



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS
PROGRAMA DE POS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS FLORESTAIS

ONAIR MENDES DE OLIVEIRA

**DIFERENTES MÉTODOS DE PROGNOTICAR A DISTRIBUIÇÃO
DIAMÉTRICA EM POVOAMENTOS CLONAIIS DE EUCALIPTO**

JERÔNIMO MONTEIRO - ES

2013

ONAIR MENDES DE OLIVEIRA

**DIFERENTES MÉTODOS DE PROGNOTICAR A
DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA EM POVOAMENTOS CLONAIIS DE EUCALIPTO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Florestais do Centro de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Espírito Santo, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Ciências Florestais, Área de concentração Ciências Florestais
Orientador: Prof. Dr. Gilson Fernandes da Silva
Co-orientador: Prof. Dr. Adriano R. de Mendonça

JERÔNIMO MONTEIRO - ES

2013

**DIFERENTES MÉTODOS DE PROGNOTICAR A
DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA EM POVOAMENTOS CLONAIIS DE EUCALIPTO**

ONAIR MENDES DE OLIVEIRA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Florestais do Centro de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Espírito Santo, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Ciências Florestais, Área de concentração Ciências

Aprovado em _____ de Setembro de 2013.

Dr. Samuel de Pádua C. e Carvalho
FIBRIA

Prof. Dr. José Franklim Chichorro
DCFM/UFES

Prof. Dr. Adriano Ribeiro de Mendonça
DCFM/UFES (Co-orientador)

Prof. Dr. Gilson Fernandes da Silva
DCFM/UFES (Orientador)

DEDICATÓRIA

*Dedico à Maria Pires de Oliveira e Pedro
Mendes de Oliveira.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus pela força, coragem e discernimento concedidos ao longo desta jornada.

A minha Mãe Maria Pires de Oliveira (*in memoriam*) e ao meu Pai Pedro Mendes de Oliveira (*in memoriam*), por me ensinarem desde cedo no caminho em que devo andar.

A todos meus irmãos por me apoiar e nunca duvidar das decisões que faço em minha vida.

A minha esposa Natiélia Oliveira Nogueira, pela paciência, companheirismo e principalmente por me mostrar que nesta vida nada é por acaso. Sem você eu nada seria.

Ao orientador, Professor Gilson Fernandes da Silva pelos ensinamentos e orientação.

Ao co-orientador e amigo Professor Adriano Ribeiro de Mendonça pelas dicas e sugestões apresentadas no decorrer deste trabalho, pela amizade e por ser um exemplo de humildade.

Ao Professor Adair Regazzi pelos auxílios e deduções essenciais no desenvolvimento deste trabalho.

À Universidade Federal do Espírito Santo, por me conceder a oportunidade de cursar o mestrado. À FIBRIA pela cessão do banco de dados, essencial no desenvolvimento do trabalho. Ao Dr Samuel Pádua pelo apoio, sugestões e disponibilidade sempre que precisei.

Aos amigos do mestrado nos laboratórios de Mensuração e Manejo Florestal e de Colheita Florestal: Diego (bolinha); Leandro (cabeça); Rafael (sherek); Rafaela; Flavio (murrinha); Alexandre Arantes; Ronnie (Juva); Matheus; Saulo, pela oportunidade de compartilhar bons momentos juntos.

*Paciência Sem Subserviência é a
Combinação Mais Eficaz Deste Mundo (BN)*

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Gráficos de altura dominante observada <i>versus</i> estimada e gráfico de resíduos para os modelos: (a) logístico; (b) richards (c) schumacher.	39
Figura 2- Curvas de índice de sítio obtidas a partir do modelo de richards.	40
Figura 3- Distribuição dos resíduos referentes às equações de projeção para o: parâmetro de forma (a); diâmetro máximo (b); parâmetro de escala (c) e sobrevivência (d).	52
Figura 4- Distribuições diamétricas observadas e estimadas para o método de buongiorno e michie adaptado.	54
Figura 5- Distribuições diamétricas observadas e estimadas para o método de peterson adaptado (método de peterson adaptado).	55
Figura 6- Distribuições diamétricas observadas e estimadas para o método f.d.p weibull.	56

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Parâmetros estimados e estatísticas utilizadas na avaliação dos modelos para estimativa da altura dominante	38
Tabela 2- Probabilidade de transição na classe de alta produtividade (s=31,5) no intervalo de 24-36 meses	41
Tabela 3- Probabilidade de transição na classe de alta produtividade (s=31,5) no intervalo de 36-48 meses	41
Tabela 4- Probabilidade de transição na classe de alta produtividade (s=31,5) no intervalo de 60-72 meses	42
Tabela 5- Probabilidade de transição na classe de alta produtividade (s=31,5) no intervalo de 60-72 meses	42
Tabela 6- Probabilidade de transição na classe de média produtividade (s=26,5) no intervalo de 24-36 meses	42
Tabela 7- Probabilidade de transição na classe de média produtividade (s=26,5) no intervalo de 36-48 meses	43
Tabela 8- Probabilidade de transição na classe de média produtividade (s=26,5) no intervalo de 48-60 meses	43
Tabela 9- Probabilidade de transição na classe de média produtividade (s=26,5) no intervalo de 60-72 meses	43
Tabela 10- Probabilidade de transição na classe de baixa produtividade (s=21,5) no intervalo de 24-36 meses	44
Tabela 11- Probabilidade de transição na classe de baixa produtividade (s=21,5) no intervalo de 36-48 meses	44
Tabela 12- Probabilidade de transição na classe de baixa produtividade (s=21,5) no intervalo de 48-60 meses	44
Tabela 13- Probabilidade de transição na classe de baixa produtividade (s=21,5) no intervalo de 60-72 meses	45
Tabela 14- parâmetros obtidos para as equações polinomiais.	47
Tabela 15 – Resultado do teste f para as restrições nos modelos polinomiais	47
Tabela 16– Correlação linear entre as variáveis utilizadas no modelo quadrático	48
Tabela 17– Equações ajustadas para as variáveis utilizadas e suas respectivas medidas de precisão para cada sítio	50
Tabela 18 – Resultados do teste de kolmogorov-smirnov para os três métodos de projeção da distribuição diamétrica testados nos diferentes sítios.....	53

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	14
1.1 OBJETIVO GERAL	15
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	15
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
2.1. MODELOS DE CRESCIMENTO E PRODUÇÃO	17
2.2. MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA.....	18
2.3. MÉTODOS PARA ESTIMAR AS DISTRIBUIÇÕES DIAMÉTRICAS PARA OS POVOAMENTOS NO FUTURO	19
2.3.1. Funções Densidade de Probabilidade	19
2.3.2. Processos Estocásticos e Matrizes de Transição	22
3. MATERIAL E MÉTODOS	26
3.1. BASE DE DADOS	26
3.2. CLASSIFICAÇÃO DA CAPACIDADE PRODUTIVA	26
3.3 MÉTODO MATRICIAL PARA PROGNÓSE DA DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA DE BUONGIORNO E MICHIE ADAPTADO	28
3.3.1 Estimativa das Probabilidades de Transição	28
3.3.2 Estimativa das Frequências Diamétricas por Classe	29
3.4 MÉTODO MATRICIAL PARA PROGNÓSE DA DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA DE PETERSON ADAPTADO.....	30
3.4.1. Equações Para Estimativa das Probabilidades de Transição	30
3.4.2. Inclusão de Variáveis do Povoamento no Modelo	33
3.4.3 Projeção da distribuição diamétrica	34
3.5. AJUSTE DA FUNÇÃO WEIBULL	35
3.6. AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DOS MÉTODOS DE PROGNÓSE PROPOSTOS.....	36
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	38
4.1 CLASSIFICAÇÃO DA CAPACIDADE PRODUTIVA	38
4.2. AVALIAÇÃO DOS DIÂMETROS NO POVOAMENTO	40
4.3. MÉTODO DE PETERSON ADAPTADO.....	46
4.3.1. Equações Para Estimativa das Probabilidades de Transição	46
4.3.2. Inclusão de Variáveis do Povoamento no Modelo	48

4.4. FUNÇÃO FDP WEIBULL.....	49
4.5 AVALIAÇÃO DAS PROJEÇÕES DIAMÉTRICAS DO POVOAMENTO.....	52
5. CONCLUSÕES.....	59
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	60
ANEXOS.....	65
ANEXO A – MÉTODO DE ORTOGONALIZAÇÃO SEQUENCIAL DOS RESÍDUOS	66
APÊNDICES.....	68
APÊNDICE A – NÚMERO DE ÁRVORES OBSERVADO E ESTIMADO PARA DIFERENTES IDADES NA CLASSE DE ALTA PRODUTIVIDADE (S = 31,5).....	69
APÊNDICE B – NÚMERO DE ÁRVORES OBSERVADO E ESTIMADO PARA DIFERENTES IDADES NA CLASSE DE MÉDIA PRODUTIVIDADE (S = 26,5).....	71
APÊNDICE C – NÚMERO DE ÁRVORES OBSERVADO E ESTIMADO PARA DIFERENTES IDADES NA CLASSE DE BAIXA PRODUTIVIDADE (S = 21,5).....	73
APÊNDICE D– VETORES ORTOGONAIS PARA A IDADE DE 24 MESES NO SÍTIO DE ALTA PRODUTIVIDADE (S = 31,5).....	75
APÊNDICE E– VETORES ORTOGONAIS PARA A IDADE DE 36 MESES NO SÍTIO DE ALTA PRODUTIVIDADE (S = 31,5).....	75
APÊNDICE F– VETORES ORTOGONAIS PARA A IDADE DE 48 MESES NO SÍTIO DE ALTA PRODUTIVIDADE (S = 31,5).....	76
APÊNDICE G– VETORES ORTOGONAIS PARA A IDADE DE 60 MESES NO SÍTIO DE ALTA PRODUTIVIDADE (S = 31,5).....	76
APÊNDICE H– VETORES ORTOGONAIS PARA A IDADE DE 24 MESES NO SÍTIO DE MÉDIA PRODUTIVIDADE (S = 26,5).....	77
APÊNDICE I– VETORES ORTOGONAIS PARA A IDADE DE 36 MESES NO SÍTIO DE MÉDIA PRODUTIVIDADE (S = 26,5).....	77
APÊNDICE J– VETORES ORTOGONAIS PARA A IDADE DE 48 MESES NO SÍTIO DE MÉDIA PRODUTIVIDADE (S = 26,5).....	78
APÊNDICE K– VETORES ORTOGONAIS PARA A IDADE DE 60 MESES NO SÍTIO DE MÉDIA PRODUTIVIDADE (S = 26,5).....	78
APÊNDICE L– VETORES ORTOGONAIS PARA A IDADE DE 24 MESES NO SÍTIO DE BAIXA PRODUTIVIDADE (S = 21,5).....	79
APÊNDICE M– VETORES ORTOGONAIS PARA A IDADE DE 36 MESES NO SÍTIO DE BAIXA PRODUTIVIDADE (S = 21,5).....	79
APÊNDICE N– VETORES ORTOGONAIS PARA A IDADE DE 48 MESES NO SÍTIO DE BAIXA PRODUTIVIDADE (S = 21,5).....	80
APÊNDICE O– VETORES ORTOGONAIS PARA A IDADE DE 60 MESES NO SÍTIO DE BAIXA PRODUTIVIDADE (S = 21,5).....	80

RESUMO

OLIVEIRA, Onair Mendes de. **Diferentes métodos de prognosticar a distribuição diamétrica em povoamentos clonais de eucalipto**. 2013. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Espírito Santo, Alegre. Orientador: Prof. Dr. Gilson Fernandes da Silva. Co-orientador: Prof. Dr. Adriano Ribeiro de Mendonça.

Este estudo teve o objetivo de avaliar a eficiência de diferentes métodos na prognose da estrutura diamétrica em plantios clonais de eucalipto. Foram utilizadas 47 parcelas de ajuste e 30 parcelas para validação. Foram testados 3 diferentes modelos para estimar a altura dominante (Richards, Logístico e de Schumacher), sendo que o modelo de Richards obteve o melhor desempenho. A partir deste modelo foi utilizado o método da curva guia e as parcelas foram classificadas em 3 diferentes classes de sítio (21,5m; 26,5m; 31,5m). O primeiro método matricial testado foi o de Buongiorno e Michie adaptado. Para tanto as matrizes de transição foram obtidas e utilizadas nos diferentes sítios. De maneira geral, o padrão de transição das árvores nas diferentes classes de diâmetro foi semelhante entre os dois sítios mais produtivos. Percebeu-se uma expressiva estagnação do crescimento nos indivíduos de maior diâmetro no sítio mais produtivo. Tal fato pode representar o momento de se intervir na floresta, tanto no intervalo de 36-48 meses quanto de 60-72 meses. O segundo método matricial testado foi o de Peterson adaptado. Para tanto foram testados diferentes modelos polinomiais para estimativa das probabilidades de transição. Neste caso, o modelo escolhido foi o quadrático. Diferentes variáveis do povoamento foram inseridas no modelo original, no entanto apenas a idade e o número de árvores por hectare apresentaram influências significativas. A partir das matrizes estimadas por estas equações, foram projetadas as distribuições diamétricas. Os parâmetros da função Weibull obtidos nas parcelas de ajuste foram utilizados para estimar o número de árvores por classe diamétrica em cada uma das 30 parcelas de validação da base de dados. Em todas estas parcelas o número de árvores por hectare (N/ha) estimado e observado não diferiram significativamente pelo teste de Kolmogorov-Smirnov. Com relação às projeções das distribuições diamétricas os resultados deste teste demonstraram a inexistência de diferenças significativas entre as projeções observadas e estimadas para os três métodos testados. Entretanto, a análise do p-valor mostra que maiores

proporções de valores observados são estatisticamente iguais aos observados para o método de Buongiorno e Michie adaptado e função Weibull, em detrimento do método de Peterson Adaptado. A estimativa da mortalidade, não é eficiente nos métodos matriciais. Neste caso sugere-se a utilização paralela ao método matricial de um modelo que estime a mortalidade De uma maneira geral, os métodos de Buongiorno e Michie adaptado e função Weibull obtiveram resultados semelhantes e foram melhores que o método de Peterson Adaptado.

Palavras-chave: matriz de transição , estrutura diamétrica, modelos de distribuição diamétrica.

ABSTRACT

OLIVEIRA, Onair Mendes de. **Different methods to predict the diameter distribution in clonal eucalyptus.** In 2013. Dissertation (Master of Forest Science) – Universidade Federal do Espírito Santo, Alegre. Adviser: Dr. Gilson Fernandes da Silva. Co-adviser: Dr. Adriano Ribeiro de Mendonça.

This case was aimed to evaluate the efficiency of different methods on the prognosis diameter structure in clonal eucalyptus. Was used 47 plots of fit and 30 plots for validation. Was tested three different models to estimate dominant height (Richards, Logistic and Schumacher), and the Richards model had the best performance. From this model we used the method of the guide curve and the plots were classified into three different site classes (21.5 m, 26.5 m, 31.5 m). The first method was to test matrix Buongiorno and Michie adapted. For both transition matrices were obtained and used in different sites. In general, the transition pattern of trees in different diameter classes was similar between the two sites more productive. It was noticed a significant growth stagnation in individuals larger diameter in the most productive. This may represent the time to intervene in the forest, both in the range of 36-48 months as of 60-72 months. The second method was tested matrix adapted to Peterson. Therefore, we tested different polynomial models for the estimation of transition probabilities. In this case, the model chosen was quadratic. Different stand variables were included in the original model, however only age and number of trees per hectare showed significant influences. From matrices estimated by these equations were designed the diameter distributions. The parameters of the Weibull function obtained in the portions of the adjustment were used to estimate the number of trees per diameter class in each of 30 plots validation database. In all these plots the number of trees per hectare (N / ha) Estimated and observed did not differ significantly by the Kolmogorov-Smirnov test. With respect to projected diameter distributions of the test results demonstrated no significant differences between the observed and estimated projections for the three tested methods. However, analysis of p-value shows that higher ratios of observed values are statistically equal to that observed for the method of Buongiorno and Michie adapted and Weibull function, instead of the method of Peterson adapted. The estimation of mortality, is not efficient in matrix methods. In this case it is suggested to use parallel to a model

matrix method to estimate the mortality. Generally, the method of Buongiorno and Michie adapted and Weibull function and obtained similar results were better than the method of Peterson adapted.

Keywords: transition matrix, diameter class distribution, diameter class distribution models

1. INTRODUÇÃO

Dentre as espécies florestais de interesse comercial plantadas no país, um enfoque especial é dado as do gênero *Eucalyptus*, pois este representa uma importante parcela dos plantios efetuados. Tendo como base o ano de 2011, os plantios com este gênero corresponderam a cerca de 75% da área total, o que representa em torno de 4,8 milhões de hectares de florestas plantada com esse gênero no país. Nesse sentido, o estado do Espírito Santo contribui com 4,1% do total de área plantada, totalizando algo em torno de 197.512,00 hectares (ABRAF, 2012).

A madeira de eucalipto possui usos bastante diversos, sendo os principais a produção de celulose e a geração de energia (carvão vegetal), além de lenha, mourões, estacas, dormentes, construções, laminação, postes, serraria e móveis, entre outros (ANGELI, 2005). A ligação entre os setores florestal e industrial é bastante marcante, sendo que o primeiro constitui uma importante fonte para geração de matéria-prima para atender, principalmente, às fábricas de celulose e as siderúrgicas (VIEIRA et al., 2005).

Uma característica relevante em empreendimentos florestais é o período de retorno dos investimentos iniciais, que em geral é longo. Desta forma o conhecimento do comportamento e da dinâmica do crescimento destas florestas é valioso no sentido de possibilitar inferências com respeito à sua produção no futuro. A projeção do crescimento e produção está relacionada com o desenvolvimento e aplicação de modelos e técnicas estatísticas que buscam prever a dinâmica do crescimento e a produção dos talhões que compõem a floresta (LEITE, 2002).

