijecedores, entre outros, Figura 28;
- **Laje:** Aba para inserir os dados relacionados à laje usada na viga mista protendida: se é maciça ou mista, a altura da laje, a classe do concreto, o tipo de agregado, entre outros, Figura 29;
- **Perfil I:** Seleciona o tipo e a seção do perfil de aço I a ser usado na viga mista, além do tipo de aço usado no perfil, entre outros, Figura 30;

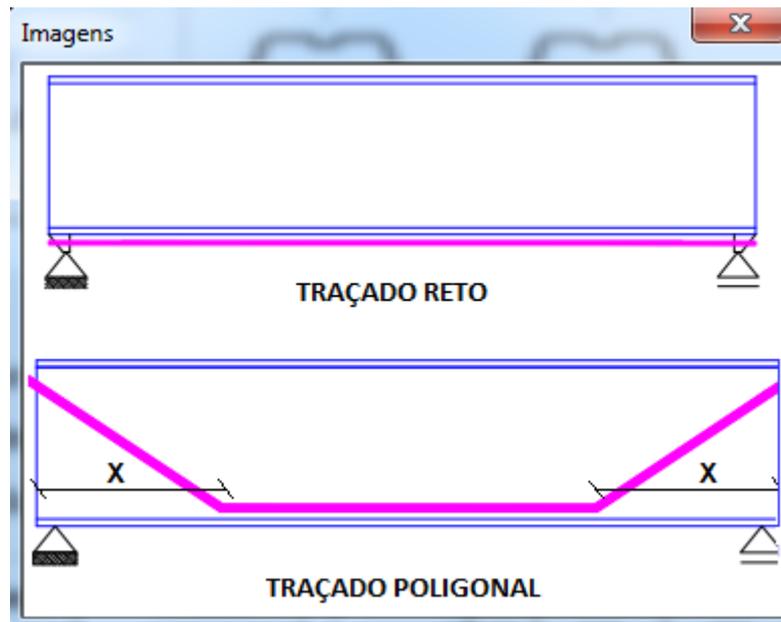
- **Cargas:** Informa as cargas permanentes, sem considerar o peso próprio da estrutura, e as cargas variáveis que irão atuar durante a vida útil da estrutura, além de informar se a viga é escorada ou não e o tipo de combinação de serviço para verificar o ELS da viga, entre outros, Figura 31;
- **Conectores:** Aba responsável por informar o tipo de conector a ser usado e sua geometria, entre outros, Figura 32.

Figura 22 - Tela de inserção de dados - Protensão

The screenshot shows the 'VMPCalc - Dados' window. At the top, there is a title bar with the text 'VMPCalc - Dados' and a close button. Below the title bar, there are input fields for 'Nome do Projeto:' and 'Data:' (with separate boxes for day, month, and year). A 'CALCULAR' button is located to the right of the date field. Below these fields is a tabbed interface with tabs for 'Protensão', 'Asl', 'Geometria', 'Laje', 'Perfil I', 'Cargas', and 'Conectores'. The 'Protensão' tab is currently selected. Under this tab, there are two sections: 'Tipo de traçado' with radio buttons for 'Reto' and 'Poligonal' (selected), and a '?' button; and 'Tipo de tração' with radio buttons for 'Pré-tração' and 'Pós-tração' (selected). Below these sections are several input fields: 'ep:' with a value of '-50', 'mm X:' with a value of '5000', 'Qtd seções:' with a value of '2', and 'ncop:' with a value of '3'. Further down, there are fields for 'δP:' with a value of '6', 'Aço:' with a dropdown menu showing 'CP-190 RB', 'f_{pk}:' with a value of '1900 MPa', and 'f_{py}:' with a value of '1710 MPa'. At the bottom, there is a 'Bainha:' dropdown menu showing 'Polipropileno lubrificada' and a checkbox labeled 'Protensão Ativa-Ativa?' which is currently unchecked.

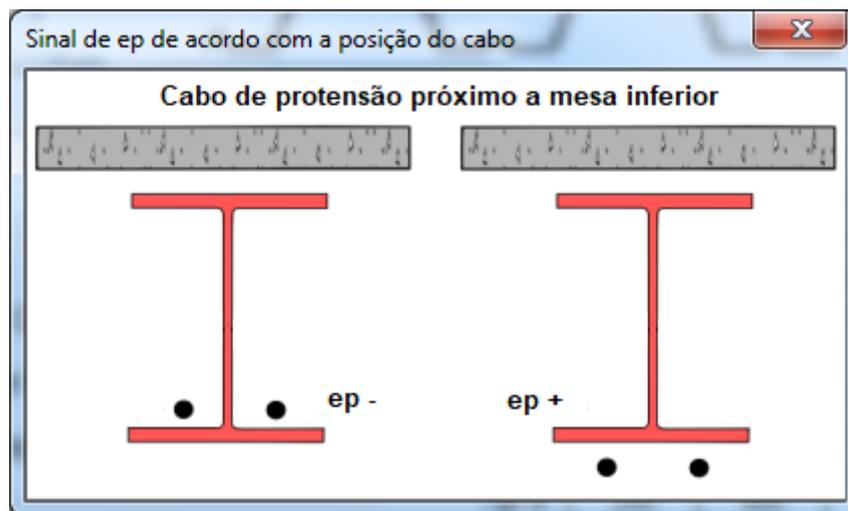
Fonte: Autor (2021)

Figura 23 - Descrição dos tipos de traçado



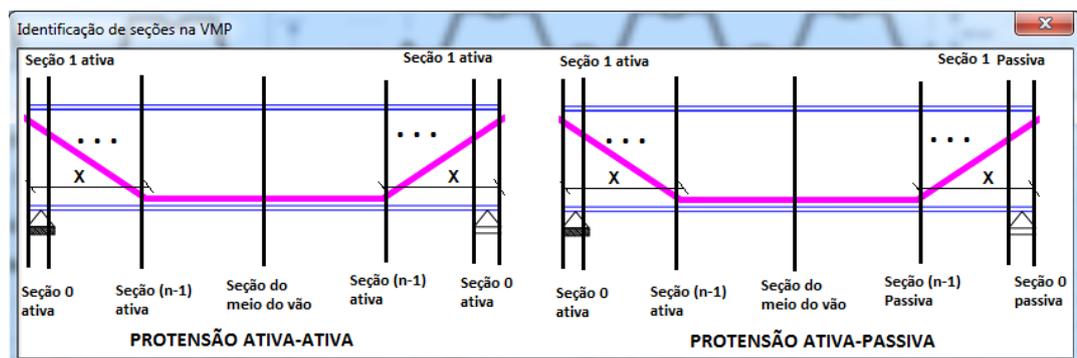
Fonte: Autor (2021)

Figura 24 - Identificação do sinal de ep



Fonte: Autor (2021)

Figura 25 - Nomenclatura de seções de acordo com o tipo de protensão escolhido



Fonte: Autor (2021)

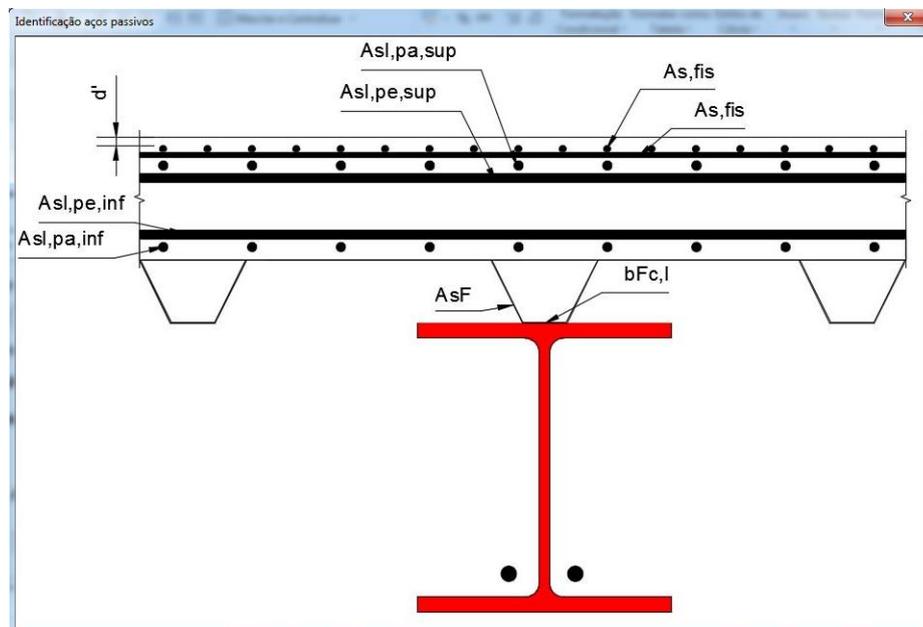
Figura 26 - Tela de inserção de dados das armaduras passivas

The screenshot shows the 'VMPCalc - Dados' window with the following fields and values:

- Nome do Projeto: []
- Data: [] / [] / []
- CALCULAR button
- Protensão: Asl | Geometria | Laje | Perfil I | Cargas | Conectores
- Asl,pa,inf: [5] cm²/m Asl,pe,inf: [5] cm²/m
- Asl,pa,sup: [5] cm²/m Asl,pe,sup: [5] cm²/m
- AsF: [9,97] cm²/m bFc,I: [---] mm
- As, fis: [1,96] cm²/m d': [20] mm
- Aço: [CA-50] fyk: 500 MPa fuk: 540 MPa

Fonte: Autor (2021)

Figura 27 - Identificação dos tipos de aço passivos presentes



Fonte: Autor (2021)

Figura 28 - Tela de inserção de dados - Geometria

VMPCalc - Dados

Nome do Projeto:

Data: / /

Protensão | Asl | Geometria | Laje | Perfil I | Cargas | Conectores

a: mm

Lv: mm

Lesq: mm **Ldir:** mm **Lb:** mm

Viga de borda? Viga de borda?

Fonte: Autor (2021)

Figura 29 - Tela de inserção de dados - Laje

VMPCalc - Dados

Nome do Projeto:

Data: / /

Protensão | Asl | Geometria | Laje | Perfil I | Cargas | Conectores

Maciça Mista

Nervuras: **Fôrma:**

tc: mm **Esp.:** mm

Agregado: **Classe:** **Ecs:** 26838 MPa

Aço: **fyk:** 280 MPa **fuk:** - MPa

Fonte: Autor (2021)

Figura 30 - Tela de inserção de dados - Perfil I

VMPCalc - Dados

Nome do Projeto:

Data: / / CALCULAR

Protensão | Asl | Geometria | Laje | **Perfil I** | Cargas | Conectores

Laminado **Soldado** **Customizado**

d: 463 mm **bf:** 192 mm **tf:** 17,7 mm **tw:** 10,5 mm

Aço: **fyk:** 345 MPa

Fonte: Autor (2021)

Figura 31 - Tela de inserção de dados - Cargas

VMPCalc - Dados

Nome do Projeto:

Data: / / CALCULAR

Protensão | Asl | Geometria | Laje | Perfil I | **Cargas** | Conectores

Permanentes: **Variáveis:** **Construção:**

ψ_1 : ψ_2 : cargas em kN/m²

Uso da estrutura:

Construção escorada?

Combinação de serviço:

Fonte: Autor (2021)

Figura 32 - Tela de inserção de dados - Conectores

VMPCalc - Dados

Nome do Projeto:

Data: / / CALCULAR

Protensão | Asl | Geometria | Laje | Perfil I | Cargas | Conectores

Stud Bolt Rg: Rp: emh: nT:

Perfil U Tipo: Seção:

Lcs: mm tf: --- mm tw --- mm hw: --- mm

Aço: fyk: 345 MPa fuk: 415 MPa

Fonte: Autor (2021)

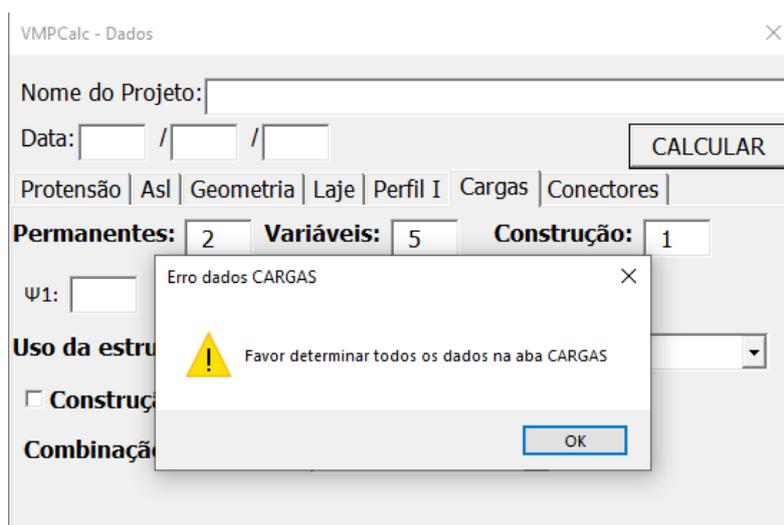
Figura 33 - Valores de Rp e Rg

Condições para valores de Rg e Rp	
R _g	Condição
1	Um conector por nervura da laje mista perpendicular ao perfil Qualquer número de conectores na laje maciça ou na laje mista com nervura paralela ao perfil de aço com $\frac{b_{Fc}}{h_F} \geq 1,5$
0,85	Dois conectores por nervura perpendicular o perfil Um conector na laje mista com nervura paralela ao perfil com $\frac{b_{Fc}}{h_F} < 1,5$
0,7	3 ou mais conectores por nervura da laje mista perpendicular ao perfil
R _p	Condição
1	Conectores soldados diretamente no perfil em laje maciça ou laje mista paralela ao perfil com pelo menos $0,5b_y$ em contato com concreto
0,75	Conector soldado em laje mista com nervura perpendicular ao perfil com distância do conector a nervura maior ou igual a 50mm Conector soldado através de forma de aço com nervuras paralelas ao perfil
0,7	Conector soldado em laje mista com nervura perpendicular ao perfil com distância do conector a nervura menor a 50mm

Fonte: Autor (2021)

Ao informar os dados e clicar em “CALCULAR”, o programa faz a verificação dos dados inseridos e, caso esteja tudo em ordem, prossegue para a verificação da estrutura. Caso esteja faltando algum dado para o tipo de viga mista protendida escolhida, o aplicativo acusa erro apontando em qual aba está faltando o dado a ser inserido, como exemplificado na Figura 34.

Figura 34 - Tela de erro ao inserir dados erroneamente



Fonte: Autor (2021)

Ao mostrar a tela de resultados, a verificação da estrutura foi concluída, sendo possível ao usuário verificar cada etapa do cálculo e projeto da viga mista protendida nas abas que se apresentam. Essa tela se divide em oito abas e a descrição de cada uma delas é dada abaixo:

- **Conectores de cisalhamento:** Mostra o dimensionamento dos conectores para que se tenha interação completa entre o perfil de aço e a laje escolhida, Figura 35
- **Armadura de costura:** Mostra o cálculo da armadura de costura a ser utilizada na viga mista protendida, Figura 36;
- **Força de protensão:** Aba responsável por mostrar a força de protensão máxima que pode ser aplicada na estrutura. Há um campo para digitar a força de protensão caso o usuário deseje trabalhar com um valor menor que o admissível, Figura 37;
- **ELU 1:** Aba de verificação da fase 1 da viga mista protendida, que corresponde a verificação do perfil de aço após a protensão para vigas

mistas pré-tracionadas e verificação da viga mista sem protensão para vigas pós-tracionadas, Figura 38;

- **ELU 2:** Aba de verificação da fase 2 da viga mista protendida, que corresponde a verificação da viga mista protendida logo após a cura do concreto, considerando os efeitos de curta duração das cargas aplicadas, Figura 39;
- **ELU 3:** Aba de verificação da fase 3 da viga mista protendida, que corresponde a verificação da viga mista protendida durante a vida útil, levando em consideração os efeitos das cargas de longa duração devido à fluência e retração do concreto, Figura 40;
- **ELS Deformação:** Verificação das flechas da viga mista protendida, levando em consideração a seção resistente em cada estágio de carregamento na estrutura, Figura 41;
- **ELS Vibração no piso:** Verificação simplificada da viga mista protendida em relação ao estado limite de vibração excessiva conforme o anexo L da ABNT NBR 8800:2008, Figura 42

Nas verificações das vigas mistas protendidas com traçado poligonal se faz necessário a verificação por seções devido a mudança de excentricidade do cabo.

Figura 35 - Tela de resultados – Conectores de cisalhamento

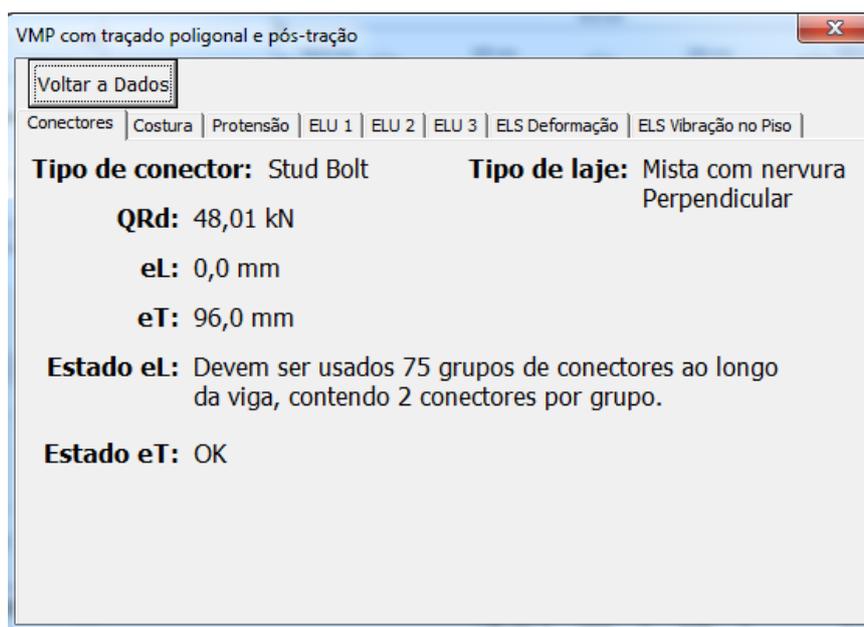


Figura 36 - Tela de resultados – Armadura de Costura

VMP com traçado poligonal e pré-tração

Voltar a Dados

Conectores | Costura | Protensão | ELU 1 | ELU 2 | ELU 3 | ELS Deformação | ELS Vibração no Piso

HvSd: 1,89 kN/cm

HvRd,max: 5,57 kN/cm

As,cos: 2,60 cm²/m

It: 144 cm

Ø: 5 mm

Estado: OK

Fonte: Autor (2021)

Figura 37 - Tela de resultados – Força de Protensão

VMP com traçado poligonal e pré-tração

Voltar a Dados

Conectores | Costura | Protensão | ELU 1 | ELU 2 | ELU 3 | ELS Deformação | ELS Vibração no Piso

Perfil I: W 360 x 57,8

Alma Perfil I: Laminado

Nrd,I: 1416,77 kN

P0,max: 912,64 kN

Mrd,I: 285,98 kN.m

P0,6118: 1431,28 kN

P0: 912,64 kN

ApReal: 8,40 cm²

Informar P0: --- kN

Recalcular com P0 informado

Fonte: Autor (2021)

Figura 38 - Tela de resultados - ELU 1

VMP com traçado poligonal e pré-tração

Voltar a Dados

Conectores | Costura | Protensão | **ELU 1** | ELU 2 | ELU 3 | ELS Deformação | ELS Vibração no Piso

Seção analisada: Seção Ativa 0

Tipo Perfil I: Laminado **Alma Perfil I:** Compacta

X: 0 mm **ep,X:** 0 mm

P1: 831,94 kN **Cb:** 1,06

Msd,X: 0,00 kN.m **Mrd,I:** 285,98 kN.m

Vsd,max: 102,00 kN **Vrd,I:** 532,22 kN

Estado: OK

Fonte: Autor (2021)

Figura 39 - Tela de resultados - ELU 2

VMP com traçado poligonal e pré-tração

Voltar a Dados

Conectores | Costura | Protensão | ELU 1 | **ELU 2** | ELU 3 | ELS Deformação | ELS Vibração no Piso

Seção analisada: Seção Ativa 0

P2: 856,72 kN **Alma Perfil I:** Compacta

X: 0 mm **ep,X:** 214 mm

Msd,X: -165,24 kN.m

Mrd,VMP+: 846,50 kN.m **Mrd,VMP-:** 345,32 kN.m

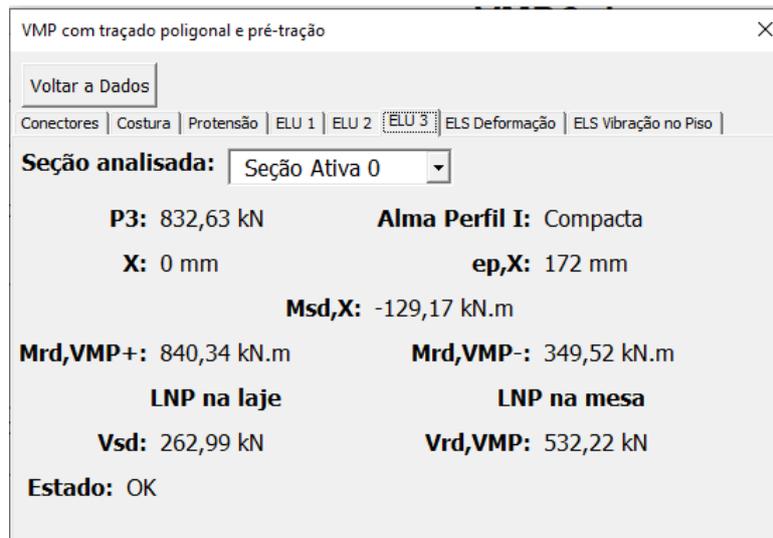
LNP na laje **LNP na mesa**

Vsd: 262,99 kN **Vrd,VMP:** 532,22 kN

Estado: OK

Fonte: Autor (2021)

Figura 40 - Tela de resultados - ELU 3



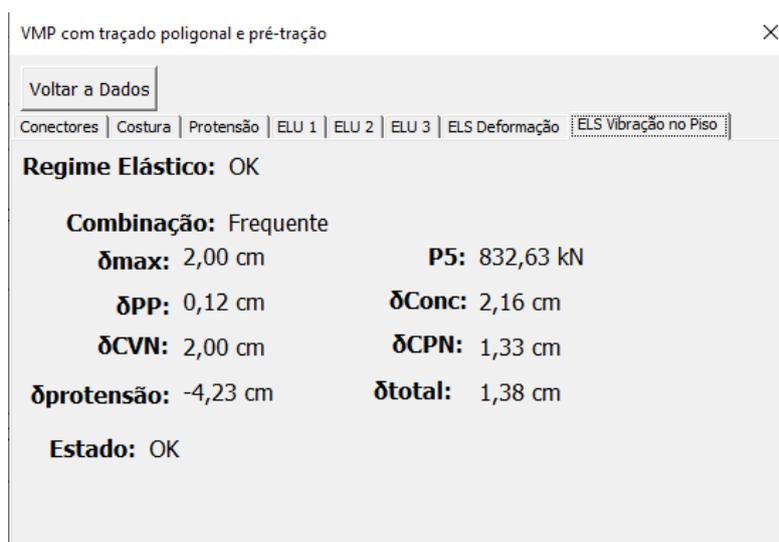
Fonte: Autor (2021)

Figura 41 - Tela de resultados - ELS Deformação



Fonte: Autor (2021)

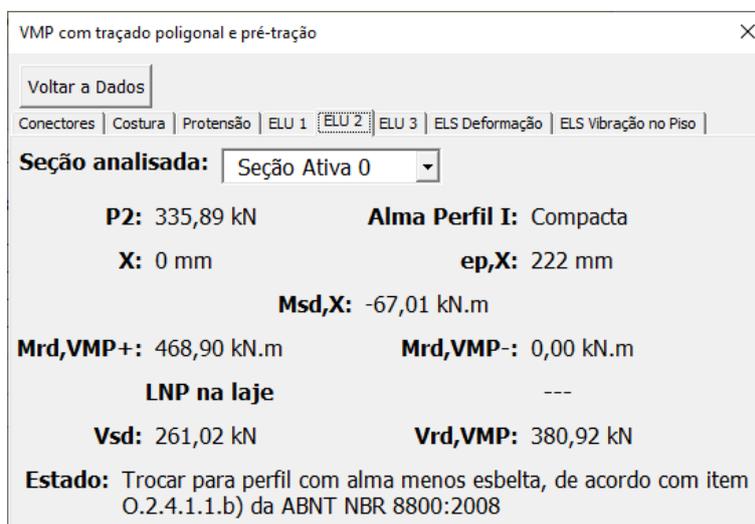
Figura 42 - Tela de resultados - ELS Vibração no Piso



Fonte: Autor (2021)

Caso tenha-se erro em qualquer uma das janelas de dimensionamento, a caixa de texto “Estado:” informa qual é o erro encontrado para que o usuário possa corrigir, de acordo com a Figura 43. Essa correção pode ser realizada clicando no botão “Voltar aos dados” para alterar os dados iniciais.

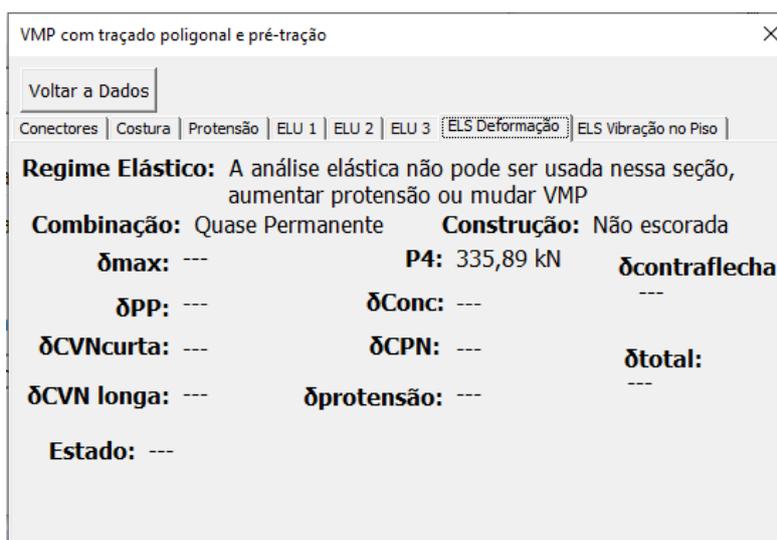
Figura 43 - Erro na janela de dimensionamento



Fonte: Autor (2021)

Para se fazer a análise dos estados limites de serviço abrangidas pelo programa, a seção transversal deve estar em regime elástico, ou seja, não se deve ultrapassar a tensão de escoamento do aço na fibra inferior da mesa inferior. Caso a viga mista protendida calculada não esteja atendendo essa condição, é informado ao usuário conforme Figura 44:

Figura 44 - Estrutura não se encontra em regime elástico



Fonte: Autor (2021)

3.3 Aferição do aplicativo computacional

Foram desenvolvidos dois exemplos numéricos com dados de entrada variados que cobrem integralmente a abrangência do programa computacional. O primeiro exemplo de aferição trata-se de uma viga mista protendida com pré-tração, traçado de cabo reto e laje maciça. Já o segundo exemplo contempla uma viga mista protendida com pós-tração, traçado de cabo poligonal e laje mista.

3.3.1 Primeiro exemplo de aferição

O primeiro exemplo a ser utilizado na aferição é o descrito na Tabela 10:

Tabela 10 – Dados iniciais do exemplo aferido de pré-tração com traçado reto

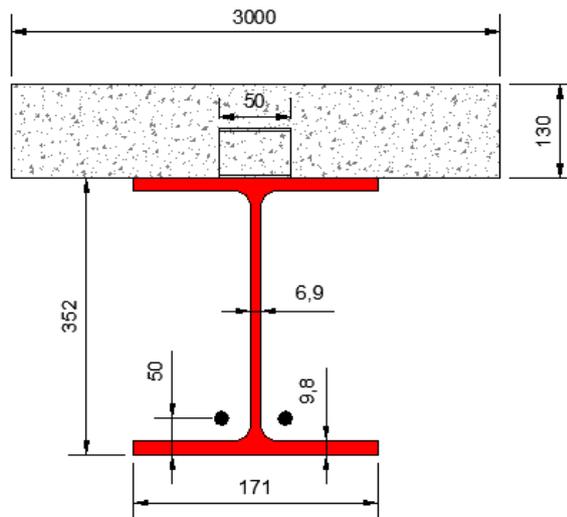
Protensão	Traçado Reto Pré-tração $e_p = -50 \text{ mm}$ $E_p = 200 \text{ GPa}$ $n_{coP} = 3$ $\delta P = 6 \text{ mm}$ Aço CP-190RB Bainha: Polipropileno Lubrificada Protensão Ativa-Passiva
Asl	$Asl,pa,inf = Asl,pe,inf = Asl,pa,sup = Asl,pe,sup = 5 \text{ cm}^2/\text{m}$ $As, fis = 1,96 \text{ cm}^2/\text{m}$ $d' = 20 \text{ mm}$ Aço CA-50
	$L_v = 12000 \text{ mm}$ $L_{esq} = 3000 \text{ mm, viga interna}$

Geometria	$L_{dir} = 3000 \text{ mm}$, viga interna $L_b = 3000 \text{ mm}$ $a = 0$ (sem enrijecedores)
Laje	Maciça $t_c = 130 \text{ mm}$ Agregado: Granito C30 $E_{cs} = 26838 \text{ MPa}$
Perfil I	Laminado W 360 x 57,8 Aço A572 Gr.50 $E_a = 200 \text{ GPa}$
Cargas	Carga Permanente = 2 kN/m^2 Carga Variável = 5 kN/m^2 Carga de Construção = 1 kN/m^2 $\psi_1 = 0,6$ $\psi_2 = 0,4$ Uso residencial ou comercial Construção não escorada Combinação de serviço: Quase permanente
Conectores	Perfil U formado a frio 75x40x4,75 $L_{cs} = 50 \text{ mm}$ Aço ZAR 280

Fonte: Autor (2021)

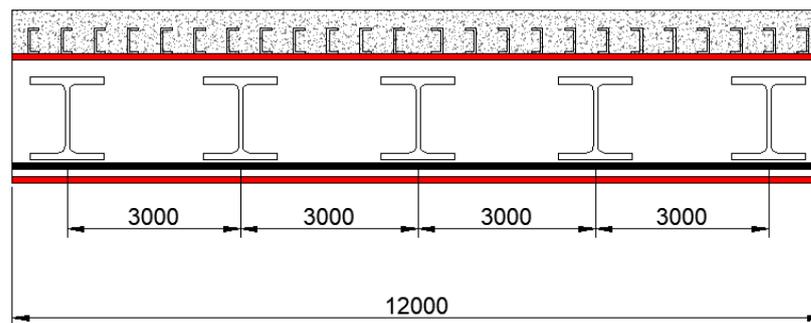
Pode-se ver na Figura 45 e Figura 46, respectivamente, a seção transversal e uma vista longitudinal da viga mista protendida com pré-tração e traçado de cabo reto do primeiro exemplo de aferição. Devido ao grande volume de cálculos realizados para resolução deste exemplo, optou-se por mostrá-los no Apêndice B da dissertação. A comparação dos resultados, numéricos e do programa computacional, é feita nas Tabela 11 a Tabela 17. Vale ressaltar que neste exemplo, após o cálculo da força de protensão máxima, foi adotada uma força de protensão de 400 kN.

Figura 45 - Seção transversal do 1º exemplo de aferição



Fonte: Autor (2021)

Figura 46 - Vista longitudinal do 1º exemplo de aferição



Fonte: Autor (2021)

Tabela 11 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – Conectores e armadura de costura

Dimensionamento conectores e armadura de costura						
	Q_{Rd}	e_L	$H_{v,Sd}$	$H_{v,Rd,max}$	$A_{s,cos}$	l_t
	(kN)	(mm)	(kN/cm)	(kN/cm)	(cm ² /m)	(cm)
Exemplo	76,72	200	1,895	5,57	2,6	144
Programa	76,72	200	1,89	5,57	2,6	144
Diferença (%)	0	0	0,26	0	0	0

Fonte: Autor (2021)

Tabela 12 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – Força de protensão máxima

Dimensionamento força de protensão máxima						
	$N_{Rd,I}$	$M_{Rd,I}$	$P_{0,8800}$	$P_{0,6118}$	P_0	$A_{p,real}$
	(kN)	(kN.m)	(kN)	(kN)	(kN)	(cm ²)
Exemplo	1416,61	285,98	912,57	1431,63	912,57	7,00
Programa	1416,77	285,98	912,64	1431,28	912,64	7,00
Diferença (%)	0,011	0	0,007	-0,024	0,007	0

Fonte: Autor (2021)

Tabela 13 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 1

Dimensionamento ELU 1						
	P_1	$e_{p,I}$	M_{Sd+}	M_{Sd-}	V_{Sd}	V_{Rd}
	(kN)	(mm)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)	(kN)
Exemplo	404,62	129,00	259,09	46,98	102,00	532,21
Programa	404,63	129,00	259,04	46,98	102,00	532,22
Diferença (%)	0,002	0	-0,019	0	0	0,002

Fonte: Autor (2021)

Tabela 14 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 2

Dimensionamento ELU 2							
	P_2	$e_{p,tr}$	M_{Sd+}	M_{Sd-}	V_{Sd}	$M_{Rd,VMP+}$	$M_{Rd,VMP-}$
	(kN)	(mm)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)	(kN.m)	(kN.m)
Exemplo	448,41	343,3	789,01	138,68	263,00	807,86	354,49
Programa	448,42	343,31	788,97	138,55	262,99	807,87	354,50
Diferença (%)	0,002	0,003	-0,005	-0,093	0,004	0,001	0,003

Fonte: Autor (2021)

Tabela 15 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 3

Dimensionamento ELU 3							
	P_3	$e_{p,tr}$	M_{Sd+}	M_{Sd-}	V_{Sd}	$M_{Rd,VMP+}$	$M_{Rd,VMP-}$

	(kN)	(mm)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)	(kN.m)	(kN.m)
Exemplo	437,81	301,3	789,01	118,75	263,00	802,53	358,6
Programa	437,81	301,37	788,97	118,75	262,99	802,53	358,6
Diferença (%)	0	0,023	-0,005	0	0,004	0	0

Fonte: Autor (2021)

Tabela 16 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELS Deformação

Dimensionamento ELS Deformação							
	$\delta_{m\acute{a}x}$	δ_{PP}	δ_{conc}	$\delta_{CVN,curta}$	$\delta_{CVN,longa}$	δ_{CPN}	$\delta_{protens\tilde{a}o}$
	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)
Exemplo	3,43	0,47	8,15	1,99	1,65	1,65	-2,91
Programa	3,43	0,47	8,15	2,00	1,65	1,65	-2,91
Diferença (%)	0	0	0	0,5	0	0	0

Fonte: Autor (2021)

Tabela 17 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELS Vibração no Piso

Dimensionamento ELS Vibração no Piso						
	$\delta_{m\acute{a}x}$	δ_{PP}	δ_{conc}	δ_{CVN}	δ_{CPN}	$\delta_{protens\tilde{a}o}$
	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)
Exemplo	2,00	0,12	2,16	2,00	1,33	-2,22
Programa	2,00	0,12	2,16	2,00	1,33	-2,22
Diferença (%)	0	0	0	0	0	0

Fonte: Autor (2021)

Como a diferença entre os resultados numéricos do primeiro exemplo e os resultados calculados pelo programa computacional não ultrapassaram 0,5%, pode-se concluir que o programa está aferido para vigas mistas protendidas com características iguais às deste exemplo, isto é, vigas mistas com pré-tração, traçado de cabo reto e laje maciça.

3.3.2 Segundo exemplo de aferição

Os dados de entrada do segundo exemplo de aferição são descritos na Tabela 18:

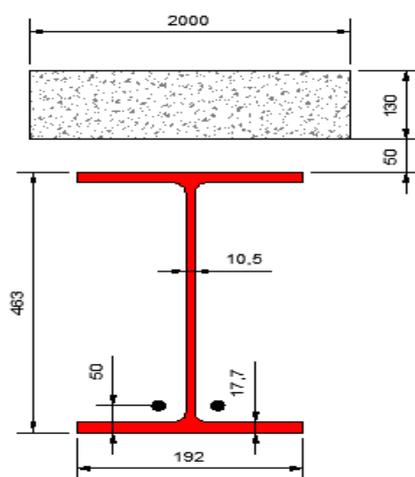
Tabela 18 – Dados iniciais do exemplo aferido de pré-tração com traçado reto

Protensão	Traçado Poligonal Pós-tração $ep = - 50 \text{ mm}$ $X_{ep} = 5000 \text{ mm}$ $qtdseções = 2$ $E_p = 200 \text{ GPa}$ $ncoP = 3$ $\delta P = 6 \text{ mm}$ Aço CP-190RB Bainha: Polipropileno Lubrificada Protensão Ativa-Passiva
Asl	$Asl,pa,inf = Asl,pe,inf = Asl,pa,sup = Asl,pe,sup = 5 \text{ cm}^2/\text{m}$ $As, fis = 1,96 \text{ cm}^2/\text{m}$ $d' = 20 \text{ mm}$ Aço CA-50
Geometria	$L_v = 15000 \text{ mm}$ $L_{esq} = 2000 \text{ mm}$, viga interna $L_{dir} = 2000 \text{ mm}$, viga interna $L_b = 3000 \text{ mm}$ $a = 0$ (sem enrijecedores)
Laje	Mista Nervuras perpendiculares ao perfil I MF-50 Esp.=0,8mm Aço ZAR-280 $t_c = 130 \text{ mm}$ Agregado: Granito C30 $E_{cs} = 26838 \text{ MPa}$
Perfil I	Laminado W 460 x 89 Aço A572 Gr.50 $E_a = 200 \text{ GPa}$
Cargas	Carga Permanente = 2 kN/m^2 Carga Variável = 5 kN/m^2 Carga de Construção = 1 kN/m^2 $\psi_1 = 0,6$ $\psi_2 = 0,4$ Uso residencial ou comercial Construção não escorada Combinação de serviço: Freqüente
Conectores	Stud Bolt $R_g = 0,85$ $R_p = 0,6$ $e_{mh} < 50 \text{ mm}$

Fonte: Autor (2021)

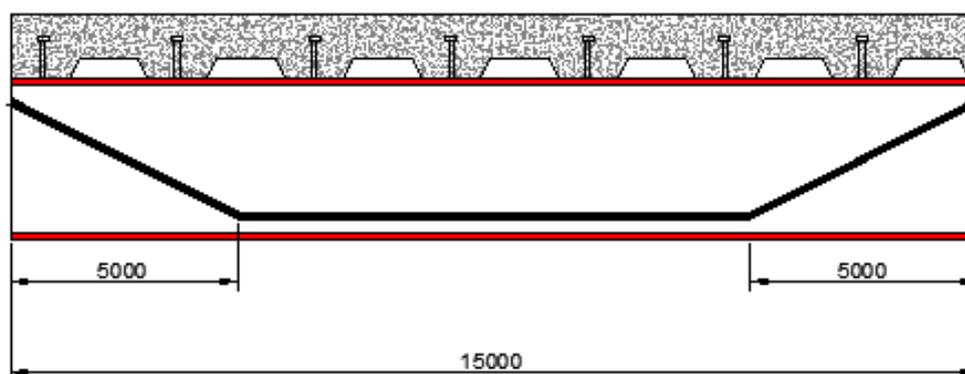
Pode-se ver, na Figura 47 e Figura 48, respectivamente, a ilustração da seção transversal e de uma seção longitudinal da viga mista protendida do segundo exemplo de aferição. Os cálculos numéricos do segundo exemplo de aferição são apresentados no Apêndice C desta dissertação, devido ao grande volume de informação. Nas tabelas Tabela 19 a Tabela 33 são apresentadas as comparações entre os resultados manuais e os do programa computacional.

Figura 47 - Seção transversal do 2º exemplo de aferição



Fonte: Autor (2021)

Figura 48 - Vista longitudinal do 2º exemplo de aferição



Fonte: Autor (2021)

Tabela 19 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – Conectores e armadura de costura

Dimensionamento conectores e armadura de costura

	Q_{Rd}	e_L	$H_{v,Sd}$	$H_{v,Rd,max}$	$A_{s,cos}$	l_t
	(kN)	(mm)	(kN/cm)	(kN/cm)	(cm ² /m)	(cm)
Exemplo	48,01	N.A(*)	N.A(*)	N.A(*)	N.A(*)	199
Programa	48,01	N.A(*)	N.A(*)	N.A(*)	N.A(*)	199
Diferença (%)	0	N.A(*)	N.A(*)	N.A(*)	N.A(*)	0

(*) Não aplicável devido ao espaçamento não ser uniforme

Fonte: Autor (2021)

Tabela 20 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – Força de protensão máxima

Dimensionamento força de protensão máxima						
	$N_{Rd,I}$	$M_{Rd,I}$	$P_{0,8800}$	$P_{0,6118}$	P_0	$A_{p,real}$
	(kN)	(kN.m)	(kN)	(kN)	(kN)	(cm ²)
Exemplo	N.A(*)	N.A(*)	N.A(*)	1165,50	1165,50	8,4
Programa	N.A(*)	N.A(*)	N.A(*)	1165,50	1165,50	8,4
Diferença (%)	N.A(*)	N.A(*)	N.A(*)	0	0	0

(*) Não aplicável pois o exemplo é de pós-tração, não existindo fase em que somente o perfil de aço seja solicitado

Fonte: Autor (2021)

Tabela 21 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 1

Dimensionamento ELU 1				
	M_{Sd+}	M_{Rd+}	V_{Sd}	V_{Rd}
	(kN.m)	(kN.m)	(kN)	(kN)
Exemplo	348,66	1296,81	92,97	914,84
Programa	348,80	1296,82	93,01	914,85
Diferença (%)	0,04	0,001	0,043	0,001

Fonte: Autor (2021)

Tabela 22 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 2 seção ativa 0

Dimensionamento ELU 2 – Seção Ativa 0							
$P_{2,1}$	$e_{p,tr,X}$	$M_{Sd+,X}$	$M_{Sd-,X}$	$V_{Sd,max}$	$M_{Rd,VMP+}$	$M_{Rd,VMP-}$	V_{Rd}
(kN)	(mm)	(kN.m)		(kN)	(kN.m)		

	(kN.m)				(kN.m)	(kN)		
Exemplo	1094,66	57,3	0	56,45	227,74	1396,39	782,17	914,84
Programa	1094,67	57	0	56,46	227,78	1396,42	782,02	914,85
Diferença (%)	0,002	0,003	-0,005	0,017	0,004	0,002	-0,012	0,001

Fonte: Autor (2021)

Tabela 23 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 2 seção ativa
1

Dimensionamento ELU 2 – Seção Ativa 1								
	$P_{2,1}$	$e_{p.tr,x}$	$M_{Sd+,x}$	$M_{Sd-,x}$	$V_{Sd,max}$	$M_{Rd,VMP+}$	$M_{Rd,VMP-}$	V_{Rd}
	(kN)	(mm)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)
Exemplo	1094,66	442,6	759,15	436,04	227,74	1878,46	379,45	914,84
Programa	1094,67	443	759,27	436,06	227,78	1878,47	379,45	914,85
Diferença (%)	0,002	0,090	0,016	0,004	0,004	0,001	0	0,001

Fonte: Autor (2021)

Tabela 24 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 2 seção meio do vão

Dimensionamento ELU 2 – Seção meio do vão								
	$P_{2,2}$	$e_{p.tr,x}$	$M_{Sd+,x}$	$M_{Sd-,x}$	$V_{Sd,max}$	$M_{Rd,VMP+}$	$M_{Rd,VMP-}$	V_{Rd}
	(kN)	(mm)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)
Exemplo	1099,14	442,6	854,18	437,83	227,74	1878,46	379,45	914,84
Programa	1099,14	443	854,18	437,84	227,78	1878,47	379,45	914,85
Diferença (%)	0	0,090	0	0,002	0,004	0,001	0	0,001

Fonte: Autor (2021)

Tabela 25 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 2 seção passiva 0

Dimensionamento ELU 2 – Seção Passiva 0								
	$P_{2,3}$	$e_{p.tr,x}$	$M_{Sd+,x}$	$M_{Sd-,x}$	$V_{Sd,max}$	$M_{Rd,VMP+}$	$M_{Rd,VMP-}$	V_{Rd}

	(kN)	(mm)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)
Exemplo	1103,60	57,3	0	56,91	227,74	1397,03	782,17	914,84
Programa	1103,60	57	0	56,92	227,78	1397,07	781,44	914,85
Diferença (%)	0	-0,523	0	0,017	0,004	0,003	0,034	0,001

Fonte: Autor (2021)

Tabela 26 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 2 seção passiva 1

Dimensionamento ELU 2 – Seção Passiva 1								
	$P_{2,3}$	$e_{p.tr,x}$	$M_{Sd+,x}$	$M_{Sd-,x}$	$V_{Sd,max}$	$M_{Rd,VMP+}$	$M_{Rd,VMP-}$	V_{Rd}
	(kN)	(mm)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)
Exemplo	1103,60	442,6	759,15	439,61	227,74	1878,46	379,45	914,84
Programa	1103,60	443	759,27	439,62	227,78	1878,47	379,45	914,85
Diferença (%)	0	0,090	0,016	0,002	0,004	0,001	0	0,001

Fonte: Autor (2021)

Tabela 27 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 3 seção ativa 0

Dimensionamento ELU 3 – Seção Ativa 0								
	$P_{3,1}$	$e_{p.tr,x}$	$M_{Sd+,x}$	$M_{Sd-,x}$	$V_{Sd,max}$	$M_{Rd,VMP+}$	$M_{Rd,VMP-}$	V_{Rd}
	(kN)	(mm)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)
Exemplo	1026,24	-28,9	0	56,45	227,74	1396,39	782,17	914,84
Programa	1026,53	-29	0	-26,70	227,78	1399,23	781,64	914,85
Diferença (%)	0,028	0,003	-0,005	0,017	0,004	0,002	-0,012	0,001

Fonte: Autor (2021)

Tabela 28 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 3 seção ativa 1

Dimensionamento ELU 3 – Seção Ativa 1								
	$P_{3,1}$	$e_{p.tr,x}$	$M_{Sd+,x}$	$M_{Sd-,x}$	$V_{Sd,max}$	$M_{Rd,VMP+}$	$M_{Rd,VMP-}$	V_{Rd}
	(kN)	(mm)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)

Exemplo	1026,24	356,4	759,27	329,17	227,74	1878,46	379,45	914,84
Programa	1026,53	356	759,27	329,27	227,78	1878,47	379,45	914,85
Diferença (%)	0,028	-0,112	0	0,030	0,004	0,001	0	0,001

Fonte: Autor (2021)

Tabela 29 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 3 seção meio do vão

Dimensionamento ELU 3 – Seção meio do vão								
	$P_{3,2}$	$e_{p.tr,X}$	$M_{Sd+,X}$	$M_{Sd-,X}$	$V_{Sd,max}$	$M_{Rd,VMP+}$	$M_{Rd,VMP-}$	V_{Rd}
	(kN)	(mm)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)
Exemplo	1030,44	356,4	854,18	330,52	227,74	1878,46	379,45	914,84
Programa	1029,89	356	854,18	330,35	227,78	1878,47	379,45	914,85
Diferença (%)	-0,053	-0,112	0	-0,051	0,004	0,001	0	0,001

Fonte: Autor (2021)

Tabela 30 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 3 seção passiva 0

Dimensionamento ELU 3 – Seção Passiva 0								
	$P_{3,3}$	$e_{p.tr,X}$	$M_{Sd+,X}$	$M_{Sd-,X}$	$V_{Sd,max}$	$M_{Rd,VMP+}$	$M_{Rd,VMP-}$	V_{Rd}
	(kN)	(mm)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)
Exemplo	1034,62	-28,9	0	-26,91	227,74	1400,36	782,17	914,84
Programa	1033,28	-29	0	-26,87	227,78	1399,23	781,64	914,85
Diferença (%)	-0,129	-0,523	0	-0,148	0,004	-0,081	-0,067	0,001

Fonte: Autor (2021)

Tabela 31 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELU 3 seção passiva 1

Dimensionamento ELU 3 – Seção Passiva 1								
	$P_{3,3}$	$e_{p.tr,X}$	$M_{Sd+,X}$	$M_{Sd-,X}$	$V_{Sd,max}$	$M_{Rd,VMP+}$	$M_{Rd,VMP-}$	V_{Rd}
	(kN)	(mm)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)
Exemplo	1034,62	356,4	759,27	329,17	227,74	1878,46	379,45	914,84

Programa	1033,28	356	759,27	331,44	227,78	1878,47	379,45	914,85
Diferença (%)	-0,129	-0,112	0	0,689	0,004	0,001	0	0,001

Fonte: Autor (2021)

Tabela 32 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELS Deformação

Dimensionamento ELS Deformação							
	$\delta_{m\acute{a}x}$	δ_{PP}	δ_{conc}	$\delta_{CVN,curta}$	$\delta_{CVN,longa}$	δ_{CPN}	$\delta_{protens\tilde{a}o}$
	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)
Exemplo	4,29	0,71	5,46	0,88	1,77	1,18	-4,62
Programa	4,29	0,70	5,46	0,88	1,77	1,18	-4,61
Diferença (%)	0	-1,41	0	0	0	0	-0,216

Fonte: Autor (2021)

Tabela 33 - Tabela comparativa entre exemplo numérico e programa computacional – ELS Vibração no Piso

Dimensionamento ELS Vibração no Piso						
	$\delta_{m\acute{a}x}$	δ_{PP}	δ_{conc}	δ_{CVN}	δ_{CPN}	$\delta_{protens\tilde{a}o}$
	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)
Exemplo	2,00	0,18	1,42	1,25	0,83	-4,5
Programa	2,00	0,18	1,42	1,25	0,83	-4,5
Diferença (%)	0	0	0	0	0	0

Fonte: Autor (2021)

Assim, para vigas mistas protendidas com características iguais às deste exemplo, isto é, vigas mistas com pós-tração, traçado de cabo poligonal e laje mista, pode-se concluir que o programa está aferido, visto que a diferença entre os resultados do exemplo numérico e os calculados pelo programa computacional não ultrapassaram 1,41%.

4 AVALIAÇÃO DA RESISTENCIA A MOMENTO FLETOR DE VIGAS MISTAS PRÉ-TRACIONADAS

Este capítulo aborda um estudo paramétrico de vigas mistas protendidas com pré-tração, calculadas com o uso do programa computacional descrito no capítulo 3. No estudo, observa-se, para cada etapa da vida útil da viga mista protendida com pré-tração, a influência de um parâmetro na resistência última a momento fletor. Para isso, em cada etapa do estudo, a alteração de um único parâmetro é realizada enquanto os outros parâmetros são mantidos constantes.

As variáveis do estudo paramétrico são: excentricidade dos cabos de protensão em relação à fibra inferior da mesa inferior, razão comprimento-altura da viga, altura da laje de concreto, força de protensão, tipo de laje (maciça ou mista) e tipo de traçado de cabo (reto ou poligonal). O estudo visa encontrar o valor ideal de cada parâmetro, ou seja, aquele que maximiza a resistência a momento fletor da viga mista protendida.

Inicialmente, será abordado neste capítulo, a comprovação do método de cálculo descrito no capítulo 3 para vigas mistas pré-tracionadas. Os resultados do método de cálculo serão comparados com os resultados de experimentos em escala real de vigas similares estudadas por outros autores. Esse capítulo será dividido em quatro seções, sendo a seção 4.1 referente à comprovação experimental, a seção 4.2 à explicação dos modelos de parametrização, e a seção 4.3 à análise dos resultados encontrados.

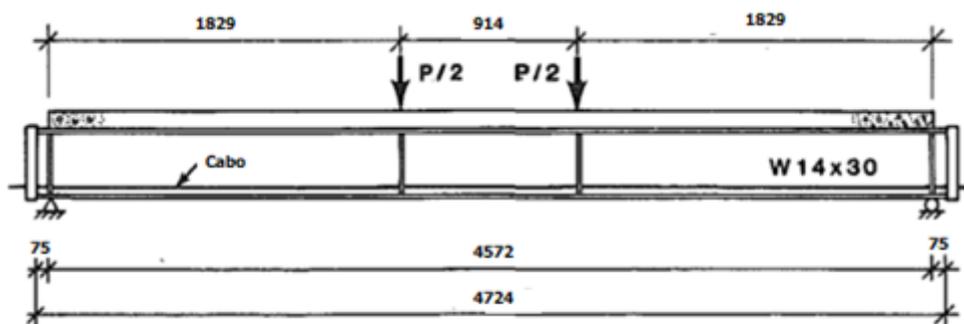
4.1 Comprovação experimental

Para validar a metodologia de cálculo desta dissertação e a fim de se observar a compatibilidade dos resultados obtidos com o comportamento real da estrutura à pré-tração, foram usados, ao todo, 3 experimentos de vigas mistas pré-tracionadas, onde a primeira e a segunda foram ensaiadas por Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990) e possuem, respectivamente, traçado de cabo reto e traçado de cabo poligonal. A terceira viga foi ensaiada por Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989) e trata-se de uma viga mista pré-tracionada sujeita a momento fletor negativo com traçado de cabo reto.

4.1.1 Ensaio de Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990) com traçado reto e momento positivo

A viga mista protendida ensaiada por Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990), denominada *Specimen B*, Figura 49 e Figura 50, tem um vão biapoiado de 4,575 m, com carga concentrada aplicada em dois pontos da estrutura, estando os mesmos simetricamente dispostos em relação ao meio do vão e distantes dos apoios de 1,829 m.

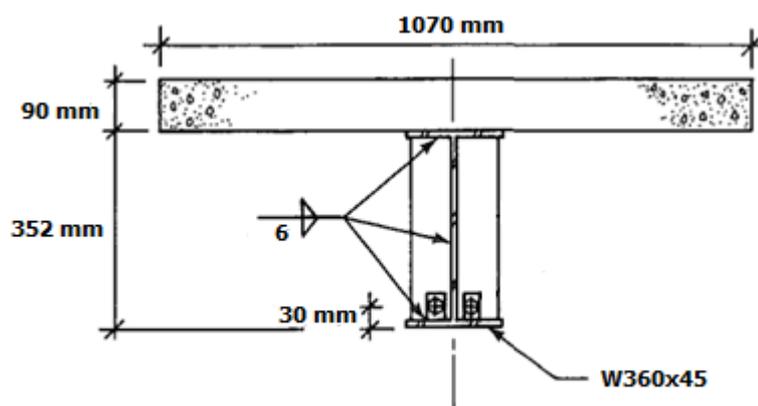
Figura 49 - Vista longitudinal do *Specimen B*



medidas em mm

Fonte: Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990)

Figura 50 - Seção Transversal do *Specimen B*



Fonte: Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990)

O traçado de protensão neste caso foi o traçado reto, com o centro de gravidade dos cabos de protensão distante 30 mm acima da fibra inferior da mesa inferior do perfil de aço. O material usado para a protensão foram duas cordoalhas de 7 fios, com 15 mm de diâmetro e aço de baixa relaxação. De acordo com ensaios de caracterização dos materiais, tem-se que os valores de

resistência ao escoamento e da resistência última à tração do aço das cordoalhas, f_{pyk} e f_{ptk} , iguais a, respectivamente, 1620 e 2017 MPa.

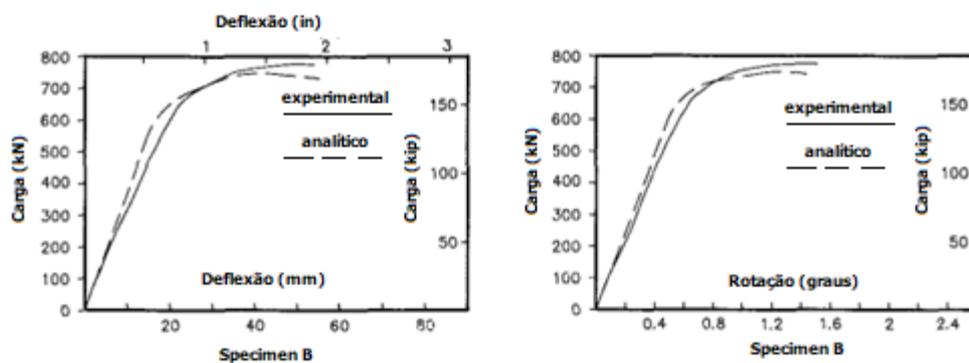
A viga é formada por um perfil W360 x 45 de aço com resistência ao escoamento, f_y , de 411 MPa e uma laje de concreto maciça com altura de 90 mm e largura de 1070 mm. O valor médio de resistência à compressão do concreto foi de 40 MPa, com desvio padrão de 0,63 MPa. Utilizando a formulação presente no item 5.6.3 da ABNT NBR 12655:2015 e o limitante para o desvio padrão presente em 5.6.3.2, tem-se que a resistência característica à compressão do concreto é de 36,7 MPa.

Como não foi informado pelo experimento, o módulo de elasticidade do aço do perfil e do aço de protensão foi considerado igual a 200 GPa e o módulo de elasticidade do concreto calculado conforme o item 8.2.8 da ABNT NBR 6118:2014. Considerou-se granito como agregado e resistência à compressão característica igual a 36,7 MPa, o que resultou em um módulo de elasticidade secante do concreto, E_{cs} , igual a 30,252 GPa.

O estado limite último da viga em estudo foi o esmagamento do concreto da laje, que ocorreu quando a carga aplicada foi de 780 kN correspondente a um momento fletor de 713,31 kN.m no meio do vão. Utilizando a metodologia proposta nesta dissertação para o cálculo do momento fletor resistente característico, foi encontrado um valor de 679,08 kN.m, sendo 5,04% menor do que o esforço último verificado experimentalmente, mostrando que a metodologia proposta está a favor da segurança. Os gráficos de força *versus* flecha e força *versus* rotação são mostrados na Figura 51, sendo a linha contínua o resultado experimental e a linha tracejada o modelo analítico feito pelos autores.

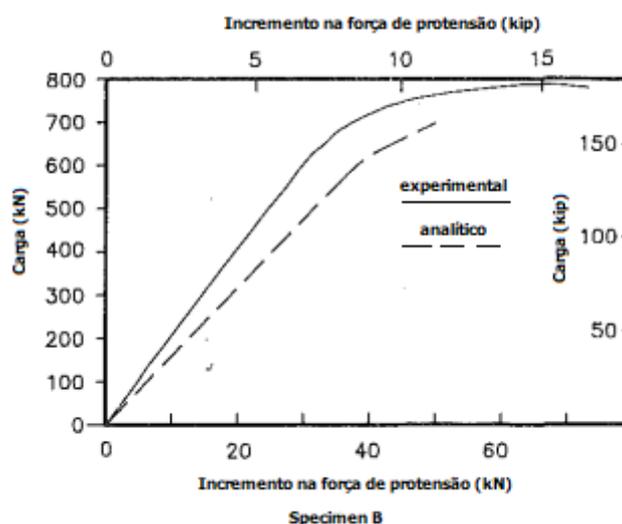
A força de protensão aplicada em cada cabo, após as perdas imediatas, foi de 173,5 kN, obtendo assim uma força de protensão inicial de 347 kN em uma área de 2,79 cm². De acordo com a Figura 52, que mostra o incremento da força de protensão durante o ensaio, pode-se observar um acréscimo total na força de protensão, na ruptura da estrutura, igual a 62 kN. Assim, a força de protensão no colapso é igual a 409 kN.

.Figura 51 - Gráficos carga versus deformação e carga versus rotação da seção do apoio do *Specimen B*



Fonte: Adaptado de Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990)

Figura 52 - Gráfico carga versus incremento da força de protensão do *Specimen B*



Fonte: Adaptado de Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990)

4.1.2 Ensaio de Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990) com traçado poligonal e momento positivo

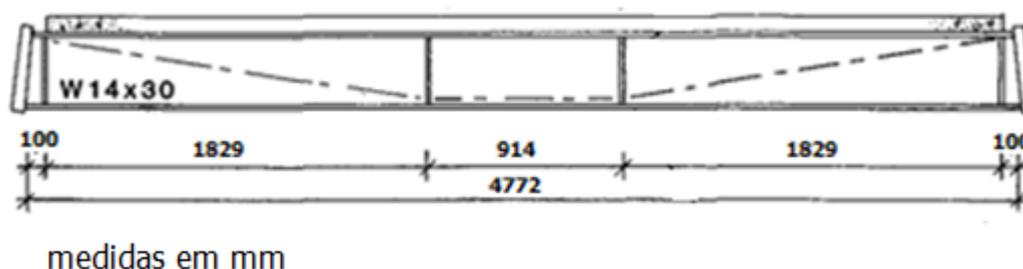
A viga mista protendida ensaiada por Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990), denominada *Specimen C*, Figura 53, possui as mesmas características geométricas e de material que o *Specimen B*, ou seja, possui a mesma seção transversal que o *Specimen B* (Figura 50), com a diferença que o traçado do cabo de protensão é poligonal e a força de protensão final difere de valor.

