UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO NA EDUCAÇÃO BÁSICA

JONAS JOSÉ CHEQUETTO

UMA EXPERIÊNCIA DIDÁTICA PARA A APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES: MATEMÁTICA PARA RESIDENTES DE UMA CASA DE PASSAGEM

SÃO MATEUS

2016

JONAS JOSÉ CHEQUETTO

UMA EXPERIÊNCIA DIDÁTICA PARA A APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES: MATEMÁTICA PARA RESIDENTES DE UMA CASA DE PASSAGEM

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino na Educação Básica, na área de concentração Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Lúcio Souza Fassarella.

Coorientadora: Prof.ª Dr.ª Andressa Cesana.

SÃO MATEUS

2016

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
(Divisão de Biblioteca Setorial do CEUNES - BC, ES, Brasil)

Chequetto, Jonas José, 1991-

C519e Uma experiência didática para a aprendizagem de frações : matemática para residentes de uma Casa de Passagem / Jonas José Chequetto. – 2016.

155 f. : il.

Orientador: Lúcio Souza Fassarella.

Coorientador: Andressa Cesana.

Dissertação (Mestrado em Ensino na Educação Básica) – Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Universitário Norte do Espírito Santo.

1. Educação Matemática. 2. Recursos didáticos. 3. Frações. 4. Processo de aprendizagem. 5. Instituição social. I. Fassarella, Lúcio Souza. II. Cesana, Andressa. III. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro Universitário Norte do Espírito Santo. IV. Título.

CDU: 63

Uma experiência didática para aprendizagem de frações: Matemática para residentes de uma casa de passagem

Jonas José Chequetto

Dissertação apresentada à Universidade Federal do Espírito Santo, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica, para obtenção do título de Mestre em Ensino na Educação Básica.

Aprovada em 29/02/2016.

Lúcio Souza Fassarella
Prof. Dr. Lúcio Souza Fassarella
Universidade Federal do Espírito Santo
Orientador

Andressa Cesana
Profª. Drª Andressa Cesana
Universidade Federal do Espírito Santo
Coorientadora

Prof. Dr. Moysés Gonçalves Siqueira Filho
Universidade Federal do Espírito Santo
Membro Interno

Prof. Dr. Tércio Girelli Kill
Universidade Federal do Espírito Santo
Membro Externo

AGRADECIMENTOS

O caminho não foi fácil; entretanto, meus agradecimentos são para reconhecer que de modo algum cheguei sozinho até a realização de mais esta etapa de minha vida.

Primeiramente, agradeço a Deus, pois em todas as dificuldades foi renovando minhas forças para seguir adiante.

Aos meus pais, Jonas e Penha, por terem me ensinado a importância dos estudos e meus familiares, que apoiaram todas as decisões que precisei tomar.

Ao meu orientador, Prof. Lúcio, que com sua humildade e tranquilidade aceitou o desafio de realizar esta pesquisa, sempre auxiliando nos passos seguidos. Obrigado por sua dedicação e pelo aprendizado que me foi proporcionado durante este período.

À minha coorientadora, Profª. Andressa, por suas contribuições que muito acrescentaram no decorrer do trabalho, estava sempre disposta a ajudar. Agradeço seu carinho, atenção e todas as palavras de apoio para seguir em frente quando os imprevistos insistiam em aparecer.

Aos membros da banca, Prof. Moysés Gonçalves Siqueira Filho e Prof. Tércio Girelli Kill, que desde a qualificação fizeram apontamentos importantes, colaborando para o andamento deste estudo.

Aos funcionários da Casa de Passagem, que sempre se mostraram receptivos, auxiliando o trabalho de campo.

A todos os adolescentes da Casa de Passagem, especialmente aqueles que participaram desta pesquisa. A convivência me trouxe um aprendizado muito grande, pessoal e profissionalmente. Espero que eles sejam muito felizes e tenham muito sucesso em suas vidas.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) e à Universidade Federal do Espírito Santo (UFES) pela concessão da bolsa de estudos.

À primeira turma de Mestrado em Ensino na Educação Básica do Centro Universitário Norte do Espírito Santo (CEUNES/UFES), especialmente aos "mestrandos da Matemática": Ana Cláudia, André, Clarice e Zeca; além de Ádila, Bruna, Elisandra e Geysa, aos quais agradeço pelos momentos de troca de experiências e risadas.

À duas grandes pessoas, Profª. Agda e Thayroni, que lá no início foram responsáveis por insistir que era possível a realização deste mestrado, seus incentivos foram fundamentais.

A todos, muito obrigado!

Se a educação não pode tudo, alguma coisa fundamental a educação pode.

(Paulo Freire)

RESUMO

Investiga quais aspectos podem emergir da realização de uma experiência didática na aprendizagem de frações com alunos da Educação Básica residentes da Casa de Passagem de São Mateus – ES, uma instituição que abriga adolescentes em situação de vulnerabilidade social, caracterizada por fatores que provocam a perda de seus vínculos familiares. Configura uma pesquisa qualitativa baseada no estudo de caso do tipo etnográfico, organizada a partir da Engenharia Didática. Utiliza entrevistas, observação participante e diário de campo como principais instrumentos de coletas de dados. Identifica as concepções dos residentes sobre Matemática e sobre frações, bem como elabora, aplica e analisa uma sequência didática na aprendizagem de frações, pautada na Teoria das Situações Didáticas, no uso de Jogos e Materiais Manipuláveis como recursos didáticos, além de considerações atuais sobre o ensino e aprendizagem de frações. Ainda utiliza as contribuições para a Educação Matemática das concepções de D'Ambrósio, no caminho de uma Educação Universal; de Freire, contrapondo Educação Bancária e Educação Problematizadora e de Skovsmose, na oposição ao Paradigma do Exercício e à Ideologia da Certeza. Os resultados ressaltam as implicações negativas da desestruturação familiar no aprendizado dos residentes, assim como a influência dos modelos tradicionais no ensino de Matemática, apontando para a contribuição de recursos didáticos, como jogos e materiais manipuláveis, na direção de uma Educação Problematizadora.

Palavras-Chave: Educação Matemática. Experiência Didática. Frações. Casa de Passagem.

ABSTRACT

Investigates what aspects may emerge from conducting an educational experience in learning fractions with students of Basic Education which reside at the Casa de Passagem of São Mateus - ES, an institution which houses teenagers in socially vulnerable situation characterized by factors that lead to the disintegration of their families. Sets a qualitative research based on an ethnographic case study, organized according with Didactic Engineering. Uses interviews, participant observation and field diary as the main instruments of data collection. Identifies the views of residents about mathematics and about fractions and elaborate, apply and analyze an instructional sequence designed for learning fractions, based on the Theory of Didactic Situations, on the using of games and manipulable materials as teaching resources, as well as on the current views on the teaching and learning fractions. Also uses the contributions to Mathematics Education from the conceptions of D'Ambrósio, in the way to an Universal Education; Freire, opposing Banking Education and Problem-Posing Education and Skovsmose, in opposition to the Exercise Paradigm and Ideology of Certainty. The results emphasize the negative implications of family breakdown in the learning of residents, as well as the influence of traditional models in teaching mathematics, pointing to the contribution of educational resources such as games and manipulable materials, toward a Problem-Posing Education.

Keywords: Mathematics Education. Educational Experience. Fractions. Casa de Passagem.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE FOTOGRAFIAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A educação é fundamental para o desenvolvimento do ser humano, independente do ambiente em que esteja inserido. Idealmente, D'Ambrósio (2012, p. 63) propõe a educação "como uma estratégia da sociedade para facilitar que cada indivíduo atinja seu potencial e para estimular cada indivíduo a colaborar com outros em ações comuns na busca do bem comum". Dessa forma, podemos entender que a educação pode ocorrer nos mais variados contextos.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB 9394/96) em seu artigo 1° aponta que a "educação abrange os processos formativos que se desenvolvem na vida familiar, na convivência humana, no trabalho, nas instituições de ensino e pesquisa, nos movimentos sociais e organizações da sociedade civil e nas manifestações culturais" (BRASIL, 1996), não ficando restrita apenas ao ambiente escolar, podendo também abarcar outros processos formativos que se estendem, por exemplo, em meios hostis.

O artigo 205 de nossa Constituição Federal (BRASIL, 1988), assim como a LDB em seu artigo 2º, indica o direito de todos à educação, além de conferi-la como dever do Estado e da família. Em consonância com os documentos acima citados, o Estatuto da Criança e do Adolescente, em seu artigo 53, destaca que esses "têm direito à educação, visando ao pleno desenvolvimento de sua pessoa, preparo para o exercício da cidadania e qualificação para o trabalho [...]" (BRASIL, 1990)[1].

A escola, geralmente, é uma das primeiras ideias que nos vêm à mente quando pensamos em educação, talvez por estar presente em boa parte da vida ou por estar inserido nela um processo de aprendizagem mais formal. Porém, antes mesmo desse contato escolar, o convívio familiar e as relações sociais já se constituem como meios educacionais.

Concebemos então, que a escola não deve ser tomada como única responsável pela educação das crianças e dos adolescentes, salientando que a participação da família e outros elementos sociais no cotidiano escolar pode representar um papel

[1] Vale ressaltar que o aspecto legal presente nessa parte do texto não possui o intuito de conceituar o que é educação, mas, de demonstrar que ela pode ocorrer em ambientes diferenciados, mesmo naqueles que talvez não sejam considerados ideais para que ela aconteça. Entendemos também que a existência da lei não garante seu total cumprimento, mas que de uma forma ou de outra, ela serve de parâmetros para ações sociais e políticas.

importante. Assim, existe a possibilidade de que a ausência do apoio ou de uma estrutura familiar se mostre um fator negativo ao desenvolvimento dos alunos, nas relações tanto escolares quanto sociais. De fato,

> O relacionamento da família com a criança influencia significativamente seu processo educacional, auxiliando ou prejudicando o desenvolvimento da aprendizagem. A aprendizagem, pela vida e exemplos familiares, certamente será presente em todo o percurso da criança, estando ou não matriculada numa escola (LIMA e DOMINGUES, 2007, p. 14-15).

Consideraremos, no contexto desta pesquisa, que o termo família ou ambiente familiar de uma criança ou adolescente refere-se ao grupo de pessoas que vive com ela/ele e, de alguma forma, está interessado em seu bem-estar, dando-lhe carinho e os cuidados necessários para sua vida, coadunando com a ideia descrita por Mandelbaum (2012, p. 8):

> [...] a família é um grupo de pessoas caracterizado pela natureza das interações entre os seus membros e pelos processos dinâmicos inconscientes que estão na base de seus laços manifestos. Na família, os membros se organizam no sentido de lidar com seus temores e ansiedades, protegendo-se, através da organização que criam e perpetuam, dos perigos de fragmentação e destruição advindos tanto de seu interior quanto de fora dela.

Supondo que o ambiente familiar é aquele que se preocupa com as crianças e/ou adolescentes, sua relação com a escola pode trazer diversas implicações positivas para a educação dos estudantes, tanto em sua aprendizagem quanto em sua formação como cidadãos. Casarin e Ramos (2007, p. 183) sublinham que “apesar da modificação no atual perfil da família, essa não deixa de ser um importante núcleo de crescimento e aprendizado para os adultos, assim como para as crianças e os adolescentes”.

Levando em consideração essa importância da família na educação, podemos nos questionar quais as implicações da desestruturação familiar na Educação, em especial na Educação Matemática, em crianças e adolescentes que se encontram em risco social e sob cuidados institucionais. Acreditamos que essa questão pode ser estudada numa situação mais específica, tal como na Casa de Passagem de São Mateus – ES.

A Casa de Passagem é uma entidade pública governamental que está sob responsabilidade da Secretaria Municipal de Assistência Social do município de São Mateus – ES e abriga “adolescentes que tenham seus direitos ameaçados ou violados por abandono, negligência, abuso sexual, maus tratos, violência física e psicológica, caracterizando perdas de vínculos familiares e comunitários” (SÃO MATEUS, 2010). Os adolescentes residem na Casa até que os problemas que envolvem suas famílias sejam de alguma forma resolvida ou até que completem 18 anos.

Nesse sentido, uma das questões iniciais no desenvolvimento da pesquisa foi: como a Matemática é vista por residentes de uma Casa de Passagem que desde cedo experimentam a negligência, abandono e outros problemas familiares?

1.1 ORIGEM E DELIMITAÇÃO DO PROBLEMA DE PESQUISA

Antes de meu ingresso no Mestrado em Ensino na Educação Básica, ainda no curso de graduação em Licenciatura em Matemática, realizado no próprio CEUNES/UFES (Centro Universitário Norte do Espírito Santo/Universidade Federal do Espírito Santo), tive o interesse em pesquisar sobre alternativas pedagógicas para o ensino de matemática, aliado também, a questões relacionadas à Educação Inclusiva e Educação Especial. Tanto foi assim, que para a pesquisa realizada para a elaboração do Trabalho de Conclusão do Curso, foi feito o acompanhamento de um aluno diagnosticado com autismo, observando e intervindo no ensino da matemática numa Sala de Recursos Multifuncionais do município de São Mateus – ES (CHEQUETTO, 2014).

Desde então, a perspectiva Inclusiva sempre esteve muito presente e, esse foi um dos motivos para a realização da pesquisa com residentes da Casa de Passagem. Acreditamos nessa ligação com a Educação Inclusiva, pois, mesmo não trabalhando no ambiente escolar, estamos nos referindo a crianças e adolescentes sob cuidado institucional e que, de alguma forma, estão vivenciando problemas familiares. Isso, provavelmente, tem implicações negativas para seu desenvolvimento e aprendizado escolar, podendo tornar-se um meio de exclusão tanto escolar, quanto social.

A questão requer de fato atenção; um estudo descrito por Mittler (2003) com crianças em situações parecidas aos da Casa de Passagem, apontou que os elas tinham “dez vezes mais chances de serem excluídas e seis vezes mais chances de terem uma declaração de necessidades educacionais especiais do que as crianças que vivem em casa com suas famílias” (MITTLER, 2003, p. 87)[2].

Mittler (2003, p. 86), ao escrever sobre crianças vulneráveis ou sob cuidado institucional aponta que “um dos primeiros sinais de angústia que as crianças demonstram quando, por qualquer razão, estão infelizes ou sob tensão é a ocorrência da deterioração no trabalho escolar ou no comportamento, às vezes, de forma bastante dramática”.

Dessa forma, podemos com um olhar mais atento, pensar sobre a educação desses residentes; uma pesquisa como esta pode despertar um interesse maior pelos estudos, caso eles comecem a ter sucesso nos resultados escolares, por exemplo.

O contato inicial com a Casa de Passagem de São Mateus – ES se deu por meio de um Projeto de Extensão denominado “Oficina de Matemática”[3], coordenado pelos professores Lúcio Souza Fassarella e Andressa Cesana do Departamento de Matemática Aplicada do CEUNES/UFES. Durante os anos de 2013 a 2015, a Casa recebeu atenção do projeto, sendo seu principal público-alvo e, desde esse início, quando ainda estava na graduação, surgiu o interesse em contribuir de alguma forma, o que ocorreu quando houve a oportunidade de participar como voluntário, no ano de 2014.

No que diz respeito à escolha do conteúdo matemático a ser trabalhado na pesquisa, a princípio buscávamos algo que pudesse estar relacionado ao cotidiano dos alunos, com o intuito de mostrar que a matemática pode ser útil para a vida dos residentes e não ser apenas uma disciplina escolar em que são feitos cálculos.

---

[2] Dados baseados em estatísticas oficiais resumidas em relatórios do National Children’s Home - Lar Nacional para crianças (NCH, Londres, 2000).

[3] O projeto tinha por objetivos principais apoiar estudantes da educação básica cadastrados, no seu aprendizado da Matemática, utilizando os recursos do Laboratório de Ensino de Matemática do Departamento de Matemática Aplicada e constituir um ambiente para aplicação de metodologias e a vivência de experiências didáticas pelos alunos do curso de Licenciatura em Matemática do CEUNES.

Durante os encontros do Projeto de Extensão “Oficina de Matemática”, era comum que alguns alunos trouxessem atividades das aulas de matemática das escolas que frequentavam. Em um desses encontros, uma residente estava com dúvidas sobre determinado exercício envolvendo frações e observamos que ela apresentava muita dificuldade em assimilar os conceitos. Levando em conta esse episódio e, após estudos relacionados ao tema, em orientações posteriores optamos por focalizar o conteúdo de frações.

Porém, dificuldades no ensino e aprendizagem de frações foram notadas em outras ocasiões durante meu curso de Licenciatura em Matemática. Por exemplo, como bolsista do PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência) foram observados diversos episódios em que os alunos, ao se depararem com determinada equação que envolvesse frações, sequer tentavam resolver a situação proposta, demonstrando esse medo em trabalhar com frações.

No ensino de frações e de outros tópicos da Matemática não podemos nos prender ao que é estritamente parte da vida, pois há aspectos das frações que serão utilizados posteriormente em outros conteúdos matemáticos: “o estudo das representações fracionárias também se justifica, entre outras razões, por ser fundamental para o desenvolvimento de outros conteúdos matemáticos (proporções, equações, cálculo algébrico)” (BRASIL, 1998, p. 103).

Consoante a esse pensamento, Campos e Rodrigues (2007, p. 70) também sublinham a relevância da aprendizagem dos números racionais na forma fracionária:

> Do ponto de vista prático, o estudo do conceito de fração aperfeiçoa a habilidade de dividir, o que permite entender e manipular melhor os problemas do mundo real. Na perspectiva psicológica, as frações proporcionam um rico campo, dentro do qual as crianças podem desenvolver e expandir suas estruturas mentais para um desenvolvimento intelectual contínuo […]. Do ponto de vista matemático, a compreensão do número racional fornece a base sobre a qual serão construídas, mais tarde, as operações algébricas elementares.

Nesse sentido, podemos ir em direção contrária aos modos tradicionais, lançando mão da utilização de variados recursos pedagógicos, o que pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, em particular, das frações.

A partir de todas as considerações feitas, elaboramos a questão norteadora para a realização desta pesquisa: *Quais aspectos podem emergir da realização de uma experiência didática na aprendizagem de frações com um grupo de residentes de uma Casa de Passagem?*

1.2 OBJETIVOS

Com esse questionamento foram delineados os objetivos deste estudo, tendo como objetivo geral:

- Investigar quais aspectos podem emergir da realização de uma experiência didática na aprendizagem de frações com um grupo de alunos da Educação Básica, residentes da Casa de Passagem de São Mateus – ES.

Além disso, a seguir apresentamos os objetivos específicos:

- Identificar quais as concepções do grupo de residentes sobre a Matemática e sobre Frações;
- Elaborar, aplicar e analisar uma sequência didática com atividades sobre frações, considerando as especificidades dos participantes residentes;
- Utilizar jogos e materiais manipuláveis como recursos didáticos para o ensino dos conteúdos matemáticos.

1.3 ALGUMAS EXPERIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA FORA DO AMBIENTE ESCOLAR

Algumas pesquisas demonstram que os campos da Educação Matemática podem ser estendidos para outros públicos e além dos muros da escola habitual, das quais destacamos os trabalhos de Nunes, Carraher e Schliemann (2011), Gomes e Caldeira (2014), Meira e Fantinato (2015) e Rossi (2012).

Um dos textos de grande referência na Educação Matemática é a obra Na Vida Dez, Na Escola Zero (NUNES, CARRAHER e SCHLIEMANN, 2011), com experiências realizadas na década de 80, mas que possui diversos aspectos que são discutidos até hoje. Os autores investigaram pessoas que possuíam dificuldades em matemática na escola, entretanto eram bem-sucedidos ao fazer uso dela em suas atividades diárias. São apresentados estudos com públicos bem diferenciados: estudantes, feirantes, cambistas do jogo do bicho, marceneiros, mestres de obras e outros trabalhadores, além da abordagem de diversos conteúdos matemáticos, como operações aritméticas básicas, análise combinatória, geometria e álgebra.

Foram feitos alguns testes, às vezes comparando alguns desses grupos citados, primeiro em contextos diários e depois na escola. De modo geral, a experiência cotidiana enriquecia os números de significado, em oposição à aprendizagem escolar, visto que muitos trabalhadores, analfabetos ou com pouca instrução, foram mais eficientes do que estudantes, que já haviam sido instruídos sobre os conteúdos abordados nas situações-problema. A escolaridade pouco afetava o desempenho desses trabalhadores em seu trabalho e algumas crianças que cometiam erros, que muitas vezes julgamos absurdos, sabiam usar bem a matemática para sua sobrevivência fora do ambiente escolar.

Os autores ainda consideram que o fracasso escolar das crianças não quer dizer que elas são incapazes de aprender, todas trazem conhecimentos e experiências importantes de sua vivência cotidiana: “a escola precisa descobrir o conhecimento dessas crianças e expandi-lo. Talvez sua política tenha sido, até hoje, a de reprimi-lo” (NUNES, CARRAHER e SCHLIEMANN, 2011, p.189).

Gomes e Caldeira (2014) discutiram as possibilidades de se trabalhar com alunos-detentos de um sistema penitenciário, incorporando seus conhecimentos matemáticos, adquiridos quando estavam em liberdade, ao programa de Matemática institucionalizado do sistema penal, por meio da Modelagem Matemática. A pesquisa foi realizada com seis alunos-detentos, aos quais foi proposta a seguinte atividade: projetar uma residência unifamiliar de até 70 metros quadrados, de acordo com a regulamentação permitida por órgão responsável, o que foi chamado de “construção dos modelos”.

Depois de algumas aulas elaboraram seus modelos. Durante o processo, os pesquisadores solicitaram o registro das ferramentas necessárias para uma eventual construção da casa e foi observado que muitas delas estão associadas ao ensino e aprendizagem de matemática. O desenvolvimento dos modelos mostrou que era possível trabalhar conteúdos do currículo oficial, tais como geometria, sistemas de medidas, números racionais, números decimais e proporcionalidade. Dessa forma, confirmou-se a possibilidade de inserção da Modelagem Matemática no sistema carcerário de ensino, assim como é possível um currículo que parta daquilo que já é decorrente da realidade do aluno.

Utilizando também sujeitos em privação de liberdade, Meira e Fantinato (2015) buscaram averiguar formas de diálogo entre os saberes construídos ou adquiridos no contexto da detenção e o processo de ensino e aprendizagem nas aulas de Matemática. Por meio da abordagem etnográfica participante, além de questionários, entrevistas e observação, realizaram a pesquisa em uma escola estadual da rede pública, localizada no interior de um presídio.

Os resultados do estudo apontam que muitos saberes podem emergir no cenário prisional, dos quais dois foram abordados pelas autoras: a construção de artefatos, como uma espécie de forno ou instalações elétricas e o cálculo da progressão do regime de pena. Esses saberes, trazidos de suas experiências e produzidos em um ambiente tão distinto, podem promover um diálogo produtivo com os conteúdos matemáticos escolares, sugerindo indicações para o ensino de Matemática, em especial para a Educação de Jovens e Adultos no contexto prisional.

Rossi (2012) propôs um estudo para investigar como as crianças em situação de vulnerabilidade social constroem relações entre o ensino de Matemática e a aquisição de habilidades sociais exigidas pelo exercício da cidadania. Os participantes de sua pesquisa foram nove crianças de 3º e 4º anos do Ensino Fundamental, frequentadoras da Associação Beneficente Educacional Nova Prata, uma instituição que visa proteger crianças e adolescentes em risco social, decorrentes de desestruturação familiar e pobreza, proporcionando-lhes oportunidades nas áreas de educação, saúde, esporte, alimentação, etc. Todos os alunos precisavam estar matriculados em uma escola regular e as atividades na instituição ocorriam no turno inverso ao que estudam.

A pesquisadora promoveu seis intervenções pedagógicas intencionais realizadas com as crianças: a primeira foi destinada ao conhecimento dos alunos, suas concepções sobre jogos, brincadeiras, amizade e convivência em geral; as quatro intervenções seguintes se configuraram como oficinas, cada uma apresentando um jogo matemático que abordavam as quatro operações e a última, serviu como um momento de avaliação da proposta, na visão dos alunos. Os dados foram levantados por meio das observações e registros da autora durante a aplicação das intervenções e entrevistas com a direção da instituição e a professora da turma dos alunos participantes.

No início da pesquisa, a autora encontrou crianças que tratavam uns aos outros com hostilidade, se agredindo, tanto verbal quanto fisicamente, reflexo da realidade em que vivem. Porém, seus resultados indicaram que as diferenças culturais podem ser superadas, a partir de práticas pedagógicas baseadas no respeito ao outro e que a utilização da ludicidade, em especial dos jogos matemáticos, oportunizou o convívio com as diferenças, a criação de regras definidas coletivamente, mostrando-se como forma de apropriação dos conteúdos e alternativa para o ensino e aprendizagem de Matemática.

As pesquisas discutidas anteriormente demonstram que a Educação Matemática pode despontar de diferentes ambientes e realidades, evidenciando também que há possibilidades dos mais diversos públicos aprenderem Matemática. Salientamos que, assim como no cenário deste trabalho, isso pode ser alcançado se for respeitado o contexto em que os participantes se encontram inseridos, além da consideração das dificuldades ou potencialidades que eles apresentam. Dessa forma, entendemos que o estudo empreendido nesta dissertação seja relevante, mesmo sendo realizado fora do ambiente escolar.

2 DELINEAMENTOS METODOLÓGICOS

2.1 NATUREZA DO ESTUDO

A partir dos objetivos descritos anteriormente, o estudo se desenha como uma pesquisa de caráter qualitativo, a qual pode ser concebida com cinco características principais: (1) a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o principal instrumento de coleta; (2) é descritiva; (3) o investigador qualitativo interessa-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos; (4) o investigador qualitativo tende a analisar os seus dados de forma indutiva e (5) o significado é de importância vital na abordagem (BOGDAN e BIKLEN, 1994).

Haja vista que os participantes da pesquisa podem possuir características bem singulares, o que torna inviável a realização com um grande número de residentes, surge o interesse de utilizar o *estudo de caso*, concordando assim, com o pensamento de Gil (2008, p. 57-58) quando caracteriza este tipo de estudo como o "[…] estudo profundo e exaustivo de um ou de poucos objetos, de maneira a permitir o seu conhecimento amplo e detalhado, tarefa praticamente impossível mediante outros tipos de delineamentos considerados".

Mais ainda, consideramos que a pesquisa ganha características de um *estudo de caso do tipo etnográfico*, coadunando com alguns de seus principais traços, conforme nos indica ANDRÉ (2000): recorre à observação participante, utilização de entrevistas e análise de documentos, envolvendo um trabalho de campo em que o pesquisador é instrumento fundamental na coleta e análise de dados.

A ênfase no processo também é um aspecto relevante, com o destaque no que está acontecendo e não apenas nos resultados finais. O pesquisador deve apresentar a visão pessoal dos participantes, preocupando-se com o modo com que eles veem a si próprios, suas experiências e o mundo à sua volta. Além disso, explora diversos "dados descritivos: situações, pessoas, ambientes, depoimentos, diálogos, que são por ele reconstruídos em forma de palavras ou transcrição literal" (ANDRÉ, 2000, p. 29).

Outro traço importante e que está bastante presente nesta pesquisa é a utilização "de um plano de trabalho aberto e flexível, em que os focos da investigação vão sendo constantemente revistos, as técnicas de coleta, reavaliadas, os instrumentos, reformulados e os fundamentos teóricos, repensados" (ANDRÉ, 2000, p. 30).

As características acima citadas serão evidenciadas mais especificamente nos tópicos seguintes e no decorrer da leitura do trabalho.

2.2 CAMPO DE AÇÃO

O campo de pesquisa é a Casa de Passagem do município de São Mateus – ES. Quando essas informações foram coletadas, a Casa contava com 17 residentes.

A população, de um modo geral, tem, equivocadamente, a visão de que a Casa é um local que abriga apenas menores infratores. Na verdade, o acolhimento acontece mediante encaminhamento do Juizado da Infância e Juventude ou pelo Conselho Tutelar, visando proteger adolescentes que estiverem em situação de risco social e com vínculos familiares fragilizados ou rompidos.

Os jovens amparados pela instituição têm idade entre 12 e 18 anos. O abrigo é de caráter provisório e, os adolescentes residem na Casa o tempo necessário para que não estejam mais em situação de risco, ocorrendo a reinserção em sua família de origem ou a condução a uma nova família.

A Casa de Passagem dispõe de um espaço físico relativamente grande, porém não tão bem organizado, precisando de ajustes e alguns investimentos para a melhoria do ambiente. É dividida da seguinte forma: dois dormitórios (masculino e feminino), dois banheiros (masculino e feminino, próximos aos respectivos quartos), uma sala de TV (onde também ocorrem as aulas de música), uma área de convivência na entrada (como se fosse um pátio, mas fechado por grades), uma cozinha e duas salas para a equipe administrava (uma do coordenador e outra para psicóloga e assistente social). A seguir podemos observar a Fotografia 1 feita do exterior da Casa.

Fotografia 1 – Casa de Passagem de São Mateus (ES)

Fonte: Dados da Pesquisa.

Ainda possui uma grande área externa, onde se localizam uma quadra de areia e alguns animais de estimação, como galinhas, patos e o cachorro chamado “Social”, bichos que os próprios residentes ajudavam a cuidar. Conta também com os seguintes funcionários: coordenador, assistente social, psicólogo, auxiliar administrativo, cuidadores e vigias, alguns em regime de plantão para atender as necessidades dos residentes.

Todas as considerações referentes à Casa, tais como a natureza e finalidade, os princípios, os direitos e os deveres dos abrigados e dos servidores, estão descritos no Regimento Interno da Casa de Passagem de São Mateus (SÃO MATEUS, 2010). Esse Regimento foi elaborado, principalmente, respeitando os princípios do Estatuto da Criança e do Adolescente (BRASIL, 1990).

2.3 PARTICIPANTES DA PESQUISA

Após o conhecimento da lista geral, foram selecionados seis residentes para a realização da pesquisa, os quais serão chamados de Augusto, Blenda, Clara, Elizabete, Guilherme e Jean. Lembramos que esses são nomes fictícios para preservar suas identidades e foram escolhidos pelos próprios participantes. Os adolescentes referidos possuíam idade entre 12 e 14 anos, três deles estavam no 5º ano e três no 6º ano do Ensino Fundamental, anos nos quais as frações estão bem presentes nos conteúdos matemáticos.

Os critérios de escolha se deram, principalmente, por conta dos horários de estudo dos alunos em suas respectivas escolas. Como a pesquisa foi realizada no horário inverso ao que estudavam, esse fator foi primordial para que fosse escolhido um número de residentes considerado ideal para a sua realização.

2.4 A ENGENHARIA DIDÁTICA

Para organizar o trabalho didático e analisar os dados obtidos, utilizamos como metodologia a Engenharia Didática. O termo nasceu na década de 80, após estudos franceses relacionados à Didática da Matemática e é descrito desta forma por se tratar de uma "analogia entre o trabalho do pesquisador em didática e o trabalho do engenheiro, no que diz respeito à concepção, planejamento e execução de um projeto" (PAIS, 2011, p. 99-100).

A Engenharia Didática é adequada para a organização e análise dos dados para essa pesquisa, por possuir etapas bem descritas e definidas, visando facilitar a concepção, execução e reflexão dos dados obtidos. A pesquisa organizada utilizando essa metodologia, se apoia em quatro fases: (1) análises prévias; (2) concepção e análise *a priori* das situações didáticas; (3) experimentação e (4) análise *a posteriori* e validação (ARTIGUE, 1996).

Cabe ressaltar que esta metodologia de pesquisa não impõe restrições significativas no modo como o pesquisador deve interagir com os sujeitos pesquisados, exceto pelo fato de que a experimentação esteja baseada na aplicação de uma sequência didática especialmente concebida para responder a questão de pesquisa. Em particular, os recursos didáticos e a metodologia de ensino podem ser escolhidos pelo pesquisador, independentemente da imposição de quaisquer pressupostos ideológicos.

Na primeira fase, das análises prévias, levando em conta os objetivos específicos da pesquisa, deve ser observada a realidade onde a experiência será desenvolvida, as concepções dos sujeitos envolvidos em relação aos conteúdos matemáticos abordados, bem como as análises que dizem respeito ao seu ensino atual, aos obstáculos encontrados para sua evolução e os possíveis entraves para a execução da pesquisa (MACHADO, 2012).

Nessa etapa, fizemos uso de entrevistas com os alunos residentes selecionados, o coordenador, a assistente social e a psicóloga da Casa de Passagem. Lançamos mão das entrevistas estruturadas, pois os roteiros elaborados "pressupõem perguntas precisas, previamente formuladas e organizadas segundo uma determinada ordem" (FIORENTINI e LORENZATO, 2009, p. 121). Para o registro mais preciso e posterior análise, recorremos a gravações em áudio.

As entrevistas com os adolescentes tiveram o objetivo de identificar seus hábitos de estudo, perspectivas futuras, relações interpessoais na instituição, bem como suas concepções sobre matemática e, especialmente, sobre frações. Com os responsáveis pela Casa buscamos informações sobre o comportamento dos residentes, por quais motivos e de que forma eles chegaram e qual era a projeção do tempo de permanência, para que pudéssemos ter uma ideia se eles poderiam participar da aplicação até o fim.

No que diz respeito ao ensino do conteúdo matemático, foi feita uma análise sobre estudos que versam sobre o assunto e, ainda, averiguamos o que preconizam os Parâmetros Curriculares Nacionais sobre o ensino de matemática e de frações. Ainda foi aplicado um questionário para saber se já haviam estudado o conteúdo e de que forma isso ocorreu, além de uma lista de atividades sobre frações, para verificação de seus conhecimentos prévios.

A fase de concepção e análise *a priori* tem por objetivo determinar as chamadas *variáveis de comando* (ARTIGUE, 1996), que são variáveis "escolhidas sobre as quais se torna possível exercer algum tipo de controle, relacionando o conteúdo estudado com as atividades que o aluno pode desenvolver para a apreensão dos conceitos em questão" (PAIS, 2011, p. 100).

Ou seja, as variáveis estão relacionadas com os objetivos que se buscam alcançar com cada atividade e, consequentemente, com toda a sequência. Nessa fase elaboramos, preliminarmente, um total de cinco atividades, as quais estão descritas na seção 5 (Construindo a Sequência Didática), bem como delineamos os objetivos pretendidos com cada uma delas e a sequência de modo geral.