As informações geradas, no sentido de conhecer o crescimento e a produção de florestas plantadas, são obtidas em sua maioria pela utilização de modelos do tipo povoamento total e de distribuição de diâmetros. Desta forma, apesar do fato de que no Brasil, o conhecimento sobre plantios de eucalipto já está em nível bastante elevado, iniciativas de pesquisa no sentido de proporcionar aos profissionais ligados ao manejo florestal informações com maior precisão são interessantes.

Independente da espécie, em situações onde as unidades de manejo podem ser consideradas separadas e não vinculadas entre si, a definição da rotação ótima (idade técnica de corte) ou da época de desbastes podem ser realizadas de maneira isolada por talhão (RODRIGUEZ et al., 1997).

Nesse sentido, os modelos de distribuição diamétrica apresentam grande utilidade, pois proporcionam um nível de detalhe da informação superior aos modelos de povoamento total sem perda de precisão (CAMPOS; LEITE, 2009). Estes modelos permitem a prognose para uma idade futura da distribuição das árvores por classe de diâmetro, sendo que seu uso associado a uma equação de volume permite obter esta prognose em cada classe de diâmetro. Esse tipo de informação, principalmente quando da utilização da floresta para múltiplos usos, permite ao manejador obter informações antecipadas e decidir sob um ponto de vista técnico, o melhor momento de se intervir na floresta, proporcionando um planejamento adequado das atividades a serem realizadas. Desta forma, importantes inferências podem ser realizadas a respeito da idade de corte ou desbaste dos talhões florestais, com posterior aproveitamento da madeira.

Os trabalhos que abordam modelos de distribuição diamétrica, pesquisam e testam métodos relacionados à utilização de funções de densidade de probabilidade (f.d.p.) para prognose destas distribuições (BARRA, 2004; PALAHÍ, 2006; TORRES, 2008; SOARES, 2011). No entanto, outro método utilizado com frequência em florestas nativas, porém utilizado de maneira incipiente em plantios equiâneos, é o da matriz de transição. Este método, quando se utiliza de probabilidades não estacionárias, poderia representar uma alternativa interessante, no sentido de fornecer um incremento na precisão da predição da distribuição diamétrica.

1.1 OBJETIVO GERAL

Avaliar diferentes métodos na prognose da estrutura diamétrica em plantios clonais de eucalipto.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- 1) Classificar o potencial produtivo da área em estudo;
- 2) Avaliar o movimento dos diâmetros nas diferentes idades utilizando as matrizes de transição obtidas;
- 3) Projetar e comparar as distribuições diamétricas para idades futuras utilizando dois diferentes métodos matriciais não estacionários;

- 4) Projetar as distribuições diamétricas para idades futuras utilizando a f.d.p Weibull;
- 5) Comparar as distribuições diamétricas projetadas com as obtidas a partir da f.d.p. Weibull.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. MODELOS DE CRESCIMENTO E PRODUÇÃO

Informações relativas ao crescimento e a produção das florestas são essenciais ao manejo eficiente de plantios florestais. O crescimento pode ser descrito como mudanças na forma e dimensões das árvores no que tange a fuste, galhos e raízes. Por sua vez, a produção representa a quantidade de alguma variável (volume, peso, etc), acumulada num período de tempo (CAMPOS; LEITE, 2009).

O gerenciamento eficiente de florestas passa obrigatoriamente pela compreensão dos fenômenos crescimento e produção, pois as ações de médio e longo prazo idealizadas em plantios são fundamentadas no conhecimento da produção ao longo do tempo. Esta prognose é realizada por meio de modelos estatísticos já consagrados em mensuração florestal como os modelos de crescimento e produção.

Existem dois grandes grupos de modelos destinados ao crescimento e produção de florestas: os modelos descritivos e modelos de processos. Os primeiros se utilizam de relações matemáticas e modelos de regressão e são desenvolvidos de maneira empírica, desta forma por vezes também são chamados de modelos empíricos. Os modelos de processos são concebidos, com base em conhecimentos biológicos e se utilizam das causas do crescimento para realizar inferências (GOMES; VARRIALE, 2004).

Os modelos descritivos podem ainda ser categorizados em modelos de produção e modelos de crescimento e produção. Os modelos de produção fornecem informações apenas a respeito do estoque presente ou futuro não respondendo a questões relacionadas ao crescimento. Os modelos de crescimento e produção podem ainda ser subdivididos em: modelos de povoamento total, modelos de distribuição diamétrica e modelos de árvores individuais (CAMPOS; LEITE, 2009).

Os modelos de povoamento total explicam apenas a produção total de um povoamento por unidade de área, não fornecendo informações da produção ao nível de árvores individuais. Por sua vez, os modelos de árvores individuais se utilizam de dados provenientes de cada árvore e fornecem afirmações detalhadas ao nível de cada uma, desta forma a produção é obtida somando-se as produções individuais.

Por fim os modelos de distribuição diamétrica informam a produção presente e futura estratificadas por classe de diâmetro, sendo que podem se utilizam para isto de funções de densidade de probabilidade (LEITE et. al., 2005).

Os modelos de crescimento e produção ainda podem ser classificados em modelos com abordagem dinâmica e abordagem estática. Os modelos estáticos não permitem que sejam aplicadas variações nos tratamentos destinados ao povoamento. A abordagem dinâmica considera taxas ou proporções de mudanças dentro de um sistema, podendo desta forma acomodar variações nestes tratamentos. Os modelos de produção total possuem abordagens estáticas, sendo que os modelos de árvores individuais e muitos modelos por classe diamétrica possuem abordagem dinâmica (VANCLAY, 1983, citado por ROSSI, 2007).

2.2. MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA

O diâmetro é uma variável comumente utilizada para representar o crescimento das árvores, principalmente devido à sua facilidade de medição e também pela sensibilidade apresentada as mudanças ambientais (ZEIDE, 1993). O crescimento em diâmetro pode se afetado por muitos outros fatores, dentre os quais se podem citar: fatores genéticos, densidade do povoamento e também a qualidade do local. Este fato é resultante da relação inversa existente entre a densidade do povoamento e o crescimento em diâmetro (DAVIS; JOHNSON, 1987).

Entre os pesquisadores e administradores florestais é fato reconhecido que as distribuições diamétricas são importantes ferramentas para a condução de planos de manejo (IMAÑA-ENCINAS et al., 2005). Esta distribuição diferencia o estoque em crescimento servindo como base para as decisões relacionadas ao planejamento e manejo florestal, sendo que o seu conhecimento e compreensão são ferramentas fundamentais para que a predição ou prognose da produção possa ser realizada. Desta forma o potencial de uso presente e futuro da floresta podem ser identificados.

Modelos de distribuição diamétrica são idealizados e aplicados com intuito de estimar o número de árvores, em um momento no futuro, estratificados por classes de diâmetro. São modelos que se utilizam da classe das árvores como unidade básica de modelagem, utilizando cada classe independentemente (VANCLAY, 1994).

A partir das projeções para distribuição diamétrica, a utilização de algum modelo que permita a obtenção do volume proporciona a realização de importantes inferências (CAMPOS; LEITE, 2009). Desta forma, baseado nestas projeções é possível implantar um plano de suprimentos por classe diamétrica visando multiprodutos (ABREU et al., 2002).

No manejo florestal, a utilização deste tipo de modelo é muito importante, pois possibilita inferir sobre decisões silviculturais, por exemplo, quanto e quando realizar desbastes ou colheita nos talhões (ROBINSON; HAMANN, 2011). Diferentes métodos podem ser utilizados para que sejam estimadas as distribuições diamétricas para os povoamentos no futuro. Dentre estes podem ser citados as matrizes de transição, as funções de densidade de probabilidade e o processo de difusão.

A matriz de transição é uma ferramenta baseada em processos estocásticos. Nela é representada a probabilidade de um evento permanecer ou mudar de estado (condição) num certo período de tempo, sendo que esta probabilidade depende apenas do estado atual do sistema. As funções de densidade de probabilidade ou funções probabilísticas descrevem a distribuição de frequências por meio de funções matemáticas. O processo de difusão também é um processo estocástico e considera os componentes do crescimento conjuntamente em função do tempo em equações diferenciais (SANQUETA et. al., 1996).

2.3. MÉTODOS PARA ESTIMAR AS DISTRIBUIÇÕES DIAMÉTRICAS PARA OS POVOAMENTOS NO FUTURO

2.3.1. Funções Densidade de Probabilidade

O diâmetro das árvores pode ser classificado como uma variável aleatória contínua. A descrição da estrutura em populações florestais, por consequência, pode ser realizada por uma função de densidade de probabilidade (f.d.p.). Uma f.d.p. é uma função matemática que descreve o comportamento ou padrão de variação de uma variável contínua. Mais especificamente, seja f uma função definida em todo x ,

sendo que x é integrável no intervalo $[a,b]$ com x, a e $b \in \mathbb{R}$ e $a < b$, esta será uma f.d.p. se: $f(x) \geq 0 \forall x$ e ainda, $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$ (GRIMMETT; STIRZAKER, 2001).

Quando os valores assumidos pela variável x são positivos podem ser usadas, por exemplo, as f.d.p. Weibull, Gama ou exponencial (PAES, 2009). No meio florestal, no que tange a modelagem de distribuições diamétricas, a distribuição de Weibull é a mais utilizada. Isto se deve a sua maior flexibilidade, permitindo a partir desta se obter outras distribuições, e também a possibilidade de incorporar a seus parâmetros, efeitos de atributos do povoamento (BAILEY, 1973, citado por CAMPOS; LEITE, 2009).

A distribuição Weibull foi utilizada e concebida originalmente para análise de taxas de falhas sendo utilizada também para análises de sobrevivência. A função que representa a distribuição com três parâmetros é uma extensão da função Weibull de dois parâmetros, onde foi incluído o parâmetro de locação (ROBINSON; HAMANN, 2011). A equação para a função de três parâmetros é:

$$f_x(x|\alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} \frac{\gamma}{\beta} \left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)^{\gamma-1} e^{-\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)^\gamma}, & (\alpha \leq x < \infty) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

em que: x = centro de classe de diâmetro a 1,30 m do solo (DAP);

β = parâmetro de escala;

γ = parâmetro de forma; e

α = parâmetro de locação.

Os parâmetros β e γ devem ser sempre positivos e α deve ser não negativo. Assim, α pode ser o limite inferior da classe de diâmetro estudada, podendo ser estimado via regressão a partir de valores de atributos do povoamento (CAMPOS; LEITE, 2009). Como toda f.d.p., esta função define a probabilidade associada com cada possível valor da variável aleatória x (CLUTTER et. al., 1963).

A função Weibull tem sido largamente utilizada no meio florestal, proporcionando uma boa caracterização de distribuições diamétricas unimodais (BULLOCK; BURKHART, 2005). No entanto, para que isto seja possível, a amplitude das classes de diâmetro deve ser definida previamente de acordo com o porte das árvores. Desta forma, para plantios estas variam de 1 a 5 cm sendo maiores para

florestas nativas (LEITE et. al., 2006). Neste sentido, Araújo Júnior et. al. (2010) verificaram que independentemente da idade e da amplitude de classe considerada, a função Weibull é adequada para descrever a distribuição diamétrica de povoamentos equiâneos de eucalipto.

Barra et. al. (2004), verificaram que para os três métodos de ajuste mais utilizados para a função Weibull (máxima verossimilhança, momentos e percentis), a equação com três parâmetros apresenta melhor desempenho que a com dois parâmetros. Este estudo, conduzido em plantios de *Populus spp.*, no Chile, propõe ainda o método de ajuste a partir de otimização não linear, que visa a diminuição da quantidade d_n do teste de Kolmogorov-Smirnov. Este método proporcionou um ajuste ótimo para a distribuição Weibull de três parâmetros.

A recomendação da utilização de um método de ajuste em detrimento de outros varia na literatura. Neste sentido, quando o objetivo é obter estimativas volumétricas a partir das frequências diamétricas estimadas, o ajuste da função Weibull por máxima verossimilhança é o indicado. Em *Eucalyptus camaldulensis*, foi verificado que esta forma de ajuste não apresentou qualquer restrição quanto à idade de prognose (Thiersch, 1998).

Abreu et. al. (2002) ao avaliarem a eficiência de diferentes funções probabilísticas sobre a prognose precoce da produção de povoamentos de *Eucalyptus grandis* em São Paulo, concluíram que a função Weibull, ajustada pelo método dos momentos, mostrou-se a mais precisa possibilitando a inferência sobre esta prognose em diferentes índices de sítio.

O uso desta função não se limita a apenas a prognose do número de árvores por classes diamétricas em plantios, sendo útil também como ferramenta para projeção da produção por classe diamétrica (TORRES et. al., 2008; MIGUEL et. al., 2010; Soares et. al., 2010; Binoti et. al., 2010) e a definição e simulação de desbastes (NOGUEIRA et. al., 2001; LEITE et. al., 2005; NOGUEIRA et. al., 2006; SOARES et. al., 2007).

Como em todo método de estimação, existem também desvantagens inerentes à utilização da função Weibull. Talvez a maior destas desvantagens seja a estimativa de árvores para classes de diâmetro não observadas nas medições de parcelas em campo. Uma maneira de contornar este inconveniente é a utilização da função Weibull truncada a direita. Esta adaptação utiliza um quarto parâmetro, caracterizado pelo limite superior da maior classe diamétrica e proporciona

estimativas ligeiramente superiores à função Weibull com dois parâmetros (SOARES et. al., 2011). Aplicando esta adaptação, inicialmente, Palahí et. al.(2006), verificaram sua eficiência na predição da distribuição diamétrica para três espécies de Pinus.

Para Guimarães, (1994), citado por Binoti et. al. (2010), o grande uso da função Weibull se deve em parte à característica dos plantios equiâneos, onde as árvores dominantes possuem taxas de crescimento maiores que as dominadas. Isso resulta em distribuições diamétricas assimétricas à direita, o que proporciona condições ideais para o ajuste desta função.

2.3.2. Processos Estocásticos e Matrizes de Transição

Processos ou fenômenos que podem ser estudados como se a ocorrência de cada estado ou a transição entre estados ocorresse obedecendo a certa probabilidade, são denominados processos estocásticos. Um processo estocástico típico pode ser considerado como um conjunto de variáveis aleatórias indexadas por algum parâmetro t pertencente a um conjunto T , ou seja, $\{X_t: t \in T\}$. Geralmente o conjunto T representa os inteiros não negativos, entretanto, outros conjuntos não são descartados (GRIMMETT; STIRZAKER, 2001).

Sendo $\{X_0, X_1, X_2, \dots, X_t\}$ uma sequência de variáveis aleatórias, estas extraem seus valores de algum espaço contável S , chamado de espaço de estados. Assim, cada $\{X_t\}$ é uma variável aleatória que assume um dos N possíveis e mutuamente exclusivos valores do espaço S (GRIMMETT; STIRZAKER, 2001). Pode-se então, afirmar que $\{X_t\}$ representa alguma variável de interesse mensurada no tempo t , ou seja, poderia ser, por exemplo, a quantidade de árvores presente em uma classe de diâmetro no tempo t .

Os processos estocásticos são classificados em relação às características de seus estados e de seu parâmetro. Sendo assim, podem ser de estado discreto ou contínuo, e de tempo discreto ou contínuo. Nos processos de estado discreto, $\{X_t\}$ assume valores sobre um conjunto numerável ou finito, sendo o contrário válido para os processos de estado contínuo. Nos processos estocásticos de tempo discreto o parâmetro t é finito ou enumerável sendo o contrário válido para os processos de tempo contínuo.

Matrizes de transição são processos estocásticos que permitem o tratamento analítico da permanência ou mudança de estados dentro daquele espaço S . Se o processo a ser estudado é a distribuição diamétrica de uma floresta, a análise por meio do uso de matrizes de transição pode ser útil para estimar esta distribuição para um tempo futuro.

Quando as matrizes de transição possuem as variáveis $\{X_t\}$ definidas em um espaço de estados discreto e apresentam a transição entre seus estados regulada pela seguinte probabilidade condicional (equação 1), é dito que elas atendem à condição Markoviana, sendo chamadas de Cadeias de Markov.

$$\gamma(X_n = j | X_0 = x_0, X_1 = x_1, \dots, X_{n-1} = i) = \gamma(X_n = j | X_{n-1} = i) \quad \forall i, j \in S \text{ e } n \geq 1 \quad (1)$$

Este tipo de processo, também é definido como processo sem memória (*memoryless process*), pois a probabilidade de um evento futuro, dado qualquer evento passado e o estado presente é independente do evento passado e depende apenas do estado presente. Se $X_n = i$, a cadeia está no i -ésimo estado do n -ésimo passo ou é dito também que a cadeia está visitando i , dependendo do contexto (GRIMMETT; STIRZAKER, 2001).

A matriz $\Gamma = (\gamma_{ij})$ (2) é a matriz de probabilidade de transição, sendo γ_{ij} as probabilidades de transição entre os estados i e j do sistema. Essa matriz é quadrada e de ordem S , onde S é o número de estados da Cadeia de Markov (ZUCCHINI; MACDONALD, 2009). Assim tem-se:

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \cdots & \gamma_{1S} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{S1} & \cdots & \gamma_{SS} \end{pmatrix} \quad (2)$$

Como Γ em última análise é uma matriz estocástica, esta deve satisfazer às seguintes propriedades:

Γ possui entradas não negativas, ou $\gamma_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j$.

A soma das linhas de Γ são iguais a um, ou $\sum \gamma_{ij} = 1 \quad \forall i$.