A configuração do traçado poligonal é feita colocando-se desviadores dos cabos de protensão distantes 1829 mm do apoio da viga, para cada lado, conforme é mostrado na Figura 53. A ancoragem da protensão nos apoios foi

feita em uma posição que o centroide dos cabos coincidissem com o centroide da seção mista, o que faz não causar momento fletor negativo nos apoios.

A força de protensão aplicada em cada cabo, após as perdas imediatas, foi de 146 kN, obtendo assim uma força de protensão inicial de 292 kN em uma área de 2,79 cm². De acordo com a Figura 55, que mostra o incremento da força de protensão durante o ensaio, podemos observar um acréscimo total na força de protensão, na ruptura da estrutura, igual a 80 kN. Assim, a força de protensão no colapso é igual a 372 kN.

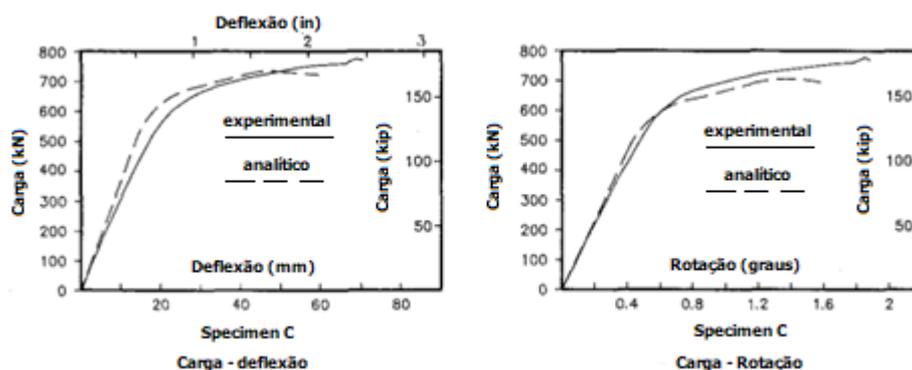
Figura 53 - Vista longitudinal do *Specimen C*



Fonte: Adaptado de Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990)

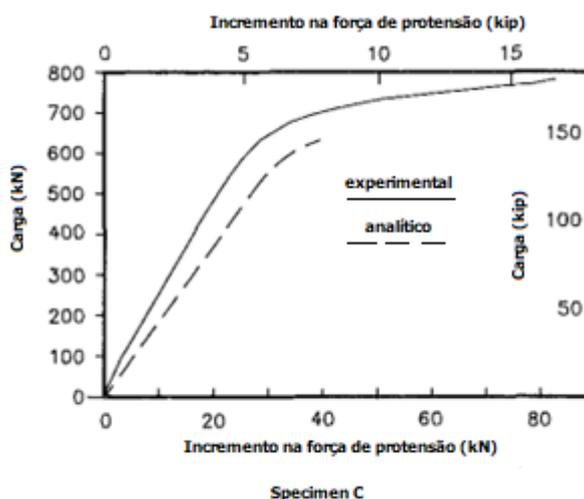
O estado limite último do *Specimen C* também foi o esmagamento do concreto da laje, que ocorreu quando a carga aplicada foi de 780 kN correspondente a um momento fletor de 713,31 kN.m no meio do vão. O momento fletor resistente característico calculado pela desta dissertação foi de 667,87 kN.m, sendo 6,8% menor do que o esforço último verificado experimentalmente, mostrando que a metodologia proposta está a favor da segurança. Os gráficos de força *versus* flecha e força *versus* rotação são mostrados na Figura 54, sendo a linha contínua o resultado experimental e a linha tracejada o modelo analítico feito pelos autores.

Figura 54 - Gráficos carga x deformação e carga x rotação do *Specimen C*



Fonte: Adaptado Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990)

Figura 55 - Gráfico carga x incremento da força de protensão no *Specimen C*



Fonte: Adaptado de Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990)

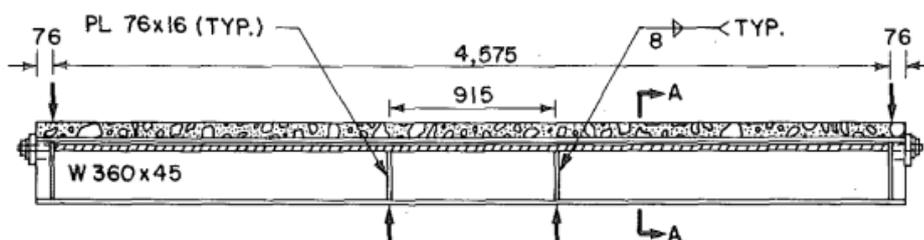
4.1.3 Ensaio de Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989) com traçado reto e momento negativo

Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub ensaiaram duas vigas mistas pré-tensionadas, uma sujeita a momento fletor positivo (*Beam A*) e outra sujeita a momento fletor negativo (*Beam B*). Neste item é analisado apenas a viga mista protendida submetida a momento fletor negativo.

A viga analisada tem um vão biapoiado de 4,575 m, com carga concentrada aplicada em dois pontos simetricamente dispostos em relação ao meio do vão e distantes de 1,83 m dos apoios, conforme mostrado na .

Figura 56.

Figura 56 - Perfil longitudinal da Beam B, medidas em mm



Fonte: Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989)

O perfil de aço foi o W 360x45. A resistência ao escoamento do aço do perfil foi determinada em ensaios de caracterização de três amostras retiradas da alma do perfil, obtendo-se o valor de 379 MPa. O módulo de elasticidade do aço do perfil não foi informado, então, o valor de 200 GPa, para o módulo de elasticidade, e 77 GPa para o módulo de elasticidade transversal, foram utilizados conforme a ABNT NBR 8800:2008.

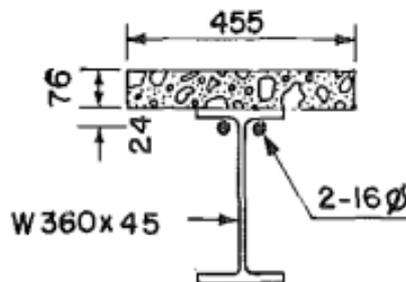
A laje maciça possui armadura de fissuração composta por duas barras de 10 mm espaçadas 152 mm do centro, porém não é informada a resistência à tração do aço das barras nem o cobrimento. Assim, para considerar esta armadura nos cálculos de resistência, adotou-se aço CA-50 e cobrimento igual a 2 cm.

A laje de concreto é uma laje maciça de largura de 455mm e altura de 76mm, conforme pode ser observado na Figura 57. A resistência média à compressão de três corpos de prova cilíndricos de concreto foi de 32,4 MPa para uma cura de 60 dias. Utilizando o item 5.6.3 e a tabela 6 da ABNT NBR 12655:2015, obtém-se uma resistência à compressão característica de 25,8 MPa. O módulo de elasticidade também não foi informado, sendo usado o módulo de elasticidade secante de acordo com o item 8.2.8 da ABNT NBR 6118:2014, resultando em um valor de 24,59 GPa.

A protensão foi realizada com duas barras de 16mm de diâmetro, onde cada um tem 201 mm² de área de aço, totalizando 402 mm² de área de aço de protensão. O aço utilizado tem resistência à tração de 1090 MPa e resistência ao escoamento de 910 MPa. O módulo de elasticidade e o módulo de elasticidade transversal do aço não foi informado, sendo considerado para os cálculos o valor de 200 GPa e 77 GPa, respectivamente. A excentricidade do

cabo de protensão, em relação à fibra superior da mesa superior do perfil de aço é de 24 mm.

Figura 57 - Seção transversal da Beam B, medidas em mm



Fonte: Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989)

A força de protensão inicial foi de 192 kN. Como o artigo não informou o incremento da força de protensão durante o ensaio, utilizou-se a formulação proposta na Rotina 6, presente na Tabela 8, para determinar uma força de incremento total. Esta força foi de 19,14 kN e conseqüentemente a protensão total foi de 211,14 kN. A estrutura entrou em colapso quando a carga aplicada em cada ponto foi de 173,5 kN, o que fez com que a viga sofresse flambagem local na mesa inferior com um momento fletor negativo de 317,5 kN.m.

Para o cálculo do momento fletor resistente em relação à flambagem lateral distorcional do perfil de aço foi considerado que a variável a , que representa a distância entre vigas adjacentes, é igual a 455 mm, ou seja, a viga foi calculada para esse estado limite último sendo considerada uma viga interna com distância entre vigas adjacentes de 455 mm, o que resulta na largura da laje de concreto do experimento. Como λ_{dist} deu um valor menor que 0,4, não houve perda no momento fletor resistente devido a flambagem lateral com distorção.

O momento fletor resistente característico foi de 310,52 kN.m, resultando em uma diferença de 2,24% menor do que o esforço último verificado experimental, mostrando que a metodologia proposta está a favor da segurança para esse tipo de viga.

4.1.4 Conclusões

Separando os dados relacionados ao momento fletor resistente verificados experimentalmente e conforme o ensaio, obteve-se a Tabela 34:

Tabela 34 – Comparação entre M_{Rd} experimental e M_{Rd} calculado

Experimento	$M_{Rd,exp}$ (kN.m)	Autor (2021) (kN.m)	$\left(\frac{M_{Rd,exp}}{Autor(2021)} - 1\right) (\%)$
Ayyub, Sohn e Saadatmanesh (1990)			
Specimen B	713,31	679,08	5,04
Specimen C	713,31	667,87	6,8
Saadatmanesh, Albrecht e Ayyub (1989)			
Beam B	317,5	310,52	2,24

Fonte: Autor (2021)

Assim, conforme observado na Tabela 34, todos os ensaios analisados resultaram em momentos fletores resistentes menores do que os previstos pelo método dessa dissertação, logo o método se prova a favor da segurança.

4.2 Modelos de parametrização

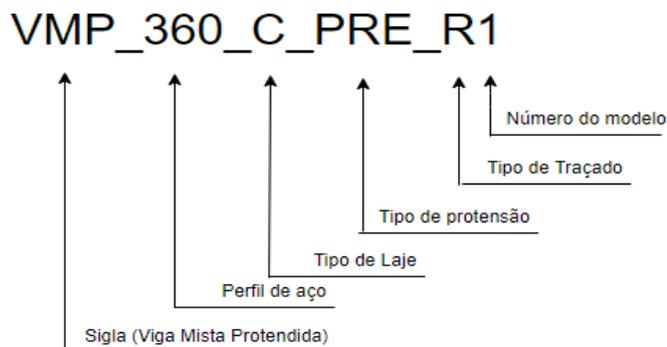
Para o estudo das vigas pré-tracionadas foram propostos ao todo 60 modelos numéricos, onde se variam os seguintes parâmetros:

- Tipo de traçado: reto ou poligonal;
- Tipo de laje: maciça ou mista (MF-50 0,8mm, com nervuras perpendiculares ao perfil e aço ZAR-280);
- Excentricidade: 30 a 60 mm acima da fibra inferior da mesa inferior ou de 30 a 60mm abaixo da fibra inferior da mesa inferior;
- Razão vão-altura do perfil de aço: 25, 30, 35 ou 40.
- Altura da laje: 120, 150, 175, 200 mm;
- Razão em porcentagem da força de protensão em relação à força de protensão máxima: 50; 60; 70 ou 80%.

Em modelos com traçado poligonal, os desviadores serão posicionados a uma distância de 20% do vão da viga em relação aos apoios. A nomenclatura dos modelos foi feita de acordo com o esquema apresentado na Figura 58, onde o tipo de laje é identificado como “C” ou “M” para laje maciça e mista, respectivamente. O tipo de protensão é identificado como “PRE” ou “POS”, para pré-tração e pós-tração, respectivamente, já o tipo de traçado dos cabos de

protensão é identificado como “R” ou “P”, para traçado reto ou poligonal, respectivamente.

Figura 58 - Nomenclatura dos modelos de referência



Fonte: Autor (2021)

As variáveis que são constantes em todos os modelos estão descritas na Tabela 35. Essas variáveis foram tomadas como constantes para permitir uma análise exclusiva de cada parâmetro alterado na resistência última a momento fletor da viga mista, sem que haja diferença no valor da resistência a momento fletor, que não seja causada pela alteração do parâmetro estudado.

Tabela 35 - Dados constantes nos modelos analisados

Protensão	$E_p = 200 \text{ GPa}$ $X_{ep} = 0,2 * L_b$ $ncop = 3$ $\delta P = 6 \text{ mm}$ Aço CP-190RB Bainha: Polipropileno Lubrificada Protensão Ativa-Passiva
Asl	$Asl,pa,inf = Asl,pe,inf = Asl,pa,sup = Asl,pe,sup = 5 \text{ cm}^2/\text{m}$ $As,fis = 1,96 \text{ cm}^2/\text{m}$ $d' = 20 \text{ mm}$ Aço CA-50
Geometria	$L_{esq} = 2500 \text{ mm}$, viga interna $L_{dir} = 2500 \text{ mm}$, viga interna $L_b = 3000 \text{ mm}$ $a = 0$ (sem enrijecedores)
Laje	Agregado: Granito C30 $E_{cs} = 26838 \text{ MPa}$
Perfil I	Laminado W 360 x 57,8 Aço A572 Gr.50 $E_a = 200 \text{ GPa}$
Carga Permanente = 2 kN/m ²	

Cargas	Carga Variável = 5 kN/m ² Carga de Construção = 1 kN/m ² $\psi_1 = 0,6$ $\psi_2 = 0,4$ Uso residencial ou comercial Construção não escorada Combinação de serviço: Rara
	Conectores Stud Bolt $R_g = 0,85$ $R_p = 0,6$ $e_{mh} < 50mm$ $n_T = 2$ Aço ASTM A108 Gr.1020

Fonte: Autor (2021)

Os modelos estudados para vigas mistas pré-tracionadas são apresentados na Tabela 36, em que é possível notar a variação dos parâmetros que pelas células destacadas.

Tabela 36 - Variação de parâmetros em cada modelo estudado – pré-tração

Nº	Modelo	Excentricidade (mm)	Razão L/d	Altura da laje (mm)	% Força de protensão máxima
1	(*) VMP_360_C_PRE_R1	-30	25	150	70%
2	VMP_360_C_PRE_R2	-40	25	150	70%
3	VMP_360_C_PRE_R3	-50	25	150	70%
4	VMP_360_C_PRE_R4	-60	25	150	70%
5	VMP_360_C_PRE_R5	30	25	150	70%
6	VMP_360_C_PRE_R6	40	25	150	70%
7	VMP_360_C_PRE_R7	50	25	150	70%
8	VMP_360_C_PRE_R8	60	25	150	70%
9	VMP_360_C_PRE_R9	-30	30	150	70%
10	VMP_360_C_PRE_R10	-30	35	150	70%
11	VMP_360_C_PRE_R11	-30	40	150	70%
12	VMP_360_C_PRE_R12	-30	25	120	70%
13	VMP_360_C_PRE_R13	-30	25	175	70%
14	VMP_360_C_PRE_R14	-30	25	200	70%
15	VMP_360_C_PRE_R15	-30	25	150	50%
16	VMP_360_C_PRE_R16	-30	25	150	60%
17	VMP_360_C_PRE_R17	-30	25	150	80%
18	(*) VMP_360_C_PRE_P18	-30	25	150	70%
19	VMP_360_C_PRE_P19	-40	25	150	70%
20	VMP_360_C_PRE_P20	-50	25	150	70%
21	VMP_360_C_PRE_P21	-60	25	150	70%
22	VMP_360_C_PRE_P22	-30	30	150	70%
23	VMP_360_C_PRE_P23	-30	35	150	70%
24	VMP_360_C_PRE_P24	-30	40	150	70%

25	VMP_360_C_PRE_P25	-30	25	120	70%
26	VMP_360_C_PRE_P26	-30	25	175	70%
27	VMP_360_C_PRE_P27	-30	25	200	70%
28	VMP_360_C_PRE_P28	-30	25	150	50%
29	VMP_360_C_PRE_P29	-30	25	150	60%
30	VMP_360_C_PRE_P30	-30	25	150	80%
61	(*) VMP_360_M_PRE_R61	-30	25	150	70%
62	VMP_360_M_PRE_R62	-40	25	150	70%
63	VMP_360_M_PRE_R63	-50	25	150	70%
64	VMP_360_M_PRE_R64	-60	25	150	70%
65	VMP_360_M_PRE_R65	30	25	150	70%
66	VMP_360_M_PRE_R66	40	25	150	70%
67	VMP_360_M_PRE_R67	50	25	150	70%
68	VMP_360_M_PRE_R68	60	25	150	70%
69	VMP_360_M_PRE_R69	-30	30	150	70%
70	VMP_360_M_PRE_R70	-30	35	150	70%
71	VMP_360_M_PRE_R71	-30	40	150	70%
72	VMP_360_M_PRE_R72	-30	25	120	70%
73	VMP_360_M_PRE_R73	-30	25	175	70%
74	VMP_360_M_PRE_R74	-30	25	200	70%
75	VMP_360_M_PRE_R75	-30	25	150	50%
76	VMP_360_M_PRE_R76	-30	25	150	60%
77	VMP_360_M_PRE_R77	-30	25	150	80%
78	(*) VMP_360_M_PRE_P78	-30	25	150	70%
79	VMP_360_M_PRE_P79	-40	25	150	70%
80	VMP_360_M_PRE_P80	-50	25	150	70%
81	VMP_360_M_PRE_P81	-60	25	150	70%
82	VMP_360_M_PRE_P82	-30	30	150	70%
83	VMP_360_M_PRE_P83	-30	35	150	70%
84	VMP_360_M_PRE_P84	-30	40	150	70%
85	VMP_360_M_PRE_P85	-30	25	120	70%
86	VMP_360_M_PRE_P86	-30	25	175	70%
87	VMP_360_M_PRE_P87	-30	25	200	70%
88	VMP_360_M_PRE_P88	-30	25	150	50%
89	VMP_360_M_PRE_P89	-30	25	150	60%
90	VMP_360_M_PRE_P90	-30	25	150	80%

Fonte: Autor (2021)

4.3 Análise de resultados

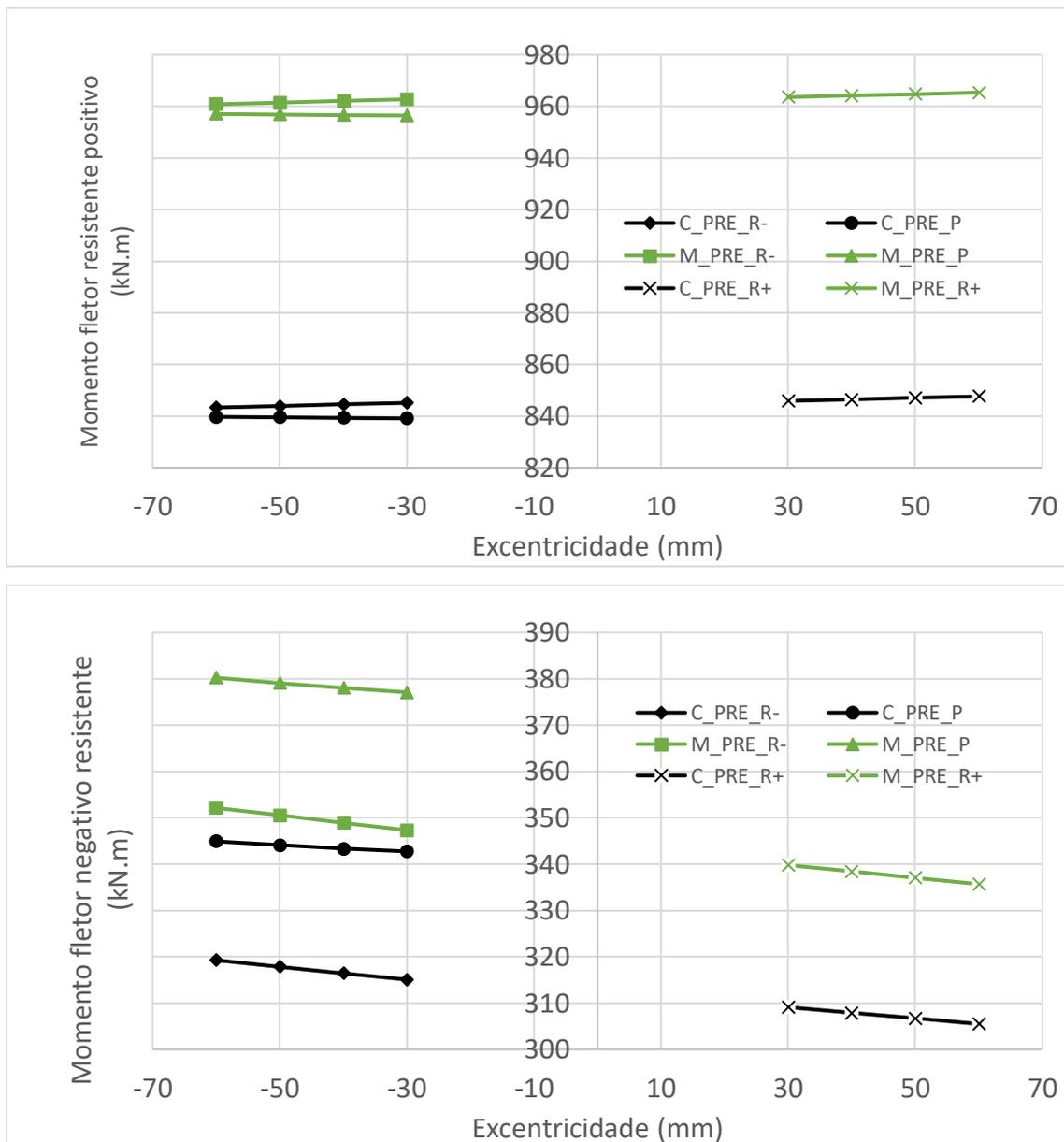
Nesse subcapítulo são apresentados os resultados obtidos com a análise de cada parâmetro definido no item 4.2. Para análise dos modelos será comparado o momento fletor resistente positivo e negativo em cada fase da vida

útil da viga mista protendida. A legenda em cada gráfico segue a nomenclatura definida para os modelos descrita na Figura 58, sendo que, no item 4.3.1 o sinal “+”, presente nos modelos de traçado reto, para excentricidade positiva e “-“ para excentricidade negativa.

4.3.1 Influência da excentricidade do cabo

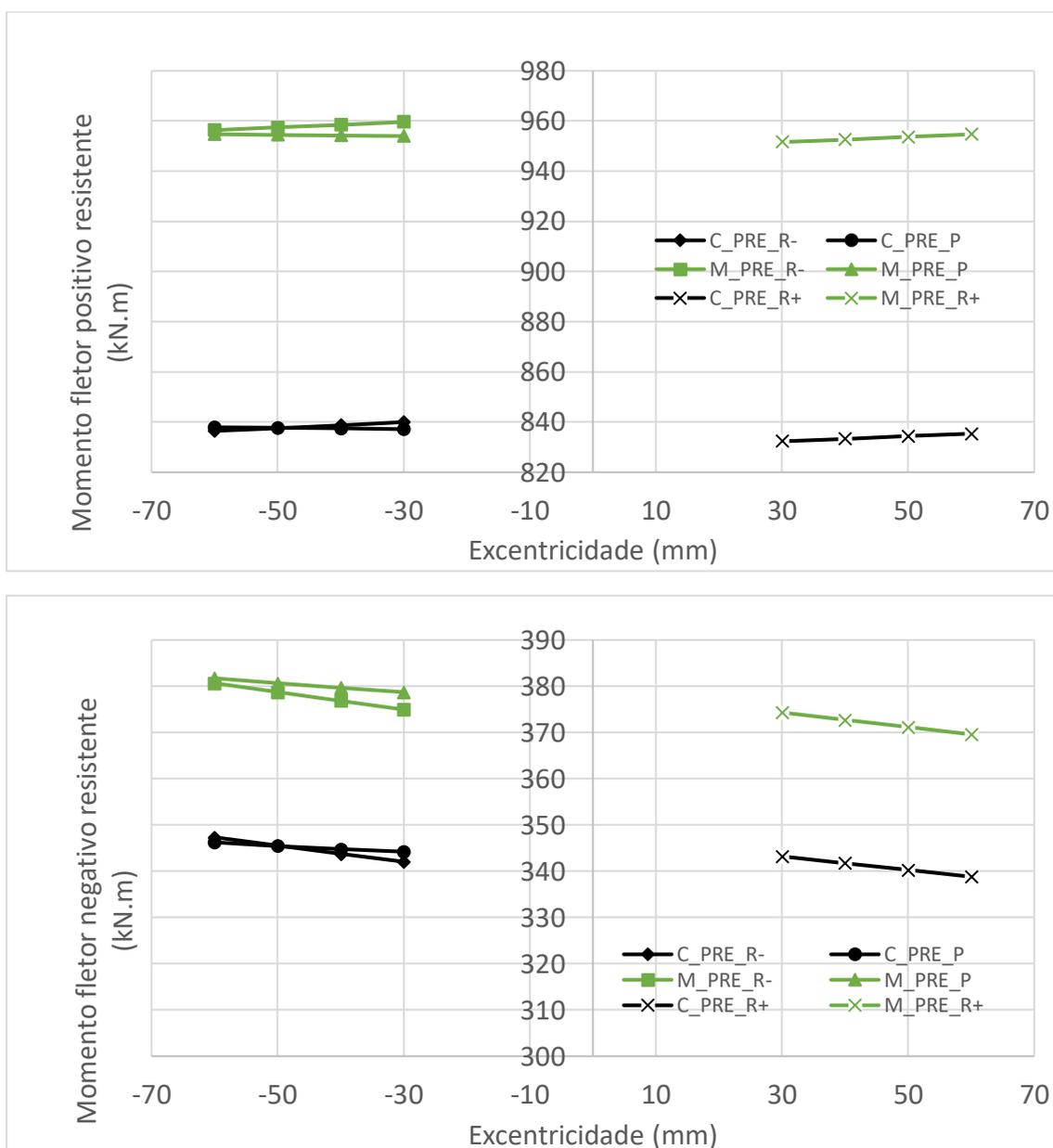
A excentricidade de cada cabo é medida em relação à fibra inferior da mesa inferior do perfil de aço, sendo positiva para excentricidade abaixo da mesa e negativa para excentricidade acima da mesa. Foram utilizados quatro valores de excentricidade abaixo da mesa e quatro valores acima da mesa, 30 a 60 mm e de -60 a -30 mm, respectivamente. No caso de vigas com traçado poligonal, a excentricidade pode ser somente negativa, para não ocorrer do cabo de protensão ter que atravessar a mesa. Na Figura 59 e na Figura 60 , são apresentados gráficos comparativos de momento fletor resistente *versus* excentricidade do cabo para as fases 2 e 3, respectivamente.

Figura 59 - Momento fletor resistente versus excentricidade da Fase 2



Fonte: Autor (2021)

Figura 60 - Momento fletor resistente versus excentricidade da Fase 3



Fonte: Autor (2021)

Percebe-se primeiramente que, em todos os casos, os modelos com laje mista possuem resistência a momento fletor maior do que os modelos com laje maciça, devendo esse resultado a elevação da laje em relação ao perfil de aço por causa das nervuras da forma.

Pode-se observar também que conforme o cabo se afasta do centroide da seção, indo de uma excentricidade negativa para uma positiva, obtém-se um aumento do momento fletor resistente positivo. Esse comportamento se justifica devido a formulação desenvolvida nesse trabalho para cálculo da resistência a

momento fletor positivo da viga mista protendida, onde quanto mais afastada da linha neutra plástica da seção, maior é a contribuição da força de protensão no momento fletor resistente positivo.

Já com relação ao momento fletor resistente negativo, observa-se uma queda na resistência conforme o cabo de protensão é afastado do centroide da seção transversal. Esse comportamento ocorre porque a força de protensão (que é uma força de tração) fica abaixo da linha neutra plástica, ou seja, fica na região comprimida da seção, o que faz diminuir o momento fletor resistente negativo da estrutura.

Observa-se também que o aumento da excentricidade não causa um aumento significativo no momento fletor resistente positivo e nem um decréscimo significativo no momento fletor resistente negativo (+0,2% e -1,31%, respectivamente). Isso se explica porque a força de protensão inicial na estrutura, calculada conforme a Rotina 2, é menor quanto maior a excentricidade do cabo, fazendo com que a parcela de contribuição da protensão no momento fletor resistente não altere significativamente, pois apesar de a força possuir um braço de alavanca maior, o valor da força sofre uma redução.

Comparando os diferentes tipos de traçado, pode-se observar que o traçado reto é mais vantajoso para momento fletor resistente positivo e o traçado poligonal mais vantajoso para momento fletor resistente negativo. Porém, as diferenças entre traçados no momento fletor resistente positivo (+0,71%) são bem menos acentuadas do que no momento fletor resistente negativo (+8,78%), o que mostra que a escolha do traçado tem muito mais influência no dimensionamento a momento fletor negativo.

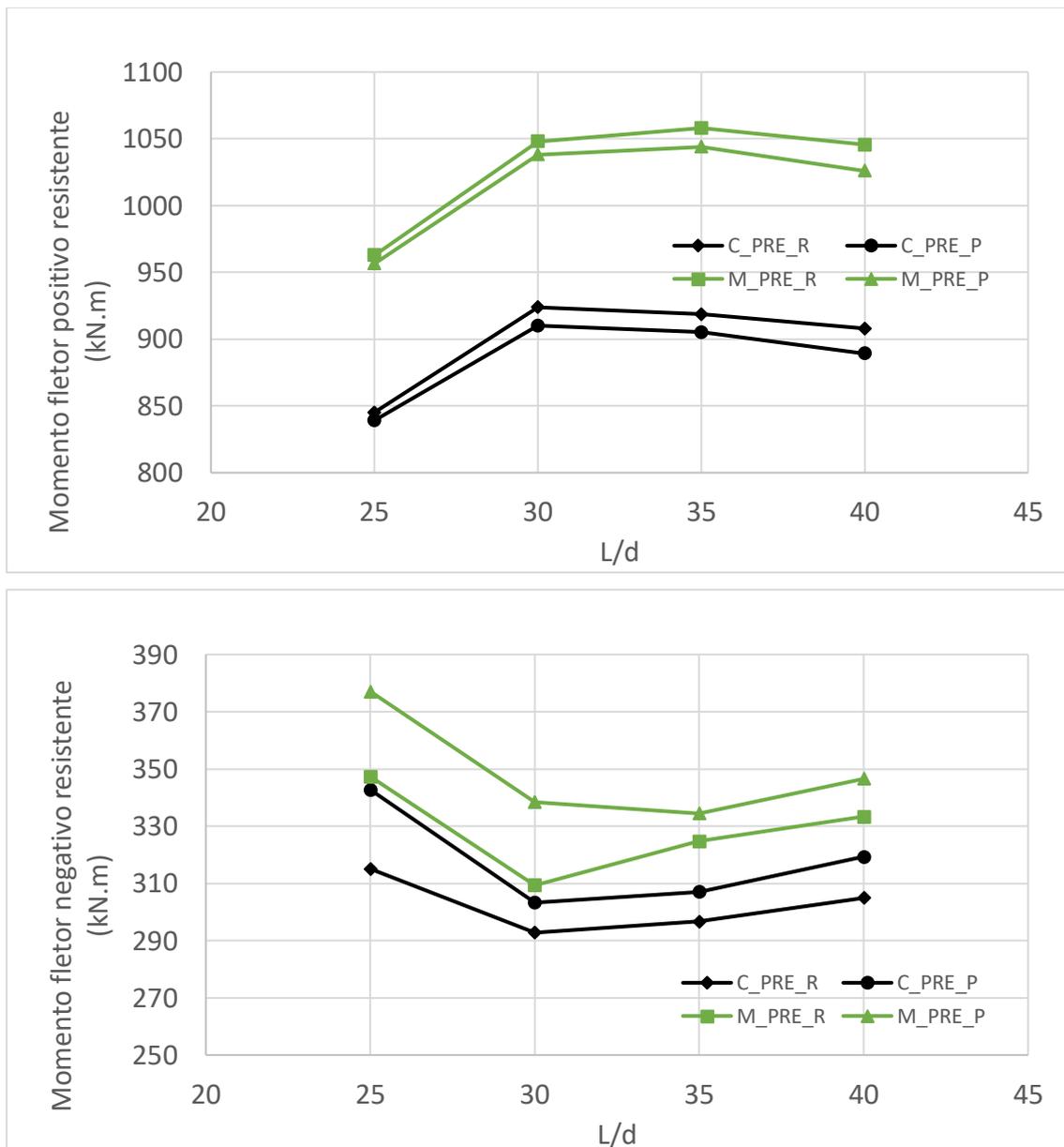
4.3.2 Influência da razão entre o vão e a altura do perfil de aço (L/d)

No estudo paramétrico, como o perfil metálico é o mesmo, somente o comprimento do vão da viga é alterado entre modelos para se obter valores da razão entre o vão e altura do perfil de aço iguais a 25, 30, 35 e 40.

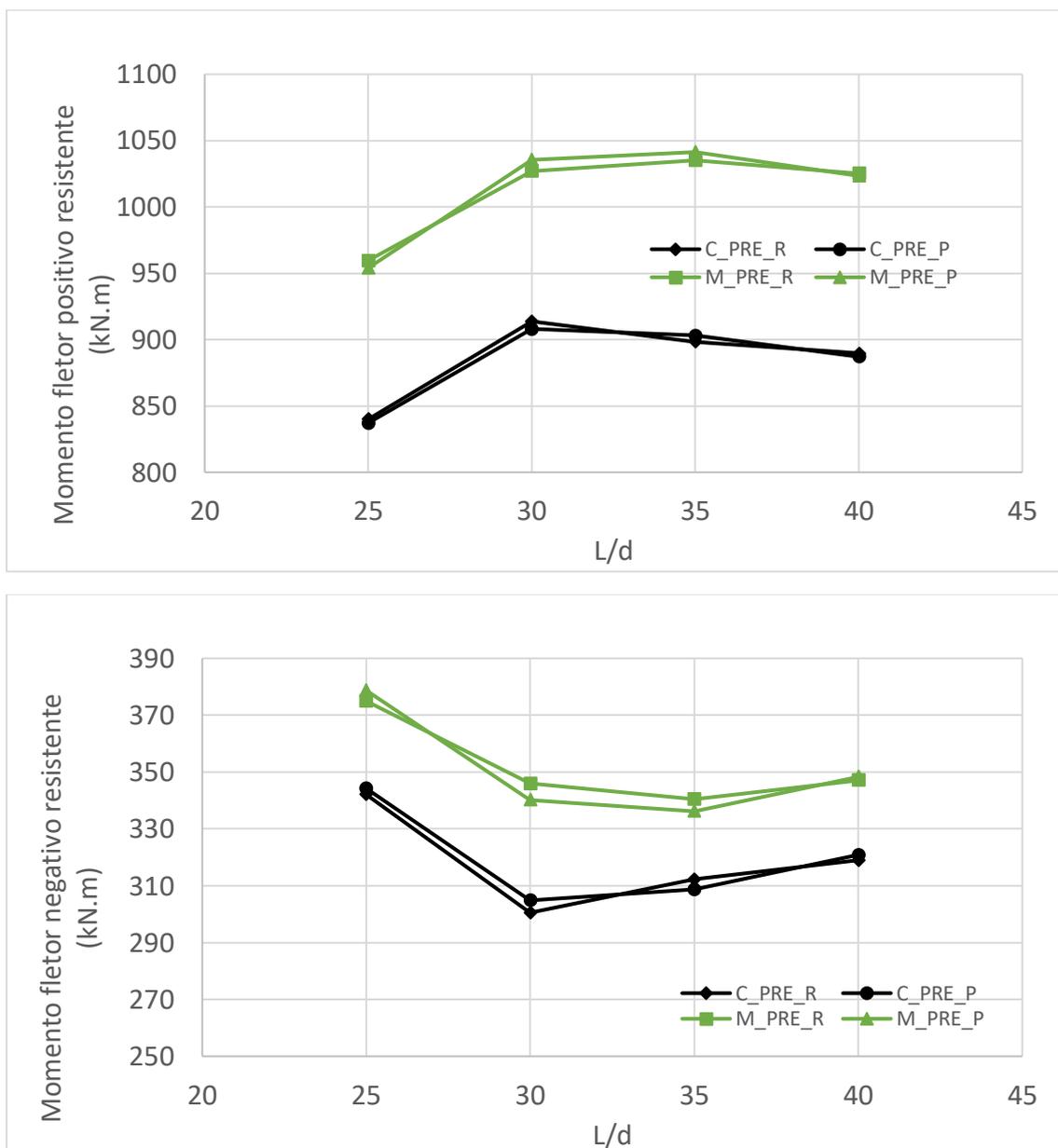
No caso dos modelos de traçado poligonal, afim de manter a mesma configuração de traçado, a distância de cada desviador intermediário em relação ao apoio mais próximo foi fixada em 20% do vão da viga. Ou seja, para cada valor de L/d , tem-se um valor de L_v e X_{ep} , mantendo a geometria do traçado

proporcional em todos os modelos. Os gráficos comparativos de momento fletor resistente *versus* razão L/d são apresentados na Figura 61 e na Figura 62 para as fases 2 e 3, respectivamente.

Figura 61 - Momento fletor resistente *versus* L/d da Fase 2



Fonte: Autor (2021)

Figura 62 - Momento fletor resistente versus L/d da Fase 3

Fonte: Autor (2021)

Para vigas mistas protendidas onde o momento fletor solicitante positivo governa o dimensionamento, a melhor razão L/d é 35, obtendo os maiores valores possíveis de momento fletor resistente positivo. Isso representa um ganho de 40% da razão L/d médio em relação ao comumente usado para vigas metálicas, onde geralmente variam entre 20 e 30. Já para vigas mistas protendidas onde o momento fletor solicitante negativo governa o dimensionamento, a melhor razão L/d deve ser menor que 25.

O aumento da resistência a momento fletor positivo, ou a redução da resistência a momento fletor negativo, que ocorre entre as razões 25 e 30 se

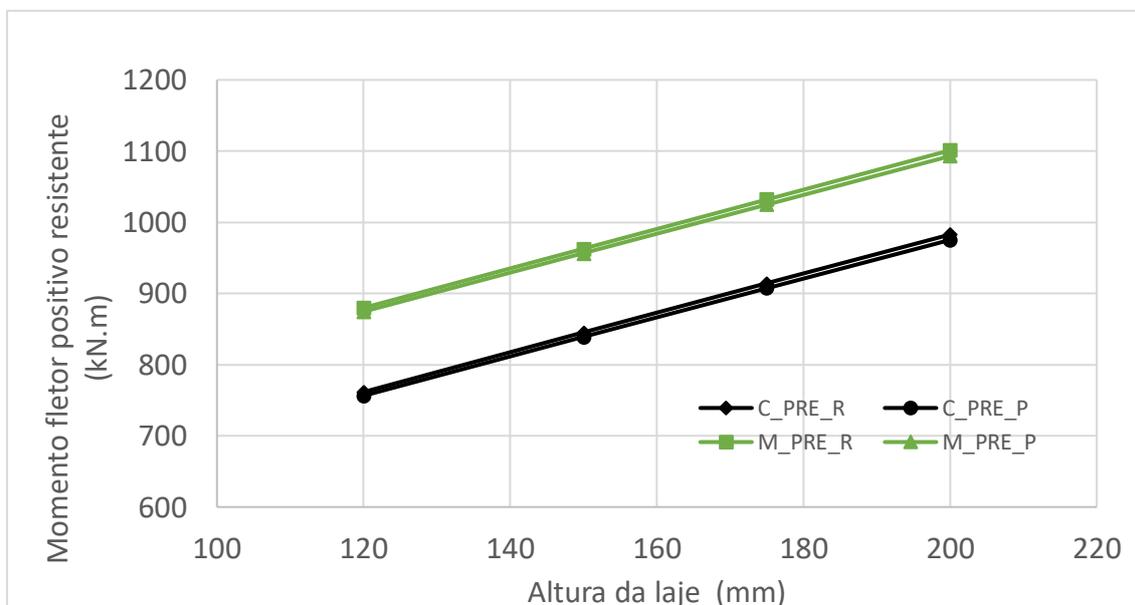
deve a modificação do fator C_b , pois a viga com vão maior ($L/d = 30$) possui um fator C_b maior para o mesmo comprimento destravado (3000 mm). Com isso, tem-se um momento resistente do perfil de aço maior, o que ocasiona uma força de protensão inicial maior no perfil, resultando assim em um aumento no momento resistente positivo e uma diminuição no momento resistente negativo, conforme explicado em 4.3.1.

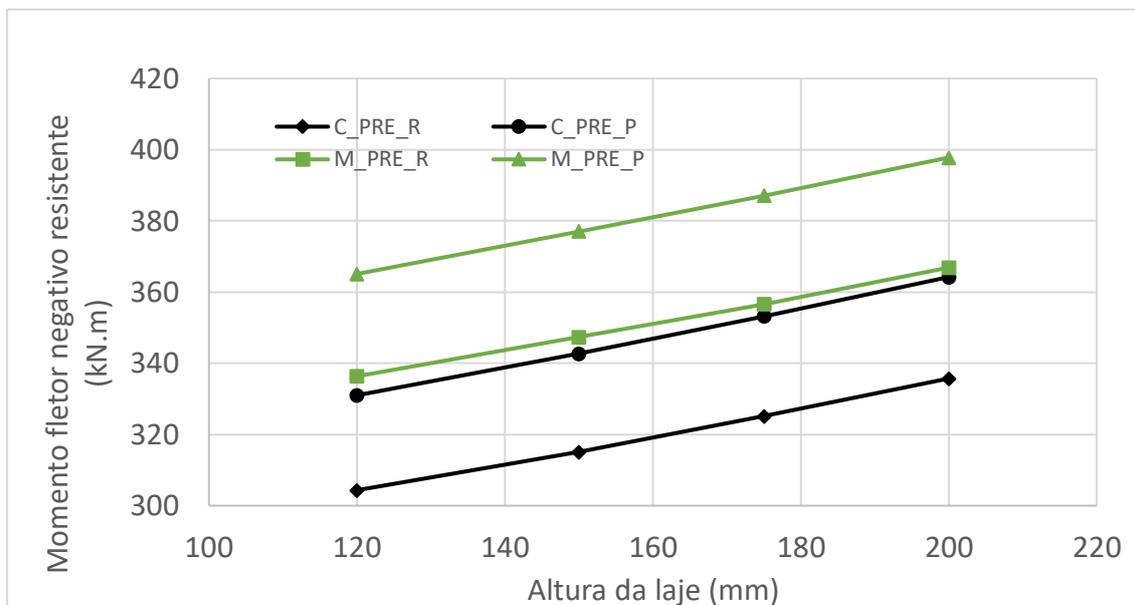
Neste parâmetro não se observa diferenças significativas entre os tipos de traçado e nem uma soberania de um traçado para outro, resultando em respostas praticamente idênticas das estruturas. O mesmo ocorre entre as fases 2 e 3 de análise da estrutura, não sendo possível definir uma fase crítica de projeto nesse caso.

4.3.3 Influência da altura da laje

A altura da laje de concreto se refere a espessura total da laje, no caso de laje maciça, e a espessura da laje acima das nervuras, no caso de laje mista, que é a altura efetivamente considerada nos cálculos de resistência da seção transversal. Os valores utilizados neste parâmetro foram 120, 150, 175 e 200 mm. Os resultados são mostrados na Figura 63 e Figura 64.

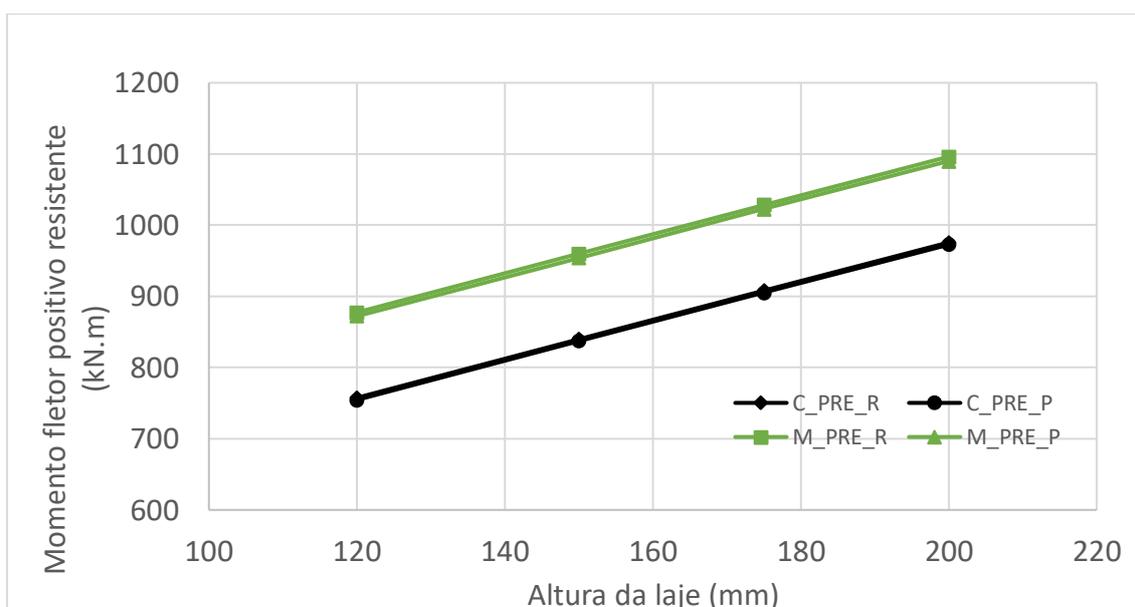
Figura 63 - Estudo momento fletor resistente *versus* altura da laje da Fase 2

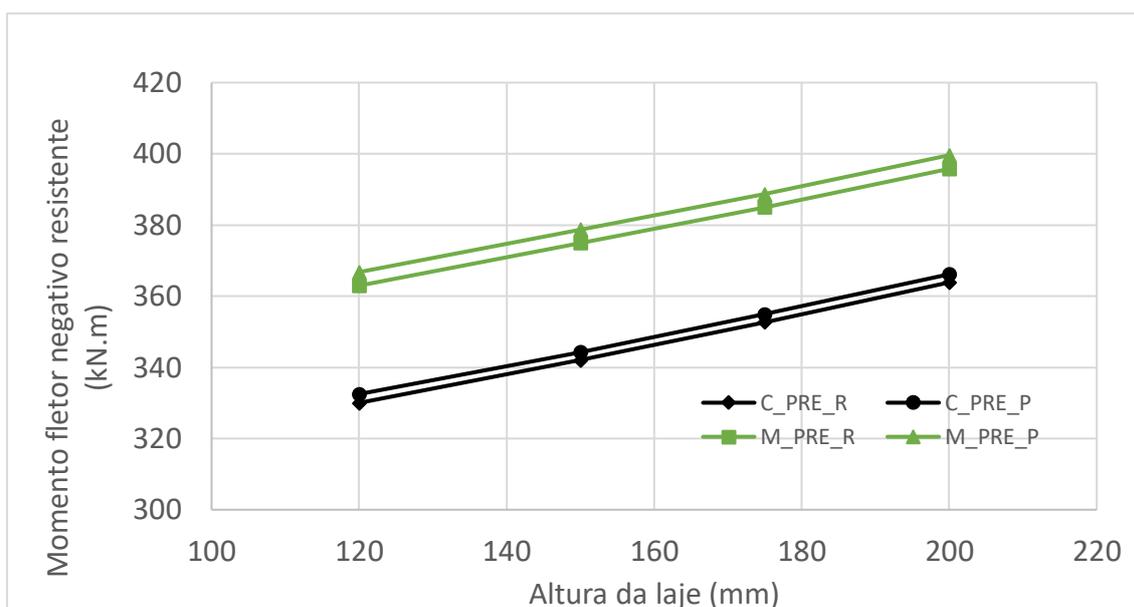




Fonte: Autor (2021)

Figura 64 - Estudo momento fletor resistente *versus* altura da laje da Fase 3





Fonte: Autor (2021)

A primeira interpretação que se tem dos gráficos das Figura 63 e Figura 64 é que a resistência é linearmente dependente da altura da laje, ou seja, pode-se perceber que com um aumento de 25% na altura da laje temos um aumento de cerca de 11% na resistência a momento fletor positivo e 3,5% na resistência a momento fletor negativo, não sendo obtido nesse estudo um valor de resistência máxima para uma determinada altura da laje de concreto.

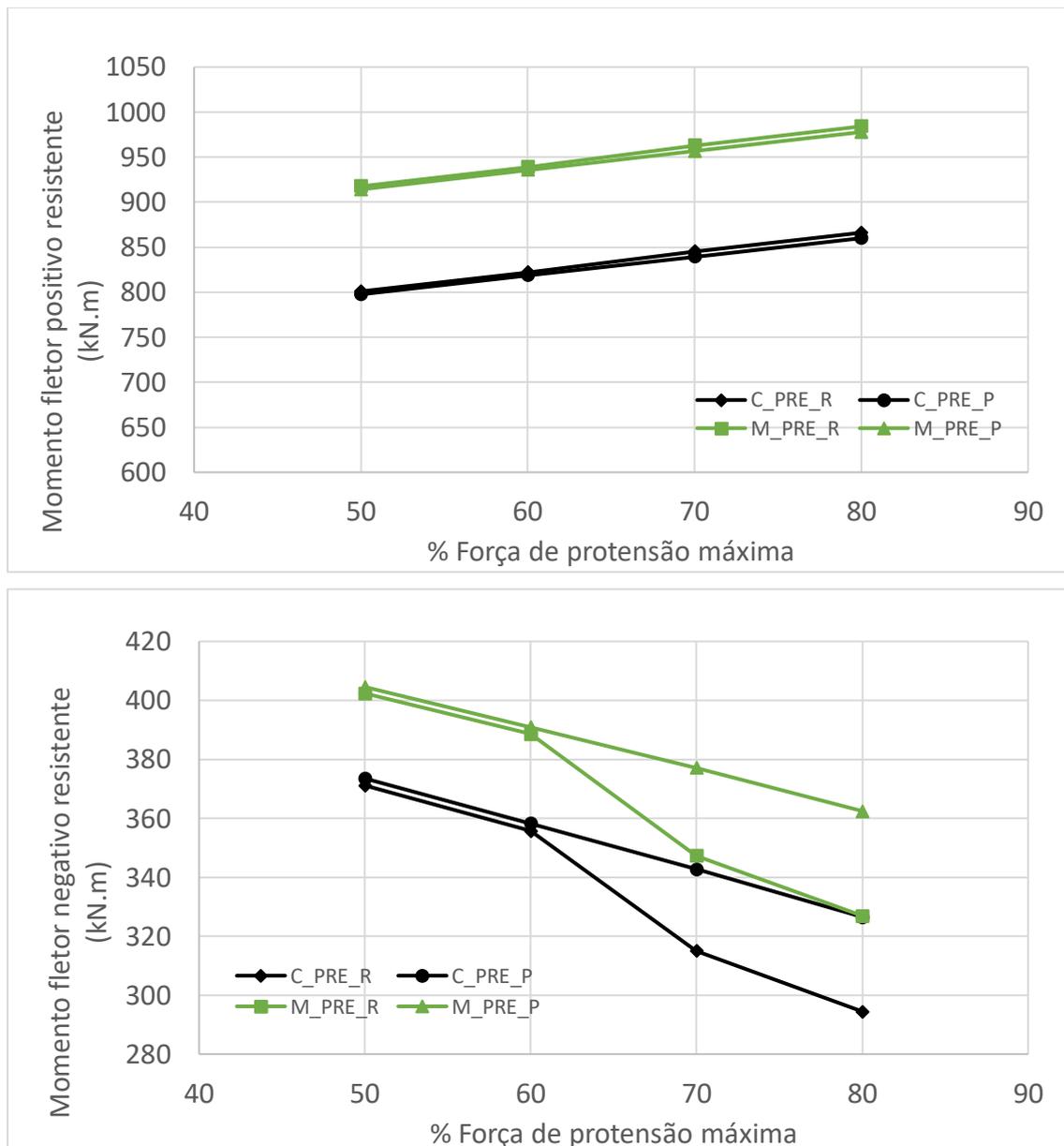
Porém percebe-se que a resistência a momento fletor negativo na fase dois é sensivelmente alterada de acordo com o tipo de traçado que é escolhido para a estrutura, obtendo um ganho de 8,5% na escolha do traçado poligonal ao invés do traçado reto. Isso se deve ao fato de que a perda da força de protensão foi maior no traçado poligonal, reduzindo a força de protensão e consequentemente aumentando a resistência a momento fletor negativo.

4.3.4 Influência da força de protensão

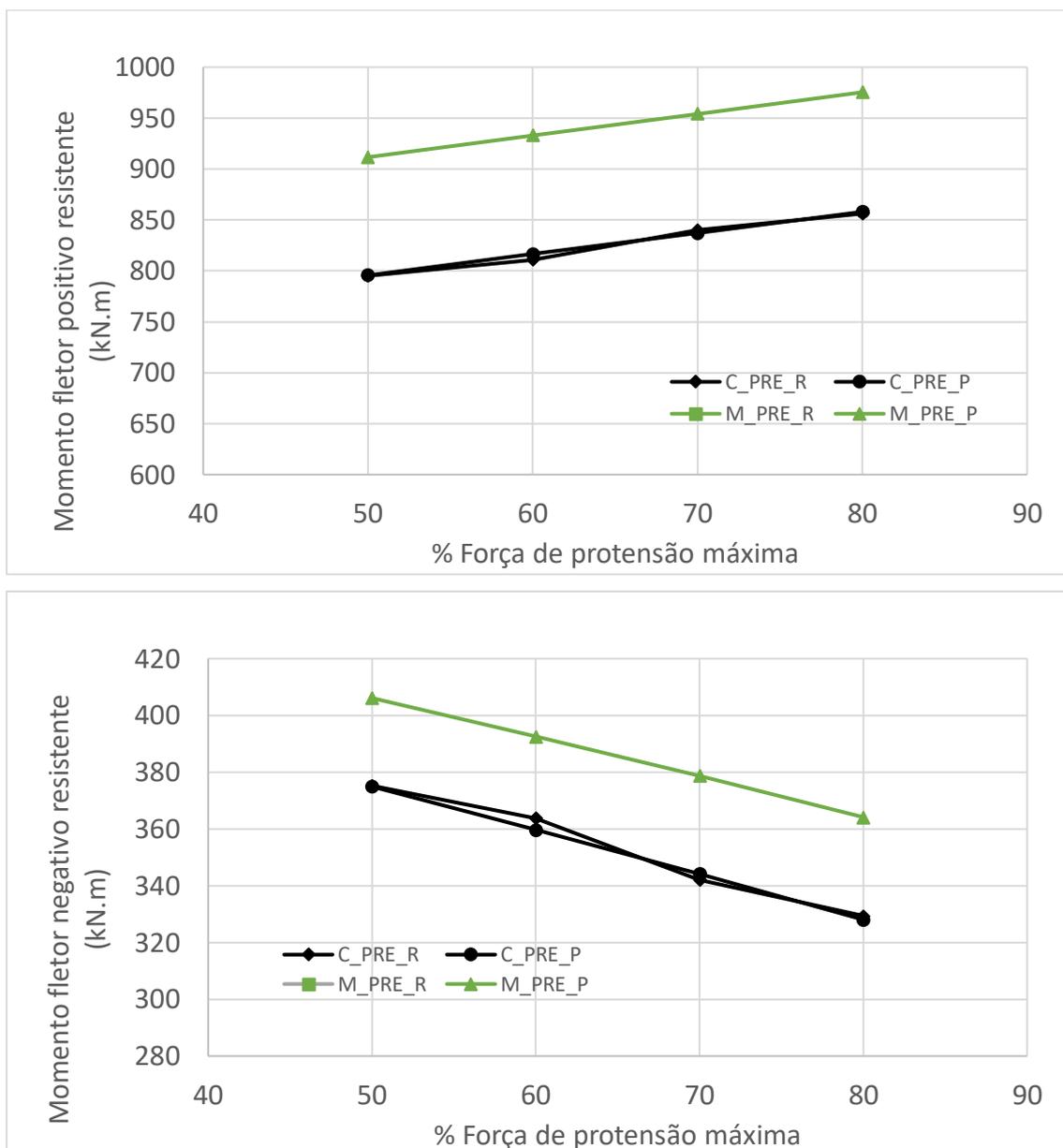
A força de protensão máxima a ser suportada pela estrutura depende da geometria e das propriedades dos materiais. O uso da força de protensão máxima nem sempre é benéfico, visto que uma força de protensão muito alta pode transformar o momento fletor solicitante de positivo para negativo, fazendo com que a estrutura seja bem menos resistente. O intuito desse estudo é encontrar a porcentagem da força de protensão máxima que se proporciona a

maior resistência a momento fletor positivo e negativo. Para isso, analisou-se quatro valores de porcentagens da força máxima, 50, 60, 70 e 80%. Os resultados são apresentados na Figura 65 e Figura 66.

Figura 65 - Estudo momento fletor resistente *versus* % força máxima de protensão da Fase 2



Fonte: Autor (2021)

Figura 66 - Estudo momento fletor resistente *versus* % força máxima de protensão da Fase 3

Fonte: Autor (2021)

Analisando os resultados para resistência a momento fletor positivo tanto na fase 2 como na fase 3, não foi possível encontrar uma porcentagem ideal que fornecesse uma resistência máxima, obtendo um gráfico linear, ou seja, a cada 10% a mais de força de protensão máxima tem-se um aumento na resistência de 2,6%. Comportamento parecido pode ser percebido na resistência a momento fletor negativo, porém notando-se um decréscimo na resistência de -4% a cada 10% a mais na força de protensão.

Não foi possível observar diferença entre as duas configurações de traçado testadas para a resistência a momento fletor positivo e para a resistência a

momento fletor negativo na fase três, ficando a critério do calculista a escolha entre eles. Porém foi notado uma queda na resistência a momento fletor negativo na fase dois, entre as porcentagens de 60 e 70%, ao trocar o cabo poligonal para cabo reto. Esse fato se justifica pelas perdas imediatas na força de protensão, que ocorrem logo após a aplicação da protensão na estrutura. Essa perda é maior em cabos com traçado poligonal, o que resulta em uma força de protensão menor e, conseqüentemente uma resistência a momento fletor negativo maior.

5 AVALIAÇÃO DA RESISTENCIA A MOMENTO FLETOR DE VIGAS PÓS-TRACIONADAS

Este capítulo irá tratar sobre o estudo paramétrico de vigas mistas protendidas com pós-tração, com os cálculos realizados com o programa computacional descrito no capítulo 3. Para se observar melhor a influência de cada parâmetro na resistência última da viga mista protendida, em cada etapa de sua vida útil, foi estudado a alteração de um único parâmetro enquanto os outros permaneciam constantes.

As variáveis que foram estudadas nesse capítulo são as mesmas do capítulo 4, ou seja: excentricidade do cabo de protensão em relação a fibra inferior da mesa inferior, razão comprimento-altura da viga, altura da laje de concreto, parcela da força de protensão máxima aplicada na viga mista, tipo de laje utilizada (maciça ou mista) e tipo de traçado de cabo (reto ou poligonal), objetivando encontrar o valor ideal de cada parâmetro, ou seja, aquele que maximiza a resistência da viga mista protendida.

Além disso, será abordado nesse capítulo a comprovação experimental do método de cálculo exposto nos fluxogramas descritos no capítulo 3 para as vigas mistas pós-tracionadas. Esse capítulo será dividido em quatro subcapítulos, sendo o 5.1 responsável pela comprovação experimental das vigas mistas pós-tracionadas, o 5.2 ocorrendo a explicação dos modelos de parametrização e o 5.3 a análise dos resultados encontrados.

5.1 Comprovação experimental

Para validar metodologia de cálculo proposta nessa dissertação, a fim de se observar a compatibilidade dos resultados obtidos com o comportamento real da estrutura a pós-tração, foram usados, ao todo, cinco experimentos de vigas mistas protendida, onde duas possuem traçado reto e três possuem traçado poligonal, ensaiadas por Lorenc e Kubica (2006).

5.1.1 Ensaio de Lorenc e Kubica (2006) com traçado reto e momento positivo

A vigas mistas protendidas com traçado reto ensaiadas por Lorenc e Kubica denominadas B4 e B6, Figura 67, são vigas biapoiadas com vão de 5,524 m, com carga concentrada aplicada em dois pontos simetricamente dispostos em relação ao meio do vão e distantes de 2,26 m dos apoios, conforme Figura 67.

O perfil de aço foi o IPE360 (equivalente ao perfil W360x57,8 de fabricação nacional) com uma chapa de reforço soldada na fibra inferior da mesa inferior do perfil, com seção de 150 x 10 mm. A tensão de escoamento foi determinada por ensaio de diversas amostras retiradas dos perfis de aço e da chapa, obtendo uma resistência ao escoamento média de 283 MPa para o perfil e 357 MPa para a chapa de reforço. O módulo de elasticidade dos dois aços estruturais foi de 207 GPa. A Figura 69 mostra a seção transversal de cada viga ensaiada.

