UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO NA EDUCAÇÃO BÁSICA

**MÔNICA ROMANA DE OLIVEIRA SANTOS**

# PROGRAMAÇÃO APLICADA AO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM: INVESTIGAÇÃO BASEADA NA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

São Mateus - ES

2022

**MÔNICA ROMANA DE OLIVEIRA SANTOS**

# PROGRAMAÇÃO APLICADA AO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM: INVESTIGAÇÃO BASEADA NA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica do Centro Universitário do Norte do Espírito Santo (CEUNES/UFES), como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino na Educação Básica, na Área de Ciências Naturais e Matemática.

**Orientador:** Prof. Dr. Lúcio Souza Fassarella.

São Mateus - ES

2022

Ficha catalográfica disponibilizada pelo Sistema Integrado de Bibliotecas - SIBI/UFES e elaborada pelo autor

---

Santos, Mônica Romana de Oliveira, 1975-
S237p Programação aplicada ao ensino de função afim : Investigação baseada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica / Mônica Romana de Oliveira Santos. - 2022.
237 f. : il.

Orientador: Lúcio Souza Fassarella.
Dissertação (Mestrado em Ensino na Educação Básica) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Universitário Norte do Espírito Santo.

1. Matemática (Ensino Médio). 2. Computação - Matemática. 3. Programação (Matemática). 4. Scratch (linguagem de Programação de Computador). 5. Educação básica. 6. Ensino. I. Fassarella, Lúcio Souza. II. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Universitário Norte do Espírito Santo. III. Título.

CDU: 37

---

MÔNICA ROMANA DE OLIVEIRA SANTOS

# PROGRAMAÇÃO APLICADA AO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM: INVESTIGAÇÃO BASEADA NA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino na Educação Básica.

Aprovada em 18 de agosto de 2022

**COMISSÃO EXAMINADORA**

**Prof. Dr. Lúcio Souza Fassarella**
**Universidade Federal do Espírito Santo**
**Orientador**

**Prof. Dr. Valdinei Cézar Cardoso**
**Universidade Federal do Espírito Santo**

**Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti**
**Universidade Federal de Santa Catarina**

Dedico este trabalho a Samuel e Daniel, meus filhos que amo tanto, razão de minha vida e motivo pelo qual tento ser o melhor exemplo.

A Geraldo, meu esposo, pelo apoio e incentivo para que eu pudesse realizar esse sonho.

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus pelo dom da vida, por ter me dado forças e sabedoria nos momentos difíceis; por permitir a realização desse projeto pessoal.

Agradeço aos meus filhos, esposo e todos os familiares que foram compreensivos com as minhas ausências, com os meus momentos de exaustão e que sempre apoiaram minha dedicação aos estudos.

Aos meus pais, José e Angelina, por terem me educado com exemplo de bom caráter e determinação e que sempre me incentivaram a buscar o crescimento pessoal por meio do estudo.

Agradeço, em especial, ao meu orientador, o Professor Dr. Lúcio Souza Fassarella, por ter conduzido a orientação desse trabalho com tanta paciência, disponibilidade, dedicação e, principalmente, pela sua generosidade em compartilhar comigo o seu conhecimento, contribuindo fortemente para o meu crescimento acadêmico.

Agradeço muito, aos meus alunos participantes desta pesquisa, por terem aceito colaborar comigo em horário extraclasse, mesmo não sendo obrigatório, mesmo não “valendo nota”. Aos seus responsáveis que permitiram a participação, pois, sem eles não existiria este trabalho.

À direção do Colégio da Polícia Militar Anísio Teixeira, pela compreensão, incentivo e todo apoio prestado na realização desta pesquisa.

Agradeço a todos os professores do PPGEEB, em especial, Prof. Moysés Siqueira Filho, Prof. Valdinei Cezar Cardoso, Prof. Maria Alayde Alcântara Salim, Prof. Andrea Brandão Locatelli, Prof. Rita de Cássia Cristofoleti por todos os ensinamentos, leituras e debates que engrandeceram minha caminhada acadêmica.

Aos colegas do PPGEEB por todos os momentos em que compartilharam seus saberes e suas práticas, mesmo de maneira remota. Agradecimento especial à Ana Maria pelo companheirismo que ultrapassou os limites da Universidade e tornou-se uma amiga que levarei para a vida.

A todos os meus colegas de trabalho, em especial à Denise, Lucas e Bougleux, por me inspirarem e por compartilharem comigo seus saberes, suas experiências e seus livros.

A todos aqueles que não foram mencionados aqui, mas que de algum modo contribuíram para realização desse objetivo, meus sinceros agradecimentos.

“Ensinar a resolver problemas é educar a vontade. Na resolução de problemas que, para ele, não são muito fáceis, o estudante aprende a perseverar a despeito de insucessos, a apreciar pequenos progressos, a esperar pela ideia essencial e a concentrar todo o seu potencial quando esta aparecer. Se o estudante não tiver, na escola, a oportunidade de se familiarizar com as diversas emoções que surgem na luta pela solução, a sua educação matemática terá falhado no seu ponto mais vital”.

George Polya (2006)

## RESUMO

Pesquisa qualitativa com fins exploratórios, cujos participantes são onze estudantes da primeira série do Ensino Médio, tendo como campo de estudo uma escola da rede pública estadual do Município de Teixeira de Freitas, Bahia. Discorre a respeito de uma experiência didática em que os estudantes resolvem problemas relacionados ao conceito de função afim utilizando a linguagem de programação *Scratch.* Investiga a questão: Quais as possíveis contribuições proporcionadas pelo emprego da programação ao ensino-aprendizagem de função afim? Amparada no Construcionismo, na Espiral de Aprendizagem Descrição-Execução-Reflexão-Depuração e na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, tem como objetivo geral investigar as possíveis contribuições proporcionadas pelo emprego da programação no ensino-aprendizagem de função afim. Adota a representação algorítmica como um registro de representação semiótica quando se referem a objetos matemáticos. Os resultados demonstraram que a conversão entre as representações na língua natural, algébrica e algorítmica contribuiu para compreensão de aspectos relacionados ao conceito de função, tais como, a relação de dependência entre as grandezas, substituição adequada de variáveis por letras ou comandos próprios da programação e fazer generalizações.



**Palavras-Chave:** Construcionismo. Representação Algorítmica. *Scratch.* Ensino de Matemática.

## ABSTRACT

Qualitative research with exploratory purposes, whose participants are eleven students from the first grade of high school, having as place of study a state public school in the Municipality of Teixeira de Freitas, Bahia. Discusses a didactic experience in which students solve problems related to the concept of affine function using the Scratch programming language. Investigates the issue: What are the possible contributions provided by the use of programming in the teaching-learning of affine function? Supported by Constructionism, the Learning Spiral Description-Execution-Reflection-Debugging and the Theory of the Registers of Semiotic Representation, has as general objective to investigate the possible contributions provided by the use of programming in the teaching-learning of a affine function. Adopts the algorithmic representation as a register of semiotic representation when referring to mathematical objects. The results showed that the conversion between natural language, algebraic and algorithmic representations contributed to understanding aspects related to the concept of function, such as the dependence relationship between the quantities, properly replacing the variables with letters or programming commands and, also, to do generalizations.



**Keywords:** Constructionism. Algorithmic Representation. Scratch. Mathematics Teaching.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Exemplo de atividade de conversão: esboço de f(x) = 2x – 5.....40

Figura 2 - Interface do usuário do *Scratch* com adaptação da autora .....65

Figura 3 - Testando a funcionalidade do bloco.....66

Figura 4 - Pilha de Blocos em Execução.....67

Figura 5 - Resultado do Programa com o comando de “divisão por zero” .....68

Figura 6 - Operadores Aritméticos do *Scratch*.....70

Figura 7 - Bloco de arredondamento.....70

Figura 8 - Bloco gerador de número aleatório .....71

Figura 9 - Bloco de funções com menu suspenso.....71

Figura 10 - Blocos de variáveis .....72

Figura 11 - Blocos de Controle.....73

Figura 12 - Resposta do Aluno 1 para a questão da Avaliação Diagnóstica.....86

Figura 13 - Questão 9, Avaliação Diagnóstica.....87

Figura 14 - Resposta do Aluno 2 para a Questão 9 da Avaliação Diagnóstica .....87

Figura 15 - Resposta do Aluno 1 para a Questão 9 da Avaliação Diagnóstica .....87

Figura 16 - Questão 10, Avaliação Diagnóstica.....88

Figura 17 - Questão 10, Avaliação Diagnóstica.....89

Figura 18 - Momento de interação no projeto “Aprendendo Função no *Scratch*”.....91

Figura 19 - Apresentação do programa criado pelo Aluno 3 .....92

Figura 20 - Questão 2.9 da Aula 2 .....93

Figura 21 - Script para resolução da questão 2.9.....95

Figura 22 - Resposta do Aluno 7 para a Questão 2.9 da apostila .....96

Figura 23 - Resposta do Aluno 2 para a questão 2.9 da apostila .....97

Figura 24 - Questão 3.2, Aula 3, da apostila .....102

Figura 25 - Apresentação da resposta do Aluno 6 para a questão 3.2 da apostila, com comentários explicativos inseridos pela autora .....105

Figura 26 - Questão 4.1, itens a, b, c, da Aula 4, da apostila ..... 107

Figura 27 - Conversão da representação algébrica para a representação algorítmica, na Questão 4.1 da apostila, criada pelo Aluno 5, com comentários explicativos inseridos pela autora ..... 111

Figura 28 - Resposta do Aluno 1 para a questão 4.1, item c, da apostila ..... 112

Figura 29 - Questão 4.1, item d, da Aula 4, da apostila ..... 113

Figura 30 - Resposta do Aluno 10 para a questão 4.1, item d, da apostila, com comentários explicativos inseridos pela autora ..... 116

Figura 31 - Questão 6.1, Aula 6, da apostila ..... 118

Figura 32 - Resposta do Aluno 7 para a questão 6.1, item b, da apostila ..... 119

Figura 33 - Resultado do programa criado pelo Aluno 7 para a questão 6.1, da apostila ..... 121

Figura 34 - Questão 3, Aula 8, da apostila ..... 124

Figura 35 - Questão 4, Aula 8, da apostila ..... 126

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Quantidade de trabalhos por plataforma ..... 25

Quadro 2 - Quantidade de trabalhos incluídos/excluídos por plataforma ..... 25

Quadro 3 - Trabalhos elencados para análise ..... 26

Quadro 4 - Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático (fazer matemático, atividade matemática) ..... 40

Quadro 5 - Representações semióticas do conceito de função ..... 42

Quadro 6 - Exemplos de fenômenos de congruência e não-congruência ..... 44

Quadro 7: Designações de relações algébricas ..... 50

Quadro 8 - O conceito de função (noções básicas) e função afim como se apresentam na Matriz Curricular da 1ª Série do Novo Ensino Médio, nas escolas da rede estadual da Bahia ..... 55

Quadro 9 - Exemplo de conversão entre a representação algébrica e a representação algorítmica ..... 60

Quadro 10 - Univocidade semântica terminal nas representações algébrica e algorítmica ..... 61

Quadro 11 - Tipos de blocos disponíveis no *Scratch* ..... 69

Quadro 12 - Cronograma de Atividades do Projeto de Pesquisa ..... 81

Quadro 13 - Respostas para a questão 1 da Avaliação diagnóstica: Qual o seu nível de interesse em tecnologia? ..... 83

Quadro 14 - Respostas para a questão 2 da Avaliação diagnóstica: Qual ferramenta relacionada à tecnologia você mais utiliza no seu dia-a-dia? ..... 83

Quadro 15 - Respostas para a questão 3 da Avaliação diagnóstica: Com que finalidade você utiliza a ferramenta citada acima? ..... 84

Quadro 16 - Respostas para a questão 4 da Avaliação diagnóstica: Já fez uso do computador para aprender Matemática? ..... 84

Quadro 17 - Respostas para a questão 6 da Avaliação diagnóstica: Conhece a linguagem de programação *Scratch*? ..... 85

Quadro 18 – Designações realizadas pelos participantes na resolução da questão 3.2 ..... 106

Quadro 19 - Observação de regularidade na questão 4.1, aula 4 da apostila ..... 108

Quadro 20 - Respostas para a questão 4 da Avaliação Final: Marque a alternativa que indica o grau de dificuldade que você encontrou ao resolver problemas utilizando a linguagem de programação..... 129

Quadro 21 - Respostas para a questão 5 da Avaliação Final: Marque o nível de satisfação em utilizar a linguagem de programação para resolver problemas..... 130

Quadro 22 - Respostas para a questão 7 da Avaliação Final: Você acha que seu desempenho no *Scratch* foi..... 130

Quadro 23 - Respostas para a questão 8 da Avaliação Final: A que você atribui o resultado do seu desempenho no projeto de pesquisa? ..... 131

Quadro 24 - Respostas para a questão 9 da Avaliação Final: Você prefere resolver problemas da forma tradicional (no papel) ou utilizando recursos tecnológicos digitais como a linguagem de programação? ..... 132

**SUMÁRIO**

1 INTRODUÇÃO ..... 15
2 REVISÃO DE LITERATURA ..... 23
*2.1 Síntese dos trabalhos encontrados ..... 26*
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA ..... 32
*3.1 O Construcionismo e a Espiral de Aprendizagem ..... 32*
*3.2 A Teoria dos Registros de Representação Semiótica ..... 37*
3.2.1 O ensino-aprendizagem de álgebra na perspectiva semiocognitiva ..... 45
3.2.2 O ensino-aprendizagem de função e o currículo escolar ..... 52
4 PROGRAMAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA SOB A PERSPECTIVA DA TRRS ..... 57
5 A LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO *SCRATCH* ..... 64
*5.1 Interface do Usuário com Janela Única ..... 65*
*5.2 Simultaneidade e Facilidade ..... 66*
*5.3 Mensagem de Erro no Scratch ..... 67*
*5.4 Sintaxe ..... 68*
5.4.1 Blocos de operadores ..... 69
5.4.2 Blocos de Variáveis ..... 71
5.4.3 Blocos de Controle ..... 72
6 METODOLOGIA DA PESQUISA ..... 74
*6.1 Caracterização da Pesquisa ..... 74*
*6.2 O Planejamento das Atividades Didáticas ..... 78*
*6.3 Método para Análise dos Dados ..... 79*
7 ANÁLISE DOS DADOS ..... 81
*7.1 Análise da Avaliação Diagnóstica ..... 82*
*7.2 Sequência Didática: Análise e Discussão ..... 90*
7.2.1 Aula 1 ..... 91
7.2.2 Aula 2 ..... 93

7.2.3 Aula 3 ..... 98
7.2.4 Aula 4 ..... 107
7.2.5 Aula 6 ..... 117
7.2.6 Aula 8 ..... 123
7.2.7 Aula 9: Avaliação final do projeto ..... 126
8 CONSIDERAÇÕES FINAIS ..... 133
REFERÊNCIAS ..... 138
APÊNDICES ..... 143
APÊNDICE A – Avaliação Diagnóstica ..... 143
APÊNDICE B – Plano de Ensino ..... 147
APÊNDICE C – Sequência Didática (Apostila) ..... 165
APÊNDICE D – Folha de Rosto Pesquisa Envolvendo Seres Humanos ..... 222
APÊNDICE E – Parecer Consubstanciado ..... 223
APÊNDICE F – Declaração da Unidade Escolar ..... 228
APÊNDICE G – Declaração de Compromisso do Pesquisador ..... 229
APÊNDICE H – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) ..... 230
APÊNDICE I – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) ..... 233
ANEXOS ..... 236
ANEXO A – Script de jogo criado pelos alunos 1 e 10, no *Scratch* ..... 236

# 1 INTRODUÇÃO

Minha experiência como docente iniciou-se no ano de 1999 em uma escola da rede privada, onde lecionei para turmas do Ensino Fundamental – Anos Finais. Na ocasião, ainda cursava o segundo semestre de Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual da Bahia - UNEB. Após aprovação em concurso para professores da rede pública estadual em 2007, comecei a atuar no Ensino Médio. Em ambos os contextos pude observar as dificuldades dos estudantes em diversos tópicos da Matemática. Para auxiliá-los no estudo desse componente curricular tenho buscado utilizar em sala de aula, alguns recursos tecnológicos que já fazem parte do cotidiano dos jovens, como por exemplo, os *smartphones* que possibilitam o uso da calculadora científica e acessar aplicativos para visualização de gráficos.

Nesta pesquisa, pretendemos investigar as contribuições da linguagem de programação para o ensino-aprendizagem de funções. O interesse em trabalhar com esse recurso surgiu da curiosidade que foi despertada nas aulas de Tópicos em Ensino de Matemática do Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica da Universidade Federal do Espírito Santo - UFES, mestrado no qual ingressei em 2020, em que os debates indicavam que este pode ser um meio favorável para o ensino-aprendizagem da Matemática.

No ano de 2019, Fábio Átila Cardoso Moraes, estudante do mesmo programa de pós-graduação, desenvolveu a pesquisa intitulada *Uso de Programação como Ferramenta Pedagógica: Ensino de Geometria com alunos do 9º ano em Ambiente Construcionista*, na qual investigou as contribuições da programação para o ensino de conteúdos de geometria ao longo do desenvolvimento de um projeto didático realizado pelo pesquisador. Nos resultados, observou os diferentes níveis de abstração dos estudantes e a utilização de uma sequência lógica e detalhada dos pensamentos que os tornam mais autônomos. Diante dos resultados favoráveis ao ensino-aprendizagem de geometria encontrados na pesquisa, achamos viável investigar a aplicação didática da programação em outros tópicos.

As discussões em torno dessa temática remontam à década de 80, em que Seymour Papert apontava que os computadores poderiam ajudar as pessoas a estabelecerem

novas relações com o conhecimento. Em sua experiência ao desenvolver a linguagem de programação LOGO, Papert observou que quando crianças programam o computador, elas "[...] embarcam em uma exploração sobre o seu próprio pensamento" (PAPERT, l. 425, 2020, tradução nossa). Esse aspecto reflexivo proporcionado pelo ato de programar é observado por Valente (1999b) ao afirmar que, quando o computador é usado como máquina para ser ensinada, possibilita meios para que o estudante descreva o seu raciocínio sobre a resolução de problemas, reflita sobre os resultados obtidos e depure suas ideias. Esse modelo de aprendizagem permite a prática do sujeito sobre determinado conceito e, ao mesmo tempo, a verificação sobre sua própria ação na resolução de problemas.

Resnick (2013) vê a linguagem de programação como uma extensão da escrita tradicional e afirma que existem muitas razões para que as pessoas aprendam a programar assim como aprendem a escrever, pois muitas habilidades são desenvolvidas quando programam:

> No processo de aprender a programar, as pessoas aprendem muitas outras coisas. Elas não estão apenas aprendendo a programar, elas estão programando para aprender. Além de aprender ideias matemáticas e computacionais (como variáveis e condicionais), elas também aprendem estratégias de aprendizagem para resolver problemas, desenho de projetos e comunicação de ideias. Essas habilidades são úteis não apenas para cientistas da computação, mas para todos, independentemente da idade, interesses ou ocupação (RESNICK, 2013, não paginado, tradução nossa).

No que se refere ao ensino na Educação Básica no Brasil, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC)[1] indica que as decisões pedagógicas devem ser conduzidas favorecendo, ao estudante, o desenvolvimento de competências e habilidades. Ressalta, também, a importância do uso das tecnologias desde o Ensino Fundamental e orienta que os estudantes sejam estimulados a desenvolver o pensamento computacional[2] por meio da interpretação e da elaboração de fluxogramas e algoritmos (BRASIL, 2018). Entre as competências gerais que os estudantes devem obter em seu percurso pela Educação Básica, a BNCC considera:

---

[1] Documento que orienta os currículos escolares da educação básica e vem sendo implantado nas escolas gradativamente desde 2018, quando substituiu os PCN. Homologado pela Portaria MEC nº 1.570, de 20 de dezembro de 2017, publicado no Diário Oficial da União de 21 de dezembro de 2017, Seção 1, pág. 146. Etapa equivalente ao Ensino Médio homologada em 14 de dezembro de 2018.

[2] De acordo com a Sociedade Brasileira de Computação (SBC), o Pensamento Computacional se refere à capacidade de compreender, definir, modelar, comparar, solucionar, automatizar e analisar problemas (e soluções) de forma metódica e sistemática, através da construção de algoritmos.

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2018, p. 9).

No que tange à área de Matemática e suas Tecnologias, o documento orienta para o desenvolvimento de habilidades relacionadas à atividade de investigação, de construção de modelos e resolução de problemas. Para isso, os estudantes devem ser capazes de:

> [...] mobilizar o seu próprio modo de raciocinar, representar, argumentar e comunicar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados (BRASIL, 2018, p. 519).

Segundo a BNCC, as competências associadas ao modo de representar pressupõem a elaboração de registros para evocar um objeto matemático. Assim como em Duval (2009; 2012), o documento ressalta que é por meio das representações que se tem acesso aos objetos matemáticos e é por meio delas que se compreende os fatos, as ideias e os conceitos (BRASIL, 2018). A BNCC reforça que

> [...] na Matemática, o uso dos registros de representação e das diferentes linguagens é, muitas vezes, necessário para a compreensão, resolução e comunicação de resultados de uma atividade. Por sua vez, o trânsito entre os diversos registros de representação pode favorecer que os estudantes tenham maior flexibilidade e fluidez na área e, ainda, promover o desenvolvimento do raciocínio (BRASIL, 2018, p. 519).

O documento enfatiza que o ensino na área de Matemática e suas Tecnologias deve garantir aos estudantes o desenvolvimento de cinco Competências Específicas para a etapa do Ensino Médio. Destacamos aqui a Competência Específica 4, por estar mais fortemente relacionada com o ato de representar e com o nosso tema de estudo:

> Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático (BRASIL, 2018, p. 523).

Apesar da proximidade com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Duval, percebemos que a BNCC não cita o estudioso francês ao longo do texto e nem tampouco em suas referências. Esse fato é também evidenciado por Simonetti e Moretti (2021), que apontam que, apesar da proximidade desse recorte da BNCC com a TRRS, existem alguns equívocos na forma em que alguns

pressupostos dessa teoria foram utilizados em sua composição. Sobre a aprendizagem de conceitos e desenvolvimento de representações e procedimentos cada vez mais sofisticados, elencados no documento como sendo uma habilidade a ser alcançada pelos estudantes, os autores fazem a seguinte consideração:

> [...] vale lembrar que acima de tudo, é a aprendizagem dos objetos matemáticos que importa e não somente de conceitos, e quanto às representações e procedimentos mais sofisticados, Duval (2004) argumenta que de nada adianta sofisticação ou novos procedimentos, se a operação cognitiva de conversão não ocorrer em ambos os sentidos e de forma coordenada entre uma representação inicial e final em registros diferentes (SIMONETTI; MORETTI, p. 107, 2021).

E ainda, chamam a atenção para o fato de que existe uma tentativa insuficiente de explicitar o que seria usar essa teoria. Embora haja aproximação do que é exposto na Base com a TRRS,

> [...] o professor que não conhece as ideias dessa teoria pouco poderá considerá-la em sua prática de sala de aula, até mesmo porque a Base do Ensino Médio não dá conta de contemplá-la efetivamente (SIMONETTI; MORETTI, p. 114, 2021).

Em nossa pesquisa, abordamos a TRRS com a finalidade de proporcionar situações de ensino que favoreçam a compreensão dos objetos matemáticos por meio da articulação e coordenação de diferentes registros de representação, favorecendo o desenvolvimento cognitivo dos estudantes.

Consideramos que os programas de computador constituem um registro de representação semiótica (FASSARELLA, 2020) e, nesse sentido, a TRRS pode contribuir para compreendermos o potencial da programação para a apreensão dos objetos matemáticos. Para Borba e Penteado (2016, p. 29) conhecer as funções significa saber coordenar representações e essa abordagem “[...] ganha força com ambientes computacionais que geram gráficos vinculados às tabelas e expressões algébricas”.

Schlickmann e Moretti (2020) utilizaram o software *Scratch* para resolver problemas específicos ao campo da geometria utilizando comandos da linguagem de programação. Eles sugerem que é por meio dos meios computacionais que o aluno terá uma nova possibilidade de experimentação, pois

> [...] é através da tecnologia computacional que ele irá desenvolver testes e simulações e terá os resultados de forma mais dinâmica. Com o resultado

> poderá fazer análise da viabilidade, ou ainda, poderá buscar alternativas para otimizar seu resultado ou para corrigir possíveis erros (SCHLICKMANN; MORETTI, p. 356, 2020b).

Acreditamos que essa abordagem metodológica pode contribuir para melhorar o atual cenário em que se encontra o ensino da Matemática. Dados divulgados pelo MEC em 2019 apontam que 68,1% dos estudantes brasileiros com 15 anos de idade não possuem o nível básico de conhecimento em Matemática, considerado como o mínimo para o pleno exercício da cidadania (BRASIL, 2019).

A constatação baseia-se nos resultados divulgados pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA)[3], realizado em mais de 70 países no ano de 2018. O objetivo da avaliação é mensurar se os jovens adquiriram conhecimentos e habilidades essenciais para exercerem práticas sociais e econômicas.

Muito além do resultado de avaliações, a prática cotidiana de sala de aula nos revela o significativo número de estudantes que não conseguem resolver questões simples e rotineiras, nem assimilar os conceitos básicos da Matemática. Muitos jovens concluem a Educação Básica sem alcançar os saberes necessários para resolver problemas em contextos diversos, em atividades cotidianas, nas questões econômicas ou tecnológicas, dentre outras. Além disso, a deficiência no processo de ensino-aprendizagem pode refletir na interrupção dos estudos e, consequentemente, na falta de oportunidades no mercado de trabalho e em sua vida social.

Diante da problemática relacionada ao baixo rendimento dos estudantes em Matemática, faz-se necessário que o docente promova um ensino que vislumbre o desenvolvimento cognitivo e as necessidades pessoais e sociais dos jovens. Acreditamos que o uso da programação no âmbito escolar é uma maneira distinta de ensinar e pode favorecer o desenvolvimento dos aspectos reflexivo e criativo dos alunos.

Silva e Siqueira Filho argumentam sobre a importância dos educadores terem como meta um ensino de Matemática que seja voltado para a formação das capacidades intelectuais:

---

[3] Programme for International Student Assessment. https://www.oecd.org/pisa/

> [...] estruturando o pensamento e encorajando o raciocínio lógico dos alunos com o intuito de inseri-los no mundo do trabalho, das relações socioculturais além de utilizarem-no como ferramenta em outras áreas do conhecimento (SILVA; SIQUEIRA FILHO, 2011, p. 12).

Para que essas metas sejam alcançadas, muitos professores são desafiados a assumirem uma postura diferenciada frente ao ensino de Matemática e buscam incorporar práticas de ensino que desenvolvam no estudante sua capacidade intelectual. D'Ambrósio (2012) aponta para uma nova postura que o docente deve assumir em sua prática de sala de aula:

> O professor que insistir no seu papel de fonte e transmissor de conhecimento está fadado a ser dispensado pelos alunos, pela escola e pela sociedade em geral. O novo papel do professor será o de gerenciar, de facilitar o processo de aprendizagem e, naturalmente, de interagir com o aluno na produção e na crítica de novos conhecimentos (D'AMBRÓSIO, 2012, p. 73).

O autor defende que o professor deve ter domínio sobre os contextos social e político a fim de que o ensino de Matemática possa colaborar na formação para a cidadania. "A responsabilidade maior do professor vai, portanto, além de sua disciplina específica. Mas hoje cidadania implica conhecimento" (D'AMBRÓSIO, 2012, p. 79). É necessário, então, superar crenças e hábitos antigos de ensino, e adotar práticas que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio lógico, capacidade de abstração, criticidade e criatividade.

Em 2006, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio já recomendavam que professores apoiassem sua prática docente em maneiras diferentes de ensinar, tais como atividades lúdicas, modelagem matemática, investigações matemáticas, resolução de problemas, o uso das tecnologias de informação, entre outras (BRASIL, 2006). Estas orientações ainda são pertinentes ao ensino de Matemática pelas contribuições que podem proporcionar para a aprendizagem dos estudantes.

Para Allevato e Onuchic a resolução de problemas é "[...] uma das alternativas metodológicas adequadas ao cenário de complexidade em que se encontram atualmente as escolas, onde se insere o relevante trabalho do educador matemático" (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 39).

As discussões em torno da relevância da resolução de problema para o ensino-aprendizagem de Matemática ganharam força na década de 40 a partir das contribuições do matemático húngaro George Polya (1887-1985), principalmente a

partir da publicação de seu livro *A Arte de Resolver Problemas* no ano de 1945, em que apresenta as quatro fases para resolução de problemas, sendo elas:

> Primeiro, temos de compreender o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a ideia da resolução, para estabelecermos um plano. Terceiro, executamos o nosso plano. Quarto, fazemos um retrospecto da resolução completa, revendo-a e discutindo-a (POLYA, 2006, p. 4-5).

A resolução de problemas contém aspectos que podem ser potencializados quando associados ao uso da linguagem de programação, tais como: traçar um plano, executar o plano, fazer a verificação. Ao utilizar a programação, esses aspectos poderão ser verificados por meio da execução do programa, favorecendo ao estudante uma reflexão sobre o seu raciocínio e sobre os conceitos utilizados. Valente explica que,

> [...] quando o aluno usa o computador para construir o seu conhecimento, o computador passa a ser uma máquina para ser ensinada propiciando condições para o aluno descrever a resolução de problemas (VALENTE, 1999a, p.2).

A execução do programa reflete o pensamento do estudante para encontrar a resposta. Caso perceba que algo deu errado, ele tem a oportunidade de analisar e identificar a origem do erro por meio da revisão algoritmo criado.

Cury (2015) ressalta a importância da reflexão sobre os erros cometidos pelos estudantes ao resolverem problemas matemáticos e destaca que refletir sobre o próprio erro pode ajudar os estudantes em novas descobertas, além de possibilitar ao educador compreender como eles se apropriam do conhecimento.

O educador deve proporcionar aos estudantes situações que favoreçam a reflexão sobre o seu próprio modo de pensar e possibilitar a descoberta de novos conceitos sendo o mediador desse processo. Entendemos que o uso da programação para resolver problemas pode ser um caminho viável para que os alunos sejam protagonistas na aprendizagem de Matemática.

Temos o intuito de investigar o uso da linguagem de programação para resolver problemas no contexto escolar com abordagens que sejam relevantes para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, tendo como questão norteadora:

**Quais as possíveis contribuições proporcionadas pelo emprego da programação no ensino-aprendizagem de função afim?**

Diante da problemática apresentada, esta pesquisa tem como objetivo geral investigar possíveis contribuições proporcionadas pelo emprego da programação no ensino-aprendizagem de função afim.

Além disso pretendemos alcançar os seguintes objetivos específicos:

- Discutir a proposta de que os algoritmos ou os programas de computador constituem um tipo de registro de representação semiótica quando se referem a objetos matemáticos.
- Investigar a atividade de conversão entre os registros de representação na língua natural, representação algébrica e representação algorítmica desenvolvida pelos estudantes ao resolverem problemas relacionados ao conceito de função.

Esperamos encontrar respostas para a questão norteadora e alternativas de ensino que possam contribuir para a melhoria do ensino-aprendizagem da Matemática consolidando a relevância dessa pesquisa para esta área do conhecimento.

A investigação ocorre a partir da aplicação de uma sequência didática abordando o conceito de função afim, com problemas para serem resolvidos por meio da programação. O público alvo são estudantes da 1ª Série do Ensino Médio, de uma escola da rede pública estadual do município de Teixeira de Freitas, Bahia, em que o conteúdo deste tópico é tratado com maior ênfase, além de ser pré-requisito para estudos em séries posteriores e até mesmo em outras áreas de conhecimento, tais como a Física e a Química.

No capítulo seguinte buscamos elencar pesquisas que possuem o mesmo direcionamento que a nossa, a fim de compreender como a Programação tem sido aplicada como ferramenta didático-pedagógica no ensino-aprendizagem de Matemática e, mais especificamente, no ensino de função utilizando o software de programação *Scratch*.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo buscamos contextualizar nossa pesquisa relacionando-a com outras publicações a respeito da temática aqui discutida. Procuramos então, dialogar com pesquisas e trabalhos acadêmicos anteriores a fim de conhecer as circunstâncias em que foram desenvolvidos e buscar contribuições para aumentar o nosso conhecimento acerca do assunto. É uma oportunidade para verificar possíveis lacunas que ainda não foram exploradas no tema pesquisado. Bento (2012) ressalta a importância da revisão de literatura para a pesquisa científica:

> A revisão de literatura é indispensável não somente para definir bem o problema, mas também para obter uma ideia precisa sobre o estado actual dos conhecimentos sobre um dado tema, as suas lacunas e a contribuição da investigação para o desenvolvimento do conhecimento (BENTO, 2012, p. 1).

Para a realização dessa revisão de literatura, fizemos um levantamento bibliográfico, no período de setembro a outubro de 2020, acessando a ferramenta de pesquisa *Google Scholar*[4], o portal Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES[5] e o portal *Scielo*[6].

No portal de busca *Google Scholar*, no campo “Pesquisa Avançada”, inserimos as palavras-chave “Linguagem; Programação; *Scratch*; Matemática”, e utilizamos o filtro “Exibir Artigos com Data Entre”, escolhendo os anos de 2017 a 2020, tivemos um resultado de 1250 artigos. Fomos mais específicos utilizando o filtro “Encontrar artigos com todas as palavras” e então inserimos as palavras-chave: “Funções; Função Afim; Resolução de Problemas; Software; *Scratch*; Programação; Recursos Tecnológicos; Recursos Digitais”, e novamente utilizamos o filtro “Exibir Artigos com Data Entre”, escolhemos os anos de 2017 a 2020. Nessas condições, a busca resultou em 93 trabalhos.

Para seleção dos trabalhos que seriam mais profundamente analisados, estabelecemos os seguintes critérios de inclusão e exclusão:

---

[4] Link de acesso à plataforma: https://scholar.google.com.br

[5] Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. Link de acesso à plataforma: https://catalogodeteses.capes.gov.br

[6] Scientific Eletronic Library Online. Link de acesso à plataforma: https://scielo.org

- Critério de inclusão: trabalhos abordando a linguagem de programação *Scratch* no ensino-aprendizagem de função.
- Critério de exclusão: trabalhos que não abordam o uso didático da programação.

Justificamos o critério de inclusão de trabalhos que abordam o software *Scratch* por este possibilitar a aplicação da programação fora do campo da informática ou da ciência da computação. O critério de exclusão justifica-se pois existe a possibilidade do software ser utilizado na elaboração de atividades que não necessitam que os estudantes programem.

Posteriormente, analisamos os títulos, resumos, metodologias e conclusões para verificar aqueles que estavam de acordo com os critérios estabelecidos. Os trabalhos incluídos foram arquivados para posterior leitura na íntegra.

No catálogo de Teses e Dissertações da Capes realizamos uma busca com as palavras-chave: “Função; Resolução de Problemas; Matemática; Programação; *Scratch*”, que resultou em 1 211 501 trabalhos. Refinamos a busca escolhendo os filtros “Tipo: Mestrado; Mestrado Profissional; Doutorado” e “Ano: 2017, 2018 e 2019”. Optamos pela Área de Conhecimento: “Ensino de Ciências e Matemática; Matemática”; e, por fim, “Área de Concentração: Ciências, Tecnologia e Educação; Educação Matemática; Matemática”. A busca resultou em 261 trabalhos que foram analisados de acordo com os critérios de inclusão e exclusão estabelecidos anteriormente. Os trabalhos incluídos foram arquivados para posterior leitura na íntegra, como ocorreu na busca anterior.

No site *Scielo*, começamos a busca inserindo a palavra-chave “*Scratch*”, o que resultou em 13 trabalhos. Por meio da leitura dos seus títulos, verificamos que muitos deles não tratavam especificamente do ensino-aprendizagem por meio da linguagem de programação. Ao adicionarmos as palavras-chave “programação; função; resolução de problemas; Matemática”, não obtivemos resultados. Então, consideramos os 13 trabalhos encontrados na busca anterior para serem analisados mais profundamente de acordo com os critérios de inclusão e exclusão pré-estabelecidos. O Quadro 1 mostra um resumo da quantidade de trabalhos encontrados por plataforma:

Quadro 1 - Quantidade de trabalhos por plataforma

| Plataforma | Quantidade de Trabalhos |
|---|---|
| *Google Scholar* | 93 |
| Catálogo de Teses & Dissertações - CAPES | 261 |
| *Scielo* | 13 |
| **Total** | **367** |

Fonte: Elaborado pela autora.

Ao final das buscas, chegamos aos resultados apresentados no Quadro 2, considerando os critérios de inclusão e exclusão pré-estabelecidos:

Quadro 2 - Quantidade de trabalhos incluídos/excluídos por plataforma

| Plataforma / Critérios | Google Scholar | Catálogo de Teses & Dissertações – CAPES | Scielo |
|---|---|---|---|
| Inclusão | 05 | 02 | 0 |
| Exclusão | 88 | 259 | 13 |

Fonte: Elaborado pela autora.

Percebemos que a maioria dos trabalhos, tratavam do uso da programação fora do contexto didático da educação básica ou com aplicação em outras áreas do conhecimento e não no ensino de Matemática. Do total de 367 trabalhos, tivemos apenas 7 trabalhos de acordo com os critérios de inclusão estabelecidos previamente. No entanto, dois desses trabalhos, Costa (2018) e Riboldi (2019) constavam simultaneamente nas plataformas *Google Scholar* e Catálogo de Teses & Dissertações – CAPES. Selecionamos os cinco trabalhos listados no Quadro 3 para serem analisados nessa revisão de literatura:

Quadro 3 - Trabalhos elencados para análise

| Ano | Tipo de Pesquisa / Local de publicação | Título | Autor |
|---|---|---|---|
| 2017 | Artigo/ Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco | O Software de Programação *Scratch* e as Competências de Aprendizagem Matemática no Século XXI. | Airan Priscila Farias Curci |
| 2018 | Dissertação/ UNESP-SP | Programação no Auxílio da Resolução de Situações-Problema e uma Abordagem para o Ensino de Funções Afim e Quadrática. | Douglas Vinicius Rosato Costa |
| 2018 | Artigo/ Revista Novas Tecnologias UFRGS | Funções e Programação n*o Scratch.* | André Eduardo Ventorini; Leandra Anversa Fioreze |
| 2019 | Dissertação/ UFFS - SC | A linguagem de programação *Scratch* e o Ensino de Funções: Uma Possibilidade. | Sandra Maria Oselame Riboldi. |
| 2020 | Artigo/ Revista Ensino de Matemática em Debate. | O Ensino de Matemática com a Utilização de Recursos Tecnológicos: uma Sequência de Atividades para o Ensino de Função do 1º grau com a Utilização do Software *Scratch*. | Willian Aparecido de Jesus Luditk; Priscila Carozza Frasson Costa; Simone Luccas. |
| | | | |

Fonte: Elaborado pela autora.

## 2.1 Síntese dos trabalhos encontrados

O artigo de Curci (2017) teve como objetivo “abordar estudos bibliográficos acerca das competências e habilidades para o século XXI e o uso do *Scratch* como recurso didático” (p. 97).

Embora a pesquisa realizada pela autora não aborde especificamente o ensino de função a partir da linguagem de programação *Scratch,* achamos pertinente elencar esse trabalho pois o texto apresenta informações relevantes sobre o funcionamento do software de programação *Scratch* e as possibilidades de sua utilização no ensino

da Matemática. Essas informações nos dariam suporte na elaboração de nosso plano de ensino.

A autora apresenta uma pesquisa bibliográfica acerca do tema, baseando-se na missão proposta por uma parceria entre grandes organizações empresariais e educacionais norte-americanas conhecida como *Partnership for 21st Century Skill*[7], que apresenta seis elementos-chave para impulsionar a aprendizagem no século XXI, sendo eles: destacar temas centrais, enfatizar habilidades de aprendizagem, usar ferramentas do século XXI para desenvolver habilidades de aprendizagem, ensinar e aprender em um contexto do século XXI, ensinar e aprender o conteúdo do século XXI, utilizar métodos de avaliações eficientes de acordo com as habilidades para o século XXI.

Destaca também que, por meio do trabalho com o software *Scratch*, é possível atingir competências atreladas às Habilidades de Aprendizagem proposta pela *Partnership for 21st Century Skills*, sendo elas: Competências da Informação e Comunicação, Competência de Raciocínio e Resolução de Problemas, Competência Interpessoal e de autodirecionamento.

Curci (2017) sugere atividades no *Scratch* tais como criação do jogo *Pong* que pode ser usado para introduzir o conceito de função de maneira dinâmica e contextualizada. A autora concluiu, em sua pesquisa bibliográfica, que é imprescindível formar cidadãos críticos e capazes, tecnologicamente fluentes como seres ativos e conscientes dentro de nossa sociedade e aponta o *Scratch,* dentre outros recursos tecnológicos, como forte aliado da prática pedagógica.

Portanto, este trabalho tem relevância para a pesquisa que pretendemos desenvolver pois, além de trazer sugestões sobre funcionamento e atividades com o *Scratch*, focaliza as competências e habilidades necessárias aos estudantes do século XXI, as quais poderão ser consideradas no desenvolvimento de nosso trabalho, pois, apontamos como problemática em nossa pesquisa o baixo desempenho em Matemática dos estudantes brasileiros.

A pesquisa realizado por Ventorini e Fioreze (2018, p. 577) teve como objetivo

[7] Parceria Pelas Habilidades do Século XXI.

> Verificar o potencial do software de programação *Scratch* na construção de conceitos relacionados com funções, a partir de uma experiência desenvolvida com alunos do primeiro ano do ensino médio de uma escola pública localizada em uma cidade do interior do Rio Grande do Sul – RS.

A investigação teve cunho qualitativo e ocorreu em três turmas de primeiros anos do Colégio Estadual Manoel Ribas do município de Santa Maria – RS, cujos estudantes não haviam tido contato com o software de programação anteriormente. Os dados foram coletados por meio da utilização de um diário de bordo e das gravações das programações produzidas pelos alunos. Utilizaram fotografias para registrar as construções das programações.

A atividade foi desenvolvida em duas etapas, sendo que na primeira o objetivo foi conhecer e explorar o software *Scratch*. A segunda foi composta por aplicação de questões que contemplam a ideia de função, função inversa, domínio de funções e plano cartesiano.

Diante dos dados produzidos, os autores concluíram que a utilização do software de programação *Scratch* possibilitou aos educandos antecipar e controlar resultados, modificar ideias iniciais, fazer inferências nas questões envolvendo os conceitos de funções. A manipulação dos algoritmos contribuiu para que fizessem generalizações, análise e reconstrução de seu pensamento diante do erro na montagem da expressão algébrica, refazendo o processo de programação, contribuindo para o desenvolvimento da autonomia dos educandos.

Esta pesquisa possui pontos em comum com a nossa, dentre eles: os estudantes participantes não possuem experiência em programação; a pesquisa foi realizada com alunos da primeira série do Ensino Médio; o foco da pesquisa é o ensino-aprendizagem de função por meio de programação utilizando o software *Scratch*. Sendo assim, pode servir como parâmetro de comparação com o trabalho de campo que pretendemos realizar. Sua discussão nos é pertinente, particularmente porque está amparada no Construcionismo.

A pesquisa de Costa (2018) teve como objetivo “entrelaçar a resolução de situações-problema em Matemática com programação através do software *Scratch*” (p. 9-10). Para alcançar esses objetivos, o autor propôs uma série de problemas relacionados aos conceitos de domínio, imagem e construção de gráficos de funções afim e quadrática que pretendemos utilizar como embasamento para a produção de nosso

plano de ensino. Neste caso, a pesquisa foi desenvolvida com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola de Araçatuba-SP, nos quais utilizaram a linguagem de programação *Scratch* para representação e solução das situações propostas.

Os aprendizes conheciam o básico sobre a funcionalidade do software utilizado, lógica de programação e construção de algoritmos. Além disso, os estudantes receberam instrução tradicional sobre função afim e quadrática antes das atividades com o *Scratch.* Os resultados observados a partir da aplicação dos problemas mostraram que:

> Os benefícios do uso de programação na educação matemática são notados imediatamente. A partir da superação das dificuldades encontradas durante a execução da atividade, os estudantes ampliaram seu conhecimento sobre a fórmula para o cálculo das raízes tanto da função afim quanto quadrática. Ao utilizar esta maneira interativa de resolver problemas através do uso de tecnologia, o estudante mostra mais foco, atenção e interesse (COSTA, 2018, p.66-67).

A dissertação de Riboldi (2019) teve como objetivo "investigar as possíveis contribuições que a linguagem de programação *Scratch* pode trazer ao introduzir o conceito de funções, em uma turma de 9º ano de uma escola pública estadual de Santa Catarina" (p. 15). Além disso buscou relacionar problemas do cotidiano com as funções e estimular o uso da linguagem de programação.

A questão que norteou o trabalho foi: *Quais as contribuições que a linguagem de programação Scratch pode trazer no ensino e aprendizagem do conceito de funções?* Sua fundamentação está amparada no Construcionismo sendo pertinente ao nosso trabalho. Além disso, a autora baseou-se na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e no Pensamento Computacional de Wing e Brackmann.

O trabalho caracterizou-se como pesquisa-ação pois, a pesquisadora é a própria regente da turma e os pesquisados, seus alunos. Utilizou-se de uma abordagem quali-quantitativa. Para produção dos dados, foram aplicados questionários, antes e após o desenvolvimento das atividades para verificação dos conhecimentos prévios e evolução da aprendizagem do aluno.

A pesquisa foi realizada com 26 estudantes em 20 encontros, nos quais inicialmente a autora propôs uma atividade com o objetivo de fazer um diagnóstico acerca dos

conhecimentos prévios dos estudantes sobre o uso de tecnologias, noções intuitivas das Funções e sobre o software de programação *Scratch*. Nas aulas seguintes propôs atividades visando a construção do conceito de Função; a partir do 5º encontro, propôs atividades para conhecimento e utilização do software aplicando os conhecimentos adquiridos nas aulas anteriores; após familiarizados com a linguagem e com aplicação do tópico em estudo, sugeriu que os estudantes criassem projetos utilizando o *Scratch* e os conceitos de Função. Nos dois últimos encontros foram realizadas avaliações a fim de observar o desenvolvimento dos estudantes. Comparando os resultados das avaliações aplicadas no início e no final da pesquisa, concluiu-se que os estudantes tiveram uma melhora significativa na compreensão sobre os conceitos matemáticos estudados e sobre o pensamento computacional:

> Após aplicação das atividades propostas aplicamos um pós-teste e verificamos uma melhora significativa com relação ao tema proposto, os estudantes na sua maioria conseguiram responder as questões referentes ao conteúdo e novamente foram questionados sobre o pensamento computacional, onde percebemos uma ênfase maior em detalhes e motivação para responder às questões (RIBOLDI, 2019, p.76).

No artigo desenvolvido por Luditk, Costa e Luccas (2020) o objetivo foi “compreender as possíveis contribuições da resolução de problemas referente ao conceito de função do 1º grau com a utilização do software *Scratch*” (p. 226-227).

A pesquisa é de cunho qualitativo e os dados foram analisados na perspectiva de análise interpretativa. Em sua fundamentação teórica debatem sobre o ensino de Matemática com a utilização de recursos tecnológicos baseando-se nas ideias de Cortês, Papert, Barbosa e Murarolli.

A investigação ocorreu com cinco estudantes do segundo ano do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP), Campus Cornélio Procópio, para os quais os autores ministraram atividades referentes ao uso do *Scratch* em quatro momentos: apresentação do software; apresentação de exemplos de programação para resolução de problemas sobre função; atividade proposta aos estudantes com resolução de problemas envolvendo função e utilizando o *Scratch*; questionário com questões abertas para a coleta de dados, onde os futuros professores expressaram suas opiniões acerca da utilização do software como instrumento metodológico para resolução de problemas envolvendo funções do 1º grau.

Os pesquisadores concluíram, a partir do desenvolvimento das atividades e por meio das respostas perceptíveis nos excertos produzidos, que é possível ensinar e aprender por meio do software e que o *Scratch* possui grande potencial de aplicabilidade no ensino de Matemática. Notaram a motivação dos discentes em realizar as atividades, pelo seu formato dinâmico:

> […] o *Scratch* mostrou-se extremamente eficaz, pois podem ser criadas situações as quais o discente consiga aplicar um conceito matemático de forma contextualizada e dinâmica interagindo com o software, construindo uma programação e abstraindo conceitos que muitas vezes poderiam ser de difícil compreensão em aulas expositivas tradicionais (LUDITK; COSTA; LUCCAS, 2020, p. 277)

O trabalho aproxima-se do que pretendemos desenvolver no que concerne ao tópico da Matemática o qual pretendemos explorar: o conceito de função. Assim, as atividades propostas nos inspiram em nossa pesquisa. Diferencia-se de nossos interesses por ter como público alvo os estudantes de licenciatura em Matemática, os quais já supomos ter algum conhecimento sobre o tópico de função. No entanto, consideramos importante que os futuros professores conheçam ainda na Universidade as possibilidades metodológicas para o ensino da Matemática, pois, uma boa formação docente reflete na melhoria da aprendizagem dos estudantes da Educação Básica.

De maneira geral, o resultado da busca traz contribuições relevantes para a pesquisa que pretendemos desenvolver, pois os trabalhos selecionados mencionam o ensino de função por meio da linguagem de programação. Além disso, expande os referenciais bibliográficos sobre os estudos relacionados ao tema do nosso trabalho, colaborando para embasar nossa pesquisa.

Conforme é possível perceber nos trabalhos elencados no período considerado (2017 a 2020), algumas pesquisas que abordam as contribuições da programação para o ensino-aprendizagem de função são amparadas no Construcionismo. No entanto, a TRRS não aparece como fundamentação teórica em nenhuma das pesquisas elencadas nos portais consultados. Em nossa pesquisa, consideramos que essa teoria fornece aporte para compreendermos os benefícios da programação na apreensão dos conceitos matemáticos. Adiante, em nossa fundamentação teórica, detalharemos o Construcionismo e a TRRS.

# 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

No intuito de fundamentar esta pesquisa buscamos sustentação na teoria Construcionista a partir das ideias de Papert (1994; 2020) e Valente (1999a; 1999b), e na Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Duval (2009; 2012; 2015; 2017). Ambas trazem importantes contribuições para o ensino-aprendizagem da Matemática.

Papert inspira-se no Construtivismo de Piaget ao defender que a produção do conhecimento é mais eficaz quando o indivíduo está envolvido na construção de coisas em seu próprio mundo. Nesse mesmo sentido, Valente defende a utilização do computador para criação de ambiente propício à construção de conhecimento. Duval investiga a aprendizagem da Matemática e a função dos Registros de Representações Semióticas para a compreensão dos conceitos matemáticos.

Nas seções a seguir, detalharemos um pouco mais essas teorias buscando relacioná-las com o objetivo que pretendemos alcançar no desenvolvimento desta pesquisa.

## 3.1 O Construcionismo e a Espiral de Aprendizagem

Ao longo de sua trajetória como pesquisador, Seymour Papert deixou muitas contribuições a respeito do uso educacional do computador. Antes mesmo da popularização da internet e das tecnologias digitais, Papert reconheceu o uso da máquina não apenas para fornecer informação e instrução, mas como um recurso que a criança poderia usar para fazer coisas, experimentar e se expressar.

Foram as teorias de Piaget com quem trabalhou na década de 50, no Centro de Psicologia Genética da Universidade de Genebra, que influenciaram sua visão a respeito de como as crianças aprendem e dão sentido às coisas. Para Papert (2020) na medida que as crianças constroem coisas no mundo, elas constroem novas ideias e conceitos em suas mentes.

Na década de 60, como docente do *Massachussets Institute of Technology* (MIT), desenvolveu aquela que foi considerada a primeira linguagem de programação para

crianças, conhecida como LOGO. O *software* permite ao usuário programar os movimentos de uma tartaruga robótica ou virtual, o que representa uma oportunidade para estimular o pensamento. Para Papert (2020, p. 42, tradução nossa):

> A programação da Tartaruga começa fazendo uma reflexão sobre como fazer o que gostaria que a Tartaruga fizesse. Assim, ensinar a Tartaruga a agir ou a 'pensar' pode levar o estudante a refletir a respeito de suas próprias ações e pensamentos.

Ao movimentar a tartaruga, por exemplo, o aluno descreve os movimentos em linguagem Matemática, aprende a pensar a respeito das direções utilizando ângulos e desenvolve conceitos numéricos. Além disso, pode refletir quanto aos equívocos que comete ao programar. De acordo com Papert:

> Na geometria da Tartaruga, criamos um ambiente no qual a tarefa da criança não é aprender um conjunto de regras formais, mas desenvolver uma perspectiva suficiente quanto à forma como ela se move no espaço para permitir a transposição desse autoconhecimento em programas que farão com que a Tartaruga se mova (PAPERT, 2020, p. 217, tradução nossa).

Papert (2020, 1994) alerta para a abordagem de ensino com foco na instrução, chamada Instrucionista. Nesse modelo, o computador tem a função de informatizar os métodos tradicionais e a aprendizagem é centrada na transmissão de conhecimento. A melhoria da aprendizagem, na perspectiva Instrucionista, ocorre a partir do aperfeiçoamento da instrução. "Se a Escola é menos que perfeita, então sabemos o que fazer: ensinar melhor" (PAPERT, 1994, p. 124).

Compartilhando das ideias de Papert, Valente (1999a; 1999b) admite que o ensino por meio da máquina pode proporcionar ao estudante conhecimento em qualquer área de estudo. Entretanto, o computador pode ser usado como máquina de ensinar ou como máquina para ser ensinada.

O uso do computador como máquina de ensinar remete à abordagem Instrucionista. Nele é inserida uma série de informações que serão repassadas aos estudantes caracterizando o ensino tradicional, "porém em vez da folha de instrução ou do livro de instrução, é usado o computador" (VALENTE, 1999a, p. 2). A aprendizagem, nesse modelo, pode ser adquirida mediante a memorização das atividades oferecidas pela máquina, por meio de textos, jogos, vídeos, tutoriais, *quizzes*, dentre outros. O estudante é receptor passivo e dependente das informações. A função do professor é transmitir conhecimento e instruções quanto aos recursos utilizados.

As ideias do autor estão de acordo com Papert (2020, p. 19, tradução nossa), quando afirma que “a instrução auxiliada por computador significa fazer o computador ensinar a criança. Pode-se dizer que o computador está sendo usado para programar a criança”.

Por outro lado, Papert (1994, p. 125) apresenta a abordagem Construcionista em que “a meta é ensinar de forma a produzir a maior aprendizagem a partir do mínimo de ensino”. A intenção não é duvidar nem diminuir o valor da instrução, mas sim, apropriar-se de um modelo em que o estudante aprende descobrindo por si mesmo, com o intermédio do computador. A principal característica do Construcionismo, segundo Papert (1994) é que este permite observar, com maior proximidade, o desenvolvimento intelectual dos estudantes. O computador é uma ferramenta auxiliar no processo de manifestação das ideias e da reflexão.

