

HUGO TANZARELLA TEIXEIRA

ESTIMAÇÃO E COMPENSAÇÃO DE ATRITO EM UM PÊNDULO INVERTIDO

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica - Automação.

Orientador: Prof. Dr. Celso José Munaro

VITÓRIA
2011

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
(Biblioteca Central da Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

T266e Teixeira, Hugo Tanzarella, 1984-
Estimação e compensação de atrito em um pêndulo invertido /
Hugo Tanzarella Teixeira. – 2011.
59 f. : il.

Orientador: Celso José Munaro.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade
Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

1. Pêndulo. 2. Atrito. I. Munaro, Celso José. II. Universidade
Federal do Espírito Santo. Centro Tecnológico. III. Título.

CDU: 621.3

HUGO TANZARELLA TEIXEIRA

ESTIMAÇÃO E COMPENSAÇÃO DE ATRITO EM UM PÊNDULO INVERTIDO

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica - Automação.

Aprovada em 01 de agosto de 2011.

COMISSÃO EXAMINADORA



Prof. Dr. Celso José Munaro
Universidade Federal do Espírito Santo
Orientador



Prof. Dr. André Ferreira
Universidade Federal do Espírito Santo



Prof. Dr. Cláudio Garcia
Universidade de São Paulo

Ao meu pai, que sempre me incentivou a adquirir conhecimento simplesmente pelo prazer.

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador e professor Celso José Munaro, pelo apoio e incentivo desde o início do mestrado.

Ao aluno de iniciação científica Victor Semedo de Mattos Siqueira, que trabalhou comigo desde a chegada do pêndulo invertido ao laboratório.

Aos professores José Leandro Félix Salles e Alessandro Mattedi, por terem acreditado no meu potencial e por me incentivarem a seguir adiante.

À minha família que sempre acreditou nos meus sonhos, e principalmente meu irmão Lucas que esteve do meu lado durante todo o mestrado e que ainda soube suportar algumas mudanças de humor minha, na reta final desse trabalho.

Agradeço imensamente minha namorada Tatiana, por todo o incentivo, companheirismo e principalmente por compreender a importância que essa etapa possui para mim.

Aos amigos pelas horas de estudo e lazer, que foram fundamentais para ajudar a manter o equilíbrio.

Ao CNPq pelo apoio ao programa de pós graduação.

*“O peão é a peça mais importante do jogo
de xadrez... do ponto de vista do peão.”*

Arkady V. Dezhnev

Resumo

O pêndulo invertido é um sistema mecânico subatuado, inerentemente instável em malha aberta, de dinâmica não linear, sendo uma referência clássica para o estudo de problemas de controle. A motivação por trás deste interesse é o crescente número de aplicações de posicionamento preciso em sistemas mecânicos. A aplicação de técnicas de controle sem levar em consideração o atrito presente pode produzir ciclos limite. Neste trabalho, métodos de modelagem, quantificação e compensação de atrito são analisados e aplicados ao pêndulo invertido. Técnicas recentemente propostas na literatura são adaptadas para o sistema em estudo. Modelos de atrito de Coulomb, Karnopp e LuGre são discutidos e são analisados métodos para obtenção de seus parâmetros via identificação em malha aberta e em malha fechada e via quantificação a partir do ajuste de elipses a dados de entrada versus saída. O atrito quantificado pelos diferentes modelos são comparados. Estes modelos são utilizados para compensar o atrito presente no carrinho do pêndulo. Os métodos de compensação não baseados em modelo denominados reforço constante e knocker são também aplicados. Seus desempenhos são avaliados e comparados usando três índices de desempenho, através da aplicação a um pêndulo real.

Abstract

The inverted pendulum is a mechanical system underactuated, inherently unstable in open-loop, with nonlinear dynamics, being a classic benchmark for the study of control problems. The motivation behind this interest is the growing number of precise positioning applications in mechanical systems. The application of control techniques without taking into consideration friction can produce limit cycles. In this work, methods for modeling, quantification and compensation of friction are analyzed and applied to the inverted pendulum. Techniques recently proposed in the literature are adapted to the system under study. Models of Coulomb, Karnopp and LuGre are discussed and methods are analyzed to obtain the parameters via identification in open loop and closed loop and quantification fitting ellipses to input versus output data. Friction quantified via different models are compared. These models are used to compensate the friction present in the cart of the pendulum. The non-model based methods of compensation called continuous reinforcement and knocker are also applied. Their performances are evaluated and compared using three performance indexes, through their application to a real pendulum.

Trabalhos aprovados

- TEIXEIRA, H. T.; SIQUEIRA, V. S. M. ; MUNARO, C. J. *Identificação em malha fechada de parâmetros de modelos de atrito em um pêndulo invertido*. Anais do X Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações (DINCON), Águas de Lindóia-SP, 29 de agosto a 02 de setembro de 2011.
- TEIXEIRA, H. T.; SIQUEIRA, V. S. M. ; MUNARO, C. J. *Estimação e compensação de atritos em um pêndulo invertido*. Anais do X Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI), São João del-Rei-MG, 18 a 21 de setembro 2011.
- TEIXEIRA, H. T.; SIQUEIRA, V. S. M. ; MUNARO, C. J. *Comparison of methods for estimation and compensation of friction applied to an inverted pendulum*. Anais do IX IEEE International Conference on Control & Automation (IEEE-ICCA), Santiago - Chile, 19 a 21 de dezembro de 2011.

Lista de Tabelas

2.1	Parâmetros do pêndulo invertido.	22
3.1	Parâmetros do modelo de atrito.	31
3.2	Coefficientes de Atrito	33
3.3	Parâmetros estimados com o método da elipse	35
3.4	Parâmetros estimados do modelo de Coulomb mais atrito estático	37
3.5	Parâmetros estimados do modelo de Karnopp	43
3.6	Parâmetros estimados	44
4.1	Escolha dos parâmetros do modelo de LuGre	51
4.2	Teste de desempenho dos filtros	54
4.3	Escolha dos parâmetros do knocker	57
4.4	Índices de desempenho dos compensadores	59

Lista de Figuras

2.1	Pêndulo invertido.	20
2.2	Modelo do pêndulo invertido.	21
2.3	Diagrama de corpo livre do pêndulo invertido	22
2.4	Simulação dos sistemas linearizado e não linear sem atrito.	24
2.5	Teste na planta real.	24
2.6	Exemplos de modelos estáticos de atrito.	25
2.7	Força de atrito em função da velocidade.	27
2.8	Assimetria na força de atrito estático no carrinho.	28
2.9	Deflexão média entre duas cerdas na interface de atrito entre duas superfícies.	29
3.1	Resposta à rampa de corrente	32
3.2	Validação do método de identificação de atrito em malha aberta.	33
3.3	Comportamento oscilatório no pêndulo invertido	34
3.4	Elipse ajustada aos pontos significativos	35
3.5	Elipse ajustada ao gráfico $i - x$	36
3.6	Elipse ajustada ao gráfico $i - x$	37
3.7	Validação do método da elipse.	37
3.8	Comportamento do vetor de parâmetros estimado para simulação.	40
3.9	Comportamento do vetor de parâmetros estimado para dados reais.	41
3.10	Conjunto de dados utilizados para estimação dos parâmetros do modelo de Karnopp.	42
3.11	Validação do método dos mínimos quadrados.	43
3.12	Comparação entre os métodos de identificação.	44

4.1	Diagrama de blocos do sistema com compensação de atrito.	46
4.2	Modelo no Simulink™.	46
4.3	Ciclo limite devido ao atrito.	47
4.4	Compensação de atrito com o modelo de Coulomb.	48
4.5	Compensação de atrito com o modelo de Karnopp.	50
4.6	Compensação de atrito com o modelo de LuGre.	52
4.7	Efeito do filtro no compensador CR.	54
4.8	Efeito do filtro no compensador CR.	55
4.9	Compensador CR.	56
4.10	Sinal de compensação do knocker.	56
4.11	Compensador knocker.	58

Simbologia e abreviações

F_s :	coeficiente de atrito estático
F_c :	coeficiente de atrito de Coulomb
F_v :	coeficiente de atrito viscoso
i :	corrente aplicada ao motor CC
F_e :	força aplicada ao carrinho
β :	constante de conversão entre corrente e força no motor CC
x :	posição do carrinho
\dot{x} :	velocidade do carrinho
θ :	ângulo da haste
$\dot{\theta}$:	velocidade angular da haste
F_{at} :	força de atrito em oposição ao movimento do carrinho
m :	massa da haste
M :	massa do carrinho
L :	distância do pivô da haste até seu centro de gravidade
g :	aceleração da gravidade
f_{at} :	atrito resistente ao momento de rotação da haste
J :	momento de inércia da haste
V :	componente vertical da força de reação da na haste
H :	componente horizontal da força de reação da na haste
u :	sinal de controle
K :	matriz de ganhos de realimentação
v_s :	velocidade de Stribeck
DV :	velocidade limite do modelo de Karnopp
z :	deflexão média entre cerdas
v :	velocidade relativa entre duas superfícies
σ_0 :	coeficiente de imobilidade
σ_1 :	coeficiente de amortecimento
p_v :	variável controlada
op :	saída do controlador
e :	erro de estimação
σ :	desvio padrão

FIR: resposta ao impulso finita

SIPO: pontos mais significativos do conjunto de dados

λ : vetor de parâmetros

φ : vetor de regressores

ISE: integral do quadrado do erro

IAE: integral do erro absoluto

u_c : saída do controlador

u_f : sinal de compensação

γ : amplitude do sinal do compensador CR

I_s : corrente necessária para vencer o atrito estático

w_n : frequência de corte normalizada

a : amplitude do pulso do knocker

t_p : tempo de início do pulso do knocker

h_k : tempo entre cada pulso do knocker

τ : largura do pulso do knocker

T_A : tempo de amostragem

Sumário

1	Introdução	17
1.1	Motivação	17
1.2	Revisão histórica	18
1.3	Estrutura do texto	19
2	Pêndulo invertido e modelos de atrito	20
2.1	Modelo matemático	21
2.1.1	Modelo não linear	21
2.1.2	Modelo linearizado	23
2.2	Estratégia de controle	23
2.3	Modelo de atrito	25
2.3.1	Modelos estáticos de atrito	25
2.3.2	Modelo dinâmico de atrito	27
2.3.3	Considerações finais	28
3	Identificação de parâmetros dos modelos de atrito	30
3.1	Identificação em malha aberta	32
3.2	Identificação em malha fechada	33
3.2.1	Parâmetros do modelo de atrito de Coulomb mais atrito estático	34
3.2.2	Parâmetros do modelo de Karnopp	36
4	Compensação de atrito	45
4.1	Efeito do atrito no pêndulo invertido	46

4.2	Compensadores baseados em modelos	47
4.2.1	Compensação de atrito com o modelo de Coulomb	47
4.2.2	Compensação de atrito com o modelo de Karnopp	49
4.2.3	Compensação de atrito com o modelo de LuGre	49
4.3	Compensadores não baseados em modelos	52
4.3.1	Compensador CR	53
4.3.2	Compensador knocker	55
4.4	Considerações Finais	58
5	Conclusões	60
	Referências Bibliográficas	62

1 Introdução

O pêndulo invertido é um problema clássico, amplamente estudado para aplicações de técnicas de controle, e será aqui utilizado como plataforma de testes para os estudos do atrito realizados nesse trabalho. Os resultados obtidos da análise de métodos de modelagem, quantificação e compensação de atrito aplicados ao pêndulo invertido podem ser aplicados a sistemas mecânicos de mesma natureza.

1.1 Motivação

O interesse no estudo dos efeitos do atrito em malhas de controle é devido ao mesmo estar presente em todos os sistemas de controle envolvendo sistemas mecânicos. Sua presença é muitas vezes responsável por erro em estado estacionário, oscilações indesejadas e desgaste excessivo. É portanto importante para o engenheiro de controle compreender o fenômeno do atrito e como lidar com ele. Nos últimos anos vários trabalhos têm abordado o problema de identificação e compensação de atrito através de métodos cada vez mais sofisticados [2]. A motivação para isso é o crescente número de aplicações com o posicionamento de precisão em sistemas mecânicos.

Em linhas gerais, o objetivo desse trabalho concentra-se em modelar, quantificar e compensar o atrito presente no carrinho de um pêndulo invertido. Para isso os modelos de Coulomb, Karnopp e LuGre são discutidos e são analisados métodos para obtenção de seus parâmetros via identificação em malha aberta e em malha fechada e via quantificação a partir do ajuste de elipses a dados de entrada e saída. Estes modelos são utilizados para compensar o atrito presente no carrinho do pêndulo. Os métodos de compensação não baseados em modelo denominados reforço constante e knocker são também aplicados.

1.2 Revisão histórica

O fenômeno do atrito vem sendo estudado desde o século XVI, quando Leonardo da Vinci apresentou o primeiro modelo matemático para representá-lo. A literatura relacionada ao atrito é muito dispersa e abordada por várias áreas do conhecimento. Em 1994 uma extensa revisão foi realizada no sentido de sintetizar a contribuição de centenas de artigos sobre o assunto [1], é feita uma extensa discussão sobre atrito, ferramentas de análises e diferentes métodos de compensação. Modelos são necessários para compensação e melhora do desempenho de sistemas de controle. Em [2] um grande número de modelos de atrito são descritos e métodos de compensação são analisados e avaliados.

Atualmente, há descrito na literatura técnicas não invasivas utilizadas, sobretudo em válvulas de controle, para identificação de atrito. Em [8] foi proposto uma técnica onde o atrito estático é identificado ajustando uma elipse ao gráfico da variável controlada (pv) em função da saída do controlador (op) para válvulas de controle. Em [9] foi adaptado para ser aplicado em válvulas de controle, um método de identificação, no qual os parâmetros do modelo de atrito de Karnopp, com exceção do atrito estático, são estimados usando regressão linear.

Compensadores não baseados em modelos surgiram visando simplificar o projeto dos compensadores. Por não necessitarem de identificação de parâmetros e em alguns casos, não requerem conhecimento prévio da planta. Em [13] foi proposto o compensador knocker, em que uma sequência de pulsos de baixa energia é adicionado na direção da taxa de mudança do sinal de controle. Recentemente em [12] o compensador denominado reforço constante foi proposto como alternativa ao knocker visando simplificar o projeto do compensador.

Uma maneira de compensar o atrito, consiste em utilizar um modelo de atrito para estimar o atrito e somá-lo ao sinal de controle aplicado ao sistema. Na literatura diversos trabalhos têm tratado o problema do atrito no pêndulo invertido com esse tipo de abordagem. Em [3] um compensador baseado no modelo dinâmico de LuGre é aplicado a um pêndulo invertido do tipo Furuta. Os resultados obtidos são comparados com compensadores baseados em modelos clássicos de atrito. Em [4] uma versão modificada de primeira ordem do modelo dinâmico de Dahl é utilizada para a compensação de atrito em um pêndulo invertido duplo. Os resultados obtidos são comparados com técnicas de controle linear tradicionais. Em [5] o atrito é estimado e compensado em um pêndulo invertido. Para estimação de atrito é utilizado um observador não linear de ordem reduzida, e para sua compensação apenas o efeito do atrito de Coulomb é considerado. O método é validado através de simulações e experimentos.

Em [6], o atrito é quantificado através de testes em malha aberta. O efeito de *stick slip*

causado pelo atrito que geralmente é desconsiderado no projeto dos controladores é levado em consideração, reduzindo a amplitude da oscilação na posição do carrinho em um pêndulo invertido.

1.3 Estrutura do texto

O capítulo 2 trata da modelagem do pêndulo invertido. Os modelos matemáticos, não linear e linearizado, são obtidos. Com isso é projetado um controlador via realimentação de estados para o pêndulo invertido real. São apresentados quatro modelos estáticos de atrito e um modelo dinâmico, suas principais características, vantagens e desvantagens são discutidas.

A identificação dos parâmetros dos modelos de atrito é feita no capítulo 3. Um algoritmo de otimização não linear é utilizado para estimar F_s , F_c e F_v em malha aberta. O método da elipse, proposto em [8] com a contribuição sugerida em [10], é aplicado ao pêndulo invertido para obter em malha fechada os parâmetros F_s e F_c . O método de identificação dos parâmetros do modelo de Karnopp através de regressão linear, proposto por [11] para atuadores pneumáticos e posteriormente adaptado por [9] para válvulas de controle, é adaptado e aplicado ao pêndulo invertido.

Com os parâmetros dos modelos identificados, no capítulo 4 é possível compensar o atrito no pêndulo invertido utilizando modelos de atrito. Três modelos foram utilizados para tal: Coulomb, Karnopp e LuGre. Como alternativa à compensação baseada em modelos de atrito, técnicas não baseadas em modelo são também aplicadas.

As principais conclusões do trabalho são resumidas no capítulo 5.

2 *Pêndulo invertido e modelos de atrito*

O sistema experimental utilizado, produzido pela Quanser™, consiste em um carrinho com uma haste móvel acoplada através de uma articulação (Figura 2.1(a)). O carrinho move-se horizontalmente em um trilho e a haste móvel por sua vez pode realizar movimento rotacional de 360° no plano vertical (Figura 2.1(b)). O carrinho consiste em uma base de alumínio impulsio-nada por um motor CC de 400 W, trifásico sem escova. A posição do carrinho, assim como a posição angular da haste são medidos por *encoders* de quadratura, enquanto que a velocidade linear e a velocidade angular são calculadas usando observadores de alto ganho.

O sistema físico está interligado a um ambiente de controle em tempo real (QuaRC) inte-grado ao Matlab™/Simulink™ que permite seu controle e monitoramento. Uma biblioteca de funções permite a interface entre as variáveis do ambiente Simulink e o sistema real.