Os estados da matriz Γ podem ser classificados de acordo com sua relação uns com os outros. Dessa forma, podemos identificar, dentre outras, três classificações de interesse: Estado Transiente; Estado Recorrente; Estado Absorvente.

Quando um processo visita um estado e após este fato, nunca retorna para o mesmo, este estado é dito Transiente. Do contrário, quando há chance de o processo retornar a um estado após visitá-lo, este estado é dito Recorrente. Um estado é dito Absorvente, quando uma vez visitado o processo nunca deixará este estado. Resumidamente, um conjunto de estados C pode ser classificado como (GRIMMETT; STIRZAKER, 2001):

- i) Transiente se $\gamma_{ij} = 0, i \rightarrow j$ e $j \nrightarrow i \forall i, j \in C$ com $i \neq j$. Desta forma se o estado i é transiente, após ser visitado há uma probabilidade positiva de mover-se para j e nunca retornar a i ;
- ii) Recorrente se $i \leftrightarrow j, \forall i, j \in C$. Desta um estado só é recorrente se, e somente se, não for Transiente;
- iii) Absorvente se $\gamma_{ij} = 1, \forall i, j \in C$. Percebe-se então que o estado absorvente pode também ser classificado como recorrente sendo, portanto um tipo especial deste.

De uma maneira geral, um processo estocástico, tal como aqueles representados por matrizes de transição sempre são função do tempo (YNOGUTI, 2011). Desta forma processos regulados por estas matrizes podem admitir dois comportamentos distintos para os valores de γ_{ij} ao longo do tempo. Quando estes valores são constantes e a matriz Γ não se altera para diferentes períodos, esta é denominada matriz de transição estacionária. Isto implica que a probabilidade de mudança de uma árvore da classe i para a classe j não se altera. Do contrário, a matriz é dita não-estacionária.

O crescimento em diâmetro de povoamentos florestais pode ser descrito a partir de modelos markovianos e não-markovianos (ROBERTS; HRUSKA, 1986). No caso dos modelos markovianos, as distribuições diamétricas no futuro são estimadas a partir da matriz de probabilidades Γ (equação 2) e um vetor contendo número atual de indivíduos por classe diamétrica. Neste caso, a matriz Γ utiliza o critério de separar as árvores que num dado período de tempo, migra para uma ou

mais classes de diâmetro subsequentes, daquelas que morrem ou permanecem na mesma classe (SANQUETA et. al., 1996).

O desenvolvimento de povoamentos florestais pode ser modelado por meio do uso de matrizes de transição estacionárias. Diversos autores afirmam que este método pode ser utilizado com êxito, sobretudo na predição da distribuição diamétrica destes sistemas (BUONGIORNO; MICHIE, 1980; HIGUCHI, 1987; AZEVEDO et. al., 1995; SPATHELF; DURLO, 2001; STRIGUL et al., 2012). Entretanto, a utilização de matrizes estacionárias pode ser questionada, sobretudo em povoamentos equiâneos onde as condições de crescimento e a competição são diferenciadas em distintos sítios, atuam no sentido de distorcer estas probabilidades ao longo do tempo (JOHNSON et. al., 1991).

No Brasil algumas tentativas foram realizadas no sentido da modelagem da distribuição diamétrica em povoamentos equiâneos, a partir deste método, no entanto sempre se utilizando de matrizes estacionárias. Neste sentido, Arce et. al. (1997) simularam o crescimento precoce de povoamentos jovens de *Pinus taeda* L., e obtiveram simulações para um intervalo de tempo igual ao utilizado para a construção das matrizes de transição. Neste caso, as observações foram realizadas no 6º e 9º anos e permitiram simular as frequências diamétricas para o 12º ano.

Ao avaliar o crescimento de plantios clonais de eucalipto não desbastados durante um ciclo completo de corte, Soares et al. (2009), puderam comprovar probabilidades de transição não-estacionárias. Desta forma, foram ajustadas matrizes de probabilidade de transição distintas para cada período e classe de produtividade. O método adotado foi eficiente para predizer distribuições diamétricas e produções volumétricas para estes plantios, e possibilitou também, a definição de idades técnicas de colheita.

Trabalhando em remanescente de floresta semidecídua, Pulz et al. (1999), observaram que mesmo com a ocorrência de mudanças na estrutura da floresta a matriz de transição foi eficiente na prognose da estrutura diamétrica do povoamento. Em concordância com estas informações, Vasconcelos et. al. (2009), afirmam que a distribuição diamétrica deve ser estudada por matrizes de transição, pois a dinâmica da floresta não apresenta um padrão definido.

3. MATERIAL E MÉTODOS

3.1. BASE DE DADOS

Este estudo foi realizado a partir de dados de inventário florestal contínuo, coletados em plantios clonais de eucalipto situados no município de Aracruz, Espírito Santo, pertencentes à empresa FIBRIA Celulose S.A. Foram selecionados dados de plantios não desbastados de apenas um clone de interesse, com densidade inicial variando de 850 a 1.100 árvores/ha. Foram utilizadas parcelas circulares com 400 m² de área, mensuradas nas idades de 24, 36, 48 e 60 meses. Em cada parcela foram mensurados todos os diâmetros e as alturas referentes às duas fileiras de árvores no centro da parcela. Foi mensurada também a altura das 100 árvores dominantes por hectare, respeitando a proporção do tamanho da parcela.

No total foram utilizadas 77 parcelas em diferentes sítios produtivos que foram divididas em dois grupos: 47 parcelas para o ajuste dos modelos e 30 parcelas para validação. Os métodos testados foram desenvolvidos nas parcelas de ajuste e aplicados nas parcelas de validação, de maneira que os resultados apresentados são aqueles obtidos com a aplicação nestas parcelas. Os ajustes de equações foram efetuados no *software* R versão 2.11.1 (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2010).

3.2. CLASSIFICAÇÃO DA CAPACIDADE PRODUTIVA

Neste estudo, para que fosse possível a definição de classes de produtividade (sítios produtivos), foi realizada a análise de dados de parcelas permanentes de inventário florestal contínuo (IFC) nos talhões onde está implantado o clone de interesse.

A partir da média das alturas das árvores dominantes em cada idade, obtida a partir do IFC, foi realizada a classificação da capacidade produtiva, com vistas a estratificar os plantios nas classes de produtividade: alta, média e baixa, sendo avaliados diferentes modelos para a estimativa da altura dominante, os quais são respectivamente modelo de Schumacher, Logístico e de Richards (equações, 3, 4 e 5).

$$\ln Hd_i = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1}{I}\right) + \varepsilon_i \quad (3)$$

$$Hd_i = \frac{\beta_0}{1 + \exp [(\beta_1 - I)/\beta_2]} + \varepsilon_i \quad (4)$$

$$Hd_i = \beta_1 [1 - e^{-\beta_2 I}]^{1/(1-\beta_3)} + \varepsilon_i \quad (5)$$

em que:

Hd_i = Altura média das árvores dominantes (m);

I = Idade (anos);

\ln = Logaritmo neperiano;

β_i = Parâmetros dos modelos, e

ε_i = Erro aleatório.

Para a escolha do melhor modelo de classificação da capacidade produtiva, foram avaliados os seguintes critérios, pois de acordo com Campos e Leite (2009), a utilização de apenas um critério não é suficiente para fornecer respostas conclusivas: Erro padrão relativo ($S_{yx\%}$); Erro padrão da estimativa (S_{yx}); O coeficiente de determinação (\bar{R}^2) calculado de acordo com o procedimento proposto por Kvalseth (1985); Gráfico de resíduos percentuais $e_{(\%)}$. As estatísticas para o cálculo destes critérios são:

$$S_{yx\%} = \left(\frac{\sqrt{QM_{res}}}{\bar{Y}}\right) \cdot 100 \quad (6)$$

$$S_{yx} = \sqrt{QM_{res}} \quad (7)$$

$$\bar{R}^2 = 1 - a(1 - R^2); \quad R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Y - \hat{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y - \bar{Y})^2}; \quad \text{sendo:} \quad (8)$$

$$a = \left(\frac{n-1}{n-p-1}\right), \text{ se o modelo inclui o intercepto } (p + 1 \text{ parâmetros});$$

$$a = \left(\frac{n}{n-p}\right), \text{ se o modelo não inclui o intercepto } (p \text{ parâmetros})$$

$$e_{(\%)} = \frac{(\hat{Y} - Y)}{Y} \cdot 100 \quad (9)$$

em que:

Y = Valor observado da variável dependente nas unidades originais;

\hat{Y} = Valor estimado da variável dependente nas unidades originais;

\bar{Y} = Média aritmética da variável dependente observada nas variáveis originais;

p = número de parâmetros no modelo incluindo o intercepto se houver; e

n = número de observações.

Após a escolha do modelo para classificação da capacidade produtiva, foi utilizado o método da curva guia, para construção de curvas de capacidade produtiva. Este método proporcionou a construção de curvas para classificação das parcelas em três diferentes sítios produtivos (CLUTTER et al., 1963).

3.3 MÉTODO MATRICIAL PARA PROGNOSE DA DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA DE BUONGIORNO E MICHIE ADAPTADO

3.3.1 Estimativa das Probabilidades de Transição

O primeiro método matricial para prognose da distribuição diamétrica testado foi o proposto por Buongiorno e Michie (1980). Entretanto, os indivíduos foram agrupados por classe de tamanho e não por classe de idade. Dessa forma, o intervalo de classe de diâmetro utilizado foi igual a 2 cm, o que possibilita construção de matrizes de transição com melhor interpretação (ARCE, 1998).

As matrizes de transição $\Gamma = (\gamma_{ij})$ foram calculadas anualmente para cada sítio de produtividade. Desta forma, cada intervalo de medição (24-36, 36-48, 48-60 e 60-72) possui uma matriz de transição. As probabilidades de transição entre as classes de diâmetro (γ_{ij}), assim como a probabilidade de ocorrer mortalidade (γ_{im}), foram calculadas a partir da proporção do número de árvores presentes em cada um destes estados, ou seja, a partir da divisão do número de árvores que mudaram de classe, permaneceram ou morreram pelo número total de árvores presentes nessa classe diamétrica. Dessa forma a seguinte equação foi empregada:

$$\gamma_{ij} = \frac{n_{ij}}{n_i} \quad (10)$$

em que:

n_{ij} = número de indivíduos na classe j no tempo $t + 1$, uma vez que estavam na classe i no tempo t .

n_i = número total de indivíduos na classe i no tempo t .

Pode-se identificar na matriz Γ (obtida a partir da expressão 10), as probabilidades de transição entre estados do sistema. Nesse caso, a diagonal principal de Γ representa as probabilidades das árvores permanecerem nas suas respectivas classes de diâmetro. As diagonais abaixo da diagonal principal representam as probabilidades das árvores avançarem para classes de diâmetro superiores no período considerado. A última linha dessa matriz representa a probabilidade de uma árvore presente no tempo t na classe i , estar morta (m) no tempo $t + 1$.

Assim, com i, j variando da unidade até n classes de diâmetro, a matriz Γ foi montada da seguinte forma, onde γ_{1j} e γ_{1m} , representam, respectivamente, as probabilidades de migração de árvores da classe diamétrica 1 para a classe j ($1 \rightarrow j$), e da classe 1 para mortalidade, respectivamente.

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & & & & & \\ \gamma_{12} & \gamma_{22} & & & & \\ \gamma_{13} & \gamma_{23} & \gamma_{33} & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & \\ \gamma_{1j} & \gamma_{2j} & \gamma_{3j} & \dots & \gamma_{nn} & \\ \gamma_{1m} & \gamma_{2m} & \gamma_{3m} & \dots & \gamma_{nm} & \end{bmatrix}$$

Na matriz Γ a coluna referente ao ingresso foi omitida, pois neste estudo o mesmo não foi considerado devido os povoamentos medidos apenas a partir dos 24 meses. Isto é válido, pois, a partir desta idade o ingresso é pouco significativo.

3.3.2 Estimativa das Frequências Diamétricas por Classe

Em florestas plantadas o ingresso de árvores pode ser desconsiderado uma vez que as medições serão realizadas nas parcelas a partir dos dois anos de idade. Nesse sentido, considerando $\xi_t^T = [\psi_1 \ \psi_2 \ \psi_3 \ \dots \ \psi_n]$ como o vetor de frequências diamétricas observadas para o início da simulação, para um talhão com

idade e classe de produtividade específica, as frequências estimadas (ξ_{t+1}) foram obtidas por multiplicação de matrizes, da seguinte forma:

$$\xi_{t+1} = \xi_t^T \Gamma \quad (11)$$

em que:

ξ_{t+1} = número de árvores por hectare estimadas por classes diamétricas no período $t + 1$;

ξ_t = número de árvores por hectare observado ou estimado;

Γ = já definido.

Dessa forma, as probabilidades que constituem $\Gamma = (\gamma_{ij})$, também foram obtidas em função do número de árvores por hectare.

3.4 MÉTODO MATRICIAL PARA PROGNOSE DA DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA DE PETERSON ADAPTADO

O segundo modelo matricial não estacionário a ser utilizado foi semelhante ao apresentado por Peterson (1990). Nesse sentido, a estimativa das probabilidades de mudanças de árvores entre classes de diâmetro ($i \rightarrow j$) foi realizada a partir de equações polinomiais que relacionam essas probabilidades de transição com variáveis relativas ao povoamento. No entanto, inicialmente estas probabilidades foram obtidas a partir da equação 10, sendo que nesse caso estas formam a matriz de transição inicial $\Pi^* = (\pi_{ij})$, obtidas para cada sítio produtivo.

A partir da obtenção das matrizes Π^* , a utilização deste método matricial, se deu da seguinte maneira: i) obtenção de equações que estimem as probabilidades de transição no tempo em função da posição destas probabilidades na matriz de transição; ii) incorporação de variáveis do povoamento nestas equações; iii) estimativas das probabilidades de transição para os diferentes sítios nas diferentes idades.

3.4.1. Equações Para Estimativa das Probabilidades de Transição

Para que as probabilidades possam ser corrigidas no tempo, por meio do uso de equações polinomiais de graus menores, uma transformação nos valores de π_{ij} é necessária. Nesse caso, foi utilizada a transformação logarítmica, pois além de atender a esse quesito esta se mostra muito versátil matematicamente (PETERSON, 1990). Neste caso, nas células da matriz de transição onde não existem árvores, foi considerado uma probabilidade muito pequena (0,00001), do contrário a transformação logarítmica não poderia ser utilizada.

Para a correção da inconstância da variância dos elementos da matriz Π^* , foi utilizado o método proposto por Theil (1970), que consiste em ponderar as observações na regressão pelo inverso do desvio padrão (s) dos valores de π_{ij} . Esta quantidade foi obtida a partir da equação 12.

$$s = \frac{n_{ij} \pi_{ij}}{(1 - \pi_{ij})} \quad (12)$$

em que:

n_{ij} = número de árvores que migraram da classe i para classe j ;

π_{ij} = probabilidade das árvores migrarem da classe i para classe j .

Inicialmente, os valores de π_{ij} foram estimados a partir da equação 13. Para que seja contornado o problema da correlação entre os valores i e j , os polinômios expressos pela equação 13 foram substituídos por uma série de polinômios ortogonais, os quais estão representados pela equação 14 (PETERSON, 1990). O procedimento para ortogonalização destes polinômios está descrito em detalhes no Anexo A. Este procedimento é necessário, pois a alta correlação entre as variáveis independentes é indício de multicolinearidade, o que dificulta a obtenção de parâmetros significativos na regressão. Assim, com os termos constituintes da equação 14 possuindo média e correlação zero esta pode ser estimada pelo método dos mínimos quadrados ordinários, sendo que para o ajuste da equação 14 foram utilizados dados oriundos de 12 matrizes de transição (3 sítios produtivos e 4 intervalos de idade).

$$\log \pi_{ij} = \theta_0 + \theta_1 i + \theta_2 j + \theta_3 i^2 + \theta_4 j^2 + \theta_5 ij + \theta_6 j^3 + \dots + \varepsilon_i \quad (13)$$

$$\log \pi_{ij} = \theta_0 + \theta_1 x + \theta_2 y + \theta_3 x^2 + \theta_4 y^2 + \theta_5 xy + \theta_6 y^3 + \dots + \varepsilon_i \quad (14)$$

em que:

π_{ij} = definido anteriormente;

i, j = posição das probabilidades na matriz de transição;

x, y = coeficientes dos polinômios ortogonais obtidos pelo método da regressão sequencial do resíduo (PETERSON, 1990);

θ_i = parâmetros do modelo;

ε_i = Erro aleatório.

A relação representada pela equação 13 pode assumir características de polinômios de vários graus. Para definir qual relação polinomial melhor define esta relação, foi utilizada a distribuição F, conforme Pindyck e Rubinfeld, (1981). Foram comparadas as regressões obtidas de três modelos polinomiais: linear, quadrática e cúbica. A equação 15 representa a estatística para estas comparações.

$$F_{q, N-k} = \frac{\left[\frac{(R_{ir}^2 - R_r^2)}{q} \right]}{\left[\frac{(1 - R_{ir}^2)}{(N-k)} \right]} \quad (15)$$

Em que: R^2 = coeficiente de determinação; ir = modelo irrestrito; r = modelo restrito; N = número de observações; e $N - k$ = número de graus de liberdade do modelo irrestrito.

Para a projeção da mortalidade por classe de diâmetro, uma adequação deve ser imposta à matriz Π^* . Assim, a linha da matriz referente a mortalidade foi eliminada, sendo seus valores calculados posteriormente como o valor remanescente à unidade na matriz de probabilidades não estacionária estimada. Do contrário, um ajuste por mínimos quadrados ordinários simples não seria capaz de estimar essas probabilidades, de modo que atendam propriedade de soma igual à unidade em cada linha da matriz.