Quando o computador é usado como máquina para ser ensinada, o estudante o utiliza para construir o seu próprio aprendizado. O conhecimento é construído a partir da busca por novos conceitos e estratégias que possam incrementar outros conhecimentos pré-requisitos que já dispõe em relação ao assunto que está sendo trabalhado via computador. Dessa forma:

> Quando o aprendiz programa o computador, este pode ser visto como uma ferramenta para resolver problemas. O programa produzido utiliza conceitos, estratégias e um estilo de resolução de problemas. Nesse sentido, a realização de um programa exige que o aprendiz processe informação, transforme-a em conhecimento que, de certa maneira, é explicitado no programa (VALENTE, 1999b, p. 91).

Nesse processo, o professor é o mediador, pois tem a função de promover ambientes propícios à aprendizagem, de ser o facilitador e fazer a intermediação entre estudante e máquina.

Para Valente (1999a), a eficiência do uso do computador no âmbito escolar requer que o educador tenha conhecimento do potencial educacional da máquina de maneira que seja capaz de adotar adequadamente esse recurso em sua prática docente. O autor aponta para o fato de que

> [...] a atividade de uso do computador pode ser feita tanto para continuar transmitindo a informação para o aluno e, portanto, para reforçar o processo Instrucionista, quanto para criar condições do aluno construir seu conhecimento (VALENTE, 1999a, p. 1).

Quando o estudante constrói algo a partir de sua interação com o computador ele manipula conceitos e estratégias a fim de resolver problemas por meio de uma linguagem de programação. As ações praticadas por ele nesse processo, ocorrem em uma Espiral de Aprendizagem estabelecida por Valente (1999b) como “descrição-execução-reflexão-depuração”, que detalharemos a seguir:

- Descrição da resolução do problema em termos da linguagem de programação: consiste na ação do aprendiz sobre o computador, na aplicação de todo o seu conhecimento sobre os conceitos envolvidos no problema, nas estratégias de resolução, no seu entendimento sobre a linguagem de programação que será utilizada para representar e explicitar os passos para a resolução do problema.
- Execução dessa ação pelo computador: reflete as descrições que foram fornecidas à máquina em linguagem de programação. Ou seja, é um retorno do que foi solicitado ao computador para resolução do problema.
- Reflexão sobre o que foi produzido pelo computador: neste ato o aprendiz observa o produto final e faz uma reflexão a respeito das informações. Esse processo de reflexão acarreta em abstrações que provocam alterações na estrutura mental do estudante e pode resultar em uma das seguintes ações: o aprendiz não modifica o seu procedimento porque, de acordo com o que foi apresentado no computador, as suas ideias iniciais solucionaram o problema; ou depura o procedimento, quando o resultado é diferente da sua intenção original;
- Depuração dos conhecimentos por intermédio da busca de novas informações ou do pensar: consiste em achar e corrigir o erro analisando suas próprias ideias; esse processo é uma oportunidade para o aprendiz aprender novos conceitos ou estratégias para a resolução de problemas, e aprimorar seus conhecimentos quanto a linguagem de programação incorporando essas novas descobertas à sua estrutura mental. Em seguida, utiliza esse conhecimento para modificar a descrição definida anteriormente e repete-se a Espiral de Aprendizagem descrição-execução-reflexão-depuração.

Destaca-se que o programa desenvolvido pelo estudante neste ciclo de aprendizagem corresponde ao seu raciocínio em relação à interpretação do problema. A resposta fornecida pelo computador é imediata e representa o produto do pensamento do

aprendiz, pois a máquina não acrescenta nenhuma informação nova ao programa desenvolvido por ele. Se houver equívoco, será resultante do julgamento do próprio estudante.

A programação facilita o processo de depuração, pois estabelece uma correspondência entre cada comando feito pelo aprendiz e o comportamento da máquina, contribuindo para que os erros sejam encontrados. Todo esse processo deve ter como mediador o professor, que deve conhecer a linguagem de programação que está sendo utilizada para que possa compreender o que o estudante está fazendo ou pensando (VALENTE, 1999a).

Papert (2020) aponta a importância da reflexão sobre o erro no processo de depuração em sua experiência com o LOGO:

> Para o aprendiz, os erros nos procedimentos são tão interessantes e conceituais quanto qualquer outra coisa. Além disso, o que deu errado, ou seja, os *bugs*[8], não são vistos como erros a serem evitados como uma praga, mas como uma parte intrínseca do processo de aprendizagem (PAPERT, 2020, p. 168, tradução nossa).

Além disso, o autor destaca que o erro pode contribuir para a melhoria das interações sociais proporcionadas pelo ambiente de aprendizagem por meio da programação:

> Os *bugs* dos alunos tornam-se tópicos de conversa; como resultado, eles desenvolvem uma linguagem articulada e focada para usar ao pedir ajuda quando necessário. E quando a necessidade de ajuda pode ser articulada de forma clara, o ajudante não precisa necessariamente ser um profissional especialmente treinado para prestá-la. Desta forma, a cultura LOGO enriquece e facilita a interação entre todos os participantes e oferece oportunidades para relacionamentos de ensino mais articulados, eficazes e honestos. É um passo em direção a uma situação em que a linha entre alunos e professores pode desaparecer (PAPERT, 2020, p. 194, tradução nossa).

As convicções de Resnick (2013), desenvolvedor da linguagem de programação *Scratch*, o qual pretendemos utilizar em nossa pesquisa, corroboram com Papert (1994; 2020) e Valente (1999a; 1999b). De acordo com o autor, no processo de aprender a programar, os estudantes além de aprender Matemática e ideias computacionais, aprendem estratégias para resolução de problemas, a criar projetos e comunicar ideias.

---

[8] *Bug* é o termo da computação para o erro de programação.

Dessa forma percebemos que são muitas as contribuições desses autores para o desenvolvimento de nossa pesquisa. Acreditamos que a Espiral de Aprendizagem à luz do Construcionismo constitui uma sustentação aos objetivos que pretendemos alcançar.

## 3.2 A Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Raymond Duval, filósofo e psicólogo, em seus estudos relacionados à Psicologia Cognitiva, desenvolvidos no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (IREM) de Estrasburgo, França, tem contribuído com relevantes pesquisas no âmbito da Educação Matemática. Em suas pesquisas, Duval trata principalmente do funcionamento cognitivo relacionado aos problemas de aprendizagem em Matemática. Abordaremos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS).

De acordo com a TRRS, não existe acesso perceptível, direto ou instrumental aos objetos matemáticos (números, funções, relações geométricas, etc.), ou seja, não podemos observá-los por meio de microscópios ou telescópios como ocorre na astronomia ou na biologia (DUVAL, 2013; 2017). Assim, é indispensável a representação destes objetos para podermos examiná-los e, para isso, são utilizadas as representações mentais e as representações semióticas:

> [...] representações mentais são o conjunto de imagens e de conceituações que um indivíduo pode ter sobre o objeto, sobre uma situação e sobre aquilo que lhe é associado. As representações semióticas são as produções constituídas pelo emprego de regras de sinais (enunciado em língua natural, fórmula algébrica, gráfico, figura geométrica, …) (DUVAL, 2009, p. 15).

O desenvolvimento das representações mentais depende da interiorização das representações semióticas. Apesar da distinção entre as representações mentais e as representações semióticas, existe uma relação de reciprocidade entre elas, não há independência de uma em relação à outra; ambas são igualmente relevantes à atividade cognitiva do pensamento. Nas palavras do autor, “O desenvolvimento das representações mentais efetua-se como uma interiorização das representações semióticas da mesma maneira que as imagens mentais são uma interiorização das percepções” (DUVAL, 2009, p. 17).

Uma atividade de produção semiótica

> "[...] pode ser rudimentar como a simples designação verbal dos números, ou muito elaborada como a utilização de um sistema de numeração contendo o símbolo '0', para designar não apenas os números, mas para realizar operações aritméticas" (DUVAL, 2013, p. 16).

Elas são indispensáveis para a comunicação Matemática e essenciais ao desenvolvimento do pensamento matemático.

Duval (2012, p. 270) afirma que "[...] o funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros semióticos de representação". Assim, a apreensão conceitual de determinado objeto matemático ocorre de maneira concomitante à apreensão ou produção de uma representação semiótica.

O autor aponta para a possibilidade de multirrepresentação de um mesmo objeto matemático e ressalta que as dificuldades de aprendizagem estão relacionadas à essa grande variedade de representação semiótica: "As dificuldades de compreensão na aprendizagem da Matemática não estão relacionadas aos conceitos, mas à variedade de representações semióticas utilizadas e o uso 'confuso' que fazem delas" (DUVAL, 2013, p. 15).

Para distinguir os sistemas semióticos utilizados em Matemática de outros sistemas semióticos utilizados fora da Matemática, o autor utiliza o termo "registro". Um sistema semiótico é considerado um registro de representação semiótica quando admite três atividades cognitivas fundamentais: a formação, o tratamento e a conversão:

A *formação de uma representação identificável* "[...] implica seleção de relações e de dados no conteúdo a representar" (DUVAL, 2012, p. 271), seja para expressar uma representação mental ou para evocar um objeto real. Pode ser comparada à realização de uma tarefa de descrição. A enunciação de uma frase, a composição de um texto, o desenho de uma figura geométrica, a expressão de uma fórmula, etc., são exemplos de formação de uma representação identificável. A atividade cognitiva de formação deve respeitar as regras internas do sistema semiótico considerado a fim de assegurar as condições de identificação e reconhecimento do objeto matemático representado em um determinado registro.

O *tratamento* é a transformação interna de uma representação em outra representação no mesmo registro em que ela foi formada. Efetuar cálculos conservando o mesmo sistema de representação dos números ou resolver uma expressão algébrica correspondem a atividades de tratamento, como exemplificamos a seguir:

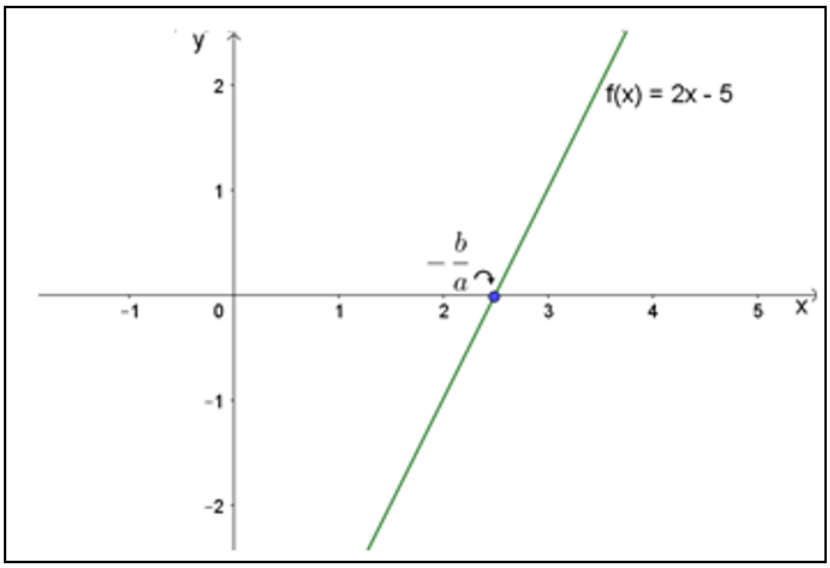
Seja f(x) = ax + b; se f(x) = 0, então:

$$ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}, \text{ com } a \neq 0.$$

Dizendo de outro modo, o tratamento corresponde à expansão das informações das representações semióticas mobilizando um único tipo de registro. “As regras para expandir uma representação são definidas como regras que, uma vez aplicadas, resultam em uma representação de mesmo registro que a de partida” (DUVAL, 2009, p. 57). No exemplo do cálculo do zero da função polinomial do 1º grau, tanto o registro de partida, f(x) = ax + b, quanto o registro de chegada, $x = -\frac{b}{a}$ correspondem ao registro algébrico.

A *conversão* é a transformação da representação de um objeto dado num registro, em uma representação desse mesmo objeto num outro registro, mas conservando a referência ao mesmo objeto. Assim, a atividade de conversão mobiliza dois registros diferentes. É uma transformação externa em relação ao registro de partida. Por exemplo, quando colocamos as informações do enunciado de um problema em uma equação realizamos uma conversão das expressões linguísticas em uma expressão de escrita simbólica. Na Figura 1, exemplificamos uma conversão da função polinomial do 1º grau f(x) = 2x – 5 na sua representação gráfica:

Figura 1 - Exemplo de atividade de conversão: esboço de f(x) = 2x – 5




Fonte: Própria autora.

Dessa forma, os registros de representação semiótica não só permitem designar os objetos matemáticos como também permitem fazer transformações de suas representações. É importante diferenciar as atividades cognitivas relacionadas à representação semiótica (formação, tratamento e conversão) e considerar sua relevância para a apreensão de conceitos.

No Quadro 4 são apresentados os quatro tipos de registros de representação semiótica matemáticos classificados por Duval:

Quadro 4 - Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático (fazer matemático, atividade matemática)

(Continua)

| | REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA | REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA |
|---|---|---|
| REGISTROS MULTIFUNCIONAIS<br><br>Os tratamentos não são algoritmizáveis | Língua natural<br>Associações Verbais (conceituais).<br>Forma de raciocinar:<br><br>• argumentação a partir de observações, de crenças...;<br><br>• dedução válida a partir de definição ou de teoremas. | Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3).<br><br>• apreensão operatória e não somente perceptiva;<br><br>• construção com instrumentos |

Quadro 4 – Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático (fazer matemático, atividade matemática)

(conclusão)

| | REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA | REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA |
|---|---|---|
| REGISTROS MONOFUNCIONAIS:<br><br>Os tratamentos são principalmente algoritmos. | Sistemas de escritas:<br>• numérica (binária, decimal, fracionária, ...)<br>• algébricas<br>• simbólicas (línguas formais).<br>Cálculo | Gráficos Cartesianos.<br><br>• mudanças de sistemas de coordenadas;<br>• interpolação, extrapolação. |

Fonte: Duval (2017, l. 134).

De acordo com a classificação anterior, os registros multifuncionais são aqueles em que os tratamentos não são algoritmizáveis. Têm como representação discursiva a língua natural, as formas de raciocínio e, como representação não-discursiva, as figuras geométricas planas e espaciais. Os registros monofuncionais podem receber tratamento algorítmico. Sua representação discursiva se apresenta nos sistemas de escrita (numérica, algébrica, simbólica) e a representação não discursiva, nos gráficos cartesianos (nas mudanças de sistema de coordenadas, interpolação e extrapolação).

O conceito de função, que é nosso objeto de estudo, possui distintas representações, dentre elas destacamos o registro gráfico, o algébrico e a linguagem natural. Maggio (2011), apresenta uma categorização de diferentes registros de representação semiótica do conceito de função (Quadro 5) com base na classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático, descritos anteriormente:

Quadro 5 - Representações semióticas do conceito de função

<table>
<tr><th>REPRESENTAÇÕES DISCURSIVAS</th><th>REPRESENTAÇÕES NÃO DISCURSIVA</th></tr>
<tr><td>

**Registro da língua natural**

*Uma função $f: A \to B$ consta de três partes: um conjunto A, domínio da função (ou conjunto onde a função é definida), um conjunto B, contradomínio da função (ou o conjunto onde a função toma valores) e uma regra que associa a cada elemento $x \in A$ um único elemento $f(x) \in B$.

* Sejam x e y duas variáveis representativas de conjuntos de números; y é função de x e escreve-se $y = f(x)$,se entre as duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido $x \mapsto f(x)$.

**Registro dos sistemas de escrita** *Simbólico* (línguas formais)

$f: A \to B, x \mapsto f(x), f(x) = y$ ou $y = f(x)$

*Algébrico*

$$y = x$$

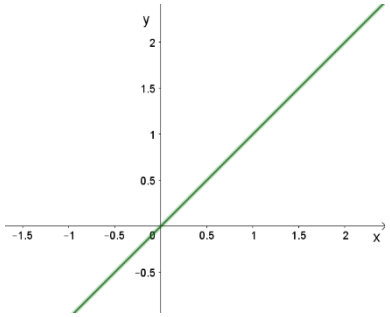
*Numérico* (natural, inteiro, racional, irracional)

$f(1) = 1$ e $f(-1) = -1$

</td><td>

**Registro gráfico**

Gráfico cartesiano




*Tabela*

| X | Y |
|---|---|
| -0,5 | - 0,5 |
| $-\frac{1}{4}$ | $-\frac{1}{4}$ |
| 0 | 0 |
| $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ |
| 0,5 | 0,5 |

</td></tr>
</table>

Fonte: Maggio (2011), com base em Duval (2003).

Para Duval (2009; 2012; 2017), a diversidade de representações semióticas e a capacidade de coordenação de diferentes registros de representação de um objeto são absolutamente necessárias para a apreensão de conceitos matemáticos. É necessário haver distinção entre o objeto e sua representação:

> A coordenação de muitos registros de representação semiótica aparece, fundamentalmente, para uma apreensão conceitual de objetos: é preciso que o objeto não seja confundido com suas representações e que seja reconhecido em cada uma de suas representações possíveis. É nestas duas condições que uma representação funciona verdadeiramente como representação, quer dizer, ela dá acesso ao objeto representado (DUVAL, 2012, p. 270).

O processo de ensino-aprendizagem deve levar em consideração a distinção entre objeto e suas representações. Observa-se frequentemente que “O ensino privilegia a aprendizagem das regras concernentes à formação das representações semióticas e

das regras concernentes a seu tratamento" (DUVAL, 2009, p. 62). Todavia, é a atividade de conversão que se mostra fundamental para a apreensão conceitual, pois possibilita a coordenação de diferentes registros de representação. Duval apresenta a hipótese de que:

> A compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação, e esta coordenação se manifesta pela rapidez e a espontaneidade da atividade cognitiva de conversão (DUVAL, 2012, p. 282).

No entanto, essa espontaneidade, na atividade de conversão, não ocorre de maneira natural para a maioria dos estudantes. As mudanças entre os registros aparecem como obstáculos em diferentes níveis de complexidade dos conceitos matemáticos. De acordo com Duval,

> [...] a ausência de coordenação entre diferentes registros cria muito frequentemente uma deficiência para as aprendizagens conceituais. Inversamente, uma aprendizagem especificamente centrada na mudança e na coordenação de diferentes registros de representação produz efeitos espetaculares nas macro-tarefas de produção e de compreensão (DUVAL, 2009, p. 63).

A atividade cognitiva de conversão permite a análise e comparação da representação do objeto matemático no registro de partida com o registro de chegada. Assim, é possível observar dois fenômenos envolvidos no processo: congruência e não-congruência. O grau de dificuldades dos estudantes na atividade de conversão está relacionado à ocorrência desses fenômenos.

Duval (2012) explica que quando um registro de chegada deixa transparecer o registro de partida ocorre uma conversão congruente. O autor apresenta três condições para que uma conversão seja congruente (DUVAL, 2009):

1. Possibilidade de uma correspondência semântica entre os elementos significantes: cada elemento significante de uma das representações pode ser associado a uma unidade significante[9] elementar.
2. Univocidade semântica terminal: cada elemento na representação de partida corresponde a um só elemento no registro de representação de chegada.

[9] Duval (2009) considera como unidade significante elementar toda unidade que se destaca do "léxico" de um registro.

3. Ordem dentro da organização das unidades compondo cada uma das duas representações: a ordem de arrumação das unidades significantes pertinentes é a mesma na representação de partida e no registro de representação de chegada.

O fenômeno de não-congruência ocorre quando uma das três condições anteriores não é satisfeita na atividade de conversão. Duval (2009) esclarece que, quando há congruência, a conversão entre as representações ocorre de maneira quase imediata, enquanto em casos de não-congruência, a conversão pode se tornar impossível de ser efetuada ou de ser compreendida.

O Quadro 6, baseado em Duval (2009), exemplifica os fenômenos de congruência e não-congruência, dadas as expressões e suas conversões em escritura algébrica:

Quadro 6 - Exemplos de fenômenos de congruência e não-congruência

| **Expressão (língua natural)** | **Conversão (escrita algébrica)** | **Fenômeno** |
|---|---|---|
| “o conjunto dos pontos cuja ordenada é superior que a abscissa”. | y > x | congruência: existe uma correspondência termo a termo entre as unidades significantes respectivas e a conversão inversa permite reencontrar a expressão inicial do registro de partida. |
| “o conjunto dos pontos que têm uma abscissa positiva”. | x > 0 | não-congruência: ausência, na escrita algébrica, de unidade significante que corresponda a “positivo” necessitando recorrer à perífrase “> 0”. |
| “o conjunto dos pontos que têm abscissa e ordenada de mesmo sinal” | xy > 0 | não-congruência: ausência de correspondência termo a termo entre as unidades significantes respectivas das duas expressões; perífrase “>0” traduz tanto “de mesmo sinal” quanto “positivo”; a conversão inversa não permite reencontrar a expressão inicial : “xy > 0” pode ser traduzido naturalmente por “o produto da abscissa e da ordenada é superior a zero”. |

Fonte: Elaborado pela autora com base em Duval (2009, p. 64 e 65).

Para enfrentar os problemas relacionados à não-congruência, é necessário a diversificação dos registros de representação, pois as dificuldades relacionadas a esse fenômeno podem ser agravadas pelo desconhecimento dos diferentes registros de representação de um objeto matemático (DUVAL, 2009).

Conforme mencionamos no capítulo introdutório, consideramos nesta pesquisa que os programas de computador constituem um tipo de registro de representação

semiótica dos objetos matemáticos. Contudo, entendemos que a proposta de aplicar a programação no processo de ensino-aprendizagem de Matemática possui limitações, pois um programa de computador não será suficiente para esgotar o significado conceitual de um determinado objeto matemático. Para obter melhor resultado de aprendizagem pode ser aplicado concomitante a outras metodologias de ensino, como por exemplo, a Resolução de Problemas.

Acreditamos que a abordagem Construcionista pode ser complementada pela TRRS visto que esta possibilita refletir sobre o processo geral de apreensão conceitual dos objetos matemáticos.

### *3.2.1 O ensino-aprendizagem de álgebra na perspectiva semio-cognitiva*

Conforme já discutido anteriormente, a unidade temática Álgebra, proposta na BNCC, tem como finalidade desenvolver o pensamento algébrico que é fundamental na utilização de modelos matemáticos para compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para desenvolver esse tipo especial de pensamento é necessário que os alunos

> [...] identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados (BRASIL, 2018, p. 268).

Geralmente, essa temática é introduzida formalmente na sétima série do Ensino Fundamental, e torna-se motivo de dificuldade para grande parte dos estudantes. A ocorrência das letras e operações aritméticas, simultaneamente, exige maior abstração e raciocínio, ocasionando a baixa compreensão do significado dos conceitos. No cotidiano de sala de aula, percebemos que essas dificuldades persistem, para a maioria dos alunos, nas demais etapas do Ensino Fundamental, podendo se estender até o final da Educação Básica.

Brandt e Moretti (2018) citam**,** como exemplos dessas dificuldades, alguns erros que aparecem com frequência ao longo da escolaridade, como: $a + b = ab$ ou $(a + b)^2 = a^2 + b^2$. De acordo com pesquisas observadas pelos autores, equívocos como estes são

decorrentes da ideia de que o pensamento algébrico é uma extensão do pensamento aritmético:

> Essa ideia justificaria o erro apresentado pelos alunos de que a + b = ab, pois dois algarismos de um numeral justapostos são somados conforme o valor posicional no campo aritmético: 32 = 3 x 10 + 2. De igual maneira, explica logicamente que, se 2 + 3 = 5, então a + b tem que ser igual a algum valor, então a + b = ab. Se a álgebra for introduzida como extensão do pensamento aritmético será difícil aceitar que a + b = a + b (BRANDT; MORETTI, 2018, p. 2).

Por possuir convenções próprias, o ensino da álgebra necessita aplicação de metodologias específicas tendo em vista o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes.

Para Duval *et al* (2015) e Duval (2020), dois pontos de vista devem ser considerados no ensino da álgebra: o matemático e o cognitivo. O ponto de vista matemático é responsável pela organização dos programas de ensino e pela definição do objetivo, institucionalmente fixado, a ser atingido nos anos finais do Ensino Fundamental: a aquisição das equações como ferramenta para resolução de problemas. Sob esse ponto de vista, o conhecimento matemático completo das equações é decomposto em conhecimentos pré-requisitos:

> O processo de aprendizado de uma equação, como sendo uma “ferramenta”, é desconstruído por pré-requisitos de conhecimento e *savoir-faire*, os quais também o são por outros pré-requisitos mais elementares. Esse processo avança até chegar à introdução de uma ou duas letras no cálculo com números (DUVAL, 2020, p. 22).

De acordo com Duval *et al* (2015), a decomposição de um conhecimento em conhecimentos pré-requisitos é uma análise regressiva que define a progressão matemática para a aquisição de um conhecimento completo. Para o autor, o princípio da decomposição matemática de um conhecimento é simples:

> Partimos do conhecimento completo para o qual visamos à apropriação pelos alunos. *Isolamos os conhecimentos matemáticos PRÉ-REQUISITOS para a compreensão matemática desse conhecimento.* Esses aparecem como componentes do conhecimento completo. Depois, reiteramos tal decomposição de cada um desses conhecimentos como pré-requisitos que compõem o conhecimento completo. Essa reiteração é feita até que obtenhamos conteúdos *minimais que ainda tenham sentido matemático.* Obtemos, assim, todos os elementos de base de que precisamos (DUVAL et al., 2015, p. 19, destaques no original).

Duval (2020) aponta que os currículos escolares são organizados de maneira que os estudantes percorram o caminho inverso dessa análise regressiva. Para auxiliar os

professores na implementação em sala de aula, eles são melhorados com explicações pedagógicas, psicológicas ou sociológicas sobre como os estudantes adquirem conhecimento. Entretanto, essas explicações não são significantes, "[...] pois ignoram o fato de que aprender Matemática ocasiona dificuldades intrínsecas de compreensão, que não são encontradas em nenhum outro campo do conhecimento" (DUVAL, 2020, p. 22).

No ponto de vista cognitivo defendido por Duval *et al* (2105) e Duval (2020), serão observados os gestos intelectuais necessários para a distinção das diversas escritas simbólicas e a compreensão das múltiplas operações de designação essenciais para que os estudantes compreendam os conceitos algébricos. De acordo com Duval (2020, p. 22), no ponto de vista cognitivo**,**

> Os objetivos da aprendizagem não são a aquisição de conhecimentos e habilidades, mas uma tomada de consciência de operações semio-cognitivas, que permite entender como trabalhar com escritos algébricos e reconhecer quando e em qual situação aplicar os conhecimentos adquiridos. No entanto, só se pode tomar consciência fazendo, no seu próprio ritmo, tarefas que são desenvolvidas para cada uma das diferentes operações semio-cognitivas específicas dos escritos simbólicos, e que podem ser geridas individualmente. Essa tomada de consciência é um pré-requisito para a aquisição de conhecimento em álgebra elementar.

Para Duval *et al* (2015) o que é preciso reconhecer na compreensão das escritas algébricas são as variadas e heterogêneas operações de substituição, tais como, uma letra por um número desconhecido, vários números por uma letra, duas maneiras diferentes de designar a mesma quantidade, dentre outras. De modo geral,

> [...] A álgebra permite *a generalização da operação semiótica de substituição*, não a de um sinal em um objeto real, mas a de um sinal em outro sinal e mais globalmente de uma expressão em outra expressão" (DUVAL *et al.,* 2015, p. 54, destaque no original).

A introdução da álgebra, segundo os autores referenciados anteriormente, requer quatro tipos de substituição semiótica:

1. *"Substituir, respectivamente, uma lista e um sintagma*[10] *operatório compreendendo essa letra por DUAS LISTAS ABERTAS DE NÚMEROS, quando essas duas listas*

[10] Para Duval (2020) as expressões incompletas ou completas que podem ser produzidas usando um sistema semiótico são os sintagmas nominais e verbais para frases e os sintagmas operatórios para os escritos simbólicos. Os sintagmas operatórios articulam ao menos um dígito (ou uma letra) e um símbolo de operação.

*estão ligadas por uma relação funcional"* (DUVAL *et al.*, 2015, p. 54, destaque no original). Esse tipo de substituição semiótica está associada à ideia de identificar regularidades na progressão da segunda lista em relação à primeira, resultando numa generalização por condensação.

Como exemplo disso, consideramos as listas:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | ... | ... |
| 2 | 4 | 6 | ... | ... | ... |

A tarefa a ser proposta aos estudantes é pedir para determinarem uma escrita que evite ter de continuar as listas. A designação em linguagem natural para a regularidade presente nesta situação é que cada número da segunda lista corresponde ao dobro do número da primeira lista. Assim, para determinar qualquer número, os alunos deverão utilizar letras e sintagmas operatórios para designar as relações existentes entre as listas.

2. "*Substituir uma letra e/ou um sintagma operatório compreendendo essa letra na DESIGNAÇÃO LEXICAL OU NUMÉRICA-LEXICAL DOS DADOS de um problema"* (DUVAL *et al.*, 2015, p. 54, destaques no original). Segundo os autores, primeiramente, deve haver uma redesignação literal do que já havia sido designado por um sintagma nominal associando duas grandezas heterogêneas para designar um valor numérico. Posteriormente, um número é associado à letra escolhida e não à uma lista aberta, tornando esta operação de substituição semiótica diferente da anterior.

Como exemplo, consideramos o seguinte: o preço do quilo de café é R$ 25,50. O preço de uma quantidade qualquer de quilos de café pode ser expressa por P = 25,50x, em que as letras P e x designam as grandezas preço e quantidade de quilos de café, com P variando em função de x e este associado à 25,50 que é o preço do quilo de café, que não irá mudar.

3. *"Substituir um valor numérico ou um número POR UMA LETRA NO CONTEXTO DE UMA FÓRMULA ou de uma equação"* (DUVAL et al., 2015, p. 55, destaques no original). É a operação que possibilita aplicar fórmulas aos dados de um problema. É considerada fundamental, principalmente, em outras disciplinas por permitir a

matematização dos conhecimentos científicos, como por exemplo, nas fórmulas para determinar a velocidade e o espaço percorrido por uma partícula em função do tempo de percurso, em Física.

Para os autores, substituir um valor numérico no contexto de uma fórmula implica em uma atividade de decodificação em que cada letra da fórmula é substituída sucessivamente por um valor informado e a regra de decodificação é dada por uma palavra associada à letra. Exemplo: Em "$V = V_0 + at$", a palavra "velocidade" está associada à letra *V*, a palavra "aceleração" está associada à letra *a* e a palavra "tempo" está associada à letra *t*.

4. *"Substituir uma expressão literal por outra expressão literal, que é mais desenvolvida ou mais reduzida"* (DUVAL *et. al.*, 2015, p. 55, destaques no original). Corresponde à resolução de uma equação em que se faz necessário distinguir diversos tipos de substituições correspondentes ao tratamento matemático. Tomando como exemplo as equações de primeiro grau, as substituições necessárias são: "[...] - separar o termos literais e os termos puramente numéricos, e para isso mudar um termo de membro ('mudar de lado'!). - Colocar em evidência" (DUVAL et al., 2015, p.56).

Os autores ressaltam que o ensino da álgebra deve ser introduzido de maneira que o aluno tome consciência das diversas operações de substituição. Elas devem ser introduzidas separadamente e em paralelo, pois são independentes entre si.

> [...] Isso significa que a introdução da álgebra deve ser feita por quatro entradas ao mesmo tempo, e que é preciso seguir em paralelo essas quatro entradas até que seus caminhos se juntem na visão dos alunos" (DUVAL et al., 2015, p. 59, grifo dos autores).

Em relação a designação dos objetos na conversão de um problema em uma equação, Duval *et al* (2015) apontam para a tomada de consciência sobre três operações a serem efetuadas:

> 1. REDÉSIGNAR todos os objetos (quantidades, grandezas) JÁ DESIGNADOS NO ENUNCIADO. Ora, nos encontramos diante de dois casos: alguns são designados diretamente e outros são designados em relação a outros. Falamos neste caso de *designação funcional.*
> 2. Encontrar um objeto que possa ser DÉSIGNADO OU REDÉSIGNADO DUAS VEZES. A dupla designação de um mesmo objeto é a primeira operação discursiva em toda a atividade matemática, pois ela permite efetuar substituições, sequências de instruções, de raciocínios. É aqui uma operação

> quase reflexo totalmente estranha, até mesmo bizarra, em relação à prática normal do discurso, na palavra ou na escrita, fora da matemática.
> 3. Colocar na forma de equação é escrever UMA EQUIVALÊNCIA REFERENCIAL entre duas designações diferentes de um mesmo objeto, segundo Descartes: “exprimir uma mesma quantidade de duas maneiras: o que se nomeia equação” (DUVAL *et al.*, 2015, p.72, destaques no original).

Para Brandt e Moretti (2018, p.15), as designações abrangem a maior parte das relações existentes no campo algébrico, podendo ter naturezas distintas: “designação verbal, designação numérica, designação indireta (descritiva ou funcional), dupla designação, designação direta, dentre outras”.

Recorremos ao exemplo proposto por Brandt e Moretti (2018, p.15) para explicitar (Quadro 9) alguns tipos de designações: “Rita e Carlos têm juntos 54 anos. Rita tem oito anos a mais que Carlos. Quantos anos tem Carlos? Quantos anos tem Rita?”

Quadro 7: Designações de relações algébricas

| | Designação verbal (usando a língua natural) | Dados numéricos | Redesignação verbal (usando a linguagem algébrica) |
|---|---|---|---|
| **Designação direta** | Idade de Rita mais idade de Carlos igual a 54 | 54 | x + y = 54<br>x representa a idade de Rita<br>y representa a idade de Carlos |
| Designação indireta: descritiva ou **funcional** | Rita tem 8 anos a mais que Carlos | +8 (uma designação numérica relativa à idade de Rita) | x (Rita) = y (Carlos) + 8 |
| **Dupla designação** de um mesmo objeto | Idade dos dois juntos<br><br>54 | 54: designação **direta** (designação relativa à idade dos dois juntos) e 8: designação **indireta (ou funcional)** (a idade de Rita em função da idade de Carlos) | (y + 8 ) + y = 54 |

Fonte: Brandt e Moretti (2018, p. 15, destaque no original).

A designação dos objetos articula as letras e os números recorrendo aos símbolos de operações. Contudo, colocar um problema na forma de equação é uma atividade cognitivamente difícil, pois em um mesmo problema não nos limitamos a uma única operação; além disso as variáveis cognitivas são modificadas quando transitamos entre diferentes problemas (DUVAL *et al.*, 2015).

Os autores afirmam que o caminho mais direto e mais natural para entrar na álgebra é por meio da elaboração de problemas pelos alunos, ao invés de problemas elaborados pelos professores ou pelos autores dos livros didáticos. Ao elaborar problemas o aluno pode confrontar maneiras de representar, matematicamente, uma situação, reforçando as diferentes aplicabilidades do conceito em estudo.

A elaboração de problemas deve possibilitar ao aluno tomar consciência quanto ao funcionamento de uma equação. Isso deve ser feito a partir da omissão de informações, sendo necessário articular os dados restantes para encontrar o que foi omitido. No caso dos problemas aditivos, Duval *et al* (2015) sugerem as seguintes etapas para elaboração:

1. Suprimir informações sem perder a possibilidade de reencontrá-las. Isso equivale a transformar uma igualdade numérica em três equações sem que seja necessário introduzir uma letra: (-2) + (+3) = ...; (-2) + ... = (+1); .... + (+3) = (+1).

2. Apresentar aos alunos a correspondência entre os pares de verbos antônimos e os números relativos: inteiro positivo: ganhar, subir, avançar...; inteiro negativo: perder, descer, recuar...; e relacionar os números propostos com os verbos antônimos ou com as locuções de comparação (maior que..., menor que...).

3. Resolver cada uma das operações com espaços em branco de maneira que seja necessário mudar o lugar vazio de lado para isolá-lo em duas das três operações.

4. “Comparar os três procedimentos de resolução para tomar consciência da *equivalência das três equações numéricas*” (DUVAL *et al.*, 2015, p. 70, destaque no original).

5. Discutir o sentido e o sinal das operações relacionadas aos verbos antônimos implicando na tomada de consciência de que um espaço em branco corresponde a dois: um para o sentido da operação e outro para o sinal relativo: (-2) ... (...) = (+1).

Os problemas multiplicativos, assim como outras operações matemáticas, podem ser introduzidos de maneira análoga. Os autores afirmam que,

> [...] apenas após tal trabalho sobre a elaboração de problemas por redução de igualdades numéricas é que podemos preencher um espaço em branco

> com uma letra. Mas, é preciso ser prudente, pois toda introdução prematura de letras pode criar um bloqueio cognitivo (DUVAL *et al.*, 2015, p. 71).

Esses bloqueios cognitivos podem ocasionar as dificuldades que se perpetuam ao longo da Educação Básica. Portanto, a introdução da álgebra a partir do ponto de vista semiocognitivo pode, de fato, ser um caminho a ser seguido pelos professores a fim de contribuir para que os alunos adquiram as condições necessárias para apreensão dos conceitos algébricos.

Salientamos que a experiência didática tratada nessa pesquisa não foi realizada de acordo com as diretrizes de introdução da álgebra por meio da elaboração de problemas, visto que os estudantes participantes encontram-se no Ensino Médio e já passaram por essa etapa no Ensino Fundamental. No entanto, entendemos que ter ciência dessas diretrizes é fundamental para o trabalho docente, além de ser relevante ao tema aqui discutido.

Na seção 3.2.2, destacamos como se apresenta o ensino da álgebra e o conceito de função no currículo nacional e baiano.

### *3.2.2 O ensino-aprendizagem de função e o currículo escolar*

O componente curricular de Matemática nas unidades escolares do estado da Bahia levam em consideração as orientações contidas na BNCC e no Documento Curricular Referencial para a Bahia (DCRB)[11], as quais propõem cinco unidades temáticas que devem ser trabalhadas de forma articulada e que definem as habilidades a serem desenvolvidas ao longo da Educação Básica: Números, Álgebra, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística.

Na nova proposta curricular, a unidade temática Álgebra vem em destaque e tem o intuito de “[...] enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações” (BRASIL, 2018, p. 268).

---

[11] Documento em fase de construção disponível em: http://dcrb.educacao.ba.gov.br/

No Ensino Fundamental, a álgebra aparece em todo o percurso visando o desenvolvimento do pensamento algébrico já a partir dessa etapa do ensino. Nas séries iniciais, o foco está voltado para as noções de regularidade, de generalização de padrões e para as propriedades da igualdade, mas sem a pretensão de usar letras para expressar regularidades.

Especificamente a respeito do conceito de função, a BNCC orienta para que a noção intuitiva seja explorada em todo o percurso do Ensino Fundamental – Anos Iniciais e nas séries iniciais do Ensino Fundamental – Anos Finais, bem como na resolução de problemas relacionados à grandezas diretamente proporcionais:

> A noção intuitiva de função pode ser explorada por meio da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três), como: “Se com duas medidas de suco concentrado eu obtenho três litros de refresco, quantas medidas desse suco concentrado eu preciso para ter doze litros de refresco?” (BRASIL, p. 268, 2018).

Nas séries finais o conhecimento algébrico, que foi inserido informalmente na etapa inicial, deve ser aprofundado. É a etapa em que serão introduzidas as equações e as expressões algébricas de maneira formal. De acordo com a BNCC,

> Nessa fase, os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. É necessário, portanto, que os alunos estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação (BRASIL, 2018, p. 269).

Considerando o DCRB para o Ensino Fundamental, o conceito de “Funções: representações numéricas, algébricas e gráficas” aparece formalmente na unidade temática Álgebra para o nono ano e tem como objetivo

> Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis (BAHIA, 2020, p. 375).

Para a etapa do Ensino Médio, a BNCC propõe a integração das cinco unidades temáticas de maneira que elas estejam ainda mais articuladas entre si. Para promover essa articulação, o documento define e adota um conjunto de pares de ideias que considera importante para o desenvolvimento do pensamento matemático, sendo eles (BRASIL, 2018):

- Variação e Constância: abrange a capacidade de observação, imaginação, abstração e a possibilidade de discernimento e reconhecimento de variações possibilitando representar ou descrever padrões de forma generalizada.
- Certeza e incerteza: está associado à compreensão dos fenômenos aleatórios, às estimativas, às análises e inferências estatísticas e a argumentações e demonstrações algébricas ou geométricas.
- Movimento e posição: ocorre em atividades relacionadas à localização de números em reta numérica, em representações de figuras no plano cartesiano ou em espaço tridimensional, etc. Possibilita a utilização de recursos como mapas, softwares de geometria dinâmica, dentre outros, com a finalidade de promover a observação da relação existente entre esse par de ideias.
- Relações e inter-relações: estão relacionadas à ideia de interdependência entre duas ou mais grandezas presentes em problemas de proporcionalidades, escalas, etc. e que são noções necessárias ao desenvolvimento do conceito de função.

De acordo com a BNCC, os pares de ideias adotados perpassam por todas as unidades temáticas e possibilitam uma articulação entre elas. O conceito de função que está profundamente ligado ao par de ideias relação e inter-relação pode ser trabalhado sob diversos aspectos, fazendo conexões dentro da própria Álgebra e com outros temas internos da Matemática (Estatística e Probabilidade, Geometria, Números), ou estar articulado a outras áreas do conhecimento como a Física e a Biologia.

Em relação ao currículo baiano, o DCRB para o Ensino Médio retoma as unidades temáticas trabalhadas no Ensino Fundamental (Números, Álgebra, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística) a fim de aprofundar os conhecimentos específicos necessários para o desenvolvimento intelectual dos estudantes. O conceito de função volta a ser contemplado na 1ª Série da Formação Geral Básica, ou seja, deve ser trabalhado em todas as Áreas do Conhecimento (Linguagens, Ciências da Natureza, Ciências Humanas, Matemática e suas Tecnologias) no Componente Curricular de Matemática. No Quadro 8, destacamos o que consta especificamente sobre o conceito geral de função e de função afim, na matriz

curricular da 1º Série do Novo Ensino Médio[12], para a área de Matemática e suas Tecnologias:

Quadro 8 - O conceito de função (noções básicas) e função afim como se apresentam na Matriz Curricular da 1ª Série do Novo Ensino Médio, nas escolas da rede estadual da Bahia

| Objetos do conhecimento | Habilidades Relacionadas às Competências da Área |
|---|---|
| ➢ Relações e funções.<br>– Par ordenado, representação gráfica, domínio e imagem da relação.<br>– Conceito e definição de funções.<br>– Domínio e imagem das funções.<br>– Função inversa.<br>➢ Função.<br>– Função constante.<br>– Função afim.<br>– Problemas envolvendo função.<br>– Zero/raiz da função.<br>– Estudo do sinal.<br>– Inequação produto/quociente. | (EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.<br>(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2ºgraus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.<br>(EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.<br>(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.<br>(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau. |

Fonte: Elaborado pela autora com base no Documento Orientador Novo Ensino Médio de Tempo Integral: Ano Letivo 2022, da Secretaria de Educação do Estado da Bahia.

O estudo de função prossegue na a 1ª Série, abrangendo as funções quadráticas, exponenciais, logarítmicas e modular. As funções trigonométricas estão presentes na matriz de referência da 2ª Série e a matriz da 3ª série encontra-se em fase de construção, portanto, não podemos dizer nada a respeito da abordagem de funções para essa etapa do ensino.

[12] A expressão “Novo Ensino Médio” é adotada nos documentos orientadores elaborados pela Secretaria de Educação do Estado da Bahia para o processo de implementação das diretrizes curriculares previstas na BNCC para o Ensino Médio.

Conforme pudemos observar, as orientações contidas nos documentos oficiais tem foco na aquisição de competências e habilidades de cada área, em cada etapa do ensino. Elas pouco dizem sobre o que é necessário para que sejam alcançadas, ficando a critério do professor determinar de que maneira isso será feito.

Para o processo de ensino-aprendizagem de função, entendemos que deve ser considerado o ponto de vista cognitivo apontado por Duval *et al* (2015), discutido na seção 3.2.1, observando a atividade de designação nas relações algébricas, as operações de substituição semiótica e os aspectos relacionados aos diferentes registros de representação de uma função: língua natural, representação algébrica, representação gráfica e representação algorítmica.

Conforme exposto por Duval (2012), para que haja apreensão do conceito de função, como de qualquer outro conceito matemático, é necessário coordenar os diversos registros de representação semiótica desse objeto. A coordenação dos diversos registros de representação se manifesta principalmente na atividade cognitiva de conversão. No entanto, essa coordenação não ocorre de maneira natural, pois a grande dificuldade da maioria dos estudantes na aprendizagem de função está em reconhecê-la em suas diversas representações.

Dessa forma, ensino de função deve ser planejado privilegiando a resolução de problemas que possibilitam a conversão entre as representações, pois, é o reconhecimento pelos estudantes da variedade de registros de representação e a possibilidade de conversão a ser realizada entre elas que pode proporcionar a apreensão integral do conceito.

# 4 PROGRAMAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA SOB A PERSPECTIVA DA TRRS

Com a finalidade de definir alguns termos básicos e essenciais para a construção desse capítulo, recorremos a Fassarella (2020, p. 12, ênfase do autor):

> *Algoritmo* é uma sequência de instruções para realizar uma determinada tarefa; *programa* é a descrição de um algoritmo numa *linguagem de programação*, ou seja, uma linguagem que pode ser interpretada por um computador ou por um robô; *programação* significa a elaboração de um algoritmo e/ou sua *codificação* (transcrição do algoritmo para uma linguagem de programação).

A Sociedade Brasileira de Computação (SBC) sugere que os princípios fundamentais da Computação sejam ensinados na Educação Básica, pois a apropriação de conceitos básicos da área pode proporcionar aos estudantes uma compreensão integral do mundo, tornando-os mais autônomos e criativos, além de contribuir para o desenvolvimento de competências e habilidades relacionadas à abstração, compreensão e decomposição do problema permitindo que sua solução seja encontrada por meio da construção de algoritmos que é uma característica do Pensamento Computacional (SBC, [s.d]).

A Matemática e a Computação são áreas que se entrelaçam em diversos aspectos. Assim como ocorre na Matemática, a Computação utiliza uma linguagem precisa e técnica para análise e resolução de problemas. Barcelos e Silveira (2012) destacam a proximidade entre a representação de algoritmos e a linguagem algébrica. Observaram que

> [...] representar um problema na forma algorítmica pode se constituir como uma etapa intermediária entre a narração verbal e a linguagem algébrica, podendo promover uma transição mais “suave” para a compreensão da linguagem matemática (BARCELOS; SILVEIRA, 2012, n.p.).

A linguagem Matemática possibilita descrever modelos abstratos do objeto matemático, proporcionando maior clareza, investigação e compreensão dos aspectos relevantes, além de nos permitir utilizar um conjunto amplo de métodos e procedimentos para solucionar problemas. Igualmente, a Computação fornece mecanismos e abstrações para sistematizar o processamento de informações por meio da utilização de objetos computacionais.

Assim como os objetos matemáticos,

> [...] os objetos computacionais não são acessíveis diretamente. Eles são entes abstratos, que não podem ser tocados, mas não deixam de ser tão reais quanto os elementos físicos. São onipresentes e essenciais, mas somente podem ser acessados por meio de suas representações (S.B.C., [s.d], p.3).

Portanto, os objetos computacionais, como os objetos matemáticos, são acessíveis somente por meio de suas representações, cuja forma específica é dada por programas.

Concordamos com Fassarella (2020) ao afirmar que os programas constituem um registro de representação semiótica, mas na medida em que se referem a objetos matemáticos. Para o autor, os programas de computador cumprem as três características fundamentais dos registros de representação semiótica, já descritas no capítulo anterior:

> - *Formação de uma representação identificável:* os programas seguem regras sintáticas rígidas, características de cada linguagem de programação.
> - *Tratamento:* os programas podem ser comparados em termos de estrutura, complexidade e desempenho, bem como podem ser modificados mantendo a função de realizar uma determinada tarefa.
> - *Conversão:* os programas podem ser relacionados a outros registros de representação semiótica (FASSARELLA, 2020, p. 13, destaque no original).

Baseado em Duval (2017), Fassarella (2020) considera que os programas são de natureza multifuncional com representação não discursiva. No entanto, os algoritmos constituem descrições e procedimentos em linguagem formal. Quando se referem ao objeto matemático, eles incorporam o conceito ou definição do objeto. Por esse motivo, entendemos que os programas possuem representação discursiva e natureza monofuncional. Essa classificação é também admitida por Setti (2009). Para a autora, a elaboração de um registro computacional[13] que resolva um problema matemático mobiliza diversos registros de representação e o processo de construção do algoritmo ocorre

> [...] partindo de um registro multifuncional, a linguagem natural, na qual possivelmente foi elaborado o enunciado, passando para um registro monofuncional, que pode ser: algébrico, numérico ou simbólico. Nessa fase, pode haver a utilização de um registro misto, pois em alguns momentos a linguagem natural é utilizada em conjunto com a linguagem algébrica, simbólica e com o pseudocódigo. Finalmente, o algoritmo é escrito, utilizando

[13] A autora denomina “registro computacional” o registro que pode ser executado por um computador, por meio de ferramentas disponíveis para tal (linguagens de programação, tradutores e compiladores em geral).

> um registro também monofuncional, o qual chamamos de *registro computacional* (SETTI, 2009, p. 50, destaque no original).

Sendo assim, ocorre uma conversão da linguagem natural para a linguagem de programação quando um problema envolvendo um conceito matemático é formulado em linguagem natural e resolvido por meio de um programa de computador. No contexto do ensino da Matemática, o resultado de um programa formulado para resolver um problema pode gerar um terceiro registro, como uma tabela ou um gráfico, contribuindo para a apreensão dos conceitos matemáticos envolvidos.

Diferente do termo utilizado por Setti (2009), iremos adotar a expressão *representação algorítmica* para nos referir à representação de um objeto matemático definida por um programa de computador.

Conforme já explicitamos no capítulo anterior, do ponto de vista cognitivo é a atividade de conversão que se apresenta como fundamental para a aprendizagem Matemática, sendo necessária para a apreensão dos conceitos. No entanto, ela não ocorre de maneira espontânea para a maioria dos estudantes. A dificuldade na atividade de conversão está relacionada à ocorrência dos fenômenos de congruência e não congruência.

Nos interessa saber então, como ocorre esses fenômenos na conversão de um objeto matemático dado em uma representação na língua natural ou algébrica para a representação algorítmica, que é nosso objeto de estudo. Para Setti (2009), a conversão da solução de um problema em um algoritmo é claramente não congruente, visto que, a passagem de uma representação à outra não ocorre de maneira espontânea.

A fim de exemplificarmos nossa compreensão acerca dos fenômenos de congruência na conversão da representação algébrica para a representação algorítmica, vamos utilizar a situação a seguir:

Representação na linguagem natural:

> Situação: Crie um programa que expresse a área de um retângulo cujo comprimento é o dobro da largura:

Designação:

S = Área do retângulo

L = largura do retângulo

$S = 2.L^2$

Vamos representar a situação no registro algébrico e utilizar um pseudocódigo[14] (Quadro 9) para a representação algorítmica:

Quadro 9 - Exemplo de conversão entre a representação algébrica e a representação algorítmica

| **Representação algébrica** | **Representação algorítmica** |
|---|---|
| I)<br>$S = 2.L^2$, dado $L > 0$. | II)<br>01. **Início**<br>02. Escreva (valor L de entrada)<br>03. Crie S<br>04. Leia (L)<br>05. Calcule S ← 2*L^2<br>06. Saída: S<br>07. **Fim** |

Fonte: Elaborado pela autora.

Cada uma das representações anteriores faz referência ao mesmo objeto matemático descrito na situação, dado em diferentes registros. Para desenvolver o registro de representação semiótica dado pelo programa de computador, o aluno pode partir tanto da representação da área do retângulo na linguagem natural, quanto da representação algébrica. Vamos nos restringir em observar o fenômeno de congruência na conversão entre os registros de representação algébrico e algorítmico.

Analisando as representações do Quadro 8 percebemos que a representação algébrica do objeto é composta por 6 caracteres, a representação algorítmica é composta por diversas expressões características da linguagem de programação.

[14] Maneira genérica de escrever um algoritmo utilizando uma linguagem simples, geralmente a linguagem natural, para posteriormente ser traduzida para uma linguagem de programação. No pseudocódigo do Quadro 8 a expressão “Início” indica um comando que inicia o programa; a expressão “Escreva (valor L de entrada)” corresponde ao comando que faz o programa exibir esse texto na tela; “Crie S” corresponde ao comando que define a variável S; “Leia (L)” corresponde ao comando que recebe o valor da variável L de entrada; “Calcule S ← 2*L^2” corresponde ao comando que processa S = 2*L^2; “Saída: S” corresponde ao comando que irá exibir na tela o valor de saída; “Fim”, corresponde ao comando que encerra todo o processo.

Elas representam os comandos ou instruções que irão executar uma ação, além de exprimirem o conceito de área do retângulo e as variáveis de uma função.

Notamos que existe uma correspondência semântica um a um entre os elementos significantes na representação algébrica e na representação algorítmica, mais especificamente no que está representado na linha 5. Se considerarmos análogas a representação algébrica "$S = 2.L^2$" e o comando "Calcule S ← 2*L^2" na representação algorítmica, percebemos que o caractere "=" da representação I, é semanticamente correspondente ao caractere "←"[15] na representação II, pois, em ambos os casos, os símbolos nos remete à atribuição de valores entre duas variáveis. O mesmo ocorre para o símbolo "^", que refere-se ao cálculo de potências em diversas linguagens de programação e softwares relacionados à Matemática.

Verifica-se a univocidade semântica terminal, visto que os elementos significantes na representação de partida (representação algébrica) possuem apenas um elemento significante correspondente no registro de representação de chegada (representação algorítmica), com exceção do símbolo de potenciação que será composto por dois caracteres mas, com significado único, como exemplificamos no Quadro 10:

Quadro 10 - Univocidade semântica terminal nas representações algébrica e algorítmica

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Representação Algébrica: | S | = | 2 | x | L | 2 | Representação de partida |
| Representação algorítmica: | S | ← | 2 | * | L | ^2 | Representação de chegada |

Fonte: Elaborado pela autora.

Nota-se que o número de elementos da representação algorítmica excede o número de elementos da representação algébrica em um caractere (^). Porém, mantém o mesmo significado da representação algébrica (potência de expoente 2). É possível, também, observar a mesma ordem de arrumação das unidades significantes na representação algébrica e no registro de representação algorítmico.

[15] Destacamos que algumas linguagens de programação, como o Python, empregam o símbolo "=" para atribuição de valor a variáveis e o símbolo "==" (dois iguais) para denotar a comparação de valores entre duas variáveis. Mais precisamente, "==" é uma função de duas variáveis que verifica a igualdade entre seus valores, retornando os valores booleanos 'Verdadeiro' ou 'Falso' conforme o caso.

Portanto, a atividade de conversão da representação algébrica para a representação algorítmica cumpre as três condições necessárias para que seja uma conversão congruente. Observando ambas as representações, notamos que a representação terminal deixa transparecer a representação de saída. Conforme afirma Duval (2017, l. 210),

> Ou a representação terminal transparece na representação de saída e a conversão está próxima de uma situação de simples codificação – diz-se então que há congruência –, ou ela não transparece absolutamente e se dirá que ocorre a não congruência.