A laje de concreto é uma laje maciça de largura de 800mm e espessura de 100mm. As lajes de concreto das vigas B4 e B6 foram de concretagens diferentes, o que produziu resistência a compressão do concreto com valores distintos para cada seção. Para a viga B4 foi obtido dos ensaios uma resistência média a compressão de 33,7 MPa, o que, utilizando a formulação presente no item 5.6.3 e a tabela 6 da ABNT NBR 12655:2015 obteve-se uma resistência a compressão característica de 27 MPa. Já para a viga B6 foi foram obtidos 29,6 MPa de resistência média a compressão e 23 MPa de resistência característica a compressão.

O módulo de elasticidade do concreto usado na análise teórica dos autores do ensaio foi de 28,6 GPa, porém nesse trabalho é usado nos cálculos o módulo de elasticidade secante, calculado de acordo com o item 8.2.8 da ABNT NBR 6118:2014, resultando em um valor de 24,81 GPa.

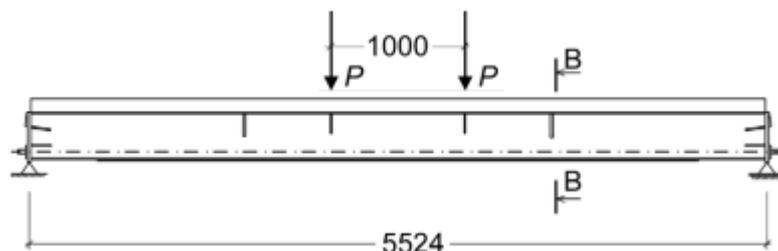
A protensão foi realizada com duas cordoalhas de 7 fios com 15,7 mm de diâmetro, onde cada um tem 150 mm² de área de aço, totalizando 300 mm² de área de aço de protensão. O aço utilizado tem resistência a tração de

1860 MPa e um módulo de elasticidade de 197,8 GPa. A excentricidade do cabo de protensão, em relação a fibra inferior da chapa de reforço, é de 69 mm.

Devido ao aumento da força de protensão conforme a carga é aplicada na estrutura, tem-se que, para a viga B4, a força de protensão no momento da ruptura da estrutura foi de 425 kN, já para a viga B6 essa força foi 450 kN, conforme pode ser observado na Figura 68. Em todas as vigas o estado limite último foi o esmagamento da laje de concreto, que ocorreu a um momento fletor solicitante de 840,7 kN.m na viga B4 e 894,96 kN.m na viga B6.

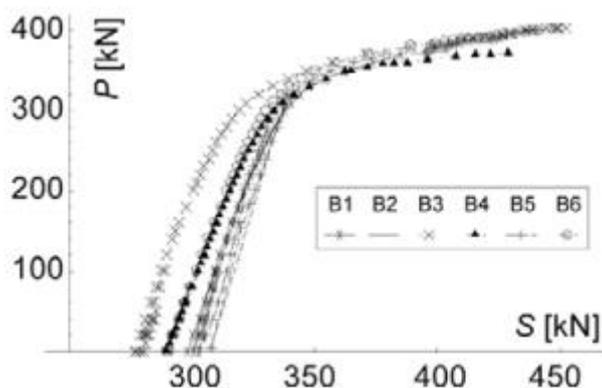
O momento fletor resistente característico de acordo com a metodologia proposta nessa dissertação foi de 798,11 kN.m para a viga B4 e 774,87 kN.m para a viga B6, resultando em uma diferença de 5,33% e 15,5% menor do que o esforço último verificado experimentalmente para as vigas B4 e B6, respectivamente, mostrando que a metodologia proposta está a favor da segurança para esse tipo de viga

Figura 67 - Perfil longitudinal das vigas B4 e B6, medidas em mm



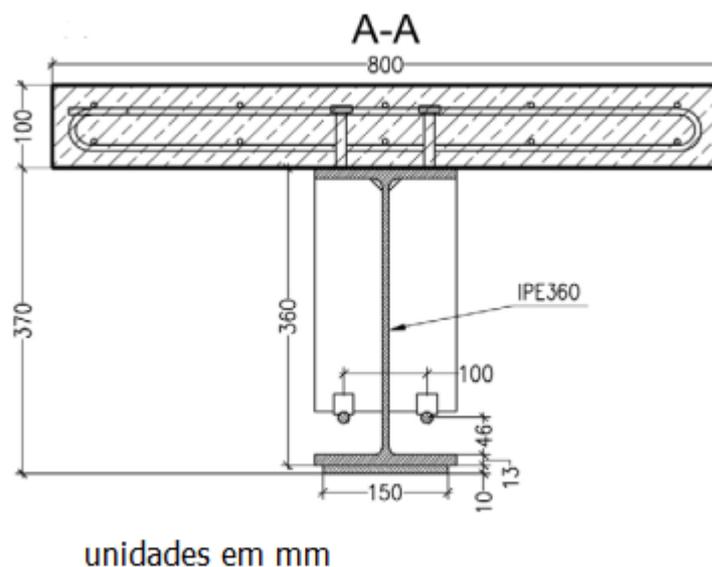
Fonte: Adaptado de Lorenc e Kubica (2006)

Figura 68 - Força de protensão total em cada viga de acordo com o carregamento aplicado



Fonte: Lorenc e Kubica (2006)

Figura 69 - Seção transversal da vigas ensaiadas B1, B3, B4, B5 e B6



Fonte: Adaptado de Lorenc e Kubica (2006)

5.1.2 Ensaio de Lorenc e Kubica (2006) com traçado poligonal e momento positivo

A vigas mistas protendidas com traçado poligonal ensaiadas por Lorenc e Kubica, ao todo três modelos, denominadas B1, B3 e B5, com perfil longitudinal de acordo com a Figura 70 e seção transversal de acordo com a Figura 69, é uma viga biapoiada com vão de 5,524 m, com carga concentrada aplicada em dois pontos simetricamente dispostos em relação ao meio do vão e distantes de 2,26 m dos apoios.

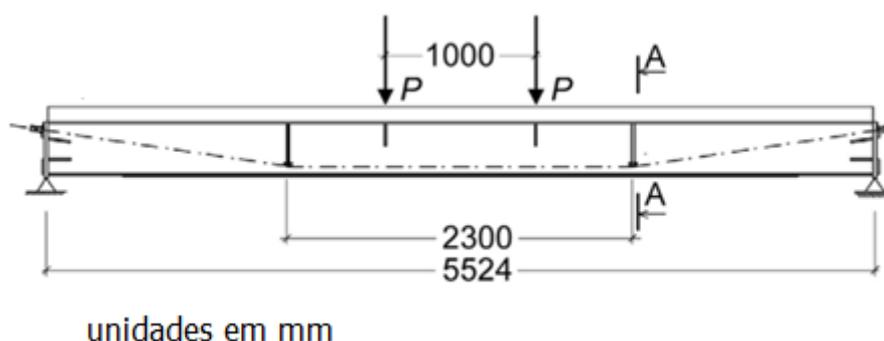
O perfil de aço, assim como o aço estrutural do perfil, a geometria da laje de concreto e os cabos de protensão, são idênticos aos apresentados no item 5.1.1. A diferença fica por conta das concretagens que foram realizadas para formação da laje.

Para a viga B1 e B5 foi obtido dos ensaios uma resistência média a compressão de 33,7 MPa, o que, utilizando a formulação presente no item 5.6.3 e a tabela 6 da ABNT NBR 12655:2015 obteve-se uma resistência a compressão característica de 27 MPa. Já para a viga B3 foi foram obtidos 29,6 MPa de resistência média a compressão e 23 MPa de resistência característica a compressão.

Devido ao aumento da força de protensão conforme a carga é aplicada na estrutura, tem-se que, para todas as vigas com traçado poligonal, a força de protensão no momento da ruptura da estrutura foi de 450 kN.

Em todas as vigas o estado limite último foi o esmagamento da laje de concreto, que ocorreu a um momento fletor solicitante de 836,2 kN.m para a viga B1, 913,04 kN.m para a viga B3 e 904 kN.m para a viga B5. O momento fletor resistente característico de acordo com a metodologia proposta nesse artigo foi de 798,11 kN.m para a viga B1 e B5, e de 774,87 kN.m para a viga B6, resultando em uma diferença entre o momento fletor resistente do experimento e o momento fletor resistente do método de 4,7% para a viga B1, 17,83% para a viga B3 e 13,26% para a viga B5, mostrando que a metodologia proposta está a favor da segurança.

Figura 70 - Perfil longitudinal das vigas B1, B3 e B5, medidas em mm



Fonte: Adaptado de Lorenc e Kubica (2006)

5.1.3 Conclusões

Separando os dados relacionados ao momento fletor resistente verificados experimentalmente e conforme o ensaio, obtemos a Tabela 37:

Tabela 37 – Comparação entre M_{Rd} experimental e M_{Rd} calculado

Experimento	$M_{Rd,exp}$ (kN.m)	Autor (2021) (kN.m)	$\left(\frac{M_{Rd,exp}}{Autor(2021)} - 1\right)$ (%)
Lorenc e Kubica (2006)			
B1 (pol.)	836,2	798,11	4,7
B3 (pol.)	913,04	774,87	17,83

B4 (reto)	840,7	798,11	5,33
B5 (pol.)	904	798,11	13,26
B6 (reto)	894,96	774,87	15,5

Fonte: Autor (2021)

Assim, conforme observado na Tabela 37, todos os ensaios analisados resultaram em momentos fletores resistentes menores do que os previstos pelo método dessa dissertação, logo o método se prova a favor da segurança.

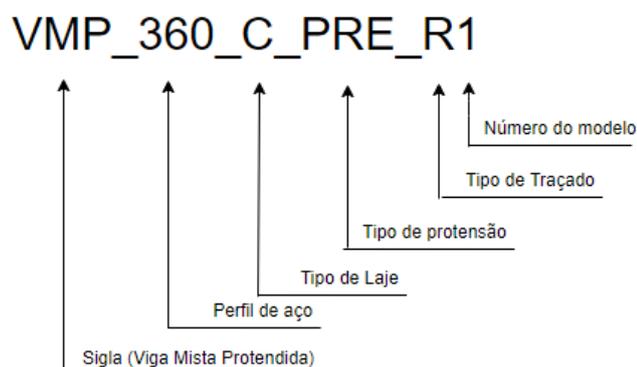
5.2 Modelos de parametrização

Para o estudo das vigas a pós-tração foram propostos ao todo 60 modelos, onde se variam os seguintes parâmetros:

- Tipo de traçado: reto ou poligonal;
- Tipo de laje: maciça ou mista (MF-50 0,8mm, com nervuras perpendiculares ao perfil e aço ZAR-280);
- Excentricidade: 30 a 60 mm acima da fibra inferior da mesa inferior ou de 30 a 60mm abaixo da fibra inferior da mesa inferior;
- Razão vão-altura da viga metálica: 25, 30, 35 ou 40. Em modelos com traçado poligonal, os desviadores serão posicionados a 20% do vão total da viga, simetricamente.
- Altura da laje: 120, 150, 175, 200 mm
- % força de protensão máxima: 50; 60; 70 ou 80%.

A nomenclatura dos modelos foi feita de acordo com o esquema apresentado na Figura 58, onde o tipo de laje pode ser identificado como “C” ou “M” para laje maciça e mista, respectivamente. O tipo de protensão é identificado como “PRE” ou “POS”, para pré-tração e pós-tração, respectivamente, já o tipo de traçado é identificado como “R” ou “P”, para traçado reto ou poligonal, respectivamente.

Figura 71 - Nomenclatura dos modelos de referência



Fonte: Autor (2021)

As variáveis que são constantes em todos os modelos estão descritas na Tabela 38. Essas variáveis foram definidas como constantes pois assim é possível estudar melhor o efeito de cada parâmetro alterado no estudo da resistência última da viga mista, sem que a diferença entre resistências seja causada por outro motivo que não o parâmetro estudado.

Tabela 38 - Dados constantes nos modelos analisados

Protensão	$E_p = 200 \text{ GPa}$ $X_{ep} = 0,2 * L_b$ ncoP = 3 $\delta P = 6 \text{ mm}$ Aço CP-190RB Bainha: Polipropileno Lubrificada Protensão Ativa-Passiva
Asl	$Asl,pa,inf = Asl,pe,inf = Asl,pa,sup = Asl,pe,sup = 5 \text{ cm}^2/\text{m}$ $As, fis = 1,96 \text{ cm}^2/\text{m}$ $d' = 20 \text{ mm}$ Aço CA-50
Geometria	$L_{esq} = 2500 \text{ mm}$, viga interna $L_{dir} = 2500 \text{ mm}$, viga interna $L_b = 3000 \text{ mm}$ $a = 0$ (sem enrijecedores)
Laje	Agregado: Granito C30 $E_{cs} = 26838 \text{ MPa}$
Perfil I	Laminado W 360 x 57,8 Aço A572 Gr.50 $E_a = 200 \text{ GPa}$
Cargas	Carga Permanente = 2 kN/m ² Carga Variável = 5 kN/m ² Carga de Construção = 1 kN/m ² $\psi_1 = 0,6$

	$\psi_2 = 0,4$
	Uso residencial ou comercial
	Construção não escorada
	Combinação de serviço: Rara
Conectores	Stud Bolt
	Rg = 0,85
	Rp = 0,6
	$e_{mh} < 50mm$
	$n_T = 2$
	Aço ASTM A108 Gr.1020

Fonte: Autor (2021)

Os modelos estão identificados conforme a Tabela 39.

Tabela 39 - Variação de parâmetros em cada modelo estudado – pós-tração

Nº	Modelo	Excentricidade (mm)	Razão L/d	Altura da laje (mm)	% Força de protensão máxima
31	(*) VMP_360_C_POS_R31	-30	25	150	70%
32	VMP_360_C_POS_R32	-40	25	150	70%
33	VMP_360_C_POS_R33	-50	25	150	70%
34	VMP_360_C_POS_R34	-60	25	150	70%
35	VMP_360_C_POS_R35	30	25	150	70%
36	VMP_360_C_POS_R36	40	25	150	70%
37	VMP_360_C_POS_R37	50	25	150	70%
38	VMP_360_C_POS_R38	60	25	150	70%
39	VMP_360_C_POS_R39	-30	30	150	70%
40	VMP_360_C_POS_R40	-30	35	150	70%
41	VMP_360_C_POS_R41	-30	40	150	70%
42	VMP_360_C_POS_R42	-30	25	120	70%
43	VMP_360_C_POS_R43	-30	25	175	70%
44	VMP_360_C_POS_R44	-30	25	200	70%
45	VMP_360_C_POS_R45	-30	25	150	50%
46	VMP_360_C_POS_R46	-30	25	150	60%
47	VMP_360_C_POS_R47	-30	25	150	80%
48	(*) VMP_360_C_POS_P48	-30	25	150	70%
49	VMP_360_C_POS_P49	-40	25	150	70%
50	VMP_360_C_POS_P50	-50	25	150	70%
51	VMP_360_C_POS_P51	-60	25	150	70%
52	VMP_360_C_POS_P52	-30	30	150	70%
53	VMP_360_C_POS_P53	-30	35	150	70%
54	VMP_360_C_POS_P54	-30	40	150	70%
55	VMP_360_C_POS_P55	-30	25	120	70%
56	VMP_360_C_POS_P56	-30	25	175	70%
57	VMP_360_C_POS_P57	-30	25	200	70%
58	VMP_360_C_POS_P58	-30	25	150	50%
59	VMP_360_C_POS_P59	-30	25	150	60%

60	VMP_360_C_POS_P60	-30	25	150	80%
91	(*) VMP_360_M_POS_R91	-30	25	150	70%
92	VMP_360_M_POS_R92	-40	25	150	70%
93	VMP_360_M_POS_R93	-50	25	150	70%
94	VMP_360_M_POS_R94	-60	25	150	70%
95	VMP_360_M_POS_R95	30	25	150	70%
96	VMP_360_M_POS_R96	40	25	150	70%
97	VMP_360_M_POS_R97	50	25	150	70%
98	VMP_360_M_POS_R98	60	25	150	70%
99	VMP_360_M_POS_R99	-30	30	150	70%
100	VMP_360_M_POS_R100	-30	35	150	70%
101	VMP_360_M_POS_R101	-30	40	150	70%
102	VMP_360_M_POS_R102	-30	25	120	70%
103	VMP_360_M_POS_R103	-30	25	175	70%
104	VMP_360_M_POS_R104	-30	25	200	70%
105	VMP_360_M_POS_R105	-30	25	150	50%
106	VMP_360_M_POS_R106	-30	25	150	60%
107	VMP_360_M_POS_R107	-30	25	150	80%
108	(*) VMP_360_M_POS_P108	-30	25	150	70%
109	VMP_360_M_POS_P109	-40	25	150	70%
110	VMP_360_M_POS_P110	-50	25	150	70%
111	VMP_360_M_POS_P111	-60	25	150	70%
112	VMP_360_M_POS_P112	-30	30	150	70%
113	VMP_360_M_POS_P113	-30	35	150	70%
114	VMP_360_M_POS_P114	-30	40	150	70%
115	VMP_360_M_POS_P115	-30	25	120	70%
116	VMP_360_M_POS_P116	-30	25	175	70%
117	VMP_360_M_POS_P117	-30	25	200	70%
118	VMP_360_M_POS_P118	-30	25	150	50%
119	VMP_360_M_POS_P119	-30	25	150	60%
120	VMP_360_M_POS_P120	-30	25	150	80%

(*) Modelos de referência

Fonte: Autor (2021)

5.3 Análise de resultados

Nesse subcapítulo serão apresentados os resultados obtidos com a análise de cada parâmetro definido no item 5.2. Para análise dos modelos será comparado o momento fletor resistente positivo e negativo em cada fase da vida útil da viga mista protendida. A legenda em cada gráfico segue a nomenclatura definida para os modelos descrita na Figura 71, sendo que, no item 5.3.1 o sinal

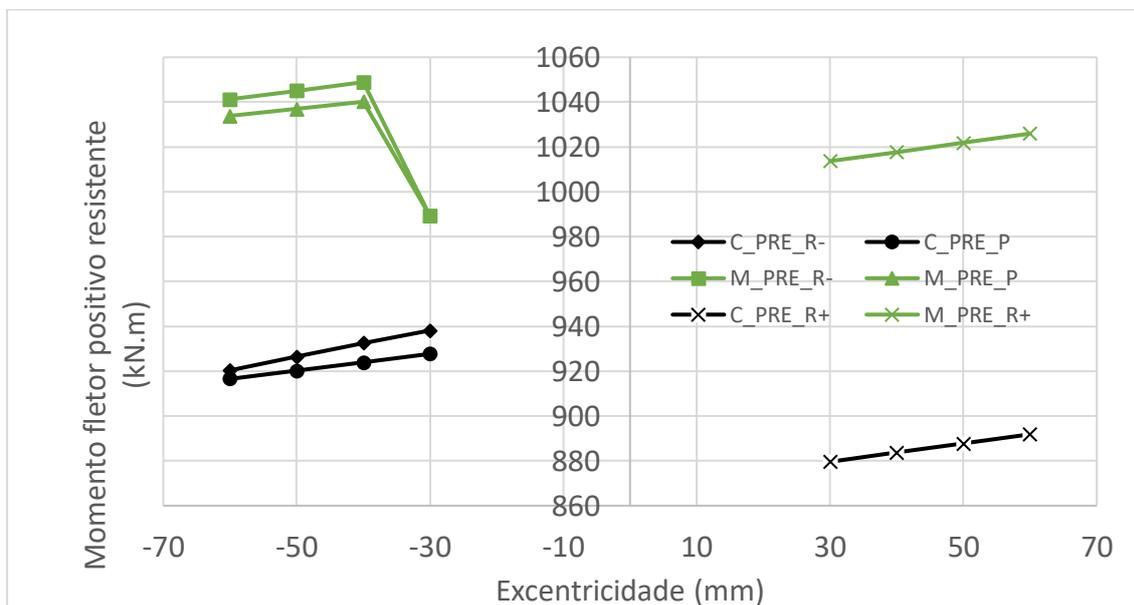
“+”, presente nos modelos de traçado reto, para excentricidade positiva e “-“ para excentricidade negativa.

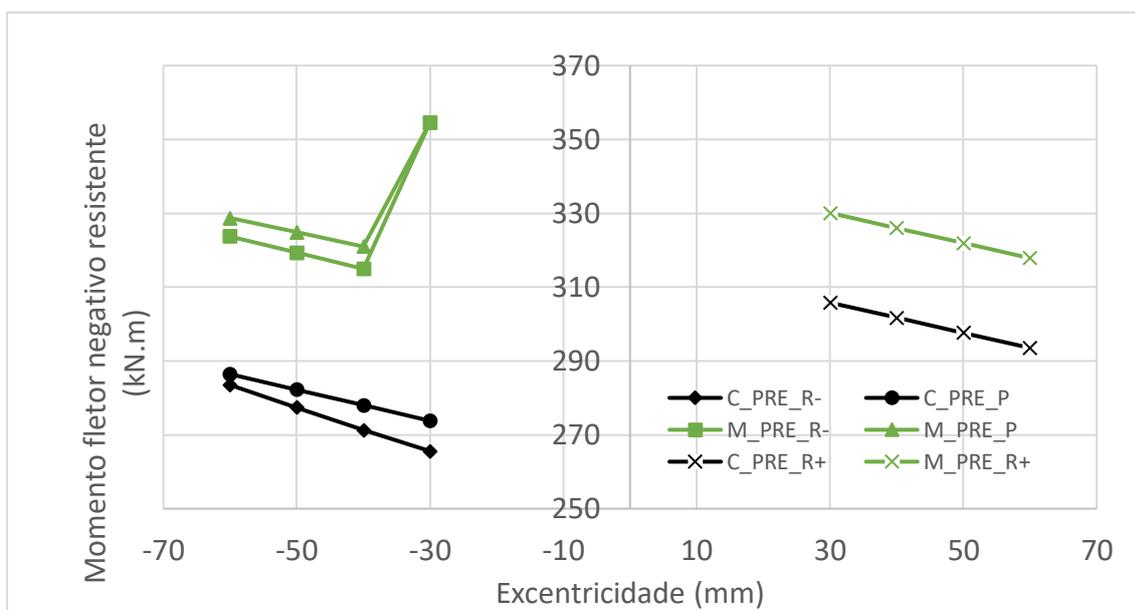
5.3.1 Influência da excentricidade do cabo

A excentricidade de cada cabo é medida em relação a fibra inferior da mesa inferior do perfil de aço, sendo positivo para excentricidade abaixo da mesa e negativo para excentricidade acima da mesa. Foram utilizados quatro valores de excentricidade abaixo da mesa e quatro valores acima da mesa para observar a sua influência, sendo eles de 30 a 60 mm e de -60 a -30 mm, respectivamente.

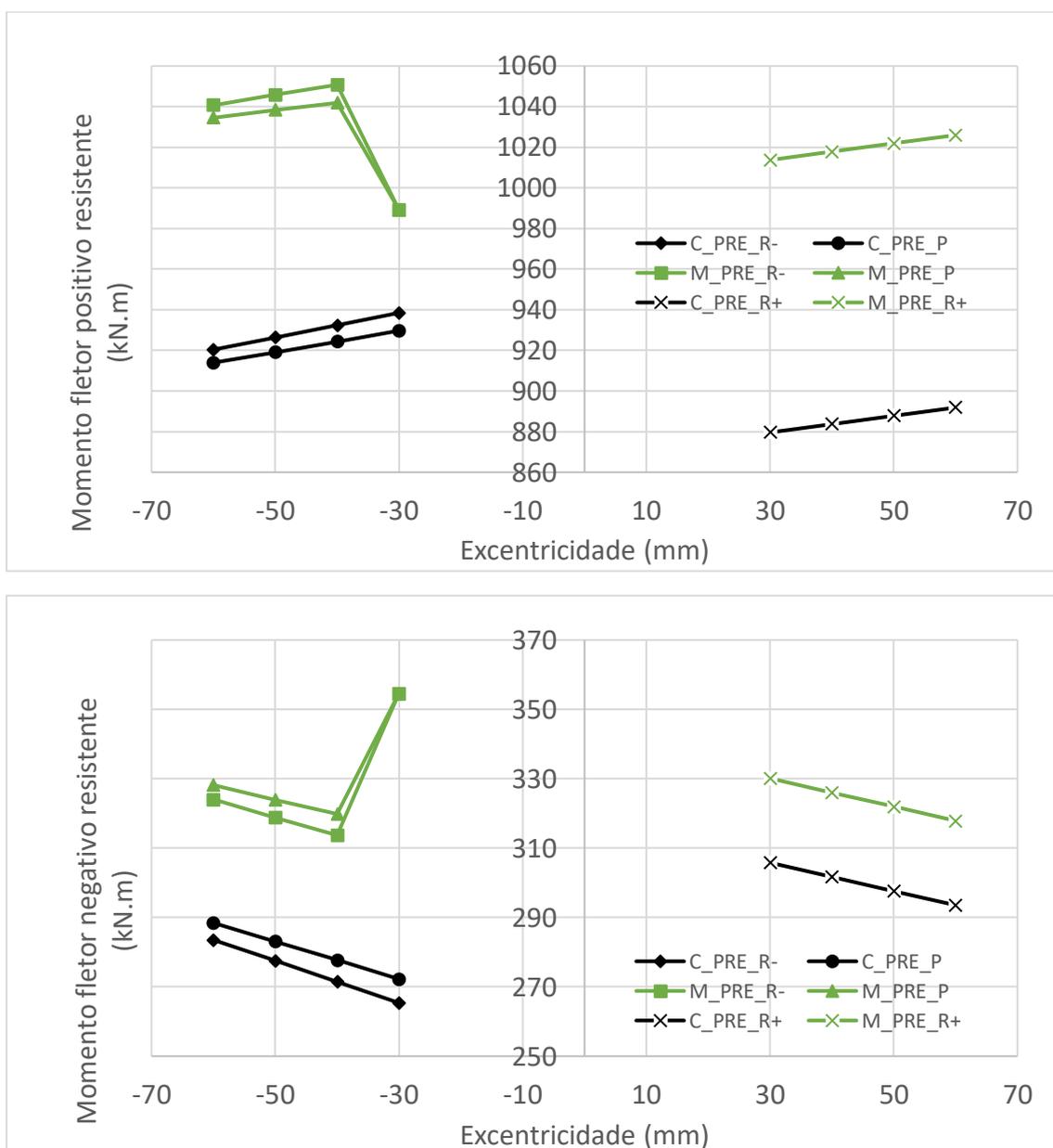
No caso das vigas com traçado poligonal, a excentricidade somente poderá ser negativa, para não ocorrer do cabo de protensão ter que perfurar a mesa para atingir a excentricidade final, sendo o motivo, nesse estudo, de se ter usado somente excentricidades negativas para traçados poligonais. Na Figura 72 e Figura 73 tem-se os gráficos que comparam cada momento fletor resistente com a excentricidade do cabo.

Figura 72 - Estudo momento fletor resistente versus excentricidade da Fase 2





Fonte: Autor (2021)

Figura 73 - Estudo momento fletor resistente *versus* excentricidade da Fase 3

Fonte: Autor (2021)

Percebe-se primeiramente que, em todos os casos, os modelos com laje mista possuem resistência a momento fletor maior do que os modelos com laje maciça, devendo esse resultado a elevação da laje em relação ao perfil de aço por causa das nervuras da forma.

Podemos observar também que conforme o cabo se afasta do centroide da seção, indo de uma excentricidade negativa para uma positiva, obtém-se um aumento do momento fletor resistente positivo, exceto entre as excentricidades de -40 e -30 mm, onde temos uma queda acentuada na resistência. A primeira observação se justifica devido a formulação desenvolvida nesse trabalho para

cálculo da resistência a momento fletor positivo da viga mista protendida, onde quanto mais afastada da linha neutra plástica da seção, maior é a contribuição da força de protensão no momento fletor resistente positivo.

Já a segunda observação é justificada pois a força de protensão máxima aplicada na estrutura é menor no modelo com excentricidade de -30 mm do que nos anteriores, o que se faz necessário uma área de protensão menor, obtendo assim uma força de protensão de cálculo menor do que nos modelos anteriores, conforme calculado na Rotina H, conseqüentemente obtendo uma resistência a momento fletor positivo menor.

Já com relação ao momento fletor resistente negativo tem-se uma queda conforme o cabo de protensão é afastado do centroide da seção transversal. Esse comportamento ocorre devido a formulação desenvolvida nesse trabalho para cálculo da resistência a momento fletor negativo da viga mista protendida, pois a força de protensão (que é uma força de tração na seção, quando estamos analisando a resistência da seção) fica abaixo da linha neutra plástica, ou seja, fica na região comprimida da seção, o que faz diminuir o momento fletor resistente negativo da estrutura.

Porém observa-se um aumento expressivo na resistência a momento fletor negativo entre as excentricidades de -30 e -40 mm. pois a força de protensão máxima aplicada na estrutura é menor no modelo com excentricidade de -30 mm do que nos anteriores, o que se faz necessário uma área de protensão menor, obtendo assim uma força de protensão de cálculo menor do que nos modelos anteriores, conforme calculado na Rotina H, e conseqüente aumento na resistência a momento fletor negativo, conforme explicado acima.

Observa-se também que o aumento da excentricidade não causa um aumento significativo no momento fletor resistente positivo e nem um decréscimo significativo no momento fletor resistente negativo (+1,9% e -6,75%, respectivamente, em uma variação de 3 cm na excentricidade), mesmo variando a excentricidade em 2 cm, sendo o motivo desse ocorrido a força de protensão aplicada inicialmente na estrutura, calculada conforme a Rotina 2, onde pode-se perceber que, quanto maior a excentricidade do cabo, menor é a força de protensão máxima que a estrutura suporta. Isso faz com que a parcela de contribuição da protensão no momento fletor resistente não altere

significativamente, pois apesar de a força possuir um braço de alavanca maior, tem-se uma força menor.

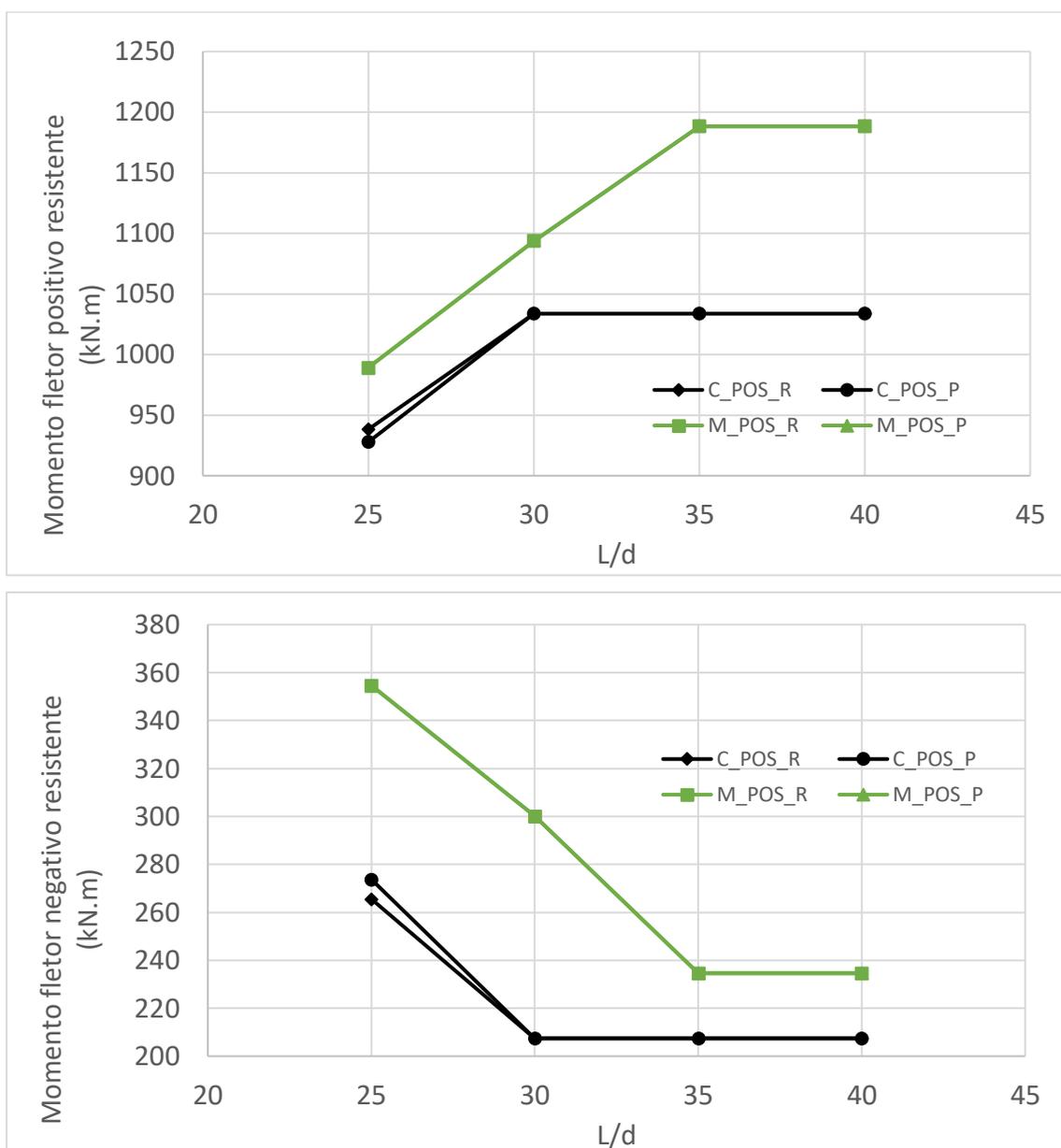
Comparando os diferentes tipos de traçado, podemos observar que o traçado reto é mais vantajoso no momento fletor resistente positivo e o traçado poligonal mais vantajoso no momento fletor resistente negativo. Porém, o aumento não é tão expressivo como ao apresentado para estruturas com pré-tração (+0,59% para momento fletor resistente positivo e 2,13% para momento fletor resistente negativo) sendo necessário análise de outros fatores para se determinar a escolha do traçado.

5.3.2 Influência da razão entre o vão e a altura do perfil de aço (L/d)

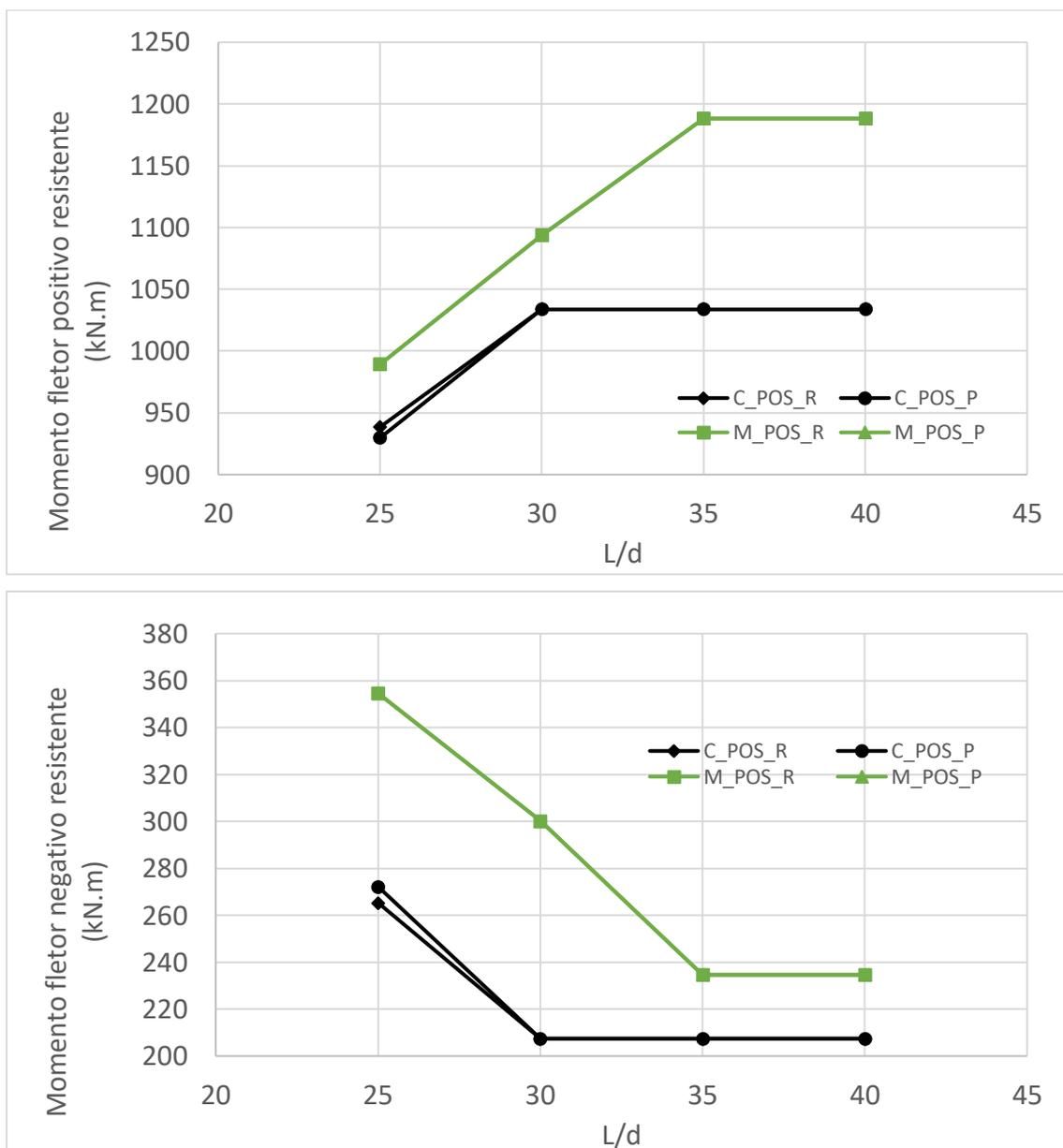
A razão vão-altura da viga é um coeficiente adimensional que tem como intuito encontrar um parâmetro onde é possível ter uma ideia inicial de qual seria o vão máximo que a viga mista protendida suporta usando um determinado perfil metálico. Nesse estudo, como o perfil metálico é considerado constante, somente o valor do vão da viga é alterado entre modelos. Os valores utilizados nesse estudo foram 25, 30, 35 e 40.

No caso dos modelos de traçado poligonal, a fim de manter a configuração de traçado igual, tem-se a alteração do vão da viga e da distância de cada desviador intermediário em relação ao apoio mais próximo, sendo o segundo fixado em 20% do vão da viga. Ou seja, para cada valor de L/d , temos um valor de L_v e X_{ep} , mantendo a geometria do traçado proporcional em todos os modelos. Os resultados dos modelos que houve essa variação de parâmetro são apresentados na Figura 74 e Figura 75.

Figura 74 - Estudo momento fletor resistente versus L/d da Fase 2



Fonte: Autor (2021)

Figura 75 - Estudo momento fletor resistente *versus* L/d da Fase 3

Fonte: Autor (2021)

Pode-se perceber que, para vigas mistas protendidas onde o momento fletor solicitante positivo seja o governante do dimensionamento, a melhor razão L/d é 30 para vigas mistas protendidas com laje maciça e 35 para lajes mistas. Isso representa um ganho de 20% para vigas mistas com laje maciça e 40% para vigas mistas com laje mista em relação a razão L/d médio comumente usada para vigas metálicas, onde geralmente variam entre 20 e 30. Já para vigas mistas protendidas onde o momento fletor solicitante negativo seja o governante do dimensionamento, a melhor razão L/d deve ser menor que 25, sendo a razão L/d de 30 para vigas mistas com laje maciça e 35 para vigas mistas com lajes mistas

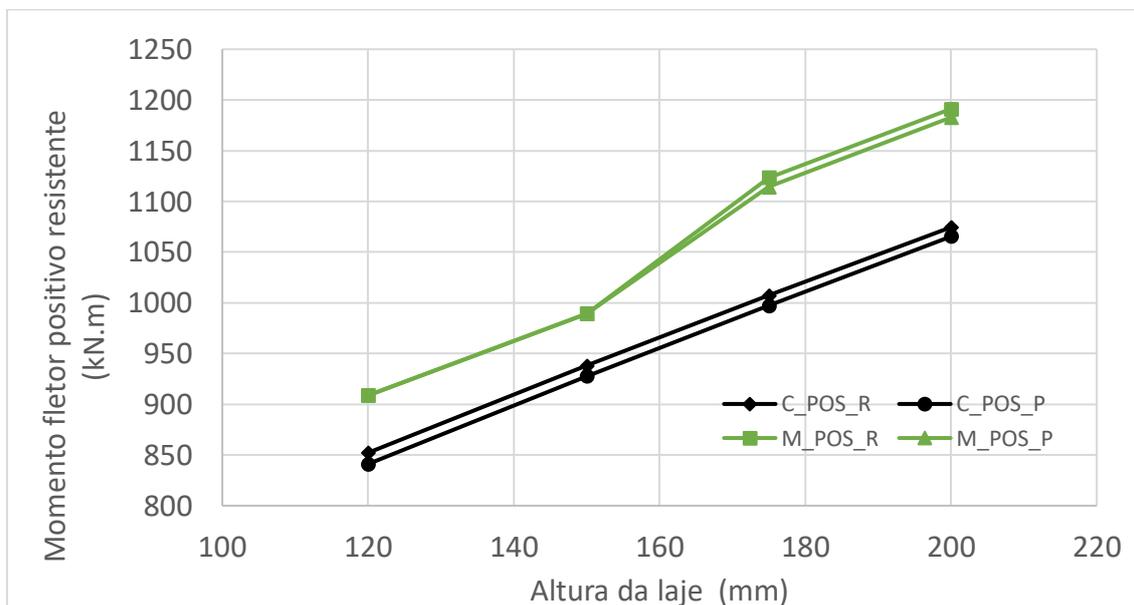
a relação com menor resistência possível. Assim, devemos analisar sobre qual esforço a estrutura será mais solicitada, dimensionando de acordo com esse esforço.

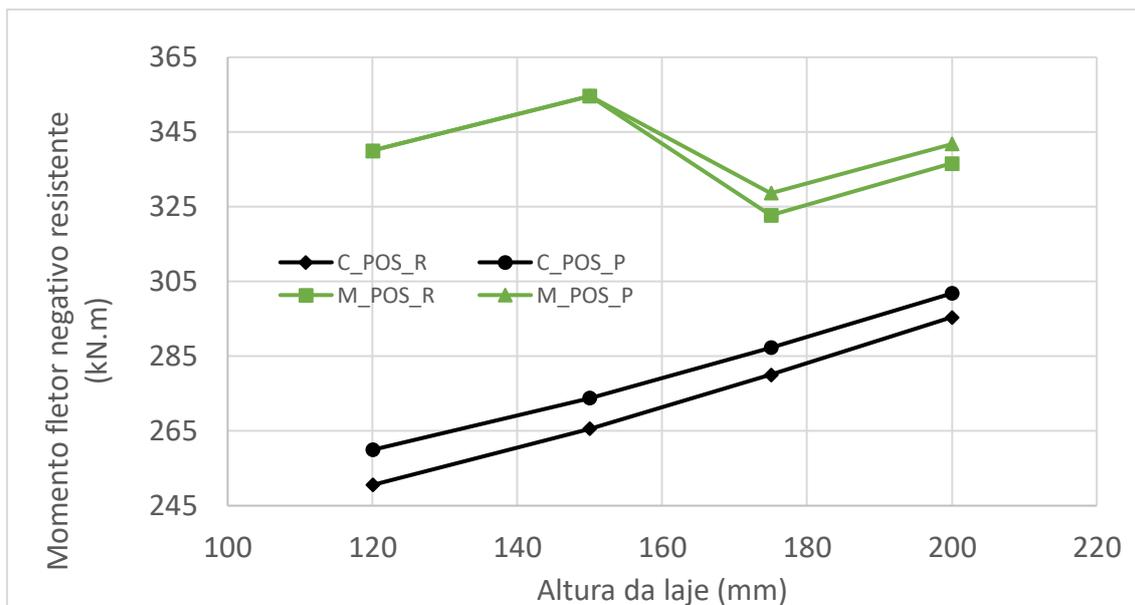
Nesse parâmetro não se observa diferenças significativas entre os tipos de traçado e nem uma soberania de um traçado para outro, resultando em respostas praticamente idênticas das estruturas. O mesmo ocorre entre as fases 2 e 3 de análise da estrutura, não sendo possível definir uma fase crítica de projeto nesse caso.

5.3.3 Influência da altura da laje

A altura da laje de concreto nesse estudo se refere a espessura total da laje, no caso de laje maciça, e a espessura da laje acima das nervuras, no caso de laje mista, que é a altura efetivamente considerada nos cálculos de resistência da seção transversal. Os valores utilizados nesse parâmetro foram 120,150,175 e 200 mm. Os resultados são mostrados na Figura 76 e Figura 77.

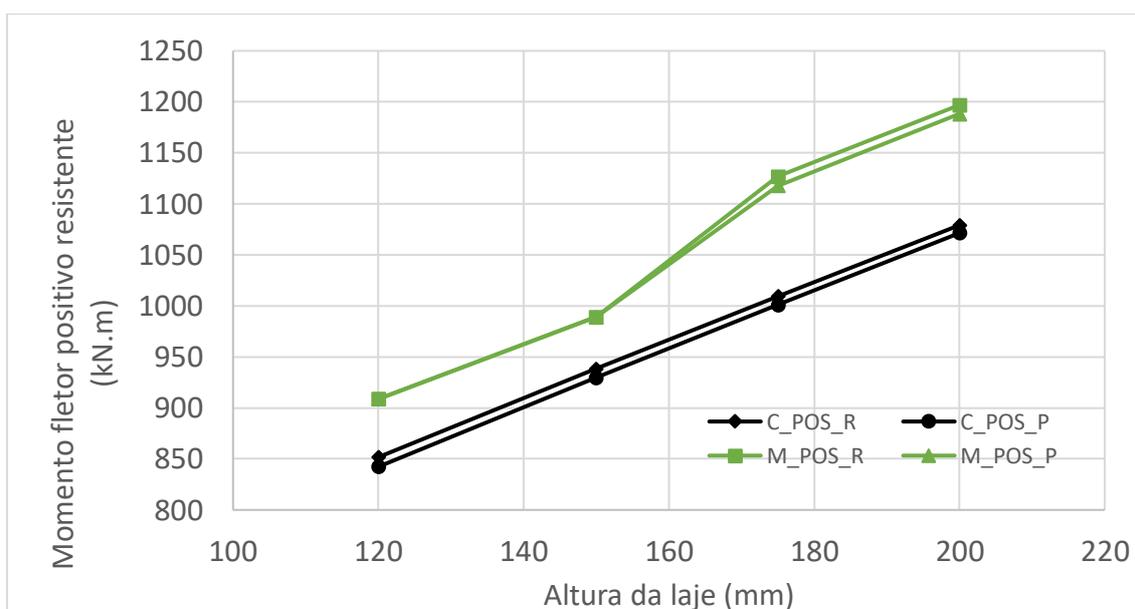
Figura 76 - Estudo momento fletor resistente *versus* altura da laje da Fase 2

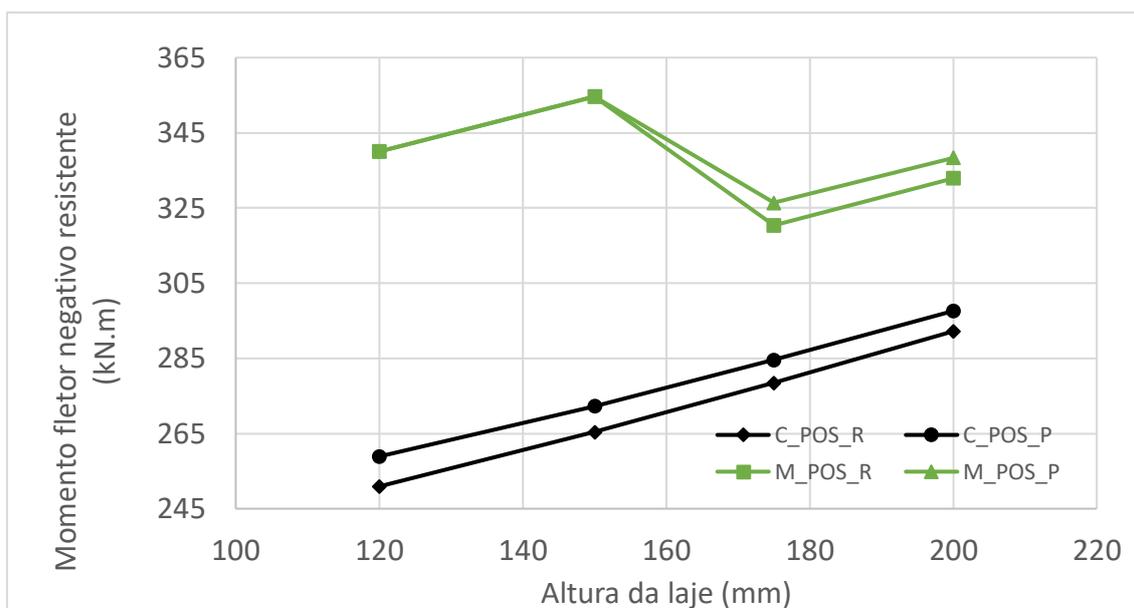




Fonte: Autor (2021)

Figura 77 - Estudo momento fletor resistente *versus* altura da laje da Fase 3





Fonte: Autor (2021)

A primeira interpretação que se tem dos gráficos obtidos é que a resistência é linearmente dependente da altura da laje em vigas com laje maciça, ou seja, podemos perceber que com um aumento de 25% na altura da laje temos um aumento de cerca de 7,5% na resistência a momento fletor positivo e 5,5% na resistência a momento fletor negativo, não sendo obtido nesse estudo um valor de resistência máxima para uma determinada altura da laje de concreto.

Para vigas mistas protendidas com laje mista percebe-se uma diferença acentuada de comportamento entre os modelos com lajes de 150 e 175 mm, ocorrendo um aumento na resistência a momento fletor positivo e uma redução na resistência a momento fletor negativo. Esse fato é justificado pois a força de protensão máxima aplicada na estrutura é maior no modelo com altura da laje de 175 mm e no seguinte, o que se faz necessário uma área de protensão maior, obtendo assim uma força de protensão de cálculo maior do que nos modelos anteriores, conforme calculado na Rotina H, tendo assim uma resistência a momento fletor positivo maior.

Nos mesmos modelos temos também uma redução acentuada da resistência a momento fletor negativo, obtida pelo aumento repentino da força de protensão na seção, o que causa essa redução, conforme explicado em 5.3.1.

Quanto a análise entre diferentes traçados no cabo, temos que para a resistência a momento fletor positivo o traçado reto tem uma leve vantagem em

relação ao poligonal. Já para a resistência a momento fletor negativo o traçado poligonal leva vantagem, e mais acentuada, em relação ao cabo reto. Neste caso também não é possível definir o melhor traçado para todas as ocasiões, sendo dependente pela situação de projeto mais crítica da estrutura.

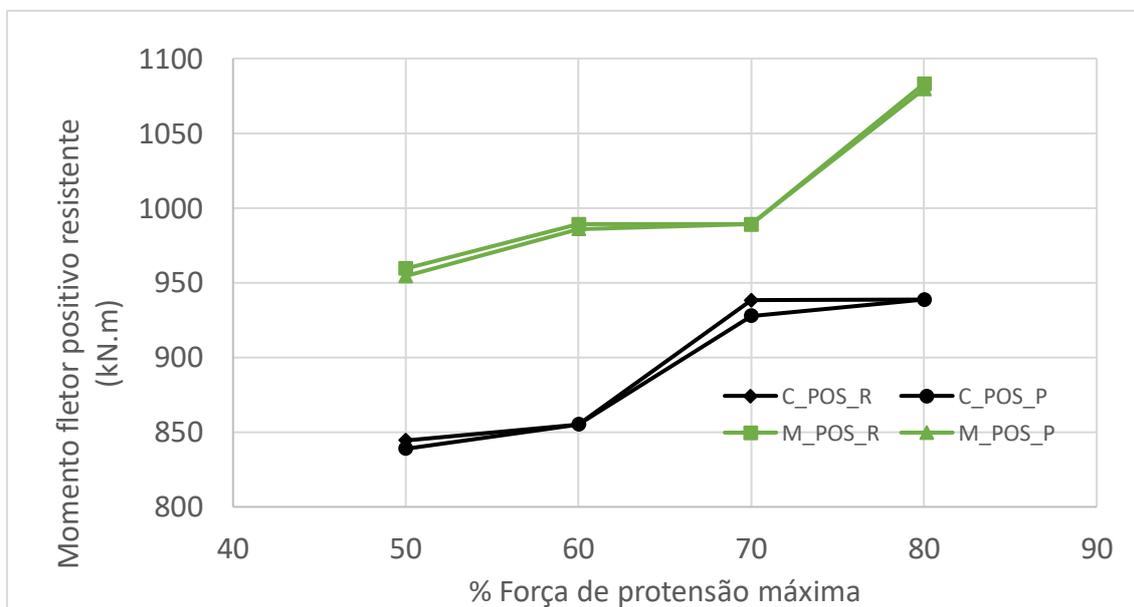
5.3.4 Influência da força de protensão

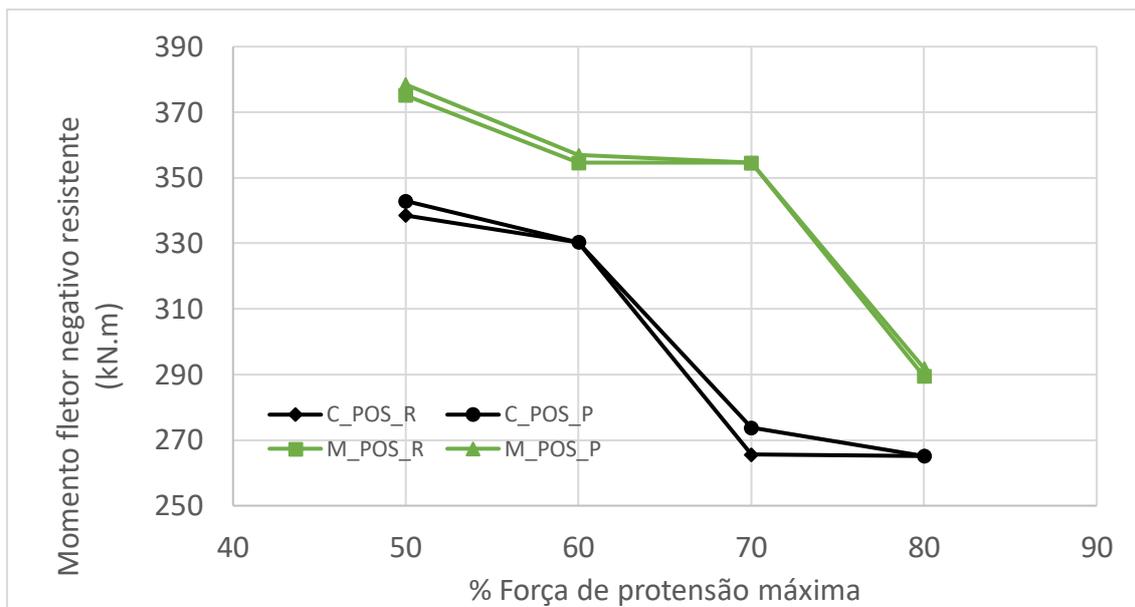
A força de protensão máxima a ser suportada pela estrutura depende da geometria e da seção transversal dela, porém usar a força de protensão máxima nem sempre é benéfico, visto que uma força de protensão muito alta pode transformar o momento fletor solicitante de positivo para negativo, fazendo com que a estrutura seja bem menos resistente. O intuito desse estudo é encontrar a porcentagem da força de protensão que se tenha a maior resistência a momento fletor positivo e negativo, sendo escolhidos quatro valores de porcentagem, 50 a 80%. Os resultados são apresentados na

Figura 78 e

Figura 79.

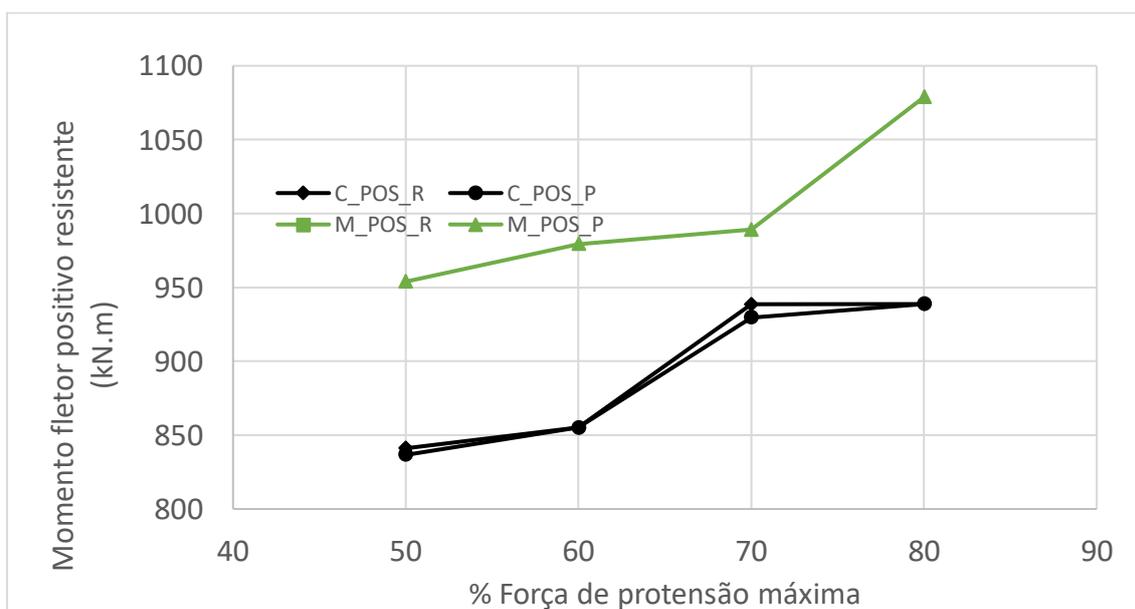
Figura 78 - Estudo momento fletor resistente versus % força máxima de protensão

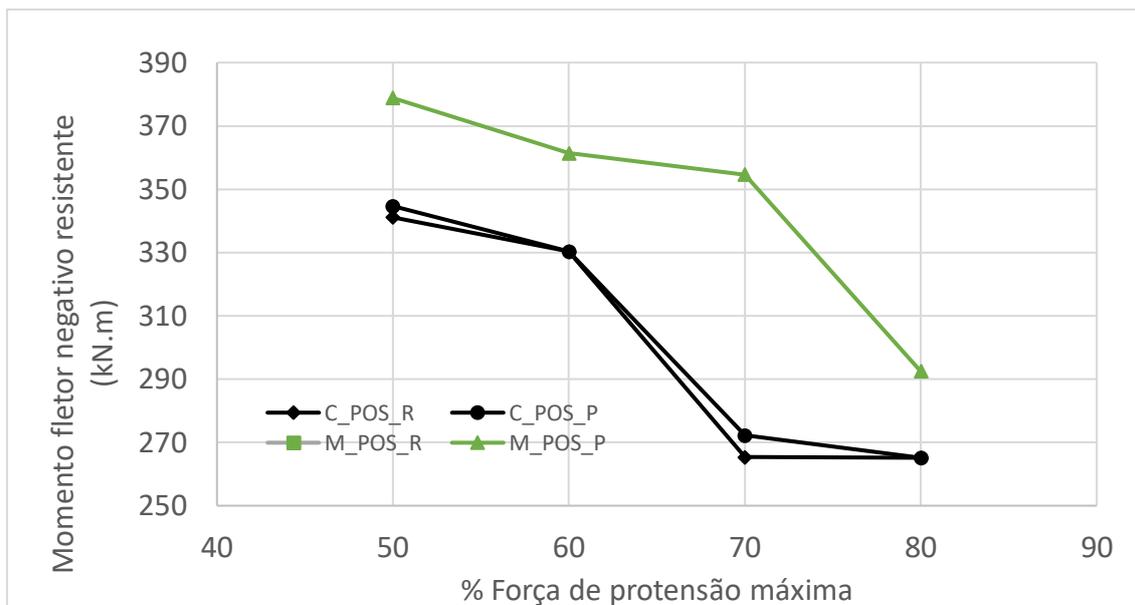




Fonte: Autor (2021)

Figura 79 - Estudo momento fletor resistente versus % força máxima de protensão





Fonte: Autor (2021)

Analisando os resultados para resistência a momento fletor positivo tanto na fase dois como na fase três, não foi possível encontrar uma porcentagem ideal que fornecesse uma resistência máxima. Porém mesmo o gráfico não apresentando comportamento linear, temos que a porcentagem da força de protensão total que melhor desempenha resultado nesses casos é 80% ou mais.