3.4.2. Inclusão de Variáveis do Povoamento no Modelo

São várias as causas que provocam o crescimento das árvores, ou seja, sua migração nas diferentes classes de diâmetro. Desse modo, foram escolhidos fatores referentes a cada parcela tais como capacidade produtiva (S), Idade final do intervalo de medição (I), área basal por hectare (B) e número de árvores por hectare (NHA). A inclusão destas variáveis no modelo foi realizada por meio de funções lineares dos parâmetros da equação 14, ou seja, cada parâmetro da equação 14 foi decomposto sendo inseridos nestes a variação oriunda das variáveis do povoamento. A equação 16 representa a relação entre as variáveis do povoamento e os parâmetros da equação 14. Nesse contexto, as variações na estrutura diamétrica devido aos fatores do povoamento citados são captadas e inseridas nas probabilidades de transição.

$$\theta_i = \theta_{i0} + \theta_{i1}S + \theta_{i2}I + \theta_{i3}B + \theta_{i4}NHA + \varepsilon_i \quad (16)$$

em que:

θ_i = parâmetros da equação 14;

θ_{ij} = parâmetros decompostos os quais foram incorporados os efeitos das variáveis exógenas;

S, I, B e NHA = anteriormente definidos;

ε_i = Erro aleatório.

A obtenção de NHA para idades futuras foi realizada a partir da equação 17, a qual representa a sobrevivência estimada adaptada do modelo de Piennar e Shiver (1981). Nesse caso, devido ao processo natural de mortalidade foi percebida uma pequena diminuição no número de árvores ao longo do tempo. As projeções foram realizadas anualmente, em cada sítio produtivo, tendo 24 meses como idade observada.

$$N_2 = N_1 e^{-\theta_7(I_2^{\theta_8} - I_1^{\theta_8})} \cdot \varepsilon_i \quad (17)$$

em que:

I_2 = idade futura, em meses;
 I_1 = idade atual, em meses;
 N_2 = número de árvores por ha em uma idade futura;
 N_1 = número de árvores por ha em uma idade atual; e
 ε_i = Erro aleatório.

A obtenção de B para idades futuras foi realizada pela equação 18, a qual é parte representante do modelo de crescimento e produção idealizado por Clutter (1963).

$$\ln B_2 = \ln B_1 \left(\frac{I_1}{I_2} \right) + \alpha_0 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) + \alpha_2 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) S + \varepsilon_i \quad (18)$$

em que:

\ln = logaritmo neperiano;
 B_2 = Área basal (m²/ha) futura;
 B_1 = Área basal (m²/ha) atual;
 S = índice de sítio;
 α_1 = parâmetros estimados; e
 ε_i = Erro aleatório.

3.4.3 Projeção da distribuição diamétrica

A projeção da distribuição diamétrica foi realizada após a obtenção da matriz de transição estimada pela equação 14. Para tanto, foi necessária a obtenção da distribuição diamétrica na idade de 24 meses, nas parcelas de validação e a partir da equação 22, estimar o diâmetro máximo para a idade de 36 meses. Desta forma, foi obtido o diâmetro limite do intervalo de medição 24- 36 meses, e assim sucessivamente. A partir destes valores limites e conseqüentemente das dimensões da matriz de transição, são obtidos os valores de U_1 , V_1 , U_2 , V_2 e UV , utilizados nas equações matriciais dos Apêndices D a O.

Após a obtenção das matrizes estimadas, a projeção das distribuições diamétricas foi realizada de modo análogo ao primeiro método matricial não estacionário (item 3.3), ou seja, a partir do uso da equação 11.

3.5. AJUSTE DA FUNÇÃO WEIBULL

A frequências diamétricas foram estimadas por meio da f.d.p. Weibull de dois parâmetros (Weibull-2P), ajustada por sítio, idade e parcela. A função Weibull-2P é representada da seguinte forma:

$$f_x(x|\beta, \gamma) = \frac{\gamma}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\gamma-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\gamma} \quad (19)$$

em que:

x = centro de classe de *DAP*;

β = parâmetro de escala;

γ = parâmetro de forma.

Os parâmetros β e γ devem ser sempre positivos e x maior ou igual a zero. A função Weibull-2P foi ajustada pelo método da máxima-verossimilhança no *software* R por meio da função *fitdistr()* disponível no pacote “*MASS*”.

A proporção da distribuição de frequências expressa por esta f.d.p. é dada pela seguinte relação:

$$\mathbb{P}(a < x < b) = e^{-\left(\frac{a}{\beta}\right)^\gamma} - e^{-\left(\frac{b}{\beta}\right)^\gamma} \quad (20)$$

em que:

\mathbb{P} = proporção de árvore por classe diamétrica;

a = limite inferior da i -ésima classe diamétrica. projetada;

b = limite superior da i -ésima classe diamétrica projetada.

A partir desta, foram estimadas as probabilidades de ocorrência de árvores em cada classe diamétrica, em cada idade. As projeções diamétricas foram obtidas

pelo tradicional método de correlacionar parâmetros da f.d.p. com características do visando sua recuperação para idades futuras. O modelo empregado foi o desenvolvido por Nogueira (2006), o qual é composto pelas seguintes equações:

$$\ln \gamma_2 = \ln \gamma_1 e^{-\theta_3(I_2^{\theta_4} - I_1^{\theta_4})} \cdot \varepsilon_i \quad (21)$$

$$dmax_2 = dmax_1 \left(\frac{I_1}{I_2}\right) + \theta_5 \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) \beta_1 + \varepsilon_i \quad (22)$$

$$\beta_2 = \beta_1 \left(\frac{I_1}{I_2}\right) + \theta_6 \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) dmax_2 + \varepsilon_i \quad (23)$$

em que:

γ_2 = parâmetro de forma da função Weibull em uma idade futura;

γ_1 = parâmetro de forma da função Weibull em uma idade atual;

β_2 = parâmetro de escala função Weibull em uma idade futura;

β_1 = parâmetro de escala da função Weibull em uma idade atual;

$dmax_2$ = diâmetro máximo em uma idade futura, em cm;

$dmax_1$ = diâmetro máximo em uma idade atual, em cm; e

θ_i = parâmetros estimados.

A estimativa da sobrevivência foi realizada pela equação 17. A avaliação da qualidade da recuperação dos parâmetros da f.d.p. foi avaliada a partir das seguintes estatísticas: coeficiente de determinação ajustado (\bar{R}^2) conforme proposto por Kvalseth (1985); erro padrão relativo ($S_{yx\%}$); erro padrão da estimativa (S_{yx}). e análise gráfica dos resíduos

3.6. AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DOS MÉTODOS DE PROGONOSE PROPOSTOS

A eficiência dos métodos de prognose da distribuição diamétrica foi avaliada pelo teste de Kolmogorov-Smirnov (KS). Esse teste é usado para verificar se uma amostra ou um conjunto de dados segue uma distribuição de interesse (PETERNELLI; MELLO, 2011). Foi testada a hipótese de nulidade que os diâmetros estimados pelos três métodos de prognose (matriz de transição

estacionária, não-estacionária e Função Weibull) são estatisticamente iguais aos diâmetros observados nos plantios avaliados.

O teste KS considera as distribuições estimadas (f_{e_i}) e observadas (f_{o_i}). O ponto de maior discrepância entre f_{e_i} e f_{o_i} , representa o valor de ∂N calculado:

$$\partial N = \text{MAX} \{|f_{e_i} - f_{o_i}|, |f_{e_n} - f_{o_n}|\} \quad (24)$$

Assim, para n classes de diâmetro, quanto maior o valor de ∂N , maior a probabilidade de significância da diferença entre as frequências estimadas e observadas.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 CLASSIFICAÇÃO DA CAPACIDADE PRODUTIVA

Na Tabela 1 estão os parâmetros estimados e as estatísticas utilizadas para avaliar os modelos testados. Pela análise desta tabela detecta-se um comportamento semelhante com relação ao erro padrão da estimativa e erro padrão relativo para os três modelos. No entanto, com relação à média dos resíduos, uma ligeira vantagem é obtida pelo modelo de Richards. Neste caso, pode-se inferir que tal modelo proporciona menores tendências, tendo em vista que a média é uma medida de tendência central.

Tabela 1- Parâmetros estimados e estatísticas utilizadas na avaliação dos modelos para estimativa da altura dominante

Modelos	Parâmetros*	\bar{R}^2	Syx (m)	Syx (%)	Média dos Resíduos	
Schumacher	$\hat{\beta}_1$	3,636	99,60	1,413	6,37	-0,046759
	$\hat{\beta}_2$	-1,944				
Logístico	$\hat{\beta}_1$	27,874	98,53	1,406	6,34	0,001412
	$\hat{\beta}_2$	1,886				
	$\hat{\beta}_3$	1,226				
Richards	$\hat{\beta}_1$	28,812	99,12	1,417	6,39	0,000464
	$\hat{\beta}_2$	0,554				
	$\hat{\beta}_3$	0,423				

*Todos os parâmetros ajustados apresentaram para o teste t um p-valor<0,0001.

O desempenho semelhante dos modelos testados pode ser verificado também pela análise gráfica dos resíduos (Figura 1). Nesta análise, percebe-se novamente uma vantagem do modelo de Richards. Este melhor desempenho foi influenciado principalmente pelas maiores estimativas de altura dominante (árvores com idade maior). Neste caso, com um comportamento mais agrupado dos pontos na massa de dados para o referido modelo (Figura 1b).

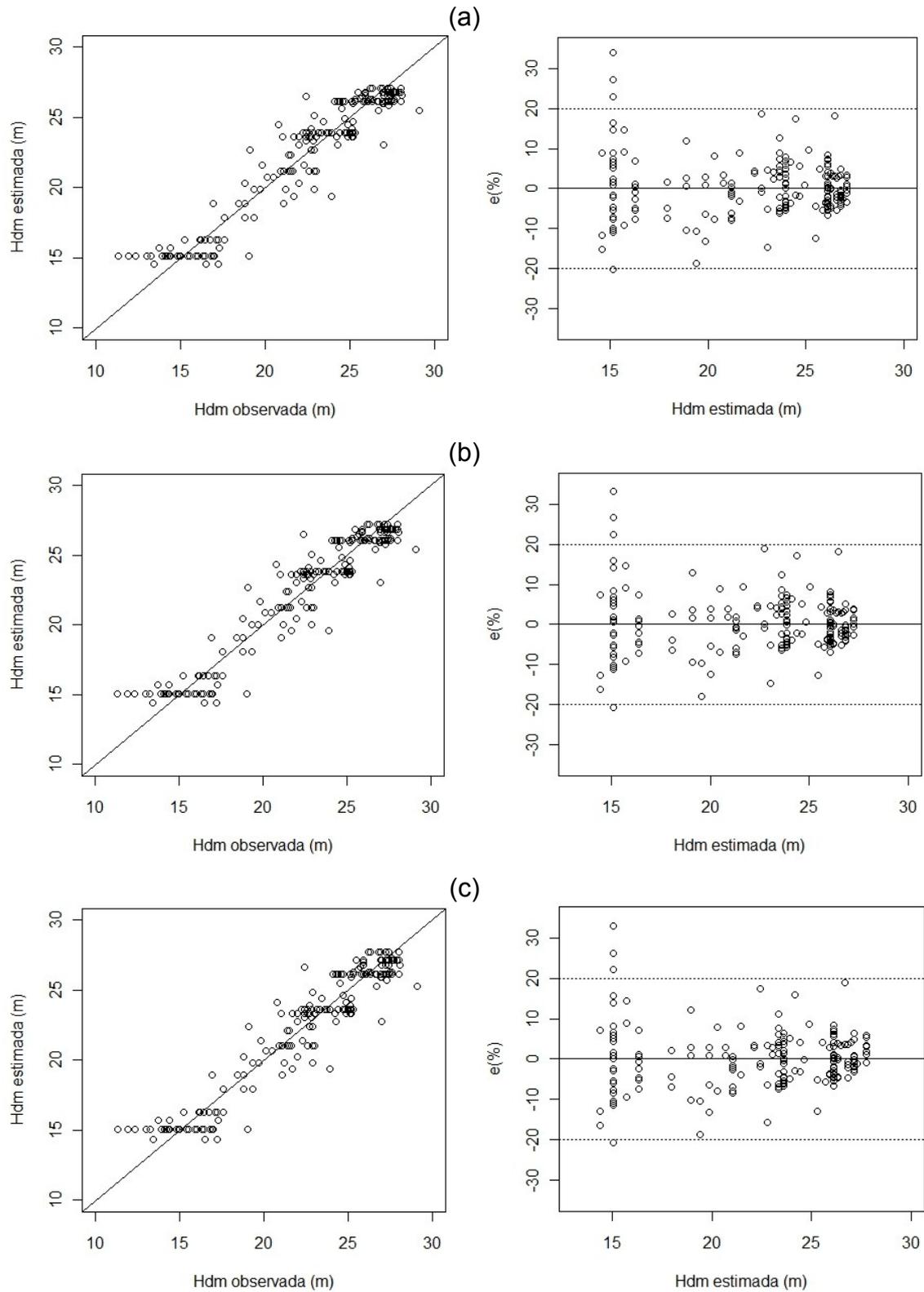


Figura 1- Gráficos de altura dominante observada *versus* estimada e gráfico de resíduos para os modelos: (a) Logístico; (b) Richards e (c) Schumacher.

De uma forma geral os três modelos testados para descrever o comportamento da altura dominante e conseqüentemente, determinar sítios produtivos, obtiveram um desempenho semelhante. No entanto, o modelo escolhido foi o de Richards, principalmente pelo menor viés proporcionado pelas suas estimativas. A equação 25 é o modelo ajustado de Richards para a base de dados deste estudo.

$$H_d = 28,812 \left[1 - e^{-0,554 \cdot I} \right]^{1/(1-0,423)} \quad (25)$$

A tendência de crescimento em altura dominante para os três sítios produtivos, estão representadas na Figura 2. Assim, para o sítio III (21,5 m) foram classificadas 15 parcelas, para o sítio II (26,5 m) 20 parcelas e sítio I (31,5 m) 12 parcelas.

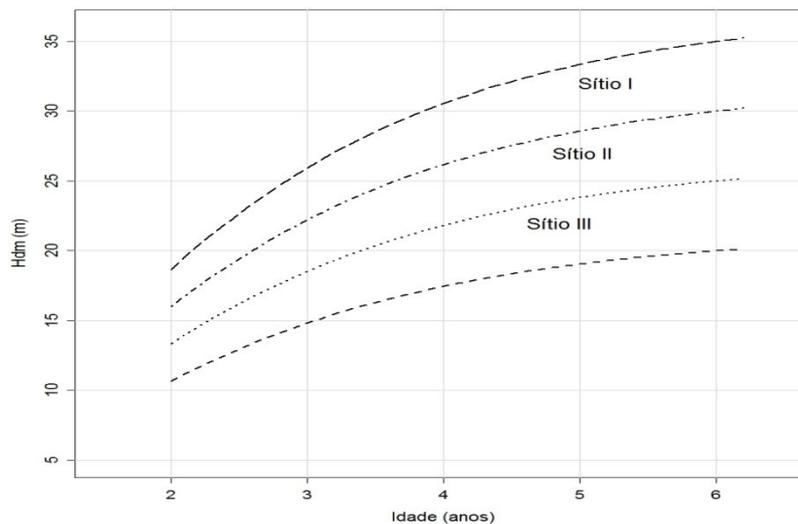


Figura 2- Curvas de índice de sítio obtidas a partir do modelo de Richards.

4.2. AVALIAÇÃO DOS DIÂMETROS NO POVOAMENTO

Nas Tabelas de 2 a 13 estão as probabilidades de transição obtidas nas parcelas de ajuste, obtidas pelo método de 1º método matricial não estacionário (método de Buongiorno e Michie Adaptado). De uma maneira geral, o padrão de transição das árvores nas diferentes classes de diâmetro foi semelhante entre os

dois sítios mais produtivos. De acordo com Santos (2010), cada sítio tende a manter um valor de produção máximo em área basal (que em última instância é definido pelos diâmetros individuais de cada árvore). Após a diminuição do número de árvores ocasionado pela mortalidade ou desbaste, as árvores remanescentes tendem a aumentar seus diâmetros para manter este valor de área basal.