Além disso, se invertermos o sentido da conversão, ou seja, se partirmos da conversão do registro de representação algorítmico (Calcule S ← 2*L^2) para o registro de representação algébrico ($S = 2.L^2$), o objeto matemático em estudo possivelmente será reconhecido.

Ressaltamos, entretanto, que em um algoritmo que realiza um cálculo sem utilizar uma fórmula, não será possível realizar essa identificação de maneira trivial e a conversão irá depender da interpretação do algoritmo. Assim, as conversões para representações algorítmicas de outros objetos matemáticos podem não ser congruentes como ocorre no caso considerado da representação algorítmica de uma expressão algébrica.

Um exemplo de conversão não congruente é apresentado por Setti (2009), na elaboração de um algoritmo para o cálculo de Máximo Divisor Comum (MDC)[16]. De acordo com a análise feita pela autora, a atividade de conversão da representação do conceito de MDC (algoritmo de Euclides) dado na linguagem natural para a representação algorítmica não cumpre as três condições necessárias para que a conversão seja congruente.

Resta-nos apresentar nossa percepção em relação ao funcionamento da representação algorítmica comparando-a com a representação principal que identifica o objeto matemático. Se tomarmos como representação principal a resolução de problemas matemáticos dados na linguagem natural, a representação algorítmica pode assumir duas funções:

---

[16] Um algoritmo para o cálculo do MDC é também apresentado por Fassarella (2020).

1. Representação auxiliar: quando a representação algorítmica apresenta as informações dadas na representação principal, indicando uma interpretação explicativa para o problema; quando a representação algorítmica atua na organização e seleção de informações pertinentes em situações em que a representação principal contém muitas informações; quando é empregada como recurso substituto do objeto matemático. Essa função está de acordo com as representações auxiliares dos tipos Interpretação Explicativa, Organização – Seleção de Elementos Pertinentes e Material, apresentadas por Moretti e Baerle (2022). Quando aplicada como representação auxiliar, a representação algorítmica evidencia o raciocínio dos estudantes, permitindo-os perceber e corrigir erros nas etapas de reflexão e depuração da Espiral de Aprendizagem e, ao professor, permite avaliar o conhecimento e dificuldades dos estudantes com maior proximidade que é uma característica do Construcionismo.
2. Representação final: quando a representação constitui um algoritmo-solução, funcionando também como representação de chegada. Algoritmo-solução de um problema matemático é definido por Fassarella (2021, p. 242) como “[...] um algoritmo cuja execução gera a solução exata ou uma aproximação arbitrariamente precisa da solução exata [de um problema proposto]”. Nos exemplos discutidos pelo autor, os algoritmos com esse aspecto possuem laços recursivos.

Conforme afirma Duval (2017), a possibilidade de mobilizar diversos tipos de registro é o que caracteriza a originalidade da atividade Matemática e proporciona a apreensão dos conceitos. Então, o registro de representação algorítmico é uma possibilidade para diversificar a atividade de conversão quando aplicado nos processos de ensino-aprendizagem da Matemática, além de ser uma alternativa estratégica na resolução de problemas matemáticos.

## 5 A LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO *SCRATCH*

O *Scratch* é um projeto criado no *Media Lab* do *Massachusetts Institute of Technology (MIT)*[17]. A equipe do *MIT* desenvolve tecnologias, atividades e comunidades para envolver os jovens, de diversos lugares do mundo, em práticas de aprendizagem criativas com a finalidade de desenvolver o pensamento produtivo e expressar ideias.

Criado em 2007, o *Scratch* encontra-se disponível gratuitamente, atualmente em mais de 60 idiomas, pode ser baixado diretamente para o computador ou ser utilizado de forma online (https://scratch.mit.edu/). Há também uma versão[18] disponível para *smartphones* voltada ao público infantil. O visual e linguagem simples do aplicativo possibilita à criança criar e codificar jogos, histórias e animações de maneira intuitiva.

Como explicam os pesquisadores do *MIT* (MALONEY *et al*, 2010), neste software a programação é feita juntando blocos de comando coloridos para controlar objetos gráficos em duas dimensões chamados atores[19], que se movem em um plano de fundo chamado palco. Os projetos desenvolvidos podem ser salvos no arquivo do sistema ou compartilhados no site do *Scratch*.

O programa foi projetado a fim de atender a jovens de oito a dezesseis anos, mas, como relatam seus desenvolvedores, tem sido utilizado por pessoas de todas as idades. “Um dos principais objetivos é apresentar a programação para aqueles sem nenhuma experiência em programar” (MALONEY *et al.* 2010, p. 2, tradução nossa).

A equipe do MIT argumenta que a intenção do projeto não é formar programadores profissionais, mas estimular uma nova geração de criativos e pensadores que se sentem confortáveis em usar programação para expressar suas ideias. Capacidades são desenvolvidas na prática de programar:

> Enquanto os *Scratchers*[20] programam e compartilham projetos interativos, eles aprendem importantes conceitos matemáticos e computacionais, descobrem como pensar criativamente, raciocinar sistematicamente e trabalhar de forma colaborativa: todas as habilidades essenciais para o século 21 (RESNICK *et al.* 2009, p. 60 tradução nossa).

---

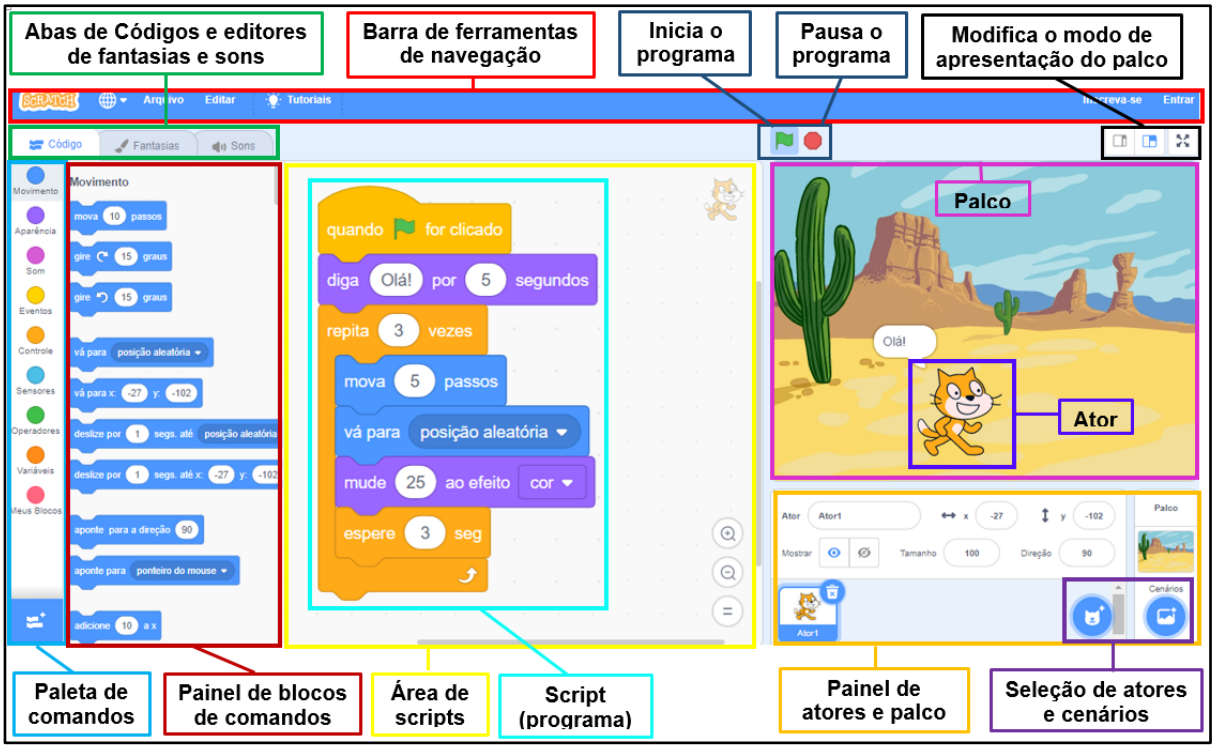
[17] Laboratório de Mídia do Instituto de Tecnologia de Massachussets.
[18] Disponível em: https://play.google.com/store/apps/details?id=org.scratch&hl=pt_BR&gl=US
[19] Os atores são todos os elementos gráficos que constituem a animação e não apenas os personagens.
[20] Usuários do *Scratch.*

A interface do programa é interativa e intuitiva, a fim de atender aos usuários que não estão familiarizados com a linguagem de programação. Alguns aspectos em seu desenvolvimento foram levados em consideração de maneira que o *design* e os recursos se tornassem mais simples em comparação com outros softwares, permitindo que as pessoas possam explorar de maneira autodirigida. Destacamos a seguir, alguns desses aspectos, de acordo com Maloney *et al.* (2010).

## 5.1 Interface do Usuário com Janela Única

A fim de tornar a navegação fácil, a interface de usuário do *Scratch* apresenta uma única janela composta por painéis e componentes essenciais que ficam sempre visíveis. Os painéis são exibidos de acordo com a demanda do projeto em desenvolvimento, como mostra a Figura 2:

Figura 2 - Interface do usuário do *Scratch* com adaptação da autora




Fonte: Print da interface do *Scratch* adaptado pela autora.

O painel da esquerda contém a paleta de comandos com botões para selecionar as categorias: Movimento, Aparência, Som, Eventos, Controles, Sensores, Operadores, Variáveis e Meus Blocos. Os blocos do *Scratch* são codificados por cores de acordo

com a categoria, facilitando ao usuário identificá-los e relacioná-los a cada uma delas. Os comandos mais úteis aparecem no topo das paletas e, na maioria delas, eles podem ser visualizados sem que seja necessário a rolagem da tela.

O painel do meio mostra guias de pastas que permitem visualizar e editar a aparência (trajes) e os sons dos atores selecionados. Exibe os *scripts*[21] que executam as tarefas dos personagens em evidência. O painel, à direita, é chamado de “palco” e é onde ocorre a ação dos objetos gráficos. O painel do canto inferior direito exibe miniaturas de todos os atores do projetos, colocando em evidência o que se encontra selecionado.

## 5.2 Simultaneidade e Facilidade

Uma das principais características do *Scratch* é a possibilidade de execução simultânea, ou seja, os usuários podem verificar um comando ou parte de um programa e, ainda, podem alterar parâmetros ou adicionar blocos em qualquer etapa do processo de programação, para ver o que acontece enquanto ele está sendo executado. Dessa forma, os usuários se envolvem mais na testagem de seus projetos tornando-os mais sofisticados (MALONEY *et al.*, 2010).

A facilidade de manipular e consertar a qualquer momento o *script* ajuda os *scratchers* a descobrirem a funcionalidade de cada bloco. Ele pode ser testado ao ser clicado, mesmo estando na paleta. O valor de retorno sobre sua função aparece em um “balão de diálogo”. Os erros de entrada também são mostrados dessa forma, como apresentado na Figura 3:

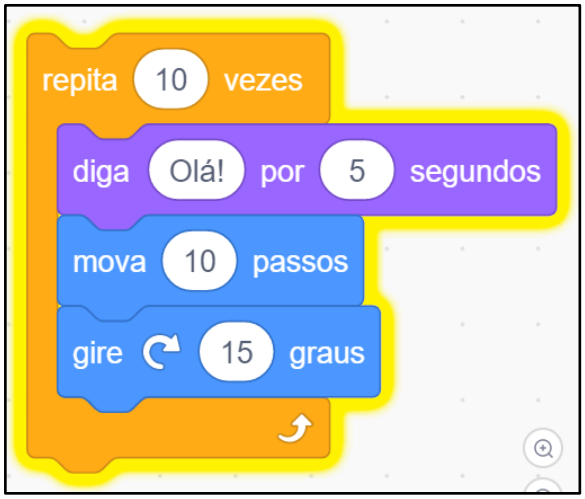
Figura 3 - Testando a funcionalidade do bloco

Fonte: Interface do *Scratch.*

[21] Em computação, *script* é um conjunto de instruções para que uma função seja executada em determinado programa ou aplicativo.

Uma borda amarela indica que o bloco ou uma pilha de blocos está em execução, como na Figura 4:

Figura 4 - Pilha de Blocos em Execução




Fonte: Interface do *Scratch*.

Os fragmentos do programa podem ser deixados no painel de *script* e são salvos com o projeto. Quando se faz necessário resolver algum problema na programação, uma pilha de blocos pode ser separada em partes menores e cada parte pode ser testada independente das outras. Dessa forma,

> [...] a capacidade de consertar incentiva a aprendizagem prática e apoia uma abordagem ascendente para escrever *scripts* onde pequenos pedaços de código são montados e testados, e então combinados em unidades maiores (MALONEY *et al*., 2010, p. 4, tradução nossa).

### 5.3 Mensagem de Erro no *Scratch*

A programação no *Scratch* não exibe mensagens de erro devido ao formato dos blocos que se encaixam como num jogo de “quebra-cabeça”. Quando as formas são diferentes não é possível encaixá-las. Mesmo quando as informações de entrada são apresentadas fora de um padrão válido, o programa apresenta uma resposta ao que está sendo solicitado, como ocorre na divisão por zero, exemplificada na Figura 5:

Figura 5 - Resultado do Programa com o comando de “divisão por zero”

Fonte: Interface do *Scratch*.

A borda amarela indica que o programa está em execução mesmo contendo uma informação incoerente. No entanto, ele não funciona como esperado. Não apresentar mensagens de erro não significa inexistência de erros. Os usuários devem ser cuidadosos ao desenvolver seus programas de maneira que executem o que foi pretendido; caso não funcione, deve ser feita a depuração. Contudo, no *Scratch*,

> [...] mesmo quando um *script* não faz a coisa certa, faz alguma coisa, e isso é um bom começo. Um programa executado, mesmo que não esteja correto, parece mais perto de funcionar do que um programa que não roda (MALONEY *et al*., 2010, p. 6, tradução nossa).

## 5.4 Sintaxe

No âmbito da Ciência da Computação, o termo “sintaxe” refere-se às regras que conduzem a composição de textos que enviam comandos ao computador. Em muitos softwares de programação, a sintaxe da linguagem é complexa, o que exige dos aprendizes alguma dedicação no esforço para aprender a codificar. Nesse caso, “[...] a aprendizagem do código muitas vezes ocorre de maneira descontextualizada, isto é, aprender a linguagem em si não tem relação com a atividade de programação” (ARANTES; FERREIRA; RIBEIRO, 2015, p. 142).

No *Scratch*, as dificuldades da sintaxe não são perceptíveis como em outros softwares. Um dos motivos é o fato dele ser traduzido para mais de 60 idiomas, facilitando o entendimento dos comandos quando opcionalmente expressos na linguagem natural, possivelmente a Língua Portuguesa. Outro ponto importante é o fato de que o formato dos blocos indicam como eles se encaixam, havendo recusa

automática quando o encaixe pretendido viola a sintaxe ou não forma uma estrutura lógica. E assim que “[...] as formas dos blocos desempenham o papel da sintaxe em uma linguagem textual” (MALONEY *et al.*, 2010, p. 7, tradução nossa).

Existem quatro tipos de blocos no *Scratch*, conforme mostramos no Quadro 12:

Quadro 11 - Tipos de blocos disponíveis no *Scratch*

| **Tipos de blocos do *Scratch*** | | | |
|---|---|---|---|
| Blocos de comando | Blocos de função | Blocos de gatilho | Blocos de controle |
| | | | |
| Os encaixes na parte superior e na parte inferior permitem que eles sejam agrupados para criar sequência de comandos. | Não possuem saliências. Retornam um valor. Implementam as operações aritméticas e algumas funções algébricas. | Possui o topo arredondado e executam os comandos encaixados abaixo deles. | Possuem aberturas que armazenam outros blocos. Correspondem aos conectivos lógicos. Podem ser agrupados em uma sequência de comandos. |

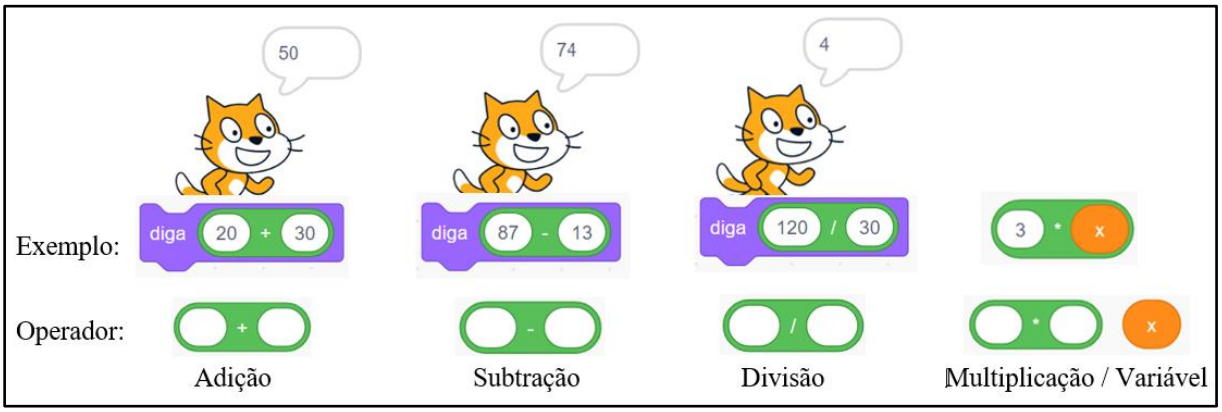
Fonte: Adaptado de (MARJI, 2014, p. 41).

Os blocos no *Scratch* são divididos em categorias (movimento, aparência, som, eventos, controle, sensores, operadores, variáveis, meus blocos) diferenciadas por cores para facilitar a identificação. Descreveremos aqui, aqueles que são mais importantes para a resolução de problemas matemáticos.

### *5.4.1 Blocos de operadores*

São os blocos utilizados para realizar as operações aritméticas básicas e algumas funções suportadas pelo *Scratch*. Esses blocos possuem círculos em seu interior que aceitam a digitalização de valores numéricos ou arrastar variáveis para dentro deles. A Figura 6 mostra os blocos de operadores aritméticos básicos:

Figura 6 - Operadores Aritméticos do *Scratch*




Fonte: Adaptado de (MARJI, 2014, p. 42).

A categoria possui os operadores de comparação (=, > e <) e o operador de arredondamento, que aproxima números decimais para o valor inteiro mais próximo, conforme exemplificamos na Figura 7:

Figura 7 - Bloco de arredondamento

Fonte: Interface do *Scratch*.

O *Scratch* disponibiliza um bloco que gera um número aleatório em um intervalo pré-determinado pelo programador. O programa irá retornar valores que encontram-se nesse intervalo. Para Marji (2014) essa função é útil quando se programa com frequência, especialmente na criação de jogos e simuladores. A Figura 8 exemplifica o funcionamento do bloco:

Figura 8 - Bloco gerador de número aleatório

Fonte: Interface do *Scratch*.

O *Scratch* suporta várias funções matemáticas que podem ser selecionadas em um menu suspenso. O bloco (Figura 9) permite selecionar funções trigonométricas, logarítmicas e exponenciais e inclui o cálculo de raiz quadrada e módulo.

Figura 9 - Bloco de funções com menu suspenso

Fonte: Interface do *Scratch*.

### *5.4.2 Blocos de Variáveis*

Esses blocos são necessários para a programação de funções matemáticas, pois possibilita criar variáveis próprias e utilizá-las em conjunto com outros blocos e formar expressões. Eles armazenam valores numéricos na memória do computador e possibilitam relacionar grandezas em uma lista. A Figura 10 mostra os blocos de variáveis básicos:

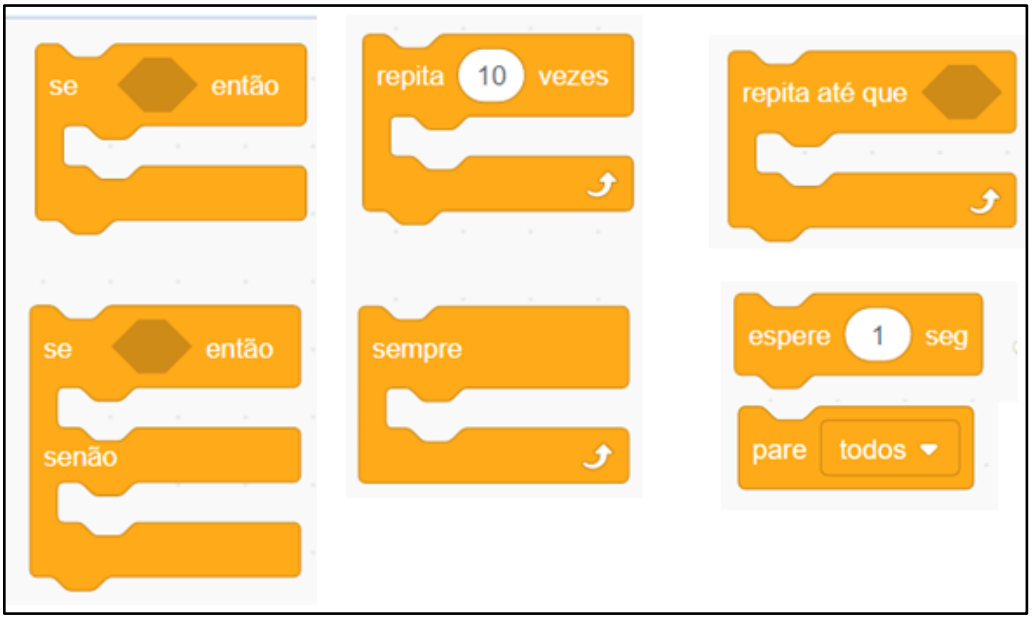
Figura 10 - Blocos de variáveis

Fonte: Interface do *Scratch*.

*5.4.3 Blocos de Controle*

São os blocos que têm a função de organização das ações dos demais blocos que se encontram em seu interior. Por exemplo, o bloco “repita (  ) vezes” irá repetir as ações dos blocos envolvidos por ele de acordo com a quantidade de vezes estabelecida pelo programador. Eles podem ser associados a outras categorias para estabelecer uma condicionante para que determinada ação aconteça. Como explicam Ventorini e Fiorezi (2018, p. 579), regras de ação do tipo “se (...) então”, “[...] permitem gerar sequências de ações pelo aluno que objetivam controlar resultados”. A Figura 11 mostra a aparência e os comandos representados nos principais blocos dessa categoria.

Figura 11 - Blocos de Controle




Fonte: Interface do *Scratch*.

Ao familiarizar-se com a interface, o usuário estará pronto para utilizar com mais efetividade as ferramentas de programação do *Scratch.*

# 6 METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste capítulo buscamos caracterizar nossa pesquisa e descrever o processo que iremos utilizar em nossa investigação.

De acordo com D'Ambrósio (2012, p. 73) "pesquisa é o que permite interface interativa entre teoria e prática". No caso das pesquisas em educação, as investigações partem das inquietações inerentes à prática docente e são sustentadas pelas convicções próprias do pesquisador ou pelo conhecimento proposto por outros pesquisadores possibilitando inovações e compreensão dos fenômenos que ocorrem no processo de ensino-aprendizagem. Pádua (1996) refere-se à pesquisa da seguinte maneira:

> Tomada num sentido amplo, pesquisa é toda atividade voltada para a solução de problemas; como atividade de busca, indagação, investigação, inquirição da realidade, é a atividade que vai nos permitir, no âmbito da ciência, elaborar um conhecimento, ou um conjunto de conhecimentos, que nos auxilie na compreensão desta realidade e nos oriente em nossas ações (PÁDUA, 1996, p. 29).

No entendimento de Marconi e Lakatos (2003, p. 155) a pesquisa "[...] é um procedimento formal, com método de pensamento reflexivo, que requer um tratamento científico e se constitui no caminho para conhecer a realidade ou para descobrir verdades parciais". Nesse mesmo sentido, Gil (2002, p. 17) compartilha a ideia de que "a pesquisa é desenvolvida mediante o concurso dos conhecimentos disponíveis e a utilização cuidadosa de métodos, técnicas e outros procedimentos científicos". Assim, faz-se necessário sistematizar a investigação para que o trabalho do pesquisador seja conduzido em direção aos objetivos a serem alcançados. Diante dessas concepções, serão elencadas nesta seção as características metodológicas que irão orientar esta pesquisa.

## 6.1 Caracterização da Pesquisa

Este trabalho visa investigar as possíveis contribuições proporcionadas pelo emprego da programação no ensino-aprendizagem de função afim. Para atingir este objetivo aplicamos uma sequência didática a um grupo de onze estudantes da 1ª série do Ensino Médio. O objeto de estudo é o ensino de função afim por meio da linguagem de programação.

A pesquisa possui uma abordagem qualitativa, pois buscou analisar de maneira particular os sujeitos pesquisados a fim de encontrar respostas para a problemática apontada nesta investigação. Para D'Ambrósio (2012, p. 93) a pesquisa qualitativa é aquela “[...] focalizada no indivíduo, com toda sua complexidade, e na sua inserção e interação com o ambiente sociocultural e natural”. Nessa mesma linha de pensamento, André (2013) corrobora que:

> As abordagens qualitativas de pesquisa se fundamentam numa perspectiva que concebe o conhecimento como um processo socialmente construído pelos sujeitos nas suas interações cotidianas, enquanto atuam na realidade, transformando-a e sendo por ela transformados. Assim, o mundo do sujeito, os significados que atribui às suas experiências cotidianas, sua linguagem, suas produções culturais e suas formas de interações sociais constituem os núcleos centrais de preocupação dos pesquisadores (ANDRÉ, 2013, p. 97).

Em nossa pesquisa, levamos em consideração a descoberta, a interpretação e o ponto de vista dos estudantes diante das atividades propostas. Dessa forma, enquadra-se como qualitativa, pois os estudantes são observados no contexto da sala de aula para que seja possível compreendermos o seu comportamento, os processos cognitivos que utilizaram ao resolver problemas relacionados ao conceito de função, por meio da linguagem de programação à luz do Construcionismo e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Quanto à sua finalidade, assume um carácter de pesquisa exploratória. De acordo com Gil (2002, p. 41), este tipo de investigação “têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses”. Na visão do autor, a pesquisa exploratória tende a ter um planejamento mais flexível para possibilitar a observação e compreensão dos variados aspectos relacionados ao fenômeno estudado.

Para Marconi e Lakatos as pesquisas exploratórias são investigações empíricas cujo objetivo é:

> [...] a formulação de questões ou de um problema, com tripla finalidade: desenvolver hipóteses, aumentar a familiaridade do pesquisador com um ambiente, fato ou fenômeno para a realização de uma pesquisa futura mais precisa ou modificar e clarificar conceitos (MARCONI; LAKATOS, 2002, p. 85).

Portanto, esta investigação se enquadra com as características de pesquisa qualitativa com fins exploratórios, visto que, buscamos familiaridade com o ensino-

aprendizagem da Matemática por meio da linguagem de programação. Outro aspecto que podemos considerar é o fato da pesquisadora ser a própria responsável pela coleta e análise dos dados, além de já manter vínculos com os estudantes pesquisados e com o ambiente de pesquisa, visto que, é professora do quadro efetivo ´da unidade de ensino desde o ano de 2007, lecionando as disciplinas de Matemática e Geometria em turmas do Ensino Fundamental – Anos Finais e Ensino Médio.

A aplicação do projeto ocorreu na cidade de Teixeira de Freitas, Bahia, em um colégio da rede pública estadual. A escola distribui as turmas nos turnos matutino e vespertino, sendo que no turno matutino concentra-se o Ensino Médio e no vespertino as turmas de 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais. O currículo escolar atende às propostas da BNCC e desde o ano letivo de 2018 vem adaptando o ensino aos itinerários formativos, conforme prevê a legislação, de acordo com as áreas de conhecimento, sendo elas: Linguagens e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias, Ciências Humanas e Sociais Aplicadas, Matemática e suas Tecnologias.

Por conta das restrições impostas pela pandemia de Covid-19, que ocasionou a suspensão das aulas presenciais e restringe o número de estudantes no ambiente escolar, os encontros ocorreram de forma virtual, via plataforma *Google Meet*, que já estava sendo utilizada pela Unidade de Ensino, desde o ano de 2020.

Para acessar o ambiente virtual, o estudante recebia um link de acesso em seu endereço eletrônico institucional, enviado pela pesquisadora previamente. Ressaltamos que os estudantes e pesquisadora já possuíam familiaridade com o ambiente de estudo, visto que os mesmos utilizavam a plataforma para aulas remotas desde a suspensão das aulas presenciais no âmbito estadual, no ano anterior.

Temos como participantes da pesquisa, um grupo de onze estudantes da 1º Série do Ensino Médio no ano letivo de 2021. Como já exposto neste texto, a escolha desse público está relacionada ao fato de pertencerem à série em que o conceito de função, que é o nosso objeto de estudo, ser trabalhado com maior ênfase.

Ressaltamos que, na Unidade de Ensino, geralmente esse conceito é introduzido na 9ª série do Ensino Fundamental – Anos Finais e aprofundado na 1ª Série do Ensino

Médio, mas, em virtude das suspensão das aulas, os estudantes participantes não haviam estudado formalmente as noções básicas de função na série anterior.

É relevante ressaltar que existe um processo seletivo para o ingresso na unidade de ensino, ou seja, 50% das vagas são destinadas a filhos de policiais militares do município de Teixeira de Freitas e cidades vizinhas. As demais vagas são sorteadas para estudantes filhos de civis, tanto da sede quanto da zona rural, e de municípios próximos. Nesse contexto, os participantes da pesquisa pertencem a um grupo bastante heterogêneo, principalmente no que diz respeito às suas condições sociais e econômicas. Muitos destes têm acesso restrito a tecnologia e a Internet.

A coleta de dados ocorreu por meio da aplicação de uma sequência didática cuja as aulas tiveram como objetivos principais instruir os estudantes com noções básicas de linguagem de programação e com o conceito de função afim. Os problemas propostos a respeito dessa temática, foram resolvidos pelos estudantes utilizando o software de programação *Scratch.* Além disso, recorremos aos seguintes instrumentos para coleta de dados:

- Avaliação Diagnóstica: A avaliação foi aplicada no início da pesquisa, com a finalidade de diagnosticar os conhecimentos prévios dos estudantes em relação ao conceito de Funções e sobre programação.
- Observação: Para Markoni e Lakatos (2002, p. 88)

  > [...] a observação é uma técnica de coleta de dados para conseguir informações e utiliza os sentidos na obtenção de determinados aspectos da realidade. Não consiste apenas em ver e ouvir, mas também em examinar fatos ou fenómenos que se deseja estudar.

  A técnica foi utilizada em todas as etapas da pesquisa e os fatos observados foram utilizados na fase de análise dos resultados.
- Gravação: Foi utilizado o recurso de gravação da plataforma *Google Meet* com o objetivo de coletar, na íntegra, os diálogos durante as atividades utilizando o software de programação. Posteriormente as observações mais pertinentes eram revistas, analisadas e transcritas na análise dos dados.
- Avaliação Final: Aplicamos uma atividade com o objetivo de verificar os conhecimentos adquiridos após a instrução a respeito de programação e o conceito de função afim com o objetivo de comparar aos resultados obtidos na avaliação diagnóstica. Aplicamos, uma avaliação final do curso, com o objetivo

de conhecer o impacto do projeto e a opinião dos estudantes em relação ao trabalho desenvolvido.

## 6.2 O Planejamento das Atividades Didáticas

O planejamento antecede a ação. Por meio dele buscamos o direcionamento para a efetivação dos objetivos que pretendemos alcançar em determinado trabalho. Libâneo (1994, p. 221) argumenta que, no âmbito escolar, o planejamento

> [...] é uma tarefa docente que inclui tanto a previsão das atividades didáticas em termos da sua organização e coordenação em face dos objetivos propostos, quanto a sua revisão e adequação no decorrer do processo de ensino.

O Plano de Ensino (APÊNDICE B) foi elaborado para projetar e organizar o trabalho desenvolvido com os estudantes, levando em consideração seus interesses, os pré-requisitos que possuem e o que pretendíamos que eles aprendessem. É o instrumento que possibilita uma aproximação inicial com o objeto de estudo para que sejam formadas as primeiras percepções por meio do diálogo, da observação e noções que os alunos já trazem consigo sobre o tema em estudo. Gradativamente, no decorrer do processo, na medida em que os conteúdos vão sendo introduzidos e aplicados por meio de atividades propostas, as noções são sistematizadas e os conceitos a respeito do objeto de estudo podem ser consolidados.

Nossa proposta de trabalho iniciou com uma avaliação diagnóstica que possibilitou verificar os conhecimentos prévios dos alunos para, diante dos resultados, instruí-los de maneira adequada no estudo de novos conceitos. Posteriormente, durante todo o processo de interação nas aulas, a avaliação ocorreu de maneira contínua para que fosse possível acompanhar o progresso dos estudantes e avaliá-los em relação à apreensão do conceito de função e construção dos algoritmos.

O instrumento elaborado para avaliação diagnóstica é um teste (APÊNDICE A) composto por onze questões, em que as sete primeiras proporcionou uma sondagem a respeito da relação dos estudantes com o uso de tecnologias e com a programação. As quatro últimas questões tiveram como objetivo verificar os conhecimentos prévios dos estudantes a respeito do conceito de função.

Para a etapa correspondente ao ensino-aprendizagem optamos pela aplicação de uma sequência didática (APÊNDICE C), visando aproximar a prática de ensino com a análise teórica a ser realizada posteriormente. As sequências didáticas são compostas por uma série de experimentos e são amplamente empregadas nas pesquisas em Didática da Matemática. Pais explica que

> Uma *sequência didática* é formada por um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática. Essas aulas são também denominadas de *sessões*, tendo em vista seu caráter específico para a pesquisa. Em outros termos não são aulas comuns no sentido da rotina de sala de aula (PAIS, 2019, l.1394, ênfase do autor).

A sequência didática que elaboramos é composta por nove aulas que foram planejadas de maneira que contribuam para evidenciar os aspectos passíveis de observação nos processos de ensino-aprendizagem. Assim, assume a função de instrumento para coleta de dados. As aulas possuem informações teóricas sobre o conceito de função, atividades e problemas para contextualização e aplicação em que os estudantes irão usar o software de programação na resolução. O planejamento considera os pressupostos teóricos da TRRS, pois é constituído por tarefas que tratam da conversão entre as representações de uma função e possibilitam a análise dos fenômenos de congruência e não-congruência.

### 6.3 Método para Análise dos Dados

De posse de todos os dados produzidos na pesquisa, fez-se necessário uma organização dos mesmos para análise e interpretação dos resultados. Gil (2008, p. 156) afirma que o objetivo desse processo é “[...] organizar e sumariar os dados de forma tal que possibilitem o fornecimento de respostas ao problema proposto para investigação”. Primeiramente, buscamos na avaliação diagnóstica, informações sobre as dificuldades e o conhecimento prévios dos estudantes em relação ao conceito de função. Sondamos, também, a relação dos alunos com a programação.

A partir das respostas obtidas na avaliação diagnóstica, delimitamos o foco de nossa pesquisa visando os problemas que tratam especificamente da conversão da representação na linguagem natural para a representação no registro algébrico e posteriormente para a representação algorítmica. Duval (2017, l. 321) afirma que “[...]

os fenômenos cognitivos reveladores da atividade Matemática concernem à mobilização de vários registros de representação semiótica e à conversão dessas representações". Para atender a esse propósito propomos, no plano de ensino, problemas em que os estudantes devem fazer conversões entre a linguagem natural, a representação algébrica e a algorítmica de função afim.

Optamos por discutir aqui os problemas resolvidos nas aulas 1, 2, 3, 4, 6 e 8 da sequência didática, por estarem de acordo com a delimitação estabelecida. Optamos, por não analisar os problemas discutidos nas aulas 5 e 7 por entender que o software *Scratch* possui limitações para a representação gráfica de funções.

Para análise das respostas produzidas na resolução dos problemas, estabelecemos previamente os critérios para escolha dos problemas que seriam analisados visando observar a atividade Matemática na produção dos estudantes. Analisamos os problemas em que foi possível observar as:

- Estratégias utilizadas pelos estudantes nas conversões das diferentes representações das funções.
- Dificuldades apresentadas na realização das conversões das representações das funções.

Assim, foi possível verificar as estratégias ou dificuldades apresentadas pelos alunos nas conversões entre os registros de representações na língua natural, algébrico e algorítmico, por meio de suas discussões nas aulas. Optamos, então, pela transcrição de suas falas, pois elas são reveladoras do funcionamento cognitivo dos estudantes.

Aplicamos uma atividade ao final do projeto com o objetivo de comparar os resultados da avaliação diagnóstica inicial, destacando o avanço dos estudantes participantes da pesquisa.

# 7 ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo, descrevemos e analisamos os dados coletados nas aulas seguindo a sequência de sua ocorrência.

Aconteceu que a aprovação do projeto de pesquisa pelo Comitê de Ética em Pesquisa do CEUNES (CEP/CEUNES) coincidiu com o retorno às aulas semipresenciais nas redes de ensino, após estarem suspensas em virtude da pandemia de COVID-19. Optamos, então, por fazer alguns encontros presenciais, acreditando que, dessa forma, poderíamos observar algumas atitudes dos estudantes durante o desenvolvimento do trabalho, o que, provavelmente, não seria possível no modo remoto.

A princípio planejamos formar um grupo com apenas seis participantes, mas devido a um número maior de estudantes ter demonstrado vontade de participar do projeto, resolvemos ampliar o número de vagas. Recebemos inscrições de 11 alunos interessados, sendo três meninas e oito meninos.

Realizamos oito encontros virtuais via plataforma *Google Meet* no turno noturno. Os encontros presenciais ocorreram três vezes no horário regular das aulas na Unidade de Ensino, no turno matutino. Um ajuste nos horários e dias de encontro fez-se necessário pelo fato de alguns estudantes trabalharem no turno vespertino, inviabilizando o planejamento inicial do projeto.

Assim, nos reorganizamos de acordo com o cronograma descrito no Quadro 12:

Quadro 12 - Cronograma de Atividades do Projeto de Pesquisa

(Continua)

| Atividade | Período | Carga Horária | Modelo |
|---|---|---|---|
| Período de Inscrição no Projeto | 20/09/2021 a 01/10/2021 | | Presencial |
| Apresentação do Projeto/Avaliação Diagnóstica | 06/10/2021 | 1h40min | Presencial |
| Aula 1 – Conhecendo as funcionalidades do *Scratch* | 14/10/2021 | 2h | Remoto |
| Aula 2 - Blocos de Operadores Matemáticos no *Scratch* | 18/10/2021 | 2h | Remoto |
| Aula 3 – O Conceito de Função | 25/10/2021 | 2h | Remoto |

Quadro 12 – Cronograma de Atividades do Projeto de Pesquisa

(conclusão)

| Atividade | Período | Carga Horária | Modelo |
|---|---|---|---|
| Aula 4 – Explorando o conceito de função no *Scratch.* | 08/11/2021 | 2h | Remoto |
| Aula 5 – Plano cartesiano | 10/11/2021 | 2h | Remoto |
| Aula 6 – Função Afim | 17/11/2021 | 2h | Remoto |
| Aula 7 – Zero da função afim / Coeficientes | 22/11/2021 | 2h | Remoto |
| Aula 8 – Aplicando o conceito de função afim | 24/11/2021 | 1h40min | Presencial |
| Aula 9 - Criando um projeto no *Scratch* / | 29/11/2021 | 2h | Remoto |
| Apresentação dos Projetos *Scratch*/ Avaliação Final /Considerações finais | 01/12/2021 | 1h40min | Presencial |
| Carga horária total | | 21hs | |

Fonte: Própria autora.

## 7.1 Análise da Avaliação Diagnóstica

Conforme mencionamos no capítulo anterior, nossa proposta de trabalho inicia-se com a aplicação de uma avaliação diagnóstica, composta por 11 questões, que tiveram como propósito evidenciar os conhecimentos prévios dos estudantes a respeito do conceito de função e fazer uma sondagem quanto a maneira que os alunos se relacionam com o uso de tecnologias.

Apresentaremos a análise dos dados obtidos de forma qualitativa e quantitativa. Os dados quantitativos serão apresentados em valores absolutos, pois acreditamos que dessa forma mostraremos maior clareza nos resultados, visto que o número de participantes é pequeno.

A atividade foi desenvolvida individualmente e não foi permitido nenhum tipo de consulta a livros didáticos ou acesso a recursos tecnológicos, como calculadoras, celulares ou computadores. Os estudantes mostraram-se dispostos e motivados para realização da avaliação diagnóstica. Não foi necessário se identificarem, portanto, os chamaremos aqui de Aluno 1, Aluno 2...

Na primeira questão, perguntamos: “Qual o seu nível de interesse em tecnologia?” Apresentamos no Quadro 13 as alternativas de respostas e os resultados obtidos:

Quadro 13 - Respostas para a questão 1 da Avaliação diagnóstica: Qual o seu nível de interesse em tecnologia?

| Alternativa | Número de estudantes |
|---|---|
| Muito baixo | 0 |
| Baixo | 0 |
| Médio | 2 |
| Alto | 5 |
| Muito alto | 4 |

Fonte: Dados da pesquisa.

Em seguida, na questão 2, perguntamos: “Qual ferramenta relacionada à tecnologia você mais utiliza no seu dia-a-dia?”. Para essa pergunta, as alternativas e resultados estão informados no Quadro 14:

Quadro 14 - Respostas para a questão 2 da Avaliação diagnóstica: Qual ferramenta relacionada à tecnologia você mais utiliza no seu dia-a-dia?

| Alternativa | Número de estudantes |
|---|---|
| Computador | 9 |
| Celular | 10 |
| Tablet | 0 |
| Outros. Quais? | 1 |

Fonte: Dados da pesquisa.

Vale ressaltar que, nesta questão, apenas um estudante escolheu somente “Computador” como alternativa e dois estudantes escolheram apenas “Celular” como alternativa. Os demais escolheram mais de uma alternativa, e, no campo “Outros. Quais?” a ferramenta citada pelo aluno como aquela que ele mais utiliza no dia-a-dia foi “TV”.

Na questão 3, perguntamos: “Com que finalidade você utiliza a ferramenta citada acima?”. Para essa pergunta, os estudantes puderam escolher mais de uma alternativa. Os resultados obtidos estão representados no Quadro 15:

Quadro 15 - Respostas para a questão 3 da Avaliação diagnóstica: Com que finalidade você utiliza a ferramenta citada acima?

| Alternativa | Número de estudantes |
|---|---|
| Pesquisas e leituras | 8 |
| Jogos | 9 |
| Ouvir música | 10 |
| Ver vídeos | 11 |
| Conversar com amigos | 11 |
| Acessar redes sociais | 7 |
| Outras finalidades. Qual? | 1 |

Fonte: Dados da pesquisa.

No campo “Outras finalidades. Qual?”, o único estudante a marcar essa alternativa respondeu que utiliza a ferramenta tecnológica para trabalhar.

Na quarta questão foi feito o seguinte questionamento: “Já usou o computador para aprender Matemática?”. Os resultados estão informados no Quadro 11:

Quadro 16 - Respostas para a questão 4 da Avaliação diagnóstica: Já fez uso do computador para aprender Matemática?

| Alternativa | Número de estudantes |
|---|---|
| Sempre | 1 |
| Algumas vezes | 8 |
| Raramente | 1 |
| Nunca | 1 |

Fonte: Dados da pesquisa.

A questão 5 está relacionada à pergunta anterior e é aberta, ou seja, não possui alternativas. É feito o seguinte questionamento: “Caso você utilize o computador para aprender Matemática, diga de que maneira você faz isso?”. Dentre os onze participantes, oito estudantes responderam que utilizam o computador para aprender Matemática, acessando vídeo aulas, ou pesquisando acerca do assunto estudado.

Dois responderam, de maneira generalizada, que pesquisam formas de resolver exercícios e, de acordo com as respostas encontradas, vão tentando entender os conceitos e procedimentos utilizados. Um estudante não apresentou resposta para a pergunta.

Nas questões 6 e 7 buscamos fazer uma sondagem em relação aos saberes dos alunos quanto à programação. Para isso, perguntamos na questão 6: “Conhece a linguagem de programação *Scratch*?”. Propomos algumas alternativas de resposta e obtivemos o que representamos na Quadro 17:

Quadro 17 - Respostas para a questão 6 da Avaliação diagnóstica: Conhece a linguagem de programação *Scratch*?

| Alternativa | Número de estudantes |
|---|---|
| Conheço e utilizo | 0 |
| Conheço | 2 |
| Não faço ideia do que seja | 9 |

Fonte: Dados da pesquisa.

Na questão 7, perguntamos: “Conhece outra linguagem de programação qualquer? Se sim, diga qual?”. Dos onze estudantes, cinco responderam apenas “não”. Por se tratar de uma questão aberta, vamos transcrever, literalmente, as respostas dos demais estudantes:

**Aluno 1:** Não sei, mas sempre tive curiosidade de saber.

**Aluno 2:** Apenas ouvi fala do Paiton[22].

**Aluno 3:** C++.

**Aluno 4:** JS, Java Script.

**Aluno 5:** Sim, avats. Xis[23].

**Aluno 6:** A normal Windows.

Apenas com as respostas que foram dadas não é possível entender o quanto os Alunos 3 e 4 conhecem acerca das linguagens de programação que citaram, mas,

[22] O aluno se referiu à linguagem de programação “*Phyton*”.
[23] Não identificamos a qual linguagem de programação o aluno quis se referir.

durante o desenvolvimento do projeto, os mesmos demonstraram não conhecer muito a respeito do assunto. Já o Aluno 6 parece ter confundido linguagem de programação com sistema operacional *Windows*.

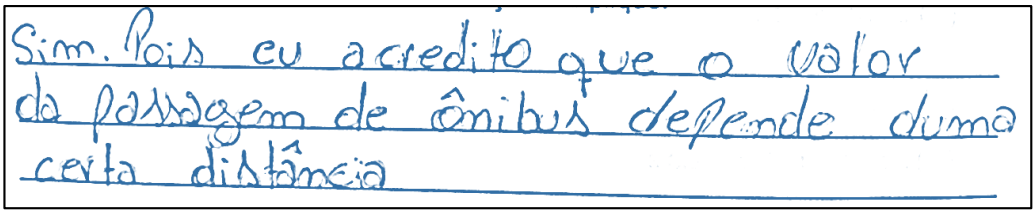
De maneira geral, a maior parte dos estudantes demonstrou não ter conhecimento a respeito de programação. Além disso, a maioria utiliza a tecnologia para estudar Matemática “algumas vezes” e fazem isso acessando vídeo aulas, possivelmente com professores transmitindo os conceitos de maneira tradicional (ou seja, apresentando primeiro definições, depois dando exemplos de resolução de exercícios e problemas).

Os resultados mostram que os estudantes até utilizam os recursos tecnológicos que possuem (computadores, celulares) para pesquisas e leituras, mas a maioria utiliza para entretenimento como jogar, ouvir músicas, assistir vídeos, conversar com amigos e acessar as redes sociais.

Nas questões seguintes, visamos verificar os conhecimentos prévios dos estudantes a respeito do conceito de função. Na questão 8, propomos a seguinte situação: “O preço pago por uma passagem de ônibus depende da distância entre as duas cidades. Você concorda com essa afirmação? Explique:”. O objetivo é verificar se os alunos distinguem as grandezas envolvidas e a relação de dependência entre elas.

Dentre os onze estudantes participantes, dois responderam apenas “sim”, sem acrescentar nenhuma explicação à afirmação. Os demais alunos deram suas respostas deixando transparecer que possuem noções, mesmo que intuitivas, da relação de dependência entre as grandezas envolvidas, como é o caso da resposta dada pelo Aluno 1 (Figura 12):

Figura 12 - Resposta do Aluno 1 para a questão da Avaliação Diagnóstica




Fonte: Dados da pesquisa.

Na questão 9 (Figura 13), além de verificar se os estudantes compreendem a relação de dependência entre as grandezas, buscamos também, examinar se fazem a

conversão da linguagem natural para a linguagem algébrica. Vamos focar a análise desta questão no item c, que trata da atividade de conversão:

Figura 13 - Questão 9, Avaliação Diagnóstica

9) A tabela abaixo indica o preço a pagar de *diesel* em função do número de litros adquiridos no posto "Dois Irmãos":

| Número de litros | Preço a pagar (R$) |
|---|---|
| 1 | 4,60 |
| 2 | 9,20 |
| 3 | 13,80 |
| 4 | 18,40 |

Com base na tabela acima, responda as questões:

c) Qual é a fórmula Matemática que fornece o preço a pagar (p) em função do número de litros (l) comprados?

Fonte: Dados da pesquisa.

Apenas um estudante (Aluno 2) apresentou uma expressão matemática coerente com o que foi solicitado no item c (Figura 14):

Figura 14 - Resposta do Aluno 2 para a Questão 9 da Avaliação Diagnóstica

c) Qual é a fórmula Matemática que fornece o preço a pagar (p) em função do número de litros (l) comprados?

$(p) = 4{,}60 \cdot l$

Fonte: Dados da pesquisa.

O Aluno 1 organizou corretamente, razões entre as grandezas mas não apresentou uma lei geral que fornece o preço em função da quantidade de litros de combustível comprado (Figura 15):

Figura 15 - Resposta do Aluno 1 para a Questão 9 da Avaliação Diagnóstica

c) Qual é a fórmula Matemática que fornece o preço a pagar (p) em função do número de litros (l) comprados? $\frac{l}{p}$ $\frac{1}{4{,}60} - \frac{2}{9{,}20} - \frac{3}{13{,}80} - \frac{4}{18{,}40}$

Fonte: Dados da pesquisa.

Dentre os demais estudantes, dois não responderam a questão e um respondeu "não sei". Os seis participantes restantes apresentaram respostas que não correspondem

à conversão das informações do problema dados em linguagem natural para a linguagem algébrica. A seguir, transcrevemos as respostas:

**Aluno 3:** Quanto mais L mais P.

**Aluno 4:** 4,60.

**Aluno 5:** $\frac{P}{1} = \frac{1}{4{,}60}$

**Aluno 6:** L = P – 4,60

**Aluno 7:** Multiplicando.

**Aluno 8:** divisão.

Os resultados demonstram que a maioria dos estudantes participantes da avaliação diagnóstica tiveram dificuldade na designação das relações algébricas, visto que não realizaram corretamente a substituição dos dados dos problemas por letras e sinais operatórios de maneira adequada.

A dificuldade se repetiu na questão 10, reproduzida na Figura 16, pois nenhum dos onze participantes conseguiu escrever a lei da função que relaciona as grandezas, tempo e distância, envolvidas no problema, no item b:

Figura 16 - Questão 10, Avaliação Diagnóstica

10) Uma pessoa para exercitar-se costuma fazer caminhadas diariamente, mantendo um ritmo de 6 km por hora, o que equivale a caminhar 100m a cada minuto.

b) Escreva a lei da função que relaciona essas grandezas:

_____

c) Complete a tabela:

| Tempo (minuto) | 15 | 20 | 25 | | 45 | 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Distância (m) | 1500 | | 2500 | 3000 | | 6000 |

Fonte: Dados da pesquisa.

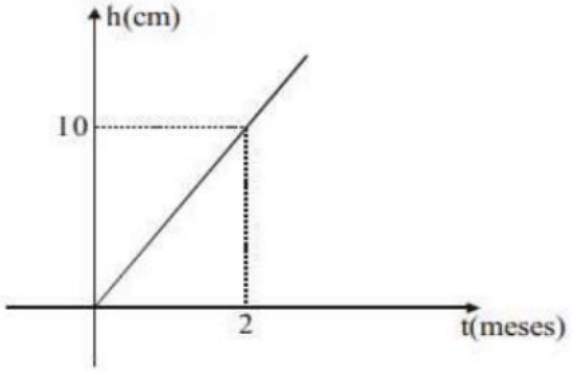
No entanto, todos eles foram capazes de completar a tabela no item c, ou seja, foram capazes de reconhecer a regularidade que relaciona as grandezas tempo e distância e realizar o tratamento necessário, de acordo com o problema. Isso reforça a ideia de que a dificuldade dos participantes está associada à capacidade de fazerem

generalizações e à utilização de letras para designação funcional das relações algébricas.

O objetivo da última questão (Figura 17) foi verificar se os participantes da pesquisa são capazes de converter as informações de uma função apresentadas na representação gráfica para a algébrica:

Figura 17 - Questão 10, Avaliação Diagnóstica

11) O gráfico a seguir representa a altura (h) de uma planta, dada em centímetros, em função do tempo (t), expresso em meses.




A expressão algébrica que representa a função esboçada é:

a) h(t) = 5t

b) h(t) = t + 5

c) h(t) = 2t + 10

d) h(t) = 5t + 10

e) h(t) = 10t + 2

Fonte: Dados da pesquisa.

Apenas um dos onze estudantes escolheu a alternativa correta (alternativa *a*). Entre os demais participantes, dois marcaram a alternativa *e*, enquanto oito optaram pela alternativa *c*.

Finalizando essa análise preliminar, percebemos que os participantes, que já haviam sido introduzidos ao estudo da álgebra no Ensino Fundamental e hoje encontram-se no Ensino Médio, demonstraram dificuldades em designar os objetos matemáticos e realizar conversões entre as diferentes representações. É necessário que sejam estimulados, por meio de atividades direcionadas, ao desenvolvimento da capacidade de utilizar de maneira adequada as letras e os sinais operatórios para designação, tratamento e conversão dos objetos algébricos.

## 7.2 Sequência Didática: Análise e Discussão

Conforme já explicitamos anteriormente, a sequência didática foi composta por nove aulas e teve como finalidade instruir os estudantes a respeito dos conceitos básicos da linguagem de programação, conhecer funcionalidades do software *Scratch*, apresentar informações teóricas quanto ao conceito geral de função e de função afim. Os participantes receberam uma apostila intitulada “Aprendendo Função no *Scratch*” (APÊNDICE C), composta por informações teóricas e por problemas propostos para serem resolvidos utilizando programação.

Ressaltamos que todo o planejamento inicial foi cumprido. No entanto, iremos focar nossa análise nos problemas que tratam especificamente da conversão de representações na linguagem natural para o registro algébrico e posteriormente para a representação algorítmica, visto que esta é a essência de nossa pesquisa. Assim, selecionamos problemas trabalhados nas aulas 1, 2, 3, 4, 6 e 8. Descrevemos, em linhas gerais, o encerramento do projeto que ocorreu na aula 9 e o resultado da Avaliação Final.

Destacamos, primeiramente, algumas observações em relação à plataforma *Google Meet* que, de fato, é um excelente recurso de interação em tempos de privação das aulas presenciais. No entanto, algumas dificuldades, já esperadas em virtude de outras experiências, foram se revelando. Por exemplo, alguns estudantes não se sentiram à vontade em compartilhar suas telas ou usar seus microfones para descrever ou mostrar suas resoluções para os problemas. Assim, não tivemos acesso a seu modo de pensar ao resolver as questões propostas. Alguns interagiam apenas por meio do *chat* da plataforma. Dessa forma, nas questões a serem analisadas, iremos considerar as informações obtidas a partir das discussões com os estudantes que se mostraram mais participativos e que foi possível observar suas reflexões ao resolver problemas.