Também não foi possível definir qual seria a porcentagem ideal da força de protensão máxima para o máximo de momento fletor negativo, porém percebe-se que valores menores ou iguais do que 60% tem uma resistência mais significativa que nos modelos com porcentagem maior.

O aumento ou a queda abrupta que acontece entre as porcentagens de 60 e 70 para modelos com laje maciça e entre as porcentagens de 70 e 80% para modelos com laje mista ocorre devido a mudança da área de protensão necessária para suportar a força de protensão do modelo, ocorrendo a mesma cadeia de eventos explicada em 5.3.1. Também não foi possível obter uma diferenciação característica entre os traçados retos e poligonais, pois os mesmos possuem os mesmos resultados de resistência em condições iguais. Portanto, fica sendo necessário a análise de outros critérios para definição em projeto do melhor traçado.

6 VERIFICAÇÃO DOS ESTADOS LIMITES EM VIGAS MISTAS PRÉ E PÓS TRACIONADAS

Esse capítulo tem como objetivo fazer uma análise mais profunda dos modelos de vigas mistas protendidas desta dissertação em relação às técnicas de protensão, pré-tração e pós-tração. A verificação aos estados limites relativos à flexo-compressão, força cortante, flecha excessiva e vibração de piso (anexo L da ABNT NBR 8800:2008) é feita pela análise da razão entre a sollicitação e a resistência, denominada índice de aproveitamento.

Gráficos do índice de aproveitamento *versus* razão L/d da estrutura são traçados para cada tipo de sollicitação. A razão L/d influencia os esforços sollicitantes da estrutura e permite obter uma ideia de pré-dimensionamento da viga, por isso, é tomado como variável de análise neste capítulo.

O item 6.1 discorre sobre as hipóteses de carregamento adotadas no estudo e o item 6.2 trata da verificação à força cortante e à flexo-compressão. Já nos itens 6.3 e 6.4 é feita a análise dos estados limites de serviço de flecha excessiva e vibração no piso, respectivamente. No último item, item 6.5, uma comparação entre as técnicas de pré-tração e pós-tração é feita para concluir qual é mais eficiente em termos de resistência e rigidez.

6.1 Hipótese de carregamento

Todas as vigas deste estudo foram dimensionadas para um mesmo grupo de cargas e combinações de ações. A Tabela 40 mostra os carregamentos considerados, além dos fatores de combinação de ações e a destinação de uso da estrutura. A combinação normal de ações foi utilizada para a verificação dos estados limites últimos e, para a verificação dos estados limites de serviço, utilizou-se a combinação rara de ações.

Tabela 40 - Tabela de carregamentos

Carga Permanente = 2 kN/m ²
Carga Variável = 5 kN/m ²
Carga de Construção = 1 kN/m ²
$\psi_1 = 0,6$
$\psi_2 = 0,4$
Uso residencial ou comercial

Fonte: Autor (2021)

6.2 Estado limite último a esforços combinados (flexo-compressão e força cortante)

Após realizar a verificação de todos os modelos descritos nos capítulos 4.2 e 5.2, foram registrados os dados de índice de aproveitamento relativos à flexo-compressão e à força cortante. Nesse trabalho foi considerado que somente o perfil de aço suporta aos esforços de cisalhamento da seção, como preconiza a ABNT NBR 8800:2008 anexo O de vigas mistas. O índice de aproveitamento relativo à força cortante é dado por:

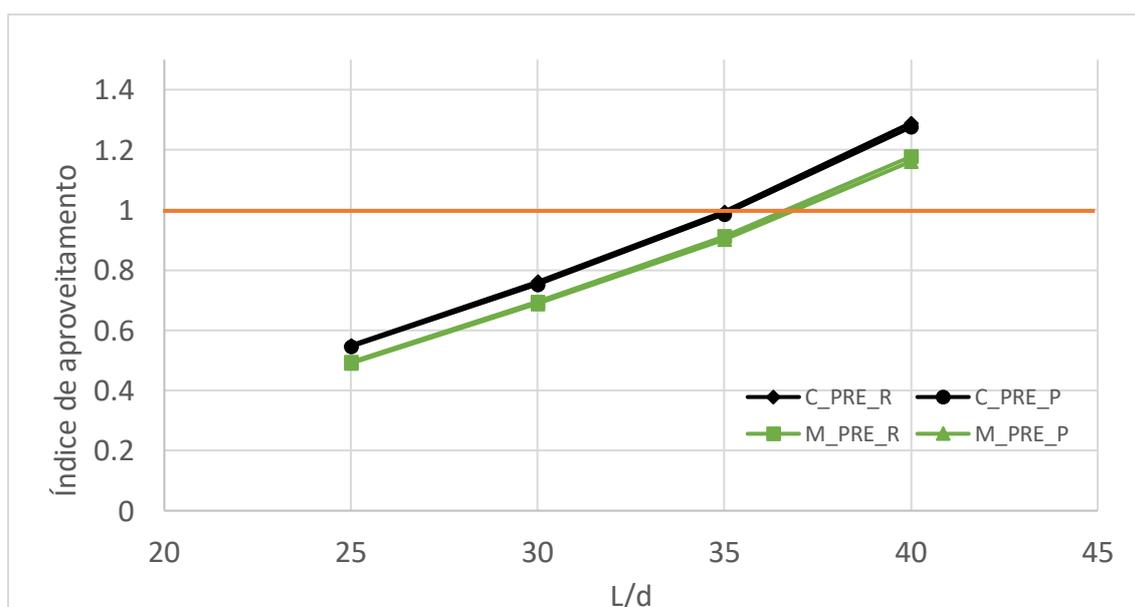
$$i_v = \frac{V_{Sd}}{V_{Rd}} \quad (6.1)$$

onde V_{Sd} é o esforço cortante solicitante de cálculo e V_{Rd} é o o esforço cortante resistente de cálculo. Assim, pôde-se obter os gráficos de índice de aproveitamento *versus* L/d para cada tipo de traçado e para cada tipo de protensão.

6.2.1 Estruturas pré-tracionadas

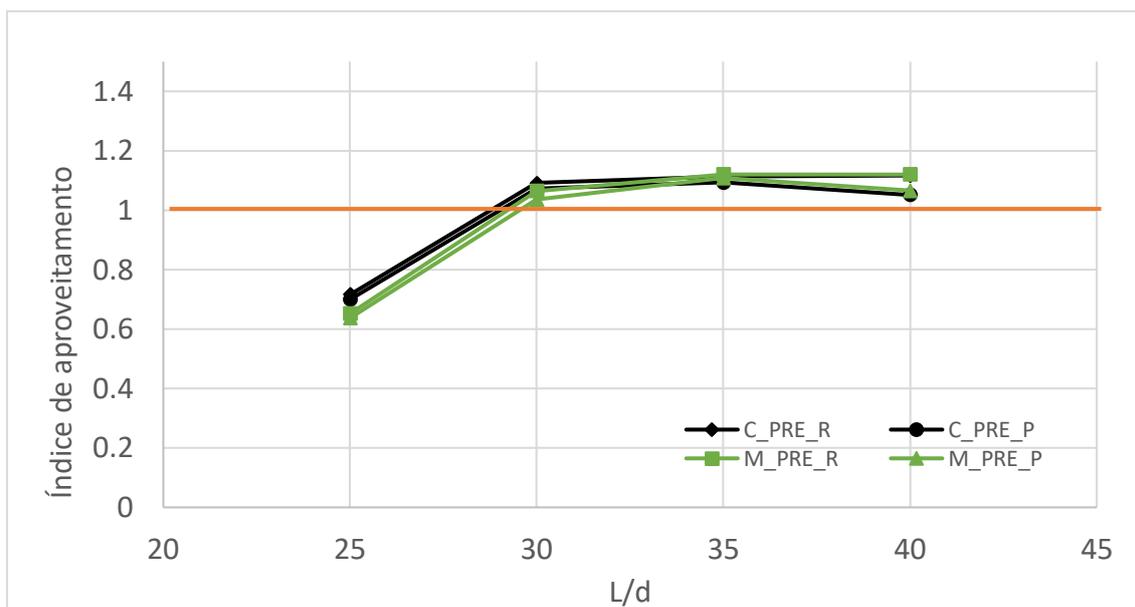
As figuras 81 a 84 apresentam o índice de aproveitamento à flexo-compressão para momento solicitante positivo e negativo dos modelos de vigas mistas protendidas pré-tracionadas nas Fases 2 e 3 da vida útil da estrutura.

Figura 80 - Índice de aproveitamento à flexo-compressão com momento fletor positivo *versus* L/d – Fase 2



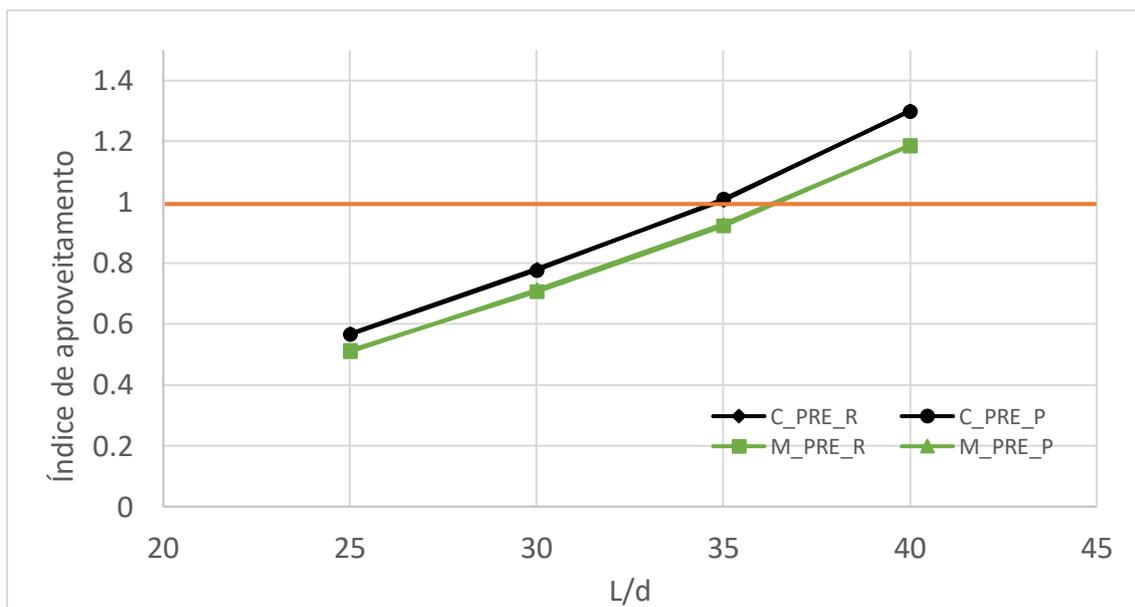
Fonte: Autor (2021)

Figura 81 - Índice de aproveitamento à flexo-compressão com momento fletor negativo *versus* L/d – Fase 2



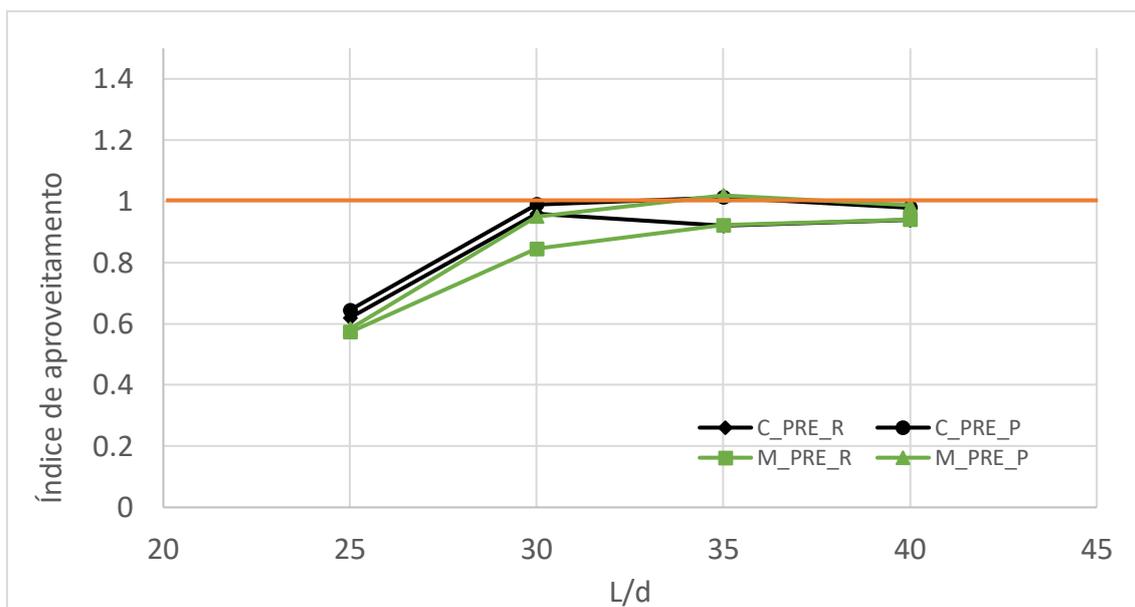
Fonte: Autor (2021)

Figura 82 - Índice de aproveitamento a flexo-compressão com momento fletor positivo *versus* L/d – Fase 3



Fonte: Autor (2021)

Figura 83 - Índice de aproveitamento a flexo-compressão com momento fletor negativo *versus* L/d – Fase 3



Fonte: Autor (2021)

Com os resultados apresentados pode-se observar que tanto na fase 2 como na fase 3, a maior razão L/d para qual a viga resiste aos esforços de flexo-compressão com momento fletor positivo é 35, enquanto para a flexo-compressão com momento fletor negativo, este valor cai para 30. Essa queda ocorre porque a seção resistente para momento fletor negativo é menor, somente o perfil de aço e a armadura passiva da laje, enquanto para a resistência a momento fletor positivo tem-se a laje de concreto colaborando para a resistência, por não estar tracionada.

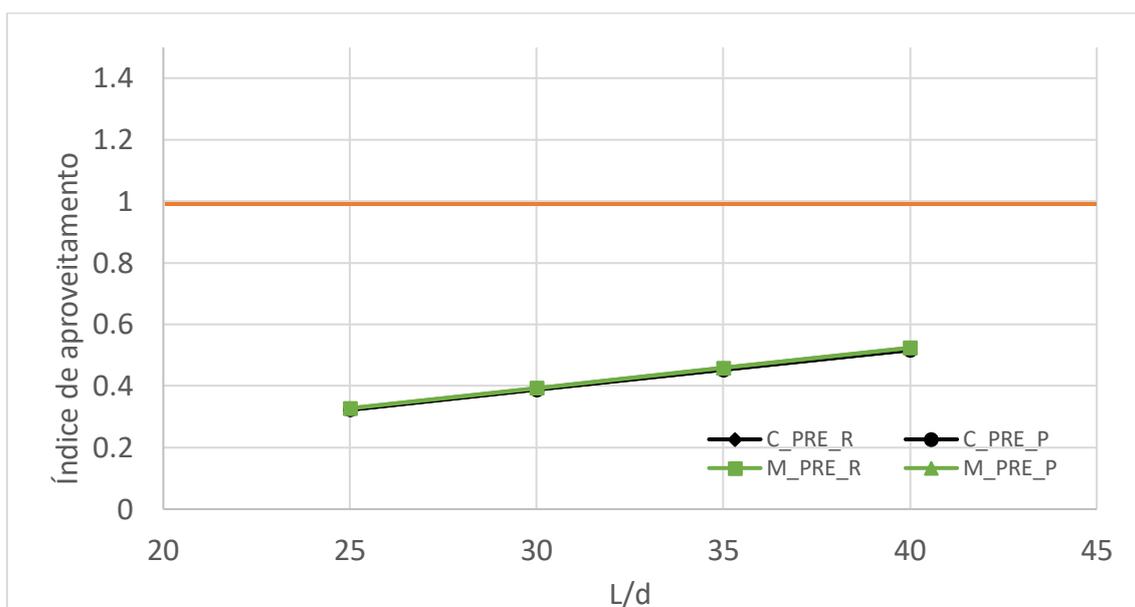
Além disso, vigas mistas submetidas a momento fletor negativo podem sofrer decréscimo na sua resistência a momento fletor devido a possibilidade de ocorrência do estado limite último de flambagem lateral com distorção (FLD). A resistência a momento fletor passa a ser obtida pelo produto do momento fletor negativo resistente de plastificação da seção por um coeficiente de redução, χ_{dist} , que depende do índice de esbelteza λ_{dist} da estrutura.

Pode ser notado também que o comportamento das vigas protendidas com cabos de traçado reto e de traçado poligonal é bem similar, não se observando uma vantagem de um em relação ao outro. Além disso, pode-se observar que o emprego de lajes mistas no lugar de lajes maciças proporciona

uma diminuição no índice de aproveitamento de cerca de 10%, devido ao aumento no momento fletor resistente, conforme demonstrado em 4.3.3 e 5.3.3.

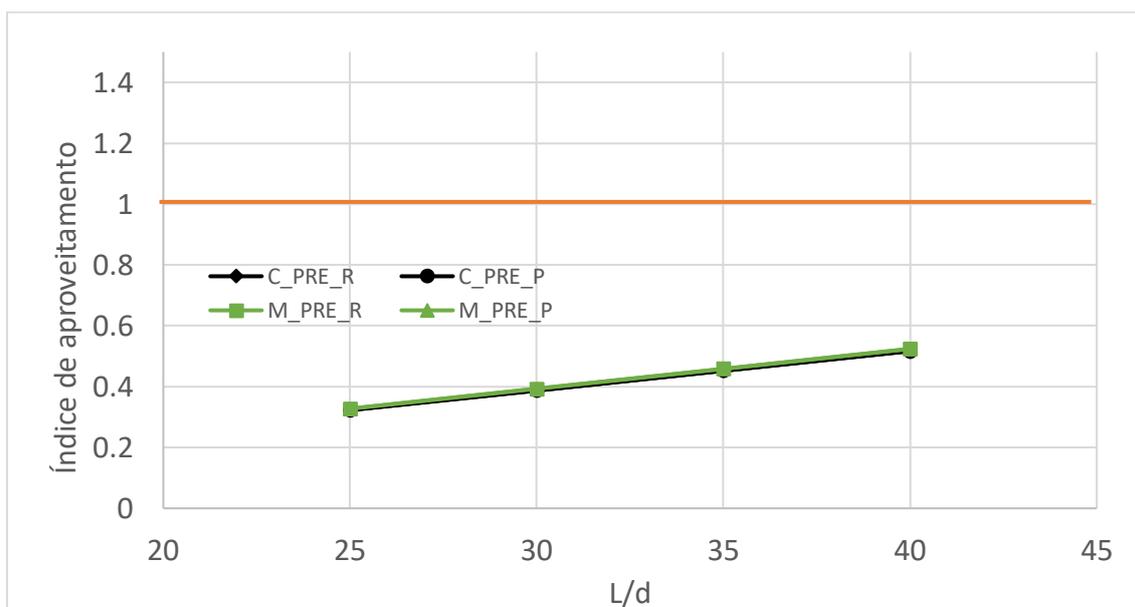
Nas figuras 85 e 86, tem-se os gráficos do índice de aproveitamento da estrutura com relação à força cortante para as estruturas pré-tracionadas nas Fases 2 e 3, respectivamente.

Figura 84 - Estudo índice de aproveitamento força cortante *versus* L/d – Fase 2



Fonte: Autor (2021)

Figura 85 - Estudo índice de aproveitamento força cortante *versus* L/d – Fase 3



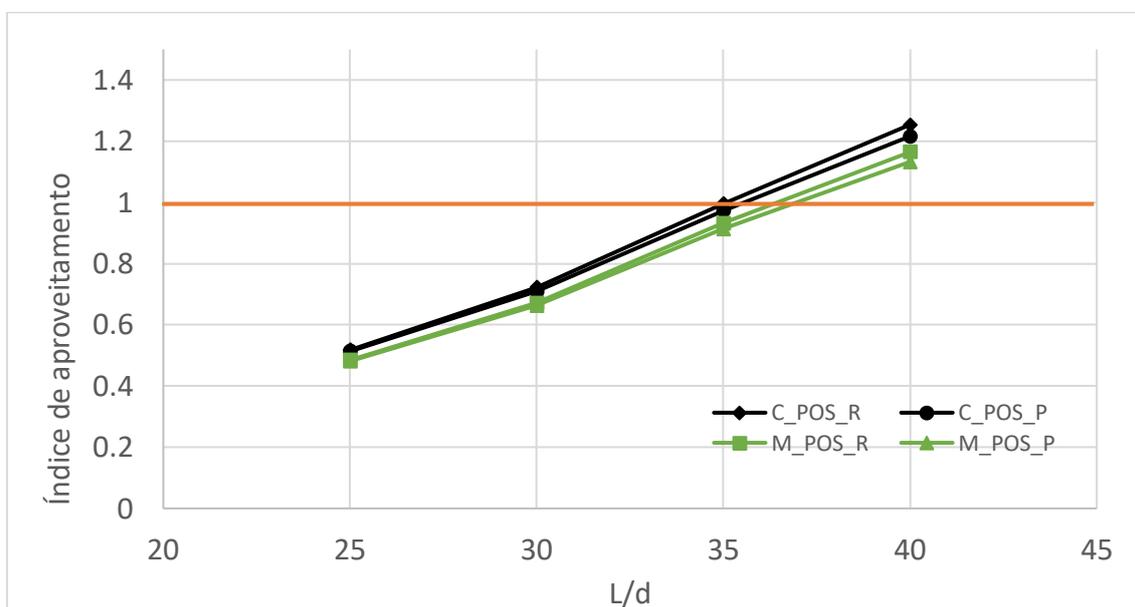
Fonte: Autor (2021)

Pode-se observar que a força cortante não é um esforço que dimensionou as vigas mistas protendidas, visto que o índice de aproveitamento i_v sempre ficou abaixo de 0,6. Além disso, evidentemente, o tipo de traçado e o tipo de laje não influenciaram o índice de aproveitamento à força cortante, pois somente o perfil de aço é considerado no cálculo da resistência à força cortante.

6.2.2 Estruturas pós-tracionadas

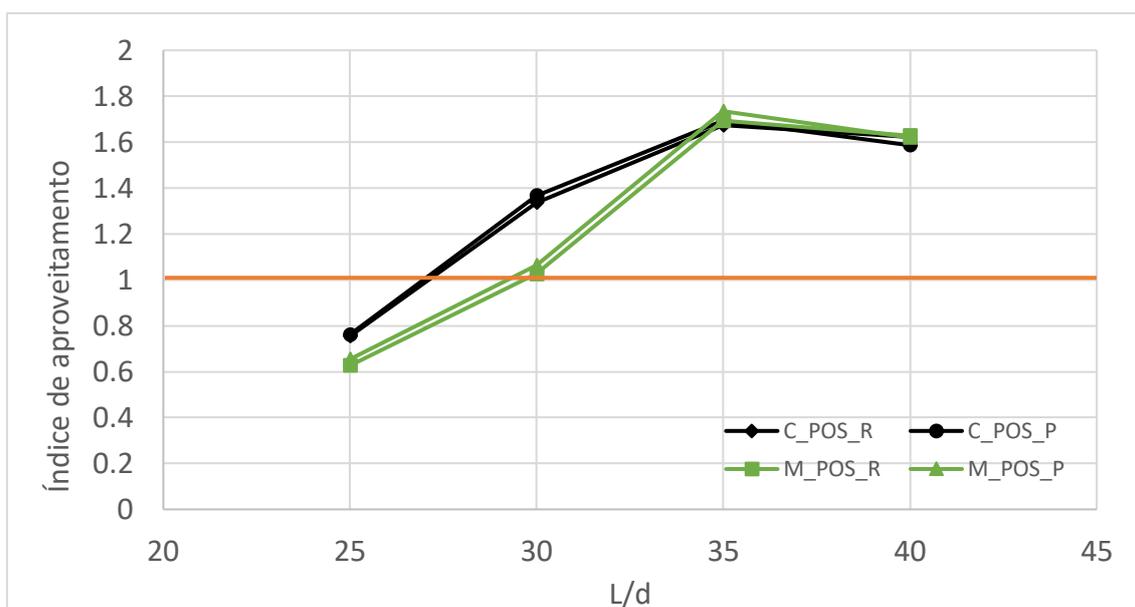
Para as vigas mistas protendidas pós-tracionadas, tem-se nas figuras 87 a 90, os gráficos de índice de aproveitamento à flexo-compressão para momento solicitante positivo e negativo nas Fases 2 e 3 da vida útil da estrutura.

Figura 86 - Índice de aproveitamento à flexo-compressão com momento fletor positivo *versus* L/d – Fase 2



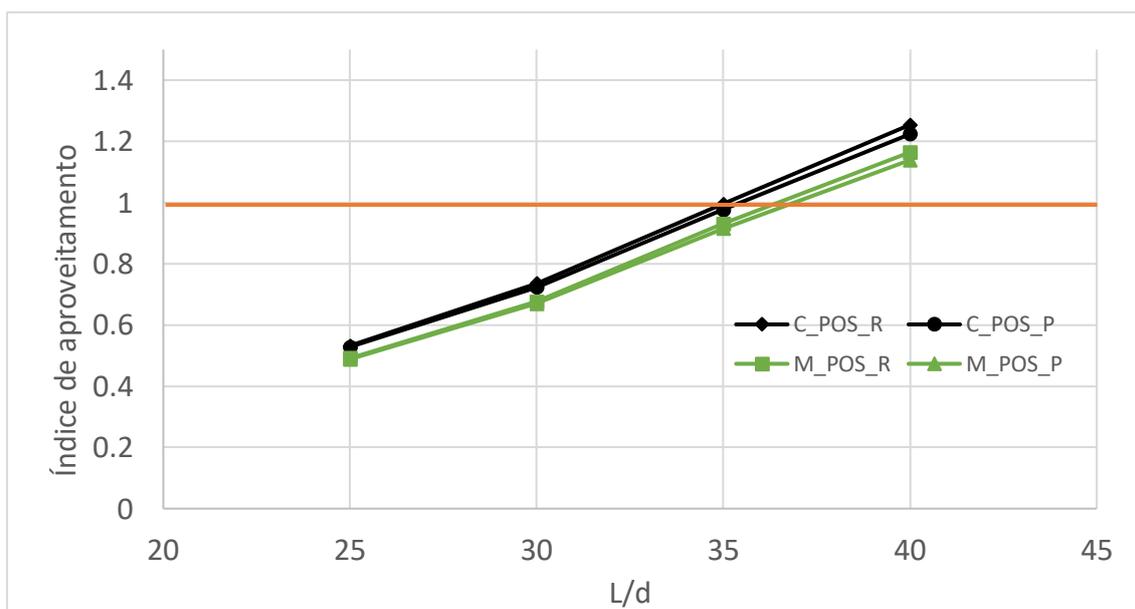
Fonte: Autor (2021)

Figura 87 - Índice de aproveitamento à flexo-compressão com momento fletor negativo *versus* L/d – Fase 2



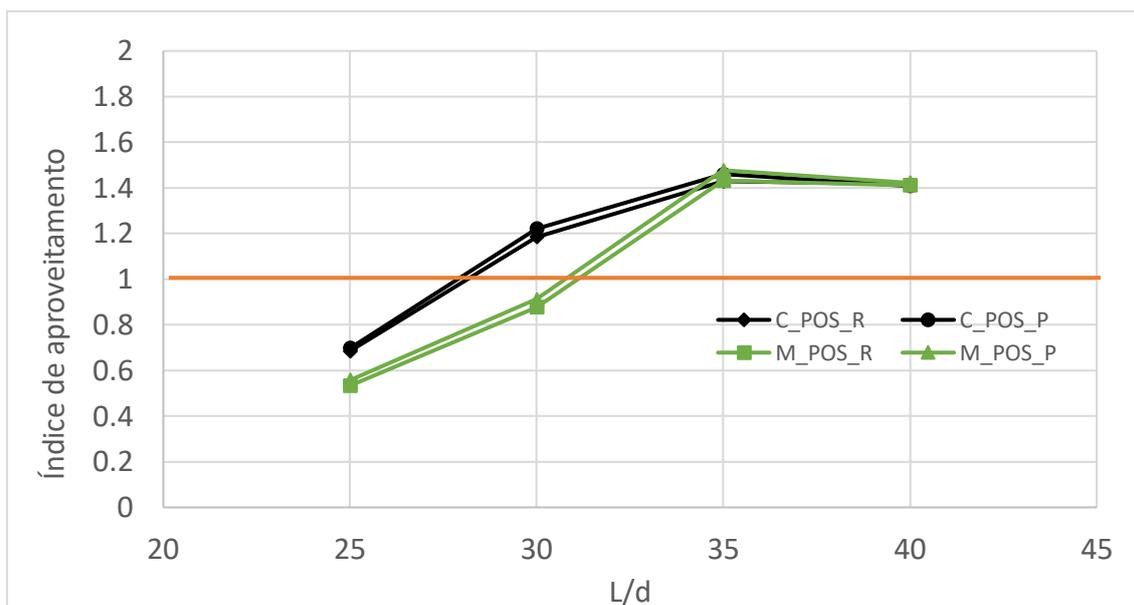
Fonte: Autor (2021)

Figura 88 - Índice de aproveitamento a flexo-compressão com momento fletor positivo *versus* L/d – Fase 3



Fonte: Autor (2021)

Figura 89 - Índice de aproveitamento a flexo-compressão com momento fletor negativo *versus* L/d – Fase 3



Fonte: Autor (2021)

Pode-se perceber que em estruturas pós-tracionadas, o tipo de laje tem grande influência na máxima relação vão-altura da viga admissível para flexo-compressão a momento fletor negativo, uma vez que em vigas com lajes maciças essa relação chega a 25 e com lajes mistas chega a 30. Para flexo-compressão a momento fletor positivo percebe-se pouca diferença entre os tipos de laje, com a relação L/d mais proveitosa ficando em 35.

Também é possível perceber que, independentemente do esforço solicitante de flexão ser positivo ou negativo, as vigas mistas com lajes mistas são sempre melhores que as vigas mistas com lajes maciças, obtendo uma redução na ordem de 10% no índice de aproveitamento a flexo-compressão com momento fletor positivo e na ordem de 27,5% para o índice de aproveitamento a flexo-compressão com momento fletor negativo.

6.3 Estado limite de serviço de flecha excessiva

O estado limite de flecha excessiva é atendido se a flecha máxima que ocorre no vão da viga, quando a estrutura está na fase 3, não ultrapassar o limite estabelecido para vigas de piso no anexo C da ABNT NBR 8800:2008, tabela C.1, que é igual a $L/350$.

Assim, para calcular a flecha que ocorre na estrutura, primeiramente é feito uma verificação da seção para ver se as tensões atuantes na seção não ultrapassam a tensão de escoamento de cálculo do aço na fibra inferior e nem 85% da tensão de compressão característica do concreto. Parcelas da flecha total são calculadas para cada carregamento que é aplicado na estrutura. A designação das parcelas de flecha é indicada na Tabela 40.

Tabela 41 – Designação das parcelas de flecha

δ_{PP}: Flecha devido ao peso próprio do perfil de aço
δ_{conc}: Flecha devido ao peso de concreto
δ_{CPN}: Flecha devido a carga permanente
$\delta_{CVN,curta}$: Flecha devido a parcela da carga variável de curta duração
$\delta_{CVN,longa}$: Flecha devido a parcela da carga variável de longa duração
$\delta_{Protensão}$: Flecha devido a força de protensão
$\delta_{contraflecha}$: Contraflecha aplicada na estrutura

Fonte: Autor (2021)

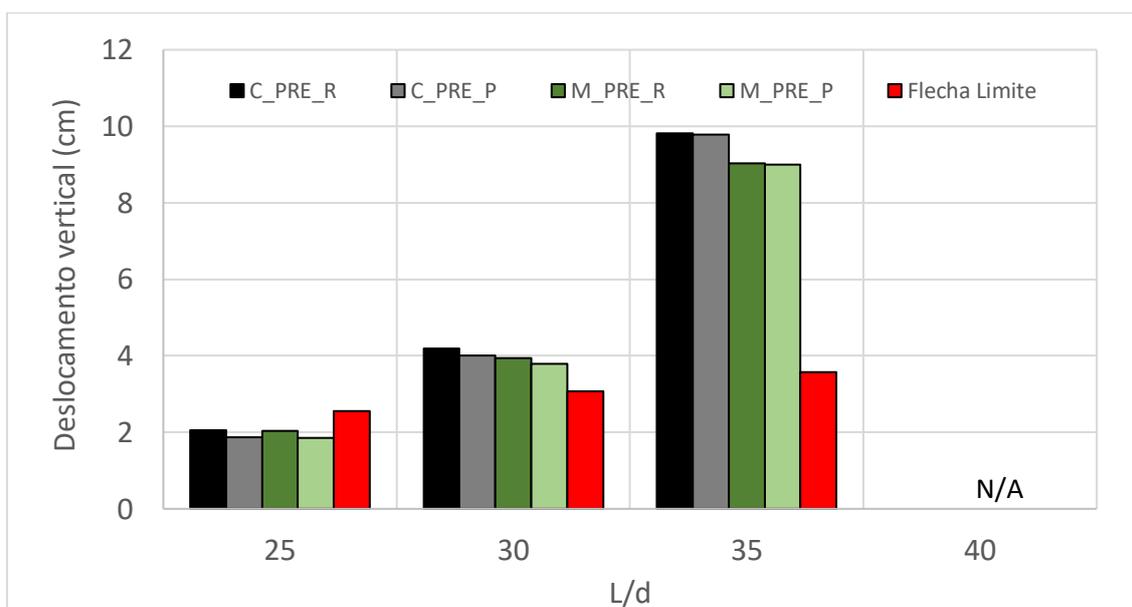
A flecha total na estrutura é calculada de acordo com a equação (6.2):

$$\delta_{total} = \delta_{PP} + \delta_{conc} + \delta_{CPN} + \delta_{CVN,curta} + \delta_{CVN,longa} - \delta_{protensão} - \delta_{contraflecha} \quad (6.2)$$

Dentro do programa, a contraflecha aplicada na estrutura é limitada pela soma das flechas causadas pelas cargas permanentes atuantes. Porém quando a flecha total é menor que a contraflecha, faz-se um ajuste no valor da contraflecha para este se igualar à flecha total, obtendo-se assim uma flecha final igual a 0. Porém, para se observar melhor o comportamento perante ao ELS, a contraflecha não será considerada nesse estudo.

6.3.1 Estruturas pré-tracionadas

O gráfico da Figura 91 apresenta as flechas máximas obtidas em vigas pré-tracionadas e o limite de flecha estabelecido pela ABNT NBR 8800:2008:

Figura 90 - Deslocamento vertical *versus* L/d – ELS flecha excessiva - pré-tração

Fonte: Autor (2021)

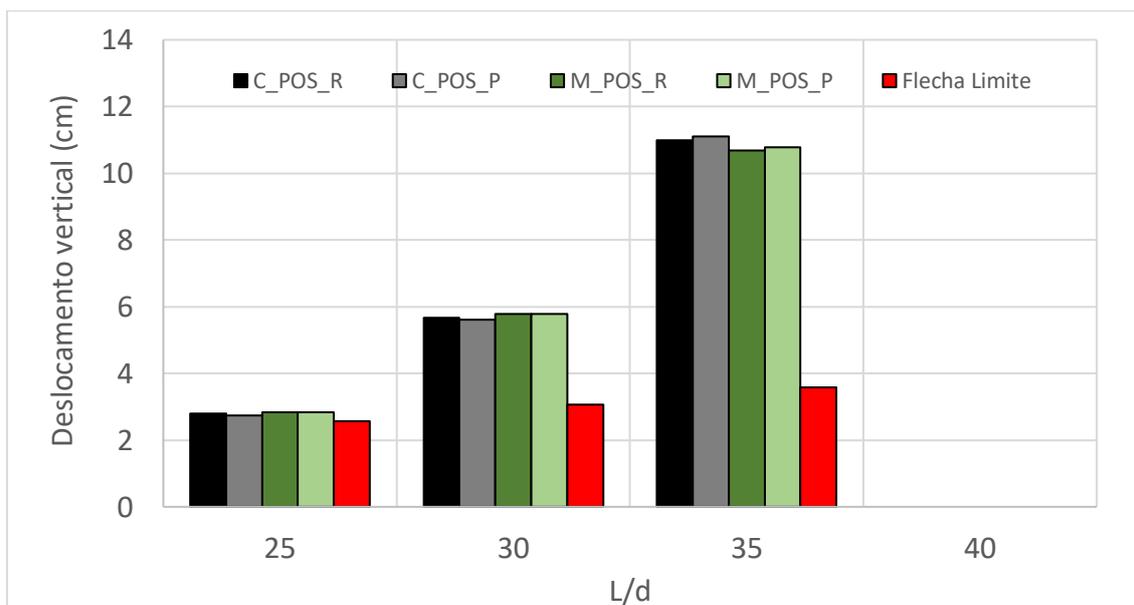
Pode-se perceber que, sem o uso da contraflecha, para os carregamentos descritos em 6.1 e para a seção utilizada nos modelos, apenas a relação L/d igual a 25 atende a flecha máxima permitida, onde, independentemente do tipo de laje e do modo de protensão, todos os modelos ficaram abaixo do limite $L/350$. Porém, para as razões L/d acima de 25, todos os modelos não atendem a recomendação da ABNT NBR 8800:2008, necessitando de contraflecha.

Vale destacar que em todos os modelos foram apresentados o somatório das flechas causadas pelas ações impostas na estrutura, sem considerar a contraflecha calculada pelo programa. Essa apresentação de resultados foi necessária para uma melhor observação do comportamento da estrutura a esse estado limite, visto que, se considerássemos a contraflecha, todos os modelos apresentariam flecha final nula.

Já para a razão L/d igual a 40 não foram obtidos resultados, pois o programa, ao identificar que a seção não está em regime elástico, avisa ao usuário e não realiza os cálculos de flecha.

6.3.2 Estruturas pós-tracionadas

Na Figura 92, tem-se os resultados referentes às flechas máximas das vigas pós-tracionadas e o limite normativo:

Figura 91 - Deslocamento vertical *versus* L/d – ELS flecha excessiva - pós-tração

Fonte: Autor (2021)

Para estruturas pós-tracionadas pode-se perceber que em nenhuma das razões L/d foi atendido o estado limite de flecha excessiva sem considerar a aplicação de contraflecha na estrutura, demonstrando a importância dessa técnica para a estrutura ser aprovada no ELS de flecha excessiva.

Apesar disso, as contraflechas calculadas pelo programa foram suficientes para combater a flecha final da estrutura, causando assim uma flecha final igual a 0 em todos os casos analisados

Novamente, os modelos com a relação L/d igual a 40 não foram calculados pelo programa por não estarem em regime elástico para os carregamentos atuantes, ou seja, a tensão da fibra inferior da mesa inferior do perfil de aço ultrapassou a tensão de escoamento de cálculo do aço.

6.4 Estado limite de serviço de vibração no piso

A verificação do estado limite de serviço de vibração no piso utilizado nesse trabalho é a análise simplificada permitida pela ABNT NBR 8800:2008 anexo L para estruturas submetidas a ações causadas por atividades humanas normais. A norma apresenta as condições em que deve ser feitos os cálculos de deslocamento da estrutura e os limites máximos a depender da ação humana no piso, conforme:

Condições:

- Uso da combinação frequente de ações;
- Consideração de ações permanentes, excluindo as parcelas dependentes do tempo;
- Consideração das ações variáveis;
- Considerar vigas contínuas como vigas biapoiadas;
- Caso seja usado laje mista na estrutura, aumentar o módulo de elasticidade do concreto em 35%.

Flechas limites:

- Pessoas caminhando: $\delta_{max} = 20 \text{ mm}$
- Atividade de dança ou rítmica, como em academias, ginásios e estádios: $\delta_{max} = 9 \text{ mm}$
- Atividade muito repetitiva, como ginástica aeróbica: $\delta_{max} = 5 \text{ mm}$.

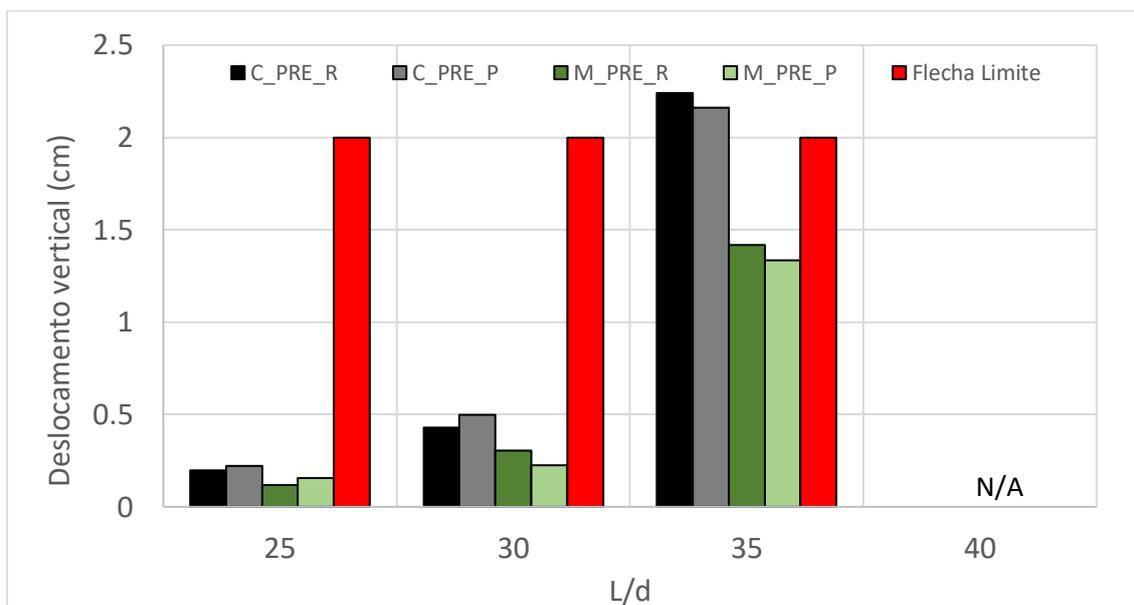
A equação que calcula a flecha obtida pelos carregamentos presentes na estrutura é descrita em (6.3).

$$\delta_{total} = \delta_{PP} + \delta_{conc} + \delta_{CPN} + \delta_{CVN} - \delta_{protensão} \quad (6.3)$$

É possível observar que na equação (6.3) não é apresentada a parcela referente à contraflecha, pois como o procedimento utilizado pelo programa é simplificado, a consideração de contraflecha poderia causar um subdimensionamento. O uso da estrutura foi considerado como residencial ou comercial, ou seja, haverá apenas atividades de movimentação de pessoas, o que faz a flecha limite para esse ELS ser igual a 20 mm, ou 2 cm.

6.4.1 Estruturas pré-tracionadas

Na Figura 93 tem-se os resultados referentes às flechas máximas obtidas em vigas pré-tracionadas com o limite normativo indicado:

Figura 92 - Deslocamento vertical *versus* L/d – ELS vibração no piso - pré-tração

Fonte: Autor (2021)

Os resultados mostram que as vigas com laje mista respeitaram o ELS de vibração em pisos para as razões de L/d iguais a 25, 30 e 35 enquanto as vigas mistas com lajes maciças atendem os critérios nas razões de 25 e 35. Em lajes mistas, a laje de concreto (acima das nervuras), por estar afastada do perfil de aço, tem inercia da seção maior comparada às lajes maciças, o que leva a menores valores de flechas. Além disso, pelo uso das lajes mistas, o módulo de elasticidade do concreto sofre um acréscimo de 35%, diminuindo a flecha total.

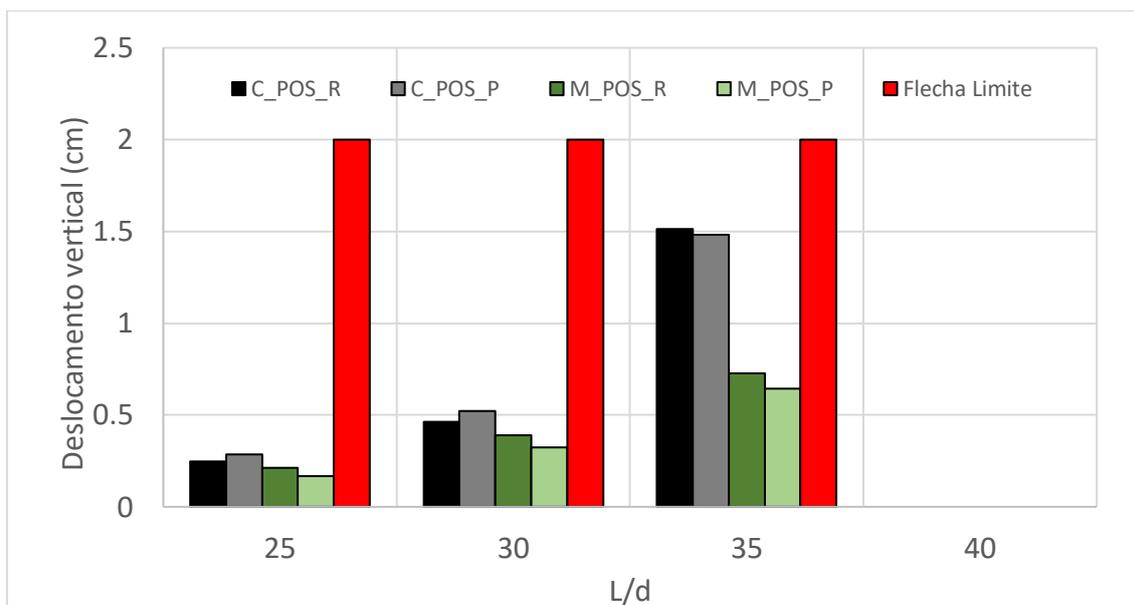
Os modelos com relação L/d igual a 40 não foram calculados visto que a seção não obedeceu aos limites de tensão de escoamento para o aço e o limite de ruptura do concreto, portanto não é permitido o cálculo da flecha elástica da seção.

Não é possível observar uma vantagem entre o uso de traçado poligonal ou traçado reto, visto que o modelo que possui menor flecha sempre altera com a mudança da razão L/d .

6.4.2 Estruturas pós-tracionadas

Na Figura 94 tem-se os resultados referentes às flechas máximas obtidas em vigas pós-tracionadas com o limite normativo indicado:

:

Figura 93 - Deslocamento vertical *versus* L/d – ELS vibração no piso - pós-tração

Fonte: Autor (2021)

Observa-se que todos os modelos calculados atenderam ao limite máximo de flecha para o estado limite de vibração no piso, podendo-se utilizar até uma relação L/d igual a 35 sem infringir esse ELS. Percebe-se também a vantagem de se utilizar laje mista ao invés de laje maciça quanto maior for a relação vão-altura útil, podendo obter uma diferença de até 50% na razão igual a 35. Esse fato é explicado em 6.4.1

Não é possível definir o traçado ideal para estruturas com pós-tração com os resultados apresentados, pois independente do tipo de laje utilizada, o traçado que apresenta menor deformação altera a cada razão L/d analisado.

Os modelos com relação L/d igual a 40 não foram calculados pois as tensões na fibra inferior da mesa inferior do perfil de aço ultrapassaram a tensão de escoamento de cálculo, o que faz a seção não estar em regime elástico.

6.5 Comparação entre as técnicas de protensão

Esse item objetiva analisar as diferenças entre os modelos submetidos a pré-tração e os modelos submetidos a pós-tração no que se refere à resistência, (verificação dos ELS) e à rigidez (verificação dos ELS).

6.5.1 Índice de aproveitamento de flexo-compressão e força cortante

Embora a protensão introduza esforços de compressão, ela é uma prática vantajosa quando utilizada em vigas mistas porque proporciona um grande aumento na resistência a momento fletor positivo, conforme os capítulos 4 e 5.

Quando se compara o comportamento de uma viga mista pré-traçada com o de uma viga mista pós-traçada, ambas sujeitas a momento fletor positivo, não é possível identificar diferenças relevantes, uma vez que os índices de aproveitamento à flexo-compressão foram semelhantes. O mesmo não pode ser dito para o comportamento a momento fletor negativo.

Nas estruturas submetidas a pré-tração, apesar de apresentarem uma razão L/d máxima para momento negativo igual as submetidas a pós-tração ($L/d = 30$), o índice de aproveitamento ultrapassa por pouco o valor de 1, enquanto nas estruturas com pós-tração, o índice de aproveitamento chega a 1,7, mostrando que estruturas com pré-tração respondem melhor a momento fletor negativo do que as estruturas pós-traçadas.

Quanto ao desempenho em relação à força cortante, a técnica de protensão não influenciou nos resultados, visto que em todos os modelos o comportamento foi idêntico. Esse resultado se deve ao fato de somente o perfil de aço ser considerado na resistência ao cisalhamento.

6.5.2 Estado limite de serviço de flecha excessiva

Nos resultados apresentados pode-se ver que as estruturas pré-traçadas apresentam melhor desempenho em relação ao ELS de flecha excessiva do que as estruturas pós-traçadas, uma vez que as estruturas pré-traçadas apresentam um valor de flecha máxima cerca de 16 a 50% menor. Observa-se uma redução na diferença entre as flechas das estruturas pré-traçadas e pós-traçadas conforme se aumenta a razão L/d .

Apesar de em estruturas pré-traçadas a seção que suporta as cargas iniciais (peso próprio e laje de concreto) ser o perfil de aço, diferentemente das estruturas pós-traçadas que a seção inicial é uma seção mista, a carga de protensão já é inclusa desde a primeira fase da vida útil da estrutura, obtendo

uma flecha negativa maior do que em estruturas pós-tracionadas e resultando em uma flecha final mais reduzida.

6.5.3 Estado limite de serviço de vibração no piso

O estado limite de vibração no piso possui grande importância nas estruturas de grandes vãos pois os efeitos dinâmicos produzidos por cargas cíclicas são bem mais acentuados nessas estruturas. Apesar de não ter sido feita uma análise dinâmica nessas estruturas, é possível prever um comportamento de acordo com a análise simplificada permitida pela norma.

Nesse quesito as estruturas pós-tracionadas tiveram uma grande vantagem em relação as estruturas pré-tracionadas. Apesar de ambas as técnicas responderem bem para esse ELS para a destinação da estrutura (uso residencial ou comercial), as estruturas pós-tracionadas obtiveram uma redução de até 33% da flecha, em comparação com as estruturas pré-tracionadas.

Esse resultado ocorre devido a inércia da seção utilizada no cálculo das flechas para este método simplificado ser igual a inércia da seção mista, tanto na estrutura pré como na pós-tracionada, levando as flechas causadas pelas cargas permanentes e variáveis apresentarem igual valor, com exceção da flecha causada pela força de protensão. Essa última não é igual pois as forças de protensão inicial em cada modelo são diferentes, visto que para o cálculo dessa força leva-se em consideração a seção resistente no momento de aplicação da protensão (perfil de aço na estrutura pré-tracionada e a seção mista na estrutura pós-tracionada), ocorrendo assim uma força de protensão inicial maior nos modelos pós-tracionados e, conseqüentemente, uma flecha maior devido a essa protensão, reduzindo a deformação total da estrutura e obtendo o melhor resultado.

7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

7.1 Conclusões

O objetivo desta dissertação foi propor um roteiro de cálculo para vigas mistas de aço e concreto protendidas, por pré-tração ou pós-tração, constituídas de perfis de aço de seção I duplamente simétricos, lajes maciças ou mistas de aço e concreto e cabos de traçado reto ou poligonal.

Um programa computacional foi elaborado para automatizar a verificação de vigas mistas protendidas pelo método dos estados limites. Os estados limites últimos relativos à atuação de momento fletor, força cortante, força axial e flexo-compressão são verificados, além dos estados limites de serviço de flecha excessiva e vibração de piso. Nas rotinas de cálculo do programa computacional foram utilizadas as formulações da ABNT NBR 8800:2008 de vigas mistas de aço e concreto, adaptadas para incluir a força de protensão e as verificações da ABNT NBR 6118:2014 relativas à protensão completa.

A metodologia de cálculo proposta nesta dissertação foi avaliada por meio da comparação dos resultados obtidos pelo programa computacional com resultados experimentais de carga última em vigas mistas com cabos de traçado reto e poligonal submetidas a momento positivo e em vigas mistas com cabos de traçado reto submetidas a momento fletor negativo. A carga última dos ensaios foi maior que a prevista pela metodologia de cálculo, com o menor desvio de 2,24% da resistência experimental, demonstrando que a metodologia se mostrou a favor da segurança.

Um estudo paramétrico com 120 modelos de vigas mistas protendidas foi realizado para análise da influência, na resistência e rigidez dessas vigas, de parâmetros como: (i) excentricidade do cabo de protensão, (ii) razão entre o vão e a altura da viga, (iii) altura da laje de concreto, (iv) porcentagem da força máxima de protensão, (v) tipo de laje, mista ou maciça, (vi) traçado dos cabos, reto ou poligonal e (vii) técnica de protensão, pré-tração ou pós-tração. O mesmo perfil de aço foi selecionado para todas as análises.

Os resultados de resistência a momento fletor indicam que não há uma situação que seja a melhor para qualquer tipo de estrutura, dependendo dos

esforços solicitantes dominantes na estrutura para definir a configuração mais eficiente. No estudo do impacto da variação da excentricidade dos cabos concluiu-se que essa variável afeta de forma linear a resistência final da estrutura, porém de forma pouco significativa, sendo uma diferença máxima de 6,75% entre o modelo com a maior excentricidade interna e a maior excentricidade externa.

Já no estudo da influência da razão comprimento do vão e altura da viga, conclui-se os melhores valores são 35 para vigas mistas com laje mista e 30 para vigas mistas com lajes maciças, tanto para estruturas pré-tracionadas como para pós-tracionadas. Além disso, notou-se que o traçado da protensão não influencia no impacto dessa variável na resistência na pós-tração, sendo que na pré-tração o traçado é determinante dependendo do momento fletor a ser resistido, sendo o traçado reto melhor para momento positivo e poligonal para momento negativo

Já no estudo do índice de aproveitamento da estrutura em função da razão L/d , a maior razão que atendeu aos critérios normativos variou a depender do sinal do momento fletor. Para vigas pré-tracionadas, obteve-se uma razão máxima de vão e altura entre 30 a 35 quando o momento fletor é positivo e menor que 25 para momento negativo. Para vigas pós-tracionadas foi notado que a razão máxima para momento fletor positivo oscila entre 35 e 40 para vigas com laje mista e 30 a 35 para lajes maciças, e para momento negativo deve ser menor que 35 para lajes mistas e menor do que 30 para lajes maciças. Considerando que em vigas de aço otimizadas, a razão entre o vão e a altura do perfil de aço costuma variar de 20 a 25, os valores da razão L/d obtidos para as vigas mistas protendidas, por serem maiores, evidenciam a sua capacidade de vencer maiores vãos que a solução puramente de aço.

A altura da laje possui relação linear com a resistência a momento fletor. Já a porcentagem da força de protensão máxima a ser aplicada na viga mista também possui relação linear com a resistência, porém até o valor de 70%. Para uma maior resistência a momento fletor positivo, deve-se utilizar uma força de protensão maior que 70% da protensão máxima admissível, enquanto para obter uma maior resistência a momento fletor negativo recomenda-se o oposto,

trabalhar com força de protensão menor que 70% da protensão máxima admissível.

Conforme esperado, as vigas mistas com laje mista possuem sempre resistência maior do que as vigas com laje maciça. Pode-se observar também que, se o momento fletor negativo é o esforço dominante no dimensionamento, é preferível usar traçado poligonal na estrutura, por apresentar melhor desempenho.

As técnicas de protensão também influenciam no comportamento da estrutura como um todo. Porém, assim como outros parâmetros, não foi possível notar uma melhor técnica, com a melhor solução sendo selecionada de acordo com o limitante de cada projeto. Foi notado que a pré-tração se sai melhor para análise do índice de aproveitamento a flexo-compressão da estrutura e o estado limite de flecha excessiva. Já para análise de vibração no piso as estruturas pós-traçadas apresentaram resultados melhores.

Apesar de ser uma tecnologia ainda não normatizada e de os estudos apresentados neste trabalho não definir uma configuração ótima para todos os casos de vigas mistas protendidas, observou-se que esse tipo de viga possui grandes vantagens em seu uso, aumentando o vão útil da viga, diminuindo as flechas resultantes e apresentando melhor comportamento para vibração, tornando uma alternativa interessante para projetos de estruturas de grande porte. Porém, nota-se como desvantagem a diminuição da resistência a momento fletor negativo, em comparação com vigas mistas comuns.

7.2 Sugestões para trabalhos futuros

Apesar desse trabalho ter observado inúmeros parâmetros nas vigas mistas protendidas, existem várias particularidades que devem ser observadas no seu projeto que não foram abordadas nesse trabalho. Desta forma, segue-se algumas sugestões para trabalhos futuros baseados nessa linha de pesquisa:

- Estudo de vigas mistas protendidas com interação parcial;
- Estudo de outros formatos de cabo de protensão, como parabólico;
- Estudo do comportamento de vigas mistas protendidas contínuas;

- Estudo do dimensionamento dos desviadores de cabo, presentes no traçado poligonal;
- Estudo mais aprofundado sobre o comportamento dinâmico dessas estruturas quando submetidas a cargas cíclicas;
- Estudo do dimensionamento de vigas mistas protendidas com cargas concentradas;
- Aprofundamento dos estudos de vigas mistas protendidas à flexo-compressão, observando os estados limites últimos a ocorrer e desenvolvimento de uma formulação para projeto.

Os desenvolvimentos dos temas propostos acima contribuirão ainda mais para o entendimento dessa tecnologia, abrindo caminho para a sua utilização com mais frequência e para a elaboração de procedimentos normativos.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5884: Perfil I estrutural de aço soldado por arco elétrico – Requisitos Gerais. Rio de Janeiro, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7482: Fios de aço para concreto protendido - Especificação. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7483: Cordoalhas de aço para estruturas de concreto protendido - Especificação. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8800: Projeto de estrutura de aço e de estrutura mista de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 12655: Concreto de cimento Portland — Preparo, controle, recebimento e aceitação — Procedimento. Rio de Janeiro, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 15980: Perfis laminados de aço para uso estrutural – Dimensões e tolerâncias. Rio de Janeiro, 2011.

AYYUB, B. M.; SOHN, Y. G.; SAADATMANESH, H. Prestressed composite girders under positive moment. *Journal of Structural Engineering*. New York, v. 116, n. 11, p. 2931-2951, 1990.

AYYUB, B. M.; SOHN, Y. G.; SAADATMANESH, H. Prestressed composite girders. II: analytical study for negative moment. *Journal of Structural Engineering*. New York, v. 118, n. 10, p. 2763-2782, 1992-a.

AYYUB, B. M.; SOHN, Y. G.; SAADATMANESH, H. Prestressed composite girders. I: experimental study for negative moment. *Journal of Structural Engineering*. New York, v. 118, n. 10, p. 2743-2762, 1992-b.

BRODKA, J.; KLOBUKOWSKI, J. Prestressed steel constructions. Ed.1, Berlin-Munich: Ed. Ernst und Sohn, 1969.

Centro Brasileiro de construção em aço. Estruturas Híbridas e Mistas de Aço e Concreto. Disponível em: <http://www.cbca-acobrasil.org.br/noticias-detalhes.php?cod=6155>. Acesso em: 11 out. 2019.

CHOLFE, L.; BONILHA, L. Concreto Protendido: Teoria e Prática. Ed.1, São Paulo: Ed. Pini, 2013.

DALL'ASTA, A.; ZONA, A. Finite element model for externally prestressed composite beams with deformable connection. *Journal of Structural Engineering*. New York, v.131 (5), p. 706–714.

DALY, A.F.; WITARNAWAN, W. Strengthening of bridges using external post-tensioning. In: Conference of Eastern Asia Society for Transportation Studies. 2nd, 1997, October, Seoul, South Korea, 1997, p. 29–31.

DALY, A. F.; WITARNAWAN, W. A method for increasing the capacity of short and medium span bridges. In: REAAA (Road Engineering Association of Asia and Australasia) Conference, 10th, 2000, September 4-9, Tokyo, Japan, 2000. p. 11.

DUNKER, K. F. Strengthening of simple span composite bridges by post-tensioning. 1985. 247p. Tese de Doutorado em Engenharia civil na área de engenharia estrutural - Iowa State University, IOWA, 1985

EL-ZOHAIRY, A.; SALIM, H.; SHAABAN, S.; MUSTAFA, A.; EL-SHIHY, A. Finite-element modeling of externally posttensioned composite beams, *Journal of Bridge Engineering*. v.20 (12), 2015.