A terceira fase, da experimentação, é onde ocorre a intervenção com os sujeitos escolhidos. Ela tem início no contato do pesquisador com a população investigada e é quando acontece a apresentação dos objetivos aos sujeitos pesquisados, o estabelecimento do contrato didático[4], a aplicação dos instrumentos de coleta de dados, da sequência didática, além do registro das percepções do pesquisador como observador (MACHADO, 2012). É preciso ainda, estar atento ao maior número de informações possíveis que podem contribuir na investigação do fenômeno estudado.

Cabe a ressalva de que estamos concebendo uma sequência didática como Pais (2011, p. 102) nos aponta:

> Uma *sequência didática* é formada por um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo conceitos previstos na pesquisa didática. […] Em outros termos, não são aulas comuns no sentido da sala de aula.

Na aplicação das atividades da sequência didática, a observação participante teve um papel importante para o levantamento de dados. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2009, p. 108) essa “é uma estratégia que envolve não só a observação direta, mas todo um conjunto de técnicas metodológicas (incluindo entrevistas, consulta a materiais etc.), pressupondo um grande envolvimento do pesquisador na situação estudada”.

Vale sublinhar que o registro de informações no decorrer da pesquisa foi feito em um diário de campo, que contém anotações baseadas nas perspectivas descritiva e interpretativa (FIORENTINI e LORENZATO, 2009), fazendo descrições de episódios, participantes, ambiente da pesquisa, da aplicação das atividades, etc., bem como apontamentos e reflexões pessoais observadas durante determinadas situações. Além disso, a maior parte dos encontros foi gravada em áudio para melhor análise.

Outro meio para coletar dados ao longo da aplicação das atividades, foi um diário de bordo, um caderno entregue a cada um dos residentes participantes, no qual

---

[4] O conceito encontra-se mais bem explanado na seção 3.1 sobre a Teoria das Situações Didáticas.

puderam anotar o que julgaram necessário durante a realização das atividades ou quando foram solicitados que escrevessem algo pelo pesquisador.

Durante a terceira fase devem-se levar em conta todas as considerações surgidas na análise *a priori* e, se necessário, corrigir ou rever eventuais caminhos tomados na experimentação. É possível perceber que cada fase da Engenharia Didática não se finda imediatamente após sua realização, pois, se julgando pertinente, elas podem ser retomadas ou confrontadas entre si, com objetivo de proporcionar o melhor andamento do estudo feito (ALMOLOUD e COUTINHO, 2008).

Tomando isso por base, optamos por não organizar essa dissertação seguindo, exclusivamente, as nomenclaturas previstas nas etapas da Engenharia Didática, visto que as intempéries no caminho fizeram com que muitos momentos fossem repensados e o planejamento foi alterado em diversas ocasiões, como veremos posteriormente. No entanto, tudo que relatamos nesta seção foi mantido, mas não necessariamente seguindo a ordem com que descrevemos.

Por fim, temos a última fase, da análise *a posteriori* e validação. Inicialmente, na análise *a posteriori*, ocorre o tratamento dos dados obtidos com a aplicação da sequência didática na fase de experimentação, tanto das observações feitas pelo pesquisador quanto do que foi produzido pelos alunos durante a realização (ARTIGUE, 1996). Nessa etapa foram essenciais o diário de campo do pesquisador, o diário de bordo dos alunos residentes, bem como as gravações em áudio feitas em alguns dos encontros. A validação acontece a partir do confronto entre dados obtidos nas análises *a priori* e *a posteriori*. Foi feito uma espécie de paralelo entre o antes e o depois da pesquisa, sem abrir mão dos fatos evidenciados em seu decorrer.

Segundo Almouloud (2007, p. 178), além da análise dos principais resultados obtidos, é importante retomar o problema inicial, “com síntese das conclusões e avaliação das limitações da pesquisa […] o pesquisador deve discutir os principais resultados e as questões levantadas pela pesquisa”. Além disso, destacar a importância do estudo para os sujeitos nela envolvidos, bem como para a área de Educação Matemática e, mais especificamente em nosso caso, o que os resultados dizem sobre os residentes da Casa de Passagem, público alvo em questão.

3 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

3.1 TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

A *Teoria das Situações Didáticas* surgiu a partir de estudos e análises críticas de trabalhos apoiados no Movimento da Matemática Moderna dos anos 60 e 70, quando o francês Guy Brosseau desenvolveu na década de 80 esse novo modelo teórico denominado *Teoria das Situações Didáticas*, a qual tem por objetivo central o estudo das relações entre professor, aluno e o saber matemático.

Em seu livro *Teaching Fractions Through Situations: A Fundamental Experiment*, Guy Brousseau, contando com a colaboração de Nadine Brousseau e Virginia Warfield (BROUSSEAU, BROUSSEAU e WARFIELD, 2014) apresentam uma investigação executada em uma turma de quinto ano de uma escola pública francesa, composta por uma sequência de aulas, concebida em 1972-1973 e finalizada em 1975-1976, a qual foi enriquecida por várias observações feitas por sucessivos professores, sendo reproduzida todos os anos em duas turmas paralelas até 1999.

As lições surgiram para validar a *Teoria das Situações Didáticas*, partindo do princípio de que as crianças podem aprender melhor um conceito matemático quando uma situação é planejada cuidadosamente. A sequência de lições e situações indicada possibilitou aos alunos construírem os conceitos por si mesmos, levantando questões, indicando hipóteses para procurar respostas às situações. A seguir, apresentamos as noções principais desenvolvidas para dar suporte a essa teoria.

Freitas (2012, p. 77), ressalta que a *Teoria das Situações Didáticas* “[…] trata das formas de apresentação, a alunos, do conteúdo matemático, possibilitando melhor compreender o fenômeno da aprendizagem matemática”, apontando também, que a forma didática como os conteúdos são apresentados aos alunos influencia[5] no significado do saber matemático proposto no momento e a participação deste aluno

[5] Cabe a ressalva de que usamos o substantivo *influência* ou o verbo *influenciar* no sentido de “poder de produzir efeito sobre os seres ou sobre as coisas, sem aparente uso da força ou de autoritarismo”, conforma define um dos verbetes do Grande Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa. Em nenhuma parte deste texto usamos essas palavras num sentido técnico definido num âmbito conceitual específico.

dependerá do modo como as atividades de aprendizagem são organizadas, por meio de uma *situação didática*.

Segundo Brousseau:

> Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição […] (BROUSSEAU *apud* FREITAS, 2012, p. 80).

Nesse sentido, tornam-se relevantes para a análise das situações didáticas outras duas noções, a de *meio* e *contrato didático*. O *meio* é o ambiente (não no sentido de espaço físico) no qual o professor cria condições favoráveis à apropriação dos conteúdos pelos alunos, onde se "[…] provocam mudanças visando desestabilizar o sistema didático e o surgimento dos conflitos, contradições e possibilidades de aprendizagem de novos conhecimentos" (FREITAS, 2012, p. 79).

Em um dado meio, para que ocorram as situações didáticas, ocorre, implicitamente, a manifestação de um *contrato didático*, o qual "[…] diz respeito às obrigações mais imediatas e recíprocas que se estabelecem entre professor e alunos" (PAIS, 2011, p. 77), bem como regras e condições envolvendo professor, aluno e os conteúdos pretendidos para o ensino.

No entanto, determinadas ações presentes nas situações didáticas, não são possíveis de serem totalmente controladas pelo professor. Na perspectiva de entender essas variáveis, consideramos então a noção de *situação adidática*. De acordo com Pais (2011, p. 68) "uma situação adidática se caracteriza pela existência de determinados aspectos do fenômeno da aprendizagem, nos quais não tem uma intencionalidade pedagógica direta ou um controle didático por parte do professor".

Almouloud (2007, p.33), traz um aspecto interessante relacionado às situações adidáticas, salientando que, nesse caso, "a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz, mas foi imaginada, planejada e construída pelo professor para proporcionar a este condições favoráveis para a apropriação do novo saber que deseja ensinar". A forma como o professor irá propor estas condições é denominada de *devolução*, que de acordo com Brousseau (2008, p. 91) "[…] é o ato pelo qual o professor faz com que o aluno aceite a responsabilidade de uma situação de aprendizagem (adidática) ou de um problema e assume ele mesmo as consequências dessa transferência".

Existem então, diversas possibilidades de os alunos utilizarem o saber, visto que nesse momento o professor mantém controle apenas à estrutura da atividade e não sobre o saber. Para descrever as relações entre tais possibilidades e o saber, Brousseau apresentou uma tipologia de situações didáticas: *situação de ação, situação de formulação, situação de validação e situação de institucionalização*.

Uma situação de ação é aquela em que o aluno utiliza recursos de natureza mais experimental do que teórica. De forma intuitiva ele procura resolver a situação, porém sem preocupações em explicitar um modelo teórico que justifique ou dê validade às suas respostas (FREITAS, 2012).

Quanto à situação de formulação, além de procedimentos experimentais "o aluno já utiliza, na solução do problema estudado, alguns modelos ou esquemas teóricos explícitos, além de mostrar um evidente trabalho com informações teóricas de uma forma bem mais elaborada" (FREITAS, 2012, p. 96-97).

A situação de validação pressupõe que o aluno consiga utilizar mecanismos de prova, utilizando argumentos essencialmente teóricos elaborados por ele. A prova é entendida aqui como um procedimento de validação relacionado apenas no contexto em que o aluno está inserido, por exemplo, a sala de aula (PAIS, 2011).

Por fim, temos a situação de institucionalização, que busca destacar o caráter de objetividade e universalidade do saber estudado pelo aluno e, nesse caso, a situação pode ser vista apenas como uma situação didática, pois o professor é quem organiza e sintetiza o saber para uma melhor apropriação pelo aluno (FREITAS, 2012).

3.2 O USO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS E JOGOS NO ENSINO E APREDIZAGEM DE MATEMÁTICA

As situações didáticas abordadas na pesquisa foram elaboradas com base na utilização de materiais manipuláveis e jogos para a mediação do conhecimento matemático.

Os residentes participantes estavam no início da adolescência e estudavam nos 5° e 6° anos, uma fase de escolarização na qual é muito presente a utilização deste tipo de recurso didático no ensino. Considerando esses aspectos e o objetivo de mostrar a matemática de um modo menos tradicional é que partimos da premissa de que o uso de materiais manipuláveis e jogos pode se mostrar de grande auxílio no processo educacional.

Alguns pesquisadores têm mostrado experiências positivas com o uso do lúdico no ensino de matemática, principalmente, nos primeiros anos do ensino fundamental, num momento em que a criança precisa de situações mais concretas para chegar ao pensamento matemático, que muitas vezes é um pouco mais abstrato. Nesse sentido, pode-se lançar mão de atividades ou métodos que se apoiem no uso do lúdico para o processo de ensino e aprendizagem, não só da Matemática, mas em outras áreas do conhecimento.

Consoante ao pensamento de MENDES (2009, p. 25), concebemos que o uso de materiais manipuláveis

> […] contribui para a realização de intervenções do professor na sala de aula [..]. Os materiais são usados em atividades que o próprio aluno, geralmente trabalhando em grupos pequenos, desenvolve na sala de aula. Estas atividades têm uma estrutura matemática a ser redescoberta pelo aluno que, assim, se torna um agente ativo na construção do seu próprio conhecimento matemático.

Diversas experiências pessoais como professor, apontam que os alunos se mostram mais interessados em participar de uma atividade, se esta foge dos moldes tradicionais em que estão habituados na sala de aula, diferenciando os modos rotineiros de apresentação dos conteúdos em aulas puramente expositivas.

O sentimento de aprender brincando chama a atenção dos alunos. É claro que a figura do professor tem bastante importância, pois ele não pode tomar as atividades lúdicas apenas como brincadeira, é necessário conceber as situações para que o material ou o jogo não sejam apenas um passatempo e possam, de fato, se tornar um auxílio no processo de ensino e aprendizagem de determinado conhecimento.

É preciso ter atenção, pois “um uso inadequado ou pouco exploratório de qualquer material manipulável pouco ou nada contribuirá para a aprendizagem matemática. O problema não está na utilização desses materiais, mas na maneira como utilizá-los” (NACARATO, 2005, p. 4). Dessa forma, cabe ressaltar a importância do planejamento realizado pelo professor, pensando como o material pode de fato contribuir para a aprendizagem, pois algo que está totalmente explícito aos olhos do professor, pode não ser tão facilmente visualizado pelo aluno, comprometendo o bom aproveitamento do material.

Ainda nessa direção, PAIS (2000, p. 1) ressalta que a escolha de materiais didáticos se fundamenta muitas vezes

> na esperança de que as dificuldades de ensino possam ser amenizadas pelo suporte da materialidade. […] O princípio do aprender fazendo, implícito nessa tendência pedagógica, por vezes, foi entendido como uma exclusiva manipulação de objetos, esquecendo a estreita relação que deve haver entre a experiência e a reflexão.

Já no início da década de 90, Fiorentini e Miorim (1990) destacavam que o uso do concreto, seja de materiais manipuláveis ou de situações que estejam próximas aos alunos, como fenômenos naturais ou acontecimentos cotidianos, é uma das opções para o ensino. Ainda sublinham que os jogos podem adquirir um papel importante na educação: “eles podem vir no início de um novo conteúdo com a finalidade de despertar o interesse da criança ou no final com o intuito de fixar a aprendizagem e reforçar o desenvolvimento de atitudes e habilidades” (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p. 3). Porém, também fazem a ressalva de que antes da escolha desses jogos ou materiais, se deve refletir sobre seus objetivos e qual público se quer atingir, não apenas pensando no lúdico por si só.

Além disso, destacamos a ideia de Mendes (2009), ao afirmar que os jogos podem ser classificados como de aprendizagem, quando a finalidade é o aprendizado de conceitos matemáticos, ou de fixação, que trabalham o exercício de sistematizar conhecimentos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática tratam dos jogos no tópico *Alguns Recursos para “fazer matemática” na sala de aula*. Segundo o documento, os jogos podem ser vistos como um modo mais atrativo e interessante de propor problemas aos alunos, contribuindo para o desenvolvimento de sua criatividade, pois durante a situação do jogo surgem situações que exigem do aluno planejamento de ações na busca pela solução, o que possibilita “a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas” (BRASIL, 1998, p. 46).

Mais uma vez, torna-se notável o papel do planejamento do jogo, se o objetivo deste é a aprendizagem, pois

> Apenas jogar um jogo tem pouca contribuição para a aprendizagem em matemática. É todo o processo de mediação realizado pelo professor, de discussão matemática realizado no grupo de alunos, de registro e sistematização de conceitos que possibilitam um trabalho efetivo com a matemática a partir do jogo (GRANDO, 2015, p. 403-404).

Grando (2008) ainda salienta que, nesse sentido, é preciso mais do que apenas jogar, as atividades lúdicas proporcionam prazer aos participantes, no entanto, a intervenção pedagógica deve ser feita para que o jogo possa ser útil à aprendizagem.

> Consideramos que o jogo, em seu aspecto pedagógico, apresenta-se produtivo ao professor que busca nele um aspecto instrumentador e, portanto, facilitador na aprendizagem de estruturas matemáticas, muitas vezes de difícil assimilação, e também produtivo ao aluno, que desenvolveria sua capacidade de pensar, refletir, analisar, compreender conceitos matemáticos, levantar hipóteses, testá-las, e avaliá-las (investigação matemática), com autonomia e cooperação (GRANDO, 2008, p. 26).

Além de abrir a possibilidade de tratar conceitos matemáticos numa abordagem mais interessante aos olhos dos alunos, nos jogos podemos trabalhar outros aspectos, como o respeito às regras e a vez do outro, a convivência em grupo, ou seja, estimula o desenvolvimento de capacidades cognitivas e sociais.

Por tudo isso, é possível observar que a utilização de jogos e materiais manipuláveis para o ensino e aprendizagem de matemática são recursos importantes, que podem propiciar o desenvolvimento de aspectos tanto matemáticos quanto outros necessários para o convívio cotidiano.

3.3 SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES

Nas aulas de Matemática, um dos conteúdos que tem grande resistência a ser estudado é o de Frações, desde os conceitos iniciais até aplicações a outras áreas da matemática. Magina e Malaspina (2013, p. 90) salientam que ele

> […] é visto pelos professores como um dos mais difíceis de ser ensinado. E, de fato, muitas pesquisas recentes […] têm evidenciado essa dificuldade, vivida tanto pelos professores quanto pelos alunos brasileiros nos processos de ensino e de aprendizagem. Com relação ao seu ensino, o que se tem revelado são uma ênfase exagerada em procedimentos e algoritmos e uma forte tendência para traduzir esse conceito, apenas utilizando a exploração do significado parte-todo.

De fato, concordando com Lopes (2008, p. 20),

> O ensino de frações tem sido praticado como se nossos alunos vivessem no final do século XIX, um ensino marcado pelo mecanicismo, pelo exagero na prescrição de regras e macetes, aplicações inúteis, conceitos obsoletos, “carroções”, cálculo pelo cálculo.

É necessário então, refletir sobre o uso deste modelo tradicional de ensino[6] do conteúdo, fugindo um pouco da simples repetição de procedimentos, memorização de regras e algoritmos, que limitam também o desenvolvimento do pensamento que

[6] Consideramos o modelo tradicional de ensino a partir da combinação da Educação Bancária (FREIRE, 2004) com o Paradigma do Exercício (SKOVSMOSE, 2000), conceitos mais bem explanados na seção “3.4 Em busca de um caminho na Educação Matemática”.

os alunos têm sobre a matemática, acreditando que esse aprendizado não terá utilidade alguma para eles.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental preconizam que o ensino dos números racionais deve abordar seu reconhecimento em diferentes contextos (cotidianos e históricos), inicialmente, explorando situações-problema em que os diferentes significados das frações apareçam: “O estudo dos números racionais, nas suas representações fracionária e decimal, merecem especial atenção no terceiro ciclo, partindo da exploração de seus significados, tais como: a relação parte/todo, quociente, razão e operador” (BRASIL, 1998, p. 66).

Nos PCN está proposto que o professor deve “levar os alunos a perceber que os números naturais são insuficientes para resolver determinadas situações-problema como as que envolvem a medida de uma grandeza e o resultado de uma divisão” (BRASIL, 1998, p. 101). Ou seja, a construção do conceito dos números racionais pressupõe uma organização de ensino que possibilite experiências com seus diferentes significados e representações.

Considerando os números racionais em sua forma fracionária, não é preciso ir muito longe para encontrar dificuldades no seu ensino, mesmo que às vezes isso não seja tão aparente. Magina, Bezerra e Spinillo (2009, p. 413) relatam que

> o próprio conceito de fração é de natureza complexa e multifacetada. Por exemplo, dependendo da situação em que esteja inserida, a fração pode assumir diferentes significados. […] Outro exemplo dessa complexidade é o fato de a fração estar fortemente associada a outros conceitos igualmente complexos como divisão, probabilidade, porcentagem, razão e proporção.

Nessa direção, Magina e Malaspina (2013) afirmam que o conceito de fração é mais bem aprendido quando são explorados cinco significados: parte-todo, medida, quociente, operador multiplicativo e número. Em linhas gerais, vamos mostrar a ideia principal de cada um deles a seguir.

A fração como parte-todo está relacionada com a partição de um todo em n partes iguais, em que cada parte pode ser representada como $\frac{1}{n}$. Por exemplo, se temos uma figura dividida em 4 partes e colorirmos 3 delas, a fração que representa a parte colorida é $\frac{3}{4}$. A fração como quociente ocorre quando se envolve a ideia de divisão, é o caso da situação: 4 barras de chocolate devem ser divididas para 5 crianças, então cada criança deve receber o equivalente a $\frac{4}{5}$ de uma barra. O significado de medida de uma fração surge quando uma quantidade é medida pela relação entre duas variáveis, como na probabilidade: em um saco há 8 bolas, das quais 2 são verdes e 6 são azuis; a probabilidade de alguém sem olhar pegar uma bola verde dentro do saco é expressa por $\frac{2}{8}$.

A fração como operador Multiplicativo é quando pensamos na fração como valor escalar aplicado a uma quantidade, quando um número é um multiplicador da quantidade indicada. Por exemplo: numa mesa havia 12 botões e Bárbara ganhou $\frac{4}{6}$ deles; logo Bárbara ganhou 8 botões. Por último, assim como os naturais e os inteiros, as frações são numerais e não se referem necessariamente a uma quantidade específica. Um exemplo é pedir a representação de $\frac{2}{3}$ na reta numérica, o que sugere conhecer essa fração como um número e não a sobreposição de dois números naturais.

Essas “categorias” não são fechadas entre si e um mesmo problema pode ser abordado do ponto de vista de diferentes significados, “não é possível isolar cada uma das ideias das frações e suas interpretações” (LOPES, 2008, p. 9) e todos os significados devem ser trabalhados em conjunto, de forma que os alunos consolidem o conceito de fração.

É importante para o aprendizado dos alunos, que eles se apropriem de duas lógicas fundamentais das frações: a lógica da equivalência e a lógica da ordenação (MAGINA e MALASPINA, 2013). A lógica da equivalência é necessária para que o estudante entenda que, por exemplo, $\frac{1}{3}$ equivale à $\frac{3}{9}$, ou seja, que frações diferentes representam um mesmo número. A lógica da ordenação está relacionada ao entendimento de que as frações não são ordenadas como os números naturais, como no caso em que temos frações de numeradores iguais: quanto menor o denominador, maior a fração.

Reforçando o pensamento das autoras citadas, os PCN indicam que é preciso romper com algumas ideias construídas para os números naturais, o que podem se tornar obstáculos para a aprendizagem, apontando alguns entraves que enfrentados durante o trabalho com os racionais:

> - cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias: por exemplo, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{4}{12}$, …, são diferentes representações de um mesmo número;
> - a comparação entre racionais: acostumados com a relação 3 > 2, terão de compreender uma desigualdade que lhes parece contraditória, ou seja, $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$;
>
>   […]
> - se, ao multiplicar um número natural por outro natural (sendo este diferente de 0 ou 1) a expectativa é a de encontrar um número maior que ambos, ao multiplicar 10 por $\frac{1}{2}$ se surpreenderão ao ver que o resultado é menor do que 10 (BRASIL, 1998, p. 101).

Levando em consideração a apropriação desses conceitos iniciais, bem como análises e planejamento para superar os obstáculos, é muito provável que ocorra posteriormente, de forma mais efetiva, um melhor aprendizado das operações aritméticas com as frações.

A seguir, apresentamos alguns estudos que versam sobre o ensino e aprendizagem de frações, como forma de saber o que se tem feito e pesquisado nos últimos anos em relação ao conteúdo, bem como para apontar experiências positivas com a utilização de atividades que se distanciavam do modelo tradicional do ensino de Matemática.

A partir de uma demanda do próprio município em que residia e lecionava, buscando antes da pesquisa investigar com os professores da cidade quais conteúdos eles tinham maiores dificuldades de trabalhar com os alunos, Silva (2015) desenvolveu uma sequência didática para o ensino e aprendizagem de frações, utilizando jogos matemáticos. A Engenharia Didática foi escolhida como metodologia de pesquisa e os estudos de Vygotsky e Piaget, no que dizem respeito aos jogos, como fundamentação teórica. Seu objetivo principal era detectar como os jogos matemáticos poderiam auxiliar o processo de ensino e aprendizagem da matemática, buscando formas de articulá-los com o conteúdo de frações no 6º ano do ensino fundamental. A sequência foi composta por quatro oficinas e aplicada a 39 alunos do 6° ano do Ensino Fundamental nas aulas de matemática. Antes da realização das atividades foi solicitado aos alunos que respondessem um questionário de verificação de conhecimentos prévios e após cada oficina eram aplicados testes de verificação de aprendizagem. Ao final de todas as oficinas ainda foi aplicado um último questionário aos alunos, buscando averiguar se o modo como o conteúdo foi abordado era de interesse deles. Ao término da pesquisa, confirmou-se que o jogo como ferramenta educacional contribui para o desempenho dos alunos no que diz respeito à fixação, capacidade de concentração e apreensão do conteúdo. Os alunos relataram que as aulas foram menos chatas e cansativas, demonstrando o desejo de que os jogos fossem utilizados também em outros conteúdos, pois proporcionaram melhor interação entre professor, conteúdo e sua aprendizagem.

No trabalho realizado por Valio (2014), apoiando-se na Engenharia Didática como metodologia, a pesquisadora desenvolveu na etapa experimental um projeto denominado "Frações: estratégias lúdicas no ensino de matemática", com objetivo principal de oferecer alguns caminhos para o ensino de Matemática, em particular, o ensino de frações, na escola em que lecionava. Para isso, a parte experimental da pesquisa ocorreu na execução do projeto com 40 alunos de duas turmas diferentes do 6° ano do Ensino Fundamental. Para cada turma foram aplicadas dez atividades, as quais prezavam em diversos momentos pelo uso de materiais didáticos "não tradicionais" que criaram condições mais favoráveis para o aprendizado de matemática. Nas primeiras atividades foram utilizados desenhos para colorir. Depois, foi confeccionada uma "cortina fracionária" para a sala de aula em que os alunos desenharam em um papel quadriculado, identificando as frações correspondentes da cortina, além do uso de outros materiais manipuláveis, como garrafas de plástico e funil, utilizados na compreensão dos conceitos de equivalência, comparação e operações com frações. Valio (2014) relata em suas considerações finais que o caráter lúdico adotado por ela durante as atividades desenvolvidas foi um fator muito importante para o aprendizado dos conceitos que envolvem fração. Essa validação ocorreu também a partir da opinião dos alunos, que por meio de depoimentos escritos e muito espontâneos, mostraram que o projeto educacional pode ter grande contribuição para o ensino e aprendizagem da matemática.

Com o objetivo de levantar possíveis obstáculos à aprendizagem que alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA) apresentam quando se trata do conteúdo de frações e, considerando como quadro teórico a Teoria das Situações Didáticas de Brosseau, Ferreira (2014) elaborou uma sequência didática, com três atividades baseadas na resolução de problemas, para diagnosticar obstáculos referentes a frações nas concepções parte-todo e operador. A sequência teve como público-alvo 32 alunos do 2° ano da EJA, dos quais foram escolhidos quatro, para fazer a análise dos procedimentos adotados por eles durante a realização da pesquisa. Em relação aos resultados, os principais obstáculos foram que os alunos demonstraram maior dificuldade na representação numérica dos racionais do que na representação geométrica. Eles reconheciam frações, mas não compreendiam o conceito, representação e concepções, ou seja, uma aprendizagem sem significados; também revelaram a dificuldade na interpretação e resolução de problemas e em explicar seus procedimentos de resolução. O principal obstáculo referente às frações foi a forte presença das ideias relacionadas aos números naturais, entendendo que a fração é composta por dois números distintos e que não representa um único número.

O estudo feito por Ribeiro (2013), também sustentada pela Engenharia Didática como metodologia, tinha como objetivo geral proporcionar uma intervenção que modificasse para melhor o contato dos alunos com as questões que envolvem os conhecimentos relacionados com as ideias de fração. Como aporte teórico utilizou as principais teorias da Didática Francesa, como as Teorias dos Campos Conceituais e das Situações Didáticas, além da Aprendizagem Significativa. A fase experimental de sua pesquisa ocorreu por meio de Oficinas de Aprendizagem, as quais tiveram dois momentos: primeiramente, atividades com o jogo Pentaminós, um jogo composto por doze peças, sendo cada peça formada por cinco quadrados e cada quadrado tem, pelo menos, um lado comum com outro quadrado; o segundo momento pretendia trabalhar com o ladrilhamento de uma área determinada. Ao todo, participaram 95 alunos de três turmas do 9° ano do Ensino Fundamental. A pesquisadora conclui indicando que os objetivos foram alcançados, pois se constatou significativo crescimento dos alunos, em termos conceituais, procedimentais e atitudinais, afirmando ainda que as sequências didáticas, quando bem planejadas, são caminhos possíveis para sanar dúvidas e dificuldades que os alunos apresentam.

Partindo de inquietações e observações realizadas durante sua prática docente na educação básica, Alves (2012) pretendia responder o seguinte problema de pesquisa: Como realizar uma abordagem dos números racionais de modo que um aluno do sexto ano do ensino fundamental consiga compreender seu conceito e estabelecer relações entre suas diversas formas de representações? Para essa investigação a autora propôs uma sequência didática, idealizada a partir da Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Duval e da criação de Zonas de Desenvolvimento Proximal de Vygotsky. O estudo foi organizado tendo a Engenharia Didática como fundamentação metodológica e contou com a participação de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. A experimentação se deu por meio da aplicação de cinco oficinas, as quais abordaram: (I) introdução ao número racional pela representação fracionária, (II) equivalência, (III) adição e subtração, (IV) representação decimal e (V) porcentagem, cada oficina era dividida em sessões, sendo que o número de sessões variou entre dois e quatro. As oficinas prezaram pela apresentação dos conceitos, utilizando diversas formas de representação e visualização, com o auxílio de materiais manipuláveis, posteriormente era feita a formalização dos conceitos e por fim, solicitado aos alunos a resolução de uma lista de exercícios para a apropriação dos conteúdos. Após as análises e validação feitas pela autora, observou-se que, mesmo com alguns percalços durante o caminho, como a dificuldade dos alunos em operações de multiplicação e divisão, a sequência desenvolvida propiciou aos alunos envolvidos o aprendizado dos números racionais, a partir das relações entre os sistemas de representações figural, decimal, fracionário e escritas feitas durante o processo de aplicação.

Magina, Bezerra e Spinillo (2009) apresentam uma intervenção de ensino para 57 crianças, à época, de 3ª e 4ª séries do Ensino Fundamental de escolas públicas. Para tal intervenção foram implementados três grupos: o Grupo de Controle, com 20 alunos, o Grupo Experimental, com 19 alunos e o Grupo de Referência, com 18 alunos. Os dois primeiros eram formados por alunos da 3ª série, os quais ainda não havia recebido nenhum tipo de ensino formal sobre frações na escola e o último grupo era formado por estudantes da 4ª série que já havia tido instrução formal sobre fração, instrução essa, baseada no ensino tradicional com ênfase na abordagem mecânica e algorítmica. Inicialmente, aplicou-se um pré-teste para examinar o conhecimento das crianças sobre fração e ao final, um pós-teste para análise dos resultados. No decorrer da pesquisa, os alunos do Grupo de Referência continuaram com as aulas regulares de matemática, inclusive sobre frações e os Grupos de Controle e Experimental não recebiam essa instrução em sala, porém o Grupo Experimental passou por uma intervenção sobre o conteúdo. Essa intervenção se deu por meio de situações-problema apresentadas aos alunos, na qual o pesquisador atuava como professor que apresentava as atividades, propunha questões e orientava as discussões, encorajando os alunos a pensar sobre as formas de resolver a situação, a explicitar seu conhecimento intuitivo e procedimentos utilizados por eles. Foi concedido aos estudantes diversos materiais, concretos e manipuláveis, representações gráficas variadas e folhas de papel quadriculado. Os resultados revelaram que a intervenção propiciou uma compreensão mais apropriada sobre frações, pois as crianças do Grupo Experimental da 3ª série tiveram um melhor desempenho que o do Grupo de Controle e, ainda, que os estudantes de 4ª série, do Grupo de Referência, que já haviam sido instruídos sobre frações, porém, de forma tradicional.

Buscando uma resposta ao questionamento: A utilização de jogos no estudo de frações possibilita aos alunos a compreensão e a aprendizagem desse conteúdo? Druzian (2007) elaborou um estudo com 28 alunos de uma turma de 5ª série do Ensino Fundamental na escola em que lecionava, utilizando uma metodologia lúdica, por meio de jogos didáticos. Antes do início dos jogos a professora introduziu os conceitos iniciais de frações e propôs atividades, dividindo a sala em grupos de quatro alunos; foram aplicados ao longo de seis semanas jogos que abordavam equivalência, comparação e as quatro operações básicas com frações. De forma geral, os estudantes sentiram-se estimulados no processo de ensino e aprendizagem de frações, o que suscitou a imaginação, a criatividade e o trabalho em grupo, pois mesmo quando eram adversários se ajudavam nas dificuldades; de maneira descontraída, foi possível desenvolver as capacidades dos alunos e promover a aprendizagem.

A pesquisa realizada por Rodrigues (2005) teve como principal objetivo identificar aspectos do conceito de número racional cuja construção não se tem revelado eficaz no nível da educação básica, e que permanecem sem ser apropriados pelos alunos por longo tempo, durante o processo de escolarização. Mais especificamente, o autor quis averiguar quais os aspectos relacionados à fração, no que diz respeito ao significado parte-todo e quociente, continuam sem apropriação por estudantes da 8ª série do Ensino Fundamental, do 3º ano do Ensino Médio e do Ensino Superior na área de Exatas. Seus pressupostos teóricos basearam-se nas ideias de Caraça, na gênese dos números racionais e sua inserção no conhecimento matemático, em Vygotsky, na formação e evolução do conceito, na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud e nos estudos de Kieren e Nunes & Bryant, sobre a aprendizagem do número racional. Foi realizada uma pesquisa de cunho diagnóstico com 73 alunos, sendo 29 do Ensino Superior (24 do curso de Licenciatura em Matemática e o restante de outros cursos da área de Exatas), 31 alunos do Ensino Médio e 13 do Ensino Fundamental. Foi solicitado aos estudantes que respondessem 48 questões que abordavam os significados parte-todo e quociente das frações. O pesquisador constatou que, mesmo nesses níveis de escolaridade, os estudantes demonstram dificuldades, principalmente, sob as seguintes perspectivas: da compreensão do papel da unidade nos problemas envolvendo frações, no trabalho com grandezas discretas e de aspectos da construção dos números racionais, como a inclusão dos inteiros e a resistência em entender que o conjunto dos naturais se incorpora aos racionais, não observando que as frações também são números.

As pesquisas descritas, apesar de não apresentarem um público-alvo semelhante, foram escolhidas por sua relação com este trabalho de dissertação, aquelas que coadunam com as escolhas teóricas e metodológicas e que, de alguma forma contribuíram para o andamento deste estudo, apontando caminhos para a investigação realizada.

3.4 EM BUSCA DE UM CAMINHO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Os tópicos abordados anteriormente foram importantes, principalmente, para a elaboração da fase de experimentação, ou seja, a concepção da sequência didática aplicada. No entanto, para entender melhor as especificidades dos participantes envolvidos na pesquisa, bem como as ações do pesquisador como professor, buscamos alguns autores que discutem questões relacionadas à Educação e a Educação Matemática.