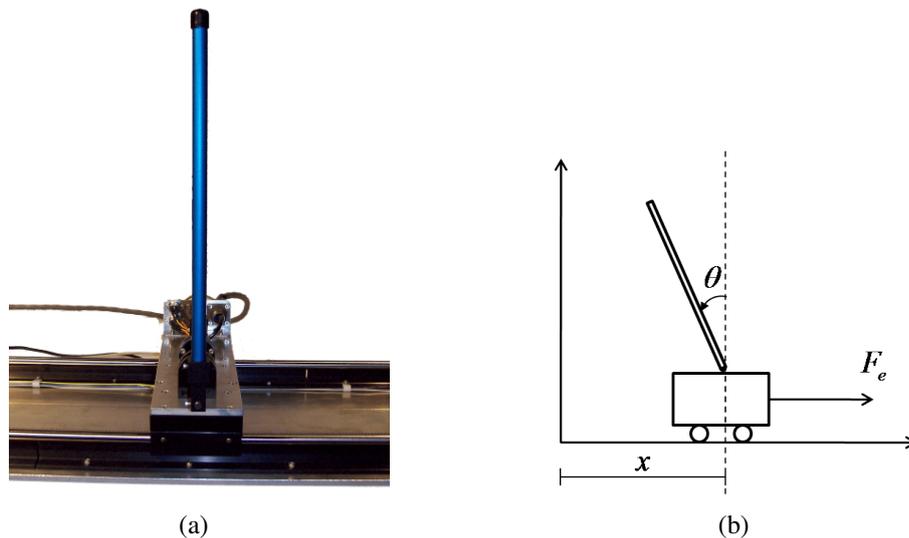


Figura 2.1: Pêndulo invertido.

2.1 Modelo matemático

O modelo matemático do pêndulo invertido pode ser considerado como o conjunto de dois submodelos: o modelo não linear do pêndulo invertido e o modelo de atrito, agrupados conforme o diagrama de blocos da Figura 2.2. Onde i é a corrente aplicada ao motor CC, F_e a força aplicada ao carrinho, β é a constante de conversão entre a corrente aplicada e a força que o motor CC fornecerá ao carrinho. \mathbf{x} é o vetor de estados, onde x é a posição do carrinho, \dot{x} a velocidade do carrinho, θ o ângulo da haste, $\dot{\theta}$ a velocidade angular da haste e F_{at} a força de atrito em oposição ao movimento do carrinho.

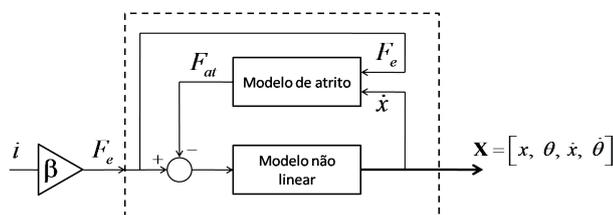


Figura 2.2: Modelo do pêndulo invertido.

2.1.1 Modelo não linear

No modelo não linear a força aplicada ao carrinho é considerada como entrada do sistema e a posição do carrinho e o ângulo da haste são as saídas. Podemos obter o modelo não linear do pêndulo invertido aplicando a segunda lei de Newton ao centro de gravidade da haste (Figura 2.3(a)), na vertical obtemos

$$\begin{aligned} V - mg &= m \frac{d^2}{dt^2} (L \cos(\theta)) \\ V &= mg - mL \cos(\theta) \dot{\theta}^2 - mL \sin(\theta) \ddot{\theta} \end{aligned} \quad (2.1)$$

e na horizontal

$$\begin{aligned} H &= m \frac{d^2}{dt^2} (x - L \sin(\theta)) \\ H &= m \ddot{x} + mL \sin(\theta) \dot{\theta}^2 - mL \cos(\theta) \ddot{\theta} \end{aligned} \quad (2.2)$$

tomando o momento sobre o centro de gravidade obtém-se a equação de torque

$$\begin{aligned} J \ddot{\theta} &= VL \sin(\theta) + HL \cos(\theta) - F_v p \dot{\theta}, \quad \text{subst. } V \text{ e } H \\ (J + mL^2) \ddot{\theta} &= mLg \sin(\theta) + mL \cos(\theta) \ddot{x} - f_{at} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Aplicando a segunda lei de Newton ao carrinho na direção horizontal (Figura 2.3(b)), temos

$$\begin{aligned} M\ddot{x} &= F_e - F_{at} - H, \quad \text{subst. } H \\ (M + m)\ddot{x} &= F_e - mL\sin(\theta)\dot{\theta}^2 + mL\cos(\theta)\ddot{\theta} - F_{at} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Combinado as equações (2.3) e (2.4), obtém-se o modelo matemático não linear do pêndulo invertido

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = \frac{1}{J + mL^2} [mLg\sin(\theta) + mL\cos(\theta)\ddot{x} - f_{at}] \\ \ddot{x} = \frac{1}{M + m} [F_e - mL\sin(\theta)\dot{\theta}^2 + mL\cos(\theta)\ddot{\theta} - F_{at}] \end{cases} \quad (2.5)$$

onde m é a massa da haste, M a massa do carrinho, L a distância do pivô da haste até seu centro de gravidade, g a aceleração da gravidade, f_{at} o atrito resistente ao momento de rotação da haste, F_{at} a força de atrito no carrinho, J o momento de inércia, V e H as componentes vertical e horizontal da força de reação na haste, F_e a força aplicada ao carrinho, x a posição vertical do carrinho e θ a posição angular da haste. Em nosso sistema a força aplicada ao carrinho é dada pela relação

$$F_e = \beta i \quad (2.7)$$

onde β é a constante de conversão entre a corrente aplicada (i) e a força (F_e) que o motor CC fornecerá ao carrinho. Os valores, fornecidos pelo fabricante, dos parâmetros do modelo do pêndulo invertido estão listados na Tabela 2.1.

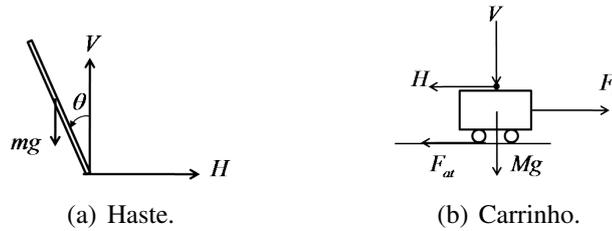


Figura 2.3: Diagrama de corpo livre do pêndulo invertido

Tabela 2.1: Parâmetros do pêndulo invertido.

Parâmetro	Valor	Unidades
M	3,2200	kg
m	0,2300	kg
L	0,3302	m
J	0,0079	$kg.m^2$
g	9,8100	m/s^2
β	32,3960	N/A

2.1.2 Modelo linearizado

O processo possui dois pontos de equilíbrio, a posição do pêndulo para baixo corresponde a um pêndulo comum, esse ponto é estável. A posição invertida do pêndulo corresponde ao ponto de equilíbrio instável do sistema, $(\theta, \dot{\theta}) = (0, 0)$. Para projetar o controlador via realimentação de estados é necessário linearizar as equações (2.5) e (2.6) na zona de operação próxima a esse ponto, tanto θ quanto $\dot{\theta}$ são bem pequenos em *rad* e *rad/s* respectivamente. Em geral nesse caso podemos fazer as seguintes aproximações $\sin(\theta) \approx \theta$, $\cos(\theta) \approx 1$ e $\dot{\theta}^2 \cdot \theta \approx 0$. O atrito no pivô da haste será desprezado ($f_{at} \approx 0$) e consideraremos $u = F_e - F_{at}$. Com isso o modelo matemático linearizado no ponto de equilíbrio instável é dado por

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = \frac{1}{J + mL^2} [mLg\theta + mL\ddot{x}] & (2.8) \\ \ddot{x} = \frac{1}{M + m} [u + mL\ddot{\theta}] & (2.9) \end{cases}$$

2.2 Estratégia de controle

O objetivo do controle é estabilizar o pêndulo na região de equilíbrio instável. Para que as equações (2.8) e (2.9) tenham um formato válido no espaço de estados, \ddot{x} e $\ddot{\theta}$ devem ser funções apenas de termos com ordem inferior. Portanto, \ddot{x} deve ser substituído em (2.8) usando (2.9), e $\ddot{\theta}$ deve ser substituído em (2.9) usando (2.8). Escrevendo o resultado na forma matricial obtemos o espaço de estados linearizado para o pêndulo invertido

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{m^2 L^2 g}{J + mL} v_2 & 0 & 0 \\ 0 & mLg v_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_2 \\ \frac{mL}{M+m} v_1 \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (2.10)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} \quad (2.11)$$

onde

$$v_1 = \frac{M + m}{(M + m)J + MmL} \quad (2.12)$$

$$v_2 = \frac{J + mL^2}{(M + m)J + MmL} \quad (2.13)$$

e o vetor de estados

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x & \theta & \dot{x} & \dot{\theta} \end{bmatrix}^T \quad (2.14)$$

O controlador utilizado foi projetado pelo método de alocação de pólos usando o modelo linearizado, o que implica na estabilidade do controlador apenas na região de operação utilizada na linearização do sistema. O controle por realimentação de estados foi projetado de forma a assegurar que a resposta em malha fechada tenha um baixo tempo de resposta e elevado amortecimento, sendo a lei de controle dada por

$$u = -Kx \quad (2.15)$$

onde $K = [-220,23 \quad 514,11 \quad -169,67 \quad 106,34]$ é a matriz de ganho que resulta nos pólos de malha fechada: $[-3,8 - 0,8717i \quad -3,8 + 0,8717i \quad -10 \quad -10]$, obtidos por tentativa e erro. A comparação das simulações do sistema linearizado e não linear sem atrito com o controlador projetado pode ser visto na Figura 2.4, realizadas com a condição inicial de $\theta = 0,1^\circ$ para o ângulo.

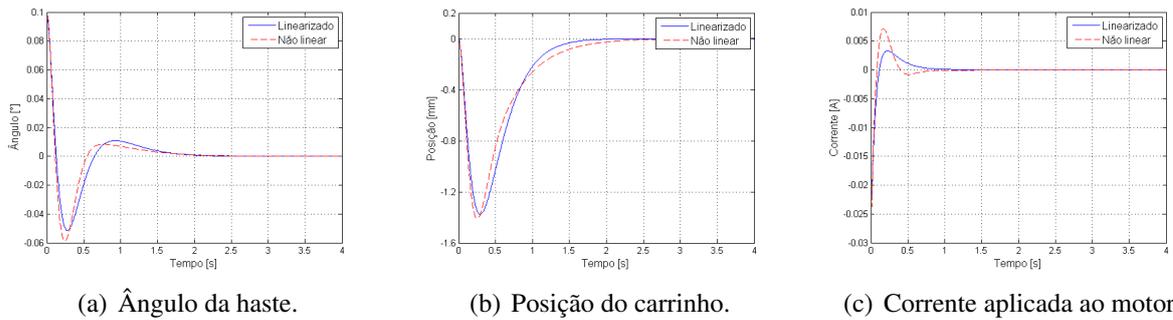


Figura 2.4: Simulação dos sistemas linearizado e não linear sem atrito.

No entanto, observa-se em testes realizados na planta (Figura 2.5), que o sistema opera em torno de $\theta = 0$, mas não estabiliza devido às forças de atrito presentes no mesmo, daí a importância de identificar e compensar o atrito no sistema. Dentre os métodos de compensação de atrito que serão apresentados no capítulo 4 está a compensação de atrito baseada em modelos de atrito. Na seção 2.3, a seguir serão apresentados alguns modelos de atrito.

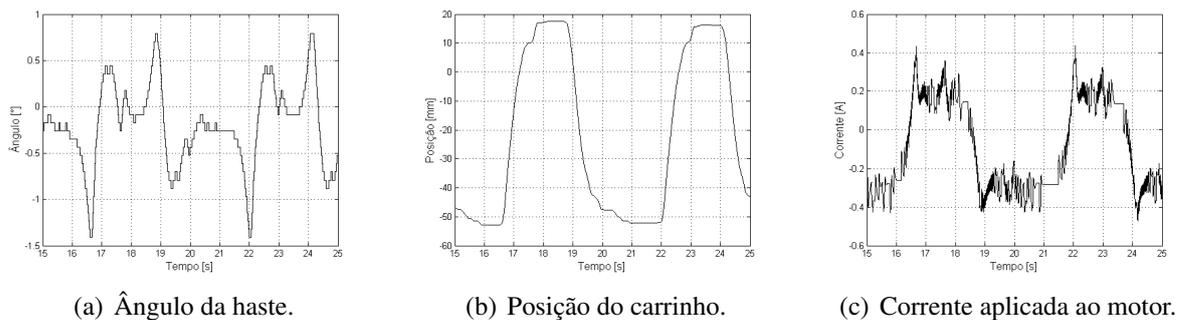


Figura 2.5: Teste na planta real.

2.3 Modelo de atrito

Os modelos de atrito podem ser classificados como estáticos ou dinâmicos [2]. Nos modelos estáticos, a força de atrito é dada por um mapeamento estático da velocidade do corpo e da força motriz aplicada, enquanto que nos modelos dinâmicos há na sua estrutura parâmetros variantes no tempo.

2.3.1 Modelos estáticos de atrito

Os modelos clássicos de atrito são uma combinação de diferentes componentes, cada um representando uma particularidade do comportamento da força de atrito. Três componentes são geralmente consideradas: atrito estático, atrito viscoso e o atrito de Coulomb.

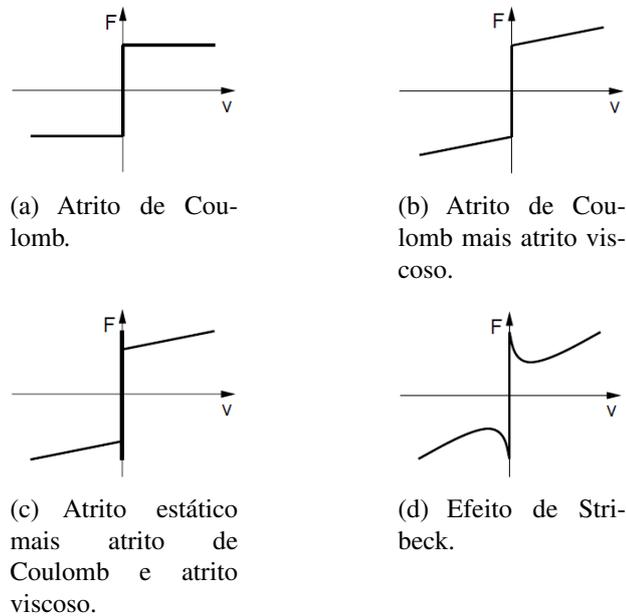


Figura 2.6: Exemplos de modelos estáticos de atrito.

Modelo de Coulomb

O modelo de Coulomb descreve a ideia principal do atrito, como uma força em oposição ao movimento de intensidade independente da velocidade e da área de contato, Figura 2.6(a)

$$F = F_c \operatorname{sgn}(\dot{x}) \quad (2.16)$$

onde F_c é o coeficiente de atrito de Coulomb e é proporcional à força normal, $F_c = \mu_c \cdot N$. O modelo de Coulomb não trata do caso em que a velocidade é nula, podendo a força de atrito ter qualquer valor entre $-F_c$ e F_c , dependendo de como a função sgn seja definida.

Devido à sua simplicidade e por capturar o principal comportamento do atrito, o modelo de Coulomb é frequentemente utilizado para compensar o atrito, como feito em [14, 5].

Modelo de Coulomb mais atrito estático

O próximo passo na sofisticação do modelo é introduzir o efeito do atrito estático. O atrito estático quantifica o atrito na iminência do movimento, ou seja é a força necessária para colocar o corpo em movimento, e é maior que o atrito de Coulomb. É importante deixar claro que o atrito estático não pode ser descrito como uma função da velocidade apenas

$$F = \begin{cases} F_e & \text{se } \dot{x} = 0 \text{ e } |F_e| < F_s \\ F_s \operatorname{sgn}(F_e) & \text{se } \dot{x} = 0 \text{ e } |F_e| \geq F_s \end{cases} \quad (2.17)$$

Modelo estático de atrito de Olsson

Por fim, considerando-se o efeito do atrito viscoso, que surge quando há deslocamento entre duas superfícies lubrificadas, e sua intensidade aumenta linearmente com a velocidade, de acordo com o coeficiente F_v

$$F = F_v \dot{x} \quad (2.18)$$

que é geralmente combinado com o atrito de Coulomb, Figura 2.6(b). Foi proposto em [2],

$$F_{at} = \begin{cases} F_{atrito}(\dot{x}) & \text{se } \dot{x} \neq 0 \\ F_e & \text{se } \dot{x} = 0 \text{ e } |F_e| < F_s \\ F_s \operatorname{sgn}(F_e) & \text{se } \dot{x} = 0 \text{ e } |F_e| > F_s \end{cases} \quad (2.19)$$

sendo o atrito total obtido pela equação

$$F_{atrito}(\dot{x}) = \left[F_c + (F_s - F_c) e^{-\left(\frac{\dot{x}}{v_s}\right)^2} \right] \operatorname{sgn}(\dot{x}) + F_v \dot{x} \quad (2.20)$$

onde v_s , a velocidade de Stribeck, é um fator usado para ajustar a atenuação do termo relacionado a F_s em (2.20), evitando uma descontinuidade na força de atrito em função da velocidade, Figura 2.6(d). A curva F_{atrito} é geralmente assimétrica [2].