Tabela 2- Probabilidade de transição na classe de alta produtividade (S=31,5) no intervalo de 24-36 meses

Classe DAP 36 meses	Classe DAP (cm) - 24 meses (S=31,5)					
	5	7	9	11	13	15
5	0,5	0	0	0	0	0
7	0,3333	0,3636	0	0	0	0
9	0	0,6363	0,2857	0	0	0
11	0	0	0,6530	0,075	0	0
13	0	0	0,0612	0,7777	0,0697	0
15	0	0	0	0,1469	0,8046	0
17	0	0	0	0	0,1255	1
M	0,1667	0	0	0	0	0

Tabela 3- Probabilidade de transição na classe de alta produtividade (S=31,5) no intervalo de 36-48 meses

Classe DAP 48 meses	Classe DAP (cm) - 36 meses (S=31,5)						
	5	7	9	11	13	15	17
5	0,6	0	0	0	0	0	0
7	0,2	0,4	0	0	0	0	0
9	0	0,2	0,7619	0	0	0	0
11	0	0	0,1904	0,5094	0	0	0
13	0	0	0	0,4716	0,3531	0	0
15	0	0	0	0,0188	0,6468	0,5560	0
17	0	0	0	0	0	0,4439	0,5517
19	0	0	0	0	0	0	0,4482
M	0,2	0,4	0,0476	0	0	0	0

Tabela 4- Probabilidade de transição na classe de alta produtividade (S=31,5) no intervalo de 60-72 meses

Classe DAP 60 meses	Classe DAP (cm) - 48 meses (S=31,5)							
	5	7	9	11	13	15	17	19
5	0,3333	0	0	0	0	0	0	0
7	0,1667	1	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0,3571	0	0	0	0	0
11	0	0	0,5714	0,5185	0	0	0	0
13	0	0	0,0714	0,4444	0,3524	0	0	0
15	0	0	0	0,0370	0,6229	0,4097	0	0
17	0	0	0	0	0,0163	0,5625	0,4915	0
19	0	0	0	0	0,0081	0,0277	0,4830	0,5833
21	0	0	0	0	0	0	0,0254	0,4166
M	0,5	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 5- Probabilidade de transição na classe de alta produtividade (S=31,5) no intervalo de 60-72 meses

Classe DAP 72 meses	Classe DAP (cm) - 60 meses (S=31,5)							
	7	9	11	13	15	17	19	21
7	1	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0,5	0	0	0	0	0	0
11	0	0,1458	0,5	0	0	0	0	0
13	0	0	0,1667	0,6333	0	0	0	0
15	0	0	0	0,3333	0,7058	0	0	0
17	0	0	0	0	0,2794	0,6306	0	0
19	0	0	0	0	0	0,3693	0,8378	0
21	0	0	0	0	0	0	0,1621	1
M	0	0,3542	0,3333	0,0333	0,0147	0	0	0

Tabela 6- Probabilidade de transição na classe de média produtividade (S=26,5) no intervalo de 24-36 meses

Classe DAP 36 meses	Classe DAP (cm) - 24 meses (S=26,5)					
	5	7	9	11	13	15
5	0,7143	0	0	0	0	0
7	0	0,75	0	0	0	0
9	0	0,1873	0,25	0	0	0
11	0	0	0,6717	0,0939	0	0
13	0	0	0,05	0,8255	0,2164	0
15	0	0	0	0,0805	0,7462	0,5333
17	0	0	0	0	0,0373	0,4667
M	0,2857	0,0627	0,0283	0	0	0

Tabela 13- Probabilidade de transição na classe de baixa produtividade (S=21,5) no intervalo de 60-72 meses

Classe DAP 72 meses	Classe DAP (cm) - 60 meses (S=21,5)						
	7	9	11	13	15	17	19
7	0	0	0	0	0	0	0
9	0,3333	0,6667	0	0	0	0	0
11	0	0,3333	0,3125	0	0	0	0
13	0	0	0,3750	0,4667	0	0	0
15	0	0	0	0,4333	0,6547	0	0
17	0	0	0	0	0,3381	0,7008	0
19	0	0	0	0	0,0072	0,2992	0,8667
21	0	0	0	0	0	0	0,1333
M	0,6667	0	0,3125	0,1	0	0	0

Na classe de sítio de 31,5m, percebe-se uma estagnação do crescimento no período de 36-48 meses (Tabela 3). Este fato se assemelha ao observado por Rezende, Minette e Torquato (1987); Lopes (1990); Silva, Machado e Ladeira (1995); Gomes, Maestri e Sanquetta (1998) e também Resende et. al. (2004), onde o máximo de produção em área basal do povoamento também ocorre mais cedo em sítios mais produtivos.

Associado a estes dois períodos, percebe-se também um aumento da mortalidade, principalmente nos indivíduos menores, reflexo do aumento da competição estabelecida pelo crescimento inicial mais expressivo no sítio mais produtivo. Apesar da mortalidade se concentrar nas árvores dominadas com menor taxa de crescimento, houve uma tendência de distribuição da mortalidade ao longo das classes de diâmetro nas diferentes idades. Esta tendência foi evidenciada também por Lee (1971) citado por Demolinari (2006) em plantios de *Pinus*. No entanto, este fato contribui para uma redistribuição dos diâmetros e posterior retomada do crescimento e migração das árvores nas classes de diâmetro até que fosse alcançado um novo limite máximo em área basal no período de 60-72 meses (Tabela 5).

Avaliando a transição das árvores nas diferentes classes de diâmetro, percebe-se que o limite de indivíduos suportado pelo local é alcançado novamente no intervalo de idade de 60-72 meses. Embora a estagnação do crescimento tenha ocorrido também neste intervalo os dados disponíveis neste estudo não permitem afirmar que após a mortalidade (também ocorrida neste período), as árvores do povoamento tenham retomado seu crescimento em diâmetro. A expressiva

estagnação do crescimento nos indivíduos de maior diâmetro pode representar o momento de se intervir na floresta, tanto no intervalo de 36-48 meses quanto de 60-72 meses.

Na classe de sítio de 26,5m, foi observado um comportamento semelhante ao do sítio mais produtivo, entretanto na classe de sítio de 21,5m, foi evidenciado um padrão de crescimento diferenciado, inclusive com padrão de mortalidade diferenciado. Neste caso, a estagnação do crescimento ocorreu mais tardiamente, o que já era esperado para sítios menos produtivos, onde é maior o tempo necessário para se alcançar a área basal máxima suportada pelo povoamento (Tabela 9).

O padrão de crescimento se mantém o mesmo nos intervalos de idade dos diferentes sítios (com exceção para 36-48 meses do sítio mais produtivo) com crescimento ocorrendo entre as árvores maiores (dominantes) (Tabela 2). Estes resultados já eram esperados, pois árvores suprimidas não são capazes de competir por luz e nutrientes com árvores dominantes. Este resultado se assemelha ao obtido por Soares et al. (2009), que afirmam ainda que este método possibilita a identificação das classes de diâmetro que apresentam estagnação de crescimento, isto é, daquelas classes em que a probabilidade das árvores permanecerem na classe é maior do que a de mudarem de classe, e das análises de viabilidades técnica e econômica, pode-se definir a época de realização do desbaste e a quantidade a ser removida nesta prática.

4.3. MÉTODO DE PETERSON ADAPTADO

4.3.1. Equações Para Estimativa das Probabilidades de Transição

Os parâmetros estimados para as equações dos modelos linear, quadrático e cúbico testados estão apresentados na Tabela 14. A análise desta tabela sugere uma adequação melhor do modelo cúbico aos dados, no entanto pode se perceber que o mesmo não acrescenta muita eficiência quando comparado ao modelo quadrático.

Tabela 14- Parâmetros obtidos para as equações polinomiais.

Parâmetros	Parâmetros do Modelo					
	Linear	(p-valor)	Quadrático	(p-valor)	Cúbico	(p-valor)
$\hat{\theta}_0$	-3948,18	<0,001	-3521,57	<0,001	-4587,31	<0,001
$\hat{\theta}_1$	-503,09	<0,001	-666,98	<0,001	-642,14	<0,001
$\hat{\theta}_2$	10,96	0,4940	47,24	0,0146	39,23	0,1754
$\hat{\theta}_3$	-	-	65,92	<0,001	244,75	<0,001
$\hat{\theta}_4$	-	-	-24,12	<0,001	-12,26	0,0551
$\hat{\theta}_5$	-	-	22,08	0,0289	7,14	0,5459
$\hat{\theta}_6$	-	-	-	-	-26,55	<0,001
$\hat{\theta}_7$	-	-	-	-	-0,61	0,4889
$\hat{\theta}_8$	-	-	-	-	-2,48	0,3438
$\hat{\theta}_9$	-	-	-	-	8,81	0,0037
\bar{R}^2	67,35	-	74,79	-	75,44	-

O teste de Pindyck e Rubinfeld (1981), indicou que a utilização do modelo linear em detrimento do quadrático (2º restrição), resulta em perda de eficiência na explicação do fenômeno em estudo, fato corroborado pelo alto valor da estatística F (Tabela 15). A utilização do modelo quadrático ao invés do cúbico (1º restrição) também resulta em perda de eficiência, embora com significância menos acentuada. Desta forma, o modelo quadrático pode ser escolhido pela simplicidade e parcimônia na utilização e ainda, pela significância dos termos na sua equação. Desta forma, a relação escolhida para representar o fenômeno foi a de grau 2 (quadrática), pois apresenta simplicidade e ao mesmo tempo perda não muito expressiva de poder de descrição dos dados quando comparado com modelos de grau maiores.

Tabela 15 – Resultado do Teste F para as restrições nos modelos polinomiais

MODELO	1º RESTRIÇÃO	2º RESTRIÇÃO
\bar{R}^2 Irrestrito	0,7544 (Cúbico)	0,7479 (Quadrático)
\bar{R}^2 Restrito	0,7479 (Quadrático)	0,6735 (Linear)
Q	4	3
K	10	6
N-k	890	894
F	5,88	87,94

Embora os valores de U e V tenham sido obtidos para serem ortogonais um com o outro, a regressão ponderada utilizada (um dividido pelo desvio padrão) resulta na presença de alta correlação entre as variáveis utilizadas na regressão

(Tabela 16). Desta forma os parâmetros obtidos podem não ser reais e apresentar altas variâncias.

Tabela 16– Correlação linear entre as variáveis utilizadas no modelo quadrático

c	U	V	UV	U ²	V ²
U	1				
V	0,011	1			
UV	0,043	-0,610	1		
U ²	0,461	0,004	0,041	1	
V ²	-0,474	0,062	-0,036	-0,117	1

Os polinômios assim obtidos estão nos Apêndices de D a O. As equações matriciais constantes nestes Apêndices foram aplicadas aos valores de U e V obtidos de cada elemento das matrizes de transição, o que permitiu a obtenção de vários valores x_1, x_2, y_1, y_2, xy .

4.3.2. Inclusão de Variáveis do Povoamento no Modelo

Após a inserção das variáveis nos parâmetros do modelo completo, o modelo final para estimativa das probabilidades foi obtido. Este modelo, cujos parâmetros foram significativos em nível 5% pelo teste t é mostrado a seguir na equação 26.

$$\log \pi_{ij} = -3,89 - 0,0187 y_2 - 0,00829 x_1 I - 0,00058 y_2 I - 0,00023 xy I - 0,00012 y_2 I - 0,00012 y_2 NHA \quad (26)$$

Pode-se perceber que as variáveis do povoamento área basal (AB) e sítio (S), que não apresentaram estimativas dos parâmetros significativas foram retiradas do modelo. A influência não significativa da área basal nas probabilidades de transição não era esperada, uma vez que com o aumento da área basal esperava-se uma menor probabilidade dos indivíduos ingressarem nas classes de diâmetro subsequentes, devido ao aumento da competição. A elevada correlação entre idade e área basal (0,8149), foi o real motivo pela qual esta não significância ocorreu. Desta forma procedeu-se a retirada de uma das variáveis do par altamente correlacionado, optando-se pela área basal. A não significância do índice de sítio

confere com o verificado no primeiro método matricial, pois o padrão de mobilidade ente os sítios mais produtivos é semelhante.

4.4. FUNÇÃO FDP WEIBULL

Os parâmetros estimados da f.d.p. foram utilizados para estimar o número de árvores por classe diamétrica em cada uma das 30 parcelas de validação da base de dados. Em todas estas parcelas o número de árvores por hectare (N/ha) estimado e observado não diferiram significativamente pelo teste de Kolmogorov-Smirnov. Desta forma, O método da máxima verossimilhança foi eficiente para o ajuste da função Weibull.

O sistema de equações, baseado na fdp, utilizado para projetar a distribuição diamétrica teve um bom desempenho. As equações ajustadas para cada sítio são apresentadas na Tabela 17, juntamente com as medidas de precisão associadas. Pela análise da tabela, observa-se que o comportamento para as equações foi semelhante para os três sítios produtivos.

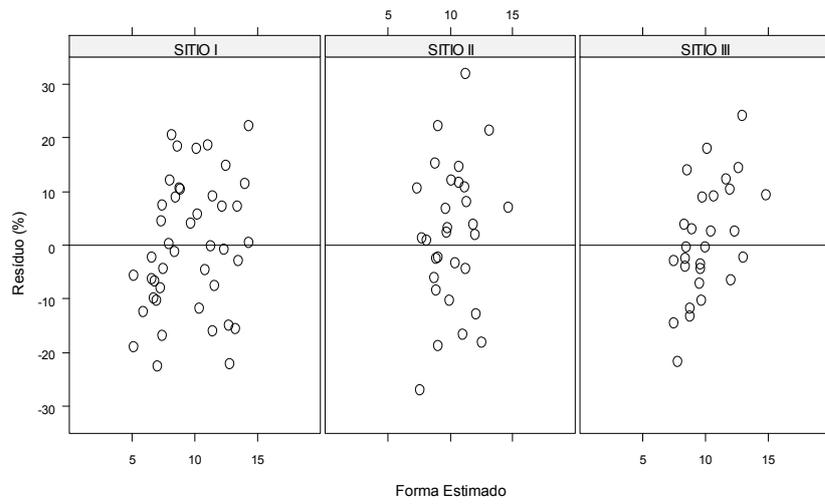
Pode-se observar também o desempenho superior na predição do parâmetro de escala em detrimento ao parâmetro de forma nos três sítios produtivos, evidenciado pelos valores maiores de \bar{R}^2 e menores $S_{yx}\%$. Isto ocorre, pois, o modelo referente a forma não possui nenhuma variável do povoamento associada aos seus parâmetros. Estes resultados são os encontrados por Soares (2011) e Santos (2012) e indicam estabilidade do conjunto de equações utilizado, fundamentando sua utilização em sítios mais e menos produtivos.

Para auxiliar e complementar a análise dos modelos é apresentado na Figura 3 o comportamento dos resíduos referente aos modelos para estimativa dos parâmetros de escala e forma. A análise desta figura sugere um ajuste preciso para o parâmetro de escala e sobrevivência para os três sítios produtivos, não sendo evidenciada nenhuma presença de viés (Figura 3c e 3d respectivamente). Entretanto, para o parâmetro de forma e o diâmetro máximo, não é observada a mesma precisão com uma ligeira tendência de subestimar o diâmetro máximo no sítio 3 (menos produtivo).

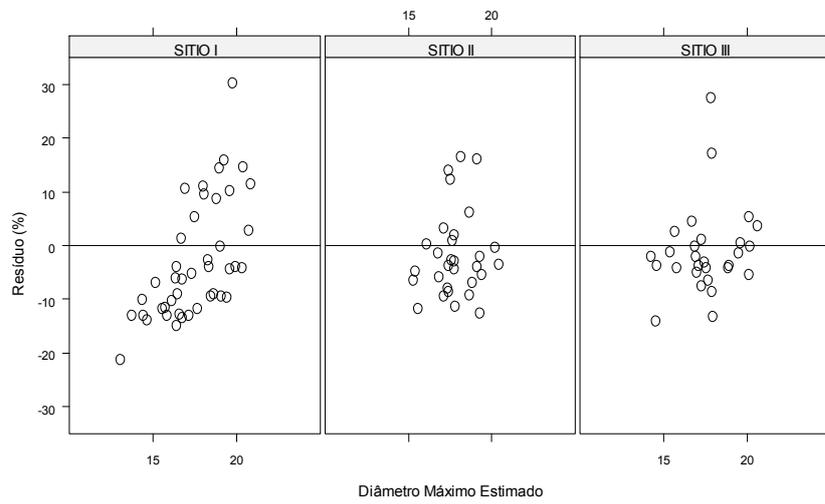
Tabela 17– Equações ajustadas para as variáveis utilizadas e suas respectivas medidas de precisão para cada sítio

Modelo Ajustado	\bar{R}^2	$S_{yx}\%$
Sítio I		
$Ln \gamma_2 = Ln \gamma_1 e^{-0,000058(I_2^{1,87} - I_1^{1,87})}$	87,76	11,37
$dmax_2 = dmax_1 \left(\frac{I_1}{I_2}\right) + 2,12 \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) \beta_1$	93,37	5,32
$\beta_2 = \beta_1 \left(\frac{I_1}{I_2}\right) + 1,11 \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) dmax_2 + \varepsilon_i$	95,61	6,76
$N_2 = N_1 e^{-213,01(I_2^{0,000076} - I_1^{0,000076})}$	96,80	6,36
Sítio II		
$Ln \gamma_2 = Ln \gamma_1 e^{-110,99(I_2^{0,0063} - I_1^{0,0063})}$	71,84	13,87
$dmax_2 = dmax_1 \left(\frac{I_1}{I_2}\right) + 2,003 \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) \beta_1 + \varepsilon_i$	89,62	7,41
$\beta_2 = \beta_1 \left(\frac{I_1}{I_2}\right) + 1,09 \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) dmax_2$	96,52	6,91
$N_2 = N_1 e^{-267,99(I_2^{0,000038} - I_1^{0,000038})}$	98,44	3,12
Sítio III		
$Ln \gamma_2 = Ln \gamma_1 e^{-111(I_2^{0,00048} - I_1^{0,00048})}$	71,62	17,92
$dmax_2 = dmax_1 \left(\frac{I_1}{I_2}\right) + 2,22 \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) \beta_1$	73,74	16,72
$\beta_2 = \beta_1 \left(\frac{I_1}{I_2}\right) + 1,14 \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) dmax_2$	95,17	5,23
$N_2 = N_1 e^{-20,01(I_2^{0,00015} - I_1^{0,00015})}$	83,27	11,54

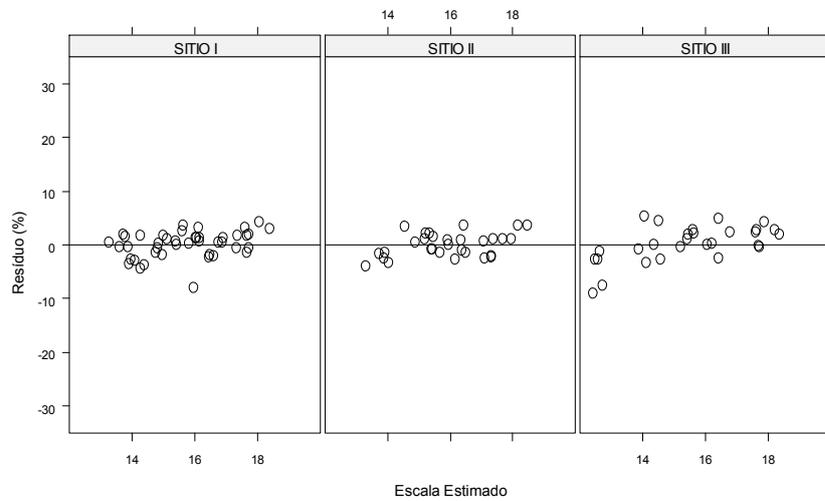
(a)



(b)



(c)



Continua...