Pretendemos apontar na direção de um possível caminho a ser utilizado na Educação Matemática considerando um contexto social como o vivido por crianças na Casa de Passagem. Pautamo-nos nas concepções de Ubiratan D'Ambrósio (D'AMBRÓSIO, 2012), Ole Skovsmose (SKOVSMOSE, 2000 e 2013; BORBA e SKOVSMOSE, 2013) e Paulo Freire (FREIRE, 2004 e 2009), as quais descrevemos a seguir.

As obras do educador Paulo Freire são, desde sua origem, referência no cenário educacional brasileiro, pois defendem uma Educação voltada para a conscientização dos alunos e, sua pedagogia é seguida por diversos professores e pesquisadores do país. São contribuições importantes para docentes que procuram pensar sobre sua prática na busca da valorização da criatividade, da curiosidade e sobre o crescimento dos educandos, afinal "ensinar não é transmitir conhecimento, mas criar possibilidades para sua produção ou a sua construção" (FREIRE, 2009, p. 22).

Para isso, é necessário que o professor seja um crítico reflexivo de sua prática (FREIRE, 2009). A partir de suas ações, realizadas anteriormente, torna-se possível pensar as ações futuras. Freire se apoia numa pedagogia que nunca considera o homem como um ser vazio, mas que deve estar ciente de sua inconclusão, como ser que traz consigo conhecimentos e experiências adquiridas e que podem, a partir disso, crescer e ser mais (FREIRE, 2004). A situação de opressão se manifesta quando é negada a possibilidade do homem de ser mais.

Sugere dessa forma, que o professor esteja sempre disponível à mudanças: "Quando entro em uma sala de aula devo estar sendo um ser aberto a indagações, à curiosidade, às perguntas dos alunos, à suas inibições; um ser crítico e inquiridor, inquieto em face da tarefa que tenho" (FREIRE, 2009, p. 47).

Sua pedagogia parte da perspectiva do oprimido, em busca de atingir sua libertação, ou seja, entendendo a Educação como prática de liberdade. Alguns dos principais conceitos e argumentos de sua teoria estão contidos no livro *Pedagogia do Oprimido*

(FREIRE, 2004), uma de suas principais obras. Ao falar de pedagogia, Freire não se atém somente aos aspectos da escola, mas também às relações estabelecidas em sociedade, principalmente às de opressão.

Uma visão de Educação, ainda bastante comum nas nossas escolas e que, segundo Freire é utilizada como instrumento de opressão, é aquela na qual

> Em lugar de comunicar-se, o educador faz “comunicados” e depósitos que os educandos, meras incidências, recebem pacientemente, memorizem e repetem. Eis aí a concepção “bancária” da educação, em que a única margem de ação que se refere aos educandos é a de receberem os depósitos, guardá-los e arquivá-los (FREIRE, 2004, p. 58).

Ou seja, o aluno é visto apenas como um recipiente vazio que vai, aos poucos, sendo cheio com o conhecimento no qual professor possui, sem abrir margem para questionamentos. Isso acaba implicando em um cenário onde “não há criatividade, não há transformação, não há saber” (FREIRE, 2004, p. 58), se tornando um obstáculo para a formação de cidadãos mais críticos, refletindo na continuação de uma sociedade opressora.

Em contrapartida, Freire propõe uma *Educação Problematizadora*, que nega as premissas descritas anteriormente e reafirma o poder da ação e reflexão, além do diálogo, como forma libertadora da educação, indo em direção oposta à acomodação ao mundo da opressão: “não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação-reflexão” (FREIRE, 2004, p. 78).

Essa visão problematizadora preconiza também, a ideia do “educador-educando” e do “educando-educador” (FREIRE, 2004, p. 68), na qual, por meio do diálogo, os sujeitos do processo vão crescendo em conjunto, não mais o professor sendo o detentor de toda a autoridade.

Além disso, se faz necessário que todos compreendam, de forma crítica, a realidade que os cerca. O que nos remete ainda ao contexto social e histórico em que os docentes estão inseridos. É nessa direção que Freire sugere a Educação, indicando mais uma vez o contraponto entre as concepções:

> A concepção e a prática “bancárias” […] terminam por desconhecer os homens como seres históricos, enquanto a problematizadora

> parte exatamente do caráter histórico e da historicidade dos homens. Por isto mesmo é que os reconhece como seres que *estão sendo*, como seres inacabados, inconclusos, *em* e *com* uma realidade que, sendo histórica também, é igualmente inacabada (FREIRE, 2004, p. 72).

O educador deve então, conscientizar as pessoas da ideologia opressora e se comprometer com a libertação delas. No que diz respeito à Educação Matemática, podemos lançar mão de diversas teorias que seguem rumo a esses fundamentos, como as de Ubiratan D'Ambrósio e Ole Skovsmose.

Aliado a esses princípios, é necessário, inicialmente, que busquemos a desmistificação da ideia de que a Matemática não é acessível a todos, de que é uma disciplina infalível e exata, e que, aqueles que a dominam são conhecidos como mais inteligentes ou privilegiados que os demais.

Contribuindo para a visão de uma "Matemática perfeita", estão presentes nas aulas de Matemática, exercícios que prezam, geralmente, por um único caminho para atingir uma única resposta. Esse absolutismo dos números e a ideia que se atribui à matemática como detentora de um argumento definitivo, é chamado por Borba e Skovsmose (2013) de *Ideologia da Certeza*.

Os autores ainda destacam:

> Achamos necessário lutar contra esse mito se nosso objetivo ético é construir uma pedagogia que combata a opressão na sociedade, já que essa visão de matemática corrobora a noção de que a matemática é livre da influência humana e superior aos seres humanos (BORBA e SKOVSMOSE, 2013, p. 129).

Isso se torna mais passível de atenção se considerarmos o que Skovsmose (2000) denomina de *Paradigma do Exercício*, se referindo ao modelo tradicional de educação, no qual o professor apresenta o conteúdo e técnicas matemáticas, e o aluno resolve uma lista de exercícios, geralmente, seguindo modelos já propostos, algo equivalente à *Educação Bancária*.

Esses exercícios, comumente não admitem nenhum tipo de contextualização e servem basicamente para repetição de algoritmos e fórmulas, contribuindo para a consolidação da *Ideologia da Certeza*. Nessa perspectiva, é mais difícil criar um ambiente na sala de aula propício ao diálogo e à construção da autonomia e da criticidade dos alunos, impossibilitando mostrar que a Matemática pode ser útil e está presente no mundo que nos cerca.

Seguindo esse pensamento, podemos nos questionar quais os objetivos da Educação. Apenas o treinamento de indivíduos e a produção em massa em testes padronizados, como ressalta D'Ambrósio (2012), ao fazer um paralelo entre Educação e o sistema de produção industrial? Manter o Paradigma do Exercício e a Ideologia da Certeza é uma forma de afirmar isso. Porém, "é essencial distinguir educação de treinamento" (D'AMBRÓSIO, 2012, p. 71).

A Matemática possui, historicamente, essa visão de que é imutável, com a concepção de que é necessário apenas que se saiba fazer cálculos e decorar algoritmos para resolver determinados exercícios. Então, podemos nos perguntar quais caminhos são possíveis na Educação Matemática para que tenhamos resultados positivos no processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

> Por exemplo, qual o interesse, do ponto de vista do indivíduo e da sociedade, em concluir que os jovens brasileiros chegam aos 12 anos sabendo conjugar corretamente o verbo "sentar"? Talvez eles jamais tenham percebido o que significa, socialmente, estar sentado. E que importará saber se nessa idade eles são capazes de extrair a raiz quadrada de 12.764? Ou de somar 5/39 + 7/65? Qual a relação disso com a satisfação e a ampliação de seu potencial como indivíduos e de seu exercício pleno de cidadania? (D'AMBRÓSIO, 2012, p. 58).

Em que contexto os alunos estão inseridos? Qual a necessidade que podem ver em se aprender determinado conteúdo? Essas devem ser umas das primeiras questões relacionadas à Educação a nos preocupar. Concordando assim, com D'Ambrósio (2012, p. 109): "Não se podem avaliar habilidades cognitivas fora do contexto cultural. Mas se sabe que a capacidade cognitiva é uma característica de cada indivíduo".

A proposta de D'Ambrósio (2012, p. 110)

> é uma educação universal, atingindo toda a população, proporcionando a todos o espaço adequado para o pleno desenvolvimento de criatividade desinibida, que ao mesmo tempo que preserva a diversidade e elimina as inequidades, conduz a novas

> formas de relações intraculturais e interculturais sobre as quais se estruturam novas relações sociais.

Consoante a esse pensamento, acrescentamos ainda, outro viés proposto por Skovsmose que pode ser utilizado para se chegar a essa educação universal: a Educação Matemática Crítica. Skovsmose (2013, p. 101) ressalta:

> para que a educação, tanto como prática quanto como pesquisa, seja crítica, ela deve discutir condições básicas para a obtenção do conhecimento, deve estar a par dos problemas sociais, das desigualdades, da supressão etc., e deve tentar fazer da educação uma força social progressivamente ativa.

Ou seja, uma Educação Matemática que aborde o papel sócio político da Matemática, bem como se preocupa com questões que influenciam no desempenho coletivo dos indivíduos, como ética, democracia e cidadania, o que podemos conceber também, como uma forma de eliminar a opressão e contribuir para a libertação da sociedade.

Freire, D'Ambrósio e Skovsmose foram escolhidos pelo reconhecimento no meio acadêmico de suas contribuições para os campos da Educação e da Educação Matemática. Suas ideias relacionam-se com as circunstâncias vivenciadas pelos residentes da Casa de Passagem, os quais se encontram em condição de vulnerabilidade e exclusão, expostos a situações que lhes foram impostas e, assim, privados de alguns de seus direitos como cidadãos.

A partir das ideias descritas nesta seção, e daquilo que vivenciamos no desenvolvimento desta investigação, percebemos que a realidade vivida pelos residentes é marcada pela opressão, bem como a sua educação escolar tem muitos indícios do Paradigma do Exercício e da Ideologia da Certeza, preconizados por Skovsmose. Apontamos outros caminhos contrários a esses, procurando desenvolver nos adolescentes, durante o desenrolar das atividades, a criatividade e um espírito indagador.

Nesse sentido, entendemos que este trabalho constitui a ilustração de um modo pelo qual podemos alcançar a educação universal proposta por D'Ambrósio, na medida em que realiza uma ação pedagógica que coaduna com a situação dos educandos, considera seu ambiente e suas individualidades.

4 CONHECENDO OS PARTICIPANTES DA PESQUISA

Descreveremos a seguir, as entrevistas realizadas com o coordenador, a psicóloga e a assistente social da Casa, bem como com o grupo de residentes participantes da pesquisa. Ainda apresentamos os resultados de um questionário respondido pelos adolescentes e de uma lista de atividades relacionadas às frações.

4.1 AS ENTREVISTAS

Como já mencionado, o contato inicial com a Casa de Passagem ocorreu antes mesmo do início da pesquisa, bem como a proposta para sua realização foi apresentada com antecedência ao coordenador, que prontamente a aceitou e, como responsável pelos residentes, permitiu seu prosseguimento. Vale ressaltar que toda a equipe se mostrou disposta a ajudar na realização da pesquisa e as devidas autorizações foram assinadas para a utilização dos dados levantados em seu decorrer.

Com o propósito de conhecer alguns pontos referentes ao funcionamento da Casa, o trabalho da equipe administrativa e os alunos residentes escolhidos, foram primeiramente entrevistados o coordenador, a psicóloga e a assistente social. No decorrer do texto, vamos nos referir a esses três últimos apenas por seus cargos, não citando seus nomes, com o objetivo de preservar seu anonimato.

Inicialmente conversei em conjunto com eles, explicando como seria realizada a entrevista e, antes de fazê-la, para que ficassem a par das questões, entreguei o roteiro, pedindo que se manifestassem caso tivessem dúvidas. A entrevista com coordenador ocorreu na mesa que fica no pátio e as outras aconteceram na sala onde a psicóloga e a assistente social trabalham, um ambiente mais reservado, pois falaríamos de assuntos muito pessoais de cada um dos residentes escolhidos. As entrevistas foram gravadas em áudio e posteriormente transcritas para melhor análise das respostas.

Passamos a descrição das respostas obtidas ao longo das entrevistas. A entrevista com o coordenador teve o roteiro descrito no Quadro 1.

QUADRO 1 – QUESTÕES DA ENTREVISTA COM O COORDENADOR

1. Nome, idade e formação.
2. Tempo de trabalho na Casa de Passagem.
3. Gosta do trabalho? Por quê?
4. Qual sua função na Casa?
5. Quais os principais problemas enfrentados no seu dia a dia de trabalho?
6. Características de cada um dos alunos (em relação ao comportamento).
7. Em relação à educação dos alunos, o que é feito?
8. Em sua opinião, a educação pode influenciar de alguma forma a vida dos alunos?
9. Sugestões para o prosseguimento do trabalho ou algo a acrescentar.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O coordenador possuía 46 anos, com formação no Curso Técnico em Química e trabalhava há dois anos e oito meses na Casa, segundo seu relato era prazeroso e um grande desafio trabalhar como educador social, tendo como função principal dirigir a Casa juntamente com a equipe administrativa.

Respondendo a questão 5, sobre os principais obstáculos enfrentados durante o trabalho, contou que o maior problema era a estrutura física do local onde funcionava a Instituição, apontando a necessidade de um espaço melhor. Quanto à pergunta 6, o coordenador não se prolongou muito, apenas destacando que cada um dos adolescentes tem suas peculiaridades, às vezes estavam mais tranquilos e em outros dias mais enérgicos, nuances de comportamento compatíveis com essa faixa etária.

Em relação à educação dos residentes, descreveu que dispõem de um Educador Social trabalhando junto à assistente social e psicóloga e que os alunos frequentavam a escola normalmente, além de participarem de projetos e programas sociais, quando possível. Ao chegar à Casa, não necessariamente os residentes continuavam na escola em que já estudavam, principalmente, se a área em que essa escola está localizada oferecer um risco social. De acordo com o coordenador, geralmente, preferiam mantê-los juntos, em alguns dos colégios do município, os quais são como parceiros deles, contribuindo a observar o comportamento no tempo em que estão na escola. Os alunos residentes dispunham de condução, disponibilizada pelo órgão público responsável, motoristas contratados especificamente para o transporte dos adolescentes.

Questionado em relação a sua opinião se a educação pode influenciar a vida dos alunos, respondeu positivamente, observando que o país não funcionaria sem ela. Naquele momento não fez nenhuma sugestão para o trabalho, como requerido na última pergunta.

As entrevistas realizadas em seguida, com a assistente social e a psicóloga, tiveram, basicamente, o mesmo roteiro da primeira, salvo a retirada da questão 7 que foi específica ao coordenador, como podemos ver no Quadro 2.

QUADRO 2 – QUESTÕES DAS ENTREVISTAS COM ASSISTENTE SOCIAL E PSICÓLOGA

1. Nome, idade e formação.
2. Tempo de trabalho na Casa de Passagem.
3. Gosta do trabalho? Por quê?
4. Qual sua função na Casa?
5. Quais os principais problemas enfrentados no seu dia a dia de trabalho?
6. Características de cada um dos alunos escolhidos.
7. Em sua opinião, a educação pode influenciar de alguma forma a vida dos alunos?
8. Sugestões para o prosseguimento do trabalho ou algo a acrescentar.

Fonte: Elaborado pelo autor.

A pergunta de número 6 direcionada à assistente social dizia respeito à situação social em que os adolescentes estavam quando chegaram à Instituição e previsão do tempo de permanência deles. A mesma questão para a psicóloga pretendia ouvir sobre o caráter psicológico quando chegaram à Casa e naquele momento.

A assistente social, de 31 anos, possui formação em Assistência Social e atuava há dois anos nesta função, que tem como principais atribuições fazer atendimentos e visitas domiciliares às famílias, trabalho em grupo, conscientizar os adolescentes sobre seus direitos e deveres, fazer encaminhamentos a cursos de capacitação pra que eles, ao saírem da Casa, tenham uma noção profissional a seguir.

Ao ser questionada se gostava do trabalho, respondeu que sim, salientando, de início, que é comum uma visão distorcida do que é a Instituição, mas que depois, ao tomar o real conhecimento do trabalho, lidar com adolescentes traz também um aprendizado pessoal muito grande e, mesmo encontrando algumas dificuldades, acaba por se sentir como se fosse uma família em seu cotidiano.

Quanto às dificuldades mencionadas, expôs que o principal problema enfrentado em seu dia a dia era o trabalho que devia também ser realizado com a família, no que diz respeito à conscientização de que quando o adolescente fosse reintegrado ao convívio familiar, pudesse voltar a um ambiente diferente do que ele viveu. Porém, algumas famílias acreditam que a função da Casa é de abrigar esses adolescentes, educá-los, dizer o que é certo e errado, dar limites, *"como se fossem bonequinhos"*, voltando, depois disso, "reformados" para suas casas de origem. Isso atrapalha o diálogo entre as partes envolvidas e as funções da assistente social.

A assistente social disse que a educação tem muita influência na vida dos residentes, que ela seria a base de tudo; para se ter um bom emprego, por exemplo. Menciona que sempre lembrava aos adolescentes da importância da escola, de terminarem seus estudos para ter perspectivas futuras na vida e que, *"por mais que não tenham pai, não tenham mãe, eles vão ter um emprego e vão poder se cuidar sozinhos; a educação é a base de tudo, fundamental"*.

A última das entrevistas com a equipe administrativa se deu com a psicóloga, formada na área e de 26 anos. Atuava há um ano e três meses na Casa e gostava muito do que fazia, algo que ela escolheu como profissão para toda vida e sentia-se bem com seu trabalho de orientação psicológica, principalmente quando nos referimos ao público em questão.

Sua função na Instituição, além de orientação psicológica, como mencionado, inclui fazer encaminhamentos para redes de serviço, acompanhamento das famílias e avaliações delas. Quando é solicitada, por parte do Juiz, produz documento relatando se as famílias possuem ou não condições de receber novamente os adolescentes, avaliando tanto os residentes quanto suas famílias, em conjunto com a assistente social.

Declarou que suas maiores dificuldades ocorriam quando os adolescentes chegam à Instituição com uma agressividade muito alta, decorrente, geralmente, da vivência que tiveram, como situações de agressão, violência física e psicológica. Ela descreveu ainda que isso aumenta a dificuldade com o trabalho *“porque as relações interpessoais são mais complicadas, o adolescente viveu na violência, então ele só sabe responder na violência e na agressividade, é difícil a gente conseguir modificar esse padrão de comportamento deles, é bem complicado*”.

Às vezes as situações se agravam ainda mais, pois como relata: *“a gente tem que trabalhar as vítimas de abuso sexual e, normalmente, é pai, tio e a família não acredita; é bem complicado de você conseguir conversar com o adolescente sobre isso; você tenta trabalhar isso na cabecinha do adolescente; muitas vezes ele foi abusado desde a infância; na adolescência que ele começa a perceber, começa a compreender o que foi que se passou; é bem difícil”*.

Na pergunta 7, em relação à importância da educação na vida dos adolescentes, foi relevante a fala da psicóloga: *“Sim, a educação é a melhor forma de inclusão social. A gente tem meninos aqui que viveram na miséria mesmo, que não viram os pais estudarem, os pais terem essa relação com empregos melhores. Então, quando eles conseguem ter contato e compreender que a educação é uma forma de eles terem uma vida diferente, aí a gente tem um resultado, porque através dela se abre um leque de possibilidades na vida desses adolescentes. A gente tenta ao máximo fazer com que eles percebam isso, que eles têm a possibilidade de, através do estudo, ter uma vida melhor; não quer dizer que todos eles vão ser doutores, que todo mundo vai entrar na faculdade ou fazer um curso técnico, mas que você tem que ter o mínimo de conhecimento para ter um emprego de qualidade”*.

A psicóloga ainda mencionou que o desempenho dos alunos residentes nas suas respectivas escolas, tanto de comportamento quanto suas notas, influencia diretamente nos direitos que eles têm no dia a dia da Casa. Por exemplo, se existe a possibilidade de fazer uma aula de dança, ir à escolinha de futebol ou ao cinema, o adolescente pode ou não participar de tais atividades, de acordo com o comportamento dentro da Instituição e de suas notas e cotidiano na escola.

Como dito, a questão 6 tinha um objetivo particular para cada entrevistado. No caso das respostas da psicóloga e assistente social, elas citaram os hábitos de estudos, comportamento escolar e na Casa e comentaram de situações bem específicas de cada um dos residentes escolhidos como sujeitos da pesquisa, das quais comentaremos apenas, de modo geral, alguns aspectos relativos aos adolescentes, para preservar suas histórias. As informações serviram para conhecer um pouco mais aprofundadamente de onde vieram os residentes, auxiliando no trabalho com eles desde o início da pesquisa.

Muitos deles foram vítimas de maus tratos, abandono e rejeição de seus familiares, com histórico de vários abrigamentos também na Casa Lar, outra instituição no município que abriga crianças, porém com idade até 12 anos. Alguns foram, inclusive, destituídos de suas famílias de origem e estão na espera por adoção, o que influencia na personalidade deles. Há casos também, de adolescentes em que a família é envolvida com tráfico de drogas e que os parentes mais próximos estão presos.

A previsão de permanência deles, naquele momento, era de que permaneceriam um bom tempo ainda morando na Casa de Passagem. Após a realização das entrevistas descritas, marcou-se uma nova data em que voltaria à Casa para conhecer os participantes da pesquisa.

Para isso, também foram feitas entrevistas com um grupo de seis residentes, com o propósito de verificar suas concepções sobre os estudos, sobre a Matemática, perspectivas futuras e aspectos da Casa de Passagem. O Quadro 3 apresenta as perguntas direcionadas aos adolescentes.

QUADRO 3 - QUESTÕES DAS ENTREVISTAS COM OS RESIDENTES

Nome:
Idade:
Escola em que estuda:
Série:
1. Você gosta de estudar?
2. Quanto tempo você estuda por dia em casa?
3. Qual a matéria preferida na escola?
4. O que lhe vem à mente, quando falamos Matemática?
5. Você gosta de Matemática? Por quê?
6. Você tem dificuldades para aprender Matemática? Por quê?
7. Como é sua aula de matemática na escola em que você estuda?
8. Se você tivesse que escolher algum conteúdo em Matemática para estudar, qual escolheria? Por quê?
9. Você pretende continuar seus estudos de alguma forma? Como?
10. O que você gosta na Casa de Passagem?
11. O que você não gosta na Casa de Passagem?

Fonte: Elaborado pelo autor.

Inicialmente, com os seis reunidos, me apresentei, falando que sou professor de Matemática e gostaria da contribuição para a realização da pesquisa, questionando-os se estavam dispostos a colaborar com a participação deles e todos responderam positivamente, alguns com maior entusiasmo e outros demonstrando uma certa desconfiança. Em seguida, disse que a primeira parte da pesquisa seria uma entrevista com cada um deles para que pudesse começar a conhecê-los melhor.

Um a um, eles se dirigiram à sala da psicóloga e assistente social e todas as entrevistas transcorreram normalmente, sem interrupções. Vale dizer que também foram todas gravadas em áudio e posteriormente transcritas.

As respostas dos adolescentes às questões foram bem sucintas e, desta forma, vamos colocar de forma geral o conteúdo de suas falas, salientando alguns pontos interessantes notados e, quando se mostrar pertinente, transcrever algumas delas.

As questões 1 e 2 buscavam saber se eles gostavam de estudar e quanto tempo eles dedicavam ao estudo. Com exceção de um dos residentes todos responderam que gostavam de estudar, um deles ainda justificou: *"Porque é através dos estudos que eu vou ter minha profissão"*; o que respondeu de forma diferente relatou: *"Mais ou menos. Estudar não é bom não, mas tem que estudar pra ser alguém na vida"*, o que de certa forma demonstrava que o trabalho da equipe administrativa em relação a isso surtia algum efeito. Na questão 2, afirmaram que destinam ao estudo apenas o tempo necessário para terminar as tarefas ou para estudar para uma prova quando está perto.

Quanto à disciplina que mais gostavam na escola, as respostas foram bem variadas, citando Matemática, Português, Educação Física, Ciências, Geografia e Artes, alguns falaram mais de uma e as três primeiras foram as mais mencionadas. As concepções sobre Matemática, na questão 4 (O que lhe vem à mente, quando falamos Matemática?), giraram em torno de *"um monte de números"* ou *"fazer continhas"*.

Continuando com a descrição, três dos residentes falaram que não gostavam de Matemática, pois acham difícil, os outros três gostam, mas um deles destaca: *"só em algumas coisas. Às vezes não entendo direito"*. Já a pergunta 6, sobre se eles têm dificuldade em aprender matemática, todos responderam que sim, justificando principalmente como nos comentários: *"eu não consigo entender as coisas que a tia fala"* ou: *"porque tem vezes que tem uma conta que a gente consegue resolver e outras não"*.

A questão 7 buscava saber como era o ensino nas aulas de Matemática nas escolas em que frequentavam. Mais uma vez, a resposta foi unânime ressaltando o modelo tradicional de ensino, ou o Paradigma do Exercício (SKOVSMOSE, 2000), no qual o professor chega à sala, explana o conteúdo e pede para fazer exercícios, o que se confirma com esta citação de um residente: *"é normal, ele 'pega' no quadro, explica a matéria, depois ele manda pegar o livro para fazer o dever do livro"*. Quando solicitados a escolher um conteúdo que gostariam de estudar (pergunta 8), as respostas foram variadas, mas os motivos ficaram em torno do conteúdo ser, para eles, fácil ou difícil.

Pretendendo averiguar sobre perspectivas futuras dos adolescentes em relação à profissão, todos responderam afirmativamente em continuar os estudos, citando que gostariam de se tornar professor, veterinário, jogador de futebol ou soldado do exército.

Nas duas últimas perguntas sobre o que gostavam ou não na Casa, a maioria disse que gostava de fazer esportes e outros não gostavam de quando tinham que ficar dentro de casa. Algumas respostas dos residentes para a questão 10, em especial, demonstram o que eles podem ter vivido quando não estavam na Instituição, como na fala: *"eu gosto das atitudes deles, que eles nos respeitam. Não são as pessoas que tem lá fora, que bate em nós, que xinga nós e faz um monte de coisa, entendeu? Aqui, assim, é bom"*; neste caso, quando diz a "atitude deles" é referente à equipe da Casa. Outra resposta pode indicar a vontade que possuem de viver com alguém que realmente dê atenção e cuide deles: *"Só de sair da Casa"*, ou seja, de ter realmente uma família e uma casa para morar.

Após as entrevistas, reuni novamente os alunos residentes e reforcei o pedido de colaboração com a pesquisa e, mais uma vez, não manifestaram objeção.

Posteriormente, pedi que eles me mostrassem o espaço físico da Casa. Estávamos na área de convivência, passamos pela cozinha, me mostraram em seguida a sala de música/TV. Levaram-me até os quartos, masculino e feminino. As tarefas domésticas ficam a cargo dos próprios adolescentes, como lavar suas roupas, limpar os banheiros e quartos, fazendo um revezamento durante a semana. Na área externa, conheci a quadra de areia e os animais.

Ao final marcamos um novo momento em que estaria com os residentes participantes para a aplicação de algumas atividades sobre frações, como forma de conhecer o que eles sabiam sobre o conteúdo.

4.2 INVESTIGANDO OS CONHECIMENTOS SOBRE FRAÇÕES

O propósito deste momento foi pedir, primeiramente, que os alunos residentes respondessem ao questionário descrito no Quadro 4 e, em seguida, que fizessem dez atividades sobre noções iniciais de fração, as quais constam no Apêndice A.

QUADRO 4 – QUESTIONÁRIOS SOBRE O APRENDIZADO DE FRAÇÕES

Nome: ____
1. Você já estudou o conteúdo de frações na aula de matemática?
(   ) Sim   (   ) Não.
2. O que você acha do conteúdo frações?
(   ) Fácil   (   ) Difícil   (   ) não estudei frações ainda.
3. Quando você estudou, como foram suas aulas?
(   ) igual quando estudou outros conteúdos
(   ) utilizando jogos
(   ) utilizando alguns materiais para ver e manusear
(   ) não estudei frações ainda.
4. O que você acha de utilizar jogos para aprender matemática?
(   ) não acho que ajudaria muito
(   ) seria interessante para aprender.
5. No seu dia a dia, você observa se as frações estão presentes? Em que lugares?
____
____
6. De que forma você acha que seria mais legal aprender matemática e o conteúdo de frações?
____
____

Fonte: Elaborado pelo autor.

As atividades foram realizadas na Sala de Música e Televisão, por ser um ambiente mais reservado, onde se teriam menos riscos de interrupção, não interferindo na concentração e desempenho dos residentes. A sala possui uma mesa grande e dois sofás, deixei que eles ficassem a vontade e alguns até preferiram se sentar no chão.

Li em voz alta todas as questões para que, caso houvesse, pudessem sanar algumas dúvidas. Vamos às respostas obtidas. Na pergunta 1 todos marcaram que “sim”, já estudaram o conteúdo de frações, sendo que cinco indicaram achar “fácil” o conteúdo e o outro apontou a opção “difícil”.

Buscando investigar de que forma as frações foram abordadas na escola, dois adolescentes assinalaram a opção “utilizando alguns materiais para ver e manusear” e os outros quatro, o tópico “igual quando estudou outros conteúdos”, o que demonstra mais uma vez a presença do modelo tradicional no ensino. Todos os alunos residentes concordaram, no item 4, que utilizar jogos nas aulas de matemática “seria interessante para aprender”.

A penúltima das perguntas sondou se os adolescentes conseguem observar a matemática em seu cotidiano, em particular, as frações. Todos responderam afirmativamente, que observam as frações no seu dia a dia, porém se limitando a descrever que isso ocorre quando estão na escola. Alguns justificaram de outras formas, como nessa resposta: *“na hora de repartir algumas coisas”* ou, ainda, *“nos pisos da nossa casa”*, essa última, provavelmente está ligada ao significado parte-todo da fração, quando repartimos uma figura em partes iguais e esta representa uma fração do todo.

Talvez induzidos pelo item 4, algo que não era nossa intenção, todos os alunos residentes responderam que gostariam de utilizar jogos como forma de aprender matemática e o conteúdo de frações, destacamos duas falas: *“utilizando jogos que é mais legal”* e *“com jogos é mais fácil”*.

Após o término desta primeira etapa, recolhi todas as folhas e comentei que naquele momento seriam entregues as atividades para eles resolverem. Alguns se mostraram um pouco insatisfeitos, o que foi observado a partir de suas expressões no momento; outros até questionaram: *“vale ponto?”*. Depois de entregar as folhas, li todas as atividades com eles para tirar dúvidas. Disse ainda que ao longo das atividades eu não diria se as respostas estariam certas ou erradas, nem como resolvê-las, que o objetivo era saber quais os conhecimentos eles possuíam sobre as frações.

No apêndice A constam todas as atividades como foram apresentadas aos alunos. As 10 questões abordavam conceitos iniciais sobre frações em seus diferentes significados (1 e 6: parte-todo, 2 e 3: operador multiplicativo, 4: quociente e 9: medida), as noções de equivalência (5) e comparação/ordenação (8), além de operações aritméticas (7: adição e 10: subtração). Aqui, vamos descrever os resultados de modo geral, destacando apenas alguns aspectos que puderam ser notados.

O primeiro aspecto sendo o baixo rendimento em relação ao esperado com base nas séries escolares. Dos seis participantes, quatro não responderam corretamente nenhuma das questões. Os outros dois responderam duas questões corretamente, o primeiro as atividades 1 e 6, e o segundo as atividades 9 e 10. Porém, não é possível afirmar que as respostas foram dadas de forma consciente, pois nelas não havia justificativas.

Duas questões que abordavam aspectos importantes para a aprendizagem de frações, equivalência (atividade 5) e ordenação (atividade 8), mostraram que os adolescentes não conseguem compreender tais aspectos. O enunciado da questão 5 dizia: *Vilma comprou uma pizza e a dividiu em 4 pedaços, comeu 2. Chris comprou uma pizza, dividiu em 6 pedaços e comeu 3. Lúcio comprou uma pizza, dividiu em 8 pedaços e comeu 4. Quem comeu mais pizza? Por quê?* Apenas um residente respondeu que na verdade ninguém havia comido mais pizza que o outro, pois comeram a metade dela. Todos os outros disseram que Lúcio havia comido mais pizza, provavelmente, observaram apenas o número de pedaços que comeu, no caso 4, maior do que 3 e 2 que os outros comeram.

Vale salientar que na questão acima, ocorreu um equívoco em sua elaboração, o qual só foi descoberto posteriormente à aplicação. Não houve nenhuma menção em relação ao tamanho da *pizza*, o que poderia dar margem à outra interpretação, visto que dependendo do tamanho que cada um havia comprado, não necessariamente eles iriam comer o mesmo pedaço.

A questão 8 dizia: *Allan e Larissa são irmãos e o avô deles deu de presente uma mesma quantia de dinheiro para cada um. Allan já gastou* $\frac{1}{2}$ *do seu dinheiro e Larissa gastou* $\frac{1}{4}$ *do dela. Quem gastou mais dinheiro?* Os seis residentes indicaram que a resposta da questão seria Larissa, alguns sem justificativa, porém, o que podemos perceber é que os denominadores foram vistos como números naturais por si só e, como 4 é maior que 2, optaram por responder como dito acima.

No decorrer das atividades, foi notada também a forte presença das aulas tradicionais em sala de aula escolar, visto que nas falas dos alunos surgiram questionamentos como: *"você vai falar o que a gente errou?"*, "*vai corrigir agora?"* ou *"está certo assim?"*. Esta etapa foi importante também, pois foi possível ter algumas percepções em relação ao comportamento dos alunos residentes, como eles interagem com o grupo, quais deles eram mais agitados.

5 CONSTRUINDO A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A partir dos estudos e observações realizados anteriormente, foi possível elencar alguns aspectos para o prosseguimento deste trabalho e, consequentemente, a elaboração da sequência didática.

Com base nas respostas às atividades dos alunos ficou claro que a abordagem de frações deveria ser feita a partir dos primeiros conceitos relacionados à elas, pois os adolescentes até reconheciam frações, suas representações numérica e gráfica, mas não compreendiam seu significado, que também representam números, bem como os naturais, por exemplo.