Modelo de Karnopp

Ao utilizar os modelos clássicos em simuladores nos deparamos com o problema de detecção da velocidade nula. Portanto em [15] foi proposta a criação de uma faixa de valores, dentro da qual a velocidade do movimento é considerada nula. O modelo define a velocidade

zero no intervalo $|\dot{x}| < DV$. Para velocidades dentro deste intervalo, o estado interno do sistema (velocidade) pode mudar e ser diferente de zero, mas a saída do bloco é mantida em zero por uma zona morta. Esse modelo ficou conhecido como modelo de Karnopp, Figura 2.7.

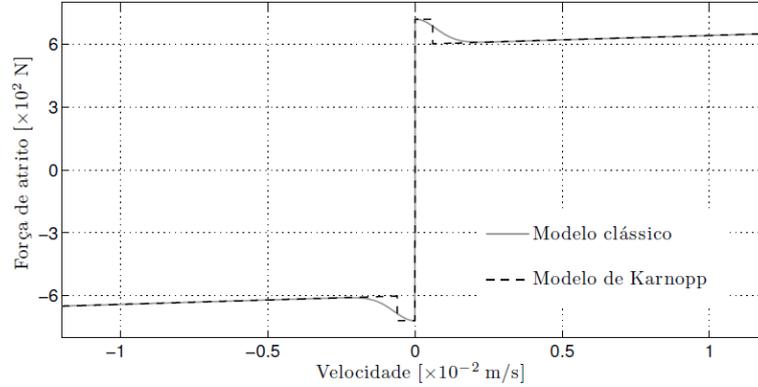


Figura 2.7: Força de atrito em função da velocidade.

No pêndulo invertido em estudo foi observado que não há simetria na força de atrito em relação ao sinal de corrente aplicada, pois ao se aplicar uma rampa de corrente nos diferentes sentidos o carrinho começa o movimento para valores em módulo diferentes de corrente (Figura 2.8). Esse teste será melhor detalhado na seção 3.1. Este fato foi incorporado ao modelo de Karnopp através das equações

$$F_{at} = \begin{cases} F_{atrito}^{-}(\dot{x}) & \text{se } \dot{x} \leq -DV \\ F_s^{-} \operatorname{sgn}(F_e) & \text{se } |\dot{x}| < DV \text{ e } F_e \leq -F_s^{-} \\ F_e & \text{se } |\dot{x}| < DV \text{ e } F_s^{-} < F_e < F_s^{+} \\ F_s^{+} \operatorname{sgn}(F_e) & \text{se } |\dot{x}| < DV \text{ e } F_e \geq F_s^{+} \\ F_{atrito}^{+}(\dot{x}) & \text{se } \dot{x} \geq DV \end{cases} \quad (2.21)$$

$$F_{atrito}^{-}(\dot{x}) = F_c^{-} \operatorname{sgn}(\dot{x}) + F_v^{-} \dot{x} \quad (2.22)$$

$$F_{atrito}^{+}(\dot{x}) = F_c^{+} \operatorname{sgn}(\dot{x}) + F_v^{+} \dot{x} \quad (2.23)$$

O efeito da velocidade de Stribeck só é relevante para velocidades próximas de zero. Com a criação do intervalo onde a velocidade é considerada nula (Figura 2.7), o termo exponencial em (2.20) pode ser desconsiderado, resultando nas expressões (2.22) e (2.23).

2.3.2 Modelo dinâmico de atrito

Os modelos dinâmicos foram criados para permitir que comportamentos específicos, não capturados pelos modelos estáticos, fossem representados. Os modelos estáticos quantificam

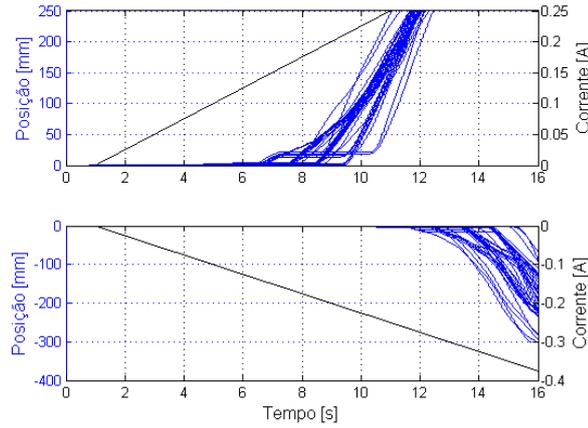


Figura 2.8: Assimetria na força de atrito estático no carrinho.

a força de atrito admitindo apenas movimento uniforme, contudo, certos efeitos do atrito são verificados somente quando a velocidade não é constante [1].

Modelo de LuGre

O modelo de LuGre [2, 16] descreve os efeitos do atrito com maior precisão durante a reversão de velocidade e principalmente em baixas velocidades. No contato sólido-sólido, as superfícies são muito irregulares a nível microscópico, o que pode ser representado como um contato entre cerdas elásticas. O modelo proposto se baseia no comportamento médio do contato entre as cerdas (Figura 2.9). A forma mais comum do modelo de LuGre é dada por

$$\frac{dz}{dt} = v - \frac{|v|}{g(v)}z \quad (2.24)$$

$$g(v) = \frac{1}{\sigma_0} \left[F_c + (F_s - F_c) e^{-\left(\frac{\dot{x}}{v_s}\right)^2} \right] \quad (2.25)$$

$$F_{atrito} = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + F_v v \quad (2.26)$$

onde z é a deflexão média entre as cerdas, v a velocidade relativa entre as duas superfícies em contato, σ_0 o coeficiente de imobilidade (*stiffness*) e σ_1 o coeficiente de amortecimento.

2.3.3 Considerações finais

O pêndulo invertido, escolhido como plataforma de testes para o estudo do atrito, foi modelado obtendo-se seu modelo não linear e um modelo linearizado para obtenção do controlador. Os parâmetros do modelo foram fornecidos pelo fabricante.

Para fins de compensação de atrito foram apresentados modelos estáticos e dinâmicos de

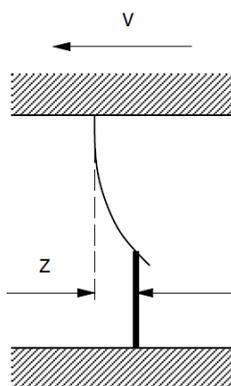


Figura 2.9: Deflexão média entre duas cordas na interface de atrito entre duas superfícies.

atrito. No entanto, é necessário que seus parâmetros sejam identificados. No capítulo 3 algumas técnicas de identificação de parâmetros são apresentadas.

3 Identificação de parâmetros dos modelos de atrito

Em [1] é feita uma extensa discussão sobre atrito, ferramentas de análise e diferentes métodos de compensação. Os métodos de compensação de atrito são classificados basicamente em dois grandes grupos: baseados em modelos e não baseados em modelos. Métodos baseados em modelos necessitam que seus parâmetros sejam identificados.

Há muitas maneiras de identificar os parâmetros de um modelo de atrito. Em [6] um método simples e direto é utilizado para estimar os parâmetros de modelos clássicos. Dois tipos de teste foram necessários. Para cada teste o motor do carrinho foi submetido a um tipo de sinal de entrada, para que diferentes comportamentos do atrito fossem estimulados, de modo que os parâmetros relacionados pudessem ser estimados. No entanto, por necessitar de excitações específicas em cada etapa, o método só é aplicável em malha aberta.

Métodos clássicos de estimação, baseados em regressão linear, não podem ser diretamente aplicados à identificação de modelos de atrito, caso a regressão não possa ser escrita na forma de uma multiplicação entre o vetor de parâmetros e o vetor de regressores, devido ao seu caráter não linear. Em [14] foi proposto estimar o coeficiente de atrito do modelo de Coulomb por um observador não linear de ordem reduzida. Embora o modelo de atrito utilizado seja bastante simples e o observador proposto não apresentar dificuldades na sua implementação, a qualidade da estimativa do coeficiente de atrito de Coulomb, depende da escolha adequada de dois parâmetros do observador. Nenhum método de escolha para esses parâmetros foi proposto. Em [5] esse método foi aplicado a um pêndulo invertido e os parâmetros do observador foram escolhidos através de inúmeros testes na planta. Portanto, o bom funcionamento do método fica sujeito a testes realizados na planta.

Em [17] é proposta a identificação dos parâmetros do modelo de LuGre através de dois métodos de regressão não linear. Os métodos baseiam-se em duas fases de otimização, uma pré otimização que utiliza algoritmo genético e em uma segunda fase é utilizado o algoritmo Simplex de Nelder-Mead para fazer uma otimização fina. Por se tratar de algoritmos de otimização

muito complexos, inviabiliza a aplicação desse método de maneira on-line.

Buscando desenvolver um método não invasivo de detecção e identificação de atrito, em [8] foi proposto uma técnica onde o atrito estático é identificado ajustando uma elipse ao gráfico da variável controlada (pv) em função da saída do controlador (op). No entanto, o método foi proposto para processos que possuem um padrão elíptico no gráfico op versus pv . Por isso, é proposto em [10] ajustar a elipse aos pontos que representam mais adequadamente o atrito a ser quantificado. Embora nesse método apenas dados do processo sejam necessários, um bom tratamento dos dados é necessário para uma boa estimativa do atrito.

Em [11] foi desenvolvido um método de identificação para um atuador pneumático, no qual os parâmetros do modelo de atrito de Karnopp, com exceção do atrito estático, são estimados usando regressão linear. Em [9] esse método foi adaptado para ser aplicado à válvula de controle, e foi proposto uma alternativa para estimar o atrito estático. O método proposto pode ser executado periodicamente e estimar os atritos de Coulomb e viscoso de maneira não invasiva.

Neste capítulo, os parâmetros F_s , F_c e F_v serão estimados em malha aberta através de um algoritmo de otimização não linear, com dados obtidos com apenas um tipo de teste. Devido à simplicidade dos métodos apresentados em [8, 10] e [11, 9], e por se tratarem de técnicas que podem ser aplicadas de maneira não invasiva ao processo, ou seja em malha fechada, neste capítulo serão propostas suas adaptações para o pêndulo invertido. Para realização dos testes simulados, serão usados o modelo do pêndulo invertido apresentado na seção 2.1.1, mais o modelo de atrito com seus parâmetros escolhidos arbitrariamente, listados na Tabela 3.1. Como maneira de validar os métodos de estimativa de atrito propostos, os valores encontrados serão utilizados em simulação e comparados com o comportamento real do pêndulo invertido.

Tabela 3.1: Parâmetros do modelo de atrito.

Parâmetro	Valor	Unidades
F_s^-	10,0	N
F_s^+	6,0	N
F_c^-	9,0	N
F_c^+	5,0	N
F_v^-	25,0	$N.s/m$
F_v^+	30,0	$N.s/m$
DV	0,002	m/s

3.1 Identificação em malha aberta

Para obter os coeficientes de atrito do modelo de Karnopp apresentado na seção 2.3.1 foi realizado um experimento em malha aberta em que o pêndulo é posto na posição de equilíbrio estável e o motor é excitado com uma rampa de corrente em ambos os sentidos (Figura 3.1) de modo que a força aplicada ao carrinho crescesse lentamente. É utilizado então um algoritmo de otimização não linear no MatlabTM (função *fmincon* do *toolbox* de otimização), que minimiza a função

$$e = ||x(t) - \hat{x}(t)|| \quad (3.1)$$

com as restrições

$$\begin{cases} F_s \geq F_c \\ F_c \geq 0 \\ F_v \geq 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

onde $x(t)$ é a posição do carrinho obtida experimentalmente e $\hat{x}(t)$ é a posição estimada usando

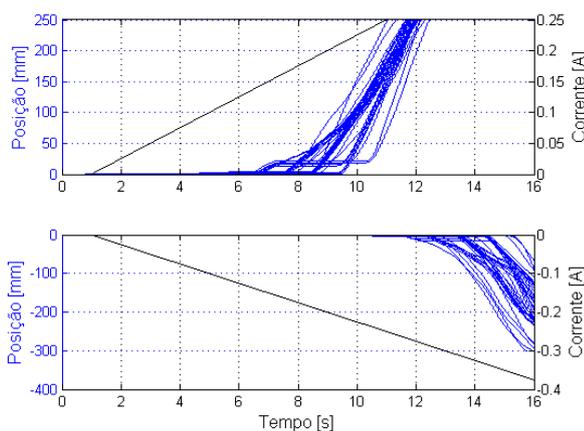


Figura 3.1: Resposta à rampa de corrente

as equações de (2.5) a (2.7) e usando os parâmetros listados na Tabela 2.1. O algoritmo conclui a busca dos coeficientes de atrito quando a norma do erro atinge valor menor que 10^{-8} .

Foram realizados 40 testes em que o carrinho foi submetido à rampa de corrente em cada uma das direções. Para cada teste foram estimados os coeficientes de atrito para o modelo de Karnopp. Na Tabela 3.2 é apresentada a média e o desvio padrão (σ) dos valores identificados.

Observa-se a proximidade entre F_s e F_c e estes são cerca de 80% maiores para corrente negativa.

Na Figura 3.2(a) observa-se em vermelho a posição do carrinho do pêndulo invertida obtida através de simulação do sistema em malha aberta com os parâmetros identificados. Já na Figura

Tabela 3.2: Coeficientes de Atrito

	Média	σ
F_s^-	9,6147	0,7162
F_s^+	5,3713	0,4998
F_c^-	8,5711	0,6087
F_c^+	4,8104	0,2437
F_v^-	25,5731	1,6234
F_v^+	30,2838	1,3633

3.2(b), temos uma representação do comportamento do pêndulo invertido em malha fechada, através do gráfico i versus x , onde o resultado da simulação em vermelho é comparado com o resultado de um teste real no pêndulo invertido. O teste realizado e a simulação em malha fechada utilizam a lei de controle obtida na seção 2.2.

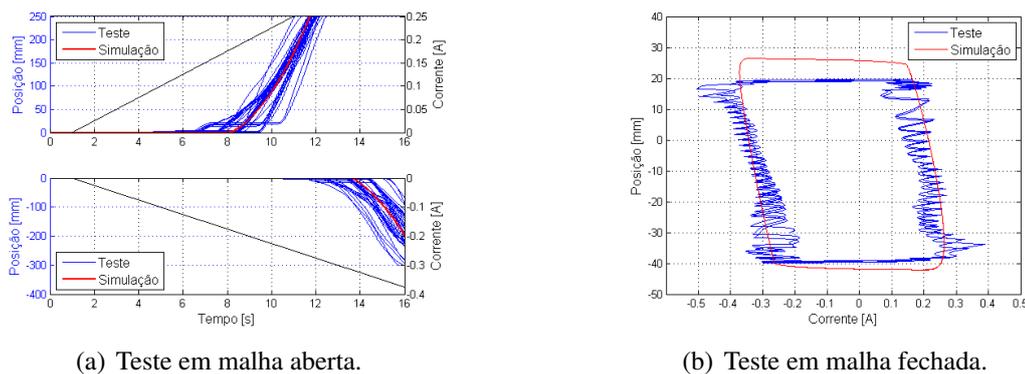


Figura 3.2: Validação do método de identificação de atrito em malha aberta.

3.2 Identificação em malha fechada

A necessidade de testes invasivos em malha aberta, restringe o uso do método apresentado na seção 3.1. Em sistemas mecânicos é usual que a força de atrito se manifeste como uma degradação crescente com seu uso, o que tornaria necessário sua parada para ensaios e a consequente medição. Nesta seção são apresentados dois métodos de identificação de parâmetros recentemente propostos para aplicação em válvulas de controle e aqui adaptados para o caso do pêndulo invertido.

3.2.1 Parâmetros do modelo de atrito de Coulomb mais atrito estático

A presença de atrito em processos sob certas condições produz ciclos limite [18] que têm sido explorados na literatura para realizar uma estimativa do atrito em válvulas de controle [8]. Estes métodos são agora aplicados ao pêndulo, tendo em vista o comportamento oscilatório em malha fechada (Figura 3.3). De modo particular, o gráfico i versus x obtido (Figura 3.3(c)), é típico de sistemas sob influência de atrito estático e que apresentam oscilações e evidencia o comportamento da posição do carrinho de acordo com a corrente aplicada. As regiões em aproximadamente -32 mm e 25 mm representam o carrinho parado e estão diretamente relacionadas com o atrito do sistema.

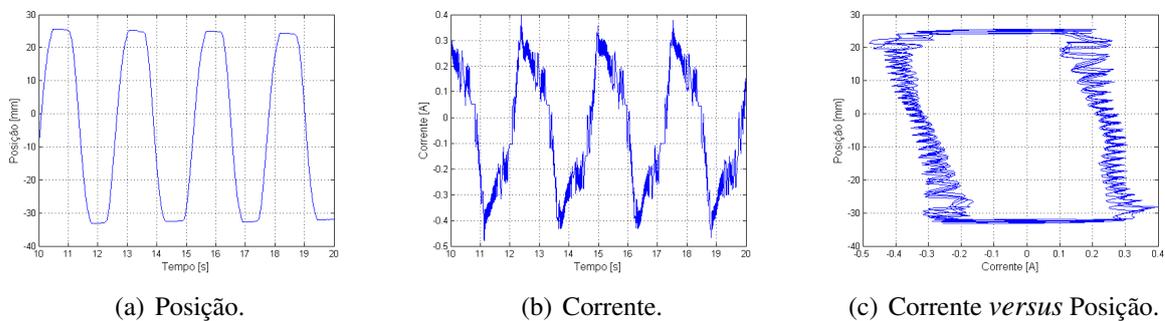


Figura 3.3: Comportamento oscilatório no pêndulo invertido

Dessa forma, é possível obter uma estimativa do atrito do sistema através do algoritmo proposto, baseado em [8], que pode ser executado periodicamente, de forma automática, usando dados coletados que indicaram a presença de oscilações [19].