Para o arquivamento dos programas desenvolvidos, foi criada uma conta de tutor no site do *Scratch*, www.scratch.mit.edu. Posteriormente, enviamos um convite para cada participante se inscrever e criar sua conta vinculada à conta do tutor (professor

pesquisador). Isso possibilitou criar um ambiente virtual (estúdio) para compartilhamento dos *scripts* desenvolvidos pelos alunos. Criamos também, um grupo no aplicativo *WhatsApp* com todos os participantes para compartilhamento do link de acesso às aulas, avisos e imagens de algumas atividades que não puderam ser mostradas por meio do *Google Meet*.

As aulas foram gravadas para posterior análise das situações de aprendizagem. Um momento de interação, durante a Aula 1 no ambiente virtual, capturado na tela é mostrado na Figura 18 em que tomamos o cuidado de preservar as imagens e os nomes reais dos participantes:

Figura 18 - Momento de interação no projeto “Aprendendo Função no *Scratch*”

Fonte: Captura de tela da plataforma *Google Meet.*

### *7.2.1 Aula 1*

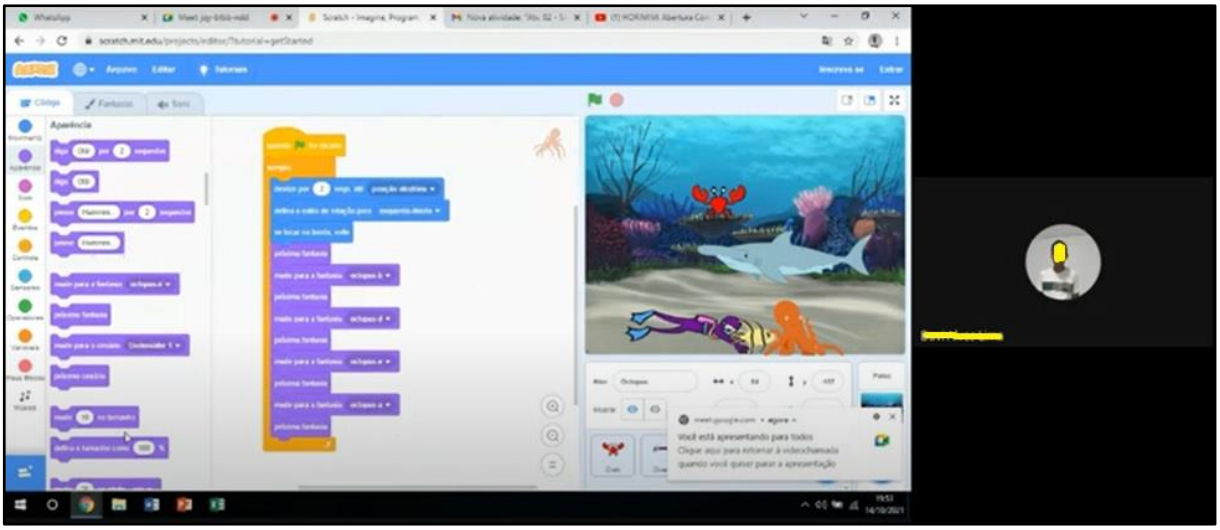
A Aula 1 teve como objetivo apresentar conceitos básicos relacionados à programação bem como a interface e funcionalidade do *Scratch.* Participaram do encontro nove dos onze estudantes inscritos no projeto de pesquisa. Substituiremos suas identidades por Aluno 1, Aluno 2, ... conforme a ordem alfabética dos nomes reais nas análises das aulas.

Para alcançar os objetivos propostos, primeiramente fizemos uma exposição oral acerca do conceito de programação, apresentamos algumas palavras-chave utilizadas na ciência da computação e mostramos a interface de usuário do *Scratch*,

destacando os principais elementos como a paleta de comandos, editores de aparência e sons, área de *scripts*, palco e atores. Fizemos algumas demonstrações utilizando blocos básicos como “mova (  ) passos” e “diga (  )” entre outros.

Ao finalizar a exposição dos principais blocos e funcionalidade do *Scratch* propomos que os participantes desenvolvessem uma animação, a fim de colocar em prática os conceitos apresentados. Exemplificamos mostrando uma animação que utiliza o cenário “Embaixo d’água” (disponível na plataforma do *Scratch*) e possui atores relacionados a esse tema se movimentando pelo palco. Ao final, os estudantes criaram seu próprio programa e apresentaram suas criações. A Figura 19 mostra o Aluno 3 em momento de interação na plataforma, apresentando sua produção aos demais participantes:

Figura 19 - Apresentação do programa criado pelo Aluno 3



Fonte: Dados da pesquisa.

Ao final da primeira aula os estudantes mostraram-se satisfeitos com os resultados de seus programas e motivados a continuarem a frequentar as aulas do projeto de pesquisa. Sugerimos, como tarefa extra, que reproduzissem o jogo *Pong*[24] por meio de tutorial disponível na apostila e na plataforma *Scratch*, para praticarem um pouco mais a respeito das funcionalidades do software.

[24] O *Pong* foi utilizado, na pesquisa de Curci (2017) conforme mencionamos no Capítulo 2. Trata-se de um jogo que simula uma raquete e uma bola que deve ser rebatida pelo usuário para marcar pontos. Os códigos utilizados são simples e, na medida em que desenvolvem o jogo, os participantes ganham experiência com o software.

### *7.2.2 Aula 2*

O objetivo da Aula 2 foi conhecer e explorar a funcionalidade dos blocos de funções e operadores matemáticos do *Scratch*. Tivemos a participação de nove estudantes nesse encontro remoto.

A aula consistiu inicialmente em apresentar aos estudantes todos os blocos de operadores matemáticos e testar suas funcionalidades. Mostramos que alguns sinais utilizados pelo software são diferentes do que utilizamos na forma escrita. Por exemplo, para indicarmos a operação de multiplicação entre dois fatores na forma escrita utilizamos o ponto "." ou o caractere "×". No software usamos o asterisco "*".

Após apresentação de todos os recursos proporcionados pelos blocos de operadores matemáticos, propomos que os participantes resolvessem as questões das páginas 12 a 14 da apostila. O objetivo das questões propostas foi possibilitar maior familiaridade com estes blocos. Por se tratarem das primeiras questões matemáticas para serem respondidas utilizando o *Scratch,* foi necessário orientar os estudantes no caminho que poderiam seguir nas resoluções.

Discutiremos a questão 2.9 (Figura 20), que teve como objetivo criar um programa para converter temperatura dada em unidade de medida Fahrenheit para unidade de medida em graus Celsius:

Figura 20 - Questão 2.9 da Aula 2

2.9) Desafio: Crie um bloco de função que converta 60 F para Celsius.

Dica: A relação entre as escalas de temperatura Celsius e Fahrenheit é dada por: **C = (5/9) x (F - 32)**.

Utilize os blocos "***pergunte ( ) e espere***" e "***mude ( ) para ( )***".

Fonte: Dados da pesquisa.

Conversamos sobre o que representava o "C" e o "F" na relação entre as escalas de temperatura. Explicamos que o fator 5/9 na fórmula é uma simplificação da razão 100/180, em que 100 corresponde ao número de divisões iguais entre os pontos fixos de 0 a 100 na escala Celsius, sendo que 0 corresponde ao ponto de gelo e o 100 corresponde ao ponto de ebulição; o 180 corresponde ao número de divisões iguais

entre os pontos fixos de 32 e 212 que na escala Fahrenheit correspondem aos pontos de gelo e ebulição, respectivamente. A comparação entre temperaturas nas duas escalas possibilitou estabelecer uma fórmula geral, como a que foi dada no enunciado da questão.

Os estudantes mostraram que já conheciam a relação entre as escalas em virtude de estarem estudando sobre temperatura na disciplina de Física. Por esse motivo, omitimos a demonstração da fórmula e dedicamos o tempo disponível à programação, que era o nosso objetivo.

A princípio, os estudantes tiveram muita dificuldade em compreender o que deveria ser feito. As dúvidas estavam relacionadas ao uso da programação para resolução do problema. Não apresentaram dificuldade em aplicar a fórmula aos dados do problema. Como vamos fazer isso? Vamos usar os blocos de operadores? Por que vamos usar o bloco “pergunte (  ) e espere?” Esses foram os questionamentos feitos por eles. Explicamos que iríamos ajudá-los pois, era o primeiro problema que iríamos resolver.

Explicamos que, no programa que iríamos fazer, poderíamos criar um bloco de variável para representar a temperatura em Celsius (C) e atribuir um nome a ela. Por exemplo, poderíamos nomeá-la como “Temperatura em graus Celsius”. Esclarecemos que, quando criamos uma variável, o programa pode armazenar o seu valor na memória, quando este for informado.

Explicamos ainda, que a temperatura em Fahrenheit (F) seria inserida pelo usuário do programa, ou seja, o usuário poderia inserir qualquer temperatura para ser convertida para Celsius. Para representar esses variados valores que seriam inseridos usamos o bloco “pergunte (  ) e espere”, que pode ser usado para ler dados de entrada do usuário. Ao ser executado, esse bloco aguarda o usuário informar um valor de entrada e clicar na tecla ENTER ou então, na marcação ao lado direito da caixa de entrada. Após, o *Scratch* armazena os dados de entrada informados pelo usuário no bloco “resposta” dando sequência nos comandos posteriores ao “pergunte ( ) e espere”.

Esses esclarecimentos foram necessários para que os estudantes compreendessem como elaborar a programação. A Figura 21 exemplifica uma possível resolução para

o problema e mostra o valor de saída do programa para a temperatura em graus Celsius quando o usuário informar 60 Fahrenheit como valor de entrada:

Figura 21 - Script para resolução da questão 2.9

Fonte: Dados da pesquisa.

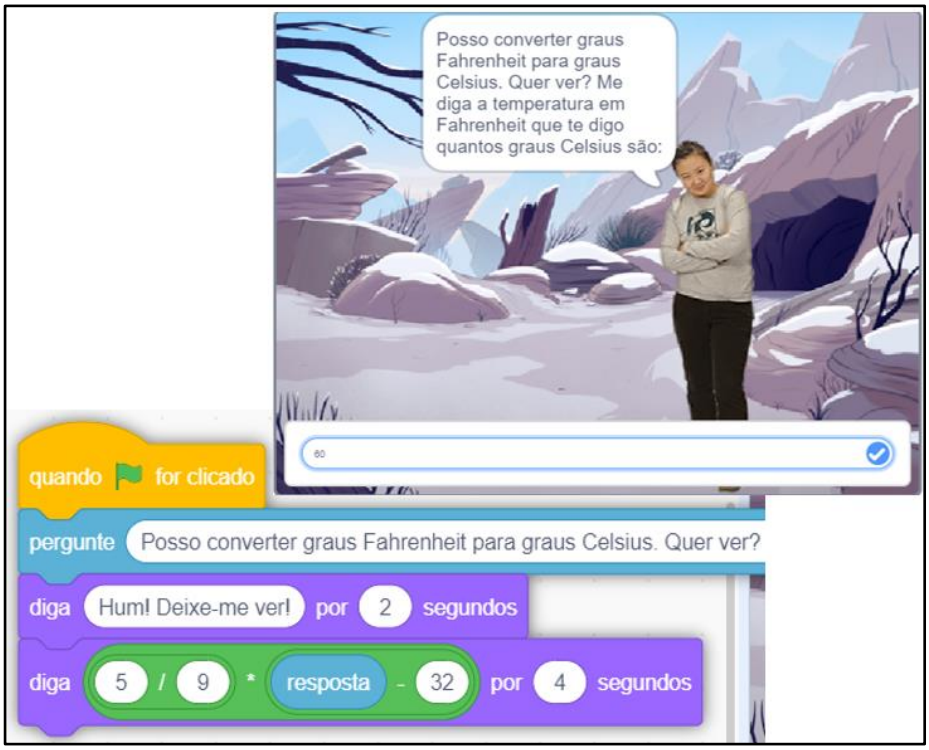
Observando o algoritmo elaborado (Figura 21) para resolver o problema, percebemos que é favorável que os estudantes já tenham algum conhecimento a respeito das expressões algébricas. Devem conhecer o procedimento para resolução de uma expressão numérica, pois, precisam encaixar corretamente os blocos de operadores matemáticos. No entanto, não é necessário realizar o tratamento para chegar à resposta, pois o programa irá apresentá-la na tela.

Perguntamos sobre quais comandos correspondiam a “C” e a “F”, no algoritmo apresentado na Figura 21. O Aluno 7 explicou que o “C” era o bloco de variável nomeado por “Temperatura em graus Celsius”, enquanto os valores de “F” seriam representados pelo bloco “resposta”. Entendemos que os blocos de comando utilizados pelos estudantes em substituição às variáveis C e F correspondem a uma redesignação das temperaturas na representação algorítmica.

Ressaltamos que existem outras maneiras de solucionar a questão utilizando outros blocos do *Scratch* e que os estudantes poderiam explorar todos os blocos e criar outros programas para responder a mesma questão.

A Figura 22 mostra o algoritmo criado pelo Aluno 7, em resposta à questão 2.9 da apostila:

Figura 22 - Resposta do Aluno 7 para a Questão 2.9 da apostila




Fonte: Dados da pesquisa.

O algoritmo criado pelo Aluno 7 (Figura 22) funciona de maneira semelhante ao *script* mostrado anteriormente na Figura 21. O estudante combinou os blocos de operadores matemáticos com o bloco de aparência “diga (  ) por (  ) segundos”. Não foi necessário utilizar um bloco de variável. A resposta aparece num balão de diálogo no palco, ao lado do ator.

Nas discussões que realizavam enquanto resolviam a questão proposta, os alunos comentavam que expressar a fração no programa sem a necessidade do cálculo mecânico era vantajoso, já que tinham dificuldades nesse tipo de “conta”. Transcrevemos algo do que disseram a respeito:

> **Aluno 5:** Gostei muito de não ter que fazer conta com fração. Nunca lembro como que faz.
>
> **Aluno 8:** Eu também não. Eu sei que o programa vai calcular cinco nonos vezes o resultado [“resposta” menos 32], mas se fosse para eu fazer, não sei...

Mostramos, utilizando o compartilhamento de tela, como seria calculado “5/9 x (60 – 32)” de maneira mecânica para exemplificar o cálculo de multiplicação de frações e esclarecer as dúvidas.

O Aluno 2 equivocou-se ao encaixar os blocos de operadores matemáticos. A reflexão foi acionada pela análise dos dados de saída do seu programa que divergia das respostas de seus colegas quando estes compartilhavam seus resultados. Mas ele não conseguia compreender o que podia estar errado. Solicitamos então, que compartilhasse sua tela para que pudéssemos ajudá-lo observando o seu algoritmo.

Na Figura 23, mostramos o compartilhamento da tela do Aluno 2 e a ênfase no algoritmo elaborado por ele, apontando o equívoco cometido:

Figura 23 - Resposta do Aluno 2 para a questão 2.9 da apostila

Fonte: Dados da pesquisa.

Deixamos que os demais participantes ajudassem o colega a encontrar o erro cometido. Eles perceberam que essa forma de encaixar os operadores matemáticos resulta num *script* equivalente à expressão $\left(\frac{5}{9}\times F\right)-32$. Assim, ao converter 60 F para graus Celsius resultaria em, aproximadamente, 1,3° C, diferente do que foi apresentado no algoritmo da Figura 23. A discussão do grupo auxiliou o estudante no

processo de depuração de seu programa e chamou a atenção de todos os participantes para os critérios de resolução de uma expressão numérica. Conforme exposto por Valente (1993) ao envolver-se no processo de encontrar e corrigir um erro, o aluno tem a oportunidade de aprender a respeito de determinado conceito envolvido na solução do problema bem como conhecer estratégias para sua resolução.

Ao final, testaram o programa para outras temperaturas em Fahrenheit, convertendo-as para Celsius. Os testes eram feitos a partir de temperaturas previamente consultadas em um *site*[25] disponível na Internet, confrontando com o resultado do programa. Por exemplo, o Aluno 5 teve a ideia de pesquisar na internet a temperatura local em Fahrenheit, que era 75 F. Usou o programa para realizar a conversão e verificou que correspondia a aproximadamente 24° C, equivalente à temperatura ambiente daquele dia. A rapidez com que as conversões entre as temperaturas aconteciam lhes causavam uma certa admiração pelo que conseguiram criar, pois com o programa não era necessário realizar os cálculos que, para a maioria deles, é algo entediante.

Apesar da programação não fazer parte do cotidiano destes alunos, percebemos que o ato de programar pôde contribuir para apreensão dos conceitos, pois enfatiza a atividade de conversão ao possibilitar o trânsito entre os registros de representação na linguagem natural, algébrica e algorítmica. Além disso, quando observam o funcionamento e o resultado final do algoritmo, os estudantes conseguem discernir, com maior clareza, a funcionalidade de cada uma das variáveis do problema.

### *7.2.3 Aula 3*

Nesse encontro remoto tivemos a presença de dez estudantes. O objetivo foi apresentar o conceito de função, identificar diferentes registros de representações desse objeto matemático e resolver problemas utilizando o software *Scratch.*

[25] Página consultada no dia da aula: https://www.metric-conversions.org/pt/temperatura/tabela-de-conversao-de-celsius-em-fahrenheit.htm

A fim de contextualizar, iniciamos a aula apresentando os problemas propostos nas páginas 15 e 16, aula 3, da apostila (APÊNDICE C). A partir das situações apresentadas nos problemas, discutimos conceitos elementares, tais como *relação de dependência entre grandezas*, *proporcionalidade* e *lei de formação de funções*. Posteriormente, pedimos aos participantes que apresentassem situações em que duas grandezas estão relacionadas de modo que cada valor de uma se associa a um único valor da outra. A seguir, transcrevemos algumas respostas dadas pelos alunos:

> **Aluno 6:** Tipo assim, quando a gente vai na *lan house*... a gente ia, né? Antigamente. Lá, no vídeo game, cada hora que a gente ficava a gente pagava uma certa quantia e quanto mais hora a gente ficava, mais a gente pagava.
>
> **Aluno 7:** Eu também lembrei de táxi...que a gente pega um táxi, um UBER ou coisa do tipo e tem a tarifa, e o valor a ser pago depende da distância a ser percorrida.
>
> **Aluno 1:** E a passagem de ônibus, professora?
>
> **Aluno 3:** Acho que também conta, porque, o valor a pagar também depende da distância percorrida. Quanto maior a distância maior o valor a ser pago[26].
>
> **Aluno 8:** É, e quanto mais distante maior o consumo de gasolina.

Os estudantes conseguiram exemplificar relações de dependência entre grandezas a partir de suas próprias experiências e vivências cotidianas.

Posteriormente, pedimos para os participantes dizerem o que pensam a respeito do termo função. Perguntamos, então:

> **Professora:** Para vocês, o que seria uma função? Qual o conceito de função?
>
> **Aluno 5:** Seria alguma coisa que você teria que fazer, algum comando que você teria que fazer... sei lá... eu não sei explicar, entende? Eu não sei o que é.
>
> **Aluno 7:** Função é aquela coisa que a gente sabe, mas não sabe explicar. A gente só sabe.
>
> **Aluno 5:** Então, eu sei... mas não sei explicar. Sou péssimo nisso.
>
> **Aluno 11:** Professora, eu entendo que função é tipo isso... é uma grandeza de alguma coisa... saber um valor de algo que não tá ali mostrando o preço, como no exemplo da gasolina...
>
> **Aluno 6:** Eu acho que é, tipo assim, uma grandeza fixa multiplicada por algo que é relativo, dependendo do tanto que você usa, do quanto você vai fazer, sei lá...

Percebemos que os estudantes, mesmo tendo uma ideia intuitiva, não conseguem chegar a uma definição ainda que de maneira informal do conceito de função.

---

[26] Nesse exemplo, os alunos se referiam ao valor da passagem de ônibus em viagens intermunicipais ou interestaduais em que os valores das passagens dependem das distâncias percorridas.

Acreditamos que isso irá ocorrer de maneira gradativa, na medida em que outros conhecimentos vão sendo agregados pois, conforme afirma Duval (2012), a apreensão de conceitos relacionados a qualquer objeto matemático implica no desenvolvimento de sistemas semióticos próprios, além da língua natural.

Notamos que a ideia de função expressa pelos alunos esteve limitada à noção de custo ou preço. Presumimos que esse foco deveu-se ao fato do primeiro exemplo dado na Apostila tratar disso (o preço de quantidades de copos de água de coco numa barraca de praia). Esse exemplo possivelmente influenciou os alunos tanto nas suas escolhas de exemplos quanto nos comentários acerca da ideia de função. Depreendemos que teria sido didaticamente melhor ter enriquecido o imaginário dos alunos com a apresentação de diferentes exemplos de funções antes de ter entrado na questão da definição do conceito. Se tivéssemos procedido assim, talvez seus exemplos e intuições acerca da noção de função pudessem ter sido melhor.

Dando sequência à aula, pedimos aos participantes para identificar a variável dependente e a variável independente na situação que relaciona a quantidade de copos de água de coco consumidos e o preço a ser pago, cuja lei de formação é dada por P = 3,50n. Descrevemos a discussão entre eles:

> **Aluno 6:** Independente é o preço, certo?
>
> **Aluno 7:** Eu acho que independente é o n [quantidade de copos de água de coco].
>
> **Aluno 11:** É... porque o n pode mudar.
>
> **Aluno 6:** É, exatamente... exatamente! Independente é o preço.
>
> **Aluno 7:** Espera! Dependente e independente...
>
> **Aluno 11:** Dependente seria o preço porque o preço não muda, um exemplo, três e cinquenta, não muda. E o independente seria o n porque muda.
>
> **Aluno 6:** Ah tá! Porque, tipo assim, eu buguei[27] do nada aqui!
>
> **Aluno 7:** Eu também buguei, porque os dois mudam...
>
> **Aluno 11:** Eu acho que o dependente seria o n porque precisa dele para fazer a ligação...
>
> **Aluno 7:** Sim! Porque precisa do três e cinquenta e o P [preço] é independente.

[27] Gíria utilizada pelos adolescentes para expressar dúvida diante de alguma situação.

**Aluno 11:** É... porque, tipo assim, se a gente tem o valor do P a gente consegue calcular o valor do n, porque o valor fixo tem que ser o valor de P, por exemplo, o número de copos tem um, dois, três... vai variando... então, precisa do valor de P.

**Aluno 7:** E é independente porque não precisa de nenhum valor, sabe?

**Aluno 11:** Porque o n pode ser qualquer valor.

**Aluno 7:** Isso, o P independente e o n dependente porque precisa do três e cinquenta.

**Aluno 11:** Exato!

**Aluno 7:** Porque o n não trabalha sozinho.

Notamos aqui que, em alguns momentos os alunos se referem ao preço de um único copo que não varia e outros momentos eles se referem ao custo de vários copos. Deixamos que eles expressassem suas ideias sem interrompê-los. Posteriormente, fizemos uma intervenção e esclarecemos, oralmente, as dúvidas e equívocos em relação às variáveis dependentes e independentes. Explicamos que o “n” é a variável independente enquanto o “P” é variável dependente, mas que essa situação pode modificar dependendo do que pretendemos determinar no problema.

Mostramos a *definição formal para o conceito de função*, exemplificamos sua *representação no registro gráfico, registro algébrico e tabelas*. Expomos também, a ideia de *domínio, contradomínio e imagem da função.*

Solicitamos que os participantes realizassem as atividades das páginas 21 e 22 da apostila. Vamos focar nossa análise na atividade número 3.2 (Figura 24), cujo objetivo foi converter o problema dado na linguagem natural para a representação algébrica e, posteriormente, para a representação algorítmica:

Figura 24 - Questão 3.2, Aula 3, da apostila

3.2) **A "máquina" de dobrar**

Observe a seguir a representação de uma "máquina" que recebe um número como entrada e devolve como saída o dobro desse número.

O algoritmo a seguir, apresentado usando pseudocódigo, foi construído para obter os números que saem da "máquina" a partir dos números que entram.

**Início**
Nomeie de x o valor de entrada
Crie n
Calcule n ← 2 . x
Saída: n
**Fim**

Pseudocódigo é uma linguagem simples e escrita sem utilizar uma linguagem de programação específica.

- Nesse algoritmo, x e n são as variáveis e a seta ← indica que uma variável do algoritmo vai receber um valor (um número explicitado no algoritmo, o valor de outra variável ou o resultado de um cálculo). Por exemplo, em n ← 2 . x, a variável n do algoritmo recebe o valor do cálculo 2.x.
- Observando o algoritmo que representa o funcionamento da "máquina" de dobrar, temos n = 2 . x, que é a fórmula matemática da função. Podemos usar f(x) no lugar de n. Assim, f(x) = 2x.

FONTE: Adaptado de (DANTE; VIANA, 2020, p. 15)

Invente uma "máquina" que triplica e adiciona 1 a um dado número de entrada, semelhante ao exemplo anterior. Escreva a lei dessa função e elabore, no *Scratch*, um algoritmo que ela poderia utilizar:

Fonte: Arquivos da autora.

Alguns participantes tiveram dificuldades em converter o problema dado na linguagem natural para a sua representação no registro algébrico. A dúvida concentrou-se na representação da expressão "triplicar" um número, que para alguns era equivalente a elevar ao cubo. Explicamos as operações de triplicar e elevar à terceira potência destacando suas diferenças para esclarecer a questão.

Posteriormente, o Aluno 1 sugeriu que a expressão que representa a situação descrita na questão 3.2 é n = 3.x + 1. Os demais participantes concordaram com a resposta dada pelo estudante. As dúvidas agora se concentraram em converter a representação da função para a representação algorítmica. Transcrevemos a intervenção feita com o objetivo de ajudá-los na construção do algoritmo:

> **Aluno 10:** Como vamos fazer isso, professora? Pode colocar qualquer número?
>
> **Professora:** Vocês devem criar o algoritmo que faz a "máquina" funcionar. O programa deve triplicar e adicionar 1 ao valor de entrada informado pelo usuário.
>
> **Aluno 6:** Tem como a gente colocar as letras [n e x] no bloco de operadores?
>
> **Professora:** Não. As letras serão substituídas por comandos. Podemos criar um bloco de variável, usar os blocos "pergunte (  ) e espere" e o bloco "resposta"... Como fizemos na aula anterior.

A dificuldade dos participantes era determinar quais blocos utilizariam para entrada de dados e como iriam manipular as variáveis envolvidas no problema. Possivelmente essas dificuldades surgem tanto de suas incertezas em relação ao conceito de função quanto da inexperiência em programação e utilização do *Scratch.*

Observamos que os estudantes buscam por uma correspondência entre os termos da expressão algébrica e os comandos do *Scratch.* Ou seja, para cada termo da expressão "n = 3.x + 1" esperam encontrar um bloco equivalente e que preserve a mesma característica da linguagem algébrica: um bloco com a letra n, um bloco com a letra x, etc.

A fim de orientar os estudantes na resolução da questão proposta, retomamos a explicação acerca da função de cada um desses blocos, já discutido na descrição da Aula 2. Reforçamos que "pergunte (  ) e espere" permite ler os dados de entrada; "resposta" armazena os dados de entrada informados pelo usuário enquanto os blocos "criar variável" possibilita manipular os dados de entrada do usuário.

Orientamos os estudantes, ao resolver os problemas propostos nas aulas do projeto de pesquisa, a seguirem alguns passos importantes no processo de construção de um algoritmo: descrição, execução, reflexão e depuração. Explicamos cada um dos passos, levando em consideração o que é proposto por Valente (1999b), na Espiral de Aprendizagem, conforme já explicitado em nossa fundamentação teórica.

Sugerimos que os alunos fizessem um pseudocódigo, como exemplificado no enunciado do problema, para auxiliar na resolução. Transcrevemos o que foi apresentado pelo Aluno 5:

**Início**
Pergunte (valor x de entrada) e espere
Crie n
Calcule n ← 3.x + 1
Saída: n
**Fim**

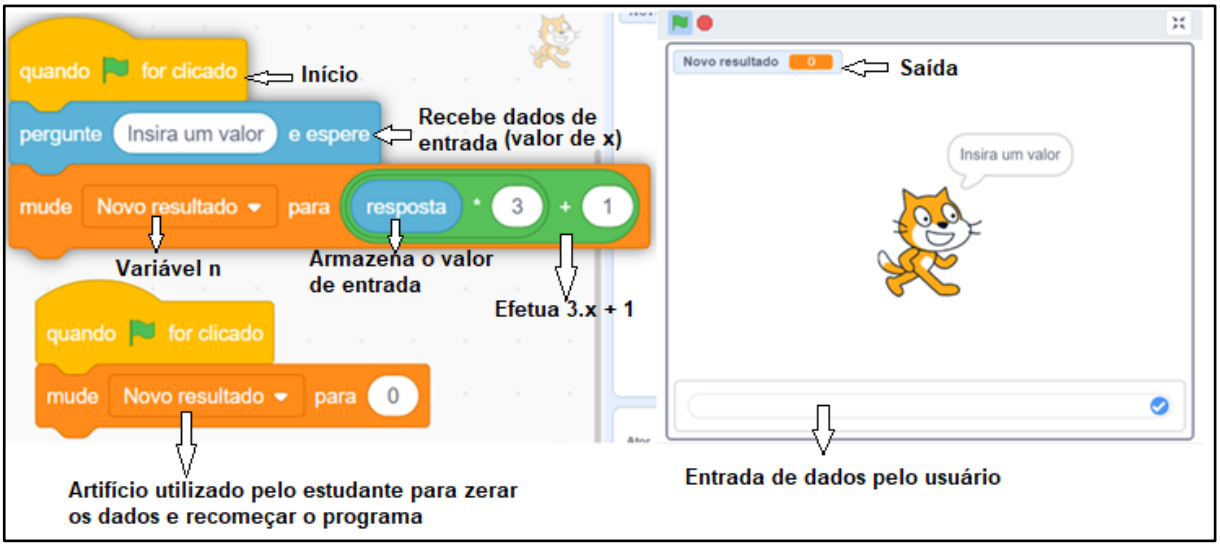
Solicitamos ao Aluno 5 que explicasse o significado do pseudocódigo criado por ele e transcrevemos a seguir sua resposta:

> **Aluno 5:** Professora, eu usei o pseudocódigo da questão como modelo, mas fiz pensando nos blocos do *Scratch,* também. Vai funcionar assim: quando o programa inicia, ele pede para a pessoa informar um valor que vai ser o valor de "x", daí o programa recebe esse valor de "x" e calcula o valor de "n" de acordo com o valor de "x" que foi informado anteriormente. A cada valor de "x" informado toda vez que o programa é iniciado, será exibido um valor para "n" no palco.

Na medida em que vão criando algoritmos para resolver problemas envolvendo funções, os alunos vão compreendendo a questão de dependência e independência das variáveis. No caso da função definida nesta situação, a variável "x" é independente e a função denotada por "n", assume o papel de variável dependente. A possibilidade de informar diversos valores no campo de entrada e obter instantaneamente um valor correspondente no campo de saída, auxilia na compreensão da relação entre as variáveis. De certa forma, corroborando a ideia fundamental do Construcionismo, a programação proporcionou aos alunos aliarem criatividade e aprendizagem, ainda que esta criatividade estivesse restrita à elaboração de algoritmos.

Após criarem seus *scripts,* alguns estudantes se voluntariaram para apresentar seus programas. Outros apenas salvaram suas criações no estúdio do *Scratch,* visto que, para resolver esse problema todos os participantes utilizaram os mesmos blocos, pois se basearam nas orientações e no pseudocódigo elaborado anteriormente. Na Figura 25 mostramos o compartilhamento do programa criado pelo Aluno 6, com a omissão do seu nome e imagem. Ressaltamos a função de cada bloco utilizado por ele:

Figura 25 - Apresentação da resposta do Aluno 6 para a questão 3.2 da apostila, com comentários explicativos inseridos pela autora




Fonte: Dados da pesquisa.

No algoritmo, a variável “resposta” corresponde ao valor de entrada descrito no pseudocódigo como “x”, enquanto a variável “Novo resultado” corresponde ao “n”. Assim, cada valor de entrada informado pelo usuário será armazenado na variável “resposta”, e após o processamento do cálculo da função pelos blocos de operadores matemáticos, será exibido o valor de saída no palco em “Novo resultado”. O algoritmo não possui comando para exibir o dado de saída como ocorre em outras linguagens de programação[28]. No caso do *Scratch,* o resultado é exibido automaticamente no palco.

O artifício utilizado pelo estudante para zerar o “Novo resultado” funciona a partir do segundo cálculo. Quando a bandeira é clicada o resultado anterior é zerado e o usuário poderá informar um novo valor e repetir todo o processo. No entanto, esse artifício não é necessário para o funcionamento do programa.

Solicitamos que o Aluno 6 explicasse o funcionamento do seu programa. Transcrevemos resposta dada por ele:

> **Aluno 6:** Quando a bandeira for clicada, o ator vai pedir para inserir um valor. Esse valor que a gente coloca aqui na entrada é variável independente da função. Daí eu criei um bloco de variável e dei o nome de “Novo resultado” que é a variável dependente. Para cada valor que a gente

[28] Geralmente, o comando utilizado para exibir os dados de saída é “*print”*, em outras linguagens de programação.

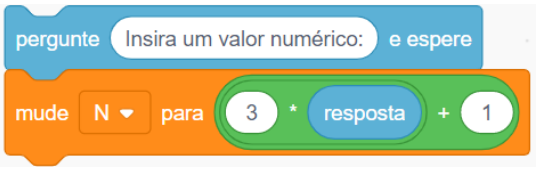
> coloca aqui [entrada] aparece um novo resultado aqui [saída] que corresponde ao triplo do valor informado aqui [entrada], mais um. Funciona, professora! Já testei para muitos números.

Para testar o programa, os participantes compararam os dados de saída do programa com os resultados esperados para diversos valores de entrada, ou seja, eles verificaram se as respostas apresentadas pelo programa correspondiam identicamente àquelas que eles obtiveram do cálculo mental. Assim, concluíam que o programa criado estava de acordo com sua forma de pensar e o problema estava resolvido.

Essas ações ocorrem sob a ótica da Espiral de Aprendizagem descrição-execução-reflexão-depuração já mencionado no Capítulo 3. No processo de refletir sobre o resultado de um programa, Valente (1999b) afirma que quando as ideias iniciais do aprendiz a respeito da resolução do problema correspondem aos resultados apresentados pelo computador, o problema está resolvido. Caso contrário, deveriam rever seu programa, buscar pelos erros e corrigi-los no processo de depuração.

Nessa aula, observamos que a interação dos estudantes com a programação evidenciou aspectos da dependência e independência entre as variáveis na definição de uma função. Além disso, para resolver o problema foi necessário a conversão entre os registros de representação semiótica e diferentes formas de designação, reforçando a referência ao mesmo objeto matemático. Exemplificamos no Quadro 18:

Quadro 18 – Designações realizadas pelos participantes na resolução da questão 3.2

| **Designação verbal (língua natural)** | **Redesignação literal (representação algébrica)** | **Redesignação algorítmica *(Scratch)*** |
|---|---|---|
| "... triplica e adiciona 1 a um dado numérico..." | N = 3.x + 1 |  |

Fonte: Elaborado pela autora.

Conforme Duval (2017, l.149) "[...] em uma resolução de problema um registro pode aparecer explicitamente privilegiado, mas deve existir sempre a possibilidade de passar de um registro a outro". A oportunidade de coordenar diferentes registros de representação do objeto (a função), potencializa a apreensão do conceito.

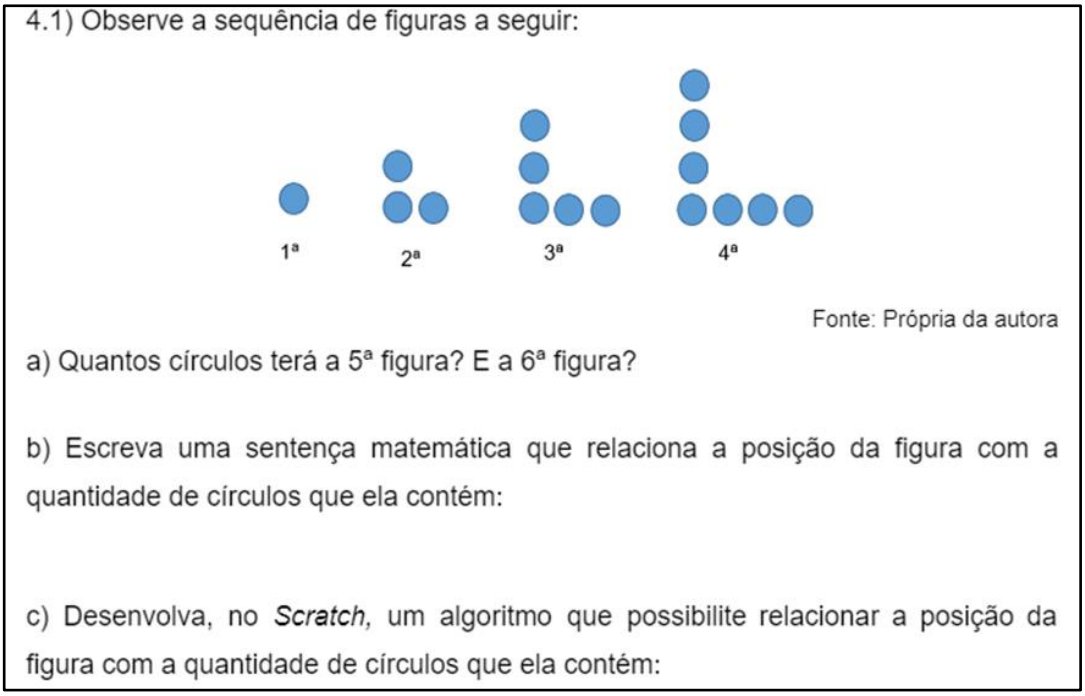
O processo reflexivo proporcionado pelo ato de programar conduz o aluno a entender que “resposta” corresponde a um conjunto de possibilidades que pode ser informado como dado de entrada no programa criado, o qual irá gerar dados de saída correspondentes. Esse processo viabiliza a compreensão de que uma letra pode substituir não apenas um número, mas sim, diversos números preservando a condição própria do problema em questão. Consequentemente, contribui para apreensão dos conceitos de variáveis dependentes e independentes na definição de função.

### *7.2.4 Aula 4*

Tivemos a presença de nove estudantes nessa aula remota. Fomos comunicados da desistência do Aluno 4 em frequentar os encontros por motivos pessoais.

O objetivo da aula foi explorar o conceito de função por meio da resolução de problemas utilizando o software *Scratch*. Iniciamos retomando os conceitos estudados no encontro anterior e, posteriormente, sugerimos que os participantes resolvessem os problemas das páginas de 24 a 26 da apostila. Vamos analisar o que observamos na resolução da questão 4.1, primeiramente, nos itens a, b e c (Figura 26):

Figura 26 - Questão 4.1, itens a, b, c, da Aula 4, da apostila




Fonte: Arquivos da autora.

Em relação ao item a, os participantes rapidamente perceberam o padrão da figura e entenderam que a sequência numérica corresponde a uma progressão aritmética de razão igual a dois. Comentaram que já haviam iniciado o estudo das progressões na disciplina de Matemática Elementar, ministrada por outro docente da unidade de ensino.

Os Alunos 5 e 6 responderam que a quinta figura era composta de nove círculos e a sexta figura, onze círculos. Mas, o grupo não descobriu uma sentença Matemática solicitada no item b. Ou seja, não conseguiram determinar o padrão de regularidade que une a posição de cada figura com a quantidade de círculos que ela contém.

Esclarecemos a eles que é possível determinar a expressão matemática que relaciona a quantidade de círculos à sua respectiva posição, sem que seja necessário utilizar a fórmula do termo geral da progressão aritmética mas, mesmo assim, não tinham ideia de como podiam fazer:

> **Aluno 6:** Como assim? Com número aleatório não sei fazer. Porque antes tinha um valor, por exemplo, “o dobro de um número mais um”, eu sei que é “2x + 1”, mas nesse caso não tem.

Com o intuito de auxiliá-los nesta etapa, recorremos então à construção de um quadro (Quadro 19) em que inserimos algumas informações do problema e fizemos alguns questionamentos a fim de possibilitar aos alunos observar regularidades na progressão da segunda coluna em relação à primeira e, ao final, fazer uma generalização.

Utilizamos uma caneta digital e compartilhamento de tela na escrita e exibição dos resultados. Contudo, priorizando a nitidez e clareza das informações, optamos aqui pela reprodução do quadro mantendo o conteúdo discutido em aula:

Quadro 19 - Observação de regularidade na questão 4.1, aula 4 da apostila

(Continua)

| **Posição (n)** | **Quantidade de círculos (Q)** | **Regularidade (Posição anterior + posição atual = quantidade de círculos)** |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 3 | 1 + 2 |
| 3 | 5 | 2 + 3 |

Quadro 19 – Observação de regularidade na questão 4.1, aula 4 da apostila

(conclusão)

| Posição (n) | Quantidade de círculos (Q) | Regularidade (Posição anterior + posição atual = quantidade de círculos) |
|---|---|---|
| 4 | 7 | 3 + 4 |
| 5 | 9 | 4 + 5 |
| ... | ... | ... |
| n | Q | (n + 1) + n |

Fonte: Elaborado pela autora.

Para chegar aos resultados do Quadro 19, primeiramente inserimos apenas as informações correspondentes às posições 1, 2 e 3, da figura, na primeira coluna e as respectivas quantidades de círculos para cada uma delas na segunda coluna. As demais informações foram inseridas na medida em que os alunos iam dando respostas às perguntas direcionadas a eles.

Questionamos os participantes se, observando as informações, eles percebiam alguma regularidade relacionada à quantidade de círculos e a posição ocupada pela figura. Descrevemos a seguir algumas de suas falas:

> **Aluno 3:** Se eu somar o valor da posição 1 com a quantidade de círculos na posição um, vai ser igual a dois, segunda posição, mas se eu somar o valor da posição 2 com a quantidade de círculos da posição dois, dá cinco. Isso não funciona na posição dois.
>
> **Aluno 7:** Professora, eu percebi um padrão a partir da segunda posição. Se eu pegar assim: a posição um mais a posição dois, um mais dois é igual a três, que é a quantidade de círculos da posição dois; a posição dois mais a posição três, dois mais três igual a cinco, que é a quantidade de círculos da posição três...
>
> **Aluno 6:** Acho que entendi, a soma da posição anterior com a posição atual é igual ao número de círculos dessa posição.

Posicionamos o número correspondente à quantidade de círculos para as posições seguintes (4 e 5) e os participantes verificaram, então, que o padrão observado por eles nas posições 1, 2 e 3 também era válido para as posições 4 e 5.

Posteriormente, colocamos a letra *n* na coluna 1 e a letra *Q* na coluna dois. Pedimos, então, que tentassem generalizar para uma posição “n” a quantidade de círculos que ela contém. O Aluno 5 respondeu o seguinte:

> **Aluno 5:** O padrão é somar a posição anterior com a atual, então se a posição é n, o anterior de n é n menos um. A quantidade de círculos numa determinada posição será n menos um, mais n.

Nos certificamos se aqueles que não se manifestaram haviam compreendido o significado da expressão “n – 1” e os participantes responderam afirmativamente. Perguntamos se alguém teria notado uma regularidade diferente da que foi apresentada pelo Aluno 7. Não houve mais nenhuma solução observada pelo grupo. Então, perguntamos novamente qual seria a expressão algébrica que possibilita determinar a quantidade de círculos para uma posição qualquer, levando em consideração a observação feita pelos participantes anteriormente:

> **Aluno 7:** Pode ser Q, para quantidade de círculos, igual a n menos um, n para a posição da figura, mais n.

Registramos as informações descobertas no quadro, na coluna 3, e escrevemos a expressão algébrica “Q = (n – 1) + n” que relaciona a quantidade de círculos a uma posição qualquer. Solicitamos aos participantes que reduzissem os termos semelhantes e, após o tratamento, chegaram à expressão “Q = 2n – 1”.

Conforme afirma Duval *et al* (2015), às vezes se faz necessário uma representação intermediária de transição para que os estudantes compreendam como colocar os dados do problema na forma de equação. O autor sugere a organização bidimensional dos objetos em tabelas de dupla entrada e listas correlatas abertas:

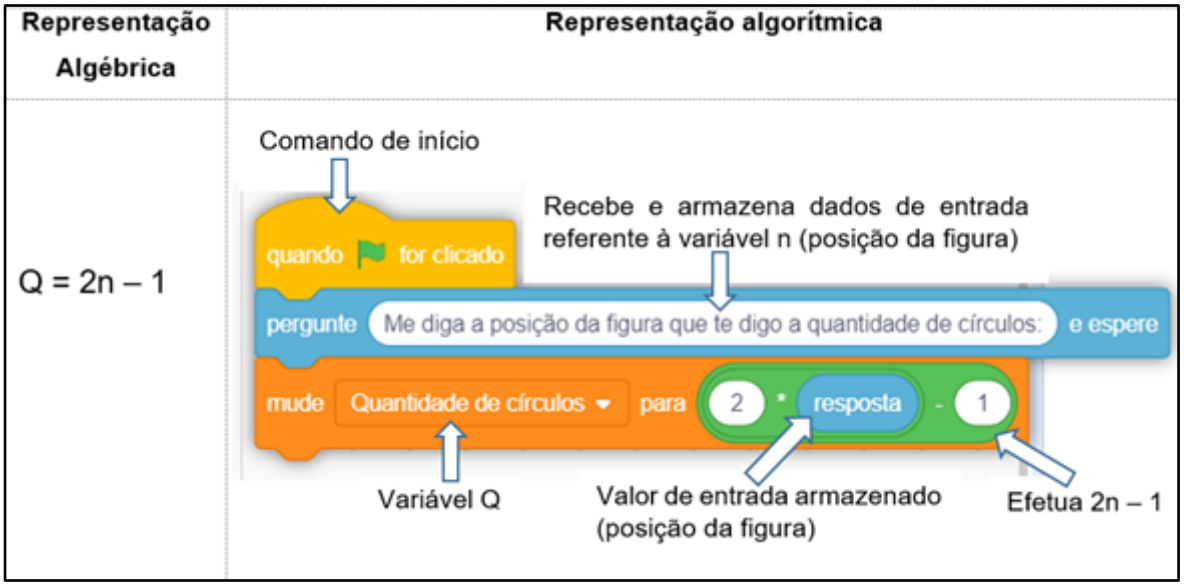
> São essas representações implícitas que comandam os raciocínios que resultam em matéria de resolução de problema.
> [...] Quando um aluno começa a compreender essa maneira de organizar, que são como gestos intelectuais diferentes, não existe mais a necessidade de a elas recorrer (DUVAL *et al.*, 2015, p. 86).

Percebemos que recorrer à organização dos dados do problema no quadro auxiliou os estudantes a raciocinar, inicialmente com os dados numéricos conhecidos, facilitou a visualização da regularidade na sequência numérica e, posteriormente, representar algebricamente um termo qualquer da progressão.

Esclarecemos que uma sequência numérica pode representar uma função cujo domínio é o conjunto dos números naturais, como ocorre em Q = 2n – 1. Posteriormente, pedimos que os estudantes utilizassem o *Scratch* na construção de um algoritmo que possibilitasse determinar a quantidade de círculos numa posição qualquer, conforme solicitado no item c da questão 4.1.

Já estando mais familiarizados com a programação, não tiveram muitas dificuldades, já sabiam quais blocos utilizar e como o programa deveria funcionar. Na Figura 27, mostramos a conversão da representação algébrica para a representação algorítmica no *Scratch,* feita pelo Aluno 5:

Figura 27 - Conversão da representação algébrica para a representação algorítmica, na Questão 4.1 da apostila, criada pelo Aluno 5, com comentários explicativos inseridos pela autora



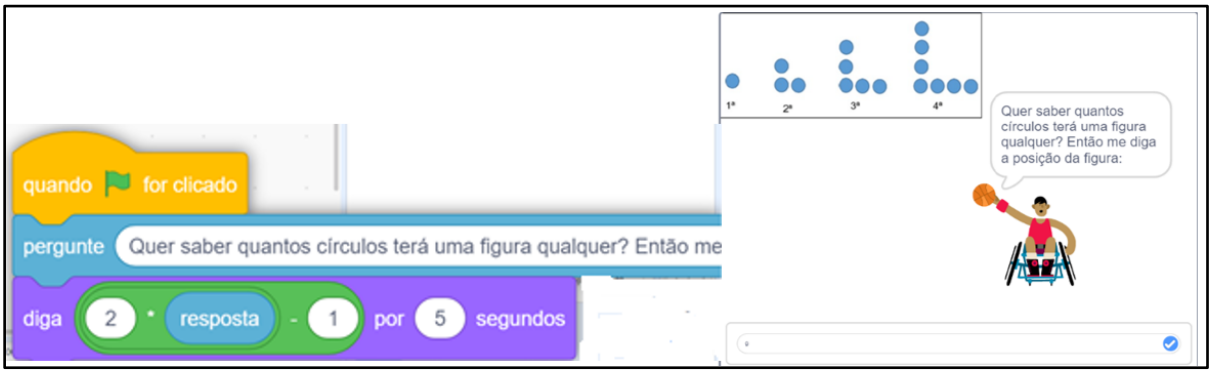

Fonte: Arquivos da autora.

Solicitamos que o estudante explicasse o funcionamento do programa e transcrevemos a resposta dada por ele:

> **Aluno 5:** Quando o usuário clicar na bandeira verde, o ator irá dizer “Me diga a posição da figura que te digo a quantidade de círculos:” que será executado pelo bloco de comando “pergunte ( ) e espere”. Então, o usuário informa uma posição que ficará armazenada na “resposta”. Daí eu criei a variável “Quantidade de círculos” e usei os blocos de matemática para resolver o cálculo de “2n – 1”. O n é a “resposta”.

O Aluno 1 também apresentou um algoritmo (Figura 28) que determina a quantidade de círculos numa posição qualquer da sequência dada no problema, com algumas diferenças em relação ao que foi apresentado pelo Aluno 5:

Figura 28 - Resposta do Aluno 1 para a questão 4.1, item c, da apostila




Fonte: Arquivos da autora.

Na Figura 28 mostramos o algoritmo criado pelo estudante à esquerda e o resultado sendo exibido no palco à direita, em que o usuário indicou a posição nove como dado de entrada e obteve 17 como dado de saída. Pedimos ao Aluno 1 para expor o funcionamento do seu programa e transcrevemos a explicação feita por ele:

> **Aluno 1:** É bem parecido com o que o "Aluno 5" fez. Mas eu não criei uma variável para mostrar a quantidade de círculos. Eu experimentei usar o bloco "diga (  ) por (  ) segundos" com os operadores matemáticos para ver o que ia acontecer e deu certo. A diferença do meu programa para o outro é que, no meu, o resultado aparece aqui no palco, como se o ator tivesse falando a resposta.

Pedimos ao grupo para relacionar os comandos dos programas que haviam criado, com as variáveis dependente e independente da expressão Q = 2n – 1. Os Alunos 10 e 1, comentaram sobre o que haviam observado:

> **Aluno 10:** Eu acho que na primeira apresentação [Figura 28], o bloco "resposta" representa a variável independente, porque ele guarda os dados que as pessoas colocam na entrada, que pode ser qualquer valor. Depois que o programa faz o cálculo com a resposta da pessoa é que sai o resultado da quantidade de círculos. Então o bloco de variável que a gente cria, "Quantidade de círculos", mostra o resultado dependendo do valor que é colocado aqui (entrada). Por isso, o bloco de variável "Quantidade de círculo" é dependente e "resposta" é variável independente.

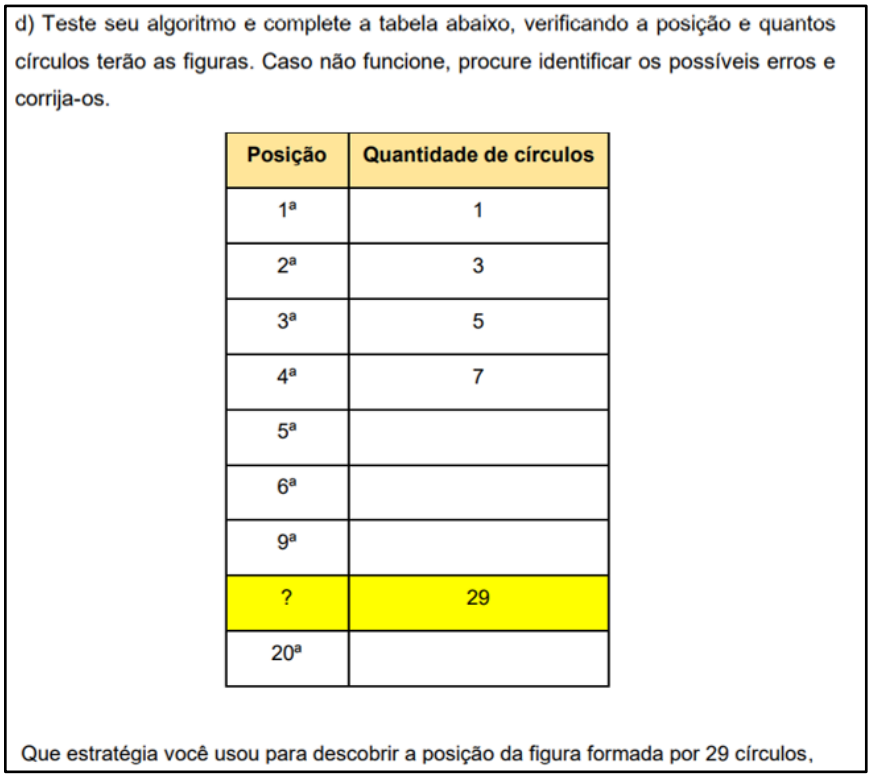
> **Aluno 1:** É assim também no programa que eu fiz [Figura 29]. O bloco "resposta" armazena os valores da variável independente. Só que eu não criei uma variável para quantidade de círculos, então, não tem um comando para a variável dependente. Ela já aparece automaticamente aqui, no palco. É o resultado.

Observamos que, nesta etapa da pesquisa, os participantes já conseguiam perceber a relação de dependência entre as variáveis da função com mais clareza. Além disso, o Aluno 1 experimentou um comando que dispensou criar um bloco de variável que representasse "Q". Contudo, isso não foi um obstáculo na conversão da representação algébrica para a representação algorítmica, visto que, foi sua reflexão sobre a expressão "Q = 2n – 1" que o levou a determinar quais comandos iria utilizar

em seu programa. A possibilidade de testá-lo e obter o resultado instantaneamente, indicou que sua maneira de pensar sobre o problema estava correta.

Continuamos com a resolução do problema. Pedimos que utilizassem o programa criado para completar a tabela no item d da questão 4.1 (Figura 29):

Figura 29 - Questão 4.1, item d, da Aula 4, da apostila



d) Teste seu algoritmo e complete a tabela abaixo, verificando a posição e quantos círculos terão as figuras. Caso não funcione, procure identificar os possíveis erros e corrija-os.

| Posição | Quantidade de círculos |
|---|---|
| 1ª | 1 |
| 2ª | 3 |
| 3ª | 5 |
| 4ª | 7 |
| 5ª | |
| 6ª | |
| 9ª | |
| ? | 29 |
| 20ª | |

Que estratégia você usou para descobrir a posição da figura formada por 29 círculos,

Fonte: Arquivos da autora.