Ficou constatado que a concepção parte-todo está muito presente nas ideias que os alunos residentes têm sobre frações, pois quando indicam que observam as frações no piso da sala, por exemplo, estão se remetendo à divisão de um todo em partes iguais para tomarmos uma ou mais dessas partes. Isso também foi observado em resposta a outras questões, pois em diversas ocasiões, mesmo sem expressar uma resposta ao final, o primeiro passo de alguns dos adolescentes era desenhar um retângulo para dividi-lo em certo número de partes.

Como descrito anteriormente, as respostas (ou quando não responderam) das duas questões relativas à equivalência e ordenação de frações (APÊNDICE A, questões 5 e 8), merecem bastante atenção e, como são dois conceitos fundamentais para o entendimento de frações, é necessário que sejam bem discutidos.

A nomenclatura de frações, bem como os seus termos (numerador e denominador), serão abordados durante as atividades, de forma mais natural possível, sem se ter uma atividade em que esses tópicos sejam destaque, pois esse não é o objetivo maior na execução da sequência.

Cada aluno residente recebeu um diário de bordo, um caderno para registrar o que julgaram necessário durante a realização das atividades ou quando eram solicitados a escrever algo, pelo pesquisador. Após cada atividade, esse caderno era recolhido e entregue novamente na atividade seguinte, para um maior controle das informações escritas pelos adolescentes.

Não foi deixada nenhuma espécie de “dever para casa”, levando em consideração que, nas entrevistas, os alunos demonstraram não ter o costume de estudar quando não estavam na escola e o faziam apenas quando necessário. Essa decisão foi tomada para evitar uma perda de tempo ou aplicação de atividades que não contribuíssem em nada, caso eles esquecessem ou não quisessem fazê-las.

Partindo dessas considerações, decidimos por abordar as frações frente a três dos seus significados: parte-todo, quociente e operador multiplicativo. A concepção parte-todo será o ponto de partida devido à sua frequência no ensino atual e para que os alunos comecem por algo que estão mais habituados. O significado quociente, por ser pouco explorado nos materiais didáticos e, o aspecto operador multiplicativo, por ser de grande importância para o estudo de outros conteúdos matemáticos, como a porcentagem. Mencionamos mais uma vez, que esses significados não são fechados entre si, podendo ser discutidos conjuntamente. Indispensáveis para o entendimento do que é fração, as atividades também tratarão de equivalência e ordenação.

Para a construção da sequência didática, foram elencados os objetivos que pretendemos alcançar ao término de todas as atividades da sequência e, deste modo, temos traçados os seguintes:

- Utilizar jogos e materiais manipuláveis na mediação do aprendizado de frações;
- Identificar frações por meio de seus diferentes significados, a saber, parte-todo, quociente e operador multiplicativo;
- Desenvolver as noções necessárias para comparar frações, reconhecendo assim, ordenação e equivalência.

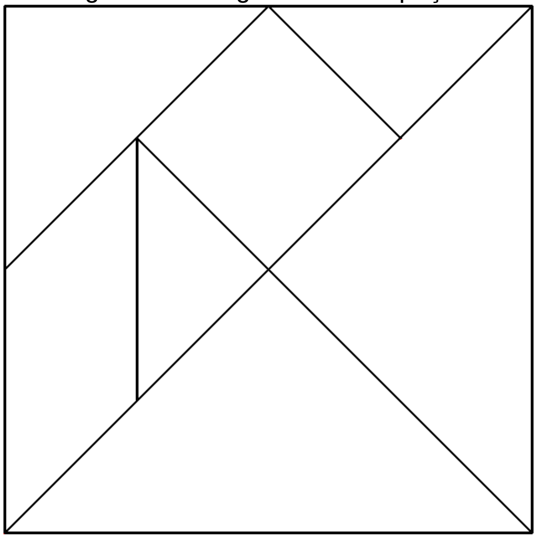
A seguir, traremos todas as atividades da sequência descritas e, em cada uma delas, são definidos os objetivos pretendidos para cada atividade.

ATIVIDADE 1: Brincando com o Tangram

Descrição:

O *Tangram* é um quebra-cabeça chinês muito antigo, com peças que se encaixam perfeitamente formando um quadrado. As peças são dois triângulos grandes, dois triângulos pequenos, um triângulo médio, um quadrado e um paralelogramo, como vemos na figura abaixo.

Figura 1 – Tangram de sete peças



Fonte: Elaborado pelo autor.

Objetivos:

- Desenvolver conceitos iniciais das frações por meio do significado parte-todo;
- Atentar para a divisão do todo em partes de mesma área nas figuras;
- Abordar a representação fracionária dos números, explicitando a existência do numerador e denominador;
- Sondar o que os alunos sabem sobre a nomenclatura de frações.

Material:

Folha de cartolina contendo o molde do *Tangram* de sete peças, lápis de cor e tesoura.

Procedimentos:

1. Contar uma das histórias por trás da origem do *Tangram*, explicando o que é o material.

2. Distribuir a folha com o molde do *Tangram*, impresso em um papel mais firme, como cartolina ou papel cartão, para colorir e recortar. De preferência pedir que eles pintem peças iguais de uma mesma cor. À medida que eles forem recortando, levá-los a identificar também quais figuras geométricas eles têm em mãos.

3. Deixar um tempo para o reconhecimento e familiarização do material. Pedir aos alunos que construam, por exemplo, dois quadrados com apenas duas peças cada, um quadrado com quatro peças, etc.

4. Dado o tempo de contato inicial com o *Tangram*, levantar questionamentos do tipo: quantos triângulos menores cabem num triângulo médio? E num grande?

5. Solicitar aos alunos que indiquem que parte do quadrado todo, os triângulos maiores representam.

6. Pedir que indiquem qual parte do quadrado todo, as demais figuras representam.

7. Questionar: Podemos escrever isso em forma de fração? Neste momento chamar atenção para a nomenclatura e representação de frações, ressaltando a existência do numerador e denominador. É importante que eles discutam as respostas entre si.

8. Pedir que escrevam no caderno em forma de fração, a parte que cada peça que compõe o *Tangram* representa em relação ao quadrado todo.

9. Levantar a seguinte questão: Eu poderia dizer que cada parte do *Tangram* representa $\frac{1}{7}$ da área total? Por quê?

10. Recapitular as frações encontradas por eles, retomando o porquê delas representarem cada área do quadrado, ressaltando a divisão em áreas iguais, quando falamos da concepção parte-todo da fração.

11. Pedir que eles respondam as seguintes perguntas no caderno: *O que aprendi no encontro de hoje?* e *Senti falta de…*

Tempo Estimado: um encontro de 90 minutos.

Fonte: (Adaptado) BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Programa gestão de Aprendizagem Escolar – Gestar I: Matemática. Caderno de Teoria e Prática 8: Operações com Números Racionais. Brasília: FNDE/MEC, 2007.

ATIVIDADE 2: Repartindo chocolates

Descrição:

Partindo de uma situação-problema apresentada, os alunos deverão criar meios de solucioná-la utilizando o auxílio de materiais manipuláveis distribuídos. Essa atividade aborda a fração no contexto da divisão.

Objetivos:

- Apresentar os conceitos iniciais de fração partindo do significado quociente;
- Reforçar a nomenclatura de frações, bem como a existência do numerador e denominador;

Material:

Cartolina, folhas em E.V.A., pincel atômico, tesoura, lápis, borracha.

Procedimentos:

1. Expor primeiro a seguinte situação-problema: “Reparta 6 chocolates entre 3 crianças de tal maneira que não sobre nenhum chocolate e todos recebam quantidades iguais” e discutir a questão.

2. Propor, em seguida: “Reparta 5 chocolates entre 3 crianças de tal maneira que não sobre nenhum chocolate e todos recebam quantidades iguais”.

3. Pedir que tentem resolver individualmente e, se necessário, que discutam em grupo.

4. Propor a utilização dos materiais para resolver a questão.

5. Durante o processo discutir as perguntas feitas pelos alunos sem lhes dar respostas, fazendo novos questionamentos.

6. Discutir as respostas dadas pelos alunos, pedir que eles expliquem como chegaram aos resultados.

7. Recapitular o que foi visto durante a atividade, mais uma vez, chamando atenção para a nomenclatura de frações, numerador e denominador. Dizer também que, neste caso, a fração que encontramos não surgiu da divisão de um todo em que tomamos determinado número de partes.

8. Propor o mesmo problema, porém com números diferentes: "Reparta 8 chocolates entre 5 crianças de tal maneira que não sobre nenhum chocolate e todos recebam quantidades iguais". Pedir que resolvam e, posteriormente, discutir formalizando novamente ao final.

9. Pedir que eles respondam as seguintes perguntas no caderno: *O que aprendi no encontro de hoje?* e *Senti falta de…*

10. Distribuir barras de chocolate, podendo mais uma vez abordar as frações presentes nessa divisão do chocolate entre eles.

Tempo Estimado: um encontro de 90 minutos.

Fonte: NOVA ESCOLA, Série Matemática é D+. Problemas com frações. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=jnHcF46RtBo>. Acesso em: 15 mai. 2015.

ATIVIDADE 3: Bolo de chocolate da Tia Maria

Para esta atividade os alunos deverão resolver uma situação no contexto de fração como operador multiplicativo, partindo de uma situação hipotética em uma receita culinária de um bolo de chocolate.

Objetivos:

- Descobrir as medidas de uma receita culinária a partir da situação posta;
- Identificar frações por meio da concepção operador multiplicativo;
- Observar que as frações se apresentam em nosso cotidiano.

Material:

Receita de um bolo e seus ingredientes, recipientes de medida.

Procedimentos:

1. A princípio será posta a seguinte situação: *Minha Tia Maria faz um bolo de chocolate muito gostoso. Um dia, pedi para que ela me desse a receita para eu tentar fazer o bolo. Mas ela acabou fazendo uma pegadinha comigo e colocou um monte de números pra eu encontrar as medidas que devo usar para fazer a receita. Pra começar, não sei que números são esses, vocês podem me ajudar?*

Figura 2 – Receita de bolo

Receita de Bolo da Tia Maria

1/5 de 200g de chocolate em pó

3/5 de 150g de açúcar

1/5 de 300g de manteiga

1/6 de uma dúzia de ovos

1/10 de 1kg de farinha de trigo

1/3 de 9g de fermento em pó

2/3 de 120ml de leite integral

Fonte: Elaborado pelo autor.

2. Após apresentar a receita, questioná-los: Qual a pegadinha tia Maria fez? O que essa receita tem de diferente das que estamos acostumados a ver?

3. Posteriormente, começará a investigação de como escrever a receita original a partir da proposta feita. Para isso, os residentes poderão utilizar os ingredientes e recipientes de medida para encontrar os valores correspondentes.

4. A partir dos resultados encontrados, criar uma tabela com os valores e instigar os alunos a observarem quais regularidades podemos perceber. Levá-los a entender a multiplicação e divisão que estão por trás do significado operador multiplicativo das frações.

5. Com o auxílio dos funcionários da cozinha, fazer a receita do bolo. Quando estiver pronto, dividir o bolo para que todos possam comer e mostrar quais frações estão presentes nessa divisão.

6. Recapitular tudo que foi visto durante a atividade.

7. Pedir que eles respondam as seguintes perguntas no caderno: *O que aprendi no encontro de hoje?* e *Senti falta de…*

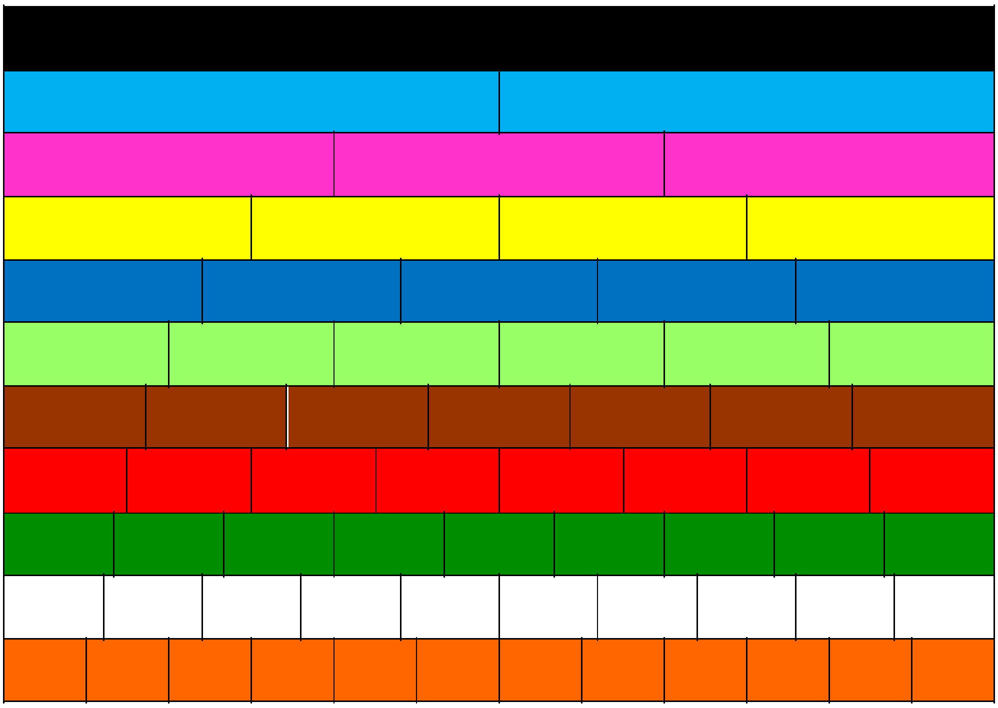
Tempo estimado: dois encontros de 90 minutos.

ATIVIDADE 4: Régua para estudar frações

Descrição:

A *Régua de Frações* é um material manipulável que consiste em diversas réguas coloridas divididas em partes: um inteiro, meios, terços e assim por diante. Existe o material pronto para ser utilizado, mas é possível confeccioná-lo. Para esta atividade, o molde do material (veja APÊNDICE B) será impresso, colado em papel cartão e levado aos residentes. Segue na figura abaixo como é o material:

Figura 3 - Régua de Frações



Fonte: Elaborado pelo autor.

Objetivos:

- Compreender a lógica de ordenação de fração;
- Comparar frações;
- Entender a noção de equivalência de frações;

Material:

Régua de Frações, lápis de cor, tesoura, cola, lápis e caderno.

Procedimentos:

1. Falar sobre a *Régua de Frações* e entregar o molde para que os alunos pintem de acordo com as cores: preto, azul-claro, rosa, amarelo, azul-escuro, verde-claro, marrom, vermelho, verde-escuro, verde-escuro, branco e laranja, como vimos na Figura 2. As cores podem ser alteradas, porém estas sempre estão nas caixas de lápis de cor, mesmo nas mais simples. Depois de pintar pedir que recortem. Esse momento já serve como familiarização ao material.

2. Pedir que respondam as perguntas a seguir. Elas podem ser impressas e entregue aos alunos para que colem no caderno, assim como as questões descritas nos tópicos posteriores.

    1. Quantas réguas marrons cabem dentro da régua preta?
    2. Quantas réguas verde-escuras cabem dentro da régua preta?
    3. Quantas réguas amarelas cabem dentro de uma régua preta?
    4. Quantas réguas vermelhas cabem dentro de uma régua azul-clara?
    5. Quantas réguas laranja cabem dentro de uma régua verde-clara?
    6. Quantas réguas brancas cabem dentro de uma azul-escura?

3. Levá-los a entender as frações por trás das réguas. Pedir que escrevam os valores das frações de todas as réguas, o que pode ser feito no próprio material ou em um novo desenho no caderno.

4. Prosseguir com as perguntas abaixo, cedendo um tempo para tentem resolvê-las e depois ouvir as respostas, corrigindo possíveis erros mostrando por meio das réguas.

1. Que fração representa a régua branca? E a régua rosa? Qual é maior?
2. Que fração representa a régua azul-escura? E a régua laranja? Qual é menor?
3. Que fração representa a régua verde-escura? E a régua azul-clara? Qual é maior?
4. Qual é maior, $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{7}$?
5. Qual é menor, $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{8}$?
6. Qual é maior, $\frac{1}{6}$ ou $\frac{1}{12}$?

5. Após isso, levantar questionamentos como na pergunta 4 anterior: Por que $\frac{1}{4}$ (régua amarela) é maior do que $\frac{1}{7}$ (régua marrom), se 4 é menor do que 7? Fazer o mesmo com outros exemplos até levá-los a perceber que, com numeradores iguais, quanto maior o denominador, menor a fração.

6. Entregar as próximas questões:

1. Represente $\frac{3}{10}$ e $\frac{6}{10}$ utilizando as réguas brancas. Qual fração é maior?
2. Represente $\frac{4}{9}$ e $\frac{5}{9}$ com as réguas verde-escuras. Qual fração é menor?
3. Represente $\frac{3}{8}$ e $\frac{5}{8}$ com as réguas vermelhas. Qual fração é maior?

Deixar que respondam e discutir posteriormente. Levá-los a perceber que, com denominadores iguais, quanto maior o numerador, maior a fração.

7. Continuando:

1. Qual é maior, uma régua azul-clara ou três réguas verde-claras? Por quê?
2. Qual é menor, uma régua azul-clara ou duas réguas amarelas? Por quê?

3. Qual é maior, uma régua rosa, três réguas verde-escuras ou quatro réguas laranja? Por quê?
4. Você consegue escrever outros grupos de frações equivalentes?

8. Pedir que respondam às três primeiras perguntas e explicar que essas frações são chamadas de *equivalentes*, pois representam uma mesma quantidade. Avançar com a questão 4, com o que os alunos fizeram.

9. Por fim, questionar: Sem utilizar as réguas é possível encontrar frações equivalentes? Como podemos fazer isso? Levá-los a compreender as operações que devem ser realizadas com as frações para encontrar respectivas frações equivalentes.

10. Revisar os tópicos abordados durante a atividade.

11. Pedir que eles respondam as seguintes perguntas no caderno: *O que aprendi no encontro de hoje?* e *Senti falta de…*

Tempo estimado: dois encontros de 90 minutos.

ATIVIDADE 5: Trilha das Frações

Descrição:

Por meio do *Jogo Trilha das Frações*, os alunos encontrarão situações que envolvem os conceitos abordados nas atividades anteriores, utilizando uma forma lúdica e descontraída como possibilidades para reconhecer as aprendizagens dos conceitos precedentes, relacionados à fração.

Objetivos:

- Recapitular conceitos de frações abordados nas atividades anteriores;
- Desenvolver capacidades matemáticas por meio de jogos;

Material:

Tabuleiro com o *Jogo Trilha das Frações* (APÊNDICE C), fichas com os comandos das respectivas casas (APÊNDICE D), dois dados e marcadores para os participantes.

Procedimentos:

1. Apresentar o *Jogo Trilha das Frações* e explicar as regras:

Seguindo os moldes tradicionais dos jogos de trilha, há a casa na qual todos saem, o INÍCIO. Os jogadores avançam na trilha a partir da jogada de um dado, precisando resolver a situação apresentada em cada casa que parar, até chegar ao FIM. Há cinco tipos de casas, das quais têm os seguintes comandos:

RESPONDA: Você precisa acertar a questão, se não permanece na casa de onde você havia saído.

ESCOLHA: Escolha alguém para tirar a carta RESPONDA. Se ela acertar, você avança duas casas e ela avança uma casa. Caso ela erre, você volta à casa de onde havia saído.

DESAFIO: Você deve pegar a carta e fazer o que está descrito, caso contrário, volta à casa de onde havia saído.

CHARADA: Quero ver se é capaz de responder essa Charadinha!

JOGUE OS DADOS:

1. Jogue um dado e avance o número de casas que saiu no dado.

2. Todos os jogadores jogam dois dados. O menor número que sair é o numerador e o maior número é o denominador. Quem tiver a maior fração avança três casas.

3. Todos os jogadores jogam dois dados. O menor número que sair é o numerador e o maior número é o denominador. Quem tiver a menor fração avança três casas.

4. Jogue um dado e volte o número de casas que sair no dado.

Quando chegar ao final, mesmo que tenha tirado um número suficiente para ultrapassar a casa FIM, o jogador deverá parar na última casa (RESPONDA). Deverá tirar uma carta e responder. Só ganhará o jogo se responder corretamente, caso contrário, permanecerá na casa, esperando as próximas rodadas para tentar responder e ganhar.

2. Definir os marcadores de cada participante e a ordem de jogada para iniciar o jogo. Durante as rodadas o professor pode auxiliar sanando possíveis dúvidas que surjam.

Tempo estimado: um encontro de 90 minutos.

6 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS ENCONTROS

Neste capítulo, relatamos a experimentação realizada por meio da aplicação da sequência didática. As atividades serão descritas e analisadas a partir de cada encontro realizado com os alunos residentes.

6.1 ORGANIZAÇÃO DOS ENCONTROS

Antes de iniciar a descrição e análise, faremos algumas considerações gerais sobre a organização dos encontros. Ao todo, foram realizados nove encontros, sempre no horário matutino, pois os participantes estudavam em suas respectivas escolas no turno vespertino. Os encontros aconteceram no período entre 15 de setembro e 05 de novembro de 2015, às terças-feiras e/ou quintas-feiras.

Para os relatos descritivos utilizarei a primeira pessoa do singular, me colocando de forma mais direta no texto, haja vista que as experiências foram, essencialmente, vivenciadas por mim na interação com os adolescentes. Para os momentos em que as situações foram analisadas, será utilizada a primeira pessoa do plural, apontando que foram realizadas em conjunto com os orientadores.

Outro aspecto a destacar é o uso do pronome em terceira pessoa do plural, referindo-se aos alunos residentes. Por vezes será dito que “todos” ou “eles” “disseram”, “responderam”, “indagaram”, etc.; porém, essas expressões não denotam, necessariamente, a ideia de todos, mas em um modo geral foi o que se sobressaiu no momento.

A aplicação das atividades ocorreu na sala de música/TV. Ao chegar, organizava a sala (Fotografia 2), que dispõe de um quadro de vidro na parede, o qual foi utilizado durante os encontros, além de uma mesa grande que foi colocada ao centro da sala juntamente com os bancos para os residentes se sentarem. Para reunir os alunos residentes, contei com a ajuda deles, do coordenador ou dos demais funcionários, que imediatamente avisavam aos alunos: “o professor de matemática chegou”.

Fotografia 2 – Sala de música/TV

Fonte: Dados da pesquisa.

No início de cada encontro eu escrevia no quadro o nome da atividade proposta e entregava os diários de bordos aos adolescentes, os quais eram recolhidos ao final. No primeiro dia, entreguei-lhes também lápis, borracha e uma caixa de lápis de cor, que poderiam ficar com eles e que serviriam para utilizarem no decorrer das atividades.

Apesar do roteiro previamente elaborado, a partir das atividades descritas no capítulo anterior, os encontros foram, em algumas ocasiões, modificados de acordo com seu andamento. Dos nove encontros, sete foram gravados em áudio para melhor análise e os dois restantes ocorreram problemas técnicos que impossibilitaram as gravações. A seguir, apresentaremos as análises dos encontros.

6.2 1º ENCONTRO – ATIVIDADE 1: BRINCANDO COM O TANGRAM (15 DE SETEMBRO DE 2015)

Ao chegar nesse primeiro dia, conversei com o coordenador para que ele ficasse a par de que eu começaria as atividades, mesmo ele já estando ciente disso. Alguns alunos já estavam no pátio, então os chamei para começar e todos entraram. Guilherme entrou na sala, mas ficou em um canto, dizendo que não iria participar.

Chamei para que pudesse se sentar ressaltando que a atividade que faríamos seria bem legal e ele iria gostar, mas isso não despertou seu interesse.

Voltei atenção para os outros adolescentes que se sentaram e, nesse momento, Guilherme saiu da sala. Quando eu estava prestes a apresentar a atividade e o que faríamos, ele retornou e se sentou, sem maiores explicações e até participou bastante no decorrer do encontro. Segui normalmente.

Entreguei alguns pirulitos para eles se sentirem mais à vontade. Lembrei-os de que eu estava fazendo uma pesquisa e que trabalharíamos algumas atividades sobre frações, durante alguns encontros, explicando que isso poderia de alguma forma ajudá-los, nas aulas de matemática e, quem sabe, na vida cotidiana deles.

Distribui os diários de bordo de cada um, explanando que eles poderiam utilizar o caderno para anotar o que quisessem durante os nossos encontros ou quando eu solicitasse que o fizessem. Juntamente com os diários, entreguei lápis, borracha e uma caixa de lápis de cor.

Posteriormente, falei que no encontro iríamos trabalhar com o *Tangram* e questionei se eles o conheciam, alguns responderam afirmativamente. Distribui a cada um os moldes do *Tangram* para que eles colorissem do modo como achassem melhor e recortassem. Abaixo, vemos o momento de confecção (Fotografia 3).

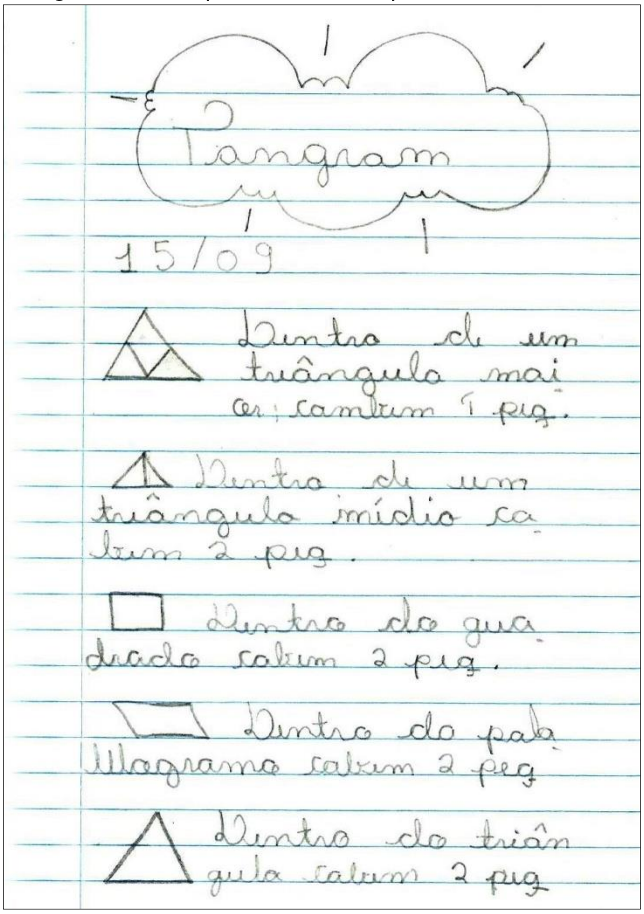
Fotografia 3 – Confecção do Tangram

Fonte: Dados da pesquisa.

Durante esse processo, fomos identificando quais as figuras geométricas cada uma das sete peças do *Tangram* representa. À medida que terminavam, pedi que tentassem construir figuras, como uma casa ou um gato e, ainda deixei que se familiarizassem por mais um período, pedindo que remontassem o quadrado original, que haviam recebido inicialmente.

Após isso, começaram meus questionamentos: Quantos triângulos menores cabem num triângulo grande? E no triângulo médio? E no quadrado? E no paralelogramo? Quantos triângulos médios cabem em um triângulo grande? Foram respondendo, sobrepondo as peças mencionadas, sem dificuldade, o que não levou muito tempo. Alguns dos alunos residentes anotaram essas informações no diário de bordo, como mostra a Figura 4.

Figura 4 – Respostas escritas por um dos alunos



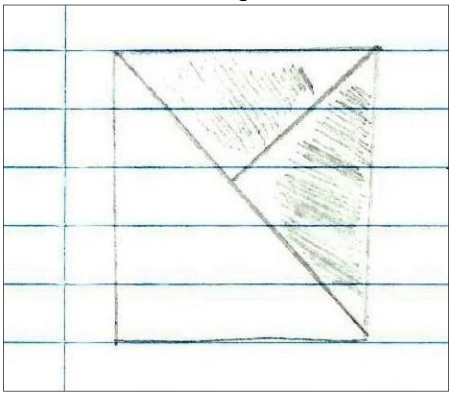
Fonte: Dados da Pesquisa.

Continuei perguntando que parte do quadrado todo, os dois triângulos maiores representam. Os adolescentes tiveram um pouco de dificuldade em entender o que eu perguntei. Tentei explicar colando um molde do *Tangram* em branco no quadro e pintando os dois triângulos maiores, indagando que parte a que estava pintada representava em relação ao quadrado todo e, mesmo assim, não levantaram nenhuma hipótese.

Então resolvi, depois disso, falar em fração e buscar algo que eles já reconheciam em relação à concepção parte-todo de fração. Desenhei um retângulo no quadro, reparti em quatro partes iguais e**,** tomei uma delas, indicando que aquela parte representava um quarto do retângulo todo. Começaram a entender.

Depois disso, Elizabete sugeriu que a resposta à questão seria $\frac{2}{7}$, pois se tinha um quadrado dividido em sete partes em que queríamos saber quanto representava duas dessas peças. Previamente, havia imaginado que isso poderia surgir durante o encontro, então aproveitei para antecipar a discussão de que**,** para representar uma fração como parte de um todo devemos dividir a figura, seja qual for, em partes com áreas iguais. Salientei que as peças do *Tangram* não são todas iguais e, por isso, não poderíamos dizer que $\frac{2}{7}$ era a fração que procurávamos. Utilizando essa ideia, pedi que desenhassem apenas o quadrado e as partes que queríamos, como abaixo (Figura 5) no desenho de um dos residentes.

Figura 5 – Desenho dos triângulos maiores no quadrado



Fonte: Dados da Pesquisa.

Perguntei novamente que fração a parte representava. Nesse momento Guilherme disse que a fração era $\frac{2}{3}$. Mais uma vez chamei atenção que deveríamos dividir em áreas iguais e nesse caso não tínhamos três partes iguais.

Questionei como saber a fração que representava um triângulo grande e, dividindo o restante da figura, encontramos quatro partes iguais e, chegamos a $\frac{1}{4}$. A partir disso, perguntei como faríamos com os dois triângulos. Desenhei o quadrado novamente, pintei a parte que representava os dois triângulos juntos e**,** perceberam que a resposta era $\frac{1}{4}$.

Em seguida, falamos sobre a nomenclatura de frações e dos termos**,** *numerador* e *denominador*. Em relação a isso, eles não demonstraram dificuldade.

Lancei o último desafio, solicitando que investigassem e escrevessem no caderno**,** que fração do quadrado todo**,** cada peça do *Tangram* representa. Lembrei que já havíamos descoberto a dos triângulos maiores, $\frac{1}{4}$ cada um. Pedi que começassem pelo triângulo pequeno.

Ficaram com dúvidas nesse primeiro momento e relembrei que eles já haviam feito algo parecido**,** anteriormente, sobrepondo peças para responderem as questões iniciais. A partir disso, começaram a sobrepor as peças. Nessa hora, todos estavam participando, havia um *Tangram* no centro e todos, em volta, estavam ajudando. Na Fotografia 4 a seguir, os vemos trabalhando na busca pela solução do desafio.

Fotografia 4 – Sobrepondo os triângulos menores sobre o Tangram

Fonte: Dados da Pesquisa.

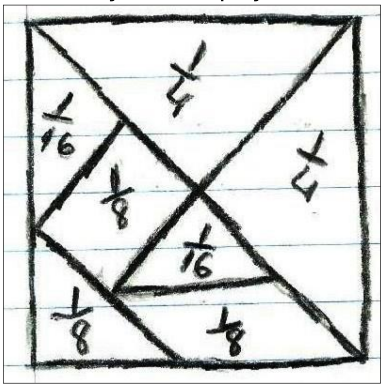
Vendo que cabiam 16 triângulos pequenos no quadrado total, conseguiram chegar à resposta $\frac{1}{16}$.

Passamos ao quadrado. Eles tentaram, primeiramente, sobrepor os quadrados no maior, sem êxito, pois não há como fazê-lo utilizando apenas quadrados. Insisti para que continuassem tentando, mas não encontraram um caminho. Outra vez relembrei do que havíamos feito no início do encontro, quando se constatou que num quadrado cabiam dois triângulos menores, ou seja, possuíam áreas iguais. Observaram que alguns quadrados poderiam ser colocados sobre o quadrado todo, porém outros deveriam ser repartidos em triângulos, o que não faria diferença por causa das áreas. Contaram o número de quadrados e chegaram à $\frac{1}{8}$.

Para o paralelogramo fizeram o mesmo processo anterior, descobrindo que $\frac{1}{8}$ era a fração que ele representava do todo. Para investigar o triângulo médio, Blenda, de imediato respondeu $\frac{1}{8}$, porém, não soube justificar e os levei a ideia, já mencionada antes, de que essas peças possuíam áreas iguais e, por isso, representavam a mesma fração.

A seguir, temos a Figura 6, com um *Tangram* desenhado por um dos residentes, apesar das medidas não tão exatas, com as respectivas frações que cada peça representa em relação ao quadrado todo.

Figura 6 – Frações das peças do Tangram



Fonte: Dados da Pesquisa.

Finalizando o encontro, solicitei que respondessem as duas questões (*O que aprendi no encontro de hoje?* e *Senti falta de…*). O que pude ouvir é que gostaram do que haviam feito e recapitulei o que havíamos feito durante toda a atividade.

6.3 2º ENCONTRO – ATIVIDADE 2: REPARTINDO CHOCOLATES (22 DE SETEMBRO DE 2015)

Com todos os residentes reunidos na sala de música propus o problema inicial: “Reparta 6 chocolates entre 3 crianças de tal maneira que não sobrem nenhum chocolate e todos recebam quantidades iguais”. Disse que eles poderiam ter o auxílio dos materiais e coloquei sobre a mesa, a folha em E.V.A., folha de papel e tesoura, os lápis de cor já estavam com eles.

Foi possível notar, mesmo com números mais simples, que os conceitos relacionados à divisão não estavam bem apropriados por eles, o que gerou certa dificuldade na resolução da questão, porém resolveram.

Ao propor a segunda situação, “Reparta 5 chocolates entre 3 crianças de tal maneira que não sobrem nenhum chocolate e todos recebam quantidades iguais”, deixei um tempo para que pensassem e tentassem resolver. Esta questão foi escrita numa cartolina e colada no quadro.

Prontamente, Elizabete disse que naquele caso não havia como resolver a situação e os outros repetiram a mesma resposta, mas por não quererem pensar mais sobre a questão. Provavelmente, a resposta de Elizabete se deu pelo fato de que os números utilizados trariam uma resposta com resto e não uma divisão exata.