1. Aplicar um filtro passa baixa ao conjunto de dados (i, x) a fim de eliminar componentes de alta frequência e gerar os sinais filtrados (i_f, x_f)
2. Escolher um segmento de dados (i_f, x_f) com base na regularidade de oscilações desses sinais. Tal regularidade é verificada a partir do critério apresentado em [19].
3. Ajustar uma elipse ao gráfico i_f versus x_f .
4. Traçar um segmento de reta paralelo ao eixo i passando pelo centro da elipse.
5. Calcular a distância entre os interceptos do segmento de reta traçado com a reta $i = 0$ e com a elipse.

O filtro utilizado no item 1 foi um FIR de ordem 30 e frequência de corte normalizada 0,005, para isso os dados foram reamostrados a uma frequência de 100 Hz. No item 3 o ajuste

da elipse ao gráfico i_f versus x_f é feito por mínimos quadrados não-linear, otimizando o quadrado da soma das distâncias ortogonais dos pontos do conjunto de dados (i, x) à elipse ajustada, onde a estimativa inicial é obtida por uma rotina de mínimos quadrados linear. Em [8] o gráfico dos dados do processo formam um padrão elíptico, no caso do pêndulo invertido isso não ocorre, como visto na Figura 3.3(c). Para evitar que a elipse seja mal ajustada é proposto em [10] ajustar a elipse somente aos pontos mais significativos do conjunto de dados (SIPO), sendo estes definidos como os pontos onde o sistema está em um estado transitório. Para o pêndulo invertido, esses pontos ocorrem quando o carrinho está em movimento. A Figura 3.4 exemplifica o caso, para a elipse ajustada para todos os pontos, o atrito estimado seria superior ao estimado com a elipse ajustada somente com os pontos significativos.

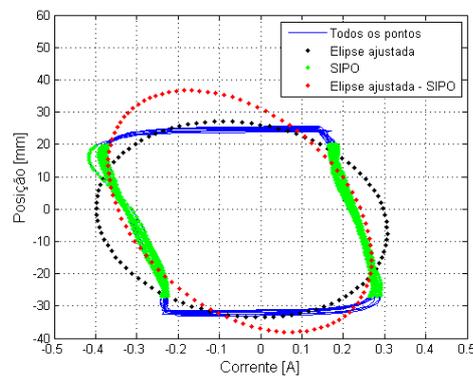


Figura 3.4: Elipse ajustada aos pontos significativos

Identificação dos parâmetros

Para a simulação utilizou-se o modelo de atrito de Coulomb mais atrito estático descrito na seção 2.3.1, com coeficientes de atrito listados na Tabela 3.3. O resultado obtido pode ser observado na Figura 3.5. Na Tabela 3.4 temos a comparação entre os coeficientes de atrito estimados e os parâmetros utilizados para simulação e o erro absoluto entre eles. É importante evidenciar que o uso do algoritmo que ajusta a elipse por mínimos quadrados aos dados do gráfico $i - x$ claramente estima o atrito de Coulomb. Assim, para estimar o atrito estático, a

Tabela 3.3: Parâmetros estimados com o método da elipse

	Modelo	Estimado	Erro
F_c^-	9,000	9,155	0,155
F_c^+	5,000	5,146	0,146

estratégia aqui proposta é expandir os raios da elipse através de uma busca unidimensional até

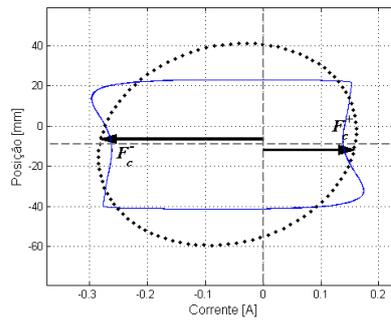


Figura 3.5: Elipse ajustada ao gráfico $i - x$

que todos os pontos pertençam ao interior da mesma. No caso mostrado na Figura 3.6(a) os raios da elipse externa foram aumentados 23,5% em relação à elipse interna. Com isso deve-se acrescentar ao algoritmo proposto as etapas:

6. Expandir a elipse ajustada, até que ela contenha todos os pontos do gráfico i_f versus x_f .
7. Calcular a distância entre os interceptos do segmento de reta traçado com a reta $i = 0$ e com a elipse expandida.

Na Tabela 3.4(a) temos a comparação entre os parâmetros do modelo de Coulomb mais atrito estático estimados e os parâmetros utilizados para simulação e o erro absoluto entre eles. Fica claro observando a Figura 3.6(a), que o ajuste da elipse faz com que os parâmetros F_s e F_c sejam superestimados. Esse efeito é ainda mais grave para o caso do F_s . Por isso o erro absoluto das estimativa do atrito estático chega a ser 5 vezes maior que para as estimativas do atrito de Coulomb.

Na Tabela 3.4(b) temos a média e o desvio padrão (σ) dos parâmetros estimados com dados do pêndulo real. O desvio padrão foi calculado após a realização de sete testes consecutivos, e seu valor pequeno indica que a estimativa é consistente. Neste caso os raios da elipse foram aumentados em média 35,9% para estimar F_s^+ e F_c^- . Na Figura 3.7 é comparado através do gráfico i versus x , o resultado obtido em simulação com o obtido em um teste no pêndulo invertido. Os valores utilizado para os parâmetros do modelo são os valores médios obtidos, listados na Tabela 3.4(b), e o valor de F_v^\pm é considerado nulo para a simulação.

3.2.2 Parâmetros do modelo de Karnopp

O método descrito a seguir foi inicialmente proposto para aplicação em um atuador pneumático [11] e adaptado para aplicá-lo em válvulas de controle em [9], sendo aqui adaptado para o pêndulo invertido.

Tabela 3.4: Parâmetros estimados do modelo de Coulomb mais atrito estático

(a) Simulado				(b) Testes na planta		
	Modelo	Estimado	Erro		Média	σ
F_s^-	10,000	10,835	0,835	F_s^-	13,79	0,33
F_s^+	6,000	6,826	0,826	F_s^+	10,23	0,58
F_c^-	9,000	9,155	0,155	F_c^-	10,63	0,28
F_c^+	5,000	5,146	0,146	F_c^+	7,07	0,55

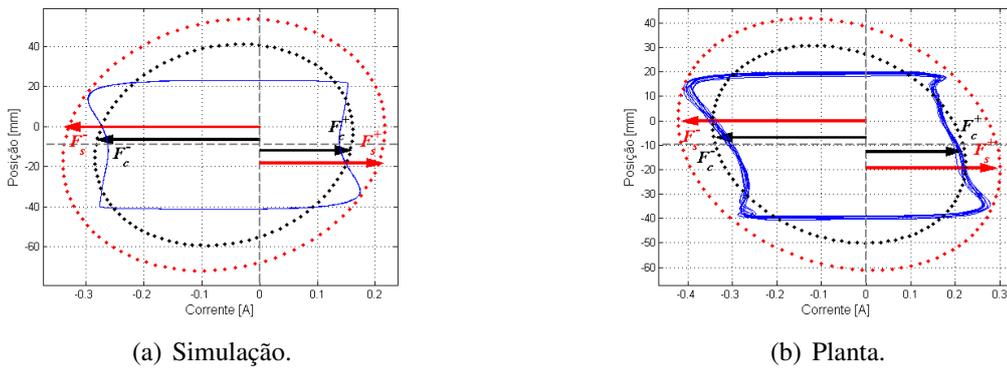
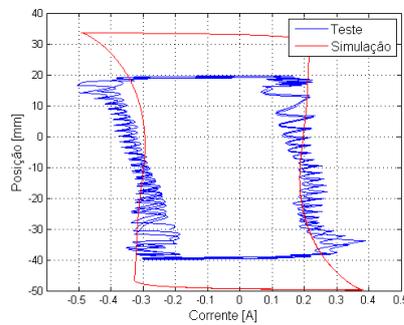
Figura 3.6: Elipse ajustada ao gráfico $i - x$ 

Figura 3.7: Validação do método da elipse.

O primeiro passo é definir o vetor de parâmetros a ser estimado

$$\lambda = \begin{bmatrix} F_c & F_v \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Baseando-se no modelo de Karnopp descrito na seção 2.3.1, quando a velocidade do carrinho tem módulo maior que DV , a força de atrito é dada por F_{atrito} . Substituindo (2.5) em (2.6)

do modelo não linear do pêndulo invertido obtido na seção 2.1.1, obtemos

$$F_e(t) + \left[\frac{m^2 L^2}{J + mL^2} \cos(\theta(t)) - (M + m) \right] \ddot{x}(t) - mL \sin(\theta(t)) \dot{\theta}(t) + \frac{m^2 L^2}{J + mL^2} g \sin(\theta(t)) \cos(\theta(t)) = F_c \operatorname{sgn}(\dot{x}(t)) + F_v \dot{x}(t) \quad (3.4)$$

Note que, sendo os estados medidos no processo e os parâmetros do pêndulo invertido previamente conhecidos, (3.4) é linear em relação ao vetor de parâmetros λ . Em seguida define-se o vetor de regressores como

$$\varphi(t) = \begin{bmatrix} \operatorname{sgn}(\dot{x}(t)) & \dot{x}(t) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Chamando

$$\Delta(t) = F_e(t) + \left[\frac{m^2 L^2}{J + mL^2} \cos(\theta(t)) - (M + m) \right] \ddot{x}(t) - mL \sin(\theta(t)) \dot{\theta}(t) + \frac{m^2 L^2}{J + mL^2} g \sin(\theta(t)) \cos(\theta(t)) \quad (3.6)$$

pode-se escrever o modelo de regressão linear

$$\hat{\Delta}(t) = \varphi(t) \cdot \lambda^T \quad (3.7)$$

e o vetor de parâmetros pode ser obtido minimizando o erro quadrático

$$\hat{\lambda} = \operatorname{arg}_{\lambda} \min \sum_t [\Delta(t) - \varphi(t) \lambda^T]^2 \quad (3.8)$$

cuja solução é dada por

$$\hat{\lambda} = \left[\sum_t \varphi(t) \varphi^T(t) \right]^{-1} \sum_t \varphi(t) \cdot \Delta(t) \quad (3.9)$$

Entretanto, os períodos em que (3.4) é válida são desconhecidos, pois a velocidade limite DV é uma incógnita do modelo. Para lidar com este problema, define-se a variável $\delta v(s)$ [9], tal que

$$\delta v(s) = \frac{s}{Z} \max(|\dot{x}(t)|) \quad (3.10)$$

sendo $Z \gg 1$ e $S < Z$, para $s = 1, 2, \dots, S$, ou seja, $\delta v(s)$ assume S valores distintos, obrigatoriamente menores do que a maior velocidade verificada nos dados experimentais. Para cada valor de $\delta v(s)$ o vetor de regressores $\varphi(t)$ e $\Delta(t)$ são escolhidos a partir dos dados experimentais segundo a condição $|\dot{x}| > \delta v(s)$ e em seguida o vetor de parâmetros é estimado resolvendo (3.8).

F_s não é necessário para estimar F_c e F_v neste método, porém é necessário para o modelo, as alternativas para estimá-lo são:

- a) usar estimativas obtidas *off-line*, como feito na seção 3.1,
- b) adotar $F_s = \alpha F_c$, com $\alpha > 1$,
- c) usar o procedimento discutido na seção 3.2.1,
- d) usar o método proposto em [9], que consiste em usar algum algoritmo de otimização não linear de modo a minimizar o erro quadrático em relação à velocidade, resultando em

$$\hat{F}_s = \arg_{F_s} \min \left\{ \sum_t [\dot{x}(t) - \hat{x}(\hat{\lambda}, D\hat{V}, F_s, t)]^2 \right\} \quad (3.11)$$

O modelo de Karnopp é simulado com os parâmetros, F_c , F_v e DV previamente identificados com uma busca sobre F_s .

Identificação dos parâmetros

A fim de validar o método descrito na seção anterior, o mesmo foi aplicado a dados simulados e dados reais do pêndulo invertido. Para a simulação utilizou-se o modelo de atrito de Karnopp com coeficientes de atrito listados na Tabela 3.1.

Os valores estimados para diferentes valores de $\delta v(s)$, usando o modelo são mostrados na Figura 3.8. Nota-se que para $\delta v(s) \ll DV$ o valor dos parâmetros estimados varia significativamente para diferentes valores de $\delta v(s)$, pois os dados correspondem a instantes em que (3.4) não se aplica. Por outro lado, à medida que s aumenta e $\delta v(s) \approx DV$, as estimativas aproximam-se dos valores reais dos parâmetros e se mantêm quase constantes, mesmo quando $\delta v(s)$ ultrapassa o valor ideal de DV .

Para os dados reais, devido aos ruídos de medição, os estados devem ser filtrados antes de serem submetidos ao método de identificação. Para isso os dados foram reamostrados a uma frequência de 100 Hz, utilizou-se então, um filtro FIR, de ordem 60 e frequência de corte normalizada 0,004, por apresentar um atraso linear para todos os sinais. Na Figura 3.9 podemos ver o comportamento da estimação do vetor de parâmetros para testes realizados na planta real. Observa-se, que mesmo filtrando os dados, para valores muito grandes de s a presença de ruído nos dados experimentais pode fazer com que poucos pontos sejam incorporados a $\varphi(t)$ e $\Delta(t)$, resultando em estimativas incoerentes de λ [20].

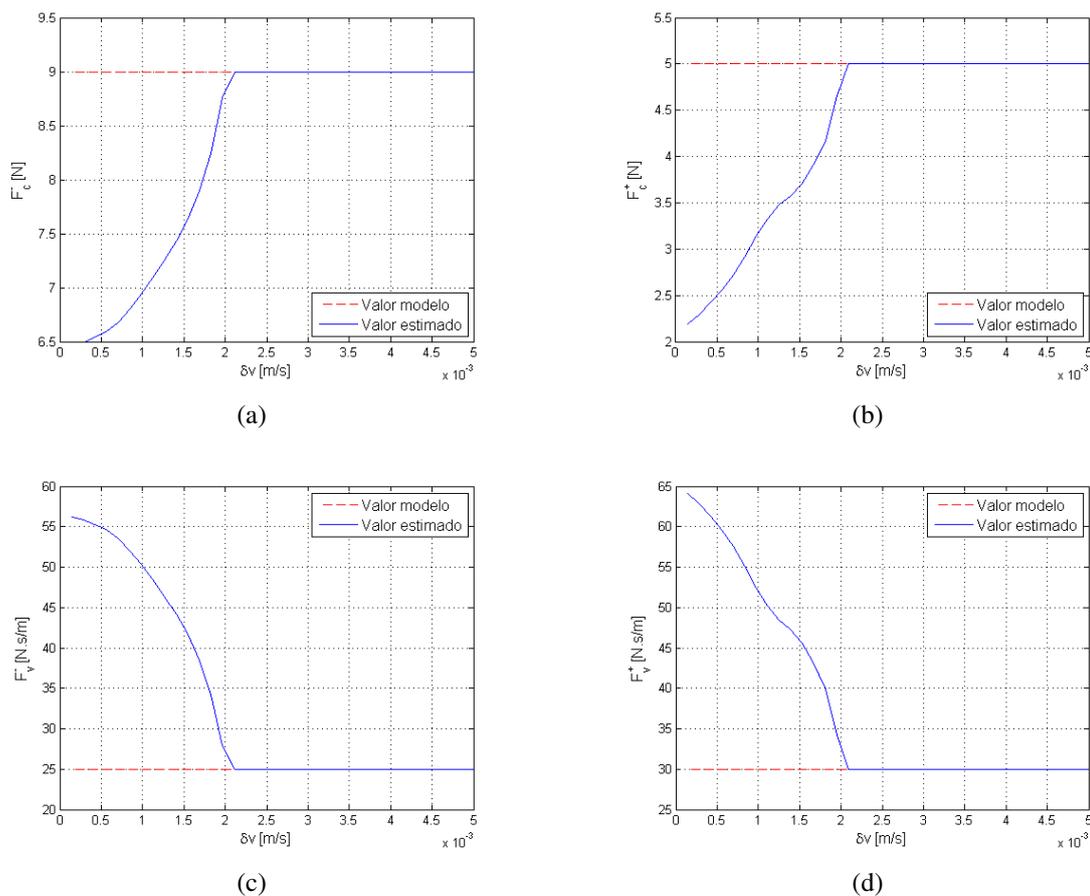


Figura 3.8: Comportamento do vetor de parâmetros estimado para simulação.