Invertemos as informações dadas na linha em destaque de maneira que os estudantes precisavam determinar a posição de uma figura com 29 círculos. Solicitamos que utilizassem o programa para descobrir os valores ausentes. Transcrevemos as discussões que foram geradas a partir dessa questão:

**Aluno 11:** A nona foi 17, a vigésima deu 39 e o valor da posição da figura com 29 círculos, no meu, deu 15.

**Aluno 7:** Mas como você encontrou o 15?

**Aluno 6:** Você foi “chutando”?

**Aluno 11:** Fui. Depois da nona, eu fiz 10, 11, 12, 13, 14, 15... e encontrei 29 círculos. Usei o programa.

**Aluno 6:** Aí não tem graça! Quantos você vai ter que fazer até descobrir o resultado? Não tem lógica!

**Aluno 11:** Eu pensei assim: 20 você sabe que não é, então tem que ser menos de 20, tá entre 9 e 19. Com o programa é coisa rápida!

**Aluno 7:** Isso que ela falou faz sentido. Tem de ser menos que 20 mesmo.

Percebemos, na resposta apresentada pelo Aluno 11, que a possibilidade de verificar resultados para várias variáveis de maneira instantânea, proporcionada pelo emprego da programação e sem a necessidade de efetuar cálculos, viabilizou a resolução do problema preservando a apreensão do conceito pelo estudante, visto que a solução que ele encontrou é compatível com a situação apresentada.

O grupo prosseguiu na tentativa de solucionar o problema explorando outras maneiras:

**Aluno 5:** Eu fiz diferente... eu fiz 29 mais um e dividi o resultado por dois. Dá quinze.

**Aluno 7:** Por quê? Não entendi. Funciona para qualquer um valor?

**Aluno 5:** Sim, eu substituí 29 em Q = 2n - 1, porque o Q é 29, e achei o 15, que é o n.

**Aluno 6:** Isso mesmo! Mas como ficaria no programa? Você fez no programa?

**Aluno 5:** Não, só calculei mesmo.

**Aluno 7:** É possível, professora, colocar isso no programa?

**Professora:** Vocês acham que dá para colocar?

**Aluno 5:** Sim, mas nesse caso tem que mudar alguma coisa? Não é mais Q = 2n – 1?

**Aluno 6:** Acho que não.

**Professora:** Como ficaria então? Pensem em como o “Aluno 10” fez ... (29 + 1) / 2. Como seria a expressão para determinar uma posição qualquer dependendo da quantidade de círculos?

**Aluno 5:** Acho que tem que ser (Q + 1) / 2 = n, está certo?

**Professora:** O que vocês acham?

**Aluno 7:** Está certo sim, por exemplo, se a quantidade de círculos for igual a 7, temos, 7 + 1 = 8 e 8 dividido por 2 é 4. Confere! Na quarta posição são sete círculos.

**Professora:** Podemos atribuir qualquer valor a Q, em n = (Q + 1) /2.

**Aluno 5:** Acho que sim. Será?

**Aluno 7:** Acho que não, professora, sabe porquê? Por exemplo, não tem na sequência uma figura com 4 círculos. Então, (4 + 1) / 2 é 2,5. Não tem a posição 2,5. Só pode ser um valor que está na sequência.

**Aluno 5:** Acho que, no programa, a gente pode colocar qualquer valor, dependendo do resultado a gente vê se tá ou não na sequência.

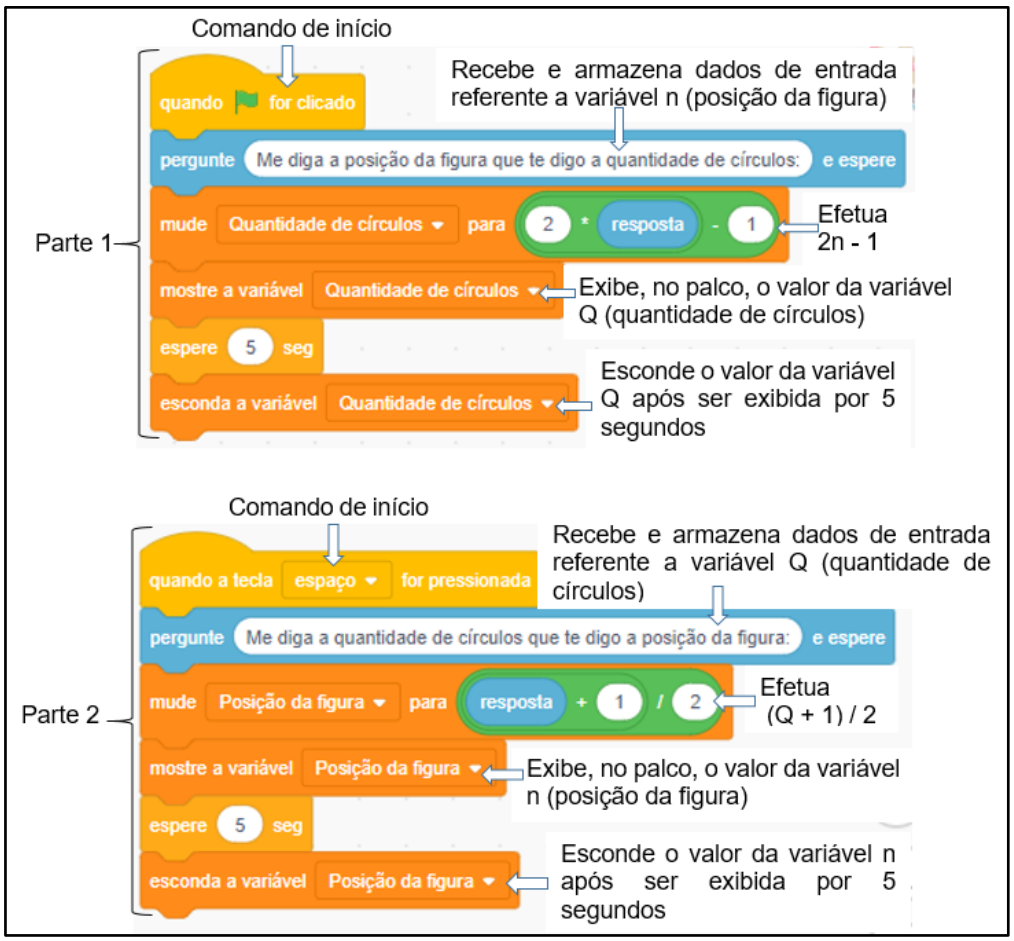
> **Aluno 7:** Pelo que tô entendendo, o resultado tem que ser um número inteiro, porque é uma posição. E positivo. E maior que zero também, porque é uma posição. É isso mesmo, professora?
>
> **Professora:** Isso mesmo. Em n = (Q + 1) /2, o que podemos observar sobre as variáveis?
>
> **Aluno 6:** Agora o n [é] que depende do Q.
>
> **Aluno 5:** Verdade. O Q é variável independente e o n é variável dependente.

O diálogo entre os participantes revela que para chegar a uma solução os estudantes tiveram de fazer abstrações e prever o que poderia ocorrer, inferindo a partir das informações que já conheciam. Conforme observado por Barcelos e Silveira (2012, n.p.) "[...] a linguagem narrativa do algoritmo pode permitir que o aluno identifique e teste suas próprias hipóteses, construindo ativamente o seu próprio formalismo matemático a partir da construção do algoritmo".

Esclarecemos ao grupo que, quando a função é inversível como no exemplo anterior, as variáveis dependem do que está sendo informado na situação. Em Q = 2n – 1, se for fixada a posição da figura, então o n é a variável independente. Mas, se fixarmos a quantidade de círculos para encontrar a posição da figura equivalente, então o Q será a variável independente.

Para funcionar em ambas as situações, os estudantes criaram um algoritmo (Figura 30) partindo do que já haviam feito anteriormente. As discussões e troca de ideias entre eles resultou num projeto único que foi apresentado pelo Aluno 10:

Figura 30 - Resposta do Aluno 10 para a questão 4.1, item d, da apostila, com comentários explicativos inseridos pela autora




Fonte: Arquivos da autora.

A parte 1 do algoritmo é acionada quando o usuário clicar na bandeira verde. Ao informar a posição da figura no campo de entrada, o programa gera e exibe, no palco, a quantidade de círculos de acordo com a posição. O resultado será apresentado por cinco segundos, após os quais o palco ficará limpo novamente.

A parte 2 do algoritmo é acionada quando a tecla de espaço do computador for pressionada. O usuário poderá informar uma quantidade de círculos no campo de entrada. O programa irá gerar e exibir, no palco, o resultado (posição da figura) efetuado pelos blocos de operadores matemáticos, também por cinco segundos. Os participantes devem determinar se o valor informado no campo de entrada (quantidade de círculos) e o resultado (posição da figura) exibido no palco, correspondem ou não a um termo da sequência. Conforme foi observado pelos próprios estudantes, o valor equivalente à posição da figura deverá corresponder a um número natural.

Acreditamos que a economia no tratamento e a velocidade em que os resultados são obtidos no emprego da programação podem proporcionar momentos para discussões e observações como o que foi relatado. Contudo, não descartamos a importância que deve ser dada aos procedimentos de cálculos manuais para determinar uma variável numa expressão algébrica, visto que seu uso pode ser tão natural quanto simples e eficiente, como exprimiu a Aluna 5 no diálogo reproduzido anteriormente.

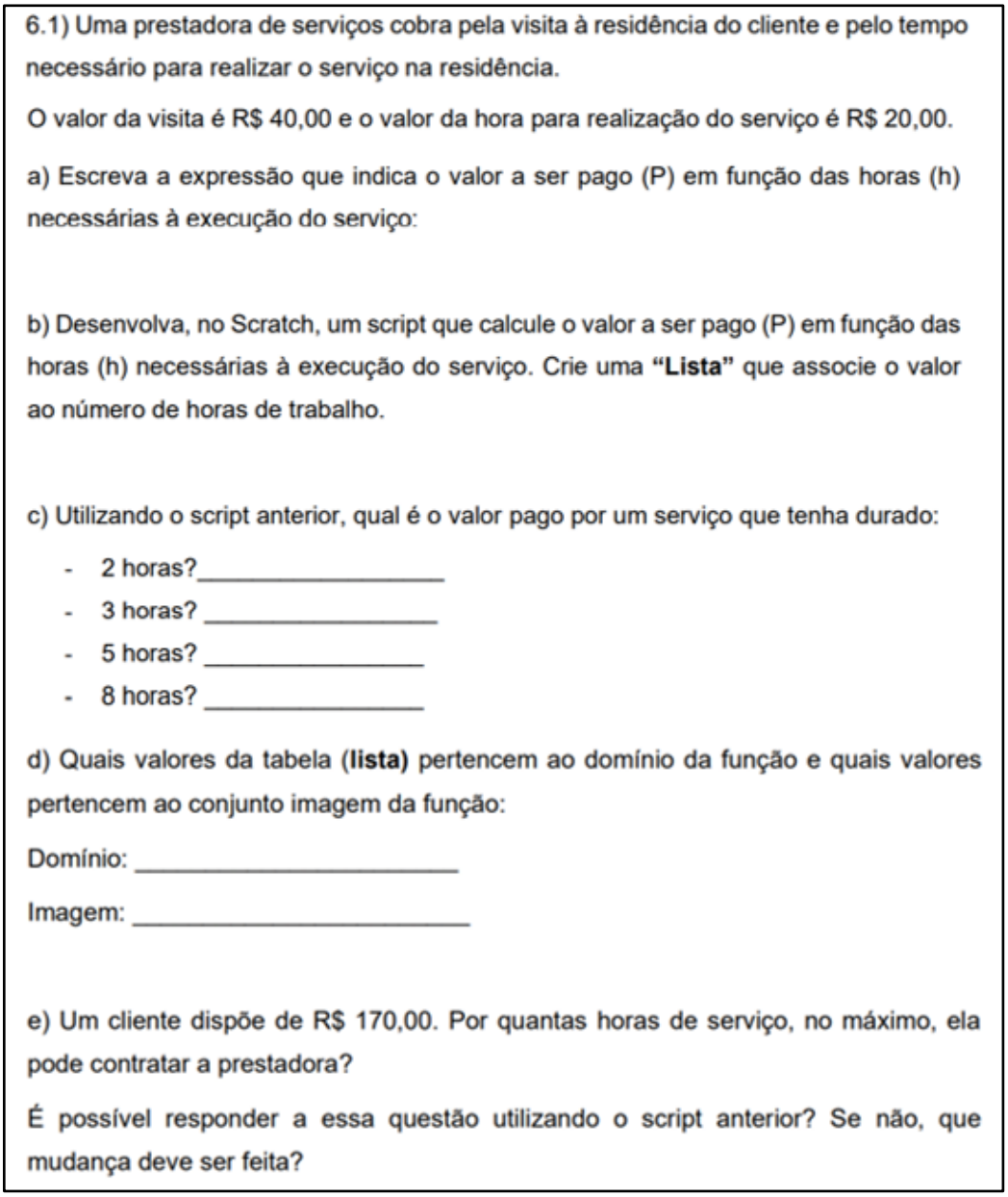
### *7.2.5 Aula 6*

O objetivo da Aula 6 foi conceituar função afim, resolver problemas relacionados ao tema e propor a conversão da representação algébrica para a representação algorítmica utilizando o software *Scratch*. Tivemos a participação de sete estudantes nesse encontro remoto.

Para contextualizar o tema, iniciamos a aula apresentando o problema proposto na página 35 da apostila (APÊNDICE C). Partindo do exemplo apresentado, *definimos o conceito de função afim, discutimos a respeito do domínio, contradomínio e imagem desse tipo de função*. Posteriormente, definimos as *funções linear e identidade*, compartilhando imagens de gráficos na tela para mostrar a representação gráfica dessas funções.

Após exposição dos conceitos relacionados à função afim, propomos a resolução das questões 6.1 e 6.2 das páginas 37 a 39 da apostila. Vamos focar a análise desta aula no que observamos enquanto os estudantes resolviam a questão 6.1 (Figura 31):

Figura 31 - Questão 6.1, Aula 6, da apostila



6.1) Uma prestadora de serviços cobra pela visita à residência do cliente e pelo tempo necessário para realizar o serviço na residência.

O valor da visita é R$ 40,00 e o valor da hora para realização do serviço é R$ 20,00.

a) Escreva a expressão que indica o valor a ser pago (P) em função das horas (h) necessárias à execução do serviço:

b) Desenvolva, no Scratch, um script que calcule o valor a ser pago (P) em função das horas (h) necessárias à execução do serviço. Crie uma **"Lista"** que associe o valor ao número de horas de trabalho.

c) Utilizando o script anterior, qual é o valor pago por um serviço que tenha durado:

- 2 horas?_____
- 3 horas? _____
- 5 horas? _____
- 8 horas? _____

d) Quais valores da tabela (**lista)** pertencem ao domínio da função e quais valores pertencem ao conjunto imagem da função:

Domínio: _____

Imagem: _____

e) Um cliente dispõe de R$ 170,00. Por quantas horas de serviço, no máximo, ela pode contratar a prestadora?

É possível responder a essa questão utilizando o script anterior? Se não, que mudança deve ser feita?

Fonte: Dados da pesquisa.

No item a, propomos a conversão da representação na linguagem natural para a representação algébrica. O Aluno 6 foi o primeiro a apresentar, oralmente, a expressão "P = 40 + 20.h". Os demais participantes apresentaram respostas similares com variações apenas na escolha das letras para representar as variáveis e na organização dos termos, mas preservando o significado, como em "f(x) = 40 + 20.x" e "P(h) = 40 + 20h", apresentados pelos Alunos 7 e 11, respectivamente. A conversão da linguagem natural para a linguagem algébrica, nessa questão, não representou dificuldade para os estudantes, possivelmente por ser uma conversão congruente e por já terem resolvido alguns problemas semelhantes recentemente.

Na sequência, solicitamos que utilizassem o *Scratch* para criar um programa para representar a situação do problema, conforme item b da questão 6.1. Sugerimos a criação de listas[29] para exibir o número de horas de trabalho e o valor a ser pago pelo serviço.

Os participantes demonstraram mais autonomia na conversão da representação algébrica para a representação algorítmica. Isso já era esperado visto que, nessa fase da pesquisa, já estavam mais familiarizados com o software *Scratch.* Explicamos que o comando “Criar Lista” funciona como o “Criar Variável”, sendo que, nas listas podem ser armazenados diversos valores de entrada e estes ficarão visíveis no palco.

O Aluno 7 apresentou o algoritmo (Figura 32) que representa a conversão da representação algébrica para a representação algorítmica:

Figura 32 - Resposta do Aluno 7 para a questão 6.1, item b, da apostila

Fonte: Dados da pesquisa.

Solicitamos que o estudante explicasse o funcionamento do programa e transcrevemos o que foi exposto por ele:

> **Aluno 7:** O programa começa quando [o usuário] clica na bandeirinha. Depois eu criei as listas “Hora de trabalho” e “Preço a pagar”. Eu coloquei esses dois blocos “apague todos...” para

[29] Estrutura de dados do *Scratch* que pode ser usada para armazenar um conjunto de valores.

> apagar os itens de “Hora de trabalho” e de “Preço a pagar”, [ou seja,] para limpar as listas quando o programa for funcionar de novo, tipo, na segunda vez em diante. Eu tinha colocado no final, mas aqui ficou melhor porque só apaga os valores das listas quando reiniciar o programa. Eu usei o bloco “repita” para o usuário colocar o valor de entrada por cinco vezes. Depois o programa vai parar. Eu gostei desse comando porque a gente não precisa clicar toda vez para informar um valor. Coloquei para o ator perguntar “O prestador de serviços cobra R$ 40,00 pela visita e R$ 20,00 por hora de trabalho. Me diga quantas horas ele trabalhou que te digo quanto você irá pagar”. O valor digitado pelo usuário é a “resposta” que vai ser adicionada na lista “Hora de trabalho” e então, esse outro comando de “adicione...” faz o cálculo: “resposta” vezes 20 mais 40; e mostra o resultado na lista “Preço a pagar”.

Perguntamos ao grupo o que representavam as listas “Hora de trabalho” e “Preço a pagar”. Tivemos as seguintes explicações:

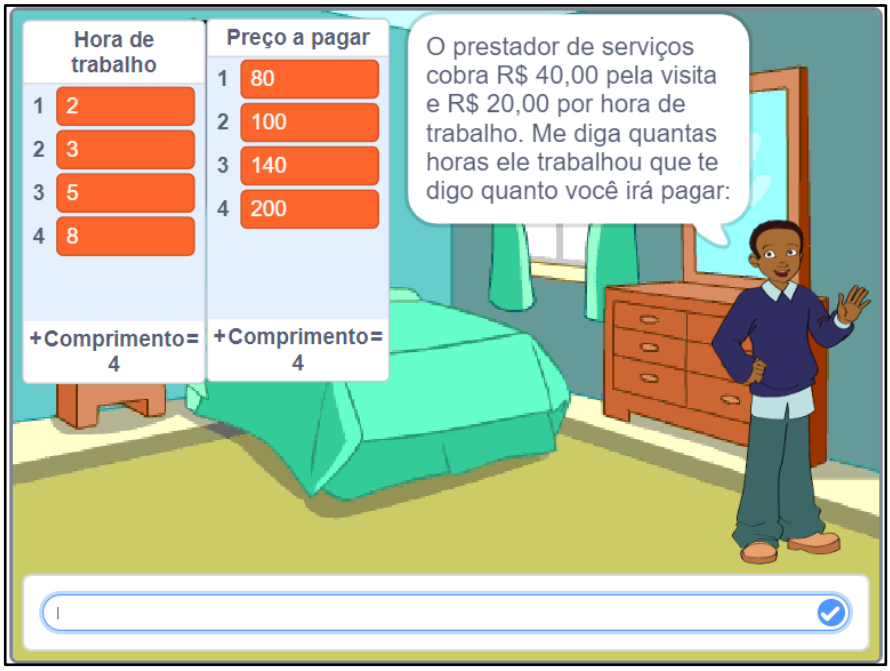
> **Aluno 9:** “Hora de trabalho” são os valores de entrada e “Preço a pagar” são os de saída.
>
> **Aluno 11:** Isso mesmo. Então, “Hora de trabalho” é variável independente e “Preço a pagar” é dependente.
>
> **Aluno 6:** “Hora de trabalho” é domínio e “Preço a pagar” é imagem.

Percebemos que “criar listas” no *Scratch* tornaram as variáveis da função ainda mais evidentes pois, o programa insere os valores informados pelo usuário à lista “Horas de trabalho” e os valores resultantes do comando “adicione [40 + 20*(resposta)]” na lista “Preço a pagar”. Dessa forma, as duas variáveis são exibidas simultaneamente no palco, em tabelas, possibilitando uma melhor compreensão dos aspectos de dependência entre as grandezas.

À vista disso, a programação funciona tanto como uma representação auxiliar como representação final, pois temos a representação algébrica, como representação principal, e as tabelas como representação de chegada. A representação algorítmica é usada como um caminho entre uma e outra, ao mesmo tempo que assume o aspecto de algoritmo solução, apresentando em sua estrutura o laço recursivo “repita ( ) vezes”.

Na Figura 33 mostramos o resultado do *script* criado pelo Aluno 7 sendo apresentado no palco do *Scratch*:

Figura 33 - Resultado do programa criado pelo Aluno 7 para a questão 6.1, da apostila




Fonte: Dados da pesquisa.

Outros participantes apresentaram programas similares com alterações apenas na escolha de atores e cenários, mas com o mesmo *script*. A interação proporcionada pelo emprego da programação e o compartilhamento de tela na plataforma *Google Meet* resultou em respostas semelhantes, pois os alunos trocavam muitas informações em relação à sua forma de pensar, quais blocos iriam utilizar e se apoiavam nessas trocas de ideias para criarem seus programas.

Ao apresentar o programa, o Aluno 7 informou os valores 2, 3, 5 e 8 no campo de entrada, conforme solicitado no item c da questão 6.1. Os valores de entrada são exibidos na lista “Hora de trabalho”, enquanto a lista “Preço a pagar” exibe os respectivos valores de saída: 80, 100, 140 e 200.

Perguntamos ao grupo a respeito do item d, que questiona quais valores das listas correspondem ao domínio e quais valores correspondem à imagem da função:

> **Aluno 6:** A imagem é o valor de saída, certo? E o domínio é o tempo, ou seja, os valores de entrada. Então... 2, 3, 5 e 8 são valores do domínio. 80, 100, 140 e 200 são valores da imagem.
>
> **Professora:** O domínio, nesse caso, admite outros valores? Por exemplo, 2,5 ou -2,5?
>
> **Aluno 6:** Acho que sim.
>
> **Aluno 7:** Com certeza, sim. Porque o cara pode ir lá e trabalhar duas horas e meia, três horas e cinco minutos, entende?

**Aluno 6:** Mas não pode ser -2,5, né? Não pode ter hora de trabalho negativa nesse caso.

**Aluno 10:** Então não pode qualquer valor. Só os positivos, inteiro ou quebrado, pode.

**Aluno 7:** O domínio pode ser zero também, porque tipo, ele pode cobrar só pela visita, entende? Se ele não trabalhar hora nenhuma e cobrar só a visita. Aí a pessoa paga 40 reais.

Pedimos para eles usarem os programas criados para testarem diversos valores do domínio e verificassem as respectivas respostas. O grupo percebeu que para cada valor real do domínio, havia um valor correspondente na imagem. Reforçamos que esta característica torna possível a representação gráfica da função afim em uma reta e que essa representação seria tema para discutirmos em outro momento.

Semelhante ao que fizemos na questão 4.1 da Aula 4, invertemos as informações do problema e perguntamos ao grupo se, com o programa criado anteriormente, era possível responder ao que se pede no item *e* da questão 6.1. A questão gerou discussão semelhante à ocorrida na Aula 4, conforme transcrevemos a seguir:

**Aluno 7:** Não, porque tipo assim, esse programa aqui pergunta o número de horas, sabe? Então, não dá, porque aqui o valor que dá pra gente é 170, que é o valor final. Não dá o número de horas e o que a gente quer descobrir aqui é o número de horas.

**Aluno 6:** Eu coloquei 6.5.

**Professora:** Mas como você chegou a essa resposta?

**Aluno 6:** Por tentativa e erro.

**Professora:** Explique então, como você fez para responder esta questão.

**Aluno 6:** O meu raciocínio: 7 [horas] é muito, 5 [horas] é pouco, 6 [horas] é quase ... aí coloquei 6.5 [horas].

**Professora:** Você usou o programa para chegar a esses valores? Quais valores você encontrou para 7 e 6 horas?

**Aluno 6:** 6 horas deu 160, 7 horas deu 180, então coloquei 6.5 e deu 170 reais. É raciocínio lógico.

**Aluno 7:** Não acho que está errado o jeito que ele resolveu mas, eu acho que tinha que ser assim, o valor de entrada, no caso, teria que ser o valor a ser pago pela pessoa, aí a gente teria que saber o valor de saída, que passa a ser o tempo que a pessoa trabalha. As variáveis dependente e independente invertem. Então a gente teria que inverter isso na fórmula “P = 40 + 20.h” e depois por no programa.

**Professora:** Como ficaria a expressão algébrica então, se invertermos as variáveis?

**Aluno 7:** Bom, eu acho que é P menos 40, dividido por 20, igual a h.

Esclarecemos ao grupo que ambas as formas de resolver o problema estavam corretas. Assim como ocorreu na Aula 4, enquanto alguns estudantes utilizavam o

programa criado para verificar valores estimados para a variável independente até chegar à resposta esperada, outros buscavam adequar o programa inserindo novos comandos para encontrar a solução de acordo com a nova condição estabelecida.

Quando optou por adequar seu programa para determinar o tempo ao invés do valor a pagar, o aluno necessitou encontrar uma expressão inversa à “f(x) = 40 + 20.x” e inseri-la no *script* ou criar um novo programa para essa situação. Posteriormente, realizou a atividade de tratamento e a conversão da representação algébrica para a representação algorítmica. Por mais que seja trabalhoso num primeiro momento, o estudante compreendeu que adequar o seu programa possibilitou responder o problema para qualquer que seja o valor desejado. Foi o que percebemos no comentário feito pelo Aluno 7:

> **Aluno 7:** Se eu modificar o meu programa para calcular o tempo trabalhado ao invés do valor pago, eu também vou poder encontrar o tempo para qualquer outro valor de forma rápida, não só para o 170.

Entendemos, a partir da observação feita pelo estudante, que o emprego da programação contribuiu para o desenvolvimento de generalizações, pois houve a compreensão de que os algoritmos criados possibilitam determinar valores para diversas situações similares e, além disso, que essa abordagem é mais eficiente do que a alternativa simples de *tentativa e erro*, conforme posto pelo Aluno 6.

### *7.2.6 Aula 8*

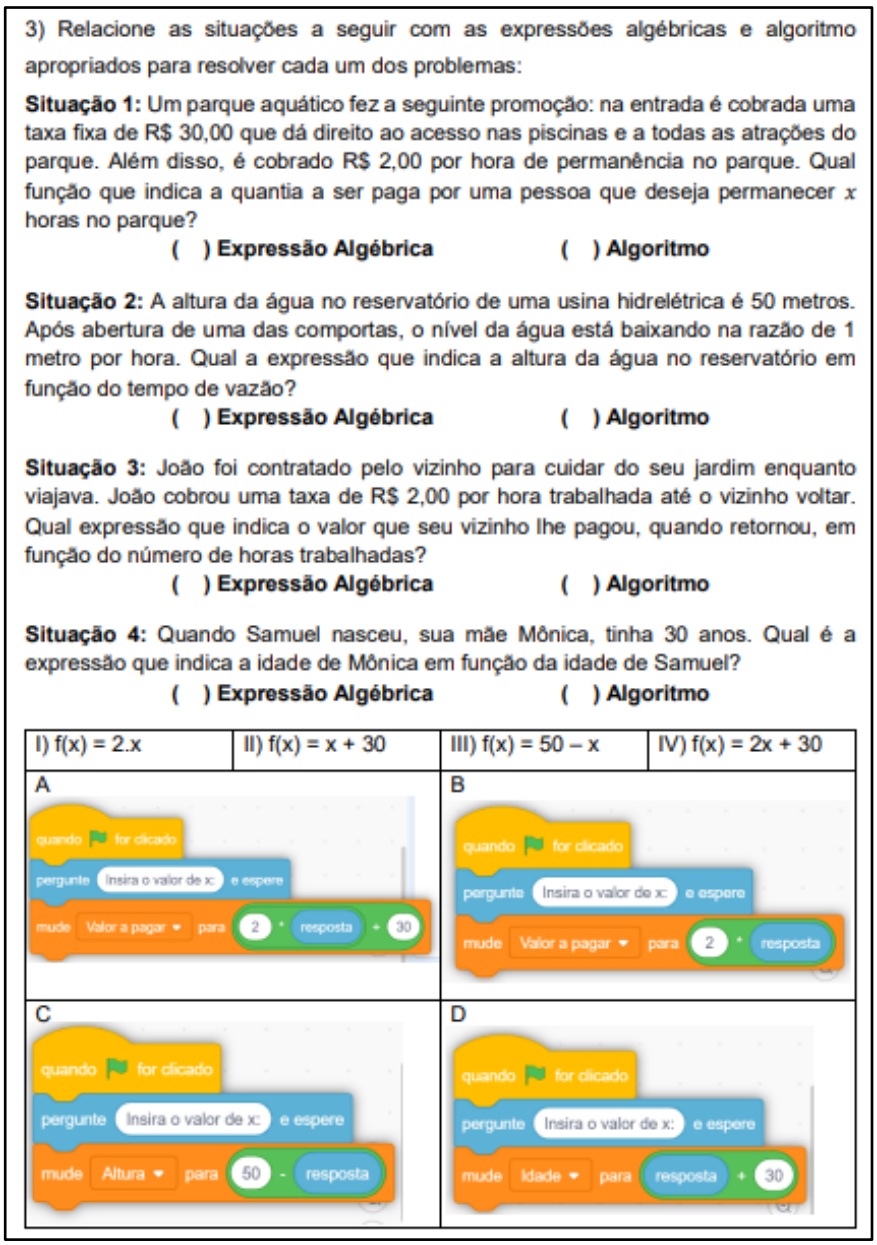
O objetivo da Aula 8 foi avaliar os conhecimentos adquiridos nas aulas remotas anteriores por meio da resolução de problemas. Para isso, fizemos um encontro presencial na Unidade de Ensino em horário regular das aulas, em que propomos aos estudantes que resolvessem as questões das páginas 46 a 50 da apostila, relacionadas aos conceitos estudados. Os dez estudantes participantes do projeto de pesquisa estiveram presentes nesse encontro.

A atividade foi desenvolvida de forma individual e escrita. Buscamos, nesse momento, não interferir nas respostas dos participantes. Orientamos então, que resolvessem as questões de acordo com a interpretação pessoal de cada um, sem se preocuparem com erros ou acertos, baseando-se no que haviam estudado nos encontros anteriores.

Não foi necessária a utilização do software de programação e não foram permitidas consultas a livros didáticos ou recursos tecnológicos.

Iremos analisar o desempenho dos estudantes em duas questões que tratam especificamente da conversão entre representações na linguagem natural, algébrica e algorítmica. Primeiramente, trataremos da questão 3 (Figura 34):

Figura 34 - Questão 3, Aula 8, da apostila



3) Relacione as situações a seguir com as expressões algébricas e algoritmo apropriados para resolver cada um dos problemas:

**Situação 1:** Um parque aquático fez a seguinte promoção: na entrada é cobrada uma taxa fixa de R$ 30,00 que dá direito ao acesso nas piscinas e a todas as atrações do parque. Além disso, é cobrado R$ 2,00 por hora de permanência no parque. Qual função que indica a quantia a ser paga por uma pessoa que deseja permanecer $x$ horas no parque?

( ) **Expressão Algébrica** ( ) **Algoritmo**

**Situação 2:** A altura da água no reservatório de uma usina hidrelétrica é 50 metros. Após abertura de uma das comportas, o nível da água está baixando na razão de 1 metro por hora. Qual a expressão que indica a altura da água no reservatório em função do tempo de vazão?

( ) **Expressão Algébrica** ( ) **Algoritmo**

**Situação 3:** João foi contratado pelo vizinho para cuidar do seu jardim enquanto viajava. João cobrou uma taxa de R$ 2,00 por hora trabalhada até o vizinho voltar. Qual expressão que indica o valor que seu vizinho lhe pagou, quando retornou, em função do número de horas trabalhadas?

( ) **Expressão Algébrica** ( ) **Algoritmo**

**Situação 4:** Quando Samuel nasceu, sua mãe Mônica, tinha 30 anos. Qual é a expressão que indica a idade de Mônica em função da idade de Samuel?

( ) **Expressão Algébrica** ( ) **Algoritmo**

| I) f(x) = 2.x | II) f(x) = x + 30 | III) f(x) = 50 – x | IV) f(x) = 2x + 30 |
|---|---|---|---|



Fonte: Dados da pesquisa.

O objetivo da questão é verificar se os estudantes conseguem relacionar as situações 1, 2, 3 e 4, dadas em linguagem natural com suas representações na linguagem

algébrica (I, II, III, IV) e linguagem algorítmica (A, B, C, D) conforme consta na Figura 35.

Dentre os dez participantes nessa atividade, sete conseguiram relacionar corretamente cada uma das situações às respectivas representações algébrica e algorítmica. O Aluno 2 relacionou corretamente apenas as expressões algébricas com as situações, mas equivocou-se ao relacionar as representações algorítmicas. Os Alunos 3 e 8 não conseguiram relacionar nem as representações algébricas e nem as representações algorítmicas com as situações dadas.

Percebemos que os equívocos cometidos pelos Alunos 2, 3 e 8 concentraram-se nas representações algébricas I, II e IV e nas representações algorítmicas A, B e D. O fato dessas representações possuírem comandos semelhantes “[2*(resposta) + 30]”; “[2*(resposta)]”; “[(resposta) + 30”] possivelmente levou os estudantes a se confundirem.

Esperávamos que os participantes observassem a correspondência entre os elementos das representações algébrica e algorítmica ao realizarem as conversões. Por exemplo, as representações “2x + 30” e 2*(resposta) + 30 possuem univocidade semântica terminal e o número de elementos em ambas as representações são iguais. Além disso, diversos problemas trabalhados anteriormente possibilitaram associar a variável independente “x” ao comando (reposta) na linguagem algorítmica. No entanto, aparentemente essa correspondência não foi levada em consideração pelos Alunos 2, 3 e 8 ao relacionarem as representações algébrica e algorítmica, seja por falta de atenção, por não ter ocorrido a apreensão dos conceitos ou por outros motivos não observados.

Já na questão 4 (Figura 35), cujo objetivo foi associar dados numéricos de uma tabela com uma expressão algébrica correspondente, nove entre os dez estudantes participantes fizeram corretamente a associação:

Figura 35 - Questão 4, Aula 8, da apostila

4) Observe as expressões algébricas e as tabelas a seguir. Identifique a tabela correspondente a cada expressão algébrica e explique os procedimentos utilizados para fazer a associação:

I) y = 2x + 3 (  )  II) y = x – 3 (  )  III) y = 2 – x (  )  IV) y = x + 1 (  )

Tabelas:

(1)

| X | y = f(x) |
|---|---|
| 10 | 23 |
| 11 | 25 |
| 15 | 33 |
| 20 | 43 |

(2)

| x | y = f(x) |
|---|---|
| 2 | 3 |
| 4 | 5 |
| 5 | 6 |
| 7 | 8 |

(3)

| x | y = f(x) |
|---|---|
| 1 | -2 |
| 2 | -1 |
| 3 | 0 |
| 4 | 1 |

(4)

| x | y = f(x) |
|---|---|
| -2 | 4 |
| -1 | 3 |
| 0 | 2 |
| 1 | 1 |

Fonte: Dados da pesquisa.

Apenas o Aluno 2 equivocou-se ao relacionar a expressão algébrica III à tabela 2 e a expressão IV à tabela 4. Acreditamos que o bom desempenho dos demais estudantes pode estar relacionado ao fato de que o emprego da programação torna mais evidente os aspectos relacionados à dependência e independência das variáveis, conforme já relatamos anteriormente nas análises das Aulas 3, 4 e 6, mesmo que esta questão não recorra a uma linguagem algorítmica.

Reportando ao que observamos na análise dos resultados obtidos na aplicação da Avaliação Diagnóstica (seção 7.1), em que os participantes não foram capazes de relacionar grandezas ou realizar as conversões das representações entre a linguagem natural e o registro algébrico nos problemas propostos, percebemos que houve melhora significativa na compreensão dos conceitos por parte dos estudantes nessa etapa final do projeto, mesmo que alguns deles ainda tenham cometido alguns equívocos.

### *7.2.7 Aula 9: Avaliação final do projeto*

O objetivo da Aula 9 foi socializar programas construídos pelos participantes da pesquisa utilizando o software *Scratch* e fazer uma avaliação final do curso. Os próprios estudantes sugeriram e solicitaram que os programas já criados anteriormente por eles (jogos, problemas resolvidos) durante as aulas, fossem apresentados aos estudantes não participantes do projeto da própria turma, pois estes demonstraram interesse nas aulas de programação devido aos comentários que ouviam dos colegas participantes.

Ajustamos então o planejamento inicial da aula e fizemos um encontro presencial na Unidade de Ensino em horário regular da turma, com a participação de oito entre os dez participantes da pesquisa e mais doze estudantes não participantes que assistiram as apresentações. Dois alunos justificaram com antecedência a ausência nessa aula, alegando motivos pessoais.

Combinamos previamente o que seria apresentado. Utilizamos um *notebook* conectado à Internet e a um projetor para exibição dos programas. O Aluno 11, iniciou falando sobre a importância de ter participado do projeto. Contou um pouco sobre como se sentiu entusiasmado ao conhecer e utilizar uma linguagem de programação para resolver problemas de Matemática; disse que antes não imaginava isso ser possível e que era uma aprendizagem que ia levar para a sua vida pessoal, pois, sentia vontade de conhecer ainda mais sobre programação.

Posteriormente, os Alunos 2 e 3 mostraram a interface de usuário do *Scratch* e utilizaram alguns blocos de comandos para exemplificar o funcionamento do software. O Aluno 6 apresentou o programa que converte a temperatura dada em Fahrenheit para Celsius, criado na Aula 2. O Aluno 7 apresentou o problema e o programa que determina a quantidade de círculos de acordo com a posição da figura, criado na Aula 3. O aluno 6 mostrou o *script* do jogo *Pong* (APÊNDICE C) e o seu funcionamento. Convidou alguns estudantes para testarem o jogo. Os Alunos 1 e 10 apresentaram o *script* (ANEXO A) de um jogo criado por eles próprios e convidaram alguns colegas de turma para jogá-lo.

Foi um momento de bastante interação e descontração. Pudemos observar o interesse despertado pelo emprego da programação inclusive nos estudantes que não frequentaram as aulas remotas.

Após as apresentações, convidamos os alunos participantes para avaliarem o projeto. Fizemos uma avaliação individual e escrita. Esclarecemos que eles poderiam ser sinceros em suas respostas e que não era necessário se identificarem. Vamos transcrever suas respostas mantendo a originalidade das mesmas e nomeando-as de R1, R2... Primeiramente, pedimos para relatarem um pouco de sua experiência participando do projeto:

> **R1:** Foi muito boa e possibilitou um maior entendimento na linguagem de programação.
>
> **R2:** Foi poucos dias, porém dias especiais, onde aprendi muito com o *Scratch.*
>
> **R3:** Foi bem legal, pude aprender um pouco sobre programação, aprendi como fazer alguns jogos, cálculos, de uma forma divertida.
>
> **R4:** Foi uma experiência bem dinâmica e divertida pois aprendi bastante durante as aulas.
>
> **R5:** Foi muito agradável, pois era algo novo para mim e algo muito útil.
>
> **R6:** Foi muito legal minha experiência. É muito legal como o *Scratch* funciona.
>
> **R7:** Muito boa. Conhecer esse aplicativo foi bom e produtivo, passar mais tempo com a professora e aprender funções de matemática.
>
> **R8:** Eu amei essa experiência no *Scratch*. Aprendemos de uma maneira incrível a linguagem de programação e foi uma maneira muito divertida e mágica as aulas.

Na segunda questão, perguntamos: Após essa pesquisa você acha que a Matemática pode ser aplicada utilizando uma linguagem de programação? De que forma?

> **R1:** Sim, podemos usar ela para encontrarmos de maneira mais rápida o resultado. Além de ser uma maneira muito divertida de ser trabalhada.
>
> **R2:** Sim. Cálculos, jogos, gráficos, etc.
>
> **R3:** Sim, utilizando outras aulas de Matemática, além de ser fácil de mexer ajuda muito a ter mais compreensão de Matemática.
>
> **R4:** Sim e não, pois muitas pessoas de início vão achar muito difícil mas depois que você aprender fica muito fácil.
>
> **R5:** Sim, de uma forma mais divertida e simples.
>
> **R6:** Sim, de forma que possamos fazer com que o cálculos se tornem mais fáceis de serem executados.
>
> **R7:** Sim, com o nosso pequeno curso, várias outras formas de resolver cálculos matemáticos aprendi. O curso foi excelente.
>
> **R8:** Sim, através de cálculos e problemas trazidos pelo *Scratch.*

Na questão três, pedimos para os estudantes comentarem a respeito de sua experiência resolvendo problemas com o *Scratch.*

**R1:** Resolver os problemas do *Scratch*, ajudou a ter um desempenho melhor em Matemática, e entender mais sobre programação.

**R2:** No início foi difícil, porém depois de algumas práticas percebi o quanto era fácil.

**R3:** No começo foi muito difícil de resolver mas com o tempo fazer os script começou a ficar mais fácil e dinâmico.

**R4:** Um pouco confuso, mas é um projeto tão interessante que se torna um aprendizado divertido.

**R5:** Foi legal e um pouco difícil, mas depois foi ficando fácil.

**R6:** “Incrível”, essa é a palavra que descreve, foi maravilhoso e são coisas que vou levar para a vida.

**R7:** Senti um pouco de dificuldade, de vez em quando ainda tenho, porém observei meus colegas aplicando e aprendi.

**R8:** Minha experiência foi muito satisfatória. Você se sente muito bem quando consegue pensar em um script sem consulta, você se sente leve e quando vê os resultados coerentes no *Scratch*.

Na questão 4 fizemos uma sondagem a respeito do grau de dificuldade encontrado ao resolverem problemas utilizando a programação. As alternativas e resultados informados pelos oito estudantes participantes desta aula estão no Quadro 20:

Quadro 20 - Respostas para a questão 4 da Avaliação Final: Marque a alternativa que indica o grau de dificuldade que você encontrou ao resolver problemas utilizando a linguagem de programação

| Alternativa | Número de estudantes |
|---|---|
| Nenhum | 0 |
| Baixo | 3 |
| Médio | 5 |
| Elevado | 0 |

Fonte: Dados da pesquisa.

De fato, o resultado condiz com o que esperávamos e com o que pudemos observar durante a aplicação do projeto. Levando em consideração que os participantes nunca utilizaram uma linguagem de programação antes da pesquisa e que utilizamos apenas comandos básicos, nenhum deles apresentou nível elevado de dificuldade.

Na questão 5 perguntamos a respeito do nível de satisfação em utilizar a linguagem de programação para resolver problemas e informamos os resultados no Quadro 21:

Quadro 21 - Respostas para a questão 5 da Avaliação Final: Marque o nível de satisfação em utilizar a linguagem de programação para resolver problemas

| Alternativa | Número de estudantes |
|---|---|
| Gostei muito | 7 |
| Gostei | 1 |
| Indiferente | 0 |
| Não gostei | 0 |

Fonte: Dados da pesquisa.

O resultado para essa pergunta está coerente com nossas observações, pois os participantes queriam resolver os problemas, mas também, mostravam interesse em programar. O ato de aprender a programar era uma motivação à parte. Mesmo não sendo obrigatória a participação nas aulas, eles se faziam presentes e perguntavam "O que vamos aprender hoje?". Em diversas situações eles se mostravam entusiasmados com a rapidez em que as respostas eram encontradas.

Na questão 6 perguntamos: "Você tem vontade de continuar aprendendo a respeito de programação?". Os oito participantes da avaliação final disseram que sim, demonstrando interesse em conhecer mais sobre a área.

Na questão 7, perguntamos sobre o desempenho individual ao utilizar o software *Scratch.* Informamos as alternativas e resultados no Quadro 22:

Quadro 22 - Respostas para a questão 7 da Avaliação Final: Você acha que seu desempenho no *Scratch* foi

| Alternativa | Número de estudantes |
|---|---|
| Muito bom | 3 |
| Bom | 2 |
| Regular | 3 |
| Ruim | 0 |

Fonte: Dados da pesquisa.

Na questão 8, sondamos acerca do que pode ter contribuído para o desempenho individual no projeto. Nessa questão os participantes podiam escolher mais de uma opção. Informamos as alternativas e resultados no Quadro 23:

Quadro 23 - Respostas para a questão 8 da Avaliação Final: A que você atribui o resultado do seu desempenho no projeto de pesquisa?

| Alternativa | Número de estudantes |
|---|---|
| Dedicação própria em aprender | 6 |
| Falta de dedicação em aprender | 0 |
| Facilidade em ter raciocínio lógico | 2 |
| Dificuldade em ter raciocínio lógico | 3 |
| Atividades simples de resolver | 2 |
| Atividades difíceis de resolver | 1 |
| Bom ensino sobre a utilização do *Scratch* | 7 |
| Falta de ensino sobre a utilização do *Scratch* | 0 |
| Outros | 0 |

Fonte: Dados da pesquisa.

Ressaltamos que estes estudantes vieram de um período de mais de um ano de suspensão de aulas em virtude da pandemia de Covid-19. Muitas de suas dificuldades foram acentuadas nesse período, inclusive dificuldades em leitura e escrita, que também, pode contribuir para baixa compreensão e interpretação de problemas matemáticos. No entanto, mesmo diante da defasagem, observamos um resultado satisfatório no projeto.

Na questão 9, perguntamos a respeito da preferência dos estudantes em resolver problemas e informamos as alternativas e respostas no Quadro 24:

Quadro 24 - Respostas para a questão 9 da Avaliação Final: Você prefere resolver problemas da forma tradicional (no papel) ou utilizando recursos tecnológicos digitais como a linguagem de programação?

| Alternativa | Número de estudantes |
|---|---|
| Tradicional | 0 |
| Recursos tecnológicos digitais | 2 |
| Ambos | 6 |
| Não gosto de resolver problemas | 0 |

Fonte: Dados da pesquisa.

Na questão 9 vimos que a maior parte dos estudantes compartilham da mesma opinião que a nossa acerca da resolução de problemas. Acreditamos que os métodos tradicionais também possuem relevância no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Além do mais, existe sempre a possibilidade de combinar diversas metodologias de ensino.

Papert (1994), em suas pesquisas com a linguagem LOGO em que as crianças programavam os movimentos da “Tartaruga” a partir de conceitos geométricos observou atitudes semelhantes nos alunos:

> Além de desenvolverem habilidades matemáticas técnicas, eles passaram a experimentar a Matemática de uma forma muito diferente. Ela tornou-se algo para ser usado intencionalmente; eles sentiram-na como uma fonte de poder para perseguir projetos importantes e profundamente pessoais (PAPERT, 1994, p. 48).

Mesmo diante de um erro os alunos não se sentiam frustrados; ao contrário, havia interesse em descobrir o que não funcionava de acordo com o esperado, pois o processo de descobrir o erro era facilitado ao analisar o programa criado confrontando com suas ideias iniciais.

# 8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, destacamos algumas considerações fundamentais para a conclusão dessa pesquisa. Propomos, então, uma retomada de alguns pontos essenciais discutidos em capítulos anteriores. Priorizamos, dentre eles, a contextualização do problema de pesquisa; as contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, do Construcionismo e da Espiral de Aprendizagem; as reflexões obtidas a partir da análise dos dados.

A pesquisa teve como objetivo investigar as possíveis contribuições proporcionadas pela programação no ensino-aprendizagem do conceito de função afim. Além disso, apresentamos aos estudantes os conceitos iniciais da linguagem de programação. Apresentamos nossa concepção a respeito dos programas constituírem um tipo de registro de representação semiótica quando se referem a objetos matemáticos e adotamos a expressão *representação algorítmica* para nos referir à representação de um objeto matemático definida por um programa de computador.

Consideramos que a realização dessa pesquisa inspira um vasto campo de reflexão e discussão, pois o trabalho com a linguagem de programação no âmbito escolar é uma temática que vem sendo defendida e inserida como proposta didático-metodológica em diversos cenários, inclusive, nos documentos regulamentadores da educação básica brasileira.

A BNCC aponta a capacidade de utilizar as tecnologias digitais para produzir conhecimento e resolver problemas, como sendo uma das competências a ser alcançada pelo estudante em seu percurso pela educação básica. Além disso, ressalta que a linguagem algorítmica pode ser objeto de estudo em Matemática e destaca a proximidade dessa linguagem com a álgebra, principalmente nos aspectos relacionados às variáveis. Entendemos que as discussões ao longo do nosso trabalho estão de acordo com as orientações propostas na BNCC e podem inspirar outras pesquisas com essa temática.

Ainda sobre o que aponta a BNCC, vale resgatar a importância, destacada no documento, da conversão entre os diversos registros de representação para promover o desenvolvimento do raciocínio matemático e apreensão dos conceitos. Nosso

referencial teórico nos permitiu embasar as orientações da BNCC no que tange à representação dos objetos matemáticos, visto que, contemplamos a TRRS de maneira efetiva.

O Construcionismo nos possibilitou afirmar o uso do computador na construção de um ambiente de aprendizagem propício à interação entre o aluno e o computador, possibilitando ação e reflexão sobre o conceito estudado. Nesse ambiente, a Espiral de Aprendizagem Descrição-Execução-Reflexão-Depuração-Descrição foi adotada como etapas a serem seguidas no processo criativo dos algoritmos.

Para alcançar os objetivos esperados, aplicamos uma sequência didática a um grupo de onze estudantes da 1ª Série do Ensino Médio, de uma escola da rede pública estadual, localizada em Teixeira de Freitas, Bahia, abordando as noções básicas da programação, o conceito de função afim.

O primeiro instrumento que analisamos foi a avaliação diagnóstica aplicada no primeiro encontro presencial com o grupo. O instrumento foi composto por onze questões com o objetivo de verificar os conhecimentos pré-requisitos dos estudantes sobre função e programação. Constatamos as dificuldades dos alunos em designar as relações algébricas nos problemas propostos e nas conversões das representações na língua natural, algébrica e gráfica das funções. Além disso, eles não possuíam qualquer experiência em programação.

Os estudantes receberam uma apostila contendo a sequência de atividades que elaboramos para realização do projeto. Por meio desse instrumento, podiam ter acesso aos conceitos sobre programação e sobre funções, que geralmente eram discutidos no início de cada encontro. Na apostila consta os problemas que foram resolvidos por eles realizando a conversão para as representações algébrica e algorítmica.

A sequência didática foi aplicada em nove encontros, sendo sete deles pela plataforma *Google Meet,* e os dois últimos presenciais, em que fizemos uma atividade final com o objetivo de verificar os conhecimentos adquiridos e uma avaliação do projeto*.* Em virtude dos participantes não terem nenhuma experiência em programação, elaboramos os dois primeiros encontros com atividades específicas

para que pudessem aprender algumas noções básicas sobre a interface de usuário, funcionalidade e blocos de operadores matemáticos da linguagem *Scratch,* utilizada na pesquisa.

Dos demais encontros, optamos por extrair reflexões sobre aqueles em que o foco estava nos problemas que tratavam especificamente da conversão de representações na linguagem natural para o registro algébrico e posteriormente para a representação algorítmica, por estarem mais de acordo com a delimitação de nossa pesquisa.

Em nossa análise, priorizamos os momentos protagonizados pelos participantes, demonstrando suas dúvidas, suas descobertas e sua apropriação tanto dos aspectos relacionados à programação quanto do conceito de função. Por se tratar de um grupo pequeno, os problemas eram discutidos coletivamente. A partir das reflexões e orientações, os estudantes criavam, individualmente, seus programas, mas ao mesmo tempo colaborando uns com os outros em uma troca constante de ideias que resultou, na maioria das vezes, em criações de algoritmos muito parecidos.

Os problemas eram propostos na língua natural para serem convertidos para a representação algébrica e posteriormente, para a representação algorítmica. Os estudantes faziam redesignações algébricas e algorítmicas. Percebemos que a conversão entre essas diferentes representações possibilitou aos estudantes compreenderem, ao longo da aplicação do projeto, aspectos relacionados às variáveis dependentes e independentes na definição de função.

Após realizarem a conversão do problema dado na língua natural para a representação algébrica, os alunos utilizavam o bloco de comando “resposta”, que armazena dados de entrada no *Scratch*, para redesignar a variável “x” da expressão algébrica. Sendo assim, para cada valor informado no campo de entrada do programa criado pelos estudantes, o programa retornava um valor de saída correspondente associado ao bloco de variável criado para redesignar o “f(x)”. Dessa forma, eles percebiam a relação existente entre as variáveis designadas na representação algorítmica e faziam a associação dessas relações com a respectiva representação algébrica. Notamos esses aspectos sendo observados pelos estudantes nas falas dos Alunos 6 e 10, que foram transcritas nas análises das Aulas 3 e 4, respectivamente,

evidenciando sua compreensão da relação de dependência das grandezas envolvidas no problema.

Além disso, a possibilidade de informar vários valores de entrada e obter o valor de saída correspondente, de maneira instantânea, evidenciou que a variável “x” pode assumir não apenas um valor numérico, mas diversos valores. A fala do Aluno 7 transcrita e analisada na Aula 6 (página 119) mostra que essa constatação contribuiu para o desenvolvimento da habilidade de fazer generalizações de uma maneira que provavelmente levaria mais tempo para os alunos perceberem apenas por meio do cálculo manual.

Aspectos semelhantes foram verificados na pesquisa de Ventorini e Fiorese (2018, p. 583), que apontaram, como resultado de suas investigações, que a linguagem de programação aliada ao conceito de função possibilitou “[...]que os alunos se apropriassem de algoritmos (programações) que contemplassem não só uma única situação, mas várias situações, contribuindo para o processo de generalização”.

A partir do que observamos, constatamos que a substituição de letras e sinais próprios da representação algébrica para um sinal ou expressão na representação algorítmica, associada à possibilidade de inserir vários números em um campo de entrada e obter um *feedback* instantâneo na tela do computador, auxiliou na tomada de consciência de aspectos relacionados às operações cognitivas de substituição, que são operações necessárias para a compreensão do funcionamento das escritas algébricas, conforme posto por DUVAL *et al*. (2015).

Percebemos que as dificuldades dos estudantes em utilizar de maneira adequada as letras e os sinais operatórios nas designações, conversões e tratamentos das funções observadas na aplicação da avaliação diagnóstica foram diminuindo ao longo da aplicação da sequência didática. Isso pôde ser comprovado na atividade final aplicada na Aula 8, que teve o objetivo de avaliar os conhecimentos adquiridos nas aulas remotas anteriores, em que os resultados demonstraram uma melhora significativa na compreensão dos estudantes a respeito do conceito geral de função e de função afim em comparação à primeira atividade aplicada.