Em seguida, pedi que eles pensassem um pouco mais, primeiro individualmente para discutirmos juntos. Foram dadas então, diversas respostas, como um para cada, três e, até mesmo, números maiores como oito e quinze. Expliquei novamente a questão, relendo com eles mais de uma vez, repetindo que não deveriam sobrar chocolates e dei mais um tempo para que eles pensassem.

Alguns utilizaram os materiais entregues, repartindo os chocolates em pedaços menores, porém contando cada pedaço como um inteiro. Como eles estavam em seis residentes e as três meninas sentadas de um lado da mesa e os três meninos do outro, suscitei uma nova discussão, me reportando a esses dois grupos:

> **Jonas:** *Se vocês ganhassem cinco chocolates e tivessem que repartir, igualmente, entre vocês, como fariam?*

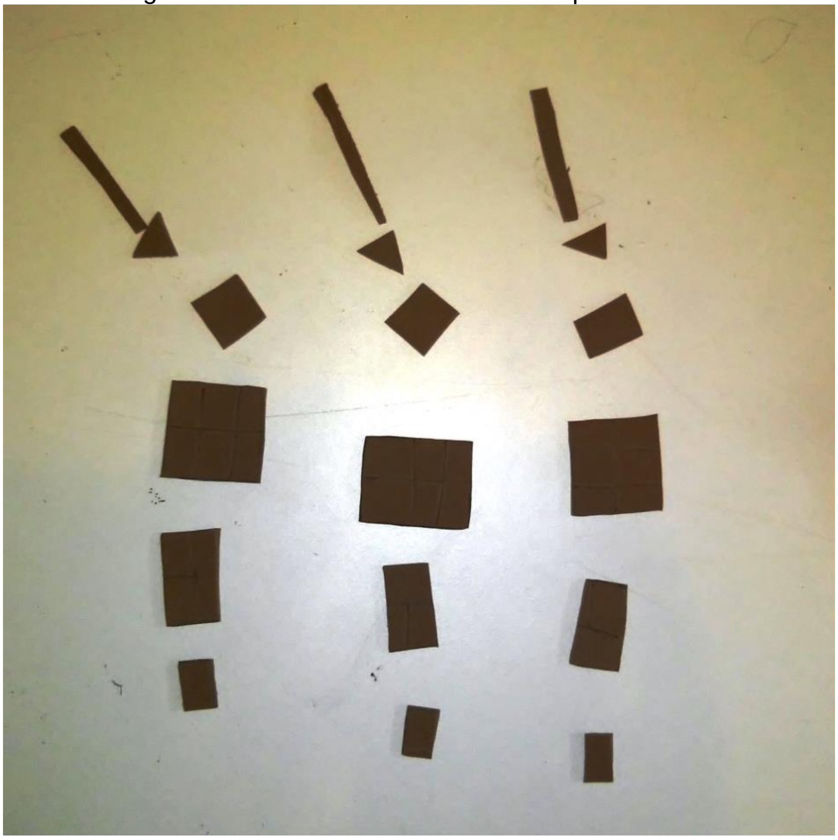
Refletiram um pouco e Clara, Blenda e Elizabete me chamaram para explicar como pensaram (Clara foi quem tomou a iniciativa da resolução e foi me mostrando os recortes):

> **Clara**: *Têm três crianças e cinco chocolates. Aí, dá um chocolate pra cada criança. Aí vai sobrar dois. Parte no meio e divide.*
>
> **Jonas**: *Mas cada criança vai receber o mesmo tanto? Vai sobrar um pedaço, o que fazer com ele?*

Enquanto isso, Augusto respondeu que seriam dez chocolates para cada um, tentando resolver o problema junto com os meninos. Pedi que tentassem mais um pouco.

Voltando para as meninas**,** que não conseguiram avançar na resolução, disse então que cada chocolate representava o todo; elas perceberam que repartindo ao meio os dois chocolates restantes**,** cada um receberia mais uma metade, sobrando ainda, uma metade para dividir. Perguntei o que elas poderiam fazer e repartiram novamente em mais três pedaços menores para dividir. A seguir (Fotografia 5), temos como a divisão foi proposta. As três “fileiras” verticais representam cada uma das crianças e a quantidade que cada uma receberia estão representadas nos três últimos pedaços de cada fileira, sendo um chocolate inteiro, meio chocolate e, por fim, um sexto do chocolate.

Fotografia 5 – Divisão de chocolate feita pelas meninas



Fonte: Dados da Pesquisa.

Os meninos ainda não haviam chegado à resposta. Em certo momento, Guilherme sugeriu que a resposta fosse dois, porém, disse a ele que se fossem dois para cada um teríamos um total de seis chocolates, mas no caso tínhamos cinco para dividir.

Neste momento, todos voltaram a atenção para o que Clara havia feito e entenderam a divisão realizada por ela, porém Guilherme insistia que a resposta seria três para cada, oito para cada e quinze para cada, em todas as ocasiões falei novamente que se cada criança recebesse esse tanto de chocolate teríamos mais do que o total de cinco para repartir. Então, questionei:

> **Jonas:** *E se eu pedir para vocês escreverem isso matematicamente, em números, vocês conseguiriam?*

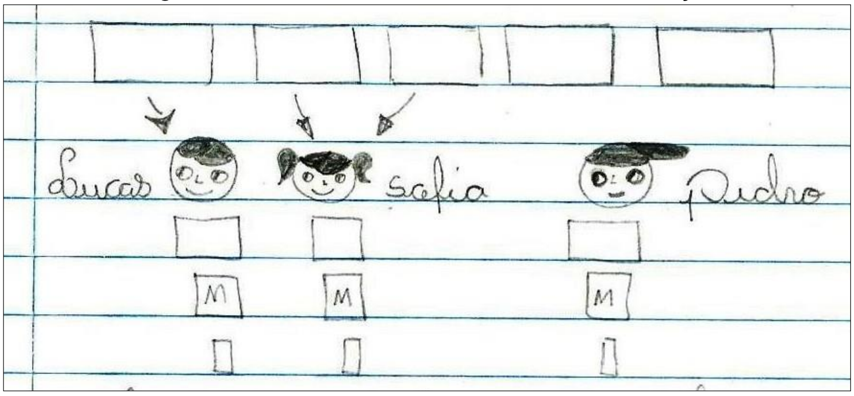
Houve reclamações de Blenda. Depois de um tempo sem nenhuma resposta por parte dos adolescentes, comecei a levantar questões, indagando sobre o que estávamos estudando. Responderam que era sobre frações e continuei:

> **Jonas:** *Será que podemos escrever isso em forma de fração?*

Haviam entendido a divisão realizada, mas houve bastante dificuldade para escrever isso em forma de fração. Fui ao quadro e desenhei as três crianças e os cinco chocolates. Demos nomes às crianças: Lucas, Sofia e Pedro. Retomei o problema e pedi que Clara explicasse o modo que havia feito para todos.

Primeiramente, ela dividiu três chocolates, um para cada. Sobraram dois, repartiu-os ao meio e distribui as metades. Ainda sobrou metade de um chocolate, o qual ela dividiu novamente em três partes iguais e as redistribuiu. Após ela ter feito, expliquei mais uma vez, desde o início, todo o processo realizado. A Figura 7 mostra o diário de bordo de um dos residentes, que copiou do quadro do mesmo modo como Clara havia feito.

Figura 7 – Divisão do chocolate entre as crianças



Fonte: Dados da Pesquisa.

Relembrei a questão: como podemos escrever isso em forma de fração? Comecei instigando-os a partir da própria fala deles, quando comentaram que um dos pedaços era metade do chocolate, perguntando que fração a metade representa.

Após um tempo que os deixei pensarem e, diante da ausência de respostas, fui ao quadro tentar estimulá-los a partir da divisão que lá havia sido feita.

> **Jonas**: *Essa parte* [o chocolate todo] *representa que quantidade?*
>
> **Eles**: *Um inteiro.*
>
> **Jonas**: *E essa outra parte que cada um recebeu?* [apontando no quadro].

Eles: *Um meio, uma metade.*

Jonas: *E essa parte menor, quanto representa?*

Eles: *O resto.*

Percebi que neste momento eles estavam associando situação-problema à ideia de divisão com números naturais, na qual se tem um resto. Salientei que, como o problema propusera, não poderia sobrar nada, não deveria haver resto, pois todos deveriam receber quantidades iguais.

Prossegui para escrever qual a fração cada parte daquela representava. Rapidamente disseram 1 para o chocolate todo. Tiveram grande dificuldade em associar meio/metade com $\frac{1}{2}$, mas, nada comparado à última ($\frac{1}{6}$). Ficaram bem confusos e eu tive que explicar todo o processo.

Desenhei no quadro os chocolates e os fui repartindo. Dividi um chocolate em duas partes e encontramos $\frac{1}{2}$, dividi outro em três partes obtendo $\frac{1}{3}$, depois $\frac{1}{4}$ e, por fim, dividi em seis partes para descobrir $\frac{1}{6}$, destacando que o pedaço menor de chocolate que tínhamos também representava essa quantidade. Escrevi no quadro que uma das formas que poderíamos escrever era: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$. Cabe assinalar que o sinal de + foi utilizado no sentido de juntar, sem ênfase na operação de adição.

Mostrei em seguida, outra forma de encontrarmos uma fração que representava tudo aquilo, utilizando outra divisão: como havia três crianças e cinco chocolates, cada chocolate foi repartido em três, representando $\frac{1}{3}$. Então cada criança iria receber cinco pedaços que representavam $\frac{1}{3}$ cada, ou seja, $\frac{5}{3}$, acentuando que, ao final, essa última fração traduzia bem a resposta: eram cinco chocolates para dividir entre três crianças, isto é, $\frac{5}{3}$.

Propus o mesmo problema com oito chocolates e três crianças. Alguns responderam de imediato que era $\frac{8}{3}$, porém refiz todo o processo descrito anteriormente para chegar até essa fração.

Por fim, levantei um último questionamento:

> **Jonas:** *Se eu tiver duas barras de chocolate para dividir com sete pessoas, que fração cada um receberia?*

Estávamos em sete pessoas. Começaram a dizer respostas aleatórias sem pensar antes. Levantei a questão por outro ponto:

> **Jonas:** *Se você tivesse que dividir uma barra para sete pessoas, o que faria? Tentem desenhar*.

Apesar de os problemas anteriores serem semelhantes, ninguém chegou à resposta por conta própria. Clara pediu para ir ao quadro e desenhar o que ela faria. Primeiro ela dividiu um retângulo (que seria a barra de chocolate) em seis pedaços. Perguntei: mas não é para dividir entre sete pessoas? Ela desenhou novamente, dividindo em sete pedaços. Questionei que fração representava um daqueles pedaços e, quase instantaneamente, disseram $\frac{1}{7}$.

Perguntei qual fração seria se fossem duas barras. Então, desenhei outro retângulo, dividi em sete partes. Novamente, quase de imediato, responderam $\frac{2}{7}$. Eu havia levado as duas barras de chocolates e, dividimos entre nós, aproveitando para mostrar essas frações mencionadas.

Fiz uma recapitulação do que foi visto no encontro e pedi para que eles escrevessem no diário de bordo (*O que aprendi no encontro de hoje?* e *Senti falta de…*).

Ao fim do encontro, foi perceptível que eles estavam bastante cansados, talvez pelo fato da atividade ter sido longa demais, pois o tempo previsto para sua realização foi ultrapassado. Foi notória também, a dificuldade que eles têm em compreender os conceitos relacionados à divisão, em tentar buscar respostas, o que fez com que eles se dispersassem em diversas ocasiões. Salvo esses momentos, em que era preciso chamá-los para a atividade, participaram do encontro, uns mais que os outros. Clara, praticamente todo o tempo; Elizabete, Blenda e Guilherme em nível médio; Augusto participou pouco e Jean quase nada.

6.4 3º ENCONTRO – ATIVIDADE 3 (PARTE 1): BOLO DE CHOCOLATE DA TIA MARIA (01 DE OUTUBRO DE 2015)

Ao chegar, Guilherme estava fazendo um trabalho de escola e o esperamos por alguns minutos. Ele se juntou a nós para iniciarmos.

Comecei relembrando o que havia sido feito no encontro anterior. Posteriormente, propus a situação principal do encontro, a Receita de Bolo da Tia Maria. Entreguei a folha impressa com a questão e lemos juntos.

Questionei se algum deles já havia feito alguma receita antes e comentaram que certa vez já fizeram na Casa mesmo. Mostrei, no meu celular, alguns outros exemplos de receitas, inclusive algumas em que apareciam frações em determinadas quantidades para os ingredientes.

Continuando, perguntei o que havia de diferente naquela receita proposta, qual pegadinha foi feita e que números eram aqueles. Responderam que eram frações e não dava para saber muito bem os números que ali estavam.

Então, eu disse que iríamos escrever a receita original do bolo de chocolate da tia Maria e em outro encontro iríamos pedir para as funcionárias da cozinha nos ajudar a fazer o bolo. Eles ficaram um pouco confusos no que era requerido e expliquei novamente: para seguirmos uma receita escrita é necessário ter as quantidades dos ingredientes para que a receita dê certo e que, com a que tínhamos em mãos, isso não era possível de imediato e precisávamos resolver aquela situação.

Comecei com um exemplo e, julgando que o entendimento seria melhor, tomei o caso dos ovos. Pedia-se que encontrasse $\frac{1}{6}$ de uma dúzia de ovos. Inicialmente questionei quantos ovos tinha em uma dúzia; a resposta não foi dada prontamente, porém, após conversarem, disseram 12 ovos. Para saber se eles conseguiam começar a investigar a situação, perguntei se conseguiam encontrar quanto era $\frac{1}{6}$ de 12 ovos.

Como mencionado, eu havia levado alguns dos ingredientes e, nesse caso, levei uma caixa de ovos, porém com tampinhas de garrafa para representá-los. Coloquei sobre a mesa para que, talvez, manipulando o material, conseguissem dar alguma resposta; contudo, mesmo assim, não tiveram progresso.

Ao observar a dificuldade, pensei em associar as ideias com a concepção parte-todo de frações, o que me parecia estar mais internalizado neles. Antes, relembrei as ideias com alguns exemplos:

> **Jonas:** *Se eu tenho uma pizza e quero comer* $\frac{1}{4}$ *dessa pizza* [desenhei no quadro]*, posso dividi-la em quatro partes iguais e comer uma dessas. E se eu comer três partes dessa pizza, quanto, em fração, eu comi?*

Porém, eles demonstraram dificuldades em responder a pergunta. Prossegui com outro exemplo:

> **Jonas:** *Tenho um chocolate* [desenhei no quadro] *e quero pintar três quintos dele, o que faço? Divido o chocolate em cinco partes e pinto três dessas.*

Tentei associar essa ideia com a concepção de operador multiplicativo a partir da situação de que se eu queria encontrar quanto era $\frac{1}{4}$ de 16 bolas de gude, poderia dividir as bolas de gude em quatro grupos (fui desenhando no quadro), tomar um dos grupos e contar quantas bolas de gude teria naquele grupo. Nesse momento Clara, Guilherme, Elizabete e Blenda demonstraram que compreenderam a noção.

Voltei à situação inicial, dos ovos, pedindo que eles pensassem da mesma forma como fizemos com as bolas de gude e, mais uma vez, ninguém sugeriu nada. Então continuei dizendo que se quisermos $\frac{1}{6}$ de 12 ovos, podemos repartir o total em seis partes e contar quantos ovos há em uma parte (o desenho dos ovos estava no quadro), ou seja, repartimos os 12 ovos em seis grupos de dois ovos e, tomando um desses grupos, encontraríamos o resultado contando os ovos, no caso dois, chegando à resposta de que $\frac{1}{6}$ de 12 ovos são dois ovos. Ainda recapitulei todo esse processo.

Prossegui utilizando outro ingrediente, a farinha de trigo ($\frac{1}{10}$ de 1 kg de farinha de trigo). Pedi que eles tentassem, mas ficaram muito dispersos e resolvi intervir novamente. Com a farinha de trigo em mãos, levantei outro ponto para que eles começassem a entender. O recipiente para medir comportava 300 g de farinha de trigo, então o enchi com essa quantidade e, perguntei:

> **Jonas:** *Se eu quiser metade desta quantidade de 300 g, como posso fazer?*

Clara tentou mostrar, mas não chegou perto da quantidade correta. Fui ao quadro e, mais uma vez, remeti-os à concepção parte-todo. Indaguei:

> **Jonas:** *Se eu tenho um círculo e quiser pintar a metade dele, como faço? Que fração isso representa?*

Ninguém respondeu. Notando que a abordagem não estava surtindo efeito, optei por deixar os ingredientes de lado e comecei a usar desenhos para que, de alguma forma, compreendessem o processo que estava sendo feito.

Primeiro questionei quantos gramas tinha 1 kg e, depois de um tempo, chegaram a 1000 g. Relembrei o exemplo dos ovos e disse:

> **Jonas:** *Vamos pensar que nós temos 10 vasilhas de plástico para dividir 1 kg ou 1000 g em cada uma delas e, depois, queremos tomar a quantidade contida em uma das vasilhas. Primeiro, como sabemos qual quantidade pôr em cada vasilha?*

> **Elizabete:** *Dividir.*
>
> **Jonas:** *Dividir o que?*
>
> **Elizabete:** *1000 por 10.*
>
> **Jonas:** *E quanto dá dividindo 1000 por 10?* [voltando a pergunta a todos].

Começaram a dizer resultados aleatórios**.** Clara e Elizabete tentaram esboçar algo escrito no caderno. Blenda, observando o que elas faziam, respondeu corretamente: 100 g. Desenhei no quadro as vasilhas e escrevi 100 g em cada uma delas e completei:

> **Jonas:** *Se quisermos* $\frac{1}{10}$ *de 1000 g, nós a dividimos em 10 partes* [apontando para o denominador] *e tomo uma dessas partes* [apontando para o numerador] *verificando sua quantidade e, então,* $\frac{1}{10}$ *de 1 kg são 100 g.*

Seguindo, considerei o próximo ingrediente, o chocolate em pó ($\frac{1}{5}$ de 200 g). Deixei um tempo para eles resolverem, mas apenas Elizabete tentou. Nesse tempo eu ia questionando-os, individualmente, como achavam que podiam fazer ou por onde começar a investigar; todavia, as respostas eram basicamente *não sei fazer* ou apenas não queriam tentar.

Ainda buscando trabalhar com os ingredientes que havia levado para manusear, coloquei a quantidade pedida (200 g) no recipiente e lembrei-os que queríamos $\frac{1}{5}$ daquela quantidade, ou seja, a quinta parte, mas não adiantou.

Voltei ao quadro para instigá-los a responder. Após algumas perguntas, Elizabete disse que teríamos que dividir 200 por cinco. Foi perceptível nesse momento que todos ainda tinham dificuldades no que diz respeito aos conceitos principais associados à divisão, bem como seu algoritmo. Apesar disso, Elizabete conseguiu encontrar a resposta 40 g.

Continuei questionando o que faríamos em seguida, mas eu mesmo tive que indicar o que deviam fazer, relembrando o que foi feito neste item.

A partir deste momento o encontro acabou se tornando uma aula quase, exclusivamente, expositiva e dialogada em alguns momentos. Tentei de várias formas fazer com que eles interagissem, mas foi complicado, por causa da dificuldade que apresentaram e também pelo desinteresse na atividade, que foi maior nesse encontro do que nos anteriores.

Prossegui com a descoberta dos ingredientes e apenas Elizabete ficou interessada em tentar encontrar as quantidades, conseguindo resolver as situações. Os demais participavam, mas de forma pouco expressiva. O que todos fizeram foi copiar os resultados que estavam no quadro.

Depois de encontrar todas as quantidades solicitei que escrevessem a receita original do Bolo da Tia Maria, a que seria usada caso alguém pretendesse fazer o bolo. Ao terminarem de escrever pedi que respondessem os itens *O que aprendi no encontro de hoje?* e *Senti falta de…* .

Outro aspecto que esteve muito presente nesse encontro é que os alunos não tiveram iniciativa, sempre esperam pela resposta; quando eu tentava instigá-los a pensar um pouco mais sobre a situação diziam algo como: *Dá a resposta logo!* Ainda foi perceptível a falta de interpretação: quando viam números, queriam apenas realizar alguma operação.

6.5 REPENSANDO OS CAMINHOS A SEGUIR

Com os encontros anteriores foi possível perceber a necessidade de parar, momentaneamente, o trabalho que estava sendo feito para repensar as formas de abordagem nas atividades, corroborando com a ideia de Paulo Freire de que ensinar exige reflexão sobre a prática. Com efeito, “é pensando criticamente a prática de hoje ou de ontem que se pode melhorar a próxima prática” (FREIRE, 2009, p. 39).

Apesar de considerarmos que as situações planejadas eram interessantes, do ponto de vista didático, as dificuldades de aprendizagem e a falta de interesse nos estudos de modo geral, observados durante os encontros, fez com que alguns caminhos fossem constantemente redefinidos, algo que D'Ambrósio (2012, p. 73) entenderia como uma característica natural da relação entre a teoria e a prática numa pesquisa:

> Toda teorização se dá em condições ideais, e somente na prática serão notados e colocados em evidência certos pressupostos que não podem ser identificados apenas teoricamente. Isto é, partir para a prática é como um mergulho no desconhecido.

Ressaltamos alguns percalços ocorridos pelo caminho: a remarcação de alguns encontros, como na ocasião em que ao chegar à Casa, duas adolescentes haviam ido visitar a mãe, que estava presa. Outro fato, ocorrido durante esse intervalo para redefinir alguns aspectos do modo de trabalho, foi a reintegração de um dos adolescentes à sua família (o Jean) e, portanto, a partir do próximo encontro relatado, contaremos com cinco participantes na pesquisa (Augusto, Blenda, Clara, Elizabete e Guilherme).

A partir dessas considerações, elencamos alguns pontos observados e revistos. No que diz respeito à configuração dos encontros, sua duração estava sendo longa, sempre extrapolando o horário previsto, por causa das pausas e entraves em seu decorrer. Por causa disso, a atividade *Régua para estudar Frações*, antes prevista para um encontro apenas, foi dividida em duas partes.

Outro aspecto esteve nas respostas dos alunos para as perguntas finais *O que aprendi no encontro de hoje?* e *Senti falta de…* previstas para se ter uma avaliação dos encontros por parte dos adolescentes e, no entanto, não se mostraram relevantes, pois eles só escreviam de maneira superficial; para a primeira questão, se limitavam a palavras tais como "frações", "receita", "dividir", etc.; para a segunda, eles diziam que sentiam falta de ir lá fora ou coisa parecida. Então, a partir desse momento não foi feito dessa forma e sim, informalmente, durante o início, sobre o encontro anterior ou, ao final de cada encontro, perguntando diretamente a eles.

Em relação ao conteúdo, foi perceptível a dificuldade com as noções mais básicas, como as operações, em especial a divisão, que é importante para o entendimento de frações. Não tinham dificuldades só com o algoritmo da divisão, como também com as ideias relacionadas ao conceito do que seja dividir. Ainda seria preciso levá-los a refletir sobre o que estavam fazendo, por exemplo, se temos que dividir seis por três, um resultado como cinco é impossível e isso pode ser útil para dar respostas mais plausíveis às situações.

A compreensão acerca das frações também estava ficando comprometida. Apesar de iniciar abordando a concepção por três de seus significados, mesmo não explicitando dessa forma, há sempre uma relação que se pode fazer com a concepção parte-todo, a qual ainda não estava consolidada nos residentes e parecia estar anteriormente. A partir disso focalizaremos, essencialmente, a abordagem na concepção parte-todo.

Nesse sentido optamos por dar uma pausa nas atividades previamente elaboradas e realizar mais dois encontros, como uma espécie de revisão e consolidação desses conceitos referentes à divisão e à concepção parte-todo da fração, para depois retornar à continuação da Atividade 3 (*Receita de Bolo da Tia Maria*) e as demais.

A seguir faremos a descrição das duas atividades acrescentadas e, nas seções seguintes, o que ocorreu durante os encontros.

ATIVIDADE: Relembrando a Divisão

Descrição:

A atividade preconiza abordar conceitos iniciais relacionados à divisão por situações em que se utilizam materiais manipuláveis, além de trabalhar a resolução com o algoritmo formal da divisão por meio do *Jogo Trilha da Divisão*. O APÊNDICE E traz um molde de tabuleiro para o jogo.

Objetivos:

- Revisar conceitos relativos à divisão;
- Trabalhar o algoritmo formal da divisão;
- Utilizar jogos e materiais manipuláveis como recursos didáticos na aprendizagem matemática.

Material:

Balas, cédulas falsas de dinheiro, material dourado, calculadora, tabuleiro *Jogo Trilha da Divisão*, cartelas para o jogo (APÊNDICE F) e marcadores.

Procedimentos:

1. Propor a seguinte situação: *Num pacote há 16 balas. Essas balas serão divididas em 4 partes e vou ganhar uma dessas partes. Quantas balas irei ganhar?*

2. Separar os residentes em grupos[7]: Clara; Blenda e Elizabete; Guilherme e Augusto. Propor que resolvam apenas utilizando as balas. Depois, utilizando o material dourado e, por último, escrevendo a operação e utilizando o algoritmo para fazê-la.

3. Sempre após uma resolução pedir que mostrem seus procedimentos para discutir com os demais. Mostrar também que podemos utilizar a calculadora para resolver a situação. Chamar atenção para certa "lógica" nas operações com números naturais: ao somarmos o quociente o número de vezes referente ao divisor encontraremos o dividendo ou, caso haja resto, o dividendo menos o resto.

4. Apresentar outra situação: *5 amigos ganharam um prêmio em dinheiro numa rifa da escola. No total ganharam 65 reais e querem repartir igualmente o dinheiro entre eles. Quanto cada um receberá? Vai sobrar dinheiro?*

5. Novamente, organizar os adolescentes: Blenda; Elizabete e Augusto; Clara e Guilherme. Devem resolver inicialmente utilizando cédulas falsas de dinheiro e após, o material dourado. Por fim, mostrar no quadro o algoritmo. A cada resolução, deixar que discutam entre si os resultados. Mostrar a resolução também com a calculadora.

6. As divisões anteriores foram exatas, não tendo resto ao final da operação. Lembrá-los que nem sempre uma divisão terá resto zero, fazendo conexão com o jogo que será feito a seguir, o *Jogo Trilha da Divisão*.

[7] Para esse encontro, a separação dos alunos residentes foi feita baseada nas observações realizadas durante os encontros, como forma de fazer com que participassem mais e talvez desenvolvessem melhor a atividade.

7. Reorganizar os alunos: Elizabete; Blenda e Guilherme; Augusto e Clara e dispor sobre a mesa o tabuleiro do jogo, cartelas com problemas ou operações e marcadores para os jogadores.

8. Explicar as regras: para jogar, as cartelas são embaralhadas e colocadas viradas para baixo. Define-se a ordem de jogada. Cada time, em sua vez, sorteia uma cartela e terá que resolver o problema/operação envolvendo uma divisão. A dupla avança na trilha a partir do resto da divisão contida no problema, por exemplo, se o resto for zero os jogadores não avançam, se o resto for dois, eles avançam duas casas, etc. Ganha quem chegar ao fim primeiro. O time deverá resolver a situação, mas só irão avançar se as outras duplas concordarem com a resolução feita por eles.

10. Recapitular o que foi visto durante o encontro.

Tempo Estimado: um encontro de 90 minutos.

ATIVIDADE: Corrida de Frações

Descrição:

O jogo trabalha com noções iniciais de fração, a ideia de parte-todo e frações próprias e impróprias (ressaltamos que aqui o objetivo não era abordar esses dois últimos tópicos).

Objetivo:

- Reforçar o significado parte-todo das frações por meio de jogos.

Material:

Barras de Frações (são seis barras, sendo divididas em duas, três, quatro, cinco, seis e oito partes), dois dados: o dado “quem” com faces 2, 3, 4, 5, 6 e 8, que será o denominador da fração e o dado “quanto” com faces de 1 a 6, que será o numerador, além de carrinhos para a corrida (uma para cada participante).

Procedimentos:

1. Definir as linhas de saída e chegada da corrida, assim como os carrinhos de cada um e a ordem de jogada.

2. Explicar as regras: primeiramente joga-se o dado “quem”. Temos o denominador e a sua respectiva barra dividida. Depois joga-se o dado “quanto”. Tem-se “quantos” pedacinhos da barra o jogador andará naquela rodada.

3. Deixar que joguem e, ao final, chamar atenção para o significado parte-todo (não explicitamente nesse termo) a partir de exemplos com as jogadas dos adolescentes durante o jogo.

Fonte: JOGO Corrida das Frações. Disponibilizado em 06 nov. 2012. In: Blog Jogomática – Jogos e Atividades Lúdicas para o Ensino de Matemática. Disponível em: <http://jogomatica.blogspot.com.br/2012/11/jogo-corrida-das-fracoes.html>. Acesso em: 02 out. 2015.

Tempo Estimado: um encontro de 90 minutos.

6.6 4° ENCONTRO – ATIVIDADE: RELEMBRANDO A DIVISÃO (20 DE OUTUBRO DE 2015)

Esse encontro teve a participação da Professora Andressa Cesana, coorientadora desta pesquisa. Iniciei fazendo uma retrospectiva do que havíamos feito nos encontros anteriores. Comentei que percebi que eles estavam com certa dificuldade em relação à divisão, tanto no conceito quanto no algoritmo, complementando que para o encontro desse dia faríamos algumas atividades sobre a divisão e ao final iríamos fazer um jogo bem legal.

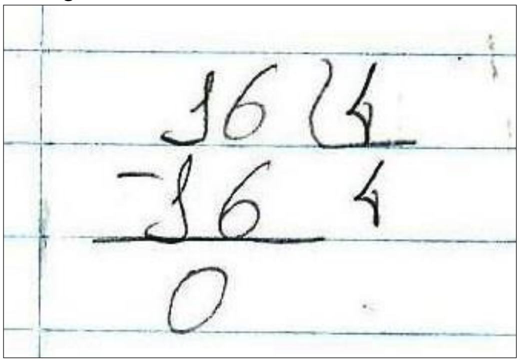
Como a partir desse encontro o número de participantes caiu para cinco, os residentes foram organizados em duas duplas e um sozinho, aproveitando a presença da Prof.ª Andressa, pedia que quem ficasse sozinho fizesse dupla com ela.

Propus a primeira situação e distribui balas para resolverem primeiramente utilizando-as. De forma natural os alunos residentes repartiram as balas em quatro grupos de quatro balas. Alguns responderam oito, talvez por estarem em dupla, porém relembrei o enunciado do problema que pretendíamos solucionar e, ficou tudo entendido.

Indaguei a todos, como eles fariam para resolver a mesma situação utilizando o material dourado (fiz uma breve fala sobre o material, as representações de unidade, dezena, centena e unidade de milhar). Novamente, prontamente tomaram 16 cubinhos que representavam uma unidade cada e dividiram em quatro grupos de quatro cubinhos cada.

Feito isso, questionei como poderíamos descrever aquela situação matematicamente ou em forma de números. Ninguém indicou uma resposta. Perguntei como eles faziam para descrever esse tipo de situação se estivessem na sala de aula. Guilherme foi o primeiro a responder e pedi que ele fosse ao quadro e mostrasse a todos. Ele escreveu da forma usual como geralmente armamos uma conta de divisão (como podemos ver na Figura 8), entretanto não soube resolver usando o algoritmo.

Figura 8 – Conta de divisão "armada"



Fonte: Dados da Pesquisa.

Os outros começaram a ajudar. Elizabete disse que era para ir escrevendo a tabuada do quatro e foi ao quadro resolver utilizando o algoritmo formal. Distribui uma calculadora para cada um, dizendo que ao final de todas as atividades eles a ganhariam, o que os deixou animados. Também resolvemos a situação fazendo uso da calculadora.

Ainda lancei a situação em que 16 : 4 = 5 que, obviamente, está incorreta, discutindo com os residentes que, podemos verificar se nossas respostas são coerentes, chamando a atenção nesse caso que, se fizermos quatro grupos com cinco balas vamos ter um total de 20 balas, não condizente com a quantidade 16 que temos inicialmente.

Tornei a separar os adolescentes e apresentei a segunda situação, entregando as cédulas falsas de dinheiro. Mostraram bastante dificuldade para entender o que estava sendo pedido. Apenas Clara (ela fazia dupla com Guilherme, porém ele estava mais entretido com a calculadora do que com a atividade) conseguiu chegar a uma resposta por meios próprios.

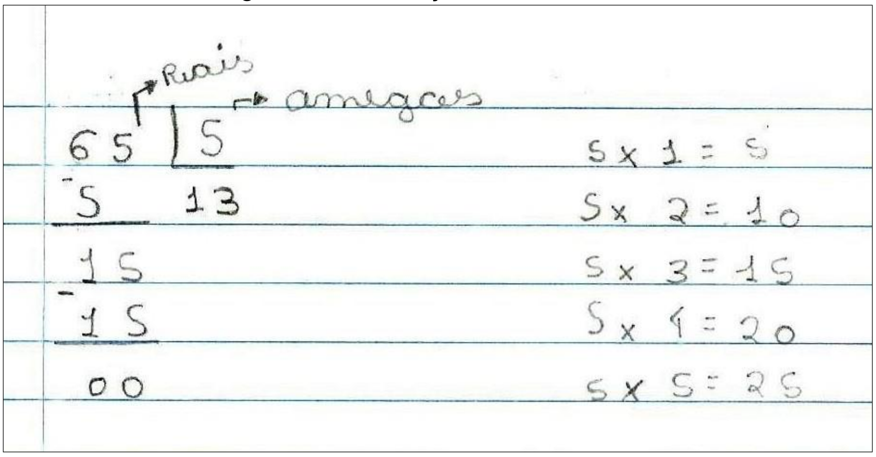
Blenda estava com Andressa que a auxiliou na resolução. Elizabete ainda não havia entendido o que era requerido no problema (ela fazia dupla com Augusto que não estava demonstrando interesse) e Andressa também sentou ao seu lado, ajudando-a. Os meninos só participaram no momento em que a calculadora foi utilizada para verificar os resultados.

Em diversos momentos, apesar de ter gostado muito da calculadora, Guilherme confundia o que era pedido e, por exemplo, em vez de operar com a divisão, realizava a multiplicação, o que, obviamente, levava a um resultado absurdo, nesse caso fazendo 65 x 5 = 325 e não utilizando a divisão. Chamei a atenção para isso, apontando a impossibilidade de obtermos aquele resultado no contexto do problema que estávamos trabalhando.