Com o propósito de validar $\hat{\lambda}$, define-se o erro de estimação, para cada valor distinto de $\delta v(s)$, como sendo

$$e^s(t) = \Delta^s(t) - \hat{\Delta}^s(t) \quad (3.12)$$

onde $\Delta^s(t)$ é calculada com os dados medidos usando (3.6) e $\hat{\Delta}^s(t)$ sua estimativa obtida através de (3.7), para cada $\delta v(s)$. Com isso, é calculado a integral do quadrado do erro (ISE)

$$\text{ISE}(s) = \int_0^T [e^s(t)]^2 dt \quad (3.13)$$

e o mínimo de $\text{ISE}(s)$ deve corresponder ao valor de s onde $\hat{\lambda}$ foi escolhido. Na Tabela 3.5(a) temos a comparação entre os parâmetros do modelo de Karnopp estimados e os parâmetros utilizados para simulação e o erro absoluto entre eles. Na Figura 3.10, pode-se ver os gráficos no tempo para um dos testes realizados. Devido ao caráter assimétrico do atrito no pêndulo invertido utilizado, a estimação dos parâmetros deve ser realizada para os dois sentidos do movimento. Graficamente, foi escolhido $|DV| = 0,004 \text{ m/s}$ como o intervalo em que a velocidade é considerada nula. Portanto, em vermelho temos o comportamento do sistema quando $\dot{x}(t) > DV$ e em verde quando $\dot{x}(t) < -DV$, em azul temos os instantes onde a velocidade é considerada

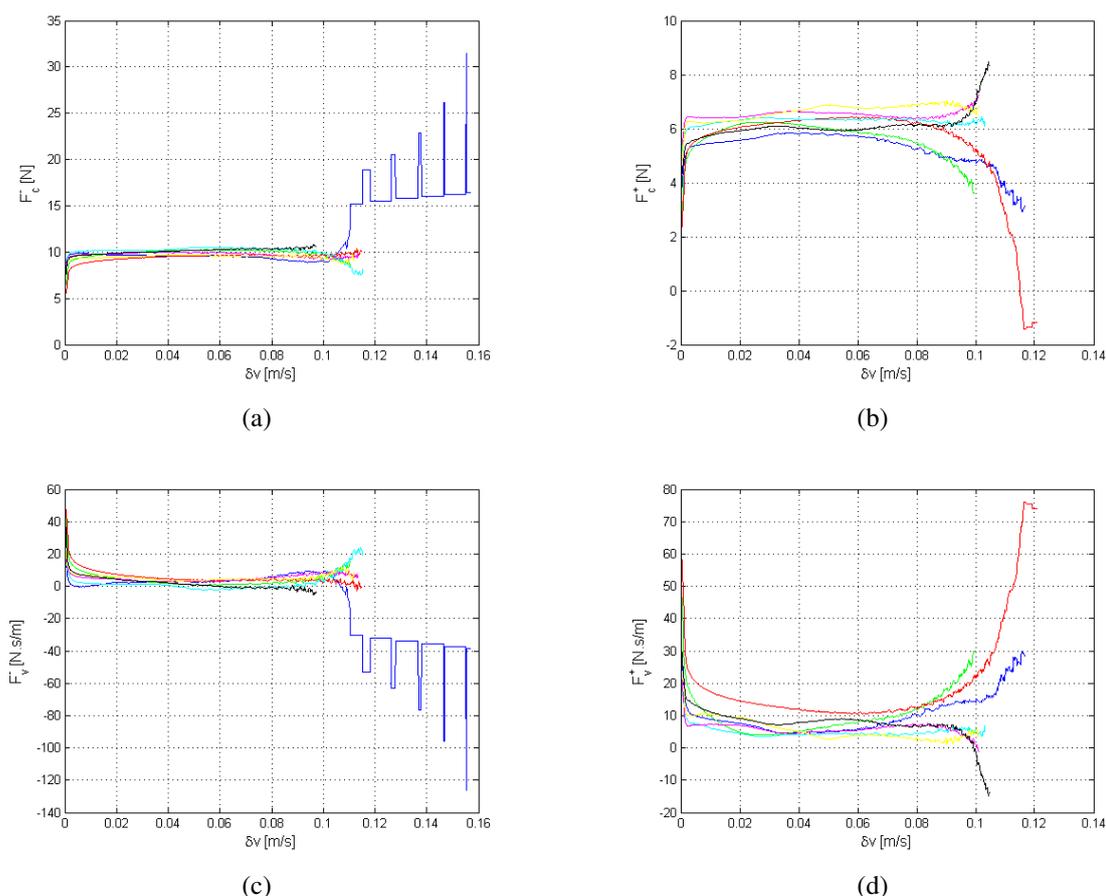
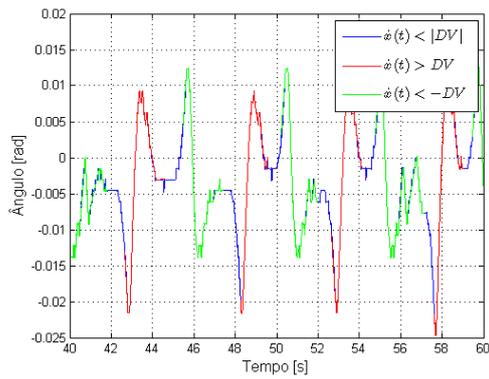


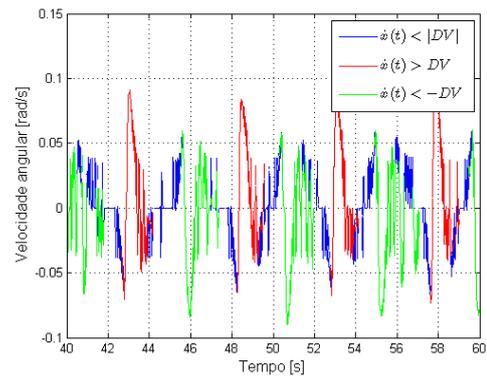
Figura 3.9: Comportamento do vetor de parâmetros estimado para dados reais.

nula. Nas Figuras 3.10(e) e 3.10(f), temos o erro de estimação para $\dot{x}(t) < -DV$ e $\dot{x}(t) > DV$, respectivamente. Nota-se que os maiores valores de erro ocorrem para as velocidades mais próximas de zero, devido a essa região estar sujeita a um maior ruído, como pode ser visto nas Figuras 3.10(b) e 3.10(d).

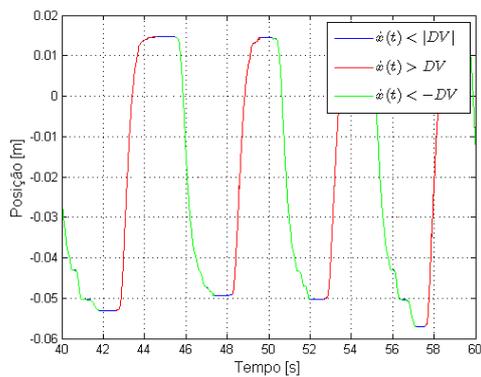
Na Tabela 3.5(b) temos a média e o desvio padrão (σ) dos parâmetros estimados com dados do pêndulo real, sendo o desvio padrão calculado após a realização de sete testes consecutivos. Nota-se que para a estimação de F_c o desvio padrão obtido foi pequeno, o mesmo não ocorre para a estimação de F_v . Uma possível causa para isto são os ruídos presentes no sinal da velocidade. Na Figura 3.11 é comparado através do gráfico *i versus x*, o resultado obtido em simulação com o obtido em um teste no pêndulo invertido. Os parâmetros do modelo de atrito utilizados na simulação foram os valores médios listados na Tabela 3.5(b), para F_c^\pm e F_v^\pm , já para F_s^\pm foram utilizados os parâmetros estimados em malha aberta na seção 3.1 e listados na Tabela 3.2.



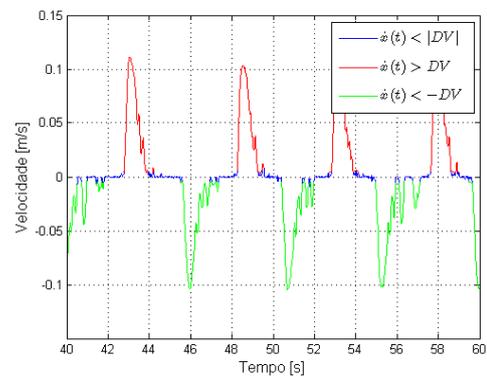
(a) Ângulo da haste.



(b) Velocidade angular da haste.



(c) Posição do carrinho.



(d) Velocidade do carrinho.

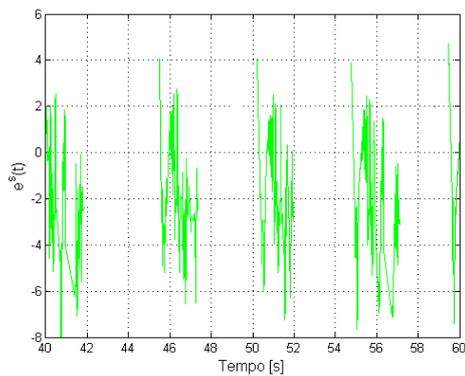
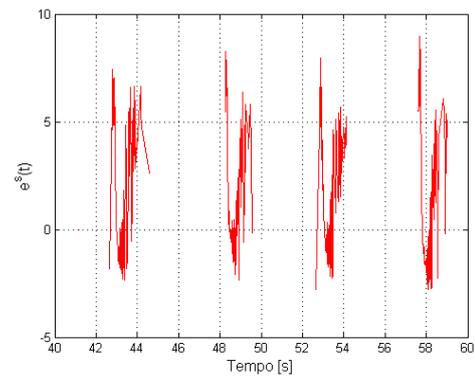
(e) Erro de estimação - $\dot{x}(t) < -DV$.(f) Erro de estimação - $\dot{x}(t) > DV$.

Figura 3.10: Conjunto de dados utilizados para estimação dos parâmetros do modelo de Karnopp.

Considerações finais

Normalmente os parâmetros F_s , F_c e F_v são necessários na maior parte dos modelos de atrito. Das técnicas apresentadas, apenas a estimação em malha aberta obtém simultaneamente os três parâmetros. Caso haja oscilação na posição é possível combinar os métodos da elipse e dos mínimos quadrados para obter os três parâmetros *on-line*. Caso isso não ocorra, deve-

Tabela 3.5: Parâmetros estimados do modelo de Karnopp

(a) Simulado				(b) Testes na planta		
	Modelo	Estimado	Erro		Média	σ
F_c^-	9,000	8,999	0,001	F_c^-	9,24	0,49
F_c^+	5,000	4,999	0,001	F_c^+	5,83	0,49
F_v^-	25,000	25,008	0,008	F_v^-	9,25	4,49
F_v^+	30,000	30,008	0,008	F_v^+	11,00	4,74

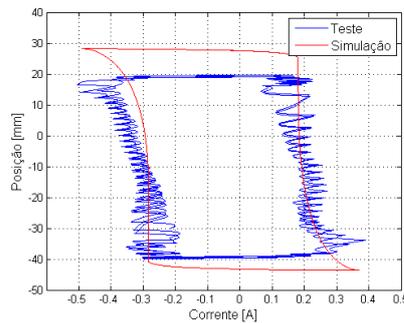


Figura 3.11: Validação do método dos mínimos quadrados.

se utilizar o método dos mínimos quadrados para obter F_c e F_v e F_s poderá ser obtido com as alternativas *b*) ou *d*), apresentadas na seção 3.2.2.

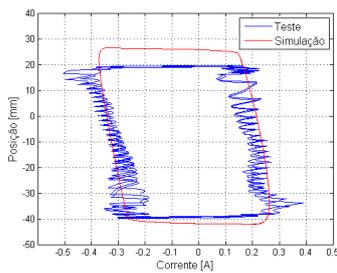
Na Tabela 3.6 os parâmetros obtidos são listados e na Figura 3.12 são colocados lado a lado os gráficos gerados para validar os métodos apresentados. Observa-se que a simulação utilizando os parâmetros identificados em malha aberta aproxima-se melhor da curva real. Nota-se que os valores estimados pelo método da elipse são, de fato, maiores que os demais, como comentado na seção 3.2.1, o efeito disso é visível na Figura 3.12(b), onde ocorre maior amplitude para a posição do carrinho. É importante notar ainda a disparidade entre os valores estimados para F_v com os métodos de malha aberta e mínimos quadrados. É possível que isso ocorra devido aos ruídos de medição afetarem a estimação de F_v . Com isso, na Figura 3.12(b), onde não há atrito viscoso, e na Figura 3.12(c), onde o atrito viscoso é subestimado, nota-se que a curva simulada possui um erro maior em relação às laterais da curva obtida com o teste em relação à curva simulada na Figura 3.12(a).

Assim, seria sensato que o método de identificação em malha aberta fosse indicado como método a ser escolhido, para identificar os parâmetros do modelo utilizado para fazer a compensação do atrito. No entanto não é desejável realizar testes invasivos para obtê-los. Por isso no capítulo seguinte, onde é feito a compensação do atrito, serão utilizados os parâmetros obtidos combinando o método da elipse (para estimar F_s) e o dos mínimos quadrados (para estimar F_c e

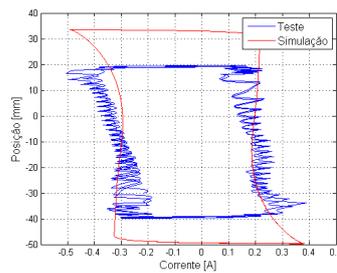
F_v).

Tabela 3.6: Parâmetros estimados

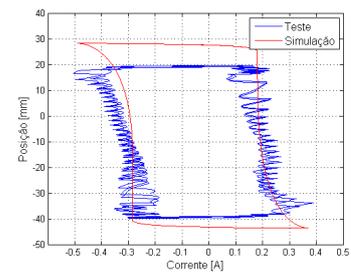
	Malha aberta		Método da elipse		Mínimos quadrados	
	Média	σ	Média	σ	Média	σ
F_s^-	9,62	0,72	13,79	0,33	-	-
F_s^+	5,37	0,50	10,23	0,58	-	-
F_c^-	8,57	0,61	10,63	0,28	9,24	0,49
F_c^+	4,81	0,24	7,07	0,55	5,83	0,49
F_v^-	25,57	1,62	-	-	9,25	4,49
F_v^+	30,28	1,36	-	-	11,00	4,74



(a) Identificação em malha aberta.



(b) Método da elipse.



(c) Método dos mínimos quadrados.

Figura 3.12: Comparação entre os métodos de identificação.

4 *Compensação de atrito*

Existe na literatura uma extensa quantidade de artigos relacionados à compensação de atrito. Em [1] onde foi feita uma detalhada pesquisa sobre atrito, são citados mais de cem artigos sobre compensação. O atrito pode ser evitado, através de projetos de controle, escolha adequada de materiais na construção dos equipamentos ou utilização de lubrificantes. Ainda assim essas técnicas não garantem a eliminação do atrito. Quando métodos de compensação são considerados, técnicas de compensação são geralmente divididas em métodos baseados em modelos e métodos não baseados em modelos.

As técnicas baseadas em modelos (Figura 4.1(a)) necessitam que um modelo de atrito adequado e com seus parâmetros devidamente identificados esteja disponível. A velocidade precisa ser medida ou estimada com boa resolução e pequeno atraso de tempo. Em [5] utilizou-se o modelo de Coulomb para compensar o atrito em um pêndulo invertido, em [4] faz-se uso de um modelo de primeira ordem de Dahl modificado e em [3] é feito um estudo com compensadores baseados em modelos clássicos e no modelo de LuGre. Para todos esses estudos os efeitos do atrito são reduzidos, em maior ou menor grau a depender da complexidade do modelo de atrito em questão. O bom funcionamento dessas técnicas está diretamente relacionado com a qualidade da estimativa dos parâmetros de seus modelos.

Alternativamente, existem os métodos não baseados em modelos (Figura 4.1(b)), que fazem uso apenas de uma estimativa do atrito estático, que pode ser obtida de forma aproximada através da amplitude do sinal de controle. Em [13], foi proposto um compensador para válvulas de controle, que adiciona pulsos de igual amplitude e duração, na direção da taxa da mudança do sinal de controle, sendo que o bom funcionamento do *knocker* depende da escolha adequada de três parâmetros. Em [12] foi proposto adicionar um sinal constante e não pulsos, na direção da taxa da mudança do sinal de controle, onde apenas um parâmetro necessita ser ajustado. Ambos os métodos são uma variação da tradicional aplicação de um sinal *dither* [1].

Neste capítulo, serão descritas e comparadas cinco técnicas de compensação de atrito que serão aplicadas ao pêndulo invertido real junto com o controle por realimentação de estados,

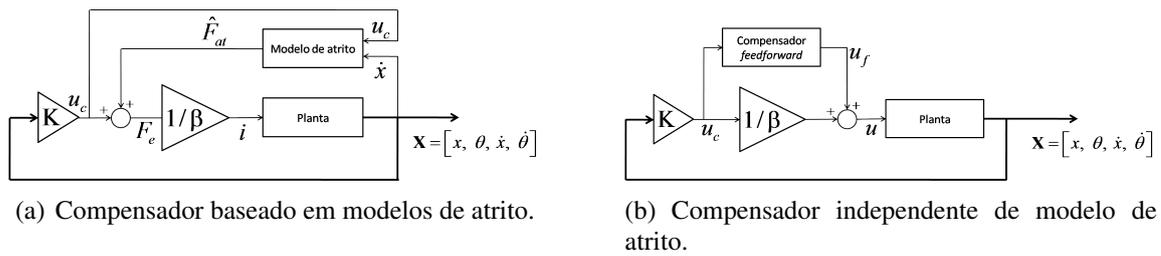


Figura 4.1: Diagrama de blocos do sistema com compensação de atrito.

sendo três baseadas em modelos e duas não baseadas em modelo. Para a implementação dos compensadores foi construído um modelo no Simulink™, visto na Figura 4.2. O modelo contém um bloco (em azul escuro) que possui funções de entrada e saída, para ler e enviar os sinais do pêndulo invertido. Os demais blocos realizam tarefas de controle e compensação, através do computador. O tempo de amostragem utilizado foi de 0,5 ms. O desempenho dos compensadores será comparado na seção 4.4 através do cálculo do IAE, da variância do ângulo da haste e da posição do carrinho e da norma euclidiana do sinal de controle.