Desse modo, o processo de substituição das variáveis, de sinais de operações nas expressões algébricas por comandos próprios da programação e a conversão entre os registros de representação na língua natural, algébrica e algorítmica possibilitou apreensão de aspectos próprios do conceito de função mostrando ser o uso da programação uma grande vantagem quando utilizada didaticamente para esse fim.

É importante destacar o que observamos em relação ao processo reflexivo proporcionado pelo ato de programar. A descrição do algoritmo revela o modo de pensar do aluno e a maneira em que os conceitos foram por eles compreendidos. A execução do programa oferece a possibilidade do estudante refletir sobre suas próprias ações e depurar os erros cometidos, tendo como referência a sua criação inicial. Observamos que o erro na programação ou no resultado do programa, não foi encarado como fracasso mas como um indicativo de que algo precisava ser revisto para funcionar corretamente. Esse ambiente criativo contribuiu para a aprendizagem reafirmando as ideias fundamentais do Construcionismo e nos possibilitou observar o desenvolvimento intelectual dos estudantes com maior proximidade.

Pontuamos, por fim, que não tínhamos a intenção de tornar os estudantes programadores experientes, nem tão pouco assumir que somente a programação é capaz de resolver todos os problemas relacionados às questões de aprendizagem em Matemática. Mas, por meio desta pesquisa, percebemos que os alunos se engajaram na resolução de problemas de forma interessada. Eles se envolveram num processo de reflexão, de investigação, de abstração e de aplicação dos conceitos de função elaborando e testando os seus algoritmos, resultando num ganho cognitivo tanto nos aspectos relacionados exclusivamente ao conhecimento matemático, quanto naqueles específicos da Ciência da Computação.

# REFERÊNCIAS


ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que Através da Resolução de Problemas? In. ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Orgs). **Resolução de Problemas:** Teoria e Prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014, p. 35-42.

ANDRÉ, M. O que é um Estudo de Caso Qualitativo em Educação? **Revista da FAEEBA - Educação e Contemporaneidade.** v. 22, n. 40, p. 95-103, Salvador: jul. dez. 2013. Disponível em: https://revistas.uneb.br/index.php/faeeba/article/view/7441. Acesso em: 01 de novembro de 2020.

ARANTES, F. L.; FERREIRA, J.M.L.S; RIBEIRO, P. E.J. **Scratch: Um primeiro olhar. Texto Livre: linguagem e Tecnologia.** v. 08, n. 2, p. 137-152. Belo Horizonte, 2015. Disponível em: https://periodicos.ufmg.br/index.php/textolivre/article/view/16706. Acesso em: 15 de novembro de 2020.

BAHIA. Secretaria de Educação. **Documento curricular referencial da Bahia para educação infantil e ensino fundamental.** v. 1. Rio de Janeiro: FGV Editora, 2020.

BAHIA. Secretaria de Educação. **Documento Orientador Novo Ensino Médio de Tempo Integral** (2022). Disponível em: http://dcrb.educacao.ba.gov.br/dcrb-consulta-publica-ensino-medio-regular/.

BARCELOS, T. S; SILVEIRA, I. F. Pensamento Computacional e Educação Matemática: Relações para o Ensino de Computação na Educação Básica. In: **XX Workshop sobre Educação em Computação**. 2012, Curitiba. XXX Congresso da Sociedade Brasileira de Computação, 2012. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/256439343/. Acesso em: 16/11/2021.

BENTO, A. Como fazer uma revisão da literatura: Considerações teóricas e práticas. **Revista JA (Associação Académica da Universidade da Madeira)**, nº 65, ano VII. p. 42-44. Maio, 2012. ISSN: 1647-8975.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática.** 5ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

BRANDT, C. F; MORETTI, M. T. Aprendizagem da Álgebra segundo Raymond Duval. **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática.** v. 2, n. 1, pp. 1 - 26, abr. 2018. DOI: https://doi.org/10.33238/ReBECEM.2018.v.2.n.1.19419.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio.** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, v. 2. Brasília: MEC/SEB, 2006.

_____. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular: Educação é a Base. Brasília, DF: MEC. (2018). Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=8512

1-bncc-ensino-medio&category_slug=abril-2018-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 20 de Setembro de 2020.

_____. Ministério da Educação. **Pisa 2018 revela baixo desempenho escolar em Leitura, Matemática e Ciências no Brasil.** (2019). Disponível em: http://portal.mec.gov.br/ultimas-noticias/211-218175739/83191-pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil. Acesso em: 20 de Setembro de 2020.

COSTA, D. V. R. **Programação no Auxílio da Resolução de Situações-Problema e uma Abordagem para o Ensino de Funções Afim e Quadrática.** 2018. 84 f. Dissertação (Mestrado - PROFMAT). UNESP, São Paulo, 2018.

CURCI, A. P. F. O Software de Programação Scratch e as Competências de Aprendizagem Matemática no Século XXI. **Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco**, v. 6, n. 1, p. 96-106, 2017. Disponível em: Acesso em: 23 de Set. de 2020.

CURY, H. N. **O que podemos aprender com as respostas dos alunos?.** 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática:** Da Teoria à Prática. 23ª ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

DUVAL, R. **Semiósis e Pensamento Humano:** Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

_____. Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo do Pensamento. **Revemat:** R. Eletr. de Edu. Matem. v. 07, n. 2, p. 266-297. Florianópolis, 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266/23465> Acesso em: 20 set. 2020.

_____. Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. **Revista Paranaense de Educação Matemática.** v. 2, n. 3, p. 10-34. Campo Mourão-PR, jul-dez. 2013. Entrevista concedida a José Luiz Magalhães de Freitas e Veridiana Rezende. Disponível em: <http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/view/963/pdf_122>. Acesso em: 20 set. 2020.

_____. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em Matemática**: Registros de Representação Semiótica. eBook Kindle, 2017. ASIN: B07LB7DQRJ.

_____. Escritos simbólicos e operações heterogêneas de substituição de expressões: as condições de compreensão em álgebra elementar. In: MORETTI, M. T; BLANDT, C. F. (Orgs.) **Florilégio de Pesquisas que envolvem a teoria semio-cognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval.** Florianópolis: Ed. REVEMAT/UFSC, 2020. p. 21 – 52. ISBN: 978-65-00-04795-0. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/203982.

DUVAL, R. et al. **Ver e ensinar a matemática de outra forma:** introduzir a álgebra no ensino: qual o objetivo e como fazer isso? Org. Tânia M. M. Campos. 1ed. São Paulo: PROEM, 2015.

FASSARELLA, L. S. Desconexão Procedimental e Programação no Ensino-Aprendizagem da Matemática: Considerações a partir da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. **Revista Eletrônica de Educação Matemática.** v. 15, n. 2, pp. 1-24, Florianópolis: jan-dez. 2020. DOI: https://doi.org/10.5007/1981-1322.2020.e76610.

_____. Estimando probabilidades por simulações computacionais. **Professor de Matemática on line.** v. 9, n. 2, pp. 240-251, 2021. ISSN: 2319-023X. Disponível em: 2319-023X https://doi.org/10.21711/2319023x2021/pmo917. Acesso em: 23 de junho de 2022.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4ª ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 6ª ed. São Paulo: Atlas, 2008.

LIBÂNEO, J. C. **Didática.** 2 ed. São Paulo: Cortez, 1994.

LUDITK, W. A. J.; COSTA, P. C. F.; LUCCAS, S. O Ensino de Matemática com a Utilização de Recursos Tecnológicos: uma Sequência de Atividades para o Ensino de Função do 1º grau com a Utilização do Software Scratch. **Revista Ensino de Matemática em Debate,** v. 7, n. 2, p. 225-240, 2020. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/48929. Acesso em: 13 de Setembro de 2020.

MAGGIO, D. P. **Saberes docentes de uma professora que ensina função e conhece a teoria dos Registros de Representação Semiótica.** 2011. Dissertação (Mestrado em Educação nas Ciências) - Unijuí, Ijuí, 2011.

MALONEY, J. et al. The Scratch Programming Language and Environment. **ACM Transactions on Computing Education.** v. 10, n. 4, pp. 1-15. 2010. Disponível em: https://web.media.mit.edu/~jmaloney/papers/ScratchLangAndEnvironment.pdf. Acesso em: 12de novembro de 2020.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Técnicas de Pesquisa**. 5ª ed. São Paulo: Atlas, 2002.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 5ª ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MARJI, M. **Aprenda a Programar com Scratch.** São Paulo, SP: Novatec Editora Ltda, 2014.

MORETTI, M. T; BAERLE; L. D. M. O Uso de Representações Auxiliares na Aprendizagem da Matemática: Um olhar semiocognitivo segundo Raymond Duval. **Educação Matemática Pesquisa.** v. 24, n. 1, pp. 582-610, 2022. Disponível em:

https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/55409. Acesso em: 27 de Abril de 2022.

PÁDUA, E. M. M. **Metodologia da pesquisa:** Abordagem teórico-prática. Campinas: Papirus, 1996.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa.** 4 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019. (Coleção Tendências em Educação Matemática). eBook Kindle. ISBN: 978-85-513-0663-5.

PAPERT, S. **A Máquina das Crianças:** Repensando a Escola na Era da Informática. Tradução de Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

_____. **Mindstorms:** Children, Computers, and Powerful Ideas. eBook Kindle, 2020. ISBN: 978-1-5416-7510-0

_____. **A Máquina das Crianças:** Repensando a Escola na Era da Informática. Tradução de Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas.** Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

RESNICK, M. et al. Scratch: Programming for all. Communications of the ACM. v. 52, n. 11, pp. 60-67, 2009. Disponível em: https://web.media.mit.edu/~mres/papers/Scratch-CACM-final.pdf. Acesso em: 12 de Novembro de 2020.

RESNICK, M. **Learn to code, Code to Learn.** 2013. Disponível em: <https://web.media.mit.edu/~mres/papers/L2CC2L-handout.pdf>. Acesso em: 23 de Setembro de 2020.

RIBOLDI, S. M. O. **A linguagem de programação Scratch e o Ensino de Funções:** Uma Possibilidade. 2019. 108 f. Dissertação (Mestrado - PROFMAT) - Universidade Federal Fronteira Sul. Chapecó, Santa Catarina, 2019.

SBC - SOCIEDADE BRASILEIRA DE COMPUTAÇÃO ([s.d.]). **Ensino de Computação na Educação Básica.** Disponível em: https://www.sbc.org.br/documentos-da-sbc/send/203-educacao-basica/1220-bncc-em-itinerario-informativo-computacao-2. Acesso em: 03 de Março de 2022.

SCHLICKMANN, J. R; MORETTI, M. T. O pensamento computacional na perspectiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica no Ensino de Geometria. In: MORETTI, M. T.; BLANDT, C. F. (Orgs.) **Florilégio de Pesquisas que envolvem a teoria semio-cognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval.** Florianópolis: Ed. REVEMAT/UFSC, 2020. p. 355 – 376. ISBN: 978-65-00-04795-0. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/203982.

SETTI, M. DE O. G. **O Processo de Discretização do Raciocínio Matemático na Tradução para o Raciocínio Computacional:** Um Estudo de Caso no

Ensino/Aprendizagem de Algoritmos. Tese (Doutorado em Educação). Curitiba: UFPR, 2009.

SILVA, C. M. S.; SIQUEIRA FILHO, M. G. **Matemática: Resolução de Problemas.** Brasília: Liber Livro, 2011.

SIMONETTI, D.; MORETTI, M. T. Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio e Registros de Representação Semiótica: uma articulação possível? **Revista Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática.** v. 11, n. 1, 2021, pp. 97-117. Disponível em: https://doi.org/10.37001/ripem.v11i1.2550.

VALENTE, J.A. Por Quê o Computador na Educação. In: J.A. Valente (Org.), **Computadores e Conhecimento: repensando a educação** (pp. 24-44). Campinas, SP: Gráfica da UNICAMP, 1993.

_____. Análise dos Diferentes Tipos de Softwares Usados na Educação. In: VALENTE, J. A. (Org.) **O Computador na Sociedade do Conhecimento.** Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1999a.

_____. Informática na Educação no Brasil: Análise e Contextualização Histórica. In: VALENTE, J. A. (Org.) **O Computador na Sociedade do Conhecimento.** Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1999b.

VENTORINI, A. E.; FIOREZE, L. A. Funções e Programação no Scratch. **Revista Novas Tecnologias na Educação,** v. 16, n. 2, p.576-585, 2018. Disponível em: https://seer.ufrgs.br/renote/article/view/89295. Acesso em: 13 de Setembro de 2020.

# APÊNDICES

## APÊNDICE A – Avaliação Diagnóstica

| | |
|---|---|
| Campus São Mateus | **Atividade diagnóstica para a pesquisa:** Programação no ensino-aprendizagem de função: uma proposta didática utilizando o software *Scratch*. |
| | **Disciplina:** Matemática — **Conteúdo:** Função Afim |
| | **Pesquisadora:** Mônica Romana de Oliveira Santos<br>**Estudante:** |

Antes de começar a avaliação, responda as questões abaixo sobre sua relação com o uso de tecnologias:

1) Qual o seu nível de interesse em tecnologia?

( ) Muito baixo
( ) Baixo
( ) Médio
( ) Alto
( ) Muito alto

2) Qual ferramenta relacionada à tecnologia você mais utiliza no seu dia a dia?

( ) Computador/notebook
( ) Celular
( ) Tablet
( ) Outros. Quais? _____

3) Com que finalidades você utiliza a ferramenta citada acima?

( ) Pesquisas e leituras
( ) Jogos
( ) Ouvir músicas
( ) Ver vídeos
( ) Conversar com amigos
( ) Acessar redes sociais
( ) Outra finalidade. Qual?_____

4) Já fez uso do computador para aprender Matemática?

( ) Sempre

( ) Algumas vezes

( ) Raramente

( ) Nunca

5) Caso você utilize o computador para aprender Matemática, diga de que maneira você faz isso?

_____

_____

6) Conhece a linguagem de programação *Scratch*?

( ) Conheço e Utilizo.

( ) Conheço.

( ) Não faço ideia do que seja.

7) Conhece outra linguagem de programação qualquer? Se sim, diga qual: _____

As questões a seguir têm como objetivo verificar o seu nível de conhecimento a respeito do tópico que iremos trabalhar nessa pesquisa: função.

8) O preço pago por uma passagem de ônibus depende da distância entre duas cidades. Você concorda com essa afirmação? Explique:

_____

_____

_____

9) A tabela abaixo indica o preço a pagar de *diesel* em função do número de litros adquiridos no posto "Dois Irmãos":

| Número de litros | Preço a pagar (R$) |
|---|---|
| 1 | 4,60 |
| 2 | 9,20 |
| 3 | 13,80 |
| 4 | 18,40 |

Com base na tabela acima, responda as questões:

a) A cada número de litros corresponde um único preço em reais?

_____

b) O que é dado em função do que? Explique:

_____

c) Qual é a fórmula Matemática que fornece o preço a pagar (p) em função do número de litros (l) comprados?

_____

d) Qual será o preço a pagar por 15 litros de gasolina?

_____

e) Se João pagou R$ 105,80, quantas litros de gasolina ele adquiriu?

_____

10) Uma pessoa para exercitar-se costuma fazer caminhadas diariamente, mantendo um ritmo de 6 km por hora, o que equivale a caminhar 100m a cada minuto.

a) Identifique as grandezas envolvidas:

_____

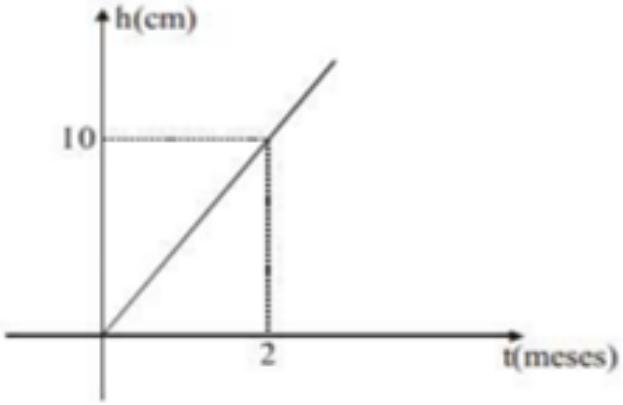
b) Escreva a lei da função que relaciona essas grandezas:

_____

c) Complete a tabela:

| Tempo (minuto) | 15 | 20 | 25 | | 45 | 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Distância (m) | 1500 | | 2500 | 3000 | | 6000 |

11) O gráfico a seguir representa a altura (h) de uma planta, dada em centímetros, em função do tempo (t), expresso em meses.




A expressão algébrica que representa a função esboçada é:

a) h(t) = 5t

b) h(t) = t + 5

c) h(t) = 2t + 10

d) h(t) = 5t + 10

e) h(t) = 10t + 2

APÊNDICE B – Plano de Ensino

## Plano de Ensino

**Curso:** Aprendendo Função no *Scratch*
**Público Alvo:** Estudantes do 1º ano do Ensino Médio
**Ano:** 2021
**Número de Horas/Aulas:** 30 horas/aulas
**Professora:** Mônica Romana de Oliveira Santos

**Pré-requisitos:** Estar cursando o 1º ano do Ensino Médio.

**Objetivo Geral:** Possibilitar a compreensão e formalização do conceito de função e função de 1º grau por meio de atividades didáticas e utilizando o software de programação *Scratch* para resolução de problemas.

**Objetivos Específicos:**
- Possibilitar aos estudantes conhecerem a linguagem de programação *Scratch;*
- Incentivar o desenvolvimento de algoritmos para resolução de problemas relacionados ao conceito de funções utilizando o software de programação;
- Conhecer diferentes representações semióticas para uma mesma função;
- Proporcionar trabalho em grupo de maneira que os estudantes interajam de forma colaborativa.

## Conteúdo Programático

| Item | Conteúdo |
|---|---|
| 1 | Conhecendo as funcionalidades do *Scratch*<br>- Sobre o *Scratch*<br>- Interface do usuário<br>- Programando no *Scratch* |
| 2 | Blocos de operadores matemáticos no *Scratch*<br>- Conhecendo os blocos de operadores matemáticos |
| 3 | Conceito de função<br>- Definição e notação<br>- Formas de representação de uma função |
| 4 | Explorando o conceito de função no *Scratch* |
| 5 | Plano cartesiano<br>- Coordenadas cartesianas no *Scratch* |
| 6 | Função Afim<br>- Casos particulares de função afim |

| | |
|---|---|
| 7 | Função Afim<br>- Zero da função afim<br>- Coeficientes<br>- Funções crescente, decrescente e constante. |
| 8 | Aplicando o conceito de função afim |
| 9 | Criando um projeto no *Scratch*<br>Avaliação final do curso |

## Desenvolvimento Metodológico

- Aulas expositivas e participativas, via plataforma Google Meet, para apresentação das noções básicas sobre programação no *Scratch* e sobre o conceito de função e função afim.

- Aulas práticas virtuais, via plataforma Google Meet, utilizando o *software* de programação *Scratch* para resolução de problemas; atividades escritas relacionadas ao conceito de função sob orientação, supervisão e avaliação da professora/pesquisadora.

Resolução dos problemas de acordo com as seguintes etapas:

1. Leitura e interpretação
2. Planejamento
3. Elaboração do algoritmo
4. Execução do algoritmo
5. Corrigir erros de programação

- Socialização dos algoritmos criados por meio do compartilhamento de tela da plataforma Google Meet.

- Avaliação ocorrerá de maneira processual e contínua por meio da observação da participação dos estudantes, seu desempenho e sua postura frente às atividades propostas.

| CRONOGRAMA | | |
|---|---|---|
| **Atividade** | **Início / Término** | **Carga Horária** |
| Período de Inscrição no Projeto | 02/08/2021 a 14/08/2021 | |
| Apresentação do Projeto/Avaliação Diagnóstica | 19/08/2021 | 3hs |
| Aula 1 – Conhecendo as funcionalidades do *Scratch* | 26/08/2021 | 3hs |
| Aula 2 - Blocos de Operadores Matemáticos no *Scratch* | 02/09/2021 | 3hs |
| Aula 3 – O Conceito de Função | 09/09/2021 | 3hs |
| Aula 4 – Explorando o conceito de função no *Scratch.* | 16/09/2021 | 3hs |
| Aula 5 – Plano cartesiano | 23/09/2021 | 3hs |
| Aula 6 – Função Afim | 30/09/2021 | 3hs |
| Aula 7 – Zero da função afim / Coeficientes | 07/10/2021 | 3hs |
| Aula 8 – Aplicando o conceito de função | 14/10/2021 | 3hs |
| Aula 9 - Criando um projeto no *Scratch* / Avaliação Final /Considerações finais | 21/10/2021 | 3hs |
| Carga horária total | | 30hs |

# Plano de Aula 1

**UNIDADE ESCOLAR:** Colégio da Polícia Militar Anísio Teixeira

**CURSO:** Aprendendo função no *Scratch*

**PROFESSORA:** Mônica Romana

**SÉRIE:** 1º ano - Ensino Médio

**DATA:** **CARGA HORÁRIA:** 3hs

## CONTEÚDO

Conhecendo as funcionalidades do *Scratch*
- Sobre o *Scratch*
- Interface do usuário
- Programando no *Scratch*

## MATERIAL NECESSÁRIO

Computador conectado na internet, lápis, borracha, apostila do curso em PDF ou impressa.

## ORGANIZAÇÃO

- Os estudantes irão interagir via plataforma Google Meet.

## OBJETIVOS

- Apresentar conceitos básicos relacionados à programação.

- Apresentar a interface e funcionalidade do *Scratch.*

- Reproduzir o jogo *Pong* a fim de obter familiarização com comandos e editores do *Scratch.*

## DESENVOLVIMENTO

1º Momento (15 minutos): Exposição dialogada, via plataforma Google Meet, sobre conceitos básicos relacionados à linguagem de programação. Definição de algumas palavras-chaves utilizadas na ciência da computação.

2° Momento (45 minutos): Apresentação da interface do usuário do *Scratch*, paleta de comandos, editores de aparência e sons, área de scripts, palco e atores.

3º Momento (10 minutos): Exibição de tutoriais “Primeiros Passos” disponíveis em https://scratch.mit.edu/projects/editor/?tutorial=getStarted.

4º Momento (15 minutos): Troca de ideias sobre a construção do jogo *Pong* e exibição do tutorial disponível em: https://scratch.mit.edu/pong

5º Momento (50 minutos): Construção do jogo individualmente. Sugestão de algumas ideias para que os estudantes comecem a criar:
- Escolha um cenário; escolha um ator para representar a bola e faça-o pular; selecione uma raquete que você possa controlar; faça a bola quicar na raquete, etc.
Obs.: os estudantes podem seguir o tutorial online ou utilizar os cartões na apostila impressa ou em PDF.

6º Momento (15 minutos): Socialização das criações com os demais estudantes utilizando o compartilhamento de tela do Google Meet.
Questões para discussão:

- O que você notou nos jogos que testou?
- O que você pode acrescentar ao seu jogo?

7° Momento (30 minutos): Acesso livre à plataforma *Scratch.*

## AVALIAÇÃO

Processual e contínua.
Critérios: Participação e desempenho dos estudantes nas atividades propostas.

## REFERÊNCIA

FURTADO, E. M. et al. **Ensino Médio: Matemática:** 1ª série: 1º Volume. Curitiba: Positivo, 2007.

SCRATCH. Disponível em: www.scratch.mit.edu.

# Plano de Aula 2

**UNIDADE ESCOLAR:** Colégio da Polícia Militar Anísio Teixeira

**CURSO:** Aprendendo função no *Scratch*

**PROFESSORA:** Mônica Romana

**SÉRIE:** 1º ano - Ensino Médio

**DATA:** **CARGA HORÁRIA:** 3hs

## CONTEÚDO

Blocos de operadores matemáticos no *Scratch*

- Conhecendo os blocos de operadores matemáticos

## MATERIAL NECESSÁRIO

Computador conectado na internet, lápis, borracha, apostila do curso em PDF ou impressa.

## ORGANIZAÇÃO

- Os estudantes irão interagir via plataforma Google Meet.

## OBJETIVOS

- Conhecer e explorar a funcionalidade dos blocos de funções e operadores matemáticos no *Scratch*.

## DESENVOLVIMENTO:

1º Momento (60 minutos): Apresentação e exploração dos blocos de funções e operadores matemáticos.

2º Momento (90 minutos): Resolução de problemas propostos utilizando os blocos de operadores do *Scratch* (Apostila do curso: páginas 12 a 14)

3º Momento (30 minutos): Socialização das respostas com o grupo.

## AVALIAÇÃO

Processual e contínua
Critérios: Participação e desempenho dos estudantes nas atividades propostas.

# Plano de Aula 3

**UNIDADE ESCOLAR:** Colégio da Polícia Militar Anísio Teixeira

**CURSO:** Aprendendo função no *Scratch*

**PROFESSORA:** Mônica Romana

**SÉRIE:** 1º ano - Ensino Médio

**DATA:** **CARGA HORÁRIA:** 3hs

## CONTEÚDO

Conceito de função
- Definição e notação
- Domínio, contradomínio e imagem.
- Formas de representação de uma função

## MATERIAL NECESSÁRIO

Computador conectado na internet, lápis, borracha, apostila do curso em PDF ou impressa.

## ORGANIZAÇÃO

- Os estudantes irão interagir via plataforma Google Meet.

## OBJETIVOS

- Compreender o conceito de função.
- Conhecer diferentes representações de uma função.
- Resolver problemas envolvendo o conceito de função utilizando o software *Scratch* (Apostila do curso, páginas 20 a 21).

## DESENVOLVIMENTO

1º Momento (60 minutos): Aula expositiva e dialogada apresentando os conceitos iniciais e as formas de representação de uma função.

2º Momento (90 minutos): Exploração do conceito por meio da resolução de problema proposto utilizando os blocos de função e de operadores do *Scratch*.

3º Momento (30 minutos): Socialização das respostas com o grupo.

## AVALIAÇÃO

Processual e contínua.
Critérios: Participação e desempenho dos estudantes nas atividades propostas.

## REFERÊNCIAS

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Matemática em contextos:** função afim e função quadrática. 1. ed. São Paulo: Ática, 2020.

IEZZI, G. et.al. **Matemática: ciência e aplicações:** Volume1. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2017.

PAIVA. M. **Matemática Paiva 1.** 2. ed. São Paulo: Moderna, 2013.

# Plano de Aula 4

**UNIDADE ESCOLAR:** Colégio da Polícia Militar Anísio Teixeira

**CURSO:** Aprendendo função no *Scratch*

**PROFESSORA:** Mônica Romana

**SÉRIE:** 1º ano - Ensino Médio

**DATA:** **CARGA HORÁRIA:** 3hs

## CONTEÚDO

- Explorando o conceito de função no *Scratch.*

## MATERIAL NECESSÁRIO

- Computador conectado na internet, lápis, borracha, apostila do curso em PDF ou impressa.

## ORGANIZAÇÃO

- Os estudantes irão interagir via plataforma Google Meet.

## OBJETIVO

- Utilizar o software de programação para desenvolver algoritmos que auxiliem na resolução de exercícios relacionados ao conceito de função.

## DESENVOLVIMENTO

1º Momento (40 minutos): Aula expositiva e dialogada com revisão dos conceitos iniciais sobre função, domínio, contradomínio e conjunto imagem.

2º Momento (100 minutos): Exploração do conceito por meio da resolução de problemas propostos utilizando os blocos de função e de operadores do *Scratch* (Apostila do curso, páginas 23 a 25).

3º Momento (40 minutos): Socialização das respostas com o grupo.

## AVALIAÇÃO

Processual e contínua.

Critérios: Participação na resolução das atividades; verificação da consolidação da aprendizagem dos conceitos propostos.

# Plano de Aula 05

**UNIDADE ESCOLAR:** Colégio da Polícia Militar Anísio Teixeira

**CURSO:** Aprendendo função no *Scratch*

**PROFESSORA:** Mônica Romana

**SÉRIE:** 1º ano - Ensino Médio

**DATA:** **CARGA HORÁRIA:** 3hs

## CONTEÚDO

Plano Cartesiano

- As coordenadas cartesianas no *Scratch.*

## MATERIAL NECESSÁRIO

- Computador conectado na internet, lápis, borracha, apostila do curso em PDF ou impressa.

## ORGANIZAÇÃO

- Os estudantes irão interagir via plataforma Google Meet.

## OBJETIVO

- Conhecer o sistema de coordenadas cartesiano.

- Relacionar o plano cartesiano ao palco do *Scratch.*

- Utilizar blocos do *Scratch* para representar pontos no palco utilizando o cenário semelhante ao plano cartesiano.

## DESENVOLVIMENTO

1º Momento (60 minutos): Aula expositiva e dialogada com apresentação do conceito de coordenadas cartesianas.

2º Momento (60 minutos): Exploração do conceito por meio da resolução de problema utilizando os blocos de função e de operadores do *Scratch* (páginas 30 e 31).

3º Momento (30 minutos): Construção e exploração do jogo Esconde Esconde no *Scratch* e resolução de problema relacionado ao jogo (Apostila do curso, páginas 32 e 33).

4º Momento (30 minutos): Socialização das respostas e jogo com o grupo.

## AVALIAÇÃO

Processual e contínua.

Critérios: Participação na resolução das atividades; verificação da consolidação da aprendizagem dos conceitos propostos.

## REFERÊNCIA

FURTADO, E. M. et al. **Ensino Médio: Matemática:** 1ª série: 1º Volume. Curitiba: Positivo, 2007.

SOUZA, J. R. **Novo Olhar:** Matemática 1. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013.

# Plano de Aula 06

**UNIDADE ESCOLAR:** Colégio da Polícia Militar Anísio Teixeira

**CURSO:** Aprendendo função no *Scratch*

**PROFESSORA:** Mônica Romana

**SÉRIE:** 1º ano - Ensino Médio

**DATA:** **CARGA HORÁRIA:** 3hs

## CONTEÚDO

Função Afim

- Casos particulares de função afim.

## MATERIAL NECESSÁRIO

- Computador conectado na internet, lápis, borracha, apostila do curso em PDF ou impressa.

## ORGANIZAÇÃO

- Os estudantes irão interagir via plataforma Google Meet.

## OBJETIVO

- Conceituar função afim.

- Desenvolver programas, no *Scratch*, para resolver problemas propostos sobre função afim.

## DESENVOLVIMENTO:

1º Momento (60 minutos): Aula expositiva e dialogada com apresentação dos conceitos e características principais da função afim.

2º Momento (90 minutos): Exploração do conceito por meio da resolução de problemas propostos utilizando os blocos de função e de operadores do *Scratch* na criação de programas (Apostila do curso páginas 36 a 38).

3º Momento (30 minutos): Socialização das respostas com o grupo.

## AVALIAÇÃO

Processual e contínua.
Critérios: Participação na resolução das atividades; verificação da consolidação da aprendizagem dos conceitos propostos.

## REFERÊNCIA

NETO, A. P. **Módulo função afim: noções básicas – 9º ano – Ensino Fundamental.** Portal da Matemática: OBMEP. Disponível em: https://cdnportaldaobmep.impa.br/portaldaobmep/uploads/material_teorico/brc70d5sillssg.pdf. Acesso em: 31/08/2021.

# Plano de Aula 07

**UNIDADE ESCOLAR:** Colégio da Polícia Militar Anísio Teixeira

**CURSO:** Aprendendo função no *Scratch*

**PROFESSORA:** Mônica Romana

**SÉRIE:** 1º ano - Ensino Médio

**DATA:** **CARGA HORÁRIA:** 3hs

## CONTEÚDO

Função Afim

- Zero da função afim
- Coeficientes
- Funções crescente, decrescente e constante.

## MATERIAL NECESSÁRIO

- Computador conectado na internet, lápis, borracha, apostila do curso em PDF ou impressa.

## ORGANIZAÇÃO

- Os estudantes irão interagir via plataforma Google Meet.

## OBJETIVO

- Determinar o zero da função afim.

- Criar algoritmos que possibilitem modificar os coeficientes angular e linear da função afim.

- Analisar o gráfico da função afim a partir da modificação dos seus coeficientes angular e linear no algoritmo criado.

- Reconhecer funções crescentes, decrescentes e constantes.

- Desenvolver programa, no *Scratch*, para resolver problema proposto sobre função afim (Apostila do curso, página 44).

## DESENVOLVIMENTO

1º Momento (60 minutos): Aula expositiva e dialogada com apresentação algébrica e gráfica do zero ou raiz da função afim.

2º Momento (90 minutos): Criação de algoritmos para exploração do conceito e análise dos coeficientes angular e linear no gráfico da função afim.

3º Momento (30 minutos): Resolução de problema de reconhecimento de função crescente, decrescente e constante e socialização das respostas com o grupo (Apostila, página 44).

## AVALIAÇÃO

Processual e contínua.
Critérios: Participação na resolução das atividades; verificação da consolidação da aprendizagem dos conceitos propostos;

# Plano de Aula 08

**UNIDADE ESCOLAR:** Colégio da Polícia Militar Anísio Teixeira

**CURSO:** Aprendendo função no *Scratch*

**PROFESSORA:** Mônica Romana

**SÉRIE:** 1º ano - Ensino Médio

**DATA:** **CARGA HORÁRIA:** 3hs

## CONTEÚDO

Função Afim

Aplicando o conceito de função afim

## MATERIAL NECESSÁRIO

- Computador conectado na internet, lápis, borracha, apostila do curso em PDF ou impressa.

## ORGANIZAÇÃO

- Os estudantes irão interagir via plataforma Google Meet.

## OBJETIVO

- Avaliar os conhecimentos adquiridos nas aulas anteriores por meio da resolução de problemas.

## DESENVOLVIMENTO

1º Momento (60 minutos): Revisão dos conceitos estudados nos encontros anteriores.

2º Momento (120 minutos): Resolução de problema para avaliação dos conhecimentos adquiridos durante a participação no projeto.

## AVALIAÇÃO

Processual e contínua.

Critérios: Participação na resolução das atividades; verificação da consolidação da aprendizagem dos conceitos propostos;

## REFERÊNCIAS

DUVAL, R. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. **REVEMAT,** Florianópolis (SC), v. 6, n. 2, p. 96-112, 2011. e-ISSN 1981-1322.

LOPES JUNIOR, D. **Função do 1º grau:** um estudo sobre seus registros de representação semiótica por alunos da 1ª série do Ensino Médio. Dissertação. Educação. Universidade Federal do Mato Grosso do Sul. Campo Grande, MS. 2006.

# Plano de Aula 09

**UNIDADE ESCOLAR:** Colégio da Polícia Militar Anísio Teixeira

**CURSO:** Aprendendo função no *Scratch*

**PROFESSORA:** Mônica Romana

**SÉRIE:** 1º ano - Ensino Médio

**DATA:** **CARGA HORÁRIA:** 3hs

## CONTEÚDO

Criando projetos no *Scratch.*

## MATERIAL NECESSÁRIO

- Computador conectado na internet, lápis, borracha, apostila do curso em PDF ou impressa.

## ORGANIZAÇÃO

- Os estudantes irão interagir via plataforma Google Meet.

## OBJETIVO

- Criar um projeto utilizando a programação no *Scratch*;

- Promover trabalho colaborativo e interação entre os estudantes por meio da socialização dos projetos construídos.

## DESENVOLVIMENTO:

1º Momento (15 minutos): Apresentação da proposta de criação do projeto utilizando o software *Scratch*. Orientá-los a desenvolverem um jogo, uma animação, um problema, etc. que envolva o tópico de função em seu *script*.

2º Momento (90 minutos): Desenvolvimento de projetos pelos estudantes com orientação e supervisão da professora/pesquisadora.

3º Momento (45 minutos): Socialização das criações com o grupo.

4° Momento (30 minutos): Avaliação final do curso pelos estudantes e considerações finais.

## AVALIAÇÃO

Processual e contínua.

Critérios: Participação na resolução das atividades; verificação da consolidação da aprendizagem dos conceitos propostos;

APÊNDICE C – Sequência Didática (Apostila)

# Aprendendo Função no

SCRATCH

www.scratch.mit.edu

# Sumário

Aula 1 – Conhecendo a funcionalidade do *Scratch* ..... 1
1.1 Sobre o *Scratch* ..... 1
1.2 Interface de Usuário do *Scratch* ..... 2
1.3 Programando no *Scratch* ..... 4
Atividade da Aula 1 ..... 8
Aula 2: Blocos de operadores matemáticos no Scratch ..... 11
2.1 Conhecendo os blocos de operadores matemáticos ..... 11
Atividades da Aula 2 ..... 12
Aula 3 - O conceito de função ..... 15
3.1 Definição e notação ..... 16
3.2 Formas de representação de uma função ..... 17
*3.2.1 Diagrama de Flechas* ..... 17
*3.2.2 Domínio, Contradomínio e Imagem* ..... 17
*3.2.3 Representação de f por uma tabela* ..... 18
*3.2.4 Representação de f por um gráfico cartesiano* ..... 18
*3.2.5 Representação de f por uma expressão algébrica ou lei de formação* ..... 19
Atividades da Aula 3 ..... 20
Aula 4 - Explorando o conceito de função no Scratch ..... 23
Atividades da Aula 4 ..... 23
Aula 5 – Plano Cartesiano ..... 26
5.1 René Descartes ..... 26
5.2 As coordenadas cartesianas no Scratch ..... 28
Atividades da Aula 5 ..... 30
Aula 6 - Função Afim ..... 34
6.1 Casos particulares de função afim: ..... 36
Atividades da Aula 6 ..... 36
Aula 7 - Zero da função afim ..... 39
Atividades da Aula 7: Parte 1 ..... 39
7.1 Coeficientes de uma função afim ..... 40
*7.1.1 O coeficiente angular* ..... 40
*7.2.2 Coeficiente Linear* ..... 42
7. 2 Função Constante ..... 43
Aula 8 – Aplicando o conceito de função ..... 45

Aula 9 - Criando um projeto no *Scratch* ..... 50
Avaliação Final do Curso ..... 51
Referências ..... 53

# Aula 1 – Conhecendo a funcionalidade do *Scratch*

Nesta aula você vai se familiarizar com a interface de usuário e conhecer as principais funções do *Scratch*.

## 1.1 Sobre o *Scratch*

O *Scratch* é um software idealizado pelo grupo *Lifelong Kindergarten* no *Media Lab* do *Massachusetts Institute of Technology* (MIT), que está disponível gratuitamente desde 2007, atualmente em mais de 60 idiomas. É uma linguagem de programação visual que oferece um ambiente de aprendizagem para pessoas de todas as idades sem que seja necessário ter experiência em Ciências da Computação. Por meio dele é possível programar jogos, animações, projetos interativos, etc. Enquanto as pessoas criam no *Scratch*, habilidades essenciais são desenvolvidas, pois o processo possibilita pensar criativamente, raciocinar sistematicamente e trabalhar em grupo. Além disso, o *Scratch* permite o desenvolvimento de habilidades necessárias para a resolução de problemas, aspecto fundamental para a vida e não apenas para aqueles que querem trabalhar como programadores.

Neste projeto vamos conhecer as características básicas do *Scratch* e utilizá-lo na aprendizagem do tópico Funções. Você pode acessá-lo no site https://scratch.mit.edu começar a criar e inscrever-se para compartilhar suas criações com outros usuários. Se preferir, você pode baixar o programa para seu computador.

Antes de prosseguirmos, vamos conhecer algumas palavras-chave usadas na linguagem da computação:

**Algoritmos:** São as instruções que executam uma tarefa ou resolvem um problema.
**Script:** Pilha de blocos ou roteiro que contém as instruções que serão executadas pelos atores.
**Debugar:** Corrigir os erros em um programa.
**Entrada:** Dados que um computador recebe do usuário ou de outro dispositivo.
**Interface de Usuário:** Imagem em uma tela que permite ao usuário interagir com o programa.

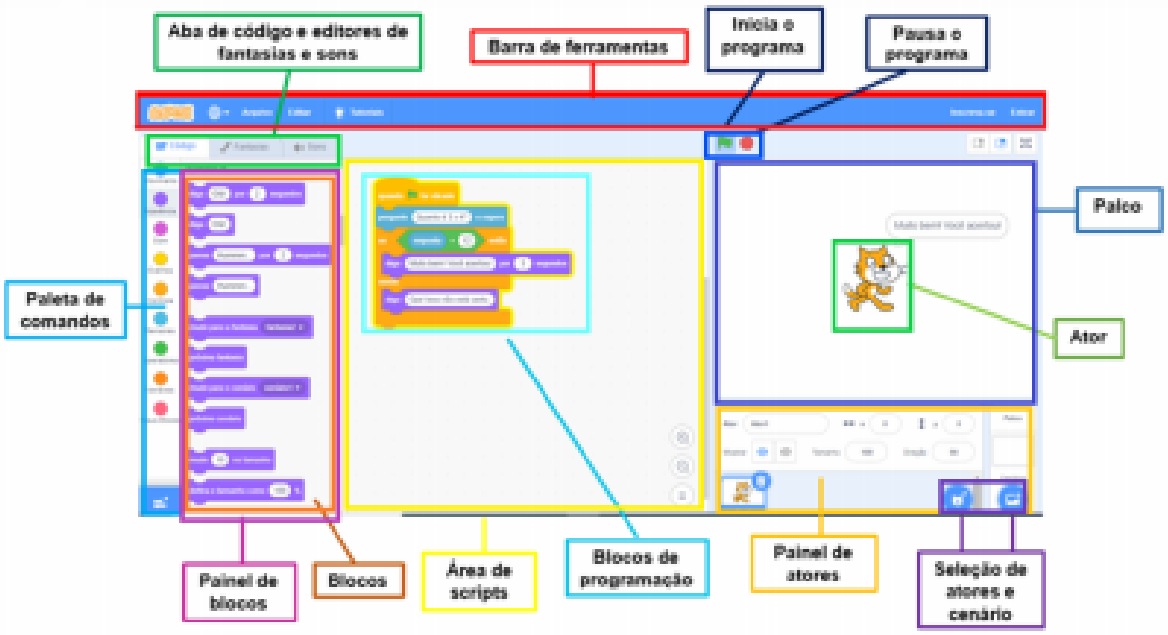
**Programas:** Sequências de algoritmos com códigos e comandos que comunicam aos computadores o que fazer.

**Saída**: Dados que um computador envia ao usuário ou a outro dispositivo.

**Variáveis:** Informações que podem ser alteradas durante a execução de um programa.

## 1.2 Interface de Usuário do *Scratch*

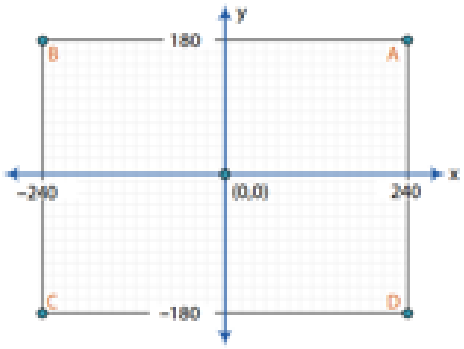
A imagem abaixo representa a interface de usuário do *Scratch*. Ela mostra a tela inicial do programa quando o abrimos. As partes principais estão sinalizadas para facilitar a sua compreensão. Você pode também acessar o *Scratch* para experimentar e compreender melhor cada uma das funcionalidades do software.




**Ator:** o ator, ou *sprite*, são os objetos utilizados na criação de um jogo, de uma animação ou qualquer outra atividade. O gato que você vê na figura anterior é um ator. Os atores obedecem às instruções que você atribui a eles.

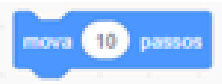
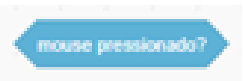
**Palco:** o Palco, ou *Stage*, é onde a ação acontece. Nele, os atores se movimentam, interagem e são modificados. O palco possui 480 passos de largura e 360 passos de altura e é como um plano de coordenadas com o ponto (0,0) no centro, conforme mostra a figura a seguir:

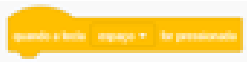
3




Fonte: (MARJI, 2014, p. 24)

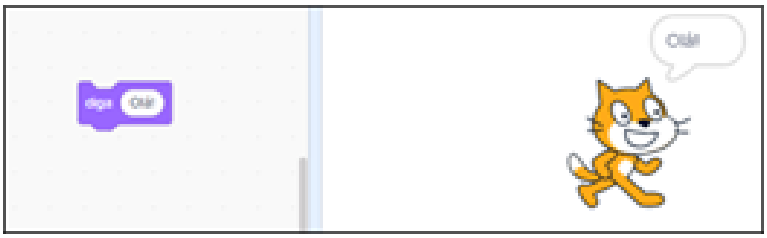
**Blocos do Scratch:** O *Scratch* possui quatro tipos de blocos: blocos de comando, blocos de função, blocos de *trigger* (ou gatilho) e blocos de controle. Veja abaixo o formato e descrição de cada um deles:

| Blocos do Scratch | Formato | Descrição |
|---|---|---|
| Blocos de Comando |   | Os blocos que possuem esse formato podem executar sons, traçar linhas, movimentar e modificar a aparência dos objetos. |
| Blocos de Função |   | São também chamados de blocos informantes. Eles implementam as operações aritméticas, algumas funções algébricas e algumas funções definidas sobre *strings* (sequências de caracteres). São usados como entrada para outros blocos e avaliam o comportamento do mouse ou teclado, por exemplo, quando pressionados ou não. O formato indica o tipo de dado que eles retornam: os que tem extremidade arredondadas informam números ou *strings*; os que tem extremidade pontiaguda informam se algo é falso ou verdadeiro. |

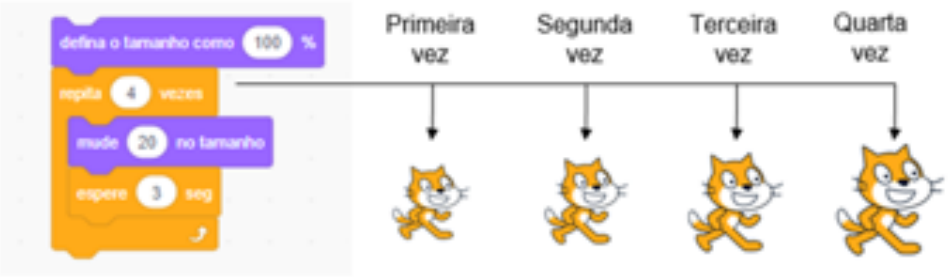
| | | |
|---|---|---|
| Blocos de Gatilho |  | Esse tipo de bloco espera por um evento - por exemplo, quando uma tecla é pressionada ou o click do mouse - e executam os blocos que estão abaixo deles quando esse evento ocorre. |
| Blocos de Controle | | Correspondem aos conectivos lógicos e comandos de iteração. Com essa estrutura é possível determinar se um ator deve repetir um número de vezes a ação, ou verificar se algo for verdadeiro e fazer uma rotina, se não, fazer uma rotina diferente. |

## 1.3 Programando no *Scratch*

No *Scratch* não é necessário digitar comandos complicados. Você pode programar encaixando os blocos gráficos. A figura abaixo mostra um programa simples que utiliza um único bloco à esquerda e o resultado da execução do programa à direita:




Você pode combinar blocos de cores diferentes para criar um programa. Na figura abaixo temos um exemplo de script que muda o tamanho do ator quatro vezes e espera 3 segundos para mostrar a próxima mudança:




Fonte: Adaptado (MARJI, 2014, p. 22)

É possível também, movimentar o ator, mudar a sua cor, o seu estilo ou fantasia, adicionar sons e modificar o cenário. Além disso, podemos escolher outros atores e definir um *script* para cada um deles.

Uma borda amarela indica que uma pilha de blocos está em execução:

Para conhecer mais sobre a funcionalidade do software *Scratch*, acesse o site https://scratch.mit.edu/projects/editor/?tutorial=all e veja os tutoriais disponíveis.

## Dicas Importantes para Programar

Criar um programa para fazer algo acontecer é muito empolgante, mas, às vezes, a sequência de comandos não funciona tão bem como deveria ou nem mesmo funciona!

O que acontece quando um programa não faz o que você quer que ele faça? Você precisa corrigi-lo!

O processo para melhorar o código ou corrigir erros (remover *bugs* do código) é chamado de **debugar**.

Se você encontrar um problema com o seu código, tente primeiro resolver sozinho antes de pedir ajuda a outra pessoa.

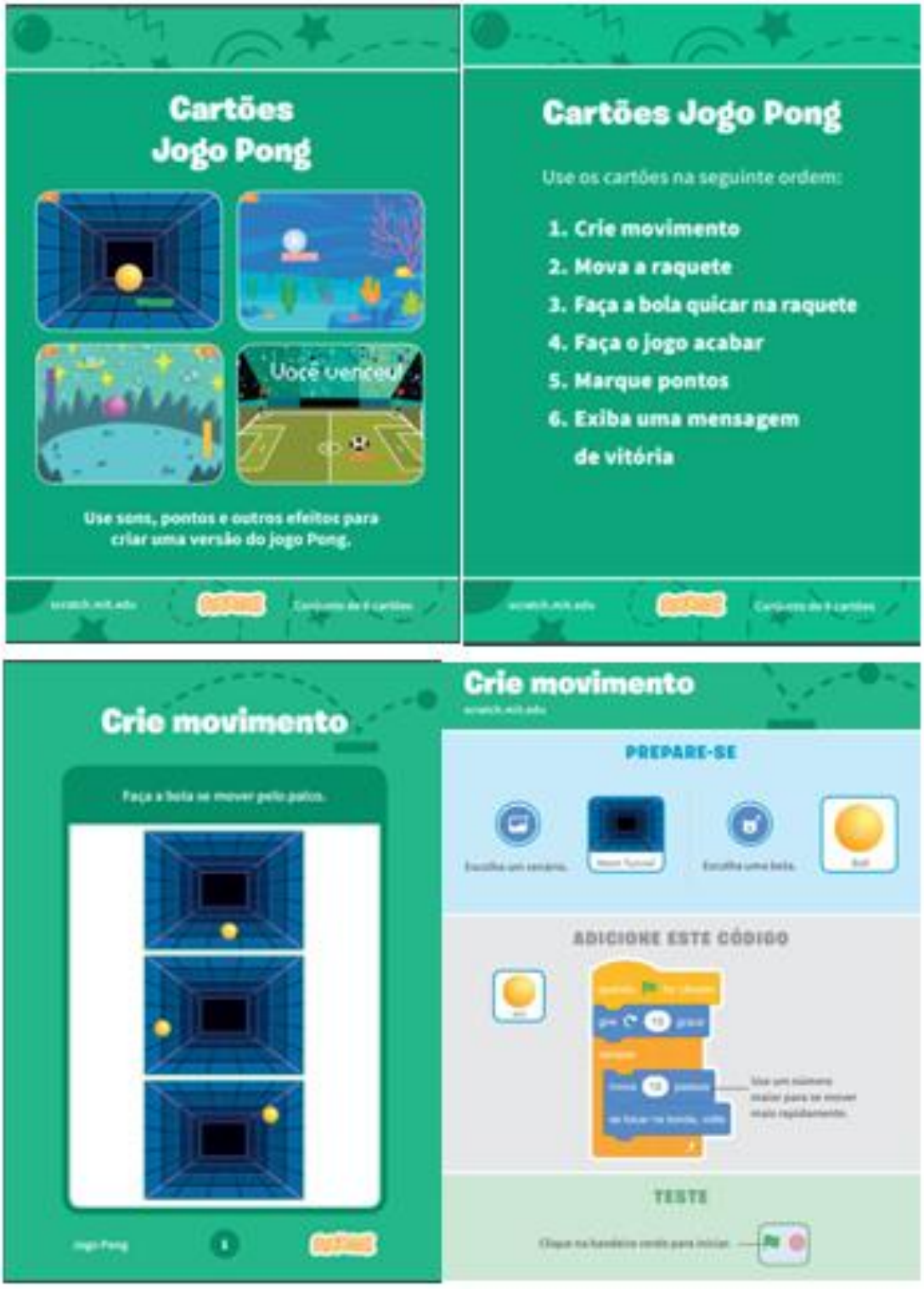
Veja as dicas que podem te ajudar:

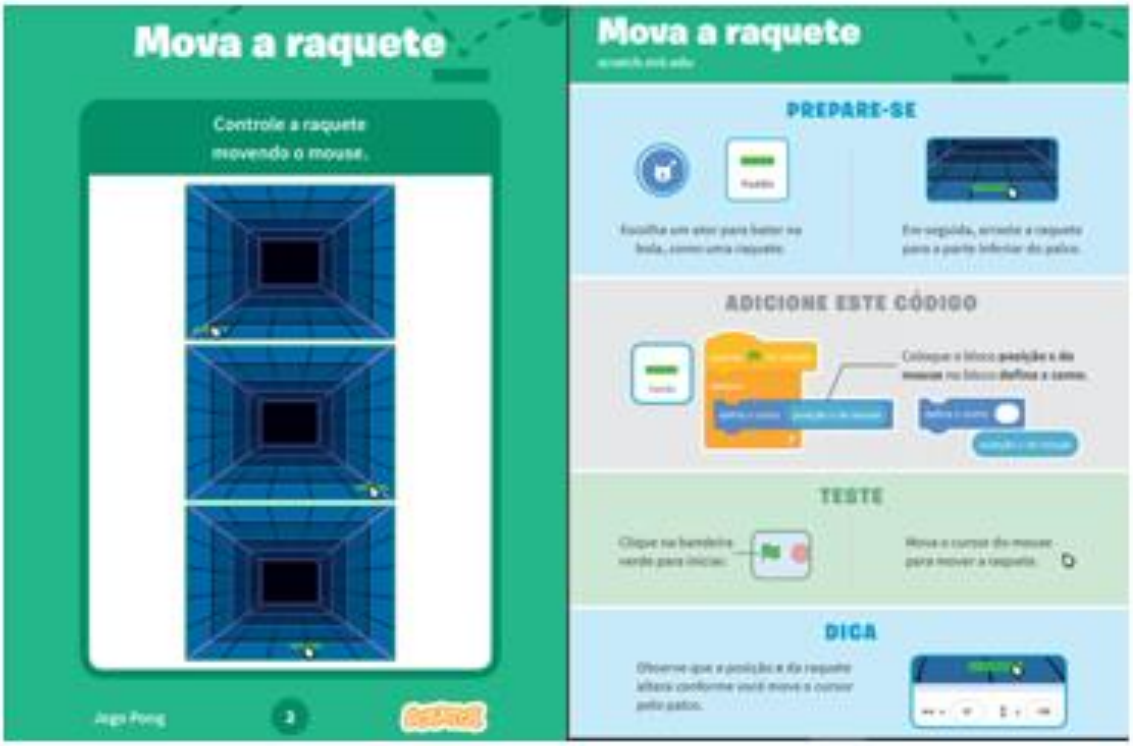
- Repasse mentalmente o seu programa. Tente prever o que vai acontecer. Você vê algum erro?
- Quando você terminar de escrever o seu programa, sempre execute-o para ver se está funcionando.
- Revise seu programa sozinho.
- Explique para um colega o que espera que seu programa faça. O que vai acontecer? Alguma coisa vai pular? Correr? Será realizada alguma operação matemática?
- Caso não consiga corrigir seu programa sozinho, mostre seu programa para os colegas. Eles têm alguma sugestão de como corrigir um código que não esteja funcionando?