EL-ZOHAIRY, A. SALIM H. Parametric study for post-tensioned composite beams with external tendons. *Advances in Structural Engineering*.v. 20(10), p.1433–50, 2017.

FAKURY, R. H.; SILVA, A. L. R. C.; CALDAS, R. B. Dimensionamento de elementos estruturais de aço e mistos de aço e concreto. Ed. 1. São Paulo:Ed. Pearson, 496p, 2016.

FILHO, M. L. de M. Protensão em pontes de vigas mistas em aço e concreto. 111p. Projeto de Graduação em Engenharia Civil – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

GONÇALVES, R. M. Alguns aspectos relativos à inspeção e recuperação de pontes de aço: ênfase em pontes ferroviárias. 1992. 309p. Tese de Doutorado em Engenharia de Estruturas - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 1992.

HANAI, J.B. de. Fundamentos do concreto protendido. Ed.1. São Carlos, 109p. 2005

HOADLEY, P. G, "Behavior of prestressed composite steel beams". *Journal of the Structural Division*, ASCE, 89(3), pp. 21-34, 1963.

ISHINATI, H.; França, R. L. e S. Concreto protendido: fundamentos iniciais. Ed.1. São Paulo. 2002.

JOHNSON, R. P. Composite Structures of Steel and Concrete: Beams, slabs, columns and frames for buildings. Ed. 3. Londres:Blackwell Publishing, 230p, 2004.

LAM, D. Composite steel beams with precast hollow core slabs: behavior and design. *Progress in Structural Engineering and Materials*. v.4. p.179-185, 2002

LOU, T.; LOPES, S.M.R.; LOPES, A.V. Numerical modeling of externally prestressed steel-concrete composite beams. *Journal of Constructional Steel Research*. v.121, p.229-236, 2016.

LOU, T.; KARAVASILIS, T.L. Numerical assessment of the nonlinear of continuous prestressed steel-concrete composite beams. *Engineering Structures*, v.190, p. 116-127, 2019.

LORENC, W.; KUBICA, E. Behavior of composite beams prestressed with external tendons: experimental study. *Journal of Constructional Steel Research*, v.62, p.1353-1366, 2006.

NARDIN, S. de; SOUZA, A. S. C. de; PEREIRA, M. F; SERAFIM, J. A. Análise comparativa de soluções de pilares para galpões: pilares de aço, pré-moldados e mistos de aço e concreto. In: CONSTRUMETAL 2012 -CONGRESSO LATINO-

AMERICANO DA CONSTRUÇÃO METÁLICA, São Paulo, SP/Brasil, 14 a 16 de agosto de 2012, 2012, 24 f.

NELSEN, A. C. H. Comportamento estrutural de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa. 2013. 194f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) – Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil. Universidade Federal de São Carlos, São Carlos-SP.

NELSEN, A. C. H.; Souza, A. S. C de. Vigas mistas de aço e concreto com protensão externa: conceitos e aplicações. In: CONSTRUMETAL 2012 - CONGRESSO LATINO-AMERICANO DA CONSTRUÇÃO METÁLICA, São Paulo, 14 a 16 de agosto de 2012, 2012.

NUNZIATA, V.; Strutture in acciaio precompresso. 2. ed. Palermo: Dario Flaccovio, 2004. 229 p. (in Italian).

PERLINGEIRO, M. S. P. L. Modelo para análise de estruturas de pontes segmentadas de concreto com protensão externa. 2006. 160p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programas de Pós-Graduação em Engenharia. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Rio de Janeiro-RJ.

REGAN, R. S. An analytical study of the behavior of prestressed composite beams. 96p. Dissertação de mestrado - Rice University, Houston. 1966

RIBEIRO, K. D. Análise e dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa. 2018. 180p. Dissertação de mestrado em Engenharia Civil na área de Estruturas – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2018.

SAADATMANESH, H.; ALBRECHT, P.; AYYUB, B. M. Analytical study of prestressed composite beams. Journal of Structural Engineering, v. 115, n. 9, p. 2364-2381, Sep. 1989-a.

SAADATMANESH, H.; ALBRECHT, P.; AYYUB, B. M. Experimental study of prestressed composite beams. Journal of Structural Engineering, v. 115, n. 9, p. 2348-2363, Sep. 1989-b.

SAADATMANESH, H.; ALBRECHT, P.; AYYUB, B. M. Guidelines for flexural design of prestressed composite beams. Journal of Structural Engineering, v. 115, n. 11, p. 2944-2961, Nov. 1989-c.

SOUZA, A. S. C.; NELSEN, A. C. H.; MAIA, W. F. de.; NARDIN, S. Estudo paramétrico do comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas. *Revista da Estrutura de Aço*, v. 2, n. 3, p. 186 - 205, Dez. 2013.

STRASS, J. C. An experimental and analytical study of prestressed composite beams. 98p. Dissertação de mestrado - Rice University, Houston, 1964.

TROITSKY, M. S. Prestressed steel bridges: theory and design. 16th ed. New York: Van Nostrand Reinhold, 1990. 386p.

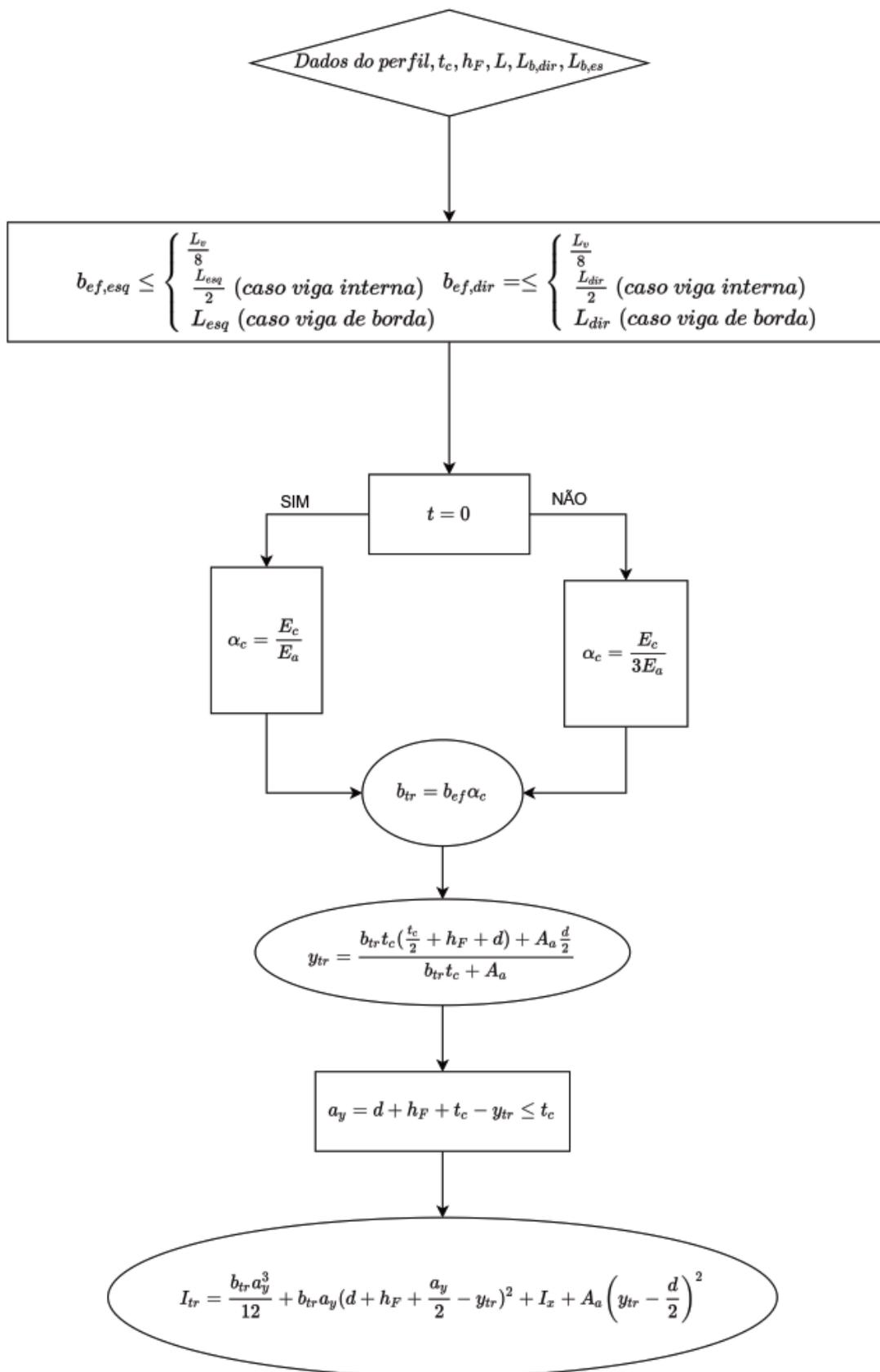
UY, B.; CRAINE, S. Static flexural behavior of externally post-tensioned steel-concrete composite beams. *Advances in Structural Engineering*. v. 7(1), p. 1–20, 2004.

VITÓRIO, J. A. P.; BARROS, R. C. de. Reforço e Alargamento de Pontes Rodoviárias com a Utilização de Protensão Externa. In: Congresso Internacional sobre Patologia e Reabilitação de Estruturas, 7, 2011, Fortaleza.

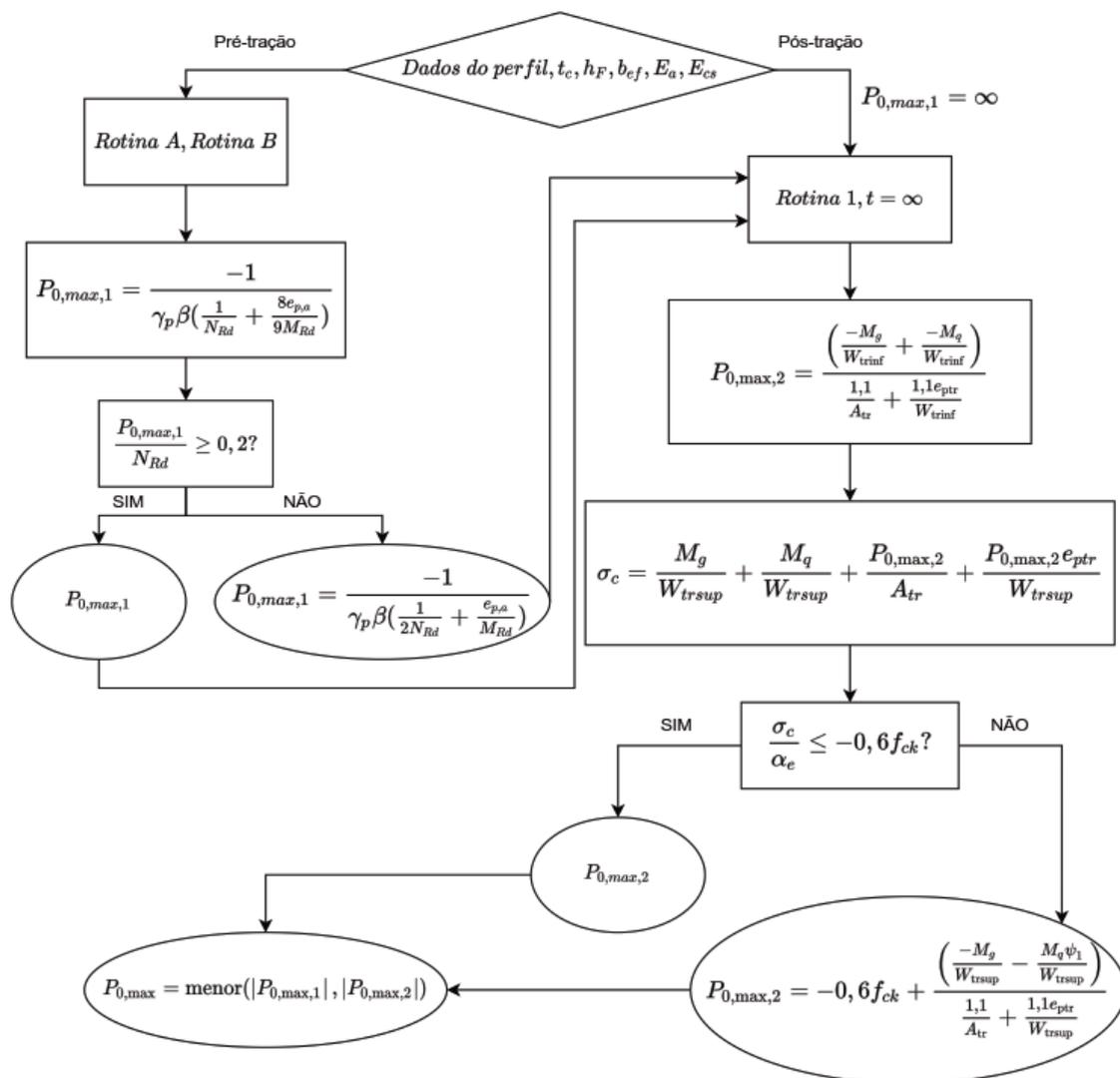
WAYAR, A. M. M. Análise numérica de vigas mistas aço-concreto pelo método dos elementos finitos: Protensão Externa. 124p. Dissertação de mestrado em Engenharia Civil – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

APÊNDICE A – ROTINAS DE CÁLCULO

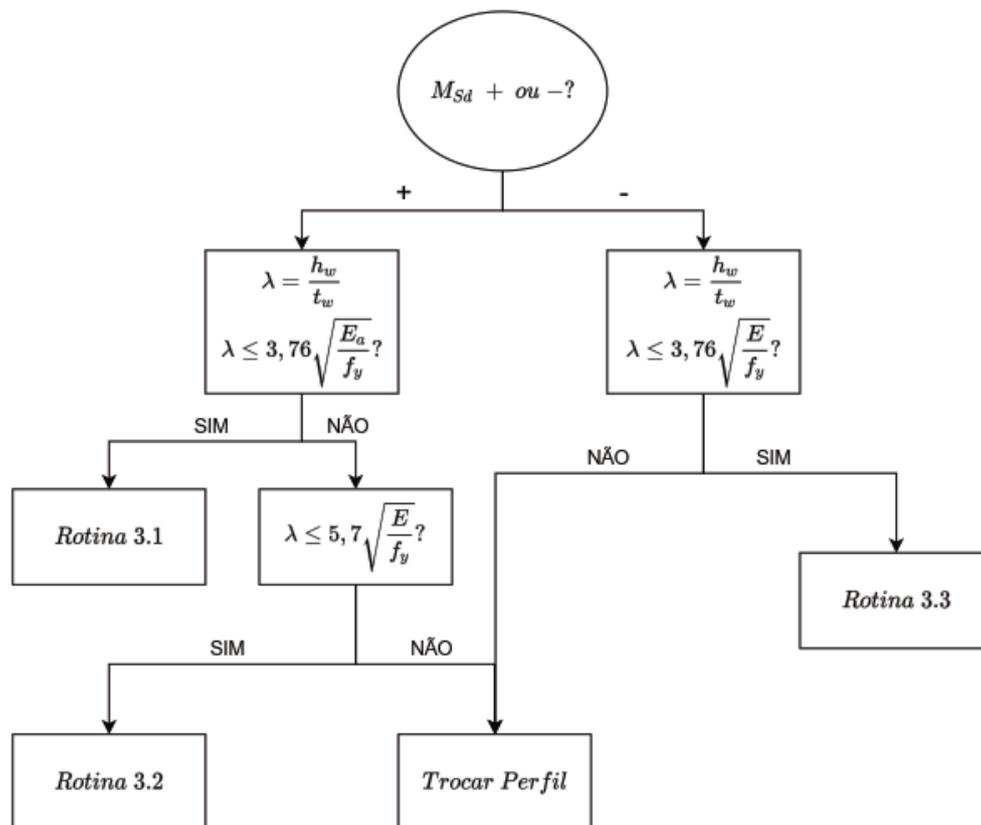
Rotina 1 - Cálculo da LNE da Seção Transformada



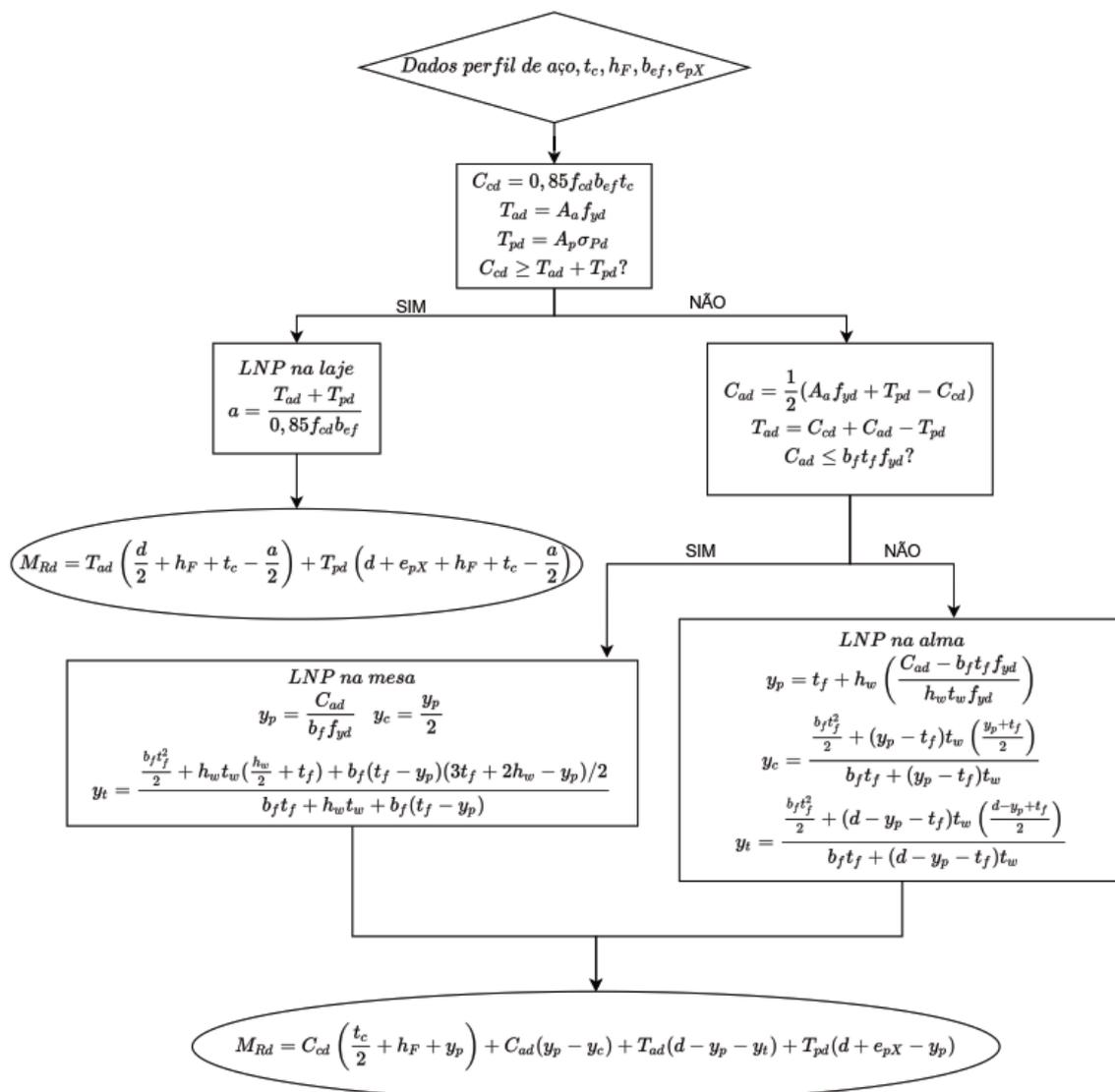
Rotina 2 - Cálculo da Força Máxima de Protensão Máxima



Rotina 3 - Cálculo do Momento Resistente de Cálculo da Viga Mista Protendida

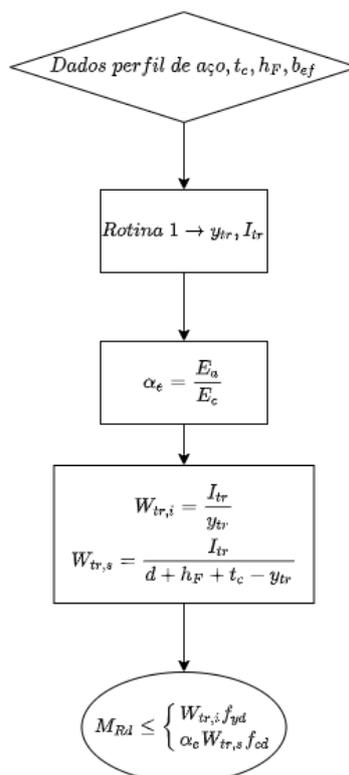


Rotina 3.1 - Cálculo do Momento Resistente de Cálculo Positivo da Viga Mista Protendida Compacta



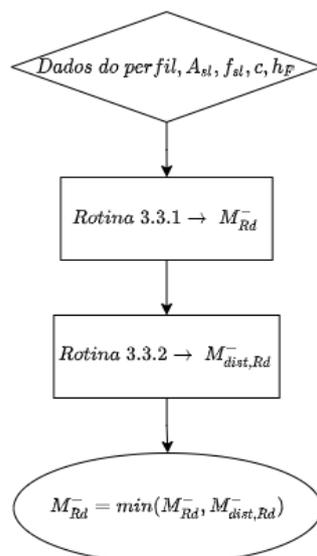
05/02/2020

Rotina 3.2 - Momento Resistente de Cálculo Positivo da Viga Mista Protendida Semicompacta

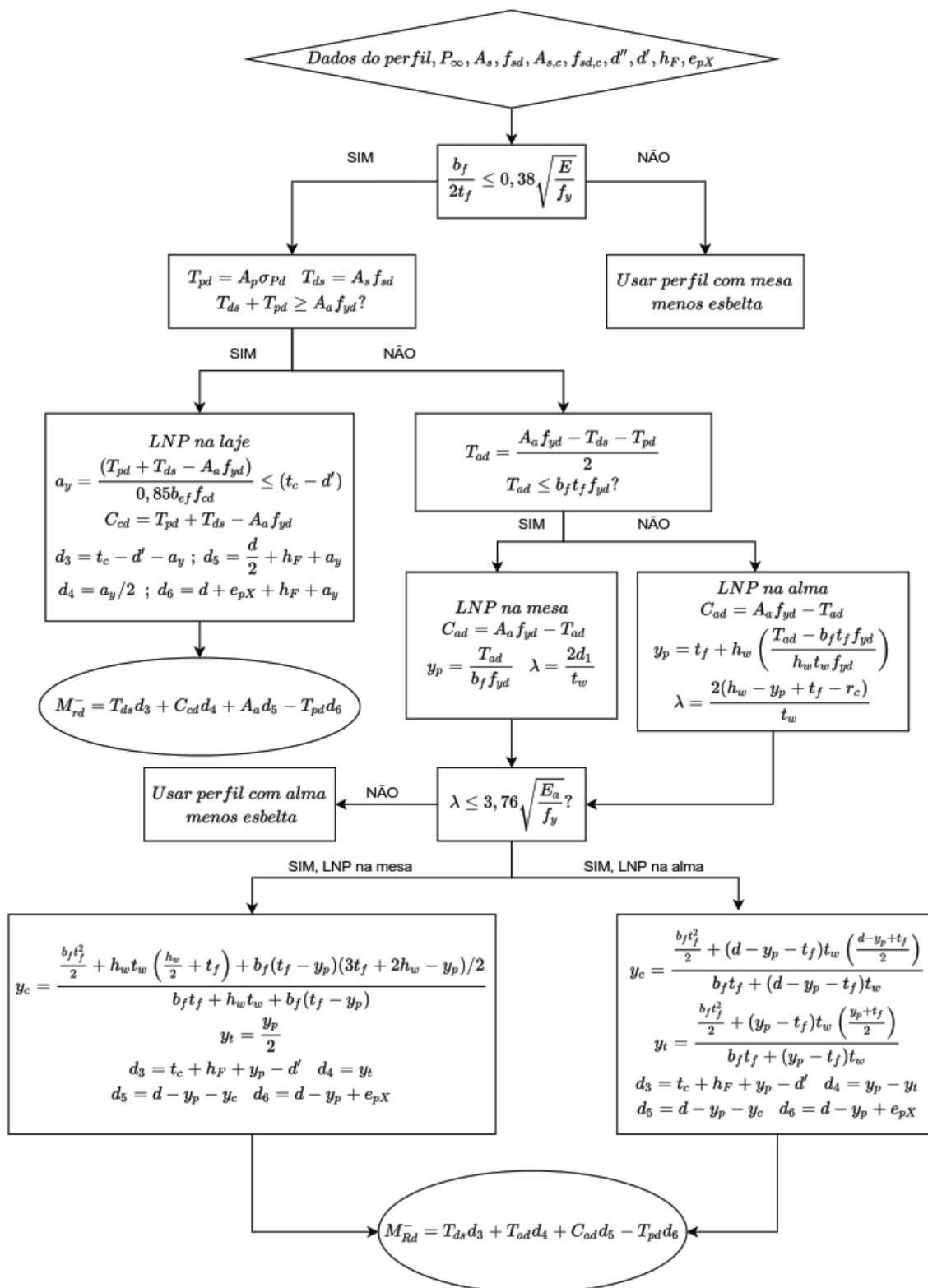


05/02/2020

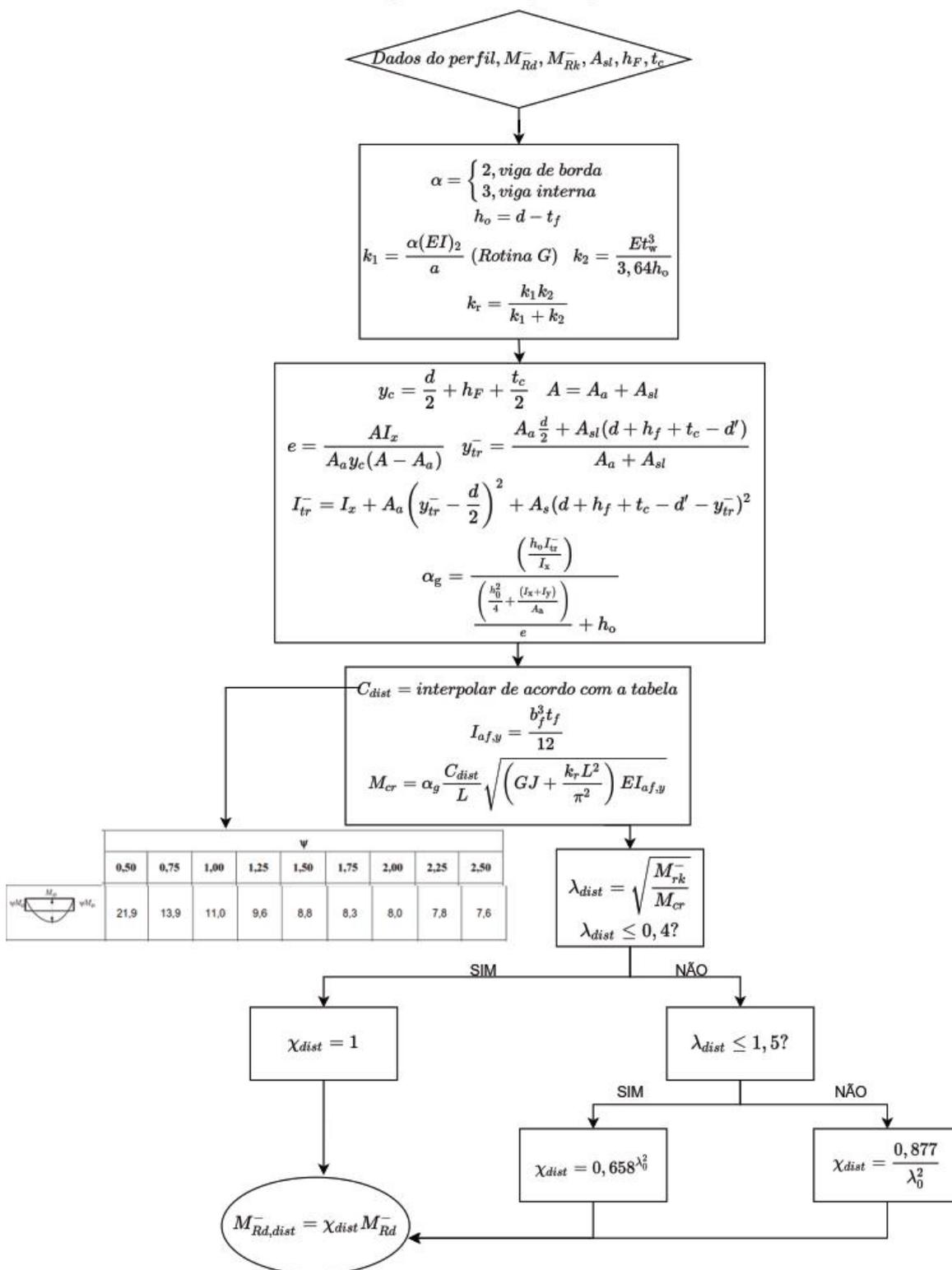
Rotina 3.3 - Cálculo do Momento Fletor Resistente de Cálculo Negativo da Viga Mista



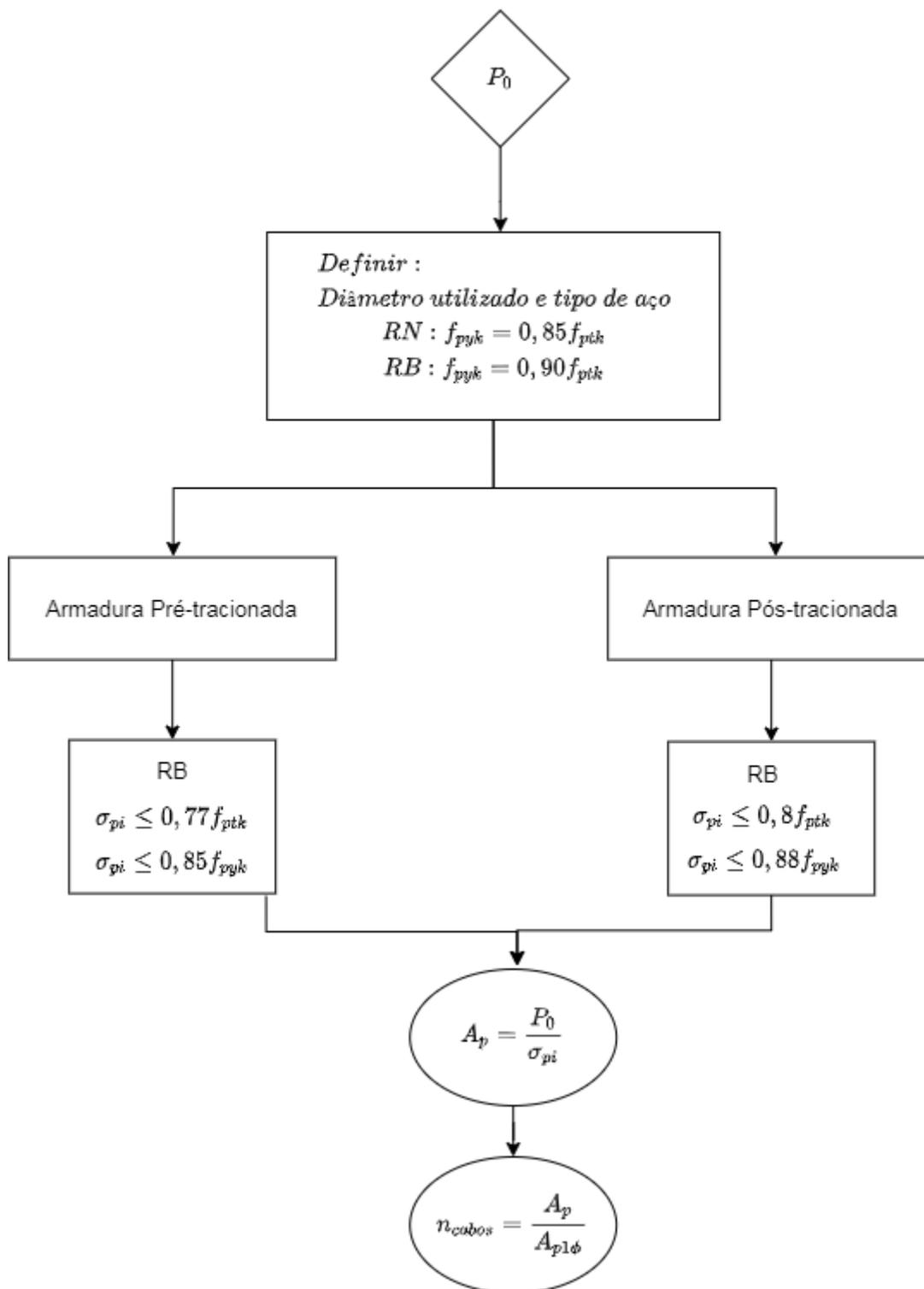
Rotina 3.3.1 - Momento Resistente de Cálculo Negativo da Viga Mista Protendida em Análise Plástica



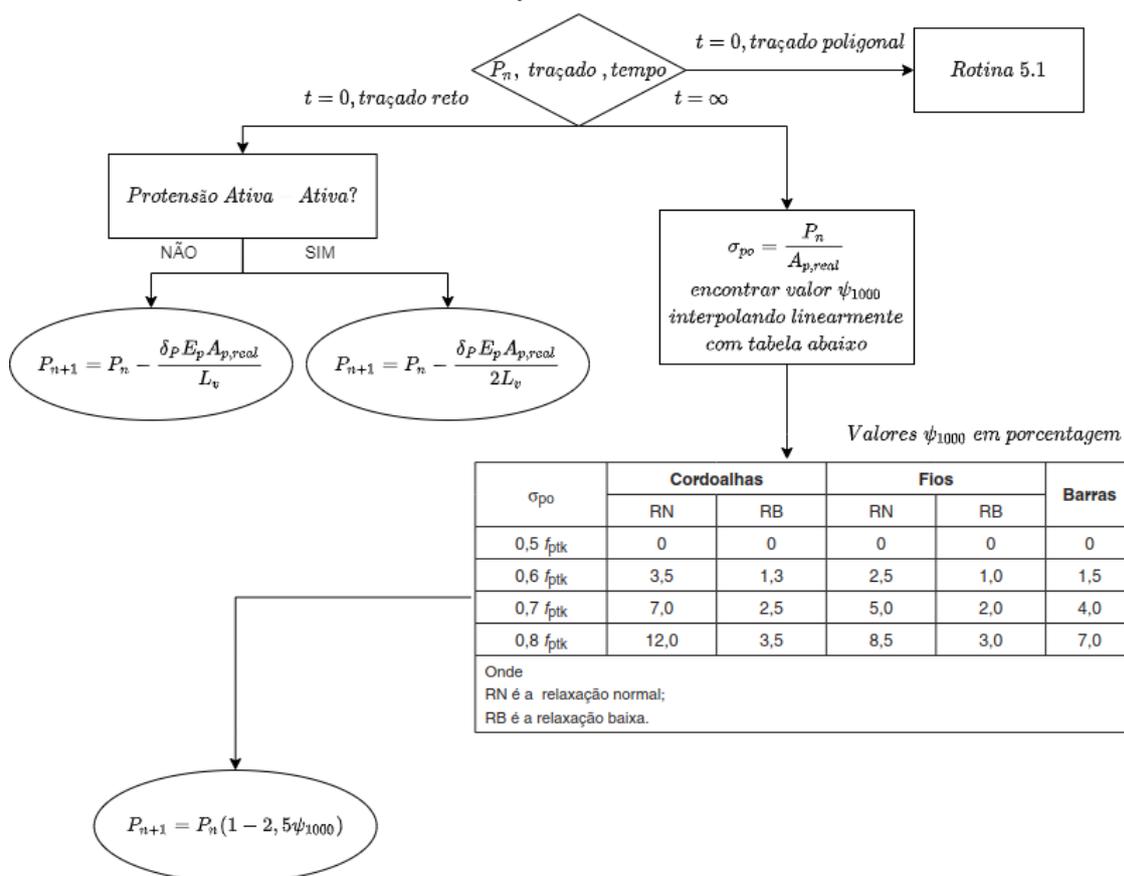
Rotina 3.3.2 - Momento Resistente de Cálculo Negativo da Viga Mista Compacta para FLD



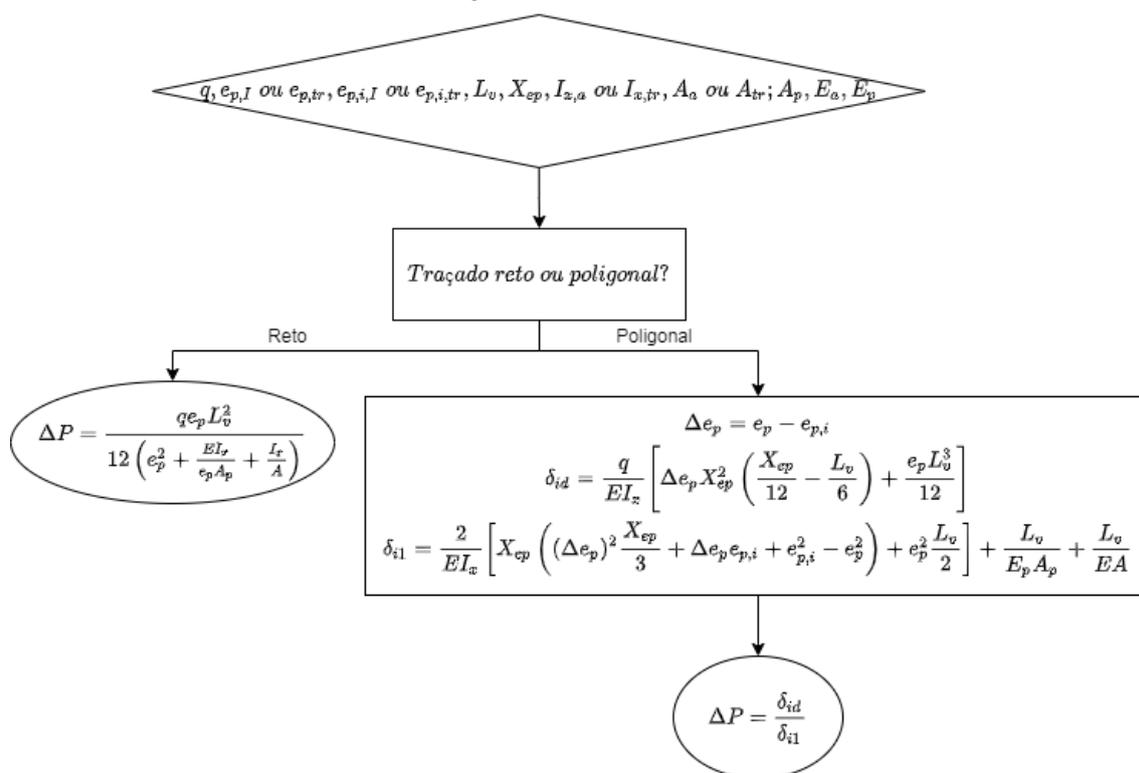
Rotina 4 - Cálculo da Armadura de Protensão



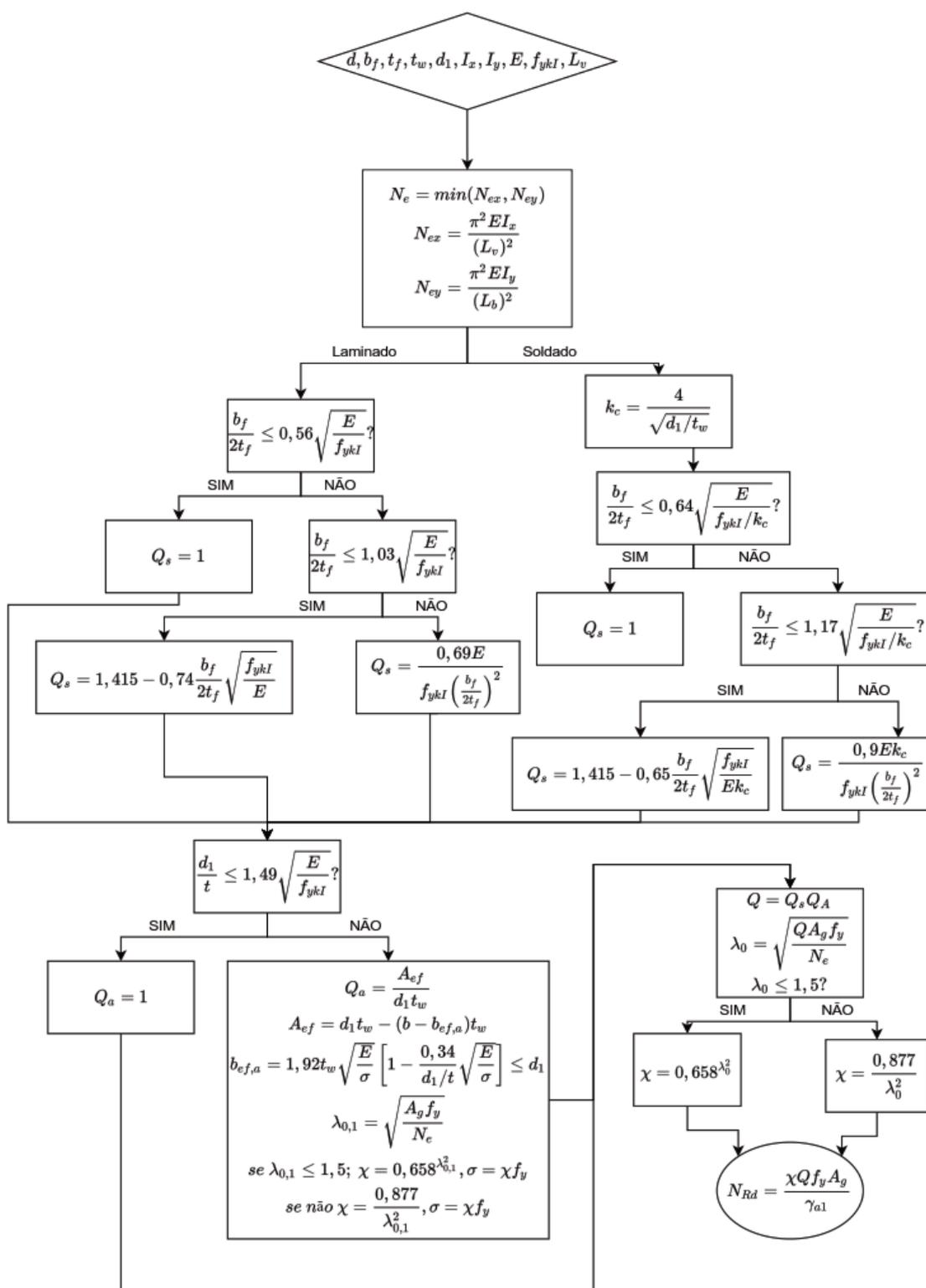
Rotina 5 - Cálculo da perda da força de protensão



Rotina 6 - Cálculo do incremento da força de protensão

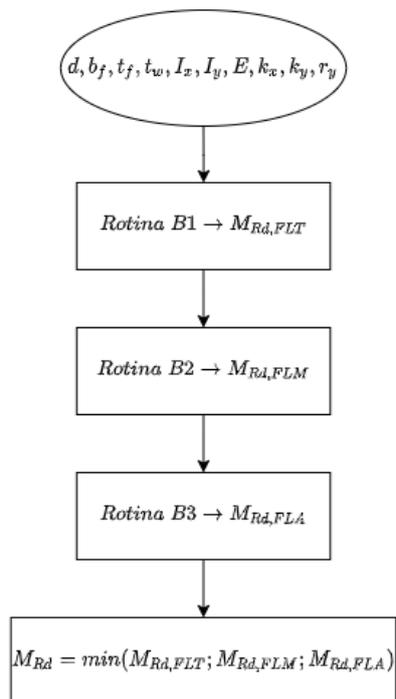


Rotina A - Cálculo da Força de Compressão Resistente de Cálculo do Perfil de Aço



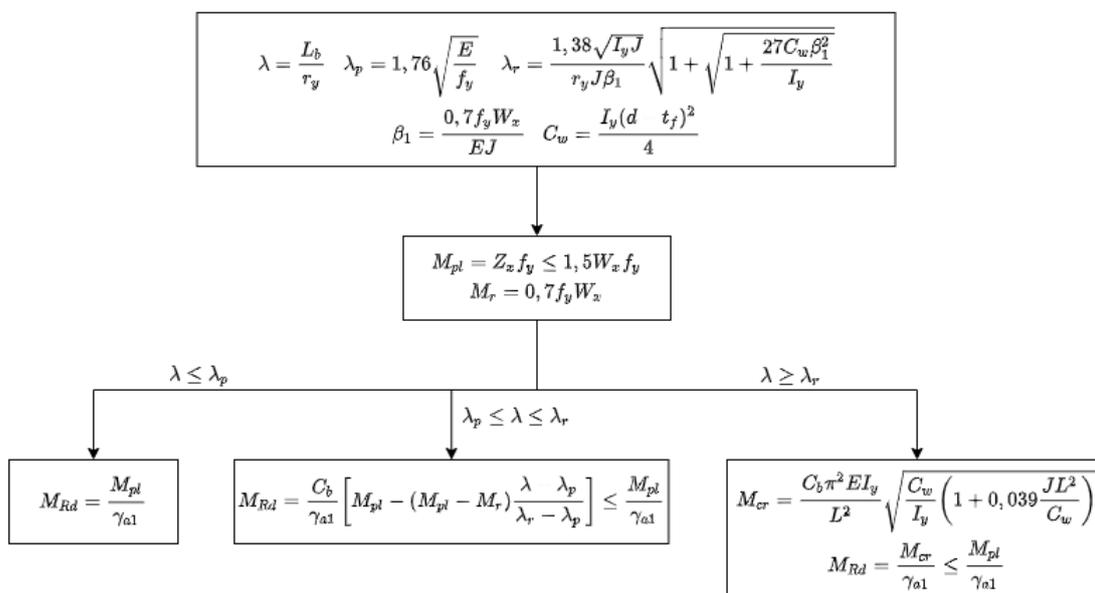
05/02/2020

Rotina B - Cálculo do Momento Resistente de Cálculo do Perfil de Aço



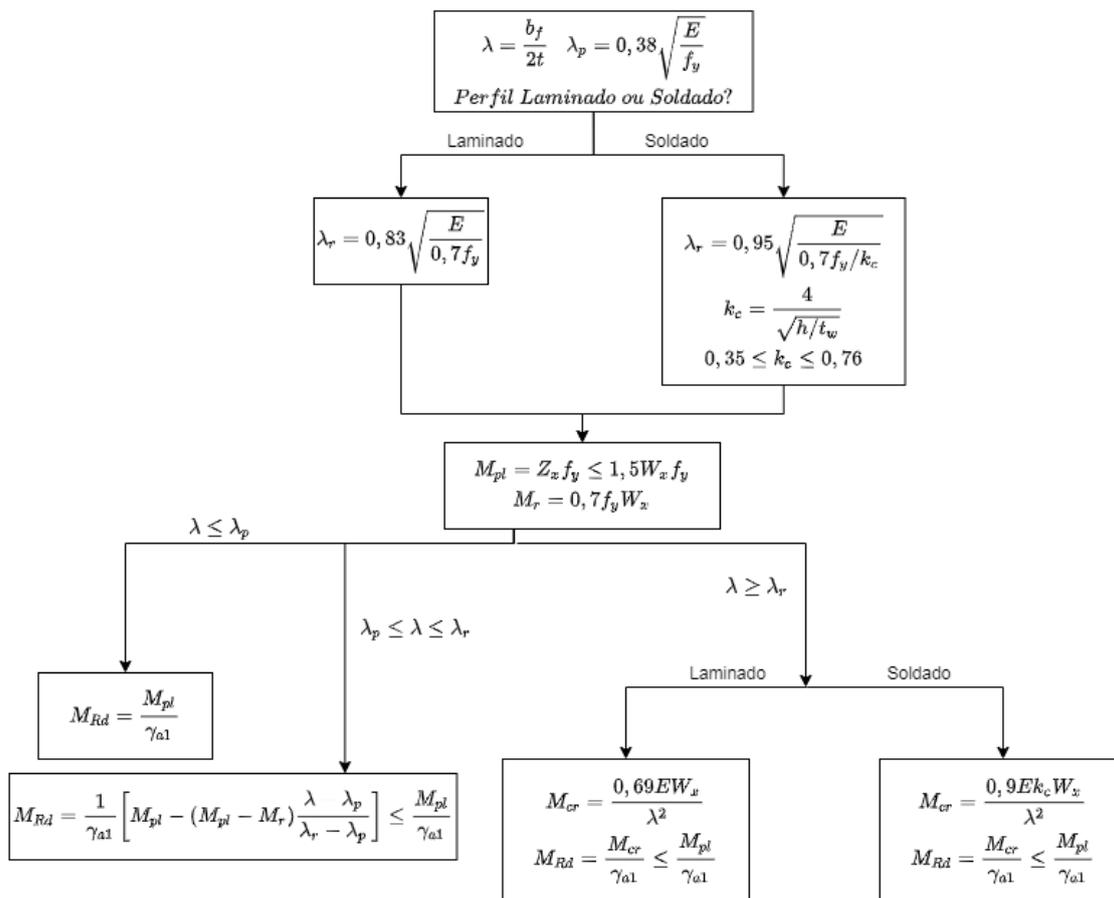
05/02/2020

Rotina B.1



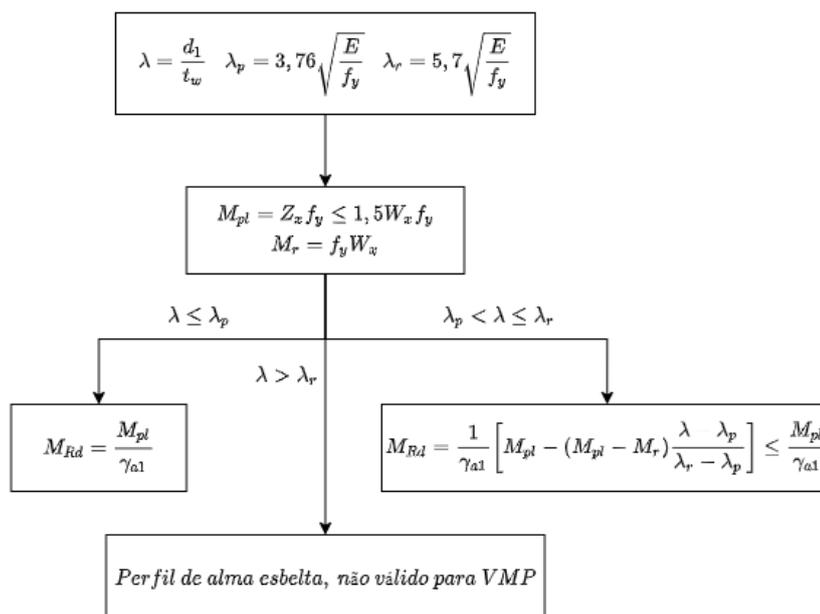
05/02/2020

Rotina B2

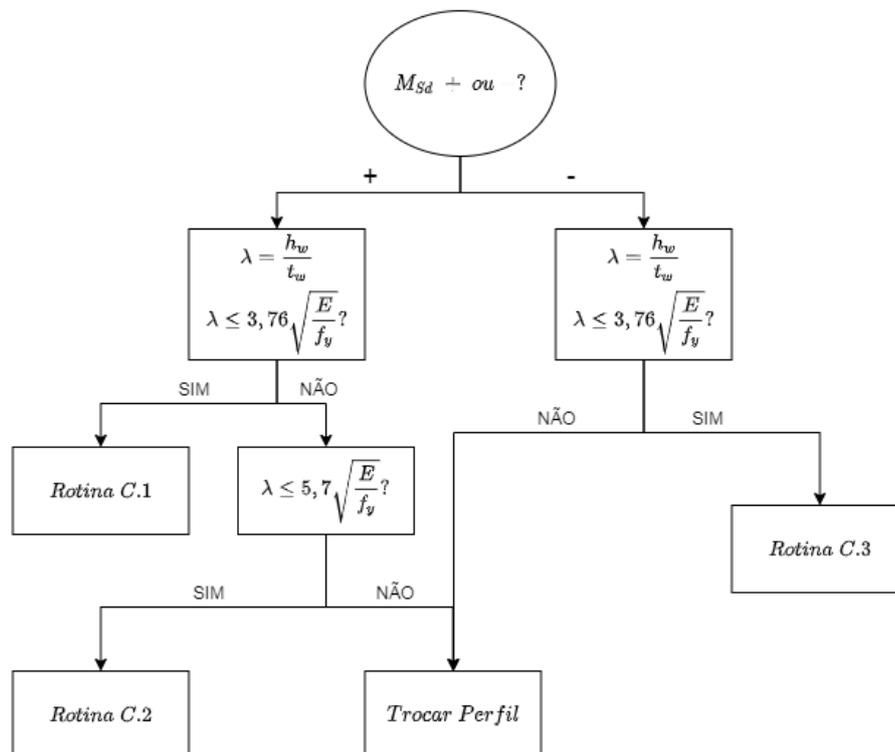


08/01/2020

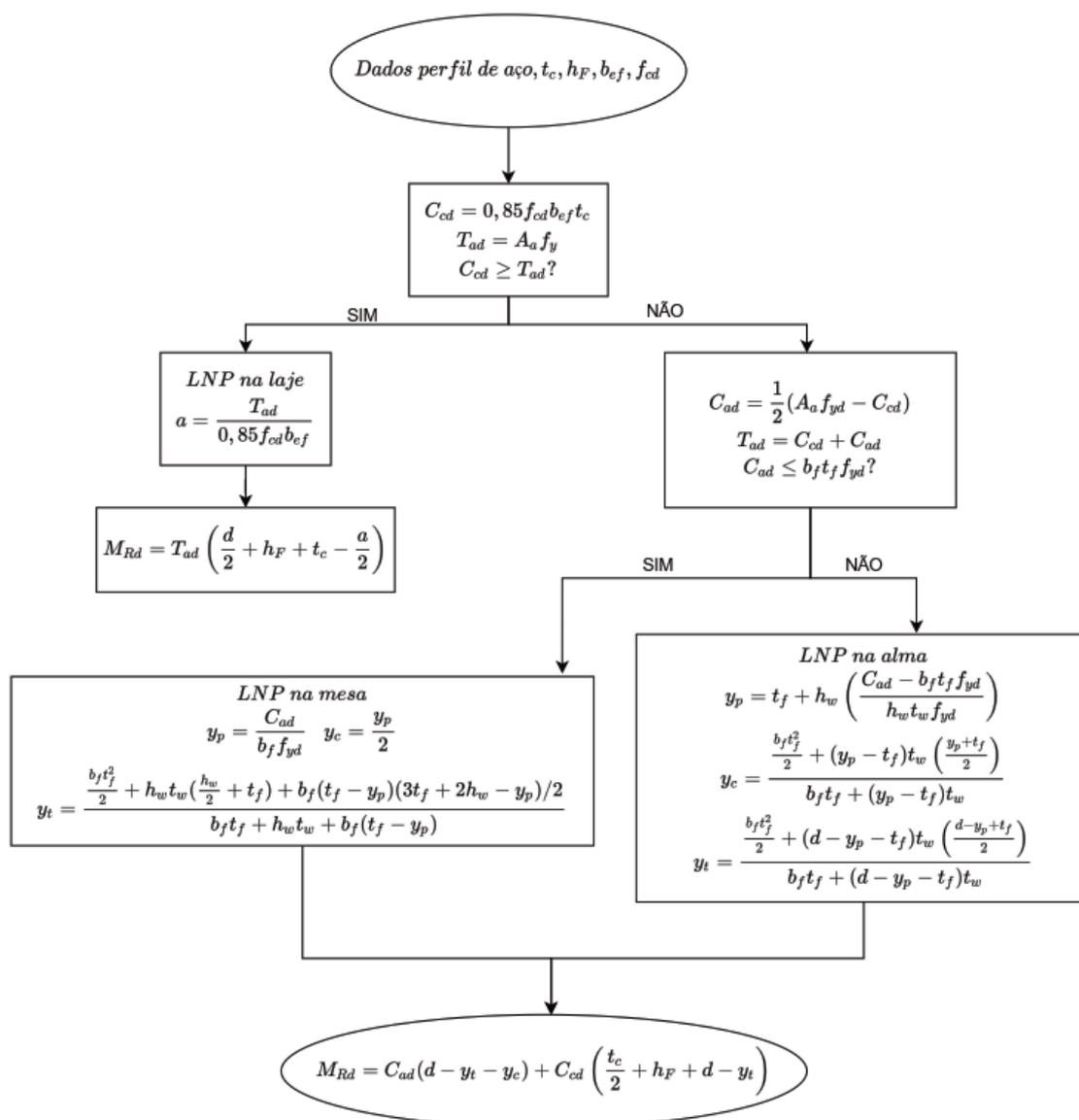
Rotina B.3



09/01/2020

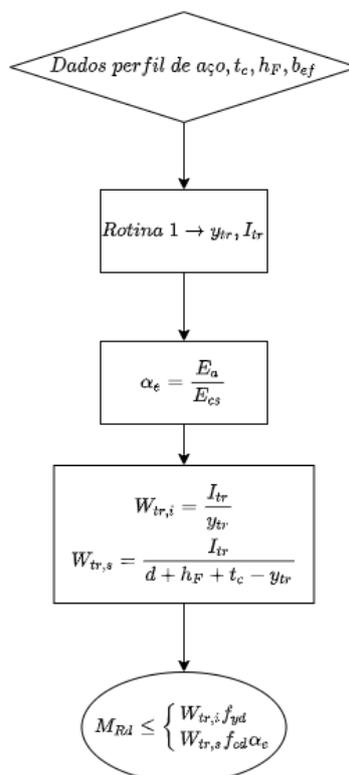
Rotina C - Cálculo do Momento Resistente de Cálculo da Viga Mista

Rotina C.1 - Cálculo do Momento Resistente de Cálculo Positivo da Viga Mista Compacta