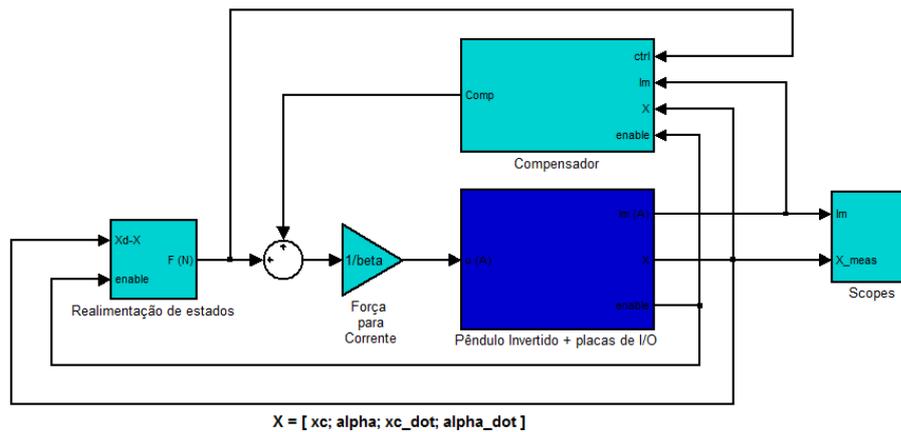


Figura 4.2: Modelo no Simulink™.

4.1 Efeito do atrito no pêndulo invertido

A estabilização do pêndulo invertido através da lei de controle linear (2.15) sem compensação de atrito, produz ciclos limite como pode ser visto na Figura 4.3. Nota-se que o carrinho agarra quando a velocidade muda de sinal, o que é característico de ciclos limite gerados por atrito [3]. A assimetria observada no sinal da posição é devido à característica assimétrica do atrito presente no sistema.

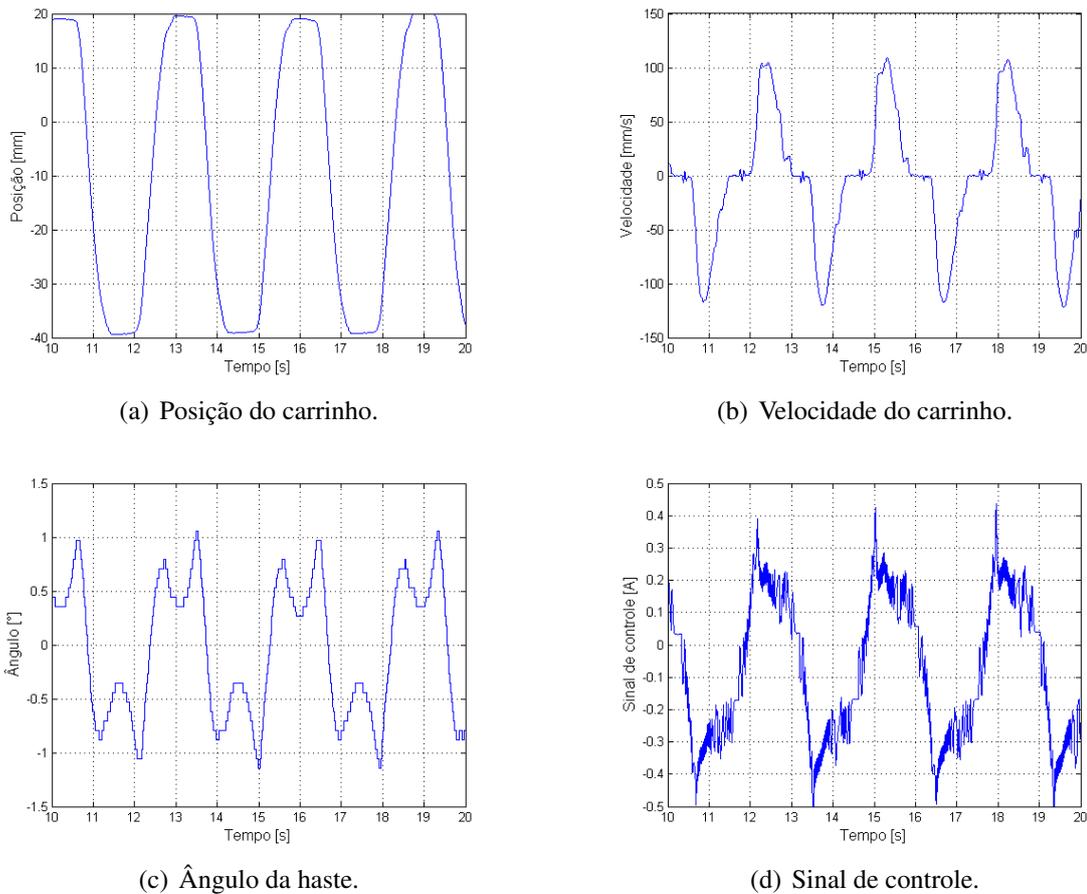


Figura 4.3: Ciclo limite devido ao atrito.

4.2 Compensadores baseados em modelos

Nesta seção serão aplicadas três técnicas de compensação baseadas em modelos de atrito, empregando os modelos de Coulomb, Karnopp e LuGre. Os parâmetros dos modelos utilizados foram os encontrados com as técnicas de identificação em malha fechada na seção 3.2.

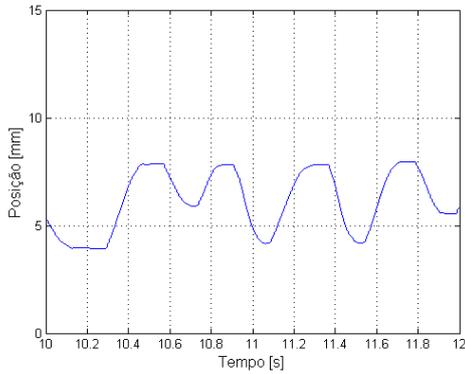
4.2.1 Compensação de atrito com o modelo de Coulomb

Para compensar o atrito utilizando o modelo de Coulomb, deve-se incorporar o efeito da assimetria ao modelo dado por (2.16), assim

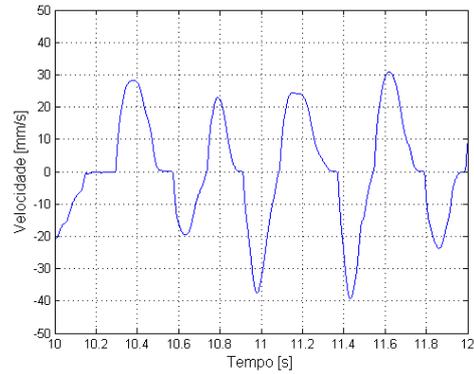
$$F_{at} = \begin{cases} F_c \operatorname{sgn}(\dot{x}) & \text{se } \dot{x} > 0 \\ F_c \operatorname{sgn}(\dot{x}) & \text{se } \dot{x} < 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

com $F_c^- = 9,24$ e $F_c^+ = 5,83$ obtidos na seção 3.2.1. Por se tratar de um modelo muito simples que só compensa o atrito de Coulomb, consegue-se reduzir a amplitude da oscilação na posição, mas a redução da oscilação no ângulo não é muito significativa, como visto na Figura 4.4. O

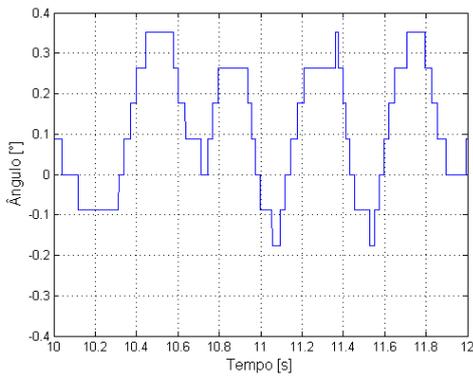
modelo utilizado só compensa o atrito de Coulomb, que é insuficiente para vencer o atrito estático, por isso, como podemos observar na Figura 4.4(b) o carrinho ficar agarrado em alguns instantes, somente com a atuação do controlador que o carrinho volta a se movimentar.



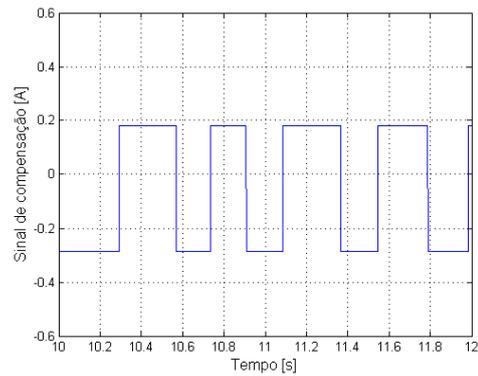
(a) Posição do carrinho.



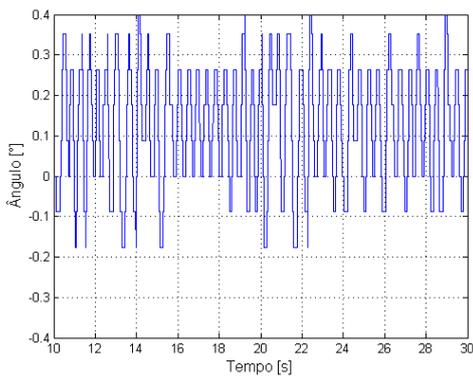
(b) Velocidade do carrinho.



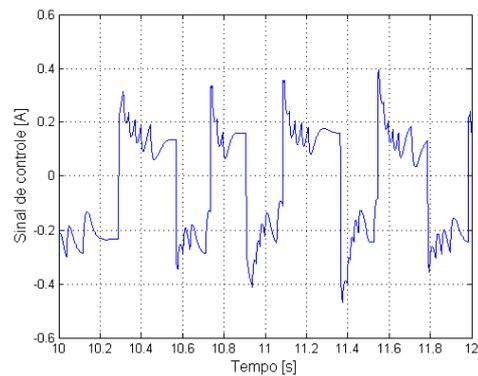
(c) Ângulo da haste.



(d) Sinal de compensação.



(e) Ângulo da haste, maior intervalo de tempo.



(f) Sinal de controle.

Figura 4.4: Compensação de atrito com o modelo de Coulomb.

4.2.2 Compensação de atrito com o modelo de Karnopp

Para introduzir o efeito do atrito estático ao compensador é necessário utilizar o modelo de Karnopp, dado pelas equações de (2.21) a (2.23), devido ao problema de detectar velocidade nula computacionalmente.

Os parâmetros F_c e F_v do modelo de Karnopp foram identificados na seção 3.2.2 e são $F_c^- = 9,24$, $F_c^+ = 5,83$, $F_v^- = 9,25$ e $F_v^+ = 11,00$, para identificação de F_s foi utilizado o método descrito na seção 3.2.1 e são $F_s^- = 13,79$ e $F_s^+ = 10,23$. O efeito da compensação utilizando o modelo de Karnopp pode ser visto na Figura 4.5. A adição do efeito do atrito estático ao modelo de Karnopp impede o carrinho de parar nas mudanças de direção, apresentando vantagem sobre o modelo de Coulomb. Por exemplo, em aproximadamente $10,35$ s o carrinho começa a diminuir a velocidade e em $10,36$ s, quando iria parar, o compensador soma ao sinal do controlador a corrente necessária para que o carrinho vença o atrito estático e mantenha-se em movimento. O ângulo da haste em $10,4$ s é nulo, porém o compensador continua somando ao sinal do controlador o valor de corrente para compensar os efeitos dos atritos de Coulomb e viscoso, e isso faz com que o ângulo volte a aumentar em módulo.

4.2.3 Compensação de atrito com o modelo de LuGre

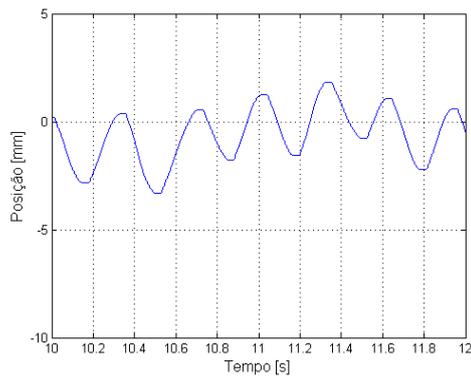
Para compensação com modelos estáticos a força de atrito pode ser determinada através dos estados medidos. No entanto, por se tratar de um modelo dinâmico, o modelo de LuGre necessita de um observador para estimar o estado z . O observador

$$\frac{d\hat{z}}{dt} = v - \frac{|v|}{g(v)}\hat{z} - ke \quad (4.2)$$

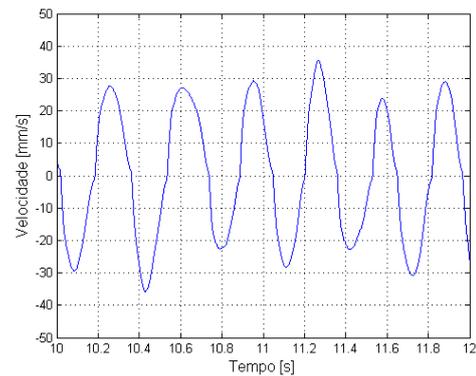
$$\hat{F}_{friction} = \sigma_0\hat{z} + \sigma_1\frac{d\hat{z}}{dt} + \epsilon v \quad (4.3)$$

sugerido em [16], consiste em uma réplica do modelo dado por (2.24) a (2.26), com a adição do termo ke , onde e é o sinal relacionado ao erro de estimação. Neste trabalho o erro de estimação foi escolhido como o sinal do controlador $e = -Kx$. Em [3] é proposta uma alternativa similar, no entanto a matriz de ganho do observador difere da matriz de ganho de realimentação. Devido ao ruído de medição nos estados, o sinal de controle deve ser filtrado, e foi utilizado um filtro *butterworth* de primeira ordem com frequência de corte normalizada igual a $0,2 \cdot 10^{-3}$.

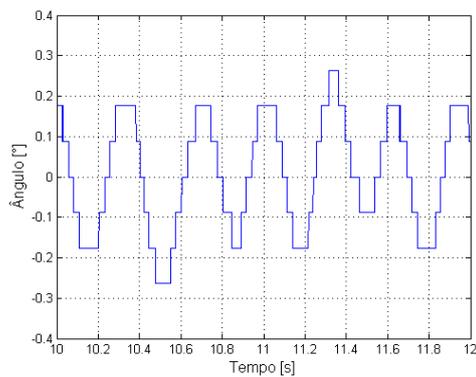
Os parâmetros F_s , F_c e F_v utilizados são os mesmos que os utilizados no modelo de Karnopp. O valor de v_s foi escolhido a partir da relação $DV = 0,6v_s$ [7], embora DV possa ser estimado [11], usualmente adota-se $DV = 0,1 \max|\dot{x}|$ [20], foi escolhido, portanto, $DV = 0,004$ m/s e



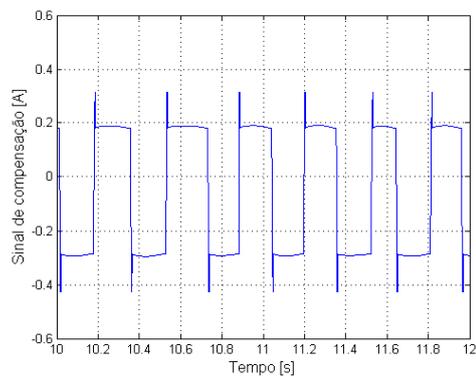
(a) Posição do carrinho.



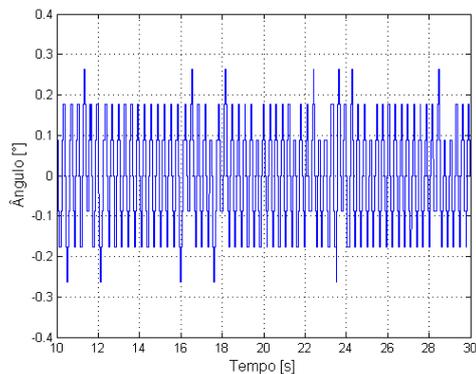
(b) Velocidade do carrinho.



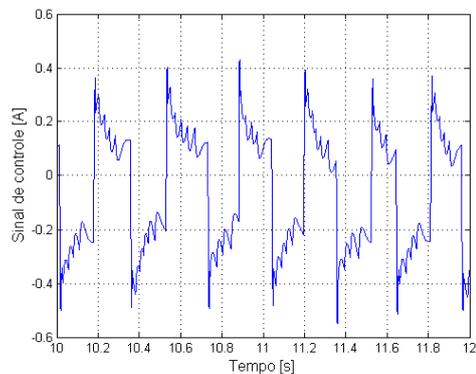
(c) Ângulo da haste.



(d) Sinal de compensação.



(e) Ângulo da haste, maior intervalo de tempo.



(f) Sinal de controle.

Figura 4.5: Compensação de atrito com o modelo de Karnopp.

consequentemente $v_s = 6,67 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$. Uma escolha razoável para os demais parâmetros foi apresentada em [21]: $10^3 \leq \sigma_0 \leq 10^5$, $\sigma_1 = 2\sqrt{\sigma_0}$. Uma série de testes foi feita no pêndulo invertido, visando buscar a melhor escolha para os parâmetros σ_0 , σ_1 e k . Como forma de avaliar a melhor escolha foi calculado o IAE e a variância do ângulo da haste e da posição do carrinho. O resultado dos testes pode ser visto na Tabela 4.1.