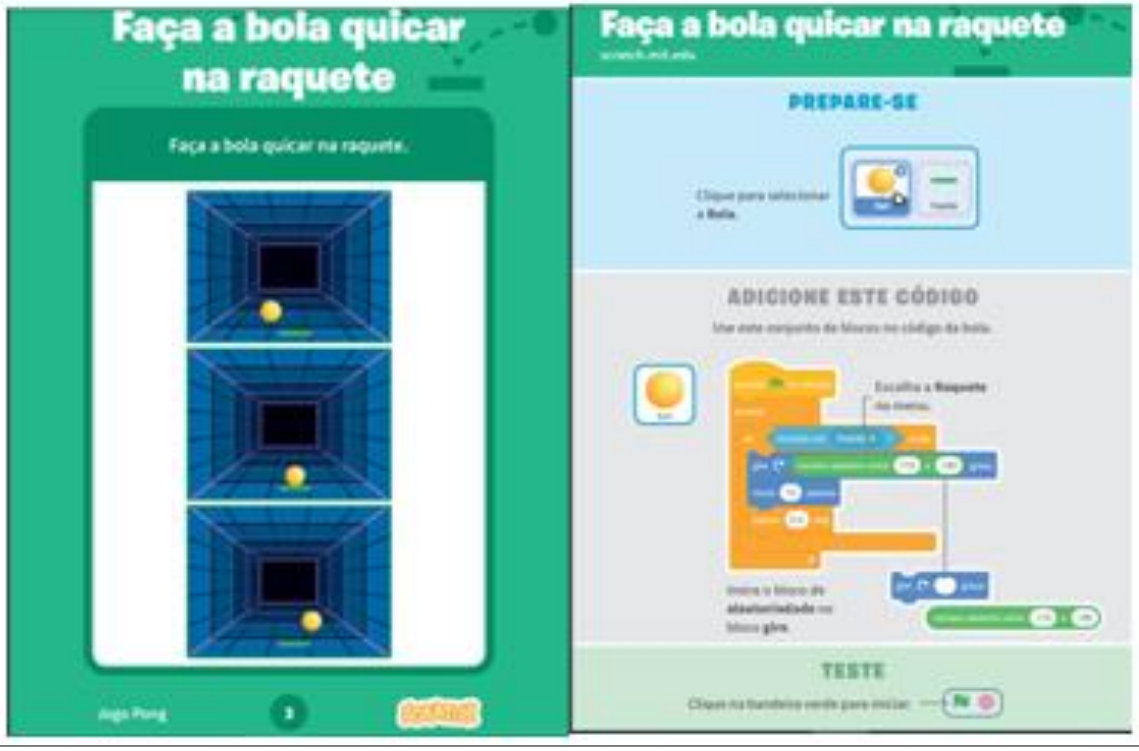
Fonte: Adaptado de *Turing: A Lógica de Programação - 5º ano. UNO Educação. Santillana, 2020.*

## Atividade da Aula 1

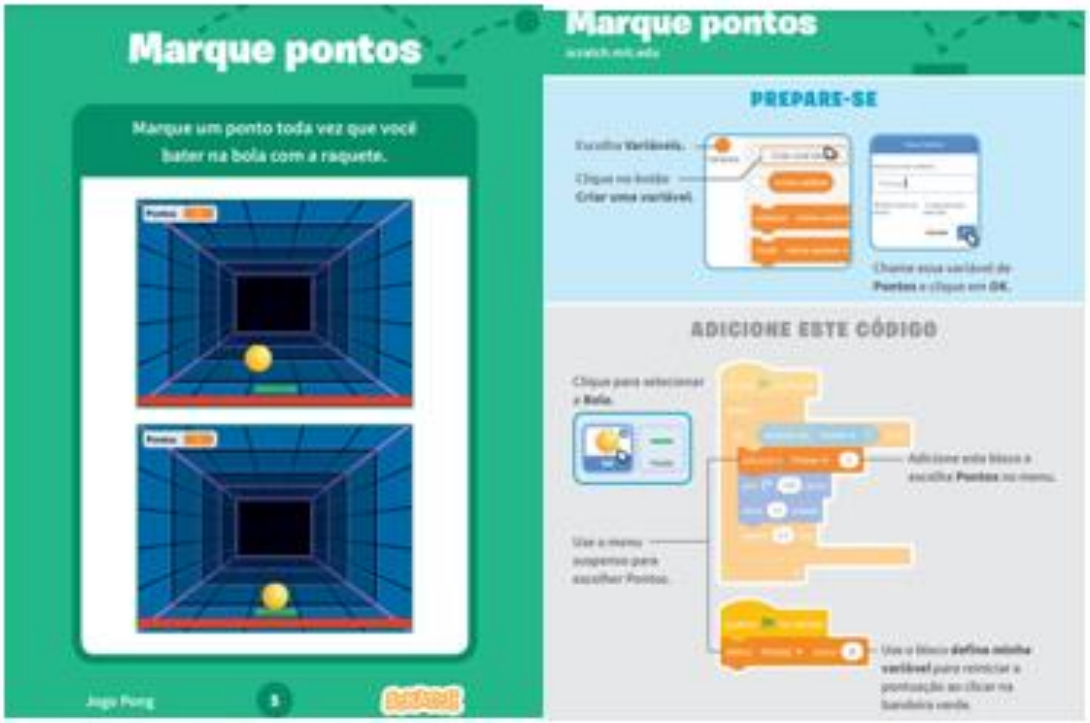
1.1) Agora que você já conhece um pouco sobre a interface de usuário do *Scratch*, vamos desenvolver um jogo no estilo *Pong*, no qual uma bola quica na tela. O objetivo é familiarizar-se com o software. Você pode seguir os cartões abaixo com as orientações ou acompanhar o tutorial online do jogo no site https://scratch.mit.edu/pong. Para começar, acesse o programa e siga as orientações dos cartões e reproduza o jogo. Você pode acrescentar blocos diferentes na sua produção. Use sua criatividade!


Cartões
Jogo Pong
Você venceu!
Use sons, pontos e outros efeitos para
criar uma versão do jogo Pong.
Cartões Jogo Pong
Use os cartões na seguinte ordem:
1. Crie movimento
2. Mova a raquete
3. Faça a bola quicar na raquete
4. Faça o jogo acabar
5. Marque pontos
6. Exiba uma mensagem
de vitória
Crie movimento
Faça a bola se mover pelo palco.
Crie movimento
PREPARE-SE
ADICIONE ESTE CÓDIGO
TESTE


Mova a raquete
Controle a raquete movendo o mouse.
Jogo Pong
3
Mova a raquete
PREPARE-SE
ADICIONE ESTE CÓDIGO
TESTE
DICA


Faça a bola quicar na raquete
Faça a bola quicar na raquete.
Jogo Pong
3
Faça a bola quicar na raquete
PREPARE-SE
ADICIONE ESTE CÓDIGO
TESTE

Faça o jogo acabar
Termine o jogo se a bola tocar na linha vermelha.
Jogo Pong
4
Faça o jogo acabar
PREPARE-SE
ADICIONE ESTE CÓDIGO
TESTE


Marque pontos
Marque um ponto toda vez que você bater na bola com a raquete.
Jogo Pong
5
Marque pontos
PREPARE-SE
ADICIONE ESTE CÓDIGO

10

Fonte: Cartões Jogo Pong. Disponível em: https://scratch.mit.edu/www/cards/pt-br/pong-cards.pdf

**Questões para discussão:**

- O que você notou nos jogos que testou?
- O que você pode acrescentar no seu jogo?

# Aula 2: Blocos de operadores matemáticos no Scratch

Nesta aula vamos conhecer os operadores aritméticos e as funções suportadas pelo *Scratch*. Você pode criar sua própria calculadora utilizando os blocos da paleta Operadores que serão explorados nas atividades a seguir.

## 2.1 Conhecendo os blocos de operadores matemáticos

Na tabela abaixo encontram-se os blocos Operadores do *Scratch* e a funcionalidade relacionada a cada um deles.

| | |
|---|---|
| ( ) + ( ) | Adiciona os dois números |
| ( ) - ( ) | Subtrai o segundo número do primeiro |
| ( ) * ( ) | Multiplica os dois números |
| ( ) / ( ) | Divide o primeiro número pelo segundo |
| número aleatório entre 1 e 10 | Escolhe, dentro de um intervalo específico, um número aleatório |
| ( ) > 50 | "Verdadeiro" se o primeiro valor for maior que o segundo |
| ( ) < 50 | "Verdadeiro" se o primeiro valor for menor que o segundo |
| ( ) = 50 | "Verdadeiro" se os dois valores forem iguais |
| e | "Verdadeiro" se ambas as condições forem simultaneamente verdadeiras |
| ou | "Verdadeiro" se ambas ou apenas uma das condições forem verdadeiras |
| não | "Verdadeiro" se a condição for falsa. "Falso" se a condição for verdadeira |
| junte maçã com banana | Combina grupos de caracteres |
| letra 1 de maçã | Apresenta o caractere na posição especificada do grupo de caracteres |
| tamanho de maçã | Informa o número de caracteres em um grupo de caracteres |
| maçã contém m ? | "Verdadeiro" se o caractere está contido no grupo de caracteres |
| resto de ( ) por ( ) | Informa o resto da divisão do primeiro valor pelo segundo valor |
| arredondamento de ( ) | Tem o valor do número inteiro mais próximo de um número dado |
| módulo de ( ) | Informa o módulo, razões trigonométricas, logaritmos, raiz da quadrada do valor indicado |

Cada bloco pode ser testado individualmente bastando clicar sobre o objeto. O valor de retorno aparece em um balão de diálogo como na imagem abaixo:

Você também pode utilizá-los como entrada para qualquer bloco que aceite números, conforme podemos verificar na imagem a seguir:

Agora você vai praticar um pouco sobre os blocos estudados resolvendo as atividades a seguir.

## Atividades da Aula 2

2.1) Resolva as atividades a seguir utilizando os blocos *Operadores* do *Scratch*:

a) 12 + [35 - (10 + 2) +2] =

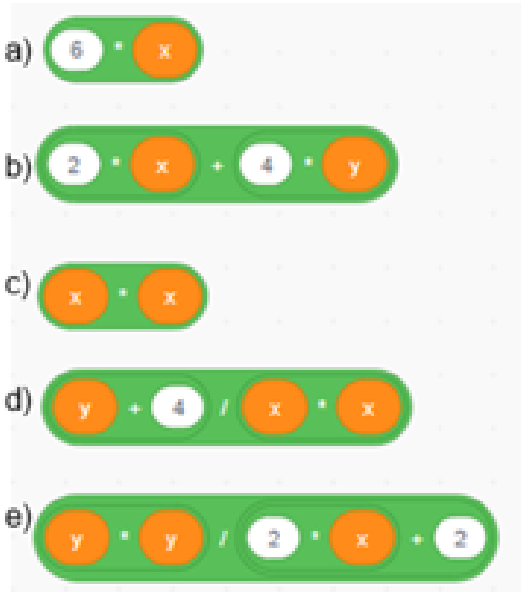
b) [(18 + 3 · 2) ÷ 8 + 5 · 3] ÷ 6 =

c) 37 + [-25 – (-11 + 19 – 4)] =

2.2) Dê o resultado de cada bloco do script a seguir. Há um padrão nesses produtos?

2.3) Há um padrão nos produtos 9 x 9, 99 x 99, 999 x 999, ..., etc.? Utilize o comando ***diga*** para descobrir o resultado desses produtos e confira sua resposta.

2.4) Avalie as expressões do *Scratch* a seguir. Suponha que x = 2 e y = 4.




2.5) Agora, avalie as expressões anteriores para x = 5 e y = 7.

2.6) Crie expressões como as anteriores, atribua valores para x e y, peça para os colegas avaliarem.

2.7) Utilize o comando ***diga*** e os blocos da paleta *Operadores* para calcular o seguinte:

a) A raiz quadrada de 32.

b) O seno de 30°.

c) O cosseno de 60°

d) O resultado do arredondamento de 99,459.

2.8) Crie um bloco de função que calcule a média aritmética dos três números a seguir: 90, 95, 98. Mostre o resultado usando o bloco ***diga***.

14

2.9) Desafio: Crie um bloco de função que converta 80 F para Celsius.

Dica: A relação entre as escalas de temperatura Celsius e Fahrenheit é dada por: C = **(5/9) x (F - 32)**.

Utilize os blocos "***pergunte ( ) e espere***" e "***mude ( ) para ( )***".

# Aula 3 - O conceito de função

Em diversas situações do dia a dia é possível perceber grandezas que, de certa maneira, estão relacionadas. Vejamos alguns exemplos:

*Exemplo 1:* Em uma barraca de praia, em Salvador, vende-se água de coco ao preço de R$ 3,50 o copo. O dono da barraca deixou uma tabela exposta para que os clientes saibam quanto irão pagar, dependendo do número de copos de água de coco consumidos.

Com essa tabela os clientes não precisam fazer cálculos. Pelo menos se o consumo for de até dez copos:

| Número de copos | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Preço (R$) | 3,50 | 7,00 | 10,50 | 14,00 | 17,50 | 21,00 | 24,50 | 28,00 | 31,50 | 35,00 |

Nesse exemplo, duas grandezas estão relacionadas: o número de copos de água de coco e o respectivo preço. A cada quantidade de copos corresponde um único preço. Dizemos, por isso, que o preço (P) é função do número (n) de copos. A expressão matemática que estabelece a relação de interdependência entre o preço em reais, e o número de copos de água de coco é:

$$P = 3{,}50.n \ \text{(reais)}$$

A sentença acima é chamada de lei de formação da função ou lei da função. Observe que tanto o quadro quanto a lei da função mostram que o preço da água de coco varia em função da quantidade de copos comprados.

Para determinar o preço que se paga por 15 copos de água de coco, podemos calcular:

$$P = 3{,}50.15 = R\$\ 52{,}50$$

*Exemplo 2:* Uma academia de ginástica, no período de *lockdown* ocasionado por uma pandemia, resolveu alugar kits de aparelhos de treino de acordo com o seguinte critério: uma taxa fixa de R$ 15,00 referente a manutenção e uma taxa diária de R$ 2,50.

Se representarmos por ***d*** o número de dias e por ***a*** o valor do aluguel, podemos escrever a seguinte lei que relaciona ***a*** e ***d***:

$$a = 15 + 2{,}5.d$$

Observe que, mais uma vez, existe uma relação de dependência entre o valor do aluguel e o número de dias em que o equipamento ficará emprestado.

Podemos calcular, por exemplo, quanto irá pagar uma pessoa que alugar o kit de aparelhos por 12 dias:

$$a = 15 + 2{,}5 \,.\, 12 = R\$\ 45{,}00$$

Podemos dizer que o valor do aluguel e o número de dias são as variáveis. O valor do aluguel (a) que depende do número de dias em que o equipamento ficou emprestado é a variável dependente, e o número de dias (d), cuja escolha é livre, é a variável independente.

- Apresente outras situações em que duas grandezas estejam relacionadas de modo que cada valor de uma se associa a um único valor da outra.
- Relações como essas que vimos nos exemplos anteriores são chamadas de funções. Elabore uma definição para o conceito matemático de *função*.
- Volte ao *Exemplo 1* e identifique a variável dependente e a variável independente da função.

## 3.1 Definição e notação

Dados dois conjuntos não vazios $A$ e $B$, uma função $f$ de $A$ em $B$ é uma relação que associa cada elemento $x \in A$ a um único elemento $y \in B$.

Nessas condições, usamos as seguintes notações:

$$f : A \to B$$

ou

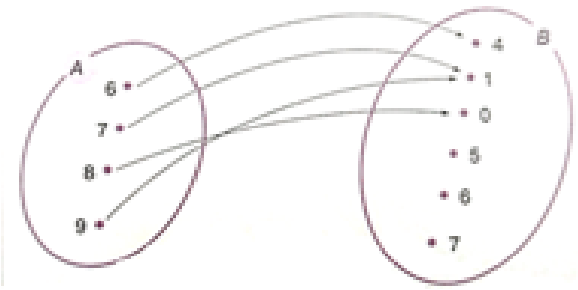
$$A \xrightarrow{f} B$$

Nos dois casos, lemos: *f* é uma função de A em B.

## 3.2 Formas de representação de uma função

### 3.2.1 Diagrama de Flechas

*Exemplo 1:* Em cada dia de determinado mês, a temperatura média de uma região, em grau Celsius, assumiu um dos valores: 0, 1, 4, 5, 6 ou 7. Considerando apenas os dias 6, 7, 8 e 9 desse mês, nos quais as temperaturas médias, em graus Celsius, foram 4, 1, 0 e 1, respectivamente, podemos representar a associação de cada dia à sua temperatura média por meio do diagrama:




Fonte: (PAIVA, 2013, p. 119)

Observando que cada dia do conjunto *A* corresponde a uma única temperatura no conjunto *B*, concluímos que essa correspondência é uma função *f* do conjunto *A* (dos dias do mês) no conjunto *B* (das temperaturas médias). Indicamos esse fato por *f*: *A* → *B* (lê-se: "*f* é uma função de *A* em *B*").

### 3.2.2 Domínio, Contradomínio e Imagem

Ao definirmos uma função *f* de *A* em *B*, os conjuntos *A* e *B* são chamados, respectivamente, de domínio (D(*f*)) e contradomínio (CD(*f*)) da função *f*.

Além disso, para cada elemento $x \in A$, o elemento $y \in B$ tal que f(x) = y é chamado de imagem de **x** pela função *f*. Já o conjunto formado pelas imagens de todos os elementos de *A* é chamado de conjunto imagem de *f* e é indicado por **Im(*f*)**.

> **Importante:** Em toda função *f* de A em B, temos que Im(*f*) está contida em B, ou seja, é um subconjunto de B, o que indicamos: $Im(f) \subset B$

No *Exemplo 1* acima, os conjuntos *A* e *B* são respectivamente o domínio *(D)* e contradomínio *(CD)* da função *f*. O conjunto {4, 1, 0} é o conjunto imagem da função *f*, que indicamos por *Im(f)*.

### 3.2.3 Representação de f por uma tabela

Além do diagrama, a representação da função *f*, apresentada no *Exemplo 1*, pode ser feita também por meio de uma tabela. Veja a seguir.

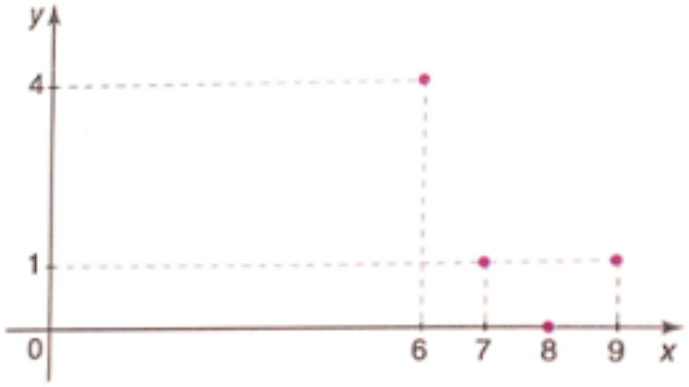
Cada linha da tabela associa um dia à temperatura média registrada nesse dia.

| Dia | Temperatura média |
|---|---|
| 6 | 4° C |
| 7 | 1° C |
| 8 | 0° C |
| 9 | 1° C |

### 3.2.4 Representação de f por um gráfico cartesiano

Todos os pontos $(x, y)$, com $x \in A$ e $y \in B$, tais que y = f(x) constituem a representação gráfica de *f* no plano cartesiano. Representando a função anterior no plano cartesiano, temos:

19




Fonte: (PAIVA, 2013, p. 120)

1) Dado um ponto no plano cartesiano P = (a, b), a é chamada abscissa de P e b é chamado ordenada de P;

2) Assim, o eixo-x é também chamado eixo das abscissas, enquanto o eixo-y é também chamado eixo das ordenadas;

3) Desse modo, os pontos do domínio de f são representados no eixo das abscissas (eixo-x), os pontos da imagem são representados no eixo das ordenadas (eixo-y) e os pontos do gráfico são representados no plano cartesiano por pares (x, y) em que y = f(x).

**Nota:**
Convencionamos que, se um ponto (x, y) pertence ao gráfico de uma função, dizemos, simplesmente, que (x, y) pertence à função. Assim, observando o gráfico anterior, podemos dizer, por exemplo, que o ponto (6, 4) pertence a f.

### *3.2.5 Representação de f por uma expressão algébrica ou lei de formação*

Conforme já vimos nos *Exemplos 1* e *2 da* seção 1, podemos representar uma função por meio de uma lei de formação, ou seja, uma expressão algébrica que descreve a relação de dependência entre as grandezas envolvidas na situação.

Observando atentamente a relação entre cada dia $x$, com $x \in A$, e a temperatura correspondente $y$, com $y \in B$, constatamos que essa relação pode ser descrita pela equação:

$$y = (8 - x)^2$$

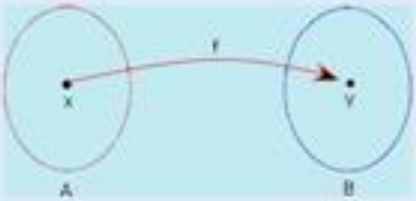
pois,

- para x = 6, temos: $y = (8-6)^2 \Rightarrow y = 4$;
- para x = 7, temos: $y = (8-7)^2 \Rightarrow y = 1$;
- para x = 8, temos: $y = (8-8)^2 \Rightarrow y = 0$;
- para x = 9, temos: $y = (8-9)^2 \Rightarrow y = 1$.

A equação $y = (8 - x)^2$ juntamente com *D(f)* e *CD(f)*, representa a função *f*.

**Retomando os conceitos dessa aula:**

Sendo *A* e *B* conjuntos não vazios, chama-se função de *A* em *B* toda correspondência *f* que associa cada elemento de *A* a um único elemento de *B*.

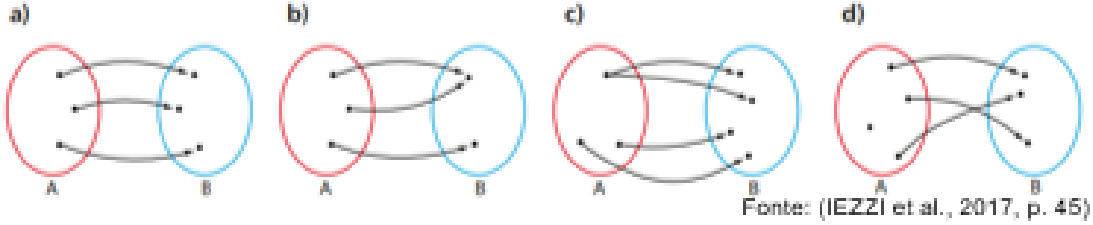



- Os conjuntos *A* e *B* são o domínio e o contradomínio da função *f*, respectivamente.
- Indica-se que f é uma função de domínio A e contradomínio B por meio do símbolo $f: A \rightarrow B$.
- Cada elemento *y* de *B* associado, através de *f*, a um elemento *x* de *A* é chamado de imagem de *x*. Esse fato é indicado por *y = f(x)* (lê-se: "*y* é igual a *f* de *x*" ou *y* é a imagem de *x* através de *f*").
- O subconjunto de *B*, formado por todos os elementos que são imagens através de *f*, é chamado de conjunto imagem de *f*.

Fonte: Adaptado de (PAIVA, 2013, p. 120).

## Atividades da Aula 3

3.1) Verifique, em cada caso, se o esquema define ou não uma função de **A** em **B**; os pontos assinalados representam os elementos dos conjuntos A e B.




Fonte: (IEZZI et al., 2017, p. 45)

3.2) **A "máquina" de dobrar**

Observe a seguir a representação de uma "máquina" que recebe um número como entrada e devolve como saída o dobro desse número.

O algoritmo a seguir, apresentado usando pseudocódigo, foi construído para obter os números que saem da "máquina" a partir dos números que entram.

**Início**
Nomeie de x o valor de entrada
Crie n
Calcule n ← 2 . x
Saída: n
**Fim**

Pseudocódigo é uma linguagem simples e escrita sem utilizar uma linguagem de programação específica.

- Nesse algoritmo, x e n são as variáveis e a seta ← indica que uma variável do algoritmo vai receber um valor (um número explicitado no algoritmo, o valor de outra variável ou o resultado de um cálculo). Por exemplo, em n ← 2 . x, a variável n do algoritmo recebe o valor do cálculo 2.x.
- Observando o algoritmo que representa o funcionamento da "máquina" de dobrar, temos n = 2 . x, que é a fórmula matemática da função. Podemos usar f(x) no lugar de n. Assim, f(x) = 2x.

FONTE: Adaptado de (DANTE; VIANA, 2020, p. 15)

Invente uma "máquina" que triplica e adiciona 1 a um dado número de entrada, semelhante ao exemplo anterior. Escreva a lei dessa função e elabore, no *Scratch*, um algoritmo que ela poderia utilizar:

3.3) Na cidade, um veículo de passeio consome um litro de gasolina a cada 9 quilômetros rodados.

a) Determine a expressão algébrica que relaciona a distância percorrida *(d)* em função do número de litros *(l)* consumidos.

b) Desenvolva e execute, no *Scratch*, um script que represente a situação descrita na questão. Verifique se o algoritmo está correto. Se estiver errado, corrija-o.

c) Utilize o algoritmo que você desenvolveu para relacionar a distância percorrida em função da quantidade de litros de combustível consumido e registre os resultados na tabela abaixo:

| Número de litros | Distância Percorrida |
|---|---|
| 0,25 | |
| 0,5 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 10 | |
| 25 | |
| 40 | |

d) Quais são as variáveis dessa situação?

e) Qual é a variável dependente?

23

f) Qual é a variável independente?

g) Quais os erros e dificuldades que você encontrou no desenvolvimento desta atividade?

## Aula 4 - Explorando o conceito de função no *Scratch*

Nesta aula serão apresentados alguns problemas relacionados ao conceito de função. Você deverá desenvolver programas no *Scratch* para resolvê-los. Tente seguir as etapas:

1. Leitura e interpretação
2. Planejamento
3. Elaboração do algoritmo
4. Execução do algoritmo
5. Corrigir erros de programação

## Atividades da Aula 4

4.1) Observe a sequência de figuras a seguir:

Fonte: Própria da autora

a) Quantos círculos terá a 5ª figura? E a 6ª figura?

b) Escreva uma sentença matemática que relaciona a posição da figura com a quantidade de círculos que ela contém:

c) Desenvolva, no *Scratch*, um algoritmo que possibilite relacionar a posição da figura com a quantidade de círculos que ela contém:

d) Teste seu algoritmo e complete a tabela abaixo, verificando a posição e quantos círculos terão as figuras. Caso não funcione, procure identificar os possíveis erros e corrija-os.

25

| Posição | Quantidade de círculos |
|---|---|
| 1ª | 1 |
| 2ª | 3 |
| 3ª | 5 |
| 4ª | 7 |
| 5ª | |
| 6ª | |
| 9ª | |
| ? | 29 |
| 20ª | |

Que estratégia você usou para descobrir a posição da figura formada por 29 círculos, na linha destacada acima?

4.2) Sendo $A = \{0, 1, 3, 4\}$ e $B = \{-3, -1, 0, 1, 3, 4, 5\}$ e a função $f: A \rightarrow B$ tal que $f(x) = 2x - 3$ tem domínio $A$ e contradomínio $B$. Desenvolva, no *Scratch*, um programa em que o domínio e a imagem da função são apresentados em uma tabela.

*Dicas:* Utilize o comando "**criar uma lista**" e crie uma lista para domínio e uma lista para imagem. Use o bloco de controle "**repita**". Use os blocos "**variáveis**" para criar as variáveis x (para os valores do domínio) e y (para os valores da imagem).

Registre os erros e dificuldades que você encontrou no desenvolvimento desta atividade.

4.3) Num campeonato de futebol, cada clube vai jogar duas vezes com outro, em turno e returno. Assim, o número p de partidas do campeonato é dado em função do número x de clubes participantes, conforme vemos na tabela seguinte:

| **Nº de clubes** | 2 | 3 | 4 | 5 | ... |
|---|---|---|---|---|---|
| **Nº de partidas** | 2 | 6 | 12 | 20 | ... |

a) Desenvolva, no *Scratch*, um algoritmo que permite determinar o número de partidas **p** em função do número de times ***x***.

b) Utilizando o programa desenvolvido no item a, determine quantas partidas terá o campeonato, caso tenha:

- 8 times participantes.
- 10 times participantes.
- 15 times participantes.

4.4) Um motorista, saindo de um terminal ***A***, viaja por uma estrada e observa que a medida de distância percorrida, a partir do ponto inicial, pode ser calculada por $d(x) = 50.x + 6$, sendo $d$ a medida de distância, em quilômetros, e $x$ a medida de intervalo de tempo em horas. Faça no *Scratch* uma tabela listando as medidas de distância percorrida após cada intervalo de 1 hora desde $x = 1$ até $x = 5$. Siga as dicas da questão 4.2.

a) Quais são as variáveis dessa situação?

b) De acordo com a tabela, quais são os valores que pertencem ao domínio da função ***d***? E quais valores pertencem à imagem da função ***d***?

# Aula 5 – Plano Cartesiano

Vimos na Aula 3 que podemos representar uma função por meio de um gráfico cartesiano. Nessa aula, vamos conhecer um pouco mais sobre essa forma de representação.

## 5.1 René Descartes

O plano cartesiano recebe esse nome em homenagem ao matemático e filósofo francês René Descartes (1596 – 1650). Em um dos apêndices de **Discurso sobre o método**, sua obra mais famosa, Descartes propôs um método de localizar pontos em um sistema de eixos, introduzindo assim a noção de coordenadas. Posteriormente esse método foi aperfeiçoado, resultando no que atualmente denominamos sistema cartesiano ortogonal.

René Descartes

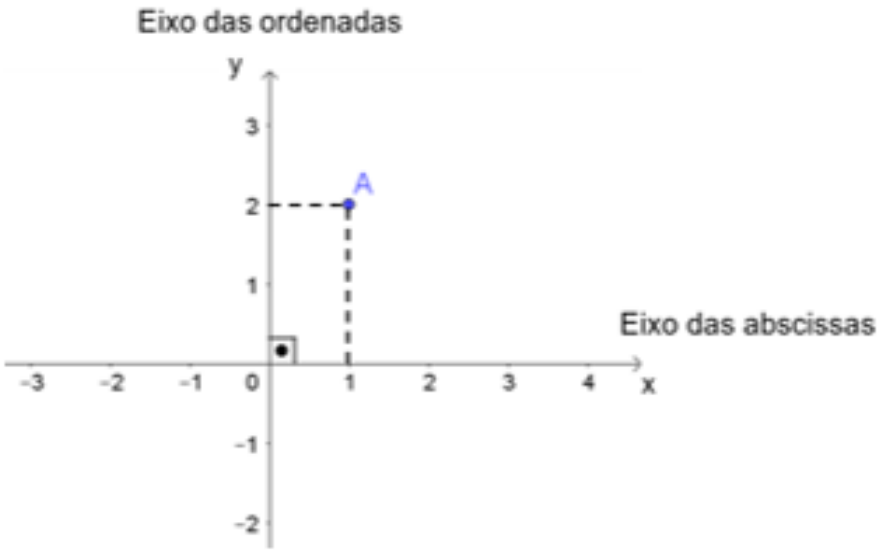
Fonte: (SOUZA, 2013, p. 53)

Esse sistema é constituído por um plano em que existem dois eixos orientados e perpendiculares. Sobre esse plano, podemos representar pontos representados por pares de coordenadas.

O eixo horizontal é denominado **eixo das abscissas** ou **eixo-x** e o eixo vertical, **eixo das ordenadas** ou **eixo-y**. Para localizar um ponto é preciso conhecer suas coordenadas (x, y). A coordenada x, chama-se abscissa do ponto e a coordenada y, chamada de ordenada.

Com base nas coordenadas (x, y), traçamos retas paralelas aos eixos. A reta vertical (paralela ao eixo-y) passa pela abscissa x, enquanto a reta horizontal (paralela ao eixo-x) passa pela ordenada y. Na intersecção dessas paralelas, encontramos o ponto A (x, y). Na imagem abaixo, a abscissa do ponto A é 1 e a ordenada é 2. Portanto, podemos representar esse ponto por A (1, 2).

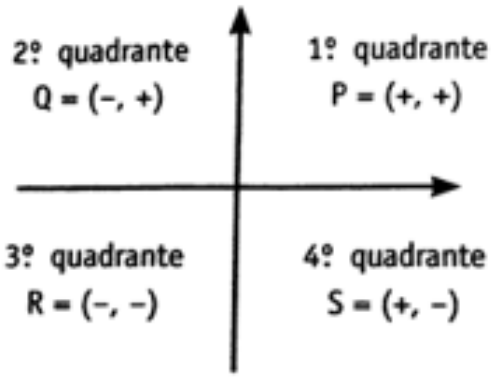
28




Fonte: Própria da Autora.

No plano cartesiano, cada eixo deve ter uma origem comum e uma medida de unidade de comprimento deve ser usada para subdividir esses eixos.

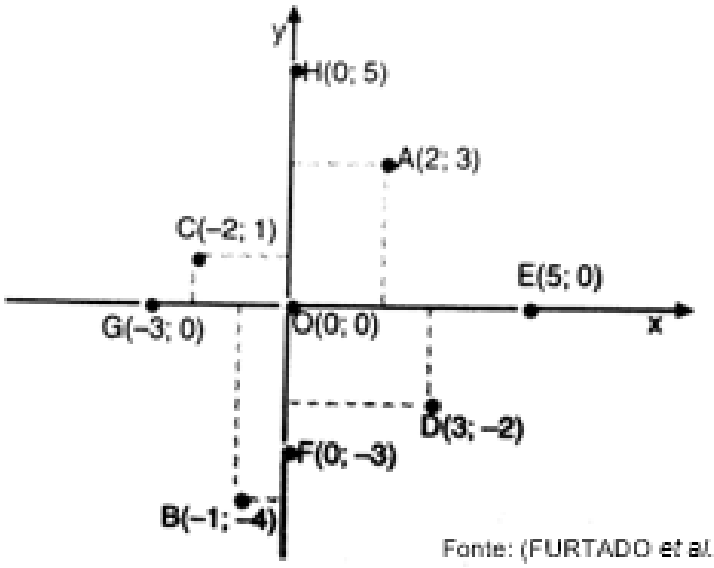
Observe, na figura a seguir, que os eixos x e y dividem o plano cartesiano em quatro partes. Essas partes são denominadas quadrantes. O primeiro quadrante é constituído pelos pontos que têm duas coordenadas positivas. A partir daí, os demais quadrantes são numerados no sentido anti-horário.




Fonte: (FURTADO, E. M. *et al.* 2007, p. 21)

Observe a representação de alguns pontos no plano cartesiano ortogonal: A(2; 3), B(-1; -4), C(-2; 1), D(3; -2), E(5; 0), F(0; -3), G(-3, 0) e H(0; 5).

29




Fonte: (FURTADO *et al.* 2007, p. 21)

Os pontos que têm a primeira coordenada nula pertencem ao eixo *y* e são da forma (0; y). Já os pontos que têm a segunda coordenada nula pertencem ao eixo *x* e têm a forma (x; 0). O único ponto que tem duas coordenadas nulas pertence a ambos os eixos e é chamado de origem. Na ilustração anterior, a origem é o ponto O (0; 0).

## 5.2 As coordenadas cartesianas no Scratch

Como vimos na Aula 01, o Palco do Scratch é como um plano de coordenadas com o ponto (0, 0) no centro.

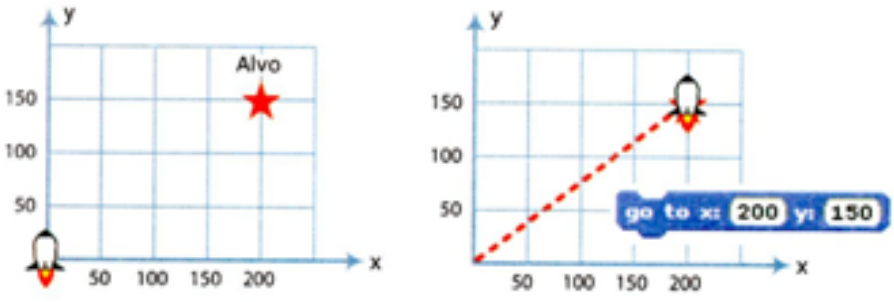
No Scratch, as coordenadas (x, y) de qualquer ponto podem ser encontradas na Área de Exibição da Posição (x, y), localizada logo abaixo do Palco, como podemos verificar na figura a seguir:

30

Na imagem anterior o ator (gato) encontra-se na posição x: 92 e y: 74, ou seja, na coordenada (92; 74).

Podemos movimentar o ator no Palco utilizando os comandos de *movimento absoluto*: "**vá para (...)**", "**deslize por (...)**", "**mude x para (...)**" e "**mude y para (...)**".

Para demonstrar, vamos supor que você queira fazer o ator "foguete", na figura abaixo, atingir o ator "alvo" em formato de estrela na posição (200, 150). Podemos fazer isso utilizando o bloco de comando **vá para**, como apresentado no lado direito da figura. A coordenada *x* informa a distância que o ator "foguete" deve mover-se horizontalmente pelo Palco, enquanto a coordenada *y* informa a distância a ser percorrida verticalmente.




Fonte: Adaptado de (MARJI 2014, p.47)

Vamos utilizar os comandos de Movimento Absoluto para resolver as atividades a seguir.

## Atividades da Aula 5

5.1) No *Scratch*, escolha o cenário *"Xy-grid"*, selecione atores de sua preferência para representar os pontos A, B, C, D, E, F e G abaixo. Use o bloco de comando "**vá para**" para localizá-los no plano:

A (100, 130)

B (140, - 120)

C (-110, 130)

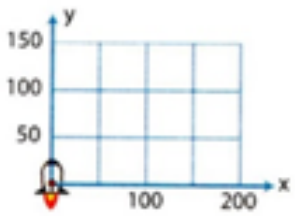
D (-120, -150)

E (-130, 0)

F (0, 120)

G (0, 0)

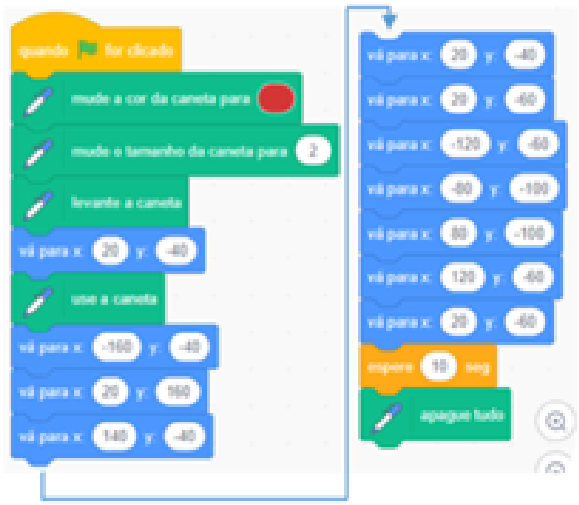
5.2) Liste as coordenadas do ator "Foguete" após a execução de cada comando do script mostrado a seguir:

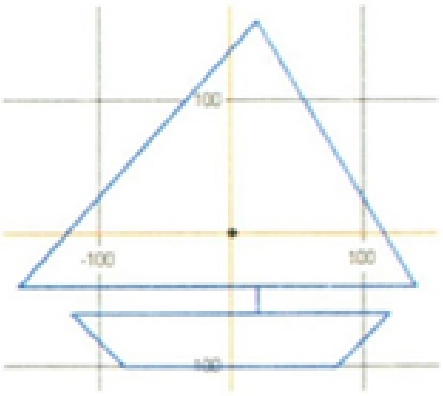



Fonte: Adaptado de (MARJI 2014, p.47)

5.3) Explique como o script a seguir funciona. Dê as coordenadas (x, y) de todos os vértices da figura:

32




Fonte: Adaptado de (MARJI 2014, p.66)

5.4) Crie um script para conectar cada um dos conjuntos de pontos a seguir na sequência e mostre o formato final:

a) (30, 20), (80, 20), (80, 30), (90, 30), (90, 80), (80, 80), (80, 90), (30, 90), (30, 80), (20, 80), (20, 30), (30, 30), (30, 20)

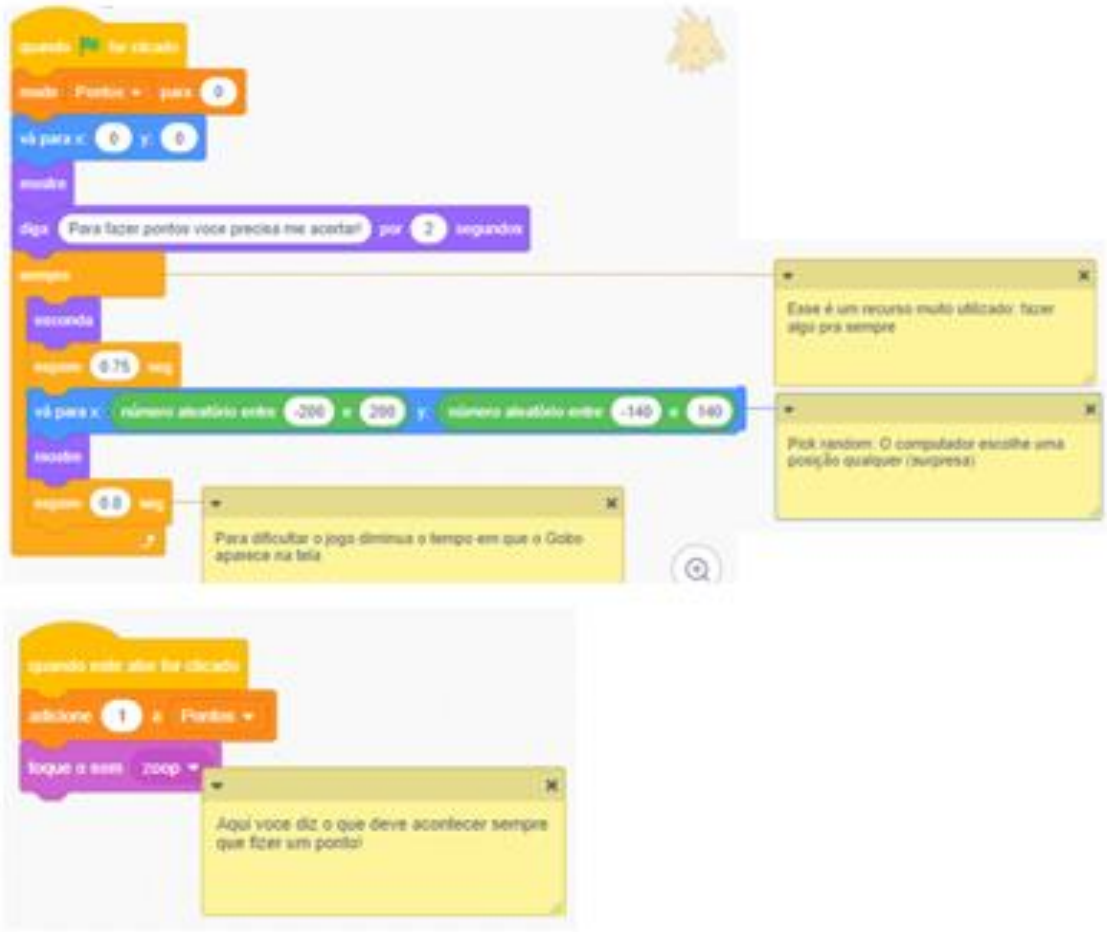
b) (-10, 10), (-30, 10), (-30, 70), (-70, 70), (-70, 30), (-60, 30), (-60, 60), (-40, 60), (-40, 10), (-90, 10), (-90, 90), (-10, 90), (-10, 10).

5.5) Construindo o jogo Esconde Esconde no Scratch:

Neste jogo o ator Gobo aparece e desaparece rapidamente da tela. Você deve clicar sobre ele para marcar pontos. Reproduza o jogo e jogue com seus colegas.

Para começar, escolha um cenário que não tenha muitos detalhes gráficos. Escolha um ator de sua preferência. Nesse exemplo, vamos usar o cenário "Moon" e o ator "Gobo":

33

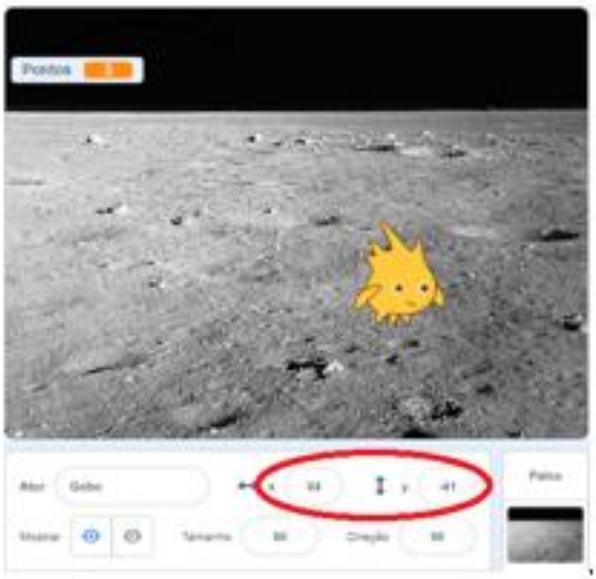






Fonte: https://scratch.mit.edu/projects/24155933/editor/

Na imagem abaixo, podemos ver o que acontece no Palco:



Observe que, neste instante do jogo, o Gobo encontra-se na posição x: 84 e y: - 41, ou seja, ele aparece na coordenada (84, -41), localizado no quarto quadrante do plano cartesiano.

5.6) Considerando o "palco" do *Scratch* como um plano de coordenadas cartesianas e observando o jogo anterior, responda as questões a seguir:

Quais serão os valores de x e y quando o Gobo aparecer no:

a) primeiro quadrante

b) segundo quadrante

c) terceiro quadrante

d) quarto quadrante

e) eixo x

f) eixo y

# Aula 6 - Função Afim

Antes de apresentarmos o conceito de **função afim**, resolva o exemplo a seguir:

*Exemplo 1:*

Mariana pegou um táxi para ir à casa de seu namorado, que fica a 15 km de distância. O valor cobrado engloba o preço da parcela fixa (bandeirada) de R$ 4,00 mais R$ 2,20 por quilômetro rodado.

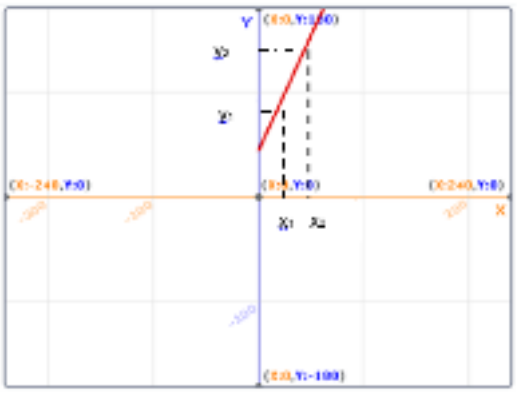
a) Qual é a expressão algébrica que representa o valor (v) cobrado, em reais, por uma corrida de x quilômetros?

b) Desenvolva, no Scratch, um script que represente a situação descrita na questão.

Utilize o script para determinar quanto Mariana irá pagar pela viagem de 15 km.

d) E se a casa do namorado de Mariana ficasse à 25 km de distância, quanto Mariana pagaria pela corrida?

Podemos utilizar a extensão "Caneta" para desenvolver um programa para construção do gráfico da função ***v*** que associa o valor pago pelo passageiro à distância ***x*** percorrida. Veja o script e o gráfico correspondente na imagem a seguir:



Fonte: Própria da autora

Podemos notar que para cada distância **x** percorrida pelo táxi, há certo valor **v** para a corrida.

A expressão que expressa **v** (em reais) em função de **x** (em quilômetros) descrita no item "a" que corresponde a **v(x) = 2,20.x + 4,00** é um exemplo de ou **função afim** e sua representação gráfica é uma reta oblíqua aos eixos x e y.

**Conceito:**

Uma função f: R → R dada por f(x) = ax + b, onde a, b ∈ R, é chamada de **função afim.**

Fonte: (NETO, acesso em 31 de ago. 2021, p. 1)

Na função afim f(x) = ax + b, o número **a** é o coeficiente da variável **x** e o número **b** é o termo independente. Exemplos de funções afins:

- f(x) = 2x + 3 → a = 2 e b = 3
- g(x) = - x + 5 → a = - 1 e b = 5
- h(x) = x → a = 1 e b = 0
- t(x) = 4x → a = 4 e b = 0

## 6.1 Casos particulares de função afim:

**Função Identidade**: Uma função $f : IR \to IR$ recebe o nome de *função identidade* quando a cada elemento $x \in IR$ associa o próprio x, isto é:

$$f(x) = x$$

O gráfico da função identidade é uma reta que contém as bissetrizes do 1º e 3º quadrantes.

A imagem é Im = IR

Fonte: Própria da autora

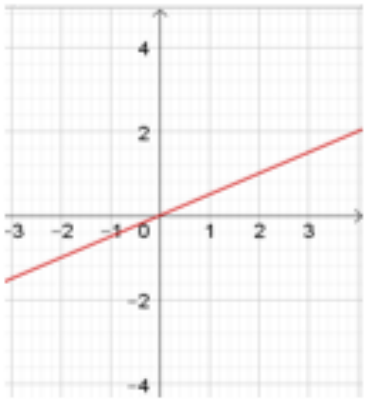
**Função Linear**: Uma função $f : IR \to IR$ recebe o nome de função linear quando a cada elemento $x \in IR$ associa o elemento $ax \in IR$ em que a ≠ 0 é um número real dado, isto é:

$$f(x) = ax$$

O gráfico da função linear é uma reta que passa pela origem.

A imagem é Im = IR

Nos exemplos anteriores h(x) = x e t(x) = 4x são exemplos de funções do tipo linear.



Fonte: Própria da autora

Existem diversas situações do cotidiano que podem ser modeladas por uma função afim. Nas atividades a seguir, vamos ver exemplos de algumas dessas situações.

## Atividades da Aula 6

6.1) Uma prestadora de serviços cobra pela visita à residência do cliente e pelo tempo necessário para realizar o serviço na residência.

O valor da visita é R$ 40,00 e o valor da hora para realização do serviço é R$ 20,00.

a) Escreva a expressão que indica o valor a ser pago (P) em função das horas (h) necessárias à execução do serviço:

b) Desenvolva, no Scratch, um script que calcule o valor a ser pago (P) em função das horas (h) necessárias à execução do serviço. Crie uma **"Lista"** que associe o valor ao número de horas de trabalho.

c) Utilizando o script anterior, qual é o valor pago por um serviço que tenha durado:

- 2 horas?_____
- 3 horas? _____
- 5 horas? _____
- 8 horas? _____

d) Quais valores da tabela (**lista**) pertencem ao domínio da função e quais valores pertencem ao conjunto imagem da função:

Domínio: _____

Imagem: _____

e) Um cliente dispõe de R$ 170,00. Por quantas horas de serviço, no máximo, ela pode contratar a prestadora?

É possível responder a essa questão utilizando o script anterior? Se não, que mudança deve ser feita?

6.2) Em certa companhia de energia elétrica, a quantia a ser paga pela fatura mensal é calculada da seguinte forma: uma taxa fixa de R$ 15,00 mais 0,45 por kWh consumidas.

39

a) Represente essa situação por meio de uma expressão algébrica que permita calcular a quantia ***y*** a ser paga mensalmente em função da quantidade ***x*** de kWh consumida.

b) Desenvolva no Scratch, um script que calcule a quantia ***y*** a ser paga mensalmente em função da quantidade ***x*** de kWh consumida. Após, calcule a quantia a ser paga por uma pessoa que consumiu, em um mês:

- 85 kWh _____
- 117 kWh _____
- 100 kwh _____
- 204 kWh_____

c) Crie um algoritmo para representar graficamente a quantia ***y*** a ser paga mensalmente em função da quantidade ***x*** de kWh consumida:

## Aula 7 - Zero da função afim

A raiz ou zero de uma função ***f*** é todo valor de ***x*** de seu domínio tal que f(x) = 0. Graficamente, os zeros correspondem às abscissas dos pontos em que o gráfico intercepta o eixo ***x***. Podemos obter o zero de uma função afim resolvendo ax + b = 0 o que equivale a fazer $x = \frac{-b}{a}$.

Exemplo: Obtenha o zero da função g: R→ R, definida pela lei g(x) = 2x - 5:

Fazemos g(x) = 0, obtemos as seguintes representações:

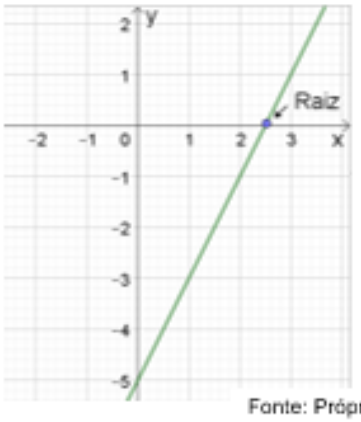
**Algébrica**

$2x - 5 = 0$

$2x = 5$

$x = \frac{5}{2}$

**Gráfica**




Fonte: Própria da autora

## Atividades da Aula 7: Parte 1

7.1) Determine o zero das seguintes funções:

a) f(x) = 3x - 150 b) h(x) = 6x c) g(x) = - 4x - 100 d) n(x) = -5x + 100

7.2) Crie um script para o cálculo do zero de uma função afim qualquer:

**Dica:** Entre na aba "Variáveis", na opção "Criar uma variável" e crie as variáveis correspondentes aos coeficientes "a" e "b" e a variável "x". Crie listas para modificar o

valor de entrada das variáveis. Utilize o bloco "**pergunte ( )**" para a entrada dos coeficientes **a** e **b**. Após, verifique se o algoritmo está correto atribuindo os valores dos coeficientes ***a*** e ***b*** das funções da questão anterior.

## 7.1 Coeficientes de uma função afim

Os coeficientes **a** e **b** de uma função afim fornecem informações a respeito do comportamento de seu gráfico. Vamos utilizar o *Scratch* para analisar os coeficientes de uma função afim.

***Para fazer no Scratch:***

Crie um algoritmo para construir o gráfico da função identidade y = x, em que **a = 1** e **b = 0**.

a) Utilize a função de "duplicar", clicando com o botão direito do mouse sobre o *script*, para fazer uma cópia do algoritmo da função identidade anterior. No *script* copiado modifique o valor do coeficiente **a**, de acordo com as informações a seguir. Represente no mesmo plano a função identidade e as funções seguintes. Observe e compare a posição das retas, quando:

- y = 2x
- y = 0,5x
- y = - 2x
- y = -0,5x

b) Explique o que ocorre quando modificamos o valor do coeficiente **a**, de modo que assuma valores negativos, valores positivos e valores nulos, no gráfico da função *f*. Atribua outros valores ao coeficiente **a** e registre sua conclusão:

### *7.1.1 O coeficiente angular*

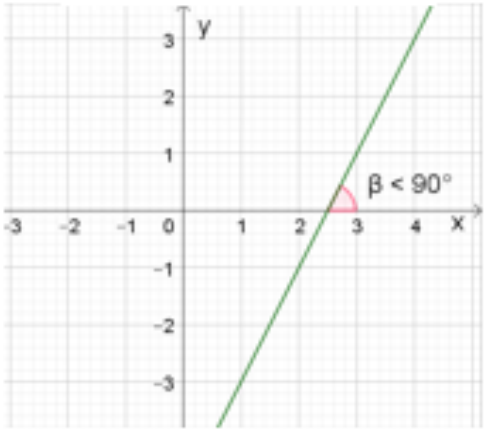
Já vimos que o gráfico da função afim f: R → R dada por y = ax + b, a ≠ 0 é uma reta.