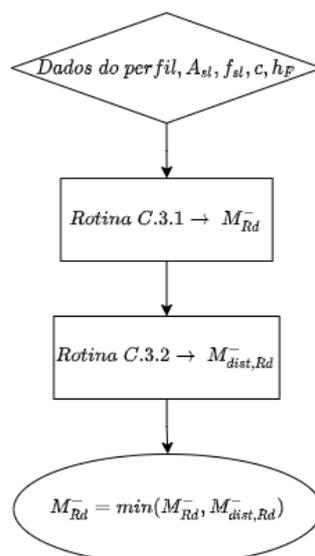
05/02/2020

Rotina C.2 - Momento Resistente de Cálculo Positivo da Viga Mista Semicompacta

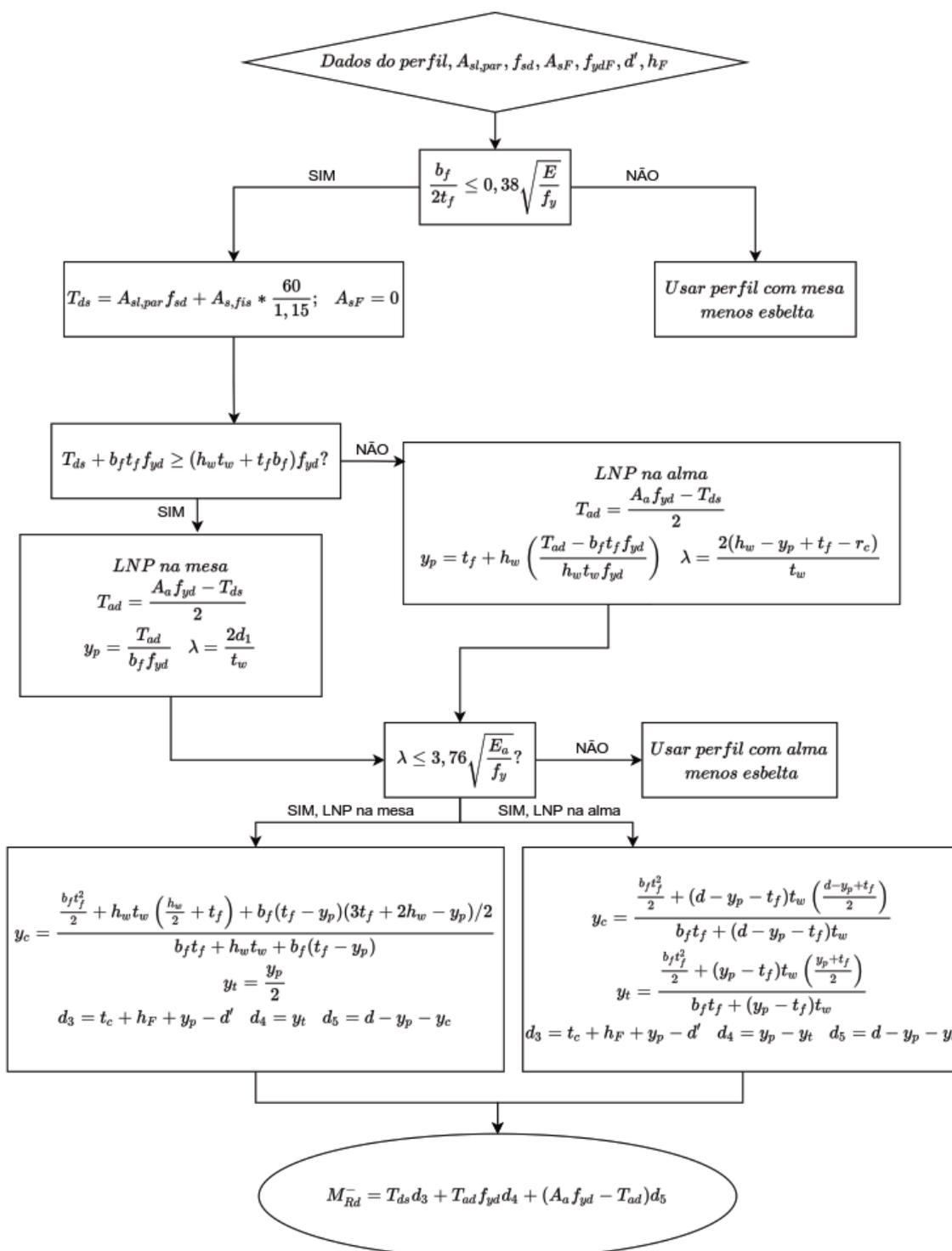


05/02/2020

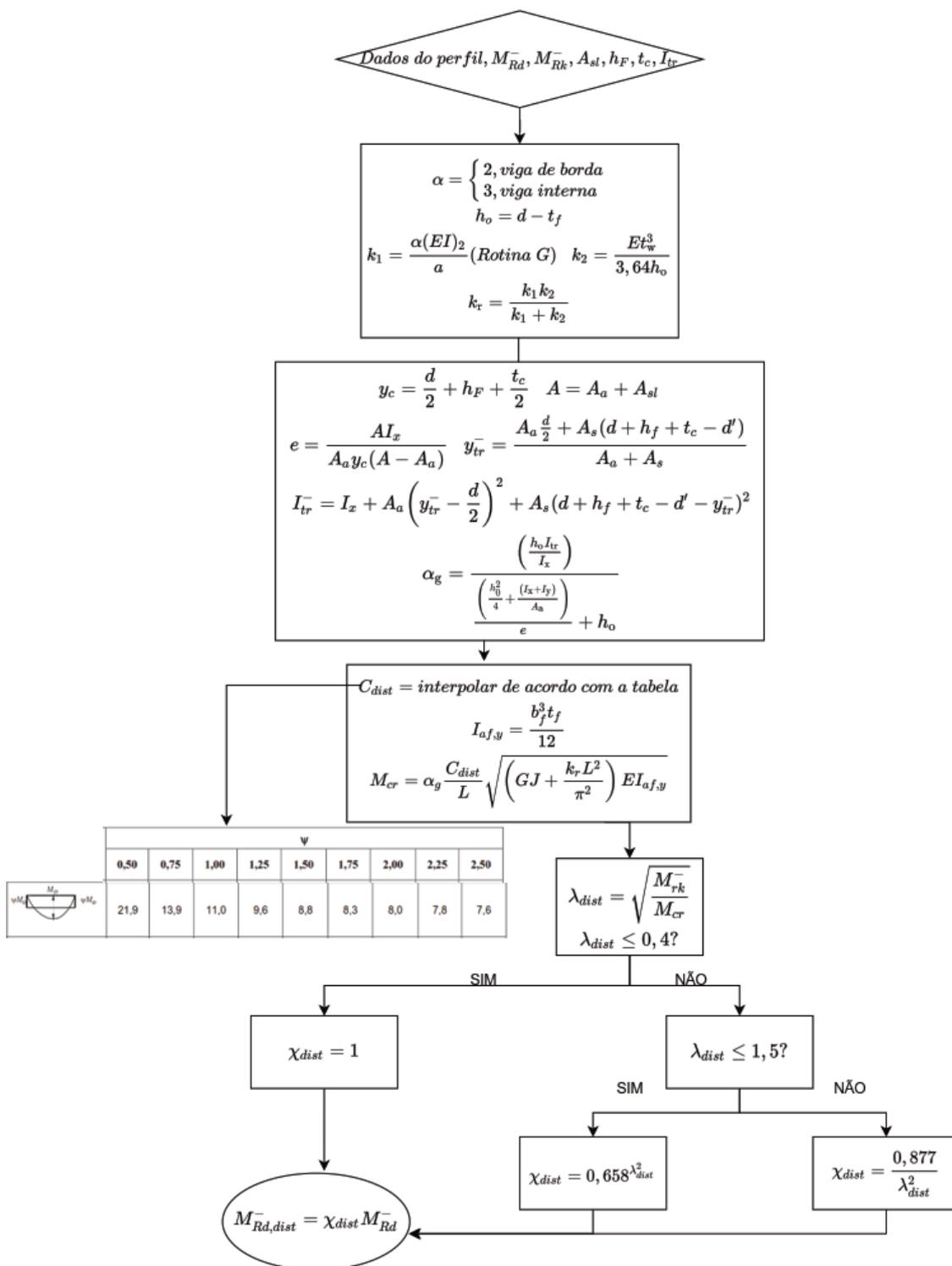
Rotina C.3 - Cálculo do Momento Fleitor Resistente de Cálculo Negativo da Viga Mista



Rotina C.3.1 - Momento Resistente de Cálculo Negativo da Viga Mista Compacta em Análise Plástica

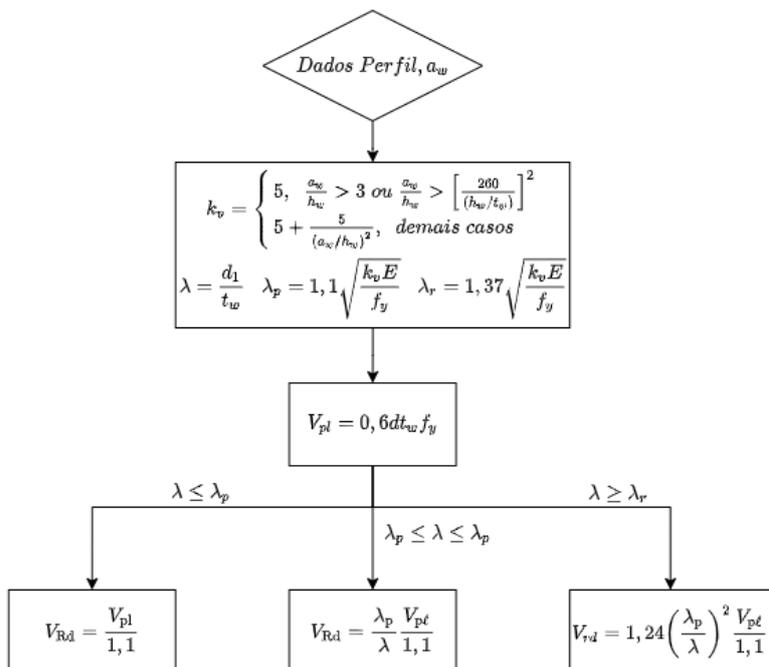


Rotina C.3.2 - Momento Resistente de Cálculo Negativo da Viga Mista Compacta para FLD



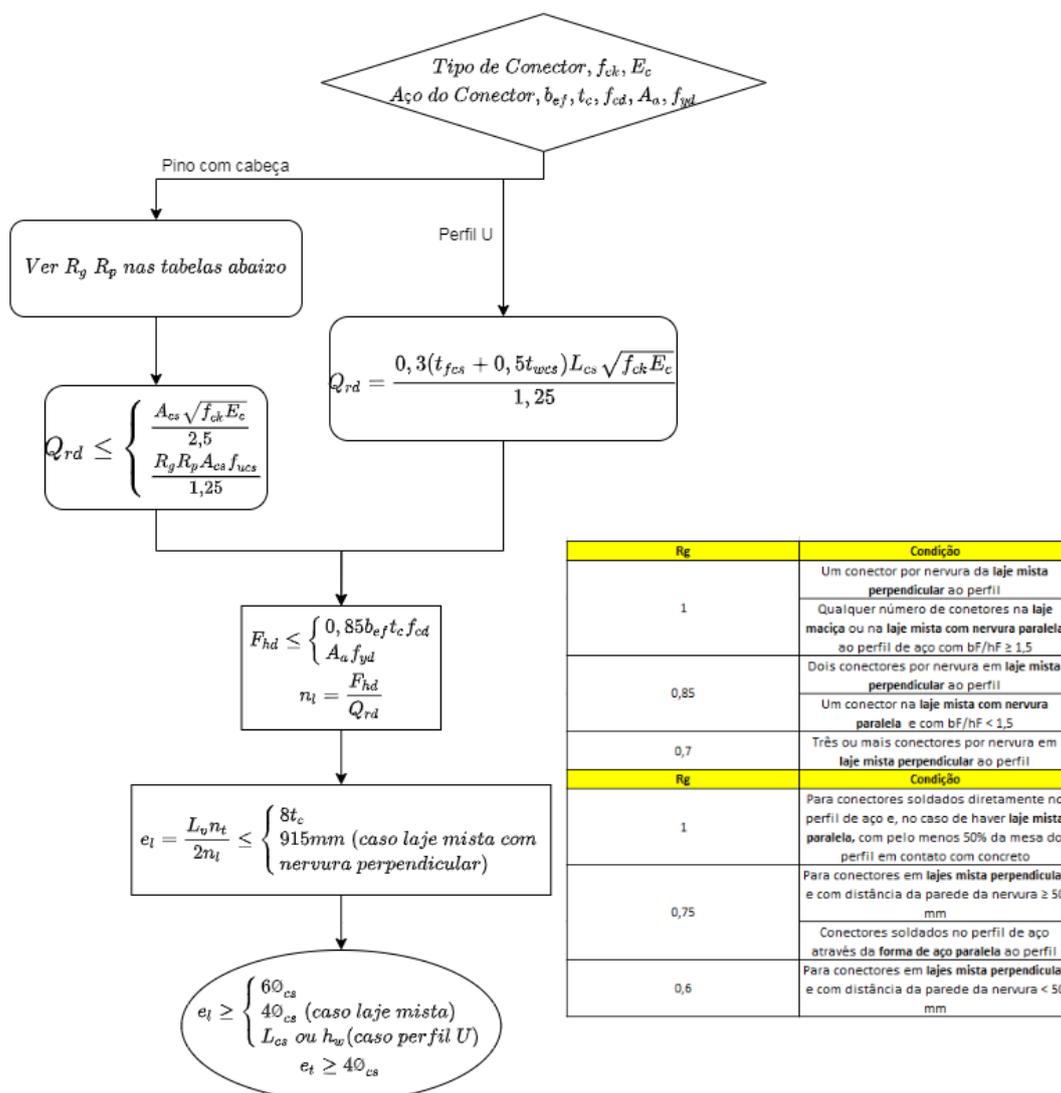
16/01/2020

Rotina D - Força Cortante Resistente de Cálculo



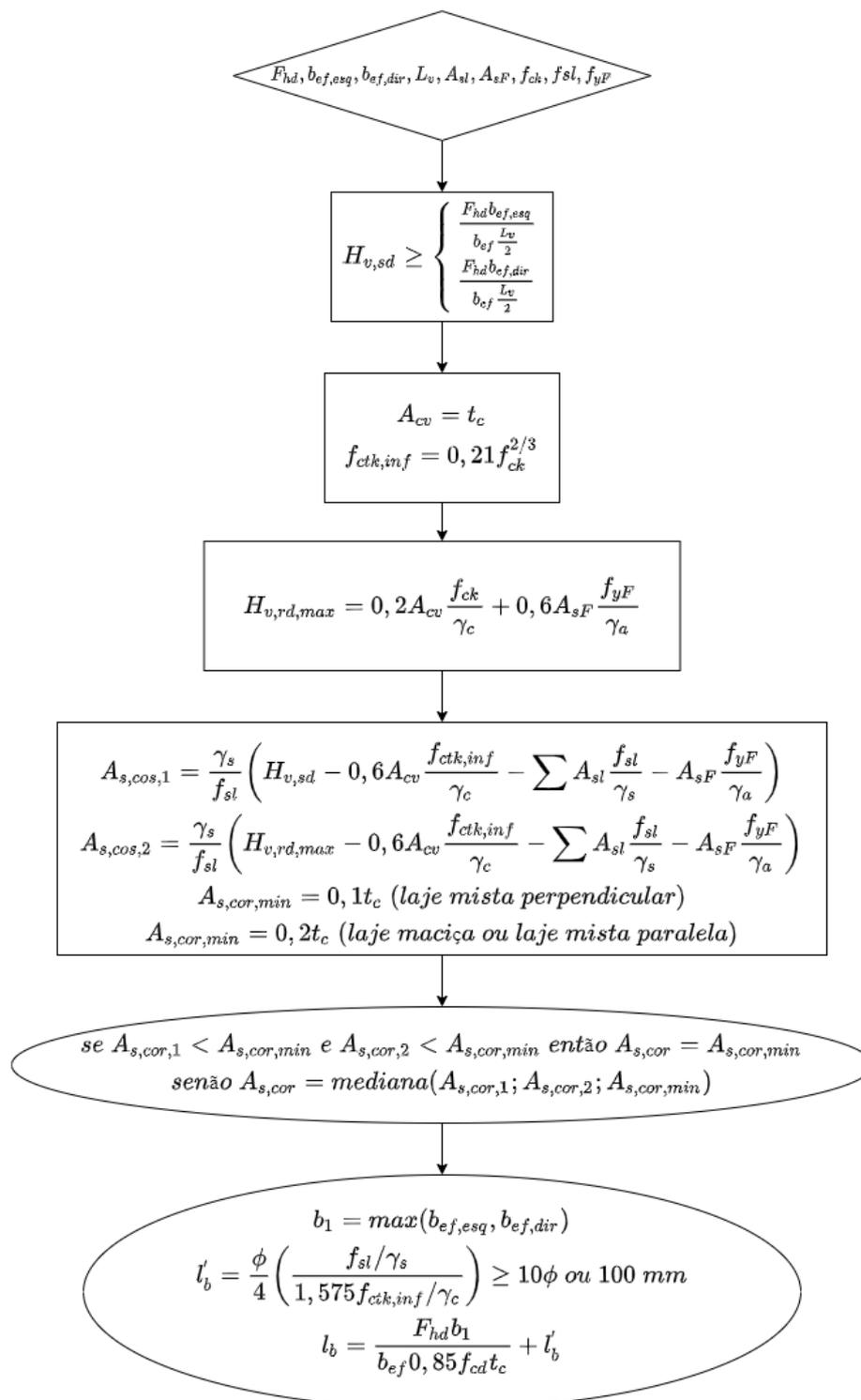
19/06/2020

Rotina E - Dimensionamento dos conectores

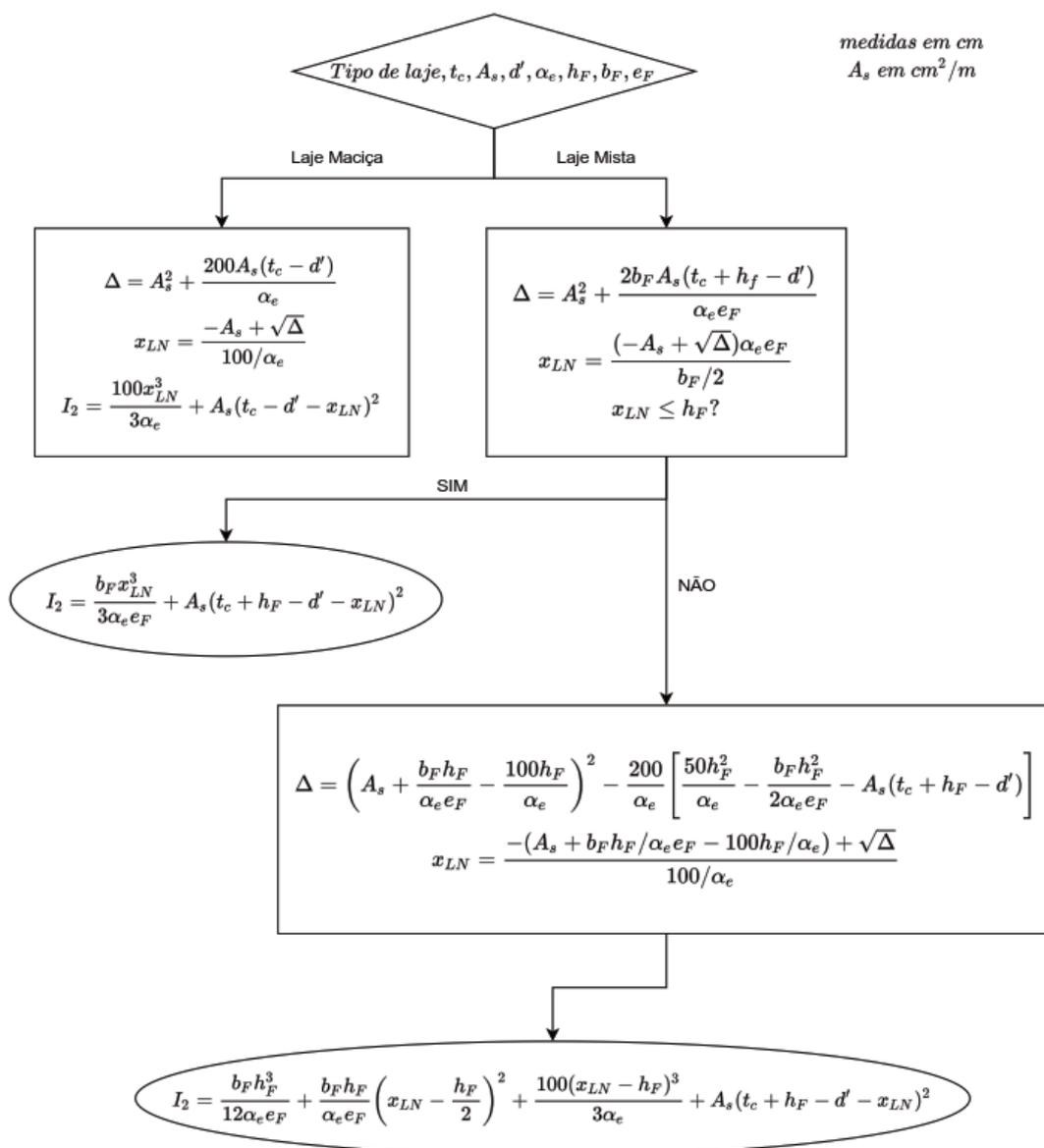


24/07/2020

Rotina F - Dimensionamento da armadura de costura

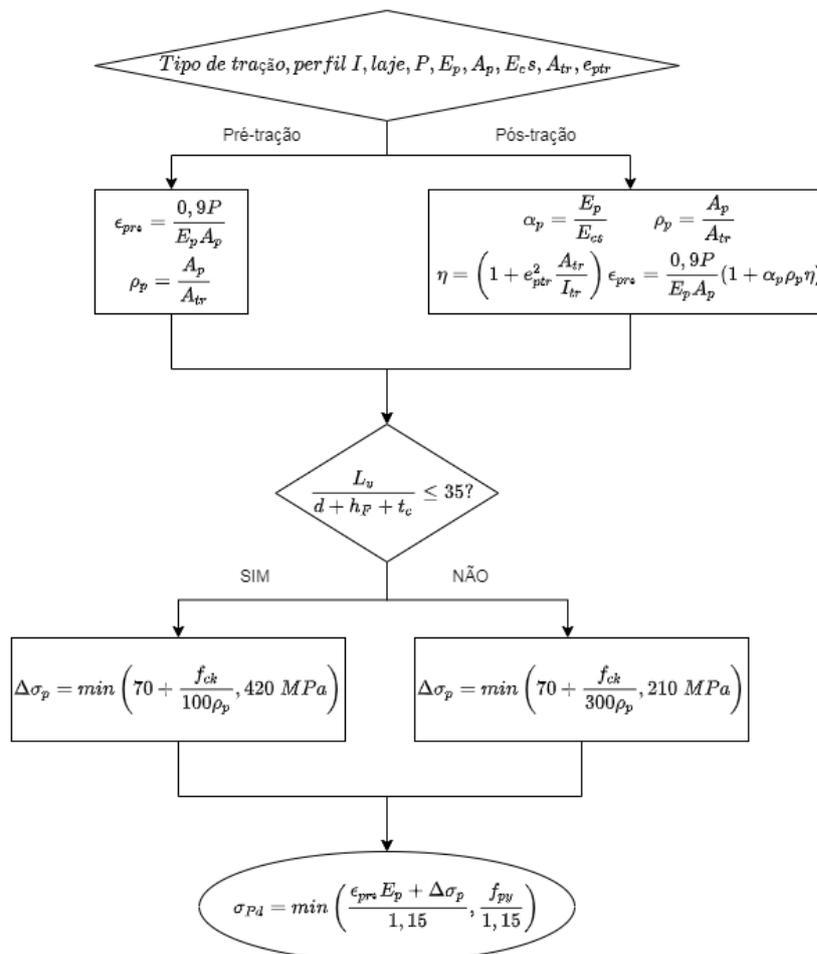


Rotina G - Cálculo do momento de inércia da laje por metro



17/08/2020

Rotina H - Cálculo da tensão de cálculo no cabo de protensão para ELU da VMP



APÊNDICE B – PRIMEIRO EXEMPLO DE AFERIÇÃO

EXEMPLO DE CÁLCULO DE VIGA MISTA PRÉ-TRACIONADA, TRAÇADO RETO.

Tabela 42 – Dados iniciais do exemplo aferido

Protensão	Traçado Reto Pré-tração $ep = - 50 \text{ mm}$ $E_p = 200 \text{ GPa}$ $n_{coP} = 3$ $\delta P = 6 \text{ mm}$ Aço CP-190RB Bainha: Polipropileno Lubrificada Protensão Ativa-Passiva
Asl	$Asl,pa,inf = Asl,pe,inf = Asl,pa,sup = Asl,pe,sup = 5 \text{ cm}^2/\text{m}$ $As, fis = 1,96 \text{ cm}^2/\text{m}$ $d' = 20 \text{ mm}$ Aço CA-50
Geometria	$L_v = 12000 \text{ mm}$ $L_{esq} = 3000 \text{ mm}$, viga interna $L_{dir} = 3000 \text{ mm}$, viga interna $L_b = 3000 \text{ mm}$ $a = 0$ (sem enrijecedores)
Laje	Maciça $t_c = 130 \text{ mm}$ Agregado: Granito C30 $E_{cs} = 26838 \text{ MPa}$
Perfil I	Laminado W 360 x 57,8 Aço A572 Gr.50 $E_a = 200 \text{ GPa}$
Cargas	Carga Permanente = 2 kN/m^2 Carga Variável = 5 kN/m^2 Carga de Construção = 1 kN/m^2 $\psi_1 = 0,6$ $\psi_2 = 0,4$ Uso residencial ou comercial Construção não escorada Combinação de serviço: Quase permanente
Conectores	Perfil U formado a frio $75 \times 40 \times 4,75$ $L_{cs} = 50 \text{ mm}$ Aço ZAR 280

Fonte: Autor (2021)

1) Rotina E – Dimensionamento de conectores:

$$b_{ef,esq} \leq \begin{cases} \frac{1200}{8} = 150 \text{ cm} \\ \frac{3000}{2} = 150 \text{ cm} \\ 300 \text{ cm} \end{cases} = 150 \text{ cm}$$

$$b_{ef,dir} \leq \begin{cases} \frac{1200}{8} = 150 \text{ cm} \\ \frac{3000}{2} = 150 \text{ cm} \\ 300 \text{ cm} \end{cases} = 150 \text{ cm}$$

$$b_{ef} = b_{ef,dir} + b_{ef,esq} = 150 + 150 + 300 \text{ cm}$$

$$Q_{rd} = \frac{0,3 * (0,475 + 0,5 * 0,475) * 5 * \sqrt{3} * 2683,8}{1,25} = 76,72 \text{ kN}$$

$$F_{hd} \leq \begin{cases} 0,85 * 300 * 13 * \frac{3}{1,4} = 7103,57 \text{ kN} \\ 72,5 * \frac{34,5}{1,1} = 2273,86 \text{ kN} \end{cases} = 2273,86 \text{ kN}$$

$$n_l = 2273,86 * \frac{2}{76,72} \cong 60 \text{ conectores}$$

$$e_l = \frac{12000}{60} = 200 \text{ mm}$$

$$e_{l,min} = \text{maior} (50 \text{ mm}, 75 \text{ mm}) = 75 \text{ mm OK!}$$

$$e_{l,max} = 8 * t_c = 8 * 130 = 1040 \text{ mm OK!}$$

FIM ROTINA E

2) Rotina F – Dimensionamento da armadura de costura:

$$H_{v,sd} = \frac{2273,86 * 150}{300 * 600} = 1,895 \text{ kN/cm}$$

$$A_{cv} = t_c = 13 \text{ cm}$$

$$f_{tck,inf} = 0,21 * \frac{30^{\frac{2}{3}}}{10} = 0,202 \text{ kN/cm}^2$$

$$H_{v,Rd,max} = 0,2 * 13 * \frac{3}{1,4} = 5,57 \text{ kN/cm}$$

$$A_{s,cos,1} = \frac{1,15}{50} * \left(1,895 - 0,6 * 13 * \frac{0,202}{1,4} - 5 * \frac{50}{115} - 1,96 * \frac{60}{115} \right)$$

$$= -5,58 \text{ cm}^2/m$$

$$A_{s,cos,2} = \frac{1,15}{50} * \left(5,57 - 0,6 * 13 * \frac{0,202}{1,4} - 5 * \frac{50}{115} - 1,96 * \frac{60}{115} \right) = 2,87 \text{ cm}^2/m$$

$$A_{s,cos,min} = 0,2 * 13 = 2,6 \text{ cm}^2/m$$

$$A_{s,cos} = \text{mediana}(A_{s,cos,1}; A_{s,cos,2}; A_{s,cos,min}) = 2,6 \text{ cm}^2/m$$

Considerando armadura de costura de 5mm

$$l'_b = \frac{0,5}{4} * \left(\frac{\frac{50}{1,15}}{1,575 * \frac{0,202}{1,4}} \right) = 23,91 \text{ cm}$$

$$l_b = 2 * \left(\frac{2273,86 * 150}{300 * 0,85 * \frac{3}{1,4} * 13} + 23,91 \right) = 143,84 \text{ cm} = 144 \text{ cm}$$

FIM ROTINA F

3) Rotina A - Cálculo da Força Axial de Compressão Resistente de Cálculo do Perfil de Aço

$$N_e \leq \begin{cases} \frac{\pi * 20000 * 16143}{1200^2} = 2212,84 \text{ kN} \\ (\pi * 20000 * 1113) \\ \frac{\quad}{300^2} = 2441,08 \text{ kN} \end{cases} = 2212,84 \text{ kN}$$

$$\frac{b_f}{2t_f} = \frac{172}{2 * 13,1} = 6,56 < 0,56 * \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 13,48 \rightarrow Q_s = 1$$

$$\frac{h_w}{t_w} = \frac{308}{7,9} = 38,98 > 1,49 * \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 35,87$$

$$\lambda_{0,1} = \sqrt{72,5 * \frac{34,5}{2212,84}} = 1,06$$

$$\chi_1 = 0,658^{1,06^2} = 0,623$$

$$\sigma = 0,623 * 34,5 = 21,49 \text{ kN/cm}^2$$

$$b_{ef,a} = 1,92 * 0,79 * \sqrt{\frac{20000}{21,49}} \left[1 - \frac{0,34}{38,98} * \sqrt{\frac{20000}{21,49}} \right] \leq 30,8 \text{ cm}$$

$$b_{ef,a} = 33,95 > 30,8, \text{ logo } b_{ef,a} = 30,8 \text{ cm}$$

$$A_{ef} = 30,8 * 0,79 = 24,33 \text{ cm}^2$$

$$Q_a = \frac{24,33}{30,8 * 0,79} = 1 \rightarrow Q = Q_s * Q_a = 1$$

$$\lambda_0 = \sqrt{72,5 * \frac{34,5 * 1}{2212,84}} = 1,06$$

$$\chi = 0,658^{1,06^2} = 0,623$$

$$N_{Rd} = 0,623 * 1 * 34,5 * \frac{72,5}{1,1} = 1416,61 \text{ kN}$$

FIM ROTINA A

4) Rotina B - Cálculo do Momento Resistente de Cálculo do Perfil de Aço

Rotina B.1 - MrdFLT

$$\lambda = \frac{300}{3,92} = 76,53 \quad C_b = 1,06$$

$$\lambda_p = 1,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 42,37 > \lambda$$

$$\beta_1 = \frac{0,7 * 34,5 * 901,8}{20000 * 34,45} = 0,0316$$

$$\lambda_r = \frac{1,38 \sqrt{1113 * 34,45}}{3,92 * 34,45 * 0,0316} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{(27 * 0,0316^2 * 330995,1)}{1113}}} = 126,69 > \lambda$$

$$M_{pl} = 1014,8 * 34,5 = 35010,6 \text{ kN.cm}$$

$$M_r = 0,7 * 34,5 * 901,8 = 21778,47 \text{ kN.cm}$$

$$M_{Rd,FLT} = \frac{1,06}{1,1} \left[35010,6 - (35010,6 - 21778,47) * \frac{76,53 - 42,37}{126,69 - 76,53} \right]$$

$$M_{Rd,FLT} = 28598,25 \text{ kN.cm} = 285,98 \text{ kN.m}$$

Rotina B.2 – MrdFLM

$$\lambda = \frac{172}{2 * 13,1} = 6,56 \quad \lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 9,15 < \lambda$$

$$M_{rd,FLM} = \frac{M_{pl}}{1,1} = 1014,8 * \frac{34,5}{1,1} = 31827,81 \text{ kN.cm} = 318,28 \text{ kN.cm}$$

Rotina B.3 – MrdFLA

$$\lambda = \frac{308}{7,9} = 38,98 \quad \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 < \lambda$$

$$M_{rd,FLA} = \frac{M_{pl}}{1,1} = 1014,8 * \frac{34,5}{1,1} = 31827,81 \text{ kN.cm} = 318,28 \text{ kN.cm}$$

$$M_{Rd,I} = 285,98 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA B

5) Rotina 2 - Cálculo da Força Máxima de Protensão Máxima

$$e_{p,I} = \frac{35,8}{2} - 5 = 12,9 \text{ cm}$$

$$P_{0,max,1} = \frac{1}{0,9 * 1,1 * \left(\frac{1}{1416,61} + \frac{8 * 12,9}{9 * 28598,25} \right)} = 912,57 \text{ kN}$$

$$\frac{912,57}{1416,61} = 0,644 > 0,2 \therefore P_{0,max,1} = 912,57 \text{ kN}$$

$$A_{p,calc} = \frac{912,57}{142,58} = 6,4 \text{ cm}^2 \quad n_{cabos} = \frac{6,4}{1,4 * 1} = 4,57 \therefore n_{cabos} = 5$$

$$A_{p,real} = 5 * 1,4 = 7 \text{ cm}^2$$

Rotina 1 - Cálculo da LNE da Seção Transformada

Considerando $t = \infty$

$$\alpha_c = \frac{2683,8}{3 * 20000} = 0,04473$$

$$b_{tr} = 300 * 0,04473 = 13,42 \text{ cm}$$

$$A_{tr} = 13,42 * 13 + 72,5 = 246,96 \text{ cm}^2$$

$$y_{tr} = \frac{(13,42 * 13 * (\frac{13}{2} + 0 + 35,8) + 72,5 * \frac{35,8}{2})}{13,42 * 13 + 72,5} = 35,13 \text{ cm}$$

$$a_y = 35,8 + 0 + 13 - 35,13 = 13,67 \text{ cm} > 13 \text{ cm} \therefore a_y = 13 \text{ cm}$$

$$I_{tr} = 13,42 * \frac{13^3}{12} + 13,42 * 13 * \left(35,8 + 0 + \frac{13}{2} - 35,13\right)^2 + 16143 + 72,5 * \left(35,13 - \frac{35,8}{2}\right)^2 = 49091,19 \text{ cm}^4$$

$$W_{tr,inf} = \frac{49091,19}{35,13} = 1397,41 \text{ cm}^3$$

$$W_{tr,sup} = \frac{49091,19}{35,8 + 0 + 13 - 35,13} = 3592,87 \text{ cm}^4$$

FIM ROTINA 1

$$q_{PP} = \frac{72,5}{10000} * 77 = 0,56 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad q_{conc} = \frac{300 * 13}{10000} * 25 = 9,75 \text{ kN/m}$$

$$M_g = \left(\frac{0,56 + 9,75}{100} + \frac{2 * 300}{10000}\right) * \frac{1200^2}{8} = 29358 \text{ kN.cm}$$

$$M_q = \frac{300 * 5}{10000} * \frac{1200^2}{8} = 27000 \text{ kN.cm}$$

$$P_{0,max,2} = -\frac{\left(-\frac{29358}{1397,14} - \frac{27000}{1397,14}\right)}{\frac{1,1}{246,94} + \frac{1,1 * 30,13}{1397,16}} = 1431,63 \text{ kN}$$

$$e_{p,tr} = 35,13 - 5 = 30,13 \text{ cm}$$

$$\sigma_c = -\frac{29358}{3592,87} - \frac{27000}{3592,87} - \frac{1431,63}{246,94} + \frac{1431,63 * 30,13}{3592,87} = -9,47 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\alpha_e = \frac{3 * 20000}{2683,8} = 22,35$$

$$-\frac{9,47}{22,35} = -0,423 > -0,6 * 3 = -1,8 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \therefore P_{0,max,2} = 1431,63 \text{ kN}$$

$$P_{0,max} \leq \begin{cases} 912,57 \text{ kN} \\ 1431,63 \text{ kN} \end{cases} = 912,57 \text{ kN}$$

Adotando uma força de protensão igual a 400 kN a ser aplicada na estrutura

$$A_{p,calc} = \frac{400}{142,58} = 2,805 \text{ cm}^2 \quad n_{cabos} = \frac{2,805}{1,4 * 1} = 2,003 \therefore n_{cabos} = 3$$

$$A_{p,real} = 3 * 1,4 = 4,2 \text{ cm}^2$$

FIM ROTINA 2

6) FASE 1 – Construção

$$e_{p,l} = \frac{35,8}{2} - 5 = 12,9 \text{ cm}$$

$$q_{construção} = 1 * \frac{300}{100} = 3 \text{ kN/m}$$

$$V_{sd} = 1,3(0,56 + 9,75) + 1,2 \left(300 * \frac{1}{100} \right) * \frac{1200}{200} = 102 \text{ kN}$$

Rotina 5 - Cálculo da perda da força de protensão

Traçado reto, tempo = 0, protensão ativa-passiva

$$P_1 = 400 - 0,6 * 20000 * \frac{4,2}{1200} = 358 \text{ kN}$$

FIM ROTINA 5

Rotina 6 - Cálculo do incremento da força de protensão

$$\Delta P_{conc} = \frac{9,75 * 0,01 * 1200^2 * 12,9}{12 \left(12,9^2 + \frac{16143}{4,2} + \frac{16143}{72,5} \right)} = 35,65 \text{ kN}$$

$$\Delta P_{construção} = \frac{3 * 0,01 * 1200^2 * 12,9}{12 \left(12,9^2 + \frac{16143}{4,2} + \frac{16143}{72,5} \right)} = 10,97 \text{ kN}$$

$$P_1 = 358 + 35,65 + 10,97 = 404,62 \text{ kN}$$

FIM ROTINA 6

$$M_{Sd}^+ = \frac{(1,3(0,56 + 9,75) + 1,2 * 3) * 12^2}{8} - \left(0,9 * 404,62 * \frac{12,9}{100} \right) = 259,09 \text{ kN.m}$$

$$M_{Sd}^- = \left(0,9 * 404,62 * \frac{12,9}{100} \right) = 46,98 \text{ kN.m}$$

$$M_{Rd,l} = 285,98 \text{ kN.m}$$

$$M_{Sd}^+ < M_{Rd,I} \quad OK!$$

$$M_{Sd}^- < M_{Rd,I} \quad OK!$$

Rotina D - Força Cortante Resistente de Cálculo

$k_v = 5$ (a viga não possui enrijecedores)

$$\lambda = \frac{308}{7,9} = 38,98 \quad \lambda_p = 1,1 * \sqrt{\frac{5 * 20000}{34,5}} = 59,2 \therefore \lambda < \lambda_p$$

$$V_{Rd} = \frac{0,6 * 35,8 * 0,79 * 34,5}{1,1} = 532,21 \text{ kN}$$

FIM ROTINA D

$$V_{Sd} < V_{Rd} \quad OK!$$

7) FASE 2 – VMP $t = 0$

Rotina 1 - Cálculo da LNE da Seção Transformada

Considerando $t=0$

$$\alpha_c = \frac{2683,8}{20000} = 0,13419$$

$$b_{tr} = 300 * 0,13419 = 40,26 \text{ cm}$$

$$y_{tr} = \frac{(40,26 * 13 * (\frac{13}{2} + 0 + 35,8) + 72,5 * \frac{35,8}{2})}{40,26 * 13 + 72,5} = 39,33 \text{ cm}$$

$$a_y = 35,8 + 0 + 13 - 39,33 = 9,47 \text{ cm} < 13 \text{ cm}$$

$$A_{tr} = 40,26 * 9,47 + 72,5 = 453,76 \text{ cm}^2$$

$$I_{tr} = 40,26 * \frac{9,47^3}{12} + 40,26 * 13 * \left(35,8 + 0 + \frac{9,47}{2} - 39,33\right)^2 + 16143 + 72,5 * \left(39,33 - \frac{35,8}{2}\right)^2 = 60834,17 \text{ cm}^4$$

FIM ROTINA 1

$$e_{p,tr} = 39,33 - 5 = 34,33 \text{ cm}$$

$$q_{CPN} = 3 * 2 = 6 \text{ kN/m}$$

$$q_{CVN} = 3 * 5 = 15 \text{ kN/m}$$

Rotina 6 - Cálculo do incremento da força de protensão

$$\Delta P_{CPN} = \frac{6 * 0,01 * 1200^2 * 34,33}{12 \left(34,33^2 + \frac{60834,17}{4,2} + \frac{60834,17}{453,76} \right)} = 15,64 \text{ kN}$$

$$\Delta P_{CVN} = \frac{15 * 0,01 * 1200^2 * 34,33}{12 \left(34,33^2 + \frac{60834,17}{4,2} + \frac{60834,17}{453,76} \right)} = 39,12 \text{ kN}$$

$$P_2 = 404,62 + 15,64 + 39,12 - 10,97 = 448,41 \text{ kN}$$

FIM ROTINA 6

Rotina H - Cálculo σ_{pd}

Pré-tração

$$\epsilon_{pré} = \frac{0,9 * 448,84}{20000 * 4,2} = 4,8 * 10^{-3}$$

$$\rho_p = \frac{4,2}{453,76} = 9,26 * 10^{-3}$$

$$\frac{1200}{35,8 + 13} = 24,59 < 35 \therefore \Delta \sigma_{pd} = 70 + \frac{30}{9,26 * 10^{-3} * 100} = 102,39 \text{ MPa}$$

< 420 MPa OK!

$$\sigma_{pd} \leq \begin{cases} \frac{4,8 * 10^{-3} * 20000 + 102,39 * 0,1}{1,15} = 92,38 \text{ kN/cm}^2 \\ \frac{167,75}{1,15} = 145,87 \text{ kN/cm}^2 \end{cases} = 92,38 \text{ kN/cm}^2$$

FIM ROTINA H

$$M_{Sd}^+ = \frac{(1,4(0,56 + 9,75 + 6) + 1,4 * 15) * 12^2}{8} = 789,01 \text{ kN.m}$$

$$M_{Sd}^- = \left(0,9 * 448,84 * \frac{34,33}{100} \right) = 138,68 \text{ kN.m}$$

$$V_{Sd} = 1,4 * (0,56 + 9,75 + 6 + 15) * \frac{12}{2} = 263 \text{ kN}$$

Rotina 3 - Cálculo Mrd VMP

Rotina 3.1 - Mrd+ VMP

$$\lambda = \frac{308}{7,9} = 38,98 \quad \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 < \lambda \therefore \text{alma compacta}$$

$$C_{cd} = 0,85 * \frac{3}{1,4} * 300 * 13 = 7103,53 \text{ kN}$$

$$T_{ad} = 72,5 * \frac{34,5}{1,1} = 2273,86 \text{ kN}$$

$$T_{pd} = 4,2 * 92,38 = 387,99 \text{ kN}$$

$$7103,53 > 2273,86 + 387,99 = 2661,82 \text{ kN} \therefore \text{LNP na laje}$$

$$a = \frac{2273,86 + 387,99}{0,85 * \frac{3}{1,4} * 300} = 4,87 \text{ cm}$$

$$M_{Rd,VMP+} = 2273,86 * \left(\frac{35,8}{2} + 13 - \frac{4,87}{2} \right) + 387,99 * \left[35,8 + (-5) + 13 - \frac{4,87}{2} \right]$$

$$M_{Rd,VMP+} = 80786,60 \text{ kN.cm} = 807,86 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3.1

Rotina 3.3.1 - Mrd- VMP plástica

$$d' = 2 \text{ cm}$$

$$\lambda_m = \frac{172}{2 * 13,1} = 6,56 \quad \lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 9,15 < \lambda \therefore \text{mesa compacta}$$

$$T_{pd} = 4,2 * 92,38 = 387,99 \text{ kN}$$

$$T_{ds} = 5 * \frac{300}{100} * \frac{50}{1,15} = 652,17 \text{ kN}$$

$$387,99 + 652,17 = 1040,17 < 72,5 * \frac{34,5}{1,1} = 2273,86 \text{ kN} \therefore \text{LNP no perfil}$$

$$T_{ad} = \frac{2273,86 - 387,99 - 652,17}{2} = 616,85 \text{ kN}$$

$$T_{ad} < 17,2 * 1,31 * \frac{34,5}{1,1} = 706,68 \text{ kN} \therefore \text{LNP na mesa}$$

$$C_{ad} = 2273,86 - 616,85 = 1657,01 \text{ kN}$$

$$y_p = \frac{616,85}{17,2 * \frac{34,5}{1,1}} = 1,143 \text{ cm}$$

$$\lambda = 2 * \frac{308}{7,9} = 77,97 < \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 \therefore \text{alma compacta}$$

$$y_c =$$

$$\frac{\left(17,2 * \frac{1,31^2}{2} + 33,2 * 0,79 * \left(\frac{33,2}{2} + 1,31 \right) + \frac{17,2}{2} * (1,31 - 1,143) * (3 * 1,31 + 2 * 33,2 - 1,143) \right)}{17,2 * 1,31 + 33,2 * 0,79 + 17,2 * (1,31 - 1,143)}$$

$$y_c = 11,31 \text{ cm}$$

$$y_t = \frac{1,143}{2} = 0,571 \text{ cm}$$

$$d_3 = 13 + 1,143 - 2 = 12,14 \text{ cm}$$

$$d_4 = 0,571 \text{ cm}$$

$$d_5 = 35,8 - 1,143 - 11,31 = 23,35 \text{ cm}$$

$$d_6 = 35,8 - 1,143 + (-5) = 29,66 \text{ cm}$$

$$M_{Rd,VMP^-,pla} = 652,17 * 12,14 + 616,85 * 0,571 + 1657,01 * 23,35 - 387,99 * 29,66$$

$$M_{Rd,VMP^-,pla} = 35449,96 \text{ kN.cm} = 354,49 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3.3.1

$$\psi = \frac{138,68}{798,01} = 0,175 \therefore C_{dist} = 21,9$$

Rotina 3.3.2 Mrd- FLD

$$\text{viga interna} \therefore \alpha = 3$$

$$h_o = 35,8 - 1,31 = 34,49 \text{ cm}$$

Laje maciça

Rotina G - Cálculo da rigidez da laje

$$\alpha_e = \alpha_c^{-1} = 7,45$$

$$\Delta = 5^2 + \frac{200 * 5 * (13 - 2)}{7,45} = 1501,51$$

$$x_{LN} = \frac{(-5 + \sqrt{1501,51})}{\frac{100}{7,45}} = 2,514 \text{ cm}$$

$$I_2 = \frac{100 * 2,514^3}{3 * 7,45} + 5 * (13 - 2 - 2,514)^2 = 431,16 \text{ cm}^4/m$$

FIM ROTINA G

$$k_1 = \frac{3 * 20000 * 431,16}{300} = 86232 \text{ kN}$$

$$k_2 = \frac{20000 * 0,79^3}{3,64 * 34,49} = 78,54 \text{ kN}$$

$$k_r = \frac{86232 * 78,54}{86232 + 78,54} = 78,46 \text{ kN}$$

$$y_c = 35,8 + \frac{13}{2} = 42,3 \text{ cm}$$

$$A = 72,5 + 5 * \frac{300}{100} = 87,5 \text{ cm}^2$$

$$e = \frac{87,5 * 16143}{72,5 * 42,3 * (87,5 - 72,5)} = 53,23 \text{ cm}$$

$$y_{tr}^- = \frac{72,5 * \frac{35,8}{2} + 15 * (35,8 + 13 - 2)}{72,5 + 15} = 22,85 \text{ cm}$$

$$I_{tr}^- = 16143 + 72,5 \left(22,85 - \frac{35,8}{2} \right)^2 + 15(35,8 + 13 - 2 - 22,85)^2$$

$$I_{tr}^- = 26523,46 \text{ cm}^4$$

$$\alpha_g = \frac{\frac{34,49 * 26523,46}{16143}}{\left(\frac{34,49^2}{4} + \frac{16143 + 1113}{72,5} \right) + 34,49} = 1,272$$

$$I_{af,y} = \frac{17,2^3 * 1,31}{12} = 555,49 \text{ cm}^4$$

$$M_{cr} = 1,272 * \frac{21,9}{1200} \sqrt{\left(7700 * 34,45 + \frac{(78,46 * 1200^2)}{\pi^2}\right) * 20000 * 555,49}$$

$$M_{cr} = 264845,69 \text{ kN.cm}$$

Cálculo $M_{Rk,VMP^-,pla}$:

$$d' = 2 \text{ cm}$$

$$\lambda_m = \frac{172}{2 * 13,1} = 6,56 \quad \lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 9,15 < \lambda \therefore \text{mesa compacta}$$

$$T_{pk} = 4,2 * 92,38 * 1,15 = 446,18 \text{ kN}$$

$$T_{ks} = 5 * \frac{300}{100} * 50 = 750 \text{ kN}$$

$$446,18 + 750 = 1196,18 < 72,5 * 34,5 = 2501,25 \text{ kN} \therefore \text{LNP no perfil}$$

$$T_{ak} = \frac{2501,25 - 446,18 - 750}{2} = 652,53 \text{ kN}$$

$$T_{ak} < 17,2 * 1,31 * 34,5 = 777,35 \text{ kN} \therefore \text{LNP na mesa}$$

$$C_{ak} = 2501,25 - 652,53 = 1848,72 \text{ kN}$$

$$y_p = \frac{652,53}{17,2 * 34,5} = 1,1 \text{ cm}$$

$$\lambda = 2 * \frac{308}{7,9} = 77,97 < \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 \therefore \text{alma compacta}$$

$$y_c =$$

$$\frac{\left(17,2 * \frac{1,31^2}{2} + 33,2 * 0,79 * \left(\frac{33,2}{2} + 1,31\right) + \frac{17,2}{2} * (1,31 - 1,1) * (3 * 1,31 + 2 * 33,2 - 1,1)\right)}{17,2 * 1,31 + 33,2 * 0,79 + 17,2 * (1,31 - 1,1)}$$

$$y_c = 11,64 \text{ cm}$$

$$y_t = \frac{1,1}{2} = 0,55 \text{ cm}$$

$$d_3 = 13 + 1,1 - 2 = 12,1 \text{ cm}$$

$$d_4 = 0,55 \text{ cm}$$

$$d_5 = 35,8 - 1,1 - 11,64 = 23,06 \text{ cm}$$

$$d_6 = 35,8 - 1,1 + (-5) = 29,7 \text{ cm}$$

$$M_{Rk,VMP^-,pla} = 750 * 12,1 + 652,53 * 0,55 + 1848,72 * 23,06 - 446,18 * 29,7$$

$$M_{Rk,VMP^-,pla} = 38799,38 \text{ kN.cm} = 387,99 \text{ kN.m}$$

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{38799,38}{264845,69}} = 0,382 < 0,4 \therefore \chi_{dist} = 1 \therefore M_{Rd,VMP^-FLD} = 354,49 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3.3.2

FIM ROTINA 3

$V_{Rd} = 532,21 \text{ kN}$ calculado anteriormente

$$M_{Sd}^+ < M_{Rd,VMP^+} \text{ OK!}$$

$$M_{Sd}^- < M_{Rd,VMP^-} \text{ OK!}$$

$$V_{Sd} < V_{Rd} \text{ OK!}$$

8) FASE 3 – VMP $t = \infty$

Dados das propriedades da seção calculados no passo 5)

$$\alpha_c = 0,04473$$

$$b_{tr} = 13,42 \text{ cm}$$

$$A_{tr} = 246,96 \text{ cm}^2$$

$$y_{tr} = 35,13 \text{ cm}$$

$$a_y = 13 \text{ cm}$$

$$I_{tr} = 49091,19 \text{ cm}^4$$

$$W_{tr,inf} = 1397,41 \text{ cm}^3$$

$$W_{tr,sup} = 3592,87 \text{ cm}^4$$

$$e_{p,tr} = 35,13 - 5 = 30,13 \text{ cm}$$

Rotina 5 - Cálculo da perda da força de protensão

tempo = ∞

$$\sigma_{Po} = \frac{448,42}{4,2} = 106,76 \frac{kN}{cm^2}$$

$$\frac{\sigma_{Po}}{f_{ptk}} = \frac{106,76}{186,39} = 0,573 \therefore \psi_{1000} = \frac{0,013(106,76 - 0,5 * 186,39)}{0,1 * 186,39} = 0,00946$$

$$P_3 = 448,42 * (1 - 2,5 * 0,00946) = 437,81 kN$$

FIM ROTINA 5

Rotina H - Cálculo σ_{Pd}

Pré-tração

$$\epsilon_{pré} = \frac{0,9 * 437,81}{20000 * 4,2} = 4,69 * 10^{-3}$$

$$\rho_p = \frac{4,2}{246,96} = 0,017$$

$$\frac{1200}{35,8 + 13} = 24,59 < 35 \therefore \Delta\sigma_{Pd} = 70 + \frac{30}{0,017 * 100} = 87,64 MPa < 420 MPa OK!$$

$$\sigma_{Pd} \leq \begin{cases} \frac{4,69 * 10^{-3} * 20000 + 87,64 * 0,1}{1,15} = 89,18 kN/cm^2 \\ \frac{167,75}{1,15} = 145,87 kN/cm^2 \end{cases} = 89,18 kN/cm^2$$

FIM ROTINA H

$$M_{Sd}^+ = \frac{(1,4(0,56 + 9,75 + 6) + 1,4 * 15) * 12^2}{8} = 798,01 kN.m$$

$$M_{Sd}^- = \left(0,9 * 437,81 * \frac{34,33}{100} \right) = 118,75 kN.m$$

$$V_{Sd} = 1,4 * (0,56 + 9,75 + 6 + 15) * \frac{12}{2} = 263 kN$$

Rotina 3 - Cálculo Mrd VMP

Rotina 3.1 - Mrd+ VMP

$$\lambda = \frac{308}{7,9} = 38,98 \quad \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 < \lambda \therefore \text{alma compacta}$$

$$C_{cd} = 0,85 * \frac{3}{1,4} * 300 * 13 = 7103,53 kN$$

$$T_{ad} = 72,5 * \frac{34,5}{1,1} = 2273,86 \text{ kN}$$

$$T_{pd} = 4,2 * 89,18 = 374,55 \text{ kN}$$

$$7103,53 > 2273,86 + 374,55 = 2648,41 \text{ kN} \therefore \text{LNP na laje}$$

$$a = \frac{2273,86 + 374,55}{0,85 * \frac{3}{1,4} * 300} = 4,85 \text{ cm}$$

$$M_{Rd,VMP^+} = 2273,86 * \left(\frac{35,8}{2} + 13 - \frac{4,85}{2} \right) + 374,55 * \left[35,8 + (-5) + 13 - \frac{4,85}{2} \right]$$

$$M_{Rd,VMP^+} = 80253,17 \text{ kN.cm} = 802,53 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3.1

Rotina 3.3.1 - Mrd- VMP plástica

$$d' = 2 \text{ cm}$$

$$\lambda_m = \frac{172}{2 * 13,1} = 6,56 \quad \lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 9,15 < \lambda \therefore \text{mesa compacta}$$

$$T_{pd} = 4,2 * 89,18 = 374,55 \text{ kN}$$

$$T_{ds} = 5 * \frac{300}{100} * \frac{50}{1,15} = 652,17 \text{ kN}$$

$$374,55 + 652,17 = 1026,72 < 72,5 * \frac{34,5}{1,1} = 2273,86 \text{ kN} \therefore \text{LNP no perfil}$$

$$T_{ad} = \frac{2273,86 - 374,55 - 652,17}{2} = 623,57 \text{ kN}$$

$$T_{ad} < 17,2 * 1,31 * \frac{34,5}{1,1} = 706,68 \text{ kN} \therefore \text{LNP na mesa}$$

$$C_{ad} = 2273,86 - 623,57 = 1650,29 \text{ kN}$$

$$y_p = \frac{623,57}{17,2 * \frac{34,5}{1,1}} = 1,156 \text{ cm}$$

$$\lambda = 2 * \frac{308}{7,9} = 77,97 < \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 \therefore \text{alma compacta}$$

$$y_c =$$

$$\frac{\left(17,2 * \frac{1,31^2}{2} + 33,2 * 0,79 * \left(\frac{33,2}{2} + 1,31\right) + \frac{17,2}{2} * (1,31 - 1,156) * (3 * 1,31 + 2 * 33,2 - 1,156)\right)}{17,2 * 1,31 + 33,2 * 0,79 + 17,2 * (1,31 - 1,156)}$$

$$y_c = 11,21 \text{ cm}$$

$$y_t = \frac{1,156}{2} = 0,578 \text{ cm}$$

$$d_3 = 13 + 1,156 - 2 = 12,15 \text{ cm}$$

$$d_4 = 0,578 \text{ cm}$$

$$d_5 = 35,8 - 1,156 - 11,21 = 23,44 \text{ cm}$$

$$d_6 = 35,8 - 1,156 + (-5) = 29,64 \text{ cm}$$

$$M_{Rd,VMP^-,pla} = 652,17 * 12,15 + 623,57 * 0,578 + 1650,29 * 23,44 - 374,55 * 29,64$$

$$M_{Rd,VMP^-,pla} = 35860,06 \text{ kN.cm} = 358,6 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3.3.1

$$\psi = \frac{118,75}{798,01} = 0,148 \therefore C_{dist} = 21,9$$

Rotina 3.3.2 Mrd- FLD

$$\text{viga interna} \therefore \alpha = 3$$

$$h_o = 35,8 - 1,31 = 34,49 \text{ cm}$$

Laje maciça

Rotina G - Cálculo da rigidez da laje

$$\alpha_e = \alpha_c^{-1} = 22,35$$

$$\Delta = 5^2 + \frac{200 * 5 * (13 - 2)}{22,35} = 517,17$$

$$x_{LN} = \frac{(-5 + \sqrt{517,17})}{\frac{100}{22,35}} = 3,965 \text{ cm}$$

$$I_2 = \frac{100 * 3,965^3}{3 * 22,35} + 5(13 - 2 - 3,965)^2 = 340,39 \text{ cm}^4/m$$

FIM ROTINA G

$$k_1 = \frac{3 * 20000 * 340,39}{300} = 68079,42 \text{ kN}$$

$$k_2 = \frac{20000 * 0,79^3}{3,64 * 34,49} = 78,54 \text{ kN}$$

$$k_r = \frac{68079,42 * 78,54}{68079,42 + 78,54} = 78,45 \text{ kN}$$

$$y_c = 35,8 + \frac{13}{2} = 42,3 \text{ cm}$$

$$A = 72,5 + 5 * \frac{300}{100} = 87,5 \text{ cm}^2$$

$$e = \frac{87,5 * 16143}{72,5 * 42,3 * (87,5 - 72,5)} = 53,23 \text{ cm}$$

$$y_{tr} = \frac{72,5 * \frac{35,8}{2} + 15 * (35,8 + 13 - 2)}{72,5 + 15} = 22,85 \text{ cm}$$

$$I_{tr} = 16143 + 72,5 \left(22,85 - \frac{35,8}{2} \right)^2 + 15(35,8 + 13 - 2 - 22,85)^2$$

$$I_{tr} = 26523,46 \text{ cm}^4$$

$$\alpha_g = \frac{\frac{34,49 * 26523,46}{16143}}{\left(\frac{34,49^2}{4} + \frac{16143 + 1113}{72,5} \right) + 34,49} = 1,272$$

$$I_{af,y} = \frac{17,2^3 * 1,31}{12} = 555,49 \text{ cm}^4$$

$$M_{cr} = 1,272 * \frac{21,9}{1200} \sqrt{\left(7700 * 34,45 + \frac{(78,46 * 1200^2)}{\pi^2} \right) * 20000 * 555,49}$$

$$M_{cr} = 264845,69 \text{ kN.cm}$$

Cálculo $M_{Rk,VMP^-,pla}$:

$$d' = 2 \text{ cm}$$

$$\lambda_m = \frac{172}{2 * 13,1} = 6,56 \quad \lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 9,15 < \lambda \therefore \text{mesa compacta}$$

$$T_{pk} = 4,2 * 89,18 * 1,15 = 430,74 \text{ kN}$$

$$T_{ks} = 5 * \frac{300}{100} * 50 = 750 \text{ kN}$$

$$430,74 + 750 = 1180,74 < 72,5 * 34,5 = 2501,25 \text{ kN} \therefore \text{LNP no perfil}$$

$$T_{ak} = \frac{2501,25 - 430,74 - 750}{2} = 660,25 \text{ kN}$$

$$T_{ak} < 17,2 * 1,31 * 34,5 = 777,35 \text{ kN} \therefore \text{LNP na mesa}$$

$$C_{ak} = 2501,25 - 660,25 = 1840,99 \text{ kN}$$

$$y_p = \frac{660,25}{17,2 * 34,5} = 1,11 \text{ cm}$$

$$\lambda = 2 * \frac{308}{7,9} = 77,97 < \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 \therefore \text{alma compacta}$$

$$y_c =$$

$$\frac{\left(17,2 * \frac{1,31^2}{2} + 33,2 * 0,79 * \left(\frac{33,2}{2} + 1,31 \right) + \frac{17,2}{2} * (1,31 - 1,11) * (3 * 1,31 + 2 * 33,2 - 1,11) \right)}{17,2 * 1,31 + 33,2 * 0,79 + 17,2 * (1,31 - 1,11)}$$

$$y_c = 11,54 \text{ cm}$$

$$y_t = \frac{1,1}{2} = 0,555 \text{ cm}$$

$$d_3 = 13 + 1,11 - 2 = 12,11 \text{ cm}$$

$$d_4 = 0,555 \text{ cm}$$

$$d_5 = 35,8 - 1,11 - 11,54 = 23,14 \text{ cm}$$

$$d_6 = 35,8 - 1,11 + (-5) = 29,68 \text{ cm}$$

$$M_{Rk,VMP^-,pla} = 750 * 12,11 + 660,25 * 0,555 + 1840,99 * 23,14 - 430,74 * 29,68$$

$$M_{Rk,VMP^-,pla} = 39271,54 \text{ kN.cm} = 392,71 \text{ kN.m}$$

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{39271,54}{264845,69}} = 0,385 < 0,4 \therefore \chi_{dist} = 1 \therefore M_{Rd,VMP-FLD} = 358,6 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3.3.2

$$V_{Rd} = 532,21 \text{ kN}$$

$$M_{Sd}^+ < M_{Rd,VMP^+} \text{ OK!}$$

$$M_{Sd}^- < M_{Rd,VMP^-} \text{ OK!}$$

$$V_{Sd} < V_{Rd} \text{ OK!}$$

9) FASE 4 – ELS Deformação

Verificação se estrutura está em regime elástico:

Construção não escorada, combinação quase permanente.

$$M_{Gasd} = \left((0,56 + 9,75) * \frac{12^2}{8} - \frac{12,9}{100} * 404,63 \right) * 100 = 13335,11 \text{ kN.m}$$

$$M_{Lsd} = \left((6 + 15) * \frac{12^2}{8} - \frac{30,13}{100} * 437,81 \right) * 100 = 24605,86 \text{ kN.m}$$

$$W_a = 901,84 \text{ cm}^3$$

$$W_{ef} = 1397,15 \text{ cm}^3$$

$$\frac{13335,11}{904,84} + \frac{24605,86}{1397,15} = 32,39 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < 34,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \therefore \text{estrutura em regime elástico}$$

$$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{1200}{350} = 3,428 \text{ cm}$$

$$\delta_{pp} = \frac{5 * 0,56 * 0,01 * 1200^4}{384 * 20000 * 16143} = 0,47 \text{ cm}$$

$$\delta_{conc} = \frac{5 * 9,75 * 0,01 * 1200^4}{384 * 20000 * 16143} = 8,15 \text{ cm}$$

$$\delta_{protens\tilde{a}o} = -0,125 * 12,9 * 404,63 * \frac{1200^2}{20000 * 16143} = -2,91 \text{ cm}$$

Dados retirados do passo 7)

$$\alpha_e = 7,45$$

$$b_{tr} = 40,26 \text{ cm}$$

$$y_{tr} = 39,33 \text{ cm}$$

$$a_y = 9,47 \text{ cm}$$

$$A_{tr} = 453,76 \text{ cm}^2$$

$$I_{tr} = 60834,17 \text{ cm}^4$$

$$\delta_{CVN,curta} = \frac{5 * (1 - 0,4) * 15 * 0,01 * 1200^4}{384 * 20000 * 60834,17} = 1,99 \text{ cm}$$

Dados retirados do passo 8)

$$\alpha_e = 22,45$$

$$b_{tr} = 13,42 \text{ cm}$$

$$A_{tr} = 246,96 \text{ cm}^2$$

$$y_{tr} = 35,13 \text{ cm}$$

$$a_y = 13 \text{ cm}$$

$$I_{tr} = 49091,19 \text{ cm}^4$$

$$\delta_{CVN,longa} = \frac{5 * 0,4 * 15 * 0,01 * 1200^4}{384 * 20000 * 49091,19} = 1,65 \text{ cm}$$

$$\delta_{CPN} = \frac{5 * 6 * 0,01 * 1200^4}{384 * 20000 * 49091,19} = 1,65 \text{ cm}$$

$$\delta_{contraflecha} = -(0,47 + 8,15 + 1,65) = -10,27 \text{ cm}$$

$$\delta_{total} = 0,47 + 8,15 + 1,99 + 1,65 + 1,65 - 2,91 - 10,27 = 0,73 \text{ cm}$$

$$\delta_{total} < \delta_{m\acute{a}x} \text{ OK!}$$

10)FASE 5 – ELS Vibração no piso

Rotina 1 - Cálculo da LNE da Seção Transformada

Nesse ELS podemos considerar o limite máximo da largura efetiva em cada lado igual a $\frac{L_y}{5}$.

$$b_{ef,esq} \leq \begin{cases} \frac{1200}{5} = 240 \text{ cm} \\ \frac{300}{2} = 150 \text{ cm} \\ 300 \text{ cm} \end{cases} = 150 \text{ cm}$$

$$b_{ef,dir} \leq \begin{cases} \frac{1200}{5} = 240 \text{ cm} \\ \frac{300}{2} = 150 \text{ cm} \\ 300 \text{ cm} \end{cases} = 150 \text{ cm}$$

$$b_{ef} = b_{ef,dir} + b_{ef,esq} = 150 + 150 + 300 \text{ cm}$$

Considerando $t=0$

$$\alpha_c = \frac{2683,8}{20000} = 0,13419$$

$$b_{tr} = 300 * 0,13419 = 40,26 \text{ cm}$$

$$y_{tr} = \frac{(40,26 * 13 * (\frac{13}{2} + 0 + 35,8) + 72,5 * \frac{35,8}{2})}{40,26 * 13 + 72,5} = 39,33 \text{ cm}$$

$$a_y = 35,8 + 0 + 13 - 39,33 = 9,47 \text{ cm} < 13 \text{ cm}$$

$$A_{tr} = 40,26 * 9,47 + 72,5 = 453,76 \text{ cm}^2$$

$$I_{tr} = 40,26 * \frac{9,47^3}{12} + 40,26 * 13 * \left(35,8 + 0 + \frac{9,47}{2} - 39,33\right)^2 + 16143 + 72,5 * \left(39,33 - \frac{35,8}{2}\right)^2 = 60834,17 \text{ cm}^4$$

FIM ROTINA 1

$$e_{p,tr} = 39,33 - 5 = 34,33 \text{ cm}$$

Uso da estrutura: Residencial ou Comercial $\therefore \delta_{m\acute{a}x} = 2 \text{ cm}$

$$\delta_{PP} = \frac{5 * 0,56 * 0,01 * 1200^4}{384 * 20000 * 60834,17} = 0,12 \text{ cm}$$

$$\delta_{conc} = \frac{5 * 9,75 * 0,01 * 1200^4}{384 * 20000 * 60834,17} = 2,16 \text{ cm}$$

$$\delta_{protens\tilde{a}o} = -0,125 * 34,33 * 437,81 * \frac{1200^2}{20000 * 60834,17} = -2,22 \text{ cm}$$

$$\delta_{CVN} = \frac{5 * 0,6 * 15 * 0,01 * 1200^4}{384 * 20000 * 49091,19} = 2cm$$

$$\delta_{CPN} = \frac{5 * 6 * 0,01 * 1200^4}{384 * 20000 * 49091,19} = 1,33cm$$

$$\delta_{total} = 0,12 + 2,16 + 2 + 1,33 - 2,22 = 3,39 cm$$

$\delta_{total} > \delta_{m\acute{a}x} \therefore$ a VMP não passa no ELS de vibração no piso

APÊNDICE C – SEGUNDO EXEMPLO DE AFERIÇÃO

EXEMPLO DE CÁLCULO DE VIGA MISTA PÓS-TRACIONADA, TRAÇADO POLIGONAL.