Com isso, os parâmetros que mostraram melhor resultado foram $\sigma_0 = 1100$, $\sigma_1 = 66,33$ e

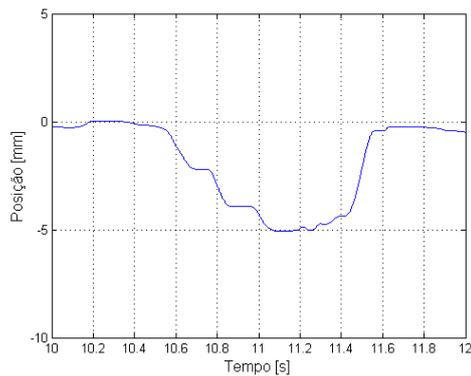
Tabela 4.1: Escolha dos parâmetros do modelo de LuGre

(a) Escolha de σ_0				
$k = 0,1$ $\sigma_1 = 2\sqrt{\sigma_0}$	Ângulo		Posição	
	IAE	Variância	IAE	Variância
$\sigma_0 = 100$	4,306	0,207	73,850	62,027
$\sigma_0 = 300$	2,195	0,059	27,098	8,644
$\sigma_0 = 500$	1,487	0,029	16,770	3,525
$\sigma_0 = 700$	1,450	0,028	16,470	3,089
$\sigma_0 = 900$	1,244	0,022	12,879	2,254
$\sigma_0 = 1100$	1,143	0,019	12,290	2,115
$\sigma_0 = 1300$	4,408	0,309	34,330	17,530

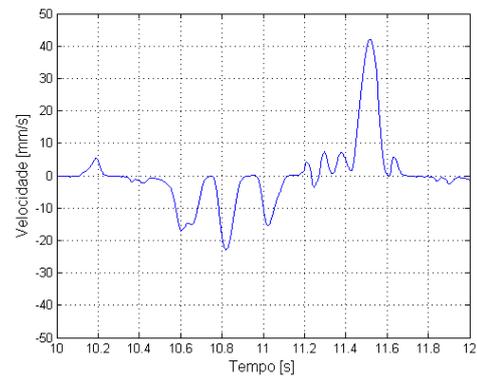
(b) Escolha de k				
$\sigma_0 = 1100$ $\sigma_1 = 2\sqrt{\sigma_0}$	Ângulo		Posição	
	IAE	Variância	IAE	Variância
$k = 0,150$	INSTÁVEL			
$k = 0,100$	1,143	0,019	12,290	2,115
$k = 0,075$	1,101	0,018	12,720	2,460
$k = 0,050$	1,060	0,014	15,060	3,190
$k = 0,025$	2,349	0,013	44,430	59,201

(c) Escolha de σ_1				
$\sigma_0 = 1100$ $k = 0,05$	Ângulo		Posição	
	IAE	Variância	IAE	Variância
$\sigma_1 = \sqrt{\sigma_0}$	1,349	0,026	19,450	6,130
$\sigma_1 = 2\sqrt{\sigma_0}$	1,060	0,014	15,060	3,190
$\sigma_1 = 4\sqrt{\sigma_0}$	1,390	0,020	21,280	7,690

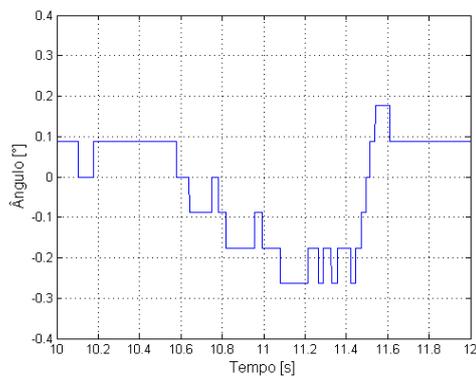
$k = 0,05$. O resultado dos testes pode ser visto na Figura 4.6. Nota-se que não há descontinuidades no sinal de compensação (Figura 4.6(d)), fazendo com que a velocidade (Figura 4.6(b)) não inverta tanto de sinal como o que ocorre com a velocidade com a compensação feita com o modelo de Karnopp (Figura 4.5(b)). Com isso o sinal de controle torna-se mais suave em relação aos compensadores apresentados anteriormente.



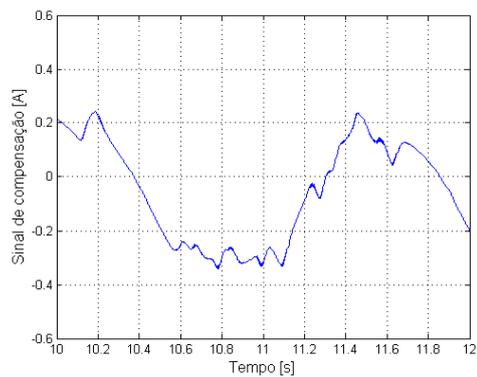
(a) Posição do carrinho.



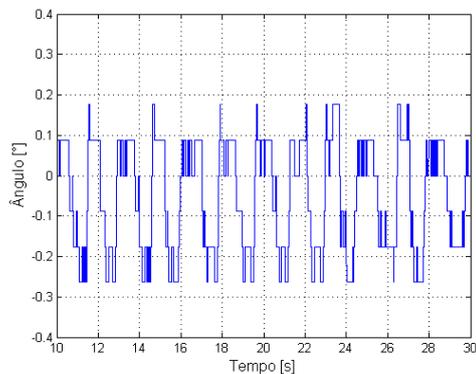
(b) Velocidade do carrinho.



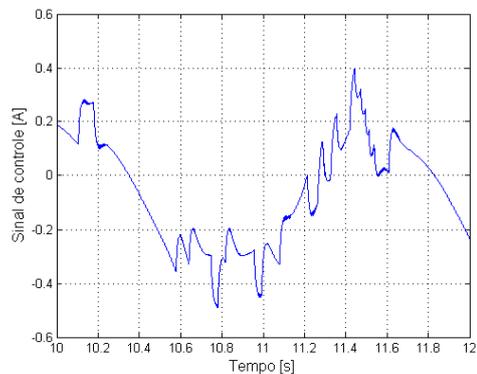
(c) Ângulo da haste.



(d) Sinal de compensação.



(e) Ângulo da haste, maior intervalo de tempo.



(f) Sinal de controle.

Figura 4.6: Compensação de atrito com o modelo de LuGre.

4.3 Compensadores não baseados em modelos

Compensadores não baseados em modelos surgiram visando simplificar o projeto dos compensadores, por não necessitarem de identificação de parâmetros. Segundo [1], *dither* é um sinal de alta frequência introduzido em um sistema para modificar seu comportamento. Baseado nesse método, em [13] foi proposto o compensador knocker, em que o sinal adicionado ao sistema é uma sequência de pulsos de baixa energia. Recentemente em [12] o compensador

CR foi proposto como alternativa ao knocker visando simplificar o projeto do compensador. Nesta seção os métodos CR e knocker serão aplicados ao pêndulo invertido real. Devido à sua simplicidade, o método CR será tratado primeiro e uma discussão sobre o uso de filtros e da taxa de mudança do sinal como parâmetro que define a direção em que será aplicado o sinal de compensação, será feita e seus resultados serão aplicados em ambos os métodos.

4.3.1 Compensador CR

Em [12] foi proposto um método para compensação de atrito estático chamado “reforço constante” (CR) como alternativa ao método knocker, que será discutido na próxima seção, dado por

$$uf(t) = \gamma \operatorname{sgn}(\Delta u_c) \quad (4.4)$$

onde $\Delta u_c = u_c(t) - u_c(t-1)$ e γ é a corrente necessária para vencer o atrito estático estimado e no caso do pêndulo invertido será dada por

$$\gamma = \begin{cases} I_s^+ & \text{se } \Delta u_c > 0 \\ I_s^- & \text{se } \Delta u_c < 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

onde $I_s = F_s/\beta$, $F_s^- = 13,79$ e $F_s^+ = 10,23$, estimados na seção 3.2.1. Esse método de compensação é similar à compensação de banda morta discutida em [22], onde é utilizada a derivada do sinal do controle no lugar de Δu_c .

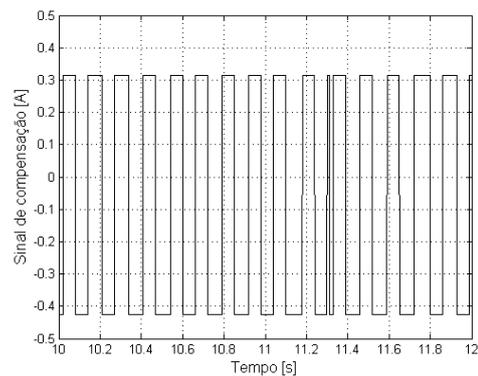
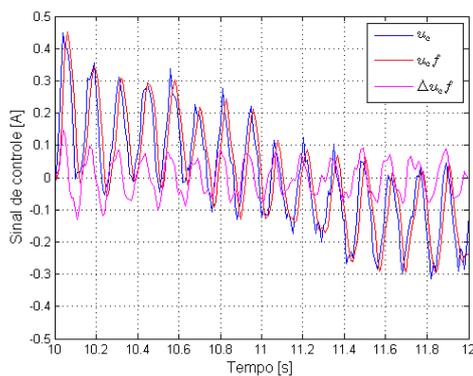
Devido aos ruídos de medição nos estados, o sinal do controlador u_c é muito ruidoso e necessita ser filtrado. Para isso os dados foram reamostrados a uma frequência de 100 Hz e um filtro butterworth passa baixas foi aplicado. Foi observado para os filtros testados, que para reduzir o efeito do atrito para uma boa resposta do compensador, o filtro introduzia um atraso significativo para o sinal de controle filtrado.

Na Figura 4.7 observa-se o efeito de dois filtros butterworth aplicados ao sinal do controlador, ambos de ordem 4, variando somente sua frequência de corte. O filtro com frequência de corte normalizada de 0,5 (Figura 4.7(a)) possui o menor atraso no sinal filtrado. No entanto, o filtro com frequência de corte normalizada de 0,25 (Figura 4.7(b)) possui melhor desempenho, como pode ser visto na Tabela 4.2, que sumariza o índice de desempenho dos testes realizados com os filtros.

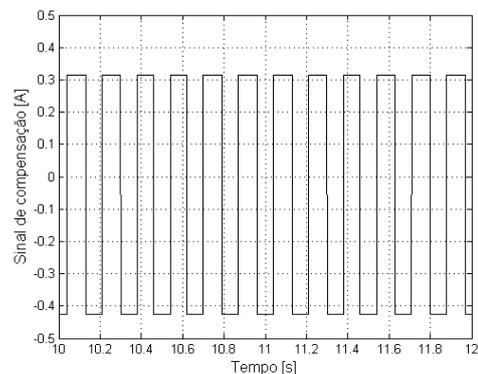
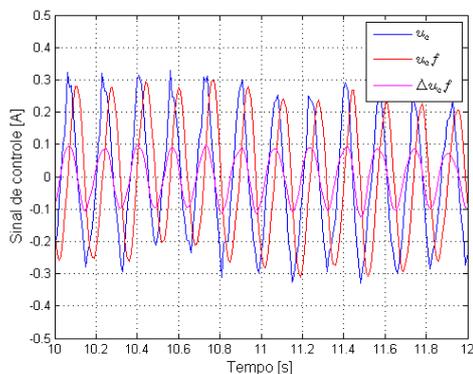
Ao diminuir a escala do tempo do gráfico obtido na Figura 4.7(b), podemos observar que o sinal de $\Delta(u_{cf})$ coincide com o sinal de u_c , com isso a compensação é feita no momento em que o sinal de controle cruza por zero (Figura 4.8). Baseando-se nisso, propõe-se utilizar o sinal de

Tabela 4.2: Teste de desempenho dos filtros

w_n	Ângulo		Posição	
	IAE	Variância	IAE	Variância
0,05	5,87	0,43	47,17	27,49
0,10	4,13	0,22	32,85	14,65
0,25	1,87	0,05	35,99	18,65
0,35	2,21	0,07	74,08	69,52
0,5	2,91	0,11	119,86	183,08



(a) Filtro butterworth de ordem 4 e frequência de corte 0,5.



(b) Filtro butterworth de ordem 4 e frequência de corte 0,25.

Figura 4.7: Efeito do filtro no compensador CR.

controle e não $\Delta(u_{cf})$ em (4.4), dispensando a etapa de projeto do filtro e obtendo-se resultados equivalentes.

É importante destacar que ao substituir $\Delta(u_{cf})$ pelo sinal de controle, fará com que mesmo que o sinal de controle permaneça constante, o compensador continuará atuando. No entanto, caso isso ocorra a realimentação de estados reduz este valor convenientemente.

Os resultados dos testes realizados na planta são vistos na Figura 4.9. Nota-se que apesar

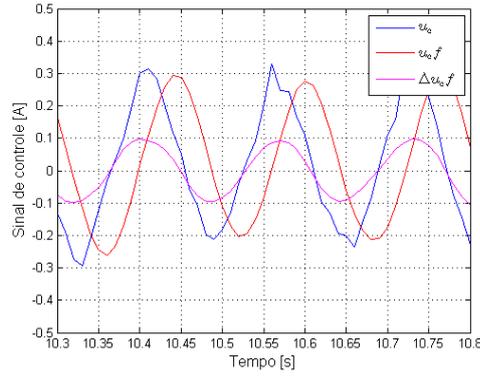


Figura 4.8: Efeito do filtro no compensador CR.

de apresentar amplitude de oscilação na posição menor que a obtida nos métodos baseados em modelos de atrito, a frequência de oscilação é maior, devido à rápida troca de sinal no sinal de controle.

4.3.2 Compensador knocker

O compensador knocker, proposto em [13], consiste em adicionar pulsos de igual amplitude e duração, na direção da taxa de mudança do sinal de controle.

$$u(t) = u_c(t) + u_f(t) \quad (4.6)$$

onde u_c é a saída do controlador dada por (2.15) e u_f é dado por

$$u_f = \begin{cases} a \operatorname{sgn}(u_c(t) - u_c(t_p)) & \text{se } t \leq t_p + h_k + \tau \\ 0 & \text{se } t > t_p + h_k + \tau \end{cases} \quad (4.7)$$

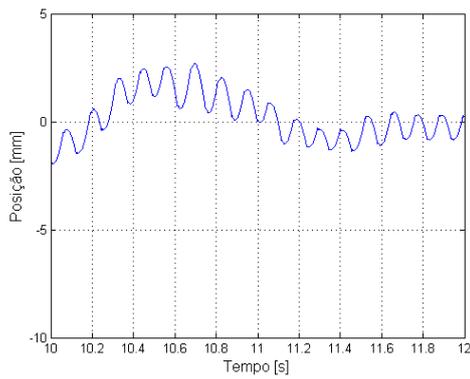
onde t_p é o tempo de início do pulso anterior, h_k o tempo entre cada pulso, a a amplitude do pulso e τ a largura do pulso. O sinal adicionado pelo knocker pode ser visto na Figura 4.10

Nesse trabalho, a princípio a amplitude do pulso será dada por

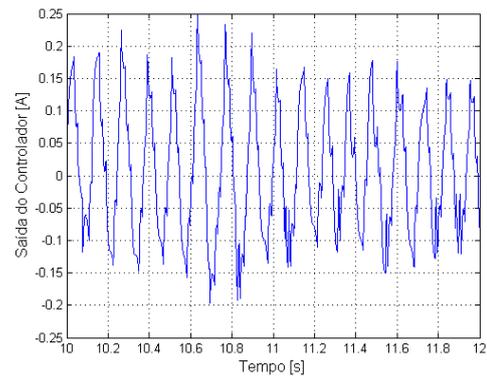
$$a = \begin{cases} I_s^+ & \text{se } \Delta u_c > 0 \\ I_s^- & \text{se } \Delta u_c < 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

onde $I_s = F_s/\beta$, $F_s^- = 13,79$ e $F_s^+ = 10,23$, estimados na seção 3.2.1. Assim como foi feito na seção 4.3.1, decidiu-se aplicar os pulsos na direção do sinal de controle e não de Δu_c .

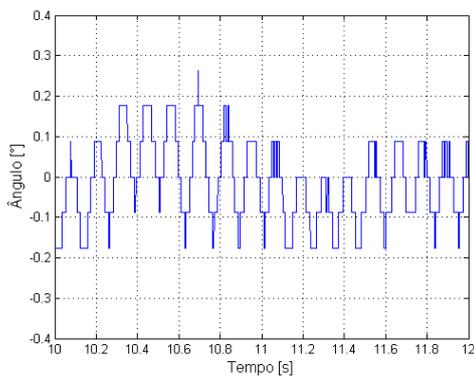
Algumas regras para sintonia dos parâmetros a , τ e h_k foram propostas em [13] baseadas em testes de campo em válvulas de controle. A amplitude do pulso deve ser escolhida entre o intervalo $1\% < a < 4\%$, a largura do pulso τ deve ser escolhida como T_A ou $2T_A$, onde T_A é



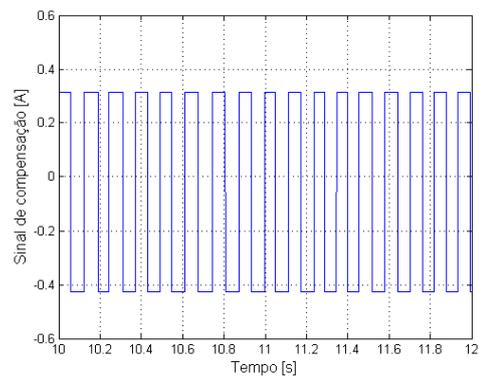
(a) Posição do carrinho.



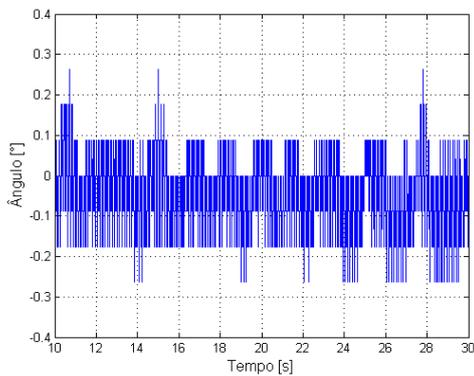
(b) Saída do controlador.