Passamos a tentar resolver o algoritmo e Elizabete foi ao quadro, contando com o auxílio de todos, que participavam bastante nesse momento. Vale ressaltar a forma como os alunos usavam o algoritmo, era visível que eles repetiam os passos, sem perceber o significado do que estavam fazendo.

A resolução era sempre dessa forma, colocando a tabuada do divisor ao lado. Vejamos como um dos residentes escreveu na Figura 9.

Figura 9 – Resolução de uma divisão



Fonte: Dados da Pesquisa.

A partir da tabuada, observavam qual resultado mais se aproximava do dividendo. No entanto, como dito anteriormente, sem muito significado no que estavam fazendo, mais uma vez, confirmando o caráter tradicional com que aprenderam matemática.

Isso era perceptível também na fala de Elizabete, que ao começar a resolver uma divisão, sempre perguntava se era possível dividir o primeiro algarismo do dividendo pelo divisor, nesse caso: *6 dá para dividir por 5?*

Baseado nesse comentário feito por Elizabete, procurei utilizar o material dourado para tentar explicar melhor por que primeiro dividir o seis por cinco, indicando que na verdade estamos dividindo primeiramente as dezenas. Apanhei seis barras de dezena e cinco cubinhos de unidade.

Comecei pelas dezenas, dividindo-as em cinco grupos. Sobrou uma dezena e fui associando aos passos do algoritmo (6 : 5 = 1, 1 x 5 = 5 e 6 – 5 = 1). Depois, “abaixamos” o cinco para continuar a divisão, ou seja, teríamos 15 para dividir por cinco e assim, uma barra de dezena e cinco cubinhos de unidade. Nessa configuração estava difícil para resolver e questionei-os o que poderia ser feito e disseram para trocar a barra de dezena por dez cubinhos de unidade.

Assim aconteceu e tínhamos então, 15 unidades para repartir em cinco grupos. Fui repartindo um a um pelos grupos até que não pudesse mais dividir igualmente, resultando em três e não sobrando nenhuma unidade. Tudo isso também foi escrito no quadro na resolução do algoritmo. Chegamos, finalmente, ao resultado de que cada amigo receberia 13 reais e não sobraria dinheiro.

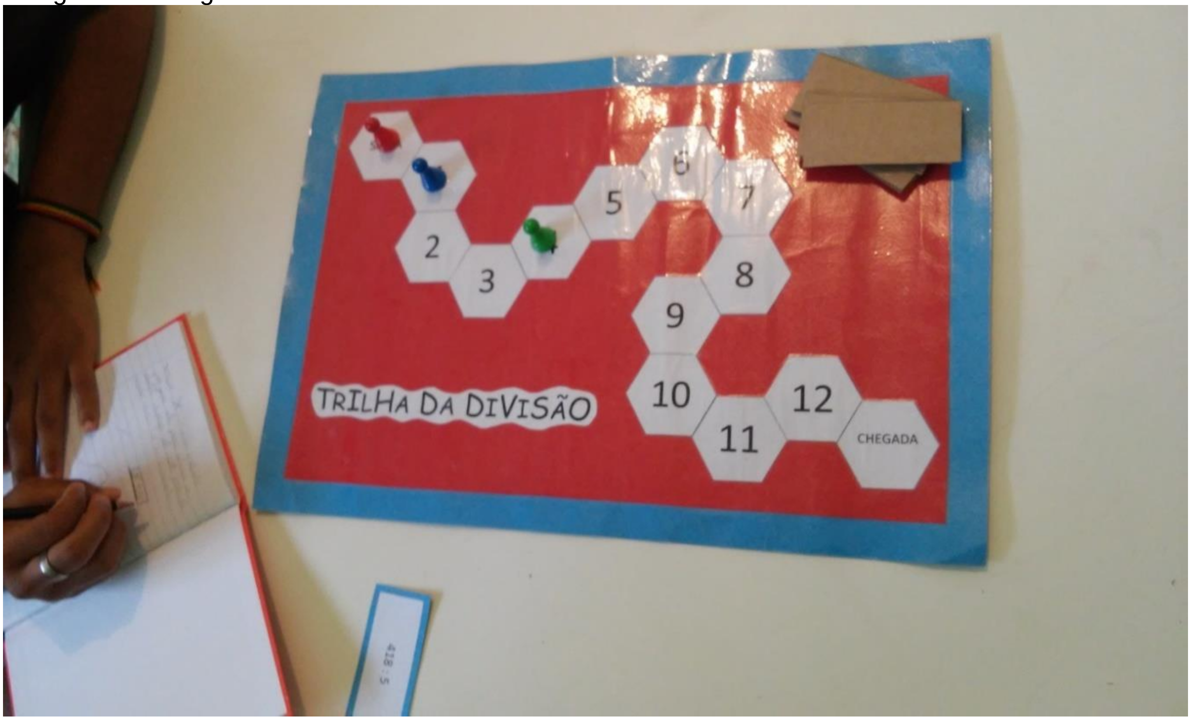
Em alguns momentos os materiais manipulativos eram utilizados pelos adolescentes apenas como forma de distração. Por exemplo, Clara formou figuras com o material dourado e Guilherme manuseava a calculadora, sem objetivo específico.

Voltando à atividade, destaquei que havíamos visto apenas divisões exatas, em que o resto era zero e que, nem toda divisão era dessa forma, o que veríamos também no *Jogo Trilha da Divisão* a seguir.

Outra vez, refiz a divisão das duplas. Andressa precisou se ausentar antes do término do encontro e, Elizabete ficou sozinha, mas eu disse que poderia ajudá-la, se necessário. As outras duplas foram: Blenda e Guilherme, Clara e Augusto.

Expliquei as regras do jogo e escolheram seus marcadores. Definimos a ordem de jogada e que ao retirar a carta, era preciso resolver a situação no quadro, com a supervisão de todos, para assim avançar as casas. Coincidentemente, as cartas retiradas foram apenas operações. A seguir, temos a Fotografia 6 feita durante o jogo.

Fotografia 6 – Jogo Trilha da Divisão



Fonte: Dados da Pesquisa.

No decorrer do jogo, foi possível notar o envolvimento de todos, ficavam felizes ou decepcionados a partir dos restos encontrados e fui animando-os para saber quem ganharia. Também observaram que, obviamente, gostariam de obter restos maiores para avançar mais casas.

Deixei que utilizassem a calculadora, a qual foi útil para a escrita da tabuada do divisor em questão, forma pela qual sempre resolviam as operações. Como a maioria das operações não tinha resto nulo, foi importante chamar a atenção que a calculadora poderia não ser crucial para a resolução, pois encontravam números que não eram inteiros, fugindo do objetivo do jogo que era andar as casas a partir dos restos.

A matemática foi o maior entrave no jogo e, em determinados momentos, eu intervia colaborando na resolução para que eles não desanimassem. Elizabete era a mais empolgada e queria ajudar a todos. Mostraram ainda, colaboração uns com os outros, mesmo não sendo sua vez de jogar.

6.7 5° ENCONTRO – ATIVIDADE: CORRIDA DAS FRAÇÕES (22 DE OUTUBRO DE 2015)

Após os cumprimentos iniciais, como realizados em todos os encontros, comecei falando sobre o *Jogo Corrida das Frações*, explicando as regras e demonstrando com exemplos qual ficha era necessária e qual distância se andaria, dependendo dos números sorteados nos dados. Ainda fui ao quadro desenhar as fichas e suas representações gráficas das frações desses exemplos.

Estabelecemos a cor do carrinho de cada um e, jogando um dado, definimos também a ordem de jogada. O jogo foi iniciado e, aos poucos fui incentivando-os com questões do tipo: Quem ganhará o jogo? O começo foi um pouco confuso até que eles se acostumaram com as regras e com o modo de jogar.

Fui intervindo aos poucos quando eles confundiam a distância que deveria ser percorrida a partir da fração sorteada. A primeira intervenção foi ao sair a fração $\frac{6}{6}$ nos dados, mas fui ao quadro e, sempre dialogando com os adolescentes, desenhei a ficha dividida em seis partes e pintei seis das partes, o que fez com que eles percebessem que a distância era o tamanho total da ficha.

Também foi necessária melhor explicação no caso das frações impróprias, as quais indicam quantidades maiores que o inteiro e sendo assim, temos o numerador maior que o denominador. A primeira situação em que isso se apresentou foi com a fração $\frac{6}{3}$, a qual foi resolvida apenas indicando oralmente, sendo que eles próprios notaram que deveriam andar a distância de duas fichas.

Sempre que o jogo ficava um pouco monótono, eu buscava animá-los com algumas indagações: *Quem vai ganhar essa corrida?*, *Joga esses dados com vontade!* ou quando as posições se invertiam de uma rodada para outra: *Essa corrida está muito emocionante!*, *Pode ser que mude de novo, dependendo da jogada*.

Foi interessante que, por si mesmos, apontavam quando a distância que alguém percorria não estava correta com a fração representada nas fichas, atentos ao jogo e, consequentemente, ao conteúdo matemático em questão.

A proposta do encontro era aproveitar bastante o jogo, sem a necessidade de usar papel e caneta, para que pudessem participar de forma mais efetiva e, obter assim, um aprendizado maior.

Em alguns momentos, estavam tão animados (principalmente Guilherme, Blenda e Augusto) que queriam fazer as jogadas pelos outros. Em diversas ocasiões, ficavam se questionando quais números eles deveriam sortear para andar uma distância maior na corrida, inclusive levantando algumas possibilidades. Augusto questionou sobre isso diretamente a mim, porém deixei que o jogo acabasse para então comentar algo. Abaixo a Fotografia 7 de um dos momentos do jogo.

Fotografia 7 – Corrida das Frações

Fonte: Dados da Pesquisa.

Na metade do jogo, Blenda e Augusto estavam muito animados, pois estavam ganhando, Guilherme estava na última posição, porém eu continuava incentivando, dizendo que tudo podia acontecer nas próximas rodadas, o que teve uma resposta positiva por parte dele. De fato, as posições se alternaram diversas vezes até termos um ganhador.

Clara jogava, mas não com tanto interesse e Elizabete estava bastante desinteressada pelo jogo, inclusive em certo momento disse:

> **Elizabete:** *Ah, eu não quero jogar isso mais não.*

Talvez por não estar ganhando ou por que gosta de atividades mais tradicionais mesmo. Os outros até tentavam estimulá-la para que continuasse, como na fala de Blenda:

> **Blenda:** *Vamos Elizabete, você ainda pode ganhar*.

E assim foi até o fim do jogo, terminando a corrida da seguinte ordem: Blenda, Guilherme, Augusto, Clara e Elizabete. De modo geral, ficaram bem envolvidos com o jogo. A intenção da atividade não era fazer uma discussão mais aprofundada do jogo, mas como eles demonstraram interessados e curiosos em alguns aspectos, resolvi explorar um pouco mais as frações por trás do jogo.

Indaguei-os, a partir do que eles haviam comentado anteriormente, sobre quais números deveriam ser sorteados para andar uma distância maior na corrida. A princípio questionei quais os valores possíveis em cada dado e os coloquei no quadro. Em nosso caso, o dado *Quem* (denominador) tinha valores escritos em vermelho e o dado *Quanto* (numerador) em azul.

Perguntei se alguém tinha alguma ideia de quais números deveriam sair em cada dado para andar uma distância maior. Todos estavam atentos ao que eu dizia e responderam que era necessário sortear um número vermelho mais alto. Levantei um exemplo:

Jonas: *E se sair o oito no dado vermelho?*

Guilherme: *Daí, se sair o seis, você pega seis de oito.*

Jonas: *Então, vamos desenhar a ficha?* [Desenhei no quadro e indaguei] *Se sair* $\frac{6}{8}$ *teremos a maior distância?*

Eles: *Não.*

Expliquei que, quanto maior o denominador, menos chance de andar uma distância maior teremos. Se, por exemplo, o denominador for oito, as possibilidades para o numerador vão de um a seis e, assim, andaremos sempre uma distância menor que uma ficha, que representa o inteiro.

Cabe a ressalva de que o objetivo aqui não era apresentar, do ponto de vista matemático, generalizações ou conceitos mais formais que poderiam emergir nessa situação.

Com o mesmo pensamento anterior, sublinhei que, quanto menor for o denominador, mais chances de se andar uma distância maior. Tomando por exemplo o dois como denominador (a menor opção possível), fui mostrando, ilustrando com os desenhos das fichas, o que acontecia se fossem sorteados cada um dos numeradores prováveis (um a seis), para que percebam que quanto maior o numerador maior a distância.

Aproveitando os exemplos anteriores, chamei a atenção para uma breve comparação entre frações (tópico que seria explorado em encontros posteriores). Comparando as frações $\frac{6}{8}$ e $\frac{2}{2}$, acentuei que, isoladamente, o 6 e o 8 são maiores do que 2, entretanto, ao trabalhar com frações essa lógica não se aplica, pois era visível, a partir das fichas, que $\frac{6}{8} < \frac{2}{2}$.

Blenda respondia a todos os questionamentos postos até então, assim como ocorria a participação efetiva de todos os outros, sendo que apenas Clara e Elizabete, não participavam dialogando. Ainda explorando o fato de que eles estavam mais participativos do que o habitual, fui reforçando o que havíamos visto durante o encontro, em relação à concepção parte-todo de frações.

Pedi a Guilherme que desenhasse uma figura que representasse a fração $\frac{3}{5}$. Ele foi ao quadro, desenhou um retângulo, dividiu em cinco partes e pintou três. Dialogando com o restante dos adolescentes sobre o que achavam da resposta, todos concordaram com ela.

Depois, escrevi no quadro a fração $\frac{4}{9}$, pedindo à Elizabete que fizesse uma representação dessa fração. Todos estavam envolvidos. Inicialmente, ela desenhou um círculo e dividiu em oito partes.

Augusto: *Aí tem oito.*

Clara [começou a sugerir algo]: *Faz…*

Augusto: *Faz quadradinho.*

Elizabete fez um retângulo, repartiu em nove partes e pintou quatro. As áreas que representavam cada parte não estavam iguais e chamei atenção para isso diante todos os alunos residentes. Questionei qual seria a fração que representava a parte não pintada e a própria Elizabete respondeu: $\frac{5}{9}$.

A seguir, fiz um círculo no quadro, dividi em seis partes, pintando uma de vermelho e as restantes de azul. Solicitei que Augusto escrevesse a fração que representava as partes em vermelho e Guilherme as partes em azul. Guilherme escreveu $\frac{1}{5}$ e Augusto também.

Voltando-me para os demais, perguntei o que achavam da resposta de Guilherme. Pensaram um pouco, disseram que estavam corretas, no entanto Blenda disse:

> **Blenda:** *É um sexto, é um sexto.*

Retomei explicando o porquê $\frac{1}{6}$ era a fração que procurávamos. Prossegui:

> **Jonas:** *E o Augusto, está certo?*

Todos responderam a princípio que sim, mas Augusto interrompeu:

> **Augusto:** *Calma aí, tio. Só os de vermelho?*
>
> **Jonas:** *Isso, os de vermelho em relação ao total.*
>
> **Blenda:** *Espera aí, é só o que representa o vermelho?*
>
> **Eles** [depois de pensarem um pouco]: *“Tá” certo.*
>
> **Jonas:** *Mas olha só, o que o denominador representa?*
>
> **Elizabete:** *“Tá” certo não, hein…*
>
> **Guilherme:** *É um sexto.*
>
> **Jonas:** *E quando Guilherme respondeu ali, o que aconteceu? Não foi contado o total de partes em que o círculo foi dividido?*

[frisei novamente que o denominador é o total de partes] *Qual o total?*

Eles: Seis.

Jonas: *Quantas foram pintadas de vermelho?*

Todos: *Cinco.*

Jonas: *Então temos* $\frac{5}{6}$ [enquanto falava eu escrevia ou apontava para o quadro].

Refiz desde o início o que Guilherme e Augusto responderam.

Elizabete: *Faz outro tio!*

Fiz outro desenho de um círculo, repartindo em oito partes, pintando três verdes e cinco vermelhas, porém alternando as cores.

Elizabete: *"Tá" fácil hein, esse negócio? Ah tio, "tá" muito fácil.*

Pedi que Clara e Blenda escrevessem as frações que as partes em verde e vermelho, respectivamente, representam em relação ao todo. Clara escreveu $\frac{3}{8}$ e Blenda, $\frac{5}{8}$.

Jonas [perguntei aos demais]: *Está certo?*

Primeiramente, disseram que estava errado.

Jonas: *Por quê?*

Guilherme: *Porque tinha que contar tudo.*

Clara: *Mas eu contei tudo.*

Augusto: *Ah não, são oito. É três que "tá" pintado, então "tá" certo.*

Reforcei esse pensamento de Augusto apontando que estava correto.

> **Jonas:** *E o da Blenda?*
>
> **Augusto:** *"Tá" certa. Foi dividido em oito e tem cinco vermelhos.*

Todos concordaram e mais uma vez destaquei o porquê disso, finalizando aqui o encontro.

A discussão realizada além do que havia sido planejado, foi importante para tentar consolidar o significado parte-todo de frações. Mostrou também um caminho para seguir no trabalho, principalmente, para a última atividade que ainda será descrita, a *Trilha das Frações*. Foi possível planejar essa última atividade, alternando os momentos de jogo e de aplicação do conteúdo, mas fazendo com que todos os residentes pudessem ficar envolvidos, participando efetivamente do encontro.

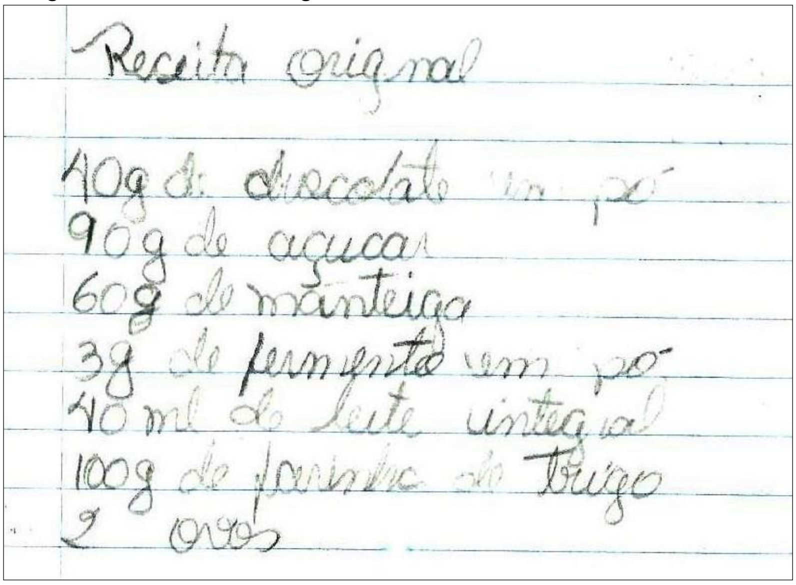
6.8 6º ENCONTRO – ATIVIDADE 3 (PARTE 2): BOLO DE CHOCOLATE DA TIA MARIA (27 DE OUTUBRO DE 2015)

Antes de me encontrar com os alunos residentes, levei até a cozinha os ingredientes para a preparação do bolo e pedi às funcionárias da Casa de Passagem se poderiam preparar a receita. Elas, prontamente, concordaram em colaborar.

Junto com os adolescentes, iniciei relembrando o que havíamos feito nos dois últimos encontros, acentuando que continuaríamos a atividade do Bolo de Chocolate da Tia Maria, fazendo uma tabela com os valores encontrados para a receita original do bolo.

Pedi que os alunos olhassem as anotações feitas por eles nos seus diários de bordo para construirmos uma tabela com os valores que pretendíamos encontrar. Apesar desses resultados já terem sido encontrados procurei refazer o processo para cada ingrediente, mas agora, dando mais ênfase às operações de multiplicação e divisão, explicitando-as quando necessário. Na Figura 10 temos uma receita encontrada na primeira parte da atividade, escrita por um dos adolescentes.

Figura 10 – Receita Original do Bolo de Chocolate da Tia Maria



Receita original

40g de chocolate em pó
90g de açucar
60g de manteiga
3g de fermento em pó
40ml de leite integral
100g de farinha de trigo
2 ovos

Fonte: Dados da Pesquisa.

Assinalando mais uma vez, apesar da atividade ter como foco o significado de operador multiplicativo, procurei fazer associações com o contexto parte-todo, para que eles conseguissem entender a ideia por trás da concepção operador multiplicativo e, ao final do encontro, compreender as operações de multiplicação e divisão relacionadas à ela.

Prossegui a partir da ordem dos ingredientes da receita e os primeiros valores eram $\frac{1}{5}$ de 200 g de chocolate em pó. Questionei se eles lembravam como havíamos feito.

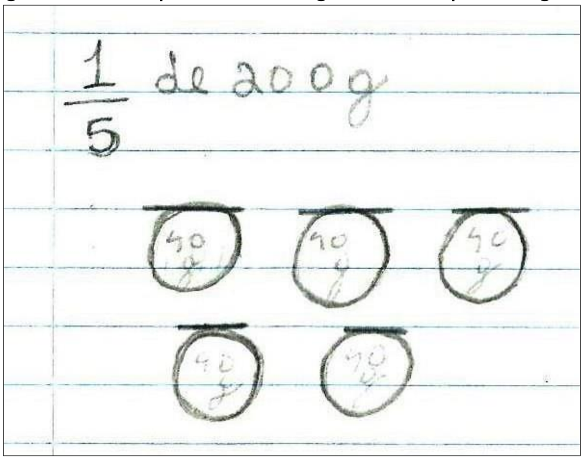
Elizabete: *Divide 200 por cinco.*

Jonas: *Qual o resultado?*

Eu havia distribuído as calculadoras justamente para não ficar perdendo muito tempo em resolver as operações aritméticas que apareciam, pois esse não era o objetivo principal do encontro e, o uso da calculadora, foi bem útil nesse sentido.

Encontraram os 40 g. Também fiz a mesma associação da primeira parte dessa atividade, dizendo que pensassem que poderíamos dividir as quantidades em 5 número de partes iguais (no caso 200 g em 5) e tomar a quantidade de uma delas, o que nos forneceria $\frac{1}{5}$ de 200 g. A Figura 11 ilustra o que foi dito.

Figura 11 – Repartindo 200 g em cinco partes iguais



Fonte: Dados da Pesquisa.

Utilizando o mesmo argumento, passamos para redescobrir $\frac{3}{5}$ de 150 g, ou seja, dividimos as 150 g em cinco potes e, tomando a quantidade referente a três deles chegamos ao resultado de 90 g. Explicitei as operações de divisão (150 : 3 = 30) e multiplicação (30 x 3 = 90).

Seguindo com o próximo ingrediente, tínhamos $\frac{1}{5}$ de 300 g. Antes de começarmos, perguntei como eles fariam para encontrar.

> **Augusto:** *Dividir.*
>
> **Jonas:** *O que?*
>
> **Augusto:** *Dividir cinco por 300.*
>
> **Elizabete:** *Não, não. É 300 por cinco.*

De modo análogo às situações anteriores, encontraram $\frac{1}{5}$de 300 g = 60 g.

Para os dois itens seguintes, pedi que eles tentassem sem o meu auxílio e, pelo modo como estavam sentados, Guilherme e Augusto resolveriam $\frac{1}{2}$ de 12 ovos e Blenda, Elizabete e Clara, $\frac{1}{10}$ de 1 kg. Deixei um tempo e falei que depois iriam ao quadro para mostrar ao restante o que haviam feito. Eu interferi apenas no momento em que foram ao quadro.

Guilherme começou a tentar solucionar a questão e, um tempo depois, Augusto o foi ajudando, observando os exemplos anteriores. Quando foram ao quadro Guilherme escreveu o que haviam feito, mas nenhum dos dois queria explicar. Ajudei:

> **Jonas:** *Tinha que descobrir quanto era* $\frac{1}{6}$ *de 12 ovos. O que vocês fizeram primeiro?*
>
> **Augusto:** *A gente dividiu 12 por seis, que dá dois. Aí fizemos: dois, dois, dois, dois, dois.*

Isso se referia aos grupos de ovos que haviam desenhado por meio de quadradinhos onde escreviam "2 ovos", porém fizeram cinco grupos de dois ovos.

> **Jonas:** *O que vocês fizeram ali nos quadradinhos?*
>
> **Guilherme e Augusto:** *Nada, nada não.*

Começaram a apagar, com o pensamento de que, como eu estava perguntando, era porque estaria errado. De fato, estava, mas minha intenção não era essa. Nesse momento, falei que eles não precisavam ficar com medo de não fazer algo só por medo de errar, afinal todos erramos e o nosso intuito era aprender, todos juntos, mesmo que errando às vezes.

Augusto desenhou novamente os quadradinhos. Elizabete então, disse que achava que havia algo errado e perguntei por que pensava assim.

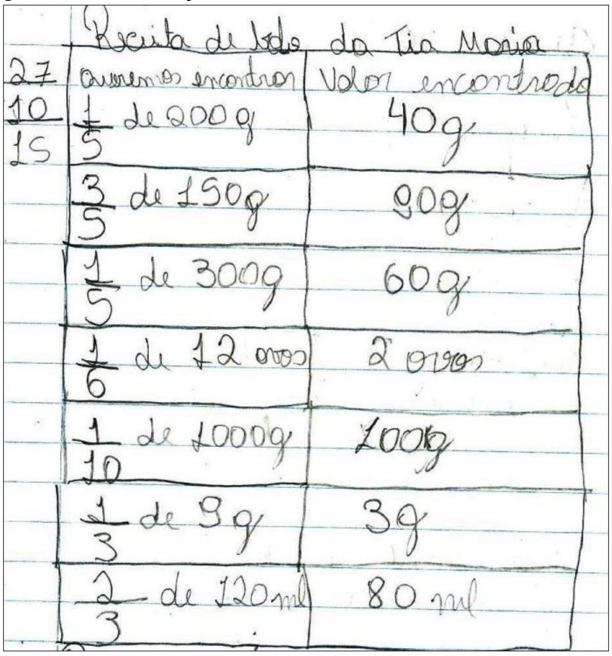
> **Elizabete:** *Porque ele tem que fazer seis quadradinhos.*

Augusto já havia percebido o que Elizabete comentou e desenhado um quadradinho a mais. A partir do que eles fizeram retomei a questão desde o início, reforçando o caminho feito por eles: queríamos encontrar $\frac{1}{6}$ de 12 ovos, então primeiro podemos dividir os 12 ovos em seis grupos, por isso a operação 12 : 6 = 2, depois pegar a quantidade de um dos grupos, no caso dois ovos e, por isso, a operação 2 x 1 = 2.

No grupo das meninas, Blenda não ajudou a encontrar o resultado e não quis ir ao quadro junto com Elizabete e Clara, que escreveram o que haviam feito, porém se confundiram um pouco no meio processo e, novamente, a partir do que estavam tentando explicar. Fiz então uma intervenção até encontrarmos o resultado final de que $\frac{1}{10}$ de 1 kg = 100 g.

Analogamente aos outros itens foi encontrado $\frac{1}{3}$ de 9 g = 3 g e $\frac{2}{3}$ de 120 ml = 80 ml. Na Figura 12 segue uma tabela feita por um dos residentes com todos os valores.

Figura 12 – Situações e valores encontrados na receita



27/10/15

Receita de bolo da Tia Maria

Queremos encontrar	Valor encontrado
$\frac{1}{5}$ de 200 g	40 g
$\frac{3}{5}$ de 150 g	90 g
$\frac{1}{5}$ de 300 g	60 g
$\frac{1}{6}$ de 12 ovos	2 ovos
$\frac{1}{10}$ de 1000 g	100 g
$\frac{1}{3}$ de 9 g	3 g
$\frac{2}{3}$ de 120 ml	80 ml

Fonte: Dados da Pesquisa.

Analisando a tabela, indaguei quais as operações estavam aparecendo na resolução em todos os ingredientes. Responderam multiplicação e divisão. Então, para o último exemplo ($\frac{2}{3}$ de 120 ml = 80 ml) mostrei formas diferentes de como encontrar o resultado.

Primeiramente, utilizando as operações de divisão e multiplicação:

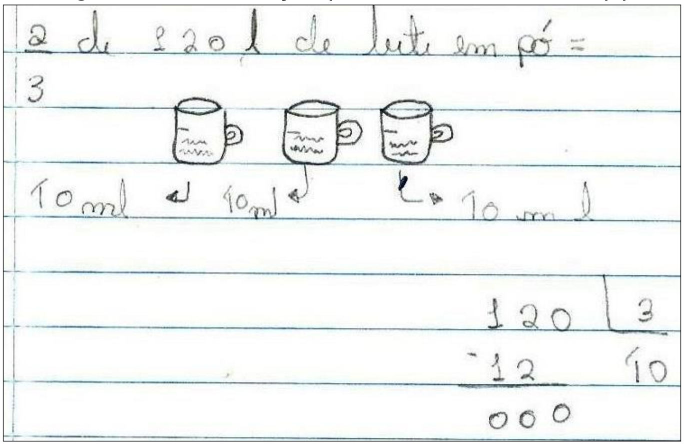
120 : 3 = 40, 40 x 2 = 80.

Ou o inverso, multiplicando antes de dividir:

120 x 2 = 240, 240 : 3 = 80.

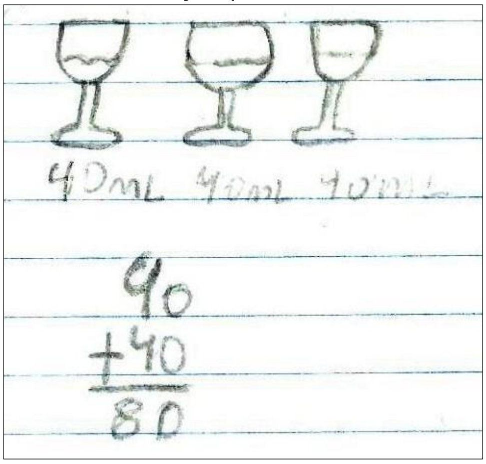
Por fim, mostrando a partir de desenhos mesmo, como vemos a seguir (Figuras 13 e 14) em dois dos diários de bordo dos alunos.

Figura 13 – Resolução por meio de desenhos (1)



Fonte: Dados da Pesquisa.

Figura 14 – Resolução por meio de desenhos (2)



Fonte: Dados da Pesquisa.

Recapitulei o que foi visto durante toda a atividade *Bolo de Chocolate da tia Maria*, salientando o conceito de fração como operador multiplicativo de frações, ou seja, como fazer para descobrir uma fração de determinada quantidade. Ainda escrevi no quadro mais dois exemplos para fazermos juntos, porém Blenda e Augusto não participaram tanto, ao contrário de Clara, Elizabete e Guilherme.

Já foi dito que deixaria de lado o momento para escrever no diário de bordo deles os itens *O que aprendi no encontro de hoje* e *Senti falta de…* para fazê-lo oralmente, no entanto, eles continuam com as mesmas respostas superficiais, como "frações", "dividir", "receita", etc., o que não estava acrescentando muito. Então, neste encontro e, nos posteriores, apenas recapitularei o que foi visto na atividade, sem, especificamente, perguntá-los da maneira feita anteriormente.

Após o término da atividade, fui até cozinha e peguei o bolo, feito com a receita que estávamos trabalhando, para repartirmos e comermos. Dividi o bolo em oito partes e perguntei qual fração representava cada uma delas. Guilherme já foi contando os pedaços e juntamente com Clara e Elizabete, responderam $\frac{1}{8}$. Cada um comeu um pedaço e, o restante do bolo, nós levamos para as funcionárias da cozinha que ajudaram a preparar a receita.

As intervenções realizadas nos encontros sobre divisão e fração como parte-todo, não previstos inicialmente, surtiram, mesmo que de forma não tão expressiva, algum efeito. Notei uma pequena progressão em relação aos conceitos de divisão e nas situações em que se envolvia fração como parte-todo. O uso da calculadora para realizar algumas operações também fez com que o encontro fluísse melhor.

No que diz respeito à participação, mais uma vez ocorreram muitas variações, foi notada a fácil dispersão, além da dificuldade visível que eles têm do conteúdo. Clara, Elizabete e Guilherme tiveram participação bem efetiva, ao contrário de Blenda, que quase não mostrou interesse. Augusto intercalava seus momentos de participação ou não.

6.9 7º ENCONTRO – ATIVIDADE 4 (PARTE 1): RÉGUA PARA ESTUDAR FRAÇÕES (27 DE OUTUBRO DE 2015)

Com todos reunidos na sala de música, perguntei se lembravam do que havíamos visto no encontro anterior e disseram “frações”, “receita de bolo” ou “receita”. Recordei que ao final da atividade vimos como encontrar uma fração de uma determinada quantidade e tentei dar outro exemplo: encontrar $\frac{3}{5}$ de 20 bolas de gude.

Elizabete: *20 dividido por cinco.*

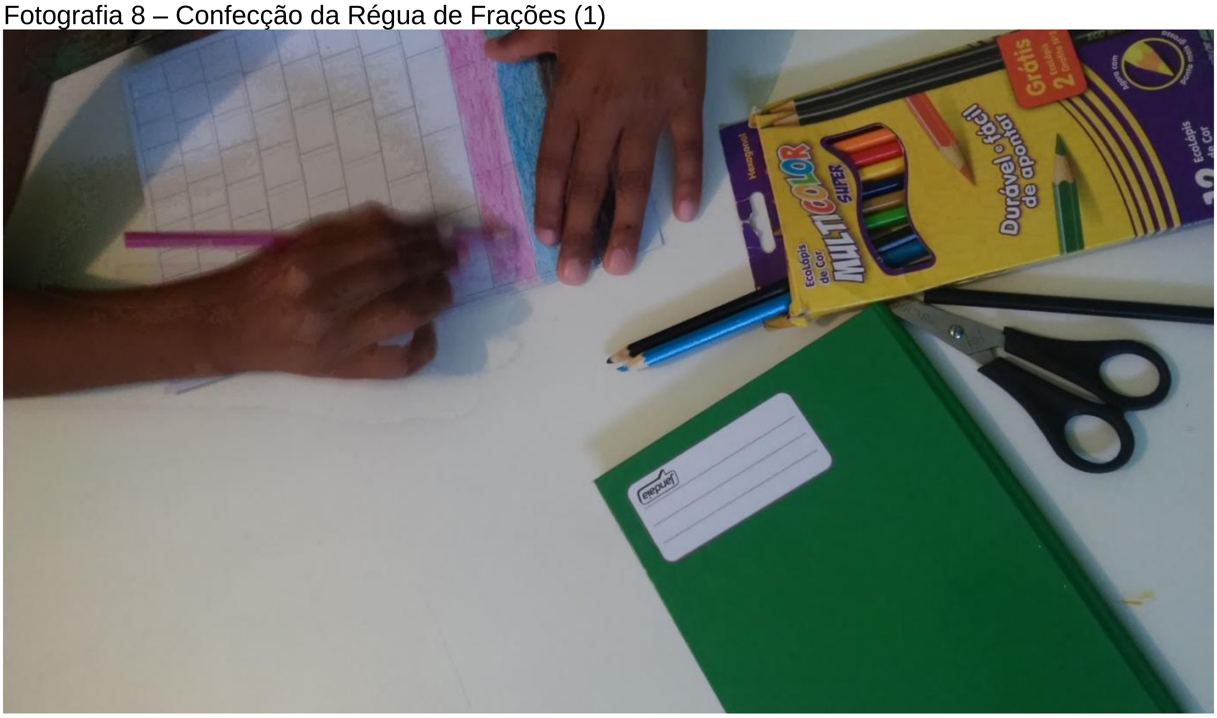
> **Jonas:** *Quanto dá?* [passou-se um tempo sem nenhuma resposta] *A resposta é quatro. E agora?*
>
> **Elizabete:** *Eu sei que tem alguma coisa com o primeiro.*
>
> **Jonas:** *O que é?*
>
> **Guilherme:** *Agora é vezes.*

Recapitulei todo o processo tal qual foi feito no encontro anterior.