Tabela 43 – Dados iniciais do exemplo aferido

Protensão	<p>Traçado Poligonal Pós-tração $ep = - 50 \text{ mm}$ $X_{ep} = 5000 \text{ mm}$ $qtdseções = 2$ $E_p = 200 \text{ GPa}$ $ncoP = 3$ $\delta P = 6 \text{ mm}$ Aço CP-190RB Bainha: Polipropileno Lubrificada Protensão Ativa-Passiva</p>
Asl	<p>$Asl,pa,inf = Asl,pe,inf = Asl,pa,sup = Asl,pe,sup = 5 \text{ cm}^2/\text{m}$ $As, fis = 1,96 \text{ cm}^2/\text{m}$ $d' = 20 \text{ mm}$ Aço CA-50</p>
Geometria	<p>$L_v = 15000 \text{ mm}$ $L_{esq} = 2000 \text{ mm}$, viga interna $L_{dir} = 2000 \text{ mm}$, viga interna $L_b = 3000 \text{ mm}$ $a = 0$ (sem enrijecedores)</p>
Laje	<p>Mista Nervuras perpendiculares ao perfil I MF-50 Esp.=0,8mm Aço ZAR-280 $t_c = 130 \text{ mm}$ Agregado: Granito C30 $E_{CS} = 26838 \text{ MPa}$</p>
Perfil I	<p>Laminado W 460 x 89 Aço A572 Gr.50 $E_a = 200 \text{ GPa}$</p>
Cargas	<p>Carga Permanente = 2 kN/m^2 Carga Variável = 5 kN/m^2 Carga de Construção = 1 kN/m^2 $\psi_1 = 0,6$ $\psi_2 = 0,4$ Uso residencial ou comercial Construção não escorada Combinação de serviço: Frequente</p>
Conectores	<p>Stud Bolt $R_g = 0,85$ $R_p = 0,6$ $e_{mh} < 50 \text{ mm}$</p>

Fonte: Autor (2021)

1) Rotina E – Dimensionamento de conectores:

$$b_{ef,esq} \leq \begin{cases} \frac{1200}{8} = 150\text{cm} \\ \frac{3000}{2} = 150\text{cm} \\ 300\text{cm} \end{cases} = 150\text{cm}$$

$$b_{ef,dir} \leq \begin{cases} \frac{1200}{8} = 150\text{cm} \\ \frac{3000}{2} = 150\text{cm} \\ 300\text{cm} \end{cases} = 150\text{cm}$$

$$b_{ef} = b_{ef,dir} + b_{ef,esq} = 150 + 150 + 300\text{cm}$$

$$Q_{rd} \leq \begin{cases} \frac{\pi * 1,9^2}{4} * \sqrt{3 * 2683,8} \\ 2,5 \end{cases} = 107,76\text{ kN} = 48,01\text{ kN}$$

$$\begin{cases} 0,85 * 0,6 * \frac{\pi * 1,9^2}{4} * \frac{41,5}{1,25} \\ 41,5 \end{cases} = 48,01\text{ kN}$$

$$F_{hd} \leq \begin{cases} 0,85 * 200 * 13 * \frac{3}{1,4} = 4735,71\text{ kN} \\ 114,1 * \frac{34,5}{1,1} = 3578,59\text{ kN} \end{cases} = 3578,59\text{ kN}$$

$$n_l = 3578,59 * \frac{2}{76,72} \cong 150\text{ conectores}$$

espaçamento varia devido as posições das nervuras

$$e_{l,min} = \text{maior} (50\text{ mm}, 75\text{ mm}) = 75\text{ mm OK!}$$

$$e_{l,max} = 8 * t_c = 8 * 130 = 1040\text{ mm OK!}$$

$$e_t = \frac{192}{2} = 96\text{ mm}$$

$$e_{t,min} = 4 * 19 = 76\text{ mm} < e_t \text{ OK!}$$

FIM ROTINA E

2) Rotina F – Dimensionamento da armadura de costura:

Armadura de costura varia pois varia o espaçamento dos conectores

Considerando armadura de costura de 5mm

$$l'_b = \frac{0,5}{4} \left(\frac{\frac{50}{1,15}}{1,575 * \frac{0,202}{1,4}} \right) = 23,91 \text{ cm}$$

$$l_b = 2 * \left(\frac{3578,59 * 100}{200 * 0,85 * \frac{3}{1,4} * 13} + 23,91 \right) = 198,95 \text{ cm} = 199 \text{ cm}$$

FIM ROTINA F

3) Rotina 2 - Cálculo da Força Máxima de Protensão Máxima

Rotina 1 - Cálculo da LNE da Seção Transformada

Considerando $t = \infty$

$$\alpha_c = \frac{2683,8}{3 * 20000} = 0,04473$$

$$b_{tr} = 200 * 0,04473 = 8,946 \text{ cm}$$

$$A_{tr} = 8,946 * 13 + 114,1 = 230,4 \text{ cm}^2$$

$$y_{tr} = \frac{\left(8,946 * 13 * \left(\frac{13}{2} + 5 + 46,3 \right) + 114,1 * \frac{46,3}{2} \right)}{8,946 * 13 + 114,1} = 40,64 \text{ cm}$$

$$a_y = 46,3 + 5 + 13 - 40,64 = 23,66 \text{ cm} > 13 \text{ cm} \therefore a_y = 13 \text{ cm}$$

$$I_{tr} = 8,946 * \frac{13^3}{12} + 8,946 * 13 * \left(46,3 + 5 + \frac{13}{2} - 40,64 \right)^2 + 41105 + 114,1 * \left(40,64 - \frac{46,3}{2} \right)^2 = 111891,82 \text{ cm}^4$$

$$W_{tr,inf} = \frac{111891,82}{40,64} = 2753,24 \text{ cm}^3$$

$$W_{tr,sup} = \frac{111891,82}{46,3 + 5 + 13 - 40,64} = 4729,15 \text{ cm}^4$$

FIM ROTINA 1

$$q_{PP} = \frac{114,1}{10000} * 77 = 0,88 \frac{kN}{m} \quad q_{conc} = (13 + 0,63) * 200 * \frac{25}{10000} = 6,81 \text{ kN/m}$$

$$M_g = \left(\frac{0,88 + 6,81}{100} + \frac{2 * 200}{10000} \right) * \frac{1500^2}{8} = 32878,12 \text{ kN.cm}$$

$$M_q = \frac{200 * 5}{10000} * \frac{1500^2}{8} = 28125 \text{ kN.cm}$$

$$P_{0,max,2} = - \frac{\left(-\frac{32878,12}{2753,24} - \frac{28125}{2753,24} \right)}{\frac{1,1}{230,4} + \frac{1,1 * 30,13}{2753,24}} = 1165,5 \text{ kN}$$

$$e_{p,tr} = 40,64 - 5 = 35,64 \text{ cm}$$

$$\sigma_c = -\frac{32878,12}{4729,15} - \frac{28125}{4729,15} - \frac{1165,5}{230,4} + \frac{1165,5 * 35,64}{4729,15} = -10,52 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\alpha_e = \frac{3 * 20000}{2683,8} = 22,35$$

$$-\frac{10,52}{22,35} = -0,47 \text{ kN/cm}^2 > -0,6 * 3 = -1,8 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \therefore P_{0,max,2} = 1165,5 \text{ kN}$$

$$P_{0,max} = P_{0,max,2} = 1165,5 \text{ kN}$$

$$A_{p,calc} = \frac{1165,5}{147,62} = 7,89 \text{ cm}^2 \quad n_{cabos} = \frac{7,895}{1,4 * 3} = 1,88 \therefore n_{cabos} = 2$$

$$A_{p,real} = 2 * 1,4 * 3 = 8,4 \text{ cm}^2$$

FIM ROTINA 2

4) FASE 1 – Construção

$$q_{construção} = 1 * \frac{200}{100} = 2 \text{ kN/m}$$

$$V_{sd} = [1,3(0,88 + 6,81) + 1,2 * 2] * \frac{1500}{200} = 92,97 \text{ kN}$$

$$M_{sd}^+ = \frac{(1,3(0,88 + 6,81) + 1,2 * 2) * 15^2}{8} = 348,66 \text{ kN.m}$$

Rotina C - Cálculo Mrd viga mista

Rotina C.1 - Mrd+ Viga mista

$$\lambda = \frac{463}{10,5} = 44,09 \quad \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 < \lambda \therefore \text{alma compacta}$$

$$C_{cd} = 0,85 * \frac{3}{1,4} * 200 * 13 = 4735,71 \text{ kN}$$

$$T_{ad} = 114,1 * \frac{34,5}{1,1} = 3578,59 \text{ kN}$$

4735,71 > 3578,59 ∴ LNP na laje

$$a = \frac{3578,59}{0,85 * \frac{3}{1,4} * 200} = 9,823 \text{ cm}$$

$$M_{Rd,VMP^+} = 3578,59 * \left(\frac{46,3}{2} + 5 + 13 - \frac{9,823}{2} \right) = 129681,72 \text{ kN.cm}$$

$$M_{Rd,VMP^+} = 1296,81 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA C.1

FIM ROTINA C

$$M_{Sd}^+ < M_{Rd,VMP^+} \quad \text{OK!}$$

Rotina D - Força Cortante Resistente de Cálculo

$k_v = 5$ (a viga não possui enrijecedores)

$$\lambda = \frac{463}{10,5} = 44,09 \quad \lambda_p = 1,1 * \sqrt{\frac{5 * 20000}{34,5}} = 59,2 \quad \therefore \lambda < \lambda_p$$

$$V_{Rd} = \frac{0,6 * 46,3 * 1,05 * 34,5}{1,1} = 914,84 \text{ kN}$$

FIM ROTINA D

$$V_{Sd} < V_{Rd} \quad \text{OK!}$$

5) FASE 2 – VMP $t = 0$

Rotina 1 - Cálculo da LNE da Seção Transformada

Considerando $t=0$

$$\alpha_c = \frac{2683,8}{20000} = 0,13419$$

$$b_{tr} = 200 * 0,13419 = 26,84 \text{ cm}$$

$$y_{tr} = \frac{\left(26,84 * 13 * \left(\frac{13}{2} + 5 + 46,3\right) + 114,1 * \frac{46,3}{2}\right)}{26,84 * 13 + 114,1} = 49,26 \text{ cm}$$

$$a_y = 46,3 + 5 + 13 - 49,26 = 15,04 \text{ cm} > 13 \text{ cm} \therefore a_y = 13 \text{ cm}$$

$$A_{tr} = 26,84 * 13 + 114,1 = 463,02 \text{ cm}^2$$

$$I_{tr} = 26,84 * \frac{13^3}{12} + 26,84 * 13 * \left(46,3 + 0 + \frac{13}{2} - 49,26\right)^2 + 41105 + 114,1 * \left(49,26 - \frac{46,2}{2}\right)^2 = 149249,62 \text{ cm}^4$$

$$W_{tr,inf} = \frac{149249,62}{49,26} = 3029,78 \text{ cm}^3$$

$$W_{tr,sup} = \frac{149249,62}{46,3 + 5 + 13 - 49,26} = 9924,08 \text{ cm}^4$$

FIM ROTINA 1

$$e_{p,tr} = 49,26 - 5 = 44,26 \text{ cm}$$

Como $y_{tr} > 46,3 - 1,77 - 1 = 43,53 \text{ cm} \therefore e_{p,tr,i} = 49,26 - 43,53 = 5,73 \text{ cm}$

$$q_{CPN} = 2 * 2 = 4 \text{ kN/m}$$

$$q_{CVN} = 2 * 5 = 10 \text{ kN/m}$$

Rotina 5 - Cálculo da perda da força de protensão

Traçado poligonal, tempo = 0, protensão ativa-passiva

Rotina 5.1 - Cálculo da perda da força de protensão imediata com traçado poligonal

$$\mu = 0,05 \quad \alpha = \text{tg}^{-1} \left[\frac{44,26 - 5,73}{500} \right] = 0,077 \text{ rad}$$

$$\Delta_{Pn} = 1165,5 (1 - e^{-0,05 * 0,077}) = 4,47 \text{ kN}$$

$$P_{anc} = 1165,5 - 2 * 4,47 = 1156,56 \text{ kN}$$

$$A_{anc} = 20000 * 0,6 * 8,4 = 100800 \text{ kN.cm}$$

$$(1165,5 - 1156,56) * 500 = 4470 < 100800 \therefore$$

$$\Delta_{Pn} = 1165,5 (1 - e^{-2 * 0,05 * 0,077}) = 8,93 \text{ kN}$$

$$P_{anc} = 1165,5 - 2 * 8,93 = 1147,64 \text{ kN}$$

$$P_{mid} = 1165,5 * (e^{-0,05*0,077}) = 1161,03 \text{ kN}$$

$$P_{anc,2} = 1147,64 + 1165,5 * (1 - e^{-0,05*0,077}) = 1152,11 \text{ kN}$$

$$(1165,5 - 1147,64) * 500 + (1160,39 - 1152,11) * (1500 - 2 * 500) \\ = 13070 \text{ kN.cm} < 100800 \text{ kN.cm} \therefore$$

$$P_{anc}$$

$$= \frac{(-100800 + 1165,5(2 * 500 + e^{-0,05*0,077}(2 * 1500 - 4 * 500)) + 2 * 500 * e^{-2*0,05*0,077} - 1500)}{1500}$$

$$P_{anc} = 1089,37 \text{ kN}$$

$$P_{2,1} = 1089,37 \text{ kN}$$

$$P_{2,2} = 1089,37 + 1165,5(1 - e^{-0,05*0,077}) = 1093,84 \text{ kN}$$

$$P_{2,3} = 1089,37 + 1165,5(1 - e^{-2*0,05*0,077}) = 1098,3 \text{ kN}$$

FIM ROTINA 5.1

FIM ROTINA 5

Rotina 6 - Cálculo do incremento da força de protensão

Traçado poligonal, carga permanente normal

$$\Delta e_p = 44,26 - 5,73 = 38,53 \text{ cm}$$

$$\delta_{id} = \frac{4 * 0,01}{20000 * 149249,62} \left[38,53 * 500^2 \left(\frac{500}{12} - \frac{1500}{6} \right) + 44,26 * \frac{500^3}{12} \right] = 0,1399$$

$$\delta_{i1} = \frac{2}{20000 * 149249,62} \left[500 * \left(38,53^2 * \frac{500}{3} + 38,53 * 5,73 + 5,73^2 - 44,26^2 \right) \right. \\ \left. + 44,26^2 * \frac{1500}{2} \right] + \frac{1500}{20000 * 8,4} + \frac{1500}{20000 * 463,02}$$

$$\delta_{i1} = 0,0924$$

$$\Delta P_{CPN} = \frac{0,1399}{0,0924} = 1,51 \text{ kN}$$

Traçado poligonal, carga variável normal

$$\delta_{id} = \frac{10 * 0,01}{20000 * 149249,62} \left[38,53 * 500^2 \left(\frac{500}{12} - \frac{1500}{6} \right) + 44,26 * \frac{500^3}{12} \right] = 0,3498$$

$$\delta_{i1} = \frac{2}{20000 * 149249,62} \left[500 * \left(38,53^2 * \frac{500}{3} + 38,53 * 5,73 + 5,73^2 - 44,26^2 \right) + 44,26^2 * \frac{1500}{2} \right] + \frac{1500}{20000 * 8,4} + \frac{1500}{20000 * 463,02}$$

$$\delta_{i1} = 0,0924$$

$$\Delta P_{CPN} = \frac{0,3498}{0,0924} = 3,78 \text{ kN}$$

$$P_{2,1} = 1089,37 + 1,51 + 3,78 = 1094,66 \text{ kN}$$

$$P_{2,2} = 1093,84 + 1,51 + 3,78 = 1098,73 \text{ kN}$$

$$P_{2,3} = 1098,3 + 1,51 + 3,78 = 1103,19 \text{ kN}$$

FIM ROTINA 6

$$V_{Sd,max} = \left(\frac{1,4 * (0,88 + 6,81 + 4) + 1,4 * 10}{2} \right) * 15 = 227,74 \text{ kN}$$

ANÁLISE SEÇÃO ATIVA 0:

$$X_{seção} = \frac{500 * 0}{2 - 1} = 0 \text{ cm}$$

$$e_{p,tr,x} = 5,73 + \frac{(44,26 - 5,73) * 0}{2 - 1} = 5,73 \text{ cm}$$

$$M_{Sd,x}^+ = \left(\frac{1,4 * (0,88 + 6,81 + 4) + 1,4 * 10}{2} \right) \left(1500 * \frac{0}{10000} - \left(\frac{0}{100} \right)^2 \right) = 0 \text{ kN.m}$$

$$M_{Sd,x}^- = 0,9 * 1094,66 * \frac{5,73}{100} = 56,45 \text{ kN.m}$$

Rotina H - Cálculo σ_{pd}

Pós-tração, $P_{2,1}$

$$\rho_p = \frac{8,4}{463,02} = 0,0181$$

$$\alpha_p = \frac{20000}{2683,8} = 7,45$$

$$\eta = \left(1 + 5,73^2 * \frac{463,02}{149249,62}\right) = 1,102$$

$$\epsilon_{pré} = \frac{0,9 * 1094,66}{20000 * 8,4} * (1 + 7,45 * 0,0181 * 1,102) = 6,74 * 10^{-3}$$

$$\frac{1500}{46,3 + 5 + 13} = 23,32 < 35 \therefore \Delta\sigma_{pd} = 70 + \frac{30}{0,0181 * 100} = 86,35 \text{ MPa}$$

$< 420 \text{ MPa OK!}$

$$\sigma_{pd} \leq \begin{cases} \frac{6,74 * 10^{-3} * 20000 + 86,35 * 0,1}{1,15} = 124,7 \text{ kN/cm}^2 \\ \frac{167,75}{1,15} = 145,87 \text{ kN/cm}^2 \end{cases} = 124,7 \text{ kN/cm}^2$$

FIM ROTINA H

Rotina 3 - Cálculo Mrd VMP

Rotina 3.1 - Mrd+ VMP

$$\lambda = \frac{404}{10,5} = 38,47 \quad \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 < \lambda \therefore \text{alma compacta}$$

$$C_{cd} = 0,85 * \frac{3}{1,4} * 200 * 13 = 4735,68 \text{ kN}$$

$$T_{ad} = 114,1 * \frac{34,5}{1,1} = 3578,59 \text{ kN}$$

$$T_{pd} = 8,4 * 124,7 = 1047,48 \text{ kN}$$

$$4735,68 > 3578,59 + 1047,48 = 4626,07 \text{ kN} \therefore \text{LNP na laje}$$

$$a = \frac{3578,59 + 1047,48}{0,85 * \frac{3}{1,4} * 200} = 12,7 \text{ cm}$$

$$M_{Rd,VMP+} =$$

$$3578,59 * \left(\frac{46,3}{2} + 5 + 13 - \frac{12,7}{2}\right) + 1047,48 * \left[46,3 + (-43,53) + 5 + 13 - \frac{12,7}{2}\right]$$

$$M_{Rd,VMP+} = 139639,59 \text{ kN.cm} = 1396,39 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3.1

Rotina 3.3.1 - Mrd- VMP plástica

$$d' = 2 \text{ cm}$$

$$\lambda_m = \frac{192}{2 * 17,7} = 5,42 \quad \lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 9,15 < \lambda \therefore \text{mesa compacta}$$

$$T_{pd} = 8,4 * 124,7 = 1047,48 \text{ kN}$$

$$T_{ds} = 5 * \frac{200}{100} * \frac{50}{1,15} = 434,78 \text{ kN}$$

$$1047,48 + 434,78 = 1482,26 \text{ kN} < 114,1 * \frac{34,5}{1,1} = 3578,59 \text{ kN} \therefore \text{LNP no perfil}$$

$$T_{ad} = \frac{3578,59 - 1047,48 - 434,78}{2} = 1048,13 \text{ kN}$$

$$T_{ad} < 19,2 * 1,77 * \frac{34,5}{1,1} = 1065,86 \text{ kN} \therefore \text{LNP na mesa}$$

$$C_{ad} = 3578,59 - 1048,13 = 2530,46 \text{ kN}$$

$$y_p = \frac{1048,13}{19,2 * \frac{34,5}{1,1}} = 1,74 \text{ cm}$$

$$\lambda = 2 * \frac{404}{10,5} = 76,95 < \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 \therefore \text{alma compacta}$$

$$y_c =$$

$$\frac{\left(19,2 * \frac{1,77^2}{2} + 42,8 * 1,05 * \left(\frac{42,8}{2} + 1,77 \right) + \frac{19,2}{2} * (1,77 - 1,74) * (3 * 1,77 + 2 * 42,8 - 1,74) \right)}{19,2 * 1,77 + 42,8 * 1,05 + 19,2 * (1,77 - 1,74)}$$

$$y_c = 13,79 \text{ cm}$$

$$y_t = \frac{1,74}{2} = 0,87 \text{ cm}$$

$$d_3 = 13 + 5 + 1,74 - 2 = 17,74 \text{ cm}$$

$$d_4 = 0,87 \text{ cm}$$

$$d_5 = 46,3 - 1,74 - 13,79 = 30,77 \text{ cm}$$

$$d_6 = 46,3 - 1,74 + (-43,53) = 1,03 \text{ cm}$$

$$M_{Rd,VMP^-,pla} = 434,78 * 17,74 + 1048,13 * 0,87 + 2530,46 * 30,77 - 1047,48 * 1,03$$

$$M_{Rd,VMP^-,pla} = 85395,73 \text{ kN.cm} = 853,95 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3.3.1

$$\psi = \frac{56,45}{(1,4 * (0,88 + 6,81 + 4) + 1,4 * 10) * \frac{15^2}{8}} = 0,0661 \therefore C_{dist} = 21,9$$

Rotina 3.3.2 Mrd- FLD

viga interna $\therefore \alpha = 3$

$$h_o = 46,3 - 1,77 = 44,53 \text{ cm}$$

Laje mista

Rotina G - Cálculo da rigidez da laje

$$\alpha_e = \alpha_c^{-1} = 7,45$$

$$\Delta = 5^2 + \frac{2 * 13 * 5 * (13 + 5 - 2)}{7,45 * 30,5} = 34,15$$

$$x_{LN} = \frac{(-5 + \sqrt{34,15}) * 7,45 * 30,5}{\frac{13}{2}} = 29,5 \text{ cm}$$

$29,5 > h_F = 5 \text{ cm} \therefore \text{LNE acima das nervuras}$

$$\Delta = \left(5 + \frac{13 * 5}{7,45 * 30,5} - \frac{100 * 5}{7,45} \right)^2 - \frac{200}{7,45} \left[50 * \frac{5^2}{7,45} - \frac{13 * 5^2}{2 * 7,45 * 30,5} - 5 * (13 + 5 - 2) \right]$$

$$\Delta = 1484,84$$

$$x_{LN} = \frac{-\left(5 + \frac{13 * 5}{7,45 * 30,5} - 100 * \frac{5}{7,45} \right) + \sqrt{1484,84}}{\frac{100}{7,45}} = 7,48 \text{ cm}$$

$$I_2 = \frac{13 * 5^3}{12 * 7,45 * 30,5} + \frac{13 * 5}{7,45 * 30,5} * \left(7,48 - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{100 * (7,45 - 5)^3}{3 * 7,45} + 5 * (13 + 5 - 2 - 7,45)^2$$

$$I_2 = 438,86 \text{ cm}^4/m$$

FIM ROTINA G

$$k_1 = \frac{3 * 20000 * 438,86}{200} = 131569,97 \text{ kN}$$

$$k_2 = \frac{20000 * 0,79^3}{3,64 * 34,49} = 142,84 \text{ kN}$$

$$k_r = \frac{131569,97 * 142,84}{131569,97 + 142,84} = 142,68 \text{ kN}$$

$$y_c = 46,3 + 5 + \frac{13}{2} = 57,8 \text{ cm}$$

$$A = 114,1 + 5 * \frac{200}{100} = 124,1 \text{ cm}^2$$

$$e = \frac{124,1 * 41105}{114,1 * 57,8 * (124,1 - 114,1)} = 129,03 \text{ cm}$$

$$y_{tr}^- = \frac{114,1 * \frac{46,3}{2} + 10 * (46,3 + 5 + 13 - 2)}{114,1 + 10} = 26,3 \text{ cm}$$

$$I_{tr}^- = 41105 + 114,1 \left(26,3 - \frac{46,3}{2}\right)^2 + 10 * (46,3 + 5 + 13 - 2 - 26,3)^2$$

$$I_{tr}^- = 55197,15 \text{ cm}^4$$

$$\alpha_g = \frac{\frac{44,53 * 55197,15}{41105}}{\left(\frac{44,53^2}{4} + \frac{41105 + 2093}{114,1}\right) + 44,53} = 1,165$$

$$I_{af,y} = \frac{19,2^3 * 1,77}{12} = 1043,98 \text{ cm}^4$$

$$M_{cr} = 1,165 * \frac{21,9}{1500} \sqrt{\left(7700 * 92,49 + \frac{(142,68 * 1500^2)}{\pi^2}\right) * 20000 * 1043,98}$$

$$M_{cr} = 440037,89 \text{ kN.cm}$$

Cálculo $M_{Rk,VMP^-,pla}$:

$$d' = 2 \text{ cm}$$

$$\lambda_m = \frac{192}{2 * 17,7} = 5,42 \quad \lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 9,15 < \lambda \therefore \text{mesa compacta}$$

$$T_{pk} = 8,4 * 124,7 * 1,15 = 1204,6 \text{ kN}$$

$$T_{ks} = 5 * \frac{200}{100} * 50 = 500 \text{ kN}$$

$$1204,6 + 500 = 1704,6 \text{ kN} < 114,1 * 34,5 = 3936,45 \text{ kN} \therefore \text{LNP no perfil}$$

$$T_{ak} = \frac{3936,45 - 1704,6}{2} = 1115,92 \text{ kN}$$

$$T_{ak} < 19,2 * 1,77 * 34,5 = 1172,45 \text{ kN} \therefore \text{LNP na mesa}$$

$$C_{ak} = 3936,45 - 1115,92 = 2820,53 \text{ kN}$$

$$y_p = \frac{1115,92}{19,2 * 34,5} = 1,68 \text{ cm}$$

$$\lambda = 2 * \frac{404}{10,5} = 76,95 < \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 \therefore \text{alma compacta}$$

$$y_c =$$

$$\frac{\left(19,2 * \frac{1,77^2}{2} + 42,8 * 1,05 * \left(\frac{42,8}{2} + 1,77 \right) + \frac{19,2}{2} * (1,77 - 1,68) * (3 * 1,77 + 2 * 42,8 - 1,68) \right)}{19,2 * 1,77 + 42,8 * 1,05 + 19,2 * (1,77 - 1,68)}$$

$$y_c = 14,2 \text{ cm}$$

$$y_t = \frac{1,68}{2} = 0,84 \text{ cm}$$

$$d_3 = 13 + 5 + 1,68 - 2 = 17,68 \text{ cm}$$

$$d_4 = 0,85 \text{ cm}$$

$$d_5 = 46,3 - 1,68 - 14,2 = 30,41 \text{ cm}$$

$$d_6 = 46,3 - 1,68 + (-43,53) = 1,09 \text{ cm}$$

$$M_{Rk,VMP^-,pla} = 500 * 17,68 + 1115,92 * 0,84 + 2820,53 * 30,41 - 1204,6 * 1,09$$

$$M_{Rk,VMP^-,pla} = 94246,59 \text{ kN.cm} = 942,46 \text{ kN.m}$$

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{94246,59}{440037,89}} = 0,458 > 0,4 \text{ e } < 1,5 \therefore \chi_{dist} = 0,658^{0,458^2} = 0,916$$

$$M_{Rd,VMP^-FLD} = 0,916 * 853,95 = 782,17 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3.3.2

$$M_{Rd,VMP^-} = \text{menor}(853,95; 782,17) = 782,17 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3

$$V_{Rd} = 914,84 \text{ kN calculado anteriormente}$$

$$M_{Sd,x}^+ < M_{Rd,VMP^+} \text{ OK!}$$

$$M_{Sd,x}^- < M_{Rd,VMP^-} \text{ OK!}$$

$$V_{Sd,max} < V_{Rd} \text{ OK!}$$

FIM ANÁLISE SEÇÃO ATIVA 0

ANÁLISE SEÇÃO ATIVA 1:

$$X_{seção} = \frac{500 * 1}{2 - 1} = 500 \text{ cm}$$

$$e_{p,tr,x} = 5,73 + \frac{(44,26 - 5,73) * 1}{2 - 1} = 44,26 \text{ cm}$$

$$M_{Sd,x}^+ = \left(\frac{1,4 * (0,88 + 6,81 + 4) + 1,4 * 10}{2} \right) \left(1500 * \frac{500}{10000} - \left(\frac{500}{100} \right)^2 \right) \\ = 759,15 \text{ kN.m}$$

$$M_{Sd,x}^- = 0,9 * 1094,66 * \frac{44,26}{100} = 436,04 \text{ kN.m}$$

Rotina H - Cálculo σ_{pd}

Pós-tração, $P_{2,1}$

$$\rho_p = \frac{8,4}{463,02} = 0,0181$$

$$\alpha_p = \frac{20000}{2683,8} = 7,45$$

$$\eta = \left(1 + 44,26^2 * \frac{463,02}{149249,62}\right) = 7,08$$

$$\epsilon_{pré} = \frac{0,9 * 1094,67}{20000 * 8,4} * (1 + 7,45 * 0,0181 * 7,08) = 11,47 * 10^{-3}$$

$$\frac{1500}{46,3 + 5 + 13} = 23,32 < 35 \therefore \Delta\sigma_{Pd} = 70 + \frac{30}{0,0181 * 100} = 86,35 \text{ MPa}$$

< 420 MPa OK!

$$\sigma_{Pd} \leq \begin{cases} \frac{11,47 * 10^{-3} * 20000 + 86,35 * 0,1}{1,15} = 206,97 \text{ kN/cm}^2 \\ \frac{167,75}{1,15} = 145,87 \text{ kN/cm}^2 \end{cases} = 145,87 \text{ kN/cm}^2$$

FIM ROTINA H

Rotina 3 - Cálculo Mrd VMP

Rotina 3.1 - Mrd+ VMP

$$\lambda = \frac{404}{10,5} = 38,47 \quad \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 < \lambda \therefore \text{alma compacta}$$

$$C_{cd} = 0,85 * \frac{3}{1,4} * 200 * 13 = 4735,68 \text{ kN}$$

$$T_{ad} = 114,1 * \frac{34,5}{1,1} = 3578,59 \text{ kN}$$

$$T_{pd} = 8,4 * 145,87 = 1225,31 \text{ kN}$$

$$4735,68 < 3578,59 + 1225,31 = 4803,9 \text{ kN} \therefore \text{LNP no perfil}$$

$$C_{ad} = \frac{3578,59 + 1225,31 - 4735,68}{2} = 34,11 \text{ kN}$$

$$T_{ad} = 4735,68 + 34,11 - 1225,31 = 3544,49 \text{ kN}$$

$$C_{ad} < 19,2 * 1,77 * \frac{34,5}{1,1} = 1065,86 \text{ kN} \therefore \text{LNP na mesa}$$

$$y_p = \frac{34,11}{19,2 * \frac{34,5}{1,1}} = 0,056 \text{ cm}$$

$$y_c = \frac{0,056}{2} = 0,028 \text{ cm}$$

$$y_t =$$

$$\frac{\left(19,2 * \frac{1,77^2}{2} + 42,8 * 1,05 * \left(\frac{42,8}{2} + 1,77\right) + \frac{19,2}{2} * (1,77 - 0,056) * (3 * 1,77 + 2 * 42,8 - 0,056)\right)}{19,2 * 1,77 + 42,8 * 1,05 + 19,2 * (1,77 - 0,056)}$$

$$y_t = 22,94 \text{ cm}$$

$$M_{Rd,VMP+} = 4735,68 * \left(\frac{13}{2} + 5 + 0,056\right) + 34,11 * (0,056 - 0,028) + 3544,49 \\ * (46,3 - 0,056 - 22,94) + 1225,31 * (46,3 - 5 - 0,056)$$

$$M_{Rd,VMP+} = 187846,73 \text{ kN.cm} = 1878,46 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3.1

Rotina 3.3.1 - Mrd- VMP plástica

$$d' = 2 \text{ cm}$$

$$\lambda_m = \frac{192}{2 * 17,7} = 5,42 \quad \lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 9,15 < \lambda \therefore \text{mesa compacta}$$

$$T_{pd} = 8,4 * 145,87 = 1225,31 \text{ kN}$$

$$T_{ds} = 5 * \frac{200}{100} * \frac{50}{1,15} = 434,78 \text{ kN}$$

$$1225,31 + 434,78 = 1660,1 \text{ kN} < 114,1 * \frac{34,5}{1,1} = 3578,59 \text{ kN} \therefore \text{LNP no perfil}$$

$$T_{ad} = \frac{3578,59 - 1660,1}{2} = 959,25 \text{ kN}$$

$$T_{ad} < 19,2 * 1,77 * \frac{34,5}{1,1} = 1065,86 \text{ kN} \therefore \text{LNP na mesa}$$

$$C_{ad} = 3578,59 - 959,25 = 2619,34 \text{ kN}$$

$$y_p = \frac{959,25}{19,2 * \frac{34,5}{1,1}} = 1,593 \text{ cm}$$

$$\lambda = 2 * \frac{404}{10,5} = 76,95 < \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 \therefore \text{alma compacta}$$

$$y_c =$$

$$\frac{\left(19,2 * \frac{1,77^2}{2} + 42,8 * 1,05 * \left(\frac{42,8}{2} + 1,77\right) + \frac{19,2}{2} * (1,77 - 1,593) * (3 * 1,77 + 2 * 42,8 - 1,593)\right)}{19,2 * 1,77 + 42,8 * 1,05 + 19,2 * (1,77 - 1,593)}$$

$$y_c = 14,86 \text{ cm}$$

$$y_t = \frac{1,593}{2} = 0,79 \text{ cm}$$

$$d_3 = 13 + 5 + 1,593 - 2 = 17,593 \text{ cm}$$

$$d_4 = 0,79 \text{ cm}$$

$$d_5 = 46,3 - 1,593 - 14,86 = 29,85 \text{ cm}$$

$$d_6 = 46,3 - 1,593 + (-5) = 39,7 \text{ cm}$$

$$M_{Rd,VMP^-,pla} = 434,78 * 17,593 + 959,25 * 0,79 + 2619,34 * 29,85 - 1225,31 * 39,7$$

$$M_{Rd,VMP^-,pla} = 37945,04 \text{ kN.cm} = 379,45 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3.3.1

$$\psi = \frac{56,45}{(1,4 * (0,88 + 6,81 + 4) + 1,4 * 10) * \frac{15^2}{8}} = 0,0661 \therefore C_{dist} = 21,9$$

Rotina 3.3.2 Mrd- FLD

$$\text{viga interna} \therefore \alpha = 3$$

$$h_o = 46,3 - 1,77 = 44,53 \text{ cm}$$

Laje mista

Rotina G - Cálculo da rigidez da laje

$$\alpha_e = \alpha_c^{-1} = 7,45$$

$$\Delta = 5^2 + \frac{2 * 13 * 5 * (13 + 5 - 2)}{7,45 * 30,5} = 34,15$$

$$x_{LN} = \frac{\left(-5 + \sqrt{34,15}\right) * 7,45 * 30,5}{\frac{13}{2}} = 29,5 \text{ cm}$$

$$29,5 > h_F = 5 \text{ cm} \therefore \text{LNE acima das nervuras}$$

$$\Delta = \left(5 + \frac{13 * 5}{7,45 * 30,5} - \frac{100 * 5}{7,45} \right)^2 - \frac{200}{7,45} \left[50 * \frac{5^2}{7,45} - \frac{13 * 5^2}{2 * 7,45 * 30,5} - 5 * (13 + 5 - 2) \right]$$

$$\Delta = 1484,84$$

$$x_{LN} = \frac{- \left(5 + \frac{13 * 5}{7,45 * 30,5} - 100 * \frac{5}{7,45} \right) + \sqrt{1484,84}}{\frac{100}{7,45}} = 7,48 \text{ cm}$$

$$I_2 = \frac{13 * 5^3}{12 * 7,45 * 30,5} + \frac{13 * 5}{7,45 * 30,5} * \left(7,48 - \frac{5}{2} \right)^2 + \frac{100 * (7,45 - 5)^3}{3 * 7,45} + 5 * (13 + 5 - 2 - 7,45)^2$$

$$I_2 = 438,86 \text{ cm}^4 / m$$

FIM ROTINA G

$$k_1 = \frac{3 * 20000 * 438,86}{200} = 131569,97 \text{ kN}$$

$$k_2 = \frac{20000 * 0,79^3}{3,64 * 34,49} = 142,84 \text{ kN}$$

$$k_r = \frac{131569,97 * 142,84}{131569,97 + 142,84} = 142,68 \text{ kN}$$

$$y_c = 46,3 + 5 + \frac{13}{2} = 57,8 \text{ cm}$$

$$A = 114,1 + 5 * \frac{200}{100} = 124,1 \text{ cm}^2$$

$$e = \frac{124,1 * 41105}{114,1 * 57,8 * (124,1 - 114,1)} = 129,03 \text{ cm}$$

$$y_{tr}^- = \frac{114,1 * \frac{46,3}{2} + 10 * (46,3 + 5 + 13 - 2)}{114,1 + 10} = 26,3 \text{ cm}$$

$$I_{tr}^- = 41105 + 114,1 \left(26,3 - \frac{46,3}{2} \right)^2 + 10 * (46,3 + 5 + 13 - 2 - 26,3)^2$$

$$I_{tr}^- = 55197,15 \text{ cm}^4$$

$$\alpha_g = \frac{\frac{44,53 * 55197,15}{41105}}{\left(\frac{44,53^2}{4} + \frac{41105 + 2093}{114,1}\right) + 44,53} = 1,165$$

$$I_{af,y} = \frac{19,2^3 * 1,77}{12} = 1043,98 \text{ cm}^4$$

$$M_{cr} = 1,165 * \frac{21,9}{1500} \sqrt{\left(7700 * 92,49 + \frac{(142,68 * 1500^2)}{\pi^2}\right) * 20000 * 1043,98}$$

$$M_{cr} = 440037,89 \text{ kN.cm}$$

Cálculo $M_{Rk,VMP^-,pla}$:

$$d' = 2 \text{ cm}$$

$$\lambda_m = \frac{192}{2 * 17,7} = 5,42 \quad \lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 9,15 < \lambda \therefore \text{mesa compacta}$$

$$T_{pk} = 8,4 * 145,87 * 1,15 = 1409,1 \text{ kN}$$

$$T_{ks} = 5 * \frac{200}{100} * 50 = 500 \text{ kN}$$

$$1409,1 + 500 = 1909,1 \text{ kN} < 114,1 * 34,5 = 3936,45 \text{ kN} \therefore \text{LNP no perfil}$$

$$T_{ak} = \frac{3936,45 - 1909,1}{2} = 1013,67 \text{ kN}$$

$$T_{ak} < 19,2 * 1,77 * 34,5 = 1172,45 \text{ kN} \therefore \text{LNP na mesa}$$

$$C_{ak} = 3936,45 - 1013,67 = 2922,78 \text{ kN}$$

$$y_p = \frac{1013,67}{19,2 * 34,5} = 1,53 \text{ cm}$$

$$\lambda = 2 * \frac{404}{10,5} = 76,95 < \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 \therefore \text{alma compacta}$$

$$y_c =$$

$$\frac{\left(19,2 * \frac{1,77^2}{2} + 42,8 * 1,05 * \left(\frac{42,8}{2} + 1,77\right) + \frac{19,2}{2} * (1,77 - 1,53) * (3 * 1,77 + 2 * 42,8 - 1,53)\right)}{19,2 * 1,77 + 42,8 * 1,05 + 19,2 * (1,77 - 1,53)}$$

$$y_c = 15,29 \text{ cm}$$

$$y_t = \frac{1,53}{2} = 0,765 \text{ cm}$$

$$d_3 = 13 + 5 + 1,53 - 2 = 17,53 \text{ cm}$$

$$d_4 = 0,765 \text{ cm}$$

$$d_5 = 46,3 - 1,53 - 15,29 = 29,48 \text{ cm}$$

$$d_6 = 46,3 - 1,53 + (-5) = 39,77 \text{ cm}$$

$$M_{Rk,VMP^-,pla} = 500 * 17,53 + 1013,67 * 0,765 + 2922,78 * 39,77 - 1409,1 * 39,77$$

$$M_{Rk,VMP^-,pla} = 39667,34 \text{ kN} \cdot \text{m}; \text{ m. cm} = 396,67 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{39667,34}{440037,89}} = 0,297 > 0,4 \therefore \chi_{dist} = 1$$

$$M_{Rd,VMP^-FLD} = 1 * 379,45 = 379,45 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

FIM ROTINA 3.3.2

$$M_{Rd,VMP^-} = \text{menor}(379,45 ; 379,45) = 379,45 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

FIM ROTINA 3

$$V_{Rd} = 914,84 \text{ kN} \text{ calculado anteriormente}$$

$$M_{Sd,x}^+ < M_{Rd,VMP^+} \text{ OK!}$$

$$M_{Sd,x}^- < M_{Rd,VMP^-} \text{ OK!}$$

$$V_{Sd,max} < V_{Rd} \text{ OK!}$$

FIM ANÁLISE SEÇÃO ATIVA 1

ANÁLISE SEÇÃO MEIO DO VÃO:

$$X_{seção} = \frac{1500}{2} = 750 \text{ cm}$$

$$e_{p,tr,x} = e_{p,tr} = 44,26 \text{ cm}$$

$$M_{Sd,x}^+ = \left(\frac{1,4 * (0,88 + 6,81 + 4) + 1,4 * 10}{2} \right) \left(1500 * \frac{750}{10000} - \left(\frac{750}{100} \right)^2 \right)$$

$$M_{Sd,x}^+ = 854,18 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{Sd,x}^- = 0,9 * 1099,14 * \frac{44,26}{100} = 437,83 \text{ kN.m}$$

Rotina H - Cálculo σ_{Pd}

Pós-tração, $P_{2,2}$

$$\rho_p = \frac{8,4}{463,02} = 0,0181$$

$$\alpha_p = \frac{20000}{2683,8} = 7,45$$

$$\eta = \left(1 + 44,26^2 * \frac{463,02}{149249,62} \right) = 7,08$$

$$\epsilon_{pré} = \frac{0,9 * 1099,14}{20000 * 8,4} * (1 + 7,45 * 0,0181 * 7,08) = 11,51 * 10^{-3}$$

$$\frac{1500}{46,3 + 5 + 13} = 23,32 < 35 \therefore \Delta\sigma_{Pd} = 70 + \frac{30}{0,0181 * 100} = 86,35 \text{ MPa}$$

$< 420 \text{ MPa OK!}$

$$\sigma_{Pd} \leq \begin{cases} \frac{11,51 * 10^{-3} * 20000 + 86,35 * 0,1}{1,15} = 206,97 \text{ kN/cm}^2 \\ \frac{167,75}{1,15} = 145,87 \text{ kN/cm}^2 \end{cases} = 145,87 \text{ kN/cm}^2$$

FIM ROTINA H

Rotina 3 - Cálculo Mrd VMP

Rotina 3.1 - Mrd+ VMP

$M_{Rd,VMP^+} = 187846,73 \text{ kN.cm} = 1878,46 \text{ kN.m}$ Calculado conforme seção ativa 1.

FIM ROTINA 3.1

Rotina 3.3.1 - Mrd- VMP plástica

$M_{Rd,VMP^-,pla} = 37945,04 \text{ kN.cm} = 379,45 \text{ kN.m}$ Calculado conforme seção ativa 1.

FIM ROTINA 3.3.1

$$\psi = \frac{56,45}{(1,4 * (0,88 + 6,81 + 4) + 1,4 * 10) * \frac{15^2}{8}} = 0,0661 \therefore C_{dist} = 21,9$$

Rotina 3.3.2 Mrd- FLD

$M_{cr} = 440037,89 \text{ kN.cm}$ Calculado conforme seção ativa 1.

Cálculo $M_{Rk,VMP^-,pla}$:

$M_{Rk,VMP^-,pla} = 39667,34 \text{ kN.m}$; $m.cm = 396,67 \text{ kN.m}$ Calculado conforme seção ativa 1.

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{39667,34}{440037,89}} = 0,297 < 0,4 \therefore \chi_{dist} = 1$$

$$M_{Rd,VMP^-FLD} = 1 * 379,45 = 379,45 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3.3.2

$$M_{Rd,VMP^-} = \text{menor}(379,45 ; 379,45) = 379,45 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3

$V_{Rd} = 914,84 \text{ kN}$ calculado anteriormente

$$M_{Sd,x}^+ < M_{Rd,VMP^+} \text{ OK!}$$

$$M_{Sd,x}^- < M_{Rd,VMP^-} \text{ OK!}$$

$$V_{Sd,max} < V_{Rd} \text{ OK!}$$

FIM ANÁLISE SEÇÃO MEIO DO VÃO:

ANÁLISE SEÇÃO PASSIVA 0:

$$X_{seção} = \frac{5000 * 0}{2 - 1} = 0 \text{ cm}$$

$$e_{p,tr,x} = 5,73 + \frac{(44,26 - 5,73) * 0}{2 - 1} = 5,73 \text{ cm}$$

$$M_{Sd,x}^+ = \left(\frac{1,4 * (0,88 + 6,81 + 4) + 1,4 * 10}{2} \right) \left(1500 * \frac{0}{10000} - \left(\frac{0}{100} \right)^2 \right) = 0 \text{ kN.m}$$

$$M_{Sd,x}^- = 0,9 * 1103,6 * \frac{5,73}{100} = 56,91 \text{ kN.m}$$

Rotina H - Cálculo σ_{pd}

Pós-tração, $P_{2,3}$

$$\rho_p = \frac{8,4}{463,02} = 0,0181$$

$$\alpha_p = \frac{20000}{2683,8} = 7,45$$

$$\eta = \left(1 + 5,73^2 * \frac{463,02}{149249,62}\right) = 1,102$$

$$\epsilon_{pré} = \frac{0,9 * 1103,6}{20000 * 8,4} * (1 + 7,45 * 0,0181 * 1,102) = 6,79 * 10^{-3}$$

$$\frac{1500}{46,3 + 5 + 13} = 23,32 < 35 \therefore \Delta\sigma_{Pd} = 70 + \frac{30}{0,0181 * 100} = 86,35 \text{ MPa}$$

< 420 MPa OK!

$$\sigma_{pd} \leq \begin{cases} \frac{6,79 * 10^{-3} * 20000 + 86,35 * 0,1}{1,15} = 125,6 \text{ kN/cm}^2 \\ \frac{167,75}{1,15} = 145,87 \text{ kN/cm}^2 \end{cases} = 125,6 \text{ kN/cm}^2$$

FIM ROTINA H

Rotina 3 - Cálculo Mrd VMP

Rotina 3.1 - Mrd+ VMP

$$\lambda = \frac{404}{10,5} = 38,47 \quad \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 < \lambda \therefore \text{alma compacta}$$

$$C_{cd} = 0,85 * \frac{3}{1,4} * 200 * 13 = 4735,68 \text{ kN}$$

$$T_{ad} = 114,1 * \frac{34,5}{1,1} = 3578,59 \text{ kN}$$

$$T_{pd} = 8,4 * 125,6 = 1055,1 \text{ kN}$$

4735,68 > 3578,59 + 1055,1 = 4633,69 kN \therefore LNP na laje

$$a = \frac{3578,59 + 1055,1}{0,85 * \frac{3}{1,4} * 200} = 12,72 \text{ cm}$$

$$M_{Rd,VMP+} =$$

$$3578,59 * \left(\frac{46,3}{2} + 5 + 13 - \frac{12,72}{2} \right) + 1055,1$$

$$* \left[46,3 + (-43,53) + 5 + 13 - \frac{12,72}{2} \right]$$

$$M_{Rd,VMP^+} = 139703,13 \text{ kN.cm} = 1397,03 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3.1

Rotina 3.3.1 - Mrd- VMP plástica

$$d' = 2 \text{ cm}$$

$$\lambda_m = \frac{192}{2 * 17,7} = 5,42 \quad \lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 9,15 < \lambda \therefore \text{mesa compacta}$$

$$T_{pd} = 8,4 * 125,6 = 1055,1 \text{ kN}$$

$$T_{ds} = 5 * \frac{200}{100} * \frac{50}{1,15} = 434,78 \text{ kN}$$

$$1055,1 + 434,78 = 1489,88 \text{ kN} < 114,1 * \frac{34,5}{1,1} = 3578,59 \text{ kN} \therefore \text{LNP no perfil}$$

$$T_{ad} = \frac{3578,59 - 1489,88}{2} = 1044,35 \text{ kN}$$

$$T_{ad} < 19,2 * 1,77 * \frac{34,5}{1,1} = 1065,86 \text{ kN} \therefore \text{LNP na mesa}$$

$$C_{ad} = 3578,59 - 1044,35 = 2534,23 \text{ kN}$$

$$y_p = \frac{1044,35}{19,2 * \frac{34,5}{1,1}} = 1,73 \text{ cm}$$

$$\lambda = 2 * \frac{404}{10,5} = 76,95 < \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 \therefore \text{alma compacta}$$

$$y_c =$$

$$\frac{\left(19,2 * \frac{1,77^2}{2} + 42,8 * 1,05 * \left(\frac{42,8}{2} + 1,77 \right) + \frac{19,2}{2} * (1,77 - 1,73) * (3 * 1,77 + 2 * 42,8 - 1,73) \right)}{19,2 * 1,77 + 42,8 * 1,05 + 19,2 * (1,77 - 1,73)}$$

$$y_c = 13,79 \text{ cm}$$

$$y_t = \frac{1,74}{2} = 0,87 \text{ cm}$$

$$d_3 = 13 + 5 + 1,74 - 2 = 17,74 \text{ cm}$$

$$d_4 = 0,87 \text{ cm}$$

$$d_5 = 46,3 - 1,74 - 13,79 = 30,77 \text{ cm}$$

$$d_6 = 46,3 - 1,74 + (-43,53) = 1,03 \text{ cm}$$

$$M_{Rd,VMP^-,pla} = 434,78 * 17,74 + 1048,13 * 0,87 + 2530,46 * 30,77 - 1047,48 * 1,03$$

$$M_{Rd,VMP^-,pla} = 85395,73 \text{ kN.cm} = 853,95 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3.3.1

$$\psi = \frac{56,45}{(1,4 * (0,88 + 6,81 + 4) + 1,4 * 10) * \frac{15^2}{8}} = 0,0661 \therefore C_{dist} = 21,9$$

Rotina 3.3.2 Mrd- FLD

viga interna $\therefore \alpha = 3$

$$h_o = 46,3 - 1,77 = 44,53 \text{ cm}$$

Laje mista

Rotina G - Cálculo da rigidez da laje

$$\alpha_e = \alpha_c^{-1} = 7,45$$

$$\Delta = 5^2 + \frac{2 * 13 * 5 * (13 + 5 - 2)}{7,45 * 30,5} = 34,15$$

$$x_{LN} = \frac{(-5 + \sqrt{34,15}) * 7,45 * 30,5}{\frac{13}{2}} = 29,5 \text{ cm}$$

$29,5 > h_F = 5 \text{ cm} \therefore LNE$ acima das nervuras

$$\Delta = \left(5 + \frac{13 * 5}{7,45 * 30,5} - \frac{100 * 5}{7,45} \right)^2 - \frac{200}{7,45} \left[50 * \frac{5^2}{7,45} - \frac{13 * 5^2}{2 * 7,45 * 30,5} - 5 * (13 + 5 - 2) \right]$$

$$\Delta = 1484,84$$

$$x_{LN} = \frac{-\left(5 + \frac{13 * 5}{7,45 * 30,5} - 100 * \frac{5}{7,45}\right) + \sqrt{1484,84}}{\frac{100}{7,45}} = 7,48 \text{ cm}$$

$$I_2 = \frac{13 * 5^3}{12 * 7,45 * 30,5} + \frac{13 * 5}{7,45 * 30,5} * \left(7,48 - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{100 * (7,45 - 5)^3}{3 * 7,45} + 5 * (13 + 5 - 2 - 7,45)^2$$

$$I_2 = 438,86 \text{ cm}^4/m$$

FIM ROTINA G

$$k_1 = \frac{3 * 20000 * 438,86}{200} = 131569,97 \text{ kN}$$

$$k_2 = \frac{20000 * 0,79^3}{3,64 * 34,49} = 142,84 \text{ kN}$$

$$k_r = \frac{131569,97 * 142,84}{131569,97 + 142,84} = 142,68 \text{ kN}$$

$$y_c = 46,3 + 5 + \frac{13}{2} = 57,8 \text{ cm}$$

$$A = 114,1 + 5 * \frac{200}{100} = 124,1 \text{ cm}^2$$

$$e = \frac{124,1 * 41105}{114,1 * 57,8 * (124,1 - 114,1)} = 129,03 \text{ cm}$$

$$y_{tr}^- = \frac{114,1 * \frac{46,3}{2} + 10 * (46,3 + 5 + 13 - 2)}{114,1 + 10} = 26,3 \text{ cm}$$

$$I_{tr}^- = 41105 + 114,1 \left(26,3 - \frac{46,3}{2}\right)^2 + 10 * (46,3 + 5 + 13 - 2 - 26,3)^2$$

$$I_{tr}^- = 55197,15 \text{ cm}^4$$

$$\alpha_g = \frac{\frac{44,53 * 55197,15}{41105}}{\left(\frac{44,53^2}{4} + \frac{41105 + 2093}{114,1}\right) + 44,53} = 1,165$$

$$I_{af,y} = \frac{19,2^3 * 1,77}{12} = 1043,98 \text{ cm}^4$$

$$M_{cr} = 1,165 * \frac{21,9}{1500} \sqrt{\left(7700 * 92,49 + \frac{(142,68 * 1500^2)}{\pi^2}\right)} * 20000 * 1043,98$$

$$M_{cr} = 440037,89 \text{ kN.cm}$$

Cálculo $M_{Rk,VMP^-,pla}$:

$$d' = 2 \text{ cm}$$

$$\lambda_m = \frac{192}{2 * 17,7} = 5,42 \quad \lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 9,15 < \lambda \therefore \text{mesa compacta}$$

$$T_{pk} = 8,4 * 125,6 * 1,15 = 1213,3 \text{ kN}$$

$$T_{ks} = 5 * \frac{200}{100} * 50 = 500 \text{ kN}$$

$$1213,3 + 500 = 1713,3 \text{ kN} < 114,1 * 34,5 = 3936,45 \text{ kN} \therefore \text{LNP no perfil}$$

$$T_{ak} = \frac{3936,45 - 1713,3}{2} = 1111,57 \text{ kN}$$

$$T_{ak} < 19,2 * 1,77 * 34,5 = 1172,45 \text{ kN} \therefore \text{LNP na mesa}$$

$$C_{ak} = 3936,45 - 1111,57 = 2824,87 \text{ kN}$$

$$y_p = \frac{1111,57}{19,2 * 34,5} = 1,68 \text{ cm}$$

$$\lambda = 2 * \frac{404}{10,5} = 76,95 < \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 \therefore \text{alma compacta}$$

$$y_c =$$

$$\frac{\left(19,2 * \frac{1,77^2}{2} + 42,8 * 1,05 * \left(\frac{42,8}{2} + 1,77\right) + \frac{19,2}{2} * (1,77 - 1,68) * (3 * 1,77 + 2 * 42,8 - 1,68)\right)}{19,2 * 1,77 + 42,8 * 1,05 + 19,2 * (1,77 - 1,68)}$$

$$y_c = 14,2 \text{ cm}$$

$$y_t = \frac{1,68}{2} = 0,84 \text{ cm}$$

$$d_3 = 13 + 5 + 1,68 - 2 = 17,68 \text{ cm}$$

$$d_4 = 0,85 \text{ cm}$$

$$d_5 = 46,3 - 1,68 - 14,2 = 30,41 \text{ cm}$$

$$d_6 = 46,3 - 1,68 + (-43,53) = 1,09 \text{ cm}$$

$$M_{Rk,VMP^-,pla} = 500 * 17,68 + 1115,92 * 0,84 + 2820,53 * 30,41 - 1204,6 * 1,09$$

$$M_{Rk,VMP^-,pla} = 94246,59 \text{ kN.cm} = 942,46 \text{ kN.m}$$

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{94246,59}{440037,89}} = 0,458 > 0,4 \text{ e } < 1,5 \therefore \chi_{dist} = 0,658^{0,458^2} = 0,916$$

$$M_{Rd,VMP^-FLD} = 0,916 * 853,95 = 782,17 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3.3.2

$$M_{Rd,VMP^-} = \text{menor}(853,95; 782,17) = 782,17 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3

$$V_{Rd} = 914,84 \text{ kN calculado anteriormente}$$

$$M_{Sd,x}^+ < M_{Rd,VMP^+} \text{ OK!}$$

$$M_{Sd,x}^- < M_{Rd,VMP^-} \text{ OK!}$$

$$V_{Sd,max} < V_{Rd} \text{ OK!}$$

FIM ANÁLISE SEÇÃO PASSIVA 0

ANÁLISE SEÇÃO PASSIVA 1:

$$X_{seção} = \frac{500 * 1}{2 - 1} = 500 \text{ cm}$$

$$e_{p,tr,x} = 5,73 + \frac{(44,26 - 5,73) * 1}{2 - 1} = 44,26 \text{ cm}$$

$$M_{Sd,x}^+ = \left(\frac{1,4 * (0,88 + 6,81 + 4) + 1,4 * 10}{2} \right) \left(1500 * \frac{500}{10000} - \left(\frac{500}{100} \right)^2 \right) \\ = 759,15 \text{ kN.m}$$

$$M_{Sd,x}^- = 0,9 * 1103,6 * \frac{44,26}{100} = 439,61 \text{ kN.m}$$

Rotina H - Cálculo σ_{Pd}

Pós-tração, $P_{2,3}$

$$\rho_p = \frac{8,4}{463,02} = 0,0181$$

$$\alpha_p = \frac{20000}{2683,8} = 7,45$$

$$\eta = \left(1 + 44,26^2 * \frac{463,02}{149249,62} \right) = 7,08$$

$$\epsilon_{pré} = \frac{0,9 * 1094,67}{20000 * 8,4} * (1 + 7,45 * 0,0181 * 7,08) = 11,47 * 10^{-3}$$

$$\frac{1500}{46,3 + 5 + 13} = 23,32 < 35 \therefore \Delta\sigma_{pd} = 70 + \frac{30}{0,0181 * 100} = 86,35 \text{ MPa}$$