O coeficiente **a** da função *f(x) = ax + b* é denominado **coeficiente angular "a"** ou

**declividade** da reta representada no plano cartesiano. Está ligado à inclinação da reta em relação ao **eixo x**.

Em uma função afim, se o coeficiente angular é maior que zero (a > 0), a função é crescente, pois à medida que aumentamos os valores de x, os valores correspondentes de y também aumentam. Nesse caso a inclinação da reta em relação ao eixo x formará um ângulo menor que 90°, como podemos ver no gráfico da função f(x) = 2x – 5 abaixo:

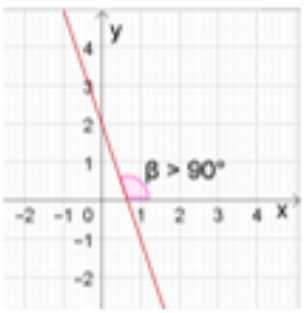
**Função crescente (a > 0)**




Fonte: Própria da autora

Já quando em uma função afim, o coeficiente angular é menor que zero (a < 0), a função é decrescente. Nesse caso a inclinação da reta em relação ao eixo x formará um ângulo maior que 90°, como podemos ver no gráfico da função g(x) = - 3x + 2 abaixo:

**Função decrescente (a < 0)**




Fonte: Própria da autora

***Para fazer no Scratch:***

Retome o *script* da função identidade y = x, duplique-o como na questão anterior, e, no mesmo plano (palco do *Scratch)*, represente a função identidade e as seguintes funções:

- y = x + 1
- y = x – 1
- y = 2x – 5
- y = - 2x + 5

Atribua outros valores ao coeficiente b e registre sua observação a respeito da modificação que ocorre no gráfico da função.

## 7.2.2 Coeficiente Linear

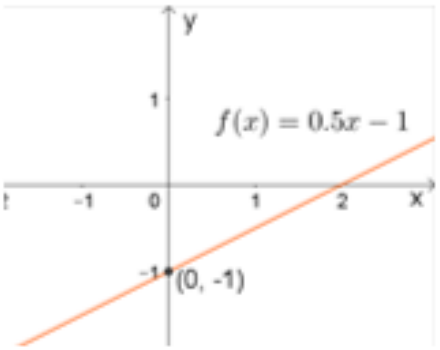
Em uma função afim f(x) = ax + b, o **coeficiente *b*** é chamado de **coeficiente linear**. O gráfico dessa função intercepta o eixo *y* no ponto de coordenadas (0, b), pois quando fazemos x = 0, temos que:

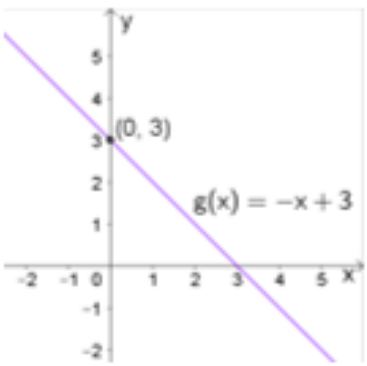
f(x) = ax + b

f(0) = a.0 + b

f(0) = b

Observe as representações do coeficiente linear nos gráficos das funções a seguir:




Fonte: Própria da autora

No gráfico de cada uma dessas funções podemos notar que o valor da ordenada do ponto em que as retas interceptam o eixo y é igual ao coeficiente b da função. Por

exemplo, na função g(x) = - x + 3, temos que b = 3 e o gráfico intercepta o eixo y no ponto de coordenadas (0, 3). De maneira geral, para b > 0 a interseção da reta com o eixo y ocorre acima da origem, e, para b < 0, a interseção da reta com o eixo y ocorre abaixo da origem.

***Para fazer no Scratch:***

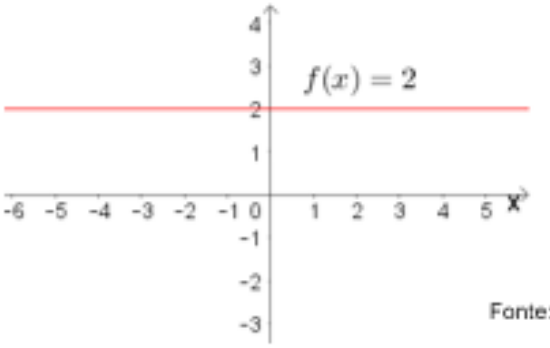
Modifique no script y = -2x + 100, o coeficiente a, fazendo a = 0. Registre as mudanças que ocorreram no gráfico da função quando a = 0.

## 7. 2 Função Constante

Chama-se função constante uma função f: IR → IR dada pela lei f(x) = 0x + b, ou seja f(x) = b.

Veja um exemplo de função constante representada no gráfico a seguir;

**Gráfico da função constante**




Fonte: Própria da autora

Como foi possível observar na questão anterior, o gráfico de uma função constante é uma reta paralela ao **eixo x**, pois todos os valores de ***x*** são associados a um único valor de ***y***.

## Atividades Aula 7: Parte 2

Um recipiente com capacidade para 250 litros de água está vazio. Uma torneira é aberta e o recipiente enche a uma vazão de 5 litros por minuto. A torneira é imediatamente fechada ao

atingir a capacidade total do recipiente. Crie, no *Scratch*, um algoritmo que relacione a quantidade de água no recipiente em função do tempo.

a) Utilizando o algoritmo, complete a tabela a seguir:

| Tempo (minuto) | Capacidade (litros) |
|---|---|
| 0 | |
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 8 | |
| 12 | |
| 16 | |
| 20 | |

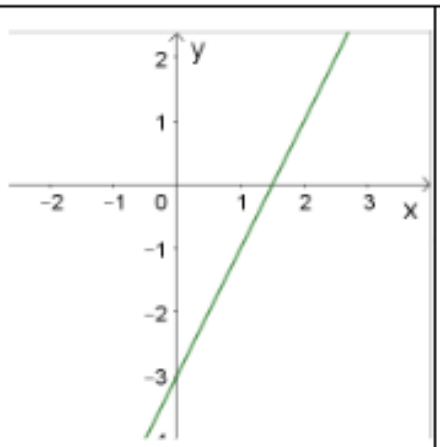
b) Represente graficamente esta situação e diga se a função que relaciona o tempo e a quantidade de água no recipiente é crescente, decrescente ou constante?

## Aula 8 – Aplicando o conceito de função

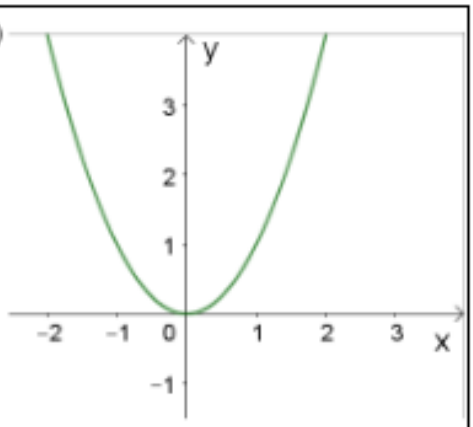
Nesta aula vamos aplicar os conceitos estudados durante o desenvolvimento desse projeto, resolvendo as atividades e problemas a seguir:

1) Qual dos gráficos abaixo representa uma função afim?

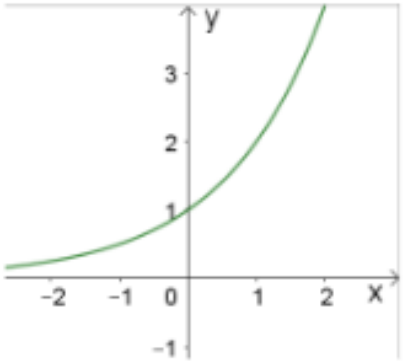
a)



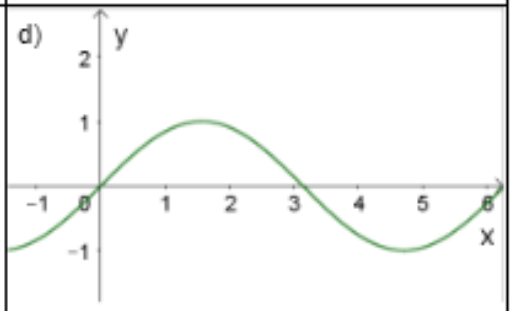

b)




c)




d)




2) Observe a declividade das retas a seguir e diga em que situação temos a > 0; a < 0 e a = 0. Classifique-as em constante, crescente e decrescente:

3) Relacione as situações a seguir com as expressões algébricas e algoritmo apropriados para resolver cada um dos problemas:

**Situação 1:** Um parque aquático fez a seguinte promoção: na entrada é cobrada uma taxa fixa de R$ 30,00 que dá direito ao acesso nas piscinas e a todas as atrações do parque. Além disso, é cobrado R$ 2,00 por hora de permanência no parque. Qual função que indica a quantia a ser paga por uma pessoa que deseja permanecer $x$ horas no parque?

**(  ) Expressão Algébrica** **(  ) Algoritmo**

**Situação 2:** A altura da água no reservatório de uma usina hidrelétrica é 50 metros. Após abertura de uma das comportas, o nível da água está baixando na razão de 1 metro por hora. Qual a expressão que indica a altura da água no reservatório em função do tempo de vazão?

**(  ) Expressão Algébrica** **(  ) Algoritmo**

**Situação 3:** João foi contratado pelo vizinho para cuidar do seu jardim enquanto viajava. João cobrou uma taxa de R$ 2,00 por hora trabalhada até o vizinho voltar. Qual expressão que indica o valor que seu vizinho lhe pagou, quando retornou, em função do número de horas trabalhadas?

**(  ) Expressão Algébrica** **(  ) Algoritmo**

**Situação 4:** Quando Samuel nasceu, sua mãe Mônica, tinha 30 anos. Qual é a expressão que indica a idade de Mônica em função da idade de Samuel?

**(  ) Expressão Algébrica** **(  ) Algoritmo**

| I) f(x) = 2.x | II) f(x) = x + 30 | III) f(x) = 50 – x | IV) f(x) = 2x + 30 |
|---|---|---|---|

A

B

C

D

4) Observe as expressões algébricas e as tabelas a seguir. Identifique a tabela correspondente a cada expressão algébrica e explique os procedimentos utilizados para fazer a associação:

I) y = 2x + 3 (  )  II) y = x – 3 (  )  III) y = 2 – x (  )  IV) y = x + 1 (  )

Tabelas:

| X | y = f(x) |
|---|---|
| 10 | 23 |
| 11 | 25 |
| 15 | 33 |
| 20 | 43 |

(1)

(2)

| x | y = f(x) |
|---|---|
| 2 | 3 |
| 4 | 5 |
| 5 | 6 |
| 7 | 8 |

(3)

| x | y = f(x) |
|---|---|
| 1 | -2 |
| 2 | -1 |
| 3 | 0 |
| 4 | 1 |

(4)

| x | y = f(x) |
|---|---|
| -2 | 4 |
| -1 | 3 |
| 0 | 2 |
| 1 | 1 |

FONTE: Adaptada de (LOPES JUNIOR, p. 85)

5) Relacione as expressões na língua natural a seguir, com sua representação algébrica e a representação gráfica:

I) O conjunto dos pontos em que a ordenada é maior que a abscissa.

Algébrica: _____  Gráfica: _____

II) O conjunto dos pontos que tem uma abscissa positiva.

Algébrica: _____  Gráfica: _____

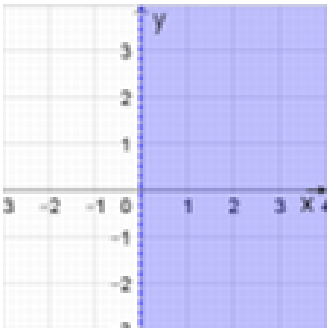
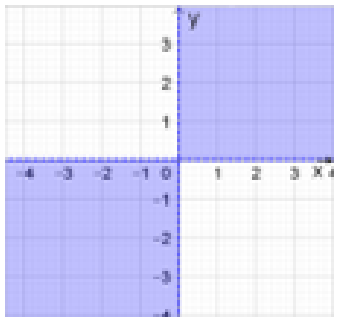
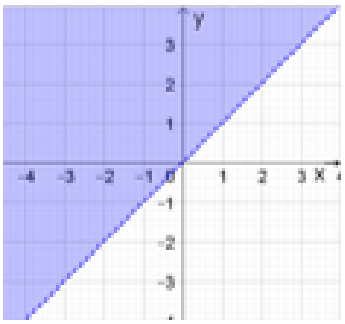
III) O conjunto dos pontos que tem uma abscissa e uma ordenada de mesmo sinal.

Algébrica: _____  Gráfica: _____

**Representação algébrica:**

| | | |
|---|---|---|
| A) $xy > 0$ | B) $y > x$ | C) $x > 0$ |

**Representação gráfica:**

| 1º | 2º | 3º |
|---|---|---|
|  |  |  |

FONTE: Adaptada de (DUVAL, 2011, p. 108).

6) Duas amigas saem de férias no mesmo período e decidem alugar um carro para fazer uma viagem. O aluguel corresponde a um valor fixo de R$ 20,00 mais R$ 80,00 por dia.

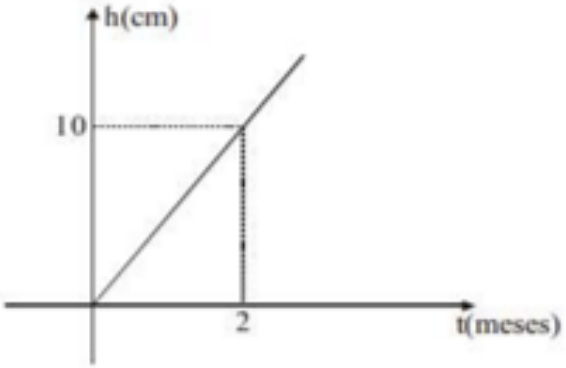
a) Qual a lei da função afim que relaciona o preço a ser pago pelo aluguel com os dias em que elas permanecerão com o carro?

b) Que valor elas pagarão se alugarem o carro por uma semana?

c) Se elas reservaram R$ 340,00 para esse gasto, poderão alugar o carro por quantos dias?

50

7) O gráfico a seguir representa a altura (h) de uma planta, dada em centímetros, em função do tempo (t), expresso em meses.




A expressão algébrica que representa a função esboçada é:

a) h(t) = 5t

b) h(t) = t + 5

c) h(t) = 2t + 10

d) h(t) = 5t + 10

e) h(t) = 10t + 2

## Aula 9 - Criando um projeto no *Scratch*

Nesta aula vocês vão colocar em prática os conhecimentos em programação adquiridos nas aulas anteriores. Crie um projeto utilizando a programação no Scratch. Pode ser um jogo, uma animação, um problema, etc. que envolva o tópico de função em seu *script*. Após, cada um irá apresentar sua criação para os demais participantes do curso.

Elabore uma estratégia para construção do algoritmo e registre a seguir sua ideia inicial. O que pretende fazer? Quais blocos chaves irá utilizar? Quais estratégias vai usar para construção deste algoritmo?

## Avaliação Final do Curso

1) Relate um pouco de sua experiência participando dessa pesquisa:

_____

_____

_____

_____

2) Após esta pesquisa você acha que a matemática pode ser aplicada utilizando a linguagem de programação? De que forma?

_____

_____

_____

_____

3) Comente sobre sua experiência resolvendo problemas com o Scratch:

_____

_____

_____

_____

4) Marque a alternativa que indica o grau de dificuldade que você encontrou ao resolver problemas utilizando a linguagem de programação:

( ) Nenhum ( ) Baixo ( ) Médio ( ) Elevado

5) Marque o nível de satisfação em utilizar a linguagem de programação para resolver problemas:

( ) Gostei muito ( ) Gostei ( ) Indiferente ( ) Não gostei

6) Você tem vontade de continuar aprendendo sobre linguagem de programação:

( ) Sim ( ) Talvez ( ) Não

7) Você acha que seu desempenho no *Scratch* foi:

( ) Muito bom ( ) Bom ( ) Regular ( ) Ruim

8) A que você atribui o resultado do seu desempenho?

( ) Dedicação própria em aprender

( ) Falta de dedicação em aprender

( ) Facilidade em ter raciocínio lógico

( ) Dificuldade em ter raciocínio lógico

( ) Atividades simples de resolver

( ) Atividades difíceis de resolver

( ) Bom ensino sobre a utilização do *Scratch*

( ) Falta de ensino sobre a utilização do *Scratch*

( ) Outros _____

9) Você prefere resolver problemas da forma tradicional (no papel) ou utilizando recursos tecnológicos digitais como a linguagem de programação?

( ) Tradicional

( ) Recursos tecnológicos digitais

( ) Ambos

( ) Não gosto de resolver problemas

**Obrigada por responder esse questionário!**

**Sua participação nesta pesquisa foi muito importante.**

## Referências

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Matemática em contextos:** função afim e função quadrática. 1. ed. São Paulo: Ática, 2020.

DUVAL, R. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. **REVEMAT,** Florianópolis (SC), v. 6, n. 2, p. 96-112, 2011. eISSN 1981-1322,

FURTADO, E. M. et al. **Ensino Médio: Matemática:** 1ª série: 1º Volume. Curitiba: Positivo, 2007.

IEZZI, G. et.al. **Matemática: ciência e aplicações:** Volume1. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2017.

LOPES JUNIOR, D. **Função do 1º grau:** um estudo sobre seus registros de representação semiótica por alunos da 1ª série do Ensino Médio. Dissertação. Educação. Universidade Federal do Mato Grosso do Sul. Campo Grande, MS. 2006.

MARJI, M. **Aprendendo a programar com Scratch.** São Paulo: Novatec Editora Ltda, 2014.

NETO, A. P. **Módulo função afim: noções básicas – 9º ano – Ensino Fundamental.** Portal da Matemática: OBMEP. Disponível em: https://cdnportaldaobmep.impa.br/portaldaobmep/uploads/material_teorico/brc70d5silssg.pdf. Acesso em: 31/08/2021.

PAIVA. M. **Matemática Paiva 1.** 2. ed. São Paulo: Moderna, 2013.

SCRATCH. Disponível em: www.scratch.mit.edu

SOUZA, J. R. **Novo Olhar:** Matemática 1. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013.

APÊNDICE D – Folha de Rosto Pesquisa Envolvendo Seres Humanos

PlataForma Brasil MINISTÉRIO DA SAÚDE - Conselho Nacional de Saúde - Comissão Nacional de Ética em Pesquisa – CONEP

**FOLHA DE ROSTO PARA PESQUISA ENVOLVENDO SERES HUMANOS**

1. Projeto de Pesquisa:
Programação no Ensino-Aprendizagem de Função: Uma proposta didática utilizando o software Scratch

2. Número de Participantes da Pesquisa: 6

3. Área Temática:

4. Área do Conhecimento:
Grande Área 1. Ciências Exatas e da Terra , Educação

**PESQUISADOR RESPONSÁVEL**

5. Nome:
MONICA ROMANA DE OLIVEIRA SANTOS

| 6. CPF: | 7. Endereço (Rua, n.º): | | |
|---|---|---|---|
| 027.649.326-50 | IMPERIAL VILA CARAIPE TEIXEIRA DE FREITAS BAHIA 45990434 | | |
| 8. Nacionalidade: | 9. Telefone: | 10. Outro Telefone: | 11. Email: |
| BRASILEIRO | 73998201014 | | monicaromanasantos@gmail.com |

Termo de Compromisso: Declaro que conheço e cumprirei os requisitos da Resolução CNS 466/12 e suas complementares. Comprometo-me a utilizar os materiais e dados coletados exclusivamente para os fins previstos no protocolo e a publicar os resultados sejam eles favoráveis ou não. Aceito as responsabilidades pela condução científica do projeto acima. Tenho ciência que essa folha será anexada ao projeto devidamente assinada por todos os responsáveis e fará parte integrante da documentação do mesmo.

Data: 07 / 06 / 2021

Mônica Romana de Oliveira Santos
Assinatura

**INSTITUIÇÃO PROPONENTE**

| 12. Nome: | 13. CNPJ: | 14. Unidade/Órgão: |
|---|---|---|
| CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO | 09.094.142/0001-30 | CENTRO UNIVERSITARIO NORTE DO ESPIRITO SANTO - CEUNES |
| 15. Telefone: | 16. Outro Telefone: | |
| (27) 3312-1516 | | |

Termo de Compromisso (do responsável pela instituição ): Declaro que conheço e cumprirei os requisitos da Resolução CNS 466/12 e suas Complementares e como esta instituição tem condições para o desenvolvimento deste projeto, autorizo sua execução.

Responsável: Luiz Antonio Favero Filho CPF: [redacted]

Cargo/Função: Diretor do Ceunes

Data: 11 / 06 / 2021

LUIZ ANTONIO FAVERO FILHO
Assinado de forma digital por LUIZ ANTONIO FAVERO FILHO
Dados: 2021.06.11 09:38:04 -03'00'
Assinatura

**PATROCINADOR PRINCIPAL**

Não se aplica.

# APÊNDICE E – Parecer Consubstanciado

CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO - UFES

## PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

**DADOS DA EMENDA**

**Título da Pesquisa:** Programação no Ensino-Aprendizagem de Função: Uma proposta didática utilizando o software Scratch

**Pesquisador:** MONICA ROMANA DE OLIVEIRA SANTOS

**Área Temática:**

**Versão:** 6

**CAAE:** 40946320.9.0000.5063

**Instituição Proponente:** CENTRO UNIVERSITARIO NORTE DO ESPIRITO SANTO - CEUNES

**Patrocinador Principal:** Financiamento Próprio

**DADOS DO PARECER**

**Número do Parecer:** 4.941.135

**Apresentação do Projeto:**

Emenda apresentada com alterações para a realização da pesquisa no formato virtual, no número de participantes e no cronograma de execução, considerando as restrições impostas pela pandemia do COVID-19.

Nesta pesquisa, a pesquisadora adotará uma abordagem qualitativa com fins exploratórios com a finalidade de responder ao seguinte questionamento: De que maneira o uso da linguagem de programação Scratch, pode contribuir para o ensino-aprendizagem de função? O objetivo é verificar as contribuições do Scratch no ensino-aprendizagem de Funções, investigando os aspectos reflexivos e criativos mobilizados pelos estudantes enquanto resolvem problemas por meio do software de programação. Buscamos fundamentação no Construcionismo e na Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Os dados serão produzidos a partir da aplicação de uma sequência didática na qual os estudantes irão resolver, por meio da linguagem de programação Scratch, problemas relacionados ao tópico de Funções. Serão utilizados diário de bordo e GRAVAÇÃO DAS AULAS, VIA PLATAFORMA GOOGLE MEET para registro das programações feitas pelos discentes, para resolução de problemas, suas dúvidas e ideias. Serão analisadas as produções dos estudantes, identificando como ocorre o processo cognitivo mobilizado por eles enquanto resolvem problemas utilizando o software de programação.

**Endereço:** Rodovia BR101 Norte, Km 60
**Bairro:** Litorâneo **CEP:** 29.932-540
**UF:** ES **Município:** SAO MATEUS
**Telefone:** (27)3312-1519 **Fax:** (27)3312-1510 **E-mail:** cepceunes@gmail.com

**Objetivo da Pesquisa:**

Objetivo Primário:

Verificar as contribuições do Scratch no ensino-aprendizagem de Funções, investigando os aspectos reflexivos e criativos mobilizados pelos estudantes enquanto resolvem problemas por meio do software de programação.

Objetivo Secundário:

- Levantar discussão acerca do ensino de funções destacando a importância e dificuldades de aprendizagem deste tópico no âmbito da matemática.
- Conhecer as características e funcionalidade da linguagem de programação Scratch, destacando suas contribuições para o ensino e aprendizagem da matemática.
- Aplicar a sequência didática na turma de 1º ano do Ensino Médio, a fim de identificar como os estudantes mobilizam os conhecimentos matemáticos na resolução dos problemas utilizando o software Scratch e interpretar as produções dos estudantes por meio da análise e exploração dos dados produzidos.

**Avaliação dos Riscos e Benefícios:**

Foi informado pela pesquisadora:

Riscos:

Entendemos que toda pesquisa com seres humanos envolve riscos em tipos e graus variados. A própria observação das práticas educativas realizadas em sala de aula, em algum momento, pode causar constrangimento aos envolvidos na situação de ensino e aprendizagem, modificando a dinâmica das relações de ensino ali instauradas.

Destacamos também riscos característicos do ambiente virtual, meios eletrônicos, ou atividades não presenciais, em função das tecnologias utilizadas. Em particular, não podemos garantir total confidencialidade e potencial risco de sua violação por terceiros.

Em casos de ocorrência com relação aos riscos e desconfortos será dada assistência imediata que se configura na assistência emergencial e sem ônus de qualquer espécie ao participante da pesquisa, em situações em que este dela necessite de assistência integral, que é aquela prestada para atender complicações e danos decorrentes, direta ou indiretamente, da pesquisa.

Benefícios:

CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO - UFES

Continuação do Parecer: 4.941.135

**Considerações Finais a critério do CEP:**

Sr(a). Pesquisador(a),

a) Segundo a Resolução 466/2012 (CONEP/CNS), a eticidade da pesquisa implica em assegurar aos participantes da pesquisa os benefícios resultantes do projeto, seja em termos de retorno social, acesso aos procedimentos, produtos ou agentes da pesquisa (Título III, 1.n). Tal imperativo deve constar dos Projetos e devem ser previstas formas de tais benefícios;

b) De acordo com a Resolução 466/2012 (CONEP/CNS), o pesquisador deve apresentar Relatórios Semestrais de sua pesquisa (Título X, X.1, item 3, letra b). Para pesquisa com duração menor que um ano, Relatório Final (Regimento Interno do CEP/CEUNES, Art. 34°). Os Relatórios Parcial e Final devem ser enviados através da Plataforma Brasil (item "enviar notificação", anexar o respectivo documento).

c) Eventuais modificações ou emendas ao protocolo devem ser apresentadas ao CEP de forma clara e sucinta, identificando a parte do protocolo a ser modificada e suas justificativas (Norma Operacional CNS nº 001/2013, 2.1.H.1).

**Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:**

| Tipo Documento | Arquivo | Postagem | Autor | Situação |
|---|---|---|---|---|
| Informações Básicas do Projeto | PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_1770740_E2.pdf | 05/08/2021 10:32:54 | | Aceito |
| Outros | Sequencia_Atividades_julho.pdf | 05/08/2021 10:30:00 | MONICA ROMANA DE OLIVEIRA SANTOS | Aceito |
| Outros | CARTA_RESPOSTA_PENDENCIA_MONICA_ROMANA_DE_OLIVEIRA_SANTOS.pdf | 05/08/2021 10:26:17 | MONICA ROMANA DE OLIVEIRA SANTOS | Aceito |
| Outros | Convite_participacao_responsaveis_.pdf | 05/08/2021 10:22:14 | MONICA ROMANA DE OLIVEIRA SANTOS | Aceito |
| Outros | Convite_participacao_alunos.pdf | 05/08/2021 10:21:15 | MONICA ROMANA DE OLIVEIRA SANTOS | Aceito |
| Cronograma | CRONOGRAMA_MODIFICADO.pdf | 05/08/2021 10:18:34 | MONICA ROMANA DE OLIVEIRA SANTOS | Aceito |
| Projeto Detalhado / Brochura Investigador | Projeto_Pesquisa_MODIFICADO_MONICA_ROMANA_DE_OLIVEIRA_SANTOS.pdf | 05/08/2021 10:17:28 | MONICA ROMANA DE OLIVEIRA SANTOS | Aceito |
| Outros | RESPOSTA_PENDENCIA_EMENDA_M | 14/07/2021 | MONICA ROMANA | Aceito |

**Endereço:** Rodovia BR101 Norte, Km 60
**Bairro:** Litorâneo **CEP:** 29.932-540
**UF:** ES **Município:** SAO MATEUS
**Telefone:** (27)3312-1519 **Fax:** (27)3312-1510 **E-mail:** cepceunes@gmail.com

Quanto aos benefícios desta pesquisa estão relacionados à sua contribuição para o desenvolvimento e aprimoramento das práticas de ensino e, como decorrência disso, melhorar a aprendizagem dos estudantes participantes da pesquisa, colaborando para a qualidade do ensino a ser oferecido.

**Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:**

Foi informado pela pesquisadora:

Diante da impossibilidade de execução do projeto de pesquisa em virtude das restrições impostas pela pandemia de Covid-19, que levou à suspensão das aulas presenciais em todo o território nacional, sendo que no estado da Bahia, essa suspensão permanece por tempo indeterminado, optamos, nessa etapa do projeto, por sua aplicação de maneira remota a fim de darmos andamento na pesquisa, cumprir os prazos estabelecidos para realização da mesma dentro do Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica e garantir as medidas de distanciamento impostos pela pandemia. Para atender a esse formato de ensino remoto modificamos, no projeto de pesquisa, a metodologia de aplicação das atividades que será feita por meio da plataforma Google meet. Nesse modelo, a coleta de dados também sofre alteração, pois, utilizaremos, além do diário de bordo, a gravação dos encontros, utilizando o recurso disponível na própria plataforma, para ser utilizada na fase de análise dos dados, buscando uma melhor compreensão das subjetividades que possam ocorrer. Assim, modificamos também, o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido e o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido, informando que, nesse formato os participantes deverão utilizar recursos próprios, tais como internet e computador, sendo esse um quesito para participação no mesmo. Ressaltamos que as imagens e os nomes dos participantes serão utilizadas apenas na análise e não serão divulgados na pesquisa. Optamos também por trabalhar com um número de seis participantes para um melhor acompanhamento do desenvolvimento das atividades e análise dos resultados, já que nesse formato não haverá o contato direto com os estudantes.

**Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:**

Vide campo "Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações".

**Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:**

Todas as solicitações foram atendidas pela pesquisadora, sendo o parecer de aprovado.

CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO - UFES

Continuação do Parecer: 4.941.135

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Outros | NICA_ROMANA_DE_OLIVEIRA_SANTOS.pdf | 00:40:13 | DE OLIVEIRA SANTOS | Aceito |
| TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência | TERMO_ASSENTIMENTO__MONICA_ROMANA_DE_OLIVEIRA_SANTOS.pdf | 14/07/2021 00:30:29 | MONICA ROMANA DE OLIVEIRA SANTOS | Aceito |
| TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência | TERMO_CONSENTIMENTO_MONICA_ROMANA_DE_OLIVEIRA_SANTOS.pdf | 14/07/2021 00:30:01 | MONICA ROMANA DE OLIVEIRA SANTOS | Aceito |
| Folha de Rosto | FOLHA_DE_ROSTO_03_MONICA_ROMANA_DE_OLIVEIRA_SANTOS.pdf | 11/06/2021 16:46:56 | MONICA ROMANA DE OLIVEIRA SANTOS | Aceito |
| Orçamento | ORCAMENTO_MONICA_ROMANA_DE_OLIVEIRA_SANTOS.docx | 07/06/2021 21:25:29 | MONICA ROMANA DE OLIVEIRA SANTOS | Aceito |
| Declaração de Pesquisadores | DECLARACAO_PESQUISADOR_MONICA_ROMANA_DE_OLIVEIRA_SANTOS.pdf | 30/11/2020 14:10:30 | MONICA ROMANA DE OLIVEIRA SANTOS | Aceito |
| Declaração de Instituição e Infraestrutura | DECLARACAO_ESCOLA_MONICA_ROMANA_DE_OLIVEIRA_SANTOS.pdf | 30/11/2020 14:08:07 | MONICA ROMANA DE OLIVEIRA SANTOS | Aceito |

**Situação do Parecer:**
Aprovado

**Necessita Apreciação da CONEP:**
Não

SAO MATEUS, 30 de Agosto de 2021

**Assinado por:**
**Juliano Manvailer Martins**
**(Coordenador(a))**

**Endereço:** Rodovia BR101 Norte, Km 60
**Bairro:** Litorâneo **CEP:** 29.932-540
**UF:** ES **Município:** SAO MATEUS
**Telefone:** (27)3312-1519 **Fax:** (27)3312-1510 **E-mail:** cepceunes@gmail.com

# APÊNDICE F – Declaração da Unidade Escolar

## DECLARAÇÃO DA INSTITUIÇÃO COPARTICIPANTE

Declaro conhecer e estar de acordo com a realização da pesquisa intitulada **"Programação no Ensino-Aprendizagem de Função: Uma proposta didática utilizando o software Scratch"**, de responsabilidade da pesquisadora Mônica Romana de Oliveira Santos, aluna regularmente matriculada no Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica – PPGEEB (Mestrado), da Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Universitário Norte do Espírito Santo – Campus São Mateus.

Declaro ainda conhecer a Resolução CNS 466/12 "Diretrizes e Normas Regulamentadoras de Pesquisa Envolvendo Seres Humanos". Esta instituição está ciente de suas responsabilidades como participante da pesquisa e de seu compromisso no resguardo da segurança e do bem estar dos sujeitos recrutados, dispondo de infraestrutura necessária para a garantia de tal segurança e bem estar.

Teixeira de Freitas-BA, 30 de novembro de 2020.

Mônica da Silva Dos S.

Diretora Escolar
Colégio da Polícia Militar Anísio Teixeira
Secretaria Educação Estadual / BA

Mônica da Silva Santos
Diretora
Port. 10292/2016
CPM Anísio Teixeira

Colégio da Polícia Militar CPM
Anísio Teixeira
CNPJ:13.937.065/0001-00
Avenida Gonçalves Ledo,1125
Bela Vista – Teixeira de Freitas

APÊNDICE G – Declaração de Compromisso do Pesquisador

UFES CEUNES

Campus São Mateus
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

**DECLARAÇÃO DE COMPROMISSO DO PESQUISADOR RESPONSÁVEL**

Eu, Mônica Romana de Oliveira Santos, RG [redacted], CPF: [redacted], matrícula de nº 2020131639, do Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica, modalidade Mestrado Acadêmico da Universidade Federal do Espírito Santo, Campus São Mateus, Centro Universitário Norte do Espírito Santo – CEUNES responsável pela pesquisa intitulada **"Programação no Ensino-Aprendizagem de Função: Uma proposta didática utilizando o software Scratch"**, que tem por objetivo geral verificar as contribuições do software de programação *Scratch* para o ensino-aprendizagem de Funções.

Comprometo-me a:

1. Iniciar a coleta de dados somente após o projeto de pesquisa ser aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos.
2. Obedecer às disposições éticas de proteger os participantes da pesquisa, garantindo-lhes o máximo de benefícios e o mínimo de riscos.
3. Assegurar a privacidade das pessoas citadas nos documentos institucionais e/ou contratados diretamente, de modo a proteger suas imagens, bem como garantir que não utilizará as informações coletadas em prejuízo dessas pessoas e/ou da instituição, respeitando deste modo as Diretrizes Éticas da Pesquisa envolvendo Seres Humanos, nos termos estabelecidos na Resolução CNS nº 466/2012, e obedecendo as disposições legais estabelecidas na Constituição Federal Brasileira, art. 5º, inciso X e XIV e no Código Civil, art. 20.
4. Apresentar o relatório final com os resultados da pesquisa.

Teixeira de Freitas-BA, 30 de Novembro de 2020.

Mônica Romana de Oliveira Santos

Pesquisadora Responsável

APÊNDICE H – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

UFES CEUNES

Campus São Mateus
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO DESTINADO AOS PAIS OU RESPONSÁVEIS LEGAIS**

O (a) menor _____ pelo (a) qual o (a) senhor (a) é responsável está sendo convidado a participar da pesquisa intitulada **"Programação no Ensino-Aprendizagem de Função: Uma proposta didática utilizando o software *Scratch*"**, sob a responsabilidade de Mônica Romana de Oliveira Santos, aluna do Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica - PPGEEB (Mestrado) da Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Universitário Norte do Espírito Santo – Campus São Mateus.

**Justificativa**

A realização da pesquisa justifica-se pela necessidade de considerar novas práticas de ensino que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio lógico, a capacidade de abstração, criticidade e criatividade dos estudantes e que possam refletir também em sua vida pessoal e social.

**Objetivo da Pesquisa**

A pesquisa tem como objetivo verificar as contribuições do *Scratch* no ensino-aprendizagem de Funções, investigando os aspectos reflexivos e criativos mobilizados pelos estudantes enquanto resolvem problemas por meio do software de programação. Será desenvolvida com discentes do 1º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública estadual do município de Teixeira de Freitas, Bahia.

**Procedimento para obtenção dos dados**

Os dados serão produzidos a partir da aplicação de uma sequência didática, de maneira remota via plataforma Google Meet, na qual os estudantes irão resolver, por meio do software de programação, problemas relacionados ao tópico de Funções, a fim de serem observados os aspectos cognitivos mobilizados por eles. Para isso, os participantes deverão dispor de recursos próprios, tais como, internet, notebook, computador ou chromebook. A professora regente de sala (e também pesquisadora) será a mediadora de todo o processo de desenvolvimento da pesquisa e ao mesmo tempo observará o desenrolar das práticas educativas e das relações de ensino realizadas na sala de aula e anotará suas observações em diário de bordo. Serão feitas gravações das aulas, utilizando o recurso da plataforma, a fim de registrar a programação feita pelos estudantes para análise e discussão.

**Riscos e Desconforto**

Entendemos que toda pesquisa com seres humanos envolve riscos em tipos e graus variados. A própria observação das práticas educativas realizadas em sala de aula, em algum momento, pode causar constrangimento aos envolvidos na situação de ensino e aprendizagem, modificando a dinâmica das relações de ensino ali instauradas.

Destacamos também riscos característicos do ambiente virtual, meios eletrônicos, ou atividades não presenciais, em função das tecnologias utilizadas. Em particular, não podemos garantir total confidencialidade e potencial risco de sua violação por terceiros.

Em casos de ocorrência com relação aos riscos e desconfortos será dada assistência imediata que se configura na assistência emergencial e sem ônus de qualquer espécie ao participante da pesquisa, em situações em que este dela necessite de assistência integral, que é aquela prestada para atender complicações e danos decorrentes, direta ou indiretamente, da pesquisa.

**Benefícios**
Os benefícios dessa pesquisa estão relacionados à sua contribuição para o desenvolvimento e melhoria das práticas de ensino e, como decorrência disso, melhorar a aprendizagem dos estudantes participantes da pesquisa, colaborando para a qualidade do ensino a ser oferecido.

**Garantia do Sigilo e Privacidade**
É importante ressaltar que os dados dos participantes da pesquisa serão mantidos em sigilo, durante todas as fases da pesquisa, inclusive após publicação. Nesse sentido, os nomes dos participantes da pesquisa na escrita dos resultados e análise dos dados serão fictícios. As fotos serão de suas produções na tela do computador. Reiteramos que não serão exibidos rostos dos participantes e nem seus nomes. Os dados da pesquisa serão armazenados num prazo de 05 anos. Os resultados serão utilizados nas reflexões sobre a programação no ensino-aprendizagem de matemática e sobre os diferentes registros de representação mobilizados pelos estudantes ao resolveram problema por meio do software *Scratch.*

**Garantia de recusa em Participar da Pesquisa e/ou Retirada de Consentimento:**
O menor pelo qual o (a) Sr. (a) é responsável não é obrigado (a) a participar da pesquisa, podendo deixar de participar dela a qualquer momento de sua execução, sem que haja penalidades ou prejuízos decorrentes de sua recusa. Caso decida retirar seu consentimento, o (a) Sr. (a) não mais será contatado (a) pela pesquisadora.

**Esclarecimento de dúvidas:**
Em caso de dúvidas sobre a pesquisa ou para relatar algum problema, o (a) Sr. (a) pode contatar a pesquisadora Mônica Romana de Oliveira Santos, no telefone (73) 99820-1014. O (a) Sr (a) também pode contatar o Comitê de Ética em Pesquisa – Campus do CEUNES pelo telefone (27) 3312-1519**,** e-mail: cepceunes@gmail.com/ comitedeetica.ceunes@institucional.ufes.br, endereço Rodovia BR 101 Norte, Km 60, Bairro Litorâneo, São Mateus, ES, CEP: 29.932-540.

Nesse sentido, gostaria de contar com a sua colaboração, através de seu Consentimento Livre e Esclarecido.

UFES CEUNES

Campus São Mateus
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

**DECLARAÇÃO DE CONSENTIMENTO DOS PAIS OU RESPONSÁVEIS LEGAIS**

Declaro que fui verbalmente informado (a) e esclarecido (a) sobre o presente documento, entendendo todos os termos acima expostos, e que voluntariamente aceito a participação do (a) menor pelo (a) qual sou responsável e compreendo que posso retirar meu consentimento e interrompê-lo a qualquer momento, sem penalidade. Também declaro ter recebido uma via deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, de igual teor, assinada pela pesquisadora principal e rubricada em todas as páginas.

Teixeira de Freitas-BA,_____de_____de 2021.

_____

Assinatura do pai/ou mãe/ou responsável legal

Na qualidade de pesquisadora responsável pela pesquisa **"Programação no Ensino-Aprendizagem de Função: Uma proposta didática utilizando o software *Scratch*"**, eu Mônica Romana de Oliveira Santos, declaro ter cumprido as exigências do termo IV.3, da Resolução CNS 466/12, a qual estabelece diretrizes e normas regulamentadoras de pesquisas envolvendo seres humanos.

Teixeira de Freitas-BA,_____de_____de 2021.

_____

Pesquisadora Responsável

APÊNDICE I – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE)

UFES CEUNES

Campus São Mateus
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

**TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Eu, _____estou sendo convidado (a) a participar de uma pesquisa intitulada **"Programação no Ensino-Aprendizagem de Função: Uma proposta didática utilizando o software *Scratch*"**, sob a responsabilidade de Mônica Romana de Oliveira Santos, aluna do Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica - PPGEEB (Mestrado) da Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Universitário Norte do Espírito Santo – Campus São Mateus.

**Justificativa**
A realização da pesquisa justifica-se pela necessidade de considerar novas práticas de ensino que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio lógico, a capacidade de abstração, criticidade e criatividade dos estudantes e que possam refletir também em sua vida pessoal e social.

**Objetivo da Pesquisa**
A pesquisa tem como objetivo verificar as contribuições do *Scratch* no ensino-aprendizagem de Funções, investigando os aspectos reflexivos e criativos mobilizados pelos estudantes enquanto resolvem problemas por meio do software de programação. Será desenvolvida com discentes do 1º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública estadual do município de Teixeira de Freitas, Bahia.

**Procedimento para obtenção dos dados**

Os dados serão produzidos a partir da aplicação de uma sequência didática, de maneira remota via plataforma Google Meet, na qual os estudantes irão resolver, por meio do software de programação, problemas relacionados ao tópico de Funções, a fim de serem observados os aspectos cognitivos mobilizados por eles. Para isso, os participantes deverão dispor de recursos próprios, tais como, internet, notebook, computador ou chromebook. A professora regente de sala (e também pesquisadora) será a mediadora de todo o processo de desenvolvimento da pesquisa e ao mesmo tempo observará o desenrolar das práticas educativas e das relações de ensino realizadas na sala de aula e anotará suas observações em diário de bordo. Serão feitas gravações das aulas, utilizando o recurso da plataforma, a fim de registrar a programação feita pelos estudantes para análise e discussão.

**Riscos e Desconforto**

Entendemos que toda pesquisa com seres humanos envolve riscos em tipos e graus variados. A própria observação das práticas educativas realizadas em sala de aula, em algum momento, pode causar constrangimento aos envolvidos na situação de ensino e aprendizagem, modificando a dinâmica das relações de ensino ali instauradas. Em casos de ocorrência com relação aos riscos e desconfortos será dada assistência imediata que se configura na assistência emergencial e sem ônus de qualquer espécie ao participante da pesquisa, em situações em que este dela necessite de assistência integral, que é aquela prestada para atender complicações e danos decorrentes, direta ou indiretamente, da pesquisa.

**Garantia de ressarcimento financeiro e indenização**

A participação na pesquisa não envolve valor econômico a receber ou a pagar. Entretanto, está garantida indenização mediante eventuais danos decorrentes da pesquisa, desde de que comprovados por meio de decisão judicial ou extrajudicial, de acordo com o item IV.4.c da Resolução CNS 466/12.

**Benefícios**

Os benefícios dessa pesquisa estão relacionados à sua contribuição para o desenvolvimento e melhoria das práticas de ensino e, como decorrência disso, melhorar a aprendizagem dos participantes da pesquisa, colaborando para a qualidade do ensino a ser oferecido.

**Garantia do Sigilo e Privacidade**

É importante ressaltar que os dados dos participantes da pesquisa serão mantidos em sigilo, durante todas as fases da pesquisa, inclusive após publicação. Nesse sentido, os nomes dos participantes da pesquisa na escrita dos resultados e análise dos dados serão fictícios. As fotos serão de suas produções na tela do computador. Reiteramos que não serão exibidos rostos dos participantes e nem seus nomes. Os dados da pesquisa serão armazenados num prazo de 05 anos. Os resultados serão utilizados nas reflexões sobre a programação no ensino-aprendizagem de matemática e sobre os diferentes registros de representação mobilizados pelos estudantes ao resolveram problema por meio do software *Scratch*.

**Garantia de recusa em Participar da Pesquisa e/ou Retirada de Consentimento**

A sua participação na pesquisa é voluntária e que caso você opte por não participar, não terá nenhum prejuízo e você não mais será contatado (a) pela pesquisadora.

**Esclarecimento de Dúvidas**

Em caso de dúvidas sobre a pesquisa ou para relatar algum problema, o (a) Sr. (a) pode contatar a pesquisadora Mônica Romana de Oliveira Santos, no telefone (73) 99820-1014. O (a) Sr (a) também pode contatar o Comitê de Ética em Pesquisa – Campus do CEUNES pelo telefone (27) 3312-1519**,** e-mail: cepceunes@gmail.com/ comitedeetica.ceunes@institucional.ufes.br, endereço Rodovia BR 101 Norte, Km 60, Bairro Litorâneo, São Mateus, ES, CEP: 29.932-540.

Nesse sentido, gostaria de contar com a sua colaboração, através de seu Assentimento Livre e Esclarecido.

OBS: Esse termo de Assentimento Livre e Esclarecido será lido para o (a) menor participante da pesquisa na presença de uma testemunha.

UFES CEUNES

Campus São Mateus
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

**DECLARAÇÃO DE ASSENTIMENTO DO PARTICIPANTE DA PESQUISA**

Eu fui informado (a) pela pesquisadora responsável do presente estudo sobre os detalhes descritos neste documento. Entendo que eu sou livre para aceitar ou recusar, e que posso interromper a minha participação a qualquer momento sem dar uma razão. Eu concordo que os dados coletados para o estudo sejam usados para o propósito acima descrito.
Eu entendi a informação apresentada neste TERMO DE ASSENTIMENTO e tive a oportunidade de fazer perguntas, assim como, todas as minhas perguntas foram respondidas.
Eu recebi uma via deste Termo de Assentimento, de igual teor, assinada pela pesquisadora principal e rubricada em todas as páginas.

Teixeira de Freitas - BA,_____de_____de 2021.

_____
Assinatura do (a) menor participante da pesquisa

Na qualidade de pesquisadora responsável pela pesquisa **"Programação no Ensino-Aprendizagem de Função: Uma proposta didática utilizando o software *Scratch*"**, eu Mônica Romana de Oliveira Santos, declaro ter cumprido as exigências do termo IV.3, da Resolução CNS 466/12, a qual estabelece diretrizes e normas regulamentadoras de pesquisas envolvendo seres humanos.

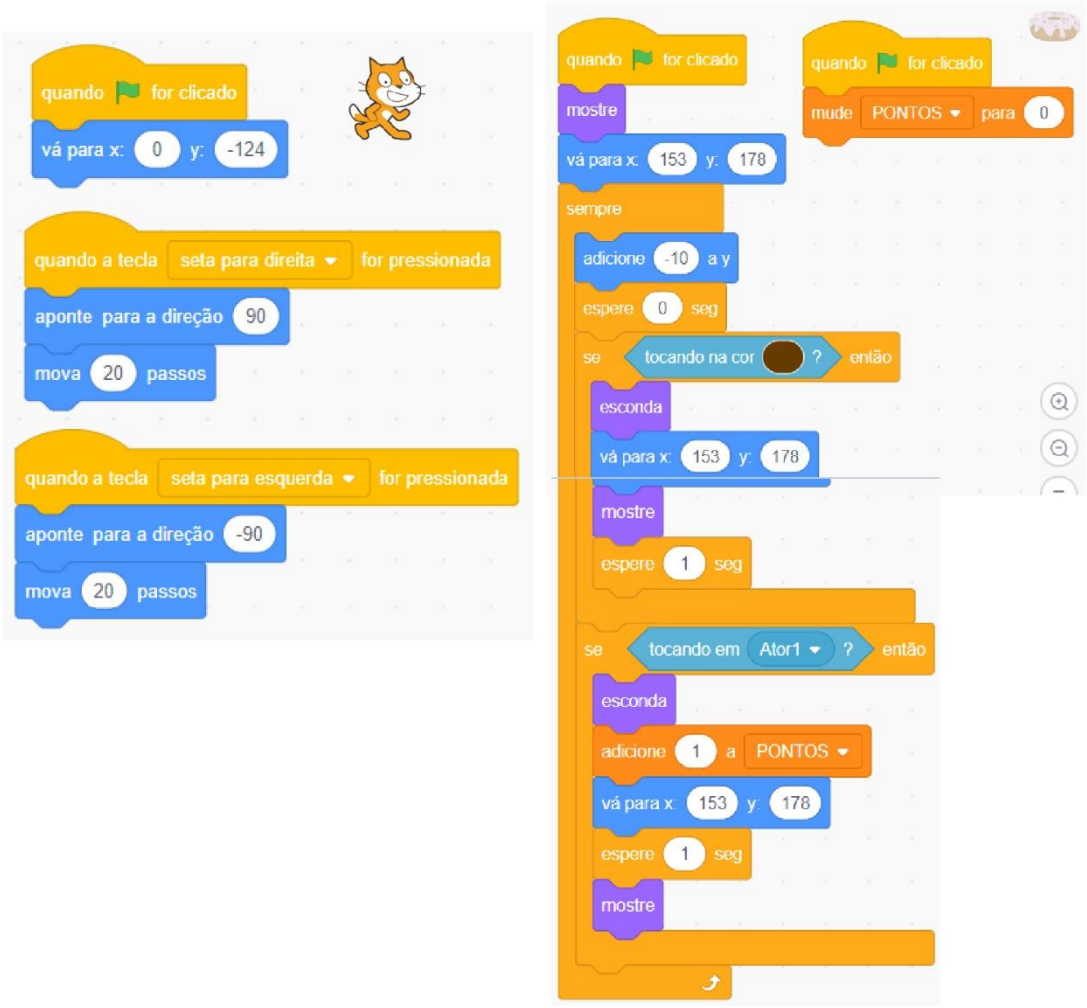
Teixeira de Freitas-BA,_____de_____de 2021.

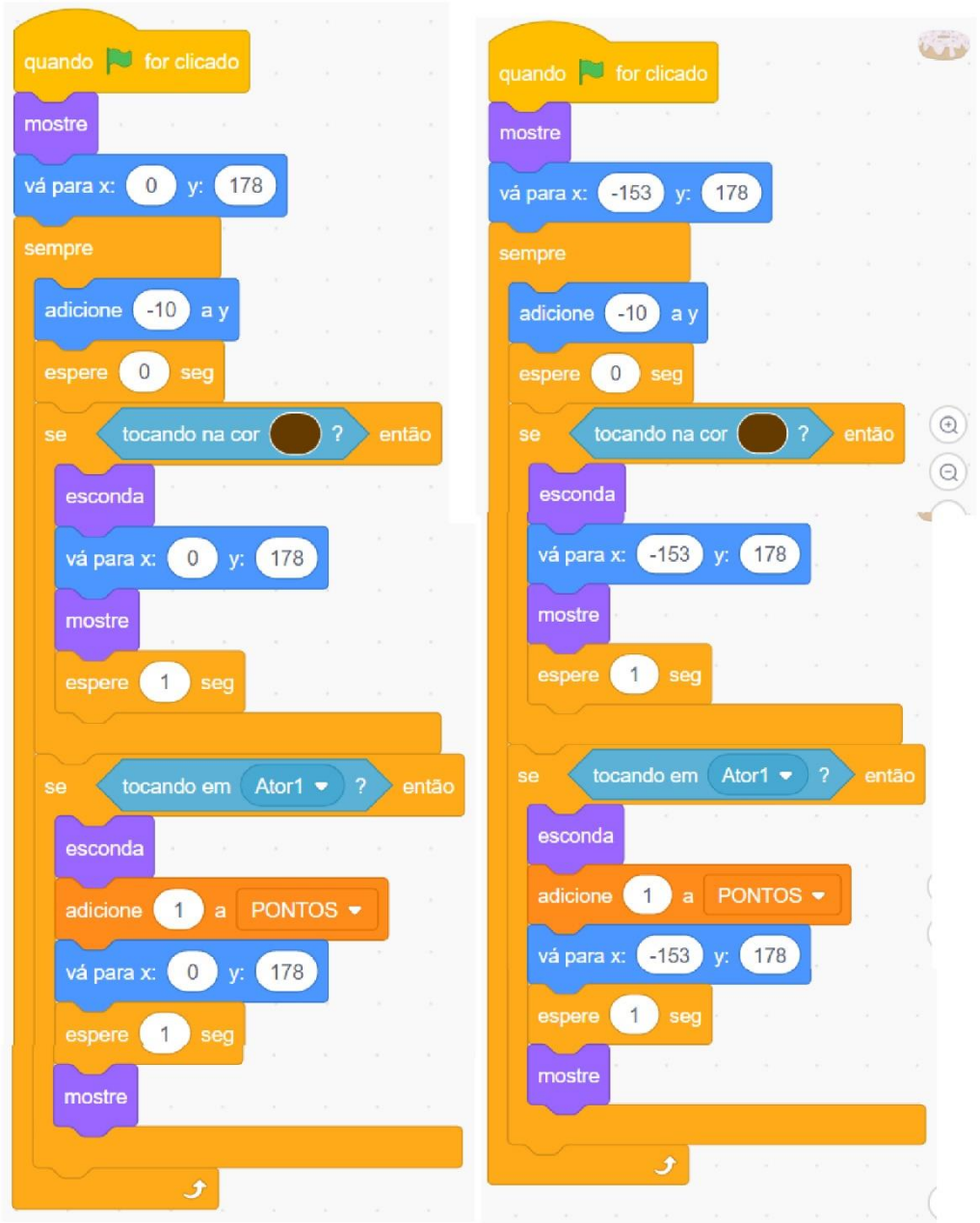
_____
Pesquisadora Responsável

# ANEXOS

## ANEXO A – Script de jogo criado pelos alunos 1 e 10, no Scratch

Objetivo: Movimente o ator, usando as setas para a direita e para a esquerda, e marque pontos quando pegar a torta.




Continua

Continuação