...Continuação

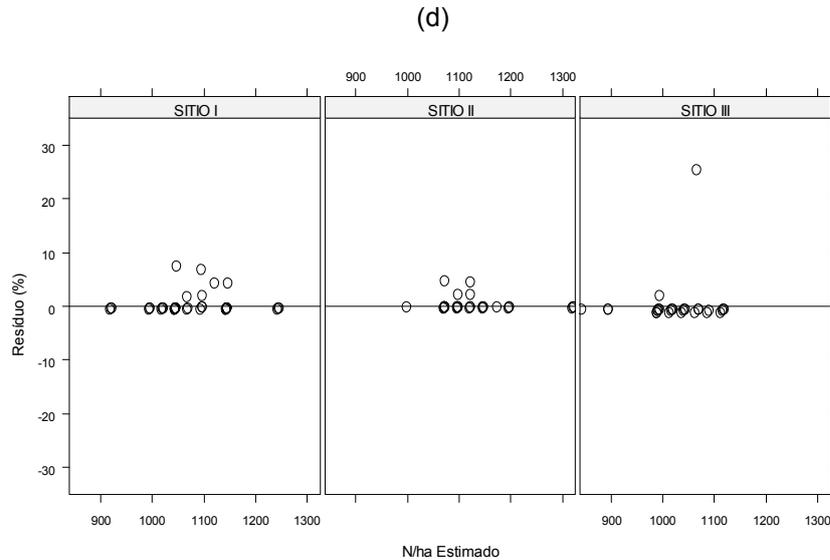


Figura 3- Distribuição dos resíduos referentes às equações de projeção para o: parâmetro de forma (a); diâmetro máximo (b); parâmetro de escala (c) e sobrevivência (d).

4.5 AVALIAÇÃO DAS PROJEÇÕES DIAMÉTRICAS DO POVOAMENTO

Os resultados do teste Kolmogorov-Smirnov demonstraram a inexistência de diferenças significativas entre as projeções observadas e estimadas para os três métodos testados (Tabela 18). Entretanto, a análise do p-valor mostra que maiores proporções de valores observados são estatisticamente iguais aos observados para o método de Buongiorno e Michie adaptado e função Weibull, em detrimento do método de Peterson Adaptado.

Nas Figuras 4, 5 e 6 pode-se visualizar as distribuições diamétricas para os três métodos testados. A análise destas figuras corrobora os resultados do teste de Kolmogorov-Smirnov, onde o método de Peterson Adaptado obteve o pior desempenho. Estes resultados são interessantes, pois reafirmam a eficiência da função Weibull em projetar distribuições diamétricas, e ainda apresentou resultados para o uso de matrizes de transição em bases reais de dados conforme sugerido por Arce et.al. (1998).

Pela análise de destas figuras, pode-se observar que o comportamento das curvas das distribuições diamétricas estimadas e observadas seguiram o mesmo padrão. Neste caso, verifica-se um deslocamento para a direita e um achatamento horizontal das curvas com tempo. Isto é resultado direto da competição que termina

com a mortalidade das árvores principalmente nas menores classes de diâmetro, e também do crescimento, pois deste resulta o ingresso das árvores em classes maiores de diâmetro no povoamento. Estes resultados coincidem com os alcançados por Nogueira et al. (2005) e Santos (2012).

Tabela 18 – Resultados do teste de Kolmogorov-Smirnov para os três métodos de projeção da distribuição diamétrica testados nos diferentes sítios

SÍTIO	IDADE (meses)	p-valor		
		1º Método matricial	2º Método matricial	Weibull
I	36	0,981	0,627	0,982
	48	0,988	0,699	0,989
	60	0,994	0,351	0,984
	72	0,989	0,575	0,248
II	36	0,980	0,962	0,962
	48	0,998	0,628	0,979
	60	0,787	0,989	0,994
	72	0,994	0,731	0,808
III	36	0,980	0,963	0,575
	48	0,730	0,964	0,998
	60	0,731	0,626	0,751
	72	0,981	0,541	0,461

Com exceção da Figura 5, que representa o 2º método matricial, este resultado foi observado claramente para os métodos testados. Este fato já era esperado, tendo em vista o pior desempenho deste método já evidenciado pelo teste de Kolmogorov-Smirnov. No entanto, estes fatos podem ser mais bem discutidos quando se avalia os Apêndices A, B e C, onde são mostrados o número de árvores por hectare observado e estimado por classe diamétrica para os três métodos testados.

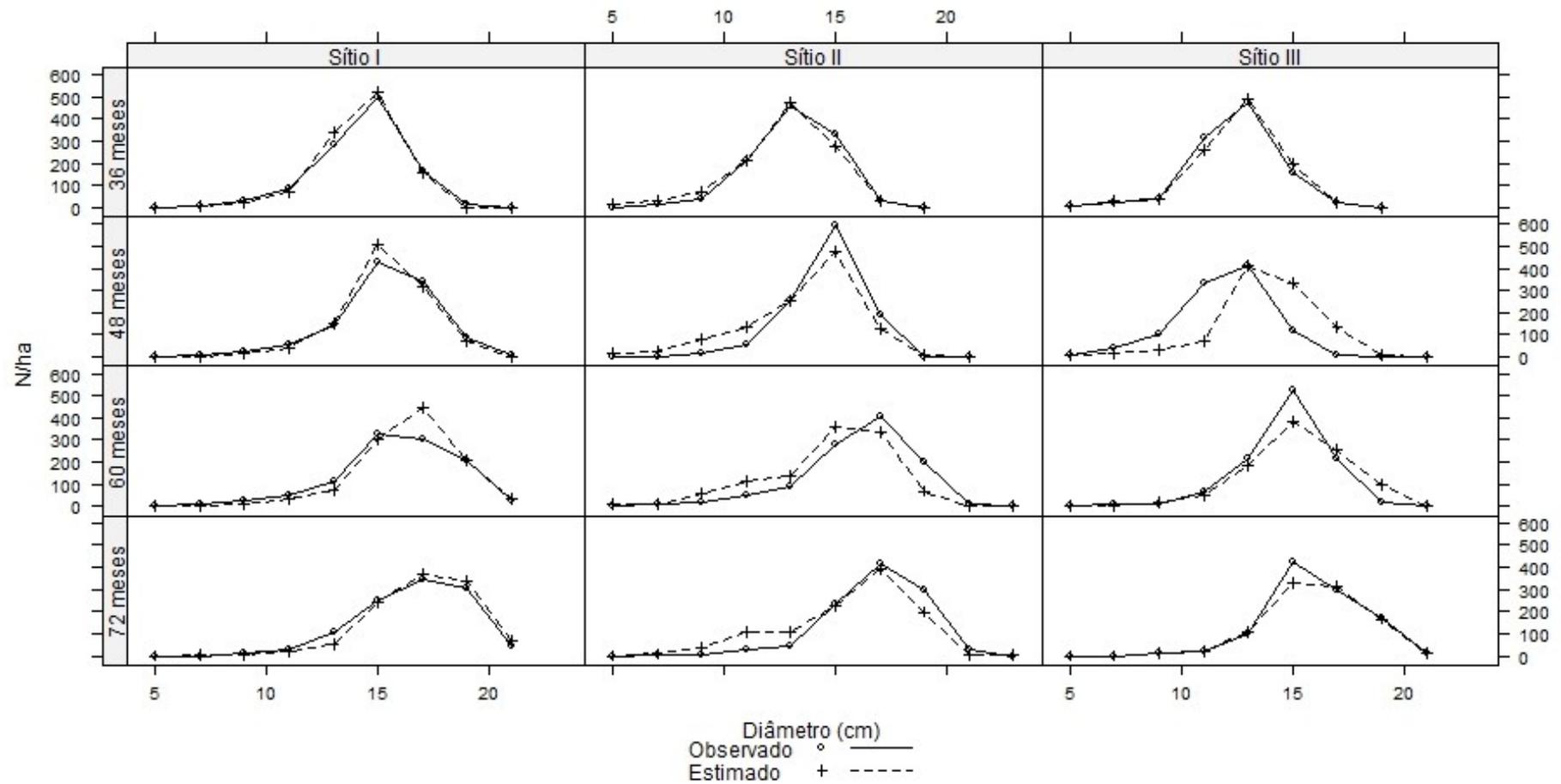


Figura 4- Distribuições diamétricas observadas e estimadas para o método de Buongiorno e Michie Adaptado.

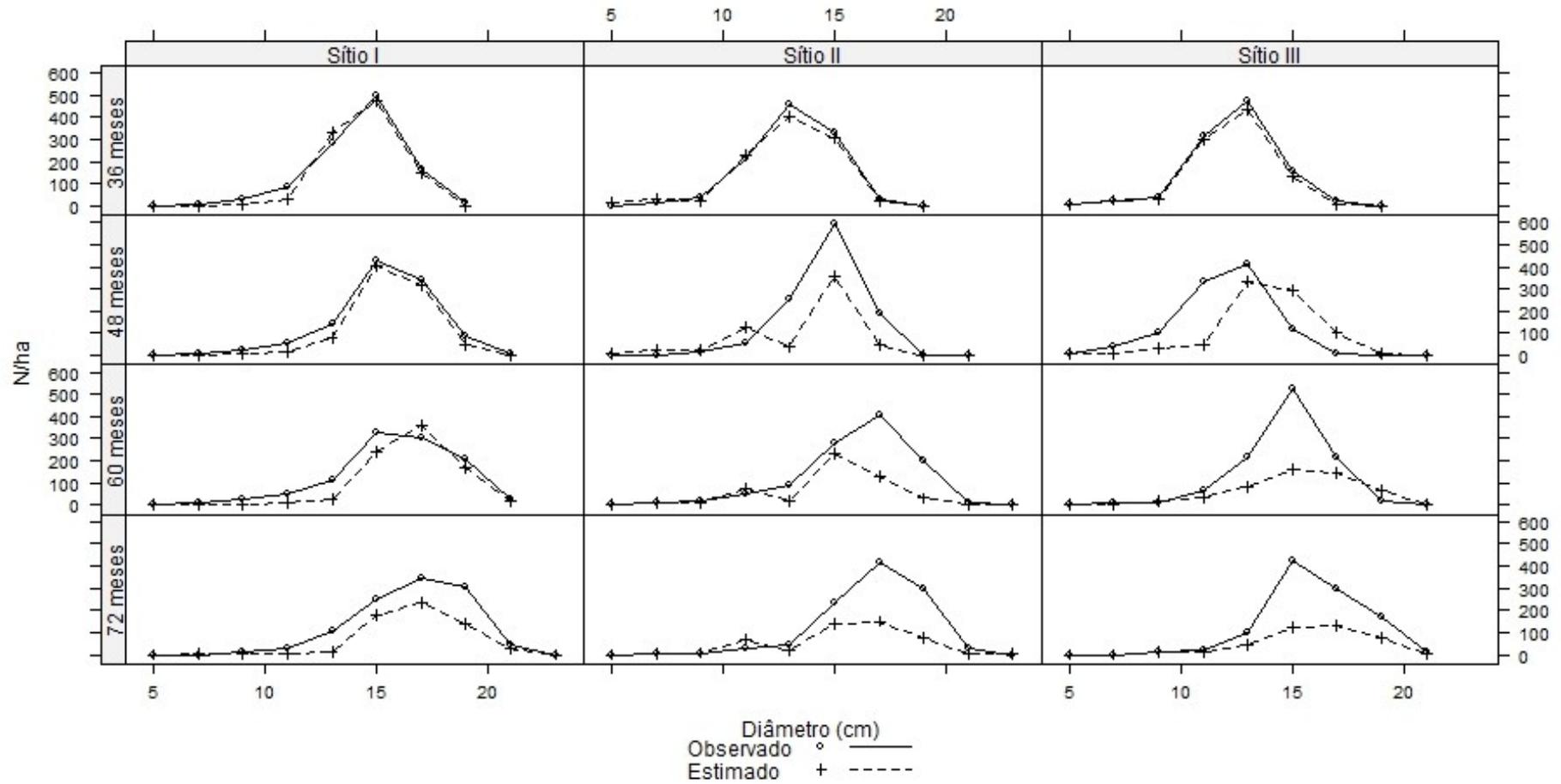


Figura 5- Distribuições diamétricas observadas e estimadas para o método de Peterson Adaptado (método de Peterson adaptado).

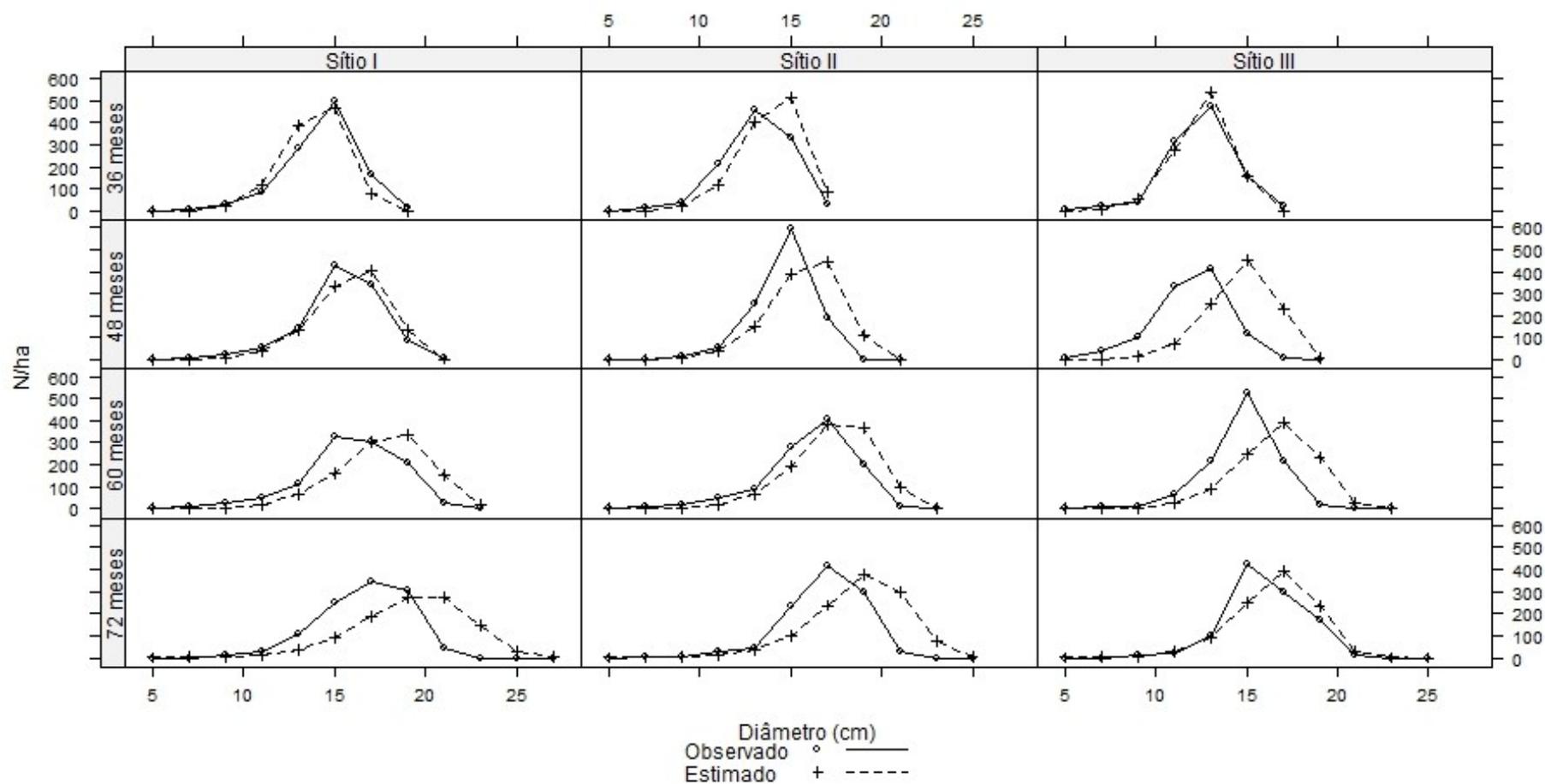


Figura 6- Distribuições diamétricas observadas e estimadas para o método f.d.p Weibull.

O primeiro método matricial (Método de Buongiorno e Michie Adaptado) se utiliza de matrizes de transição para projeção das distribuições diamétricas. Pela análise dos resultados, acredita-se que o melhor desempenho associado a este método se deve a estratificação das parcelas utilizadas na construção das matrizes. Este agrupamento em classes de idade e sítio permitiu estabelecer a projeção diamétrica para zonas com padrões e velocidade de crescimento semelhantes dentro do povoamento. A utilização eficiente destas matrizes em parcelas de validação fundamenta a utilização desta abordagem para projeção da distribuição diamétrica em florestas equiâneas comprovando sua consistência neste tipo de situação.