< 420 MPa OK!

$$\sigma_{pd} \leq \begin{cases} \frac{11,47 * 10^{-3} * 20000 + 86,35 * 0,1}{1,15} = 206,97 \text{ kN/cm}^2 \\ \frac{167,75}{1,15} = 145,87 \text{ kN/cm}^2 \end{cases} = 145,87 \text{ kN/cm}^2$$

FIM ROTINA H

Rotina 3 - Cálculo Mrd VMP

Rotina 3.1 - Mrd+ VMP

$$\lambda = \frac{404}{10,5} = 38,47 \quad \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 < \lambda \therefore \text{alma compacta}$$

$$C_{cd} = 0,85 * \frac{3}{1,4} * 200 * 13 = 4735,68 \text{ kN}$$

$$T_{ad} = 114,1 * \frac{34,5}{1,1} = 3578,59 \text{ kN}$$

$$T_{pd} = 8,4 * 145,87 = 1225,31 \text{ kN}$$

$4735,68 < 3578,59 + 1225,31 = 4803,9 \text{ kN} \therefore$ LNP no perfil

$$C_{ad} = \frac{3578,59 + 1225,31 - 4735,68}{2} = 34,11 \text{ kN}$$

$$T_{ad} = 4735,68 + 34,11 - 1225,31 = 3544,49 \text{ kN}$$

$$C_{ad} < 19,2 * 1,77 * \frac{34,5}{1,1} = 1065,86 \text{ kN} \therefore \text{LNP na mesa}$$

$$y_p = \frac{34,11}{19,2 * \frac{34,5}{1,1}} = 0,056 \text{ cm}$$

$$y_c = \frac{0,056}{2} = 0,028 \text{ cm}$$

$$y_t =$$

$$\frac{\left(19,2 * \frac{1,77^2}{2} + 42,8 * 1,05 * \left(\frac{42,8}{2} + 1,77 \right) + \frac{19,2}{2} * (1,77 - 0,056) * (3 * 1,77 + 2 * 42,8 - 0,056) \right)}{19,2 * 1,77 + 42,8 * 1,05 + 19,2 * (1,77 - 0,056)}$$

$$y_t = 22,94 \text{ cm}$$

$$M_{Rd,VMP+} = 4735,68 * \left(\frac{13}{2} + 5 + 0,056 \right) + 34,11 * (0,056 - 0,028) + 3544,49 * (46,3 - 0,056 - 22,94) + 1225,31 * (46,3 - 5 - 0,056)$$

$$M_{Rd,VMP+} = 187846,73 \text{ kN.cm} = 1878,46 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3.1

Rotina 3.3.1 - Mrd- VMP plástica

$$d' = 2 \text{ cm}$$

$$\lambda_m = \frac{192}{2 * 17,7} = 5,42 \quad \lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 9,15 < \lambda \therefore \text{mesa compacta}$$

$$T_{pd} = 8,4 * 145,87 = 1225,31 \text{ kN}$$

$$T_{ds} = 5 * \frac{200}{100} * \frac{50}{1,15} = 434,78 \text{ kN}$$

$$1225,31 + 434,78 = 1660,1 \text{ kN} < 114,1 * \frac{34,5}{1,1} = 3578,59 \text{ kN} \therefore \text{LNP no perfil}$$

$$T_{ad} = \frac{3578,59 - 1660,1}{2} = 959,25 \text{ kN}$$

$$T_{ad} < 19,2 * 1,77 * \frac{34,5}{1,1} = 1065,86 \text{ kN} \therefore \text{LNP na mesa}$$

$$C_{ad} = 3578,59 - 959,25 = 2619,34 \text{ kN}$$

$$y_p = \frac{959,25}{19,2 * \frac{34,5}{1,1}} = 1,593 \text{ cm}$$

$$\lambda = 2 * \frac{404}{10,5} = 76,95 < \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 \therefore \text{alma compacta}$$

$$y_c =$$

$$\frac{\left(19,2 * \frac{1,77^2}{2} + 42,8 * 1,05 * \left(\frac{42,8}{2} + 1,77\right) + \frac{19,2}{2} * (1,77 - 1,593) * (3 * 1,77 + 2 * 42,8 - 1,593)\right)}{19,2 * 1,77 + 42,8 * 1,05 + 19,2 * (1,77 - 1,593)}$$

$$y_c = 14,86 \text{ cm}$$

$$y_t = \frac{1,593}{2} = 0,79 \text{ cm}$$

$$d_3 = 13 + 5 + 1,593 - 2 = 17,593 \text{ cm}$$

$$d_4 = 0,79 \text{ cm}$$

$$d_5 = 46,3 - 1,593 - 14,86 = 29,85 \text{ cm}$$

$$d_6 = 46,3 - 1,593 + (-5) = 39,7 \text{ cm}$$

$$M_{Rd,VMP^-,pla} = 434,78 * 17,593 + 959,25 * 0,79 + 2619,34 * 29,85 - 1225,31 * 39,7$$

$$M_{Rd,VMP^-,pla} = 37945,04 \text{ kN.cm} = 379,45 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3.3.1

$$\psi = \frac{56,45}{(1,4 * (0,88 + 6,81 + 4) + 1,4 * 10) * \frac{15^2}{8}} = 0,0661 \therefore C_{dist} = 21,9$$

Rotina 3.3.2 Mrd- FLD

$$\text{viga interna} \therefore \alpha = 3$$

$$h_o = 46,3 - 1,77 = 44,53 \text{ cm}$$

Laje mista

Rotina G - Cálculo da rigidez da laje

$$\alpha_e = \alpha_c^{-1} = 7,45$$

$$\Delta = 5^2 + \frac{2 * 13 * 5 * (13 + 5 - 2)}{7,45 * 30,5} = 34,15$$

$$x_{LN} = \frac{(-5 + \sqrt{34,15}) * 7,45 * 30,5}{\frac{13}{2}} = 29,5 \text{ cm}$$

$29,5 > h_F = 5 \text{ cm} \therefore \text{LNE acima das nervuras}$

$$\Delta = \left(5 + \frac{13 * 5}{7,45 * 30,5} - \frac{100 * 5}{7,45} \right)^2 - \frac{200}{7,45} \left[50 * \frac{5^2}{7,45} - \frac{13 * 5^2}{2 * 7,45 * 30,5} - 5 * (13 + 5 - 2) \right]$$

$$\Delta = 1484,84$$

$$x_{LN} = \frac{-\left(5 + \frac{13 * 5}{7,45 * 30,5} - 100 * \frac{5}{7,45} \right) + \sqrt{1484,84}}{\frac{100}{7,45}} = 7,48 \text{ cm}$$

$$I_2 = \frac{13 * 5^3}{12 * 7,45 * 30,5} + \frac{13 * 5}{7,45 * 30,5} * \left(7,48 - \frac{5}{2} \right)^2 + \frac{100 * (7,45 - 5)^3}{3 * 7,45} + 5 * (13 + 5 - 2 - 7,45)^2$$

$$I_2 = 438,86 \text{ cm}^4 / \text{m}$$

FIM ROTINA G

$$k_1 = \frac{3 * 20000 * 438,86}{200} = 131569,97 \text{ kN}$$

$$k_2 = \frac{20000 * 0,79^3}{3,64 * 34,49} = 142,84 \text{ kN}$$

$$k_r = \frac{131569,97 * 142,84}{131569,97 + 142,84} = 142,68 \text{ kN}$$

$$y_c = 46,3 + 5 + \frac{13}{2} = 57,8 \text{ cm}$$

$$A = 114,1 + 5 * \frac{200}{100} = 124,1 \text{ cm}^2$$

$$e = \frac{124,1 * 41105}{114,1 * 57,8 * (124,1 - 114,1)} = 129,03 \text{ cm}$$

$$y_{tr}^- = \frac{114,1 * \frac{46,3}{2} + 10 * (46,3 + 5 + 13 - 2)}{114,1 + 10} = 26,3 \text{ cm}$$

$$I_{tr}^- = 41105 + 114,1 \left(26,3 - \frac{46,3}{2} \right)^2 + 10 * (46,3 + 5 + 13 - 2 - 26,3)^2$$

$$I_{tr}^- = 55197,15 \text{ cm}^4$$

$$\alpha_g = \frac{\frac{44,53 * 55197,15}{41105}}{\left(\frac{44,53^2}{4} + \frac{41105 + 2093}{114,1} \right) + 44,53} = 1,165$$

$$I_{af,y} = \frac{19,2^3 * 1,77}{12} = 1043,98 \text{ cm}^4$$

$$M_{cr} = 1,165 * \frac{21,9}{1500} \sqrt{\left(7700 * 92,49 + \frac{(142,68 * 1500^2)}{\pi^2} \right) * 20000 * 1043,98}$$

$$M_{cr} = 440037,89 \text{ kN.cm}$$

Cálculo $M_{Rk,VMP^-,pla}$:

$$d' = 2 \text{ cm}$$

$$\lambda_m = \frac{192}{2 * 17,7} = 5,42 \quad \lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 9,15 < \lambda \therefore \text{mesa compacta}$$

$$T_{pk} = 8,4 * 145,87 * 1,15 = 1409,1 \text{ kN}$$

$$T_{ks} = 5 * \frac{200}{100} * 50 = 500 \text{ kN}$$

$$1409,1 + 500 = 1909,1 \text{ kN} < 114,1 * 34,5 = 3936,45 \text{ kN} \therefore \text{LNP no perfil}$$

$$T_{ak} = \frac{3936,45 - 1909,1}{2} = 1013,67 \text{ kN}$$

$$T_{ak} < 19,2 * 1,77 * 34,5 = 1172,45 \text{ kN} \therefore \text{LNP na mesa}$$

$$C_{ak} = 3936,45 - 1013,67 = 2922,78 \text{ kN}$$

$$y_p = \frac{1013,67}{19,2 * 34,5} = 1,53 \text{ cm}$$

$$\lambda = 2 * \frac{404}{10,5} = 76,95 < \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 \therefore \text{alma compacta}$$

$$y_c =$$

$$\frac{\left(19,2 * \frac{1,77^2}{2} + 42,8 * 1,05 * \left(\frac{42,8}{2} + 1,77 \right) + \frac{19,2}{2} * (1,77 - 1,53) * (3 * 1,77 + 2 * 42,8 - 1,53) \right)}{19,2 * 1,77 + 42,8 * 1,05 + 19,2 * (1,77 - 1,53)}$$

$$y_c = 15,29 \text{ cm}$$

$$y_t = \frac{1,53}{2} = 0,765 \text{ cm}$$

$$d_3 = 13 + 5 + 1,53 - 2 = 17,53 \text{ cm}$$

$$d_4 = 0,765 \text{ cm}$$

$$d_5 = 46,3 - 1,53 - 15,29 = 29,48 \text{ cm}$$

$$d_6 = 46,3 - 1,53 + (-5) = 39,77 \text{ cm}$$

$$M_{Rk,VMP^-,pla} = 500 * 17,53 + 1013,67 * 0,765 + 2922,78 * 39,77 - 1409,1 * 39,77$$

$$M_{Rk,VMP^-,pla} = 39667,34 \text{ kN} \cdot \text{m} = 396,67 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{39667,34}{440037,89}} = 0,297 > 0,4 \therefore \chi_{dist} = 1$$

$$M_{Rd,VMP^-FLD} = 1 * 379,45 = 379,45 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

FIM ROTINA 3.3.2

$$M_{Rd,VMP^-} = \text{menor}(379,45 ; 379,45) = 379,45 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

FIM ROTINA 3

$$V_{Rd} = 914,84 \text{ kN} \text{ calculado anteriormente}$$

$$M_{Sd,x}^+ < M_{Rd,VMP^+} \text{ OK!}$$

$$M_{Sd,x}^- < M_{Rd,VMP^-} \text{ OK!}$$

$$V_{Sd,max} < V_{Rd} \text{ OK!}$$

FIM ANÁLISE SEÇÃO PASSIVA 1

6) FASE 3 – VMP $t = \infty$

Rotina 1 - Cálculo da LNE da Seção Transformada

Considerando $t = \infty$

$$\alpha_c = \frac{2683,8}{3 * 20000} = 0,04473$$

$$b_{tr} = 200 * 0,04473 = 8,946 \text{ cm}$$

$$A_{tr} = 8,946 * 13 + 114,1 = 230,4 \text{ cm}^2$$

$$y_{tr} = \frac{(8,946 * 13 * (\frac{13}{2} + 5 + 46,3)) + 114,1 * \frac{46,3}{2}}{8,946 * 13 + 114,1} = 40,64 \text{ cm}$$

$$a_y = 46,3 + 5 + 13 - 40,64 = 23,66 \text{ cm} > 13 \text{ cm} \therefore a_y = 13 \text{ cm}$$

$$I_{tr} = 8,946 * \frac{13^3}{12} + 8,946 * 13 * \left(46,3 + 5 + \frac{13}{2} - 40,64\right)^2 + 41105 + 114,1 * \left(40,64 - \frac{46,3}{2}\right)^2 = 111891,82 \text{ cm}^4$$

$$W_{tr,inf} = \frac{111891,82}{40,64} = 2753,24 \text{ cm}^3$$

$$W_{tr,sup} = \frac{111891,82}{46,3 + 5 + 13 - 40,64} = 4729,15 \text{ cm}^4$$

FIM ROTINA 1

$$e_{p,tr,i} = 40,64 - 43,53 = -2,89 \text{ cm}$$

$$e_{p,tr} = 40,64 - 5 = 35,64 \text{ cm}$$

Rotina 5 - Cálculo da perda da força de protensão

tempo = ∞

$$\sigma_{Po,1} = \frac{1094,66}{8,4} = 130,32 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{\sigma_{Po,1}}{f_{ptk}} = \frac{130,32}{186,39} = 0,699 \therefore \psi_{1000} = 0,025$$

$$P_{3,1} = 1094,66 * (1 - 2,5 * 0,025) = 1026,24 \text{ kN}$$

$$\sigma_{Po,2} = \frac{1099,14}{8,4} = 130,85 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{\sigma_{Po,2}}{f_{ptk}} = \frac{130,85}{186,39} = 0,702 \therefore \psi_{1000} = 0,025$$

$$P_{3,2} = 1099,14 * (1 - 2,5 * 0,025) = 1030,44 \text{ kN}$$

$$\sigma_{Po,3} = \frac{1103,6}{8,4} = 131,38 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{\sigma_{Po,3}}{f_{ptk}} = \frac{131,38}{186,39} = 0,704 \therefore \psi_{1000} = 0,025$$

$$P_{3,3} = 1103,6 * (1 - 2,5 * 0,025) = 1034,62 \text{ kN}$$

FIM ROTINA 5

ANÁLISE SEÇÃO ATIVA 0:

$$X_{seção} = \frac{500 * 0}{2 - 1} = 0 \text{ cm}$$

$$e_{p,tr,x} = -2,89 + \frac{(35,64 - (-2,89)) * 0}{2 - 1} = -2,89 \text{ cm}$$

$$M_{Sd,x}^+ = \left(\frac{1,4 * (0,88 + 6,81 + 4) + 1,4 * 10}{2} \right) \left(1500 * \frac{0}{10000} - \left(\frac{0}{100} \right)^2 \right) = 0 \text{ kN.m}$$

$$M_{Sd,x}^- = 0,9 * 1026,53 * \frac{-2,89}{100} = -26,7 \text{ kN.m}$$

Rotina H - Cálculo σ_{Pd}

Pós-tração, $P_{3,1}$

$$\rho_p = \frac{8,4}{230,4} = 0,0364$$

$$\alpha_p = \frac{20000}{2683,8} = 7,45$$

$$\eta = \left(1 + (-2,86)^2 * \frac{230,4}{111891,82} \right) = 1,017$$

$$\epsilon_{pré} = \frac{0,9 * 1026,24}{20000 * 8,4} * (1 + 7,45 * 0,0364 * 1,017) = 7,01 * 10^{-3}$$

$$\frac{1500}{46,3 + 5 + 13} = 23,32 < 35 \therefore \Delta\sigma_{Pd} = 70 + \frac{30}{0,0181 * 100} = 86,35 \text{ MPa}$$

< 420 MPa OK!

$$\sigma_{Pd} \leq \begin{cases} \frac{7,01 * 10^{-3} * 20000 + 86,35 * 0,1}{1,15} = 129,49 \text{ kN/cm}^2 \\ \frac{167,75}{1,15} = 145,87 \text{ kN/cm}^2 \end{cases} = 129,49 \text{ kN/cm}^2$$

FIM ROTINA H

Rotina 3 - Cálculo Mrd VMP

Rotina 3.1 - Mrd+ VMP

$$\lambda = \frac{404}{10,5} = 38,47 \quad \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 < \lambda \therefore \text{alma compacta}$$

$$C_{cd} = 0,85 * \frac{3}{1,4} * 200 * 13 = 4735,68 \text{ kN}$$

$$T_{ad} = 114,1 * \frac{34,5}{1,1} = 3578,59 \text{ kN}$$

$$T_{pd} = 8,4 * 129,49 = 1087,72 \text{ kN}$$

$$4735,68 < 3578,59 + 1087,72 = 4666,31 \text{ kN} \therefore \text{LNP na laje}$$

$$a = \frac{4666,31}{0,85 * \frac{3}{1,4} * 200} = 12,81 \text{ cm}$$

$$M_{Rd,VMP^+} =$$

$$3578,59 * \left(\frac{46,3}{2} + 5 + 13 - \frac{12,81}{2} \right) + 1087,72 \\ * \left[46,3 + (-40,64 - 2,89) + 5 + 13 - \frac{12,81}{2} \right]$$

$$M_{Rd,VMP^+} = 139963,2 \text{ kN.cm} = 1399,63 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3.1

FIM ROTINA 3

$V_{Rd} = 914,84 \text{ kN}$ calculado anteriormente

$$M_{Sd,x}^+ < M_{Rd,VMP^+} \quad \text{OK!}$$

$$V_{Sd,max} < V_{Rd} \quad \text{OK!}$$

FIM ANÁLISE SEÇÃO ATIVA 0

ANÁLISE SEÇÃO ATIVA 1:

$$X_{seção} = \frac{500 * 1}{2 - 1} = 500 \text{ cm}$$

$$e_{p,tr,x} = -2,89 + \frac{(35,64 - (-2,89)) * 1}{2 - 1} = 35,64 \text{ cm}$$

$$M_{Sd,x}^+ = \left(\frac{1,4 * (0,88 + 6,81 + 4) + 1,4 * 10}{2} \right) \left(1500 * \frac{500}{10000} - \left(\frac{500}{100} \right)^2 \right) \\ = 759,27 \text{ kN.m}$$

$$M_{Sd,x}^- = 0,9 * 1026,24 * \frac{35,64}{100} = 329,17 \text{ kN.m}$$

Rotina H - Cálculo σ_{Pd} Pós-tração, $P_{3,1}$

$$\rho_p = \frac{8,4}{230,4} = 0,0364$$

$$\alpha_p = \frac{20000}{2683,8} = 7,45$$

$$\eta = \left(1 + (35,64)^2 * \frac{230,4}{111891,82} \right) = 3,615$$

$$\epsilon_{pré} = \frac{0,9 * 1026,24}{20000 * 8,4} * (1 + 7,45 * 0,0364 * 3,615) = 10,88 * 10^{-3}$$

$$\frac{1500}{46,3 + 5 + 13} = 23,32 < 35 \therefore \Delta\sigma_{Pd} = 70 + \frac{30}{0,0181 * 100} = 86,35 \text{ MPa}$$

< 420 MPa OK!

$$\sigma_{Pd} \leq \begin{cases} \frac{10,88 * 10^{-3} * 20000 + 86,35 * 0,1}{1,15} = 196,86 \text{ kN/cm}^2 \\ \frac{167,75}{1,15} = 145,87 \text{ kN/cm}^2 \end{cases} = 145,87 \text{ kN/cm}^2$$

FIM ROTINA H

Rotina 3 - Cálculo Mrd VMP

Rotina 3.1 - Mrd+ VMP

$$\lambda = \frac{404}{10,5} = 38,47 \quad \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 < \lambda \therefore \text{alma compacta}$$

$$C_{cd} = 0,85 * \frac{3}{1,4} * 200 * 13 = 4735,68 \text{ kN}$$

$$T_{ad} = 114,1 * \frac{34,5}{1,1} = 3578,59 \text{ kN}$$

$$T_{pd} = 8,4 * 145,87 = 1225,31 \text{ kN}$$

$$4735,68 < 3578,59 + 1225,31 = 4803,9 \text{ kN} \therefore \text{LNP no perfil}$$

$$C_{ad} = \frac{3578,59 + 1225,31 - 4735,68}{2} = 34,11 \text{ kN}$$

$$T_{ad} = 4735,68 + 34,11 - 1225,31 = 3544,49 \text{ kN}$$

$$C_{ad} < 19,2 * 1,77 * \frac{34,5}{1,1} = 1065,86 \text{ kN} \therefore \text{LNP na mesa}$$

$$y_p = \frac{34,11}{19,2 * \frac{34,5}{1,1}} = 0,056 \text{ cm}$$

$$y_c = \frac{0,056}{2} = 0,028 \text{ cm}$$

$$y_t =$$

$$\frac{\left(19,2 * \frac{1,77^2}{2} + 42,8 * 1,05 * \left(\frac{42,8}{2} + 1,77 \right) + \frac{19,2}{2} * (1,77 - 0,056) * (3 * 1,77 + 2 * 42,8 - 0,056) \right)}{19,2 * 1,77 + 42,8 * 1,05 + 19,2 * (1,77 - 0,056)}$$

$$y_t = 22,94 \text{ cm}$$

$$M_{Rd,VMP+} = 4735,68 * \left(\frac{13}{2} + 5 + 0,056 \right) + 34,11 * (0,056 - 0,028) + 3544,49 \\ * (46,3 - 0,056 - 22,94) + 1225,31 * (46,3 - 5 - 0,056)$$

$$M_{Rd,VMP+} = 187846,73 \text{ kN.cm} = 1878,46 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3.1

Rotina 3.3.1 - Mrd- VMP plástica

$$d' = 2 \text{ cm}$$

$$\lambda_m = \frac{192}{2 * 17,7} = 5,42 \quad \lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 9,15 < \lambda \therefore \text{mesa compacta}$$

$$T_{pd} = 8,4 * 145,87 = 1225,31 \text{ kN}$$

$$T_{ds} = 5 * \frac{200}{100} * \frac{50}{1,15} = 434,78 \text{ kN}$$

$$1225,31 + 434,78 = 1660,1 \text{ kN} < 114,1 * \frac{34,5}{1,1} = 3578,59 \text{ kN} \therefore \text{LNP no perfil}$$

$$T_{ad} = \frac{3578,59 - 1660,1}{2} = 959,25 \text{ kN}$$

$$T_{ad} < 19,2 * 1,77 * \frac{34,5}{1,1} = 1065,86 \text{ kN} \therefore \text{LNP na mesa}$$

$$C_{ad} = 3578,59 - 959,25 = 2619,34 \text{ kN}$$

$$y_p = \frac{959,25}{19,2 * \frac{34,5}{1,1}} = 1,593 \text{ cm}$$

$$\lambda = 2 * \frac{404}{10,5} = 76,95 < \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 \therefore \text{alma compacta}$$

$$y_c =$$

$$\frac{\left(19,2 * \frac{1,77^2}{2} + 42,8 * 1,05 * \left(\frac{42,8}{2} + 1,77 \right) + \frac{19,2}{2} * (1,77 - 1,593) * (3 * 1,77 + 2 * 42,8 - 1,593) \right)}{19,2 * 1,77 + 42,8 * 1,05 + 19,2 * (1,77 - 1,593)}$$

$$y_c = 14,86 \text{ cm}$$

$$y_t = \frac{1,593}{2} = 0,79 \text{ cm}$$

$$d_3 = 13 + 5 + 1,593 - 2 = 17,593 \text{ cm}$$

$$d_4 = 0,79 \text{ cm}$$

$$d_5 = 46,3 - 1,593 - 14,86 = 29,85 \text{ cm}$$

$$d_6 = 46,3 - 1,593 + (-5) = 39,7 \text{ cm}$$

$$M_{Rd,VMP^-,pla} = 434,78 * 17,593 + 959,25 * 0,79 + 2619,34 * 29,85 - 1225,31 * 39,7$$

$$M_{Rd,VMP-,pl\alpha} = 37945,04 \text{ kN.cm} = 379,45 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3.3.1

$$\psi = \frac{56,45}{(1,4 * (0,88 + 6,81 + 4) + 1,4 * 10) * \frac{15^2}{8}} = 0,0661 \therefore C_{dist} = 21,9$$

Rotina 3.3.2 Mrd- FLD

viga interna $\therefore \alpha = 3$

$$h_o = 46,3 - 1,77 = 44,53 \text{ cm}$$

Laje mista

Rotina G - Cálculo da rigidez da laje

$$\alpha_e = \alpha_c^{-1} = 7,45$$

$$\Delta = 5^2 + \frac{2 * 13 * 5 * (13 + 5 - 2)}{7,45 * 30,5} = 34,15$$

$$x_{LN} = \frac{(-5 + \sqrt{34,15}) * 7,45 * 30,5}{\frac{13}{2}} = 29,5 \text{ cm}$$

$29,5 > h_F = 5 \text{ cm} \therefore \text{LNE acima das nervuras}$

$$\Delta = \left(5 + \frac{13 * 5}{7,45 * 30,5} - \frac{100 * 5}{7,45} \right)^2 - \frac{200}{7,45} \left[50 * \frac{5^2}{7,45} - \frac{13 * 5^2}{2 * 7,45 * 30,5} - 5 * (13 + 5 - 2) \right]$$

$$\Delta = 1484,84$$

$$x_{LN} = \frac{-\left(5 + \frac{13 * 5}{7,45 * 30,5} - 100 * \frac{5}{7,45} \right) + \sqrt{1484,84}}{\frac{100}{7,45}} = 7,48 \text{ cm}$$

$$I_2 = \frac{13 * 5^3}{12 * 7,45 * 30,5} + \frac{13 * 5}{7,45 * 30,5} * \left(7,48 - \frac{5}{2} \right)^2 + \frac{100 * (7,45 - 5)^3}{3 * 7,45} + 5 * (13 + 5 - 2 - 7,45)^2$$

$$I_2 = 438,86 \text{ cm}^4/\text{m}$$

FIM ROTINA G

$$k_1 = \frac{3 * 20000 * 438,86}{200} = 131569,97 \text{ kN}$$

$$k_2 = \frac{20000 * 0,79^3}{3,64 * 34,49} = 142,84 \text{ kN}$$

$$k_r = \frac{131569,97 * 142,84}{131569,97 + 142,84} = 142,68 \text{ kN}$$

$$y_c = 46,3 + 5 + \frac{13}{2} = 57,8 \text{ cm}$$

$$A = 114,1 + 5 * \frac{200}{100} = 124,1 \text{ cm}^2$$

$$e = \frac{124,1 * 41105}{114,1 * 57,8 * (124,1 - 114,1)} = 129,03 \text{ cm}$$

$$y_{tr}^- = \frac{114,1 * \frac{46,3}{2} + 10 * (46,3 + 5 + 13 - 2)}{114,1 + 10} = 26,3 \text{ cm}$$

$$I_{tr}^- = 41105 + 114,1 \left(26,3 - \frac{46,3}{2} \right)^2 + 10 * (46,3 + 5 + 13 - 2 - 26,3)^2$$

$$I_{tr}^- = 55197,15 \text{ cm}^4$$

$$\alpha_g = \frac{\frac{44,53 * 55197,15}{41105}}{\left(\frac{44,53^2}{4} + \frac{41105 + 2093}{114,1} \right) + 44,53} = 1,165$$

$$I_{af,y} = \frac{19,2^3 * 1,77}{12} = 1043,98 \text{ cm}^4$$

$$M_{cr} = 1,165 * \frac{21,9}{1500} \sqrt{\left(7700 * 92,49 + \frac{(142,68 * 1500^2)}{\pi^2} \right) * 20000 * 1043,98}$$

$$M_{cr} = 440037,89 \text{ kN.cm}$$

Cálculo $M_{Rk,VMP^-,pla}$:

$$d' = 2 \text{ cm}$$

$$\lambda_m = \frac{192}{2 * 17,7} = 5,42 \quad \lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 9,15 < \lambda \therefore \text{mesa compacta}$$

$$T_{pk} = 8,4 * 145,87 * 1,15 = 1409,1 kN$$

$$T_{ks} = 5 * \frac{200}{100} * 50 = 500 kN$$

$$1409,1 + 500 = 1909,1 kN < 114,1 * 34,5 = 3936,45 kN \therefore LNP \text{ no perfil}$$

$$T_{ak} = \frac{3936,45 - 1909,1}{2} = 1013,67 kN$$

$$T_{ak} < 19,2 * 1,77 * 34,5 = 1172,45 kN \therefore LNP \text{ na mesa}$$

$$C_{ak} = 3936,45 - 1013,67 = 2922,78 kN$$

$$y_p = \frac{1013,67}{19,2 * 34,5} = 1,53 cm$$

$$\lambda = 2 * \frac{404}{10,5} = 76,95 < \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 \therefore alma \text{ compacta}$$

$$y_c =$$

$$\frac{\left(19,2 * \frac{1,77^2}{2} + 42,8 * 1,05 * \left(\frac{42,8}{2} + 1,77 \right) + \frac{19,2}{2} * (1,77 - 1,53) * (3 * 1,77 + 2 * 42,8 - 1,53) \right)}{19,2 * 1,77 + 42,8 * 1,05 + 19,2 * (1,77 - 1,53)}$$

$$y_c = 15,29 cm$$

$$y_t = \frac{1,53}{2} = 0,765 cm$$

$$d_3 = 13 + 5 + 1,53 - 2 = 17,53 cm$$

$$d_4 = 0,765 cm$$

$$d_5 = 46,3 - 1,53 - 15,29 = 29,48 cm$$

$$d_6 = 46,3 - 1,53 + (-5) = 39,77 cm$$

$$M_{Rk,VMP^-,pla} = 500 * 17,53 + 1013,67 * 0,765 + 2922,78 * 39,77 - 1409,1 * 39,77$$

$$M_{Rk,VMP^-,pla} = 39667,34 kN; m.cm = 396,67 kN.m$$

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{39667,34}{440037,89}} = 0,297 > 0,4 \therefore \chi_{dist} = 1$$

$$M_{Rd,VMP^-FLD} = 1 * 379,45 = 379,45 kN.m$$

FIM ROTINA 3.3.2

$$M_{Rd,VMP^-} = \text{menor}(379,45 ; 379,45) = 379,45 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3

$$V_{Rd} = 914,84 \text{ kN calculado anteriormente}$$

$$M_{Sd,x}^+ < M_{Rd,VMP^+} \text{ OK!}$$

$$M_{Sd,x}^- < M_{Rd,VMP^-} \text{ OK!}$$

$$V_{Sd,max} < V_{Rd} \text{ OK!}$$

FIM ANÁLISE SEÇÃO ATIVA 1

ANÁLISE SEÇÃO MEIO DO VÃO:

$$X_{seção} = \frac{1500}{2} = 750 \text{ cm}$$

$$e_{p,tr,x} = e_{p,tr} = 35,64 \text{ cm}$$

$$M_{Sd,x}^+ = \left(\frac{1,4 * (0,88 + 6,81 + 4) + 1,4 * 10}{2} \right) \left(1500 * \frac{750}{10000} - \left(\frac{750}{100} \right)^2 \right)$$

$$= 854,18 \text{ kN.m}$$

$$M_{Sd,x}^- = 0,9 * 1030,44 * \frac{35,64}{100} = 330,52 \text{ kN.m}$$

Rotina H - Cálculo σ_{Pd} Pós-tração, $P_{3,2}$

$$\rho_p = \frac{8,4}{230,4} = 0,0364$$

$$\alpha_p = \frac{20000}{2683,8} = 7,45$$

$$\eta = \left(1 + (35,64)^2 * \frac{230,4}{111891,82} \right) = 3,615$$

$$\epsilon_{pré} = \frac{0,9 * 1030,44}{20000 * 8,4} * (1 + 7,45 * 0,0364 * 3,615) = 10,92 * 10^{-3}$$

$$\frac{1500}{46,3 + 5 + 13} = 23,32 < 35 \therefore \Delta\sigma_{Pd} = 70 + \frac{30}{0,0181 * 100} = 86,35 \text{ MPa}$$

$$< 420 \text{ MPa OK!}$$

$$\sigma_{Pd} \leq \begin{cases} \frac{10,92 * 10^{-3} * 20000 + 86,35 * 0,1}{1,15} = 197,52 \text{ kN/cm}^2 \\ \frac{167,75}{1,15} = 145,87 \text{ kN/cm}^2 \end{cases} = 145,87 \text{ kN/cm}^2$$

FIM ROTINA H

Rotina 3 - Cálculo Mrd VMP

Rotina 3.1 - Mrd+ VMP

$M_{Rd,VMP^+} = 187846,73 \text{ kN.cm} = 1878,46 \text{ kN.m}$ Calculado conforme seção ativa 1

FIM ROTINA 3.1

Rotina 3.3.1 - Mrd- VMP plástica

$M_{Rd,VMP^-,pla} = 37945,04 \text{ kN.cm} = 379,45 \text{ kN.m}$ Calculado conforme seção ativa 1

FIM ROTINA 3.3.1

$$\psi = \frac{56,45}{(1,4 * (0,88 + 6,81 + 4) + 1,4 * 10) * \frac{15^2}{8}} = 0,0661 \therefore C_{dist} = 21,9$$

Rotina 3.3.2 Mrd- FLD

$M_{cr} = 440037,89 \text{ kN.cm}$ Calculado conforme seção ativa 1

Cálculo $M_{Rk,VMP^-,pla}$:

$M_{Rk,VMP^-,pla} = 39667,34 \text{ kN.m}$ Calculado conforme seção ativa 1

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{39667,34}{440037,89}} = 0,297 < 0,4 \therefore \chi_{dist} = 1$$

$M_{Rd,VMP^-FLD} = 1 * 379,45 = 379,45 \text{ kN.m}$

FIM ROTINA 3.3.2

$$M_{Rd,VMP^-} = \text{menor}(379,45 ; 379,45) = 379,45 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3

$$V_{Rd} = 914,84 \text{ kN calculado anteriormente}$$

$$M_{Sd,x}^+ < M_{Rd,VMP^+} \text{ OK!}$$

$$M_{Sd,x}^- < M_{Rd,VMP^-} \text{ OK!}$$

$$V_{Sd,max} < V_{Rd} \text{ OK!}$$

FIM ANÁLISE SEÇÃO MEIO DO VÃO

ANÁLISE SEÇÃO PASSIVA 0:

$$X_{seção} = \frac{500 * 0}{2 - 1} = 0 \text{ cm}$$

$$e_{p,tr,x} = -2,89 + \frac{(35,64 - (-2,89)) * 0}{2 - 1} = -2,89 \text{ cm}$$

$$M_{Sd,x}^+ = \left(\frac{1,4 * (0,88 + 6,81 + 4) + 1,4 * 10}{2} \right) \left(1500 * \frac{0}{10000} - \left(\frac{0}{100} \right)^2 \right) = 0 \text{ kN.m}$$

$$M_{Sd,x}^- = 0,9 * 1034,62 * \frac{-2,89}{100} = -26,91 \text{ kN.m}$$

Rotina H - Cálculo σ_{Pd}

Pós-tração, $P_{3,3}$

$$\rho_p = \frac{8,4}{230,4} = 0,0364$$

$$\alpha_p = \frac{20000}{2683,8} = 7,45$$

$$\eta = \left(1 + (-2,86)^2 * \frac{230,4}{111891,82} \right) = 1,017$$

$$\epsilon_{pré} = \frac{0,9 * 1034,62}{20000 * 8,4} * (1 + 7,45 * 0,0364 * 1,017) = 7,07 * 10^{-3}$$

$$\frac{1500}{46,3 + 5 + 13} = 23,32 < 35 \therefore \Delta\sigma_{Pd} = 70 + \frac{30}{0,0181 * 100} = 86,35 \text{ MPa}$$

$$< 420 \text{ MPa OK!}$$

$$\sigma_{Pd} \leq \begin{cases} \frac{7,07 * 10^{-3} * 20000 + 86,35 * 0,1}{1,15} = 130,48 \text{ kN/cm}^2 \\ \frac{167,75}{1,15} = 145,87 \text{ kN/cm}^2 \end{cases} = 130,48 \text{ kN/cm}^2$$

FIM ROTINA H

Rotina 3 - Cálculo Mrd VMP

Rotina 3.1 - Mrd+ VMP

$$\lambda = \frac{404}{10,5} = 38,47 \quad \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 < \lambda \therefore \text{alma compacta}$$

$$C_{cd} = 0,85 * \frac{3}{1,4} * 200 * 13 = 4735,68 \text{ kN}$$

$$T_{ad} = 114,1 * \frac{34,5}{1,1} = 3578,59 \text{ kN}$$

$$T_{pd} = 8,4 * 130,48 = 1096,08 \text{ kN}$$

$$4735,68 < 3578,59 + 1096,08 = 4674,67 \text{ kN} \therefore \text{LNP na laje}$$

$$a = \frac{4674,67}{0,85 * \frac{3}{1,4} * 200} = 12,83 \text{ cm}$$

$$M_{Rd,VMP^+} =$$

$$3578,59 * \left(\frac{46,3}{2} + 5 + 13 - \frac{12,83}{2} \right) + 1096,08 \\ * \left[46,3 + (-40,64 - 2,89) + 5 + 13 - \frac{12,83}{2} \right]$$

$$M_{Rd,VMP^+} = 140036,55 \text{ kN.cm} = 1400,36 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3.1

FIM ROTINA 3

$V_{Rd} = 914,84 \text{ kN}$ calculado anteriormente

$$M_{Sd,x}^+ < M_{Rd,VMP^+} \quad \text{OK!}$$

$$V_{Sd,max} < V_{Rd} \quad \text{OK!}$$

FIM ANÁLISE SEÇÃO PASSIVA 0

ANÁLISE SEÇÃO PASSIVA 1:

$$X_{seção} = \frac{500 * 1}{2 - 1} = 500 \text{ cm}$$

$$e_{p,tr,x} = -2,89 + \frac{(35,64 - (-2,89)) * 1}{2 - 1} = 35,64 \text{ cm}$$

$$M_{Sd,x}^+ = \left(\frac{1,4 * (0,88 + 6,81 + 4) + 1,4 * 10}{2} \right) \left(1500 * \frac{500}{10000} - \left(\frac{500}{100} \right)^2 \right)$$

$$= 759,27 \text{ kN.m}$$

$$M_{Sd,x}^- = 0,9 * 1034,62 * \frac{35,64}{100} = 329,17 \text{ kN.m}$$

Rotina H - Cálculo σ_{Pd} Pós-tração, $P_{3,3}$

$$\rho_p = \frac{8,4}{230,4} = 0,0364$$

$$\alpha_p = \frac{20000}{2683,8} = 7,45$$

$$\eta = \left(1 + (35,64)^2 * \frac{230,4}{111891,82} \right) = 3,615$$

$$\epsilon_{pré} = \frac{0,9 * 1034,62}{20000 * 8,4} * (1 + 7,45 * 0,0364 * 3,615) = 10,97 * 10^{-3}$$

$$\frac{1500}{46,3 + 5 + 13} = 23,32 < 35 \therefore \Delta\sigma_{Pd} = 70 + \frac{30}{0,0181 * 100} = 86,35 \text{ MPa}$$

< 420 MPa OK!

$$\sigma_{Pd} \leq \begin{cases} \frac{10,97 * 10^{-3} * 20000 + 86,35 * 0,1}{1,15} = 198,39 \text{ kN/cm}^2 \\ \frac{167,75}{1,15} = 145,87 \text{ kN/cm}^2 \end{cases} = 145,87 \text{ kN/cm}^2$$

FIM ROTINA H

Rotina 3 - Cálculo Mrd VMP

Rotina 3.1 - Mrd+ VMP

$$\lambda = \frac{404}{10,5} = 38,47 \quad \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 < \lambda \therefore \text{alma compacta}$$

$$C_{cd} = 0,85 * \frac{3}{1,4} * 200 * 13 = 4735,68 \text{ kN}$$

$$T_{ad} = 114,1 * \frac{34,5}{1,1} = 3578,59 \text{ kN}$$

$$T_{pd} = 8,4 * 145,87 = 1225,31 \text{ kN}$$

$$4735,68 < 3578,59 + 1225,31 = 4803,9 \text{ kN} \therefore \text{LNP no perfil}$$

$$C_{ad} = \frac{3578,59 + 1225,31 - 4735,68}{2} = 34,11 \text{ kN}$$

$$T_{ad} = 4735,68 + 34,11 - 1225,31 = 3544,49 \text{ kN}$$

$$C_{ad} < 19,2 * 1,77 * \frac{34,5}{1,1} = 1065,86 \text{ kN} \therefore \text{LNP na mesa}$$

$$y_p = \frac{34,11}{19,2 * \frac{34,5}{1,1}} = 0,056 \text{ cm}$$

$$y_c = \frac{0,056}{2} = 0,028 \text{ cm}$$

$$y_t =$$

$$\frac{\left(19,2 * \frac{1,77^2}{2} + 42,8 * 1,05 * \left(\frac{42,8}{2} + 1,77 \right) + \frac{19,2}{2} * (1,77 - 0,056) * (3 * 1,77 + 2 * 42,8 - 0,056) \right)}{19,2 * 1,77 + 42,8 * 1,05 + 19,2 * (1,77 - 0,056)}$$

$$y_t = 22,94 \text{ cm}$$

$$M_{Rd,VMP+} = 4735,68 * \left(\frac{13}{2} + 5 + 0,056 \right) + 34,11 * (0,056 - 0,028) + 3544,49 * (46,3 - 0,056 - 22,94) + 1225,31 * (46,3 - 5 - 0,056)$$

$$M_{Rd,VMP+} = 187846,73 \text{ kN.cm} = 1878,46 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3.1

Rotina 3.3.1 - Mrd- VMP plástica

$$d' = 2 \text{ cm}$$

$$\lambda_m = \frac{192}{2 * 17,7} = 5,42 \quad \lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 9,15 < \lambda \therefore \text{mesa compacta}$$

$$T_{pd} = 8,4 * 145,87 = 1225,31 \text{ kN}$$

$$T_{ds} = 5 * \frac{200}{100} * \frac{50}{1,15} = 434,78 \text{ kN}$$

$$1225,31 + 434,78 = 1660,1 \text{ kN} < 114,1 * \frac{34,5}{1,1} = 3578,59 \text{ kN} \therefore \text{LNP no perfil}$$

$$T_{ad} = \frac{3578,59 - 1660,1}{2} = 959,25 \text{ kN}$$

$$T_{ad} < 19,2 * 1,77 * \frac{34,5}{1,1} = 1065,86 \text{ kN} \therefore \text{LNP na mesa}$$

$$C_{ad} = 3578,59 - 959,25 = 2619,34 \text{ kN}$$

$$y_p = \frac{959,25}{19,2 * \frac{34,5}{1,1}} = 1,593 \text{ cm}$$

$$\lambda = 2 * \frac{404}{10,5} = 76,95 < \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 \therefore \text{alma compacta}$$

$$y_c =$$

$$\frac{\left(19,2 * \frac{1,77^2}{2} + 42,8 * 1,05 * \left(\frac{42,8}{2} + 1,77 \right) + \frac{19,2}{2} * (1,77 - 1,593) * (3 * 1,77 + 2 * 42,8 - 1,593) \right)}{19,2 * 1,77 + 42,8 * 1,05 + 19,2 * (1,77 - 1,593)}$$

$$y_c = 14,86 \text{ cm}$$

$$y_t = \frac{1,593}{2} = 0,79 \text{ cm}$$

$$d_3 = 13 + 5 + 1,593 - 2 = 17,593 \text{ cm}$$

$$d_4 = 0,79 \text{ cm}$$

$$d_5 = 46,3 - 1,593 - 14,86 = 29,85 \text{ cm}$$

$$d_6 = 46,3 - 1,593 + (-5) = 39,7 \text{ cm}$$

$$M_{Rd,VMP^-,pla} = 434,78 * 17,593 + 959,25 * 0,79 + 2619,34 * 29,85 - 1225,31 * 39,7$$

$$M_{Rd,VMP-,pla} = 37945,04 \text{ kN.cm} = 379,45 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3.3.1

$$\psi = \frac{56,45}{(1,4 * (0,88 + 6,81 + 4) + 1,4 * 10) * \frac{15^2}{8}} = 0,0661 \therefore C_{dist} = 21,9$$

Rotina 3.3.2 Mrd- FLD

viga interna $\therefore \alpha = 3$

$$h_o = 46,3 - 1,77 = 44,53 \text{ cm}$$

Laje mista

Rotina G - Cálculo da rigidez da laje

$$\alpha_e = \alpha_c^{-1} = 7,45$$

$$\Delta = 5^2 + \frac{2 * 13 * 5 * (13 + 5 - 2)}{7,45 * 30,5} = 34,15$$

$$x_{LN} = \frac{(-5 + \sqrt{34,15}) * 7,45 * 30,5}{\frac{13}{2}} = 29,5 \text{ cm}$$

$29,5 > h_F = 5 \text{ cm} \therefore LNE$ acima das nervuras

$$\Delta = \left(5 + \frac{13 * 5}{7,45 * 30,5} - \frac{100 * 5}{7,45}\right)^2 - \frac{200}{7,45} \left[50 * \frac{5^2}{7,45} - \frac{13 * 5^2}{2 * 7,45 * 30,5} - 5 * (13 + 5 - 2)\right]$$

$$\Delta = 1484,84$$

$$x_{LN} = \frac{-\left(5 + \frac{13 * 5}{7,45 * 30,5} - 100 * \frac{5}{7,45}\right) + \sqrt{1484,84}}{\frac{100}{7,45}} = 7,48 \text{ cm}$$

$$I_2 = \frac{13 * 5^3}{12 * 7,45 * 30,5} + \frac{13 * 5}{7,45 * 30,5} * \left(7,48 - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{100 * (7,45 - 5)^3}{3 * 7,45} + 5 * (13 + 5 - 2 - 7,45)^2$$

$$I_2 = 438,86 \text{ cm}^4/\text{m}$$

FIM ROTINA G

$$k_1 = \frac{3 * 20000 * 438,86}{200} = 131569,97 \text{ kN}$$

$$k_2 = \frac{20000 * 0,79^3}{3,64 * 34,49} = 142,84 \text{ kN}$$

$$k_r = \frac{131569,97 * 142,84}{131569,97 + 142,84} = 142,68 \text{ kN}$$

$$y_c = 46,3 + 5 + \frac{13}{2} = 57,8 \text{ cm}$$

$$A = 114,1 + 5 * \frac{200}{100} = 124,1 \text{ cm}^2$$

$$e = \frac{124,1 * 41105}{114,1 * 57,8 * (124,1 - 114,1)} = 129,03 \text{ cm}$$

$$y_{tr}^- = \frac{114,1 * \frac{46,3}{2} + 10 * (46,3 + 5 + 13 - 2)}{114,1 + 10} = 26,3 \text{ cm}$$

$$I_{tr}^- = 41105 + 114,1 \left(26,3 - \frac{46,3}{2} \right)^2 + 10 * (46,3 + 5 + 13 - 2 - 26,3)^2$$

$$I_{tr}^- = 55197,15 \text{ cm}^4$$

$$\alpha_g = \frac{\frac{44,53 * 55197,15}{41105}}{\left(\frac{44,53^2}{4} + \frac{41105 + 2093}{114,1} \right) + 44,53} = 1,165$$

$$I_{af,y} = \frac{19,2^3 * 1,77}{12} = 1043,98 \text{ cm}^4$$

$$M_{cr} = 1,165 * \frac{21,9}{1500} \sqrt{\left(7700 * 92,49 + \frac{(142,68 * 1500^2)}{\pi^2} \right) * 20000 * 1043,98}$$

$$M_{cr} = 440037,89 \text{ kN.cm}$$

Cálculo $M_{Rk,VMP^-,pla}$:

$$d' = 2 \text{ cm}$$

$$\lambda_m = \frac{192}{2 * 17,7} = 5,42 \quad \lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 9,15 < \lambda \therefore \text{mesa compacta}$$

$$T_{pk} = 8,4 * 145,87 * 1,15 = 1409,1 \text{ kN}$$

$$T_{ks} = 5 * \frac{200}{100} * 50 = 500 \text{ kN}$$

$$1409,1 + 500 = 1909,1 \text{ kN} < 114,1 * 34,5 = 3936,45 \text{ kN} \therefore \text{LNP no perfil}$$

$$T_{ak} = \frac{3936,45 - 1909,1}{2} = 1013,67 \text{ kN}$$

$$T_{ak} < 19,2 * 1,77 * 34,5 = 1172,45 \text{ kN} \therefore \text{LNP na mesa}$$

$$C_{ak} = 3936,45 - 1013,67 = 2922,78 \text{ kN}$$

$$y_p = \frac{1013,67}{19,2 * 34,5} = 1,53 \text{ cm}$$

$$\lambda = 2 * \frac{404}{10,5} = 76,95 < \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,53 \therefore \text{alma compacta}$$

$$y_c =$$

$$\frac{\left(19,2 * \frac{1,77^2}{2} + 42,8 * 1,05 * \left(\frac{42,8}{2} + 1,77 \right) + \frac{19,2}{2} * (1,77 - 1,53) * (3 * 1,77 + 2 * 42,8 - 1,53) \right)}{19,2 * 1,77 + 42,8 * 1,05 + 19,2 * (1,77 - 1,53)}$$

$$y_c = 15,29 \text{ cm}$$

$$y_t = \frac{1,53}{2} = 0,765 \text{ cm}$$

$$d_3 = 13 + 5 + 1,53 - 2 = 17,53 \text{ cm}$$

$$d_4 = 0,765 \text{ cm}$$

$$d_5 = 46,3 - 1,53 - 15,29 = 29,48 \text{ cm}$$

$$d_6 = 46,3 - 1,53 + (-5) = 39,77 \text{ cm}$$

$$M_{Rk,VMP^-,pla} = 500 * 17,53 + 1013,67 * 0,765 + 2922,78 * 39,77 - 1409,1 * 39,77$$

$$M_{Rk,VMP^-,pla} = 39667,34 \text{ kN} \cdot \text{m}; \text{ m. cm} = 396,67 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{39667,34}{440037,89}} = 0,297 > 0,4 \therefore \chi_{dist} = 1$$

$$M_{Rd,VMP-FLD} = 1 * 379,45 = 379,45 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3.3.2

$$M_{Rd,VMP-} = \text{menor}(379,45 ; 379,45) = 379,45 \text{ kN.m}$$

FIM ROTINA 3

$$V_{Rd} = 914,84 \text{ kN calculado anteriormente}$$

$$M_{Sd,x}^+ < M_{Rd,VMP^+} \text{ OK!}$$

$$M_{Sd,x}^- < M_{Rd,VMP^-} \text{ OK!}$$

$$V_{Sd,max} < V_{Rd} \text{ OK!}$$

FIM ANÁLISE SEÇÃO PASSIVA 1

7) FASE 4 – ELS Deformação

Verificação se estrutura está em regime elástico:

Construção não escorada, combinação frequente.

$$M_{Gasd} = \left((0,88 + 6,81) * \frac{15^2}{8} \right) * 100 = 21628,12 \text{ kN.m}$$

$$M_{Lsd} = \left((4 + 10) * \frac{15^2}{8} - \frac{35,64}{100} * 1030,44 \right) * 100 = 2650,11 \text{ kN.m}$$

$$W_a = 1775,6 \text{ cm}^3$$

$$W_{ef} = 2753,24 \text{ cm}^3$$

$$\frac{21628,12}{1775,6} + \frac{2650,11}{2753,24} = 13,14 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < 34,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \therefore \text{estrutura em regime elástico}$$

$$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{1500}{350} = 4,285 \text{ cm}$$

$$\delta_{PP} = \frac{5 * 0,88 * 0,01 * 1500^4}{384 * 20000 * 41105} = 0,71 \text{ cm}$$

$$\delta_{conc} = \frac{5 * 6,81 * 0,01 * 1500^4}{384 * 20000 * 41105} = 5,46 \text{ cm}$$

$$\delta_{\text{protensão}} = -0,125 * 35,64 * 1030,44 * \frac{1500^2}{20000 * 111891,82} = -4,62 \text{ cm}$$

Dados retirados do passo 5)

$$\alpha_e = 7,45$$

$$b_{tr} = 26,84 \text{ cm}$$

$$y_{tr} = 49,26 \text{ cm}$$

$$a_y = 13 \text{ cm}$$

$$A_{tr} = 463,02 \text{ cm}^2$$

$$I_{tr} = 149249,62 \text{ cm}^4$$

$$\delta_{CVN,curta} = \frac{5 * (1 - 0,6) * 10 * 0,01 * 1500^4}{384 * 20000 * 149249,62} = 0,88 \text{ cm}$$

Dados retirados do passo 6)

$$\alpha_e = 22,45$$

$$b_{tr} = 8,946 \text{ cm}$$

$$A_{tr} = 230,4 \text{ cm}^2$$

$$y_{tr} = 40,64 \text{ cm}$$

$$a_y = 13 \text{ cm}$$

$$I_{tr} = 111891,82 \text{ cm}^4$$

$$\delta_{CVN,longa} = \frac{5 * 0,6 * 10 * 0,01 * 1500^4}{384 * 20000 * 111891,82} = 1,77 \text{ cm}$$

$$\delta_{CPN} = \frac{5 * 4 * 0,01 * 1500^4}{384 * 20000 * 111891,82} = 1,18 \text{ cm}$$

$$\delta_{\text{contraflecha}} = -(0,71 + 5,46 + 1,18) = -7,35 \text{ cm}$$

$$\delta_{\text{total}} = 0,71 + 5,46 + 0,88 + 1,77 + 1,18 - 4,61 = 5,39 \text{ cm} < \delta_{\text{contraflecha}} \therefore$$

$$\delta_{\text{contraflecha}} = 5,39$$

$$\delta_{\text{total}} = 0 < \delta_{\text{máx}} \text{ OK!}$$

8) FASE 5 – ELS Vibração no piso

Rotina 1 - Cálculo da LNE da Seção Transformada

Nesse ELS podemos considerar o limite máximo da largura efetiva em cada lado igual a $\frac{L_v}{5}$.

$$b_{ef,esq} \leq \begin{cases} \frac{1500}{5} = 240 \text{ cm} \\ \frac{200}{2} = 100 \text{ cm} \\ 200 \text{ cm} \end{cases} = 100 \text{ cm}$$

$$b_{ef,dir} \leq \begin{cases} \frac{1500}{5} = 240 \text{ cm} \\ \frac{200}{2} = 100 \text{ cm} \\ 200 \text{ cm} \end{cases} = 100 \text{ cm}$$

$$b_{ef} = b_{ef,dir} + b_{ef,esq} = 100 + 100 = 200 \text{ cm}$$

Rotina 1 - Cálculo da LNE da Seção Transformada

Considerando $t=0$, laje mista

$$\alpha_c = \frac{2683,8 * 1,35}{20000} = 0,1811$$

$$b_{tr} = 200 * 0,1811 = 36,23 \text{ cm}$$

$$y_{tr} = \frac{(36,23 * 13 * (\frac{13}{2} + 5 + 46,3)) + 114,1 * \frac{46,3}{2}}{36,23 * 13 + 114,1} = 51,03 \text{ cm}$$

$$a_y = 46,3 + 5 + 13 - 51,03 = 13,27 \text{ cm} > 13 \text{ cm} \therefore a_y = 13 \text{ cm}$$

$$A_{tr} = 36,23 * 13 + 114,1 = 585,09 \text{ cm}^2$$

$$I_{tr} = 36,23 * \frac{13^3}{12} + 36,23 * 13 * \left(46,3 + 0 + \frac{13}{2} - 51,03\right)^2 + 41105 + 114,1 * \left(51,03 - \frac{46,3}{2}\right)^2 = 158015,15 \text{ cm}^4$$

$$W_{tr,inf} = \frac{158015,15}{51,03} = 3095,72 \text{ cm}^3$$

$$W_{tr,sup} = \frac{149249,62}{46,3 + 5 + 13 - 49,26} = 11919,37 \text{ cm}^4$$

FIM ROTINA 1

$$e_{p,tr} = 51,03 - 5 = 46,03 \text{ cm}$$

Uso da estrutura: Residencial ou Comercial $\therefore \delta_{m\acute{a}x} = 2 \text{ cm}$

$$\delta_{PP} = \frac{5 * 0,88 * 0,01 * 1500^4}{384 * 20000 * 158015,15} = 0,18 \text{ cm}$$

$$\delta_{conc} = \frac{5 * 6,81 * 0,01 * 1500^4}{384 * 20000 * 158015,15} = 1,42 \text{ cm}$$

$$\delta_{protens\tilde{a}o} = -0,125 * 46,03 * 1099,14 * \frac{1500^2}{20000 * 158015,15} = -4,5 \text{ cm}$$

$$\delta_{CVN} = \frac{5 * 0,6 * 10 * 0,01 * 1500^4}{384 * 20000 * 158015,15} = 1,25 \text{ cm}$$

$$\delta_{CPN} = \frac{5 * 4 * 0,01 * 1500^4}{384 * 20000 * 158015,15} = 0,83 \text{ cm}$$

$$\delta_{total} = 0,18 + 1,42 + 1,2 + 0,83 - 4,5 = -0,82 \text{ cm}$$

$$\delta_{total} < \delta_{m\acute{a}x} \text{ OK!}$$