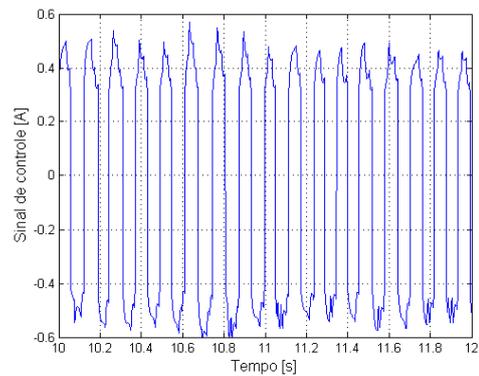
(c) Ângulo da haste.



(d) Sinal de compensação.



(e) Ângulo da haste, maior intervalo de tempo.



(f) Sinal de controle.

Figura 4.9: Compensador CR.

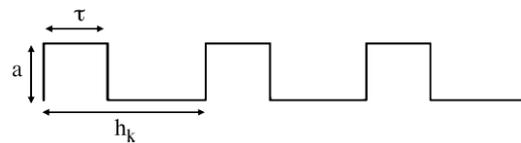


Figura 4.10: Sinal de compensação do knocker.

o tempo de amostragem, o período do pulso pode ser escolhido por $h_k = n\tau$ onde n está entre $2 \leq n \leq 5$. Em [23] é discutido os efeitos dos parâmetros no knocker, assim como é apresentado

uma técnica de escolha baseada na redução da integral do erro quadrático (ISE).

Neste trabalho a escolha desses parâmetros foi feita através de testes no pêndulo invertido real buscando o menor conjunto IAE e variância no ângulo da haste e na posição do carrinho. Devido ao tempo de amostragem utilizado ser muito pequeno (0,5 ms), a largura do pulso τ foi escolhida como $100T_A$ ou $200T_A$. Na Tabela 4.3(a) estão listados os resultados dos testes. A influência da amplitude do pulso foi avaliada na Tabela 4.3(b).

Tabela 4.3: Escolha dos parâmetros do knocker

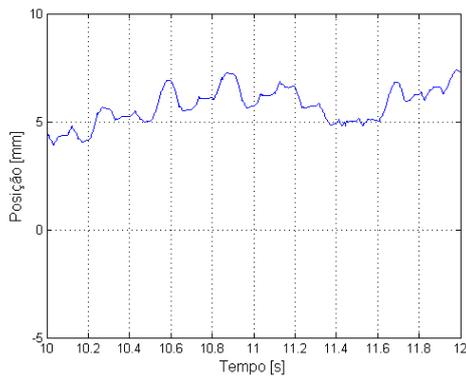
(a) Escolha de τ e h_k

τ	h_k	Ângulo		Posição		Sinal de controle
		IAE	Variância	IAE	Variância	Norma
$100T_A = 0,05$	$2\tau = 0,10$	0,858	0,011	16,132	3,880	43,605
$100T_A = 0,05$	$3\tau = 0,15$	1,117	0,018	14,344	3,258	35,900
$100T_A = 0,05$	$4\tau = 0,20$	1,087	0,018	20,752	6,798	32,450
$100T_A = 0,05$	$5\tau = 0,25$	4,340	0,235	139,954	237,560	45,759
$200T_A = 0,10$	$2\tau = 0,20$	1,189	0,022	38,932	20,186	45,570
$200T_A = 0,10$	$3\tau = 0,30$	3,053	0,122	89,602	98,598	45,174
$200T_A = 0,10$	$4\tau = 0,40$	4,625	0,281	141,983	248,951	47,898
$200T_A = 0,10$	$5\tau = 0,50$	5,179	0,355	158,141	310,420	45,999

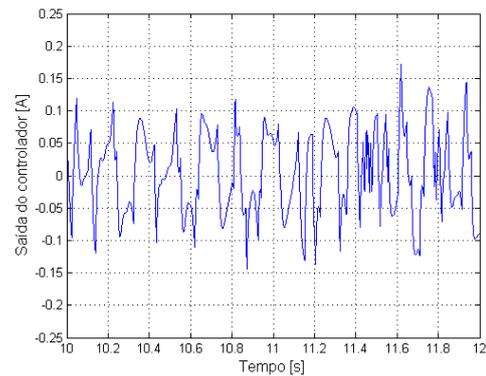
(b) Influência da amplitude do pulso

Amplitude do Pulso	Ângulo		Posição		Sinal de controle
	IAE	Variância	IAE	Variância	Norma
0,6.a	3,049	0,106	127,047	190,44	36,482
0,8.a	1,034	0,018	33,640	19,511	36,823
a	0,858	0,011	16,132	3,880	43,605
1,2.a	0,656	0,008	13,372	2,649	48,718
1,4.a	0,785	0,009	10,502	1,306	56,791

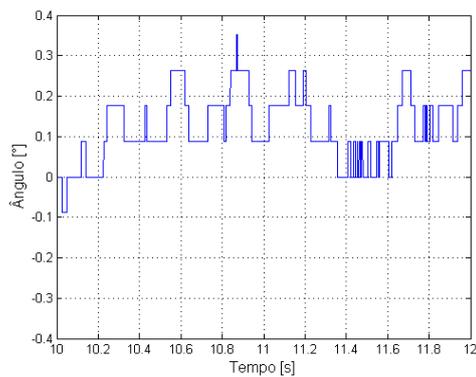
Os parâmetros escolhidos foram $\tau = 0,05$ e $h_k = 0,10$. Com relação à influência da amplitude do pulso no desempenho do knocker, observa-se que aumentar a amplitude em 20% do valor dado inicialmente, causa uma melhoria no desempenho do sistema, com prejuízo de um maior esforço do controlador. Optou-se então por manter a amplitude do pulso como sendo a dado por (4.8). O resultado experimental pode ser visto na Figura 4.11. Nota-se na Figura 4.11(d), que o tempo entre dois pulsos subsequentes é tão pequeno que eles quase não ocorrem antes que haja inversão no sinal do pulso.



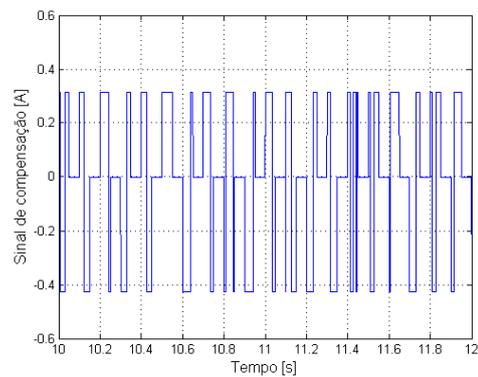
(a) Posição do carrinho.



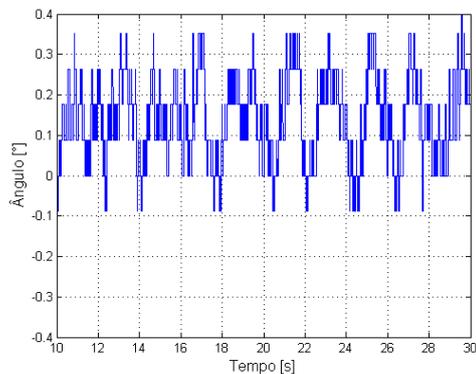
(b) Saída do controlador.



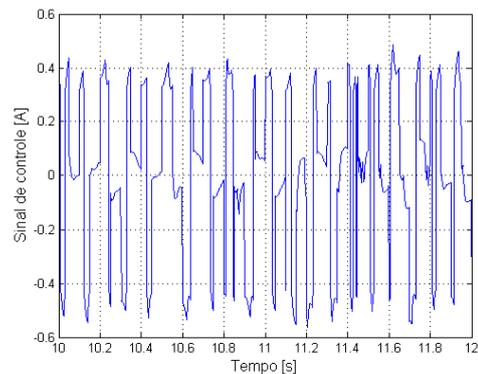
(c) Ângulo da haste.



(d) Sinal de compensação.



(e) Ângulo da haste, maior intervalo de tempo.



(f) Sinal de controle.

Figura 4.11: Compensador knocker.

4.4 Considerações Finais

Como forma de avaliar os compensadores testados serão calculados para os valores obtidos do ângulo da haste e da posição do carrinho, a integral do erro absoluto (IAE) e a variância. A norma (euclidiana) do sinal de controle é obtida para verificar o esforço do controlador nos métodos aplicados. Os três índices de desempenho utilizados foram calculados para uma janela de 10 s dos sinais obtidos em testes no pêndulo invertido real. A Tabela 4.4 apresenta os resultados

obtidos com os compensadores descritos nesse capítulo. Nota-se que o desempenho é similar em todos os compensadores, no entanto, para os métodos não baseados em modelo há um maior esforço do controlador. Em relação à compensação usando modelos de atrito, uma importante diferença é que a compensação é feita de forma mais suave, principalmente utilizando o modelo de LuGre, por não apresentar descontinuidade no sinal de compensação quando a velocidade cruza por zero, como já foi dito na seção 4.2.3. Também devido a esse fato, o compensador baseado no modelo de LuGre possui a menor norma do sinal de controle, conseqüentemente um menor esforço do controlador. O mesmo não acontece com os modelos de Coulomb (Figura 4.4(d)) e Karnopp (Figura 4.5(d)). No entanto, para os modelos de Coulomb e Karnopp, é possível estimar em malha fechada seus parâmetros de maneira simples, com os métodos descritos na seção 3.2, enquanto que com o modelo de LuGre é preciso recorrer a técnicas de regressão não linear [17] ou através de testes.

Para os compensadores não baseados em modelos, enquanto o CR adiciona um sinal de amplitude constante na direção do sinal do controlador, o knocker adiciona pulsos, causando agitação no carrinho, resultando em um pior desempenho em relação à posição do carrinho, entretanto, em relação ao CR apresenta menor esforço do controlador. Por fim, os parâmetros α do knocker e γ do CR podem ser identificados utilizando o método apresentado na seção 3.2.1, caso o sinal seja oscilatório. No entanto, τ e h_k precisam ser escolhidos para um bom funcionamento do knocker, especialmente a escolha de h_k , deve ser cautelosa, pois o sistema pode filtrar os pulsos caso se escolha valores pequenos. E por outro lado, a escolha de valores grandes de h_k pode ocasionar instabilidade devido ao compensador adicionar muita energia ao sistema. Portanto, duas escolhas tornam-se possíveis para compensar o atrito neste caso. O compensador CR seria a escolha natural, devido a simplicidade de projeto e ao seu bom desempenho, no entanto, caso haja necessidade de poupar o atuador, o compensador baseado no modelo de LuGre torna-se a melhor opção.

Tabela 4.4: Índices de desempenho dos compensadores

	Ângulo		Posição		Sinal de controle
	IAE	Variância	IAE	Variância	Norma
Sem compensação	4,598	0,297	258,50	786,667	33,733
Coulomb	1,396	0,021	16,449	3,211	32,416
Karnopp	1,341	1,300	9,595	1,301	32,015
LuGre	1,060	0,014	15,060	3,190	29,504
CR	0,882	0,011	8,886	1,166	67,037
Knocker	0,858	0,011	16,132	3,880	43,608

5 *Conclusões*

Neste trabalho foram discutidos os modelos de atrito de Coulomb, Karnopp e LuGre, bem como métodos para obtenção de seus parâmetros via identificação em malha aberta e em malha fechada e via quantificação a partir do ajuste de elipses a dados de entrada versus saída. Estes modelos foram utilizados para compensação do atrito presente no carrinho do pêndulo, métodos não baseados em modelo também foram utilizados com a mesma finalidade.

O teste em malha aberta permitiu quantificar os atritos estático, de Coulomb e viscoso. O método em malha fechada foi utilizado para identificar os parâmetros do modelo de Karnopp relacionados aos atritos de Coulomb e viscoso, destacando alternativas para obter o atrito estático necessário para este modelo. Como o atrito gera ciclos limite, os atritos estático e de Coulomb foram quantificados ajustando elipses aos dados de entrada versus saída do pêndulo invertido. Os valores identificados para os parâmetros relacionados ao atrito de Coulomb são similares em malha aberta e em malha fechada, o mesmo não ocorre para o atrito viscoso. Os atritos quantificados através do ajuste de elipses, devido ao próprio ajuste acabam tendo valores maiores que os demais.

A compensação de atrito foi realizada utilizando métodos baseados em modelos e métodos não baseados em modelo. O valor do IAE calculado para o ângulo foi similar em todos os compensadores. No entanto, para os modelos de Coulomb e Karnopp, é possível estimar em malha fechada seus parâmetros de maneira simples, com os métodos propostos, enquanto que com o modelo de LuGre é preciso recorrer a técnicas de regressão não linear ou através de testes. Para os compensadores não baseados em modelos, o knocker possui três parâmetros que precisam ser escolhidos para um bom desempenho, enquanto que para o CR apenas um parâmetro é necessário e pode ser aproximado pela amplitude do sinal de controle.

Uma importante diferença observada com a compensação usando modelos de atrito, é que ela é feita de forma mais suave, principalmente utilizando o modelo de LuGre, por não apresentar descontinuidade no sinal de compensação quando a velocidade cruza por zero, e também proporciona um menor esforço do controlador. O CR adiciona um sinal de amplitude constante

na direção do sinal do controlador, e o knocker adiciona pulsos, causando maior movimentação do carrinho, resultando em um pior desempenho em relação à posição do mesmo. Isto se reflete no esforço do controlador, medido pela norma do sinal de controle que é menor quando a compensação é feita usando os modelos de atrito, tendo o menor valor para o modelo de LuGre.

Referências Bibliográficas

- [1] ARMSTRONG-HÉTLOUVRY, B.; DUPONT, P.; WIT, C. C. de. A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction. *Automatica*, v. 30, n. 7, p. 1083 – 1138, 1994.
- [2] OLSSON, H. et al. Friction models and friction compensation. *European Journal of Control*, v. 3, n. 4, p. 176–195, 1998.
- [3] GÄFVERT, M. Dynamic model based friction compensation on the furuta pendulum. *IEEE International Conference on Control Applications*, v. 22, n. 27, p. 1260 – 1265, 1999.
- [4] FANG, L.; CHEN, W. J.; CHEANG, S. U. Friction compensation for a double inverted pendulum. *IEEE International Conference on Control Applications*, v. 5, n. 7, p. 908 – 913, 2001.
- [5] PARK, D.; CHWA, D.; HONG, S.-K. An estimation and compensation of the friction in an inverted pendulum. *SICE-ICASE International Joint Conference*, v. 18, n. 21, p. 779 – 783, 2006.
- [6] CAMPBELL, S. A.; CRAWFORD, S.; MORRIS, K. Friction and the inverted pendulum. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, v. 130, p. 54502 – 54509, 2008.
- [7] GARCIA, C. Comparison of friction models applied to a control valve. *Journal of Process Control*, v. 16, p. 1231 – 1243., 2008.
- [8] CHOUDHURY, M. A. A. S. et al. Automatic detection and quantification of stiction in control valves. *Control Engineering Practice*, v. 14, p. 1395 – 1412, 2006.
- [9] ROMANO, R. A.; GARCIA, C. Comparison between two friction model parameter estimation methods applied to control valves. *Proceedings of the 8th IFAC Symposium on dynamics and control of process systems (DYCOPS)*, v. 2, p. 303 – 308, 2011.
- [10] CUADROS, A. S. L.; MUNARO, C. J.; MUNARETO, S. An improved algorithm for automatic quantification of valve stiction in flow control loops. *Proceedings of the IEEE International Conference on Industrial Technology*, Anais do IEEE-ICIT 2010, p. 135 – 140, 2010.
- [11] RAVANBOD-SHIRAZI, L.; BESANÇON-VODA, A. A friction identification using the karnopp model, applied to an electropneumatic actuator. *Journal of Systems and Control Engineering*, v. 217, n. 2, p. 123 – 138, 2003.
- [12] IVAN, L. Z. X.; LAKSHMINARAYANAN, S. A new approach to valve stiction quantification and compensation. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, v. 48, p. 3474 – 3483, 2009.

- [13] HÄGGLUND, T. A friction compensator for pneumatic control valves. *Journal of Process Control*, v. 12, p. 897 – 904, 2002.
- [14] FRIEDLAND, B.; PARK, Y. J. On adaptive friction compensation. *IEEE Transactions on automatic control*, v. 37, n. 10, p. 1609 – 1612, 1992.
- [15] KARNOPP, D. Computer simulation of stick-slip friction in mechanical dynamic systems. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, v. 107, n. 1, p. 100 – 103, 1985.
- [16] WIT, C. C. D.; OLSSON, H.; ASTRÖM, K. J. A new model of control of systems with friction. *IEEE Transactions on automatic control*, v. 40, n. 3, p. 419 – 425, 1995.
- [17] RIZOS, D. D.; FASSOIS, S. D. Friction identification based upon the lugre and maxwell slip models. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 17, n. 1, p. 153 – 160, 2009.
- [18] OLSSON, H.; ASTRÖM, K. J. Friction generated limit cycles. *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol*, v. 9, n. 4, p. 629 – 636, 2001.
- [19] THORNHILL, N. F.; HUANG, B.; ZHANG, H. Detection of multiple oscillations in control loops. *Journal of Process Control*, v. 13, p. 91 – 100, 2003.
- [20] ROMANO, R. A.; GARCIA, C. Karnopp friction model identification for a real control valve. *Proceedings of the 17th World Congress the International Federation of Automatic Control*, p. 14906 – 14911, 2008.
- [21] OLSSON, H. *Control Systems with Friction*. Tese (Doutorado) — Lund Institute of Technology, 1996.
- [22] HÄGGLUND, T. Automatic on-line estimation of backlash in control loops. *Journal of Process Control*, v. 17, p. 489 – 499, 2007.
- [23] SRINIVASAN, R.; RENGASWAMY, R. Stiction compensation in process control loops: A framework for integrating stiction measure and compensation. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, v. 44, n. 9164 - 9174, 2005.