Aprofundando a análise na Figura 4, pode-se perceber um desempenho semelhante do método, nos diferentes sítios e idades, com exceção da projeção aos 48 meses para o sítio III. Neste caso, avaliando também o Apêndice C, o possível responsável por este desempenho foi a mortalidade superestimada nas menores classes diamétricas desta idade, influenciando diretamente a eficiência do método.

De uma maneira geral, pesa contra a primeira abordagem matricial, justamente a estimativa da mortalidade, que não é eficiente. Neste caso sugere-se a utilização paralela o método matricial de um modelo que estime a mortalidade (por exemplo, a equação 17), ajustada por sítio (ou seja a mortalidade deve ser estimada a parte). Esta afirmação é fundamentada pelo desempenho superior da estimativa da mortalidade realizada pela equação 17 e demonstrada nos Apêndices A, B e C. Outra questão negativa, sobre o 1º método matricial, é a limitação da prognose a intervalos múltiplos do período de medição da parcelas (neste caso, anuais). Estas limitações também foram evidenciadas por Soares et. al. (2009), que descreve a interpolação como método para contornar este problema.

O método baseado na fdp Weibull, com dois parâmetros, também obteve um desempenho satisfatório na projeção diamétrica. Quando se avalia os apêndices A, B e C, pode observar a superioridade da projeção da mortalidade obtida por este método. Tal fato influencia diretamente a eficiência da projeção, uma vez que as equações se completam para estimar a distribuição diamétrica. Além deste fato, a abordagem pela f.d.p. permite a projeção das distribuições em intervalos de tempo independentes do intervalo entre sucessivas medições. No entanto pode-se perceber uma discrepância ente os valores observados e estimados, principalmente no sítio menos produtivo (Figura 6).

Os resultados para o 2º método matricial (Método de Peterson adaptado) apresentados na Figura 5 evidenciam que a projeção da distribuição diamétrica a partir deste método, não foi satisfatória, principalmente para as idades de 48, 60 e 72 meses nos sítios II e III. Desta forma, para este método, é maior a proporção de redistribuições significativas, ou seja, as quantidades para o número de árvores estimadas são diferentes das quantidades observadas em várias classes de diâmetro.

Pela análise dos apêndices A, B e C, pode-se verificar que também a mortalidade não foi estimada de maneira eficiente neste método. Neste caso, este componente do crescimento foi obtido a partir das probabilidades nas matrizes de transição estimadas. Desta forma, a eficiência da modelagem das probabilidades de transição interferiu diretamente nas estimativas das probabilidades de mortalidade. Conforme descrito para o primeiro método matricial, uma alternativa seria realizar à parte a modelagem para a mortalidade. No entanto, esta alternativa, implicaria na perda da informação da taxa de indivíduos que morrem por classe de diâmetro.

A análise da eficiência do 2º método matricial, não permite a sua recomendação para projeção da distribuição diamétrica. Isto sugere, nas condições do estudo, que a abordagem por meio do uso de polinômios ortogonais não foi a mais eficiente para estimação das probabilidades de transição de árvores. Estudos futuros podem se utilizar de modelos cuja resposta não é necessariamente linear.

De uma maneira geral, as abordagens matriciais sugeridas permitem a estimativa de volumes individualizados por classe diamétrica, desde que sejam utilizadas equações de volume. Sendo assim, podem se tornar ferramentas interessantes não só na definição de regimes de desbaste, mas também nas melhores épocas para que estes ocorram.

5. CONCLUSÕES

De acordo com os resultados apresentados, as principais conclusões obtidas com este estudo foram:

- ▽ Os três modelos testados para descrever o comportamento da altura dominante obtiveram um desempenho semelhante, com melhor desempenho para o modelo de Richards;
- ▽ O crescimento em diâmetro dos indivíduos do povoamento florestal é regulado em última análise pela mortalidade sendo que o padrão de movimentação das árvores nas classes de diâmetro varia de acordo com sítio;
- ▽ A estagnação do crescimento em diâmetro ocorre mais cedo em sítios mais produtivos sendo que as variáveis “Número de árvores por hectare” e “Idade” influenciam fortemente a as probabilidades de transição entre classes de diâmetro;
- ▽ A estratificação da fonte de dados para obtenção de matrizes de transição fornece resultados satisfatórios para projeção da distribuição diamétrica, o uso de equações polinomiais não é eficiente na estimação de probabilidades de transição;
- ▽ O uso da f.d.p. Weibull associada a modelos de projeção da sobrevivência/mortalidade é eficiente para projeção da distribuição diamétrica.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRAF. **Anuário Estatístico da Associação Brasileira de Produtores de Florestas Plantadas (ABRAF):** ano base 2011. Brasília: ABRAF, 2012, 140 p.

ABREU, E. C. R. et. al. Modelagem para prognose precoce do volume por classe diamétrica para *Eucalyptus grandis*. **Scientia Forestalis**, n.61, p.86-102, 2002.

ANGELI, A.; BARRICHELO, L. E. G.; MÜLLER, P. H. Informações Técnicas: Indicações para escolha de espécies de *Eucalyptus*. **IPEF**, Piracicaba-SP, 2005.

ARAÚJO JÚNIOR, C. A. et. al. Projeção da distribuição diamétrica de povoamentos de eucalipto em diferentes amplitudes de classe. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**. v.45, n. 11, p.1275-1281, 2010.

ARCE, J. E. et al. Utilização das matrizes de transição na avaliação e simulação precoces do crescimento de povoamentos de *Pinus taeda* L. **Revista Floresta**, v. 27, n.2, p.83-98, 1998.

AZEVEDO, C. P.; SOUZA, A. L.; JESUS, R. M. Um modelo de matriz de transição para prognose de crescimento de um povoamento natural remanescente não manejado de mata atlântica. **Revista Árvore**, v.9, n.2, p.187-199, 1995.

BARRA, O. S. V. et. al. Proposta metodológica para o ajuste ótimo da distribuição diamétrica Weibull-3P. **Revista Floresta**. v.34, n.3, p.387-393, 2004.

BINOTI, D. H. B. et al. Uso da função Weibull de três parâmetros em um modelo de distribuição diamétrica de plantios de eucalipto submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, v. 34, n. 1, p.147-156, 2010.

BULLOCK, B. P.; BURKHART, H. E. Juvenile diameter distributions of loblolly pine characterized by the two-parameter Weibull function. **New Forests**, v.29, p.233-244, 2005.

BUONGIORNO, J.; MICHIE, B. R. A matrix model of uneven-aged forest management. **Forest Science**, v.26, n.4, p.609-625, 1980.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração Florestal: perguntas e respostas**. 3. ed. Viçosa, Editora UFV, 2009. 548p.

CLUTTER, J. C. et. al. **Timber management: a quantitative approach**. 3.ed. New York: John Willey e Sons, 1963.333p.

DAVIS, L.S.; JOHNSON, K.N. **Forest management**. 3 ed. New York: McGraw-Hill Book Company, 1987. 790p.

DEMOLINARI, R. A. **Crescimento de povoamentos de Eucalipto não desbastados**. 2006, 72f. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2006.

GOMES, A. G.; VARRIALE, M. C. **Modelagem de ecossistemas: uma introdução**. 2. ed. Santa Maria: UFSM, 2004. 503 p.

GOMES, F. S.; MAESTRI, R.; SANQUETTA, C. R. Análise Financeira de regimes de manejo em povoamentos de *Pinus taeda* L., visando a produção de madeira para a indústria de papel e celulose. **Revista Árvore**, v.22, n.2, p.227-243,1998.

GRIMMETT, G.; STIRZAKER, D. **Probability and random processes**. 3 ed. New York: Oxford University Press, 2001. 607p.

HIGUCHI, N. **Short- term growth of an undisturbed tropical moist forest in the Brazilian Amazon**. 1987. 129 f. Tese (Doutorado) Michigan State University, East Lansing, MI, 1987.

IMAÑA-ENCINAS, J.;SILVA, G.F.; PINTO, J. R. R. Idade e crescimento das árvores. **Comunicações Técnicas Florestais**, v.7, n.1, p. 1-40, 2005.

JOHNSON, S. E.; FERGUSON, I. S.; RONG-WEI, L. Evaluation of a stochastic diameter growth model for Mountain Ash. **Forest Science**, v.37, p.1671-1681, 1991.

KAVALSETH, T. O. Cautionary note about R^2 . **The American Statistician**, v. 39, n.4, p. 279 – 285, 1985.

LEITE, H.G. **Modelagem do crescimento e da produção (Modelos de Crescimento e Produção)**. Viçosa, UFV, 2002, 25p. (Material didático).

LEITE, H. G. et. al. Avaliação de um modelo de distribuição diamétrica ajustado para povoamentos de *Eucalyptus sp.* submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, v.29, n.2, p.271-278, 2005.

LEITE, H. G. et. al. Um modelo de distribuição decamétrica para povoamentos de *Tectona grandis* submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, v.30, n.1, p.89-98, 2006.

LOPES, H.V.S. **Análise econômica dos fatores que afetam a Rotação de Povoamentos de Eucaliptos**. 1990. 188f. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal).Universidade Federal de Lavras, Lavras, 1990.

MIGUEL, et. al. Using the Weibull function for prognosis of yield by diameter class in *Eucalyptus urophylla* stands. **Revista Cerne**, v. 16, n. 1, p.94-104, 2010.

NOGUEIRA, G. S. et. al. Avaliação de um modelo de distribuição diamétrica ajustado para povoamentos de *Tectona grandis* submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, v. 30, n. 3, p.377-387, 2006.

_____. et al. Determinação da idade técnica de desbaste em plantações de eucalipto utilizando o método dos ingressos percentuais. **Scientia Forestalis**, n. 59, p.51-59, 2001.

_____. et al. Modelo de distribuição diamétrica para povoamentos de *Eucalyptus sp.* submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, v.29, n.4, p.579-589, 2005.

PAES, A. T. Por dentro da estatística. **Einstein: Educ Contin Saúde**, v. 7, p.3-4, 2009.

PALAHÍ, M.; PUKKALA, T.; TRASOBARES, A. Modeling de diameter distribution of *Pinus silvestris*, *Pinus nigra* e *Pinus halepensis* forest stands in Catalonia using truncated Weibull function. **Forestry**. v.79, n.5, p.553-562, 2006.

PETERNELLI, L.A; MELLO, M.P. **Conhecendo o R: Uma Visão Estatística**. 1. ed. Viçosa, Editora UFV, 2011. 185p.

PETERSON, N. A Single Equation Approach to Estimating Nonstationary Markov Matrices: The Case of U.S. Agriculture, 1974-78. **Economic Research Service**. n°1781, p. 1-22, 1990.

PIENAAR, L.V.; SHIVER, B.D. Survival functions for site prepared slash pine plantations in the flat woods of Georgia Northern Florida. **Southern Journal Forestry** n.5: p.59-62, 1981.

PINDYCK, R. S.; RUBENFELD, D. L.. **Econometric Models and Economic Forecasts**. New York: McGraw-Hill Book Co., 1981.

PULZ, F. A. et. al. Acuraciade da predição da distribuição diamétrica de uma floresta inequiana com a matriz de transição. **Revista Cerne**, v. 5, n. 1, p.1-14, 1999.

RESENDE, J. L. P. et al. Emprego de um modelo de crescimento e produção para determinação da rotação em povoamentos de eucalipto, **Revista Árvore**, v.28, n.2, p.219-225, 2004

REZENDE, J.L.P.; MINETTE, L.J.; TORQUATO, M.C. Determinação da idade ótima de corte para *Eucalyptus spp.*, para as regiões litorâneas, metalúrgicas e do Rio Doce. **Revista Árvore**, v.11, n.1, p78-89, 1987.

ROBERTS, S.M.; HRUSKA, A. J. Predicting diameter distributions: a test of stationary Markov model. **Canadian journal of forest research**, n.16, p.130-135, 1986.

ROBINSON, A.P.; HAMANN, J.D. **Forest analytics with R: an introduction**. 1 ed. New York: Springer, 2011. 339p.

RODRIGUEZ, L. C. E.; BUENO, A. R. S.; RODRIGUES, F. Rotações de eucalipto mais longas: análise volumétrica e econômica. **Scientia Forestalis**, n. 51, p. 15-28, 1997.

ROSSI, L. M. B. **Processo de difusão para simulação da dinâmica de floresta natural**. 2007. 148f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

SANQUETTA, C.R. et. al. Matriz de transição para simulação da dinâmica de florestas naturais sob diferentes intensidades de corte. **Revista Floresta**, v.6, n.1, p.65-78, 1996.

SANTOS, E. M. **crecimento e produção de plantios de paricá (*Schizolobium amazonicum huber ex. ducke*) sob diferentes espaçamentos**. 2012. 74f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Espírito Santo, Alegre, 2012.

SANTOS, F. R. **Caracterização e avaliação econômica de povoamentos de eucalipto para multiprodutos**. 2010. 129f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Espírito Santo, Alegre, 2010.

SANTOS, A. F. D. et al. **Cultivo do Eucalipto**. Sistemas de Produção. Embrapa Florestas. 2.ed. 2010.

SILVA, M.L.; MACHADO, C.C.; LADEIRA, H.P. Influência do custo de corte, do diâmetro da árvore e do volume por hectare na rotação econômica de povoamentos de eucalipto. **Revista Árvore**, v.19, n.4, p.501-516, 1995.

SOARES, C. P. B. et. al. Predição do crescimento em povoamentos clonais de eucalipto não desbastados utilizando matrizes de transição não estacionárias. **Revista Árvore**, v. 33, n.5, p.831-840, 2009.

SOARES, T. S. et. al. Avaliação de um modelo de passo invariante na predição da estrutura de um povoamento de *Eucalyptus sp.* **Revista Árvore**, v. 31, n. 2, p.275-283, 2007.

_____. et. al. Comparação de diferentes abordagens na modelagem da distribuição diamétrica. **Revista Floresta**, v. 40, n. 4, p.731-738, 2010.

_____. et. al. Projeção da distribuição diamétrica e produção de povoamentos de Eucalipto empregando diferentes formas da função Weibull. **Revista Árvore**, v. 35, n. 5, p.1027-1032, 2011.

SPATHELF, P.; DURLO, M.A. Transition matrix for modeling the dynamics of a subtropical seminatural forest in southern Brazil. **Forest Ecology and Management**, v.151, p.139-149, 2001.

STRIGUL, N. et. al. Modeling of forest stand dynamics using Markov chains. **Environmental modeling e software**, v.31, p.64-75, 2012.

THEIL, H. On the estimation of relationships involving qualitative variables. **American Journal of Sociology**, v.76, p.103-44, 1970.

THIERSCH, A. **Eficiência das distribuições diamétricas para prognose da produção de *Eucalyptus camaldulensis***. 1998. 155f. Tese (Mestrado em Engenharia Florestal) Universidade Federal de Lavras, Lavras, 1998.

TORRES, O. S. M. et al. Predicción de La producción y rendimiento de *Pinus rudis* Endl. em Aloapan, Oaxaca. **Madera y Bosques**. v.14, n.1, p.5-13, 2008.

VANCLAY, J.K. **Modelling Forest Growth and Yield**: applications to mixed tropical forest. Wallingford, USA: CBA International, 1994. 312p.

VASCONCELOS, S. S.; HIGUCHI, N.; OLIVEIRA, M. V. N. Projeção da distribuição diamétrica de uma floresta explorada seletivamente na Amazônia Ocidental. **Revista Cerne**, v. 39, n. 1, p.71-80, 2009.

VIEIRA, L. A. N.; CARVALHO, R. M. M. A.; SOARES, T. S.; REZENDE, J. B. **Caracterização do complexo florestal industrial**. Revista da Madeira, Edição nº 91, 2005.

YNOGUTI, C. A. **Probabilidade estatística e processos estocásticos**. Santa Rita do Sapucaí, MG: INATEL, 25 jan. 2011 (Notas de Aula).

ZEIDE, B. Analysis of growth equations. **Forest Science**, v.39, n.3, p.594-616,1993.

ZUCCHINI, W.; MACDONALD, I. **Hidden Markov models for time series: an introduction with R**. 1. ed. Boca Raton, USA: Chapman e Hall, 2009. 278p.

ANEXOS

ANEXO A – Método De Ortogonalização Sequencial Dos Resíduos

Na equação 13, as variáveis i e j são altamente correlacionadas, desta forma foi necessário um método que promova a ortogonalização das equações que as contém. Cada matriz utilizada no método foi submetida a este procedimento.

Inicialmente foram realizadas transformações lineares em i e j para que estes possuam média igual a zero, passando assumir os valores de U e V . Estes valores foram derivados respectivamente da mudança absoluta nas classes de diâmetro.

Para que um conjunto de valores possua média zero, basta que suas quantidades sejam centradas na média. Desta forma, considerando como exemplo uma matriz de transição de ordem 11, excluindo a linha referente a mortalidade e a coluna referente ao ingresso, as expressões utilizadas para obtenção de U e V foram:

$$U = |i - j| - \frac{296}{100} \quad (24)$$

$$V = i + j - 12 \quad (25)$$

Desta forma, cada elemento das matrizes de transição utilizadas geram um valor de U e V . As quantidades U e V agora foram utilizadas para formar a equação 26, que embora tenham sido calculadas para serem ortogonais entre si (com média igual a zero), ainda são altamente correlacionadas.

$$\log \pi_{ij} = \theta_0 + \theta_1 U + \theta_2 V + \theta_3 U^2 + \theta_4 V^2 + UV + \varepsilon_i \quad (26)$$

Para contornar este fato e resolver o problema da multicolinearidade foi realizado o método da regressão seqüencial dos resíduos que é descrito a seguir (PETERSON, 1990).

- i. Ajustou-se U , V , U^2 , V^2 , e UV para que possuíssem média zero, da seguinte forma: $U_1 = U$; $V_1 = V$; $U_2 = U_2 - 455/100$; $V_2 = V_2 - 133/10$; $UV = U_1 \cdot V_2$.
- ii. Foi definido a soma $R = U_1 + V_1 + U_2 + V_2 + UV$.