Para iniciar a atividade deste encontro, expliquei que utilizaríamos o material chamado *Régua de Frações*. Exibi um material já pronto e distribui os moldes das Réguas de Frações para que eles pintassem e depois recortassem. Escrevi no quadro a ordem das cores que eles deveriam usar.

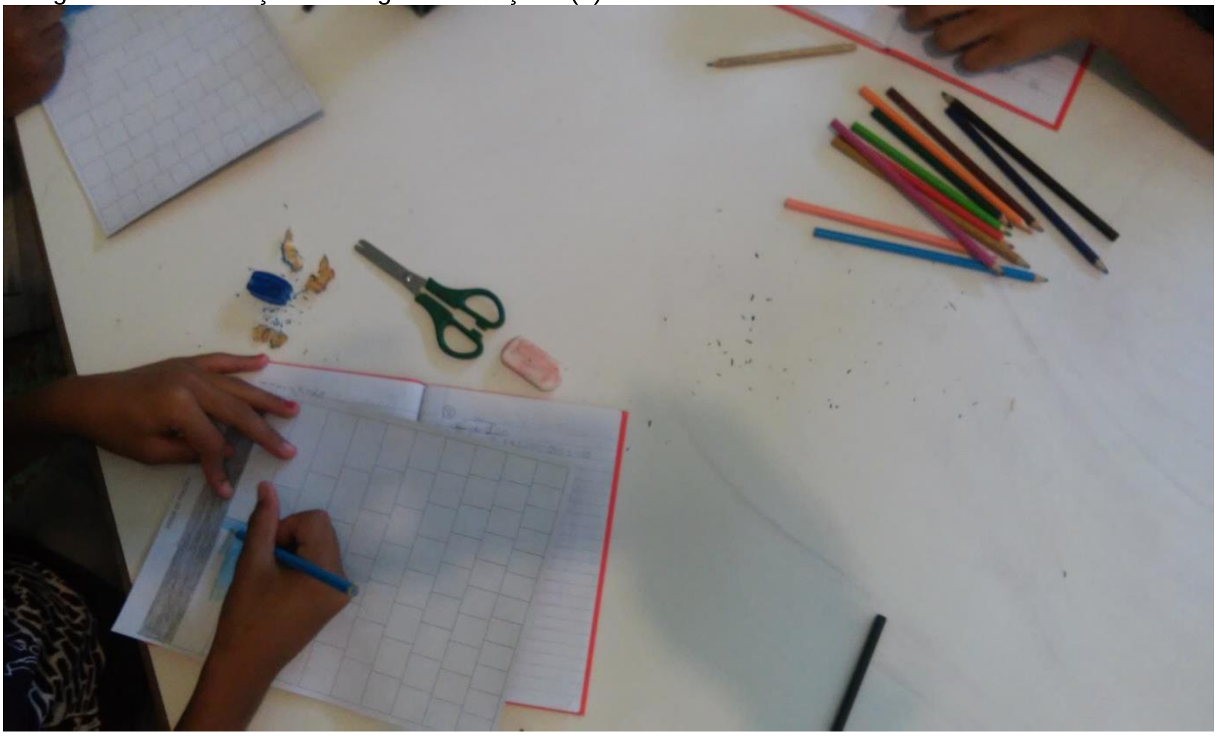
Cada um começou a produzir seu próprio material, o que levou um bom tempo do encontro e, nesse tempo, não ocorreu nenhum fato de maior relevância. Durante a confecção, retratadas nas Fotografias 8 e 9, fui auxiliando para que ficassem atentos às cores, deixando as réguas de todos os alunos residentes com as mesmas cores, para que não houvesse confusão no momento em que as perguntas fossem feitas posteriormente.

Fotografia 8 – Confecção da Régua de Frações (1)



Fonte: Dados da Pesquisa.

Fotografia 9 – Confecção da Régua de Frações (2)



Fonte: Dados da Pesquisa.

Após finalizarem, entreguei a folha impressa com as seis questões para que respondessem manipulando a *Régua de Frações*. Cada um colou a folha em seu diário de bordo e pedi que tentassem responder individualmente.

Em certo momento da atividade, um dos adolescentes deu uma resposta a uma das perguntas e Guilherme interrompeu:

Guilherme: *"Nós responde" e ele fala assim: Será?*

Os próprios alunos notaram que, quando eu era questionado por eles, procurava não responder de imediato, mas fazer com que eles pensem um pouco mais sobre suas respostas e sobre o processo usado para chegar a elas.

Geralmente, no desenvolvimento das atividades, os adolescentes não faziam questionamentos. Observamos que os efeitos da concepção bancária de educação ainda são muito presentes no comportamento dos alunos residentes, mesmo quando a proposta de ensino vai de encontro a ela. Isso pode, por exemplo, acarretar em que algo dito, equivocadamente, fosse tomado como verdade absoluta. Em busca, mesmo que minimamente, de mostrar que eles poderiam explorar mais as situações-problema propostas e pensar sobre suas respostas à essas situações, procurei assumir a postura de um professor indagador.

Ao responder a primeira pergunta (Quantas réguas marrons cabem dentro da régua preta?), Clara dispôs as sete réguas marrons, mas não respeitou o tamanho delas como havia cortado exatamente, o que fez com que não coubessem em toda régua preta e chamei atenção para isso.

> **Guilherme:** *Aqui, o meu deu certo. Ficou sobrando não Clara.* [e mostrou como fez].

Pedi que continuassem a responder as outras questões, o que fizeram sem maiores dificuldades. Apenas Elizabete, que parecia muito dispersa e pouco participativa nesse encontro, demorou um pouco mais para terminar.

Após responderem à todas as questões, retomei cada uma delas, sempre demonstrando as respostas com o auxílio dos adolescentes e uso das réguas. Alguns dos meninos apenas se confundiram nas perguntas 4 e 6 (Quantas réguas vermelhas cabem dentro de uma régua azul-clara? e Quantas réguas laranja cabem dentro de uma régua verde-clara?, respectivamente), dispondo, por exemplo na questão 4, todas as réguas vermelhas em todas as réguas azul-clara, e não em uma só, como requerido. Essa dúvida foi rapidamente sanada sem nenhum entrave.

A seguir, questionei-os por que eles achavam que o nome do material era Régua de Frações.

> **Guilherme:** *Se pegar o inteiro e colocar aqui…* [e não continuou].
>
> **Augusto:** *Porque esse aqui* [apontando para as réguas que representam $\frac{1}{2}$] *se colocar aqui fica "um dois".*
>
> **Clara:** *Por que se pegar o amarelo aqui e vai riscar, e vai ser um número em cima e outro embaixo.*

Retomando uma ideia já mencionada, é perceptível o medo que eles têm de errar ao falar algo, como na fala acima de Guilherme, que ao perceber que talvez pudesse não dar uma resposta correta, parou de tentar formular sua resposta.

Novamente, relembrei sobre o significado de parte-todo de fração, pedindo que eles representassem a fração $\frac{2}{5}$ com uma figura qualquer. Augusto, Elizabete e Clara foram ao quadro, mas sem êxito e, depois de discutirem um pouco, Blenda desenhou um retângulo, dividido em cinco partes e pintou duas.

Reafirmei todo o processo feito por Blenda, chamando atenção que o denominador da fração representa o total de partes em que um intervalo era dividido e que o numerador as partes tomadas por eles. Continuei:

> **Jonas:** *As réguas não são desse tipo? Então quem é o nosso inteiro?*
>
> **Blenda:** *O preto!*
>
> **Jonas:** *Isso mesmo. E como a gente representa o inteiro?*
>
> **Clara:** *O 1.*
>
> **Jonas** [achei que ninguém responderia] *Pelo número 1. Isso mesmo!*

Nesse momento eu havia desenhado no quadro as réguas e escrevi 1 na primeira, correspondente à preta (fui anotando as cores ao lado). Passei para a régua azul-clara.

> **Jonas:** *Quantas réguas azul-claras temos?*
>
> **Eles:** *Duas.*
>
> **Jonas:** *O inteiro então foi dividido em duas partes iguais* [fui mostrando com o material]. *Que fração cada régua azul-clara representa?*

Pensaram um pouco, mas responderam $\frac{1}{2}$.

> **Jonas:** *E a rosa?* [fiz com eles com essas réguas que representavam $\frac{1}{3}$ cada].

Pedi que escrevessem nas réguas a fração que cada uma delas representava em relação ao todo (Fotografia 10), salientando que a régua preta era nossa referência de inteiro e que, quando tivessem dúvidas a utilizassem para descobrir a fração que procuravam.

Fotografia 10 – Representações fracionárias de cada régua

Fonte: Dados da Pesquisa.

Eles foram escrevendo e, em diversos momentos, se corrigindo entre eles, justificando pelo número de partes em que foram divididas as réguas de cada cor. Ao final, fiz um esboço no quadro, escrevendo a fração que cada régua denotava e, posteriormente, pedi se eles conseguiam quanto mais de uma régua representava, por exemplo, duas réguas rosa correspondiam a $\frac{2}{3}$ e quatro marrons a $\frac{4}{7}$, o que seria útil para o encontro seguinte.

Relembrei em seguida, o que foi realizado durante todo o encontro. Todos foram muito participativos, confeccionando o material, respondendo às questões, escrevendo o que era solicitado. Apenas Elizabete estava mais dispersa, apesar de não ter dificuldade em responder as perguntas, por exemplo, demorava bem mais que os outros, algo não observado em outros momentos.

Neste encontro houve um acontecimento interessante, quando uma das residentes disse: “Ai, queria embora daqui”. “Da aula de matemática?”, questionou outro. Ela respondeu: “Não, dessa Casa”. Nessas ocasiões era difícil até ter uma reação, além de tentar continuar o encontro.

Foi possível perceber, em relação ao desinteresse e dificuldades apresentadas pelos adolescentes, que a situação social que eles vivenciavam, interfere consideravelmente nesses aspectos. Apesar dos esforços da Casa de Passagem, em propiciar um ambiente acolhedor, a falta da família é, provavelmente, um pensamento constante que eles lidam no dia a dia, seja pelo sentimento de ter sido abandonado, de saber que suas mães estão presas ou que estão ali a espera por adoção (algo com poucas chances de acontecer).

6.10 8º ENCONTRO – ATIVIDADE 4 (PARTE 2): RÉGUA PARA ESTUDAR FRAÇÕES (02 DE NOVEMBRO DE 2015)

Principiei o encontro dizendo que continuaríamos trabalhando com a Régua de Frações e redistribui o material de cada um, juntamente com uma folha impressa com mais seis questões, as quais pedi que eles tentassem responder, primeiro individualmente e depois discutiríamos juntos.

É notável a dificuldade que os adolescentes possuem em interpretar problemas ou questões, mesmo que simples. Por diversas vezes, liam algo por uma vez e já diziam: *“entendi nada”, “sei fazer isso não”, “quero fazer não”,* etc. Por exemplo, depois de um tempo dado na primeira questão (Que fração representa a régua branca? E a régua rosa? Qual é maior?), ninguém conseguiu responder, mesmo dizendo para manusearem as réguas e lembrarem o que havia sido feito no encontro anterior.

Podemos, a partir desse e outros episódios, de alguma forma nos questionar sobre o modo como a Educação está ocorrendo nas escolas. Mesmo que o coordenador da Casa tenha incentivado os residentes, eles estavam ali voluntariamente e não, necessariamente, precisariam participar da pesquisa, haja vista o acontecimento no primeiro encontro, em que um dos adolescentes, inicialmente, mostrou certa resistência na participação. Para eles, a pesquisa não traria um benefício imediato, como na escola, em que eles precisam estudar para tirar uma nota boa nas provas, ganhar pontos e passar de ano.

Este estudo não teve como objetivo uma avaliação quantitativa de aprendizado, mas sim qualitativa. Não pretendíamos reforçar

> a repetição de técnicas, a mera demonstração de habilidades ou de capacidade para resolver um problema de tipo já conhecido. Isso é resultado de treinamento. Não há nesses casos um ato de criatividade, não há a demonstração de capacidade de reunir conhecimentos variados para lidar com uma situação nova e global (D'AMBRÓSIO, 2012, p. 72).

Diferente ao modo como eles estão acostumados, não concebemos a Educação como treinamento, ou seja, o intuito não era o de adestrá-los em um conteúdo e aplicar uma prova para "medir" seus conhecimentos, mas sim de tentar mostrar que a Matemática poderia ser importante por estar presente em nosso cotidiano e que pode ser aprendida de uma maneira diferente da que estavam habituados.

Ao encontro do que foi dito acima, esse aspecto de que o professor deve, necessariamente, explicar tudo e expor aos alunos para que eles apenas repitam determinado procedimento, está muito presente para esses adolescentes. Li a pergunta, explicando o passo a passo o que deveria ser feito, mas ainda assim não entenderam.

Pedi que um deles lesse e fui questionando por partes. Primeiramente, qual fração representa uma régua branca? Responderam $\frac{1}{10}$. Prossegui: e uma régua rosa? Disseram $\frac{1}{3}$. Perguntei qual era maior? De imediato responderam $\frac{1}{10}$, então disse para observarem as réguas, colocando uma sobre a outra, questionando novamente qual era a maior e, desta forma, falaram $\frac{1}{3}$.

Aproveitei para falar sobre a lógica de ordenação das frações, a qual não possui a mesma ordem que os números naturais, que eles estão mais habituados e, neste caso, tínhamos 10 > 3, porém $\frac{1}{10} < \frac{1}{3}$. Anotaram no caderno e continuaram a tentar solucionar as outras questões.

Mesmo ressaltando as frações por sua concepção parte-todo em todos os encontros, ainda existia a dificuldade dos alunos residentes em identificar as frações por suas representações gráficas nesse contexto.

Quando um dos adolescentes parecia disperso na atividade ou não estar entendendo algo, eu chegava ao lado e tentava responder juntamente com ele, o que surtia efeito e ele continua tentando responder ás demais questões. Continuaram a responder e as dúvidas começaram a surgir na pergunta 5 (Qual é menor, $\frac{2}{3}$ ou $\frac{2}{8}$?).

Augusto: *Mas aqui não tem de dois não* [referindo-se a $\frac{2}{3}$ e $\frac{2}{8}$].

Pedi que eles pensassem um pouco, apontando que no fim do encontro anterior havíamos visto como representar frações desse tipo com as réguas. Não conseguiram e, utilizando as réguas, mostrei que se uma régua rosa equivalia a $\frac{1}{3}$, então duas correspondiam a $\frac{2}{3}$. Também fiz no quadro o desenho de uma régua inteira, dividida em três partes, apontando que se tomarmos duas partes a fração representada seria $\frac{2}{3}$.

Todos prosseguiram com a atividade, fomos respondendo e discutindo cada um dos tópicos, sempre utilizando as réguas ou fazendo desenhos. Mesmo nesse momento precisei retomar alguns pensamentos para a representação das frações e buscava sempre relacionar com que já havíamos feito anteriormente ou relembrar de outras atividades, com a corrida de frações. Ao final, fiz uma tabela no quadro com os resultados das seis questões, identificando as comparações feitas.

Retomei o pensamento no que diz respeito à ordenação das frações, uma lógica diferente da que ocorre com os números naturais. Depois os indaguei sobre o que eles observavam de comum nas frações da tabela.

> **Elizabete:** *Que o um vai toda hora* [referindo-se ao numerador que aparecia diversas vezes].

Perguntei em relação aos últimos casos, em que o um não aparecia, o que estava ocorrendo e chegaram à resposta de que os numeradores eram iguais, foi quando levantei a ideia de que *com numeradores iguais, quanto menor o denominador, maior a fração.* Pedi que copiassem isso no caderno.

Distribui outra folha impressa com mais três questões e colaram no caderno. Apenas Elizabete começou por conta própria a tentar resolver. Os demais não estavam demonstrando interesse e então li com eles o primeiro tópico, pedindo que pensassem como representar as frações pedidas utilizando as réguas, etc. Depois disso, conseguiram responder sem dificuldades.

Discutimos as respostas, sempre com o auxílio das réguas. Fiz outra tabela com os resultados e perguntei se observavam algo em comum nas questões.

> **Blenda:** *Essa é igual, essa é igual e esse é igual.*
>
> **Jonas:** *O que é igual?*
>
> **Blenda:** *O dez e o dez, o nove e o nove, o oito e o oito.*
>
> **Jonas:** *Ou seja, os denominadores são iguais.*

Suscitei a ideia de que *com denominadores iguais, quanto maior o numerador, maior a fração*.

Entreguei-lhes o último quadro impresso com mais quatro questões, pedindo que respondessem primeiramente as perguntas de 1 a 3. Colaram o papel no caderno e começaram a resolver, utilizando as réguas. Não houve nenhuma espécie de auxílio, pois eles mesmos chegaram ao objetivo dos tópicos, percebendo que as réguas, em cada caso, tinham o mesmo tamanho.

Ao discutir as respostas obtidas por eles, fui escrevendo também as representações em forma de fração, como a seguir.

1. $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$,

2. $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ e

3. $\frac{1}{3} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12}$.

Indaguei se eles já haviam estudado frações deste tipo e disseram que sim. Então disse que a essas frações damos o nome de equivalentes, pois representam uma mesma quantidade, um mesmo número e que, podemos escrever uma fração de infinitas formas diferentes. Dei outros exemplos, fazendo uso das réguas para mostrá-los: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{6}{12}$. O conceito de frações equivalentes foi mencionado diversas vezes.

Em seguida, sugeri que respondessem a questão 4 (Você consegue escrever outros grupos de frações equivalentes?). Não esboçaram nenhuma ideia e perguntei como poderíamos encontrar, sem usar as réguas, uma fração equivalente à outra, se conseguiam observar algo nos exemplos que fizemos.

Estavam atentos, porém ninguém demonstrou reação e resolvi ir direto ao ponto, dizendo que podemos multiplicar ou dividir o numerador e o denominador das frações por mesmo número e dei outro exemplo: $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} = \cdots$, reforçando que, neste caso, se continuarmos multiplicando, podemos encontrar infinitas frações equivalentes.

Pedi que eles me dissessem o que vimos durante o encontro e foram, aos poucos, comentando: “frações equivalentes”, “qual fração é maior que a outra”, “denominadores iguais”, etc. Um pouco mais específicos do que nas atividades anteriores.

Fiz um retrospecto com todos os conceitos abordados no encontro, a lógica de ordenação ao comparar frações e sobre as frações equivalentes, ilustrando com mais exemplos em cada item.

Outra vez a busca por querer dar sempre a resposta certa emergiu no decorrer das atividades, como neste momento em que Augusto questiona:

> **Augusto:** *O meu “tá” certo?*
>
> **Jonas:** *Daqui a pouco vamos discutir todos juntos.*
>
> **Augusto:** *Mas se tiver errado?*
>
> **Jonas:** *Aí vemos o que aconteceu de errado para tentar corrigir.*

Destacamos a forte influência que o modelo tradicional no ensino de matemática tem sobre os adolescentes. Eles estavam, muitas vezes, preocupados em dizer ou copiar no caderno uma resposta final, apenas mostrando que responderam à determinado problema, mesmo que aquilo não fizesse sentido para eles, não ocorrendo um aprendizado efetivo.

Ainda observamos isso em algumas falas: “dá a resposta logo”, “está certo ou errado?”, que evidenciam a Ideologia da Certeza na Educação Matemática (BORBA e SKOVSMOSE, 2013), além de indicar uma superficialidade na aquisição dos conhecimentos matemáticos a partir do Paradigma do Exercício (SKOVSMOSE, 2000). Essa situação contribui para a construção de cidadãos pouco críticos, interessados apenas no recebimento e armazenamento de conhecimentos, “refletindo a sociedade opressora, sendo dimensão da *cultura do silêncio*” (FREIRE, 2004, p. 58).

Em relação à participação neste encontro, de modo geral, estavam todos atentos, apenas com alguns momentos de distração.

Durante esse encontro, houve outra ocasião, em que alguns residentes comentavam assuntos relacionados às suas famílias e, em determinado momento, sobre a mãe de um deles, que haviam visto ou algo do tipo. O residente então respondeu sobre sua mãe: “Quem é? Nem sei quem é”. Esse último foi destituído da família e espera por adoção.

Alguns acontecimentos como esse demonstram quais aspectos podem surgir das experiências vivenciadas pelos residentes e o reflexo disso na formação de suas personalidades, afinal estão apenas no início da adolescência e já passaram por diversas situações críticas e tristes. Além disso, constantemente presenciam a reintegração de outros residentes às suas famílias ou, quando isso não ocorre, a saída daqueles que completaram 18 anos.

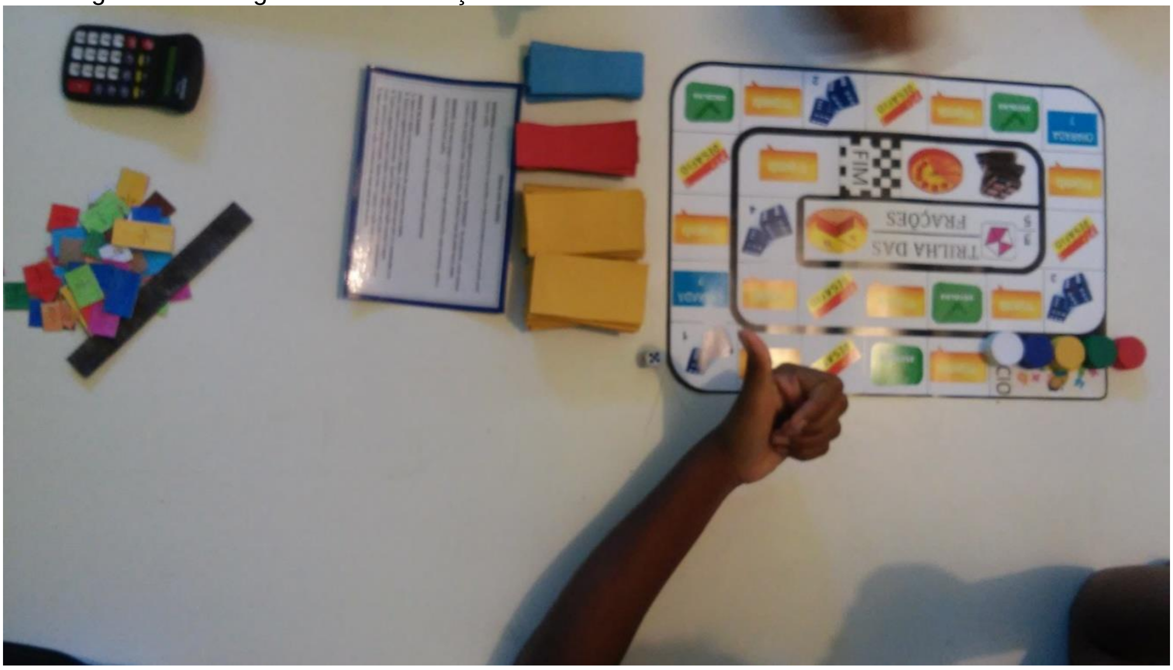
6.11 9º ENCONTRO – ATIVIDADE 5: TRILHA DAS FRAÇÕES (05 DE NOVEMBRO DE 2015)

Coloquei sobre a mesa o material que seria necessário para a atividade: o tabuleiro da *Trilha das Frações*, os dados, as cartelas com os comandos do jogo e os marcadores. Expliquei as regras, as orientações de cada casa, também que era uma trilha normal, como a que havíamos jogado num dos encontros anteriores, com o uso dos dados para determinar o número de casas a andar e ganharia quem chegasse a casa FIM primeiro.

Fizemos um sorteio com o dado para definir a ordem de jogada e cada um escolheu seu marcador. Antes de começar coloquei sobre a mesa a *Régua de Frações* e uma calculadora (veja Fotografia 11), itens que eles poderiam utilizar como auxílio ao longo do jogo. Ainda era permitido que eles olhassem nos seus diários de bordo, se fosse de alguma ajuda.

O jogo foi iniciado e nas primeiras jogadas ainda fui sanando algumas dúvidas sobre algumas regras. Disse que na casa RESPONDA estavam perguntas relacionadas a conceitos que havíamos visto no decorrer de todos os encontros.

Fotografia 11 – Jogo Trilha das Frações



Fonte: Dados da Pesquisa.

Já na primeira jogada da rodada, Elizabete deveria responder: Quanto é $\frac{5}{6}$ de 30 borrachas? Sua primeira resposta foi cinco (pois 30 : 6 = 5).

> **Jonas:** *E acabou aí?*
>
> **Augusto:** *Não, não acaba aí não!*
>
> **Jonas:** *Então como faz? Se quiser pode olhar algo no caderno.*

Elizabete primeiro disse que não sabia, mas olhou suas anotações e conseguiu responder corretamente. Nesse momento refiz todo o processo do mesmo modo como havia feito no sexto encontro. O jogo continuou e sempre que chegavam a uma casa RESPONDA eu ia ao quadro explicar o que havia ocorrido, tendo o jogador acertado ou não.

Todos ficaram bastante envolvidos com o jogo, participando mesmo quando estavam em dúvida sobre como resolver as situações e, às vezes, até ajudando com ideias para questões dos colegas. Na Fotografia 12, a seguir, temos mais um momento do jogo.

Fotografia 12 – Durante o Jogo Trilha das Frações

Fonte: Dados da Pesquisa.

As situações que continham o significado parte-todo das frações foram quando eles obtiveram o melhor desempenho, ao pedir que representassem a fração de determinada figura, escrever a fração da parte de uma *pizza* ou de uma figura e ainda, problemas que prezavam mais diretamente por essa concepção.

No que se refere à fração como operador multiplicativo apresentaram consideráveis dificuldades, necessitando de muitas intervenções para o andamento do jogo. Os conceitos relacionados à comparação e equivalência, vistos no encontro anterior, em certas ocasiões foram de difícil compreensão. Quando possível, sugeria que utilizasse as réguas para que as questões ficassem mais claras.

Ao longo do jogo fui sempre reforçando os conceitos por trás das situações e procurando animá-los para saber quem ganharia. Divertiram-se bastante com as casas DESAFIO e CHARADA, as quais tinham esse intuito de descontrair mesmo.

Durante a atividade, Augusto foi o que mais se sobressaiu em relação às respostas. Em uma ocasião ele deveria fazer um desenho que representasse $\frac{6}{6}$:

Clara: *Faz uma pizza.*

Augusto fez um círculo e dividiu em seis partes, pintando todas.

Clara: *Mas "tá" errado, porque a pizza tem dez pedaços.*

Augusto disse que estava certo por causa da fração $\frac{6}{6}$. Ressaltei esse pensamento de que mesmo se fosse uma *pizza*, poderíamos dividir em quantos pedaços quiséssemos.

Ao contrário de outras atividades que tinham esse caráter mais lúdico, Elizabete estava muito participativa. Esse aspecto foi importante para a elaboração da atividade, pois ao planejar busquei misturar questões mais tradicionais com o jogo.

Sempre questionava aos outros jogadores o que eles achavam das respostas dos outros, se estava certo ou errado, porque, etc. e também os parabenizava quando suas respostas estavam corretas.

Em uma rodada, quando um jogador chegou à casa JOGUE OS DADOS 3 (Todos os jogadores jogam dois dados. O menor número que sair é o numerador e o maior número é o denominador. Quem tiver a menor fração avança três casas), antes de todos jogarem Clara comentou o seguinte:

Clara: *Ah, eu quero tirar o um e o seis.*

Podemos pensar que ela já tinha notado que se tirasse $\frac{1}{6}$ era um dos menores resultados possíveis ou que, com esses números, teria chances maiores de ter a menor fração entre as de todos.

Na última pergunta, antes de Guilherme vencer o jogo, ele deveria responder se as frações $\frac{10}{3}$ e $\frac{20}{6}$ eram equivalentes. Ele apenas chutou, dizendo que sim.

Augusto: *Guilherme acertou, porque 10 x 2 = 20 e 3 x 2 = 6.*

Em rodadas anteriores uma questão parecida havia sido respondida.

O jogo foi finalizado. Disse a eles que era nosso último encontro, agradeci a colaboração deles no decorrer de todas as atividades e que depois voltaria para lhes entregar as calculadoras, como havia prometido.

Salientamos que o uso dos jogos e materiais manipuláveis como recursos didáticos para ensinar Matemática foi de grande utilidade para o desenvolvimento da pesquisa. O envolvimento dos alunos foi observado não só durante esse último encontro, mas na realização de todas as atividades.

“Os jogos em grupo representam atividades grupais e possibilitam aos indivíduos trabalharem com a regularidade, o limite, o respeito e a disciplina, mediante ações necessariamente subordinada à regras” (GRANDO, 2008, p. 28) e todos esses aspectos puderam ser abordados, além do conteúdo.

Possivelmente, se as atividades não tivessem esse caráter lúdico, o desinteresse poderia ter sido muito maior, comprometendo ainda mais o andamento do trabalho. Em diversos momentos, os alunos residentes demonstravam, seja por meio de falas ou do entusiasmo mediante as situações postas durante as atividades, que estava sendo prazeroso participar dos encontros, mesmo que às vezes esse interesse não fosse tão grande.

Apontamos também, no que diz respeito às especificidades do grupo pesquisado, que apesar de termos feito aqui uma análise mais geral, é notório que poderíamos ter desenvolvido seis estudos de caso, devido às particularidades bem acentuadas de cada um dos residentes, tanto no comportamento quanto no modo de aprendizado de cada um, visto que “naturalmente cada indivíduo organiza seu processo intelectual ao longo de sua história de vida” (D’AMBRÓSIO, 2012, p. 104).

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A expectativa para a realização da pesquisa foi grande desde o início e, ao seu término, confirmamos que foi um desafio trabalhar com a Educação Matemática, especificamente, com o ensino de frações, no ambiente da Casa de Passagem. Dentre escolhas teóricas e práticas, percorremos um longo caminho até chegar às definições que fizeram nascer este estudo.

Entretanto, a partir da proposta da realização dessa experiência didática, consideramos ter alcançado os objetivos específicos, inicialmente com a realização das entrevistas, que possibilitaram verificar quais as concepções dos participantes sobre a Matemática e sobre frações: a disciplina é vista por eles como aquela em que se fazem apenas cálculos. Tal constatação nos levou a pensar as atividades de forma a tentar romper com essa ideia, mostrando que a Matemática, em especial o estudo das frações, pode ser interessante e útil, estando presente também em situações cotidianas.

Em seguida, com a concepção, aplicação e análise da sequência didática na aprendizagem de frações, na qual consideramos a utilização de materiais manipuláveis e jogos como recursos didáticos, confirmamos que esses, se empregados a fim de auxiliar o processo de ensino e aprendizagem, traz valiosas contribuições para a Educação Matemática, como um envolvimento maior dos alunos no desenvolvimento das atividades, além de propiciar uma forma de estudo mais prazerosa.

Foi possível, a partir disso, chegarmos ao objetivo geral proposto, respondendo também à questão norteadora da pesquisa, conforme passamos a discutir, ressaltando diversos aspectos que estão presentes nesse contexto e emergidos da experiência vivenciada.

O primeiro aspecto diz respeito à história de vida de cada um dos residentes, bem como à suas experiências. A personalidade e a forma com que organizam seu aprendizado podem ser diferentes a partir daquilo que trazem consigo, dos conhecimentos adquiridos e seu cotidiano.

Conforme destacamos na Introdução, a vulnerabilidade social e desestruturação familiar agravam as dificuldades de aprendizagem dos adolescentes. É possível que isso implique na falta de interesse pelos estudos. De acordo com o que foi vivenciado, podemos nos perguntar: como pensar em aprender frações, se seus familiares próximos estão presos ou se está na espera por adoção? Essa é uma questão pertinente e talvez conduza a uma possível justificativa para as dificuldades citadas anteriormente.

No entanto, é de consenso que o estudo pode ser uma forma de se conseguir qualidade de vida, de modo que, mesmo que esses adolescentes não consigam concluir um curso superior, o término da Educação Básica ou a realização de um curso técnico são meios de abrir possibilidades para o mundo do trabalho e, desta forma, contribuir para a melhora de suas vidas. Temos ciência de que isso não pode ser tomado como certeza absoluta e que não é a única motivação para se buscar o conhecimento, porém, na realidade em questão e diante dos objetivos e limites da pesquisa, seria inviável discutir sobre perspectivas mais amplas.

Em relação ao ensino de Matemática, mais uma vez sublinhamos a importância do planejamento. Se as atividades previstas nesta pesquisa não tivessem sido elaboradas de modo a considerar as especificidades dos sujeitos, as circunstâncias envolvidas e sem admitir possíveis mudanças de rumo, o desenvolvimento do trabalho ficaria bastante comprometido.

Além de conceber alterações de planejamento, reiteramos que as atividades da sequência didática foram escolhidas de forma mais lúdica e apoiadas por materiais manipuláveis, visando despertar o interesse, contornar resistências e ampliar as possibilidades de ação dos alunos frente ao conteúdo estudado.

Acreditamos que, considerando apenas a idade e o nível escolar dos residentes, a sequência didática poderia carecer dessas qualidades sem implicar na sua inviabilidade se os alunos fossem mais amadurecidos emocional e intelectualmente. Na verdade, foi surpreendente trabalhar com uma residente que demonstrou em diversas ocasiões preferir que as atividades fossem mais formais, preferindo resolver os problemas, do que trabalhá-los de forma lúdica.

No que diz respeito ao aprendizado, fazendo uma comparação em relação à postura dos alunos frente à resolução de determinadas situações, em especial ao conteúdo frações, notamos que no decorrer dos encontros houve um progresso na aprendizagem, porém não tão significativo quanto esperávamos, preliminarmente, ou como visto em outras pesquisas em ambiente escolar.

A identificação de frações, por meio dos seus significados, ficou de fato, um pouco comprometida; entretanto, a concepção parte-todo parece ter sido consolidada nos alunos residentes, visto que a abordagem foi, ao longo da pesquisa, se mostrando mais eficiente para que algum aprendizado sobre as frações começasse a surgir.

Outros dois conceitos, essenciais para o entendimento das frações, ordenação e equivalência, foram entendidos de modo bem geral, com suas noções mais básicas. Para o prosseguimento do conteúdo, como, por exemplo, as operações aritméticas com frações, seria necessário que esses conceitos fossem revistos.

Destacamos também que as escolhas teóricas e metodológicas convergiram no decorrer da pesquisa. A utilização da Engenharia Didática, que a princípio poderia sugerir um andamento inflexível do estudo pela existência de suas fases bem definidas previamente, em nenhum momento mostrou ser um impedimento.

Isso ficou evidente, por exemplo, se tomarmos como base a etapa de experimentação: após a realização de alguns encontros foi necessário reconsiderar a forma de abordagem e fazer novas análises sobre a situação, algo previsto nas fases iniciais da Engenharia Didática; somente após essas novas considerações voltamos à fase de experimentação. Dessa forma, foi possível levar ainda mais em conta a realidade e as especificidades dos participantes.

Se analisarmos, exclusivamente, a sequência didática construída, sem levarmos em consideração o contexto da pesquisa, ela pode ser aplicada para qualquer público, seja num ambiente escolar ou não. Porém, o que foi preponderante em nosso caso diz respeito à postura do pesquisador como professor frente às situações, fundamentado nas concepções de Freire, D'Ambrósio e Skovsmose.

Durante a experiência, foi possível perceber a presença da Educação Bancária, quando os alunos estavam mais preocupados em receber e armazenar o que era exposto do que aprender propriamente e, de alguma forma, assumir uma postura mais questionadora. Seguindo essa concepção bancária, não é possível criar um ambiente propício à criatividade, à criticidade, fazendo com que não haja espaço para o adolescente crescer e ser mais, como nos aponta Freire. Apesar disso, buscou-se indicar a possibilidade de se fazer mais indagações, para assim, criar esse ambiente mencionado.

Ainda nesse sentido, mesmo as atividades podendo ser vistas como semelhantes à tantas outras, foi no modo como elas foram aplicadas que propomos ir na direção contrária ao treinamento dos alunos, ao Paradigma do Exercício e à Ideologia da Certeza, suscitando a ideia de que, às vezes, o caminho para se chegar a uma resposta pode ser mais valioso do que a resposta em si, ou mesmo na ideia de que existem vários caminhos para se encontrar um resultado.

O modelo de ensino tradicional, entendido como uma combinação da Educação Bancária com o Paradigma do Exercício, encontra-se cristalizado nos adolescentes participantes, o que foi visto nas suas respostas nas entrevistas, quando solicitados a descrever como eram suas aulas de Matemática na escola, e confirmado durante a realização dos encontros. Desse modo, indicamos que o ensino tradicional, mesmo que talvez não sendo abandonado por completo, possa ser repensado. É importante que se lance mão de outras metodologias e recursos didáticos, visando um aprendizado de Matemática mais efetivo por parte dos alunos, seja no ambiente escolar ou não.

Vale a ressalva de que a pesquisa nos trouxe um aprendizado muito grande, pessoal e profissionalmente. Pensando como educadores matemáticos, será que em nossas salas de aulas não existem alunos que passam por situações como as que os residentes da Casa de Passagem vivenciam? Ao mesmo tempo, estamos preocupados em saber sobre o contexto vivido por esses alunos? Será que apenas temos o discurso de que um aluno não aprende ou é desinteressado, sem darmos conta de que por trás disso existem muitas outras questões? Acreditamos que esses questionamentos devem instigar a reflexão a todos os professores que de fato estão empenhados com a educação de seus alunos.

Provavelmente, o ambiente com o qual nos deparamos na Casa de Passagem está longe das experiências vividas por muitos dos que estão lendo este texto. Por diversas vezes nos perguntamos por quais caminhos aqueles adolescentes já passaram, imaginando cenários completamente diferentes da nossa realidade, o que nos deixava impotentes, sem conseguir ajudá-los de forma mais concreta.

Nesse sentido, salientamos a relevância do trabalho social realizado com os adolescentes na Casa de Passagem. A forma com que viveram ou as situações pelas quais passaram, refletem em seu comportamento, tanto na própria Casa de Passagem quanto na vida em sociedade. Apesar de que esses adolescentes talvez não tenham um amparo afetivo considerado como adequado, foi presenciado um ambiente predominantemente acolhedor em que eles recebem atenção e cuidados essenciais.

Obviamente, eles também possuem deveres que precisam ser cumpridos e, às vezes, podem ser repreendidos por seu comportamento, mas algo que poderia/deveria ocorrer mesmo se estivessem com suas famílias, visando o seu bem-estar, sua inserção social e seu desenvolvimento pessoal. Além disso, há de se referir ao valor do atendimento psicológico e social que lhes é proporcionado; mesmo que alguns aspectos não sejam considerados ideais, pelo menos, momentaneamente, traz benefícios aos residentes.

Como mencionado, foi um desafio, porém nos foi proporcionado momentos de reflexão e aprendizado. É impossível não findar esse estudo com um olhar diferente para os Augustos, Blendas, Claras, Elizabetes, Guilhermes e Jeans que ainda vamos nos deparar em nossa carreira docente.

8 REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**. v. 3.6, p. 62-77, UFSC: 2008.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2007.

ALVES, Vanessa da Silva. **A construção do conceito de número racional no sexto ano do ensino fundamental**. 2012. 185 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2012.

ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. **Etnografia da Prática Escolar**. 5. ed. Campinas: Papirus, 2000.

ARTIGUE, Michèle. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean. **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, Marcelo de Carvalho; SKOVSMOSE, Ole. A Ideologia da Certeza em Educação Matemática. In: SKOVSMOSE, Ole. **Educação Matemática Crítica:** a questão da democracia. 6. ed. Campinas: Papirus, 2013. p. 127-148.

BRASIL. Constituição (1988). **Constituição [da] República Federativa do Brasil**. Brasília, Senado Federal, 1988. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm>. Acesso em: 01 fev. 2016.

BRASIL. Lei nº 8.069, de 13 de julho de 1990. Dispõe sobre o Estatuto da Criança e do Adolescente e dá ouras providências. **Diário Oficial [da] república Federativa do Brasil**, Brasília, 13 jul. 1990. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l8069.htm>. Acesso em: 01 fev. 2016.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 26 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial [da] república Federativa do Brasil**, Brasília, 20 dez. 1996. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm> Acesso em: 01 fev. 2016.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Programa gestão de Aprendizagem Escolar – Gestar I**: Matemática. Caderno de Teoria e Prática 8: Operações com Números Racionais. Brasília: FNDE/MEC, 2007.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática/5ª à 8ª séries. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BROUSSEAU, Guy; BROUSSEAU, Nadine; WARFIELD, Virginia. **Teaching Fractions Through Situations**: A Fundamental Experiment. Springer, 2014.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao estudo das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; RODRIGUES, Wilson Roberto. A ideia de unidade na construção do conceito de número racional. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**. v. 2.4, p. 68-93, UFSC: 2007.

CASARIN, Nelson Elinton Fonseca; RAMOS, Maria Beatriz Jacques. Família e aprendizagem escolar. **Revista Psicopedagogia**, São Paulo, v. 24, n. 74, p. 182-201, 2007.

CHEQUETTO, Jonas José. **O Ensino da Matemática na Sala de Recursos Multifuncionais para um aluno com Autismo**. 2014. 68 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Centro Universitário Norte do Espírito Santo, Universidade federal do Espírito Santo, São Mateus, 2014.

DRUZIAN, Maria Eliana Barreto. Jogos como Recurso Didático no Ensino Aprendizagem de Frações. **Vidya**, Santa Maria, v. 27, n. 1, p. 67-78, jan./jun., 2007.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática**: da teoria à prática. 23. ed. Campinas: Papirus, 2012.

FERREIRA, Edinalva Rodrigues. **Ensino de frações na Educação de Jovens e Adultos**: obstáculos didáticos e epistemológicos. 2014. 183 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2014.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2009.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática. **Boletim SBEM**, São Paulo, ano 4, n. 7, p. 3-10, 1990.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia**: saberes necessários à prática educativa. [Edição Especial]. São Paulo: Paz e Terra, 2009.

______. **Pedagogia do Oprimido**. 38. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2004.

FREITAS, José Luiz Magalhães de. Teoria das Situações Didáticas. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Educação Matemática**: uma (nova) introdução. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2012. p. 77-111.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e Técnicas da Pesquisa Social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GOMES, Martha Joana Tedeschi; CALDEIRA, Ademir Donizeti. Modelagem Matemática no Cárcere: Educação Matemática para a Paz. **Revista de Educação**, v.8, n. 2, p. 44-57, 2014.

GRANDO, Regina Célia. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. 2. ed. São Paulo: Paulus, 2008.

______. Recursos Didáticos na Educação Matemática. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica**, v. 05, n. 02, p. 393-416, out., 2015.

JOGO Corrida das Frações. Disponibilizado em 06 nov. 2012. In: Blog Jogomática – Jogos e Atividades Lúdicas para o Ensino de Matemática. Disponível em: <http://jogomatica.blogspot.com.br/2012/11/jogo-corrida-das-fracoes.html>. Acesso em: 02 out. 2015.

LIMA, Paulo Gomes; DOMINGUES, Jacqueline Lima. Família e aprendizagem dos filhos na escola: algumas pontuações a partir da percepção de professores. **Acta Científica – Ciências Humanas**, Engenheiro Coelho, v. 2, n. 13, p. 9-25, jul./dez., 2007.

LOPES, Antonio José. O que os Nossos Alunos Podem Estar Deixando de Aprender sobre Frações, quando Tentamos lhes Ensinar Frações. **Bolema**, Rio Claro, ano 21, n. 31, p. 1-22, 2008.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara. Engenharia Didática. In: _________. **Educação Matemática**: uma (nova) introdução. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2012. p. 233-247.

MAGINA, Sandra; BEZERRA, Francisco Brabo; SPINILLO, Alina Galvão. Como desenvolver a compreensão da criança sobre frações? Uma experiência de ensino. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, v. 90, n. 225, p. 411-432, mai./ago., 2009.

MAGINA, Sandra; MALASPINA, Maria da Conceição de Oliveira. A fração nos anos iniciais: uma perspectiva para seu ensino. In: SMOLE, Katia Stocco; MUNIZ, Cristiano Alberto (Orgs.). **A Matemática em sala de aula**: reflexões e propostas para os anos iniciais do ensino fundamental. Porto Alegre: Penso, 2013. p. 89-114.

MEIRA, Claudia de Jesus; FANTINATO, Maria Cecilia. EJA em contexto de privação de liberdade: saberes potencializados pelo olhar etnomatemático. In: REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 37., 2015, Florianópolis. **Anais eletrônicos**... Disponível em: < http://37reuniao.anped.org.br/wp-content/uploads/2015/02/Trabalho-GT18-3964.pdf >. Acesso em: 25 jan. 2016.

MANDELBAUM, Belinda. **Sobre famílias**: estrutura, história e dinâmica. 2012. p. 1-10. Disponível em: <http://www.ip.usp.br/portal/images/stories/Sobre_famlias_estrutura_histria_e_dinmica.pdf>. Acesso em: 03 mar. 2016.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e Investigação em sala de aula**: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MITTLER, Peter. **Educação Inclusiva**: Contextos sociais. Tradução de Windyz Brazão Ferreira. Porto Alegre: Artmed, 2003.

NACARATO, Adair Mendes. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 1, p. 1-6, 2005.

NOVA ESCOLA, Série Matemática é D+. **Problemas com frações**. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=jnHcF46RtBo>. Acesso em: 15 mai. 2015.

NUNES, Terezinha; CARRAHER, David; SCHLIEMANN, Analúcia. **Na vida dez, na escola zero**. 16. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**: Uma análise da influência francesa. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

______. Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da Geometria. In: REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 23., 2000, Caxambu. **Anais eletrônicos**... Disponível em: <http://23reuniao.anped.org.br/textos/1919t.PDF>. Acesso em: 13 ago. 2015.

RIBEIRO, Adevanilde Batagin Martins. **As frações que o ladrilhamento revela**. 2013. 132 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013.

RODRIGUES, Wilson Roberto. **Números Racionais**: um estudo das concepções de alunos após o estudo formal. 2005. 247 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

ROSSI, Taiana Vanessa. **Jogo Interativo**: espaço de construção do conhecimento matemático e do convívio com o outro. 2012. 148 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Centro Universitário Univates, Lageado, 2012.

SÃO MATEUS (Município). **Regimento Interno Casa de Passagem**. Secretaria Municipal de Ação Social e Cidadania de São Mateus - ES. São Mateus, mar. 2010.

SILVA, Uiltamar Miranda da. **As frações e os jogos matemáticos**: uma relação de interação em turmas do 6° ano do Ensino Fundamental. 2015. 130 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2015.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

______. **Educação Matemática Crítica:** a questão da democracia. 6. ed. Campinas: Papirus, 2013.

VALIO, Denise Teresa de Camargo. **Frações**: estratégias lúdicas no ensino de matemática. 2014. 103 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em rede nacional, PROFMAT, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Atividades Envolvendo Frações

1. Veja a barra de chocolate abaixo. Wanderson comeu 3 pedaços da barra. Que fração representa o chocolate que ele ainda não comeu?

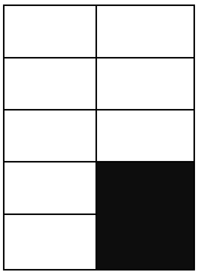
2. Judson tinha um pacote com 12 biscoitos. Até agora ele já comeu 2/3 desses biscoitos. Desenhe os biscoitos que Judson ainda não comeu.

3. Em uma caixa há 16 bolinhas de gude. Gabriel receberá 1/4 dessas bolinhas. Então, quantas ele receberá?

4. Diego ganhou 2 bolos para dividir igualmente entre 5 amigos. Que fração de bolo cada um irá receber?

5. Vilma comprou uma pizza e a dividiu em 4 pedaços, comeu 2. Chris comprou uma pizza, dividiu em 6 pedaços e comeu 3. Lúcio comprou uma pizza, dividiu em 8 pedaços e comeu 4. Quem comeu mais pizza? Por quê?

6. Que fração representa a parte pintada da figura abaixo?



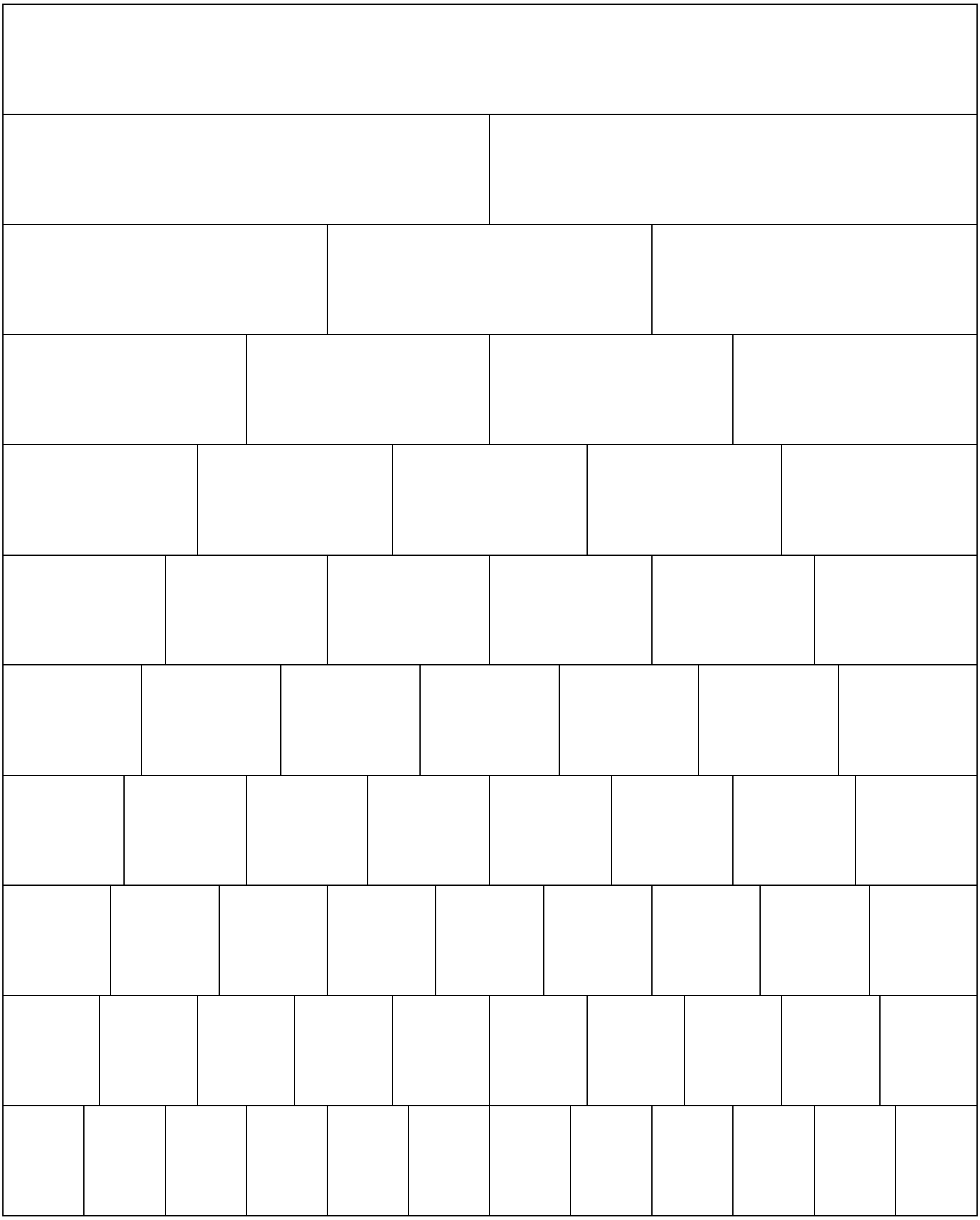
7. A tia de Lucas e Rafael fez um bolo de chocolate para eles comerem no café da tarde. Lucas comeu 1/3 do bolo e Rafael comeu 1/2 bolo. Que parte total do bolo foi comida por eles?

8. Allan e Larissa são irmãos e o avô deles deu de presente uma mesma quantia de dinheiro para cada um. Allan já gastou 1/2 do seu dinheiro e Larissa gastou 1/4 do dela. Quem gastou mais dinheiro?

9. Imagine que tem 8 cartas de baralho sobre a mesa. Dessas cartas, 5 são coringas. Escreva em forma de fração a chance de você pegar, sem ver, uma carta que não seja coringa.

10. Zeca está lendo um livro. Até agora faltam 3/4 de páginas pra ele ler. Hoje ele pretende ler 1/4 das páginas que ainda não leu. Que fração de páginas ainda faltará para Zeca terminar de ler o livro.

APÊNDICE B – Molde Régua de Frações



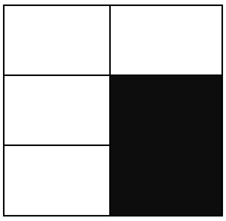
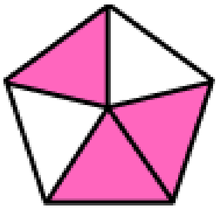
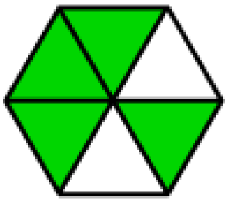
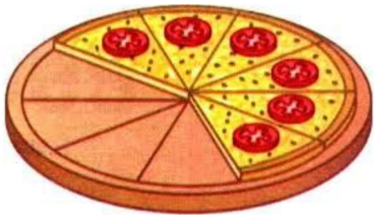
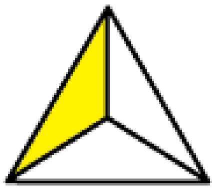
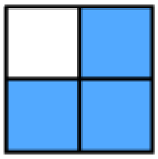
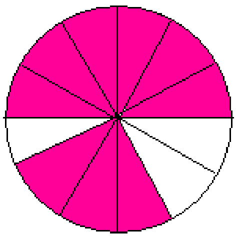
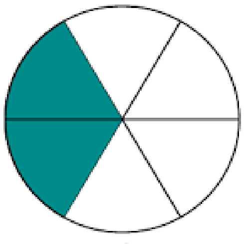
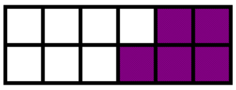
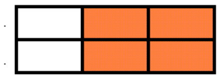
APÊNDICE C – Tabuleiro do Jogo Trilha das Frações

APÊNDICE D – Sugestão de Fichas com comandos do Jogo Trilha das Frações

CHARADA	
Quantos gatos tem 8 rabos?	Por que você deve fazer todos os problemas de matemática com o lápis 6B?
Quantos ovos o gigante Golias podia comer quando estava com estômago vazio?	Cinco macacos de imitação estavam sentados em um muro. Um deles pulou. Quantos ficaram?
Qual é o dobro da metade de dois?	O que há entre o professor de matemática e seus alunos?
Que fração virada de cabeça para baixo terá o mesmo valor anterior?	Qual é a metade de dois mais dois?
De que número podemos tirar a metade e não deixar nada?	São sete irmãos. Cinco têm sobrenome e dois não. Quem são?
Na igreja havia cinco velas. Um ladrão entrou e levou três. Quantas ficaram?	Quando é que 2 + 2 não é 4?
Numa carruagem puxada por oito cavalos, se um cavalo olhar pra trás, vai contar quantos?	Quais os dois números que multiplicados um pelo outro totalizam sete?
Um trem leva 80 minutos para ir de uma cidade a outra, mas para voltar leva uma hora e vinte minutos. Por quê?	Você está dirigindo um ônibus, tem 28 pessoas, sobrem mais 10, depois descem 12 e sobem 9. Qual o nome do motorista?
Três pessoas vão pescar: 2 pais e 2 filhos. Como isso é possível?	Qual mês que tem 28 dias?
O rato roeu a roupa do rei de Roma. Quantos erres tem nisso?	Quanta terra tem um buraco de 1 metro de profundidade por 2 de largura e 1 metro e meio de comprimento?
O que faz um peixinho de 2cm num lago de 100km de diâmetro e 2km de profundidade?	O que a calculadora respondeu quando lhe perguntaram como ela estava passando?
O que é que tem oito letras e tirando a metade ainda fica oito?	São sete irmãs, cada uma delas tem um irmão. Quantos filhos são ao todo na família?

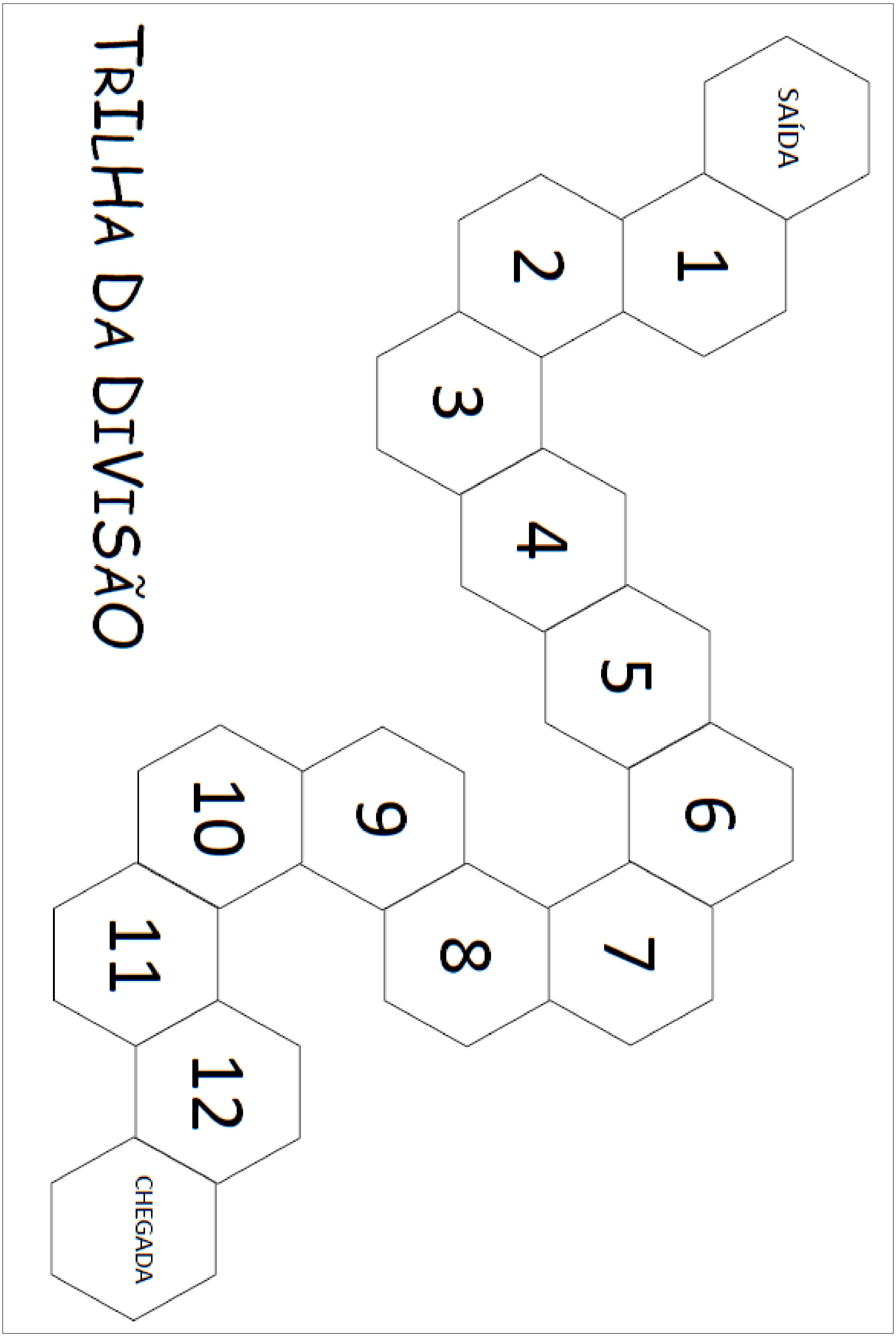
DESAFIO	
Imite uma galinha	Diga 3 animais com a letra M em 5 segundos
Imite um coelho	Diga 3 frutas com a letra A em 5 segundos
Imite um passarinho	Diga 3 objetos com a letra C em 5 segundos
Imite um leão	Diga 3 nomes de pessoa com a letra P em 5 segundos
Imite um cachorro	Diga 3 cidades com a letra S em 5 segundos
Faça uma mímica para os outros tentarem acertar	Diga 3 frutas com a letra J em 5 segundos
Faça uma mímica para os outros tentarem acertar	Diga 3 objetos com a letra P em 5 segundos
Faça um desenho para os outros tentarem acertar	Faça um desenho para os outros tentarem acertar

RESPONDA	
Salete tinha uma barra de chocolate. Ela cortou em 2 pedaços de mesmo tamanho e comeu 1 pedaço. Você pode escrever, usando números, a fração do chocolate que Salete comeu?	Sandro cortou o chocolate dele em 3 pedaços do mesmo tamanho e comeu 1 pedaço. Como você escreveria a fração de chocolate que Sandro comeu?
Larissa foi à pizzaria e pediu uma *pizza*. Ela dividiu a pizza em 5 pedaços iguais e comeu 2 pedaços. Qual a fração que Larissa comeu?	Na mesa do restaurante há 3 crianças. A garçonete serviu duas tortas para dividir igualmente entre elas. Qual fração cada criança irá receber?
Cascão desenhou 8 pipas e pintou duas. Escreva a fração de pipas que ele pintou.	Carla fez uma figura e dividiu em 8 partes iguais. Depois pintou 5 partes dessa figura. Qual fração representa a parte pintada?
Cássio tinha 8 balas, sendo que $\frac{3}{4}$ eram de uva. Quantas balas de uva ele tinha?	Carlos ganhou 2 chocolates para dividir igualmente entre 3 crianças. Qual fração do chocolate cada criança irá receber?
Karyne dividiu 2 chocolates para 5 crianças. Qual fração do chocolate cada criança irá receber?	Luiz comprou uma pizza para dividir para 5 crianças. Qual fração da pizza que cada um irá comer?
Uma barra de chocolate foi dividida em 6 pedaços. Ryan comeu 3 pedaços da barra. Que fração representa o chocolate que ele ainda não comeu?	Pedro tinha um pacote com 15 biscoitos. Até agora ele já comeu $\frac{2}{3}$ desses biscoitos. Quantos biscoitos ele já comeu?
Em uma caixa há 16 bolinhas de gude. Guilherme receberá $\frac{1}{4}$ dessas bolinhas. Então, quantas ele receberá?	Diego ganhou 2 bolos para dividir igualmente entre 5 amigos. Que fração de bolo cada um irá receber?

RESPONDA	
Que fração representa a parte pintada da figura abaixo? 	Que fração representa a parte pintada da figura abaixo? 
Que fração representa a parte pintada da figura abaixo? 	Que fração representa a parte que foi comida da pizza abaixo? 
Que fração representa a parte pintada da figura abaixo? 	Que fração representa a parte pintada da figura abaixo? 
Que fração representa a parte pintada da figura abaixo? 	Que fração representa a parte pintada da figura abaixo? 
Que fração representa a parte pintada da figura abaixo? 	Que fração representa a parte pintada da figura abaixo? 

RESPONDA	
Represente com um desenho a fração $\frac{3}{10}$	Represente com um desenho a fração $\frac{3}{5}$
Represente com um desenho a fração $\frac{6}{6}$	Represente com um desenho a fração $\frac{6}{3}$
Quanto é $\frac{3}{4}$ de 20 bolas de futebol?	Quanto é $\frac{1}{3}$ de uma dúzia de ovos?
Quanto é $\frac{2}{5}$ de 20 bolas de basquete?	Quanto é $\frac{3}{4}$ de 12 pirulitos?
Qual fração é maior? $\frac{3}{4}$ ou $\frac{3}{5}$	Qual fração é maior? $\frac{2}{4}$ ou $\frac{2}{5}$
Qual fração é maior? $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{5}$	Qual fração é maior? $\frac{3}{12}$ ou $\frac{3}{17}$
As frações abaixo são equivalentes? $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{6}$	As frações abaixo são equivalentes? $\frac{3}{9}$ e $\frac{4}{12}$
As frações abaixo são equivalentes? $\frac{3}{7}$ e $\frac{9}{21}$	As frações abaixo são equivalentes? $\frac{1}{13}$ e $\frac{2}{16}$
Encontre uma fração equivalente à fração $\frac{1}{5}$	Encontre uma fração equivalente à fração $\frac{2}{5}$
Encontre uma fração equivalente à fração $\frac{1}{2}$	Encontre uma fração equivalente à fração $\frac{1}{3}$

APÊNDICE E – Molde Tabuleiro do Jogo Trilha da Divisão



APÊNDICE F – Sugestões de Cartelas para o Jogo Trilha da Divisão

Na turma de Matemática do professor Marcos há 28 alunos. Eles resolveram formar grupos de 4 pessoas para estudar melhor a divisão. Quantos grupos se formaram? Ficará algum aluno de fora dos grupos?	37 : 1
O professor de Educação Física está distribuindo igualmente 17 bolas de futebol para 3 equipes. Quantas bolas cada equipe recebeu? Ainda sobrarão bolas?	95 : 3
Minha tia me pediu para guardar os seus pregadores de roupa em 4 caixas igualmente. Ela tem no total 43 pregadores. Quanto devo colocar em cada caixa? Conseguirei fazer uma divisão exata?	126 : 5
Quantos bombons posso distribuir igualmente em 5 caixas se eu tenho um total de 49 bombons? Sobrarão bombons?	31 : 6
Sônia está lendo um livro com 30 páginas. Cada dia ela lê 6 páginas do livro. Quantos dias ela precisa para ler o livro todo?	37 : 1
Tiago distribui para 7 dos seus alunos de violão um pacote de pirulitos. O pacote contém 52 pirulitos. Os alunos receberam quantidades iguais. Quanto cada um ganhou? Sobraram pirulitos?	1234 : 3
No treino de futebol fiquei encarregado de guardar as bolas que usamos. Há 4 armários para guardar as bolas e uma sacola, caso falte espaço. Temos um total de 18 bolas. Quantas ficarão guardadas em cada armário? Sobrarão bolas para serem guardadas na sacola?	1274 : 4

Carolina tem 36 livros para colocar em 5 prateleiras. Quantos livros colocará em cada prateleira? As prateleiras vão receber a mesma quantidade?	95 : 7
Uma floricultura recebeu 26 flores e irá colocá-las na vitrine em vasos. Cada vaso receberá 6 flores. Quantos vasos serão usados? Sobrarão flores?	110 : 7
Henrique tem 13 carrinhos e quer dividir igualmente os carrinhos com seu amigo Mateus. Quantos carrinhos cada um irá ficar? Restará algum carrinho?	245 : 8
Em uma gincana na minha turma da escola, a professora pediu que formássemos 3 equipes. Minha turma possui 33 alunos. Quantos alunos ficarão em cada equipe? Sobrarão alunos?	355 : 8
Lucas tem 29 soldadinhos e quer fazer 2 fileiras com a mesma quantidade de soldadinhos em cada uma. Quantos soldadinhos haverá em cada fileira? Irão sobrar soldadinhos?	633 : 9
Eu e meus dois irmãos ganhamos 54 reais para repartir entre a gente. Quantos reais cada um irá receber? Dá para dividir a quantia igualmente?	308 : 9
263 : 7	84 : 8
418 : 5	79 : 5
225 : 6	129 : 4