- iii. Ajustou-se a regressão $R = \beta_0 + \varepsilon_i$, ponderada pelas quantidades obtidas na equação 12. O resíduo R_0 inerente a ela possui média zero.
- iv. Ajustou-se a regressão $R_0 = \beta_0 + \beta_1 U_1 + \varepsilon_i$, ponderada pelas quantidades obtidas na equação 12. O resíduo R_1 inerente a ela possui média zero e correlação zero com R_0 .
- v. Ajustou-se a regressão $R_1 = \beta_0 + \beta_1 U_1 + \beta_2 V_1 + \varepsilon_i$, ponderada pelas quantidades obtidas na equação 12. O resíduo R_2 inerente a ela possui média zero e correlação zero com R_0 e R_1 .
- vi. Ajustou-se a regressão $R_2 = \beta_0 + \beta_1 U_1 + \beta_2 V_1 + \beta_3 U_2 + \varepsilon_i$, ponderada pelas quantidades obtidas na equação 12. O resíduo R_3 inerente a ela possui média zero e correlação zero com R_0 , R_1 e R_2 .
- vii. Ajustou-se a regressão $R_3 = \beta_0 + \beta_1 U_1 + \beta_2 V_1 + \beta_3 U_2 + \beta_4 V_2 + \varepsilon_i$, ponderada pelas quantidades obtidas na equação 12. O resíduo R_4 inerente a ela possui média zero e correlação zero com R_0 , R_1 , R_2 e R_3 .
- viii. Ajustou-se a regressão $R_4 = \beta_0 + \beta_1 U_1 + \beta_2 V_1 + \beta_3 U_2 + \beta_4 V_2 + \beta_5 UV + \varepsilon_i$, ponderada pelas quantidades obtidas na equação 12. O resíduo R_5 inerente a ela possui média zero e correlação zero com todos outros resíduos.

Os passos descritos acima foram realizados para todas as matrizes de obtidas, com o resultado mostrado nos Apêndices D a O.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Número De Árvores Observado E Estimado Para Diferentes idades Na Classe De Alta Produtividade (S = 31,5)

36 meses				
Classe DAP (cm)	N/ha	N/ha Estimado (1º Método)	N/ha Estimado (2º Método)	N/ha Estimado Weibull
M	12	1	116	7
5	0	3	2	0
7	10	5	1	2
9	30	24	7	21
11	90	68	31	119
13	287	338	329	389
15	497	520	475	467
17	162	155	151	75
19	17	0	0	0

48 meses				
Classe DAP (cm)	N/ha	N/ha Estimado (1º Método)	N/ha Estimado (2º Método)	N/ha Estimado Weibull
M	15	4	120	5
5	0	2	1	0
7	5	3	1	1
9	23	19	5	7
11	55	39	18	38
13	140	151	79	138
15	430	509	404	336
17	340	316	319	407
19	90	69	49	136
21	10	0	0	5

60 meses				
Classe DAP (cm)	N/ha	N/ha Estimado (1º Método)	N/ha Estimado (2º Método)	N/ha Estimado Weibull
M	8	1	50	4
5	3	1	0	0
7	7,5	3	1	1
9	25	7	1	4
11	50	31	10	19
13	110	72	25	63
15	330	304	238	164
17	305	444	360	305
19	205	209	172	337
21	28	37	20	155
23	0	0	0	17

72 meses				
Classe DAP (cm)	N/ha	N/ha Estimado (1º Método)	N/ha Estimado (2º Método)	N/ha Estimado Weibull
M	15	17	229	3
7	0	0	0	0
9	10	3	0	1
11	28	3	0	3
13	105	19	6	13
15	248	51	11	38
17	343	239	181	93
19	305	365	233	184
21	45	339	138	275
23	0	0	0	274
25	0	0	0	147
27	0	0	0	31

APÊNDICE B – Número De Árvores Observado E Estimado Para Diferentes idades Na Classe De Média Produtividade (S = 26,5)

36 meses				
Classe DAP (cm)	N/ha	N/ha Estimado (1º Método)	N/ha Estimado (2º Método)	N/ha Estimado Weibull
M	30	10	91	5
5	3	12	13	0
7	13	30	33	2
9	38	69	20	20
11	210	214	229	117
13	463	477	401	403
15	335	278	311	515
17	30	31	22	88

48 meses				
Classe DAP (cm)	N/ha	N/ha Estimado (1º Método)	N/ha Estimado (2º Método)	N/ha Estimado Weibull
M	8	4	406	3
5	3	18	10	0
7	3	19	21	1
9	15	79	22	7
11	60	136	124	39
13	258	251	37	153
15	593	479	358	387
17	190	128	47	443
19	3	5	4	112
21	0	0	0	2

60 meses				
Classe DAP (cm)	N/ha	N/ha Estimado (1º Método)	N/ha Estimado (2º Método)	N/ha Estimado Weibull
M	63	24	111	3
5	3	7	5	0
7	10	12	10	0
9	18	57	13	3
11	53	113	74	17
13	88	136	15	66
15	278	359	234	195
17	410	338	128	383
19	198	70	30	371
21	13	4	3	101
23	0	0	0	3

72 meses				
Classe DAP (cm)	N/ha	N/ha Estimado (1º Método)	N/ha Estimado (2º Método)	N/ha Estimado Weibull
M	5	4	45	2
5	0	0	0	0
7	5	8	0	0
9	8	34	4	2
11	25	105	8	9
13	48	108	64	34
15	235	228	20	102
17	413	394	136	238
19	298	198	150	373
21	28	8	74	300
23	0	3	6	77
25	0	0	0	3

APÊNDICE C – Número De Árvores Observado E Estimado Para Diferentes Idades Na Classe De Baixa Produtividade (S = 21,5)

36 meses				
Classe DAP (cm)	N/ha	N/ha Estimado (1º Método)	N/ha Estimado (2º Método)	N/ha Estimado Weibull
M	20	6	110	13
5	10	9	8	0
7	20	28	27	7
9	40	35	34	57
11	315	262	297	277
13	475	490	438	539
15	155	200	132	160
17	25	25	10	1

48 meses				
Classe DAP (cm)	N/ha	N/ha Estimado (1º Método)	N/ha Estimado (2º Método)	N/ha Estimado Weibull
M	13	32	113	9
5	8	9	6	0
7	38	19	12	2
9	108	36	31	14
11	333	74	45	73
13	410	409	335	252
15	123	331	295	452
17	8	135	103	229
19	0	10	6	11

60 meses				
Classe DAP (cm)	N/ha	N/ha Estimado (1º Método)	N/ha Estimado (2º Método)	N/ha Estimado Weibull
M	0	24	327	7
5	0	0	0	0
7	10	2	2	1
9	10	20	19	5
11	65	49	34	25
13	220	188	79	93
15	525	379	161	249
17	215	259	145	392
19	20	99	63	236
21	0	2	2	25

72 meses				
Classe DAP (cm)	N/ha	N/ha Estimado (1º Método)	N/ha Estimado (2º Método)	N/ha Estimado Weibull
M	10	36	118	6
5	0	0	0	0
7	0	0	0	1
9	10	14	9	5
11	20	22	8	25
13	100	106	41	93
15	425	330	122	249
17	300	310	132	392
19	170	166	72	236
21	10	13	2	25

APÊNDICE D– Vetores Ortogonais Para A Idade De 24 Meses No Sítio De Alta Produtividade (S = 31,5)

Cada linha (passo) da tabela abaixo representa um vetor ortogonal, sendo assim podem ser multiplicadas por um escalar sem mudanças na sua ortogonalidade (cada linha foi obtida dos passos descritos no Anexo A) . Fundamentado neste fato, cada linha foi dividida pelo seu último componente criando os coeficientes utilizados no modelo, como demonstrado na equação matricial abaixo (PETERSON, 1990).

Passo	Coeficientes estimados					
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
iii	0,456	-0,922				
iv	-0,616	0,393	1,173			
v	1,197	-1,717	-0,315	1,108		
vi	-0,947	4,096	-0,430	-0,444	0,925	
vii	1,312	-0,850	0,572	0,336	0,075	1

$$\begin{array}{l}
 x_1 \\
 y_1 \\
 x_2 \\
 y_2 \\
 xy
 \end{array}
 =
 \begin{array}{cccccc}
 -0,495 & 1 & & & & \\
 -0,525 & 0,335 & 1 & & & \\
 1,080 & -1,549 & -0,284 & 1 & & \\
 -1,024 & 4,428 & -0,465 & -0,480 & 1 & \\
 1,312 & -0,850 & 0,572 & 0,336 & 0,075 & 1
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 1 \\
 U_1 \\
 V_1 \\
 U_2 \\
 V_2 \\
 UV
 \end{array}$$

APÊNDICE E– Vetores Ortogonais Para A Idade De 36 Meses No Sítio De Alta Produtividade (S = 31,5)

Passo	Coeficientes estimados					
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
iii	0,594	-1,107				
iv	-0,486	0,273	1,072			
v	2,079	-2,805	-0,337	1,465		
vi	-2,097	5,268	-0,431	-0,714	0,922	
vii	1,100	-0,629	0,696	0,250	0,078	1,000

$$\begin{array}{l}
 x_1 \\
 y_1 \\
 x_2 \\
 y_2 \\
 xy
 \end{array}
 =
 \begin{array}{cccccc}
 -0,536 & 1 & & & & \\
 -0,453 & 0,254 & 1 & & & \\
 1,419 & -1,915 & -0,230 & 1 & & \\
 -2,275 & 5,715 & -0,467 & -0,775 & 1 & \\
 1,100 & -0,629 & 0,696 & 0,250 & 0,078 & 1
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 1 \\
 U_1 \\
 V_1 \\
 U_2 \\
 V_2 \\
 UV
 \end{array}$$

APÊNDICE F– Vetores Ortogonais Para A Idade De 48 Meses No Sítio De Alta Produtividade (S = 31,5)

Passo	Coeficientes estimados					
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
iii	0,649	-0,924				
iv	0,121	-0,007	0,697			
v	2,336	-3,133	-0,182	1,565		
vi	-2,084	5,201	-0,197	-0,676	0,931	
vii	0,415	-0,136	0,682	0,111	0,068	1

$$\begin{array}{c} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ xy \end{array} = \begin{array}{cccccc} -0,703 & 1 & & & & \\ 0,174 & -0,011 & 1 & & & \\ 1,493 & -2,002 & -0,116 & 1 & & \\ -2,238 & 5,583 & -0,213 & -0,726 & 1 & \\ 0,415 & -0,136 & 0,682 & 0,111 & 0,068 & 1 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ U_1 \\ V_1 \\ U_2 \\ V_2 \\ UV \end{array}$$

APÊNDICE G– Vetores Ortogonais Para A Idade De 60 Meses No Sítio De Alta Produtividade (S = 31,5)

Passo	Coeficientes estimados					
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
iii	0,817	-1,543				
iv	-0,239	0,129	-0,573			
v	3,181	-4,094	0,381	2,036		
vi	-2,095	6,074	0,517	-0,850	1,079	
vii	-0,915	0,435	0,674	-0,186	-0,079	1

$$\begin{array}{c} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ xy \end{array} = \begin{array}{cccccc} -0,529 & 1 & & & & \\ 0,418 & -0,225 & 1 & & & \\ 1,562 & -2,011 & 0,187 & 1 & & \\ -1,942 & 5,630 & 0,479 & -0,788 & 1 & \\ -0,915 & 0,435 & 0,674 & -0,186 & -0,079 & 1 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ U_1 \\ V_1 \\ U_2 \\ V_2 \\ UV \end{array}$$

APÊNDICE J– Vetores Ortogonais Para A Idade De 48 Meses No Sítio De Média Produtividade (S = 26,5)

Passo	Coeficientes estimados					
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
iii	0,357	-0,589				
iv	-0,171	0,103	0,886			
v	2,592	-3,154	-0,199	1,516		
vi	-1,402	4,982	-0,306	-0,675	0,933	
vii	0,698	-0,342	0,619	0,159	0,067	1,000

$$\begin{array}{l}
 x_1 \\
 y_1 \\
 x_2 \\
 y_2 \\
 xy
 \end{array}
 =
 \begin{array}{cccccc}
 -0,606 & 1 & & & & \\
 -0,193 & 0,117 & 1 & & & \\
 1,710 & -2,081 & -0,131 & 1 & & \\
 -1,503 & 5,341 & -0,328 & -0,724 & 1 & \\
 0,698 & -0,342 & 0,619 & 0,159 & 0,067 & 1
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 1 \\
 U_1 \\
 V_1 \\
 U_2 \\
 V_2 \\
 UV
 \end{array}$$

APÊNDICE K– Vetores Ortogonais Para A Idade De 60 Meses No Sítio De Média Produtividade (S = 26,5)

Passo	Coeficientes estimados					
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
iii	0,123	-0,148				
iv	-0,372	-0,153	1,322			
v	4,675	-5,114	0,152	1,853		
vi	-3,068	6,633	-1,136	-0,720	1,036	
vii	-1,110	-0,218	0,661	-0,133	-0,036	1

$$\begin{array}{l}
 x_1 \\
 y_1 \\
 x_2 \\
 y_2 \\
 xy
 \end{array}
 =
 \begin{array}{cccccc}
 -0,832 & 1 & & & & \\
 -0,282 & -0,116 & 1 & & & \\
 2,523 & -2,760 & 0,082 & 1 & & \\
 -2,962 & 6,403 & -1,096 & -0,695 & 1 & \\
 -1,110 & -0,218 & 0,661 & -0,133 & -0,036 & 1
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 1 \\
 U_1 \\
 V_1 \\
 U_2 \\
 V_2 \\
 UV
 \end{array}$$

APÊNDICE L– Vetores Ortogonais Para A Idade De 24 Meses No Sítio De Baixa Produtividade (S = 21,5)

Passo	Coeficientes estimados					
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
iii	-0,451	0,726				
iv	-2,117	0,388	2,602			
v	16,971	-1,283	-0,147	0,758		
vi	74,477	2,269	-1,736	0,121	0,957	
vii	6,294	-1,101	0,281	0,121	0,043	1

$$\begin{array}{c}
 x_1 \\
 y_1 \\
 x_2 \\
 y_2 \\
 xy
 \end{array}
 =
 \begin{array}{cccccc}
 -0,621 & 1 & & & & \\
 -0,813 & 0,149 & 1 & & & \\
 22,379 & -1,692 & -0,194 & 1 & & \\
 77,797 & 2,370 & -1,813 & 0,126 & 1 & \\
 6,294 & -1,101 & 0,281 & 0,121 & 0,043 & 1
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 1 \\
 U_1 \\
 V_1 \\
 U_2 \\
 V_2 \\
 UV
 \end{array}$$

APÊNDICE M– Vetores Ortogonais Para A Idade De 36 Meses No Sítio De Baixa Produtividade (S = 21,5)

Passo	Coeficientes estimados					
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
iii	0,602	-0,996				
iv	0,062	0,018	0,704			
v	4,148	-3,064	-0,201	1,697		
vi	0,846	5,384	-0,155	-0,858	0,959	
vii	0,864	-0,342	0,652	0,161	0,041	1

$$\begin{array}{c}
 x_1 \\
 y_1 \\
 x_2 \\
 y_2 \\
 xy
 \end{array}
 =
 \begin{array}{cccccc}
 -0,604 & 1 & & & & \\
 0,088 & 0,026 & 1 & & & \\
 2,445 & -1,806 & -0,118 & 1 & & \\
 0,882 & 5,615 & -0,161 & -0,894 & 1 & \\
 0,864 & -0,342 & 0,652 & 0,161 & 0,041 & 1
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 1 \\
 U_1 \\
 V_1 \\
 U_2 \\
 V_2 \\
 UV
 \end{array}$$

APÊNDICE N– Vetores Ortogonais Para A Idade De 48 Meses No Sítio De Baixa Produtividade (S = 21,5)

Passo	Coeficientes estimados					
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
iii	1,140	-2,098				
iv	-0,006	0,002	-0,025			
v	2,617	-3,925	-0,021	2,169		
vi	-3,697	7,021	0,061	-1,169	1	
vii	0,004	0,000	0,985	-0,0003	0,0001	1

$$\begin{array}{c} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ xy \end{array} = \begin{array}{cccccc} -0,543 & 1 & & & & \\ 0,218 & -0,068 & 1 & & & \\ 1,206 & -1,809 & -0,009 & 1 & & \\ -3,697 & 7,022 & 0,061 & -1,169 & 1 & \\ 0,004 & 0,000 & 0,985 & -0,0003 & 0,0001 & 1 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ U_1 \\ V_1 \\ U_2 \\ V_2 \\ UV \end{array}$$

APÊNDICE O– Vetores Ortogonais Para A Idade De 60 Meses No Sítio De Baixa Produtividade (S = 21,5)

Passo	Coeficientes estimados					
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
iii	1,094	-2,257				
iv	-0,106	0,051	-0,320			
v	2,418	-3,755	0,215	2,166		
vi	-3,078	6,619	0,123	-1,065	1,009	
vii	-0,473	0,342	0,982	-0,102	-0,009	1

$$\begin{array}{c} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ xy \end{array} = \begin{array}{cccccc} -0,484 & 1 & & & & \\ 0,331 & -0,160 & 1 & & & \\ 1,116 & -1,733 & 0,099 & 1 & & \\ -3,050 & 6,558 & 0,122 & -1,055 & 1 & \\ -0,473 & 0,342 & 0,982 & -0,102 & -0,009 & 1 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ U_1 \\ V_1 \\ U_2 \\ V_2 \\ UV \end{array}$$